

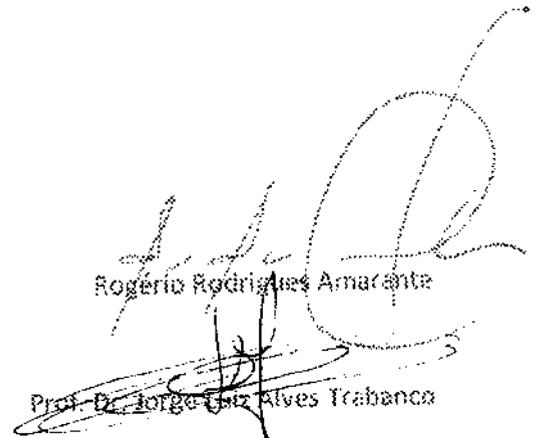
## ERRATA

Eu, Rogério Rodrigues Amaranle, ex-aluno do curso de Doutorado em Engenharia Civil, informo que se deve considerar a seguinte errata na folha de aprovação:

Onde se lê: "GRAVIOMÉTRICOS APLICADOS A"

Leia-se: "GRAVIMÉTRICOS APLICADOS A"

Sem mais.



Rogério Rodrigues Amaranle

Prof. Dr. Jorge Luiz Alves Trabanco

Orientador



Prof. Dra. Maria Cecília A. T. da Silva  
Coordenadora de Pós-graduação  
FEC / UNICAMP - Matrícula 069477



Rogério Rodrigues Amarante

# Sistematização do processamento de dados gravimétricos aplicados à determinação do modelo geoidal

Campinas  
2012



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO

Rogério Rodrigues Amarante

# Sistematização do processamento de dados gravimétricos aplicados à determinação do modelo geoidal

Orientador: Prof. Dr. Jorge Luiz Alves Trabanco

Tese de Doutorado apresentada à Comissão de pós-graduação da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil, na área de concentração de Transportes.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE  
DEFENDIDA PELO ALUNO ROGÉRIO RODRIGUES AMARANTE  
E ORIENTADO PELO PROF. DR. JORGE LUIZ ALVES TRABANCO

Assinatura do orientador

---

Campinas  
2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Am13s	<p>Amarante, Rogério Rodrigues, 1972- Sistematização do processamento de dados gravimétricos aplicados à determinação do modelo geoidal / Rogério Rodrigues Amarante. --Campinas, SP: [s.n.], 2012.</p> <p>Orientador: Jorge Luiz Alves Trabanco. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo.</p> <p>1. Gravímetros (Instrumentos geofísicos). 2. Geofísica. 3. Ajustamento (Geodesia). 4. Marés terrestres. 5. Gravimetria. I. Trabanco, Jorge Luiz Alves, 1956-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. III. Título.</p>
-------	---

Título em Inglês: Systematization of gravimetric data processing applied to geoid model determination

Palavras-chave em Inglês: Gravity meters (Geophysical instruments), Geophysics, Adjustment (Geodesy), Earth tide, Gravimetry

Área de concentração: Transportes

Titulação: Doutor em Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo

Banca examinadora: Jansle Vieira Rocha, Carlos Alberto Bandeira Guimarães, João Francisco Galera Monico, Ricardo Ernesto Schaal

Data da defesa: 9-11-2012

Programa de Pós Graduação: Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO**

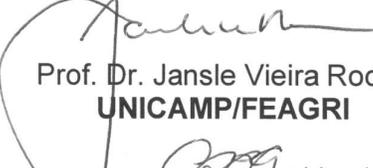
**SISTEMATIZAÇÃO DO PROCESSAMENTO DE  
DADOS GRAVIOMÉTRICOS APLICADOS A  
DETERMINAÇÃO DO MODELO GEOIDAL**

Rogério Rodrigues Amarante

**Tese de Doutorado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:**



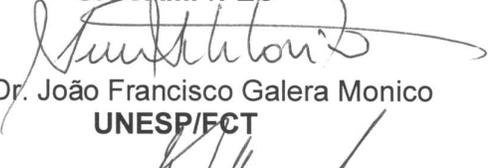
Prof. Dr. Jorge Luiz Alves Trabanco  
**Presidente e Orientador / UNICAMP/FEC**



Prof. Dr. Jansle Vieira Rocha  
**UNICAMP/FEAGRI**



Prof. Dr. Carlos Alberto Bandeira Guimarães  
**UNICAMP/FEC**



Prof. Dr. João Francisco Galera Monico  
**UNESP/FCT**



Prof. Dr. Ricardo Ernesto Schaal  
**USP/EESC**

Campinas, 09 de novembro de 2012



# Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Jorge Luiz Alves Trabanco, meu orientador e amigo, pelo incentivo, respeito, oportunidade e principalmente na determinação do rumo na busca do conhecimento que resultou neste trabalho.

Agradeço ainda o Prof. Dr. Denizar Blitzkow e sua equipe da Escola Politécnica da USP, da qual faz parte a Dra. Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos que me ajudou ao passar sua experiência em codificação resultando no programa que foi testado e acompanhado pela Natalia Canton Landi e Me. Gabriel Gabriel do Nascimento Guimarães, ao Prof. Dr. Edvaldo Simões da Fonseca Junior pela composição do tema, e a equipe da EPUSP pelo envio de dados para testes do sistema desenvolvido.

Não posso me esquecer da equipe do Departamento de Geotecnia e Transportes da Faculdade de Engenharia Civil da Unicamp, a Anna Lydia me ajudou nos testes do programa e na confecção do manual do usuário, o colega Prof. Me. Érico Francisco Innocente com o fornecimento dos dados de sua pesquisa, e principalmente ao prof. Dr. Pérsio Leister de Almeida Barros que me ajudou em muitos aspectos da pesquisa.

Prof. Wladimir Shukowsky do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas com o fornecimento de resultados com cálculo da maré.

Aos usuários do programa “GravSur” Alanna Costa Dutra e Francisco de Assis Cavallaro da Georadar, Prof. Dr. Emilson, Julio Ferreira da UNICAMP/IGE/DGRN, Gabriel Aparicio Huaman do Instituto Geográfico Nacional Peruano, Fredy Flores do Instituto Geográfico Militar da República do Equador, Carlos Alberto Monteiro de Almeida do IBGE que contribuíram com o projeto sugerindo alterações, apontando erros e enviando dados que foram muito importantes no desenvolvimento deste.

A companheira Camila Balancin pela paciência e tradução do programa para o espanhol, a Denize Ribeiro Amarante e a Daniela do Reis pela correção ortográfica.

Aos membros da banca Prof. Dr. Jansle Vieira Rocha, Prof. Dr. Carlos Alberto Bandeira Guimarães, Prof. Dr. João Francisco Galera Monico e Prof. Dr. Ricardo Ernesto Schaal pelo tempo e paciência dedicados no estudo da tese, bem como os comentários e sugestões apresentadas com o objetivo de contribuir com a pesquisa.

A todos os meus mestres que compartilharam sua sabedoria e seu conhecimento, contribuindo para minha formação.

A Unicamp pela oportunidade da realização deste trabalho.

Aos meus colegas do Departamento de Geotecnia e Transportes, pelo companheirismo, apoio e incentivo.

A CAPES/CPNQ pelo apoio financeiro e, finalmente, a todos aqueles que direta e indiretamente contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

# Resumo

AMARANTE, R. R. **Sistematização do processamento de dados gravimétricos aplicados à determinação do modelo geoidal**. 2012. 152 p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2012.

Com o uso de métodos adequados, receptores GNSS podem determinar coordenadas com acurácia suficiente para aplicação em projetos de engenharia. Porém a altitude elipsoidal obtida não utiliza o mesmo sistema de referência da engenharia de transportes. A altitude elipsoidal pode ser transformada em ortométrica com a utilização de modelos geoidais que são gerados a partir de dados gravimétricos. Neste trabalho são apresentados alguns conceitos introdutórios sobre a geração de modelo geoidais. Em seguida mostra o desenvolvimento de uma nova sistematização do tratamento de dados gravimétricos com objetivo de facilitar a detecção de erros, aumentar a produtividade e melhorar a organização de resultados obtidos. Dentro deste desenvolvimento, são revisadas as teorias utilizadas para transformar medições feitas com gravímetros diferenciais em aceleração da gravidade. Apresenta também técnicas de ajustamento de observações com intuito tratar erros aleatórios. A nova abordagem sugerida foi utilizada para o desenvolvimento de um software objetivando validar as ideias propostas, permitir a comparação com outras soluções existentes e também servir como uma contribuição tecnológica. Dados gravimétricos reais foram testados dentro da abordagem proposta tendo sido observados mais organização, ganho de produtividade e principalmente a detecção de erros grosseiros e aleatórios. Com a revisão do cálculo da correção da maré, percebeu-se que programas e equipamentos atualmente em uso não possuem configuração do fator gravimétrico, fato que pode influenciar em até  $0,007\text{ mGals}$  no processamento das observações.

Palavras chave: Gravímetros (Instrumentos geofísicos), Geofísica, Ajustamento (Geodésia), Marés terrestres, Gravimetria.



# *Abstract*

*AMARANTE, R. R. Systematization of gravimetric data processing applied to geoid model determination. 2012. 152 p. Thesis (Doctoral) – School of Civil Engineering, Architecture and Urban Design, State University of Campinas, Campinas, 2012.*

*With the use of appropriate methods, GNSS receivers can determine coordinates with sufficient accuracy for use in projects. The ellipsoidal height obtained, however, does not use the same reference system as the one used in transportation engineering. The ellipsoidal height can be transformed to orthometric height using geoid models that are generated from gravimetric data. In this work some introductory concepts on the generation of geoid model are presented. Then it shows the development of a new approach in systematization of gravimetric data processing aiming to facilitate the detection of errors, increase productivity and improve the organization of the results obtained in the gravimetric surveys. Within this development, the theories used to convert measurements of the differences in gravity acceleration are revised. It also features adjustment techniques of observations in order to deal with random errors. The new suggested approach was used to develop software in order to validate the proposed ideas, allow comparison with other existing solutions, and also serves as a technological contribution. Gravimetric data were tested within the suggested approach. It was observed better organization, productivity gains and mainly detection of gross errors and random. With the review of the tide correction calculation, it was realized that programs and equipments now widely used have no gravimetric factor setting, a fact that can influence up to 0,007 mGals in processing the readings.*

*Keywords: Gravity meters (Geophysical instruments), Geophysics, Adjustment (Geodesy), Earth tide, Gravimetry.*



# Sumário

<b>I</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Sobre o trabalho</b>	<b>3</b>
1.1	Introdução . . . . .	3
1.2	Objetivos . . . . .	3
1.3	Justificativa . . . . .	4
1.4	Contribuição científica e tecnológica . . . . .	4
1.5	Estrutura do Trabalho . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Gravimetria: Fundamentos, medidas, redução, anomalias e geração de modelo geoidal.</b>	<b>7</b>
2.1	Definições . . . . .	7
2.2	Geoide e elipsoide . . . . .	10
2.3	Anomalia do campo gravidade . . . . .	14
2.3.1	Redução <i>Free-Air</i> . . . . .	17
2.3.2	Redução <i>Bouguer</i> . . . . .	18
2.4	Introdução ao processamento do modelo geoidal . . . . .	22
2.5	Gravimetria e equipamentos . . . . .	28
2.5.1	Métodos absolutos de medição da gravidade . . . . .	28
2.5.2	Métodos relativos de medição da gravidade . . . . .	33

2.6	Redes Gravimétricas . . . . .	36
2.7	Gravimetria com satélites artificiais . . . . .	37
2.8	Alguns métodos matemáticos utilizados no cálculo do geoide . . . . .	40
2.8.1	Polinômio de Legendre . . . . .	40
2.8.2	Funções harmônicas . . . . .	41
2.8.3	Coordenadas esféricas . . . . .	41
2.8.4	Séries/Transformada de Fourier . . . . .	43
2.9	Cronologia . . . . .	45

## **II GravSur: Uma ferramenta de tratamento de dados gravimétricos** **49**

### **3 Tratamento de dados gravimétricos** **51**

3.1	Soluções tecnológicas disponíveis . . . . .	54
3.1.1	Redgrav . . . . .	54
3.1.2	Sedgrav/Gravi96 . . . . .	54
3.1.3	Caderneta . . . . .	56
3.1.4	Gravsys . . . . .	56
3.1.5	Programas genéricos usados na gravimetria . . . . .	60
3.1.6	Outras soluções . . . . .	61
3.2	Cálculo da aceleração da gravidade a partir de dados gravimétricos relativos	63
3.3	Cálculo da correção da maré . . . . .	72
3.3.1	Componente lunar . . . . .	77
3.3.2	Componente solar . . . . .	84
3.4	Armazenamento / Arquivo . . . . .	86

3.5	Interface com usuário . . . . .	95
3.5.1	Interface proposta para o sistema . . . . .	95
3.5.2	Acesso aos objetos utilizando interface SIG . . . . .	96
3.5.3	Interface multilíngue . . . . .	98
3.5.4	<i>Triangulated Irregular Network</i> (TIN) . . . . .	98
3.6	Situação atual: Projeto GravSur . . . . .	102
<b>4</b>	<b>Ajustamento de observações gravimétricas</b>	<b>105</b>
4.1	Algoritmo para ajustamento aplicadas em observações gravimétricas - genérico	108
4.2	Alternativas de aplicação . . . . .	113
4.3	Otimização e eficiência de algoritmo . . . . .	114
<b>III</b>	<b>Resultados</b>	<b>119</b>
<b>5</b>	<b>Testes e Resultados advindos do GravSur</b>	<b>121</b>
5.1	Teste com cálculo da maré . . . . .	121
5.2	Detecção de erros grosseiros na importação dos dados . . . . .	123
5.3	Detecção de erros grosseiros no modo interativo . . . . .	124
<b>6</b>	<b>Discussão, conclusão e trabalho futuro</b>	<b>129</b>
6.1	Discussão . . . . .	129
6.2	Conclusão . . . . .	130
6.3	Sugestão para trabalho futuro . . . . .	130



# Lista de Figuras

2.1	Componentes vetoriais da gravidade . . . . .	8
2.2	Superfície física da Terra, geóide e elipsoide . . . . .	11
2.3	Geóide e elipsoide . . . . .	11
2.4	Definição mais adequada de elipsoide para uma região entre A e B . . . . .	12
2.5	Primeiro modelo geoidal baseado nos dados da missão GOCE. . . . .	13
2.6	Modelo geoidal brasileiro MAPGEO 2010 . . . . .	14
2.7	Geóide e elipsoide de referência . . . . .	15
2.8	Platô Bouguer . . . . .	19
2.9	Correção do terreno . . . . .	20
2.10	Correção do platô . . . . .	20
2.11	Interpolação linear entre os pontos . . . . .	22
2.12	Interpolação polinomial . . . . .	22
2.13	Densidade de amostra insuficiente . . . . .	23
2.14	Amostra de estações gravimétricas . . . . .	23
2.15	Definições . . . . .	26
2.16	Contribuição de diferentes dados para determinação de geóide regional . . . . .	27
2.17	Determinação pendular . . . . .	29
2.18	Determinação com método queda livre . . . . .	30
2.19	Gravímetro absoluto FG5#215 . . . . .	31

2.20	Gravímetro supercondutor OSG . . . . .	32
2.21	Corte esquemático do gravímetro supercondutor OSG . . . . .	32
2.22	Corte esquemático do gravímetro LaCoste & Romberg modelo G & D . . . . .	33
2.23	Gravímetro LaCoste & Romberg modelo G . . . . .	34
2.24	Deriva do gravímetro relativo ET18 e do absoluto SG . . . . .	34
2.25	Gravímetro <i>Scintrex Autograv</i> CG5 do Instituto de Geociências da Unicamp . . . . .	35
2.26	Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira . . . . .	37
2.27	Esquemático da espaçonave CHAMP . . . . .	38
2.28	Par de satélites artificiais GRACE . . . . .	38
2.29	Diferenças entre o modelo EGM96 e GRACE . . . . .	39
2.30	Satélite GOCE no laboratório da ESA . . . . .	39
2.31	Triângulo de referência . . . . .	40
2.32	Coordenadas esféricas e retangulares . . . . .	42
2.33	Seno e cosseno . . . . .	43
2.34	Seno e cosseno somados . . . . .	44
2.35	Séries de senoides . . . . .	44
3.1	Campanha para determinação da rede gravimétrica do Equador . . . . .	53
3.2	Sedgrav - Tela de cadastro da linha . . . . .	55
3.3	Sedgrav - Tela de cadastro das leituras . . . . .	55
3.4	Tela do programa caderneta . . . . .	56
3.5	Telas dos menus do GRAVSYS . . . . .	57
3.6	Sequência para execução do ajustamento . . . . .	59
3.7	Tela do Gravred . . . . .	62
3.8	<i>Fac-símile</i> da tabela do gravímetro L&R #G720 . . . . .	66

3.9	Diferença de nível entre o sensor e a base do gravímetro CG5 . . . . .	70
3.10	Circuitos gravimétricos . . . . .	71
3.11	Maré . . . . .	72
3.12	Variação de amplitude da maré . . . . .	73
3.13	Mudança nos fusos horários do Brasil em 2008 . . . . .	76
3.14	Parâmetros orbitais . . . . .	81
3.15	Diagrama MER do sistema de gravimetria proposto . . . . .	88
3.16	Arquitetura SGBD cliente/servidor. . . . .	89
3.17	Arquitetura do SQLite sem servidor . . . . .	89
3.18	Tela do GravSur: Interface GUI . . . . .	96
3.19	Tela do GravSur: interface SIG . . . . .	97
3.20	Triangulação de pontos gravimétricos da cidade de Campinas geradas no programa GravSur . . . . .	99
3.21	Deteção: se o ponto pertence a triângulo . . . . .	101
3.22	Tela do GravSur: Gráfico com escala de cores de anomalia . . . . .	102
4.1	Distribuição normal . . . . .	107
5.1	Deteção de erro grosseiro de coordenada. . . . .	124
5.2	Visualização gráfica do desvio padrão. . . . .	125
5.3	Valores de observados de $\vec{g}$ . . . . .	126



# Lista de Tabelas

2.1	Unidades utilizadas na gravimetria . . . . .	8
2.2	Correção do platô Bouguer ( $\text{Gal}^{-4}$ ) . . . . .	21
2.4	Cronologia de fatos importantes para a gravimetria . . . . .	47
3.1	Linha gravimétrica exemplo - Dados de campo . . . . .	64
3.2	Regionalização do fator gravimétrico . . . . .	74
5.1	Comparação do cálculo da maré em diferentes programas em horário local . . . . .	122



# Lista de Símbolos

$\gamma$	aceleração normal da gravidade (gravidade teórica) definida na equação 2.4
$\gamma_e$	aceleração normal da gravidade na linha do equador
$\gamma_p$	aceleração normal da gravidade nos polos
$\delta$	fator gravimétrico
$\delta g$	distúrbio da gravidade
$\Delta g$	anomalia da gravidade
$\Delta g_B$	anomalia Bouguer
$\Delta \lambda$	diferença angular entre a longitude do ponto e a longitude na superfície da integral
$\zeta$	anomalia da altitude
$\theta_L$	ângulo zenital da Lua mostrado na equação 3.28
$\theta_{\odot}$	ângulo zenital do Sol definido pela equação 3.44
$\theta_i$	ângulo zenital do astro perturbador
$\lambda$	longitude do ponto $P$
$\mu$	média da distribuição (ajustamento)
$\nu$	grau de liberdade dado por: $\nu = (n - u)$ (ajustamento)
$\xi$	longitude na intersecção da órbita com equador celestial definido pela fórmula 3.37
$\varrho$	densidade padrão utilizada por Bouguer

$\hat{\sigma}_0^2$	fator de variância a posteriori (ajustamento)
$\sigma$	desvio padrão (ajustamento)
$\sigma$	longitude média da Lua em radianos definido pela equação 3.36
$\sigma_0^2$	fator de variância a priori (ajustamento)
$\varsigma$	aproximação máxima do astro perturbador
$\Upsilon$	equinócio vernal (figura 3.14)
$\Upsilon'$	equinócio referente (figura 3.14)
$\Phi(x)$	função densidade probabilidade (FDP)
$\phi$	densidade na superfície $E$
$\varphi$	latitude de um ponto $P$ na superfície da Terra
$\varphi'$	latitude do ponto na superfície da integral
$\chi$	ascensão à direita do meridiano da observação contado a partir de $A$ (figura 3.14)
$\chi^{*2}$	chi quadrado (ajustamento)
$\chi_{\odot}$	ascensão à direita do meridiano da observação contado a partir do equinócio vernal
$\psi$	distância esférica entre o ponto a ser calculado e o elemento na superfície da integral
$\Omega$	nó do início da ascendente da Lua (figura 3.14)
$\omega$	velocidade angular da rotação da Terra
$\omega_t$	Obliquidade da eclíptica em 1/1/1900
$\nabla^2$	operador Laplaciano
$\sum L_a$	MVC (Matriz Variância-Covariância) dos valores observados ajustados (ajustamento)
$\sum L_b$	MVC (Matriz Variância-Covariância) dos valores observados (ajustamento)
$\sum X_a$	MVC (Matriz Variância-Covariância) dos parâmetros (ajustamento)
$A$	intersecção ascendente da órbita lunar com o equador

$A$	matriz $n \times u$ de derivadas parciais (ajustamento)
$a$	raio equatorial da Terra (semieixo maior)
$a'$	definida pela equação 3.24
$a'_1$	definida pela equação 3.43
$A_A$	influência da massa atmosférica acima da superfície física
$A_B$	influência do platô Bouguer
$A_t$	correção do terreno
$B$	correção referente a calota do platô Bouguer
$b$	semieixo menor
$\vec{C}$	força centrífuga
$C$	valor definido na equação 3.20
$c$	distância média entre os centros da Terra e da Lua
$c_{\odot}$	distância média entre os centros da Terra e da Sol
$C_g$	correção da maré referente ao Sol e a Lua
$d_{\odot}$	distância entre os centros da Terra e do Sol definida pela equação 3.42
$d_L$	distância entre os centros da Terra e da Lua definida pela equação 3.23
$D_d$	deriva dinâmica
$D_e$	deriva estática
$E$	superfície da integral em questão
$e$	excentricidade da órbita da Lua
$e_1$	excentricidade da órbita da Terra definida na equação 3.47
$e^2$	quadrado da primeira excentricidade do elipsoide
$e_e'^2$	quadrado da segunda excentricidade do elipsoide

$\vec{F}$	força de atração da massa terrestre conforme equação 2.1
$F$	Redução <i>Free-Air</i>
$f$	achatamento elipsoidal
$\vec{g}$	vetor da aceleração da gravidade
$G$	constante gravitacional de Newton
$g_B$	redução Bouguer
$g_i$	componente lunar da maré definida pela equação 3.16
$g_L$	componente lunar da maré definida pela equação 3.18
$\vec{g}_P$	aceleração da gravidade no ponto $P$ sobre a superfície do geoide
$g_{\odot}$	componente solar da maré solar pela equação 3.41
$h$	altitude elipsoidal
$H^*$	altitude normal
$h_{\odot}$	longitude média do Sol dado pela equação ??
$H$	altitude ortométrica
$I$	ângulo entre a órbita da Lua e o equador celestial conforme figura 3.14 definida pela equação 3.29
$I$	matriz identidade ( $n \times n$ ) (ajustamento)
$i$	constante dada por Schureman (1940) usada na equação 3.32 referente ao ângulo entre a órbita da Lua e o plano da eclíptica, conforme mostrado na figura 3.14.
$k_{cg5}$	fator do gravímetro (CG5);
$k_g$	fator do gravímetro (calibração periódica)
$k_i$	fator para o intervalo (gravímetros relativos)
$l$	longitude da Lua em sua órbita contada a partir do cruzamento da ascensão com a linha do equador definida pela equação 3.35

$L_a$	vetor $n \times 1$ das observações ajustadas (ajustamento)
$L_b$	vetor $n \times 1$ das observações (ajustamento)
$l_{\odot}$	longitude do Sol na elíptica contado a partir do equinócio vernal mostrado na equação 3.45
$l_a$	leitura graduada medida pelo equipamento
$l_d$	distância entre o ponto fonte até o ponto calculado pela integral
$l_i$	valor em $m\text{Gal}$ equivalente para valor inicial $n$ da faixa (gravímetros relativos)
$l_m$	leitura em $m\text{Gal}$
$m$	parâmetro geodésico da relação entre as forças gravitacional e centrífuga no equador (free air)
$m$	taxa de movimentação média do Sol para a Lua
$M_{\odot}$	massa do Sol em gramas
$m_1$	massa de um corpo
$m_2$	massa de um corpo
$M_i$	massa do astro perturbador em gramas
$M_L$	massa da Lua em gramas
$N$	ondulação geoidal
$N$	matriz $(u \times u)$ de coeficientes das equações normais (ajustamento)
$n$	número de equações (ajustamento)
$N_{\lambda}$	longitude do nó ascendente à órbita da Lua definida pela equação 3.30
$P$	ponto na superfície da Terra
$P$	matriz $(n \times n)$ de pesos (ajustamento)
$p$	longitude média do perigeu da Lua definida pela equação 3.27

$p_{\odot}$	longitude média do perigeu do Sol definida pela equação 3.48
$P_n$	polinômio de Legendre de grau $n$
$q$	valor medido em escala de dados brutos
$R$	raio médio da terra
$r$	distância de $P$ até o centro da Terra definida na equação 3.19
$r_i$	distância de $P$ em $cm$ até o centro da Terra que para simulação foi adotado o raio maior do elipsoide de referência
$s$	longitude média da Lua referente ao equinócio definido na equação 3.26
$S(\psi)$	função de Stokes
$T$	potencial anômalo (utilizado no cálculo do geiodes)
$t$	instante da determinação da maré em calendário Juliano
$t_0$	horário UTC em horas Julianas inteiras
$t_a$	hora angular da medição média do Sol a oeste do local de observação 3.33
$T_j$	número de “séculos” Julianos desde 31 de dezembro de 1899
$U$	potencial gravitacional normal
$u$	número de incógnitas (ajustamento)
$U_0$	potencial normal no elipsoide
$V$	vetor $n \times 1$ de resíduos (ajustamento)
$v$	correção referente ao desnível entre a referência de nível e a medição gravimétrica
$W$	potencial da gravidade (geopotencial)
$W_0$	potencial da gravidade no geiodes
$X$	matriz das incógnitas (ajustamento)
$X_a$	vetor $(n \times 1)$ dos parâmetros ajustados (ajustamento)

# Lista de Abreviaturas e Siglas

**ACID** Atomicidade, Consistência, Isolamento e Durabilidade

**ANSI** *American National Standards Institute*

**BGI** *Bureau Gravimétrique International*

**CGED** Coordenação de Geodésia

**CHAMP** *CHALLENGING Minisatellite Payload*

**DJ** Dias Julianos

**DLR** *Deutsche Forschungsanstalt für Luft und Raumfahrt*

**DNIT** Departamento Nacional de Infra-estrutura de Transportes

**EG** Estação Gravimétrica

**EGG97** *European Geoid Model 1997*

**EGM** *Earth Gravitational Model*

**EPUSP** Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

**ESA** *European Space Agency* (Agência Espacial Europeia)

**FDP** Função Densidade Probabilidade

**FFT** *Fast Fourier Transform* (Transformada Rápida de Fourier)

**GGM** *GRACE Gravity Model*

**GMT** *Greenwich Mean Time* (Tempo Médio de Greenwich)

**GNSS** *Global Navigation Satellite Systems*

**GOCE** *Gravity Field and Stead-State Ocean Circulation*

**GPS** *Global Positioning System*

**GRACE** *Gravity Recovery and Climate Experiment*

**GRS80** *Geodetic Reference System 1980*

**GSC** *Geological Survey of Canada*

**GUI** *Graphic User Interface*

**IAG** Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas

**IAGBN** *International Absolute Gravity Base Station Network*

**IBGE** Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

**IBM** *International Business Machines*

**IERS** *International Earth Rotation and Reference Systems Service*

**IGC** *International Gravity Commission*

**IGM** Instituto Geográfico Militar (Equador)

**IGSN-71** *The International Gravity Standardization Net*

**INOCAR** Instituto de Cartografia Naval (Equador)

**ISO** *International Organization for Standardization*

**LAPACK** *Linear Algebra PACKage*

**LLR** *Laser Retro Reflector*

**L&R** Gravímetro LaCoste & Romberg

**MATLAB** *MATrix LABoratory*

**MDT** Modelo de Digital de Terreno

**MER** Modelo Entidade-Relacionamento

**MMQ** Método dos Mínimos Quadrados

**MVC** Matriz Variância-Covariância

**NASA** *National Aeronautics and Space Administration*

**NBR** Denominação de norma da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT)

**ON** Observatório Nacional

**OSG** *Observatory Superconducting Gravimeter*

**OSU91** *Ohio State University 1991*

**PVCG** Problema de Valor de Contorno da Geodésia

**RN** Referência de Nível

**SEQUEL** *Structured English Query Language* (Linguagem de Consulta Estruturada em Inglês)

**SGBD** Sistema de Gerenciamento de Banco de Dados

**SI** *Système international d'unités* (Sistema Internacional de Unidades)

**SIG** Sistemas de Informações Geográficas

**SIRGAS** Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas

**SQL** *Structured Query Language* (Linguagem de Consulta Estruturada)

**TIN** *Triangulated Irregular Network*

**UFPR** Universidade Federal do Paraná

**UGGI** *Union Géodésique et Géophysique Internationale* (União Internacional de Geodésia e Geofísica)

**UTC** *Coordinated Universal Time* (Tempo Universal Coordenado)

**UTM** Universal Transversa de Mercator

**WGS** *World Geodetic System*

# Parte I

## Introdução



# Capítulo 1

## Sobre o trabalho

### 1.1 Introdução

Nos dias de hoje é fácil perceber o crescimento de aplicações que utilizam métodos baseados em satélites artificiais para determinação da posição nos mais variados segmentos, como é o caso de levantamentos de marcos geodésicos com receptores GNSS (*Global Navigation Satellite Systems*). Com tecnologias como esta, é possível determinar uma posição com alta precisão, contudo a altitude fornecida possui um sistema de referência diferente do utilizado em trabalhos de engenharia. Métodos convencionais de topografia como levantamentos trigonométricos ou geométricos para o transporte da altitude de um ponto são trabalhosos (SEVERO et al., 2011), principalmente em longas distâncias. Contudo a altitude elipsoidal obtida por rastreadores GNSS pode ser transformada em altitude ortométrica a partir de um modelo matemático que pode ser gerado com a utilização de dados gravimétricos (BLITZKOW, 1996). Neste sentido foram realizados diversos esforços em campanhas pelo mundo visando a criação de modelos. Porém, ainda são necessários novos levantamentos para completar as lacunas existentes e densificar os dados com objetivo de melhorar a qualidade dos modelos (GEMAEL, 2002).

### 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma sistematização no tratamento de dados gravimétricos a partir de revisão bibliográfica, soluções matemáticas e computacionais para

melhorar a produtividade, organização e o tratamento de erros.

Propõe também a construção de um software com a sistematização desenvolvida para viabilizar a avaliação dos resultados, permitir a comparação com outras soluções e também disponibilizá-lo como uma contribuição tecnológica.

### 1.3 Justificativa

Há muitos trabalhos, fórmulas, conceitos e técnicas objetivando gerar modelo geoidal, por exemplo, o uso da transformada rápida de Fourier mostrada no trabalho de Blitzkow (1996), as abordagens de alta precisão apresentadas por Featherstone e Dentith (1997) e Smith e Milbert (1999), a pesquisa sobre redes neurais de Maia (2003), a comparação entre as técnicas de aproximação *Wavelet* e Stokes Roland e Denker (2005) e os modelos de alta resolução como apresentado por Goldani (2006).

Apesar de muito abordado no passado, nos dias de hoje encontram-se poucos trabalhos que falam sobre a fase que antecede o processamento do modelo geoidal que é a aquisição, tratamentos, processamento e ajustamento das observações. Por mais sofisticados que sejam os métodos para geração do modelo, sem as amostras com qualidade, baixa densidade ou até mesmo lacunas com ausência de informação podem proporcionar um modelo que não se aproxima da realidade.

O modelo geoidal oficial brasileiro “MAPGEO 2010” mantido pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) apresenta um erro médio padrão de  $\pm 32\text{ cm}$  (IBGE, 2011a), que para muitas aplicações da engenharia ainda não é suficiente. Nesta linha, este trabalho propõe soluções matemáticas e computacionais utilizando uma convergência de tecnologias com objetivo de contribuir na produtividade, organização, facilidade e qualidade no tratamento de dados gravimétricos.

### 1.4 Contribuição científica e tecnológica

Como contribuição este trabalho apresenta a sistematização do processamento de dados gravimétricos levantados em campo que foi desenvolvido a partir de estudos, testes, aprimoramentos, modelagem matemática e técnicas computacionais com objetivo de melhorar a organização, a produtividade, a detecção de erros grosseiros e sistemáticos. Para comple-

mentar, são sugeridas técnicas de ajustamento paramétrico linear enfatizando o tratamento de erros aleatórios das medições gravimétricas relacionais. Com intuito de certificar a sistematização, as técnicas desenvolvidas foram usadas para construção do *software* interativo denominado de GravSur, que já está em uso por parte da comunidade científica.

## 1.5 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está estruturado em seis capítulos descritos a seguir:

O **primeiro capítulo** apresenta uma introdução, os objetivos, as justificativas e a contribuição deste trabalho, além da descrição de todos os tópicos abordados.

Já no **segundo capítulo** são exibidos fundamentos sobre gravimetria, anomalias da gravidade, tipos de equipamentos em uso nas medições e conceitos básicos sobre a geração de modelo geoidal.

O **terceiro capítulo** contém uma sugestão de sistematização das etapas necessárias para o processamento de dados gravimétricos levantados em campo. Nele também é apresentada uma revisão de soluções matemáticas existentes, tecnologias computacionais e técnicas que permitiu o desenvolvimento do software GravSur.

No **capítulo quatro** é mostrado técnicas de ajustamento paramétrico linear enfatizando o tratamento de erros aleatórios das medições gravimétricas relacionais que também foram incorporadas no GravSur.

E no **capítulo cinco** são apresentados alguns resultados numéricos advindos da metodologia incorporada no software, que em alguns casos foi comparado com outras soluções utilizadas.

Finalizando, no **sexto capítulo** são apresentadas a discussão, a conclusão e uma sugestão de continuidade deste trabalho.



## Capítulo 2

# Gravimetria: Fundamentos, medidas, redução, anomalias e geração de modelo geoidal.

Para determinar o valor da gravidade em um determinado ponto, é essencial a utilização de equipamentos, metodologias de aquisição e técnicas para o tratamento dos dados coletados. Diferentes tipos de equipamentos, nesses casos chamados de gravímetros, utilizam vários tipos de tecnologia que interferem inclusive na forma que são feitas as campanhas para determinação da gravidade de estações.

### 2.1 Definições

O vetor da força da gravidade  $\vec{g}$  de um ponto  $P$  na Terra é a resultante das forças de atração da massa terrestre  $\vec{F}$  e da força centrífuga  $\vec{C}$  aplicada na massa do corpo estacionado neste ponto. Esta aceleração da gravidade é expressa em  $m s^{-2}$  ou Newton<sup>1</sup> pelo SI (Sistema Internacional de Unidades). Porém, para a gravimetria, utiliza-se o Gal (SI, 2006) em homenagem ao físico, matemático, astrônomo e filósofo italiano Galileu Galilei<sup>2</sup> (GEMAEL, 1985). Outras variações de unidade são apresentadas na tabela 2.1.

---

<sup>1</sup>Issac Newton (1642-1727): físico, matemático, astrônomo, filósofo natural, alquimista e teólogo inglês

<sup>2</sup>Galileu Galilei (1564-1642): físico, matemático, astrônomo e filósofo italiano

Nome	Símbolo	Equivalência
Gal	Gal	$10^{-2}m/s^2$
miligal	$mGal$	$10^{-5}m/s^2$
microgal	$\mu Gal$	$10^{-8}m/s^2$
nanogal	$nGal$	$10^{-11}m/s^2$

Tabela 2.1: Unidades utilizadas na gravimetria

A lei da gravidade sugerida por Newton em 1687 descreve que qualquer partícula de massa  $m_1$  no universo atrai outra de massa  $m_2$  com uma força que depende do produto das duas massas e o inverso do quadrado da distância  $d$  entre eles conforme mostra a função 2.1:

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad (2.1)$$

onde:

$G$  constante gravitacional.

É importante salientar que a lei de Newton é teórica, e refere-se às partículas. Sua elucidação, apesar de poder ser observada e provada, ainda é desconhecida (GEMAEL, 2002)..

Dado que a Terra gira em torno de seu eixo com uma velocidade angular  $\omega$ , e por isso existe a força centrífuga  $\vec{C}$  que tem seu valor máximo de aproximadamente 0,3% da gravidade no equador e nula nos polos. A gravidade  $\vec{g}$  é a resultante vetorial entre as forças de atração e a centrífuga conforme equação 2.2 (figura 2.1).

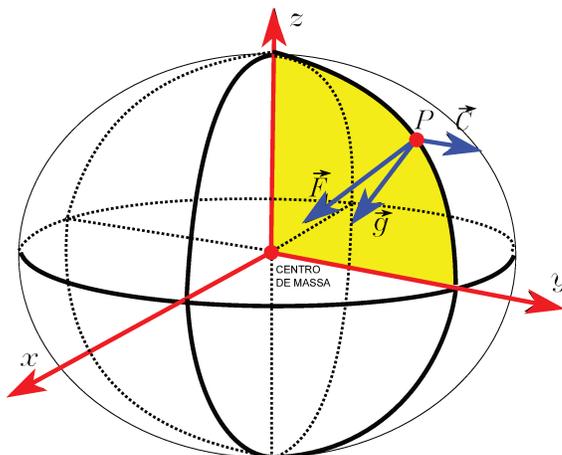


Figura 2.1: Componentes vetoriais da gravidade

$$\vec{g} = \vec{F} + \vec{C} \quad (2.2)$$

onde, sem considerar o achatamento do elipsoide:

$$\vec{C} = \omega^2 a \cos \varphi \quad (2.3)$$

adotando os valores:

$a = 6378137 \text{ m}$  sistema de referência SIRGAS 2000, elipsoide GRS80 (IBGE, 2005)

$\omega = 7,292115 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$  (PETIT; LUZUM, 2010)

sendo:

$\varphi$  latitude de um ponto  $P$  na superfície da Terra;

$a$  raio equatorial da Terra;

$\omega$  velocidade angular da Terra.

Considerando um modelo elipsoidal a gravidade teórica que é a Gravidade Normal no nível do elipsoide na forma numérica derivada da fórmula Somigliana seria (MORITZ, 1980):

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.4)$$

adotando os valores:

$\gamma_e = 978032,67715 \text{ mGal}$  (TORGE, 2001);

$\gamma_p = 983218,63685 \text{ mGal}$  (TORGE, 2001);

$f = 1/298.257222101$  sistema de referência SIRGAS 2000 elipsoide GRS80 (IBGE, 2005);

onde:

$$k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1 \quad (2.5)$$

$$b = a(1 - f) \quad (2.6)$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (2.7)$$

sendo:

$\gamma$  aceleração normal da gravidade (gravidade teórica);

$\gamma_e$  aceleração normal da gravidade na linha do equador;

$\gamma_p$  aceleração normal da gravidade nos polos;

$f$  achatamento elipsoidal;

$b$  semieixo menor;

$e^2$  quadrado da primeira excentricidade.

O potencial gravimétrico verdadeiro em pontos na Terra não pode ser determinado com uma simples equação matemática, pois a heterogeneidade e a variação de densidade do corpo terrestre tornam inviável a integração, criando a necessidade de medir valores de  $\vec{g}$  com o intuito de se criar modelos (GEMAEL, 1985).

## 2.2 Geoide e elipsoide

O modelo físico da Terra foi introduzido em 1828 por Gauss<sup>3</sup> através do trabalho chamado "*Mathematical figure of the Earth*". Em 1849 Stokes<sup>4</sup> criou o clássico método para transformar uma coleção de dados coletados na superfície da Terra em ondulações geoidais  $N$ . Este modelo foi denominado "geoide" em 1873 por Listing<sup>5</sup>. Helmert<sup>6</sup> deu um novo passo com trabalho "*Physical geodesy*" em 1880 apresentando soluções para a modelagem da superfície (TORGE, 2001). O geoide é uma superfície equipotencial do campo gravitacional da Terra que coincide com a aproximação do nível médio dos mares não perturbados, como ilustrado em 2.2.

---

<sup>3</sup>Carl Friedrich Gauss (1777-1855): matemático, físico, astrônomo e geodesta alemão

<sup>4</sup>George Gabriel Stokes (1819-1903): matemático, físico irlandês

<sup>5</sup>Johann Benedict Listing (1808-1882): matemático alemão

<sup>6</sup>Friedrich Robert Helmert (1843-1917): geodesta alemão

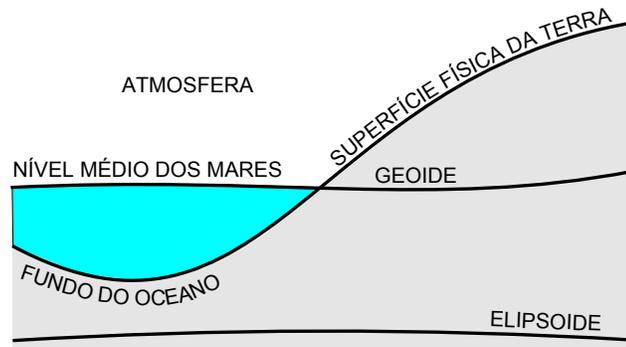


Figura 2.2: Superfície física da Terra, geoide e elipsoide  
 Fonte: Adaptado de Torge (2001)

Diferente do elipsoide que é um modelo matemático baseado na revolução de uma semi-ellipse em torno do eixo menor, o geoide é um modelo criado a partir de amostras discretas de valores coletados em pontos distribuídos espacialmente em uma superfície, que podem ser interpolados para representar formas irregulares, vez que a Terra não pode ser representada por uma simples função matemática. Observe na figura 2.3 a diferença entre um hipotético geoide e um elipsoide que foi exagerada para facilitar o entendimento.

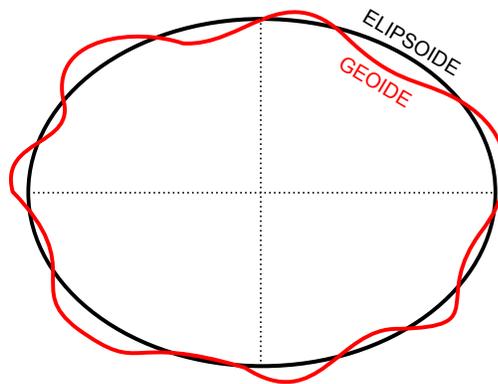


Figura 2.3: Geoide e elipsoide  
 Fonte: Adaptado de Seeber (1993)

O elipsoide é uma superfície suavizada e conveniente para operações matemáticas, e é este o motivo pelo qual é utilizado como superfície de referência para coordenadas em redes geodésicas, ainda que o mesmo é muito menos adequado como referência de coordenadas verticais (altitudes). Com o intuito de diminuir a diferença até o geoide, regiões diferentes do mundo adotam parâmetros diferentes para ajustar melhor o elipsoide como mostrado na

figura 2.4. A diferença entre o geóide e o elipsoide WGS84 (*World Geodetic System*)<sup>7</sup>, que é chamada de “ondulação geoidal”  $N$ , pode atingir até 100 metros em alguns pontos do mundo (SEEBER, 1993).

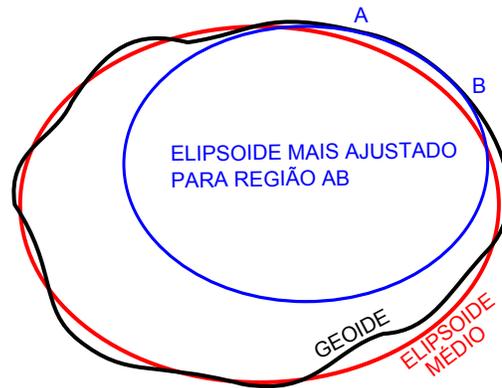


Figura 2.4: Definição mais adequada de elipsoide para uma região entre A e B  
Fonte: Adaptado de Hofmann-Wellenhof e Moritz (2006)

## Importância da determinação do modelo geoidal

Com o crescente uso de soluções baseadas em satélites artificiais, bem como o fato das altitudes obtidas através de receptores GNSS serem referidas ao elipsoide, diferente do referencial utilizado em muitas aplicações da engenharia, torna-se então necessário o conhecimento da ondulação geoidal para que este problema seja resolvido.

A exigência de qualidade na determinação de uma altitude ortométrica deve ser compatível com a finalidade a que se destina e o atual modelo geoidal brasileiro apresenta um erro médio padrão  $\pm 0,32\text{ m}$  para as áreas mais desenvolvidas. Como exemplo, o Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT) adota a norma NBR 13.133 que sugere precisão melhor ou igual a  $\pm 0,005\text{ m/km}$  para os equipamentos (níveis) utilizados nos nivelamentos (ABNT, 1994). A exigência da NBR quanto à precisão se refere a equipamentos e não a acurácia dos resultados, não cabendo a comparação entre a expectativa da norma técnica com o método que utiliza o modelo geoidal.

<sup>7</sup>WGS84 é praticamente igual ao SIRGAS 2000 (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas)

Entre alguns dos modelos geoidais globais ou regionais estão:

- OSU91 (*Ohio State University* 1991);
- MAPGEO92 com cobertura brasileira e precisão entre 3m e 1 cm/km (IBGE, 2011b);
- Geoide Gravimétrico do Estado de São Paulo (SÁ; MOLINA, 1995);
- EGM96 (*Earth Gravitational Model* 1996) que possui ordem 360 (NASA, 2011a);
- EGG97 (*European Geoid Model*);
- MAPGEO2004 (IBGE, 2011b);
- EGM2008 (*Earth Gravitational Model* 2008) Modelo mundial de qualidade de grau 2190 que representa mais precisão e resolução, ou seja, que possui uma amostra maior e melhor qualidade (NGA, 2011);
- Primeiro modelo geoidal gerado a partir dos dados da missão GOCE (*Gravity Field and Stead-State Ocean Circulation*) pela Agência Espacial Europeia apresentado no *ESA Living Planet Symposium 2010*, mostrado na figura 2.5;

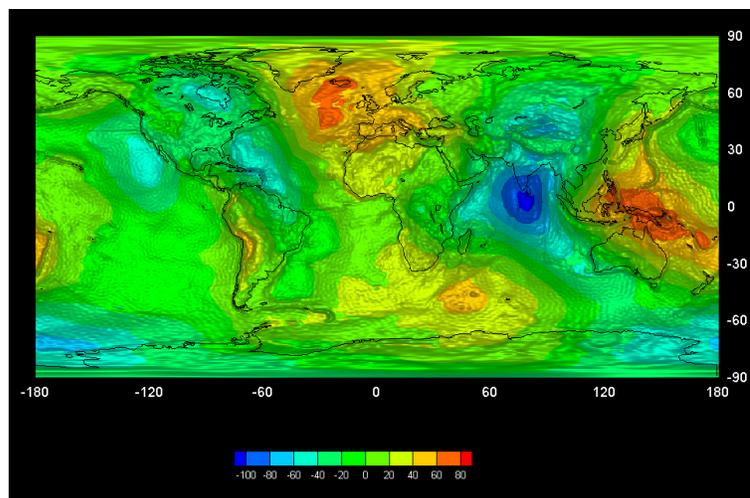


Figura 2.5: Primeiro modelo geoidal baseado nos dados da missão GOCE.  
Fonte: (ESA, 2010)

- MAPGEO2010 Modelo geoidal brasileiro com erro médio padrão de  $\pm 0,32 m$  para as áreas mais desenvolvidas do país mostrado na figura 2.6 (IBGE, 2011b).

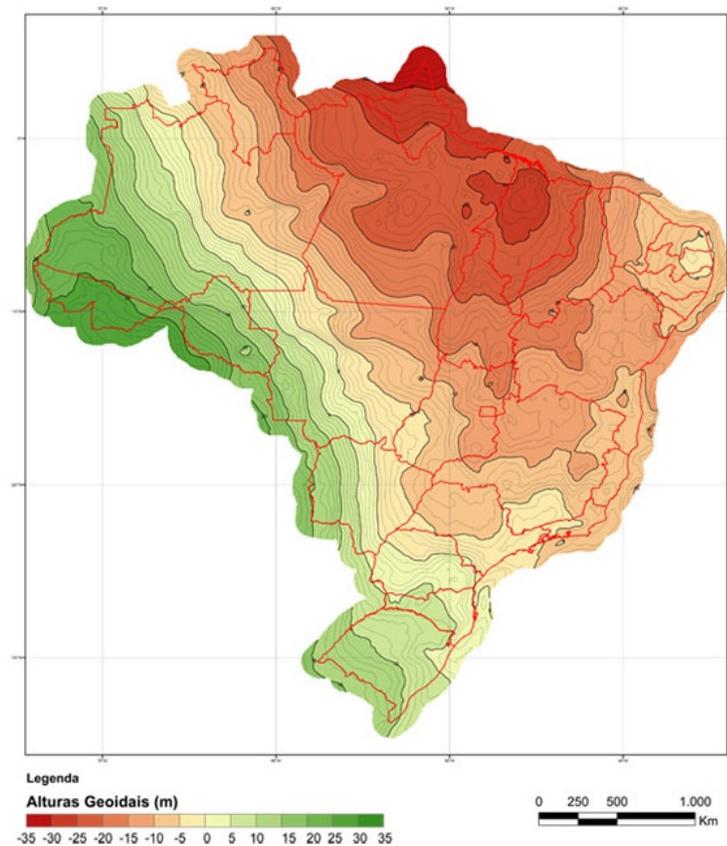


Figura 2.6: Modelo geoidal brasileiro MAPGEO 2010  
Fonte: (IBGE, 2011a)

## 2.3 Anomalia do campo gravidade

A diferença entre o potencial da gravidade  $W$  e o potencial gravitacional normal  $U$  de um ponto  $P$  é denominado de **potencial anômalo**  $T$ , também chamado de **potencial perturbador** (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$W(x, y, z) = U(x, y, z) + T(x, y, z) \quad (2.8)$$

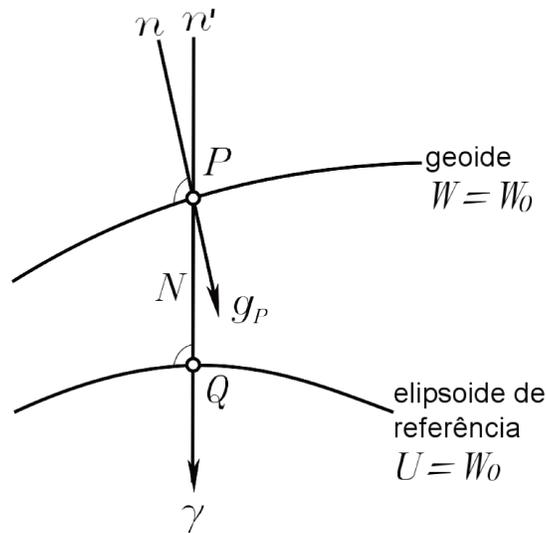


Figura 2.7: Geoide e elipsoide de referência  
 Fonte: Adaptado de (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006)

Comparando o geoide  $W(x, y, z) = W_0$  com o elipsoide de referência  $U(x, y, z) = U_0$  de mesmo potencial  $U_0 = W_0$ , o qual um ponto  $P$  do geoide é projetado no ponto  $Q$  no elipsoide de referência onde a distância  $PQ$  é denominada de **altitude geoidal** ou **ondulação geoidal**  $N$  (Figura 2.7).

A redução da gravidade<sup>8</sup> é um processo utilizado para vários propósitos:

- Determinação do geoide;
- interpolação e extrapolação da gravidade;
- investigação da crosta terrestre (Geologia e Geofísica).

Considerando o vetor gravidade  $\vec{g}$  em  $P$  e o vetor gravidade normal  $\gamma$  em  $Q$  então, o vetor da anomalia da gravidade  $\Delta g$  pode ser definido pela equação 2.9. Um vetor é caracterizado pela magnitude e direção onde a diferença de magnitude é a **anomalia da gravidade** e a diferença de direção é o **desvio da vertical** (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006).

$$\Delta g = \vec{g}_P - \gamma \quad (2.9)$$

<sup>8</sup>como a medição da gravidade é feita normalmente acima do nível do geoide, deve-se portanto “reduzir”, ou melhor, aplicar um gradiente objetivando chegar a um valor referente a superfície desejada

O **distúrbio da gravidade** mostrado na equação 2.10 é conceitualmente mais simples do que a anomalia da gravidade, mas não é tão importante em geodésia física. A gravidade é medida sobre o geoide (ou reduzido a ele), já a gravidade normal  $\gamma$  é calculada para o elipsoide. A redução é essencialmente a mesma coisa para os distúrbios  $\delta g$  da gravidade e anomalias da gravidade  $\Delta g$  (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006).

$$\delta g = g_P - \gamma_P \quad (2.10)$$

Hofmann-Wellenhof e Moritz (2006) apresentou os passos descritos nas equações 2.11, 2.12, 2.13 e 2.14:

$$U_P = U_Q + \left( \frac{\partial U}{\partial n} \right)_Q N = U_Q - \gamma N, \quad (2.11)$$

onde:

$$W_P = U_P + T_P = U_Q - \gamma N + T_P \quad (2.12)$$

devido:

$$W_P = U_Q = W_0 \quad (2.13)$$

Partindo deste ponto, chega-se à famosa **fórmula de Bruns**<sup>9</sup>, mostrada em 2.14, que relaciona a ondulação geoidal  $N$  com o distúrbio da gravidade  $T$  (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006).

$$T = \gamma N \quad (2.14)$$

que pode ser escrito como:

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (2.15)$$

---

<sup>9</sup>Ernst Heinrich Bruns (1848-1919): matemático e astrônomo alemão

### 2.3.1 Redução *Free-Air*

Para redução teórica da gravidade até o geóide é necessário o gradiente de gravidade  $\partial g/\partial H$ . Se é observado o valor de  $\vec{g}$  na superfície da Terra, então o valor  $g_0$  reduzido ao geóide pode ser obtido pela expansão de Taylor (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$g_0 = g - \frac{\partial g}{\partial H} H \dots \quad (2.16)$$

sendo:

$H$  altitude ortométrica, ou seja, a distância entre um ponto  $P$  na superfície física até  $P_0$  correspondente no geóide.

Supondo que não exista massa entre eles e considerando que a variação é linear tem-se:

$$g_0 = g + F \quad (2.17)$$

onde  $F$  é a redução *Free-Air* até o geóide mostrado na equação 2.18:

$$F = -\frac{\partial g}{\partial H} H \quad (2.18)$$

Para muitos propósitos é suficiente dizer que o gradiente normal da gravidade pode ser simplificado para (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$F = +0.3086H \text{ mGal} \quad (2.19)$$

Todavia, para Featherstone e Dentith (1997) o gradiente *Free Air* simplificado é considerado inadequado, pois não leva em conta o achatamento e por isto sugere uma correção de segunda ordem baseada em uma expansão de Taylor da gravidade normal.

$$F = \frac{2\gamma}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2) H - \frac{3\gamma}{a^2} H^2 \quad (2.20)$$

sendo:

$f$  achatamento;

$m$  parâmetro geodésico da relação entre as forças gravitacional e centrífuga no equador;

adotando o valor:

$$m = 0.00344978600308 \text{ (elipsoide GRS80).}$$

### 2.3.2 Redução *Bouguer*<sup>10</sup>

O objetivo da redução da gravidade Bouguer é a completa remoção da influência na gravidade causada pelas massas topográficas fora do geóide. Assumindo um cilindro, denominado de “**platô Bouguer**” (figura 2.8), com base completamente plana, raio infinito, altura  $H$  definida pela distância entre o geóide até um ponto  $P$  e densidade  $\rho$  constante pode-se determinar o valor de sua influência  $A_B$  pela fórmula (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$A_B = 2\pi G \rho H \tag{2.21}$$

sendo:

$\rho$  densidade padrão;

$H$  altura do platô em metros (altitude ortométrica);

adotando o valor:

$$\rho = 2,67 \text{ g cm}^{-3}$$

que pode ser simplificado como:

$$A_B = 0,1119H \text{ mGal} \tag{2.22}$$

---

<sup>10</sup>Pierre Bouguer (1698 - 1758): matemático, físico e hidrógrafo francês

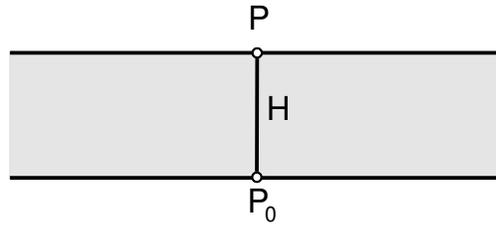


Figura 2.8: Platô Bouguer  
Adaptado de Hofmann-Wellenhof e Moritz (2006)

Para se efetuar a “**redução Bouguer incompleta**” é necessário apenas subtrair a atração equivalente do platô referente a fórmula 2.22 da gravidade observada. Para a solução mais detalhada chamada de “**redução Bouguer completa**” é necessário aplicar também a redução *free-air*  $F$  apresentada na equação 2.19 (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$g_B = g - A_B + F \quad (2.23)$$

Subtraindo a gravidade normal  $\gamma$  referente ao elipsoide da redução Bouguer  $g_B$  temos a “anomalia Bouguer”  $\Delta g_B$  conforme equação:

$$\Delta g_B = g_B - \gamma \quad (2.24)$$

**Correção do terreno** ou **correção topográfica** é um procedimento que pode refinar o cálculo da redução da Bouguer. Basicamente consiste em considerar o desvio da topografia em relação ao platô Bouguer de um ponto  $P$ . O platô Bouguer (figura 2.9) não considera a massa de  $m_1$  que causa um incremento em  $g$  do ponto  $P$ . Em contrapartida a ausência da massa  $m_2$  também causa um incremento em  $g$ , ou seja, a correção do terreno sempre é positiva (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006). De acordo com Hofmann-Wellenhof e Moritz (2006), quando considerada a correção do terreno, o valor determinado no cálculo para remoção da influência das massas externas ao geóide é denominada de “**redução Bouguer refinada**”. Já Vaníček et al. (2004) chama o mesmo procedimento de “**redução Bouguer completa**”, divergência que pode gerar alguma confusão.

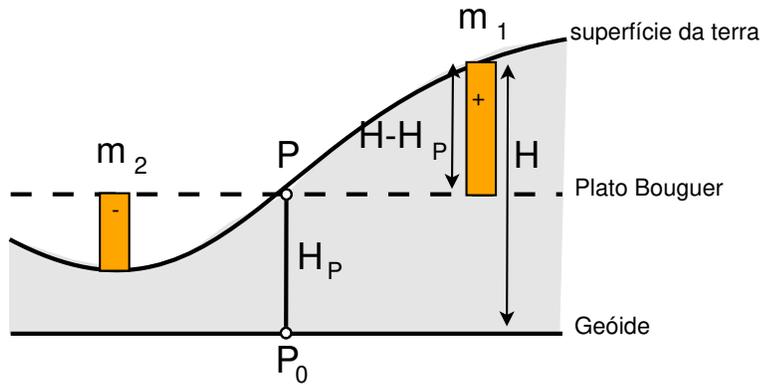


Figura 2.9: Correção do terreno  
Adaptado de Hofmann-Wellenhof e Moritz (2006)

A determinação prática desta correção  $A_t$  depende da modelagem do terreno para permitir a execução do somatório das diferenças de massa entre o platô até a topografia no entorno de  $P$  conforme equação:

$$A_t = \sum \Delta m \quad (2.25)$$

Gemael (2002) apresenta a “**redução modificada de Bouguer**”, onde inclui a correção do platô objetivando uma aproximação do cilindro a uma calota de raio esférico com  $166,7 \text{ km}$ , como demonstrado na equação 2.26 e observado na figura 2.10:

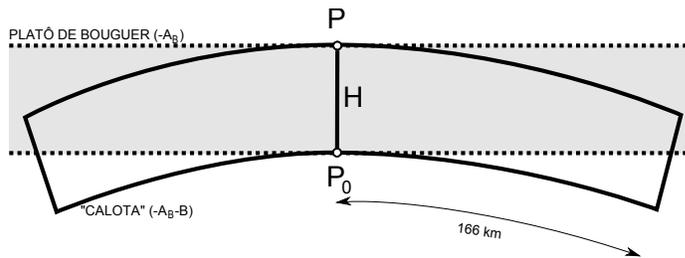


Figura 2.10: Correção do platô  
Adaptado de Gemael (2002)

$$g_B = g - A_B - B + A_t \quad (2.26)$$

Onde  $B$  pode ser obtido na tabela 2.2:

$h$	Calota	Platô	$B$
100	11,6	11,18	0,8
200	22,62	22,36	2,6
300	33,98	33,54	4,4
400	45,24	44,72	5,2
500	55,60	55,90	7,0
600	67,86	67,08	7,8
700	79,12	78,26	8,6
800	90,48	89,44	10,4
900	101,74	100,62	11,2
1000	113,00	111,80	12,0
1100	124,25	122,98	12,8
1200	135,52	134,16	13,6
1300	146,78	145,34	14,4
1400	158,04	156,52	15,2
1500	169,20	167,70	15,6
1600	180,45	178,88	15,8
1700	191,72	190,06	16,6
1800	202,98	201,24	17,4
1900	214,14	212,42	17,2
2000	225,30	223,60	17,0

Tabela 2.2: Correção do platô Bouguer ( $\text{Gal}^{-4}$ )  
 Fonte: (GEMAEL, 2002)

Adotando a correção da calota Bouguer temos:  $g_B = g - A_B + A_t + F$

Outra técnica importante que pode ser facilmente adotada para melhorar a exatidão no cálculo da anomalia é a correção referente a massa atmosférica acima do terreno, que é dada por (FEATHERSTONE; DENTITH, 1997):

$$A_A = 8.71 - 1.03 \times 10^{-3} H \mu m \text{ sec}^{-2} \quad (2.27)$$

Finalizando temos a anomalia Bouguer:

$$g_B = g - A_B + A_t + A_A + F \quad (2.28)$$

## 2.4 Introdução ao processamento do modelo geoidal

O processamento de dados gravimétricos, com objetivo de se criar um modelo, nada mais é do que um problema de interpolação/aproximação, uma vez que são coletados dados discretos, necessitando-se, pois do preenchimento dos “espaços vazios” onde não foram feitas medições. Na figura 2.11 são demonstrados em pontos vermelhos amostras discretas e a linha azul uma aproximação linear entre os pontos.

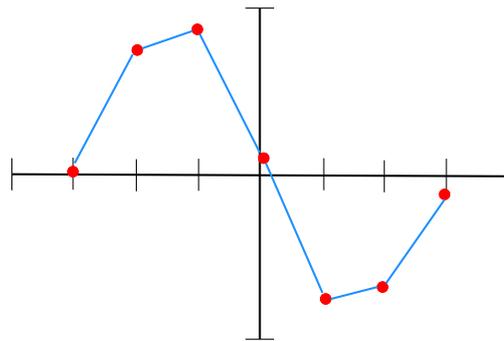


Figura 2.11: Interpolação linear entre os pontos

Várias são as abordagens para interpolação que podem ser utilizadas em função da aplicação, da qualidade dos resultados esperados, ou mesmo qual se aproxima mais da realidade. Isto porque existem muitos métodos de interpolação como é o caso da linear, da polinomial, conforme figura 2.12 ou da trigonométrica.

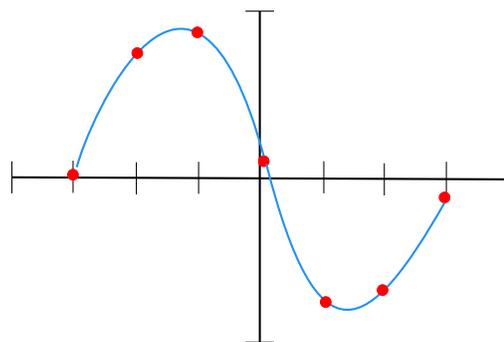


Figura 2.12: Interpolação polinomial

Outro ponto que deve ser lembrado é a densidade mínima da amostra, pois se esta for insuficiente pode-se criar um modelo que não represente a realidade conforme mostrado no

exemplo da figura 2.13. O Teorema de Nyquist sugere que a quantidade de amostras pelo tempo de um sinal deve ser maior que o dobro da maior frequência, para que possa ser reproduzido integralmente.

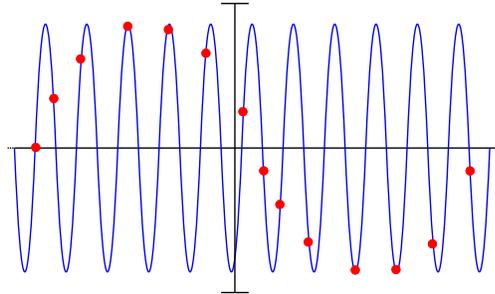


Figura 2.13: Densidade de amostra insuficiente

Outra característica importante da aplicação a que se refere esse trabalho é que a distribuição das amostras feitas para gravimetria não são regulares no que concerne ao posicionamento das estações (figura 2.14) necessitando de uma “interpolação” entre os pontos para que seja criado um modelo de uma superfície equipotencial.

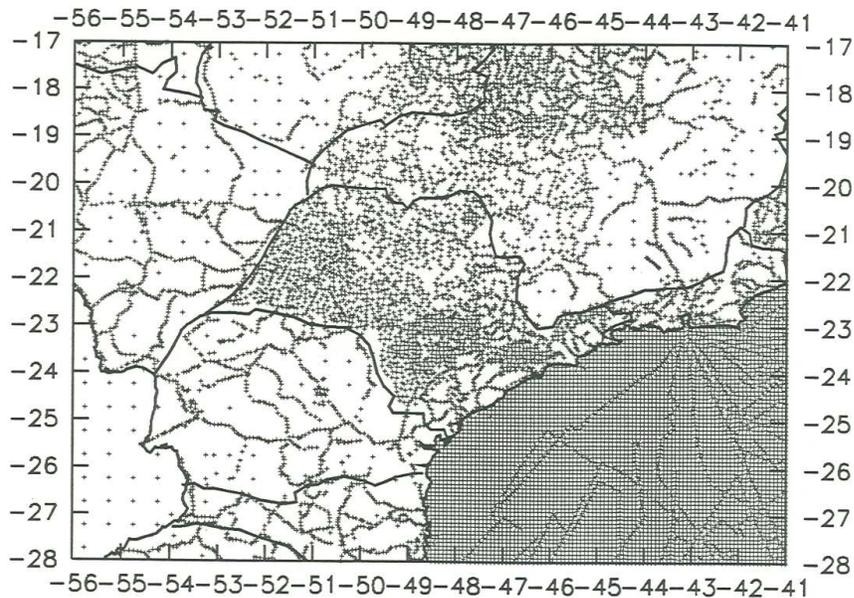


Figura 2.14: Amostra de estações gravimétricas  
 Fonte: (SÁ; MOLINA, 1995)

A solução atualmente utilizada para o problema de valor de contorno da geodésia (PVCG)

sugere uma abordagem baseada em Stokes para geração de uma superfície equipotencial do campo da gravidade terrestre que se aproxima ao nível médio do mar não perturbado. Stokes propôs em 1849 sua fórmula para determinação da ondulação geoidal a partir das anomalias da gravidade. Contudo, a solução de Stokes necessita de medidas da gravidade e anomalias reduzidas ao geóide em toda a Terra para determinar a ondulação geoidal de um ponto. Uma vez que as amostras não contemplam todo o globo, a geração do modelo limita a área de integração a uma calota esférica na região da amostra. Fato que gera distorções nas bordas do modelo pela falta de informações na área externa da calota (LOBIANCO; BLITZKOW; MATOS, 2005).

A fórmula 2.29 de Stokes (1849) é a mais importante já publicada em geodésia física. Com ela é possível o cálculo da ondulação geoidal  $N$  a partir das anomalias da gravidade ( $\Delta g$ ).

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_E S(\psi) \Delta g d\sigma \quad (2.29)$$

sendo:

$R$  raio médio da superfície da Terra;

$\gamma$  gravidade normal média;

$E$  superfície da esfera de raio  $R$ ;

$S(\psi)$  é a função de Stokes que pode ser escrita como uma série polinomial  $P_n(\cos \psi)$  de Legendre<sup>11</sup>:

$$S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos \psi) \quad (2.30)$$

sendo:

$\psi$  distância esférica entre o ponto a ser determinado e o elemento na superfície da integral;

$P_n$  polinômio de Legendre de grau  $n$ ;

onde:

---

<sup>11</sup>Adrien Marie Legendre (1752-1833): matemático francês

$$\psi = \arccos(\sin \varphi \sin \varphi' + \cos \varphi \cos \varphi' \cos \Delta\lambda) \quad (2.31)$$

sendo:

$\varphi$  latitude do ponto calculado;

$\varphi'$  latitude do ponto na superfície da integral;

$\Delta\lambda$  diferença angular entre a longitude do ponto calculado e a longitude na superfície da integral.

A fórmula de Stokes (1849) é baseada em uma aproximação esférica do elipsoide de referência causando erros relativos na ordem de  $3 \times 10^{-3}$  ou erros absolutos com até 1 *m*. Vaníček e Christou (1993) afirma que Sagrebin (1956), Molodenskii, Eremeev e Yurkina (1962) e Bjerhammar (1962) melhoraram a fórmula acrescentando o achatamento referente ao elipsoide.

A solução sugerida por Stokes (1849) requer que todas as massas externas ao geoide sejam removidas, ou seja, que as medidas da gravidade feitas na superfície física sejam reduzidas ao nível médio dos mares. Inicialmente, pressupõe-se que a densidade e o gradiente do geoide até a superfície topográfica sejam conhecidas. Com este passo é possível a determinação da separação entre o elipsoide de referência e a “aproximação” do geoide (VANÍČEK; CHRISTOU, 1993).

Uma vez determinado o modelo geoidal é possível determinar uma altitude ortométrica a partir da altitude elipsoidal conforme função 2.32:

$$H \approx h - N \quad (2.32)$$

sendo:

$h$  altitude elipsoidal;

$H$  altitude ortométrica;

$N$  ondulação geoidal.

Para melhorar a solução de Stokes (1849) a abordagem de Molodenskii, Eremeev e Yurkina (1962) sugere que seja introduzido o conceito do Teluróide, que é uma superfície auxiliar

que separa a **altitude elipsoidal**  $h$  em **anomalia da altitude**  $\zeta$  e **altitude normal**  $H^*$  conforme mostrado na figura 2.15.

$$h = \zeta + H^* \tag{2.33}$$

sendo:

$\zeta$  anomalia da altitude;

$H^*$  altitude normal;

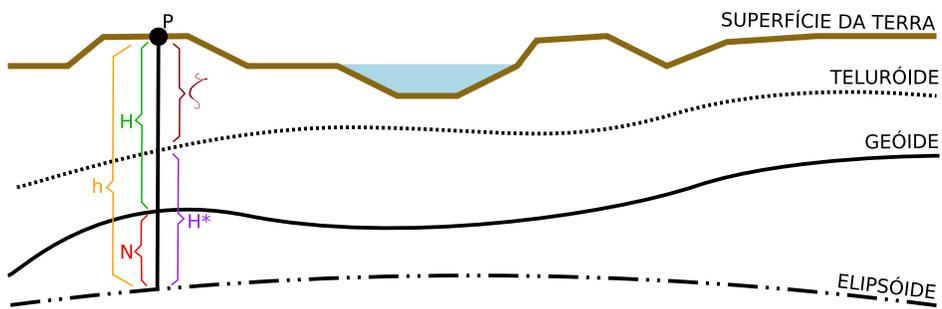


Figura 2.15: Definições  
 Fonte: adaptado de (VANÍČEK; CHRISTOU, 1993)

Combinando as equações 2.32 e 2.33 tem-se:

$$N = \zeta + H^* - H \tag{2.34}$$

A anomalia da altitude é dada por:

$$\zeta = T/\gamma \tag{2.35}$$

onde  $T$  é o distúrbio potencial dado por:

$$T = \iint_E \frac{\phi}{l_d} dE \tag{2.36}$$

sendo:

$l_d$  distância entre o ponto fonte até o ponto calculado pela integral;

$\phi$  densidade na superfície  $E$  da integral em questão;

Conforme Molodenskii a densidade  $\phi$  pode ser definida como a solução para um equação integral de segunda ordem:

$$2\pi\phi \cos \beta - \iint_E \left( \frac{\delta}{\delta h_P} l_d^{-1} - \gamma_P^{-1} l_d^{-1} \frac{\delta \gamma}{\delta h_P} \right) \phi dE = \Delta g \quad (2.37)$$

O modelo geoidal pode ser obtido pela combinação de vários componentes com diferentes comprimentos de onda (figura 2.16). Modelos geopotenciais criados a partir dos dados das missões espaciais CHAMP (*CHALLENGING Minisatellite Payload*), GRACE (*Gravity Recovery And Climate Experiment*) e GOCE (*Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*) são usados como componentes de baixa ou média frequência, já as anomalias calculadas a partir dados gravimétricos terrestres tratadas a partir de fórmulas baseadas na solução de Stokes compõem a banda de média frequência e o MTD (Modelo Digital do Terreno) pode ser combinado na aproximação fornecendo detalhes de alta frequência.

Dependendo do objetivo e dos dados disponíveis, um modelo geoidal pode representar toda superfície terrestre ou apenas uma região. Sua qualidade por sua vez, depende de vários fatores, entre elas a densidade (quantidade de pontos observados em determinada área), qualidade dos dados de estações gravimétricas de referência, acurácia do modelo digital do terreno utilizado no processamento e a resolução do modelo.

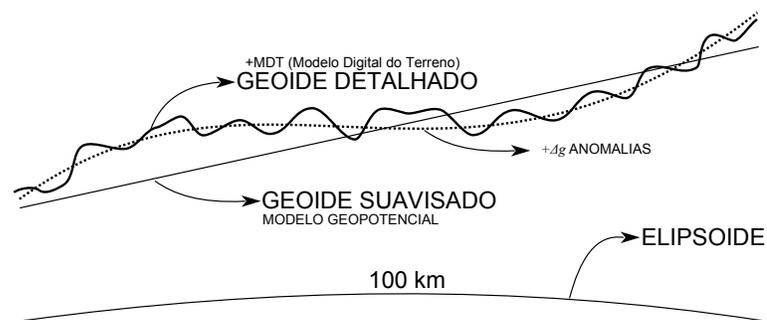


Figura 2.16: Contribuição de diferentes dados para determinação de geóide regional  
 Fonte: Adaptado de (VANÍČEK; CHRISTOU, 1993)

A determinação do geóide ainda não é um problema completamente fechado, e existem muitos trabalhos recentes comparando entre as várias técnicas que apresentam os mais vari-

ados resultados, como é o caso das abordagens de Stokes, Stokes modificada de Molodenskii, Featherstone e outras que podem ser facilmente encontradas na literatura.

## 2.5 Gravimetria e equipamentos

Gravimetria é uma parte da geodésia física que tem por objetivo medir a intensidade e/ou o gradiente da gravidade com métodos terrestres ou próximos da superfície da Terra. A medição gravimétrica pode ser feita por técnicas “absolutas” ou “relativas” (TORGE, 2001).

A importância da determinação do valor da gravidade  $\vec{g}$  está no fato de que a partir do cálculo de suas anomalias e com o uso da integral de Stokes é possível se determinar as ondulações  $N$  do geoide, o achatamento terrestre com o teorema de Clairaut<sup>12</sup>, bem como o desvio da vertical com as fórmulas de Vening-Meinesz<sup>13</sup> (GEMAEL, 1985).

A gravimetria pode ser aplicada em investigações Geofísicas para estimar a densidade das rochas, determinações das ondulações geoidais e em estudos geodinâmicos, nos quais monitora mudanças temporais do campo gravitacional terrestre.

### 2.5.1 Métodos absolutos de medição da gravidade

A medição de gravidade absoluta é aquela que determina  $\vec{g}$  através dos fundamentos da aceleração da gravidade, medição de tempo e deslocamento. A medição pode ser efetuada pelo método pendular, introduzido por Galileu Galilei que atualmente está em desuso, ou pelo método queda livre (TORGE, 2001; GEMAEL, 2002) que se tornou viável com avanço tecnológico dos cronômetros, sensores e da eletrônica.

O método pendular demonstrado na figura 2.17 pode ser facilmente calculado com a equação 2.38.

---

<sup>12</sup>Alexis Claude de Clairaut (1713-1765): matemático francês

<sup>13</sup>Felix Andries Vening Meinesz (1887-1966): geofísico e geodesta holandês

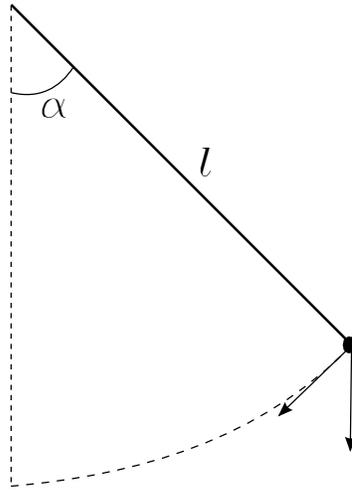


Figura 2.17: Determinação pendular

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left( 1 + \frac{\sin^2 \alpha}{16} \right)} \quad (2.38)$$

sendo:

$t$  período em segundos necessário para que um movimento realizado pelo pêndulo volte a se repetir;

$l$  comprimento do pêndulo em metros;

$\alpha$  ângulo formado entre a vertical e a posição inicial do pêndulo;

$g$  aceleração da gravidade.

O método de determinação da gravidade com queda livre (figura 2.18) é baseado no princípio do movimento acelerado mostrado na equação 2.39, que pode ser simplificado conforme fórmula 2.40.

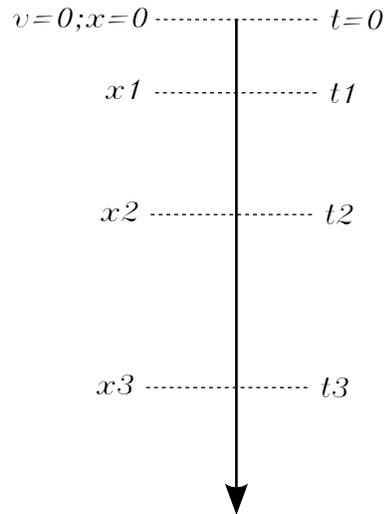


Figura 2.18: Determinação com método queda livre

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (2.39)$$

$$g = 2 \left( \frac{(x_3 - x_1)(t_2 - t_1) - (x_2 - x_1)(t_3 - t_1)}{(t_3 - t_1)(t_3 - t_2)(t_2 - t_1)} \right) \quad (2.40)$$

sendo:

$t_1; t_2; t_3$  intervalos de tempo contados a partir de  $t = 0$ ;

$x_1; x_2; x_3$  distâncias percorridas nos intervalos  $t_1; t_2; t_3$ .

Os equipamentos modernos para medição absoluta pelo método queda livre são acurados, porém custosos, complexos, de difícil transporte e de complicada instalação em terrenos irregulares ou instáveis. O funcionamento básico deste tipo de equipamento está na medição de instantes de tempo de um corpo em queda livre em uma câmara de vácuo.



Figura 2.19: Gravímetro absoluto FG5#215  
Fonte: (PÁLINKÁS; KOSTELECKÝ, 2010)

Um outro tipo de gravímetro é o supercondutor, mostrado na figura 2.20. O princípio de seu funcionamento é a partir da levitação de um corpo de prova esférico criada por campo magnético gerado por bobinas. A esfera se move para cima e para baixo em resposta às mudanças da gravidade, então a voltagem é alterada automaticamente com o objetivo de manter o equilíbrio, movendo o corpo para posição correta. E esta voltagem aplicada é parametrizada em uma escala para fornecer as mudanças de gravidade. Os gravímetros supercondutores podem atingir sensibilidades de  $1 \text{ nGal}$  (nanogal) nas suas medidas. No caso do gravímetro OSG (*Observatory Superconducting Gravimeter*) da GWR<sup>14</sup> o corpo de provas tem  $2.54 \text{ cm}$  de diâmetro com massa de  $4 - 8$  gramas e o campo magnético é gerado por duas bobinas supercondutoras de nióbio quando estão a uma temperatura de  $-263.85^\circ\text{C}$ . Detalhes do funcionamento do gravímetro OSG da GWR que pode ser visto na figura 2.21 (GRW, 2011).

---

<sup>14</sup>GWR® é marca registrada da *GWR Instruments, Inc. San Diego, CA, EUA*



Figura 2.20: Gravímetro supercondutor OSG  
 Fonte: (GRW, 2011)

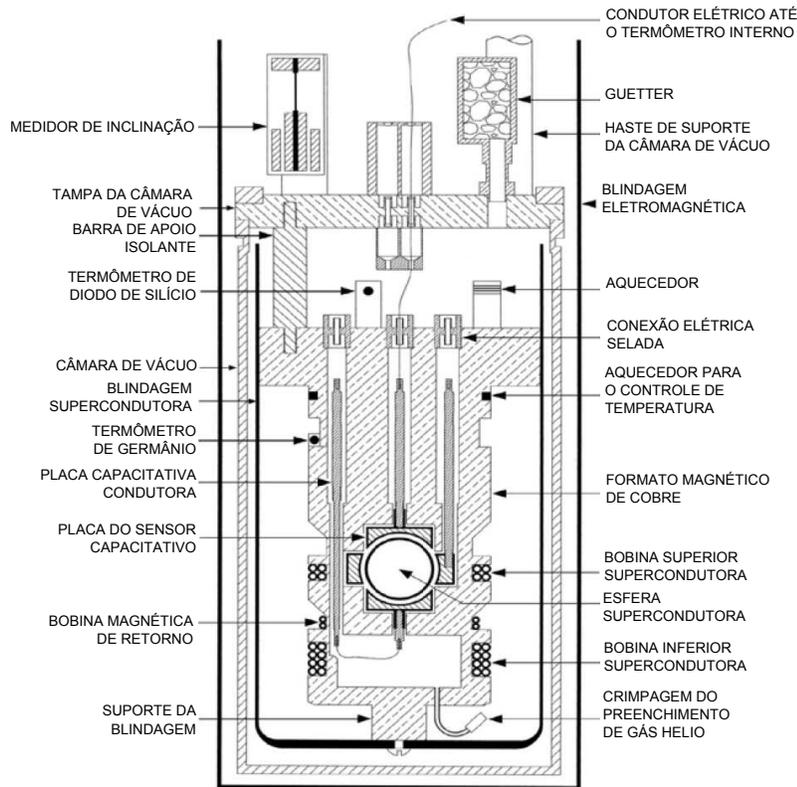


Figura 2.21: Corte esquemático do gravímetro supercondutor OSG  
 Fonte: Adaptado de (GRW, 2011)

## 2.5.2 Métodos relativos de medição da gravidade

Os métodos relativos utilizam equipamentos para medir a diferença de leitura entre uma estação e outra. A determinação de  $\vec{g}$  de um ponto depende da existência de uma estação gravimétrica com o valor da aceleração previamente conhecido, o qual somando a diferença determinada entre as estações, pode se transportar o resultado. O princípio de funcionamento se baseia no peso de um corpo equilibrado por uma força inversa normalmente elástica, proporcionada por uma mola em um ambiente com temperatura constante, a fim de se manter o mesmo coeficiente de elasticidade entre as medições. As diferenças em  $mGal$  são medidas em uma escala graduada, sendo os resultados parametrizados conforme uma tabela de calibração fornecida pelo fabricante. Um esquema de funcionamento do gravímetro LaCoste e Romberg modelo G (L&R) pode ser observado na figura 2.22.

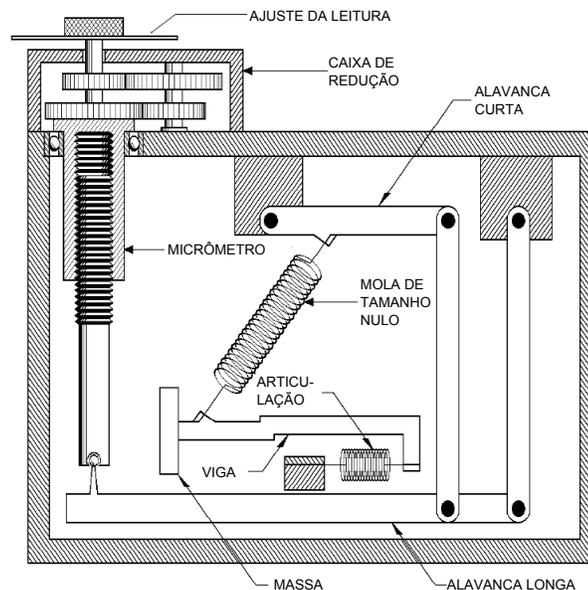


Figura 2.22: Corte esquemático do gravímetro LaCoste & Romberg modelo G & D  
Fonte: Adaptado de (LACOSTE&ROMBERG, 2004)

O surgimento dos equipamentos de medição relativos revolucionou a gravimetria, pois permitiu a rápida densificação das redes gravimétricas devido ao tamanho reduzido, facilidade de uso, possibilidade de instalação em ambientes diversos e alta produtividade (GEMAEL, 2002).



Figura 2.23: Gravímetro LaCoste & Romberg modelo G  
Fonte: Arquivo Pessoal Érico Francisco Innocente

Diferente dos equipamentos absolutos, uma característica comum dos equipamentos elásticos mecânicos e também um dos principais inconvenientes, é a existência de um fenômeno chamado deriva, que precisa ser levado em consideração nos cálculos gravimétricos. Para ilustrar, é mostrada na figura 2.24 uma comparação entre um equipamento baseado em queda livre e outro com sistema elástico. Existem dois tipos diferentes de deriva que são a estática e a dinâmica. A primeira ocorre quando o sistema elástico se altera em estado de repouso, pois em períodos pequenos a variação normalmente é pequena. Contudo, o levantamento de um circuito, muitas vezes, pode durar dias e, portanto, é inevitável que a equipe pare em momentos para refeições e repouso. Já a deriva dinâmica advém da deformação do sistema elástico, que acontece pelo tempo e dos movimentos que ocorrem durante o seu deslocamento no circuito em que é feito o trabalho. O limite de tempo é uma característica que varia em função da marca e modelo do equipamento e é determinado a partir do período necessário para que a deriva não deixe de ser tratada como linear.

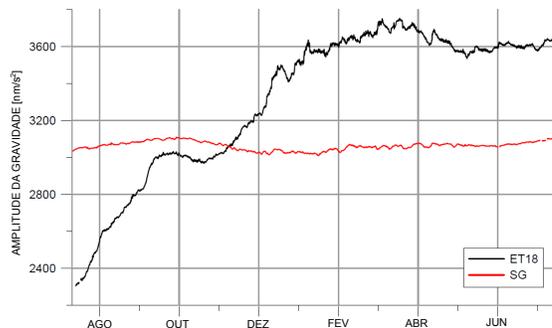


Figura 2.24: Deriva do gravímetro relativo ET18 e do absoluto SG  
Fonte: Adaptado de (HEGEWALD; JENTZSCH; JAHR, 2010)

Alguns aparelhos dependem de um trabalho mais extenso para se chegar aos resultados, como é o caso do gravímetro do LaCoste & Romberg mostrado na figura 2.23. Já, outros aparelhos mais modernos que possuem eletrônica embarcada, são mais precisos e tratam melhor os dados, facilitando ainda mais o uso como é o caso do *Scintrex Autograv CG5*, que pode ser visto na figura 2.25.



Figura 2.25: Gravímetro *Scintrex Autograv CG5* do Instituto de Geociências da Unicamp

O CG5 faz parte de uma nova geração de gravímetros relativos microprocessados, que funcionam em uma faixa de  $8000\text{ mGals}$ , sem precisar ser reiniciado e com uma resolução de  $1\text{ }\mu\text{Gal}$ . Diferente dos equipamentos mecânicos como o modelo G da L&R, ele não registra medidas isoladas efetuadas por um operador e sim, amostras em intervalos pré-definidos ou de forma contínua com frequência de  $6\text{ Hz}$ . Ou seja, um equipamento configurado para fazer 3 medições de 1 minuto cada, armazenará em sua memória  $(6\text{ Hz})(60\text{ s})(3) = 1080$  leituras em uma série de medições de uma estação. O fato de esse gravímetro fazer várias medições por segundo permitiu que fosse incorporado o filtro sísmico. A possibilidade de armazenar os dados coletados em sua memória de 12 Megabytes, além de poupar trabalho, evita muitas possibilidades de erro, como executar uma leitura da graduação do *dial* errada,

ou ditar o valor indevido para o anotador, ou escrever errado na caderneta de campo, ou ler errado na caderneta de campo na transcrição dos dados para um programa de computador, ou até mesmo digitar errado. Para facilitar a sua utilização o equipamento possui uma tela gráfica, um teclado e uma interface amigável. Possui também, proteção contra mudanças de temperatura, variação de pressão e variações causadas por campos magnéticos. Outra característica importante do CG5 é a pequena deriva, que é resultado do ambiente operacional do sistema elástico de quartzo em conjunto com a correção por software que fornece em tempo real resultados com deriva de longo prazo com  $0,02 \text{ mGals}$  por dia (SCINTREX, 2008).

## 2.6 Redes Gravimétricas

Em 1971 foi aprovada a “*The International Gravity Standardization Net*” (IGSN-71) pela *Union Géodésique et Géophysique Internationale* (UGGI), disponibilizando 1.864 estações gravimétricas de 1ª ordem, distribuídas em todo o mundo, estabelecendo o atual *datum* gravimétrico mundial. Essas estações foram transportadas do observatório de Postdam e posteriormente ajustadas, a partir de 24.000 medidas feitas com gravímetros, 1.200 feitas com observações pendulares relativas e 10 determinações absolutas (GEMAEL, 2002). Entre essas estações 20 delas foram instaladas no Brasil e são utilizadas como referência para os trabalhos nacionais. Esta rede foi melhorada pela adição das estações absolutas de alta acurácia IAGBN (*International Absolute Gravity Base Station Network*) pela *International Gravity Commission* (IGC) em 1983 o qual é mantida pelo *Bureau Gravimétrique International* (BGI) (CANADA, 2011).

Como o Brasil é um país com dimensão continental, criaram redes secundárias que, a partir delas, foram efetuadas densificações que vêm acontecendo desde a criação da rede mundial até os dias de hoje por Institutos como o ON (Observatório Nacional), IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), EPUSP (Escola Politécnica da Universidade de São Paulo), IAG (Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas) e UFPR (Universidade Federal do Paraná). Contudo encontram-se ainda muitas lacunas, regiões com densidade pequena, e também estações que carecem de revisão. Na figura 2.26 é mostrada a rede gravimétrica fundamental brasileira.

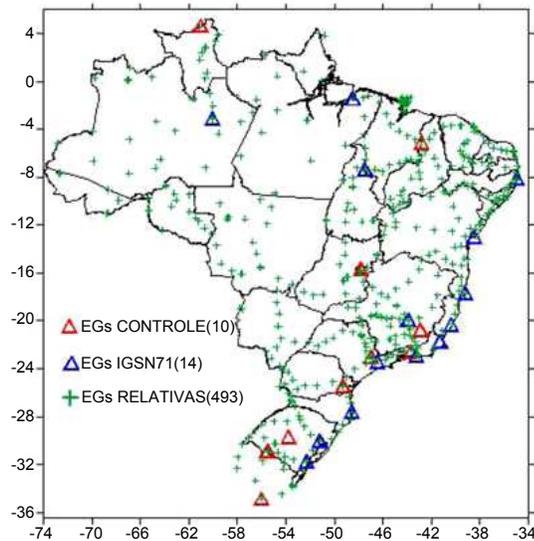


Figura 2.26: Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira  
 Fonte: Adaptado de (PIÑA; SOUSA, 2001; ON, 2011)

## 2.7 Gravimetria com satélites artificiais

A partir do lançamento do Sputnik no início da era espacial, em 1957, foi possível a observação dos desvios das órbitas dos satélites artificiais que permitem desenvolvimento de séries de geopotenciais. A determinação da gravidade com métodos como esses apresentam melhores resultados do que em métodos terrestres quando avaliados em longos comprimentos de onda, como é o caso de determinações em grandes regiões ou, até mesmo, sobre o oceano (BLITZKOW, 1996). Posteriormente surgiram missões espaciais específicas para a gravimetria como a CHAMP (*CHALLENGING Minisatellite Payload*), a GRACE (*Gravity Recovery And Climate Experiment*) e a GOCE (*Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*) objetivando mais a qualidade na aquisição de dados para determinação do geóide, principalmente para áreas onde a distribuição de dados gravimétricos é insuficiente ou nula.

A missão CHAMP, de autoria da agência espacial alemã DLR (*Deutsche Forschungsanstalt für Luft und Raumfahrt*), foi criada com vários propósitos geocientíficos como: o estudo do campo geopotencial global e para sondagem atmosférico-ionosférica. Teve seu lançamento

em 15 de Julho de 2000, onde os principais objetivos da missão foram a investigação das componentes de longo comprimento de onda para o mapeamento do campo gravitacional e campo magnético da Terra. Por essa razão, o satélite foi equipado com acelerômetro, magnetômetro, sensor inercial, receptor GPS (*Global Positioning System*) e um LLR (*Laser Retro Reflector*) conforme a na figura 2.27 (KÖNIG et al., 2002).

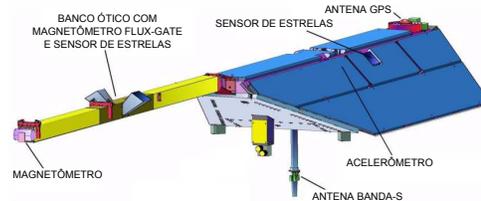


Figura 2.27: Esquemático da espaçonave CHAMP  
 Fonte: Adaptado de (GRUNWALDT; NEUBERT, 2000)

O par de satélites GRACE mostrado na figura 2.28 foi lançado em março de 2002 pelo convênio entre a NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) e a agência espacial alemã com objetivo de fazer medidas detalhadas no campo gravitacional da Terra. Projetado para coletar dados por cinco anos com o fim de criar modelos mais acurados. A missão GRACE consiste em dois satélites idênticos em órbitas circulares próximas, a aproximadamente 500 km de altitude e 89,5° de inclinação separados por 220 km ao longo do trajeto. Cada satélite possui um link de comunicação entre ambos, receptor GPS, sensores de altitude e acelerômetros de alta precisão (TAPLEY et al., 2004).

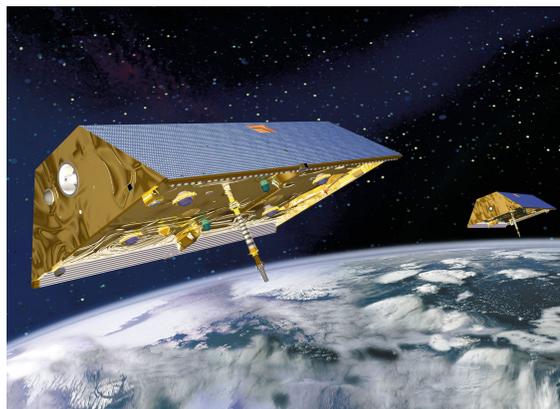


Figura 2.28: Par de satélites artificiais GRACE  
 Fonte: (NASA, 2011b)

Com os dados preliminares coletados pela missão GRACE foi possível gerar o modelo geoidal GGM01S (*GRACE Gravity Model*) que permitiu a comparação com o modelo EGM96, ainda padrão na época, com o objetivo de quantificar as diferenças, conforme pode ser observado no gráfico 2.29. As diferenças mostradas no gráfico são em milímetros.

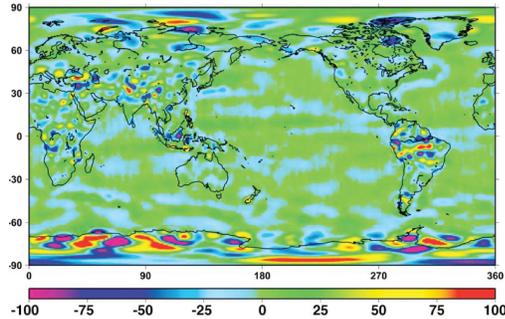


Figura 2.29: Diferenças entre o modelo EGM96 e GRACE  
Fonte: (TAPLEY et al., 2004)

A missão GOCE da ESA (Agência Espacial Europeia) aprovada para lançamento em 2005 com expectativa de vida de 20 meses (ALBERTELLA; MIGLIACCIO; SANSÓ, 2002) e com a utilização de tecnologia de gradiômetro, objetivando alta acurácia e o máximo de resolução espacial no campo gravidade. Lançado em 17 de março de 2009, precisamente 7 anos após a missão GRACE, até uma órbita a 250 km de altitude com  $96,5^\circ$  de inclinação (FLOBERGHAGEN et al., 2011). A figura 2.30 mostra a nave da missão GOCE, onde se pode ter uma noção de escala, em comparação com os técnicos contidos na foto.



Figura 2.30: Satélite GOCE no laboratório da ESA  
Fonte: (ESA, 2011)

## 2.8 Alguns métodos matemáticos utilizados no cálculo do geóide

Na geração do modelo geoidal, muitos métodos matemáticos são utilizados e por isto são apresentados neste item. Entre eles estão o polinômio de Legendre, funções harmônicas e harmônicas esféricas que foram utilizadas no desenvolvimento da função de Stokes. Também é apresentado a Transformada Rápida de Fourier que pode fornecer variação alternativa da solução de Stokes.

### 2.8.1 Polinômio de Legendre

No triângulo mostrado na figura 2.31, o comprimento recíproco  $\frac{1}{u}$  é dado por:

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + r^2 - 2rR \cos \psi}} \quad (2.41)$$

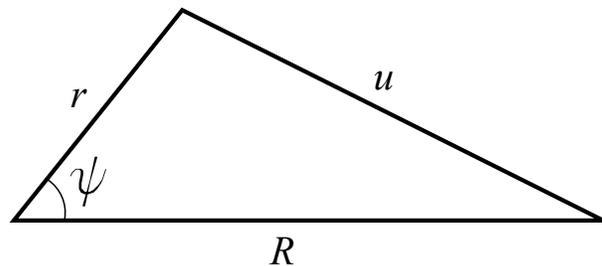


Figura 2.31: Triângulo de referência

Modificando e expandido, a equação se torna a “fórmula da distância recíproca”:

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{R}\right)^n P_n(\cos \psi) \quad (2.42)$$

Utilizado a fórmula de Rodrigues (1815), pode ser expresso por (GEMAEL, 2002):

$$P_n(\psi) = \frac{1}{n!2^n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad (2.43)$$

A função  $P_n$  compõe o **polinômio de Legendre** de grau  $n$ , descoberto por Legendre em 1782 na investigação do desenvolvimento em série da função potencial e que futuramente foi adotada função de Stokes.

## 2.8.2 Funções harmônicas

Podem-se definir funções harmônicas como soluções excepcionais da equação de Laplace<sup>15</sup> que atentem à condição da primeira e da segunda derivada serem contínuas na região considerada, como mostrado em 2.44 (GEMAEL, 2002).

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} + \cdots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} = 0 \quad (2.44)$$

que pode também ser expresso por 2.45:

$$\nabla^2 f = 0 \quad (2.45)$$

sendo:

$\nabla^2$  é o operador Laplaciano;

$f$  é a função escalar.

## 2.8.3 Coordenadas esféricas

O sistema de referência de coordenadas esférico permite a localização de um ponto qualquer em um espaço de formato esférico através de um conjunto de três valores  $(r, \lambda, \varphi)$ , onde  $r$  representa a distância entre a origem e o ponto  $P$ ,  $\lambda$  representa um ângulo de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , chamado de longitude, entre o eixo  $x$  positivo e a projeção da linha que liga a origem até o ponto  $P$  e  $\varphi$  que representa um ângulo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , chamado de colatitude, entre o eixo  $z$  e a linha que liga a origem até o ponto  $P$  conforme figura 2.32

---

<sup>15</sup>Pierre Simon Laplace (1749-1827): matemático, astrônomo e físico francês

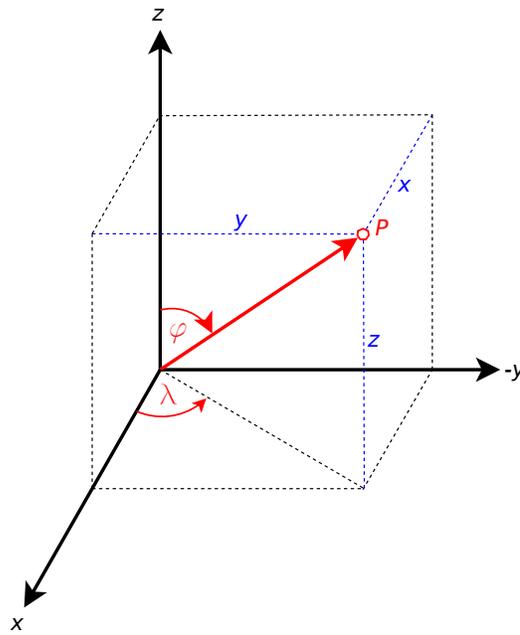


Figura 2.32: Coordenadas esféricas e retangulares  
 Fonte: Adaptado de (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006)

Transformação de sistema de coordenadas esférico para cartesiano:

$$x = r \sin \varphi \cos \lambda \tag{2.46}$$

$$y = r \sin \varphi \sin \lambda \tag{2.47}$$

$$z = r \cos \varphi \tag{2.48}$$

Transformação de sistema de coordenadas cartesiano para esférico:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \tag{2.49}$$

$$\tan \lambda = y/x \tag{2.50}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (2.51)$$

## 2.8.4 Séries/Transformada de Fourier<sup>16</sup>

A transformada de Fourier é uma técnica de aproximação usada para expressar uma função no “domínio da frequência” através da expansão de uma função em uma série de senoides (senos e cossenos multiplicados por coeficientes que alteram suas amplitudes, frequências e fases).

Para facilitar o entendimento na figura 2.33 são mostrados os gráficos das funções periódicas  $\sin(x)$  em azul e  $\cos(x)$  em vermelho, onde  $x$  é um ângulo medido em radianos que quando multiplicado por um coeficiente se altera a frequência, já o resultado da função quando multiplicado por outro coeficiente altera-se a amplitude que inicialmente é 1. O deslocamento, sem ser multiplicado por coeficientes, entre o seno e o cosseno de  $1/2$  é chamado de fase.

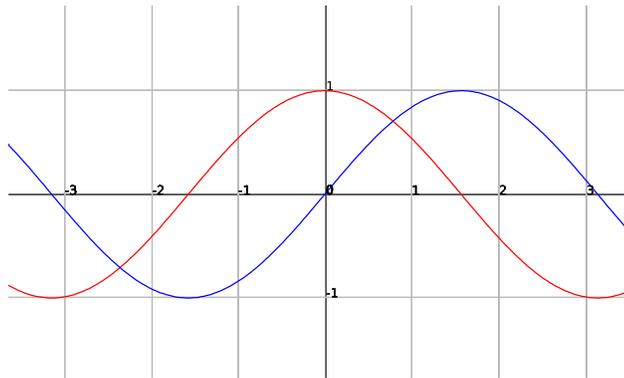


Figura 2.33: Seno e cosseno

Combinando as duas funções tem-se a função resultante  $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$  conforme mostrado em preto na figura 2.34:

<sup>16</sup>Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830): matemático e físico francês

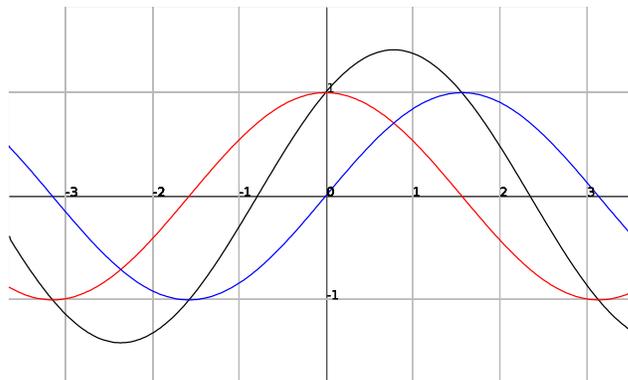


Figura 2.34: Seno e cosseno somados

Com esta técnica podem-se representar equações mais complexas como a função 2.52 mostrada em azul na figura 2.35 através da soma das funções e seus coeficientes representados em laranja.

$$f(x) = 3 \sin(x) + 6 \sin(2x) + 5 \cos(3x) + 4 \cos(5x) \quad (2.52)$$

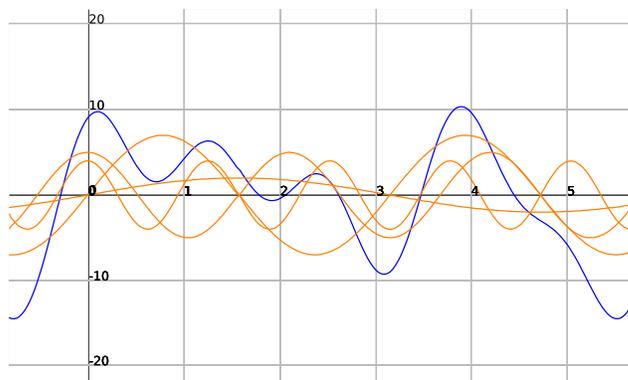


Figura 2.35: Séries de senoides

Em suma, para calcular a transformada de Fourier aplica-se a função 2.53 para obter resultados no “domínio da frequência”:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.53)$$

E para a transformada inversa, que volta a função para “domínio do tempo” aplica-se 2.54:

$$f(t) = F^{-1}(F(\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.54)$$

Contudo, para implementações computacionais onde as amostras são discretas e por motivos de desempenho, utiliza-se a Transformada Rápida de Fourier (FFT) (ELLIOTT; RAO, 1982; SODRÉ, 2002). Uma vantagem da utilização da FFT está na complexidade computacional, a ser mostrado no item 4.3, que é de  $O(n \log n)$  que pode ser executada muito mais rápida em relação a transformada convencional que é de  $O(n^2)$ .

Transformada discreta de Fourier:

$$F_n = \sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{\frac{2\pi i}{n} jk} \quad k = 0, \dots, n-1 \quad (2.55)$$

Transformada Inversa:

$$f_j = F_j^{-1} = \sum_{k=0}^{n-1} F_k e^{-\frac{2\pi i}{n} jk} \quad j = 0, \dots, n-1 \quad (2.56)$$

Aplicação da FFT na determinação da ondulação geoidal pela convolução discreta unidimensional (GOLDANI, 2006):

$$N(\varphi_l, \lambda_k) = \frac{R}{4\pi\gamma} F_1^{-1} \left\{ \sum_{j=0}^{N-1} F_1 \{ \Delta g(\varphi_j, \lambda_k) \cos \varphi_j \} F_1 \{ S(\varphi_l, \varphi_j, \lambda_k) \} \right\} \quad (2.57)$$

com  $\varphi_l = \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ .

Os valores no mesmo paralelo de latitude, na função de Stokes fornecem o valor exato da ondulação geoidal viabilizando a transformada unidirecional.

## 2.9 Cronologia

Alguns acontecimentos da ciência foram de grande importância para o estado que se encontra o conhecimento sobre gravimetria, e podem ser vistos na tabela 2.4

Ano	Fato
4 - - a.C.	Registro dos fenômenos da maré por Heródoto <sup>17</sup>
15 - -	Galileu Galilei iniciou os estudos sistemáticos do movimento uniformemente acelerado, do movimento do pêndulo e o princípio da inércia.
1610	Publicação de Johannes Kepler <sup>18</sup> “ <i>The motion of planets...</i> ”
1687	Publicação de Isaac Newton “ <i>Philosophiae Naturalis Principia Mathematica</i> ”
1749	Publicação de “ <i>Détermination de la Figure de la Terre</i> ” de Pierre Bouguer.
1782	Trabalho que publicou “as séries de Legendre” que foi posteriormente incorporada na fórmula de Stokes
1807	Publicação de trabalhos sobre termodinâmica que contém as “Séries de Fourier” que futuramente seriam usados em trabalhos para cálculo da aproximação do geoide.
1822	Apresentação do trabalho de Jean-Baptiste Joseph Fourier sobre propagação térmica.
1828	O modelo físico da Terra é introduzido por Carl Friedrich Gauss
1828	Identidades de Green <sup>19</sup> referente a problemas de contorno na qual evoluiu futuramente a integral de Stokes
1849	Publicação da fórmula de George Gabriel Stokes para determinação da ondulação geoidal
1873	Johann Benedict Listing denomina o modelo físico de “geoide”
1880	Friedrich Robert Helmert apresenta soluções para a modelagem do geoide
1924	Publicação de Paul Shureman do manual de análises harmônicas e previsão de marés que futuramente foi resumido a um artigo por Longman
1929	Publicação do trabalho “ <i>Theory and practice of pendulum observations at sea</i> ” de Felix Andries Vening Meinesz
1948	Publicação do trabalho “ <i>Complete results with isostatic reduction, interpretation on the results</i> ” de Felix Andries Vening Meinesz
1957	Início da era espacial com o lançamento do satélite Sputnik
1959	Publicação das fórmulas para cálculo da aceleração da maré de Longman

<sup>17</sup>Heródoto (484-424 a.C.): geógrafo e historiador grego

<sup>18</sup>Johannes Kepler (1571-1630): astrônomo, matemático e astrólogo alemão

<sup>19</sup>George Green (1793-1841): matemático e físico inglês

1962	Molodenskii <sup>20</sup> <i>et. al.</i> incorpora na fórmula de Stokes o achatamento elipsoidal
1971	Padronização da rede internacional gravimétrica IGSN-71 estabelecendo o datum gravimétrico de Postdam.
1991	Trabalho apresentado por Camil Gemael que apresenta a regionalização do Fator Gravimétrico no Brasil
2000	Lançamento do satélite da missão espacial CHAMP
2002	Lançamento do par de satélites da missão espacial GRACE
2009	Lançamento do satélite da missão espacial GOCE

Tabela 2.4: Cronologia de fatos importantes para a gravimetria

---

<sup>20</sup>Mikhail Sergeevich Molodenskii (1909-1991): geodesta e cartógrafo russo



## Parte II

# GravSur: Uma ferramenta de tratamento de dados gravimétricos



## Capítulo 3

# Tratamento de dados gravimétricos

Avaliando alguns *softwares* existentes para o processamento de informações gravimétricas, foi possível notar que, as soluções estão separadas em vários programas e que muitos deles não possuem interfaces amigáveis. Outro ponto importante está no fato de que, muitas vezes, os dados precisam ser retabulados e, algumas vezes, até redigitados quando a mudança de fase do projeto necessita da migração dos dados entre um programa e outro, podendo nesses casos acontecerem erros.

Alguns dos programas utilizados atualmente, apesar de serem confiáveis, foram feitos há muito tempo para equipamentos e versões de sistemas operacionais que estão agora obsoletas. Um exemplo disso são o Redgrav e o Gravsys que foram compilados em Fortran 77 para computadores de 16 bits. Porém, que esses programas poderiam ser recompilados em versões mais novas do Fortran. Alternativamente, poderiam ser rodados através da utilização de emuladores ou até mesmo através da utilização de máquinas e sistemas operacionais antigos.

Ocorre que apenas recompilar esses programas é insuficiente, pois muitos deles contêm no código a utilização de dispositivos que hoje não são mais normalmente utilizados como o drive A: e B: de disquete. Entre outros exemplos de problemas encontrados está o fato de que o Redgrav não permite longitudes mais a oeste que  $99^{\circ}59'59''W$  e ainda o caso do Gravsys que não prevê o clássico problema do “*Bug do Milênio*”<sup>1</sup>. Avaliando esses casos, fica claro que para continuar utilizando soluções antigas como essas são necessários: estudo, refatoração<sup>2</sup>, projeto, codificação das alterações, recompilação e testes.

Soluções baseadas em planilhas eletrônicas como Excel ou MATLAB (*MATrix LABoratory*), apesar de funcionarem, não foram desenvolvidas exclusivamente para gravimetria. São programas bem elaborados para soluções genéricas que dependem da preparação e edição dos dados sem uma interface para facilitar os cálculos gravimétricos. Além disso, em casos onde a quantidade de observações é extensa, a organização de informações e tradução dos dados em forma matricial pode ser trabalhosa e confusa.

Uma alternativa, seria a criação de interfaces como é o caso do *software* Caderneta, que facilita tratamento dos dados para utilização no Redgrav, podendo estender a solução com a criação de outro programa para gerar arquivos para serem processados em sistemas de ajustamento, mas a quantidade e tipos de arquivos já é muito grande. Um exemplo disso é a campanha para a criação da rede gravimétrica do Equador, mostrado na figura 3.1, que originou 436 arquivos independentes apenas a para redução de 39 estações. Muitos dados que estão nos arquivos citados se relacionam, todavia os programas atuais como o Redgrav ou o Caderneta abrem apenas um arquivo por vez que torna necessário a conferência manual das informações. A conferência dos dados é de grande importância, pois na hipótese de coordenada de uma estação estar errada, o cálculo da correção da maré será incorreto fato que pode ocorrer com muitas das outras informações presentes e redundantes entre os arquivos.

---

<sup>1</sup>*Bug do milênio*, termo usado para se referir aos problemas em sistemas informatizados que podem ocorrer quando se utiliza apenas dois dígitos para armazenamento do ano.

<sup>2</sup>Refatoração é o processo de alterar o código fonte de um software para melhorar a sua estrutura sem alterar seu comportamento externo.

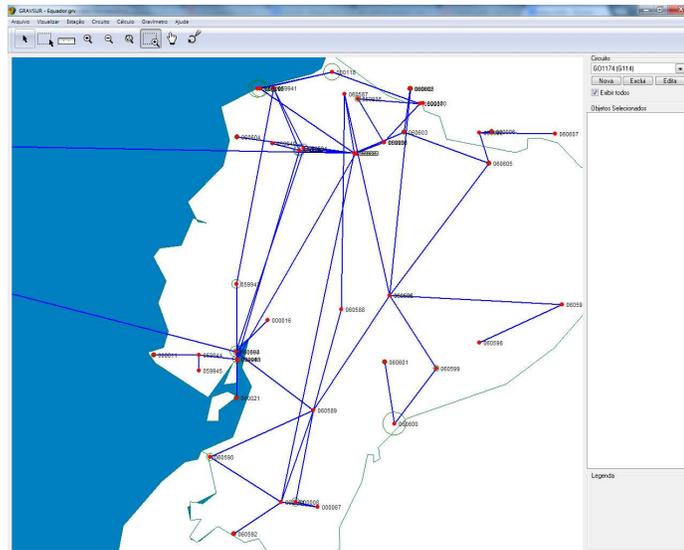


Figura 3.1: Campanha para determinação da rede gravimétrica do Equador

O tratamento de dados gravimétricos de campo depende basicamente de três processos:

- redução de leituras de circuitos (em trabalhos com gravímetros diferenciais) mostrado no item 3.2;
- cálculo da correção da maré demonstrado no item 3.3;
- ajustamento das observações detalhado no item 4.

Apesar dos aparelhos mais modernos já processarem parte do cálculo da aceleração inclusive com a correção da maré, é importante salientar que campanhas para determinação de estações gravimétricas visando à implantação de redes de primeira ou segunda ordem, utilizam muitos equipamentos. Muitos deles ainda não possuem esses recursos, e esses dados precisam ser tratados juntos em um sistema compatível com todos.

Os programas atuais são de interface textual onde, por exemplo, digitam-se latitudes e longitudes das estações. Errar um dígito ou até mesmo esquecer um sinal negativo poderá ter como consequência a posição da mesma em outro hemisfério, fato que, dificilmente aconteceria em um programa gráfico com um mapa digital, pois seria um erro de fácil detecção.

Entre outras características importantes no tratamento de dados gravimétricos que podem ser incorporadas em um novo programa estão: ajustamento de observações e cálculo de anomalias.

O Redgrav é um programa muito utilizado no Brasil, contudo existem várias versões do mesmo, sendo que o arquivo de entrada *.DAT* possui muitos tipos de formatação, criando com isto problemas de incompatibilidade. Avaliando este problema fica claro que para a criação de uma nova solução deve-se atentar a um padrão de arquivo que permita uma evolução e ao mesmo tempo garanta a compatibilidade entre as versões do sistema desenvolvido. No item 3.4 é mostrado sugestão de padrão de armazenamento.

## 3.1 Soluções tecnológicas disponíveis

### 3.1.1 Redgrav

Programa de computador codificado em Fortran 77 para cálculo de reduções de observações gravimétricas, incluindo correção da atração lunissolar, deriva estática, deriva dinâmica e a transformação de coordenadas UTM (Universal Transversa de Mercator) em geodésicas. Calcula também a gravidade teórica e as anomalias *free-air* e Bouguer. Desenvolvido, adaptado e modificado pelo convênio entre a EPUSP (Escola Politécnica da Universidade de São Paulo) e o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). Atualmente existem muitas versões diferentes do programa, pois o executável foi distribuído junto como código fonte, fato que permitiu a sua evolução e ao mesmo tempo uma incompatibilidade dos arquivos de dados gerados por diferentes institutos e departamentos de pesquisa. Seu funcionamento é através do processamento de um arquivo de entrada com extensão *.DAT* gerando os resultados da redução com valores da aceleração da gravidade no arquivo de redução com extensão *.RED*, bem como o arquivo de anomalias com extensão *.ANO*, e o arquivo para exportação para banco de dados com extensão *.DBG*. Esse programa continua em desenvolvimento separadamente no IAG (Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas), na EPUSP (Escola Politécnica da USP) e no IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística).

### 3.1.2 Sedgrav/Gravi96

Programa de computador desenvolvido pelo convênio entre EPUSP (Escola Politécnica da Universidade de São Paulo) e o IBGE. Funciona como interface para entrada de dados objetivando a geração de arquivos diversos, entre eles o *.DAT* compatível com o REDGRAV

e o *.CAD* que é basicamente um relatório de campo formatado. Permite a entrada de dados de linhas, conforme tela mostrada na figura 3.2, e leituras de estações, conforme mostrado na tela da figura 3.3. Funciona em ambiente DOS, mas como foi desenvolvido em Fortran pode ser compilado para outras plataformas como é o caso do Linux. O programa não efetua cálculos, apenas formata os dados para posterior cálculo no REDGRAV.

IBGE/DGC/DEGED/DIDAF* GRAVIMETRIA * ENTRADA DE DADOS*						DATA = 24/03/11	
IDENTIFICAÇÃO DA LINHA				Nº Gra- vim.	Tot Pto	Fu so	
Código	Nome						
GRAVIDADE DE REFERÊNCIA						PRO- JETO	
Estação Partida		Estação Chegada		I	S		
Número	Valor	Número	Valor				
ENTRE COM O CÓDIGO DA LINHA - BRANCO RETORNA							
F1 = AJUDA							

Figura 3.2: Sedgrav - Tela de cadastro da linha

IBGE/DGC/DEGED/DIDAF* GRAVIMETRIA * ENTRADA DE DADOS*						DATA = 24/03/11				
CÓDIGO DA LINHA	IDENTIFICAÇÃO DA ESTAÇÃO				DATA E HORA					
	Número	Nome	RN	T	M	Ano	MM	DD	HH	Mi
LEITURAS			I	ALTITUDE			DESNIV.			
1ª	2ª	3ª		Metro	Fras	D	P	N	S	M
ENTRE COM O CODIGO DA LINHA ◀ ESC = ABANDONA										
F1 = AJUDA										

Figura 3.3: Sedgrav - Tela de cadastro das leituras

### 3.1.3 Caderneta

Programa de computador desenvolvido pelo IBGE para substituir o Sedgrav com objetivo de apresentar uma interface mais moderna e amigável para a preparação dos arquivos a serem calculados posteriormente pelo Redgrav. Compatível com o sistema operacional Microsoft *Windows*<sup>3</sup>, o qual foi desenvolvido pelo CGED (Coordenação de Geodésia) do IBGE em 2005. Funciona a partir de uma única tela (figura 3.4) que organiza os dados de várias campanhas dentro de uma estrutura básica de banco de dados que são exportados como arquivos compatíveis com o Redgrav para posterior processamento. Assim com o Sedgrav, a interface permite a edição/visualização de uma única estação do circuito de cada vez. Esse aplicativo continua em desenvolvimento e com novas versões.

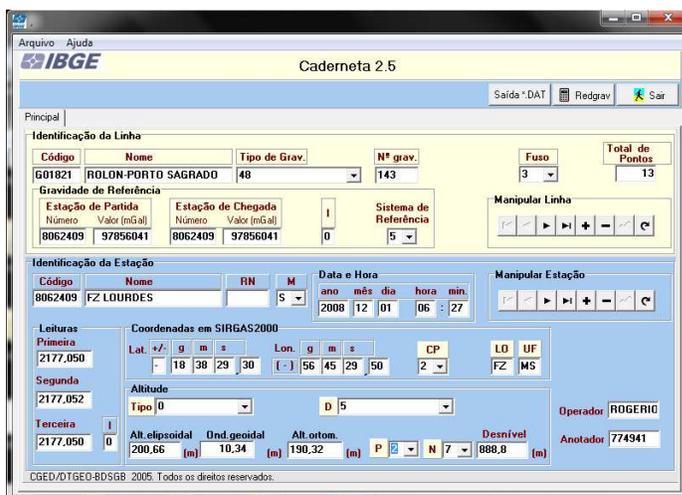


Figura 3.4: Tela do programa caderneta

### 3.1.4 Gravsys

O GRAVSYS 2.0 é um sistema de processamento de dados gravimétricos completo, desenvolvido em 1988 no GSC (*Geological Survey of Canada*) em Ottawa para computadores de 16 bits tipo IBM<sup>4</sup> PC/XT/AT, composto de vários programas em Fortran, controlados por menus desenvolvidos em Basic que permitem a navegação entre os vários recursos oferecidos (BUCK, 1988). Utilizado em ajustamentos e homogeneização de levantamentos gravimétricos na América Latina, como o trabalho apresentado por Trabanco (1995).

<sup>3</sup> *Windows*® é marca registrada da *Microsoft Corporation*.

<sup>4</sup> *IBM*® é marca registrada da *International Business Machines Corp.*

Os programas para processamento de dados foram compilados com o Fortran 77 V3.2 02/84, já os menus foram desenvolvidos e compilados com o Microsoft QuickBasic 2.0<sup>5</sup> que de acordo com Buck (1988) proporciona maior agilidade e facilidade no desenvolvimento para criar telas e interfaces para o usuário como mostrado na figura 3.5.

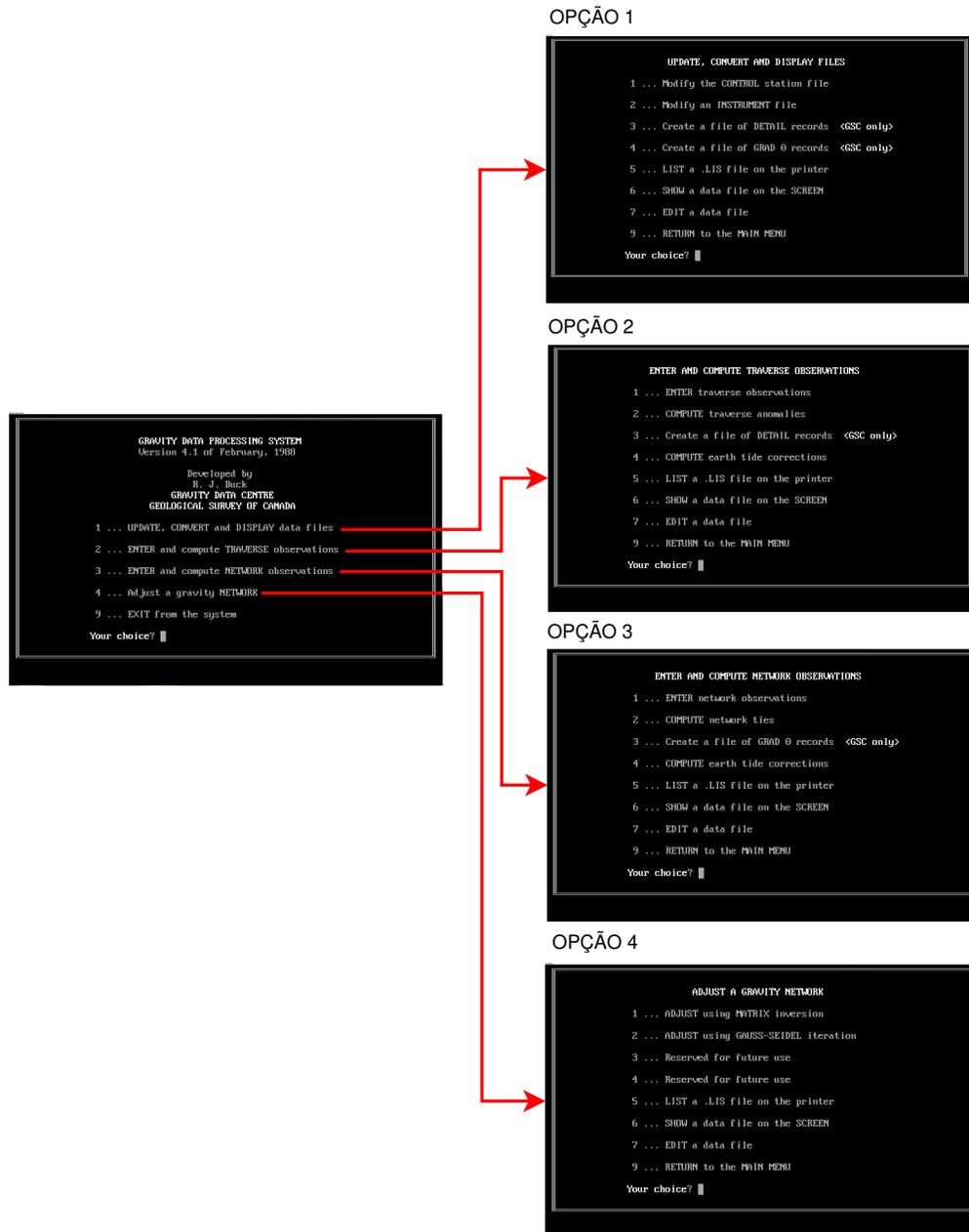


Figura 3.5: Telas dos menus do GRAVSYS

<sup>5</sup>QuickBasic® é marca registrada da Microsoft Corp.

Programas feitos em Fortran:

<b>MKBASE.EXE</b>	Cria ou modifica dados de uma estação
<b>MKINST.EXE</b>	Cria ou modifica configurações de um equipamento (Gravímetros)
<b>EDITFILE.EXE</b>	Edita arquivos de transversas, de observações ou de especificação
<b>TIDES.EXE</b>	Programa para cálculo de correções de marés
<b>TRAVRED.EXE</b>	Entrada de dados e programa de redução
<b>MKPFACETS.EXE</b>	Cria os principais tipos de arquivos de dados
<b>MKDETL.EXE</b>	Cria arquivo de registro de detalhes para computadores VAX 8700
<b>TIEPROC.EXE</b>	Entrada de dados e verificação de observações
<b>TIEFORM.EXE</b>	Computa laços (vetores) da rede
<b>MKGRD0.EXE</b>	Programa para criar arquivo registros de GRADO (VAX 8700)
<b>TB_SORT.EXE</b>	Programa para ordenar observações por tempo e instrumento
<b>FORMAT.EXE</b>	Prepara observações para ajustamento (relatório#1)
<b>EDITOR.EXE</b>	Gera (relatório#2)
<b>SEIDEL.EXE</b>	Ajusta rede usando Gauss-Seidel (relatório#3)
<b>MATRIX.EXE</b>	Ajusta rede usando inversão de matriz (relatório#3)
<b>STATS</b>	Gera resultados do ajustamento (relatório#4)

Arquivos de dados processados:

<b>GXXX.DAT</b>	Arquivo com fatores de fábrica do gravímetro (XXX=número equip.)
<b>YYYYYYYYY.OBS</b>	Arquivo de observações (YYYYYYYYY=nome da obra)
<b>BASES.DAT</b>	Arquivo com detalhes das estações gravimétricas
<b>YYYYYYYYY.ORG</b>	Cópia do arquivo de especificações
<b>YYYYYYYYY.TIE</b>	Lances (vetor entre estação anterior até atual)
<b>TIEFORM.LIS</b>	Relatório de "Lances"
<b>YYYYYYYYY.SPC</b>	Arquivo de especificações para o ajustamento
<b>FIXEDFMT.TMP</b>	Arquivo de especificações temporário
<b>PROGRAM1.LIS</b>	Relatório fase 1 das observações (preparação dos dados)
<b>INDEXTIE.TMP</b>	Índice das observações na ordem gravímetro, data e hora
<b>LINKFILE.TMP</b>	Contém contadores índices e matrizes usadas no processamento
<b>PROGRAM2.LIS</b>	Relatório fase 2 das observações (dados ordenados)
<b>DIRECTRY.DAT</b>	Diretório dos arquivos contidos no disco
<b>SOLUTION.TMP</b>	Arquivo temporário que contem a solução parcial
<b>PROGRAM3.LIS</b>	Relatório fase 3 do ajustamento fase intermediária
<b>PROGRAM4.LIS</b>	Relatório fase 4 ( Relatório final do ajustamento )

A edição das estações, observações, especificações e configurações de equipamentos podem ser efetuadas diretamente na interface<sup>6</sup> do programa que manipula automaticamente uma grande quantidade de arquivos de dados em textos formatados ou binários<sup>7</sup>. Os arquivos de

---

<sup>6</sup>interface: (em *softwares*) são os meios pelos quais um usuário pode interagir com um programa

<sup>7</sup>binário: arquivo de computador que armazena informações de variáveis ou posições de memória em

dados formatados podem ser facilmente alterados sem a utilização da interface do GRAVSY, acelerando muitas vezes o processo de digitação. No entanto não possuem um controle interativo de erros como a troca do dígito “0” (Zero) pela letra “O” que pode gerar erros e que podem não apresentar mensagens, tornando difícil a correção. O GRAVSY é um programa para gravimetria que processa dados de campo e anomalias, como o REDGRAV, indo um pouco além, pois combina trabalhos de vários circuitos e permite ajustamento das observações utilizando o método de matriz inversa e o Gauss-Seidel. O Ajustamento do GRAVSY é feito em etapas (figura 3.6) de forma a permitir a configuração para fixar, ponderar ou deixar livres os parâmetros (aceleração da gravidade) das estações. O desenvolvimento do GRAVSY foi descontinuado.

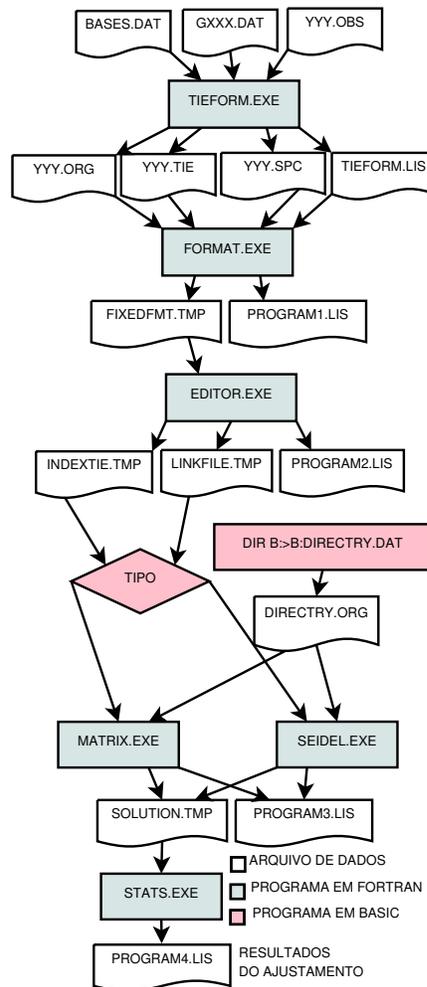


Figura 3.6: Sequência para execução do ajustamento

### 3.1.5 Programas genéricos usados na gravimetria

Planilha eletrônica é um programas de computador que utiliza tabelas formatadas em forma de matrizes de células compostas de linhas e colunas que armazenam números, equações, dados e testes lógicos. A primeira planilha eletrônica para microcomputadores foi criada em 1978 pelo estudante de Harvard Daniel Singer Bricklin que posteriormente foi produzida e distribuída em 79 pela VisiCorp com o nome de VisiCalc para computadores de 8 bits. Esse fato para a microinformática foi de grande importância, pois impulsionou a venda e o sucesso dos microcomputadores que surgiram pouco antes devido a praticidade e facilidade de utilização de aplicação em escritórios. Com o decorrer do tempo muitos outros programas de planilhas foram desenvolvidos, como é o caso do Lotus 1-2-3<sup>8</sup> e Microsoft Excel<sup>9</sup> (POWER, 2000). Atualmente as planilhas possuem recursos de matemática como álgebra, gráficos e outros recursos que podem, e muitas vezes são usados, na organização, cálculo e até ajustamento de observações gravimétricas. Um exemplo disso está no aplicativo baseado em Excel chamado Gravimédia, desenvolvido pela gerência da cartografia do IBGE em Goiânia, conforme afirma Castro Junior (2005) em seu trabalho.

O MATLAB, acrônimo de *MATrix LABoratory*, é uma ferramenta computacional poderosa para cálculos numéricos de uso geral, muito utilizado no meio acadêmico, científico e de engenharia. Possui um ambiente com linguagem de programação de quarta geração com o objetivo de facilitar a programação de cálculos, principalmente de matrizes, no entanto, sem exigir do usuário conhecimento profundo em desenvolvimento de programas de computadores (HAHN; VALENTINE, 2007). É muito utilizado em pesquisas, simulações e protótipos de programas devido a sua interatividade e facilidade de uso, quando comparado ao desenvolvimento de programas convencionais de computadores, como aqueles feitos em Fortran e Linguagem C (MARCOLINO, 2004).

O MATLAB surgiu nos anos 70 como uma calculadora interativa desenvolvida sobre o LINPACK e EISPACK conhecidos na época como o estado da arte, no que se refere a bibliotecas de rotinas em Fortran para o cálculo de matriz. Com o passar dos anos as rotinas foram traduzidas para a Linguagem C e nos anos 2000 foram substituídas por uma biblioteca mais atual chamada LAPACK (*Linear Algebra PACKage*)(MOLER, 2011).

Castro Junior (2005), que desenvolveu e trabalhou em algumas medições na América

---

<sup>8</sup>Lotus 1-2-3® é marca registrada da *International Business Machines Corp.* (anteriormente pertencia a Lotus Software)

<sup>9</sup>Excel® é marca registrada da *Microsoft Corporation.*

Latina, afirma que foi criada uma configuração no MATLAB para homogeneizar observações gravimétricas pelo IBGE em Goiânia.

### 3.1.6 Outras soluções

Gravpac é um programa de edição e processamento de observações diferenciais gravimétricas para microcomputadores pessoais com sistema operacional MS DOS ou *Windows*, desenvolvido pela antiga LaCoste & Romberg. Converte a leitura do gravímetro em miligal, aplica a correção da maré com fator gravimétrico de 1,16, corrige deriva e transporta o valor de  $\vec{g}$  entre estações e anomalias (LACOSTE&ROMBERG, 2011).

O “SeeG3” da Micro-g LaCoste é outro programa de computador usado para redução da gravidade, correção da maré pelos métodos de Longman e Berger, correção do movimento polar, correção de deriva e correções barométricas. Roda sobre a plataforma *Windows* com interface gráfica amigável GUI (*Graphic User Interface*) de aprendizado intuitivo e de fácil utilização. Criado principalmente para importar, editar, processar e visualizar dados coletados pelo gravímetro Scintrex CG3-Autograv. Fornece informações estatísticas para linhas e verificação de integridade para estações (MICROG, 2011).

SCTUTIL é o software da empresa canadense *Scintrex Limited* que acompanha o CG5 para descarregamento dos dados levantados em campo (SCINTREX, 2008).

Gravred<sup>10</sup> é um programa de redução gravimétrica e conjunto de ferramentas de modelagem. Desenvolvido pela empresa australiana *Southern Geoscience Consultants e a* versão corrente é a 1.0.0.22 (SOUTHERN, 2011).

---

<sup>10</sup>Gravred® é marca registrada da *Southern Geoscience Consultants*

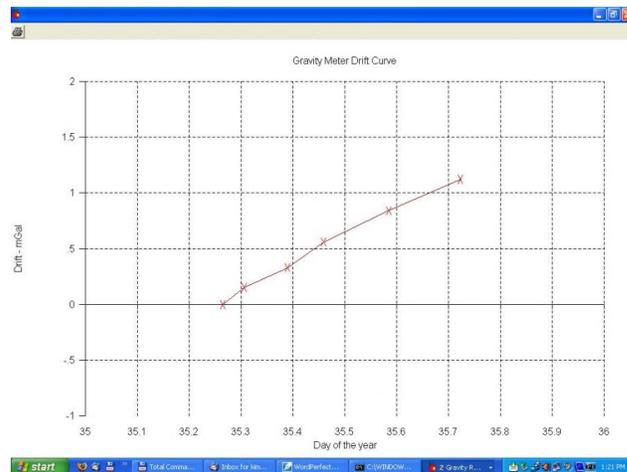


Figura 3.7: Tela do Gravred  
 Fonte: (SOUTHERN, 2011)

Recursos:

- Arquivos de importação compatíveis: Scintrex CG3, Scintrex CG5, CSV, Geosoft XYZ;
- Conversão de leituras do *dial* do LaCoste & Romberg para valores em *mGal* equivalente;
- Cálculo da correção da maré com a fórmula de Longman;
- Cálculo de correção da deriva em leituras repetidas;
- Cálculo das anomalias *Free-Air* e Bouguer com efeito da atmosfera opcional;
- Transformação entre Potsdam 1930, GRS67 e isogals GRS80;
- Processamento de gravidade observada, a partir de arquivo com anomalia Bouguer, latitude e altura;
- Plotagem da medição da deriva;
- Remoção de leituras duplicadas em raio pré-definido;
- Cálculo da anomalia Bouguer completa incluindo a correção do terreno;
- Processamento da gravidade no domínio da frequência.

## 3.2 Cálculo da aceleração da gravidade a partir de dados gravimétricos relativos

Equipamentos relativos não medem a aceleração da gravidade e sim as variações de um sistema elástico que podem ser transformados em escala de  $mGal$ . Para se determinar a gravidade de um ponto deve-se partir de outro o qual o valor é conhecido e aplicar a fórmula 3.1 para obter o resultado.

$$g_{(n)} = g_{(n-1)} + (l_{m(n)} - l_{m(n-1)}) + C_{g(n)} + D_{e(n)} + D_{d(n)} + v_{(n)} \quad (3.1)$$

sendo:

$g_{(n)}$  valor da gravidade da estação  $n$ ;

$g_{(n-1)}$  valor da gravidade da estação anterior;

$l_{m(n)}$  leitura da estação  $n$  já transformada em unidades de miligal;

$l_{m(n-1)}$  leitura da estação anterior já transformada em unidades de miligal;

$C_{g(n)}$  correção gravimétrica da leitura da estação  $n$ ;

$D_{e(n)}$  deriva estática da leitura na estação  $n$ ;

$D_{d(n)}$  deriva dinâmica da leitura na estação  $n$ ;

$v_{(n)}$  correção referente ao desnível entre a referência de nível e a medição gravimétrica.

Sem considerar características e ações particulares de cada equipamento, partindo de um ponto em que se conhece a gravidade, são efetuadas medições da aceleração da gravidade em estações onde se quer determinar valores de  $\vec{g}$  de um circuito (também chamado de linha) até voltar a primeira estação ou em qualquer outro ponto em que se conhece a gravidade. No caso dos aparelhos não automatizados, as especificações técnicas para levantamentos gravimétricos no Brasil determinam que a cada vez que se estaciona e nivela o equipamento, devem ser realizadas três leituras em uma unidade de graduação do equipamento (*dial*) em um intervalo de 3 minutos, tempo suficiente para que a correção da maré apresente uma variação mínima, e anota-se data, hora e dados referentes à estação no instante da segunda leitura. Um exemplo de dados de campo de um levantamento gravimétrico pode ser observado na tabela 3.1 com dados fictícios.

EG	Descrição	Posição		Data	Hora	Leitura1	Leitura2	Leitura3
87777	Início	21°54'16"	48°44'21"	12/05/2011	8:50	2474,676	2474,676	2474,676
01	EG 01	20°27'24"	46°01'28"	12/05/2011	10:20	2768,803	2768,803	2768,803
02	EG 02	17°55'23"	44°55'07"	12/05/2011	11:59	1907,720	1907,720	1907,720
03	EG 03	15°48'42"	47°22'18"	12/05/2011	14:10	2300,232	2300,232	2300,232
04	EG 04	16°14'02"	50°57'03"	12/05/2011	17:30	2521,444	2521,444	2521,444
05	EG 05	18°41'13"	52°22'43"	12/05/2011	20:15	2320,232	2320,234	2320,235
05	Deriva hotel	18°41'13"	52°22'43"	13/05/2011	08:15	2320,320	2521,319	2521,318
06	EG 06	20°59'59"	51°26'00"	13/05/2011	12:00	2250,312	2250,313	2250,313
87777	Fim	21°54'16"	48°44'21"	13/05/2011	16:00	2474,661	2474,676	2474,676

Tabela 3.1: Linha gravimétrica exemplo - Dados de campo

Os equipamentos automatizados, como é o caso do CG5 da Scintrex, armazenam leituras diretamente na memória quando ativados. Fazem leituras em uma frequência fixa, que no caso do CG5 é de  $6\text{ Hz}$ , e podem ser configurados para funcionarem continuamente ou em séries de intervalos de tempo. Diferente dos equipamentos não automatizados, a quantidade de amostras em uma única estação pode ser muito grande se tratarmos os dados brutos diretamente, contudo o equipamento pode processar as informações e fornecer diretamente as médias das séries de leitura. Não existe atualmente um protocolo no Brasil que define quantas séries, nem o período das mesmas.

O tratamento de dados gravimétricos relativos, para que possa ser calculado deve seguir uma sequência de etapas enumeradas a seguir:

## Passo 1 - Média das leituras

Gemael (1985) padroniza em sua publicação que se devem fazer três medidas em equipamentos não automatizados com o intuito de medir o valor da dispersão das leituras. Castro Junior (2005) sugere que este valor seja igual o menor que  $0,05\text{ mGal}$ .

No caso de aparelho automatizado, o tamanho das amostras pode variar em função da configuração, em alguns casos utiliza filtro anti ruído, tratamento estatístico, bem como cálculo do desvio padrão.

## Passo 2 - Transformação dos valores em miligal

Os valores que são lidos em equipamentos como o LaCoste & Romberg modelo G, ainda muito utilizados no Brasil, não são em miligal, apenas são valores graduados que precisam ser parametrizados de acordo com tabelas de calibração fornecidas pelo fabricante, conforme pode ser observada na figura 3.8. Essas tabelas mostram faixas de valores e seus respectivos fatores para os intervalos. É importante salientar que os equipamentos precisam ser calibrados periodicamente, onde novos fatores de escala são determinados.

Para transformar um valor medido em escala graduada no *dial* de equipamentos não automatizados para uma escala em *mGal* usa-se:

$$l_m = [(l_a - n) k_i + l_i] k_g \quad (3.2)$$

sendo:

$l_m$  leitura em *mGal*;

$l_a$  leitura graduada medida pelo equipamento;

$n$  valor inicial da faixa onde esta contida a leitura graduada (*counter reading*);

$k_i$  fator para o intervalo (calibração de fábrica);

$l_i$  valor em *mGal* equivalente para valor inicial  $n$  da faixa;

$k_g$  fator do gravímetro (calibração periódica).

Para facilitar o entendimento, como exemplo, caso seja lido o valor  $l_a = 2531,56$  no gravímetro G720 que foi calibrado na assistência técnica em agosto de 2003 com o fator  $k_g = 1,0005360$  então se busca na tabela de calibração mostrada na figura 3.8 onde está destacado a faixa de  $l_a \geq 2500 \cap l_a < 2600$ , os valores  $n = 2500$ ,  $l_i = 2534,25$  e  $k_i = 1,01383$ .

Substituindo os valores:

$$l_m = [(2531,56 - 2500) 1,01383 + 2534,25] 1,0005360 = 2567,62 \text{ mGal} \quad (3.3)$$

Os aparelhos automatizados podem fornecer os valores já em escala *mGal*, evitando o passo 2. Se necessário, em casos de pesquisa científica ou estudos do equipamento, com o CG5 pode-se obter arquivos com os dados brutos (\*.smp) que contém amostras de dados não

processados, gravados a uma frequência de 6 Hz com as seguintes colunas: valor medido  $q$ , tiltX, tiltY e temperatura do sensor no qual podem ser processados a partir da fórmula 3.4 (SCINTREX, 2008).

$$l_m = k_{cg5} * q / 536870912 \quad (3.4)$$

sendo:

$q$  valor medido em escala do CG5 nos dados brutos;

$k_{cg5}$  fator do gravímetro (CG5);

536870912 é um conversor A/D (Análogo-digital) de 24-bit com bits 5 adicionais.

MILIGAL VALUES FOR LACOSTE & ROMBERG, INC. MODEL G GRAVITY METER #G-720

COUNTER READING*	VALUE IN MILLIGALS	FACTOR FOR INTERVAL	COUNTER READING*	VALUE IN MILLIGALS	FACTOR FOR INTERVAL
0000	000.00	1.01447	3600	3649.90	1.01474
0100	101.45	1.01426	3700	3751.37	1.01482
0200	202.87	1.01409	3800	3852.86	1.01485
0300	304.28	1.01397	3900	3954.34	1.01497
0400	405.68	1.01388	4000	4055.84	1.01506
0500	507.07	1.01378	4100	4157.34	1.01512
0600	608.45	1.01373	4200	4258.86	1.01520
0700	709.82	1.01368	4300	4360.38	1.01526
0800	811.19	1.01362	4400	4461.90	1.01532
0900	912.55	1.01357	4500	4563.43	1.01537
1000	1013.90	1.01353	4600	4664.97	1.01543
1100	1115.26	1.01352	4700	4766.51	1.01548
1200	1216.61	1.01352	4800	4868.06	1.01551
1300	1317.96	1.01348	4900	4969.61	1.01555
1400	1419.31	1.01348	5000	5071.17	1.01560
1500	1520.66	1.01346	5100	5172.73	1.01564
1600	1622.00	1.01347	5200	5274.29	1.01565
1700	1723.35	1.01348	5300	5375.86	1.01567
1800	1824.70	1.01352	5400	5477.42	1.01567
1900	1926.05	1.01355	5500	5578.99	1.01565
2000	2027.41	1.01360	5600	5680.56	1.01563
2100	2128.77	1.01364	5700	5782.12	1.01556
2200	2230.13	1.01368	5800	5883.68	1.01551
2300	2331.50	1.01374	5900	5985.23	1.01542
2400	2432.87	1.01378	6000	6086.77	1.01534
2500	2534.25	1.01383	6100	6188.30	1.01524
2600	2635.63	1.01389	6200	6289.83	1.01513
2700	2737.02	1.01397	6300	6391.34	1.01502
2800	2838.42	1.01399	6400	6492.84	1.01491
2900	2939.82	1.01413	6500	6594.33	1.01482
3000	3041.23	1.01422	6600	6695.81	1.01470
3100	3142.65	1.01432	6700	6797.28	1.01457
3200	3244.09	1.01441	6800	6898.74	1.01446
3300	3345.53	1.01449	6900	6999.19	1.01432
3400	3446.97	1.01457	7000	7101.6	
3500	3548.42	1.01467			

Figura 3.8: *Fac-símile* da tabela do gravímetro L&R #G720

### Passo 3 - Tempo acumulado a partir do início da linha

Cálculo da data e hora Juliana referente à leitura da estação com objetivo de transformar os valores de dia, mês, ano, hora, minuto e segundo em um único valor de forma contínua para posteriormente calcular as diferenças de tempo entre o instante da primeira leitura da linha com as demais estações conforme:

$$\sum^n \Delta t_{(n)} = \Delta t_{(1)} + \Delta t_{(2)} + \dots + \Delta t_{(n)} \quad (3.5)$$

onde:

$$\Delta t_n = t_{(n-1)} - t_n \quad (3.6)$$

sendo:

$\Delta t_{(n)}$  diferença de tempo em horas entre a última leitura e a atual;

$t_{(n-1)}$  data Juliana da leitura anterior em unidade de horas;

$t_{(n)}$  data Juliana da leitura atual em unidade de horas.

O conhecimento das diferenças de tempo entre as leituras, bem como o somatório das mesmas permite avaliar os limites para quando se deve determinar a deriva estática, o limite máximo de tempo para medição de circuitos e o tempo decorrido para futuro cálculo de deriva dinâmica.

Dias Julianos (DJ) (ou *JD*, de *Julian day*) são dias contatos de forma contínua, sem separação de dias, meses, anos, minutos e segundos. Seu nome é uma homenagem à Júlio César<sup>11</sup> pela introdução do novo calendário. Para a astronomia o DJ inicia-se ao meio-dia e termina até o meio-dia seguinte, o que é uma grande vantagem, pois o período de observação astronômica está contido em um mesmo dia do calendário. Como é um único número contínuo para representar o tempo, o calendário Juliano simplifica as operações matemáticas, bem como facilita a ordenação e armazenamento em sistemas computacionais (COSTA, 2011). Existem muitas variações de início da contagem de calendário do DJ, entre elas estão:

- com valor zero de acordo com calendário Gregoriano iniciado em 24 de novembro de

---

<sup>11</sup> *GAIUS IVLIVS CAESAR* (100 BC – 44 BC): Militar e estadista do império romano

4714 a.C.;

- calendário Juliano iniciado em 1<sup>o</sup> de janeiro de 4713 a.C.;
- padrão da NASA como data inicial à meia-noite de 24 de maio de 1968, coincidindo com início do Projeto Apolo;
- no dia 1<sup>o</sup> de janeiro de 1980 é quando o "tempo" começa para os computadores IBM-PC;
- dia Juliano modificado  $MJD = DJ - 2.400.000$  que considera o período entre 1859 e 2130;
- para Schureman (1940), o calendário utilizado para as fórmulas de cálculo da maré inicia-se em 31 de dezembro de 1899 as 12:00 horas.

Com objetivo de facilitar a codificação do projeto desenvolvido, foi adotado o mesmo calendário Juliano utilizado nas fórmulas apresentadas por Schureman (1940), com a diferença de apresentar a variável que representa o tempo com escala em horas, ou seja, com  $t = D_j * 24$  diferentemente do utilizado normalmente. No anexo 2 é mostrado o algoritmo de computador usado no projeto.

## Passo 4 - Correção da deriva estática

Em alguns momentos de um levantamento de dados gravimétrico pode ser necessária a interrupção dos trabalhos para a alimentação e/ou repouso da equipe. Este tempo gera alterações no sistema elástico do gravímetro. Quando essa interrupção for maior que uma hora a “deriva” causada pela alteração na mola do gravímetro começa a ser significativa e deve ser levado em consideração. Para calcular este erro sistemático nas paradas com mais de uma hora deve-se repetir a leitura e utilizar a fórmula 3.7, senão apenas repetir o valor anterior conforme equação 3.8 onde, na primeira leitura, o valor da correção da deriva estática é sempre  $D_{e(1)} = 0$ .

Se o equipamento ficar estacionado sem uso por mais de uma hora deve-se então, repetir a leitura e aplicar a fórmula:

$$D_{e(n)} = D_{e(n-1)} + (l_{a(n-1)} - l_{a(n)}) \quad (3.7)$$

caso contrário:

$$D_{e(n)} = D_{e(n-1)} \quad (3.8)$$

## Passo 5 - Correção da maré

O cálculo da correção da maré  $C_g$  de um ponto  $P$  na superfície da Terra é dado por:

$$C_g = (g_{\odot} + g_L)\delta \quad (3.9)$$

sendo:

$g_L$  componente lunar da maré;

$g_{\odot}$  componente da solar da maré;

$\delta$  Fator gravimétrico.

Detalhes sobre a correção da maré é mostrado no item 3.3.

## Passo 6 - Correção da diferença de nível entre a altitude do local da leitura gravimetria e a cota da estação associada;

Nem sempre é possível estacionar o equipamento sobre a estação, pois nesse caso, ao posicioná-lo ao lado, ele poderá ficar com uma diferença de nível onde é necessário reduzir o valor de  $\vec{g}$  a cota da referência. Outro caso é de equipamentos como CG5 em que o nível do sensor fica 8.9 cm acima da base (prato) ( figura 3.9), que com o uso do tripé do fabricante chega a 27 cm em relação ao solo.

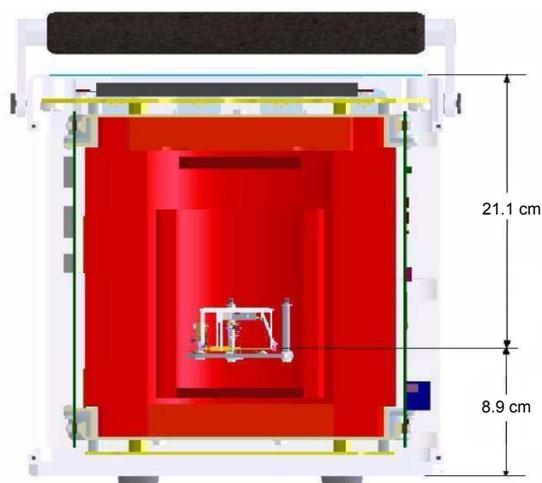


Figura 3.9: Diferença de nível entre o sensor e a base do gravímetro CG5  
 Fonte: Adaptado de (SCINTREX, 2008)

Para o cálculo da correção em relação ao desnível entre a EG (Estação Gravimétrica) e a RN (Referência de Nível) aplica-se a equação 3.10 conforme acordado no “Encontro do Roncador”<sup>12</sup> e avaliações de campo.

$$v_{(n)} = -\nabla g \Delta h_n \Rightarrow (h_n < 1,25) \quad (3.10)$$

onde:

$\nabla g = 0,3086 \text{ mGal}$  constante referente ao gradiente *free-air* teórico;

$\Delta h_n$  Diferença de altitude entre a estação gravimétrica e a referência de nível que não deve ser superior a  $1,25 \text{ m}$ .

## Passo 7 - Correção da deriva dinâmica

Os circuitos gravimétricos são polígonos ou linhas em que as medições são efetuadas nos vértices, e que partem de uma estação com valor de  $\vec{g}$  conhecido e que devido a deriva instrumental (*drift*), necessitam do retorno na estação inicial ou fechamento em outra estação conhecida que normalmente é de ordem superior (figura 3.10).

<sup>12</sup>Acordo estabelecido entre técnicos do IBGE

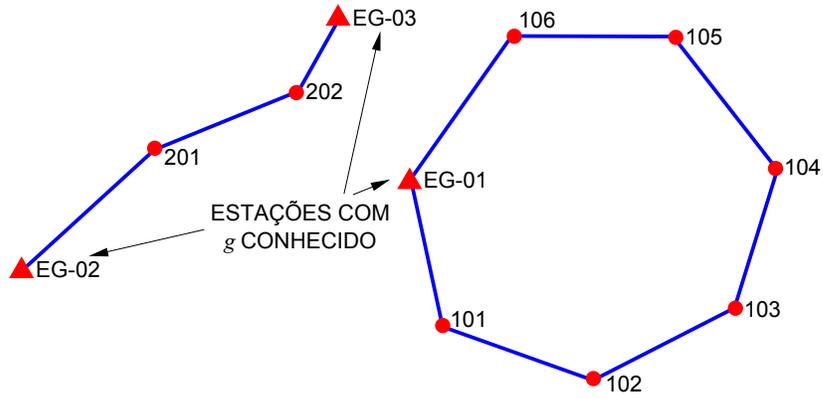


Figura 3.10: Circuitos gravimétricos

Sendo  $u$  o número sequencial iniciado por 1 contado até a última estação medida, sem aplicar a correção da deriva dinâmica o valor de  $g_{(u)}$  determinado é dado por:

$$g_{(u)} = g_{(1)} + ((l_{m(u)} + C_{g(u)} + v_{(u)}) - (l_{m(1)} + C_{g(1)} + v_{(1)})) \quad (3.11)$$

A diferença  $\beta$  entre o valor de  $g_{conhecido}$  previamente conhecido da estação de chegada<sup>13</sup> e o valor  $g_{(u)}$  calculado:

$$\beta = g_{(u)} - g_{conhecido} \quad (3.12)$$

Dividindo  $\beta$  pelo tempo total de levantamento acumulado chega-se no fator linearizado  $\tau$  referente a deriva dinâmica por hora:

$$\tau = \beta / (\sum^u \Delta t_{(n)}) \quad (3.13)$$

Multiplicando o tempo total acumulado com a deriva dinâmica por hora  $\tau$ , chega-se no valor da deriva dinâmica  $D_{d(n)}$  de cada estação:

$$D_{d(n)} = \tau \left[ \sum^n \Delta t_{(n)} \right] \quad (3.14)$$

<sup>13</sup>Última estação gravimétrica do circuito, que no caso de polígonos fechados é igual a primeira.

### 3.3 Cálculo da correção da maré

O valor de  $\vec{g}$  deve ser determinado a partir das forças de atração  $\vec{F}$  e da força centrífuga  $\vec{C}$ , as demais perturbações devem ser eliminadas, entre elas está a correção da maré  $C_g$  também chamada de correção gravimétrica. Os elementos essenciais da física para o entendimento das marés estão contidos nas leis de dinâmica e de conservação de massa de Newton (PUGH, 1987).

A atração gravitacional total entre duas grandes massas como a Terra e a Lua, bem como a grande proximidade entre eles, fazem deste conjunto um sistema. Todos os outros corpos no espaço também se atraem, contudo, como as distâncias são grandes, as forças são muito pequenas com exceção do Sol que apesar de distante, sua grande massa é significativa fazendo a rede Sol-Terra-Lua um sistema de grande influência entre as partes. O sistema Terra-Lua gira em torno de um centro de massa comum próximo a Terra, pois a massa da Lua é menor (aproximadamente 1/81 vezes a massa da Terra). Devido ao fato do sistema Terra-Lua girar em torno de um centro de massa em comum entre os astros, na face terrestre mais próxima da lua a força centrífuga é pequena e se soma à força de atração, enquanto que no lado oposto da Terra a força centrífuga oposta a força de atração é superada criando maré alta também no lado oposto do planeta, conforme pode ser observado na figura 3.11 (PUGH, 1987).

O centro de massa, também chamado de baricentro, fica entre os astros a aproximadamente  $\approx 1.710 \text{ km}$  abaixo da superfície terrestre (XIE; KOPEIKIN, 2010).

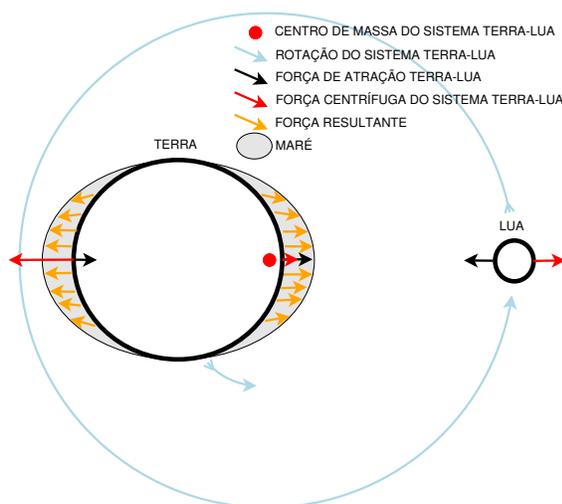


Figura 3.11: Maré

As marés oscilam em um período aproximado de 12 horas e 24 minutos. As “12 h” são em função da rotação da Terra e os “24 minutos” são em relação ao atraso diário causado pela órbita lunar que possui um ciclo de 29,5 dias. O fenômeno denominado maré de Sизígia acontece quando a Terra, o Sol e a Lua estão a no mesmo alinhamento (Lua cheia e Lua Nova) e é neste período que a variação entre a maré alta e baixa é maior. A maré de Quadratura acontece nas Luas Minguante e Crescente, fases em que variações são mais suaves. As diferenças na maré que ocorrem na Sизígia e na Quadratura podem ser observadas na figura 3.12.

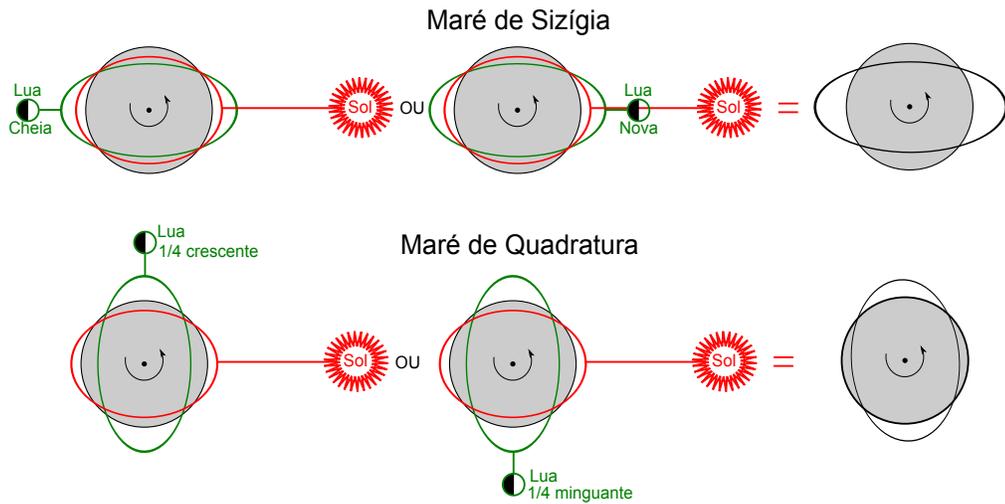


Figura 3.12: Variação de amplitude da maré

Detalhes sobre o cálculo da maré são apresentados no item 3.3.

Neste item será mostrada a esquematização das operações necessárias para o cálculo da **correção da maré**, também chamada de **correção gravimétrica** (GEMAEL, 2002), com o objetivo de permitir a codificação de um programa para calcular a atração lunissolar em um determinado ponto  $P$  na superfície da Terra no instante  $t$  com a utilização das fórmulas apresentadas por Longman (1959) e ajustadas através do fator gravimétrico. De acordo com Dehlinger (1978), as fórmulas apresentadas por Longman (1959) são essencialmente idênticas às propostas por Bartels (1957), Schureman (1940) e Pettit (1954).

O cálculo da correção da maré  $C_g$  de um ponto  $P$  na superfície da Terra é dado por:

$$C_g = (g_{\odot} + g_L)\delta \quad (3.15)$$

sendo:

$g_L$  componente lunar da maré definida pela equação 3.18;

$g_{\odot}$  componente da solar da maré definida pela equação 3.41;

$\delta$  Fator gravimétrico.

Estação	$\delta$	$\delta(M_2)$
Belém	1,19	1,20
Manaus	1,19	1,18
Teresina	1,22	1,23
Caicó	1,23	1,24
Salvador	1,19	1,20
Goiânia	1,16	1,17
Cuiabá	1,16	1,17
Campo Grande	1,17	1,17
Viçosa	1,20	1,20
Vassouras	1,19	1,19
Presidente Prudente	1,17	1,17
Curitiba	1,17	1,17
Santa Maria	1,20	1,20

Tabela 3.2: Regionalização do fator gravimétrico  
Fonte: (GEMAEL, 2002)

O fator gravimétrico é utilizado para ajustar o valor da correção gravimétrica em função do deslocamento do ponto  $P$  que ocorre devido à deformação da crosta, que não é sólida e possui certa deformação em função da atração lunissolar. Os programas comumente utilizados no Brasil, não apresentam ao usuário a opção de inserir o valor do fator gravimétrico e adotam fatores fixos como é o caso do REDGRAV que utiliza sempre  $\delta = 1,20$  e o GRAVSYS que é de  $\delta = 1,16$ .

O avanço da tecnologia, a criação de equipamentos mais precisos, o armazenamento de dados automatizado e a regionalização do fator gravimétrico criam a necessidade de construção de uma nova tecnologia de software para atender a atual realidade dos levantamentos gravimétricos.

É fácil encontrar trabalhos que buscam determinar melhor o fator gravimétrico em várias regiões do mundo, como por exemplo, o trabalho de Hassan et al. (2010). Por muito tempo, as campanhas gravimétricas utilizaram o valor de  $\delta = 1,2$  para o fator gravimétrico em todo

o Brasil. Contudo, em um estudo apresentado em 1991, foi feita uma regionalização do fator gravimétrico conforme pode ser observado na tabela 3.2. Neste trabalho foram efetuados alguns testes com maré que estão disponíveis no item 5.1.

Para codificação no computador a sequência apresentada de forma matemática foi alterada para que fosse possível a implementação em linguagem computacional, pois a sequência de execução dos comandos é essencial para o funcionamento do código. Para os cálculos trigonométricos, alguns valores angulares foram transformados em radianos para compatibilizar com as linguagens de programação mais utilizadas. A versão final testada pode ser observada no anexo 1.

No decorrer do desenvolvimento desse trabalho alguns valores sugeridos por Longman (1959) foram trocados por constantes definidas em trabalhos mais recentes, como a massa do Sol mostrada da documentação de Petit e Luzum (2010). Algumas dessas constantes, apesar de terem seus valores reconfigurados, não apresentam alteração significativa no resultado, contudo com o avanço dos equipamentos que podem determinar com mais precisão as diferenças nas medições, torna-se necessário também rever valores possivelmente calculados, muitas vezes com régua de cálculo, como é o caso da transformação de milhas para centímetro da distância entre a Terra e a Lua do artigo de Longman (1959) feito a partir dos dados do trabalho de Schureman (1940) que apresentava uma diferença de  $1,1 Km$ .

O fuso horário é de grande importância no cálculo da maré e muita confusão pode ocorrer na determinação do horário que pode alterar significativamente o resultado da correção da maré. Esta confusão muitas vezes ocorre quando não é anotada a diferença que se utilizou até o UTC<sup>14</sup> (*Coordinated Universal Time*) ou quando a equipe que faz as medições em campo não é a mesma que faz os cálculos.

Outro problema importante é que a hora legal, muda em função das legislações, como é o caso da Lei N° 11.662 (BRASIL, 2008) representada na figura 3.13, que modifica as delimitações das regiões e quantidade de fusos horários no Brasil, bem como a data do início e fim do horário de verão. Essas mudanças que ocorrem nas regras do fuso legal podem induzir em escolha errada quando o cálculo for efetuado depois de algum tempo dos trabalhos de campo. Para evitar problemas como esses, pode-se adotar um protocolo, assim como foi adotado na aviação civil, que determine a utilização de horários UTC.

---

<sup>14</sup>UTC Tempo Universal Coordenado baseado na medida do tempo nos padrões atômicos, conhecido como tempo civil e sucessor do GMT (*Greenwich Mean Time*)

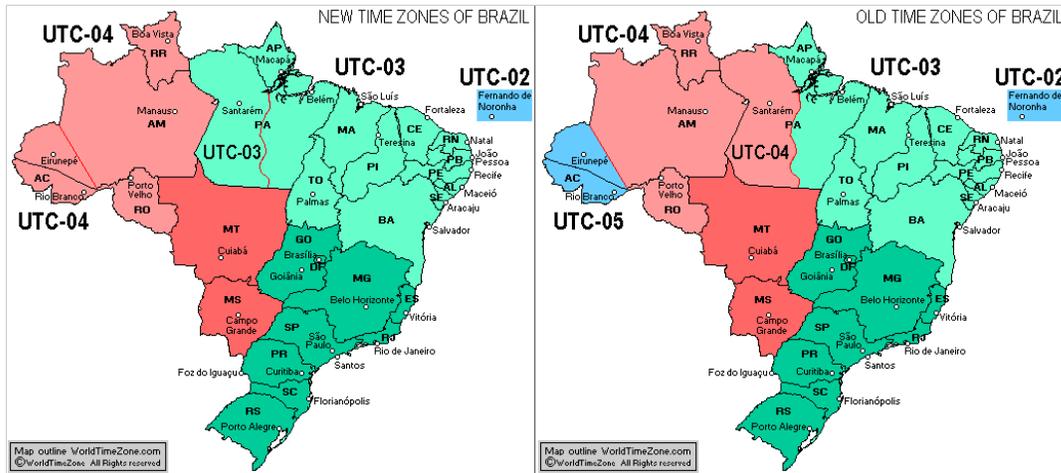


Figura 3.13: Mudança nos fusos horários do Brasil em 2008  
 Fonte: (WORLD TIMEZONE, 2011)

A influência do Sol pode chegar até aproximadamente  $0,063 \text{ mGal}$ , enquanto que a da Lua pode afetar em até  $0,168 \text{ mGal}$  (GEMAEL, 2002) e devem ser considerados pois estão muito acima da resolução de  $0,01 \text{ mGal}$  dos gravímetros como o LaCoste & Romberg modelo G, muito utilizado em campanhas no Brasil e América Latina. Atualmente esses equipamentos estão sendo substituídos por modelos mais avançados como é o caso do CG5 *Autograv Gravity Meter* da marca *Scintrex* com resolução de  $0,001 \text{ mGal}$  ou  $1 \mu\text{Gal}$ , ou seja ainda mais precisos. Vênus com sua massa aproximada de  $4,8685 \times 10^{24} \text{ kg}$ , pode atingir a menor distância de  $38.200.000 \text{ Km}$  (WILLIAMS, 2010) e assim afetar a maré em até  $0,00862 \mu\text{Gal}$ , enquanto que Júpiter com grande massa de  $1,8987 \times 10^{30} \text{ kg}$  atinge sua maior aproximação de  $588.500.000 \text{ Km}$  (WILLIAMS, 2012) que chega influenciar em até  $0,00092 \mu\text{Gal}$ , já Marte com sua massa aproximada de  $6,419 \times 10^{23} \text{ kg}$  (BEATTY; PETERSEN; CHAIKIN, 1999), pode atingir a menor distância de  $55.760.000 \text{ Km}$  (MCKIM, 2003) e assim causar uma influência de até  $0,00037 \mu\text{Gal}$  conforme demonstrado nas equações 3.16 (GEMAEL, 2002) e 3.17. Portanto, **ainda não é necessário considerar no cálculo da maré os próximos astros mais significativos, como os planetas Vênus, Júpiter e Marte**, pois as influências dos mesmos podem atingir valores muito abaixo das resoluções dos equipamentos (relativos) atualmente em uso.

A influência na correção da maré dada por um astro é dado por (GEMAEL, 2002):

$$g_i = \frac{GM_i r_i}{\zeta^3} (3 \cos^2 \theta_i - 1) \delta \quad (3.16)$$

adotando os valores:

$$G = 6,67428 \times 10^{-8} m^3 g^{-1} s^{-2} \text{ (PETIT; LUZUM, 2010);}$$

$g_i$  influência de astro na maré definida pela equação 3.16;

$$M_i = 4,8685 \times 10^{27} \text{ Vênus ou } M_i = 1,8987 \times 10^{30} \text{ Júpiter ou } M_i = 6,4190 \times 10^{26} \text{ Marte;}$$

$$r_i = 6,3781 \times 10^8;$$

$$\varsigma = 3,82 \times 10^{12} \text{ Vênus ou } \varsigma = 5,8850 \times 10^{13} \text{ Júpiter ou } \varsigma = 5,5760 \times 10^{12} \text{ Marte;}$$

$\theta_i = 0$  para simular a maior influência (zênite ou nadir do ponto);

$\delta = 1,17$  para região de Presidente Prudente (GEMAEL, 2002);

sendo:

$G$  constante gravitacional de Newton;

$M_i$  massa do astro perturbador em gramas;

$r_i$  distância de  $P$  em  $cm$  até o centro da Terra que para simulação foi adotado o raio maior do elipsoide de referência;

$\varsigma$  aproximação máxima do astro perturbador;

$\theta_i$  ângulo zenital do astro perturbador;

$\delta$  Fator gravimétrico.

onde chegam-se nos resultados numéricos:

$$g_i = 8,62 \text{ nGal (Vênus) ou } 0,92 \text{ nGal (Jupiter) ou } 0,37 \text{ nGal (Marte)} \quad (3.17)$$

### 3.3.1 Componente lunar

A componente lunar  $g_L$  é dada por:

$$g_L = \frac{GM_L r}{d_L^3} (3 \cos^2 \theta_L - 1) + \frac{3 GM_L r^2}{2 d_L^4} (5 \cos^3 \theta_L - 3 \cos \theta_L) \quad (3.18)$$

adotando os valores:

$M_L = 7,34581119761 \times 10^{25} g$  calculado a partir dos dados IERS (PETIT; LUZUM, 2010).

sendo:

$G$  constante gravitacional de Newton;

$M_L$  massa da Lua em gramas;

$r$  distância de  $P$  até o centro da Terra definida na equação 3.19;

$d_L$  distância entre os centros da Terra e da Lua definida pela equação 3.23;

$\theta_L$  ângulo zenital da Lua mostrado na equação 3.28.

A distância de  $P$  até o centro da terra é dado por:

$$r = Ca + 100H \quad (3.19)$$

adotando o valor:

$a = 6,378137 \times 10^8 cm$  sistema de referência SIRGAS 2000 elipsoide GRS80 (IBGE, 2005);

sendo:

$C$  valor definido na equação 3.20;

$a$  raio equatorial da Terra;

$H$  altitude ortométrica (a multiplicação por 100 é para a transformação em  $cm$ ).

O raio equatorial da Terra de  $a = 6.378.270$  apresentado em Longman (1959), também usado pelo REDGRAV, refere-se ao elipsoide de Hough 1906, já o GRAVSYS utiliza  $a = 6.378.388$  de Hayforf 1924. Apenas atualizar esse valor para o elipsoide GRS80 em um futuro programa não é interessante, pois a mesma aplicação pode ser usada em outras épocas e regiões no mundo, onde esses valores poderão ser diferentes. Já a equação 3.20 para o cálculo de  $C$ , Longman (1959) utiliza a constante 0.006738 no lugar de  $e_e'^2$ , que é apenas adequado para o Datum Hough 1906.

$$C = \sqrt{1/(1 + e_e'^2 \sin^2 \varphi)} \quad (3.20)$$

onde:

$$e_e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (3.21)$$

$$b = a - (af) \quad (3.22)$$

adotando o valor:

$$f = 1/298,257222101 \text{ sistema de referência SIRGAS 2000 elipsoide GRS80 (IBGE, 2005);}$$

sendo:

$\varphi$  latitude do ponto  $P$  em graus decimais;

$e_e'^2$  quadrado da segunda excentricidade do elipsoide;

$b$  semieixo menor;

$f$  achatamento do elipsoide.

Cálculo da distância  $d_L$  entre os centros da Terra e da Lua é obtido com:

$$\begin{aligned} d_L^{-1} = & 1/c + a'e \cos(s - p) + a'e^2 \cos 2(s - p) \\ & + (15/8) a'me \cos(s - 2h_1 + p) \\ & + a'm^2 \cos 2(s - h_1) \end{aligned} \quad (3.23)$$

adotando os valores:

$$c = 3,844031 \times 10^{10};$$

$$e = 0,05490 \text{ (SCHUREMAN, 1940);}$$

$$m = 0,074804 \text{ (SCHUREMAN, 1940);}$$

sendo:

$c$  distância média entre os centros da Terra e da Lua;

$e$  excentricidade da órbita da Lua;

$a'$  definida pela equação 3.24;

$s$  longitude média da Lua referente ao equinócio;

$p$  longitude média do perigeu da Lua definida pela equação 3.27;

$m$  taxa de movimentação média do Sol para a Lua.

onde:

$$a' = 1 / [c(1 - e^2)] \quad (3.24)$$

Para determinar  $s$  e  $p$ , antes é necessário conhecer o número de “séculos” Julianos  $T_j$  desde 31 de dezembro de 1899 que é calculado com:

$$T_j = t / 52.596.000 \quad (3.25)$$

sendo:

$t$  instante da determinação da maré em calendário Juliano;

adotando um século Juliano como  $(36.525 \text{ dias} * 24 \text{ h} * 60 \text{ min}) = 52.596.000$  minutos.

A longitude média da Lua referente ao equinócio é dada por:

$$s = 270^\circ 26' 11,72'' + (1336 \text{ rev.} + 1.108.406,05'')T_j + 7,128''T_j^2 + 0,0072''T_j^3 \quad (3.26)$$

Para o cálculo da longitude média do perigeu da Lua usa-se:

$$p = 334^\circ 19' 46,42'' + (11 \text{ rev.} + 392.522,51'')T_j - 37,15''T_j^2 - 0,036''T_j^3 \quad (3.27)$$

O programa REDGRAV utiliza a excentricidade da órbita da Lua sugerida por Shureman (1924), contudo este trabalho utiliza o novo valor dado pela revisão do livro feito em 1940 (SCHUREMAN, 1940). Apesar dessa diferença, não apresenta resultados significativos.

Para o cálculo dos valores de  $s$ ,  $p$ ,  $h_1$  e todas outras constantes que representam ângulos das equações sugeridas em Longman (1959) foram transformadas em radianos para permitir

o uso das funções computacionais. A abreviação *rev.*, apresentada nas equações 3.26 e 3.27, é referente a revoluções, ou seja, cada unidade deve ser multiplicada por 360°.

O ângulo zenital da Lua  $\theta_L$  é determinado por:

$$\cos \theta_L = \sin \varphi \sin I \sin l + \cos \varphi \left[ \cos^2 \frac{I}{2} \cos(l - \chi) + \sin^2 \frac{I}{2} \cos(l + \chi) \right] \quad (3.28)$$

sendo:

$I$  ângulo entre a órbita da Lua e o equador celestial conforme figura 3.14 definido pela equação 3.29;

$l$  longitude da Lua em sua órbita contada a partir do cruzamento da ascensão com a linha do equador definida pela equação 3.35;

$\varphi$  latitude do ponto  $P$ ;

$A$  intersecção ascendente da órbita lunar com o equador;

$\chi$  ascensão à direita do meridiano da observação contado a partir de  $A$  (figura 3.14), obtido pela equação 3.31;

$i$  constante dada por Schureman (1940) usada na equação 3.32 referente ao ângulo entre a órbita da Lua e o plano da eclíptica, conforme mostrado na figura 3.14.

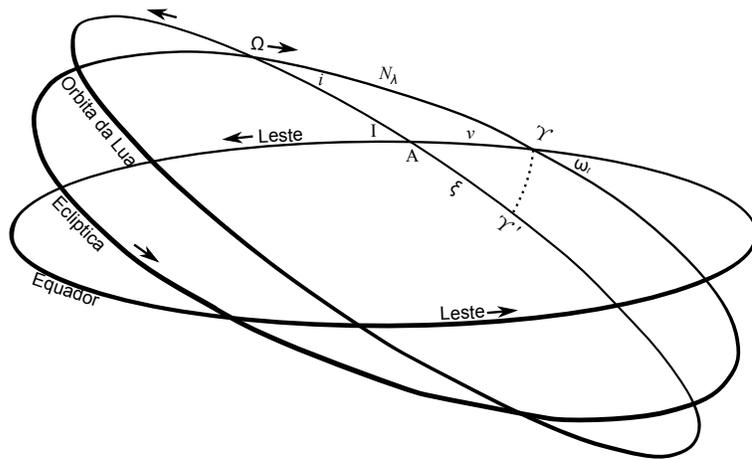


Figure 3.14: Parâmetros orbitais  
fonte: Adaptado de Schureman (1940)

A determinação do ângulo  $I$  entre a órbita da Lua e o equador celestial é dado por:

$$\cos I = \cos \omega_t \cos i - \sin \omega_t \sin i \cos N_\lambda \quad (3.29)$$

adotando o valor:

$$i = 5^\circ 08' 43.3546'' = 8.98037573011 \times 10^{-2} \text{ rad}$$

A longitude  $N_\lambda$  do nó ascendente à órbita da Lua definida por:

$$N_\lambda = 259^\circ 10' 57.12 - (5 \text{ rev.} + 482.912, 63'') T_j + 7, 58'' T_j^2 + 0, 008'' T_j^3 \quad (3.30)$$

E  $\chi$  é dado por:

$$\chi = t_a + h_\odot - v \quad (3.31)$$

onde:

$$v = \arcsin (\sin i \sin N / \sin I) \quad (3.32)$$

Hora angular  $t_a$  da medição média do Sol a oeste do local de observação:

$$t_a = 15 (t_0 - 12) - \lambda \quad (3.33)$$

Longitude  $h_\odot$  média do Sol dado por:

$$h_\odot = 279^\circ 41' 48, 05'' + 129.602.768, 11'' T_j + 1, 080'' T_j^2 \quad (3.34)$$

sendo:

$t_0$  horário UTC em horas Julianas inteiras;

$\lambda$  longitude do ponto  $P$ ;

$t_a$  hora angular da medição média do Sol a oeste do local de observação.

A longitude da Lua  $l$  é dado por:

$$l = \sigma + 2e \sin(s - p) + \frac{5}{4}e^2 \sin 2(s - p) + \frac{15}{4}me \sin(s - 2h_1 + p) + 1,375m^2 \sin 2(s - h_1) \quad (3.35)$$

sendo:

$\Upsilon$  equinócio vernal (figura 3.14);

$\Upsilon'$  equinócio referente (figura 3.14);

$\Omega$  nó do início da ascendente da Lua (figura 3.14);

A longitude média da Lua  $\sigma$  dada pela relação:

$$\sigma = s - \xi \quad (3.36)$$

E a longitude  $\xi$  na intersecção da órbita com equador celestial definido por:

$$\xi = N_\lambda - \alpha \quad (3.37)$$

onde:

$$\alpha = 2 \arctan [\sin \alpha / (1 + \cos \alpha)] \quad (3.38)$$

$$\sin \alpha = \sin \omega_t \sin N_\lambda \sin I \quad (3.39)$$

$$\cos \alpha = \cos N_\lambda \cos v + \sin N_\lambda \sin v \cos \omega_t \quad (3.40)$$

### 3.3.2 Componente solar

A influência que a componente Solar  $g_{\odot}$  pode afetar na medição da aceleração de um ponto é determinado por (LONGMAN, 1959):

$$g_{\odot} = \frac{GM_{\odot}r}{d_{\odot}^3} (3 \cos^2 \theta_{\odot} - 1) \quad (3.41)$$

adotando os valores:

$M_{\odot} = 1,9884158 \times 10^{33}$ g calculado a partir dos dados IERS (PETIT; LUZUM, 2010);

sendo:

$M_{\odot}$  massa do Sol em gramas;

$d_{\odot}$  distância entre os centros da Terra e do Sol definida pela equação 3.42;

$\theta_{\odot}$  ângulo zenital do Sol definido pela equação 3.44.

Cálculo da distância  $d_{\odot}$  entre os centros da Terra e do Sol dado por:

$$d_{\odot} = \frac{1}{c_{\odot} + a'_1 e_1 \cos(h_{\odot} - p_{\odot})} \quad (3.42)$$

$$a'_1 = 1 / [c_{\odot} (1 - e_1^2)] \quad (3.43)$$

adotando o valor:

$c_{\odot} = 1,49597870691 \times 10^{13}$ cm conforme Seidelmann (1992);

sendo:

$c_{\odot}$  distância média entre os centros da Terra e do Sol;

$a'_1$  definida pela equação 3.43;

$e_1$  excentricidade da órbita da Terra;

$h_{\odot}$  longitude média do Sol;

$p_{\odot}$  longitude média do perigeu<sup>15</sup> do Sol.

O ângulo zenital do Sol  $\theta_{\odot}$  é definido pela equação:

$$\cos \theta_{\odot} = \sin \varphi \sin \omega_t \sin l_1 + \cos \lambda \left[ \cos^2 \frac{\omega_t}{2} \cos (l_{\odot} - \chi_{\odot}) + \sin^2 \frac{\omega_t}{2} \cos (l_{\odot} - \chi_{\odot}) \right] \quad (3.44)$$

adotando o valor:

$$\omega_t = 23^{\circ}27'08.26'' = 0.409319755202 \text{ rad (SCHUREMAN, 1940)}.$$

sendo:

$\omega_t$  Obliquidade da eclíptica em 1/1/1900;

$l_{\odot}$  longitude do Sol na elíptica contado a partir do equinócio vernal;

$\chi_{\odot}$  ascensão à direita do meridiano da observação contado a partir do equinócio vernal;

$t_a$  hora angular da medição média do Sol a oeste do local de observação.

Longitude  $l_{\odot}$  do Sol na elíptica contado a partir do equinócio vernal dado por:

$$l_{\odot} = h_{\odot} + 2e_1 \sin (h_{\odot} - p_{\odot}) \quad (3.45)$$

Ascensão  $\chi_{\odot}$  à direita do meridiano da observação contado a partir do equinócio vernal, obtido por:

$$\chi_{\odot} = t_a + h_{\odot} \quad (3.46)$$

Cálculo da excentricidade da órbita da Terra:

$$e_1 = 1,675104 \times 10^{-2} - 4,180 \times 10^{-5}T_j - 1,26 \times 10^{-7}T_j^2 \quad (3.47)$$

---

<sup>15</sup>perigeu: ponto na órbita de um astro em que ele esta mais próximo da Terra

Longitude média do perigeu do Sol  $p_{\odot}$  definida por:

$$p_{\odot} = 281^{\circ}13'15 + 6.189,03'' T_j + 1,63'' T_j^2 + 0,012'' T_j^3 \quad (3.48)$$

### 3.4 Armazenamento / Arquivo

Banco de dados pode ser definido como uma coleção estruturada de registros ou dados armazenados em um computador que podem ser acessados através de consultas feitas por programas conhecidos como SGBD (Sistema de Gerenciamento de Banco de Dados). A maioria das aplicações tradicionais armazenava e acessava informações numéricas e alfanuméricas. Com o passar dos anos e com o avanço da tecnologia surgiram novas aplicações como armazenamento de dados multimídia com fotos, mensagens e sons, bem como o SIG (Sistemas de Informações Geográficas), que podem armazenar e analisar cartas, dados meteorológicos, imagens de satélites entre outras coisas. SGBD é uma coleção de programas que permite ao usuário criar, manter e acessar de forma organizada um banco de dados (ELMASRI; NAVATHE, 1999).

Os bancos de dados podem ser classificados de acordo com o modelo de dados, ou seja, como os mesmos são vistos pelos usuários. Além disso, dividem-se em diversos tipos, por exemplo, hierárquico, rede, relacional, objeto relacional e estruturado. Para acessar e manipular as informações em um banco de dados são utilizados linguagens específicas de consulta que executam conjuntos de procedimentos em uma única ação chamada de transação, que deve atender as propriedades ACID (Atomicidade, Consistência, Isolamento e Durabilidade).

- Atomicidade: Uma transação não pode ser parcial, caso ocorra um problema o banco de dados volta para o estado anterior;
- Consistência: Uma transação somente é executada se o estado do banco de dados permanecer consistente após a execução;
- Isolamento: No caso de execuções concorrentes, muito comuns em sistemas de banco de dados que têm muitos clientes, as ações são executadas isoladas sem interferir nas demais transações;

- Durabilidade: As mudanças aplicadas no banco de dados por uma transação devem ser persistentes.

Bancos de dados permitem o uso de índices que são estruturas que armazenam ponteiros para informações em uma ordem pré-definida usadas para agilizar as consultas. Índices funcionam como um arquivo de fichas bibliográficas, com uma equivalente localização física do livro. Por sua vez, o ponteiro indica a posição na memória onde se encontra a informação.

Para acessar a informações contidas em um banco de dados existem muitas interfaces e linguagens, dentre elas destaca-se o SQL (Linguagem de Consulta Estruturada), que foi inicialmente desenvolvida pela IBM nos anos 70 com o nome de SEQUEL (Linguagem de Consulta Estruturada em Inglês) e devido a simplicidade, aceitação e facilidade de uso foi adotada como padrão em 1986 (ANSI, 1986), passando por alterações até chegar na norma internacional da ISO (*International Organization for Standardization*) SQL-2008 (ISO, 2008).

Devido a grande quantidade e variedade de informações a serem armazenadas e processadas em um programa de cálculo gravimétrico, torna-se necessária uma solução que permita modelar os dados e os relacionamentos entre eles. A modelagem do banco de dados é a fase a qual são definidas as tabelas, atributos e relacionamentos entre os dados e se for bem elaborada pode simplificar e organizar os demais passos do desenvolvimento. Uma forma de representar a modelagem é com o diagrama MER (Modelo Entidade Relacionamento) mostrado na figura 3.15.

Definida a modelagem e os relacionamentos entre os dados, é necessária a escolha da tecnologia de armazenamento, que pode ir desde arquivos independentes, do tipo texto formatados, como aqueles usados nos programas REDGRAV e GRAVSYS, mas esses podem ser muito confusos para o usuário, devido a grande quantidade de arquivos que uma campanha pode gerar, bem como o inter-relacionamento entre os mesmos na programação de soluções para ajustamentos onde a quantidade de observações é superabundante. Por outro lado, pode-se adotar o desenvolvimento de programas que utilizam sistemas de gerenciamento de banco de dados com arquitetura do tipo cliente-servidor, como é o caso do PostgreSQL, MySQL ou Oracle. SGBDs como estes são extremamente eficientes, rápidos e permitem a ordenação imediata dos dados de várias formas, bem como o armazenamento de grandes quantidades de informações. Ferramentas como estas acessam facilmente os dados das mais variadas formas, pois funcionam com transações do tipo ACID, que garantem qualidade e segurança.

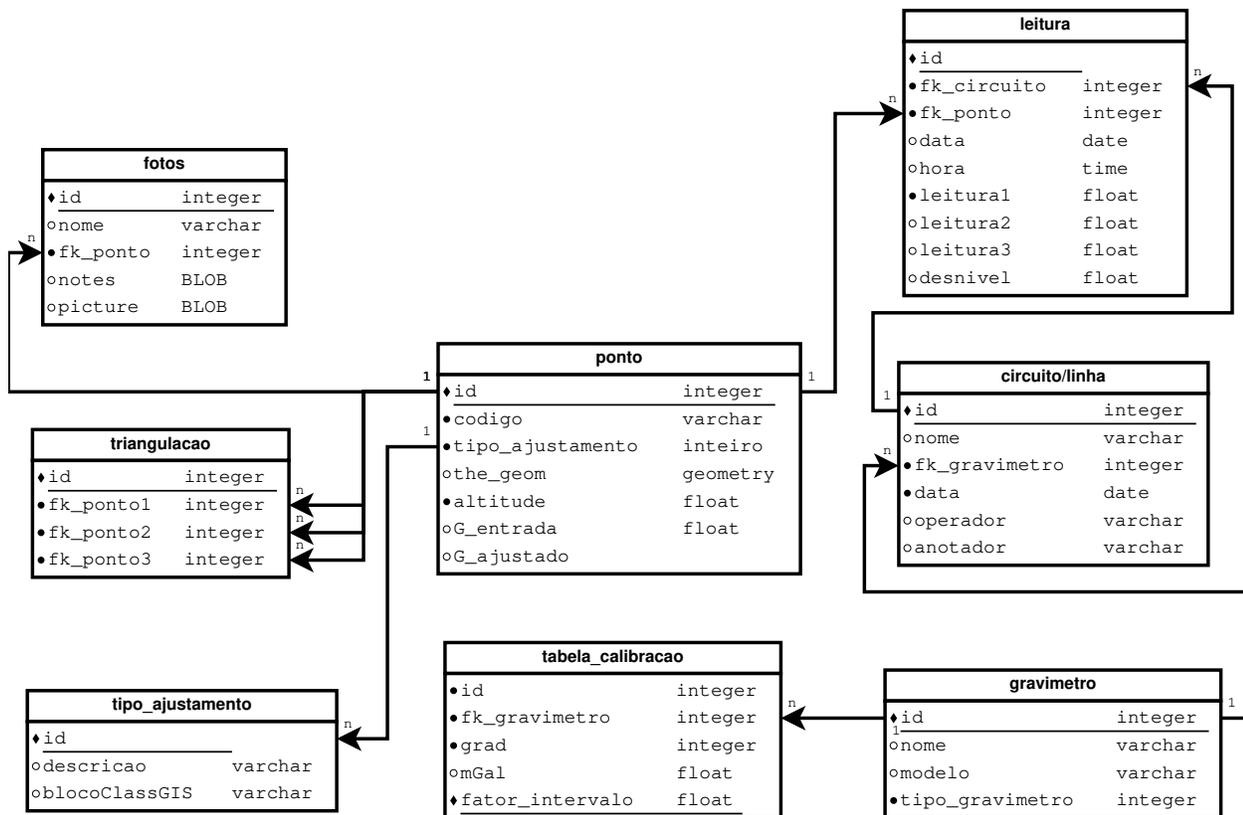


Figura 3.15: Diagrama MER do sistema de gravimetria proposto

SGBDs convencionais (figura 3.16) normalmente são instalados em servidores dedicados e o acesso a eles é feito por outros computadores com programas do tipo cliente, que acessam e manipulam os dados. Contudo, a instalação e manutenção de sistemas cliente-servidor, são complexas, e apesar de poder funcionar em máquinas isoladas, são soluções desenvolvidas para funcionarem em equipamentos dedicados para soluções maiores no que se refere a quantidade de dados bem como segurança.

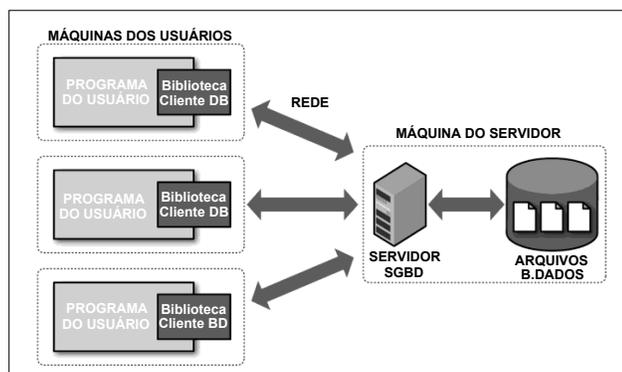


Figura 3.16: Arquitetura SGBD cliente/servidor.  
 Fonte: Adaptado de (KREIBICH, 2010)

Uma solução intermediária que se encaixa dentro das necessidades é o SQLite, eis que um banco de dados relacional de código aberto que pode ser embarcado junto com a aplicação a ser desenvolvida (não precisa ser instalado como os “grandes” SGBDs), facilmente portátil, compacto, fácil de usar, eficiente e confiável (OWENS, 2006). A biblioteca do SQLite é uma solução criada para aplicações menores, permite as funções de cliente e servidor na mesma aplicação (figura 3.17) e ainda tem a vantagem de gravar um banco de dados completo em um único arquivo. Um programa que utiliza essa tecnologia pode ser desenvolvido de forma a permitir que sejam agrupados dados de toda uma rede ou apenas uma coleção de circuitos feitos por uma equipe de campo. Fato que pode facilitar a organização e intercâmbio de projetos entre os técnicos usuários de um sistema de tratamento de dados gravimétricos.

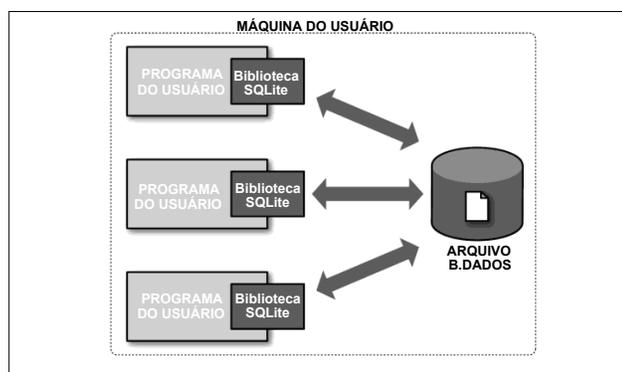


Figura 3.17: Arquitetura do SQLite sem servidor  
 Fonte: Adaptado de (KREIBICH, 2010)

## Importação/Exportação entre outros programas

A importação de arquivos é de extrema importância em um programa moderno, pois permite a migração de dados entre equipamentos e outros softwares, evita a entrada manual de dados já digitados, reduz a ocorrência de erros e acelera os processos. Um novo sistema de tratamento de dados gravimétricos deve ser compatível com os arquivos de programas mais utilizados até o presente, fazendo com isto uma migração menos traumática, permitindo inclusive a importação de dados antigos para processamentos com as novas técnicas incorporadas. Outro ponto importante é que os gravímetros automatizados armazenam em sua memória as amostras de leitura que podem ser descarregados em um arquivo, e por isto o programa desenvolvido deve permitir a sua importação.

Em uma breve análise um novo programa deve importar os seguintes arquivos:

- Arquivo de leituras gravimétricas do programa Redgrav (\*.DAT);
- Arquivo de gravímetros do programa Redgrav (REDGRAV.TAB);
- Arquivo de leituras gravimétricas do equipamento CG5 (\*.TXT);
- Arquivo de estações (\*.CSV)<sup>16</sup>, normalmente com coordenadas obtidas a partir de dados de rastreadores GNSS de precisão;
- Arquivo de desenho de fundo para auxiliar na visualização (\*.DXF).

Arquivos que devem ser exportados:

- Arquivo de leituras gravimétricas do programa Redgrav (\*.DAT);
- Arquivo de gravímetros do programa Redgrav (REDGRAV.TAB);
- Arquivo de estações (\*.CSV);
- Arquivo de leituras (\*.CSV);
- Arquivo do *Google Earth* (\*.KML)<sup>17</sup> com as estações e caminhamento dos circuitos;
- Arquivo para carga no banco de dados gravimétricos da POLI/USP e IBGE (\*.BDG).

---

<sup>16</sup>Arquivo CSV: (*Comma-Separated Values*) Arquivo tabular de dados em formato de texto compatível com planilhas eletrônicas

<sup>17</sup>Arquivo KML: (*Keyhole Markup Language*) arquivo compatível com o programa Google Earth

## Arquivo de dados Redgrav (\*.DAT)

A importação de arquivos de leituras gravimétricas do Redgrav (\*.DAT) é muito importante, pois a maioria dos trabalhos realizados até o presente no Brasil utilizaram este programa. Porém, não existe somente um tipo de arquivo (\*.DAT), tornando muito difícil a sua importação.

Arquivo: Exemplo de arquivo DAT compatível com REDGRAV:

```
RJ1381PORTO FERREIRA-FRANCA 59513 12 3 1177697854654 1177697854654 009 G1995004 01114 084836 20101001
11776 PORTO FERREIRA B 201010010850 3156168 3156168 3156168 0 10 B
-21511400 -47284600 IMSP 996 55860 99 027 0767773 0775338 26 2 0000
11776 PORTO FERREIRA B 201010010853 3156169 3156169 3156169 0 10 B
-21511400 -47284600 IMSP 996 55860 99 027 0767773 0775338 26 2 -0001
11776 PORTO FERREIRA B 201010010856 3156169 3156169 3156169 0 10 B
-21511400 -47284600 IMSP 996 55860 99 027 0767773 0775338 26 2 -0001
11876 CRAVINHOS B 201010011141 3085466 3085466 3085466 0 50 B
-21202600 -47434800 IMSP 996 78863 99 027 0767773 0775338 26 0 -0019
11876 CRAVINHOS B 201010011144 3085463 3085463 3085463 0 50 B
-21202600 -47434800 IMSP 996 78863 99 027 0767773 0775338 26 0 -0019
11876 CRAVINHOS B 201010011147 3085465 3085465 3085465 0 50 B
-21202600 -47434800 IMSP 996 78863 99 027 0767773 0775338 26 0 -0019
8111290FRANCA PP 49G 201010011431 3003423 3003423 3003423 0 10 B
-20315900 -47244600 PPSP 046 100212 20 027 0767773 0775338 26 2 0015
8111290FRANCA PP 49G 201010011434 3003413 3003413 3003413 0 10 B
-20315900 -47244600 PPSP 046 100212 20 027 0767773 0775338 26 2 0017
8111290FRANCA PP 49G 201010011438 3003419 3003419 3003419 0 10 B
-20315900 -47244600 PPSP 046 100212 20 027 0767773 0775338 26 2 0018
8111289FRANCA PRACA 3003V 201010011509 3004134 3004134 3004134 0 10 B
-20321600 -47240400 PCSP 046 99554 20 027 0767773 0775338 26 2 0031
8111289FRANCA PRACA 3003V 201010011512 3004139 3004139 3004139 0 10 B
-20321600 -47240400 PCSP 046 99554 20 027 0767773 0775338 26 2 0033
8111289FRANCA PRACA 3003V 201010011516 3004135 3004135 3004135 0 10 B
-20321600 -47240400 PCSP 046 99554 20 027 0767773 0775338 26 2 0034
```

Datagrama:

A primeira linha contém os dados iniciais do circuito, os quais:

coluna 01 tamanho 06 : código do circuito

coluna 07 tamanho 24 : nome do circuito

coluna 31 tamanho 02 : tipo do gravímetro ( 47-L&R(G), 48-L&R(D), 59-CG5 )

coluna 33 tamanho 04 : número do gravímetro

coluna 36 tamanho 03 : número de pontos

coluna 41 tamanho 01 : diferença até GMT

coluna 43 tamanho 07 : código da estação de partida

coluna 50 tamanho 09 : valor de G da estação de partida (dividir por 1000)

coluna 59 tamanho 07 : código da estação de chegada

coluna 66 tamanho 09 : valor de G da estação de partida (dividir por 1000)

Os demais “pares de linhas” contêm as leituras e os dados das estações.

A primeira “linha do par” contêm:

coluna 01 tamanho 07 : código da estação gravimétrica

coluna 08 tamanho 26 : descrição da leitura da estação gravimétrica

coluna 34 tamanho 04 : ano da leitura

coluna 38 tamanho 02 : mês da leitura

coluna 40 tamanho 02 : dia da leitura

coluna 42 tamanho 02 : hora da leitura

coluna 44 tamanho 02 : minuto da leitura

coluna 46 tamanho 08 : primeira leitura (dividir por 1000)

coluna 54 tamanho 08 : segunda leitura (dividir por 1000)

coluna 62 tamanho 08 : terceira leitura (dividir por 1000)

coluna 71 tamanho 01 : tipo de leitura (0 - leitura normal, 1 - deriva estática)

A primeira “linha do par” contêm:

coluna 01 tamanho 03 : latitude (somente graus)

coluna 04 tamanho 02 : latitude (somente minutos)

coluna 06 tamanho 04 : latitude (somente segundos)(dividir por 100)

coluna 10 tamanho 04 : longitude (somente graus)

coluna 14 tamanho 02 : longitude (somente minutos)

coluna 16 tamanho 04 : longitude (somente segundos)(dividir por 100)

coluna 24 tamanho 02 : unidade federal ( SP - São Paulo, RJ - Rio de Janeiro...)

coluna 31 tamanho 06 : altitude elipsoidal (dividir por 100)

coluna 39 tamanho 06 : altitude ortométrica (dividir por 100)

coluna 48 tamanho 05 : desnível EG RN (dividir por 100)

coluna 54 tamanho 07 : operador

coluna 62 tamanho 07 : anotador

coluna 76 tamanho 05 : maré ( para gravímetros tipo CG5 ) (dividir por 100)

## Arquivo de dados CG5

Outro tipo de arquivo de dados é o do gravímetro automatizado CG5, e sua importância está na modernização da coleta de dados gravimétricos que evita: planilhas de papel e digitação de dados, e que ao evitar erros eleva a produtividade. Um problema desse tipo de coleta está na ausência de um lugar onde armazenar a diferença de nível o que torna a completa independência de anotações em papel ainda impossível.

Arquivo: Exemplo de arquivo CG5 com nomes das estações (sem coordenadas e com o nome da estação):

```

/ CG-5 SURVEY
/ Survey name: TRABALHO01
/ Instrument S/N: 40789
/ Client: UNICAMP
/ Operator: ROGERIO
/ Date: 2012/ 2/ 8
/ Time: 06:34:41
/ LONG: 57.4000000 W
/ LAT: 2.3000000 S
/ ZONE: 21
/ GMT DIFF.: 4.0

/ CG-5 SETUP PARAMETERS
/ Gref: 0.000
/ Gcall: 8462.111
/ TiltxS: 669.612
/ TiltyS: 544.152
/ TiltxO: 54.347
/ TiltyO: 57.276
/ Tempco: -0.123
/ Drift: 2.906
/ DriftTime Start: 06:36:13
/ DriftDate Start: 2012/02/08

/ CG-5 OPTIONS
/ Tide Correction: NO
/ Cont. Tilt: YES
/ Auto Rejection: YES
/ Terrain Corr.: NO
/ Seismic Filter: YES
/ Raw Data: YES

Line 100
/-----LINE-----STATION-----ALT.-----GRAV.----SD.---TILTX--TILTY--TEMP----TIDE----DUR--REJ-----
TIME-----DEC.TIME+DATE--TERRAIN----DATE
100 31 23.990 2816.489 0.038 -9.7 8.9 -2.02 0.142 120 14 14:03:45 40915.58500 0.0000 2012/02/08
100 32 25.058 2816.106 0.013 8.2 10.8 -2.00 0.137 120 0 14:09:58 40915.58931 0.0000 2012/02/08
100 33 24.474 2815.835 0.012 0.6 -0.6 -2.01 0.130 120 0 14:16:54 40915.59412 0.0000 2012/02/08
100 34 33.982 2813.973 0.015 -3.7 14.9 -2.03 0.124 120 0 14:22:57 40915.59831 0.0000 2012/02/08
100 35 39.038 2812.688 0.020 -12.1 6.1 -2.00 0.117 120 1 14:29:02 40915.60253 0.0000 2012/02/08
100 36 35.140 2813.452 0.013 -11.2 41.3 -2.00 0.112 120 0 14:34:32 40915.60634 0.0000 2012/02/08
100 37 38.211 2812.347 0.016 4.9 -0.5 -2.01 0.103 120 0 14:42:44 40915.61203 0.0000 2012/02/08
100 38 53.311 2809.173 0.016 5.3 5.2 -2.01 0.096 120 0 14:48:32 40915.61605 0.0000 2012/02/08
100 39 53.195 2809.010 0.016 2.0 16.7 -1.99 0.089 120 0 14:54:34 40915.62023 0.0000 2012/02/08
100 40 51.410 2809.333 0.014 6.3 13.6 -1.99 0.082 120 0 15:00:39 40915.62445 0.0000 2012/02/08
100 41 52.529 2809.065 0.014 -7.2 22.3 -1.98 0.075 120 0 15:06:16 40915.62834 0.0000 2012/02/08

```

100	42	44.762	2810.790	0.013	-4.9	3.1	-1.97	0.068	120	0	15:12:01	40915.63233	0.0000	2012/02/08
100	43	38.068	2812.163	0.010	1.7	2.6	-1.98	0.061	120	2	15:18:31	40915.63684	0.0000	2012/02/08
100	44	53.418	2808.936	0.014	3.4	2.6	-2.00	0.053	120	0	15:24:13	40915.64079	0.0000	2012/02/08
100	45	45.861	2810.785	0.014	5.6	16.2	-1.99	0.047	120	0	15:29:55	40915.64474	0.0000	2012/02/08
100	46	37.178	2812.752	0.013	-15.5	8.8	-1.99	0.039	120	0	15:36:54	40915.64958	0.0000	2012/02/08
100	47	55.427	2808.614	0.014	4.7	2.9	-2.00	0.030	120	1	15:43:37	40915.65424	0.0000	2012/02/08

Nos arquivos CG5 os parâmetros e configurações sempre iniciam com o caractere “/”, no entanto as leituras estão dispostas em uma organização tabular separada por espaços na seguinte ordem: **circuito**, **estação**, altitude, leitura gravimétrica, desvio padrão da série de leitura, *TiltX*, *TiltY*, temperatura, maré, intervalo em segundos da amostra, leituras rejeitadas, hora, horas Julianas, correção do terreno, data. Existe a opção em que são exportadas também as coordenadas das estações. Todavia, não são exportados os nomes das estações onde os dados estão dispostos na ordem subsequente: **latitude**, **longitude**, altitude, leitura gravimétrica, desvio padrão da série de leitura, *TiltX*, *TiltY*, temperatura, correção da maré, intervalo em segundos da amostra, leituras rejeitadas, hora, horas Julianas, correção do terreno, data.

Arquivo: Exemplo de arquivo CG5 com coordenadas das estações (com coordenadas e sem nome das estações):

```

/ CG-5 SURVEY
/ Survey name:  EXEMPLO_02
/ Instrument S/N: 40808
/ Client:       UNICAMP
/ Operator:     ROGERIO
/ Date:        2012/ 7/16
/ Time:        12:52:57
/ LONG:        47.0000000 W
/ LAT:         22.0000000 S
/ ZONE:        22
/ GMT DIFF.:  3.0

/ CG-5 SETUP PARAMETERS
/ Gref:        0.000
/ Gcall:       8670.280
/ TiltxS:      660.397
/ TiltyS:      667.677
/ TiltxO:      20.782
/ TiltyO:      52.566
/ Tempco:     -0.123
/ Drift:       0.067
/ DriftTime Start: 12:54:09
/ DriftDate Start: 2012/07/16

/ CG-5 OPTIONS
/ Tide Correction:  YES
/ Cont. Tilt:     YES
/ Auto Rejection: YES
/ Terrain Corr.:  NO
/ Seismic Filter : YES
/ Raw Data:      YES
Line 0.000S
/-----LAT-----LONG-----ALT-----GRAV.---SD---TILTX--TILTY--TEMP---TIDE---DUR--REJ-----
TIME-----DEC.TIME+DATE--TERRAIN---DATE
-22.7999992 -47.0627785 621.8000 2453.854 0.092 0.0 -2.7 -1.17 -0.022 60 1 15:03:16 41032.62626 0.0000 2012/06/04
-22.7999992 -47.0627785 621.8000 2453.865 0.090 -3.7 -2.6 -1.16 -0.023 60 30 15:04:22 41032.62703 0.0000 2012/06/04
-22.7999992 -47.0627785 621.8000 2453.852 0.055 -4.1 -2.5 -1.16 -0.024 60 0 15:05:27 41032.62778 0.0000 2012/06/04

```

-22.7999992	-47.0627785	621.8000	2453.850	0.070	-4.4	-2.4	-1.16	-0.025	60	0	15:06:32	41032.62853	0.0000	2012/06/04
-22.7999992	-47.0627785	621.8000	2453.849	0.047	-4.6	-2.3	-1.16	-0.026	60	0	15:07:37	41032.62928	0.0000	2012/06/04
-22.7999992	-47.0627785	621.8000	2453.849	0.054	-4.7	-2.3	-1.17	-0.027	60	0	15:08:42	41032.63003	0.0000	2012/06/04
-22.7999992	-47.0627785	621.8000	2453.848	0.040	-4.7	-2.3	-1.18	-0.028	60	0	15:09:47	41032.63078	0.0000	2012/06/04
-22.7999992	-47.0627785	621.8000	2453.848	0.056	-4.8	-2.4	-1.18	-0.028	60	0	15:10:52	41032.63153	0.0000	2012/06/04
-22.7999992	-47.0627785	621.8000	2453.848	0.055	-4.8	-2.5	-1.19	-0.029	60	1	15:11:57	41032.63229	0.0000	2012/06/04
-22.7999992	-47.0627785	621.8000	2453.848	0.064	-4.9	-2.7	-1.20	-0.030	60	0	15:13:02	41032.63304	0.0000	2012/06/04

## 3.5 Interface com usuário

A interface com o usuário (em *softwares*) são os meios pelos quais um usuário pode interagir com um programa, que de uma forma simples podem ser classificados em textuais ou gráficos. Programas científicos normalmente possuem interface pobre, pois muitos deles são criados para utilização do próprio programador ou pelo mesmo grupo de pesquisa. Muitos deles funcionam com linhas de comando e processam arquivos de entrada e geram arquivos de saída como resultado. Já os programas comerciais, como são destinados aos mais variados tipos de usuários, com os mais variados níveis de conhecimento, e por isso devem possuir uma interface muito bem elaborada para facilitar a sua utilização. Por conta disso, os programas muitas vezes adotam padrões, fatores e configurações objetivando a simplificação do uso, evitando erros grosseiros. Mas isso tem um lado negativo quando se procura chegar a um estado de arte ou, ainda, em pesquisas as quais se procura a comparação e testes de abordagens diferentes. Programas comerciais muitas vezes não são indicados para pesquisas pois funcionam como “caixas-pretas” que não permitem a participação do usuário na forma de funcionamento do mesmo.

Para gerar uma nova abordagem de um sistema de processamento de dados gravimétricos, deve-se criar um programa com uma interface bem desenvolvida, contudo completamente configurável a fim de permitir seu funcionamento como um laboratório para testes de novas abordagens, pois um sistema como este pode ser usado por técnicos com pouca experiência, principalmente na coleta das amostras e também por pesquisadores em pesquisas “*cutting edge*”.

### 3.5.1 Interface proposta para o sistema

Entre os objetivos do desenvolvimento de um sistema gravimétrico estão o aumento da produtividade, simplificação da operação e detecção de erros, implicando numa forma

interativa como é o caso da interface GUI (*Graphic User Interface*). Esse tipo de interface foi desenvolvido por várias empresas em paralelo com elementos comuns como janelas, ícones, *mouse/joystick*, menu e cursor, e uma dessas interfaces foi elaborada pela empresa Xerox<sup>18</sup> e posteriormente foi adotada e lançada pela *Apple*<sup>19</sup> nos computadores Lisa (REIMER, 2005), fato que aumentou a popularidade deste novo formato de comunicação entre o homem e o computador, que hoje é utilizado em quase todas as plataformas. Na figura 3.18 pode-se ver a solução proposta implementada.

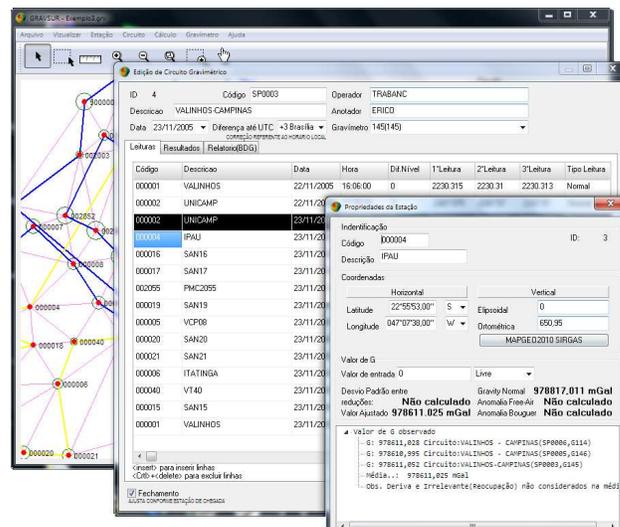


Figura 3.18: Tela do GravSur: Interface GUI

### 3.5.2 Acesso aos objetos utilizando interface SIG

Sistemas de processamento de dados gravimétricos tratam as informações e as leituras de estações que possuem coordenadas e, por isto, podem ser espacializados. Como existe uma necessidade de organizar os dados espacializados, para auxiliar e acelerar o processo de gestão das campanhas é interessante à implantação de recursos para tal. A “ferramenta” que mais se encaixa nesta linha é o Sistema de Informação Geográfica (SIG), que segundo Alves (1990), podem ser definidos como sistemas destinados ao tratamento de dados referenciados espacialmente, através da manipulação dos mesmos, permitindo recuperar e combinar informações de forma a realizar os mais diversos tipos de análise. Machado (2004) complementa afirmando que os SIGs vêm se aprimorando nessas três últimas décadas trazendo resultados

<sup>18</sup>Xerox® é marca registrada da Xerox Corporation.

<sup>19</sup>Apple® é marca registrada da Apple Inc.

valiosos em diversos segmentos, podendo ser aplicados em estudos, em planejamentos, em projetos, em pesquisas e na administração.

O SIG surgiu da convergência de campos tecnológicos que une a ciência da computação, gerenciamento de informações, cartografia, geodésia, fotogrametria, topografia, processamento digital de imagens e geografia (SILVA, 2003). Monico (2000) divide o SIG em uma coleção de subsistemas integrados, em que os dados espaciais passam por uma sequência de processos incluindo coleta, armazenamento e manipulação. A aplicação de SIG pode servir como apoio à tomada de decisões ou simplesmente à análise de dados geográficos. SIG agrega elementos de tecnologia (*hardware e software*), banco de dados (imagens, mapas, dados estatísticos) e pessoal (usuários, manutenção, suporte técnico) que interagem para a manipulação de dados através de procedimentos computacionais (DANTAS et al., 1996). Uma questão importante pode ser vista no trabalho de Teixeira et al. (1995) é que existem diversas definições de SIG encontradas na literatura, o quais podem ser separadas em basicamente duas abordagens: SIG visto como software e como um sistema abrangente que integra diversos elementos.

Uma abordagem diferente no tratamento de dados gravimétricos pode ser a combinação de conceitos de sistemas de informações geográficas em que exista espacialização, visualização, edição e seleção de objetos vetoriais dos tipos ponto, linha, polilinha e polígono, associados com um banco de dados de informações gravimétricas. Na tela 3.19 podem ser observados estações e circuitos gravimétricos espacializados na solução da interface proposta.

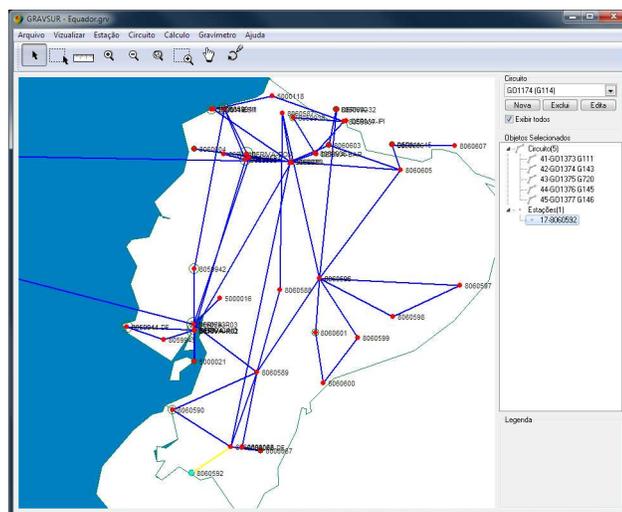


Figura 3.19: Tela do GravSur: interface SIG

### 3.5.3 Interface multilíngue

Um dos objetivos secundários desse trabalho é o desenvolvimento de um sistema de processamento de dados gravimétricos para servir de subsídio para a comunidade científica. No decorrer do desenvolvimento, muitos usuários adotaram a utilização do sistema, entre eles alguns eram de centros de pesquisa fora do Brasil como Peru, Equador, Paraguai e Chile. É fato que metade dos artigos científicos modernos que são escritos em inglês não são de origem anglo-saxônica (MOMEN, 2009), e que a língua inglesa é atualmente considerada um “padrão” para publicações na comunidade científica quando se busca atingir um fator de impacto maior. Portanto, a interface do programa deve ser configurável para funcionar ao menos em Português, Inglês e Espanhol.

### 3.5.4 *Triangulated Irregular Network* (TIN)

Quando se tem um conjunto distinto de pontos arbitrariamente distribuídos, é possível criar uma aproximação de uma superfície usando conjuntos de triângulos que satisfaçam condições de ângulos mínimos e máximos, como a solução apresentada por Delaunay (MACEDO-NIO; PARESCHI, 1991). Sugerido inicialmente para criação de MDT (Modelo de Digital de Terreno), pode inclusive ser utilizado para a criação de aproximações para pré-visualizações gráfica das anomalias. No caso de implementação do recurso, pode-se poupar tempo aplicando o código em Linguagem “C” disponibilizado por Macedonio e Pareschi (1991), ou no caso de codificações em Pascal disponível em GEOBLOCK (2011). A aproximação por triangulação é linearizada e não suaviza a superfície como é o caso de interpolações polinomiais, porém a variação gravimétrica normalmente é suave (baixa frequência). Outra vantagem dessa abordagem é de apresentar uma solução melhor para as bordas em modelos locais onde não são extrapolados pontos fora da área em questão. Na figura 3.20 é apresentada a triangulação de pontos de uma campanha gravimétrica de Campinas.

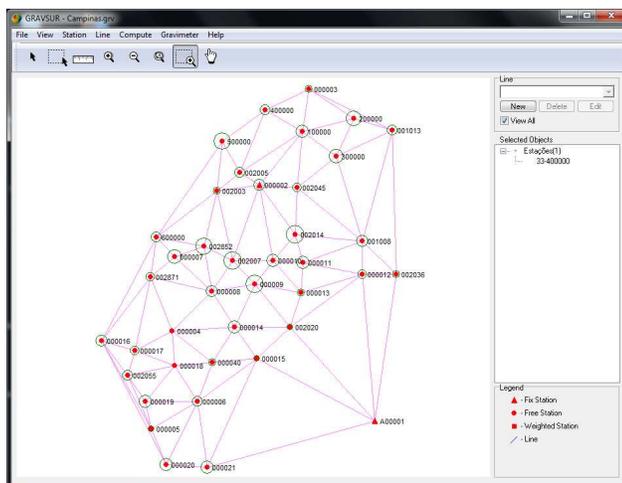


Figura 3.20: Triangulação de pontos gravimétricos da cidade de Campinas geradas no programa GravSur

Uma vez que temos a triangulação entre os pontos, por uma aproximação linear (função 3.49) pode-se determinar qualquer ponto dentro de um dos triângulos.

$$z = \frac{(a'_x b'_y c'_z) - (a'_x b'_z c'_y) + (a'_y b'_z c'_x) - (a'_y b'_x c'_z) + (a'_z b'_x c'_y) - (a'_z b'_y c'_x)}{((a'_x b'_y) - (a'_x c'_y) + (a'_y c'_x) - (a'_y b'_x) + (b'_x c'_y) - (b'_y c'_x))} \quad (3.49)$$

onde:

$$a'_x = x - a_x \quad (3.50)$$

$$a'_y = y - a_y \quad (3.51)$$

$$b' = x - b_x \quad (3.52)$$

$$b' = y - b_y \quad (3.53)$$

$$c' = x - c_x \quad (3.54)$$

$$c' = y - c_y \tag{3.55}$$

sendo:

$a_x$  coordenada  $x$  do ponto  $a$  do triângulo

$b_x$  coordenada  $x$  do ponto  $b$  do triângulo

$c_x$  coordenada  $x$  do ponto  $c$  do triângulo

$a_y$  coordenada  $y$  do ponto  $a$  do triângulo

$b_y$  coordenada  $y$  do ponto  $b$  do triângulo

$c_y$  coordenada  $y$  do ponto  $c$  do triângulo

$a_z$  grandeza do ponto  $a$  do triângulo

$b_z$  grandeza do ponto  $b$  do triângulo

$c_z$  grandeza do ponto  $c$  do triângulo

$x$  coordenada  $x$  do ponto a ser interpolado

$y$  coordenada  $y$  do ponto a ser interpolado

$z$  grandeza do ponto a ser interpolado

---

### Algoritmo 3.1 Interpolação linear dentro de um triângulo

---

```

1 // Retorna Z interpolado a partir de triangulo (a,b,c)
2 // Valores de entrada a(x,y,z) b(x,y,z) c(x,y,z)
3 // Ponto para ser interpolado x,y
4 // resultado = z interpolado;
5 function Interpola_z_tin(var ax,ay:integer; var az:real;
6   var bx,by:integer; var bz:real;
7   var cx,cy:integer; var cz:real;
8   var x,y:Integer ):Real;
9   var a1,a2,b1,b2,c1,c2:Real;
10 begin
11   a1 := x-ax;
12   a2 := y-ay;
13   b1 := x-bx;
14   b2 := y-by;
15   c1 := x-cx;
16   c2 := y-cy;
17   result := ((a1*b2*c2)-(a1*bz*c2)+(a2*bz*c1)-(a2*b1*c2)+(az*b1*c2)-(az*b2*c1))
18             /((a1*b2)-(a1*c2)+(a2*c1)-(a2*b1)+(b1*c2)-(b2*c1));
19 end;
```

---

É importante lembrar que antes de interpolar um ponto qualquer dentro de uma triângulo-

lação, é necessário detectar em qual triângulo está contido o mesmo. Para essa determinação pode-se adotar a contagem de interseções que ocorrem entre as faces do triângulo com uma linha imaginária que vai do ponto a ser determinado até outro no infinito<sup>20</sup>, e ainda satisfazer a condição do número de interseções ser ímpar. Na figura 3.21 existem três situações em que o ponto *A* pertence ao primeiro triângulo, pois o número de interseções é ímpar, já o ponto *C* não pertence ao segundo triângulo, visto que não existe nenhuma interseção, e o ponto *B* também não pertence ao terceiro triângulo já que o número de interseções é par.

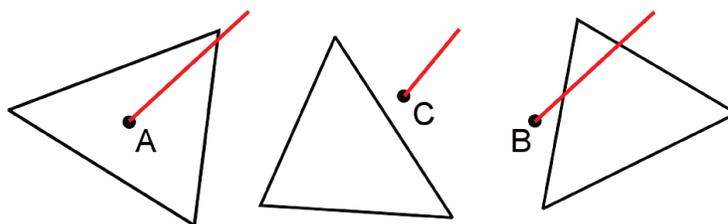


Figura 3.21: Detecção: se o ponto pertence a triângulo

Diferente da integral de Stokes que precisa da integração de dados de todo o globo terrestre, a abordagem sugerida permite a aproximação de uma superfície regional, contudo a qualidade da técnica bem como a densidade da aquisição de pontos ainda precisa ser determinada. Independente do resultado, essa técnica sugerida para a aproximação de superfície pode ao menos ser usada para uma fase intermediária, como um “*preview*” do cálculo definitivo da superfície. A figura 3.22 mostra um gráfico gerado pelo GravSur que representa em uma escala de cores de anomalia Bouguer da cidade de Campinas SP, utilizando a triangulação, algoritmo “*scan line*” para percorrer os pontos do triângulo e a interpolação linear entre três pontos mostrado na equação 3.49.

<sup>20</sup>“ponto no infinito”: para efeito de codificação de programas pode-se adotar coordenadas maiores que os valores máximos de latitude e longitude do triângulo avaliado.

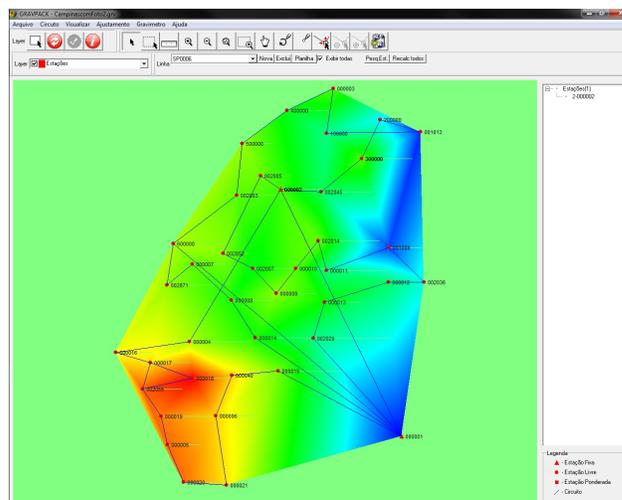


Figura 3.22: Tela do GravSur: Gráfico com escala de cores de anomalia

### 3.6 Situação atual: Projeto GravSur

O projeto GravSur tem como objetivo a criação de uma nova ferramenta computacional utilizando os conceitos, questionamentos, ideias e soluções apuradas no decorrer do desenvolvimento desse trabalho. No processo da construção do programa de computador desenvolvido, versões foram distribuídas a alguns centros de pesquisa para serem avaliadas e criticadas, permitindo com isso uma evolução de sucessivas versões. Atualmente o projeto é disponibilizado na URL: <http://www.fec.unicamp.br/~amarante/>, onde se podem acessar os dados sobre a atualização das versões, *downloads*, documentação, exemplos e informações.

A primeira versão oficialmente disponibilizada foi o GRAVSUR BETA 1.0.9 em 31 de Janeiro de 2011, mas desde 1 de outubro de 2012 já está disponível na versão BETA 1.0.52. O programa é distribuído gratuitamente e todas as alterações podem ser acompanhadas pela página <http://www.fec.unicamp.br/~amarante/gravsurHistorico.html>.

Alguns institutos/empresas já adotaram como padrão o uso do programa e outras estão avaliando. Como exemplo de alguns estabelecimentos que adotaram ou estão avaliando o programa estão:

- USP / POLI / Departamento de Engenharia de Transportes;
- UNICAMP / IGE / Departamento de Geologia e Recursos Naturais;

- Instituto Geográfico Nacional Peruano;
- Instituto Geográfico Militar da República do Equador;
- IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística;
- Petrobras;
- Georadar Sísmica Terrestre.



# Capítulo 4

## Ajustamento de observações gravimétricas

É fato que não existe medição exata, toda medida tem erros e como o trabalho do geodesta é basicamente medir, o entendimento sobre os mesmos é de extrema importância. O geodesta deve estar familiarizado com os tipos de erros, suas fontes, sua expectativa de magnitude e suas propagações, e somente então poderá utilizar procedimentos para tratá-los (WOLF, 1980) com técnicas da álgebra e estatística, objetivando adotar a mais provável solução para problemas, no qual se têm muitas observações, e no caso da gravimetria diferencial são sistemas de equações lineares inconsistentes. Uma das técnicas adotadas consiste no uso do método dos mínimos quadrados (MMQ) que passou a ser aplicado nas últimas décadas de forma mais intensa por conta do desenvolvimento dos computadores eletrônicos (DALMOLIN, 2004).

Em uma campanha para a implantação de redes gravimétricas, com objetivo de permitir o tratamento dos erros, normalmente são feitas repetidas leituras com diferentes aparelhos, gerando amostras redundantes que precisam ser tratadas para que sejam determinadas as mais prováveis soluções. Observações repetidas em condições supostamente idênticas são acompanhadas de inesperados erros de leitura que podem ser atribuídos a falhas humanas, problemas no equipamento e influência do meio (GEMAEL, 1994). Os erros podem ser classificados em: sistemáticos, grosseiros e aleatórios.

Os **erros sistemáticos** são aqueles causados por fontes identificáveis e fazem com que os dados coletados apresentem resultados consistentemente acima ou abaixo do valor real. Nor-

malmente acontecem por causas conhecidas que podem ser evitadas com técnicas especiais. Na gravimetria existem muitos tipos de erros sistemáticos como a deriva dos equipamentos, a influência da temperatura nos gravímetros, a atração lunissolar, fator gravimétrico inadequado para região e a influência atmosférica. Medições com erros sistemáticos podem até ser classificadas como precisas, contudo não possuem acurácia.

**Erro grosseiro** é aquele que é evidente, como a falta ou troca de um dígito. Um exemplo de erro grosseiro é dizer que uma pessoa pesa 8,51 *Kg* ao invés de 85,1 *Kg*. É de fácil detecção com técnicas estatísticas quando a diferença é muito grande. O maior problema acontece quando não se torna perceptível podendo alterar significativamente o resultado de um ajustamento e por isto deve ser evitado.

Excluídos os erros sistemáticos, as repetidas amostras sobre uma mesma grandeza ainda são inconsistentes. Essas divergências são chamadas de **erros aleatórios** e não possuem nenhuma tendência, podendo ser maiores ou menores. Diferentes dos erros sistemáticos que tendem a acumular, os erros aleatórios, também chamados de erros acidentais, apresentam uma distribuição normal conforme função 4.1 mostrada na figura 4.1 e tendem a convergir quando o número de observações é grande (GHILANI; WOLF, 2006). A probabilidade<sup>1</sup> é a razão entre o número de vezes que um evento deve ocorrer com o número total de possibilidades.

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (4.1)$$

sendo:

$\Phi(x)$  função densidade probabilidade (FDP);

$\mu$  média da distribuição;

$\sigma$  desvio padrão.

---

<sup>1</sup>Probabilidade: palavra do latim *probare* que significa (provar/testar) utilizada para eventos com objetivo quantificar a incerteza.

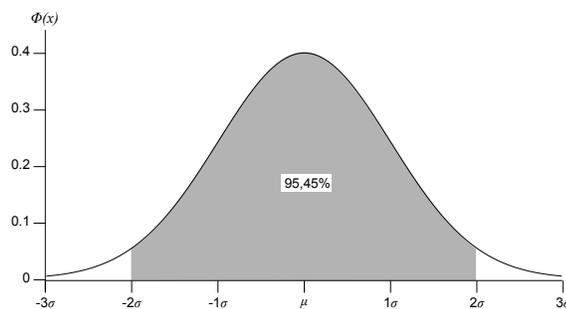


Figura 4.1: Distribuição normal

Uma vez apurados os erros sistemáticos, evitando os erros grosseiros, inicia-se então o tratamento dos erros acidentais com técnicas de ajustamento.

No levantamento de dados para “redes gravimétricas”, as campanhas são programadas de forma a terem dados redundantes, com a utilização de no mínimo 3 gravímetros, que geram resultados diferentes e precisam ser ajustados. Em um circuito gravimétrico os valores da aceleração da gravidade de cada estação são os “**parâmetros**” e as diferenças entre elas são as “**leituras**”.

De acordo com Ghilani e Wolf (2006), os primeiros trabalhos sobre mínimos quadrados começaram antes do século dezoito e sua primeira aplicação foi no ajuste de observações celestiais. Laplace foi o primeiro a investigar o assunto em 1774, o primeiro artigo foi publicado em 1805 por Legendre, intitulado “*Méthode des moindres carrés*” (Método dos Mínimos Quadrados). Apesar de Gauss não ter publicado antes de 1809, ele desenvolveu e utilizou o método extensivamente como estudante da Universidade de Göttingen desde 1794 e por isto recebeu o crédito pelo assunto.

Considerando uma série de leituras de uma medida para uma grandeza  $x$ , sendo  $l_1, l_2, ..l_n$  em  $n$  observações, como as medidas possuem diferenças em entre si, então é necessário adotar um critério para eleger o valor mais provável. Calculando a diferença de um provável valor  $x'$  com as leituras, então temos  $v_1, v_2, ..v_n$ , também chamado de resíduos (GEMAEL, 1994).

$$\begin{aligned} x - l_1 &= v_1 \\ x - l_2 &= v_2 \\ &\dots\dots \\ x - l_n &= v_n \end{aligned} \tag{4.2}$$

Mudando o valor de  $x$  para  $x'$  temos outra coleção de resíduos os quais Dalmolin (2004) prefere chamar de discrepância. Para o método dos mínimos quadrados, a melhor estimativa de  $x$  é aquela que possui o menor valor da soma dos quadrados dos resíduos conforme mostrado em 4.3.

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = \min. \tag{4.3}$$

Valores empíricos são usados nas medições para fazer inferência sobre a realidade física a partir de modelos matemáticos. Entre estes modelos estão o funcional e o estocástico. O modelo funcional descreve a relação entre as observações e os parâmetros desconhecidos. Já o modelo estocástico é utilizado para determinar a esperança de incerteza ou variância de dados empíricos. Um ajustamento de uma rede gravimétrica tem qualidade para o propósito que se destina quando a precisão é suficiente e confiável. A precisão dos parâmetros ajustados é determinada por sua MVC (Matriz Variância-Covariância) que é gerada a partir da propagação dos erros aleatórios.

## 4.1 Algoritmo para ajustamento aplicadas em observações gravimétricas - genérico

Segundo Wolf (1980), o uso de álgebra matricial confere pelo menos duas vantagens importantes para a matemática moderna, engenheiros e geodestas:

- promove a redução de complicados sistemas de equações para simples expressões que

podem ser visualizadas e manipuladas;

- promove um método matemático sistemático que é adaptável aos computadores.

A técnica de ajustamento de dados gravimétricos requer a solução de grandes quantidades de sistemas de equações que seriam inviáveis de resolver sem a utilização de computadores, pois é grande a demanda no esforço de gerar modelos geoidais que proporcionam grande quantidade de leituras. As observações levantadas no campo requerem, em primeiro lugar, uma organização das equações de forma a serem sistematizadas, e organizadas para que se transformem em matrizes, fato que pode causar confusão, e por isso, deve-se criar um programa com interface amigável, para que além de facilitar a vida dos usuários, evite também erros na sistematização das equações e matrizes, gerando dados confiáveis de forma produtiva.

Uma das grandes vantagens da álgebra matricial está em sua adaptação para o uso em computadores a partir da programação e sistematização dos passos. Considerando o sistema de equações lineares consistentes 4.4 em que  $X$  é o vetor correção,  $L$  é a matriz das leituras ou resultados das observações e  $A$  é a matriz das derivadas parciais (DALMOLIN, 2004).

$$AX = L_b \quad (4.4)$$

Devido aos erros aleatórios que acontecem nas observações  $L_b$ , as equações não são consistentes e precisam ser tratadas para que as soluções sejam possíveis, e para que isto aconteça, são adicionados as discrepâncias, também conhecidas como “resíduos”  $V$ .

$$AX = L_b + V \quad (4.5)$$

O princípio do método dos mínimos quadrados é aquele que “a soma do quadrado dos resíduos é mínima”:

$$\Phi = V^T V \cong \text{mín} \quad (4.6)$$

sendo:

$n$  número de equações;

$u$  número de incógnitas;

$(n - u)$  número de observações superabundantes;

$A$  matriz  $n \times u$  de derivadas parciais (matriz Jacobiana);

$V$  vetor  $n \times 1$  de resíduos (discrepância);

$X$  matriz das incógnitas (incógnitas são todas as EGs que não são fixas).

Em uma rede gravimétrica onde foram feitas muitas observações relativas<sup>2</sup> com objetivo de determinar os valores mais prováveis de  $\vec{g}$  para as EG (estações gravimétricas), deve-se, em um primeiro momento, determinar quais estações são fixas<sup>3</sup>.

Para preencher a matriz  $L_b$  é necessário primeiro ordenar as observações por circuito e sequência de leitura para depois executar o algoritmo para armazenar as diferenças entre uma estação e a anterior. Entretanto, quando a estação anterior for “fixa”, deve-se somar na diferença, o valor absoluto de  $\vec{g}$ . No anexo 3 é apresentado o algoritmo para preenchimento da matriz  $L_b$ .

Na matriz de coeficientes  $A$  de ordem  $n \times u$  onde as linhas representam as equações e as colunas representam as incógnitas (EGs não ajustadas) que podem conter os valores 0, 1 ou -1. É armazenado o valor 1 na coluna que representa a incógnita da EG referente a linha da leitura, e o valor -1 é armazenado na coluna que representa a estação anteriormente lida, nas demais colunas são armazenados valores zero, ou seja, em cada linha são armazenados uma vez o valor 1, uma vez o valor -1 e o restante é nulo.

Uma vez preenchido os dados de entrada nas matrizes  $A, L_b$  e  $P$  desenvolve-se então o sistema de equações normais (GHILANI; WOLF, 2006):

$$NX = U \quad (4.7)$$

A solução das equações seria dada por:

$$X_a = -N^{-1}U \quad (4.8)$$

---

<sup>2</sup>observação relativa: cálculo a partir da diferença de aceleração entre o valor observado de uma estação e a estação anterior

<sup>3</sup>EG Fixa: Estação gravimétrica que o valor de entrada de  $\vec{g}$  não será alterado pelo ajustamento.

Considerando que as condições sejam as mesmas para todas as observações adota-se  $P = I$ , ou seja peso igual para todas as leituras:

$$N = A^T P A \quad (4.9)$$

e

$$U = A^T P L_b \quad (4.10)$$

O vetor dos resíduos é dado por:

$$V = AX - L_b \quad (4.11)$$

sendo:

$X_a$  vetor ( $n \times 1$ ) dos parâmetros ajustados;

$L_b$  vetor  $n \times 1$  das observações “com erros”, que no caso de levantamentos gravimétricos é preenchido com a diferença entre estações observadas;

$P$  matriz ( $n \times n$ ) de pesos;

$N$  matriz ( $u \times u$ ) de coeficientes das equações normais;

$I$  matriz identidade ( $n \times n$ ).

E o vetor das observações ajustadas  $L_a$  é dado por:

$$L_a = L_b + V \quad (4.12)$$

Terminado a primeira iteração pode-se aplicar o **teste global sobre o fator de variância**, que se inicia com adoção do fator de variância **a priori**  $\sigma_0^2 = 1$ , e partir dos resíduos obtém-se o fator de variância **a posteriori**  $\hat{\sigma}_0^2$ :

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n - u} \quad (4.13)$$

Em seguida aplicar-se o teste “chi-quadrado” dos resíduos para de avaliar modelo estocástico empregado. O teste é efetuado a partir da discrepância entre a variância da unidade de peso **a priori**  $\sigma_0^2$  com a variância da unidade de peso **a posteriori**  $\hat{\sigma}_0^2$ . Para que a qualidade seja satisfatória deve atender a uma das hipóteses (GEMAEL, 1994):

hipótese básica:  $\sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$ ;

hipótese alternativa:  $\sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2 \wedge \{\chi^{*2} < \chi_{max}^2 \wedge \chi^{*2} > \chi_{min}^2\}$ ;

sendo:

$$\chi^{*2} = \frac{V^T P V}{n-u}$$

$$\chi_{min}^2 = \nu (\alpha/2)$$

$$\chi_{max}^2 = \nu (1 - \alpha/2)$$

onde:

$\nu$  grau de liberdade dado por:  $\nu = (n - u)$ ;

$\alpha$  nível de significância em porcentagem, que pode ser, por exemplo, 5%.

Se nenhuma das duas hipóteses for verdadeira, é necessária a verificação ajustamento, pois se existem resíduos muito grandes ou problemas detectáveis na MVC dos valores observados devem existir erros grosseiros ou sistemáticos.

Utilizando-se da lei de propagação, a precisão dos parâmetros (acelerações da gravidade nas estações gravimétricas) são determinadas pela MVC (Matriz Variância-Covariância)  $\sum X_a$ :

$$\sum X_a = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1} \tag{4.14}$$

Aplicando a lei de propagação, a determinação da MVC (Matriz Variância-Covariância) dos valores observados ajustados  $\sum L_a$  é dado por:

$$\sum L_a = \hat{\sigma}_0^2 A N^{-1} A^T \tag{4.15}$$

A partir deste ponto, o geodesta em posse dos resultados do teste global, dos resíduos e das matrizes de covariância avaliar se o ajustamento atende as expectativas, se existem erros

grosseiros ou leituras detectáveis que devem e podem ser eliminadas. Uma das alternativas seria a realização de uma nova iteração usando como peso o inverso da variância. Porém esta nova iteração pode não ajustar corretamente. Todavia, caso o calculista tenha certeza da realização da nova iteração, então deve seguir as etapas:

Atualiza-se a matriz  $P$  com o inverso da MVC dos dados observados  $\sum L_b$ , aplicando o princípio dos mínimos quadrados onde (GEMAEL, 1994):

$$P = \hat{\sigma}_0^2 \sum L_b^{-1} \quad (4.16)$$

onde:

$\sum L_b$  MVC (Matriz Variância-Covariância) dos valores observados.

alternativamente pode-se usar a matriz  $P$  com de pesos inversamente proporcionais a variância da última iteração:

$$P = \text{diag} \left[ \sigma_0^2/V_{1,1} \quad \sigma_0^2/V_{2,1} \quad \sigma_0^2/V_{3,1} \quad \cdots \quad \sigma_0^2/V_{n,1} \right] \quad (4.17)$$

onde  $V_{i,1}, i = 1, 2, 3, \dots, n$ , são as variâncias das observações.

Se necessário inicia-se uma nova iteração repetindo os passos a partir da equação 4.8.

## 4.2 Alternativas de aplicação

### Gravsys

O software Gravsys, de uma forma prática divide o ajustamento em 4 fases (BUCK, 1988):

1. Realiza uma primeira iteração do ajustamento com mesmo peso para todas as observações;
2. A partir da análise das variâncias separadas em grupos por equipamento, estima pesos diferentes para cada gravímetro;

3. Realiza nova iteração com a matriz de pesos determinada na etapa 2 utilizando todas as leituras;
4. Realiza nova iteração, com peso diferenciado por gravímetro, desconsiderando no ajustamento as leituras com resíduos considerados grandes.

## Gravsur

Os novos gravímetros eletrônicos coletam amostras com grande quantidade de leituras em um curto espaço de tempo. Estas amostras permitem o cálculo do desvio padrão que pode ser utilizado como peso nas leituras. No caso do CG5, este desvio padrão está contido no arquivo de dados junto com a leitura. O problema desta abordagem está na impossibilidade de combinar aparelhos modernos com os mais antigos. Para resolver este problema, pode-se determinar um “desvio padrão médio” equivalente para cada tipo de aparelho não automatizado, o que não é tão simples.

A versão atual do GravSur, realiza uma única iteração utilizando na matriz de peso o inverso do desvio padrão da leitura automatizada quando se utiliza apenas aparelhos do tipo CG5. Caso contrário os pesos são todos iguais. Após o ajustamento, são calculados os resíduos, a variância a posteriori, o teste global sobre a variância a MVC  $\sum X_a$  e a MVC  $\sum L_a$ . Por conta destes resultados, pode-se aferir a qualidade do ajustamento, permitindo a avaliação de possíveis erros grosseiros ou problemas detectáveis nas MVCs.

### 4.3 Otimização e eficiência de algoritmo

#### Solução de sistema de equações:

Uma propriedade importante para a solução de sistemas de equações é que uma matriz multiplicada pela sua inversa resulta em uma matriz identidade  $I$ :

$$AA^{-1} = I \quad (4.18)$$

Muito comum no desenvolvimento de sistemas de equações, principalmente em ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, está o cálculo da matriz inversa que pode ser

resolvido de acordo com a regra de Cramer<sup>4</sup>. Contudo este depende da solução do determinante da matriz, segundo a equação 4.19, sendo que o determinante é uma função matricial que se associa a cada matriz quadrada um escalar, que permite inclusive saber se tem ou não inversa.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A) \quad (4.19)$$

A matriz adjunta de uma matriz quadrada  $A$  é a transposta da matriz que se obtêm substituindo cada termo  $A_{i,j}$  pelo determinante da matriz resultante de  $A$  sem a linha  $i$  e a coluna  $j$  (determinante de matriz menor) multiplicado por  $(-1)^{i+j}$  para alternar os sinais.

Para calcular o determinante de matriz existem muitas técnicas que podem ser aplicadas de acordo com a ordem das mesmas. Ou seja, para matrizes de ordem  $n = 1$  o determinante  $\det(A) = a_{11}$ , já matrizes de ordem  $n = 2$  pode-se usar a regra:

$$\det \left( \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} \end{bmatrix} \right) = a_{1,1}a_{2,2} - a_{2,1}a_{1,2} \quad (4.20)$$

Em matrizes de ordem  $n = 3$ , para efeitos didáticos utiliza-se a regra de Sarrus<sup>5</sup>, conforme mostrado na equação 4.21:

$$\det \left( \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & a_{3,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & a_{3,2} \\ a_{1,3} & a_{2,3} & a_{3,3} \end{bmatrix} \right) = (a_{1,1}a_{2,2}a_{3,3} + a_{2,1}a_{3,2}a_{1,3} + a_{3,1}a_{1,2}a_{2,3}) \quad (4.21)$$

$$- (a_{3,1}a_{2,2}a_{1,3} + a_{1,1}a_{3,2}a_{2,3} + a_{2,1}a_{1,2}a_{3,3})$$

Para matrizes de ordem  $n \geq 4$  pode-se usar o teorema de Laplace<sup>6</sup>, no qual para o cálculo se utilizam matrizes de cofatores, o que basicamente é uma técnica para reduzir sucessivamente a ordem das matrizes até se chegar em 3 ou 2 e, assim serem calculadas facilmente.

---

<sup>4</sup>Gabriel Cramer (1704-1752): matemático e filósofo suíço

<sup>5</sup>Pierre Frédéric Sarrus (1798-1861): matemático francês

<sup>6</sup>Pierre Simon Laplace (1749-1827): matemático, astrônomo e físico francês

Apesar do método de Laplace funcionar teoricamente para todos os tamanhos de matrizes, o número de operações a serem processadas por um computador crescem em ordem fatorial  $O(n!)$  e se não atentar à eficiência do algoritmo que será implementado, o tempo do processamento poderá ser muito grande, uma vez que os ajustamentos de redes gravimétricas podem conter muitas observações.

Uma forma de avaliar o algoritmo de computador é a classificação com o uso da notação assintótica, que permite classificar o comportamento e desempenho quando aplicados a grandes volumes de entrada de dados (KNUTH, 1968). Existem muitas publicações que apresentam e comparam algoritmos para soluções matriciais como o "*Gaussian elimination is not optimal*" de Strassen (1969) ou o "*Matrix multiplication via arithmetic progressions*" de Coppersmith e Winograd (1987).

Exemplos de classificação de eficiência assintótica de algoritmos (KNUTH, 1968):

- $O(1)$  - Constante (tempo de processamento independe da quantidade de dados de entrada);
- $O(\log n)$  - Logarítmico (tem bons resultados com grandes entradas de dados);
- $O(n)$  - Linear (o tempo de execução cresce de acordo com o tamanho da entrada de dados);
- $O(c^n)$ ,  $c > 1$  - Exponencial (o tempo de execução cresce exponencialmente a quantidade de dados de entrada);
- $O(n!)$  - Fatorial (o tempo de execução cresce em ordem fatorial em relação a quantidade de dados de entrada).

No desenvolvimento dos testes foram implementados os algoritmos em Linguagem Pascal<sup>7</sup> para efetuar o processamento do ajustamento das observações, que funcionaram muito bem com os primeiros dados fictícios. Entretanto, com os dados reais da rede gravimétrica da cidade de Campinas, a quantidade da amostra aumentou consideravelmente, fazendo o tempo de execução crescer a ponto de o computador ficar em espera do processamento por horas e sem resultado algum, fato que tornou necessário cancelamento do processamento. Em uma

---

<sup>7</sup>Pascal: Linguagem de programação estruturada criada em 1970 que recebeu este nome em homenagem ao matemático Blaise Pascal

depuração<sup>8</sup> notou-se que a lentidão ocorria justamente no momento do cálculo da matriz inversa, utilizada para solução dos sistemas de equações, fato que motivou a busca por algoritmos mais eficientes, como é o caso da “decomposição LU” que possui eficiência de  $O(n^3)$  (ERICSSON *et al.*, 1996) ou o algoritmo “Coppersmith–Winograd” com notação de  $O(n^{2,376})$  (COPPERSMITH; WINOGRAD, 1987). Como alternativa que pode ser usada para facilitar o desenvolvimento de aplicações que necessitam de soluções para álgebra linear é a utilização de bibliotecas de desenvolvimento como a LAPACK (*Linear Algebra PACKage*). Essa biblioteca, escrita em Fortran 90, possui rotinas para soluções de sistemas de equações lineares, mínimos quadrados de sistemas lineares e fatoração de matrizes (LU, Cholesky, QR, SVD, Schur generalizada) (LAPACK, 2010). Para outras linguagens de programação como C++, C#, Pascal e Delphi tem como opção a biblioteca de código aberto ALGLIB, que além de ter as funções parecidas com a LAPACK, tem rotinas para cálculo, como a transformada rápida de Fourier, convolução, correlação, integração numérica e interpolação (ALGLIB, 2010).

## Valores nulos das matrizes $A$ e $P$ :

Ajustamento de redes gravimétricas podem conter grandes quantidades de observações, resultando em matrizes com grandes dimensões, que conseqüentemente alocam muita memória e consomem muitos recursos do processador. Apesar do atual desenvolvimento dos computadores, pode-se aperfeiçoar o armazenamento e a multiplicações de matrizes como  $A$  e  $P$  da solução proposta. Estas matrizes contêm muitos valores nulos, pois  $P$ , só possui valores na diagonal e  $A$  apenas tem dois valores  $[1 \vee -1]$  não nulos por linha.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Esta otimização é dividida em duas partes, o qual na primeira cria-se uma nova estrutura de armazenamento para economizar memória e na segunda cria-se um novo algoritmo para

---

<sup>8</sup>Depuração (*debug*) é o processo de rastrear passo a passo *softwares* ou *hardwares* com objetivo de melhorar, corrigir ou até mesmo reduzir defeitos.

a multiplicação objetivando um processamento mais rápido. O caso de  $P$  ( $n \times n$ ) pode ser facilmente resolvido armazenando a diagonal da mesma em um vetor ( $n \times 1$ ). Já a matriz  $A$  pode ser solucionada com a substituição por dois vetores de dimensão ( $n \times 1$ ), onde no primeiro  $A_1$  armazena-se os números das colunas onde são armazenados os valores  $[1]$  e no segundo  $A_{-1}$  os valores  $[-1]$ .

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$A_{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & \dots \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Como alternativa para evitar o armazenamento e processamento de valores nulos na matriz de derivadas parciais esta na criação de dois vetores de dimensão ( $2n \times 1$ ), onde no primeiro  $A_{valores}$  são armazenados os valores  $[1 \vee -1]$  e o segundo  $A_{posição}$  a coluna referente na matriz  $A$  (SILVA; MONICO, 2007).

$$A_{valores} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & \dots \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$A_{posição} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 & 3 & 5 & 4 & 6 & \dots \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

# Parte III

## Resultados



# Capítulo 5

## Testes e Resultados advindos do GravSur

### 5.1 Teste com cálculo da maré

O objetivo desse teste é comparar os resultados de cálculos de maré gerados pelo Gravsys, Redgrav e o software do IAG com a abordagem sugerida nesse trabalho, implementada no software GravSur. A importância do programa Redgrav está no fato de ser utilizado no Brasil e em alguns países da América Latina pela EPUSP e IBGE nos cálculos de reduções gravimétricas.

A tabela 5.1 contém pontos aleatórios distribuídos nos quatro quadrantes do globo, em hora UTC, onde nota-se alguns considerações a serem abordadas. Em primeiro lugar, o Gravsys não permite a entrada do ano com quatro dígitos, fato que não permite a utilização após o ano 1999. Nota-se também, uma diferença que aparentemente não é grande, mas que se torna evidente quando as amplitudes das marés são maiores. É importante salientar que o GravSur possui fator gravimétrico configurável e o cálculo foi feito com  $\delta = 1,17$  enquanto que o Redgrav e Gravsys possuem valores fixos respectivamente 1,20 e 1,16.

Data/Hora	Localidade	GravSur	Redgrav	Gravsys	IAG
31/10/2010 8:10	22°44'S 90°30'W	-0,055	-0,056	-	-0,054
31/10/2010 8:10	22°44'S 90°30'E	-0,003	-0,003	-	-0,002
31/10/2010 8:10	22°44'N 90°30'W	-0,007	-0,007	-	-0,007
31/10/2010 8:10	22°44'N 90°30'E	-0,052	-0,053	-	-0,051
31/10/1996 8:10	22°44'S 90°30'W	0,028	0,029	0,028	0,028
31/10/1996 8:10	22°44'S 90°30'E	0,120	0,123	0,119	0,119
31/10/1996 8:10	22°44'N 90°30'W	0,123	0,126	0,122	0,122
31/10/1996 8:10	22°44'N 90°30'E	0,029	0,030	-0,029	0,029

Tabela 5.1: Comparação do cálculo da maré em diferentes programas em horário local

Para apurar melhor a diferença, o exemplo abaixo foi calculado para um dia o qual a variação da maré em uma determinada posição é ampla:

- Localidade: Santos SP;
- Posição: 23°57'S 046°18'W;
- Data: 18/02/2011 - 15:20 UTC;
- GravSur: 0,188 *mGals*;
- Redgrav: 0,193 *mGals*;
- Gravsys: 0,186 *mGals* (valor estimado para o Gravsys com fator gravimétrico  $\delta = 1.16$ ).

Foi apurada uma diferença de até 0,007 *mGals*, um valor considerado significativo, uma vez que os equipamentos atualmente em uso como o CG5 apresentam uma resolução de 0,001 *mGal*. Essa diferença tende a zero quando se utiliza o mesmo fator gravimétrico, ressalte-se que o valor de  $\delta = 1,17$  referente à região de Presidente Prudente é a mais adequada para a cidade de Santos, conforme publicação sobre a regionalização do fator gravimétrico de Gemael (2002).

Outro fato importante com relação ao Redgrav e o Gravsys é que ambos não contemplam segundos no registro da hora da leitura, Mas são observadas diferenças de até 0,001 *mGals* em ciclos de 20 *s*, fato que não era muito importante com equipamentos mecânicos. Presentemente os novos equipamentos permitem o armazenamento da hora com assistência do receptor GPS o qual garante boa qualidade. Finalizando, o gravímetro CG5 também possui fator gravimétrico fixo, e enquanto não se atualizar o *firmware* para permitir a configuração

deste parâmetro, em trabalhos, onde se procura alta acurácia, o correto seria a importação dos dados em programas que permitam o tratamento do mesmo, como é o caso do GravSur.

## 5.2 Detecção de erros grosseiros na importação dos dados

Foram executados testes com dados brutos da rede gravimétrica do Equador originadas pelo convênio entre a POLI/USP, o IBGE, o Instituto Geográfico Militar (IGM) e o Instituto de Cartografia Naval (INOCAR). Os levantamentos foram originalmente introduzidos no programa Gravi96/Redgrav (CASTRO JUNIOR, 2005) e disponibilizados pela POLI/USP. A amostra de dados está contida em 145 arquivos separados que contemplam 53 estações gravimétricas, 799 observações de três leituras, totalizando 2.397, realizadas por 7 gravímetros da marca LaCoste & Romberg modelo G. Em trabalhos onde existem muitas leituras, arquivos e estações gravimétricas, nas tecnologias utilizadas atualmente é muito difícil a verificação e comparação de dados entre os arquivos, pois muitas vezes, é necessária a impressão de planilhas para viabilizar a conferência que, além de demorar e permitir erros humanos, utiliza muitos recursos.

Entre os itens que são verificados, estão as estações gravimétricas que possuem identificação (ou código único) e coordenadas. A importância do nome, bem como da coordenada, está em primeiro lugar pelo fato de estar se referenciando ao ponto correto. Em segundo lugar, coordenadas erradas podem levar a um cálculo da correção da maré indevido e em terceiro e último, estações gravimétricas com super amostragens de observações somente são ajustadas se os dados da leitura contemplam a referência correta. Portanto, esse trabalho propõe-se a testar e apresentar resultados da importação de uma massa de dados para avaliar a existência de erros grosseiros de nomes e coordenadas de estações gravimétricas de 145 arquivos referentes a 53 estações. O algoritmo testado foi implementado no pacote GravSur para a viabilização desses testes.

Após os testes, foram encontradas 122 (15%) estações com as mesmas coordenadas e nomes diferentes e 28 (4%) nomes iguais com coordenadas diferentes em uma amostra de 799 observações. Os testes foram executados sobre arquivos de dados brutos sem tratamento e as detecções desses problemas podem ser feitos manualmente, mas além de demorar, pode-se até mesmo deixar de detectar alguns, já que é muito cansativo e entediante.

Foram importados também quatro arquivos de dados brutos na solução GravSur referen-

tes ao levantamento da rede gravimétrica de Campinas que foram utilizados no trabalho de Innocente (2007). Os arquivos continham cento e trinta e duas (132) observações referentes a quarenta (40) estações gravimétricas feitas com três gravímetros L&C. Nessa amostra foram identificadas onze (8%) observações em estações gravimétricas abrangendo coordenadas iguais com nomes diferentes e vinte e uma (16%) observações com nomes iguais com coordenadas diferentes.

Com os resultados destes dados importados fica claro que em uma campanha gravimétrica, devido a grande quantidade de dados, podem ocorrer muitos erros grosseiros e que muitos deles podem ser detectados na solução proposta.

### 5.3 Detecção de erros grosseiros no modo interativo

Nos dados brutos da rede gravimétrica de Campinas foi encontrado visualmente, através da interface gráfica, uma estação deslocada da região do levantamento de dados (figura 5.1). Esse erro foi causado pela digitação errônea de uma coordenada, com um grau de diferença na longitude, que gerou o deslocamento de aproximadamente 100 quilômetros do ponto 02.

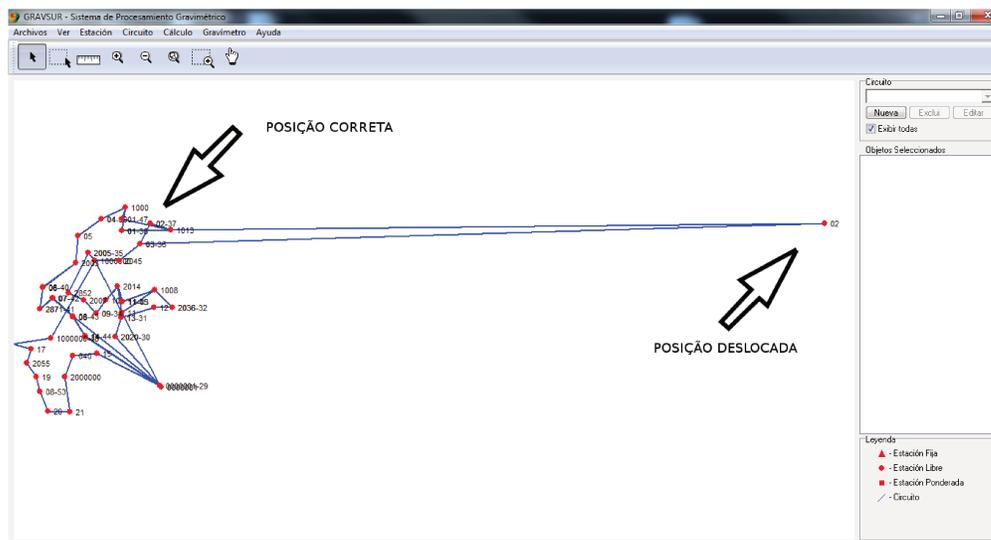


Figura 5.1: Detecção de erro grosseiro de coordenada.

Muitos erros grosseiros podem ser detectados graficamente por um operador que participou de uma campanha de levantamento, pois normalmente ele consulta cartas, bem como, as

posições das estações gravimétricas no decorrer das observações. Todavia, isso só é possível em sistemas com interface gráfica. Portanto, pode-se afirmar que diferente dos sistemas utilizados atualmente, uma solução que atenta à visualização espacial é de grande importância quando se deseja qualidade nos dados e produtividade na procura de possíveis problemas.

Levantamentos gravimétricos podem ser efetuados de forma superabundante, resultando em mais de uma solução da aceleração da gravidade para cada estação, permitindo com isto, o cálculo de desvio padrão. Para facilitar a detecção de possíveis problemas, foi adotada e testada uma abordagem muito comum em SIGs chamada de espacialização de uma magnitude. Esta técnica mostra símbolos em tamanhos variados de acordo com uma variável nas posições geográficas relacionadas.

Para o experimento foi implantado no GravSur o recurso de exibir nas estações gravimétricas um círculo verde de raio proporcional ao desvio padrão. Usando dados reais, nesse caso do Equador, foi possível encontrar facilmente as estações com desvio padrão mais alto. Para exemplificar, na figura 5.2 pode-se observar que a EG número 060600 da rede gravimétrica do Equador possui uma precisão inferior em relação às demais estações, pois possui um círculo verde maior.

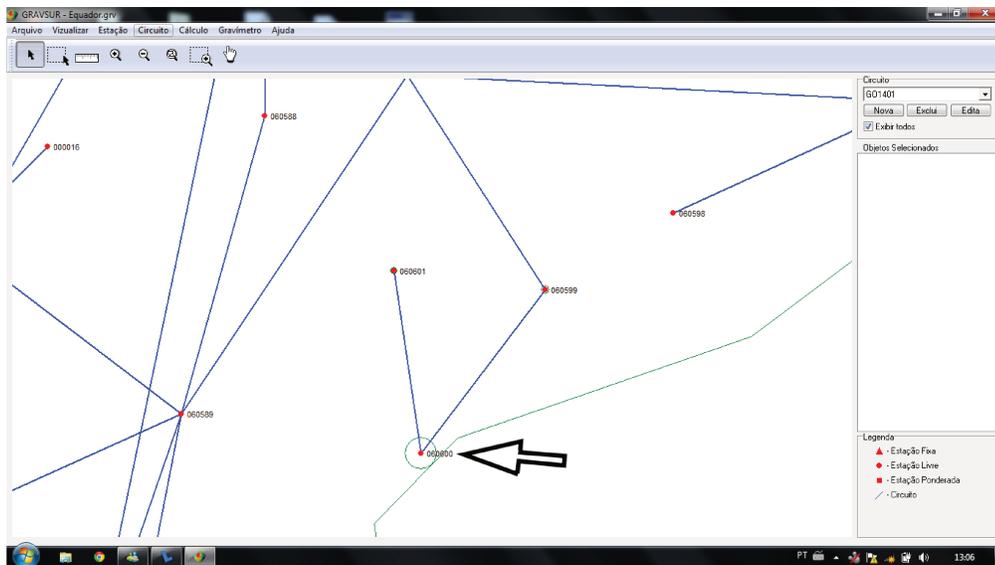


Figura 5.2: Visualização gráfica do desvio padrão.

Usando o GravSur para editar os dados de uma estação pode-se comparar os resultados obtidos de diferentes observações. No exemplo da figura 5.3, pode-se notar que os dois últimos resultados circulados em vermelho apresentam maior dispersão. A interpretação e tratamento

dessa informação dependem do conhecimento do operador que pode, por exemplo, eliminar, tratar ou apenas desconsiderar essas leituras.

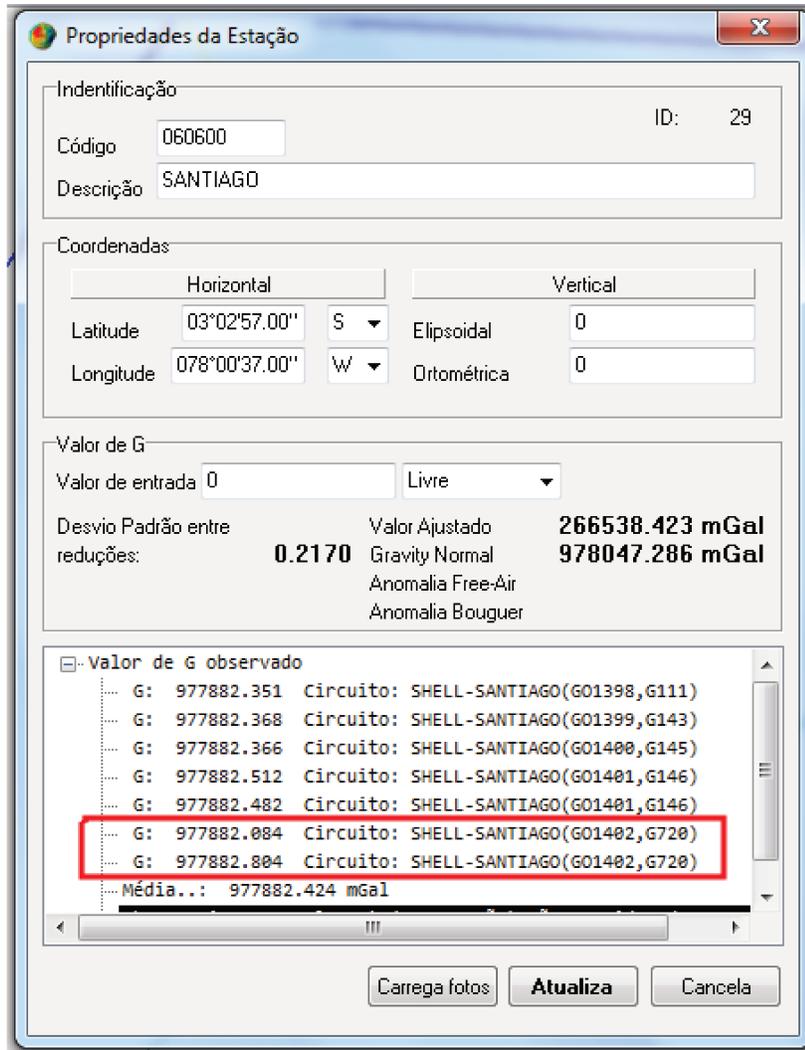


Figura 5.3: Valores de observados de  $\vec{g}$ .

Outro ponto importante que pode ser incorporado no sistema é a detecção de erros no modo interativo, em que no momento da digitação são mostradas mensagens ou troca de cores nos textos que podem evidenciar possíveis problemas como:

- Data/Hora inválida (anterior à última leitura);
- Diferença máxima entre as leituras de uma estação (gravímetros não automatizados);

- Derivas.

Detecção de problemas em lote no momento do processamento do circuito como:

- Detecção de tempo máximo para um circuito (48 horas - gravímetro modelo G da L&R);
- Circuitos com gravímetros indefinidos.



# Capítulo 6

## Discussão, conclusão e trabalho futuro

### 6.1 Discussão

A proposta desse trabalho é a sistematização do tratamento de dados gravimétricos objetivando a melhoria da qualidade e o aumento da produtividade que conseqüentemente permita criar modelos geoidais mais acurados. A abordagem adotada foi a revisão das metodologias, equações e softwares normalmente utilizados no Brasil, em alguns países da América Latina e no Canadá, com o intuito de tratar principalmente **erros grosseiros, sistemáticos e aleatórios** de forma prática e clara para que também refletisse na produtividade. Na revisão das metodologias e softwares, foram detectados possibilidades de melhorias, as quais inicialmente foram implementados em algoritmos separados e ao final foram unificados em um único sistema para facilitar principalmente entre uma fase e outra criando uma interface amigável e produtiva que elimina **erros grosseiros**, tais como: arquivos com nomes de estação igual e coordenada diferentes, posições visivelmente improváveis que são fáceis de detectar em um ambiente gráfico, valores improváveis na digitação, mensagens de erro e principalmente o fato de tratar todos os dados de uma rede em um único arquivo bem como as interações entre todas as informações de vários levantamentos.

A melhoria no processamento das reduções gravimétricas com a eliminação de **erros sistemáticos**, como é o caso do fator gravimétrico com valor “constante” em programas e, até mesmo em equipamentos novos, como o CG5, podem gerar diferenças de até 0,007 *mGals*. Outro problema sistemático é a não gravação no arquivo de dados de observações do fator do gravímetro, pois esse é um dado que muda com o tempo, e quando calibrado, é trocado nos

arquivos de configurações dos programas, atualmente em uso, e conseqüentemente perde-se o valor antigo. Isso não é um problema até que se utilize um programa com o fator do gravímetro atual para calcular um circuito gravimétrico antigo.

Devido à dificuldade de tratar e transcrever os dados em um formato que permita a exportação para que seja possível efetuar um ajustamento de observações superabundantes, muitas vezes os geodestas evitam a reocupação (nova leitura de uma estação) ou até mesmo desconsideram leituras. O ajustamento de observações, muitas vezes não é considerado de grande importância nas redes de densificações, porém é obrigatório na implantação de redes de ordem maior. Contudo, se existir uma ferramenta que trate amostras redundantes, de forma fácil, torna-se viável um controle mais efetivo em relação aos **erros aleatórios** através da adoção do ajustamento como um padrão em todos os trabalhos. Outro ponto importante que deve ser discutido e também desenvolvido em trabalhos futuros é a aplicação no ajustamento do parâmetro de peso o valor inversamente proporcional ao tempo de um circuito, uma vez que as derivas podem interferir na qualidade da determinação do valor de  $\vec{g}$  das estações gravimétricas.

## 6.2 Conclusão

A partir da revisão de métodos matemáticos e pela adição de técnicas computacionais foi desenvolvida uma sistematização que permitiu um melhor tratamento de observações gravimétricas. Essa melhoria advém de uma abordagem no tratamento de erros, de uma melhor organização dos dados e de uma automatização que reflete em mais produtividade e controle dos resultados. A abordagem desenvolvida que foi aplicada no desenvolvimento do software GravSur foi adotada por centros de pesquisa permitindo uma apreciação de outros pesquisadores, e assim validando-a como uma contribuição tecnológica.

## 6.3 Sugestão para trabalho futuro

Avaliando de forma subjetiva a demanda, bem como a rápida aceitação do programa desenvolvido no projeto GravSur pelas instituições, fica claro a necessidade de continuidade na manutenção e desenvolvimento do mesmo. É comum em sistemas de computadores feitos por empresas privadas a atualização de seus produtos visando correção de problemas, dispo-

nibilização de novos recursos, adequação a normas e técnicas atuais, bem como para permitir a compatibilidade com equipamentos mais novos.

O sistema atual trata e prepara dados gravimétricos, contudo não apresenta recursos para computar aproximação do geoide. Por isto seria interessante à continuidade do projeto com a criação de módulos objetivando prover recursos para testar e comparar as abordagens de aproximação que estão atualmente em estudo.

Uma modalidade de desenvolvimento aberto ou uma variação do *Open Source*<sup>1</sup> seriam interessantes em desenvolvimento de sistemas científicos os quais existem muitas abordagens, pois permite que muitos pesquisadores possam contribuir na construção do programa.

A ideia seria a criação de um projeto maior que permita o cadastro de uma comunidade de pesquisadores para contribuir em vários níveis. Alguns apenas como usuários, outros como consultores e desenvolvedores.

O projeto poderia ser viabilizado a partir de um portal na internet, em que a comunidade poderia acessar e contribuir com documentação, arquivos de dados, apontamentos de erros, sugestões para melhoria, troca de arquivos e desenvolvimento de programas.

Existe atualmente uma grande quantidade de ferramentas computacionais que podem ajudar na gestão dessa comunidade, e entre elas estão:

- Wiki: Para documentação de termos, manuais, diagramas e diretrizes em comunidade. Um exemplo de utilização é o Wikipédia.
- Git: Controle de versões de códigos fonte para o desenvolvimento em equipe;
- Bugzilla: Suporte ao desenvolvimento;
- Dia: Editor de diagramas.

O sistema atual foi desenvolvido em Delphi<sup>2</sup> / Pascal<sup>3</sup> para executar sob a plataforma *Windows*<sup>4</sup>, contudo deve-se pensar que muitos centros de pesquisa não possuem a mesma linguagem para contribuir no desenvolvimento ou até mesmo a plataforma para rodar o programa.

---

<sup>1</sup>*Open Source*: desenvolvimento de software com código fonte aberto, distribuição livre, que permite trabalhos derivados, com integridade do autor do código.

<sup>2</sup>Delphi® é marca registrada da *Embarcadero Technologies, Inc.*

<sup>3</sup>Pascal é uma linguagem de programação estruturada criada em 1970 por Niklaus Wirth.

<sup>4</sup>*Windows*® é marca registrada da *Microsoft Corporation.*

É importante lembrar que o uso de plataformas que rodam em *smartphones* e *tablets* estão cada vez mais em utilização e por isto devem ser levadas em consideração.

Portanto, o primeiro exercício do projeto sugerido é a escolha de soluções de desenvolvimento multiplataforma que permita a evolução, compatibilidade e continuidade.

# Referências Bibliográficas

ABNT. *NBR 13133. Execução de Levantamento Topográfico*: Associação Brasileira de Normas técnicas. [S.l.], 1994.

ALBERTELLA, A.; MIGLIACCIO, F.; SANSÓ, F. Goce: The earth gravity field by space gradiometry. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Springer Netherlands, v. 83, p. 1–15, 2002. ISSN 0923-2958. 10.1023/A:1020104624752. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1023/A:1020104624752>>.

ALGLIB. ALGLIB Open Source. 2010. Disponível em: <<http://www.alglib.net/>>. Acesso em: 10 dez. 2010.

ALVES, D. S. Sistemas de Informações Geográficas. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GEOPROCESSAMENTO, 1990, EPUSP. *Anais...* São Paulo., SP, 1990. p. 66–78.

ANSI. *X3.135 The Database Language SQL*: American National Standards Institute. EUA, 1986.

BARTELS, J. *Geophysik II / Geophysics II*. Springer-Verlag, 1957. (Handbuch Der Physik Encyclopedia of Physics / Geophysik / Ge). ISBN 9783540021742. Disponível em: <[http://books.google.com.br/books?id=n\\\_22AAAACAAJ](http://books.google.com.br/books?id=n\_22AAAACAAJ)>.

BEATTY, J. K.; PETERSEN, C. C.; CHAIKIN, A. *The New Solar System*. 4. ed. Cambridge, Massachusetts: Sky Publishing Corporation, 1999. 421 p. ISBN 0-933346-86-7.

BJERHAMMAR, A. *On an Explicit Solution of the Gravimetric Boundary Value Problem for an Ellipsoidal Surface of Reference*. Stockholm: Royal Institute of Technology, Division Geodesy Stockholm, 1962.

BLITZKOW, D. *O Problema de Valor de Contorno da Geodésia: Resultados Práticos para a América do Sul*. 1996. 81 f. Tese (Livre Docência) — Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Curso de Pós-Graduação em Transportes, São Paulo SP, 1996.

BRASIL. Lei nº 11.662, de 24 de dez. de 2008. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, dez. 2008. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2007-2010/2008/Lei/L11662.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2008/Lei/L11662.htm)>. Acesso em: 14 dez. 2011.

BUCK, J. B. *User guide - Gravity data processing system - GRAVSYS*. Geophysical Data Centre/Geological Survey of Canada: [s.n.], 1988.

CANADA. Passive Networks International Absolute Gravity Base Station Network (IAGBN). 2011. Disponível em: <[http://webapp.csrns.nrcan.gc.ca/index\\_e/products\\_e/passiveNetworks\\_e/igabnSta\\_e/IAGBNnetwork\\_e.html](http://webapp.csrns.nrcan.gc.ca/index_e/products_e/passiveNetworks_e/igabnSta_e/IAGBNnetwork_e.html)>. Acesso em: 5 out. 2011.

CASTRO JUNIOR, C. A. C. *Contribuição ao Estabelecimento de um sistema gravimétrico para a América do Sul*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Curso de Pós-Graduação em Transportes, São Paulo SP, 2005.

COPPERSMITH, D.; WINOGRAD, S. Matrix multiplication via arithmetic progressions. In: *Proceedings of the nineteenth annual ACM symposium on Theory of computing*. New York, NY, USA: [s.n.], 1987. p. 1–6.

COSTA, J. R. V. Dia juliano. 2011. Disponível em: <<http://www.zenite.nu/>>. Acesso em: 14 de fev. 2011.

DALMOLIN, Q. *Ajustamento por mínimos quadrados*. 2. ed. Curitiba PR: Imprensa Universitária - UFPR, 2004. 176 p.

DANTAS, A. et al. Sistemas de Informação Geográfica em transportes: O estudo do estado da arte. In: X ANPET - CONGRESSO DE PESQUISA E ENSINO EM TRANSPORTES, 1996, EPUSP. *Anais do X ANPET - Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*. Brasília, DF, 1996. p. 211–222.

DEHLINGER, P. *Marine Gravity*. [S.l.]: Elsevier, 1978. 290–294 p. (Elsevier Oceanography Series, v. 22).

ELLIOTT, D. F.; RAO, K. R. *Fast Transforms Algorithms, Analyses, Applications*. Orlando, Florida USA: Academic Press, Inc., 1982. ISBN 0-12-237080-5.

- ELMASRI, R.; NAVATHE, S. B. *Fundamentals of Database Systems*. 3. ed. [S.l.]: Addison-Wesley Longman Publishing Co., 1999. 893 p. ISBN 0805317554.
- ERICSSON, K. et al. *Computational Differential Equations*. Cambridge, UK: Press Syndicate of the University of Cambridge, 1996. ISBN 0-521-56312-7.
- ESA. Goce giving new insights into earth's gravity. 2010. Disponível em: <[http://www.esa.int/esaCP/SEMY0FOZVAG\\_index\\_0.html](http://www.esa.int/esaCP/SEMY0FOZVAG_index_0.html)>. Acesso em: 8 de mar. 2011.
- ESA. Esa images multimedia gallery. 2011. Disponível em: <<http://www.esa.int>>. Acesso em: 16 de out. 2011.
- FEATHERSTONE, W. E.; DENTITH, M. C. A geodetic approach to gravity data reduction for geophysics. *Computers & Geosciences*, v. 23, p. 1063–1070, dez. 1997.
- FLOBERGHAGEN, R. et al. Mission design, operation and exploitation of the gravity field and steady-state ocean circulation explorer mission. *Journal of Geodesy*, Springer Berlin / Heidelberg, v. 85, p. 749–758, 2011. ISSN 0949-7714. 10.1007/s00190-011-0498-3. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s00190-011-0498-3>>.
- GEMAEL, C. *Determinação da gravidade geodésica*. Universidade Federal do Paraná, Curitiba PR: Imprensa Universitária - UFPR, 1985. Apostila de curso de pós-graduação em ciências geodésicas.
- GEMAEL, C. *Introdução ao ajustamento de observações*. Curitiba, PR: Editora da UFPR, 1994. 319 p. ISBN 85-85132-92-2.
- GEMAEL, C. *Introdução à geodésica física*. 2. ed. Curitiba, PR: Editora da UFPR, 2002. ISBN 85-7335-029-6.
- GEOBLOCK. Geoblock project. 2011. Disponível em: <<http://koders.com/delphi/fidFF7DE6A24CA94F003E664295400B97821BA57106.aspx>>. Acesso em: 10 fev. 2011.
- GHILANI, C. D.; WOLF, P. R. *Adjustment Computations Spatial Data Analysis*. 4. ed. New Jersey, USA: John Wiley & Sons Ltd., 2006. ISBN 978-0-471-69728-2.
- GOLDANI, D. *Modelo geoidal de alta resolução para o estado do Paraná: aplicação da Transformada Rápida de Fourier - Stokes e do valor potencial do geóide na definição da*

*superfície de referência vertical*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Paraná, 2006.

GRUNWALDT, L.; NEUBERT, R. First results of laser ranging to the champ retroreflector. In: 12TH INTERNATIONAL WORKSHOP ON LASER RANGING, 12., 2000, Matera, Italy. Matera, Italy, 2000. Disponível em: <[http://cdis.gsfc.nasa.gov/lw12/docs/Grunwaldt\\_et\\_al\\_CHAMP%20Retroreflector.pdf](http://cdis.gsfc.nasa.gov/lw12/docs/Grunwaldt_et_al_CHAMP%20Retroreflector.pdf)>. Acesso em: 6 dez. 2011.

GRW. GWR Observatory Superconducting Gravimeter. 2011. Disponível em: <<http://www.gwrinstruments.com>>. Acesso em: 13 de jun. 2011.

HAHN, B. D.; VALENTINE, D. T. *Essential MATLAB for Engineers and Scientists*. 3. ed. [S.l.]: Elsevier Ltd., 2007. ISBN 9-78-0-75-068417-0.

HASSAN, R. M. et al. Gravimetric Tide observation at Lake Nasser Region, Aswan, Egypt. *Marees Terrestres Bulletin d'informations*, Université de la Polynésie française, v. 146, p. 11797–11805, dez. 2010.

HEGEWALD, A.; JENTZSCH, G.; JAHR, T. Comparison of the LaCoste & Romberg gravimeter ET18 with the superconducting gravimeter CD-034 at the Geodynamic Observatory Moxa (Germany). *Marees Terrestres Bulletin d'informations*, Université de la Polynésie Française, v. 146, p. 11781–11788, dez. 2010.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. *Physical geodesy*. 2. ed. Austria: SpringerWienNewYork, 2006. ISBN 3-211-33544-7.

IBGE. Altera a caracterização do Sistema Geodésico Brasileiro. *Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística*, Brasil, fev. 2005. Acesso em: 13 set. 2012.

IBGE. Mapgeo 2010 modelo de ondulação geoidal. 2011. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/imagens/Figura1.jpg>>. Acesso em: 21 de jul. 2011.

IBGE. Modelo de ondulação geoidal. 2011. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo/\\_geoidal.shtm](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo/_geoidal.shtm)>. Acesso em: 12 de maio 2011.

INNOCENTE, E. F. *Implantação, calculo e ajustamento de redes geodesicas visando a elaboração de carta geoidal para a cidade de Campinas*. Dissertação (Mestrado) —

Universidade de Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Curso de Pós-Graduação em Transportes, Campinas SP, 2007.

ISO. *ISO/IEC 9075 Information technology - Database languages - SQL*: International Organization for Standardization. [S.l.], 2008.

KNUTH, D. E. *Art of Computer Programming*. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, 1968. 761 p.

KÖNIG, R. et al. SLR and the CHAMP Gravity Field Mission. In: 13TH INTERNATIONAL WORKSHOP ON LASER RANGING, 13., 2002, Washington, D.C., USA. *13th International Workshop on Laser Ranging*. Washington, D.C., USA, 2002.

KREIBICH, J. A. *Using SQLite*. [S.l.]: O'Reilly Media, Inc., 2010. 503 p. ISBN 978-0-596-52118-9.

LACOSTE&ROMBERG. *Instruction manual model G & D Gravity Meters*. [S.l.], 2004.

LACOSTE&ROMBERG. Lacoste & romberg LLC model G and D Meter Manual. 2011. Disponível em: <<http://pe2bz.philpem.me.uk/Detect-Sense/-%20Gravity/Site-001-Manual/Ch5/software.html>>. Acesso em: 16 de out. 2011.

LAPACK. LAPACK-Linear Algebra PACKage. 2010. Disponível em: <<http://www.netlib.org/lapack/>>. Acesso em: 10 dez. 2010.

LOBIANCO, M.; BLITZKOW, D.; MATOS, A. O novo modelo geoidal para o Brasil. In: *IV Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas - IV CBCG*. Curitiba: [s.n.], 2005.

LONGMAN, I. M. Formulas for computing the tidal accelerations due to the moon and the sun. *Journal of Geophysical Research*, v. 64, n. 12, p. 2351–2355, dez. 1959.

MACEDONIO, G.; PARESCHI, M. T. An algorithm for the triangulation of arbitrarily distributed points: applications to volume estimate and terrain fitting. *Computers & Geosciences*, v. 17, p. 859–874, August 1991. ISSN 0098-3004. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=124282.124155>>. Acesso em: 10 out. 2011.

MACHADO, G. Visualização 3D. *Infogeo Revista de Análise Geográfica*, v. 32, p. 28–29, 2004.

MAIA, T. C. B. *Utilização de redes neurais na determinação de modelos geoidais*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Curso de Pós-Graduação em Transportes, São Paulo SP, 2003.

MARCOLINO, C. da S. *LabSis: Um ambiente para desenvolvimento de aplicações sísmicas em Matlab*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Instituto de Geociências, Campinas SP, 2004.

MCKIM, R. The great perihelic opposition of mars, 2003: Part 1. *Journal of the British Astronomical Association*, v. 120, p. 280–295, 2003. Disponível em: <<http://articles.adsabs.harvard.edu/full/2010JBAA..120..280M>>.

MICROG. SeeG3 Windows-Based Download and Graphics Utility for the Scintrex CG3-Autograv Gravimeter. 2011. Disponível em: <<http://www.microglacoste.com/seeg3.php>>. Acesso em: 21 de jul. 2011.

MOLER, C. Matlab incorporates lapack. increasing the speed and capabilities of matrix computation. 2011. Disponível em: <[http://www.mathworks.com/company/newsletters/news\\_notes/clevescorner/winter2000.cleve.html](http://www.mathworks.com/company/newsletters/news_notes/clevescorner/winter2000.cleve.html)>. Acesso em: 27 jun. 2011.

MOLODENSKII, M. S.; EREMEEV, V.; YURKINA, M. *Methods for Study of the External Gravitational Field and Figure of the Earth*. Jerusalem: Coronet Books, 1962. ISBN 9780706501995.

MOMEN, H. Language and multilingualism in scientific communication. *Singapore Medical Journal*, p. 654–656, 2009. Disponível em: <<http://smj.sma.org.sg/5007/5007des1.pdf>>.

MONICO, J. F. G. *Posicionamento pelo NAVSTAR GPS: Descrição, fundamentos e aplicações*. 1. ed. São Paulo, SP: Editora Unesp, 2000. 288 p. ISBN 85-7139-328-1.

MORITZ, H. Geodetic reference system 1980. *Bulletin Géodésique*, v. 54, p. 395–405, 1980.

NASA. Egm96 the nasa gsfc and nima joint geopotential model. 2011. Disponível em: <<http://cddis.nasa.gov/926/egm96/egm96.html>>. Acesso em: 12 de maio 2011.

NASA. Multimedia gallery. 2011. Disponível em: <<http://grace.jpl.nasa.gov>>. Acesso em: 16 de out. 2011.

NGA. National geospatial intelligence agency egm2008 wgs 84 version. 2011. Disponível em: <[http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08\\\_wgs84.html](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08\_wgs84.html)>. Acesso em: 10 de maio 2011.

ON. A rede gravimétrica fundamental brasileira. 2011. Disponível em: <<http://www.on.br/conteudo/modelo.php?endereco=servicos/servicos.html>>. Acesso em: 6 out. 2011.

OWENS, M. *The Definitive Guide to SQLite*. [S.l.]: Springer-Verlag New York, Inc., 2006. ISBN 978-1-59059-673-9.

PÁLINKÁS, V.; KOSTELECKÝ, J. Superconducting Gravimeter OSG-050 at the Station Pecný, Czech Republic. *Marees Terrestres Bulletin d'informations*, Université de la Polynésie Française, v. 146, p. 11819–11824, dez. 2010.

PETIT, G.; LUZUM, B. *IERS Conventions (2010)*. Germany: Verlag, 2010. ISSN 1019-4568.

PETTIT, J. T. *Tables for the computation of the tidal accelerations of the Sun and Moon*. [S.l.]: Transactions American Geophysical Union, 1954.

PIÑA, W. H. S.; SOUSA, M. A. de. O estado da base de dados gravimétricos do observatório nacional (bdg-on) situaÇão em junho, 2001. *Brazilian Journal of Geophysics*, v. 19, p. 325–328, 2001.

POWER, D. J. A history of microcomputer spreadsheets. *Communications of the Association for Information Systems*, v. 4, n. 1, 2000.

PUGH, D. T. *Tides, Surges an Mean Sea-Level*. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd., 1987. Natural Environment Research Council Swindon, UK ISBN 0 471 91505 X.

REIMER, J. A history of the GUI. *Ars Technica*, 2005. Disponível em: <<http://arstechnica.com/features/2005/05/gui/>>.

ROLAND, M.; DENKER, H. Stokes integration versus wavelet techniques for regional geoid modelling. In: *A Window on the Future of Geodesy*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 128, p. 368–373.

SÁ, N. C. de; MOLINA, E. C. O geóide gravimétrico no estado de São Paulo: resultados preliminares. In: *Anais do XVII Congresso Brasileiro de Cartografia, Salvador*. [S.l.: s.n.], 1995. p. 124–133.

- SAGREBIN, D. *Die Theorie des regularisierten Geoids*. [S.l.: s.n.], 1956. (Veröffentlichungen des Geodätischen Institutes Postdam).
- SCHUREMAN, P. *Manual of harmonic analysis and prediction of tides*. [S.l.: s.n.], 1940. U. S. Department of Commerce. Special Publication.
- SCINTREX. *CG-5 Scintrex Autograv System operation Manual*. 4. ed. [S.l.], 2008. 308 p.
- SEEBER, G. *Satellite Geodesy*. 3. ed. Berlin, Alemanha: Walter de Gruyter, 1993. 531 p. ISBN 3-11-012753-9.
- SEIDELMANN, P. K. *Explanatory supplement to the Astronomical Almanac*. [S.l.]: University Science Books, 1992.
- SEVERO, T. C. et al. Eficiência das alturas geoidais obtidas de modelos geoidais gravimétricos e geopotenciais no município de Porto Alegre. *Revista Scientia Plena*, Brasil, v. 7, 2011. ISSN 1808-2793.
- SI. *The International System of Units*: Bureau International des Poids et Mesures. 8. ed. [S.l.], 2006.
- SILVA, A. de B. *Sistema de Informações Geo-referenciadas*. 1. ed. Campinas, SP: Editora Unicamp, 2003. 232 p. ISBN 978-85-268-0896-6.
- SILVA, H. A. da; MONICO, J. ao F. G. Ajustamento de redes GPS em conformidade com as exigências da lei 10.267/2001. In: *Anais do II Simpósio Brasileiro de Geomática e V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas*. Presidente Prudente, SP: [s.n.], 2007. p. 130–136. ISSN 1981-6251.
- SMITH, D. A.; MILBERT, D. G. The geoid96 high-resolution geoid height model for the united states. *Journal of Geodesy - Springer-Verlag*, v. 73, p. 219–236, 1999.
- SODRÉ, U. *Transformadas de Fourier*. [S.l.: s.n.], 2002. Apostila de curso de Ciências da Computação.
- SOUTHERN. Gravred website. 2011. Disponível em: <<http://www.sgc.com.au/software/gravred>>. Acesso em: 17 de ago. 2011.
- STOKES, G. G. On the variation of gravity at the surface of the earth. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, VIII, p. 672, 1849.

STRASSEN, V. Gaussian elimination is not optimal. *Numerische Mathematik*, v. 13, p. 354–356, 1969.

TAPLEY, B. D. et al. The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results. *Geophysical Research Letters*, AGU, v. 31, n. 9, p. 1–4, 2004. Disponível em: <<http://www.agu.org/pubs/crossref/2004/2004GL019920.shtml>>.

TEIXEIRA, A. et al. Qual a melhor definição de SIG? *Fator GIS - A revista do Geoprocessamento*, v. 11, p. 20–24, 1995.

TORGE, W. *Geodesy*. 3. ed. [S.l.]: Walter de Gruyter, 2001. ISBN 3-11-017072-8.

TRABANCO, J. L. A. *Ajustamento e homogeneização de redes gravimétricas fundamentais regionais*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Curso de Pós-Graduação em Transportes, São Paulo SP, 1995.

VANÍČEK, P.; CHRISTOU, N. T. *Geoid and its Geophysical interpretations*. [S.l.]: CRC Press, 1993. 343 p. ISBN 0-84934227-9.

VANÍČEK, P. et al. New views of the spherical bouguer gravity anomaly. *GJI Geodesy, potential field and applied geophysics*, v. 159, p. 460–472, 2004.

WILLIAMS, D. R. Venus Fact Sheet. NASA Goddard Space Flight Center Greenbelt, MD 20771, nov. 2010. Disponível em: <<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/venusfact.html>>. Acesso em: 04 nov. 2012.

WILLIAMS, D. R. Jupiter/Earth Comparison. NASA Goddard Space Flight Center Greenbelt, MD 20771, set. 2012. Disponível em: <<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/jupiterfact.html>>. Acesso em: 04 nov. 2012.

WOLF, P. R. *Adjustment Computations Practical Last Squares for Surveyors*. 2. ed. [S.l.]: P.B.L. Publishing Co., 1980.

WORLDTIMEZONE. New brazil time zones map and old brazil time zones map. 2011. Disponível em: <<http://www.worldtimezone.com/brazil-time-new-old.php>>. Acesso em: 11 jan. 2011.

XIE, Y.; KOPEIKIN, S. Post-Newtonian Reference Frames for Advanced Theory of the Lunar Motion and for a New Generation of Lunar Laser Ranging. *Acta Physica Slovaca*.

*Reviews and Tutorials*, Versita, Warsaw, v. 60, p. 393–495, 2010. ISSN 1336-040X.  
Disponível em: <<http://versita.metapress.com/content/j000u83304g84823/fulltext.pdf>>.

# Anexos



# Anexo 1 - Algoritmo do cálculo da correção da maré

```
1  Funcao mare(Lat,Lon,Altitude,IJUL:Real):Real
2  {
3    //Constantes (é ideal colocar essas constantes no escopo global)
4    a=6.378137E+08
5    f=298.257222101
6    c=3.844031E+10
7    c_sol=1.495000E+13
8    m=0.074804
9    e=0.05489972
10   Mu=6.6742E-08
11   MassaLua=7.3537E+25
12   MassaSol=1.9891E+33
13   alin=2.60931E-11
14   b=a-(a*1/f)
15   e_linha_2=(sqr(a)-sqr(b))/sqr(b)
16   alin=2.60931E-11
17   //Transformação de ângulos em graus para em radianos
18   LatRad=Lat/180*PI
19   LonRad=Lon/180*PI
20   //horas Julianas inteiras
```

```

21 t0=(IJUL-(trunc(IJUL/1440)*1440))/60
22 //hora angular da medição do Sol a oeste do local de observação 3.33
23 t_=2.61799388E-01*t0+LonRad
24 //Pré execução de cos e sin da latitude para evitar repetições
25 SinLat=cos(LatRad)
26 CosLat=cos(LatRad)
27 //Cálculo de C referente a equação: 3.20
28 BigC=sqrt(1 / (1 + e_linha_2 *sqr(SinLat)))
29 //Cálculo de r referente a equação: 3.19
30 r=BigC*a+H
31 //Cálculo de  $T_j$ ,  $T_j^2$ ,  $T_j^3$  e  $e_1$  referente a equação: 3.47
32 T= IJUL/52596000
33 T2=sqr(T)
34 T3=T2*T
35 e1=167.5104-4.180E-05*T-1.26E-07 * T2
36 //Cálculo de  $a'$  referente a equação: 3.24
37 alin=1/(c * (1 - sqr(e) ))
38 //Cálculo de  $a'_1$  referente a equação: 3.43
39 a1lin=1/(c_sol * (1 - sqr(e1) ))
40 //Cálculo de  $p_{\odot}$  referente a equação: 3.48
41 p_sol=4.908229461+3.000526416E-2*T1+7.902463E-6*T2+5.81776417331E-8*T3
42 //Cálculo de s referente a equação: 3.26
43 s=4.720023434+8.399709227455E+3*T+4.40696E-5*T2+3.49065850399E-8*T3
44 //Cálculo de p referente a equação: 3.27
45 p=5.835124713+7.101800936E+1*T-1.80545E-4*T2-2.1817E-7*T3
46 //Cálculo de  $h_{\odot}$  referente a equação: 3.34
47 h_sol=4.88162798259 + 6.283319509E+2 * T + 5.27962E-6 * T2
48 //Cálculo de  $d_L$  referente a equação: 3.23
49 d=1/(1/c+alin*e*cos(s-p)+alin*sqr(e)*cos(2*(s-p)))

```

```

50      +(15/8)*alin*m*e*cos(s-2*h_sol+p)+alin*sqr(m)*cos(2*(s-h_sol)))
51      //Cálculo de  $d_{\odot}$  referente a equação: 3.42
52      d_sol=1/(1/c_sol+a1lin*e1*cos(h_sol - p_sol))
53      //Cálculo de  $l_{\odot}$  referente a equação: 3.45
54      l_sol=h_sol+2*e1*sin(h_sol - p_sol)
55      //Cálculo de  $N_{\lambda}$  referente a equação: 3.45
56      N=4.52358857032-3.375715303E+01*T+3.67488770281E-05*T2
57      +3.87850944886E-08*T3
58      //Cálculo de  $\chi_{\odot}$  referente a equação: 3.46
59      Chi_sol=t_+h_sol
60      //Cálculo de  $I$  referente a equação: 3.29
61      CosI=0.913697573806 - 0.035689535334 * cos(N)
62      SinI=sqrt(1-sqr(CosI))
63      BigI=arctan2(SinI,CosI)
64      //Cálculo de  $v$  referente a equação: 3.32
65      v=arcsin(0.0896765581921*sin(N)/SinI)
66      //Cálculo de  $\chi$  referente a equação: 3.31
67      Chi=t_+h_sol-v
68      //Cálculo de  $\cos \alpha$  referente a equação: 3.40
69      CosAlfa := cos(N) * cos(v) + sin(N) * sin(v) * 0.917393807771
70      //Cálculo de  $\sin \alpha$  referente a equação: 3.39
71      SinAlfa=0.397985369139 * sin(N) / SinI
72      //Cálculo de  $\alpha$  referente a equação: 3.38
73      Alfa = 2 * arctan(SinAlfa / (1 + CosAlfa))
74      //Cálculo de  $\xi$  referente a equação: 3.37
75      Xi=N-Alfa
76      //Cálculo de  $\sigma$  referente a equação: 3.36
77      Sigma=s-Xi
78      //Cálculo de  $l$  referente a equação: 3.35

```

```

79     l = Sigma+2*e*sin(s-p)+1.25*sqr(e)* sin(2*(s-p))+3.75*m*e
80         *sin(s-2*h_sol+p)+(1.375)*sqr(m)* sin(2*(s-h_sol))
81 //Cálculo de  $\cos\theta_{\odot}$  referente a equação: 3.44
82 CosThetaSol=SinLat*0.397980654635*sin(l_sol)
83     +(CosLat*0.958696903886*cos(l_sol-Chi_Sol)+4.13030961145E-2*cos(l_sol+Chi_Sol))
84 //Cálculo de  $\cos\theta_L$  referente a equação: 3.28
85 CosTheta=SinLat*SinI*sin(l)+CosLat*(sqr(cos(BigI / 2))
86     *cos(l-Chi)+sqr(sin(BigI/2))*cos(l+Chi))
87 //Cálculo de  $g_L$  referente a equação: 3.18
88 GLua=Mu*MassaLua*r/power(d,3)*(3*sqr(CosTheta)-1)+1.5*Mu*MassaLua
89     *sqr(r)/power(d,4)*(5*power(CosTheta,3)-3*CosTheta)
90 //Cálculo de  $g_{\odot}$  referente a equação: 3.41
91 GSol=Mu*MassaSol*r/power(BigD,3)*(3*sqr(CosThetaSol)-1)
92 //Cálculo de  $C_g$  referente a equação: 3.15
93 //a multiplicação por 1000 é para transformação de Gal para mGal
94 mare=( GSol + GLua )*(FATOR_GRAVIMETRICO*1000)
95 }

```

## Anexo 2 - Algoritmo para cálculo do dia Juliano

```
96   Funcao DiaJuliano(ano,mes,dia,hor,min,seg:inteiro):real
97   {
98     // Constantes(é ideal colocar no escopo global)
99     DiasCorridos = (0,31,59,90,120,151,181,212,243,273,304,334)
100    // Cálculo do número de anos Julianos decorridos desde 1900
101    Anos_aux = (ano - 1900)
102    // Cálculo de dias Julianos correspondentes
103    N_DiasJul = Anos_aux * 365 + Anos_aux / 4
104    // Verificacao de ano bissesto
105    Se ( ((ano mod 4)=0) e (mes<3) ) {
106      N_DiasJul = N_DiasJul - 1
107    }
108    DataJul = N_DiasJul + DiasCorridos[mes] + dia - 0.5
109    DiaJuliano = DataJul * 24 + hor + min / 60 + seg / 3600
110  }
```



## Anexo 3 - Algoritmo para popular matriz $L_b$ com observações

```
111  Funcao popula_matrix_Lb()
112  {
113      contador = 0
114      A_Ultima_Estacao_eh_fixa = false
115      Enquanto not Fim_de_arquivo Faça
116          {
117              Se for primeira leitura Entao
118                  {
119                      // A primeira leitura do circuito nao é armazenada em Lb
120                      ultimo_G = Arquivo_Ler_valor_G
121                      ultimo_G_Fixo = ultimo_G
122                  }
123              Senao
124                  {
125                      Diferenca = Ultimo_G - Arquivo_Ler_valor_G
126                      Se (Arquivo_Ler_tipo_estacao = Fixa) e (A_Ultima_Estacao_eh_fixa)
127                          Entao
128                              {
129                                  // Leitura entre estacoes fixas
130                                  //esta leitura nao sera considerada
```

```

131         }
132     Senao
133     {
134         Valor = 0
135         Se A_Ultima_Estacao_eh_fixa
136             Entao Valor = Ultimo_G_Reduzido
137         Senao
138             Se (Arquivo_Ler_tipo_estacao = Fixa)
139                 Entao Valor = (-1) * Arquivo_Ler_valor_G
140             Senao Valor = 0
141         // Popula Matriz L
142         Matriz_L[0,Contador] = Valor - Diferenca
143         ultimo_G = Arquivo_Ler_valor_G
144         ultimo_G_Fixo = ultimo_G
145         contador = contador + 1
146     }
147 }
148 // Verifica se esta Estacao e Fixa
149 Se Arquivo_Ler_tipo_estacao = fixa
150     Entao A_Ultima_Estacao_eh_fixa = true
151     Senao A_Ultima_Estacao_eh_fixa = false
152 Pular para proxima linha do circuito
153 }
154 }

```