



LEANDRO PREARO MILLAN

**Determinação da Hipertermia em Tecidos
Vivos, Gerada Através de Ondas
Eletromagnéticas, Utilizando o Método dos
Elementos de Contorno**

**CAMPINAS
2014**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO

Leandro Prearo Millan

Determinação da Hipertermia em Tecidos Vivos, Gerada Através de Ondas Eletromagnéticas, Utilizando o Método dos Elementos de Contorno

Orientador: Prof. Dr. Leandro Palermo Junior

Tese de Doutorado apresentada a Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp, para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil na área de Estruturas.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE
DEFENDIDA PELO ALUNO LEANDRO PREARO MILLAN E
ORIENTADO PELO PROF. DR. LEANDRO PALERMO JUNIOR.

ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS
2014

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

M611d Millan, Leandro Prearo, 1984-
Determinação da hipertermia em tecidos vivos, gerada através de ondas eletromagnéticas, utilizando o método dos elementos de contorno / Leandro Prearo Millan. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: Leandro Palermo Junior.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo.

1. Termoterapia. 2. Câncer. 3. Método dos elementos de contorno. I. Palermo Junior, Leandro, 1960-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Determinação da hipertermia em tecidos vivos, gerada através de ondas eletromagnéticas, utilizando o método dos elementos de contorno

Palavras-chave em inglês:

Thermotherapy

Cancer

Boundary element method

Área de concentração: Estruturas

Titulação: Doutor em Engenharia Civil

Banca examinadora:

Leandro Palermo Junior [Orientador]

Luiz Carlos de Almeida

Euclides de Mesquita Neto

João Batista de Paiva

Webe João Mansur

Data de defesa: 21-02-2014

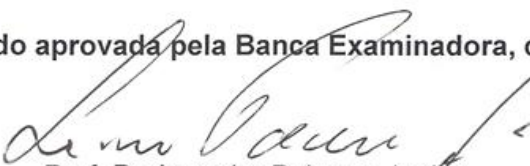
Programa de Pós-Graduação: Engenharia Civil

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E
URBANISMO**

**Determinação da Hipertermia em Tecidos Vivos,
Gerada Através de Ondas Eletromagnéticas,
Utilizando o Método dos Elementos de Contorno**

Leandro Prearo Millan

Tese de Doutorado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:



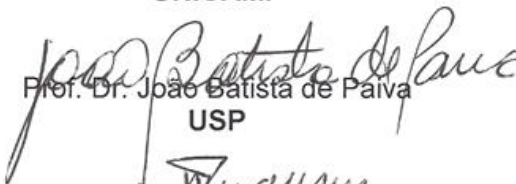
**Prof. Dr. Leandro Palermo Junior
Presidente e Orientador/UNICAMP**



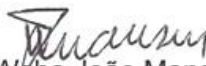
**Prof. Dr. Luiz Carlos de Almeida
UNICAMP**



**Prof. Dr. Euclides de Mesquita Neto
UNICAMP**



**Prof. Dr. João Batista de Paiva
USP**



**Prof. Dr. Weber João Mansur
UFRJ**

Campinas, 21 de fevereiro de 2013

RESUMO

O problema de transferência de calor com controle de temperatura incluindo um algoritmo genético para otimização do processo é estudado neste trabalho. O problema ocorre na terapia de tratamento de câncer denominada hipertermia em que tecidos ao redor do tumor são aquecidos a cerca de 40 °C por um conjunto de antenas que envolvem o paciente, com orientação em fase e direcionadas a um ponto que recebe calor devido à incidência das ondas eletromagnéticas. O problema de transferência de calor em biosistemas emprega a equação de Pennes e as equações de Maxwell para determinação do campo elétrico e magnético. Um modelo bidimensional é estudado com o Método dos Elementos de Contorno incluindo o Método da Reciprocidade Dual (MECRD). A heterogeneidade do meio pode ser tratada com a associação de vários meios homogêneos pela inclusão de sub-regiões no tratamento pelo MECRD. É proposta uma nova função aproximadora no MECRD para tratar os efeitos de domínio das equações integrais relacionadas às equações de Maxwell e Pennes no regime estacionário, reduzidas a equações não homogêneas do tipo de Helmholtz. A convergência da função é avaliada em exemplos com geometria simples. O modelo foi testado para um caso com tumores em diferentes profundidades sendo os resultados comparados aos disponíveis na literatura.

Palavras chaves: Hipertermia, Câncer, Método dos Elementos de Contorno, Reciprocidade Dual, Equação de Pennes, Algoritmo Genético.

ABSTRACT

The problem of heat transfer with temperature control including a genetic algorithm for optimization of the process is studied in this work. The problem occurs in the cancer therapy called hyperthermia in which tissue around the tumor is heated to about 40 °C by a set of antennas that involve the patient, with phase orientation and directed to a spot that receives heat due to the incidence of electromagnetic waves. The problem of heat transfer in biosystems employs the Pennes' equation and Maxwell's equations for determining the electric and magnetic field. A two-dimensional model is studied with the Boundary Element Method including the Dual Reciprocity Method (DRBEM). The heterogeneity of the medium can be treated with the combination of various homogeneous media by the inclusion of sub-regions in the DRBEM. It is proposed a new approximating function for DRBEM to treat the domain effects of the integral equations related to Maxwell's and Pennes' equations in steady state, reduced to non-homogeneous Helmholtz equations. The convergence of the function is evaluated in examples with simple geometry. The model was tested for a case with tumors in different depths and the results compared with the available literature.

Keywords: Hyperthermia, Cancer, Boundary Element Method, Dual Reciprocity Method, Pennes' Equation, Genetic Algorithm.

SUMÁRIO

Ficha catalográfica.....	iv
Folha de aprovação.....	v
Resumo.....	vii
Abstract.....	ix
Dedicatória.....	xiii
Agradecimentos.....	xv
Lista de figuras.....	xvii
Lista de tabelas.....	xix
Lista de símbolos.....	xxi
Capítulo 1 Introdução.....	1
1.1 Hipertermia.....	1
1.2 Tratamento utilizando antenas.....	2
1.3 Métodos numéricos.....	3
1.4 Otimização.....	5
Capítulo 2 Revisão bibliográfica.....	7
2.1 Sistema de controle de temperatura.....	7
2.2 Hipertermia.....	7
2.2.1 Definição.....	7
2.2.2 História e aplicação.....	8
2.2.3 Ação da hipertermia em tecidos vivos.....	9
2.3 Método dos elementos de contorno.....	11
2.3.1 História e aplicação.....	11
2.3.2 Dupla reciprocidade.....	11
2.3.3 Algoritmo Genético.....	12
Capítulo 3 Revisão de fundamentos.....	13
3.1 Fundamentos Matemáticos.....	13
3.1.1 Sistema de Coordenadas Cilíndricas.....	13
3.1.2 Sistema de Coordenadas Esféricas.....	14
3.1.3 Teoremas e identidades.....	14
3.1.4 Delta de Dirac.....	15
3.2 Fundamentos Físicos.....	16

3.2.1	Transferência de Calor	16
3.2.2	Eletromagnetismo.....	21
Capítulo 4	Método dos Elementos de Contorno	25
4.1	Estado Auxiliar	25
4.2	Equação integral de contorno	25
4.2.1	Primeira etapa – problema eletromagnético	26
4.2.2	Segunda etapa – problema de calor	28
4.3	Discretização do contorno	29
4.4	Integração dos elementos singulares.....	30
Capítulo 5	Método da Reciprocidade dual	33
5.1	Formulação do MRD para o operador de Helmholtz.....	33
5.2	Utilização de funções baseadas no raio - RBF.....	35
5.3	Funções aproximadoras estudadas	37
5.4	Forma inversa de obtenção da função aproximadora.....	38
5.5	Função aproximadora incorporando o fator de escala	40
5.5.1	Raio=2,5	43
5.5.2	Raio=7,5	44
5.6	Montagem do sistema linear para o MECRD	47
5.7	Estudo da convergência e propriedade local da aproximação por séries	51
Capítulo 6	Algoritmo Genético	59
6.1	Função aptidão utilizada no modelo e justificativas	59
6.2	Cruzamento – Crossing Over.....	60
6.3	Implementação para vários processadores – paralelismo	61
Capítulo 7	Exemplo de aplicação	65
7.1	Exemplo com tumor profundo	65
7.2	Exemplo com tumor mais superficial	78
Capítulo 8	Conclusão	89
	Bibliografia.....	91
	Apêndice A – Programa Computacional	100
	Apêndice B – Parâmetros de perfusão de sangue.....	106

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho aos meus pais, Adilson Antonio Millan e Maria de Lourdes Prearo Millan e a minha noiva Tatiane Maria Manea das Neves.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a CAPES pelo financiamento do trabalho através de bolsa de doutorado pelo Programa de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Agradeço ao Prof. Dr. Luiz Carlos Wrobel, Universidade de Brunel (Londres) e Prof. Dr. Paul Willian Partridge, Universidade de Brasília, pela contribuição na área de Método dos Elementos de Contorno, Reciprocidade Dual e Hipertermia, assim como pelo material bibliográfico gentilmente oferecido.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 – DISPOSITIVO DE GERAÇÃO DE CALOR POR ANTENAS. EXTRAÍDO DE THIEBAUT [103]	2
FIGURA 1.2 - (A) APLICADOR SIGMA-60 (QUATRO PARES DE DIPOLOS) COM LEITO BSD-2000 PARA HIPERTERMIA LOCAL. (B) UM NOVO APLICADOR SIGMA-EYE (12 PARES DE DIPOLOS) MONTADA SOBRE A MESMA UNIDADE DE TRATAMENTO MOSTRADA EM (A). A FORMA ELÍPTICA É MAIS CONFORTÁVEL PARA O PACIENTE. EXTRAÍDO DE WUST [27].....	3
FIGURA 1.3 - (A) SISTEMA HÍBRIDO (INSTALADO NO CENTRO MÉDICO CHARITE, EM BERLIM, ALEMANHA), COM SISTEMA DE POSICIONAMENTO PARA O APLICADOR SIGMA-EYE (BSD MEDICAL, SALT LAKE CITY, EUA), LOCALIZADO NA PARTE DE TRÁS (COM O PACIENTE) EM UM TÚNEL REM (SYMPHONY 1.5 T, SIEMENS, ERLANGEN, ALEMANHA). O APLICADOR ELÍPTICO PODE SER MOVIDO SOBRE TRILHOS GUIA DENTRO DO PÓRTICO APÓS O PACIENTE TER SIDO POSICIONADO. (B) A VISTA FRONTAL DO REM, TAMBÉM UTILIZADO PARA DIAGNÓSTICO POR IMAGEM CONVENCIONAL. EXTRAÍDO DE WUST [27].	3
FIGURA 2.1 – HIPERTERMIA EM CONJUNTO COM RADIOTERAPIA E A INFLUÊNCIA DE REFORÇO NA REGRESSÃO DO TUMOR EM UM EXEMPLO DE MELANOMA MALIGNO [60]	9
FIGURA 2.2 - MECANISMO DE SOBREAQUECIMENTO DO TUMOR. EM TECIDOS NORMAIS (SUPERIOR) DILATAM OS VASOS SANGUÍNEOS QUANDO FISIOLÓGICAMENTE OU ARTIFICIALMENTE AQUECIDOS, O QUE PROVOCA AUMENTO NO FLUXO SANGUÍNEO ATRAVÉS DA REGIÃO DIMINUINDO A SUA TEMPERATURA. NO TUMOR (INFERIOR), POR OUTRO LADO, OS VASOS PATOLÓGICOS NÃO SÃO CAPAZES DE SE DILATAR, ALGUNS COLAPSAM, O CALOR NÃO É REDUZIDO PELO FLUXO DE SANGUE E AUMENTA A TEMPERATURA INTRATUMORAL, CHICHEL [109]	10
FIGURA 3.1 - SISTEMA DE COORDENADAS CILÍNDRICAS	13
FIGURA 3.2 – SISTEMA DE COORDENADAS ESFÉRICAS.....	14
FIGURA 3.3 – RELAÇÃO ENTRE O SISTEMA DE COORDENADAS, A DIREÇÃO DO FLUXO DE CALOR E O GRADIENTE DE TEMPERATURA UNIDIMENSIONAL.....	16
FIGURA 3.4 – VOLUME DE CONTROLE DIFERENCIAL EM COORDENADAS CARTESIANAS	17
FIGURA 3.5 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO EM SUPERFÍCIE DE FORMA ARBITRÁRIA.....	19
FIGURA 3.6 – ONDAS PLANAS UNIFORMES	21
FIGURA 3.7 – ANTENA LINEAR FINA	21
FIGURA 3.8 – CAMPO ELÉTRICO EM COORDENADAS CILÍNDRICAS	22
FIGURA 3.9 – PERDA DE POTENCIAL EM MEIO DIELÉTRICO	23
FIGURA 4.1 – ELEMENTO LINEAR DESCONTÍNUO, FOLTRAN [110].....	29
FIGURA 4.2 – (A) DOMÍNIO DO PROBLEMA; (B) DIVISÃO DO CONTOURO DO PROBLEMA; (C) DISCRETIZAÇÃO DO CONTOURO EM ELEMENTOS LINEARES, FOLTRAN [110]	30
FIGURA 5.1 – NÓS INTERNOS E DE CONTOURO	35
FIGURA 5.2 – GRÁFICO DA SOLUÇÃO PARTICULAR PARA ALGUNS VALORES DO FATOR DE ESCALA ℓ	39
FIGURA 5.3 – GRÁFICO DA FUNÇÃO APROXIMADORA PARA FATOR DE ESCALA UNITÁRIO ($\ell = 1$) E ALGUNS VALORES DE NÚMERO DE ONDA k	40
FIGURA 5.4 – DISCRETIZAÇÃO DA GEOMETRIA COM OS ELEMENTOS DE CONTOURO E NÓS DE DOMÍNIO PARA $f = r$	41
FIGURA 5.5 – (A) RESULTADOS PARA PROBLEMA COM RAIO UNITÁRIO $r^* = 1$; (B) RESULTADO PARA PROBLEMA COM ESCALA AUMENTADA EM 2,5 VEZES	42
FIGURA 5.6 – SOLUÇÃO ANALÍTICA DO PROBLEMA COM RAIO IGUAL A 2,5.....	43
FIGURA 5.7 – (A) SOLUÇÃO ANALÍTICA PROJETADA; (B) RESULTADO ENCONTRADO.....	43
FIGURA 5.8 – SOLUÇÃO ANALÍTICA DO PROBLEMA COM RAIO IGUAL A 7,5.....	44
FIGURA 5.9 – (A) SOLUÇÃO ANALÍTICA PROJETADA; (B) RESULTADO ENCONTRADO.....	44
FIGURA 5.10 – RESULTADO PARA O PROBLEMA SEM UTILIZAR FATOR DE ESCALA; (A) COM 308 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE; (B) COM 637 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE; (C) COM 1227 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE.	45
FIGURA 5.11 – RESULTADO PARA O PROBLEMA UTILIZANDO FATOR DE ESCALA $\ell = 7,5$; (A) COM 33 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE; (B) COM 74 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE; (C) COM 156 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE; (D) COM 308 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE; (E) COM 637 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE; (F) COM 1227 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE.....	46
FIGURA 5.12 – DIAGRAMA DO SISTEMA LINEAR DESACOPLADO DA EQ. (5.9).	48
FIGURA 5.13 – DIAGRAMA ACOPLADO (GLOBAL) DO SISTEMA LINEAR DESACOPLADO DA EQ. (5.9).	49
FIGURA 5.14 – CONVENÇÃO DE SINAIS (SENTIDO POSITIVO) PARA AS COMPONENTES DE r^* ENTRE OS PONTOS FONTE, PONTOS CAMPO E PONTOS DE DUPLA RECIPROCIDADE	50
FIGURA 5.15 – INTERFACE ENTRE MÚLTIPLAS REGIÕES	51
FIGURA 5.16 – (A) SUB-REGIÃO A E B; (B) LOCALIZAÇÃO DOS NÓS (PERRY-DEBAIN [97])	53

FIGURA 5.17 – PARÂMETRO $C1$ - CONDIÇÃO DE CONVERGÊNCIA PARA FUNÇÃO DISTÂNCIA E FUNÇÃO PROPOSTA EQ. (5.18) ($k = i, k = 5i \text{ e } k = 10i$ com $\ell = 1$).	55
FIGURA 5.18 – PARÂMETRO $C2$ - CONDIÇÃO DE CONVERGÊNCIA PARA FUNÇÃO DISTÂNCIA E FUNÇÃO PROPOSTA EQ. (5.18) ($k = i, k = 5i \text{ e } k = 10i$ com $\ell = 1$).	55
FIGURA 5.19 – PARÂMETRO $C2$ - CONDIÇÃO DE CONVERGÊNCIA PARA FUNÇÃO DISTÂNCIA E FUNÇÃO PROPOSTA EQ. (5.18) ($k = i, k = 5i \text{ e } k = 10i$ com $\ell = 1$).	56
FIGURA 5.20 – DISCRETIZAÇÃO DA GEOMETRIA COM OS ELEMENTOS DE CONTORNO E NÓS DE DOMÍNIO PARA $f = 100x$	57
FIGURA 5.21 – $f = 100x$ e $k = i$; (A) CÉLULAS DE DOMÍNIO; (B) FUNÇÃO $1 + r$; (C) FUNÇÃO PROPOSTA	57
FIGURA 5.22 – $f = 100x$ e $k = 5i$; (A) CÉLULAS DE DOMÍNIO; (B) FUNÇÃO $1 + r$; (C) FUNÇÃO PROPOSTA	57
FIGURA 5.23 – $f = 100x$ e $k = 10i$; (A) CÉLULAS DE DOMÍNIO; (B) FUNÇÃO $1 + r$; (C) FUNÇÃO PROPOSTA	58
FIGURA 5.24 – $f = 100x$ e $k = 10i$; (A) 32 ELEMENTOS DE CONTORNO E 148 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE; (B) 64 ELEMENTOS DE CONTORNO E 74 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE; (C) 64 ELEMENTOS DE CONTORNO E 148 NÓS DE DUPLA RECIPROCIDADE.	58
FIGURA 6.1 – VISTA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO CORPO DO PACIENTE, ADAPTADO DE LANG, ERDMANN E SEEBASS [111].	60
FIGURA 6.2 – MÉTODO DE SELEÇÃO DOS PAIS PARA O CRUZAMENTO - ROLETA.	61
FIGURA 6.3 – MÉTODO DE SELEÇÃO DOS PAIS PARA O CRUZAMENTO - ROLETA.	61
FIGURA 6.4 – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA FUNÇÃO DE ESPALHAMENTO (HASH).	62
FIGURA 6.5 – FLUXOGRAMA DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	63
FIGURA 7.1 – VISTA DO DISPOSITIVO DE GERAÇÃO DE CALOR POR ANTENAS, EXTRAÍDO DE THIEBAUT [103].	65
FIGURA 7.2 – VISTA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO CORPO DO PACIENTE, MODIFICADO DE THIEBAUT [103].	65
FIGURA 7.3 – AMPLITUDE E ÂNGULO DE FASE DAS ANTENAS TESTADA NO EXEMPLO EM THIEBAUT [103].	66
FIGURA 7.4 – CAMPO DE TEMPERATURAS RESULTANTE OBTIDO EM THIEBAUT [103].	66
FIGURA 7.5 – RESULTADOS OBTIDOS COM O MECRD UTILIZANDO OS PARÂMETROS DE ANTENA DA FIGURA 7.3.	67
FIGURA 7.6 – CAMPO DE TEMPERATURA OBTIDO UTILIZANDO OS PARÂMETROS DE ANTENA DA FIGURA 7.3.	67
FIGURA 7.7 – RESULTADOS OBTIDOS COM O MECRD UTILIZANDO OS PARÂMETROS DE ANTENA DA FIGURA 7.3 COM MALHA MAIS GROSSA PARA O TECIDO GORDURA.	68
FIGURA 7.8 – CAMPO DE TEMPERATURA OBTIDO UTILIZANDO OS PARÂMETROS DE ANTENA DA FIGURA 7.3 COM MALHA MAIS GROSSA PARA O TECIDO GORDURA E A MALHA UTILIZADA PARA SUA RESOLUÇÃO.	68
FIGURA 7.9 – MALHA UTILIZADA NA OTIMIZAÇÃO COM O AG.	69
FIGURA 7.10 – MELHOR ELEMENTO DE CADA GERAÇÃO CONSIDERANDO $Wb = 0,433$ PARA O TUMOR.	73
FIGURA 7.11 – CAMPO DE TEMPERATURA E PARÂMETROS DAS ANTENAS PARA O MELHOR ELEMENTO DA GERAÇÃO 672 COM $Wb = 0,433$ NO TUMOR	74
FIGURA 7.12 – MELHOR ELEMENTO DE CADA GERAÇÃO CONSIDERANDO $Wb = 0,01$ PARA O TUMOR.	77
FIGURA 7.13 – CAMPO DE TEMPERATURA E PARÂMETROS DAS ANTENAS PARA O MELHOR ELEMENTO DA GERAÇÃO 655 COM $Wb = 0,01$ NO TUMOR	78
FIGURA 7.14 – MALHA UTILIZADA NA OTIMIZAÇÃO COM O AG (TUMOR DESLOCADO).	79
FIGURA 7.15 – MELHOR ELEMENTO DE CADA GERAÇÃO CONSIDERANDO $Wb = 0,433$ PARA O TUMOR DESLOCADO.	82
FIGURA 7.16 – CAMPO DE TEMPERATURA E PARÂMETROS DAS ANTENAS PARA O MELHOR ELEMENTO DA GERAÇÃO 723 COM $Wb = 0,433$ NO TUMOR DESLOCADO	83
FIGURA 7.17 – CAMPO DE TEMPERATURA OBTIDOS COM UMA MALHA MAIS GROSSA DE NÓS DE DOMÍNIO UTILIZANDO OS MESMOS PARÂMETROS DA FIGURA 7.16.	84
FIGURA 7.18 – MALHA UTILIZADA NA OTIMIZAÇÃO COM O AG (TUMOR SUPERFICIAL).	85
FIGURA 7.19 – MELHOR ELEMENTO DE CADA GERAÇÃO CONSIDERANDO $Wb = 0,433$ PARA O TUMOR SUPERFICIAL	86
FIGURA 7.20 – CAMPO DE TEMPERATURA E PARÂMETROS DAS ANTENAS PARA O MELHOR ELEMENTO DA GERAÇÃO 204 COM $Wb = 0,433$ NO TUMOR SUPERFICIAL	87

LISTA DE TABELAS

TABELA 5.1 – VALORES PARA A FUNÇÃO APROXIMADORA (AXISSIMÉTRICA).....	53
TABELA 5.2 – VALORES PARA A FUNÇÃO APROXIMADORA ($1 + r$).....	53
TABELA 5.3 – VALORES PARA A FUNÇÃO APROXIMADORA PROPOSTA.....	54
TABELA 7.1 – TECIDO E PROPRIEDADES ELÉTRICAS A 100 MHz ($\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$, $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$), LYNCH [107].	65
TABELA 7.2 – TECIDO E PROPRIEDADES TERMAIS ($Cpb = 3475 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $T_A = 37^\circ\text{C}$), CHEN [108].....	65
TABELA 7.3 – QUANTIDADE DE NÓS UTILIZADOS NA MALHA.	69
TABELA 7.4 – QUANTIDADE DE NÓS UTILIZADOS NA MALHA (TUMOR DESLOCADO).	78
TABELA 7.5 – QUANTIDADE DE NÓS UTILIZADOS PARA MALHA MAIS GROSSA (TUMOR DESLOCADO).	84
TABELA 7.6 – QUANTIDADE DE NÓS UTILIZADOS NA MALHA (TUMOR SUPERFICIAL).	84

LISTA DE SÍMBOLOS

E	campo elétrico complexo.....	$V \cdot m^{-1}$
H	campo magnético complexo	$A \cdot m^{-1}$
i	unidade imaginária	
k	número de onda complexo	m^{-1}
x	vetor posição.....	m
G	solução fundamental	
$\vec{n}$	vetor normal unitário	
f	função de domínio	
T	temperatura no tecido	$^{\circ}C$
T_a	temperatura do sangue arterial	$^{\circ}C$
W_b	taxa de perfusão de sangue	$kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$
C_{pb}	calor específico do sangue.....	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Q_m	deposição de calor metabólica.....	$W \cdot m^{-3}$
Q_{wave}	deposição eletromagnética	$W \cdot m^{-3}$
C	número de pontos no contorno	
D	número de pontos no domínio	
ℓ	parâmetro relacionado à r_{max}	m
r	distância entre dois pontos	m
Letras gregas		
ω	frequência angular	$rad \cdot s^{-1}$
μ	permeabilidade magnética.....	$H \cdot m^{-1}$
ε	permissividade elétrica.....	$F \cdot m^{-1}$
ε^*	permissividade complexa	$F \cdot m^{-1}$
σ	condutividade elétrica.....	$S \cdot m^{-1}$
ϕ	ângulo no contorno Γ	rad
Γ	contorno de Ω	
φ	ângulo de fase.....	rad
λ	condutividade termal	$W \cdot m^{-1} \cdot ^{\circ}C^{-1}$
Ω	domínio	
α	coeficientes	
Subscritos		
i	ponto fonte	
j	ponto campo	
z	direção normal à seção	
a	Antena	

Capítulo 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de tratamentos e drogas contra o câncer tem sido um das principais alvos em pesquisa na área da saúde atualmente. Esse esforço compreendido em pesquisa e desenvolvimento na área se dá a recente explosão de casos da doença na população, o que é chamado de epidemia por alguns especialistas, de uma doença que não faz distinção entre ricos e pobres, ataca de forma silenciosa e fatal todos os tipos de tecidos tornando-se difícil de isolar um único tratamento ou cura.

Os tratamentos atuais para o câncer têm como características serem, longos, dolorosos e principalmente caros, cenário perfeito para a entrada dos grandes laboratórios e conglomerados médicos na corrida por tratamentos cada vez mais eficazes. Dentre as várias vertentes de tratamento, a hipertermia tem se destacado como um método promissor e já há casos de sucesso no tratamento de tumores superficiais como melanoma. Para tumores profundos, porém, o tratamento tem esbarrado na grande dificuldade de determinar a temperatura no interior do paciente, sendo esse um dos objetivos do trabalho aqui desenvolvido.

Fica claro que os resultados aqui obtidos ainda carecem de comprovação prática através de experimentos e testes em seres vivos, que poderá levar a mais alguns anos de pesquisa antes de ser aplicado a seres humanos. Fica claro também que a qualidade dos resultados é influenciada pela qualidade dos dados como características dos tecidos e fluxo sanguíneo do indivíduo. Apesar de ser possível se ter uma ideia desses dados através de equipamentos de ressonância magnética, ainda se carece de equipamentos especializados para essa tarefa.

1.1 HIPERTERMIA

Hipertermia é uma proposta de tratamento de câncer onde as células do tumor são afetadas pela elevação da temperatura local, obtida através de micro-ondas (ondas eletromagnéticas), geradas por um conjunto de antenas planas. Esse tratamento pode ser feito em conjunto a outros tipos de tratamento como a radioterapia ou quimioterapia, inclusive podendo potencializar os resultados dessas técnicas.

Apesar de ser uma técnica antiga, já que consta como proposta muito similar em Shitzer e Eberhart [1] de 1984 e em referências das décadas de 60 e 70, seu uso ainda é restrito devido principalmente à dificuldade em se determinar a temperatura dentro do corpo do paciente durante o tratamento.

Obter a temperatura dentro de sólidos de forma não invasiva é uma tecnologia ainda não alcançada, e as técnicas invasivas ainda que opções viáveis para o tratamento, como a inserção cirúrgica de medidores de temperatura no corpo do paciente, tiram a atratividade do procedimento ante outros métodos conhecidos, também há estudos na área de nanotecnologia

para esse fim, porém ainda incipientes. Assim qualquer proposta de tratamento utilizando calor em regiões profundas é um voo totalmente às cegas utilizando apenas um mapa e um cronômetro.

Tais características requerem que o tratamento seja totalmente planejado *a priori*, evitando afetar os tecidos saudáveis adjacentes, ou seja, fazer com que a área ou região onde os tecidos são danificados devido ao calor se restrinja somente ao tumor. Juntamente a essa dificuldade, existe o problema de se determinar as características dos tecidos envolvidos e a perfusão de sangue, uma vez que essa análise é feita por uma estimativa, obtida através de aparelhos de ressonância magnética para a determinação dos tecidos e a utilização de resultados de laboratório para tecidos semelhantes.

Porém, mesmo com todas as dificuldades descritas, a palavra promissor ainda foi usada, isso porque existem grandes vantagens em sua aplicação. Primeiramente os tecidos saudáveis têm uma tolerância muito maior ao calor em relação ao tumor, como será explicado na seção 2.2.3, segundo, por ser essa uma técnica não invasiva ao invés de quimioterapia ou cirurgia e também localizada ao invés da radioterapia, sendo essas características muito desejáveis nesse tipo de tratamento.

Por fim, o acontecimento mais importante dos últimos anos, que trouxe a hipertermia novamente ao foco das atenções, tem sido o rápido avanço dos sistemas digitais e suas aplicações na área médica, sendo esse o foco desse trabalho, o que também explica o vertiginoso crescimento de artigos científicos nesse tema.

1.2 TRATAMENTO UTILIZANDO ANTENAS

A proposta nesse trabalho consiste na geração de calor utilizando ondas eletromagnéticas com frequências entre 100 MHz - 1 GHz nos espectros de frequência entre *Very high frequency* - VHF (30 - 300 MHz) e *Ultra high frequency* - UHF (300 MHz - 3 GHz) pertencente à categoria de micro-ondas, utilizando antenas planas finas dispostas em volta do corpo do paciente conforme a Figura 1.1.

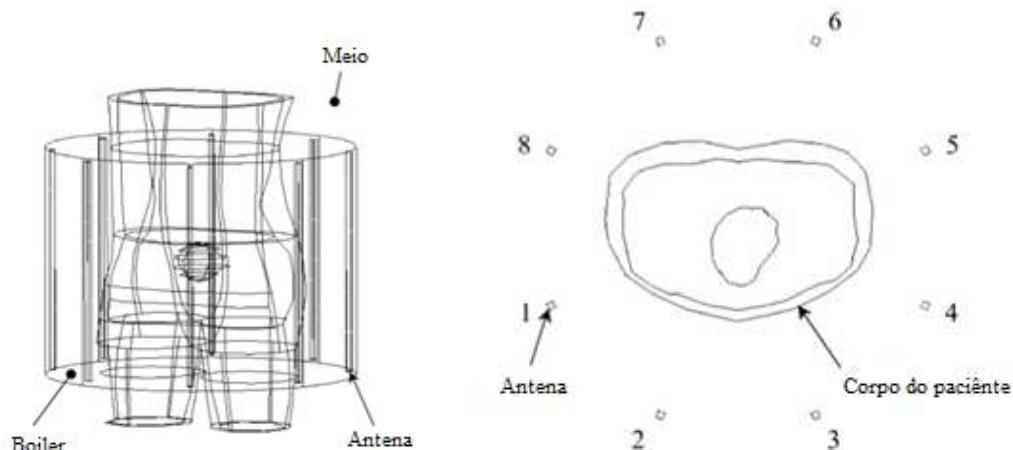


Figura 1.1 – Dispositivo de geração de calor por antenas. Extraído de Thiebaut [103]

Por simplicidade será escolhida uma frequência fixa e uma disposição posicional para o conjunto de antenas, sendo dimensionada a amplitude e ângulo de fase para cada antena de forma a obter a hipertermia localizada apenas na região desejada.

A escolha desse tipo de antena deve-se a sua simplicidade de utilização e no desenvolvimento dos métodos numéricos envolvidos, podendo para estudos futuros ser consideradas antenas do tipo parabólicas, que tem a características de concentrar o campo eletromagnético em uma região, característica muito apreciável nesse tipo de tratamento, ou antena em dipolo utilizadas nos equipamentos comerciais, como o SIGMA-60, mostrado nas Figuras 1.2 e 1.3.

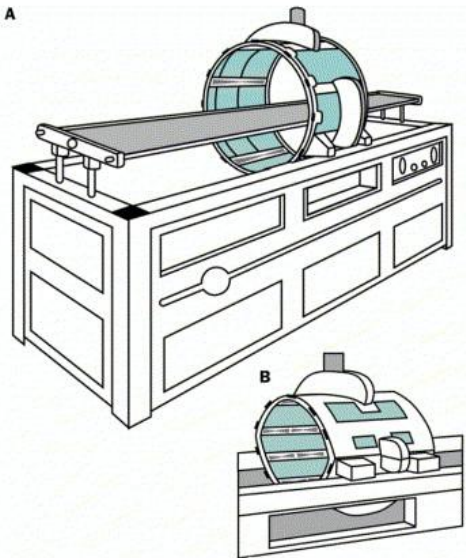


Figura 1.2 - (a) Aplicador Sigma-60 (quatro pares de dipolos) com leito BSD-2000 para hipertermia local. (b) Um novo aplicador Sigma-Eye (12 pares de dipolos) montada sobre a mesma unidade de tratamento mostrada em (a). A forma elíptica é mais confortável para o paciente. Extraído de Wust [27].

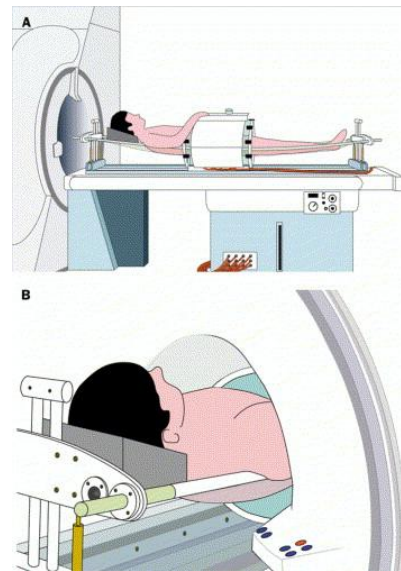


Figura 1.3 - (a) Sistema híbrido (instalado no Centro Médico Charite, em Berlim, Alemanha), com sistema de posicionamento para o aplicador Sigma-Eye (BSD Medical, Salt Lake City, EUA), localizado na parte de trás (com o paciente) em um túnel REM (Symphony 1.5 T, Siemens, Erlangen, Alemanha). O aplicador elíptico pode ser movido sobre trilhos guia dentro do pórtico após o paciente ter sido posicionado. (b) A vista frontal do REM, também utilizado para diagnóstico por imagem convencional. Extraído de Wust [27].

1.3 MÉTODOS NUMÉRICOS

Na literatura são propostas diversas formas de danificar tecidos do corpo humano utilizando temperatura, algumas utilizam baixas temperaturas (hipotermia) ou congelamento (criogenia), outras utilizam altas temperaturas atingidas por mecanismos diferentes do proposto aqui, como ultrassom, fluidos magnéticos e laser. Independente da forma como é atingido o

tecido, há a necessidade de calcular o campo de temperaturas no interior do corpo humano para o tratamento, onde geralmente são empregados os métodos numéricos.

Dentre os principais métodos numéricos utilizados podemos citar o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Elementos Finitos e o Método dos Elementos de Contorno. O Método das Diferenças Finitas ainda é muito utilizado, principalmente no campo de calor, devido a sua maior simplicidade de aplicação, sendo gradualmente substituído pelo Método dos Elementos Finitos, utilizado em trabalhos paralelos ao desenvolvido aqui como em Siriwitpreecha [2] e Keangin [3]. Esses dois métodos são conhecidos como técnicas de domínio e trabalham com as equações que regem o problema na forma diferencial.

Esse trabalho usa o Método da Reciprocidade Dual no tratamento numérico do problema. Tal método transforma equações diferenciais de domínio, equações de Maxwell e equação de Pennes, em equações integrais de contorno, sendo então utilizado o Método dos Elementos de Contorno para sua resolução.

Com essa abordagem, há a necessidade de descrever apenas o contorno do problema, o que facilita de sobremaneira a geração de malha e sua utilização por pessoas não especializadas nessa área, como profissionais da saúde, por exemplo. Além disso, existem diversas características inerentes ao próprio método desejáveis nesse tipo de análise, dentre elas podemos citar:

1. O problema a ser tratado se restringe basicamente ao contorno, uma vez que existe uma complexidade inerente à obtenção dos dados de tecidos no interior do corpo e, portanto sendo esses considerados constantes para cada tipo de tecido discretizados como diferentes sub-regiões do domínio.
2. Não há a necessidade de cálculo da temperatura em todos os pontos do domínio, uma vez que a qualidade da solução pode ser obtida apenas determinando a temperatura no contorno do tumor.
3. Todas as matrizes do problema são calculadas apenas uma vez, sendo que cada passo da otimização pode ser feita apenas com algumas operações matriciais simples, e portanto rápidas.
4. Mudanças na geometria do problema devido à movimentação do paciente no aparelho podem ser facilmente absorvidas sem a necessidade de descrever novamente todos os tecidos e a geração de malha pode ser automatizada.

O Método da Reciprocidade Dual vem em contrapartida à discretização do domínio em células, onde há a necessidade de gerar uma malha de células, geralmente utilizando células triangulares. Essa abordagem foi utilizada nesse trabalho para comparar os resultados obtidos com o Método da Reciprocidade Dual, devido a sua implementação mais simplificada.

A abordagem por células de domínio fica restrita ao contexto da verificação de outros métodos, uma vez que se perde a grande atratividade do Método dos Elementos de Contorno em trabalhar apenas com o contorno do problema, além de ser bastante custosa em termos computacionais.

1.4 OTIMIZAÇÃO

Otimização é a forma de obter a melhor configuração das condições de contorno, ou seja, a amplitude e ângulo de fase das antenas, a fim de conseguir o melhor resultado previsto, ou seja, que a região da hipertermia se enquadre o mais próximo possível da região do tumor. Essa otimização será feita de forma automatizada utilizando Algoritmo Genético.

O Algoritmo Genético é inspirado no processo de evolução natural e é muito utilizado em aplicações na área da saúde devido a sua simplicidade de aplicação, sua estabilidade e principalmente quanto a seu fácil entendimento devido a lógica natural empregada.

A otimização com Algoritmo Genético tem a vantagem de não necessitar de um bom palpite inicial, ou seja, uma população com indivíduos que geram bons resultados para o tratamento, porém é conhecida que sua evolução é lenta em relação a outros métodos de otimização. Mesmo sendo mais lento, como o parâmetro de entrada é limitado (cada antena tem uma amplitude limitada para seus parâmetros) e pode ser utilizado um histórico de soluções evitando resolver o mesmo problema mais de uma vez, esse método tem se demonstrado bastante eficiente.

Capítulo 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 SISTEMA DE CONTROLE DE TEMPERATURA

O sistema de controle de temperatura do ser humano é composto de termorreguladores e sistemas passivos Ferreira e Yanagihara [4]. O primeiro é relacionado com as respostas fisiológicas a mudanças na temperatura do ambiente ou grau de ativação: vasodilatação ou constrição, tremores ou sudorese. O segundo inclui condução de calor por convecção devido ao fluxo de sangue, e transferência de calor entre o corpo e o ambiente.

Vários modelos do sistema de controle de temperatura do ser humano têm sido desenvolvidos. Modelo com único cilindro – Fanger [5], Gagge et al. [6], Ferreira e Yanagihara [7] - podem ser usados para prever condições de contorno térmico global e testar estratégias de regulação de temperatura. Esses modelos incorporam características básicas, como condução de calor nos tecidos, transferência de calor entre sangue e tecido, geração metabólica de calor, transferência de calor por convecção, radiação, evaporação do suor, e através da respiração. Modelos com multi-segmentos – Wissler [8, 9], Gordon et al. [10], Huizenga et al. [11], Tanabe et al. [12], Salloum et al. [13], Wan and Fan [14] e Al-Othmani et al. [15] tem aplicações mais avançadas, incluindo a resolução do conforto térmico e simulação da resposta fisiológica do ser humano a imersão em água gelada. Werner e Buse [16] e Takemori et al. [17] consideram condução de calor em três dimensões.

Vários artigos [18, 19, 20, 21, 22] têm estudado o comportamento da equação de transferência de calor em tecidos vivos em multi-camadas de tecido vivo durante o tratamento de hipertermia com a equação de Pennes - Kuo-Chi Liu e Han-Taw Chen [23].

Nesse trabalho será considerada a equação de Pennes em regime estacionário e considerando o fluxo de sangue constante assim como os parâmetros intrínsecos aos tecidos, como taxa de geração de calor metabólico e os parâmetros eletromagnéticos.

2.2 HIPERTERMIA

2.2.1 DEFINIÇÃO

Hipertermia (HT ou terapia termal) é considerada um tratamento de câncer assim como cirurgia, radioterapia, quimioterapia, terapia genética e imunoterapia. É o natural ou artificial fenômeno que envolve o aumento de temperatura no corpo ou em uma região localizada, acima ou no limiar de temperatura aplicada em um momento particular pelo sistema de termoregulação do organismo - Dewhirst et al. [24], Debicki [25]. No campo da oncologia HT é considerada um meio artificial de aumento de temperatura no tecido do câncer obtido por fontes externas para destruir as células cancerígenas ou prevenir seu crescimento. Hipertermia é mais comumente

aplicada em um espectro de temperatura entre 40°C a 48°C mantida por um período de uma a quatro horas - Sneed et al. [26], Wust et al. [27], Falk et al. [28] e Overgaard et al. [29].

2.2.2 *HISTÓRIA E APLICAÇÃO*

O calor tem sido explorado de várias formas pela humanidade para propósitos terapêuticos desde os tempos antigos. Os egípcios (3000 a.C.) foram os primeiros a usar cauterização contra tumores e varias doenças não malignas, Breasted [30]. Os hindus (2000 a.C.) usaram cauterização para controlar lesões superficiais durante a civilização ariana, Jee [31]. A importância do uso terapêutico do calor na civilização grega é refletido no precedente aforismo atribuído a Hipócrates (460-357 a.C.). Ele recomendou cauterização (com aço incandescente) para pequenos tumores e muitas outras doenças – Fienus [32], Severin [33] e Wolff [34]. As aplicações da cauterização usando metais aquecidos ou lentes remanesceram populares entre a comunidade científica até a metade do século dezenove, quando métodos mais sofisticados para elevação da temperatura local de tecidos se tornaram disponíveis (e.g., diatermia e ultrassom).

Foi então percebido que o calor pode ser letal para tumores em temperaturas entre moderadas a elevadas (40-42°C). Em 1866, Busch [35] reportou a cura para um sarcoma de face após um ataque de erisipela que induziu febre. Busch sugeriu a possibilidade de o calor ser seletivamente letal a células neoplásicas. Após 25 anos, Coley administrou toxinas bacterianas em pacientes com câncer, o que resultou em febre e levou a regressão de tumores avançados e inoperáveis – Coley [36, 37]. A toxina de Coley levou a curas sustentáveis em alguns pacientes por mais de 50 anos Nauts et al. [38]. No entanto, incertezas na preparação e atividade biológica da mistura bacteriológica usada por Coley causou o abandono do método, assim que provado ser perigoso para o paciente.

No começo do século vinte, o maior desenvolvimento ocorreu na diatermia, o advento de ondas curtas (ou radio frequência) diatermia, o que permitiu o aquecimento não invasivo tanto local como profundo. Stevenson [39] e Rohdenburg e Prime [40] estão entre os primeiros a relacionar tempo de tratamento e temperatura para tumores em animais. Em 1927, Westermarck usando um aparato de diatermia demonstrou que o calor é letal em tumores de ratos em temperaturas entre 44-45°C se o tumor for aquecido tempo suficiente para inibir a respiração e glicose. Seus resultados foram confirmados em modelos [41, 42, 29]. Posteriormente, tentativas esporádicas foram feitas no tratamento de tumores humanos por radiofrequência Schliephake [43], micro-ondas (80 cm) Denier [44] e ultrassom Horvath [45, 46]. Apesar desses resultados extensivos e o desenvolvimento de novos métodos de geração de calor, a aplicação clínica da hipertermia continua restrita, principalmente devido ao desenvolvimento de outros tipos de tratamento de câncer usando cirurgia, radiação e quimioterapia, mais simples e eficientes até então, devido à dificuldade de aplicar calor e medir temperaturas na hipertermia.

Recentemente, Cavaliere [47] e colaboradores aqueceram tumores humanos em extremidades por perfusão local de sangue quente; eles mostraram que o calor sozinho pode

permitir a total regressão de melanomas e sarcomas e aumentar a sobrevivência de pacientes. Em 1969, Stehlin [48] indicou que o calor e uma droga anticâncer (Melfalan) não somente curaram o tumor principal, mas também reduziram a incidência de metástase desses tumores. Os trabalhos encorajantes desses dois grupos, em conjunção a resultados desencorajantes da cirurgia, radioterapia e quimioterapia levaram a uma nova onda de interesse na pesquisa em hipertermia. Esse entusiasmo renovado na termoterapia de câncer é refletida pelo explosivo crescimento em literatura nesse assunto durante os últimos anos [49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56].

2.2.3 AÇÃO DA HIPERTERMIA EM TECIDOS VIVOS

Altas temperaturas, como mostrado em muitas pesquisas - Falk e Issels [28], causa dano direto a células cancerígenas além de deixá-las mais sensíveis a outras modalidades de tratamento (radioterapia, quimioterapia, terapia genética e imunoterapia) minimizando os danos aos tecidos normais – Sneed [26], Overgaard [29], van der Zee [57], Jones et al. [58] e Kapp et al. [59]. Portanto, HT é principalmente usada como terapia auxiliar e não como única forma de tratamento – Debicki [25], Wust et al. [27] e van der Zee [57]. Por exemplo, aplicando HT semanalmente, concomitantemente com radiação, resulta em uma rápida regressão no tumor do que na radiação sozinha, Kim et al. [60] (Figura 2.1).

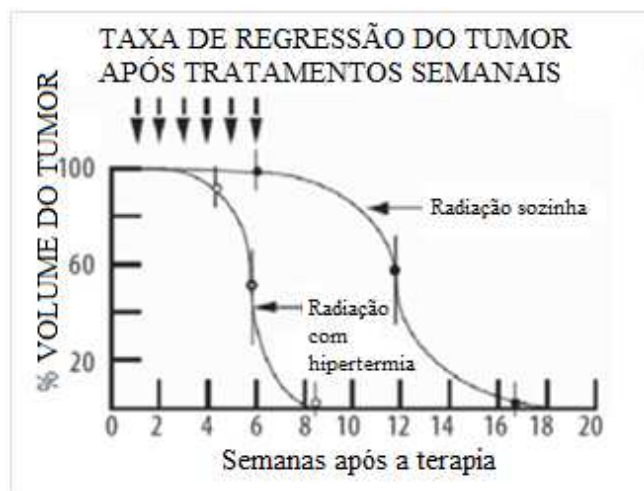


Figura 2.1 – Hipertermia em conjunto com radioterapia e a influência de reforço na regressão do tumor em um exemplo de melanoma maligno [60]

Termotolerância é um fenômeno relacionado com a resistência transiente a adição de calor, tornando impraticável aplicar duas diferentes sessões de HT com intervalo curto de tempo entre 48-72 horas até que a resistência caia a um nível insignificante Sneed et al. [26], Overgaard et al. [29] e Jones et al. [58].

Por outro lado, a termotolerância não afeta a radio-sensibilização Myerson et al. [61] o que permite a exposição do tumor a temperaturas acima de 43°C (podendo utilizar aquecimento

decrecente). Infelizmente esse último sendo um pouco difícil de conseguir clinicamente Sneed et al. [26], Jones et al. [58].

Matar células depende da duração do aquecimento e da alta temperatura atingida durante uma particular sessão de tratamento. Quanto maior a temperatura e mais longa a duração no tumor, mais forte o efeito letal e a menor termotolerância é induzida. De forma mais direta, proteína é o alvo predominante da HT - van der Zee [57], Hildebrandt et al. [62]. Desnaturalização intracelular de proteínas desestabilizam membranas celulares, citoesqueletos, enzimas, tradução de sinais, sínteses macromoleculares e o núcleo celular (por interação com o sistema de reparação do DNA). Elevada temperatura acima dos níveis fisiológicos resultam em mudanças no fluxo de sangue, permeabilidade vascular e oxigenação do tumor - Vujaskovic e Song [63], Lepock [64]. O efeito final é a morte necrótica ou apoptótica de células pré-aquecidas ou sua sensibilização a radiações ionizantes ou quimioterapia Wust et al. [27], Jones et al. [58] Hildebrandt et al. [62], Roti [65]. É importante notar que essas células na curva S da Figura 2.1 são as mais sensíveis à terapia termal e menos sensíveis a radiação - Sneed et al. [26] e Overgaard e Horsman [29].

Condições ambientais e vasculares são importantes também. O dano as células cancerígenas são promovidas por hipóxia crônica, decréscimo do pH, privação de nutrientes e baixa refrigeração, o que é causada por patologia microvascular sem o tumor Overgaard e Horsman [29]. Em geral, as condições citadas, não são observadas em tecidos normais que não são seriamente afetados pelo tratamento termal (Figura 2.2).

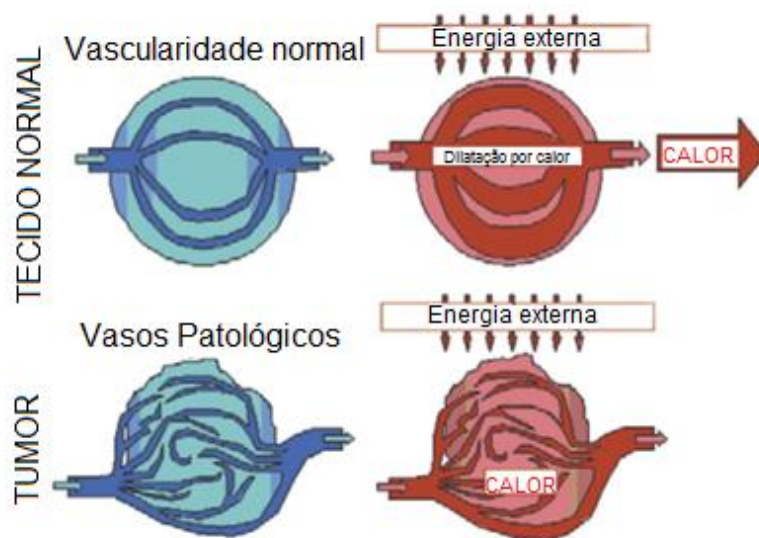


Figura 2.2 - Mecanismo de sobreaquecimento do tumor. Em tecidos normais (superior) dilatam os vasos sanguíneos quando fisiologicamente ou artificialmente aquecidos, o que provoca aumento no fluxo sanguíneo através da região diminuindo a sua temperatura. No tumor (inferior), por outro lado, os vasos patológicos não são capazes de se dilatar, alguns colapsam, o calor não é reduzido pelo fluxo de sangue e aumenta a temperatura intratumoral, Chichel [109]

2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

2.3.1 *HISTÓRIA E APLICAÇÃO*

A aplicação das equações integrais para formular os fundamentos de problemas de valor de contorno para problemas potenciais pode ser atribuída ao ano de 1903, quando Fredholm [66] demonstrou a existência da solução para essas equações usando o procedimento da discretização. Equações integrais vetoriais análogas a Fredholm, equações integrais da teoria potencial foram introduzidas por Kupradze [67] no contexto da teoria da elasticidade. Outras contribuições importantes foram apresentadas por Mikhlin [68] e Muskhelishvili [69], que discutiram a teoria formal e a aplicação das equações integrais com integrandos tanto escalares quanto vetoriais.

Devido à dificuldade em encontrar soluções analíticas, o uso das equações integrais foi, por um longo período, confinada a investigações teóricas da existência e unicidade de soluções dos problemas físicos e matemáticos. O advento dos computadores fez possível a implementação de procedimentos de discretização e permitiu a execução de soluções numéricas. As primeiras aplicações da formulação usando computadores digitais se dão com Massonnet [70], em 1956, para problemas de elasticidade e Smith e Pierce [71], em 1958, para problemas de fluxo.

Aplicações de procedimentos de discretização para resolver equações integrais de contorno em vários campos da engenharia foram apresentadas no começo dos anos sessenta, [72, 73, 74, 75, 76, 77]. Essas aplicações iniciais adotaram procedimentos de discretizações simples (agora conhecidos como elementos constantes) e não foram dirigidos ao desenvolvimento de técnicas numéricas paralelas ao MEF. Nesse sentido, um ponto de referência foi a publicação de artigo por Lachat e Watson [78], onde elementos isoparamétricos foram utilizados pela primeira vez no contexto do MEC, chamando atenção dos pesquisadores para o fato de que alguns algoritmos poderosos desenvolvidos para o MEF poderiam também ser diretamente aplicados para o MEC. Segundo Wrobel [79], o primeiro livro sobre métodos para soluções numéricas das equações integrais para problema de valor de contorno na teoria potencial e elasticidade foi publicado por Jaswon e Symm em 1977 [80]. Esse livro foi seguido em 1978 pelo livro de Brebbia [81], também tratando apenas de problemas de potencial e elasticidade, onde o conceito de pesos residuais foram usados pela primeira vez para derivar as equações integrais de contorno.

2.3.2 *DUPLA RECIPROCIDADE*

O método da dupla reciprocidade foi introduzido por Nardini e Brebbia em 1982 para problemas elastodinâmicos e estendido por Wrobel e Brebbia para difusão dependente de tempo em 1986. O método foi mais adiante estendido para problemas mais gerais por Partridge, Brebbia e Wrobel em 1989 e 1990 [82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89].

A dupla reciprocidade foi utilizada por Wen-Qiang Lu [90] para resolver a equação de transferência de calor no corpo humano, porém considerando apenas uma fonte de calor geral dependente do tempo, e não devido à deposição eletromagnética como proposto aqui.

A mais recente aplicação da dupla reciprocidade na equação de Pennes fica por conta de Partridge e Wrobel [91] para a identificação dos parâmetros da perfusão de sangue utilizando Algoritmo Genético.

2.3.3 *ALGORITMO GENÉTICO*

Algoritmo Genético foi inventado por John Holland em 1960 e aplicado a sistemas computacionais em 1975. Como todo sistema computacional, AG é uma simplificação da evolução genética. Nesse caso, soluções para problemas são usualmente codificados em cadeias de caracteres (strings) binárias (cromossomos), e populações dessas strings (indivíduos ou soluções candidatas) são usadas para criar uma solução para um particular problema. De geração a geração, soluções candidatas são reproduzidas com modificação e seleção de acordo com a aptidão. Modificação no algoritmo genético original foi introduzida por operações genéticas de mutação, crossing-over e inversão, Ferreira [92].

Capítulo 3 REVISÃO DE FUNDAMENTOS

3.1 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

3.1.1 SISTEMA DE COORDENADAS CILÍNDRICAS

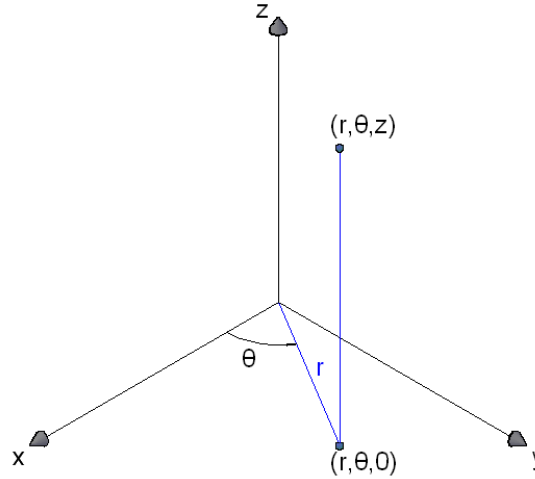


Figura 3.1 - Sistema de Coordenadas Cilíndricas

Considerando ϕ função escalar diferenciável, tem-se:

Gradiente:

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} e_\theta + \frac{\partial \phi}{\partial z} e_z \quad (3.1)$$

Divergente:

$$\nabla \cdot \phi = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\phi_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \phi_z}{\partial z} \quad (3.2)$$

Rotacional:

$$\nabla \times \phi = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi_z}{\partial \theta} - \frac{\partial \phi_\theta}{\partial z} \right) e_z + \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial r} - \frac{\partial \phi_z}{\partial r} \right) e_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r\phi_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial \phi_r}{\partial \theta} \right) e_z \quad (3.3)$$

3.1.2 SISTEMA DE COORDENADAS ESFÉRICAS

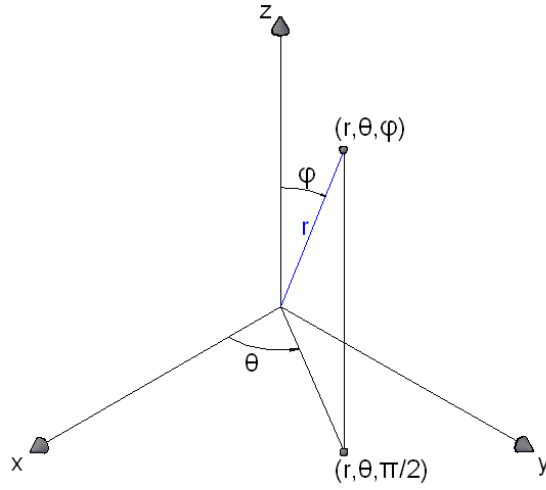


Figura 3.2 – Sistema de coordenadas esféricas

Considerando ϕ função escalar diferenciável, tem-se:

Gradiente:

$$\nabla\phi = \frac{\partial\phi}{\partial r}e_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}e_\theta + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}e_\varphi \quad (3.4)$$

Divergente:

$$\nabla \cdot \phi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\phi_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial(\sin(\theta)\phi_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial\phi_\varphi}{\partial\varphi} \quad (3.5)$$

Rotacional:

$$\begin{aligned} \nabla \times \phi = & \frac{1}{r\sin(\theta)}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(\sin(\theta)\phi_\theta)}{\partial\theta} - \frac{\partial\phi_\varphi}{\partial\varphi}\right)e_r + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin(\theta)}\frac{\partial\phi_r}{\partial\varphi} - \frac{\partial(r\phi_\varphi)}{\partial r}\right)e_\theta \\ & + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial(r\phi_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial\phi_r}{\partial\theta}\right)e_\varphi \end{aligned} \quad (3.6)$$

3.1.3 TEOREMAS E IDENTIDADES

Considerando ϕ e ψ funções escalares e A e B funções vetoriais todas diferenciáveis no domínio Ω e a superfície fechada S que delimita o volume V no domínio Ω tem-se:

Teorema da Divergência (Teorema de Gauss):

$$\iiint_V \nabla \cdot A \, dV = \iint_S A \cdot d\Gamma \quad (3.7)$$

Primeira Identidade de Green:

$$\nabla \cdot (\phi \nabla \psi) = \phi \nabla^2 \psi + \nabla \phi \cdot \nabla \psi \quad (3.8)$$

Segunda Identidade de Green:

$$\nabla \cdot (\phi \nabla \psi - \psi \nabla \phi) = \phi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \phi \quad (3.9)$$

Propriedades:

$$\nabla \times (\nabla \phi) = 0 \quad (3.10)$$

$$\nabla \cdot (\phi A) = (\nabla \phi) \cdot A + \phi \nabla \cdot A \quad (3.11)$$

$$\nabla \times (\phi A) = (\nabla \phi) \times A + \phi \nabla \times A \quad (3.12)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times A) = 0 \quad (3.13)$$

$$\nabla \cdot A \times B = B \cdot (\nabla \times A) - A \cdot (\nabla \times B) \quad (3.14)$$

$$\nabla \times (\nabla \times A) = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A \quad (3.15)$$

3.1.4 DELTA DE DIRAC

O Delta de Dirac ou, como costuma ser impropriamente chamada, a função Delta de Dirac, tem como definição ter valor nulo em todos os pontos exceto um onde tende ao infinito, trata-se na verdade de uma distribuição.

$$\delta(x, x') = \begin{cases} 0 & \text{se } x \neq x' \\ \infty & \text{se } x = x' \end{cases} \quad (3.16)$$

A função Delta de Dirac tem as seguintes propriedades:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, x') ds = 1 \quad (3.17)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, x') f(x) ds = f(x') \quad (3.18)$$

3.2 FUNDAMENTOS FÍSICOS

3.2.1 TRANSFERÊNCIA DE CALOR

- Condução (Lei de Fourier)

Feita através de observações, foi estabelecido que o fluxo de energia que atravessa um meio é proporcional à área perpendicular ao fluxo, à diferença de temperatura e ao inverso da distância, de forma simbólica:

$$q_x \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (3.19)$$

Convertendo em uma igualdade pela introdução de um coeficiente que representa uma medida do comportamento do material, pode-se escrever:

$$q_x = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (3.20)$$

onde λ é a condutividade térmica (W/m K).

Avaliando essa expressão no limite conforme $\Delta x \rightarrow 0$, obtemos para a taxa de calor:

$$q_x = \lambda A \frac{dT}{dx} \quad (3.21)$$

ou para o fluxo de calor:

$$q_x'' = \frac{q_x}{A} = -K \frac{dT}{dx} \quad (3.22)$$

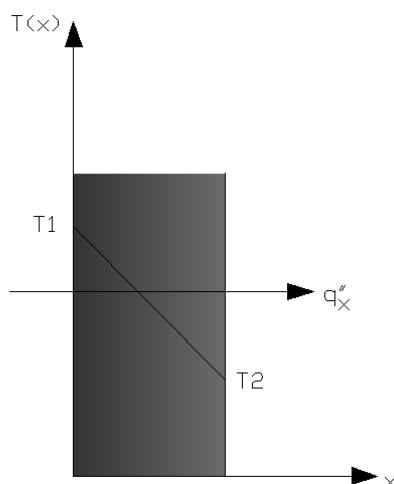


Figura 3.3 – Relação entre o sistema de coordenadas, a direção do fluxo de calor e o gradiente de temperatura unidimensional

Sabendo que o fluxo de calor é uma grandeza vetorial podemos escrever uma forma mais geral da equação da taxa de condução (lei de Fourier) como a seguir:

$$\mathbf{q}'' = -\lambda \nabla T = -\lambda \left(i \frac{\partial T}{\partial x} + j \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (3.23)$$

Está implícito na eq. (3.23) que o vetor fluxo de calor encontra-se em uma direção perpendicular às superfícies isotérmicas. Uma forma alternativa da lei de Fourier é consequentemente:

$$q_n'' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \quad (3.24)$$

Nesse trabalho será sempre considerado meio isotrópico, ou seja, o valor da condutividade térmica independe da direção dos eixos coordenados.

- Equação de difusão de calor

Considerando um meio homogêneo dentro do qual não existe movimento global (advecção) com a distribuição de temperatura $T(x,y,z)$ sendo expressa em coordenadas cartesianas e aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica (Lei de Conservação de Energia) é definido um volume de controle infinitesimal conforme a figura a seguir:

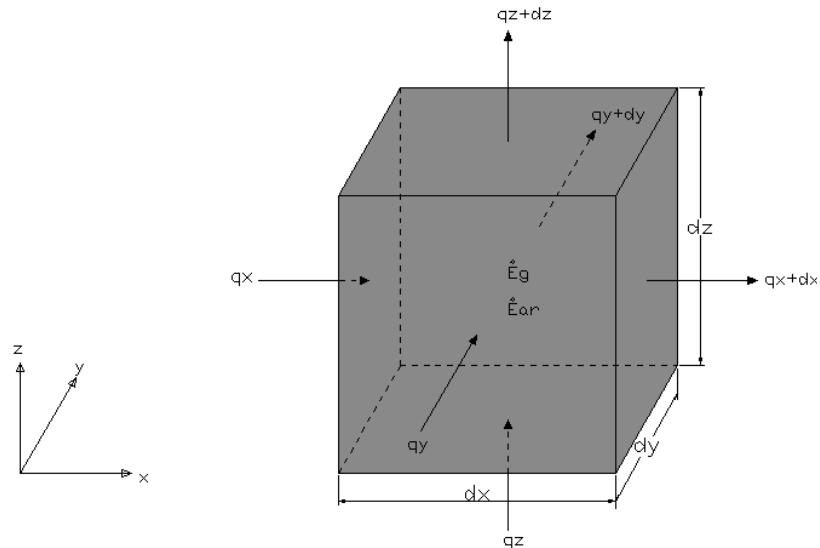


Figura 3.4 – Volume de controle diferencial em coordenadas cartesianas

As taxas de transferência de calor por condução nas superfícies opostas podem ser então expressas como uma expansão da série de Taylor, onde, desprezando os termos de ordens superiores temos:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (3.25)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \quad (3.26)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \quad (3.27)$$

No interior do meio pode haver também um termo para representar uma fonte de energia, que está associada à taxa de geração de energia térmica. Esse termo é representado por:

$$\dot{E}_g = \dot{q} dxdydz \quad (3.28)$$

em que $\dot{q}$ é a taxa na qual a energia é gerada por unidade de volume do meio (W/m³). Além disso, podem ocorrer variações na quantidade de energia térmica interna armazenada pelo material no volume de controle. Se o material não sofre mudança de fase, não há efeito da energia latente, a energia armazenada pode ser dada por:

$$\dot{E}_{ar} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz \quad (3.29)$$

Com base nas taxas de transferência de energia, a forma geral da exigência de conservação de energia é:

$$\dot{E}_e + \dot{E}_g - \dot{E}_s = \dot{E}_{ar} \quad (3.30)$$

Sendo as taxas de condução que entram $\dot{E}_e$ e que sai $\dot{E}_s$, substituindo nas eqs. (3.43) e (3.44) obtém-se:

$$q_x + q_y + q_z + \dot{q} dxdydz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz \quad (3.31)$$

Substituindo a eqs. (3.25), (3.26) e (3.27), segue que:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz + \dot{q} dxdydz = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz \quad (3.32)$$

As taxas de calor por condução podem ser avaliadas a partir da lei de Fourier,

$$q_x = -\lambda dydz \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.33)$$

$$q_y = -\lambda dxdz \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.34)$$

$$q_z = -\lambda dxdy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.35)$$

em que cada componente do fluxo de calor da eq. (3.23) foi multiplicada pela área da superfície de controle apropriada, a fim de obter a taxa de transferência de calor. Substituindo as eq. (3.48), (3.49) e (3.50) e dividindo todos os termos pelas dimensões do volume de controle ($dx \cdot dy \cdot dz$), obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.36)$$

ou na forma mais compacta, a forma geral da equação de difusão de calor em regime transiente é escrita como a seguir:

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.37)$$

onde T é a temperatura, ρ é a massa específica, c_p o calor específico, λ a condutividade termal, $\dot{q}$ a geração de calor e t o tempo.

- Convecção

Considerando a condição de escoamento da Figura 3.5, um fluido de velocidade V e temperatura T_∞ escoa sobre uma superfície de forma arbitrária de área A_s , presumindo que a superfície encontra-se a uma temperatura T_s e se $T_s \neq T_\infty$, haverá transferência de calor por convecção na forma:

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \quad (3.38)$$

sendo h o coeficiente de transferência de calor por convecção.

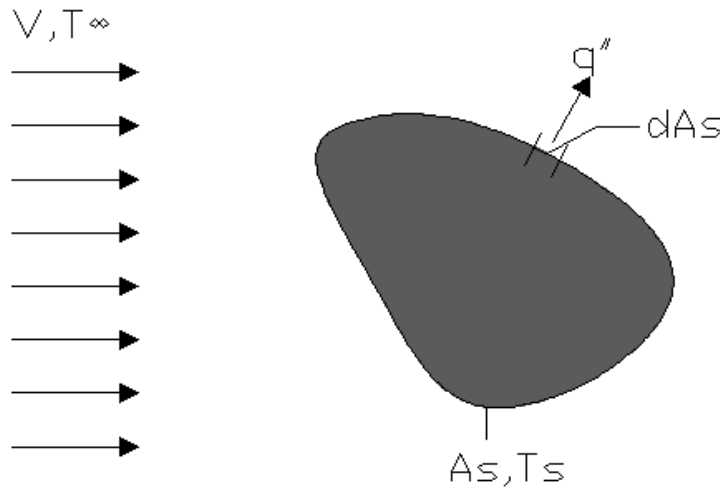


Figura 3.5 – Transferência de calor por convecção em superfície de forma arbitrária

- Radiação

A lei de Stefan-Boltzmann que determina o poder emissivo total de um corpo negro, E_b , pode ser representada como:

$$E_b = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(\frac{C_2}{\lambda T}) - 1]} d\lambda \quad (3.39)$$

onde λ é o comprimento de onda, C_1 e C_2 são constantes de radiação.

Essa equação é resultado da distribuição de Planck para um emissor difuso e não será abordada por estar além do escopo desse texto. Efetuando a integração, pode ser mostrado que:

$$E_b = \sigma T^4 \quad (3.40)$$

onde a constante de Stefan-Boltzmann, que depende de C_1 e C_2 , possui valor numérico $\sigma = 5,670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$. A troca de calor por radiação de uma material com emissividade ϵ (porcentagem relativa à troca de calor do corpo negro) e o meio a temperatura T_m é expressa por:

$$q = -\sigma' \epsilon (T^4 - T_m^4) \quad (3.41)$$

Considerando regime estacionário, sem condução de calor por radiação e convecção em meio isotrópico a equação de transferência de calor biológico, equação de Pennes, pode ser escrita como uma equação de Helmholtz não homogênea mostrada a seguir:

$$\lambda \nabla^2 T + W_b C_{pb} (T_a - T) + Q_m + Q_{wave} = 0 \quad (3.42)$$

onde W_b é a taxa de perfusão de sangue, C_{pb} é o calor específico do sangue sendo a combinação desses o valor de h na equação (3.38), Q_m o calor metabólico e Q_{wave} a deposição eletromagnética sendo esses o valor de $\dot{q}$ da eq. (3.37).

Pennes comprimiu toda informação relativa à perfusão de sangue em termos de $W_b C_{pb} (T_a - T)$. Ele verificou a validade dessa aproximação comparando as temperaturas previstas no modelo com medidas de temperatura em um antebraço humano. Na sua abordagem, o termo de perfusão de sangue W_b foi ajustado até que as temperaturas previstas coincidissem com as temperaturas medidas. Para facilitar a solução da equação, o termo adicionado de perfusão de sangue para transferência de calor é linear em relação à temperatura.

A principal premissa de Pennes foi que a troca de energia entre os vasos sanguíneos que circundam o tecido ocorre principalmente através das paredes capilares (vasos sanguíneos com 0,0054-0,015 mm de diâmetro) [93], onde a velocidade do sangue é baixa. Ele assumiu, portanto, que a condutividade termal do sangue pode ser modelada como se esse entrasse em um tanque imaginário (a camada capilar) na temperatura dos vasos principais de abastecimento, T_a , e

imediatamente se equilibra (termalmente) com a superfície do tecido. Assim que sai do “tanque” entra na circulação venosa na temperatura do tecido T . Ele postulou, portanto, que o total de energia trocado pelo fluxo de sangue pode ser modelado como uma fonte não direcional, de tal forma que a magnitude é proporcional ao fluxo volumétrico de sangue e a diferença entre a temperatura do sangue do tecido local e o abastecimento de sangue arterial.

3.2.2 ELETROMAGNETISMO

Assumindo variação periódica de tempo na forma $e^{i\omega t}$ as equações de Maxwell para materiais homogêneos fracamento dielétricos ficam como a seguir:

$$\begin{cases} \nabla \times E &= -i\omega\mu H \\ \nabla \cdot E &= 0 \\ \nabla \cdot H &= 0 \\ \nabla \times H &= i\omega\epsilon^* E \end{cases} \quad (3.43)$$

sendo ϵ^* a emissividade complexa dada por $\epsilon^* = \epsilon - i\sigma/\omega$, i a unidade imaginária, ω a frequência angular, μ a permeabilidade magnética, σ a condutividade elétrica, E o campo elétrico vetorial e H o campo magnético vetorial.

Com as equações de Maxwell com variação harmônica pode ser verificado que ondas planas com frequência simples (monocromáticas) se propagando na direção z ficam como na Figura 3.6:

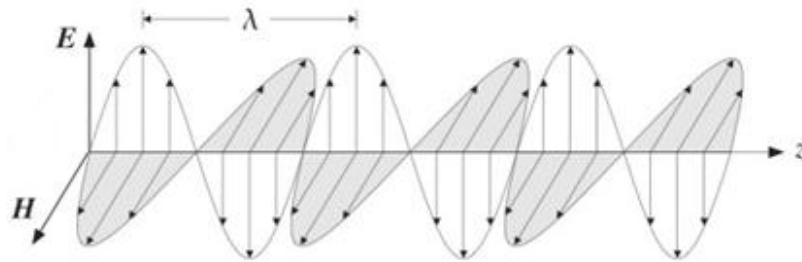


Figura 3.6 – Ondas planas uniformes

Considerando a antena linear fina (dipolo) na forma:

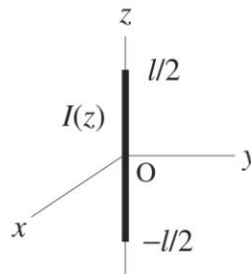


Figura 3.7 – Antena linear fina

O campo eletromagnético gerado por essa antena pode ser escrito na forma:

$$E_r = \eta \frac{kI_0\ell}{2\pi r} \cos\theta \left[\frac{1}{kr} - \frac{i}{(kr)^2} \right] e^{-ikr} \quad (3.44)$$

$$E_\theta = \eta \frac{kI_0\ell}{4\pi r} \sin\theta \left[i + \frac{1}{kr} - \frac{i}{(kr)^2} \right] e^{-ikr} \quad (3.45)$$

$$H_\phi = \frac{kI_0\ell}{4\pi r} \sin\theta \left[i + \frac{1}{kr} \right] e^{-ikr} \quad (3.46)$$

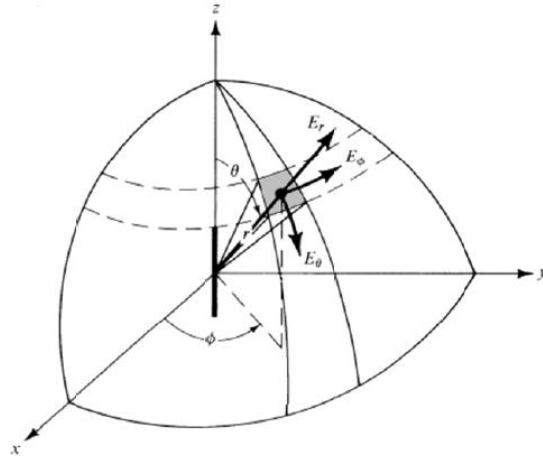


Figura 3.8 – Campo elétrico em coordenadas cilíndricas

onde k é o número de onda, $\eta = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma+i\omega\epsilon}}$ é a impedância, ℓ o comprimento da antena e $I(z) = I_0$ a corrente constante.

Infelizmente calcular o campo eletromagnético gerado por uma antena em um domínio não homogêneo (com diferentes tecidos) não é uma tarefa simples. Sua resolução exata vem da teoria potencial onde:

$$E = -i\omega \left[A + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot A) \right] \quad (3.47)$$

sendo A o vetor potencial magnético escrito para uma antena linear na forma:

$$A(r) \approx \frac{\mu I_0 \Delta \ell}{4\pi r} e^{-ikr} \hat{z} \quad (3.48)$$

Para o caso de meio não homogêneo, o vetor A é difícil de determinar. Ao invés disso é proposta a simplificação do problema trabalhando com valores relativos de E em relação a um sinal com amplitude unitária e ângulo de fase zero em espaço aberto, E_0 , considerando as perdas de potencial ao atravessar um meio dielétrico como na Figura 3.9.

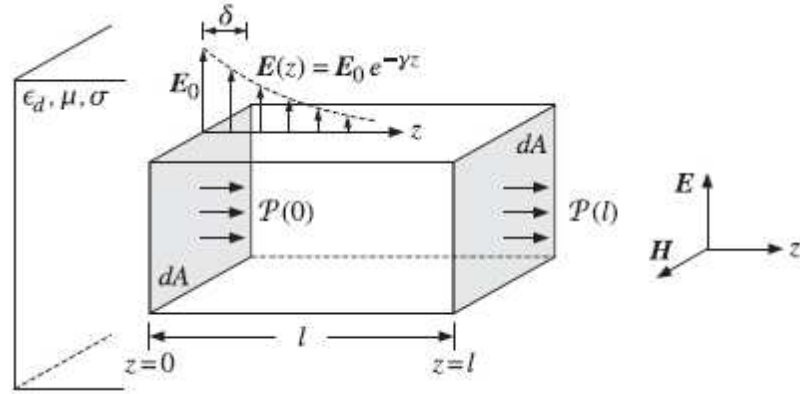


Figura 3.9 – Perda de potencial em meio dielétrico

onde $E(z) = E_0 e^{-\gamma z} = E_0 e^{-ikz}$.

Essa é basicamente uma simplificação, ou seja, ao invés de determinarmos o campo elétrico gerado pela antena em cada ponto no domínio através da eq. (3.47), o que levaria a um problema com a mesma complexidade da equação de Helmholtz não homogênea para cada configuração de antenas e consequentemente inviabilizando a otimização utilizando Algoritmo Genético, que será visto no Capítulo 6, é feito uso de uma informação que pode ser obtida através das eqs. (3.44), (3.45) e (3.46) com os parâmetros de onda viajando no ar, podendo inclusive ser comparado a medidores para sua calibragem e considerando que a maior parte do campo elétrico vem da incidência direta da onda excluindo as perdas ocorridas ao atravessar cada material.

Considerando a sobreposição do campo elétrico gerado por cada antena e seu respectivo ângulo de fase o campo elétrico em um ponto no domínio é escrito como:

$$E_z^{\text{antenas}} = \sum_{a=1}^n A_a E_0 e^{-i(k_l |x_a - x_l| + \varphi_a)} \quad (3.49)$$

sendo a a antena, A_a a amplitude e φ_a o ângulo de fase dessa antena.

As perdas de potencial se dão pela equação:

$$P = \frac{\sigma}{2} |E|^2 \quad (3.50)$$

A fim de encontrar a equação diferencial do problema eletromagnético utilizaremos a propriedade do Laplaciano, equação (3.15), e a segunda equação de Maxwell, equação (3.43) obtendo a equação:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -(\nabla \cdot \nabla)E \quad (3.51)$$

Da primeira equação de Maxwell, equação (3.43), temos:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla \times (-i\omega\mu H) = -i\omega\mu(\nabla \times H) \quad (3.52)$$

Da quarta equação de Maxwell, equação (3.43), temos:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -i\omega\mu(i\omega\epsilon^* E) = \omega^2\mu\epsilon^* E \quad (3.53)$$

Reescrevendo a equação (3.51) para o campo elétrico temos:

$$(\nabla \cdot \nabla)E + \omega^2\mu\epsilon^* E = 0 \quad (3.54)$$

Fazendo $k^2 = \omega^2\mu\epsilon^*$ e adotando a forma compacta para o Laplaciano temos a equação diferencial para o campo elétrico, na forma de uma equação de Helmholtz homogênea:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad (3.55)$$

A eq. (3.49) será incorporada na eq. (3.55) através de uma função de domínio $f = E_z^{\text{antenas}}$ transformando a eq. (3.55) em uma equação de Helmholtz não homogênea na forma:

$$\nabla^2 E + k^2 E + f = 0 \quad (3.56)$$

Capítulo 4 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

4.1 ESTADO AUXILIAR

O estado auxiliar é a resposta do sistema à aplicação de um potencial unitário sobre um ponto no domínio, ponto conhecido como ponto fonte. Esse estado é utilizado para a obtenção da solução fundamental do problema com a propriedade delta de Dirac eq. (3.16) considerando coordenadas cilíndricas para problemas bi-dimensionais ou coordenadas esféricas para problemas tri-dimensionais.

Nesse trabalho, tanto para o problema de temperatura quanto para o problema eletromagnético, seguem a equação de Helmholtz mostrada a seguir:

$$\nabla^2 G_i + k^2 G_i = -\delta(x, x_i) \quad (4.1)$$

E a solução da eq. (4.1) em duas dimensões é dada por:

$$G_i(x) = \frac{i}{4} H_0^1(k|x - x_i|) \quad (4.2)$$

Sendo H_0^1 a função de Hankel do tipo 1 de ordem 0, $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon^*$ para o problema eletromagnético e $k = i\sqrt{W_b C_{pb}/\lambda}$ para o problema de temperatura. A função G é também chamada de função de Gauss e seu valor pode apresentar variações na literatura dependendo do referencial adotado para o movimento da onda. Nesse trabalho é considerado onda se movendo para frente no sistema de coordenadas.

Também é necessário obter a derivada da solução fundamental em relação ao vetor normal $\vec{n}$ que aponta para o exterior do contorno, considerando $\vec{r}$ o vetor que liga o ponto fonte x_i ao ponto no contorno e r a distância entre esses pontos temos:

$$\frac{\partial G_i}{\partial \vec{n}} = -\left(\frac{1}{4} i k H_1^1(kr)\right) \frac{\partial \vec{r}}{\partial \vec{n}} \quad (4.3)$$

4.2 EQUAÇÃO INTEGRAL DE CONTORNO

Uma vez obtidas às características dos tecidos envolvidos, a geometria do problema e os dados da perfusão de sangue o processo de otimização precisa da resposta, ou campo de temperaturas no interior do problema, para uma determinada configuração das antenas. Essa resposta é obtida pela resolução do problema em duas etapas, a primeira sendo a resolução do problema eletromagnético e a segunda a resolução do problema de temperatura.

4.2.1 PRIMEIRA ETAPA – PROBLEMA ELETROMAGNÉTICO

Na primeira etapa será determinado o campo elétrico no interior do domínio utilizando as equações de Maxwell, eqs. (3.43), reescritas a seguir:

$$\begin{cases} \nabla \times E &= -i\omega\mu H \\ \nabla \cdot E &= 0 \\ \nabla \cdot H &= 0 \\ \nabla \times E &= i\omega\epsilon^* E \end{cases}$$

sendo agora necessário reescrevê-las como uma integral de contorno. A fim de obter essa integral de contorno aplicando o teorema da divergência à função vetorial $\vec{P}(\nabla \cdot \vec{Q})$ sendo $\vec{P}$ e $\vec{Q}$ dois campos vetoriais genéricos, dessa forma temos:

$$\int_{\Gamma} \vec{n} \cdot \vec{P}(\nabla \cdot \vec{Q}) dA = \int_{\Omega} \{(\nabla \cdot \vec{P})(\nabla \cdot \vec{Q}) + \vec{P} \cdot [\nabla(\nabla \cdot \vec{Q})]\} dV \quad (4.4)$$

Aplicando o teorema da divergência à função vetorial $\vec{P} \times (\nabla \times \vec{Q})$ temos:

$$\int_{\Gamma} \vec{n} \cdot [\vec{P} \times (\nabla \times \vec{Q})] dA = \int_{\Omega} \{(\nabla \times \vec{P}) \cdot (\nabla \times \vec{Q}) - \vec{P} \cdot [\nabla \times (\nabla \times \vec{Q})]\} dV \quad (4.5)$$

Intercambiando $\vec{P}$ e $\vec{Q}$ na eq. (4.4) temos:

$$\int_{\Gamma} \vec{n} \cdot [\vec{Q}(\nabla \cdot \vec{P}) - \vec{P}(\nabla \cdot \vec{Q})] dA = \int_{\Omega} \{\vec{P} \cdot [\nabla(\nabla \cdot \vec{Q})] - \vec{Q} \cdot [\nabla(\nabla \cdot \vec{P})]\} dV \quad (4.6)$$

Intercambiando $\vec{P}$ e $\vec{Q}$ na eq. (4.5) temos:

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \vec{n} \cdot [\vec{P} \times (\nabla \times \vec{Q}) - \vec{Q} \times (\nabla \times \vec{P})] dA \\ &= \int_{\Omega} \{-\vec{P} \cdot [\nabla \times (\nabla \times \vec{Q})] + \vec{Q} \cdot [\nabla \times (\nabla \times \vec{P})]\} dV \end{aligned} \quad (4.7)$$

Adicionando a eq. (4.6) na eq. (4.7) temos:

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \vec{n} \cdot [\vec{P}(\nabla \cdot \vec{Q}) + \vec{P} \times (\nabla \times \vec{Q}) - \vec{Q}(\nabla \cdot \vec{P}) - \vec{Q} \times (\nabla \times \vec{P})] dA \\ &= \int_{\Omega} \{\vec{P} \cdot [(\nabla \cdot \nabla) \vec{Q}] - \vec{Q} \cdot [(\nabla \cdot \nabla) \vec{P}]\} dV \end{aligned} \quad (4.8)$$

Usando a propriedade do Laplaciano, eq. (3.15) e considerando $\vec{P} = \vec{a}G$, onde $\vec{a}$ é um vetor constante arbitrário e G a solução fundamental da equação de Helmholtz e notando que a equação integral de domínio restante é nula considerando que as integrais de contorno à esquerda da equação não contribuem para um domínio adjacente à Ω e com isso o lado direito da equação também deveria se anular [94], temos:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} [(\nabla \cdot \vec{Q})\vec{n}G + (\nabla \times \vec{Q})\vec{n}G - (\vec{n} \cdot \vec{Q})\nabla G - (\vec{n} \times \vec{Q}) \times \nabla G]dA \\ = - \int_{\Omega} G[(\nabla \cdot \nabla)\vec{Q}]dV = \beta \vec{Q}(x_i) \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i \in \Omega \\ 0 & \text{se } x_i \in \Omega' \\ \frac{\Phi}{4\pi} & \text{se } x_i \in \Gamma \end{cases}$$

A eq. (4.9) é a identidade de Green vetorial do terceiro tipo, sendo Φ o ângulo sólido no ponto do contorno Γ .

Nota-se que caso $x_i \in \Omega$ ou $x_i \in \Gamma$ então $\vec{P}$ é singular quando $x = x_i$, o procedimento usual é excluir a singularidade utilizando uma esfera com raio tendendo para zero para o caso em três dimensões ou um círculo com raio tendendo para zero para o caso em duas dimensões, nesse caso o valor de β se $x_i \in \Gamma$ é $\frac{\alpha}{2\pi}$ e G_i é dado pela eq. (4.2).

Reescrevendo a eq. (4.9) considerando o campo elétrico $\vec{E}$ no lugar de $\vec{Q}$ temos:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} [(\nabla \cdot \vec{E})\vec{n}G + (\nabla \times \vec{E})\vec{n}G - (\vec{n} \cdot \vec{E})\nabla G - (\vec{n} \times \vec{E}) \times \nabla G]dA \\ = - \int_{\Omega} G[(\nabla \cdot \nabla)\vec{E}]dV = \beta \vec{E}(x_i) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Das equações de Maxwell, eq. (3.43) temos:

$$(\nabla \cdot \vec{E})\vec{n}G = 0 \quad (4.11)$$

$$(\nabla \times \vec{E}) \times \vec{n}G = -i\omega\mu(\vec{n} \times \vec{H})G \quad (4.12)$$

Dessa forma a equação integral de contorno fica como a seguir:

$$\beta E_i = \int_{\Gamma} -[(\vec{n} \times \vec{E}) \times \nabla G_i + (\vec{n} \cdot \vec{E})\nabla G_i + i\omega\mu(\vec{n} \times \vec{H})G_i]d\Gamma \quad (4.13)$$

Para o problema em duas dimensões a eq. (4.13) pode ser simplificada considerando campo elétrico perpendicular ao plano xy , ou seja, $\vec{E} = \{0, 0, E_z\}$ e campo magnético transversal ao plano xy , ou seja, $\vec{H} = \{H_x, H_y, 0\}$ e notando que $\frac{\partial G_i}{\partial z} = 0$ e $\vec{n} = \{n_x, n_y, 0\}$ temos:

$$\vec{n} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ n_x & n_y & 0 \\ 0 & 0 & E_z \end{vmatrix} = \{n_y E_z, -n_x E_z, 0\} \quad (4.14)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{E} = \{n_x, n_y, 0\} \cdot \{0, 0, E_z\} = 0 \quad (4.15)$$

$$\vec{n} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ n_x & n_y & 0 \\ H_x & H_y & 0 \end{vmatrix} = \{0, 0, n_x H_y - n_y H_x\} = \{0, 0, H_t\} \quad (4.16)$$

$$[\vec{n} \times \vec{E}] \times \nabla G_i = \begin{vmatrix} i & j & k \\ n_y E_z & -n_x E_z & 0 \\ \frac{\partial G_i}{\partial x} & \frac{\partial G_i}{\partial y} & 0 \end{vmatrix} = \left\{ 0, 0, n_y E_z \frac{\partial G_i}{\partial y} + n_x E_z \frac{\partial G_i}{\partial x} \right\} \quad (4.17)$$

Finalmente a eq. (4.13) pode ser escrita na forma:

$$\beta E_z(x_i) = \int_{\Gamma} \left[i\omega\mu H_t G_i - E_z \frac{\partial G_i}{\partial \vec{n}} \right] d\Gamma \quad (4.18)$$

Lembrando que ainda falta levar em consideração o campo elétrico gerado pelas antenas, nesse caso a eq. (4.18) é completada com a inserção de uma fonte pontual no domínio da eq. (3.49) resultado na equação integral na forma:

$$\beta E_z(x_i) = \int_{\Gamma} \left[i\omega\mu H_t G_i - E_z \frac{\partial G_i}{\partial \vec{n}} \right] d\Gamma + \int_{\Omega} \sum_{a=1}^n A_a E_0 e^{-i(k_i |x_a - x_i| + \varphi_a)} G_i d\Omega \quad (4.19)$$

4.2.2 SEGUNDA ETAPA – PROBLEMA DE CALOR

Na segunda etapa será determinado o campo de temperatura no interior do domínio utilizando a equação de Pennes em regime estacionário da eq. (3.42) reordenada na forma:

$$\nabla^2 T - \frac{W_b C_{pb}}{\lambda} T = -\frac{1}{\lambda} (W_b C_{pb} T_a + Q_m + Q_{wave}) \quad (4.20)$$

sendo a eq. (4.20) uma equação de Helmholtz não homogênea. Aplicando a técnica de pesos residuais, Brebbia [95] obtém-se a equação integral de contorno a seguir:

$$\frac{\alpha}{2\pi} T_i = \int_{\Gamma} \left(G_i \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} - \frac{\partial G_i}{\partial \vec{n}} T \right) d\Gamma + \int_{\Omega} \frac{1}{\lambda} (W_b C_{pb} T_a + Q_m + Q_{wave}) G_i d\Omega \quad (4.21)$$

sendo α o ângulo no ponto do contorno Γ .

Note que essa integral possui um termo de domínio que deve ser calculado com o valor de Q_{wave} obtido da primeira etapa, utilizando a eq. (3.50) temos:

$$Q_{wave} = \frac{\sigma}{2} |E|^2 \quad (4.22)$$

Tanto na primeira etapa quanto na segunda etapa a resolução das integrais de contorno serão tratadas utilizando o Método da Reciprocidade Dual (MRD) conforme será mostrado no Capítulo 5.

4.3 DISCRETIZAÇÃO DO CONTORNO

Nesse trabalho o contorno será discretizado utilizando elementos lineares contínuos, descontínuos e mistos, todos isoparamétricos. Esses elementos utilizam a técnica de deslocamento do ponto de colocação para o interior do elemento onde há variação no valor da tangente (cantos) e quando são conhecidas condições de contorno de tipos diferentes (potencial ou fluxo) à esquerda e à direita de um ponto.

Os elementos isoparamétricos utilizam funções interpoladoras de ordem linear tanto para a integração do problema eletromagnético quanto o problema de temperatura. As funções interpoladoras em coordenadas locais são mostradas nas eqs. (4.23) e (4.24):

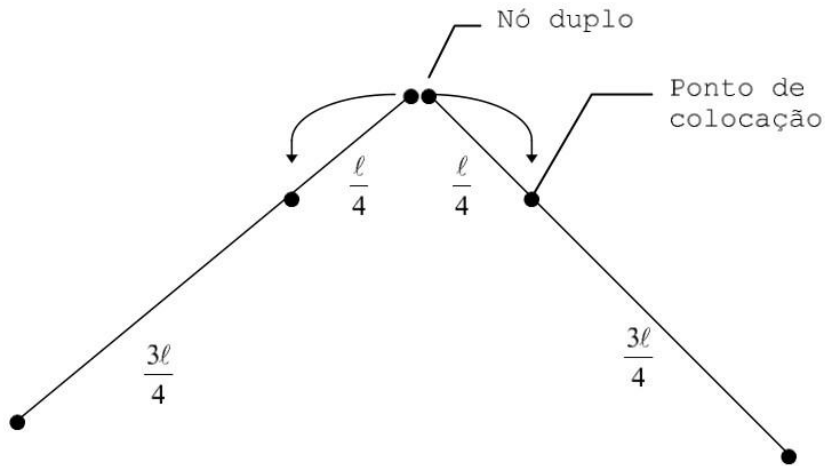


Figura 4.1 – Elemento linear descontínuo, Foltran [110]

Funções interpoladoras – nó contínuo:

$$\begin{aligned}\phi_{\text{esq}}(\xi) &= \frac{1}{2}(1 - \xi) \\ \phi_{\text{dir}}(\xi) &= \frac{1}{2}(1 + \xi)\end{aligned}\tag{4.23}$$

Funções interpoladoras – nó descontínuo:

$$\begin{aligned}\phi_{\text{esq}}(\xi) &= \begin{cases} \frac{3}{4} + \frac{\xi}{\ell} & 0 \leq \xi \leq \frac{\ell}{4} \\ \frac{3}{4} - \frac{\xi}{\ell} & 0 \leq \xi \leq \frac{3\ell}{4} \end{cases} \\ \phi_{\text{dir}}(\xi) &= \begin{cases} \frac{1}{4} - \frac{\xi}{\ell} & 0 \leq \xi \leq \frac{\ell}{4} \\ \frac{1}{4} + \frac{\xi}{\ell} & 0 \leq \xi \leq \frac{3\ell}{4} \end{cases}\end{aligned}\quad (4.24)$$

Notar que no caso de nó descontínuo, Figura 4.1, a coordenada local inicia no ponto de colocação e termina na extremidade do elemento.

Com a utilização de elementos lineares a discretização do contorno fica como na Figura 4.2:

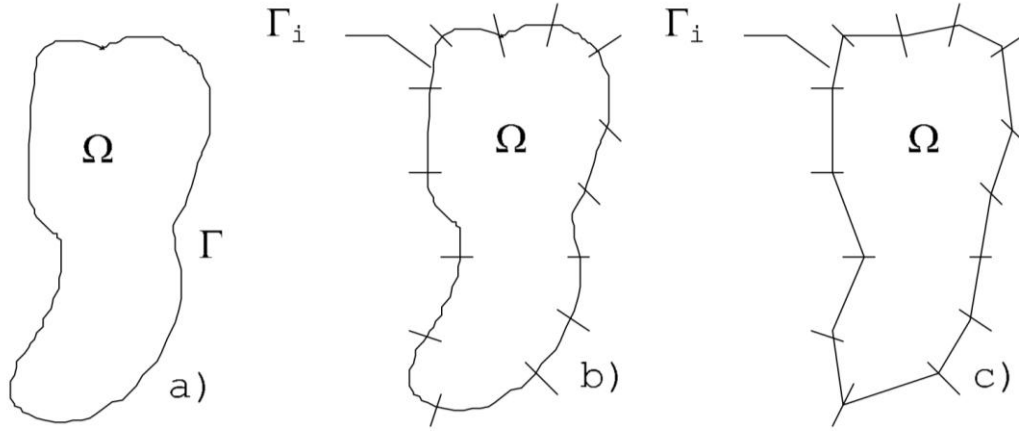


Figura 4.2 – a) Domínio do problema; b) Divisão do contorno do problema; c) Discretização do contorno em elementos lineares, Foltran [110]

Dessa forma o contorno nas equações integrais de contorno podem ser discretizados através da substituição:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^n \Gamma_i \quad (4.25)$$

4.4 INTEGRAÇÃO DOS ELEMENTOS SINGULARES

Quando o ponto fonte está fora do elemento as integrais podem ser resolvidas utilizando a técnica de integração numérica Gauss-Legendre. Nesse tipo de integração a escolha da quantidade de pontos de integração, ou pontos de Gauss, pode ser considerada fixa por simplicidade, ou proporcionais à distância do ponto fonte ao elemento para obter melhor precisão.

Caso contrário, quando o ponto fonte está no interior do elemento a ser integrado, as integrais de contorno se tornam singulares nesse ponto. O tratamento a ser utilizado nesse caso é a resolução analítica dessas integrais no sentido do valor principal de Cauchy.

A resolução analítica será dividida em quatro casos mostrados a seguir:

1. elemento contínuo – nó à esquerda do elemento

$$\begin{aligned} & \int_0^\ell \left(1 - \frac{\xi}{\ell}\right) \frac{iH_0^1(k\xi)}{4} d\xi \\ &= \frac{1}{8} \left\{ \frac{4}{k^2 \ell \pi} - \ell \pi Y_0(k\ell) \text{St}_{-1}(k\ell) + \frac{iH_1^1(k\ell)(k\ell \pi \text{St}_0(k\ell) - 2)}{k} \right. \\ & \quad \left. - iJ_0(k\ell)(\pi \text{St}_1(k\ell) - 2) \right\} \end{aligned} \quad (4.26)$$

2. elemento contínuo – nó à direita do elemento

$$\int_0^\ell \left(\frac{\xi}{\ell}\right) \frac{iH_0^1(k\xi)}{4} d\xi = \frac{ik\ell \pi H_1^1(k\ell) - 2}{4k^2 \ell \pi} \quad (4.27)$$

3. elemento descontínuo – nó à esquerda do elemento

$$\begin{aligned} & \int_0^{\ell/4} \left(\frac{3}{4} + \frac{\xi}{\ell}\right) \frac{iH_0^1(k\xi)}{4} d\xi + \int_0^{3\ell/4} \left(\frac{3}{4} - \frac{\xi}{\ell}\right) \frac{iH_0^1(k\xi)}{4} d\xi \\ &= \frac{1}{128k} \left\{ iH_1^1\left(\frac{k\ell}{4}\right) \left(8 + 3k\ell \pi \text{St}_0\left(\frac{k\ell}{4}\right)\right) \right. \\ & \quad + 3iH_1^1\left(\frac{3k\ell}{4}\right) \left(3k\ell \pi \text{St}_0\left(\frac{3k\ell}{4}\right) - 8\right) \\ & \quad - 3k\ell \left(\pi Y_0\left(\frac{k\ell}{4}\right) \text{St}_{-1}\left(\frac{k\ell}{4}\right) + 3\pi Y_0\left(\frac{3k\ell}{4}\right) \text{St}_{-1}\left(\frac{3k\ell}{4}\right) \right. \\ & \quad \left. \left. + iJ_0\left(\frac{k\ell}{4}\right) \left(\pi \text{St}_1\left(\frac{k\ell}{4}\right) - 2\right) + 3iJ_0\left(\frac{3k\ell}{4}\right) \left(\pi \text{St}_1\left(\frac{3k\ell}{4}\right) - 2\right) \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.28)$$

4. elemento descontínuo – nó à direita do elemento

$$\begin{aligned} & \int_0^{\ell/4} \left(\frac{1}{4} - \frac{\xi}{\ell}\right) \frac{iH_0^1(k\xi)}{4} d\xi + \int_0^{3\ell/4} \left(\frac{1}{4} + \frac{\xi}{\ell}\right) \frac{iH_0^1(k\xi)}{4} d\xi \\ &= \frac{1}{128k} \left\{ iH_1^1\left(\frac{k\ell}{4}\right) \left(k\ell \pi \text{St}_0\left(\frac{k\ell}{4}\right) - 8\right) \right. \\ & \quad + 3iH_1^1\left(\frac{3k\ell}{4}\right) \left(k\ell \pi \text{St}_0\left(\frac{3k\ell}{4}\right) + 8\right) \\ & \quad - k\ell \left(\pi Y_0\left(\frac{k\ell}{4}\right) \text{St}_{-1}\left(\frac{k\ell}{4}\right) + 3\pi Y_0\left(\frac{3k\ell}{4}\right) \text{St}_{-1}\left(\frac{3k\ell}{4}\right) \right. \\ & \quad \left. - iJ_0\left(\frac{k\ell}{4}\right) \left(\pi \text{St}_1\left(\frac{k\ell}{4}\right) - 2\right) + 3iJ_0\left(\frac{3k\ell}{4}\right) \left(\pi \text{St}_1\left(\frac{3k\ell}{4}\right) - 2\right) \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.29)$$

sendo St_n função de Struve de ordem n , Y_n e J_n funções de Bessel de ordem n . Essas equações foram obtidas utilizando o pacote computacional Mathematica® versão 7 para o MAC (UNIX) utilizando a procedimento FullSimplify, foi notado que diferentes versões desse software podem gerar simplificações diferentes.

Capítulo 5 MÉTODO DA RECIPROCIDADE DUAL

O Método dos Elementos de Contorno (MEC) é considerado uma técnica numérica bem estabelecida e é utilizada para uma grande variedade de problemas de engenharia, tendo como sua principal vantagem a habilidade única de trabalhar somente com os valores no contorno do problema, o que reduz substancialmente o tempo de computação e o esforço de preparação, Partridge [96].

Essa vantagem se esvai quando a formulação do MEC resulta em uma equação integral de contorno que contenha uma parte correspondente ao domínio como é o caso das equações (4.19) e (4.21), sendo utilizado então o Método da Reciprocidade Dual (MRD) para obter uma formulação dependente somente do contorno para esse tipo de problema.

O MEC em conjunto ao MRD (MECRD) é uma técnica bem estabelecida e vem sendo utilizada com sucesso em vários problemas da engenharia, como problemas elasto-dinâmicos, acústica, eletromagnetismo, transferência de calor, dentre outros, porém ainda sem uma prova formal, dessa forma é mostrado no final do capítulo um estudo mostrando a estabilidade e convergência desse método.

5.1 FORMULAÇÃO DO MRD PARA O OPERADOR DE HELMHOLTZ

As equações (3.42) e (3.56) podem ser reescritas como uma equação de Helmholtz não homogênea em duas dimensões com número de onda k imaginário na forma:

$$\nabla^2 A + k^2 A + f = 0 \quad (5.1)$$

sendo $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função genérica que representa o campo elétrico na equação (3.56) ou o campo de temperatura na equação (3.42) e $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de domínio. Como foi mostrado no capítulo anterior, utilizando a terceira identidade de Green, a eq. (5.1) pode ser escrita na forma integral:

$$c_i A_i = \int_{\Gamma} \left(G_i \frac{\partial A}{\partial n} - \frac{\partial G_i}{\partial n} A \right) ds + \int_{\Omega} f G_i dV \quad (5.2)$$

A integral de domínio no lado direito da eq. (5.2) será calculada utilizando o MECRD, para isso separamos a função A em uma solução particular $\hat{A}$ e uma solução associada à solução da equação homogênea, $\nabla^2 \tilde{A} + k^2 \tilde{A} = 0$. Assim a função potencial A fica na forma:

$$A = \tilde{A} + \hat{A} \quad (5.3)$$

Geralmente é difícil encontrar a solução $\hat{A}$ que satisfaça a equação acima, particularmente para os casos não lineares, que é o caso aqui. O MECRD propõe o uso de séries da solução particular $\hat{A}_j$ ao invés de uma simples função $\hat{A}$. O número de $\hat{A}_j$ utilizadas é igual ao total do número de nós do problema $C + D$. Seguindo Partridge e Brebbia [87] é proposta a expansão da função f da eq. (5.1) como a seguir:

$$f = \sum_{j=1}^{C+D} \alpha_j f_j \quad (5.4)$$

onde C é o número de nós no contorno Γ e D o número de nós dentro do domínio Ω , $\alpha_j \in \mathbb{R}$ são coeficientes inicialmente indeterminados e $f_j: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ são funções aproximadoras. As soluções particulares $\hat{A}_j$ e as funções aproximadoras f_j são ligadas pela relação:

$$\nabla^2 \hat{A}_j + k^2 \hat{A}_j + f_j = 0 \quad (5.5)$$

As funções f_j na eq. (5.4) podem ser interpretados como uma função interpolação usual como na expansão:

$$A = \sum \phi_i A_i \quad (5.6)$$

Substituindo a eq. (5.5) na eq. (5.4) obtemos a relação:

$$\nabla^2 A + k^2 A = \sum_{j=1}^{C+D} \alpha_j (\nabla^2 \hat{A}_j + k^2 \hat{A}_j) \quad (5.7)$$

Multiplicando a eq. (5.7) pela função de Green (solução fundamental) eq. (4.2) e integrando sobre o domínio, obtemos:

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 A + k^2 A) G_i d\Omega = \sum_{j=1}^{C+D} \alpha_j \int_{\Omega} (\nabla^2 \hat{A}_j + k^2 \hat{A}_j) G_i d\Omega \quad (5.8)$$

Utilizando a terceira identidade de Green e integrando por partes obtemos a equação integral de contorno para o MECRD:

$$c_i A_i - \int_{\Gamma} G_i \frac{\partial A}{\partial n} dS + \int_{\Gamma} \frac{\partial G_i}{\partial n} A dS = \sum_{j=1}^{C+D} \alpha_j \left(c_{ij} \hat{A}_j - \int_{\Gamma} G_i \frac{\partial \hat{A}_j}{\partial n} dS + \int_{\Gamma} \frac{\partial G_i}{\partial n} \hat{A}_j dS \right) \quad (5.9)$$

Agora aplicando a eq. (5.4) aos $C + D$ nós do problema, obtemos o sistema linear:

$$\vec{f} = \mathbf{F} \vec{\alpha} \quad (5.10)$$

Na Figura 5.1 é mostrada uma geometria quadrada sendo discretizada utilizando uma malha de elementos lineares mistos, conforme mostrada na seção 4.3, e nós internos de dupla reciprocidade no domínio.

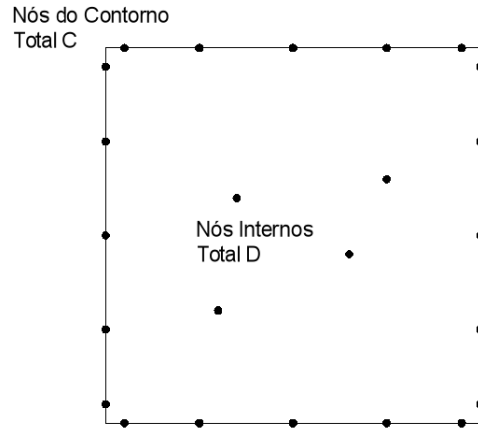


Figura 5.1 – Nós internos e de contorno

A escolha da posição dos nós internos é um item em aberto, teoricamente deveria haver uma concentração maior de nós onde houver maior variação da função de domínio f , porém não é possível conhecer o comportamento dessa função *a priori*, a não ser caso essa função seja imposta no domínio para o estudo da convergência do método, como será estudado nas próximas seções. Dessa forma foi utilizado um gerador de malha com o programa “Triangle: engineering 2D quality mesh generator and delaunay triangulator” de Jonathan Richard Shewchuck, Berkeley.

Resta ainda encontrar a solução particular que satisfaz a equação a seguir:

$$\nabla^2 \hat{A}_j + k^2 \hat{A}_j + f_j = 0 \quad (5.11)$$

Nas seções seguintes serão mostrados os procedimentos utilizados para encontrar uma solução particular para a eq. (5.11).

5.2 UTILIZAÇÃO DE FUNÇÕES BASEADAS NO RAIÃO - RBF

Uma gama de problemas com equações diferenciais não homogêneas utilizando o operador de Laplace (∇^2) foram apresentados em Partridge e Brebbia [96] utilizando o Método da Reciprocidade Dual e Funções Radiais Baseadas no Raio (em inglês *Radial Basis Functions – RBF*). A principal vantagem dessa abordagem é que a solução particular associada a cada função aproximadora é “fácil” de encontrar.

Como exemplo é mostrado a forma de determinar uma solução particular para a equação de Laplace utilizando a função aproximadora $f = 1 + r$ proposta em Partridge e Brebbia [96], como a seguir:

$$\nabla^2 \hat{\phi} = f \quad (5.12)$$

Utilizando as equações (3.2) e (3.3) e substituindo o valor de f podemos escrever a eq. (5.12) na forma:

$$\nabla \cdot (\nabla \hat{\phi}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial r} \right) = 1 + r \quad (5.13)$$

Como a eq. (5.13) é simples de integrar podemos encontrar facilmente uma solução particular na forma:

$$\hat{\phi} = \frac{r^2}{4} + \frac{r^3}{9} \quad (5.14)$$

Outras RBF polinomiais de ordens mais altas foram consideradas como $f = 1 + r + r^2$, $f = 1 + r + r^2 + r^3$ e assim por diante, sendo os melhores resultados obtidos para $f = 1 + r$, uma justificativa foi que assumir um polinômio de ordem mais alta deixa a função aproximadora mais rígida e dificulta encontrar coeficientes para a resolução da equação pelo MRD. Também foi argumentado em Partridge [96] que a introdução do elemento constante na função aproximadora garante a “completude” da expansão, e implica que a diagonal principal da matriz $\mathbf{F}$ não é nula, em outras palavras, a matriz gerada por essa função aproximadora tende a ser melhor condicionada.

O método introduzido em Partridge e Brebbia [96] para a resolução da equação de Helmholtz, embutindo a parte não homogênea na função sendo avaliada é uma simplificação do problema, porém sua aplicação fica restrita quando é necessário um tratamento mais apurado do problema, onde se trabalha com o operador de Helmholtz na forma completa $(\nabla^2 + k^2)$, Perrey-Bebain [97]. Nesse caso encontrar uma solução particular para a equação diferencial não é uma tarefa fácil, em Boyce [98] são apresentados alguns métodos analíticos para encontrar essa solução particular.

Em Rashed e Chen [99] foi proposto a utilização da função $r^2 \ln(r)$ conhecida como TPS (do inglês *Thin Plate Spline*) tanto para o caso bidimensional como para o caso tridimensional. Muleshkov e Golberg [100] desenvolveram soluções particulares para TPS de ordens mais altas, $r^n \ln(r)$. A maior vantagem no uso de TPS como funções aproximadoras recai no fato dessas funções serem soluções fundamentais do Laplaciano (∇^2) , como mostrado em Powell [101].

Em Javaran, Khaji e Noorzad [102] foi proposta a utilização da função de Bessel do primeiro tipo (função J) para o tratamento de problemas elasto-dinâmicos com parâmetro k real. A proposta da função aproximadora é mostrada a seguir:

$$f_j = \frac{J_{d/2-1}(kr)}{(kr)^{d/2-1}} \quad (5.15)$$

Foi indicado a utilização da variável d com valor de 5 como forma de simplificar a solução fundamental para o problema bi harmônico.

A utilização de funções aproximadoras baseadas em funções harmônicas como funções trigonométricas e funções de Bessel (normal e modificada) foram citadas em outros trabalhos na literatura sugerindo sua utilização para o tratamento de problemas baseados no operador de Helmholtz.

5.3 FUNÇÕES APROXIMADORAS ESTUDADAS

Em uma primeira abordagem do problema foi utilizado um pacote computacional de matemática simbólica (Wolfram Mathematica®) para encontrar uma solução particular para a equação (5.13) utilizando uma função aproximadora qualquer.

Algumas tentativas foram feitas como a seguir:

- $f = \text{sen}(k r), f = \cos(k r)$
 - Resposta muito complexa utilizando funções hipergeométricas – não considerada;
- $f = \text{sen}(k r) \cos(k r), f = r \text{sen}(k r) \cos(k r)$
 - Não encontrou resposta;
- $f = H_0^1(k r)$
 - Resposta: $\phi = \frac{r H_1^1(k r)}{2k}$
 - Essa resposta não foi considerada devido à dificuldade em se trabalhar com a função de Hankel de ordem 0 para o caso de $r = 0$ (argumento nulo na função aproximadora)
- $f = H_0^1(r), f = H_0^1(r^2), f = H_0^1\left(\frac{1}{r}\right), f = H_1^1(r)$
 - Não encontrou resposta;
- $f = \frac{H_0^1(k r)}{r}, f = r H_0^1(k r), f = e^{-i k r}, f = e^{-i k r^2}$
 - Não retornou resposta (loop infinito);
- $f = 1+r, f = 1+r+r^2$
 - Resposta muito complexa onde exige a avaliação da função de Bessel do segundo tipo (função Y) difícil de trabalhar para o caso de $r = 0$ (argumento nulo na solução particular);

- $f = J_0(r)$
 - Resposta: $\phi = \frac{J_0(r)}{k^2 - 1}$
 - Até então a resposta mais promissora

Diversas combinações foram feitas entre as funções trigonométricas e as funções de Bessel, porém as respostas mais promissoras permaneciam a função de Bessel do primeiro tipo (normal função J e modificada função I). Essas funções foram testadas para a resolução do problema, contudo após algumas execuções do programa foi notada uma grande dificuldade envolvendo a inversão da matriz $\mathbf{F}$ devido ao mau condicionamento dessa matriz.

Mesmo utilizando a função proposta por Javaran, Khaji e Noorzad [102], eq. (5.15) a matriz $\mathbf{F}$ continuava singular para diversas malhas do problema. Dessa forma essa abordagem de propor a função aproximadora foi abandonada sendo utilizada a forma inversa como será explicado na seção seguinte.

5.4 FORMA INVERSA DE OBTENÇÃO DA FUNÇÃO APROXIMADORA

Uma vez que propor uma função aproximadora utilizando combinações de funções simples se demonstrou um trabalho pouco produtivo, foram estudadas outras propostas de obter essa função aproximadora. Uma dessas propostas foi inverter a forma de trabalhar com a eq. (5.11) propondo uma solução particular e então encontrando uma função aproximadora que satisfizesse essa equação.

Note que esse sistema de resolução é válido em relação ao MECRD porque se poderia chegar ao mesmo resultado utilizando a função aproximadora encontrada e realizando o procedimento normal com essa função.

Porém agora existe uma vantagem, antes era proposta uma função aproximadora sem nenhuma referência ao que se estava aproximando, nesse caso a integral de domínio da eq. (5.2), na esperança de se obter uma boa aproximação. O sucesso dessa técnica depende em se encontrar uma solução particular que pudesse satisfazer a eq. (5.11). Com o método inverso, porém, podemos escolher uma solução particular, e essa solução pode ser relacionada ao comportamento ondulatório do problema.

A equação particular proposta onde foram obtidos os melhores resultados é escrita a seguir:

$$\hat{A}_j(r) = J_1((r/\ell)^{3/2}) (r/\ell)^{1/2} \quad (5.16)$$

Note que foi acrescentado um parâmetro ℓ à solução particular, esse parâmetro está relacionado à escala do problema e será discutido na seção seguinte. O gráfico dessa solução particular para alguns valores de ℓ é mostrado na Figura 5.2.

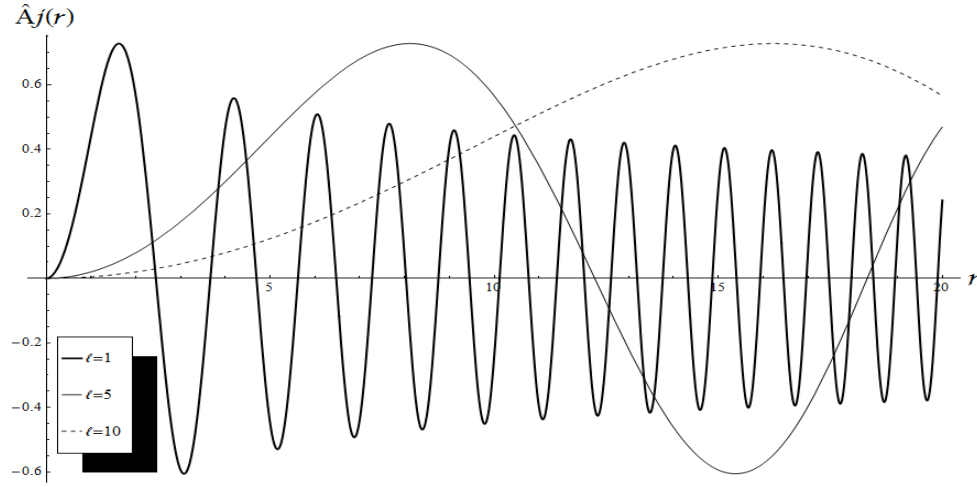


Figura 5.2 – Gráfico da solução particular para alguns valores do fator de escala ℓ

Essa solução particular apresenta comportamento ondulatório, seu valor no limite para argumento nulo, apesar de uma convergência lenta, também é nulo, o que está de acordo com o decaimento esperado em problemas de espaço aberto, como acústica por exemplo. Dessa forma pode-se argumentar que seu comportamento está relacionado à equação de Helmholtz.

A derivada da solução particular é mostrada a seguir:

$$\frac{\partial \hat{A}_j}{\partial n}(x) = \left(\frac{3 r J_0((r/\ell)^{3/2})}{2 \ell^2} - \frac{J_1((r/\ell)^{3/2})}{(r \ell)^{1/2}} \right) \frac{\partial r}{\partial n} \quad (5.17)$$

A função aproximadora encontrada para essa solução particular é:

$$f_j = \frac{3 J_0((r/\ell)^{3/2})}{2 \ell^2} - \frac{(9r^3 - 4\ell^3(1 + k^2 r^2)) J_1((r/\ell)^{3/2})}{4 r^{3/2} \ell^{7/2}} \quad (5.18)$$

Sendo o gráfico dessa função para fator de escala unitário ($\ell = 1$) e alguns valores do número de onda k mostrado na Figura 5.3.

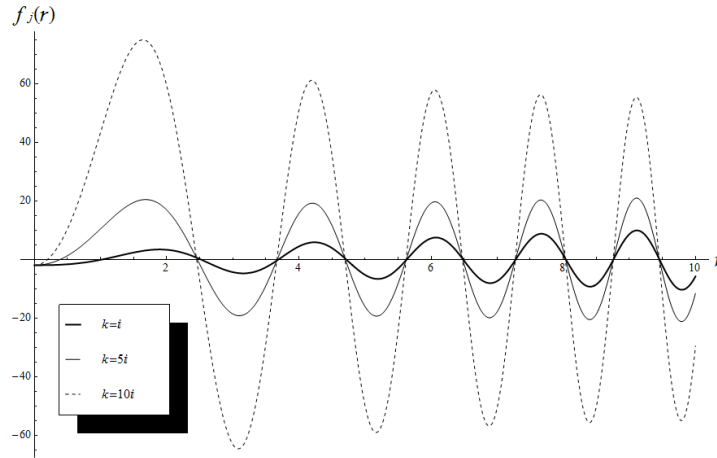


Figura 5.3 – Gráfico da função aproximadora para fator de escala unitário ($\ell = 1$) e alguns valores de número de onda k

Para os problemas estudados com essa função aproximadora, as matrizes $\mathbf{F}$ obtidas foram mais condicionadas em relação a outras funções encontradas na literatura. Essa função aproximadora foi testada quanto sua convergência como será mostrado na seção 5.7 apresentando bons resultados.

5.5 FUNÇÃO APROXIMADORA INCORPORANDO O FATOR DE ESCALA

Inicialmente foi proposta uma solução particular e função aproximadora sem incorporar um fator de escala, porém existe o questionamento sobre a utilização de expoentes fracionais nessas funções que levariam a mudanças nos resultados caso houvesse mudança na dimensão do problema, como por exemplo, utilizar r em centímetros ao invés de metros.

Para estudar a questão dimensional um problema com geometria circular com função de domínio $f = r$, ou seja, a função no lado direito da eq. (5.1) sendo conhecida, foi proposto como apresentado na Figura 5.4, foi considerado potencial unitário na borda do problema e a geometria foi discretizada em 16 elementos lineares descontínuos e foi considerado $k = i$ (unidade imaginária).

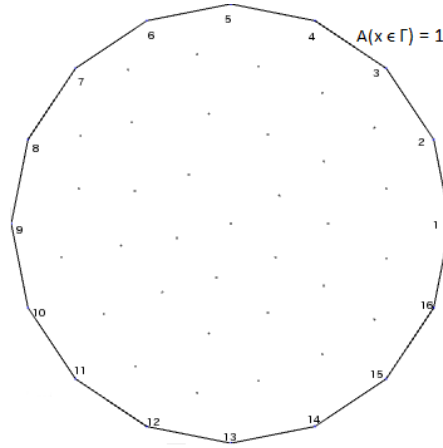


Figura 5.4 – Discretização da geometria com os elementos de contorno e nós de domínio para $f = r$

Foram considerados duas hipóteses a analisar:

1. O raio do problema cresce e os parâmetros do problema crescem em escala;
2. O raio do problema cresce e os parâmetros do problema continuam os mesmos.

Para analisar a primeira hipótese reescrevemos a equação de Helmholtz não homogênea:

$$\nabla^2 A + k^2 A + f = 0$$

sendo A função potencial como temperatura (°C) ou campo elétrico (Farad), k o comprimento de onda e f uma função de domínio.

- O Laplaciano ∇^2 tem dimensão de $\frac{1}{L^2}$ uma vez que $\nabla \cdot \nabla = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}$;
- k tem a dimensão de $\frac{1}{L}$ conforme Thiebaut e Lemonnier [103] (quadro de variáveis) ;
- f é uma função de domínio qualquer que deve possuir a dimensão da função $k^2 A$ por coerência.

É importante notar que caso a dimensão de A seja dependente de comprimento, como campo elétrico (Farad = V/m) ou pressão (Pascal = N/m²) ela deve ser levada em consideração no estudo dimensional. Nesse estudo a dimensão de A será considerada independente como temperatura (°C) por exemplo.

Como a dimensão de A aparece somente uma vez na equação ela pode ser ignorada conforme o teorema π de Buckingham, Potter e Wiggert [104], restando somente a dimensão L (comprimento) a ser avaliada.

Aumentando a dimensão em 2,5 vezes sendo os parâmetros corrigidos como a seguir:

- O valor corrigido de k será $\frac{l}{2,5}$;
- A função f imposta como $f = r$ no domínio, sendo corrigido para $f = \frac{r}{2,5^3}$

Na figura a seguir são mostrados os resultados, valores de A , para o problema com raio unitário $r = 1$ e raio aumentado $r = 2,5$.

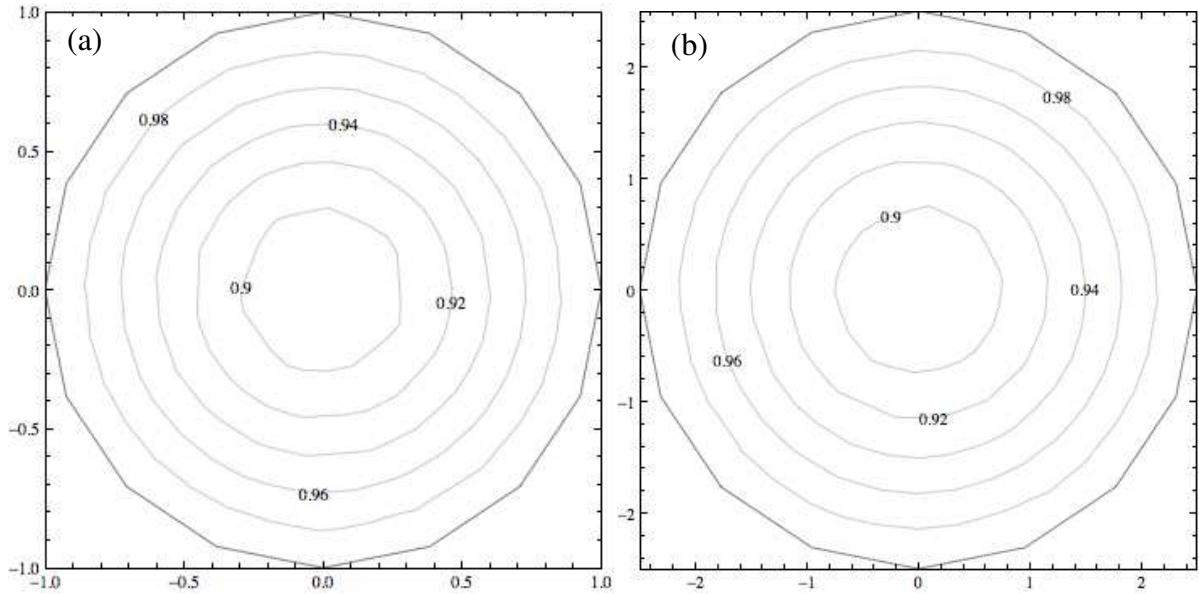


Figura 5.5 – (a) resultados para problema com raio unitário $r = 1$; (b) resultado para problema com escala aumentada em 2,5 vezes

Nota-se que não há grande variação nos resultados envolvendo o aumento da escala do problema quando há a correção dos parâmetros do problema para se adequar a essa nova escala. Esse resultado é de certa forma esperado uma vez que a formulação do MECRD é adimensional.

Porem agora resta testar a segunda hipótese onde nesse caso serão testados problemas com raios 2,5 vezes e 7,5 vezes maiores mantendo os parâmetros do problema.

5.5.1 $RAIO=2,5$

Utilizando o pacote computacional Mathematica® foi obtida a solução analítica do problema:

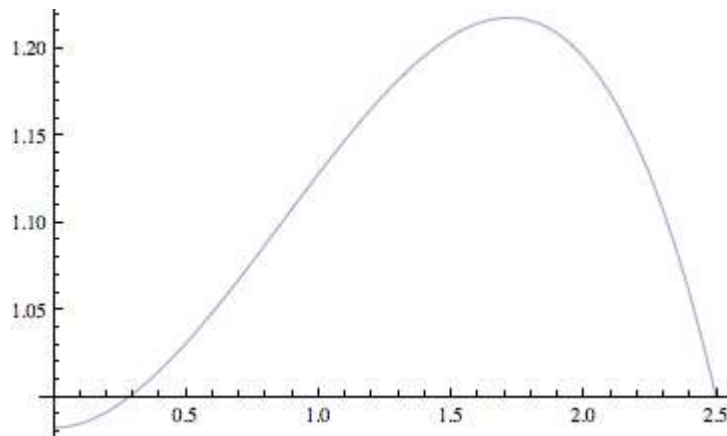


Figura 5.6 – Solução analítica do problema com raio igual a 2,5.

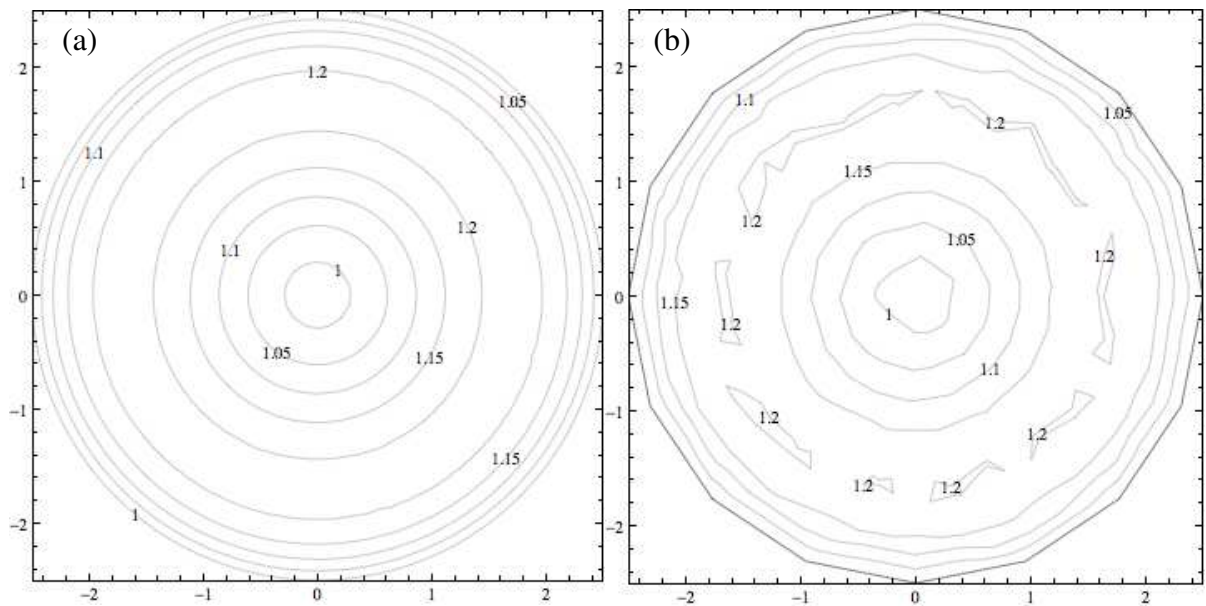


Figura 5.7 – (a) Solução analítica projetada; (b) Resultado encontrado.

5.5.2 $RAIO=7,5$

Utilizando também o pacote computacional Mathematica® foi obtida a solução analítica para do problema:

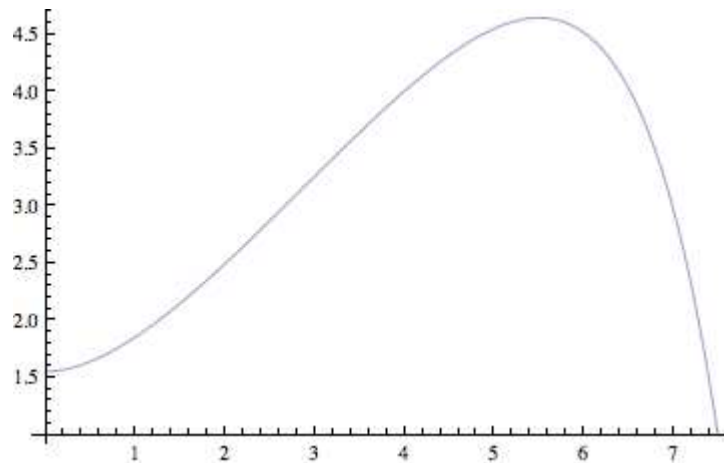


Figura 5.8 – Solução analítica do problema com raio igual a 7,5.

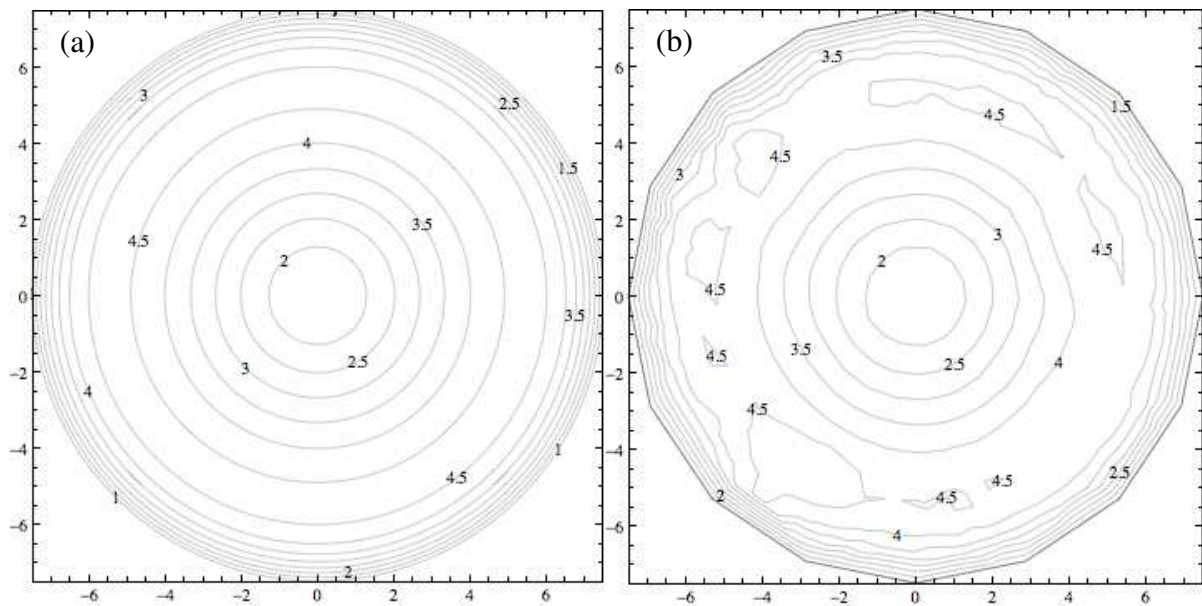


Figura 5.9 – (a) Solução analítica projetada; (b) Resultado encontrado.

Nesses dois casos, raio igual a 2,5 e raio igual a 7,5, houve uma variação maior entre os resultados obtidos e a solução analítica em comparação ao problema com raio unitário, foram feitos mais testes relacionando a quantidade de nós de dupla reciprocidade e a qualidade dos resultados e chegou-se a conclusão que a quantidade de nós de dupla reciprocidade crescia com o

quadrado do raio para manter a qualidade desses resultados comparáveis ao resultado obtido com raio unitário.

De certa forma isso também era esperado, uma vez que, a área do problema cresce com o quadrado do raio e é necessário aumentar a quantidade de nós de dupla reciprocidade em escala para manter sua concentração no domínio.

Desse fato surge outro problema, aumentando a quantidade de nós no domínio do problema aumentam o tamanho das matrizes do problema e consequentemente seu tempo de processamento, além disso, existe uma resistência no meio acadêmico em relação a uma quantidade tida como grande de nós de dupla reciprocidade onde poderia incorrer em uma saturação do problema (a resolução não mais estaria relacionada ao contorno, se transformando em uma técnica de domínio). Foi então proposto a utilização de um fator de escala ℓ que dividiria a variável r na solução particular do problema.

Considerando agora somente o problema com raio igual a 7,5 (onde houve maior variação dos resultados anteriores) são mostrados nas figuras a seguir os resultados sem fator de escala e com fator de escala:

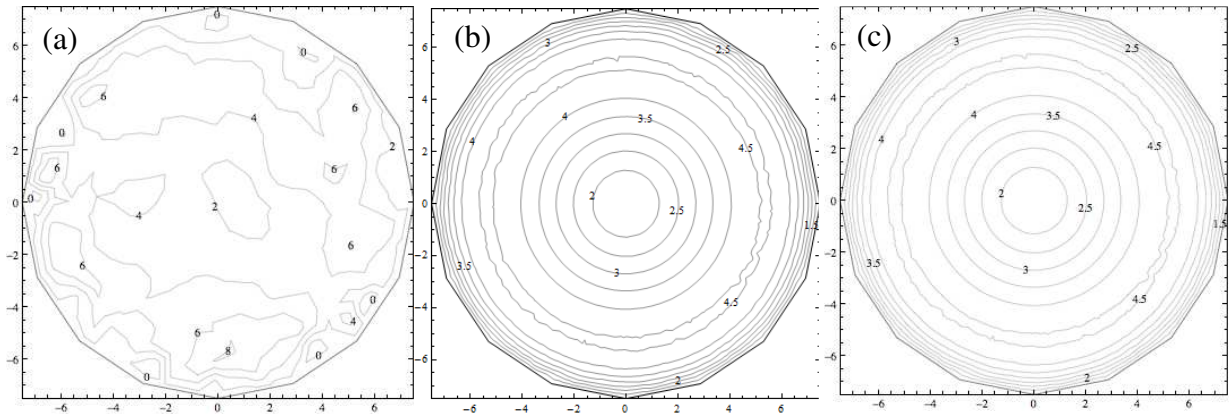


Figura 5.10 – Resultado para o problema sem utilizar fator de escala; (a) com 308 nós de dupla reciprocidade; (b) com 637 nós de dupla reciprocidade; (c) com 1227 nós de dupla reciprocidade.

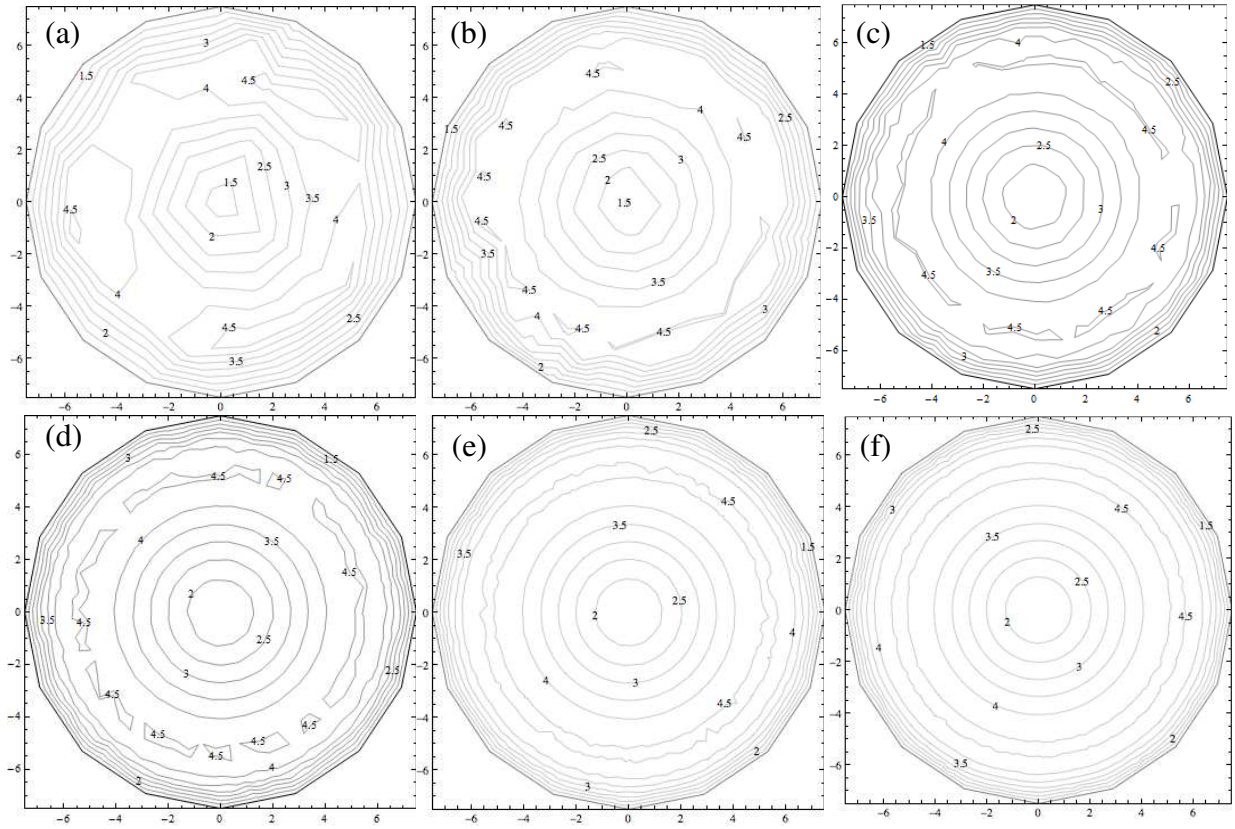


Figura 5.11 – Resultado para o problema utilizando fator de escala $\ell = 7,5$; (a) com 33 nós de dupla reciprocidade; (b) com 74 nós de dupla reciprocidade; (c) com 156 nós de dupla reciprocidade; (d) com 308 nós de dupla reciprocidade; (e) com 637 nós de dupla reciprocidade; (f) com 1227 nós de dupla reciprocidade.

Os resultados com menos de 308 nós de dupla reciprocidade para o problema sem fator de escala divergem da solução analítica e não foram mostrados aqui.

É notado que para uma grande quantidade de nós de dupla reciprocidade os modelos retornam resultados próximos, porém a diferença se dá entre 33 e 308 nós de dupla reciprocidade, Figura 5.11 (a), (b) e (c), onde os resultados foram melhores utilizando o fator de escala. Outros exemplos não mostrados aqui demonstram que o fator de escala reduz consideravelmente o número de nós para obter uma boa solução quando a dimensão do problema cresce.

Outra questão contundente é a escolha do valor desse fator de escala, foram feitos testes para o problema anterior com o fator de escala variando de 1 até 15 (dimensão máxima do problema) e foi notado que os resultados não mudam a partir do fator de escala 2,2 até 15. Não foi possível estabelecer uma fórmula para determinar o valor ideal desse fator, porém como os resultados convergem a partir de um determinado valor não é difícil programar uma rotina que mapeie valores entre a unidade e a dimensão máxima e determine um valor aceitável.

5.6 MONTAGEM DO SISTEMA LINEAR PARA O MECRD

Para a resolução da eq. (5.9) é montado o sistema linear na forma da eq. (5.19) mostrada a seguir:

$$c_i A_i - \int_{\Gamma} G_i \frac{\partial A}{\partial n} dS + \int_{\Gamma} \frac{\partial G_i}{\partial n} A dS = \sum_{j=1}^{C+D} \alpha_j \left(c_{ij} \hat{A}_j - \int_{\Gamma} G_i \frac{\partial \hat{A}_j}{\partial n} dS + \int_{\Gamma} \frac{\partial G_i}{\partial n} \hat{A}_j dS \right)$$

$$\mathbf{H} \vec{A} - \mathbf{G} \vec{Q} = (\mathbf{H} \hat{\mathbf{A}} - \mathbf{G} \hat{\mathbf{Q}}) \vec{\alpha} = (\mathbf{H} \hat{\mathbf{A}} - \mathbf{G} \hat{\mathbf{Q}}) \mathbf{F}^{-1} \vec{f} \quad (5.19)$$

onde $\mathbf{H}$ é a matriz relacionada à integração de $\frac{\partial G_i}{\partial n}$ para cada nó, a matriz $\mathbf{G}$ está relacionada à integração de G_i para cada nó, o vetor $\vec{Q}$ está relacionado à $\frac{\partial A}{\partial n}$, a matriz $\hat{\mathbf{A}}$ está relacionada à solução particular $\hat{A}_j$ e a matriz $\hat{\mathbf{Q}}$ está relacionada à derivada da solução particular $\frac{\partial \hat{A}_j}{\partial n}$. Nota-se que as matrizes $\mathbf{H}$, $\mathbf{G}$, $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{Q}}$ e $\mathbf{F}^{-1}$ não mudam quando apenas é alterado o valor dos parâmetros das antenas, uma vez que, seus valores dependem apenas da geometria do problema.

Para cada etapa do problema são geradas matrizes auxiliares que serão reutilizadas para solucionar o mesmo problema para diferentes parâmetros de antenas. A operação mais crítica é a multiplicação de matrizes na forma:

$$\mathbf{S} = (\mathbf{H} \hat{\mathbf{A}} - \mathbf{G} \hat{\mathbf{Q}}) \quad (5.20)$$

com ordem de $(C + D)^3$. É aconselhável guardar a decomposição LU da matriz $\mathbf{F}$ para resolver o sistema linear da eq. (5.10) onde é determinado o vetor $\vec{\alpha}$ para cada passo do problema.

A montagem do sistema linear da eq. (5.19) pode ser realizada de várias maneiras, a primeira utilizando o sistema desacoplado como mostrado na Figura 5.12:

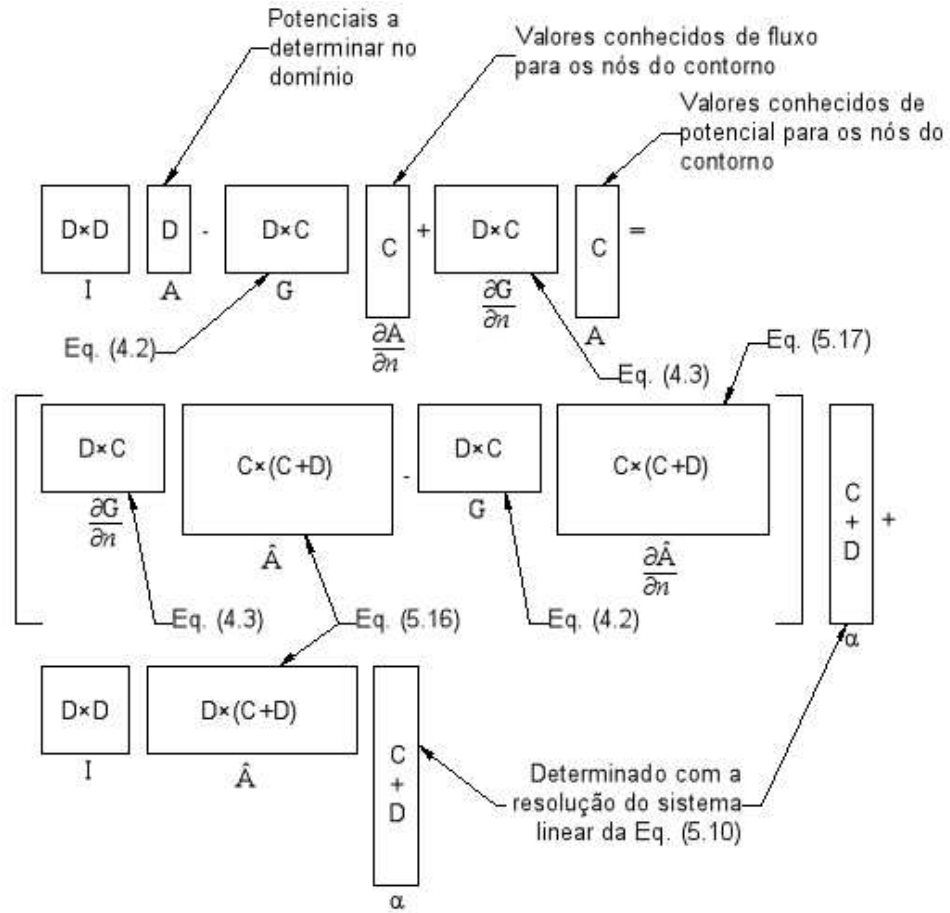


Figura 5.12 – Diagrama do sistema linear desacoplado da eq. (5.9).

sendo I a matriz identidade, A a matriz relacionada ao campo elétrico na primeira etapa e à temperatura na segunda etapa do problema e $\hat{A}$ a matriz relacionada à solução particular.

Nessa abordagem, primeiramente é calculado todos os valores de potencial e fluxo desconhecidos no contorno e nos elementos de interface, resolvidos compatibilizando o potencial e o fluxo, nesse caso ambos desconhecidos, entre as regiões, e então calculando o potencial no domínio de cada região independentemente das outras regiões.

A segunda maneira é utilizando o sistema linear acoplado ou global onde o contorno e o domínio de todos os tecidos são resolvidos em um único passo. O sistema linear é mostrado na Figura 5.13.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline FC & 0 \\ C \times C & C \times D \\ \hline FD & I \\ D \times C & D \times D \\ \hline \end{array} \\
 \frac{\partial G}{\partial n}
 \end{array}
 -
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline FC \\ C \\ \hline \end{array} \\
 A
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline FC & 0 \\ C \times C & C \times D \\ \hline FD & 0 \\ D \times C & D \times D \\ \hline \end{array} \\
 G
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline FC \\ C \\ \hline \end{array} \\
 \frac{\partial A}{\partial n}
 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline FC & 0 \\ C \times C & C \times D \\ \hline FD & I \\ D \times C & D \times D \\ \hline \end{array} \\
 \frac{\partial G}{\partial n}
 \end{array}
 \right]
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline (FC+FD) & \\ C \times (C+D) & \\ \hline (FC+FD) & \\ D \times (C+D) & \\ \hline \end{array} \\
 \hat{A}
 \end{array}
 -
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline FC & 0 \\ C \times C & C \times D \\ \hline FD & 0 \\ D \times C & D \times D \\ \hline \end{array} \\
 G
 \end{array}
 \left[\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline (FC+FD) & \\ C \times (C+D) & \\ \hline 0 & \\ D \times (C+D) & \\ \hline \end{array} \\
 \frac{\partial \hat{A}}{\partial n}
 \end{array}
 \right]
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline C \\ + \\ D \\ \hline \end{array} \\
 \alpha
 \end{array}$$

Figura 5.13 – Diagrama acoplado (global) do sistema linear desacoplado da eq. (5.9).

sendo as matrizes marcadas com FC relacionadas exclusivamente às fontes no contorno e as matrizes com FD relacionadas exclusivamente às fontes no domínio. O vetor α é obtido da resolução do sistema linear da eq. (5.10) para cada tecido. A convenção de sinais para os valores das componentes de r (r_x e r_y no caso bidimensional) entre os pontos fonte, pontos campo e de dupla reciprocidade é mostrada na Figura 5.14.

Essa abordagem se demonstrou demasiadamente custosa computacionalmente uma vez que a multiplicação de matrizes envolvidas à direita da igualdade na Figura 5.13 é muito maior do que na primeira abordagem onde as matrizes estão relacionadas às respectivas regiões.

A abordagem utilizada nesse trabalho foi mista entre a primeira (local) e a segunda (global) de forma a aproveitar suas respectivas vantagens. Nessa abordagem o sistema linear do lado esquerdo da igualdade na Figura 5.13 é global sendo feita sua decomposição LU apenas uma vez para todas as hipóteses de condições de contorno, o lado direito da igualdade, porém, é resolvido para cada tecido gerando um vetor solução local que é combinado ao vetor relacionado às condições de contorno conhecidas do sistema global e então gerando um sistema na forma $A \cdot x = b$.

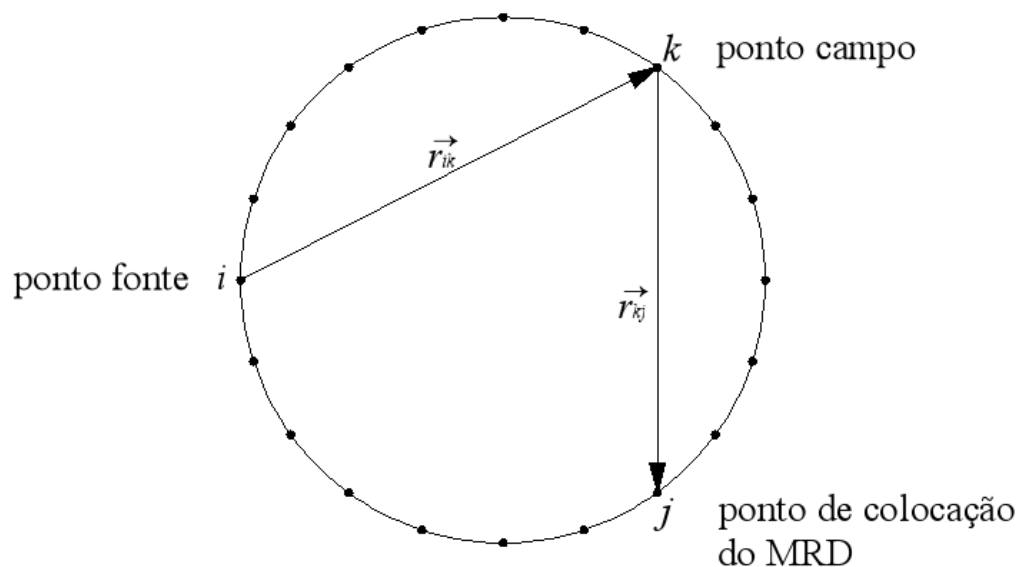


Figura 5.14 – Convenção de sinais (sentido positivo) para as componentes de r entre os pontos fonte, pontos campo e pontos de dupla reciprocidade

Quando duas regiões são conexas, elas compartilham elementos de interface, esses elementos atuam como elementos convencionais, porém tem ambas as condições de contorno (fluxo e potencial) desconhecidas. Esse fato deve ser levado em consideração na montagem do sistema global $A \cdot x = b$ onde geralmente é convencionado que o potencial em um nó entre duas regiões é o mesmo e o fluxo é negativo para uma região e positivo para outra.

A geração de malha deve levar em consideração as diversas regiões sendo feita a compatibilização entre os nós dessas regiões. A fim de evitar maiores problemas o gerador de malha utilizado é forçado a utilizar os nós comuns a duas regiões para criar os elementos de interface que são coincidentes por definição e impõe nó descontínuo quando há a ligação de mais de duas interfaces conforme a Figura 5.15.

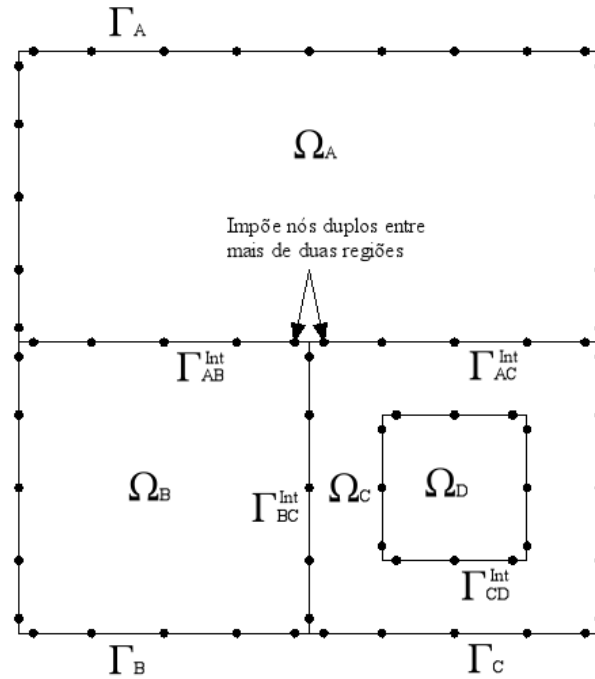


Figura 5.15 – Interface entre múltiplas regiões

5.7 ESTUDO DA CONVERGÊNCIA E PROPRIEDADE LOCAL DA APROXIMAÇÃO POR SÉRIES

Ao lidar com equipamentos médicos, lidamos diretamente com a vida das pessoas, desde então, a confiabilidade se torna um requisito de extrema importância, sendo assim, é importante tentar eliminar as incertezas do sistema antes que entre em operação. Dentre os principais geradores de incertezas relacionados aos métodos numéricos podemos citar:

1. Gerador de malha;
2. Inversão de matrizes;
3. Otimização.
4. Modelo matemático;

O gerador de malha escolhido é bastante robusto e tem apresentado bons resultados para as geometrias utilizadas nesse trabalho, porém em uma aplicação profissional é indicado testar diferentes malhas para uma resolução de um mesmo problema podendo ser tão redundante quanto se queira a fim de eliminar incertezas.

Como a otimização requer o cálculo rápido do problema para diferentes condições de contorno optou-se por realizar a decomposição LU das matrizes dos sistemas lineares. Essa tarefa foi realizada utilizando um pacote computacional pronto amplamente testado e documentado AlgLib® (AlgLib Project, Bochkov Sergey Anatolyevich), porém, esse procedimento pode ser

aprimorado utilizando a técnica de decomposição SVD (Single Value Decomposition) muito indicada para resolução de matrizes mau condicionadas. A Otimização será discutida no capítulo seguinte restando o modelo matemático como objetivo dessa seção.

A acurácia e eficiência do modelo MECRD estão obviamente relacionadas à escolha da função aproximadora, eq. (5.18), e a propriedade de convergência está relacionada ao número de elementos da série. Dessa forma será feita nessa seção uma resolução numérica como apresentada em Perrey-Debain [97] para estudar a convergência local e as propriedades da aproximação por séries. Seguindo o trabalho de Yamada, Power e Wrobel [105] que demonstraram que tal comportamento é critério essencial para convergência, porém não é uma prova matemática. É proposto examinar o comportamento da função aproximadora sendo expressa em termos de seus valores nodais ao invés de coeficientes escrita de forma alternativa a eq. (5.4) como a seguir:

$$f = \sum_{i=1}^M N_i f_i \quad M = C + D \quad (5.21)$$

onde M é a soma do número C de nós no contorno com o número D de nós no domínio, N_i é o vetor de funções aproximadoras e f_i o valor da função para os nós de interpolação i , sendo:

$$N_i(x) = \sum_{j=1}^M f_j(x) [F^{-1}]_{ji} \quad (5.22)$$

sendo F^{-1} a inversa da matriz F . Daqui por diante o estudo da função aproximadora será examinado em relação às propriedades da função N_i . Considerando o domínio Ω dividido em duas regiões A e B, onde A é um disco pequeno com raio R centrado no ponto x_p sendo avaliado, e B o resto do domínio Ω como mostrado na Figura 5.16a. Seguindo Yamada, Power e Wrobel [105], a série mostrada na eq. (5.21) é chamada de uma série de interpolação local se as três condições seguintes forem satisfeitas:

$$N_i(x) = 0 \quad i \in B \quad (5.23)$$

$$\sum_{i \in A} N_i(x) = 1 \quad (5.24)$$

$$\sum_{i \in A} |N_i(x)| < K < \infty \quad (5.25)$$

onde K é uma constante.

Seguindo Perrey-Debain [97], uma região quadrada com lado unitário será utilizada como região B, com ponto de avaliação x_p colocado no centro. Os N_i coeficientes são calculados nos 121 nós regularmente distribuídos conforme a Figura 5.16b. Os valores obtidos nos 9 nós na vizinhança do ponto x_p são mostrados nas Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 e para os pontos de avaliação x_{pn} próximos ao centro.

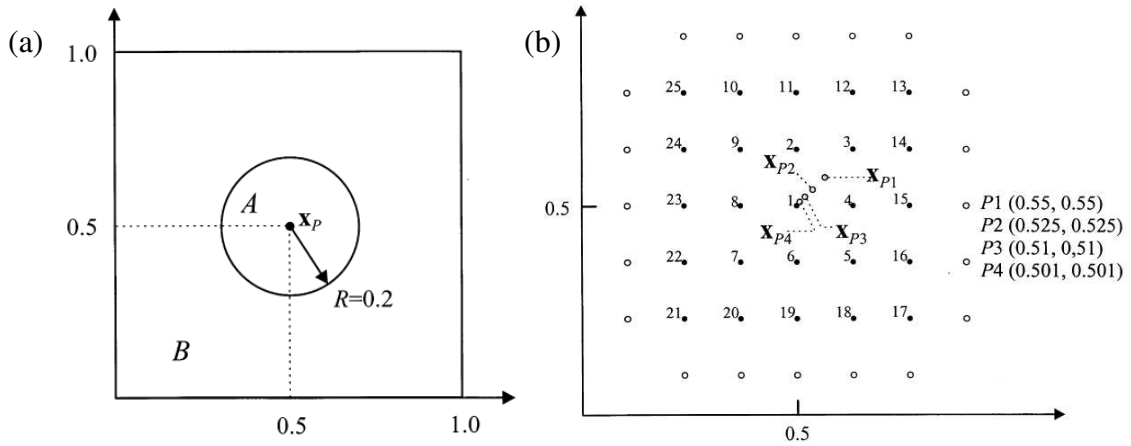


Figura 5.16 – (a) Sub-região A e B; (b) Localização dos nós (Perry-Debain [97])

Tabela 5.1 – Valores para a função aproximadora (axissimétrica)

Node	Função axissimétrica (Perry-Debain [97] tabela 1)				Valores acumulados			
	$N_i(P1)$	$N_i(P2)$	$N_i(P3)$	$N_i(P4)$	$N_{accum.}(P1)$	$N_{accum.}(P2)$	$N_{accum.}(P3)$	$N_{accum.}(P4)$
1	0,321	0,701	0,922	0,998	0,321	0,701	0,922	0,998
2	0,352	0,237	$0,907 \times 10^{-1}$	$-0,734 \times 10^{-2}$	0,673	0,938	1,013	0,991
3	0,352	0,101	$0,263 \times 10^{-1}$	$-0,201 \times 10^{-2}$	1,025	1,039	1,039	0,989
4	0,351	0,217	$0,828 \times 10^{-1}$	$-0,670 \times 10^{-2}$	1,376	1,256	1,122	0,982
5	$-0,414 \times 10^{-1}$	$-0,182 \times 10^{-1}$	$-0,359 \times 10^{-1}$	$-0,438 \times 10^{-4}$	1,335	1,238	1,086	0,982
6	$-0,414 \times 10^{-1}$	$-0,521 \times 10^{-1}$	$-0,353 \times 10^{-1}$	$-0,521 \times 10^{-2}$	1,293	1,186	1,051	0,977
7	$-0,870 \times 10^{-2}$	$-0,158 \times 10^{-1}$	$-0,115 \times 10^{-1}$	$-0,155 \times 10^{-2}$	1,285	1,170	1,039	0,975
8	$-0,463 \times 10^{-1}$	$-0,582 \times 10^{-1}$	$-0,394 \times 10^{-1}$	$-0,583 \times 10^{-2}$	1,238	1,112	1,000	0,969
9	$-0,507 \times 10^{-1}$	$-0,222 \times 10^{-1}$	$-0,439 \times 10^{-1}$	$-0,538 \times 10^{-4}$	1,188	1,090	0,956	0,969

Tabela 5.2 – Valores para a função aproximadora $(1 + r)$

Node	Distance function $(1 + r)$ [97]				Valores acumulados			
	$N_i(P1)$	$N_i(P2)$	$N_i(P3)$	$N_i(P4)$	$N_{accum.}(P1)$	$N_{accum.}(P2)$	$N_{accum.}(P3)$	$N_{accum.}(P4)$
1	0,281	0,587	0,824	0,982	0,281	0,587	0,824	0,982
2	0,281	0,198	$0,877 \times 10^{-1}$	$0,911 \times 10^{-2}$	0,562	0,785	0,912	0,991
3	0,281	$0,972 \times 10^{-1}$	$0,318 \times 10^{-1}$	$0,287 \times 10^{-2}$	0,843	0,882	0,944	0,994
4	0,281	0,198	$0,877 \times 10^{-1}$	$0,911 \times 10^{-2}$	1,124	1,080	1,031	1,003
5	$-0,847 \times 10^{-2}$	$0,484 \times 10^{-2}$	$0,598 \times 10^{-2}$	$0,875 \times 10^{-3}$	1,116	1,085	1,037	1,004
6	$-0,847 \times 10^{-2}$	$-0,187 \times 10^{-2}$	$0,144 \times 10^{-2}$	$0,368 \times 10^{-3}$	1,107	1,083	1,039	1,004
7	$-0,886 \times 10^{-2}$	$-0,144 \times 10^{-1}$	$-0,752 \times 10^{-2}$	$-0,993 \times 10^{-3}$	1,098	1,069	1,031	1,003
8	$-0,847 \times 10^{-2}$	$-0,187 \times 10^{-2}$	$0,144 \times 10^{-2}$	$0,368 \times 10^{-3}$	1,090	1,067	1,033	1,004
9	$-0,847 \times 10^{-2}$	$0,484 \times 10^{-2}$	$0,598 \times 10^{-2}$	$0,875 \times 10^{-3}$	1,081	1,072	1,039	1,005

Tabela 5.3 – Valores para a função aproximadora proposta

Node	Função proposta (eq. (5.18))				Valores acumulados			
	$N_i(P1)$	$N_i(P2)$	$N_i(P3)$	$N_i(P4)$	$N_{accum.}(P1)$	$N_{accum.}(P2)$	$N_{accum.}(P3)$	$N_{accum.}(P4)$
1	0,362	0,765	0,954	0,999	0,362	0,765	0,954	0,999
2	0,362	0,234	$0,874 \times 10^{-1}$	$0,755 \times 10^{-2}$	0,724	0,999	1,041	1,007
3	0,362	$0,922 \times 10^{-1}$	$0,213 \times 10^{-1}$	$0,150 \times 10^{-2}$	1,086	1,091	1,063	1,008
4	0,362	0,234	$0,874 \times 10^{-1}$	$0,755 \times 10^{-2}$	1,448	1,325	1,150	1,001
5	$-0,727 \times 10^{-1}$	$-0,324 \times 10^{-1}$	$-0,632 \times 10^{-2}$	$-0,686 \times 10^{-4}$	1,375	1,293	1,144	1,000
6	$-0,726 \times 10^{-1}$	$-0,927 \times 10^{-1}$	$-0,574 \times 10^{-1}$	$-0,720 \times 10^{-2}$	1,303	1,200	1,086	0,993
7	$-0,367 \times 10^{-2}$	$-0,120 \times 10^{-1}$	$-0,983 \times 10^{-2}$	$-0,140 \times 10^{-2}$	1,299	1,188	1,077	0,992
8	$-0,726 \times 10^{-1}$	$-0,927 \times 10^{-1}$	$-0,574 \times 10^{-1}$	$-0,720 \times 10^{-2}$	1,226	1,095	1,019	0,985
9	$-0,727 \times 10^{-1}$	$-0,324 \times 10^{-1}$	$-0,632 \times 10^{-2}$	$-0,686 \times 10^{-4}$	1,154	1,063	1,013	0,985

Também de acordo com a metodologia em Perrey-Debain [97], a qualidade da interpolação local é estudada como função do número de nós M na equação (5.22), usando o mesmo modelo da Figura 5.16a com nós uniformemente distribuídos e o ponto de avaliação x_p no centro do círculo. Nas Figuras 5.17, 5.18 e 5.19 são mostrados os resultados obtidos para os três parâmetros seguintes:

$$C_1 = \sum_{i \in B} |N_i(x_p)| \quad (5.26)$$

$$C_2 = \left| \sum_{i \in A} N_i(x_p) - 1 \right| \quad (5.27)$$

$$C_3 = \sum_{i \in A} |N_i(x_p)| \quad (5.28)$$

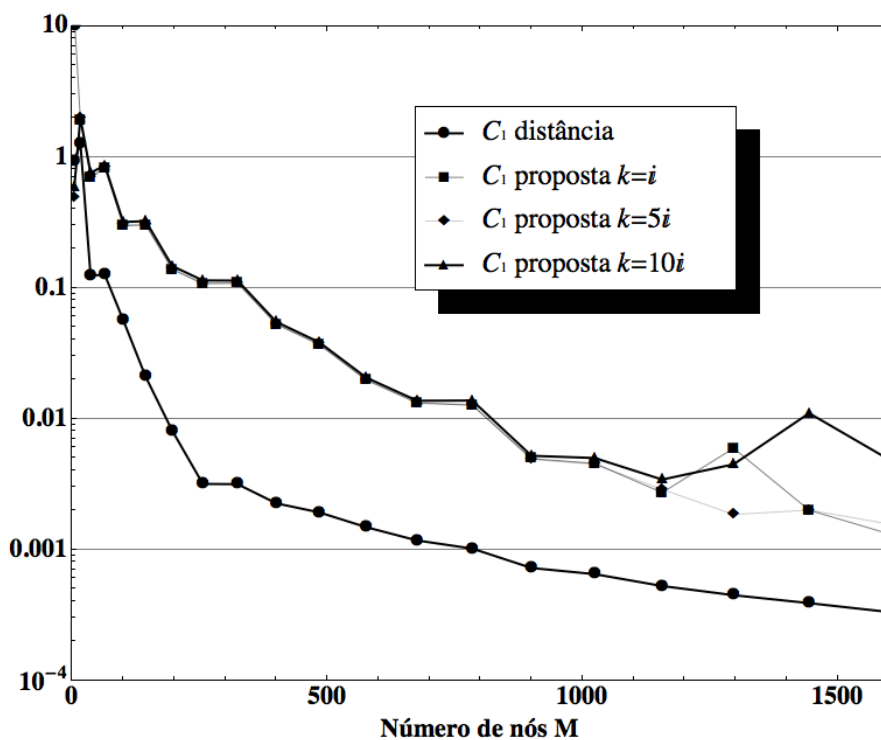


Figura 5.17 – Parâmetro C_1 - Condição de convergência para função distância e função proposta eq. (5.18) ($k = i$, $k = 5i$ e $k = 10i$ com $\ell = 1$)

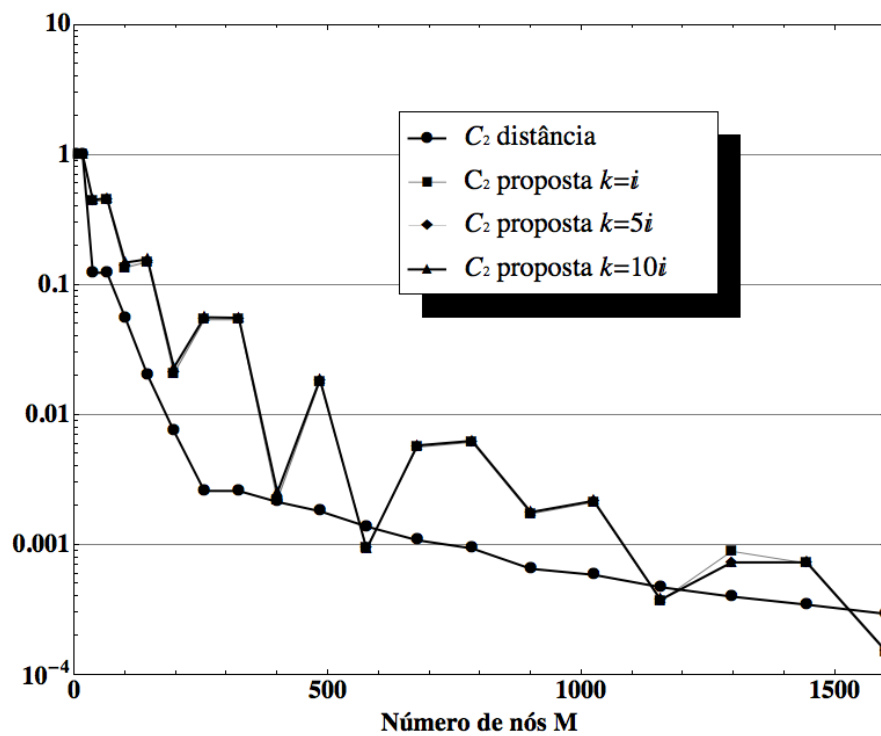


Figura 5.18 – Parâmetro C_2 - Condição de convergência para função distância e função proposta eq. (5.18) ($k = i$, $k = 5i$ e $k = 10i$ com $\ell = 1$)

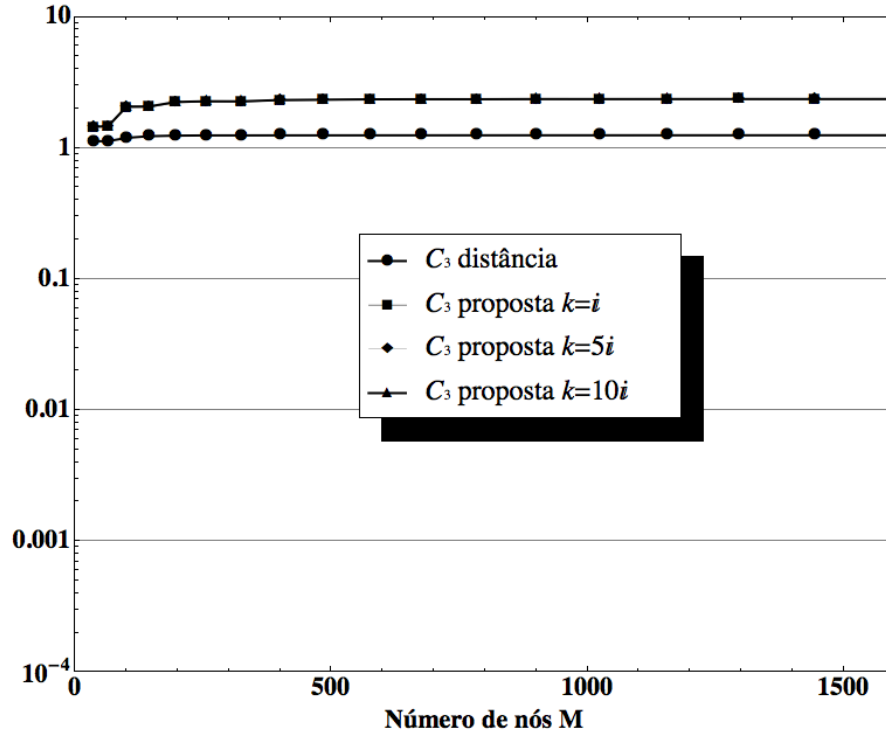


Figura 5.19 – Parâmetro C_2 - Condição de convergência para função distância e função proposta eq. (5.18) ($k = i, k = 5i$ e $k = 10i$ com $\ell = 1$)

Os resultados obtidos com a função proposta nesse trabalho, Tabela 5.3, são comparados com os resultados das Tabelas 5.1 e 5.2, obtidas por Perray-Debain [97] para a equação axissimétrica e função distância, respectivamente, o valor de k sendo igual à unidade imaginária ($k = i$) e ℓ sendo igual à unidade ($\ell = 1$) para a avaliação de cada coeficiente N_i .

Note que todas as funções geram interpolação local com maior variação nos resultados para a função axissimétrica (Tabela 5.1) e a função proposta (Tabela 5.3) em relação aos obtidos para a função distância (Tabela 5.2), que possui o comportamento de uma interpolação linear, com os maiores pesos nos pontos 1 à 4. As Figuras 5.17, 5.18 e 5.19 mostram o comportamento da função proposta assim como a função distância conforme o número de nós M cresce, não sofrendo grandes mudanças em função do número de onda k até $M = 1000$ nós, quando a matriz F se torna mal condicionada.

Para comparar os modelos foram feitos testes para outras funções no domínio do problema mostrado na Figura 5.4 onde a solução analítica é difícil de obter para o modelo bidimensional, com os resultados mostrados para $f = 100x$. Nesse caso, os resultados foram comparados com a solução utilizando células de domínio, com discretização em 474 células. A discretização foi refinada em relação à mostrada nos problemas anteriores ficando como na Figura 5.20, sendo o número de nós de dupla reciprocidade aumentados para 74. Os resultados

considerando valor unitário da função $A(x, y) = 1$ como condição de contorno são mostrados nas Figuras 5.21, 5.22 e 5.23.

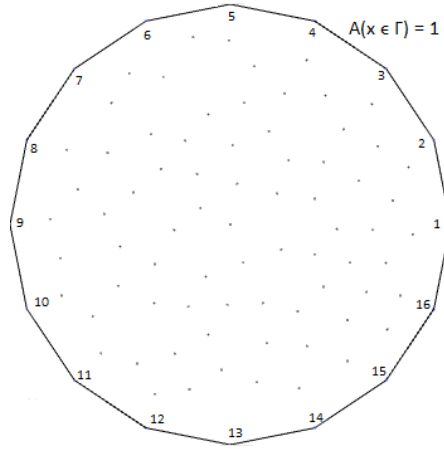


Figura 5.20 – Discretização da geometria com os elementos de contorno e nós de domínio para $f = 100x$

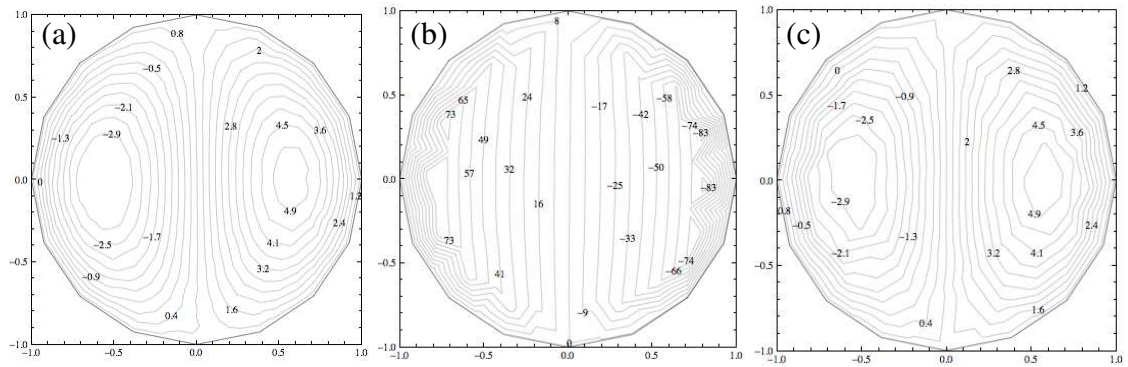


Figura 5.21 – $f = 100x$ e $k = i$; (a) Células de domínio; (b) Função $1 + r$; (c) Função proposta

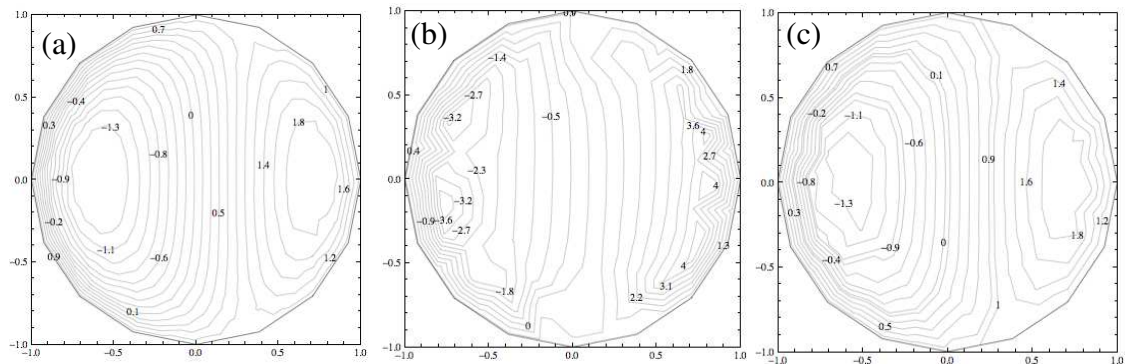


Figura 5.22 – $f = 100x$ e $k = 5i$; (a) Células de domínio; (b) Função $1 + r$; (c) Função proposta

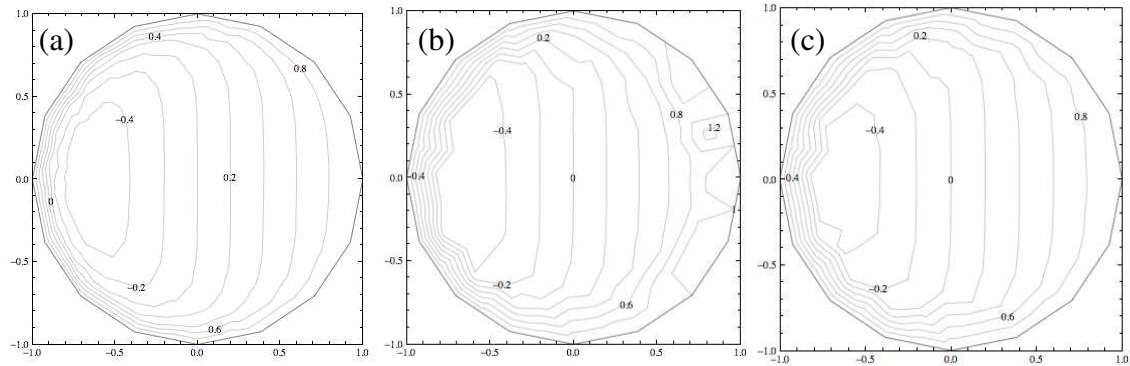


Figura 5.23 – $f = 100x$ e $k = 10i$; (a) Células de domínio; (b) Função $1 + r$; (c) Função proposta

As Figuras 5.21, 5.22 e 5.23 mostram que a formulação do MECRD com a função proposta produz melhores resultados em relação à função $1 + r$, para todos os valores de k adotados. Um teste final foi realizado para verificar a qualidade dos resultados conforme o número de elementos de contorno e nós de reciprocidade dual crescem, com os resultados mostrados na figura a seguir:

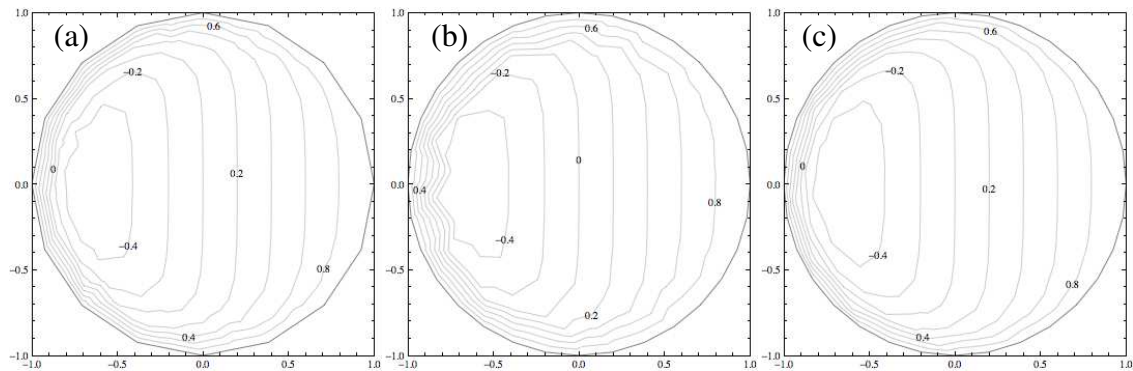


Figura 5.24 – $f = 100x$ e $k = 10i$; (a) 32 elementos de contorno e 148 nós de dupla reciprocidade; (b) 64 elementos de contorno e 74 nós de dupla reciprocidade; (c) 64 elementos de contorno e 148 nós de dupla reciprocidade.

É notado que na Figura 5.24 os resultados obtidos são mais sensíveis ao aumento dos nós de dupla reciprocidade do que o refinamento da discretização dos elementos de contorno.

Capítulo 6 ALGORITMO GENÉTICO

O Algoritmo Genético, AG, teve inspiração na teoria da evolução onde os indivíduos mais aptos de uma população têm mais chances de se reproduzir e passar seu genoma às próximas gerações. Nesse algoritmo um indivíduo é chamado de genoma (um conjunto de genes) que o define unicamente, sua aptidão é determinada por uma função de aptidão, geralmente essa função mapeia cada genoma em um valor real com a maior sensibilidade possível ao parâmetro de entrada.

A forma com que é feita a reprodução também é inspirada nos organismos vivos através da genética. Os indivíduos selecionados, chamados de pais, são cruzados de forma que o genoma resultante seja parte do genoma de cada pai, podendo haver também mutação na formação de um gene como evento raro.

No AG uma população está definida no tempo como geração e cada passo de geração é chamado de evolução, por definição não existe um critério de parada para o AG, sendo tipicamente definido por um número fixo de evoluções, quando a melhor solução não muda por muitas gerações ou quando há a convergência da população. Através dos testes executados nota-se a lenta evolução devido a grande sensibilidade dos resultados a mudanças nos parâmetros de entrada (parâmetros das antenas) sendo então escolhidos como critério de parada limitar o número de evoluções a um número grande.

Uma vantagem desse método é não necessitar de um bom palpite inicial, ou seja, uma população inicial já com bons elementos, sendo dessa forma escolhida uma população inicial aleatória onde deve haver no mínimo um indivíduo com área de hipertermia no tumor. O algoritmo usado é descrito em Goldberg [106] como algoritmo genético simples com sobreposição (toda geração substitui a geração anterior) e com elitismo (os melhores indivíduos são clonados nas gerações seguintes).

6.1 FUNÇÃO APTIDÃO UTILIZADA NO MODELO E JUSTIFICATIVAS

Nesse trabalho foi desenvolvida uma função que mapeia cada indivíduo um número real quantificando sua aptidão, conforme a seguir:

$$\text{aptidão}(\text{genoma}) = \sum_{r=1}^n \text{sadio}_r \text{penalidade} + \text{tumor}_r \text{gratificação} \quad (6.1)$$

sendo sadio_r a área de tecido sadio atingido por hipertermia para a região r , penalidade um valor negativo que informa importância do respectivo tecido, tumor_r a área de tumor atingida por hipertermia e gratificação a respectiva importância em atingir esse tumor. Para o modelo proposto cada região deve conter apenas um tecido sendo que um tecido descontínuo deve ser definido por diferentes regiões conforme a Figura 6.1:

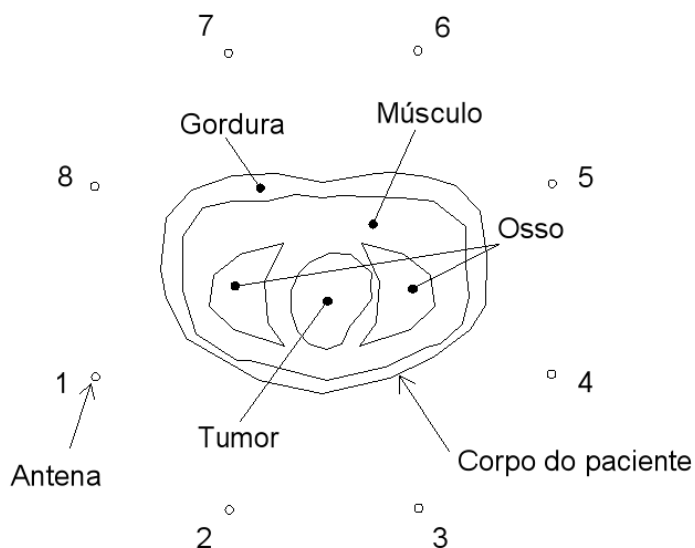


Figura 6.1 – Vista da seção transversal do corpo do paciente, adaptado de Lang, Erdmann e Seebass [111].

A escolha da penalidade para cada tecido deve ser feita considerando sua importância, porém esse conceito não é absoluto uma vez que essa escolha também tem efeito na velocidade de convergência do AG. Desse modo a relação entre a penalidade nos tecidos saudáveis e a gratificação no tumor deve ser estudada com alguns testes indo do menos restritivo aos mais restritivos verificando a possibilidade de melhora dos resultados.

Por exemplo, assumindo que haja gordura, músculo, um órgão vital e o tumor, podemos adotar como referência o músculo assumindo valor de penalidade -1,0, a gordura como não é tão importante podemos adotar penalidade -0,3 e o órgão vital como é muito importante adotamos penalidade -10,0. Agora o valor para a gratificação no tumor é variável, então tomamos como valor 1,0 e testamos, caso o AG não retorne resultados viáveis ou esteja demorando muito para convergir, então adotamos um valor maior como 2,0, e assim por diante até obtermos uma boa resposta.

6.2 CRUZAMENTO – CROSSING OVER

Uma vez que se está trabalhando com uma população de tamanho fixo (sem sobreposição) então para cada geração deve ser criado um número fixo de indivíduos do cruzamento entre dois indivíduos da geração anterior. A exceção o elitismo do melhor indivíduo da geração anterior que será clonado na população seguinte.

A seleção dos pais a serem escolhidos é feita utilizando o método da roleta. Nesse método cada indivíduo possui uma faixa de acordo com sua função de aptidão, eq. (6.1), conforme a Figura 6.2, sendo escolhidos dois pais para cada cruzamento.

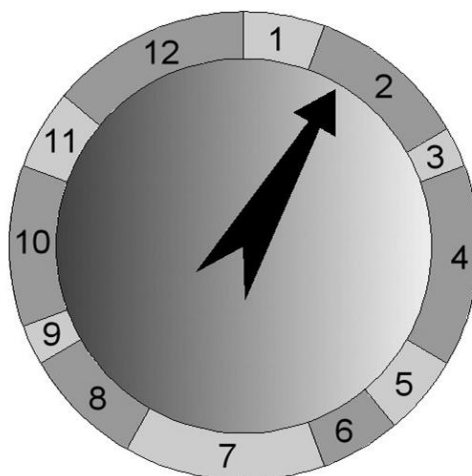


Figura 6.2 – Método de seleção dos pais para o cruzamento - roleta.

A estrutura de dados de cada indivíduo é traduzida em uma cadeia de bits (string), ou genoma, essa cadeia de bits é gerada considerando a representação inteira dos valores dos parâmetros de cada antena na forma binária, sendo então mapeados sequencialmente para cada elemento do vetor de antenas. Para o cruzamento é escolhido aleatoriamente um ponto de corte e assim gerado o genoma do descendente com a combinação dos dois genomas pais conforme a figura a seguir. Também pode ser estipulada uma função de mutação com estatística baixa na formação de cada bit.

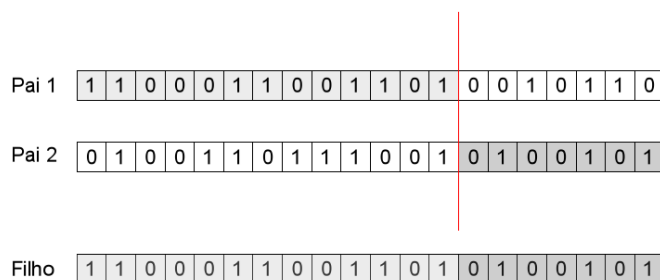


Figura 6.3 – Método de seleção dos pais para o cruzamento - roleta.

6.3 IMPLEMENTAÇÃO PARA VÁRIOS PROCESSADORES – PARALELISMO

Após feito o cruzamento e aplicado a função mutação sobre cada bit do descendente gerado (filho) deve ser resolvido o problema e calculada a função de aptidão para esse filho utilizando o procedimento do capítulo anterior. Considerando o caso de vários processadores existe duas opções de implementação:

1. A resolução de cada filho é feita em uma thread diferente;
2. A multiplicação das matrizes por vetores são feitas em várias threads.

A primeira opção é mais simples de implementar e elegante uma vez que o cálculo do problema é reentrante, ou seja não interfere nas outras threads, porém com o custo de sobrecarregar a rede devido a grande quantidade de acessos aos elementos das matrizes e vetores. A segunda opção é melhor, principalmente caso as matrizes sejam grandes, havendo uma grande quantidade de bibliografia a respeito e pacotes computacionais prontos, geralmente a metodologia utilizada é a divisão da matriz em sub-matrizes copiadas para cada uma das threads e então executadas as operações de multiplicação. A segunda opção também pode ser adaptada para o cálculo da matriz S sendo essa uma das operações mais caras na resolução do problema.

Na Figura 6.5 é mostrado o fluxograma para a resolução do problema. O AG tem a característica de manter na população atual indivíduos iguais aos das populações anteriores, dessa forma, é interessante criar uma tabela de espalhamento (*hash table*), Figura 6.4, com os indivíduos já calculados. O tamanho dessa tabela deve ser mantido de forma que a consulta seja uma operação barata em relação ao cálculo desse indivíduo.

Foi utilizada a função de espalhamento (*hash*) na forma:

$$\text{hash}(\text{genoma}) = \sum_{a=1}^n (\text{amplitude}[a] \% 10 + \text{fase}[a] \% 10) \times 10^a \quad (6.2)$$

sendo % a operação de resto da divisão (módulo), essa função utiliza o ultimo dígito dos parâmetros de amplitude e fase de cada antena para gerar um número com no máximo $a + 1$ dígitos conforme a figura a seguir:

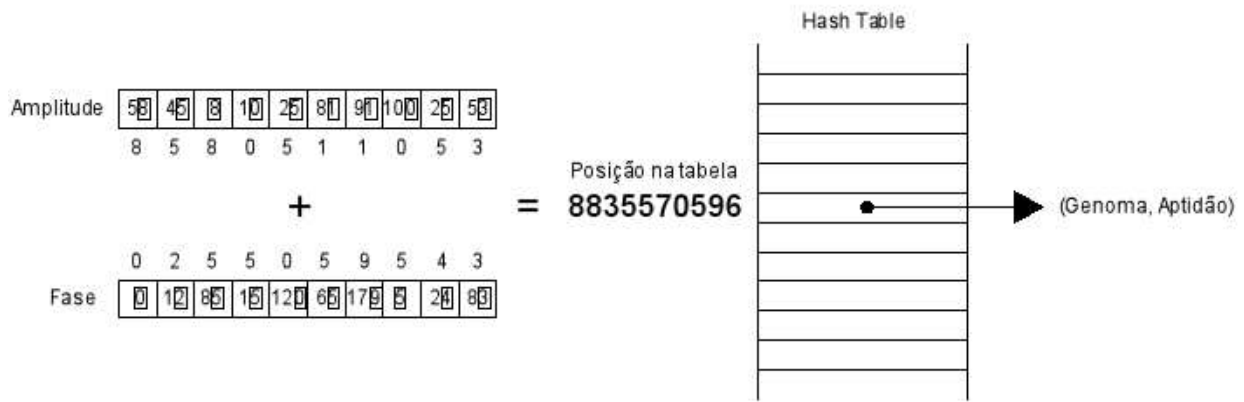


Figura 6.4 –Exemplo de aplicação da função de espalhamento (hash).

Essa função tem uma leve tendência em mapear em valores mais próximos ao centro da tabela, porém se demonstrou bem eficaz nos testes executados. A tabela tem um tamanho inicial

de (200 Mb) sendo povoada somente com ponteiros, cada genoma inserido na tabela ocupa no mínimo 4 bytes, caso seja implementada a busca por lista ligada quando houver uma colisão, deve-se ficar atento ao tamanho da tabela em relação à memória do computador.

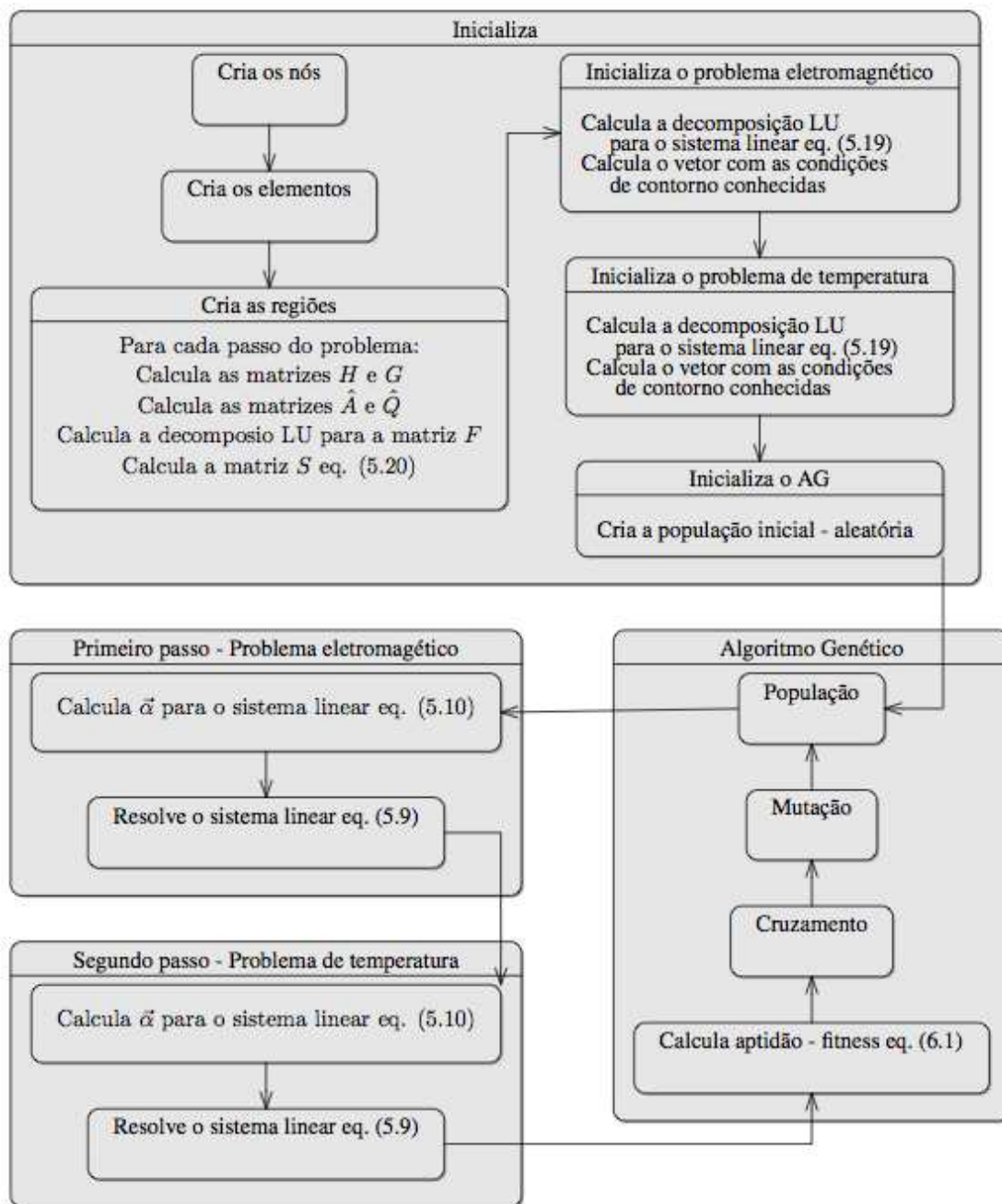


Figura 6.5 – Fluxograma de resolução do problema

Capítulo 7 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

7.1 EXEMPLO COM TUMOR PROFUNDO

A título de comprovação dos resultados foi testado o exemplo proposto em Thiebaut e Lemonnier [103] da Figura 1.1 modificada como a seguir:

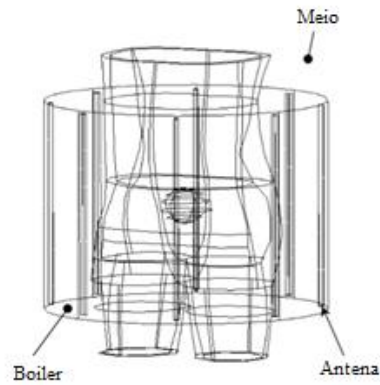


Figura 7.1 – Vista do dispositivo de geração de calor por antenas, extraído de Thiebaut [103].

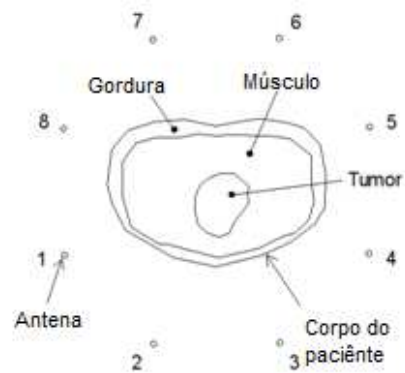


Figura 7.2 – Vista da seção transversal do corpo do paciente, modificado de Thiebaut [103].

O aparelho utiliza uma frequência de 100 MHz sendo os parâmetros dos tecidos informados na referência:

Tabela 7.1 – Tecido e propriedades elétricas a 100 MHz ($\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$, $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$), Lynch [107].

Tecido	ϵ/ϵ_0	σ
Gordura	10.5	0.22
Músculo	72.0	0.889
Tumor	72.0	0.889

Tabela 7.2 – Tecido e propriedades termais ($C_{pb} = 3475 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $T_a = 37^\circ\text{C}$), Chen [108].

Tecido	λ	W_b	Q_m
Gordura	0.2	0.3	269.0
Músculo	0.545	0.433	703.5
Tumor	0.545	0.0	0.0

Foi imposta temperatura de 37 °C e fluxo do campo elétrico (J) igual à zero no contorno do corpo do paciente, com esses parâmetros foram realizados dois testes, no primeiro o parâmetro W_b do tumor foi tomado como pequeno obtendo resultados satisfatórios de hipertermia no tumor (esse teste será comparado com o algoritmo genético nos exemplos a seguir). No segundo teste o parâmetro W_b foi tomado como igual ao do músculo $W_b = 0.433$ sendo mostrados os resultados para uma disposição de antenas:

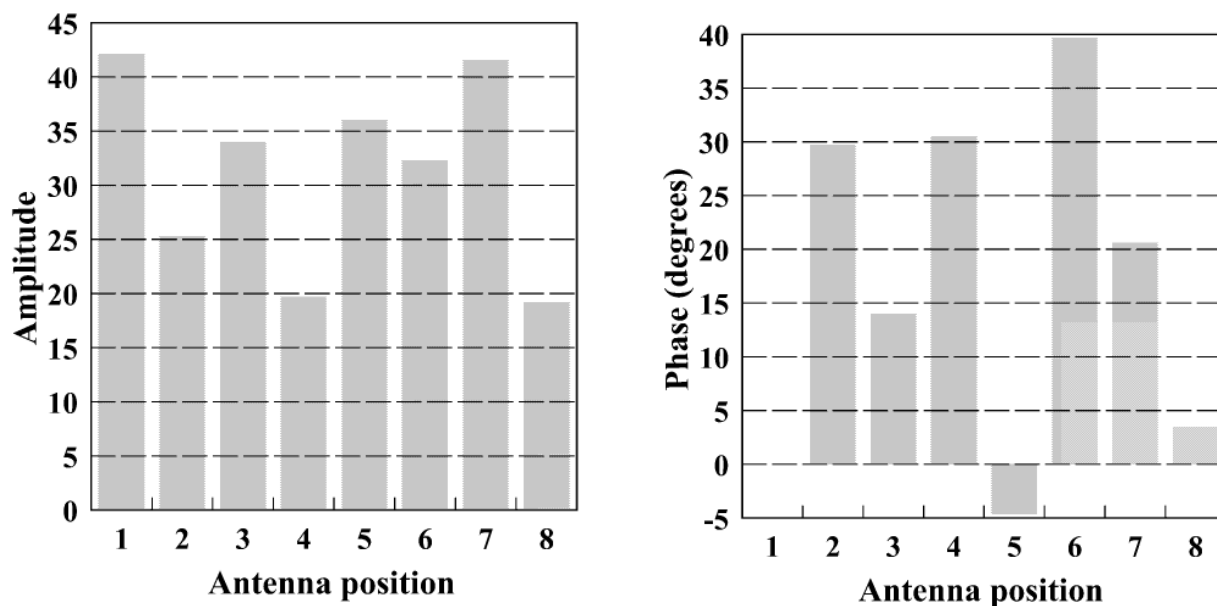


Figura 7.3 – Amplitude e ângulo de fase das antenas testada no exemplo em Thiebaut [103].

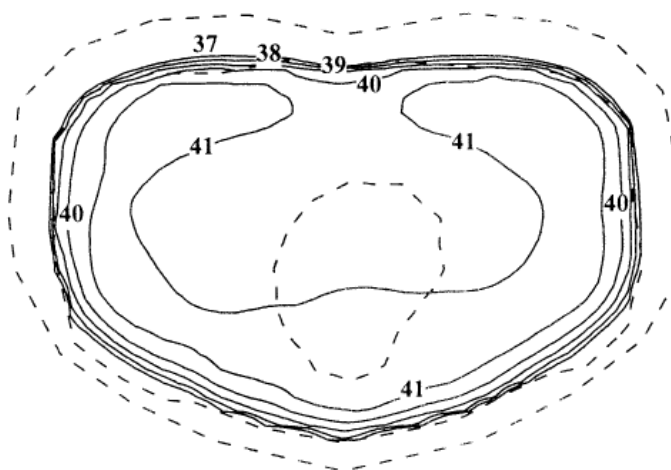


Figura 7.4 – Campo de temperaturas resultante obtido em Thiebaut [103].

Utilizando os mesmos parâmetros de antenas da Figura 7.3 foram obtidos os resultados:

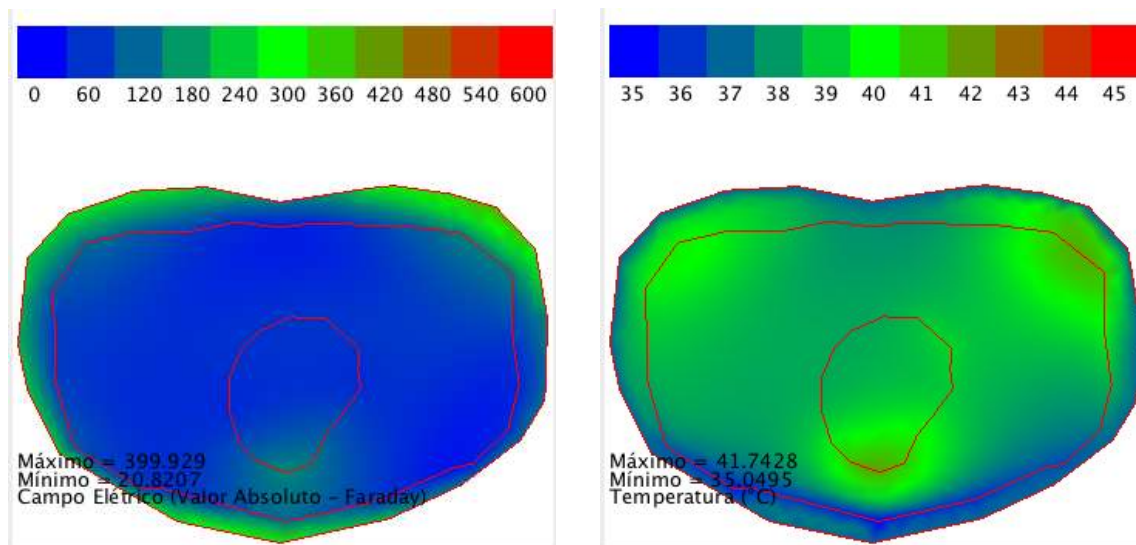


Figura 7.5 – Resultados obtidos com o MECRD utilizando os parâmetros de antena da Figura 7.3.

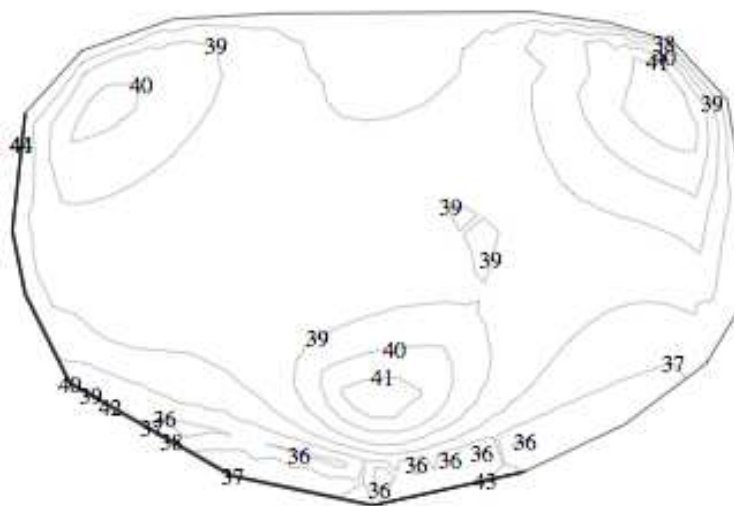


Figura 7.6 – Campo de temperatura obtido utilizando os parâmetros de antena da Figura 7.3.

Comparando o campo de temperaturas obtido através do programa com o campo de temperaturas da referência, Figura 7.4 (Thiebaut [103]), é notado uma proximidade dos resultados em valores absolutos e em seu comportamento. Cabe lembrar que na referência é utilizado um modelo tridimensional com uma metodologia simplificada para determinar o campo elétrico e a temperatura no paciente.

Foram notados valores inferiores a 37°C na borda inferior (gordura) nos resultados do modelo proposto, essas temperaturas inesperadas são resultado de erros numéricos relacionados

ao MECRD quando os elementos estão muito próximos, sendo esse o caso nessa região (a malha utilizada é mostrada na Figura 7.9), esses erros tendem a desaparecer quando modificamos a malha do problema diminuindo a concentração de nós de dupla reciprocidade nessa região. Os resultados são mostrados a seguir:

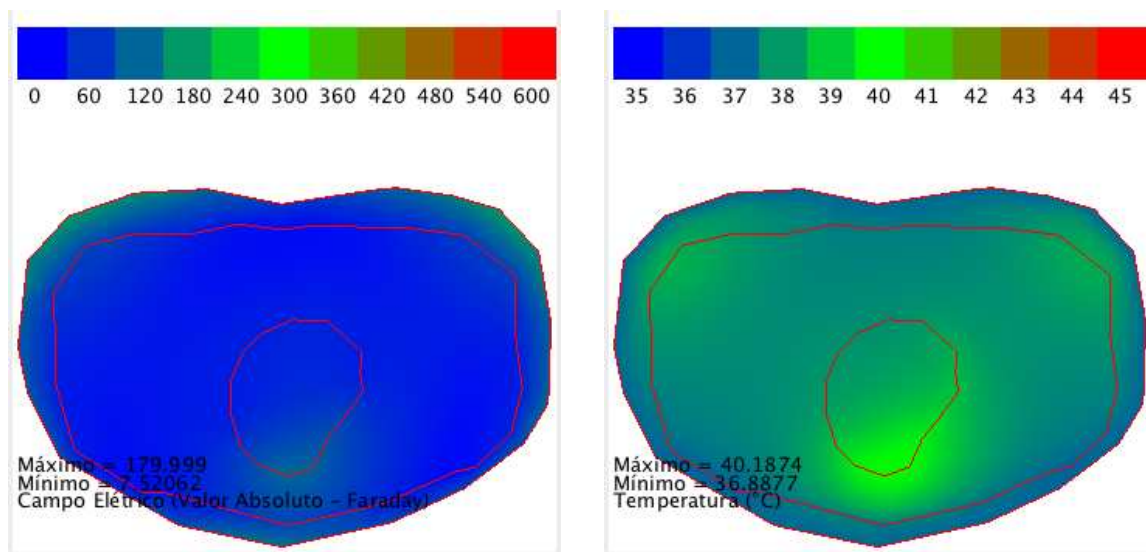


Figura 7.7 – Resultados obtidos com o MECRD utilizando os parâmetros de antena da Figura 7.3 com malha mais grossa para o tecido gordura.

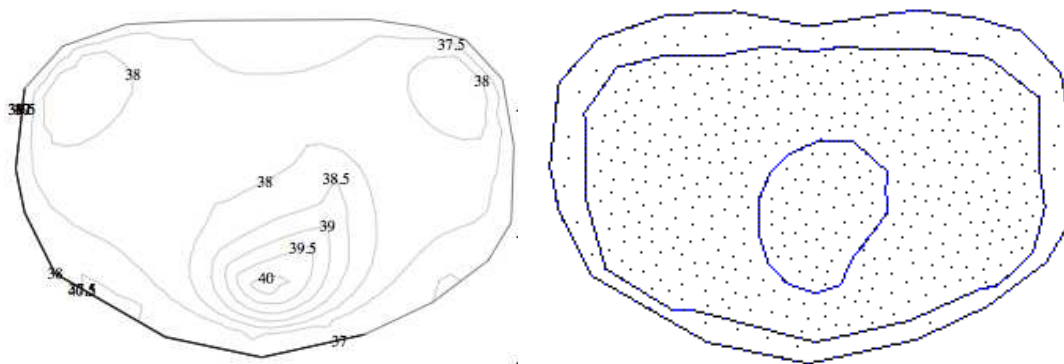


Figura 7.8 – Campo de temperatura obtido utilizando os parâmetros de antena da Figura 7.3 com malha mais grossa para o tecido gordura e a malha utilizada para sua resolução.

É notado que no caso resolvido com a malha mais grossa existe uma maior conformidade dos resultados na região de gordura e o comportamento do campo de temperaturas permanece o mesmo, porém o campo elétrico resultante mostrado na Figura 7.7 é muito diferente do obtido com malha mais refinada, Figura 7.5. Isso é causado pela forte dependência do campo elétrico no interior do problema ao tecido gordura que agora está sendo discretizado de forma muito pobre.

Dessa forma tem-se em uma situação onde refinar a malha do tecido gordura prejudicaria a resolução do campo de temperaturas nesse tecido enquanto deixa-la mais grossa prejudicaria a resolução do campo de temperatura em todos os tecidos. Obviamente a primeira opção é melhor garantido uma resolução mais apurada da hipertermia nos tecidos mais internos e importantes. Esses erros numéricos estão relacionados ao mal condicionamento da matriz $\mathbf{F}$ quando temos nós muito próximos uns aos outros, daí surge a necessidade em se estudar diferentes malhas do problema antes de iniciar o processo de otimização.

Utilizando os parâmetros anteriores foi feita a otimização com AG para o problema com $W_b = 0.433$ no tumor, foram utilizadas gerações com uma quantidade fixa de 100 elementos e estatística de mutação de 1 em 1000. A malha utilizada é mostrada a seguir:

Tabela 7.3 – Quantidade de nós utilizados na malha.

Tecido (região)	Nós no contorno	Nós no domínio
Tumor	135	55
Músculo	333	386
Gordura	378	97

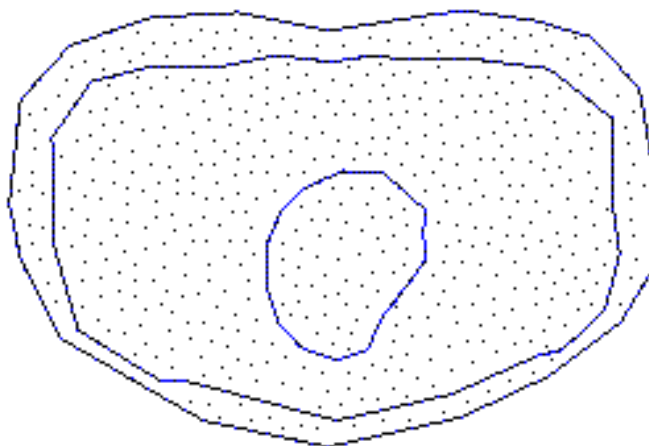
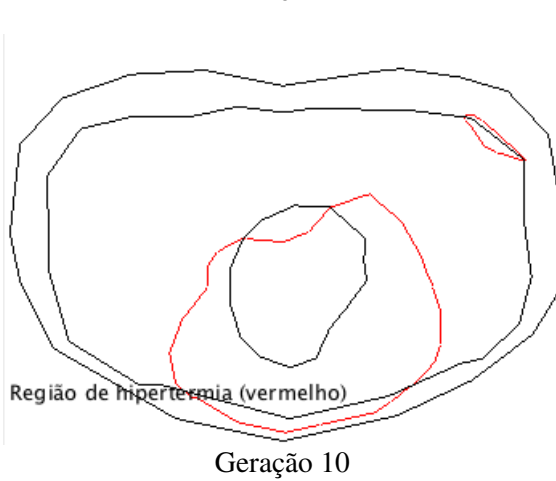
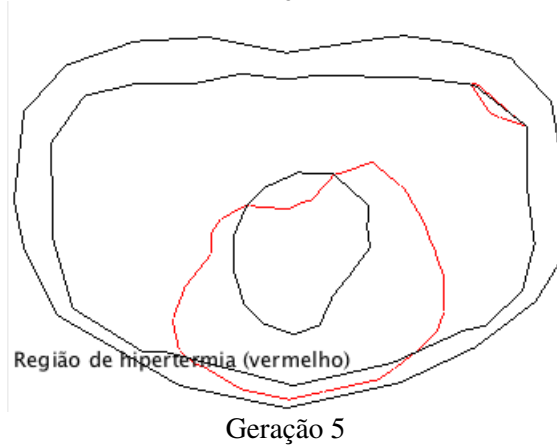
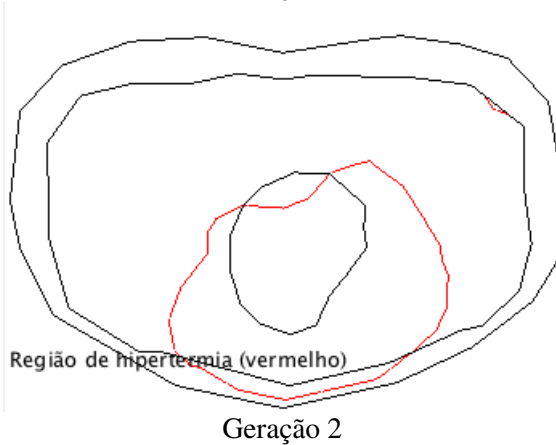
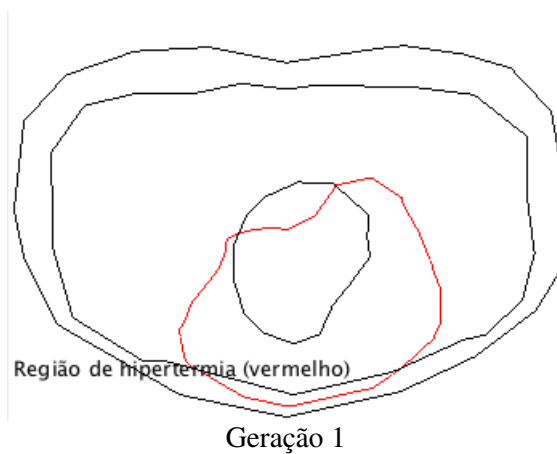
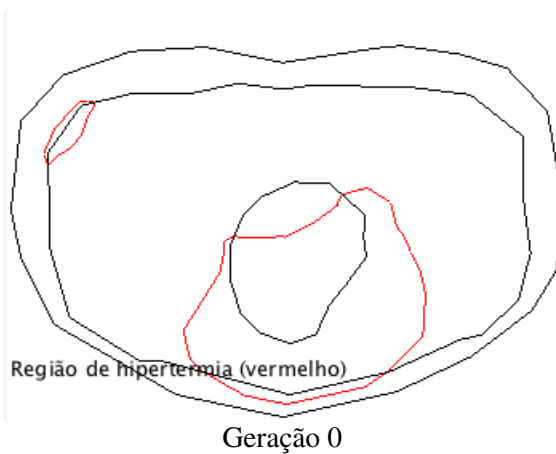
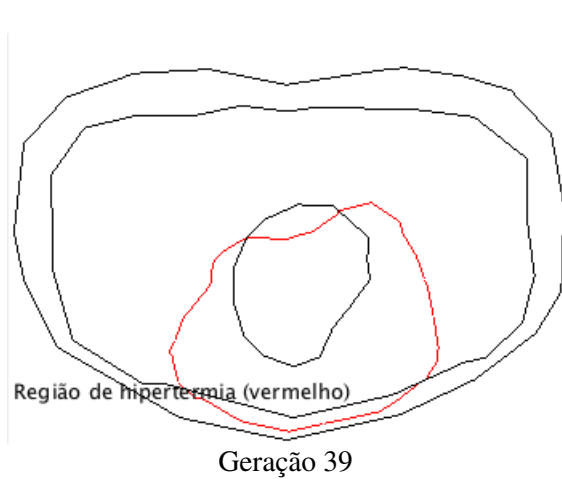
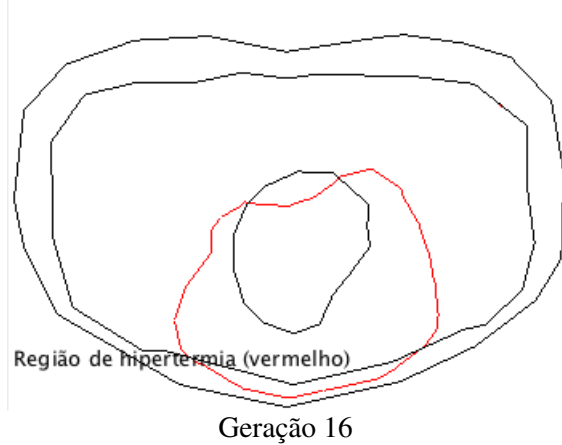
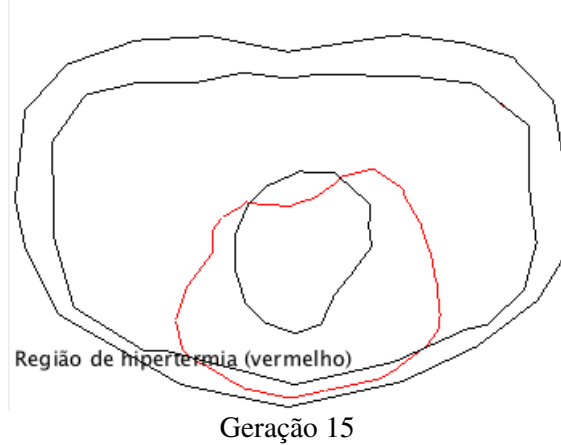
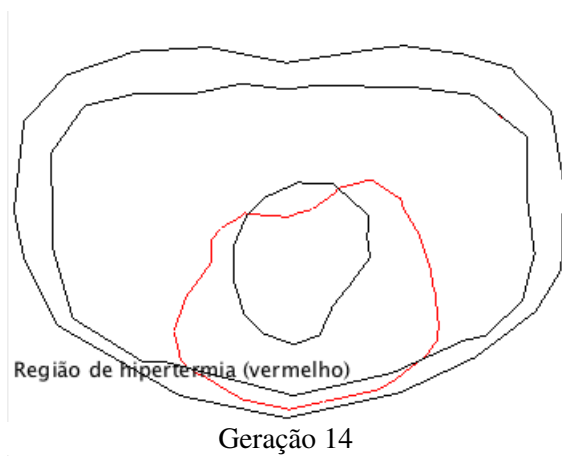
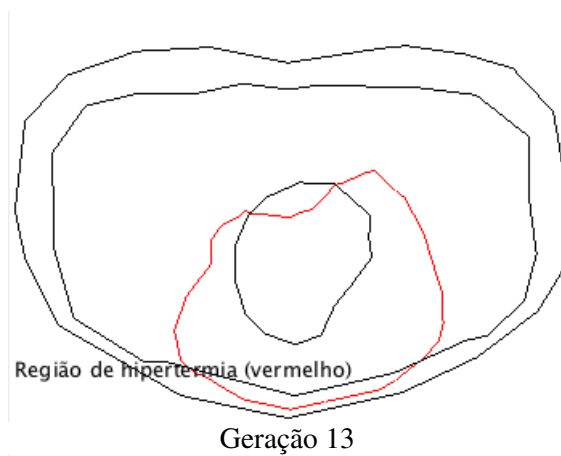
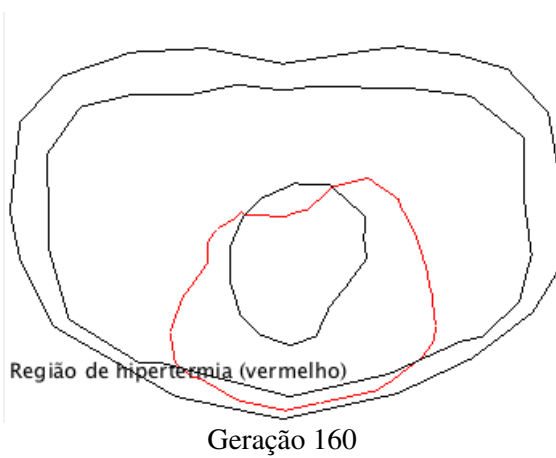
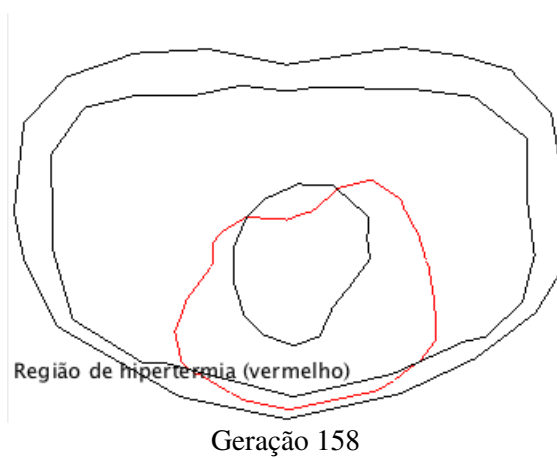
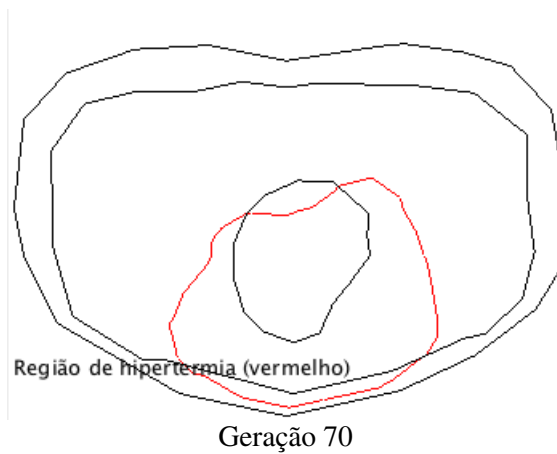
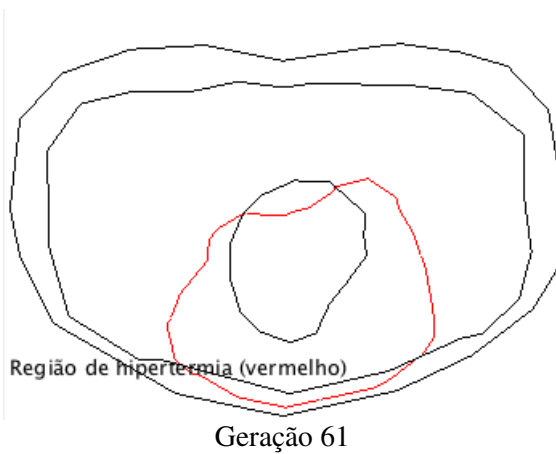


Figura 7.9 – Malha utilizada na otimização com o AG.

Nas figuras a seguir é mostrada a região de hipertermia para o melhor indivíduo das gerações onde houve melhora dos resultados:







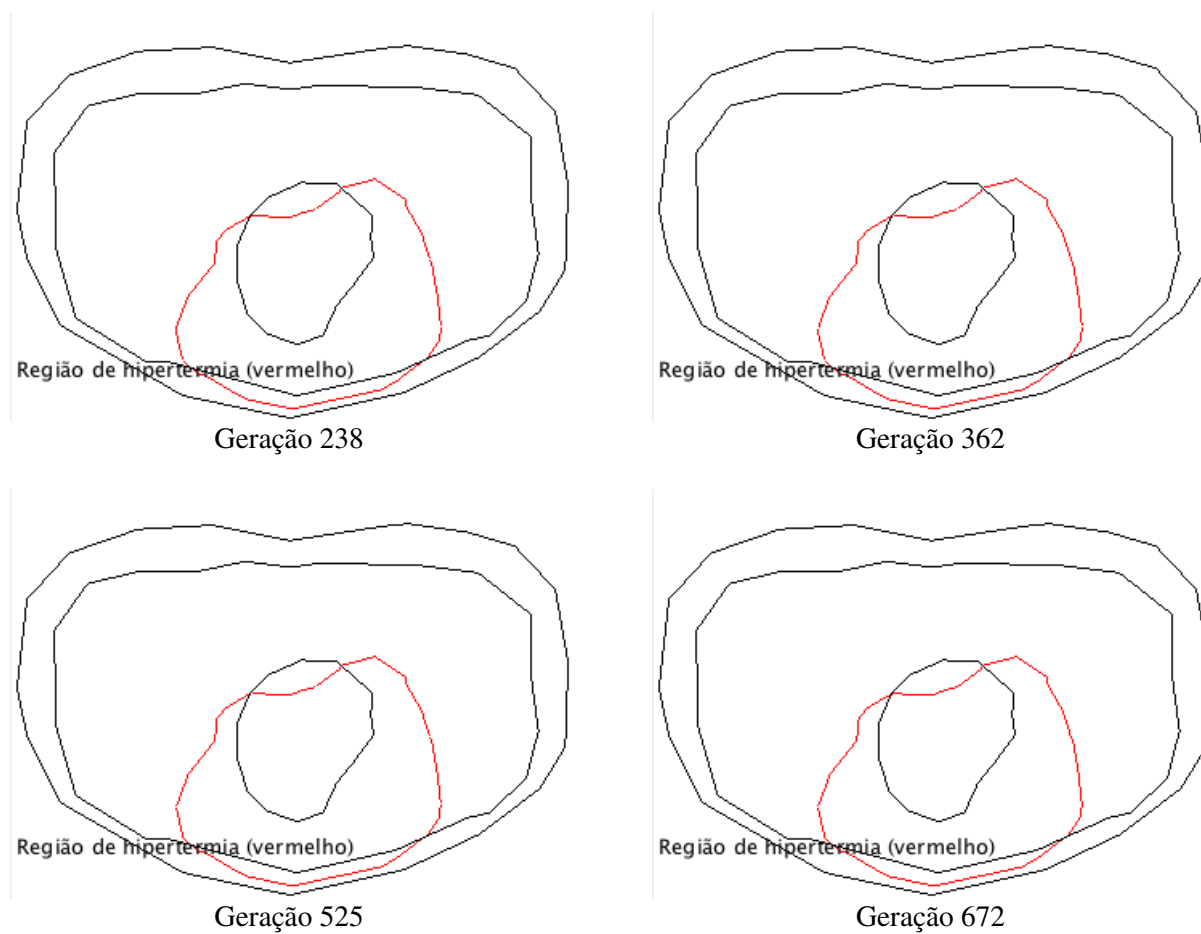


Figura 7.10 – Melhor elemento de cada geração considerando $W_b = 0,433$ para o tumor

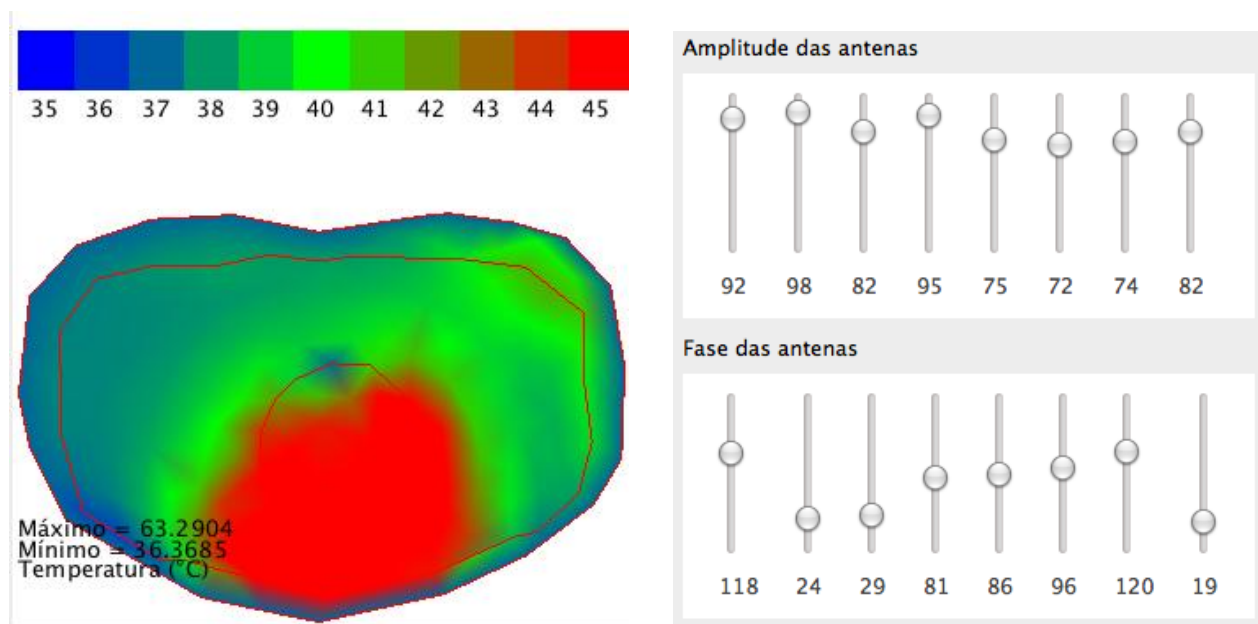
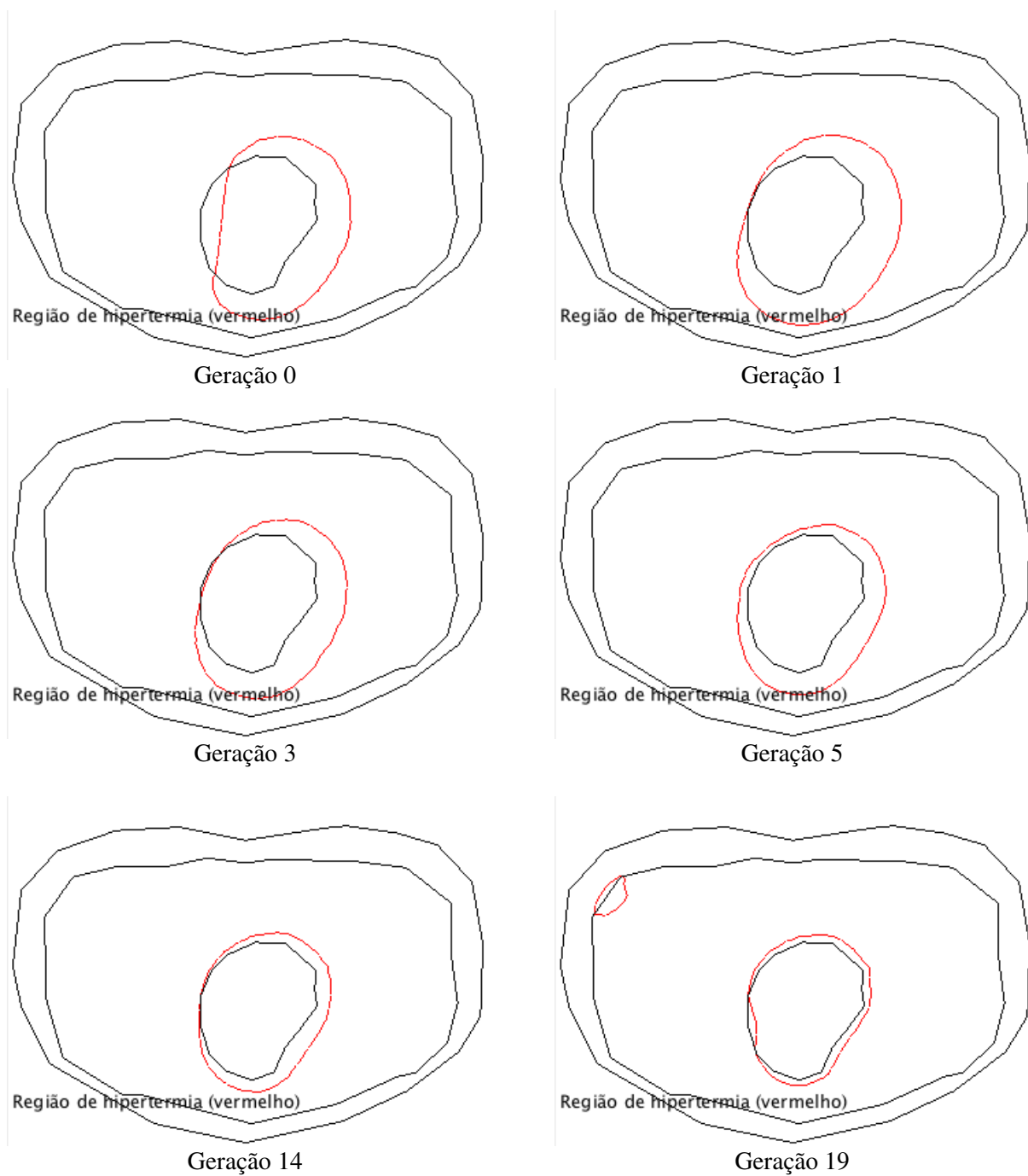


Figura 7.11 – Campo de temperatura e parâmetros das antenas para o melhor elemento da geração 672 com $W_b = 0.433$ no tumor

O AG atingiu a Geração 1000, porém não houve melhora nos resultados a partir da geração 672. Nesse caso os resultados obtidos também são condizentes com os resultados obtidos por Thiebaut [103] onde é afirmado que a região de hipertermia é grande demais inviabilizando o tratamento.

Para o segundo exemplo adota-se todas as características do primeiro exemplo, exceto que agora iremos assumir $W_b = 0.01$, sendo considerado um valor pequeno, sem prejuízo ao modelo, uma vez que, o tumor tem a capacidade de produzir vasos sanguíneos (angiogêneses) conforme Chichel [109] evitando trabalhar com W_b nulo o que anularia o valor de k^2 para o tumor e por sua vez degradaria a equação de Helmholtz não homogênea em uma equação de Poisson não homogênea, sendo então necessário trabalhar com duas formulações diferentes.

Nas figuras a seguir é mostrada a região de hipertermia para o melhor indivíduo das gerações onde houve melhora dos resultados:



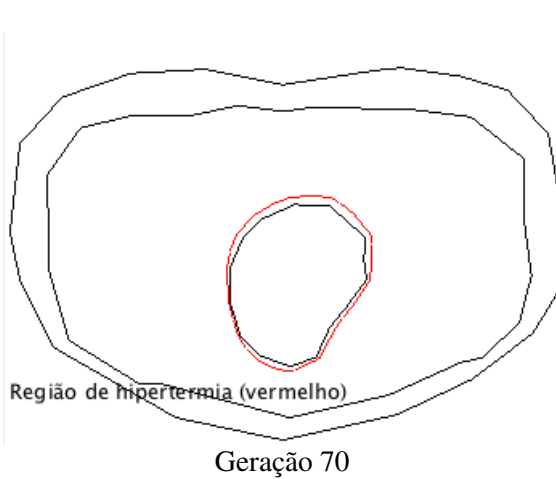
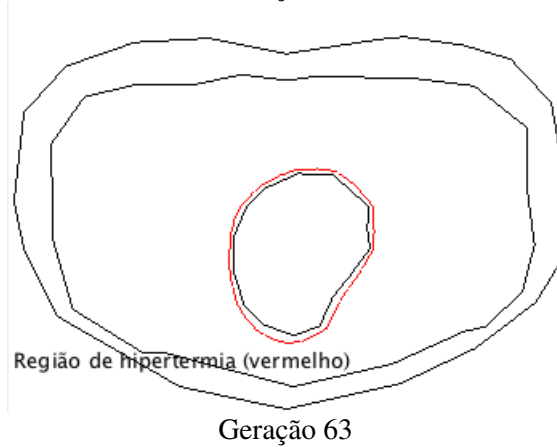
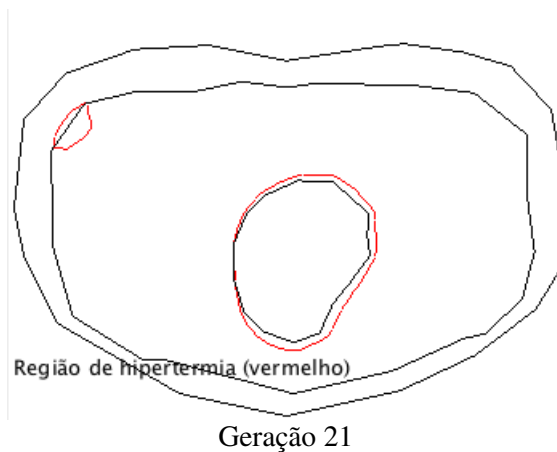
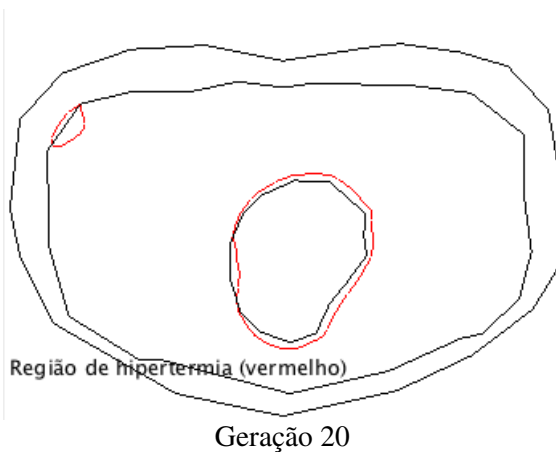




Figura 7.12 – Melhor elemento de cada geração considerando $W_b = 0,01$ para o tumor.

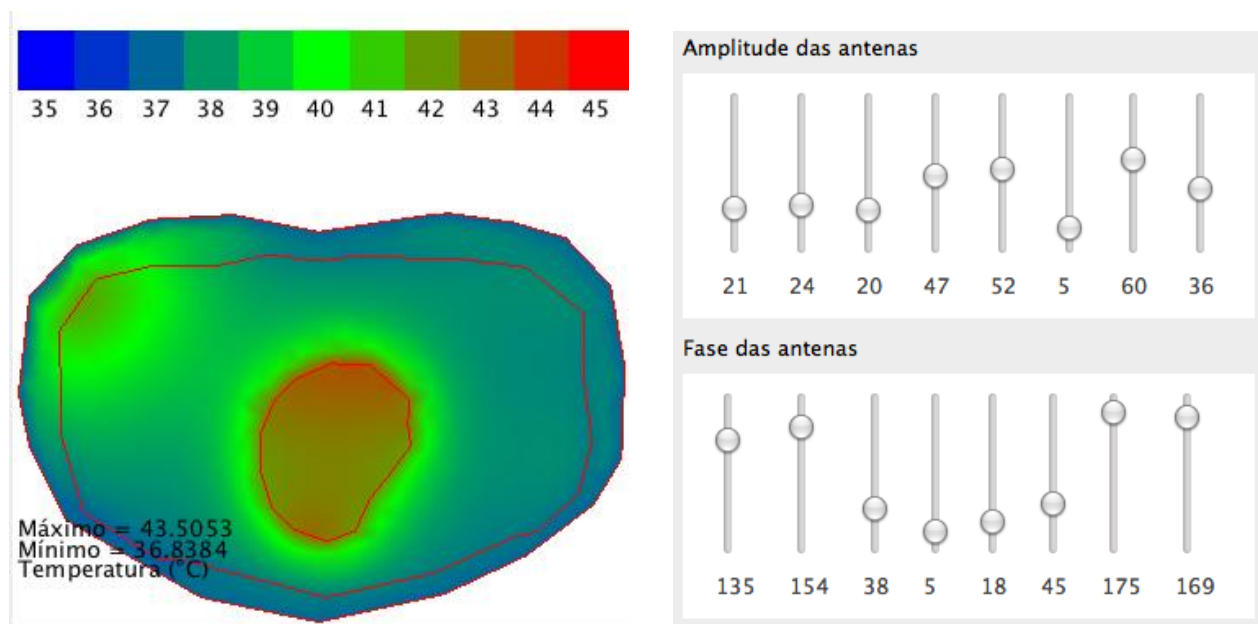


Figura 7.13 – Campo de temperatura e parâmetros das antenas para o melhor elemento da geração 655 com $W_b = 0.01$ no tumor

Para o caso onde $W_b = 0,01$ foi possível encontrar uma configuração de antenas onde a região de hipertermia coincide perfeitamente à região do tumor. Esse resultado mostra a forte dependência do campo de temperaturas em relação ao parâmetro W_b conforme descrito em Chichel [109] e mostrado na Figura 2.2 e qualificam a viabilidade do tratamento para tumores profundos.

A título de experiência foi tentado enquadrar a região de hipertermia ao tumor mudando os parâmetros das antenas manualmente, o que se demonstrou ser uma tarefa difícil de executar, demonstrando ser necessária a utilização do AG para a resolução do problema.

7.2 EXEMPLO COM TUMOR MAIS SUPERFICIAL

Ainda não satisfeita a questão do parâmetro W_b será considerada a situação com um tumor mais próximo a superfície de mesmo formato e tamanho sendo a malha de elementos de contorno mostrada a seguir:

Tabela 7.4 – Quantidade de nós utilizados na malha (tumor deslocado).

Tecido (região)	Nós no contorno	Nós no domínio
Tumor	135	55
Músculo	333	396
Gordura	378	97

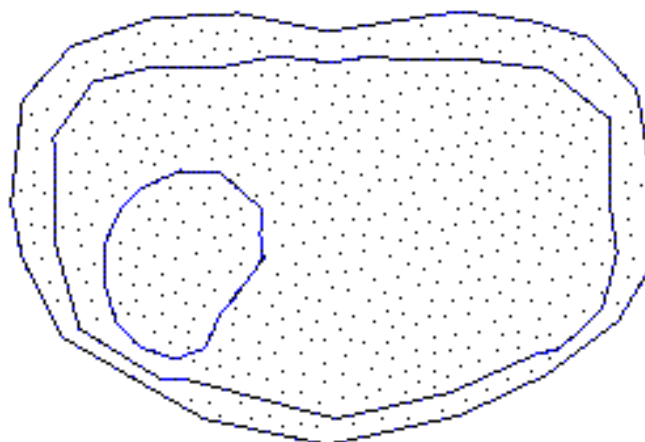
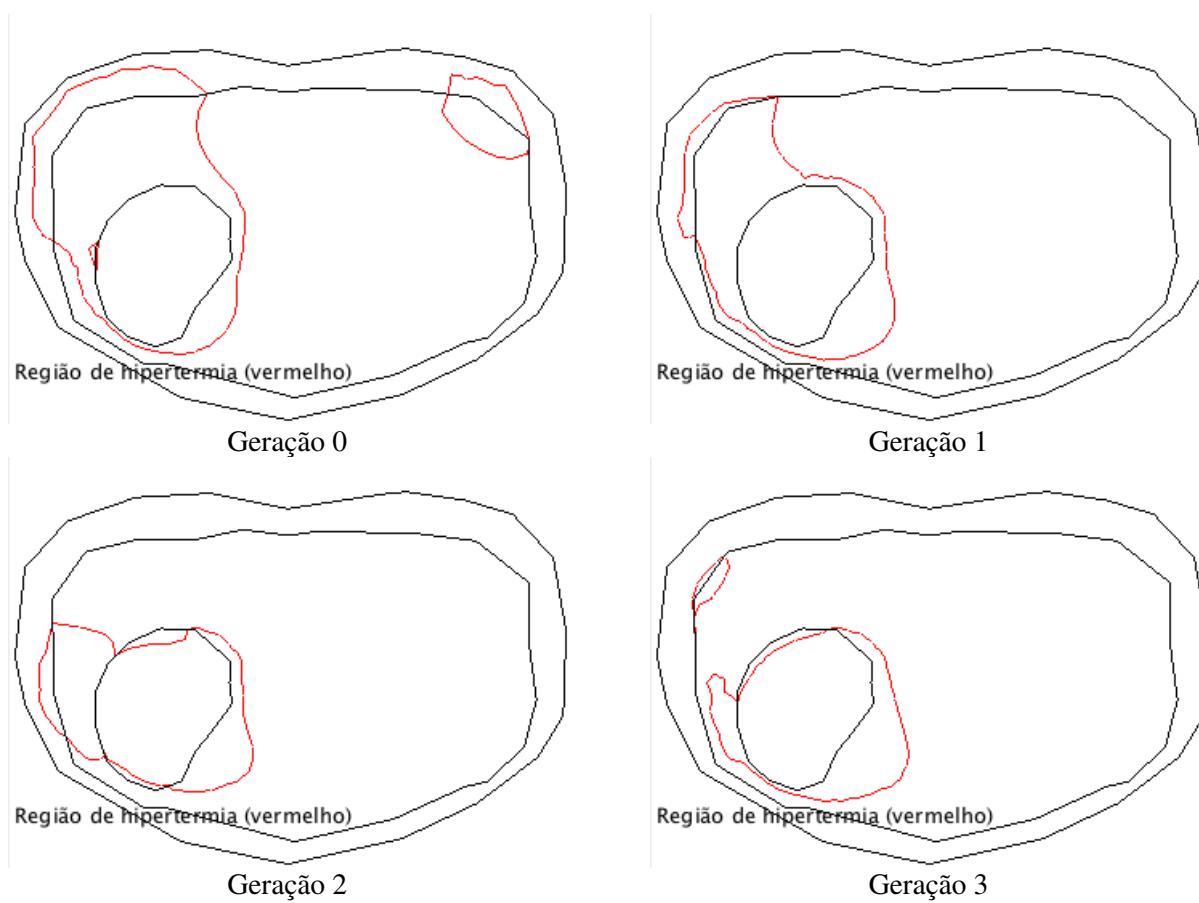


Figura 7.14 – Malha utilizada na otimização com o AG (tumor deslocado).

Nas figuras a seguir é mostrada a região de hipertermia para o melhor indivíduo das gerações onde houve melhora dos resultados:





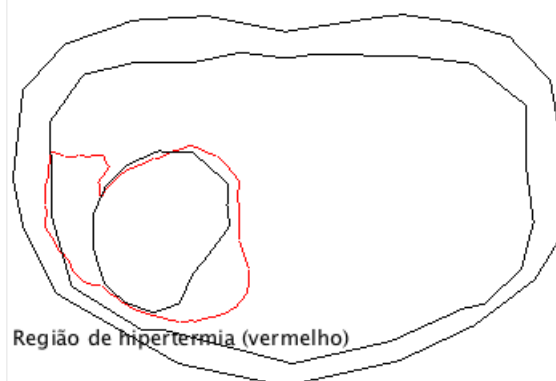
Geração 14



Geração 15



Geração 16



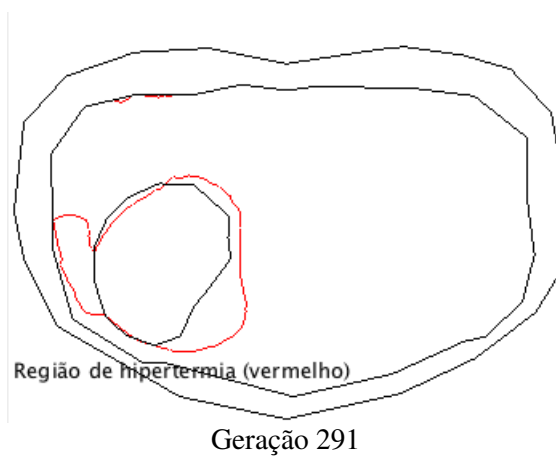
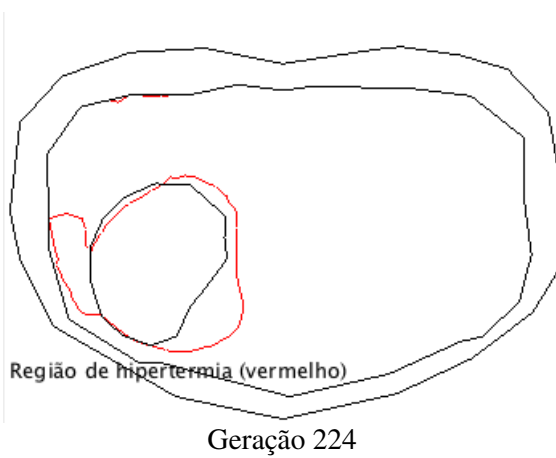
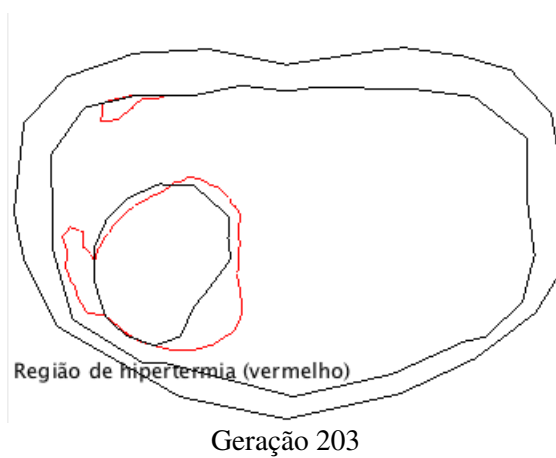
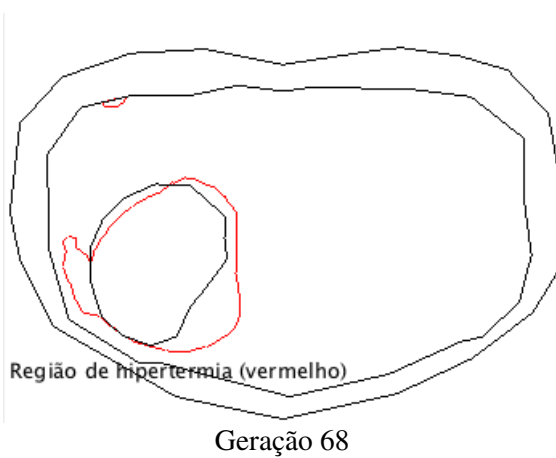
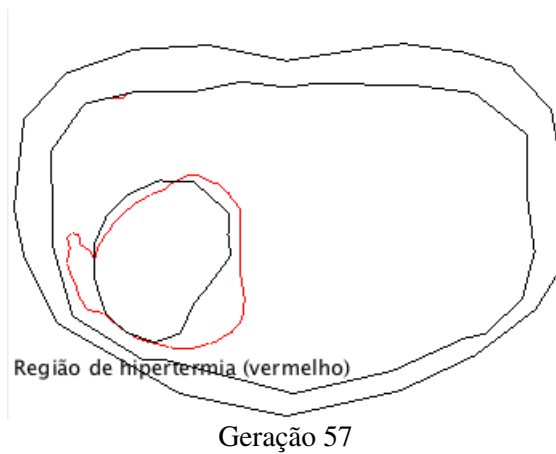
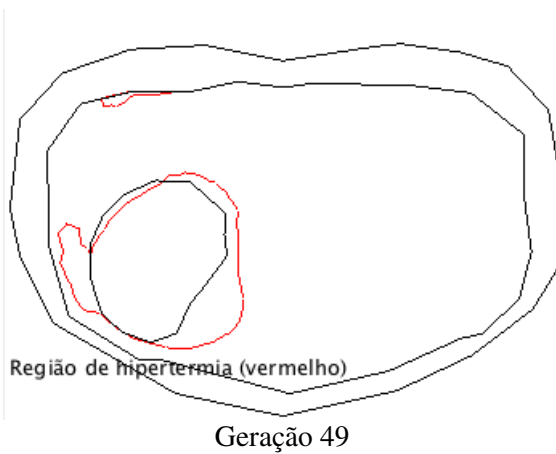
Geração 20



Geração 34



Geração 46



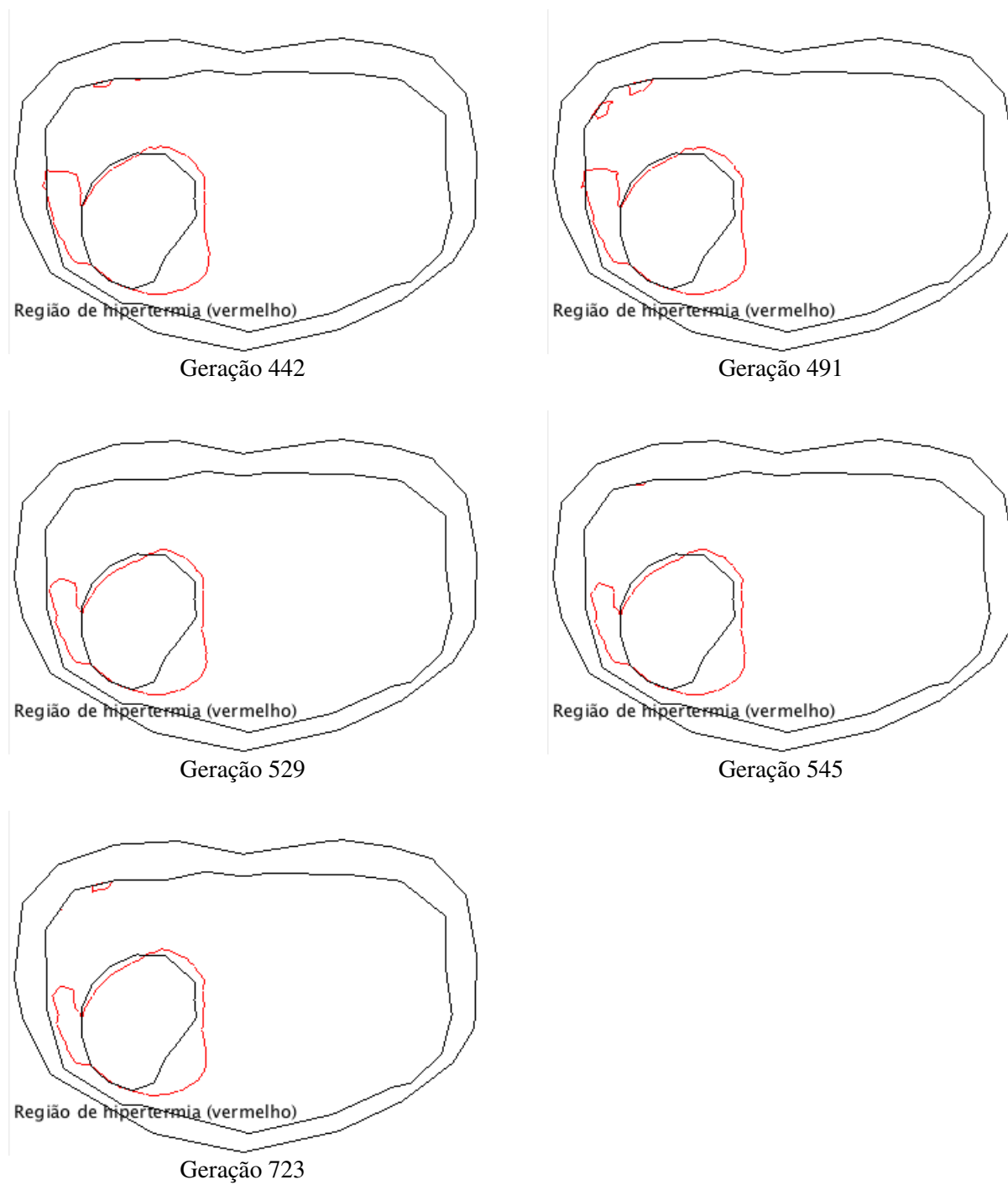


Figura 7.15 – Melhor elemento de cada geração considerando $W_b = 0,433$ para o tumor deslocado.

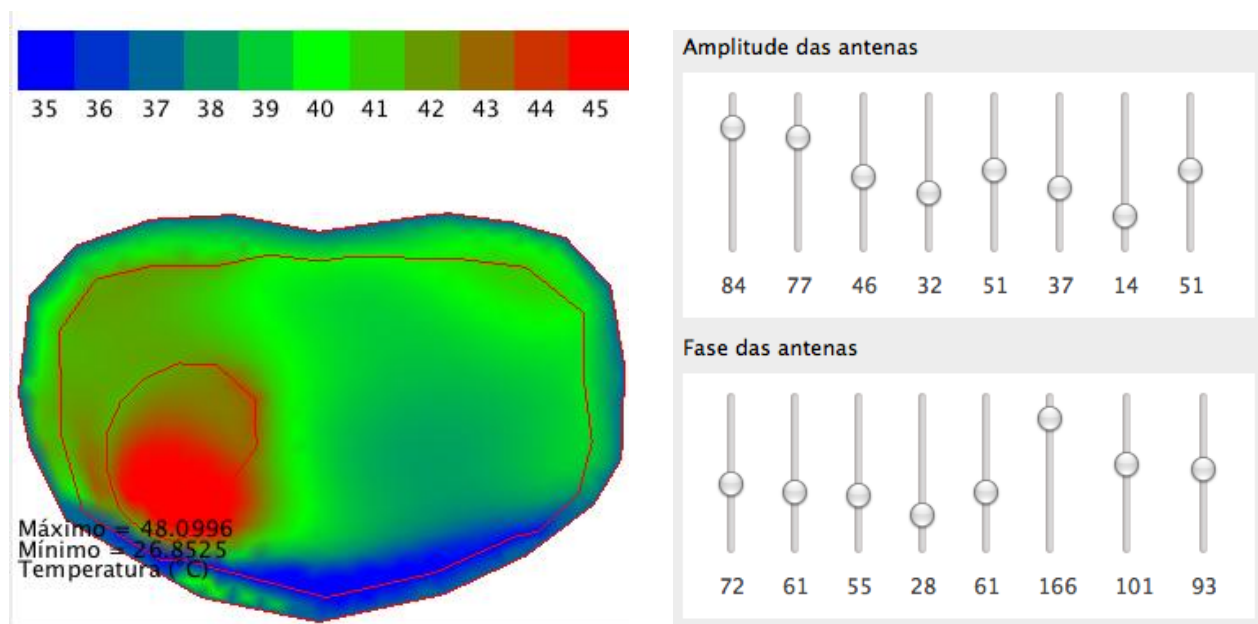


Figura 7.16 – Campo de temperatura e parâmetros das antenas para o melhor elemento da geração 723 com $Wb = 0.433$ no tumor deslocado

No AG mostrado na Figura 7.15 é notado que se atingiram dois mínimos locais, o primeiro na Geração 16 onde o tumor não é totalmente coberto pela hipertermia e na Geração 20 onde o tumor é quase completamente coberto pela hipertermia, porém atingindo maior quantidade de tecido sadio. Esses mínimos locais competem nas gerações seguintes gerando o elemento da Geração 723 com as melhores características de ambos.

Foi notado no campo de temperatura mostrado na Figura 7.16 que o erro (temperaturas abaixo de 37°C) no tecido gordura é maior nesse caso devido à proximidade dos elementos de contorno agora envolvendo os três tipos de tecido. A título de comparação foi calculado o campo de temperaturas para uma malha mais grossa de nós de domínio com a mesma configuração de antenas da Figura 7.16 mostrada a seguir:

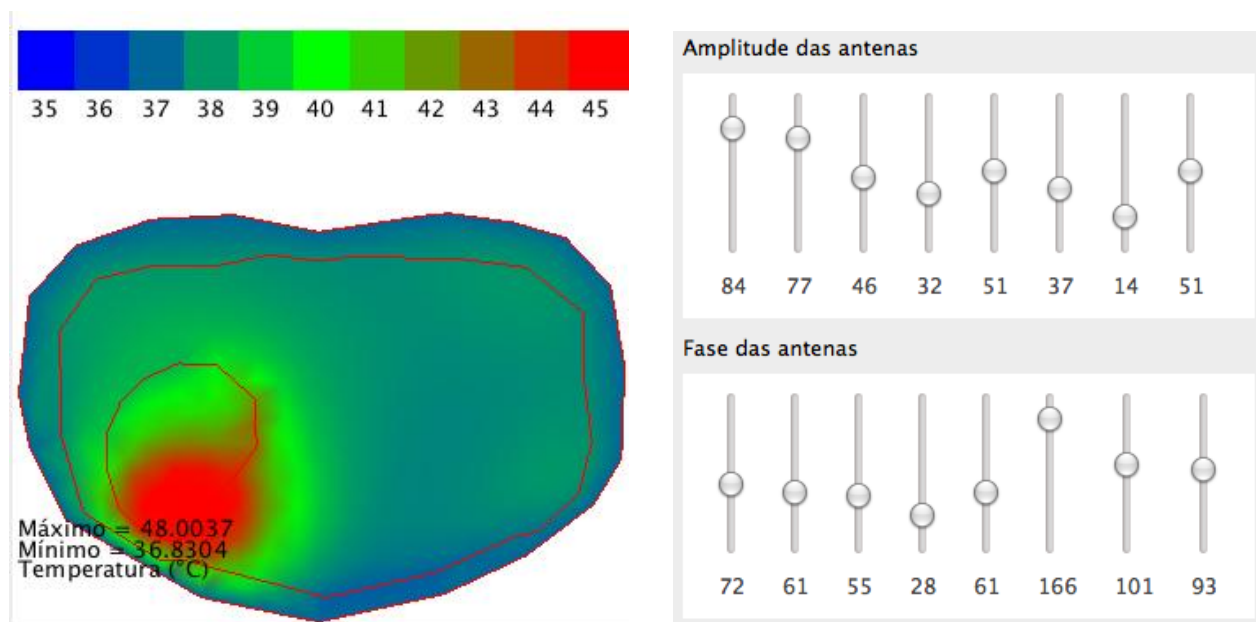


Figura 7.17 – Campo de temperatura obtidos com uma malha mais grossa de nós de domínio utilizando os mesmos parâmetros da Figura 7.16

nesse caso foram utilizados a quantidade de nós conforme a tabela a seguir:

Tabela 7.5 – Quantidade de nós utilizados para malha mais grossa (tumor deslocado).

Tecido (região)	Nós no contorno	Nós no domínio
Tumor	135	25
Músculo	333	188
Gordura	378	34

Foi notado que o valor da temperatura máxima permaneceu quase inalterado (48,0037°C contra 48,0996°C) enquanto o valor da temperatura mínima é mais aceitável (menor erro) com valor de 36,8304°C contra 26,8525°C, sendo esperado 37°C, e o comportamento do campo de temperaturas não sofreu grandes alterações.

Por fim é estudado o caso onde o tumor é deslocado até se tornar um tumor superficial, como é o caso de câncer de pele (Melanoma) sendo a malha de elementos de contorno mostrada a seguir:

Tabela 7.6 – Quantidade de nós utilizados na malha (tumor superficial).

Tecido (região)	Nós no contorno	Nós no domínio
Tumor	54	7
Músculo	207	465
Gordura	360	97

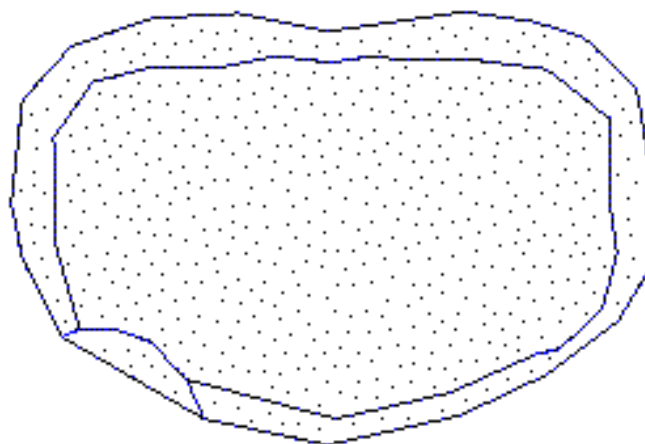
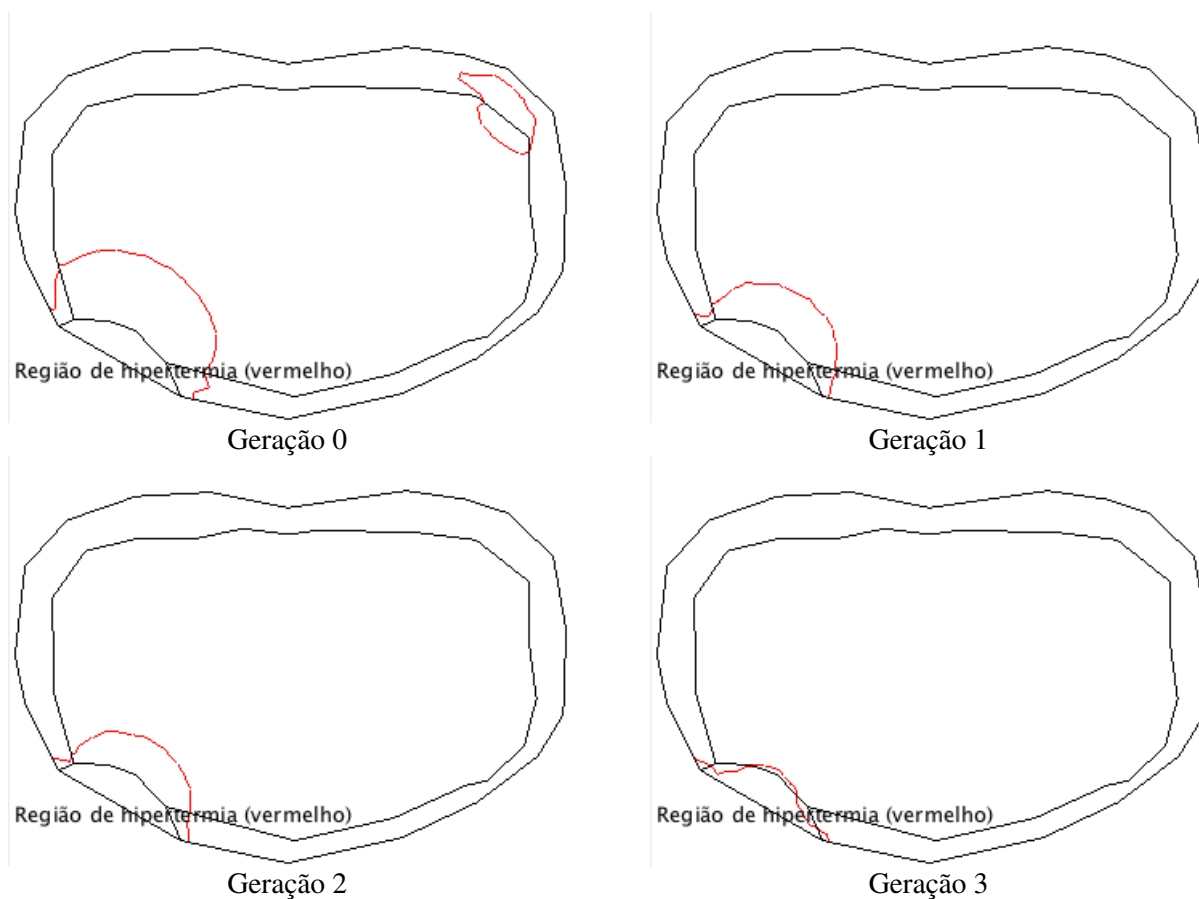


Figura 7.18 – Malha utilizada na otimização com o AG (tumor superficial).

Nesse caso houve a mudança da condição de contorno na superfície do tumor onde é assumido fluxo de temperatura (calor) nulo, podendo ser conseguido através de algum tipo de isolamento térmico nessa parte do contorno. Nas figuras a seguir é mostrada a região de hipertermia para o melhor indivíduo das gerações onde houve melhora dos resultados:



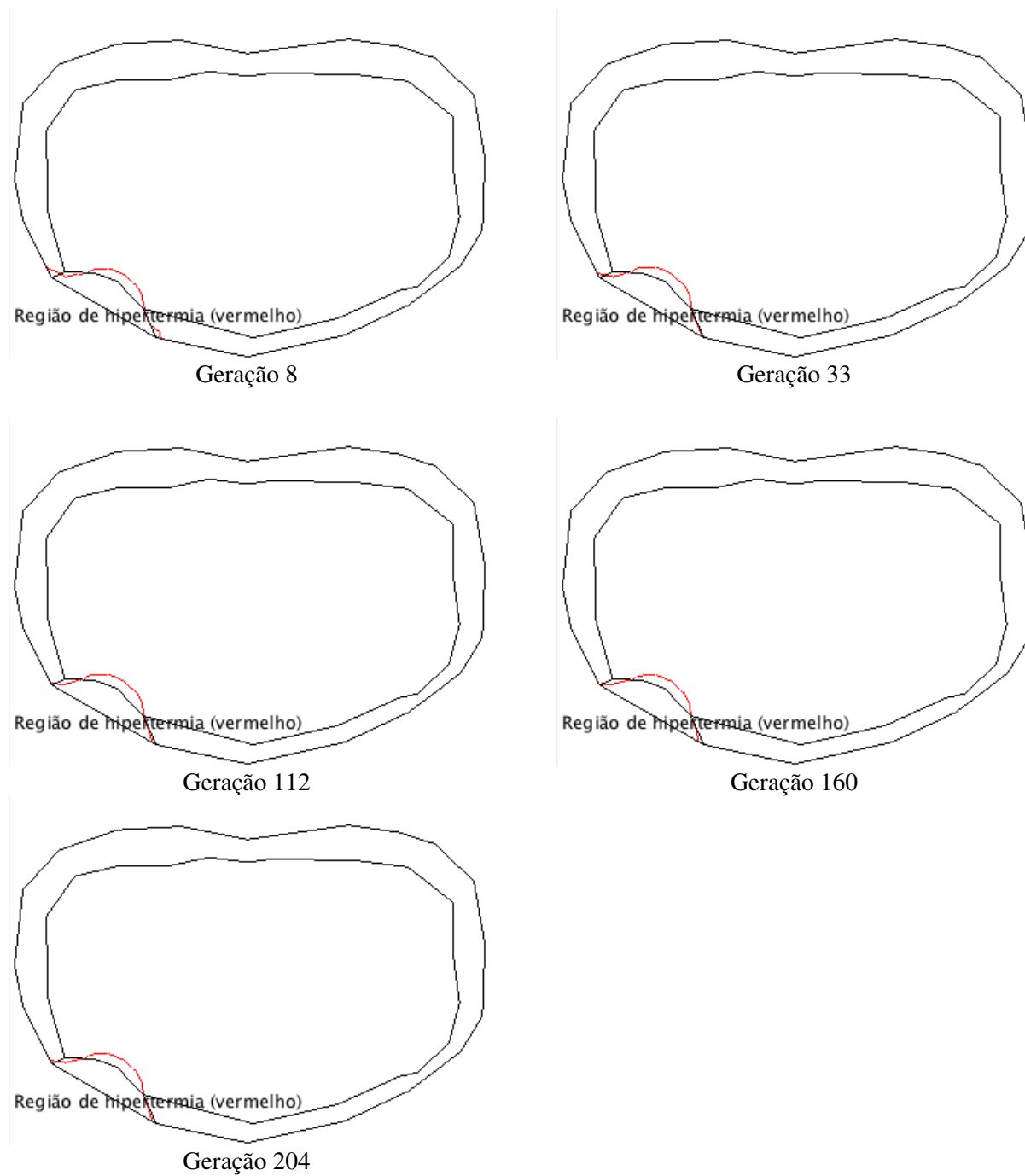


Figura 7.19 – Melhor elemento de cada geração considerando $W_b = 0,433$ para o tumor superficial.

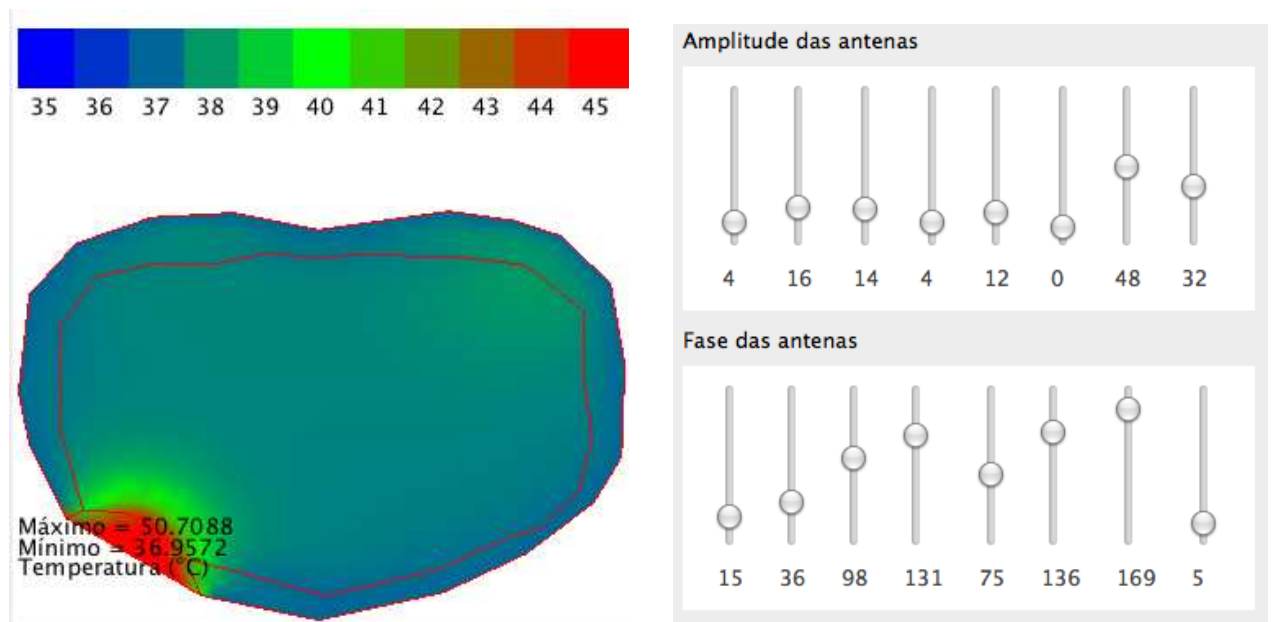


Figura 7.20 – Campo de temperatura e parâmetros das antenas para o melhor elemento da geração 204 com $Wb = 0.433$ no tumor superficial

É notado nesse caso que o tratamento utilizando hipertermia para tumor superficial é muito mais simples do que para tumores profundos, sendo fornecida uma solução excelente já na Geração 8. Nesse caso em especial não houve problemas com a malha sendo a temperatura mínima no problema igual a aproximadamente 37 °C conforme a Figura 7.20.

Esse resultado mostra o que já era esperado, uma vez que, a hipertermia já vem sendo utilizada para o tratamento de tumores superficiais já há algum tempo.

Capítulo 8 CONCLUSÃO

Nesse trabalho foi proposta uma abordagem diferente do MECRD utilizando uma nova função aproximadora para a resolução da equação de Helmholtz não homogênea, conforme apresentado na seção 5.5, sendo demonstrado através de exemplos simples onde há solução analítica e em exemplos mais complexos com resultados obtidos utilizando células de domínio, a conformidade e precisão do desse método.

A escolha do MECRD associado ao AG para determinar o tratamento utilizando hipertermia demonstrou-se bastante eficaz para os modelos teóricos propostos, sendo então viável seu estudo em laboratório de modelos práticos, e para um passo seguinte em tecidos vivos. Sua simplicidade de aplicação, inerente a uma técnica de contorno conforme a seção 1.3, não pode ser confundida com robustez ao ponto de eliminar a necessidade de um técnico especializado na área para sua operação, conforme a seção 5.7 e demonstrado no exemplo de aplicação, quando obtemos resultados ruins quando os elementos de contorno estão próximos uns aos outros.

Quando se refere ao tratamento utilizando hipertermia muito se tem em relação a tratamentos de tumores superficiais (eg. Melanoma), porém sua utilização para tumores profundos ainda é vista com ressalvas, nesse trabalho é mostrado que tal utilização é possível devido às características de perfusão de sangue nesse tipo de tecido. Como o tumor não tem a mesma capacidade de refrigeração dos tecidos normais devido a sua baixa perfusão de sangue ele está muito mais suscetível à elevação de temperatura e, portanto, há viabilidade de tratamento nesses casos. Foi mostrado nos exemplos também que para tumores superficiais obtemos resultados viáveis até mesmo quando consideramos um tumor com taxa de perfusão de sangue de tecido normal.

A implementação do AG utiliza uma função aptidão proposta nesse trabalho, essa função leva em conta a importância de cada tecido e tem influência nos resultados, principalmente quando não se pode identificar uma solução que seja restrinja somente a região do tumor, sendo nesse caso, é sacrificada uma parte de tecido sadio.

Quando nos referimos a equipamentos médicos além de robustez e correção também é esperada certa rapidez em obter os resultados, uma vez que, não se pode esperar que o paciente permaneça deitado na mesma posição por várias horas. O AG obteve boas soluções utilizando poucas gerações (1000 gerações) para uma população pequena (100 elementos) caracterizando um problema com rápida convergência, a maior quantidade de processamento se dá a resolução de cada elemento, mais especificamente a multiplicação de matrizes por vetores para essa solução. O que pode ser grande quando é considerado um número grande de nós no modelo. Tal tempo de processamento pode ser reduzido quando utilizamos um computador com grande capacidade de processamento e paralelismo.

A escolha em se trabalhar com um modelo em duas dimensões se deve ao fato dos parâmetros relativos aos tecidos serem obtidos através de um aparelho de ressonância magnética, onde são extraídas imagens de seções bidimensionais do corpo do paciente. Essa abordagem permite a simplificação da geração de malha do problema, porém com o custo de se trabalhar com uma formulação do MECRD mais complexa, uma vez que, a solução fundamental para a equação de Helmholtz é mais complexa para o caso bidimensional (função de Hankel) do que para o caso tridimensional (exponencial).

O maior problema enfrentado nesse trabalho está na resolução do campo de temperaturas no interior do domínio utilizando o MECRD. Esse problema está relacionado ao mau condicionamento da matriz $\mathbf{F}$ dependendo dos parâmetros do problema e da malha gerada. É por esse fato que foi dada atenção especial à função aproximadora que gera a matriz $\mathbf{F}$, sendo inclusive, submetido o artigo “Solution of the non-homogeneous Helmholtz equation using the Dual Reciprocity Boundary Element Method” à revista Applied Mathematical Modelling com o estudo detalhado da função aproximadora proposta na Seção 5.5. Com essa função é esperado avanço no Método da Reciprocidade Dual, uma vez que, essa formulação tem apresentado bons resultados em relação a outras funções aproximadoras propostas na literatura, para trabalhar com problemas que recaem na equação de Helmholtz não homogênea como em acústica e dinâmica.

São também esperados benefícios na área do tratamento utilizando hipertermia, principalmente no desenvolvimento de técnicas de otimização dos parâmetros das antenas para geração de calor utilizando deposição eletromagnética. Cabe lembrar que dimensionar com precisão esses parâmetros das antenas é a barreira técnica que ainda impede a aplicação prática do tratamento.

O próximo passo lógico para melhorar a implementação do problema é a utilização de elementos quadráticos, utilizando técnica de regularização ao invés das integrações analíticas, uma vez que, esses elementos tem a característica de descrever melhor contornos suaves, como é o caso quando trabalhamos com tecidos do corpo humano. Existe também a possibilidade de se trabalhar com uma formulação em três dimensões e assim determinar qual é a melhor abordagem para o problema, porém com o custo de implementar o gerador de malha e a formulação dos elementos de contorno do início.

Por fim, o gerador de malha e o Algoritmo Genético podem ser modificados de forma a se adaptar às mudanças na geometria do problema, inclusive utilizando de inteligência para modificar a malha de nós de dupla reciprocidade conforme o comportamento esperado para as funções de domínio, utilizando os dados das gerações anteriores.

BIBLIOGRAFIA

- [1] A. Shitzer e R. Eberhart, *Heat Transfer in Medicine and Biology: Analysis and Applications*, volume 1 and 2., New York: Plenum Press, 1984.
- [2] A. Siriwitpreecha e P. Rattanadecho, "The influence of wave propagation mode on specific absorption rate and heat transfer in human body exposed to electromagnetic wave," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 65, pp. 423-434, 2013.
- [3] P. Keangin, V. Kambiz e P. Rattanadecho, "Electromagnetic field effects on biological materials," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 65, pp. 389-399, 2013.
- [4] M. Ferreira e J. I. Yanagihara, "A transient three-dimensional heat transfer model of the human body.," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 36, pp. 718-724, 2009.
- [5] P. Fanger, "Calculation of thermal comfort: introduction of a basic comfort equation," *ASHRAE Transactions*, vol. 73, n. 2, 1967.
- [6] A. Gagge, J. Stolwijk e Y. Nishi, "An effective temperature scale based on a simple model of human physiological regulatory response," *ASHRAE Transactions*, vol. 77, n. 1, pp. 247-262, 1971.
- [7] M. Ferreira e J. I. Yanagihara, "A thermoregulatory model of the model of the human body: exposure to hot environment.," *Brazilian Journal of Biomedical Engineering*, vol. 15, n. 1-2, pp. 87-96, 1999.
- [8] E. H. Wissler, "Steady-state temperature distribution in man.," *Journal of Applied Physiology*, vol. 16, pp. 734-740, 1961.
- [9] E. H. Wissler, "Mathematical simulation of human thermal behavior using whole body models," *Heat Transfer in Medicine and Biology*, vol. 1, pp. 325-373, 1984.
- [10] R. Gordon, R. Roemer e S. Horvath, "A mathematical model of the human temperature regulatory system - transient cold exposure response," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 23, n. 6, pp. 434-444, 1976.
- [11] C. Huizenga, Z. Hui e E. Arens, "A model of human physiology and comfort for assessing complex thermal environments," *Building and Environment*, vol. 32, pp. 681-699, 2001.

- [12] S. Tanabe, K. Kobayashi e J. Nakano, “Evaluation of thermal comfort using combined multi-node thermoregulation (65mn) and radiation models and computational fluid dynamics (cfd),” *Energy and Buildings*, vol. 34, pp. 637-646, 2002.
- [13] M. Salloum, N. Ghaddar e K. Ghali, “A new transient bioheat model of the human body and its integration to clothing models.,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 46, pp. 371-348, 2007.
- [14] X. Wan e J. Fan, “A transient thermal model of the human body-clothing-environment system,” *Journal of Thermal Biology*, vol. 33, pp. 87-97, 2008.
- [15] Al-Othmani, N. Ghaddar e K. Ghali, “A multi-segmented human bioheat model for transient and asymmetric radiative environments,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 51, n. 23-24, pp. 5522-5533, 2008.
- [16] J. Werner e M. Buse, “Temperature profiles with respect to inhomogeneity and geometry of the human body,” *Journal of Applied Physiology*, vol. 65, pp. 1110-1118, 1988.
- [17] T. Takemori, T. Nakajima e Y. Shoji, “A fundamental model of the human thermal system for prediction of thermal comfort,” *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, vol. 61, pp. 1513-1520, 1995.
- [18] W. Andrä, C. G. d'Ambly, R. Hergt, I. Hilger e W. A. Kaiser, “Temperature distribution as function of time around a small spherical heat source of local magnetic hyperthermia,” *J. Magn, Magn. Mater*, vol. 194, pp. 197-203, 1999.
- [19] H. G. Bagaria e D. T. Johnson, “Transient solution to the bioheat equation and optimization for magnetic fluid hyperthermia treatment,” *International Journal of Hyperthermia*, vol. 21, pp. 57-75, 2005.
- [20] S. Maenosso e S. Saita, “Theoretical assessment of fept nanoparticles as heating elements for magnetic hyperthermia,” *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 42, pp. 1638-1642, 2006.
- [21] J. W. Durkee, P. P. Antich e C. E. Lee, “Exact solutions to the multiregion time-depedent bioheat equation. i: solution development.,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 1990, pp. 847-867, 1990.
- [22] N. Tsuda, K. Kuroda e Y. Suzuki, “An inverse method to optimize heating conditions in rf-capacitive hyperthermia,” *IEEE Transactions of Biomedical Engineering*, vol. 43, pp. 1029-1037, 1996.

- [23] K. Liu e H. Chen, “Analysis for the dual-phase-lag bio-heat transfer during magnetic hyperthermia treatment,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, pp. 1185-1192, 2009.
- [24] M. Dewhirst, F. Gibbs Jr e R. Roemer, *Clinical Radiation Oncology*, New York: Churchill Livingstone, 2000.
- [25] P. Debicki, *Hipertermia mikrofalowa w leczeniu gruczolu krokowego. Problemy fizyczne i techniczne.*, Gdanskiej: Wydawnictwo Politechniki Gdanskiej, 1999.
- [26] P. Sneed, P. Stauffer, G. Li e G. Stege, “Hyperthermia,” em *Textbook of Radiation Oncology*, Saunders, 2004, pp. 1569-1596.
- [27] P. Wust, B. Hildebrandt, G. Sreenivasa, B. Rau, J. Gellermann, H. Riess, R. Felix e P. Schlag, “Hyperthermia in combined treatment of cancer,” *Oncology*, vol. 3, pp. 487-497, 2002.
- [28] M. Falk e R. Issels, “Hyperthermia in oncology,” *International Journal of Hyperthermia*, vol. 17, n. 1, pp. 1-18, 2001.
- [29] J. Overgaard e M. Horsman, “Hyperthermia,” em *Basic clinical radiobiology*, Edward Arnold, 1997, pp. 212-221.
- [30] J. H. Breasted, *The Edwin Smith Surgical Papyrus*, Chicago, 1930.
- [31] B. Jee, *A Short History of Aryan Medical Sciences*, London, 1896.
- [32] T. Fienus, *De cauteriss libri quinque*, Louvain, 1598.
- [33] M. A. Severin, *De la medicine efficace*, Geneva, 1668.
- [34] J. Wolff, *Die Lehre von der Krebskrankheit*, Jena, 1907.
- [35] W. Busch, “Über den Einfluss welchen heftigere Erysipeln zuweilen auf organisierende Neubildungen ausuben.,” *Verhandl. Naturh. Preuss.*, vol. 23, p. 28–30, 1866.
- [36] W. Coley, “The treatment of malignant tumor by repeated inoculations of erysipelas with a report of original cases,” *The American Journal of the Medical Sciences*, vol. 105, pp. 487-511, 1893.
- [37] W. Coley, “Late results of the treatment of inoperable sarcome by the mixed toxins of erysipelas and bacillins prodigiousus,” *The American Journal of the Medical Sciences*, vol.

131, p. 375, 1906.

- [38] H. Nauts, G. Fowler e F. Borgarko, "A review of the influence of bacterial infections and bacterial products (coley's toxins) on malignant tumors in man," *Acta Medica Scandinavica*, vol. 276, pp. 1-103, 1953.
- [39] H. Stevenson, "The effect of heat upon tumor tissue," *Journal of Cancer Research*, vol. 4, p. 54, 1919.
- [40] G. Rohdenburg e F. Prime, "The effect of combined radiation and heat in neoplasms.," *Arch Surg*, vol. 2, p. 116, 1921.
- [41] G. Crile, "Heat as an adjuvant to the treatment of cancer: Experimental studies," *Clin. Annals*, vol. 28, pp. 577-582, 1940.
- [42] H. Jonhson, "The action of short radiowaves on tissues. iii. a comparison of the thermal sensitivities of transplantable tumors in vivo and in vitro," *Am. J. Cancer*, vol. 38, pp. 533-550, 1940.
- [43] E. Schliephake, *Les ondes courtes en biologie*, Paris, 1938.
- [44] A. Denier, *Les ondes courtes en biologie*, Paris, 1938.
- [45] J. Horvath, "Ultraschallwirkung beim menschlichen sarkom," *Strahlentherapie*, vol. 75, pp. 119-125.
- [46] J. Horvath, "New possibilities in the treatment of malignant tumors by ultrasonic waves," *Dtsch Med. Wochenschr*, Vols. %1 de %227-28, p. 392, 1974.
- [47] R. Cavaliere, E. Ciocatto e B. Giovannella, "Selective heat sensitivity of cancer cells: Biochemical and clinical studies.," *Cancer*, vol. 20, pp. 1351-1381, 1967.
- [48] J. Stehlin, "Hyperthermic perfusion with chemotherapy for cancer of the extremities," *Surg. Gynecol. Obst*, vol. 129, pp. 305-308, 1969.
- [49] J. Robinson e M. Wizenber, "Proc. 1st Int. Symp. Cancer Therapy by Hyperthermia and Radiation," em *American College of Radiology*, Bethesda, 1976.
- [50] J. Lett e H. Adler, *Advances in Radiation Biology*, New York: Academic Press, 1976.
- [51] A. Rossi-Fanelli, R. Cavaliere, B. Mondovi e G. Moricca, *Selectivie Heat Sensitivity of Cancer Cells*, New York: Springer-Verlag, 1977.

- [52] C. Streffer, "Proc. 2d Int. Symp. Cancer Therapy by Hyperthermia and Radiation," em *Urban and Schwarzenberg*, Baltimore, 1978.
- [53] W. Candwell e R. Durand, "Proc. Conf. Clin. Prospects of Hypoxic Cell Sensitizers and Hyperthermia," em *University of Wisconsin Press*, Madison, 1978.
- [54] J. Midler, "Proc. conf. on hyperthermia in cancer treatment," 1979.
- [55] R. Jain e P. Gullino, "Thermal characteristics of tumors: Applications in detection and treatment," *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, p. 335, 1980.
- [56] W. Dewey e L. Dethlefsen, "Proceeding 3rd International Conference of Cancer Therapy by Hyperthermia, Drugs, and Radiation," em *National Cancer Institute*, 1980.
- [57] J. v. d. Zee, "Heating the patient: A promising approach?," *Ann Oncol*, vol. 13, pp. 11731-1184, 2002.
- [58] E. Jones, T. Samulski, Z. Vujaskovic e e. al., "Hyperthermia," em *Principles and Practise of Radiation Oncology*, Lippincott Williams Wilkins, 2004, pp. 699-735.
- [59] D. Kapp, G. Hahn e R. Carlson, "Cancer Medicine," em *Principles of Hyperthermia*, Decker Inc., 2000.
- [60] J. Kim, E. Hahn e S. Ahmed, "Combination hyperthermia and radiation therapy for malignant melanoma," *Cancer*, vol. 50, n. 3, pp. 478-482, 1982.
- [61] R. Myerson, J. Roti Rori, E. Moros e e. al., "Modelling heat-induced radiosensitization: clinical implications," *International Journal of Hyperthermia*, vol. 20, n. 2, pp. 201-212, 2004.
- [62] B. Hildebrandt, P. Wust, O. Ahlers e e. al., "The cellular and molecular basis of hyperthermia," *Crit Rev Oncol Hematol*, vol. 43, pp. 33-56, 2002.
- [63] Z. Vujaskovic e C. Song, "Physiological mechanisms underlying heat induced radiosensitization," *International Journal of Hyperthermia*, vol. 20, n. 2, pp. 167-174, 2004.
- [64] L. Lepock, "Cellular effects of hyperthermia: relevance to the minimum dose for thermal damage," *International Journal of Hyperthermia*, vol. 19, n. 3, pp. 252-266, 2003.
- [65] J. Roti Roti, "Introduction: Radiosensitization by hyperthermia," *International Journal of Hyperthermia*, vol. 20, n. 2, pp. 109-114, 2004.

- [66] I. Fredholm, “Sur une classe d'equations fonctionelles,” *Acta Mathematica*, vol. 27, pp. 365-390, 1903.
- [67] V. Kupradze, *Potential Methods in the Theory of Elasticity*, Jerusalem: Israel Programme for Scientific Translations, 1965.
- [68] S. Mikhlin, *Multidimensional Singular Integrals and Integral Equations*, Oxford: Pergamon Press, 1965.
- [69] N. Muskhelishvili, *Singular Integral Equations*, Groningen: P. Noordhoff, 1953.
- [70] C. Massonnet, “Solution Générale du problème aux tensions de l'élasticité tridimensionnelle,” em *Proc. 9th International Congress in Applied Mechanics*, Burssels, 1956.
- [71] A. Smith e J. Pierce, “Exact solution of the Neumann problems. Calculation of the plane and axially symmetric flow about or within arbitrary boundaries,” em *Proc. 3rd U.S. National Congress of Applied Mechanics*, 1958.
- [72] R. Banaugh e W. Goldsmith, “Diffraction of steady acoustic waves by surfaces of arbitrary shape,” *Journal of the Acoustical Society of America*, pp. 1590-1601, 1963.
- [73] T. Cruse, “Numerical solutions in three dimensional elastostatics,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 5, pp. 1259-1274, 1969.
- [74] J. Hess e A. Smith, *Calculation of potential flows about arbitrary bodies*, London: Pergamon Press, 1967.
- [75] M. Jaswon e A. Ponter, “Integral equations method in potential theory,” em *Proceedings of the Royal Society of London*, 1963.
- [76] M. Jaswon, “Integral equations method in potential theory,” em *Proceedings of the Royal Society of London*, 1963.
- [77] R. Rizzo, “An integral equation approach to boundary value problems of classical elastostatics,” *Quarterly Journal of Applied Mathematics*, vol. 25, pp. 83-95, 1967.
- [78] J. Lachat e J. Watson, “Effective numerical treatment of boundary integral equations,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 10, pp. 991-1005, 1976.
- [79] L. Wrobel, *The Boundary Element Method*, volume 1, Wiley, 2002.

- [80] M. Jaswon e G. Symm, Integral equation method in potential theory and elastostatics, London: Academic Press, 1977.
- [81] C. Brebbia, The boundary element method for engineers, London: Pentech Press, 1978.
- [82] D. Nardini e C. Brebbia, A new approach to free vibration analysis using boundary elements, in boundary element methods in engineering, New York: Computational mechanics publications, 1982.
- [83] D. Nardini e C. Brebbia, Transient Dynamic Analysis by the Boundary Element Method, in Boundary Elements V., New York: Computational Mechanics Publications, 1983.
- [84] L. Wrobel, D. Nardini e C. Brebbia, Analysis of transient thermal problems in the beasy system, Computational Mechanics Publications, 1986.
- [85] L. Wrobel, C. Brebbia e D. Nardini, The dual reciprocity boundary element formulation for transient heat conduction in finite elements in water resources VI, New York: Computational Mechanics Publications, 1986.
- [86] L. Wrobel e C. Brebbia, "The dual reciprocity boundary element formulation for non-linear diffusion problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 65, n. 2, pp. 147-164, 1987.
- [87] P. Partridge e C. Brebbia, "Computer implementation of the bem dual reciprocity method for the solution of poisson type equations," *Software for Engineering Workstations*, vol. 5, n. 4, pp. 199-206, 1989.
- [88] C. Loeffler e W. Mansur, "Dual reciprocity boundary element formulation for transient elastic wave propagation in infinite domains," em *Boundary elements XI, volume 2*, New York, Computational Mechanics Publications, 1989.
- [89] K. Singh e M. Kalra, "Transient heat conduction - A least square time integration scheme for the dual reciprocity bem," em *Numerical Methods in Thermal Problems VI, volume 1*, Swansea, Pineridge Press, 1989.
- [90] W. Lu, J. Liu e Y. Zeng, "Simulation of the thermal wave propagation in biological tissues by the dual reciprocity boundary element method," *Engineering analysis with boundary element*, vol. 22, pp. 167-174, 1998.
- [91] P. Partridge e L. Wrobel, "A coupled dual reciprocity bem/genetic algorithm for identification of blood perfusion parameters," *International journal of numerical methods*

- for heat and fluid flow*, vol. 19, pp. 167-174, 2009.
- [92] C. Ferreira, “Recent developments in biologically inspired computing,” em *Gene expression programming and the evolution of computer program*, UK, Gepsoft.
- [93] H. Arkin, L. Xu e K. Holmes, “Recent developments in modeling heat transfer in blood perfused tissues,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 41, pp. 97-107, 1994.
- [94] A. d. Hoop, “The vector integral-equation method for computing three-dimensional magnetic fields,” em *Integral Equations and Operator Theory, Vol. 5*, Basel, Birkhauser Verlag, 1982.
- [95] C. Brebbia, J. Telles e L. Wrobel, *Boundary Element Techniques - Theory and Applications in Engineering*, Berlin: Springer-Verlag, 1984.
- [96] P. Partridge, C. Brebbia e L. Wrobel, *The Dual Reciprocity Boundary Element Method.*, London: Computational Mechanics Publications, 1992.
- [97] E. Perrey-Debain, “Analysis of convergence and accuracy of the DRBEM for axisymmetric Helmholtz-type equation,” *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 23, pp. 703-711, 1990.
- [98] W. E. Boyce e R. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [99] C. S. Chen e Y. F. Rashed, “Evaluation of thin plate spline based particular solutions for Helmholtz-type operators for the DRM,” *Mechanics Research Communications*, vol. 25, pp. 195-201, 1998.
- [100] A. S. Muleshkov, M. A. Golberg e C. S. Chen, “Particular solutions of Helmholtz-type operator using higher order polyharmonic splines,” *Computational Mechanics*, vol. 23, pp. 411-419, 1999.
- [101] M. J. D. Powell, “The theory of radial basis functions approximation,” em *Advances in numerical analysis, II*, Oxford, Oxford Science Publications, 1992.
- [102] S. H. Javaran, N. Khaji e N. A., “First kind Bessel functions (J-Bessel) as radial basis function for plane dynamic analysis using dual reciprocity boundary element method,” *Acta Mechanica*, vol. 218, pp. 247-258, 2011.

- [103] C. Thiebaut e D. Lemonnier, “Three-dimensional modelling and optimisation of thermal fields in a human body during hyperthermia,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 41, pp. 500-508, 2002.
- [104] M. Potter e D. Wiggert, em *Mechanics of Fluids*, Brazil, Thomson, 2002, p. 193:218.
- [105] T. Yamada, L. Wrobel e H. Power, “On the convergence of the dual reciprocity boundary element method,” *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 13, pp. 291-298, 1994.
- [106] D. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search and Optimization*, Addison-Wesley, 1989.
- [107] D. Lynch, P. K.D. e J. Strohbehn, “Finite element solution of Maxwell's equations for hyperthermia treatment planning,” *Journal of Computational Physics*, pp. 246-269, 1985.
- [108] Z. Chen, W. Miller, R. Roemer e T. Cetas, “Errors between two- and three-dimensional thermal model predictions of hyperthermia treatments,” *International Journal of Hyperthermia*, vol. 6, pp. 175-191, 1990.
- [109] A. Chichel, J. Skowronek, M. Kubaszewska e M. Kanikowski, “Hyperthermia - description of a method and a review of clinical applications,” *Rep Pract Oncol Radiother*, vol. 12, n. 5, pp. 267-275, 2007.
- [110] C. Foltran, *Análise de problemas planos em regime elasto-plástico pelo método dos elementos de contorno*, Campinas: PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas, 1999.
- [111] J. Lang, B. Erdmann e M. Seebass, “Impact of Nonlinear Heat Transfer on Temperature Control in Regional Hyperthermia,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 46, n. 9, pp. 1129-1139, 1999.
- [112] L. Millan, L. Palermo Jr., L. Wrobel e P. Partridge, “Solution of the non-homogeneous Helmholtz equation using the Dual Reciprocity Boundary Element Method”.
- [113] A. d. Hoop, “The vector integral-equation method for computing three-dimensional magnetic fields,” em *Integral Equations and Operator Theory*, Vol. 5, Basel, Birkhauser Verlag, 1982.
- [114] J. R. Shewchuk, *Triangle - A Two-Dimensional Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator, Version 1.6*, California: Berkeley, Copyright 1993, 1995, 1997, 1998, 2002, 2005.

APÊNDICE A – PROGRAMA COMPUTACIONAL

O programa computacional foi desenvolvido utilizando o paradigma de orientação a objetos. A linguagem de programação escolhida foi o C++ sendo que o programa foi modularizado em três projetos:

- 1 - Projeto “design” - Define as estruturas básicas dos elementos (Nós, Elementos Lineares, Regiões...) e suas particularidades como integrações, parâmetros de tecido, valores de temperatura e campo eletromagnético.
- 2 - Projeto “engine” - É onde o programa executa a maior parte das ações como calcular as matrizes globais do sistema, otimização e cálculo dos resultados.
- 3 - Projeto “display” - Define a interface do programa com o usuário utilizando textos e gráficos.

A1 – Estrutura de Arquivos do Programa

Arquivo	Descrição
Projeto design	
element.h	Define as classes: - Point: Ponto em três dimensões - Node: Nó dos elementos - Antenna: Antena e seus parâmetros - Linear: Elemento linear (MEC) - Triangle: Elemento para calcular área - Region: Região
xmlreader.h	Define a estrutura de entrada de dados do programa
element.cpp	Implementação de element.h
xmlreader.cpp	Implementação de xmlreader.h
Projeto engine	
drmmatrix.h	Define as matrizes que serão calculadas no programa
engine.h	Define a função principal do programa que inicializa e calcula os resultados
ga.h	Define o algoritmo genético
drmmatrix.cpp	Implementação de drmmatrix.h
engine.cpp	Implementação de engine.h
ga.cpp	Implementação de ga.h
Projeto display	
result.h	Define os gráficos utilizados na interface com o usuário: - Gráfico de temperatura - Gráfico de campo elétrico - Malha de elementos de contorno e nós internos - Região de hipertermia
main.cpp	Arquivo inicial que cria uma instância da classe engine e mostra os resultados
result.cpp	Implementação de result.h

Apêndice

A2 – Diagrama de classes do programa

A descrição das variáveis e dos métodos das classes do programa é feita utilizando diagramas de classes padrão UML (*Unified Modeling Language*) sendo mostradas as principais classes definidas no programa.

Projeto design:

Classe Point (define um ponto)		
Variáveis		
Tipo	Nome	Definição
+ double	x, y, z	coordenadas
Métodos		
Retorno	Protótipo	Definição
	Point(double x=0.0, double y=0.0, double z=0.0)	construtor
+ bool	operator == (Point & c) const	compara se é igual (precisão 10^{-7})
+ bool	operator != (Point & c) const	compara se é diferente
+ bool	between(const Point & p1, const Point & p2) const	compara se está entre dois pontos
+	move(double x, double y, double z)	move o ponto
+ double	(friend) dist (const Point & p1, const Point & p2)	calcula a distância entre dois pontos

Classe Node (define um nó) derivada da classe Point		
Variáveis		
Tipo	Nome	Definição
+ conditionType	ccWave	tipo de condição de contorno para o problema eletromagnético (elétrico ou magnético)
+ conditionType	ccTemp	tipo de condição de contorno para o problema de temperatura (temperatura ou calor)
+ Point	source	localização do ponto fonte (pode ser diferente do ponto de construção devido ao deslocamento do ponto fonte)
+ Complex	E, B	valores do campo elétrico e magnético
+ double	T, H	valores da temperatura e calor
+ int	negativeFlux2Region	define a região onde o fluxo será negativo (modelo com várias regiões)
Métodos		
Retorno	Protótipo	Definição
+	Node(double x=0.0, double y=0.0, double z=0.0)	construtor
+ Node &	operator = (const Point & p)	recebe as coordenadas de um ponto

Classe Antenna (define uma antena) derivada da classe Point		
Variáveis		
Tipo	Nome	Definição
+ double	amplitude	define o valor da amplitude
+ double	phase	define o valor do ângulo de fase

Apêndice

Classe Linear (define um elemento linear)		
Variáveis		
Tipo	Nome	Definição
+ Node	*n1, *n2	nós iniciais e finais
Métodos		
Retorno	Protótipo	Definição
- Vector<double>	norm () const	calcula o vetor normal
- Vector<double>	tang() const	calcula o vetor tangente
- double	form (int node, double qsi) const	calcula o valor da função de forma
- double	comp() const	calcula o comprimento
+	deslocSource(Node * node, double desloc)	desloca o nó (inicial ou final) para dentro do elemento
+ double	distPerpendicular2Point(const Point & p) const	calcula a distância até um ponto
+ double	distMidPoint2Point(const Point & p) const	calcula a distância do ponto médio até um ponto
+	divide(Queue<Linear> & elements, Queue<Node *> & nodes, const Vector<Node *> &allDrmNodes)	divide o elemento em dois elementos
+	integrateS1(const Point & source, const Complex & k, double w, double mi, Complex &H1, Complex &H2, Complex &G1, Complex &G2, Vector<double> &xGauss, Vector<double> &wGauss)	integra o elemento para o problema eletromagnético
+	integrateS2(const Point & source, const Complex & k, Complex &H1, Complex &H2, Complex &G1, Complex &G2, Vector<double> &xGauss, Vector<double> &wGauss)	integra o elemento para o problema de temperatura
+	drmPotFlx(const Point &node_DRM, const &pot_DRM1, Complex &pot_DRM2, Complex &flx_DRM1, Complex &flx_DRM2, double rf)	integra o elemento para um nó no domínio

Classe Region (define uma região ou tecido)		
Variáveis		
Tipo	Nome	Definição
+ double	w, e, sigma, mi, Wb, Cpb, lambda, Ta, Qm	parâmetros do tecido
+ double	penalty	penalidade da hipertermia
+ int	nGauss	quantidade de pontos de Gauss para a integração
+ Vector<Linear>	elements	vetor de elementos
+ Vector<Node *>	nodes	vetor de nós
+ Vector<Node *>	drmNodes	vetor de nós internos
+ Vector<Point>	sources	vetor de pontos fonte
+ Vector<int>	relSourceNodes	relação entre pontos fonte e nós
+ regionMatrices	S1, S2	estrutura com as matrizes para o problema eletromagnético e problema de temperatura
Métodos		
Retorno	Protótipo	Definição
+	createPOThatFLXhat()	cria as matrizes locais relacionadas a função aproximadora
+	createF()	cria a matriz local F
+	createHG()	cria as matrizes locais H e G

Apêndice

Projeto engine:

Classe DRMmatrix (guarda as matrizes globais do problema)		
Variáveis		
Tipo	Nome	Definição
- Vector<Node *>	nodes	vetor de nós
- Vector <Point>	sources	vetor de pontos fonte
- globalMatrices	S1,S2	matrizes globais dos problemas eletromagnéticos e de temperatura
+ Vector<int>	intColRelation, relation	Vetores auxiliares com a relação entre os nós de interface
Métodos		
Retorno	Protótipo	Definição
+	initialize(Vector<Region> & regions, Vector<Antenna> &antennas)	inicializa o problema
+	createMatrices1S(Vector<Regions> & regions)	cria as matrizes globais para o problema eletromagnético
+	createMatrices2S(Vector<Regions> & regions)	cria as matrizes globais para o problema de temperatura
+	setResults1S(Vector<Region> ®ions, Vector<Antenna> &antennas)	atualiza os resultados nos elementos para o problema eletromagnético
+	setResults2S(Vector<Region> ®ions)	atualiza os resultados nos elementos para o problema de temperatura

Classe Engine		
Variáveis		
Tipo	Nome	Definição
+ Vector<Region>	regions	regiões do problema
+ Vector<Node *>	nodes	nós do problema
+ Vector<Antenna>	antennas	antenas
DRMmatrix	DRM	matrizes globais
Métodos		
Retorno	Protótipo	Definição
+	createDRMMatrices()	cria as matrizes globais
+ double	solve()	resolve o problema e retorna o valor da função aptidão

Classe Genome (define um genoma para o AG)		
Variáveis		
Tipo	Nome	Definição
- unsigned int	maxAmplitude	define a amplitude máxima (180°)
- int	nGene	define a quantidade de genes
+ int	n	define a quantidade de antenas
+ unsigned int *	amplitude	vetor (manipulação direta da memória) com as amplitudes de cada antena
+ unsigned int *	phase	vetor (manipulação direta da memória) com o ângulo de fase de cada antena
+ double	score	guarda o valor da função aptidão
Genome *	nextInHash	ponteiro auxiliar para o próximo genoma na tabela de espalhamento

Apêndice

Métodos		
Retorno	Protótipo	Definição
+	Genome (int n)	construtor
+	initialize(unsigned int maxAmplitude)	inicializa o genoma
+	initializeMax(unsigned int maxAmplitude)	inicializa forçando valores máximos
+	initializeMin(unsigned int maxAmplitude)	inicializa forçando valores mínimos
+	inline setGene(int i, bool value)	modifica um gene
+ bool	inline getGene(int i)	lê um gene
+	inline flipGene(int i)	troca um gene
+ double	fitness(Engine * engine)	calcula o valor da função aptidão
+ Genome *	friend crossing(Genome * a, Genome * b)	faz o cruzamento entre dois genomas
+	mutate(double statistic)	faz a mutação
+ Genome *	clone()	clona
+ bool	friend operator == (const Genome & a, const Genome & b)	verifica se dois genomas são iguais

Classe Population (define uma população para o AG)		
Variáveis		
Tipo	Nome	Definição
- int	n	número de genomas
- int	nAntennas	número de antenas
- unsigned int	maxAmplitude	amplitude máxima
- Vector<Genome *>	hashTable	tabela de espalhamento
- Vector<Genome *>	data	vetor de genomas da população atual
- Vector<double>	score	vetor com os resultados da função aptidão
- double	statisticMutation	estatística de mutação
Métodos		
Retorno	Protótipo	Definição
- int	hashFunction(const Genome * genome) const	função aptidão
+	initialize(int nPopulation, Engine *engine, int nAntennas, unsigned int maxAplitude, double statisticMutation)	inicializa população
+ Genome *	bestGenome()	retorna melhor genoma da população
+ double	bestScore()	retorna melhor resultado
+ double	worstScore()	retorna pior resultado
+	evaluate(Engine *engine)	calcula a próxima geração

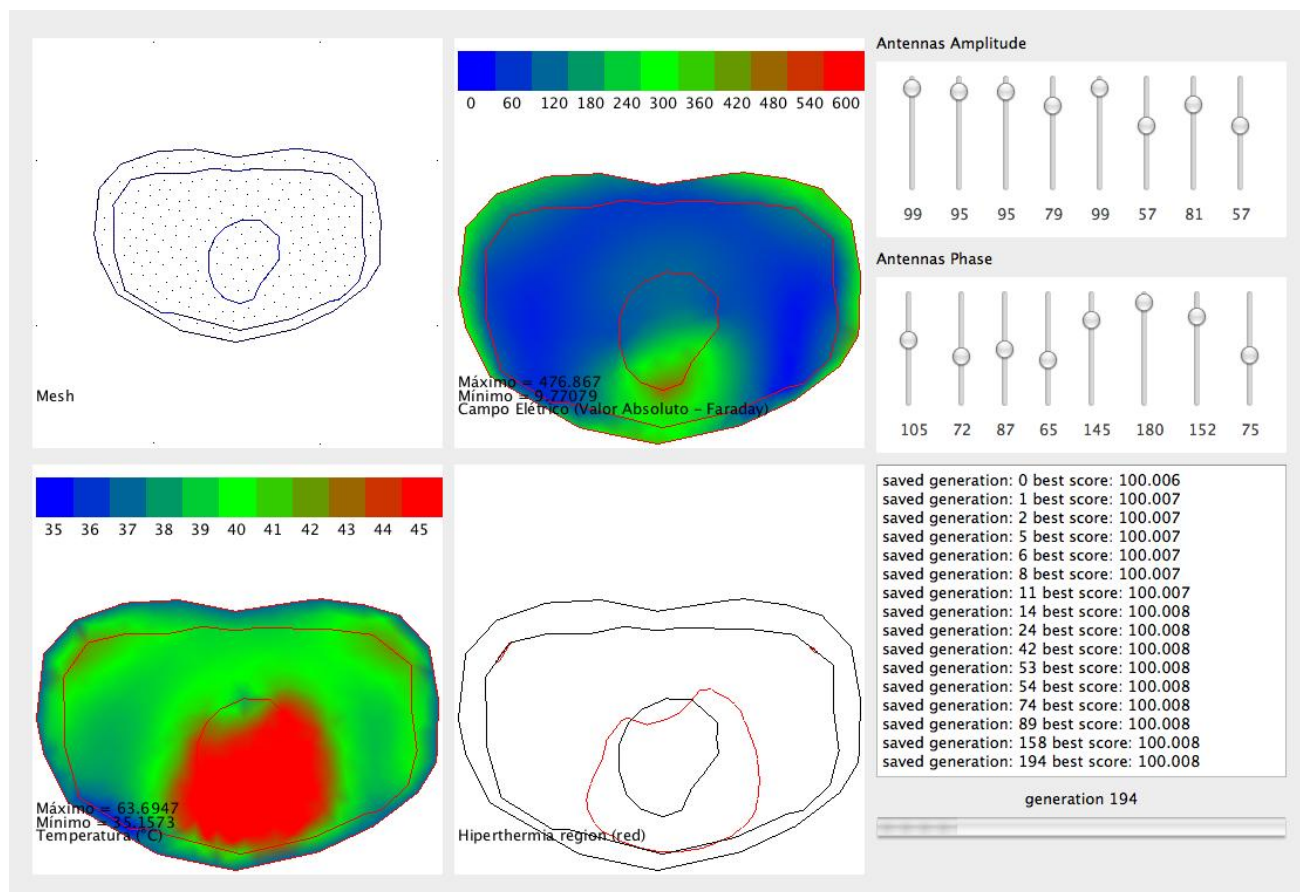
Sendo o sinal + utilizado para definir métodos ou variáveis públicas e o sinal – para definir métodos ou variáveis privados.

Apêndice

A3 – Interface do programa

A interface gráfica utiliza a biblioteca de funções gráficas do OpenGL, encapsuladas na plataforma Qt® (Nokia) sendo possível sua compilação para qualquer sistema operacional (Windows, Linux, MacOS).

A entrada de dados é feita por arquivo de texto com os dados da geometria e parâmetros dos tecidos envolvidos. A implementação da entrada de dados utilizando uma interface gráfica sobre imagens extraídas do aparelho de ressonância magnética pode ser realizada em uma próxima etapa do desenvolvimento do problema.



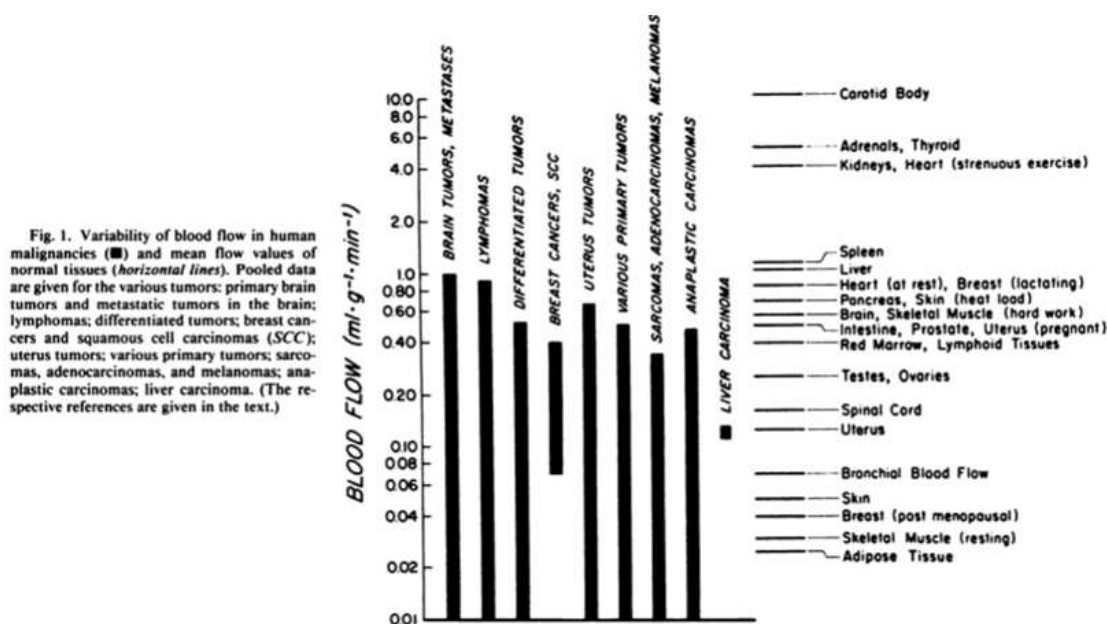
Pode-se optar por escolher os parâmetros das antenas manualmente ou disparar a otimização utilizando o AG, nesse caso são salvos os dados das gerações onde houve melhora nos resultados de hipertermia até a geração máxima definida na entrada de dados (1000 gerações).

APÊNDICE B – PARÂMETROS DE PERFUSÃO DE SANGUE

B1 – Câncer de próstata - Carcinoma

Referência	Intervalo de valores (ml / g / min)
Vaupel [1]	0,01 - 0,05
Mullani [2]	0,03 - 0,065

B2 – Outros tecidos



Extraído de Vaupel [1]

[1] - P. Vaupel, F. Kallinowski e P. Okunieff, "Blood Flow, Oxygen and Nutrient Supply, and Metabolic Microenvironment of Human Tumors: A Review", *Cancer Research*, vol. 49, pp 6449-6465, 1989

[2] - N. A. Mullani, R.S. Herbst, R. G. O'Neil, K. L. Gould, B. J. Barron e J. L. Abbruzzese, "Tumor Blood Flow Measured by PET Dynamic Imaging of First-Pass F-FDG Uptake: A Comparison with O-Labeled Water-Measured Blood Flow", *The Journal of Nuclear Medicine*, vol. 49, pp 517-523, 2008