

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SECÃO CIRCULANTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS - UNICAMP  
FEC - FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
DRH - DEPARTAMENTO DE RECURSOS HÍDRICOS

200206768

**OPERAÇÃO DE SISTEMAS URBANOS DE  
ABASTECIMENTO DE ÁGUA COM BASE EM  
MODELOS DE OTIMIZAÇÃO NÃO-LINEARES**

Rogério de Almeida

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada, em 31 de agosto de 2001, pela Banca Examinadora:

Prof. Dr. Paulo Sérgio Franco Barbosa  
Presidente e Orientador – FEC – UNICAMP

  
Prof. Dr. Renato Soliani  
FEC – UNICAMP  
Prof. Dr. Gilson Candido Santana  
UFRRJ

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS - UNICAMP  
FEC - FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
DRH - DEPARTAMENTO DE RECURSOS HÍDRICOS**

**OPERAÇÃO DE SISTEMAS URBANOS DE  
ABASTECIMENTO DE ÁGUA COM BASE EM  
MODELOS DE OTIMIZAÇÃO NÃO-LINEARES**

**Rogério de Almeida**

**Orientador: Prof. Dr. Paulo Sérgio Franco Barbosa**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, Área de Concentração: Recursos Hídricos.

Atesto que essa é a versão definitiva da dissertação/tese.	
12/11/2001	
Prof. Dr.	
Matrícula: 069922	

Campinas, 31 de Agosto de 2001  
SP - Brasil

N.º CHAMADA:	T/UNICAMP
	AL640
V.	47639
TELEFONE:	833102
P.	D <input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO:	R\$ 11,00
DATA:	07-02-02
N.º CPC:	

CM00163709-4

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

AL640

Almeida, Rogério de

Operação de sistemas urbanos de abastecimento de  
água com base em modelos de otimização não-lineares /  
Rogério de Almeida.--Campinas, SP: [s.n.], 2001.

Orientador: Paulo Sérgio Franco Barbosa.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.

1. Abastecimento de água. 2. Programação não-linear. 3. Otimização matemática. 4. Programação inteira. I. Barbosa, Paulo Sérgio Franco. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.

*“Educa e transformará a irracionalidade em inteligência,  
a inteligência em humanidade e a humanidade em  
angelitude”*

Do Livro “Fonte Viva”, espírito Emmanuel, psicografia  
Francisco Cândido Xavier

## **DEDICATÓRIA**

Aos meus pais, Laércio Ribeiro Duarte de Almeida e Maria Luisa Soldan de Almeida, que são um exemplo de luta, trabalho e dignidade. Muito obrigado por tudo, por me ensinarem os verdadeiros valores da vida e por estarem sempre ao meu lado.

A minha avó materna, Luisa Noveli Soldan, minha segunda mãe, que dedicou parte de sua vida em minha criação sem nunca medir esforços.

Ao meu avô materno, José Carlos Soldan, uma dedicatória especial por não estar mais entre nós e não ter acompanhado minha formação profissional, mas que, com amor de pai, ajudou também em minha criação. Saudades.

Ao meu irmão José Francisco de Almeida.

A Fabiana Serra de Arruda pelo amor, o companheirismo do dia a dia, a compreensão e o incentivo, sempre procurando entender minhas aflições e problemas.

## AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da Vida.

Ao Professor Dr. Paulo Sérgio Franco Barbosa, que além de orientador se mostrou um grande amigo. Sua nobreza de caráter, sua dignidade, sua competência, sua dedicação e disposição ao trabalho são qualidades que o tornam uma pessoa especial e admirada por todos nós. Meus sinceros agradecimentos por tudo o que me ensinou, pelo incentivo, pela orientação em minha vida profissional, pela confiança em mim depositada e principalmente pela amizade.

Ao Professor Dr. Renato Soliani, pelos concelhos e pela co-orientação neste trabalho.

Ao Professor Dr. Edevar Luvizotto Junior, um grande amigo e um grande exemplo de profissionalismo. Meus sinceros agradecimentos por suas orientações e concelhos, e, por estar sempre de portas abertas para me receber.

Ao meu grande amigo Fernando Puell Neto, um amigo de todas as horas. Meus sinceros agradecimentos pelo incentivo e por toda a ajuda prestada.

Ao meu grande amigo Alberto Luiz Francato pela atenção e por toda a ajuda prestada.

Aos meus amigos Jairo Colombo, Henrique da Silva Pizzo, Carlos Henrique A. Cardoso, André Negrão, Laura Maria C. Ferreira, Maria Alice A. G. Venturini, Carla Silva da Silva, Neusa Aparecida S. Silva e Viven Luciane Viaro, Lubienska Cristina L. J. Ribeiro, pelo prazer de uma alegre convivência.

Ao Professor Dr. Kamel Zahed Filho e à SABESP, pelo fornecimento dos dados relativos ao Subsistema Adutor Metropolitano Alça Leste.

A Professor José Domingos Monteiro Paschoal, pelo trabalho de correção dos textos.

À FAPESP, pelo apoio financeiro concedido para a realização deste trabalho.

A todos aqueles que de forma direta ou indireta contribuíram para a realização deste trabalho.

## RESUMO

---

No presente trabalho foi proposto um modelo hidráulico de otimização em período extensivo, estruturado na forma clássica dos problemas de otimização determinística restrita. Este modelo é composto por duas partes essenciais: (a) função objetivo, que descreve o critério de performance do sistema; (b) conjunto de restrições composto por equações e/ou inequações matemáticas que definem a operação do sistema e de seus elementos. Devido à presença de variáveis binárias utilizadas para representar as condições operacionais das bombas, o modelo hidráulico de otimização é formulado como um problema de programação não-linear inteira mista. Para a solução do modelo proposto, foram utilizados dois algoritmos de programação não-linear associados a um algoritmo de programação inteira. São eles: (a) o algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado (**ABADIE e CARPENTIER**, 1969) associado ao algoritmo Branch and Bound (Ramificação e Limite), através da interface do software GAMS com os solver CONOPT e SBB; (b) o algoritmo da Lagrangeana Projetada (**MURTAGH e SAUNDERS**, 1982) associado ao algoritmo Branch and Bound, através da interface do software GAMS com o solver MINOS 5.5 e SBB. O modelo inicialmente foi avaliado para a rede hipotética estudada por **VENTURINI** (1997), e depois para um sistema real, o Subsistema Adutor Metropolitano Alça Leste da cidade de São Paulo. Os resultados obtidos evidenciaram a viabilidade da utilização de tal metodologia como uma ferramenta valiosa de suporte para as tomadas de decisões operacionais em sistemas de abastecimento de água, permitindo um melhor entendimento das interações dos elementos que compõem o sistema e indicando a possibilidade de implementação para operações em tempo real.

---

# SUMÁRIO

---

<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>vi</b>
<b>Lista de Tabelas .....</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Siglas e Abreviaturas .....</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de Símbolos .....</b>	<b>xviii</b>
<b>Resumo .....</b>	<b>xxxv</b>

## PARTE I

<b>Capítulo 1</b>	<b>Introdução e objetivo .....</b>	<b>1</b>
1.1.	Introdução .....	1
1.2.	Objetivo .....	3
<b>Capítulo 2</b>	<b>Sistemas de abastecimento de água .....</b>	<b>5</b>
2.1.	Definição .....	5
2.2.	Partes integrantes de um sistema de abastecimento de água .....	5
2.3.	Métodos de distribuição de água .....	9
<b>Capítulo 3</b>	<b>Tubulações .....</b>	<b>13</b>
3.1.	Definição .....	13
3.2.	Escoamento de um líquido em uma tubulação .....	13
3.3.	Cálculo da perda de carga em um escoamento .....	16
<b>Capítulo 4</b>	<b>Bombas hidráulicas .....</b>	<b>21</b>
4.1.	Definição .....	21

4.2.	Curva característica e operação de bombas hidráulicas .....	21
4.3.	Potências associadas a uma bomba .....	26
4.4.	Representação matemática da curva característica de uma bomba .....	29
4.5.	Representação matemática da curva de rendimento de uma bomba .....	32
<b>Capítulo 5</b>	<b>Válvulas .....</b>	<b>36</b>
5.1.	Definição .....	36
5.2.	Tipos de válvulas .....	36
5.3.	Meios de operação de uma válvula .....	37
5.4.	Perda de carga localizada de uma válvula .....	38
<b>Capítulo 6</b>	<b>Reservatórios .....</b>	<b>41</b>
6.1.	Definição .....	41
6.2.	Classificação dos reservatórios .....	41
6.3.	Vantagens relativas à utilização dos reservatórios .....	42
6.4.	Equacionamento da operação dos reservatórios .....	43
6.4.1.	Reservatórios de montante .....	43
6.4.2.	Reservatórios de jusante .....	45
<b>Capítulo 7</b>	<b>Otimização e programação não-linear .....</b>	<b>47</b>
7.1.	Otimização .....	47
7.2.	Programação não-linear (PNL) .....	49
7.2.1.	Condições necessárias de otimalidade .....	50
7.3.	Algoritmos iterativos para a solução de problemas de programação não-linear .....	51
7.3.1.	Algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) .....	51
7.3.2.	Algoritmo da Lagrangeana Projetada .....	51
7.3.2.1.	Programação Quadrática Sucessiva (PQS) ou Lagrangeana Projetada ....	51
7.3.3.	Algoritmo do Gradiente Reduzido (GR) .....	6
7.3.4.	Algoritmo para busca de soluções inteiras .....	6
7.4.	Programas computacionais para resolução de problemas de programação não-linear .....	6
<b>Capítulo 8</b>	<b>Operação ótima de sistemas de abastecimento de água .....</b>	<b>7</b>

---

8.1.	Pesquisas desenvolvidas .....	73
<b>Capítulo 9</b>	<b>Formulação do problema de operação ótima .....</b>	<b>89</b>
9.1.	Considerações iniciais .....	89
9.2.	Função objetivo .....	91
9.3.	Restrições .....	92
9.3.1.	Conservação da massa nos nós da rede .....	92
9.3.2.	Conservação da energia .....	92
9.3.3.	Altura manométrica das bombas .....	94
9.3.4.	Rendimento hidráulico das bombas .....	94
9.3.5.	Perdas de carga localizada das válvulas controladoras de vazão .....	95
9.3.6.	Regime de operação dos reservatórios .....	95
9.3.7.	Recuperação do nível dos reservatórios .....	96
9.3.8.	Manutenção das cargas dos reservatórios entre valores limites .....	96
9.3.9.	Manutenção das pressões entre valores limites .....	97
9.3.10.	Manutenção das velocidades entre valores limites .....	97
9.3.11.	Manutenção das rotações das bombas entre valores limites.....	97
9.3.12.	Manutenção das cargas fornecidas pelas bombas entre valores limites ...	98
9.3.13.	Manutenção dos rendimentos hidráulicos das bombas acima de valores mínimos .....	98
9.3.14.	Limitação das áreas reduzidas ou das aberturas geométricas das válvulas controladoras de vazão entre limites operacionais .....	98
<b>Capítulo 10</b>	<b>Estudo de casos .....</b>	<b>104</b>
10.1.	Rede hipotética de distribuição de água .....	104
10.1.1.	Modelo hidráulico de otimização .....	110
10.1.2.	Resultados obtidos .....	113
10.1.2.1.	Caso 1 .....	113
10.1.2.2.	Caso 2 .....	120
10.1.2.3.	Caso 3 .....	127
10.1.2.4.	Caso 4 .....	134
10.1.2.5.	Comparação entre os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	141

---

10.1.2.6.	Variação na formulação do modelo (Caso 5) .....	158
10.1.2.7.	Incorporação das tarifas de energia (Caso 6) .....	176
10.2.	Operação do subsistema adutor metropolitano Alça Leste .....	211
10.2.1.	Modelo hidráulico de otimização do subsistema adutor metropolitano Alça Leste .....	221
10.2.2.	Resultados gerados para a Alça Leste .....	223
<b>Capítulo 11</b>	<b>Conclusões e recomendações .....</b>	<b>249</b>
11.1.	Conclusões .....	249
11.2.	Recomendações .....	252

## PARTE II

<b>Anexo A</b>	<b>Curva característica da bomba do fabricante ABS modelo Z22- 500/400-60 .....</b>	<b>253</b>
<b>Anexo B</b>	<b>Coeficiente de perda de carga localizada válvula borboleta tipo C ....</b>	<b>254</b>
<b>Anexo C</b>	<b>Diagrama de operação da válvula borboleta tipo C .....</b>	<b>255</b>
<b>Anexo D</b>	<b>Códigos fontes dos modelos hidráulicos de otimização .....</b>	<b>256</b>
<b>Apêndice 1</b>	<b>Motores elétricos e consumo de energia .....</b>	<b>257</b>
A.1.	Motores elétricos .....	257
A.1.1.	Motores síncronos .....	258
A.1.2.	Motores assíncronos .....	259
A.1.3.	Escolha do motor elétrico e tensão de operação .....	259
A.1.4.	Fator de potência .....	261
A.2.	Consumo de energia .....	261
A.2.1.	Grupos consumidores .....	261
A.2.2.	Potência ativa .....	261
A.2.2.1.	Formas de faturamento da energia para as estruturas tarifárias dos subgrupos de alta tensão .....	261
A.2.3.	Potência reativa .....	261

**PARTE III**

<b>Referências bibliográficas .....</b>	<b>270</b>
<b>Bibliografia consultada .....</b>	<b>278</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>281</b>

# **LISTA DE FIGURAS**

---

Figura 2.1	Representação das partes integrantes de um sistema de abastecimento de água .....	7
Figura 2.2	Representação de uma rede ramificada .....	8
Figura 2.3	Representação de uma rede malhada .....	9
Figura 2.4	Esquema de abastecimento por gravidade .....	10
Figura 2.5	Esquema de abastecimento por bombeamento e armazenamento .....	11
Figura 3.1	Escoamento do líquido em uma tubulação .....	15
Figura 4.1	Curva característica de uma bomba .....	22
Figura 4.2	Ponto de operação de uma bomba .....	23
Figura 4.3	Operação de uma bomba através de uma válvula controladora de vazão .....	24
Figura 4.4	Operação de um bomba através da variação de rotação .....	26
Figura 4.5	Pontos da curva característica da bomba .....	30
Figura 4.6	Curva de rendimento de uma bomba .....	32
Figura 4.7	Curva característica $H = f(Q)$ para vários números de rotações .....	34
Figura 5.1	Coeficiente de perda de carga localizada da válvula .....	40
Figura 6.1	Reservatório de montante .....	44
Figura 6.2	Reservatório de jusante .....	46
Figura 7.1	Árvore de soluções do algoritmo Branch and Bound .....	61
Figura 7.2	Estrutura dos Sistemas de Otimização .....	71
Figura 9.1	Topologia da rede de distribuição .....	91
Figura 10.1	Curva neutra para intervalos de 3 horas .....	101

Figura 10.2	Curva neutra para intervalos horários .....	106
Figura 10.3	Coeficiente de perda de carga ajustado para a válvula borboleta (Tipo C) .....	109
Figura 10.4	Estrutura de solução utilizada pelo software GAMS .....	111
Figura 10.5	Interface do software GAMS com o usuário .....	112
Figura 10.6	Vazões nos trechos da rede para o Caso 1 .....	117
Figura 10.7	Pressões nos nós da rede para o Caso 1 .....	117
Figura 10.8	Volumes úteis dos reservatórios para o Caso 1 .....	118
Figura 10.9	Aberturas das válvulas para o Caso 1 .....	118
Figura 10.10	Vazão bombeada e altura manométrica da bomba do Booster 1 para o Caso 1 .....	119
Figura 10.11	Rotação e potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para o Caso 1 .....	119
Figura 10.12	Vazões nos trechos da rede para o Caso 2 .....	124
Figura 10.13	Pressões nos nós da rede para o Caso 2 .....	124
Figura 10.14	Volumes úteis dos reservatórios para o Caso 2 .....	125
Figura 10.15	Aberturas das válvulas para o Caso 2 .....	125
Figura 10.16	Vazão bombeada e altura manométrica da bomba do Booster 1 para o Caso 2 .....	126
Figura 10.17	Rotação e potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para o Caso 2 .....	126
Figura 10.18	Vazões nos trechos da rede para o Caso 3 .....	131
Figura 10.19	Pressões nos nós da rede para o Caso 3 .....	131
Figura 10.20	Volumes úteis dos reservatórios para o Caso 3 .....	132
Figura 10.21	Aberturas das válvulas para o Caso 3 .....	132
Figura 10.22	Vazão bombeada e altura manométrica da bomba do Booster 1 para o Caso 3 .....	132
Figura 10.23	Rotação e potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para o Caso 3 .....	132
Figura 10.24	Vazões nos trechos da rede para o Caso 4 .....	133

Figura 10.25	Pressões nos nós da rede para o Caso 4 .....	138
Figura 10.26	Volumes úteis dos reservatórios para o Caso 4 .....	139
Figura 10.27	Aberturas das válvulas para o Caso 4 .....	139
Figura 10.28	Vazão bombeada e altura manométrica da bomba do Booster 1 para o Caso 4 .....	140
Figura 10.29	Rotação e potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para o Caso 4 .....	140
Figura 10.30	Volume útil do Reservatório 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	141
Figura 10.31	Volume útil do Reservatório 2 para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	142
Figura 10.32	Abertura da Válvula 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	142
Figura 10.33	Abertura da Válvula 2 para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	143
Figura 10.34	Vazão bombeada pela bomba do Booster 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	143
Figura 10.35	Altura manométrica da bomba do Booster 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4 ....	144
Figura 10.36	Rotação da bomba do Booster 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	144
Figura 10.37	Potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	145
Figura 10.38	Perda de carga na Válvula 2 para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	156
Figura 10.39	Perda de carga na Válvula 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	157
Figura 10.40	Volume útil do Reservatório 1 para os Casos 2 e 5 .....	166
Figura 10.41	Volume útil do Reservatório 2 para os Casos 2 e 5 .....	166
Figura 10.42	Abertura da Válvula 1 para os Casos 2 e 5 .....	167
Figura 10.43	Abertura da Válvula 2 para os Casos 2 e 5 .....	167
Figura 10.44	Vazão e altura manométrica da bomba do Booster 1 para os casos 2 e 5 .....	168
Figura 10.45	Rotação da bomba do Booster 1 para os Casos 2 e 5 .....	168
Figura 10.46	Potência de eixo para os Casos 2 e 5 .....	168
Figura 10.47	Potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para os Casos 2 e 5 .....	168
Figura 10.48	Vazão $QA_1$ para os Casos 2 e 5 .....	171
Figura 10.49	Vazão $QA_2$ para os Casos 2 e 5 .....	171
Figura 10.50	Volume útil do Reservatório 1 para os Casos 5 e 6 .....	201
Figura 10.51	Volume útil do Reservatório 2 para os Casos 5 e 6 .....	201

Figura 10.52	Abertura da Válvula 1 para os Casos 5 e 6 .....	201
Figura 10.53	Abertura da Válvula 2 para os Casos 5 e 6 .....	201
Figura 10.54	Vazão bombeada pela bomba do Booster 1 para os Casos 5 e 6 .....	202
Figura 10.55	Altura manométrica da bomba do Booster 1 para os Casos 5 e 6 .....	202
Figura 10.56	Rotação da bomba do Booster 1 para os Casos 5 e 6 .....	203
Figura 10.57	Potência de eixo da bomba do Booster 1 para os Casos 5 e 6 .....	203
Figura 10.58	Potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para os Casos 5 e 6 .....	204
Figura 10.59	Vazão $QA_1$ para os Casos 5 e 6 .....	204
Figura 10.60	Vazão $QA_2$ para os Casos 5 e 6 .....	205
Figura 10.61	Análise de sensibilidade .....	210
Figura 10.62	Topologia do subsistema adutor metropolitano Alça Leste .....	213
Figura 10.63	Dados da curva da bomba do Booster Cangaíba .....	217
Figura 10.64	Polinômio ajustado aos dados da curva da bomba do Booster Cangaíba.	218
Figura 10.65	Coeficiente de perda de carga localizada para as válvulas da Alça Leste .....	220
Figura 10.66	Vazão da ETA Guaraú para os Casos 1 e 2 .....	236
Figura 10.67	Volume útil do reservatório Guaraú para os Casos 1 e 2 .....	236
Figura 10.68	Volume útil do reservatório Jaçanã para os Casos 1 e 2 .....	237
Figura 10.69	Volume útil do reservatório Edu Chaves para os Casos 1 e 2 .....	237
Figura 10.70	Volume útil do reservatório Gopoúva para os Casos 1 e 2 .....	238
Figura 10.71	Volume útil do reservatório Penha para os Casos 1 e 2 .....	238
Figura 10.72	Volume útil do reservatório Cangaíba para os Casos 1 e 2 .....	239
Figura 10.73	Volume útil do reservatório Jardim Popular para os Casos 1 e 2 .....	239
Figura 10.74	Volume útil do reservatório Ermelino Matarazzo para os Casos 1 e 2 ....	240
Figura 10.75	Abertura da válvula Jaçanã para os Casos 1 e 2 .....	240
Figura 10.76	Abertura da válvula Edu Chaves para os Casos 1 e 2 .....	240
Figura 10.77	Abertura da válvula Cangaíba para os Casos 1 e 2 .....	240
Figura 10.78	Abertura da válvula Jardim Popular para os Casos 1 e 2 .....	240
Figura 10.79	Abertura da válvula Ermelino Matarazzo para os Casos 1 e 2 .....	240
Figura 10.80	Condições operacionais da bomba do Booster Cangaíba para os Casos 1 e 2 .....	240

**LISTA DE FIGURAS**

---

Figura 10.81	Vazão ETA Guaraú e do trecho 1 da Alça Leste para o Caso 1 .....	244
Figura 10.82	Vazão ETA Guaraú e do trecho 1 da Alça Leste para o Caso 2 .....	245
Figura A.1	Esquema de um circuito com um motor de indução .....	261
Figura A.2	Vetores de potência .....	261
Figura A.3	Tensão defasada da corrente .....	262

# **LISTA DE TABELAS**

---

Tabela 10.1	Política pré-definida de vazões aduzidas da ETA .....	105
Tabela 10.2	Casos estudados .....	110
Tabela 10.3	Abertura das válvulas para o Caso 1 .....	113
Tabela 10.4	Vazões nos trechos da rede para o Caso 1 .....	114
Tabela 10.5	Pressões nos nós da rede para o Caso 1 .....	115
Tabela 10.6	Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o caso 1 .....	116
Tabela 10.7	Aberturas das válvulas para o Caso 2 .....	120
Tabela 10.8	Vazões nos trechos da rede para o Caso 2 .....	121
Tabela 10.9	Pressões nos nós da rede para o Caso 2 .....	122
Tabela 10.10	Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 2 .....	123
Tabela 10.11	Aberturas das válvulas para o Caso 3 .....	127
Tabela 10.12	Vazões nos trechos da rede para o Caso 3 .....	128
Tabela 10.13	Pressões nos nós da rede para o Caso 3 .....	129
Tabela 10.14	Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 3 .....	130
Tabela 10.15	Aberturas das válvulas para o Caso 4 .....	134
Tabela 10.16	Vazões nos trechos da rede para o Caso 4 .....	135
Tabela 10.17	Pressões nos nós da rede para o Caso 4 .....	136
Tabela 10.18	Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação,	

	rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 4 .....	137
Tabela 10.19	Consumo de energia para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	146
Tabela 10.20	Consumo específico para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	147
Tabela 10.21	Custos associados à operação de bombeamento para os Casos 1, 2, 3 e 4	151
Tabela 10.22	Fatores de carga para os Casos 1, 2, 3 e 4 .....	153
Tabela 10.23	Desempenho computacional dos Casos 1, 2, 3 e 4 .....	157
Tabela 10.24	Aberturas das válvulas para o Caso 5 .....	162
Tabela 10.25	Política operacional da ETA para o Caso 5 .....	162
Tabela 10.26	Vazões nos trechos da rede para o Caso 5 .....	163
Tabela 10.27	Pressões nos nós da rede para o Caso 5 .....	164
Tabela 10.28	Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 5 .....	165
Tabela 10.29	Consumo de energia para os Casos 2 e 5 .....	172
Tabela 10.30	Consumo específico para os Casos 2 e 5 .....	172
Tabela 10.31	Fatores de carga para os Casos 2 e 5 .....	172
Tabela 10.32	Custos associados à operação de bombeamento para os Casos 2 e 5 .....	174
Tabela 10.33	Aberturas das válvulas para o Caso 6 (tarifa convencional) .....	180
Tabela 10.34	Política operacional da ETA para o Caso 6 (tarifa convencional) .....	180
Tabela 10.35	Vazões nos trechos da rede para o Caso 6 (tarifa convencional) .....	181
Tabela 10.36	Pressões nos nós da rede para o Caso 6 (tarifa convencional) .....	182
Tabela 10.37	Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 6 (tarifa convencional) .....	183
Tabela 10.38	Aberturas das válvulas para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/úmido) ..	184
Tabela 10.39	Política operacional da ETA para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/úmido) .....	184
Tabela 10.40	Vazões nos trechos da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/úmido) .....	185
Tabela 10.41	Pressões nos nós da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/úmido)	186
Tabela 10.42	Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação,	

	rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/úmido) .....	187
Tabela 10.43	Aberturas das válvulas para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/seco) ....	188
Tabela 10.44	Política operacional da ETA para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/seco) .....	188
Tabela 10.45	Vazões nos trechos da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/seco) .....	189
Tabela 10.46	Pressões nos nós da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/seco) ..	190
Tabela 10.47	Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/seco) .....	191
Tabela 10.48	Aberturas das válvulas para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/úmido).	192
Tabela 10.49	Política operacional da ETA para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/úmido) .....	192
Tabela 10.50	Vazões nos trechos da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/úmido) .....	193
Tabela 10.51	Pressões nos nós da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/úmido) .....	194
Tabela 10.52	Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/úmido) .....	195
Tabela 10.53	Aberturas das válvulas para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/seco) ...	196
Tabela 10.54	Política operacional da ETA para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/seco) .....	196
Tabela 10.55	Vazões nos trechos da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/seco) .....	197
Tabela 10.56	Pressões nos nós da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/seco)	198
Tabela 10.57	Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/seco) .....	199

---

Tabela 10.58	Custos associados à operação de bombeamento para os Casos 5 e 6 .....	206
Tabela 10.59	Potência de eixo para os Casos 5 e 6 das 18:00 às 21:00 horas .....	208
Tabela 10.60	Potência de eixo acumulada em 24 horas para os Casos 5 e 6 .....	208
Tabela 10.61	Demandas médias associadas a cada reservatório da Alça Leste .....	214
Tabela 10.62	Demandas médias associadas às outras alças .....	215
Tabela 10.63	Características dos reservatórios da Alça Leste .....	216
Tabela 10.64	Parâmetros de operacionalidade dos reservatórios da Alça Leste .....	216
Tabela 10.65	Constantes das válvulas .....	219
Tabela 10.66	Casos de estudo para a Alça Leste .....	222
Tabela 10.67	Desempenho computacional dos Casos 1 e para a Alça Leste .....	223
Tabela 10.68	Vazões nos trechos 1 a 16 da Alça Leste para o Caso 1 .....	224
Tabela 10.69	Vazões nos trechos 17 a 32 da Alça Leste para o Caso 1 .....	225
Tabela 10.70	Pressões nos nós da Alça Leste para o Caso 1 .....	226
Tabela 10.71	Carga nos reservatórios da Alça Leste para o Caso 1 .....	227
Tabela 10.72	Volume útil dos reservatórios da Alça Leste para o Caso 1 .....	228
Tabela 10.73	Política operacional do Booster Cangaíba e da ETA Guaraú para o Caso 1 .....	229
Tabela 10.74	Vazões nos trechos 1 a 16 da Alça Leste para o Caso 2 .....	230
Tabela 10.75	Vazões nos trechos 17 a 32 da Alça Leste para o Caso 2 .....	231
Tabela 10.76	Pressões nos nós da Alça Leste para o Caso 2 .....	232
Tabela 10.77	Carga nos reservatórios da Alça Leste para o Caso 2 .....	233
Tabela 10.78	Volume útil dos reservatórios da Alça Leste para o Caso 2 .....	234
Tabela 10.79	Política operacional do Booster Cangaíba e da ETA Guaraú para o Caso 2 .....	235
Tabela 10.80	Custos associados à operação de bombeamento do Booster Cangaíba para o Caso 1 .....	247
Tabela A.1	Potência instalada .....	260
Tabela A.2	Tensão instalada .....	260

## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

---

A	Amperímetro
AC	Corrente alternada
AIMMS	Advanced Interactive Mathematical Modeling Software
AG	Algoritmo Genético
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
ASA	Adaptive Search Algorithm
CA	Corrente alternada
CC	Corrente contínua
CPFL	Companhia Paulista de Força e Luz
D.C.	Distrito de Colúmbia
EFEI	Escola Federal de Engenharia de Itajubá
ETA	Estação de tratamento
EUA	Estados Unidos da América
G	Gerador
GAMS	General Algebraic Modeling System
GIDAP	Graphical Interactive Demand Analysis and Prediction
GIMPOS	Graphical Interactive Mult-station Pump Optimization and Scheduling

GINAS	Graphical Interactive Network Analysis and Simulation
GIPADS	Graphical Interactive Pump-source Analysis, Design and Simulation
GIPOS	Graphical Interactive Pump Optimization and Scheduling
GIPSOC	Graphical Interactive Pump Station Optimization and Control
GR	Gradiente Reduzido
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado
IDE	Integrated Development Environment
LHPCH	Laboratório Hidromecânico para Pequenas Centrais Hidroelétricas
LINDO	Linear Interactive and Discrete Optimizer
LP	Lagrangeana Projetada
MFV	Motor de freqüência variável
MINOS	Modular in-Core Nonlinear Optimization System
M IPL	Mix-Integer Linear-Programming
MLGW	Memphis Light, Gas and Water
MOC	Método das Características
NWB	Northwest B
PCP	Pump Combination Program
PD	Programação Dinâmica
PL	Programação Linear
PMPOPR	Pump Operation
PNL	Programação Não-Linear
PQS	Programação Quadrática Sucessiva ou Seqüencial
PVC	Policloreto de vinila
OP	Otimização Progressiva

OPWAD Optimization of Pump Operation in Water Distribution System

SBB Standard Branch and Bound

SIG Sistema de Informações Geográficas

TOP Tank Operation Program

V Voltímetro

VA Produto Volt x Ampere

VAR Produto Volt x Ampere reativo

W Wattímetro

# **LISTA DE SÍMBOLOS**

---

<b>0</b>	Matriz ou vetor nulo
<b>A</b>	Conjunto dos nós abertos
<b>A</b>	Matriz mxn de posto (rank) m
<b>A<sub>0</sub></b>	Abertura geométrica da válvula
<b>A<sub>0máx<sub>v</sub></sub></b>	Abertura geométrica operacional máxima da válvula v
<b>A<sub>0min<sub>v</sub></sub></b>	Abertura geométrica operacional mínima da válvula v
<b>A<sub>0,v,t</sub></b>	Abertura geométrica da válvula v no período de tempo t
<b>A<sub>1</sub></b>	Matriz de constantes
<b>A<sub>2</sub></b>	Matriz de constantes
<b>A<sub>3</sub></b>	Matriz de constantes
<b>AB</b>	Abertura da válvula
<b>A<sub>máx</sub></b>	Abertura geométrica máxima da válvula
<b>A<sub>R</sub></b>	Área reduzida
<b>AR<sub>máx<sub>v</sub></sub></b>	Área reduzida operacional máxima da válvula v
<b>AR<sub>min<sub>v</sub></sub></b>	Área reduzida operacional mínima da válvula v
<b>AR<sub>v,t</sub></b>	Área reduzida da válvula v no período de tempo t
<b>b</b>	Índice das bombas utilizadas na rede

<b>b</b>	Vetor de m posições
<b>b</b> <sub>1</sub>	Vetor de constantes
<b>b</b> <sub>2</sub>	Vetor de constantes
<b>B</b>	Matriz básica
<b>B</b> <sub>b</sub>	Conjunto correspondente aos índices dos trechos da rede que possuem bomba b
<b>c</b>	Vetor de constantes
<b>C</b>	Coeficiente de rugosidade, que depende da natureza e do estado das paredes das tubulações
<b>C</b> <sub>0</sub>	Constante da curva $H = f(Q)$ da bomba
<b>C</b> <sub>1</sub>	Constante da curva $H = f(Q)$ da bomba
<b>C</b> <sub>2</sub>	Constante da curva $H = f(Q)$ da bomba
<b>C</b> <sub>3</sub>	Constante da curva $\eta = f(Q)$ da bomba
<b>C</b> <sub>4</sub>	Constante da curva $\eta = f(Q)$ da bomba
<b>C</b> <sub>0,b</sub>	Constante da curva de carga da bomba b
<b>C</b> <sub>1,b</sub>	Constante da curva de carga da bomba b
<b>C</b> <sub>2,b</sub>	Constante da curva de carga da bomba b
<b>C</b> <sub>3,b</sub>	Constante da curva de rendimento da bomba b
<b>C</b> <sub>4,b</sub>	Constante da curva de rendimento da bomba b
<b>C</b> <sub>j</sub>	Coeficiente de Hazen-Williams para o trecho j
<b>C</b> <sup>2</sup>	Classe das funções que possuem até as derivadas de segunda ordem
<b>CA</b> <sub>t</sub>	Consumo de energia ativa medida para cada intervalo de tempo t durante o período de faturamento
<b>CD</b>	Coeficiente da curva neutra
<b>CD</b> <sub>t</sub>	Coeficiente da curva neutra no período t
<b>CD</b> <sub>i,t</sub>	Coeficiente da curva neutra associada ao nó i da rede no período de tempo t

CDC	Carga disponibilizada pela concessionária
$CG_i$	Cota geométrica do nó i da rede
$CG_{i+1}$	Cota geométrica do nó a jusante do nó i da rede
$\cos\phi$	Fator de potência
$d$	Vetor de constantes
$d$	Direção factível
$d_B$	Direção factível com relação às variáveis básicas
$d_N$	Direção factível com relação às variáveis não básicas
$d_j^k$	j-ésima direção factível na k-ésima iteração
$d^k$	Direção factível na k-ésima iteração
$d_B^k$	Direção factível com relação às variáveis básicas na k-ésima iteração
$d_N^k$	Direção factível com relação às variáveis não básicas na k-ésima iteração
D	Diâmetro da tubulação
$D_j$	Diâmetro do trecho j da rede
$DA_t$	Demanda medida no intervalo de tempo t durante o período de faturamento
DC	Demanda contratada
DCFP	Demanda contratada fora do horário de ponta
DCP	Demanda contratada no horário de ponta
$DF_p$	Demanda faturável em cada posto horário p no período de faturamento
DP	Demanda de potência contratada no período de faturamento PF
$DP_{FP}$	Demanda de potência contratada fora da ponta no período de faturamento PF
$DP_p$	Demanda de potência contratada na ponta no período de faturamento PF
e	Rugosidade da parede interna da tubulação
E	Energia
ECUC	Energia consumida pela unidade consumidora

$f$	Fator de atrito
$f$	Função
$f$	Freqüência
$f(\mathbf{x})$	Função objetivo
$f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N)$	Função objetivo associada às variáveis básicas e não básicas
$f^0$	Função
$f^i(\mathbf{x})$	i-ésima função
$f_t$	Fator de potência da unidade consumidora, calculado em cada intervalo de tempo t
$f_r$	Fator de potência de referência (0,92)
$\mathbf{f}(\mathbf{x})$	Vetor de funções
$\mathbf{f}$	Vetor de funções
$\tilde{\mathbf{f}}$	Aproximação linear das $f^i(\mathbf{x})$ em $\mathbf{x}^k$
$F$	Função objetivo
$F_t$	Função objetivo calculada no período de tempo t;
$FC$	Fator de carga
$g$	Aceleração da gravidade
$g_j(\mathbf{x})$	j-ésima restrição funcional
$g^i(\mathbf{x})$	i-ésimo gradiente, correspondente a $f^i(\mathbf{x})$
$\mathbf{g}(\mathbf{x})$	Vetor de restrições
$\mathbf{g}(\mathbf{x}^*)$	Vetor de restrições associado ao ponto ótimo
$\mathbf{g}(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N)$	Vetor de restrições associado às variáveis básicas e não básicas
$G^i(\mathbf{x})$	i-ésima Hessiana, correspondente a $f^i(\mathbf{x})$
$h_i(\mathbf{x})$	i-ésima restrição funcional
$\mathbf{h}$	Vetor de restrições

$H$	Carga total por unidade de peso do fluido
$H$	Altura manométrica da bomba
$H_R$	Carga normal da bomba (ponto de máxima eficiência)
$H_S$	Carga de shutt-off da bomba
$H_T$	Carga de trabalho da bomba (ponto qualquer de operação)
$HMB_{1,t}$	Altura manométrica fornecida pela bomba do Booster 1 no período de tempo t
$HMB_{b,t}$	Altura manométrica fornecida pela bomba b no período de tempo t
$HMB_{\max_b}$	Altura manométrica máxima fornecida pela bomba b
$HMB_{\min_b}$	Altura manométrica mínima fornecida pela bomba b
$HMB$	Altura manométrica da bomba
$HR$	Carga no reservatório
$HR_{k,t}$	Carga no reservatório k no período de tempo t
$HR_{\max_k}$	Carga máxima no reservatório k
$HR_{\min_k}$	Carga mínima no reservatório k
$HR_t$	Nível de saída do reservatório no início do período $\Delta t$
$HR_{t+1}$	Nível de saída do reservatório no final do período $\Delta t$
$HR(1)$	Carga do reservatório 1
$HR(2)$	Carga do reservatório 2
$i$	Índice de restrições funcionais
$i$	Índice dos nós da rede
$i$	Índice de variáveis
$I_i$	Conjunto correspondente aos índices dos trechos da rede que tenham origem ou destino no nó i
$j$	Índice de restrições funcionais
$j$	Índice dos trechos da rede

$J$	Jacobiana
$J_B$	Jacobiana com relação às variáveis básicas
$J_N$	Jacobiana com relação às variáveis não básicas
$J_{x^*}$	Jacobiana associada ao ponto ótimo
$J_j$	Conjunto correspondente aos índices dos trechos da rede que não possuem bombas e nem válvulas controladoras de vazão
$k$	Índice de iterações
$k$	Índice dos reservatórios da rede
$K_s$	Coeficiente de perda de carga localizada que está associado à geometria da válvula e ao escoamento
$K_{s_{v,t}}$	Coeficiente de perda de carga localizada para a válvula v no período de tempo t
$K_k$	Conjunto correspondente aos índices dos trechos da rede que estão conectados ao reservatório k
$K_c$	Constante da válvula
$K_o$	Constante da válvula
$l$	Número de restrições funcionais
$\mathbf{l}$	Vetor de constantes
$L$	Comprimento da tubulação
$L(\mathbf{x}, \lambda)$	Função Lagrangeana
$L(\mathbf{x}^*, \lambda^*)$	Função Lagrangeana associada ao ponto ótimo
$L(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N)$	Função Lagrangeana associada às variáveis básicas e não básicas
$L_j$	Comprimento do trecho j da rede
$m$	Número de restrições funcionais
$m$	Número inteiro menor que $x_k$
$m + 1$	Número inteiro maior que $x_k$

$m_1$	Número de restrições não lineares
$m_2$	Número de restrições lineares
MAX	Função que identifica o máximo valor da expressão para cada posto horário p
n	Número de variáveis
n	Número de intervalos por posto horário p
n	Número inteiro menor que $x_i$
$n + 1$	Número inteiro maior que $x_i$
N	Rotação da bomba
N	Matriz não básica
$N_1$	Rotação de operação 1 da bomba
$N_2$	Rotação de operação 2 da bomba
$N_{b,t}$	Rotação da bomba b no período de tempo t
$N_{\max_b}$	Rotação máxima da bomba b
$N_{\min_b}$	Rotação mínima da bomba b
$N_n$	Rotação normal ou nominal da bomba
$N_{n_b}$	Rotação normal da bomba b
$N_{\text{normal}}$	Rotação normal ou nominal da bomba
NB	Número de bombas da rede
NN	Número de nós da rede
NP	Horizonte de operação (24 horas)
NR	Número de reservatórios da rede
NS	Rotação síncrona
NT	Número de trechos da rede
NV	Número de válvulas controladoras de vazão na rede
p	Pressão na seção
p	Número de restrições funcionais

$p$	Número de pólos do motor
$p$	Posto horário, que pode ser ponta e fora de ponta para as tarifas horo-sazonais ou período de faturamento para a tarifa convencional
$p_1$	Pressão na seção 1
$p_2$	Pressão na seção 2
$P$	Potência da bomba
$P$	Pressão
$P_1$	Percentual da vazão aduzida durante os períodos das 00:00 às 09:00 e das 21:00 às 00:00 horas
$P_2$	Percentual da vazão aduzida durante o período das 09:00 às 21:00 horas
$P_3$	Percentual da vazão total produzida na ETA que é destinada ao Reservatório 1
$P_4$	Percentual da vazão total produzida na ETA que é destinada ao Reservatório 2
$P_{i,t}$	Pressão no nó $i$ da rede no período de tempo $t$
$P_{i+1,t}$	Pressão no nó $a$ jusante do nó $i$ da rede no período de tempo $t$
$P_{\max}$	Pressão estática máxima na rede
$P_{\min}$	Pressão dinâmica mínima na rede
$PC$	Potência ativa total consumida no período de faturamento PF
$PC_{j,t}$	Perda de carga no trecho $j$ da rede para o período de tempo $t$
$PC_{FP}$	Potência ativa total consumida fora da ponta no período de faturamento PF
$PC_P$	Potência ativa total consumida na ponta no período de faturamento PF
$PCV$	Perda de carga localizada da válvula
$PF$	Período de faturamento
$Peso_1$	Peso que pondera as potências nos horários fora de ponta
$Peso_2$	Peso que pondera as potências nos horários de ponta
$PE$	Potência de eixo da bomba
$PEA$	Potência de eixo acumulada da bomba
$PH$	Potência hidráulica da bomba

PHA	Potência hidráulica acumulada da bomba
PM	Potência motriz
PO	Ponto de operação da bomba
PO <sub>1</sub>	Ponto de operação 1 da bomba
PO <sub>2</sub>	Ponto de operação 2 da bomba
PV	perda de carga localizada da válvula
PV <sub>v,t</sub>	Perda de carga na válvula controladora de vazão v para o período de tempo t
PT	Período de tempo
P(1)	Pressão no nó 1
P(2)	Pressão no nó 2
P(3)	Pressão no nó 3
P(4)	Pressão no nó 4
P(5)	Pressão no nó 5
P(6)	Pressão no nó 6
P(8)	Pressão no nó 8
P(9)	Pressão no nó 9
P(10)	Pressão no nó 10
P(11)	Pressão no nó 11
P(14)	Pressão no nó 14
P(15)	Pressão no nó 15
Q	Vazão
Q	Vazão consumida
Q	Vazão bombeada
QB	Vazão bombeada
Q <sub>1</sub>	Vazão da bomba no ponto de operação PO <sub>1</sub>
Q <sub>2</sub>	Vazão da bomba no ponto de operação PO <sub>2</sub>
Q <sub>Entrada,t</sub>	Vazão que entra no reservatório no período Δt
Q <sub>o</sub>	Vazão média consumida

$Q_R$	Vazão normal da bomba (ponto de máxima eficiência)
$Q_{Saida,t}$	Vazão que sai do reservatório no período $\Delta t$
$Q_T$	Vazão de trabalho da bomba (ponto qualquer de operação)
$QA$	Vazão aduzida
$QA_1$	Vazão aduzida da ETA para o Reservatório 1
$QA_2$	Vazão aduzida da ETA para o Reservatório 2
$QA_{1,t}$	Vazão aduzida da ETA para o Reservatório 1 no período de tempo t
$QA_{2,t}$	Vazão aduzida da ETA para o Reservatório 2 no período de tempo t
$QA_{k,t}$	Vazão aduzida ao reservatório k no período de tempo t
$QD$	Vazão de demanda
$QD_i$	Vazão de demanda média diária associada ao nó i da rede
$QD_{i,t}$	Vazão de demanda média diária no nó i da rede no período de tempo t
$QT$	Vazão no trecho
$QT_{3,t}$	Vazão no trecho 3 da rede no período de tempo t
$QT_{j,t}$	Vazão no trecho j da rede no período de tempo t
$Q_{ETA_i}$	Vazão produzida na ETA Guaraú no período t
$QM$	Vazão média de produção da ETA Guaraú ( $33 \text{ m}^3/\text{s}$ )
$Q_{ETA}$	Vazão da ETA Guaraú
$QT(1)$	Vazão no trecho 1
$QT(2)$	Vazão no trecho 2
$QT(3)$	Vazão no trecho 3
$QT(4)$	Vazão no trecho 4
$QT(5)$	Vazão no trecho 5
$QT(6)$	Vazão no trecho 6
$QT(7)$	Vazão no trecho 7
$QT(8)$	Vazão no trecho 8
$QT(9)$	Vazão no trecho 9

QT(10)	Vazão no trecho 10
QT(11)	Vazão no trecho 11
QT(12)	Vazão no trecho 12
QT(13)	Vazão no trecho 13
QT(15)	Vazão no trecho 15
QT(16)	Vazão no trecho 16
QT(17)	Vazão no trecho 17
QT(18)	Vazão no trecho 18
QT(21)	Vazão no trecho 21
QT(22)	Vazão no trecho 22
QT(24)	Vazão no trecho 24
QT(27)	Vazão no trecho 27
QT(28)	Vazão no trecho 28
QT(31)	Vazão no trecho 31
QT(32)	Vazão no trecho 32

$R^n$	Espaço de n variáveis
$R^1$	Espaço de 1 variável
Re	Número de Reynolds

SB	Área da base do reservatório
$SB_k$	Área da base do reservatório k

t	Índice do número de períodos de tempo do horizonte de operação de 24 horas
t	Período de tempo correspondente a 3 horas consecutivas do horizonte de operação
t	Intervalo de tempo de uma hora
$T_j$	Conjunto correspondente aos índices dos nós que pertençam ao trecho j da rede
TC	Tarifa de potência ativa
$TC_{FP}$	Tarifa de potência ativa fora da ponta

$TC_p$	Tarifa de potência ativa na ponta
$TCA_p$	Tarifa de energia ativa aplicável ao fornecimento em cada posto horário p
TCAF	Tarifa de consumo azul fora do horário de ponta
TCAP	Tarifa de consumo azul no horário de ponta
TCC	Tarifa de consumo convencional
TCVFP	Tarifa de consumo verde fora do horário de ponta
TCVP	Tarifa de consumo verde no horário de ponta
TD	Tarifa de demanda
$TD_{fp}$	Tarifa de demanda fora da ponta
$TD_p$	Tarifa de demanda na ponta
$TDA_p$	Tarifa de demanda de potência ativa aplicável ao fornecimento em cada posto horário p
TDAFP	Tarifa de demanda azul fora do horário de ponta
TDAP	Tarifa de demanda azul no horário de ponta
TDC	Tarifa de demanda convencional
TDV	Tarifa de demanda verde
<b>u</b>	Vetor de constantes
v	Índice das válvulas controladoras de vazão da rede;
V	Velocidade média do escoamento
V	Velocidade média do escoamento na seção
$V_1$	Velocidade na seção 1
$V_2$	Velocidade na seção 2
$v_{máx}$	Velocidade máxima na rede
$v_{mín}$	Velocidade mínima na rede
VF	Valor faturado

$VFDR_p$	Valor faturado de energia reativa por posto horário p no período de faturamento
$VFER_p$	Valor faturado de potência reativa por posto horário p no período de faturamento
$VU(1)$	Volume útil do reservatório 1
$VU(2)$	Volume útil do reservatório 2
$V_v$	Conjunto correspondente aos índices dos trechos da rede que possuem válvula v
$W(x, \lambda)$	Sistema representado pelas condições de otimalidade de Kuhn-Tucker
$x$	Variável
$x_i$	i-ésima variável cuja restrição de integridade é violada
$x_k$	k-ésima variável cuja restrição de integridade é violada
$\bar{x}$	Variável de decisão ou vetor de variáveis de decisão
$\underline{x}$	Variáveis não lineares
$\bar{x}^*$	Valor da variável de decisão no ponto ótimo
$\bar{\underline{x}}$	Limite superior das variáveis de decisão
$\underline{\bar{x}}$	Limite inferior das variáveis de decisão
$\bar{x}_B$	Vetor de variáveis básicas
$\underline{\bar{x}}_B$	Limite superior das variáveis básicas
$\underline{\bar{x}}_B$	Limite inferior das variáveis básicas
$\bar{x}_B^k$	Valor das variáveis básicas na k-ésima iteração
$\underline{x}^k$	Valor da variável de decisão na k-ésima iteração
$\bar{x}_N$	Vetor de variáveis não básicas
$\underline{\bar{x}}_N$	Limite superior das variáveis não básicas
$\underline{\bar{x}}_N$	Limite inferior das variáveis não básicas
$\bar{x}_N^k$	Valor das variáveis não básicas na k-ésima iteração

---

$X_t$	Variável binária que indica se a bomba do Booster Cangaíba está ligada (1) ou não (0) durante o período de tempo t
$X_{b,t}$	Variável binária que indica se a bomba está ligada (1) ou não (0) durante o período de tempo t
$y$	Variáveis lineares
$y^k$	Valor das variáveis lineares na k-ésima iteração
$z$	Altura de elevação da massa líquida acima de um plano horizontal de referência
$z$	Valor da função objetivo
$z_1$	Cota geométrica da seção 1
$z_2$	Cota geométrica da seção 2
$z_{\lim}$	Valor limite da função objetivo
$\alpha$	Coeficiente de Coriolis
$\alpha$	Coeficiente de conversão de unidades
$\alpha$	Passo ótimo das variáveis não básicas
$\alpha$	Passo ótimo das variáveis de decisão
$\bar{\alpha}$	Valor que mantém as variáveis básicas na sua região de factibilidade
$\alpha$	Parâmetro de operacionalidade do reservatório
$\delta$	Constante da válvula
$\varepsilon$	Tolerância de convergência
$\phi$	Ângulo de defasagem entre a potência ativa e a potência aparente
$\gamma$	Peso específico do líquido

$\eta$	Rendimento hidráulico da bomba
$\eta_1$	Rendimento hidráulico da bomba no ponto de operação 1
$\eta_2$	Rendimento hidráulico da bomba no ponto de operação 2
$\eta_{1,t}$	Rendimento hidráulico da bomba do Booster 1 no período de tempo t
$\eta_{b,t}$	Rendimento hidráulico da bomba b no período de tempo t
$\eta_m$	Rendimento do motor elétrico
$\eta_{\min_b}$	Rendimento hidráulico mínimo da bomba b
$\eta_{m_{1,t}}$	Rendimento do motor elétrico acoplado à bomba do Booster 1 no período t
$\eta_R$	Máximo rendimento hidráulico da bomba
$\lambda$	Vetor de multiplicadores de Lagrange
$\lambda^*$	Vetor de multiplicadores de Lagrange associado ao ponto ótimo
$\lambda^k$	Vetor de multiplicadores de Lagrange na k-ésima iteração
$\nu$	Viscosidade cinemática do líquido
$\pi$	Constante (3,141593)
$\pi$	Vetor de multiplicadores de Lagrange
$\theta$	Ângulo de abertura do obturador da válvula borboleta
$\theta(1)$	Ângulo de abertura da válvula 1
$\theta(2)$	Ângulo de abertura da válvula 2
$\rho$	Parâmetro de penalidade

$\Delta Q$	Oscilação da vazão produzida pela ETA Guaraú
$\Delta Q_t$	Oscilação da vazão produzida pela ETA Guaraú no período $t$ com relação a sua produção média
$\Delta h$	Perda de carga
$\Delta h$	Perda de carga localizada da válvula
$\Delta t$	Tempo em segundos de um período de tempo $t$
$\Delta t$	Período de tempo
$\Delta x$	Variação das variáveis de decisão
$\Delta x_i$	Variação da $i$ -ésima variável de decisão
$\Delta \lambda$	Variação dos multiplicadores de Lagrange
$\Omega$	Região factível
$\infty$	Infinito
$\Psi_{QD}$	Conjunto correspondente aos índices dos nós que possuem demanda média diárias
$\Psi_{FP}$	Conjunto correspondente aos intervalos de tempo $t$ que pertencem aos horários fora de ponta
$\Psi_p$	Conjunto correspondente aos intervalos de tempo $t$ que pertencem aos horários de ponta
$\nabla$	Operador Nabla
$\nabla f$	Gradiente da função objetivo com relação a $x$
$\nabla_B f$	Gradiente da função objetivo com relação às variáveis básicas
$\nabla_N f$	Gradiente da função objetivo com relação às variáveis não básicas
$\nabla h$	Gradiente da restrição com relação a $x$ ou Jacobiana
$\nabla \mathbf{h}$	Jacobiana de $\mathbf{h}$ com relação a $x$

$\nabla_B L$	Gradiente da função Lagrangeana com relação às variáveis básicas
$\nabla_N L$	Gradiente da função Lagrangeana com relação às variáveis não básicas
$\nabla_x L$	Gradiente da função Lagrangeana com relação a $x$
$\nabla_\lambda L$	Gradiente da função Lagrangeana com relação a $\lambda$
$\nabla_N \phi(x_N)$	Gradiente reduzido
$\nabla W$	Jacobiana de $W$
$\nabla^2 L$	Hessiana da função Lagrangeana com relação a $x$
$\nabla^2 f$	Derivada de segunda ordem da função objetivo com relação a $x$ (Hessiana)
$\nabla^2 h_i$	Derivada de segunda ordem da i-ézima restrição $h$ com relação a $x$ (Hessiana)

# CAPÍTULO 1

---

## INTRODUÇÃO E OBJETIVO

### 1.1. INTRODUÇÃO

Segundo **BARBOSA et al.** (1999), os sistemas de distribuição de água são projetados e operados de maneira a atingir vários objetivos, dos quais podemos distinguir dois grandes grupos: (a) objetivos técnicos, ligados ao desempenho hidráulico do sistema, tais como a garantia de pressões máxima e mínima, a garantia de água em quantidade suficiente para a proteção contra incêndio, etc; (b) objetivos econômicos, que normalmente se traduzem pela redução dos custos associados aos componentes do sistema e aos custos operacionais.

Os custos operacionais relacionados aos sistemas de abastecimento têm recebido atenção especial por parte dos pesquisadores. Segundo **TARQUIN e DOWDY** (1989), uns dos itens mais caros, nos orçamentos municipais, são os custos provenientes do bombeamento de água para distribuição, e que, em cidades de médio porte (100.000 ou mais habitantes), uma economia de energia elétrica da ordem 5% pode representar uma economia em torno de cem mil dólares por ano. **LEEDEN et al.** (1990), relatam em seu trabalho que os custos operacionais ligados à produção de água nos Estados Unidos eram da ordem de 12 bilhões de dólares em 1984, e, dependendo do tamanho do sistema, de 31 a 36% dos gastos com operação eram para distribuição desta água, estando a maior porção dos gastos operacionais ligados à energia elétrica gasta com

bombeamento. Segundo **CLINGENPEEL** (1983), muitas empresas de saneamento gastam com energia elétrica 50% (ou mais) dos custos operacionais, dos quais mais de 95% podem ser associados aos custos de bombeamento. Segundo **BRAILEY e JACOBS** (1980), aproximadamente 7% da energia elétrica consumida nos Estados Unidos é utilizada pelas empresas de saneamento. Este custo corresponde a uma porção significativa dos orçamentos municipais, podendo-se estimar que 90% deles são referentes ao tratamento e bombeamento de água bruta.

Segundo **OLIVEIRA e LIMA** (1999), o setor de saneamento no Brasil tende a operar com perspectivas de elevação do consumo de energia elétrica em função do aumento do consumo específico ( $\text{kWh/m}^3$ ), sendo este justificado por:

- ✓ Maior utilização do lençol subterrâneo;
- ✓ Necessidade crescente de estações elevatórias de água nas redes de distribuição;
- ✓ Deterioração crescente e envelhecimento progressivo das redes;
- ✓ Crescimento do volume de água e esgoto a serem tratados;
- ✓ Envelhecimento e/ou deterioração dos equipamentos elétricos;
- ✓ Distanciamento progressivo dos mananciais em relação aos centros de consumo.

Além desta perspectiva de crescimento do consumo de energia elétrica, os autores citam uma possível tendência de que o subsídio de 15% dado à energia destinada ao setor de saneamento venha a ser extinto, tornando ainda maiores os custos de produção e operação.

Diante de tal contexto, uma grande parcela das pesquisas desenvolvidas para a otimização das operações dos sistemas de abastecimento de água, visam à redução dos custos de bombeamento. Segundo **BARBOSA et al.** (1999), além do objetivo econômico em si, que poderá ser transferido ao consumidor final na forma de menores tarifas, os estudos relacionados à otimização das operações dos sistemas de abastecimento de água justificam-se por: (a) contribuírem para o adiamento das necessidades de ampliação dos componentes da rede; (b) permitirem um melhor conhecimento sobre as interações entre os componentes do sistema, que é

de grande valia para identificar os pontos frágeis em termos operacionais ou para definir manobras especiais em situações de emergência; (c) contribuírem para o alcance de uma melhor política de uso dos recursos hídricos e energéticos, evitando situações de conflito, quando tais recursos se tornarem escassos.

Segundo **BARBOSA et al.** (1999), no Brasil, as justificativas apresentadas anteriormente são acentuadas devido à ocorrência de um intenso processo de urbanização, que nas últimas décadas, tem exigido dos serviços públicos grandes esforços no âmbito técnico-organizacional e financeiro para atender aos níveis crescentes de demanda e à crise financeira por que passam os governos municipais, o que requer o máximo de racionalização no uso dos sistemas existentes. Mas, felizmente, a este quadro contrapõe-se um cenário tecnológico bastante favorável, considerando-se os seguintes fatores: (a) possibilidade de um cadastramento planimétrico adequado das redes de abastecimento de água, através dos Sistemas de Informações Geográficas (SIG); (b) possibilidade de monitoramento em tempo real, através de sistemas telemétricos, das variáveis de interesse para o controle da rede, tais como pressões, vazões, demandas em pontos específicos, etc; (c) ampla disponibilidade de recursos computacionais hardware e software, com custos progressivamente decrescentes e capacidade de processamento cada vez maior, aliada aos melhores recursos na interface homem-máquina.

## 1.2. OBJETIVO

A fim de contribuir para o estudo da otimização da operação de sistemas de abastecimento de água, o presente trabalho tem como objetivo principal propor uma abordagem matemática do problema cujas principais características são: (a) contemplar todas as particularidades do sistema, considerando todos os seus componentes (reservatórios, bombas, válvulas, etc) e suas características operacionais, sem simplificações e de maneira integrada; (b) visão não míope ao longo do horizonte de operação, isto é, as decisões operacionais do sistema são definidas a partir de uma avaliação conjunta de todos os períodos de tempo que compõem o horizonte de operação.

Como produto final pretende-se alcançar um modelo hidráulico de otimização em período extensivo, que contemple, através de uma modelagem mais refinada e da forma mais realista possível, todas as características operacionais dos elementos de um sistema de abastecimento de água, podendo ser utilizado como ferramenta de suporte para as tomadas de decisões.

O presente trabalho também tem como objetivo avaliar a aplicação de dois algoritmos de programação não-linear associados a um algoritmo de programação inteira, para a solução do modelo hidráulico de otimização proposto. São eles: (a) o algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado (**ABADIE** e **CARPENTIER**, 1969) associado ao algoritmo Branch and Bound (Ramificação e Limite), através da interface do software GAMS com os solver CONOPT e SBB; (b) o algoritmo da Lagrangeana Projetada (**MURTAGH** e **SAUNDERS**, 1982) associado ao algoritmo Branch and Bound, através da interface do software GAMS com o solver MINOS 5.5 e SBB. Os resultados obtidos através dos dois algoritmos serão comparados entre si, pretendendo-se, assim, trazer contribuições que possam indicar as vantagens e/ou dificuldades de cada um, orientando possíveis aplicações futuras.

# CAPÍTULO 2

---

## SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA

### 2.1. DEFINIÇÃO

Segundo **AZEVEDO NETTO et al.** (1998), os sistemas de abastecimento de água são um conjunto de obras, equipamentos e serviços destinados ao abastecimento de água potável para uma comunidade para fins de consumo doméstico, consumo industrial, e outros usos. Essa água fornecida deverá ser, sempre que possível, em quantidade suficiente e de melhor qualidade (ponto de vista físico, químico e bacteriológico).

### 2.2. PARTES INTEGRANTES DE UM SISTEMA DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA

Segundo **DACACH** (1975), os sistemas de abastecimento de água são divididos em captação, adução, tratamento, reservação e distribuição (Figura 2.1).

A captação tem por finalidade retirar a água do manancial, seja ele de superfície ou subterrâneo, em quantidade suficiente para atender aos vários níveis de demanda.

A adução tem a finalidade de conduzir a água de um local para o outro, seja ela do ponto de captação até a estação de tratamento, recebendo a classificação de adução de água bruta, ou

estação de tratamento aos reservatórios e/ou distribuição, recebendo a classificação de adução de água tratada.

O tratamento tem por objetivo tornar a água adequada para determinados fins de consumo, através da eliminação das impurezas e/ou correção de algumas de suas propriedades. Com relação às exigências da qualidade da água destinada a certas atividades, pode-se ter a necessidade de subsistemas com tratamentos diferenciados, como é o caso da água para consumo humano e da água utilizada em algumas etapas da indústria de alimentos (SANTANA, 1999).

A reservação possui múltiplas finalidades, dentre elas: (a) assegurar reserva de água para o caso de situações emergenciais, como é o caso de incêndios; (b) manter o abastecimento da rede de distribuição no caso de interrupção por falha ou manutenção das estações de bombeamento; (c) regularizar as pressões de serviço na rede de distribuição, dentro dos limites (máximo e mínimo) adequados; (c) compensar as flutuações de consumo, armazenando os excessos de água nas horas em que a quantidade consumida for menor que a aduzida e, liberando-o quando a quantidade consumida for maior que a aduzida.

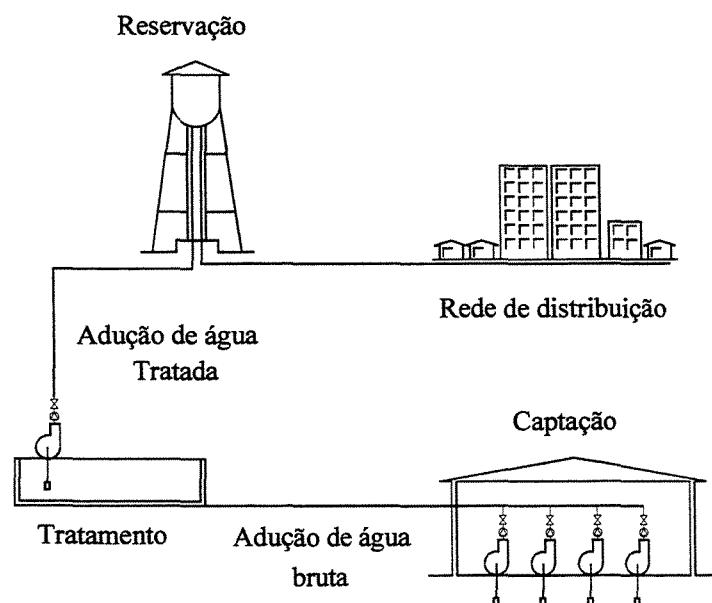
A etapa da distribuição de água se faz através do componente rede de distribuição, também conhecida como rede de água, rede de abastecimento, ou simplesmente rede hidráulica, que tem como objetivo conduzir a água aos diversos pontos de consumo através de seu conjunto de tubulações interligadas.

Segundo SANTANA (1999), dentre as diversas partes que compõem o sistema de abastecimento de água, a rede de distribuição apresenta maior grau de complexidade, uma vez que o consumo é, por natureza, aleatório e sazonal, não só em termos de oscilações diárias, como também, devido às oscilações em função das estações do ano.

As tubulações que compõem a rede de distribuição de água, podem ser classificadas em tubulações principais e tubulações secundárias.

As tubulações principais, também chamadas de tubulações mestras ou tubulações troncos, são abastecidas diretamente pelos reservatórios ou adutoras, possuem maior diâmetro e são responsáveis pelo abastecimento das tubulações secundárias.

As tubulações secundárias são as de menor diâmetro, originadas das tubulações principais, cuja função é o abastecimento direto dos pontos de consumo da rede.



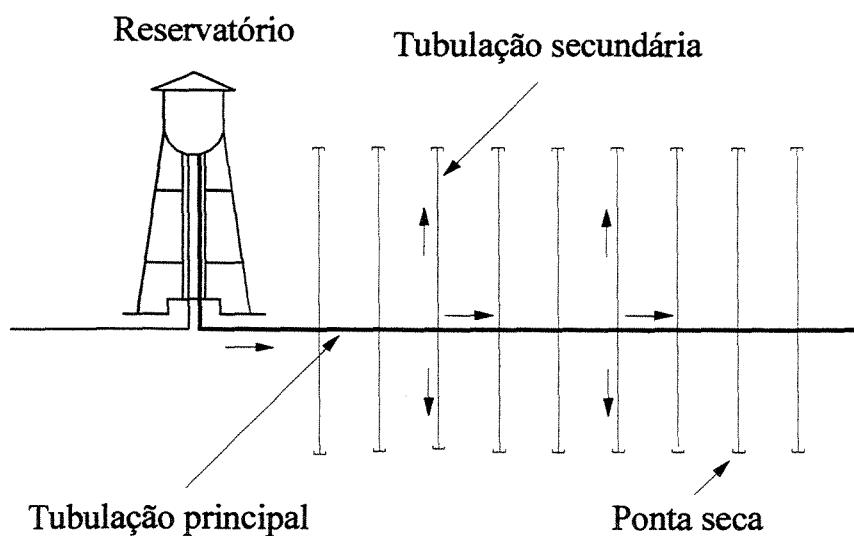
**Figura 2.1** - Representação das partes integrantes de um sistema de abastecimento de água.

O porte da cidade a ser abastecida, bem como suas características viárias e topográficas irão definir a concepção geométrica do sistema de reservatórios e das tubulações que definem a rede de distribuição de água (PORTO, 1998). Desta maneira, as redes de distribuição podem ser classificadas em redes ramificadas ou redes malhadas.

As redes ramificadas são aquelas que possuem uma estrutura tipo raiz, ou espinha de peixe, em que o sentido do fluxo se dá a partir das tubulações troncos para as tubulações secundárias, com seus pontos terminais em forma de pontas secas (Figura 2.2). A principal vantagem deste tipo de rede é sua facilidade de cálculo, e a sua maior desvantagem está associada

às dificuldades operacionais, pois um rompimento ou interrupção no fornecimento de água, através de manobras em válvulas, irão comprometer o fornecimento de água a jusante. Outro problema que pode ser apresentado por este tipo de traçado é o acúmulo de sedimento nos pontos extremos da rede, cuja velocidade do escoamento é nula. Este tipo de traçado é comum em loteamentos recentes, ou em cidades de pequeno porte desenvolvidas predominantemente ao longo de uma direção principal.

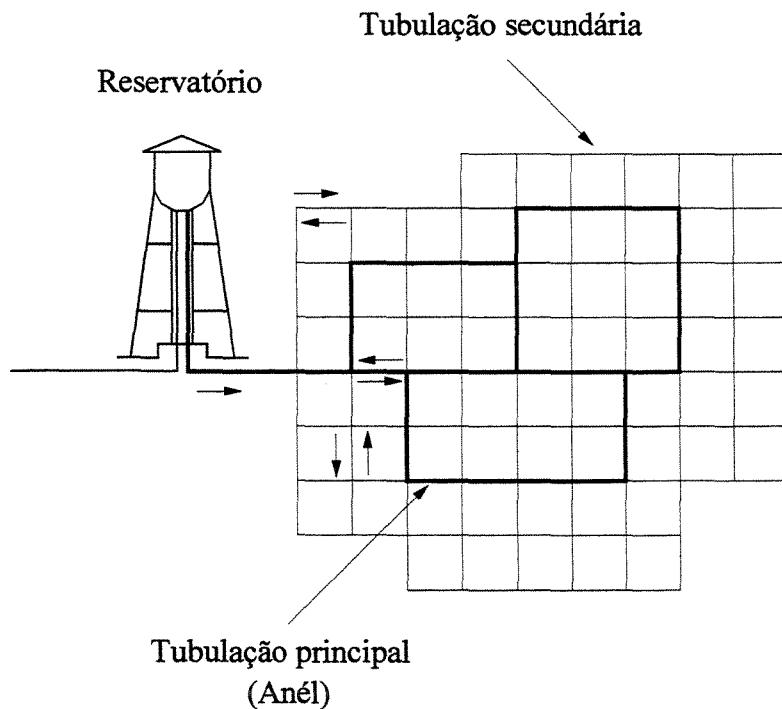
Uma outra vantagem associada às redes ramificadas, é que, quando comparadas com uma rede malhada com o mesmo número de nós, elas apresentam um menor custos de implantação devido ao menor número de tubulações e conexões (SANTANA, 1999).



**Figura 2.2** - Representação de uma rede ramificada.

As redes malhadas são aquelas que possuem um traçado cujas tubulações formam malhas ou anéis, havendo a possibilidade de reversão no sentido do escoamento em função das oscilações de demanda (Figura 2.3). A principal vantagem deste tipo de traçado está associada à reversibilidade do sentido do escoamento, em que o mesmo ponto pode ser abastecido por direções diferentes, ou seja, a rede se torna mais flexível para satisfazer às demandas com o

mínimo de interrupções no fornecimento de água devido a rompimentos ou manobras em válvulas para manutenção. Também podemos destacar que, neste tipo de rede, o fluxo praticamente contínuo, reduzindo assim os efeitos da sedimentação dentro das tubulações, pois não há a presença de terminações fechadas. Segundo SANTANA (1999), a desvantagem associada a este tipo de traçado é a dificuldade na determinação das vazões devido às interações entre os diversos nós, através das diversas tubulações.



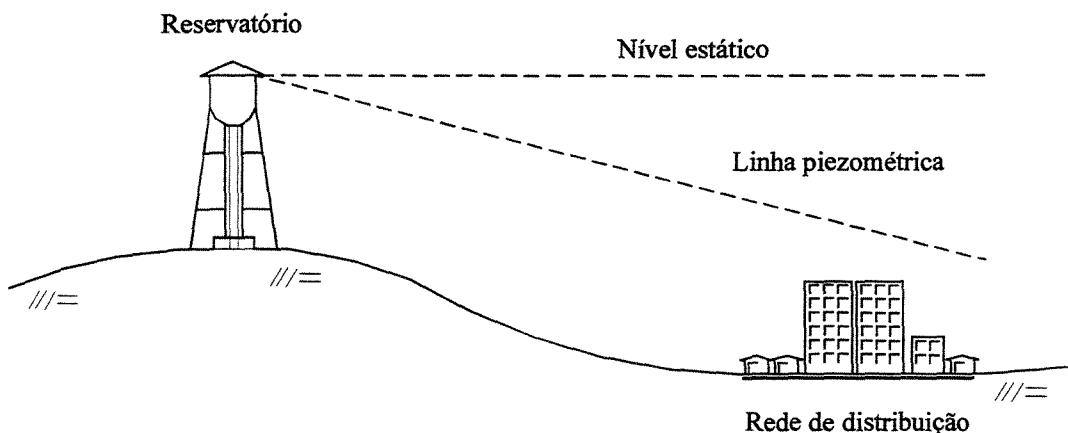
**Figura 2.3 - Representação de uma rede malhada.**

### 2.3. MÉTODOS DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA

A maneira com que a água é distribuída depende muito das condições gerais do sistema. Destas condições podem ser destacadas a topografia e a localização das fontes de abastecimento, além de critérios econômicos e sociais. Assim, podem-se classificar as formas de abastecimento

em: abastecimento por gravidade; abastecimento por bombeamento; e abastecimento por bombeamento e armazenamento (SANTANA, 1999).

O abastecimento por gravidade é utilizado quando as condições topográficas permitem a condução da água através da utilização das diferenças de nível do local. Este tipo de abastecimento é preferível a outros métodos, pelo seu custo relativamente baixo e pela uniformidade da pressão mantida ao longo do sistema de distribuição (Figura 2.4).

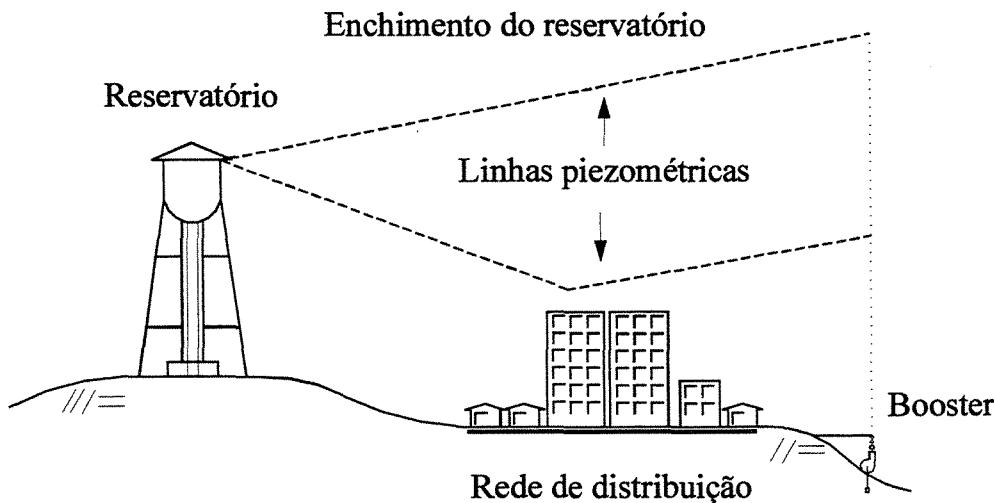


**Figura 2.4** - Esquema de abastecimento por gravidade.

O abastecimento por bombeamento é utilizado quando as condições topográficas do local não permitem a utilização das diferenças de nível para a condução da água. Este método apresenta uma série de desvantagens, dentre elas a interrupção no fornecimento de água em função de falhas nas estações de bombeamento e variações de pressão na rede em função das oscilações de demanda.

O abastecimento por bombeamento e armazenamento é o método mais interessante, quando não é possível realizar o abastecimento por gravidade. Neste método, os reservatórios

são locados estrategicamente de maneira que possam receber os excessos de água dos períodos de menor consumo e funcionar como fontes de abastecimento nos períodos de maior consumo, como também durante curtos períodos de tempo representados por falhas ou manutenção do sistema de bombeamento. Os reservatórios utilizados neste tipo de abastecimento podem ser de jusante e/ou de montante (Figura 2.5). Segundo SANTANA (1999), este tipo de abastecimento reduz o custo da operação de bombeamento, pois o enchimento dos reservatórios se dá no período de menor consumo, em geral na madrugada, quando o custo da energia elétrica é inferior.



**Figura 2.5** - Esquema de abastecimento por bombeamento e armazenamento.

O problema gerado pelas variações de pressões na rede, em função das oscilações de demanda, ocorre com freqüência em sistemas de abastecimento por bombeamento direto. Para contornar este problema, as instalações de bombeamento devem estar preparadas para atender diversos níveis de demanda que ocorrem durante o horizonte de operação, através da seleção de bombas ou um conjunto delas, que melhor se adapte à solicitação momentânea. Este é um fator que nem sempre é possível devido à aleatoriedade e às possíveis falhas que podem ocorrer no sistema de distribuição (SANTANA, 1999). Como alternativa à seleção de bombas ou conjuntos de bombas, pode-se considerar a utilização de reservatórios.

delas, pode-se utilizar a variação de suas rotações, fazendo com que estas se adaptem às variações de demanda, sem haver a necessidade de combiná-las.

Independente da forma com que a água é distribuída e do tipo de configuração da rede, algumas condições operacionais devem ser satisfeitas, como por exemplo, a manutenção das pressões e velocidades dentro de limites adequados. A manutenção das pressões na rede de distribuição dentro dos limites impostos por norma (NBR 12218 – Projeto de rede de distribuição de água para abastecimento público), visa a garantir que a água possa atingir qualquer ponto de armazenamento residencial ao longo da rede (o que é garantido pela manutenção da pressão dinâmica mínima) e, evitar ou reduzir os possíveis rompimentos e vazamentos nas juntas das tubulações (o que é garantido pela observância da pressão estática máxima). A manutenção das velocidades nos trechos da rede de distribuição dentro de valores limites, visa a evitar a sedimentação no interior das tubulações, para o caso de velocidades baixas, e as erosões e perdas de cargas elevadas, para o caso de velocidades altas.

# CAPÍTULO 3

---

## TUBULAÇÕES

### 3.1. DEFINIÇÃO

As tubulações são responsáveis pela condução de água sob pressão ao longo da rede de distribuição. A água transportada através das tubulações deve atingir todos os pontos de consumo da rede com pressões adequadas, dentro dos limites máximo e mínimo permitidos por norma (NBR 12218 – Projeto de rede de distribuição de água para abastecimento público) para que possa alcançar as caixas d'água elevadas e evitar possíveis rompimentos e vazamentos nas juntas das tubulações.

### 3.2. ESCOAMENTO DE UM LÍQUIDO EM UMA TUBULAÇÃO

No escoamento de um líquido através de uma tubulação, a energia em um determinado ponto se apresenta como: energia cinética; energia de pressão e energia potencial. Considerando o fluido como incompressível e o regime permanente, a carga total  $H$  por unidade de peso líquido para uma determinada seção da tubulação, é expressa por:

$$H = \alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\gamma} + z = \text{cte} \quad \dots(3)$$

onde:

- $\alpha$  Coeficiente de Coriolis;
- $\gamma$  Peso específico do líquido;
- $V$  Velocidade média do escoamento na seção;
- $g$  Aceleração da gravidade;
- $p$  Pressão na seção;
- $z$  Altura de elevação da massa líquida acima de um plano horizontal de referência.

A Equação 3.1 exprime o teorema de Bernoulli, e suas parcelas são denominadas como:

- $\frac{V^2}{2 \cdot g}$  Energia ou carga cinética;
- $\frac{p}{\gamma}$  Energia ou carga de pressão;
- $z$  Energia potencial ou carga de posição em relação a um plano horizontal de referência.

No escoamento de um líquido através de uma tubulação, a energia (carga), ao longo daquela, não permanece constante em função das perdas (Figura 3.1). As perdas de energia ocorrem devido ao atrito do líquido contra as paredes internas da tubulação e ao atrito interno da própria massa líquida, estando também relacionadas com o tipo de escoamento. Inúmeras experiências conduzidas por Henri Darcy e outros pesquisadores, com tubos de seção circular, concluíram que as perdas em um escoamento são (**AZEVEDO NETTO et al., 1998**):

- ✓ Diretamente proporcionais ao comprimento da tubulação;
- ✓ Inversamente proporcionais a uma potência do diâmetro da tubulação;
- ✓ Função de uma potência da velocidade do escoamento;
- ✓ Independentes da posição da tubulação;
- ✓ Independentes da pressão interna sob o qual o líquido escoa;

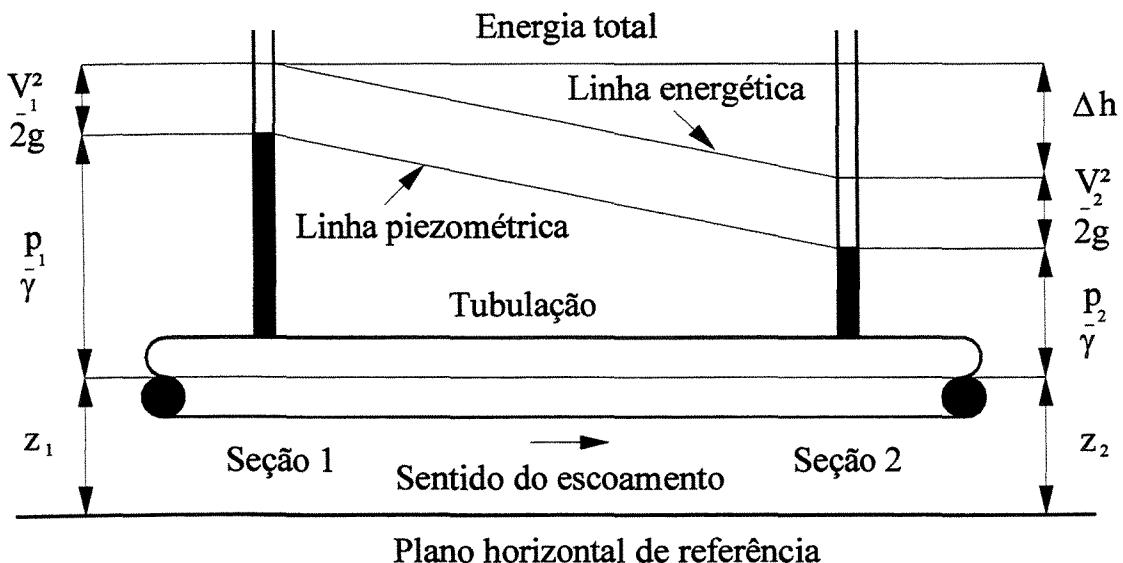
- ✓ Dependentes da natureza das paredes da tubulação.

Logo, as perdas em um escoamento podem ser expressas como:

$$\Delta h = \alpha \cdot \frac{L \cdot V^n}{D^m} \quad \dots(3.1)$$

onde:

- $\Delta h$  Perda de carga;
- $L$  Comprimento da tubulação;
- $V$  Velocidade média do escoamento na seção;
- $\alpha$  Coeficiente de conversão de unidades.



**Figura 3.1 - Escoamento do líquido em uma tubulação.**

### 3.3. CÁLCULO DA PERDA DE CARGA EM UM ESCOAMENTO

Existem diversas fórmulas para se calcular a perda de carga que ocorre ao longo da tubulação. A fórmula mais popular, considerada mais precisa e teoricamente mais correta, foi estabelecida por Henri Darcy e Julius Weisbach, em 1857, conhecida também como fórmula de Darcy-Weisbach, ou simplesmente fórmula universal:

$$\Delta h = f \cdot \frac{L \cdot V^2}{D \cdot 2 \cdot g} \quad \dots(3.3)$$

onde:

- $\Delta h$  Perda de carga (m);
- $L$  Comprimento da tubulação (m);
- $V$  Velocidade média do escoamento na seção (m/s);
- $D$  Diâmetro da tubulação (m);
- $g$  Aceleração da gravidade ( $m/s^2$ );
- $f$  Fator de atrito.

Como o regime predominante nos escoamentos das redes de distribuição de água é turbulento, o fator de atrito pode ser obtido pela fórmula semi-empírica de Colebrook-White, que depende do número de Reynolds ( $Re$ ) e é válida para todo o regime turbulento ( $Re > 4000$ ):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left( \frac{e}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}} \right) \quad \dots(3.4)$$

onde:

$$Re = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot v} ;$$

- Q Vazão ( $\text{m}^3/\text{s}$ );  
 D Diâmetro da tubulação (m);  
 e Rugosidade da parede interna da tubulação (m);  
 v Viscosidade cinemática do líquido ( $\text{m}^2/\text{s}$ );  
 f Fator de atrito.

A desvantagem da utilização da fórmula de Colebrook-White é que o fator de atrito aparece em ambos os membros da fórmula, não podendo esta ser resolvida analiticamente havendo a necessidade da implementação de um processo iterativo para determiná-lo. ASS (1977) utilizou o método de Newton-Raphson para resolver a fórmula de Colebrook-White fazendo o termo  $1/\sqrt{f}$  ser igual a uma variável x.

O fator de atrito também pode ser obtido pela fórmula de PEREIRA e ALMEIDA (1986):

$$f = \left\{ -2 \cdot \log \left[ (1 - T) \cdot C_1 + T \cdot C_t \right] \right\}^{-2} \quad \dots(3.1)$$

onde:

$$C_1 = 10^{\frac{\sqrt{Re}}{16}};$$

$$C_t = \left[ \left( \frac{6,9}{Re} \right) + \left( \frac{e}{3,7 \cdot D} \right)^{1,1} \right]^{0,9};$$

$$T = \frac{1}{1 + \exp \left( \frac{A - Re}{B} \right)};$$

$$A = 3060,6974;$$

$$B = 250,9080;$$

$$Re = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot v};$$

**Q** Vazão ( $m^3/s$ );

**D** Diâmetro da tubulação (m);

**v** Viscosidade cinemática do líquido ( $m^2/s$ );

**f** Fator de atrito.

A vantagem da fórmula de Pereira e Almeida, é que ela é válida para todos os regimes de escoamento e, ainda, o fator de atrito é calculado de maneira explícita, não necessitando da implementação de um processo iterativo.

Uma outra maneira simples de se determinar o fator de atrito é através da fórmula de Haaland, uma solução explícita da fórmula de Colebrook-White, válida também para todo o regime turbulento:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0,785 \cdot \ln \left[ \left( \frac{e}{3,7 \cdot D} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{Re} \right] \quad \dots(3.6)$$

onde:

$$Re = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot v};$$

**Q** Vazão ( $m^3/s$ );

**D** Diâmetro da tubulação (m);

**e** Rugosidade da parede interna da tubulação (m);

**v** Viscosidade cinemática do líquido ( $m^2/s$ );

**f** Fator de atrito.

Segundo ASSY (1977), o fator de atrito também poder ser calculado pela fórmula ajustada de Wood àquela de Colebrook-White, a menos de um erro relativamente pequeno (de ordem de 6%):

$$f = a + b \cdot Re^{-c} \quad \dots(3.7)$$

onde:

$$a = 0,53 \cdot \frac{e}{D} + 0,094 \cdot \left(\frac{e}{D}\right)^{0,225};$$

$$b = 88 \cdot \left(\frac{e}{D}\right)^{0,44};$$

$$c = 1,62 \cdot \left(\frac{e}{D}\right)^{0,134};$$

D      Diâmetro da tubulação (m);

e      Rugosidade da parede interna da tubulação (m);

f      Fator de atrito.

Dentre as fórmulas empíricas mais utilizadas para o cálculo da perda de carga principalmente na Engenharia Sanitária americana, encontra-se a fórmula de Hazen-Willian (PORTO, 1998):

$$\Delta h = 10,65 \cdot \frac{Q^{1,85}}{C^{1,85} \cdot D^{4,87}} \cdot L \quad \dots(3.8)$$

onde:

$\Delta h$       Perda de carga (m);

Q      Vazão ( $m^3/s$ );

D      Diâmetro da tubulação (m);

- L Comprimento da tubulação (m);  
C Coeficiente de rugosidade que depende da natureza e do estado das paredes das tubulações.

Segundo **PORTO** (1998), a fórmula de Hazen-Williams é recomendada preliminarmente para:

- ✓ Escoamento turbulento de transição;
- ✓ Diâmetro de tubulação em geral superior ou igual a 4";
- ✓ Líquido, no caso da água, a 20°C, pois não leva em conta o efeito viscoso;
- ✓ Cálculo de redes de distribuição, adutoras e sistemas de recalque.

Segundo **ASSY** (1977), a fórmula de Hazen-Williams se apresenta correta apenas para condutos hidráulicamente lisos e para número de Reynolds acima de  $5 \times 10^5$ . Na região de transição, onde os valores de  $e/D$  são pequenos, ela é apenas aproximada, mas para condutos hidráulicamente rugosos a fórmula é inadequada.

# CAPÍTULO 4

---

## BOMBAS HIDRÁULICAS

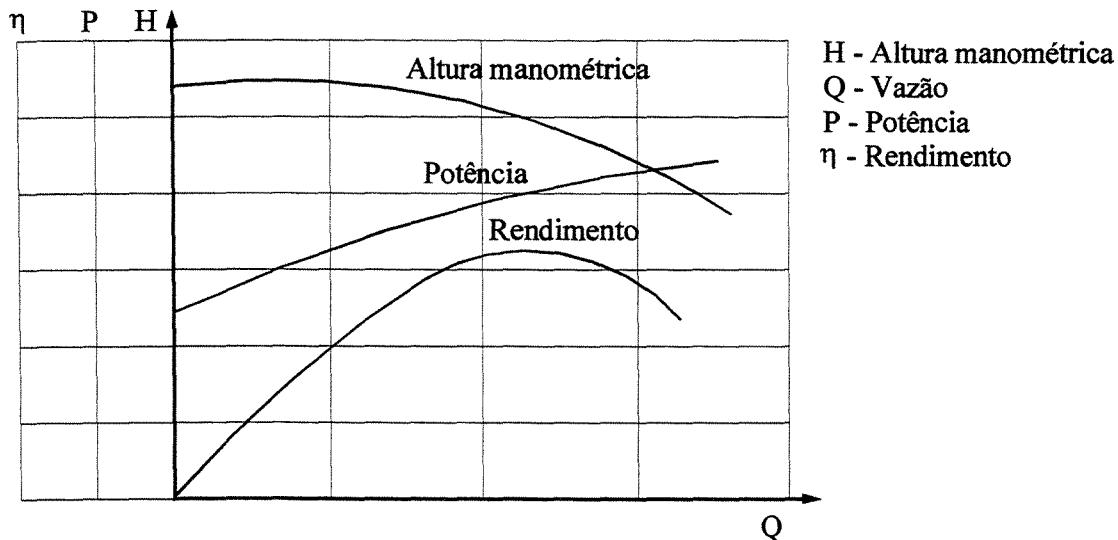
### 4.1. DEFINIÇÃO

Segundo MACINTYRE (1987), as bombas hidráulicas podem ser definidas como máquinas geratrizes, cuja finalidade é realizar o deslocamento de um líquido por escoamento. Sendo uma máquina geratriz, ela transforma o trabalho mecânico que recebe para seu funcionamento em energia, que é comunicada ao líquido sob as formas de energia de pressão e cinética.

### 4.2. CURVA CARACTERÍSTICA E OPERAÇÃO DE BOMBAS HIDRÁULICAS

A energia fornecida pela bomba ao líquido consome uma certa quantidade de trabalho que, por unidade de tempo, caracteriza a potência consumida pela bomba. Como existem perdas neste processo, existe também uma eficiência relacionada a ele. Sendo a vazão ( $Q$ ) da bomba uma variável que pode ser facilmente controlada, é de interesse saber como se comportam as demais grandezas (potência  $P$ , rendimento  $\eta$ ) em função dela, e principalmente a altura manométrica  $H$ . A representação gráfica destas relações é denominada curva característica da bomba, e é traduzida pela altura manométrica em função da vazão ( $H = f(Q)$ ), da potência necessária em função da vazão ( $P = f(Q)$ ) e do rendimento em função da vazão ( $\eta = f(Q)$ ), para

um valor constante do número de rotações N (Figura 4.1). Estas curvas são fornecidas pelos fabricantes que as obtêm experimentalmente em bancos de ensaio.



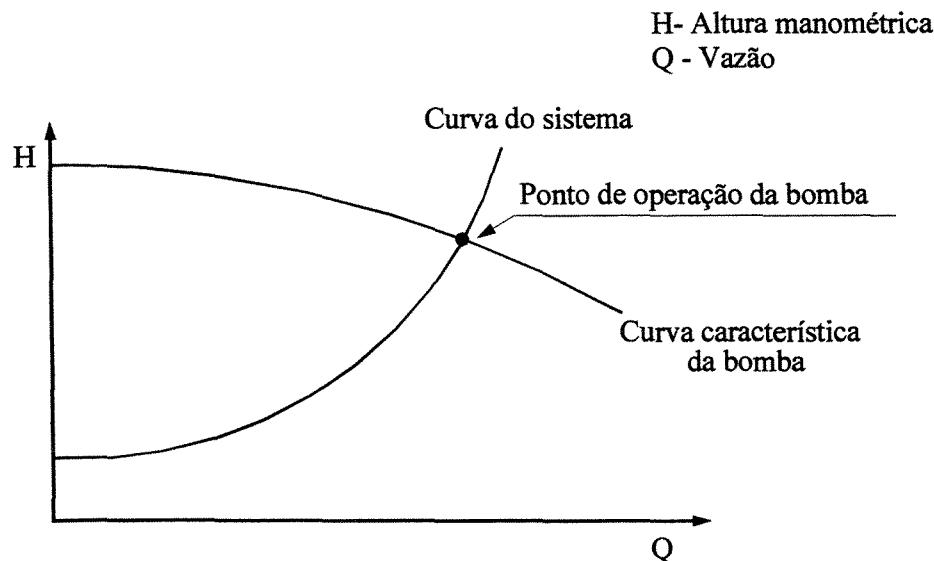
**Figura 4.1 - Curva característica de uma bomba**

A curva característica do sistema, ou curva característica da tubulação, é a representação gráfica da carga dinâmica total em função da vazão para a tubulação do sistema acoplado à bomba. A importância da curva do sistema é que ela permite determinar a condição de operação (o par carga e vazão) da bomba conectada a ele. Este par (carga e vazão) é representado pela interseção da curva do sistema com a curva característica da bomba, e é conhecido como ponto de operação, ponto de funcionamento, ou ponto de trabalho da bomba (Figura 4.2).

É evidente que a bomba deve trabalhar em seu ponto de maior eficiência (maior rendimento), porém, devido às oscilações de demandas ao longo do horizonte de operação do sistema, a garantia desta condição operacional torna-se quase que impossível.

O ponto de operação da bomba, mostrado na Figura 4.2, evidencia que a bomba oferece condição restrita de operacionalidade, pois, somente um ponto de sua curva atende às

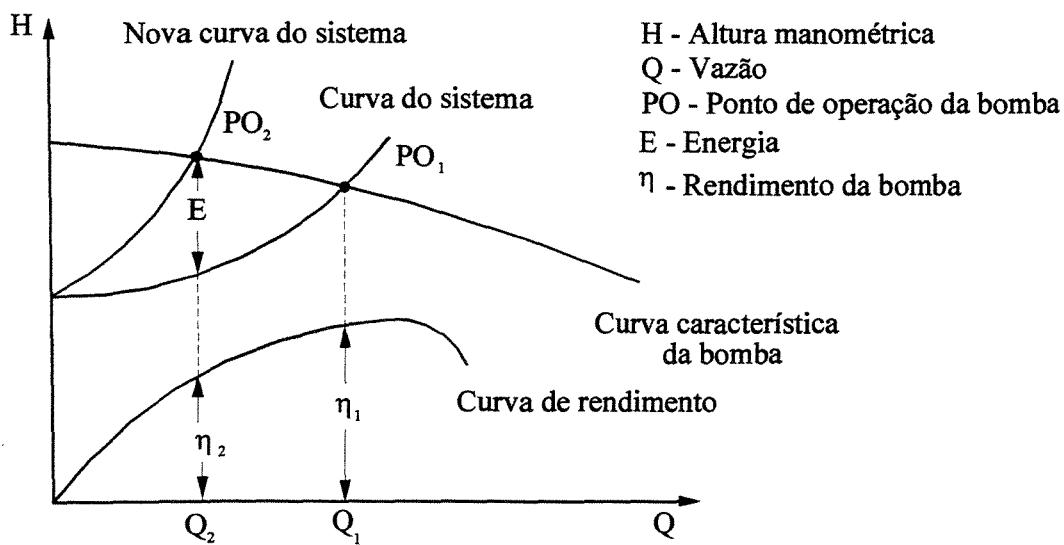
necessidades do sistema. Para atender as oscilações de demanda do sistema ao longo de seu horizonte de operação, a bomba pode ser operada através de uma válvula controladora de vazão ou através da variação de sua rotação.



**Figura 4.2 - Ponto de operação de uma bomba.**

A operação de uma bomba, através de uma válvula controladora de vazão, é utilizada para o caso em que a bomba possui rotação fixa, cuja vazão é controlada diretamente pela ação da válvula. Neste tipo de controle, em função das oscilações de demanda ao longo do horizonte de operação, a bomba irá trabalhar em várias posições de sua curva característica. O maior inconveniente apresentado por este tipo de operação pode ser visto na Figura 4.3. Se a válvula é parcialmente fechada, haverá uma diminuição da vazão de  $Q_1$  para  $Q_2$  na bomba, que trabalha num ponto de maior altura manométrica disponível (ponto  $PO_2$ , Figura 4.3), o que significa maior disponibilidade de energia. Porém, tal energia extra (parcela E indicada na Figura 4.3) se totalmente dissipada na própria válvula, caracterizando um ponto de baixo rendimento. O ponto de operação da bomba passa então de  $PO_1$  para  $PO_2$ . Outro inconveniente associado a este tipo de controle é o surgimento de um regime transitório em função dos tipos de manobras feitas

válvula (lenta ou rápida), podendo ocasionar danos nas instalações pelo surgimento de pressões ou subpressões elevadas (regime transitório, ou simplesmente golpe de ariete).



**Figura 4.3 - Operação de uma bomba através de uma válvula controladora de vazão.**

A operação de uma bomba através da variação de sua rotação produz melhores resultados que a operação realizada por uma válvula controladora de vazão, pois, variando-se a rotação da bomba, consegue-se que o par, carga e vazão, requerido pelo sistema se mantenham sobre uma curva com melhor rendimento (MACINTYRE, 1987). Isso se dá devido ao fato de que com a variação da rotação consegue-se compor para uma única bomba um conjunto de curvas características, sendo possível, então, ajustar a rotação da bomba para o par de carga e vazão requerido pelo sistema (Figura 4.4). Neste caso, não haverá modificação na curva do sistema, pois não haverá acréscimo de pressão por parte da bomba, como ocorre no caso da operação por válvula controladora de vazão.

A variação da rotação é obtida com a utilização de variadores de freqüência acoplados aos motores elétricos das bombas. Segundo WOOD e REDDY (1994), o uso de bombas equipadas com motores de freqüência variável (MFV) proporciona a capacidade de conseguir

significantes melhorias na eficiência dos sistemas de distribuição de água, o que vem acompanhado de uma economia de energia elétrica e de uma diminuição dos custos operacionais. Utilizando bombas de rotação variável, é possível controlar, de uma maneira precisa e eficiente, a operação de tais sistemas. Além dos óbvios benefícios econômicos, existem várias vantagens adicionais associadas à utilização de bombas equipadas com MFV para controlar a maneira precisa da operação de um sistema de distribuição de água. São elas:

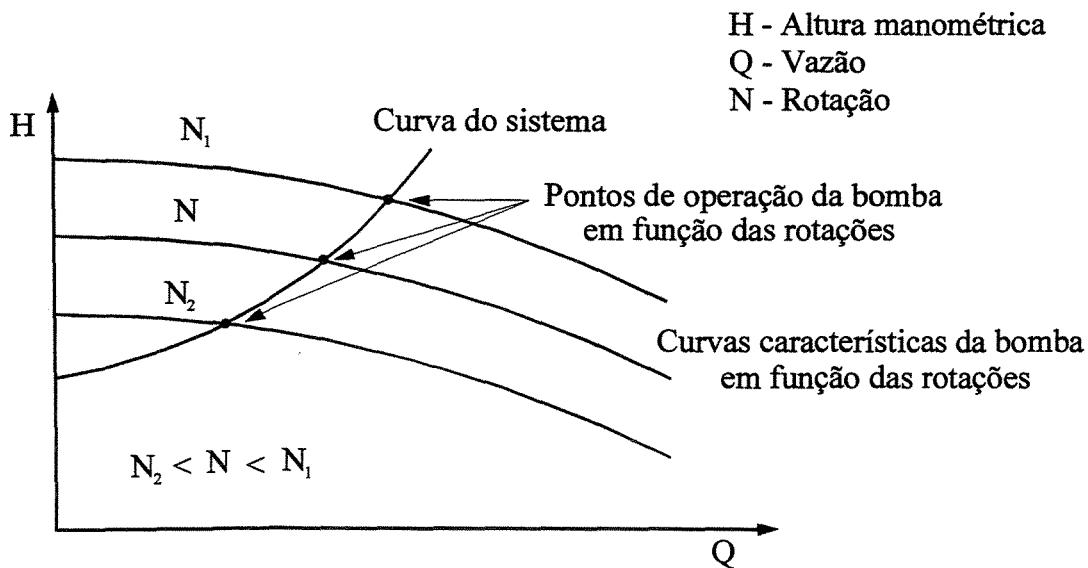
- ✓ As pressões podem ser mantidas em valores muito próximos dos níveis mínimos requeridos;
- ✓ As perdas de água por fuga são minimizadas, porque se podem manter as pressões em níveis mínimos;
- ✓ Podem-se controlar mais facilmente os períodos de funcionamento das bombas, fazendo um maior uso do bombeamento fora das horas de pico, conseguindo-se uma economia e um uso mais eficiente da energia;
- ✓ Pode-se controlar o armazenamento nos reservatórios (enchendo e esvaziando). Isto pode ser um importante aspecto para manter a qualidade da água;
- ✓ Pode-se obter uma melhor resposta do sistema diante de situações anormais, tais como vazões de incêndio, ruptura das tubulações, etc;
- ✓ Eliminam-se os transitórios causados pela partida e parada das bombas. Habitualmente estes transitórios causam severas ondas de pressão, que podem danificar o sistema de distribuição ou as bombas;
- ✓ É possível simplificar o controle das vazões no sistema.

Segundo **LINGIREDDY e WOOD** (1998), algumas desvantagens também estão associadas ao uso de bombas de rotação variável. São elas:

- ✓ As bombas de rotação variável possuem uma menor eficiência, quando operadas em baixas velocidades;
- ✓ Manutenção adicional e/ou equipamentos podem ser necessários para proteger as bombas e/ou outros equipamentos elétricos da estação de bombeamento;

- ✓ A utilização de bombas com rotação variável, pode resultar em menores volumes armazenados (cargas) nos reservatórios e, com isso, um baixo fator de segurança para proteção contra incêndios.

Com relação à última desvantagem associada à utilização de bombas de rotação variável, a manutenção de maiores volumes (cargas) armazenados nos reservatórios pode resultar em um longo período de retenção, o que pode ser indesejável do ponto de vista da qualidade da água, o que não ocorre para menores volumes armazenados. Para tal situação, o uso de bombas com rotação variável pode muito bem ser visto como uma vantagem (LINGIREDDY e WOOD, 1998).



**Figura 4.4 - Operação de uma bomba através da variação de rotação.**

### 4.3. POTÊNCIAS ASSOCIADAS A UMA BOMBA

Como mencionado anteriormente, a energia fornecida pela bomba ao líquido consome uma certa quantidade de trabalho, que, por unidade de tempo, caracteriza uma potência

consumida pela bomba. Como este processo não se dá em condições ideais (sem perdas) a potência cedida à bomba é superior à que o escoamento recebe.

São três as potências associadas a uma bomba:

- ✓ Potência hidráulica;
- ✓ Potência de eixo;
- ✓ Potência motriz ou de entrada.

Segundo **MACINTYRE** (1987), a potência hidráulica de uma bomba é a energia aproveitada pelo líquido para o seu escoamento fora da própria bomba, sendo dada pela seguinte expressão:

$$PH = 9,8 \cdot Q \cdot H \quad \dots(4.1)$$

onde:

- PH      Potência hidráulica (kW);  
Q      Vazão bombeada ( $m^3/s$ );  
H      Altura manométrica da bomba (m).

No processo de transformação do trabalho mecânico em energia cinética e de pressão realizado pela bomba, existem perdas hidráulicas. Estas perdas hidráulicas podem ser divididas em dois tipos (**MACINTYRE**, 1987):

1. Perdas hidráulicas, propriamente ditas, que ocorrem nos componentes da bomba (rotor, caracol, etc) desde a entrada até a sua saída;
2. Perdas volumétricas, que são devidas à redução da descarga útil da bomba. Podendo ser divididas em:

- 2.1. Perdas volumétricas exteriores, devidas a vazamentos ou fugas através da folga entre o eixo e a caixa da bomba;
- 2.2. Perdas volumétricas interiores, resultantes da recirculação de parte do líquido que sai do rotor retornando novamente para a entrada da bomba devido a sua menor pressão neste local. Esta recirculação do líquido por entre a folga existente entre a caixa da bomba e a face externa do rotor, gera um atrito que consome a potência fornecida pelo rotor.

Devido às perdas hidráulicas a potência cedida pelo motor elétrico para a bomba deve ser maior que a potência hidráulica requerida pelo escoamento. A relação entre a potência hidráulica e a potência cedida pelo motor elétrico para a bomba (também chamada de potência de eixo), fornece o rendimento hidráulico da bomba.

$$\eta = \frac{PH}{PE} \quad \dots(4.2)$$

logo:

$$PE = \frac{9,8 \cdot Q \cdot H}{\eta} \quad \dots(4.3)$$

onde:

PE	Potência de eixo (kW);
Q	Vazão bombeada ( $m^3/s$ );
H	Altura manométrica da bomba (m);
$\eta$	Rendimento hidráulico da bomba.

Da mesma forma que existem perdas associadas à transformação do trabalho mecânico em energia cinética e de pressão (transferidas da bomba para o líquido), a transformação da energia elétrica em trabalho mecânico realizada pelo motor elétrico acoplado à bomba, também

não está isenta de perdas. Isso faz com que a potência de entrada no motor elétrico (potência motriz) seja maior que a potência cedida pelo motor para a bomba (potência de eixo). A relação entre a potência de eixo e a potência motriz, fornece o rendimento do motor elétrico.

$$\eta_m = \frac{PE}{PM} \quad \dots(4.4)$$

logo:

$$PM = \frac{9,8 \cdot Q \cdot H}{\eta \cdot \eta_m} \quad \dots(4.5)$$

onde:

PM      Potência motriz (kW);

Q      Vazão bombeada ( $m^3/s$ );

H      Altura manométrica da bomba (m);

$\eta$       Rendimento da bomba;

$\eta_m$       Rendimento do motor elétrico.

Os valores de rendimento dos motores elétricos são fornecidos pelos fabricantes e dados com relação ao percentual entre a potência de eixo e a potência nominal do motor elétrico.

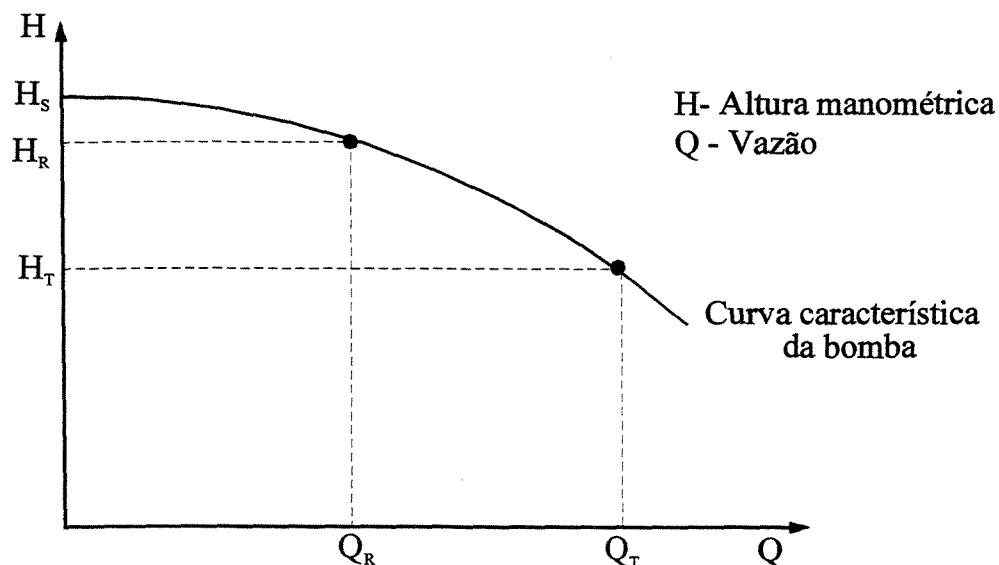
O produto  $\eta \cdot \eta_m$  representa o rendimento do conjunto motor-bomba.

#### 4.4. REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DA CURVA CARACTERÍSTICA DE UM BOMBA

Em função das oscilações de demanda ao longo do horizonte de operação de um sistema de distribuição de água, torna-se necessário obter as condições operacionais das bombas ao longo

deste horizonte, de maneira que as demandas do sistema sejam atendidas. Tais condições operacionais das bombas são representadas pela vazão, altura manométrica e rotação (para o caso de bombas com rotação variável) e, são obtidas através da representação matemática da bomba.

Segundo LUVIZOTTO JUNIOR (1995), para o caso das bombas com rotação fixa, que trabalham em uma dada rotação de operação (rotação nominal ou rotação normal -  $N_n$ ), a representação matemática é feita utilizando-se alguns pontos da curva característica da bomba (Figura 4.5).



**Figura 4.5 - Pontos da curva característica da bomba.**

Onde:

- $H_s$  Corresponde à carga de shutt-off , ou seja, à carga fornecida pela bomba quando a vazão for zero;
- $H_R$  Corresponde à carga normal, ou seja, à carga fornecida pela bomba no ponto de máxima eficiência;

- $H_T$  Corresponde à carga de trabalho fornecida pela bomba em um ponto qualquer;
- $Q_R$  Corresponde à vazão normal, ou seja, à vazão que a bomba fornece no ponto de máxima eficiência;
- $Q_T$  Corresponde à vazão de trabalho fornecida pela bomba em um ponto qualquer.

Sendo a rotação fixa, a curva característica  $H = f(Q)$  pode ser representada por uma parábola (MACINTYRE, 1987):

$$H = C_0 + C_1 \cdot Q + C_2 \cdot Q^2 \quad \dots(4.6)$$

onde os coeficientes da Equação 4.6 são (LUVIZOTTO JUNIOR, 1995):

$$C_0 = H_S \quad \dots(4.7)$$

$$C_1 = \frac{(H_S - H_T) \cdot Q_R^2 - (H_S - H_R) \cdot Q_T^2}{Q_R \cdot Q_T^2 - Q_T \cdot Q_R^2} \quad \dots(4.8)$$

$$C_2 = \frac{(H_S - H_R) \cdot Q_T - (H_S - H_T) \cdot Q_R}{Q_R \cdot Q_T^2 - Q_T \cdot Q_R^2} \quad \dots(4.9)$$

Assim, com as Equações 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9 podemos determinar os valores de vazão para qualquer altura manométrica  $H$ , ou vice-versa, conhecendo-se a curva característica da bomba.

Para o caso de bombas com rotação variável, a equação da superfície característica  $\phi(Q, H, N) = 0$  após algumas transformações, pode ser representada pela equação geral do parabolóide hiperbólico (MACINTYRE, 1987) :

$$H = A \cdot N^2 + 2 \cdot B \cdot N \cdot Q - C \cdot Q^2 \quad \dots(4.1)$$

Fixando o número de rotações  $N$  para a Equação 4.10, as curvas que representam a variação de  $H$  em função de  $Q$  serão paráolas, cujas formas são dadas pelo parâmetro  $C$ , já que o mesmo não sofre a influência do número de rotações. Assim, pode-se concluir que as curvas  $f(H, Q) = 0$  para uma dada bomba, correspondentes a vários valores de  $N$ , são paráolas congruentes (MACINTYRE, 1987). A importância deste fato é que, se conhecermos a curva característica de uma bomba para um dado número de rotações  $N$ , poderemos conhecer as demais curvas correspondentes a quaisquer números de rotações.

Igualando os termos das Equações 4.6 e 4.10 temos:

$$A \cdot N_n^2 = C_0 \Rightarrow A = \frac{C_0}{N_n^2} \quad \dots(4.11)$$

$$2 \cdot B \cdot N_n = C_1 \Rightarrow 2 \cdot B = \frac{C_1}{N_n} \quad \dots(4.12)$$

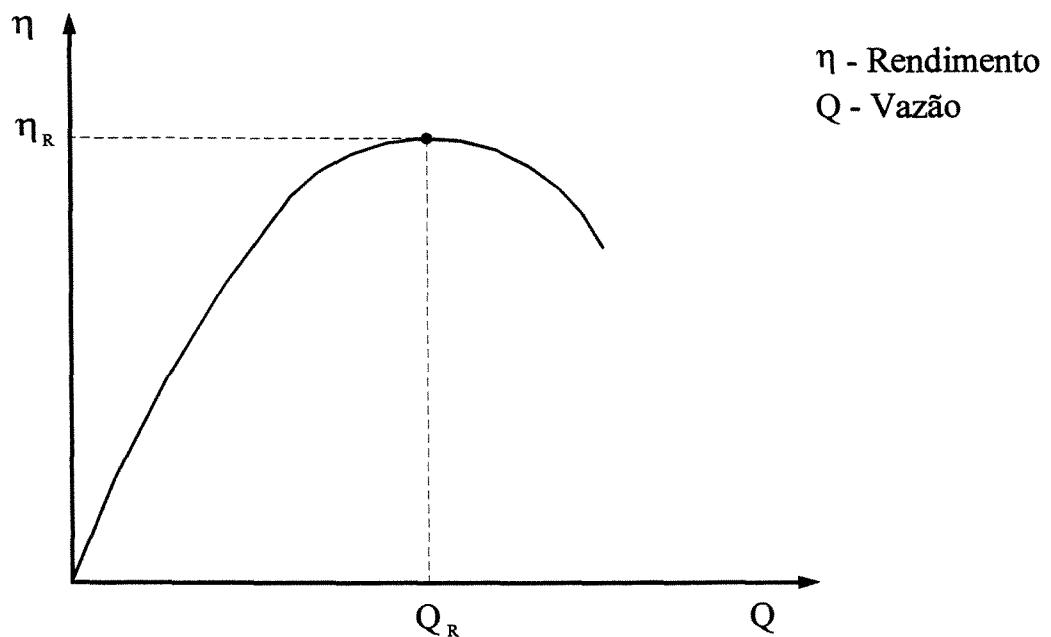
$$-C = C_2 \Rightarrow C = -C_2 \quad \dots(4.13)$$

Substituindo os termos 4.11, 4.12 e 4.13 na Equação 4.10 obtemos a representação matemática de uma bomba de rotação variável:

$$H = C_0 \cdot \left( \frac{N}{N_n} \right)^2 + C_1 \cdot Q \cdot \left( \frac{N}{N_n} \right) + C_2 \cdot Q^2 \quad \dots(4.14)$$

#### **4.5. REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DA CURVA DE RENDIMENTO DE UMA BOMBA**

A curva de rendimento hidráulico ( $\eta = f(Q)$ ) de uma bomba que trabalha em um dado número de rotação constante  $N_n$  (rotação nominal), pode ser representada matematicamente através de um polinômio do segundo grau (Figura 4.6):

**Figura 4.6 – Curva de rendimento de uma bomba.**

$$\eta = -C_3 \cdot Q^2 + C_4 \cdot Q \quad \dots(4.1)$$

Os parâmetros  $C_3$  e  $C_4$  que definem a curva de rendimento podem ser obtidos  
seguinte maneira:

- ✓ Para o ponto de máximo rendimento  $\eta_R \Rightarrow \frac{d\eta_R}{dQ_R} = 0 :$

$$C_4 = 2 \cdot C_3 \cdot Q_R \quad \dots(4.1)$$

Logo de 4.15 e 4.16 obtemos:

$$C_3 = \frac{\eta_R}{-Q_R^2 + 2 \cdot Q_R^2} \quad \dots(4.1)$$

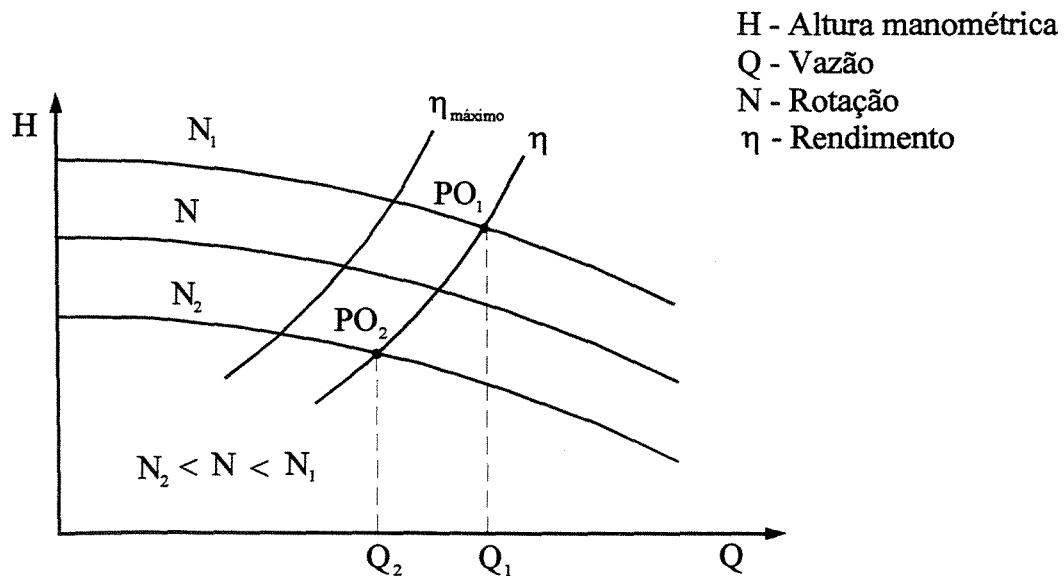
onde:

$\eta_R$  Máximo rendimento hidráulico da bomba (%);

$Q_R$  Vazão na bomba para o ponto de máximo rendimento ( $m^3/s$ ).

Para o caso de bombas de rotação variável, a superfície característica  $\eta = f(Q, N)$  pode ser obtida através das leis de semelhança.

Considerando a curva característica de uma bomba  $H = f(Q)$  para vários números de rotações (Figura 4.7).



**Figura 4.7 – Curva característica  $H = f(Q)$  para vários números de rotações.**

Para cada ponto da curva  $H = f(Q)$  definido pelo par  $(Q, H)$  a lei de semelhança (para uma mesma bomba e um mesmo fluido) assegura que as vazões são diretamente proporcionais às rotações (LAZARKIEWICZ, 1965).

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \dots(4.18)$$

Segundo **LAZARKIEWICZ** (1965), tal fato é baseado na suposição de que o valor de rendimento  $\eta$  permanece o mesmo, quando transferido de um ponto  $P_1$  de uma curva característica para outro ponto homólogo  $P_2$ , em uma outra curva característica, quando as rotações não diferirem da rotação nominal ( $N_n$ ) em  $\pm 25\%$ .

Das Equações 4.15 e 4.18 podemos escrever a expressão da superfície característica  $\eta = f(Q, N)$  como:

$$\eta = -C_3 \cdot Q^2 \cdot \left(\frac{N_n}{N}\right)^2 + C_4 \cdot Q \cdot \left(\frac{N_n}{N}\right) \quad \dots(4.19)$$

# CAPÍTULO 5

---

## VÁLVULAS

### 5.1. DEFINIÇÃO

Segundo TELES (1968), as válvulas são dispositivos destinados a estabelecer, controlar e interromper o fluxo em uma tubulação. As válvulas podem estar situadas em diversas posições da instalação, podendo ser de diversos tipos. A definição do tipo de válvula é função do fim a que se destina, freqüência de uso, forma de acionamento, localização e acesso, pressão de serviço, diâmetro, vazão e custo (AZEVEDO NETTO *et al.*, 1998).

### 5.2. TIPOS DE VÁLVULAS

Existe uma grande variedade de tipos de válvulas, algumas para uso geral, e outras para finalidades específicas. Os tipos mais importantes de válvulas são (TELES, 1968):

1. Válvulas que controlam o fluxo em qualquer direção:
  - 1.1. Válvulas de bloqueio ou de fechamento (block valves)
    - ✓ Válvulas de gaveta (gate valves);
    - ✓ Válvulas de macho (plug, cock valves);
    - ✓ Válvulas de comporta (slide, blaste valves).

- 1.2. Válvulas de regulagem (throttling valves):
  - ✓ Válvulas de globo (globe valves);
  - ✓ Válvulas de agulha (needle valves);
  - ✓ Válvulas de controle (control valves);
  - ✓ Válvulas de borboleta (butterfly valves);
  - ✓ Válvulas de diafragma (diaphragm valves).

2. Válvulas que permitem fluxo em uma só direção:
  - ✓ Válvulas de retenção (check valves);
  - ✓ Válvulas de retenção e fechamento (stop-check valves);
  - ✓ Válvula de pé (foot valves).
3. Válvulas que controlam a pressão de jusante:
  - ✓ Válvulas redutoras e reguladoras de pressão.
4. Válvulas que controlam a pressão de montante:
  - ✓ Válvulas de segurança e de alívio (safety, relief valves);
  - ✓ Válvulas de contra pressão (back-pressure valves).

As válvulas de bloqueio se destinam primordialmente a apenas estabelecer ou interromper o fluxo, e por isso só devem funcionar completamente abertas ou completamente fechadas, enquanto as válvulas de regulagem são destinadas especificamente para controlar o fluxo, podendo por isso trabalhar em qualquer posição de fechamento parcial (TELES, 1968).

### 5.3. MEIOS DE OPERAÇÃO DE UMA VÁLVULA

As válvulas podem ser acionadas manualmente, muitas vezes com algum dispositivo auferindo vantagem mecânica (parafuso, engrenagem de redução, alavanca, etc), por meio de motores elétricos, por meio de comandos hidráulicos ou pneumáticos, ou ainda por efeito próprio líquido em função da pressão e velocidade, quando se denominam válvulas automáticas (AZEVEDO NETTO *et al.*, 1998).

Segundo **TELES** (1968), a operação manual é o sistema mais barato e mais comumente utilizado, podendo ser empregado em todas as válvulas que não sejam automáticas, e nas quais não se exija operação motorizada. Já, a operação motorizada é empregada para:

- ✓ Válvulas comandadas por instrumentos;
- ✓ Válvulas situadas em locais inacessíveis;
- ✓ Válvulas muito grandes, em que é difícil a operação manual.

#### 5.4. PERDA DE CARGA LOCALIZADA DE UMA VÁLVULA

O controle de vazão obtido através de uma válvula se deve à introdução de uma perda de carga localizada gerada por este dispositivo. A perda de carga localizada produzida pela válvula é expressa por:

$$\Delta h = K_s \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad \dots(5.1)$$

onde:

$\Delta h$  Perda de carga localizada da válvula (m);

$K_s$  Coeficiente de perda localizada que está associado à geometria da válvula e ao escoamento;

$V$  Velocidade média do escoamento (m/s);

$g$  Aceleração da gravidade ( $m/s^2$ ).

O coeficiente de perda localizada ( $K_s$ ), pode ser representado graficamente em função da geometria interna da válvula e da posição do obturador, através da definição de um parâmetro adimensional denominado de área reduzida ( $A_R$ ), dado por (**LAURIA**, 1986):

$$A_R = \frac{A_0}{A_{\max}} \quad \dots(5.2)$$

onde:

$A_R$  Área reduzida;

$A_0$  Abertura geométrica da válvula;

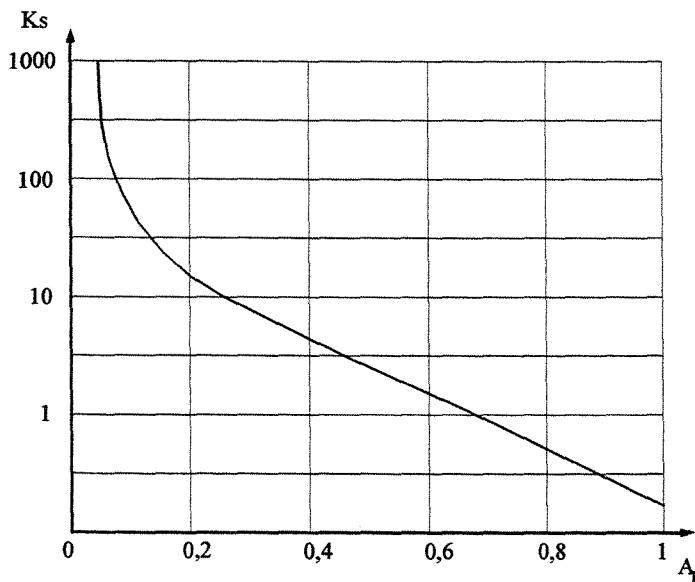
$A_{\max}$  Abertura geométrica máxima da válvula.

É fácil perceber que os limites para a área reduzida são:

$$0 \leq A_R \leq 1 \quad \dots(5.3)$$

O coeficiente de perda de carga localizada ( $K_s$ ) é obtido através de gráficos (fornecidos pelos fabricantes), para vários tipos de válvulas, em função de sua área reduzida ou, também, em função de sua abertura geométrica. LAURIA (1986) apresenta uma série de diagramas com coeficientes de perda de carga ( $K_s$ ) para vários tipos de válvulas.

De maneira geral e sem perda de generalidade, a curva de  $K_s = f(A_R)$  para uma válvula qualquer pode ser representada pela Figura 5.1. O comportamento do coeficiente de perda de carga localizada da válvula em função de sua área reduzida ou abertura geométrica, pode ser representado matematicamente através do ajuste de uma equação aos dados da curva  $K_s = f(A_R)$ . A equação ajustada pode ser do tipo exponencial ou de potência, dependendo da conformação desta curva. Deste modo, desde que se conheça a curva  $K_s = f(A_R)$ , as válvulas podem ser representadas de maneira fidedigna e sem simplificações. Este fato é de grande valor para as rotinas de simulação e otimização, pois, através da Equação 5.1 (que representa a interação entre a válvula e o sistema), podem-se definir de maneira precisa as manobras que devem ser efetuadas sobre estes elementos de controle com base em suas características hidráulicas e mecânicas.



**Figura 5.1 - Coeficiente de perda de carga localizada da válvula.**

Na Figura 5.1 pode-se observar que o coeficiente de perda de carga localizada da válvula ( $K_s$ ) tende para infinito ( $\infty$ ) à medida que a área reduzida ( $A_R$ ) tende para zero, não havendo, assim, um limite numericamente bem definido, sendo necessária a definição de um limite mínimo para  $A_R$ , afim de se evitarem complicações numéricas dentro das rotinas de simulação ou otimização.

Como o coeficiente  $K_s$  descreve o comportamento hidráulico de uma válvula isolada, torna-se necessário avaliar o comportamento desta válvula quando associada ao sistema. Desta maneira, pode-se definir um limite mínimo de  $A_R$ , como também um limite máximo. Estes limites operacionais, máximo e mínimo de  $A_R$ , irão representar os pontos a partir dos quais torna-se muito difícil controlar o escoamento no sistema através de manobras na válvula. Uma maneira de se avaliar o comportamento da válvula associada ao sistema é através do Diagrama Generalizado de Operação, parametrizado com relação ao fator de perda do sistema. LAURIA (1986) apresenta os diagramas generalizados de operação para vários tipos de válvulas.

# CAPÍTULO 6

---

## RESERVATÓRIOS

### 6.1. DEFINIÇÃO

Segundo **AZEVEDO NETTO** (1975), os reservatórios servem para múltiplos propósitos, podendo ser projetados para satisfazer apenas uma ou algumas das finalidades citadas abaixo:

- ✓ Compensar flutuações de consumo;
- ✓ Assegurar uma reserva de água para combate a incêndios;
- ✓ Fornecer água no caso de interrupções de adução;
- ✓ Regular as pressões na rede de distribuição.

### 6.2. CLASSIFICAÇÃO DOS RESERVATÓRIOS

Os reservatórios podem ser classificados basicamente dentro de quatro critérios (**AZEVEDO NETTO**, 1975):

1. De acordo com a sua posição em relação à rede de distribuição:
  - ✓ Reservatórios de montante;

- ✓ Reservatórios de jusante;
  - ✓ Reservatórios intermediários.
2. De acordo com sua posição em relação ao terreno:
    - ✓ Reservatórios enterrados;
    - ✓ Reservatórios semi-enterrados;
    - ✓ Reservatórios elevados.
  3. De acordo com sua forma:
    - ✓ Reservatórios de seção retangular;
    - ✓ Reservatórios de seção circular, etc.
  4. De acordo com o material de construção:
    - ✓ Reservatórios de concreto armado;
    - ✓ Reservatórios de aço, etc.

### 6.3. VANTAGENS RELATIVAS À UTILIZAÇÃO DOS RESERVATÓRIOS

Segundo **DACACH** (1975), os reservatórios proporcionam aos sistemas de abastecimento de água uma série de vantagens além daquelas que determinam o seu emprego. Tais vantagens podem estar ligadas à captação, adução, tratamento e distribuição, sendo elas:

- ✓ Captação - Tomemos como exemplo um poço artesiano cuja profundidade tenha sido definida para atender à demanda média de água de uma certa cidade. Caso não haja reservatório, o poço não teria condições econômicas de atender à demanda máxima e, para tanto deveria ser mais profundo ou reforçado por outro.
- ✓ Adução - Tomemos como exemplo um reservatório de montante que abastece uma rede de distribuição de água. Sua alimentação se dá pela parte superior, em ponto de cota definida em que termina a adutora, proporcionando, assim, a constância da vazão e também das alturas manométricas das bombas do conjunto elevatório, as quais representam uma potência constante requerida pelos motores da elevatória. Caso haja a ausência deste reservatório, o conjunto elevatório trabalharia à mercê das oscilações de demanda, que geram oscilações de

potência requerida pelos motores da elevatória, que são máximas nas horas de maior demanda e mínimas nas horas de menor demanda.

- ✓ Tratamento - A principal vantagem da presença do reservatório para a estação de tratamento é permitir a constância das vazões em suas diversas partes integrantes, garantindo, assim, dosagens uniformes das substâncias químicas empregadas no tratamento.
- ✓ Distribuição - A presença de um reservatório de montante pode ser benéfica evitando: níveis elevados de pressão em decorrência de uma grande carga disponível na adutora; menores flutuações de pressão na rede em decorrência da oscilação de consumo; e incidência de um regime transitório nas tubulações da rede, por ocasião da parada brusca da(s) bomba(s), por interrupção do fornecimento de energia elétrica. Quanto aos reservatórios de jusante, eles beneficiam a rede permitindo a sua alimentação através de dois pontos distintos.

## 6.4. EQUACIONAMENTO DA OPERAÇÃO DOS RESERVATÓRIOS

Os reservatórios podem apresentar dois tipos de equacionamento em função de sua posição na rede de distribuição, podendo ser de montante ou de jusante.

### 6.4.1. RESERVATÓRIOS DE MONTANTE

Segundo **DACACH** (1975), os reservatórios de montante são aqueles pelos quais passa antes de atingir a rede de distribuição, toda água destinada ao consumo. Para tanto, possuem uma tubulação de entrada e outra de saída (Figura 6.1). Como geralmente precedem a rede de distribuição levam este nome.

Os reservatórios de montante podem ser considerados como nós consumidores, sendo o consumo do nó definido pela diferença entre a vazão de entrada e saída deste. A presença desse tipo de reservatório na rede impõe uma condição em que o nível piezométrico do nó assume diferentes valores para fins de projeto, um para o nível de entrada, que se dá pela sua parte superior (condição de reservatório cheio) e o outro para o nível de saída, que se dá pela parte inferior (condição de reservatório vazio). O balanço do volume de água no reservatório deverá:

avaliado ao final de cada período, sendo seu volume dependente do volume no início do período, da vazão de entrada e da vazão de saída (SANTANA, 1999). Assim, pode-se escrever a variação da carga de saída do reservatório de montante como:

$$HR_{t+1} = HR_t + (Q_{\text{Entrada},t} - Q_{\text{Saída},t}) \cdot \frac{\Delta t}{SB} \quad \dots(6.1)$$

onde:

$\Delta t$  Período de tempo;

$HR_{t+1}$  Carga de saída do reservatório no final do período  $\Delta t$ ;

$HR_t$  Carga de saída do reservatório no início do período  $\Delta t$ ;

$Q_{\text{Entrada},t}$  Vazão que entra no reservatório no período  $\Delta t$ ;

$Q_{\text{Saída},t}$  Vazão que sai do reservatório no período  $\Delta t$ ;

$SB$  Área da base do reservatório.

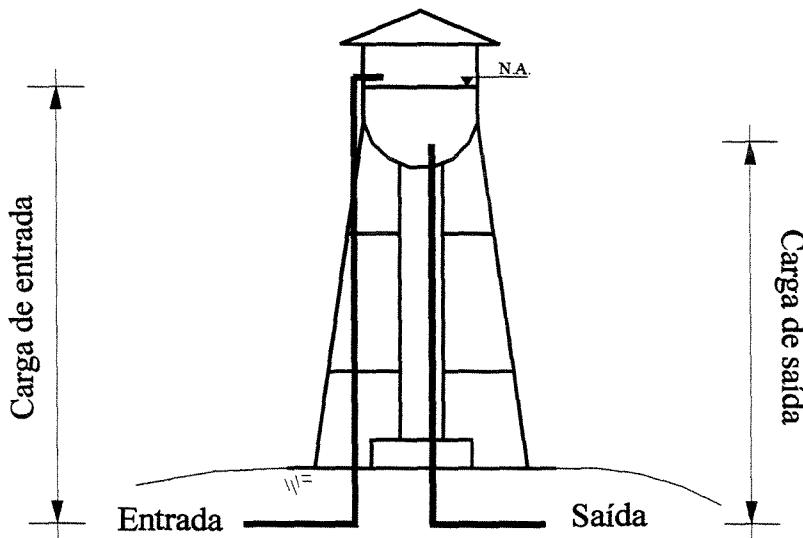


Figura 6.1 - Reservatório de montante.

#### 6.4.2. RESERVATÓRIOS DE JUSANTE

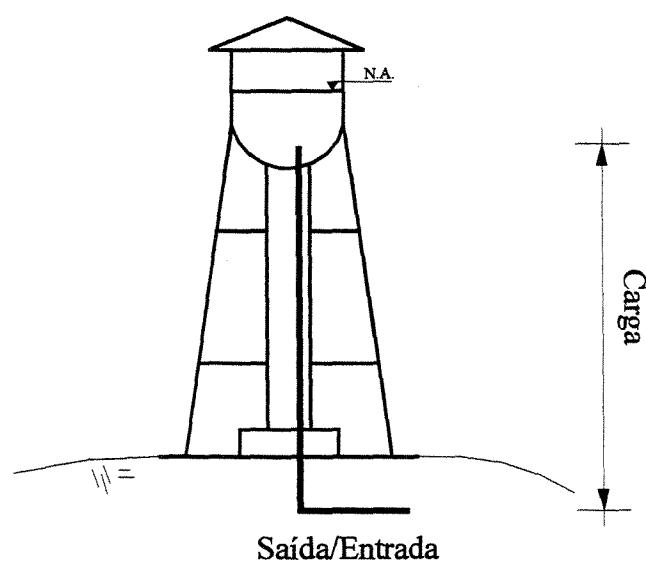
Segundo **DACACH** (1975), os reservatórios de jusante somente recebem água nos períodos em que a vazão de alimentação da rede supera a de consumo, sendo chamados também de reservatórios de sobra. Neles existe uma única tubulação que serve para a entrada e a saída d'água (Figura 6.2). Por ficarem além do ponto em que a adutora se conecta à rede de distribuição e até mesmo no extremo oposto, levam este nome.

Os reservatórios de jusante podem ser considerados como nós terminais da rede. A vazão liberada por este tipo de reservatório depende da distribuição de pressões da rede, podendo ser positiva, quando o reservatório libera água, ou negativa, quando o reservatório recebe água da rede. Esta flutuação deve acompanhar a curva de demanda da rede, de modo que o reservatório complete o abastecimento nos períodos de maior consumo, voltando a encher nos períodos de menor consumo (SANTANA, 1999). A variação do nível de saída dos reservatórios de jusante pode ser escrita de maneira similar à dos reservatórios de montante:

$$HR_{t+1} = HR_t \pm Q_{\text{Entrada},t \text{ ou } \text{Saída},t} \cdot \frac{\Delta t}{SB} \quad \dots(6)$$

onde:

$\Delta t$	Período de tempo;
$HR_{t+1}$	Carga de saída do reservatório no final do período $\Delta t$ ;
$HR_t$	Carga de saída do reservatório no início do período $\Delta t$ ;
$Q_{\text{Saída},t}$	Vazão que sai do reservatório (sinal negativo) para a rede no período $\Delta t$ ;
$Q_{\text{Entrada},t}$	Vazão que entra no reservatório (sinal positivo) vinda da rede no período $\Delta t$ ;
SB	Área da base do reservatório.



**Figura 6.2 - Reservatório de jusante.**

# CAPÍTULO 7

---

## OTIMIZAÇÃO E PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR

### 7.1. OTIMIZAÇÃO

A estrutura geral de um problema de otimização determinística pode ser apresentada na seguinte forma:

Otimizar  $f(\mathbf{x})$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} h_i(\mathbf{x}) &= 0 \quad i = 1, \dots, m \\ g_j(\mathbf{x}) &\leq 0 \quad j = 1, \dots, p \\ \mathbf{x} &\in \Omega \subset \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad \dots(7)$$

onde  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$  é o vetor contendo  $n$  variáveis denominadas de variáveis de decisão, cujo valor ótimo busca-se determinar;  $f(\mathbf{x})$  é a função objetivo, cujo valor pretende-se optimizar (maximizar ou minimizar);  $h_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) e  $g_j$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ ) são as restrições do problema, denominadas de restrições funcionais; e  $\Omega$  a região do espaço limitada pelas restrições, denominada de região factível. Um ponto  $\mathbf{x} \in \Omega$  que satisfaça todas as restrições funcionais é dito como ponto factível. Também, podem ser incorporadas à formulação do problema restrições

do tipo  $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$ , que são denominadas de restrições de canalização, que limitam as variáveis entre valores máximos e mínimos.

Segundo **MAYS e TUNG** (1987), todo problema de otimização possui duas partes essenciais: a função objetivo e o conjunto de restrições. A função objetivo descreve o critério de performance do sistema, e as restrições descrevem o sistema ou o processo que está sendo analisado. Uma solução factível de um problema de otimização é um conjunto de valores das variáveis de decisão que satisfaça simultaneamente todas as restrições. A região de factibilidade é a região das soluções factíveis definida pelas restrições. Uma solução ótima é um conjunto de valores das variáveis de decisão que satisfaça simultaneamente todas as restrições, sendo, então, uma solução factível, que forneça um valor ótimo para a função objetivo.

Quando um problema de otimização não apresenta o conjunto de restrições, ele é classificado como um problema de otimização irrestrito.

De maneira geral, os passos para se tratar um problema de otimização determinística são:

- ✓ Analisar detalhadamente o problema a ser estudado, identificando todas as variáveis envolvidas;
- ✓ Determinar o critério de otimização (maximização ou minimização), especificando a função objetivo em termos das variáveis de decisão;
- ✓ Definir o conjunto de restrições, de forma a representar com fidelidade a situação real do problema;
- ✓ Aplicar uma técnica de otimização para obter a solução do problema formulado em função de suas características;
- ✓ Avaliar os resultados obtidos e a validade do modelo;
- ✓ Examinar a sensibilidade das soluções quanto às perturbações nos coeficientes e nas hipóteses adotadas.

Os três primeiros passos constituem a modelagem do problema, que em si é considerada uma arte.

A formulação do problema de otimização é de extrema importância. Caso o problema seja mal formulado, o resultado da aplicação de um processo de otimização será irrelevante, podendo-se ter a impressão de ter obtido um ótimo quando, na verdade, pesquisou-se apenas a melhor configuração de uma concepção inadequada (NOVAES, 1978).

## 7.2. PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR (PNL)

Um problema de programação não-linear se caracteriza pela não-linearidade da função objetivo em relação às variáveis de decisão, sendo que as restrições podem se apresentar tanto como lineares e/ou não-lineares (SANTANA, 1999). Ao contrário da programação linear, a programação não-linear não existe um método de resolução que se sobressaia dentre outros, como é o caso do método Simplex (LOESCH e HEIN, 1999).

Segundo CIRILO (1997), a programação não-linear nasceu do trabalho pioneiro de KUHN e TUCKER (1951), apesar de haver alguns poucos trabalhos mais antigos. Durante as décadas de 50 e 60, houve um grande desenvolvimento nesta área, mas foi a partir da década de 70 que se multiplicaram as pesquisas e aplicações da programação não-linear, devendo principalmente ao aumento da capacidade de processamento dos computadores de grande porte, mais recentemente, com o desenvolvimento acelerado dos microcomputadores.

Um problema de programação não-linear pode ser apresentado na forma padrão 7.1, em que as funções  $f$ ,  $h_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) e  $g_j$  ( $j=1, 2, \dots, p$ ) são contínuas, diferenciáveis normalmente assumidas de classe  $C^2$  (LUENBERGER, 1989).

Segundo CIRILO (1997), as técnicas utilizadas para a solução dos problemas de programação não-linear se dividem em técnicas analíticas e técnicas de busca iterativa. As técnicas analíticas procuram determinar a solução ótima através da resolução do sistema

equações que compõem o modelo matemático com o apoio de suas derivadas, reduzindo a otimização à procura das soluções desse sistema. São exemplos de técnicas analíticas o Método dos Multiplicadores de Lagrange, o Método de Cálculo Diferencial e a Programação Geométrica. As técnicas de busca iterativa se utilizam de processos iterativos para gerar melhores soluções no processo de otimização, permitindo resolver problemas dos quais não se conhece a solução analítica a priori.

Um dos maiores problemas da programação não-linear está relacionado à incerteza de que a solução obtida para o problema seja realmente a melhor de todas as soluções, isto é, um ótimo global ao invés de um ótimo local, sendo este um fato inerente à natureza não-linear do problema; enquanto a sua grande vantagem é a abrangência, isto é, uma vez elaborado o modelo matemático do problema a otimizar, com sua função objetivo e suas restrições, normalmente nenhuma simplificação será necessária em termos de formulação (CIRILO, 1997). Segundo SANTANA (1999), grande parte das características dos sistemas reais podem ser incluídas na formulação de um modelo não-linear, fornecendo uma maior riqueza à modelagem. Por outro lado, o enriquecimento de um modelo é acompanhado de uma maior complexidade matemática que, em muitos casos, inviabiliza a sua solução pelas possíveis restrições computacionais.

### 7.2.1. CONDIÇÕES NECESSÁRIAS DE OTIMALIDADE

Considerando o seguinte problema de programação não-linear:

Minimizar  $f(\mathbf{x})$

Sujeito a :

$$\begin{aligned} g(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \underline{\mathbf{x}} &\leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad \dots(7.2)$$

o problema 7.2 pode ser reformulado como:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) &= f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito a :} \quad \underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad \dots(7.3)$$

onde  $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$  é a função Lagrangeana e  $\boldsymbol{\lambda}$  é o vetor de multiplicadores de Lagrange associado à restrições.

Segundo NOVAES (1978), não existindo restrições adicionais, os pontos estacionários da função Lagrangeana, podem ser pontos de máximo, mínimo ou de sela da função  $f$ . Conforme apresentado em LUENBERGER (1989) e BAZARAA e SHETTY (1979), as condições de optimalidade e factibilidade para o problema 7.2 são:

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \nabla f(\mathbf{x}^*) + \boldsymbol{\lambda}^{*\top} \cdot \mathbf{J}_{\mathbf{x}^*} = 0 \quad \dots(7.4)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \mathbf{g}^T(\mathbf{x}^*) = 0 \quad \dots(7.5)$$

onde  $\mathbf{x}^*$  é o valor da variável de decisão no ponto ótimo,  $\boldsymbol{\lambda}^*$  é o vetor dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições no ponto ótimo e,  $\mathbf{J}_{\mathbf{x}^*}$  é o Jacobiano associado ao ponto ótimo. Juntas as condições 7.4 e 7.5 formam as condições necessárias de optimalidade de 1.<sup>a</sup> ordem, simplesmente, condições de Kuhn-Tucker de 1.<sup>a</sup> ordem.

### 7.3. ALGORITMOS ITERATIVOS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR

Segundo LUENBERGER (1989), a mais importante característica dos computador digitais é a sua capacidade para executar eficientemente operações repetitivas e, explorando essa característica básica, muitos dos algoritmos projetados para resolver grandes problemas de optimização são de natureza iterativa. Tipicamente, estes algoritmos partem de uma solução inicial gerando uma nova solução melhorada. O processo é repetido de maneira que se tenha uma

seqüência de pontos que se aproximam do ponto de solução. No caso de problemas de programação não-linear, a seqüência de pontos gerados, geralmente, nem sempre alcança exatamente o ponto de solução mas, converge na direção deste, sendo o processo terminado quando um ponto suficientemente próximo ao ponto de solução é obtido.

**LUENBERGER** (1989) cita ainda, que a teoria dos algoritmos iterativos pode ser dividida em três aspectos. O primeiro aspecto refere-se à criação do algoritmo. Os algoritmos não são concebidos arbitrariamente, mas sim baseados em um exame criativo do problema de programação, em sua inerente estrutura e na eficiência dos computadores. O segundo aspecto refere-se à verificação de que um dado algoritmo irá de fato gerar uma seqüência que converja para o ponto de solução. Este aspecto se refere à análise de convergência global e levanta uma importante questão de que se o algoritmo, quando iniciado longe do ponto de solução, irá eventualmente convergir para este. O terceiro aspecto, refere-se à análise de convergência local que é concebida através da razão pela qual a seqüência de pontos gerados converge para uma solução.

Segundo **FRIEDLANDER** (1994), o desenvolvimento de algoritmos para resolver um problema geral de programação não-linear é uma tarefa difícil, sendo um campo de pesquisa aberto, onde novos trabalhos surgem continuamente.

**BAZARAA e SHETTY** (1979) e **LUENBERGER** (1989), abordam a formulação teórica de uma série de algoritmos utilizados para resolver problemas de programação não-linear restrita e irrestrita.

### 7.3.1. ALGORITMO DO GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO (GRG)

O Método do Gradiente Reduzido, foi primeiramente desenvolvido por **WOLFE** (1963) para resolver problemas de programação não-linear com restrições lineares, sendo mais tarde generalizado por **ABADIE e CARPENTIER** (1969), considerando em sua formulação restrições não-lineares (**BAZARAA e SHETTY**, 1979).

Segundo **MAYS e TUNG** (1987), a idéia fundamental do algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado é similar ao Método Simplex da programação linear, particionando variável de decisão  $\mathbf{x}$  em variáveis básicas  $\mathbf{x}_B$ , e variáveis não básicas  $\mathbf{x}_N$ .

$$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N)^T \quad \dots(7.1)$$

Considerando o seguinte problema de programação não-linear:

Minimizar  $f(\mathbf{x})$

Sujeito a:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad \dots(7.2)$$

$$\underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}}$$

podemos reescrever o problema 7.7 em termos das variáveis básicas e não básicas:

Minimizar  $f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N)$

Sujeito a:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) = \mathbf{0} \quad \dots(7.3)$$

$$\underline{\mathbf{x}}_B \leq \mathbf{x}_B \leq \bar{\mathbf{x}}_B$$

$$\underline{\mathbf{x}}_N \leq \mathbf{x}_N \leq \bar{\mathbf{x}}_N$$

Segundo **MAYS e TUNG** (1987), as variáveis básicas podem ser expressas em termos das variáveis não básicas como  $\mathbf{x}_B(\mathbf{x}_N)$ . Assume-se que as restrições  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  são diferenciáveis e que a matriz  $\mathbf{B}$ , chamada de matriz básica, obtida da seguinte forma:

$$\mathbf{B} = \left[ \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_B} \right] \quad \dots(7.9)$$

é não singular ( $\det(\mathbf{B}) \neq 0$ ).

Associado ao problema 7.8, tem-se a função Lagrangeana a ser minimizada:

$$\text{Minimizar } f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) \quad \dots(7.10)$$

que das condições de otimalidade estabelece as estacionariedades dos gradientes da Lagrangeana em relação à variável de decisão (SANTANA, 1999):

$$\nabla_B L(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) = \nabla_B f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{J}_B(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) \quad \dots(7.11)$$

$$\nabla_N L(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) = \nabla_N f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{J}_N(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) \quad \dots(7.12)$$

O algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado para resolver o problema 7.8 pode ser expresso através dos seguintes passos:

**Passo 1 -** Fazer  $k = 1$ , adotar uma tolerância de convergência  $\epsilon$  e, iniciar o problema 7.8 com uma solução factível  $\mathbf{x}^k$ , conhecendo previamente as variáveis não básicas do problema.

**Passo 2 -** Substituir o valor de  $\mathbf{x}_N^k$  nas restrições  $\mathbf{g}(\mathbf{x}_B^k, \mathbf{x}_N^k) = \mathbf{0}$  determinando assim os valores de  $\mathbf{x}_B^k$  através de um método iterativo que resolva o sistema não linear formado pelas restrições, por exemplo Newton-Raphson.

**Passo 3 -** Determinar a direção de busca para as variáveis não básicas. Tal direção de busca é conhecida como o gradiente reduzido ( $\nabla_N \phi(\mathbf{x}_N)$ ):

$$\nabla_N \phi(\mathbf{x}_N^k) = \nabla_N f(\mathbf{x}_B^k, \mathbf{x}_N^k) + \lambda^k \cdot \mathbf{J}_N(\mathbf{x}_B^k, \mathbf{x}_N^k) \quad \dots(7.13)$$

onde:

$$\lambda^k = -\nabla_B f(\mathbf{x}_B^k, \mathbf{x}_N^k) \cdot [\mathbf{J}_B(\mathbf{x}_B^k, \mathbf{x}_N^k)]^{-1} \quad \dots(7.14)$$

**Passo 4 -** Verificar se o gradiente reduzido calculado no passo anterior é menor que a tolerância  $\varepsilon$  pré-definida:

$$|\nabla_N \phi(\mathbf{x}_N^k)| \leq \varepsilon \quad \dots(7.15)$$

Se a condição 7.15 for atendida, o processo é terminado e a variável de decisão  $\mathbf{x}^k$  é um ponto ótimo. Caso contrário, passar para o Passo 5.

**Passo 5 -** Determinar o tamanho do passo ótimo  $\alpha$  das variáveis não básicas obtendo-se assim seus novos valores:

$$\mathbf{x}_N^{k+1} = \mathbf{x}_N^k + \alpha \cdot \nabla_N \phi(\mathbf{x}_N^k) \quad \dots(7.16)$$

Isto é conseguido através de uma técnica de busca unidimensional, resolvendo o seguinte problema:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} \quad f(\underline{x}_B^k (\underline{x}_N^k + \alpha \cdot \nabla_N \phi(\underline{x}_N^k)), \underline{x}_N^k + \alpha \cdot \nabla_N \phi(\underline{x}_N^k)) \\
 & \text{Sujeito a :} \\
 & \quad 0 \leq \alpha \leq \bar{\alpha}
 \end{aligned} \tag{7.17}$$

onde  $\bar{\alpha}$  é um valor que mantém  $\underline{x}_N^{k+1}$  dentro de sua região de factibilidade. A factibilidade das novas variáveis não básicas é facilmente controlada pela técnica de projeção do gradiente.

**Passo 6 -** Fazer  $k = k + 1$  e retornar ao Passo 2.

Um inconveniente que pode ocorrer, é que, quando se obtém o novo valor das variáveis não básicas  $\underline{x}_N^{k+1}$  retornando ao Passo 2 para obter o novo valor das variáveis básicas  $\underline{x}_B^{k+1}$ , estas podem não atender seus limites  $\underline{x}_B \leq \underline{x}_B \leq \bar{\underline{x}}_B$ , pois, como pode ser observado no algoritmo, não se tem nenhum controle sobre estas variáveis como no caso das não básicas. Para contornar tal inconveniente, pode-se lançar mão de uma técnica de penalização para controlar as variáveis básicas durante a busca das variáveis não básicas, garantindo que estas sejam factíveis com relação a seus limites no final do processo.

O problema 7.7 apresenta somente restrições de igualdade, para o caso de o problema apresentar restrições de desigualdade, adotam-se variáveis de folga que transformam as restrições de desigualdades em igualdades (MAYS e TUNG, 1987).

### 7.3.2. ALGORITMO DA LAGRANGEANA PROJETADA

#### 7.3.2.1. PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SUCESSIVA (PQS) OU LAGRANGEANA PROJETADA

O Método da Programação Quadrática Sucessiva, também conhecido como seqüencial, recursivo ou, programação quadrática, emprega o Método de Newton para resolver diretamente as condições de otimalidade de Kuhn-Tucker. O método realiza a minimização de um subproblema de uma aproximação quadrática para a função Lagrangeana sujeita a aproximações lineares das restrições. Este tipo de processo é também conhecido como Lagrangeana Projetada ou, Aproximação Newton-Lagrange (**BAZARAA e SHETTY**, 1979).

Segundo **BAZARAA e SHETTY** (1979), considerando o problema 7.18, onde todas as funções são contínuas e diferenciáveis de classe  $C^2$ :

Minimizar  $f(\mathbf{x})$

Sujeito a:

$$h_i(\mathbf{x}) = 0 \quad i = 1, \dots, l$$

...(7.18)

as condições de otimalidade de Kuhn-Tucker para o problema 7.18, requerem um vetor solução  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  e um vetor de multiplicadores de Lagrange  $\lambda \in \mathbb{R}^l$ , tal que:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}, \lambda) &= \nabla f(\mathbf{x}) + \lambda \cdot \sum_{i=1}^l \nabla h_i(\mathbf{x})^T = \mathbf{0} \\ \nabla_{\lambda} L(\mathbf{x}, \lambda) &= h_i(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad i = 1, \dots, l \end{aligned} \quad \dots(7.19)$$

O sistema 7.19 pode ser escrito de forma compacta como  $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0}$ . Utilizando o Método de Newton-Raphson para resolver o sistema, está se minimizando a função para a qual o sistema representa as condições de otimalidade de 1.<sup>a</sup> ordem.

Considerando uma iteração  $k$  onde os valores de  $(\mathbf{x}^k, \lambda^k)$  são conhecidos, resolvendo-se a aproximação de 1.<sup>a</sup> ordem para o sistema  $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0}$ :

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}^k, \lambda^k) + \nabla \mathbf{W}(\mathbf{x}^k, \lambda^k) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x} - \mathbf{x}^k \\ \lambda - \lambda^k \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad \dots(7.20)$$

obtêm-se os valores de  $(\mathbf{x}, \lambda) = (\mathbf{x}^{k+1}, \lambda^{k+1})$  da próxima iteração, onde  $\nabla \mathbf{W}$  é a Jacobiana de  $\mathbf{W}$ .

Definindo  $\nabla^2 L(\mathbf{x}^k) = \nabla^2 f(\mathbf{x}^k) + \sum_{i=1}^l \lambda_i^k \cdot \nabla^2 h_i(\mathbf{x}^k)$  como sendo a Hessiana da função Lagrangeana em  $\mathbf{x}^k$ , com o vetor de multiplicadores de Lagrange  $\lambda^k$  e,  $\nabla \mathbf{h}$  como a Jacobiana de  $\mathbf{h}$ , tem-se:

$$\nabla \mathbf{W}(\mathbf{x}^k, \lambda^k) = \begin{bmatrix} \nabla^2 L(\mathbf{x}^k) & \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}^k)^T \\ \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \dots(7.21)$$

De 7.20, 7.21 e, substituindo  $\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k = \Delta \mathbf{x}$  e  $\lambda^{k+1} - \lambda^k = \Delta \lambda$ , podemos escrever 7.20 como:

$$\begin{bmatrix} \nabla^2 L(\mathbf{x}^k) & \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}^k)^T \\ \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla_x L(\mathbf{x}^k, \lambda^k) \\ -\mathbf{h}(\mathbf{x}^k) \end{bmatrix} \quad \dots(7.22)$$

O algoritmo para a PQS pode ser expresso pelos seguintes passos:

**Passo 1** - Fazer  $k = 1$ , adotar uma tolerância de convergência  $\varepsilon$  e, iniciar o problema 7.18 com uma solução inicial factível  $(\mathbf{x}^k, \lambda^k)$ .

**Passo 2** - Resolver o sistema 7.22 obtendo os valores de  $\Delta \mathbf{x}$  e  $\Delta \lambda$  e, consequentemente os valores de  $\mathbf{x}^{k+1}$  e  $\lambda^{k+1}$ .

**Passo 3 -** Verificar se  $\Delta x_i \leq \varepsilon$  ( $i = 1, \dots, l$ ); se forem, o processo é terminado, e a variável de decisão  $x^k$  é um ponto ótimo. Caso contrário, passar para o Passo 4.

**Passo 4 -** Fazer  $k = k + 1$  e retornar ao Passo 2.

Para o caso em que o problema 7.18 apresenta restrições de canalização para a variável de decisão, deve-se lançar mão de uma técnica de penalização para garantir a factibilidade das variáveis com relação aos seus limites.

**MURTAGH e SAUNDERS** (1982) apresentam um Método da Lagrangeana Projetada baseado em **ROBINSON** (1972). O método requer a solução de um subproblema linear restrito. O subproblema contém linearizadas as restrições não lineares, bem como as restrições lineares originais e os limites das variáveis.

Considerando o seguinte problema de otimização em sua forma geral (**MURTAGH e SAUNDERS**, 1982):

$$\text{Minimizar } f^0(\mathbf{x}) + \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} + \mathbf{d}^T \cdot \mathbf{y}$$

Sujeito a :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{y} = \mathbf{b}_1 \quad (m_1) \quad \dots(7.23)$$

$$\mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{x} + \mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{y} = \mathbf{b}_2 \quad (m_2)$$

$$\mathbf{l} \leq \mathbf{x}, \mathbf{y} \leq \mathbf{u} \quad (m_1 + m_2)$$

onde os vetores  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{d}$ ,  $\mathbf{b}_1$ ,  $\mathbf{b}_2$ ,  $\mathbf{l}$  e  $\mathbf{u}$ , e as matrizes  $\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{A}_2$  e  $\mathbf{A}_3$  são constantes,  $f^0(\mathbf{x})$  é uma função e,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f^1(\mathbf{x}), \dots, f^{m_1}(\mathbf{x})]$  é um vetor de funções. Os componentes de  $\mathbf{x}$  são chamados de variáveis não lineares e os componentes de  $\mathbf{y}$  são chamados de variáveis lineares. As não linearidades ocorrem nas primeiras  $m_1$  restrições, podendo também ocorrer na função objetivo.

Assume-se que as funções  $f^0(\mathbf{x})$  e  $f^i(\mathbf{x})$  são contínuas e de classe  $C^2$  com gradiente  $\mathbf{g}^i(\mathbf{x})$  e Hessiana  $\mathbf{G}^i(\mathbf{x})$  para  $i = 1, \dots, m_1$ .

As funções não lineares  $f^i(\mathbf{x})$  podem ser aproximadas em um ponto  $\mathbf{x}^k$ , através de um Polinômio de Taylor de 1.<sup>a</sup> ordem:

$$f^i(\mathbf{x}) = f^i(\mathbf{x}^k) + \mathbf{g}^i(\mathbf{x}^k)^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}^k) \quad \dots(7.24)$$

podendo serem escritas como:

$$\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^k) + \mathbf{J}(\mathbf{x}^k) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}^k) \quad \dots(7.25)$$

onde  $\mathbf{J}(\mathbf{x}^k)$  é a matriz Jacobiana calculada em  $\mathbf{x}^k$ , cujos elementos são definidos como  $\frac{\partial f^i}{\partial x_j^k}$ .

O problema 7.23 pode ser escrito como:

$$\text{Minimizar}_{x,y} \quad f^0(\mathbf{x}) + \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} + \mathbf{d}^T \cdot \mathbf{y} - \lambda^{k^T} \cdot (\mathbf{f} - \tilde{\mathbf{f}}) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (\mathbf{f} - \tilde{\mathbf{f}})^T \cdot (\mathbf{f} - \tilde{\mathbf{f}})$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}} &+ \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{y} = \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{x} &+ \mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{y} = \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{l} \leq \mathbf{x}, \mathbf{y} &\leq \mathbf{u} \end{aligned} \quad \dots(7.26)$$

Usando a expressão 7.25, o problema 7.26 pode ser apresentado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar}_{x,y} \quad f^0(x) + c^T \cdot x + d^T \cdot y - \lambda^{k^T} \cdot (f - \tilde{f}) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (f - \tilde{f})^T \cdot (f - \tilde{f})$$

Sujeito a:

$$\begin{bmatrix} J(x^k) & A_1 \\ A_2 & A_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 + J(x^k) \cdot x^k + f(x^k) \\ b_2 \end{bmatrix} \quad \dots(7.27)$$

$l \leq x, y \leq u$

A nova função objetivo é chamada de função Lagrangeana Aumentada. O escalar  $\rho$  é um parâmetro de penalidade e  $\lambda^k$  são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições não lineares.

O algoritmo apresentado por MURTAGH e SAUNDERS (1982) pode ser expresso pelos seguintes passos:

**Passo 1 -** Fazer  $k = 1$ , estimar o parâmetro de penalidade  $\rho \geq 0$ , adotar uma tolerância de convergência  $\varepsilon$  e, estimar os valores  $x^k$ ,  $y^k$  e  $\lambda^k$ .

**Passo 2 -** Com os valores  $x^k$ ,  $y^k$ ,  $\lambda^k$  e  $\rho$ , resolver o problema 7.27, obtendo  $x^{k+1}$ ,  $y^{k+1}$  e  $\pi$ , onde  $\pi$  é o vetor dos multiplicadores de Lagrange do subproblema.

**Passo 3 -** Fixar  $\lambda^{k+1}$  aos  $m_1$  componentes de  $\pi$ .

**Passo 4 -** Testar a convergência do processo. No teste de convergência, é verificado se as restrições não-lineares estão sendo violadas dentro da tolerância  $\varepsilon$  adotada, através da expressão:

$$\|f(x^{k+1}) + A_1 \cdot y^{k+1} - b_1\| / (1 + \|(\mathbf{x}^{k+1}, \mathbf{y}^{k+1})\|) \leq \varepsilon \quad \dots(7.28)$$

Também é verificado se as condições de 1.<sup>a</sup> ordem de Kuhn-Tucker estão sendo satisfeitas. Se ambas as condições forem atendidas o processo é terminado e as variáveis  $\mathbf{x}^k$  e  $\mathbf{y}^k$  são ótimas. Caso contrário, passar para o Passo 5.

**Passo 5 -** Se  $\|f(\mathbf{x}^{k+1}) + \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{y}^{k+1} - \mathbf{b}_1\| / (1 + \|(\mathbf{x}^{k+1}, \mathbf{y}^{k+1})\|) \leq \varepsilon$  e  $\|\lambda^{k+1} - \lambda^k\| / (1 + \|\lambda^{k+1}\|) \leq \varepsilon$ , então  $\rho = 0$ .

**Passo 6 -** Relinearizar as restrições em  $\mathbf{x}^{k+1}$ .

**Passo 7 -** Fazer  $k = k + 1$  e voltar ao Passo 2.

MURTAGH e SAUNDERS (1987) apresentam como solução para o problema 7.27, o algoritmo do Gradiente Reduzido (GR) de WOLFE (1963).

### 7.3.3. ALGORITMO DO GRADIENTE REDUZIDO (GR)

Considerando o seguinte problema de programação não-linear:

Minimizar  $f(\mathbf{x})$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} &= \mathbf{b} \\ \underline{\mathbf{x}} &\leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad \dots(7.29)$$

onde  $\mathbf{A}$  é uma matriz  $m \times n$  de posto (rank)  $m$ ,  $\mathbf{b}$  é um vetor de  $m$  posições ( $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ ) e,  $f$  é uma função contínua e diferenciável em  $\mathbb{R}^n$ .

Assumindo as condições de não-degenerância (BAZARA e SHETTY, 1979), sendo  $\mathbf{x}$  uma solução factível, a matriz  $\mathbf{A}$  pode ser decomposta em  $[\mathbf{B} \quad \mathbf{N}]$ , onde a matriz  $\mathbf{B}$  é inversível de dimensão  $m \times m$ . O mesmo pode ser feito para a solução  $\mathbf{x}$ , que passa a ser escrita como

$(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N)$ . As componentes do vetor  $\mathbf{x}_B$  são chamados de variáveis básicas, e as de  $\mathbf{x}_N$ , de varáveis não básicas. Assim o problema 7.29 pode ser reescrito como:

Minimizar  $f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N)$

Sujeito a :

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{x}_B + \mathbf{N} \cdot \mathbf{x}_N = \mathbf{b} \quad \dots(7.30)$$

$$\underline{\mathbf{x}}_B \leq \mathbf{x}_B \leq \overline{\mathbf{x}}_B$$

$$\underline{\mathbf{x}}_N \leq \mathbf{x}_N \leq \overline{\mathbf{x}}_N$$

Sendo  $\mathbf{d}$  uma direção factível que melhora  $f$  em  $\mathbf{x}$ , temos que:

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{x} + \alpha \cdot \mathbf{d}) = \mathbf{b} \quad \dots(7.31)$$

onde  $\alpha > 0$ , logo  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{0}$ . Escrevendo  $\mathbf{d} = (\mathbf{d}_B, \mathbf{d}_N)$ , podemos concluir que  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{d}_B + \mathbf{N} \cdot \mathbf{d}_N = \mathbf{0}$ , logo:

$$\mathbf{d}_B = -\mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{d}_N \quad \dots(7.32)$$

A direção  $\mathbf{d}_N$  é estabelecida como a direção do gradiente de  $f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N)$  (SANTANA, 1999). Escrevendo  $\mathbf{x}_B(\mathbf{x}_N)$ :

$$\mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{b} - \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{x}_N \quad \dots(7.33)$$

temos que:

$$\mathbf{d}_N = -\nabla_N f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) + \nabla_B f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{N} \quad \dots(7.34)$$

O algoritmo do Gradiente Reduzido pode ser expresso pelos seguintes passos:

**Passo 1 -** Fazer  $k = 1$ , adotar uma tolerância de convergência  $\varepsilon$  e, estimar um ponto factível  $\mathbf{x}^k$ .

**Passo 2 -** Fazer  $\mathbf{d}^k = (\mathbf{d}_B^k, \mathbf{d}_N^k)$ , onde  $\mathbf{d}_B^k$  e  $\mathbf{d}_N^k$  são obtidos de 7.32 e 7.34. Se  $d_j^k \leq \varepsilon$  o processo é terminado e o ponto  $\mathbf{x}^k$  é um ponto ótimo. Caso contrário passar para o Passo 3.

**Passo 3 -** Resolver o problema de busca unidimensional 7.35, obtendo o passo ótimo  $\alpha$  das variáveis:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(\mathbf{x}^k + \alpha \cdot \mathbf{d}^k) \\ &\text{Sujeito a:} \\ &0 \leq \alpha \leq \bar{\alpha} \end{aligned} \quad \dots(7.35)$$

onde  $\bar{\alpha}$  mantém as variáveis dentro de sua região de factibilidade, através da técnica de projeção do gradinete.

**Passo 4 -** Fazer  $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha \cdot \mathbf{d}^k$ ,  $k = k + 1$  e, retornar ao Passo 2:

#### 7.3.4. ALGORITMO PARA BUSCA DE SOLUÇÕES INTEIRAS

Os algoritmos apresentados nos itens 7.3.1. a 7.3.3. contemplam apenas variáveis contínuas. Em alguns casos o problema de otimização pode requerer como solução variáveis inteiras, como é o caso dos problemas que abordam a operação de sistemas de abastecimento de água, onde as variáveis inteiras podem ser: (a) número de bombas operando para cada estação elevatória; (b) indicação das bombas que estão ligadas ou desligadas. Para o último caso utilize-se uma representação binária, em que a variável assume valor igual a 1 para o caso em que a

bomba está ligada e 0 para desligada. Nestas situações faz-se necessária a associação de um algoritmo de programação não-linear com um algoritmo de programação inteira.

Segundo **SANTANA** (1999), para cada variável inteira de um problema de otimização existe um conjunto finito de valores que estas variáveis podem assumir, compondo desde modo um conjunto de soluções específicas associadas a estes valores.

Para solucionar um problema deste tipo, poder-se-ia lançar mão de um método de enumeração explícita. Neste caso, o problema de otimização seria resolvido para vários valores destas variáveis, comparando-se os resultados para encontrar a melhor solução. Segundo **SANTANA** (1999), a dificuldade deste procedimento é que, embora o número de variáveis seja finito, é em geral grande, tornando praticamente impossível analisar todas as combinações. Para contornar tal dificuldade, surgiram os métodos de enumeração implícita. Nestes métodos, a avaliação de uma solução inteira deve-se dar de modo a garantir que, em cada avaliação, um conjunto de soluções seja descartado implicitamente, à medida que geram soluções inferiores à solução analisada.

Dos algoritmos voltados à solução de problemas envolvendo variáveis inteiras, os métodos de enumeração implícita são os que apresentam melhores resultados, sendo o mais conhecido e o mais eficiente o algoritmo Branch and Bound (**SANTANA** 1999).

Segundo **LOESCH e HEIN** (1999), embora existam outros algoritmos de programação inteira, como o de Balas e de Gomory, algoritmos de enumeração lexicográficas, etc, o algoritmo Brach and Bound parece ser o de emprego mais comum. Com relação à eficiência computacional, na comparação entre os diversos algoritmos, os autores citam que não há uma palavra final, isto é, enquanto o algoritmo Branch and Bound é mais eficiente que os demais para determinados problemas, pode suceder o contrário em outros.

A idéia básica do algoritmo Branch and Bound é a partir da solução relaxada de um problema de otimização inteira ou mista, provocar uma dicotomia no conjunto de soluções do

problema, forçando, desta maneira, a resolução de dois novos problemas. Segundo LOESCH e HEIN (1999), este processo de criar dicotomias, ao ser aplicado repetidas vezes, conduz à criação de uma árvore binária de busca de soluções composta por vários nós. Cada um dos dois novos problemas gerados pelo processo de dicotomia possui a mesma função objetivo e restrições do problema inicial mas, a cada um adiciona-se uma restrição, tomando-se como base os dois números inteiros mais próximos da variável não inteira que corresponde à restrição de integridade violada.

Considerando o seguinte problema de otimização:

Minimizar  $z = f(\mathbf{x})$

Sujeito a :

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{x} &\in \text{inteiros} \end{aligned} \quad \dots(7.36)$$

Sendo  $\mathbf{S}^1$  o vetor solução relaxado do problema 7.36 e  $z^1$  o valor de sua função objetivo, a Figura 7.1 apresenta a árvore de soluções gerada pelo algoritmo de Branch and Bound.

Como pode ser observado na Figura 7.1, as duas situações que impedem uma ramificação a partir de um nó são (LOESCH e HEIN, 1999):

- ✓ Todas as restrições de integridade são atendidas na solução ótima do nó;
- ✓ Conjunto de solução do nó é vazio, isto é, não há solução compatível.

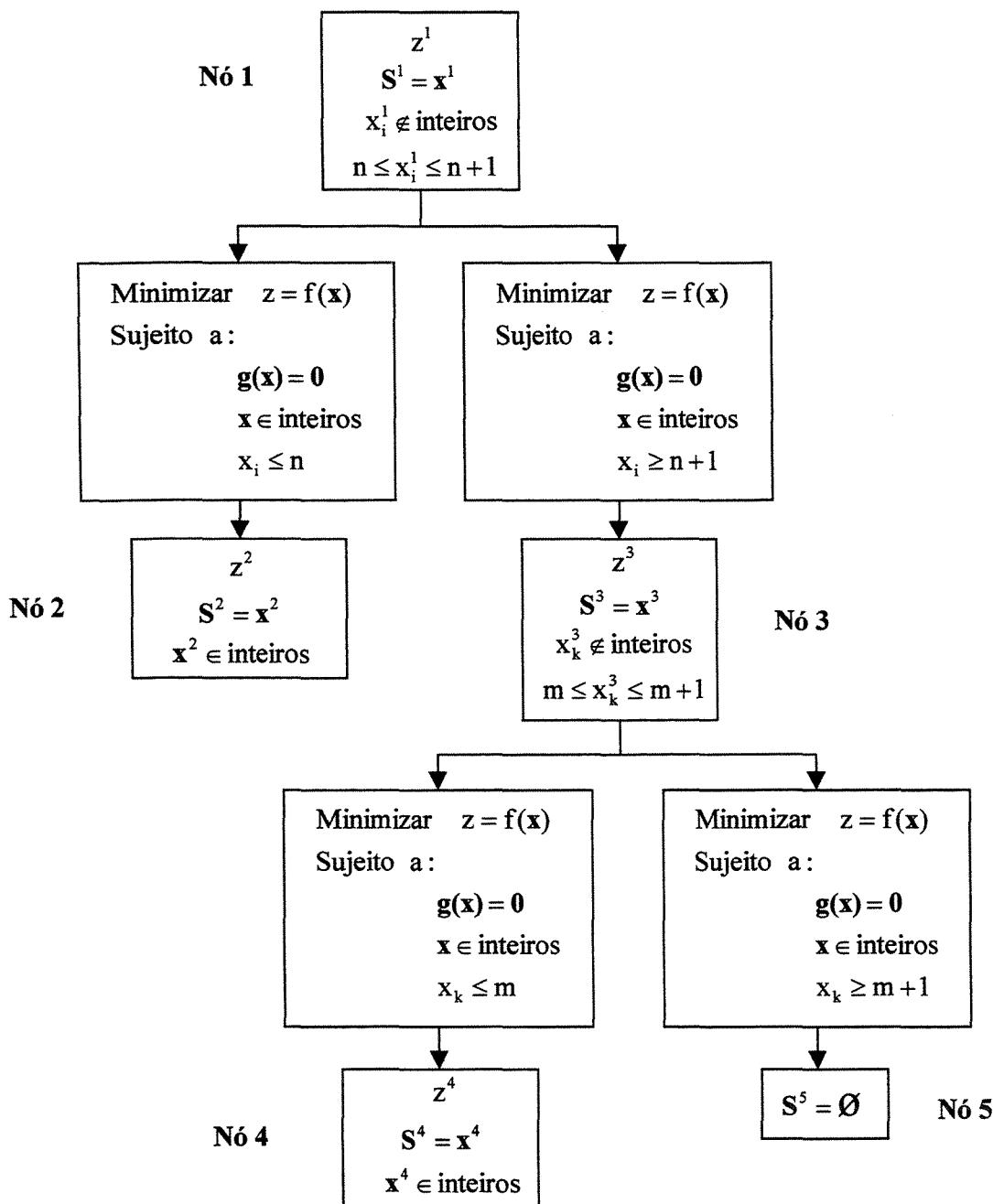


Figura 7.1 – Árvore de soluções do algoritmo Branch and Bound.

Segundo LOESCH e HEIN (1999), para a árvore de soluções gerada pelo algoritmo Branch and Bound deve-se estabelecer um mecanismo de controle para seu crescimento. Este mecanismo de controle, ou poda controlada, tem como principal objetivo economizar esforços

computacionais, evitando que as ramificações enveredem por caminhos que, seguramente, não conduzem a melhores soluções, situação muito comum em problemas de grande porte. O mecanismo de poda é baseado em um valor limite para a função objetivo ( $z_{\text{limite}}$ ). Assim, o algoritmo antes de prosseguir com alguma ramificação por algum nó da árvore, faz uma comparação entre o valor  $z_{\text{limite}}$  e o valor da função objetivo para este nó, verificando se vale a pena prosseguir com a ramificação por este caminho. Também, pode ser necessário redefinir o valor  $z_{\text{limite}}$ , isto ocorre quando uma solução melhor, que atenda todas as restrições (inclusive de integridade), é encontrada. Para os problemas de minimização, o  $z_{\text{limite}}$  atua como um limite superior, isto é, só interessa prosseguir a ramificação em um determinado nó se  $z < z_{\text{limite}}$ . Para os problemas de maximização, o  $z_{\text{limite}}$  atua como um limite inferior, isto é, só interessa prosseguir a ramificação em um determinado nó se  $z > z_{\text{limite}}$ .

O algoritmo Branch and Bound para um problema de minimização pode ser expresso pelos seguintes passos (LOESCH e HEIN, 1999):

**Passo 1** - Adotar  $z_{\text{limite}} = +\infty$ .

**Passo 2** - Resolver o problema de programação de otimização mista ou inteira de forma relaxada, verificando as seguintes possibilidades:

- ✓ Se o problema for infactível, o processo é terminado;
- ✓ Se o problema for factível com nenhuma restrição de integridade violada, a presente solução é ótima e o processo é terminado;
- ✓ Se o problema for factível com alguma restrição de integridade violada, coloque o nó solução no conjunto dos nós abertos A e prossiga.

**Passo 3** - Se existir algum nó aberto em A, retire-o e vá para o Passo 4. Caso contrário, vá para o Passo 8.

**Passo 4 -** Se  $z \geq z_{\text{limite}}$ , abandone o nó, retirando-o do conjunto A e volte para o Passo 1. Caso contrário, vá para o Passo 5.

**Passo 5 -** Seja  $x_i$  a variável cuja restrição de integridade foi violada. Seja n o maior número inteiro menor que  $x_i$  e  $n + 1$  o menor número inteiro maior que  $x_i$ . Gere dois novos problemas idênticos ao inicial. Incorporando ao primeiro a restrição  $x_i \leq n$  e ao segundo a restrição  $x_i \geq n + 1$ .

**Passo 6 -** Para cada um dos dois novos problemas gerados faça:

- ✓ Resolva-os;
- ✓ Analise cada uma das soluções:
  - Infactível, abandone-a;
  - Factível com nenhuma restrição de integridade violada e  $z < z_{\text{limite}}$ , este nó é apontado como o de melhor solução, então faça  $z_{\text{limite}} = z$ ;
  - Factível com alguma restrição de integridade violada e  $z < z_{\text{limite}}$  este nó de solução é colocado em A.

**Passo 7 -** Volte para o Passo 3.

**Passo 8 -** Se  $z_{\text{limite}} = +\infty$  não há solução possível. Caso contrário,  $z < z_{\text{limite}}$ , a solução ótima existe.

#### 7.4. PROGRAMAS COMPUTACIONAIS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR

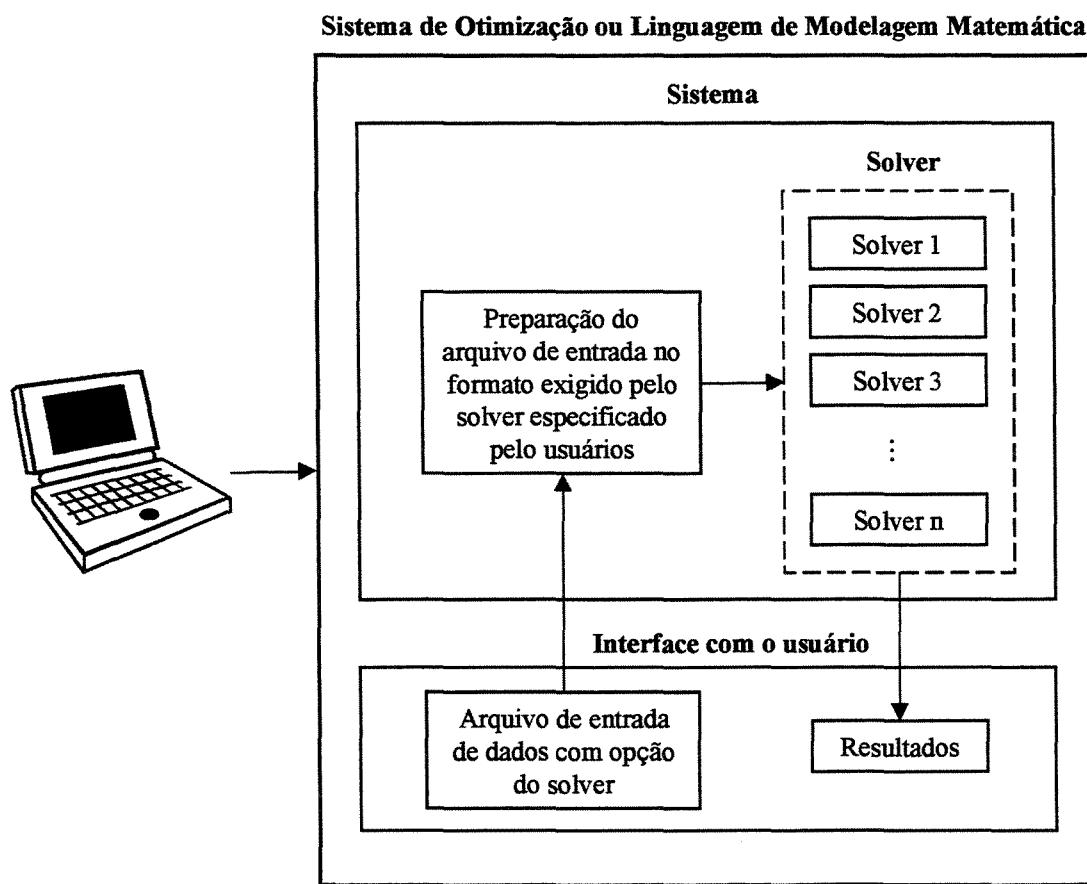
Atualmente tem-se à disposição uma grande variedade de programas computacionais destinados à resolução de problemas de programação não-linear, com ou sem restrições. Estes programas computacionais são compostos por algoritmos de programação não-linear, ou variações deste, codificados em alguma linguagem de programação, geralmente o FORTRAN. Deste modo, cada programa computacional passa a ter suas características particulares de entrada e saída de dados e resolução do problema.

Pode-se citar uma série de programas computacionais destinados à resolução de problemas de programação não-linear, como por exemplo: CO, CONOPT, DONLP2, DOT, FSQP, GINO, GRG2, LANCELOT, LSGRG2, LOQO, MINOS, NPSOL, SNOPT, SQP, etc, sendo dentre este os mais difundidos:

- ✓ CONOPT e GRG2: Ambos baseados no algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado;
- ✓ LANCELOT: Utiliza a técnica da Lagrangeana Aumentada associada a métodos newtonianos e quase-newtonianos;
- ✓ LOQO: Baseado no Método Primal-Dual dos Pontos Interiores;
- ✓ MINOS: Utiliza o algoritmo do Gradiente Reduzido para problemas linearmente restritos. Para problemas com restrições não-lineares, é utilizado o algoritmo da Lagrangeana Projetada, linearizando-se as restrições e aplicando posteriormente o algoritmo do Gradiente Reduzido.

Diante da diversidade de programas computacionais e de suas formas particulares de entrada e saída de dados, sugeriram as chamadas Linguagens de Modelagem Matemática ou Sistemas de Otimização, que são ambientes computacionais em que estão agregados vários programas computacionais de otimização, também chamados de solver. Estes Sistemas de Otimização têm como principal finalidade, promover uma melhor integração homem-máquina, pois, a partir de um único arquivo de entrada (que representa o problema de otimização), o usuário pode optar pela escolha de qualquer solver associado ao sistema sem se preocupar com as particularidades de cada um com relação ao formato dos dados de entrada. Fica a cargo do sistema a preparação do arquivo de entrada no formato compatível com o solver escolhido pelo usuário, em que, dependendo da técnica, o sistema efetua automaticamente os cálculos dos gradientes, hessianas, etc, podendo, também, realizar a associação de um ou mais solver (como é o caso dos problemas de otimização que envolvem variáveis contínuas e discretas). Cada Sistema de Otimização possui uma sintaxe própria para a discretização do problema de otimização, constituindo uma linguagem própria de programação.

A estrutura de um Sistema de Otimização é apresentada na Figura 7.2, onde são apresentados os níveis de domínio do sistema e do usuário.



**Figura 7.2 – Estrutura dos Sistemas de Otimização.**

Pode-se citar uma série de Sistemas de Otimização que estão disponíveis no mercado para fins acadêmicos ou comerciais, como por exemplo, AIMMS, AMPL, DATAFORM, EASY FIT, Excel e Quattro Pro Solver, GAMS, GAUSS, LINGO, MODLER, MATLAB, MPL, OPTMAX, etc, sendo dentre estes os mais difundidos:

- ✓ AIMMS (Advanced Interactive Mathematical Modeling Software);
- ✓ AMPL;
- ✓ Excel e Quattro Pro Solver;

- ✓ GAMS (General Algebraic Modeling System);
- ✓ LINGO;
- ✓ MATLAB Optimization Toolbox.

# CAPÍTULO 8

---

## OPERAÇÃO ÓTIMA DE SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA

### 8.1. PESQUISAS DESENVOLVIDAS

Nos últimos anos a otimização das condições de operação dos sistemas de distribuição de água tem recebido uma atenção especial dos pesquisadores, tornando-se alvo de pesquisas teóricas e práticas.

**ALDWORTH** (1983) apresentou um estudo para a redução dos custos de bombeamento de água baseado na seleção de bombas de diferentes rotações e características. Em sua metodologia o autor visa obter a melhor bomba (ou combinação delas) que atenda as demandas do sistema, sempre operando no ponto de máxima eficiência do conjunto (motor-bomba). O autor analisou três estações de bombeamento do Canadá, obtendo resultados satisfatórios com relação ao consumo de energia através da aplicação de sua metodologia.

**CLINGENPEEL** (1983) apresentou um estudo de redução dos custos de energia associados ao bombeamento de água para dois sistemas de abastecimento de água da Virgínia (EUA): (a) Blacksburg, Christinsburg, VPI Water Authority; (b) Norfolk. Para ambos os sistemas, o autor propôs a redução dos custos de energia elétrica através da combinação ótima das bombas,

buscando a combinação que melhor atenda as demandas do sistema de forma mais eficiente em termos de consumo de energia elétrica. Segundo o autor, a chave para análise ótima das combinações das bombas de um sistema, compreende um conhecimento minucioso da(s) estrutura(s) tarifária(s) vigente(s) e disponibilidade de dados confiáveis sobre a performance hidráulica dos sistemas de bombeamento. O autor também cita que as opções para se reduzir o consumo de energia elétrica associada às operações de bombeamento incluem: (a) alterações de procedimentos operacionais do sistema; (b) administração das combinações de bombas em operação; (c) troca das bombas e equipamentos com baixa eficiência.

**LACKOWITZ e PETRETTI** (1983) propõem, para reduzir os custos relacionados ao bombeamento de água em sistemas de abastecimento, uma metodologia baseada na utilização de modelos de simulação em período extensivo. A metodologia consiste em fornecer pontos teóricos de operação das bombas e das válvulas redutoras de pressão, testando-os em um modelo de simulação em período extensivo. A metodologia foi aplicada a uma cidade americana de 40.000 habitantes, conduzindo a uma economia da ordem de 9% dos custos atuais, podendo chegar a 20% se fossem adotadas medidas de melhorias no sistema. Os autores citam que a energia consumida (kWh) pode ser reduzida através do aumento do tempo de operação das bombas de melhor eficiência e reduzindo, tanto quanto possível, os volumes de água transferidos das zonas de alta pressão para as zonas de baixa pressão através de válvulas redutoras de pressão. Já a demanda de carga (kW) pode ser reduzida limitando-se o número de bombas que têm de ser operadas simultaneamente. Os autores citam, também, que a obtenção de procedimentos operacionais de menor custo requer numerosas simulações e um extenso histórico de demandas para o sistema.

**RIBEIRO** (1985) apresenta uma solução para problemas de controle de escoamento em sistemas de distribuição de água (em período extensivo), combinando a simulação (feita através de um modelo baseado no Método das Características - MOC) com um método de busca de gradientes. Em sua metodologia, o autor admite não poder atuar sobre as vazões retiradas dos reservatórios e nem sobre as vazões adicionadas a estes. Portanto, o controle do sistema é

efetuado através de atuações nas aberturas das válvulas e nas rotações das bombas, tendo, como critério de desempenho, o não extravasamento e/ou o não esgotamento dos reservatórios.

**TARQUIN e DOWDY** (1989) estudaram uma estação de bombeamento localizada na cidade de El Paso, Texas. Os autores propõem em seu trabalho a minimização do custo de operação das bombas (custo de energia) através da seleção ótima das mesmas. Com as curvas características de cada bomba e de suas combinações, e as curvas do sistema para várias condições de demanda, foi implementado um programa de computador que investiga todas as bombas e suas possíveis combinações para as várias condições de demanda, indicando, assim, a bomba ou combinação mais eficiente. O estudo revela que uma redução de 9,2% nos gastos com energia pode ser obtida através da aplicação desta metodologia.

**ORMSBEE et al.** (1989) propõem uma metodologia para otimizar a operação de sistemas de abastecimento tendo como objetivo a minimização dos custos de bombeamento. Na metodologia apresentada, o problema de operação ótima das bombas é dividido em dois subproblemas: o primeiro, envolvendo a determinação da combinação ótima de bombas requeridas para produzir a carga desejada nos reservatórios, sendo este definido como um problema de combinação ótima de bombas; o segundo, envolvendo a determinação das trajetórias ótimas dos reservatórios para um dado conjunto de condições operacionais (demandas, tarifa de energia, etc) em um determinado período de tempo, sendo este definido como um problema de trajetórias ótimas dos reservatórios. Para o primeiro subproblema a combinação ótima das bombas é obtida para uma condição particular de operação, através do programa PCP (Pump Combination Program), desenvolvido para este propósito, já para o segundo subproblema, as trajetórias ótimas dos reservatórios são obtidas através do programa TOP (Tank Operation Program) baseado em programação dinâmica (PD). Assim, o problema de operação ótima das bombas é resolvido através da interface destes dois programas. A metodologia foi aplicada a uma zona de alta pressão, a Third High Pressure Zone, que supre uma porção do Distrito de Colúmbia (D.C.). A economia anual de energia conseguida pela aplicação da metodologia apresentada foi de aproximadamente de 6,7%.

**LITTLE e McCRODDEN** (1989) desenvolveram um modelo para a minimização dos custos de bombeamento utilizando um misto de programação inteira e linear (MIP - Mix-Integer Linear-Programming), tendo como resultado as horas de operação de cada bomba ou combinação delas. O modelo foi desenvolvido e aplicado para minimizar os custos de bombeamento de água bruta da cidade de Raleigh, North Carolina, EUA. Sua aplicação conduziu a substanciais reduções nos custos de bombeamento em relação aos custos atuais. O modelo foi desenvolvido em linguagem PASCAL e comprado pela Eastern Software Products, Inc., de Alexandria, Virginia.

**ZESSLER e SHAMIR** (1989) apresentam um modelo para resolver o problema de operação ótima de sistemas de distribuição de água baseado na otimização progressiva (OP), e em um método iterativo de programação dinâmica (PD), que visa reduzir os custos de bombeamento. O modelo foi desenvolvido em linguagem PASCAL e optimiza a operação de um sistema de distribuição de água em um horizonte de 24 horas (dividido em intervalo de 1 hora). No modelo proposto, o sistema é dividido em subsistemas que contêm uma única estação de bombeamento entre dois reservatórios, com uma única demanda agregada. Com o auxílio de um simulador hidráulico, para cada intervalo de tempo e para cada padrão de demanda, determina-se para cada subsistema e suas possíveis combinações de bombas, as vazões, pressões e volumes reservados. Conhecendo-se as configurações dos volumes iniciais e finais dos reservatórios, para compor o problema de otimização a ser resolvido pelo modelo proposto, faz-se um ajuste quadrático em que são construídas as curvas de energia consumida pelas bombas em função da vazão bombeada (para cada estação de bombeamento), obtendo, assim, a função objetivo (energia consumida) a ser minimizada para cada subsistema. Esta função objetivo está sujeita às restrições de conservação da massa, limites máximos e mínimos dos volumes reservados e vazões do subsistema. Como resultado, uma política ótima de operação do sistema é fornecida em termos das vazões das estações de bombeamento e níveis dos reservatórios. O modelo foi aplicado ao sistema de abastecimento de Ein Ziv, Israel, que serve uma área de 180 km<sup>2</sup>.

**JOWITT e XU** (1990) desenvolveram um modelo de operação ótima de sistemas de distribuição de água, visando à minimização do volume total de vazamentos através do controle

ótimo de válvulas. O modelo proposto, de características não-lineares, é linearizado através do Método da Teoria Linear e, resolvido por programação linear (PL). A performance do modelo foi demonstrada através de sua aplicação em uma rede com 22 (vinte e dois) nós, 37 (trinta e sete) tubos, 3 (três) reservatórios e 3 (três) válvulas de controle de vazão, em um horizonte de operação de 24 horas, em comparação com uma metodologia não baseada no controle ótimo, mostrando-se muito eficiente.

**BRION e MAYS** (1991) propõem uma metodologia para resolver o problema da operação ótima de estações de bombeamento de sistemas de abastecimento de água baseada em uma estrutura de controle ótimo, na qual a solução ótima do problema é obtida pela interface de um simulador hidráulico com um código de otimização não-linear. O simulador hidráulico é utilizado para resolver as restrições hidráulicas que definem o fenômeno do escoamento, a conservação da massa e da energia. O simulador utilizado pelos autores é o KYPIPE, que fornece os valores de pressões, vazões e níveis dos reservatórios, satisfazendo o conjunto de restrições hidráulicas do sistema. Para a formulação do problema de controle ótimo, uma variante do método das penalidades, o método da Lagrangeana Aumentada, é utilizado para compor um problema reduzido, que é resolvido pelo algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado, através do código GRG2, fornecendo, assim, os períodos de operação das bombas. O modelo computacional recebeu o nome de PMPOPR (Pump Operation), sendo desenvolvido em linguagem FORTRAN 77 e aplicado em uma das zonas de pressão do sistema de abastecimento de Austin, Texas. Foram feitas duas aplicações do modelo, cada uma partindo de uma solução inicial diferente para o período de operação das bombas, conseguindo-se uma redução no custo de bombeamento de 5,2 e 17,3% respectivamente. Os autores alertam que o modelo não garante o ótimo global, entretanto, um ótimo local ou soluções próximas dele são obtidas. Então, torna-se necessário efetuar uma análise de sensibilidade em vários parâmetros do modelo, com a finalidade de se determinar uma combinação que irá nos render o melhor ótimo local. Esta análise de sensibilidade irá variar entre as estações de bombeamento que diferem em tamanho e complexidade.

**JOWITT e GERMANOPOULOS** (1992) desenvolveram um modelo baseado em programação linear (PL) para determinar a programação ótima das operações de bombas, visando à minimização dos custos de bombeamento em um horizonte de operação de 24 horas. O modelo apresentado desacopla a operação das bombas das características não-lineares da rede, através de um conjunto de suposições que dependem de características particulares do sistema, conduzindo, assim, a um conjunto de restrições e função objetivo lineares. A interação da operação das bombas com a rede é feita através de um modelo de simulação de rede em período extensivo, que fornece os valores de vazões, pressões e consumo de energia para uma dada configuração de bombas. Tais valores são utilizados como entrada para o modelo de otimização. O modelo apresentado foi desenvolvido em linguagem FORTRAN 77 e aplicado com sucesso em uma rede existente, o centro de telemetria e telecontrole Bourne End, Inglaterra. O modelo se apresentou satisfatório para implementação em tempo real (on-line) e conduziu a significantes reduções nos custos de bombeamento. Os autores alertam que o conjunto de suposições envolvidas na formulação do problema como linear depende de características particulares de cada sistema, limitando assim a aplicação do modelo.

**ULANICKI et al.** (1993) apresentam uma metodologia baseada na noção de superfície de menor custo para a seleção ótima de bombas, visando à minimização da energia elétrica consumida com as operações de bombeamento. A metodologia apresentada pelos autores é baseada em um conjunto de resultados (vazões, pressões, etc) obtidos por um simulador hidráulico, a partir de um conjunto determinado de configuração de controle, que é elaborado por um engenheiro, trazendo informações de quais bombas estão ligadas ou desligadas (para o caso de bombas de rotação fixa) e/ou as velocidades de operação de cada uma das bombas (para o caso de bombas de rotação variável). Através de uma simples verificação, são eliminados os resultados (da simulação) que violam os limites de pressão do sistema e, a partir de um algoritmo numérico para politopos convexos, é construída a superfície de mínimo custo (que relaciona as vazões de saída dos reservatórios com a potência consumida pelas bombas do sistema), que fornece a configuração ótima de operação das bombas. A metodologia foi aplicada com sucesso em uma parte do sistema de abastecimento da região noroeste de Londres, através do desenvolvimento de um software acoplado ao simulador GINAS5. Os autores apontam como maior limitação da

metodologia o número de configurações que podem ser simuladas e analisadas para um instante de tempo.

**WOOD e REDDY** (1994) propõem uma metodologia de controle ótimo de bombas de rotação variável, tendo como objetivo a minimização dos custos de bombeamento e as fugas na rede em período extensivo (24 horas). A técnica de resolução é baseada em um modelo dual, conectando um simulador hidráulico a um modelo de otimização, onde sua formulação e resolução é feita utilizando-se um algoritmo genético (AG). O algoritmo genético é empregado para gerar um conjunto de variáveis de decisão (níveis dos reservatórios). Com base nestas variáveis, são obtidas as variáveis de estado (vazões e pressões) por meio do simulador hidráulico, que são utilizadas para avaliar a função objetivo e as restrições de contorno (implícitas: limites de pressões nos nós, limites de velocidades nas tubulações, e rotações das bombas; explícitas: limites das variáveis de decisão – nível dos reservatórios). A metodologia foi aplicada a uma rede de distribuição baseada em um setor conhecido como Argentine, da cidade de Kansas, Kansas. Foi assumido pelos autores um custo de eletricidade de U\$ 0,05/kWh entre as 8 horas da noite as 8 horas da manhã e U\$ 0,10/kWh para as demais horas do dia. O rendimento global das bombas foi assumido como constante em 75%. A economia conseguida empregando a metodologia proposta foi da ordem de 7,5%.

**COULBECK** (1994) apresenta cinco software para otimizar o esquema de operação de estações de bombeamento visando à redução dos custos energéticos, levando em conta o tipo e a finalidade das mesmas. Os software apresentados são:

- ✓ GIPADS (Graphical Interactive Pump-source Analysis, Design and Simulation): utilizado para simular o comportamento das bombas e avaliar os custos associados com o modo de operação das mesmas;
- ✓ GINAS (Graphical Interactive Network Analysis and Simulation): utilizado para verificar os esquemas de operação de uma rede através de simulação. O programa possibilita a realização de simulações estáticas (instantâneas) e dinâmicas (período extensivo). O programa também gera o resultado do comportamento hidráulico de todos os componentes da rede, assim como,

os custos de operação das estações de bombeamento e os custos de abastecimento e tratamento da água em pontos de injeção;

- ✓ GIPOS (Graphical Interactive Pump Optimization and Scheduling) e GIMPOS (Graphical Interactive Mult-station Pump Optimization and Scheduling): utilizados para a obtenção do esquema ótimo de operação de estações de bombeamento para alguns sistemas simples;
- ✓ GIPSOC (Graphical Interactive Pump Station Optimization and Control): utilizado para otimizar o esquema de operação e controle de um determinado sistema, provido de vários reservatórios e estações de bombeamento;
- ✓ GIDAP (Graphical Interactive Demand Analysis and Prediction): utilizado para previsão de demandas.

O autor comenta que a efetiva otimização do regime de operação das estações de bombeamento (reduzindo os custos de energia) depende de etapas complementares. A primeira etapa, consiste em realizar uma análise inicial do sistema e seu modo de operação, usualmente com uma previsão a longo prazo, tendo como resultado desta primeira etapa uma conclusão que nos leve à necessidade de remodelação e/ou reabilitação do sistema, nos conduzindo a um sistema mais eficiente e melhor projetado. A segunda etapa, consiste em estudar o regime de operação do sistema (remodelado e/ou reabilitado pela primeira etapa) sobre um previsão a curto prazo, com a finalidade de se obterem menores custos operacionais. Como conclusão óbvia e mais importante, o autor ressalta que o sucesso das técnicas de otimização aplicadas em um sistema real requer a disponibilidade de um conjunto de programas que permitam levar em conta cada uma das etapas descritas. Em seu trabalho, o autor também apresenta um esquema de controle em tempo real de um sistema de abastecimento e distribuição de água com base nos software GIDAP, GIPOS/GIMPOS e GINAS

**ORMSBEE e LANSEY** (1994) em seu trabalho, fizeram uma discussão com base em vinte e dois algoritmos de controle ótimo para bombeamento em sistemas de abastecimento de água. Os autores comentam que, apesar de existirem várias aplicações de técnicas de controle ótimo para bombeamento com sucesso na Eupora e Israel, nos Estados Unidos tais técnicas ainda são muito limitadas. Isso acontece não devido aos problemas de ordem técnica, que podem ser superados, como por exemplo, com a utilização de modelos de calibração de rede e modelos de

previsão de demanda. O grande obstáculo para implementação de tais técnicas não é a falta de ferramentas, mas sim, a vontade das pessoa em utilizarem. Os autores citam que muitos operadores de sistemas têm uma desconfiança intrínseca para com os sistemas de operação automatizados, mostrando-se preocupados com o impacto das políticas ótimas para os consumidores e, principalmente, do impacto da tecnologia sobre a segurança de seus empregos. Tal preocupação mostra a necessidade do trabalho conjunto entre os analistas de sistemas e o pessoal de operação no desenvolvimento e implementação de ambientes particulares de controle. Em muitos casos, os operadores experientes possuem uma valiosa perspicácia para a operação de seus sistemas, mostrando-se importantes para o desenvolvimento de um próspero esquema de controle ótimo. Os autores colocam como análise final que o real desafio do analista de sistema pode não recair no desenvolvimento do mais sofisticado algoritmo computacional, mas sim, no desenvolvimento da mais eficiente estratégia de operação e programas para a sua implementação.

**LANSEY e AWUMAH** (1994) apresentam um modelo para minimizar os custos de energia gasta com bombeamento através da programação ótima da operação das bombas, limitando o número de ocorrências de trocas das bombas. O modelo proposto apresenta um primeiro nível, que é chamado de trabalho de pré-otimização, que, com o auxílio de um simulador hidráulico (KYPIPE), gera as funções da taxa de elevação da superfície dos reservatórios em função da superfície inicial da água nos reservatórios e a energia requerida pelas bombas em função da superfície inicial de água nos reservatórios (através de regressão para cada combinação de bombas). Neste primeiro nível, alguns dados como: curvas características das bombas; curvas de eficiência das bombas; níveis máximo e mínimo de pressões nos nós, além de outras características físicas da rede de distribuição são necessárias. Depois de geradas, as funções são avaliadas por um algoritmo de programação dinâmica (PD). O modelo foi aplicado à zona de pressão NWB da rede de distribuição de água de Austin, Texas, utilizando os dados históricos de Setembro de 1988, apresentando uma economia de 9% nos custos de bombeamento. Foi realizada, também, uma análise de sensibilidade, demonstrando como decisões externas de operação e critérios no modelo de otimização afetam as soluções ótimas.

**ORMSBEE e REDDY** (1995) apresentam um algoritmo otimizador, baseado em técnicas heurísticas, em conjunto com um modelo de simulação de rede (KYPIPE2), para obter a operação ótima das bombas de um sistema de abastecimento (sobre um horizonte de operação de 24 horas, dividido em intervalos discretos de 1 hora), visando à redução dos gastos com energia. O algoritmo inicia gerando randomicamente um conjunto de soluções que é levado ao simulador de rede. As variáveis resultantes da simulação (vazões, pressões, etc) retornam para o modelo de otimização que quantifica a função objetivo (valor da energia gasta com o bombeamento). Esta informação é, então, utilizada para gerar automaticamente um novo conjunto de variáveis de decisão que busca minimizar a função objetivo. Uma vez gerado, este conjunto é novamente levado ao modelo de simulação. Este processo é repetido até que um nível específico de convergência é atingido. O algoritmo foi aplicado para a zona de pressão First High System, Washington, D.C., para dois dias de avaliação, 29 de março de 1986 (inverno) e 11 de junho de 1986 (verão). Para ambos os dias, 100 políticas randômicas de operação foram geradas, e os custos com bombeamento foram reduzidos em 6,8 e 6,9% respectivamente. Embora o processo heurístico não possua a elegância matemática de um algoritmo de otimização mais sofisticado, baseado nos gradientes, a sua simplicidade torna o algoritmo eficiente computacionalmente e com capacidade de gerar múltiplas soluções factíveis.

**PEZESHK e HELWEG** (1996) apresentam uma metodologia desenvolvida para a Memphis Light, Gas and Water (MLGW), a companhia de água de Memphis, Tennessee., o ASA (Adaptive Search Algorithm), para minimizar os custos de bombeamento de água. O ASA é um algoritmo de busca que se diferencia do algoritmo genético (AG) e de outros métodos pela estratégia de busca, pois, o ASA utiliza as características do sistema para gerar e melhorar suas soluções, de modo que, em cada iteração, uma melhoria é garantida, não sendo somente uma solução quase-randômica. O ASA utiliza o simulador KYPIPE para calcular as vazões e pressões. As variáveis de decisão do ASA são liga/desliga (para todas as bombas) e as rotações (para o caso de bombas com rotação variável). O ASA primeiro troca todas as bombas trabalhando com as opções on e off até que as restrições do sistema sejam satisfeitas. No estágio final, o programa também pode mudar as rotações para o caso de bombas com rotação variável. O ASA foi aplicado pela MLGW no sistema de distribuição de água de Memphis, mostrando uma grande

promessa na redução dos custos de bombeamento. A principal desvantagem do ASA é que ele não garante o ótimo global devido à não convexidade da função objetivo, mas, em contrapartida, as soluções geradas pelo programas são rápidas, permitindo sua utilização em tempo real (on-line).

**NITIVATTANAMON *et al.*** (1996) apresentam o desenvolvimento e a aplicação de um modelo de otimização cujo objetivo é minimizar os custos de bombeamento, satisfazendo os demais requisitos do sistema em tempo real (on-line). Baseado em uma formulação de programação dinâmica (PD) e, utilizando a otimização progressiva (OP) para resolvê-lo, o modelo decompõe o sistema em vários subsistemas e o período de planejamento mensal em períodos diários de operação. O modelo foi verificado pela aplicação de um software desenvolvido para o sistema de abastecimento de água da cidade de Pittsburgh, Pennsylvania, o OPWAD (Optimization of Pump Operation in Water Distribution System), desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Pittsburgh, contratado pelo Departamento de Serviços Gerais da cidade de Pittsburgh. Uma simulação realizada em parte do sistema mostrou que a solução ótima poderia trazer uma economia de 20% no custo total anual. A economia variou de 5,1 a 24,1% em diferentes estações de bombeamento.

**VENTURINI** (1997) apresenta uma metodologia para reduzir as vazões bombeadas, baseada na programação linear (PL), o Método Simplex de **DANTZIG** (1963), utilizando o software MINOS, Versão 5.1, em conjunto com um algoritmo iterativo para contornar a não-linearidade do sistema. A metodologia visa à redução das vazões bombeadas satisfazendo as restrições de conservação da massa, conservação da energia e a manutenção dos níveis máximos e mínimos de pressões e velocidades na rede, para um dado padrão de demanda, considerando as bombas com rotação fixa. O modelo foi testado em uma rede hipotética para um intervalo de tempo do horizonte de operação.

**REIS *et al.*** (1997) apresentam um modelo de operação ótima de sistemas de distribuição de água baseado na locação de válvulas controladoras de vazão, tendo como objetivo a redução dos vazamentos para um determinado padrão de demanda e níveis dos reservatórios. A

estrutura do modelo proposto é composta por um algoritmo genético (AG) fazendo a interface com um algoritmo matemático de programação linear (PL) baseado em JOWITT e XU (1990). O algoritmo genético tem a finalidade de gerar uma população com várias combinações (locações) de válvulas no sistema, que é avaliada pelo algoritmo de programação linear, que tem finalidade de obter o ajuste (volume total de vazamento) de cada combinação de válvulas e os seus modos de operação. Se a população gerada inicialmente não obedecer a um critério de convergência (o mínimo vazamento obtido do modelo de JOWITT e XU, 1990), uma nova população é gerada com base na anterior, e o processo é repetido até que haja a convergência. O modelo foi aplicado à rede estudada previamente por JOWITT e XU (1990) mostrando que boas soluções podem ser obtidas com um número pequeno de gerações.

**VAIRAVAMOOORTHY e LUMBERS** (1998) apresentam um modelo de operação ótima de sistemas de distribuição de água visando à redução dos vazamentos, com base no controle ótimo das válvulas em um horizonte de 24 horas. O modelo proposto, de características não-lineares, é resolvido pelo Método de Programação Quadrática Seqüencial (PQS). Os autores compararam duas funções objetivo distintas: (a) minimização do volume total de vazamento; (b) minimização das diferenças quadráticas dos níveis de pressões nos nós da rede. A performance do modelo foi demonstrada através de sua aplicação na rede estudada previamente por JOWITT e XU (1990), em que a metodologia baseada na minimização das diferenças quadráticas dos níveis de pressões nos nós da rede conduziu a menores níveis de vazamento.

**BORTONI et al.** (1998) realizaram um estudo comparativo entre bombas operadas com válvula controladora de vazão e variação de rotação, com relação à conservação de energia em instalações de bombeamento. O conjunto motor-bomba, estudado pelos autores, pertence ao circuito de ensaios do Laboratório Hidromecânico para Pequenas Centrais Hidrelétricas (LHPCH) da EFEI – Escola Federal de Engenharia de Itajubá. A variação da rotação do conjunto foi realizada através de um acoplamento hidrocinético. Para efeito de cálculo, os autores utilizaram uma curva de demanda, simulando as oscilações diárias às quais os sistemas de bombeamento urbanos estão sujeitos. Os resultados obtidos indicaram que a bomba operada através de variações em sua rotação conduziu a uma redução de 10,8% da energia consumida, quando

comparada à bomba operada através de válvula controladora de vazão. Os autores citam que a análise energética não é suficiente para justificar o investimento na utilização de equipamentos que proporcionem a variação da rotação em conjuntos motor-bomba. Sendo assim, torna-se necessária uma visão econômica que contemple outros tipos de acionamentos de rotação variável, diminuindo riscos e incertezas, aumentando a confiabilidade do investimento. Por fim, os autores recomendam uma análise quanto à influência da alteração do rendimento da bomba e do motor elétrico ao se variar a rotação do conjunto (o que não foi abordado no estudo). Também comentam, que o controle de bombas através de válvulas controladoras de vazão pode constituir uma melhor solução econômica quando a redução do consumo de energia proporcionada pelo equipamento de rotação variável não for significativa.

**BARBOSA *et al.*** (1999) apresentam a aplicação de um algoritmo de programação linear (PL) ao conjunto de equações de uma rede hidráulica, construído sobre a estrutura do Método da Teoria Linear (**WOOD e CHARLES**, 1972). Os software de programação linear utilizados foram o MINOS (Modular In-Core Nonlinear Optimization System), Versão 5.1, da Universidade de Stanford, e o LINDO (Linear Interactive and Discrete Optimizer) da Lindo Systems Inc.. Foram estudadas três redes hipotéticas distintas. Para todas as redes, primeiramente foram obtidas as soluções por métodos não otimizantes (Hardy-Cross e o Método da Teoria Linear), pois, a princípio, as redes representavam sistemas possíveis e determinados. Em uma segunda etapa, foram introduzidas variáveis que tornaram os sistemas de equações, que representavam as redes, em sistemas possíveis, determinados e com múltiplas soluções, procedendo-se, assim, a uma análise otimizada. As constantes necessárias para o equacionamento dos problemas otimizados foram obtidas através do Método da Teoria Linear, baseado nos dados físicos das redes hidráulicas. Com base nesta formulação, foi desenvolvido um programa em PASCAL que prepara os arquivos de entrada para os otimizadores utilizados. A metodologia apresentada permite a análise de redes hidráulicas visando ao interesse de projeto e operação. A flexibilidade de adaptação a diferentes topologias de rede, cenários de demanda, bem como, o potencial de análise fornecido pelo exame dos resultados ótimos, caracterizam as principais vantagens da modelagem apresentada.

**FANCATO e BARBOSA** (1999) desenvolveram uma metodologia de obtenção da operação ótima de uma rede de distribuição de água em período extensivo (24 horas), tendo como objetivo a minimização dos gastos com energia elétrica através da minimização das vazões bombeadas. A metodologia proposta pelos autores tem como base a utilização de um algoritmo programação linear (PL) baseado no Método Simplex de **DANTZIG** (1963), que utiliza o software MINOS, Versão 5.1, em conjunto com um procedimento iterativo, que tem a finalidade de contornar as não-linearidades presentes nas equações que regem o sistema e, calcular o fator de atrito pela expressão de Colebrook-White. A metodologia foi aplicada a uma rede hipotética de pequeno porte estudada por **VENTURINI** (1997), visando à minimização das vazões bombeadas com a satisfação de todas as restrições operacionais. Os resultados permitiram analisar os comportamentos das vazões, pressões, rotação da bomba do booster e, aberturas das válvulas ao longo de um horizonte de 24 horas. Além disso, a utilização do procedimento iterativo mostrou-se eficiente e convergente, demonstrando, assim, ser possível a aplicação da programação linear.

**SANTANA** (1999) desenvolveu uma modelo de otimização para a operação de sistemas de distribuição de água abastecidos por múltiplas estações de bombeamento e múltiplos reservatórios de regularização, baseado em um problema de programação não-linear (PNL) mista. O algoritmo geral de solução do modelo possui diversos níveis de otimização que interagem entre si, fornecendo informações para a melhoria das soluções. As variáveis de decisão do modelo são, o número de bombas operando em paralelo e o nível de água dos reservatórios, para cada intervalo de tempo ao longo do horizonte de operação (24 horas). O primeiro passo para a resolução do problema conta com a utilização de um algoritmo de ramificação e avaliação, baseado no método Branch and Bound, uma técnica heurística para se obter uma solução inteira para o número de bombas em operação. No passo seguinte, o modelo compõe um problema penalizado utilizando a técnica da Lagrangeana Aumentada, em que somente as restrições de violação de limites são penalizadas e incorporadas à função objetivo. Com isso, tem-se caracterizado um problema não linear restrito que é resolvido pelo algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado. Para aplicação do modelo, o autor desenvolveu um software em ambiente Windows, o OtimizaRede. O autor alerta quanto ao uso da técnica de penalização, pois

a adoção de elevados parâmetros de penalização inicial tendem a gerar uma solução factível mais rápida, porém de alto custo. Como ferramenta de apoio à decisão, o modelo se mostrou valioso e perfeitamente viável a uma aplicação de controle em tempo real (on-line), encontrando a solução ótima em um tempo compatível com o tempo de resposta necessário a uma decisão deste tipo.

**SAKARYA e MAYS** (2000) desenvolveram um modelo para a determinação da programação ótima de operação das bombas de um sistema de distribuição de água, para um horizonte de operação pré-definido, satisfazendo as restrições hidráulicas e de qualidade da água. A metodologia de solução do modelo é baseada na interface de um código de otimização e um simulador hidráulico. O simulador hidráulico utilizado é o EPANET, que tem a finalidade de resolver as restrições hidráulicas e de qualidade da água, fornecendo as variáveis de estado do problema (pressão, vazão, etc). O código de otimização utilizado é o GRG2 (Gradiente Reduzido Generalizado), que fornece os tempos de operação das bombas (variáveis de controle) através da solução de um problema de otimização não-linear irrestrito, composto através de uma variante dos métodos das penalidades, a Lagrangeana Aumentada. O modelo proposto foi aplicado a uma rede hipotética com dois reservatórios, uma bomba e vinte e seis tubos. A tarifa energética e o rendimento para as bombas foram assumidos constantes em U\$ 0,07/kWh e 75%, respectivamente. O horizonte de operação adotado foi de 12 dias, com intervalos discretos de 1 hora. Três funções objetivo foram avaliadas: (a) minimização do desvio da concentração atual de um produto particular com relação à concentração desejada; (b) minimização do tempo de operação das bombas; (c) minimização do custo total de energia consumida. Os autores procederam a uma análise de sensibilidade do modelo quanto aos valores dos multiplicadores de Lagrange e das penalidades adotadas para a Lagrangeana Aumentada. Observada a influência direta de tais valores na obtenção dos ótimos locais e no número de chamada do simulador hidráulico. Os autores citam como uma desvantagem do modelo, que a solução ótima encontrada pode resultar em curtos períodos de operação ou em excessivos liga/desliga para as bombas, o que seria inaceitável em termos práticos. Como solução, é recomendada a adoção de regras operacionais, o que implicaria na transformação do modelo em uma programação não-linear inteira mista.

**ALMEIDA et al.** (2000) apresentam uma comparação entre as políticas operacionais fornecidas por dois modelos hidráulicos de otimização determinística (em período extensivo), que visam à redução do consumo de energia elétrica através da minimização das vazões bombeadas por uma estação tipo booster (composta por uma bomba de rotação variável). Os modelos hidráulicos analisados pelos autores foram: (a) um modelo de programação linear (PL), discretizado em intervalos horários, com a perda de carga calculada pela fórmula universal; (b) um modelo de programação não-linear (PNL), discretizado em intervalos de 3 horas, com a perda de carga calculada pela fórmula empírica de Hazen-Williams. O modelo de programação linear é resolvido através de um procedimento iterativo (que tem a finalidade de contornar as não-linearidades do problema) acoplado ao solver MINOS, Versão 5.1, que utiliza do Método Simplex. Já o modelo de programação não-linear foi resolvido através da interface do software GAMS com o solver CONOPT, que utiliza o algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado. Os modelos foram aplicados a uma rede hipotética de pequeno porte estudada por VENTURINI (1997). Como resultado, o modelo de programação não-linear se apresentou como mais eficiente, conduzindo a uma redução de aproximadamente 19% no consumo de energia. Os autores também comentam a possibilidade da aplicação dos modelos para redes de maior porte e operações em tempo real, devido aos pequenos tempos computacionais envolvidos nos processos.

# CAPÍTULO 9

---

## FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OPERAÇÃO ÓTIMA

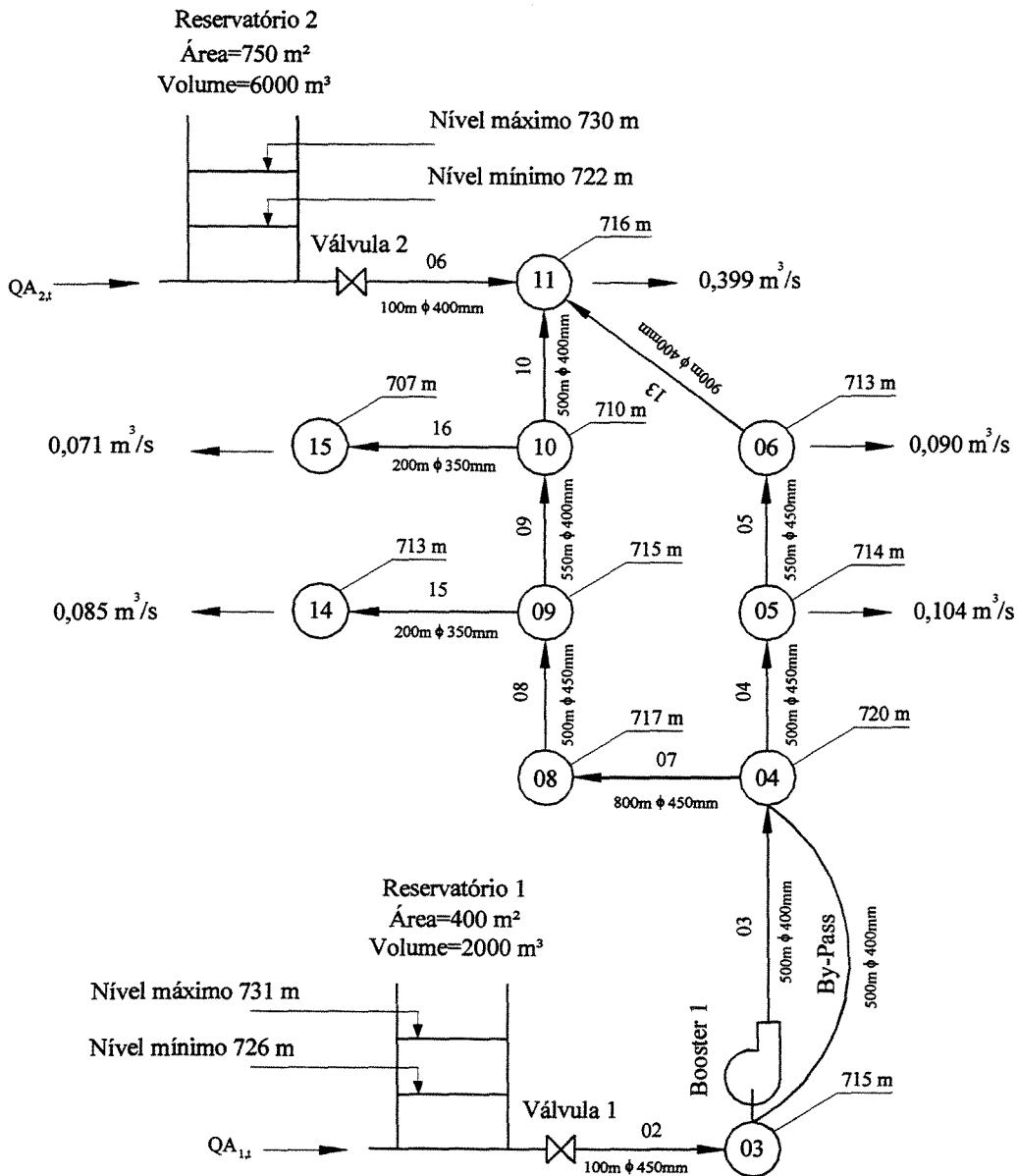
### 9.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O modelo hidráulico de otimização da operação de um sistema de abastecimento de água está estruturado na forma clássica dos problemas de otimização determinística restrita, possuindo duas partes essenciais: função objetivo e conjunto de restrições.

A função objetivo representa o critério de performance do sistema que pode admitir uma série de formulações em função do contexto em que o sistema se encontra inserido. O conjunto de restrições, composto por equações e/ou inequações matemáticas, define a operação do sistema e de seus elementos, sendo composto pelas seguintes relações: (a) conservação da massa; (b) conservação da energia; (c) regime de operação dos elementos do sistema (válvulas, bombas, reservatórios, etc); (d) limitações operacionais do sistema e de seus elementos (limitação das velocidades na rede, das pressões, das aberturas das válvulas, dos níveis dos reservatórios, etc).

Sem perda de generalidade, para a apresentação da metodologia utilizada na otimização da operação de uma rede de distribuição de água, será tomada a rede hipotética de pequeno porte

estudada por VENTURINI (1997), com algumas alterações, cuja topologia é mostrada na Figura 9.1.



**Figura 9.1 - Topologia da rede de distribuição.**

A rede possui dois reservatórios de montante que são alimentados por uma ETA (Estação de Tratamento de Água) com as respectivas vazões  $QA_{1,t}$  e  $QA_{2,t}$  fixas para cada

período de tempo ao longo do horizonte de operação (política de operação pré-definida da ETA). Ambos os reservatórios possuem válvulas controladoras de vazão (do tipo borboleta) em suas saídas. Nos nós 5, 6, 11, 14 e 15 existem vazões de demanda (médias diárias) que sofrem variações ao longo do horizonte de operação, seguindo uma mesma curva neutra (curva de demanda). Os coeficientes da curva neutra são multiplicadores das vazões médias diárias, resultando nas vazões horárias.

A rede também apresenta uma estação de bombeamento tipo booster que visa garantir pressões operacionais através de uma bomba de rotação variável. Paralela a estação tipo booster existe um By-Pass, com as mesmas características do trecho em que a bomba se encontra instalada, através do qual ocorre o escoamento, quando a bomba do Booster 1 é eventualmente desligada.

## 9.2. FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo ( $F$ ) expressa um objetivo operacional a ser alcançado, como por exemplo: a minimização da vazão bombeada, minimização da potência de eixo da bomba, minimização dos déficits de vazão ou pressão, etc. Sempre calculada de forma acumulativa para todos os períodos de tempo ( $t$ ) do horizonte de operação (NP).

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{t=1}^{NP} F_t \quad \dots(9.1)$$

No presente trabalho, duas funções objetivo serão utilizadas:

- ✓ Minimização da vazão bombeada (função linear):

$$\text{Minimizar} \quad \left[ \sum_{t=1}^{NP} QT_{j,t} \right]_{b, j \in B_b} \quad b = 1, NB \quad \dots(9.2)$$

- ✓ Minimização da potência de eixo (função não linear):

$$\text{Minimizar} \quad \left[ \sum_{t=1}^{NP} \frac{9,8 \cdot QT_{j,t} \cdot HMB_{b,t}}{\eta_{b,t}} \cdot X_{b,t} \right]_{b, j \in B_b} \quad b = 1, NB \quad ... (9.3)$$

A variável  $X_{b,t}$  é do tipo binária (0 ou 1) e indica se a bomba  $b$  está ligada, ou não, durante um determinado período de tempo  $t$  do horizonte de operação (NP). Neste caso a bomba é considerada ligada para  $X = 1$  e desligada para  $X = 0$ .

Com as funções objetivo representadas pelas Equações 9.2 e 9.3, pretende-se à redução dos custos operacionais associados ao bombeamento de água.

### 9.3. RESTRIÇÕES

#### 9.3.1. CONSERVAÇÃO DA MASSA NOS NÓS DA REDE

Esta restrição estabelece para cada nó da rede a igualdade entre as vazões dos trechos ( $QT$ ) que convergem e divergem do mesmo nó, para cada período de tempo ( $t$ ) ao longo de todo o horizonte de operação (NP). Neste conjunto também estão presentes as vazões de demanda ( $QD$ ) sujeitas às variações dos coeficientes de sua curva neutra ( $CD$ ). As vazões convergentes são representadas com sinal positivo, e as divergentes com sinal negativo.

$$\left[ \sum_{j \in I_i} QT_{j,t} = QD_{i,t} \cdot CD_{i,t} \right]_{i,t} \quad t = 1, NP; i = 1, NN \quad ... (9.4)$$

#### 9.3.2. CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

Esta restrição garante que a soma das perdas de carga para cada anel da rede, seja nula para cada período de tempo ( $t$ ) ao longo de todo o horizonte de operação (NP). Isso é conseguido,

aplicando-se a Equação 9.5 para todos os trechos de todos os anéis da rede. A Equação 9.5 representa o Teorema de Bernoulli aplicado para cada trecho da rede, em que a soma da pressão da cota geométrica do nó de montante do trecho ( $P_i$  e  $CG_i$ ) é igual à soma da pressão e da cota geométrica do nó de jusante ( $P_{i+1}$  e  $CG_{i+1}$ ) mais a perda de carga distribuída que ocorre ao longo do trecho, sendo a perda quantificada pela equação empírica de Hazen-Williams.

$$\left[ P_{i,t} + CG_i = P_{i+1,t} + CG_{i+1} + 10,65 \cdot \frac{QT_{j,t} \cdot |QT_{j,t}|^{0,85}}{C_j^{1,85} \cdot D_j^{4,87}} \cdot L_j \right]_{j \in J_j, i \in T_j, t} \quad \dots(9.5)$$

$$t = 1, NP$$

Para os trechos que apresentam válvulas controladoras de vazão, na Equação 5 deve ser introduzida a perda de carga localizada de tal válvula (PV), passando esta a ser escrita como:

$$\left[ P_{i,t} + CG_i = P_{i+1,t} + CG_{i+1} + 10,65 \cdot \frac{QT_{j,t} \cdot |QT_{j,t}|^{0,85}}{C_j^{1,85} \cdot D_j^{4,87}} \cdot L_j + PV_{v,t} \right]_{v, j \in V_v, i \in T_j, t} \quad \dots(9.6)$$

$$t = 1, NP; v = 1, NV$$

Para os trechos que apresentam bombas, na Equação 5 deve ser introduzida a altura manométrica da bomba (HMB) multiplicada pela variável binária X que representa a situação de operação (0 para a bomba desligada e 1 para ligada), simulando o escoamento através do By-Pass. Para este caso a Equação 5 é escrita como:

$$\left[ P_{i,t} + CG_i = P_{i+1,t} + CG_{i+1} + 10,65 \cdot \frac{QT_{j,t} \cdot |QT_{j,t}|^{0,85}}{C_j^{1,85} \cdot D_j^{4,87}} \cdot L_j - HMB_{b,t} \cdot X_{b,t} \right]_{b, j \in B_b, i \in T_j, t} \quad \dots(9.7)$$

$$t = 1, NP; b = 1, NB$$

Como pode ser observado nas Equações 9.5 a 9.7, a perda de carga para cada trecho da rede é calculada pela fórmula empírica de Hazen-Williams. O artifício  $QT_{j,t} \cdot |QT_{j,t}|^{0,85}$  é utilizado para considerar o sentido do escoamento, garantindo a possibilidade de representar a reversão do fluxo. Para os trechos que apresentarem bombas, a vazão será considerada como irreversível e positiva, isto é, não será permitida a reversão do fluxo, o que faria com que as bombas trabalhassem como turbinas. Então, para tais trechos, a perda de carga é calculada sem o auxílio do artifício da função módulo, simplesmente utilizando  $QT_{j,t}^{1,85}$ .

### 9.3.3. ALTURA MANOMÉTRICA DAS BOMBAS

Esta restrição define a forma de cálculo das alturas manométricas das bombas (HMB) para cada período de tempo ( $t$ ) ao logo de todo o horizonte de operação (NP). Em função do tipo de bomba utilizada, temos dois tipos de restrições:

- ✓ Para bombas com rotação variável:

$$\left[ HMB_{b,t} = C_{0_b} \cdot \left( \frac{N_{b,t}}{N_{n_b}} \right)^2 + C_{1_b} \cdot QT_{j,t} \cdot \left( \frac{N_{b,t}}{N_{n_b}} \right) + C_{2_b} \cdot QT_{j,t}^{1,85} \right]_{b,j \in B_b, t} \quad t = 1, NP; b = 1, NB \quad ... (9.8)$$

- ✓ Para bombas com rotação fixa:

$$[ HMB_{b,t} = C_{0_b} + C_{1_b} \cdot QT_{j,t} + C_{2_b} \cdot QT_{j,t}^{1,85} ]_{b,j \in B_b, t} \quad t = 1, NP; b = 1, NB \quad ... (9.9)$$

### 9.3.4. RENDIMENTO HIDRÁULICO DAS BOMBAS

Esta restrição define o cálculo do rendimento hidráulico ( $\eta$ ) das bombas para cada período de tempo ( $t$ ) ao logo de todo o horizonte de operação (NP). Em função do tipo de bomba utilizada, temos dois tipos de restrições:

- ✓ Para bombas com rotação variável:

$$\left[ \eta_{b,t} = -C_{3_b} \cdot \left( \frac{N_{n_b}}{N_{b,t}} \right)^2 \cdot QT_{j,t}^2 + C_{4_b} \cdot QT_{j,t} \cdot \left( \frac{N_{n_b}}{N_{b,t}} \right) \right]_{b,j \in B_{b,t}} \quad t = 1, NP; b = 1, NB \quad ... (9.10)$$

- ✓ Para bombas com rotação fixa:

$$[ \eta_{b,t} = -C_{3_b} \cdot QT_{j,t}^2 + C_{4_b} \cdot QT_{j,t} ]_{b,j \in B_{b,t}} \quad t = 1, NP; b = 1, NB \quad ... (9.11)$$

### 9.3.5. PERDAS DE CARGA LOCALIZADA DAS VÁLVULAS CONTROLADORAS DE VAZÃO

Esta restrição define o cálculo das perdas de carga localizada das válvulas controladoras de vazão (PV) para cada período de tempo (t) ao longo de todo o horizonte de operação (NP).

$$\left[ PV_{v,t} = Ks_{v,t} \cdot \frac{8 \cdot |QT_{j,t}| \cdot QT_{j,t}}{g \cdot \pi^2 \cdot D_j^4} \right]_{v,j \in V_{v,t}} \quad t = 1, NP; v = 1, NV \quad ... (9.12)$$

onde o coeficiente de perda de carga (Ks) pode ser expresso como uma função da área reduzida ( $A_R$ ) ou da abertura geométrica ( $A_0$ ) da válvula.

### 9.3.6. REGIME DE OPERAÇÃO DOS RESERVATÓRIOS

Esta restrição fornece as variações das cargas dos reservatórios (HR) para cada período de tempo (t) ao longo de todo o horizonte de operação (NP), através de uma relação entre as vazões aduzidas (QA) e liberadas para os trechos da rede (QT) em cada período de tempo.

$$\left[ HR_{k,t+1} = HR_{k,t} + (QA_{k,t} - QT_{j,t}) \cdot \frac{\Delta t}{SB_k} \right]_{k,j \in K_{k,t}} \quad t = 1, NP; k = 1, NR \quad ... (9.13)$$

Como pode ser observado na Equação 9.12 existe uma conexão temporal entre períodos de tempo adjacentes, possibilitando, assim, uma análise em período extensivo para o modelo de otimização.

### 9.3.7. RECUPERAÇÃO DO NÍVEL DOS RESERVATÓRIOS

Esta restrição visa à recuperação do nível de água dos reservatórios no final do horizonte de operação, isto é, o nível de água no final do horizonte deverá ser igual ao nível no início deste. Este é um modo de garantir a continuidade operacional entre horizontes adjacentes e um possível ciclo de renovação diário da água armazenada nos reservatórios (SANTANA, 1999).

$$[ HR_{k,NP+1} = HR_{k,1} ]_k \quad k = 1, NR \quad ... (9.14)$$

### 9.3.8. MANUTENÇÃO DAS CARGAS DOS RESERVATÓRIOS ENTRE VALORES LIMITES

Esta restrição visa manter as cargas dos reservatórios (HR) entre seus limites máximos e mínimos para cada período de tempo (t) ao longo de todo o horizonte de operação (NP), evitando que os níveis desçam abaixo de seus volumes estratégicos, ou subam acima de suas capacidades máximas, provocando extravasamento.

$$[ HR_{\min_k} \leq HR_{k,t} \leq HR_{\max_k} ]_{k,t} \quad t = 1, NP; k = 1, NR \quad ... (9.15)$$

### 9.3.9. MANUTENÇÃO DAS PRESSÕES ENTRE VALORES LIMITES

Esta restrição visa manter as pressões (P) entre limites máximo e mínimo para cada período de tempo (t) ao longo de todo o horizonte de operação (NP), garantindo o alcance dos pontos de armazenamento, ou evitando possíveis rompimentos e/ou vazamentos na rede.

$$\left[ P_{\min} \leq P_{i,t} \leq P_{\max} \right]_{i,t} \quad t = 1, NP; i = 1, NN \quad ... (9.16)$$

### 9.3.10. MANUTENÇÃO DAS VELOCIDADES ENTRE VALORES LIMITES

Esta restrição visa manter as velocidades em cada trecho da rede entre limites máximo e mínimo para cada período de tempo (t) ao longo de todo o horizonte de operação (NP), evitando problemas de sedimentação ou erosão e perdas de carga elevadas.

$$\left[ v_{\min} \cdot \frac{\pi \cdot D_j^2}{4} \leq Q T_{j,t} \leq v_{\max} \cdot \frac{\pi \cdot D_j^2}{4} \right]_{j,t} \quad t = 1, NP; j = 1, NT \quad ... (9.17)$$

### 9.3.11. MANUTENÇÃO DAS ROTAÇÕES DAS BOMBAS ENTRE VALORES LIMITES

Esta restrição visa manter as rotações (N) das bombas entre valores máximos e mínimos para cada período de tempo (t) ao longo de todo o horizonte de operação (NP).

$$\left[ N_{\min_b} \leq N_{b,t} \leq N_{\max_b} \right]_{b,t} \quad t = 1, NP; b = 1, NB \quad ... (9.18)$$

### **9.3.12. MANUTENÇÃO DAS CARGAS FORNECIDAS PELAS BOMBAS ENTRE VALORES LIMITES**

Esta restrição visa manter as cargas fornecidas pelas bombas (HMB) entre valores máximos e mínimos para cada período de tempo ( $t$ ) ao longo de todo o horizonte de operação (NP).

$$[ HMB_{\min_b} \leq HMB_{b,t} \leq HMB_{\max_b} ]_{b,t} \quad t = 1, NP; b = 1, NB \quad ... (9.19)$$

### **9.3.13. MANUTENÇÃO DOS RENDIMENTOS HIDRÁULICOS DAS BOMBAS ACIMA DE VALORES MÍNIMOS**

Esta restrição visa manter os rendimentos hidráulicos ( $\eta$ ) das bombas acima de valores mínimos para cada período de tempo ( $t$ ) ao longo de todo o horizonte de operação (NP).

$$[ \eta_{\min_b} \leq \eta_{b,t} ]_{b,t} \quad t = 1, NP; b = 1, NB \quad ... (9.20)$$

### **9.3.14. LIMITAÇÃO DAS ÁREAS REDUZIDAS OU DAS ABERTURAS GEOMÉTRICAS DAS VÁLVULAS CONTROLADORAS DE VAZÃO ENTRE LIMITES OPERACIONAIS**

Esta restrição tem a finalidade de limitar as áreas reduzidas ( $A_R$ ) ou as aberturas geométricas ( $A_0$ ) das válvulas controladoras de vazão entre seus limites operacionais máximos e mínimos, para cada período de tempo ( $t$ ) ao longo de todo horizonte de operação (NP), pois os coeficientes de perda de carga localizada das válvulas ( $K_s$ ) são obtidos em função das áreas reduzidas ou das aberturas geométricas das válvulas. Assim, são evitadas possíveis complicações numéricas durante a rotina de otimização.

$$[ A_{R\min_v} \leq A_{Rv,t} \leq A_{R\max_v} ]_{v,t} \quad t = 1, NP; v = 1, NV \quad ... (9.21)$$

ou

$$[ A_{0\min_v} \leq A_{0v,t} \leq A_{0\max_v} ]_{v,t} \quad t = 1, NP; v = 1, NV \quad ... (9.22)$$

onde:

$A_{0v,t}$	Abertura geométrica da válvula v no período de tempo t
$A_{0\min_v}$	Abertura geométrica operacional mínima da válvula v;
$A_{0\max_v}$	Abertura geométrica operacional máxima da válvula v;
$A_{Rv,t}$	Área reduzida da válvula v no período de tempo t;
$A_{R\min_v}$	Área reduzida operacional mínima da válvula v;
$A_{R\max_v}$	Área reduzida operacional máxima da válvula v;
b	Índice das bombas utilizadas na rede;
$B_b$	Conjunto correspondente aos índices dos trechos da rede que possuem bomba b;
$C_j$	Coeficiente de Hazen-Williams para o trecho j;
$C_{0b}$	Constante da curva de carga da bomba b;
$C_{1b}$	Constante da curva de carga da bomba b;
$C_{2b}$	Constante da curva de carga da bomba b;
$C_{3b}$	Constante da curva de rendimento da bomba b;
$C_{4b}$	Constante da curva de rendimento da bomba b;
$CD_{i,t}$	Coeficiente da curva neutra associada ao nó i da rede no período de tempo t;
$CG_i$	Cota geométrica do nó i da rede (m);
$CG_{i+1}$	Cota geométrica do nó a jusante do nó i da rede (m);

---

$D_j$	Diâmetro do trecho j da rede (m);
$F_t$	Função objetivo calculada no período de tempo t;
$g$	Aceleração da gravidade ( $m/s^2$ );
$HMB_{b,t}$	Altura manométrica fornecida pela bomba b no período de tempo t (mca);
$HMB_{\min_b}$	Altura manométrica mínima fornecida pela bomba b (mca);
$HMB_{\max_b}$	Altura manométrica máxima fornecida pela bomba b (mca);
$HR_{k,t}$	Carga no reservatório k no período de tempo t (m);
$HR_{\min_k}$	Carga mínima no reservatório k (m);
$HR_{\max_k}$	Carga máxima no reservatório k (m);
$i$	Índice dos nós da rede;
$I_i$	Conjunto correspondente aos índices dos trechos da rede que tenham origem ou destino no nó i;
$j$	Índice dos trechos da rede;
$J_j$	Conjunto correspondente aos índices dos trechos da rede que não possuem bombas e nem válvulas controladoras de vazão;
$k$	Índice dos reservatórios da rede;
$K_k$	Conjunto correspondente aos índices dos trechos da rede que estão conectados ao reservatório k;
$Ks_{v,t}$	Coeficiente de perda de carga localizada para a válvula v no período de tempo t;
$L_j$	Comprimento do trecho j da rede (m);
$N_{b,t}$	Rotação da bomba b no período de tempo t (rpm);
$N_{n_b}$	Rotação normal da bomba b (rpm);
$N_{\min_b}$	Rotação mínima da bomba b (rpm);
$N_{\max_b}$	Rotação máxima da bomba b (rpm);
$NB$	Número de bombas da rede;

---

NN	Número de nós da rede;
NP	Horizonte de operação (24 horas);
NR	Número de reservatórios das rede;
NT	Número de trechos da rede;
NV	Número de válvulas controladoras de vazão na rede;
$P_{i,t}$	Pressão no nó i da rede no período de tempo t (mca);
$P_{i+1,t}$	Pressão no nó a jusante do nó i da rede no período de tempo t (mca);
$P_{\min}$	Pressão dinâmica mínima na rede (mca);
$P_{\max}$	Pressão estática máxima na rede (mca);
$PV_{v,t}$	Perda de carga na válvula controladora de vazão v no período de tempo t (m);
$QA_{k,t}$	Vazão aduzida para o reservatório k no período de tempo t ( $m^3/s$ );
$QD_{i,t}$	Vazão de demanda média diária no nó i da rede no período de tempo t ( $m^3/s$ );
$QT_{j,t}$	Vazão no trecho j da rede no período de tempo t ( $m^3/s$ );
$SB_k$	Área da base do reservatório k ( $m^2$ );
t	Índice do número de períodos de tempo do horizonte de operação de 24 horas;
$T_j$	Conjunto correspondente aos índices dos nós que pertençam ao trecho j da rede;
v	Índice das válvulas controladoras de vazão da rede;
$v_{\min}$	Velocidade mínima na rede (m/s);
$v_{\max}$	Velocidade máxima na rede (m/s);
$V_v$	Conjunto correspondente aos índices dos trechos da rede que possuem válvula v;
$X_{b,t}$	Variável binária que indica se a bomba está ligada (1) ou não (0) durante período de tempo t;
$\Delta t$	Tempo em segundos de um período de tempo t;
$\eta_{b,t}$	Rendimento hidráulico da bomba b no período de tempo t (%);
$\eta_{\min_b}$	Rendimento hidráulico mínimo da bomba b.

O modelo hidráulico de otimização da operação da rede pode ser representado pelas Equações 9.2 a 9.22. Tal conjunto de equações mostra que o problema de otimização da operação de uma rede de distribuição de água, é um problema de programação não-linear inteira mista, determinística e não diferenciável de grande escala.

As variáveis de decisão do modelo proposto são:

- ✓ Vazões nos trechos;
- ✓ Pressões nos nós da rede;
- ✓ Vazão, altura manométrica, rotação, rendimento hidráulico e condição operacional (liga/desliga) da(s) bomba(s);
- ✓ Cargas nos reservatórios;
- ✓ Abertura geométrica ou área reduzida da(s) válvula(s).

Estas variáveis de decisão, são obtidas para cada período de tempo ( $t$ ) que compõem o horizonte de operação ( $NP$ ).

Como pode ser observado através da formulação matemática descrita anteriormente, a vantagem evidente deste modelo, é que ele vê todo o horizonte de operação, pois todas as relações matemáticas que definem o escoamento na rede e as condições operacionais do sistema, para cada período de tempo do horizonte de operação, são escritas dentro do modelo como um único bloco de restrições. Isso possibilita que o modelo tome as decisões operacionais em um determinado período com base em todo o horizonte de operação, evitando, assim, a chamada miopia, que é muito comum em modelos iterativos que otimizam apenas um período isolado de tempo do horizonte, utilizando os resultados obtidos para iniciar a otimização do próximo período. Em contraposição a tal vantagem, surge o crescimento demasiado do modelo, pois à medida que se vão incorporando todas as relações matemáticas que definem o escoamento na rede e as condições operacionais do sistema, para cada período de tempo do horizonte de operação, o número de equações e variáveis do modelo cresce muito. Um outro fator agravante

para o crescimento do número de equações e variáveis do modelo, é a topologia da rede. Fica claro que, para redes com topologia mais complexa, isto é, redes com grande quantidade de tubulações, reservatórios, bombas e válvulas, o modelo se torna maior em comparação com uma rede de topologia mais simples. Também podemos citar como outro fator que contribui para o crescimento do modelo, a forma como o horizonte de operação é discretizado em períodos de análise. Fica claro aqui, que um modelo cujo horizonte de operação de 24 horas é discretizado em intervalos horários de análise (de 1 em 1 hora), terá um número maior de equações e variáveis do que o mesmo modelo com horizonte operacional discretizado em intervalos de 2 em 2 horas ou de 3 em 3 horas.

Atualmente a dimensão de um problema de otimização não é vista como uma agravante para a sua solução, pois, em função do desenvolvimento tecnológico dos computadores e do micro-computadores, o que possibilitou uma maior capacidade de processamento e armazenamento de informações, houve no mercado o surgimento de uma série de softwares capazes de resolver problemas com milhares de equações e milhares de variáveis, com bom desempenho.

# CAPÍTULO 10

---

## ESTUDO DE CASOS

### 10.1. REDE HIPOTÉTICA DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA

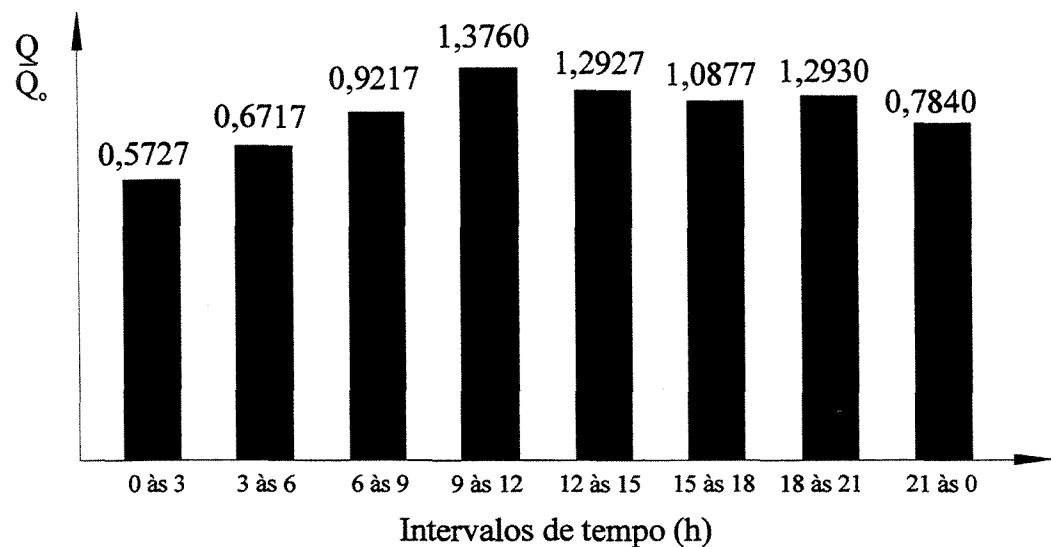
A topologia da rede de distribuição de água a ser estudada no presente item é apresentada na Figura 9.1 (Capítulo 9), onde constam os diâmetros e comprimentos das tubulações, as cotas geométricas dos nós, as características dos reservatórios e as demandas médias diárias associadas aos nós da rede.

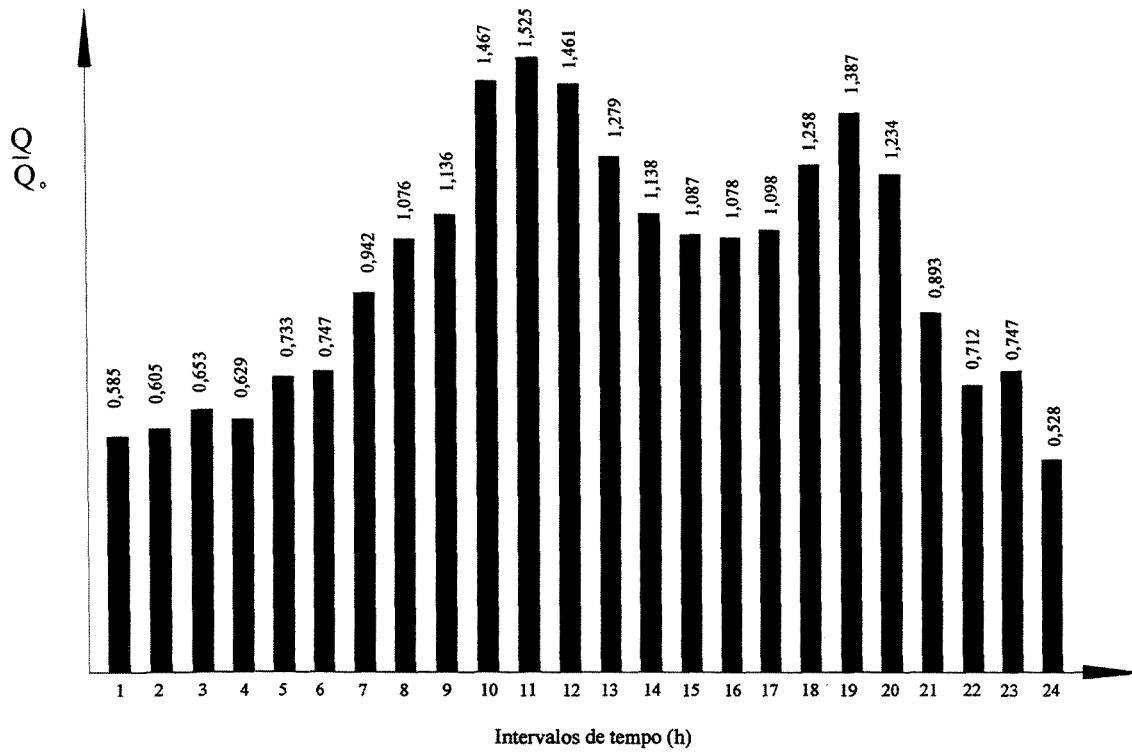
A rede de distribuição (Figura 9.1) é abastecida por dois reservatórios de montante alimentados por uma única ETA (Estação de Tratamento de Água). As vazões aduzidas da ETA para os dois reservatórios da rede são fixas para cada período de tempo do horizonte de operação, constituindo, assim, uma política pré-definida de operação que é apresentada na Tabela 10.1.

A curva neutra do sistema (curva de demanda), utilizada para calcular a oscilação das demandas médias diárias, é apresentada na Figura 10.1, e é obtida a partir de uma curva neutra horária (Figura 10.2) fazendo-se a média dos coeficientes para cada intervalo de 3 horas.

**Tabela 10.1 - Política pré-definida das vazões aduzidas da ETA.**

<b>Período (h)</b>	<b>QA<sub>1</sub></b> <b>(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QA<sub>2</sub></b> <b>(m<sup>3</sup>/s)</b>
<b>0 às 3</b>	0,374	0,188
<b>3 às 6</b>	0,374	0,188
<b>6 às 9</b>	0,374	0,188
<b>9 às 12</b>	0,624	0,313
<b>12 às 15</b>	0,624	0,313
<b>15 às 18</b>	0,624	0,313
<b>18 às 21</b>	0,624	0,313
<b>21 às 0</b>	0,374	0,188

**Figura 10.1 - Curva neutra para intervalos de 3 horas.**



**Figura 10.2 - Curva neutra para intervalos horários.**

A bomba utilizada no Booster 1 é uma bomba centrífuga do fabricante ABS modelo Z22-500/400-60 (cuja curva característica encontra-se no Anexo A) ensaiada com rotações entre 500 e 1200 rpm. Através da curva característica apresentada no Anexo A, obtém-se a expressão da altura manométrica e do rendimento em função da vazão e da rotação da bomba.

Para a rotação de 500 rpm (adotada como nominal) temos:

$$C_0 = 14 \quad \dots(10.1)$$

$$C_1 = \frac{(14-10) \cdot 0,283^2 - (14-11) \cdot 0,333^2}{0,283 \cdot 0,333^2 - 0,333 \cdot 0,283^2} = -2,613 \quad \dots(10.2)$$

$$C_2 = \frac{(14-11) \cdot 0,333 - (14-10) \cdot 0,283}{0,283 \cdot 0,333^2 - 0,333 \cdot 0,283^2} = -28,226 \quad \dots(10.3)$$

das Equações 10.1, 10.2 e 10.3 obtemos a equação da superfície característica  $\phi(Q, H, N) = 0$ :

$$HMB = 14 \cdot \left( \frac{N}{500} \right)^2 - 2,613 \cdot Q \cdot \left( \frac{N}{500} \right) - 28,226 \cdot Q^2 \quad \dots(10.4)$$

$$C_3 = \frac{87}{-(0,283^2) + 2 \cdot 0,283^2} = 1086,29 \quad \dots(10.5)$$

$$C_4 = 2 \cdot 1086,29 \cdot 0,283 = 614,84 \quad \dots(10.6)$$

das Equações 10.5 e 10.6 obtemos a equação da superfície característica  $\eta = f(Q, N)$ :

$$\eta = -1086,29 \cdot Q^2 \cdot \left( \frac{500}{N} \right)^2 + 614,84 \cdot Q \cdot \left( \frac{500}{N} \right) \quad \dots(10.7)$$

onde:

$C_0, C_1, C_2$  Constantes da curva de carga da bomba;

$C_3, C_4$  Constantes da curva de rendimento da bomba;

HMB Altura manométrica da bomba (mca);

N Rotação da bomba (rpm);

Q Vazão da bomba ( $m^3/s$ );

$\eta$  Rendimento da bomba (%).

Como a bomba do Booster 1 trabalha variando sua rotação, não será considerada a presença de uma válvula controladora de vazão à sua jusante, embora a presença desta válvula associada à ação do variador de freqüência possa propiciar a obtenção de pontos de operação com maiores rendimentos hidráulicos.

As tubulações da rede de distribuição são de PVC e o mesmo valor do coeficiente de Hazen-Williams foi adotado para todos os trechos ( $C = 120$ ).

Para permitir uma maior flexibilidade nos resultados, os limites máximo e mínimo adotados para as pressões nos nós da rede foram de 5 e 40 mca respectivamente. Os limites máximo e mínimo adotados para as velocidades na rede foram de 6 a -6 m/s permitindo, se necessário, velocidades nulas. Para a bomba do Booster 1, os limites máximos e mínimos adotados para a rotação e a altura manométrica foram de 450 e 1200 rpm, 1 e 100 mca, respectivamente. Com relação ao rendimento da bomba, foi adotado um valor mínimo de 50%.

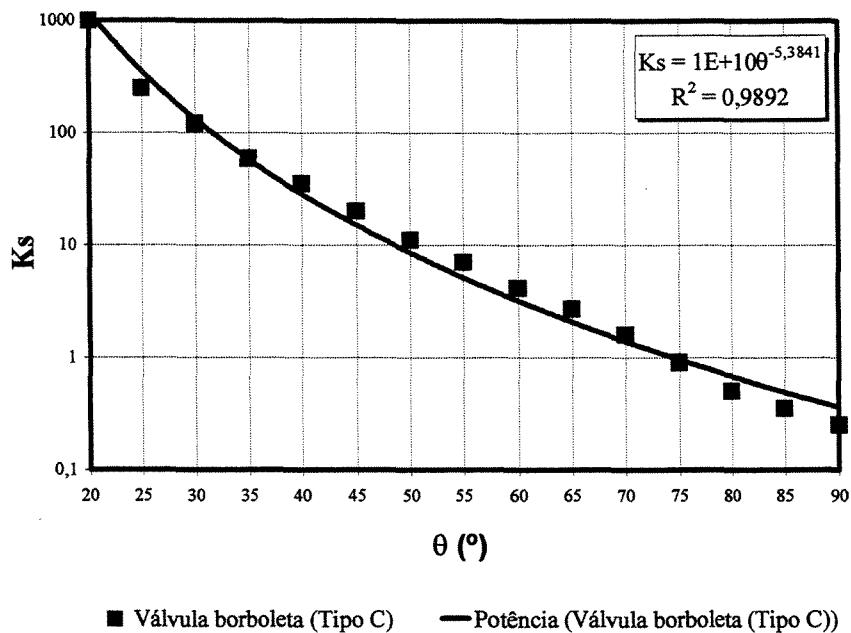
As válvulas que controlam as vazões nas saídas dos reservatórios são do tipo borboleta (Tipo C), cuja curva  $K_s = f(\theta)$  se encontra no Anexo B. Com os pontos da curva apresentada no Anexo B e, através de um ajuste potencial (como pode ser observado na Figura 10.3), obtém-se a expressão de  $K_s$  em função de  $\theta$ :

$$K_s = 1E+10 \cdot \left( \frac{1}{\theta^{5,3841}} \right) \quad \dots(10.8)$$

onde:

$K_s$  Coeficiente de perda de carga localizada na válvula;

$\theta$  Ângulo de abertura do obturador da válvula borboleta (abertura geométrica).



**Figura 10.3 – Coeficiente de perda de carga ajustado para a válvula borboleta (Tipo C).**

Os valores adotados para os limites operacionais mínimo e máximo de  $\theta$  foram de 18 e 81° respectivamente. Tais valores foram adotados tendo como base o Diagrama Generalizado de Operação da válvula borboleta (Tipo C) apresentado no Anexo C. Estes limites correspondem a 20 e 90% da área reduzida ( $A_R = \theta/90^\circ$ ).

Em função da política pré-definida de operação da ETA que alimenta os reservatórios e da curva neutra do sistema, com objetivo de se evitarem extravasamentos, é estabelecido que ambos os reservatórios partam no início do horizonte de operação com 50% de sua capacidade, retornando ao final deste com a mesma capacidade inicial. Dessa forma, é garantida a continuidade operacional entre horizontes adjacentes e, possivelmente, a renovação diária da água armazenada.

O horizonte de operação estabelecido para a rede de distribuição é de 24 horas (1 dia), com início às 0:00 horas e dividido em intervalos discretos agregados na forma de 3 horas consecutivas.

### 10.1.1. MODELO HIDRÁULICO DE OTIMIZAÇÃO

Com base no conjunto de equações apresentado no Capítulo 9, foi implementado um modelo hidráulico de otimização que representa a operação da rede em questão (Figura 9.1). O modelo foi resolvido para duas variações de sua função objetivo através da aplicação de dois algoritmos distintos de programação não-linear associados a um algoritmo de programação inteira, resultando assim, em quatro casos de estudo que são apresentados na Tabela 10.2.

**Tabela 10.2 – Casos estudados.**

<b>Caso</b>	<b>Função objetivo (Minimização)</b>	<b>Algoritmo de solução</b>	<b>Número de variáveis</b>	<b>Número de restrições</b>	
				<b>Igualdade</b>	<b>Canalização</b>
1	Vazões bombeadas	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	265	242	456
2	Potências de eixo	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	265	242	456
3	Vazões bombeadas	LP <sup>(3)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	265	242	456
4	Potências de eixo	LP <sup>(3)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	265	242	456

<sup>(1)</sup> Gradiente Reduzido Generalizado

<sup>(2)</sup> Branch and Bound

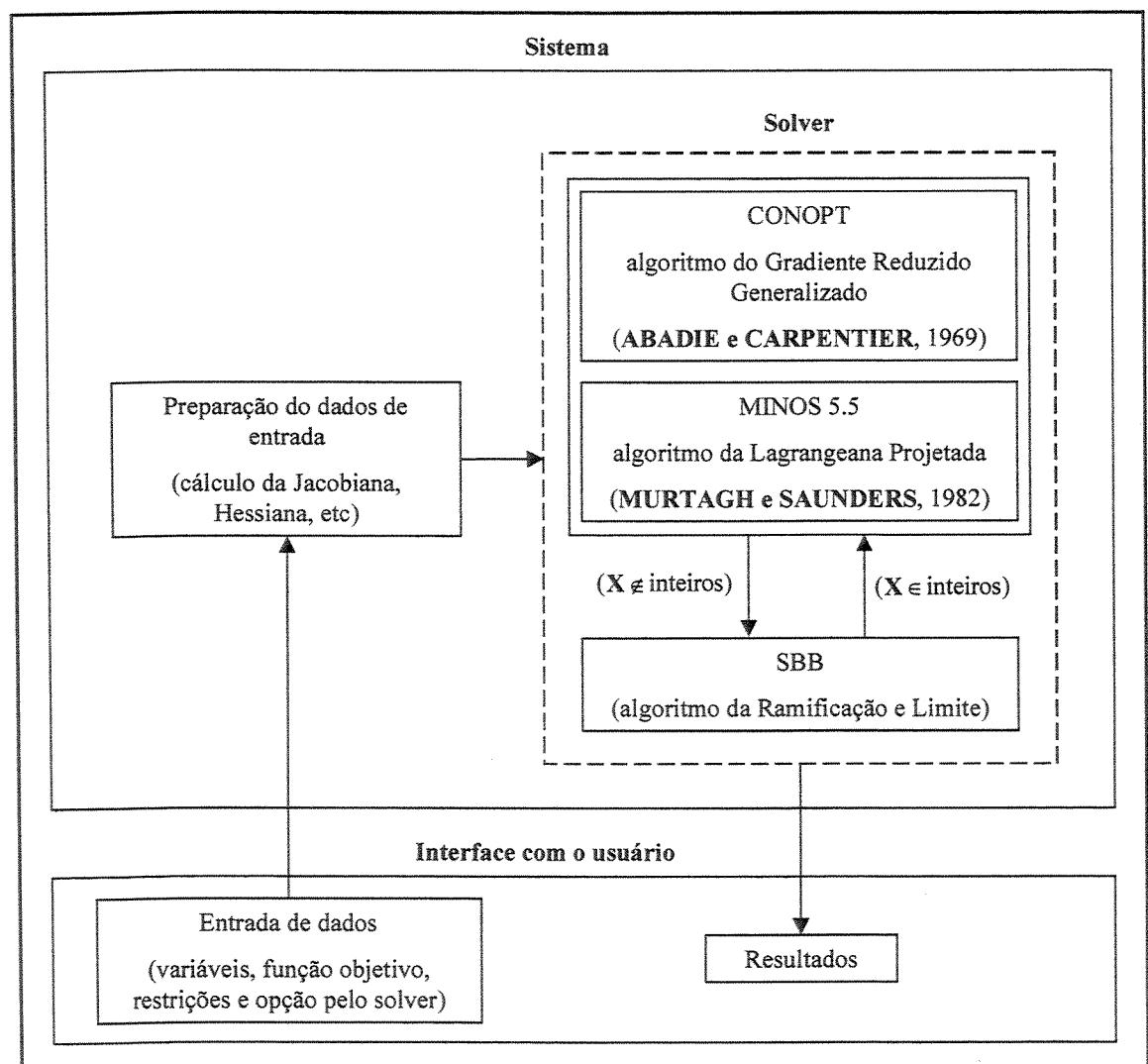
<sup>(3)</sup> Lagrangeana Projetada

Para a resolução do modelo hidráulico de otimização foram utilizados dois algoritmos de programação não-linear associados a um algoritmo de programação inteira: (a) Gradiente Reduzido Generalizado (**ABADIE e CARPENTIER**, 1969) e Branch and Bound, através da interface do software GAMS (General Algebraic Modeling System) IDE (Integrated Development Environment), com os solver CONOPT e SBB; (b) Lagrangeana Projetada (**MURTAGH e SAUNDERS**, 1982) e Branch and Bound, através da interface do software GAMS (General

Algebraic Modeling System) IDE (Integrated Development Environment), com os solver MINOS 5.5 e SBB.

A estrutura de solução utilizada pelo software GAMS para resolução do modelo hidráulico de otimização proposto é apresentada na Figura 10.4. Na Figura 10.5 é apresentada a interface do software com o usuário.

**GAMS (General Algebraic Modeling System) IDE (Integrated Development Environment)**



**Figura 10.4 – Estrutura de solução utilizada pelo software GAMS.**

```

***** REGIME DE OPERAÇÃO DO RESERVATÓRIO 2 *****
*****
REST186.. HR2_2=e=HR2_1+(QA2_1-QT6_1)*(T/AR2);
REST187.. HR2_3=e=HR2_2+(QA2_2-QT6_2)*(T/AR2);
REST188.. HR2_4=e=HR2_3+(QA2_3-QT6_3)*(T/AR2);
REST189.. HR2_5=e=HR2_4+(QA2_4-QT6_4)*(T/AR2);
REST190.. HR2_6=e=HR2_5+(QA2_5-QT6_5)*(T/AR2);
REST191.. HR2_7=e=HR2_6+(QA2_6-QT6_6)*(T/AR2);
REST192.. HR2_8=e=HR2_7+(QA2_7-QT6_7)*(T/AR2);
REST193.. HR2_9=e=HR2_8+(QA2_8-QT6_8)*(T/AR2);
REST194.. HR2_9=e=HR2_1;

***** ALTURA MANOMETRICA DA BOMBA DO BOOSTER 1 *****
*****
REST195.. HMB1_1=e=CO_1*sqr(N1_1/NN1)+C1_1*QT3_1*(N1_1/NN1)+C2_1*sqr(QT3_1);
REST196.. HMB1_2=e=CO_1*sqr(N1_2/NN1)+C1_1*QT3_2*(N1_2/NN1)+C2_1*sqr(QT3_2);
REST197.. HMB1_3=e=CO_1*sqr(N1_3/NN1)+C1_1*QT3_3*(N1_3/NN1)+C2_1*sqr(QT3_3);
REST198.. HMB1_4=e=CO_1*sqr(N1_4/NN1)+C1_1*QT3_4*(N1_4/NN1)+C2_1*sqr(QT3_4);
REST199.. HMB1_5=e=CO_1*sqr(N1_5/NN1)+C1_1*QT3_5*(N1_5/NN1)+C2_1*sqr(QT3_5);
REST200.. HMB1_6=e=CO_1*sqr(N1_6/NN1)+C1_1*QT3_6*(N1_6/NN1)+C2_1*sqr(QT3_6);
REST201.. HMB1_7=e=CO_1*sqr(N1_7/NN1)+C1_1*QT3_7*(N1_7/NN1)+C2_1*sqr(QT3_7);
REST202.. HMB1_8=e=CO_1*sqr(N1_8/NN1)+C1_1*QT3_8*(N1_8/NN1)+C2_1*sqr(QT3_8);

```

**Figura 10.5 – Interface do software GAMS com o usuário.**

No CD-ROM do Anexo D, encontram-se os arquivos que representam os modelos hidráulicos de otimização utilizados no presente trabalho (MODELO1.gms, MODELO2.gms ALÇA LESTE.gms) e uma versão estudantil do software GAMS, a qual pode ser também obtida gratuitamente pela Internet no site da GAMS Development Corporation. A versão estudantil do software GAMS pode ser utilizada para a solução de problemas com no máximo trezentas restrições e trezentas variáveis.

### 10.1.2. RESULTADOS OBTIDOS

#### 10.1.2.1. CASO 1

Os resultados gerados pelo modelo hidráulico de otimização do Caso 1 são apresentados nas Tabelas 10.3 a 10.6. Nas Figuras 10.6 a 10.11 são apresentados os comportamentos da vazões, das pressões, dos volumes úteis dos reservatórios, das aberturas das válvulas, da vazão bombeada, da altura manométrica, da rotação e da potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1, ao longo do horizonte de operação.

**Tabela 10.3 – Aberturas das válvulas para o Caso 1.**

Período (h)	$\theta(1)$ (°)	$\theta(2)$ (°)
<b>0 às 3</b>	45,414	81,000
<b>3 às 6</b>	81,000	81,000
<b>6 às 9</b>	81,000	81,000
<b>9 às 12</b>	81,000	81,000
<b>12 às 15</b>	81,000	81,000
<b>15 às 17</b>	81,000	81,000
<b>18 às 21</b>	81,000	81,000
<b>21 às 0</b>	81,000	66,969

**Tabela 10.4 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 1.**

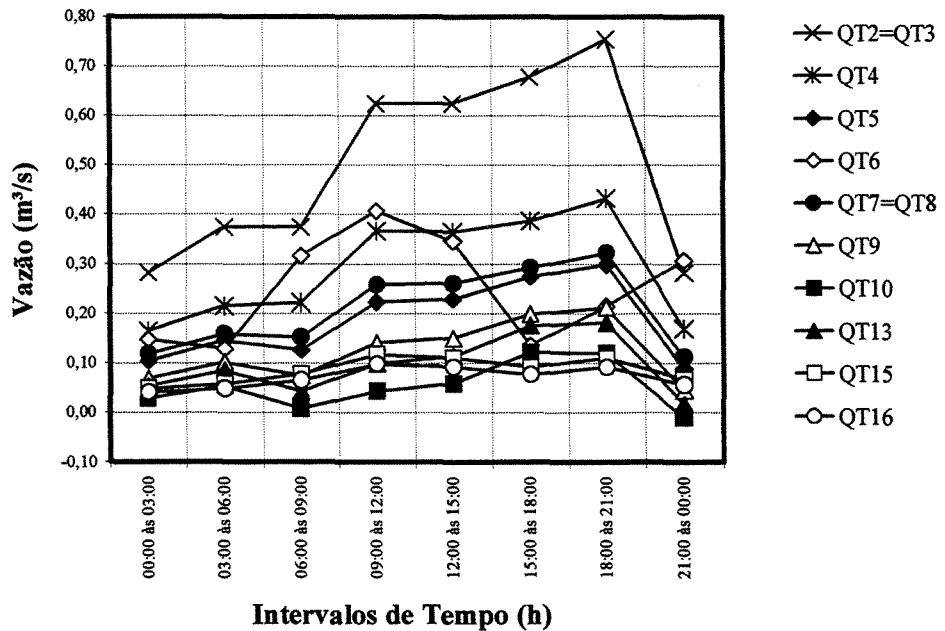
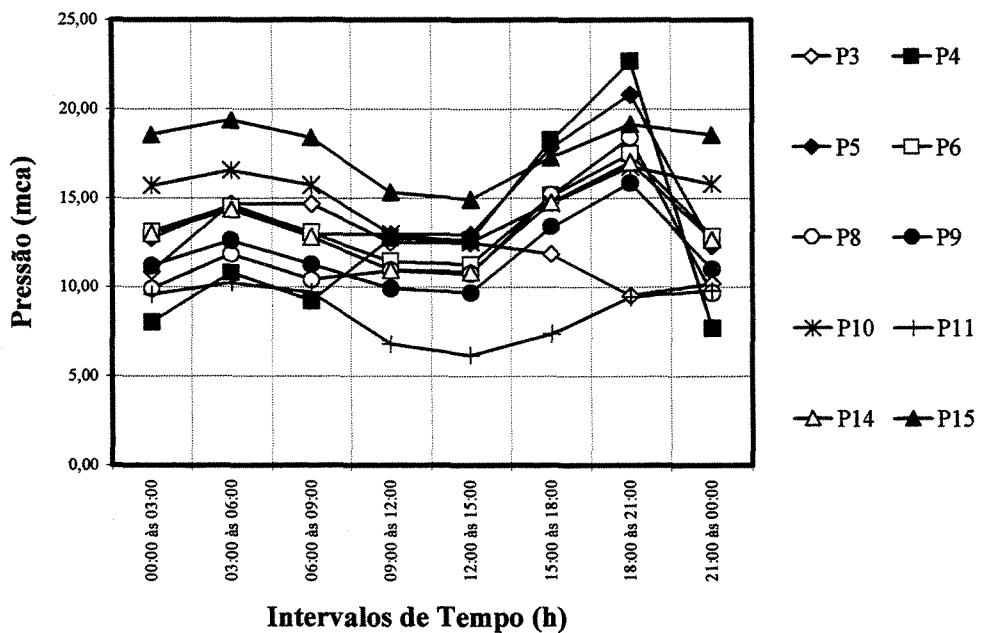
Período (h)	QT(2) (m <sup>3</sup> /s)	QT(3) (m <sup>3</sup> /s)	By-Pass (m <sup>3</sup> /s)	QT(4) (m <sup>3</sup> /s)	QT(5) (m <sup>3</sup> /s)	QT(6) (m <sup>3</sup> /s)	QT(7) (m <sup>3</sup> /s)	QT(8) (m <sup>3</sup> /s)	QT(9) (m <sup>3</sup> /s)	QT(10) (m <sup>3</sup> /s)	QT(13) (m <sup>3</sup> /s)	QT(15) (m <sup>3</sup> /s)	QT(16) (m <sup>3</sup> /s)
<b>0 às 3</b>	0,282	0,282	-	0,164	0,104	0,147	0,118	0,118	0,069	0,028	0,053	0,049	0,041
<b>3 às 6</b>	0,374	0,374	-	0,215	0,145	0,129	0,159	0,159	0,102	0,054	0,085	0,057	0,048
<b>6 às 9</b>	0,374	0,374	-	0,222	0,126	0,316	0,152	0,152	0,074	0,008	0,043	0,078	0,065
<b>9 às 12</b>	0,624	0,624	-	0,366	0,223	0,407	0,258	0,258	0,141	0,043	0,099	0,117	0,098
<b>12 às 15</b>	0,624	0,624	-	0,364	0,229	0,345	0,260	0,260	0,150	0,058	0,113	0,110	0,092
<b>15 às 18</b>	0,678	0,678	-	0,387	0,274	0,136	0,292	0,292	0,199	0,122	0,176	0,092	0,077
<b>18 às 21</b>	0,754	0,754	-	0,432	0,298	0,214	0,322	0,322	0,212	0,120	0,181	0,110	0,092
<b>21 às 0</b>	0,282	0,282	-	0,169	0,088	0,306	0,112	0,112	0,045	-0,010	0,017	0,067	0,056

**Tabela 10.5 – Pressões nos nós da rede para o Caso 1.**

<b>Período (h)</b>	<b>P(3) (mca)</b>	<b>P(4) (mca)</b>	<b>P(5) (mca)</b>	<b>P(6) (mca)</b>	<b>P(8) (mca)</b>	<b>P(9) (mca)</b>	<b>P(10) (mca)</b>	<b>P(11) (mca)</b>	<b>P(14) (mca)</b>	<b>P(15) (mca)</b>
<b>0 às 3</b>	10,881	8,022	12,717	13,094	9,891	11,185	15,672	9,582	12,997	18,537
<b>3 às 6</b>	14,649	10,803	14,641	14,490	11,834	12,603	16,550	10,253	14,351	19,369
<b>6 às 9</b>	14,649	9,224	12,932	13,045	10,410	11,276	15,697	9,688	12,823	18,373
<b>9 às 12</b>	12,493	12,736	12,968	11,433	10,917	9,905	12,987	6,793	10,954	15,303
<b>12 às 15</b>	12,493	12,636	12,935	11,265	10,738	9,676	12,515	6,174	10,829	14,908
<b>15 às 18</b>	11,869	18,221	17,833	15,129	15,162	13,375	14,725	7,387	14,759	17,284
<b>18 às 21</b>	9,521	22,657	20,809	17,476	18,386	15,841	16,747	9,446	16,994	19,139
<b>21 às 0</b>	10,205	7,693	12,305	12,852	9,658	11,012	15,774	9,787	12,676	18,533

**Tabela 10.6 – Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 1.**

Período (h)	HR(1) (m)	HR(2) (m)	VU (1) (%)	VU (2) (%)	HMB (mca)	N (rpm)	$\eta$ (%)	PE (kW)	PEA (kW)
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	8,441	450,000	86,036	81,342	81,342
<b>3 às 6</b>	731,000	726,578	50,000	57,225	11,816	548,352	83,331	155,913	273,255
<b>6 às 9</b>	731,000	727,422	100,000	67,775	10,237	521,094	80,732	139,428	376,683
<b>9 às 12</b>	731,000	725,570	100,000	44,625	32,674	912,419	83,260	719,943	1096,626
<b>12 às 15</b>	731,000	724,210	100,000	27,625	32,575	911,413	83,212	719,176	1814,802
<b>15 às 18</b>	731,000	723,749	100,000	21,863	43,377	1035,363	84,845	1019,085	2833,887
<b>18 às 21</b>	729,522	726,287	70,440	53,588	57,121	1178,762	85,528	1480,491	4314,378
<b>21 às 0</b>	726,000	727,701	0,000	71,263	8,788	457,024	86,322	84,405	4398,783
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-

**Figura 10.6 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 1.**

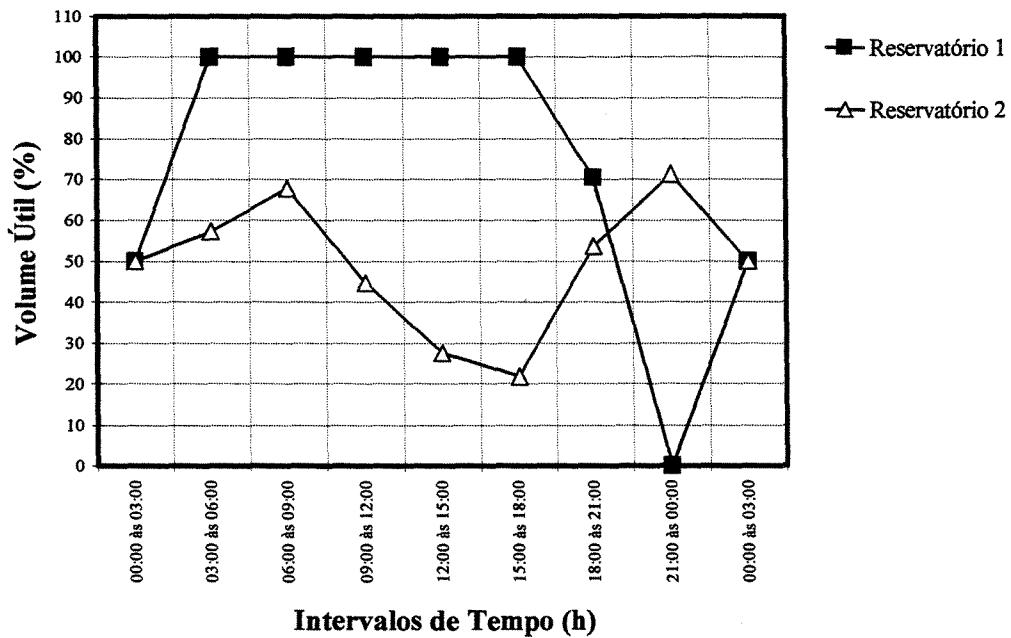


Figura 10.8 – Volumes úteis dos reservatórios para o Caso 1.

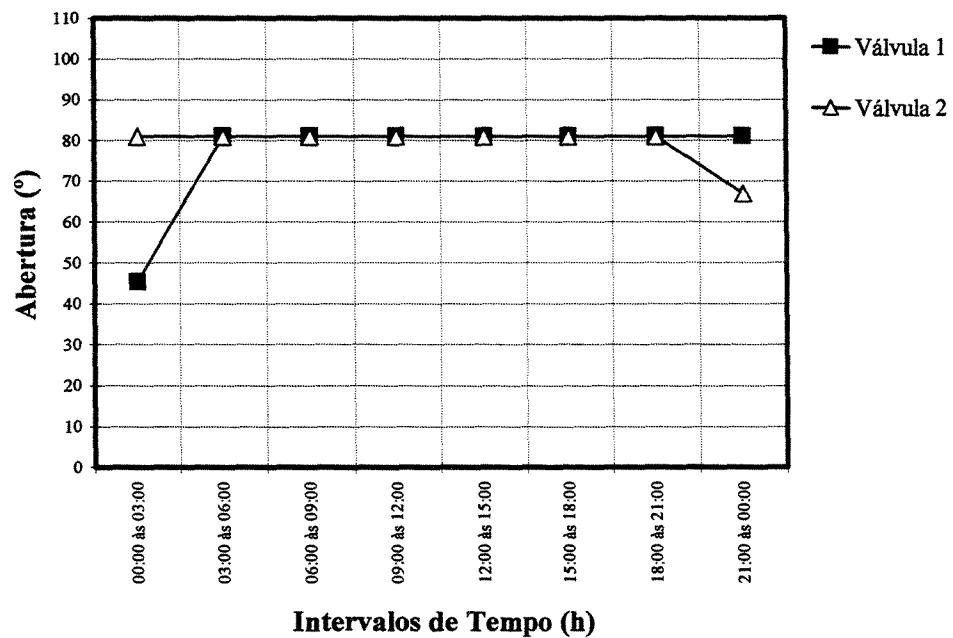
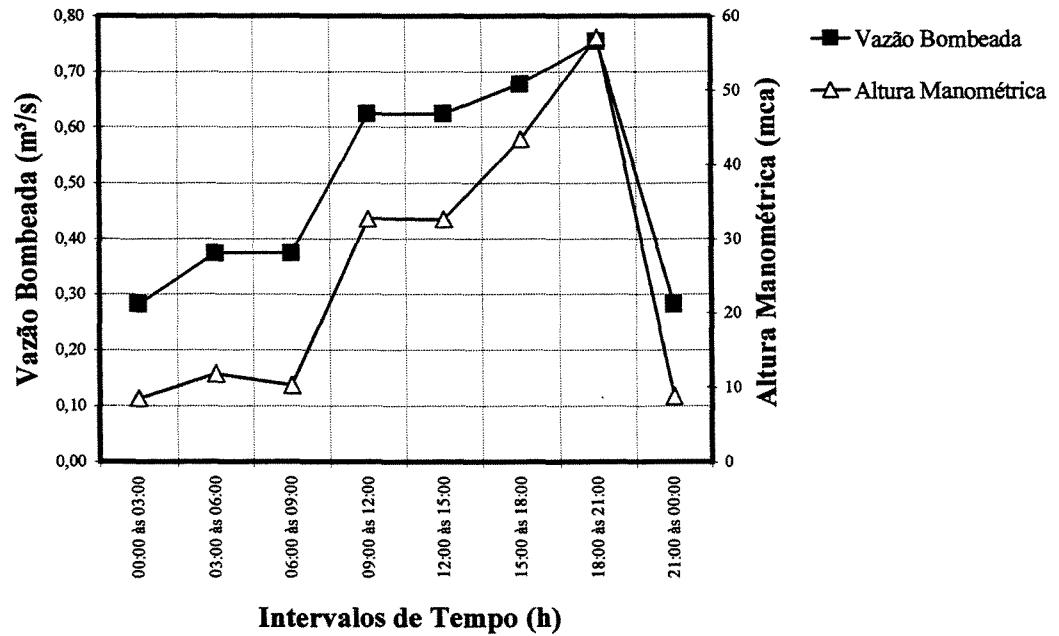
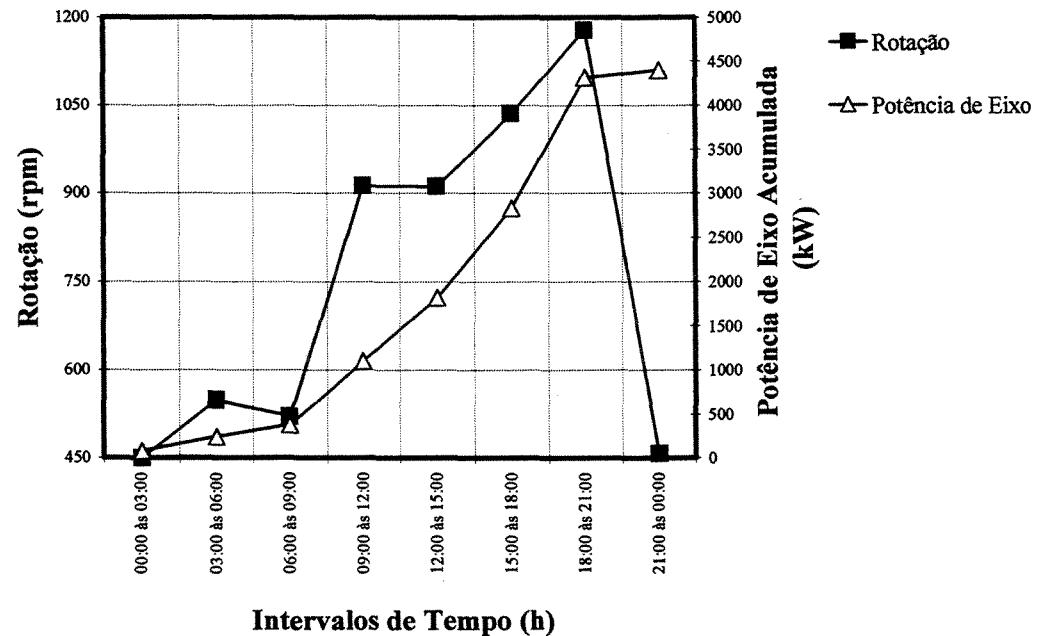


Figura 10.9 – Aberturas das válvulas para o Caso 1.



**Figura 10.10 – Vazão bombeada e altura manométrica da bomba do Booster 1 para o Caso 1.**



**Figura 10.11 – Rotação e potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para o Caso 1.**

### 10.1.2.2. CASO 2

Os resultados gerados pelo modelo hidráulico de otimização do Caso 2 são apresentados nas Tabelas 10.7 a 10.10. Nas Figuras 10.12 a 10.17 são apresentados os comportamentos das vazões, das pressões, dos volumes úteis dos reservatórios, das aberturas das válvulas, da vazão bombeada, da altura manométrica, da rotação e da potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1, ao longo do horizonte de operação.

**Tabela 10.7 – Aberturas das válvulas para o Caso 2.**

Período (h)	$\theta(1)$ (°)	$\theta(2)$ (°)
<b>0 às 3</b>	81,000	23,516
<b>3 às 6</b>	81,000	26,773
<b>6 às 9</b>	81,000	36,980
<b>9 às 12</b>	81,000	54,866
<b>12 às 15</b>	81,000	55,978
<b>15 às 18</b>	81,000	43,520
<b>18 às 21</b>	81,000	50,248
<b>21 às 0</b>	81,000	31,872

**Tabela 10.8 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 2.**

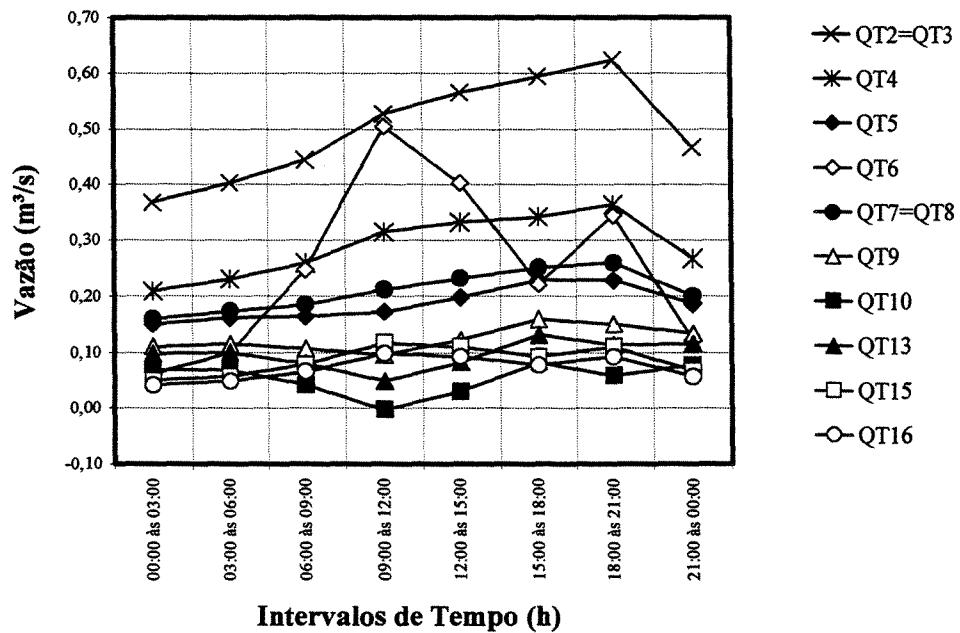
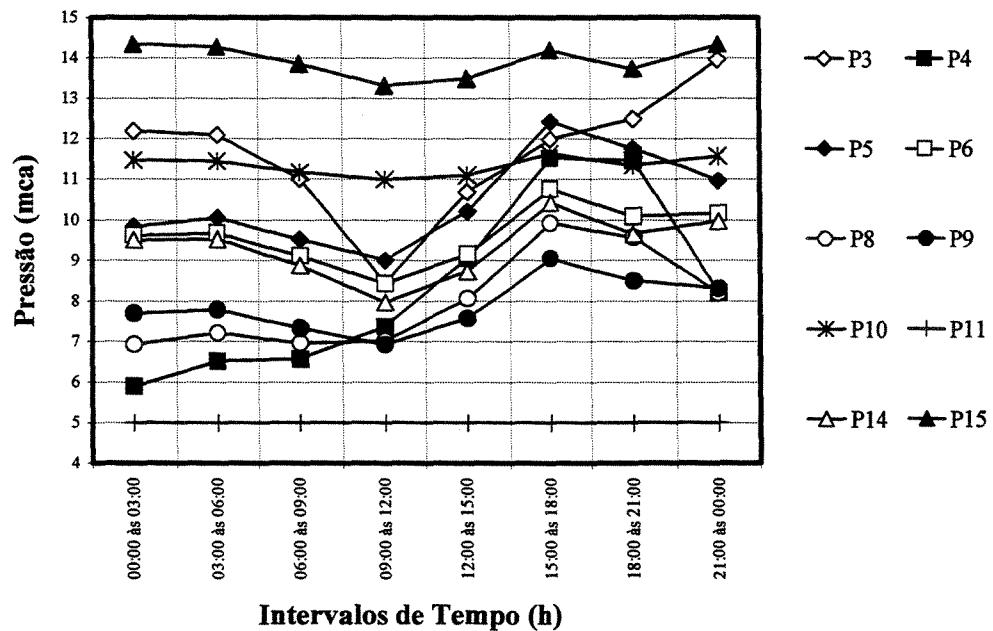
<b>Período (h)</b>	<b>QT(2) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(3) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>By-Pass (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(4) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(5) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(6) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(7) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(8) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(9) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(10) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(13) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(15) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(16) (m<sup>3</sup>/s)</b>
<b>0 às 3</b>	0,368	0,368	-	0,209	0,150	0,061	0,159	0,159	0,110	0,069	0,098	0,049	0,041
<b>3 às 6</b>	0,403	0,403	-	0,231	0,161	0,100	0,173	0,173	0,115	0,068	0,100	0,057	0,048
<b>6 às 9</b>	0,444	0,444	-	0,259	0,163	0,247	0,185	0,185	0,106	0,041	0,080	0,078	0,065
<b>9 às 12</b>	0,527	0,527	-	0,315	0,172	0,504	0,212	0,212	0,095	-0,003	0,048	0,117	0,098
<b>12 às 15</b>	0,565	0,565	-	0,333	0,198	0,403	0,232	0,232	0,122	0,030	0,082	0,110	0,092
<b>15 às 18</b>	0,594	0,594	-	0,342	0,229	0,221	0,251	0,251	0,159	0,082	0,131	0,092	0,077
<b>18 às 21</b>	0,624	0,624	-	0,364	0,229	0,345	0,260	0,260	0,150	0,058	0,113	0,110	0,092
<b>21 às 0</b>	0,467	0,467	-	0,267	0,186	0,121	0,200	0,200	0,133	0,077	0,115	0,067	0,056

**Tabela 10.9 – Pressões nos nós da rede para o Caso 2.**

<b>Período (h)</b>	<b>P(3) (mca)</b>	<b>P(4) (mca)</b>	<b>P(5) (mca)</b>	<b>P(6) (mca)</b>	<b>P(8) (mca)</b>	<b>P(9) (mca)</b>	<b>P(10) (mca)</b>	<b>P(11) (mca)</b>	<b>P(14) (mca)</b>	<b>P(15) (mca)</b>
<b>0 às 3</b>	12,188	5,892	9,837	9,620	6,923	7,693	11,473	5,000	9,505	14,338
<b>3 às 6</b>	12,106	6,516	10,062	9,679	7,219	7,784	11,452	5,000	9,532	14,271
<b>6 às 9</b>	11,020	6,564	9,526	9,106	6956	7,326	11,179	5,000	8,873	13,854
<b>9 às 12</b>	8,440	7,375	9,002	8,432	7,020	6,924	10,999	5,000	7,973	13,317
<b>12 às 15</b>	10,693	9,044	10,204	9,160	8,069	7,584	11,103	5,000	8,737	13,496
<b>15 às 18</b>	11,992	11,524	12,429	10,762	9,920	9,042	11,638	5,000	10,427	14,197
<b>18 às 21</b>	12,493	11,460	11,759	10,089	9,562	8,501	11,340	5,000	9,654	13,733
<b>21 às 0</b>	13,958	8,192	10,971	10,165	8,186	8,307	11,577	5,000	9,971	14,336

**Tabela 10.10 – Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 2.**

Período (h)	HR(1) (m)	HR(2) (m)	VU (1) (%)	VU (2) (%)	HMB (mca)	N (rpm)	$\eta$ (%)	PE (kW)	PEA (kW)
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	9,056	497,118	78,714	124,473	124,473
<b>3 às 6</b>	728,659	727,827	53,180	72,838	11,649	557,577	80,313	171,852	296,325
<b>6 às 9</b>	727,877	729,088	37,540	86,600	15,159	629,230	81,751	242,052	538,377
<b>9 às 12</b>	726,000	728,237	0,000	77,962	24,022	779,210	83,707	444,636	983,013
<b>12 às 15</b>	728,610	725,485	52,200	43,563	26,210	819,848	82,883	525,288	1508,301
<b>15 às 18</b>	730,190	724,181	83,800	27,263	29,573	868,176	83,242	620,421	2128,722
<b>18 às 21</b>	731,000	725,499	100,000	43,738	31,399	899,433	82,605	697,335	2826,057
<b>21 às 0</b>	731,000	725,034	100,000	37,925	15,285	640,816	79,848	262,824	3088,881
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-

**Figura 10.12 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 2.****Figura 10.13 – Pressões nos nós da rede para o Caso 2.**

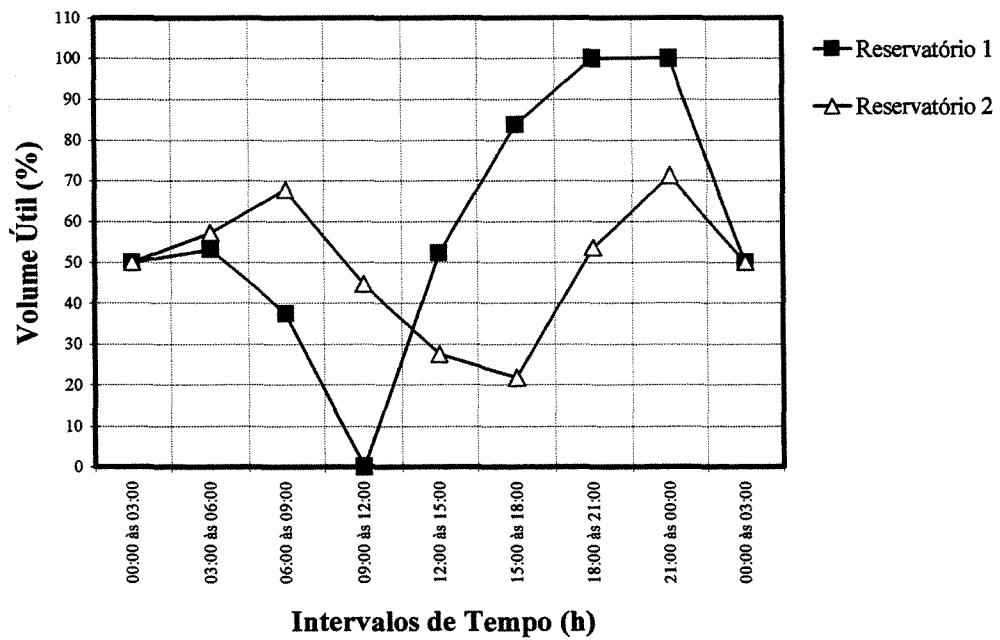


Figura 10.14 – Volumes úteis dos reservatórios para o Caso 2.

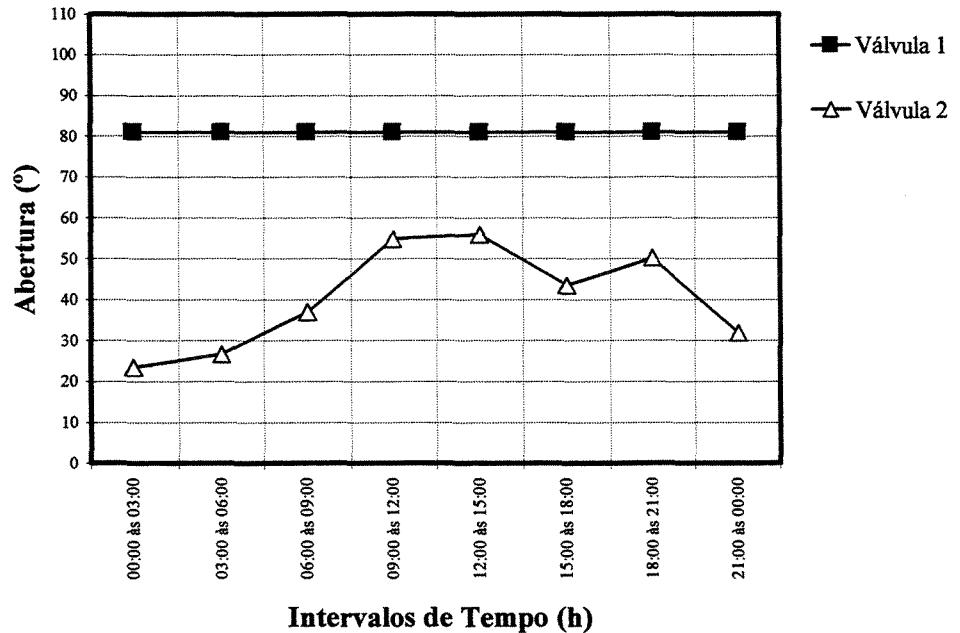
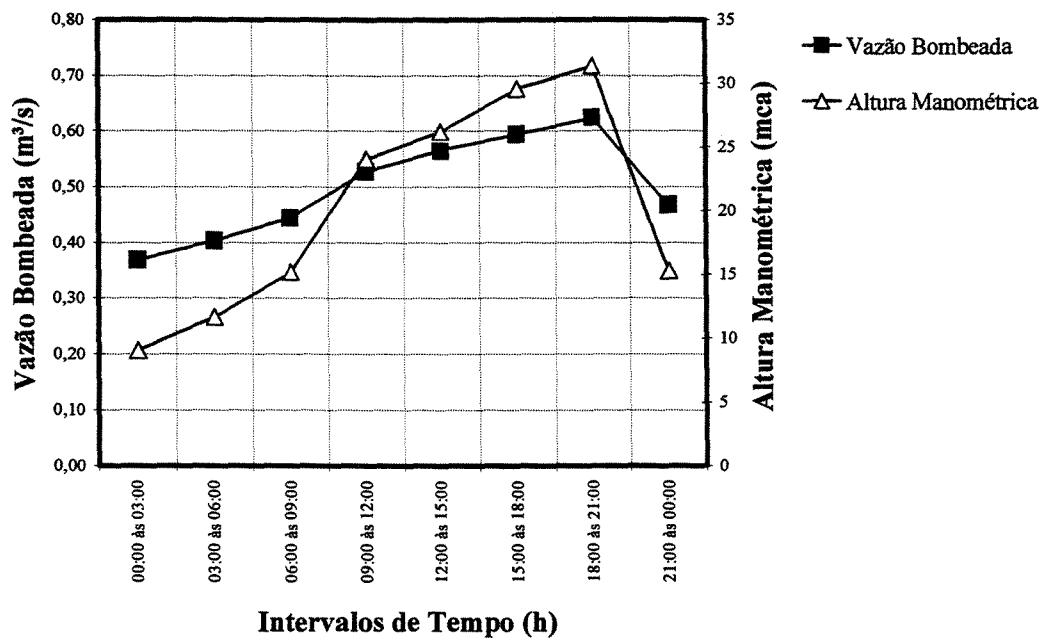
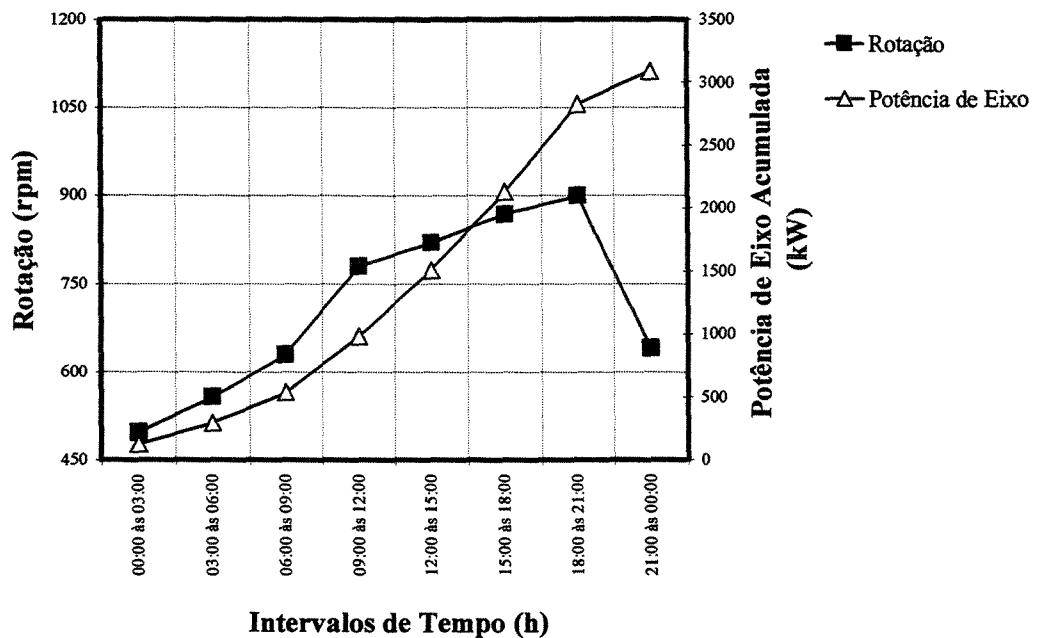


Figura 10.15 – Aberturas das válvulas para o Caso 2.



**Figura 10.16 – Vazão bombeada e altura manométrica da bomba do Booster 1 para o Caso 2.**



**Figura 10.17 – Rotação e potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para o Caso 2.**

### 10.1.2.3. CASO 3

Os resultados gerados pelo modelo hidráulico de otimização do Caso 3 são apresentados nas Tabelas 10.11 a 10.14. Nas Figuras 10.18 a 10.23 são apresentados os comportamentos das vazões, das pressões, dos volumes úteis dos reservatórios, das aberturas das válvulas, da vazão bombeada, da altura manométrica, da rotação e da potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1, ao longo do horizonte de operação.

**Tabela 10.11 – Aberturas das válvulas para o Caso 3.**

Período (h)	$\theta(1)$ (°)	$\theta(2)$ (°)
<b>0 às 3</b>	41,086	45,554
<b>3 às 6</b>	40,825	31,992
<b>6 às 9</b>	37,263	59,122
<b>9 às 12</b>	60,187	81,000
<b>12 às 15</b>	52,362	57,989
<b>15 às 18</b>	52,037	50,131
<b>18 às 21</b>	58,894	52,628
<b>21 às 0</b>	80,483	61,418

**Tabela 10.12 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 3.**

<b>Período (h)</b>	<b>QT(2) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(3) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>By-Pass</b>	<b>QT(4) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(5) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(6) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(7) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(8) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(9) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(10) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(13) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(15) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(16) (m<sup>3</sup>/s)</b>
<b>0 às 3</b>	0,307	0,307	-	0,177	0,118	0,122	0,130	0,130	0,081	0,040	0,066	0,049	0,041
<b>3 às 6</b>	0,356	0,356	-	0,206	0,136	0,147	0,150	0,150	0,093	0,045	0,076	0,057	0,048
<b>6 às 9</b>	0,371	0,371	-	0,221	0,125	0,319	0,150	0,150	0,072	0,007	0,042	0,078	0,065
<b>9 às 12</b>	0,628	0,628	-	0,368	0,225	0,402	0,260	0,260	0,143	0,045	0,101	0,117	0,098
<b>12 às 15</b>	0,754	0,754	-	0,432	0,298	0,214	0,322	0,322	0,212	0,120	0,181	0,110	0,092
<b>15 às 18</b>	0,570	0,570	-	0,330	0,217	0,244	0,240	0,240	0,148	0,071	0,119	0,092	0,077
<b>18 às 21</b>	0,707	0,707	-	0,408	0,273	0,261	0,300	0,300	0,190	0,098	0,157	0,110	0,092
<b>21 às 0</b>	0,296	0,296	-	0,178	0,096	0,291	0,119	0,119	0,052	-0,013	0,025	0,067	0,056

**Tabela 10.13 – Pressões nos nós da rede para o Caso 3.**

<b>Período (h)</b>	<b>P(3) (mca)</b>	<b>P(4) (mca)</b>	<b>P(5) (mca)</b>	<b>P(6) (mca)</b>	<b>P(8) (mca)</b>	<b>P(9) (mca)</b>	<b>P(10) (mca)</b>	<b>P(11) (mca)</b>	<b>P(14) (mca)</b>	<b>P(15) (mca)</b>
<b>0 às 3</b>	8,773	8,234	12,947	12,947	9,880	11,033	15,341	9,168	12,845	18,206
<b>3 às 6</b>	8,795	5,000	9,011	8,994	6,222	7,111	11,216	5,000	8,859	14,035
<b>6 às 9</b>	5,000	8,444	12,184	12,318	9,663	10,550	14,993	8,987	12,097	17,688
<b>9 às 12</b>	10,662	13,060	13,219	11,632	11,163	10,103	13,128	6,914	11,152	15,446
<b>12 às 15</b>	5,000	20,319	18,471	15,137	16,047	13,502	14,407	7,104	14,655	16,799
<b>15 às 18</b>	5,848	12,915	14,151	12,740	11,676	11,027	13,922	7,434	12,412	16,481
<b>18 às 21</b>	6,790	19,051	18,084	15,306	15,676	13,691	15,350	8,457	14,843	17,743
<b>21 às 0</b>	10,525	7,685	12,172	12,638	9,532	18,811	15,504	9,505	12,475	18,263

**Tabela 10.14** – Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 3.

Período (h)	HR(1) (m)	HR(2) (m)	VU (1) (%)	VU (2) (%)	HMB (mca)	N (rpm)	$\eta$ (%)	PE (kW)	PEA (kW)
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	11,857	523,688	86,889	123,168	123,168
<b>3 às 6</b>	730,312	726,530	86,240	61,825	10,936	525,989	83,657	136,821	259,989
<b>6 às 9</b>	730,798	727,530	95,960	69,125	18,940	655,947	87,000	237,456	497,445
<b>9 às 12</b>	730,884	725,632	97,680	45,400	35,215	939,601	84,141	772,728	1270,173
<b>12 às 15</b>	730,756	724,340	95,120	29,250	59,304	1195,679	85,868	1530,987	2801,16
<b>15 às 18</b>	727,234	725,757	24,680	46,962	35,327	918,518	86,181	686,937	3488,097
<b>18 às 21</b>	728,670	726,741	53,400	59,262	51,914	1119,468	85,819	1257,384	4745,481
<b>21 às 0</b>	726,404	727,485	8,080	68,563	9,094	468,666	85,797	92,241	4837,722
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-

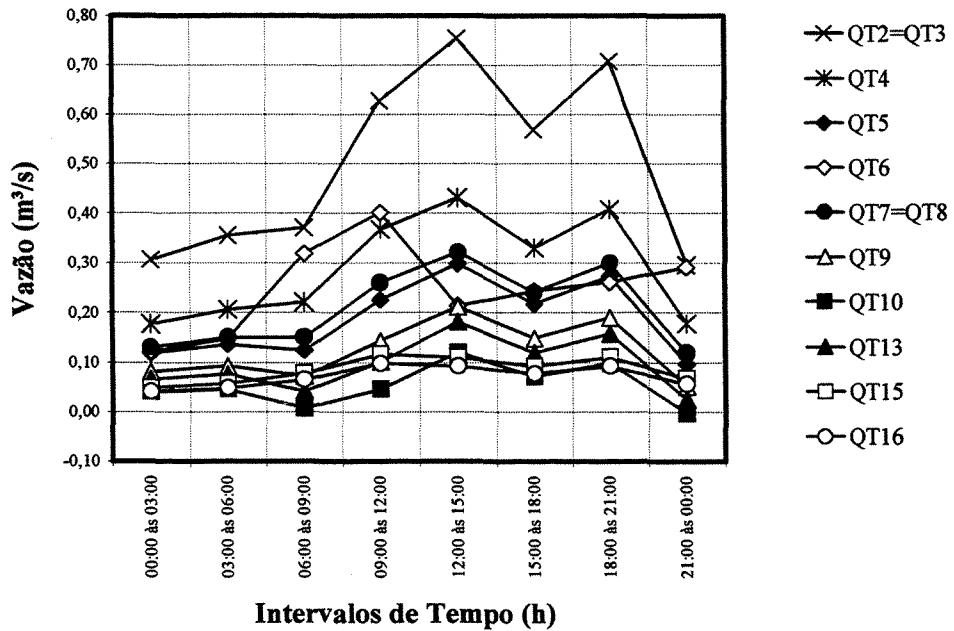


Figura 10.18 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 3.

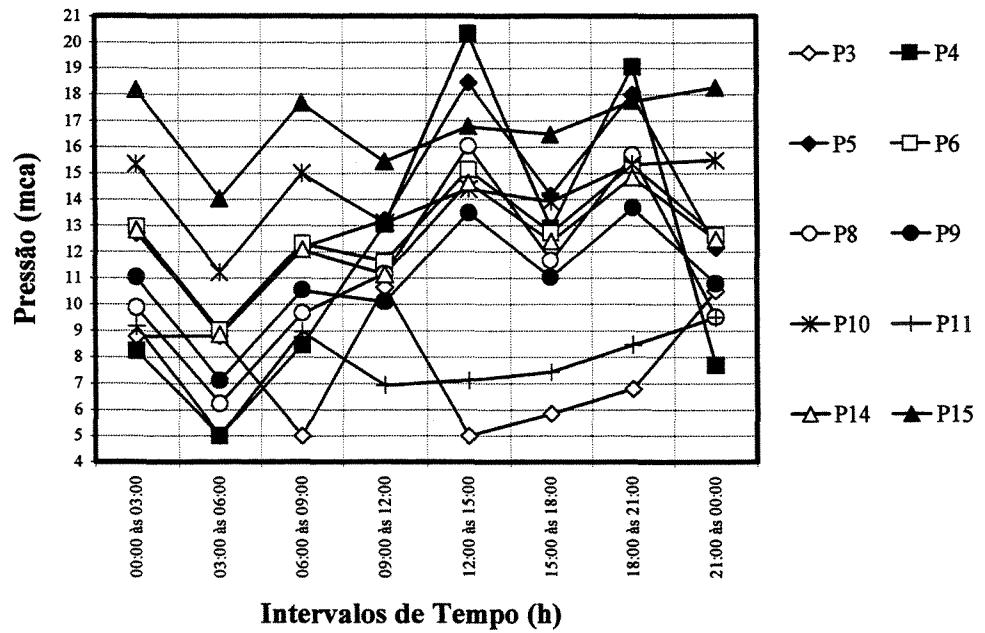
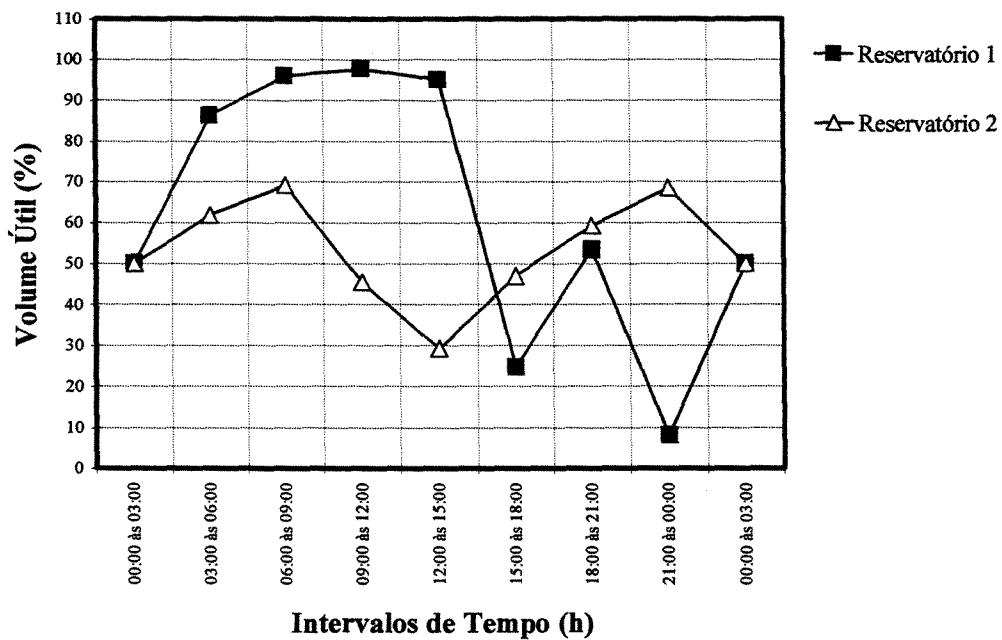
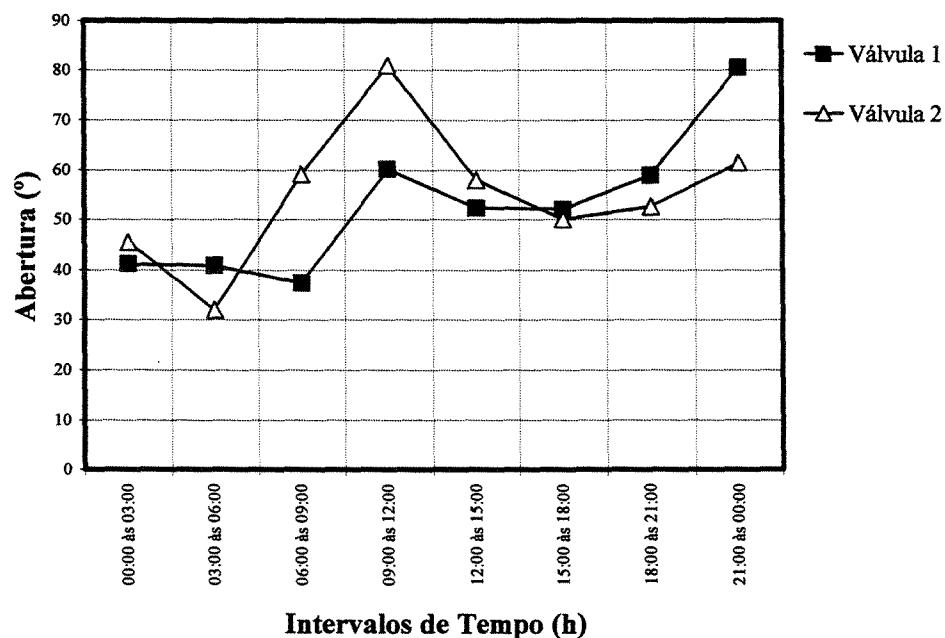


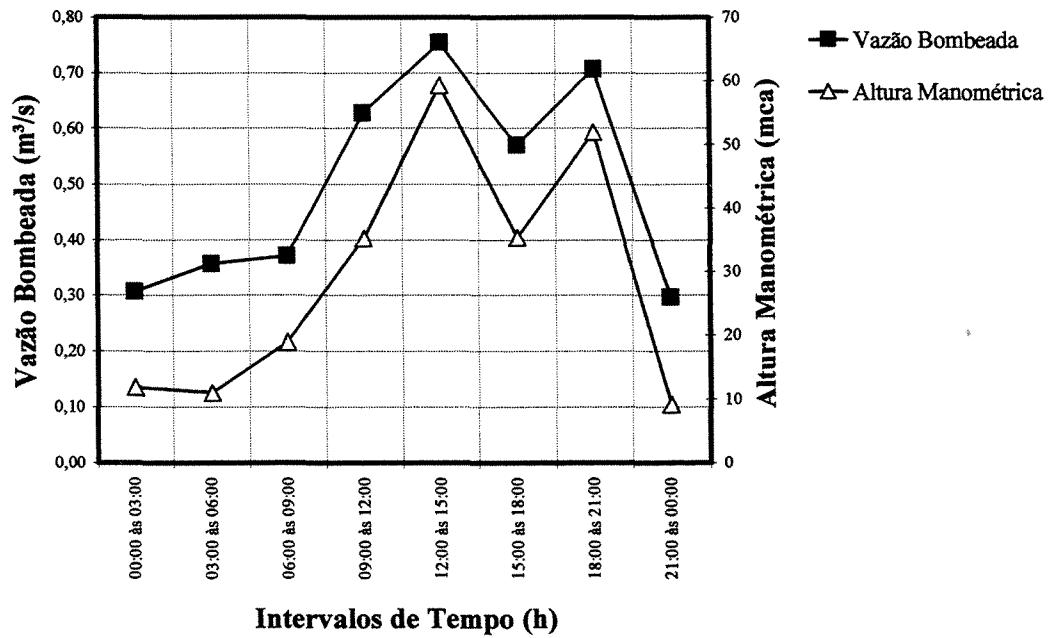
Figura 10.19 – Pressões nos nós da rede para o Caso 3.



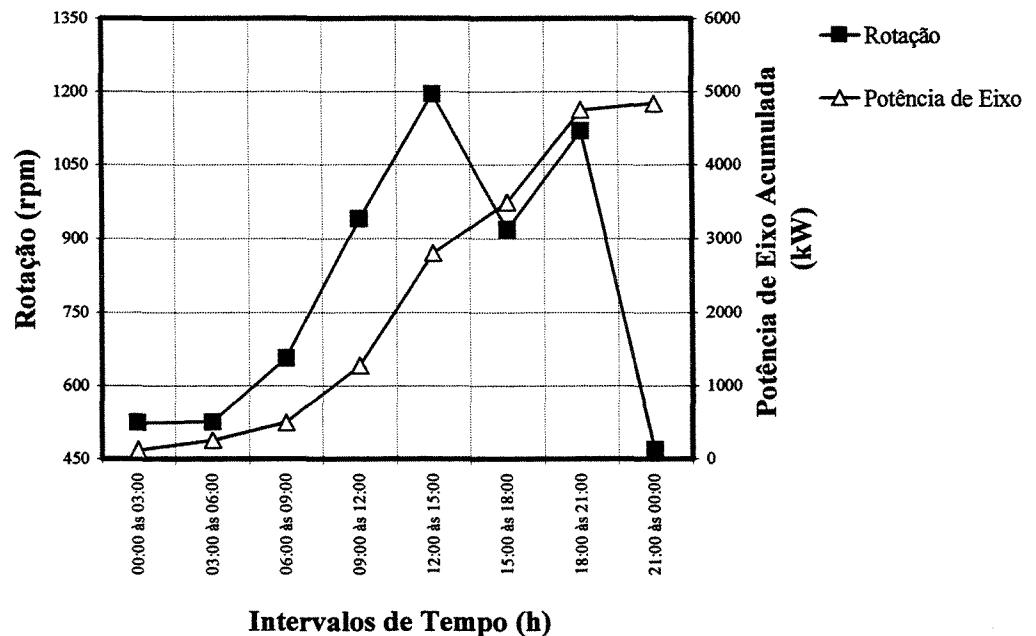
**Figura 10.20 – Volumes úteis dos reservatórios para o Caso 3.**



**Figura 10.21 – Aberturas das válvulas para o Caso 3.**



**Figura 10.22 – Vazão bombeada e altura manométrica da bomba do Booster 1 para o Caso 3.**



**Figura 10.23 – Rotação e potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para o Caso 3.**

#### 10.1.2.4. CASO 4

Os resultados gerados pelo modelo hidráulico de otimização do Caso 4 são apresentados nas Tabelas 10.15 a 10.18. Nas Figuras 10.24 a 10.29 são apresentados os comportamentos das vazões, das pressões, dos volumes úteis dos reservatórios, das aberturas das válvulas, da vazão bombeada, da altura manométrica, da rotação e da potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1, ao longo do horizonte de operação.

**Tabela 10.15 – Aberturas das válvulas para o Caso 4.**

Período (h)	$\theta(1)$ (°)	$\theta(2)$ (°)
0 às 3	81,000	23,514
3 às 6	81,000	26,772
6 às 9	81,000	36,980
9 às 12	81,000	54,866
12 às 15	81,000	55,978
15 às 18	81,000	43,520
18 às 21	81,000	50,248
21 às 0	81,000	31,872

**Tabela 10.16 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 4.**

Período (h)	QT(2) (m <sup>3</sup> /s)	QT(3) (m <sup>3</sup> /s)	By-Pass (m <sup>3</sup> /s)	QT(4) (m <sup>3</sup> /s)	QT(5) (m <sup>3</sup> /s)	QT(6) (m <sup>3</sup> /s)	QT(7) (m <sup>3</sup> /s)	QT(8) (m <sup>3</sup> /s)	QT(9) (m <sup>3</sup> /s)	QT(10) (m <sup>3</sup> /s)	QT(13) (m <sup>3</sup> /s)	QT(15) (m <sup>3</sup> /s)	QT(16) (m <sup>3</sup> /s)
<b>0 às 3</b>	0,368	0,368	-	0,209	0,150	0,061	0,159	0,159	0,110	0,069	0,098	0,049	0,041
<b>3 às 6</b>	0,403	0,403	-	0,231	0,161	0,100	0,173	0,173	0,115	0,068	0,100	0,057	0,048
<b>6 às 9</b>	0,444	0,444	-	0,259	0,163	0,247	0,185	0,185	0,106	0,041	0,080	0,078	0,065
<b>9 às 12</b>	0,527	0,527	-	0,315	0,172	0,504	0,212	0,212	0,095	-0,003	0,048	0,117	0,098
<b>12 às 15</b>	0,565	0,565	-	0,333	0,198	0,403	0,232	0,232	0,122	0,030	0,082	0,110	0,092
<b>15 às 18</b>	0,594	0,594	-	0,342	0,229	0,221	0,251	0,251	0,159	0,082	0,131	0,092	0,077
<b>18 às 21</b>	0,624	0,624	-	0,364	0,229	0,345	0,260	0,260	0,150	0,058	0,113	0,110	0,092
<b>21 às 0</b>	0,467	0,467	-	0,267	0,186	0,121	0,200	0,200	0,133	0,077	0,115	0,067	0,056

**Tabela 10.17 – Pressões nos nós da rede para o Caso 4.**

<b>Período (h)</b>	<b>P(3) (mca)</b>	<b>P(4) (mca)</b>	<b>P(5) (mca)</b>	<b>P(6) (mca)</b>	<b>P(8) (mca)</b>	<b>P(9) (mca)</b>	<b>P(10) (mca)</b>	<b>P(11) (mca)</b>	<b>P(14) (mca)</b>	<b>P(15) (mca)</b>
<b>0 às 3</b>	12,188	5,892	9,837	9,621	6,923	7,693	11,473	5,000	9,505	14,338
<b>3 às 6</b>	12,106	6,516	10,062	9,679	7,220	7,784	11,452	5,000	9,532	14,271
<b>6 às 9</b>	11,019	6,564	9,525	9,105	6,956	7,326	11,179	5,000	8,873	13,854
<b>9 às 12</b>	8,440	7,375	9,002	8,432	7,020	6,924	10,999	5,000	7,973	13,317
<b>12 às 15</b>	10,693	9,044	10,204	9,160	8,069	7,584	11,103	5,000	8,737	13,496
<b>15 às 18</b>	11,992	11,524	12,429	10,762	9,920	9,042	11,638	5,000	10,427	14,197
<b>18 às 21</b>	12,493	11,460	11,759	10,089	9,562	8,501	11,340	5,000	9,654	13,733
<b>21 às 0</b>	13,958	8,192	10,971	10,165	8,186	8,307	11,577	5,000	9,971	14,336

**Tabela 10.18 – Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 4.**

Período (h)	HR(1) (m)	HR(2) (m)	VU (1) (%)	VU (2) (%)	HMB (mca)	N (rpm)	$\eta$ (%)	PE (kW)	PEA (kW)
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	9,057	497,138	78,715	124,485	124,485
<b>3 às 6</b>	728,659	727,827	53,180	72,838	11,650	557,593	80,314	171,864	296,349
<b>6 às 9</b>	727,877	729,088	37,540	88,600	15,157	629,207	81,751	242,019	538,368
<b>9 às 12</b>	726,000	728,237	0,000	77,962	24,022	779,211	83,707	444,636	983,004
<b>12 às 15</b>	728,610	725,485	52,200	43,563	26,210	819,847	82,883	525,288	1508,292
<b>15 às 18</b>	730,190	724,181	83,800	27,263	29,573	868,176	83,242	620,421	2128,713
<b>18 às 21</b>	731,000	725,499	100,000	43,738	31,339	899,433	82,605	697,335	2826,048
<b>21 às 0</b>	731,000	725,034	100,000	37,925	15,285	640,816	79,848	262,824	3088,872
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-

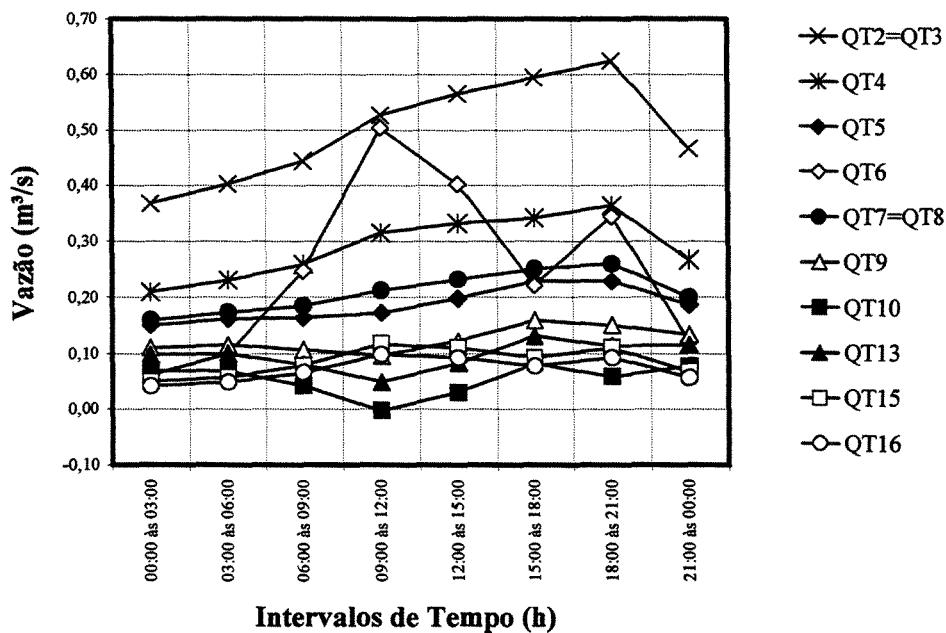
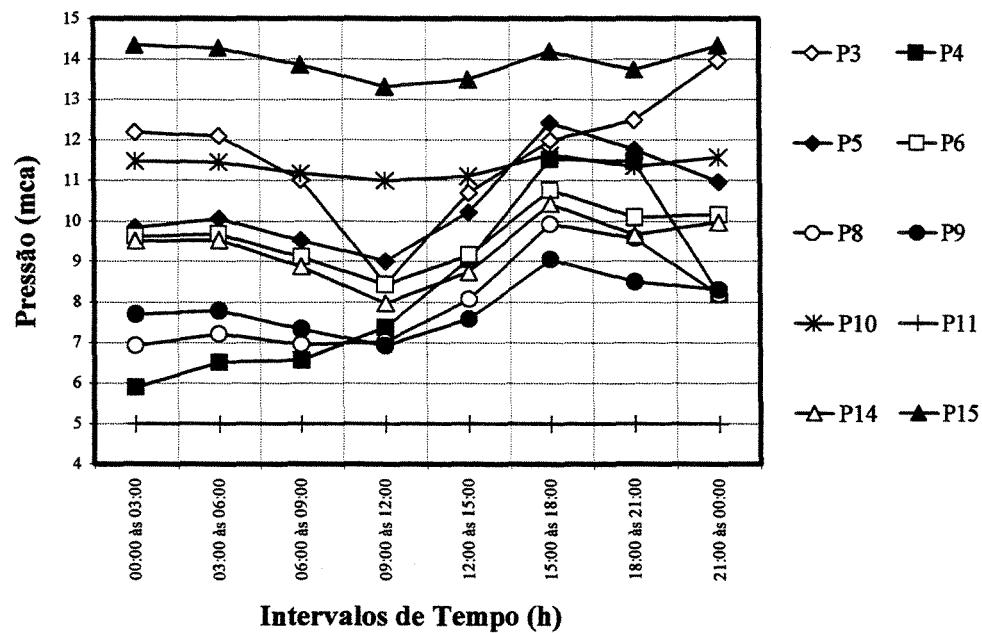


Figura 10.24 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 4.



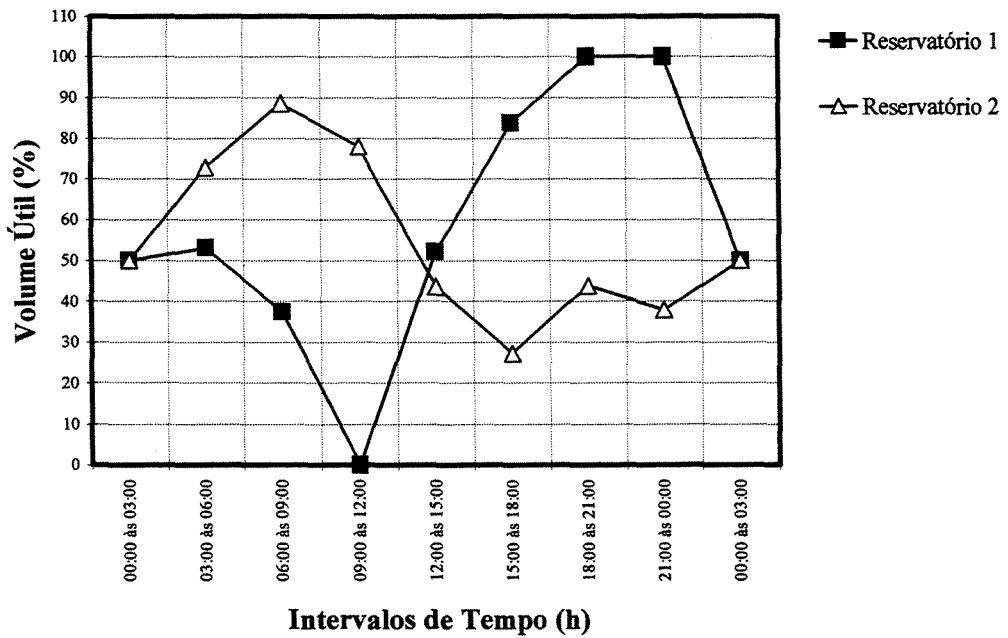


Figura 10.26 – Volumes úteis dos reservatórios para o Caso 4.

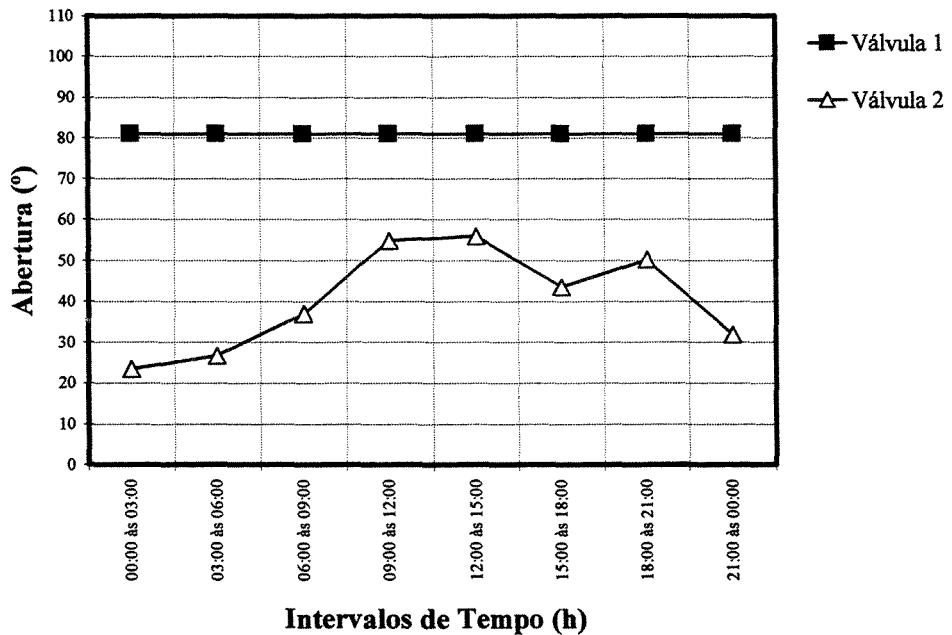
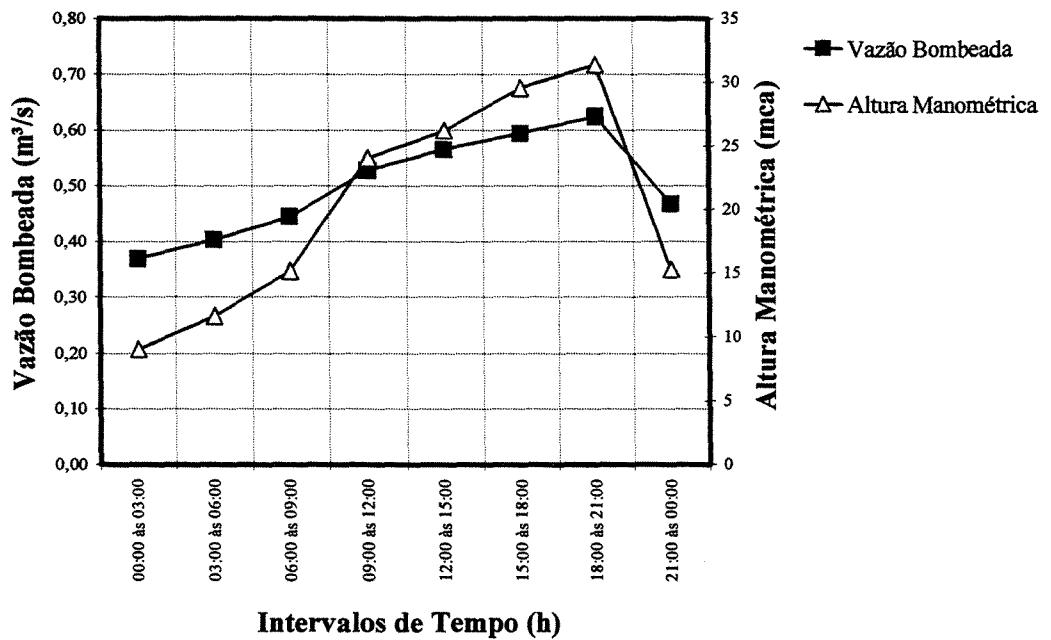
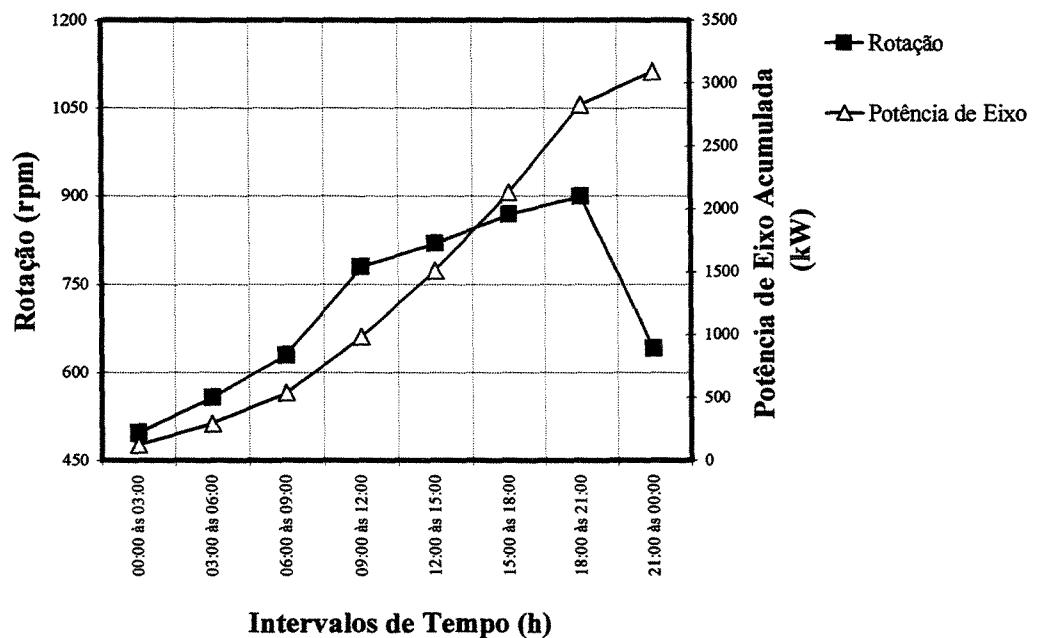


Figura 10.27 – Aberturas das válvulas para o Caso 4.



**Figura 10.28 – Vazão bombeada e altura manométrica da bomba do Booster 1 para o Caso 4.**

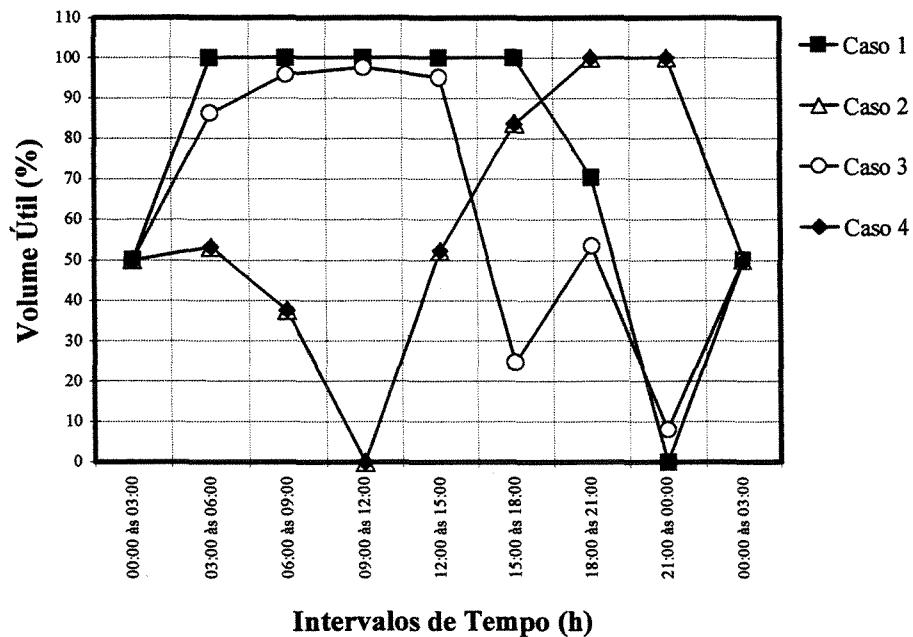


**Figura 10.29 – Rotação e potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para o Caso 4.**

### 10.1.2.5. COMPARAÇÃO ENTRE OS CASOS 1, 2, 3 E 4

A comparação entre as políticas operacionais geradas para os elementos da rede tem por finalidade: (a) avaliar o desempenho dos algoritmos de programação não-linear (Gradiente Reduzido Generalizado e Lagrangeana Projetada) diante de duas formulações distintas da função objetivo (linear e não-linear); (b) identificar qual a melhor solução, não só em termos de menor consumo de energia (associado à operação de bombeamento de água realizada pelo bomba do Booster 1), mas, também quanto à viabilidade de aplicação e implementação dos resultados fornecidos pelo modelo.

Nas Figuras 10.30 a 10.37 são apresentadas políticas operacionais relacionadas aos reservatórios, válvulas de controle de vazão e bomba do Booster 1, para os Casos 1, 2, 3 e 4.



**Figura 10.30 – Volume útil do Reservatório 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4.**

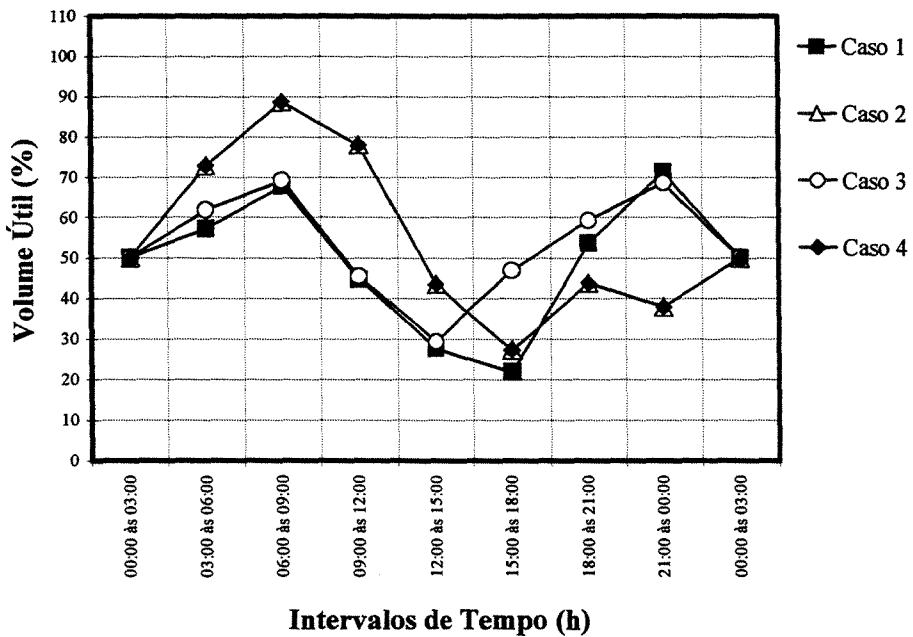


Figura 10.31 – Volume útil do Reservatório 2 para os Casos 1, 2, 3 e 4.

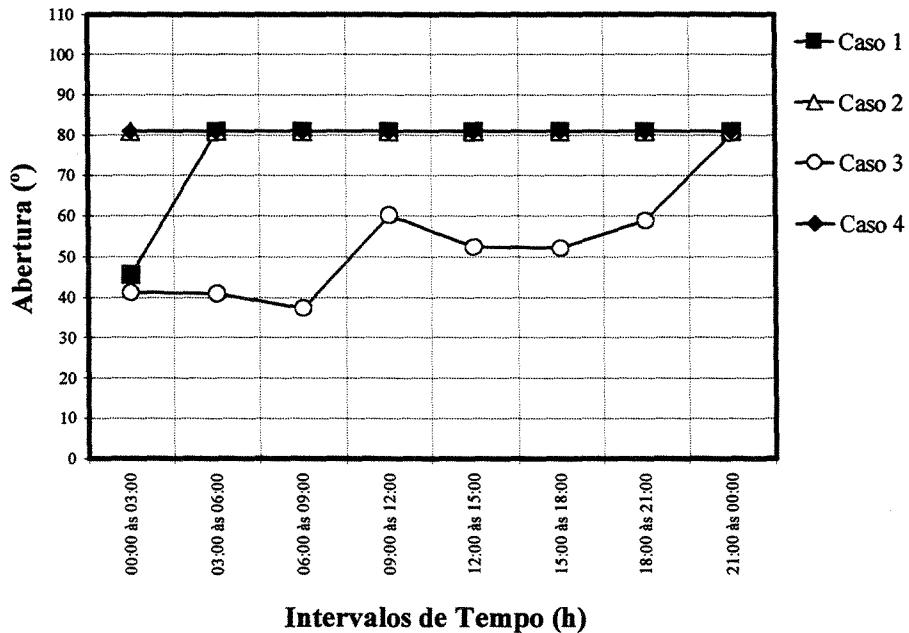
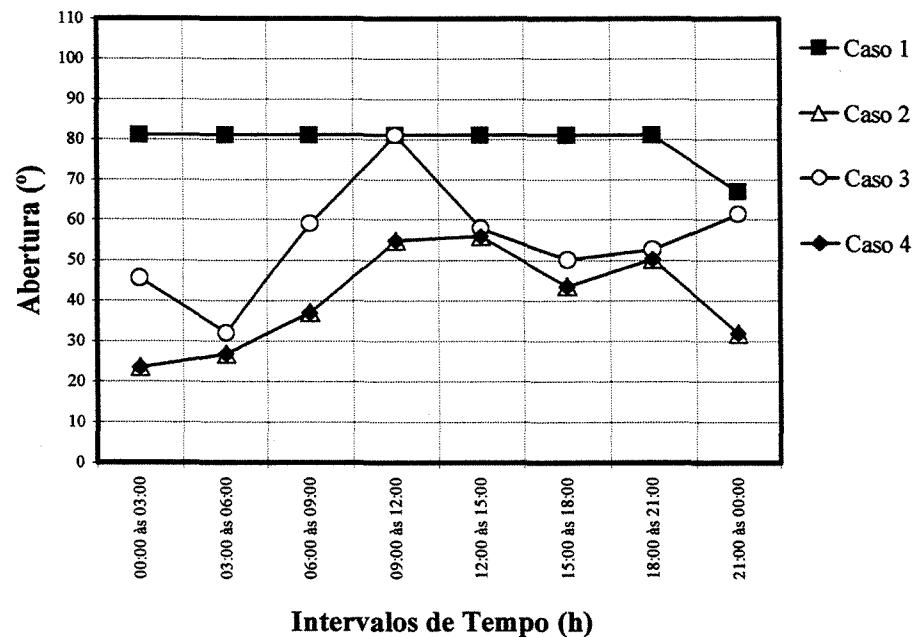
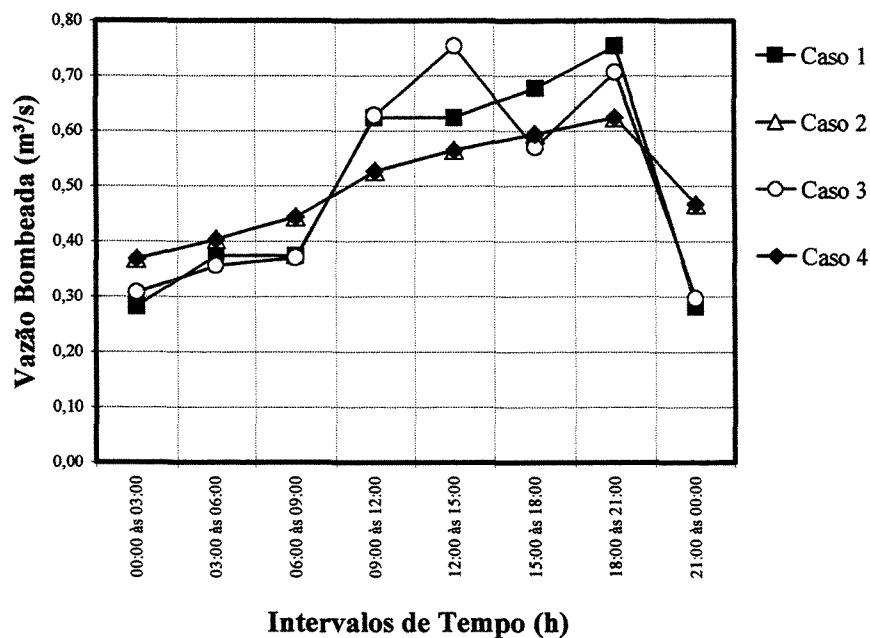


Figura 10.32 – Abertura da Válvula 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4.



**Figura 10.33** - Abertura da Válvula 2 para os Casos 1, 2, 3 e 4.



**Figura 10.34** – Vazão bombeada pela bomba do Booster 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4.

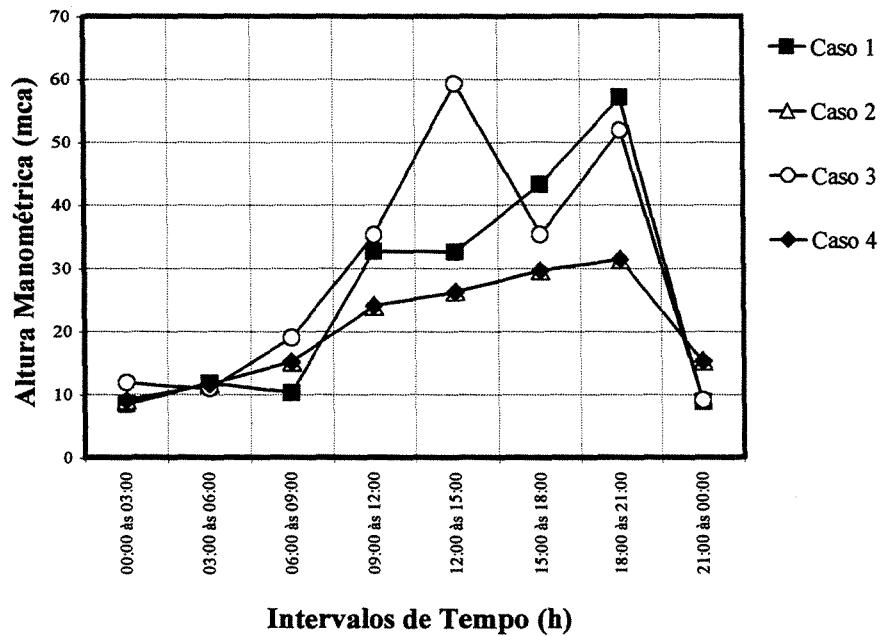


Figura 10.35 – Altura manométrica da bomba do Booster 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4.

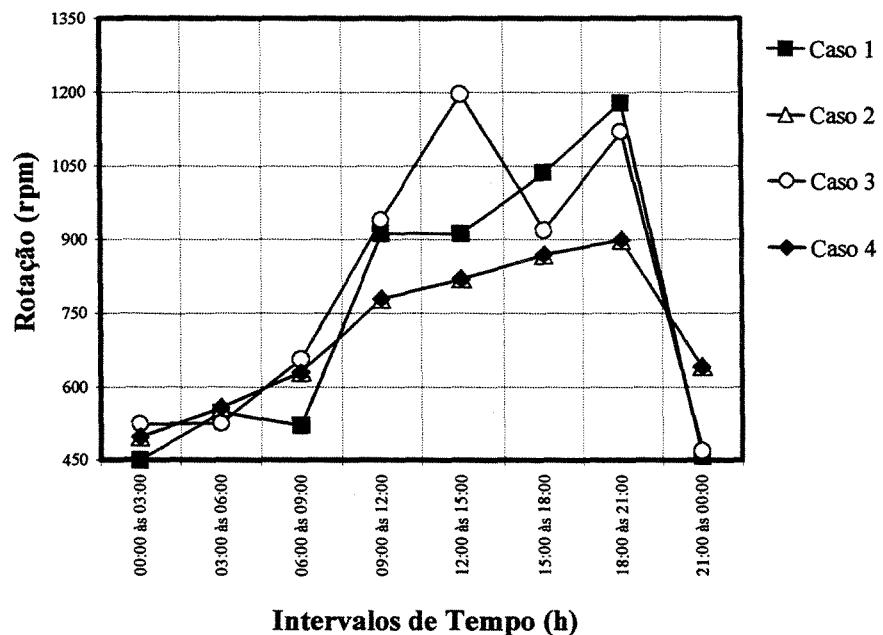
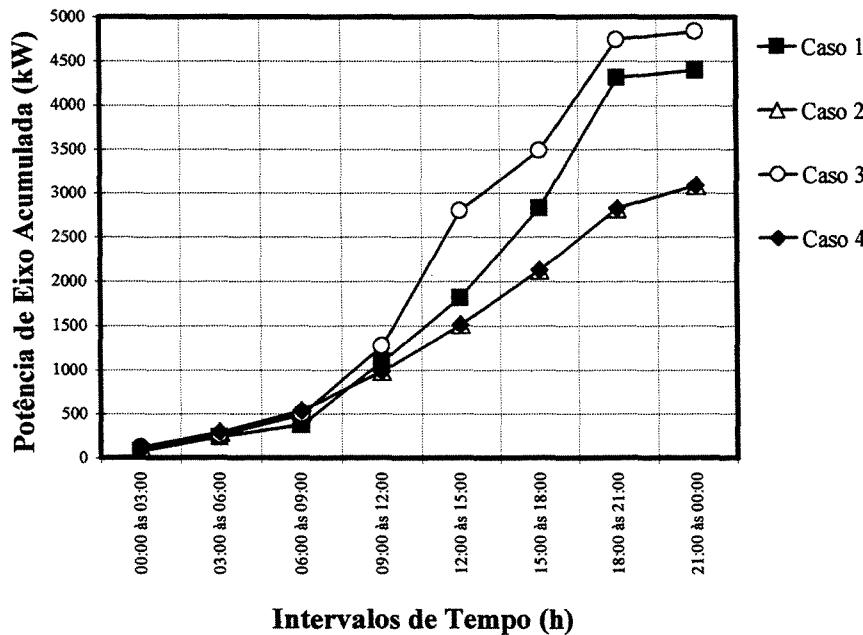


Figura 10.36 – Rotação da bomba do Booster 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4.



**Figura 10.37 – Potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4.**

Para os quatro casos em estudo, admitindo-se uma condição ideal de funcionamento para o motor elétrico acoplado à bomba do Booster 1 ( $\eta_m = 100\%$ ), a potência de eixo passa a representar a potência motriz, cujo valor acumulado ao longo do horizonte de operação, nos fornece a energia consumida associada ao bombeamento de água.

A Tabela 10.19 permite avaliar o comportamento da combinação função objetivo × algoritmo de solução, com relação ao consumo de energia da bomba do Booster 1, para os quatro casos em estudo.

**Tabela 10.19 – Consumo de energia para os Casos 1, 2, 3 e 4.**

Caso	Função objetivo (Minimização)	Algoritmo de solução	Energia consumida pela bomba do booster em 24 horas (kWh)
1	Vazões bombeadas	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	4.398,780
2	Potências de eixo	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	3.088,883
3	Vazões bombeadas	LP <sup>(3)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	4.837,721
4	Potências de eixo	LP <sup>(3)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	3.088,876

<sup>(1)</sup> Gradiente Reduzido Generalizado

<sup>(2)</sup> Branch and Bound

<sup>(3)</sup> Lagrangeana Projetada

Com base na Tabela 10.19 e na Figura 10.37 podemos observar que, para um mesmo algoritmo de solução, as variações na formulação da função objetivo podem conduzir a reduções no consumo de energia de 29,78% para os Casos 1 e 2 e 36,15% para os Casos 3 e 4. Por outro lado, para uma mesma formulação da função objetivo, a utilização de diferentes algoritmos de solução podem conduzir a uma redução no consumo de energia de 9,07% para os Casos 1 e 3 (função objetivo linear), sendo que para os Casos 2 e 4 (função objetivo não-linear) os algoritmos de solução conduzem praticamente ao mesmo ótimo local, gerando, assim, o mesmo consumo de energia para a bomba do Booster 1.

Como pode ser observado nas Figuras 10.30 a 10.37 e na Tabela 10.19, a formulação da função objetivo e o algoritmo de solução são fatores determinantes para a obtenção de um melhor ou pior ótimo local, segundo critérios pré-estabelecidos para o problema de programação não-linear.

A energia consumida na operação do sistema também pode ser representada em termos do índice de consumo específico (kWh/m<sup>3</sup>). Para a rede em questão, este índice representa o quanto de energia (kWh) é consumida pela bomba, para cada metro cúbico (m<sup>3</sup>) de água necessário para o abastecimento dos setores ligados à rede (nós 5, 6, 11, 14 e 15). Na Tabela 10.20 são apresentados os valores do consumo específico para os quatro casos em estudo.

**Tabela 10.20 – Consumo específico para os Casos 1, 2, 3 e 4.**

Caso	Volume total de água (m <sup>3</sup> )	Energia consumida pela bomba do booster em 24 horas (kWh)	Consumo específico (kWh/m <sup>3</sup> )
1	6.4709,56	4.398,780	0,068
2	6.4709,56	3.088,883	0,048
3	6.4709,56	4.837,721	0,075
4	6.4709,56	3.088,876	0,048

O volume total de água necessário para o abastecimento dos setores ligados à rede ao longo das 24 horas de operação, foi obtido a partir dos valores das vazões média diárias associadas aos nós 5, 6, 11, 14 e 15 (Figura 9.1) e dos coeficientes da curva neutra (Figura 10.1).

Os valores da energia consumida pela bomba do Booster 1 são uma consequência direta de sua forma de operação (Figuras 10.34 a 10.37). Como podemos observar, os Casos 2 e 4 são responsáveis pelo menor consumo de energia, em consequência de estarem minimizando o somatório das potências de eixo da bomba ao longo do horizonte de operação. Isso faz com que sejam alcançados menores valores para os pares carga × vazão, o que já não acontece para os Casos 1 e 3, que têm como objetivo apenas a minimização do somatório das vazões bombeadas. Além deste benefício, os Casos 2 e 4 também conduzem a um menor intervalo de variação para a rotação da bomba (497,118 a 899,433 rpm), o que significa uma menor solicitação do equipamento destinado ao controle da rotação, o inversor de freqüência (Figura 10.36).

Diretamente relacionada à forma como é operada a bomba do Booster 1, além da redução do consumo de energia elétrica, pode-se conseguir também uma maior flexibilidade para a escolha da estrutura tarifária que será aplicada para o faturamento da energia consumida, possibilitando, deste modo, além de uma análise técnica, uma análise financeira com base nos custos da energia elétrica associada à operação de bombeamento.

Sendo a instalação da estação tipo booster presente na rede uma unidade consumidora que se enquadra no Grupo “A” (alta tensão) Subgrupo A4 (2,3 a 25 kV), segundo a Resolução N° 456 da ANEEL, Artigo 53 Parágrafos I a IV (Apêndice 1), os Casos 1 a 4 podem optar pelas seguintes estruturas tarifárias (Quadro 10.1):

**Quadro 10.1 – Opções de estruturas tarifárias para os Casos 1, 2, 3 e 4.**

Caso	Opções tarifárias		
	Convencional	Estrutura tarifária	
		Azul	Verde
1	-	X	X
2	X	X	X
3	-	X	X
4	X	X	X

Através do Quadro 10.1, observa-se que os Casos 2 e 4 apresentam como vantagem sobre os demais, maior flexibilidade para a escolha da estrutura tarifária a qual será aplicada no faturamento da energia consumida pela operação de bombeamento. Este fato está relacionado diretamente ao baixo consumo de energia gerado por estes casos, o qual, consequentemente, conduz a menores valores de potência de demanda ao longo do dia.

Como mostra o Apêndice 1, o faturamento nas estruturas tarifárias convencional e horo-sazonais ao longo de um determinado período de faturamento (PF), leva em consideração, além da energia consumida (kWh) neste período, a carga (kW) que é disponibilizada pela concessionária para a unidade consumidora. Dependendo da estrutura tarifária, tanto a energia consumida como a carga (também chamada de demanda), podem estar sujeitas a valores diferenciados de tarifas em função dos horários do dia em que são medidas (ponta ou fora de ponta). Para quantificar a energia consumida pela operação de bombeamento para os quatro casos em estudo, com base nas Tabelas 10.6, 10.10, 10.14 e 10.18, no Quadro 10.2 são apresentados os valores adotados para as demandas contratadas junto à concessionária. Deve-se observar que tais

valores devem ser iguais ou superiores aos valores que ocorrem no sistema (valores medidos), caso contrário, haverá a cobrança de uma tarifa de ultrapassagem sobre este excedente, caracterizando um multa contratual.

**Quadro 10.2 – Demandas contratadas para os Casos 1, 2, 3 e 4.**

Caso	Demandas contratadas (kW)			
	Convencional	Estrutura tarifária		
		Horo-sazonal		Verde
		Azul	Fora de ponta	
1	-	494	340	494
2	233	233	207	233
3	-	420	511	511
4	233	233	207	233

Nos Quadros 10.3 a 10.5 são apresentados os valores das estruturas tarifárias convencional e horo-sazonais, praticadas pela CPFL – Companhia Paulista de Força e Luz. (Resolução Nº 130 da ANEEL). Nos respectivos valores já está computado o subsídio de 15% concedido para as unidades consumidoras que se enquadram na categoria de Água, Esgoto e Saneamento.

**Quadro 10.3 – Tarifa convencional.**

Tarifa Convencional		
Subgrupo	Demanda (R\$/kW)	Consumo (R\$/kWh)
A4 (2,3 a 25 kV)	6,154	0,0901085

**Quadro 10.4 – Tarifa horo-sazonal azul.**

<b>Tarifa horo-sazonal azul</b>		
<b>Subgrupo</b>	<b>Demanda (R\$/kW)</b>	
<b>A4 (2,3 a 25 kV)</b>	<b>Ponta</b>	<b>Fora da ponta</b>
	16,252	5,4145
	<b>Consumo (R\$/kWh)</b>	
	<b>Ponta</b>	
	<b>Seca</b>	<b>Úmida</b>
	0,1066835	0,0987105
	<b>Fora da ponta</b>	
	<b>Seca</b>	<b>Úmida</b>
	0,050728	0,0448205

**Quadro 10.5 – Tarifa horo-sazonal verde.**

<b>Tarifa horo-sazonal verde</b>		
<b>Subgrupo</b>	<b>Demanda (R\$/kW)</b>	
<b>A4 (2,3 a 25 kV)</b>	5,4145	
	<b>Consumo (R\$/kWh)</b>	
	<b>Ponta</b>	
	<b>Seca</b>	<b>Úmida</b>
	0,482647	0,474725
	<b>Fora da ponta</b>	
	<b>Seca</b>	<b>Úmida</b>
	0,050728	0,0448205

Sendo a curva neutra do sistema uma representação do comportamento de consumo de um dia típico do ano, tendo como base um período de faturamento (PF) de 30 dias (mensal), os períodos úmido e seco, de dezembro a abril (5 meses) e de maio a novembro (7 meses), e

considerando o horário de ponta das 18:00 às 21:00 horas, na Tabela 10.21 são apresentados os custos da energia consumida relativos aos quatro casos em estudo.

**Tabela 10.21 – Custos associados à operação de bombeamento para os Casos 1, 2, 3 e 4.**

Caso	Custo por estrutura tarifária (R\$)							
	Convencional		Horo-sazonal azul			Horo-sazonal verde		
			Período		Anual	Período		Anual
	Mensal	Anual	Úmido	Seco		Úmido	Seco	
1	-	-	90.887,97	133.342,34	224.230,31	138.417,60	199.867,98	338.285,58
2	9.783,92	117.407,04	50.941,29	75.452,27	126.393,55	72.042,80	104.986,92	177.029,72
3	-	-	90.651,67	133.459,29	224.110,97	127.441,66	184.951,82	312.393,48
4	9.783,90	117.406,82	50.941,24	75.452,19	126.393,43	72.042,76	104.986,84	177.029,60

Através das Tabelas 10.20 e 10.21 pode-se observar que nem sempre um menor consumo de energia elétrica conduz a uma menor custo de operação. Comparando os Casos 1 e 3, observa-se que a redução de 9,07% no consumo de energia do Caso 3 para o Caso 1 não garante uma redução no custo energético.

Deste modo, pode-se concluir que a associação de três fatores são determinantes para a composição do custo da energia consumida. São eles:

1. Tipo da estrutura tarifária;
2. Valores dos consumos (kWh) nos períodos de ponta e fora de ponta;
3. Valores das demandas (kW) nos períodos de ponta e fora de ponta.

Dentre as três estruturas tarifárias utilizadas nos casos em estudo, tomando como base uma mesma política operacional em que o sistema de bombeamento opera durante as 24 horas, a estrutura tarifária convencional se apresenta como a mais viável economicamente, em comparação com as estruturas horo-sazonais, sendo que destas, a tarifa verde se apresenta como a menos viável. Para sistemas de bombeamento que podem ser desligados durante o horário de ponta, considerando uma mesma política operacional, as tarifas horo-sazonais azul e verde se apresentam como as mais viáveis economicamente (inclusive conduzindo ao mesmo custo), sendo a tarifa convencional, para este caso, a menos viável.

Uma maneira de se reduzirem os custos de energia para sistemas de bombeamento que operam durante as 24 horas, é a adoção de uma tarifa horo-sazonal (verde ou azul) e a utilização de um gerador a óleo diesel (ou a gás) para fornecer energia durante o horário de ponta. Para este caso, deve-se proceder a um estudo de viabilidade, avaliando as condições de ordem técnica para a instalação do gerador e o custo da energia (R\$/kWh) produzida por ele. Neste valor devem estar incorporados os custos relativos à instalação do equipamento, operação, manutenção, etc.

Um outro índice de desempenho para a instalação elétrica da estação tipo booster, que pode ser quantificado para cada caso, é o fator de carga (FC). Este índice representa a performance da instalação através da relação entre a energia consumida pela unidade consumidora (ECUC) em kW e a carga disponibilizada pela concessionária (CDC) em kW, ao longo de um determinado período de tempo (PT) em horas.

$$FC = \frac{ECUC}{CDC \cdot PT} \cdot 100 (\%) \quad ... (10.9)$$

Para um período de tempo (PT) igual a 1 dia (24 horas), na Tabela 10.22 são apresentados os valores dos fatores de carga para os quatro casos em estudo.

**Tabela 10.22 – Fatores de carga para os Casos 1, 2, 3 e 4.**

Caso	Consumo (kWh)	Carga disponível (kW)	Fator de carga (%)
1	4.389,780	494	37,1
2	3.088,883	233	55,2
3	4.837,721	511	39,5
4	3.088,876	233	55,2

Como pode ser observado, os Casos 2 e 4 além de conduzirem a um menor consumo de energia e a um menor custo de operação, também conduzem a um maior fator de carga que os demais casos, apresentando, deste modo, uma utilização mais racional da energia colocada à disposição pela concessionária.

Além dos aspectos relacionados ao consumo de energia da bomba do Booster 1, também devem ser analisadas as políticas operacionais geradas para os demais elementos da rede, pois, em alguns casos, a solução que nos conduz a um menor consumo de energia pode não ser melhor em termos operacionais para a rede ou para os elementos desta.

Com relação os reservatórios da rede, podemos observar que o Reservatório 1 é mais solicitado operacionalmente do que o Reservatório 2 (Figuras 10.30 e 10.31). Este fato está relacionado a dois fatores:

1. Dimensão do reservatório;
2. Forma com que o reservatório é abastecido pela ETA.

A associação destes dois fatores é determinante para que o modelo hidráulico de otimização defina as políticas das vazões liberadas pelos reservatórios para a rede e, consequentemente, as oscilações de seus volumes úteis.

Como o Reservatório 1 é responsável pela distribuição dos 66,6% do volume total de água que abastece a rede, possuindo um menor volume de armazenamento (3 vezes menor que o Reservatório 2) e uma menor área de base (aproximadamente 1,9 vezes menor que a do Reservatório 2), este passa a ser mais solicitado operacionalmente, pois, em função de suas menores dimensões, ele se apresenta como mais sensível aos diferenciais entre as vazões aduzidas e as liberadas para a rede. Por exemplo, para um mesmo nível inicial e um mesmo diferencial entre as vazões aduzida e a liberada para a rede, o Reservatório 1 produz uma variação em seu nível de aproximadamente 1,9 vezes maior que a do Reservatório 2.

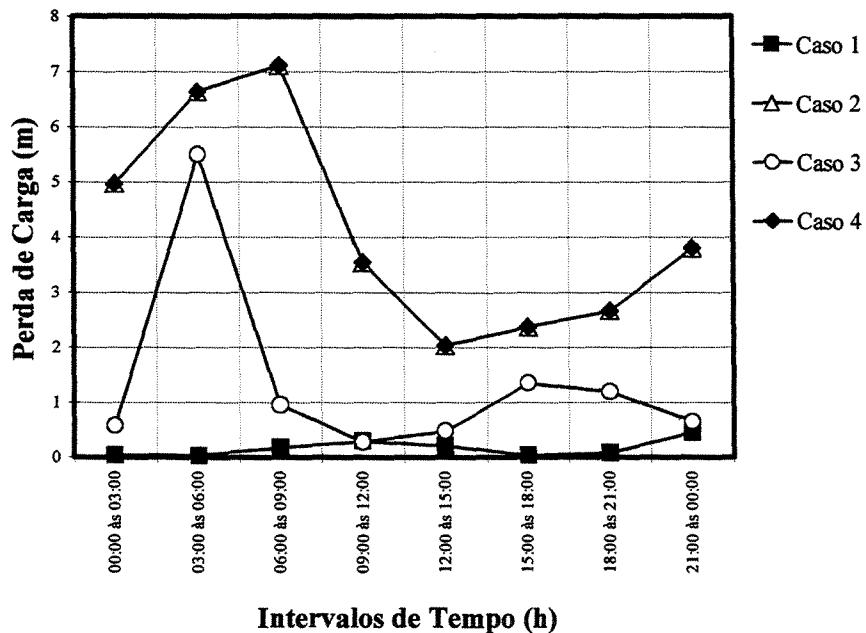
Para os Casos 1, 2 e 4 o Reservatório 1 realiza o ciclo diário de renovação diária da água armazenada, pois ele atinge a sua cota mínima de armazenamento recuperando o seu volume útil nos intervalos de tempo subseqüentes (Figura 10.30). Do ponto de vista da qualidade da água armazenada, este fato pode ser considerado como um fator positivo, ao passo que, dentro da ótica operacional, este comportamento pode ser considerado de risco, principalmente quando a cota mínima de armazenamento é alcançada junto com o pico de consumo do sistema (Casos 2 e 4) e o volume útil disponível no Reservatório 2 é baixo. Por exemplo, em uma situação de pane operacional da ETA para os Casos 2 e 4, tendo início no período de pico de consumo (09:00 horas), o abastecimento da rede se daria através do Reservatório 2. Como este reservatório inicia

o período de pico de consumo com 77,962% de volume útil ( $4.677,72\text{ m}^3$ ), este seria capaz de abastecer o sistema por aproximadamente 1 hora e 15 minutos.

Como dito anteriormente, através da Figura 10.31 podemos observar que o Reservatório 2 é menos solicitado operacionalmente, isto se dá em função de seu maior volume de armazenamento, de sua maior área de base, e de estar responsável pela distribuição de apenas 33,4% do volume total de água que abastece a rede. Também, convém ressaltar que as vazões liberadas por este reservatório para a rede são todas destinadas ao abastecimento da demanda localizada no nó 11, sendo ainda complementadas por parte das vazões liberadas pelo Reservatório 1, pois o volume aduzido para o Reservatório 2 em um dia de operação é de  $21.612,99\text{ m}^3$  e o volume consumido pela demanda localizada no nó 11 é de  $34.471,45\text{ m}^3$ . Em função de tais fatores, o Reservatório 2, ao longo do horizonte de operação, não atinge a sua cota mínima de armazenamento e, com isso, não é realizado o ciclo diário de renovação de sua água armazenada.

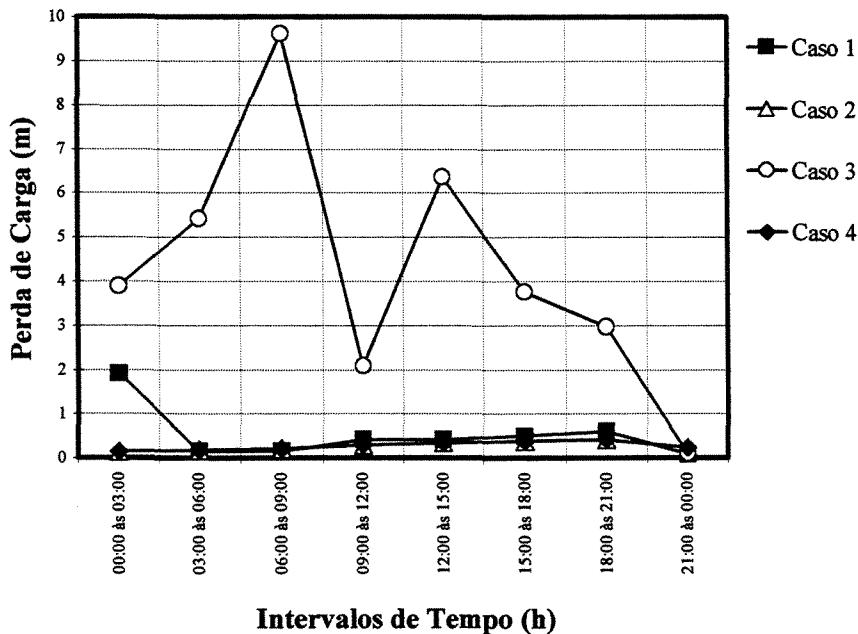
Os níveis de pressão nos nós da rede, para os quatro casos em estudo, são apresentados nas Figuras 10.7, 10.13, 10.19 e 10.25. De modo geral, pode-se concluir que o modelo hidráulico de otimização, cuja formulação da função objetivo visa à minimização do somatório das potências de eixo da bomba do Booster 1 (Casos 2 e 4), conduz a menores níveis de pressão, principalmente nos nós a jusante da bomba. Isso ocorre porque o modelo hidráulico de otimização determina, para a operação da bomba, menores valores de altura manométrica, afetando, consequentemente, a distribuição de pressões a jusante desta. Assim o nó 11, que é considerado como um ponto crítico para a manutenção de pressão devido à sua distância do Booster 1, passa a representar um gargalo operacional para os Casos 2 e 4, permanecendo em seu patamar mínimo de pressão dinâmica (5 mca) ao longo de todo o horizonte de operação. A manutenção da pressão no nó 5 em seu patamar dinâmico mínimo não é influenciada somente pelos menores valores de altura manométrica. A perda de carga que ocorre na Válvula 2 (localizada a montante do nó 11) também contribui para tal fato. Através da Figura 10.33 pode-se observar que a Válvula 2 para os Casos 2 e 4 é mais solicitada operacionalmente, trabalhando com variações em sua abertura de  $23,516$  a  $55,978^\circ$  ocasionando maiores valores de  $K_s$  e,

conseqüentemente, um maior nível de perda. Na Figura 10.38 são apresentados os comportamentos da perdas de carga que ocorrem na Válvula 2 para os quatro casos em estudo. Através desta figura constata-se que os Casos 2 e 4 conduzem a maiores níveis de perda de carga (de 2 a 7,1 m).



**Figura 10.38 – Perda de carga na Válvula 2 para os Casos 1, 2, 3 e 4.**

Com relação à Válvula 1, pode-se observar na Figura 10.32 o Caso 3 conduz a uma maior solicitação operacional desta válvula, já que sua abertura varia entre 37,263 e 58,894°. Este fato faz com que a perda de carga na válvula seja maior (de 2,1 a 9,6m) em relação aos demais casos (Figura 10.39), influenciando deste modo na observância de menores valores para a pressão do nó 3 que se encontra a sua jusante (Figuras 10.7, 10.13, 10.19 e 10.25).



**Figura 10.39 – Perda de carga na Válvula 1 para os Casos 1, 2, 3 e 4.**

Do ponto de vista computacional, o desempenho dos casos em estudo são apresentados na Tabela 10.23.

**Tabela 10.23 – Desempenho computacional dos Casos 1, 2, 3 e 4.**

Caso	Função Objetivo (Minimização)	Algoritmo de solução	Número de nós	Tempo de processamento (s) <sup>1</sup>	Iterações
1	Vazões bombeadas	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	16	23	762
2	Potências de eixo	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	9	23	900
3	Vazões bombeadas	LP <sup>(3)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	16	41	7.248
4	Potências de eixo	LP <sup>(3)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	9	13	1.991

<sup>(1)</sup> Gradiente Reduzido Generalizado

<sup>(2)</sup> Branch and Bound

<sup>(3)</sup> Lagrangeana Projetada

<sup>1</sup> O tempo de processamento foi obtido tendo como base um microcomputador com processador AMD-K6™ 3D 2/350 Mhz.

### 10.1.2.6. VARIAÇÃO NA FORMULAÇÃO DO MODELO (CASO 5)

Com o objetivo de se reduzir ainda mais o consumo de energia da bomba do Booster 1, foram introduzidas no modelo hidráulico de otimização, que tem como objetivo a minimização do somatório das potências de eixo da bomba, restrições que permitem a liberação das vazões aduzidas da ETA para os reservatórios da rede, compondo, assim, um novo caso de estudo chamado de Caso 5.

Nos Casos 1, 2, 3 e 4, para fixar as vazões  $QA_1$  e  $QA_2$  nos valores da Tabela 10.1, foram incorporadas ao modelo as seguintes restrições:

$$\left[ QA_{1,t} = \frac{0,375 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QP}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot 0,666}{4} \right]_t \quad t = 1, 3 \quad \dots(10.10)$$

$$\left[ QA_{1,t} = \frac{0,625 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QP}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot 0,666}{4} \right]_t \quad t = 4, 7 \quad \dots(10.11)$$

$$QA_{1,8} = \frac{0,375 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QP}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot 0,666}{4} \quad \dots(10.12)$$

$$\left[ QA_{2,t} = \frac{0,375 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QP}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot 0,334}{4} \right]_t \quad t = 1, 3 \quad \dots(10.13)$$

$$QA_{2,t} = \left[ \frac{0,625 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QD}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot 0,334}{4} \right]_t \quad t = 4, 7 \quad \dots(10.14)$$

$$QA_{2,8} = \frac{0,375 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QD}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot 0,334}{4} \quad \dots(10.15)$$

onde:

$CD_t$  Coeficiente da curva neutra no período de tempo  $t$ ;

$i$  Índice dos nós da rede;

$QA_{1,t}$  Vazão aduzida para o Reservatório 1 no período de tempo  $t$  ( $m^3/s$ );

$QA_{2,t}$  Vazão aduzida para o Reservatório 2 no período de tempo  $t$  ( $m^3/s$ );

$QD_i$  Vazão de demanda média diária associada ao nó  $i$  da rede ( $m^3/s$ );

$t$  Período de tempo correspondente a 3 horas consecutivas do horizonte de operação;

$\Psi_{QD}$  Conjunto correspondente aos índices dos nós que possuem demanda média diária.

Como mostram as Equações 10.10 a 10.15, o Reservatório 1 recebe 66,6% da vazão total produzida na ETA, distribuindo 37,5% deste valor nos períodos de 00:00 às 09:00 e de 21:00 às 00:00 horas, e 62,5% das 09:00 às 21:00 horas. O mesmo critério de distribuição das vazões entre períodos é aplicado ao Reservatório 2, sendo que este recebe os 33,4% restantes da vazão total produzida pela ETA.

Para liberar as vazões aduzidas no Caso 5, mantendo o mesmo perfil de abastecimento da rede e sobretudo uma operação uniforme da ETA, as restrições representadas pelas Equações 10.10 a 10.15 foram alteradas para:

$$\left[ QA_{1,t} = \frac{P_1 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QP}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot P_3}{4} \right]_t \quad t = 1, 3 \quad \dots(10.16)$$

$$\left[ QA_{1,t} = \frac{P_2 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QP}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot P_3}{4} \right]_t \quad t = 4, 7 \quad \dots(10.17)$$

$$QA_{1,8} = \frac{P_1 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QP}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot P_3}{4} \quad \dots(10.18)$$

$$\left[ QA_{2,t} = \frac{P_1 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QP}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot P_4}{4} \right]_t \quad t = 1, 3 \quad \dots(10.19)$$

$$\left[ QA_{2,t} = \frac{P_2 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QP}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot P_4}{4} \right]_t \quad t = 4, 7 \quad \dots(10.20)$$

$$QA_{2,8} = \frac{P_2 \cdot \sum_{i \in \Psi_{QP}} QD_i \cdot \sum_{t=1}^8 CD_t \cdot P_4}{4} \quad \dots(10.21)$$

$$P_1 + P_2 = 1 \quad \dots(10.22)$$

$$P_3 + P_4 = 1 \quad \dots(10.23)$$

onde:

- $CD_t$  Coeficiente da curva neutra no período de tempo  $t$ ;
- $i$  Índice dos nós da rede;
- $P_1$  Percentual da vazão aduzida durante os períodos das 00:00 às 09:00 e das 21:00 às 00:00 horas;
- $P_2$  Percentual da vazão aduzida durante o período das 09:00 às 21:00 horas;
- $P_3$  Percentual da vazão total produzida na ETA que é destinada ao Reservatório 1;
- $P_4$  Percentual da vazão total produzida na ETA que é destinada ao Reservatório 2;
- $QA_{1,t}$  Vazão aduzida para o Reservatório 1 no período de tempo  $t$  ( $m^3/s$ );
- $QA_{2,t}$  Vazão aduzida para o Reservatório 2 no período de tempo  $t$  ( $m^3/s$ );
- $QD_i$  Vazão de demanda média diária associada ao nó  $i$  da rede ( $m^3/s$ );
- $t$  Período de tempo correspondente a 3 horas consecutivas do horizonte de operação;
- $\Psi_QD$  Conjunto correspondente aos índices dos nós que possuem demanda média diária.

Desta forma, o modelo hidráulico de otimização do Caso 5 passa a ser composto por um conjunto de 269 variáveis, 244 restrições de igualdade e 456 de canalização, cuja resolução será efetuada através da interface do software GAMS com o solver CONOPT e SBB.

Os resultados gerados pelo modelo hidráulico de otimização do Caso 5 são apresentados nas Tabelas 10.24 a 10.28. Nas Figuras 10.40 a 10.49 é apresentada uma comparação entre os Casos 2 e 5 (mesma função objetivo e mesmo algoritmo de solução), com relação aos volumes úteis dos reservatórios, às aberturas das válvulas, à vazão bombeada, à altura manométrica, à rotação, à potência de eixo e às vazões aduzidas da ETA, ao longo do horizonte de operação.

**Tabela 10.24 – Aberturas das válvulas para o Caso 5.**

Período (h)	$\theta(1)$ (°)	$\theta(2)$ (°)
<b>0 às 3</b>	81,000	52,605
<b>3 às 6</b>	81,000	44,073
<b>6 às 9</b>	81,000	55,160
<b>9 às 12</b>	81,000	81,000
<b>12 às 15</b>	81,000	81,000
<b>15 às 18</b>	81,000	81,000
<b>18 às 21</b>	81,000	81,000
<b>21 às 0</b>	33,707	81,000

**Tabela 10.25 – Política operacional da ETA para o Caso 5.**

Período (h)	$QA_1$ (m³/s)	$QA_2$ (m³/s)
<b>0 às 3</b>	0,260	0,260
<b>3 às 6</b>	0,260	0,260
<b>6 às 9</b>	0,260	0,260
<b>9 às 12</b>	0,367	0,367
<b>12 às 15</b>	0,367	0,367
<b>15 às 18</b>	0,367	0,367
<b>18 às 21</b>	0,367	0,367
<b>21 às 0</b>	0,260	0,260

**Tabela 10.26 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 5.**

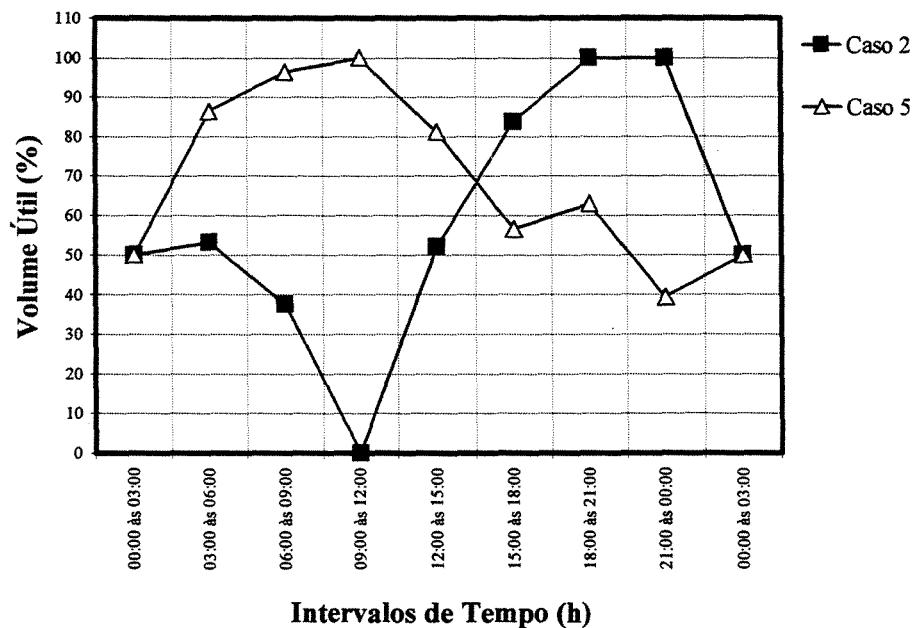
Período (h)	QT(2) (m <sup>3</sup> /s)	QT(3) (m <sup>3</sup> /s)	By-Pass (m <sup>3</sup> /s)	QT(4) (m <sup>3</sup> /s)	QT(5) (m <sup>3</sup> /s)	QT(6) (m <sup>3</sup> /s)	QT(7) (m <sup>3</sup> /s)	QT(8) (m <sup>3</sup> /s)	QT(9) (m <sup>3</sup> /s)	QT(10) (m <sup>3</sup> /s)	QT(13) (m <sup>3</sup> /s)	QT(15) (m <sup>3</sup> /s)	QT(16) (m <sup>3</sup> /s)
<b>0 às 3</b>	0,192	-	0,192	0,116	0,056	0,237	0,076	0,076	0,028	-0,013	0,05	0,049	0,041
<b>3 às 6</b>	0,241	-	0,241	0,145	0,075	0,262	0,096	0,096	0,039	-0,009	0,015	0,057	0,048
<b>6 às 9</b>	0,253	-	0,253	0,153	0,057	0,437	0,100	0,100	0,022	-0,044	-0,026	0,078	0,065
<b>9 às 12</b>	0,402	0,402	-	0,242	0,099	0,629	0,159	0,159	0,043	-0,055	-0,025	0,117	0,098
<b>12 às 15</b>	0,412	0,412	-	0,249	0,114	0,556	0,164	0,164	0,054	-0,038	-0,002	0,110	0,092
<b>15 às 18</b>	0,355	0,355	-	0,214	0,101	0,460	0,141	0,141	0,048	-0,029	0,003	0,092	0,077
<b>18 às 21</b>	0,410	0,410	-	0,247	0,113	0,558	0,163	0,163	0,053	-0,039	-0,003	0,110	0,092
<b>21 às 0</b>	0,240	0,240	-	0,145	0,145	0,347	0,095	0,095	0,029	-0,027	-0,008	0,067	0,056

**Tabela 10.27 – Pressões nos nós da rede para o Caso 5.**

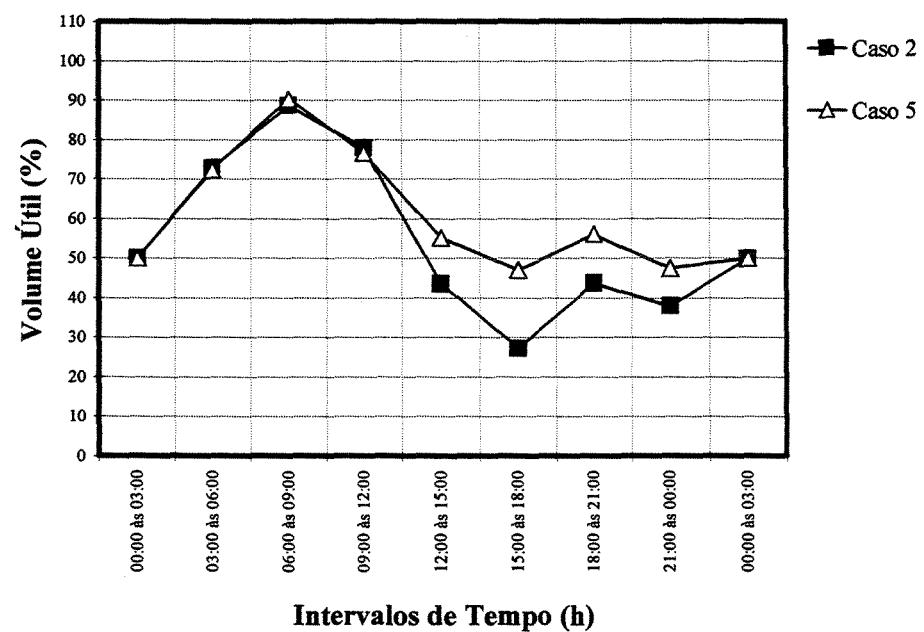
<b>Período (h)</b>	<b>P(3) (mca)</b>	<b>P(4) (mca)</b>	<b>P(5) (mca)</b>	<b>P(6) (mca)</b>	<b>P(8) (mca)</b>	<b>P(9) (mca)</b>	<b>P(10) (mca)</b>	<b>P(11) (mca)</b>	<b>P(14) (mca)</b>	<b>P(15) (mca)</b>
<b>0 às 3</b>	13,110	5,000	13,311	11,112	7,494	9,177	10,083	8,105	10,989	16,949
<b>3 às 6</b>	14,725	5,000	9,960	10,620	7,224	8,740	13,562	7,572	10,487	16,381
<b>6 às 9</b>	15,171	5,000	9,850	10,646	7,163	8,640	13,580	7,782	1,0187	16,255
<b>9 às 12</b>	14,457	5,000	8,312	8,746	6,014	6,773	11,563	5,872	7,822	13,882
<b>12 às 15</b>	13,437	5,000	8,181	8,446	5,918	6,617	11,293	5,448	7,770	13,685
<b>15 às 18</b>	12,605	5,000	8,860	9,272	6,426	7,442	12,178	6,272	8,827	14,736
<b>18 às 21</b>	12,545	5,000	8,203	8,481	5,993	6,641	11,324	5,484	7,793	13,716
<b>21 às 0</b>	5,537	5,000	9,965	10,720	7,233	8,754	13,652	7,734	1,0418	16,411

**Tabela 10.28 – Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 5.**

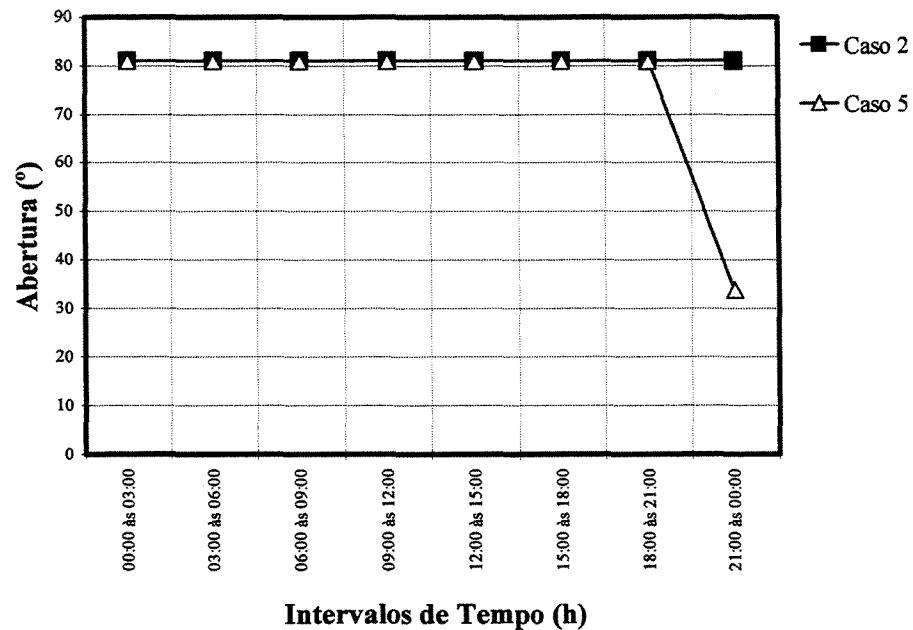
Período (h)	HR(1) (m)	HR(2) (m)	VU (1) (%)	VU (2) (%)	HMB (mca)	N (rpm)	$\eta$ (%)	PE (kW)	PEA (kW)
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-
<b>3 às 6</b>	730,319	727,793	86,380	72,413	-	-	-	-	-
<b>6 às 9</b>	730,822	729,220	96,441	90,250	-	-	-	-	-
<b>9 às 12</b>	731,000	728,124	100,000	76,550	7,706	487,024	68,809	44,120	132,360
<b>12 às 15</b>	730,056	726,417	81,120	55,213	9,318	521,618	73,354	51,289	286,226
<b>15 às 18</b>	728,829	725,758	56,580	46,975	7,060	452,202	74,029	33,179	385,762
<b>18 às 21</b>	729,151	726,484	63,020	56,050	10,115	534,830	75,971	53,497	546,252
<b>21 às 0</b>	727,970	725,799	39,040	47,487	9,151	450,000	86,708	24,823	620,720
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-



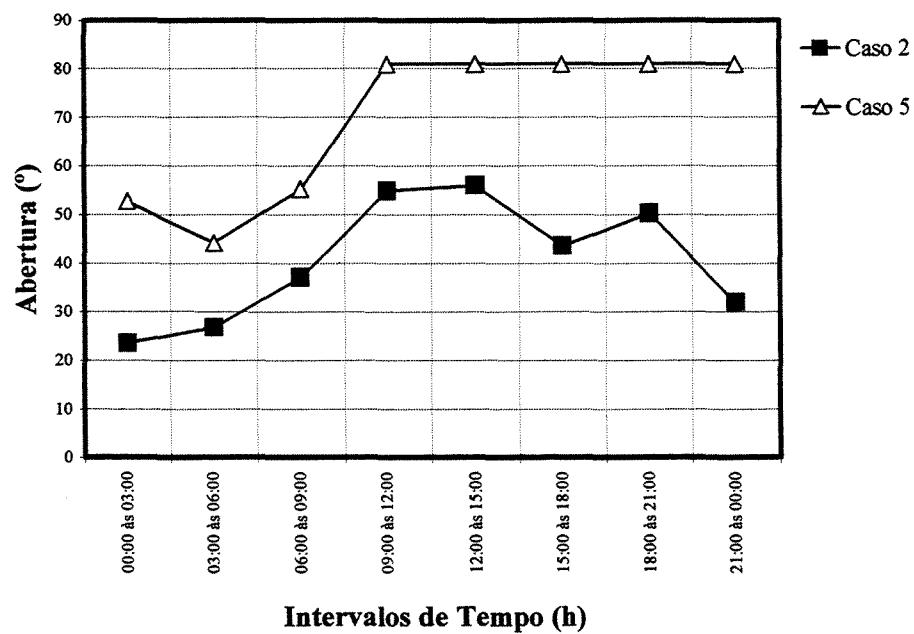
**Figura 10.40 – Volume útil do Reservatório 1 para os Casos 2 e 5.**



**Figura 10.41 – Volume útil do Reservatório 2 para os Casos 2 e 5.**



**Figura 10.42 – Abertura da Válvula 1 para os Casos 2 e 5.**



**Figura 10.43 – Abertura da Válvula 2 para os Casos 2 e 5.**

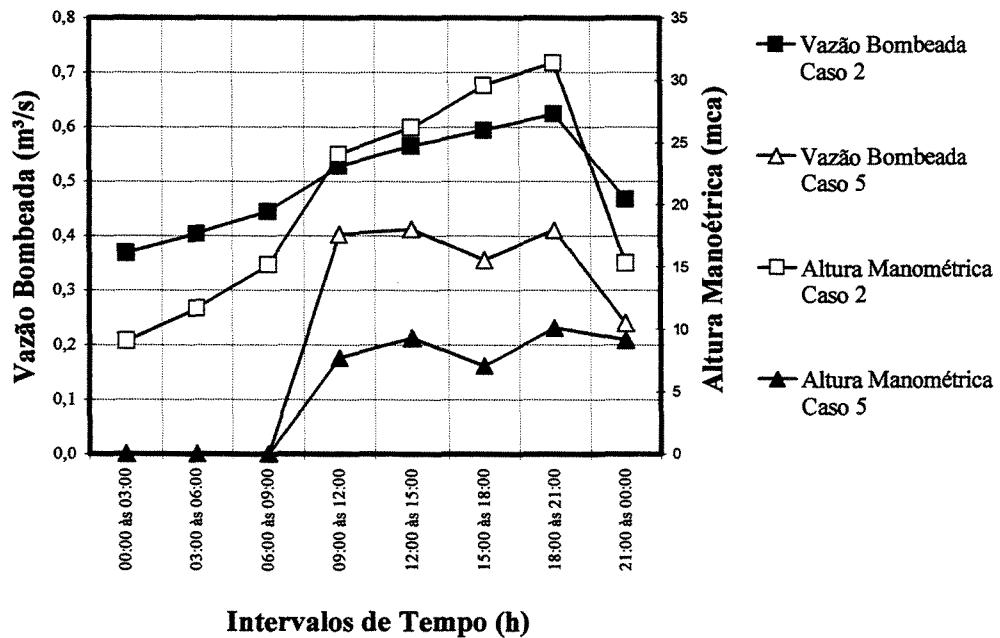


Figura 10.44 – Vazão e altura manométrica da bomba do Booster 1 para os Casos 2 e 5.

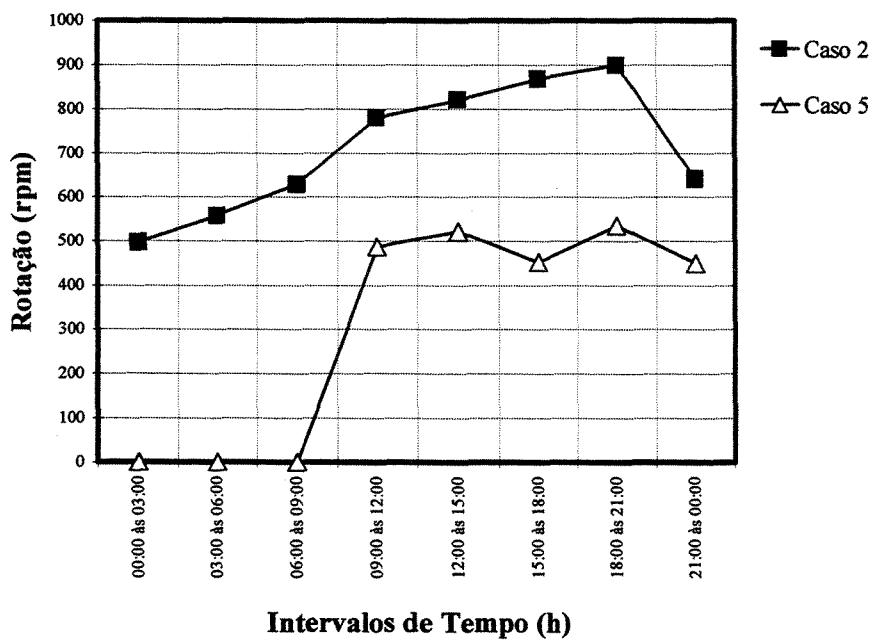
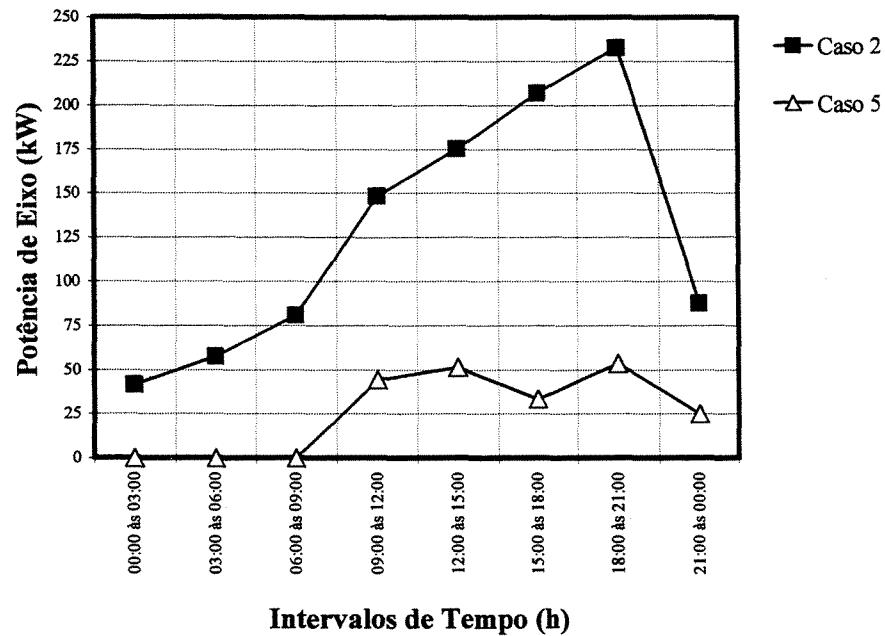
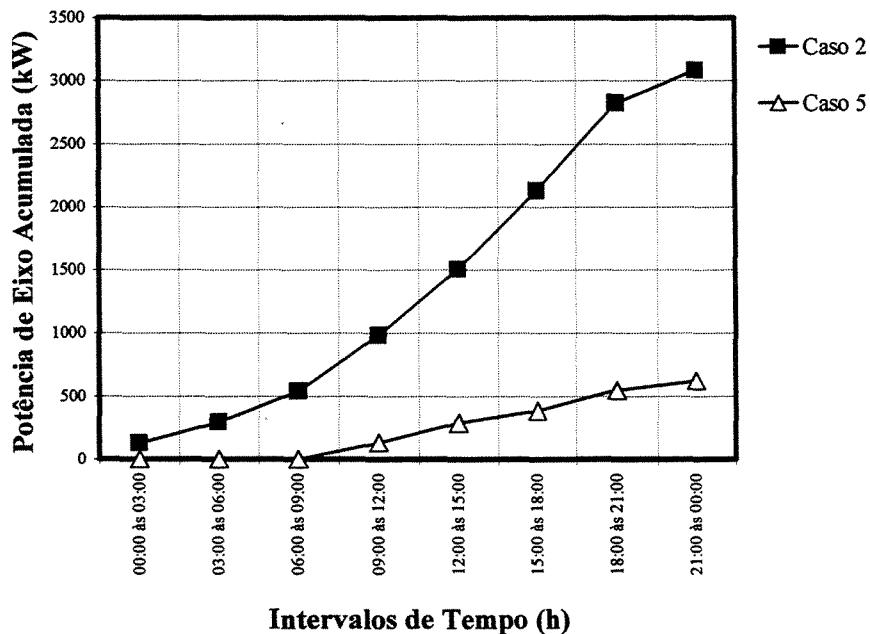


Figura 10.45 – Rotação da bomba do Booster 1 para os Casos 2 e 5.



**Figura 10.46 – Potência de eixo para os Casos 2 e 5.**



**Figura 10.47 – Potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para os Casos 2 e 5.**

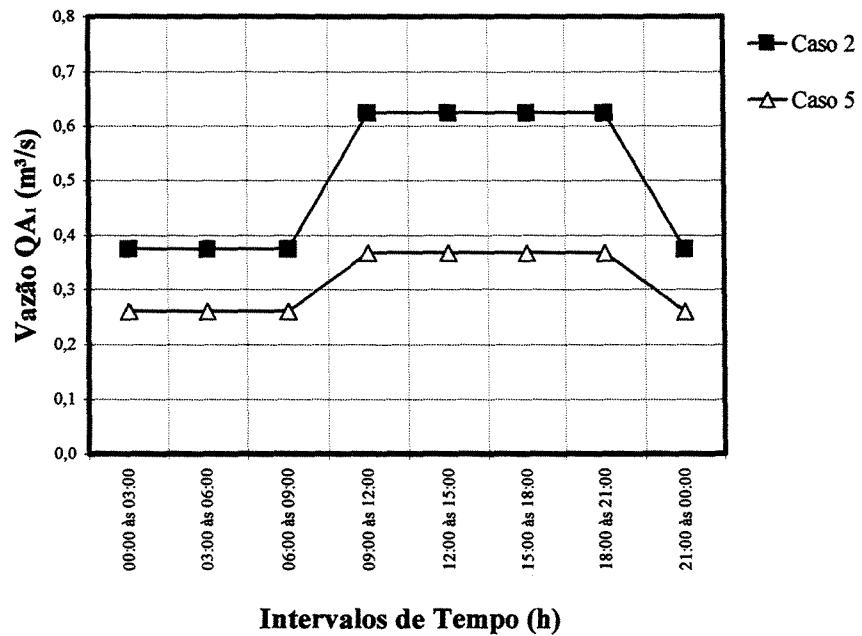


Figura 10.48 – Vazão  $QA_1$  para os Casos 2 e 5.

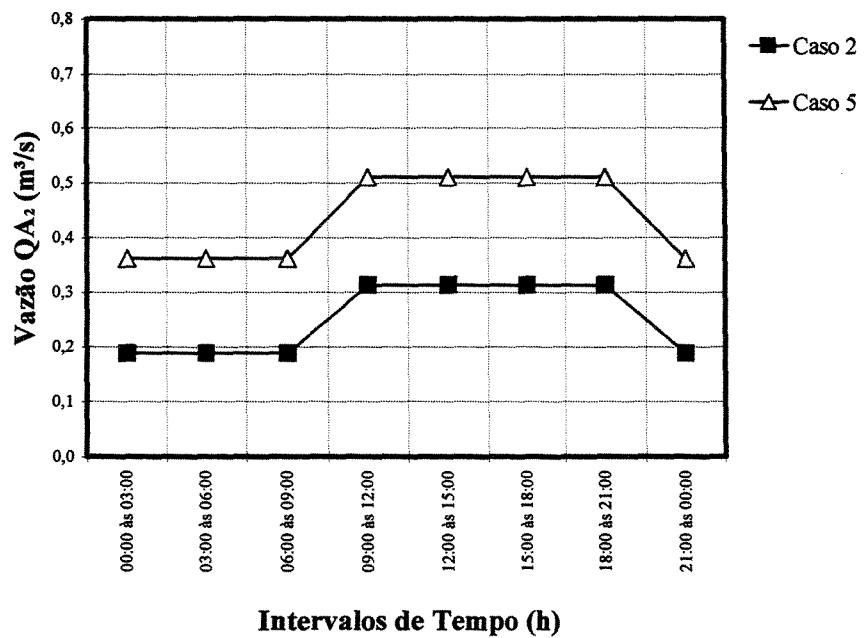


Figura 10.49 – Vazão  $QA_2$  para os Casos 2 e 5.

Pelas Tabelas 10.10, 10.28 e pela Figura 10.47, observa-se que as políticas operacionais geradas pelo modelo hidráulico de otimização do Caso 5 conduzem a uma redução de 79,9% da potência de eixo consumida pela bomba do Booster 1, quando comparadas ao Caso 2. Este fato indica a importância de se ter uma visão sistêmica do problema avaliando também como a ETA deve ser operada, e não simplesmente focar as atenções somente nos componentes da rede (válvulas, reservatório, bombas, etc).

A nova política operacional da ETA, fornecida pelo modelo hidráulico de otimização, faz com que a bomba do Booster 1 não necessite estar operando durante todas as horas do horizonte (24 horas) como nos demais casos (1, 2, 3 e 4). Para o Caso 5, a bomba do booster permanece desligada das 00:00 às 9:00 (período de 9 horas consecutivas em que o escoamento se faz pelo By-Pass) e ligada das 9:00 às 00:00 horas.

Este novo comportamento operacional da bomba do Booster 1 gerado pelo modelo hidráulico de otimização do Casos 5, aliado aos seus menores valores de altura manométrica e vazão bombeada (Figura 10.44), faz com que, além de uma grande economia no consumo de energia, seja alcançada uma melhor utilização do conjunto motor-bomba através de um menor intervalo de potência de eixo requerida pelo conjunto (que para a condição de  $\eta_m = 100\%$  passa a representar a potência motriz). Na Figura 10.46 são apresentados os valores das potências de eixo para os Casos 2 e 5. Observa-se que o Caso 2 conduz a um intervalo de potência de eixo de 232,445 a 41,491 kW, o que representa uma variação de 82,15%, enquanto que para o Caso 5 este intervalo é entre 53,497 a 24,823 kW, o que representa uma variação de 53,6%. Em função de tais valores, o Caso 5 pode utilizar um motor elétrico de menor potência nominal, quando comparado ao Caso 2 (que necessita de um motor elétrico de maior potência nominal), verificando sempre se o conjugado do motor (momento motor ou torque) é maior que o conjugado resistente oferecido pela bomba para acelerá-la até a sua rotação nominal.

Com relação à utilização do equipamento destinado ao controle da rotação do motor elétrico acoplado à bomba do Booster 1 (inversor de freqüência), o Caso 5 se apresenta como mais eficiente, conduzindo a um intervalo de rotação de 450 a 534,83 rpm, o que representa uma

variação de 15,86%, indicando desta forma uma menor solicitação do inversor de freqüência. Já para o Caso 2, o intervalo de rotação da bomba é de 497,118 a 899,433 rpm, o que representa uma variação de 44,73%, isto é, uma maior solicitação do inversor de freqüência (Figura 10.45).

Nas Tabelas 10.29, 10.30 e 10.31 são apresentadas as comparações dos Casos 2 e 5 com relação ao consumo de energia, o consumo específico e o fator de carga da instalação da estação tipo booster (Booster1).

**Tabela 10.29 – Consumo de energia para os Casos 2 e 5.**

Caso	Função objetivo (Minimização)	Algoritmo de solução	Energia consumida pela bomba do booster em 24 horas (kWh)
2	Potências de eixo	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	3.088,883
5	Potências de eixo	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	620,720

<sup>(1)</sup> Gradiente Reduzido Generalizado

<sup>(2)</sup> Branch and Bound

**Tabela 10.30 – Consumo específico para os Casos 2 e 5.**

Caso	Volume total de água (m <sup>3</sup> )	Energia consumida pela bomba do booster em 24 horas (kWh)	Consumo específico (kWh/m <sup>3</sup> )
2	64.709,56	3.088,883	0,048
5	64.709,56	620,720	0,001

**Tabela 10.31 – Fatores de carga para os Casos 2 e 5.**

Caso	Consumo (kWh)	Carga disponível (kW)	Fator de carga (%)
2	3.088,883	233	55,2
5	620,720	54	76,6

Deve-se destacar que o fator de carga (FC) para o Caso 5 foi calculado tendo como base um período de tempo (PT) de 15 horas, que corresponde ao tempo de funcionamento da bomba.

Segundo a Resolução Nº 456 da ANEEL, Artigo 53, Parágrafos I a IV, assim como no Caso 2, o Caso 5 também possibilita a aplicação das estruturas tarifárias convencional e horo-sazonais, como apresentado no Quadro 10.6.

**Quadro 10.6 – Opções de estruturas tarifárias para os Casos 2 e 5.**

<b>Opções tarifárias</b>			
<b>Caso</b>	<b>Estrutura tarifária</b>		
	<b>Convencional</b>	<b>Horo-sazonal</b>	
		<b>Azul</b>	<b>Verde</b>
<b>2</b>	X	X	X
<b>5</b>	X	X	X

Para quantificar a energia consumida pela operação de bombeamento de água para os Casos 2 e 5, tendo como base as Tabelas 10.10 e 10.29, no Quadro 10.7 são apresentados os valores das demandas contratadas à concessionária.

**Quadro 10.7 – Demandas contratadas para os Casos 2 e 5.**

<b>Demandas contratadas (kW)</b>				
<b>Caso</b>	<b>Estrutura tarifária</b>			
	<b>Convencional</b>	<b>Horo-sazonal</b>		
		<b>Azul</b>	<b>Verde</b>	
		<b>Ponta</b>	<b>Fora de ponta</b>	
<b>2</b>	233	233	207	233
<b>5</b>	54	54	52	54

Com os valores tarifários dos Quadros 10.3 a 10.5, na Tabela 10.32 são apresentados os custos da energia consumida pelos Casos 2 e 5.

**Tabela 10.32 – Custos associados à operação de bombeamento para os Casos 2 e 5.**

Caso	Custo por estrutura tarifária (R\$)							
	Convencional		Horo-sazonal azul			Horo-sazonal verde		
			Período		Anual	Período		Anual
	Mensal	Anual	Úmido	Seco		Úmido	Seco	
2	9.783,92	117.407,04	50.941,29	75.452,27	126.393,55	72.042,80	104.986,92	177.029,72
5	2.010,28	24.123,37	11.266,29	16.612,46	27.878,75	15.984,43	23.216,15	39.200,58

Como pode ser observado pela Tabela 10.33, as políticas operacionais geradas pelo modelo hidráulico de otimização do Caso 5 conduzem a uma redução média de 77,9% nos custos (para as estruturas tarifárias convencional e horo-sazonais), o que representa uma economia anual de R\$ 93.283,67 para a tarifa convencional, R\$ 98.514,80 para a tarifa horo-sazonal azul e R\$ 137.829,14 para a tarifa horo-sazonal verde.

Com relação à nova política operacional da ETA, apresentada na Tabela 10.25 e nas Figuras 10.48 e 10.49, constata-se que o Caso 5 conduz a uma política de vazões aduzidas contrárias àquelas apresentadas na Tabela 10.1. Como mostra a Tabela 10.25, a nova política operacional da ETA aduz 41,86% da vazão total produzida para o Reservatório 1 e 58,14% para o Reservatório 2, sendo que para a política anterior (com valores pré-fixados), eram aduzidos 66,6% para o Reservatório 1 e 33,4% para o Reservatório 2.

Além do benefício de reduzir drasticamente o consumo e o custo da energia, a nova política operacional da ETA gerada pelo Caso 5 proporciona uma utilização mais uniforme dos reservatórios da rede. Como pode ser observado na Figura 10.40, o Reservatório 1 possui uma flutuação de seu volume útil entre 39,4 e 100%, não atingindo mais a sua cota mínima de armazenamento e, consequentemente, não realizando o ciclo diário de renovação de sua água armazenada. Isso se dá pelo fato de o Reservatório 1, que possui um menor volume de armazenamento e menores dimensões, estar distribuindo uma menor vazão aduzida da ETA (aproximadamente 37,15% menor quando comparada ao Caso 2). Um menor valor de vazão aduzida da ETA para o Reservatório 1 faz com que este libere também para a rede menores valores de vazão, que irão, consequentemente, influenciar nas políticas operacionais da bomba do Booster 1 que se encontra a jusante do reservatório.

Pela Tabela 10.26, em função da maior vazão aduzida da ETA (aproximadamente 74,07% maior que no Caso 2), observa-se que o Reservatório 2 passa a não mais abastecer somente a demanda localizada no nó 11 (como ocorre no Caso 2), mas também as demandas do nós 15 e 6 (exceto das 00:00 às 06:00 horas e das 15:00 às 18:00 horas).

Com relação à distribuição de pressões na rede, pela Tabela 10.27 observa-se que o nó 4 (a jusante do Booster 1) passa a ser um gargalo operacional para o Caso 5, mantendo-se por todo o horizonte de operação com a pressão dinâmica mínima (5 mca). Isso se dá em função de a bomba permanecer durante um período de 9 horas desligada e dos baixos valores de altura manométrica que ocorrem quando a bomba se encontra ligada.

#### **10.1.2.7. INCORPORAÇÃO DAS TARIFAS DE ENERGIA (CASO 6)**

Os casos estudados anteriormente contemplavam somente a redução do consumo de energia da bomba do Booster 1. Através da incorporação das tarifas diferenciadas de energia e do rendimento do motor elétrico (adotado igual a 100%) na formulação da função objetivo que minimiza o somatório da potência de eixo da bomba, compõem-se uma nova função que busca minimizar o custo da energia elétrica consumida pela operação de bombeamento de água realizada pelo booster. Deste modo, o modelo hidráulico de otimização pode gerar políticas operacionais para os elementos da rede, minimizando o custo mensal de operação associado ao bombeamento de água.

No Apêndice 1 são apresentados os critérios de faturamento para a energia consumida nas três estruturas tarifárias de alta tensão (convencional, horo-sazonal azul e verde). Com base em tais critérios, são formuladas três novas funções objetivo visando à minimização do custo mensal de bombeamento de água, com relação às tarifas convencional e horo-sazonais (azul de verde). Tais funções objetivo estão representadas nas Equações 10.24 a 10.26 e serão incorporadas ao modelo hidráulico de otimização do Caso 5, compondo um novo caso, chamado de Caso 6, cuja resolução será efetuada pela interface do software GAMS com o solver CONOPT e SBB .

$$\text{Minimizar} \quad \left( \sum_{t=1}^8 \frac{9.8 \cdot QT_{3,t} \cdot HMB_{1,t}}{\eta_{1,t} \cdot \eta_{m_{1,t}}} \cdot 3 \cdot TCC \right) \cdot PF + DC \cdot TDC \quad \dots(10.24)$$

$$\text{Minimizar} \quad \left[ \left( \sum_{t \in \Psi_{FP}} \frac{9.8 \cdot QT_{3,t} \cdot HMB_{1,t}}{\eta_{1,t} \cdot \eta_{m_{1,t}}} \cdot 3 \cdot TCAFP + \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{t \in \Psi_p} \frac{9.8 \cdot QT_{3,t} \cdot HMB_{1,t}}{\eta_{1,t} \cdot \eta_{m_{1,t}}} \cdot 3 \cdot TCAP \right) \right]_t \cdot PF + DCFP \cdot TDAFP + DCP \cdot TDAP \quad \dots(10.25)$$

$t = 1, 8$

$$\text{Minimizar} \quad \left[ \left( \sum_{t \in \Psi_{FP}} \frac{9.8 \cdot QT_{3,t} \cdot HMB_{1,t}}{\eta_{1,t} \cdot \eta_{m_{1,t}}} \cdot 3 \cdot TCVFP + \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{t \in \Psi_p} \frac{9.8 \cdot QT_{3,t} \cdot HMB_{1,t}}{\eta_{1,t} \cdot \eta_{m_{1,t}}} \cdot 3 \cdot TCVP \right) \right]_t \cdot PF + DC \cdot TDV \quad \dots(10.26)$$

$t = 1, 8$

onde:

DC Demanda contratada (kW);

DCFP Demanda contratada fora do horário de ponta (kW);

DCP Demanda contratada no horário de ponta (kW);

$HMB_{1,t}$  Altura manométrica da bomba do Booster 1 no período t (mca);

PF Período de faturamento;

$QT_{3,t}$  Vazão no trecho 3 da rede no período t ( $m^3/s$ );

t Período de tempo correspondente a três horas consecutivas do horizonte de operação;

TCAFP Tarifa de consumo azul fora do horário de ponta (R\$/kWh);

TCAP Tarifa de consumo azul no horário de ponta (R\$/kWh)

TCC Tarifa de consumo convencional (R\$/kWh)

TCVFP Tarifa de consumo verde fora do horário de ponta (R\$/kWh);

TCVP Tarifa de consumo verde no horário de ponta (R\$/kWh);

TDAFP Tarifa de demanda azul fora do horário de ponta (R\$/kW);

TDAP Tarifa de demanda azul no horário de ponta (R\$/kW);

TDC Tarifa de demanda convencional (R\$/kW);

- TDV Tarifa de demanda verde (R\$/kW);
- $\eta_{1,t}$  Rendimento hidráulico da bomba do Booster 1 no período t (%);
- $\eta_{m_{1,t}}$  Rendimento do motor elétrico acoplado à bomba do Booster 1 no período t (adotado igual a 100%);
- $\Psi_{FP}$  Conjunto correspondente aos intervalos de tempo t que pertencem aos horários fora de ponta;
- $\Psi_P$  Conjunto correspondente aos intervalos de tempo t que pertencem aos horários de ponta.

As Equações 10.24 a 10.26 representam somente o custo da energia ativa consumida durante um determinado período de faturamento PF. A parcela representada pela energia reativa, que é cobrada do consumidor com relação ao fator de potência do motor elétrico (conforme apresentado no Apêndice 1), não faz parte do escopo desta pesquisa, não sendo, portanto, incorporada ao modelo. Deve-se ressaltar que para a obtenção de políticas operacionais que conduzam a menores custos de operação, não basta, apenas, um conhecimento detalhado das características hidráulicas da bomba, deve-se ter, também, um conhecimento detalhado das características do motor elétrico acoplado à bomba e do equipamento destinado à realização do controle de rotação deste, se for o caso.

Convém lembrar que as tarifas horo-sazonais (azul e verde) possuem valores diferenciados não somente com relação aos períodos do dia (como pode ser observado nas Equações 10.24 a 10.26), mas também com relação aos períodos do ano (úmido e seco).

Adotando um período de faturamento (PF) de 30 dias, o Caso 6 fornecerá as políticas operacionais para os elementos da rede e o custo mensal relativo à energia elétrica consumida pela operação de bombeamento de água realizado pelo Booster 1.

Os valores das demandas contratadas utilizadas no modelo hidráulico de otimização do Caso 6 são apresentadas no Quadro 10.8.

**Quadro 10.8 – Demandas contratadas para o Caso 6.**

Tarifa		Demanda contratada (kW)	
Convencional		54	
Horo-sazonal	Verde	54	
	Azul	Ponta	Fora da ponta
		54	52

Os valores de demanda contratada apresentados no Quadro 10.4 foram adotados de maneira que não haja valores superiores de potência motriz nos resultados fornecidos pelo modelo. Isso foi conseguido através de uma prévia resolução do modelo para o Caso 6, verificando os maiores valores de potência motriz para os horários de ponta e fora da ponta, e incorporando-os, posteriormente, ao modelo para uma nova resolução. Com isso, é evitada a aplicação da tarifa de ultrapassagem, que é feita sobre a diferença positiva entre a demanda contratada e a demanda medida (para o nosso caso a potência motriz).

Nas Tabelas de 10.33 a 10.57 são apresentados os resultados gerados pelo modelo hidráulico de otimização do Caso 6 com relação às tarifas de alta tensão convencional e horo-sazonais (azul e verde) para os períodos úmido e seco. Nas Figuras 10.50 a 10.60 são apresentadas as comparações entre as políticas operacionais dos elementos da rede e da ETA, para os Casos 5 e 6, ao longo do horizonte de operação.

**Tabela 10.33 – Aberturas das válvulas para o Caso 6 (tarifa convencional).**

Período (h)	$\theta(1)$ (°)	$\theta(2)$ (°)
<b>0 às 3</b>	81,000	52,605
<b>3 às 6</b>	81,000	44,073
<b>6 às 9</b>	81,000	55,160
<b>9 às 12</b>	81,000	81,000
<b>12 às 15</b>	81,000	81,000
<b>15 às 18</b>	81,000	81,000
<b>18 às 21</b>	81,000	81,000
<b>21 às 0</b>	33,707	81,000

**Tabela 10.34 – Política operacional da ETA para o Caso 6 (tarifa convencional).**

Período (h)	$QA_1$ (m³/s)	$QA_2$ (m³/s)
<b>0 às 3</b>	0,260	0,361
<b>3 às 6</b>	0,260	0,361
<b>6 às 9</b>	0,260	0,361
<b>9 às 12</b>	0,367	0,510
<b>12 às 15</b>	0,367	0,510
<b>15 às 18</b>	0,367	0,510
<b>18 às 21</b>	0,367	0,510
<b>21 às 0</b>	0,260	0,361

**Tabela 10.35 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 6 (tarifa convencional).**

Período (h)	QT(2) (m <sup>3</sup> /s)	QT(3) (m <sup>3</sup> /s)	By-Pass (m <sup>3</sup> /s)	QT(4) (m <sup>3</sup> /s)	QT(5) (m <sup>3</sup> /s)	QT(6) (m <sup>3</sup> /s)	QT(7) (m <sup>3</sup> /s)	QT(8) (m <sup>3</sup> /s)	QT(9) (m <sup>3</sup> /s)	QT(10) (m <sup>3</sup> /s)	QT(13) (m <sup>3</sup> /s)	QT(15) (m <sup>3</sup> /s)	QT(16) (m <sup>3</sup> /s)
<b>0 às 3</b>	0,192	-	0,192	0,116	0,056	0,237	0,076	0,076	0,028	-0,013	0,005	0,049	0,041
<b>3 às 6</b>	0,241	-	0,241	0,145	0,075	0,262	0,096	0,096	0,039	-0,009	0,015	0,057	0,048
<b>6 às 9</b>	0,253	-	0,253	0,153	0,057	0,437	0,100	0,100	0,022	-0,044	-0,026	0,078	0,065
<b>9 às 12</b>	0,402	0,402	-	0,242	0,099	0,629	0,159	0,159	0,043	-0,055	-0,025	0,117	0,098
<b>12 às 15</b>	0,412	0,412	-	0,249	0,114	0,556	0,164	0,164	0,054	-0,038	-0,002	0,110	0,092
<b>15 às 18</b>	0,355	0,355	-	0,214	0,101	0,460	0,141	0,141	0,048	-0,029	0,003	0,092	0,077
<b>18 às 21</b>	0,410	0,410	-	0,247	0,113	0,558	0,163	0,163	0,053	-0,039	-0,003	0,110	0,092
<b>21 às 0</b>	0,240	0,240	-	0,145	0,063	0,347	0,095	0,095	0,029	-0,027	-0,008	0,067	0,056

**Tabela 10.36 – Pressões nos nós da rede para o Caso 6 (tarifa convencional).**

<b>Período (h)</b>	<b>P(3) (mca)</b>	<b>P(4) (mca)</b>	<b>P(5) (mca)</b>	<b>P(6) (mca)</b>	<b>P(8) (mca)</b>	<b>P(9) (mca)</b>	<b>P(10) (mca)</b>	<b>P(11) (mca)</b>	<b>P(14) (mca)</b>	<b>P(15) (mca)</b>
<b>0 às 3</b>	13,110	5,000	10,311	11,112	7,494	9,177	14,083	8,105	10,989	16,949
<b>3 às 6</b>	14,725	5,000	9,960	10,620	7,224	8,740	13,562	7,572	10,487	16,381
<b>6 às 9</b>	15,171	5,000	9,850	10,646	7,163	8,640	13,580	7,782	10,187	16,255
<b>9 às 12</b>	14,457	5,000	8,312	8,746	6,014	6,773	11,563	5,872	7,822	13,882
<b>12 às 15</b>	13,437	5,000	8,181	8,446	5,918	6,617	11,293	5,448	7,770	13,685
<b>15 às 18</b>	12,605	5,000	8,860	9,274	6,426	7,442	12,178	6,272	8,827	14,736
<b>18 às 21</b>	12,545	5,000	8,203	8,481	5,933	6,641	11,324	5,484	7,793	13,716
<b>21 às 0</b>	5,537	5,000	9,965	10,720	7,233	8,754	13,652	7,734	10,418	16,411

**Tabela 10.37 – Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 6 (tarifa convencional).**

Período (h)	HR(1) (m)	HR(2) (m)	VU (1) (%)	VU (2) (%)	HMB (mca)	N (rpm)	$\eta$ (%)	PE (kW)	PEA (kW)
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-
<b>3 às 6</b>	730,319	727,793	86,380	72,413	-	-	-	-	-
<b>6 às 9</b>	730,822	729,220	96,440	90,250	-	-	-	-	-
<b>9 às 12</b>	731,000	728,124	100,000	76,550	7,706	487,024	68,809	44,120	132,360
<b>12 às 15</b>	730,056	726,417	81,120	55,213	9,318	521,618	73,354	51,289	286,226
<b>15 às 18</b>	728,829	725,758	56,580	46,975	7,060	452,202	74,029	33,179	385,762
<b>18 às 21</b>	729,151	726,484	63,020	56,050	10,115	534,830	75,971	53,497	546,252
<b>21 às 0</b>	727,970	725,799	39,400	47,487	9,151	450,000	86,708	24,823	620,720
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-

**Tabela 10.38 – Aberturas das válvulas para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/úmido).**

Período (h)	$\theta(1)$ (°)	$\theta(2)$ (°)
<b>0 às 3</b>	81,000	52,605
<b>3 às 6</b>	81,000	44,070
<b>6 às 9</b>	81,000	55,160
<b>9 às 12</b>	81,000	81,000
<b>12 às 15</b>	81,000	81,000
<b>15 às 18</b>	81,000	81,000
<b>18 às 21</b>	81,000	81,000
<b>21 às 0</b>	33,707	81,000

**Tabela 10.39 – Política operacional da ETA para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/úmido).**

Período (h)	$QA_1$ (m³/s)	$QA_2$ (m³/s)
<b>0 às 3</b>	0,260	0,361
<b>3 às 6</b>	0,260	0,361
<b>6 às 9</b>	0,260	0,361
<b>9 às 12</b>	0,367	0,510
<b>12 às 15</b>	0,367	0,510
<b>15 às 18</b>	0,367	0,510
<b>18 às 21</b>	0,367	0,510
<b>21 às 0</b>	0,260	0,361

**Tabela 10.40 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/úmido).**

Período (h)	QT(2) (m <sup>3</sup> /s)	QT(3) (m <sup>3</sup> /s)	By-Pass (m <sup>3</sup> /s)	QT(4) (m <sup>3</sup> /s)	QT(5) (m <sup>3</sup> /s)	QT(6) (m <sup>3</sup> /s)	QT(7) (m <sup>3</sup> /s)	QT(8) (m <sup>3</sup> /s)	QT(9) (m <sup>3</sup> /s)	QT(10) (m <sup>3</sup> /s)	QT(13) (m <sup>3</sup> /s)	QT(15) (m <sup>3</sup> /s)	QT(16) (m <sup>3</sup> /s)
<b>0 às 3</b>	0,192	-	0,192	0,116	0,056	0,237	0,076	0,076	0,028	-0,013	0,005	0,049	0,041
<b>3 às 6</b>	0,241	-	0,241	0,145	0,075	0,262	0,096	0,096	0,039	-0,009	0,015	0,057	0,048
<b>6 às 9</b>	0,253	-	0,253	0,153	0,057	0,437	0,100	0,100	0,022	-0,044	-0,026	0,078	0,065
<b>9 às 12</b>	0,402	0,402	-	0,242	0,099	0,629	0,159	0,159	0,043	-0,055	-0,025	0,117	0,098
<b>12 às 15</b>	0,412	0,412	-	0,249	0,114	0,556	0,164	0,164	0,054	-0,038	-0,002	0,110	0,092
<b>15 às 18</b>	0,355	0,355	-	0,214	0,101	0,460	0,141	0,141	0,048	-0,029	0,003	0,092	0,077
<b>18 às 21</b>	0,410	0,410	-	0,247	0,113	0,558	0,163	0,163	0,053	-0,039	-0,003	0,110	0,092
<b>21 às 0</b>	0,240	0,240	-	0,145	0,063	0,347	0,095	0,095	0,029	-0,027	-0,008	0,067	0,056

**Tabela 10.41 – Pressões nos nós da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/úmido).**

<b>Período (h)</b>	<b>P(3) (mca)</b>	<b>P(4) (mca)</b>	<b>P(5) (mca)</b>	<b>P(6) (mca)</b>	<b>P(8) (mca)</b>	<b>P(9) (mca)</b>	<b>P(10) (mca)</b>	<b>P(11) (mca)</b>	<b>P(14) (mca)</b>	<b>P(15) (mca)</b>
<b>0 às 3</b>	13,110	5,000	10,311	11,112	7,494	9,177	14,083	8,105	10,989	16,949
<b>3 às 6</b>	14,725	5,000	9,960	10,620	7,224	8,740	13,562	7,572	10,487	16,381
<b>6 às 9</b>	15,171	5,000	9,850	10,646	7,163	8,640	13,580	7,782	10,187	16,255
<b>9 às 12</b>	14,457	5,000	8,312	8,746	6,014	6,773	11,563	5,872	7,822	13,882
<b>12 às 15</b>	13,437	5,000	8,181	8,446	5,918	6,617	11,293	5,448	7,770	13,685
<b>15 às 18</b>	12,605	5,000	8,860	9,274	6,426	7,442	12,178	6,272	8,827	14,736
<b>18 às 21</b>	12,545	5,000	8,203	8,481	5,933	6,641	11,324	5,484	7,793	13,716
<b>21 às 0</b>	5,537	5,000	9,965	10,720	7,233	8,754	13,652	7,734	10,418	16,411

**Tabela 10.42 – Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/úmido).**

Período (h)	HR(1) (m)	HR(2) (m)	VU (1) (%)	VU (2) (%)	HMB (mca)	N (rpm)	η (%)	PE (kW)	PEA (kW)
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-
<b>3 às 6</b>	730,319	727,793	86,380	72,413	-	-	-	-	-
<b>6 às 9</b>	730,822	729,220	96,440	90,250	-	-	-	-	-
<b>9 às 12</b>	731,000	728,124	100,000	76,550	7,706	487,024	68,809	44,120	132,360
<b>12 às 15</b>	730,056	726,417	81,120	55,213	9,318	521,618	73,354	51,289	286,226
<b>15 às 18</b>	728,829	725,758	56,580	46,975	7,060	452,202	74,029	33,179	385,762
<b>18 às 21</b>	729,151	726,484	63,020	56,050	10,115	534,830	75,971	53,497	546,252
<b>21 às 0</b>	727,970	725,799	39,400	47,487	9,151	450,000	86,708	24,823	620,720
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-

**Tabela 10.43 – Aberturas das válvulas para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/seco).**

<b>Período (h)</b>	<b><math>\theta(1)</math> (°)</b>	<b><math>\theta(2)</math> (°)</b>
<b>0 às 3</b>	81,000	52,605
<b>3 às 6</b>	81,000	44,073
<b>6 às 9</b>	81,000	55,160
<b>9 às 12</b>	81,000	81,000
<b>12 às 15</b>	81,000	81,000
<b>15 às 18</b>	81,000	81,000
<b>18 às 21</b>	81,000	81,000
<b>21 às 0</b>	33,707	81,000

**Tabela 10.44 – Política operacional da ETA para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/seco).**

<b>Período (h)</b>	<b><math>QA_1</math> (m³/s)</b>	<b><math>QA_2</math> (m³/s)</b>
<b>0 às 3</b>	0,260	0,361
<b>3 às 6</b>	0,260	0,361
<b>6 às 9</b>	0,260	0,361
<b>9 às 12</b>	0,367	0,510
<b>12 às 15</b>	0,367	0,510
<b>15 às 18</b>	0,367	0,510
<b>18 às 21</b>	0,367	0,510
<b>21 às 0</b>	0,260	0,361

**Tabela 10.45 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/seco).**

<b>Período (h)</b>	<b>QT(2) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(3) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>By-Pass (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(4) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(5) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(6) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(7) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(8) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(9) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(10) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(13) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(15) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(16) (m<sup>3</sup>/s)</b>
<b>0 às 3</b>	0,192	-	0,192	0,116	0,056	0,237	0,076	0,076	0,028	-0,013	0,005	0,049	0,041
<b>3 às 6</b>	0,241	-	0,241	0,145	0,075	0,262	0,096	0,096	0,039	-0,009	0,015	0,057	0,048
<b>6 às 9</b>	0,253	-	0,253	0,153	0,057	0,437	0,100	0,100	0,022	-0,044	-0,026	0,078	0,065
<b>9 às 12</b>	0,402	0,402	-	0,242	0,099	0,629	0,159	0,159	0,043	-0,055	-0,025	0,117	0,098
<b>12 às 15</b>	0,412	0,412	-	0,249	0,114	0,556	0,164	0,164	0,054	-0,038	-0,002	0,110	0,092
<b>15 às 18</b>	0,355	0,355	-	0,214	0,101	0,460	0,141	0,141	0,048	-0,029	0,003	0,092	0,077
<b>18 às 21</b>	0,410	0,410	-	0,247	0,113	0,558	0,163	0,163	0,053	-0,039	-0,003	0,110	0,092
<b>21 às 0</b>	0,240	0,240	-	0,145	0,063	0,347	0,095	0,095	0,029	-0,027	-0,008	0,067	0,056

**Tabela 10.46 – Pressões nos nós da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/seco).**

<b>Período (h)</b>	<b>P(3) (mca)</b>	<b>P(4) (mca)</b>	<b>P(5) (mca)</b>	<b>P(6) (mca)</b>	<b>P(8) (mca)</b>	<b>P(9) (mca)</b>	<b>P(10) (mca)</b>	<b>P(11) (mca)</b>	<b>P(14) (mca)</b>	<b>P(15) (mca)</b>
<b>0 às 3</b>	13,110	5,000	10,311	11,112	7,494	9,177	14,083	8,105	10,989	16,949
<b>3 às 6</b>	14,725	5,000	9,960	10,620	7,224	8,740	13,562	7,572	10,487	16,381
<b>6 às 9</b>	15,171	5,000	9,850	10,646	7,163	8,640	13,580	7,782	10,187	16,255
<b>9 às 12</b>	14,457	5,000	8,312	8,746	6,014	6,773	11,563	5,872	7,822	13,882
<b>12 às 15</b>	13,437	5,000	8,181	8,446	5,918	6,617	11,293	5,448	7,770	13,685
<b>15 às 18</b>	12,605	5,000	8,860	9,274	6,426	7,442	12,178	6,272	8,827	14,736
<b>18 às 21</b>	12,545	5,000	8,203	8,481	5,933	6,641	11,324	5,484	7,793	13,716
<b>21 às 0</b>	5,537	5,000	9,965	10,720	7,233	8,754	13,652	7,734	10,418	16,411

**Tabela 10.47 – Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal azul/seco).**

Período (h)	HR(1) (m)	HR(2) (m)	VU (1) (%)	VU (2) (%)	HMB (mca)	N (rpm)	$\eta$ (%)	PE (kW)	PEA (kW)
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-
<b>3 às 6</b>	730,319	727,793	86,380	72,413	-	-	-	-	-
<b>6 às 9</b>	730,822	729,220	96,440	90,250	-	-	-	-	-
<b>9 às 12</b>	731,000	728,124	100,000	76,550	7,706	487,024	68,809	44,120	132,360
<b>12 às 15</b>	730,056	726,417	81,120	55,213	9,318	521,618	73,354	51,289	286,226
<b>15 às 18</b>	728,829	725,758	56,580	46,975	7,060	452,202	74,029	33,179	385,762
<b>18 às 21</b>	729,151	726,484	63,020	56,050	10,115	534,830	75,971	53,497	546,252
<b>21 às 0</b>	727,970	725,799	39,400	47,487	9,151	450,000	86,708	24,823	620,720
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-

**Tabela 10.48 – Aberturas das válvulas para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/úmido).**

<b>Período (h)</b>	<b><math>\theta(1)</math> (°)</b>	<b><math>\theta(2)</math> (°)</b>
<b>0 às 3</b>	81,000	52,605
<b>3 às 6</b>	81,000	44,315
<b>6 às 9</b>	81,000	55,907
<b>9 às 12</b>	81,000	81,000
<b>12 às 15</b>	81,000	81,000
<b>15 às 18</b>	81,000	62,434
<b>18 às 21</b>	81,000	81,000
<b>21 às 0</b>	33,087	81,000

**Tabela 10.49 – Política operacional da ETA para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/úmido).**

<b>Período (h)</b>	<b><math>QA_1</math> (m³/s)</b>	<b><math>QA_2</math> (m³/s)</b>
<b>0 às 3</b>	0,260	0,355
<b>3 às 6</b>	0,260	0,355
<b>6 às 9</b>	0,260	0,355
<b>9 às 12</b>	0,373	0,510
<b>12 às 15</b>	0,373	0,510
<b>15 às 18</b>	0,373	0,510
<b>18 às 21</b>	0,373	0,510
<b>21 às 0</b>	0,260	0,355

**Tabela 10.50 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/úmido).**

Período (h)	QT(2) (m <sup>3</sup> /s)	QT(3) (m <sup>3</sup> /s)	By-Pass (m <sup>3</sup> /s)	QT(4) (m <sup>3</sup> /s)	QT(5) (m <sup>3</sup> /s)	QT(6) (m <sup>3</sup> /s)	QT(7) (m <sup>3</sup> /s)	QT(8) (m <sup>3</sup> /s)	QT(9) (m <sup>3</sup> /s)	QT(10) (m <sup>3</sup> /s)	QT(13) (m <sup>3</sup> /s)	QT(15) (m <sup>3</sup> /s)	QT(16) (m <sup>3</sup> /s)
<b>0 às 3</b>	0,192	-	0,192	0,116	0,056	0,237	0,076	0,076	0,028	-0,013	0,005	0,049	0,041
<b>3 às 6</b>	0,241	-	0,241	0,145	0,075	0,262	0,096	0,096	0,039	-0,009	0,015	0,057	0,048
<b>6 às 9</b>	0,253	-	0,253	0,153	0,057	0,437	0,100	0,100	0,022	-0,044	-0,026	0,078	0,065
<b>9 às 12</b>	0,408	0,408	-	0,246	0,103	0,622	0,159	0,159	0,045	-0,052	-0,021	0,117	0,098
<b>12 às 15</b>	0,417	0,417	-	0,252	0,117	0,551	0,164	0,164	0,056	-0,036	0,001	0,110	0,092
<b>15 às 18</b>	0,386	0,386	-	0,232	0,119	0,429	0,141	0,141	0,061	-0,016	0,021	0,092	0,077
<b>18 às 21</b>	0,402	0,402	-	0,242	0,108	0,567	0,163	0,163	0,050	-0,042	-0,009	0,110	0,092
<b>21 às 0</b>	0,232	0,232	-	0,140	0,058	0,355	0,095	0,095	0,026	-0,030	-0,012	0,067	0,056

**Tabela 10.51** – Pressões nos nós da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/úmido).

Período (h)	P(3) (mca)	P(4) (mca)	P(5) (mca)	P(6) (mca)	P(8) (mca)	P(9) (mca)	P(10) (mca)	P(11) (mca)	P(14) (mca)	P(15) (mca)
<b>0 às 3</b>	13,110	5,000	10,311	11,112	7,494	9,177	14,083	8,105	10,989	16,949
<b>3 às 6</b>	14,725	5,000	9,960	10,620	7,224	8,740	13,562	7,572	10,487	16,381
<b>6 às 9</b>	15,171	5,000	9,850	10,646	7,163	8,640	13,580	7,782	10,187	16,255
<b>9 às 12</b>	14,410	5,000	8,234	8,627	5,953	6,673	11,438	5,720	7,722	13,756
<b>12 às 15</b>	13,400	5,000	8,118	8,347	5,876	6,549	11,205	5,347	7,702	13,597
<b>15 às 18</b>	12,441	5,000	8,511	8,715	6,152	6,996	11,587	5,619	8,381	14,146
<b>18 às 21</b>	11,986	5,000	8,313	8,652	6,009	6,765	11,484	5,670	7,918	13,876
<b>21 às 0</b>	5,127	5,000	10,028	10,816	7,280	8,831	13,749	7,850	10,495	16,508

**Tabela 10.52 – Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/úmido).**

Período (h)	HR(1) (m)	HR(2) (m)	VU (1) (%)	VU (2) (%)	HMB (mca)	N (rpm)	η (%)	PE (kW)	PEA (kW)
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-
<b>3 às 6</b>	730,319	727,702	86,380	72,413	-	-	-	-	-
<b>6 às 9</b>	730,822	729,039	96,440	87,987	-	-	-	-	-
<b>9 às 12</b>	731,000	727,853	100,000	73,162	8,116	497,849	69,503	46,690	140,070
<b>12 às 15</b>	730,054	726,236	81,080	52,950	9,629	529,296	73,652	53,427	300,351
<b>15 às 18</b>	728,872	725,645	57,440	45,562	8,844	500,964	75,694	44,198	432,944
<b>18 às 21</b>	728,530	726,816	50,600	60,200	10,187	532,242	77,290	51,925	588,718
<b>21 às 0</b>	727,754	726,004	35,080	50,050	9,276	450,000	86,306	24,436	662,027
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-

**Tabela 10.53 – Aberturas das válvulas para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/seco).**

<b>Período (h)</b>	<b>θ(1) (°)</b>	<b>θ(2) (°)</b>
<b>0 às 3</b>	81,000	52,605
<b>3 às 6</b>	81,000	44,213
<b>6 às 9</b>	81,000	55,586
<b>9 às 12</b>	81,000	81,000
<b>12 às 15</b>	81,000	81,000
<b>15 às 18</b>	81,000	67,601
<b>18 às 21</b>	81,000	81,000
<b>21 às 0</b>	33,342	81,000

**Tabela 10.54 – Política operacional da ETA para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/seco).**

<b>Período (h)</b>	<b>QA<sub>1</sub> (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QA<sub>2</sub> (m<sup>3</sup>/s)</b>
<b>0 às 3</b>	0,260	0,358
<b>3 às 6</b>	0,260	0,358
<b>6 às 9</b>	0,260	0,358
<b>9 às 12</b>	0,370	0,510
<b>12 às 15</b>	0,370	0,510
<b>15 às 18</b>	0,370	0,510
<b>18 às 21</b>	0,370	0,510
<b>21 às 0</b>	0,260	0,358

**Tabela 10.55 – Vazões nos trechos da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/seco).**

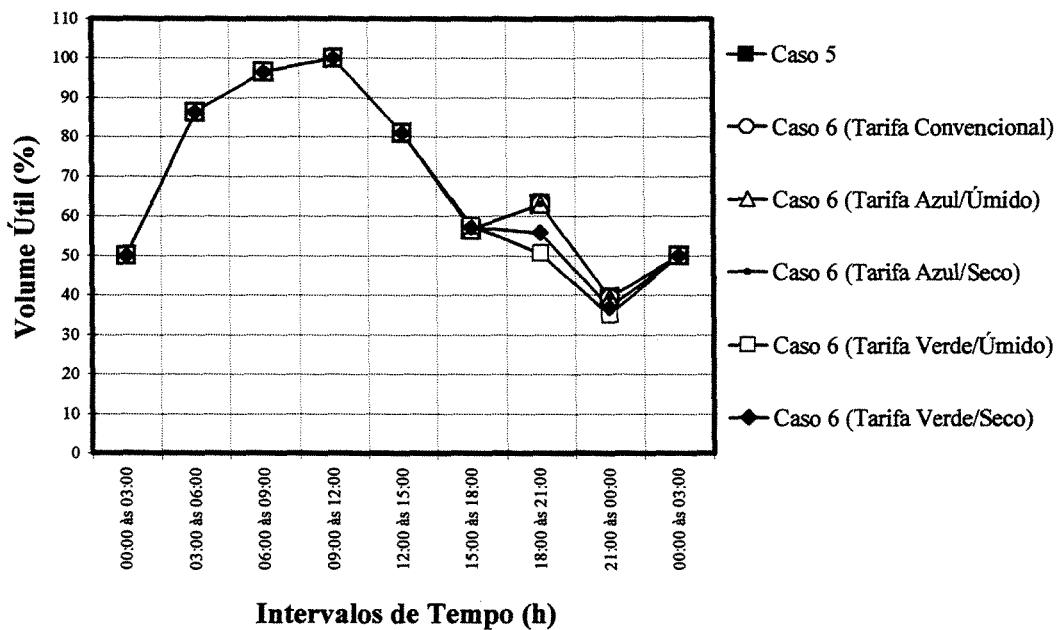
Período (h)	QT(2) (m <sup>3</sup> /s)	QT(3) (m <sup>3</sup> /s)	By-Pass (m <sup>3</sup> /s)	QT(4) (m <sup>3</sup> /s)	QT(5) (m <sup>3</sup> /s)	QT(6) (m <sup>3</sup> /s)	QT(7) (m <sup>3</sup> /s)	QT(8) (m <sup>3</sup> /s)	QT(9) (m <sup>3</sup> /s)	QT(10) (m <sup>3</sup> /s)	QT(13) (m <sup>3</sup> /s)	QT(15) (m <sup>3</sup> /s)	QT(16) (m <sup>3</sup> /s)
<b>0 às 3</b>	0,192	-	0,192	0,116	0,056	0,237	0,076	0,076	0,028	-0,013	0,005	0,049	0,041
<b>3 às 6</b>	0,241	-	0,241	0,145	0,075	0,262	0,096	0,096	0,039	-0,009	0,015	0,057	0,048
<b>6 às 9</b>	0,253	-	0,253	0,153	0,057	0,437	0,100	0,100	0,022	-0,044	-0,026	0,078	0,065
<b>9 às 12</b>	0,405	0,405	-	0,244	0,101	0,625	0,161	0,161	0,044	-0,054	-0,023	0,117	0,098
<b>12 às 15</b>	0,415	0,415	-	0,250	0,116	0,553	0,165	0,165	0,055	-0,037	-0,001	0,110	0,092
<b>15 às 18</b>	0,373	0,373	-	0,235	0,112	0,442	0,148	0,148	0,055	-0,022	0,014	0,092	0,077
<b>18 às 21</b>	0,405	0,405	-	0,244	0,110	0,563	0,161	0,161	0,051	-0,041	-0,006	0,110	0,092
<b>21 às 0</b>	0,235	0,235	-	0,142	0,060	0,352	0,093	0,093	0,027	-0,029	-0,010	0,067	0,056

**Tabela 10.56 – Pressões nos nós da rede para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/seco).**

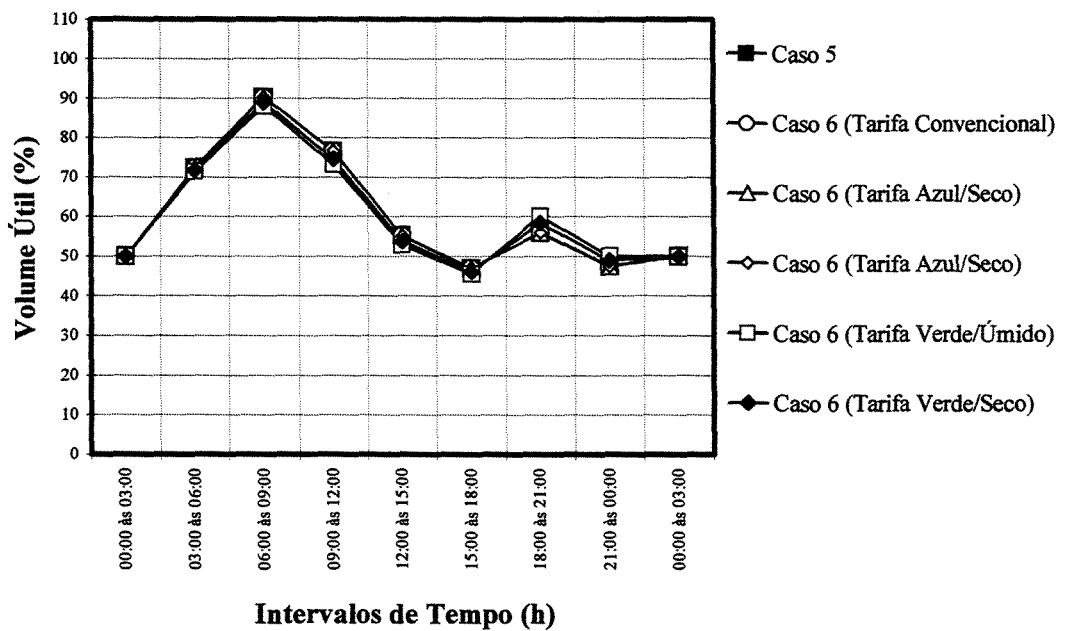
Período (h)	P(3) (mca)	P(4) (mca)	P(5) (mca)	P(6) (mca)	P(8) (mca)	P(9) (mca)	P(10) (mca)	P(11) (mca)	P(14) (mca)	P(15) (mca)
<b>0 às 3</b>	13,110	5,000	10,311	11,112	7,494	9,177	14,083	8,105	10,989	16,949
<b>3 às 6</b>	14,725	5,000	9,960	10,620	7,224	8,740	13,562	7,572	10,487	16,381
<b>6 às 9</b>	15,171	5,000	9,850	10,646	7,163	8,640	13,580	7,782	10,187	16,255
<b>9 às 12</b>	14,430	5,000	8,267	8,677	5,979	6,715	11,491	5,784	7,764	13,809
<b>12 às 15</b>	13,415	5,000	8,144	8,389	5,894	6,577	11,242	5,389	7,730	13,634
<b>15 às 18</b>	12,511	5,000	8,657	8,949	6,273	7,194	11,851	5,906	8,578	14,409
<b>18 às 21</b>	12,219	5,000	8,268	8,582	5,977	6,713	11,417	5,593	7,866	13,810
<b>21 às 0</b>	5,296	5,000	10,002	10,777	7,261	8,799	13,709	7,802	10,463	16,468

**Tabela 10.57 – Cargas e volumes úteis dos reservatórios, altura manométrica, rotação, rendimento e potência de eixo da bomba do Booster 1 para o Caso 6 (tarifa horo-sazonal verde/seco).**

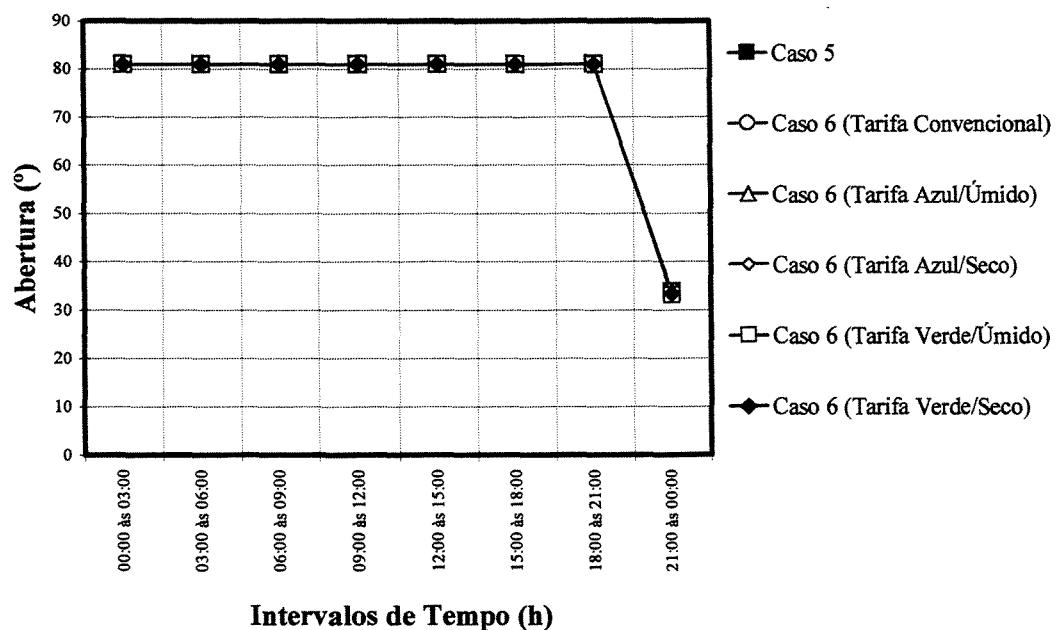
Período (h)	HR(1) (m)	HR(2) (m)	VU (1) (%)	VU (2) (%)	HMB (mca)	N (rpm)	η (%)	PE (kW)	PEA (kW)
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-
<b>3 às 6</b>	730,319	727,702	86,380	71,750	-	-	-	-	-
<b>6 às 9</b>	730,822	729,039	96,440	88,938	-	-	-	-	-
<b>9 às 12</b>	731,000	727,966	100,000	74,575	7,943	493,314	69,219	45,545	136,635
<b>12 às 15</b>	730,055	726,312	81,100	53,900	9,498	526,073	73,529	52,535	294,240
<b>15 às 18</b>	728,853	725,693	57,060	46,162	8,083	480,738	75,083	39,352	412,295
<b>18 às 21</b>	728,789	726,678	55,780	58,475	10,155	533,266	76,745	52,518	569,850
<b>21 às 0</b>	727,843	725,919	36,860	48,987	9,225	450,000	86,493	24,563	643,539
<b>0 às 3</b>	728,500	726,000	50,000	50,000	-	-	-	-	-



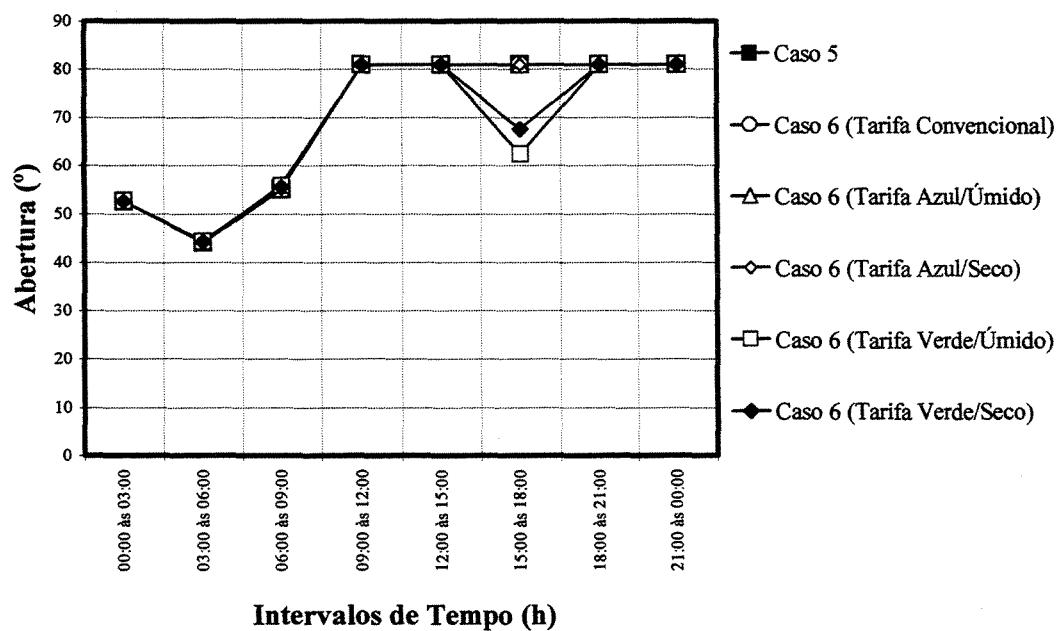
**Figura 10.50** – Volume útil do Reservatório 1 para os Casos 5 e 6.



**Figura 10.51** – Volume útil do Reservatório 2 para os Casos 5 e 6.



**Figura 10.52 – Abertura da Válvula 1 para os Casos 5 e 6.**



**Figura 10.53 – Abertura da Válvula 2 para os Casos 5 e 6.**

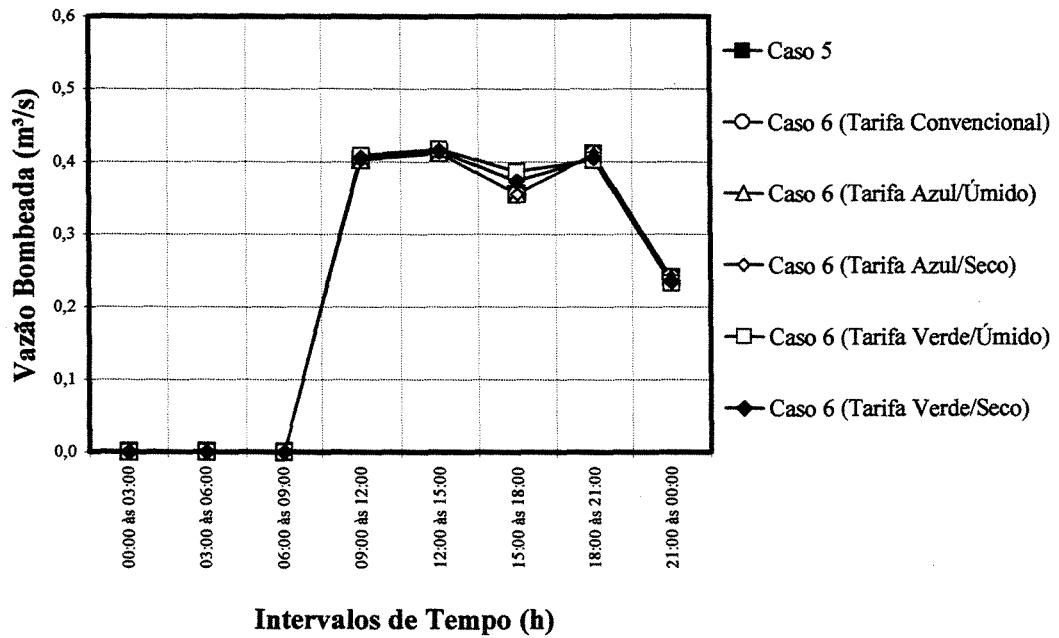


Figura 10.54 – Vazão bombeada pela bomba do Booster 1 para os Casos 5 e 6.

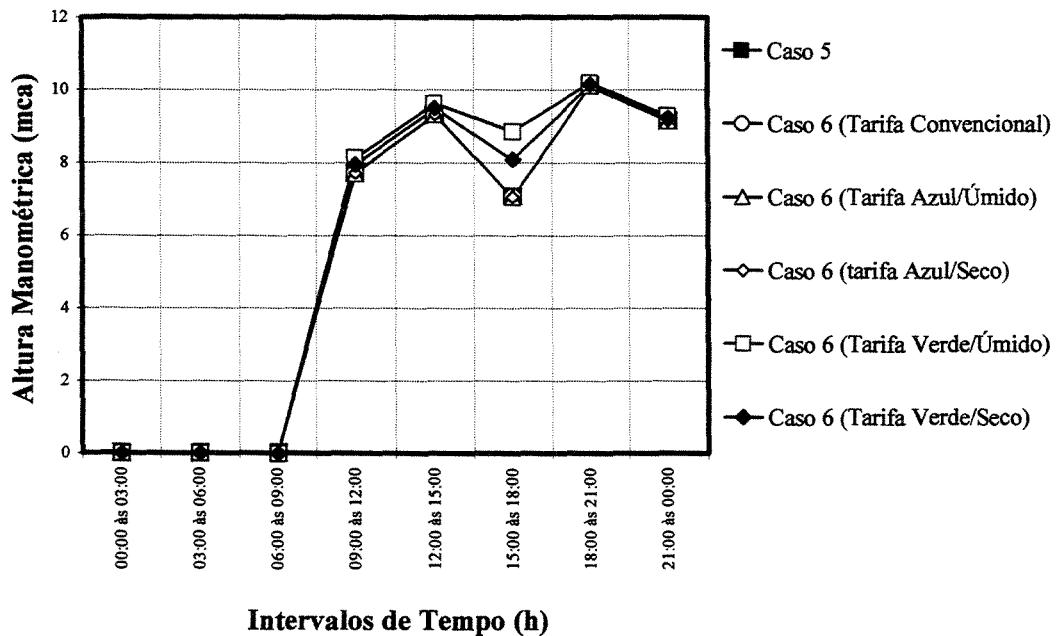
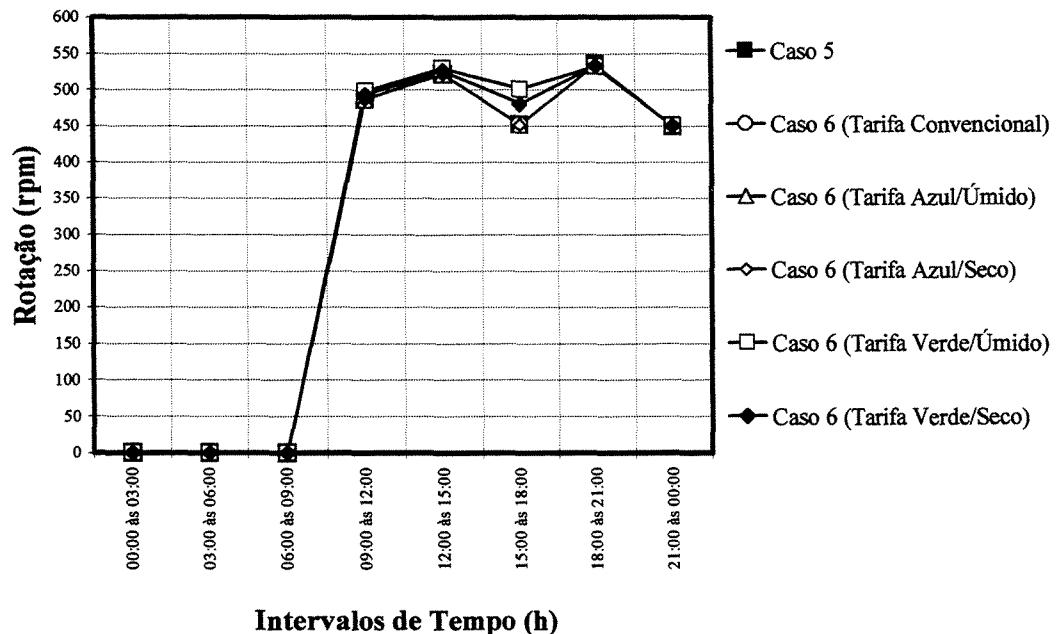
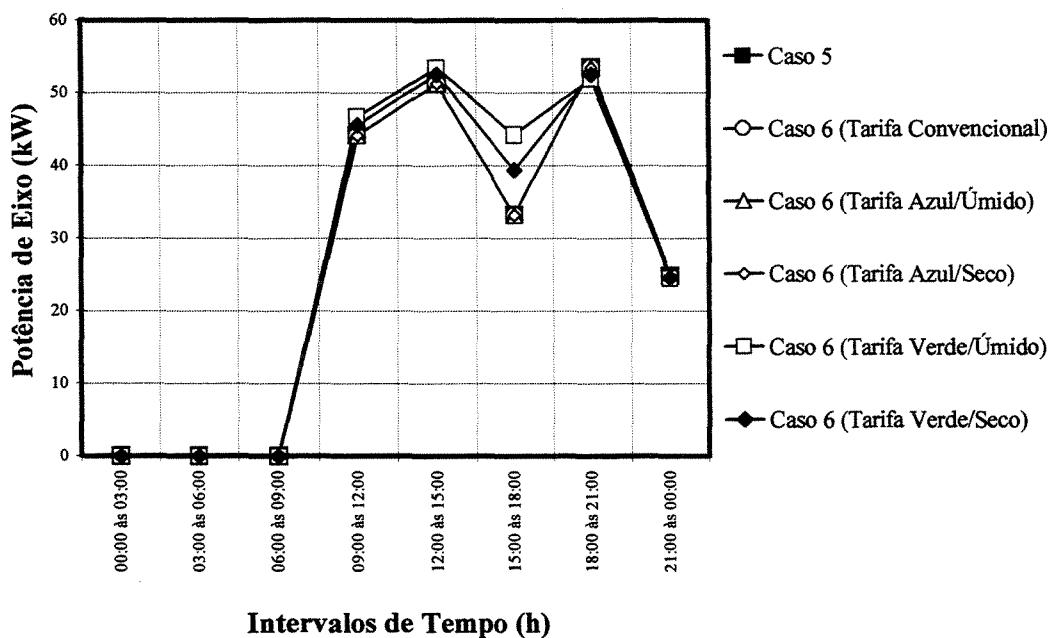


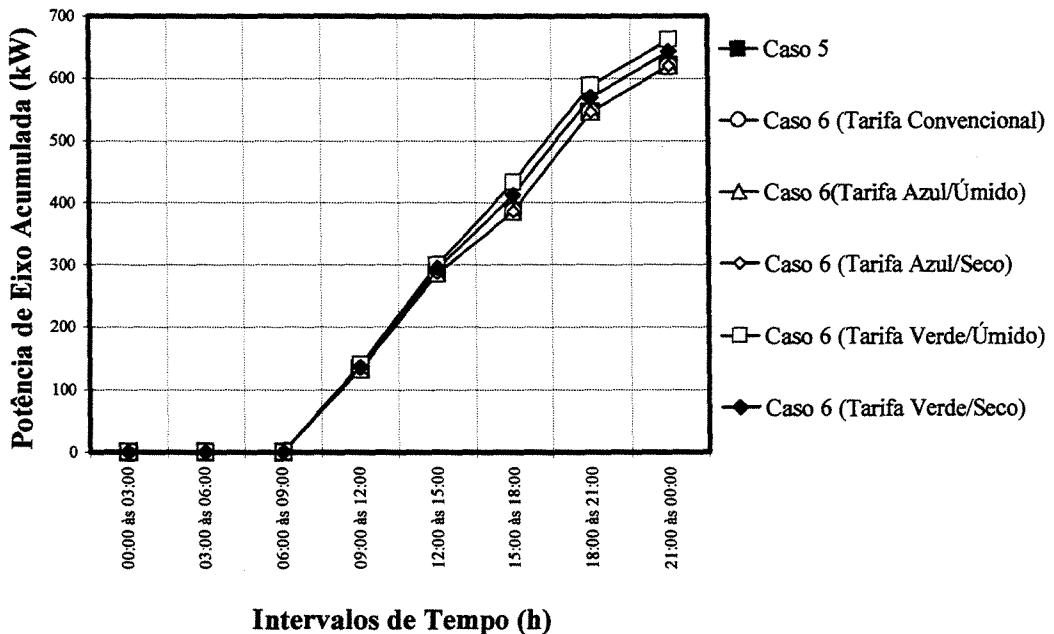
Figura 10.55 – Altura manométrica da bomba do Booster 1 para os Casos 5 e 6.



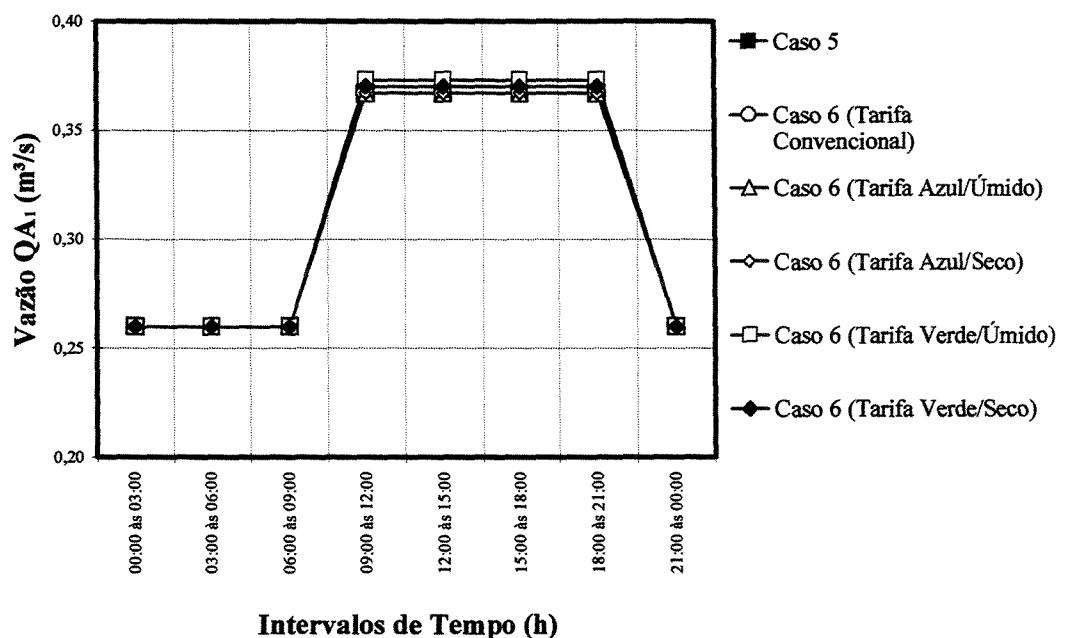
**Figura 10.56 – Rotação da bomba do Booster 1 para os Casos 5 e 6.**



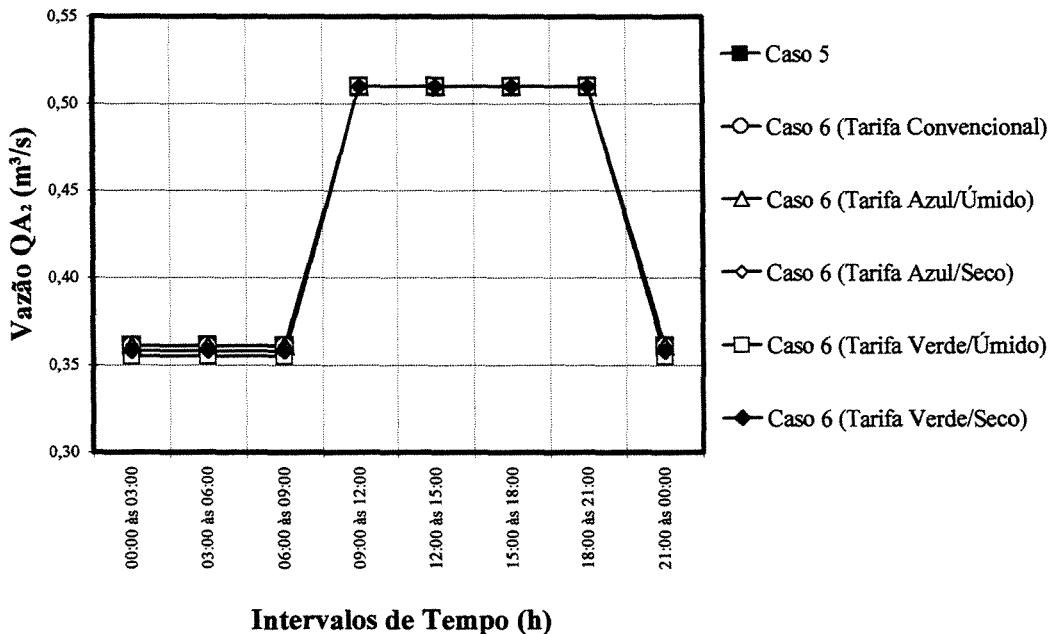
**Figura 10.57 – Potência de eixo da bomba do Booster 1 para os Casos 5 e 6.**



**Figura 10.58** – Potência de eixo acumulada da bomba do Booster 1 para os Casos 5 e 6.



**Figura 10.59** – Vazão QA<sub>1</sub> para os Casos 5 e 6.



**Figura 10.60 – Vazão QA<sub>2</sub> para os Casos 5 e 6.**

Para  $\eta_m = 100\%$ , as tarifas de alta tensão (convencional e horo-sazonais) incorporadas na formulação da função objetivo que minimiza o somatório das potências de eixo da bomba do Booster 1, além de fornecer o custo mensal associado ao bombeamento, passam a ter a função de pesos, ponderando de forma diferenciada os custos referentes aos períodos de ponta (18:00 às 21:00 horas) e fora de ponta (00:00 às 18:00 e das 21:00 às 00:00 horas). Isso faz com que o algoritmo de solução utilizado para resolver o modelo hidráulico de otimização (Caso 6), tenha um novo comportamento numérico para a busca da solução ótima.

Com os valores das tarifas apresentados nos Quadros 10.3 a 10.5 e das demandas contratadas (Quadro 10.8), na Tabela 10.58 são apresentados os custos da energia consumida para o Caso 6 submetido às tarifas diferenciadas de alta tensão incorporadas em sua função objetivo, comparados com os custos do Caso 5.

**Tabela 10.58 – Custos associados à operação de bombeamento para os Casos 5 e 6.**

Caso	Custo por estrutura tarifária (R\$)							
	Convencional		Horo-sazonal azul			Horo-sazonal verde		
			Período		Anual	Período		Anual
	Mensal	Anual	Úmido	Seco		Úmido	Seco	
5	2.010,28	24.123,37	11.266,29	16.612,46	27.878,75	15.984,43	23.216,15	39.200,58
6	2.010,28	24.123,37	11.266,29	16.612,46	27.878,75	15.958,03	23.192,84	39.150,87

Como dito anteriormente, um menor consumo de energia nem sempre garante um menor custo de operação. Este fato pode ser observado mais uma vez na Tabela 10.58, em que o Caso 6 submetido à tarifa horo-sazonal verde (período úmido e seco) conduz a maiores valores de potência de eixo consumida ao longo do horizonte de operação e menores custos, quando comparado ao Caso 5 (Tabelas 10.28, 10.52, 10.57 e 10.58). Este fato indica a importância da associação de abordagens de caráter técnico e econômico, para que se possam definir com segurança as políticas operacionais de um sistema de distribuição de água que conduzam a um menor custo de operação, mantendo a confiabilidade do sistema. Para o casos das operações de bombeamento de água, faz-se necessário o conhecimento das interações entre as condições operacionais da(s) bomba(s), do(s) motor(es) elétrico(s) acoplados a esta(s) e suas respectivas respostas em termos de custos com relação à estrutura tarifária utilizada para o faturamento da energia consumida.

Nas Figuras 10.50 a 10.60 são apresentadas comparações entre as políticas operacionais geradas pelo modelo hidráulico de otimização do Caso 5 (que minimiza o somatório das potências de eixo) com o modelo do Caso 6 (que minimiza o somatório das potências de eixo submetido à aplicação das tarifas de alta tensão). Como pode ser observado, o Caso 6 submetido à tarifa convencional, conduz ao mesmo ótimo local do Caso 5. Este fato já era esperado em função de a tarifa convencional não possuir uma estrutura diferenciada ao longo do horizonte (24 horas). Para o Caso 6 submetido à aplicação da tarifa horo-sazonal azul (com estrutura diferenciada entre os horários de ponta e fora de ponta), os resultados gerados pelo modelo também foram os mesmos do Caso 5. Este comportamento está relacionado aos baixos valores da tarifa horo-sazonal azul (Quadro 10.4) que não são suficientemente representativos no processo de busca da solução ótima realizado pelo algoritmo de solução do modelo.

Para o Caso 6 submetido à aplicação da tarifa horo-sazonal verde, a qual possui valores superiores à tarifa horo-sazonal azul (da ordem de 4,5 e 4,8 vezes) no horário de ponta, o modelo hidráulico de otimização conduz a políticas operacionais diferentes do Caso 5, principalmente nos períodos próximos aos horários de ponta. Observa-se que em termos de consumo de energia, que o Caso 6, quando submetido à tarifa horo-sazonal verde, conduz das 18:00 às 21:00 horas

(quando o valor da tarifa verde é superior às demais) a menores valores de potência (Tabela 10.59). Mas, em contrapartida, a resposta do modelo com relação ao consumo de energia ao longo do horizonte de operação (24 horas) é superior (Tabela 10.60).

**Tabela 10.59 – Potência de eixo para os Casos 5 e 6 das 18:00 às 21:00 horas.**

Caso	Estrutura tarifária	Potência de eixo (kW)
5	-	53,497
6	Tarifa convencional	53,497
6	Tarifa horo-sazonal azul no período úmido	53,497
6	Tarifa horo-sazonal azul no período seco	53,497
6	Tarifa horo-sazonal verde no período úmido	51,925
6	Tarifa horo-sazonal verde no período seco	52,518

**Tabela 10.60 – Potência de eixo acumulada em 24 horas para os Casos 5 e 6.**

Caso	Estrutura tarifária	Potência de eixo acumulada (kW)
5	-	620,720
6	Tarifa convencional	620,720
6	Tarifa horo-sazonal azul no período úmido	620,720
6	Tarifa horo-sazonal azul no período seco	620,720
6	Tarifa horo-sazonal verde no período úmido	662,027
6	Tarifa horo-sazonal verde no período seco	643,539

As Tabelas 10.59 e 10.60 apresentam uma tendência de comportamento para a rede em estudo, com relação à energia consumida pela bomba do Booster 1 e às tarifas de alta tensão aplicadas à formulação da função objetivo. Observa-se que quanto maior o valor que pondera os custos da energia consumida nos horários de ponta (valor da tarifa na ponta), há uma tendência de crescimento apresentada pela energia consumida ao longo do horizonte de operação.

Para um melhor entendimento deste comportamento, foi realizada uma análise de sensibilidade do modelo com relação à energia consumida ao longo do horizonte de operação e à forma de ponderação dos termos da função objetivo (representada pela minimização do somatório das potências de eixo). Para a realização da análise de sensibilidade, foram definidos dois pesos, um aplicado aos horários de ponta ( $Peso_2$ ) e o outro aos horários fora de ponta ( $Peso_1$ ), ficando a função objetivo com a seguinte estrutura:

$$\text{Minimizar} \quad \left[ \left( \sum_{t \in \Psi_{FP}} \frac{9.8 \cdot QT_{3,t} \cdot HMB_{1,t}}{\eta_{1,t} \cdot \eta_{m_{1,t}}} \cdot 3 \cdot Peso_1 + \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{t \in \Psi_p} \frac{9.8 \cdot QT_{3,t} \cdot HMB_{1,t}}{\eta_{1,t} \cdot \eta_{m_{1,t}}} \cdot 3 \cdot Peso_2 \right) \right]_t \quad ... (10.27)$$

$t = 1, 8$

onde:

$HMB_{1,t}$  Altura manométrica da bomba do Booster 1 no período t (mca);

$Peso_1$  Peso que pondera as potências nos horários fora de ponta;

$Peso_2$  Peso que pondera as potências nos horários de ponta;

$QT_{3,t}$  Vazão no trecho 3 da rede no período t ( $m^3/s$ );

$t$  Período de tempo correspondente a três horas consecutivas do horizonte de operação;

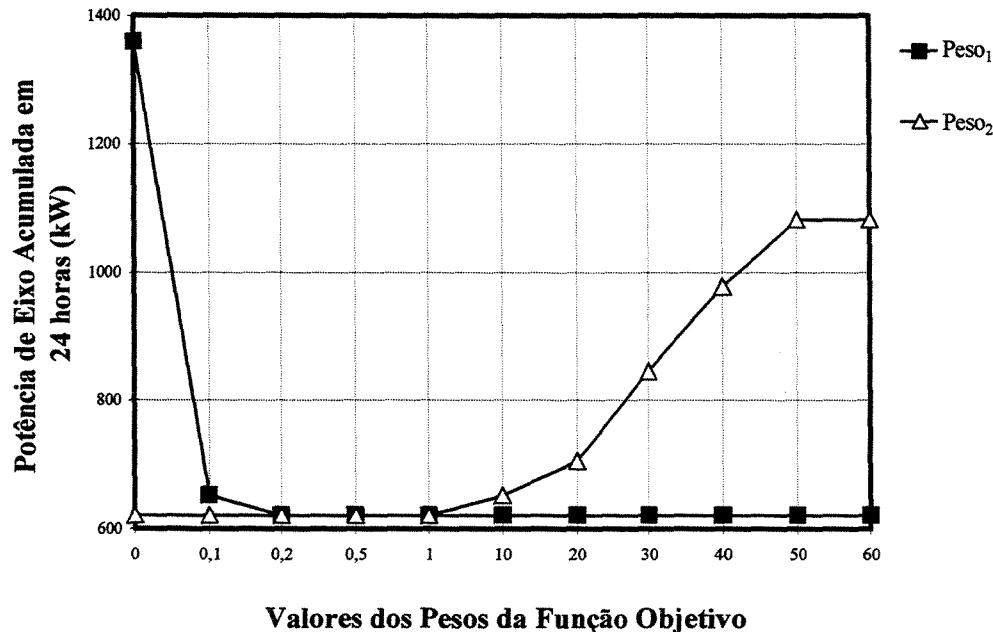
$\eta_{1,t}$  Rendimento hidráulico da bomba do Booster 1 no período t (%);

$\eta_{m_{1,t}}$  Rendimento do motor elétrico acoplado à bomba do Booster 1 no período t (adotado igual a 100%);

$\Psi_{FP}$  Conjunto correspondente aos intervalos de tempo t que pertencem aos horários fora de ponta;

$\Psi_p$  Conjunto correspondente aos intervalos de tempo t que pertencem aos horários de ponta.

O processo de análise de sensibilidade abordou duas variações nos pesos da função objetivo: (a) primeira, fixando o  $Peso_1$  (que pondera os horários fora de ponta) em um valor constante igual a 1 aumentando-se o valor do  $Peso_2$  (que pondera os horários de ponta); (b) segunda, fixando o  $Peso_2$ , em um valor constante de 1 aumentando-se o  $Peso_1$ . Desta forma, procurou-se obter a melhor combinação de pesos para a função objetivo (minimização das potências de eixo) que conduza a um melhor ótimo local em termos de consumo de energia. Os resultados gerados pelo processo descrito acima são apresentados na Figura 10.61, onde são indicadas as melhores combinações de pesos para o modelo aplicado à rede em estudo.



**Figura 10.61 – Análise de sensibilidade.**

Para a rede em estudo, como é apresentado na Figura 10.61, o aumento do peso que pondera os valores de potência nos horários de ponta ( $Peso_2$ ) faz com que o algoritmo de solução gere, como resposta para o modelo hidráulico de otimização, condições operacionais para a bomba do Booster 1 (pares de carga x vazão) que conduzam a um aumento progressivo da potência de eixo consumida ao longo do horizonte de operação, isto é, os ótimos locais gerados

divergem progressivamente da solução local de mínimo custo (menor potência de eixo acumulada). Deve-se observar que este aumento da potência de eixo só ocorre quando os valores aplicados ao Peso<sub>2</sub> são superiores ao Peso<sub>1</sub>, apresentando uma tendência de crescimento e posterior estabilização. Com relação ao Peso<sub>1</sub>, pode-se observar um comportamento contrário. Pequenos aumentos em seu valor causam uma considerável redução no valor da potência de eixo consumida ao longo do horizonte de operação, a qual se estabiliza em um patamar mínimo, permanecendo constante a partir deste ponto para qualquer aumento de Peso<sub>1</sub>, isto é, neste caso há uma convergência dos ótimos locais gerados pelo algoritmo para a solução de mínimo custo (menor potência de eixo acumulada). Deve-se observar que a estabilização da potência de eixo neste patamar mínimo ocorre para valores de Peso<sub>1</sub> ainda inferiores ao valor de Peso<sub>2</sub>.

Diante deste comportamento, para a rede em estudo, pode-se dizer que a incorporação das tarifas de alta tensão na função objetivo (principalmente a tarifa horo-sazonal verde), não trazem contribuição significativa para a geração de políticas operacionais de mínimo custo.

## **10.2. OPERAÇÃO DO SUBSISTEMA ADUTOR METROPOLITANO ALÇA LESTE**

Com base no conjunto de equações apresentado no Capítulo 9 foi implementado um modelo hidráulico de otimização para a definição das políticas operacionais do Subsistema Adutor Metropolitano Alça Leste (SABESP) da cidade de São Paulo.

O Subsistema Adutor Metropolitano Alça Leste é abastecido pela ETA Guaraú que pertence ao Sistema Produtor Cantareira, com uma vazão média de 33 m<sup>3</sup>/s, abastecendo sete setores da cidade de São Paulo (Jaçanã, Edu Chaves, Gopoúva, Penha, Cangaíba, Jardim Popular e Ermelino Matarazzo) e outras alças (dentre elas Água Branca).

A topologia da Alça Leste é apresentada na Figura 10.62, em que constam os diâmetros, os comprimentos e os coeficientes de Hazen-Williams para as tubulações, as cotas geométricas dos nós da alça e de assentamento dos reservatórios.

O abastecimento dos setores ligados à Alça Leste é efetuado através de seus respectivos reservatórios setoriais (regularização), cujas vazões de entrada são controladas por válvulas.

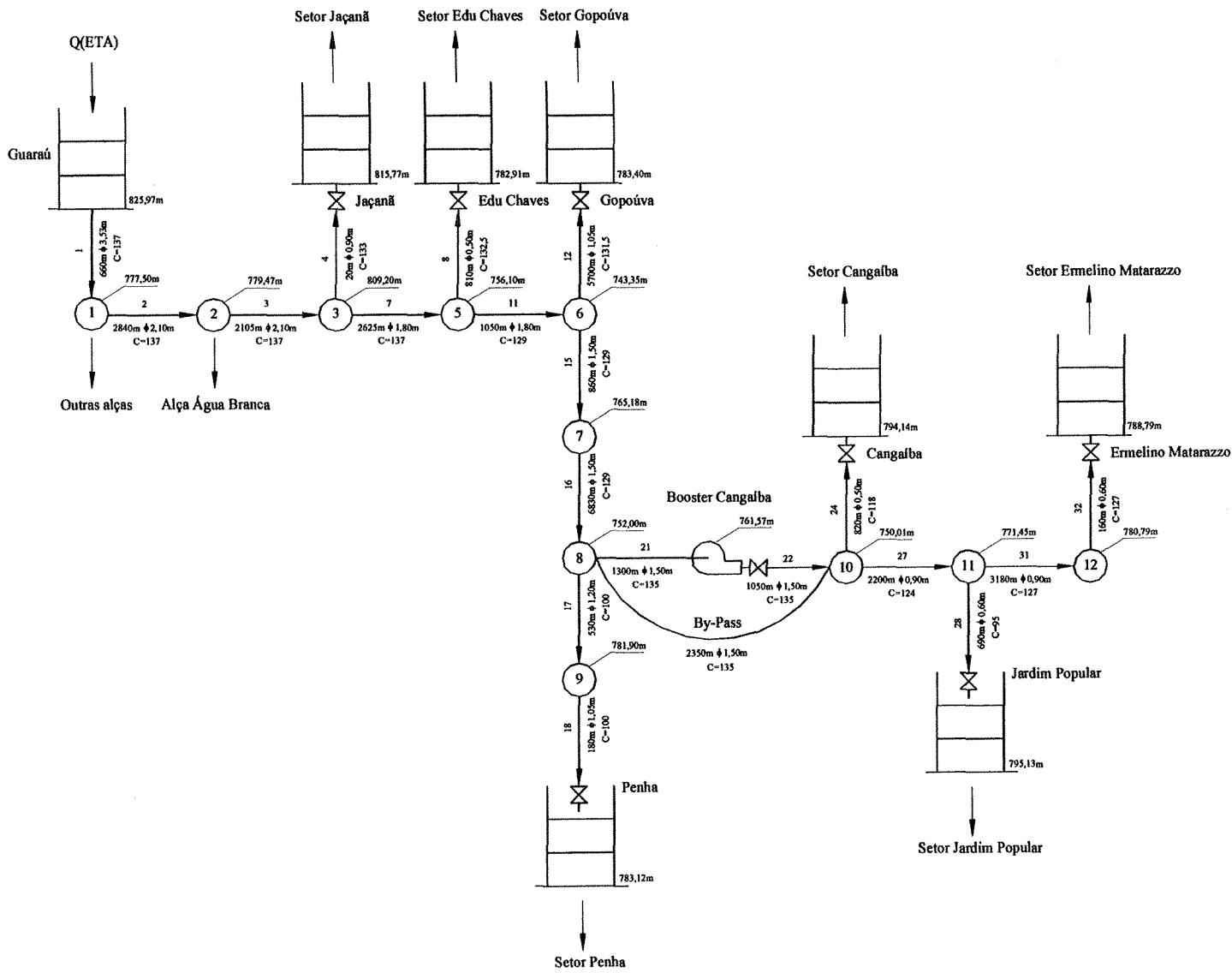
Nas Tabelas 10.61 a 10.64 são apresentadas as demandas médias associadas a cada setor ligado à Alça Leste e as características dos seus reservatórios setoriais. As demandas médias apresentadas foram obtidas pela SABESP através de medições de consumo efetuadas para todos os dias da semana durante um período de 4 anos (1995 à 1999).

Na Tabela 10.64 são apresentados os valores de  $\alpha$  e o coeficiente de variação das demandas para cada reservatório setorial que abastece os setores ligados à alça. Tais valores indicam a flexibilidade operacional de cada reservatório, pois o parâmetro  $\alpha$  representa a percentagem da demanda média diária que o volume de armazenamento do reservatório consegue atender. Assim, quanto maior o valor de  $\alpha$  e menor o coeficiente de variação da demanda, mais fácil será o atendimento da demanda do setor a partir de tal reservatório.

O parâmetro  $\alpha$  de cada reservatório setorial é dado pela seguinte expressão:

$$\alpha = \frac{\text{Volume de armazenamento}}{\text{Demanda média} \times 86400s} \cdot 100 (\%) \quad \dots(10.28)$$

Como pode ser observado na Tabela 10.64, os reservatórios setoriais Jaçanã e Cangaíba apresentam baixos parâmetros  $\alpha$  (13,6 e 8,12%) e elevados coeficientes de variação (26,58 e 31,11%), dificultando, assim, a flexibilidade operacional de tais reservatórios. Enquanto que os demais reservatórios setoriais (Edu Chaves, Gopoúva, Penha, Jardim Popular e Ermelino Matarazzo) permanecem em situações intermediárias.



**Figura 10.62** – Topologia do subsistema adutor metropolitano Alça Leste.

**Tabela 10.61 – Demandas médias associadas a cada reservatório da Alça Leste.**

Fonte: SABESP.

Intervalo (h)	Setor						
	Jaçanã (m <sup>3</sup> /s)	Edu Chaves (m <sup>3</sup> /s)	Gopoúva (m <sup>3</sup> /s)	Penha (m <sup>3</sup> /s)	Cangaíba (m <sup>3</sup> /s)	Jardim Popular (m <sup>3</sup> /s)	Ermelino Matarazzo (m <sup>3</sup> /s)
0	0,498	0,720	1,969	0,313	0,387	0,218	0,534
1	0,425	0,705	1,879	0,267	0,334	0,193	0,522
2	0,381	0,687	1,799	0,237	0,289	0,166	0,497
3	0,375	0,681	1,766	0,230	0,271	0,152	0,484
4	0,408	0,694	1,797	0,247	0,289	0,157	0,494
5	0,472	0,725	1,888	0,286	0,341	0,183	0,531
6	0,558	0,771	2,024	0,340	0,418	0,226	0,589
7	0,652	0,824	2,183	0,401	0,509	0,278	0,660
8	0,745	0,879	2,343	0,462	0,601	0,333	0,735
9	0,824	0,927	2,482	0,515	0,681	0,383	0,802
10	0,882	0,963	2,583	0,556	0,741	0,422	0,855
11	0,914	0,984	2,636	0,580	0,773	0,446	0,887
12	0,919	0,987	2,637	0,587	0,776	0,454	0,895
13	0,900	0,975	2,591	0,578	0,753	0,447	0,880
14	0,862	0,950	2,511	0,555	0,709	0,426	0,847
15	0,813	0,918	2,412	0,525	0,653	0,397	0,803
16	0,762	0,884	2,315	0,493	0,596	0,366	0,755
17	0,719	0,856	2,238	0,465	0,548	0,339	0,712
18	0,690	0,837	2,197	0,445	0,528	0,320	0,683
19	0,678	0,831	2,196	0,435	0,508	0,312	0,669
20	0,677	0,833	2,224	0,432	0,513	0,312	0,669
21	0,673	0,835	2,249	0,429	0,517	0,311	0,669
22	0,638	0,818	2,207	0,406	0,486	0,292	0,645
23	0,527	0,748	1,995	0,336	0,365	0,224	0,556
<b>Média</b>	<b>0,666</b>	<b>0,835</b>	<b>2,213</b>	<b>0,422</b>	<b>0,524</b>	<b>0,307</b>	<b>0,682</b>
<b>Desvio-Padrão</b>	<b>0,177</b>	<b>0,101</b>	<b>0,278</b>	<b>0,116</b>	<b>0,163</b>	<b>0,099</b>	<b>0,136</b>

**Tabela 10.62 – Demandas médias associadas às outras alças.**

Fonte: SABESP.

Intervalo (h)	Alças	
	Outras (m <sup>3</sup> /s)	Água Branca (m <sup>3</sup> /s)
0	26,973	0,999
1	16,335	0,605
2	17,631	0,653
3	16,983	0,629
4	19,791	0,733
5	20,169	0,747
6	25,434	0,942
7	29,052	1,076
8	30,672	1,136
9	39,609	1,467
10	41,175	1,525
11	39,447	1,461
12	34,533	1,279
13	30,726	1,138
14	29,349	1,087
15	29,106	1,078
16	29,646	1,098
17	33,966	1,258
18	37,449	1,387
19	33,318	1,234
20	24,111	0,893
21	19,224	0,712
22	20,169	0,747
23	14,256	0,528
<b>Média</b>	<b>27,464</b>	<b>1,017</b>
<b>Desvio-Padrão</b>	<b>8,058</b>	<b>0,298</b>

**Tabela 10.63 – Características dos reservatórios da Alça Leste.**

Fonte: SABESP.

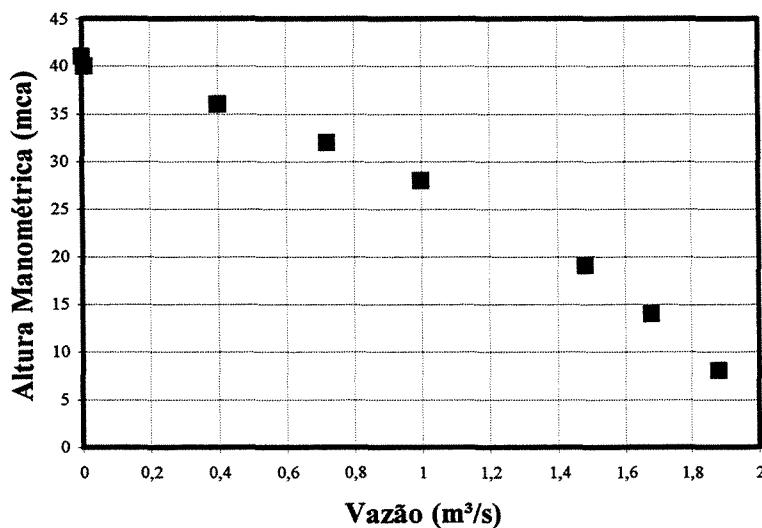
Reservatório	Cota (m)	Nível (m)			Diâmetro (m)
		Mínimo	Inicial	Máximo	
Guarau	825,97	1,00	2,78	5,00	50
Jaçanã	815,77	0,80	3,53	5,72	45
Edu Chaves	782,91	0,20	4,12	5,72	73
Gopoúva	783,40	0,12	1,88	7,80	90
Penha	783,12	1,00	4,15	5,50	67
Cangaíba	794,14	1,00	3,70	5,30	33
Jd. Popular	795,13	0,50	3,28	4,50	53
Erm. Matarazzo	788,79	0,60	4,01	5,37	81

**Tabela 10.64 – Parâmetros de operacionalidade dos reservatórios da Alça Leste.**

Reservatório	Demanda			Volume de armazenamento (m <sup>3</sup> )	$\alpha$ (%)
	Média (m <sup>3</sup> /s)	Desvio-Padrão (m <sup>3</sup> /s)	Coeficiente de variação (%)		
Jaçanã	0,666	0,177	26,58	7.824,69	13,60
Edu Chaves	0,835	0,101	12,10	23.102,65	32,02
Gopoúva	2,213	0,278	12,56	48.856,61	25,55
Penha	0,422	0,116	27,49	15.864,97	43,51
Cangaíba	0,524	0,163	31,11	3.677,68	8,12
Jd. Popular	0,307	0,099	32,25	8.824,47	33,27
Erm. Matarazzo	0,682	0,136	19,94	24.579,07	41,71

O Subsistema Adutor Alça Leste possui uma estação tipo booster chamada de Booster Cangaíba, composta por uma bomba de rotação fixa operada através de uma válvula controladora

de vazão. Os dados da curva característica de carga × vazão da bomba são apresentados na Figura 10.63.



**Figura 10.63 – Dados da curva da bomba do Booster Cangaíba.**

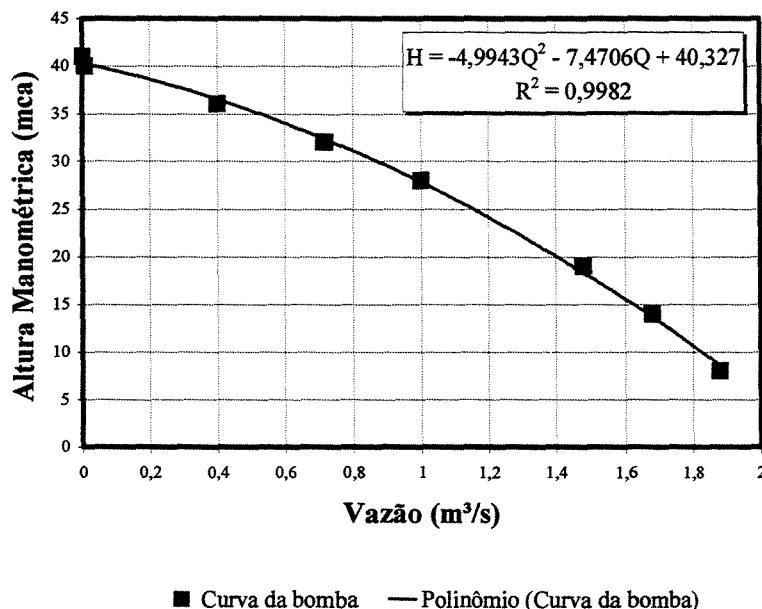
Fonte: SABESP.

Como não há informações referentes as curvas de rendimento da bomba, a obtenção da equação característica  $H = f(Q)$  foi efetuada através do ajuste de um polinômio de grau dois aos dados existentes (Figura 10.64), obtendo-se a seguinte equação para a bomba do booster:

$$H = 40,327 - 7,4709 \cdot Q - 4,9943 \cdot Q^2 \quad \dots(10.29)$$

Como dito anteriormente, a bomba do Booster Cangaíba é uma bomba de rotação fixa e necessita ser operada por uma válvula controladora de vazão. Como não há informações referentes a esta válvula, a perda de carga localizada produzida por ela durante a operação da bomba é incorporada ao modelo hidráulico de otimização na forma de uma variável (PCV) canalizada entre limites máximo e mínimo de 30 e 0 m respectivamente.

Os limites máximo e mínimo adotados para a altura manométrica da bomba do Booster Cangaíba foram de 35 e 1 mca.



**Figura 10.64 – Polinômio ajustado aos dados da curva da bomba do Booster Cangaíba.**

As válvulas controladoras de vazão situadas a montante dos reservatórios setoriais, possuem uma equação do tipo exponencial que representa a variação do coeficiente de perda de carga localizada ( $K_s$ ) em função de sua abertura ( $AB$ ). Na Equação 10.30 é apresentada a expressão geral de  $K_s = f(AB)$ . Na Tabela 10.65 são apresentadas as constantes relativas a cada válvula da Alça Leste.

$$K_s = K_c + (K_o - K_c) \cdot e^{-\delta \cdot AB} \quad \dots(10.30)$$

onde:

$AB$  Abertura da válvula (%);

$K_s$  Coeficiente de perda de carga localizada da válvula;

**K<sub>c</sub>, K<sub>o</sub>, δ** Constantes da válvula.

**Tabela 10.65 – Constantes das válvulas.**

Fonte: SABESP.

Válvula	K <sub>c</sub>	K <sub>o</sub>	δ
Jaçanã	4,41	946,00	0,08
Edu Chaves	5,43	924,48	0,06
Cangaíba	4,79	2781,01	0,07
Jardim Popular	19,44	5695,16	0,08
Ermelino Matarazzo	4,00	10000,00	0,09

Para os reservatórios setoriais da Alça Leste a perda de carga localizada que ocorre nas válvulas, em função da vazão e de sua abertura, é representada pela seguinte equação:

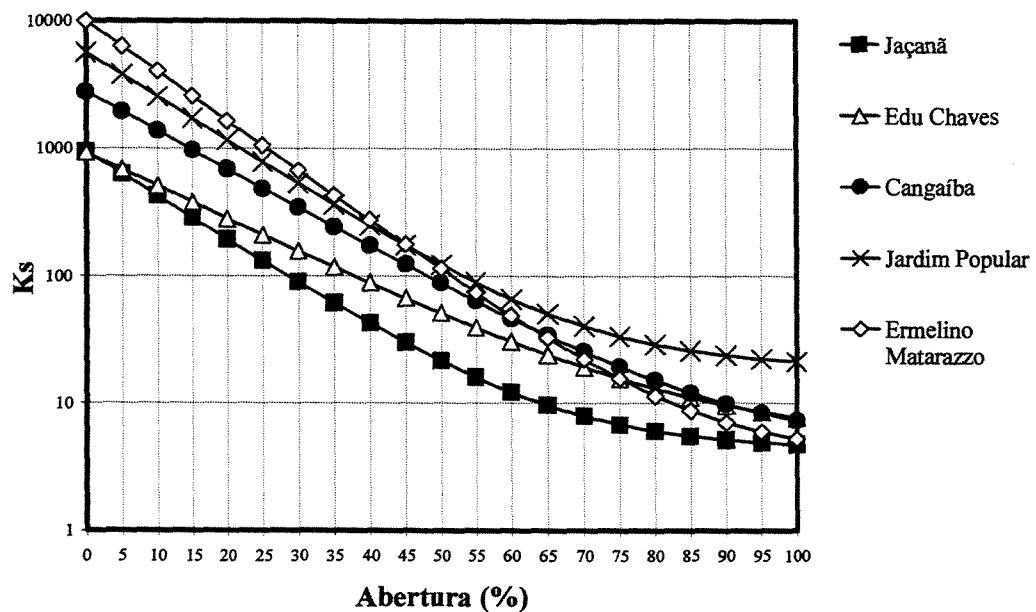
$$PCV = \frac{8 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^4 \cdot g} \cdot (K_c + (K_o - K_c) \cdot e^{-\delta \cdot AB}) \quad ... (10.31)$$

onde:

- AB Abertura da válvula (%);
- D Diâmetro (m);
- g Aceleração da gravidade (m/s<sup>2</sup>);
- K<sub>s</sub> Coeficiente de perda de carga localizada da válvula;
- K<sub>c</sub>, K<sub>o</sub>, δ Constantes da válvula;
- PCV Perda de carga localizada da válvula;
- Q Vazão (m<sup>3</sup>/s).

Os limites operacionais máximo e mínimo adotados para as aberturas das válvulas foram de 100 e 20% respectivamente.

Através da Equação 10.30 e da Tabela 10.65 pode-se representar graficamente o comportamento do coeficiente de perda de carga localizada para as válvulas dos reservatórios setoriais Jaçanã, Edu Chaves, Cangaíba, Jardim Popular e Ermelino Matarazzo (Figura 10.65).



**Figura 10.65 – Coeficiente de perda de carga localizada para as válvulas da Alça Leste.**

Como pode ser observado na Figura 10.65, cada válvula possui um comportamento operacional muito particular, impedindo que sejam extrapoladas tendências de comportamentos para as válvulas dos reservatórios setoriais Gopoúva e Penha (das quais não se possuem informações). Para evitar a adoção de considerações divergentes às condições de campo para estas válvulas, as perdas de carga localizadas foram incorporadas ao modelo hidráulico de otimização através de variáveis (PCV) canalizadas entre limites pré-estabelecidos. Os limites máximo e mínimo adotados para as perdas de carga localizadas das válvulas dos reservatórios setoriais Gopoúva e Penha foram de 30 e 0 m respectivamente.

Para as pressões nos nós da Alça Leste, foram adotados limites máximo e mínimo de 100 e 10 mca respectivamente. Para as velocidades foram adotados limites máximo e mínimo de 6 e 0,2 m/s respectivamente.

### **10.2.1. MODELO HIDRÁULICO DE OTIMIZAÇÃO DO SUBSISTEMA ADUTOR METROPOLITANO ALÇA LESTE**

O modelo hidráulico de otimização aplicado ao Subsistema Adutor Metropolitano Alça Leste foi resolvido para duas variações de sua função objetivo: (a) minimização das oscilações nas vazões ETA Guaraú; (b) minimização do tempo de funcionamento da bomba do Booster Cangaíba. Compondo assim dois casos de estudo, chamados de Caso 1 e Caso 2 respectivamente.

Para o Caso 1, a primeira variação da função objetivo utilizada pelo modelo hidráulico de otimização busca a obtenção de uma política de operação mais uniforme para a ETA Guaraú ao longo do horizonte de operação (24 horas). Sendo a vazão média produzida na ETA Guaraú ( $QM$ ) de  $33 \text{ m}^3/\text{s}$ , a sua vazão para cada período  $t$  do horizonte de operação é dada por:

$$Q_{\text{ETA}_t} = QM + \Delta Q_t \quad \dots(10.32)$$

onde:

$Q_{\text{ETA}_t}$  Vazão produzida na ETA Guaraú no período  $t$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );

$QM$  Vazão média de produção da ETA Guaraú ( $33 \text{ m}^3/\text{s}$ );

$\Delta Q_t$  Oscilação da vazão produzida pela ETA Guaraú no período  $t$  com relação a sua produção média ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).

Deste modo, a função objetivo do Caso 1 é expressa como:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{t=1}^{24} \Delta Q_t^2 \quad \dots(10.33)$$

Para Caso 2, que pretende uma redução dos custos associados ao bombeamento, através de um menor número de horas de utilização da bomba do Booster Cangaíba, a função objetivo é representada pela minimização do somatórios das variáveis binárias que indicam as condições operacionais da bomba ( $X=0$  para desligada e  $X=1$  para ligada). Sendo expressa como:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{t=1}^{24} X_t \quad \dots(10.34)$$

Para ambos os casos foi utilizado um horizonte de operação de 24 horas (1 dia), com início às 00:00 horas e dividido em intervalos discretos de uma hora (horário).

Na Tabela 10.66 são apresentadas as características do modelo hidráulico de otimização para cada caso.

**Tabela 10.66 – Casos de estudo para a Alça Leste.**

<b>Caso</b>	<b>Função objetivo (Minimização)</b>	<b>Algoritmo de solução</b>	<b>Número de variáveis</b>	<b>Número de restrições</b>	
				<b>Igualdade</b>	<b>Canalização</b>
1	Oscilações da vazão média produzida na ETA	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	1117	945	2.256
2	Tempo de operação da bomba	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	1117	945	2.256

<sup>(1)</sup> Gradiente Reduzido Generalizado

<sup>(2)</sup> Branch and Bound

Como a topologia da Alça Leste é de uma rede ramificada, os sentidos das vazão apresentados na Figura 10.62 foram adotados como fixos, não sendo permitida a reversão do

fluxo no escoamento, evitando-se deste modo, a não diferenciabilidade do modelo ocasionada pela introdução da função módulo (utilizada para simular a reversão do fluxo no escoamento).

### 10.2.2. RESULTADOS GERADOS PARA A ALÇA LESTE

Nas Tabelas 10.68 a 10.79 são apresentados os resultados gerados pelo modelo hidráulico de otimização da Alça Leste para os Casos 1 e 2 com relação às vazões nos trechos, às pressões nos nós, às cargas e volumes úteis dos reservatórios e às políticas operacionais do Booster Cangaíba e da ETA Guaraú.

Nas Figuras 10.66 a 10.80 são apresentadas as comparações entre as políticas operacionais geradas pelos dois casos (Casos 1 e 2), com relação às vazões da ETA Guaraú, aos volumes úteis dos reservatórios, às aberturas das válvulas controladoras de vazão e às condições operacionais da bomba do Booster Cangaíba.

Na Tabela 10.67 é apresentado o desempenho computacional das variações do modelo hidráulico de otimização aplicado à Alça Leste (Casos 1 e 2).

**Tabela 10.67 – Desempenho computacional dos Casos 1 e 2 para a Alça Leste.**

Caso	Função Objetivo (Minimização)	Algoritmo de solução	Número de nós	Tempo de processamento (minutos) <sup>2</sup>	Iterações
1	Oscilações da vazão média produzida na ETA	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	10	4	4.584
2	Tempo de operação da bomba	GRG <sup>(1)</sup> + SBB <sup>(2)</sup>	0	3	3.182

<sup>(1)</sup> Gradiente Reduzido Generalizado

<sup>(2)</sup> Branch and Bound

<sup>2</sup> O tempo de processamento foi obtido tendo como base um microcomputador com processador AMD-K6™ 3D 2/350 Mhz.

**Tabela 10.68** – Vazões nos trechos 1 a 16 da Alça Leste para o Caso 1.

<b>Período (h)</b>	<b>QT(1) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(2) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(3) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(4) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(7) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(8) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(11) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(12) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(15) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(16) (m<sup>3</sup>/s)</b>
0	33,157	6,184	5,185	0,418	4,766	0,907	3,859	2,618	1,241	1,241
1	22,998	6,663	6,058	0,311	5,747	0,854	4,893	2,433	2,460	2,460
2	25,008	7,377	6,724	0,554	6,170	0,886	5,284	2,507	2,777	2,777
3	24,901	7,918	7,289	1,339	5,950	0,875	5,075	2,472	2,603	2,603
4	26,017	6,226	5,493	0,432	5,060	0,928	4,133	2,636	1,496	1,496
5	26,378	6,209	5,462	0,472	4,990	0,926	4,064	2,622	1,442	1,442
6	31,992	6,558	5,616	0,558	5,058	0,913	4,145	2,572	1,573	1,573
7	35,886	6,834	5,758	0,652	5,106	0,902	4,204	2,531	1,673	1,673
8	37,432	6,760	5,624	0,745	4,879	0,906	3,973	2,541	1,431	1,431
9	45,210	5,601	4,134	0,424	3,711	0,792	2,919	0,930	1,989	1,989
10	45,737	4,562	3,037	0,311	2,726	0,287	2,439	0,822	1,617	1,617
11	44,149	4,702	3,241	0,385	2,857	0,289	2,568	0,910	1,658	1,658
12	40,503	5,970	4,691	0,385	4,306	0,889	3,417	2,566	0,851	0,851
13	36,995	6,269	5,131	0,761	4,369	0,887	3,483	2,555	0,928	0,928
14	36,027	6,678	5,591	0,862	4,729	0,892	3,837	2,561	1,276	1,276
15	37,160	8,054	6,976	1,345	5,632	0,882	4,750	2,509	2,241	2,241
16	37,249	7,603	6,505	0,816	5,689	0,894	4,795	2,539	2,256	2,256
17	40,364	6,398	5,140	0,545	4,595	0,937	3,658	1,534	2,123	2,123
18	43,591	6,142	4,755	0,545	4,210	0,937	3,272	1,057	2,216	2,216
19	39,646	6,328	5,094	0,411	4,684	0,878	3,806	2,560	1,246	1,246
20	31,186	7,075	6,182	0,677	5,505	0,851	4,655	2,457	2,197	2,197
21	26,133	6,909	6,197	0,673	5,524	0,856	4,668	2,468	2,200	2,200
22	28,035	7,866	7,119	0,638	6,481	0,871	5,610	2,480	3,130	3,130
23	23,362	9,106	8,578	1,733	6,845	0,794	6,050	2,240	3,810	3,810

**Tabela 10.69** – Vazões nos trechos 17 a 32 da Alça Leste para o Caso 1.

Período (h)	QT(17) (m <sup>3</sup> /s)	QT(18) (m <sup>3</sup> /s)	QT(21) (m <sup>3</sup> /s)	QT(22) (m <sup>3</sup> /s)	By-Pass (m <sup>3</sup> /s)	QT(24) (m <sup>3</sup> /s)	QT(27) (m <sup>3</sup> /s)	QT(28) (m <sup>3</sup> /s)	QT(31) (m <sup>3</sup> /s)	QT(32) (m <sup>3</sup> /s)
0	0,226	0,226	-	-	1,014	0,141	0,874	0,137	0,737	0,737
1	0,524	0,524	1,936	1,936	-	0,581	1,355	0,420	0,935	0,935
2	0,850	0,850	1,926	1,926	-	0,569	1,358	0,420	0,938	0,938
3	0,769	0,769	1,835	1,835	-	0,371	1,464	0,465	0,998	0,998
4	0,247	0,247	-	-	1,249	0,289	0,960	0,132	0,829	0,829
5	0,286	0,286	-	-	1,156	0,341	0,815	0,243	0,572	0,572
6	0,340	0,340	1,233	1,233	-	0,418	0,815	0,226	0,589	0,589
7	0,226	0,226	-	-	1,447	0,509	0,938	0,278	0,660	0,660
8	0,226	0,226	-	-	1,205	0,400	0,805	0,135	0,670	0,670
9	0,226	0,226	-	-	1,763	0,608	1,155	0,562	0,593	0,593
10	0,226	0,226	1,391	1,391	-	0,906	0,485	0,218	0,267	0,267
11	0,226	0,226	1,432	1,432	-	0,882	0,550	0,281	0,269	0,269
12	0,226	0,226	-	-	0,625	0,326	0,299	0,151	0,148	0,148
13	0,226	0,226	-	-	0,702	0,403	0,299	0,151	0,148	0,148
14	0,226	0,226	-	-	1,050	0,623	0,427	0,146	0,281	0,281
15	0,226	0,226	2,015	2,015	-	0,607	1,408	0,434	0,974	0,974
16	0,226	0,226	2,030	2,030	-	0,615	1,415	0,438	0,977	0,977
17	0,226	0,226	-	-	1,897	0,611	1,286	0,255	1,030	1,030
18	0,226	0,226	-	-	1,990	0,600	1,389	0,434	0,955	0,955
19	0,226	0,226	-	-	1,020	0,609	0,411	0,270	0,141	0,141
20	0,226	0,226	1,971	1,971	-	0,585	1,386	0,427	0,959	0,959
21	0,226	0,226	1,974	1,974	-	0,585	1,389	0,429	0,960	0,960
22	1,276	1,276	1,854	1,854	-	0,545	1,309	0,392	0,916	0,916
23	2,209	2,209	1,601	1,601	-	0,463	1,139	0,312	0,827	0,827

**Tabela 10.70**– Pressões nos nós da Alça Leste para o Caso 1.

<b>Período (h)</b>	<b>P(1) (mca)</b>	<b>P(2) (mca)</b>	<b>P(3) (mca)</b>	<b>P(5) (mca)</b>	<b>P(6) (mca)</b>	<b>P(7) (mca)</b>	<b>P(8) (mca)</b>	<b>P(9) (mca)</b>	<b>P(10) (mca)</b>	<b>P(11) (mca)</b>	<b>P(12) (mca)</b>
0	50,155	45,541	14,396	64,297	76,079	54,013	65,319	35,389	66,900	41,375	27,913
1	48,914	43,907	12,290	60,868	72,117	49,45	55,981	25,941	63,775	33,133	17,389
2	52,820	47,185	15,166	63,110	74,129	51,252	56,112	25,869	64,167	33,492	17,710
3	52,825	46,677	14,290	62,567	73,711	50,951	56,746	26,561	67,322	35,269	18,696
4	52,771	48,123	16,819	66,346	77,997	55,833	66,362	36,427	67,751	41,443	26,978
5	52,753	48,118	16,830	66,447	78,132	55,991	66,696	36,750	68,165	43,134	31,214
6	52,445	47,527	16,157	65,688	77,333	55,137	65,409	35,446	90,336	65,303	53,239
7	52,203	47,050	15,602	65,068	76,684	54,444	64,364	34,435	65,566	39,466	26,763
8	52,100	47,012	15,637	65,397	77,126	54,988	65,726	35,797	67,154	42,202	29,403
9	51,527	47,355	16,694	67,781	79,953	57,558	66,250	36,320	67,104	38,817	26,715
10	47,485	44,008	13,752	65,714	78,050	55,835	65,955	36,025	87,488	64,674	54,706
11	47,610	44,047	13,724	65,583	77,877	55,644	65,618	35,688	86,223	63,046	53,068
12	47,885	43,437	12,531	62,980	74,957	53,010	65,257	35,327	67,080	45,078	35,527
13	48,129	43,447	12,329	62,705	74,655	52,687	64,771	34,841	66,554	44,553	35,001
14	49,416	44,397	13,041	62,988	74,781	52,702	63,907	33,978	65,462	42,937	32,905
15	51,972	45,69	13,510	62,254	73,583	51,048	58,629	28,699	64,153	32,828	16,578
16	52,112	46,266	14,383	63,046	74,350	51,806	59,32	29,39	64,420	33,009	16,726
17	51,895	47,108	15,986	66,096	77,969	55,502	63,616	33,686	64,305	34,513	17,504
18	51,115	46,534	15,598	66,156	78,193	55,673	63,372	33,442	63,941	32,865	16,862
19	47,946	43,216	12,116	62,119	73,926	51,858	63,148	33,219	64,726	42,273	32,739
20	48,492	43,130	11,440	60,364	71,745	49,236	57,019	27,090	63,812	32,777	16,726
21	48,765	43,548	11,850	60,747	72,121	49,610	57,380	27,451	64,092	33,016	16,945
22	52,630	46,533	14,259	61,711	72,528	49,390	52,186	21,558	62,250	32,182	16,670
23	50,701	43,321	10,000	56,852	67,378	43,667	41,908	10,000	58,503	30,392	15,950

**Tabela 10.71– Carga nos reservatórios da Alça Leste para o Caso 1.**

<b>Período (h)</b>	<b>Guaraú (m)</b>	<b>Jaçanã (m)</b>	<b>Edu Chaves (m)</b>	<b>Gopoúva (m)</b>	<b>Penha (m)</b>	<b>Cangaíba (m)</b>	<b>Jardim Popular (m)</b>	<b>Ermelino Matarazzo (m)</b>
0	828,750	819,300	787,030	785,280	787,270	797,840	798,410	792,800
1	826,970	819,120	787,191	785,647	787,181	796,804	798,278	792,942
2	830,970	818,861	787,319	785,961	787,444	797,842	798,648	793,230
3	830,970	819,254	787,490	786,362	788,070	799,019	799,063	793,538
4	830,970	821,435	787,657	786,761	788,620	799,440	799,574	793,897
5	830,970	821,490	787,858	787,237	788,620	799,440	799,532	794,131
6	830,970	821,490	788,031	787,652	788,620	799,440	799,630	794,160
7	830,970	821,490	788,153	787,962	788,620	799,440	799,630	794,160
8	830,970	821,490	788,221	788,159	788,441	799,440	799,630	794,160
9	830,970	821,490	788,244	788,271	788,201	798,594	799,307	794,115
10	826,970	820,584	788,127	787,393	787,906	798,287	799,598	793,969
11	826,970	819,290	787,546	786,397	787,569	798,982	799,266	793,558
12	826,970	818,092	786,948	785,42	787,208	799,440	798,997	793,126
13	826,970	816,884	786,864	785,379	786,839	797,545	798,502	792,604
14	828,192	816,570	786,788	785,359	786,480	796,074	798,019	792,093
15	830,824	816,570	786,738	785,387	786,144	795,712	797,562	791,697
16	830,970	817,774	786,707	785,442	785,839	795,518	797,623	791,817
17	830,970	817,897	786,715	785,568	785,567	795,597	797,741	791,971
18	830,432	817,503	786,785	785,17	785,323	795,864	797,605	792,194
19	826,970	817,175	786,871	784,525	785,099	796,169	797,791	792,384
20	826,970	816,570	786,911	784,731	784,886	796,593	797,722	792,015
21	826,970	816,570	786,927	784,863	784,676	796,896	797,910	792,218
22	830,932	816,570	786,945	784,987	784,469	797,181	798,103	792,421
23	828,774	816,570	786,990	785,141	785,358	797,429	798,266	792,611
0	828,750	819,300	787,030	785,280	787,270	797,840	798,410	792,800

**Tabela 10.72–** Volume útil dos reservatórios da Alça Leste para o Caso 1.

<b>Período (h)</b>	<b>Guaraú (%)</b>	<b>Jaçanã (%)</b>	<b>Edu Chaves (%)</b>	<b>Gopoúva (%)</b>	<b>Penha (%)</b>	<b>Cangaíba (%)</b>	<b>Jardim Popular (%)</b>	<b>Ermelino Matarazzo (%)</b>
0	44,500	55,488	71,014	22,917	70,000	62,791	69,500	71,488
1	0,000	51,829	73,931	27,695	68,022	38,698	66,200	74,465
2	100,000	46,565	76,250	31,784	73,867	62,837	75,450	80,503
3	100,000	54,553	79,348	37,005	87,778	90,209	85,825	86,960
4	100,000	98,882	82,373	42,201	100,000	100,000	98,600	94,486
5	100,000	100,000	86,014	48,398	100,000	100,000	97,550	99,392
6	100,000	100,000	89,149	53,802	100,000	100,000	100,000	100,000
7	100,000	100,000	91,359	57,839	100,000	100,000	100,000	100,000
8	100,000	100,000	92,591	60,404	96,022	100,000	100,000	100,000
9	100,000	100,000	93,007	61,862	90,689	80,326	91,925	99,057
10	0,000	81,585	90,888	50,430	84,133	73,186	99,200	95,996
11	0,000	55,285	80,362	37,461	76,644	89,349	90,900	87,379
12	0,000	30,935	69,529	24,740	68,622	100,000	84,175	78,323
13	0,000	6,382	68,007	24,206	60,422	55,930	71,800	67,379
14	30,550	0,000	66,630	23,945	52,444	21,721	59,725	56,667
15	96,350	0,000	65,725	24,310	44,978	13,302	48,300	48,365
16	100,000	24,472	65,163	25,026	38,200	8,791	49,825	50,881
17	100,000	26,972	65,308	26,667	32,156	10,628	52,775	54,109
18	86,550	18,963	66,576	21,484	26,733	16,837	49,375	58,784
19	0,000	12,297	68,134	13,086	21,756	23,930	54,025	62,767
20	0,000	0,000	68,859	15,768	17,022	33,791	52,300	55,031
21	0,000	0,000	69,149	17,487	12,356	40,837	57,000	59,287
22	99,050	0,000	69,475	19,102	7,756	47,465	61,825	63,543
23	45,100	0,000	70,290	21,107	27,511	53,233	65,900	67,526
0	44,500	55,488	71,014	22,917	70,000	62,791	69,500	71,488

**Tabela 10.73**– Política operacional do Booster Cangaíba e da ETA Guaraú para o Caso 1.

**Tabela 10.74** – Vazões nos trechos 1 a 16 da Alça Leste para o Caso 2.

Período (h)	QT(1) (m <sup>3</sup> /s)	QT(2) (m <sup>3</sup> /s)	QT(3) (m <sup>3</sup> /s)	QT(4) (m <sup>3</sup> /s)	QT(7) (m <sup>3</sup> /s)	QT(8) (m <sup>3</sup> /s)	QT(11) (m <sup>3</sup> /s)	QT(12) (m <sup>3</sup> /s)	QT(15) (m <sup>3</sup> /s)	QT(16) (m <sup>3</sup> /s)
0	32,793	5,820	4,821	0,441	4,380	0,290	4,090	2,653	1,437	1,437
1	22,305	5,970	5,365	0,545	4,820	0,299	4,521	2,703	1,818	1,818
2	23,880	6,249	5,596	0,519	5,078	0,766	4,312	2,659	1,653	1,653
3	23,695	6,712	6,083	0,480	5,604	0,619	4,985	2,567	2,418	2,418
4	26,432	6,641	5,908	0,471	5,437	0,931	4,506	2,570	1,937	1,937
5	26,551	6,382	5,635	0,480	5,155	0,938	4,217	2,589	1,628	1,628
6	32,126	6,692	5,750	0,452	5,298	0,924	4,373	2,534	1,839	1,839
7	35,649	6,597	5,521	0,462	5,060	0,927	4,133	2,540	1,593	1,593
8	37,092	6,420	5,284	0,488	4,797	0,461	4,336	2,549	1,787	1,787
9	46,685	7,076	5,609	0,450	5,158	0,911	4,247	2,464	1,784	1,784
10	47,079	5,904	4,379	0,548	3,832	0,954	2,877	0,845	2,033	2,033
11	48,341	8,894	7,433	2,367	5,066	0,868	4,198	2,379	1,819	1,819
12	41,303	6,770	5,491	0,406	5,085	0,924	4,161	2,551	1,610	1,610
13	37,696	6,970	5,832	0,456	5,376	0,918	4,458	2,525	1,933	1,933
14	35,100	5,751	4,664	0,566	4,098	0,965	3,133	1,015	2,119	2,119
15	34,925	5,819	4,741	0,587	4,154	0,963	3,191	1,077	2,114	2,114
16	37,130	7,484	6,386	0,975	5,411	0,907	4,504	2,560	1,944	1,944
17	41,404	7,438	6,180	0,491	5,688	0,899	4,790	2,525	2,265	2,265
18	45,069	7,620	6,233	0,493	5,741	0,890	4,850	2,493	2,358	2,358
19	39,519	6,201	4,967	0,597	4,371	0,948	3,422	1,008	2,415	2,415
20	31,959	7,848	6,955	2,190	4,766	0,911	3,855	1,850	2,005	2,005
21	25,948	6,724	6,012	0,466	5,546	0,922	4,623	2,632	1,992	1,992
22	26,668	6,499	5,752	0,499	5,253	0,931	4,322	2,658	1,664	1,664
23	19,768	5,512	4,984	0,567	4,417	0,965	3,452	1,178	2,274	2,274

**Tabela 10.75 –Vazões nos trechos 17 a 32 da Alça Leste para o Caso 2.**

<b>Período (h)</b>	<b>QT(17) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(18) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(21) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(22) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>By-Pass (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(24) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(27) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(28) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(31) (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>QT(32) (m<sup>3</sup>/s)</b>
0	0,513	0,513	-	-	0,924	0,622	0,303	0,154	0,149	0,149
1	0,407	0,407	-	-	1,411	0,168	1,242	0,118	1,124	1,124
2	0,246	0,246	-	-	1,407	0,173	1,234	0,120	1,115	1,115
3	1,204	1,204	-	-	1,214	0,147	1,067	0,100	0,967	0,967
4	0,226	0,226	-	-	1,710	0,575	1,135	0,111	1,024	1,024
5	0,226	0,226	-	-	1,402	0,606	0,796	0,662	0,134	0,134
6	0,421	0,421	-	-	1,419	0,266	1,152	0,110	1,042	1,042
7	0,401	0,401	-	-	1,192	0,595	0,597	0,459	0,138	0,138
8	0,462	0,462	-	-	1,325	0,579	0,746	0,611	0,134	0,134
9	0,515	0,515	-	-	1,269	0,547	0,722	0,592	0,130	0,130
10	0,226	0,226	-	-	1,806	0,595	1,212	0,109	1,103	1,103
11	0,91	0,910	-	-	0,909	0,516	0,393	0,265	0,128	0,128
12	0,226	0,226	-	-	1,384	0,616	0,768	0,632	0,137	0,137
13	0,621	0,621	-	-	1,311	0,593	0,718	0,585	0,133	0,133
14	0,226	0,226	-	-	1,892	0,646	1,246	0,108	1,138	1,138
15	0,226	0,226	-	-	1,888	0,648	1,240	0,111	1,129	1,129
16	0,226	0,226	-	-	1,718	0,587	1,131	0,099	1,032	1,032
17	0,656	0,656	-	-	1,609	0,548	1,061	0,093	0,968	0,968
18	0,806	0,806	-	-	1,552	0,528	1,024	0,091	0,933	0,933
19	0,472	0,472	-	-	1,943	0,603	1,340	0,393	0,947	0,947
20	0,226	0,226	-	-	1,779	0,588	1,191	0,197	0,994	0,994
21	0,226	0,226	-	-	1,765	0,593	1,172	0,518	0,654	0,654
22	0,226	0,226	-	-	1,438	0,634	0,804	0,668	0,136	0,136
23	0,226	0,226	-	-	2,048	0,612	1,436	0,453	0,983	0,983

**Tabela 10.76**– Pressões nos nós da Alça Leste para o Caso 2.

<b>Período (h)</b>	<b>P(1) (mca)</b>	<b>P(2) (mca)</b>	<b>P(3) (mca)</b>	<b>P(5) (mca)</b>	<b>P(6) (mca)</b>	<b>P(7) (mca)</b>	<b>P(8) (mca)</b>	<b>P(9) (mca)</b>	<b>P(10) (mca)</b>	<b>P(11) (mca)</b>	<b>P(12) (mca)</b>
0	50,177	45,843	14,877	65,241	76,914	54,774	65,492	35,458	67,138	45,123	35,568
1	52,944	48,496	17,259	67,094	78,547	56,238	65,619	35,631	66,857	37,579	19,227
2	52,873	48,207	16,847	66,351	77,913	55,682	65,674	35,739	66,915	37,732	19,523
3	52,882	47,834	16,202	64,987	76,183	53,542	60,281	29,728	61,701	34,346	18,187
4	52,750	47,763	16,231	65,250	76,710	54,343	63,251	33,321	64,167	36,095	19,177
5	52,744	47,971	16,590	65,992	77,602	55,381	65,464	35,534	66,711	41,833	32,317
6	52,437	47,407	15,964	65,174	76,704	54,385	63,682	33,689	64,912	36,653	19,485
7	52,218	47,267	15,947	65,475	77,126	54,922	65,125	35,140	66,565	43,104	33,578
8	52,123	47,318	16,122	65,985	77,535	55,242	64,740	34,729	66,061	41,573	32,056
9	51,408	46,045	14,679	64,077	75,671	53,379	62,889	32,853	64,261	39,952	30,446
10	51,376	46,978	16,213	67,177	79,364	56,946	65,454	35,524	66,256	37,331	19,297
11	51,271	44,121	11,636	61,155	72,775	50,466	59,843	29,554	61,500	39,13	29,628
12	51,826	46,729	15,426	64,920	76,558	54,345	64,489	34,560	65,754	41,092	31,569
13	52,082	46,812	15,323	64,426	75,913	53,547	62,471	32,379	63,804	39,520	30,005
14	52,253	47,971	17,078	67,758	79,850	57,385	65,521	35,591	66,216	36,894	18,340
15	52,265	47,931	17,002	67,622	79,691	57,228	65,383	35,454	66,084	36,839	18,423
16	52,120	46,386	14,576	63,631	75,093	52,721	61,598	31,668	62,505	34,477	17,449
17	51,819	46,127	14,440	63,103	74,409	51,861	59,335	29,223	60,366	33,077	16,906
18	51,538	45,676	13,957	62,544	73,817	51,213	58,245	28,035	59,338	32,420	16,699
19	51,955	47,327	16,290	66,665	78,640	56,001	62,754	32,739	63,384	32,931	17,029
20	52,447	46,367	14,201	64,103	75,887	53,483	62,107	32,177	62,942	34,259	17,746
21	52,774	47,717	16,126	64,993	76,391	53,995	62,675	32,746	63,527	35,047	22,402
22	52,738	47,869	16,425	65,695	77,252	55,016	64,970	35,040	66,181	41,237	31,716
23	53,049	48,942	17,897	68,218	80,181	57,626	65,054	35,125	65,545	33,858	17,486

**Tabela 10.77– Carga nos reservatórios da Alça Leste para o Caso 2.**

<b>Período (h)</b>	<b>Guaraú (m)</b>	<b>Jaçanã (m)</b>	<b>Edu Chaves (m)</b>	<b>Gopoúva (m)</b>	<b>Penha (m)</b>	<b>Cangaíba (m)</b>	<b>Jardim Popular (m)</b>	<b>Ermelino Matarazzo (m)</b>
0	828,750	819,300	787,030	785,280	787,270	797,840	798,410	792,800
1	830,970	819,171	786,660	785,667	787,474	798,828	798,305	792,531
2	830,970	819,443	786,310	786,133	787,617	798,130	798,183	792,952
3	830,970	819,755	786,378	786,620	787,626	797,642	798,107	793,384
4	830,970	819,992	786,325	787,073	788,620	797,121	798,022	793,721
5	830,970	820,134	786,529	787,510	788,599	798,325	797,947	794,091
6	830,970	820,152	786,712	787,907	788,538	799,440	798,729	793,814
7	830,970	819,912	786,844	788,196	788,620	798,801	798,540	794,131
8	830,970	819,481	786,933	788,398	788,620	799,162	798,835	793,766
9	830,970	818,899	786,573	788,514	788,620	799,071	799,289	793,346
10	830,970	818,053	786,559	788,504	788,620	798,508	799,630	792,877
11	830,970	817,296	786,552	787,520	788,283	797,891	799,119	793,050
12	830,970	820,585	786,452	787,375	788,620	796,811	798,823	792,520
13	830,970	819,423	786,398	787,326	788,252	796,135	799,113	791,990
14	830,970	818,417	786,349	787,289	788,296	795,462	799,338	791,468
15	830,970	817,747	786,362	786,442	787,960	795,198	798,820	791,672
16	830,970	817,236	786,401	785,686	787,655	795,178	798,353	791,899
17	830,970	817,717	786,421	785,825	787,382	795,140	797,917	792,093
18	830,970	817,201	786,458	785,988	787,577	795,140	797,515	792,271
19	830,970	816,754	786,503	786,155	787,946	795,140	797,141	792,446
20	830,970	816,570	786,604	785,482	787,983	795,541	797,273	792,641
21	830,970	819,994	786,671	785,271	787,773	795,858	797,085	792,868
22	830,970	819,525	786,746	785,487	787,566	796,179	797,423	792,857
23	830,970	819,210	786,844	785,743	787,382	796,800	798,037	792,501
0	828,750	819,300	787,030	785,280	787,270	797,840	798,410	792,800

**Tabela 10.78**– Volume útil dos reservatórios da Alça Leste para o Caso 2.

<b>Período (h)</b>	<b>Guaraú (%)</b>	<b>Jaçanã (%)</b>	<b>Edu Chaves (%)</b>	<b>Gopoúva (%)</b>	<b>Penha (%)</b>	<b>Cangaíba (%)</b>	<b>Jardim Popular (%)</b>	<b>Ermelino Matarazzo (%)</b>
0	44,500	55,488	71,014	22,917	70,000	62,791	69,500	71,488
1	100,000	52,866	64,312	27,956	74,533	85,767	66,875	65,849
2	100,000	58,394	57,971	34,023	77,711	69,535	63,825	74,675
3	100,000	64,736	59,203	40,365	77,911	58,186	61,925	83,732
4	100,000	69,553	58,243	46,263	100,000	46,070	59,800	90,797
5	100,000	72,439	61,938	51,953	99,533	74,070	57,925	98,553
6	100,000	72,805	65,254	57,122	98,178	100,000	77,475	92,746
7	100,000	67,927	67,645	60,885	100,000	85,140	72,750	99,392
8	100,000	59,167	69,257	63,516	100,000	93,535	80,125	91,740
9	100,000	47,337	62,736	65,026	100,000	91,419	91,475	82,935
10	100,000	30,142	62,482	64,896	100,000	78,326	100,000	73,103
11	100,000	14,756	62,355	52,083	92,511	63,977	87,225	76,730
12	100,000	81,606	60,543	50,195	100,000	38,860	79,825	65,618
13	100,000	57,988	59,565	49,557	91,822	23,140	87,075	54,507
14	100,000	37,541	58,678	49,076	92,800	7,488	92,700	43,564
15	100,000	23,923	58,913	38,047	85,333	1,349	79,750	47,841
16	100,000	13,537	59,620	28,203	78,556	0,884	68,075	52,600
17	100,000	23,313	59,982	30,013	72,489	0,000	57,175	56,667
18	100,000	12,825	60,652	32,135	76,822	0,000	47,125	60,398
19	100,000	3,740	61,467	34,310	85,022	0,000	37,775	64,067
20	100,000	0,000	63,297	25,547	85,844	9,326	41,075	68,155
21	100,000	69,593	64,511	22,799	81,178	16,698	36,375	72,914
22	100,000	60,061	65,870	25,612	76,578	24,163	44,825	72,683
23	100,000	53,659	67,645	28,945	72,489	38,605	60,175	65,220
0	44,500	55,488	71,014	22,917	70,000	62,791	69,500	71,488

**Tabela 10.79** – Política operacional do Booster Cangaíba e da ETA Guaraú para o Caso 2.

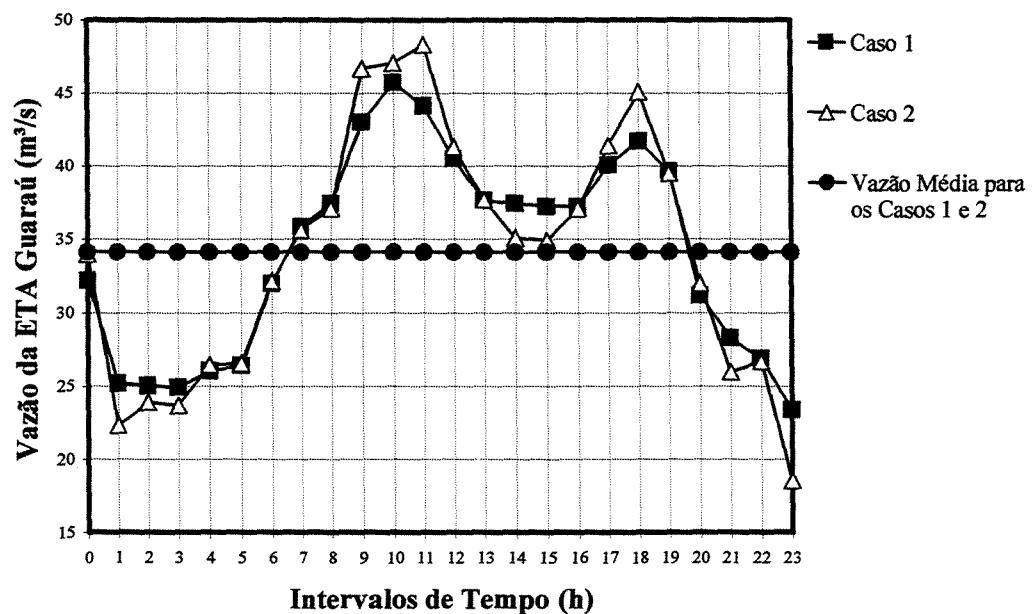


Figura 10.66 – Vazão da ETA Guaraú para os Casos 1 e 2.

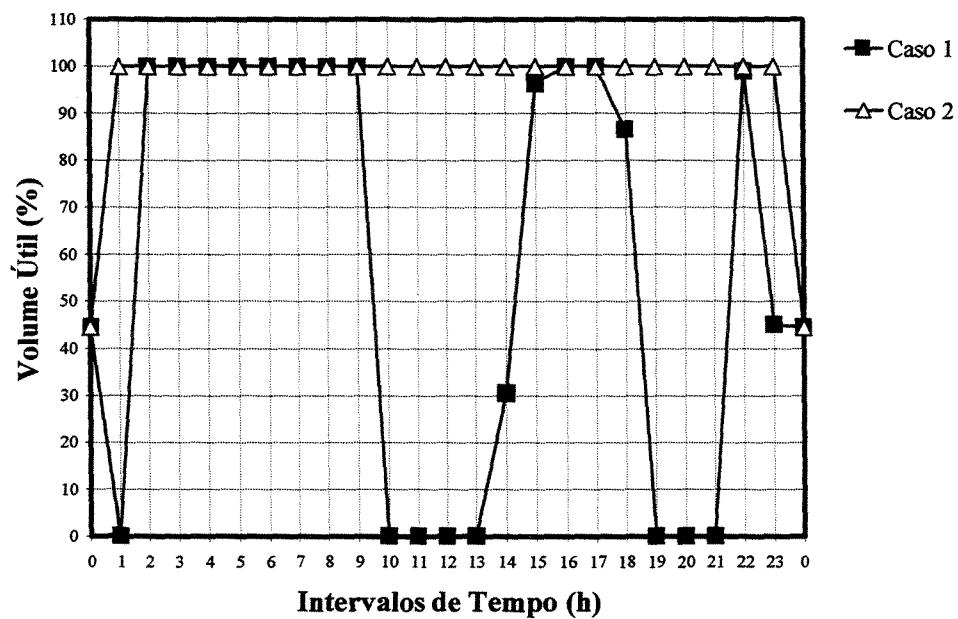
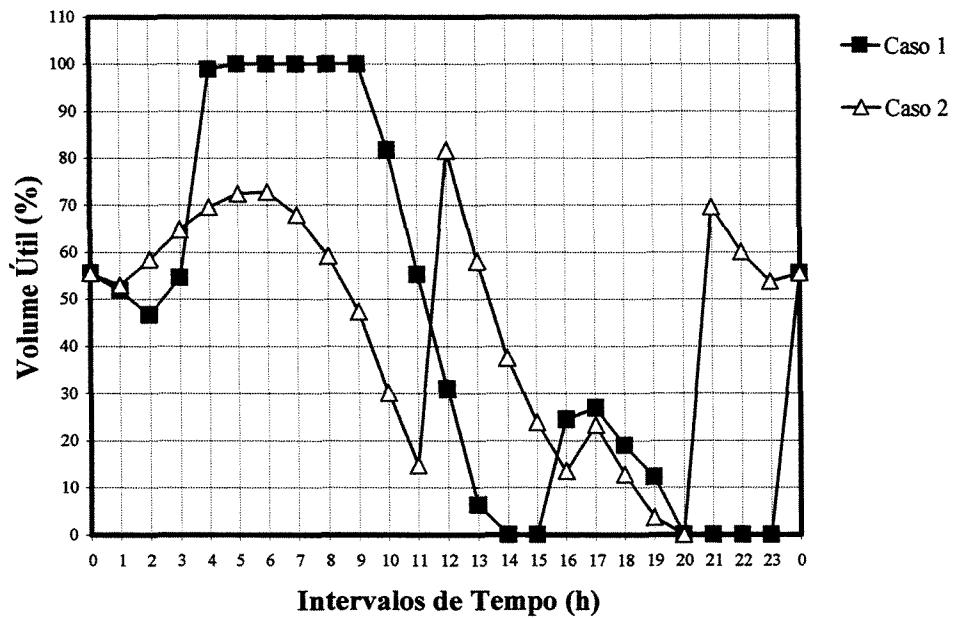
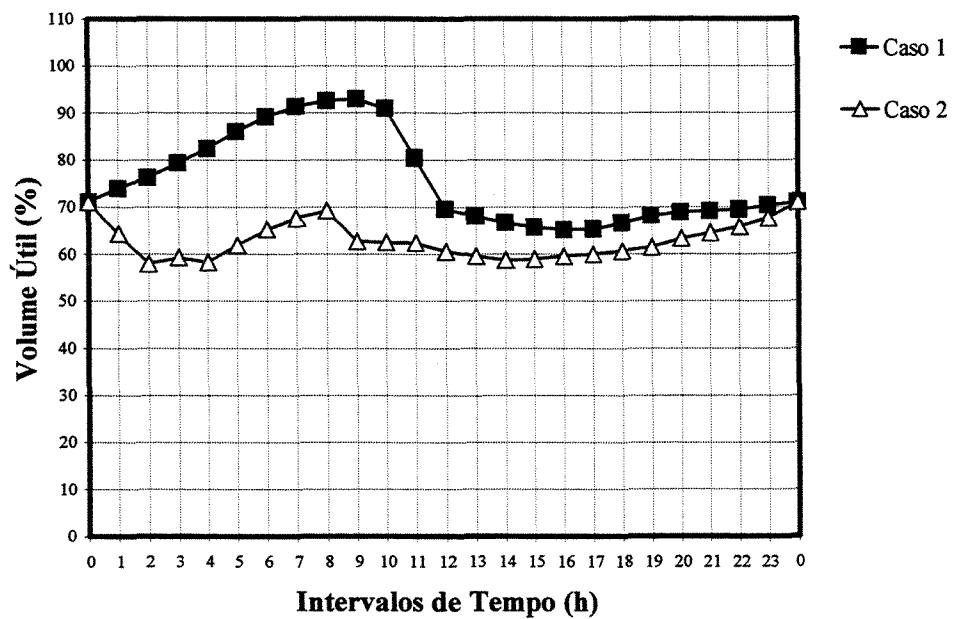


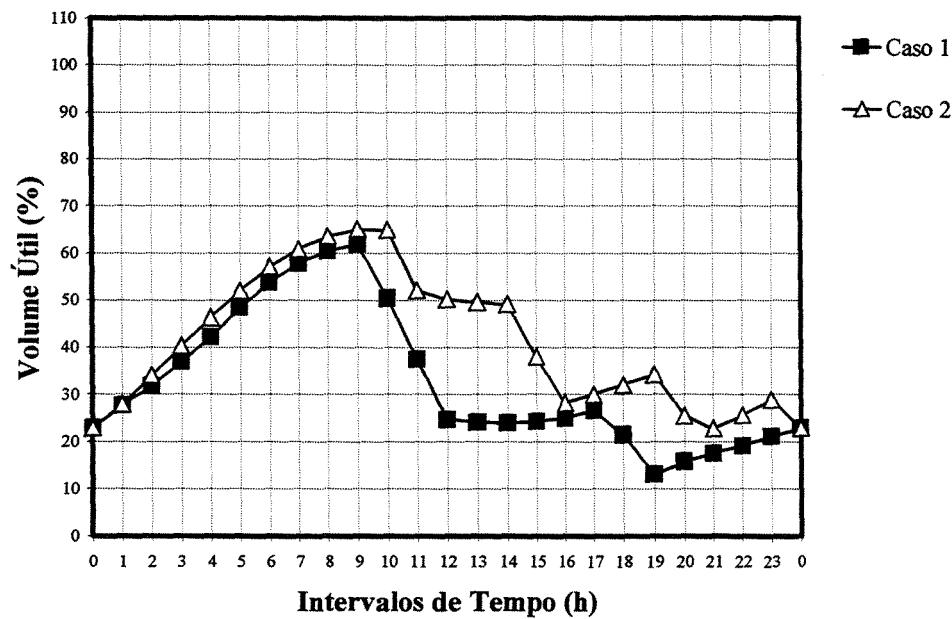
Figura 10.67 – Volume útil do reservatório Guaraú para os Casos 1 e 2.



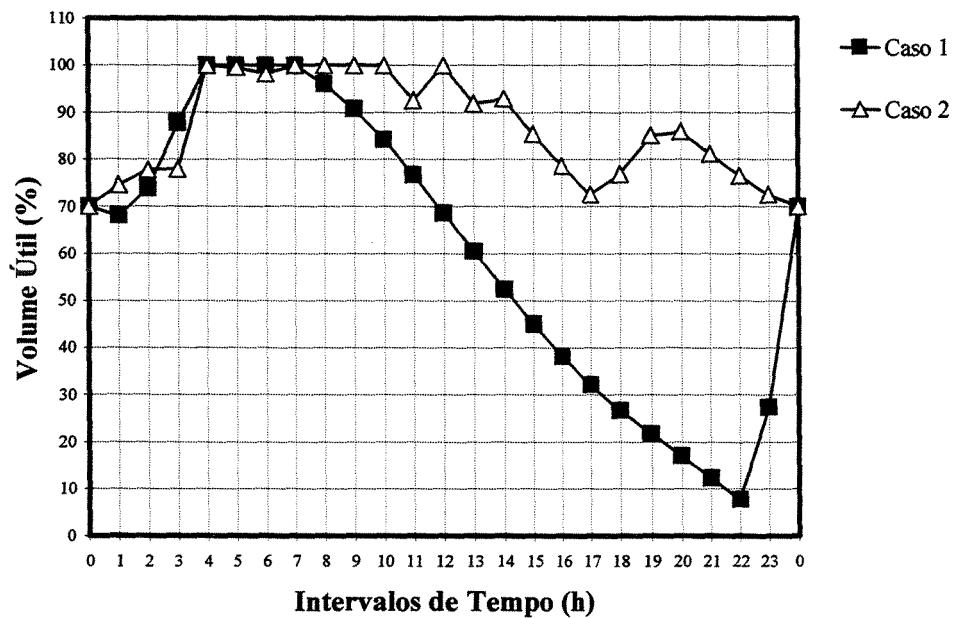
**Figura 10.68 – Volume útil do reservatório Jaçanã para os Casos 1 e 2.**



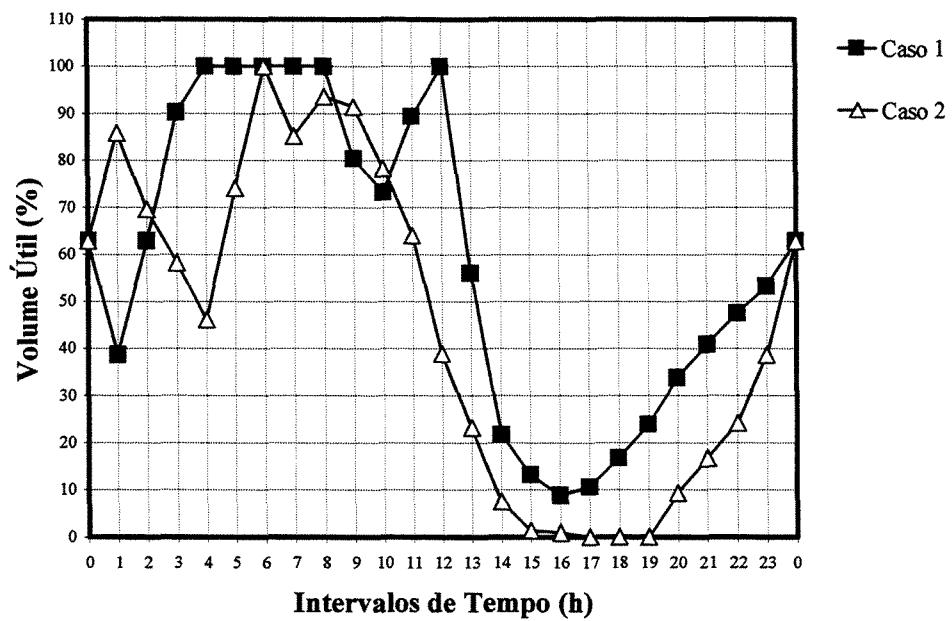
**Figura 10.69 – Volume útil do reservatório Edu Chaves para os Casos 1 e 2.**



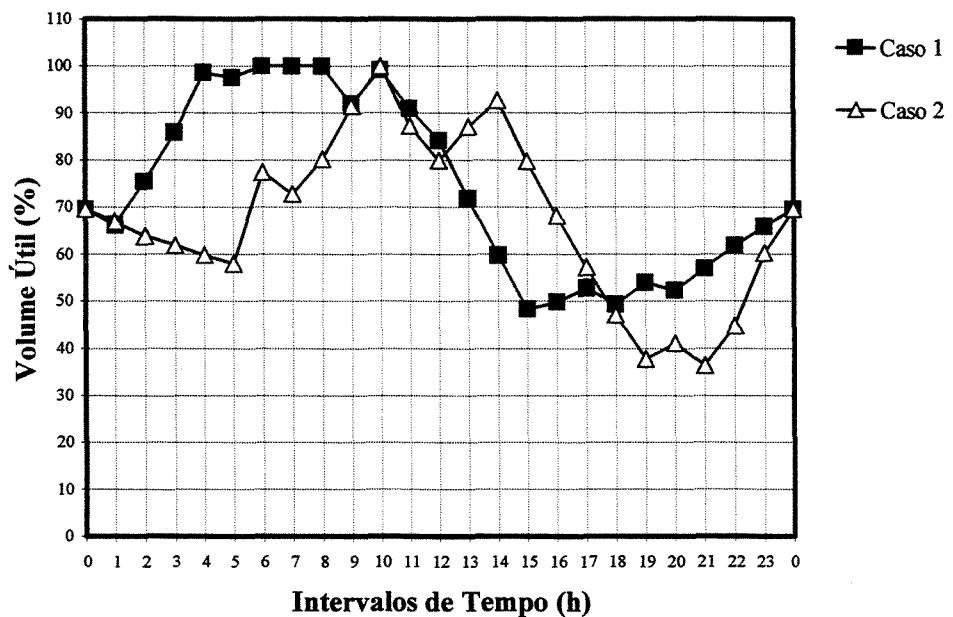
**Figura 10.70 – Volume útil do reservatório Gopoúva para os Casos 1 e 2.**



**Figura 10.71 – Volume útil do reservatório Penha para os Casos 1 e 2.**



**Figura 10.72 – Volume útil do reservatório Cangaíba para os Casos 1 e 2.**



**Figura 10.73 – Volume útil do reservatório Jardim Popular para os Casos 1 e 2.**

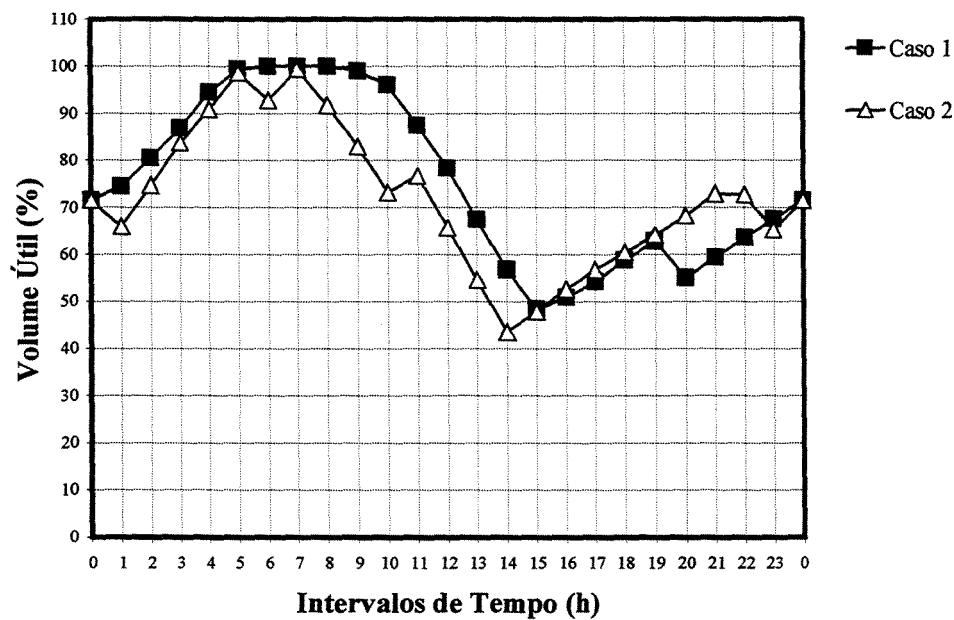


Figura 10.74 – Volume útil do reservatório Ermelino Matarazzo para os Casos 1 e 2.

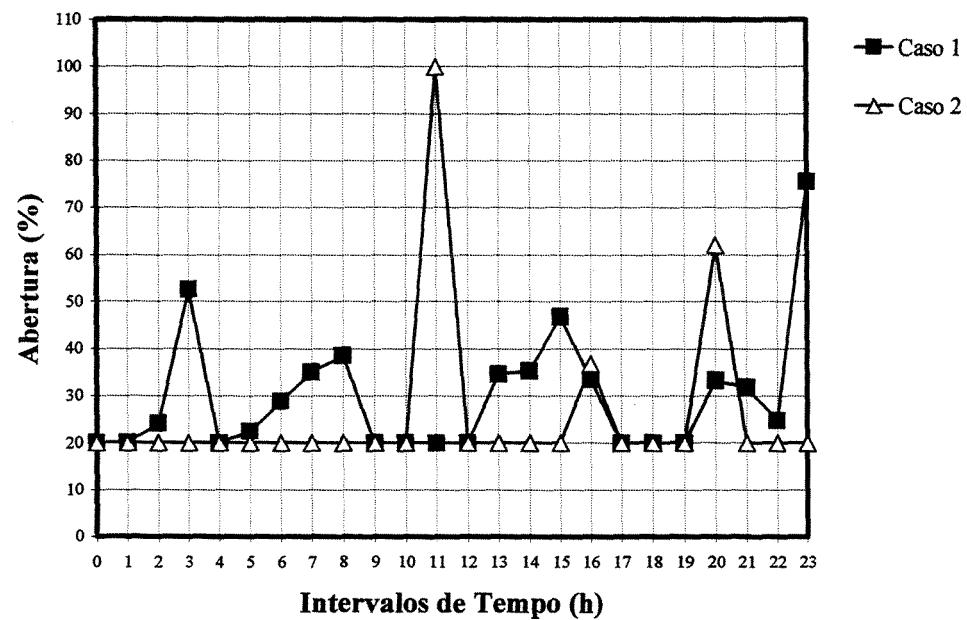


Figura 10.75 – Abertura da válvula Jaçanã para os Casos 1 e 2.

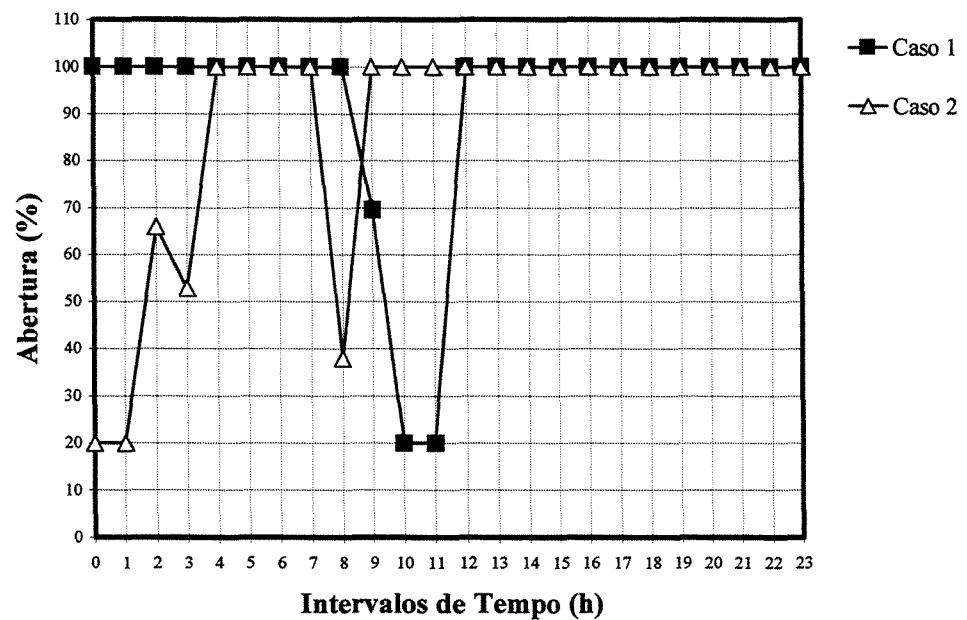


Figura 10.76 – Abertura da válvula Edu Chaves para os Casos 1 e 2.

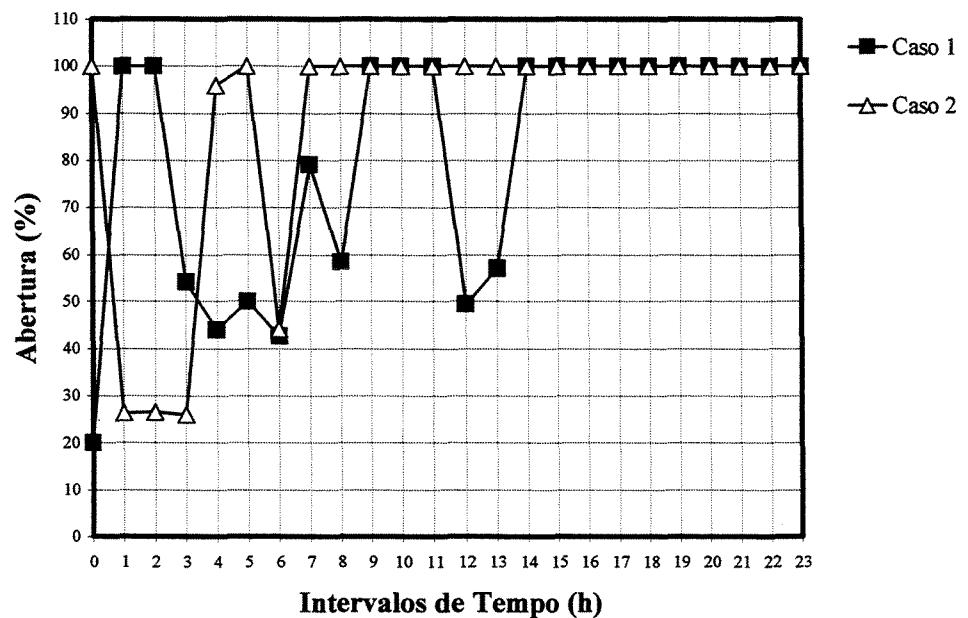


Figura 10.77 – Abertura da válvula Cangaíba para os Casos 1 e 2.

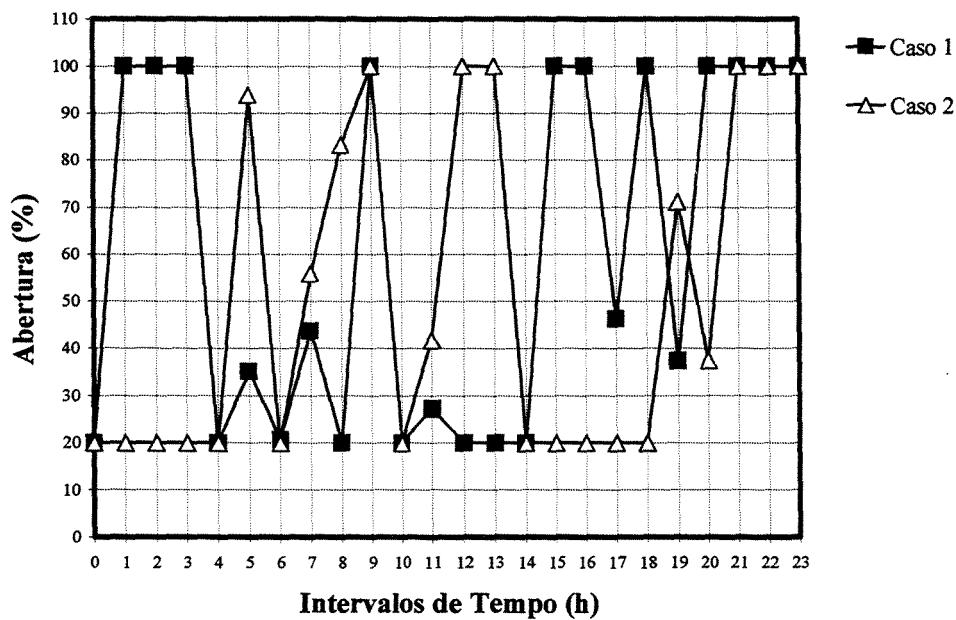


Figura 10.78 – Abertura da válvula Jardim Popular para os Casos 1 e 2.

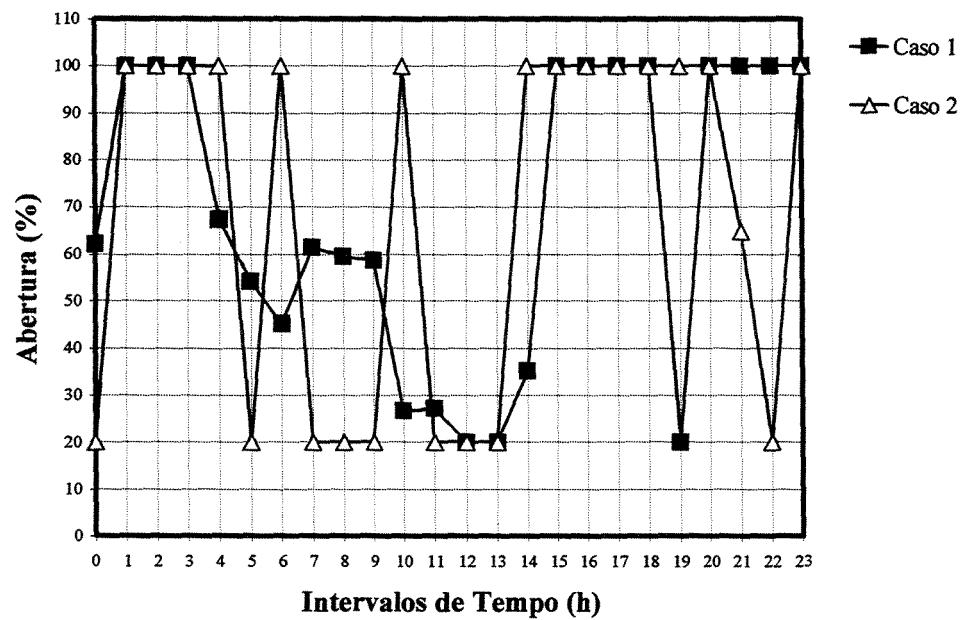
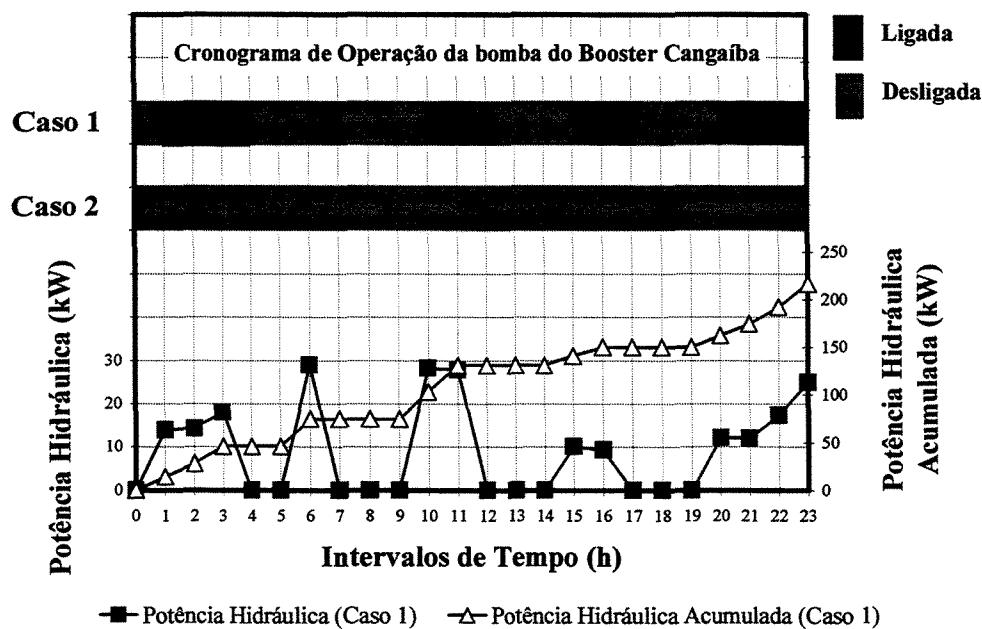


Figura 10.79 – Abertura da válvula Ermelino Matarazzo para os Casos 1 e 2.



**Figura 10.80 – Condições operacionais da bomba do Booster Cangaíba para os Casos 1 e 2.**

Na Figura 10.66 e nas Tabelas 10.73 e 10.79 são apresentadas as políticas operacionais da ETA Guaraú geradas pelos dois casos em estudo (Casos 1 e 2). Como pode ser observado para o atendimento das demandas associadas à Alça Leste, a produção média na ETA Guaraú deve ser de  $34,13 \text{ m}^3/\text{s}$  ( $1,13 \text{ m}^3/\text{s}$  acima da produção atual).

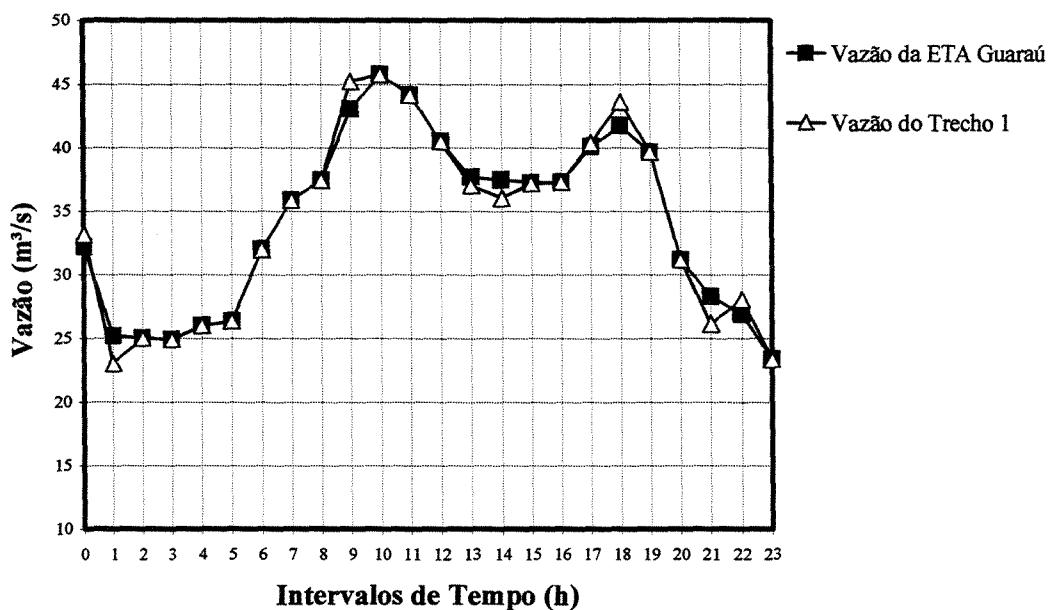
Com relação às oscilações das vazões produzidas na ETA em torno de sua média, para ambos os casos, estes valores ainda são grandes. Este fato pode ser comprovado visualmente através da Figura 10.66 ou através dos desvios-padrão apresentados nas Tabelas 10.73 e 10.79. Os desvios-padrão calculados nas Tabelas 10.73 e 10.79 representam a uniformidade de operação da ETA Guaraú. Quanto menor o valor do desvio-padrão da demanda, melhores são as condições operacionais da ETA Guaraú.

O comportamento operacional da ETA Guaraú está diretamente relacionado com a capacidade operacional do reservatório Guaraú em atender as demandas associadas à Alça Leste. A capacidade operacional deste reservatório pode ser quantificada pelo parâmetro  $\alpha$  (Equaç:

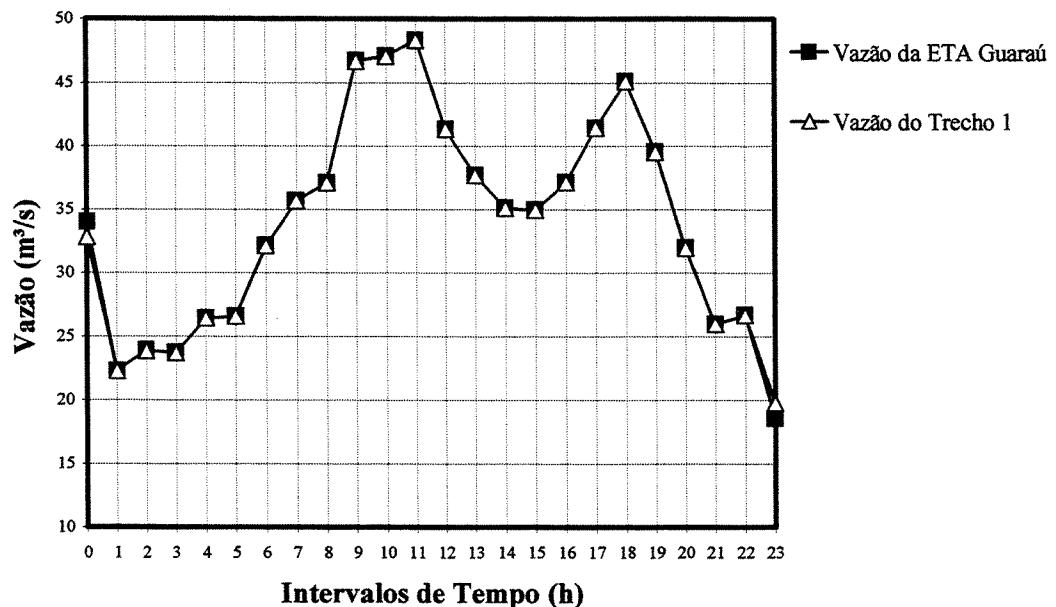
10.28). Para a demanda média de  $34,13 \text{ m}^3/\text{s}$  (de toda Alça Leste), o parâmetro  $\alpha$  do reservatório Guaraú é de 0,26%. Este valor extremamente pequeno, justifica o comportamento operacional apresentado pelo reservatório na Figura 10.67.

Em função das pequenas dimensões e grande volume de água distribuído para a Alça Leste, o reservatório Guaraú tem que despachar o máximo de vazão que recebe da ETA para que não extravazar. Isso faz com que o reservatório perca a sua função de regularizar as vazões despachadas, fazendo com que a ETA Guaraú fique à mercê das oscilações de demanda da Alça Leste, principalmente dos valores elevados localizados no nó 1 e que se referem ao consumo das outras alças. Esta suscetibilidade da ETA Guaraú às oscilações de demanda traz como consequência uma operação não uniforme para a ETA.

Nas Figuras 10.81 e 10.82 pode-se observar o comportamento da vazão produzida na ETA Guaraú e do trecho 1 da Alça Leste para os Casos 1 e 2.



**Figura 10.81 – Vazão ETA Guaraú e do trecho 1 da Alça Leste para o Caso 1.**



**Figura 10.82 – Vazão ETA Guaraú e do trecho 1 da Alça Leste para o Caso 2.**

Os comportamentos apresentados nas Figuras 10.81 e 10.82 caracterizam as condições operacionais do reservatório Guaraú (Figura 10.66). Para o Caso 1, a vazão despachada pelo reservatório Guaraú é quase a mesma que a produzida na ETA Guaraú, fazendo com que o reservatório tenha uma variação extrema de seu nível, ora em sua cota máxima, ora em sua cota mínima. Para o Caso 2, a vazão despachada pelo reservatório Guaraú é a mesma que a produzida na ETA Guaraú, fazendo com que o reservatório permaneça em seu nível máximo ao longo de todo o horizonte operacional (24 horas).

Uma possível solução para se obter uma política operacional mais uniforme da ETA Guaraú seria a construção de um reservatório com volume adequado (ou reservatórios) possibilitando, assim, uma regularização da vazão que é despachada para a Alça Leste, impedindo que as oscilações de demanda ditem as condições operacionais para a ETA ao longo do horizonte de operação.

Nas Tabelas 10.73 e 10.79 e na Figura 10.80 são apresentadas as políticas operacionais da bomba do Booster Cangaíba. Para o Caso 1, o modelo hidráulico de otimização conduz a uma utilização da bomba por um período alternado de 12 horas, enquanto que para o Caso 2, a bomba permanece desligada por todo o horizonte de operação. Através das Tabela 10.70 e 10.76, pode-se observar que a condição operacional gerada pelo Caso 2 para a bomba do Booster Cangaíba (totalmente desligada), não compromete os níveis de pressão dos nós situados a jusante da bomba (nós 10 , 11 e 12).

Para um período de faturamento de 30 dias, admitindo que a instalação do Booster Cangaíba seja uma unidade consumidora que se enquadra no Grupo “A” (alta tensão) Subgrupo A4 (2,3 a 25 kV), com base nos valores tarifários apresentados nos Quadros 10.3 a 10.5, adotando um rendimento hidráulico de 75% para a bomba do Booster Cangaíba e um rendimento de 90% para o motor elétrico acoplado a esta, sendo as demandas contratadas de 19 e 43 kW na ponta e fora de ponta, respectivamente (adotadas tendo como base a Tabela 10.73), na Tabela 10.80 são apresentados os custos operacionais associados ao bombeamento de água realizado pela bomba do Booster Cangaíba para as políticas operacionais do Caso 1.

Observa-se na Tabela 10.80 que, para as políticas operacionais do Caso 1, a tarifa horo-sazonal verde apresenta-se como a mais viável economicamente, conduzindo a economias de 17,17 e 19,52% quando comparada às tarifas convencional e horo-sazonal azul, respectivamente.

Para o Subsistema Adutor Metropolitano Alça Leste, frente às dificuldades operacionais apresentadas pela ETA Guaraú para os dois casos (Casos 1 e 2) em função das dimensões do reservatório Guaraú, as políticas operacionais geradas pelo modelo hidráulico de otimização do Caso 2 apresentam-se como as mais interessantes, principalmente por não conduzirem a nenhum custo de operação associado ao bombeamento de água e de serem próximas às políticas geradas pelo Caso 1 (que minimiza as oscilações das vazões produzidas na ETA Guaraú).

**Tabela 10.80 – Custos associados à operação de bombeamento do Booster Cangaíba para o Caso 1.**

Caso	Custo por estrutura tarifária (R\$)							
	Convencional		Horo-sazonal azul			Horo-sazonal verde		
			Período		Anual	Período		Anual
	Mensal	Anual	Úmido	Seco		Úmido	Seco	
1	851,03	10.212,34	4.265,23	6.245,74	10.510,97	3.410,41	5.048,86	8.459,27

Nas Figuras 10.68 a 10.74 são apresentados os comportamentos operacionais dos demais reservatórios setoriais da Alça Leste (Jaçanã, Edu Chaves, Gopoúva, Penha, Cangaíba, Jardim Popular e Ermelino Matarazzo) para os Casos 1 e 2. Como dito anteriormente, reservatórios setoriais Jaçanã e Cangaíba são os mais solicitados operacionalmente por apresentarem baixos parâmetros  $\alpha$  (13,6 e 8,12%) e elevados coeficientes de variação (26,58 e 31,11%), o que dificulta a flexibilidade operacional de tais reservatórios. Este fato pode ser comprovado através das Figuras 10.68 e 10.72.

Nas Figuras 10.75 a 10.79 são apresentados os comportamentos operacionais das válvulas controladoras de vazão dos reservatórios setoriais Jaçanã, Edu Chaves, Cangaíba, Jardim Popular e Ermelino Matarazzo. Como pode ser observado para ambos os casos (Casos 1 e 2), em função da distribuição de pressões e vazões geradas pelo modelo hidráulico de otimização, as válvulas são muito solicitadas operacionalmente para manter os níveis dos reservatórios entre seus limites operacionais máximos e mínimos. Isso faz com que o comportamento das aberturas das válvulas apresente vários picos ao longo do horizonte de operação, como pode ser observado principalmente nas válvulas dos reservatórios Jardim Popular e Ermelino Matarazzo (Figuras 10.78 e 10.79).

# CAPÍTULO 11

---

## CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 11.1. CONCLUSÕES

Como contribuição para o estudo da operação ótima de sistemas de abastecimento de água, foi proposto no presente trabalho um modelo hidráulico de otimização em período extensivo, estruturado na forma clássica dos problemas de otimização determinística restrita. Esse modelo é composto por duas partes essenciais: função objetivo e conjunto de restrições. A função objetivo representa o critério de performance do sistema, admitindo uma série de formulações e dependendo do contexto em que o sistema se encontra inserido. O conjunto de restrições é composto por equações e/ou inequações matemáticas que definem a operação do sistema e de seus elementos, sendo composto pelas relações: (a) conservação da massa; (b) conservação da energia; (c) regime de operação dos elementos do sistema (válvulas, bombas, reservatórios, etc); (d) limitações operacionais do sistema e de seus elementos (limitação das velocidades na rede, de pressões, das aberturas das válvulas, dos níveis dos reservatórios, etc).

A estrutura baseada em um problema de programação não-linear inteira mista, utilizada para representar a operação de um sistema de abastecimento de água, apresenta duas principais características. São elas:

- ✓ Possibilidade da representação fidedigna dos elementos do sistema (tubulações, válvulas, bombas, reservatórios, etc) e de suas formas de operação, considerando suas características hidráulicas e mecânicas (representada na maioria das vezes por equações não-lineares) sem lançar mão de simplificações;
- ✓ Visão não míope do horizonte de operação, pois as equações que definem o escoamento no sistema e as condições operacionais de seus elementos para cada período de tempo do horizonte de operação são escritas como um bloco único de restrição do modelo. Isso, graças à conexão temporal conseguida pelos sucessivos níveis dos reservatórios ao final de cada período do horizonte, possibilitando, assim, uma análise em período extensivo. Deste modo, o modelo hidráulico de otimização toma as decisões operacionais em um determinado período, tendo como base uma visão conjunta de todo o horizonte de operação.

Estas duas características fazem do modelo hidráulico proposto uma ferramenta de suporte valiosa para as tomadas de decisões operacionais em um sistema de abastecimento de água, possibilitando um melhor entendimento das interações dos elementos que compõem o sistema e de suas formas de operação em função de uma representação mais realista que contempla suas características operacionais (hidráulicas e mecânicas) e suas inter-relações ao longo do horizonte de operação.

Com relação à técnica de solução do modelo hidráulico de otimização proposto, foram utilizados dois algoritmos de programação não-linear associados a um algoritmo de programação inteira. São eles: (a) o algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado (**ABADIE e CARPENTIER, 1969**) associado ao algoritmo Branch and Bound (Ramificação e Limite), através da interface do software GAMS com os solver CONOPT e SBB; (b) o algoritmo da Lagrangeana Projetada (**MURTAGH e SAUNDERS, 1982**) associado ao algoritmo Branch and Bound, através da interface do software GAMS com o solver MINOS 5.5 e SBB.

Os resultados obtidos indicaram a necessidade da realização de uma análise de sensibilidade com relação ao algoritmo de solução e à formulação da função objetivo, pois como

pode ser observado, para funções objetivo com características não-lineares, tanto o algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado como o da Lagrangeana Projetada, conduziram ao mesmo ótimo local. Para funções objetivo com características lineares, o algoritmo do Gradient Reduzido Generalizado conduziu a um ótimo local diferente e de melhores características do que o obtido pelo algoritmo da Lagrangeana Projetada. Diante de tais resultados, evidenciou-se uma maior robustez do algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado em comparação ao algoritmo da Lagrangeana Projetada na busca de melhores ótimos locais para o modelo hidráulico de otimização proposto.

Em linhas gerais, os dois algoritmos de programação não-linear (Gradiente Reduzido generalizado e Lagrangeana Projetada) associados a um algoritmo de programação inteira (Branch and Bound ou Ramificação e Limite) se apresentam como técnicas possíveis e viáveis de implementação para a obtenção de soluções ótimas, aplicadas a um problema de programação não linear inteira mista que descreve a operação de um sistema de abastecimento de água.

Com relação ao desempenho computacional do modelo proposto e de suas técnicas de solução, constatou-se a sua viabilidade de implementação para operações em tempo real. Esse fato depreende-se dos baixos tempos de processamento computacional que os(s) algoritmos(s) de solução consome(m) na busca do ponto ótimo (ótimo local). A confirmação desta característica foi evidenciada através da aplicação do modelo em um sistema real, o Subsistema Adutor Metropolitano Alça Leste da cidade de São Paulo, em que foram obtidas as políticas operacionais para o sistema e de seus elementos, com base em um horizonte de operação de 24 horas discretizado em intervalos horários, consumindo um tempo de processamento da ordem de quatro minutos.

De uma maneira geral, o modelo hidráulico de otimização proposto no presente trabalho juntamente com suas técnicas de solução, evidenciaram a viabilidade da utilização de uma estrutura baseada em um problema de programação não-linear inteira mista para representar de forma fidedigna os componentes de um sistema de abastecimento de água e suas respectivas

características de operação, indicando a possibilidade de aplicações para operações em tempo real.

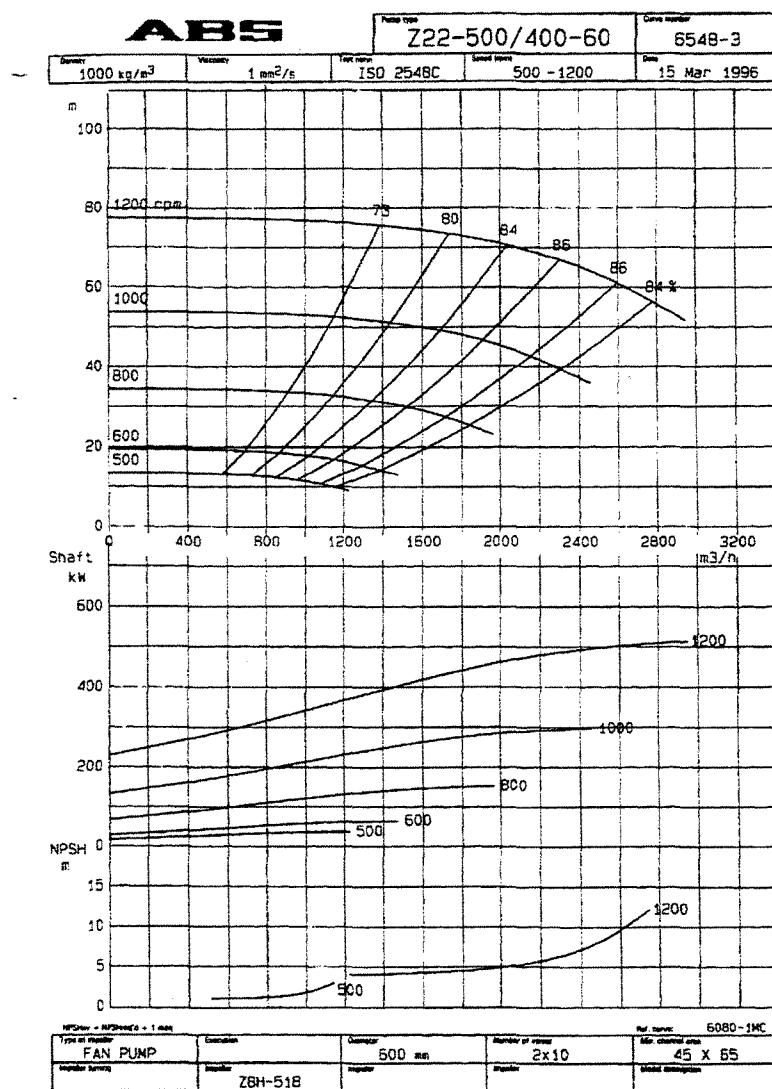
## **11.2. RECOMENDAÇÕES**

Em função da disponibilidade de vários Sistemas de Otimização (ou Linguagem de Modelagem Matemática) no mercado, que proporcionam uma interface amigável entre usuário-máquina, como por exemplo o software GAMS (General Algebraic Modeling System) IDE (Integrated Development Environment) que foi utilizado no presente trabalho, sugere-se a criação de um programa computacional (interface gráfica, com base em uma linguagem de programação orientada a objeto, como por exemplo o Delphi, o C++) no qual o usuário possa informar a topologia do sistema do abastecimento de água (com todos os seus elementos e suas respectivas características, as demandas, etc), de modo que o programa gere automaticamente o arquivo de entrada no formato exigido pelo Sistema de Otimização que está sendo utilizado, fazendo depois a leitura dos resultados gerados e a interpretação na forma gráfica.

# ANEXO A

---

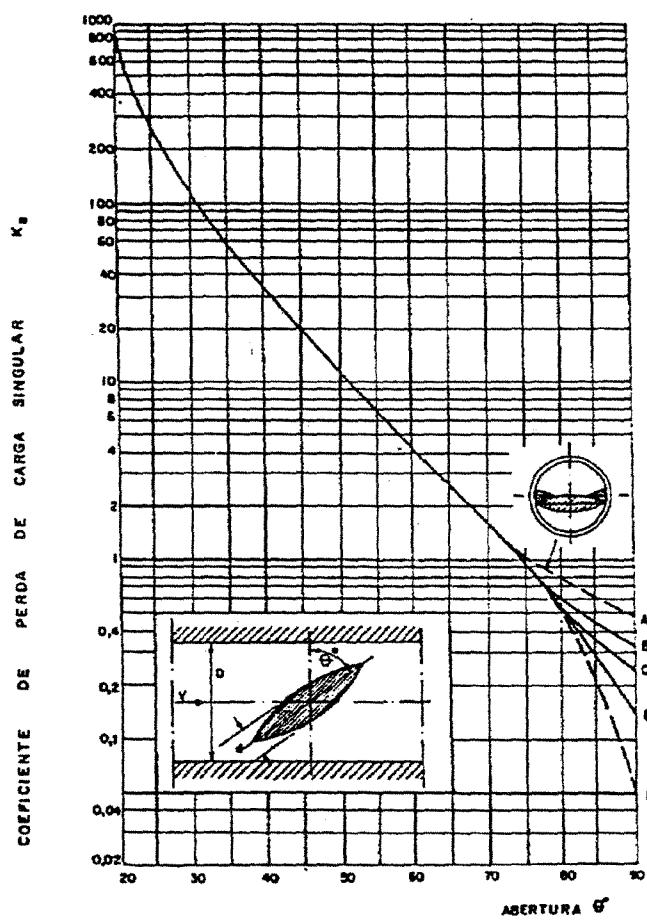
## CURVA CARACTERÍSTICA DA BOMBA DO FABRICANTE ABS MODELO Z22-500/400-60



## **ANEXO B**

---

### **COEFICIENTE DE PERDA DE CARGA LOCALIZADA DA VÁLVULA BORBOLETA TIPO C**



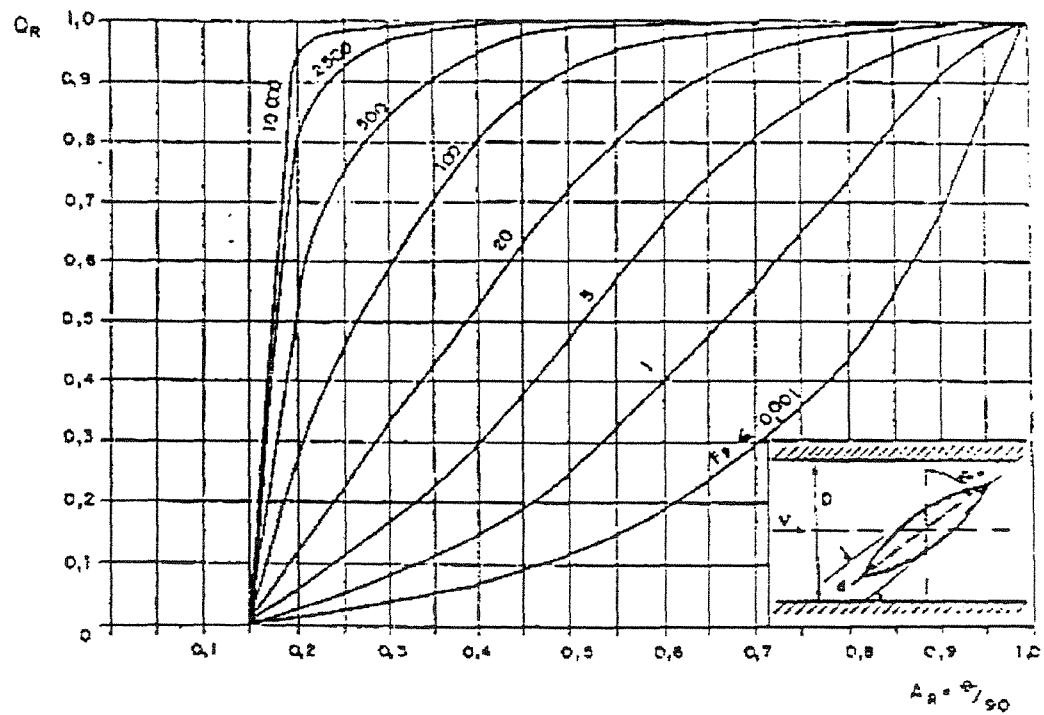
**Fonte:** LAURIA (1986) *apud.* LEVIN (1968).



## ANEXO C

---

### DIAGRAMA DE OPERAÇÃO DA VÁLVULA BORBOLETA TIPO C



Fonte: LAURIA (1986) *apud.* LEVIN (1968).

# APÊNDICE 1

---

## MOTORES ELÉTRICOS E CONSUMO DE ENERGIA

### A.1. MOTORES ELÉTRICOS

Os motores elétricos são equipamentos destinados ao acionamento das bombas hidráulicas. Segundo a natureza da corrente elétrica que os alimenta, os motores elétricos podem ser divididos em dois tipos:

- ✓ Motores de corrente contínua (CC);
- ✓ Motores de corrente alternada (AC ou CA).

Segundo MACINTYRE (1987), os motores de corrente contínua são empregados e laboratórios de ensaios e pesquisa, onde se prestam para fazer girar a bomba com diversos valores do número de rotações para o traçado das curvas Q, H e  $\eta$ .

Os motores de corrente alternada podem ser divididos em dois grupos (MACINTYRE, 1987):

- ✓ Motores síncronos polifásicos;
- ✓ Motores assíncronos ou de indução polifásicos.

### A.1.1. MOTORES SÍNCRONOS

Os motores síncronos recebem este nome, pois sua rotação é igual à rotação síncrona.

$$NS = \frac{120 \cdot f}{p} \quad \dots(A.1)$$

onde:

- NS      Rotação síncrona (rpm);
- f        Freqüência (Hz);
- p        Número de pólos do motor.

Estes motores possuem um estator alimentado por uma corrente alternada, enquanto o seu rotor é alimentado por uma corrente contínua proveniente de um dínamo normalmente acoplado ao próprio eixo do motor. Não possuem partida própria, necessitando assim de um agente auxiliar (geralmente um motor de indução) para alcançar a sua velocidade síncrona, antes de serem submetidos à carga. Após atingirem a rotação de sincronismo, os motores mantêm a velocidade constante para qualquer carga, naturalmente, dentro de seus limites de capacidade. Assim para se variar a sua velocidade, ter-se-ia de mudar a freqüência da corrente.

Segundo AZEVEDO NETTO (1998), os motores síncronos são utilizados em instalações de recalque de grande porte, pois apresentam um melhor rendimento. Em contrapartida, as principais desvantagens dos motores síncronos são (MACINTYRE , 1987):

- ✓ Necessidade de uma corrente contínua para sua excitação;
- ✓ Sensibilidade às perturbações do sistema, podendo sair de seu sincronismo;
- ✓ Reduzido valor de conjugado de partida, em alguns casos torna-se necessário ligar o motor com a bomba esvaziada;
- ✓ Controle operacional relativamente difícil.

### A.1.2. MOTORES ASSÍNCRONOS

Os motores assíncronos recebem este nome, pois apresentam uma defasagem (chamada de “deslizamento”) entre a sua rotação e a rotação síncrona.

Segundo **MACINTYRE** (1987), os mais robustos e mais comuns motores assíncronos são os motores de indução trifásicos.

As duas partes essenciais de um motor de indução são:

- ✓ O estator (ou indutor fixo), que é um enrolamento alojado na carcaça, onde a passagem da corrente trifásica vinda da rede gera um campo magnético (chamado de campo girante) que gira com velocidade síncrona;
- ✓ O rotor (ou induzido), que pode ser de dois tipos:
  - a) Rotor bobinado (em anéis);
  - b) Rotor em curto-circuito ou gaiola de esquilo (squirrel-cage).

**AZEVEDO NETTO** (1998) apresenta como principal característica dos motores de indução a sua facilidade operacional.

### A.1.3. ESCOLHA DO MOTOR ELÉTRICO E TENSÃO DE OPERAÇÃO

Segundo **AZEVEDO NETTO** (1998), na prática deve-se admitir uma certa folga para a potência dos motores elétricos com relação à potência de eixo requerida pela bomba. Os valores recomendáveis são apresentados na Tabela A.1.



**Tabela A.1 – Potência instalada.**

Acréscimo na potência do motor com relação a potência da bomba (%)	Potência da bomba (HP)
50	$\geq 2$
30	2 a 5
20	5 a 10
15	10 a 20
10	$\leq 20$

Segundo MACINTYRE (1987), as tensões usuais das elevatórias são dadas em função da potência dos motores elétricos, e seus valores são apresentados na Tabela A.2.

**Tabela A.2 - Tensão instalada.**

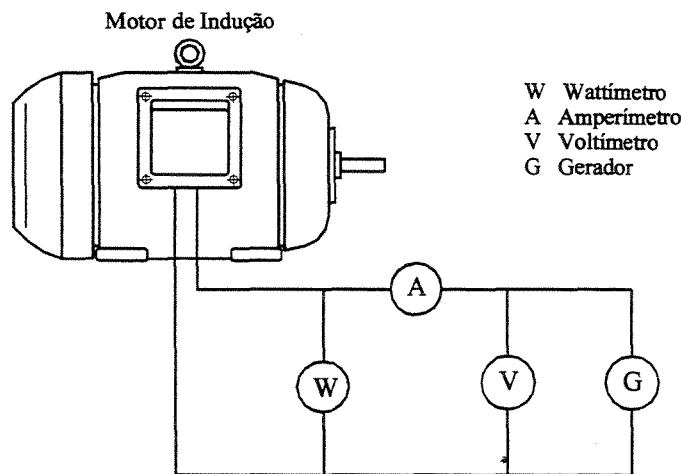
Potência do motor elétrico (cv)	Tensão (volts)
Até 200	220
1 a 1000	380 ou 440
50 a 6000	2300
100 a 7500	4000
250 a 8000	4600
400 sem limite superior	6600

Além dos valores de potência, deve-se verificar se o conjugado do motor (momento motor ou torque) é superior ao conjugado resistente oferecido pela bomba.



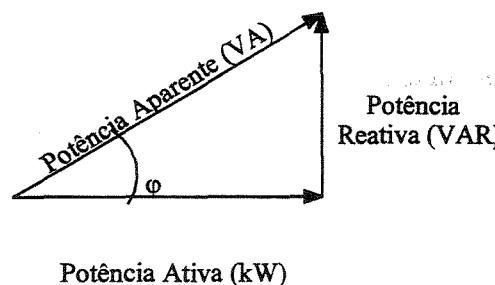
#### A.1.4. FATOR DE POTÊNCIA

Em um circuito elétrico quando há a presença de bobinas (como é o caso dos motores indução), observa-se que a potência total fornecida, determinada pelo produto da corrente lida num amperímetro pela diferença de potencial lida em um voltímetro, não é igual à potência lida em um wattímetro. Isso se dá devido ao fato de haver uma defasagem entre a corrente e a tensão em consequência das indutâncias no circuito.



**Figura A.1** – Esquema de um circuito com um motor de indução.

A Figura A.2 mostra a representação vetorial das potências de um circuito onde há presença de um motor de indução.



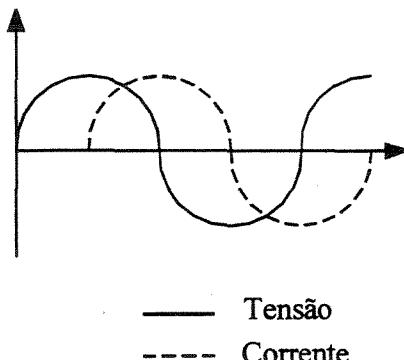
**Figura A.2** – Vetores de potência.



Como pode ser observada, a potência total ou aparente (produto volt  $\times$  ampere, VA) resulta da composição da potência ativa ou efetiva (watt, W) com a potência reativa (volt  $\times$  ampere reativo, VAR), sendo a potência ativa defasada de um ângulo  $\phi$  da potência aparente. O cosseno deste ângulo de defasagem é chamado de fator de potência, e é dado por:

$$\cos\phi = \frac{\text{Potência ativa (W)}}{\text{Potência efetiva (VA)}} \quad \dots(\text{A.2})$$

A Figura A.3 ilustra graficamente a defasagem entre tensão e corrente em um circuito com um motor de indução.



**Figura A.3 - Tensão defasada da corrente.**

Observa-se que a potência ativa para o caso de circuitos em que existem motores de indução, é inferior à potência efetiva devido à potência reativa, pois o efeito desta componente, também chamada de potência “dewattada”, é consumir parte da potência fornecida ao circuito. Esta potência consumida não é acusada pelo wattímetro, de modo que a empresa concessionária forneceria energia que, não sendo registrada, não seria cobrada do consumidor, embora este a estivesse consumindo de maneira indireta.



## A.2. CONSUMO DE ENERGIA

Atualmente a norma das condições gerais de fornecimento e faturamento da energia elétrica por parte das concessionárias é regulamentada pela ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica.

### A.2.1. GRUPOS CONSUMIDORES

Segundo a Resolução N° 456 da ANEEL são especificados dois grupos consumidores de energia elétrica:

- ✓ Grupo “A” (alta tensão): grupamento composto por unidades consumidoras de fornecimento em tensão igual ou superior a 2,3 kV, ou ainda, atendidas em tensão inferior a 2,3 kV a partir de sistema subterrâneo de distribuição, subdividido nos seguintes subgrupos:
  - a) Subgrupo A1: tensão de fornecimento igual ou superior a 230 kV;
  - b) Subgrupo A2: tensão de fornecimento de 88 a 138 kV;
  - c) Subgrupo A3: tensão de fornecimento de 69 kV;
  - d) Subgrupo A3a: tensão de fornecimento de 30 a 44 kV;
  - e) Subgrupo A4: tensão de fornecimento de 2,3 a 25 kV;
  - f) Subgrupo AS: tensão de fornecimento inferior a 2,3 kV, atendida a partir de sistema subterrâneo.
- ✓ Grupo “B” (baixa tensão): grupamento composto por unidades consumidoras de fornecimento em tensão inferior a 2,3 kV, subdividido nos seguintes subgrupos:
  - a) Subgrupo B1: residencial;
  - b) Subgrupo B1: residencial de baixa renda;
  - c) Subgrupo B2: rural;
  - d) Subgrupo B2: cooperativas de eletrificação rural;
  - e) Subgrupo B2: serviço público de irrigação rural;
  - f) Subgrupo B3: demais classes;
  - g) Subgrupo B4: iluminação pública.



## A.2.2. POTÊNCIA ATIVA

### A.2.2.1. FORMAS DE FATURAMENTO DA ENERGIA PARA AS ESTRUTURAS TARIFÁRIAS DOS SUBGRUPOS DE ALTA TENSÃO

Os subgrupos de alta tensão podem apresentar três estruturas tarifárias: a) convencional; b) horo-sazonal azul; c) horo-sazonal verde.

A tarifa convencional pode ser definida como uma estrutura caracterizada pela aplicação de tarifas de consumo de energia elétrica e de demanda de potência (para o caso do Grupo “A”) independente das horas do dia e dos períodos do ano. Já as tarifas horo-sazonais podem ser definidas como uma estrutura caracterizada pela aplicação de tarifas diferenciadas de consumo de energia elétrica de acordo com as horas do dia (ponta e fora de ponta) e os períodos do ano (úmido e seco), e de demanda de potência de acordo com as horas do dia. Sendo que para o caso da tarifa horo-sazonal verde, a tarifa de demanda de potência é representada por um valor único fixo ao longo do dia.

O horário de ponta é um período de 3 horas consecutivas, que representa a maior solicitação do sistema elétrico em termos de potência, geralmente adotado como das 18:00 às 21:00 horas. Como é um período de maior solicitação do sistema elétrico, as tarifas de consumo e de demanda são mais elevadas. Sendo assim, os períodos complementares ao horário de ponta, são denominados de horário fora de ponta, possuindo valores tarifários inferiores ao horário de ponta.

Como o fornecimento de energia elétrica está ligado diretamente ao regime hidrológico que define os volumes dos reservatórios das hidroelétricas e, consequentemente, à sua produção de energia elétrica, os valores das tarifas energéticas horo-sazonais, são diferenciados em função de dois períodos: úmido e seco. Sendo que o período úmido é representado por 5 (cinco) meses consecutivos, abrangendo de dezembro a abril do ano seguinte, e o período seco, representado por 7 (sete) meses consecutivos, abrangendo de maio a novembro do mesmo ano. Fica fácil de se



concluir que, durante o período seco, época em que os reservatórios estão com seus níveis baixos e, conseqüentemente, com uma menor produção de energia elétrica, as tarifas são elevadas.

Segundo a Resolução N° 456 da ANEEL, poderá haver por parte da concessão mediante justificativa técnica, a adoção de horários de ponta e fora de ponta e de períodos úmidos e secos diferentes dos estabelecidos nela, em decorrência das características operacionais do subsistema elétrico de distribuição ou da necessidade de estimular o consumidor a modificar seu perfil de consumo e/ou demanda consumidora.

A demanda (R\$/kW) representa a maior potência ativa verificada por medição durante o período de faturamento. No contrato de fornecimento de energia elétrica assinado entre o consumidor e a concessionária, o consumidor deve especificar a demanda que seu sistema necessitará. Este valor é chamado de demanda contratada e representa a potência ativa obrigatória e continuamente disponibilizada pela concessionária, que deverá ser paga pelo consumidor integralmente, seja ou não utilizada durante o período de faturamento. Caso a demanda contratada seja excedida pelo consumidor, a concessionária cobrará uma multa sobre o valor excedido.

O consumo (R\$/kWh) representa as potências ativas verificadas por medição durante todo o período de faturamento.

Assim a forma de cobrança para as 3 (três) estruturas tarifárias apresentadas para o Grupo “A”, pode ser expressa das seguintes maneiras para um dado período de faturamento (PF):

- ✓ Tarifa convencional:

$$VF = DP \cdot TD + PC \cdot TC$$

...



concluir que, durante o período seco, época em que os reservatórios estão com seus níveis m baixos e, consequentemente, com uma menor produção de energia elétrica, as tarifas são m elevadas.

Segundo a Resolução N° 456 da ANEEL, poderá haver por parte da concessionária mediante justificativa técnica, a adoção de horários de ponta e fora de ponta e de períodos úmidos e secos diferentes dos estabelecidos nela, em decorrência das características operacionais do subsistema elétrico de distribuição ou da necessidade de estimular o consumidor a modificar seu perfil de consumo e/ou demanda consumidora.

A demanda (R\$/kW) representa a maior potência ativa verificada por medição durante o período de faturamento. No contrato de fornecimento de energia elétrica assinado entre consumidor e a concessionária, o consumidor deve especificar a demanda que seu sistema necessitará. Este valor é chamado de demanda contratada e representa a potência ativa a ser obrigatoriamente fornecida pela concessionária, que deverá ser paga pelo consumidor integralmente, seja ou não utilizada durante o período de faturamento. Caso a demanda contratada seja excedida pelo consumidor, a concessionária cobrará uma multa sobre o valor excedido.

O consumo (R\$/kWh) representa as potências ativas verificadas por medição durante todo o período de faturamento.

Assim a forma de cobrança para as 3 (três) estruturas tarifárias apresentadas para Grupo “A”, pode ser expressa das seguintes maneiras para um dado período de faturamento (PF):

- ✓ Tarifa convencional:

$$VF = DP \cdot TD + PC \cdot TC$$

...(A.1)



onde:

- VF Valor faturado período PF (R\$);
- DP Demanda de potência contratada no período PF (kW);
- TD Tarifa de demanda (R\$/kW);
- PC Potência ativa total consumida no período PF (kWh);
- TC Tarifa de potência ativa (R\$/kWh).

✓ Tarifa horo-sazonal azul:

$$VF = DP_p \cdot TD_p + DP_{FP} \cdot TD_{FP} + PC_p \cdot TC_p + PC_{FP} + TC_{FP} \quad \dots(A.4)$$

onde:

- VF Valor faturado no período PF (R\$);
- $DP_p$  Demanda de potência contratada na ponta no período PF (kW);
- $TD_p$  Tarifa de demanda na ponta (R\$/kW);
- $DP_{FP}$  Demanda de potência contratada fora da ponta no período PF (kW);
- $TD_{FP}$  Tarifa de demanda fora da ponta (R\$/kW);
- $PC_p$  Potência ativa total consumida na ponta no período PF (kWh);
- $TC_p$  Tarifa de potência ativa na ponta (R\$/kWh).
- $PC_{FP}$  Potência ativa total consumida fora da ponta no período PF (kWh);
- $TC_{FP}$  Tarifa de potência ativa fora da ponta (R\$/kWh).

✓ Tarifa horo-sazonal verde:

$$VF = DP \cdot TD + PC_p \cdot TC_p + PC_{FP} + TC_{FP} \quad \dots(A.5)$$



onde:

- VF      Valor faturado no período PF (R\$);  
DP      Demanda de potência contratada no período PF (kW);  
TD      Tarifa de demanda (R\$/kW);  
 $PC_p$     Potência ativa total consumida na ponta no período PF (kWh);  
 $TC_p$     Tarifa de potência ativa na ponta (R\$/kWh).  
 $PC_{fp}$     Potência ativa total consumida fora da ponta no período PF (kWh);  
 $TC_{fp}$     Tarifa de potência ativa fora da ponta (R\$/kWh).

Segundo a Resolução N° 456 da ANEEL, os critérios de inclusão na estrutura tarifária convencional ou horo-sazonal para as unidades consumidoras do Grupo “A” são:

- I. Na estrutura convencional: para unidades consumidoras atendidas em tensão de fornecimento inferior a 69 kV, sempre que for contratada a demanda inferior a 300 kW e não tenha haver opção pela estrutura horo-sazonal nos termos do item IV;
- II. Compulsoriamente na estrutura tarifária horo-sazonal, com aplicação da tarifa azul: para unidades consumidoras atendidas pelo sistema elétrico interligado e com tensão de fornecimento igual ou superior a 69 kV;
- III. Compulsoriamente na estrutura tarifária horo-sazonal, com aplicação da tarifa azul ou se houver opção do consumidor: para unidades consumidoras atendidas pelo sistema elétrico interligado e com tensão de fornecimento inferior a 69kV, quando:
  - a) A demanda contratada for igual ou superior a 300 kW em qualquer segmento sazonal;
  - b) A unidade consumidora faturada na estrutura tarifária convencional houver apresentado nos últimos 11 (onze) ciclos de faturamento, 3 (três) registros consecutivos ou 6 alternados de demandas medidas iguais ou superiores a 300 kW;
- IV. Opcionalmente na estrutura tarifária horo-sazonal, com aplicação da tarifa azul ou conforme opções do consumidor: para as unidades consumidoras atendidas pelo sistema elétrico interligado e com tensão de fornecimento inferior a 69kV, quando:
  - a) A demanda contratada for igual ou superior a 300 kW em qualquer segmento sazonal;
  - b) A unidade consumidora faturada na estrutura tarifária convencional houver apresentado nos últimos 11 (onze) ciclos de faturamento, 3 (três) registros consecutivos ou 6 alternados de demandas medidas iguais ou superiores a 300 kW;



elétrico interligado e com tensão de fornecimento inferior a 69 kV, sempre que a demanda contratada for inferior a 300 kW.

### A.2.3. POTÊNCIA REATIVA

Segundo a Resolução Nº 456 da ANEEL, o fator de potência de referência (fr), terá como limite mínimo permitido, para as instalações elétricas das unidades consumidoras, o valor de 0,92. Assim, para unidades consumidoras faturadas na estrutura tarifária convencional ou horo-sazonal com medição apropriada, o faturamento correspondente ao consumo de energia elétrica e à demanda de potência reativa será dado pelas seguintes expressões:

$$VFER_p = \sum_{t=1}^n \left[ CA_t \cdot \left( \frac{fr}{f_t} - 1 \right) \right] \cdot TCA_p \quad \dots(A.6)$$

$$VFDR_p = \left[ \text{MAX}_{t=1}^n \left( DA_t \cdot \frac{fr}{f_t} \right) - DF_p \right] \cdot TDA_p \quad \dots(A.7)$$

onde:

$VFER_p$  Valor faturado da energia reativa, por posto horário p no período de faturamento;

$CA_t$  Consumo de energia ativa medida para cada intervalo de tempo t durante o período de faturamento;

$fr$  Fator de potência de referência igual a 0,92;

$f_t$  Fator de potência da unidade consumidora, calculado em cada intervalo de tempo t durante o período de faturamento;

$TCA_p$  Tarifa de energia ativa aplicável em cada posto horário p;

$VFDR_p$  Valor faturado de potência reativa, por posto horário p no período de faturamento;

$\text{MAX}$  Função que identifica o máximo valor da expressão para cada posto horário p ;



DA <sub>t</sub>	Demanda medida no intervalo de tempo t durante o período de faturamento;
DF <sub>p</sub>	Demanda faturável em cada posto horário p no período de faturamento;
TDA <sub>p</sub>	Tarifa de demanda de potência ativa aplicável ao fornecimento em cada posto horário p;
t	Intervalo de tempo de 1 (uma) hora;
p	Posto horário, que pode ser ponta e fora de ponta para as tarifas horo-sazonais ou período de faturamento para a tarifa convencional;
n	Número de intervalos por posto horário p.

Segundo a Resolução Nº 456 da ANEEL, com relação ao fator de potência  $f_t$ , das Equações A.6 e A.7, serão considerados:

- ✓ Durante o período de 6 horas consecutivas, compreendido, a critério da concessionária, entre 23:00 e 6:30 horas, apenas fatores de potência capacitivos inferiores a 0,92, verificados a cada intervalo de tempo t;
- ✓ Durante o período diário complementar ao definido no item acima, apenas fatores de potência indutivos inferiores a 0,92, verificados a cada intervalo de tempo t.



## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

---

ABADIE, J., CARPENTIER, J. Generalization of the Wolfe Reduced Gradient Method to the Case of Nonlinear Constraints. In: **Optimization**. New York: R. Fletcher (ed), Academic Press, 1969. p.37-47.

ALWORTH, G. A. Energy-Saving Pump Selection. **Journal of Americam Water Works Association**, v. 75, n.10, p.496-501, 1983.

ALMEIDA, R., FRANCATO, A., L., BARBOSA, P. S. F. Algoritmos de Otimização para a Operação em Tempo Real de Sistemas Urbanos de Abastecimento de Água. In: XIX Congresso Latinoamericano de Hidráulica, 2000, Córdoba, Argentina. **Anais...** Tomo I, p.665-674.

ASSY, T. M. **O Emprego da Fórmula Universal de Perda de Carga e as Limitações das Fórmulas Empíricas**. São Paulo: Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental - CETESB, 1977. 22p.

AZEVEDO NETTO, J. M. *et al.* **Manual de Hidráulica**. 8º Edição. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1998. 669p.

AZEVEDO NETTO, J. M. *et al.* **Projeto de Sistemas de Distribuição de Água**. São Paulo: Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental - CETESB, 1975. 336p.



- BAZARAA, M., SHETTY, C. M. **Nonlinear programming – Theory and Algorithms.** New York: John Wiley and Sons, 1979. 560p.
- BARBOSA, P. S. F., COSTA, A. A., SANTOS Jr, J. B. S. Um Algoritmo de Programação Linear para Análise de Redes Hidráulicas. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 4 n. 4, p.75-84, 1999.
- BRAILEY, D., JACOBS, A. Energy Management in the Waterworks Industry. **Journal New England Water Works Association**, v. 94, n. 3, p.216-226, 1980.
- BRION, L. M., MAYS, L. W. Methodology for Optimal Operation of Pumps Stations in Water Distribution Systems. **Journal of Hydraulic Engineering**, ASCE, v. 117, n. 1, p.1551-1568, 1991.
- BORTONI, E. C., TIAGO FILHO, G. L., SILVA, B. C. Controle de Bombas Centrífugas: Válvulas ou Acionamento Eletrônico?. **Eletricidade Moderna**, Aranda Editora, Ano XXVII, n. 295, p.72-83, 1998.
- CIRILO, J. A. Programação Não Linear Aplicada a Recursos Hídricos. In: PORTO, R. L. L. **Técnicas Quantitativas para o Gerenciamento de Recursos Hídricos.** Porto Alegre: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1997. 420p.
- CLINGENPEEL, W. H. Optimizing Pump Operating Cost. **Journal of American Water Works Association**, v. 75, n. 10, p.502-509, 1983.
- COUBECK, B. Optimizacion del Regimen de Operacion de las Estaciones de Bombeo para Reducir los Costes Energéticos. In: **Mejora del Rendimiento y de la Fiabilidad en Sistemas de Distribucion de Agua**, Valênciia, Espanha: Editores E. Cabrera, U. D. Mecánica de Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia, A. F. Vela e Universitat Jaume I de Castellón, 1994. p.271-296.



DACACH, R. M. **Sistemas Urbanos de Água.** Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Ed. S.A., 1975. 389p.

DANTZIG, G. B. **Linear Programming and Extensions.** New Jersey - Princeton: Princeton University Press, 1963.

FRANCATO, L. A., BARBOSA, P. S. F. Operação Ótima de Sistemas Urbanos de Abastecimento de Água. In: XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 1999, Águas de Lindóia, São Paulo. **Anais...** CD-ROM.

FRIEDLANDER, A. **Elementos de Programação Não-Linear.** Campinas: Editora da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 1994. 123p.

JOWITT, P. W. XU, C. Optimal Valves Control in Water-Distribution Networks. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 116, n. 4, p.455-472, 1990.

JOWITT, P. W., GERMANOPOULOS, G. Optimal Pump Scheduling in Water-Supply Networks. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 118, n. 4, p.406-422, 1992.

KUHN, H. W., TUCKER, A. W. Nonlinear Programming. In **Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability.** Berkeley and Los Angeles – California: Neyman (ed), University of California Press, 1951. p.481-492.

LACKOWITZ, G. W., PETRETTI, P. J. Improving Energy Efficiency through Computer Modeling. **Journal of American Water Works Association**, v. 75, n. 10, p.510-515, 1983.



- LANSEY, K. E., AWUMAH, K. Optimal Pump Operations Considering Pump Switches. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 120, n. 1, p.17-35. 1994.
- LAURIA, J. C. **Um Método de Seleção de Válvulas para o Controle de Escoamento em Sistemas Hidráulicos**. São Paulo, 1986. 180p. Dissertação de Mestrado - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, EPUSP, 1986.
- LAZARKIEWICZ, S., TROSKOLANSKI, T. A. **Impeller Pumps**. Printed in Poland by D.R.P. Warszawa, 1965.
- LEEDEN, F. V. D., TROISE, F. L., TODD, T. K. **The Water Encyclopedia**. 2nd Ed. Lewis Publishes, Chelsea, Mass., 1990. p.681-689.
- LINGIREDDY, S., WOOD, D. J. Improved Operation of Water Distribution Systems Using Variable-Speed Pumps. **Journal of Energy Engineering**, ASCE, v. 124, n. 3, p.90-103. 1998.
- LITTLE, K. W., McCRODDEN, B. J. Minimization of Raw Water Pumping Cost Using MILP. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 115, n. 4, p.511-521. 1989.
- LOESCH, C., HEIN, N. **Pesquisa Operacional: Fundamentos e Modelos**. Blumenau: Editora FURB-Fundação da Universidade Regional de Blumenau, 1999. 267p.
- LUENBERGER, D. G. **Linear and Nonlinear Programming**. Addison-Wesley Publishing Company, 1989. 491p.



UVIZOTTO JUNIOR, E. **Controle Operacional de Redes de Abastecimento de Água Auxiliado por Computador.** São Paulo, 1995. 143p. Tese de Doutorado - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, EPUSP, 1995.

MACINTYRE, A. J. **Bombas e Instalações de Bombeamento.** Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Ed. S.A., 1987. 782p.

MAYS, L. W., TUNG, Y. K. **Hydrosystems Engineering and Management.** Mc-Graw-Hill, Inc., 1987. 530p.

MURTAGH, B. A., SAUNDERS, M. A. A projected Lagrangean Algorithm and its Implementation for Sparse Nonlinear Constraints. In: **Mathematic Programming Study 16.** North-Holland Publishing Company, 1982. p.84-117.

MURTAGH, B. A., SAUNDERS, M. A., **MINOS 5.1 User's Guide.** Report SOL 83-20R, Stanford University, 1987. 118p.

NITIVATTANANON, V., SADOWSKI, C. E., QUIMPO, R. G. Optimization of Water Supply System Operation. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 122, n. 5, p.374-384, 1996.

NOVAES, A. G. **Métodos de Otimização: Aplicações aos Transportes.** São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1978. 463p.

OLIVEIRA, M., LIMA, W. S. Gerenciamento de Energia em uma Empresa de Saneamento. **Eletrociadade Moderna**, Aranda Editora, Ano XXVII, n. 304, p.112-120, 1998.

ORMSBEE, L. E., LANSEY, K. E. Optimal Control of Water Supply Pumping Systems. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 120, n. 2, p.237-252, 1994.



ORMSBEE, L. E., REDDY, S. L. Nonlinear Heuristic for Pump Operations. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 121, n.4, p.302-309, 1995.

ORMSBEE, L. E., WASKI, T. M., CHASE, D. V., SHARP, W. W. Methodology for Improving Pump Operation Efficiency. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 115, n. 2, p.148-164, 1989.

PEZESHK, S., HELWEG, O. J. Adaptive Search Optimization in Reducing Pump Operating Costs. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 122, n. 1, p.57-63, 1996.

PEREIRA, A. J., ALMEIDA, A. B. Formulação Explícita e Universal da Resistência em Tubos. In: XII Congresso Latino Americano de Hidráulica, 1996, São Paulo.

PORTE, R. M. **Hidráulica Básica**. 1º Edição. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos - EESC, USP, 1998. 519p.

REIS, L. F. R., PORTO, R. M., CHAUDHRY, F. H. Optimal Location of Control Valves in Pipe Networks by Genetic Algorithm. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 123, n. 6, p.317-326, 1997.

RIBEIRO, C. A. **Controle de Escoamentos em Instalações de Conduitos Forçados**. São Paulo, 1985. Tese de Doutorado - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, EPUSP, 1985.

ROBINSON, S. M. A Quadratically Convergent Algorithm for General Nonlinear Programming Problems. In: **Mathematical Programming** 3, 1972. p.145-156.



- SAKARYA, B. A., MAYS, L. W. Optimal Operation of Water Distribution Pumps Considering Water Quality. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 126, n. 4, p.210-220, 2000.
- SANTANA, G. C. **Otimização da Operação de Sistemas de Distribuição de Água Abastecidos por Bombeamento e Reservatórios de Regularização**. 184p. Campinas, 1999. Tese de Doutorado - Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, UNICAMP, 1999.
- TARQUIN, A. J., DOWDY, J. Optimal Pump Operation in Water Distribution. **Journal of Hydraulic Engineering**, ASCE, v. 115, n. 2, p.158-168, 1989.
- TELES, P. C. S. **Tubulações Industriais**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A. e Editora da Universidade de São Paulo, 1968. 445p.
- ULANICKI, B., RANCE, J. P., DAVIS, D., CHEN, S. Computer-Aided Optimal Pump Selection for Water Distribution Networks. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 119, n. 5, p.542-562, 1993.
- VAIRAVAMOORTHY, K., LUMBERS, J. Leakage Reduction in Water Distribution Systems: Optimal Valve Control. **Journal of Hydraulic Engineering**, ASCE, v. 124, n. 11, p.1146-1154, 1998.
- VENTURINI, M. A. A. G. **Contribuição ao Estudo de Otimização de Redes Hidráulicas através de um Modelo de Programação Linear**. Campinas, 1997. 97p. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Engenharia Civil, UNICAMP, 1997.
- ZESSLER, U., SHAMIR, U. Optimal Operation of Water Distribution Systems. **Journal of Water Resources Planning and Management**, ASCE, v. 115, n.6, p.735-752, 1989.



WOLFE, P. Methods of Nonlinear Programming. In: **Recent Advances in Mathematical Programming**, GRAVES, R. L. and WOLFE, P. (Eds), 1963.

WOOD, D., CHARLES, C. Hydraulic Network Analysis Using Linear Theory. **Journal of Hydraulics Division**, ASCE, v. 98, n. 7, p.1157-1170, 1972.

WOOD, D. J., REDDY, L. S. Control de Bombas de Velocidad Variable y Modelos en Tiempo Real para Minimizar Fugas y Costes Energéticos, In: **Mejora del Rendimiento y de la Fiabilidad en Sistemas de Distribucion de Agua**. Valênciâ, Espanha: Editores E. Cabrera, U. D. Mecánica de Fluidos, Universidad Poliécnica de Valencia, A. F. Vela e Universitat Jaume I de Castellón, 1994. p.173-207.



## BIBLIOGRAFIAS CONSULTADAS

---

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12211**: Estudo e Concepção de Sistemas Públicos de Abastecimento de Água. Rio de Janeiro, 1992. 14p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12218**: Projeto de Rede de Distribuição de Água para Abastecimento Público. Rio de Janeiro, 1994. 4p.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Resolução nº 456** de 29 de Novembro de 2000 Estabelece, de forma atualizada e consolidada, as Condições Gerais de Fornecimento de Energia Elétrica.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Resolução nº 130** de 5 de Abril de 2001 Homologa o reajuste das tarifas de fornecimento de energia elétrica da Companhia Paulista de Força e Luz – CPFL.

AZEVEDO NETTO, J. M. *et al.* **Planejamento de Sistemas de Abastecimento de Água**. Universidade Federal do Paraná, 1973. 281p.

SARBOSA, P. S. F. Modelos de Programação Linear em Recursos Hídricos. In: PORTO, R. L. L. **Técnicas Quantitativas para o Gerenciamento de Recursos Hídricos**. Porto Alegre: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1997. 420p.



BROOKE, A., KENDRICK, D.; MEERAUS, A., RAMAN, R. **GAMS A User's Guide.** GAMS Development Corporation, December, 1998. 262p.

GAMS DEVELOPMENT CORPOTATION. **GAMS – The Solver Manuals,** January, 2001.

HANSON, B., WEIGAND, C., ORLOFF, S. Performance of Electric Irrigation Pumping Plants Using Variable Frequency Drives. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering,** ASCE, v. 122, n. 3, p.179-182, 1996.

HWANG, N. H. C. **Fundamentos de Sistemas de Engenharia Hidráulica.** Ed. Prentice-Hall do Brasil Ltda., 1984. 315p.

NEVES, E.T. **Curso de Hidráulica.** 9º Edição. São Paulo: Editora Globo S.A., 1989. 577p.

SANTANA, G. C. Dimensionamento de Sistemas de Irrigação Pressurizados por Custo Mínimo. In: XXIV Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola, 1995, Viçosa, Minas Gerais. **Resumos.**

SANTAMA, G. C., SOARES, S. Optimization Model for Water Distribution Systems Design, In: **Fourth International Conference on Hydraulic Engineering Software, Hydraulic Engineering Software HYDROSOFT/92, Computer Tecniques and Applications, Computational Mechanics,** Barcelona, Espanha. Editores W. R. Blain, Wessex Institute of Tecnology, University of Portsmouth, E. Cabrera, Universidad Politecnica de Valencia, 1992, p.299-307.

SANTANA, G. C, SOARES, S. Otimização da operação de Sistemas de Abastecimento de Água. In: XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 1997, Vitória, Espírito Santo. **Anais...** v. 2, p.547-554.



SILVESTRE, P. **Hidráulica Geral**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1979.  
316p.

VENTURINI, M. A. A. G., BARBOSA, P. S. F. Um Algoritmo Iterativo de Programação Linear para a Otimização da Operação de Redes Hidráulicas Malhadas, In: XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 1997, Vitória, Espírito Santo. **Anais...** v. 2, p.429-436.

ZOCOLER, J. L., FRIZZONE, J. A. Análise dos Custos de um Sistema de Bombeamento de Água com Motores a Óleo Diesel Versus À Eletricidade em Propriedade Rural. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 3, n. 2, p.57-66, 1998.



# **ABSTRACT**

---

A hydraulic model of optimization is proposed in this work, based on the classic form of constrained deterministic optimization problem. This model includes two essential components: (a) a objective function describing the performance criteria of the system; (b) the set of constraints including equations to define the operation of the systems and its components. A mix non-linear and integer programming model is formulated since there are some logic decision variables. Two non-linear programming algorithms are associated to the integer programming algorithm, thus allowing to have the model solution, as follows: (a) the Reduced Gradient Algorithm associated to the Branch and Bound algorithm, using the GAMS interface linked to the CONOPT and SBB solvers; (b) the Augmented Projected Lagrangean algorithm, associated to the Branch and Bound, also using the GAMS interface but linked to the MINOS 5.5 e SBB solvers. A first application to a hypothetic hydraulic network allowed a preliminary assessment of the model. A second application took a real water supply system, the metropolitan network pipeline called Alca Leste in Sao Paulo city. Evidence from optimal results indicates the model as a feasible and valuable tool to be utilized as an support to decision-making process of water supply system operations. This allows a better understanding of interactions between the system components, making possible the real time operation.

