



Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Civil  
Departamento de Estruturas

---

***ANÁLISE DE ESTRUTURAS METÁLICAS DE TORRES  
TRELIÇADAS AUTOPORTANTES PARA  
TELECOMUNICAÇÕES***

Eng<sup>a</sup>. Fernanda O. D. Amadio Nascimento

Orientador : Prof. Dr. João Alberto Venegas Requena

**UNICAMP**  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

Campinas, Fevereiro de 2.002



***ANÁLISE DE ESTRUTURAS METÁLICAS DE TORRES  
TRELIÇADAS AUTOPORTANTES PARA  
TELECOMUNICAÇÕES***

Eng<sup>a</sup>. Fernanda O. D. Amadio Nascimento

Dissertação de Mestrado apresentada  
à Comissão de pós-graduação da  
Faculdade de Engenharia Civil da  
Universidade Estadual de Campinas,  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do título de Mestre em  
Engenharia Civil, na área de Estruturas.

Orientador : Prof. Dr. João Alberto Venegas Requena

Campinas, Fevereiro de 2.002  
Atesto que esta é a versão definitiva  
da dissertação/tese  
5/6/02  
Prof. Dr. JOÃO A. V. REQUENA

UNIDADE Be  
Nº CHAMADA T/UNICAMP  
N17a  
V \_\_\_\_\_ EX \_\_\_\_\_  
TOMBO BCI 49963  
PROC 16-837/02  
C \_\_\_\_\_ D X  
PREÇO R\$ 11,00  
DATA \_\_\_\_\_  
Nº CPD \_\_\_\_\_

CM00170444-1

BIB ID 247027

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

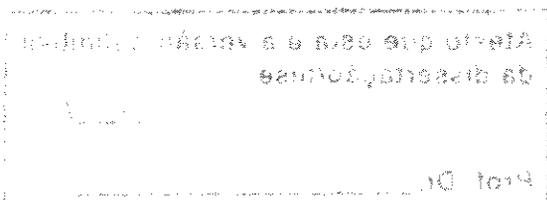
N17a

Nascimento, Fernanda Otávia Dias Amadio

Análise de estrutura metálicas de torres treliçadas  
autoportantes para telecomunicações / Fernanda Otávia  
Dias Amadio Nascimento.--Campinas, SP: [s.n.], 2002.

Orientador: João Alberto Venegas Requena.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.

1. Linhas elétricas – Poste e torres. 2. Dinâmica  
estrutural. 3. Pressão do vento. 4. Telecomunicações. I.  
Requena, João Alberto Venegas. II. Universidade  
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil.  
III. Título.





---

**ANÁLISE DE ESTRUTURA METÁLICAS DE TORRES  
TRELIÇADAS AUTOPORTANTES PARA  
TELECOMUNICAÇÕES**

Eng<sup>a</sup>. Fernanda O. D. Amadio Nascimento

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:

Prof. Dr. João Alberto Venegas Requena  
Presidente e Orientador/FEC – UNICAMP

Prof. Dr. Orlando Ferreira Gomes  
FEC – UFG

Prof. Dr. Aloísio Ernesto Assan  
FEC – UNICAMP

Campinas, 26 de Fevereiro de 2002

0023766

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu marido *Alexandre*, pelo amor, incentivo e paciência durante o período dado para a realização do Mestrado.

Aos meus pais, Otávio e Ivone, pelo apoio durante todos esses anos de estudo.

A toda a minha família e amigos, que através da amizade oferecida, me apoiaram na concretização deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. João Alberto Venegas Requena, pelo apoio durante a realização deste trabalho.

Aos professores Aloísio Ernesto Assan e Maurício Dario, pela colaboração dada a esta pesquisa.

À Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, pela oportunidade que me foi oferecida.

À FAPESP – Fundo de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo auxílio oferecido e pela confiança no meu trabalho.

## ÍNDICE

	Pág.
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>i</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>iv</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>vi</b>
<b>RESUMO</b>	<b>x</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>xi</b>
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>01</b>
<b>CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>04</b>
2.1 Análise Dinâmica – Introdução	04
2.1.1 Vibração Estrutural	05
2.1.2 Dinâmica Estrutural	05
2.1.3 Formulação da Equação de Movimento de uma Análise Dinâmica em Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade	06
2.1.3.1 Efeitos de Forças Axiais	10
2.1.4 Propriedades da Massa	11
2.1.5 Vibrações Livres Não Amortecidas	13
2.1.5.1 Análise das Frequências de Vibração	13
2.1.5.2 Análises dos Modos de Vibração	15

2.1.5.3	Influência das Forças Axiais – Vibrações Livres	17
2.1.6	Análises da Resposta Dinâmica	20
2.1.7	Processo de Superposição Modal	22
2.1.8	Programa SAP2000	23
2.1.8.1	Análise de Autovetor	24
2.1.8.2	Análise de Vetor de Ritz	25
2.1.8.2.1	Vetores de Cargas Iniciais	26
<b>CAPÍTULO 3 – PROCESSOS UTILIZADOS PARA A DETERMINAÇÃO DAS AÇÕES ESTÁTICAS E DINÂMICAS DO VENTO</b>		<b>28</b>
3.1	Introdução	28
3.2	Processo de Davenport (Fator de Rajada)	30
3.2.1	Introdução	30
3.2.2	Descrição do Processo	31
3.3	Processo da Norma Brasileira	34
3.3.1	Introdução	34
3.3.2	Ação Estática do Vento na Prática	35
3.3.3	Norma Brasileira de Ação do Vento – NBR 6123	38
3.3.3.1	Aplicação do Processo Simplificado	45
3.4	Processo Comparativo Utilizando o Modelo Estático (NBR 6123); Modelo Dinâmico Discreto (NBR 6123) e Modelo Dinâmico Monte Carlo	50
3.5	Processo Utilizando o Modelo Linha de Influência	58

<b>CAPÍTULO 4 – EXEMPLOS NUMÉRICOS PARA A ANÁLISE COMPARATIVA</b>	
<b>UTILIZANDO A NBR6123/87</b>	<b>65</b>
4.1 Introdução	65
4.2 Torre Metálica Tipo A	66
4.2.1 Ações Estáticas do Vento	67
4.2.2 Ações Dinâmicas do Vento	74
4.3 Torre Metálica Tipo B	77
4.3.1 Ações Estáticas do Vento	78
4.3.2 Ações Dinâmicas do Vento	79
<b>CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>82</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>84</b>
<b>ANEXO A – Gráficos de <math>\xi</math></b>	<b>90</b>
<b>APENDICE A - Diretrizes para o desenvolvimento de projetos de torres para telecomunicações</b>	<b>96</b>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 <i>Configurações básicas de torres treliçadas autoportantes</i>	02
FIGURA 2.1 <i>Discretização de uma estrutura de barra</i>	07
FIGURA 2.2 <i>Representação das deformações como uma soma das componentes modais</i>	21
FIGURA 3.1 <i>Esquema para modelo dinâmico discreto</i>	41
FIGURA 3.2 <i>Determinação gráfica do coeficiente de amplificação dinâmica <math>\xi</math></i>	48
FIGURA 3.3 <i>Perfil contínuo e gráfico dos coeficientes de arrasto para torres reticuladas de seção quadrada em função de <math>\phi</math></i>	52
FIGURA 3.4 <i>Decomposição horizontal das forças de arrasto <math>F_a</math></i>	53
FIGURA 3.5 <i>Decomposição vertical das forças de arrasto para uma torre genérica de 5 seções</i>	53
FIGURA 3.6 <i>Variação do esforço axial em um membro da torre treliçada</i>	58
FIGURA 3.7 <i>Torre de Transmissão</i>	62
FIGURA 4.1 <i>Silhueta da torre tipo A</i>	67
FIGURA 4.2 <i>Cálculo das áreas efetivas</i>	69
FIGURA 4.3 <i>Coeficiente de arrasto, <math>C_a</math>, para faces de torres formadas por barras prismáticas de cantos vivos ou levemente arredondados</i>	70

FIGURA 4.4 Coeficiente de arrasto, $C_a$ , para torres reticulados de seção quadrada e triangular equilátera, formadas por barras prismáticas de cantos vivos ou levemente arredondados	71
FIGURA 4.5 Fator de proteção $\eta$ para dois ou mais reticulados planos paralelos igualmente afastados	73
FIGURA 4.6 Gráfico de comparação das ações estáticas e dinâmicas do vento, torre A	76
FIGURA 4.7 Silhueta da torre tipo B	78
FIGURA 4.8 Gráfico de comparação das ações estáticas e dinâmicas do vento, torre B	81
FIGURA 1A Coeficiente de amplificação dinâmica, $\xi$ , para terreno - categoria I	91
FIGURA 2A Coeficiente de amplificação dinâmica, $\xi$ , para terreno - categoria II	92
FIGURA 3A Coeficiente de amplificação dinâmica, $\xi$ , para terreno - categoria III	93
FIGURA 4A Coeficiente de amplificação dinâmica, $\xi$ , para terreno - categoria IV	94
FIGURA 5A Coeficiente de amplificação dinâmica, $\xi$ , para terreno - categoria V	95
FIGURA AP 1.1 Sistemas de treliçamento	103
FIGURA AP 2.1 Silhueta de uma torre reticulada e seus módulos	110
FIGURA AP 2.2 Cálculo das áreas efetivas	111
FIGURA AP 2.3 Coeficiente de arrasto, $C_a$ , para faces de torres formadas por barras prismáticas de cantos vivos ou levemente arredondados	112
FIGURA AP 2.4 Coeficiente de arrasto, $C_a$ , para faces de torres formadas por barras de seção circular	113
FIGURA AP 2.5 Coeficiente de arrasto, $C_a$ , para torres reticuladas de seção quadrada e triangular equilátera, formadas por barras prismáticas de cantos vivos ou levemente arredondados	114

FIGURA AP 2.6 Coeficiente de arrasto, $C_a$ , para torres reticuladas de seção quadrada, formadas por barras de seção circular – vento incidindo perpendicularmente a duas faces paralelas	115
FIGURA AP 2.7 Coeficiente de arrasto, $C_a$ , para torres reticuladas de seção quadrada, formadas por barras de seção circular – vento incidindo segundo uma diagonal	116
FIGURA AP 2.8 Coeficiente de arrasto, $C_a$ , para torres de seção triangular equilátera, formadas por barras de seção circular – vento incidindo a qualquer direção	116
FIGURA AP 2.9 Fator de proteção $\eta$	120
FIGURA AP 2.10 Esquema para o modelo dinâmico discreto	125
FIGURA AP 2.11 Força de vento em antenas parabólicas	128
FIGURA AP 2.12 Força de vento em antenas parabólicas com radomes	129
FIGURA AP 2.13 Força de vento em antenas parabólicas com coberturas cilíndricas	129
FIGURA AP 2.14 Força de vento em antenas painéis	130
FIGURA AP 2.15 Área projetada em antenas parabólicas	131
FIGURA AP 2.16 Área projetada em antenas painéis	131
FIGURA AP 4.1 Sistemas de Treliçamentos, com barras horizontais	137
FIGURA AP 4.2 Sistemas de Treliçamentos, sem barras horizontais	138
FIGURA AP 4.3 Sistema Tração – Compressão	139
FIGURA AP 4.4 Índices de esbeltez para barras comprimidas (montantes)	140
FIGURA AP 4.5 Índices de esbeltez para barras comprimidas (Diagonais principais e secundárias)	141

## LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 <i>Parâmetros para a determinação de efeitos dinâmicos</i>	40
TABELA 3.2 <i>Expoente <math>p</math> e parâmetro <math>b</math></i>	43
TABELA 3.3 <i>Resultados Obtidos – Modelo Discreto</i>	56
TABELA 3.4 <i>Resultados Obtidos – Método Monte Carlo</i>	57
TABELA 3.5 <i>Valores genéricos das propriedades dinâmicas de estruturas de transmissão</i>	59
TABELA 3.6 <i>Força [N] em alguns membros da torre, obtidos a partir de distintas metodologias</i>	63
TABELA 4.1 <i>Componentes da força de arrasto nas faces de torres reticuladas de seção quadrada ou triangular equilátera</i>	72
TABELA 4.2 <i>Ações estáticas do vento – torre tipo A</i>	74
TABELA 4.3 <i>Modos de vibração – torre tipo A</i>	74
TABELA 4.4 <i>Ação dinâmica do vento – modelo simplificado – torre A</i>	75
TABELA 4.5 <i>Ação dinâmica do vento – modelo discreto – torre A</i>	76
TABELA 4.6 <i>Esforços obtidos – torre A</i>	77
TABELA 4.7 <i>Ação estática do vento – torre B</i>	79
TABELA 4.8 <i>Modos de vibração – torre B</i>	79
TABELA 4.9 <i>Ação dinâmica do vento – modelo simplificado – torre B</i>	80
TABELA 4.10 <i>Ação dinâmica do vento – modelo discreto – torre B</i>	80
TABELA 4.11 <i>Esforços obtidos – torre B</i>	81

TABELA AP1 <i>Componentes da força de arrasto</i>	117
TABELA AP2 <i>Parâmetros para a determinação de efeitos dinâmicos</i>	123
TABELA AP3 <i>Expoente <math>p</math> e parâmetro <math>b</math></i>	123
TABELA AP4 <i>Deflexões Máximas</i>	146

## LISTA DE SÍMBOLOS

A seguir são listados os principais símbolos utilizados no desenvolvimento deste trabalho:

$\phi$	vetor forma modal da estrutura
$n$	fator de proteção
$\theta$	ângulo fase da estrutura
$\Phi$	matriz modal da estrutura
$\lambda$	comprimento de onda
$\lambda_{GL}$	vetor de carga crítica axial
$\Omega^2$	matriz diagonal de autovalores
$\omega$	freqüência circular
$\xi$	coeficiente de amplificação dinâmica
$\zeta$	razão de amortecimento
$v$	vetor deslocamento da estrutura
$\dot{v}$	vetor velocidade da estrutura
$\ddot{v}$	vetor das acelerações da estrutura
$\hat{v}$	vetor forma da estrutura

$\Psi_i, \Psi_j$	vetores de deslocamentos da estrutura
$\rho$	massa específica do ar
$\sigma(t)$	tensões da estrutura
$A$	área de superfície da estrutura
$A_0$	área de referência (área efetiva total da estrutura)
$A_e, A_{efetiva}$	área efetiva da estrutura
$A_{silhueta}$	área da silhueta da estrutura
$b$	parâmetro meteorológico usado na determinação de S2
$C_a, C_{a_\alpha}$	coeficiente de arrasto
$C, [C]$	matriz de amortecimento da estrutura
$C(x)$	propriedade do amortecimento viscoso
$C_{cr}$	amortecimento crítico da estrutura
$C_j$	coeficiente de força obtido em escoamento suave
$C_D$	coeficiente de arrasto
$d(t)$	deformações da estrutura
$\tilde{E}$	matriz dinâmica
$e$	deslocamento axial
$e$	lado da torre
$F_a$	força de arrasto do vento na estrutura
$F_{média}$	força média do vento
$F_{flut}$	forças flutuantes do vento, para cada módulo de vibração
$F_{discreto}$	forças dinâmicas do vento – modelo discreto, para cada modo de vibração e combinações entre os módulos
$f_I$	força de inércia da estrutura
$f_D$	força de amortecimento da estrutura

$f_s$	força estática da estrutura
$f_G$	forças axiais da estrutura
$f$	freqüência fundamental da estrutura
$f(t)$	ações flutuantes do vento
$\bar{F}$	força média do vento
$\hat{F}$	força flutuante do vento
$F_H$	força horizontal do vento
$h$	lado da estrutura
$h_{estrutura}$	altura total da estrutura
$h(m)$	altura do módulo da estrutura em estudo
$H(\omega)$	admitância mecânica
$k$	matriz de rigidez da estrutura
$\bar{k}$	matriz de rigidez combinada da estrutura
$k_{GL}$	matriz de rigidez geométrica
$L$	dimensão característica da estrutura
$l$	largura ou diâmetro da estrutura
$m, M, [M]$	matriz massa da estrutura
$m_0$	massa referencial (igual a $10^6$ Kg)
$N(x)$	vetor carga axial da estrutura
$n$	vetor coluna das coordenadas normais
$p$	expoente da lei potencial de variação de $S^2$
$p(t)$	vetor de carga externa
$q$	pressão dinâmica do vento
$Q$	variável estática ou geométrica qualquer

$\bar{Q}$	variável média estática ou geométrica qualquer
$\hat{Q}$	variável flutuante estática ou geométrica qualquer
$S_F(f)$	espectros cruzados das forças do vento na estrutura
$S_1(f)$	componente longitudinal das rajadas de vento
$S1$	fator topográfico
$S2$	fator que considera a influência da rugosidade do terreno, das dimensões da edificação ou parte da edificação em estudo, e de sua altura sobre o terreno
$S3$	fator baseado em conceitos probabilísticos
$T$	período da estrutura
$Tr$	período da rajada do vento
$V_0$	velocidade básica do vento
$V_k$	velocidade característica do vento
$V_p$	velocidade de projeto
$\bar{V}$	velocidade média do vento
$V(t)$	velocidade do vento
$x$	deslocamento modal
$X$	força total devido ao vento na estrutura
$\bar{X}$	força média devido ao vento na estrutura
$\hat{X}$	força flutuante devido ao vento na estrutura
$z_r, z_{ref}$	altura de referência da estrutura (igual a 10 metros)
$w$	largura da torre
$y(t)$	deslocamento da estrutura
$Y$	amplitude modal da estrutura

## **RESUMO**

**NASCIMENTO, F., ANÁLISE DE ESTRUTURAS METÁLICAS DE TORRES TRELIÇADAS AUTOPORTANTES PARA TELECOMUNICAÇÕES.** Campinas: UNICAMP, FEC, 2002. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, 2002. 86 p.

Este trabalho apresenta uma análise comparativa das ações estáticas e dinâmicas que agem predominantemente em torres metálicas trelaçadas autoportantes para telecomunicações.

São apresentados os fundamentos teóricos da análise dinâmica linear, utilizados no desenvolvimento das formulações apresentadas na norma brasileira NBR 6123/87, para obtenção das ações devidas ao vento em edificações.

São tratados os aspectos principais das ações de vento que agem na estrutura. Um dos aspectos é baseado na velocidade de rajada de 3 segundos considerado como ação estática. O outro aspecto é baseado na velocidade média de 10 minutos que considera a resposta da estrutura em função das frequências fundamentais, neste caso tratado como ação dinâmica.

Os processos apresentados pela norma brasileira NBR 6123/87, são discutidos e analisados através de resultados obtidos em exemplos numéricos com o objetivo de estabelecer critérios para garantir a segurança das estruturas.

**Palavras Chaves:** Torres para Telecomunicações, Dinâmica das Estruturas, Ação Estática e Dinâmica do Vento.

## **ABSTRACT**

**NASCIMENTO, F., ANALYSIS OF METALLIC STRUCTURES OF SELF SUPPORTING LATTICED TOWERS FOR TELECOMMUNICATIONS.** Campinas (BR): UNICAMP, FEC, 2002. Dissertation (Master's) – Universidade Estadual de Campinas, 2002. 86 pages.

This work presents a comparative analysis of static and dynamics actions that affect predominantly the latticed self supporting metallic towers for telecommunications.

Theoretical foundations concerning to linear dynamic analysis are presented, which are used in the development of formulations presented in the Brazilian standard code NBR 6123/87 to obtain the actions due to the wind acting in constructions.

Principal features of wind actions that affect the structure are discussed herein. One of the aspects is based on the velocity of the gust of the wind of 3 seconds considered as static action. The other aspect is based on the medium velocity of 10 minutes that considers the structure response as a result of fundamental frequencies, in this case considered as dynamic action.

Processes presented by the Brazilian standard code NBR 6123/87 are discussed. The results obtained in several numerical examples with the purpose of establishing criteria to ensure the security of the structures.

**Key Words:** Towers for Telecommunications, Dynamics of Structures, Static and Dynamics Action of the Wind.

## **CAPÍTULO 1**

### **INTRODUÇÃO**

Nos dias atuais, com a abertura do mercado de telecomunicações no Brasil, houve um aumento considerável de torres metálicas instaladas pelo país.

Nos grandes centros comerciais, e até em zonas rurais, as torres metálicas já estão fazendo parte da paisagem e tendem a se espalhar cada vez mais pelo país, integrando uma categoria estrutural das mais utilizadas em nossos dias.

Para garantir um bom funcionamento do sistema de telecomunicações, deve-se executar corretamente o projeto da torre, dentro das atuais tecnologias e dos atuais desenvolvimentos científicos que deram origem a atualização das normas técnicas.

As torres treliçadas metálicas autoportantes para telecomunicações são geralmente de base quadrada ou triangular. As antenas mais utilizadas são as de 60cm, 120cm e 180cm de diâmetro, além de um suporte que possibilite a colocação de 3 antenas painéis, formando um ângulo de 120° entre elas.

Estas torres são formadas por perfis laminados, perfis de chapa dobrada, ou ainda perfis tubulares.

Primeiramente, com as condições de carregamento de antenas (diâmetros, peso de cada uma das antenas e a altura prevista para a colocação das mesmas), definidas pelo cliente, deve-se analisar qual a geometria ideal para a torre, ou seja, qual a altura que a estrutura deverá ter, qual a largura da base e outras informações necessárias para a definição da estrutura.

Várias alternativas de geometria podem ser estudadas com o objetivo de minimizar os esforços para cada categoria de torre.

Uma das raras publicações a respeito da geometria das torres sugere seu estudo sob determinadas condições de carregamento (GONTIJO<sup>22</sup>). Esta publicação descreve os principais passos para o desenvolvimento de projetos de torres metálicas treliçadas autoportantes.

Na Fig.1.1 são mostrados alguns tipos usuais de torres.

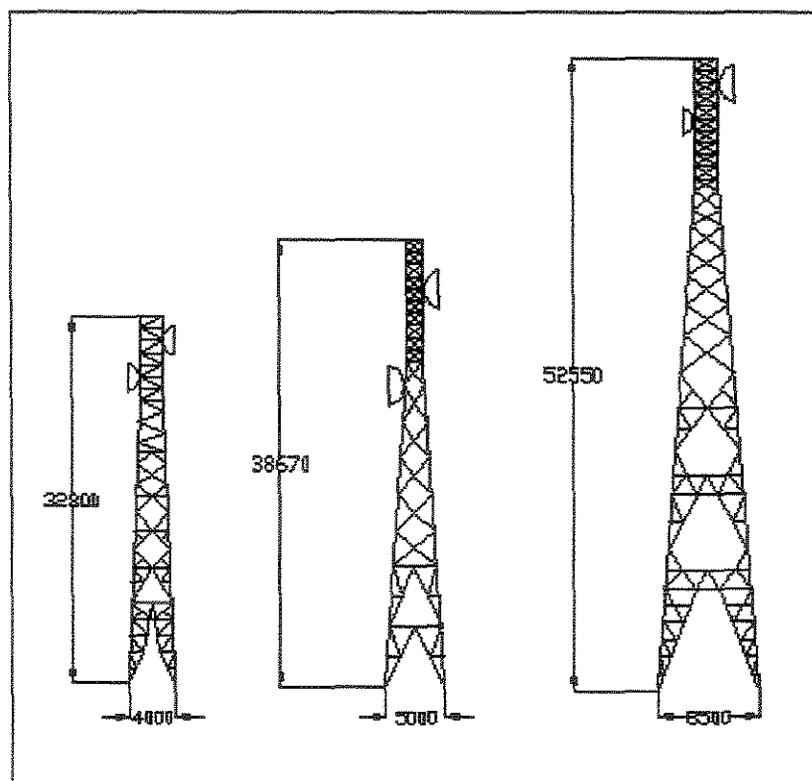


Fig. 1.1 – Configurações Básicas de Torres Treliçadas Autoportantes

Após a concepção da geometria da torre, chamada de “Silhueta da Torre”, calculam-se os esforços utilizando, na maioria das vezes, análise estática elasto-linear da estrutura.

Algumas análises, como os efeitos dinâmicos na estrutura, nem sempre são realizadas pelos calculistas, justificando esta atitude para torres rigidamente definidas.

Sabe-se que para estruturas de torres definidas como flexíveis, principalmente em torres sob efeito de vibração, a análise dinâmica é indispensável restando, portanto, tentar desenvolver critérios que facilitem estabelecer grupos de torres que possam dispensar as análises dinâmicas, que nem sempre são de fácil execução.

A norma brasileira “Forças Devidas ao Vento em Edificações”, NBR-6123<sup>13</sup>, transforma as ações dinâmicas do vento, em edifícios esbeltos, em ações estáticas, bastando determinar a frequência e conseqüentemente o período, dispensando a análise dinâmica propriamente dita, se o mesmo for inferior a um segundo. O processo da NBR-6123<sup>13</sup> foi apresentado para torres não vazadas.

Devem-se buscar procedimentos adequados para serem utilizados em torres vazadas. Nas publicações especializadas, constantes na bibliografia<sup>1,2,8</sup>, há indicações de como desenvolver os casos que não estão incluídos na norma brasileira NBR-6123<sup>13</sup>. Fica claro, portanto, que a principal divergência entre os calculistas de torres está exatamente na utilização ou não da análise dinâmica nas estruturas, pois o que se observa são apenas análises elasto-lineares globais da estrutura.

A intenção deste estudo é a de realizar uma pesquisa saber, também, qual a correta interpretação de ações dinâmicas dos ventos sobre torres, apresentadas em algumas normas, pelo Fator de Amplificação Dinâmica.

Exemplos numéricos serão desenvolvidos com o objetivo de ilustrar o estudo realizado, utilizando programas comerciais como SAP2000 e normas especializadas em torres, finalizando com a elaboração de um manual para projetos de torres metálicas para o Brasil.

## **CAPÍTULO 2**

### **FUNDAMENTOS TEÓRICOS**

#### **2.1 Análise Dinâmica - Introdução**

Após a Revolução Industrial as estruturas de aço passaram a ter uma quantidade maior de massa porque possuíam vigas pesadas, onde partes do edifício eram feitos de pedras. Dessa maneira a excitação de vibração era de pequena magnitude, e assim a resposta dinâmica da estrutura era muito pequena.

Essas estruturas tinham um alto amortecimento próprio, o que também resultava em reações estruturais de excitação dinâmica muito baixas.

Com toda a tecnologia desenvolvida nos últimos duzentos anos de materiais novos mais resistentes e melhor conhecimento de suas propriedades, as massas das estruturas ficaram cada vez menores, deixando a estrutura vulnerável a vibrações.

As torres altas e esbeltas são altamente sensíveis a respostas dinâmicas sobre ação de vento, e sendo de telecomunicações, as suas deformações são governadas por um valor mínimo para garantir que as antenas estejam em sua posição correta .

Portanto, uma análise de vibração nessas estruturas é essencial.

### **2.1.1 Vibração Estrutural**

Há dois fatores que controlam a amplitude e a frequência de vibração em uma estrutura: a excitação aplicada e a resposta da estrutura a uma excitação particular.

A vibração cria tensões e deformações além das existentes que podem causar fadiga e levar a estrutura ao colapso.

É necessário analisar a vibração estrutural de forma a prevenir as frequências naturais e uma suposta resposta para a excitação. As frequências naturais da estrutura devem ser encontradas porque se a estrutura é excitada com uma destas frequências a ressonância irá ocorrer, resultando grandes amplitudes de vibração, tensões dinâmicas e níveis de barulhos.

### **2.1.2 Dinâmica Estrutural**

O carregamento dinâmico pode ser definido como um conjunto de ações que varia com o tempo. Desta maneira, um carregamento dinâmico é uma ação que sua magnitude, direção ou posição varia com o tempo.

Um carregamento estático é uma forma especial de carregamento dinâmico.

Como as deformações  $d(t)$  e as tensões  $\sigma(t)$  variam com o tempo, não se tem apenas uma única resposta da estrutura (como na análise estática), mas sim infinitas respostas.

Dessa forma, é necessário conhecer o maior dos valores das respostas obtidas (chamado de estado de Pico), para assim dimensionar para este máximo, supondo as ações estáticas.

Existem dois tipos de ações, as Ações Determinísticas e as Não Determinísticas.

Ação Determinística é quando a variação do carregamento é perfeitamente conhecida, ainda que oscilatória ou irregular. É um carregamento prescrito.

Dentro das ações determinísticas têm-se as ações periódicas (quando se conhecem os instantes e os valores das forças que estão agindo na estrutura) e as não periódicas (são os carregamentos impulsivos de curta-duração, ou de longa-duração).

Ação Não Determinística é quando a variação do carregamento dinâmico não pode ser perfeitamente definida com o tempo, a não ser que seja estatisticamente definida.

Neste tipo de ação os deslocamentos não são definidos, só se obtêm valores estatísticos. As deformações, tensões etc., são obtidas diretamente por uma análise estatística independente e não mais através dos deslocamentos.

Uma estrutura possui a mesma quantidade de freqüências naturais quanto os graus de liberdade, e se uma destas freqüências naturais for excitada, um estado de ressonância existirá e portanto uma grande amplitude de resposta à vibração irá ocorrer.

Para cada freqüência natural a estrutura tem um modo particular de vibração tendo uma forma característica, ou modo de vibração.

Felizmente, não é necessário calcular todas as freqüências naturais da estrutura, porque muitas dessas freqüências não serão excitadas e, em certos casos, elas podem fornecer amplitudes de ressonâncias pequenas, devido ao amortecimento ser alto para aquele modo particular de vibração.

### **2.1.3 Formulação da Equação de Movimento de uma Análise Dinâmica em Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade**

O movimento da estrutura é definido pelo deslocamento de um conjunto de pontos discretos. Em princípio, estes pontos podem estar localizados arbitrariamente na

estrutura. Na prática, eles deverão estar associados com qualquer aspecto específico de propriedades físicas que podem ser significantes e devem estar distribuídos de maneira que forneçam uma boa definição da forma deformada.

O número de graus de liberdade (componentes de deslocamentos) a ser considerado está relacionado com a prudência do analista. Um número maior fornece melhores aproximações do verdadeiro comportamento dinâmico, mas em muitos casos, resultados excelentes podem ser obtidos com somente dois ou três graus de liberdade, para o caso de estruturas planas.

Na barra da figura 2.1, somente uma componente de deslocamento foi associada em cada ponto nodal da barra.

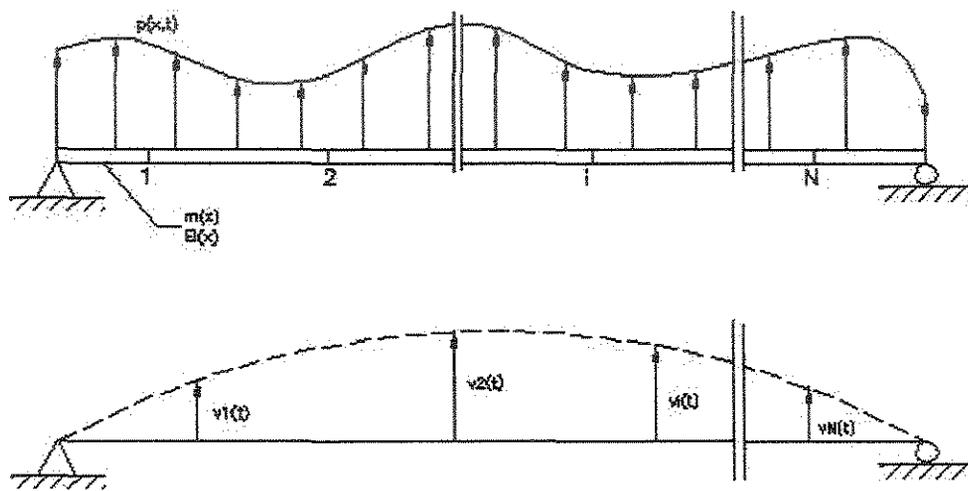


Fig. 2.1 – Discretização de uma estrutura de barra.

A equação de movimento do sistema da figura 2.1 pode ser formulada pela expressão do equilíbrio das forças efetivas associadas a cada um de seus graus de liberdade.

Em geral, quatro tipos de forças são envolvidas para qualquer ponto “i”: a carga externa ( $p_i(t)$ ), e as forças resultantes do movimento, que são: força de inércia

( $f_{Di}$ ), força de amortecimento ( $f_{Di}$ ) e força elástica ( $f_{Si}$ ). Portanto, cada um dos vários graus de liberdade do equilíbrio dinâmico pode ser expresso como:

$$\begin{aligned}f_{I1} + f_{D1} + f_{S1} &= p_1(t) \\f_{I2} + f_{D2} + f_{S2} &= p_2(t) \\f_{I3} + f_{D3} + f_{S3} &= p_3(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

Ou quando os vetores forças são representados na forma de matriz:

$$f_I + f_D + f_S = p(t)\tag{2.2}$$

Cada força resistente é expressa mais convenientemente através de um conjunto apropriado de coeficientes de influência:

$$f_{Si} = k_{i1}v_1 + k_{i2}v_2 + k_{i3}v_3 + \dots + k_{iN}v_N\tag{2.3}$$

Nesta expressão é assumido que a estrutura tem um comportamento linear; então, o princípio de superposição se aplica. Os coeficientes  $k_{ij}$  são chamados de *coeficientes de influência de rigidez*, e são definidos como *uma força correspondente à coordenada  $i$  devido a um deslocamento unitário da coordenada  $j$* .

Simbolicamente, o conjunto completo de relações de força elástica pode ser escrito como:

$$f_s = kv\tag{2.4}$$

onde,  $k$  é chamada de *matriz de rigidez* e  $v$  é o vetor deslocamento representando a forma deslocada da estrutura.

Se for assumido que o amortecimento depende da velocidade, ou seja, do tipo viscoso, as forças de amortecimento correspondentes aos selecionados graus de liberdade podem ser expressas através dos coeficientes de influência de amortecimento da mesma maneira.

Desta forma, o conjunto completo das forças de amortecimento é dado por:

$$f_{Di} = c_{i1}\dot{v}_1 + c_{i2}\dot{v}_2 + c_{i3}\dot{v}_3 + \dots + c_{iN}\dot{v}_N$$

Ou ainda:

$$f_D = c\dot{v} \quad (2.5)$$

onde,  $\dot{v}$  representa a velocidade da coordenada de deslocamento "i" e os coeficiente  $c_{ij}$  são chamados de *coeficientes de influência de amortecimento* e é definido como a força correspondente a coordenada i devido a uma velocidade unitária da coordenada j.

A matriz dos coeficientes de amortecimento,  $c$ , é chamada de *Matriz de Amortecimento* da estrutura e  $\dot{v}$  é o vetor velocidade.

As forças de inércia podem também ser expressas pelo conjunto de coeficientes de influência chamados de *coeficientes de massa*. Isto representa a relação entre as acelerações dos graus de liberdade e as forças resultantes de inércia.

Da mesma maneira, tem-se :

$$f_{Ii} = m_{i1}\ddot{v}_1 + m_{i2}\ddot{v}_2 + m_{i3}\ddot{v}_3 + \dots + m_{iN}\ddot{v}_N$$

Ou ainda:

$$f_I = m\ddot{v} \quad (2.6)$$

onde,  $\ddot{v}$  é aceleração da coordenada de deslocamento "i" e os coeficientes  $m_{i,j}$  são os *coeficientes de influência de massa*, definido como uma força correspondente a coordenada i devido a uma aceleração unitária da coordenada j.

Onde a matriz de coeficientes de massa  $m$  é chamada de *matriz massa* da estrutura e  $\ddot{v}$  é seu vetor de aceleração, ambos definidos para o conjunto especificado de coordenada de deslocamentos.

Substituindo as equações 2.4, 2.5 e 2.6 na equação 2.2 tem-se o equilíbrio dinâmico completo da estrutura, considerando todos os graus de liberdade:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = p(t) \quad (2.7)$$

### 2.1.3.1 Efeitos de Forças Axiais

As forças axiais que possam causar flambagem na estrutura devem ter um efeito significativo na rigidez da estrutura. Efeitos similares podem ser observados em sistemas com múltiplos graus de liberdade.

A componente da força que age paralelamente ao eixo original das barras leva a uma componente de ação adicional que age na direção (e sentido) de deslocamentos nodais e que serão simbolizados por  $f_g$ . Quando estas forças são incluídas, a expressão de equilíbrio dinâmico torna-se:

$$f_I + f_D + f_S - f_G = p(t) \quad (2.8)$$

Onde o sinal negativo resulta do fato de que as forças  $f_G$  são assumidas contribuindo no sentido oposto da deformação.

Estas forças resultantes de cargas axiais dependem dos deslocamentos da estrutura e podem ser expressas pela influência de coeficientes, chamados de *coeficientes de rigidez geométrica*:

$$f_G = k_{GL} v \quad (2.9)$$

onde,  $k_{GL}$  é a *matriz de rigidez geométrica* da estrutura.

Quando esta expressão é introduzida na equação do equilíbrio dinâmico da estrutura dada pela equação 2.7 tem-se:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv - k_{GL} v = p(t) \quad (2.10)$$

ou quando é notado que a rigidez elástica assim como a rigidez geométrica são multiplicados pelo vetor deslocamento, o efeito combinado de rigidez pode ser expresso por um único símbolo e a equação 2.10 pode ser escrita como:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + \bar{k}v = p(t) \quad (2.11)$$

onde,

$$\bar{k} = k - k_{GL} \quad (2.12)$$

é chamada de matriz de rigidez combinada, que inclui efeitos elásticos e geométricos.

As propriedades dinâmicas da estrutura são expressas completamente por quatro matrizes de coeficientes de influência da equação 2.10, enquanto que o carregamento dinâmico é totalmente definido pelo vetor de ações.

#### **2.1.4 Propriedades da Massa**

##### **a) Matriz Massa-Concentrada**

Um procedimento simples para se definir as propriedades de massa de qualquer estrutura é assumir que sua massa total esteja concentrada em pontos cujos deslocamentos sejam definidos. O procedimento usual para definir o ponto em que a massa estará localizada em cada nó é assumir que a estrutura esteja dividida em segmentos e os pontos, chamados nós, servirão de pontos de conexões.

A massa para cada segmento é assumida como sendo concentrada em pontos de massas de cada um de seus nós, e a distribuição do segmento de massa para estes pontos serão determinadas pela estática. A massa total concentrada para qualquer nó de uma estrutura completa é uma somatória da contribuição nodal de todos os segmentos fixados a cada nó. No sistema de uma barra simplesmente apoiada, imaginam-se dois segmentos contribuindo para cada nó.

Para o sistema no qual somente a translação dos graus de liberdade são definidos, a matriz massa-concentrada tem a forma diagonal, e para o sistema acima descrito tem-se:

$$m = \begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 & . & 0 & . & 0 \\ 0 & m2 & 0 & . & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & m3 & . & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & mi & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & . & mN \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Se mais de uma translação de graus de liberdade for especificada para qualquer ponto nodal, o mesmo ponto de massa irá ser associado a cada grau de liberdade. Por outro lado, a massa associada com qualquer rotação de graus de liberdade será nula porque a hipótese é que a massa esteja concentrada em pontos e que não tenha inércia de rotação.

Portanto a matriz de massa-concentrada é uma matriz diagonal que terá em geral elementos diagonais iguais a zero para a rotação dos graus de liberdade.

## b) Propriedades do Amortecimento

As várias forças de amortecimento agindo em uma estrutura formadas por barras, podem ser determinadas quantitativamente da seguinte forma (CLOUGH & PENZIEN<sup>3</sup>):

$$c_{ij} = \int_0^L c(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx \quad (2.14)$$

onde,  $c(x)$  representa a propriedade do amortecimento viscoso;  $\psi_i$  e  $\psi_j$  são vetores de deslocamentos.

Após a determinação dos coeficientes de influência de amortecimento, a matriz de amortecimento da estrutura completa poderá ser obtida pelo processo de superposição equivalente ao método de rigidez direto. Na prática, entretanto, o cálculo das propriedades de amortecimento fica impossível. Por esta razão, o amortecimento é geralmente expresso em termos de razões de amortecimento estabelecidos de experimentos em estruturas similares. Esta razão é representada por:

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega}$$

onde,  $c$  é o amortecimento da estrutura;  $c_{cr}$  é o *Amortecimento Crítico* que se refere a menor quantidade de amortecimento para o qual nenhuma oscilação ocorra, e  $\omega$  é a frequência circular.

## 2.1.5 Vibrações Livres Não Amortecidas

### 2.1.5.1 Análises das Frequências de Vibração

As equações de movimento para um sistema não amortecido de vibração livre pode ser obtida omitindo a matriz de amortecimento e o vetor de cargas aplicadas da equação 2.7:

$$m\ddot{v} + kv = 0 \tag{2.15}$$

onde, "0" é um vetor nulo.

O problema da análise da vibração consiste na determinação das condições sobre as quais a equação 2.15 irá permitir ocorrer movimentos.

Pela analogia com o comportamento de um sistema de um único grau de liberdade, é assumido que o movimento de vibração livre é harmônico simples, e que pode ser expresso por um sistema de múltiplos graus de liberdade como:

$$v(t) = \hat{v} \sin(\omega t + \theta) \quad (2.16)$$

Nesta expressão  $\hat{v}$  representa a forma da estrutura (que não varia com o tempo, somente a amplitude varia) e  $\theta$  é o ângulo fase. Quando a equação 2.16 é derivada pela segunda vez, a aceleração na vibração livre será (CLOUGH & PENZIEN<sup>3</sup>):

$$\ddot{v} = -\omega^2 \hat{v} \sin(\omega t + \theta) = -\omega^2 v \quad (2.17)$$

Substituindo as equações 2.16 e 2.17 na equação 2.15, tem-se:

$$-\omega^2 m \hat{v} \sin(\omega t + \theta) + k \hat{v} \sin(\omega t + \theta) = 0$$

que omitindo o termo do seno, resulta:

$$[k - \omega^2 m] \hat{v} = 0 \quad (2.18)$$

Os termos das freqüências ao quadrado são os autovalores e os modos são os autovetores. CLOUGH & PENZIEN<sup>3</sup> apresentam a solução deste conjunto de equações simultâneas como:

$$\hat{v} = \frac{0}{\|k - \omega^2 m\|} \quad (2.19)$$

Conseqüentemente, uma solução não-trivial é possível somente quando o determinante do denominador desaparece. Em outras palavras, vibrações livres de amplitudes finitas são possíveis somente quando:

$$\|k - \omega^2 m\| = 0 \quad (2.20)$$

A equação 2.20 é chamada de *Equação de Freqüência* do sistema.

Expandindo-se o determinante teremos uma equação algébrica de N parâmetros de freqüência  $\omega^2$  para um sistema que tenha N graus de liberdade. As N raízes desta equação ( $\omega^2_1, \omega^2_2, \omega^2_3, \dots, \omega^2_N$ ) representam as freqüências dos N modos de vibração possíveis neste sistema.

O modo que possui a mais baixa frequência é chamado de primeiro modo, e o próximo em ordem crescente é chamada de segundo modo, etc. O vetor do conjunto total de frequências modais, arranjados em seqüência, será chamado de *vetor frequência*  $\omega$  :

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \vdots \\ \omega_N \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Para matrizes de rigidez e de massa positivas definidas, simétricas e reais que pertencem a sistemas estruturais estáveis, tem-se as raízes das equações de frequência positivas e reais.

### 2.1.5.2 Análises dos Modos de Vibração

Quando as frequências de vibração forem determinadas pela equação 2.20, as equações de movimento 2.18, podem ser expressas como:

$$\tilde{E}^{(n)} \hat{v}_n = 0 \quad (2.22)$$

$$\text{onde, } \tilde{E}^{(n)} = k - \omega_n^2 m \quad (2.23)$$

Portanto,  $\tilde{E}^{(n)}$  representa a matriz obtida subtraindo  $\omega_n^2 m$  da matriz de rigidez; uma vez que isto depende da frequência, será diferente para cada modo.

A equação 2.22 é identicamente satisfeita porque as frequências são calculadas a partir desta condição; por essa razão a *amplitude* das vibrações são indeterminadas.

Porém, a *forma* do sistema de vibração pode ser determinada pela solução de todos os deslocamentos em termos de qualquer uma das coordenadas.

Para esta proposta pode-se assumir que o primeiro elemento do vetor deslocamento tem uma amplitude unitária:

$$\begin{bmatrix} \hat{v}_{1n} \\ \hat{v}_{2n} \\ \hat{v}_{3n} \\ \vdots \\ \hat{v}_{Nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \hat{v}_{2n} \\ \hat{v}_{3n} \\ \vdots \\ \hat{v}_{Nn} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Na forma expandida, a equação 2.22 pode então ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} e_{11}^{(n)} & e_{12}^{(n)} & e_{13}^{(n)} & \dots & e_{1N}^{(n)} \\ e_{21}^{(n)} & e_{22}^{(n)} & e_{23}^{(n)} & \dots & e_{2N}^{(n)} \\ e_{31}^{(n)} & e_{32}^{(n)} & e_{33}^{(n)} & \dots & e_{3N}^{(n)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{N1}^{(n)} & e_{N2}^{(n)} & e_{N3}^{(n)} & \dots & e_{NN}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \hat{v}_{2n} \\ \hat{v}_{3n} \\ \vdots \\ \hat{v}_{Nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Por conveniência, a equação 2.25 será expressa simbolicamente como:

$$\begin{bmatrix} e_{11}^{(n)} & \tilde{E}_{10}^{(n)} \\ \tilde{E}_{01}^{(n)} & \tilde{E}_{00}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \hat{v}_{0n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.25 \text{ a})$$

Então:

$$\tilde{E}_{01}^{(n)} + \tilde{E}_{00}^{(n)} \hat{v}_{0n} = 0 \quad (2.26)$$

$$e_{11}^{(n)} + \tilde{E}_{10}^{(n)} \hat{v}_{0n} = 0 \quad (2.27)$$

A equação 2.26 pode ser resolvida simultaneamente para as amplitudes dos deslocamentos :

$$\hat{v}_{0n} = -(\tilde{E}_{00}^{(n)})^{-1} \tilde{E}_{01}^{(n)} \quad (2.28)$$

O vetor deslocamento obtido da equação 2.28 deve satisfazer a equação 2.27, porém, esta condição confere a exatidão da solução.

As amplitudes de deslocamento obtidas da equação 2.28 juntas com a amplitude unitária da primeira componente constituem o vetor deslocamento associado com o N modo de vibração. Por conveniência o vetor é normalmente expresso na forma dimensional dividindo todos os componentes por um componente específico (normalmente o maior). O vetor resultante é chamado de *forma modal nth*,  $\phi_n$ :

$$\phi_n = \begin{bmatrix} \phi_{1n} \\ \phi_{2n} \\ \phi_{3n} \\ \vdots \\ \phi_{Nn} \end{bmatrix} \equiv \frac{1}{\hat{v}_{kn}} \begin{bmatrix} 1 \\ \hat{v}_{2n} \\ \hat{v}_{3n} \\ \vdots \\ \hat{v}_{Nn} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

onde  $\hat{v}_{kn}$  é o componente específico.

A forma de cada um dos N modos de vibração pode ser encontrada pelo mesmo processo; a matriz quadrada feita dos N modos será representado por  $\Phi$ :

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{i1} & \phi_{i2} & \phi_{i3} & \dots & \phi_{iN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2N} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \dots & \phi_{3N} \\ \phi_{41} & \phi_{42} & \dots & \phi_{4N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \dots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Deve-se notar que a análise de vibração de um sistema estrutural é uma forma de valor característico, ou autovalor.

### 2.1.5.3 Influência das Forças Axiais – Vibrações Livres.

O modo de vibração e as frequências de uma estrutura que esteja submetida a um carregamento de força axial constante pode ser calculado do mesmo modo que para um sistema sem os efeitos de força axial. Neste caso a rigidez geométrica deve ser incluída nas equações de movimento.

Portanto, a equação 2.26 adquire a forma:

$$m\ddot{v} + kv - k_{GL}v = m\ddot{v} + \bar{k}v = 0 \quad (2.31)$$

E a equação das freqüências torna-se:

$$\|\bar{k} - \omega^2 m\| = 0 \quad (2.32)$$

Na análise modal e da freqüência, é necessário somente substituir a rigidez elástica  $k$  pela rigidez combinada  $\bar{k}$ . Por outro lado, a análise será como descrita anteriormente.

Para qualquer condição dada de carregamento axial, a matriz de rigidez geométrica (portanto, a rigidez combinada) pode ser calculada numericamente.

O efeito de um sistema de força axial compressiva é de reduzir a rigidez efetiva da estrutura. Portanto, as freqüências de vibração serão menores e adicionalmente os modos serão modificados pelas cargas axiais.

### a) Carga de Flambagem

Se a freqüência de vibração for nula, as forças de inércia na equação 2.31 desaparecem e a equação de equilíbrio torna-se:

$$kv - k_{GL}v = 0 \quad (2.33)$$

A condição de que um vetor deslocamento não nulo seja possível neste caso constitui uma condição de flambagem estática, em outras palavras, uma definição usada para flambagem é a de que seja uma condição na qual a freqüência de vibração torne-se nula.

Para o cálculo da carga crítica de flambagem da estrutura é conveniente expressar a rigidez geométrica em termos de um carregamento alusivo multiplicado pelo fator carga  $\lambda_{GL}$ .

Portanto:

$$k_{GL} = \lambda_{GL} k_{GL_0} \quad (2.34)$$

onde os coeficientes de rigidez geométrica do elemento dos quais  $k_{G_0}$  é formada, são dados por:

$$k_{Gij} = \int_0^L N_0(x) \psi'_i(x) \psi'_j(x) dx \quad (2.35)$$

onde  $N_0(x)$  é o carregamento axial alusivo ao elemento.

O carregamento da estrutura é, portanto, proporcional ao parâmetro  $\lambda_{GL}$ ; sua relativa distribuição, entretanto, é constante.

Substituindo a equação 2.34 na equação 2.33, tem-se a equação dos autovalores, segundo CLOUGH & PENZIEN<sup>3</sup>:

$$[k - \lambda_{GL} k_{GL_0}] \hat{v} = 0 \quad (2.36)$$

A solução não-trivial deste conjunto de equações pode ser obtida somente com a condição:

$$\|k - \lambda_{GL} k_{GL_0}\| = 0 \quad (2.37)$$

que representa a condição de flambagem para a estrutura. As raízes desta equação representam os valores do vetor carga axial  $\lambda_{GL}$  onde a flambagem irá ocorrer.

O modo de flambagem pode ser calculado exatamente como os modos de vibração. Na prática, somente a primeira carga de flambagem e o primeiro modo de vibração são realmente importantes. Flambagem com modos muito elevados não têm muita importância, pois o sistema chegará ao colapso quando a carga exceder a carga crítica mais baixa.

## 2.1.6 Análises da Resposta Dinâmica

### a) Coordenadas normais

Como já visto, para qualquer sistema arbitrário com N graus de liberdade, a posição deslocada é definida pelas N componentes do vetor deslocamento  $v$ .

Entretanto, para análises de respostas dinâmicas de sistemas lineares, uma representação muito mais proveitosa dos deslocamentos é fornecida pelo modo de vibração livre.

Estes modos constituem N modelos de deslocamentos independentes e amplitudes que podem servir como coordenadas generalizadas para expressar qualquer forma de deslocamento.

O modo, portanto, tem a mesma proposta de funções trigonométricas nas séries de Fourier, e elas são mais avançadas para a mesma razão – por causa de suas propriedades de ortogonalidade e porque elas descrevem os deslocamentos eficientemente onde boas aproximações podem ser feitas com poucos termos.

Considerando como exemplo uma coluna, mostrada na figura 2.2, cuja a forma deformada é definida pelas coordenadas de deslocamento translacional em três níveis.

Qualquer vetor deslocamento  $v$  para esta estrutura pode ser desenvolvido pela superposição das amplitudes de três modos de vibração.

Para qualquer componente modal  $\hat{v}_n$ , os deslocamentos são dados pelo vetor modal  $\phi_n$  multiplicado pela amplitude modal  $Y_n$ , portanto:

$$\hat{v}_n = \phi_n Y_n \quad (2.38)$$

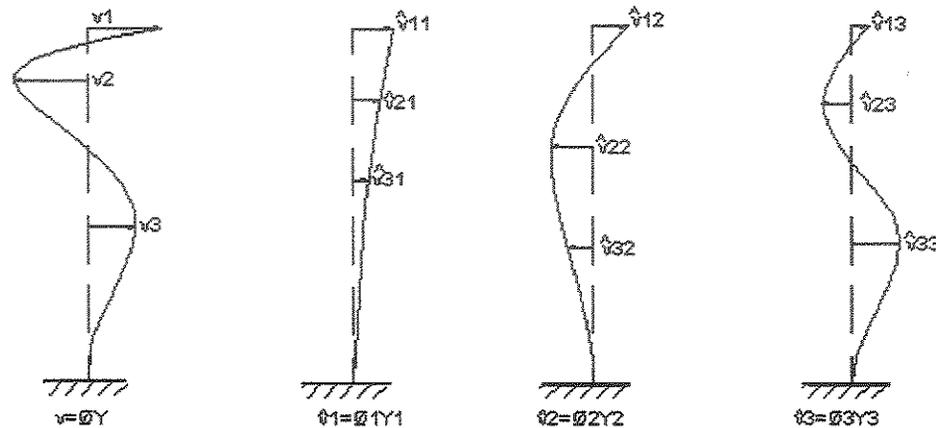


Fig. 2.2 – Representação das deformações como uma soma das componentes modais

O deslocamento total é então obtido como uma somatória de componentes modais:

$$v = \phi_1 Y_1 + \phi_2 Y_2 + \dots + \phi_N Y_N = \sum_{n=1}^N \phi_n Y_n$$

ou, na forma de matriz:

$$v = \Phi Y \tag{2.39}$$

Nesta equação fica evidente que a matriz modal  $\Phi$  serve para transformar as coordenadas generalizadas  $Y$  em coordenadas geométricas  $v$ .

Estas coordenadas generalizadas de amplitude modal são chamadas de coordenadas normais da estrutura.

Pelo fato da matriz modal  $\Phi$  para um sistema com  $N$  graus de liberdade consistir de  $N$  vetores modais independentes, ela não é singular e pode ser invertida.

Então, sempre será possível resolver a equação 2.39 diretamente para amplitudes de coordenadas normais  $Y$  associadas com qualquer vetor deslocamento  $v$  dado.

Entretanto, as propriedades de ortogonalidade faz isto desnecessário para resolver qualquer equação simultânea no cálculo de  $Y$ .

Para calcular qualquer coordenada normal arbitrária  $Y_n$ , a equação 2.39 pode ser multiplicada pelo produto do transposto do vetor modal correspondente e da matriz massa  $\phi_n^T m$ , tendo, portanto:

$$\phi_n^T m v = \phi_n^T m \Phi Y \quad (2.40)$$

Expandindo o lado direito desta equação, temos:

$$\phi_n^T m \Phi Y = \phi_n^T m \phi_1 Y_1 + \phi_n^T m \phi_2 Y_2 + \dots + \phi_n^T m \phi_N Y_N \quad (2.41)$$

Entretanto, todos os termos desta série desaparecem exceto o correspondente a  $\phi_n$  por causa da propriedade da ortogonalidade com respeito a massa; portanto introduzindo este termo no lado direito da equação 2.40, tem-se:

$$\phi_n^T m v = \phi_n^T m \phi_n Y_n$$

Resultando então:

$$Y_n = \frac{\phi_n^T m v}{\phi_n^T m \phi_n} \quad (2.42)$$

Fica claro que cada uma das coordenadas normais é dada por uma expressão deste tipo.

### 2.1.7 Processo de Superposição Modal

A transformação de coordenadas normais, que serve para alterar o conjunto das  $N$  equações acopladas de movimento para um sistema de  $N$  graus de liberdade em

um conjunto de equações desacopladas, é a base do método de superposição modal da análise dinâmica.

Este método pode ser utilizado para o cálculo da resposta dinâmica de qualquer estrutura linear para a qual os deslocamentos tenham sido expressos em termos de um conjunto de N coordenadas discretas e onde o amortecimento pode ser expresso por proporções de amortecimento modal.

Este procedimento consiste nas seguintes etapas:

**a) Equações de Movimento**

Para esta classe de sistema as equações de movimento podem ser expressas como:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = p(t)$$

**b) Análise Modal e da Freqüência**

Para vibrações livres não amortecidas esta equação pode ser reduzida a uma equação de autovalores :

$$[k - \omega^2 m]\hat{v} = 0$$

de onde a matriz de vibração modal  $\Phi$  e o vetor das freqüências  $\omega$  podem ser determinados.

### **2.1.8 Programa SAP2000**

O programa SAP2000 dispõe de duas formas de análise dinâmica modal, a análise de autovetores e a análise de Vetor de Ritz.

### 2.1.8.1 Análise de Autovetor

A análise de autovetor determina a forma do modo de vibração livre não amortecido e a frequência de um sistema.

A análise de autovetor envolve a solução de um problema generalizado de autovalores:

$$[k - \Omega^2 M] \phi = 0$$

sendo “ $k$ ” a matriz de rigidez linear, “ $M$ ” a matriz diagonal de massa, “ $\Omega^2$ ” a matriz diagonal de autovalores e “ $\phi$ ” os autovetores correspondentes.

Cada par autovetor/autovalor é chamado de modo de vibração da estrutura.

Os modos são identificados de 1 até  $n$ , na ordem em que forem encontrados pelo programa.

Os autovalores são encontrados a partir do quadrado da frequência circular,  $\omega$ , para cada modo de vibração.

O período  $T$  e a frequência cíclica  $f$  de um modo estão relacionados a

$\omega$  por:

$$T = \frac{1}{f} \quad \text{e} \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Para iniciar a análise modal por autovetores no programa SAP2000, deve-se especificar o número de modos que serão encontrados, a tolerância da convergência e a faixa de frequência de interesse.

Com o programa SAP2000 são encontrados os  $n$  modos das frequências mais baixas (período mais longo), onde  $n$  é o número de modos especificados.

### **2.1.8.2 Análise de Vetor de Ritz**

Pesquisas recentes mostram que as formas de modos naturais de vibração livre não são a melhor opção para uma análise de superposição modal de estruturas submetidas a cargas dinâmicas (WILSON, YUAN e DICKENS<sup>37</sup>).

WILSON, YUAN e DICKENS<sup>37</sup>, constataram que análises dinâmicas baseada em um conjunto especial de cargas os vetores de Ritz alcançam resultados melhores do que quando usamos o mesmo número de formas do modo natural.

A razão pela qual os Vetores de Ritz alcançam excelentes resultados é que eles são gerados através de um exame na consideração da distribuição espacial de um carregamento dinâmico, enquanto que o uso dos modos da forma natural omite esta informação muito importante.

A distribuição espacial do vetor de ações dinâmicas serve como um vetor de carga inicial para começarmos o procedimento. O primeiro vetor de Ritz é o vetor de deslocamento estático correspondente ao vetor carga inicial.

Os vetores que permanecem são gerados de uma relação do retorno em que a matriz massa é multiplicada pelo vetor Ritz previamente obtido e utilizado como vetor carga para a próxima solução estática.

Cada solução estática é chamada de um ciclo de geração.

Quando a carga dinâmica é formada sobre várias distribuições espaciais independentes, cada uma dessas poderá servir como um vetor carga inicial para gerar um conjunto de vetores de Ritz .

Cada ciclo de geração cria tanto vetores de Ritz como os vetores de carga inicial.

Se um vetor de Ritz gerado é redundante ou não excita qualquer grau de liberdade da massa, ele será rejeitado e o vetor de carga inicial correspondente é removido de todos os ciclos de geração subsequente.

Técnicas padrões para a solução de autovalores/autovetores são utilizados para ortogonalizar o conjunto de vetores de Ritz gerados, resultando em um conjunto final dos modos do Vetor de Ritz.

Cada modo do vetor de Ritz consiste de um modo de forma e freqüência. Um conjunto total de modos de vetores de Ritz pode ser utilizado como uma base para representar o deslocamento dinâmico da estrutura.

Uma vez que a matriz de rigidez esteja triangularizada, será necessário apenas solucionar estaticamente um vetor carga para cada vetor de Ritz solicitado.

Quando um número suficiente de modos de vetores de Ritz forem encontrados, alguns deles poderão chegar bem próximo ao modo de forma natural e freqüências.

Em geral, entretanto, os modos dos vetores de Ritz não representam as características inerentes da estrutura como os modos naturais fazem. Os modos de vetores de Ritz são prejudicados pelos vetores de cargas iniciais.

#### **2.1.8.2.1 Vetores de Cargas Iniciais**

Pode-se especificar qualquer número de vetores de cargas iniciais. Cada vetor de carga inicial pode ser um dos seguintes :

- uma carga de aceleração na direção global X , Y e Z;
- um caso de carregamento;
- uma carga não-linear interna da deformação.

Geralmente, quanto mais vetores de cargas iniciais forem utilizados, mais vetores de Ritz serão usados para cobrir a mesma faixa de freqüência.

Portanto, incluir vetores de cargas iniciais desnecessários não é recomendado.

Em cada ciclo de geração os vetores de Ritz são encontrados na ordem em que os vetores de cargas iniciais são especificados.

No último ciclo de geração somente serão encontrados vetores de Ritz conforme o número de modos solicitados.

Por esta razão, o mais importante vetor de cargas iniciais deve ser especificado como primeiro, especialmente se o número de vetores de cargas iniciais não for tão menor do que o número total de modos.

Se nenhum vetor de cargas iniciais são especificados, as três cargas de aceleração são usadas pela configuração padrão do programa.

## **CAPÍTULO 3**

### **PROCESSOS UTILIZADOS PARA A DETERMINAÇÃO DAS AÇÕES ESTÁTICAS E DINÂMICAS DO VENTO**

#### **3.1 Introdução**

A maioria das torres para telecomunicações são estruturas relativamente esbeltas e são questionadas sobre sua performance sobre a ação do vento.

Um carregamento devido ao vento é dinâmico por natureza e seu efeito sobre a estrutura pode fazê-la vibrar nas suas freqüências naturais, induzindo solicitações dinâmicas em todos os pontos da estrutura.

Nem sempre a velocidade mais desfavorável é a velocidade máxima prevista para o vento.

Para baixas velocidades, o regime de escoamento é laminar e os efeitos resultantes são , praticamente , de natureza estática. A partir de velocidades da ordem de 25 m/seg (90 km/h) o regime torna-se turbulento e atua por rajadas sucessivas, podendo ter caráter periódico, segundo OLIVEIRA<sup>9</sup>.

A ação do vento é considerada, conforme a NBR 6123<sup>13</sup>, como uma ação estática e dinâmica.

O efeito estático da ação do vento leva em consideração apenas o coeficiente de arrasto e a pressão de obstrução, enquanto que o efeito dinâmico do vento é devido à turbulência atmosférica.

As torres para telecomunicações são, às vezes, governadas por uma deformação mínima solicitada sobre condições de empregabilidade para que uma antena não saia de sua posição ideal, segundo GLANVILLE & KWOK<sup>11</sup>.

Esta deformação da torre inclui tanto componentes médias (estáticas) como dinâmicas.

Deformação média é uma deformação proporcional sobre um carregamento de vento dado com uma certa duração, e deformação dinâmica pode ser dividida em duas partes: ressonância e secundária.

A componente da ressonância é a resposta amplificada da torre para componentes de freqüências próximas às freqüências naturais da estrutura, e a componente secundária é a resposta da torre omitindo a amplificação dinâmica próxima à freqüência natural.

Esta resposta dinâmica da estrutura à ação do vento depende não só de sua forma externa, mas também dos materiais empregados, do amortecimento e da rigidez da estrutura.

Os valores dos esforços solicitantes devidos ao efeito dinâmico da ação do vento são superiores aos valores dos efeitos estáticos, e isto mostra que para projetos de torres de telecomunicações deve-se obrigatoriamente submetê-las aos efeitos dinâmicos da ação do vento para obter-se uma análise estrutural mais próxima da realidade, segundo BERTOLINO et al<sup>26</sup>.

Uma forma de considerar os efeitos dinâmicos na resposta destas estruturas é através do método do fator de resposta de rajada, sugerido por Davenport (BLESSMANN<sup>2</sup>).

## **3.2 Processo de Davenport (Fator de Rajada, segundo BLESSMANN<sup>2</sup>)**

### **3.2.1 Introdução**

Os dados obtidos a partir da medida e análise de fenômenos físicos podem ser divididos em duas situações. A primeira é quando se consegue representar estes dados com boa exatidão através de relações matemáticas, e a segunda é quando não é possível prever um valor exato em um certo instante pois os dados variam aleatoriamente, não sendo possível definir relações matemáticas, sendo este tipo de fenômeno então analisado por meio da teoria da probabilidade e de médias estatísticas.

Um processo aleatório é definido como uma seqüência infinita de variáveis aleatórias. Os registros, ou amostras, de um processo aleatório diferem entre si, mas podem apresentar alguma regularidade no sentido estatístico se o número de amostras for suficientemente grande.

Na prática, estas distribuições de probabilidade em número infinito, não podem ser deduzidas teoricamente nem podem ser medidas. Portanto, segue-se apenas o estudo de alguns parâmetros estatísticos simples.

Em muitos casos é conveniente estudar o fenômeno físico em termos de uma componente invariante com o tempo (componente estática) e de uma componente variável com o tempo (componente dinâmica).

No caso de um fenômeno aleatório, as flutuações constituem um processo aleatório, com uma distribuição contínua de freqüências, dentro de certos limites.

O espectro de potência de um fenômeno aleatório indica a distribuição nas diversas freqüências da energia contida neste fenômeno.

Em casos de funções não periódicas não é possível uma representação espectral discreta. Na maioria dos casos pode-se obter uma representação espectral contínua através da série de Fourier.

Caso as flutuações do fenômeno em estudo não constituem uma única onda harmônica, mas sim uma função periódica mais complicada, o teorema da série de Fourier diz que esta função pode ser encarada como uma superposição de funções harmônicas simples, com diversas amplitudes, freqüências e fases.

### 3.2.2 Descrição do Processo

A resposta longitudinal da maioria das estruturas expostas ao vento deve-se principalmente à componente longitudinal da turbulência do vento incidente, superposta ao deslocamento médio causado pela velocidade média do vento.

O comprimento de onda é um conceito físico (ou de seu inverso, o número de ondas), dado por:

$$\lambda = \bar{V}/f = \bar{V}T_r \quad (3.1)$$

onde “ $f$ ” é a freqüência de incidência de rajadas; “ $\bar{V}$ ” é a velocidade média do vento; “ $T_r$ ” é o período da rajada.

Ou seja, comprimento de onda é a medida linear que indica as dimensões dos turbilhões que produzem cargas flutuantes na freqüência “ $f$ ”.

A efetividade da rajada para produzir ações dinâmicas dependerá da relação entre dimensões do respectivo turbilhão e as da estrutura para ser inteiramente efetiva e gerar um campo de pressões plenamente desenvolvido em torno da estrutura. O turbilhão deve ser bem maior do que a estrutura, ou seja, depende de  $\lambda/L$ , onde “ $L$ ” é a dimensão característica da estrutura, que neste caso é a altura da torre.

Usando a relação inversa, tem-se as seguintes situações (BLESSMANN<sup>2</sup>):

**a)  $L/\lambda \gg 1$  (freqüências muito altas)**

São freqüências para as quais a correlação espacial das rajadas é muito pequena. Ou rajadas com pequenos comprimentos de onda correspondem a turbilhões

menores, que só atuam localmente.

**b)  $L/\lambda \ll 1$  (frequências muito baixas)**

Há uma boa correlação espacial da turbulência e sua influência incide sobre toda a estrutura, ou em boa parte dela. São turbilhões maiores, que chegam a envolver toda a estrutura.

O modo de considerar as ações das rajadas para Davenport foi uma consequência natural de 2 estudos anteriores:

- Processo estatístico de Taylor, que define a turbulência;
- Desenvolvimento de processos similares na resposta de filtros eletrônicos a ruído aleatório no campo das comunicações.

A teoria de Taylor leva em conta os 3 seguintes parâmetros estatísticos:

- 1) a distribuição de probabilidade, das 3 componentes da velocidade, é através da distribuição Gaussiana;
- 2) os espectros das flutuações (que são 3 componentes) indicam a distribuição de energia total nas diversas frequências;
- 3) as correlações espaciais da velocidade onde se pode obter as correlações entre as flutuações em 2 pontos para uma certa frequência, e que a partir destas correlações podem-se obter as escalas (longitudinal, lateral e vertical) de uma dada componente das flutuações. Essas escalas constituem uma medida das dimensões dos turbilhões.

Com os parâmetros estatísticos do vento já definidos, estabelecem-se três hipóteses para chegar à resposta da estrutura:

- A estrutura é elástica e uma certa resposta  $y(t)$  às ações flutuantes  $f(t)$  pode ser expressa por uma equação diferencial linear da forma:

$$m d^2 y / dt^2 + c dy / dt + ky = f(t);$$

- A força média é a mesma tanto no escoamento turbulento como no escoamento suave de mesma velocidade média, ou seja:

$$\bar{F} = \rho (\bar{V})^2 C_f A / 2$$

onde, " $\bar{V}$ " é a velocidade média; " $C_f$ " é o coeficiente de força obtido em escoamento suave; " $A$ " é a área da superfície de referência e " $\rho$ " é a massa específica do ar.

- As flutuações na velocidade e na força estão ligadas por um processo linear. Mas quando há desprendimento de vórtices esta hipótese não é válida, uma vez que a frequência de desprendimento de um par de vórtices coincidir, ou quase coincidir com uma frequência natural da estrutura. Além disso, as flutuações não podem ser muito grandes quando comparadas com o escoamento médio.

A relação linear entre a velocidade, força e resposta faz com que se obtenha os espectros da força e da resposta por meio de duas funções de admitância: a admitância mecânica e aerodinâmica.

A admitância mecânica,  $H(\omega)$ , é o inverso da impedância, que é uma generalização do conceito  $K$  da mola.

A admitância aerodinâmica leva em consideração tanto a influência das dimensões dos turbilhões de vento em relação às dimensões da estrutura, como também a variação dos coeficientes aerodinâmicos causada pelas flutuações do escoamento.

A admitância aerodinâmica relaciona as dimensões da estrutura e dos turbilhões incidentes utilizando como dimensão característica o valor  $\sqrt{A}$ , sendo  $A$  a área da superfície frontal da estrutura, e para a dimensão característica do turbilhão é

utilizado o comprimento de onda,  $\lambda = \bar{V}/f$ , sendo então a admitância em função desta relação de dimensões:

$$\sqrt{A}/\lambda = L/\lambda = fL/\bar{V} \quad (3.2)$$

Admitindo-se  $V(t) = \bar{V} + v \text{sen } 2\pi ft$ , com  $v \ll L$ , onde  $v$  é a amplitude, pode-se obter a resposta, como a força  $P(t)$ , da seguinte forma (BLESSMANN<sup>2</sup>):

$$P(t) = \bar{P} + \frac{2\bar{P}v}{\bar{V} \text{sen}(2\pi ft)} \quad (3.3)$$

### 3.3 Processo da Norma Brasileira

#### 3.3.1 Introdução

O processo utilizado na norma brasileira para a determinação da ação estática equivalente do vento é baseado no método de vibração aleatória proposto por Davenport (BLESSMANN<sup>2</sup>), mas difere na determinação dos parâmetros que definem essa ação, além de destacar que a vibração da estrutura em seus modos naturais dá-se em torno da posição deformada definida pelas pressões causadas pela componente estática do vento.

As hipóteses utilizadas foram :

- 1) As componentes flutuantes do vento (rajadas) são processos estacionários, com médias zero;
- 2) Na determinação da resposta estrutural na direção da velocidade média do vento só é considerada a influência da componente flutuante nesta direção;

3) A estrutura é discretizada em N partes. Em um dado instante, a ação total do vento na direção da velocidade média, em cada parte da estrutura, é composta de duas parcelas : uma ação média e uma ação flutuante. Para a coordenada " i ", tem-se:

$$\bar{F}_{i\max} = \bar{F}_i + \hat{F}(t) \quad (3.4 a)$$

Neste instante a velocidade numa coordenada " i " será:

$$V_i(t) = \bar{V}_i + v_i(t) \quad (3.4 b)$$

e a pressão dinâmica correspondente:

$$\begin{aligned} q_i(t) &= \rho [V_i(t)]^2 / 2 = \rho [\bar{V}_i + v_i(t)]^2 \\ q_i(t) &= \rho (\bar{V}_i)^2 / 2 + \rho \bar{V}_i v_i(t) \end{aligned} \quad (3.5)$$

O termo  $(v_i(t))^2$  foi desprezado pois  $v_i(t) \ll V_i$ .

E as forças correspondentes serão :

$$F_i(t) = q_i(t) C_{ai} A_i \quad (3.6)$$

$$\bar{F}_i = \rho (\bar{V}_i)^2 / 2 C_{ai} A_i \quad (3.7)$$

$$\hat{F}_i = \rho \bar{V}_i v_i(t) C_{ai} A_i \quad (3.8)$$

Os coeficientes de arrasto  $C_{ai}$  ultimamente têm sido determinados em escoamentos turbulentos, simulando ventos naturais. Eles em geral têm valores iguais, tanto os referentes à velocidade média como às rajadas. Referem-se à velocidade total,  $V_i(t)$ ; mas esse mesmo valor obtido é válido para as componentes  $\bar{V}_i(t)$  e  $v_i(t)$ , sendo usado na determinação das respectivas componentes da ação do vento (estática e dinâmica).

### 3.3.2 Ação Estática do Vento na Prática

A lei potencial utilizada do perfil vertical de velocidades médias, segundo BLESSMANN<sup>2</sup> é:

$$\bar{V}_i / \bar{V}_{ref} = (z_i / z_{ref})^p \quad (3.9)$$

$$\bar{V}_i = \bar{V}_{ref} (z_i / z_{ref})^p \quad (3.10)$$

Substituindo a equação 3.10 na equação 3.7, tem-se:

$$\begin{aligned} \bar{F}_i &= \rho (\bar{V}_{ref}) (z_i / z_{ref})^{2p} C_{ai} A_i \\ \bar{F}_i &= \bar{q}_{ref} C_{ai} A_i (z_i / z_{ref})^{2p} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\text{Onde, } \bar{q}_{ref} = \rho (\bar{V}_{ref})^2 / 2 = 0,613 (\bar{V}_{ref})^2 \quad (3.12)$$

Com  $\bar{q}_{ref}$  em  $N/m^2$  e  $\bar{V}_{ref}$  em  $m/s$ . O fator 0,613 vale para condições normais de pressão (1 atm) e temperatura (15°C).

Considera-se que o vento não atua simultaneamente com a mesma velocidade em toda a estrutura. A influência desta variação da velocidade do vento no espaço é determinada pela correlação cruzada da componente longitudinal da rajada em duas massas,  $m_i$  e  $m_j$ . Através da transformada complexa de Fourier chega-se à relação entre os espectros cruzados das forças,  $S_F(f)$ , e da componente longitudinal das rajadas do vento,  $S_1(f)$ :

$$S_1(f) \Rightarrow \text{Transf. Fourier} \Rightarrow S_F(f)$$

Uma vez conhecido o espectro das forças do vento, passa-se a estudar como a estrutura responde a esta ação. A estrutura é considerada elástica, de comportamento linear, com amortecimento viscoso. As equações do movimento da estrutura na direção da velocidade média do vento, em forma matricial, são sintetizadas na seguinte expressão:

$$[M]\{\ddot{v}(t)\} + [C]\{\dot{v}(t)\} + [K]\{v(t)\} = \{F(t)\} \quad (3.13)$$

Onde, “[M]” é a matriz de massa do sistema, de ordem N x N; “[C]” é a matriz dos coeficientes de amortecimento, de ordem N x N; “[K]” é a matriz de rigidez, de ordem N x N; “{v}, {v̇}, {v̈}” são os vetores dos deslocamentos, velocidades e acelerações das massas discretas, de ordem N, em um instante t; e “{F(t)}” é o vetor das forças do vento, de ordem N.

Trocando as coordenadas, tem-se:

$$\{v\} = [\Phi]\{n\} \quad (3.14)$$

Onde, “[Φ]” é a matriz modal que fornece a configuração dos deslocamentos do sistema vibrando em seus modos naturais, as colunas desta matriz são vetores modais, ou autovetores; “{n}” é o vetor coluna das coordenadas normais, isto é, do sistema de coordenadas no qual não há acoplamento estático ([K] é diagonal) ou dinâmico ([M] é diagonal).

Com esta troca de coordenadas a expressão (3.13), fica:

$$[M]\{\ddot{n}\} + [C]\{\dot{n}\} + [K]\{n\} = [\Phi]^T \{F(t)\} \quad (3.15)$$

onde “[C]” também é uma matriz diagonal para esta aplicação do processo dos modos normais.

Para o modo “r” de vibração do sistema, tem-se:

$$\ddot{n}_r + 2\zeta_r \omega_r \dot{n}_r + \omega_r^2 n_r = F_r^*(t) \quad (3.16)$$

Sendo :

$$F_r^*(t) = \{v_r\}^T \{F(t)\} / M_r^* \quad (3.17)$$

onde “{v<sub>r}</sub>}” é o modo de vibração de ordem “r” do sistema não amortecido; “M<sub>r</sub>\*” é a massa generalizada no modo “r” de vibração; “ζ<sub>r</sub>” é a razão de

amortecimento crítico no modo “ $r$ ” de vibração e “ $\omega_r$ ” é a frequência circular natural (rad/s) do modo “ $r$ ” de vibração.

Esta equação 3.17 pode ser colocada na seguinte forma:

$$F_R^*(t) = \left[ \sum_{i=1}^N v_{ir} F_i(t) \right] / M_r^* \quad (3.18)$$

onde “ $v_{ir}$ ” e “ $F_i(t)$ ” são, respectivamente, as componentes de  $\{v_r\}$  e de  $\{F\}$  correspondentes à coordenada “ $i$ ”.

### 3.3.3 Norma Brasileira de Ação do Vento – NBR 6123<sup>13</sup>

Na ação do vento natural o módulo e a orientação da velocidade instantânea do ar apresentam flutuações em torno da velocidade média “ $\bar{V}$ ”, chamadas de rajadas.

Durante um intervalo de tempo de 10 minutos ou mais, admite-se que a velocidade média mantém-se constante, produzindo na estrutura efeitos puramente estáticos, chamados de *resposta média*.

Mas em estruturas muito flexíveis, especialmente estruturas altas e esbeltas, as flutuações da velocidade podem induzir oscilações importantes na direção da velocidade média, chamadas de *resposta flutuante*.

A NBR 6123<sup>13</sup> estabelece que em estruturas que tenham o período fundamental “ $T_1$ ” igual ou inferior a 1 segundo, a influência da resposta flutuante é pequena, sendo seus efeitos já considerados na determinação do intervalo de tempo adotado para o fator “ $S_2$ ”.

Entretanto, em estruturas com período fundamental superior a 1 segundo, especialmente as que tenham pouco amortecimento, pode-se apresentar uma resposta flutuante significativa na direção do vento médio.

Chama-se de resposta dinâmica total a superposição das respostas médias e flutuante, sendo calculadas conforme o item 9.2 da NBR 6123<sup>13</sup>.

Este item da norma descreve os dados necessários para a determinação dinâmica na direção do vento, sendo a determinação da velocidade de projeto, " $\bar{V}_p$ ", o primeiro deles.

Havia sido definido " $\bar{V}_{ref}$ " como a velocidade média sobre 10 minutos, a 10 metros de altura, em qualquer rugosidade de terreno, sem indicação de período de recorrência. A NBR-6123<sup>13</sup> toma como referência a chamada **velocidade de projeto**, " $\bar{V}_p$ ", que corresponde à velocidade média sobre 10 minutos, a 10 metros acima de um terreno de Categoria de Rugosidade II (campo aberto e plano, sem obstáculos consideráveis), sendo esta velocidade obtida por:

$$\bar{V}_p = 0,69V_0S_1S_3 \quad (3.19)$$

Onde, "0,69" é o fator de rajada, para passar da velocidade média sobre 3 segundos ( $V_0$ ) para a velocidade média sobre 10 minutos, na categoria II e a 10 metros de altura; " $V_0$ " é a velocidade básica, ou seja velocidade de uma rajada de 3 segundos, a 10 metros acima de terreno de Categoria II, com um período médio de recorrência de 50 anos; " $S_1$ " é o fator topográfico, que considera a influência da topografia nas vizinhanças da estrutura; e " $S_3$ " é o fator probabilístico, que considera o grau de segurança requerido e a vida útil da construção.

Uma outra informação necessária para a entrada dos dados para a determinação da resposta dinâmica do vento, além da velocidade de projeto, são as características dinâmicas da estrutura.

Na NBR 6123<sup>13</sup> existem dois modelos para definir estas características: modelo contínuo simplificado e modelo discreto.

Quando é adotado o modelo contínuo simplificado, a estrutura deverá ter seção constante e distribuição ao menos aproximadamente de massa.

Neste modelo a estrutura deve estar apoiada exclusivamente na base e deve ter altura inferior a 150 metros, sendo considerada na resposta dinâmica destas estruturas unicamente a contribuição do modo fundamental, pois quando se retem apenas o primeiro modo na solução, conduz a erros inferiores a 10%, e a representação do primeiro modo de vibração é da forma:

$$v = (z/h)^\gamma \quad (3.20)$$

A norma NBR 6123<sup>13</sup> apresenta na tabela 19 (figura 3.1), valores aproximados de  $\gamma$  e equações que permitem o cálculo direto da frequência fundamental  $f_1$  (Hz) para vários tipos de estruturas, podendo ser também obtidos empregando-se métodos da teoria de vibrações de estruturas.

Tab. 3.1 – Parâmetro para a determinação de efeitos dinâmicos, extraída da tabela 19, NBR 6123<sup>13</sup>

Tipo de Edificação	$\gamma$	$\zeta$	$T_1 = 1/f_1$
Edifícios com estrutura aporricada de concreto, sem cortinas	1,2	0,020	$0,05h + 0,015h$ (h em metros)
Edifícios com estrutura de concreto, com cortinas para a absorção de forças horizontais	1,6	0,015	$0,05h + 0,012h$
Torres e chaminés de concreto, seção variável	2,7	0,015	0,02h
Torres, mastros e chaminés de concreto, seção uniforme	1,7	0,010	0,015h
Edifícios com estruturas de aço soldada	1,2	0,010	$0,29\sqrt{h} - 0,4$
Torres e chaminés de aço, seção uniforme	1,7	0,008	
Estruturas de madeira	-	0,030	

A razão de amortecimento crítico  $\zeta$  também está indicada na Tabela 3.1, em função do tipo de estrutura.

Já o modelo discreto é utilizado no caso geral de uma estrutura com propriedades variáveis com a altura, de acordo com a figura 3.2 .

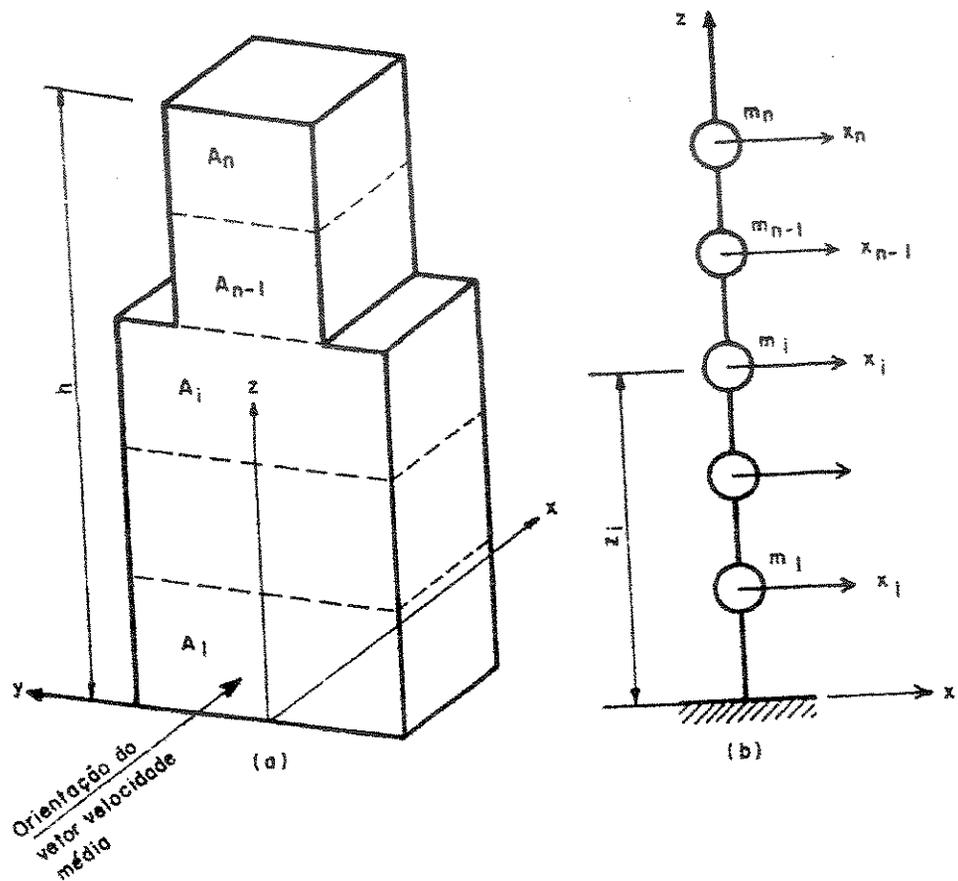


Fig. 3.1 – Esquema para modelo dinâmico discreto, extraída da figura 13 - NBR 6123<sup>13</sup>.

onde, " $v_i$ " é o deslocamento correspondente à coordenada " $i$ "; " $A_i$ " é a área de influência correspondente à coordenada " $i$ "; " $m_i$ " é a massa discreta correspondente à coordenada " $i$ "; " $C_{di}$ " é o coeficiente de arrasto correspondente à coordenada " $i$ "; " $z_i$ " é a altura do elemento " $i$ " sobre o nível do terreno; " $z_r$ " é a altura de referência:  $z_r = 10m$ ; " $n$ " é número de graus de liberdade ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), no caso de estruturas verticais com um plano de simetria, " $n$ " é também igual ao número de elementos em que for dividida a estrutura.

Normalmente  $n=10$  é suficiente para se obter uma boa precisão nos resultados, mas quando a estrutura apresentar variações importantes nas suas características, deve-se utilizar um número maior de elementos.

Estabelecido o modelo da estrutura, deve-se, através de métodos da teoria de vibrações, determinar a frequência natural  $f_j (Hz)$  e a forma modal  $\bar{v}_j$ , correspondentes ao modo  $j$ , para  $j = 1, 2, \dots, r$ , sendo  $r < n$ .

Em casos em que a estrutura é muito esbelta deve-se calcular sucessivamente as contribuições dos modos 1, 2, etc., até que as forças equivalentes associadas ao último modo calculado ( $j = r$ ) sejam desprezíveis.

A razão de amortecimento crítico, " $\zeta$ ", está indicada na figura 3.1, em função do tipo de edificação, mas pode-se adotar outros valores desde que justificados.

Após definir os dados de entrada, efetua-se o cálculo da resposta dinâmica na direção do vento.

No modelo simplificado a variação da pressão dinâmica com a altura é expressa conforme o item 9 da NBR 6123<sup>13</sup>:

$$q(z) = \bar{q}_0 b^2 \left[ \underbrace{\left( \frac{z}{z_r} \right)^{2p}}_I + \underbrace{\left( \frac{h}{z_r} \right)^p \left( \frac{z}{h} \right)^\gamma \frac{1+2\gamma}{1+\gamma+p}}_{II} \xi \right] \quad (3.21)$$

O primeiro termo dentro dos colchetes representa a resposta média, e o segundo representa a amplitude máxima da resposta flutuante, onde:

$$\bar{q}_0 = 0,613(\bar{V}_p)^2 \quad (\text{"}\bar{q}_0\text{" em } N/m^2 \text{ , "}\bar{V}_p\text{" em } m/s) \quad (3.22)$$

$\xi$  = coeficiente de amplificação dinâmica, dependente das dimensões da estrutura, de " $\zeta$ " e da frequência " $f_1$ ".

O expoente " $p$ " e " $b$ " dependem da categoria de rugosidade do terreno e podem ser retirados da Tabela 3.2.

Tab. 3.2 – Expoente  $p$  e parâmetro  $b$ , extraído da Tabela 20 – NBR 6123<sup>13</sup>

<b>Categoria de rugosidade</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>
$p$	0,095	0,15	0,185	0,23	0,31
$b$	1,23	1,00	0,86	0,71	0,50

O coeficiente de amplificação dinâmica " $\xi$ " depende das dimensões da estrutura, da razão de amortecimento crítico, " $\zeta$ ", e da frequência " $f$ ", através da representação adimensional " $\bar{V}_p/fL$ ", sendo apresentado na NBR 6123 pelas figuras 14 a 18, para as cinco categorias de rugosidade que são consideradas na norma NBR 6123<sup>13</sup> (Anexo A).

Esta pressão " $q(z)$ " é uma função contínua da altura " $z$ " sobre o terreno. A força estática equivalente, que engloba as ações estáticas e dinâmicas do vento por unidade de altura é igual a " $q(z)l_1C_a$ ", onde " $l_1$ " é a largura ou o diâmetro da estrutura.

No modelo discreto deve-se determinar as contribuições modais.

### a) Determinação das Contribuições Modais

Para cada modo de vibração  $j$ , com componentes  $(x_i)_j = x_{ij}$ , e para todos os níveis, a força total  $X_{ij}$  devida ao vento  $i$  é dada por:

$$X_{ij} = \bar{X}_i + \sqrt{\sum_{j=1}^r (\hat{X}_{ij})^2} \quad (3.23)$$

onde,  $i=1$  a  $n$  e  $n$  = número de níveis de aplicações das forças (concentrações de massas) na estrutura.

A força média para todos os níveis, independente dos modos de vibração, é expressa como:

$$\bar{X}_i = \bar{q}_0 b^2 C_a \alpha_i A e_i \left( \frac{z_i}{z_r} \right)^{2p} \quad (3.24)$$

A força flutuante pode ser expressa como:

a. Para todos os níveis e primeiro modo de vibração:

$$\hat{X}_{i1} = F_{Hj} \psi_i x_{i1} \quad (3.25)$$

b. Para cada nível e com vários modos de vibração:

$$\hat{X}_{ij} = \sum_{j=1}^r (F_{Hj} \psi_i x_{ij}) \quad (3.26)$$

onde,

$$\psi_i = m_i / m_0 \quad (3.27)$$

$$F_{Hj} = \bar{q}_0 b^2 A_0 \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i x_{ij}}{\sum_{i=1}^n \psi_i x_{ij}^2} \xi_j \quad (3.28)$$

$$\beta_i = C_a \alpha_i \frac{A e_i}{A_0} \left( \frac{z_i}{z_r} \right)^p \quad (3.29)$$

$A_o$ : área arbitrária de referência (área efetiva total da estrutura);

$m_o$ : massa arbitrária de referência (o maior valor de massa dentre os níveis);

$Ca\alpha_i$ : coeficiente de arrasto da estrutura.

### b) Combinação das Contribuições Modais

Pode-se combinar as soluções obtidas através do critério da raiz quadrada da soma dos quadrados.

Ou seja, após a obtenção da resposta para cada modo  $j$  ( $j=1, 2, \dots, r$ ), devem ser determinadas todas as variáveis de interesse associadas a cada modo. Indicando com  $\hat{Q}$  uma variável estática qualquer (força, momento fletor, tensão, etc.) ou geométrica (deformação, deslocamento, giro) correspondente ao modo  $j$ , a superposição de efeitos é calculada por:

$$\hat{Q} = \left[ \sum_{j=1}^r \hat{Q}_j^2 \right]^{1/2}, \text{ ou seja, } Q_i = \bar{Q}_i + \sqrt{\hat{Q}_{i1}^2 + \hat{Q}_{i2}^2 + \dots} \quad (3.30)$$

Mas esta equação só é aplicável quando as freqüências naturais  $f_j$  ( $j=1, 2, \dots, r$ ) estão razoavelmente espaçadas, ou seja, quando não há freqüências muito próximas.

#### 3.3.3.1 Aplicação do Processo Simplificado

Através do modelo simplificado a NBR 6123<sup>13</sup> apresenta um exemplo numérico em que será determinada a ação do vento na direção da velocidade média, em um edifício de seção quadrada de 120,00 metros de altura e 24,00 metros de lado, localizado em um terreno de Categoria IV sendo a velocidade  $V_o = 45m/s$  e os parâmetros  $S_1 = 1,0$  e  $S_3 = 1,0$  (exemplo extraído do Anexo I-NBR 6123).

Os valores em negrito correspondem aos valores obtidos neste trabalho, sendo diferentes dos publicados na norma brasileira NBR 6123<sup>13</sup>.

São feitas duas análises :

- Caso A : edifício com estrutura de concreto, na qual as forças horizontais são resistidas exclusivamente por pórticos;
- Caso B : O mesmo tipo de estrutura, mas com estrutura resistente de aço, com suas uniões soldadas.

O primeiro passo é o cálculo da velocidade de projeto:

$$\bar{V}_p = 0,69V_0S_1S_3$$

$$\bar{V}_p = 0,69 \times 45 \times 1 \times 1 = 31,05 \text{ m/s}$$

Outro dado que se deve conhecer são as características da estrutura. Os períodos fundamentais, para ambos os casos, baseiam-se em medições feitas em edifícios similares. A forma modal (parâmetro  $\gamma$ ) e a razão de amortecimento crítico ( $\zeta$ ) são obtidos da figura 3.3:

- Caso A :  $T_1 = 1,85s$  **(7,80)** ,  $\gamma = 1$  **(1,20)** e  $\zeta = 0,02$ .
- Caso B :  $T_1 = 2,80s$  **(2,776)** ,  $\gamma = 1$  **(1,20)** e  $\zeta = 0,01$

Após ter-se encontrado os parâmetros das características das estruturas, deve-se determinar o coeficiente de amplificação dinâmica “ $\xi$ ”:

- Caso A :  $\bar{V}_p \times T_1 / L = 31,05 \times 1,85 / 1800 = 0,032$  (a norma NBR 6123<sup>13</sup> utiliza L=1800m)

**(mas o correto será:  $31,05 \times 7,80 / 1800 = 0.13455$ , além da expressão estar incorreta na NBR 6123<sup>13</sup>)**

Para utilizar o gráfico 17 da NBR 6123<sup>13</sup> (Anexo A), que se refere à categoria de rugosidade IV, tem-se que saber qual o valor para  $l_1/h$ , pois isso dirá qual das duas figuras será utilizada:

$$l_1/h = 24/120 = 0,2$$

Com estes valores e sabendo que  $\zeta = 0,02$ , entra-se no gráfico e tiram-se os seguintes valores:

<b>h(m)</b>	25	100	300
$\xi$	1,69	1,16	0,62

- Caso B : calcula-se  $\bar{V}_p/(f_1L) = 31,05 \times 2,80/1800 = 0,048$ .

No gráfico 17 (Anexo A), através do valor de  $l_1/h = 24/120 = 0,2$  e de  $\zeta = 0,01$ , tem-se:

<b>h(m)</b>	25	100	300
$\xi$	2,15	1,50	0,88

Através de interpolação gráfica pode-se obter os valores correspondentes a uma altura de 120 metros, resultando em :

- Caso A :  $\xi = 1,07$  (concreto) **(2,20)**
- Caso B :  $\xi = 1,40$  (aço)

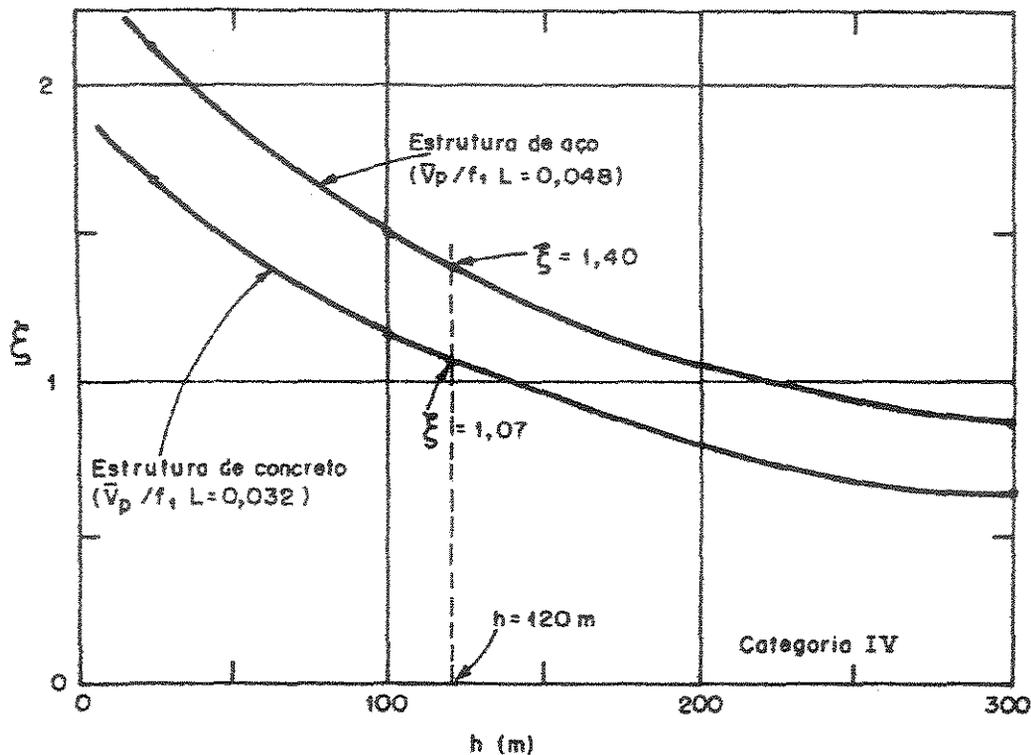


Fig. 3.3 – Determinação gráfica do coeficiente de amplificação dinâmica  $\xi$ ,  
extraído da figura 25 - NBR 6123<sup>13</sup>

A variação da pressão dinâmica com a altura é dada pela expressão :

$$q(z) = \bar{q}_0 b^2 \left[ \left( \frac{z}{z_r} \right)^{2p} + \left( \frac{h}{z_r} \right)^p \left( \frac{z}{h} \right)^\gamma (1 + 2\gamma) / (1 + \gamma + p) \xi \right]$$

Para a Categoria de rugosidade IV,  $p = 0,23$  e  $b = 0,71$ , através da tabela 3.2.

$$q_0 b^2 = 0,613 \times 31,05^2 \times 0,71^2 = 298 \text{ N/m}^2$$

$$\frac{1 + 2\gamma}{1 + \gamma + p} = \frac{1 + 2}{1 + 1 + 0,23} = 1,345 \quad (\text{para } \gamma = 1,20, \text{ fica igual a } 1,399)$$

- Caso A :

$$q(z) = \bar{q}_0 b^2 \left[ \left( \frac{z}{z_r} \right)^{2p} + \left( \frac{h}{z_r} \right)^p \left( \frac{z}{h} \right)^\gamma (1 + 2\gamma) / (1 + \gamma + p) \xi \right]$$

$$q(z) = 298 \left[ \left( \frac{z}{10} \right)^{0,46} + \left( \frac{120}{10} \right)^{0,23} \left( \frac{z}{120} \right)^1 \times 1,345 \times 1,07 \right]$$

$$q(z) = 298 \left[ \left( \frac{z}{10} \right)^{0,46} + 0,212 \left( \frac{z}{10} \right) \right]$$

**(mas para  $\gamma = 1,20$ , tem-se :  $q(z) = 298 \left[ \left( \frac{z}{10} \right)^{0,46} + 2,651 \left( \frac{z}{120} \right)^{1,20} \right]$ )**

- Caso B :

$$q(z) = \bar{q}_0 b^2 \left[ \left( \frac{z}{z_r} \right)^{2p} + \left( \frac{h}{z_r} \right)^p \left( \frac{z}{h} \right)^\gamma (1 + 2\gamma) / (1 + \gamma + p) \xi \right]$$

$$q(z) = 298 \left[ \left( \frac{z}{10} \right)^{0,46} + \left( \frac{120}{10} \right)^{0,23} \left( \frac{z}{120} \right)^1 \times 1,345 \times 1,40 \right]$$

$$q(z) = 298 \left[ \left( \frac{z}{10} \right)^{0,46} + 0,277 \left( \frac{z}{10} \right) \right]$$

**(mas para  $\gamma = 1,20$ , tem-se :  $q(z) = 298 \left[ \left( \frac{z}{10} \right)^{0,46} + 3,468 \left( \frac{z}{120} \right)^{1,20} \right]$ )**

Ao se fazer o cálculo da pressão dinâmica do vento no topo do edifício, para os dois casos, têm-se os seguintes resultados:

- Caso A :  $1693 N / m^2$  (**1724 N/m<sup>2</sup>**)
- Caso B :  $1925 N / m^2$  (**1968 N/m<sup>2</sup>**)

Ao se fazer o cálculo para o método estático da própria NBR 6123<sup>13</sup>, tem-se :

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3 = 45 \times 1 \times 1,12 \times 1 = 50,40 m / s$$

$$q = 0,613 V_k^2 = 1557 N / m^2$$

Através desta aplicação, pôde-se concluir que a pressão no Caso A e Caso B ficaram 9% e 24%, respectivamente, maiores do que a pressão do método estático. Portanto, fica claro a necessidade de se levar em conta os efeitos dinâmicos devidos à turbulência atmosférica.

### 3.4 Processo Comparativo Utilizando o Modelo Estático (NBR 6123<sup>13</sup>); Modelo Dinâmico Discreto (NBR 6123<sup>13</sup>) e Modelo Dinâmico Monte Carlo.

Através do artigo escrito por GUIMARÃES & BRITO<sup>23</sup>, tem-se uma análise comparativa entre análise dinâmica e estática da ação de vento em uma torre metálica autoportante.

Neste artigo foram analisadas três torres metálicas autoportantes quadradas com 50, 70 e 90 metros de altura, com 5, 7 e 9 metros de comprimento de trecho reto respectivamente.

Todas as torres tinham 1 metro de abertura de topo, aberturas variando de 8 a 12 cm/m, e com uma velocidade básica de vento de 35 m/s, em terrenos de categoria III. Os fatores  $S_1$  e  $S_3$  foram tomados iguais a 1,1 .

A análise dinâmica foi realizada por dois métodos: simulação por Monte Carlo e modelo discreto proposto pela NBR 6123<sup>13</sup>.

#### a) Modelo Estático – NBR 6123<sup>13</sup>

Na análise estática as cargas nodais foram obtidas a partir do perfil contínuo das pressões dinâmicas, partindo dos valores da velocidade básica do vento -  $V_0$ , fatores topográficos estatísticos  $S_1$  e  $S_3$ , respectivamente, parâmetros meteorológicos:  $b$ ,  $F_r$  e  $p$ , e coeficientes de arrasto, todos fornecidos pela NBR 6123, e considerando os parâmetros geométricos da edificação :  $l_1(z)$ ,  $c_1$ ,  $h$ ,  $h_i$ ,  $\theta$  e  $\phi$ , sendo este último o índice de área exposta que varia em cada módulo da torre.

Obteve-se a velocidade característica do vento como:

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3, \text{ sendo o fator } S_2 \text{ dado por:}$$

$$S_2 = bF_r(z/10)^p$$

A pressão dinâmica obteve-se por :

$$q(z) = \frac{V_k^2}{16}, \text{ sendo } q(z) \text{ dado em } \text{kgf/m}^2 \text{ e } V_k \text{ em } \text{m/s}.$$

Conhecendo-se a velocidade característica e a respectiva pressão dinâmica, obtem-se a força de arrasto exercida pelo vento em uma faixa  $dz$  de altura, como:

$dF_a = C_a q(z) l_1(z) dz$ , sendo a força de arrasto parcial entre o topo e o nível  $h_i$  dada por:

$$F_a = \int_{h_i}^h dF_a$$

Obtém-se, então:

$$F_a = K_2 C_a \left[ \frac{c_1}{2\rho + 1} (h^{2\rho+1} - h_i^{2\rho+1}) - \frac{2tg\theta}{2\rho + 2} (h^{2\rho+2} - h_i^{2\rho+2}) \right] \phi$$

Sendo  $K_2$  igual a :

$$K_2 = \frac{1}{16} \left( \frac{V_0 S_1 S_3 b F_r}{10^p} \right)^2$$

Tem-se a distância entre o ponto de aplicação da resultante e a base como:

$$h_a = \int_{h_i}^h z dF_a / F_a$$

O que resulta em:

$$h_a = \frac{\frac{c_1}{2p+2} (h^{2p+2} - h_i^{2p+2}) - \frac{2tg\theta}{2p+3} (h^{2p+3} - h_i^{2p+3})}{\frac{c_1}{2p+1} (h^{2p+1} - h_i^{2p+1}) - \frac{2tg\theta}{2p+2} (h^{2p+2} - h_i^{2p+2})}$$

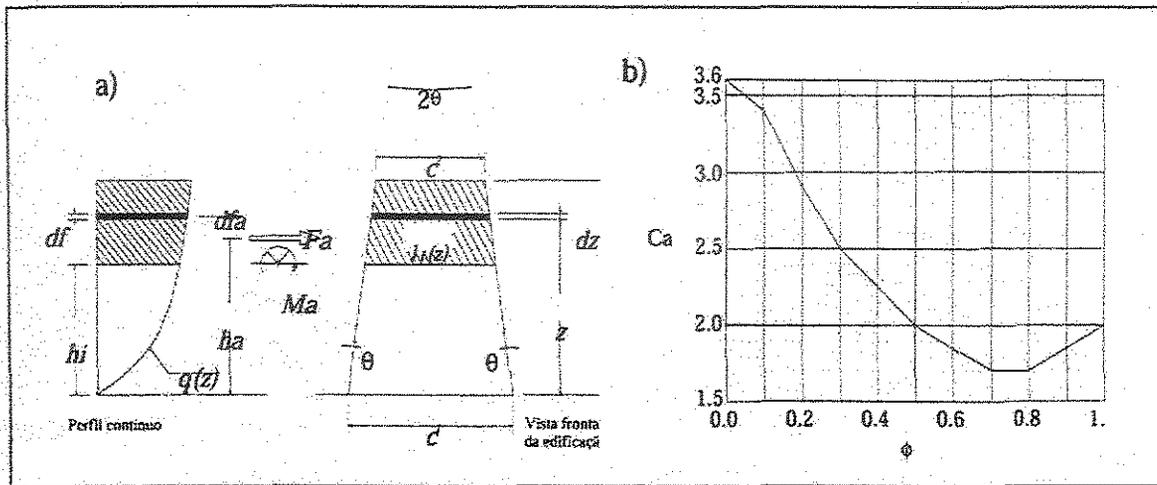


Fig. 3.4 – Perfil contínuo e gráfico dos coeficientes de arrasto para torres reticuladas de seção quadrada em função de  $\phi$ , extraído de GUIMARÃES & BRITO<sup>23</sup>

Assim que se obtêm os coeficientes de arrasto  $C_a$ , as forças de arrasto  $F_a$  e alturas de cada módulo  $h_a$ , aplicam-se os carregamentos nodais decompondo as cargas conforme a figura 3.5 (decomposição horizontal) e figura 3.6 (decomposição vertical).

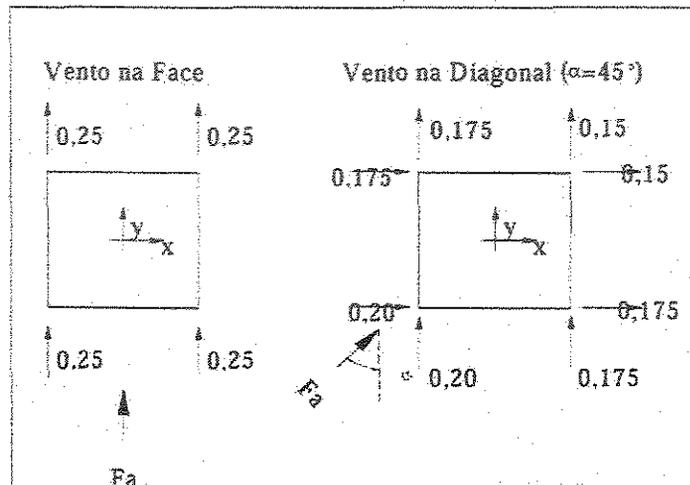


Fig. 3.5 – Decomposição horizontal das forças de arrasto  $F_a$ , extraída de GUIMARÃES & BRITO<sup>23</sup>

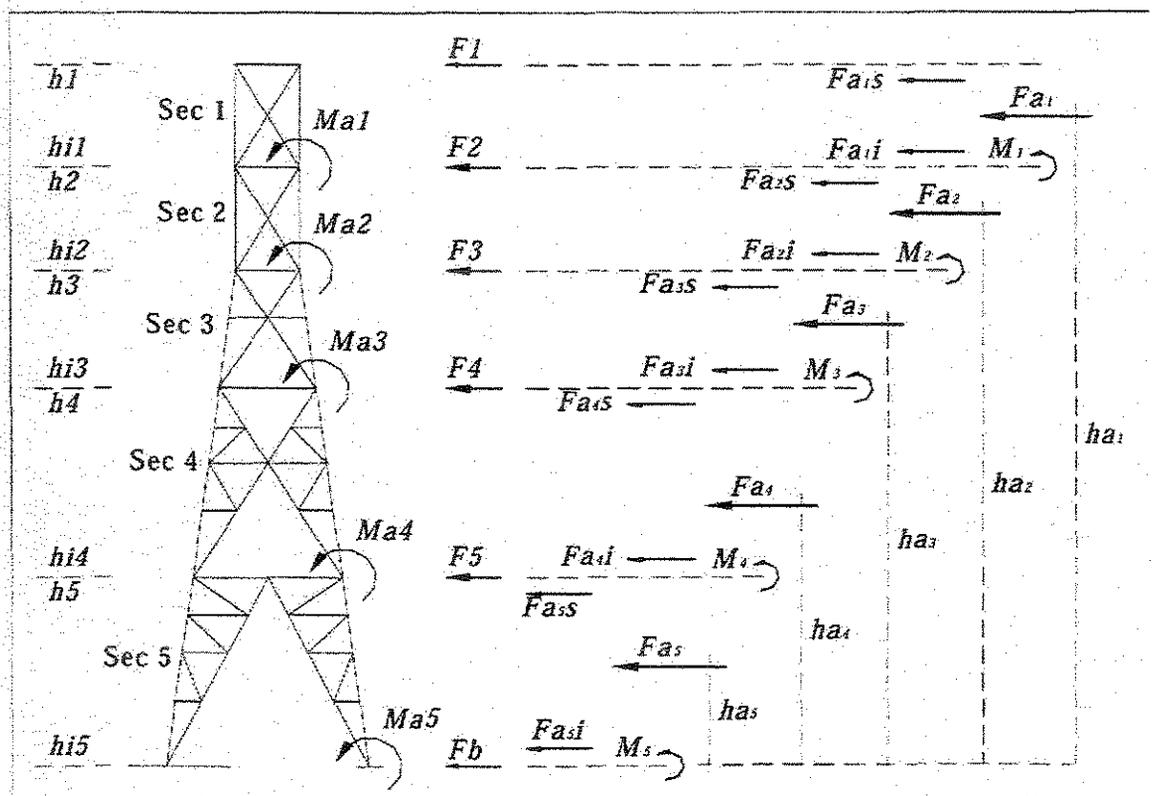


Fig. 3.6 – Decomposição vertical das forças de arrasto para uma torre genérica de 5 seções, extraída de GUIMARÃES & BRITO<sup>23</sup>

As forças de arrasto obtidas são decompostas verticalmente em cada módulo visando a aplicação dos carregamentos nos nós extremos deste, utilizando-se os momentos  $M_i$  na base de cada módulo, através das condições de equilíbrio estático simples:

$$F_{a,s} = \frac{F_{a_i} (h_{a_i} - h_{i_i})}{h_i - h_{i_i}}$$

$$F_{a,i} = F_{a_i} - F_{a,s}$$

Então a força de arrasto no topo do módulo "i" será:

$$F_i = F_{a,s} + F_{a_{i-1},i}$$

Na equação da força de arrasto as forças provenientes de cargas externas (antena, plataforma, escada, esteira, etc.) estão incluídas para a determinação das cargas nodais nos dois nós extremos superiores de cada módulo.

Na análise estática os deslocamentos de topo para as torres de 50, 70 e 90 metros foram de 26,288, 44,595 e 68,294 cm, respectivamente.

## b) Modelo Dinâmico Discreto – NBR 6123<sup>13</sup>

No modelo discreto da NBR 6123<sup>13</sup>, a implementação foi realizada seguindo-se as seguintes etapas:

1. Entrada dos seguintes parâmetros: velocidade básica do vento -  $V_0$ , fatores  $S_1$  e  $S_3$ , período e frequência fundamentais da estrutura, categoria do terreno, altura da estrutura -  $h$ , cota de referência -  $z_r$ , dimensão característica -  $L$  ( $L=1800m$ ) e razão de amortecimento -  $\zeta$ ;

2. Para cada seção da estrutura são fornecidos : a cota do topo da seção -  $z_i$ , a largura de topo -  $Lt_i$ , o peso -  $P$ , a área exposta -  $Ae_i$ , o coeficiente de arrasto -  $C_{a_i}$  e os autovetores normalizados -  $x_i$  para os três primeiros modos de vibração;

3. Cálculo da dimensão de referência -  $l_1$ , através da seguinte expressão:

$$l_1 = \frac{\sum_{i=1}^{NS} Lt_i Av_i}{h}, \text{ onde } Av_i \text{ é a altura vertical de cada módulo.}$$

4. Determinação da velocidade de projeto  $\bar{V}_p$ ;

5. Determinação dos coeficientes de amplificação dinâmica,  $\xi$ , a partir de

$$\frac{\bar{V}_p}{f_1 L} \text{ e } \frac{l_1}{h};$$

6. Determinação de uma massa de referência,  $m_0$ , e de uma área exposta de referência,  $A_0$ ;

7. Determinação do parâmetro  $\beta_i$ ;

8. Determinação da força média por seção da torre,  $\bar{X}_i$ ;

9. Determinação das componentes flutuantes por seção da torre,  $\hat{X}_i$ ;

10. Determinação da força total por seção da estrutura:  $X_i = \bar{X}_i + \hat{X}_i$ ;

11. Registro dos valores de deslocamento de topo da estrutura para vento frontal, ações de extremidade no momento da base da torre (compressão) e reações de apoio (compressão) para incidência de vento diagonal (onde a força de arrasto deve ser multiplicada pelo coeficiente de vento inclinado,  $K\alpha$ , da NBR 6123<sup>13</sup>, onde no caso do artigo foi de  $\alpha = 45^\circ$  e  $K\alpha = 1,16$ ;

12. Cada resposta  $Q$  (deslocamento de topo, ações e extremidades e reações de apoio) foi obtida da soma do respectivo valor de componente constante,  $Q_c$ , com a raiz quadrada da soma dos quadrados das componentes flutuantes,  $Q_f$ , como:

$$Q_i = Q_{ci} + \sqrt{Qf_{1i}^2 + Qf_{2i}^2 + Qf_{3i}^2}.$$

Pelo modelo discreto da NBR 6123<sup>13</sup> foram considerados os seguintes parâmetros:  $z_p = 10,0m$ ,  $L = 1800m$ ,  $\zeta = 0,008$  e  $\bar{V}_p = 29,22m/s$ .

Nas análises modais foram encontrados :

- Para torre de 50 metros :  $T_1 = 0,400s$ ,  $T_2 = 0,155s$  e  $T_3 = 0,084s$  ;
- Para torre de 70 metros :  $T_1 = 0,550s$ ,  $T_2 = 0,223s$  e  $T_3 = 0,123s$  ;
- Para torre de 90 metros :  $T_1 = 0,711s$ ,  $T_2 = 0,302s$  e  $T_3 = 0,168s$  .

Os deslocamentos obtidos foram:

Tab. 3.3 – Resultados Obtidos – Modelo Discreto

ALTURA DA TORRE	DESLOCAMENTO	1º. modo	1º. e 2º. modos	1º., 2º. e 3º. modos
50,00 m	Uy1 (cm)	16,6291	16,6615	16,6632
70,00 m	Uy1 (cm)	30,9960	31,0346	31,0372
90,00 m	Uy1 (cm)	47,4040	47,4724	47,4769

### c) Modelo Dinâmico Monte Carlo

A análise dinâmica por Monte Carlo consiste basicamente na simulação das pressões flutuantes do vento a partir de um determinado espectro de vento local, onde a pressão flutuante é decomposta em uma quantidade limitada de componentes

harmônicos que serão combinados várias vezes para um possível centro de rajada, sendo que em cada combinação é registrado um valor de resposta relevante, no caso, de deslocamento do topo.

Obtendo-se uma quantidade considerável de valores desta resposta, possibilita-se uma análise estatística a fim de se encontrar um valor característico. Definindo-se este valor característico, determina-se a combinação aleatória das componentes harmônicas cuja respectiva resposta (deslocamento no topo) mais se aproxima dele.

Esta combinação aleatória é então tomada como sendo a excitação característica, chegando-se numericamente a um carregamento capaz de simular, com boa aproximação, o carregamento flutuante que incide na estrutura decorrente da atuação do vento.

Os resultados provenientes desta simulação são apresentados a seguir:

Tab. 3.4 – Resultados Obtidos – Método de Monte Carlo

<b>ALTURA DA TORRE</b>	<b>DESLOCAMENTO</b>	<b>Análise por Simulação (Monte Carlo)</b>
<b>50,00 m</b>	<b>Uy1 (cm)</b>	<b>21,363</b>
<b>70,00 m</b>	<b>Uy1 (cm)</b>	<b>35,320</b>
<b>90,00 m</b>	<b>Uy1 (cm)</b>	<b>53,790</b>

A composição para se obter a resposta final (análise combinada – AC) foi feita tomando 48% do valor da resposta fornecida pela análise estática – AE , mais o valor característico obtido da simulação – AD.

Utilizou-se o programa SAP2000P-6.11/6.99 na análise modal e para a determinação das respostas dinâmicas das torres.

### 3.5 Processo Utilizando o Modelo Linha de Influência

Num outro estudo, realizado por LOREDO-SOUZA<sup>27</sup>, foram revisados os procedimentos atuais para se estabelecer o carregamento devido ao vento em torres de transmissão.

O procedimento revisado foi o método do fator de resposta de rajada, FRR, que foi comparado com o método estatístico utilizando linhas de influência, ELI, e também comparado ao método de fatores de velocidade de rajada, FVR.

O método estatístico de linhas de influência é uma importante ferramenta de análise da resposta do vento.

A figura 3.7 mostra a linha de influência, ELI, para um esforço axial,  $F_T$ , em um dos membros da torre treliçada, onde as linhas das pernas principais se interceptam se forem prolongadas.

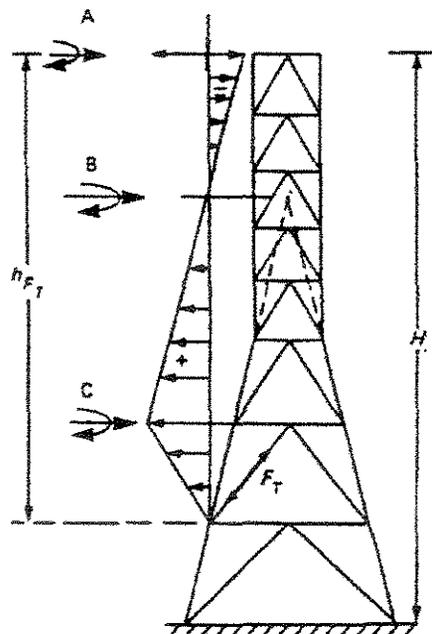


Fig. 3.7 – Variação do esforço axial em um membro de uma torre treliçada, extraída de LOREDO-SOUZA<sup>27</sup>

A carga unitária em C produz a tensão máxima no membro. A carga unitária B no ponto de interseção não tem efeito sobre o referido membro, sendo a carga resistida totalmente pelas pernas principais. A carga unitária A no topo da torre coloca o membro em compressão. A linha de influência tem, portanto, sinal positivo abaixo de B e negativo acima deste.

LOREDO-SOUZA<sup>27</sup> afirma que esses tipos de torres são freqüentemente projetadas de tal forma que as pernas principais se interceptem no correspondente centro de pressão do perfil do carregamento do vento médio, com o objetivo de minimizar as cargas nos membros internos.

O movimento de uma torre é geralmente dominado pelo amortecimento estrutural sendo também influenciado pelo amortecimento aerodinâmico. Neste estudo foram apresentados valores típicos de amortecimento estrutural para estruturas de transmissão através da figura 3.9, os quais foram obtidos de ASCE (1991) (LOREDO-SOUZA<sup>27</sup>):

Tab. 3.5 - Valores genéricos das propriedades dinâmicas de estruturas de transmissão, extraído da tabela 1 de LOREDO-SOUZA<sup>27</sup>

<b>Tipo de Estrutura</b>	<b>Freqüência Fundamental <math>f(H_z)</math></b>	<b>Razão de Amortecimento <math>\zeta</math></b>
Torre Treliçada	2,0 – 4,0	0,04
Pórtico tipo H	1,0 – 2,0	0,02
Poste	0,5 – 1,0	0,02

Através da análise modal pode-se estimar o amortecimento para uma torre como:

$$\zeta_{aj} = \frac{C^*_j}{C_{crit}} = \frac{C^*_j}{2\omega_j M_j}$$

onde, “  $C^*_j$  ” é o amortecimento modal no modo  $j$ ; “  $C_{crit}$  ” é o amortecimento modal crítico e “  $M_j$  ” é a massa modal no modo de vibração  $j$ .

O amortecimento modal é dado por:

$$C^*_j = \int_0^H C \mu^2_j(z) dz$$

onde,  $C = \rho_a \bar{V} C_D w$ . Como geralmente a velocidade média,  $\bar{V}$ , o coeficiente de arrasto,  $C_D$ , e a largura da torre  $w$  variam conforme a altura, tem-se:

$$\zeta_{aj} = \left( \frac{\rho_a}{4\pi f_j} \right) \frac{\int_0^H \bar{V}(z) C_D(z) \mu^2_j(z) dz}{\int_0^H m(z) \mu^2_j(z) dz}$$

O método do fator de velocidade de rajada (FVR) é o procedimento atual para projetos de estruturas de transmissão sendo amplamente baseado na hipótese de um comportamento estático da estrutura.

Neste método um certo padrão de carregamento do vento é admitido, geralmente um perfil de velocidades variando segundo uma lei potencial, com a qual os coeficientes de força aerodinâmicos são determinados e as correspondentes pressões calculadas.

Na utilização do método do fator de resposta de rajada FRR, tenta-se considerar efeitos dinâmicos na resposta destas estruturas. Este método baseia-se em métodos estatísticos que levam em conta a correlação espacial e o espectro de energia da velocidade do vento e a resposta dinâmica do sistema de transmissão.

Foram determinadas respostas em alguns membros de uma torre de transmissão para determinadas características do vento (figura 3.8).

A consideração da ação do vento sobre os condutores bem como o peso próprio da estrutura aumentaram as cargas sobre os membros, da mesma forma que considerando as massas dos condutores diminuem a frequência natural das torres, aumentando assim a resposta ressonante.

As componentes da resposta foram calculadas conforme o método de linhas de influência, tendo sido calculado para três tipos de terrenos: campo aberto, subúrbio e uma categoria intermediária.

Observou-se que os membros nos quais há reversão (tração/compressão) de esforços dependendo da posição do carregamento, a resposta ressonante no segundo modo de vibração foi maior (até cinco vezes) do que a correspondente resposta no primeiro modo.

Por mais que isto não tenha um efeito significativo em termos de tensões resultantes ao computarem as componentes nas resposta de pico, podem conduzir a estrutura a problemas de fadiga e portanto diminuir a resistência nominal dos membros em um período de tempo menor do que o esperado.

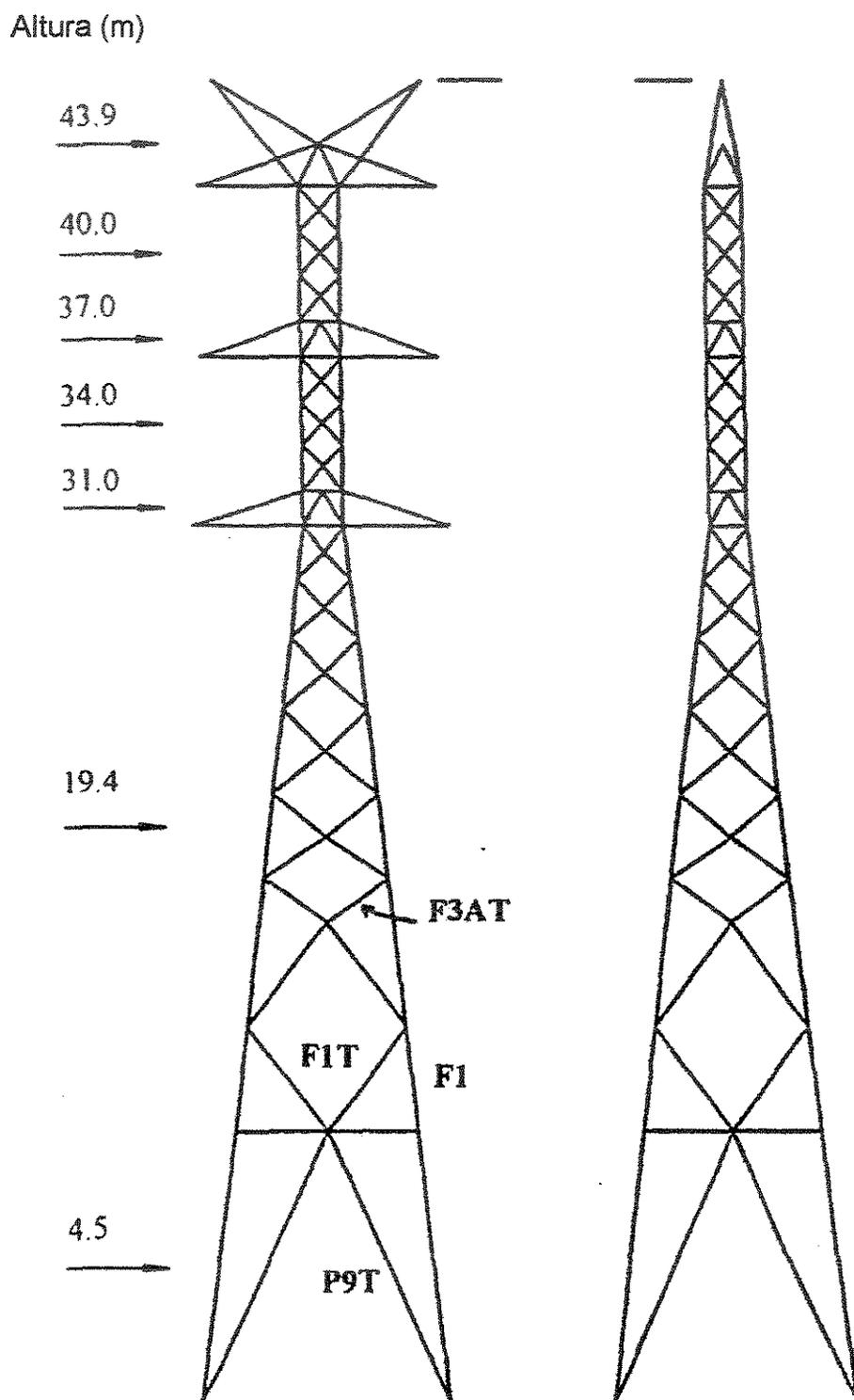


Fig. 3.8 – Torre de transmissão, extraída de LOREDO-SOUZA<sup>27</sup>

A tabela 3.6 extraída do artigo LOREDO-SOUZA<sup>27</sup> apresenta os valores da resposta (forças em membros) calculados a partir das diferentes metodologias. Os valores de projeto (devidos ao vento) utilizados pela Companhia Elétrica, que projetou a torre analisada, são comparados com o método de fator de resposta de rajada (FRR) e com o método estatístico usando linhas de influência (ELI). Os parâmetros adotados no método FRR são:

$$\alpha = 0,143; \quad H = 43,9m; \quad V_H = 42,4m/s; \quad z_{ref} = 10m; \quad V_{10} = 34,3m/s; \quad \kappa = 0,004; \\ h_0 = 29,3m; \quad V_0 = 40m/s; \quad g_s = 3,6; \quad L_v = 50m; \quad f = 1,7Hz \quad \text{e} \quad \zeta = 0,02.$$

O método da Companhia Elétrica não considera nenhum efeito dinâmico em seu procedimento (método de fator de velocidade de rajada).

Tab. 3.6 – Força [N] em alguns membros da torre, obtidos a partir de distintas metodologias, extraído da tabela 5 – LOREDO-SOUZA<sup>27</sup>

Membro	Método FVR	Método FRR	Método ELI		
			$\zeta = 0,01$ 1° e 2° modos	$\zeta = 0,02$ 1° e 2° modos	$\zeta = 0,02$ 1° modo somente
F1T	12635	12163	14668	14492	14322
F3AT	6955	7646	9310	9144	8980
F1	109960	105352	131387	124294	124006
P9T	33070	28305	34383	34120	33861

Observou-se que o ELI fornece valores de respostas mais altos do que o FRR e o FVR. Os resultados mostram que pode haver um aumento de mais de 30% nos esforços sobre os membros utilizando-se ELI em relação ao procedimento usual.

Estes valores podem variar consideravelmente conforme as propriedades e características admitidas para o vento e para a estrutura.

A partir dos resultados obtidos, LOREDO-SOUZA<sup>27</sup> diz que a incorporação das propriedades dinâmicas de estruturas de transmissão nas metodologias de projeto são necessárias e que o método estatístico utilizando linhas de influência é uma abordagem mais correta pois permite a inclusão de um maior número de fatores na metodologia de projeto.

Obs.: Os períodos são menores do que 1 segundo.

## **CAPÍTULO 4**

### **EXEMPLOS NUMÉRICOS PARA ANÁLISE COMPARATIVA UTILIZANDO A NBR 6123/87**

#### **4.1 Introdução**

Os processos anteriormente expostos no capítulo anterior, ilustraram vários enfoques para a análise de torres treliçadas autoportantes.

Apesar de alguns exemplos numéricos apresentarem algumas comparações de comportamento de algumas estruturas hipotéticas, optou-se neste capítulo por examinar duas torres que se aproximam o máximo possível das torres comerciais construídas no Brasil.

Foram desenvolvidos dois exemplos numéricos de torres treliçadas metálicas autoportantes para telecomunicações, para que assim possa ser verificado o texto da NBR 6123<sup>13</sup>, que dispensa a análise dinâmica para torres com períodos de vibração menores do que 1 segundo.

Ao analisar como seria a geometria destas torres, pensou-se em desenvolver duas estruturas com alturas aproximadas, com as mesmas características de carregamento, mas com bases diferentes, ou seja, uma torre com base quadrada e outra com base triangular.

A estrutura com base quadrada é uma estrutura real, que está instalada na cidade de Limeira (SP).

Já a estrutura com base triangular é uma estrutura fictícia com altura bem próxima da anterior, onde foram mantidos os carregamentos (velocidade do vento, categoria e classe do terreno, etc).

## **4.2 Torre Metálica Tipo A**

Para esta estrutura tem-se as seguintes características geométricas:

- ✓ Base quadrada
  
- ✓ Altura total da torre: 64 m
  
- ✓ Altura do trecho reto: 10 m
  
- ✓ Altura do trecho piramidal: 54 m
  
- ✓ Abertura da base da torre: 8,10 m
  
- ✓ Abertura da parte reta da torre: 2 m

A seguir tem-se a silhueta da torre utilizada neste exemplo:

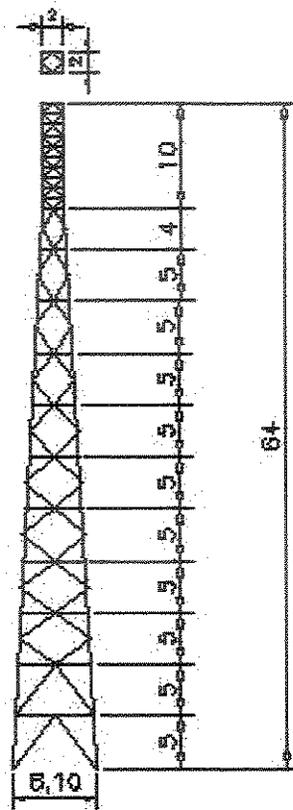


Fig. 4.1 – Silhueta da torre tipo A

Esta torre foi dimensionada considerando tanto as ações estáticas do vento, como também as ações dinâmicas – Modelo Simplificado e Modelo Dinâmico, conforme a Norma Brasileira de Ações do Vento NBR 6123<sup>13</sup>.

#### 4.2.1 Ações Estáticas do Vento

Para iniciar o cálculo das ações estáticas do vento o projetista já deve ter definido a silhueta da torre e dividida a mesma em módulos, pois os valores da pressão de vento, e conseqüentemente da força de arrasto, será adotado conforme a altura do módulo em estudo.

O cálculo das ações de vento em torres reticuladas é realizado de acordo com as seguintes etapas:

### a) Cálculo da Pressão de Vento

A pressão do vento em torres reticuladas é determinada para cada módulo  $i$  da edificação, sendo calculada como:

$$q_i = 0,613(Vk_i)^2 \left[ N/m^2 \right], \text{ (sendo } Vk_i \text{ em } m/s) \quad (4.1)$$

$$\text{onde } Vk_i = V_0 S_1 S_2 S_3 \quad (4.2)$$

As equações 4.1 e 4.2 foram anteriormente definidas no capítulo 3.

Neste exemplo utilizaram-se os seguintes valores:

$$\begin{array}{ll} V_0 = 45 m/s & S_2 = \text{Cat.II, Classe C} \\ S_1 = 1,0 & S_3 = 1,10 \end{array}$$

### b) Cálculo da Força de Arrasto

Após obter a pressão do vento, deve-se calcular a força de arrasto, isto é, a componente da força devida ao vento na direção do vento em cada módulo  $i$ .

Esta força de arrasto em torres reticuladas é calculada como:

$$Fa_i = Ca_\alpha \cdot q_i \cdot Ae_i \quad (4.3)$$

onde,  $Ae_i$  é a área frontal efetiva do reticulado: área de projeção ortogonal das barras do reticulado sobre um plano perpendicular à direção do vento, ou seja:

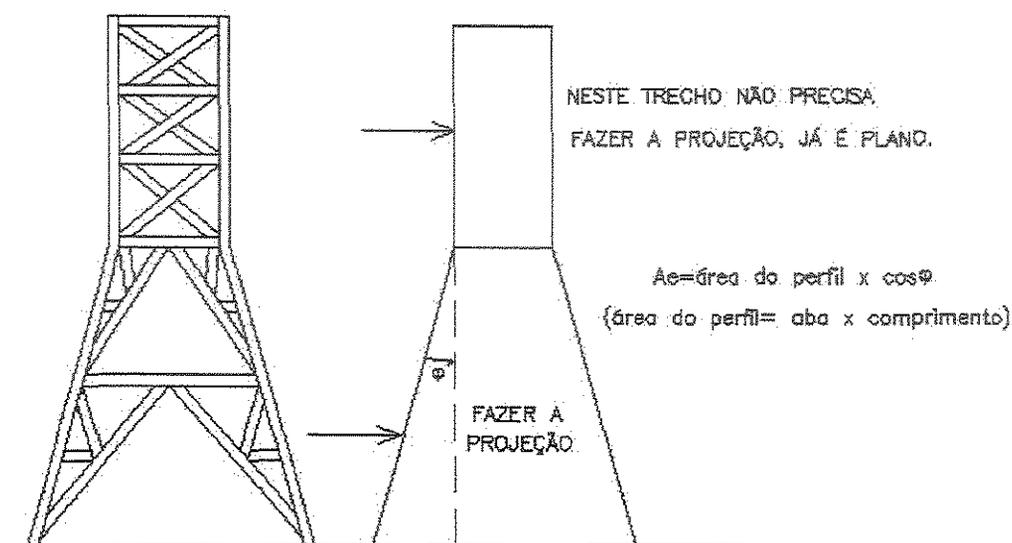


Fig. 4.2 – Cálculo das áreas efetivas

Nota-se que é necessário estimar os perfis iniciais da torre em cada módulo  $i$  para que assim se possa fazer o cálculo de  $Ae_i$ .

Como alternativa utiliza-se a seguinte relação existente na norma NBR 6123<sup>13</sup>:

$$\phi = \frac{Ae_i}{A_{\text{silhueta}_i}}, \text{ onde } \phi \text{ é o índice de área exposta, ou seja, área frontal efetiva}$$

das barras da face da torre dividida pela área frontal da silhueta, para cada módulo considerado, retangular ou trapezoidal.

Para uma primeira análise deve-se usar :

$$0,20 \leq \phi \leq 0,25, \text{ intervalo empírico recomendado por projetistas.}$$

Para se obter o coeficiente de arrasto ( $C_{a\alpha}$ ), calculados em relação a uma face, utilizam-se gráficos existentes na NBR 6123<sup>13</sup>.

Quando as faces da torre forem formadas por barras prismáticas de faces planas e/ou por barras de seção circular de um ou dois diâmetros diferentes, os

coeficientes respectivos são aplicados proporcionalmente às áreas frontais das respectivas barras.

O índice da área exposta refere-se sempre ao conjunto de todas as barras da face da torre.

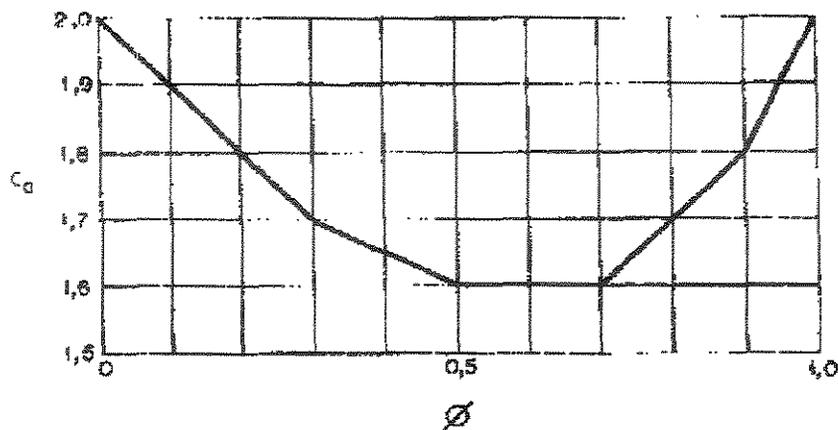


Fig. 4.3 – Coeficiente de arrasto,  $C_d$ , para faces de torres formadas por barras prismáticas de cantos vivos ou levemente arredondados, extraída da NBR 6123<sup>13</sup>, (fig.6, pg.29).

Normalmente, os coeficientes de arrasto em torres reticuladas formadas por barras prismáticas de seções planas são determinados em relação a todo o conjunto tridimensional, através da figura 4.4, para torres de seção quadrada e triangular equilátera.

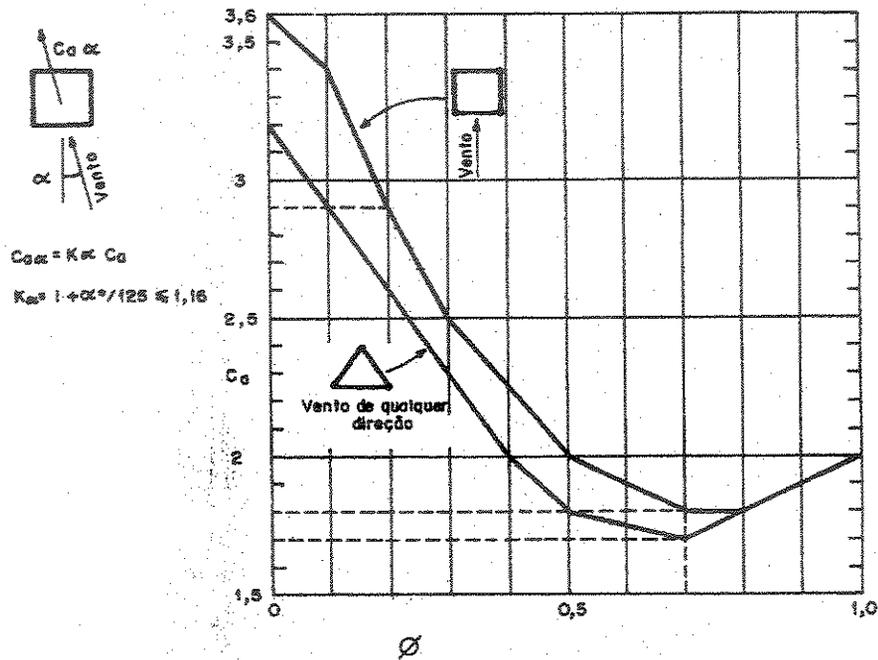


Fig. 4.4 – Coeficiente de arrasto,  $C_a$ , para torres reticuladas de seção quadrada e triangular equilátera, formadas por barras prismáticas de cantos vivos ou levemente arredondados, extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.9, pg.32).

Para torres reticuladas de seção quadrada formadas por barras prismáticas de seções planas, o coeficiente de arrasto para vento incidindo com um ângulo  $\alpha$  em relação à perpendicular à face de barlavento,  $C_{a\alpha}$ , é dado no item 7.7.2.1 da NBR 6123<sup>13</sup>, como:

$$C_{a\alpha} = K\alpha \cdot C_a \tag{4.4}$$

onde,

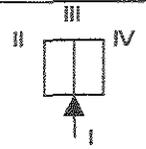
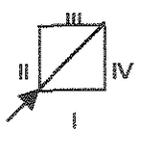
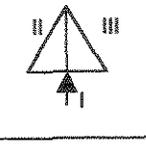
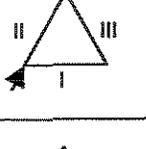
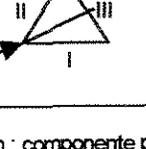
$$K\alpha = 1 + \alpha^2/125 \dots\dots\dots 0^\circ < \alpha \leq 20^\circ$$

$$K\alpha = 1,16 \dots\dots\dots 20^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$$

### c) Componentes de força de arrasto

Para se obter as componentes das forças de arrasto,  $F_{a_i}$ , nas faces da torre, deve-se multiplicar  $F_a$  pelos valores fornecidos na Tabela 4.1.

Tab. 4.1 – Componentes de força de arrasto nas faces de torres reticuladas de seção quadrada ou triangular equilátera, extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (tab. 15, pg. 36).

DIREÇÃO DO VENTO		FACE I	FACE II	FACE III	FACE IV
	n	$\frac{1}{1+\eta}$	0	$\frac{\eta}{1+\eta}$	0
	t	0	0	0	0
	n	0,20	0,20	0,15	0,15
	t	0,20	0,20	0,15	0,15
	n	0,57	0,11	0,11	–
	t	0	0,19	0,19	–
	n	0,50	0	0,37	–
	t	0,29	0	0,21	–
	n	0,14	0,14	0,43	–
	t	0,25	0,25	0	–
n : componente perpendicular à face t : componente paralela à face					

O valor  $\eta$  refere-se a um fator de proteção, que depende do índice de área exposta da face da torre situada imediatamente a barlavento da face em estudo, e do respectivo afastamento relativo  $e/h$ . (fig. 4.5).

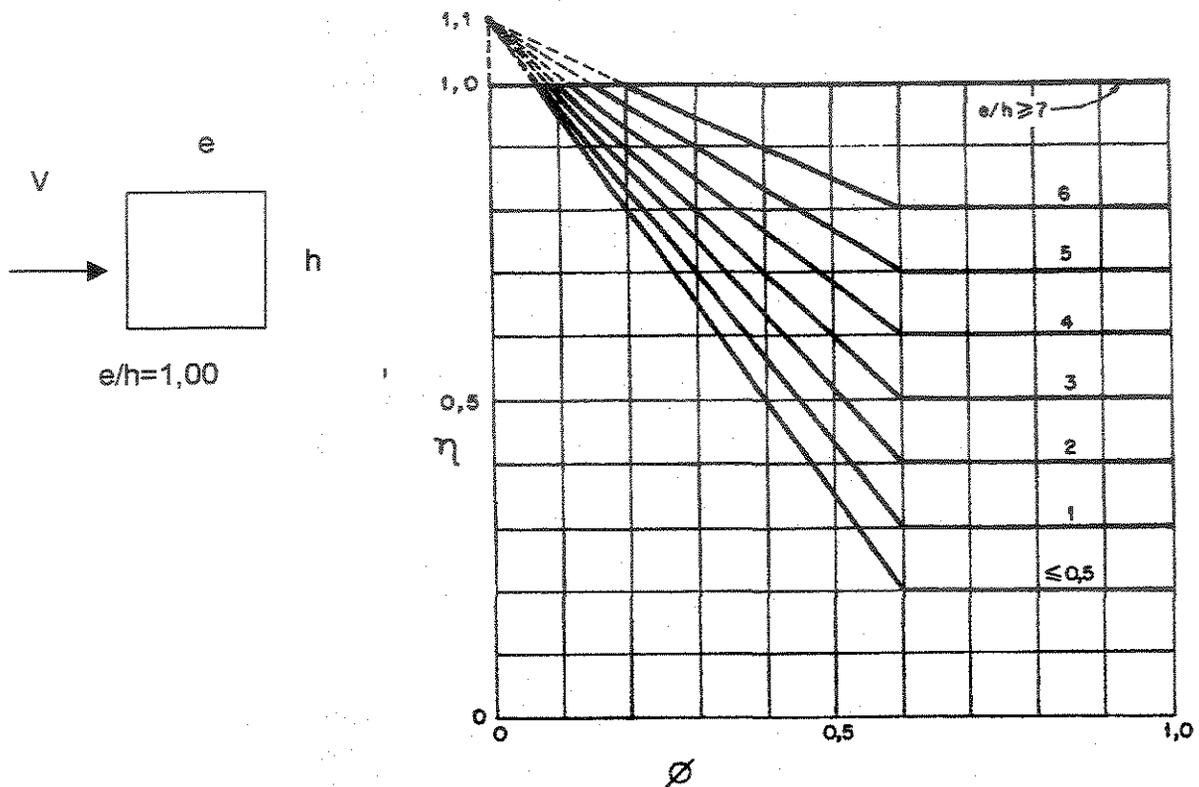


Fig.4.5 – Fator de proteção,  $\eta$ , para dois ou mais reticulados planos paralelos igualmente afastados, extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.8, pg.31).

#### d) Resultados Obtidos

Os valores obtidos no cálculo da ação estática do vento na torre estão na Tabela 4.2:

Tab. 4.2 – Ações Estáticas do Vento, conforme NBR 6123<sup>13</sup> – Torre A

$V_0$ (m/s)	45,00	Projeto: Torre H=64m									
S1	1,00	Localidade: Limeira									
S3	1,10	Categoria: III, classe C									
$K_\alpha$	1,00	<b>AÇÃO ESTÁTICA DO VENTO</b> (vento 0°)									
Nível	S2	Vk	Q	Ca	Ca $\alpha$	A <sub>silhueta</sub>	A <sub>efetiva</sub>	$\phi$	F(N)	Fa(N)	Fa(Kgf)
0 a 5m	0,82	40,59	1.010	3,42	3,42	39,09	3,60	0,09	12.428	6.214	634
5 a 10m	0,88	43,56	1.163	3,42	3,42	36,27	3,43	0,09	13.644	13.036	1.329
10 a 15m	0,93	46,04	1.299	3,36	3,36	33,43	3,73	0,11	16.281	14.963	1.526
15 a 20m	0,96	47,52	1.384	3,29	3,29	30,60	3,60	0,12	16.395	16.338	1.666
20 a 25m	0,98	48,51	1.442	3,22	3,22	27,79	3,50	0,13	16.257	16.326	1.665
25 a 30m	1,00	49,50	1.502	3,20	3,20	24,97	3,42	0,14	16.438	16.348	1.667
30 a 35m	1,02	50,49	1.563	3,14	3,14	22,15	3,34	0,15	16.389	16.413	1.674
35 a 40m	1,04	51,48	1.624	3,05	3,05	19,32	3,24	0,17	16.054	16.221	1.654
40 a 45m	1,05	51,98	1.656	2,94	2,94	16,50	3,14	0,19	15.287	15.671	1.598
45 a 50m	1,06	52,47	1.688	2,82	2,82	13,85	3,01	0,22	14.325	14.806	1.510
50 a 54m	1,07	53,06	1.726	2,66	2,66	9,04	2,32	0,26	10.652	12.489	1.273
54 a 59m	1,09	53,81	1.775	2,82	2,82	10,00	2,24	0,22	11.211	10.931	1.115
59 a 64m	1,10	54,25	1.804	2,82	2,82	10,00	2,24	0,22	11.397	11.304	1.153

#### 4.2.2 Ações Dinâmicas do Vento

Ao se realizar a análise dinâmica desta torre através do Programa SAP2000, Módulo Análise Dinâmica - Eigenvectors, chegou-se aos seguintes valores:

Tab. 4.3 – Modos de Vibração – Torre A

Modo	Frequência	Período
1º Modo	1,85	0,54s
2º Modo	6,25	0,16s
3º Modo	11,11	0,09s

As ações dinâmicas desenvolvidas para este exemplo seguiram os dois métodos de cálculo da NBR 6123<sup>13</sup>, e que foram descritos anteriormente.

#### a) Modelo Contínuo Simplificado

Neste modelo, conforme orientação da NBR 6123<sup>13</sup>, utiliza-se apenas o primeiro modo de vibração, ou seja, o período fundamental da estrutura.

### b) Modelo Discreto

Quando se utiliza este modelo tem-se uma resposta flutuante do vento para cada modo de vibração, além da resposta média que é constante para qualquer modo de vibração. Neste exemplo foram utilizados três modos de vibração, onde as frequências e períodos estão expostos na Tabela 4.3.

Após o cálculo das forças do vento, para cada modo de vibração, faz-se uma combinação destas forças, conforme já descrito anteriormente.

### c) Resultados Obtidos

Os resultados obtidos na análise dinâmica estão nas tabelas 4.4 e 4.5:

Tab. 4.4 - Ação Dinâmica do Vento - Modelo Simplificado, conf. NBR6123<sup>13</sup> - Torre A

$V_0$	45,00	$p$	0,19	<b>AÇÃO DINÂMICA DO VENTO – MODELO SIMPLIFICADO</b> (VENTO $0^\circ$ )								
S1	1,00	$b$	0,86									
S3	1,10	$\zeta$	0,01									
$\gamma$	1,20	$T_1$	0,54									
$Z_r$	10,00	$V_p$	34,16									
$h_{estrutura}$	64,00	$q_0$	715,10									
Nível	$C_a$	$\xi$	$K_\alpha$	$C_a\alpha$	$A_{silhueta}$	$A_{efetiva}$	$\phi$	$q(z)$	F (N)	Fa (N)	Fa (Kgf)	
5m	3,42	1,44	1,00	3,42	39,09	3,60	0,09	481,06	5.920	2.960	302	
10m	3,42	1,44	1,00	3,42	36,27	3,43	0,09	693,88	8.140	7.030	717	
15m	3,36	1,44	1,00	3,36	33,43	3,73	0,11	882,88	11.065	9.602	979	
20m	3,29	1,44	1,00	3,29	30,60	3,60	0,12	1.062,55	12.585	11.825	1.206	
25m	3,22	1,44	1,00	3,22	27,79	3,50	0,13	1.237,76	13.950	13.267	1.353	
30m	3,20	1,44	1,00	3,20	24,97	3,42	0,14	1.410,73	15.439	14.694	1.498	
35m	3,14	1,44	1,00	3,14	22,15	3,34	0,15	1.582,63	16.598	16.019	1.633	
40m	3,05	1,44	1,00	3,05	19,32	3,24	0,17	1.754,14	17.334	16.966	1.730	
45m	2,94	1,44	1,00	2,94	16,50	3,14	0,19	1.925,69	17.777	17.556	1.790	
50m	2,82	1,44	1,00	2,82	13,84	3,01	0,22	2.097,55	17.804	17.791	1.814	
54m	2,66	1,44	1,00	2,66	9,04	2,32	0,26	2.235,38	13.795	15.800	1.611	
59m	2,82	1,44	1,00	2,82	10,00	2,24	0,22	2.408,21	15.212	14.504	1.479	
64m	2,82	1,44	1,00	2,82	10,00	2,24	0,22	2.581,72	16.308	15.760	1.607	

Tab. 4.5 – Ação Dinâmica do Vento – Modelo Discreto, conf. NBR 6123<sup>13</sup> – Torre A

h (m)	Fmédia (Kgf)	Fflut 1 (Kgf)	Fflut 2 (Kgf)	Fdiscreto 1º modo (Kgf)	Fdiscreto 2º modo (Kgf)	Fdiscreto 1º e 2º modo (Kgf)
5	397	16	51	413	448	451
10	567	69	113	637	682	701
15	734	172	174	906	908	979
20	786	299	239	1.085	1.025	1.169
25	820	434	28	1.255	849	1.256
30	858	573	293	1.431	1.152	1.502
35	875	697	268	1.571	1.143	1.621
40	869	800	207	1.669	1.076	1.695
45	850	871	119	1.721	970	1.730
50	815	892	17	1.706	832	1.706
54	612	673	-47	1.285	659	1.287
59	646	898	-161	1.544	808	1.558
64	667	1.041	-283	1.708	950	1.746

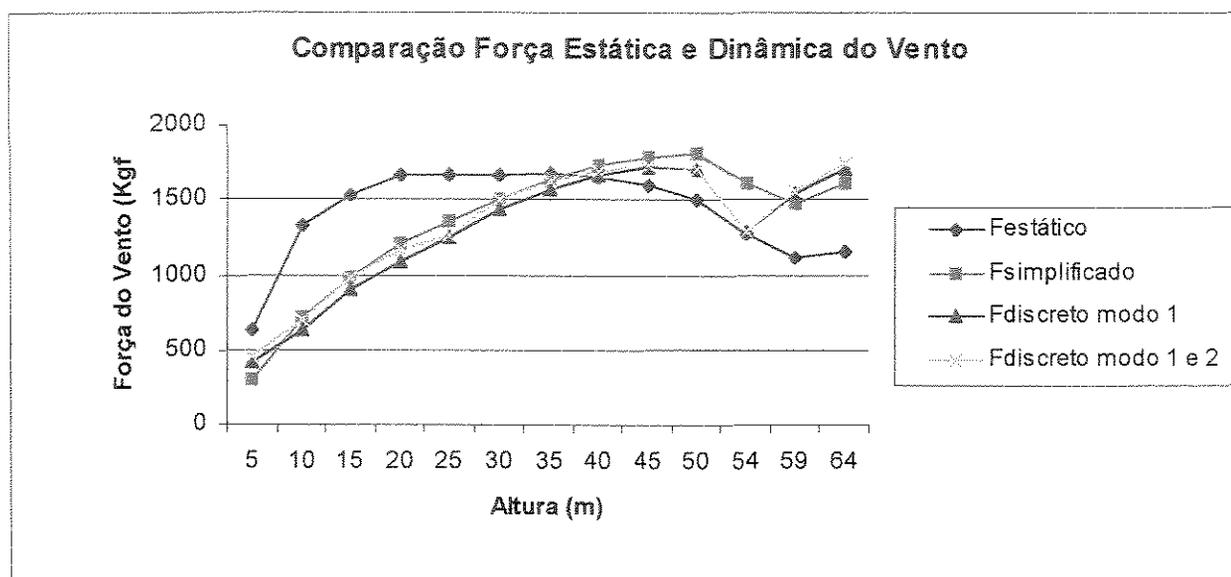


Fig. 4.6 - Gráfico de Comparação das Ações Estáticas e Dinâmicas do Vento -Torre A

#### d) Esforços Obtidos

A estrutura foi analisada com forças estáticas e forças dinâmicas. Na análise dinâmica foram utilizados os seguintes casos:

- ✓ Método Simplificado
- ✓ Método Discreto – 1º. Modo
- ✓ Método Discreto – 1º. e 2º. Modo

Ao verificar os valores máximos de força axial que ocorreram para estes casos de carregamentos, têm-se os seguintes valores máximos para os montantes que se encontram no primeiro trecho da torre (de 0 a 5m):

Tab. 4.6 - Esforços Obtidos – Torre A

Tipo de Ação	Força Axial (kgf)
Estático	- 82.900
Dinâmico Simplificado	- 86.910
Dinâmico Discreto – 1º. Modo	- 87.030
Dinâmico Discreto – 1º. e 2º. Modo	- 85.900

### 4.3 Torre Metálica Tipo B

Para esta estrutura tem-se as seguintes características geométricas:

- ✓ Base triangular
- ✓ Altura total da torre: 60,00 m
- ✓ Altura do trecho reto: 6,00 m
- ✓ Altura do trecho piramidal: 54,00 m
- ✓ Abertura da base da torre: 5,00 m
- ✓ Abertura da parte reta da torre: 1,60 m

A seguir tem-se a silhueta da torre utilizada neste exemplo:

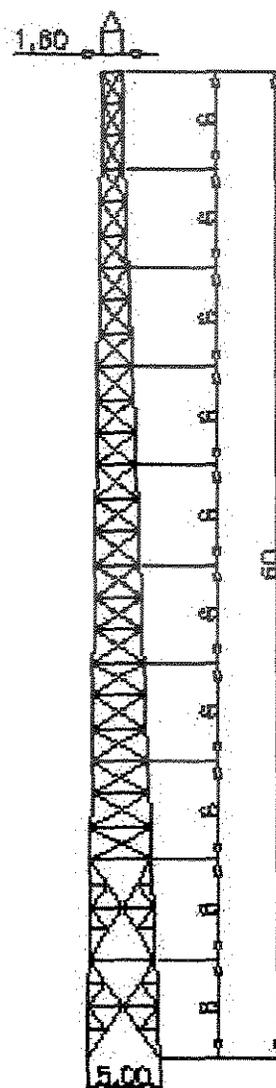


Fig.4.7 – Silhueta da Torre Tipo B

#### 4.3.1 Ações Estáticas do Vento

Para se fazer o cálculo da ação estática do vento neste exemplo, utilizaram-se os mesmos procedimentos do exemplo anterior, e chegou-se aos seguintes resultados:

Tab 4.7 – Ação Estática do Vento, conforme NBR 6123<sup>13</sup> – Torre B

$V_0(m/s)$	45,00	Projeto: Torre H=60m									
S1	1,00	Localidade:									
S3	1,10	Categoria: III, classe C									
$K_\alpha$	1,00	<b>AÇÃO ESTÁTICA</b> (vento 0°)									
Nível	S2	Vk	q	Ca	Ca $\alpha$	$A_{silhueta}$	$A_{efetiva}$	$\phi$	F	Fa(N)	Fa(Kgf)
6m	0,83	41,18	1.039,72	3,05	3,05	28,86	1,57	0,05	4.982	2.491	254
12m	0,90	44,55	1.216,62	3,00	3,00	26,58	1,51	0,06	5.511	5.247	535
18m	0,95	46,93	1.349,86	2,68	2,68	24,30	4,25	0,17	15.375	10.443	1.065
24m	0,98	48,31	1.430,77	2,68	2,68	22,02	3,74	0,17	14.341	14.858	1.515
30m	1,00	49,50	1.502,00	2,66	2,66	19,80	3,61	0,18	14.423	14.382	1.467
36m	1,02	50,69	1.574,96	2,68	2,68	17,58	3,00	0,17	12.663	13.543	1.381
42m	1,04	51,68	1.637,09	2,68	2,68	15,30	2,62	0,17	11.495	12.079	1.232
48m	1,06	52,27	1.674,94	2,66	2,66	13,02	2,40	0,18	10.675	11.085	1.130
54m	1,07	53,06	1.726,08	2,62	2,62	10,74	2,09	0,19	9.452	10.063	1.026
60m	1,09	53,96	1.784,53	2,72	2,72	9,60	1,49	0,16	7.232	8.342	851

#### 4.3.2 Ações Dinâmicas do Vento

Realizaram-se as análises dinâmicas através dos mesmos métodos utilizados no exemplo anterior, obtendo-se os seguintes valores:

Tab. 4.8 – Modos de Vibração , Torre B

Modo	Frequência	Período
1º Modo	1,24	0,81s
2º Modo	4,14	0,24s
3º Modo	9,26	0,11s

Tab. 4.9 – Ação Dinâmica do Vento – Modelo Simplificado, conf. NBR 6123<sup>13</sup> – Torre B

Nível	Ca	ξ	Kα	Caα	A <sub>silueta</sub>	A <sub>efetiva</sub>	φ	q(z)	F	Fa (N)	Fa (Kgf)
6	3,05	1,50	1,00	3,05	28,86	1,57	0,05	537,21	2.572	1.286	131
12	3,00	1,50	1,00	3,00	26,58	1,51	0,06	794,17	3.598	3.085	315
18	2,68	1,50	1,00	2,68	24,30	4,25	0,17	1.028,87	11.719	7.658	781
24	2,68	1,50	1,00	2,68	22,02	3,74	0,17	1.255,87	12.588	12.153	1.239
30	2,66	1,50	1,00	2,66	19,80	3,61	0,18	1.479,90	14.211	13.399	1.366
36	2,68	1,50	1,00	2,68	17,58	3,00	0,17	1.703,04	13.692	13.952	1.423
42	2,68	1,50	1,00	2,68	15,30	2,62	0,17	1.926,32	13.526	13.609	1.388
48	2,66	1,50	1,00	2,66	13,02	2,40	0,18	2.150,34	13.728	13.627	1.390
54	2,62	1,50	1,00	2,62	10,74	2,09	0,19	2.375,42	13.007	13.368	1.363
60	2,72	1,50	1,00	2,72	9,60	1,49	0,16	2.601,77	10.544	11.776	1.201

Tab. 4.10 – Ação Dinâmica do Vento – Modelo Discreto, conf. NBR 6123<sup>13</sup> – Torre B

Altura (m)	F <sub>média</sub> (N)	F <sub>flut 1</sub> (N)	F <sub>flut 2</sub> (N)	F <sub>discreto 1º modo</sub> (Kgf)	F <sub>discreto 2º modo</sub> (Kgf)	F <sub>discreto 1º e 2º modo</sub> (Kgf)
6	1.623	3	-10	166	164	167
12	2.304	120	103	247	246	251
18	6.999	348	241	749	738	757
24	6.976	817	448	795	757	806
30	7.334	1.522	615	903	811	915
36	6.614	2.699	691	950	745	959
42	6.145	4.616	479	1.097	675	1.100
48	5.881	6.499	-287	1.262	570	1.263
54	5.292	8.199	-1.476	1.376	389	1.389
60	4.081	10.192	-2.928	1.456	118	1.497

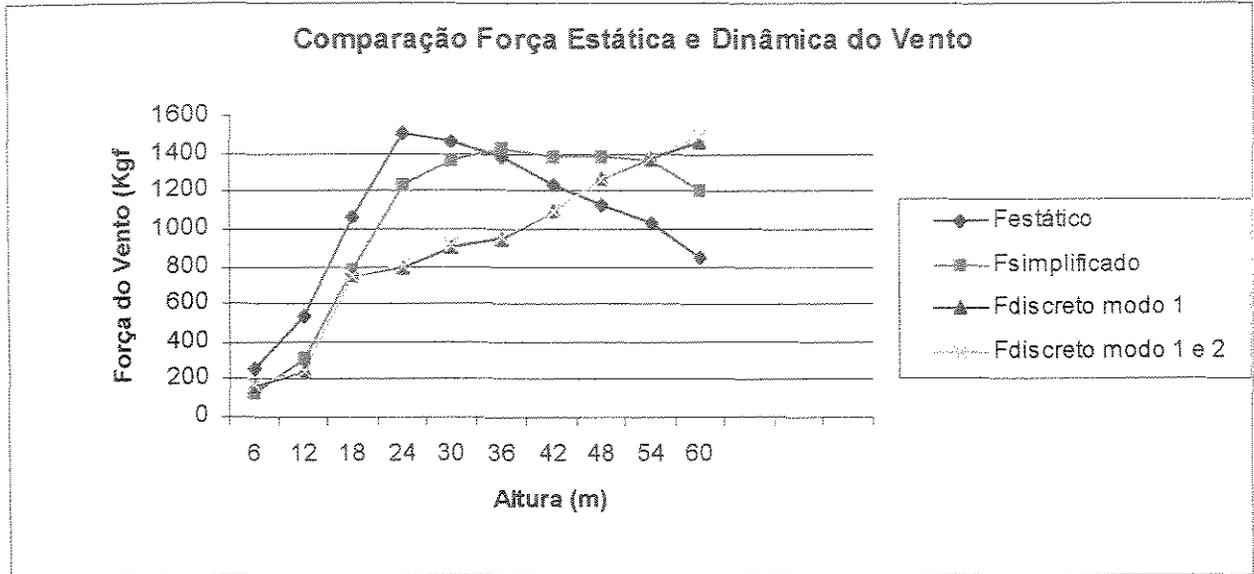


Fig.4.8 – Gráfico de Comparação das Ações Estáticas e Dinâmicas do Vento - Torre B

**a) Esforços Obtidos**

Ao verificar os valores máximos de força axial que ocorreram para estes casos de carregamentos, têm-se os seguintes valores máximos para os montantes que se encontram no primeiro trecho da torre (de 0 a 6m):

Tab. 4.11 – Esforços Obtidos – Torre B

Tipo de Ação	Força Axial (kgf)
Estático	- 86.817
Dinâmico Simplificado	- 96.707
Dinâmico Discreto – 1º. Modo	- 87.100
Dinâmico Discreto – 1º. e 2º. Modo	- 88.100

## **CAPÍTULO 5**

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O texto produzido pela norma brasileira de ações devidas ao vento em edificações intitulada “Forças devidas ao vento em edificação”, de 1.987, apresenta em seu capítulo 9 um resumo de análise dinâmica. Este resumo transmite ao usuário uma informação de que para estruturas com período fundamental inferior a 1 segundo é dispensável a análise dinâmica.

Os resultados obtidos neste trabalho, através da análise de duas torres metálicas treliçadas autoportantes, uma quadrada e outra triangular, revelaram que não há como dispensar a análise dinâmica para este tipo de estrutura, apenas considerando o critério de verificação do período fundamental de uma torre. Os parâmetros envolvidos são muito complexos para que se possa confiar em apenas um critério.

A primeira torre analisada apresentou os períodos fundamentais de 0,54s; 0,16s e 0,09s, respectivamente. Se fosse utilizado o critério da referida norma não haveria necessidade de uma análise dinâmica. Porém, os resultados dos esforços obtidos, na barra da base da torre, revelaram que os esforços devidos à análise estática ficaram inferiores aos da análise dinâmica, conseqüentemente contra a segurança da estrutura. Os esforços dinâmicos ficaram em torno de 5% maiores que os estáticos.

A segunda torre analisada apresentou períodos fundamentais de 0,81s; 0,24s e 0,11s, respectivamente. Novamente, seguindo o critério da norma não haveria necessidade de análise dinâmica, tendo em vista que os períodos ficaram inferiores a 1s. Os resultados encontrados para os esforços na barra da base da torre revelaram que os esforços dinâmicos ficaram aproximadamente 11% maiores que os esforços estáticos.

A análise dinâmica nas torres de telecomunicação permite garantir não só a segurança da estrutura através da Resistência Última das barras, como garante o Estado Limite de Utilização evitando que o excesso de deslocamento das antenas provoquem a perda de sinal.

A conclusão que se pode tirar é que para uma análise estrutural segura para este tipo de estrutura normalmente flexível, há a necessidade obrigatória de se fazer a análise dinâmica, pois não há como garantir quando e em que tipo de estrutura pode-se dispensá-la.

Os dois processos dinâmicos apresentados na norma, processo simplificado e o processo discreto, apresentam normalmente resultados muito próximos, porém o processo discreto permite trabalhar com mais de um modo de vibração da estrutura conferindo maior confiabilidade nos resultados.

Através deste estudo, que buscou estabelecer relações comparativas dos resultados das análises estáticas e dinâmicas das ações do vento, através dos processos estabelecidos por norma, propõe-se um estudo do espectro das ações devidas ao vento nas torres de telecomunicações. Este novo estudo estabeleceria um processo talvez mais preciso para as análises.

## **BIBLIOGRAFIA**

- 1 BLESSMANN, J., "O VENTO NA ENGENHARIA ESTRUTURAL", Editora Universidade/UFRGS, 1.995, Porto Alegre (RS).
- 2 BLESSMANN, J., "INTRODUÇÃO AO ESTUDO DAS AÇÕES DINÂMICAS DO VENTO", Editora Universidade/UFRGS, 1.998, Porto Alegre (RS).
- 3 CLOUGH, R.W. & PENZIEN, J., "DYNAMICS OF STRUCTURES", Editora Mc Graw – Hill, 1.975, New York.
- 4 THOMSON, W.T., "TEORIA DA VIBRAÇÃO COM APLICAÇÕES", Editora Interciência, 1.978.
- 5 TIMOSHENKO, S.; YOUNG, D.H.; WEAVER, W. JR., "VIBRATION PROBLEMS IN ENGINEERING", Editora J. Willey, 1.974, New York.
- 6 BEARDS, C.F., "STRUCTURAL VIBRATION ANALYSIS – MODELLING, ANALYSIS AND DAMPING OF VIBRATING STRUCTURES", Editora Ellis Horwood Ltda., 1.983, Londres.

- 7 SACHS, P., "WIND FORCES IN ENGINEERING", Editora Pergamon Press, 1.978, England.
- 8 KOLOUSEK, V.; PIRNER, M.; FISCHER, O.; NAPRSTEK, J., "WIND EFFECTS ON CIVIL ENGINEERING STRUCTURES", vol.2, Editora Elsevier, 1.984.
- 9 OLIVEIRA, R. A., "ANÁLISE DINÂMICA DE TORRES E ESTRUTURAS ELEVADAS LATERALMENTE CARREGADAS", Tese de Mestrado, UFRJ, 1.974, Rio de Janeiro.
- 10 HUANG, B.C.; LEUNG, A.Y.T.; LAM, K.M.; CHEUNG, Y.K., "ANALYTICAL DETERMINATION OF EQUIVALENT MODAL DAMPING RATIOS OF A COMPOSITE TOWER IN WIND – INDUCED VIBRATIONS", Computers and Structures, v. 59 i2, p311 - 316, 1.996 .
- 11 GLANVILLE, M.J.; KWOK, K.C. S., "WIND – INDUCED DEFLECTIONS OF FREE-STANDING LATTICE TOWERS", Engineering Structures, v.19 i1, p79 - 91, 1.997.
- 12 CALLEJAS, I.J.A.; VIEIRA, R.F.; REQUENA, J.A.V., "ELASTIC SECOND-ORDER INSTABILITY ANALYSIS FOR PLANE RIGID FRAMES: COMPARATIVE ANALYSIS OF THE FINITE ELEMENT METHOD AND STABILITY FUNCTIONS METHOD", IV WCCM, 1.998, Buenos Aires.
- 13 NB599 (NBR 6123) - "FORÇAS DEVIDAS AO VENTO EM EDIFICAÇÕES", ABNT, 1.990, Rio de Janeiro.
- 14 NB14 (NBR 8800) – "PROJETO E EXECUÇÃO DE ESTRUTURAS DE AÇO DE EDIFÍCIOS", ABNT, 1.986.

- 15 TELEBRÁS 240-410-600, "PROCEDIMENTOS DE PROJETO PARA TORRES METÁLICAS AUTO-SUPORTADAS, ESTAIADAS E POSTES METÁLICOS", 2ª. Edição, 1.996.
- 16 ANSI/ASCE 10-90 – American Society of Civil Engineers, "DESIGN OF LATTICED STEEL TRANSMISSION STRUCTURES", 2ª. Edição, 1.987.
- 17 ASCE NR. 52 - American Society of Civil Engineers, "GUIDE FOR DESIGN OF STEEL TRANSMISSION TOWERS", 1ª. Edição, 1.984.
- 18 ANSI/TIA/EIA-222 – Telecommunications Industry Association, "STRUCTURES STANDARDS FOR STEEL ANTENNAS TOWERS AND ANTENNA SUPPORTING STRUCTURES" , 1.996, USA.
- 19 AISC – American Institute of Steel Construction, "MANUAL OF STEEL CONSTRUCTION", 9. Ed., 1.989, Chicago.
- 20 S37-94 – Canadian Standards Association, "ANTENNAS, TOWERS AND ANTENNA – SUPPORTING STRUCTURES", 1.994, Ontario, Canada.
- 21 CARRIL JR., C.F., "INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA NA RESPOSTA DINÂMICA DO VENTO DE UMA TORRE DE TELECOMUNICAÇÃO AUTOPORTANTE", XXIX Jornadas Sul Americanas, CD ROM 2.000 , Punta Del Este.
- 22 GONTIJO, C.R., "CÁLCULO DE TORRES PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO", IEA Editora, 1.994.

- 23 GUIMARÃES, M.J.R.; BRITO, J.L.V., "ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE TORRES METÁLICAS AUTOPORTANTES", XXIX Jornadas Sul Americanas, CD ROM 2000, Punta Del Este.
- 24 SILVA, J.G.S.; VELLASCO, P.C.G.S.; ANDRADE, S.A.L.; ESTRELLA JR., L.F.; POLICANI, M.N., "COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE TORRES METÁLICAS DE TELECOMUNICAÇÕES ", XXIX Jornadas Sul Americanas, CD ROM 2000, Punta Del Este.
- 25 BARROS, R.C., "DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DE MASTROS METÁLICOS", Computational Methods in Engineering'99, CD ROM 1.999.
- 26 BERTOLINO, R.JR.; MARMO, C.R.; RODRIGUES, R.O., "ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DE TORRES CIRCULARES DE AÇO", XXIX Jornadas Sul Americanas, CD ROM 2.000 , Punta Del Este.
- 27 LOREDO-SOUZA, A.M.; DAVENPORT, A.G., "RESPOSTA DE TORRES DE TRANSMISSÃO À AÇÃO DO VENTO", XXIX Jornadas Sul Americanas, CD ROM 2.000, Punta Del Este.
- 28 CARRIL JR., C.F.; ISYUMOV, N.; BRASIL, R.M.L.R.F., "NUMERICAL INVESTIGATION ON THE WIND DYNAMIC RESPONSE OF A FREESTANDING LATTICED TELECOMMUNICATION TOWER", XXIX Jornadas Sul Americanas, CD ROM 2.000, Punta Del Este.
- 29 CARRIL JR., C.F.; ISYUMOV, N.; BRASIL, R.M.L.R.F., "AN EXPERIMENTAL STUDY OF THE INTERFERENCE FACTOR OF ANTENNA DISHES ON THE WIND FORCES UPON FREESTANDING LATTICED TOWERS FOR

- TELECOMMUNICATION”, XXIX Jornadas Sul Americanas, CD ROM 2.000, Punta Del Este.
- 30** CARRIL JR., C.F.; ISYUMOV, N.; BRASIL, R.M.L.R.F., “EXPERIMENTAL INVESTIGATION ON THE WIND FORCES ON FREESTANDING LATTICED TELECOMMUNICATION TOWER”, XXIX Jornadas Sul Americanas, CD ROM 2.000, Punta Del Este.
- 31** AMBROSINI, D.; RIERA, J.; DANESI, R., “RESPUESTA DINÁMICA DE ESTRUCTURAS SOMETIDAS A ACCIONES DE VIENTO OBTENIDAS POR SIMULACIÓN”, XXIX Jornadas Sul Americanas, CD ROM 2.000, Punta Del Este.
- 32** RODRIGUES, R.S.; BATTISTA, R.C.; PFEIL, M.S., “DESVENDANDO O MECANISMO DINÂMICO DE COLAPSO DE TORRES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO SOB AÇÃO DE FORÇAS DE VENTO”, XXIX Jornadas Sul Americanas, CD ROM 2.000, Punta Del Este.
- 33** LOREDO-SOUZA, A.M.; DAVENPORT, A.G., “AÇÃO DO VENTO EM LINHAS DE TRANSMISSÃO”, XXVIII Jornadas Sul Americanas, v.1, p31-18, 1997, São Carlos.
- 34** SALÉS, J.J.; BARBATO, R.L.A.; ANDRADE JR., L. J., “COMPORTAMENTO DAS ESTRUTURAS DE AÇO À AÇÃO DINÂMICA DO VENTO”, XXVIII Jornadas Sul Americanas, v.2, p517-525, 1997, São Carlos.
- 35** KEMP, A.R.; BEHNCKE, R.H., “BEHAVIOR OF CROSS-BRACING IN LATTICED TOWERS”, *Journal of Structural Engineering*, v.124, i4, p.360-367, Johannesburg, S. Africa.

- 36** PALUCH, M.; RIERA, J.D.; ITURRIOZ, I., “DETERMINACIÓN DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE UNA TORRE DE TRANSMISIÓN – ESTUDIO COMPARATIVO”, XXVIII Jornadas Sul Americanas, v.2, p675-684, 1997, São Carlos.
- 37** SAP2000, “INTEGRATED FINITE ELEMENT ANALYSIS AND DESIGN OF STRUCTURES”, Computers and Structures, Inc., Berkeley, 1.996, California.
- 38** AISI – American Iron and Steel Institute, “COLD FORMED STEEL DESIGN AND MANUAL”, 39. Ed., 1.996.
- 39** NBR14762/01 - “DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE AÇO CONSTITUÍDAS POR PERFIS FORMADOS A FRIO”, 2.001.

**ANEXO A**  
**GRÁFICOS DE  $\xi$**

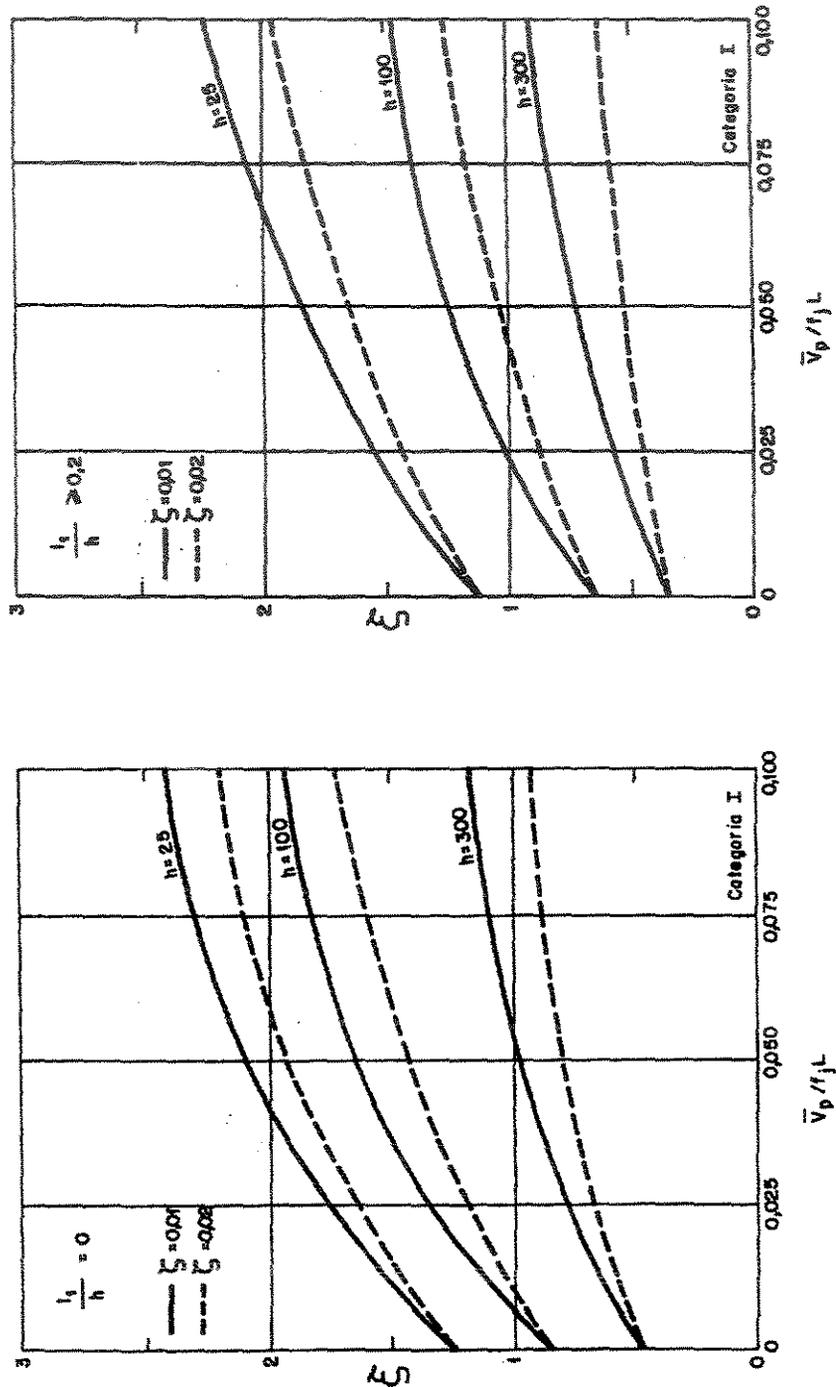


Fig. 1A – Coeficiente de amplificação dinâmica,  $\xi$ , para terreno de Categoria I ( $L=1800m$ ,  $h$  em metros), extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.14, pg.43)

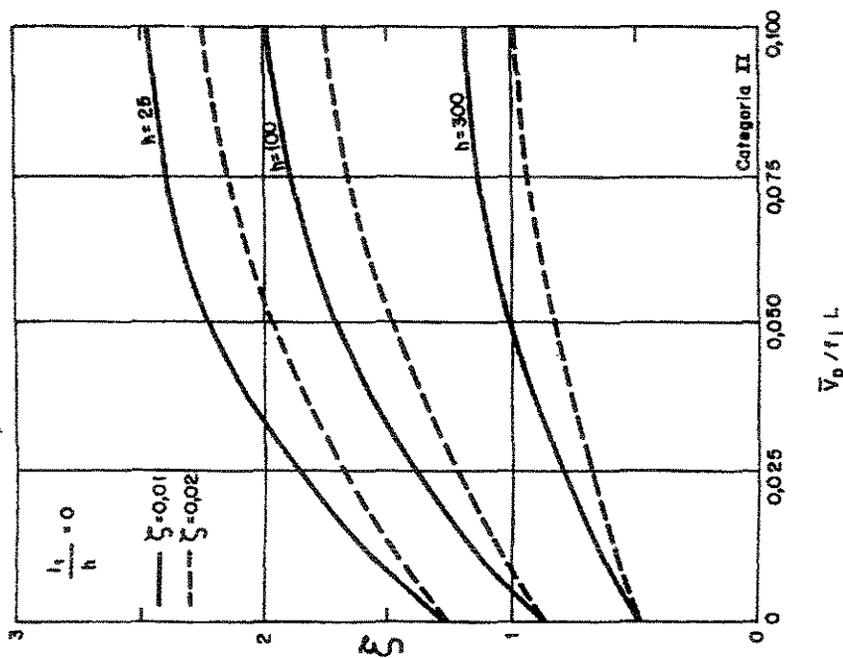
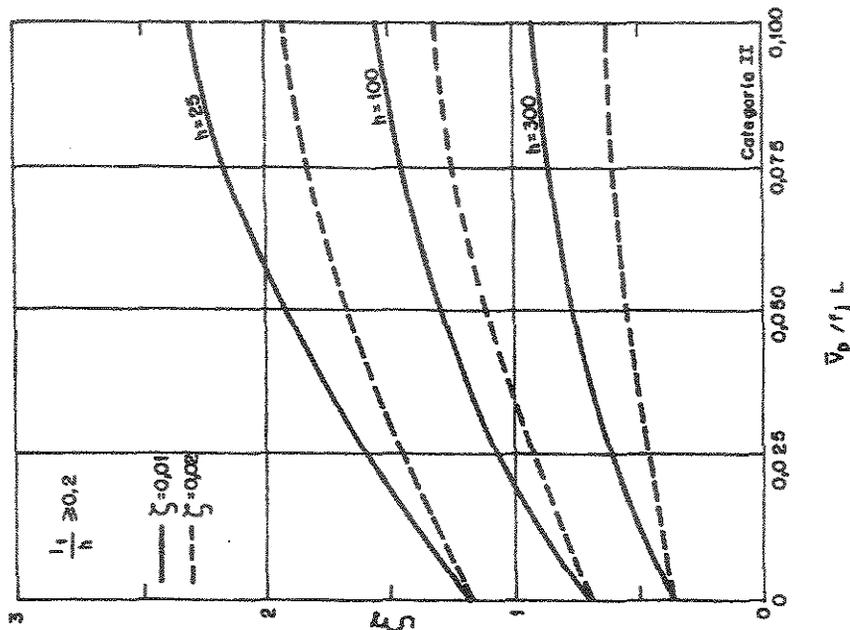


Fig. 2A – Coeficiente de amplificação dinâmica,  $\xi$ , para terreno de Categoria II ( $L=1800m$ ,  $h$  em metros), extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.15, pg.44)

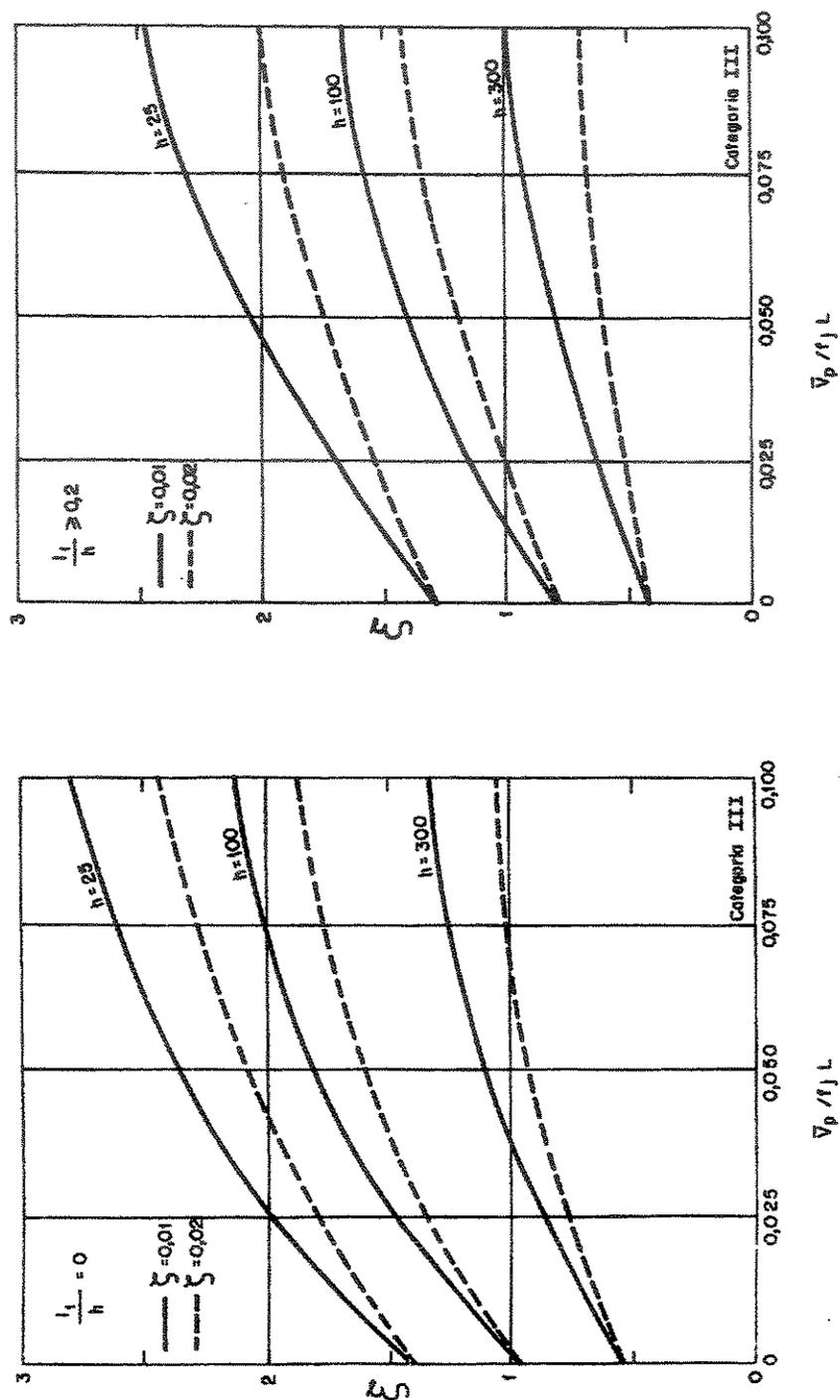


Fig. 3A – Coeficiente de amplificação dinâmica,  $\xi$ , para terreno de Categoria III ( $L=1800m$ ,  $h$  em metros), extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.16, pg.45)

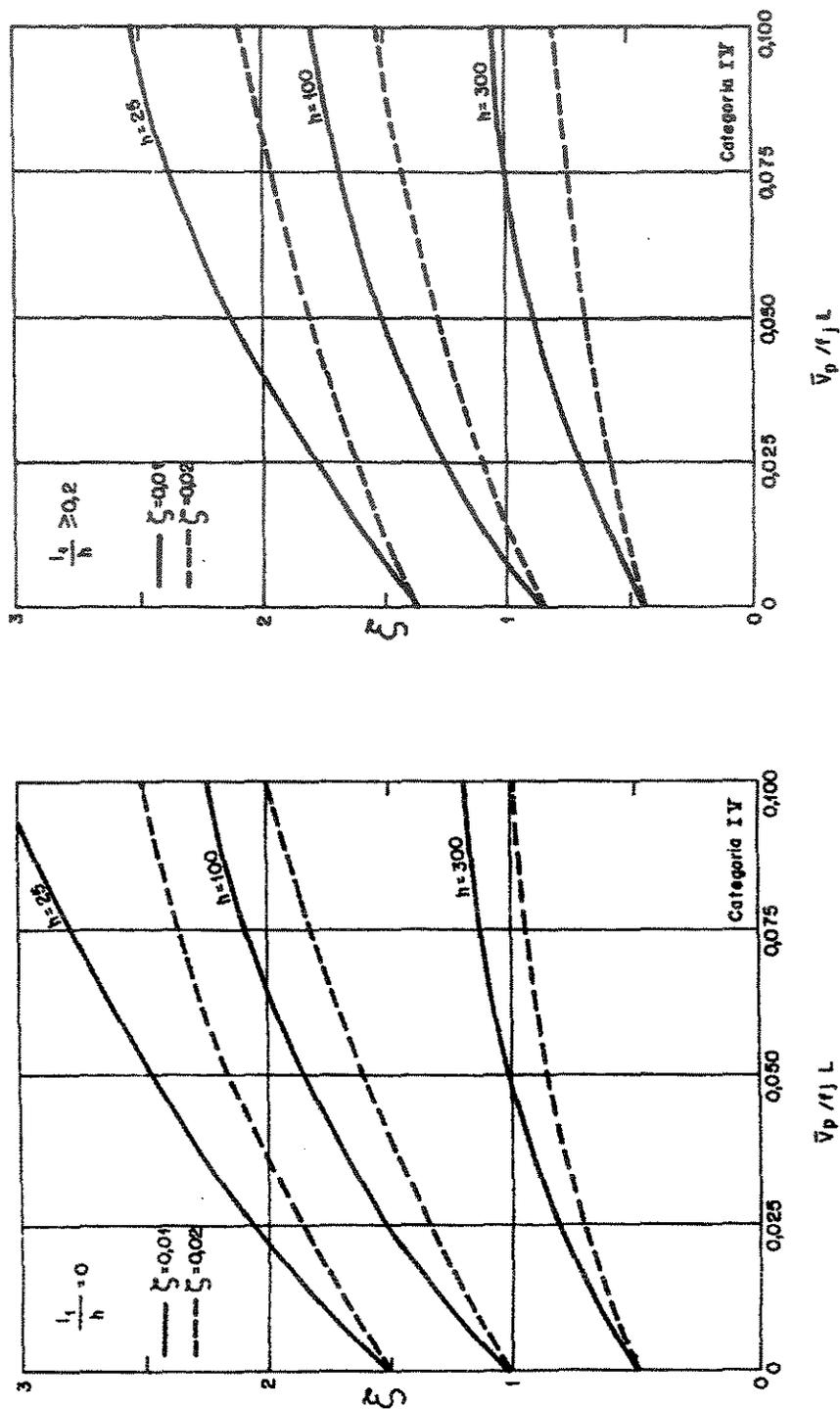


Fig. 4A – Coeficiente de amplificação dinâmica,  $\xi$ , para terreno de Categoria IV ( $L=1800m$ ,  $h$  em metros), extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.17, pg.46)

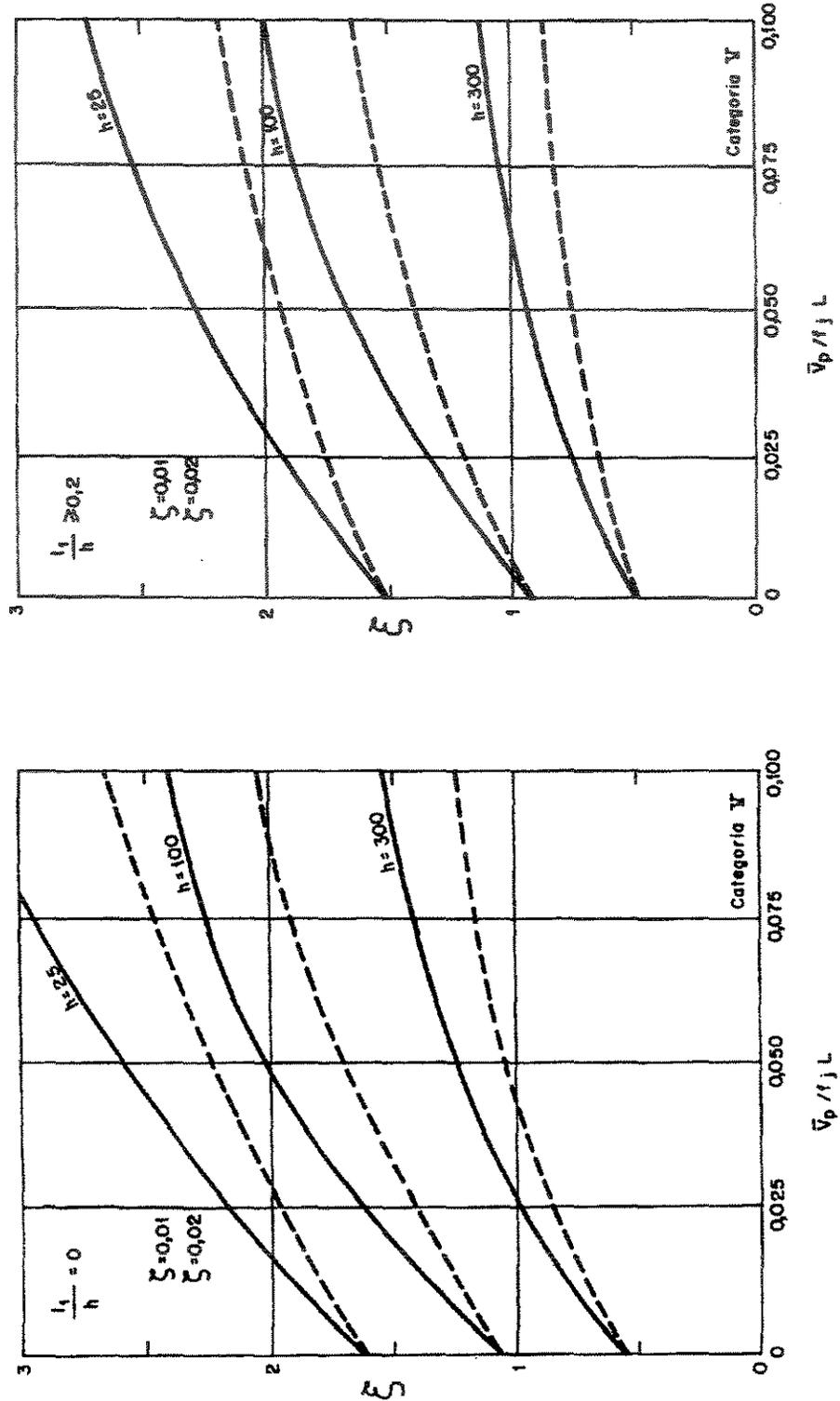


Fig. 5A – Coeficiente de amplificação dinâmica,  $\xi$ , para terreno de Categoria V ( $L=1800m$ ,  $h$  em metros), extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.18, pg.47)

## **APÊNDICE A**

### **DIRETRIZES PARA O DESENVOLVIMENTO DE PROJETOS DE TORRES PARA TELECOMUNICAÇÕES**

# **DIRETRIZES PARA O DESENVOLVIMENTO DE PROJETOS DE TORRES PARA TELECOMUNICAÇÕES**

## **A1 – INTRODUÇÃO**

1.1 Visão Global da Implantação de um Sistema de Telecomunicação

1.2 Etapas do Projeto da Torre

1.3 Configuração Geométrica das Torres para Telecomunicação

1.3.1 Recomendações Gerais

1.3.2 Treliçamento das Faces da Torre

1.3.3 Sistema de Travamento Horizontal

1.4 Componentes de uma Torre para Telecomunicações

1.4.1 Antenas para Sistema de Telecomunicações

1.4.2 Acessórios

## **A2 – CARREGAMENTOS**

2.1 Ação do Vento na Estrutura

2.1.1 Ações Estáticas do Vento

2.1.1.1 Cálculo da Pressão do Vento

2.1.1.2 Cálculo da Força de Arrasto

2.1.2 Ações Dinâmicas do Vento

2.1.2.1 Dados de Entrada

2.2 Ação do Vento nas Antenas

2.3 Ação do Vento nos Cabos

2.4 Ações Permanentes

## **A3 – ANÁLISE DE TORRES TRELIÇADAS METÁLICAS**

### **3.1 Introdução**

### **3.2 Modelagem da Torre**

#### **3.2.1 Análise Elástica Linear**

## **A4 – DIMENSIONAMENTO DE TORRES TRELIÇADAS METÁLICAS PARA TELECOMUNICAÇÕES**

### **4.1 Materiais**

### **4.2 Espessuras Mínimas**

### **4.3 Índice de Esbeltez para Torres**

#### **4.3.1 Norma Canadense S37-94<sup>18</sup>**

#### **4.3.2 Norma Americana ANSI/TIA/EIA-222-F-1996<sup>20</sup>**

### **4.4 Dimensionamento das Barras**

#### **4.4.1 Barras Tractionadas**

#### **4.4.2 Barras Comprimidas**

### **4.5 Deflexões Máximas**

## **A1. INTRODUÇÃO**

### **1.1 Visão Global de Implantação de um Sistema de Telecomunicações**

A implantação de um sistema de Telecomunicações é composto basicamente de uma torre/poste para colocação das antenas e de um abrigo para a colocação de todos os equipamentos.

Estes postes podem ser tubulares de concreto armados ou metálicos, e as torres podem ser do tipo treliçadas metálicas autoportantes (ou seja, suas próprias “pernas” ou montantes suportam o peso da mesma) de base quadrada ou triangular.

Economicamente os postes são utilizados para pequenas alturas de antenas. Já as torres treliçadas são utilizadas para alturas que variam de 40 a 100 metros de altura.

Como estas torres/postes tem a importante função de suporte das antenas, fica clara a necessidade de um ótimo projeto para que não se tenha problemas com sinais pela falta de rigidez das estruturas.

Serão apresentadas aqui recomendações para se executar um projeto de torres treliçadas metálicas autoportantes para telecomunicações.

### **1.2 Etapas do Projeto da Torre**

O projeto de uma torre de telecomunicação, após a definição do local onde será fixada, segue 05 etapas básicas:

- a. **Dimensões do terreno** - a partir do croqui da implantação do sistema dada pelo cliente, deve-se analisar a ordem de grandeza da abertura da torre em relação a sua altura necessária. Quanto mais larga for a base da torre, menor

serão as cargas nas fundações, mas dependendo de quanto alarga-se a base da torre, aumenta-se o comprimento e o peso das barras. Portanto, um balanço econômico deve ser alcançado entre a largura da base da torre com o tamanho dos membros do sistema de treliçamento. Recomenda-se a menor largura na parte superior da torre com 2 metros e aumentando linearmente de 3% a 6%, até encontrar a largura da base.

- b. **Silhueta da Torre** - Após a definição da largura da base da torre, deve-se fazer a silhueta da torre que é a definição de certas características geométricas, tais como a largura do trecho reto superior da torre; altura do trecho reto; inclinação das “pernas” ou montantes no trecho piramidal da torre e treliçamento interno. Este treliçamento interno consiste de diagonais principais e diagonais redundantes. As diagonais principais devem ficar com inclinações de 45° a 70° em relação a horizontal. As modulações das barras horizontais devem respeitar a modulação proposta pela Telebrás<sup>15</sup> que é de 5 a 6 metros.
- c. **Levantamento das Cargas** - O cliente deve fornecer a quantidade de antenas e as alturas em que as mesmas serão fixadas na torre. Se não estiver clara a altura das mesmas, deve-se posicioná-las nas posições mais críticas possíveis. Em relação às ações de vento, os projetistas devem utilizar a norma Brasileira NBR 6123 – Forças Devidas ao Vento em Edificações<sup>13</sup>, seguindo o item 7.6 – Reticulados Planos Múltiplos.
- d. **Cálculo dos Esforços e Dimensionamento** - Os cálculos dos esforços são realizados pelos projetistas utilizando diversos programas comerciais, no regime elasto-linear. Para se fazer o dimensionamento, utiliza-se das seguintes normas:

- AISC-ASD<sup>19</sup>, ANSI/TIA/EIA<sup>18</sup>, ASCE N.º52<sup>17</sup>, válidas para tensões admissíveis e para perfis laminados.
- AISC/LRFD<sup>19</sup>, NBR8800<sup>14</sup>, TELEBRÁS 240-410-600<sup>15</sup>, válidas para estados limites.
- AISI-96<sup>38</sup>, ou a norma brasileira NBR14762/01<sup>39</sup>, quando se utiliza chapa dobrada.

Obs.: A análise dinâmica é recomendada após esta fase em que estão definidos os perfis.

e. **Apresentação do Projeto** - Geralmente a apresentação do projeto de uma torre metálica é feita da silhueta da torre, contendo as alturas dos trechos (retos e piramidal); largura da base e do trecho reto; posição de quadros rígidos; treliçamento interno; posição das plataformas de trabalho (para quando temos a posição correta das alturas das antenas); tipos de perfis; quantidade de parafusos; posição da escada marinheiro; posição da esteira vertical e também o croqui do sistema de implantação que deverá conter a posição da esteira horizontal e do abrigo dos equipamentos. Além desta silhueta, deve-se apresentar o memorial de cálculo da torre completo.

### **1.3 Configuração Geométrica das Torres para Telecomunicação**

#### **1.3.1 Recomendações Gerais**

O desenvolvimento da geometria de uma torre autoportante inicia-se pela parte inferior da mesma.

Quanto mais larga for à base da torre, menor será as cargas nos apoios, mas aumentando esta abertura acima do ideal, tem-se um aumento de comprimento e conseqüentemente o peso de suas barras.

Portanto, um balanço econômico deve ser alcançado entre a largura da base e o comprimento das barras.

Utiliza-se uma abertura ideal de 10cm/m para torres autoportantes para telecomunicações.

A parte superior, ou seja, o trecho reto, deve ser de no mínimo 1,60m.

Vale lembrar que o ideal é de que a estrutura seja econômica, proporcional e muito atrativa.

### **1.3.2 Treliçamento das Faces da Torre**

O treliçamento das faces da torre deve ser o mais simples possível, utilizando o mínimo de barras. O ideal é de que suas barras estejam com esforços máximos, e para isso, o ângulo formado entre a interseção das barras não deve ser menor do que 15° em relação a horizontal, para que assim ocorra uma distribuição das forças apropriadas.

Este treliçamento pode ser projetado usando um sistema de tração-compressão, um sistema de tração ou a combinação destes sistemas.

As torres autoportantes para telecomunicações podem ter bases triangulares equiláteras ou quadradas, tendo ambas um idêntico treliçamento interno das faces.

Várias alturas de torres são obtidas pelo ajuste das alturas dos montantes e/ou adicionando extensões do trecho piramidal ou reto, sendo estas extensões em módulos de no máximo 6 metros de altura.

A figura AP 1.1 mostra os sistemas típicos de treliçamento interno das faces de uma torre autoportante.

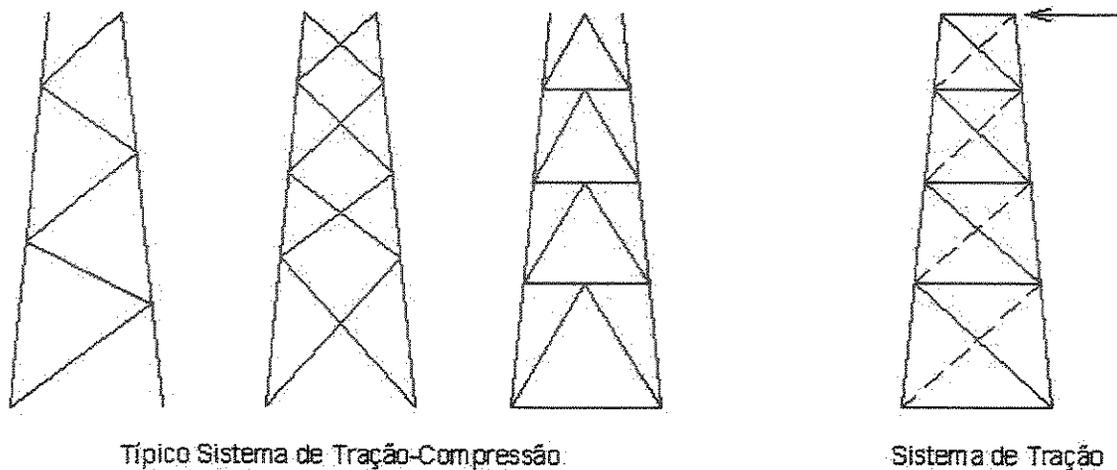


Fig. AP 1.1 – Sistemas de treliçamento

### 1.3.3 Sistema de Travamento Horizontal

Em algumas estruturas, existe a necessidade de se colocar um sistema de travamento horizontal, a fim de distribuir forças de cisalhamento e de torção.

Em torres autoportantes, este sistema também é utilizado para fornecer uma rigidez a estrutura que reduz a distorção causada pela força oblíqua da ação do vento, e é chamado de quadro rígido.

Sempre que houver alteração da inclinação da torre (principalmente da transferência do trecho piramidal para o trecho reto) deve-se utilizar um quadro rígido neste nível.

A seção horizontal da torre, a rigidez do treliçamento das faces, e a distribuição das forças de torção existentes na torre é que definirão a quantidade de quadros rígidos a serem instalados e qual a sua melhor configuração.

Em torres quadradas, o primeiro quadro rígido a ser instalado deve estar até 20 metros em relação à fundação da torre, e esta relação deve ser atendida para a colocação de outros quadros.

Alguns dos fatores que influenciam na quantidade de quadros rígidos em uma torre são: tipo de treliçamento das faces; a inclinação da torre; a deflexão desejada pelo cliente no topo da torre e os comprimentos das barras que compõe a torre.

## **1.4 Componentes de uma Torre para Telecomunicações**

Um projetista de torres metálicas para telecomunicações tem a necessidade de saber quais os equipamentos que serão instalados na estrutura, para assim definir quais os acessórios necessários.

Estes equipamentos a serem definidos são as antenas que podem ser de vários modelos.

### **1.4.1 Antenas para Sistema de Telecomunicações**

As antenas mais utilizadas são as fabricadas pela empresa Andrew Corporation, que tem uma filial na cidade de Sorocaba (SP).

Estas antenas são utilizadas conforme a faixa de freqüências em que o sistema irá trabalhar.

As antenas de microondas trabalham em faixas de freqüências que variam de 335MHz a 58.2GHz, sendo disponíveis em diâmetros de 0.3 a 4.6m e são divididas em vários níveis de performance.

Esta grande variedade de antenas de microondas fornece um projeto do sistema de telecomunicação mais fácil e eficiente.

Além das antenas de microondas, existem as antenas painéis que são chamadas de Base Station.

Estes tipos de antena são ideais para serem aplicadas em sistemas de Wireless incluindo pagging e celulares.

Entre os modelos mais utilizados das antenas de microondas estão as HP&HPX – High Performance Antennas.

#### **1.4.2 Acessórios**

Quando se fala em acessórios para torres de telecomunicações fala-se de todo a estrutura e materiais necessários para que o sistema funcione.

Em relação a materiais estão incluídos os cabos coaxiais/helicoidais que são utilizados para fazerem o envio/recebimento de dados das antenas para o rádio existente na sala de equipamentos.

Além dos cabos estão incluídos em acessórios as abraçadeiras que são necessárias para afixação dos cabos nas barras das torres e os kits de aterramentos das antenas e dos próprios cabos.

Já as estruturas necessárias são as esteiras horizontais/verticais, a escada marinheiro e as plataformas de descanso e de trabalho.

##### **a) Cabos para as Antenas**

A escolha dos cabos a ser utilizado está relacionada com o tipo de antena instalada. Normalmente são dois os tipos de cabos: coaxiais e os guias de onda.

Os cabos coaxiais são circulares, e feitos com uma camada de espuma, revestida de cobre, tendo por último um material isolante.

Já os guias de onda não contem a espuma interna, e normalmente são elípticos.

##### **b) Escada Marinheiro**

As escadas marinheiros são formadas por barras verticais em cantoneiras de 2" x 5/16" e 2.1/2" x 1/4".

Os degraus têm largura entre 40 e 80cm, sendo formados por barras redondas de  $\varnothing 5/8$  ", espaçados a cada 30cm, ligados por soldas.

O guarda corpo são formados por barras chatas de  $1.1/2"$  x  $3/16"$ , espaçadas a cada 70cm e com um diâmetro médio de 80cm.

Existe uma recomendação de que a cada módulo da torre, a escada marinheiro seja invertida, ou seja, se no módulo anterior ela estava instalada do lado direito da estrutura, no próximo módulo ela estará no lado esquerdo, para que assim o instalador utilize a plataforma de descanso, evitando acidentes.

### **c) Esteiramento Vertical e Horizontal**

Este esteiramento serve como um trilho para que se possa instalar os cabos utilizados no sistema elétrico.

Eles são formados por cantoneiras de  $2" \times 5/16"$  ou  $2.1/2" \times 1/4"$ .

Quando forem as esteiras verticais, instalar cerca de 20cm da escada de um dos lados da escada marinheiro.

As travessas das esteiras são formadas por cantoneiras de  $2" \times 5/16"$ , soldados e espaçados a cada 50cm.

A largura da esteira deve ser calculada conforme segue:

$$\text{Largura} = 1,5 \times n.^\circ \text{ de antenas} \times 100\text{mm}$$

Quando a esteira horizontal tiver que se unir a esteira vertical, este raio deve ser de 1,50m, evitando dessa forma, algum problema de sinal nos cabos elétricos.

### **d) Plataformas de Descanso e de Trabalho**

Recomenda-se que as plataformas descanso estejam espaçadas a cada 12m de altura.

Já as plataformas de trabalho são instaladas sempre a -1m do nível da antena a ser instalada, e conseqüentemente, se algum nível de descanso ficar neste nível, será desconsiderado.

O piso destas plataformas são em chapa xadrez metálica com espessuras que variam de 3/16" a 5/16", conforme as distâncias entre as barras de sustentação do piso.

Este piso deve possuir, no mínimo, um furo de 1,5cm para cada metro quadrado de piso, para facilitar a drenagem das águas pluviais.

Deve-se colocar um rodapé em toda a extensão da plataforma, formado por barras chatas, cantoneiras ou chapas dobradas, com no mínimo 5cm acima do nível da plataforma.

Toda plataforma seja de descanso ou de trabalho, deve conter guarda-corpo em seus lados desabrigados, a uma altura de 1m, sendo que as diagonais da torre não são consideradas guarda-corpos.

Estes guarda-corpos devem ser projetados para suportarem uma força horizontal de 80Kg, na posição mais desfavorável.

#### **e) Sistema de Proteção contra Raios**

Toda torre deve ser equipada no seu topo com 01 pára-raio do tipo Franklin, em forma de bouquet. Este pára-raio deve estar fixado em um mastro de aço zincado, com no mínimo 25.4mm de diâmetro, tendo uma altura suficiente para que todo o sistema irradiante fique dentro do cone de proteção do mesmo.

Em cada pé da torre, deve ser instalado 01 conector, para a ligação dos cabos de aterramento da estrutura. Quando existir no local malha de terra, os respectivos rabichos devem ser ligados aos 04 pés da torre. Na falta da malha de terra, deverá ser providenciada uma provisória.

Esta malha de terra provisória deve ser feita com cabos de cobre nú de 50 mm<sup>2</sup> enterrado a 60cm no solo, e hastes de terra de aço cobreado revestido de 254 micrômetros; 15.9mm x 3m, no mínimo.

#### **f) Sistema de Balizamento Noturno e Diurno**

As torres devem possuir equipamentos de iluminação para balizamento noturno de segurança. Os números de lâmpadas a serem instaladas e a localização das mesmas devem ser de no mínimo 02 no topo.

As luminárias devem ser à prova de intempéries, com vidro na cor vermelha pigmentado, equipadas com lâmpadas equivalentes à potência de 60W ou sinalizador de descarga capacitiva (strobolight), alimentado em corrente alternada (CA) ou corrente contínua (CC). Os cabos para alimentação das luminárias devem ser instalados, obrigatoriamente, dentro de eletrodutos com diâmetros de 19mm.

Em relação ao balizamento diurno, utiliza-se a pintura de faixas intercaladas nas cores brancas e laranjas, mas sempre iniciando e terminando com a cor laranja. Estas faixas têm normalmente 1/7 da altura total da estrutura, não devendo ser menor do que 2 metros.

## A2. CARREGAMENTOS

Os carregamentos a serem analisados em uma torre para telecomunicação são:

- Ação do Vento na Estrutura
- Ação do Vento nas Antenas
- Ação do Vento nos Cabos/Guias de Ondas
- Ações Permanentes

### 2.1 Ação do Vento na Estrutura

As ações de vento em torres são calculadas segundo a norma NBR 6123<sup>1</sup>, sendo que as ações estáticas são calculadas através do item 7.7 e as ações dinâmicas conforme o item 9.

Além dos ventos máximos, a 0° e 45° que aqui serão descritos, deve-se também analisar a estrutura para um vento operacional, onde as estruturas não poderão sofrer deflexões angulares superiores às solicitadas pelo cliente, segundo a Telebrás<sup>15</sup>.

$$V_{oper} = 0,55 \times V_k \quad (2.1)$$

#### 2.1.1 Ações Estáticas do Vento

Para iniciar o cálculo das ações estáticas do vento, o projetista já deve ter definido a silhueta da torre e dividida a mesma em módulos, pois os valores da pressão de vento, e conseqüentemente da força de arrasto, serão conforme a altura do módulo em estudo.

O cálculo das ações de vento em torres reticuladas é realizado conforme as seguintes etapas:

### 2.1.1.1 Cálculo da Pressão de Vento

Como já foi dito, a pressão do vento em torres reticuladas é determinada para cada módulo  $i$  da edificação, sendo calculada como:

$$q_i = 0,613(Vk_i)^2 \text{ [N/m}^2\text{]}, \text{ (sendo } Vk \text{ em m/s)} \quad (2.2)$$

$$\text{onde } Vk_i = V_0 S_1 S_2 S_3; \quad (2.3)$$

$V_0$  é a velocidade básica do vento; máxima velocidade média medida sobre 3 segundos, que pode ser excedida em média uma vez em 50 anos, a 10 metros sobre o nível do terreno em lugar aberto e plano, sendo determinada conforme item 5.1 da NBR 6123<sup>13</sup>;

$S_1$  é o fator topográfico que leva em consideração as variações do relevo do terreno, determinado conforme item 5.2 da NBR 6123<sup>13</sup>;

$S_2$  é o fator que considera o efeito combinado da rugosidade do terreno, da variação da velocidade do vento com a altura acima do terreno e das dimensões da edificação ou parte da edificação em consideração, determinado conforme o item 5.3 da NBR 6123<sup>13</sup>;

$S_3$  é o fator estatístico baseado em conceitos estatísticos, que considera o grau de segurança requerido e a vida útil da edificação, determinado conforme item 5.4 da NBR 6123<sup>13</sup>.

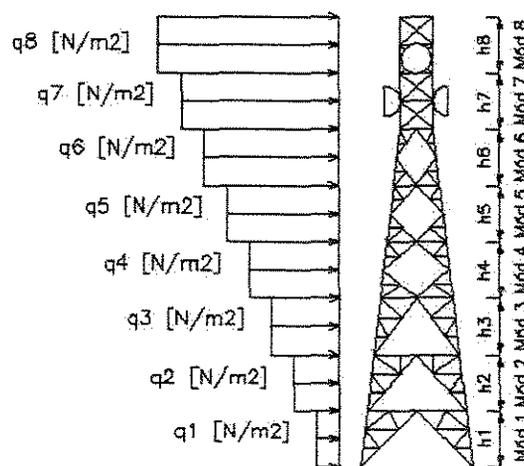


Fig. AP 2.1 – Silhueta de uma torre reticulada e seus módulos

### 2.1.1.2 Cálculo da Força de Arrasto

Após obter a pressão do vento, deve-se calcular a força de arrasto, ou seja, a componente da força devida ao vento na direção do vento em cada módulo  $i$ .

Esta força de arrasto em torres reticuladas é calculada como:

$$F_{a_i} = C_a \alpha_i q_i A_{e_i} \quad (2.4)$$

onde,  $A_{e_i}$  é a área frontal efetiva do reticulado: área de projeção ortogonal das barras do reticulado sobre um plano perpendicular à direção do vento, ou seja:

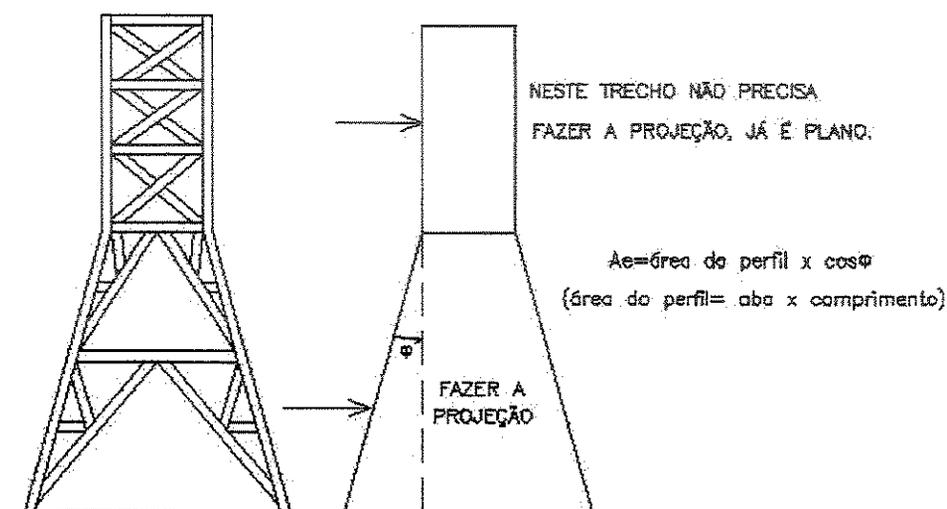


Fig. AP 2.2 – Cálculo das áreas efetivas

Nota-se que é necessário estimar os perfis iniciais da torre em cada módulo  $i$  para que assim se possa fazer o cálculo de  $A_{e_i}$ .

Como alternativa utiliza-se a seguinte relação, retirada da NBR 6123<sup>13</sup>:

$$\phi_i = \frac{A_{e_i}}{A_{silhueta_i}}, \text{ onde } \phi_i \text{ é o índice de área exposta, ou seja, área frontal}$$

efetiva das barras da face da torre dividida pela área frontal da silhueta, para cada módulo considerado, retangular ou trapezoidal.

Para uma primeira análise deve-se usar:

$$0,20 \leq \phi_i \leq 0,25, \text{ intervalo empírico recomendado por projetistas.}$$

Para se obter o coeficiente de arrasto ( $C_{a\alpha}$ ), calculados em relação a uma face, utiliza-se dois gráficos, o primeiro (fig. AP 2.3) fornece valores para uma torre formada por barras prismáticas de faces planas, e o segundo (fig. AP 2.4) fornece os valores para uma torre formada por barras de seção circular.

Quando as faces da torre forem formadas por barras prismáticas de faces planas e/ou por barras de seção circular de um ou dois diâmetros diferentes, os coeficientes respectivos são aplicados proporcionalmente às áreas frontais das respectivas barras. O índice da área exposta refere-se sempre ao conjunto de todas as barras do módulo em estudo.

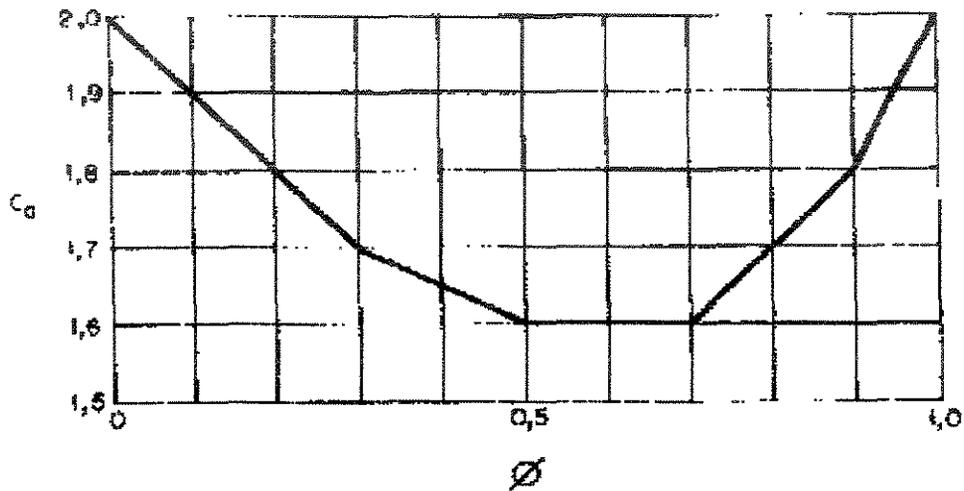


Fig. AP 2.3 – Coeficiente de arrasto,  $C_a$ , para faces de torres formadas por barras prismáticas de cantos vivos ou levemente arredondados, extraída da NBR 6123<sup>13</sup>, (fig.6, pg.29).

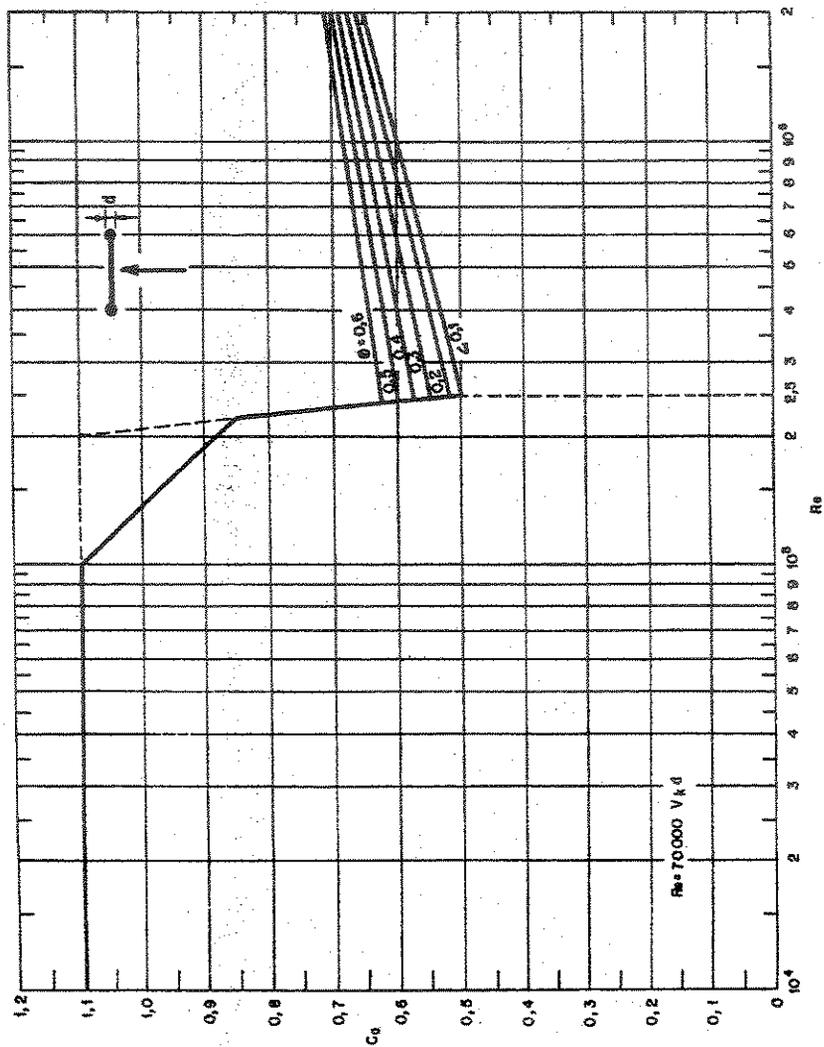


Fig. AP 2.4 – Coeficiente de arrasto,  $C_a$ , para faces de torres formadas por barras de seção circular, extraída da NBR 6123<sup>13</sup>, (fig.7, pg.30).

Para a fig. AP 2.3, deve-se ter o valor do índice de área exposta,  $\phi_i$ , e na fig. AP 2.4, o número de Reynolds, dado por:

$Re_i = 70000 \cdot V k_i \cdot d$ , sendo  $V k_i$  em  $m/s$  e  $d$  (diâmetro das barras da treliça) em metros.

Normalmente, os coeficientes de arrasto em torres reticuladas formadas por barras prismáticas de seções planas são determinados em relação a todo o conjunto tridimensional, através da figura AP 2.5, para torres de seção quadrada e triangular equilátera.

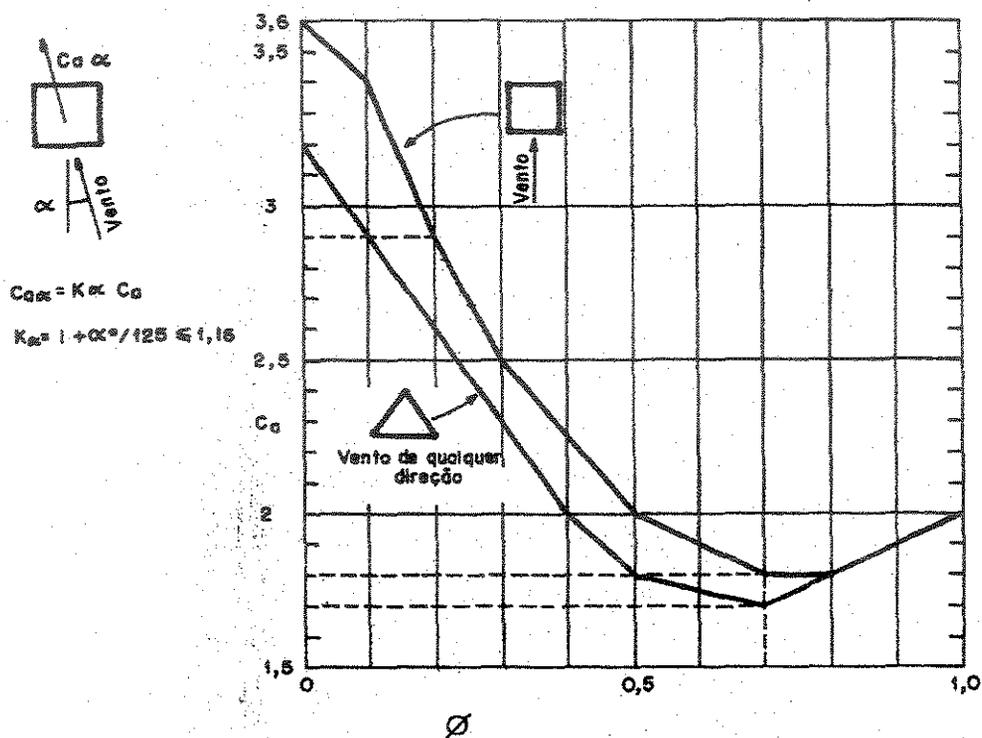


Fig. AP 2.5 – Coeficiente de arrasto,  $C_a$ , para torres reticuladas de seção quadrada e triangular equilátera, formadas por barras prismáticas de cantos vivos ou levemente arredondados, extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.9, pg.32).

Para torres reticuladas de seção quadrada formadas por barras prismáticas de seções planas, o coeficiente de arrasto para vento incidindo com um ângulo  $\alpha$  em relação à perpendicular à face de barlavento,  $C_{a\alpha_i}$ , é dado no item 7.7.2.1 da NBR 6123<sup>13</sup>, a seguinte:

$$C_{a\alpha_i} = K_{\alpha} C_a \quad (2.5)$$

onde,

$$K\alpha = 1 + \alpha/125 \dots\dots\dots 0^\circ < \alpha \leq 20^\circ$$

$$K\alpha = 1,16 \dots\dots\dots 20^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$$

Para torres reticuladas de seção triangular equilátera formada por barras prismáticas de seções planas, a força do vento pode ser admitida constante para qualquer ângulo de incidência do vento.

Quando a torre for formada por barras prismáticas de seção circular, os valores do coeficiente de arrasto são fornecidos nas figuras AP 2.6 a AP 2.8.

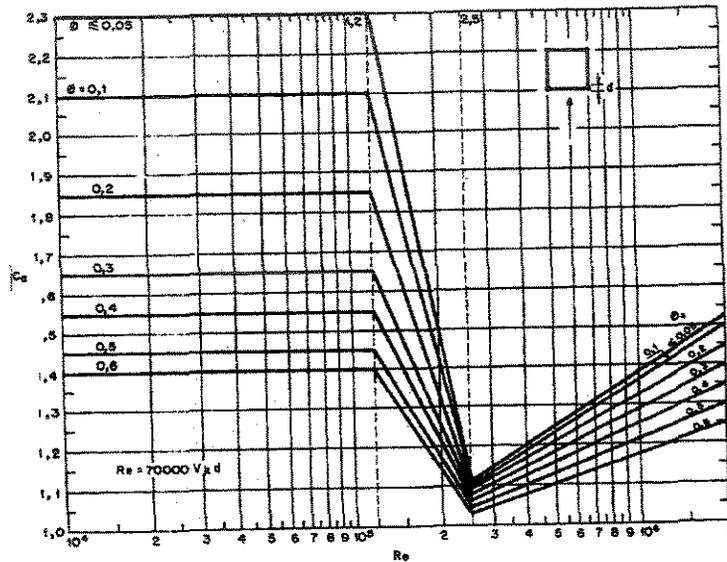


Fig. AP 2.6 – Coeficiente de arrasto,  $C_a$ , para torres reticuladas de seção quadrada, formadas por barras de seção circular. Vento incidindo perpendicularmente a duas faces paralelas, extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.10, pg.33).

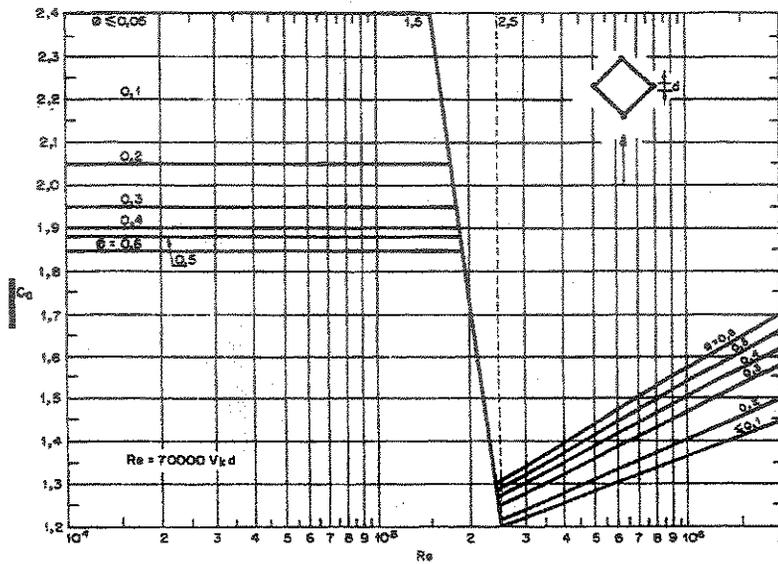


Fig. AP 2.7 – Coeficiente de arrasto,  $C_a$ , para torres reticuladas de seção quadrada, formadas por barras de seção circular. Vento incidindo segundo uma diagonal, extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.11, pg. 34).

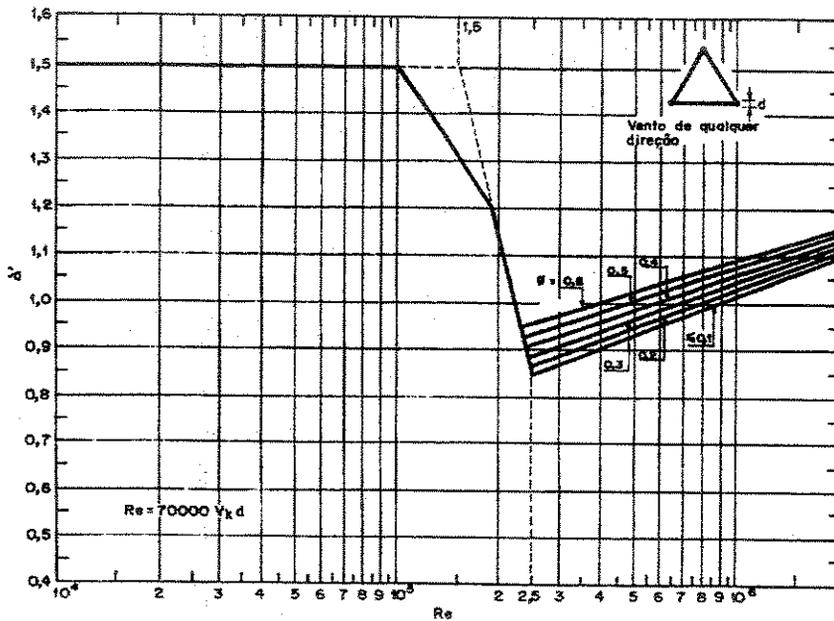


Fig. AP 2.8 – Coeficiente de arrasto,  $C_a$ , para torres reticuladas de seção triangular eqüilátera, formadas por barras de seção circular. Vento de qualquer direção, extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.12, pg.35).

### a) Componentes da força de arrasto

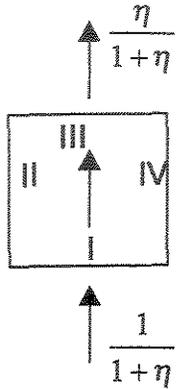
Para se obter as componentes das forças de arrasto,  $F_{a_i}$ , nas faces da torre, deve-se multiplicar  $F_{a_i}$  pelos valores fornecidos na Tabela AP1.

Tabela AP1 – Componentes de força de arrasto nas faces de torres reticuladas de seção quadrada ou triangular eqüilátera, extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (tab. 15, pg. 36)

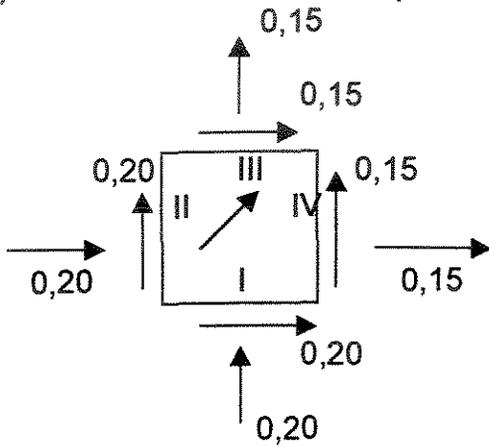
DIREÇÃO DO VENTO		FACE I	FACE II	FACE III	FACE IV
	n	$\frac{1}{1+\eta}$	0	$\frac{\eta}{1+\eta}$	0
	t	0	0	0	0
	n	0,20	0,20	0,15	0,15
	t	0,20	0,20	0,15	0,15
	n	0,57	0,11	0,11	–
	t	0	0,19	0,19	–
	n	0,50	0	0,37	–
	t	0,29	0	0,21	–
	n	0,14	0,14	0,43	–
	t	0,25	0,25	0	–
n : componente perpendicular à face t : componente paralela à face					

Ou seja:

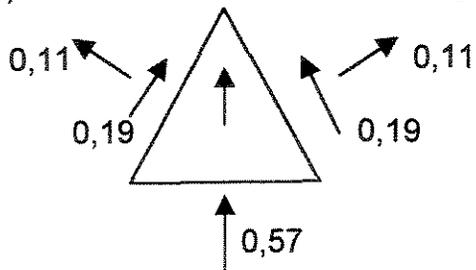
1) Torre reticulada de base quadrada, com vento incidindo a 0°:



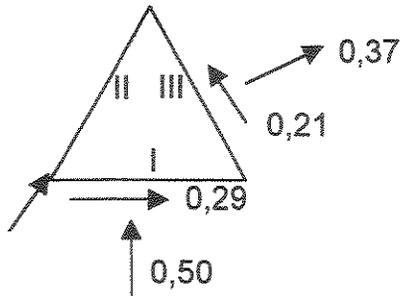
2) Torre reticulada de base quadrada, com vento incidindo a 45°:



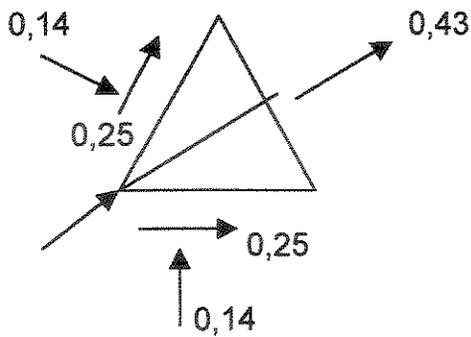
3) Torre reticulada de base triangular, com vento incidindo a 0°:



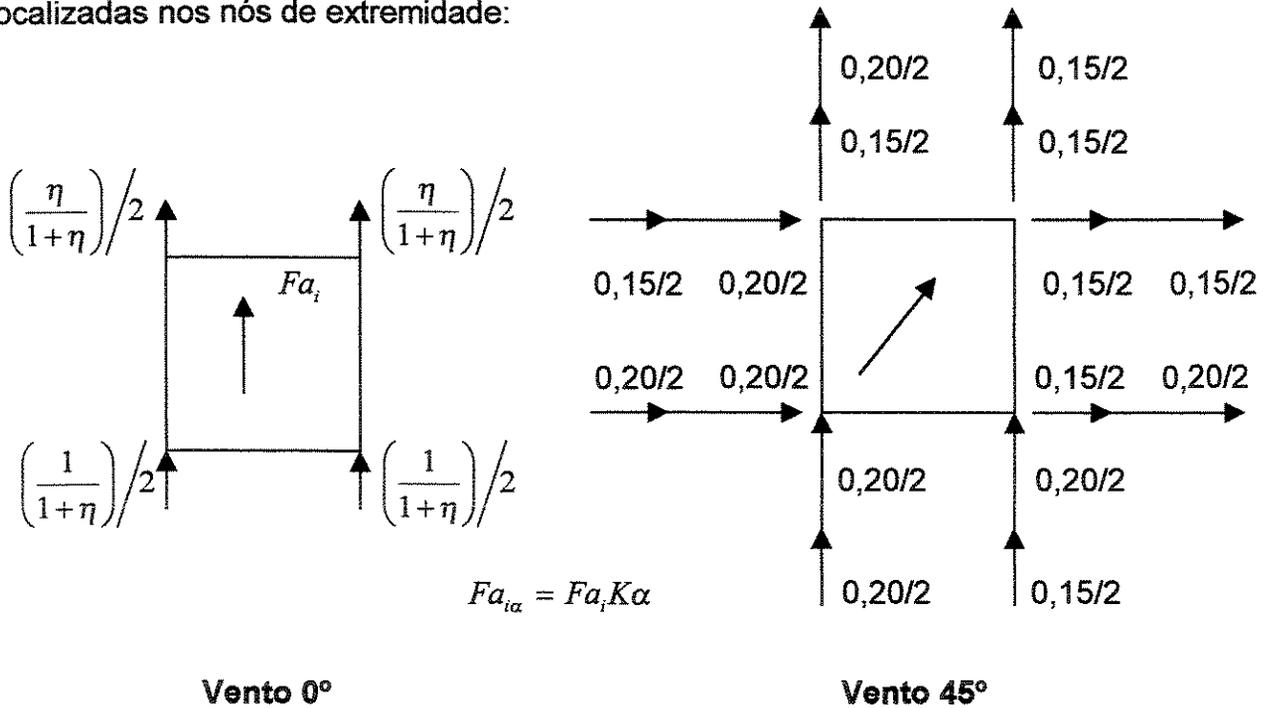
4) Torre reticulada de base triangular, com vento incidindo a 60°:



5) Torre reticulada de base triangular, com vento incidindo a 30°:



Por exemplo, para uma torre com perfis nos cantos, as ações são localizadas nos nós de extremidade:



O valor  $\eta$  se refere a um fator de proteção, que depende do índice de área exposta da face da torre situada imediatamente a barlavento da face em estudo, e do respectivo afastamento relativo  $e/h$ . (figura AP 2.9).

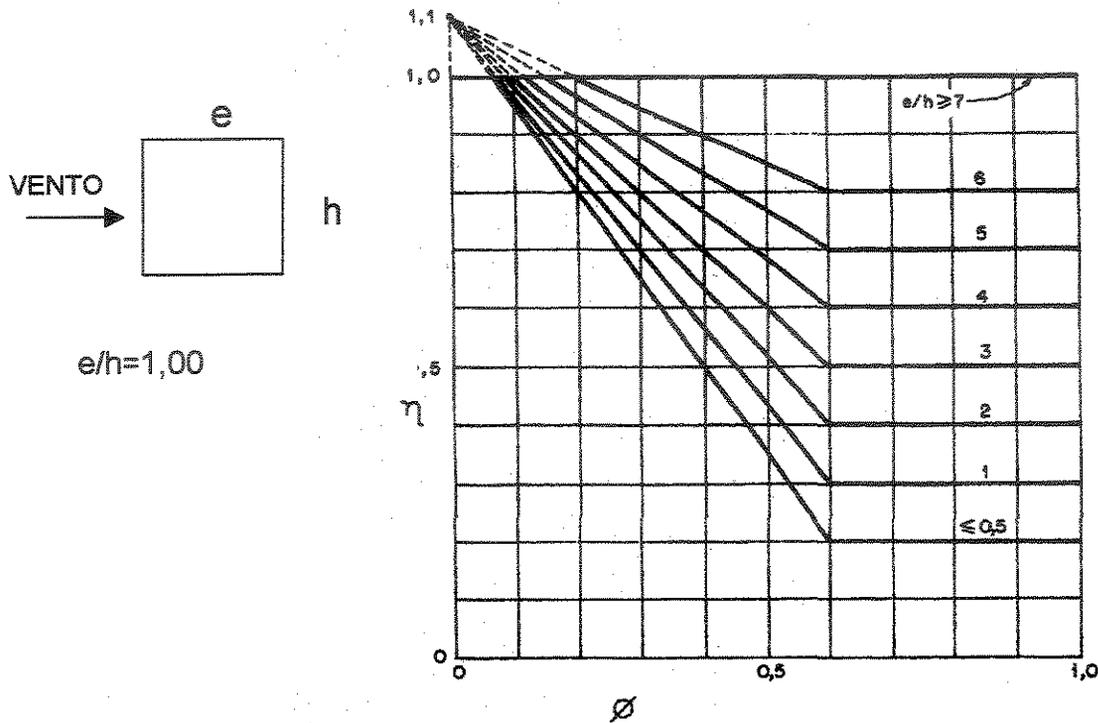


Fig. AP 2.9 – Fator de proteção,  $\eta$ , para dois ou mais reticulados planos paralelos igualmente afastados (em torres  $n=2$ ), extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.8, pg.31).

Portanto, de uma forma resumida, para se calcular as ações estáticas do vento em torres reticuladas, deve-se realizar as seguintes etapas:

- ✓ Desenhar a silhueta da torre;
- ✓ Calcular a pressão do vento, para cada módulo ( $q_i$ );
- ✓ Calcular as áreas efetivas, para cada módulo ( $Ae_i$ );

- ✓ Determinar os coeficientes de arrasto do conjunto ( $C_{a\alpha_i}$ ), conforme os tipos de barras utilizada na torre (barras prismáticas de seções planas e/ou circulares) e o ângulo de incidência do vento na torre ( $0^\circ$  e  $45^\circ$ );
- ✓ Calcular as forças de arrasto, para cada módulo ( $F_{a_i}$ );
- ✓ Decompor as forças de arrasto por níveis, conforme as alturas de cada módulo.
- ✓ Concentrar as forças nos nós considerados.

### **2.1.2 Ações Dinâmicas do Vento**

Segundo a NBR 6123<sup>13</sup>, edificações que tenham período fundamental,  $T$ , igual ou inferior a 1 segundo, a influência da resposta flutuante (flutuações da velocidade que podem induzir em estruturas muito flexíveis, oscilações importantes na direção da velocidade média) é pequena, sendo que seus efeitos já estão considerados na determinação do intervalo de tempo adotado para o fator  $S_2$ .

Mas, estruturas que apresentem período fundamental superior a 1 segundo, principalmente aquelas que sejam fracamente amortecidas, podem apresentar uma importante resposta flutuante na direção do vento médio.

A resposta dinâmica total, igual à superposição das respostas média e flutuante, pode ser calculada de acordo com o que será apresentado com base no item 9 da NBR 6123<sup>13</sup>.

#### **2.1.2.1 Dados de Entrada**

Para iniciar o cálculo das ações dinâmicas, deve-se determinar os seguintes itens:

### i. Velocidade de projeto, $\bar{V}_p$

Corresponde à velocidade média sobre 10min a 10m de altura sobre o solo, em terreno de Categoria II, obtida por:

$$\bar{V}_p = 0,69.V_o.S_1.S_3 \quad (2.6)$$

onde,  $V_o$ ,  $S_1$  e  $S_3$  são os mesmos utilizados no cálculo da ação estática.

### ii. Escolha do Modelo Dinâmico

#### • Modelo Contínuo Simplificado

##### a) Características Dinâmicas da Estrutura

Este modelo pode ser adotado quando a estrutura tiver seção constante e distribuição uniforme de massa.

A estrutura deve estar apoiada exclusivamente na base e ter altura inferior à 150m, devendo considerar na resposta dinâmica apenas a contribuição do modo fundamental, ou seja, o primeiro modo de vibração.

Admite-se que o modo fundamental pode ser representado por:

$$x = (z/h)^\gamma \quad (2.7)$$

Na Tabela AP2 são apresentados valores aproximados de  $\gamma$ , e equações aproximadas, que permitem o cálculo direto da frequência fundamental  $f_1(Hz)$  para vários tipos de edificações. Também está indicado a razão de amortecimento crítico,  $\zeta$ , em função do tipo de estrutura.

Tabela AP2 – Parâmetros para a determinação de efeitos dinâmicos, extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (tab.19, pg.40)

Tipo de Edificação	$\gamma$	$\zeta$	$T_1 = 1/f_1$
Edifício com estrutura apertada de concreto, sem cortinas	1,2	0,020	$0,05h + 0,015h$ (h em metros)
Edifício com estrutura de concreto, com cortinas para a absorção de forças horizontais	1,6	0,015	$0,05h + 0,012h$
Torres e chaminés de concreto, seção variável	2,7	0,015	$0,02h$
Torres, mastros e chaminés de concreto, seção uniforme	1,7	0,010	$0,015h$
Edifício com estrutura de aço soldada	1,2	0,010	$0,29\sqrt{h} - 0,4$
Torres e chaminés de aço, seção uniforme	1,7	0,008	
Estruturas de madeira	-	0,030	

### b) Cálculo da Resposta Dinâmica

A variação da pressão dinâmica do vento com a altura é expressa por:

$$q(z) = \bar{q}_0 b^2 \left[ \left( \frac{z}{z_r} \right)^{2p} + \left( \frac{h}{z_r} \right)^p \left( \frac{z}{h} \right)^\gamma \frac{1+2\gamma}{1+\gamma+p} \xi \right] \quad (2.8)$$

onde  $\bar{q}_0 = 0,613 \bar{V} p^2$  ( $\bar{q}_0 - N/m^2, \bar{V} p - m/s$ )

O expoente  $p$  e  $b$  dependem da categoria de rugosidade do terreno, de acordo com o indicado na Tabela AP3.

Tabela AP3 – Expoente  $p$  e parâmetro  $b$ , extraída da NBR 6123<sup>13</sup> (tab.20, pg.41)

Categoria de Rugosidade	I	II	III	IV	V
$p$	0,095	0,15	0,185	0,23	0,31
$b$	1,23	1,00	0,86	0,71	0,50

O coeficiente de amplificação dinâmica  $\xi$ , está relacionado com as dimensões da estrutura, da razão de amortecimento crítico,  $\zeta$ , e da frequência  $f$ , através da relação adimensional  $\bar{V}_p/fL$  sendo apresentado nos gráficos das figuras 14 a 18 da NBR 6123<sup>13</sup> (Anexo A), conforme as categorias de rugosidade de terreno.

Após o cálculo da pressão dinâmica do vento,  $q(z)$ , utiliza-se para a determinação da Força Dinâmica do Vento ( $Fad_i$ ) a seguinte expressão:

$$X_{d_i} \cong Fad_i = q(z)Ca\alpha_i Ae_i \quad (2.9)$$

Esta força dinâmica é determinada para os mesmos módulos utilizados no cálculo estático, segundo o mesmo procedimento para  $Ca\alpha_i$  e  $Ae_i$ .

A decomposição de  $Fad_i$  segue o mesmo procedimento da ação estática.

- **Modelo Discreto**

- a) Características Dinâmicas da Estrutura**

Para se utilizar este modelo, a edificação deve ter propriedades variáveis com a altura, sendo representada por um modelo discreto, de acordo com a figura AP 2.10, onde:

- $x_i$  : deslocamento correspondente à coordenada  $i$ ;
- $A_i$  : área de influência correspondente à coordenada  $i$ ;
- $m_i$  : massa discreta correspondente à coordenada  $i$ ;
- $Ca_i$ : coeficiente de arrasto correspondente à coordenada  $i$ ;
- $z_i$ : altura do elemento  $i$  sobre o nível do terreno;
- $z_r$ : altura de referência :  $z_r = 10m$ ;
- $n$  : número de graus de liberdade ( $i=1, 2, \dots, n$ )

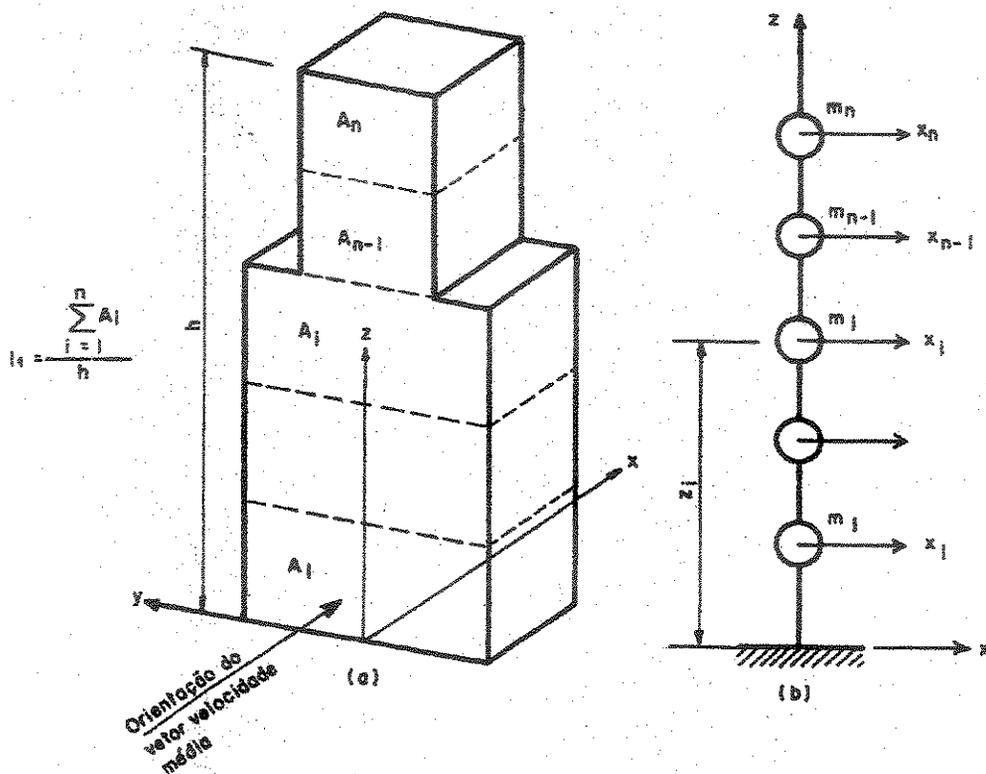


Fig. AP 2.10 – Esquema para modelo dinâmico discreto, extraído da NBR 6123<sup>13</sup> (fig.3, pg.41).

Uma vez estabelecido o modelo da estrutura, devem ser determinadas, empregando métodos da teoria de vibrações de estruturas, as frequências naturais  $f_j(\text{Hz})$  e as formas modais  $\bar{X}_j$  correspondentes ao modo  $j$ , para  $j=1, 2, \dots, r$ , sendo  $r < n$  o número de modos que serão retidos na solução.

A razão de amortecimento crítico,  $\zeta$ , está indicada na Tabela AP2, em função do tipo de edificação.

Após determinar os dados de entrada, tem-se o cálculo da resposta:

## b) Determinação das Contribuições Modais

Para cada modo de vibração  $j$ , com componentes  $(x_i)_j = x_{ij}$ , e para todos os níveis, a força total  $X_{ij}$  devida ao vento  $i$  é dada por:

$$X_{ij} = \bar{X}_i + \sqrt{\sum_{j=1}^r (\hat{X}_{ij})^2} \quad (2.10)$$

onde,  $i=1$  a  $n$  e  $n$  = número de níveis de aplicações das forças (concentrações de massas) na estrutura.

A força média para todos os níveis, independente dos modos de vibração, é expressa como:

$$\bar{X}_i = \bar{q}_0 b^2 C a \alpha_i A e_i \left( \frac{z_i}{z_r} \right)^{2p} \quad (2.11)$$

A força flutuante pode ser expressa como:

a. Para todos os níveis e primeiro modo de vibração:

$$\hat{X}_{i1} = F_{Hj} \psi_i x_{i1} \quad (2.12)$$

b. Para cada nível e com vários modos de vibração:

$$\hat{X}_{1j} = \sum_{j=1}^r (F_{Hj} \psi_i x_{1j}) \quad (2.13)$$

onde,

$$\psi_i = m_i / m_0 \quad (2.14)$$

$$F_{Hj} = \bar{q}_0 b^2 A_0 \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i x_{ij}}{\sum_{i=1}^n \psi_i x_{ij}^2} \xi_j \quad (2.15)$$

$$\beta_i = C a \alpha_i \frac{A e_i}{A_0} \left( \frac{z_i}{z_r} \right)^p \quad (2.16)$$

$A_0$ : área arbitrária de referência (área efetiva total da estrutura);

$m_0$ : massa arbitrária de referência (o maior valor de massa dentre os níveis);

$C_{a\alpha_i}$ : coeficiente de arrasto da estrutura (determinar conforme item 2.1.1.2).

### c) Combinação das Contribuições Modais

Pode-se combinar as soluções obtidas através do critério da raiz quadrada da soma dos quadrados.

Ou seja, após a obtenção da resposta para cada modo  $j$  ( $j=1, 2, \dots, r$ ), devem ser determinadas todas as variáveis de interesse associadas a cada modo. Indicando com  $\hat{Q}$  uma variável estática qualquer (força, momento fletor, tensão, etc.) ou geométrica (deformação, deslocamento, giro) correspondente ao modo  $j$ , a superposição de efeitos é calculada por:

$$\hat{Q} = \left[ \sum_{j=1}^r \hat{Q}_j^2 \right]^{1/2}, \text{ ou seja, } Q_i = \bar{Q}_i + \sqrt{\hat{Q}_{i1}^2 + \hat{Q}_{i2}^2 + \dots} \quad (2.17)$$

Mas esta equação só é aplicável quando as freqüências naturais  $f_j$  ( $j=1, 2, \dots, r$ ) estão razoavelmente espaçadas, ou seja, quando não há freqüências muito próximas.

De uma forma resumida, as ações dinâmicas do vento podem ser encontradas conforme descrito:

- Sendo a estrutura considerada flexível, ou seja, período fundamental maior do que 1 segundo, deve-se:
  - ✓ Calcular  $\bar{V}_p$ ;
  - ✓ Definir as características dinâmicas, conforme o modelo escolhido:

→ Modelo Contínuo Simplificado:  $\gamma, \zeta, \xi, T_1$

→ Modelo Discreto:  $x_i, A_i, m_i, C_a \alpha_i, z_i, z_r, f_j, \bar{X}_i$ , sendo  $i$  o número de níveis de aplicações de forças na estrutura, e  $j$  corresponde ao número de modos de vibração que serão retidos na solução.

- ✓ Calcular a resposta dinâmica, conforme o modelo escolhido para a edificação, ( $q(z)$  e conseqüentemente  $Fad_i$ ).

## 2.2 Ação do Vento nas Antenas

As forças de vento apresentadas neste manual referem-se a antenas parabólicas (incluindo antenas do tipo grade) e antenas painéis.

Estas forças são descritas num sistema de eixo da antena com a origem no vértice do refletor.

Existirá uma Força Axial ( $FA$ ) e uma Força Lateral ( $FS$ ), além do Momento Torsor ( $M$ ).

A força axial ( $FA$ ) atua ao longo do eixo da antena, e a força lateral ( $FS$ ) atua perpendicularmente ao eixo da antena no plano formado entre o eixo da antena e o vetor vento. O momento torsor ( $M$ ) atua no plano contido por  $FA$  e  $FS$ . (figuras AP 2.11, AP 2.12 e AP 2.13).

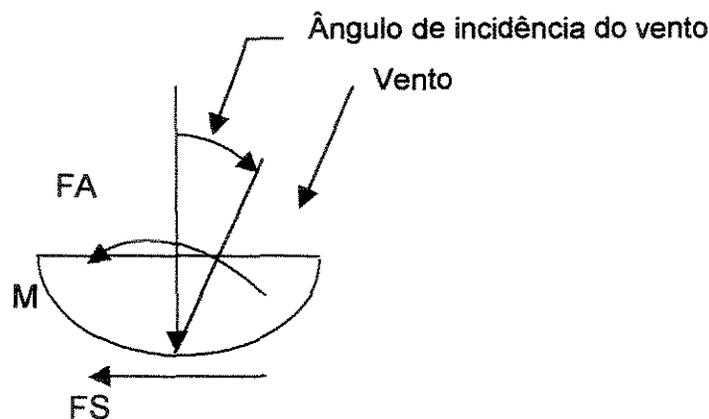


Fig. AP 2.11 – Forças do vento em antenas parabólicas

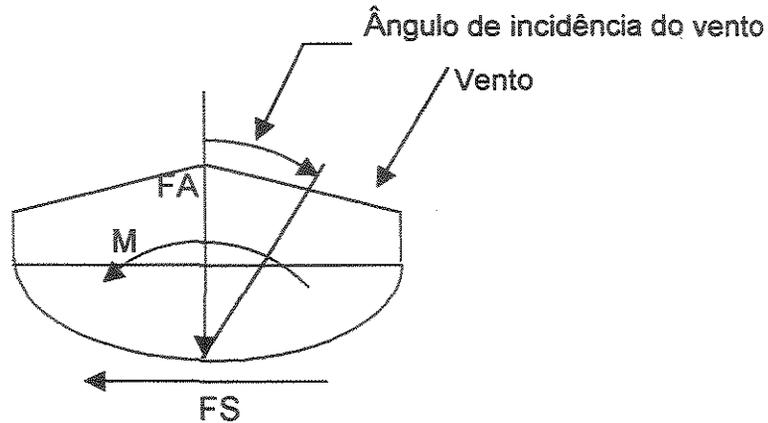


Fig. AP 2.12 – Forças do vento em antenas parabólicas com radomes

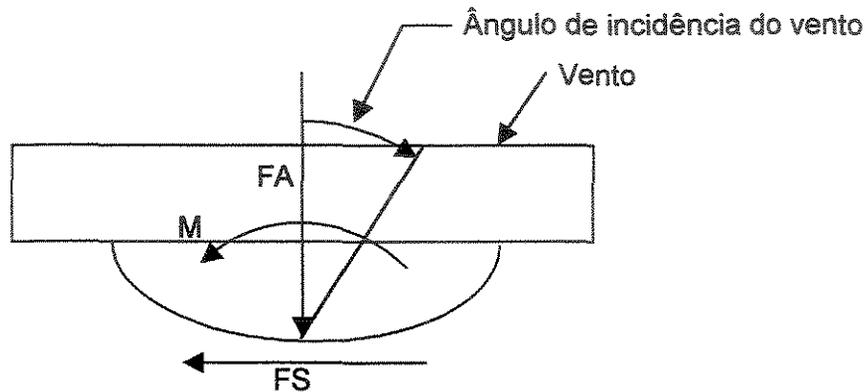
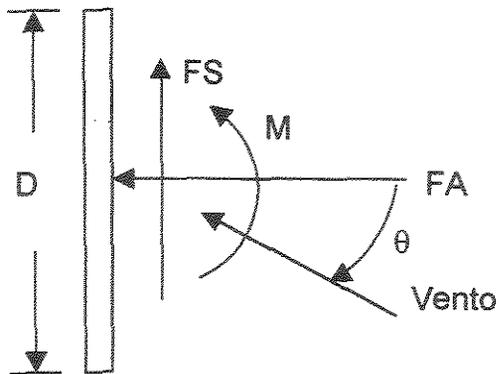


Fig. AP 2.13 – Forças do vento em antenas parabólicas com coberturas cilíndricas

Para refletores planos (antenas painéis), a origem é o centróide da área do painel (figura AP 2.14).

A força axial ( $FA$ ) atua na direção normal do painel, e a força lateral ( $FS$ ) atua perpendicularmente à  $FA$  no plano formado pela força axial e o vetor vento.

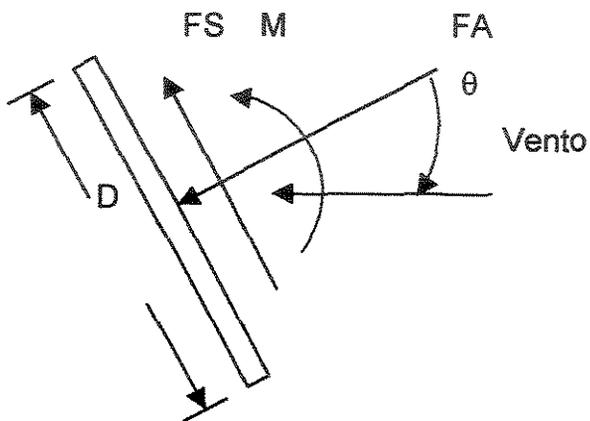
O momento torsor atua no plano contido por  $FA$  e  $FS$ .



$\theta$  = Inclinação horizontal do vento

$D$  = Largura do painel

(a) Antena Painel na Vertical



$\theta$  = Inclinação vertical do vento

$D$  = Comprimento do painel

(b) Painel Inclinado

Fig. AP 2.14 – Forças do vento em antenas painéis

Em todos os casos, as magnitudes de  $FA$ ,  $FS$  e  $M$  dependem da pressão dinâmica do vento, da área frontal projetada da antena, e das características aerodinâmicas do corpo da antena.

Estas características dinâmicas variam conforme o ângulo de incidência do vento.

Pode-se calcular  $FA$ ,  $FS$  e  $M$  através das seguintes expressões:

$$FA = CA \times A \times Kz \times G_H \times V^2 \times 0,613 \quad (\text{N}) \quad (2.18)$$

$$FS = CS \times A \times Kz \times G_H \times V^2 \times 0,613 \quad (\text{N}) \quad (2.19)$$

$$M = CM \times A \times D \times Kz \times G_H \times V^2 \times 0,613 \quad (\text{N x m}) \quad (2.20)$$

onde,

$G_H$  = Fator de resposta de rajada. Para estruturas treliçadas deve ser calculado através da equação:

$$G_H = 0,65 + 0,60 / (h/10)^{1/7} \quad (\text{sendo } h \text{ a altura total da estrutura, em metros}).$$

$$\text{Sendo } 1,00 \leq G_H \leq 1,25$$

$A$  = área projetada da antena parabólica ou antena painel, em  $\text{m}^2$

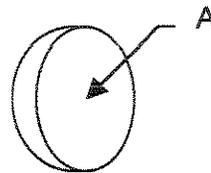


Fig. AP 2.15 – área projetada da antena parabólica

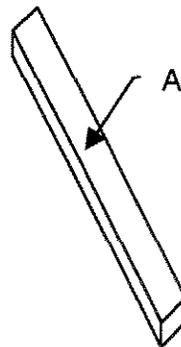


Fig. AP 2.16 – área projetada da antena painel

$D$  = diâmetro externo (em metros) da antena parabólica; e largura ou comprimento (em metros) da antena painel.

$V$  = velocidade básica do vento ( $V_0$ )

$K_z$  = coeficiente de exposição, com  $z$  igual à altura da origem do sistema de eixos, onde:

$K_z = [z/10]^{2/7}$ , para  $z$  em metros.

$$1,00 \leq K_z \leq 2,58$$

$\theta$  = ângulo de incidência do vento.

Os valores  $CA$ ,  $CS$  e  $CM$  são obtidos através das tabelas A.1 a A.6 (Anexo A), da norma ANSI/TIA/EIA-222<sup>18</sup>, conforme o ângulo de incidência do vento ( $\theta$ ).

### 2.3 Ação do Vento nos Cabos

Ao se efetuar o cálculo da ação de vento nos cabos/guias de ondas existentes no sistema, considerar:

Guia de Onda Elíptico: considerar guias de onda cujo maior diâmetro tenha 10cm e pesa 6 kg/m, sendo 2 guias para cada antena parabólica.

Cabos Coaxiais: considerar um diâmetro máximo de 3,0cm e peso de 1 kg/m, sendo 2 cabos para cada antena parabólica e 1 cabo para antenas helicoidais.

### 2.4 Ações Permanentes

Ações Permanentes consideradas no dimensionamento de torres metálicas para telecomunicações envolvem tanto o peso próprio da estrutura, o peso dos equipamentos que serão instalados (antenas, cabos, pára-raios etc), e o peso da escada marinho e das plataformas de descanso e de trabalho que irão ser instaladas.

## **A3. ANÁLISE DE TORRES TRELIÇADAS METÁLICAS**

### **3.1 Introdução**

A grande definição conceitual é sobre a análise da torre ser realizada como treliça ideal ou como pórtico tridimensional.

Normalmente existem momentos nas barras das torres (por causa das excentricidades existentes, cargas excêntricas, carga de vento lateral, etc.); mas nem sempre eles tem valores significativos.

Alguns momentos são de pequena magnitude, tornando impraticável a modelagem de todo detalhe de excentricidade existente nas torres. Portanto, este tipo de estrutura é analisado como treliça ideal.

Este tipo de análise produz apenas deslocamentos nodais, e esforços de tração ou de compressão nas barras.

Enquanto não considerados na análise, os momentos das excentricidades normais das ligações são computados nesta análise, pela diminuição da capacidade de carga das barras da torre.

Para outras formas de excentricidades, estes valores devem ser considerados no dimensionamento das barras.

A rigor, os montantes (pernas) devem ser considerados trabalhando a flexão-composta e as demais barras analisadas como barras apenas axialmente solicitadas.

### **3.2 Modelagem da Torre**

A torre é apresentada através de um desenho do projeto, onde contém todas as dimensões, detalhe das conexões, e locação das barras.

Sendo a torre uma estrutura simétrica, apenas uma vista transversal, longitudinal e alguns cortes dos quadros rígidos são suficientes para descrever a estrutura total.

Como proposta de análise, a torre pode ser representada por um modelo composto de barras interconectadas por nós. As barras são normalmente classificadas como barras primárias e barras secundárias (também chamadas de redundantes).

As barras primárias formam o sistema triangular que suporta toda a ação dos pontos de aplicações até os pontos de apoio da torre.

As barras secundárias ou redundantes são usadas para fornecerem pontos de travamentos intermediários das barras primárias e, portanto reduzem os comprimentos de flambagem das barras primárias. Elas podem ser facilmente identificadas no desenho como as barras internas ao triângulo formado pelas barras primárias.

### **3.2.1 Análise Elástica Linear**

Este tipo de análise se refere a qualquer método computadorizado de elementos finitos que trata todas as barras como elástico linear e assume que a configuração da estrutura carregada seja a mesma dela descarregada, isto é, efeitos secundários da estrutura deformada são ignorados.

As barras redundantes não precisam ser incluídas neste tipo de análise. Este tipo de análise é o mais utilizado para torres treliçadas autoportantes.

## **A4. DIMENSIONAMENTO DE TORRES TRELIÇADAS METÁLICAS PARA TELECOMUNICAÇÕES**

Serão mostradas aqui as recomendações da Norma Brasileira NBR 8800<sup>14</sup> - Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios - para o dimensionamento de torres treliçadas metálicas autoportantes para telecomunicações.

### **4.1 Materiais**

Os aços estruturais aprovados pela Norma Brasileira NBR 8800<sup>14</sup> para o uso em estruturas metálicas são listadas a seguir:

NBR 7700 – Aços para perfis laminados para uso estrutural;

NBR 6648 – Chapas grossas de aço-carbono para uso estrutural, CG24 e CG26;

NBR 6649 – Chapas finas a frio de aço-carbono para uso estrutural, CF24 e CF26;

NBR 6650 – Chapas finas a quente de aço-carbono para uso estrutural, CF24 e CF26;

NBR 5000 – Chapas grossas de aço de baixa liga e alta resistência mecânica, G30 e G35;

NBR 5004 – Chapas finas de aço de baixa liga e alta resistência mecânica, F32, Q32, F35 e Q35;

NBR 5008 – Chapas grossas de aço de baixa liga e alta resistência mecânica, resistentes à corrosão atmosférica, para usos estruturais;

NBR 5920 – Chapas finas a frio de aço de baixa liga e alta resistência mecânica, resistentes à corrosão atmosférica, para usos estruturais;

NBR 5921 – Chapas finas a quente de aço de baixa liga e alta resistência mecânica, resistentes à corrosão atmosférica, para usos estruturais;

NBR 8261 – Perfil tubular, de aço-carbono, formado a frio, com e sem costura, de seção circular, quadrada ou retangular para usos estruturais.

ASTM A307 – Conectores de aço de baixo teor de carbono rosqueados externa e internamente;

ASTM A325 – Parafusos de alta resistência para ligações em estruturas de aço, incluindo porcas adequadas e arruelas planas endurecidas;

ASTM A490 – Parafusos de aço-liga temperado e revenido, para ligações em estruturas de aço;

ASTM A449 – Parafusos e pinos com cabeça, de aço temperado e revenido.

## **4.2 Espessuras Mínimas**

A norma brasileira recomenda uma espessura mínima de 3 mm, exceto para calços e chapas de enchimento.

## **4.3 Índice de Esbeltez para Torres**

Como a NBR 8800<sup>14</sup> não tem um critério para o comprimento de flambagem para barras de torres, será mostrado aqui o critério recomendado pela norma canadense S37-94<sup>20</sup> e pela norma americana ANSI/TIA/EIA - 222<sup>18</sup>.

### **4.3.1 Norma Canadense S37-94<sup>20</sup>**

O índice de esbeltez de uma barra em compressão deve ser tomado como uma proporção do comprimento efetivo de flambagem da barra,  $KL$ , e pelo raio de giração correspondente.

Para barras tracionadas deve ser tomado como uma proporção entre o comprimento livre da barra,  $L$ , e pelo raio de giração correspondente.

O valor máximo do índice de esbeltez deve ser:

- a) Para barras comprimidas
  - a1) montantes (pernas da torre): 120
  - a2) diagonais principais e barras horizontais: 200
- b) Para barras redundantes: 240
- c) Para barras tracionadas: 300

Na determinação dos comprimentos efetivos, as barras secundárias que são consideradas como apoios para barras comprimidas, devem ser capazes de suportar o equivalente a 2% da máxima força atuante na barra comprimida.

A seguir são apresentados alguns sistemas de treliçamentos, com seus comprimentos efetivos, conforme a norma canadense S37-94<sup>20</sup>.

i) Quando barras em faces adjacentes da torre estão fixadas ao montante na mesma elevação:

$$K = 1.0$$

$L$  = distancia entre a linha de centro dos nós ( $L_1$  na figura)

$r$  = raio de giração mínimo da seção

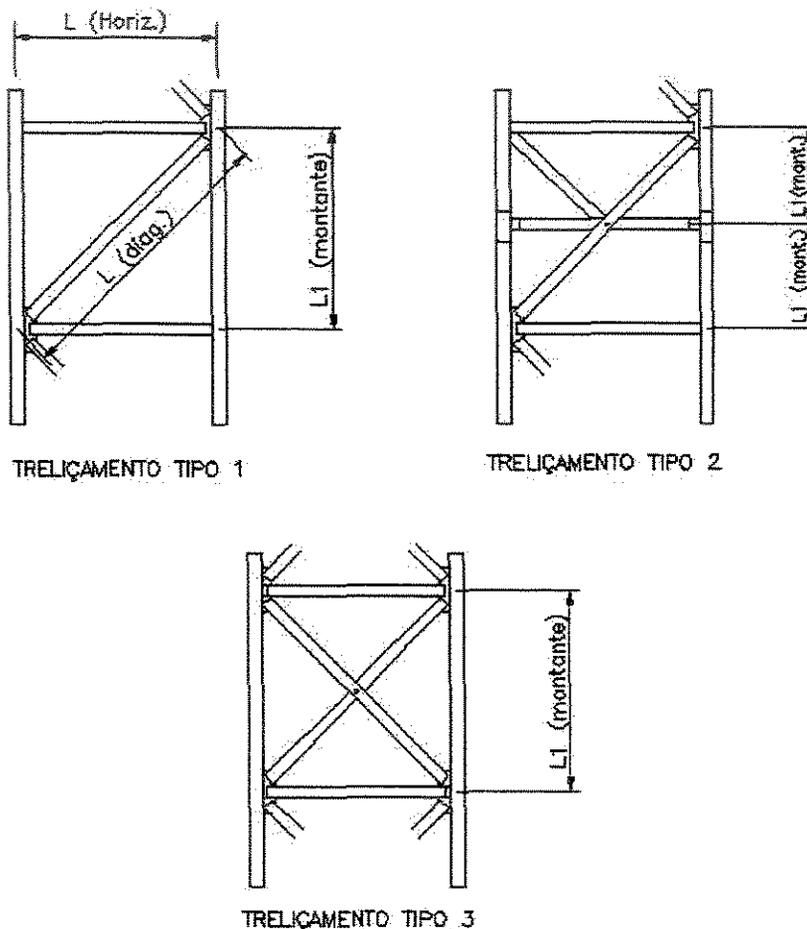


Figura AP4.1 – Sistemas de Treliçamentos, com Barras Horizontais, extraída da fig. 6.1, pg. 25 da Norma Canadense S37-94<sup>20</sup>

ii) Quando as barras em faces adjacentes da torre não estão fixadas no montante na mesma elevação, o índice de esbeltez deve ser o maior valor de  $KL/r$ , onde: ...

$$K = 1,0$$

e ainda

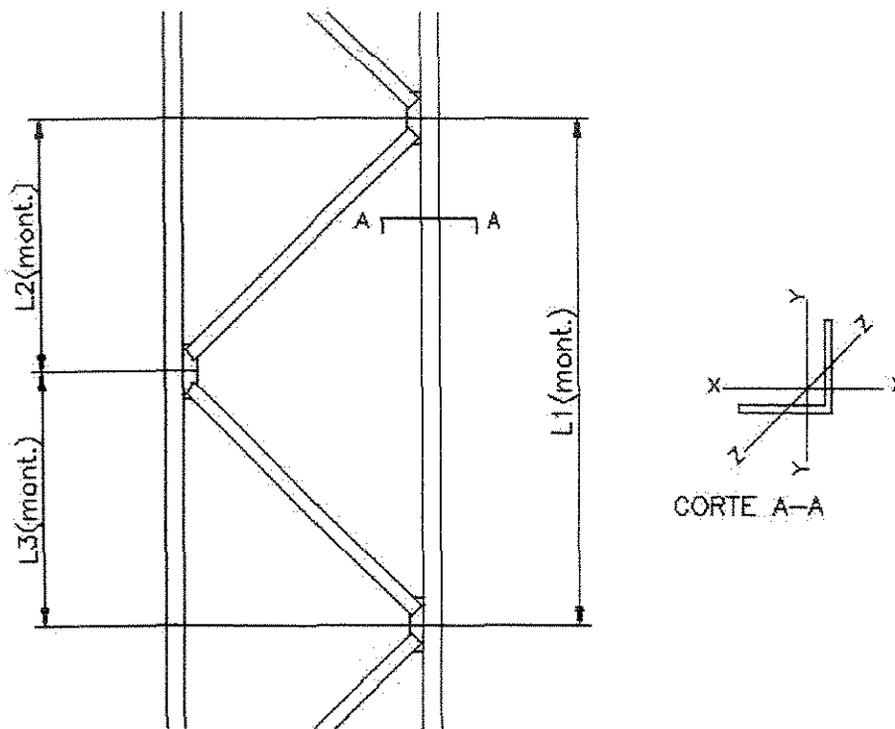
a)  $L$  = distância entre os centros das barras que estão conectadas na face (L1)

$r$  = raio de giração sobre o eixo paralelo ao plano da face adjacente da torre

ou

b)  $L$  = distância entre os centros das barras conectadas nas faces adjacentes (L2 e L3)

$r$  = raio de giração mínimo



TRELIÇAMENTO TIPO 4

Figura AP4.2 – Sistemas de Treliçamento, sem Barras Horizontais, extraída da fig. 6.2, pg. 26 da norma canadense S37-94<sup>20</sup>

iii) O comprimento livre,  $L$ , de barras principais comprimidas, deve ser a distância entre o eixo da barra do centro das barras de apoio até o ponto de fixação.

Para sistemas simples de treliçamento, onde as barras são fixadas diretamente no montante, como mostrado na figura AP4.1, o índice de esbeltez é  $L/r$ , onde:

$$L = L_{\text{diagonal}}$$

$$r = r_{\text{min}}$$

iv) Para um sistema de treliçamento de tração/compressão as diagonais devem ser conectadas onde elas se interceptam e os comprimentos da barra comprimida ( $L_1$  ou  $L_2$ ) devem ser a distância da interseção das duas diagonais até o centro do montante ao fim da barra comprimida.

O índice de esbeltez das barras comprimidas deve ser o maior valor de  $L/r$  onde:

$$L_1 \geq L_2 \text{ e}$$

a)  $L = L_1$

$r$  = raio de giração mínimo

ou

b)  $L = L_1 + 0.5 L_2$

$r$  = raio de giração sobre o eixo paralelo a face.

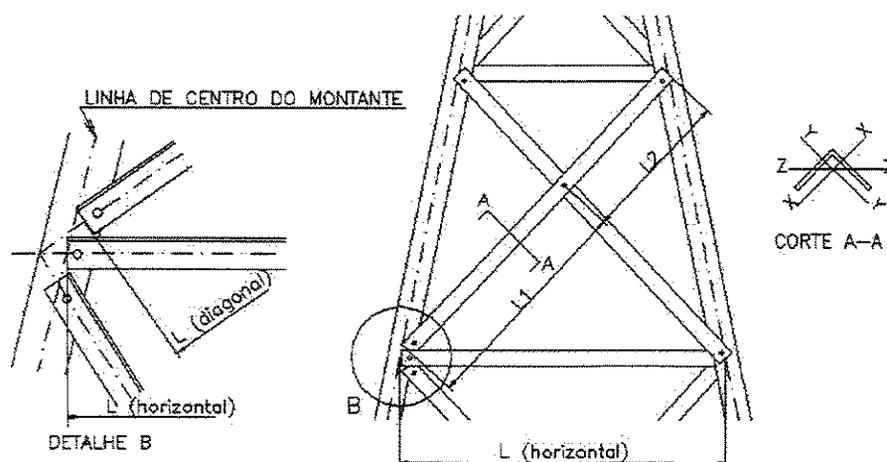


Figura AP4.3 – Sistema Tração-Compressão, extraída da fig. 6.3, pg. 27 da norma canadense S37-94<sup>20</sup>

### 4.3.2 Norma Americana ANSI/TIA/EIA – 222 – F – 1996<sup>18</sup>

As limitações para o índice de esbeltez recomendado pela TIA/EIA<sup>18</sup> são:

- a) montantes: 150
- b) diagonais principais e barras horizontais: 200
- c) barras redundantes: 250

As barras redundantes, utilizadas para reduzir o índice de esbeltez em barras comprimidas, devem ser capazes de suportar uma força normal igual a 1.5% da carga axial calculada para o montante.

Esta força não é aplicada simultaneamente com as forças do vento na estrutura.

Tem-se na Figura AP4.4 e AP4.5 os índices de esbeltez para barras comprimidas.

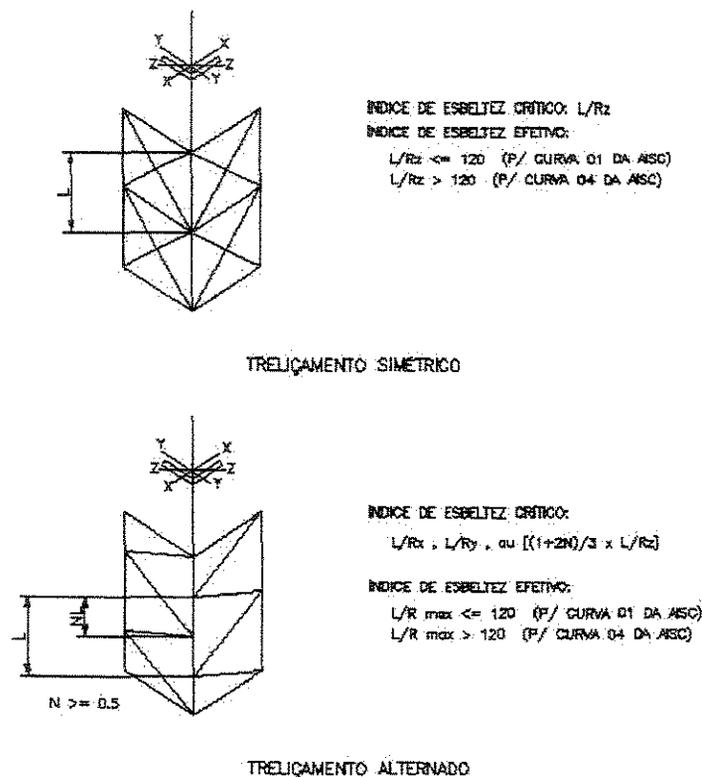
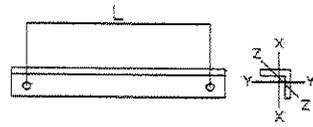
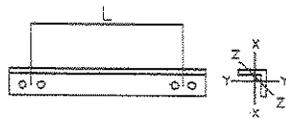


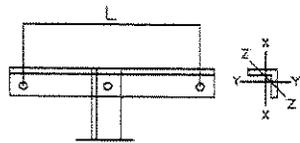
Figura AP4.4 – Índices de Esbeltez para Barras Comprimidas (Montantes), extraída da fig. 3, pg.15 da TIA/EIA<sup>18</sup>



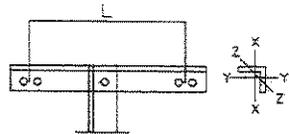
ÍNDICE DE ESBELTEZ CRÍTICO:  $L/R_z$   
 ÍNDICE DE ESBELTEZ EFETIVO:  
 $L/R_z \leq 120$  (P/ CURVA 03 DA AISC)  
 $L/R_z > 120$  (P/ CURVA 04 DA AISC)



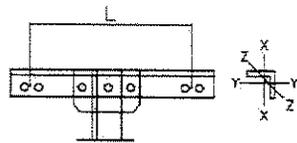
ÍNDICE DE ESBELTEZ CRÍTICO:  $L/R_z$   
 ÍNDICE DE ESBELTEZ EFETIVO:  
 $L/R_z \leq 120$  (P/ CURVA 03 DA AISC)  
 $L/R_z > 120$  (P/ CURVA 06 DA AISC)



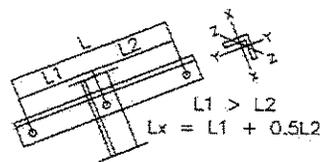
ÍNDICE DE ESBELTEZ CRÍTICO:  
 $L/R_x$  ou  $0.5L/R_z$   
 ÍNDICE DE ESBELTEZ EFETIVO:  
 $L/R_{max} \leq 120$  (P/ CURVA 03 DA AISC)  
 $L/R_{max} > 120$  (P/ CURVA 04 DA AISC)



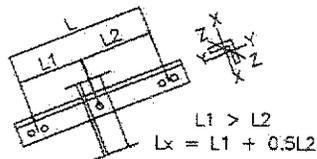
ÍNDICE DE ESBELTEZ CRÍTICO:  
 $L/R_x$  ou  $0.5L/R_z$   
 ÍNDICE DE ESBELTEZ EFETIVO:  
 $L/R_{max} \leq 120$  (P/ CURVA 03 DA AISC)  
 $L/R_x > 120$  (P/ CURVA 06 DA AISC)  
 $5L/R_z > 120$  (P/ CURVA 05 DA AISC)



ÍNDICE DE ESBELTEZ CRÍTICO:  
 $L/R_x$  ou  $0.5L/R_z$   
 ÍNDICE DE ESBELTEZ EFETIVO:  
 $L/R_{max} \leq 120$  (P/ CURVA 03 DA AISC)  
 $L/R_{max} > 120$  (P/ CURVA 06 DA AISC)



ÍNDICE DE ESBELTEZ CRÍTICO:  
 $L_x/R_x$  ou  $L_1/R_z$   
 ÍNDICE DE ESBELTEZ EFETIVO:  
 $L/R \leq 120$  (P/ CURVA 02 DA AISC)  
 $L/R > 120$  (P/ CURVA 04 DA AISC)



ÍNDICE DE ESBELTEZ CRÍTICO:  
 $L_x/R_x$  ou  $L_1/R_z$   
 ÍNDICE DE ESBELTEZ EFETIVO:  
 $L/R_{max} \leq 120$  (P/ CURVA 02 DA AISC)  
 $L_x/R_x > 120$  (P/ CURVA 06 DA AISC)  
 $L_1/R_z > 120$  (P/ CURVA 05 DA AISC)

Figura AP4.5 – Índices de Esbeltez para Barras Comprimidas  
 (Diagonais Principais e Horizontais), extraída da fig. 4, pg. 16 da norma

TIA/EIA<sup>18</sup>

onde,

Curva 1 - 3  $\rightarrow L/r \leq 120$

Curvas 4 - 6  $\rightarrow L/r > 120$

Curva 1  $\rightarrow KL/r = L/r$  (ambas extremidades concêntricas)

Curva 2  $\rightarrow KL/r = 30 + 0.75 L/r$  (uma extremidade excêntrica)

Curva 3  $\rightarrow KL/r = 60 + 0.50 L/r$  (ambas extremidades excêntricas)

Curva 4  $\rightarrow KL/r = L/r$  (extremidades sem restrições)

Curva 5  $\rightarrow KL/r = 28.6 + 0.762 L/r$  (uma extremidade com restrição parcial)

Curva 6  $\rightarrow KL/r = 46.2 + 0.615 L/r$  (ambas extremidades com restrição parcial).

#### 4.4 Dimensionamento das Barras

##### 4.4.1 Barras Tracionadas – NBR 8800<sup>14</sup>, item 5.2

Esta recomendação é aplicável em barras prismáticas sujeitas à tração agindo segundo o eixo que passa pelos centros de gravidade das seções transversais.

##### a) Áreas de Cálculo

**Área Bruta:** A área bruta " $A_g$ " de uma seção transversal qualquer de uma barra deve ser calculada pela soma dos produtos da espessura pela largura bruta de cada elemento, medida na direção normal ao eixo da barra. Para cantoneiras, a largura bruta é a soma das abas subtraída de sua espessura.

**Área Líquida:** A área líquida " $A_n$ " de uma barra, numa seção qualquer, deve ser calculada substituindo-se a largura bruta pela largura líquida, calculada como:

- i) Na determinação da área líquida, em ligações parafusadas, a largura dos furos deve ser considerada 2,0mm maior que a dimensão nominal desses furos, perpendicular à direção da força;
- ii) No caso de uma série de furos distribuídos transversalmente ao eixo da barra, em diagonal a esse eixo ou em zigue-zague, a largura líquida dessa parte da barra deve ser calculada deduzindo-se da largura bruta a soma das larguras de todos os furos em cadeia, e somando-se, para cada linha ligando dois furos, a quantidade  $s^2/4g$ , sendo  $s$  e  $g$ , respectivamente, o espaçamento longitudinal e transversal (gabarito) entre estes dois furos;
- iii) A largura líquida crítica daquela parte da barra será obtida pela cadeia de furos que produza a menor das larguras líquidas, para as diferentes possibilidades de linhas de ruptura;
- iv) Para cantoneiras, o gabarito  $g$  dos furos em abas opostas deve ser considerado igual à soma dos gabaritos, medidos a partir da aresta da cantoneira, subtraída de sua espessura;
- v) Na determinação da área líquida da seção que compreenda soldas de tampão ou soldas de filete em furos, a área do metal da solda deve ser desprezada;
- vi) Não havendo furos,  $A_n = A_g$ .

**Área Líquida Efetiva:** quando uma solicitação de tração for transmitida a uma barra diretamente para cada um dos elementos de sua seção, por soldas ou parafusos, a área líquida efetiva " $A_e$ " é igual à área líquida " $A_n$ ". Quando a transmissão for feita para apenas alguns elementos da seção, a área líquida efetiva " $A_e$ " deve ser calculada por:

$$A_e = C_t \cdot A_n \quad (4.1)$$

Para " $C_t$ " poderão ser usados os seguintes valores:

- i) Perfis "I" e "H" cujas mesas tenham uma largura não inferior a 2/3 da altura do perfil e perfis "T" cortados desses perfis, com ligações nas mesas, tendo, no caso de ligações parafusadas, um mínimo de três parafusos por linha de furação na direção da solicitação – " $C_t$ " = 0,90;
- ii) Perfis "I" e "H" que não atendem aos requisitos anteriores, perfis "T" cortados desses perfis e todos os demais perfis, incluindo barras compostas, tendo, no caso de ligações parafusadas, um mínimo de três parafusos por linha de furação na direção da solicitação – " $C_t$ " = 0,75;
- iii) Em todas as barras com ligações parafusadas, tendo somente dois parafusos por linha de furação na direção da solicitação – " $C_t$ " = 0,75.

**b) Resistência de Cálculo,  $R_d$  – NBR 8800<sup>14</sup>, item 5.2.3**

A Resistência de Cálculo " $\phi_t N_n$ " a ser usada no dimensionamento é o menor dos valores obtidos de acordo com os estados limites de escoamento da seção bruta e ruptura da seção líquida efetiva.

- i) para o estado limite de escoamento da seção bruta:

$$\phi_t = 0,90$$

$$N_n \leq A_g f_y$$

- ii) para o estado limite de ruptura da seção líquida efetiva:

$$\phi_t = 0,75$$

$$N_n \leq A_e f_u$$

- iii) verificação da esbeltez máxima  $L/r$ :

$$\leq 250 \text{ para barras principais}$$

$$\leq 300 \text{ para barras secundárias}$$

#### 4.4.2 Barras Comprimidas – NBR 8800<sup>14</sup>, item 5.3

Estas recomendações são aplicáveis a barras prismáticas sujeitas à compressão provocada por cargas agindo segundo um eixo que passa pelos centros de gravidade das seções transversais.

##### a) Resistência de Cálculo, $R_d$ - NBR 8800<sup>14</sup>, item 5.3.4

A Resistência de Cálculo de barras axialmente comprimidas sujeitas a flambagem por flexão é dada por " $\phi_c N_n$ ", onde  $\phi_c = 0,90$  e a resistência nominal " $N_n$ " são iguais a:

$$N_n = \rho Q N_y = \rho Q A_g f_y \quad (4.2)$$

Para o cálculo aproximado de  $\rho$  são utilizadas as fórmulas abaixo, e se for de interesse obter valores mais precisos, utilizar a Tabela 4 e Figura 4 da NBR 8800<sup>14</sup>.

$$\rho = 1,00 \quad \text{para } 0 \leq \lambda' < 0,20$$

$$\rho = \beta - [\beta^2 - 1/(\lambda')^2]^{1/2} \quad \text{para } \lambda' > 0,20$$

$$\beta = 1 / 2(\lambda')^2 \{1 + \alpha[(\lambda')^2 - 0,04]^{1/2} + (\lambda')^2\}$$

$$\lambda' = 1/\pi \cdot KL/r \cdot (Q_f / E)^{1/2}$$

Na Tabela 3 da NBR 8800<sup>14</sup> tem-se a curva de flambagem que se refere à seção escolhida. Com a curva, tem-se o valor de " $\alpha$ ":

$$\alpha = 0,158 \text{ para a curva "a"}$$

$$\alpha = 0,281 \text{ para a curva "b"}$$

$$\alpha = 0,384 \text{ para a curva "c"}$$

$$\alpha = 0,572 \text{ para a curva "d"}$$

$K$  = parâmetro de flambagem

L = comprimento real, não contraventado

r = raio de giração transversal bruta, relativo ao eixo em torno do qual se dá a flambagem

Q = 1,0 para seções cujos elementos tem relações b/t iguais ou inferiores às dadas na Tabela 1 (NBR 8800<sup>14</sup>) para seções classe 3, solicitada por força normal. Quando esta condição não for cumprida, Q < 1,0 e neste caso, seguir Anexo E da Norma NBR 8800<sup>14</sup>.

#### 4.5 Deflexões Máximas

Quando não há informação por parte do cliente, as estruturas metálicas que servirão para suportes de antenas quando carregadas com sua capacidade final, deverão ter como deflexão máxima em relação ao eixo vertical, os valores apresentados na tabela abaixo, separada por categorias definidas pela Prática da Telebrás<sup>15</sup>.

Tabela AP4 – Deflexões Máximas, extraída da Prática Telebrás 240-410-600<sup>15</sup>

<b>SIGLA</b>	<b>DENOMINAÇÃO</b>	<b>DEFLEXÃO MÁXIMA</b>
TASP	Torre Autoportante Pesada	0° 30' 00"
TASL	Torre Autoportante Leve	1° 40' 00"
TASL-C	Torre Autoportante Leve Celular	1° 40' 00"
TASL-R	Torre Autoportante Leve Rural	4° 00' 00"
PASP	Poste Autoportante Pesado	0° 30' 00"
PASL	Poste Autoportante Leve	1° 40' 00"
PASL-C	Poste Autoportante Leve Celular	1° 40' 00"
PASL-R	Poste Autoportante Leve Rural	4° 00' 00"
TEA	Torre Estaiada Classe A	0° 30' 00"
TEB	Torre Estaiada Classe B	1° 40' 00"
TEC	Torre Estaiada Classe C	4° 00' 00"