UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

SOBRE OS PROBLEMAS INERENTES AOS PROCESSOS DISCRETOS NA ANÁLISE DE NÚCLEOS ESTRUTURAIS

Eng. SÉRGIO LUÍS MARCHI GUILARDI

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. JOSÉ LUIZ F. DE ARRUDA SERRA

Campinas, julho de 1999

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

G943s

Guilardi, Sérgio Luís Marchi
Sobre os problemas inerentes aos processos discretos na análise de núcleos estruturais / Sérgio Luís Marchi Guilardi.--Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Orientador: José Luiz F. De Arruda Serra
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.

1. Concreto armado. 2. Teoria das estruturas. 3. Projeto estrutural. I. Serra, José Luiz F. de Arruda. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.

UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

SOBRE OS PROBLEMAS INERENTES AOS PROCESSOS DISCRETOS NA ANÁLISE DE NÚCLEOS ESTRUTURAIS

Eng. SÉRGIO LUÍS MARCHI GUILARDI

Orientador: Prof. Dr. JOSÉ LUIZ F. DE ARRUDA SERRA

Campinas, julho de 1999

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

SOBRE OS PROBLEMAS INERENTES AOS PROCESSOS DISCRETOS NA ANÁLISE DE NÚCLEOS ESTRUTURAIS

SÉRGIO LUIZ MARCHI GUILARDI

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:

Prof. Dr. JOSÉ LUIZ FERNANDES DE ARRUDA SERRA
Presidente/Orientador/UNICAMP

Prof. Dr. FRANCISCO ANTONIO ROMERO GESUALDO
UFU

Prof. Dr. JOÃO ALBERTO VENEGAS REQUENA
UNICAMP

Campinas, 19 de julho de 1999

Dedicado a meus pais Luiz Carlos e Maria Therezinha
e a meus irmãos Marcelo e Lúcia.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. José Luiz F. de Arruda Serra pela orientação segura e objetiva, e pelo constante apoio e incentivo.

RESUMO

Neste trabalho, utilizando processo discreto para análise de núcleos estruturais de concreto armado, é desenvolvido um modelo para discretização dos elementos de parede que procura resolver dois problemas comuns nos modelos discretos tradicionais: o momento parasita que causa uma flexão artificial na coluna central do modelo, principalmente quando o núcleo está submetido a grandes tensões de cisalhamento, e a incompatibilidade de giro na ligação parede-lintel.

A influência do esforço normal nos coeficientes de rigidez das colunas é considerada. Núcleos sobre fundações elásticas também são tratados.

Um programa para computadores de pequeno porte é elaborado e vários exemplos são analisados. Resultados experimentais e teóricos obtidos por outros autores são comparados, para comprovar a versatilidade e precisão do processo proposto

ABSTRACT

This thesis describes a procedure for a wide-column-frame analogy for the analysis of shear/core walls buildings. The model try solve two problems that occur in the classical models: the parasitic moment, which causes artificial flexure when the shear deformation of the wall is significant and the incompatibility of rotation in the beam-wall joint.

The influence of the axial force is considered in the stiffness coefficients of the columns. Treatment of core walls on flexible bases is also allowed.

A program for microcomputers was developed. Examples of application are presented to evaluate versatility and accuracy of the proposed procedure. Theoretical and experimental results available in the literature are used for the validation.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

Lista de quadros

Lista de tabelas

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 - Considerações Gerais Sobre Edifícios Altos

Do ponto de vista estrutural pode-se definir um edifício alto como todo aquele prédio de múltiplos andares nos quais as ações horizontais assumem papéis importantes no dimensionamento de sua estrutura.

O aparecimento dos edifícios elevados ocorreu, a partir da segunda metade do século XIX, devido à elevação dos preços dos terrenos nas regiões centrais de grandes cidades, tais como Chicago e Nova York, acompanhado de uma grande demanda por escritórios, lojas e depósitos.

Um marco fundamental para o início do processo foi a invenção do elevador, por Elisha Graves Otis, que foi apresentado publicamente pela primeira vez em 1853, na exposição de Nova York, tendo sua primeira aplicação prática em um edifício da Broadway.

Nos primeiros edifícios altos a alvenaria era a responsável pela absorção de todas as ações às quais o prédio era sujeito. Suas espessuras eram aumentadas de cima para baixo, a fim de suportarem as cargas crescentes.

Este tipo de solução era limitado, pois a grande espessura das paredes diminuía os espaços úteis, resultando em estruturas extremamente pesadas. Estas construções também não atendiam aos anseios dos construtores por plantas mais versáteis, que pudessem modificar sua utilização, passando de escritórios a depósitos, por exemplo, ou que também pudessem ser facilmente ampliadas.

Estes fatores, somados à crescente utilização do ferro fundido e do ferro forjado, e mais tarde do aço, culminaram com o abandono deste tipo de estrutura. A última obra representativa em alvenaria foi o edifício, com 16 andares, construído em 1891 em Chicago, denominado Monadnock Block. Do ponto de vista arquitetônico ele era considerado um primor. Sua elegância conferiu-lhe o título de melhor edifício de escritório da época, embora tivesse as paredes dos andares inferiores com espessuras em torno de 2,00 m.

A utilização do ferro como material estrutural se desenvolvia. O marco inicial onde pela primeira vez se utilizou este material, conforme os conceitos atuais do projeto de estruturas metálicas, foi no edifício de múltiplos andares para a Fábrica de Chocolate de Noisel-sur-Marne (figura 1.1.1), perto de Paris, no ano de 1872. Este prédio foi construído sobre o rio Marne, aproveitando os quatros pilares de uma antiga ponte, para possibilitar a utilização da energia hidráulica do rio. A estrutura de ferro, responsável pela sua sustentação, era contraventada por diagonais cruzadas, antecipando em várias décadas um sistema amplamente utilizado na estabilização dos grandes edifícios modernos.

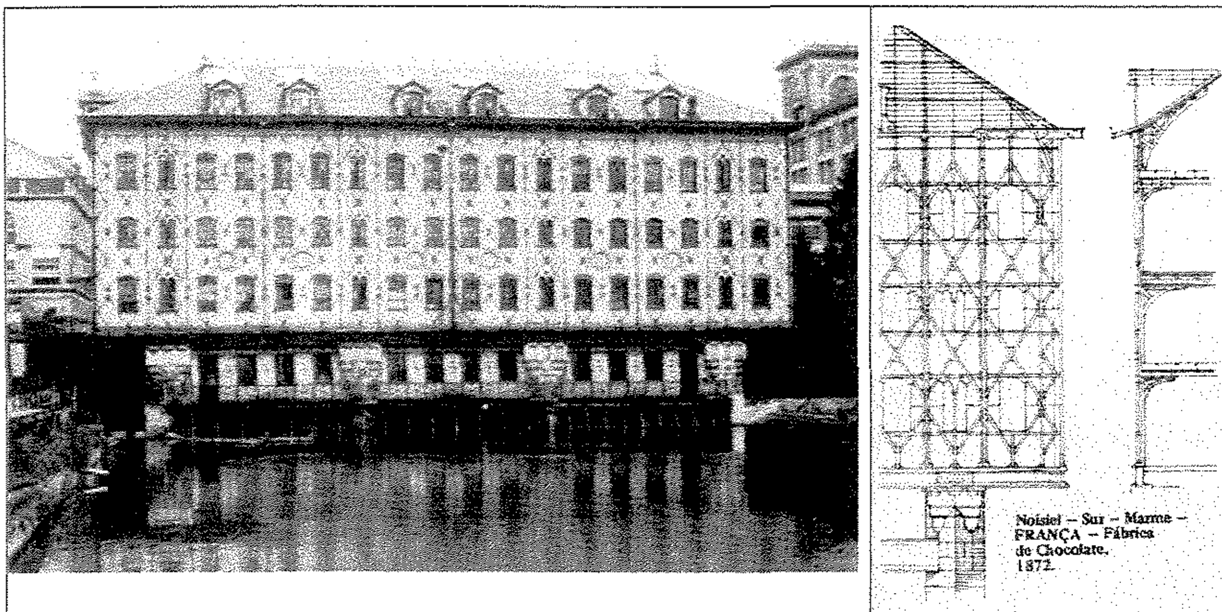


Figura 1.1.1 – Fábrica chocolate (1872)

A cidade de Chicago teve importância fundamental na história dos edifícios elevados, basta citar o fato de que possuía, na virada do século, mais edifícios elevados que a soma dos existentes em todas as grandes cidades do mundo.

Vários fatores levaram a este fato: o grande desenvolvimento da região, o grande incêndio de 1871 que proporcionou a oportunidade de se reconstruir toda a área central da cidade, e a feliz reunião de vários profissionais com inesgotável espírito de pioneirismo, que projetaram e levaram adiante seus sonhos.

Além da quantidade, os edifícios de Chicago se destacavam por criarem um estilo próprio, com o uso cada vez mais frequente de estruturas de ferro rebitadas, contraventamentos verticais e janelas salientes (bay windows).

Os profissionais que participaram deste período formaram a chamada "Escola de Chicago". Seu fundador e líder foi Willian Le Baron Jenney, que abriu seu escritório de arquitetura na cidade, no ano de 1868. Ele projetou o edifício Leiter Building (figura 1.1.2), em 1879, e em 1885 o Home Insurance Building, onde pela primeira vez a estrutura de ferro trabalhava sozinha na sustentação do prédio, tendo a alvenaria somente a função de fechamento.

Holabird e Roche inovaram, em 1884, ao construírem o primeiro edifício de Chicago a utilizar ligações rebitadas. Foi o Tocama Building, com 14 andares.

Em 1890 o aço estava substituindo o ferro como material estrutural, pois apresentava melhor resistência e seu preço estava em queda. O Reliance Building (figura 1.1.3), concluído em 1894, em Chicago, com seu esqueleto em aço, é um exemplo típico desta fase.

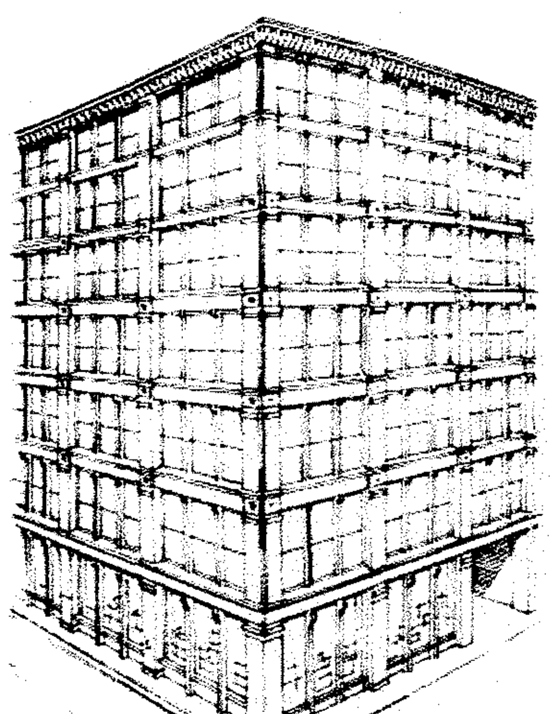


Figura 1.1.2 – Leiter Building (Chicago, 1879)

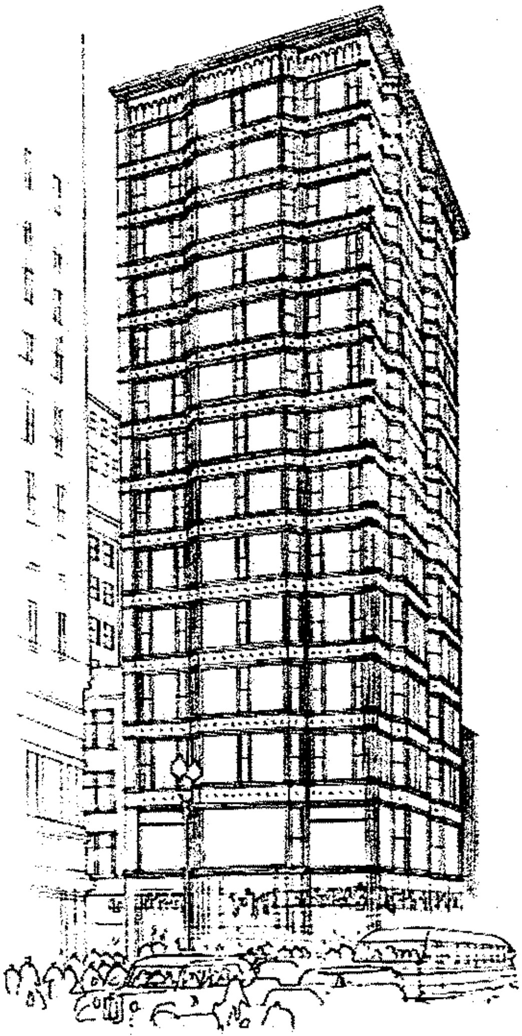


Figura 1.1.3 – Reliance Building (Chicago, 1894)

No início do século a cidade de Nova York começa a ameaçar a hegemonia de Chicago, produzindo edifícios cada vez mais altos. Em 1913 foi construído o WoolWorth Tower, com 234 m de altura, distribuídos em 55 andares, considerado o mais alto do mundo até que, em 1929, o edifício da Chrysler com 329m distribuídos em 75 andares o superasse. Em 1931 conclui-se o Empire State com 102 andares e 380 m de altura, que reinou absoluto por mais de 40 anos.

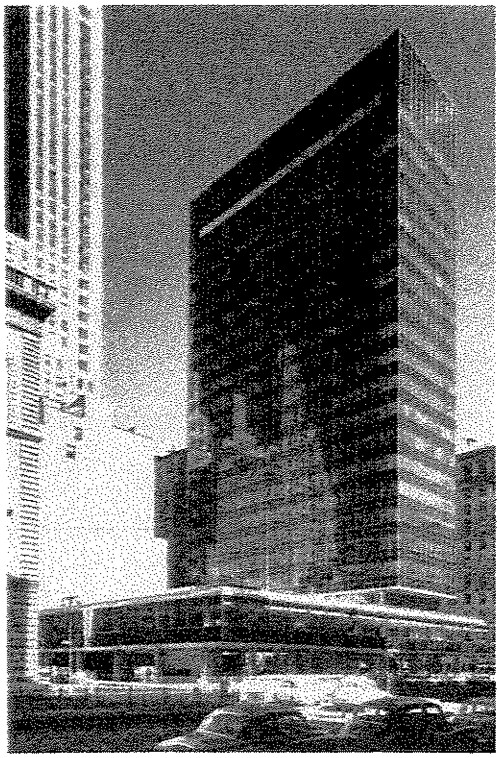
Todos estes edifícios se utilizavam do aço em suas estruturas, o concreto armado ainda não era amplamente utilizado para edifícios de grande altura, haja visto que por ocasião da conclusão do Empire State, o prédio americano mais alto em concreto era o Exchange Building, em Seattle, com somente 23 andares.

A grande depressão de 30 encerrou a era dos grandes edifícios. Somente após a segunda guerra mundial é que a construção de grandes edifícios foram retomadas, mas com novas alternativas estruturais e arquitetônicas.

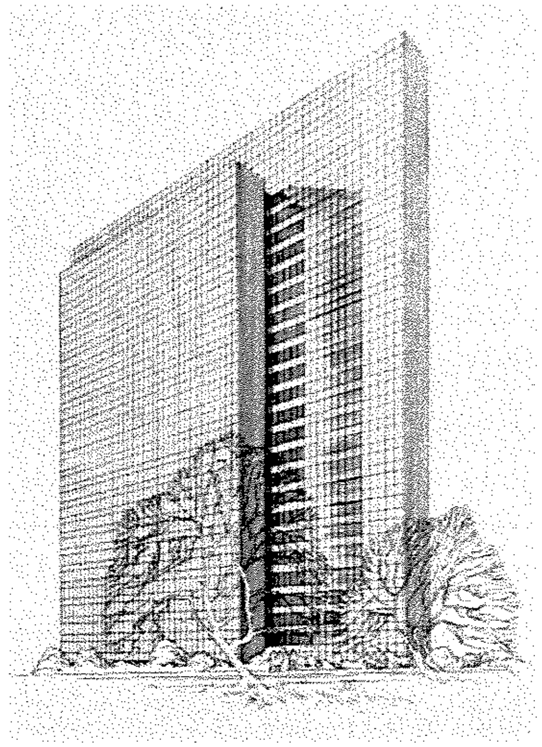
Nesta nova fase, novamente, a cidade de Chicago tem papel fundamental na determinação das diretrizes a serem seguidas pelos modernos edifícios. Um dos expoentes desta época foi Mies van der Rohe, que veio da Europa para trabalhar em Chicago na década de 30. Seus projetos com a estrutura aparente tornando-se um elemento arquitetônico, e os grandes painéis envidraçados, ditaram as características comuns aos modernos edifícios. De seus inúmeros trabalhos citamos o conjunto Lake Shore Drive Apartaments, de 1949-50, construído em Chicago, e sua obra-prima: o Seagram Building, em 1957 na cidade de Nova York (figura 1.1.4).

Figura 1.1.4 - Seagram Building (Nova York, 1957)

Nesta época surge o conceito das paredes-cortinas, que eram painéis de fechamento externo, leves, pré-fabricados, com a altura de um ou mais andares, colocados nas fachadas dos edifícios. Este sistema permitiu ganhar espaço interno, diminuir o peso, racionalizar e agilizar a construção, além de proporcionar um belo e novo efeito estético. O Alcoa Building, em Pittsburgh, e a Lever House (figura 1.1.5a), em Nova York, concluídos na mesma época, 1951, foram os primeiros representantes americanos deste sistema. Na Europa o edifício Thyssen-Haus, em Dusseldorf (figura 1.1.5b), é um dos mais belos exemplos de edifícios com parede-cortina.



a) Lever House (Nova York, 1951)



b) Thyssen-Haus (Dusseldorf, 1960)

Figura 1.1.5

Os modernos edifícios elevados além das novas diretrizes arquitetônicas sofreram outras transformações acarretadas por avanços em outras frentes. O grande conhecimento acumulado e as novas descobertas na área da engenharia estrutural permitem aos engenheiros efetuarem cálculos mais precisos e realistas; a resistência e qualidade dos materiais tem grandes avanços; novos e mais eficientes métodos construtivos são desenvolvidos; grandes avanços nos serviços são processados. Tudo isso somado possibilitou a construção de edifícios de 40, 60 ou até 100 andares a preços bem inferiores aos do passado.

O sistema denominado de tubo rígido, o mais moderno conceito em sistema estrutural para edifícios altos, foi desenvolvido na década de 60. Nele todos os elementos responsáveis pela absorção das forças horizontais são colocados nas fachadas do edifício, fazendo com que ele trabalhe como se fosse um gigantesco tubo em balanço. Este sistema foi utilizado pela primeira vez em 1963, por Skidmore, Oeings and Merrill, no projeto do edifício Chestenut de Witt Apartments, de 143 metros de altura.

As torres gêmeas denominadas World Trade Center, na cidade de Nova York, com 411 m de altura, em 110 andares, concluída em 1973, ultrapassa finalmente a histórica marca de 380 m do Empire State. Sua estrutura de aço, utilizando o sistema de tubo em balanço, foi totalmente composta de painéis pré-moldados, que eram montados no local através de parafusos de alta resistência

Em Chicago, um ano após o término do World Trade Center, o prédio da Sears (figura 1.1.6), com 445m de altura, em 109 andares é concluído. Era o maior edifício de lojas e escritórios do mundo da época, e utilizava do inovador sistema estrutural de tubos celulares.

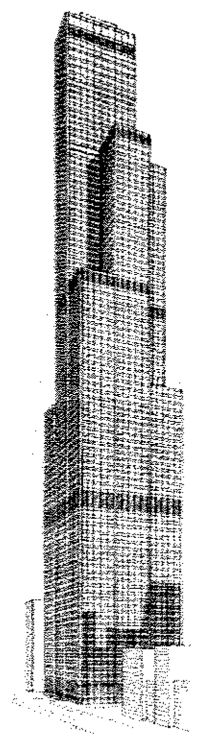


Figura 1.1.6 – Sears Building (Chicago, 1974)

Atualmente os países do sudeste asiático respondem pelos grandes projetos de edifícios. Em 1997 as torres gêmeas Petronas Tower, em Kualla Lampur, na Malásia, atingem a marca de 450 m de altura, que logo será superada pelo edifício chinês Chongging Tower, com 457 m de altura, em fase de conclusão.

O mais ambicioso edifício elevado ainda está em fase de projeto e será construído no Japão, com o nome de Millennium Tower. Pretende atingir a marca de 800 m de altura

1.2 - Sistemas Estruturais

O sistema estrutural de um edifício elevado deve ser capaz de resistir às ações gravitacionais devidas ao peso próprio, às cargas de utilização do prédio e às ações horizontais devidas ao vento e aos efeitos sísmicos. Este sistema deve ser dimensionado também para manter as deformações causadas por estas ações dentro de limites aceitáveis. Portanto o sistema estrutural deve ser suficientemente resistente, para absorver todas as combinações de ações, e rígido o bastante para manter as deformações em níveis que possibilitem a boa utilização do prédio.

É muito comum o sistema estrutural global do edifício ser composto de dois sub-sistemas: um responsável somente por cargas gravitacionais, composto basicamente de lajes, vigas e pilares, e outro, responsável por parte das cargas gravitacionais e da totalidade das cargas horizontais, sendo composto de vigas, pilares, lajes, diagonais e paredes de cisalhamento, que são associadas de diversas maneiras, formando conjuntos planos ou tridimensionais com grande rigidez.

A medida que a altura do edifício aumenta, os esforços causados pelas ações horizontais passam a ser críticos, e a importância dos elementos responsáveis a resistirem a estes esforços passa a ser preponderante, fato que diferencia a estrutura dos edifícios altos das de outros tipos de construções. Por este motivo daqui para frente adotar-se-á a denominação de sistema estrutural para a parte da estrutura global que suporta estas ações.

A evolução dos edifícios altos, até o estágio atual, está intimamente ligada ao desenvolvimento dos sistemas estruturais. Hoje tem-se a disposição diversos sistemas estruturais eficazes, que devem ser escolhidos de acordo com cada caso individual, levando em conta vários fatores, tais como: custos, diretrizes arquitetônicas, altura do edifício, tipos de esforços existentes, qualidade do solo, prazos de execução, etc.. Esta escolha é fundamental, sendo a primeira a ser tomada na fase inicial do projeto, e devido à sua importância deverá ser uma decisão conjunta do arquiteto e do engenheiro, com anuência do proprietário, incorporador ou responsável comercial da obra.

Os sistemas estruturais mais utilizadas ao longo da história dos edifícios altos podem ser agrupados da seguinte maneira:

- estruturas reticuladas;
- estruturas reticuladas contraventadas;
- estruturas com paredes de cisalhamento;
- estruturas com tetos lisos;
- estruturas com pisos suspensos;
- estruturas tubulares;
- estruturas híbridas.

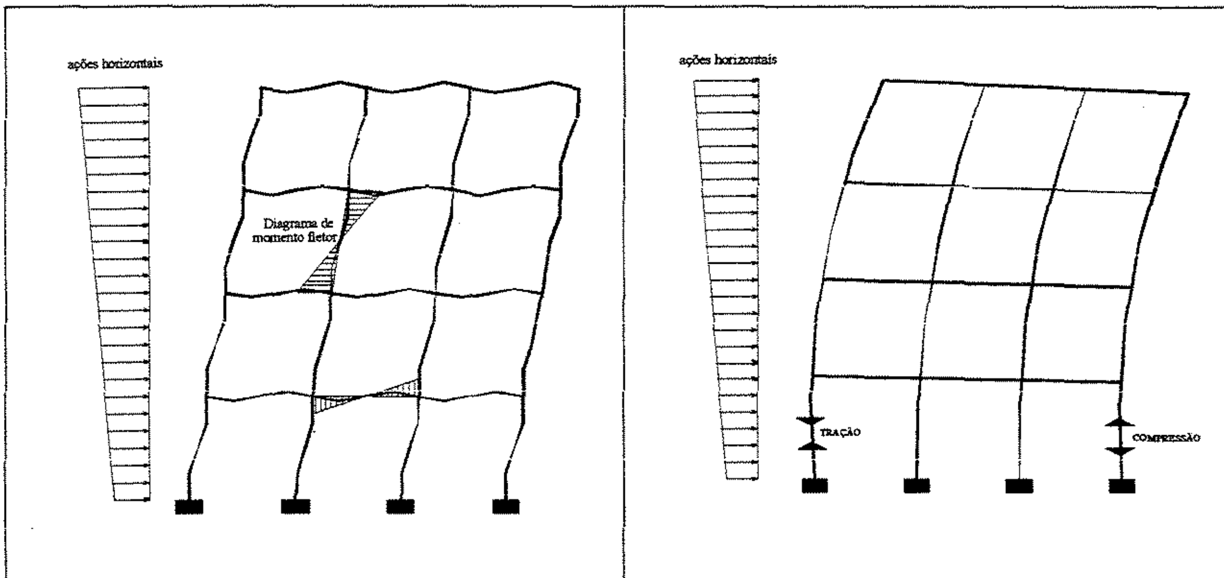
Cada um destes sistemas tem características e particularidades que os fazem adequados ou não para determinadas situações. A seguir dar-se-á uma descrição sucinta destas características procurando ressaltar as vantagens e desvantagens de cada um.

1.2.1 - Estruturas Reticuladas

As estruturas reticuladas são compostas por pilares e vigas conectadas rigidamente entre si, formando pórticos que oferecem resistência aos esforços horizontais, fundamentalmente através da rigidez à flexão de suas barras e nós, e em menor escala pela rigidez axial dos pilares. Em um edifício que adote este sistema os vários pórticos formados são colocados em posições ortogonais, que interagem entre si graças às lajes, constituindo um conjunto capaz de resistir às varias direções das ações horizontais.

A eficiência do sistema depende diretamente da distância entre as barras, do números de barras, do número de pórticos formados e da rigidez das barras e dos nós. As distâncias usuais entre os pilares variam entre 6 a 9 m.

Neste tipo de estrutura os deslocamentos horizontais advêm principalmente da flexão das barras e giro dos nós, causada pelos esforços cortantes produzidos pelas ações horizontais, a parcela devido ao alongamento e ao encurtamento das colunas, provocada pelo momento global destas ações, é pequena, em torno de 10% destes deslocamentos. Este é o motivo que leva a estrutura a assumir uma configuração deformada típica de uma peça em balanço sujeita somente a esforços cortantes: concavidade na face onde atua as cargas, máxima inclinação perto da base e mínima no topo do prédio. A figura 1.2.1 a) mostra a configuração deformada devido aos esforços cortantes das ações horizontais; e a figura 1.2.1 b) a configuração deformada devido ao momento causada por estas ações. A configuração deformada final da estrutura será dada pela soma destes dois casos, e se aproximará na maioria dos casos da figura 1.2.1 a).



a) deformação devido aos giros dos nós

b) devido a deformação axial das colunas

Figura 1.2.1 – Deformações típicas de estruturas reticuladas

Esta solução estrutural é usualmente utilizada em edifícios de 25 a 30 andares. A não utilização em edifícios maiores está ligada a fatores econômicos e problemas de obstruções dos espaços internos e aberturas externas, causadas pelo aumento das seções dos elementos estruturais.

A análise dos momentos fletores devidos às ações horizontais, neste tipo de estrutura, mostra que estes esforços assumem valores maiores nas extremidades das barras, tornando-se nulos nas seções intermediárias. Nota-se também o aumento dos valores nominais no sentido do topo à base do prédio. Portanto a medida que se aumenta a altura do edifício estes momentos crescem exigindo vigas e pilares de seções transversais cada vez maiores nas regiões dos nós e nos andares inferiores, criando uma desuniformidade, não se podendo repetir as seções, principalmente das vigas, em todos os andares, além de subutilizar estas seções, fora dos nós, caso não se queira trabalhar com seções variáveis, que geralmente são uma dificuldade adicional na fase de execução da obra. Estes dois fatores refletem diretamente no custo da estrutura, podendo encarecer a obra a tal ponto que a adoção de outro tipo de solução estrutural seja mais interessante.

Outro fator que limita a utilização das estruturas à prédios de determinadas alturas são as obstruções causadas, principalmente nos andares inferiores, pelo aumento das seções das vigas, que podem dificultar a utilização destes andares.

As estruturas reticuladas podem ser executadas em concreto armado ou aço, dependendo da escolha de fatores como: custos, disponibilidade de materiais na região, prazo para entrega da obra, especialização da mão de obra, etc.

A figura 1.2.2 mostra a fachada de um edifício comercial de 20 andares no qual pode-se observar a simplicidade deste sistema estrutural com seu arranjo aberto, possibilitando poucas obstruções internas e a adoção de grandes janelas.

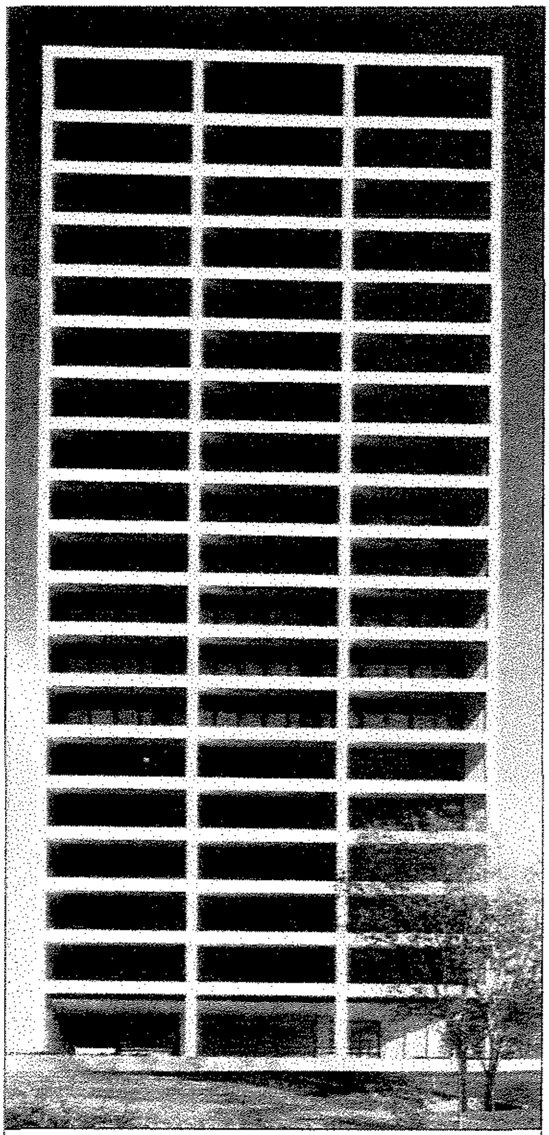


Figura 1.2.2 -

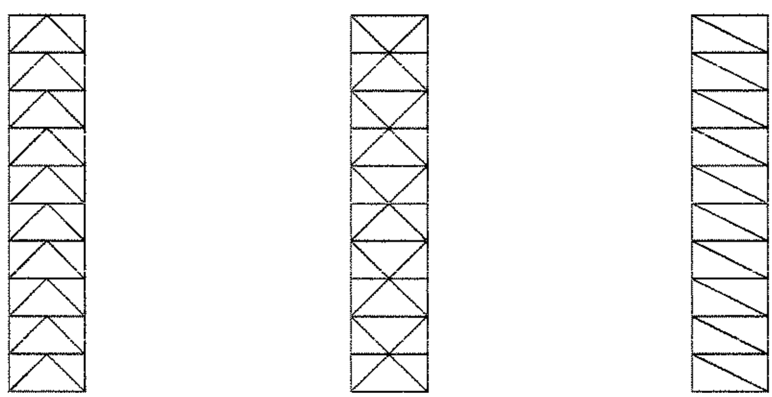
1.2.2Estruturas Reticuladas Contraventadas

Neste item tratar-se-á de estruturas reticuladas contraventadas por treliças verticais ou horizontais, atuando juntas ou isoladas, que serão as responsáveis pela absorção da totalidade das ações horizontais e por parte das cargas gravitacionais. Esta definição prévia se deve ao fato que as estruturas reticuladas podem ser contraventadas por paredes de cisalhamento e núcleos resistentes, os quais, devido às suas particularidades, merecerão um item próprio mais adiante.

O sistema é formado pela adição de diagonais em alguns dos pórticos da estrutura reticulada, formando grandes treliças verticais em balanço, muito eficazes em resistirem aos esforços horizontais, mas que obstruem as passagens e as janelas do edifícios. Para atender às solicitações impostas pelas ações horizontais causando o mínimo de obstruções possíveis, opta-se por colocar as treliças na área destinada aos elevadores e escadas.

As disposições mais usuais e eficientes das diagonais, ilustradas pela figura 1.2.3, são as seguintes:

- diagonais em forma de K;
- diagonais em forma de X:
- diagonais simples.

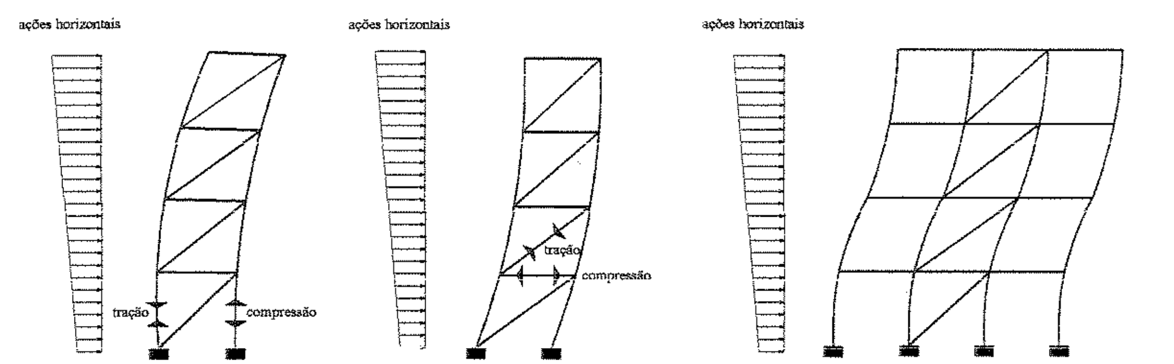


a) diagonais "K" b) diagonais "X " c) diagonais simples

Figura 1.2.3

As diagonais em "K" são as mais comuns em virtude delas absorverem pequenas parcelas das cargas gravitacionais, sendo dimensionadas basicamente pelos esforços causados pelas ações horizontais; servirem como apoio para as vigas diminuindo-lhes o tamanho dos vãos e causarem menos obstruções que as outras.

Quando as treliças resistem sozinhas às cargas horizontais, sem a ajuda dos pórticos da estrutura reticulada, elas se deformam segundo a configuração resultante da soma dos deslocamentos devido ao encurtamento e alongamento dos banzos, representado pelos pilares, causado pelo momento global destas cargas (figura 1.2.4 a), com os deslocamentos causados pelas deformações axiais das diagonais e das vigas (figura 1.2.4 b), sendo a configuração resultante dependente das inércias dos elementos e do tipo de contraventamento.



a) deformação dos pilares b) deformação das vigas e diagonais c) deformação combinada da treliça com o pórtico

Figura 1.2.4

A eficiência deste sistema estrutural é melhorada aproveitando a existência dos pórticos da estrutura reticulada fazendo com que eles trabalhem em conjunto com as treliças verticais, isto dará maior rigidez ao sistema e afetará favoravelmente os deslocamentos, diminuindo tanto os deslocamentos horizontais no topo do prédio como o giro em sua base. O comportamento característico dos dois sistemas trabalhando em conjunto pode ser visto na figura 1.2.4 c), que representa a sua configuração deformada quando ele estiver sujeito às ações horizontais.

No começo do século este sistema foi largamente adotado para estabilizar muitos dos edifício da cidade de Chicago e Nova York, inclusive os três maiores edifícios da época: o edifício "Woolworth Tower", com 234 m, concluído em 1913; o edifício da Chrysler, com 320 m, concluído em 1930; e o famoso "Empire State Building", com 380 m, concluído em 1931, todos na cidade de Nova York. Nos dias de hoje esta solução é utilizada para edifícios de até 40 andares, pois acima disso, o material consumido pelos contraventamentos, para manter a estrutura convenientemente rígida e resistente, passa a ter grande influência no custo, tornando este sistema pouco recomendado comercialmente quando comparado a outros mais eficientes.

Tradicionalmente as diagonais ficavam restritas a altura de um andar, e eram quase sempre ocultadas, porém hoje existe uma tendência de construi-las com a altura de vários andares, e expô-las como elementos de forte apelo arquitetônico. Um elegante exemplo é o prédio da Alcoa, com 27 andares, na cidade de São Francisco, ilustrado na figura 1.2.5.

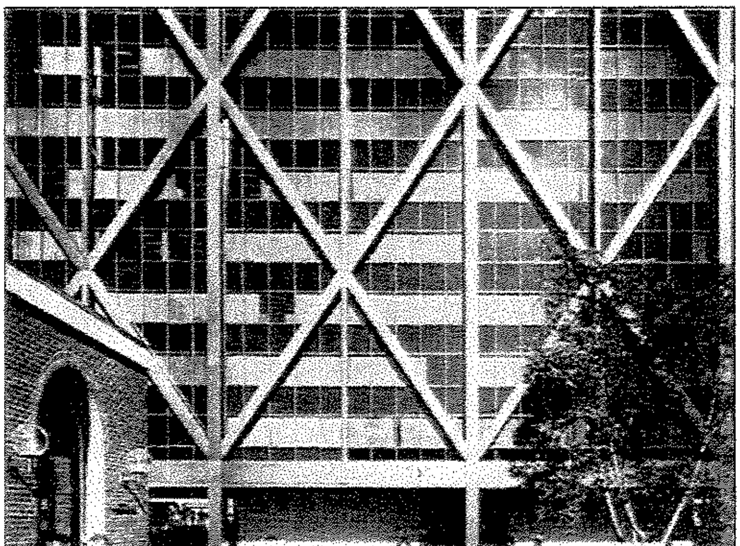


Figura 1.2.5-Alcoa Building (São Francisco, 1968)

Outra maneira de melhorar a eficiência do sistema é acrescentar treliças horizontais que liguem as treliças verticais internas com os pilares externos, aumentando o braço de alavanca do sistema. Quando este conjunto é sujeito às ações horizontais, devido a presença da treliça horizontal de ligação, parte do momento causado por estas ações é absorvido pelos pilares externos da estrutura através de esforços de tração e compressão, conforme ilustra a figura 1.2.6.

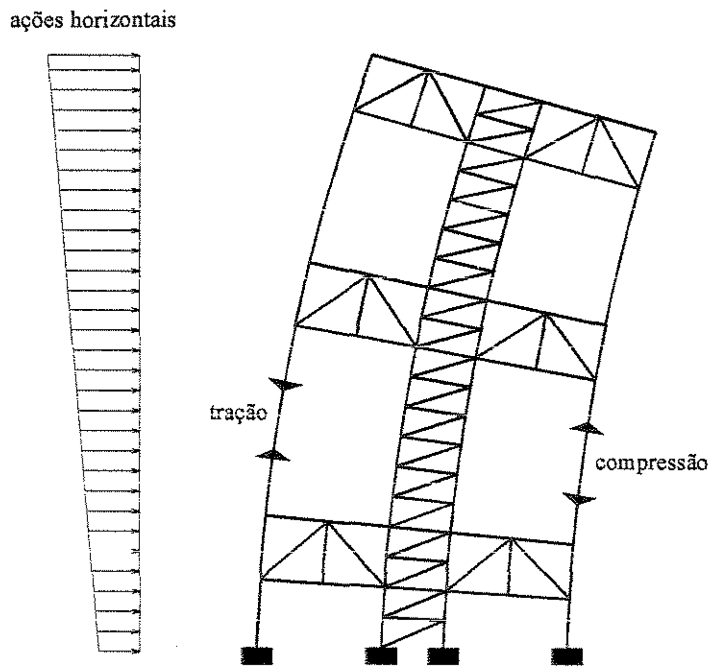


Figura 1.2.6

Para que todos os pilares da fachada contribuam é comum uni-los através de outra treliça horizontal, colocada na fachada do prédio. Todas as treliças horizontais devem ter grande rigidez, possuindo geralmente a altura de dois andares, para poderem realmente aumentar a rigidez do sistema. Este aumento de rigidez também depende do número de andares aos quais são acrescidas as treliças horizontais. Cada novo nível de treliça acrescenta rigidez ao sistema como um todo, embora sempre num valor menor que o último nível anteriormente acrescentado.

Com este sistema consegue-se obter estruturas econômicas para edifícios de até 60 andares. A figura 1.2.7 mostra um edifício de 42 andares, o "First Wisconsin Center", em Milwaukee, no qual foram usados dois níveis de treliças para aumentar a rigidez da estrutura.

Pode-se também utilizar as treliças horizontais sozinhas, sem as treliças verticais, que formam com os pilares quadros rígidos resistentes às ações horizontais. Estas treliças têm geralmente a altura de um andar e são colocadas em andares alternados, um sim um não, conforme ilustra a figura 1.2.8.

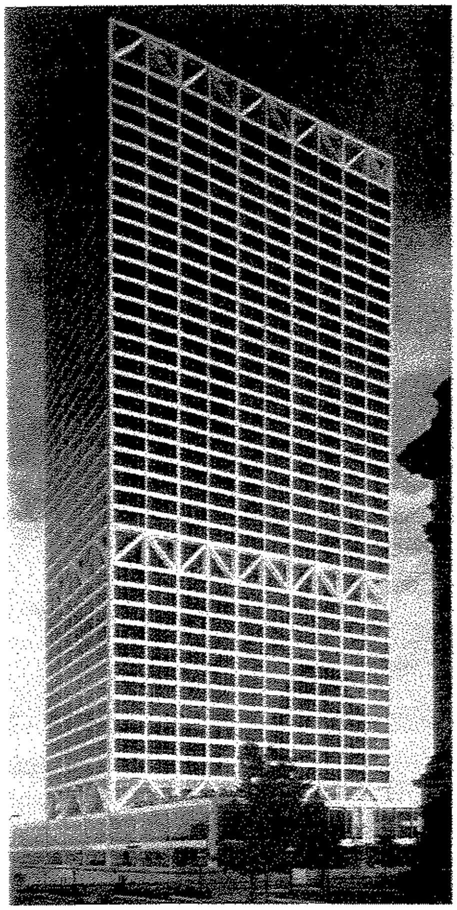


Figura 1.2.7

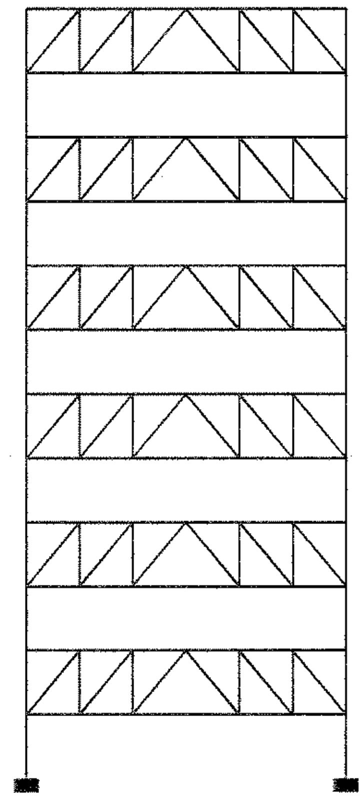


Figura 1.2.8

Os sistemas estruturais aqui descritos podem ser executados tanto em concreto armado como em aço, embora a segunda opção é a mais comumente encontrada, seja porque o aço foi o material precursor desta técnica, ou por causa das dificuldades de se executar as diagonais em concreto.

1.2.3 - Estruturas com paredes de cisalhamento ou núcleos resistentes

As paredes de cisalhamento são elementos estruturais verticais, engastados nas fundações e cuja seção transversal retangular apresenta uma de suas dimensões muito maior que a outra, possuindo grande rigidez na direção da maior dimensão, sendo muito eficientes para contraventamento de edifícios altos. Elas podem ser utilizadas isoladamente ou associadas entre si através de sua faces laterais e ou de vigas lintéis, em arranjos planos ou formando conjuntos tridimensionais. Estas associações melhoram bastante a eficiência do conjunto como peças de contraventamento.

Uma forma muito comum de associar duas ou mais paredes no plano é uni-las rigidamente através de vigas, também conhecidas como lintéis. O conjunto assim formado tem a propriedade de ser mais rígido à flexão do que a soma das "rigidezes" das paredes trabalhando isoladas. Para se explicar porque isto ocorre, toma-se como exemplo a associação de duas paredes, conforme ilustra a figura 1.2.9. Quando este conjunto fletir devido às ações horizontais, a viga forçará o aparecimento de um binário de forças verticais que tracionará a parede no lado onde atua a carga, e comprimirá a outra, conferindo ao conjunto maior rigidez. O acréscimo de rigidez é diretamente proporcional à rigidez do lintel, quanto maior for este valor maior será o acréscimo.

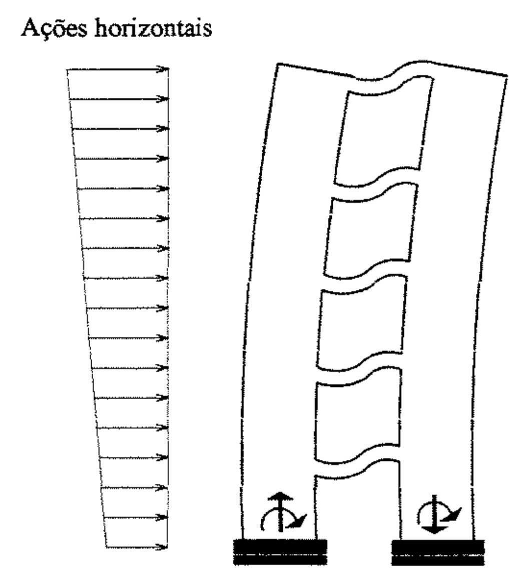


Figura 1.2.9

Outra forma muito utilizada de associar paredes de cisalhamento é uni-las através se suas faces, formando elementos tridimensionais, com seções transversais abertas ou parcialmente fechadas por lintéis, criando-se assim elementos com grande rigidez, ideais para o contraventamento de grandes edifícios. Estes conjuntos geralmente ficam situados nas caixas de escada, ou elevadores ou em dutos de serviços, recebendo a denominação de núcleos resistentes. Com este tipo de estrutura obtêm-se estruturas econômicas para edifícios de até 35 andares, acima disto o controle das deformações horizontais no topo do edifício acaba tornando esta solução menos competitiva, sem levar em conta o fato que com o aumento da altura do prédio a não consideração da estrutura reticulada para resistir às ações horizontais não está de acordo com o funcionamento real da estrutura.

Para melhorar a eficiência das paredes e núcleos pode-se levar em conta a colaboração dos pórticos da estrutura reticulada na resistência às cargas horizontais. Como estes elementos estruturais estão ligados através das vigas ou das lajes, eles interagem entre si provocando o aparecimento de esforços horizontais que provocaram a diminuição dos deslocamentos horizontais nos andares superiores, e dos giros nos andares inferiores, gerando estruturas mais rígidas. Com esta associação contínua de pórticos e pilares parede, pode-se executar estruturas econômicas de prédios com até mais de 50 andares. Esta interação entre os dois sistema pode ser vista na figura 1.2.10, que ilustra as configurações deformadas da parede e do pórtico trabalhando sozinhos e em conjunto.

As paredes de cisalhamento assim como os núcleos estruturais resistentes são executados preferencialmente em concreto armado.

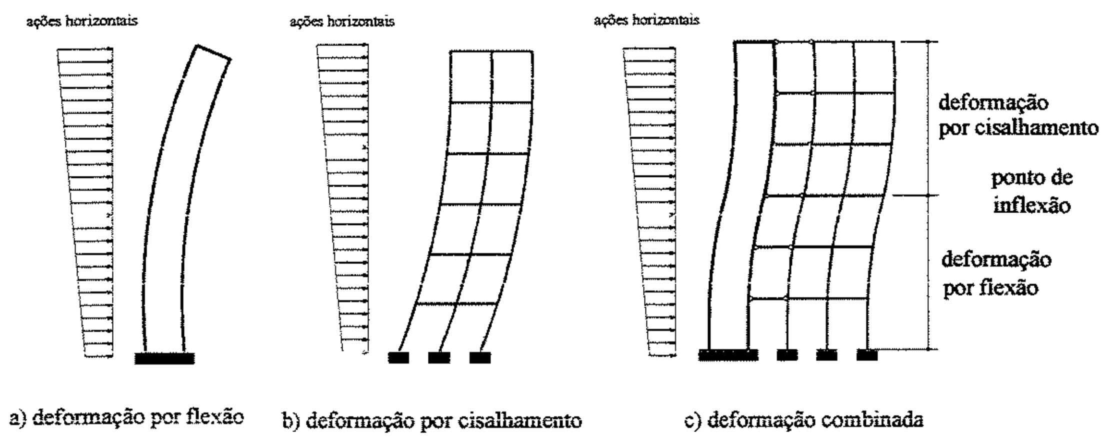


Figura 1.2.10 – Deformações típicas de paredes, pórticos e acoplamento

1.2.4 - Estruturas com tetos lisos

As estruturas com tetos lisos são aquelas em que as lajes descarregam diretamente nos pilares, sem o auxílio de vigas. Estas lajes podem ser executadas em concreto armado, mas o ideal para o aproveitamento máximo do sistema é a utilização do concreto protendido.

O funcionamento deste sistema (figura 1.2.11) frente aos esforços horizontais e verticais é similar ao das estruturas reticuladas usuais, pois as lajes que unem os pilares são assimiladas a vigas com larguras estipuladas por normas técnicas específicas.

A utilização dos tetos lisos oferece várias vantagens. Dependendo da altura do prédio, pode-se ganhar um ou dois andares a mais com a eliminação das vigas, além disso ganha-se a liberdade total no tocante à disposição das divisões internas, podendo modificá-las andar a andar. As instalações de serviços também ficam muito simplificadas, pois não há praticamente obstáculos à passagem dos dutos. Os custos com mão-de-obra e material relativos às formas diminuirão sensivelmente, devido ao pequeno número de cortes e a possibilidade de numerosas reutilizações.

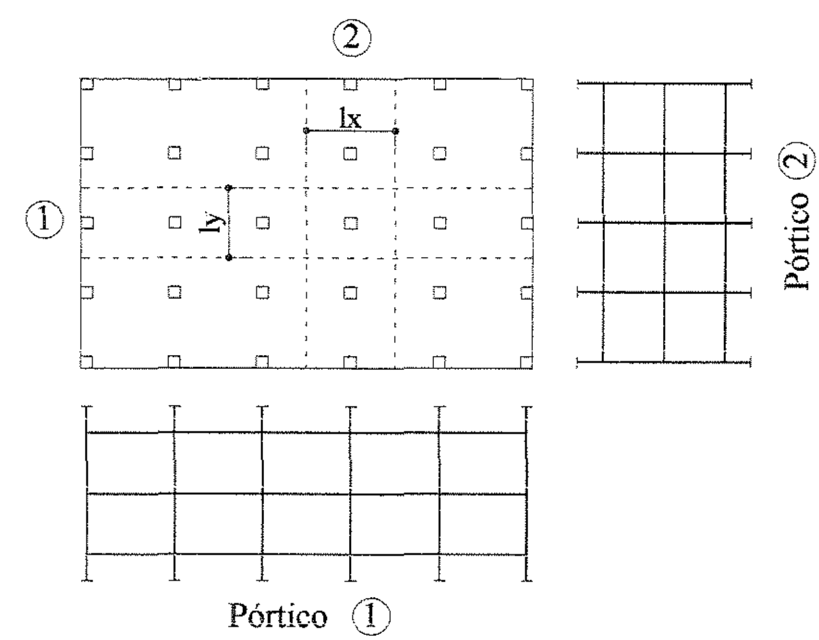


Figura 1.2.11

Da mesma maneira que as estruturas reticuladas, usualmente utilizam-se das estruturas com tetos liso para prédios com até 25 andares, acima disto os esforços momentos fletores nos nós pilar-laje acarretarão em aumentos proibitivos nas espessuras das lajes, tornando esta solução menos interessante economicamente que outras.

1.2.5 - Estruturas com pisos suspensos

Neste modelo estrutural, os pisos estão apoiados internamente no núcleo resistente central, e externamente em tirantes presos a grandes vigas ou treliças apoiadas no topo do núcleo. As vigas e os tirantes são geralmente metálicos, enquanto o núcleo é preferencialmente de concreto. Como todo esforço fica concentrado no núcleo, esta concepção oferecerá a vantagem de uma fundação única, deixando o piso térreo totalmente desobstruído de pilares.

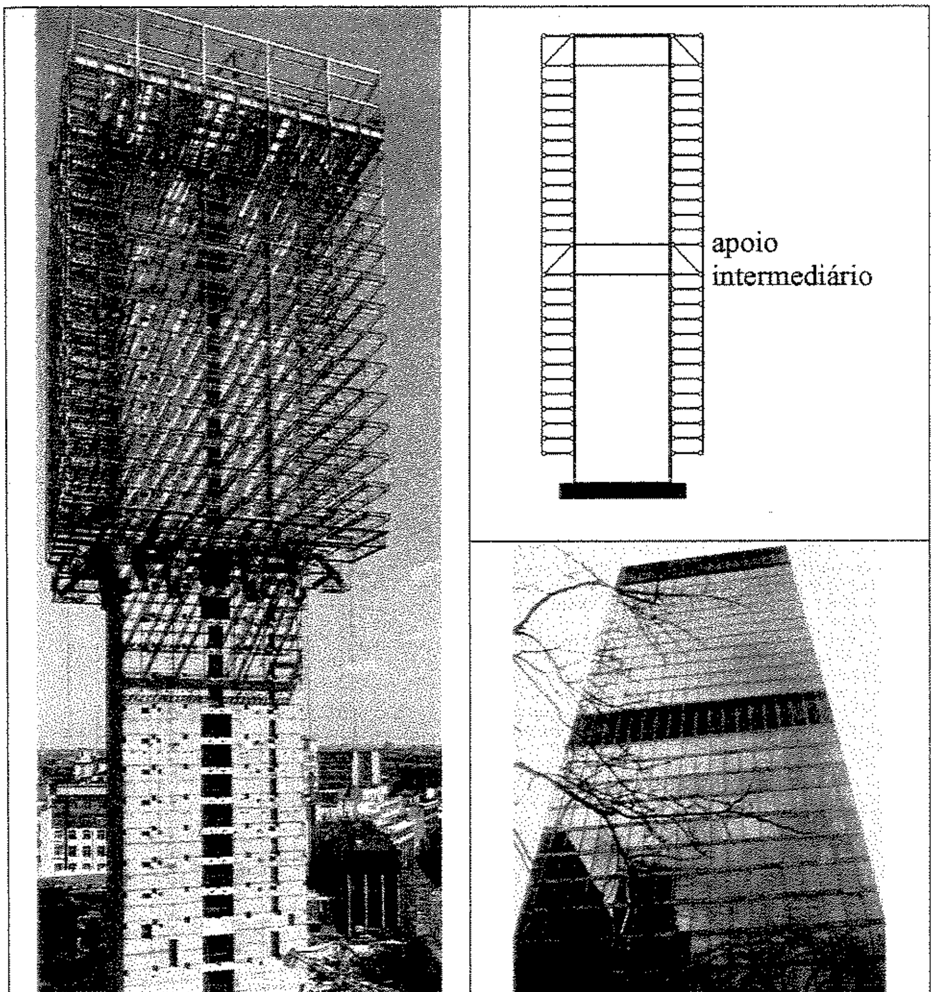


Figura 1.2.12

A fim de se controlar as deformações axiais dos tirantes é comum que a cada 12 pavimentos, aproximadamente, seja colocado um apoio para os tirantes. É por isso que em edifícios que superem esta altura sempre se colocam treliças de apoio intermediárias. O controle das deformações axiais é importante porque os deslocamentos verticais que elas provocam vão se acumulando ao longo dos andares, criando sérios problemas de utilização nos andares inferiores caso não sejam inferiores a certos valores máximos permitidos por normas técnicas baseadas em critérios que levem em conta a boa utilização do prédio.

O edifício Commercial Union Tower, construído em 1969, na cidade de Londres, mostrado na figura 1.2.12, é um exemplo típico de utilização deste sistema. No esquema simplificado da figura nota-se a presença da treliça intermediária para controlar as deformações axiais dos tirantes.

1.2.6 - Estruturas tubulares

As estruturas tubulares são o mais moderno conceito em sistemas estruturais para edifícios elevados. O seu princípio baseia-se em distribuir, ao longo das fachadas do edifício, pilares bem próximos uns dos outros, de 2 a 4 m unidos por vigas de grande altura, para que funcionem com se fossem as paredes de um tubo oco em balanço, engastado no terreno. Estas paredes podem ainda serem enrijecidas acrescentando-lhes grandes diagonais.

A colocação desta grande quantidade de pilares e vigas nas fachadas do prédio cria uma estrutura muito rígida à flexão causados pelas ações horizontais, por causa da grande inércia de sua seção transversal .

Os pilares e vigas da estrutura tubular absorvem parte do carregamento gravitacional, e geralmente a totalidade das ações horizontais. Às vezes pode-se ter o tubo trabalhando em conjunto com núcleos estruturais localizados nas caixas de escada e elevadores, é o chamado "tubo dentro de tubo".

Geralmente as plantas dos edifícios com estrutura tubular tem a forma retangular ou quadrada, mas tecnicamente elas podem ser circulares, triangulares ou trapezoidais. As reentrâncias, cortes, balanços, ou qualquer alteração que tire a continuidade vertical do prédio não deve ser usada para que não haja interrupção dos pilares externos ao longo da altura do edifício, a não ser que se use o recurso do tubo celular, mais adiante descrito.

Embora o sistema tenha a forma de um tubo em balanço, o seu comportamento frente às ações horizontais difere do comportamento de um tubo ideal, sendo bem mais complexo e com uma rigidez bem inferior. Quando se compara as tensões nas paredes de um tubo ideal, representados na figura 1.2.13 pela área hachurada, com aquelas que realmente ocorrem na estrutura tubular, representadas pelas linhas pontilhadas, pode-se notar estas diferenças.

Este fato pode ser entendido pela análise do comportamento da estrutura quando ela é sujeita às cargas horizontais. Quando isto ocorre, num primeiro momento os painéis paralelos aos esforços – almas - oferecem a resistência inicial às ações atuantes, ficando sujeitos a esforços momentos fletores e cortantes. A distribuição das tensões ao longo da seção transversal destes painéis deveria ser linear, igual ao diagrama hachurado da figura 1.2.13, mas o giro dos nós e a flexão das barras que compõem a alma produzem uma configuração parabólica com uma concentração maior de tensões nos pilares de canto, conforme mostra o diagrama pontilhado. Os painéis perpendiculares às ações – flanges - só começam a trabalhar graças aos esforços transmitidos pelos pilares de canto, que são o seu elo de ligação com as almas. As vigas das almas submetem estes pilares a grandes esforços axiais, de tração ou compressão, que os deformam. Estas deformações, por seu lado, se propagam aos outros pilares da flange graças às vigas os unem, mas devido à deformação destas vigas, a propagação destes esforços vai sendo progressivamente diminuída, levando a uma desuniformidade na distribuição das tensões nos pilares da flange.

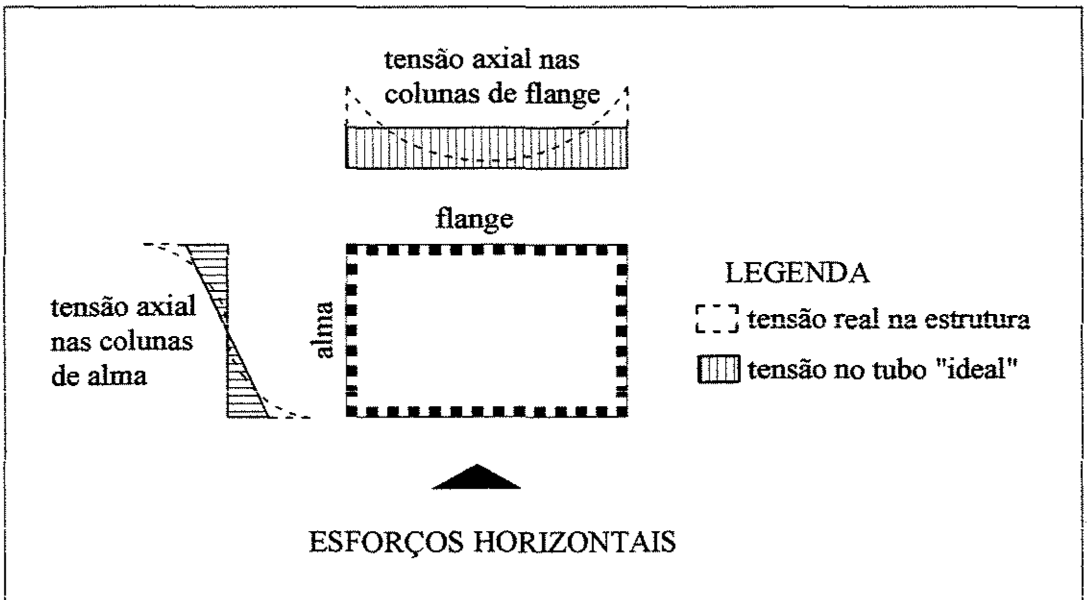


Figura 1.2.13 – Eficiência de estrutura tubular

Esta desigualdade de solicitação dos pilares da flange e o comportamento da alma como um pórtico reduzem a rigidez do sistema, acarretando em um aproveitamento deficiente do material, isto acaba por limitar o uso econômico deste tipo de estrutura para prédios com até 50 pavimentos. Pode-se aumentar a eficiência do sistema de duas maneiras: adicionando-lhe almas internas, gerando o denominado sistema tubular celular, ou ainda adicionando diagonais às fachadas do prédio, é o chamado sistema tubular treliçado. Com estas alternativas pode-se obter edifícios com 100 ou mais andares.

No sistema tubular celular as almas internas mobilizam diretamente algumas das colunas internas da flange, possibilitando uma melhor distribuição dos esforços entre todas as colunas, conforme pode ser observado pelo diagrama da figura 1.2.14.

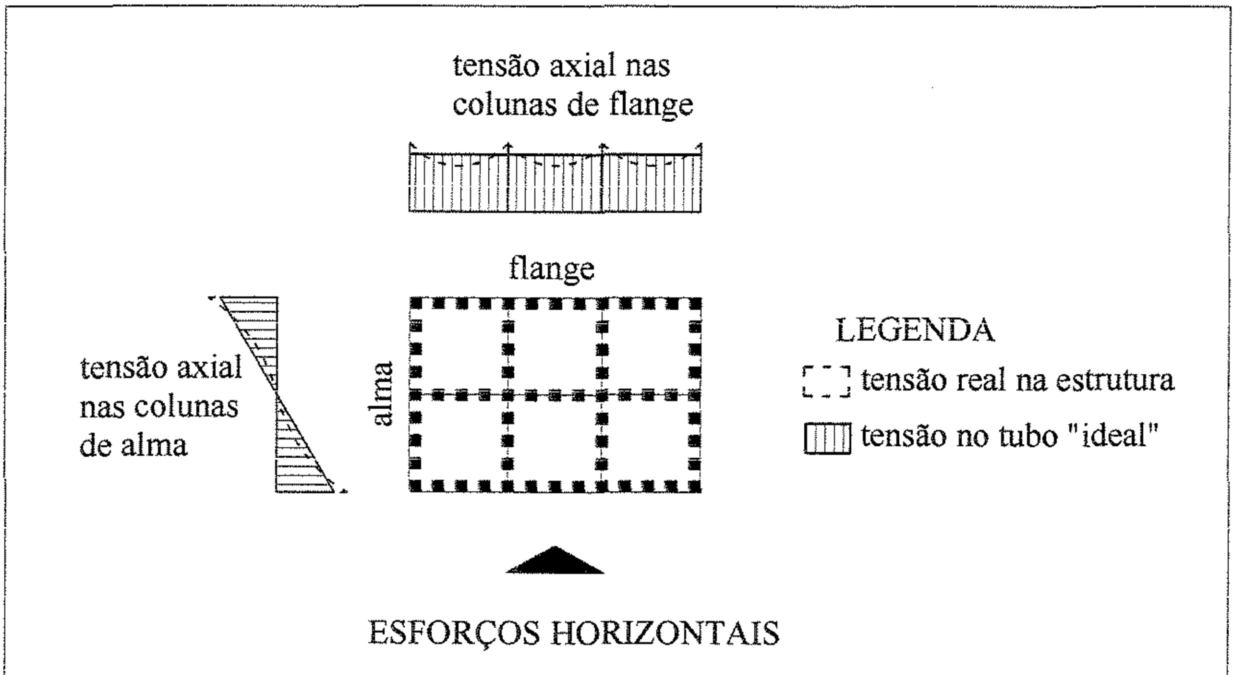


Figura 1.2.14

Outra vantagem deste sistema é que pode-se alterar a seção transversal do edifício ao longo de sua altura, abrindo grandes possibilidades para a sua composição arquitetônica. Um exemplo do uso do tubo celular é o edifício da Sears, com 445 m de altura e 109 andares, construído na cidade de Chicago (fig1.1.6). Sua estrutura é formada por um conjunto de nove enormes módulos quadrados, com 22,50 m de lado, que vão sendo eliminados ao longo da altura do prédio, até ficarem reduzidos a dois módulos no seu topo.

O sistema tubular treliçado pode ser obtido de duas maneiras diferentes: pode-se substituir todos os pilares e vigas da fachada do edifício por diagonais, (figura1.2.15 a), ou simplesmente pode-se adicionar às fachadas grandes diagonais, para trabalharem em conjunto com as vigas e os pilares. No primeiro caso obtêm-se estruturas muito eficientes do ponto de vista estrutural, comportando-se como tubos ideais, mas que apresentam sérias dificuldades construtivas, a segunda opção é mais factível, sendo portanto a mais utilizada.

As diagonais acrescentadas às fachadas ajudam na transmissão dos esforços dos pilares de canto para os pilares centrais das flanges, melhorando sensivelmente a distribuição dos esforços entre os pilares, além de limitarem as deformações da alma, levando o seu comportamento frente às ações horizontais a ser mais próximo ao de uma parede maciça de um tubo ideal. Outra vantagem na utilização das diagonais é permitir um maior distanciamento entre os pilares, possibilitando a utilização de janelas com maiores vãos. As vigas de ligação dos pilares também podem ser diminuídas. Uma distribuição mais uniforme dos esforços gravitacionais nos pilares também é obtida com o uso das diagonais.

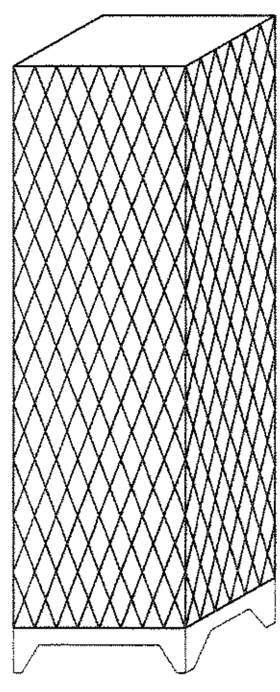
	
a) Tubo treliçado sem colunas	b) Tubo treliçado com colunas (John Hancock Center)

Figura 1.2.15 – Estruturas contraventadas

Esta solução foi utilizada pela primeira vez no edifício "John Hancock Center", com 100 andares e 300 m, construído na cidade de Chicago, conforme mostra a fig. 1.2.15 b). A eficiência do sistema tubular teliçado é tão grande que a estrutura do maior edifício de todos os tempos, a torre "Millenium", com 800 m de altura, a ser construída no Japão, se utilizará deste sistema.

As estruturas tubulares podem ser construídas em aço ou concreto, pois em ambos os casos se consegue grande produtividade na execução: no aço através da pré-fabricação e no concreto através de fôrmas deslizantes.

1.3 – Processos de Análise de Edifícios Altos

A análise de um edifício alto é uma tarefa altamente complexa, sendo uma de suas etapas a análise numérica de um modelo estrutural, que fornecerá os esforços solicitantes dos seus elementos. Em prédios muito altos a precisão destes resultados devem ser aferidas por análises complementares.

O processo de análise pode ser dividido em duas etapas: inicia-se com uma análise preliminar simplificada, onde serão predeterminadas as características elásticas e geométricas dos elementos da estrutura, sem o que não se pode passar à análise final, onde a estrutura deverá ser acuradamente analisada, diante das várias combinações de carregamentos, para a obtenção precisa dos esforços e deformações da estrutura.

A determinação dos esforços nos elementos estruturais é feita com o auxílio de programas de computadores desenvolvidos segundo os critérios da análise matricial, utilizando o processo dos deslocamentos, tratando pilares, vigas e diagonais como barras, e a laje usualmente concebida como um diafragma, com rigidez suposta infinita - apenas no seu próprio plano. Estes cálculos são geralmente efetuados no regime elástico-linear. Mas nem sempre pode-se tratar os elementos estruturais com barras, como é o caso de paredes de cisalhamento isoladas ou associadas formando núcleos resistentes. Nestes casos a análise deve ser feita por métodos que levem em conta a largura da peça. Tais métodos podem ser divididos em dois grupos distintos: os processos contínuos e os discretos.

Os processos contínuos são indicados para seções uniformes, pois isto facilita a manipulação das equações diferenciais envolvidas na solução do problema.

Nos processos discretos pode ser utilizado o método dos elementos finitos ou elementos especiais formados pela associação de barras. Os elementos finitos são mais versáteis por permitirem a modelagem precisa de quaisquer tipos de paredes, mesmo aquelas com grandes variações na seção transversal ou que apresentem aberturas nas suas faces. O elemento comumente usado é o do estado plano de tensões, deduzido através das equações de deslocamentos dos nós, com ou sem grau de liberdade ao giro. Os bons resultados com a utilização deste elemento é conseguido quando se modela a parede com um número suficiente de elementos capazes de evitar as imprecisões causadas por problemas que surgem quando se discretiza um meio contínuo.

A segunda opção para os processos discretos é através de modelos formados pela associação de barras. Embora não tenham a mesma versatilidade no tocante a modelagem de peças irregulares, fornece resultados comparáveis aos elementos finitos para peças uniformes. As vantagens desta solução são sua simplicidade, pois utiliza o método dos deslocamentos, amplamente conhecido pelos engenheiros, e a possibilidade de se utilizar poucos elementos para a discretização das paredes. Este processo foi desenvolvido inicialmente por Clough e colaboradores (1964), Candy (1964) e McLeod (1967), para analisar paredes coplanares ligadas por vigas. Basicamente o método trata as paredes e as vigas de lintéis como elementos de barra, e a largura da parede é representada por braços rígidos aos níveis das lajes.

Ao longo dos anos, impulsionado pelo desenvolvimento dos computadores, o processo foi se popularizando e sucessivos aperfeiçoamentos foram incorporados, sendo atualmente bastante utilizado nos escritórios de cálculo estrutural.

1.4 – Objetivos do trabalho

Durante a pesquisa bibliográfica para a elaboração deste trabalho, o autor notou que o tema relacionado aos edifícios altos se encontra muito disperso na literatura, e na sua maior parte não em português. Por isso, não obstante o objetivo principal deste trabalho seja o desenvolvimento de um modelo aperfeiçoado para discretização de paredes e núcleos de edifícios altos, introduziu-se neste trabalho um texto apresentando resumidamente os principais tópicos desse assunto, objetivando atingir entre outros os alunos dos cursos da área de engenharia civil. Espera-se que esta finalidade paralela tenha sido alcançada na introdução deste trabalho.

Quando se propõem elaborar um trabalho sobre um assunto tão amplo deve-se optar por um tópico onde as discussões ainda estão em aberto, por isso nesta publicação o autor pretendeu dar a sua contribuição ao estudo de modelos para discretização de paredes de cisalhamento, continuando uma linha de pesquisa sobre o assunto, iniciada no nosso meio pelo saudoso Prof. Stamato e seguida por Yagui [30], Serra [22] e outros.

Utilizando o modelo aperfeiçoado foi desenvolvido um programa para micro computadores , destinado ao cálculo de núcleos estruturais de edifícios altos, que possa ser um instrumento confiável para a análise destas estruturas. Serão resolvidos vários exemplos de núcleos, sendo os resultados do programa comparados com os obtidos por outros autores para mostrar a confiabilidade dos resultados alcançados.

CAPÍTULO 2

Considerações sobre os métodos discretos

Este capítulo será inicialmente dedicado à descrição das particularidades dos modelos de discretização tradicionais de paredes e núcleos estruturais. A seguir serão descritos dois problemas comuns a estes métodos – o momento parasita e a incompatibilidade de giro parede-lintel - bem como as sugestões que serão apresentadas neste trabalho procurando solucionar tais problemas.

2.1 – Sistemas de contraventamento utilizando núcleos estruturais.

Como já foi dito de maneira genérica no capítulo anterior, a estrutura de um edifício alto deve ser capaz de suportar todas as ações verticais e horizontais a que ela estiver sujeita. É comum que apenas uma parte da estrutura suporte sozinha a todas as ações horizontais advindas do vento e das deformações de 1ª e 2ª ordem dos pilares, permitindo que o restante da estrutura seja calculada só para as ações verticais. Estes elementos estruturais destinados a fornecer rigidez horizontal ao edifício são denominados sistemas de contraventamento.

O sistema de contraventamento de um edifício, conforme descreve Fusco [05], pode ser considerado flexível, quando se leva em conta o efeito de 2ª ordem, ou rígido em caso contrário. Os órgãos normativos de vários países estabelecem parâmetros numéricos, baseados na flexibilidade dos contraventamentos, para que seja feita a distinção entre rígido e flexível. Por exemplo, o CEB (Comité Euro-International du Béton) considera rígido todo o elemento estrutural cujo coeficiente de esbeltez não supere $\lambda = 25$. No caso dos contraventamentos flexíveis, as normas estabelecem limites máximos de deformação para que estes possam funcionar como apoios horizontais - virtualmente indeslocáveis – para os pilares do edifício. O CEB, por exemplo, exige que os esforços nos contraventamentos, no estado limite último, considerando os efeitos de 2ª ordem, não ultrapassem em mais de 10% daqueles calculados em regime de 1ª ordem.

Existem várias opções para os sistemas de contraventamento, a grande maioria foi descrita no capítulo anterior, sendo os núcleos resistentes uma das opções mais usuais e eficientes e cuja análise é o objeto deste trabalho.

Os núcleos estruturais são obtidos pela associação de paredes de cisalhamento, unidas através de suas faces verticais, formando elementos tridimensionais com seções abertas ou parcialmente fechadas por vigas denominadas lintéis. Estes elementos estruturais possuem grande rigidez frente às ações solicitantes. A figura 2.1 mostra uma configuração típica de um núcleo estrutural de edifício elevado.

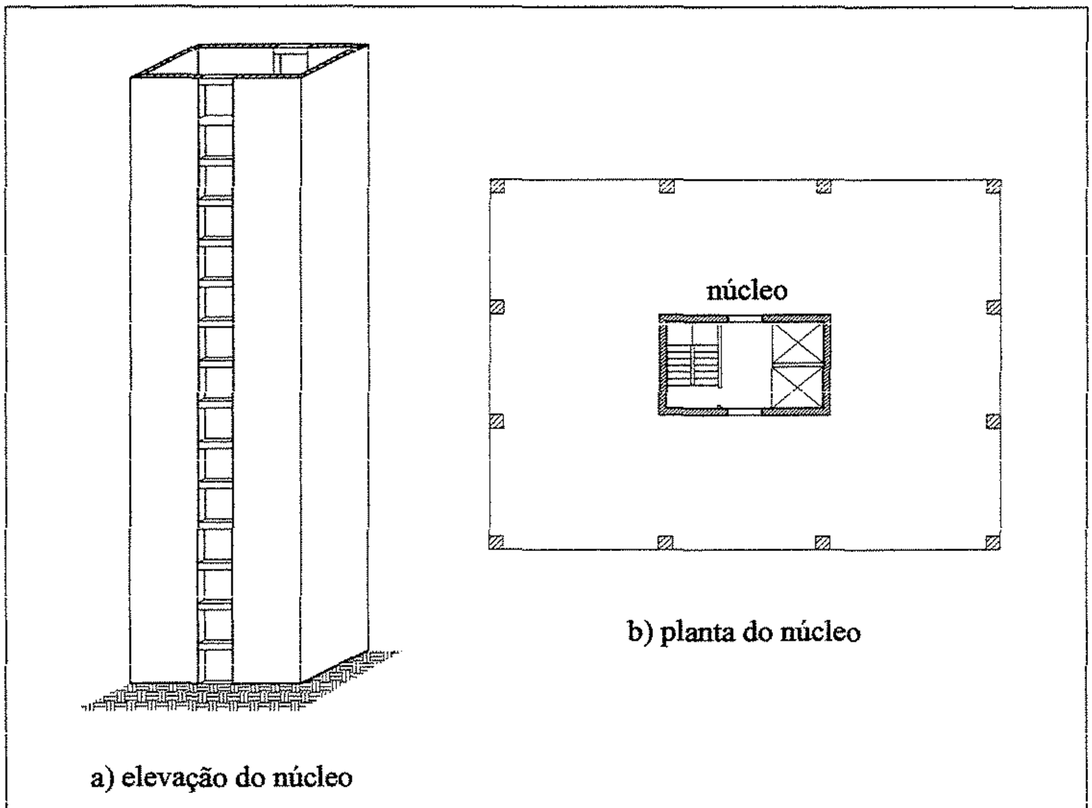


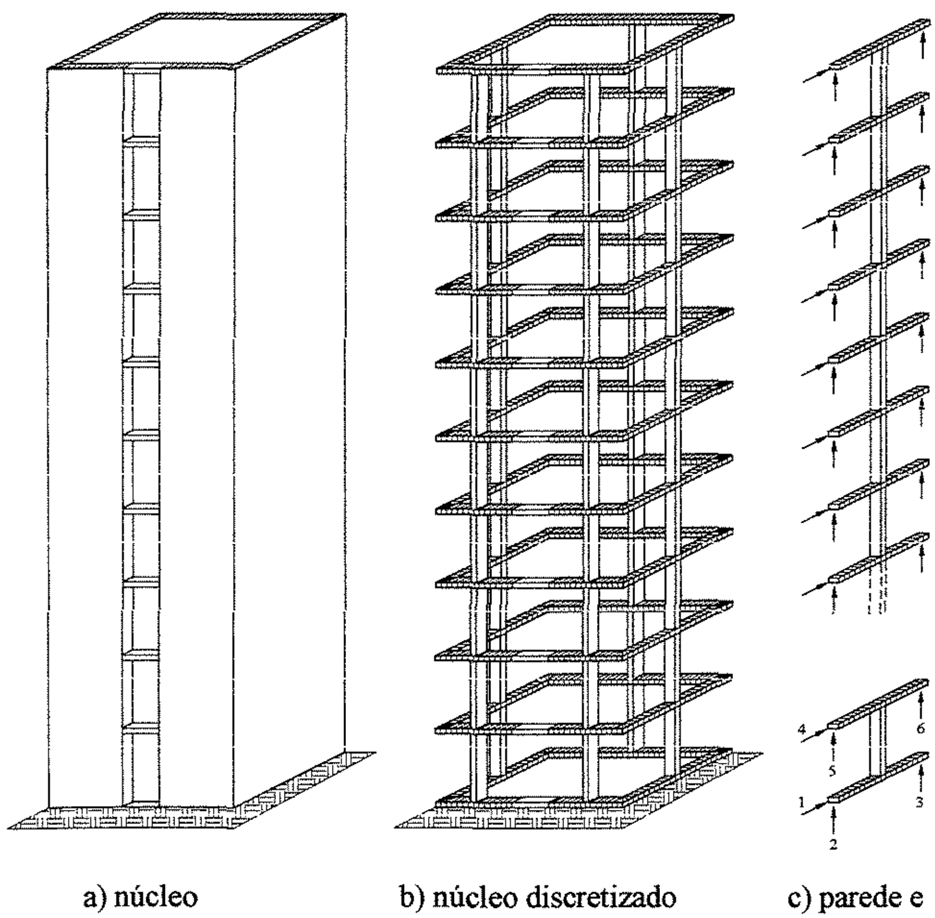
Figura 2.1 – Núcleo estrutural de um edifício elevado

A determinação dos esforços a que está sujeito um núcleo não pode ser feita com os processos usuais para cálculo de estruturas reticuladas porque este tipo de estruturas é formado pela associação de barras como elemento estrutural, para as quais os comprimentos são preponderantes em relação às dimensões da seção transversal. Por outro lado as paredes que compõem os núcleos têm seções transversais significativas em relação ao comprimento, impedindo que se assimile tais elementos a barras, sob pena de obtenção de resultados equivocados.

Existem dois métodos para o cálculo dos esforços nos núcleos: o contínuo e o discreto. Neste trabalho será utilizado o método discreto, que basicamente consiste em representar o núcleo por vários elementos de discretização que simulem, o mais precisamente possível, o seu comportamento. Basicamente o núcleo pode ser discretizado através do método dos elementos finitos ou através de elementos especiais formados pela associação de barras.

Neste trabalho será adotada a discretização usando um modelo formado pela associação de barras, o que facilita a modelagem em relação aos métodos usando elementos finitos sem prejudicar a exatidão dos resultados.

A figura 2.2 a) mostra um núcleo estrutural discretizado por elementos especiais de barra conforme figura 2.2 b). A figura 2.2. c) ilustra uma das paredes do núcleo discretizado e o elemento usualmente utilizado para simular cada segmento de parede compreendido entre duas lajes consecutivas, mostrando também o sistema de coordenadas adotado pela maioria dos modelos tradicionais.



a) núcleo b) núcleo discretizado c) parede e elemento

Figura 2.2 – Discretização de núcleo estrutural de edifício elevado

2.2 - Hipóteses usuais adotadas nos modelos discretos.

As hipóteses apresentadas adiante são as adotadas pela maioria dos autores que utilizam processos discretos para modelagem de um núcleo estrutural.

2.2.1 - Paredes de cisalhamento.

A rigidez à flexão na direção transversal ao plano da parede de cisalhamento, também aqui denominada parede ou painel, será desprezada devido às espessuras usuais destes elementos serem pequenas em relação às larguras. Os painéis terão largura constante ao longo dos andares mas suas espessuras poderão variar a cada andar; espessura nula significa que a parede foi interrompida.

Quando as paredes forem acopladas formando núcleos, a única interação considerada entre elas serão as forças de cisalhamento longitudinais ao longo de suas interseções.

2.2.2 – Lajes

As lajes serão tratadas como diafragmas, isto é, consideradas infinitamente rígidas em seu plano e sem qualquer rigidez transversal. Esta última hipótese reduz as interações entre paredes e lajes apenas aos esforços contidos no plano da laje e a hipótese de rigidez infinita em seu próprio plano cria uma dependência entre os deslocamentos contidos neste plano, reduzindo o número de deslocamentos independentes. A hipótese do diafragma também impede a distorção das seções transversais dos núcleos.

2.2.3 - Lintéis.

Os lintéis são vigas – em geral de grande altura relativa – e usualmente colocadas aos níveis das lajes, ligando duas paredes do núcleo, de forma a fechá-lo parcialmente. Elas serão consideradas engastadas quando estiverem no mesmo plano da parede, e articuladas em caso contrário.

2.2.4 - Vinculação externa.

Os modelos discretos permitem grande liberdade quanto à vinculação externa, sendo possível considerar engastamentos perfeitos, fundações elásticas e recalques nos apoios.

2.3 – Características dos modelos discretos usuais

Na modelagem de um painel, usualmente cada segmento de parede compreendido entre duas lajes é substituído por um elemento discreto composto de duas vigas horizontais de rigidez infinita – para considerar a largura da parede – colocadas ao nível das lajes ou diafragmas e uma coluna central com as mesmas características elásticas e geométricas da parede. A figura 2.3 a) e b) mostra o elemento e seus graus de liberdade.

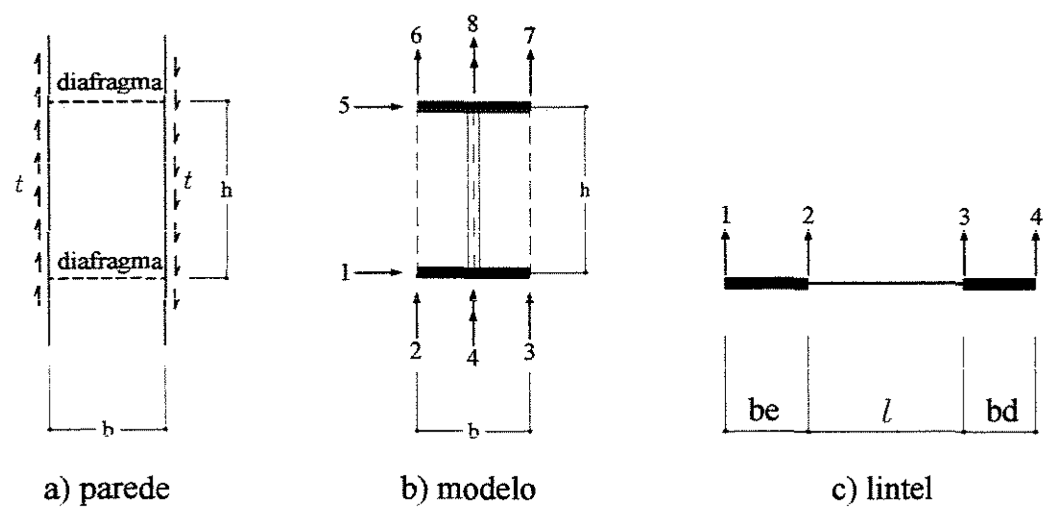


Figura 2.3 – Elementos de discretização de parede e lintel

As coordenadas 2, 3, 6 e 7 correspondem a forças concentradas verticais que representam a soma dos esforços elementares de cisalhamento existentes ao longo das uniões entre paredes, ou na ligação parede-lintel. Os esforços horizontais ao nível dos diafragmas são representados pelas coordenadas 1 e 5. As coordenadas 4 e 8 correspondentes à torção e não aparecem na maioria dos modelos, tendo sido considerada pela primeira vez no modelo sugerido por Yagui [30], [32].

Os lintéis, tratados como elementos de viga, são engastados nos braços rígidos do modelo. Sua rigidez axial naturalmente é considerada infinita devido a presença da laje, ficando suas coordenadas dispostas conforme ilustra a figura 2.3 (c).

Como em vários exemplos os resultados obtidos usando os modelos sugeridos por Yagui [30] e Serra [22], serão comparados com os resultados do programa desenvolvido neste trabalho, o anexo 3 resume as principais características destes dois modelos.

2.4 - Momento parasita e flexão artificial

No final da década de 70 e início dos anos 80, Stafford Smith e colaboradores [25], [26] começaram a assinalar que os métodos discretos convencionais eram afetados por um momento inexistente fisicamente, quando as paredes eram sujeitas a tensões de cisalhamento puro. A este momento foi dado o nome de momento parasita.

Para compreensão deste fato, suponha um segmento de parede submetida a um estado de cisalhamento puro que produzirá tensões de cisalhamento distribuídas uniformemente ao longo de suas faces. Na discretização deste elemento de parede, a face contínua que o une a outro elemento será representada por dois nós, e as tensões de cisalhamento por duas forças verticais concentradas nestes nós. Estas forças concentradas produzirão um momento na coluna central, que não deveria existir, pois a peça está sujeita apenas ao estado de cisalhamento puro. O fato está ilustrado na figura 2.4 b).

Este momento provocará uma deformação de flexão adicional na coluna, diminuindo a rigidez ao cisalhamento do modelo, que não mais corresponderá à rigidez real da parede. Deve ficar claro que, embora o exemplo citado esteja sujeito ao cisalhamento puro, o problema aparecerá sempre que houver tensões de cisalhamento, sendo conseqüência, única e exclusivamente da discretização da interface das paredes, cujos infinitos pontos são substituídos por dois nós.

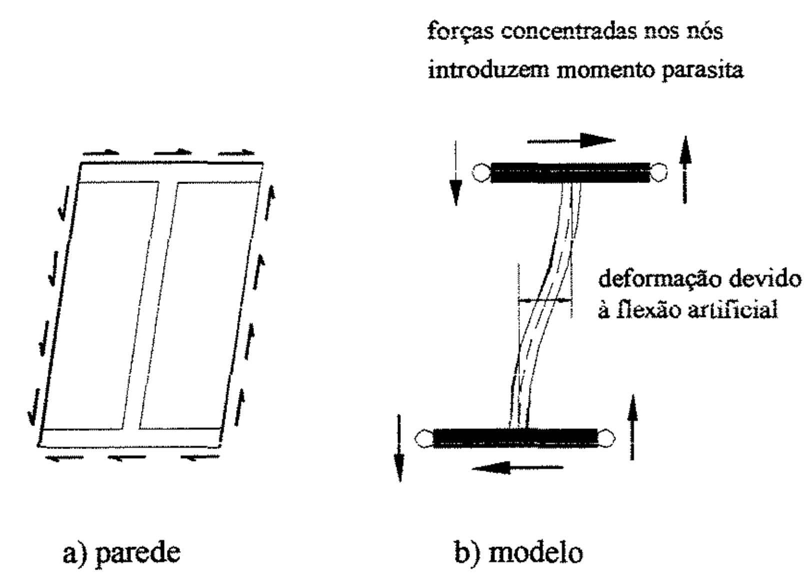


Figura 2.4 – Momento parasita no elemento de parede

O problema será sentido principalmente em paredes e núcleos nos quais os efeitos das forças cortantes sejam substanciais, como é o caso de núcleos parcialmente fechados sujeitos a esforços de torção.

Com o propósito de quantificar este efeito no comportamento dos núcleos estruturais, escolheu-se um dos núcleos analisados no capítulo 05 (exemplo 02) e compararam-se os valores da rotação obtida no topo utilizando um e dois elementos por andar. A rotação obtida no caso de um elemento por andar é 16% maior que aquela com dois elementos por andar, o que era esperado, pois quanto maior for a discretização vertical menor será o efeito do momento parasita, que causa perda de rigidez do núcleo.

Neste exemplo, sujeito apenas às ações de torção, a diferença de 16% - que mal interpretada levaria a condenar o modelo - é naturalmente exagerada, pois certamente o núcleo estará sujeito a outras ações solicitantes, o que transforma as ações de torção a uma fração da solicitação geral.

2.5 – Sugestões para correção do momento parasita

A fim de resolver esta deficiência, Stafford Smith e colaboradores, [25], [26], propuseram durante a década de 80, vários modelos alternativos, ilustrados na figura 2.5.

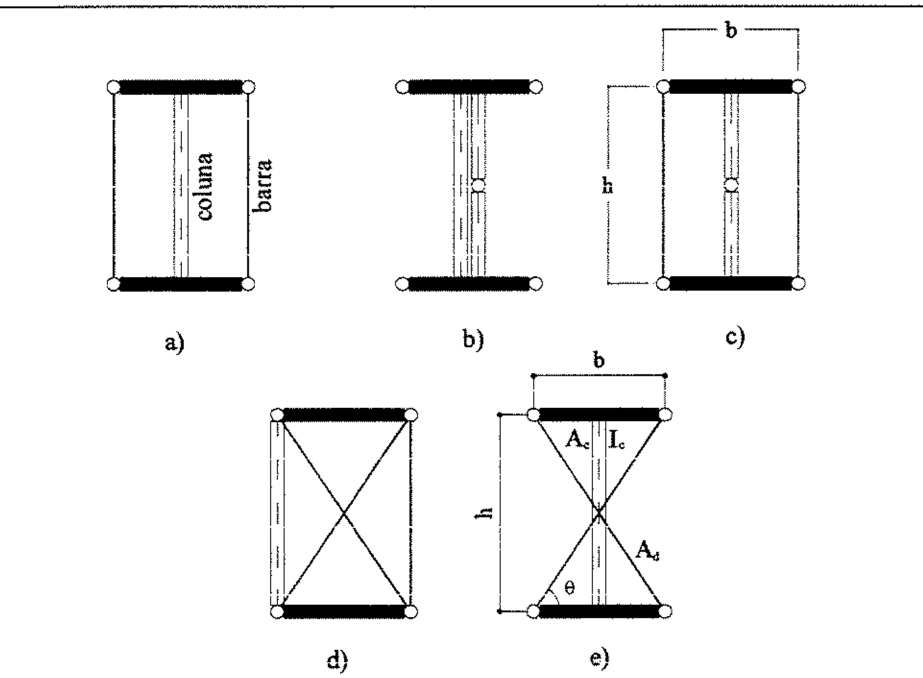


Figura 2.5 – Modelos propostos por Stafford Smith et al.

Estes modelos, embora diferentes uns dos outros, se tratados como um único elemento possuem as mesmas matrizes de rigidez. Isto ocorre porque tanto o sistema de coordenadas como as hipóteses usadas para a determinação das características dos modelos são as mesmas.

As diferenças nos resultados obtidos entre eles, assinaladas nos trabalhos de Stafford Smith e colaboradores, se devem ao fato de que os modelos foram utilizados através de programas comuns para a resolução de estruturas reticuladas, ou seja, o elemento não foi tratado como único, mas sim formado por um conjunto de várias barras e nós. Neste caso as características, posição, número de barras e número de nós não são iguais para todos os modelos, conduzindo a resultados não exatamente iguais. Estes modelos concebidos originariamente para serem usados como um conjunto de barras nos programas comuns para solução de estruturas tridimensionais, conduzem a um grande número de nós e barras, além de ser necessário adotar uma rigidez muito grande para a as vigas horizontais que teoricamente deveriam ser infinitas, pois os programas comuns normalmente não prevêm rigidez infinita. Este número adotado para simular a rigidez infinita, se excessivamente grande, cria problemas numéricos na solução.

Entre os modelos mostrados na figura 2.5, os de letra d) e e) foram os que melhores resultados apresentaram, segundo Stafford Smith e Girgis [25], dando-se preferência ao da figura 2.5 d) - quando se usa programas comuns - por apresentar uma barra e dois nós a menos, facilitando o fornecimento de dados e principalmente diminuindo o número de graus de liberdade da estrutura.

Neste trabalho o modelo será tratado como um único elemento, criando-se um programa especial de uso muito simples para tratar as paredes e núcleos estruturais. Como sabe-se de antemão que as matrizes de rigidez serão idênticas caso os modelos sejam tratados como um único elemento, escolheu-se o modelo da fig. 2.5 e) por apresentar simetria e relativa similaridade com os modelos tradicionais, tendo como diferença apenas dois novos elementos de barra diagonais, que permitem estabelecer para o modelo a mesma rigidez ao cisalhamento da parede original. A figura 2.6 repete o modelo adotado.

Com a adição destas barras faz-se necessário determinar as novas características geométricas da coluna central e das barras diagonais. Para isso igualam-se os coeficientes de rigidez à flexão, ao cisalhamento e axial do modelo com os respectivos coeficientes de rigidez da parede que ele representa. Para isto submetem-se ambos – modelo e parede - a um estado de flexão uniforme, estado puro de cisalhamento e esforços normais, conforme será mostrado a seguir.

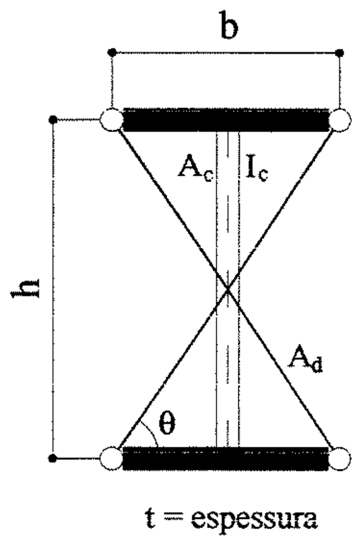


Figura 2.6 – Modelo adotado

2.5.1-Rigidez à Flexão

Os materiais das barras do modelo têm propriedades elásticas idênticas ao material do pilar parede correspondente, ou seja, E e G é o mesmo para todos os elementos envolvidos.

Supondo a parede e o modelo que a representa sujeitos a um momento fletor uniforme - conforme ilustra a figura 2.7 - nota-se que a resistência à flexão é dada apenas pela coluna central pois devido a particularidade da deformação do modelo, as barras diagonais não sofrem variação do comprimento, não contribuindo portanto para a resistência à flexão. Assim, a coluna central deve ter inércia I_c idêntica a da parede, como ocorre em todos os modelos de discretização tradicionais.

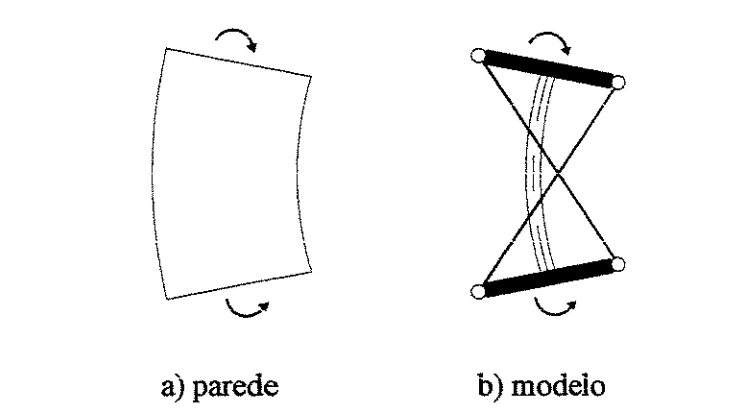


Figura 2.7 – Parede sujeita à flexão uniforme

$$I_c = I_p = \frac{tb^3}{12} \quad \text{...(2.2)}$$

2.5.2 - Rigidez ao Cisalhamento

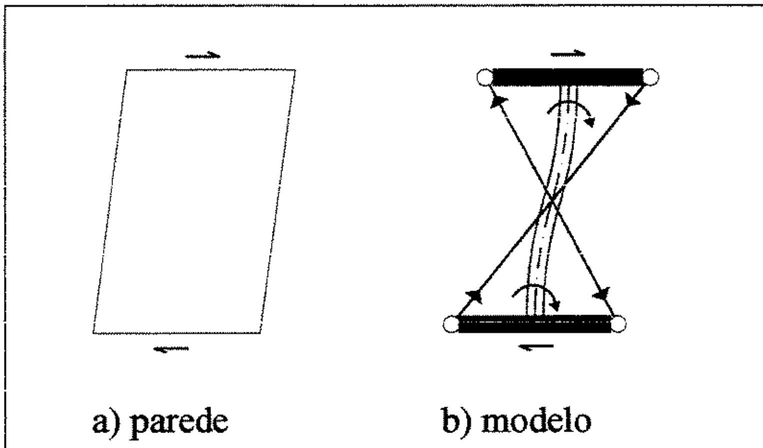


Figura 2.8 – Parede com cisalhamento puro

Sujeitando-se a parede e o modelo a um estado de cisalhamento puro, conforme a figura 2.8, e igualando-se a rigidez ao cisalhamento dos dois elementos, obtém-se a área das diagonais.

A rigidez do modelo é fornecida pela soma das resistências produzidas pelos momentos fletores da coluna central e pelas componentes horizontais das forças normais que aparecem nas diagonais devido às deformações que são submetidas. Igualando-se a resistência ao cisalhamento do modelo a do segmento de parede, temos:

$$\frac{12EI_C}{h^3}+\frac{2EA_d\cos^2\theta}{l}=\frac{btG} {h} \quad (2.3)$$

Como já se conhece o momento de inércia da coluna I_c e considerando-se as expressões de E, A_c, l e a variável auxiliar admensional B a seguir, pode-se determinar a área dos braços diagonais.

$$E = 2(1+\mu)G \quad (2.4)$$

onde μ é o coeficiente de Poisson.

$$A_c = bt;\quad tg\theta=\frac{h}{b};\quad \ell=\frac{h}{sen\,\theta} \quad (2.5)$$

$$B=\frac{h^2}{4b^2(1+\mu)} \quad (2.6)$$

$$\text{Assim,}\quad A_d=\frac{bt}{sen^3\,\theta}(B-0{,}5) \quad (2.7)$$

2.5.3 - Rigidez Axial

Sujeitando-se a parede e o modelo a esforços axiais, conforme a figura 2.9, e comparando-se a rigidez axial da parede e do modelo obtém-se a nova área da coluna:

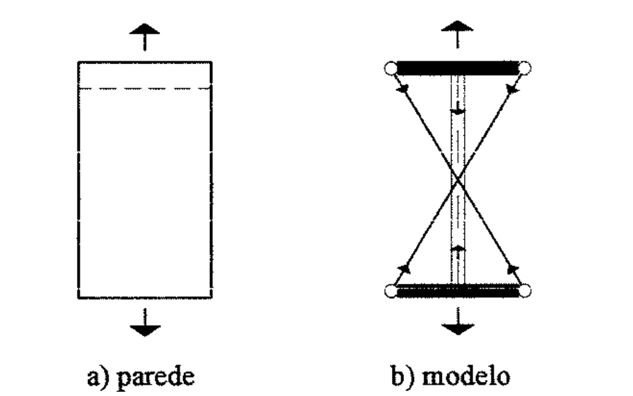


Figura 2.9 – Parede sujeita a esforços axiais

$$\frac{EA_c}{h}+\frac{2EA_d\,sen^2\,\theta}{\ell}=\frac{Ebt}{h} \quad (2.8)$$

substituindo o valor de A_d obtido no item anterior, resulta:

$$A_c = 2bt(1-B) \quad (2.9)$$

2.6 – Alteração do fator de deformação por cisalhamento

Outra maneira para solucionar o problema do momento parasita, proposta por Kwan[10], é apenas alterar diretamente na matriz de rigidez do modelo tradicional, sem as diagonais, o valor do chamado de *fator de deformação por cisalhamento (k)* (expressão 2.13), que normalmente aparece nas expressões dos coeficientes de rigidez das barras quando se considera a deformação por cortante conforme deduzidas no anexo 01.

Para isto, adota-se a mesma hipótese utilizada por Stafford Smith de igualar a rigidez ao cisalhamento do modelo tradicional com a rigidez ao cisalhamento da parede real, quando ambos estiverem sujeitos a um estado de cisalhamento puro. Calcula-se então o novo valor do *fator de deformação ao cisalhamento (k)* para satisfazer tal igualdade.

Como o procedimento proposto é aplicado diretamente à matriz de rigidez do modelo, explicita-se a seguir esta matriz no quadro 2.1, reprodução do quadro A2.1 deduzido no anexo 02.

$$
[\mathbf{Sm}] =
\begin{array}{|cccccccc|c}
\multicolumn{1}{c}{1} & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & \multicolumn{1}{c}{8} & \\
\hline
S2 & \frac{S3}{b} & -\frac{S3}{b} & 0 & -S2 & \frac{S3}{b} & -\frac{S3}{b} & 0 & 1 \\
\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & 0 & -\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & 0 & 2 \\
-\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & 0 & \frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & 0 & 3 \\
0 & 0 & 0 & S6 & 0 & 0 & 0 & -S6 & 4 \\
-S2 & -\frac{S3}{b} & \frac{S3}{b} & 0 & S2 & -\frac{S3}{b} & \frac{S3}{b} & 0 & 5 \\
\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & 0 & -\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & 0 & 6 \\
-\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & 0 & \frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & 0 & 7 \\
0 & 0 & 0 & -S6 & 0 & 0 & 0 & S6 & 8 \\
\hline
\end{array}
$$

Quadro 2.1 – Coeficientes de rigidez do modelo sem diagonais

Onde, S1, S2, ... , S6 valem:

$$S1=\frac{12EI}{(1+k)h^3} \qquad S2=\frac{6EI}{(1+k)h^2} \qquad S3=\frac{EA}{h} \quad \text{.........................(2.10)}$$

$$S4=\frac{(4+k)EI}{(1+k)h} \qquad S5=\frac{(2-k)EI}{(1+k)h} \qquad S6=\frac{G\,Jt}{h} \quad \text{....................(2.11)}$$

Quando este modelo está sujeito a um estado de cisalhamento puro, a resistência oferecida ao deslocamento unitário, ou seu coeficiente de rigidez vale S1, conforme pode ser observado na figura 2.10:

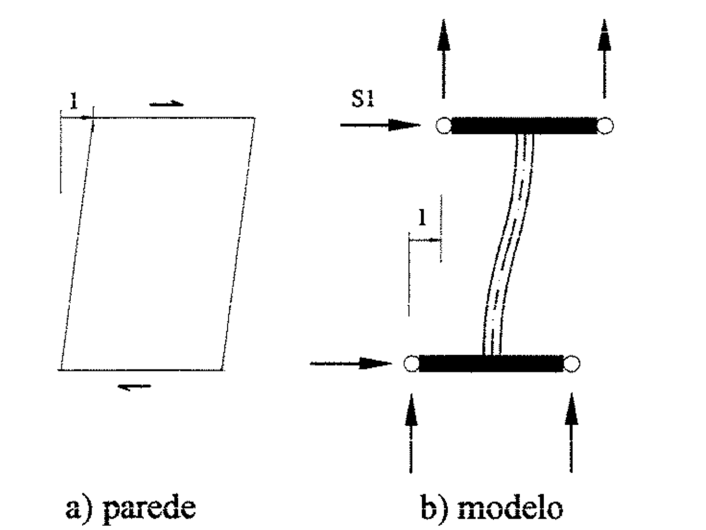


Figura 2.10 – Estados de cisalhamento

$$S1=\frac{12EI}{(1+k)h^3} \quad \text{..(2.12)}$$

onde:

$$k=\frac{12cEI}{GAh^2} \quad \text{..(2.13)}$$

Por seu lado a rigidez real da parede quando sujeita ao mesmo esforço vale:

$$S_{real}=\frac{GA}{h} \quad \text{..(2.14)}$$

Caso estes valores de rigidez sejam iguais, pode-se dizer que o modelo não está mais sendo afetado pelo momento parasita. Para se obter esta igualdade entre as equações (2.13) e (2.14), deve-se determinar um novo valor para o fator admensional k, o qual chamar-se-á de k':

$$\frac{12\,EI}{(1+k')h^3} = \frac{GA}{h} \quad \text{.......(2.15)}$$

Resolvendo para k', obtém-se:

$$k' = \frac{12\,EI}{GA\,h^2} - 1 \quad \text{.......(2.16)}$$

Isto é, **k' = k – 1**, ou seja, basta nos programas que tratam núcleos por procedimento discreto usando modelos tradicionais - sem as barras diagonais - subtrair a unidade nos valores obtidos para *o fator de deformação por cisalhamento (k)* das colunas.

As duas propostas embora aparentemente distintas, na verdade levam a resultados rigorosamente iguais, pois quanto se faz a devida substituição dos valores das características geométricas da coluna central e das diagonais no modelo da figura 2.6 chega-se à mesma matriz de rigidez obtida quanto se substitui k por k', o que pode ser provado e foi verificado em vários casos com exemplos numéricos, chegando-se a resultados idênticos.

2.7 - Incompatibilidade de giro entre parede e lintel

Na maior parte dos modelos de discretização de paredes, a rotação adotada para o nó de união entre parede e lintel é igual a rotação da viga rígida do modelo, que é paralela às fibras horizontais da parede. Entretanto na verdade o lintel se une à face vertical da parede que não terá, necessariamente, o mesmo giro da face horizontal uma vez que a parede sofre distorção devido ao efeito do cisalhamento.

A figura 2.11 mostra um lintel conectado ao elemento de parede - caso a) - e do modelo correspondente - caso b) - quando sujeitos a um estado de cisalhamento. Uma alternativa para minorar este problema é acrescentar uma barra vertical rígida unindo as vigas rígidas horizontais, forçando compatibilizar a rotação da face vertical do lintel com a rotação das fibras verticais da parede, conforme ilustra a figura 2.11 c).

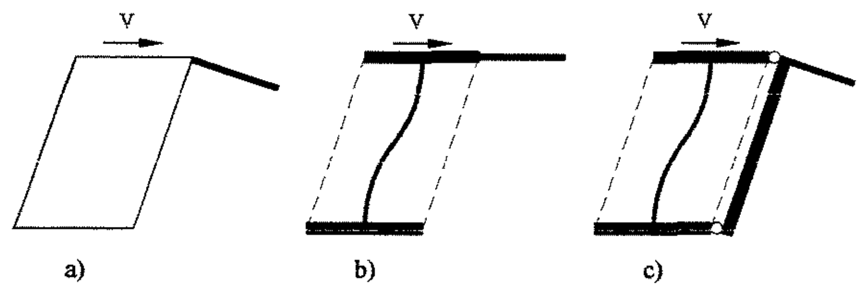


Figura 2.11 – Correção do giro da ligação parede-lintel

O modelo sem o braço rígido vertical – figura 2.11 b) subestima a rotação da conexão parede-lintel, acarretando esforços no lintel, menores dos que os reais, portanto contra a segurança e refletindo no comportamento do núcleo assim modelado, deixando-o mais flexível. Naturalmente as diferenças são mais significativas quanto mais rígidos forem os lintéis e maiores forem as solicitações por cisalhamento.

Rutenberg e colaboradores em seu artigo [21], utilizando processos contínuos, quando compara resultados com os obtidos por processos discretos tradicionais sugere que o fato dos resultados obtidos usando processos discretos estarem sempre aparentando uma relativa diminuição da rigidez à torção dos núcleos é devida em parte à esta incompatibilidade de giro parede-lintel. Os resultados obtidos em um trabalho utilizando processos contínuos, que está em fase de publicação (Departamento de Estruturas, FEC – UNICAMP), de autoria da Engenheira Talita Clemente Magalhães Gomes [08] também conduzem a esta conclusão.

Embora a rotação do braço vertical seja uma aproximação da rotação real do nó - pois a parede apresenta curvatura - seu valor está bem mais próximo do valor usado pelos métodos discretos tradicionais, onde esta rotação é assimilada como a das fibras horizontais do elemento de parede. Esta aproximação devido a curvatura do elemento pode ser ligeiramente melhorada caso se adote dois elementos de parede por andar.

As considerações expostas neste capítulo mostram que o modelo com diagonais, para resolver o momento parasita, e o braço rígido para compatibilizar o giro da ligação parede-lintel melhoraram os modelos tradicionais. O novo modelo obtido é um pouco mais rígido e simula melhor o comportamento real da parede ou núcleo que ele representa.

CAPÍTULO 3

Montagem da estrutura e cálculos finais

Neste capítulo serão determinados os coeficientes de rigidez do modelo de discretização de paredes e núcleos estruturais que minimiza os efeitos do momento parasita, assim como os coeficientes do modelo de lintel que melhore a compatibilidade de giro na ligação parede-lintel. Será também estabelecida a contribuição destes elementos na matriz de rigidez da estrutura, assim como a contribuição de eventuais fundações elásticas. Após determinados os deslocamentos da estrutura, serão calculados os esforços solicitantes e tensões nos elementos de parede, esforços solicitantes nos lintéis e finalmente as reações nos vínculos rígidos e ou elásticos da base, completando a análise.

3.1 – Matriz de rigidez do modelo

Não obstante tenha também o objetivo de considerar os efeitos de segunda ordem, neste capítulo serão considerados apenas os efeitos de uma análise elástico-linear de primeira ordem, deixando para incluir os efeitos de segunda ordem no próximo capítulo.

Seja o modelo da figura 3.1. Conforme foi determinado no capítulo anterior, as características geométricas dos seus elementos valem:

$$I_c = \frac{tb^3}{12} \quad (3.1)$$

$$A_c = 2\,bt\,(1 - B) \quad (3.2)$$

$$A_d = \frac{bt}{\operatorname{sen}^3 \theta}(B - 0.5) \quad (3.3)$$

$$B = \frac{h^2}{(4b^2(1 + \mu))} \quad (3.4)$$

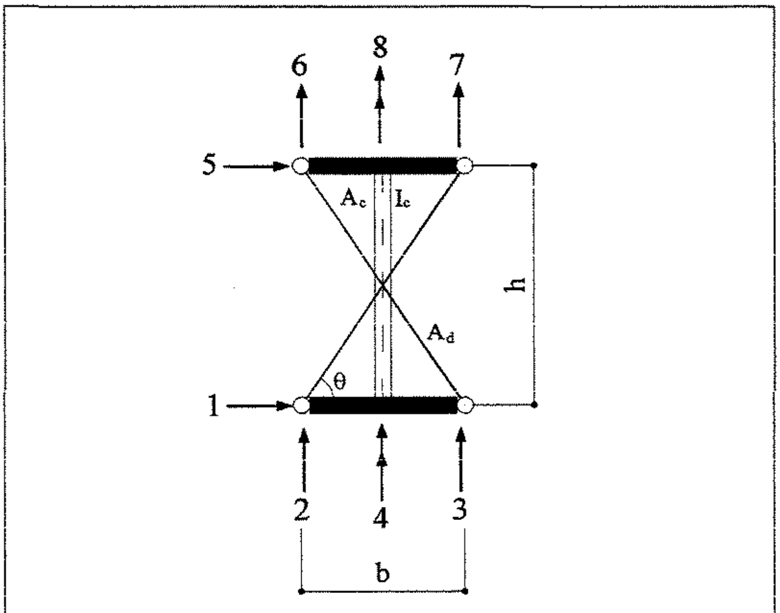


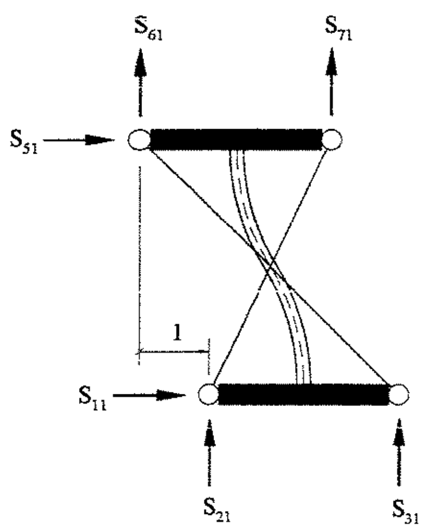
Figura 3.1 – Modelo e suas coordenadas

A matriz de rigidez de um modelo sem as diagonais, que servirá para a determinação dos coeficientes de rigidez do modelo com diagonais, está deduzida no anexo 02 e vale:

$$
[\mathbf{Sm}] =
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccccccc}
S2 & \frac{S3}{b} & -\frac{S3}{b} & 0 & -S2 & \frac{S3}{b} & -\frac{S3}{b} & 0 \\
\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & 0 & -\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & 0 \\
-\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & 0 & \frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & S6 & 0 & 0 & 0 & -S6 \\
-S2 & -\frac{S3}{b} & \frac{S3}{b} & 0 & S2 & -\frac{S3}{b} & \frac{S3}{b} & 0 \\
\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & 0 & -\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & 0 \\
-\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & 0 & \frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & -S6 & 0 & 0 & 0 & S6
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array}
$$

Quadro 3.1 - Coeficientes de rigidez do modelo sem diagonais

Os valores dos coeficientes de rigidez do modelo completo podem ser obtidos a partir dos coeficientes do modelo sem as diagonais, desprezando a deformação por cortante da coluna, e somando as contribuições das diagonais adicionadas. Observando-se que a adição das diagonais não afetam os coeficientes das coordenadas 4 e 8 nem os valores nulos, e em virtude da dupla simetria, a análise dos estados de deslocamentos unitário dados pelas coordenadas 1 e 2 ilustrados na figura 3.2 são suficientes para o cálculo da matriz de rigidez.



a) <u>Coordenada 1</u>

$$S_{11} = S2 + \frac{2EA_d \cos^3\theta}{b}$$

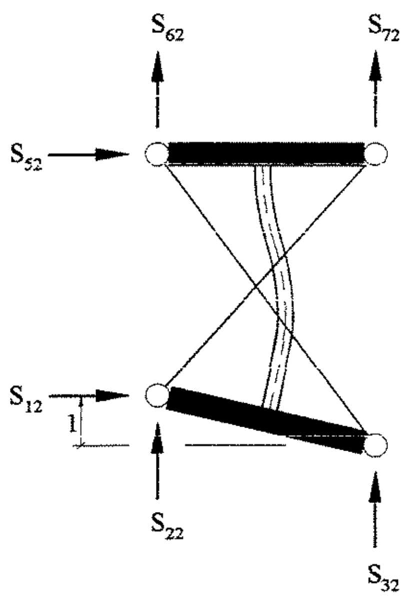
$$S_{21} = \frac{S3}{b} + \frac{EA_d \cos^2\theta \,\mathrm{sen}\,\theta}{b}$$

$$S_{31} = -S_{21}$$

$$S_{51} = -S_{11}$$

$$S_{61} = S_{21}$$

$$S_{71} - -S_{61}$$



b) <u>Coordenada 2</u>

$$S_{12} = \frac{S3}{b} + \frac{EA_d \cos^2\theta \,\mathrm{sen}\,\theta}{b}$$

$$S_{22} = \frac{S4}{b^2} + \frac{S1}{4} + \frac{EA_d \cos\theta \,\mathrm{sen}^2\,\theta}{b}$$

$$S_{32} = -\frac{S4}{b^2} + \frac{S1}{4}$$

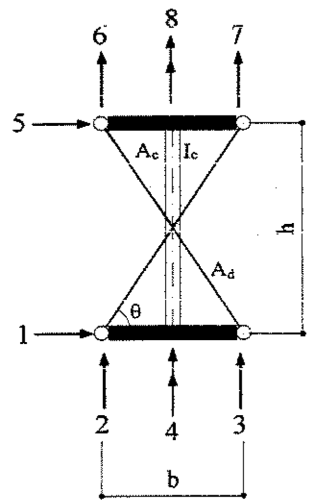
$$S_{52} = -S_{12}$$

$$S_{62} = \frac{S5}{b^2} - \frac{S1}{4}$$

$$S_{72} = -\frac{S5}{b^2} - \frac{S1}{4} - \frac{EA_d \cos\theta \,\mathrm{sen}^2\,\theta}{b}$$

Figura 3.2 – Coeficientes de rigidez

Os valores de S1, S2, S3, S4, S5, S6 são os valores calculados no anexo 01 e resumidos no quadro A1.1. Neste modelo com diagonais é desprezada a deformação por cortante na coluna central e neste capítulo tomaremos os valores correspondentes ao cálculo em primeira ordem. O quadro 3.2 resume os resultados obtidos procurando ser completo para facilitar a fase de programação e eventuais futuras consultas.



$$[SE]=\begin{bmatrix} k1 & k2 & -k2 & 0 & -k1 & k2 & -k2 & 0 \\ k2 & k3 & k4 & 0 & -k2 & k5 & k6 & 0 \\ -k2 & k4 & k3 & 0 & k2 & k6 & k5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k7 & 0 & 0 & 0 & -k7 \\ -k1 & -k2 & k2 & 0 & k1 & -k2 & k2 & 0 \\ k2 & k5 & k6 & 0 & -k2 & k3 & k4 & 0 \\ -k2 & k6 & k5 & 0 & k2 & k4 & k3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k7 & 0 & 0 & 0 & k7 \end{bmatrix}$$

$$k1=+\frac{12EI_c}{h^3}+\frac{2EA_d\cos^3\theta}{b}$$

$$k2=+\frac{6EI_c}{h^2b}+\frac{EA_d\cos^2\theta\,\mathrm{sen}\,\theta}{b}$$

$$k3=+\frac{4EI_c}{hb^2}+\frac{EA_c}{4h}+\frac{EA_d\cos\theta\,\mathrm{sen}^2\theta}{b}$$

$$k4=-\frac{4EI_c}{hb^2}+\frac{EA_c}{4h}$$

$$k5=+\frac{2EI_c}{hb^2}-\frac{EA_c}{4h}$$

$$k6=-\frac{2EI_c}{hb^2}-\frac{EA_c}{4h}-\frac{EA_d\cos\theta\,\mathrm{sen}^2\theta}{b}$$

$$k7=+\frac{GJt}{h}$$

t = espessura da parede

$$I_c=\frac{tb^3}{12}$$

$$A_c=2bt(1-B)$$

$$A_d=\frac{bt}{\mathrm{sen}^3\theta}(B\quad 0.5)$$

$$B=\frac{h^2}{(4b^2(1+\mu))}$$

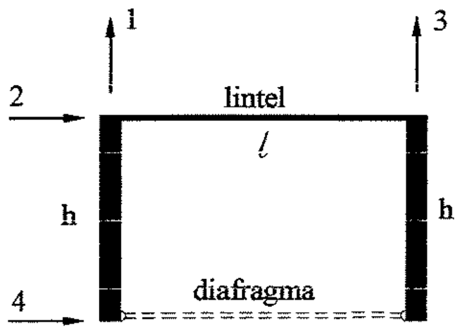
$$G=\frac{E}{2(1+\mu)}$$

μ = coeficiente de Poisson

Quadro 3.2 – Matriz de rigidez do modelo

3.2 – Matriz de rigidez do lintel

A extremidade da viga lintel será considerada engastada na viga rígida do modelo caso o lintel e a parede sejam coplanares e articuladas caso contrário, ou seja, a parede e o lintel não estejam situadas no mesmo plano. Assim poderá ocorrer três tipos de lintéis: articulado-engastado (tipo 1), engastado-articulado (tipo 2) e engastado-engastado (tipo 3). As matrizes de rigidez destes três tipos de lintéis estão deduzidas no anexo 02 (quadros A2.2, A2.3 e A2.4) e serão aqui reproduzidas.

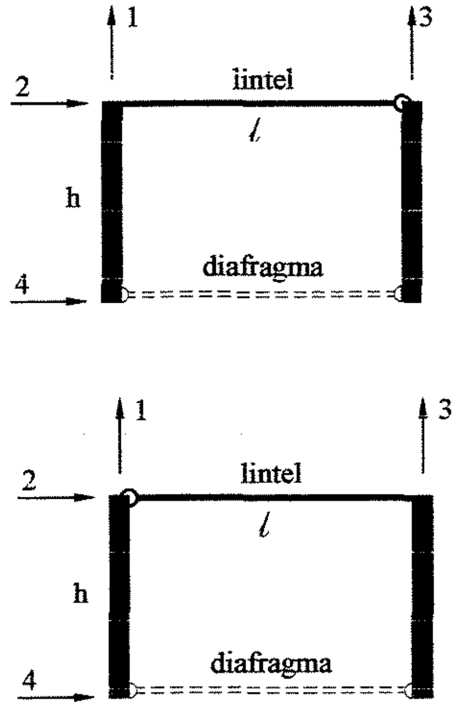


$$[SL] = \begin{bmatrix} S2 & \frac{-2\,S3}{h} & -S2 & \frac{2\,S3}{h} \\ \frac{-2\,S3}{h} & \frac{2\,(S4+S5)}{h^2} & \frac{2\,S3}{h} & -\frac{2\,(S4+S5)}{h^2} \\ -S2 & \frac{2\,S3}{h} & S2 & \frac{-2\,S3}{h} \\ \frac{2\,S3}{h} & -\frac{2\,(S4+S5)}{h^2} & \frac{-2\,S3}{h} & \frac{2\,(S4+S5)}{h^2} \end{bmatrix}$$

$$S2 = \frac{12\,EI'}{\ell^3} \qquad S3 = \frac{6\,EI'}{\ell^2} \qquad S4 = \frac{4\,EI'}{\ell} \qquad S5 = \frac{2\,EI'}{\ell}$$

$$I' = \frac{I}{1+k} \qquad k = \frac{12\,c\,EI}{GA\,\ell^2} \qquad c = \frac{1{,}2+1{,}1\mu}{1+\mu} \text{ (fator de forma)}$$

Quadro 3.3 – lintel tipo 3 – engastado-engastado



$$[SL] = \begin{bmatrix} Sr1 & -\dfrac{Sr2}{h} & -Sr1 & \dfrac{Sr2}{h} \\ -\dfrac{Sr2}{h} & \dfrac{Sr3}{h^2} & \dfrac{Sr2}{h} & -\dfrac{Sr3}{h^2} \\ -Sr1 & \dfrac{Sr2}{h} & Sr1 & -\dfrac{Sr2}{h} \\ \dfrac{Sr2}{h} & -\dfrac{Sr3}{h^2} & -\dfrac{Sr2}{h} & \dfrac{Sr3}{h^2} \end{bmatrix}$$

$$Sr1 = \frac{12EI}{\ell^3(4+k)} \qquad Sr2 = \frac{12EI}{\ell^2(4+k)}$$

$$Sr3 = \frac{12EI}{\ell(4+k)}$$

$$k = \frac{12\,cEI}{GA\ell^2} \qquad c = \frac{1{,}2+1{,}1\mu}{1+\mu}$$

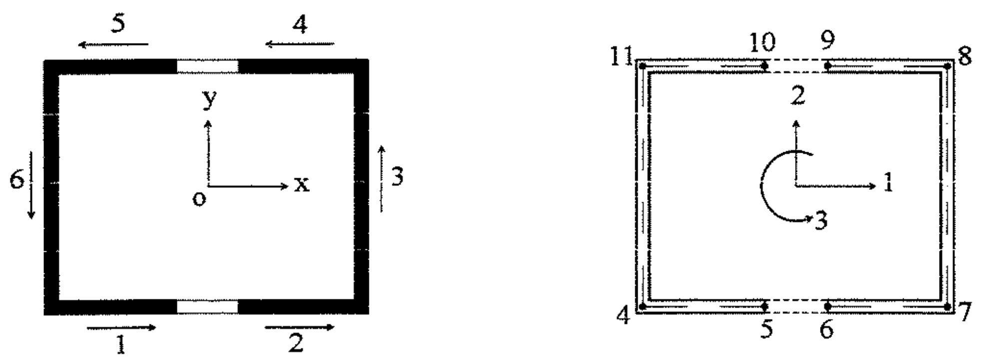
Quadro 3.4 – lintel tipo 2 e 1 – engastado-articulado e articulado-engastado

3.3 – Sistema de coordenadas globais.

Neste item serão definidas a ordem para numeração dos painéis e diafragmas para o estabelecimento do sistema de coordenadas globais da estrutura.

As **np** paredes ou painéis, que formam os núcleos, são numeradas seqüencialmente a partir de 1, com orientação arbitrária. Os **na** andares são numerados de baixo para cima, assim como os **nf** diafragmas, que serão iguais ao número de andares mais um, pois a base também será considerada como diafragma. As **nl** prumadas de lintéis – cada uma com **nf** lintéis – podem ser orientadas arbitrariamente e são numeradas a partir de 1. Tanto os painéis como os lintéis devem ser olhados de frente.

Escolhe-se arbitrariamente, no plano da base, um ponto que será a origem de um sistema cartesiano ortogonal **xyz**, com os eixos x e y contidos no plano e o z ortogonal a ele, orientado da base para o topo, conforme ilustra a figura 3.3 a). A partir da origem **O** definem-se as coordenadas 1 e 2, paralelas aos eixos x e y respectivamente, que representam as translações dos diafragmas nestas direções, e a coordenada 3, representando o giro do diafragma em torno do eixo z. Para todas as **nj** extremidades ou interseções dos painéis, no plano da base, são atribuídas coordenadas verticais, positivas no sentido de **Oz**, numeradas a partir de 4. O primeiro diafragma terá portanto **nd = 3 + nj** coordenadas deslocamento, conforme indicado na figura 3.3 b).



a) planta típica, numeração e orientação dos painéis

b) coordenadas deslocamentos

Figura 3.3 – Planta típica e coordenadas de um núcleo.

Seguindo a mesma sistemática são definidas **nd** coordenadas para todos os outros diafragmas, sempre tomando como origem para as três primeiras o ponto de interseção entre o eixo z com o respectivo diafragma. Assim o numeral de uma coordenada qualquer de um determinado diafragma será sempre o número da coordenada correspondente do diafragma inferior acrescida do valor **nd**. e o número total de coordenadas do núcleo será dado por **n = nd x nf.**

3.4 – Contribuição dos elementos de parede na matriz de rigidez do sistema.

Através dos valores das coordenadas das extremidades de uma parede genérica, orientada no sentido jj, jk, conforme mostra a figura 3.4, determinam-se os dados relativos ao seu vetor posição **u**, conforme as expressões:

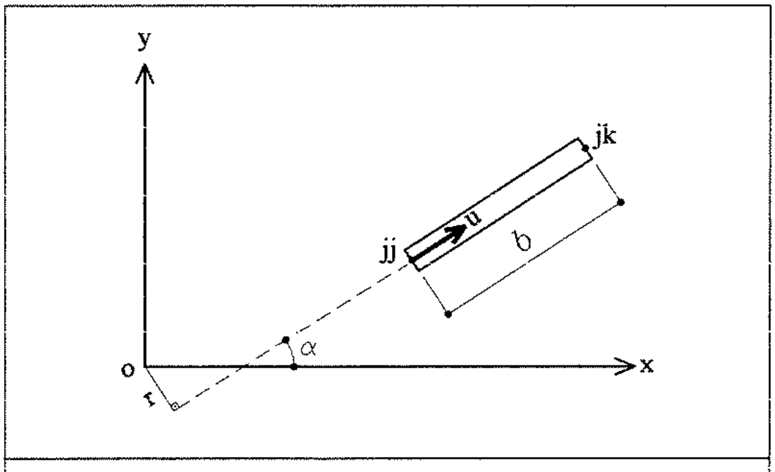


Figura 3.4 – Vetor posição de uma parede genérica.

$$b = \sqrt{(x_{jk} - x_{jj})^2 + (y_{jk} - y_{jj})^2} \quad \ldots\ldots(3.5)$$

$$c = \cos\alpha = \frac{x_{jk} - x_{jj}}{b} \quad \ldots\ldots(3.6)$$

$$s = \operatorname{sen}\alpha = \frac{y_{jk} - y_{jj}}{b} \quad \ldots\ldots(3.7)$$

$$r = x_{jj}\operatorname{sen}\alpha - y_{jj}\cos\alpha \quad \ldots\ldots(3.8)$$

Com estes dados pode-se determinar a submatriz $[T]_i$ da matriz de transformação **T** que relaciona os deslocamentos **D** dos elementos das paredes com os deslocamentos **V** do sistema, segundo a expressão **D = T.V**.

Os valores de uma coluna genérica da submatriz $[T]_i$ são os deslocamentos obtidos no elemento (coordenadas locais) quando se aplica no sistema um deslocamento unitário na coordenada global correspondente ao índice da coluna, mantendo-se todos os outros deslocamentos nulos. Aplicando-se este procedimento obtém-se os seguintes valores para os coeficientes de $[T]_i$, com c, s e r conforme (3.6), (3.7) e (3.8) respectivamente:

	diafragma inferior								diafragma superior							
1	c	s	r	...	0	...	0	...	0	0	0	...	0	...	0	...
2	0	0	0	...	1	...	0	...	0	0	0	...	0	...	0	...
3	0	0	0	...	0	...	1	...	0	0	0	...	0	...	0	...
4	0	0	1	...	0	...	0	...	0	0	0	...	0	...	0	...
5	0	0	0	...	0	...	0	...	c	s	r	...	0	...	0	...
6	0	0	0	...	0	...	0	...	0	0	0	...	1	...	0	...
7	0	0	0	...	0	...	0	...	0	0	0	...	0		1	...
8	0	0	0	...	0	...	0	...	0	0	1	...	0	...	0	...
	1	2	3		jj	...	jk	...	1	2	3	...	jj	...	jk	...

$\longleftarrow$ nd colunas $\longrightarrow\longleftarrow$ nd colunas $\longrightarrow$

... significam elementos nulos ....(3.9)

A submatriz $\mathbf{T_i}$ tem dimensão 8 x 2nd. A numeração das colunas da submatriz $\mathbf{T_i}$ inicia em (ia - 1) x nd + 1, onde ia é o índice do andar. Assim, aos números indicados nas colunas de $\mathbf{T_i}$, devem ser somados o valor (ia - 1) x nd nas primeiras nd colunas e (ia - 1) x nd + nd nas nd últimas; jj e jk são o nó inicial e final da parede ou painel **p** que contém o elemento **i** e correspondem às coordenadas verticais.

A contribuição de todos os elementos de parede **i** na matriz de rigidez do sistema, é obtida através da expressão:

$$[S]=\sum_{p=1}^{np}\ \sum_{a=1}^{na}\ [T]_i^t\cdot[SE]\cdot[T]_i \qquad (3.10)$$

na qual:

$[T]_i$ é a submatriz correspondente ao elemento **i** da matriz de transformação **T**, que relaciona os deslocamentos **D** dos elementos com os deslocamentos **V** do sistema, segundo a expressão $\mathbf{D}=\mathbf{T}\cdot\mathbf{V}$;

[SE] é a matriz de rigidez do elemento **i** conforme dada no quadro 3.2;

$[T]_i^t$ é a transposta de $[T]_i$.

No quadro 3.4 estão indicados os valores que resultam do duplo produto matricial da expressão (3.10), correspondente a apenas uma parcela do somatório. Neste quadro, que tem o propósito de facilitar a programação, c, s e r são os elementos do vetor posição do painel e k1, k2, ... , k7 são os valores dos coeficientes de rigidez do elemento.

(ia-1)nd+ →	+1	+2	+3		+jj		+jk		+nd+1	+nd+2	+nd+3		+nd+jj		+nd+jk	
+1	cck1	csk1	crk1	- - - -	ck2	- - - -	-ck2	- - - -	-cck1	-csk1	-crk1	- - - -	ck2	- - - -	-ck2	- - - -
+2	csk1	ssk1	srk1	- - - -	sk2	- - - -	-sk2	- - - -	-csk1	-ssk1	-srk1	- - - -	sk2	- - - -	-sk2	- - - -
+3	crk1	srk1	rrk1+k7	- - - -	rk2	- - - -	-rk2	- - - -	-crk1	-srk1	-rrk1-k7	- - - -	rk2	- - - -	-rk2	- - - -
+jj	ck2	sk2	rk2	- - - -	k3	- - - -	k4	- - - -	-ck2	-sk2	-rk2	- - - -	k5	- - - -	k6	- - - -
+jk	-ck2	-sk2	-rk2	- - - -	k4	- - - -	k3	- - - -	ck2	sk2	rk2	- - - -	k6	- - - -	k5	- - - -
+nd+1	-cck1	-csk1	-crk1	- - - -	-ck2	- - - -	ck2	- - - -	cck1	csk1	crk1	- - - -	-ck2	- - - -	ck2	- - - -
+nd+2	-csk1	-ssk1	-srk1	- - - -	-sk2	- - - -	sk2	- - - -	csk1	ssk1	srk1	- - - -	-sk2	- - - -	sk2	- - - -
+nd+3	-crk1	-srk1	-rrk1-k7	- - - -	-rk2	- - - -	rk2	- - - -	crk1	srk1	rrk1+k7	- - - -	-rk2	- - - -	rk2	- - - -
+nd+jj	ck2	sk2	rk2	- - - -	k5	- - - -	k6	- - - -	-ck2	-sk2	-rk2	- - - -	k3	- - - -	k4	- - - -
+nd+jk	-ck2	-sk2	-rk2	- - - -	k6	- - - -	k5	- - - -	ck2	sk2	rk2	- - - -	k4	- - - -	k3	- - - -

Quadro 3.5 - contribuição dos elementos na matriz de rigidez

3.5 – Contribuição dos lintéis na matriz de rigidez do sistema.

Seja um lintel genérico i, orientado no sentido do nó j1 para o j2. Através das coordenadas destes nós, igualmente ao que foi feito para os painéis, obtêm-se o seu comprimento e os elementos do seu vetor posição **u**, que valem:

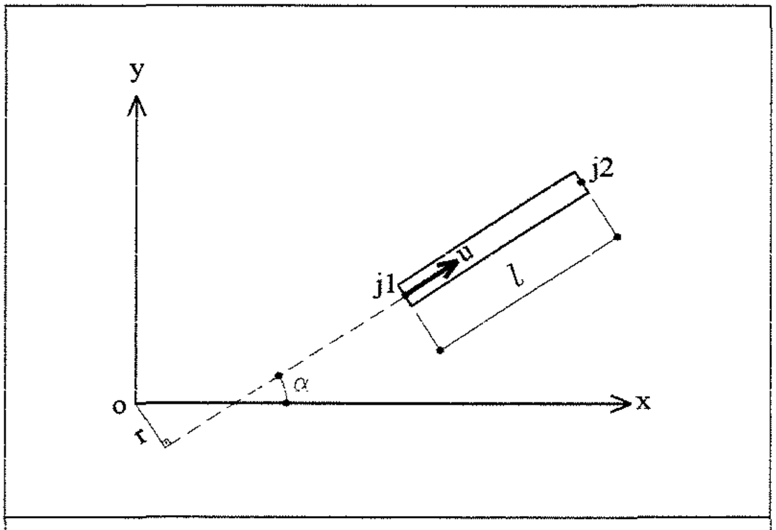


Figura 3.5 – Vetor posição de um lintel genérico.

$$\ell = \sqrt{(x_{j2} - x_{j1})^2 + (y_{j2} - y_{j1})^2} \qquad (3.11)$$

$$c = \cos\alpha = \frac{x_{j2} - x_{j1}}{\ell} \qquad (3.12)$$

$$s = \operatorname{sen}\alpha = \frac{y_{j2} - y_{j1}}{\ell} \qquad (3.13)$$

$$r = x_{j1}\operatorname{sen}\alpha - y_{j1}\cos\alpha \qquad (3.14)$$

A matriz de transformação $[B]_i$ que relaciona os deslocamentos de um lintel com os deslocamentos do sistema é determinada de maneira análoga ao que foi feito para o caso de um elemento de parede, e vale:

$$
\begin{array}{c|cccc|cccccccc|}
 & \multicolumn{4}{c}{\text{diafragma inferior}} & \multicolumn{8}{c}{\text{diafragma superior}} \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots \\
2 & 0 & 0 & 0 & \dots & c & s & r & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\
3 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots \\
4 & c & s & r & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\
\hline
\multicolumn{1}{c}{} & 1 & 2 & 3 & \multicolumn{1}{c}{} & 1 & 2 & 3 & & j1 & & j2 & \multicolumn{1}{c}{} \\
\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{4}{c}{\leftarrow \text{nd colunas} \rightarrow} & \multicolumn{8}{c}{\leftarrow \text{nd colunas} \rightarrow}
\end{array}
$$

... significam elementos nulos ....(3.15)

Aos números indicados nas colunas de $\mathbf{B}_i$ deve-se somar (if - 1) x nd; j1e j2 são os pontos nodais à esquerda e direita do lintel e if é o índice do diafragma corrente.

Seja nl o número de prumadas (orientadas) de lintéis e i (i = 1, ..., nf) um lintel genérico de uma prumada p, contido no diafragma f, ligando os pontos j1 e j2. Chamando de **SL** a matriz de rigidez deste lintel, a contribuição de todos os lintéis i na matriz de rigidez do sistema, como no caso anterior, pode ser obtida pela expressão:

$$[S]=\sum_{\ell=1}^{n\ell}\sum_{f=1}^{nf}[B]_i^t\cdot[SL]\cdot[B]_i \quad \text{......................................(3.16)}$$

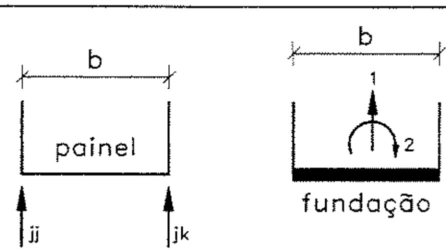
Com a finalidade de facilitar a programação o quadro 3.6 contém o resultado do duplo produto matricial da expressão (3.16), onde c, s e r são os parâmetros da posição do lintel conforme (3.12), (3,13) e (3,14) e os números entre parêntesis (ij) correspondem aos coeficientes de rigidez SL(i,j) fornecidos nos quadros 3.2 e 3.3, para lintéis bi-engastados ou com uma extremidade articulada.

(if-1)nd+ →		+1	+2	+3		+nd+1	+nd+2	+nd+3		+nd+j1		+nd+j2		
+1	- - -	(44) cc	(44) sc	(44) cr	- - - -	(24) cc	(24) sc	(24) cr	- - - -	(14) c	- - - -	(34) c	- - - -	- - -
+2	- - -	(44) sc	(44) ss	(44) sr	- - - -	(24) sc	(24) ss	(24) sr	- - - -	(14) s	- - - -	(34) s	- - - -	- - -
+3	- - -	(44) cr	(44) sr	(44) rr	- - - -	(24) cr	(24) sr	(24) rr	- - - -	(14) r	- - - -	(34) r	- - - -	- - -
+nd+1	- - -	(24) cc	(24) sc	(24) cr	- - - -	(22) cc	(22)sc	(22) cr	- - - -	(12) c	- - - -	(23) c	- - - -	- - -
+nd+2	- - -	(24) sc	(24) ss	(24) sr	- - - -	(22) sc	(22) ss	(22) rr	- - - -	(12) s	- - - -	(23) s	- - - -	- - -
+nd+3	- - -	(24)cr	(24) sr	(24) rr	- - - -	(22) rc	(22) sr	(22) rr	- - - -	(12) r	- - - -	(23) r	- - - -	- - -
+nd+j1	- - -	(14) c	(14) s	(14) r	- - - -	(12) c	(12) s	(12) r	- - - -	(11)	- - - -	(13)	- - - -	- - -
+nd+j2	- - -	(34) c	(34) s	(34) r	- - - -	(32) c	(32) s	(32) r	- - - -	(13)	- - - -	(33)	- - - -	- - -

Quadro 3.6 – Contribuição dos lintéis na matriz de rigidez

3.6 – Contribuição de fundação elástica

No diafragma da base as três primeiras coordenadas serão sempre bloqueadas, as demais, correspondentes aos deslocamentos verticais, poderão ter deslocamentos caso se considere fundação elástica. A figura 3.6 mostra um painel genérico "p", de extremidades **jj** e **jk**, cuja fundação tem coeficientes de rigidez à translação **rv** e a rotação **rθ**. A contribuição desta fundação na matriz de rigidez do núcleo é dada por:



$$Tf = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/b & -1/b \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} r_v & 0 \\ 0 & r_\theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} jj & jk \end{matrix}$$

Figura 3.6 – Coordenadas da fundação elástica

$$[S] = [Tf]^t\,[R]\,[T] \qquad (3.17)$$

Onde [Tf] é a matriz de transformação da fundação do painel "p", que relaciona os deslocamentos **D** da fundação com os deslocamentos **V** do sistema e **R** é a matriz de rigidez da fundação.

Como a fundação ocorre apenas no primeiro diafragma, nenhuma parcela deve ser somada aos índices das colunas de [T] e naturalmente cada painel com fundação elástica contribui com suas respectivas parcelas na matriz [S] do sistema.

3.7 – Cálculo dos deslocamentos

A matriz de rigidez obtida é singular pois as restrições de apoio ainda não foram impostas. Uma maneira usual para se levar em consideração a presença de um vínculo rígido segundo uma coordenada **i**, é anular os coeficientes S(i,j) para $i \neq j$, eliminando-se a influência da coordenada **i** nas demais e anulando-se também a ação externa A(i). Com isto o sistema de equações **A = S V**, que fornece o vetor deslocamentos **V** da estrutura, deixará de ser singular e resultarão deslocamentos nulos segundo as coordenadas **i** correspondentes aos vínculos rígidos.

3.8 – Reações de apoio

Seja **SR** (nd x 2nd) a submatriz de **S** correspondente às nd primeiras linhas e 2nd primeiras colunas de **S** e **VR** (2nd x 1) a submatriz de **V**, correspondente às 2nd primeiras linhas de **V**. O produto **SR · VR** fornece as ações aplicadas nos vínculos da base, ou seja, as reações de apoio no caso de vínculos rígidos e para os vínculos elásticos resultarão os esforços transmitidos pelas "molas" da fundação elástica.

A matriz **SR** deve ser retirada de **S** antes das contribuições da fundação elástica, pois caso contrário obter-se-á valor nulo para os esforços nos vínculos elásticos como se fossem vínculos livres. Este procedimento, ou seja, reservar a submatriz **SR** antes da contribuição da fundação elástica por fornecer resultados completos foi o usado no programa elaborado com as hipóteses desenvolvidas neste trabalho.

É conveniente notar que a matriz de rigidez é simétrica e em banda e pode ser armazenada em arranjo retangular apenas a banda superior. Naturalmente este fato deve ser considerado na fase da programação fazendo-se as adaptações necessárias. Cuidado especial na elaboração do programa deve ser tomado principalmente nas contribuições dos painéis e lintéis na matriz [S] armazenada em banda pois eles têm orientações arbitrárias e o nó inicial pode ter numeral superior ao nó final. Toma-se a liberdade de lembrar que todo esforço adicional usado na elaboração do programa para simplificar a preparação dos dados é realizado apenas uma vez e será altamente recompensado na fase de utilização.

3.9 – Esforços nos lintéis e elementos de parede.

Com os deslocamentos translação vertical e rotação nas extremidades j1 e j2 da viga lintel – vetor {d} - extraídos do subvetor {v} dos deslocamentos do sistema correspondentes ao lintel, os esforços momento fletor e força cortante nas extremidades – vetor {e} - são obtidos através da equação {e} = [s] {d}. A matriz de rigidez [s] de uma barra simples - deve levar em conta se o lintel é engastado-engastado, engastado-articulado ou articulado-engastado. Os coeficientes para os três casos estão fornecidos no anexo 02.

O produto $[B]_i$ $\{V\}_i$, com $[B]_i$ conforme (3.15), fornece o vetor $\{\underline{d}\}$ dos deslocamentos de um lintel genérico i, segundo o sistema de coordenadas indicado no quadro 3.3 ou quadro 3.4. Um novo produto [T] $\{\underline{d}\}$ com [T] - conforme anexo 02, (A2.18), (A2.20) ou (A2.21) - fornece os deslocamentos {d} (4x4) segundo o sistema de coordenadas usuais de barras sem considerar a coordenada axial.

Os esforços nas extremidades da viga lintel, nas coordenadas usuais são determinados pela equação {e} = [s] {d}. A matriz de rigidez [s] de uma barra deve levar em conta o tipo de lintel.

Como as matrizes de transformação são esparsas, os produtos matriciais que as envolvem podem ser realizados manualmente, usando-se o resultado diretamente no programa, economizando memória e tempo de computação.

Como o braço rígido vertical acrescentado à extremidade do lintel está ligado ao diafragma inferior e como os lintéis do primeiro diafragma não possuem diafragma inferior, eles devem ser tratados de maneira especial. Caso a fundação seja rígida, os lintéis do primeiro diafragma não se deformam, não influindo portanto no comportamento do núcleo. Caso a fundação seja elástica, ocorrerão deslocamentos verticais nas extremidades das vigas rígidas adjacentes ao lintel e neste caso para o giro de cada extremidade de um lintel – necessário para o cálculo dos seus esforços solicitantes – deve-se usar o valor obtido para a rotação vertical da viga rígida que está conectada à extremidade em questão do lintel.

Os esforços e tensões em um elemento de parede serão determinados na seção transversal eqüidistante de dois diafragmas consecutivos (seção média de um andar), pois dependem também dos esforços nas coordenadas verticais situadas nas extremidades das vigas. Cada esforço vertical é resultante das tensões elementares de cisalhamento que atuam ao longo do seu comprimento de influência, que se estende entre as seções médias dos andares adjacentes.

O momento resultante na seção a meia altura de um segmento de parede é a média dos momentos fletores nas extremidades do elemento. É interessante notar que no cálculo desta média as contribuições das barras diagonais desaparecem.

A resultante da força axial é a soma das forças nas coordenadas verticais com as componentes nesta direção das forças normais nas barras diagonais. Como a rigidez axial da parede real é idêntica a do modelo, o esforço normal também pode ser determinado através do produto da rigidez axial da parede pela variação da sua altura.

A resultante da força cortante, igual nas duas extremidades é, em cada extremidade a soma das força na coordenada horizontal respectiva com as componentes horizontais das forças nas barras diagonais. No caso de haver lintéis conectados à parede, deve ser considerada também a contribuição da força horizontal correspondente a coordenada dois do lintel.

Como se verá no capítulo 04, os cálculos consideram os efeitos de segunda ordem, pois o programa usa as funções de rigidez e os cálculos finais devem usar estes coeficientes afetados pelo efeito da força normal para que o efeito de segunda ordem seja considerado da maneira mais realista possível.

O programa elaborado fornece como resultado final os deslocamentos dos diafragmas – duas translações e uma rotação – os deslocamentos verticais dos pontos nodais, os esforços solicitantes nas extremidades dos lintéis, os esforços e tensões nas seções médias das colunas e as reações de apoio nos vínculos da base, indicando se o respectivo vínculo é rígido ou elástico.

CAPÍTULO 4

Efeito de segunda ordem nas colunas

4.1 - Introdução

Como se viu no capítulo 01 alguns edifícios são concebidos tendo como elemento estrutural principal o núcleo de concreto armado e este fica com a responsabilidade de absorver a maior parte dos esforços que resultam das cargas atuantes. Nestes casos os esforços normais devido aos valores relativamente elevados que alcançam, podem influir de maneira sensível nos coeficientes de rigidez das colunas.

A presença do esforço normal em uma barra fletida causa variação nos momentos fletores, sendo este efeito denominado efeito de segunda ordem.

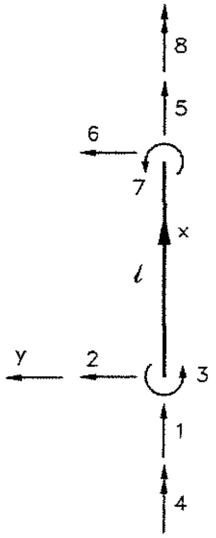
Como os esforços normais nas colunas são determinados através dos deslocamentos axiais nas suas extremidades e a priori não se conhece seus valores, não é possível no primeiro momento avaliar a sua influência nos coeficientes de rigidez. Efetuando-se os cálculos pela teoria simples de primeira ordem, determinam-se os deslocamentos e com eles as normais. Após a determinação dessas forças, a matriz de rigidez da estrutura deve ser recalculada e com os novos deslocamentos determinados, novas forças normais, que serão diferentes das anteriores. Assim o processo deve ser repetido de maneira cíclica, até que duas análises sucessivas apresentem os mesmos resultados a menos de uma tolerância pré-estabelecida.

A comparação de resultados entre um ciclo e o anterior será efetuada nos esforços normais, pois são eles que afetam os coeficientes de rigidez. A tolerância na diferença entre dois resultados consecutivos no programa elaborado é opção do analista, isto é, junto com o nome do arquivo com os dados e nome do arquivo para impressão dos resultados deve ser fornecida a tolerância desejada para interrupção dos ciclos. Estas informações são fornecidas via teclado em resposta a perguntas formuladas pelo programa. Tolerância nula não considera a influência da normal e tolerâncias muito baixas podem - em casos muito raros - conduzir a um grande número de ciclos ou até a não convergência, por problemas numéricos do computador. Por esse motivo o programa após 20 ciclos completos continua a análise sem recalcular a matriz de rigidez, imprimi os resultados - confiáveis após 20 ciclos - e uma mensagem.

4.2 - Coeficientes de rigidez considerando a força normal

A dedução dos coeficientes de rigidez de uma barra com oito coordenadas considerando os efeitos $P\Delta$, $P\delta$ e a deformação por força cortante para os casos P de compressão, P nulo e P de tração, conforme determinadas por Serra [21], encontra-se no anexo 01 deste trabalho. Por ser longa, optou-se por não apresentá-la diretamente neste capítulo. As expressões obtidas foram resumidas no quadro A1.1 do anexo 1, o qual está repetido a seguir como quadro 4.1.

Como o modelo adotado no presente trabalho para discretização do núcleo não considera diretamente a deformação por força cortante nas colunas, deve-se desprezar na formulação proposta esta influência nos coeficientes de rigidez das colunas. Isto é feito simplesmente adotando-se valor nulo para o fator de forma c.



$$
\begin{Bmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \\ E5 \\ E6 \\ E7 \\ E8 \end{Bmatrix}
=
\begin{array}{c}
\\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
S1 & 0 & 0 & 0 & -S1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & S2 & S3 & 0 & 0 & -S2 & S3 & 0 \\
0 & S3 & S4 & 0 & 0 & -S3 & S5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & S6 & 0 & 0 & 0 & -S6 \\
-S1 & 0 & 0 & 0 & S1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -S2 & -S3 & 0 & 0 & S2 & -S3 & 0 \\
0 & S3 & S5 & 0 & 0 & -S3 & S4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -S6 & 0 & 0 & 0 & S6
\end{bmatrix}
\end{array}
\cdot
\begin{Bmatrix} D1 \\ D2 \\ D3 \\ D4 \\ D5 \\ D6 \\ D7 \\ D8 \end{Bmatrix}
$$

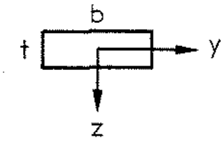
	Compressão (P<0)	P=0	Tração (P>0)
S1	$\dfrac{EA}{\ell}$	$\dfrac{EA}{\ell}$	$\dfrac{EA}{\ell}$
S2	$EI\ \dfrac{a^2\alpha^3 \operatorname{sen}\alpha\ell}{\Phi_c}$	$\dfrac{12EI'}{\ell^3}$	$EI\ \dfrac{a^2\alpha^3 \operatorname{senh}\alpha\ell}{\Phi_t}$
S3	$EI\ \dfrac{a\alpha^2(1-\cos\alpha\ell)}{\Phi_c}$	$\dfrac{6EI'}{\ell^2}$	$EI\ \dfrac{a\alpha^2(\cosh\alpha\ell-1)}{\Phi_t}$
S4	$EI\ \dfrac{\alpha(\operatorname{sen}\alpha\ell - a\alpha\ell\cos\alpha\ell)}{\Phi_c}$	$(4+k)\ \dfrac{EI'}{\ell}$	$EI\ \dfrac{\alpha(a\alpha\ell\cosh\alpha\ell - \operatorname{senh}\alpha\ell)}{\Phi_t}$
S5	$EI\ \dfrac{\alpha(a\alpha\ell - \operatorname{sen}\alpha\ell)}{\Phi_c}$	$(2-k)\ \dfrac{EI'}{\ell}$	$EI\ \dfrac{\alpha(\operatorname{senh}\alpha\ell - a\alpha\ell)}{\Phi_t}$
S6	$\dfrac{GJ_t + Pr^2}{\ell}$	$\dfrac{GJ_t}{\ell}$	$\dfrac{GJ_t + Pr^2}{\ell}$

$\Phi_c = 2 - 2\cos\alpha\ell - a\alpha\ell \operatorname{sen}\alpha\ell$ $\qquad$ $\Phi_t = 2 - 2\cosh\alpha\ell + a\alpha\ell \operatorname{senh}\alpha\ell$

$a = 1 + \dfrac{cP}{GA}$ $\qquad$ $\alpha = \sqrt{\dfrac{|P|}{aEI}}$ $\qquad$ $I' = \dfrac{I}{1+k}$ $\qquad$ $k = \dfrac{12cEI}{GA\ell^2}$ $\qquad$ $r^2 = \dfrac{I}{A}$

c=fator de forma

Caso seção transversal retangular:



ν = coeficiente de Poisson

$A = tb$ $\qquad$ $I = \dfrac{tb^3}{12}$ $\qquad$ $c = \dfrac{12+11\nu}{10(1+\nu)}$ $\qquad$ $J_t = C1 \cdot bt^3$ $\qquad$ $C1 = \dfrac{1}{3}\left(1 - 0{,}63\,\dfrac{t}{b}\right)$

Quadro 4.1 – Coeficientes de rigidez - formulário

CAPÍTULO 5

Exemplos

Inicialmente com a finalidade de mostrar a validade e versatilidade do modelo, serão feitas comparações de resultados com um caso de análise de chapas em problemas bidimensionais apresentado por Timoshenko [27] em seu livro de Teoria da Elasticidade.

A seguir, os outros exemplos apresentarão alguns resultados obtidos com o novo modelo na resolução de vários núcleos. Procurou-se utilizar exemplos de núcleos já analisados por outros autores, para possibilitar a comparação dos resultados.

O segundo exemplo analisa um mesmo núcleo com dois tipos de lintéis - "fraco" e "forte" - sob o efeito de torção, o que permite verificar a influência da rigidez dos lintéis no comportamento do núcleo. O terceiro exemplo compara resultados com dados experimentais e outros resultados de análise; no quarto exemplo o núcleo está submetido a esforços laterais; o quinto exemplo analisa a influência da fundação elástica e no sexto, um mesmo núcleo, com e sem lintéis está submetido a grandes cargas verticais além da lateral devido ao vento. Este exemplo permite mostrar a influência dos efeitos de segunda ordem em núcleos de seção aberta e parcialmente fechadas por lintéis. O sétimo exemplo trata um núcleo mais genérico, concebido por Serra [22], constituído de dois poços de elevador e escada, que além da comparação dos resultados, terá seus arquivos de entrada dos dados e saída completa dos resultados incluída no anexo 03.

Os resultados numéricos do programa e, na medida do possível, os obtidos por outros autores serão apresentados em gráficos acompanhados de tabelas. As tabelas devido a exatidão permitem uma perfeita comparação dos resultados enquanto que os gráficos facilitam a sua visualização.

5.1 - Exemplo número 1

Na comparação de resultados com os obtidos por Timoshenko [27], como no original estão literais, os valores numéricos usados foram adotados sem compromisso com unidades.

Na chapa mostrada na figura 5.1.1 a), as tensões indicadas são determinadas segundo as equações apresentadas na própria figura. A chapa foi modelada em quatro painéis e oito andares, conforme figura 5.1.1 b). Com os valores adotados: $\ell = 16$, $c = 4$, espessura unitária e $k = 2$, todos os elementos terão dimensão 2x2x1 e resultam para as cargas aplicadas nas coordenadas do sistema discretizado, os valores indicadas na figura 5.1.1 b).

As tabelas 5.1.1 e 5.1.2 resumem os resultados obtidos pelo programa e os calculados usando as expressões da Teoria da Elasticidade conforme Timoshenko. Por apresentar simetria apenas os resultados dos painéis 1 e 2 estão apresentados.

Observa-se que exceto nas vizinhanças dos apoios – como era de se esperar - as tensões normais tiveram uma concordância muito boa com as obtidas por Timoshenko. As tensões de cisalhamento fornecidas pelo programa também coincidiram com a média, calculada integrando-se a função τ_{xy} ao longo do intervalo correspondente ao painel e dividindo-se pela sua largura.

Tabela 5.1.1 - Resultados do painel número 1

Processo	Programa			Timoshenko		
Tensão	σ_{esq}	σ_{dir}	$\tau_{médio}$	σ_{esq}	σ_{dir}	$\tau_{médio}$
x = 1	8,00	4,00	-9,33	8,00	4,00	-9,33
x = 3	24,00	12,00	-9,33	24,00	12,00	-9,33
x = 5	40,00	20,00	-9,33	40,00	20,00	-9,33
x = 7	56,00	28,00	-9,33	56,00	28,00	-9,33
x = 9	72,01	36,00	-9,33	72,00	36,00	-9,33
x = 11	88,06	43,95	-9,31	88,00	44,00	-9,33
x = 13	104,60	51,47	-9,13	104,00	52,00	-9,33
x = 15	126,80	54,34	-7,15	120,00	60,00	-9,33

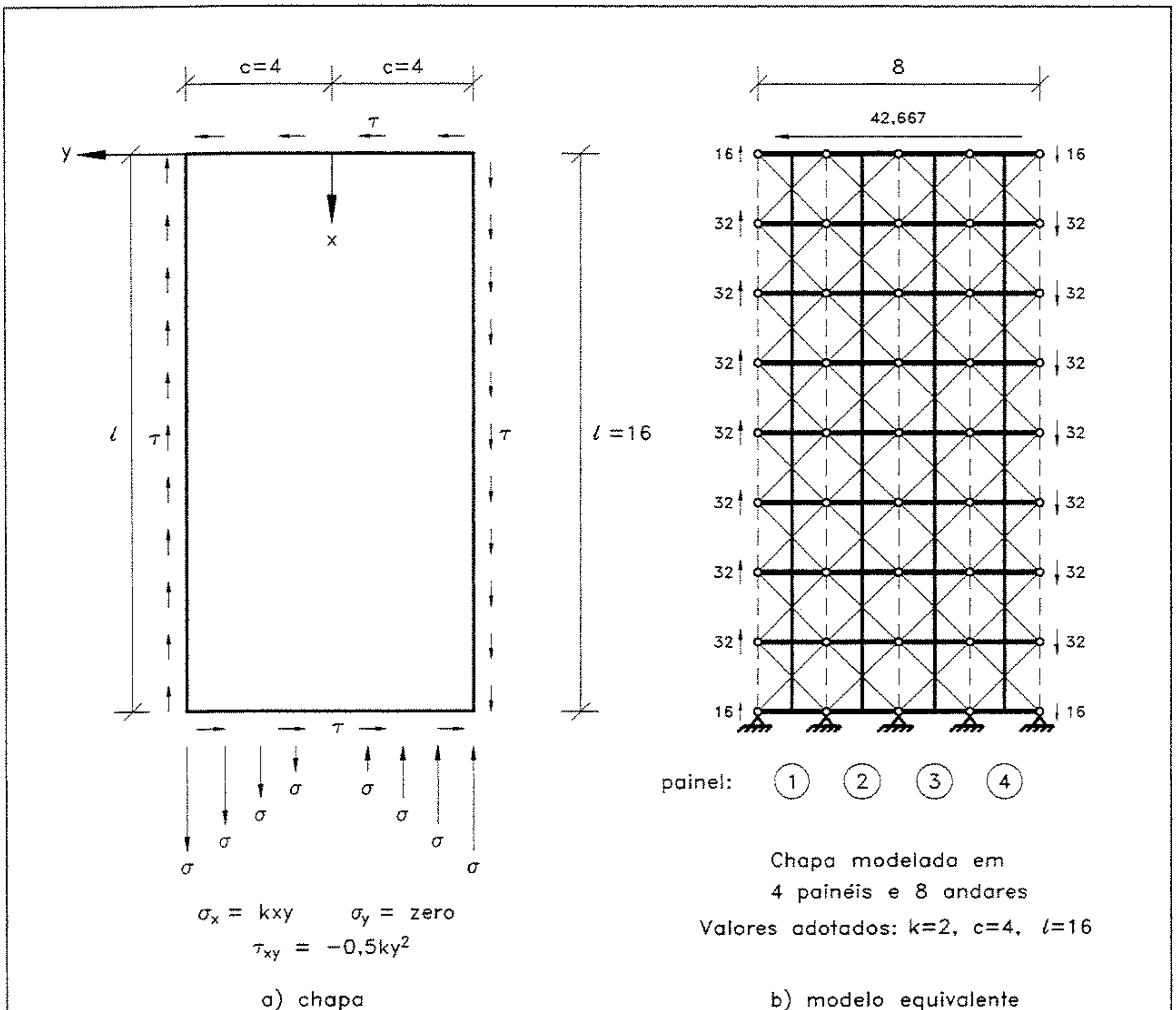


Figura 5.1.1 – Análise de uma chapa

Tabela 5.1.2 - Resultados do painel número 2						
Processo	Programa			Timoshenko		
Tensão	σ_{esq}	σ_{dir}	$\tau_{médio}$	σ_{esq}	σ_{dir}	$\tau_{médio}$
x = 1	4,00	0,00	-1,33	4,00	0,00	-1,33
x = 3	12,00	0,00	-1,33	12,00	0,00	-1,33
x = 5	20,00	0,00	-1,33	20,00	0,00	-1,33
x = 7	28,00	0,00	-1,33	28,00	0,00	-1,33
x = 9	36,00	0,00	-1,33	36,00	0,00	-1,33
x = 11	43,95	0,00	-1,35	44,00	0,00	-1,33
x = 13	51,47	0,00	-1,54	52,00	0,00	-1,33
x = 15	54,34	0,00	-3,52	60,00	0,00	-1,33

5.2 – Exemplo número 2

Este exemplo trata de um núcleo parcialmente fechado por lintéis, sujeito a um momento torçor aplicado no seu topo, cujas características estão ilustradas na figura 5.2.1. A análise foi feita levando em conta as seguintes dimensões de lintéis:

a) lintel "fraco" (0,30m x 0,25m)

b) lintel "forte" (0,30m x 0,625m)

Este núcleo foi proposto por Rutenberg et al [21], que o analisou utilizando quatro processos contínuos para o cálculo de núcleos simétricos formados por duas seções canal. O primeiro é um processo para o cálculo de seções abertas utilizando a teoria de Vlassov, que não leva em conta as deformações por força cortante da parede. O segundo é similar ao anterior só que levando em conta as deformações por cortante. O terceiro é um processo simples para a análise de seções fechadas, considerando os efeitos da cortante. O último é um processo para o cálculo de seções fechadas mais sofisticado que os anteriores, baseado nos trabalhos de Umansky e Benscoter, também levando em conta as deformações devidas às forças cortantes.

Por considerar mais realisticamente os efeitos do cisalhamento os resultados obtidos com o processo de Umansky-Benscoter (U-B) foi sistematicamente o que forneceu os melhores resultados para os vários exemplos de núcleos sujeitos a torção analisados por Rutenberg ao longo do seu trabalho, principalmente para os núcleos com lintéis mais rígidos sendo, segundo os autores, o processo que mais se aproxima dos valores experimentais e dos obtidos usando a técnica dos elementos finitos.

Nos processos contínuos, de uma maneira geral, as vigas de lintéis são substituídas por um meio contínuo com rigidez infinita à flexão e rigidez ao cisalhamento equivalente à soma da rigidez ao cisalhamento e à flexão das vigas lintéis. Esta substituição geralmente superestima a rigidez dos lintéis pois os assimila a um meio contínuo ligado por infinitos pontos às paredes do núcleo, não possibilitando que as rotações e deslocamentos das ligações lintéis-paredes sejam realisticamente representadas. Para amenizar o problema Michael [17] introduziu o conceito do comprimento efetivo, que ameniza o problema substituindo o comprimento $\boldsymbol{l}$ dos lintéis por $\boldsymbol{l + d}$, onde $\boldsymbol{d}$ é a altura da seção transversal do lintel, acarretando em uma flexibilização do meio contínuo e por conseguinte do núcleo. Os resultados obtidos com os processos contínuos podem ser melhorados com a aplicação cuidadosa da correção de Michael.

Além dos resultados obtidos com os processos contínuos acima descritos serão apresentados também os valores obtidos utilizando outros dois processos discretos, utilizando os modelos propostos por Serra [22] e Yagui [30].

Nas tabelas 5.2.1 e 5.2.2 estão listados os valores das rotações ao longo da altura do núcleo, obtidas com o novo modelo e pelos autores acima citados, para o caso de lintéis fracos e fortes, respectivamente. Com estes valores numéricos foram elaboradas as curvas dos gráficos da figura 5.2.1.

Tabela 5.2.1 – Rotações em rad x 10^{-6} (lintel fraco)

Nível	Vlassov	U-B	Serra	Yagui	Programa
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,137	0,218	0,327	0,263	0,219
2	0,510	0,667	0,837	0,762	0,675
3	1,070	1,300	1,523	1,447	1,312
4	1,780	2,080	2,352	2,279	2,089
5	2,610	2,970	3.290	3,222	2,977
6	3,530	3,960	4,311	4,25	3,945
7	4,510	5,000	5,389	5,337	4,971
8	5,540	6,100	6,504	6,461	6,034
9	6,610	7,220	7,635	7,603	7,115
10	7,690	8,360	8,767	8,741	8,190

Tabela 5.2.2 – Rotações em rad x 10^{-6} (lintel forte)

Nível	Vlassov	U-B	Serra	Yagui	Programa
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,039	0,114	0,181	0,171	0,115
2	0,132	0,277	0,404	0,403	0,280
3	0,251	0,463	0,656	0,671	0,467
4	0,385	0,663	0,924	0,956	0,665
5	0,525	0,868	1,202	1,253	0,869
6	0,669	1,080	1,484	1,554	1,076
7	0,814	1,290	1,766	1,857	1,283
8	0,961	1,500	2,047	2,159	1,489
9	1,110	1,710	2,322	2,456	1,691
10	1,260	1,920	2,590	2,744	1,879

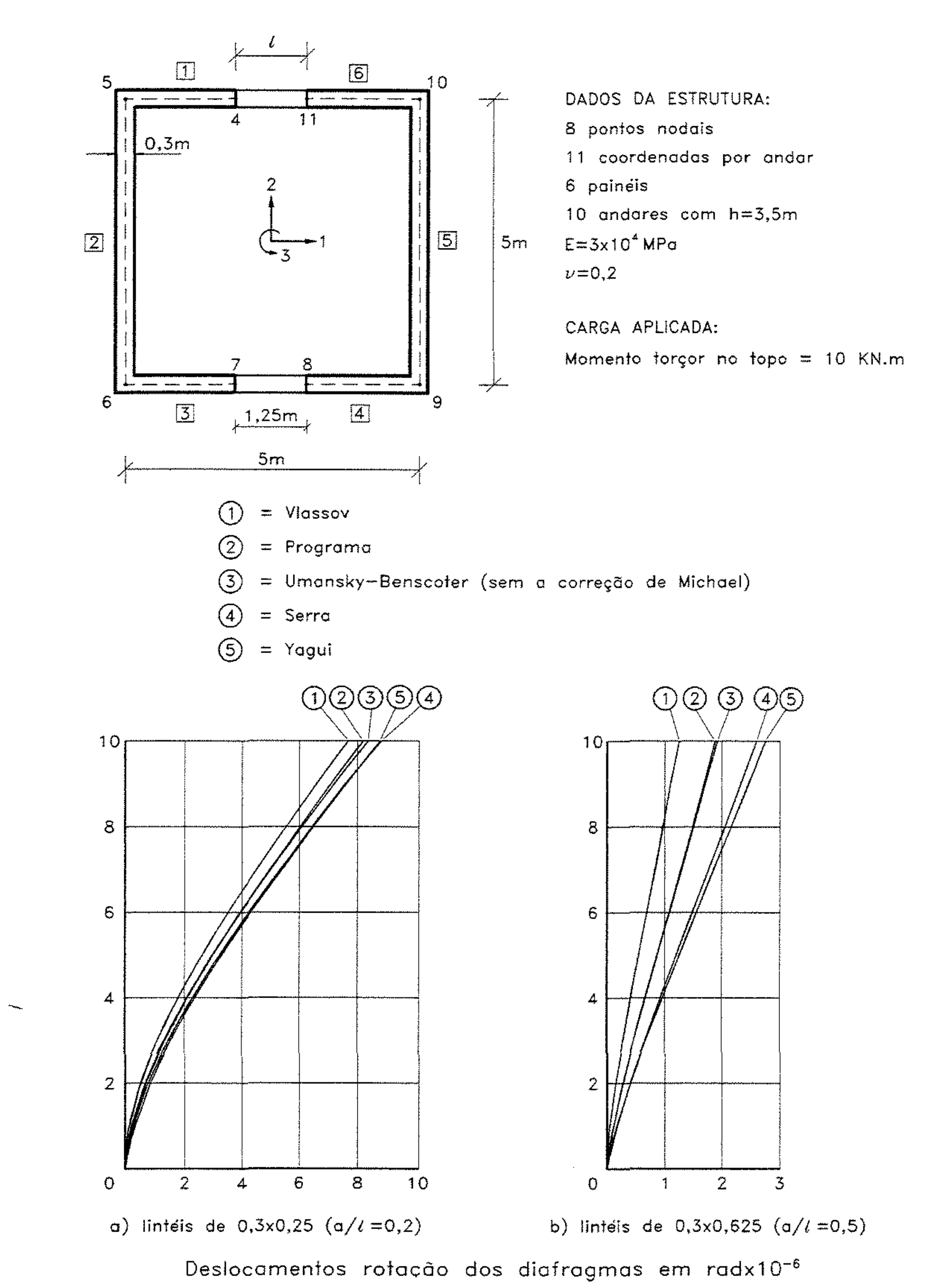


Figura 5.2.1 – Núcleo analisado por Rutenberg e outros autores.

Não são apresentados os resultados do segundo e terceiro processos contínuos usados por Rutenberg, porque, além de sistematicamente seus valores se situarem entre os resultados do primeiro processo contínuo (Vlassov) e do quarto (U-B), estes últimos são considerados, segundo os autores, os melhores. Já os resultados com o primeiro método são expostos para demonstrar o efeito que o aumento da rigidez dos lintéis causa nas diferenças entre os resultados obtidos por um processo que não considera as deformações por cortante com outros que levam em conta tais deformações. Nos demais exemplos deste trabalho não serão mais expostos os resultados obtidos com o primeiro processo contínuo, baseado na teoria de Vlassov, pois as conclusões obtidas com este exemplo se repetem sistematicamente

A análise dos resultados obtidos permite observar que as rotações dos diafragmas obtidas pela teoria de Vlassov são as menores, o que era de se esperar, pois não são consideradas as deformações por força cortante, portanto superestimando a rigidez do núcleo.

Os resultados obtidos pelo novo modelo e pela teoria de Umansk-Benscoter estão muito próximos, apresentando valores intermediários entre o processo de Vlassov e os métodos discretos de Serra e Yagui. As diferenças de resultados são mais acentuadas para o lintel forte em virtude dele gerar tensões de cisalhamento maiores, que não são levadas em conta no processo de Vlassov, e acentuam - nos modelos discretos de Serra e Yagui o efeito da incompatibilidade de rotação na ligação parede-lintel e do momento parasita que também está ligado com os esforços de cisalhamento.

Os efeitos do momento parasita nos modelos discretos tradicionais pode ser comprovada resolvendo novamente o núcleo utilizando-se dois elementos por andar, que diminuirá o efeito do momento parasita – que flexibiliza o modelo - pois reduz a sua altura, aumentado a rigidez do núcleo. Procedendo desta forma no núcleo com lintel forte, obtêm-se rotações em média 16 % menores que as obtidas com um elemento por andar, e bem mais próximas dos resultados obtidos com o novo modelo. O mesmo procedimento aplicado ao novo modelo, resulta em rotações 5% maiores que as obtidas com um elemento por andar, flexibilizando o núcleo ao contrário do que ocorreu aos métodos Serra e Yagui. É certo que conforme se aumenta o número de elementos usados na discretização nos processos discretos em geral, os resultados vão convergindo para uma mesma curva pois com a maior discretização diminuem os problemas do momento parasita e incompatibilidade de giro nas ligações parede-lintel. A tabela 5.2.3 mostra os resultados obtidos utilizando dois elementos por andar para o núcleo com lintel forte, e os gráficos da figura 5.2.2 facilitam a observação destes resultados.

Tabela 5.2.3 – Rotações ao longo da altura em rad x 10^{-6} (lintel forte).						
Nível	Programa		Serra		Yagui	
	10 divisões	20 divisões	10 divisões	20 divisões	10 divisões	20 divisões
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,115	0,122	0,181	0,154	0,171	0,143
2	0,280	0,292	0,404	0,347	0,403	0,343
3	0,467	0,486	0,656	0,567	0,671	0,574
4	0,665	0,692	0,924	0,803	0,956	0,822
5	0,869	0,905	1,202	1,048	1,253	1,078
6	1,076	1,121	1,484	1,296	1,554	1,339
7	1,283	1,338	1,766	1,546	1,857	1,601
8	1,489	1,552	2,047	1,794	2,159	1,862
9	1,691	1,763	2,322	2,036	2,456	2,119
10	1,879	1,961	2,590	2,269	2,744	2,363

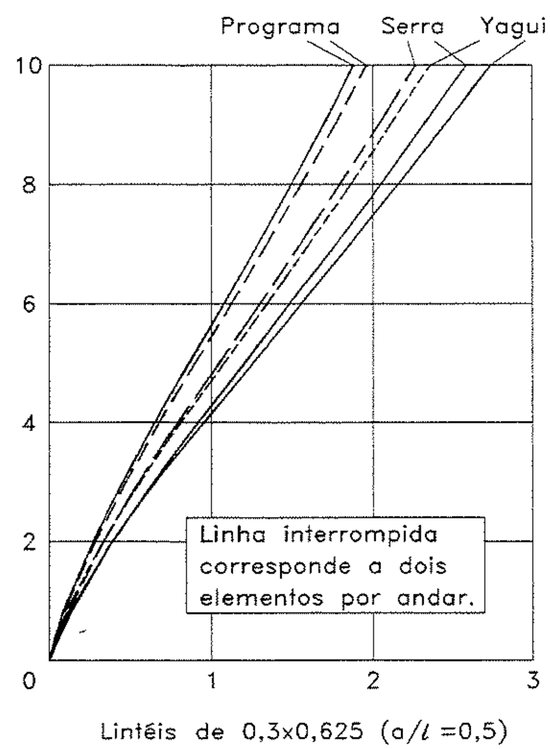


Figura 5.2.2 – Comparação de resultados.

É interessante notar que a correção de Michael quando aplicada aos processos contínuos também acarreta em uma pequena flexibilização do núcleo, acompanhando a pequena flexibilização verificada quando se usa o novo modelo com dois elementos por andar.

A diferença em torno de 16% que ocorre neste exemplo, no caso dos modelos discretos tradicionais, seria por si só motivo de condenação do uso destes modelos caso se use apenas um para cada andar. Entretanto é conveniente observar que o exemplo analisa um caso teórico de núcleo submetido apenas a momento torçor aplicado no topo para evidenciar os efeitos do cisalhamento no seu comportamento. Nos casos reais, certamente os núcleos estarão submetidos a outros efeitos, tais como cargas gravitacionais e vento, que fazem com que os eventuais esforços resultantes da torção sejam apenas uma fração do total, não justificando o esforço da divisão do modelo ao longo de um andar.

5.3 – Exemplo número 3.

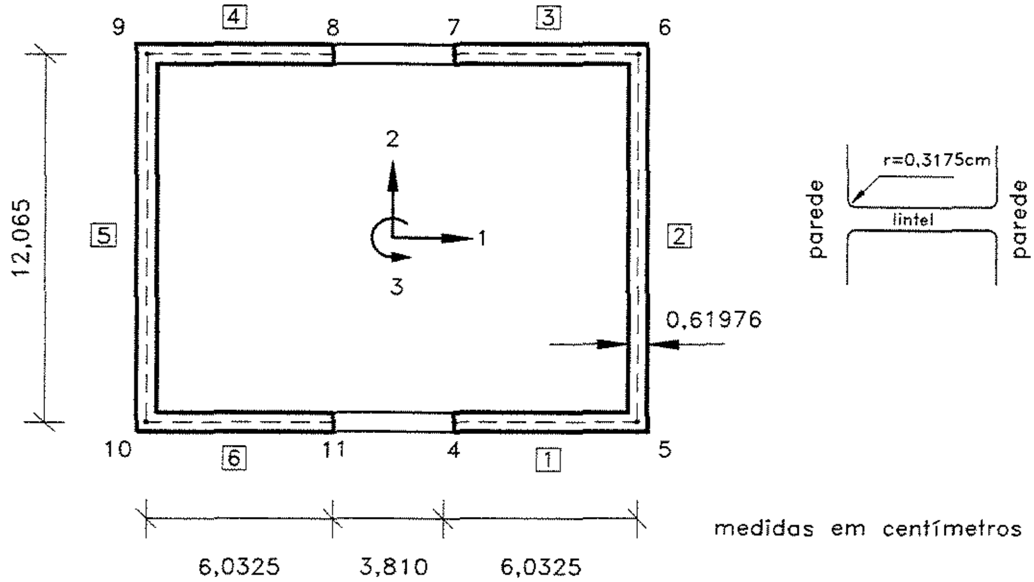
O exemplo aqui analisado é um modelo experimental em perpex ensaiado por Tso e Biswas [28], e analisado por vários autores. Trata-se de núcleo formado por um duplo canal fechado parcialmente por lintéis, conforme ilustra a figura 5.3.1, onde estão as suas características.

A fim de possibilitar ampla comparação de resultados teóricos com resultados experimentais de ampla aceitação entre os pesquisadores deste assunto, serão aqui expostos os valores obtidos por vários autores para as rotações ao longo da altura deste núcleo. Na tabela 5.3.1 estão listados os resultados obtidos experimentalmente por Tso e Biswas, os valores obtidos pelo processo contínuo de Umansky-Benscoter (U-B), e os valores dados pelos métodos discretos de Serra, de Yagui e do autor.

A análise dos resultados da tabela ou do gráfico da figura 5.3.1, mostra que indistintamente todos os processos – mesmo os de outros autores da bibliografia - apresentam rotações maiores para os diafragmas que os dados pelo ensaio. Os resultados que mais se aproximam dos valores experimentais são o de U-B e do autor. Entretanto deve-se atentar para o fato que aos lintéis do modelo ensaiado foram acrescentadas mísulas duplas, com formato circular de raio de 0,3175 cm nos nós de ligação com os painéis conforme mostra o detalhe na figura. Este aumento da seção do lintel nas vizinhanças dos nós naturalmente enrijecerá o núcleo, e como nenhum dos métodos utilizados na análise aqui expostos leva isto em conta, a aparente pequena maior flexibilidade mostrada sistematicamente nos resultados teóricos com os experimentais é de certa forma justificável.

Como era de se esperar, os modelos discretos de Serra e Yagui apresentam maiores rotações em relação ao novo modelo e ao processo contínuo de U-B, que praticamente são coincidentes com os do modelo aqui proposto. Isto é devido a presença do momento parasita que como vimos flexibiliza o núcleo.

Tabela 5.3.1 – Rotações ao longo da altura em rad x 10^{-3}					
Níveis	U-B	Serra	Yagui	Programa	Tso-Biswas
0	0,000	0,000	0,000	0,000	---
1	0,126	0,187	0,151	0,132	---
2	0,331	0,429	0,388	0,347	---
3	0,598	0,730	6,960	0,629	---
4	0,918	1,084	1,060	0,963	---
5	1,280	1,480	1,469	1,339	1,230
6	1,680	1,912	1,916	1,751	---
7	2,100	2,372	2,392	2,189	---
8	2,550	2,854	2,891	2,649	---
9	3,010	3,354	3,409	3,126	---
10	3,490	3,868	3,942	3,617	3,290
11	3,990	4,392	4,487	4,119	---
12	4,490	4,925	5,040	4,628	---
13	5,000	5,464	5,599	5,144	---
14	5,520	6,007	6,146	5,663	---
15	6,040	6,551	6,731	6,185	5,760
16	6,560	7,097	7,298	6,707	---
17	7,090	7,640	7,865	7,229	---
18	7,620	8,181	8,429	7,748	---
19	8,160	8,717	8,987	8,262	---
20	8,690	9,246	9,537	8,769	8,150



DADOS DA ESTRUTURA

8 pontos nodais

11 coordenadas por andar

6 paineis

2 prumadas de linteis

20 andares com h=6,223 cm

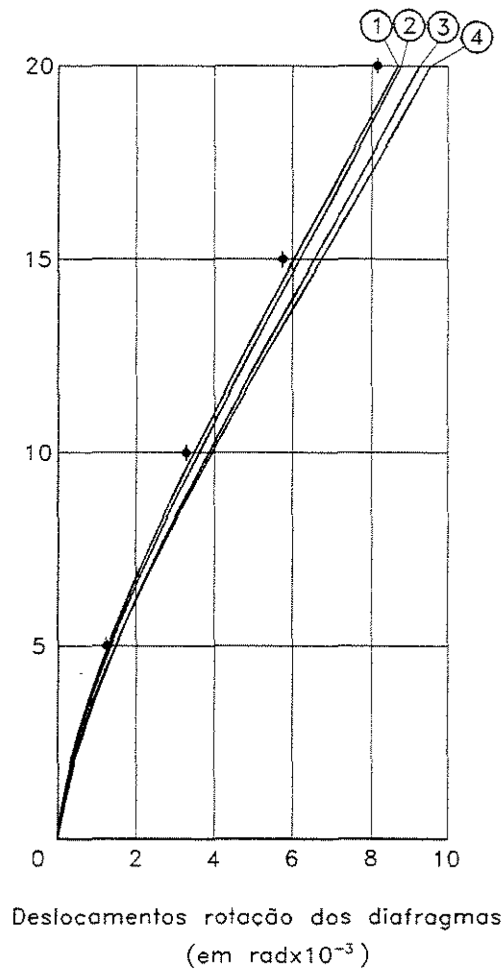
lintéis de 0,61976x0,9525 cm

$E=62.366,34\ KN/m^2$

$\nu=0,34375$

AÇÃO APLICADA

Momento torçor no topo = 35,0371 KNxm



(1) = Umansky-Benscoter

(2) = Programa

(3) = Serra

(4) = Yagui

♦ = Resultados experimentais

Figura 5.3.1 – Núcleo ensaiado por Tso e Biswas

5.4 – Exemplo número 4

Este núcleo difere dos anteriores por estar solicitado lateralmente por uma ação de vento, que por não estar aplicada no centro de torção causará além do momento fletor um momento torçor.

Este exemplo foi originalmente proposto e analisado por Stafford Smith e Taranath [26] usando processo contínuo baseado na teoria de Vlassov e posteriormente os resultados foram comparados nos trabalhos de vários autores, entre eles Serra [22], Barbosa [1] e MacLeod e Hosny [15].

Este núcleo foi analisado com e sem lintel. Os resultados obtidos no caso do núcleo aberto são muito próximos, independente do processo usado, motivo pelo qual apenas os resultados do núcleo parcialmente fechado serão apresentados.

Como nos exemplos anteriores, os resultados obtidos por processos contínuos, como o usado por Stafford Smith, que se baseiam na teoria de Vlassov superestimam a rigidez do núcleo. A diferença com os resultados do autor é de aproximadamente 6% para os deslocamentos angulares e 4% para os lineares. Em relação ao modelo Yagui que subestima a rigidez do núcleo as diferenças sobem para 13% e 7% respectivamente.

Barbosa [1] analisou esta estrutura por processo discreto e contínuo baseado na teoria de Vlassov. No processo discreto por ele usado, o segmento de núcleo compreendido entre dois andares é considerado como uma barra linear, com a inclusão de um sétimo deslocamento em cada extremidade para considerar os efeitos da flexo-torção. Os coeficientes de rigidez correspondentes a estes deslocamentos foram obtidos usando a teoria de Vlassov, ou seja, ambos negligenciam a deformação por força cortante, motivo pelo qual os resultados obtidos pelos dois processos praticamente coincidem entre si e com os obtidos por Stafford Smith. Em virtude deste fato apenas os resultados devidos a Stafford Smith serão apresentados.

Os resultados para o mesmo núcleo dados por MacLEOD e HOSNY [36] usando um processo discreto que substitui os segmentos de parede por dois tipos de modelo, conforme estejam ou não conectados com lintéis, resultam em uma curva que se desenvolve muito próxima da curva 3 da figura 5.4.1

Tabela 5.4.1 – Deslocamentos dos diafragmas						
Nível	Rotações (rad x 10^{-3})			Translações em x (cm)		
	S.Smith	Yagui	Programa	S.Smith	Yagui	Programa
0	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,06	0,077	0,064	0,055	0,076	0,067
2	0,20	0,246	0,221	0,195	0,243	0,226
3	0,41	0,477	0,436	0,405	0,476	0,450
4	0,65	0,746	0,689	0,664	0,759	0,723
5	0,91	1,037	0,964	0,957	1,076	1,030
6	1,18	1,336	1,245	1,271	1,415	1,359
7	1,45	1,632	1,523	1,600	1,766	1,701
8	1,71	1,917	1,792	1,932	2,122	2,048
9	1,95	2,186	2,045	2,268	2,476	2,394
10	2,17	2,435	2,279	2,597	2,824	2,735
11	2,38	2,663	2,494	2,917	3,163	3,068
12	2,57	2,869	2,688	3,231	3,491	3,390
13	2,74	3,056	2,863	3,536	3,807	3,703
14	2,90	3,225	3,023	3,834	4,114	4,007
15	3,00	3,382	3,173	4,127	4,412	4,304

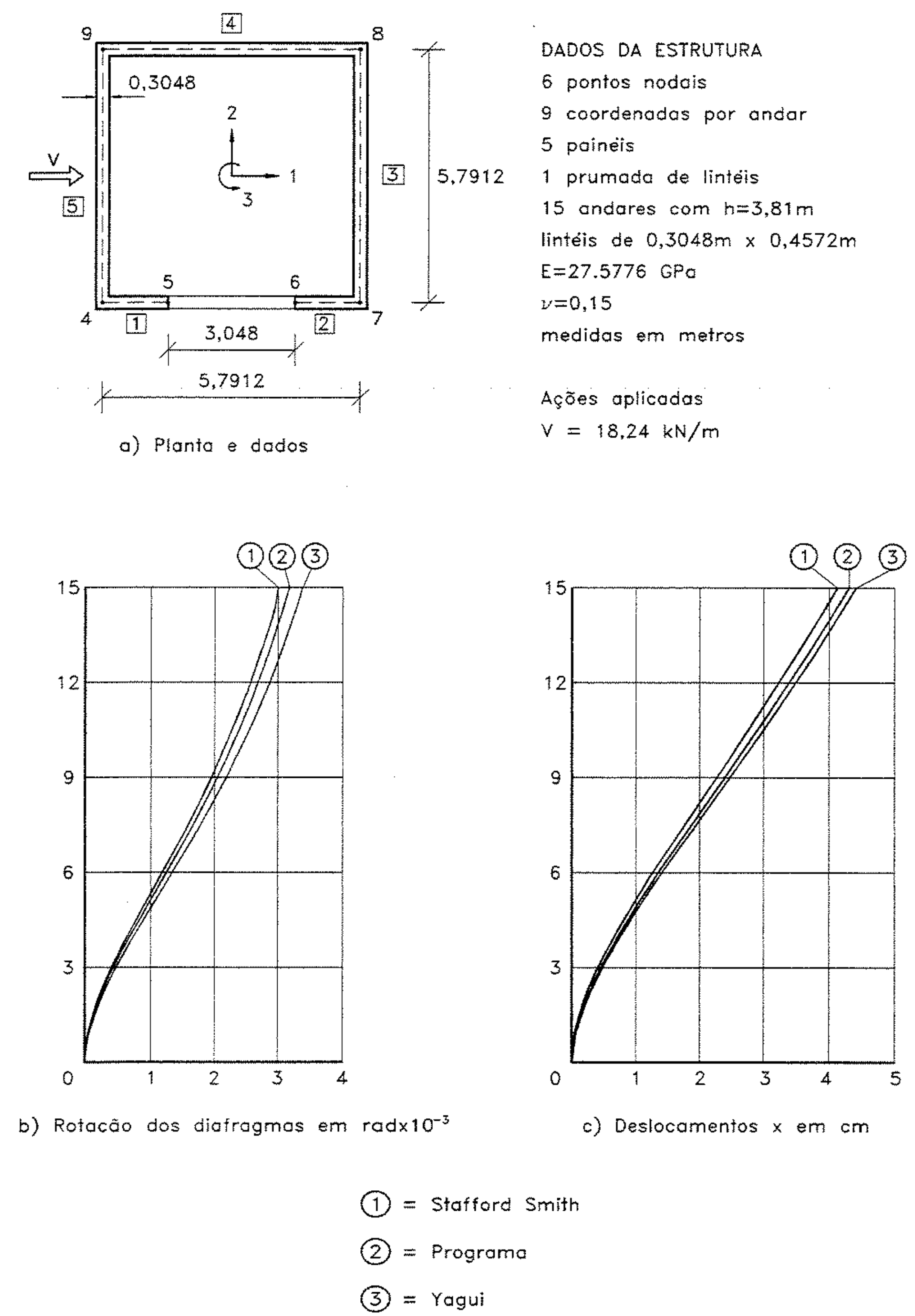
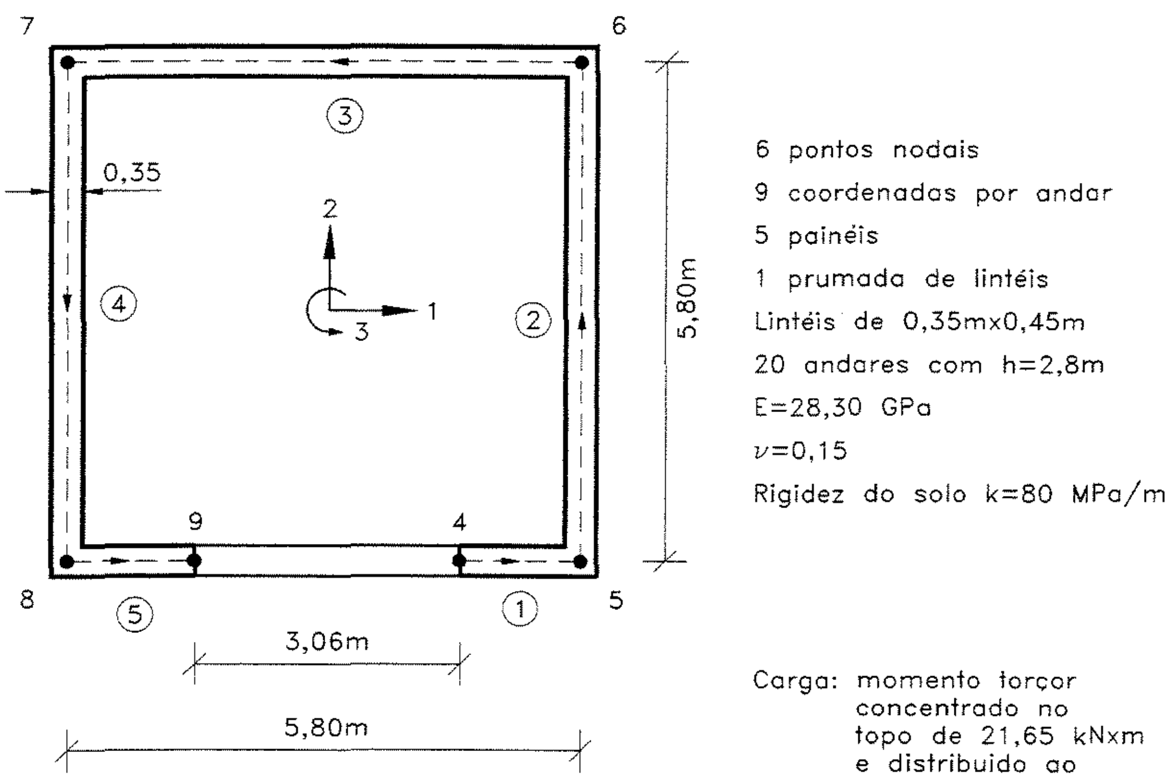


Figura 5.4.1 – Núcleo analisado por vários autores

5.5 – Exemplo número 5

Neste exemplo serão considerados os efeitos da fundação elástica em um núcleo também analisado por Costa [3]. Os resultados obtidos pelo autor serão comparados com os resultados de Costa usando processo contínuo e de Yagui usando processo discreto.

A figura 5.5.1 mostra a planta do núcleo, suas características, o carregamento, as dimensões das sapatas de fundação e a rigidez do solo.



Painel	Sapata
8-9 e 4-5	1,37x1,00
5-6 e 7-8	5,80x1,00
6-7	5,80x1,40

Figura 5.5.1 – Núcleo analisado por Costa

Na consideração da fundação elástica foram feitas as seguintes hipóteses:

a) o solo possui o mesmo comportamento à tração e à compressão;

b) a pressão do solo é constante na largura da sapata;

c) não há interação entre sapatas.

Com estas hipóteses a rigidez à translação vertical e ao giro das sapatas valem os valores indicados na tabela 5.5.1.

Tabela 5.5.1 – Coeficientes de rigidez das sapatas					
Sapata	8-9	4-5	5-6	6-7	7-8
Rigidez vertical (kN/m)	109600	109600	464000	649600	464000
Rigidez ao giro (kN)	17142	17142	1300747	1821045	1300747

A tabela 5.5.2 lista os resultados obtidos pelos três autores para as rotações dos diafragmas nos casos de fundação rígida e flexível e a figura 5.5.2 ilustra graficamente os mesmos valores.

Os resultados obtidos por COSTA para as rotações dos diafragmas, por serem baseados na teoria de Vlassov, são menores que os correspondentes deslocamentos obtidos pelos processos discretos. Como era esperado as rotações obtidas por Yagui são superiores aos deste trabalho. As rotações no topo do núcleo aumentaram em torno de 40% praticamente nos três casos quando se considera fundação elástica.

Tabela 5.5.2 – Rotações dos diafragmas em rad x 10^{-4}

	Núcleo com base elástica			Núcleo com base rígida		
Nível	Costa	Yagui	Programa	Costa	Yagui	Programa
0	0,00	0,000	0,000	0,00	0.000	0.000
1	0,24	0,269	0,242	0,03	0.060	0.051
2	0,48	0,543	0,493	0,09	0.161	0.144
3	0,71	0,815	0,743	0,19	0.292	0.266
4	0,95	1,084	0,991	0,31	0.444	0.408
5	1,17	1,346	1,233	0,44	0.610	0.564
6	1,39	1,599	1,468	0,59	0.785	0.728
7	1,60	1,843	1,694	0,74	0.963	0.896
8	1,80	2,075	1,909	0,88	1.142	1.063
9	1,99	2,294	2,113	1,03	1.317	1.228
10	2,17	2,501	2,305	1,18	1.488	1.388
11	2,33	2,694	2,485	1,32	1.651	1.541
12	2,49	2,873	2,652	1,45	1.805	1.686
13	2,63	3,039	2,806	1,57	1.950	1.822
14	2,76	3,192	2,948	1,69	2.085	1.949
15	2,88	3,331	3,078	1,80	2.210	2.067
16	2,99	3,459	3,197	1,90	2.325	2.175
17	3,10	3,575	3,306	1,99	2.430	2.274
18	3,19	3,682	3,406	2,08	2.527	2.365
19	3,28	3,781	3,499	2,16	2.617	2.450
20	3,37	3,873	3,586	2,24	2.701	2.531

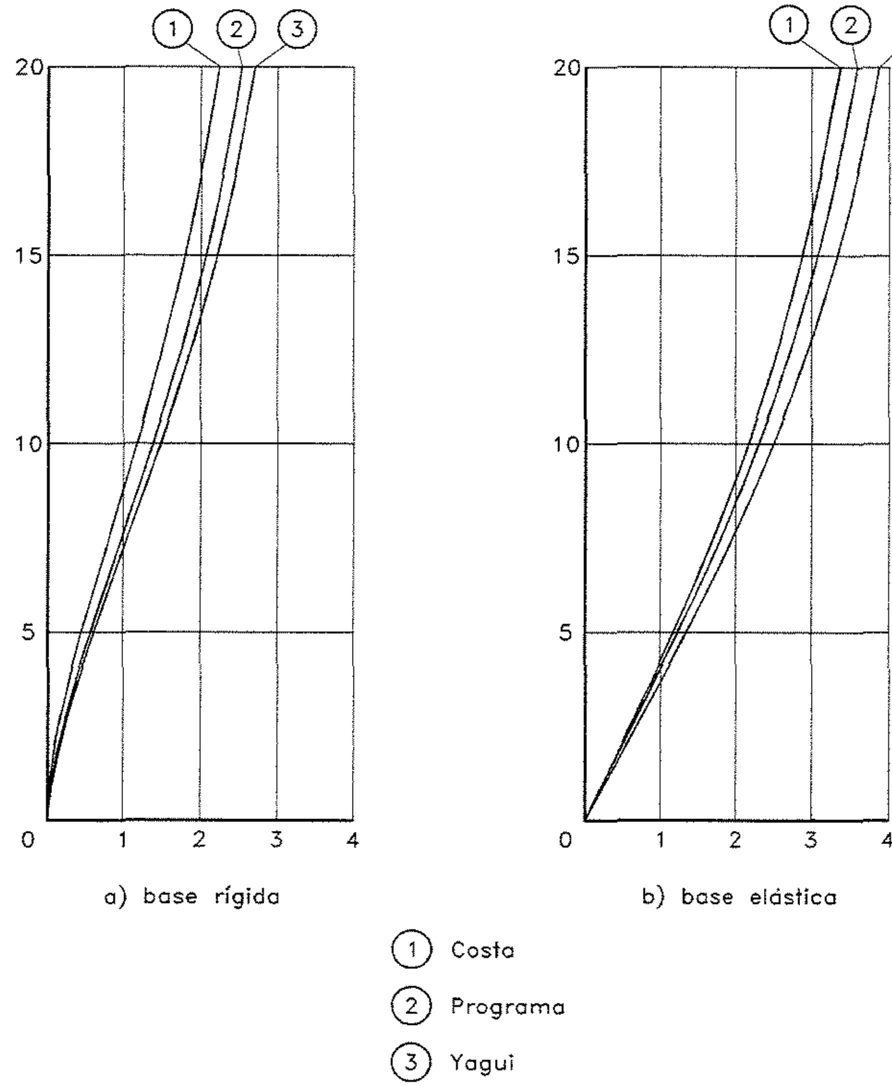
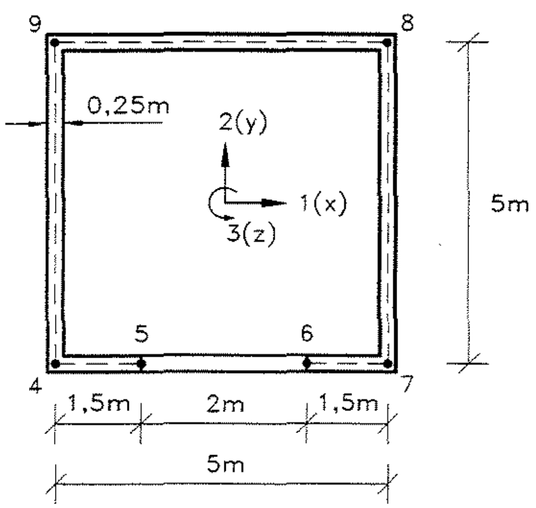


Figura 5.5.2 – Rotações dos diafragmas em rad x 10^{-4}

5.6 - Exemplo número 6

Com o objetivo de verificar a influência da força normal com a presença ou não de lintéis será analisado a estrutura de um edifício constituído por um núcleo de concreto armado que recebe em seu topo, através de uma treliça espacial, cargas verticais oriundas de pendurais de aço periféricos. Este exemplo foi concebido por Yagui [30] - figura 5.6.1 – o qual avaliou o carregamento vertical ao nível de cada laje e aplicou convenientemente nas coordenadas verticais do núcleo. Supôs uma ação de vento atuando na direção positiva do eixo x que determinou a carga horizontal ao nível dos diafragmas. A tabela 5.6.1 reproduz os dados do carregamento resultante nas coordenadas do sistema conforme foi fornecido para o programa.



6 pontos nodais
9 coordenadas por andar
5 painéis
1 prumada de lintéis
15 andares com h=4m
E=14.486,60 KPa
ν=0,2
Caso a) sem lintéis
Caso b) com lintéis de 0,25mx052m

Figura 5.6.1 – Exemplo número 6

Tabela 5.6.1 – Cargas nas coordenadas do sistema em kN									
Nível	Coordenadas								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
2	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
3	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
4	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
5	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
6	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
7	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
8	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
9	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
10	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
11	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
12	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
13	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
14	57.60	0	0	-240.50	-105.50	-105.50	-240.50	-370.00	-370.00
15	57.60	0	0	-6970.25	-9.00	-9.00	-6970.25	-7141.25	-7141.25

As tabelas 5.6.1 e 5.6.2 listam os valores das rotações e dos deslocamentos horizontais ao longo de x dos diafragmas, para os casos de núcleos abertos e parcialmente fechados com lintéis, calculados em regime de 1ª e 2ª ordem, obtidos utilizando o novo modelo e o modelo Yagui.

A figura 5.6.2 ilustra graficamente os valores das rotações dos diafragmas. No caso dos núcleos abertos - figura 5.6.2 a) – nota-se uma coincidência nos valores obtidos pelos dois modelos, isto é explicado pois neste caso os valores das tensões de cisalhamento são baixos fazendo com que o efeito do momento parasita seja irrelevante. O efeito de 2ª ordem ampliou as rotações no topo do núcleo em torno de 56% nos dois cálculos, no caso do núcleo sem lintéis. Como era de se esperar no núcleo com lintéis, ilustrado pela figura 5.6.2 b), já ocorrem diferenças nos valores obtidos pelos dois modelos. Os valores obtidos por Yagui são superiores aos do novo modelo em torno de 20% no topo, tanto em 1ª como em 2ª ordem. Já o efeito de 2ª ordem afeta bem menos as rotações no caso do núcleo com lintel, sendo as diferenças para o topo do núcleo em torno de 8%. A rotação no topo do núcleo sem lintéis foram no cálculo em 1ª ordem, em torno de 12% maior que para o núcleo enrijecido com lintéis. No caso do cálculo em 2ª ordem esta diferença aumentou para 17%. Este fato mostra que a simples presença de lintéis favorece em muito o comportamento do núcleo.

Tabela 5.6.2 – Rotações dos diafragmas (rad x 10^{-1})

Nível	Núcleo com lintel				Núcleo sem lintel			
	1ª ordem		2ª ordem		1ª ordem		2ª ordem	
	Yagui	Progr.	Yagui	Progr.	Yagui	Progr.	Yagui	Progr.
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,015	0,011	0,016	0,011	0,046	0,042	0,061	0,058
2	0,045	0,036	0,046	0,037	0,165	0,159	0,226	0,220
3	0,082	0,067	0,085	0,070	0,345	0,337	0,482	0,474
4	0,122	0,102	0,127	0,106	0,577	0,567	0,817	0,807
5	0,162	0,136	0,170	0,143	0,850	0,839	1,219	1,208
6	0,201	0,169	0,212	0,178	1,156	1,144	1,678	1,667
7	0,238	0,200	0,252	0,212	1,489	1,476	2,183	2,172
8	0,271	0,229	0,288	0,242	1,841	1,827	2,727	2,716
9	0,301	0,254	0,321	0,270	2,207	2,192	3,300	3,291
10	0,328	0,276	0,350	0,294	2,582	2,567	3,896	3,888
11	0,350	0,295	0,375	0,315	2,962	2,947	4,508	4,501
12	0,369	0,310	0,397	0,333	3,345	3,330	5,130	5,126
13	0,385	0,323	0,414	0,347	3,729	3,714	5,759	5,758
14	0,397	0,333	0,429	0,359	4,113	4,098	6,391	6,393
15	0,407	0,342	0,441	0,369	4,495	4,481	7,023	7,029

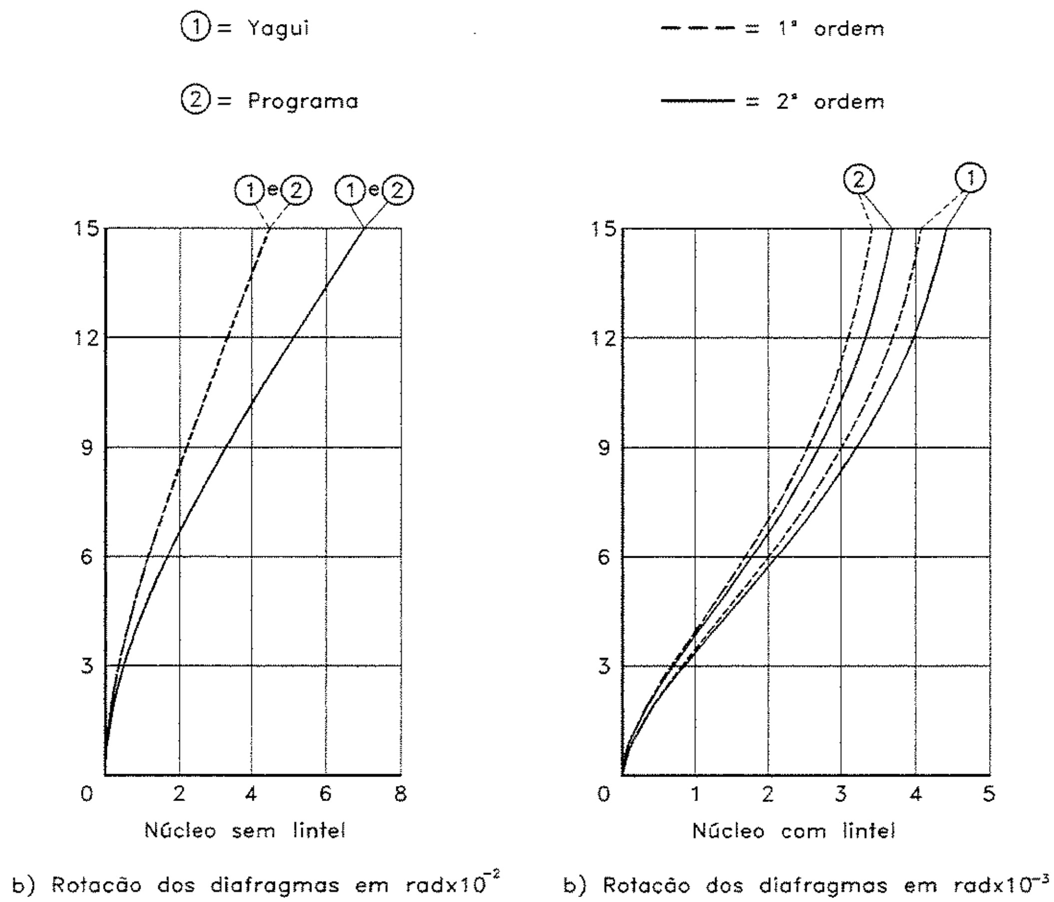


Figura 5.6.2 – Rotações dos diafragmas

Os deslocamentos horizontais ao nível dos diafragmas para os dois modelos seguem, em linhas gerais, o mesmo comportamento das rotações, conforme pode-se notar pela análise da figura 5.6.3.

No caso do sistema enrijecido pelos lintéis, as "rigidezes" à flexão e torção são pouco afetadas pelas grandes forças normais que submetem o núcleo, como pode ser observado pelas pequenas diferenças nos deslocamentos da figura 5.6.2 e 5.6.3.

As figuras 5.6.4 e 5.6.5 representam as tensões normais nas seções transversais do núcleo, com e sem lintéis, a 2 metros de sua base. Como os resultados dos cálculos para os dois modelos deram praticamente os mesmos valores, só estão representadas nas figuras as tensões obtidas pelo programa. A análise dos valores das tensões mostram que a presença dos lintéis melhora a sua distribuição tornando-as mais uniformes, melhorando o aproveitamento do material.

Tabela 5.6.3 – Deslocamentos do diafragma na direção x (cm)

Nível	Núcleo com lintel				Núcleo sem lintel			
	1ª ordem		2ª ordem		1ª ordem		2ª ordem	
	Yagui	Progr.	Yagui	Progr.	Yagui	Progr.	Yagui	Progr.
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,178	0,151	0,186	0,158	0,343	0,320	0,447	0,424
2	0,561	0,507	0,590	0,535	1,210	1,171	1,622	1,583
3	1,093	1,011	1,157	1,070	2,521	2,465	3,437	3,383
4	1,737	1,625	1,846	1,727	4,203	4,133	5,809	5,744
5	2,463	2,322	2,627	2,476	6,189	6,107	8,660	8,585
6	3,248	3,080	3,475	3,294	8,423	8,330	11,914	11,834
7	4,073	3,880	4,371	4,162	10,850	10,747	15,505	15,422
8	4,925	4,710	5,300	5,065	13,425	13,314	19,368	19,285
9	5,791	5,558	6,247	5,990	16,108	15,991	23,445	23,367
10	6,661	6,414	7,202	6,928	18,866	18,743	27,687	27,615
11	7,529	7,270	8,156	7,869	21,670	21,543	32,047	31,986
12	8,387	8,121	9,104	8,806	24,500	24,370	36,488	36,441
13	9,233	8,963	10,040	9,736	27,339	27,208	40,977	40,947
14	10,066	9,795	10,962	10,656	30,178	30,046	45,490	45,480
15	10,886	10,617	11,872	11,566	33,012	32,882	50,006	50,021

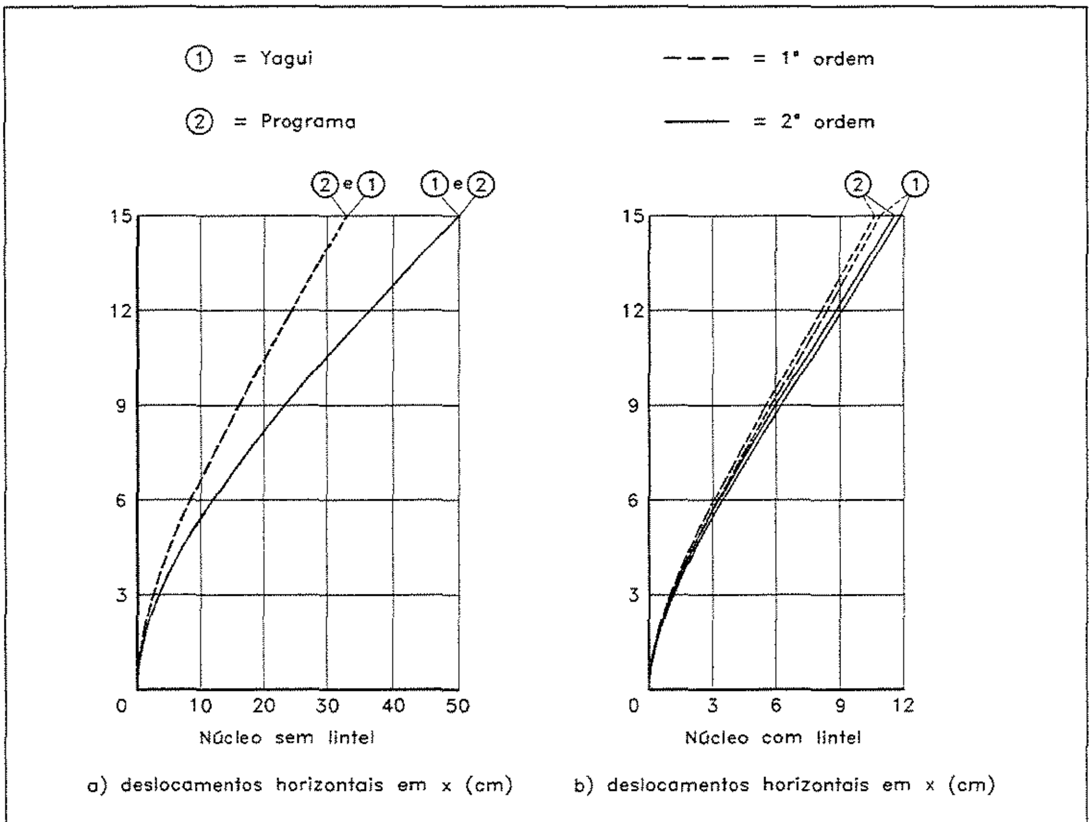


Figura 5.6.3 – Núcleo com lintéis – deslocamentos dos diafragmas

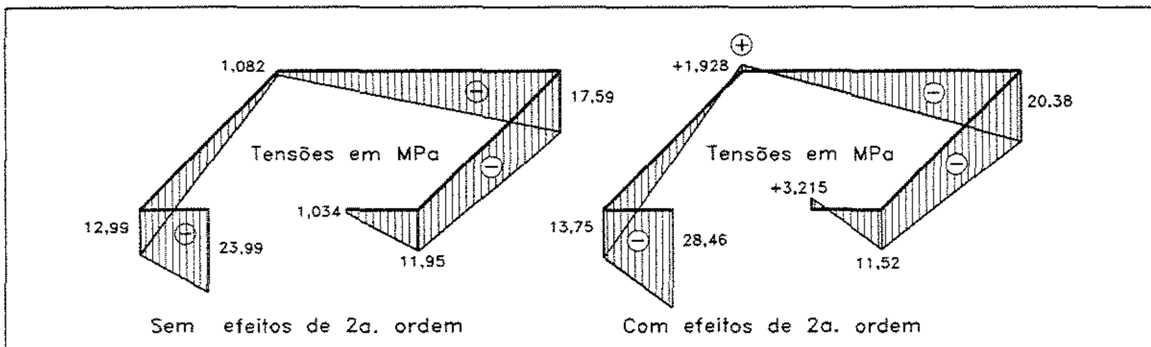


Figura 5.6.4 – Núcleo sem lintéis – tensões normais a 2m da base

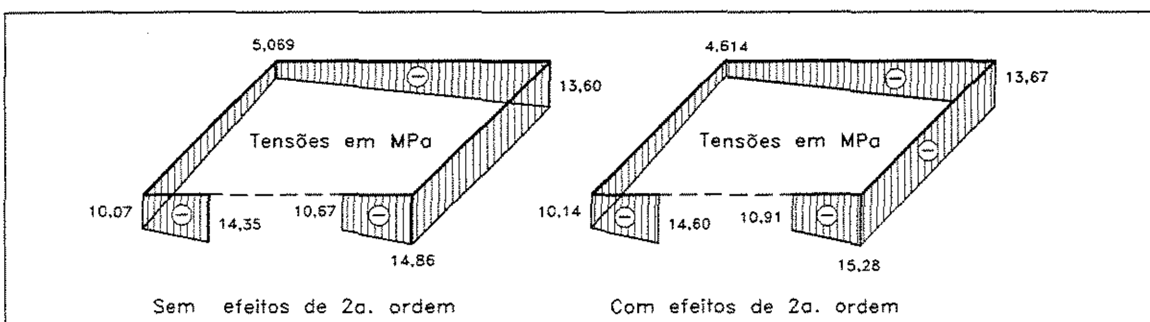


Figura 5.6.5 – Núcleo com lintéis – tensões normais a 2m da base

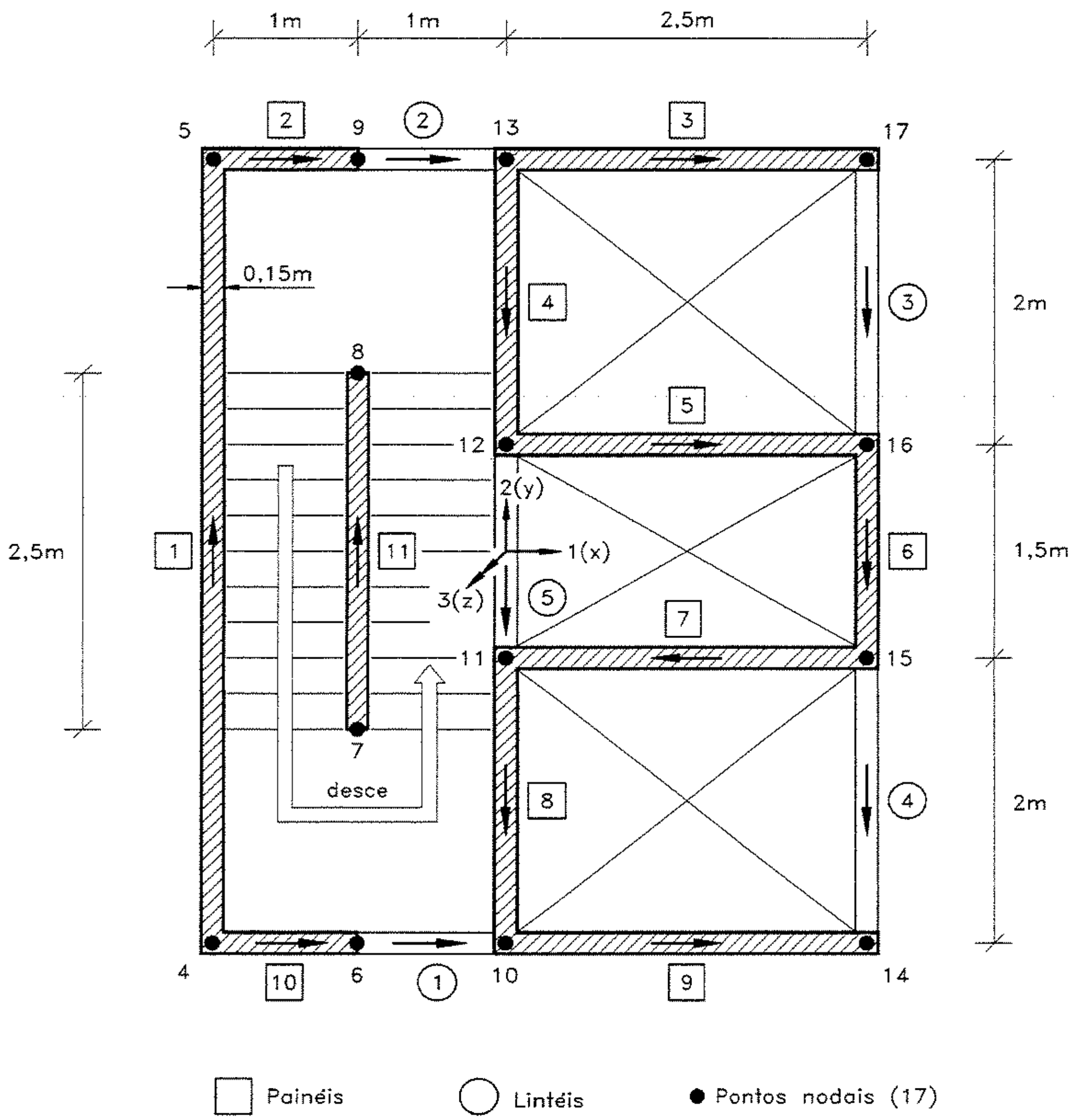
5.7 – Exemplo número 7

A figura 5.7.1 mostra o núcleo usado como exemplo, para o qual os arquivos de entrada e saída completos estão no anexo 03. Serra [22] resolve este exemplo que procuramos repetir neste trabalho por ser uma estrutura que apresenta grande variedade de tipos de paredes e lintéis, tais como paredes isoladas e acopladas, assim como os três tipos de lintéis previstos no programa.

O carregamento vertical é duas vezes o peso próprio, que para cada elemento de parede é dividido igualmente entre as quatro coordenadas verticais do modelo, assim como o dobro do peso próprio de um lintel se distribui igualmente entre suas coordenadas verticais. Ao longo da direção x atua uma pressão de 2,424 kN/m correspondente a ação do vento. As dimensões se referem a linha do esqueleto e usou-se 25 kN/m^3 para peso específico do concreto.

Mesmo neste exemplo de um núcleo mais completo, como não há esforços de torção, os deslocamentos horizontais no eixo x, paralelo às ações do vento apresentaram pouca diferença nos cálculos usando o modelo Serra, o modelo Yagui e o novo modelo, conforme pode ser verificado na tabela 5.7.1 e visualizado gráfico da figura 5.7.2.

As tensões de compressão ao longo da aresta 15 nas seções a meia altura dos andares, calculadas pelos três modelos citados no parágrafo anterior estão explicitadas na tabela 5.7.2. Foi escolhida esta aresta por ser bastante genérica pois nela concorrem painéis e lintéis e é das mais solicitadas.



18 andares com pé direito de 3m

11 painéis (orientados)

5 prumadas de lintéis (orientados)

Seção transversal dos lintéis: 0,20mx0,40m

Carregamento vertical = 2 vezes o peso próprio

Carregamento horizontal = 2,42 kN/m² na direção x

$E=25\times10^6$ kPa

$\nu=0{,}2$ (coeficiente de Poisson)

Peso especifico do concreto = 25 kN/m³

Figura 5.7.1 – Exemplo número 7

Tabela 5.7.1 – Translações em x (cm)			
Nível	Serra	Yagui	Programa
0	0,000	0,000	0,000
1	0.102	0,085	0,075
2	0,306	0,284	0,272
3	0,597	0,576	0,535
4	0,957	0,932	0,878
5	1,372	1,347	1,275
6	1,831	1,806	1,716
7	2,324	2,299	2,192
8	2,843	2,818	2,696
9	3,382	3,356	3,220
10	3,934	3,908	3,759
11	4,494	4,468	4,308
12	5,059	5,032	4,864
13	5,625	5,596	5,422
14	6,190	6,159	5,980
15	6,750	6,717	6,536
16	7,306	7,271	7,088
17	7,856	7,818	7,636
18	8,403	8,362	8,181

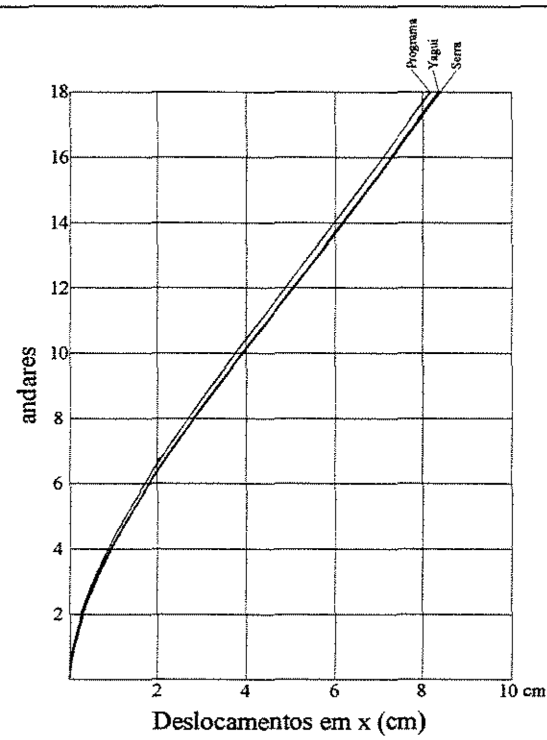


Figura 5.7.2 – Comparação de deslocamentos

Tabela 5.7.2			
Tensões normais de compressão na aresta 15 (Mpa)			
Andar	Serra	Yagui	Programa
1	9,744	9.455	9,393
2	9,226	8.257	8,208
3	7,132	7.188	7,140
4	6,221	6.259	6,232
5	5,416	5.441	5,434
6	4,697	4.710	4,724
7	4,048	4.053	4,082
8	3,457	3.456	3,498
9	2,917	2.912	2,962
10	2,423	2.415	2,471
11	1,973	1.963	2,022
12	1,565	1.554	1,612
13	1,198	1.186	1,243
14	0,872	0.861	0,913
15	0,589	0.578	0,624
16	0,351	0,342	0,380
17	0,162	0,156	0,181
18	0,047	0,043	0,051

CAPÍTULO 6

Conclusões

Procurou-se neste trabalho buscar soluções confiáveis para dois problemas comuns aos processos discretos que substituem os elementos de parede por um modelo composto de duas vigas rígidas e uma coluna central. Estes problemas – momento parasita e incompatibilidade de giro nas ligações parede-lintel - flexibilizam os núcleos, conduzindo sistematicamente a maiores deslocamentos caso a estrutura esteja submetida a consideráveis esforços de cisalhamento, como é o caso dos núcleos submetido à torção.

O momento parasita foi resolvido com o acréscimo de duas barras diagonais articuladas nas extremidades das vigas rígidas horizontais. A incompatibilidade de giro na ligação parede-lintel foi amenizada com o acréscimo de duas barras rígidas verticais que conectam as extremidades dos lintéis ao nível inferior do elemento, permitindo que o giro da extremidade do lintel se aproxime da real rotação da parede e não da barra rígida horizontal como ocorre nos modelos tradicionais.

A análise de testes e resultados de vários exemplos de núcleos, alguns dos quais expostos neste trabalho, mostrou que dentre os dois problemas o momento parasita é o que mais diminui a rigidez do núcleo. Viu-se também que a influência destes problemas é diretamente proporcional ao aumento da rigidez dos lintéis e principalmente ao aumento das deformações por cisalhamento na parede. Nos casos de núcleos abertos, sem lintéis, as diferenças nos resultados obtidos com o novo modelo em relação aos modelos tradicionais praticamente inexistem.

Os resultados obtidos com o programa são praticamente coincidentes com os considerados pela bibliografia como os melhores resultados obtidos por processos contínuos e elementos finitos. As mudanças introduzidas no novo modelo não comprometem as vantagens dos processos discretos, que permitem os mais diversos arranjos, consideração dos efeitos de 2ª ordem e das fundações elásticas com pequeno esforço adicional.

Os efeitos de segunda ordem, sensíveis no caso de núcleos abertos, não alteram de maneira sensível, na maioria das vezes, os resultados caso o núcleo seja parcialmente fechado por lintéis.

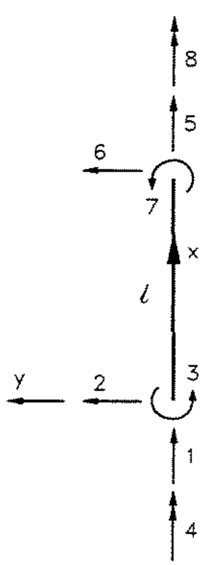
Com as hipóteses usuais admitidas para o caso de núcleos sobre fundações elásticas, o processo discreto permite solução simples e coerente. Em um projeto, o estudo particular das condições do solo e tipo de fundação adotada pode conduzir a pequenas alterações nas condições vinculares do núcleo - sempre ao nível do primeiro diafragma - para melhor simular a vinculação da estrutura. No que diz respeito ao programa propriamente dito, qualquer adaptação para atender casos particulares de vinculações pode ser executada com relativa facilidade.

À vista do exposto, acredita-se que este trabalho tenha contribuído para o aperfeiçoamento dos modelos usados na discretização de núcleos de concreto armado, propondo um modelo versátil, eficiente e simples de ser utilizado.

ANEXO 01

Determinação dos coeficientes de rigidez de uma barra, considerando os efeitos do momento fletor, força cortante, força normal e momento torçor.

Seja a barra da figura A1.1, de seção prismática, com o sistema de coordenadas indicado. Por considerações de simetria, equilíbrio de esforços e aplicação do Teorema da Reciprocidade conclui-se que, para as oito coordenadas definidas, a matriz de rigidez que relaciona os deslocamentos **D** com os esforços **E**, tem a forma mostrada na figura A1.1, cujos valores não nulos foram denominados **S1, S2, ..., S6**.



$$
\begin{bmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \\ E5 \\ E6 \\ E7 \\ E8 \end{bmatrix}
=
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array} &
\begin{bmatrix}
S1 & 0 & 0 & 0 & -S1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & S2 & S3 & 0 & 0 & -S2 & S3 & 0 \\
0 & S3 & S4 & 0 & 0 & -S3 & S5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & S6 & 0 & 0 & 0 & -S6 \\
-S1 & 0 & 0 & 0 & S1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -S2 & -S3 & 0 & 0 & S2 & -S3 & 0 \\
0 & S3 & S5 & 0 & 0 & -S3 & S4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -S6 & 0 & 0 & 0 & S6
\end{bmatrix}
\end{array}
\cdot
\begin{bmatrix} D1 \\ D2 \\ D3 \\ D4 \\ D5 \\ D6 \\ D7 \\ D8 \end{bmatrix}
$$

Figura A1.1 – Sistema de coordenadas e matriz de rigidez

A figura A1.2, na qual apenas os valores não nulos estão indicados, ilustra os quatro "estados de deslocamento" básicos para a determinação dos coeficientes de rigidez.

Os coeficientes $s_{11} = -s_{51} = S1$, cujo valor é a rigidez axial da barra, naturalmente não se altera com a presença de um eventual esforço normal P. Usando a notação tradicional para as características geométricas da seção e propriedades elásticas do material, resulta:

$$S1 = \frac{EA}{L} \quad \text{...} (A1.1)$$

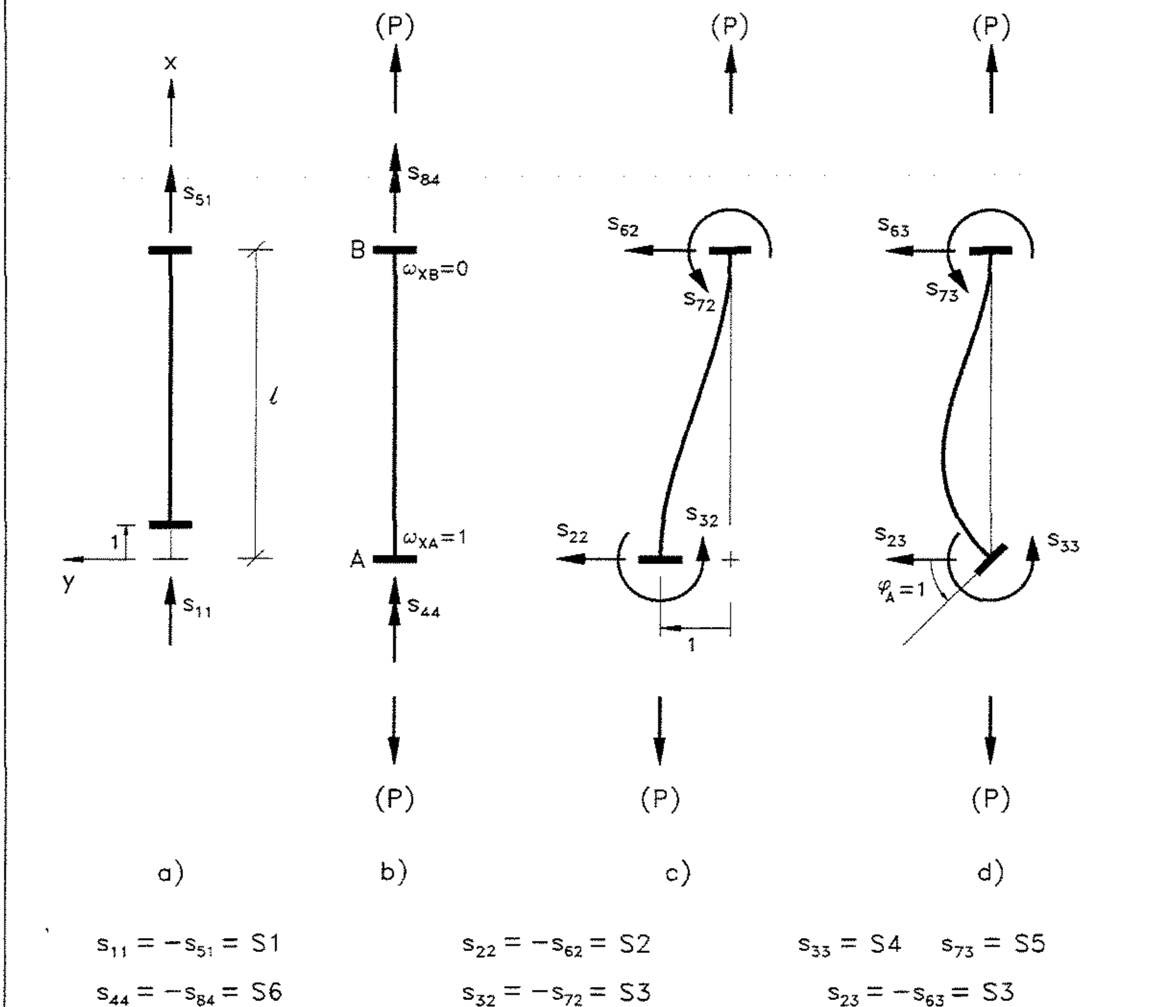


Figura A1.2 – Estados de deslocamento

Os coeficientes $s_{44} = -s_{84} = S6$ são afetados pelo valor da força normal P (positiva de tração). A equação relativa ao momento torçor vale [28]:

$$(GJt + Pr^2)\omega' = M_{XB} \quad \text{(A1.2)}$$

Onde r é o raio de giração da seção transversal.

Chamando de ω_A e ω_B as rotações em torno do eixo x nas extremidades A e B respectivamente, resulta:

$$\omega' = \frac{\omega_B - \omega_A}{\ell} \quad \text{(A1.3)}$$

$$M_{XB} = (\omega_B - \omega_A)\frac{GJt + Pr^2}{\ell} \quad \text{(A1.4)}$$

Ou seja, caso $\omega_A = 1$ e $\omega_B = 0$ tem-se:

$$S_{44} = -S_{84} = S6 = \frac{GJt + Pr^2}{\ell} \quad \text{(A1.5)}$$

A constante de torção Jt vale para uma seção retangular de dimensões b>t [26]:

$$Jt = C1 \cdot bt^3 \quad \text{(A1.6)}$$

$$C1 = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{192}{\pi^5}\ \frac{t}{b} \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^5}\ \mathrm{tgh}\frac{n\pi b}{2t}\right) \quad \text{(A1.7)}$$

A série da expressão de C1 converge rapidamente, e para b/t > 1,2 resulta aproximadamente:

$$C1 = \frac{1}{3}\left(1 - 0{,}63\frac{t}{b}\right) \quad \text{(A1.8)}$$

Portanto S6 é determinado pela expressão A1.4, com Jt e C1 calculados conforme A1.6 e A1.8.

A condição de equilíbrio de momentos aplicada nos estados de deslocamento das figuras A1.2 c) e d) conduz respectivamente à:

$$S2 = \frac{2 \times S3 + P}{\ell} \quad \text{(A1.9)}$$

$$S5 = S3 \times \ell - S4 \quad \text{(A1.10)}$$

Conclui-se portanto que o cálculo de S1, S3, S4 e S6 é suficiente para a montagem da matriz de rigidez. A figura A1.3 repete o estado de deslocamento da figura A1.2d).

O valor de S3 e S4 depende do sentido do esforço normal P que influi no valor do momento fletor e sua derivada, esforço cortante. Independente do valor e sentido de P, a diferença entre o giro f da seção transversal e a inclinação q da linha elástica é a distorção g, ou seja:

$$y' = \theta = \phi + \gamma \quad \text{(A1.11)}$$

$$\gamma = \frac{cQ}{GA} \quad \text{(A1.12)}$$

Onde c é o fator de forma. Substituindo A1.11 em A1.12, derivando a expressão obtida e lembrando que $\phi' = -M/EI$, resulta:

$$y' = \phi + \frac{cQ}{GA} \quad \text{(A1.13)}$$

$$y'' = -\frac{M}{EI} + \frac{c}{GA}\left(\frac{dQ}{dx}\right) \quad \text{(A1.14)}$$

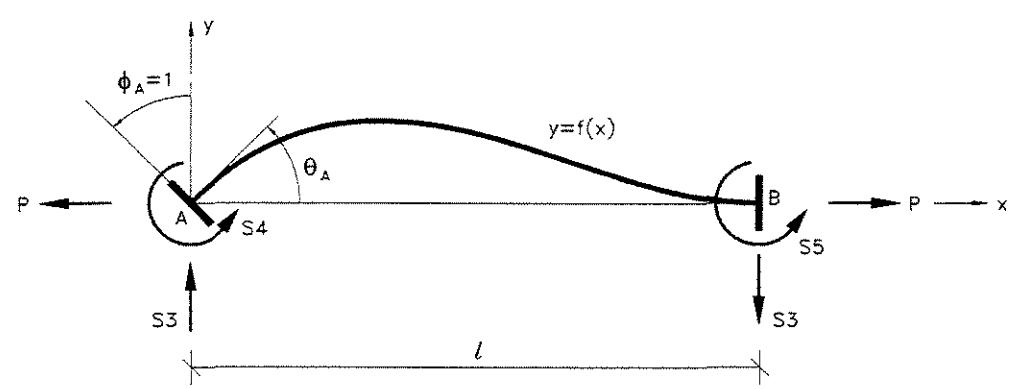


Figura A1.3 – Estado de deslocamento 3 ($\Phi_A = 1$ e $\Phi_B = 0$)

A1.1 - Caso P = zero

$$M = S4 - S3 \cdot x \qquad \text{(A1.15)}$$

$$Q = \frac{dM}{dx} = -S3 \qquad \text{(A1.16)}$$

$$\frac{dQ}{dx} = 0 \qquad \text{(A1.17)}$$

Com estes valores A1.13 e A1.14 ficam:

$$y' = \phi + \frac{cS3}{GA} \qquad \text{(A1.18)}$$

$$y'' = -\frac{S4}{EI} + \frac{S3}{EI}x \qquad \text{(A1.19)}$$

A aplicação da expressão A1.19 para x = 0 e x = ℓ resulta:

$$y''_{(0)} = \frac{S4}{EI} \qquad \text{(A1.20)}$$

$$y''_{(\ell)} = -\frac{S4}{EI} + \frac{S3\ell}{EI} \qquad \text{(A1.21)}$$

Derivando duas vezes a equação A1.19, obtém-se:

$$y^{IV} = 0 \qquad \text{(A1.22)}$$

Solução geral:

$$y = C1x^3 + C2x^2 + C3x + C4 \qquad \text{(A1.23)}$$

$$y' = 3C1x^2 + 2C2x + C3 \qquad \text{(A1.24)}$$

$$y'' = 6C1x + 2C2 \qquad \text{(A1.25)}$$

A equação A1.25 aplicada em x = 0 e x = l comparada com A1.20 e A1.21 fornece os valores de C1 e C2 em função de S3 e S4:

$$C2 = -\frac{S4}{2EI} \quad \text{...} (A1.26)$$

$$C1 = \frac{S3}{6EI} \quad \text{...} (A1.27)$$

As condições de contorno fornecem juntamente coma equação A1.18:

$$y_{(0)} = 0 \rightarrow C1 = 0 \quad \text{...} (A1.28)$$

$$y_{(\ell)} = 0 \rightarrow C1\ell^3 + C2\ell^2 + C3\ell + C4 = 0 \quad \text{...} (A1.29)$$

$$y'_{(0)} = \phi_A + \frac{cS3}{GA} \rightarrow C3 = 1 + \frac{cS3}{GA} \quad \text{...} (A1.30)$$

$$y'_{(\ell)} = \phi_B + \frac{CS3}{GA} \rightarrow 3C1\ell^2 + 2C2\ell + C3 = 0 + \frac{cS3}{GA} \quad \text{...} (A1.31)$$

Estas últimas seis equações formam um sistema com seis incógnitas, C1, C2, C3, C4, S3 e S4. Resolvendo para S3 e S4:

$$S3 = \frac{6EI}{\ell^2} \quad \text{...} (A1.32)$$

$$S4 = (4 + k)\frac{EI'}{\ell} \quad \text{...} (A1.33)$$

$$I' = \frac{I}{1 + k} \quad \text{...} (A1.34)$$

$$k = \frac{12cEI}{GA\ell^2} \quad \text{...} (A1.35)$$

Os valores de S2 e S5 são determinados pela aplicação de A1.9 e A1.10 respectivamente.

$$S2 = \frac{12EI'}{\ell^3} \quad \text{...} (A1.36)$$

$$S5 = (2 - k)\frac{EI'}{\ell} \quad \text{...} (A1.37)$$

A1.2 - Caso P de Compressão:

$$M = S4 - S3x + Py \quad \text{(A1.38)}$$

$$Q = -S3 + Py' \quad \text{(A1.39)}$$

$$\frac{dQ}{dx} = Py'' \quad \text{(A1.40)}$$

Aplicando em A1.13 e A1.14 resulta:

$$y' = \phi - \frac{cS3}{GA} + \frac{cP}{GA}y' \quad \text{(A1.41)}$$

$$y'' = -\frac{S4}{EI} + \frac{S3}{EI}x - \frac{P}{EI}y + \frac{cP}{GA}y'' \quad \text{(A1.42)}$$

Agrupando os termos semelhantes:

$$y' = \frac{1}{a}(\phi - \frac{cS3}{GA}) \quad \text{(A1.43)}$$

$$y'' = \frac{1}{aEI}(-S4 + S3x - Py) \quad \text{(A1.44)}$$

$$a = 1 - \frac{cP}{GA} \quad \text{(A1.45)}$$

Derivando duas vezes a equação A1.44:

$$y^{IV} + \alpha^2 y'' = 0 \quad \text{(A1.46)}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{P}{aEI}} \quad \text{(A1.47)}$$

Solução geral:

$$y = C1\,\mathrm{sen}\,\alpha x + C2\cos\alpha x + C3x + C4 \quad \text{(A1.48)}$$

$$y' = \alpha C1\cos\alpha x - \alpha C2\,\mathrm{sen}\,\alpha x + C3 \quad \text{(A1.49)}$$

$$y'' = -\alpha^2(C1\,\mathrm{sen}\,\alpha x + C2\cos\alpha x) \quad \text{(A1.50)}$$

As expressões A1.44 e A1.49 aplicadas para x = 0 e x = l fornecem, usando o valor de P obtido em A1.47:

$$C2 = \frac{S4}{P} \quad \text{(A1.51)}$$

$$C1 = \frac{-S3\ell + S4(1-\cos\alpha\ell)}{P\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell} \quad \text{(A1.52)}$$

Condições de contorno:

$$y_{(0)} = 0 \;\rightarrow\; C2 + C4 = 0 \quad \text{(A1.53)}$$

$$y_{(\ell)} = 0 \;\rightarrow\; C1\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell + C2\cos\alpha\ell + C3\ell + C4 = 0 \quad \text{(A1.54)}$$

$$y'_{(0)} = \frac{1}{a} - \frac{cS3}{aGA} \;\rightarrow\; \alpha C1 + C3 = \frac{1}{a} - \frac{cS3}{aGA} \quad \text{(A1.55)}$$

$$y'_{(\ell)} = -\frac{cS3}{aGA} \;\rightarrow\; \alpha C1\cos\alpha\ell - \alpha C2\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell + C3 = -\frac{cS3}{aGA} \quad \text{(A1.56)}$$

Analogamente ao caso P=0, as seis últimas equações formam um sistema com seis incógnitas. Eliminando C1, C2, C3 e C4, resulta:

$$\alpha(1-\cos\alpha\ell)S4 + \left(\frac{\mathrm{sen}\,\alpha\ell}{a} - \alpha\ell\right)S3 = \frac{P\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell}{a} \quad \text{(A1.57)}$$

$$2\alpha(1-\cos\alpha\ell)S4 - \alpha\ell(1-\cos\alpha\ell)S3 = \frac{P\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell}{a} \quad \text{(A1.58)}$$

Resolvendo por substituição e lembrando que $P = \alpha^2 aEI$ (A1.47), resulta:

$$S3 = EI\frac{a\alpha^2\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell - a\alpha\ell\cos\alpha\ell - a\alpha\ell} \quad \text{(A1.59)}$$

$$S4 = EI\frac{\alpha(\mathrm{sen}\,\alpha\ell - a\alpha\ell\cos\alpha\ell)}{2 - 2\cos\alpha\ell - a\alpha\ell\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell} \quad \text{(A1.60)}$$

Para que o denominador das expressões acima se tornem iguais, multiplica-se o numerador e denominador da expressão de S3 pelo fator $(1- \ \cos\alpha\ell)$, obtendo:

$$S3 = EI\frac{a\alpha^2(1-\cos\alpha\ell)}{2-2\cos\alpha\ell - a\alpha\ell\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell} \quad \text{(A1.61)}$$

Os valores de S3 e S4 aplicados em A1.9 e A1.10 fornece:

$$S2 = EI\frac{a^2\alpha^2\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell}{2-2\cos\alpha\ell - a\alpha\ell\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell} \quad \text{(A1.62)}$$

$$S5 = EI\frac{\alpha(a\alpha\ell - \mathrm{sen}\,\alpha\ell)}{2-2\cos\alpha\ell - a\alpha\ell\,\mathrm{sen}\,\alpha\ell} \quad \text{(A1.63)}$$

A1.3 - Caso P de tração:

$$M = S4 - S3x - Py \quad \text{(A1.64)}$$

$$Q = -S3 - Py' \quad \text{(A1.65)}$$

$$\frac{dQ}{dx} = -Py'' \quad \text{(A1.66)}$$

Neste caso a equação diferencial vale:

$$y^{IV} - \alpha^2 y'' = 0 \quad \text{(A1.67)}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{P}{aEI}} \quad \text{(A1.68)}$$

$$a = 1 + \frac{cP}{GA} \quad \text{(A1.69)}$$

A solução geral é:

$$y = C1\,\mathrm{senh}\,\alpha x + C2\cosh\alpha x + C3x + C4 \quad \text{(A1.70)}$$

$$y' = \alpha C1\cosh\alpha x + \alpha C2\,\mathrm{senh}\,\alpha x + C3 \quad \text{(A1.71)}$$

$$y'' = \alpha^2(C1\,\mathrm{senh}\,\alpha x + C2\cosh\alpha x) \quad \text{(A1.72)}$$

Procedendo analogamente ao caso anterior e lembrando que para as funções hiperbólicas vale a identidade $\cosh^2 \alpha x + \text{senh}^2 \alpha x = 1$, chega-se a:

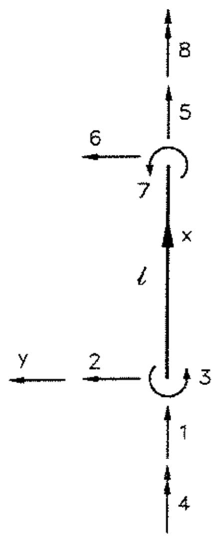
$$S3 = EI \frac{a\alpha^2(\cosh \alpha\ell - 1)}{2 - 2\cosh \alpha\ell + a\alpha\ell \,\text{senh}\, \alpha\ell} \quad \text{...(A1.73)}$$

$$S4 = EI \frac{\alpha(a\alpha\ell \cosh \alpha\ell - \text{senh}\, \alpha\ell)}{2 - 2\cosh \alpha\ell + a\alpha\ell \,\text{senh}\, \alpha\ell} \quad \text{...(A1.74)}$$

$$S2 = EI \frac{a^2\alpha^3 \,\text{senh}\, \alpha\ell}{2 - 2\cosh \alpha\ell + a\alpha\ell \,\text{senh}\, \alpha\ell} \quad \text{...(A1.75)}$$

$$S5 = EI \frac{\alpha(\text{senh}\, \alpha\ell - a\alpha\ell)}{2 - 2\cosh \alpha\ell + a\alpha\ell \,\text{senh}\, \alpha\ell} \quad \text{...(A1.76)}$$

O quadro A1.1 apresentado a seguir, resume os resultados obtidos.



$$
\begin{bmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \\ E5 \\ E6 \\ E7 \\ E8 \end{bmatrix}
=
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array}
\begin{bmatrix}
S1 & 0 & 0 & 0 & -S1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & S2 & S3 & 0 & 0 & -S2 & S3 & 0 \\
0 & S3 & S4 & 0 & 0 & -S3 & S5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & S6 & 0 & 0 & 0 & -S6 \\
-S1 & 0 & 0 & 0 & S1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -S2 & -S3 & 0 & 0 & S2 & -S3 & 0 \\
0 & S3 & S5 & 0 & 0 & -S3 & S4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -S6 & 0 & 0 & 0 & S6
\end{bmatrix}
\end{array}
\cdot
\begin{bmatrix} D1 \\ D2 \\ D3 \\ D4 \\ D5 \\ D6 \\ D7 \\ D8 \end{bmatrix}
$$

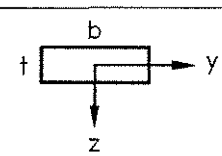
	Compressão (P<0)	P=0	Tração (P>0)
S1	$\dfrac{EA}{l}$	$\dfrac{EA}{l}$	$\dfrac{EA}{l}$
S2	$EI\,\dfrac{a^2\alpha^3 \operatorname{sen}\alpha l}{\Phi_c}$	$\dfrac{12EI'}{l^3}$	$EI\,\dfrac{a^2\alpha^3 \operatorname{senh}\alpha l}{\Phi_t}$
S3	$EI\,\dfrac{a\alpha^2(1-\cos\alpha l)}{\Phi_c}$	$\dfrac{6EI'}{l^2}$	$EI\,\dfrac{a\alpha^2(\cosh\alpha l-1)}{\Phi_t}$
S4	$EI\,\dfrac{\alpha(\operatorname{sen}\alpha l - a\alpha l\cos\alpha l)}{\Phi_c}$	$(4+k)\,\dfrac{EI'}{l}$	$EI\,\dfrac{\alpha(a\alpha l\cosh\alpha l - \operatorname{senh}\alpha l)}{\Phi_t}$
S5	$EI\,\dfrac{\alpha(a\alpha l - \operatorname{sen}\alpha l)}{\Phi_c}$	$(2-k)\,\dfrac{EI'}{l}$	$EI\,\dfrac{\alpha(\operatorname{senh}\alpha l - a\alpha l)}{\Phi_t}$
S6	$\dfrac{GJ_t+Pr^2}{l}$	$\dfrac{GJ_t}{l}$	$\dfrac{GJ_t+Pr^2}{l}$

$$\Phi_c = 2-2\cos\alpha l - a\alpha l \operatorname{sen}\alpha l \qquad \Phi_t = 2-2\cosh\alpha l + a\alpha l \operatorname{senh}\alpha l$$

$$a = 1+\frac{cP}{GA} \qquad \alpha=\sqrt{\frac{|P|}{aEI}} \qquad I'=\frac{I}{1+k} \qquad k=\frac{12cEI}{GA\,l^2} \qquad r^2=\frac{I}{A}$$

c=fator de forma

Caso seção transversal retangular: ν = coeficiente de Poisson



$$A=tb \qquad I=\frac{tb^3}{12} \qquad c=\frac{12+11\nu}{10(1+\nu)} \qquad J_t = C1\cdot bt^3 \qquad C1=\frac{1}{3}\left(1-0{,}63\,\frac{t}{b}\right)$$

Quadro A1.1 – Coeficientes de rigidez - formulário

ANEXO 02

Redução e mudanças de coordenadas

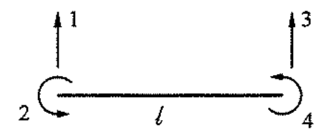
Neste anexo serão apresentados os fundamentos de redução e mudança de coordenadas, tópicos da análise matricial de estruturas. As deduções aqui contidas não obstante sejam gerais, privilegiam os casos particulares necessários para os modelos de discretização usados no desenvolvimento deste trabalho.

A2.1. Barra com uma extremidade articulada

Para determinar os coeficientes de rigidez de uma barra engastada-articulada, pode-se usar os resultados conhecidos da barra bi-engastada – Anexo 01, quadro A1.1 - obtendo-se os novos coeficientes através de um procedimento de redução da matriz de rigidez.

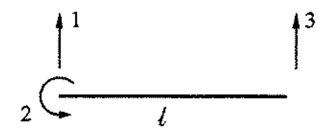
A presença de uma articulação em uma extremidade da barra não afetam os coeficientes correspondentes a rigidez axial (S1) e rigidez à torção (S6), este último sendo considerado apenas no caso do apoio articulado ser um "vínculo de garfo", isto é, permite rotações correspondentes à flexão mas impede a torção da barra. Assim, apenas os coeficientes S2, S3, S4 e S5 serão alterados.

A figura A2.1 a) mostra uma barra com um sistema de quatro coordenadas e sua matriz de rigidez, onde os coeficientes S2, S3, S4 e S5 são os determinados no anexo 01. Na figura A2.1 b), foi eliminada a coordenada 4, pois E4 neste caso é nulo. Em ambas as matrizes de rigidez, os valores dos coeficientes que por considerações de equilíbrio e reciprocidade têm mesmo módulo possuem - a menos do sinal - a mesma notação.



$$\begin{Bmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \end{Bmatrix} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} S2 & S3 & -S2 & S3 \\ S2 & S4 & -S3 & S5 \\ -S2 & -S3 & S2 & -S3 \\ S3 & S5 & -S3 & S4 \end{bmatrix} \end{array} \bullet \begin{Bmatrix} D1 \\ D2 \\ D3 \\ D4 \end{Bmatrix}$$

a) barra bi-engastada



$$\begin{Bmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \end{Bmatrix} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} Sr1 & Sr2 & -Sr1 \\ Sr2 & Sr3 & -Sr2 \\ -Sr1 & -Sr2 & Sr1 \end{bmatrix} \end{array} \bullet \begin{Bmatrix} D1 \\ D2 \\ D3 \end{Bmatrix}$$

b) barra engastada articulada

Figura A2.1 – Redução de coordenadas

As matrizes $\{\mathbf{E}\}_{(4x1)}$, $[\mathbf{S}]_{(4x4)}$ e $\{\mathbf{D}\}_{(4x1)}$ podem ser subdivididas conforme expressão abaixo, na qual já está indicado o valor nulo para E4:

$$\begin{bmatrix} \{\mathbf{Ea}\} \\ (3x1) \\ \{\mathbf{0}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathbf{Saa}]\ (3x3) & [\mathbf{Sab}]\ (3x1) \\ [\mathbf{Sba}]\ (1x3) & [\mathbf{Sbb}] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \{\mathbf{Da}\} \\ (3x1) \\ \{\mathbf{Db}\} \end{bmatrix} \quad \text{.............................(A2.1)}$$

Efetuando o produto, desmembrados em dois grupos, temos:

$\{\mathbf{Ea}\} = [\mathbf{Saa}]\ \{\mathbf{Da}\} + [\mathbf{Sab}]\ \{\mathbf{Db}\}$ ....(A2.2)

$\{\ \mathbf{0}\ \} = [\mathbf{Sba}]\ \{\mathbf{Da}\} + [\mathbf{Sbb}]\ \{\mathbf{Db}\}$ ....(A2.3)

Pré multiplicando (A2.3) por $[\mathbf{Sbb}]^{-1}$ obtém-se:

$\{\mathbf{Db}\} = -\ [\mathbf{Sbb}]^{-1}\ [\mathbf{Sba}]\ \{\mathbf{Da}\}$ ....(A2.4)

Aplicando o valor de $\{\mathbf{Db}\}$ em (A2.2), resulta:

$\{\mathbf{Ea}\} = ([\mathbf{Saa}] - [\mathbf{Sab}]\ [\mathbf{Sbb}]^{-1}\ [\mathbf{Sba}])\ \{\mathbf{Da}\}$ ....(A2.5)

Mas, conforme figura A2.1 b), devemos ter, chamando de $[\mathbf{Sr}]$ a matriz reduzida (3x3):

$$\{Ea\} = [Sr]\ \{Da\} \quad \text{(A2.6)}$$

Comparando (A2.6) e (A2.5), obtemos a expressão que fornece a matriz de rigidez reduzida:

$$[Sr] = [Saa] - [Sab]\ [Sbb]^{-1}\ [Sba] \quad \text{(A2.7)}$$

Ou, expandindo conforme a figura A2.1:

$$\begin{bmatrix} Sr1 & Sr2 & -Sr1 \\ Sr2 & Sr3 & -Sr2 \\ -Sr1 & -Sr2 & Sr1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S2 & S3 & -S2 \\ S3 & S4 & -S3 \\ -S2 & -S3 & S2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S3 \\ S5 \\ -S3 \end{bmatrix} \times [S4]^{-1} \times [S3 \quad S5 \quad -S3] \quad \text{(A2.8)}$$

Resolvendo com os valores de S2, S3, S4 e S5 dados no quadro A1.1 e simplificando as expressões, obtém-se:

$$Sr1 = \frac{12\,EI}{\ell^3 (4+k)} \qquad Sr2 = \frac{12EI}{\ell^2 (4+k)} \qquad Sr3 = \frac{12\,EI}{\ell (4+k)} \quad \text{(A2.9)}$$

A2.2 - Mudança de sistemas de coordenadas para o modelo

A figura A2.2 mostra os dois sistemas de coordenadas adotados para uma barra simples (b) e modelo sem diagonais (m).

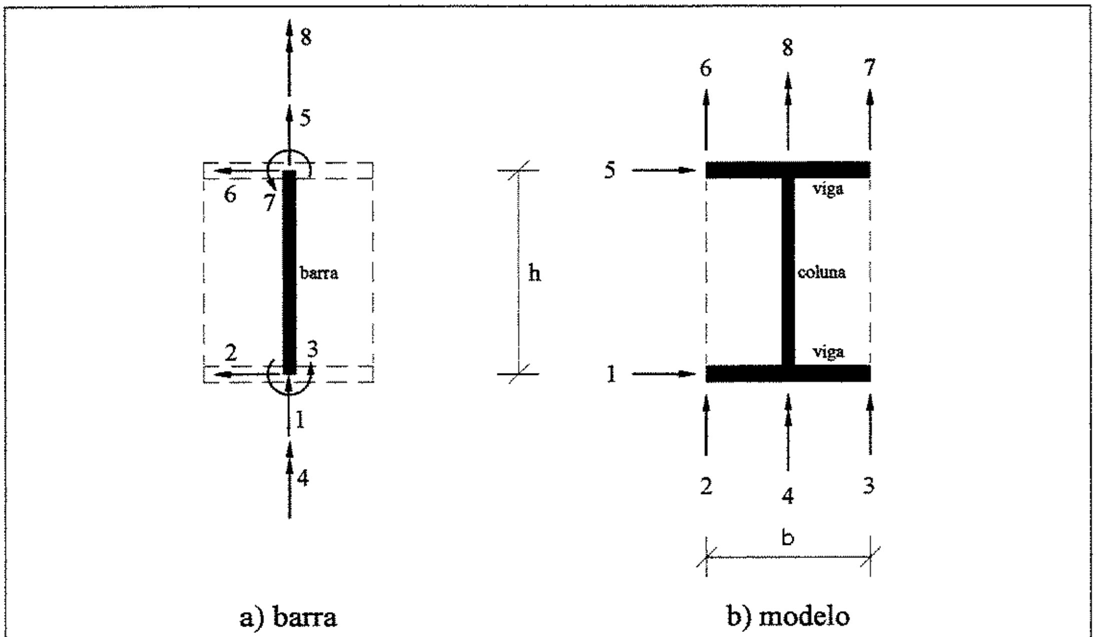


Figura A2.2 – Sistema de coordenadas da barra (b) e do modelo (m)

Seja **[T]** a matriz de transformação que relaciona os deslocamentos dos dois sistema de coordenadas, transformando os deslocamentos do sistema (m - modelo) para o sistema (b - barra).

$$\{\mathbf{Db}\}_{(8x1)} = [\mathbf{T}]_{(8x8)} \times \{\mathbf{Dm}\}_{(8x1)} \qquad \text{(A2.10)}$$

A matriz **[T]** é obtida da seguinte maneira: os elementos de uma coluna genérica **i** são iguais aos deslocamentos nas coordenadas do sistema (b), quando se aplica um deslocamento unitário segundo a coordenada **i** do sistema (m), mantendo-se todos os outros deslocamentos nulos.

Assim, aplicando-se este procedimento, a matriz **[T]** vale:

$$[\mathbf{T}] = \begin{array}{cccccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\ \hline 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1/b & 1/b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/b & 1/b & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 8 \end{array} \qquad \text{(A2.11)}$$

A2.3 - Modificação da matriz de rigidez no caso de mudança do sistema de coordenadas

Para as estruturas em regime elástico, o trabalho realizado por um sistema de cargas **{e}** nos correspondentes deslocamentos **{d}** vale, conforme o Teorema de Clapeyron:

$$\text{Trab} = \sum \frac{1}{2}\, e_i\, d_i \qquad \text{(A2.12)}$$

Ou sob forma matricial:

$$\text{Trab} = \frac{1}{2} \{D\}^t \{E\} \qquad \text{(A2.13)}$$

Como o trabalho realizado (ou a energia de deformação) independe do sistema de coordenadas, temos para os dois sistemas (m - modelo) e (b - barra):

$$\{D_m\}^t \{E_m\} = \{D_b\}^t \{E_b\} \qquad \text{(A2.14)}$$

$$\text{Como } \{D_b\} = [T]\{D_m\}, \text{ tem-se } \{D_b\}^t = \{D_m\}^t [T]^t \qquad \text{(A2.15)}$$

Aplicando (A2.15) em (A2.14) e lembrando que **{E} = [S] {D}**, temos:

$$\{D_m\}^t [S_m] \{D_m\} = \{D_m\}^t [T]^t [S_b] [T] \{D_m\} \qquad \text{(A2.16)}$$

Ou seja:

$$[S_m] = [T]^t [S_b] [T] \qquad \text{(A2.17)}$$

Tomando-se os valores de **[S$_b$]** conforme quadro A1.1 do anexo 01, **[T]** obtida no item anterior e também sua transposta, os valores dos coeficientes da matriz de rigidez do modelo segundo suas coordenadas, são obtidos através do duplo produto matricial indicado em (A2.17) e resulta os valores do quadro A2.1:

$$[Sm] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccccc}
S2 & \frac{S3}{b} & -\frac{S3}{b} & 0 & -S2 & \frac{S3}{b} & -\frac{S3}{b} & 0 \\
\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & 0 & -\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & 0 \\
-\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & 0 & \frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & S6 & 0 & 0 & 0 & -S6 \\
-S2 & -\frac{S3}{b} & \frac{S3}{b} & 0 & S2 & -\frac{S3}{b} & \frac{S3}{b} & 0 \\
\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & 0 & -\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & 0 \\
-\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & 0 & \frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & -S6 & 0 & 0 & 0 & S6
\end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array}$$

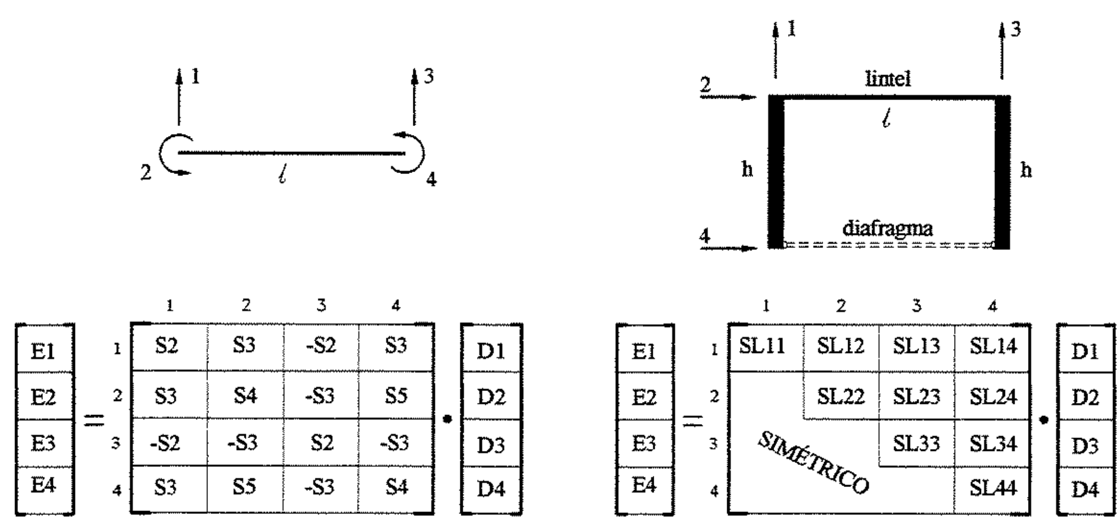
Quadro A2.1 – Coeficientes de rigidez do modelo sem diagonais

Alternativamente estes coeficientes poderiam ter sido determinados diretamente, uma vez que os coeficientes de uma coluna genérica **i** da matriz de rigidez são iguais aos esforços que aparecem nas direções das coordenadas correspondentes, quando se aplica um deslocamento unitário na direção da coordenada **i**, mantendo-se todos os outros deslocamentos nulos.

A2.4. Mudança do sistema de coordenadas para os lintéis

A2.4.1 – Caso lintel engastado-engastado

A figura A2.3 a) repete a barra da figura A2.1 a) com sua matriz de rigidez e a figura A2.3 b) mostra um lintel – conforme modelo estabelecido no capítulo 2 - engastado-engastado nas duas barras verticais de rigidez infinita e o seu sistema de coordenadas.



a) barra bi-engastada	b) lintel engastado-engastado

Figura A2.3 – Matriz de rigidez de barra e lintel

A matriz de transformação **[T]** que relaciona os deslocamentos dos dois sistema de coordenadas, transformando os deslocamentos do sistema (b) para o sistema (a) vale:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/h & 0 & 1/h \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1/h & 0 & 1/h \end{bmatrix}$$

..................................(A2.18)

Conforme foi visto no item anterior, a matriz de rigidez **[SL]** do lintel, vale:

$$[SL] = [T]^t \, [Sb] \, [T] \quad \text{..........(A2.19)}$$

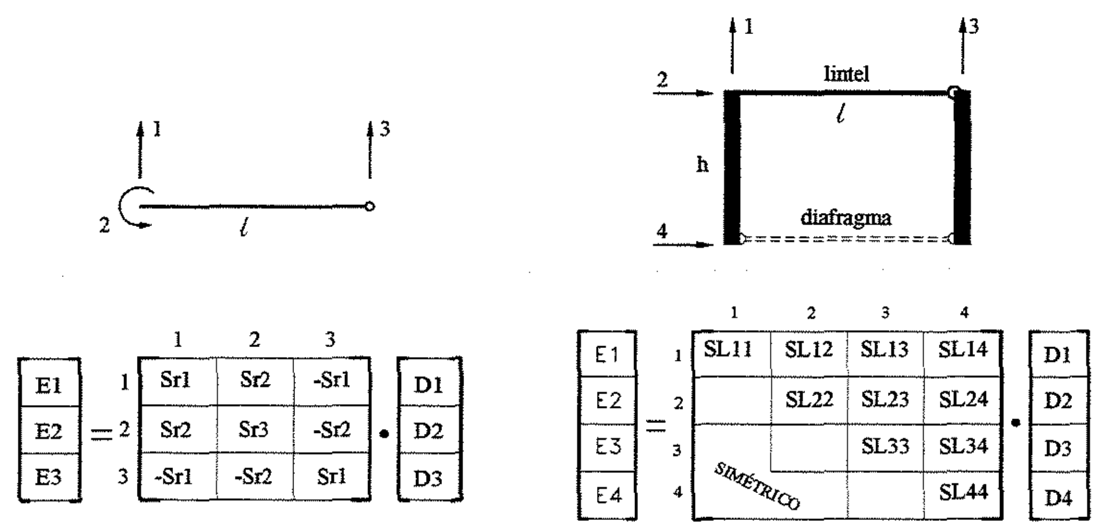
O quadro A2.2 apresenta os valores dos coeficientes que resultam deste produto matricial:

$$[SL] = \begin{bmatrix} S2 & \frac{-2\,S3}{h} & -S2 & \frac{2\,S3}{h} \\ \frac{-2\,S3}{h} & \frac{2\,(S4+S5)}{h^2} & \frac{2\,S3}{h} & -\frac{2\,(S4+S5)}{h^2} \\ -S2 & \frac{2\,S3}{h} & S2 & \frac{-2\,S3}{h} \\ \frac{2\,S3}{h} & -\frac{2\,(S4+S5)}{h^2} & \frac{-2\,S3}{h} & \frac{2\,(S4+S5)}{h^2} \end{bmatrix}$$

Quadro A2.2 – Coeficientes de rigidez de lintel engastado-engastado

A2.4.2 – Caso lintel engastado-articulado

A figura A2.4 mostra o caso de um lintel engastado-articulado.



a) barra engastada-articulada

b) lintel engastado-articulado

Figura A2.4 – Matrizes de rigidez de barra e lintel engastados-articulados

Neste caso a matriz de transformação vale:

[T] =

1	0	0	0
0	-1/h	0	1/h
0	0	1	0

..................................(A2.20)

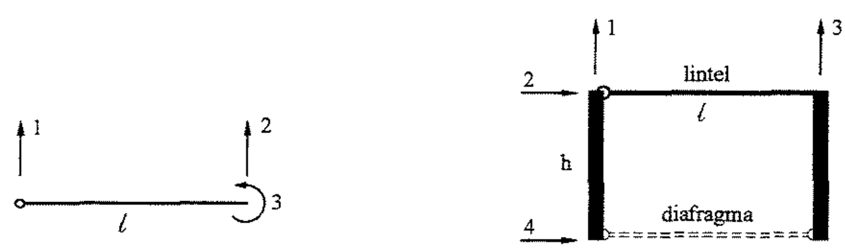
E daí os coeficientes de **[SL] = [T]^t [Sr] [T]** resultam nos valores apresentados no quadro A2.3.

$$
[SL] = \begin{bmatrix} Sr1 & -\dfrac{Sr2}{h} & -Sr1 & \dfrac{Sr2}{h} \\ -\dfrac{Sr2}{h} & \dfrac{Sr3}{h^2} & \dfrac{Sr2}{h} & -\dfrac{Sr3}{h^2} \\ -Sr1 & \dfrac{Sr2}{h} & Sr1 & -\dfrac{Sr2}{h} \\ \dfrac{Sr2}{h} & -\dfrac{Sr3}{h^2} & -\dfrac{Sr2}{h} & \dfrac{Sr3}{h^2} \end{bmatrix}
$$

Quadro A2.3 – Coeficientes de rigidez de lintel engastado articulado

A2.4.3 – Caso lintel articulado-engastado

A figura A2.5 mostra o caso de um lintel articulado-engastado.



$$
\begin{bmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} Sr1 & -Sr1 & Sr2 \\ -Sr1 & Sr1 & -Sr2 \\ Sr2 & -Sr2 & Sr3 \end{bmatrix} \end{array} \bullet \begin{bmatrix} D1 \\ D2 \\ D3 \end{bmatrix}
$$

a) barra engastada-articulada

$$
\begin{bmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} SL11 & SL12 & SL13 & SL14 \\ & SL22 & SL23 & SL24 \\ & & SL33 & SL34 \\ \text{SIMÉTRICO} & & & SL44 \end{bmatrix} \end{array} \bullet \begin{bmatrix} D1 \\ D2 \\ D3 \\ D4 \end{bmatrix}
$$

b) lintel articulado-engastado

Figura A2.5 – Matrizes de rigidez de barra e lintel articulados-engastados

Neste caso a matriz de transformação vale:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1/h & 0 & 1/h \end{bmatrix}$$

..................................(A2.21)

E daí os coeficientes de **[SL] = [T]ᵗ [Sr] [T]** estão apresentados no quadro A2.4, os quais resultam idênticos aos do lintel engastado-articulado.

$$[SL] = \begin{bmatrix} Sr1 & -\frac{Sr2}{h} & -Sr1 & \frac{Sr2}{h} \\ -\frac{Sr2}{h} & \frac{Sr3}{h^2} & \frac{Sr2}{h} & -\frac{Sr3}{h^2} \\ -Sr1 & \frac{Sr2}{h} & Sr1 & -\frac{Sr2}{h} \\ \frac{Sr2}{h} & -\frac{Sr3}{h^2} & -\frac{Sr2}{h} & \frac{Sr3}{h^2} \end{bmatrix}$$

Quadro A2.4 – Coeficientes de rigidez de lintel articulado-engastado

ANEXO 03

Modelos complementares

A3.1 - O elemento de parede sugerido por Yagui [30]

Um segmento de parede compreendido entre dois diafragmas é substituído por um modelo composto de três elementos: uma coluna central que supostamente concentra todas as características do segmento de parede e duas vigas de rigidez infinita, que têm a finalidade de levar em consideração a largura da parede. A figura A3.1 mostra o modelo discreto (b) que substitui o segmento de parede (a) e o sistema de coordenadas locais (c) que definem o comportamento do modelo.

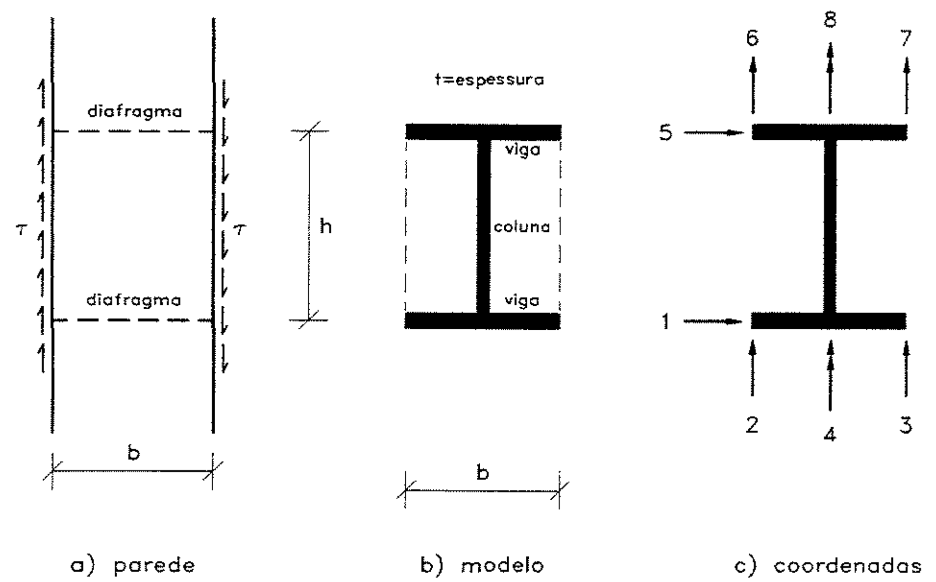


Figura A3.1 – Modelo Yagui e sistema de coordenadas

A3.1.1 - Determinação dos coeficientes de rigidez.

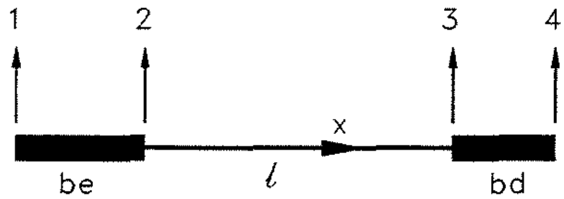
O quadro A3.1 apresenta os coeficientes da matriz **[Sm]** de rigidez do modelo. Os valores de S1, ... , S6 são os deduzidos no anexo 01 – Quadro A1.1 – os quais incluem os efeitos de segunda ordem e considera as deformações axiais, por flexão e por cisalhamento.

$$
[Sm] = \begin{array}{cccccccc|c}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\
\hline
S2 & \frac{S3}{b} & -\frac{S3}{b} & 0 & -S2 & \frac{S3}{b} & -\frac{S3}{b} & 0 & 1 \\
\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & 0 & -\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & 0 & 2 \\
-\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & 0 & \frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & 0 & 3 \\
0 & 0 & 0 & S6 & 0 & 0 & 0 & -S6 & 4 \\
-S2 & -\frac{S3}{b} & \frac{S3}{b} & 0 & S2 & -\frac{S3}{b} & \frac{S3}{b} & 0 & 5 \\
\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & 0 & -\frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & 0 & 6 \\
-\frac{S3}{b} & -\frac{S1}{4}-\frac{S5}{b^2} & -\frac{S1}{4}+\frac{S5}{b^2} & 0 & \frac{S3}{b} & \frac{S1}{4}-\frac{S4}{b^2} & \frac{S1}{4}+\frac{S4}{b^2} & 0 & 7 \\
0 & 0 & 0 & -S6 & 0 & 0 & 0 & S6 & 8
\end{array}
$$

Quadro A3.1 – Matriz de rigidez do modelo Yagui

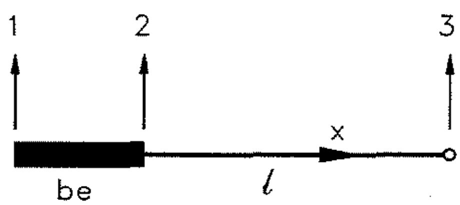
A3.1.2 - Os lintéis

Devido a orientação do lintel ser arbitrária três tipos são possíveis: engastado/engastado, engastado/articulado e articulado/engastado. Os coeficientes de rigidez dos três tipos de lintéis estão reproduzidos nos quadros A3.2, A3.3 e A3.4. Independente do tipo, a matriz de rigidez de um lintel será sempre considerada 4x4 para manter apenas um padrão na correspondência entre coordenadas locais e globais.



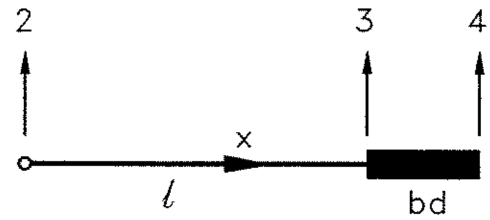
$$[SL] = \begin{bmatrix} \dfrac{S4}{be^2} & -\dfrac{S3}{be}-\dfrac{S4}{be^2} & \dfrac{S3}{bd}+\dfrac{S5}{be \cdot bd} & -\dfrac{S5}{be \cdot bd} \\ -\dfrac{S3}{be}-\dfrac{S4}{be^2} & S2+2\dfrac{S3}{be}+\dfrac{S4}{be^2} & -S2-\dfrac{S3}{bd}-\dfrac{S3}{be}-\dfrac{S5}{be \cdot bd} & \dfrac{S3}{bd}+\dfrac{S5}{be \cdot bd} \\ \dfrac{S3}{be}+\dfrac{S5}{be \cdot bd} & -S2-\dfrac{S3}{bd}-\dfrac{S3}{be}-\dfrac{S5}{be \cdot bd} & S2+2\dfrac{S3}{bd}+\dfrac{S4}{bd^2} & -\dfrac{S3}{bd}-\dfrac{S4}{bd^2} \\ -\dfrac{S5}{be \cdot bd} & \dfrac{S3}{bd}+\dfrac{S5}{be \cdot bd} & -\dfrac{S3}{bd}-\dfrac{S4}{bd^2} & \dfrac{S4}{bd^2} \end{bmatrix}$$

Quadro A3.2 – Lintel engastado-engastado (modelo Yagui)



$$[SL] = \begin{bmatrix} \dfrac{Sr3}{be^2} & -\dfrac{Sr2}{be}-\dfrac{Sr3}{be^2} & \dfrac{Sr2}{be} & 0 \\ -\dfrac{Sr2}{be}-\dfrac{Sr3}{be^2} & Sr1+2\dfrac{Sr2}{be}+\dfrac{Sr3}{be^2} & -Sr1-\dfrac{Sr2}{be} & 0 \\ \dfrac{Sr2}{be} & -Sr1-\dfrac{Sr2}{be} & Sr1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Quadro A3.3 – Lintel engastado-articulado (modelo Yagui)



$$[SL] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Sr1 & -Sr1-\frac{Sr2}{bd} & \frac{Sr2}{bd} \\ 0 & -Sr1-\frac{Sr2}{bd} & Sr1+2\frac{Sr2}{bd}+\frac{Sr3}{bd^2} & -\frac{Sr2}{bd}-\frac{Sr3}{bd^2} \\ 0 & \frac{Sr2}{bd} & -\frac{Sr2}{bd}-\frac{Sr3}{bd^2} & \frac{Sr3}{bd^2} \end{bmatrix}$$

Quadro A3.4 – Lintel articulado-engastado (modelo Yagui)

Os valores de S2, S3, S4 e S5 são os mesmos do quadro A1.1 do anexo 01 e Sr1,Sr2 e Sr3 valem conforme valores obtidos no anexo 02 (equação A2.9):

$$Sr1 = \frac{12EI}{\ell^3(4+k)} \qquad Sr2 = \frac{12EI}{\ell^2(4+k)} \qquad Sr3 = \frac{12EI}{\ell(4+k)}$$

onde k tem o mesmo valor definido no quadro A1.1.

A mudança das matrizes de rigidez dos elementos lintéis no programa desenvolvido neste trabalho conduz a um programa para o modelo Yagui. No caso dos elementos a matriz de transformação que relaciona os deslocamentos locais do modelo e globais da estrutura é a mesma nos dois modelos – Yagui e Guilardi – enquanto que para os lintéis as matrizes de transformação não são iguais, havendo necessidade de adaptar-se esta sub-rotina do programa.

A3.2 - O elemento de parede sugerido por Serra [22]

O modelo Serra resolve a incompatibilidade de giro na ligação parede-lintel, considerando a deformação por cortante da parede nas fibras verticais e não nas horizontais conforme os modelos clássicos.

A figura A3.2 mostra o modelo que discretiza o segmento de parede e o sistema de coordenadas locais que definem o comportamento do modelo.

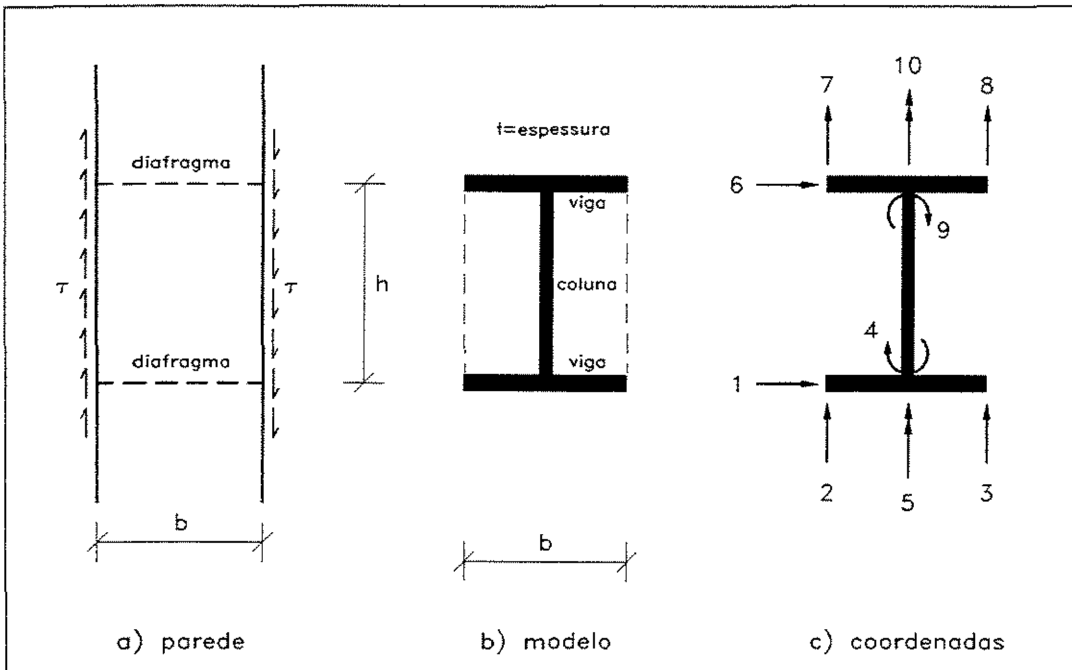


Figura A3.2 – Modelo Serra e sistema de coordenadas

Os elementos deste modelo têm as seguintes características: a coluna com as propriedades elásticas da parede possui a mesma rigidez axial, à flexão e à torção do elemento que substitui. Como neste modelo as rotações no plano a serem consideradas são as das fibras verticais, apenas as deformações axiais e de flexão serão levadas em conta nas colunas. As vigas, indeformáveis axialmente e à flexão, poderão deformar por cisalhamento, ou seja, será permitida a distorção nesses elementos, motivo pelo qual foram acrescentadas as coordenadas 5 e 10. A área th da seção longitudinal do segmento de parede é igualmente distribuída entre as duas vigas.

A3.2.1 - Determinação dos coeficientes de rigidez

A figura A3.3 ilustra o cálculo dos coeficientes de rigidez que diferem do modelo anterior. A figura A3.3a) repete o sistema de coordenadas, exceto as de número 5 e 10, cujos coeficientes não tem alteração. Para facilitar a compreensão as figuras insinuam as direções das fibras verticais nas vizinhanças das vigas.

Convém notar que no caso da figura b), estado 1 de deslocamento unitário, os vínculos correspondentes às coordenadas 4 e 9, bloqueados, só suportam os esforços devido à flexão da coluna. No caso da figura c), estado 2 de deslocamento unitário, o vínculo correspondente à coordenada 4, para impedir a rotação das fibras verticais deve equilibrar o binário que causa a distorção $\gamma = 1/b$ nos elementos da viga; a coluna por se manter indeformada no que diz respeito à flexão, não solicita os vínculos 4 e 9 e sua deformação axial de valor 1/2 afeta igualmente em módulo as coordenadas 2,3,7 e 8, resultando nelas os esforços EA/4h. Analogamente aos casos anteriores, na figura d), estado 4 de deslocamento unitário, o vínculo correspondente à coordenada 4 deve suportar, além daquele devido à flexão da coluna, o esforço referente à distorção $\gamma = 1$ dos elementos da viga inferior. As expressões dos esforços nas coordenadas e os coeficientes de rigidez não nulos estão indicados nas seções correspondentes da figura A3.3.

Com respeito ao estado 2 de deslocamento unitário, ilustrado na figura A3.3 c), deve-se observar que a força que a coluna aplica nas vigas se considerada concentrada, produziria um ponto anguloso na seção central das vigas sem entretanto alterar a orientação das fibras verticais. Naturalmente este efeito foi negligenciado, uma vez que a coluna e a viga na realidade, não trocam entre si este esforço de maneira concentrada mas sim distribuído ao longo da largura b.

Com os valores obtidos na figura A3.3 e considerações de simetria, a matriz de rigidez completa do elemento de parede discretizado pode ser obtida. Os resultados estão apresentados no quadro A3.5.

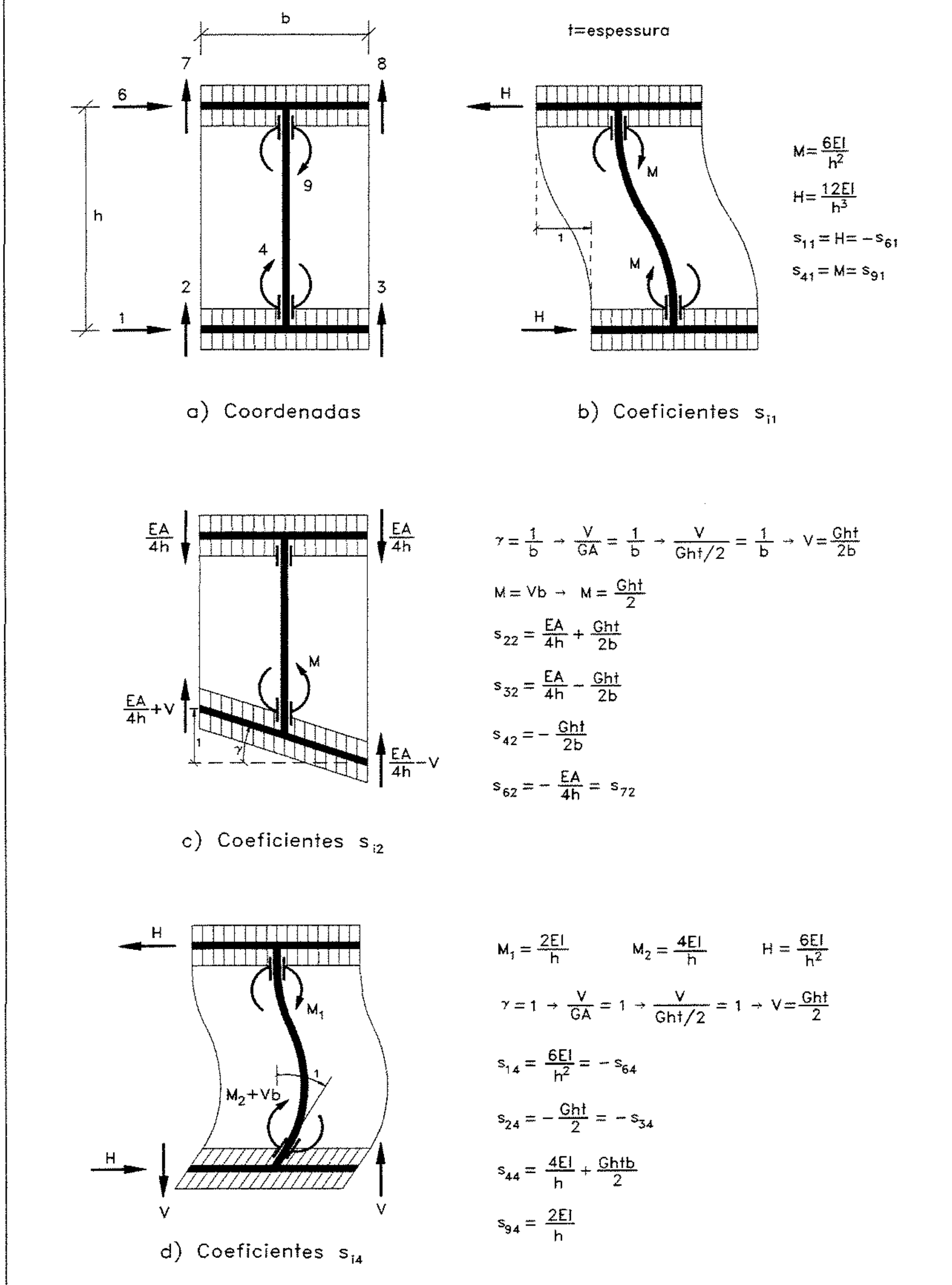


Figura A3.3 – Coeficientes de rigidez (modelo Serra)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	S2	0	0	S3	0	-S2	0	0	S3	0
2	0	S1+S8	S1-S8	-S7	0	0	-S1	-S1	0	0
3	0	S1-S8	S1+S8	S7	0	0	-S1	-S1	0	0
4	S3	-S7	S7	S4+S9	0	-S3	0	0	S5	0
5	0	0	0	0	S6	0	0	0	0	-S6
6	-S2	0	0	-S3	0	S2	0	0	-S3	0
7	0	-S1	-S1	0	0	0	S1+S8	S1-S8	-S7	0
8	0	-S1	-S1	0	0	0	S1-S8	S1+S8	S7	0
9	S3	0	0	S5	0	-S3	-S7	S7	S4+S9	0
10	0	0	0	0	-S6	0	0	0	0	S6

$$S1 = \frac{EA}{4h} \qquad S4 = \frac{4EI}{h} \qquad S7 = \frac{Ght}{2}$$

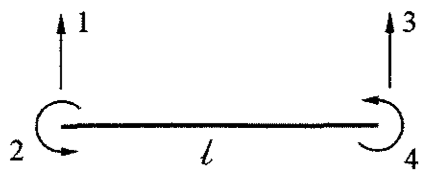
$$S2 = \frac{12EI}{h^3} \qquad S5 = \frac{2EI}{h} \qquad S8 = \frac{Ght}{2b}$$

$$S3 = \frac{6EI}{h^2} \qquad S6 = \frac{GJ_t}{h} \qquad S9 = \frac{Ghtb}{2}$$

Quadro A3.5 - Matriz de rigidez do elemento de parede (modelo Serra)

A3.2.2 - Os lintéis

O quadro A3.6 mostra o sistema de coordenadas locais de um lintel e a matriz de rigidez para os três tipos possíveis. Como este modelo tem as coordenadas rotações, não há necessidade de qualquer mudança de coordenadas nas extremidades dos lintéis.



$$[SL] = \begin{bmatrix} S1 & -S2 & -S1 & -S5 \\ -S2 & S3 & S2 & S4 \\ -S1 & S2 & S1 & S5 \\ -S5 & S4 & S5 & S6 \end{bmatrix}$$

a) <u>Caso lintel engastado/engastado</u> (tipo 3)

$$S1 = \frac{12EI'}{\ell^3} \qquad S2 = \frac{6EI'}{\ell^2} \qquad S3 = (4+k)\frac{EI'}{\ell}$$

$$S4 = (2-k)\frac{EI'}{\ell} \qquad S5 = S2 \qquad S6 = S3$$

$$k = \frac{12cEI}{GA\ell^2} \qquad c = \frac{1{,}2 + 1{,}1\nu}{1+\nu} \qquad I' = \frac{I}{1+k}$$

b) <u>Caso lintel engastado/articulado</u> (tipo 2)

$$S3 = \frac{12EI}{\ell(4+k)} \qquad S2 = \frac{S3}{\ell} \qquad S1 = \frac{S2}{\ell}$$

$$S4 = S5 = S6 = \text{zero}$$

c) <u>Caso lintel articulado/engastado</u> (tipo 1)

$$S6 = \frac{12EI}{\ell(4+k)} \qquad S5 = \frac{S6}{\ell} \qquad S1 = \frac{S5}{\ell}$$

$$S2 = S3 = S4 = \text{zero}$$

Quadro A3.6 - Coeficientes de rigidez do lintel no modelo Serra

A3.2.3 - Composição da estrutura e coordenadas globais.

A inclusão das coordenadas 5 e 10 no modelo implicam em acrescentar no sistema de coordenadas globais uma coordenada rotação em cada prumada de painel nos níveis dos diafragmas, conforme mostra a figura A3.7.

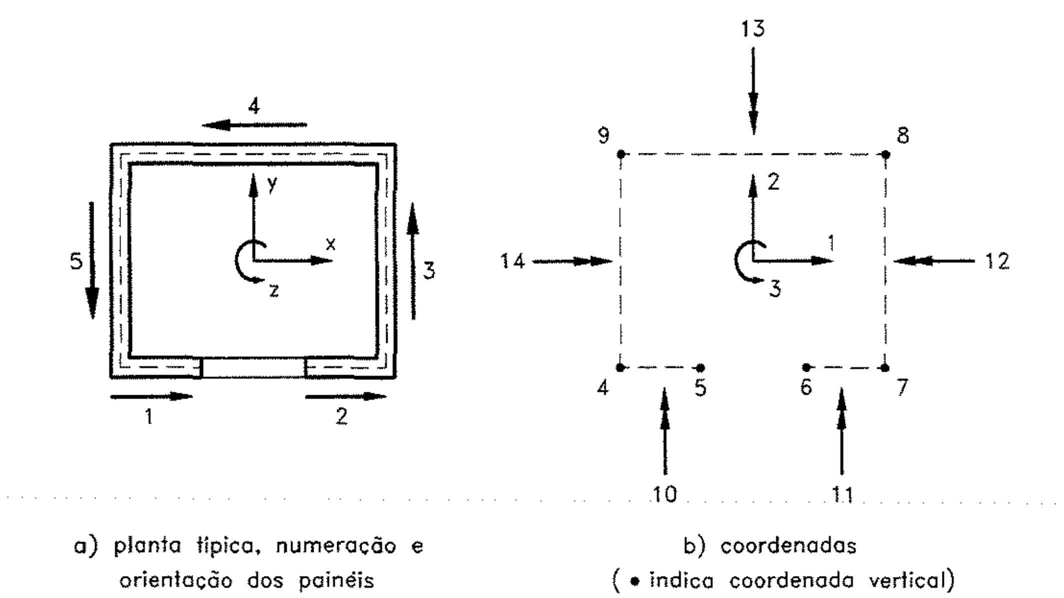


Figura A3.7 – Planta de um núcleo e coordenadas no modelo Serra

Como nos modelos anteriores, em todas as **nj** extremidades ou interseções dos painéis (pontos nodais), são definidas coordenadas verticais, positivas no sentido de Oz. Estas coordenadas, numeradas a partir de 4, possuem numeral coincidente com o respectivo ponto nodal.

A partir do número **3 + nj**, em cada painel, é definida uma coordenada rotação, cujo vetor está contido no plano do diafragma e que corresponde à rotação das fibras verticais do painel no nível do diafragma; positivas no sentido horário do observador que olha de frente o painel orientado. Assim, tem-se **nd = 3 + nj + np** coordenadas para cada diafragma e a banda da matriz [S] , **lsb = 2 x nd** neste modelo é **2 x np** maior que a dos modelos anteriores.

A submatriz de transformação que relaciona os deslocamentos do sistema local de um elemento genérico **i** com o global vale:

$$
\begin{array}{r|cccccccccc|cccccccccc|}
\cline{2-21}
1 & c & s & r & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\
2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\
3 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\
4 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\
5 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\
\cline{2-21}
6 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & c & s & r & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\
7 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\
8 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & & 1 & \dots & 0 & \dots \\
9 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots \\
10 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\
\cline{2-21}
\multicolumn{1}{r}{} & 1 & 2 & 3 & & jj & \dots & jk & \dots & jw & \dots & 1 & 2 & 3 & \dots & jj & \dots & jk & \dots & jw & \multicolumn{1}{c}{\dots}
\end{array}
$$

$\longleftarrow$ nd colunas $\longrightarrow\longleftarrow$ nd colunas $\longrightarrow$

... significam elementos nulos ....(A3.1)

Esta submatriz $\mathbf{T}_i$ têm dimensão 10 x 2nd. A numeração das colunas da submatriz $\mathbf{T}_i$ inicia em (a - 1) x nd + 1 ou seja, aos números indicados nas colunas de $\mathbf{T}_i$, devem ser somados o valor (a - 1) x nd nas primeiras nd colunas e (a - 1) x nd + nd nas nd últimas; jj e jk são o nó inicial e final do painel p e correspondem às coordenadas verticais; jw = 3 + nj + p onde nj é o número de pontos nodais, corresponde à coordenada rotação das fibras verticais.

A submatriz de transformação que relaciona os deslocamentos do sistema local de um lintel genérico **i** com o global vale:

$$
[B]_i = \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\\ \\\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{bmatrix}
1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\
0 & \cdots & 0 & \cdots & \pm 1 & \cdots & 0 \\
0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\
0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \pm 1
\end{bmatrix} \\
\begin{matrix} j1 & \quad & j2 & \quad & k1 & \quad & k2 \end{matrix}
\end{array}
\qquad \text{................................(A3.2)}
$$

Aos números indicados nas colunas de $\mathbf{B}_i$ deve-se somar (f - 1) x nd; j1 e j2 são os pontos nodais à esquerda e direita do lintel; k1 e k2, correspondentes às coordenadas rotação das fibras verticais, valem:

$$k1 = 3 + nj + p_e \qquad \text{................(A3.3)}$$

$$k2 = 3 + nj + p_d \qquad \text{................(A3.4)}$$

No caso das coordenadas rotação, o sinal deve ser tomado respectivamente + ou - conforme a orientação dos painéis à esquerda e direita do lintel seja ou não coincidente com a orientação do lintel.

ANEXO 04

Programa

Neste anexo serão apresentados alguns detalhes do programa de computador desenvolvido para o cálculo de núcleos estruturais de edifícios elevados que utiliza o modelo desenvolvido nos capítulos anteriores.

O programa foi escrito em uma versão do BASIC, denominada MS-DOS QBasic, linguagem bastante simples e que permite normalmente o dimensionamento dinâmico de matrizes e vetores. Na fase de testes deste trabalho vários exemplos maiores do que os aqui apresentados - inclusive incluindo matrizes auxiliares adicionais - foram executados sem apresentar problemas de capacidade. Durante a elaboração do programa, por ser uma linguagem interpretada e possuir um excelente ambiente de edição, o programador tem facilidade para correção, aperfeiçoamento e alterações tanto no programa propriamente dito como nos bancos de dados dos exemplos. Após os testes habituais, quando se julga que o programa está na sua versão definitiva, ele pode ser compilado, passando então para versão executável que dispensa o prévio carregamento do Qbasic para seu funcionamento. Duas informações adicionais podem ser úteis para aqueles que não estão habituados com a linguagem BASIC e querem observar algum trecho do programa: as plicas (') significam que a seguir vem comentário que será ignorado pelo programa e o sinal de dois pontos (:), separa comandos, isto é, tem o mesmo efeito que uma mudança de linha.

A estrutura é resolvida pelo programa através do processo dos deslocamentos, utilizando-se das técnicas da análise matricial. Os cálculos são efetuados no regime elástico-linear, considerando os efeitos de segunda ordem.

Não obstante na versão definitiva deste trabalho o programa fonte esteja incluído no fim deste anexo, o programa executável - assim como versão com eventuais pequenas modificações - serão fornecidos, sem custo a interessados que o solicitarem através do endereço eletrônico: jlserra@widesoft.com.br.

A4.1 - Variáveis Relevantes do Programa

A seguir segue uma lista, em ordem alfabética, das variáveis mais relevantes (globais) utilizadas no programa. Outras variáveis eventualmente definidas são de uso localizado.

Inteiros e reais:

e	=	módulo de elasticidade longitudinal das paredes
g	=	módulo de elasticidade transversal das paredes
ive	=	indicador se há vinculo elástico
lsb	=	largura superior da banda (2*nd)
n	=	número de deslocamentos do sistema (nd*nf)
na	=	número de andares
nciclos	=	número de ciclos para considerar o efeito de 2ª ordem
nd	=	número de deslocamentos por diafragmas (3 + nj)
nf	=	número de diafragmas, inclusive a base (na + 1)
nj	=	número de pontos nodais dos diafragmas
nl	=	número de prumadas de lintéis
np	=	número de painéis
po	=	coeficiente de poisson das paredes
tol	=	limite de tolerância entre normais para encerrar ciclos

vetores e matrizes:

a(n)	=	vetor das ações na estrutura
al(nf,nl)	=	altura da seção dos lintéis
bl(nf,nl)	=	base da seção dos lintéis
bp(np)	=	largura dos painéis (constante para o mesmo painel)
cfl(nl)	=	fator de forma dos lintéis de uma prumada
co(np)	=	primeiro coseno diretor dos painéis
el(nl)	=	módulo de elasticidade longitudinal dos lintéis
gl(nl)	=	módulo de elasticidade transversal dos lintéis
h(na)	=	altura dos andares

hl(nl)	=	comprimentos dos lintéis (iguais na mesma prumada)
iel(nl)	=	condições de extremidade dos lintéis (1/2/3 = ae/ea/ee)
ipe(nl)	=	índice do painel à esquerda do lintel
iel(nl)	=	índice do painel à direita do lintel
jj(np)	=	nó inicial do painel orientado
jk(np)	=	nó final do painel orientado
j1(nl)	=	nó inícial da prumada de lintéis
j2(nl)	=	nó final da prumada de lintéis
nvr(nd)	=	contem os números das coordenada rígidas
p(na,np)	=	vetor que contém as forças normais das colunas no ciclo corrente
pa(na,np)	=	vetor auxiliar com as forças normais do ciclo anterior
pol(nl)	=	coeficiente de poisson das prumadas de lintéis
r(np)	=	distancia (orientada) de painel ou de lintel à origem
rc(nd)	=	contem as reações nos vínculos da base
rt(np)	=	rigidez ao giro da fundação (0 = rígida)
rv(np)	=	rigidez vertical da fundação (0 = rígida)
s(n,lsb)	=	matriz de rigidez do sistema
se(np)	=	segundo coseno diretor dos painéis
sk(9,na,np)	=	contém os valores não iguais dos coeficientes de rigidez dos elementos
sr(nd,lsb)	=	sub-matriz de [s] usada para o cálculo das reações
t(na,np)	=	espessura dos painéis
v(n)	=	vetor deslocamentos do sistema
x(nj), y(nj)	=	coordenadas dos pontos nodais

A4.2 - Descrição do Programa

A arquitetura do programa privilegiou a subdivisão dos procedimentos, a fim de facilitar a sua elaboração e edição. De uma maneira geral tem-se um programa principal que gerencia vários sub-programas, onde os cálculos são efetivamente realizados. A relação a seguir apresenta os nomes - que procuram ser mnemônicos - dados a estes sub-programas, na ordem em que aparecem no programa principal.

- Introdução;
- DadosIniciais;
- LeituraDados;
- ImpressãoDados;
- RigidezElementos;
- RigidezSistema;
- RigidezLinteis;
- FundacaoElástica;
- Solve;
- VerificaCiclo;
- ResultadosDiafragmas;
- EsforcosLinteis;
- EsforçosElementos;
- Reacoes.

A4.3 - Programa Principal

Esta rotina faz inicialmente as devidas caracterizações das variáveis, quanto ao seu tipo, bem como o seu dimensionamento dinâmico quando se tratarem de matrizes ou vetores. Após estes procedimentos, o programa principal passa a ser um gerenciador da utilização dos vários outros sub-programas, acionando-os ou não na medida em que forem necessários.

A4.4 - Introdução

Sub-programa destinado exibir na tela informações sobre a montagem do arquivo de dados e solicitando ao usuário os nomes dos arquivos de dados e resultados da estrutura, bem como a tolerância a ser usada na análise do efeito de 2ª ordem. Abaixo reproduz-se este quadro.

```
Programa <NUCLEO-G.BAS>    INSTRUCOES    J.L.Serra/S.Guilardi

Os diafragmas e andares sao numerados de baixo para cima.
Os dados devem estar em um arquivo na sequencia:

a) Uma linha com nome conveniente para o exemplo
b) Uma linha com observacoes, unidades, etc..
c) Elasticidade, Poisson (dos paineis)                1 linha
d) nj, np, na, nl                                     1 linha
e) k, x(k), y(k)        (k a partir do numeral 4)    nj linhas
f) ip, jj(ip), jk(ip), rt(ip), rv(ip)                np linhas
g) ia, h(ia), t(ia,ip) (ia=1 ate np, ip=1 ate np)    na linhas
h) k, el(k),po(k),j1(k),j2(k),ipe(k),ipd(k),iel(k)  1 linha
i) k, bl(i,k), al(i,k)       (iel:ae/ea/ee=1/2/3)    nf linhas
j) a(I) (cargas: nf linhas com nj + 3 dados cada) - n dados

Repetir os itens h) e i) nl vezes | Tolerancia=0 nao muda [s]

Arquivo com os dados .......: exemplo.dat
Arquivo p/os resultados ....: exemplo.res
Tolerancia em % nas normais : 1
```

A4.5 - Sub-programa DadosIniciais

Este sub-programa lê os seguintes dados iniciais do arquivo de dados previamente preparado pelo usuário:

e = módulo de elasticidade longitudinal da parede;

po = coeficiente de poisson da parede;

nj = número de pontos nodais do diafragma;

np = número de painéis do diafragma;

na = número de andares;

nl = número de prumadas de lintéis;

Com estes dados iniciais faz-se o cálculo de outras variáveis necessárias aos cálculos e dimensiona-se, no programa principal as matrizes e vetores que serão usadas ao longo dos cálculos. Introduzindo-se inicialmente nj, na, np e nl, pode-se proceder o dimensionamento dinâmico das matrizes, ou seja, terão a dimensão exata necessária para a estrutura que esta sendo analisada

A4.6 - Sub-programa LeituraDados

Estando dimensionadas e tipificadas todas as variáveis do problema, cabe a este sub-programa ler o restante dos dados do núcleo analisado, na seguinte sequência:

Dados dos painéis:

- Coordenadas dos nós x(k), y(k);
- Nós iniciais e finais jj(k) e jk(k) e vinculações de apoio rt(k) e rv(k);
- Altura dos andares h(ia) e espessura de cada painel em cada andar t(ia,ip).

Dados dos lintéis:

- el(l) = módulo de elasticidade longitudinal da prumada l;
- pol(l) = coeficiente de poisson da prumada l;
- nó inicial e final do lintel j1(l) e j2(l).

Dados do carregamento:

- Ações a(k) aplicadas diretamente nas coordenadas dos painéis em cada diafragma.

A4.7 - Sub-programa ImpressaoDados

O arquivo de dados seqüencial destinado aos resultados, criado em DadosIniciais, é aberto. Nele são gravados todos os dados relevantes das características da estrutura, que foram introduzidos através do arquivo de entrada de dados ou foram calculados pelo programa.

A4.8 - Sub-programa RigidezElementos

Os valores dos coeficientes de rigidez do elemento de discretização, são determinados. Inicia-se com o painel 1, para o qual são calculados todos os seus valores, do primeiro ao último andar. Feito isto passa-se ao painel seguinte, e a assim sucessivamente até o último painel np. Conforme são calculados os valores vão sendo arquivados na matriz sk(6,na,np).

Dentro da rotina também se faz um teste para verificar se a força normal no painel é nula, de compressão ou de tração pois cada caso têm-se valores diferentes dos coeficientes de rigidez.

A4.9 - Sub-programa RigidezSistema

A matriz de rigidez do sistema, correspondente à estrutura analisada, é obtida pelas contribuições das matrizes de rigidez individuais de cada elemento de painel conforme foi descrito no Capítulo 3.

A4.10 - Sub-programa RigidezLinteis

Caso o núcleo possua lintéis este sub-programa calcula os coeficientes de rigidez dos lintéis, verificando se o lintel é do tipo articulado-engastado (tipo 1), engastado-articulado (tipo 2) ou engastado-engastado (tipo 3) e a s suas contribuições na matriz de rigidez do sistema.

A4.11 - Sub-programa FundacaoElastica

Inicialmente o programa retira da matriz [S] a submatriz [Sr] que será usada para o cálculo das reações. Em seguida, caso sejam consideradas fundações elásticas, serão acrescentadas na matriz de rigidez do sistema as contribuições destas fundações.

A4.12 - Sub-programa Solveband

A solução da equação matricial {A} = [S] {V}, fornecerá os valores dos deslocamentos V da estrutura, com os quais serão calculados todos os seus esforços solicitantes. Para obter a solução deste sistema de equações optou-se pelo método de Cholesky, que além de ser eficiente, só funciona se a matriz é definida positiva, interrompendo a solução caso contrário. Como se está considerando os efeitos de segunda ordem, o método de Cholesky é conveniente, pois verifica a estabilidade da estrutura, que pode estar comprometida caso os esforços normais sejam exagerados ou eventualmente por erros no fornecimento dos dados.

A4.13 - Sub-programa VerificaCiclo

Este sub-programa controla os cálculos dos efeitos de segunda ordem na estrutura analisada. A priori não se conhece os esforços normais atuantes, por isso é necessário calcular a estrutura inicialmente pela teoria de primeira ordem. Uma vez determinados os deslocamentos axiais das extremidades das barras, calculam-se as normais. Determinadas estas forças normais, a matriz de rigidez do sistema é recalculada levando em conta seus efeitos, e novas forças normais e deslocamentos são determinados. Este processo iterativo é repetido até que duas análises sucessivas apresentem forças normais diferentes entre si dentro de uma faixa de tolerância preestabelecida. Esta tolerância é determinada pelo usuário, caso ela seja nula a estrutura fará os cálculos em teoria de primeira ordem, não usando este sub-programa. Como tolerâncias com valores muito baixos podem levar, em alguns casos raros, a um número muito grande de ciclos ou até a não convergência, impôs-se um limite máximo de 10 ciclos completos, a partir do qual o programa continua a análise sem recalcular a matriz de rigidez. Quando a tolerância não for atingida será impresso nos resultados uma mensagem de aviso.

O sub-programa VerificaCiclo inicialmente calcula os esforços normais dos painéis, arquivando-os na matriz p(ia,ip) e os compara com as forças anteriormente calculadas, dadas por pa(ia,ip). Isto é repetido até que a tolerância seja atingida ou o número de 10 ciclos sejam completados

A4.14 - Sub-programa ResultadosDiafragmas

Aqui os deslocamentos finais dos diafragmas são gravados no arquivo de resultados já criado no sub-programa ImpressãoDados.

A4.15 - Sub-programa EsforcosLinteis

Caso existam prumadas de lintéis na estrutura analisada este sub-programa calculará e imprimirá no arquivo de resultados os esforços cortantes e momentos fletores atuantes nos lintéis da estrutura.

A4.16 - Sub-programa EsforcosElementos

Este sub-programa calcula os esforços solicitantes momento fletor, força cortante e força normal nas seções médias dos elementos de parede, assim como as tensões normais nas extremidades destas seções e as tensões de cisalhamento médias, gravando estes resultados.

A4.17 - Sub-programa Reacoes

Através do produto [Sr] [Vr], são determinadas as reações na origem do sistema (xyz) e nos vínculos da base, que no caso de serem rígidos serão as reações de apoio e para as fundações elásticas serão as " forças nas molas".

No arquivo para as respostas serão gravadas estas reações, indicando para as reações verticais se o vínculo é rígido ou elástico, encerrando a análise.

A4.18 - Fluxograma

O fluxograma simplificado da figura A4.1 procura dar uma idéia geral do funcionamento do programa.

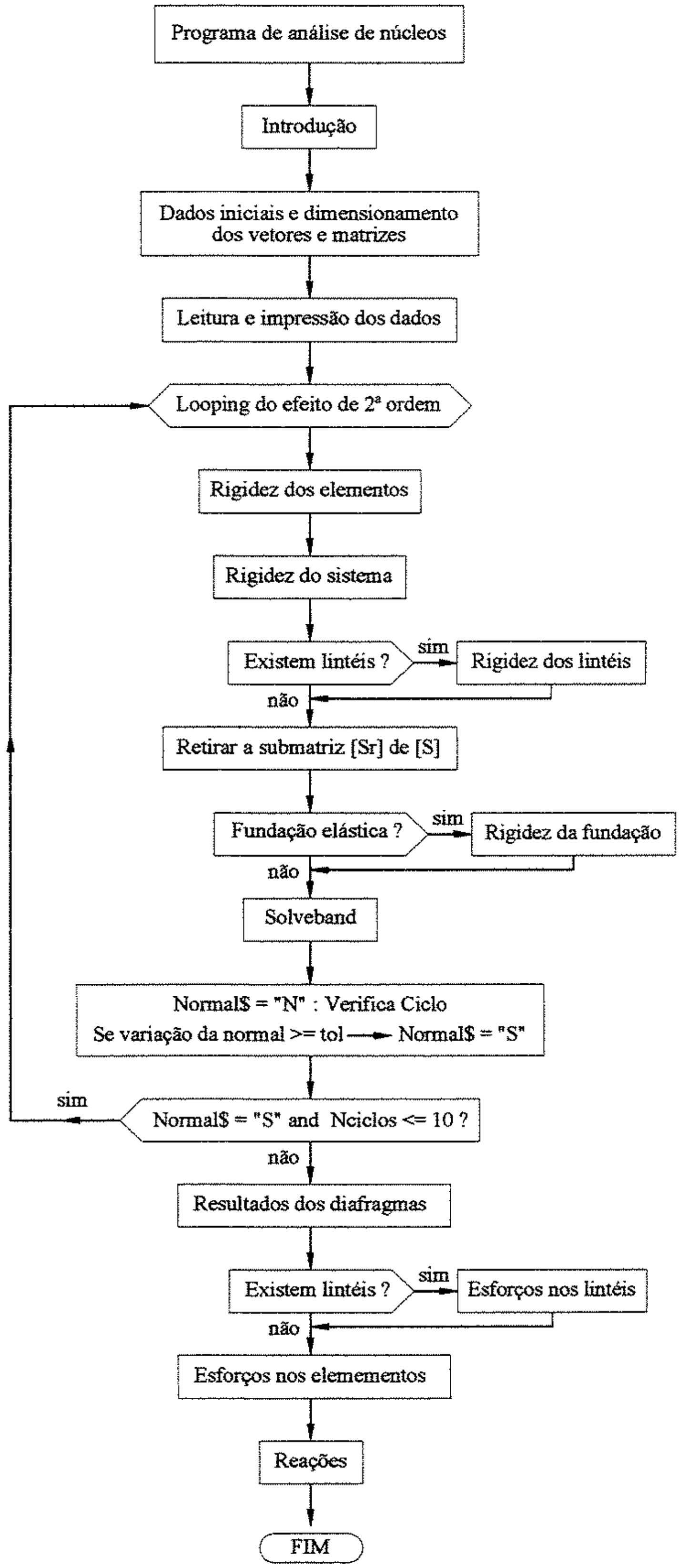


Figura A4.1 – Fluxograma do programa <NUCLEO-G.EXE>

A4.19 - Arquivo de dados do exemplo número 7

```
Exemplo de nucleo com elevadores e escada
Unidades: SI
25000000,.2
14,11,18,5
 4,  -2, -2.75,    5,  -2, 2.75,     6,  -1, -2.75,    7,  -1, -1.25
 8,  -1,  1.25,    9,  -1, 2.75,    10,   0, -2.75,   11,   0,  -.75
12,   0,   .75,   13,   0, 2.75,    14, 2.5, -2.75,   15, 2.5,  -.75
16, 2.5,   .75,   17, 2.5, 2.75
1, 4, 5,0,0,    2, 5, 9,0,0,   3,13,17,0,0,   4,13,12,0,0
5,12,16,0,0,    6,16,15,0,0,   7,15,11,0,0,   8,11,10,0,0
9,10,14,0,0,   10, 4, 6,0,0   11, 7, 8,0,0
 1, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
 2, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
 3, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
 4, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
 5, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
 6, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
 7, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
 8, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
 9, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
10, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
11, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
12, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
13, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
14, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
15, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
16, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
17, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
18, 3, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15, .15
1,25000000,.2,6,10,10,9,3
 1, .15, .4,   2, .15, .4,   3, .15, .4,   4, .15, .4,   5, .15, .4
 6, .15, .4,   7, .15, .4,   8, .15, .4,   9, .15, .4,  10, .15, .4
11, .15, .4,  12, .15, .4,  13, .15, .4,  14, .15, .4,  15, .15, .4
16, .15, .4,  17, .15, .4,  18, .15, .4,  19, .15, .4
2,25000000,.2,9,13,2,3,3
 1, .15, .4,   2, .15, .4,   3, .15, .4,   4, .15, .4,   5, .15, .4
 6, .15, .4,   7, .15, .4,   8, .15, .4,   9, .15, .4,  10, .15, .4
11, .15, .4,  12, .15, .4,  13, .15, .4,  14, .15, .4,  15, .15, .4
16, .15, .4,  17, .15, .4,  18, .15, .4,  19, .15, .4
3,25000000,.2,17,16,3,6,1
 1, .15, .4,   2, .15, .4,   3, .15, .4,   4, .15, .4,   5, .15, .4
 6, .15, .4,   7, .15, .4,   8, .15, .4,   9, .15, .4,  10, .15, .4
11, .15, .4,  12, .15, .4,  13, .15, .4,  14, .15, .4,  15, .15, .4
16, .15, .4,  17, .15, .4,  18, .15, .4,  19, .15, .4
4,25000000,.2,15,14,6,9,2
 1, .15, .4,   2, .15, .4,   3, .15, .4,   4, .15, .4,   5, .15, .4
 6, .15, .4,   7, .15, .4,   8, .15, .4,   9, .15, .4,  10, .15, .4
11, .15, .4,  12, .15, .4,  13, .15, .4,  14, .15, .4,  15, .15, .4
16, .15, .4,  17, .15, .4,  18, .15, .4,  19, .15, .4
5,25000000,.2,12,11,4,8,3
 1, .15, .4,   2, .15, .4,   3, .15, .4,   4, .15, .4,   5, .15, .4
 6, .15, .4,   7, .15, .4,   8, .15, .4,   9, .15, .4,  10, .15, .4
11, .15, .4,  12, .15, .4,  13, .15, .4,  14, .15, .4,  15, .15, .4
16, .15, .4,  17, .15, .4,  18, .15, .4,  19, .15, .4
20, 0, 0, -36.5625, -36.5625,  -7.1250, -14.0625, -14.0625
```

```
            -7.1250, -26.8125, -27.5625, -27.5625, -26.8125
           -17.0625, -25.5000, -25.5000, -17.0625
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
40, 0, 0, -73.1250, -73.1250, -12.7500, -28.1250, -28.1250
          -12.7500, -52.1250, -52.8750, -52.8750, -52.1250
          -31.1250, -48.0000, -48.0000, -31.1250
20, 0, 0, -36.5625, -36.5625,  -7.1250, -14.0625, -14.0625
           -7.1250, -26.8125, -27.5625, -27.5625, -26.8125
          -17.0625, -25.5000, -25.5000, -17.0625
```

A4.20 - Arquivo de resultados do exemplo número 7

Programa <NUCLEO-G.BAS> - J.L.Serra/S.Guilardi

Exemplo de nucleo com elevadores e escada

Unidades: SI

Rodado em (dia/mes/ano): 21/07/1999 as 16:30:48 horas

Numero de andares ....: 18
Numero de paineis ....: 11
Numero de prumadas de linteis ....: 5
Numero de pontos nodais por diafragma ......: 14
Modulo de elasticidade dos paineis ....: 2.5000D+07
Coeficiente de Poisson dos paineis ....: 2.0000D-01
Elasticidade transversal dos paineis ....: 1.0417D+07

Coordenadas dos pontos nodais

Ponto	coord.x	coord.y
4	-2.000	-2.750
5	-2.000	2.750
6	-1.000	-2.750
7	-1.000	-1.250
8	-1.000	1.250
9	-1.000	2.750
10	0.000	-2.750
11	0.000	-0.750
12	0.000	0.750
13	0.000	2.750
14	2.500	-2.750
15	2.500	-0.750
16	2.500	0.750
17	2.500	2.750

Dados dos paineis

Num	jj	jk	cos	sen	braco	largura	rt	rv
1	4	5	0.000	1.000	-2.000	5.500	0.000D+00	0.000D+00
2	5	9	1.000	0.000	-2.750	1.000	0.000D+00	0.000D+00
3	13	17	1.000	0.000	-2.750	2.500	0.000D+00	0.000D+00
4	13	12	0.000	-1.000	0.000	2.000	0.000D+00	0.000D+00
5	12	16	1.000	0.000	-0.750	2.500	0.000D+00	0.000D+00
6	16	15	0.000	-1.000	-2.500	1.500	0.000D+00	0.000D+00
7	15	11	-1.000	0.000	-0.750	2.500	0.000D+00	0.000D+00
8	11	10	0.000	-1.000	0.000	2.000	0.000D+00	0.000D+00
9	10	14	1.000	0.000	2.750	2.500	0.000D+00	0.000D+00
10	4	6	1.000	0.000	2.750	1.000	0.000D+00	0.000D+00
11	7	8	0.000	1.000	-1.000	2.500	0.000D+00	0.000D+00

Distancia entre diafragmas e espessura dos paineis

ANDAR 1 H= 3.000 T 1= 0.15 T 2= 0.15 T 3= 0.15 T 4= 0.15
T 5= 0.15 T 6= 0.15 T 7= 0.15 T 8= 0.15

			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 2	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 3	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 4	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 5	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 6	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 7	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 8	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 9	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 10	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 11	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 12	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 13	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 14	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15
			T 9=	0.15	T10=	0.15	T11=	0.15		
ANDAR 15	H=	3.000	T 1=	0.15	T 2=	0.15	T 3=	0.15	T 4=	0.15
			T 5=	0.15	T 6=	0.15	T 7=	0.15	T 8=	0.15

```
                     T 9=  0.15   T10=  0.15   T11=  0.15

ANDAR 16   H=   3.000   T 1=  0.15   T 2=  0.15   T 3=  0.15   T 4=  0.15
                        T 5=  0.15   T 6=  0.15   T 7=  0.15   T 8=  0.15
                        T 9=  0.15   T10=  0.15   T11=  0.15

ANDAR 17   H=   3.000   T 1=  0.15   T 2=  0.15   T 3=  0.15   T 4=  0.15
                        T 5=  0.15   T 6=  0.15   T 7=  0.15   T 8=  0.15
                        T 9=  0.15   T10=  0.15   T11=  0.15

ANDAR 18   H=   3.000   T 1=  0.15   T 2=  0.15   T 3=  0.15   T 4=  0.15
                        T 5=  0.15   T 6=  0.15   T 7=  0.15   T 8=  0.15
                        T 9=  0.15   T10=  0.15   T11=  0.15

Dados dos linteis da prumada numero 1
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
No inicial do lintel ..................: 6
No final do lintel ....................: 10
Painel a esquerda .....................: 10
Painel a direita ......................: 9
Comprimento do lintel .................: 1
Modulo de elasticidade longitudinal ...: 2.5000D+07
Coeficiente de Poisson ............ ...: 2.0000D-01
Modulo de elasticidade transversal ....: 1.0417D+07
Coeficiente de forma da secao .........: 1.1833D+00
Lintel engastado/engastado

Secao transversal: nivel      base    altura
                      0      0.150     0.400
                      1      0.150     0.400
                      2      0.150     0.400
                      3      0.150     0.400
                      4      0.150     0.400
                      5      0.150     0.400
                      6      0.150     0.400
                      7      0.150     0.400
                      8      0.150     0.400
                      9      0.150     0.400
                     10      0.150     0.400
                     11      0.150     0.400
                     12      0.150     0.400
                     13      0.150     0.400
                     14      0.150     0.400
                     15      0.150     0.400
                     16      0.150     0.400
                     17      0.150     0.400
                     18      0.150     0.400

Dados dos linteis da prumada numero 2
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
No inicial do lintel ..................: 9
No final do lintel ....................: 13
Painel a esquerda .....................: 2
Painel a direita ......................: 3
Comprimento do lintel .................: 1
Modulo de elasticidade longitudinal ...: 2.5000D+07
```

```
Coeficiente de Poisson ............ ...: 2.0000D-01
Modulo de elasticidade transversal ....: 1.0417D+07
Coeficiente de forma da secao .........: 1.1833D+00
Lintel engastado/engastado

Secao transversal: nivel      base     altura
                     0       0.150      0.400
                     1       0.150      0.400
                     2       0.150      0.400
                     3       0.150      0.400
                     4       0.150      0.400
                     5       0.150      0.400
                     6       0.150      0.400
                     7       0.150      0.400
                     8       0.150      0.400
                     9       0.150      0.400
                    10       0.150      0.400
                    11       0.150      0.400
                    12       0.150      0.400
                    13       0.150      0.400
                    14       0.150      0.400
                    15       0.150      0.400
                    16       0.150      0.400
                    17       0.150      0.400
                    18       0.150      0.400

Dados dos linteis da prumada numero 3
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
No inicial do lintel ..................: 17
No final do lintel ....................: 16
Painel a esquerda .....................: 3
Painel a direita ......................: 6
Comprimento do lintel .................: 2
Modulo de elasticidade longitudinal ...: 2.5000D+07
Coeficiente de Poisson ............ ...: 2.0000D-01
Modulo de elasticidade transversal ....: 1.0417D+07
Coeficiente de forma da secao .........: 1.1833D+00
Lintel articulado/engastado

Secao transversal: nivel      base     altura
                     0       0.150      0.400
                     1       0.150      0.400
                     2       0.150      0.400
                     3       0.150      0.400
                     4       0.150      0.400
                     5       0.150      0.400
                     6       0.150      0.400
                     7       0.150      0.400
                     8       0.150      0.400
                     9       0.150      0.400
                    10       0.150      0.400
                    11       0.150      0.400
                    12       0.150      0.400
                    13       0.150      0.400
                    14       0.150      0.400
                    15       0.150      0.400
```

```
                    16      0.150     0.400
                    17      0.150     0.400
                    18      0.150     0.400

Dados dos linteis da prumada numero 4
-------------------------------------
No inicial do lintel .................: 15
No final do lintel ...................: 14
Painel a esquerda ....................: 6
Painel a direita .....................: 9
Comprimento do lintel ................: 2
Modulo de elasticidade longitudinal ...: 2.5000D+07
Coeficiente de Poisson ........... ...: 2.0000D-01
Modulo de elasticidade transversal ....: 1.0417D+07
Coeficiente de forma da secao .........: 1.1833D+00
Lintel engastado/articulado

Secao transversal: nivel     base    altura
                     0      0.150     0.400
                     1      0.150     0.400
                     2      0.150     0.400
                     3      0.150     0.400
                     4      0.150     0.400
                     5      0.150     0.400
                     6      0.150     0.400
                     7      0.150     0.400
                     8      0.150     0.400
                     9      0.150     0.400
                    10      0.150     0.400
                    11      0.150     0.400
                    12      0.150     0.400
                    13      0.150     0.400
                    14      0.150     0.400
                    15      0.150     0.400
                    16      0.150     0.400
                    17      0.150     0.400
                    18      0.150     0.400

Dados dos linteis da prumada numero 5
-------------------------------------
No inicial do lintel .................: 12
No final do lintel ...................: 11
Painel a esquerda ....................: 4
Painel a direita .....................: 8
Comprimento do lintel ................: 1.5
Modulo de elasticidade longitudinal ...: 2.5000D+07
Coeficiente de Poisson ........... ...: 2.0000D-01
Modulo de elasticidade transversal ....: 1.0417D+07
Coeficiente de forma da secao .........: 1.1833D+00
Lintel engastado/engastado

Secao transversal: nivel     base    altura
                     0      0.150     0.400
                     1      0.150     0.400
                     2      0.150     0.400
                     3      0.150     0.400
```

4	0.150	0.400
5	0.150	0.400
6	0.150	0.400
7	0.150	0.400
8	0.150	0.400
9	0.150	0.400
10	0.150	0.400
11	0.150	0.400
12	0.150	0.400
13	0.150	0.400
14	0.150	0.400
15	0.150	0.400
16	0.150	0.400
17	0.150	0.400
18	0.150	0.400

Cargas aplicadas nas coordenadas dos diafragmas

Nivel	carga x	carga y	carga z
0	20.000	0.000	0.000
1	40.000	0.000	0.000
2	40.000	0.000	0.000
3	40.000	0.000	0.000
4	40.000	0.000	0.000
5	40.000	0.000	0.000
6	40.000	0.000	0.000
7	40.000	0.000	0.000
8	40.000	0.000	0.000
9	40.000	0.000	0.000
10	40.000	0.000	0.000
11	40.000	0.000	0.000
12	40.000	0.000	0.000
13	40.000	0.000	0.000
14	40.000	0.000	0.000
15	40.000	0.000	0.000
16	40.000	0.000	0.000
17	40.000	0.000	0.000
18	20.000	0.000	0.000

Soma das cargas Fx ...: 720.000
Soma das cargas Fy ...: 0.000
Soma das cargas Mz ...: 0.000

Cargas verticais nos pontos nodais dos diafragmas

Nivel 0	V 4=	-36.563	V 5=	-36.563	V 6=	-7.125	V 7=	-14.063
	V 8=	-14.063	V 9=	-7.125	V10=	-26.813	V11=	-27.563
	V12=	-27.563	V13=	-26.813	V14=	-17.063	V15=	-25.500
	V16=	-25.500	V17=	-17.063				
Nivel 1	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 2	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125

	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 3	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 4	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 5	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 6	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 7	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 8	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 9	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 10	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 11	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 12	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875
	V12=	-52.875	V13=	-52.125	V14=	-31.125	V15=	-48.000
	V16=	-48.000	V17=	-31.125				
Nivel 13	V 4=	-73.125	V 5=	-73.125	V 6=	-12.750	V 7=	-28.125
	V 8=	-28.125	V 9=	-12.750	V10=	-52.125	V11=	-52.875

```
          V12=  -52.875   V13=  -52.125   V14=  -31.125   V15=  -48.000
          V16=  -48.000   V17=  -31.125

Nivel 14  V 4=  -73.125   V 5=  -73.125   V 6=  -12.750   V 7=  -28.125
          V 8=  -28.125   V 9=  -12.750   V10=  -52.125   V11=  -52.875
          V12=  -52.875   V13=  -52.125   V14=  -31.125   V15=  -48.000
          V16=  -48.000   V17=  -31.125

Nivel 15  V 4=  -73.125   V 5=  -73.125   V 6=  -12.750   V 7=  -28.125
          V 8=  -28.125   V 9=  -12.750   V10=  -52.125   V11=  -52.875
          V12=  -52.875   V13=  -52.125   V14=  -31.125   V15=  -48.000
          V16=  -48.000   V17=  -31.125

Nivel 16  V 4=  -73.125   V 5=  -73.125   V 6=  -12.750   V 7=  -28.125
          V 8=  -28.125   V 9=  -12.750   V10=  -52.125   V11=  -52.875
          V12=  -52.875   V13=  -52.125   V14=  -31.125   V15=  -48.000
          V16=  -48.000   V17=  -31.125

Nivel 17  V 4=  -73.125   V 5=  -73.125   V 6=  -12.750   V 7=  -28.125
          V 8=  -28.125   V 9=  -12.750   V10=  -52.125   V11=  -52.875
          V12=  -52.875   V13=  -52.125   V14=  -31.125   V15=  -48.000
          V16=  -48.000   V17=  -31.125

Nivel 18  V 4=  -36.563   V 5=  -36.563   V 6=   -7.125   V 7=  -14.063
          V 8=  -14.063   V 9=   -7.125   V10=  -26.813   V11=  -27.563
          V12=  -27.563   V13=  -26.813   V14=  -17.063   V15=  -25.500
          V16=  -25.500   V17=  -17.063

Soma das cargas verticais ...: -10755.000

Resultados finais - obtidos apos  8 ciclos
------------------------------------------
Tolerancia na variacao das normais =  1.0 %
-------------------------------------------

Deslocamentos dos diafragmas
----------------------------
Nivel      desl.x        desl.y         desl.z
 18     8.1808D-02    6.7594D-12    -1.1234D-10
 17     7.6359D-02    6.1919D-12    -1.1245D-10
 16     7.0876D-02    5.9329D-12    -1.1241D-10
 15     6.5355D-02    5.7908D-12    -1.1232D-10
 14     5.9798D-02    5.6506D-12    -1.1221D-10
 13     5.4218D-02    5.5224D-12    -1.1204D-10
 12     4.8637D-02    5.3910D-12    -1.1179D-10
 11     4.3082D-02    5.2730D-12    -1.1137D-10
 10     3.7589D-02    5.1483D-12    -1.1073D-10
  9     3.2197D-02    4.9745D-12    -1.0972D-10
  8     2.6957D-02    4.7918D-12    -1.0809D-10
  7     2.1923D-02    4.4136D-12    -1.0564D-10
  6     1.7162D-02    3.5551D-12    -1.0162D-10
  5     1.2749D-02    3.3443D-12    -9.7352D-11
  4     8.7762D-03    1.5794D-11    -7.6432D-11
  3     5.3527D-03    2.1480D-11    -6.1644D-11
  2     2.6176D-03    1.9226D-10     6.1969D-11
  1     7.4880D-04    2.0577D-10     1.2463D-10
```

0	0.0000D+00	0.0000D+00	0.0000D+00

Deslocamentos verticais dos pontos nodais

	Nivel 0		Nivel 1		Nivel 2
Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento
4	0.000000D+00	4	1.675571D-04	4	3.189478D-04
5	0.000000D+00	5	1.675564D-04	5	3.189483D-04
6	0.000000D+00	6	-2.823858D-04	6	-4.339443D-04
7	0.000000D+00	7	-3.150000D-04	7	-6.120000D-04
8	0.000000D+00	8	-3.150000D-04	8	-6.120000D-04
9	0.000000D+00	9	-2.823838D-04	9	-4.339459D-04
10	0.000000D+00	10	-1.091085D-04	10	-2.879181D-04
11	0.000000D+00	11	-8.671034D-05	11	-2.461263D-04
12	0.000000D+00	12	-8.671025D-05	12	-2.461263D-04
13	0.000000D+00	13	-1.091085D-04	13	-2.879179D-04
14	0.000000D+00	14	-1.194425D-03	14	-2.197430D-03
15	0.000000D+00	15	-1.127122D-03	15	-2.112111D-03
16	0.000000D+00	16	-1.127122D-03	16	-2.112111D-03
17	0.000000D+00	17	-1.194425D-03	17	-2.197430D-03

	Nivel 3		Nivel 4		Nivel 5
Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento
4	4.550555D-04	4	5.685703D-04	4	6.584713D-04
5	4.550552D-04	5	5.685703D-04	5	6.584713D-04
6	-5.517863D-04	6	-6.392868D-04	6	-7.125655D-04
7	-8.910000D-04	7	-1.152000D-03	7	-1.395000D-03
8	-8.910000D-04	8	-1.152000D-03	8	-1.395000D-03
9	-5.517860D-04	9	-6.392870D-04	9	-7.125656D-04
10	-5.017872D-04	10	-7.325896D-04	10	-9.684132D-04
11	-4.530444D-04	11	-6.818592D-04	11	-9.183209D-04
12	-4.530444D-04	12	-6.818591D-04	12	-9.183209D-04
13	-5.017870D-04	13	-7.325896D-04	13	-9.684132D-04
14	-3.057937D-03	14	-3.803462D-03	14	-4.450815D-03
15	-2.968873D-03	15	-3.716687D-03	15	-4.368789D-03
16	-2.968873D-03	16	-3.716687D-03	16	-4.368789D-03
17	-3.057937D-03	17	-3.803462D-03	17	-4.450815D-03

	Nivel 6		Nivel 7		Nivel 8
Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento
4	7.247906D-04	4	7.690115D-04	4	7.933394D-04
5	7.247906D-04	5	7.690115D-04	5	7.933394D-04
6	-7.772838D-04	6	-8.373660D-04	6	-8.943722D-04
7	-1.620000D-03	7	-1.827000D-03	7	-2.016000D-03
8	-1.620000D-03	8	-1.827000D-03	8	-2.016000D-03
9	-7.772838D-04	9	-8.373660D-04	9	-8.943723D-04
10	-1.201247D-03	10	-1.425938D-03	10	-1.639065D-03
11	-1.153255D-03	11	-1.380863D-03	11	-1.597391D-03
12	-1.153255D-03	12	-1.380863D-03	12	-1.597391D-03
13	-1.201247D-03	13	-1.425938D-03	13	-1.639065D-03
14	-5.012001D-03	14	-5.495822D-03	14	-5.909353D-03
15	-4.935648D-03	15	-5.425513D-03	15	-5.845225D-03
16	-4.935648D-03	16	-5.425513D-03	16	-5.845225D-03

17	-5.012001D-03	17	-5.495822D-03	17	-5.909353D-03

	Nivel 9		Nivel 10		Nivel 11
Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento
4	8.004914D-04	4	7.934914D-04	4	7.755529D-04
5	8.004914D-04	5	7.934914D-04	5	7.755529D-04
6	-9.487126D-04	6	-9.999956D-04	6	-1.047374D-03
7	-2.187000D-03	7	-2.340000D-03	7	-2.475000D-03
8	-2.187000D-03	8	-2.340000D-03	8	-2.475000D-03
9	-9.487126D-04	9	-9.999956D-04	9	-1.047375D-03
10	-1.838351D-03	10	-2.022224D-03	10	-2.189537D-03
11	-1.800367D-03	11	-1.988097D-03	11	-2.159359D-03
12	-1.800367D-03	12	-1.988097D-03	12	-2.159359D-03
13	-1.838351D-03	13	-2.022224D-03	13	-2.189537D-03
14	-6.258589D-03	14	-6.548894D-03	14	-6.785258D-03
15	-6.200695D-03	15	-6.497255D-03	15	-6.739885D-03
16	-6.200695D-03	16	-6.497255D-03	16	-6.739885D-03
17	-6.258589D-03	17	-6.548894D-03	17	-6.785258D-03

	Nivel 12		Nivel 13		Nivel 14
Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento
4	7.499919D-04	4	7.201689D-04	4	6.894166D-04
5	7.499919D-04	5	7.201689D-04	5	6.894166D-04
6	-1.089746D-03	6	-1.125946D-03	6	-1.154785D-03
7	-2.592000D-03	7	-2.691000D-03	7	-2.772000D-03
8	-2.592000D-03	8	-2.691000D-03	8	-2.772000D-03
9	-1.089746D-03	9	-1.125946D-03	9	-1.154785D-03
10	-2.339371D-03	10	-2.470885D-03	10	-2.583174D-03
11	-2.313175D-03	11	-2.448650D-03	11	-2.564812D-03
12	-2.313175D-03	12	-2.448650D-03	12	-2.564812D-03
13	-2.339371D-03	13	-2.470885D-03	13	-2.583174D-03
14	-6.972486D-03	14	-7.115325D-03	14	-7.218619D-03
15	-6.933382D-03	15	-7.082483D-03	15	-7.191984D-03
16	-6.933382D-03	16	-7.082483D-03	16	-7.191984D-03
17	-6.972486D-03	17	-7.115325D-03	17	-7.218619D-03

	Nivel 15		Nivel 16		Nivel 17
Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento	Ponto	deslocamento
4	6.610474D-04	4	6.380353D-04	4	6.238662D-04
5	6.610474D-04	5	6.380353D-04	5	6.238662D-04
6	-1.175622D-03	6	-1.187032D-03	6	-1.193038D-03
7	-2.835000D-03	7	-2.880000D-03	7	-2.907000D-03
8	-2.835000D-03	8	-2.880000D-03	8	-2.907000D-03
9	-1.175622D-03	9	-1.187032D-03	9	-1.193038D-03
10	-2.675157D-03	10	-2.745315D-03	10	-2.791481D-03
11	-2.660457D-03	11	-2.733816D-03	11	-2.782785D-03
12	-2.660457D-03	12	-2.733816D-03	12	-2.782785D-03
13	-2.675157D-03	13	-2.745315D-03	13	-2.791481D-03
14	-7.287424D-03	14	-7.327412D-03	14	-7.345075D-03
15	-7.266841D-03	15	-7.312394D-03	15	-7.334052D-03
16	-7.266841D-03	16	-7.312394D-03	16	-7.334052D-03
17	-7.287424D-03	17	-7.327412D-03	17	-7.345075D-03

Nivel 18

Ponto	deslocamento
4	6.187071D-04
5	6.187070D-04
6	-1.180691D-03
7	-2.916000D-03
8	-2.916000D-03
9	-1.180691D-03
10	-2.812558D-03
11	-2.800094D-03
12	-2.800094D-03
13	-2.812558D-03
14	-7.347736D-03
15	-7.340157D-03
16	-7.340157D-03
17	-7.347736D-03

Esforcos nos linteis da prumada numero 1 (convencao usual)

Nivel	M(esq)	M(dir)	Cortante
18	1.5223D+01	-1.5223D+01	-3.0445D+01
17	1.8901D+01	-1.8901D+01	-3.7802D+01
16	2.3286D+01	-2.3286D+01	-4.6572D+01
15	2.9110D+01	-2.9110D+01	-5.8220D+01
14	3.5596D+01	-3.5596D+01	-7.1192D+01
13	4.2525D+01	-4.2525D+01	-8.5050D+01
12	4.9666D+01	-4.9666D+01	-9.9332D+01
11	5.6856D+01	-5.6856D+01	-1.1371D+02
10	6.3936D+01	-6.3936D+01	-1.2787D+02
9	7.0728D+01	-7.0728D+01	-1.4146D+02
8	7.6993D+01	-7.6993D+01	-1.5399D+02
7	8.2384D+01	-8.2384D+01	-1.6477D+02
6	8.6376D+01	-8.6376D+01	-1.7275D+02
5	8.8162D+01	-8.8162D+01	-1.7632D+02
4	8.6459D+01	-8.6459D+01	-1.7292D+02
3	7.9347D+01	-7.9347D+01	-1.5869D+02
2	6.3446D+01	-6.3446D+01	-1.2689D+02
1	3.4891D+01	-3.4891D+01	-6.9782D+01
0	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

Esforcos nos linteis da prumada numero 2 (convencao usual)

Nivel	M(esq)	M(dir)	Cortante
18	1.5223D+01	-1.5223D+01	-3.0445D+01
17	1.8901D+01	-1.8901D+01	-3.7802D+01
16	2.3286D+01	-2.3286D+01	-4.6572D+01
15	2.9110D+01	-2.9110D+01	-5.8220D+01
14	3.5596D+01	-3.5596D+01	-7.1192D+01
13	4.2525D+01	-4.2525D+01	-8.5050D+01
12	4.9666D+01	-4.9666D+01	-9.9332D+01
11	5.6856D+01	-5.6856D+01	-1.1371D+02
10	6.3936D+01	-6.3936D+01	-1.2787D+02
9	7.0728D+01	-7.0728D+01	-1.4146D+02
8	7.6993D+01	-7.6993D+01	-1.5399D+02
7	8.2384D+01	-8.2384D+01	-1.6477D+02

6	8.6376D+01	-8.6376D+01	-1.7275D+02
5	8.8162D+01	-8.8162D+01	-1.7632D+02
4	8.6459D+01	-8.6459D+01	-1.7292D+02
3	7.9347D+01	-7.9347D+01	-1.5869D+02
2	6.3446D+01	-6.3446D+01	-1.2689D+02
1	3.4891D+01	-3.4891D+01	-6.9782D+01
0	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

Esforcos nos linteis da prumada numero 3 (convencao usual)

Nivel	M(esq)	M(dir)	Cortante
18	0.0000D+00	-1.1055D-01	-5.5273D-02
17	0.0000D+00	-1.6078D-01	-8.0390D-02
16	0.0000D+00	-2.1906D-01	-1.0953D-01
15	0.0000D+00	-3.0023D-01	-1.5012D-01
14	0.0000D+00	-3.8850D-01	-1.9425D-01
13	0.0000D+00	-4.7903D-01	-2.3952D-01
12	0.0000D+00	-5.7036D-01	-2.8518D-01
11	0.0000D+00	-6.6180D-01	-3.3090D-01
10	0.0000D+00	-7.5319D-01	-3.7660D-01
9	0.0000D+00	-8.4443D-01	-4.2222D-01
8	0.0000D+00	-9.3536D-01	-4.6768D-01
7	0.0000D+00	-1.0255D+00	-5.1275D-01
6	0.0000D+00	-1.1137D+00	-5.5683D-01
5	0.0000D+00	-1.1964D+00	-5.9820D-01
4	0.0000D+00	-1.2657D+00	-6.3284D-01
3	0.0000D+00	-1.2991D+00	-6.4954D-01
2	0.0000D+00	-1.2444D+00	-6.2222D-01
1	0.0000D+00	-9.8165D-01	-4.9083D-01
0	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

Esforcos nos linteis da prumada numero 4 (convencao usual)

Nivel	M(esq)	M(dir)	Cortante
18	-1.1055D-01	0.0000D+00	5.5273D-02
17	-1.6078D-01	0.0000D+00	8.0390D-02
16	-2.1906D-01	0.0000D+00	1.0953D-01
15	-3.0023D-01	0.0000D+00	1.5012D-01
14	-3.8850D-01	0.0000D+00	1.9425D-01
13	-4.7903D-01	0.0000D+00	2.3952D-01
12	-5.7036D-01	0.0000D+00	2.8518D-01
11	-6.6180D-01	0.0000D+00	3.3090D-01
10	-7.5319D-01	0.0000D+00	3.7660D-01
9	-8.4443D-01	0.0000D+00	4.2222D-01
8	-9.3536D-01	0.0000D+00	4.6768D-01
7	-1.0255D+00	0.0000D+00	5.1275D-01
6	-1.1137D+00	0.0000D+00	5.5683D-01
5	-1.1964D+00	0.0000D+00	5.9820D-01
4	-1.2657D+00	0.0000D+00	6.3284D-01
3	-1.2991D+00	0.0000D+00	6.4953D-01
2	-1.2444D+00	0.0000D+00	6.2222D-01
1	-9.8167D-01	0.0000D+00	4.9083D-01
0	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

Esforcos nos linteis da prumada numero 5 (convencao usual)

Nivel	M(esq)	M(dir)	Cortante
18	-4.2115D-08	4.2115D-08	5.6153D-08
17	-3.2660D-08	3.2660D-08	4.3547D-08
16	-1.2595D-08	1.2595D-08	1.6793D-08
15	-1.5829D-08	1.5829D-08	2.1105D-08
14	-2.1431D-08	2.1431D-08	2.8575D-08
13	-3.1901D-08	3.1901D-08	4.2534D-08
12	-4.8192D-08	4.8192D-08	6.4256D-08
11	-7.4310D-08	7.4310D-08	9.9080D-08
10	-1.2041D-07	1.2041D-07	1.6055D-07
9	-1.8891D-07	1.8891D-07	2.5187D-07
8	-3.1211D-07	3.1211D-07	4.1615D-07
7	-4.7843D-07	4.7843D-07	6.3791D-07
6	-9.0052D-07	9.0052D-07	1.2007D-06
5	-9.3197D-07	9.3197D-07	1.2426D-06
4	-2.8591D-06	2.8591D-06	3.8121D-06
3	9.9060D-07	-9.9060D-07	-1.3208D-06
2	-1.3829D-06	1.3829D-06	1.8439D-06
1	-8.5871D-06	8.5871D-06	1.1449D-05
0	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 1
(convencao: N > 0 tracao   M > 0 tracao na esq. Q > 0 horario)

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	-3.547D+01	8.025D-07	-1.146D-07	-4.299D+01	-4.299D+01	-1.389D-07
17	-9.741D+01	5.467D-08	1.078D-07	-1.181D+02	-1.181D+02	1.306D-07
16	-1.582D+02	-1.703D-07	-3.954D-08	-1.918D+02	-1.918D+02	-4.792D-08
15	-1.950D+02	-4.523D-07	-6.528D-08	-2.364D+02	-2.364D+02	-7.913D-08
14	-2.114D+02	-8.429D-07	-6.374D-08	-2.563D+02	-2.563D+02	-7.727D-08
13	-2.050D+02	-1.372D-06	-1.011D-07	-2.485D+02	-2.485D+02	-1.225D-07
12	-1.757D+02	-2.333D-06	-1.784D-07	-2.130D+02	-2.130D+02	-2.163D-07
11	-1.233D+02	-3.425D-06	-2.232D-07	-1.495D+02	-1.495D+02	-2.706D-07
10	-4.812D+01	-6.517D-06	-5.084D-07	-5.833D+01	-5.833D+01	-6.162D-07
9	4.917D+01	-7.229D-06	-2.945D-07	5.960D+01	5.960D+01	-3.570D-07
8	1.673D+02	-2.070D-05	-1.997D-06	2.027D+02	2.027D+02	-2.421D-06
7	3.040D+02	-6.549D-06	1.635D-06	3.685D+02	3.685D+02	1.982D-06
6	4.559D+02	-5.996D-05	-1.528D-05	5.527D+02	5.527D+02	-1.852D-05
5	6.181D+02	1.478D-04	6.562D-05	7.492D+02	7.492D+02	7.955D-05
4	7.804D+02	-7.802D-04	-1.069D-04	9.460D+02	9.460D+02	-1.296D-04
3	9.357D+02	2.322D-03	4.260D-04	1.134D+03	1.134D+03	5.163D-04
2	1.041D+03	-4.017D-03	1.071D-04	1.262D+03	1.262D+03	1.298D-04
1	1.152D+03	2.438D-03	-7.292D-04	1.396D+03	1.396D+03	-8.838D-04

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 2

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	4.492D+00	-1.824D+00	1.792D+01	-4.299D+01	1.029D+02	1.194D+02
17	-1.261D+01	-8.503D-01	1.649D+01	-1.181D+02	-5.005D+01	1.100D+02
16	-2.151D+01	-1.208D+00	2.278D+01	-1.918D+02	-9.509D+01	1.519D+02
15	-3.075D+01	-7.845D-01	2.826D+01	-2.364D+02	-1.736D+02	1.884D+02
14	-3.724D+01	-1.993D-01	3.470D+01	-2.563D+02	-2.403D+02	2.313D+02
13	-4.126D+01	6.641D-01	4.131D+01	-2.485D+02	-3.017D+02	2.754D+02
12	-4.246D+01	1.751D+00	4.810D+01	-2.130D+02	-3.531D+02	3.207D+02
11	-4.082D+01	3.066D+00	5.489D+01	-1.495D+02	-3.948D+02	3.659D+02
10	-3.643D+01	4.612D+00	6.155D+01	-5.835D+01	-4.273D+02	4.103D+02

9	-2.949D+01	6.405D+00	6.791D+01	5.958D+01	-4.528D+02	4.527D+02
8	-2.042D+01	8.472D+00	7.375D+01	2.027D+02	-4.750D+02	4.917D+02
7	-9.913D+00	1.086D+01	7.876D+01	3.685D+02	-5.007D+02	5.251D+02
6	1.001D+00	1.365D+01	8.237D+01	5.527D+02	-5.393D+02	5.491D+02
5	1.039D+01	1.700D+01	8.398D+01	7.492D+02	-6.107D+02	5.599D+02
4	1.626D+01	2.094D+01	8.171D+01	9.460D+02	-7.292D+02	5.447D+02
3	1.142D+01	2.645D+01	7.617D+01	1.134D+03	-9.820D+02	5.078D+02
2	-1.064D-01	3.156D+01	5.477D+01	1.262D+03	-1.263D+03	3.652D+02
1	-7.177D+01	4.686D+01	5.010D+01	1.396D+03	-2.353D+03	3.340D+02

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 3

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	-3.709D+01	-1.199D+01	-4.223D-01	-1.756D+02	-2.218D+01	-1.126D+00
17	-9.973D+01	-1.856D+01	7.629D+00	-3.847D+02	-1.472D+02	2.034D+01
16	-1.721D+02	-1.964D+01	1.383D+01	-5.847D+02	-3.332D+02	3.688D+01
15	-2.512D+02	-1.509D+01	2.020D+01	-7.665D+02	-5.734D+02	5.388D+01
14	-3.368D+02	-5.856D+00	2.622D+01	-9.357D+02	-8.608D+02	6.993D+01
13	-4.287D+02	7.372D+00	3.226D+01	-1.096D+03	-1.190D+03	8.603D+01
12	-5.267D+02	2.434D+01	3.826D+01	-1.249D+03	-1.560D+03	1.020D+02
11	-6.307D+02	4.495D+01	4.427D+01	-1.394D+03	-1.970D+03	1.181D+02
10	-7.409D+02	6.928D+01	5.028D+01	-1.532D+03	-2.419D+03	1.341D+02
9	-8.571D+02	9.761D+01	5.630D+01	-1.661D+03	-2.910D+03	1.501D+02
8	-9.792D+02	1.305D+02	6.234D+01	-1.776D+03	-3.446D+03	1.662D+02
7	-1.107D+03	1.687D+02	6.843D+01	-1.873D+03	-4.032D+03	1.825D+02
6	-1.241D+03	2.137D+02	7.467D+01	-1.941D+03	-4.676D+03	1.991D+02
5	-1.380D+03	2.679D+02	8.116D+01	-1.966D+03	-5.394D+03	2.164D+02
4	-1.526D+03	3.350D+02	8.873D+01	-1.924D+03	-6.212D+03	2.366D+02
3	-1.679D+03	4.209D+02	9.738D+01	-1.783D+03	-7.170D+03	2.597D+02
2	-1.847D+03	5.364D+02	1.136D+02	-1.491D+03	-8.357D+03	3.030D+02
1	-2.037D+03	7.064D+02	1.382D+02	-9.107D+02	-9.952D+03	3.686D+02

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 4

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	-4.798D+01	-1.570D+00	1.653D+01	-1.756D+02	-1.442D+02	5.510D+01
17	-1.189D+02	1.168D+00	1.578D+01	-3.847D+02	-4.081D+02	5.259D+01
16	-1.794D+02	1.333D+00	2.047D+01	-5.847D+02	-6.113D+02	6.822D+01
15	-2.345D+02	1.526D+00	2.583D+01	-7.665D+02	-7.970D+02	8.610D+01
14	-2.856D+02	1.614D+00	3.172D+01	-9.357D+02	-9.680D+02	1.057D+02
13	-3.337D+02	1.650D+00	3.784D+01	-1.096D+03	-1.129D+03	1.261D+02
12	-3.796D+02	1.659D+00	4.404D+01	-1.249D+03	-1.282D+03	1.468D+02
11	-4.232D+02	1.645D+00	5.024D+01	-1.394D+03	-1.427D+03	1.675D+02
10	-4.645D+02	1.607D+00	5.633D+01	-1.532D+03	-1.564D+03	1.878D+02
9	-5.028D+02	1.537D+00	6.223D+01	-1.661D+03	-1.691D+03	2.074D+02
8	-5.371D+02	1.417D+00	6.777D+01	-1.776D+03	-1.804D+03	2.259D+02
7	-5.654D+02	1.215D+00	7.271D+01	-1.872D+03	-1.897D+03	2.424D+02
6	-5.847D+02	8.748D-01	7.663D+01	-1.940D+03	-1.958D+03	2.554D+02
5	-5.904D+02	2.659D-01	7.876D+01	-1.965D+03	-1.971D+03	2.625D+02
4	-5.745D+02	-8.281D-01	7.771D+01	-1.923D+03	-1.907D+03	2.590D+02
3	-5.260D+02	-2.896D+00	7.073D+01	-1.782D+03	-1.724D+03	2.358D+02
2	-4.228D+02	-8.080D+00	5.015D+01	-1.490D+03	-1.328D+03	1.672D+02
1	-2.448D+02	-9.332D+00	1.750D+01	-9.092D+02	-7.226D+02	5.833D+01

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 5

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	-3.659D+01	-7.294D+00	-7.494D+00	-1.442D+02	-5.088D+01	-1.998D+01
17	-1.104D+02	-1.778D+01	5.877D+00	-4.081D+02	-1.805D+02	1.567D+01
16	-1.858D+02	-1.810D+01	1.339D+01	-6.113D+02	-3.796D+02	3.570D+01
15	-2.664D+02	-1.353D+01	2.153D+01	-7.970D+02	-6.238D+02	5.742D+01
14	-3.526D+02	-4.337D+00	2.908D+01	-9.680D+02	-9.125D+02	7.755D+01
13	-4.446D+02	8.871D+00	3.643D+01	-1.129D+03	-1.243D+03	9.714D+01
12	-5.427D+02	2.583D+01	4.363D+01	-1.282D+03	-1.612D+03	1.164D+02
11	-6.467D+02	4.646D+01	5.084D+01	-1.427D+03	-2.022D+03	1.356D+02
10	-7.567D+02	7.084D+01	5.817D+01	-1.564D+03	-2.471D+03	1.551D+02
9	-8.726D+02	9.927D+01	6.579D+01	-1.692D+03	-2.962D+03	1.754D+02
8	-9.941D+02	1.323D+02	7.391D+01	-1.805D+03	-3.497D+03	1.971D+02
7	-1.121D+03	1.707D+02	8.281D+01	-1.897D+03	-4.082D+03	2.208D+02
6	-1.253D+03	2.161D+02	9.296D+01	-1.958D+03	-4.724D+03	2.479D+02
5	-1.388D+03	2.705D+02	1.049D+02	-1.971D+03	-5.434D+03	2.796D+02
4	-1.526D+03	3.378D+02	1.196D+02	-1.907D+03	-6.231D+03	3.188D+02
3	-1.662D+03	4.230D+02	1.364D+02	-1.725D+03	-7.139D+03	3.639D+02
2	-1.788D+03	5.373D+02	1.616D+02	-1.329D+03	-8.207D+03	4.309D+02
1	-1.897D+03	6.772D+02	1.617D+02	-7.238D+02	-9.391D+03	4.312D+02

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 6

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	-1.145D+01	-1.828D-08	-2.047D-08	-5.088D+01	-5.088D+01	-9.097D-08
17	-4.061D+01	-1.155D-07	8.580D-08	-1.805D+02	-1.805D+02	3.813D-07
16	-8.541D+01	1.230D-08	-8.918D-08	-3.796D+02	-3.796D+02	-3.964D-07
15	-1.404D+02	-1.793D-08	-6.020D-08	-6.238D+02	-6.238D+02	-2.676D-07
14	-2.053D+02	-2.481D-08	-6.995D-08	-9.125D+02	-9.125D+02	-3.109D-07
13	-2.796D+02	-4.214D-08	-1.220D-07	-1.243D+03	-1.243D+03	-5.423D-07
12	-3.628D+02	-7.358D-08	-1.934D-07	-1.612D+03	-1.612D+03	-8.596D-07
11	-4.549D+02	-9.454D-08	-2.879D-07	-2.022D+03	-2.022D+03	-1.280D-06
10	-5.560D+02	-1.769D-07	-5.273D-07	-2.471D+03	-2.471D+03	-2.344D-06
9	-6.665D+02	-2.117D-07	-5.880D-07	-2.962D+03	-2.962D+03	-2.613D-06
8	-7.870D+02	-5.760D-07	-1.760D-06	-3.498D+03	-3.498D+03	-7.823D-06
7	-9.185D+02	-4.341D-08	-1.087D-06	-4.082D+03	-4.082D+03	-4.830D-06
6	-1.063D+03	-4.059D-06	-1.378D-05	-4.724D+03	-4.724D+03	-6.123D-05
5	-1.223D+03	9.031D-07	1.864D-05	-5.434D+03	-5.434D+03	8.285D-05
4	-1.402D+03	-1.767D-05	-5.471D-05	-6.232D+03	-6.232D+03	-2.431D-04
3	-1.606D+03	-1.005D-05	1.980D-04	-7.140D+03	-7.140D+03	8.800D-04
2	-1.847D+03	5.042D-05	8.950D-05	-8.208D+03	-8.208D+03	3.978D-04
1	-2.113D+03	-1.827D-05	-3.470D-04	-9.393D+03	-9.393D+03	-1.542D-03

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 7

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	-3.659D+01	7.294D+00	7.494D+00	-5.088D+01	-1.442D+02	1.998D+01
17	-1.104D+02	1.778D+01	-5.877D+00	-1.805D+02	-4.081D+02	-1.567D+01
16	-1.858D+02	1.810D+01	-1.339D+01	-3.796D+02	-6.113D+02	-3.570D+01
15	-2.664D+02	1.353D+01	-2.153D+01	-6.238D+02	-7.970D+02	-5.742D+01
14	-3.526D+02	4.337D+00	-2.908D+01	-9.125D+02	-9.680D+02	-7.755D+01
13	-4.446D+02	-8.871D+00	-3.643D+01	-1.243D+03	-1.129D+03	-9.714D+01
12	-5.427D+02	-2.583D+01	-4.363D+01	-1.612D+03	-1.282D+03	-1.164D+02
11	-6.467D+02	-4.646D+01	-5.084D+01	-2.022D+03	-1.427D+03	-1.356D+02
10	-7.567D+02	-7.084D+01	-5.817D+01	-2.471D+03	-1.564D+03	-1.551D+02
9	-8.726D+02	-9.927D+01	-6.579D+01	-2.962D+03	-1.692D+03	-1.754D+02
8	-9.941D+02	-1.323D+02	-7.391D+01	-3.497D+03	-1.805D+03	-1.971D+02

7	-1.121D+03	-1.707D+02	-8.281D+01	-4.082D+03	-1.897D+03	-2.208D+02
6	-1.253D+03	-2.161D+02	-9.296D+01	-4.724D+03	-1.958D+03	-2.479D+02
5	-1.388D+03	-2.705D+02	-1.049D+02	-5.434D+03	-1.971D+03	-2.796D+02
4	-1.526D+03	-3.378D+02	-1.196D+02	-6.231D+03	-1.907D+03	-3.188D+02
3	-1.662D+03	-4.230D+02	-1.364D+02	-7.139D+03	-1.725D+03	-3.639D+02
2	-1.788D+03	-5.373D+02	-1.616D+02	-8.207D+03	-1.329D+03	-4.309D+02
1	-1.897D+03	-6.772D+02	-1.617D+02	-9.391D+03	-7.238D+02	-4.312D+02

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 8

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	-4.798D+01	1.570D+00	-1.653D+01	-1.442D+02	-1.756D+02	-5.510D+01
17	-1.189D+02	-1.168D+00	-1.578D+01	-4.081D+02	-3.847D+02	-5.259D+01
16	-1.794D+02	-1.333D+00	-2.047D+01	-6.113D+02	-5.847D+02	-6.822D+01
15	-2.345D+02	-1.526D+00	-2.583D+01	-7.970D+02	-7.665D+02	-8.610D+01
14	-2.856D+02	-1.614D+00	-3.172D+01	-9.680D+02	-9.357D+02	-1.057D+02
13	-3.337D+02	-1.650D+00	-3.784D+01	-1.129D+03	-1.096D+03	-1.261D+02
12	-3.796D+02	-1.659D+00	-4.404D+01	-1.282D+03	-1.249D+03	-1.468D+02
11	-4.232D+02	-1.645D+00	-5.024D+01	-1.427D+03	-1.394D+03	-1.675D+02
10	-4.645D+02	-1.607D+00	-5.633D+01	-1.564D+03	-1.532D+03	-1.878D+02
9	-5.028D+02	-1.537D+00	-6.223D+01	-1.691D+03	-1.661D+03	-2.074D+02
8	-5.371D+02	-1.417D+00	-6.777D+01	-1.804D+03	-1.776D+03	-2.259D+02
7	-5.654D+02	-1.215D+00	-7.271D+01	-1.897D+03	-1.872D+03	-2.424D+02
6	-5.847D+02	-8.748D-01	-7.663D+01	-1.958D+03	-1.940D+03	-2.554D+02
5	-5.904D+02	-2.659D-01	-7.876D+01	-1.971D+03	-1.965D+03	-2.625D+02
4	-5.745D+02	8.281D-01	-7.771D+01	-1.907D+03	-1.923D+03	-2.590D+02
3	-5.260D+02	2.896D+00	-7.073D+01	-1.724D+03	-1.782D+03	-2.358D+02
2	-4.228D+02	8.080D+00	-5.015D+01	-1.328D+03	-1.490D+03	-1.672D+02
1	-2.448D+02	9.332D+00	-1.750D+01	-7.226D+02	-9.092D+02	-5.833D+01

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 9

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	-3.709D+01	-1.199D+01	-4.223D-01	-1.756D+02	-2.218D+01	-1.126D+00
17	-9.973D+01	-1.856D+01	7.629D+00	-3.847D+02	-1.472D+02	2.034D+01
16	-1.721D+02	-1.964D+01	1.383D+01	-5.847D+02	-3.332D+02	3.688D+01
15	-2.512D+02	-1.509D+01	2.020D+01	-7.665D+02	-5.734D+02	5.388D+01
14	-3.368D+02	-5.856D+00	2.622D+01	-9.357D+02	-8.608D+02	6.993D+01
13	-4.287D+02	7.372D+00	3.226D+01	-1.096D+03	-1.190D+03	8.603D+01
12	-5.267D+02	2.434D+01	3.826D+01	-1.249D+03	-1.560D+03	1.020D+02
11	-6.307D+02	4.495D+01	4.427D+01	-1.394D+03	-1.970D+03	1.181D+02
10	-7.409D+02	6.928D+01	5.028D+01	-1.532D+03	-2.419D+03	1.341D+02
9	-8.571D+02	9.761D+01	5.630D+01	-1.661D+03	-2.910D+03	1.501D+02
8	-9.792D+02	1.305D+02	6.234D+01	-1.776D+03	-3.446D+03	1.662D+02
7	-1.107D+03	1.687D+02	6.843D+01	-1.873D+03	-4.032D+03	1.825D+02
6	-1.241D+03	2.137D+02	7.467D+01	-1.941D+03	-4.676D+03	1.991D+02
5	-1.380D+03	2.679D+02	8.116D+01	-1.966D+03	-5.394D+03	2.164D+02
4	-1.526D+03	3.350D+02	8.873D+01	-1.924D+03	-6.212D+03	2.366D+02
3	-1.679D+03	4.209D+02	9.738D+01	-1.783D+03	-7.170D+03	2.597D+02
2	-1.847D+03	5.364D+02	1.136D+02	-1.491D+03	-8.357D+03	3.030D+02
1	-2.037D+03	7.064D+02	1.382D+02	-9.107D+02	-9.952D+03	3.686D+02

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 10

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	4.492D+00	-1.824D+00	1.792D+01	-4.299D+01	1.029D+02	1.194D+02

17	-1.261D+01	-8.503D-01	1.649D+01	-1.181D+02	-5.005D+01	1.100D+02
16	-2.151D+01	-1.208D+00	2.278D+01	-1.918D+02	-9.509D+01	1.519D+02
15	-3.075D+01	-7.845D-01	2.826D+01	-2.364D+02	-1.736D+02	1.884D+02
14	-3.724D+01	-1.993D-01	3.470D+01	-2.563D+02	-2.403D+02	2.313D+02
13	-4.126D+01	6.641D-01	4.131D+01	-2.485D+02	-3.017D+02	2.754D+02
12	-4.246D+01	1.751D+00	4.810D+01	-2.130D+02	-3.531D+02	3.207D+02
11	-4.082D+01	3.066D+00	5.489D+01	-1.495D+02	-3.948D+02	3.659D+02
10	-3.643D+01	4.612D+00	6.155D+01	-5.835D+01	-4.273D+02	4.103D+02
9	-2.949D+01	6.405D+00	6.791D+01	5.958D+01	-4.528D+02	4.527D+02
8	-2.042D+01	8.472D+00	7.375D+01	2.027D+02	-4.750D+02	4.917D+02
7	-9.913D+00	1.086D+01	7.876D+01	3.685D+02	-5.007D+02	5.251D+02
6	1.001D+00	1.365D+01	8.237D+01	5.527D+02	-5.393D+02	5.491D+02
5	1.039D+01	1.700D+01	8.398D+01	7.492D+02	-6.107D+02	5.599D+02
4	1.626D+01	2.094D+01	8.171D+01	9.460D+02	-7.292D+02	5.447D+02
3	1.142D+01	2.645D+01	7.617D+01	1.134D+03	-9.820D+02	5.078D+02
2	-1.049D-01	3.156D+01	5.477D+01	1.262D+03	-1.263D+03	3.652D+02
1	-7.177D+01	4.686D+01	5.010D+01	1.396D+03	-2.353D+03	3.340D+02

Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel 11

Andar	Normal	Momento	Cortante	Sigma(esq)	Sigma(dir)	Tau(medio)
18	-2.813D+01	5.010D-08	3.340D-08	-7.500D+01	-7.500D+01	8.906D-08
17	-8.437D+01	7.179D-08	-1.895D-08	-2.250D+02	-2.250D+02	-5.052D-08
16	-1.406D+02	1.292D-08	-2.032D-08	-3.750D+02	-3.750D+02	-5.419D-08
15	-1.969D+02	-2.152D-08	-2.670D-09	-5.250D+02	-5.250D+02	-7.120D-09
14	-2.531D+02	-3.750D-08	-8.017D-09	-6.750D+02	-6.750D+02	-2.138D-08
13	-3.094D+02	-6.082D-08	-7.599D-09	-8.250D+02	-8.250D+02	-2.026D-08
12	-3.656D+02	-1.010D-07	-1.928D-08	-9.750D+02	-9.750D+02	-5.142D-08
11	-4.219D+02	-1.719D-07	-2.814D-08	-1.125D+03	-1.125D+03	-7.504D-08
10	-4.781D+02	-2.821D-07	-4.564D-08	-1.275D+03	-1.275D+03	-1.217D-07
9	-5.344D+02	-3.966D-07	-3.120D-08	-1.425D+03	-1.425D+03	-8.320D-08
8	-5.906D+02	-9.595D-07	-3.450D-07	-1.575D+03	-1.575D+03	-9.199D-07
7	-6.469D+02	-3.626D-07	7.413D-07	-1.725D+03	-1.725D+03	1.977D-06
6	-7.031D+02	-5.432D-07	-8.638D-07	-1.875D+03	-1.875D+03	-2.304D-06
5	-7.594D+02	-4.603D-06	-1.846D-06	-2.025D+03	-2.025D+03	-4.922D-06
4	-8.156D+02	2.147D-05	1.923D-05	-2.175D+03	-2.175D+03	5.127D-05
3	-8.719D+02	-9.903D-06	-4.013D-05	-2.325D+03	-2.325D+03	-1.070D-04
2	-9.281D+02	-4.990D-05	1.346D-05	-2.475D+03	-2.475D+03	3.591D-05
1	-9.844D+02	4.599D-05	5.042D-05	-2.625D+03	-2.625D+03	1.345D-04

Reacoes na origem do sistema

Eixo	Reacao
X	-7.2000D+02
Y	-8.6509D-13
Z	-7.3487D-10

Reacoes nos vinculos verticais

Vinculo	Reacao	Tipo
4	-6.0812D+02	rigido
5	-6.0812D+02	rigido
6	1.4760D+02	rigido
7	5.0625D+02	rigido
8	5.0625D+02	rigido
9	1.4760D+02	rigido

```
  10      8.0033D+02   rigido
  11      7.3855D+02   rigido
  12      7.3855D+02   rigido
  13      8.0033D+02   rigido
  14      1.3942D+03   rigido
  15      2.3986D+03   rigido
  16      2.3986D+03   rigido
  17      1.3942D+03   rigido

Soma das reacoes verticais ...: 1.0755D+04

Tempo total (leitura, processamento e impressao): 4.56 segundos
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
```

A4.21 - Programa <NUCLEO-G.BAS>

```
' Programa <NUCLEO-G.BAS> - J.L.Serra/S.Guilardi
' ------------------------------------------------
'
' OBS.: Se a subrotina ResultadosAdicionais nao for chamada - basta
'       considera-la comentario (use uma plica inicial, como nesta linha)
'       nao prejudica a impressao dos resultados relevantes do programa
'       e economiza paginas na impressao.
'       Util apenas para controle dos resultados.
'       Normalmente este programa nao chama estra subrotina.
'
'       A subrotina Notacao nao tem funcao - contem apenas a notacao
'       relevante do programa (variaveis comuns ou globais).

 DEFINT I-N
 DEFDBL A-H, O-Z

 COMMON SHARED dado$, re$, t1$, t2$, normal$, e, po, g
 COMMON SHARED nj, np, na, nl, nd, nf, n, lsb, ive, tol, nciclos
 COMMON SHARED x(), y(), jj(), jk(), rt(), rv(), nvr(), bp(), co()
 COMMON SHARED se(), r(), hl(), h(), t(), bl(), al(), el(), pol(), gl()
 COMMON SHARED cfl(), v(), a(), sk(), j1(), j2(), s()
 COMMON SHARED sr(), p(), pa(), rc(), iel(), ipe(), ipd()

 DECLARE SUB Introducao ()
 DECLARE SUB DadosIniciais ()
 DECLARE SUB LeituraDados ()
 DECLARE SUB ImpressaoDados ()
 DECLARE SUB RigidezElementos ()
 DECLARE SUB RigidezSistema ()
 DECLARE SUB FundacaoElastica ()
 DECLARE SUB RigidezLinteis ()
 DECLARE SUB Solve ()
 DECLARE SUB VerificaCiclo ()
 DECLARE SUB ResultadosDiafragmas ()
 DECLARE SUB EsforcosElementos ()
 DECLARE SUB EsforcosLinteis ()
 DECLARE SUB Reacoes ()
 DECLARE SUB ResultadosAdicionais ()
 DECLARE SUB Notacao ()

 COLOR 7, 1
 CALL Introducao       ' sub-rotina inicial (instrucoes, etc..)
 ti = TIMER            ' inicio da contagem do tempo de processamento
 CALL DadosIniciais    ' sub-rotina com dados p/ DIMENSION dinamico

 DIM x(nd), y(nd), jj(np), jk(np), rt(np), rv(np), nvr(nd), bp(np)
 DIM co(np), se(np), r(np), hl(nl), h(na), t(na, np), bl(nf, nl)
 DIM al(nf, nl), el(nl), pol(nl), gl(nl), cfl(nl), a(n), v(n), s(n, lsb)
 DIM sk(7, na, np), j1(nl), j2(nl), iel(nl), ipe(nl), ipd(nl)
 DIM sr(nd, lsb), p(na, np), pa(na, np), rc(nd)

 CALL LeituraDados                          ' leitura de dados
 CALL ImpressaoDados                        ' impressao dos dados
DO
```

```
  CALL RigidezElementos                          ' calcula [SE]
  CALL RigidezSistema                            ' calcula [S]
  IF nl > 0 THEN CALL RigidezLinteis             ' contrib. dos linteis em [S]
  FOR i = 1 TO nd                               ' montagem da sub-matriz
    FOR j = i + 1 TO lsb                        ' [sr] (nd x lsb) a partir
      sr(i, j) = s(i, j - i + 1)                ' da matriz [s], ANTES da
    NEXT j                                      ' eventual contribuicao da
    FOR k = 1 TO i                              ' fundacao elastica, para
      sr(i, k) = s(k, i - k + 1)                ' o calculo das reacoes:
    NEXT k                                      ' {rc} = [sr] * {d}
  NEXT i
  IF ive = 1 THEN CALL FundacaoElastica          ' contr.da fund. elast. em [S]
  CALL Solve                                     ' sol. do sist. [S]{D} = {V}
  IF normal$ = "s" THEN CALL VerificaCiclo       ' continua alterando [S] ?
LOOP WHILE normal$ = "s" AND nciclos <= 20
  CALL ResultadosDiafragmas                      ' desloca/os dos diafragmas
  IF nl > 0 THEN CALL EsforcosLinteis            ' esforcos nos linteis
  CALL EsforcosElementos                         ' esforcos nos elementos
  CALL Reacoes                                   ' reacoes na base dos paineis
'  CALL ResultadosAdicionais

  tp = TIMER - ti                                ' calc./impres. do tempo gasto
  IF tp < 0 THEN tp = tp + 86400
  tp$ = STR$(tp): i = INSTR(tp$, "."): tp$ = LEFT$(tp$, i + 2)
  tp$ = "Tempo total (leitura, processamento e impressao):" + tp$ + " seg."
  PRINT #1, : PRINT #1, tp$: PRINT #1, STRING$(LEN(tp$), "~")
  END

SUB DadosIniciais                'leitura dos dados iniciais

 OPEN dado$ FOR INPUT AS #2
 LINE INPUT #2, t1$          'titulo, etc ... (1a linha)
 LINE INPUT #2, t2$          'unidades, comentarios, etc..  (2a linha)
 INPUT #2, e, po             'elasticidade, coef. de Poisson
 g = e / (2 * (1 + po))      'calculo do modulo de elasticidade transversal
 INPUT #2, nj, np, na, nl    'ptos nodais, paineis, andares, prum.de linteis
 nd = nj + 3                 'numero de deslocamentos por diafragma
 nf = na + 1                 'numero de diafragmas
 n = nd * nf                 'numero de graus de liberdade
 lsb = 2 * nd                'largura superior da banda
 OPEN re$ FOR OUTPUT AS #1   'impressao dos dados iniciais
 PRINT #1,
 PRINT #1, "Programa <NUCLEO-G.BAS> - J.L.Serra/S.Guilardi"
 PRINT #1, "~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~"
 PRINT #1, t1$: PRINT #1, STRING$(LEN(t1$), "~")
 PRINT #1, t2$: PRINT #1, STRING$(LEN(t2$), "~")
 dma$ = MID$(DATE$, 4, 2) + "/" + LEFT$(DATE$, 2) + "/" + RIGHT$(DATE$, 4)
 PRINT #1, "Rodado em (dia/mes/ano): "; dma$; " as "; TIME$; " horas"
 PRINT #1, STRING$(53, "~")
 PRINT #1, "Numero de andares .........................:"; na
 PRINT #1, "Numero de paineis .........................:"; np
 PRINT #1, "Numero de prumadas de linteis .............:"; nl
 PRINT #1, "Numero de pontos nodais por diafragma ......:"; nj
 a$ = "##.####^^^^"
 PRINT #1, "Modulo de elasticidade dos paineis ........:";
 PRINT #1, USING a$; e
```

```
 PRINT #1, "Coeficiente de Poisson dos paineis .........:";
 PRINT #1, USING a$; po
 PRINT #1, "Elasticidade transversal dos paineis .......:";
 PRINT #1, USING a$; g
 PRINT #1,

END SUB

SUB EsforcosElementos

  a$ = "Esforcos e tensoes nas secoes medias dos elementos do painel###"
  b$ = "(convencao: N > 0 tracao   M > 0 tracao na esq.  Q > 0 horario)"
  c$ = "----------------------------------------------------------------"
  d$ = "Andar     Normal    Momento    Cortante    Sigma(esq)  Sigma(dir)
Tau(medio)"
  e$ = "###    ##.###^^^^ ##.###^^^^ ##.###^^^^   ##.###^^^^  ##.###^^^^
##.###^^^^"
  FOR ip = 1 TO np
    PRINT #1,
    PRINT #1, USING a$; ip
    IF ip = 1 THEN PRINT #1, b$
    PRINT #1, c$: PRINT #1, d$
    c = co(ip): s = se(ip): r = r(ip)
    jj = jj(ip): jk = jk(ip): b = bp(ip)
    FOR ia = na TO 1 STEP -1
      ak1 = sk(1, ia, ip)
      ak2 = sk(2, ia, ip)
      ak3 = sk(3, ia, ip)
      ak4 = sk(4, ia, ip)
      ak5 = sk(5, ia, ip)
      ak6 = sk(6, ia, ip)
      h = h(ia)
      diag = SQR(h * h + b * b)
      st = h / diag
      ct = b / diag
      xb = .25 * h * h / (b * b * (1 + po))
      ead = e * b * t * (xb - .5) / (st * st * st)
      il = (ia - 1) * nd
      d1 = c * v(il + 1) + s * v(il + 2) + r * v(il + 3)
      d2 = v(il + jj)
      d3 = v(il + jk)
      il = il + nd
      d5 = c * v(il + 1) + s * v(il + 2) + r * v(il + 3)
      d6 = v(il + jj)
      d7 = v(il + jk)
      e1 = ak1 * d1 + ak2 * d2 - ak2 * d3 - ak1 * d5 + ak2 * d6 - ak2 * d7
      e2 = ak2 * d1 + ak3 * d2 + ak4 * d3 - ak2 * d5 + ak5 * d6 + ak6 * d7
      e3 = -ak2 * d1 + ak4 * d2 + ak3 * d3 + ak2 * d5 + ak6 * d6 + ak5 * d7
      e5 = -ak1 * d1 - ak2 * d2 + ak2 * d3 + ak1 * d5 - ak2 * d6 + ak2 * d7
      e6 = ak2 * d1 + ak5 * d2 + ak6 * d3 - ak2 * d5 + ak3 * d6 + ak4 * d7
      e7 = -ak2 * d1 + ak6 * d2 + ak5 * d3 + ak2 * d5 + ak4 * d6 + ak3 * d7
      dlf1 = (d6 - d3) * st + (d1 - d5) * ct
      dlf2 = (d7 - d2) * st - (d1 - d5) * ct
      f1 = ead * dlf1 / diag
      f2 = ead * dlf2 / diag
      rigidezaxial = e * b * t(ia, ip) / h
```

```
      p = rigidezaxial * .5 * (d6 + d7 - d2 - d3)  ' tracao (+)
      fh = e5 + f1 * ct - f2 * ct                  ' horario (+)
      fh = fh + pa(ia, ip)
      xmm = .25 * b * (e3 - e2 + e6 - e7)          ' tracao na esquerda (+)
      ar = b * t(ia, ip)
      sg1 = p / ar
      sg2 = 6 * xmm / (ar * b)
      sge = sg1 + sg2
      sgd = sg1 - sg2
      tau = fh / ar
      PRINT #1, USING e$; ia, p, xmm, fh, sge, sgd, tau
    NEXT ia
  NEXT ip

END SUB

SUB EsforcosLinteis

ERASE pa: DIM pa(na, np)   ' guardar as forcas horizontais nos linteis
ERASE a: DIM a(n)          ' guardar as f.verticais p/futuro controle

  a$ = "Esforcos nos linteis da prumada numero ##  (convencao usual)"
  b$ = "-------------------------------------------------------------"
  c$ = "Nivel              M(esq)             M(dir)           Cortante"
  d$ = "###          ##.####^^^^        ##.####^^^^        ##.####^^^^"
  FOR lt = 1 TO nl
    PRINT #1, : PRINT #1, USING a$; lt: PRINT #1, b$: PRINT #1, c$
    hl = hl(lt): j1 = j1(lt): j2 = j2(lt)
    cx = x(j2) - x(j1)
    cy = y(j2) - y(j1)
    c = cx / hl
    s = cy / hl
    r = x(j1) * s - y(j1) * c
    FOR k = nf TO 2 STEP -1
      IF k = nf GOTO 8
      IF bl(k, lt) <> bl(k + 1, lt) OR al(k, lt) <> al(k + 1, lt) THEN
8       ei = el(lt) * bl(k, lt) * al(k, lt) ^ 3 / 12
        ga = gl(lt) * bl(k, lt) * al(k, lt): IF ga = 0 THEN ga = 1
        ak = 12 * cfl(lt) * ei / (ga * hl * hl)
        SELECT CASE iel(lt)
          CASE 1
            aux = 12 * ei / (hl * (4 + ak))
            s11 = aux / (hl * hl): s12 = 0: s13 = -s11: s14 = aux / hl
            s22 = 0: s23 = 0: s24 = 0
            s33 = s11: s34 = -s14
            s44 = aux
          CASE 2
            aux = 12 * ei / (hl * (4 + ak))
            s11 = aux / (hl * hl): s12 = aux / hl: s13 = -s11: s14 = 0
            s22 = aux: s23 = -s12: s24 = 0
            s33 = s11: s34 = 0
            s44 = 0
          CASE 3
            eil = ei / (1 + ak)
            aux = eil / hl
            s11 = 12 * aux / (hl * hl): s12 = 6 * aux / hl
```

```
      s13 = -s11: s14 = s12
      s22 = (4 + ak) * aux: s23 = -s12: s24 = (2 - ak) * aux
      s33 = s11: s34 = s23
      s44 = s22
    CASE ELSE
      CLS
      LOCATE 10, 10
      PRINT "Tipo de lintel so' aceita 0, 1 ou 2"
      END
  END SELECT
 END IF
 il = (k - 1) * nd
 d1 = v(il + j1)
 dhi = v(il - nd + 1) * c + v(il - nd + 2) * s + v(il - nd + 3) * r
 dhs = v(il + 1) * c + v(il + 2) * s + v(il + 3) * r
 d2 = (dhi - dhs) / h(k - 1)
 d3 = v(il + j2)
 d4 = d2
 e1 = s11 * d1 + s12 * d2 + s13 * d3 + s14 * d4
 e2 = s12 * d1 + s22 * d2 + s23 * d3 + s24 * d4
 e4 = s14 * d1 + s24 * d2 + s34 * d3 + s44 * d4
 PRINT #1, USING d$; k - 1, -e2, e4, e1
 il = (k - 1) * nd
 a(il + j1) = e1
 a(il + j2) = -e1
 sinale% = 1: sinald% = 1
 IF j1 = jj(ipe(lt)) THEN sinale% = -1
 IF j2 = jk(ipd(lt)) THEN sinald% = -1
 pa(k - 1, ipe(lt)) = pa(k - 1, ipe(lt)) - sinale% * e2 / h(k - 1)
 pa(k - 1, ipd(lt)) = pa(k - 1, ipd(lt)) - sinald% * e4 / h(k - 1)

NEXT k

IF ive = 0 THEN
 PRINT #1, USING d$; 0, 0, 0, 0
ELSE
 be = bp(ipe(lt)): bd = bp(ipd(lt)): hl = hl(lt)
 j1 = j1(lt): j2 = j2(lt)
 IF j1 = jj(ipe(lt)) THEN k1 = jk(ipe(lt)) ELSE k1 = jj(ipe(lt))
 IF j2 = jj(ipd(lt)) THEN k2 = jk(ipd(lt)) ELSE k2 = jj(ipd(lt))
 ei = el(lt) * bl(1, lt) * al(1, lt) ^ 3 / 12
 ga = gl(lt) * bl(1, lt) * al(1, lt): IF ga = 0 THEN ga = 1
 ak = 12 * cfl(lt) * ei / (ga * hl * hl)
 SELECT CASE iel(lt)
   CASE 1
     aux = 12 * ei / (hl * (4 + ak))
     s11 = aux / (hl * hl): s12 = 0: s13 = -s11: s14 = aux / hl
     s22 = 0: s23 = 0: s24 = 0
     s33 = s11: s34 = -s14
     s44 = aux
   CASE 2
     aux = 12 * ei / (hl * (4 + ak))
     s11 = aux / (hl * hl): s12 = aux / hl: s13 = -s11: s14 = 0
     s22 = aux: s23 = -s12: s24 = 0
     s33 = s11: s34 = 0
     s44 = 0
```

```
        CASE 3
          eil = ei / (1 + ak)
          aux = eil / hl
          s11 = 12 * aux / (hl * hl): s12 = 6 * aux / hl
          s13 = -s11: s14 = s12
          s22 = (4 + ak) * aux: s23 = -s12: s24 = (2 - ak) * aux
          s33 = s11: s34 = s23
          s44 = s22
      END SELECT
      d1 = v(j1)
      d2 = (v(j1) - v(k1)) / be
      d3 = v(j2)
      d4 = (v(k2) - v(j2)) / bd
      e1 = s11 * d1 + s12 * d2 + s13 * d3 + s14 * d4
      e2 = s12 * d1 + s22 * d2 + s23 * d3 + s24 * d4
      e4 = s14 * d1 + s24 * d2 + s34 * d3 + s44 * d4
      PRINT #1, USING d$; 0, -e2, e4, e1
      a(j1) = e1
      a(j2) = -e1
    END IF
  NEXT lt


END SUB

SUB FundacaoElastica

  FOR ip = 1 TO np
    IF rt(ip) <> 0 OR rv(ip) <> 0 THEN
      r1 = .25 * rv(ip)
      r2 = rt(ip) / (bp(ip) * bp(ip))
      s(jj(ip), 1) = s(jj(ip), 1) + r1 + r2
      s(jk(ip), 1) = s(jk(ip), 1) + r1 + r2
      IF jk(ip) > jj(ip) THEN
        jaux = jk(ip) - jj(ip) + 1
        s(jj(ip), jaux) = s(jj(ip), jaux) + r1 - r2
      ELSE
        jaux = jj(ip) - jk(ip) + 1
        s(jk(ip), jaux) = s(jk(ip), jaux) + r1 - r2
      END IF
    END IF
  NEXT ip

END SUB

SUB ImpressaoDados

  PRINT #1, "Coordenadas dos pontos nodais"
  PRINT #1, "-----------------------------"
  PRINT #1, "Ponto    coord.x    coord.y"
       a$ = " ##    #####.###   #####.###"
  FOR i = 4 TO nd
    PRINT #1, USING a$; i, x(i), y(i)
  NEXT i
  PRINT #1,
  PRINT #1, "Dados dos paineis"
```

```
  PRINT #1, "-----------------"
  a$ = "Num  jj  jk    cos    sen    braco  largura     rt           rv"
  b$ = "###  ##  ##  ##.###  ##.###  ####.###  ###.###  ##.###^^^^
##.###^^^^"
  PRINT #1, a$
  FOR i = 1 TO np
    jj = jj(i): jk = jk(i): co = co(i): se = se(i): r = r(i)
    PRINT #1, USING b$; i, jj, jk, co, se, r, bp(i), rt(i), rv(i)
  NEXT i
  PRINT #1,
  PRINT #1, "Distancia entre diafragmas e espessura dos paineis"
  PRINT #1, "--------------------------------------------------"
  FOR ia = 1 TO na
    IF ia > 1 THEN PRINT #1,
    PRINT #1, USING "ANDAR###   H=####.###"; ia, h(ia);
    FOR ip = 1 TO np
      PRINT #1, USING "   T##=###.##"; ip, t(ia, ip);
      IF ip <> np AND ip MOD 4 = 0 THEN PRINT #1, : PRINT #1, SPC(21);
    NEXT ip
    PRINT #1,
  NEXT ia
  IF nl > 0 THEN
    a$ = "##.####^^^^"
    b$ = "                    ###     ###.###    ###.###"
    FOR i = 1 TO nl
      SELECT CASE iel(i)
        CASE 1: e$ = "articulado/engastado"
        CASE 2: e$ = "engastado/articulado"
        CASE 3: e$ = "engastado/engastado"
      END SELECT
      PRINT #1,
      PRINT #1, USING "Dados dos linteis da prumada numero##"; i
            PRINT #1, "--------------------------------------"
      PRINT #1, "No inicial do lintel .................:"; j1(i)
      PRINT #1, "No final do lintel ...................:"; j2(i)
      PRINT #1, "Painel a esquerda ....................:"; ipe(i)
      PRINT #1, "Painel a direita .....................:"; ipd(i)
      PRINT #1, "Comprimento do lintel ................:"; hl(i)
      PRINT #1, "Modulo de elasticidade longitudinal ...:";
      PRINT #1, USING a$; el(i)
      PRINT #1, "Coeficiente de Poisson ........... ...:";
      PRINT #1, USING a$; pol(i)
      PRINT #1, "Modulo de elasticidade transversal ....:";
      PRINT #1, USING a$; gl(i)
      PRINT #1, "Coeficiente de forma da secao .........:";
      PRINT #1, USING a$; cfl(i)
      PRINT #1, "Lintel "; e$
      PRINT #1,
      PRINT #1, "Secao transversal: nivel      base    altura"
      FOR k = 1 TO nf
        PRINT #1, USING b$; k - 1, bl(k, i), al(k, i)
      NEXT k
    NEXT i
  END IF
  PRINT #1,
  PRINT #1, "Cargas aplicadas nas coordenadas dos diafragmas"
```

```
  PRINT #1, "~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~"
  PRINT #1, "Nivel    carga x     carga y     carga z"
       a$ = "###    #####.###   #####.###   #####.###"
       b$ = "Soma das cargas Fx ...:######.###"
       c$ = "Soma das cargas Fy ...:######.###"
       d$ = "Soma das cargas Mz ...:######.###"
  FOR i = 1 TO nf
    j = (i - 1) * nd + 1
    rcx = rcx + a(j): rcy = rcy + a(j + 1): rcz = rcz + a(j + 2)
    PRINT #1, USING a$; i - 1, a(j), a(j + 1), a(j + 2)
  NEXT i
  PRINT #1,
  PRINT #1, USING b$; rcx
  PRINT #1, USING c$; rcy
  PRINT #1, USING d$; rcz
  PRINT #1,
  PRINT #1, "Cargas verticais nos pontos nodais dos diafragmas"
  PRINT #1, "~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~"
  a$ = "Soma das cargas verticais ...:#######.###"
  FOR i = 1 TO nf
    IF i > 1 THEN PRINT #1,
    PRINT #1, USING "Nivel###"; i - 1;
    FOR j = 4 TO nd: k = (i - 1) * nd + j
      rcv = rcv + a(k)
      PRINT #1, USING "   V##=#####.###"; j, a(k);
      IF j <> nd AND (j + 1) MOD 4 = 0 THEN
        PRINT #1, : PRINT #1, SPC(8);
      END IF
    NEXT j
    PRINT #1,
  NEXT i
  PRINT #1,
  PRINT #1, USING a$; rcv

END SUB

SUB Introducao

 DIM w$(23)
 w$(1)  = "┌────────────────────────────────────────────────────────────┐"
 w$(2)  = "│ Programa <NUCLEO-G.BAS>   INSTRUCOES    J.L.Serra/S.Guilardi │"
 w$(3)  = "├────────────────────────────────────────────────────────────┤"
 w$(4)  = "│ Os diafragmas e andares sao numerados de baixo para cima.    │"
 w$(5)  = "│ Os dados devem estar em um arquivo na sequencia:             │"
 w$(6)  = "├────────────────────────────────────────────────────────────┤"
 w$(7)  = "│ a) Uma linha com nome conveniente para o exemplo             │"
 w$(8)  = "│ b) Uma linha com observacoes, unidades, etc..                │"
 w$(9)  = "│ c) Elasticidade, Poisson (dos paineis)             1 linha   │"
w$(10)  = "│ d) nj, np, na, nl                                  1 linha   │"
w$(11)  = "│ e) k, x(k), y(k)        (k a partir do numeral 4)  nj linhas │"
w$(12)  = "│ f) ip, jj(ip), jk(ip), rt(ip), rv(ip)              np linhas │"
w$(13)  = "│ g) ia, h(ia), t(ia,ip) (ia=1 ate np, ip=1 ate np)  na linhas │"
w$(14)  = "│ h) k, el(k),po(k),j1(k),j2(k),ipe(k),ipd(k),iel(k)  1 linha  │"
w$(15)  = "│ i) k, bl(i,k), al(i,k)      (iel:ae/ea/ee=1/2/3)   nf linhas │"
w$(16)  = "│ j) a(I) (cargas: nf linhas com nj + 3 dados cada) - n dados  │"
w$(17)  = "├───────────────────────────────┬────────────────────────────┤"
w$(18)  = "│ Repetir os itens h) e i) nl vezes │ Tolerancia=0 nao muda [s]│"
```

```
w$(19) = "├──────────────────────────────────────────────────────────┤"
w$(20) = "│ Arquivo com os dados .......:                            │"
w$(21) = "│ Arquivo p/os resultados ....:                            │"
w$(22) = "│ Tolerancia em % nas normais :                            │"
w$(23) = "└──────────────────────────────────────────────────────────┘"
  CLS
  FOR i = 1 TO 23
    LOCATE i, 4
    PRINT w$(i);
  NEXT i
  LOCATE 20, 39: INPUT dado$
  LOCATE 21, 39: INPUT re$
  LOCATE 22, 39: INPUT ; tol: tol = tol / 100
  IF tol = 0 THEN normal$ = "n" ELSE normal$ = "s"

END SUB

SUB LeituraDados

  FOR i = 1 TO nj                               'coordenadas dos nos
    INPUT #2, k, x(k), y(k)
  NEXT i
  nvr(1) = 1               ' inicia a preparacao do vetor que indica os
  nvr(2) = 2               ' vinculos rigidos (vinculo elastico = 0).
  nvr(3) = 3               ' estes tres sao correspondentes a Ox, Oy e Oz
  FOR i = 1 TO np                               'dados dos paineis
    INPUT #2, k, jj(k), jk(k), rt(k), rv(k)
    cx = x(jk(k)) - x(jj(k))
    cy = y(jk(k)) - y(jj(k))
    bp(k) = SQR(cx * cx + cy * cy)
    co(k) = cx / bp(k)
    se(k) = cy / bp(k)
    r(k) = x(jj(k)) * se(k) - y(jj(k)) * co(k)
    IF rt(k) <> 0 OR rv(k) <> 0 THEN
      ive = 1                           'indica presenca de vinculo elastico
    ELSE
      nvr(jj(k)) = jj(k)
      nvr(jk(k)) = jk(k)
    END IF
  NEXT i
  FOR j = 1 TO na
    INPUT #2, ia, h(ia)                      'altura do andar
    FOR ip = 1 TO np
      INPUT #2, t(ia, ip)                    'espessura dos paineis no andar
    NEXT ip
  NEXT j
  IF nl > 0 THEN
    FOR i = 1 TO nl                          'dados dos linteis
      INPUT #2, k, el(k), pol(k), j1(k), j2(k), ipe(k), ipd(k), iel(k)
      gl(k) = el(k) / (2 * (1 + pol(k)))
      cfl(k) = (1.2 + 1.1 * pol(k)) / (1 + pol(k))
      cx = x(j2(k)) - x(j1(k))
      cy = y(j2(k)) - y(j1(k))
      hl(k) = SQR(cx * cx + cy * cy)
      FOR j = 1 TO nf
        INPUT #2, il, bl(il, k), al(il, k)
      NEXT j
```

```
    NEXT i
  END IF
  FOR i = 1 TO n                                      ' dados do carregamento
    INPUT #2, a(i)
  NEXT i
  FOR i = 1 TO nd                                     ' contribuicao das cargas
    rc(i) = -a(i)                                     ' aplicadas nas coordenadas
  NEXT i                                              ' das "reacoes"

END SUB

SUB Notacao

    ' Variaveis Relevantes do Programa <NUCLEO-G.BAS>
    ' ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
    '
    ' Inteiros e reais
    ' ~~~~~~~~~~~~~~~~
    ' e   =   modulo de elasticidade longitudinal das paredes
    ' g   =   modulo de elasticidade transversal das paredes
    ' ive =   indicador se ha vinculo elastico
    ' lsb =   largura superior da banda (2*nd)
    ' n   =   numero de deslocamentos do sistema (nd*nf)
    ' na  =   numero de andares
    ' nciclos =   numero de ciclos para considerar o efeito de 2¦ ordem
    ' nd  =   numero de deslocamentos por diafragmas (3 + nj)
    ' nf  =   numero de diafragmas, inclusive a base (na + 1)
    ' nj  =   numero de pontos nodais dos diafragmas
    ' nl  =   numero de prumadas de linteis
    ' np  =   numero de paineis
    ' po  =   coeficiente de poisson das paredes
    ' tol =   limite de tolerancia entre normais para encerrar ciclos
    '
    ' vetores e matrizes
    ' ~~~~~~~~~~~~~~~~~~
    ' a(n)          = vetor das acoes na estrutura
    ' al(nf,nl)     = altura da secao dos linteis
    ' bl(nf,nl)     = base da secao dos linteis
    ' bp(np)        = largura dos paineis (constante para o mesmo painel)
    ' cfl(nl)       = fator de forma dos linteis de uma prumada
    ' co(np)        = primeiro coseno diretor dos paineis
    ' el(nl)        = modulo de elasticidade longitudinal dos linteis
    ' gl(nl)        = modulo de elasticidade transversal dos linteis
    ' h(na)         = altura dos andares
    ' hl(nl)        = comprimentos dos linteis (iguais na mesma prumada)
    ' iel(nl)       = condicoes de extremidade dos linteis (1/2/3 = ae/ea/ee)
    ' ipe(nl)       = indice do painel … esquerda do lintel
    ' iel(nl)       = indice do painel … direita do lintel
    ' jj(np)        = no inicial do painel orientado
    ' jk(np)        = no final do painel orientado
    ' j1(nl)        = no inicial da prumada de linteis
    ' j2(nl)        = no final da prumada de linteis
    ' nvr(nd)       = contem os numeros das coordenada rigidas
    ' p(na,np)      = vetor que contem as normais das colunas no ciclo
corrente
    ' pa(na,np)     = vetor auxiliar com as forcas normais do ciclo anterior
```

```
   ' pol(nl)       = coeficiente de poisson das prumadas de linteis
   ' r(np)         = distancia (orientada) de painel ou de lintel … origem
   ' rc(nd)        = contem as reacoes nos vinculos da base
   ' rt(np)        = rigidez ao giro da fundacao (0 = rigida)
   ' rv(np)        = rigidez vertical da fundacao (0 = rigida)
   ' s(n,lsb)      = matriz de rigidez do sistema
   ' se(np)        = segundo coseno diretor dos paineis
   ' sk(9,na,np)   = valores nao iguais dos coef. de rigidez dos elementos
   ' sr(nd,lsb)    = sub-matriz de  [s] usada para o calculo das reacoes
   ' t(na,np)      = espessura dos paineis
   ' v(n)          = vetor deslocamentos do sistema
   ' x(nj)         = contem as abscissas dos pontos nodais
   ' y(nj)         = contem as ordenadas dos pontos nodais

END SUB

SUB Reacoes

  FOR i = 1 TO nd
    FOR j = 1 TO lsb
      rc(i) = rc(i) + sr(i, j) * v(j)
    NEXT j
  NEXT i
  PRINT #1,
  PRINT #1, "Reacoes na origem do sistema"
  PRINT #1, "----------------------------"
  PRINT #1, "Eixo        Reacao"
       a$ = " \\       ##.####^^^^"
  PRINT #1, USING a$; "X", rc(1)
  PRINT #1, USING a$; "Y", rc(2)
  PRINT #1, USING a$; "Z", rc(3)
  PRINT #1,
  PRINT #1, "Reacoes nos vinculos verticais"
  PRINT #1, "------------------------------"
  PRINT #1, "Vinculo     Reacao      Tipo"
       a$ = " ###      ##.####^^^^   \       \"
       b$ = "Soma das reacoes verticais ...:##.####^^^^"
  FOR i = 4 TO nd
    rv = rv + rc(i)
    IF nvr(i) = 0 THEN r$ = "elastico" ELSE r$ = " rigido"
    PRINT #1, USING a$; i, rc(i), r$
  NEXT i
  PRINT #1, : PRINT #1, USING b$; rv

END SUB

SUB ResultadosAdicionais

' * Esta subrotina calcula os esforcos nas coordenadas dos elementos, e
' * com elas determina as resultantes nas coordenadas que deve ser igual
' * aos valores fornecidos para as acoes nas coordenadas. No caso das
' * forcas verticais, o vetor {a} que foi reinicializado para armazenar
' * estas resultantes ja vem com as forcas verticais devido aos linteis.
'
' * Tambem recalcula N,M e Q nas secoes medias dos elementos de um painel,
' * a partir do topo, usando os esforcos nas coordenadas (inclue as forcas
```

```
' * horizontais nos linteis e o efeito Pdelta se calculo em 2a ordem).
'
' * Obs.: 1) No calculo da cortante a "forca horizontal" do lintel
' *          deve ser considerada, pois o lintel nao tem "coluna" para
' *          absorver esta forca - o painel tem.
'
' *       2) No calculo do momento, a forca do lintel nao entra; se
' *          entrar, precisaria entrar tambem o momento que recebe
' *          da extremidade do lintel, mas como nao tem esta coordenada,
' *          seria um esforco externo, que o "binario do lintel" equilibra.
'
' *       3) Naturalmente no calculo do momento entra o efeito Pdelta,
' *          caso se esteja calculando em segunda ordem.

  a$ = "RESULTADOS ADICIONAIS PARA CONTROLE DE CALCULO"
  b$ = "~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~"
  c$ = "Esforcos nas coordenadas dos elementos do painel###"
  d$ = "~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~"
  e$ = "Nivel  f.horizont f.vert.esq f.vert.dir mom.torcor  f.no lintel
Pdelta(esq)"
  f$ = "## sup ##.###^^^^ ##.###^^^^ ##.###^^^^ ##.###^^^^   ##.###^^^^
##.###^^^^"
  g$ = "   inf ##.###^^^^ ##.###^^^^ ##.###^^^^ ##.###^^^^
"
  h$ = "          Secao media: f.normal(tracao)    m.fletor(esq)
f.cortante(hor)"
  i$ = "                            ##.####^^^^      ##.####^^^^
##.####^^^^"
  j$ = "Acoes nas coordenadas"
  k$ = "~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~"
  l$ = "Nivel  coordenadas 1/2/3   coord. 4/.../9   coord. 10/.../15
etc..."
  m$ = "###  ######.### ######.### ######.###
"

  PRINT #1, : PRINT #1,
  PRINT #1, a$: PRINT #1, b$
  FOR ip = 1 TO np
    PRINT #1,
    PRINT #1, USING c$; ip
    PRINT #1, d$
    c = co(ip): s = se(ip): r = r(ip)
    jj = jj(ip): jk = jk(ip): b = bp(ip)
    pdanterior = 0: xmanterior = 0
    FOR ia = na TO 1 STEP -1
      REDIM pdelta(na)
      h = h(ia): t = t(ia, ip)
      ak1 = sk(1, ia, ip)
      ak2 = sk(2, ia, ip)
      ak3 = sk(3, ia, ip)
      ak4 = sk(4, ia, ip)
      ak5 = sk(5, ia, ip)
      ak6 = sk(6, ia, ip)
      ak7 = sk(7, ia, ip)

      ili = (ia - 1) * nd
```

```
    d1 = c * v(ili + 1) + s * v(ili + 2) + r * v(ili + 3)
    d2 = v(ili + jj)
    d3 = v(ili + jk)
    d4 = v(ili + 3)
    ils = ili + nd
    d5 = c * v(ils + 1) + s * v(ils + 2) + r * v(ils + 3)
    d6 = v(ils + jj)
    d7 = v(ils + jk)
    d8 = v(ils + 3)

    e1 = ak1 * d1 + ak2 * d2 - ak2 * d3 - ak1 * d5 + ak2 * d6 - ak2 * d7
    e2 = ak2 * d1 + ak3 * d2 + ak4 * d3 - ak2 * d5 + ak5 * d6 + ak6 * d7
    e3 = -ak2 * d1 + ak4 * d2 + ak3 * d3 + ak2 * d5 + ak6 * d6 + ak5 * d7
    e4 = ak7 * d4 - ak7 * d8
    e5 = -ak1 * d1 - ak2 * d2 + ak2 * d3 + ak1 * d5 - ak2 * d6 + ak2 * d7
    e6 = ak2 * d1 + ak5 * d2 + ak6 * d3 - ak2 * d5 + ak3 * d6 + ak4 * d7
    e7 = -ak2 * d1 + ak6 * d2 + ak5 * d3 + ak2 * d5 + ak4 * d6 + ak3 * d7
    e8 = -ak7 * d4 + ak7 * d8

    IF tol > 0 THEN
      delta = d5 - d1
      p = -(e6 + e7)
      pdelta = pdanterior + p * delta / 2
      pdanterior = pdanterior + p * delta
    END IF
    flintel = pa(ia, ip)
    xn = e6 + e7
    xq = e5 + flintel
    xm = xmanterior + (e6 - e7) * b / 2 + e5 * h / 2 + pdelta
    xmanterior = xmanterior + e5 * h + (e2 + e6 - e3 - e7) * b / 2

    a(ili + 1) = a(ili + 1) + c * (e1 - flintel)
    a(ili + 2) = a(ili + 2) + s * (e1 - flintel)
    a(ili + 3) = a(ili + 3) + r * (e1 - flintel) + e4
    a(ili + jj) = a(ili + jj) + e2
    a(ili + jk) = a(ili + jk) + e3

    a(ils + 1) = a(ils + 1) + c * (e5 + flintel)
    a(ils + 2) = a(ils + 2) + s * (e5 + flintel)
    a(ils + 3) = a(ils + 3) + r * (e5 + flintel) + e8
    a(ils + jj) = a(ils + jj) + e6
    a(ils + jk) = a(ils + jk) + e7

    PRINT #1, e$
    PRINT #1, USING f$; ia, e5, e6, e7, e8, flintel, pdelta
    PRINT #1, USING g$; e1, e2, e3, e4
    PRINT #1, h$
    PRINT #1, USING i$; xn, xm, xq
    PRINT #1,
  NEXT ia
NEXT ip

PRINT #1, j$: PRINT #1, k$: PRINT #1, l$
FOR i = nf TO 2 STEP -1
  il = (i - 1) * nd
  PRINT #1, USING m$; i - 1, a(il + 1), a(il + 2), a(il + 3)
```

```
    PRINT #1, "      ";
    FOR j = 4 TO nd
      PRINT #1, USING "######.### "; a(il + j);
      IF (j - 3) MOD 6 = 0 THEN PRINT #1, : PRINT #1, "      ";
    NEXT j
    PRINT #1,
  NEXT i
    PRINT #1, USING m$; 0, rc(1) - a(1), rc(2) - a(2), rc(3) - a(3)
    PRINT #1, "      ";
    FOR j = 4 TO nd
      PRINT #1, USING "######.### "; rc(j) - a(j);
      IF (j - 3) MOD 6 = 0 THEN PRINT #1, : PRINT #1, "      ";
    NEXT j


END SUB

SUB ResultadosDiafragmas

  PRINT #1,
  PRINT #1, USING "Resultados finais - obtidos apos### ciclos"; nciclos
  PRINT #1, "------------------------------------------"
  PRINT #1, USING "Tolerancia na variacao das normais = ##.# %"; tol * 100
  PRINT #1, "-------------------------------------------"
  IF normal$ = "s" THEN
    a$ = "Atencao - para a tolerancia adotada nao convergiu em### ciclos"
    b$ = "-------------------------------------------------------------"
    PRINT #1, USING a$; nciclos: PRINT #1, b$
  END IF
  PRINT #1,
  PRINT #1, "Deslocamentos dos diafragmas"
  PRINT #1, "----------------------------"
  PRINT #1, "Nivel     desl.x       desl.y       desl.z"
       a$ = " ##    ##.####^^^^  ##.####^^^^  ##.####^^^^"
  FOR i = nf TO 1 STEP -1
    j = (i - 1) * nd + 1
    PRINT #1, USING a$; i - 1, v(j), v(j + 1), v(j + 2)
  NEXT i
  a$ = "        Nivel###                  Nivel###
Nivel###"
  b$ = "        --------                  --------
--------"
  c$ = "Ponto   deslocamento      Ponto   deslocamento      Ponto
deslocamento"
  d$ = "###    ##.######^^^^      ###    ##.######^^^^      ###
##.######^^^^"
  PRINT #1,
  PRINT #1, "Deslocamentos verticais dos pontos nodais"
  PRINT #1, "-----------------------------------------"
  iaux = nf \ 3
  FOR i = 1 TO 3 * iaux STEP 3
    PRINT #1, USING a$; i - 1, i, i + 1
    PRINT #1, b$
    PRINT #1, c$
    in = (i - 1) * nd
    FOR j = 1 TO nj
```

```
      iv1 = in + 3
      iv2 = iv1 + nd
      iv3 = iv2 + nd
      PRINT #1, USING d$; j + 3, v(iv1 + j), j + 3, v(iv2 + j), j + 3,
v(iv3 + j)
    NEXT j
    PRINT #1,
  NEXT i
  SELECT CASE nf MOD 3
    CASE 2
      a$ = "         Nivel###                         Nivel###"
      b$ = "         ---------                        ---------"
      c$ = "Ponto    deslocamento       Ponto    deslocamento"
      d$ = "###     ##.######^^^^       ###     ##.######^^^^"
      i1 = 3 * (nf \ 3)
      PRINT #1, USING a$; i1, i1 + 1
      PRINT #1, b$
      PRINT #1, c$
      in = (nf - 2) * nd
      FOR j = 1 TO nj
        iv1 = in + 3
        iv2 = iv1 + nd
        PRINT #1, USING d$; j + 3, v(iv1 + j), j + 3, v(iv2 + j)
      NEXT j
    CASE 1
      a$ = "         Nivel###"
      b$ = "         ---------"
      c$ = "Ponto    deslocamento"
      d$ = "###     ##.######^^^^"
      i1 = 3 * (nf \ 3)
      PRINT #1, USING a$; i1
      PRINT #1, b$
      PRINT #1, c$
      in = (nf - 1) * nd
      FOR j = 1 TO nj
        iv1 = in + 3
        PRINT #1, USING d$; j + 3, v(iv1 + j)
      NEXT j
    CASE ELSE
  END SELECT

END SUB

SUB RigidezElementos

  FOR ip = 1 TO np
    b = bp(ip): b2 = b * b
    FOR ia = 1 TO na
      t = t(ia, ip): h = h(ia): p = p(ia, ip)
      ta = t(ia - 1, ip): ha = h(ia - 1): pa = p(ia - 1, ip)
      IND = 1
      IF t = ta AND h = ha AND p = pa THEN IND = 0
      IF IND = 0 THEN
        FOR k = 1 TO 7
          sk(k, ia, ip) = sk(k, ia - 1, ip)
        NEXT k
```

```
    ELSE
      diag = SQR(h * h + b * b)
      st = h / diag
      ct = b / diag
      eic = e * t * b2 * b / 12
      xb = .25 * h * h / (b2 * (1 + po))
      eac = e * b * t * 2 * (1 - xb)
      ead = e * b * t * (xb - .5) / (st * st * st)
      c1 = (1 - .63 * t / b) / 3              ' coeficiente "TIMOSHENKO"
      tj = c1 * b * t ^ 3                     ' momento polar de inercia
      ak1 = 2 * ead * ct * ct * ct / b
      ak2 = ead * ct * ct * st / b
      ak3 = .25 * eac / h + ead * ct * st * st / b
      ak4 = .25 * eac / h
      ak5 = -ak4
      ak6 = -ak3
      ak7 = g * tj / h
      SELECT CASE p
        CASE IS < -.01
          af = SQR(-p / eic)
          ep = af * h
          se = SIN(ep)
          co = COS(ep)
          aux = eic * af / (2 - 2 * co - ep * se)
          sk(1, ia, ip) = aux * af * af * se + ak1
          sk(2, ia, ip) = aux * af * (1 - co) / b + ak2
          sk(3, ia, ip) = aux * (se - ep * co) / b2 + ak3
          sk(4, ia, ip) = -aux * (se - ep * co) / b2 + ak4
          sk(5, ia, ip) = aux * (ep - se) / b2 + ak5
          sk(6, ia, ip) = -aux * (ep - se) / b2 + ak6
          sk(7, ia, ip) = p * b2 / (12 * h) + ak7
        CASE IS > .01
          af = SQR(p / eic)
          ep = af * h
          sh = (EXP(ep) - EXP(-ep)) / 2
          ch = (EXP(ep) + EXP(-ep)) / 2
          aux = eic * af / (2 - 2 * ch + ep * sh)
          sk(1, ia, ip) = aux * af * af * sh + ak1
          sk(2, ia, ip) = aux * af * (ch - 1) / b + ak2
          sk(3, ia, ip) = aux * (ep * ch - sh) / b2 + ak3
          sk(4, ia, ip) = -aux * (ep * ch - sh) / b2 + ak4
          sk(5, ia, ip) = aux * (sh - ep) / b2 + ak5
          sk(6, ia, ip) = -aux * (sh - ep) / b2 + ak6
          sk(7, ia, ip) = p * b2 / (12 * h) + ak7
        CASE ELSE
          sk(1, ia, ip) = 12 * eic / (h * h * h) + ak1
          sk(2, ia, ip) = 6 * eic / (h * h * b) + ak2
          sk(3, ia, ip) = 4 * eic / (h * b2) + ak3
          sk(4, ia, ip) = -4 * eic / (h * b2) + ak4
          sk(5, ia, ip) = 2 * eic / (h * b2) + ak5
          sk(6, ia, ip) = -2 * eic / (h * b2) + ak6
          sk(7, ia, ip) = ak7
      END SELECT
    END IF
  NEXT ia
NEXT ip
```

```
END SUB

SUB RigidezLinteis

  FOR lt = 1 TO nl
    hl = hl(lt): j1 = j1(lt): j2 = j2(lt)
    cx = x(j2) - x(j1)
    cy = y(j2) - y(j1)
    c = cx / hl
    s = cy / hl
    r = x(j1) * s - y(j1) * c

    IF ive = 1 THEN            'se fundacao elastica - lintel especial
      be = bp(ipe(lt)): bd = bp(ipd(lt)): hl = hl(lt)
      j1 = j1(lt): j2 = j2(lt)
      IF j1 = jj(ipe(lt)) THEN k1 = jk(ipe(lt)) ELSE k1 = jj(ipe(lt))
      IF j2 = jj(ipd(lt)) THEN k2 = jk(ipd(lt)) ELSE k2 = jj(ipd(lt))
      ei = el(lt) * bl(1, lt) * al(1, lt) ^ 3 / 12
      ga = gl(lt) * bl(1, lt) * al(1, lt): IF ga = 0 THEN ga = 1
      ak = 12 * cfl(lt) * ei / (ga * hl * hl)
      SELECT CASE iel(lt)
        CASE 1
          sr3 = 12 * ei / (hl * (4 + ak))
          sr2 = sr3 / hl
          sr1 = sr2 / hl
          bd2 = bd * bd
          sl11 = 0
          sl12 = 0
          sl13 = 0
          sl14 = 0
          sl22 = sr1
          sl23 = -sr1 - sr2 / bd
          sl24 = sr2 / bd
          sl33 = sr1 + 2 * sr2 / bd + sr3 / bd2
          sl34 = -sr2 / bd - sr3 / bd2
          sl44 = sr3 / bd2
        CASE 2
          sr3 = 12 * ei / (hl * (4 + ak))
          sr2 = sr3 / hl
          sr1 = sr2 / hl
          be2 = be * be
          sl11 = sr3 / be2
          sl12 = -sr2 / be - sr3 / be2
          sl13 = sr2 / be
          sl14 = 0
          sl22 = sr1 + 2 * sr2 / be + sr3 / be2
          sl23 = -sr1 - sr2 / be
          sl24 = 0
          sl33 = sr1
          sl34 = 0
          sl44 = 0
        CASE 3
          eil = ei / (1 + ak)
          s3 = 6 * eil / (hl * hl)
          s2 = 2 * s3 / hl
```

```
      s4 = (4 + ak) * eil / hl
      s5 = (2 - ak) * eil / hl
      be2 = be * be
      bd2 = bd * bd
      bed = be * bd
      sl11 = s4 / be2
      sl12 = -s3 / be - s4 / be2
      sl13 = s3 / be + s5 / bed
      sl14 = -s5 / bed
      sl22 = s2 + 2 * s3 / be + s4 / be2
      sl23 = -s2 - s3 / bd - s3 / be - s5 / bed
      sl24 = s3 / bd + s5 / bed
      sl33 = s2 + 2 * s3 / bd + s4 / bd2
      sl34 = -s3 / bd - s4 / bd2
      sl44 = s4 / bd2
    CASE ELSE
      CLS
      LOCATE 10, 10
      PRINT "Tipo de lintel so' aceita 0, 1 ou 2"
      END
  END SELECT
  ic = -k1 + 1
  s(k1, ic + k1) = s(k1, ic + k1) + sl11
  IF k1 < j1 THEN s(k1, ic + j1) = s(k1, ic + j1) + sl12
  IF k1 < j2 THEN s(k1, ic + j2) = s(k1, ic + j2) + sl13
  IF k1 < k2 THEN s(k1, ic + k2) = s(k1, ic + k2) + sl14
  ic = -j1 + 1
  s(j1, ic + j1) = s(j1, ic + j1) + sl22
  IF j1 < k1 THEN s(j1, ic + k1) = s(j1, ic + k1) + sl12
  IF j1 < j2 THEN s(j1, ic + j2) = s(j1, ic + j2) + sl23
  IF j1 < k2 THEN s(j1, ic + k2) = s(j1, ic + k2) + sl24
  ic = -j2 + 1
  s(j2, ic + j2) = s(j2, ic + j2) + sl33
  IF j2 < k1 THEN s(j2, ic + k1) = s(j2, ic + k1) + sl13
  IF j2 < j1 THEN s(j2, ic + j1) = s(j2, ic + j1) + sl23
  IF j2 < k2 THEN s(j2, ic + k2) = s(j2, ic + k2) + sl34
  ic = -k2 + 1
  s(k2, ic + k2) = s(k2, ic + k2) + sl44
  IF k2 < k1 THEN s(k2, ic + k1) = s(k2, ic + k1) + sl14
  IF k2 < j1 THEN s(k2, ic + j1) = s(k2, ic + j1) + sl24
  IF k2 < j2 THEN s(k2, ic + j2) = s(k2, ic + j2) + sl34
END IF

FOR k = 2 TO nf
  bl = bl(k, lt): al = al(k, lt): h = h(k - 1)
  ba = bl(k - 1, lt): aa = al(k - 1, lt): ha = h(k - 2)
  IF k = 2 OR bl <> ba OR al <> aa OR h <> ha THEN
    ei = el(lt) * bl * al ^ 3 / 12
    ga = gl(lt) * bl * al: IF ga = 0 THEN ga = 1
    ak = 12 * cfl(lt) * ei / (ga * hl * hl)
    SELECT CASE iel(lt)
      CASE 1, 2
        sr3 = 12 * ei / (hl * (4 + ak))
        sr2 = sr3 / hl
        sr1 = sr2 / hl
        sl11 = sr1
```

```
      sl12 = -sr2 / h
      sl13 = -sl11
      sl14 = -sl12
      sl22 = sr3 / (h * h)
      sl23 = sl14
      sl24 = -sl22
      sl33 = sl11
      sl34 = sl12
      sl44 = sl22
    CASE 3
      eil = ei / (1 + ak)
      s3 = 6 * eil / (hl * hl)
      s2 = 2 * s3 / hl
      s4 = (4 + ak) * eil / hl
      s5 = (2 - ak) * eil / hl
      sl11 = s2
      sl12 = -2 * s3 / h
      sl13 = -s2
      sl14 = -sl12
      sl22 = 2 * (s4 + s5) / (h * h)
      sl23 = sl14
      sl24 = -sl22

      sl33 = s2
      sl34 = sl12
      sl44 = sl22
    CASE ELSE
      CLS
      LOCATE 10, 10
      PRINT "Tipo de lintel so' aceita 1, 2 ou 3"
      END
  END SELECT
END IF
il = (k - 2) * nd
ic = 0
s(il + 1, ic + 1) = s(il + 1, ic + 1) + c * c * sl44
s(il + 1, ic + 2) = s(il + 1, ic + 2) + c * s * sl44
s(il + 1, ic + 3) = s(il + 1, ic + 3) + c * r * sl44
ic = nd + ic
s(il + 1, ic + 1) = s(il + 1, ic + 1) + c * c * sl24
s(il + 1, ic + 2) = s(il + 1, ic + 2) + c * s * sl24
s(il + 1, ic + 3) = s(il + 1, ic + 3) + c * r * sl24
s(il + 1, ic + j1) = s(il + 1, ic + j1) + c * sl14
s(il + 1, ic + j2) = s(il + 1, ic + j2) + c * sl34
ic = -1
s(il + 2, ic + 2) = s(il + 2, ic + 2) + s * s * sl44
s(il + 2, ic + 3) = s(il + 2, ic + 3) + s * r * sl44
ic = nd + ic
s(il + 2, ic + 1) = s(il + 2, ic + 1) + s * c * sl24
s(il + 2, ic + 2) = s(il + 2, ic + 2) + s * s * sl24
s(il + 2, ic + 3) = s(il + 2, ic + 3) + s * r * sl24
s(il + 2, ic + j1) = s(il + 2, ic + j1) + s * sl14
s(il + 2, ic + j2) = s(il + 2, ic + j2) + s * sl34
ic = -2
s(il + 3, ic + 3) = s(il + 3, ic + 3) + r * r * sl44
ic = nd + ic
```

```
      s(il + 3, ic + 1) = s(il + 3, ic + 1) + r * c * sl24
      s(il + 3, ic + 2) = s(il + 3, ic + 2) + r * s * sl24
      s(il + 3, ic + 3) = s(il + 3, ic + 3) + r * r * sl24
      s(il + 3, ic + j1) = s(il + 3, ic + j1) + r * sl14
      s(il + 3, ic + j2) = s(il + 3, ic + j2) + r * sl34
      il = il + nd
      ic = 0
      s(il + 1, ic + 1) = s(il + 1, ic + 1) + c * c * sl22
      s(il + 1, ic + 2) = s(il + 1, ic + 2) + c * s * sl22
      s(il + 1, ic + 3) = s(il + 1, ic + 3) + c * r * sl22
      s(il + 1, ic + j1) = s(il + 1, ic + j1) + c * sl12
      s(il + 1, ic + j2) = s(il + 1, ic + j2) + c * sl23
      ic = -1
      s(il + 2, ic + 2) = s(il + 2, ic + 2) + s * s * sl22
      s(il + 2, ic + 3) = s(il + 2, ic + 3) + s * r * sl22
      s(il + 2, ic + j1) = s(il + 2, ic + j1) + s * sl12
      s(il + 2, ic + j2) = s(il + 2, ic + j2) + s * sl23
      ic = -2
      s(il + 3, ic + 3) = s(il + 3, ic + 3) + r * r * sl22
      s(il + 3, ic + j1) = s(il + 3, ic + j1) + r * sl12
      s(il + 3, ic + j2) = s(il + 3, ic + j2) + r * sl23
      ic = -j1 + 1
      s(il + j1, ic + j1) = s(il + j1, ic + j1) + sl11
      IF j1 < j2 THEN
        s(il + j1, ic + j2) = s(il + j1, ic + j2) + sl13
      END IF
      ic = -j2 + 1
      IF j2 < j1 THEN
        s(il + j2, ic + j1) = s(il + j2, ic + j1) + sl13
      END IF
      s(il + j2, ic + j2) = s(il + j2, ic + j2) + sl33
    NEXT k
  NEXT lt

END SUB

SUB RigidezSistema

  REDIM s(n, lsb)
  FOR ip = 1 TO np
    c = co(ip): s = se(ip): r = r(ip)
    jj = jj(ip): jk = jk(ip): b = bp(ip)
    FOR ia = 1 TO na
      xk1 = sk(1, ia, ip)
      xk2 = sk(2, ia, ip)
      xk3 = sk(3, ia, ip)
      xk4 = sk(4, ia, ip)
      xk5 = sk(5, ia, ip)
      xk6 = sk(6, ia, ip)
      xk7 = sk(7, ia, ip)
      il = (ia - 1) * nd
      ic = 0
      s(il + 1, ic + 1) = s(il + 1, ic + 1) + c * c * xk1
      s(il + 1, ic + 2) = s(il + 1, ic + 2) + c * s * xk1
      s(il + 1, ic + 3) = s(il + 1, ic + 3) + c * r * xk1
      s(il + 1, ic + jj) = s(il + 1, ic + jj) + c * xk2
```

```
s(il + 1, ic + jk) = s(il + 1, ic + jk) - c * xk2
ic = nd + ic
s(il + 1, ic + 1) = s(il + 1, ic + 1) - c * c * xk1
s(il + 1, ic + 2) = s(il + 1, ic + 2) - c * s * xk1
s(il + 1, ic + 3) = s(il + 1, ic + 3) - c * r * xk1
s(il + 1, ic + jj) = s(il + 1, ic + jj) + c * xk2
s(il + 1, ic + jk) = s(il + 1, ic + jk) - c * xk2
ic = -1
s(il + 2, ic + 2) = s(il + 2, ic + 2) + s * s * xk1
s(il + 2, ic + 3) = s(il + 2, ic + 3) + s * r * xk1
s(il + 2, ic + jj) = s(il + 2, ic + jj) + s * xk2
s(il + 2, ic + jk) = s(il + 2, ic + jk) - s * xk2
ic = nd + ic
s(il + 2, ic + 1) = s(il + 2, ic + 1) - s * c * xk1
s(il + 2, ic + 2) = s(il + 2, ic + 2) - s * s * xk1
s(il + 2, ic + 3) = s(il + 2, ic + 3) - s * r * xk1
s(il + 2, ic + jj) = s(il + 2, ic + jj) + s * xk2
s(il + 2, ic + jk) = s(il + 2, ic + jk) - s * xk2
ic = -2
s(il + 3, ic + 3) = s(il + 3, ic + 3) + r * r * xk1 + xk7
s(il + 3, ic + jj) = s(il + 3, ic + jj) + r * xk2
s(il + 3, ic + jk) = s(il + 3, ic + jk) - r * xk2
ic = nd + ic
s(il + 3, ic + 1) = s(il + 3, ic + 1) - r * c * xk1
s(il + 3, ic + 2) = s(il + 3, ic + 2) - r * s * xk1
s(il + 3, ic + 3) = s(il + 3, ic + 3) - r * r * xk1 - xk7
s(il + 3, ic + jj) = s(il + 3, ic + jj) + r * xk2
s(il + 3, ic + jk) = s(il + 3, ic + jk) - r * xk2
ic = -jj + 1
s(il + jj, ic + jj) = s(il + jj, ic + jj) + xk3
IF jj < jk THEN
  s(il + jj, ic + jk) = s(il + jj, ic + jk) + xk4
END IF
ic = nd + ic
s(il + jj, ic + 1) = s(il + jj, ic + 1) - c * xk2
s(il + jj, ic + 2) = s(il + jj, ic + 2) - s * xk2
s(il + jj, ic + 3) = s(il + jj, ic + 3) - r * xk2
s(il + jj, ic + jj) = s(il + jj, ic + jj) + xk5
s(il + jj, ic + jk) = s(il + jj, ic + jk) + xk6
ic = -jk + 1
IF jk < jj THEN
  s(il + jk, ic + jj) = s(il + jk, ic + jj) + xk4
END IF
s(il + jk, ic + jk) = s(il + jk, ic + jk) + xk3
ic = nd + ic
s(il + jk, ic + 1) = s(il + jk, ic + 1) + c * xk2
s(il + jk, ic + 2) = s(il + jk, ic + 2) + s * xk2
s(il + jk, ic + 3) = s(il + jk, ic + 3) + r * xk2
s(il + jk, ic + jj) = s(il + jk, ic + jj) + xk6
s(il + jk, ic + jk) = s(il + jk, ic + jk) + xk5
il = il + nd
ic = 0
s(il + 1, ic + 1) = s(il + 1, ic + 1) + c * c * xk1
s(il + 1, ic + 2) = s(il + 1, ic + 2) + c * s * xk1
s(il + 1, ic + 3) = s(il + 1, ic + 3) + c * r * xk1
s(il + 1, ic + jj) = s(il + 1, ic + jj) - c * xk2
```

```
      s(il + 1, ic + jk) = s(il + 1, ic + jk) + c * xk2
      ic = -1
      s(il + 2, ic + 2) = s(il + 2, ic + 2) + s * s * xk1
      s(il + 2, ic + 3) = s(il + 2, ic + 3) + s * r * xk1
      s(il + 2, ic + jj) = s(il + 2, ic + jj) - s * xk2
      s(il + 2, ic + jk) = s(il + 2, ic + jk) + s * xk2
      ic = -2
      s(il + 3, ic + 3) = s(il + 3, ic + 3) + r * r * xk1 + xk7
      s(il + 3, ic + jj) = s(il + 3, ic + jj) - r * xk2
      s(il + 3, ic + jk) = s(il + 3, ic + jk) + r * xk2
      ic = -jj + 1
      s(il + jj, ic + jj) = s(il + jj, ic + jj) + xk3
      IF jj < jk THEN
        s(il + jj, ic + jk) = s(il + jj, ic + jk) + xk4
      END IF
      ic = -jk + 1
      IF jk < jj THEN
        s(il + jk, ic + jj) = s(il + jk, ic + jj) + xk4
      END IF
      s(il + jk, ic + jk) = s(il + jk, ic + jk) + xk3
    NEXT ia
  NEXT ip

END SUB

SUB Solve

  FOR i = 1 TO n                          ' v(n) = vetor auxiliar,
    v(i) = a(i)                           ' necessario para preservar
  NEXT i                                  ' o vetor A(N) (varios ciclos).

  FOR i = 1 TO nd                         ' imposicao das restricoes de apoio
    IF nvr(i) <> 0 THEN
      s(i, 1) = 1
      v(i) = 0
      FOR j = 2 TO lsb
        s(i, j) = 0
        k = i - j + 1
        IF k > 0 THEN s(k, j) = 0
      NEXT j
    END IF
  NEXT i

   FOR i = 1 TO n                  ' Decomposeband - CHOLESKY
     ip = n - i + 1
     IF lsb < ip THEN ip = lsb
     FOR j = 1 TO ip
       iq = lsb - j
       IF i - 1 < iq THEN iq = i - 1
       sum = s(i, j)
       FOR k = 1 TO iq
         sum = sum - s(i - k, 1 + k) * s(i - k, j + k)
       NEXT k
       IF j > 1 THEN
         s(i, j) = sum * temp
       ELSE
```

```
        IF sum <= .000001 THEN
          CLS : LOCATE 8
          PRINT TAB(14);
"*******************************************************"
          PRINT TAB(14); "*****
*****"
          PRINT TAB(14); "*****     A matriz de rigidez da estrutura
*****"
          PRINT TAB(14); "*****        nao esta definida positiva
*****"
          PRINT TAB(14); "*****
*****"
          PRINT TAB(14); "*****   VERIFIQUE SUA ESTRUTURA E SEUS DADOS
*****"
          PRINT TAB(14); "*****
*****"
          PRINT TAB(14);
"*******************************************************"
          END
        ELSE
          temp = 1 / SQR(sum)
          s(i, j) = temp
        END IF
      END IF
    NEXT j
  NEXT i

  FOR i = 1 TO n               ' Solveband - CHOLESKY
    j = i - lsb + 1
    IF i + 1 <= lsb THEN j = 1
    sum = v(i)
    FOR k = j TO i - 1
      sum = sum - s(k, i - k + 1) * v(k)
    NEXT k
    v(i) = sum * s(i, 1)
  NEXT i

  FOR i = n TO 1 STEP -1
    j = i + lsb - 1
    IF j > n THEN j = n
    sum = v(i)
    FOR k = i + 1 TO j
      sum = sum - s(i, k - i + 1) * v(k)
    NEXT k
    v(i) = sum * s(i, 1)
  NEXT i

END SUB

SUB VerificaCiclo

 FOR ip = 1 TO np
   jj = jj(ip): jk = jk(ip)
   FOR ia = 1 TO na
     il = (ia - 1) * nd
     d2 = v(il + jj)
```

```
      d3 = v(il + jk)
      il = il + nd
      d6 = v(il + jj)
      d7 = v(il + jk)
      rigidezaxial = e * bp(ip) * t(ia, ip) / h(ia)
      p(ia, ip) = .5 * rigidezaxial * (d6 + d7 - d2 - d3)   'tracao (+)
    NEXT ia
  NEXT ip
  nciclos = nciclos + 1
  IF nciclos > 1 THEN      'nao precisa verificar para entrar no 1o ciclo
    normal$ = "n"
    FOR ip = 1 TO np
      FOR ia = 1 TO na
        p = p(ia, ip): pa = pa(ia, ip): variacao = 0
        IF ABS(p) > .01 THEN
          variacao = ABS((p - pa) / p)
        END IF
        IF variacao >= tol THEN normal$ = "s": EXIT FOR
      NEXT ia
    NEXT ip
  END IF
  IF normal$ = "n" THEN EXIT SUB
  FOR ip = 1 TO np
    FOR ia = 1 TO na
      pa(ia, ip) = p(ia, ip)
    NEXT ia
  NEXT ip

END SUB
```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. BARBOSA, J. A. Edifícios com paredes de seção aberta contraventados por lintéis, sob carga lateral. São Carlos, 1978. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Dep. de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

02. BLANC, A., **McEVEY**, M., **PLANK**, R. Arquitecture and constrution in steel. London: E & Spon, 1993.

03. COSTA, J.L. Núcleos estruturais sobre fundações flexíveis. São Carlos, 1978. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Dep. de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

04. COWPER, G. R. The Shear coefficient in Timoshenko's beam teory. Journal of Applied Mechanics, p. 335-339, June 1966.

05. FUSCO, P. B. Estruturas de Concreto – Solicitações Normais. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1986.

06. GERE, J. M., WEAVER, W. JR. Análise de estruturas reticuladas. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

07. GIRGIS, A., **STAFFORD SMITH,** B. The torsional analysis of tall building cores partially closed by beans. Proc. Symp. on Behavior of Building Systems and components, Vanderbilt University, Nashville, Tenn., p.211-227, 1979.

08. GOMES, T. C. M. Vários procedimentos contínuos para análise de núcleos estruturais submetidos à torção. Campinas, 1999. Dissertação de Mestrado – Departamento de Estruturas, Faculdade de Engenharia Civil, UNICAMP (em fase de conclusão).

09. KOUMOUSIS, V. K., **PEPPAS**, G. Ag. Stiffness matrices for simple analogous frame for shear wall analysis. Computers & Structures, Great Britain, v. 43, n. 4, p. 613-633, 1992.

10. KWAN, A. K. H. Analysis of couple wall/frame structures by frame method with open section beams. Proc. Inst. Civ. Engrs, part 2, p. 273-297, June 1991

11. KWAN, A. K. H. Equivalence of finite elements and analogous frame modules for shear/core wall analysis. Computers & Structures, Great Britain, v. 57, n. 2, p. 193-203, 1995.

12. **KWAN**, A. K. H. Improved wide-column-frame analogy for shear/cores wall analysis. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 119, n.2, p. 420-437, 1993.

13. **KWAN**, A. K. H. Rotacional dof in the frame method analysis of coupled shear/core wall structures. Computers & Structures, Great Britain, v. 44, n. 5, p. 989-1005, 1992.

14. **KWAN**, A. K. H. Unification of existing frame analogies for coupled shear/core wall analysis. Computers & Structures, Great Britain, v. 51, n. 4, p. 393-401, 1994.

15. **MacLEOD,** I. A., **HOSNY,** H. M. Frame analysis of shear wall cores. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 103, n. 10, p. 2037-2047, 1977.

16. **MANUAL BRASILEIRO PA RA O CÁLCULO DE ESTRUTURAS,** v. 3. BRASIL. Ministério da Indústria e Comércio. Secretaria de Tecnologia Industrial. Brasília, 1986.

17. **MICHAEL**, D. The effect of local wall deformations on the elastic interaction of cross walls coupled by beams. Symposium on Tall Buildings. University of Southapton, p. 253-272, April 1966.

18. **PATEL**, K. S. et al. Computer-aided design – Standard Oil of Indiana Building. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 99, n. ST4, p. 605-620, April 1973.

19. **PICARDI**, E. A. Structural System – Standard Oil of Indiana Building. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 99, n. ST4, p. 621-635, April 1973.

20. **ROESSET**, J. M. et al. Some structural problems– Standard Oil of Indiana Building. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 99, n. ST4, p. 637-654, April 1973.

21. **RUTENBERG**, A., **SHTARKMAN**, M., **EISENBERGER**, M. Torsional analysis methods for perforated cores. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 112, n. 6, p. 1207-1227, June 1984.

22. **SERRA**, José Luiz F. de Arruda. Contribuição ao estudo de núcleos resistentes de concreto armado. São Carlos, 1994. Tese (Doutorado em Engenharia) - Dep. de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

23. **STAFFORD SMITH,** B., **ABATE**, A. Analysis of non-planar shear wall assemblies by analogous frame. Proc. Instn. Civ. Engrs., v. 71, parte 2, p. 395-406, Jun. 1981.

24. **STAFFORD SMITH,** B., **COULL**, A. Tall building structures. 10. Ed. New York: John Wiley & Sons, 1991

25. STAFFORD SMITH, B., **GIRGIS**, A. Simple analogous frames for shear wall analysis. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 110, n. 11, p. 2655-2666, nov. 1984.

26 - STAFFORD SMITH, B and **TARANATH, B.S.** - The analysis of tall core-supported structures subject to torsion - Proc. Instn. Civ. Engrs., part 2, 1972, sept., pp 173-188.

27. TIMOSHENKO, S.P., **GOODIER,** J.N. Teoria de la elasticidad. Segunda edição, Ediciones Urmo, Bilbao, 1968.

28. TSO, W. K., **BISWAS**, J. K. Analysis of core wall structures subjected to applied torque. Building Science, v. 8, p. 251-257, 1973.

29. WEAVER, W. JR. Computer programs for structural analysis. New York: Van Nostrand Reinhold, 1967.

30. YAGUI, T. Análise de estruturas de edifícios constituídas de núcleo de concreto armado e pilares ou pendurais de aço. Limeira, 1978. Tese (Livre-Docência) - Dep. de Construção Civil, Faculdade de Engenharia de Limeira, Universidade Estadual de Campinas.

31. YAGUI, T. Critical loading of tall core-supported strutures. Computer & Strutures, v. 36, n. 2, p. 223-235, 1990.

32. YAGUI, T. Estruturas constituídas de paredes delgadas com diafragmas transversais. São Carlos, 1971. Tese (Doutoramento em Engenharia) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.