

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

**VIGAS DE CONCRETO SOB CARGAS
CONCENTRADAS PRÓXIMAS DOS APOIOS**

GERALDO SILVEIRA LEITE JÚNIOR

Atesto que esta é a versão definitiva da dissertação.	
	<u>8,11,00</u>
Prof. Dr.	
Matrícula:	<u>39829</u>

Campinas
2000

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

**VIGAS DE CONCRETO SOB CARGAS
CONCENTRADAS PRÓXIMAS DOS APOIOS**

GERALDO SILVEIRA LEITE JÚNIOR

ORIENTADOR: PROF. DR. GILSON BATTISTON FERNANDES

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão de pós-graduação da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração de Estruturas

Campinas, SP

2000

UNICAMP

**BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE**

UNIDADE B.C.
 N.º CHAMADA: UNICAMP
L536v
 V. 43617 Ex. 16-392.101
 TOMBO BC/ 43617
 PROC. 16-392.101
 C ☐ D ☒
 PREC. R\$ 11,90
 DATA 07/02/01
 N.º CPD



CM-00153439-2

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
 BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

L536v Leite Júnior, Geraldo Silveira
 Vigas de concreto sob cargas concentradas próximas
 dos apoios / Geraldo Silveira Leite Júnior.--Campinas,
 SP: [s.n.], 2000.

 Orientador: Gilson Battiston Fernandes
 Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
 Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.

 1. Concreto armado. 2. Concreto de alta resistência.
 3. Vigas de concreto. 4. Cisalhamento. I. Fernandes,
 Gilson Battiston. II. Universidade Estadual de
 Campinas. Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

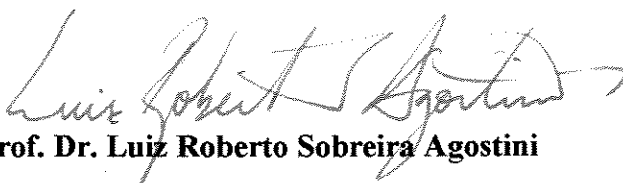
VIGAS DE CONCRETO SOB CARGAS
CONCENTRADAS PRÓXIMAS DOS APOIOS

GERALDO SILVEIRA LEITE JÚNIOR

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:



Prof. Dr. Gilson Battiston Fernandes
Presidente e Orientador – UNICAMP



Prof. Dr. Luiz Roberto Sobreira Agostini
FEC – UNICAMP



Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs
EESC – USP

Campinas, 13 de Setembro de 2000

Ao meu irmão Gerson pela infra-estrutura
em meus estudos, apoio e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Gilson Battiston Fernandes pela orientação dedicada e competente.

Aos meus pais Geraldo e Jóve pelo apoio e pela minha formação pessoal.

À Ana Paula pelo convívio e apoio em todos os momentos deste trabalho.

Aos professores do Departamento de Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil, em especial ao Prof. Dr. Gilson, pela orientação, dedicação e pelo conhecimento transmitido, sem os quais não teria alcançado os objetivos, ao Prof. Dr. Agostini e ao Prof. Dr. Newton pelas sugestões no exame de Qualificação.

Aos meus irmãos Gerson, a quem dedico este trabalho, Cláudia e meus sobrinhos queridos, Luciana, Leonardo, Leandro, Giovana e Gicela.

Aos colegas da Pós-Graduação.

A pesquisa contou com o apoio do acervo da Biblioteca da Área de Engenharia da UNICAMP, do setor de computação da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP e com as instalações, equipamentos e pessoal técnico do seu laboratório de Estruturas e Materiais de Construção.

Às empresas Holdercim Brasil S. A. (Cimento CIMINAS), à Camargo Correa Cimentos (Divisão SILMIX) e à REAX Indústria e Comércio LTDA pelo fornecimento de materiais.

À CAPES pelo auxílio financeiro prestado através da concessão de bolsa de estudos.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	xv
LISTA DE TABELAS.....	xxi
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS.....	xxiii
RESUMO.....	xxvii
INTRODUÇÃO.....	1
OBJETIVO.....	3
 CAPÍTULO 1 – CONCEITOS FUNDAMENTAIS.....	 5
1.1 – CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO.....	7
1.1.1 - Cálculo da armadura transversal segundo Mörsch.....	7
1.1.2 – Observações experimentais.....	10
1.1.3 - Analogia da Treliça Generalizada.....	12
1.1.4 - Grau de armação ao cisalhamento.....	13
1.1.5 – Dimensionamento com grau reduzido de armação ao cisalhamento.....	14
1.1.6 - Gráfico de KANI.....	15
 1.2 - MODELOS BIELAS E TIRANTES.....	 17
1.2.1 - Regiões B e D.....	17
1.2.2 - Tipos de fluxos.....	19
1.2.3 - Tipos de nós.....	20
1.2.4 - Aplicações dos modelos bielas e tirantes as vigas usuais.....	21

1.3 - TRATAMENTO DADO PELOS CÓDIGOS E POR ALGUNS PESQUISADORES PARA A CARGA PRÓXIMA DO APOIO..... 24

1.3.1 - Efeito de arco..... 24

1.3.1.1 – [SCHLAICH et al.]⁷..... 25

1.3.1.2 – [CEB-90]^{15, 16}..... 26

1.3.2 - Efeito de leque..... 28

1.3.2.1 – [CEB-90]¹⁶..... 29

1.3.2.2 – [REINECK]⁸..... 30

1.3.3 - Modelos Bielas e Tirantes atuais propostos pelo CEB-90..... 34

1.3.4 - Tratamento da NBR 6118 para carga concentrada próxima do apoio..... 35

CAPÍTULO 2 – INVESTIGAÇÕES EXPERIMENTAIS EM VIGAS DE CONCRETO SOB CARGAS CONCENTRADAS PRÓXIMAS DOS APOIOS..... 37

2.1 – [CLARK]²¹..... 37

2.1.1 – Programa experimental..... 37

2.1.2 – Resultados dos ensaios..... 42

2.1.3 – Principais conclusões relatadas por [CLARK]²¹..... 42

2.2 – [PARK et al.]²²..... 43

2.2.1 - Programa experimental..... 43

2.2.2 - Resultados e conclusões..... 45

2.3 – [HAI TAN et al.]²³..... 46

2.3.1 - Programa experimental..... 46

2.3.2 - Resultados dos ensaios..... 47

2.3.3 - Principais conclusões relatadas por [HAI TAN et al.]²³..... 53

CAPÍTULO 3 – PROGRAMA EXPERIMENTAL.....	55
3.1 - DETALHES DAS VIGAS.....	55
3.2 - MATERIAIS UTILIZADOS.....	60
3.3 - AÇOS UTILIZADOS.....	63
3.4 - PREPARAÇÃO E EXECUÇÃO DAS VIGAS.....	65
3.5 – INSTRUMENTAÇÃO.....	66
3.6 – PÓRTICO UTILIZADO.....	67
3.7 – PROPOSTA DE ENSAIO.....	69
 CAPÍTULO 4 - RESULTADOS DOS ENSAIOS.....	 71
4.1 - VIGA I – 250.....	72
4.2 - VIGA I – 196.....	83
4.3 - VIGA I – 143 A.....	94
4.4 - VIGA I – 143 B.....	105
 CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	 117
5.1 – MODOS DE RUÍNA.....	121
5.2 – ARMADURA LONGITUDINAL.....	121
5.3 – ARMADURA TRANSVERSAL.....	122
5.4 – MODELOS PROPOSTOS.....	129
5.4.1 – [CEB-90] ¹⁶	129
5.4.2 – [REINECK] ⁸	131
5.4.3 – [CEB-90] ¹⁹	132
5.4.4 – [NBR 6118] ²⁰	134

5.5 – RELAÇÕES ENTRE CARGA SUSPensa E CARGA APLICADA NAS VIGAS ENSAIADAS.....	135
5.6 – RESULTADOS OBTIDOS.....	140
5.7 – RELAÇÕES ADIMENSIONAIS ENTRE CARGA SUSPensa E CARGA ÚLTIMA NAS VIGAS ENSAIADAS.....	143
5.8 – CONCRETO.....	148
5.9 – DESLOCAMENTOS VERTICAIS.....	149
 CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES.....	 151
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	 155
 ABSTRACT.....	 159

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

Figura 1.1 – Diagramas de momento e esforço cortante e trajetórias das tensões Principais.....	6
Figura 1.2 – Trecho de viga com armadura transversal composta por estribos verticais....	8
Figura 1.3 – Influência da seção transversal na inclinação do banzo comprimido.....	11
Figura 1.4 – Variação da tensão σ_{sw} nos estribos em função de τ_0	12
Figura 1.5 – Inclinações das bielas (θ) em função da largura da alma.....	13
Figura 1.6 – Gráfico de KANI.....	16
Figura 1.7 – Descontinuidades.....	18
Figura 1.8 – Delimitação das descontinuidades.....	19
Figura 1.9 – Tipos de fluxos.....	19
Figura 1.10 – Tipos de nós.....	21
Figura 1.11 – Regiões B e D em vigas usuais.....	21
Figura 1.12 – Inclinações das bielas $\theta = 45^\circ$ e tirantes $\alpha = 90^\circ$	22
Figura 1.13 – Efeito de pórtico atirantado.....	23
Figura 1.14 – Esquemas alternativos.....	23
Figura 1.15 – Efeito de arco e inclinação da biela θ_l	25
Figura 1.16 – Transmissão da carga ao apoio para $a \leq h$	26
Figura 1.17 – Efeito arco para $a \leq l_{arco}/2$	27
Figura 1.18 – Trajetórias das tensões principais para $a \leq l_{arco}/4$	27
Figura 1.19 – Armadura horizontal para $a \leq l_{arco}/4$	27
Figura 1.20 – Uso de grampos horizontais no detalhamento para $a \leq l_{arco}/4$	28

Figura 1.21 – Efeito de leque.....	29
Figura 1.22 – Efeito de arco e de leque.....	29
Figura 1.23 – Efeito de arco para $l_{arco} / 2 \leq \alpha \leq l_{arco}$	30
Figura 1.24 – Transmissão de esforços no interior da viga	31
Figura 1.25 – α_{lim} para um caso extremo com $\theta = 45^\circ$	32
Figura 1.26 – α_{lim} para os efeitos de arco e leque	33
Figura 1.27 – Modelos propostos.....	34

CAPÍTULO 2

Figura 2.1 – Detalhes das vigas e posições de aplicação das cargas.....	39
Figura 2.2 – Detalhes das vigas e posições dos extensômetros.....	44
Figura 2.3 – Estágios finais de fissuração das vigas.....	49

CAPÍTULO 3

Figura 3.1 – Detalhes das vigas.....	55
Figura 3.2 – Posições das armaduras das vigas.....	56
Figura 3.3 – Detalhes dos estribos na porção média das vigas.....	59
Figura 3.4 – Detalhes dos estribos nas extremidades das vigas.....	59
Figura 3.5 – Curva granulométrica da areia.....	61
Figura 3.6 – Curva granulométrica do Pedrisco.....	62
Figura 3.7 – Curva granulométrica da Pedra 1.....	62
Figura 3.8 – Diagrama tensão-deformação das barras de diâmetro 4,2 mm.....	63
Figura 3.9 – Diagrama tensão-deformação das barras de diâmetro 5,0 mm.....	64
Figura 3.10 – Diagrama tensão-deformação das barras de diâmetro 12,5 mm.....	64
Figura 3.11 – Fôrma utilizada nos ensaios.....	65
Figura 3.12 – Posições dos Extensômetros e Pastilhas.....	66
Figura 3.13 – Pórtico utilizado nos ensaios.....	68

CAPÍTULO 4

Figura 4.1 – Configuração final das fissuras - Viga I – 250.....	73
Figura 4.2 – Estado final de fissuração - Viga I – 250.....	73
Figura 4.3 – Configuração final das fissuras na extremidade esquerda da viga - Viga I – 250.....	74
Figura 4.4 – Configuração final das fissuras no meio da viga - Viga I – 250.....	74
Figura 4.5 – Configuração final das fissuras na extremidade direita da viga - Viga I – 250.....	74
Figura 4.6 –Tensão atuante nos estribos T_5 e T_6 - Viga I – 250.....	75
Figura 4.7 –Tensão atuante nos estribos T_3 e T_4 - Viga I – 250.....	76
Figura 4.8 –Tensão atuante nos estribos T_1 e T_2 - Viga I – 250.....	77
Figura 4.9 –Tensão atuante na armadura de flexão - Viga I – 250.....	78
Figura 4.10 – Deformações no concreto para C_6 e C_5 – Viga I – 250.....	79
Figura 4.11 – Deformações no concreto para C_4 e C_3 – Viga I – 250.....	80
Figura 4.12 – Deformações no concreto para C_2 e C_1 – Viga I – 250.....	81
Figura 4.13 - Flecha no meio do vão – Viga I – 250.....	82
Figura 4.14 – Configuração final das fissuras – Viga I – 196.....	84
Figura 4.15 – Estado final de fissuração - Viga I – 196.....	84
Figura 4.16 – Configuração final das fissuras na extremidade esquerda da viga – Viga I – 196.....	85
Figura 4.17 – Configuração final das fissuras no meio da viga – Viga I – 196.....	85
Figura 4.18 – Configuração final das fissuras na extremidade direita da viga – Viga I – 196.....	85
Figura 4.19 – Tensão atuante nos estribos T_5 e T_6 – Viga I – 196.....	86
Figura 4.20 – Tensão atuante nos estribos T_3 e T_4 – Viga I – 196.....	87
Figura 4.21 – Tensão atuante nos estribos T_1 e T_2 – Viga I – 196.....	88
Figura 4.22 – Tensão atuante na armadura de flexão – Viga I – 196.....	89
Figura 4.23 – Deformações no concreto para C_6 e C_5 – Viga I – 196.....	90
Figura 4.24 – Deformações no concreto para C_4 e C_3 – Viga I – 196.....	91
Figura 4.25 – Deformações no concreto para C_2 e C_1 – Viga I – 196.....	92

Figura 4.26 – Flecha no meio do vão – Viga I – 196.....	93
Figura 4.27 – Configuração final das fissuras - Viga I – 143 A.....	95
Figura 4.28 – Estado final de fissuração - Viga I – 143 A.....	95
Figura 4.29 – Configuração final das fissuras na extremidade esquerda da viga - Viga I – 143 A.....	96
Figura 4.30 – Configuração final das fissuras no meio da viga - Viga I – 143 A.....	96
Figura 4.31 – Configuração final das fissuras na extremidade direita da viga - Viga I – 143 A.....	96
Figura 4.32 –Tensão atuante nos estribos T_5 e T_6 - Viga I – 143 A.....	97
Figura 4.33 – Tensão atuante nos estribos T_3 e T_4 – Viga I – 143 A.....	98
Figura 4.34 – Tensão atuante nos estribos T_1 e T_2 – Viga I – 143 A.....	99
Figura 4.35 – Tensão atuante na armadura de flexão – Viga I – 143 A.....	100
Figura 4.36 – Deformações no concreto para C_6 e C_5 – Viga I – 143 A.....	101
Figura 4.37 – Deformações no concreto para C_4 e C_3 – Viga I – 143 A.....	102
Figura 4.38 – Deformações no concreto para C_2 e C_1 – Viga I – 143 A.....	103
Figura 4.39 – Flecha no meio do vão – Viga I – 143 A.....	104
Figura 4.40 – Configuração final das fissuras - Viga I – 143 B.....	106
Figura 4.41 – Estado final de fissuração - Viga I – 143 B.....	106
Figura 4.42 – Configuração final das fissuras na extremidade esquerda da viga - Viga I – 143 B.....	107
Figura 4.43 – Configuração final das fissuras no meio da viga - Viga I – 143 B.....	107
Figura 4.44 – Configuração final das fissuras na extremidade direita da viga - Viga I – 143 B.....	107
Figura 4.45 –Tensão atuante nos estribos T_5 e T_6 - Viga I – 143 B.....	108
Figura 4.46 – Tensão atuante nos estribos T_3 e T_4 – Viga I – 143 B.....	109
Figura 4.47 – Tensão atuante nos estribos T_1 e T_2 – Viga I – 143 B.....	110
Figura 4.48 – Tensão atuante na armadura de flexão – Viga I – 143 B.....	111
Figura 4.49 – Deformações no concreto para C_6 e C_5 – Viga I – 143 B.....	112
Figura 4.50 – Deformações no concreto para C_4 e C_3 – Viga I – 143 B.....	113
Figura 4.51 – Deformações no concreto para C_2 e C_1 – Viga I – 143 B.....	114
Figura 4.52 – Flecha no meio do vão – Viga I – 143 B.....	115

CAPÍTULO 5

Figura 5.1 – Influência da posição da carga na capacidade resistente das vigas ao cisalhamento.....	119
Figura 5.2 – Influência da posição da carga na capacidade resistente das vigas ao cisalhamento.....	120
Figura 5.3 – Tensão atuante na armadura de flexão das vigas.....	122
Figura 5.4 – Força suspensa pelos estribos da viga I – 250.....	123
Figura 5.5 – Força suspensa pelos estribos da viga I – 196.....	124
Figura 5.6 – Força suspensa pelos estribos da viga I – 143 A.....	125
Figura 5.7 – Força suspensa pelos estribos da viga I – 143 B.....	126
Figura 5.8 – Valores de F_w considerando-se a média entre as forças suspensas pelos estribos do lado esquerdo e lado direito das vigas.....	127
Figura 5.9 – Relação $(F_w / F) \times (F)$ da viga I – 250.....	135
Figura 5.10 – Relação $(F_w / F) \times (F)$ da viga I – 196.....	136
Figura 5.11 – Relação $(F_w / F) \times (F)$ da viga I – 143 A.....	137
Figura 5.12 – Relação $(F_w / F) \times (F)$ da viga I – 143 B.....	138
Figura 5.13 – Relação $(F_w / F) \times (F)$ do lado direito das Vigas I – 143 A e B.....	139
Figura 5.14 – Valores da relação $(F_w / F) \times (F)$ considerando-se as médias entre as forças suspensas pelos estribos do lado esquerdo e lado direito das vigas.....	140
Figura 5.15 – Relação $(F_w / F) \times (F / F_u)$ da viga I – 250.....	143
Figura 5.16 – Relação $(F_w / F) \times (F / F_u)$ da viga I – 196.....	144
Figura 5.17 – Relação $(F_w / F) \times (F / F_u)$ da viga I – 143 A.....	145
Figura 5.18 – Relação $(F_w / F) \times (F / F_u)$ da viga I – 143 B.....	146
Figura 5.19 – Relação $(F_w / F) \times (F / F_u)$ do lado direito das Vigas I – 143 A e B.....	147
Figura 5.20 – Deslocamentos verticais das vigas.....	149

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2

Tabela 2.1 – Características das armaduras e resultados obtidos.....	40
Tabela 2.2 – Resultados dos ensaios.....	44
Tabela 2.3 – Características das vigas.....	48

CAPÍTULO 3

Tabela 3.1 – Características das armaduras.....	58
Tabela 3.2 – Materiais utilizados.....	60
Tabela 3.3 – Resistência à compressão do concreto.....	60
Tabela 3.4 – Valores calculados (Flexão).....	69

CAPÍTULO 5

Tabela 5.1 – Valores experimentais.....	118
Tabela 5.2 – Comparação entre os valores calculados e experimentais.....	119
Tabela 5.3 – Carga suspensa pelos estribos segundo o [CEB-90] ¹⁶	130
Tabela 5.4 – Carga suspensa pelos estribos segundo [REINECK] ⁸	131
Tabela 5.5 – Carga suspensa pelos estribos segundo o [CEB-90] ¹⁹	133
Tabela 5.6 – Redução da força cortante segundo a [NBR 6118] ²⁰	134
Tabela 5.7 – Relações (F_w / F) de acordo com os modelos propostos e resultados dos ensaios.....	142

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

A_s	= área da seção transversal do aço considerado
A_{sl}	= área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
A_{sw}	= área da seção transversal dos estribos
E_s	= módulo de deformação longitudinal do aço
F	= carga concentrada
F_d	= valor de cálculo de F
F_u	= valor último de F
F_w	= força suspensa pelos estribos
F_{wh}	= força horizontal de tração no tirante
F_2	= força transmitida diretamente ao apoio
M	= momento fletor
M_{fl}	= momento correspondente à ruptura por flexão
M_u	= valor último de M
$M_{y,F}$	= momento correspondente ao início do escoamento da armadura longitudinal
$M_{y,V}$	= momento correspondente ao início do escoamento dos estribos
M_{10}	= momento correspondente à ruína das vigas por alongamento plástico (10 ‰) da armadura de flexão
N_{sd}	= força axial de tração
R_c	= resultante das tensões de compressão no concreto
R_s	= resultante das tensões de tração na armadura longitudinal
R_{sw}	= força resultante de tração em um estribo
V	= força cortante
V_d	= valor de cálculo de V
V_u	= valor último de V

$V_{y,F}$	= força cortante correspondente ao início do escoamento da armadura longitudinal
$V_{y,V}$	= força cortante correspondente ao início do escoamento dos estribos
V_{10}	= força cortante correspondente à ruína da viga por alongamento plástico (10 ‰) da armadura de flexão
ω_l	= taxa mecânica de armadura longitudinal
ω_w	= taxa mecânica de armadura transversal
a	= distância entre a carga concentrada aplicada e o apoio (vão de cisalhamento)
a_1	= comprimento do apoio da viga
a_2	= comprimento de distribuição da carga aplicada
b	= largura das vigas com seção retangular
b_f	= largura da mesa das vigas com seção T ou I
b_w	= largura da nervura das vigas com seção T ou I
d	= altura útil da seção transversal
f_c	= resistência do concreto à compressão, referida a corpos-de-prova cilíndricos
f_y	= limite de escoamento do aço à tração
f_{yl}	= limite de escoamento à tração do aço da armadura longitudinal
f_{yw}	= limite de escoamento à tração do aço da armadura transversal
h	= altura total da seção transversal
h_1, h_2	= alturas das estruturas nas regiões de descontinuidades
l	= vão teórico
l_{arco}	= comprimento do arco
n	= número de barras interceptadas na viga por uma fissura inclinada
s	= espaçamento dos estribos
z	= distância entre R_c e R_s (braço de alavanca)
ϕ	= diâmetro das barras das armaduras
ε_y	= deformação específica do aço à tração correspondente ao limite de escoamento f_y
ε_{sl}	= deformação específica do aço à tração na armadura longitudinal
η	= grau de armação ao cisalhamento = $\rho_w / \rho_{w,M}$
θ	= ângulo entre as diagonais comprimidas da alma e as barras longitudinais das vigas
θ_1	= ângulo de inclinação entre a primeira biela e o banzo tracionado

α	= ângulo entre a armadura transversal e as barras longitudinais das vigas
ρ_l	= taxa geométrica de armadura longitudinal
ρ_w	= taxa geométrica de armadura transversal
$\rho_{w,M}$	= taxa geométrica de armadura transversal calculada de acordo com Mörsch
σ_I	= tensão principal de tração
σ_{II}	= tensão principal de compressão
σ_{sw}	= tensão normal de tração na armadura transversal
τ	= tensão tangencial
τ_0	= tensão tangencial referente à alma da seção transversal = $V / (b_w z)$
τ_d	= valor de cálculo de τ
τ_{0d}	= valor de cálculo de τ_0
τ_{0r}	= tensão tangencial no surgimento da primeira fissura de cisalhamento
τ_{0u}	= valor último de τ_0
τ_{0y}	= tensão tangencial referente ao início do escoamento da armadura de flexão
τ_c	= parcela de redução de τ_{0d} para cálculo da armadura transversal com grau reduzido de armação ao cisalhamento
τ_{wd}	= valor de cálculo de τ_w
cotg	= cotangente
f	= flecha das vigas
C_1 à C_6	= posições dos extensômetros mecânicos no vão de cisalhamento
L_0	= posição do extensômetro elétrico na armadura de flexão
T_1 à T_6	= posições dos extensômetros elétricos nos estribos
cal	= calculado
máx	= máximo
exp	= experimental
lim	= limite

[NBR 6118] = Norma Brasileira de Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado

[CEB-90] = COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON - Código Modelo CEB-FIP / 90

RESUMO

LEITE JÚNIOR, GERALDO SILVEIRA – Vigas de concreto sob cargas concentradas próximas dos apoios – Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 2000, 186 páginas – Dissertação de Mestrado.

Neste trabalho, são apresentados um resumo teórico sobre cisalhamento, Modelos Bielas e Tirantes e resultados de algumas investigações experimentais realizadas por outros pesquisadores em vigas de concreto usual e de alta resistência com relação a/d variando de 0,25 a 3,7. São mostradas também, as propostas apresentadas pelos códigos e pesquisadores para a determinação da carga suspensa pelos estribos no vão de cisalhamento das vigas.

Vigas de concreto de alta resistência submetidas a duas cargas concentradas iguais e equidistantes dos apoios, com grau reduzido de armação ao cisalhamento e relação $1,43 \leq a/d \leq 2,50$, foram ensaiadas até a ruína. Os resultados desta investigação experimental demonstraram que mesmo com grau reduzido de armação ao cisalhamento, a resistência à flexão pode ser mobilizada. Para cada viga, em função da relação a/d e do grau de armação ao cisalhamento, são apresentados os critérios mais satisfatórios na determinação da carga suspensa pelos estribos.

Palavras Chave: Concreto armado, Concreto de alta resistência, Vigas de concreto, Cisalhamento.

INTRODUÇÃO

Entre o final do século passado e início deste século, através de Ritter e Mörsch, surgiu a “analogia da treliça clássica” para a análise do cisalhamento em vigas de concreto armado.

Já em meados deste século, esta foi refinada e expandida por Leonhardt, no sentido de aperfeiçoá-la e adequá-la aos resultados experimentais, que propôs a “analogia da treliça generalizada”.

Os ensaios realizados demonstraram que através das analogias de treliça, algumas regiões das vigas são dimensionadas com precisão satisfatória. Entretanto, nas regiões vizinhas dos apoios, o modelo de treliça apresenta divergências com os resultados experimentais.

Nas décadas de 80 e 90, alguns autores e o Código Modelo CEB-FIP / 90 sugeriram os modelos Bielas e Tirantes, cuja finalidade era adequar um modelo mais próximo da realidade que cobrisse essas regiões problemáticas.

A Norma Brasileira NBR 6118, com relação as vigas que possuem carga concentrada próxima do apoio, estipula que se a carga concentrada estiver aplicada a uma distância $a < 2 h$ contada do apoio, neste trecho, a força cortante poderá ser reduzida multiplicando-se sua intensidade por $a / 2 h$.

Contudo, o tratamento das vigas de concreto que possuem cargas concentradas próximas dos apoios ainda é um tópico controverso entre os códigos e pesquisadores. Com este trabalho, espera-se dar mais uma contribuição.

O capítulo 1 do trabalho, aborda o cisalhamento em vigas de concreto armado. Apresentam-se a “analogia da treliça clássica” e a “analogia da treliça generalizada” para o cálculo da armadura transversal, os modelos Bielas e Tirantes e o tratamento dado pelos códigos e pesquisadores às vigas de concreto que possuem cargas concentradas próximas dos apoios.

O capítulo 2, apresenta os resultados de ensaios realizados por outros pesquisadores que tiveram por objetivo investigar aspectos relacionados às vigas de concreto com resistência usual e de alta resistência, com relação a/d variando de 0,25 a 3,7.

O capítulo 3, corresponde ao programa experimental, onde são apresentados os detalhes das vigas ensaiadas, dos materiais e dos equipamentos utilizados nos ensaios.

No capítulo 4, são relatados os resultados obtidos através dos ensaios. Para cada viga, em separado, são apresentados gráficos relativos às tensões nas armaduras, deformações no concreto, flechas e estado de fissuração.

No capítulo 5, são analisados os modos de ruína das vigas e os comportamentos das armaduras longitudinais e transversais. Para cada viga, em separado e em conjunto, são apresentados gráficos com as porcentagens de carga suspensa pelos estribos ao longo dos ensaios. Posteriormente, essas porcentagens são comparadas com os modelos propostos pelos códigos e pesquisadores para a determinação da carga suspensa. Finalmente, são analisadas as deformações no concreto e os deslocamentos verticais das vigas.

No capítulo 6, são resumidas as conclusões obtidas ao longo deste trabalho.

OBJETIVO

Esta pesquisa visa contribuir com os trabalhos desenvolvidos sobre cisalhamento pelos pesquisadores que atuam na Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP.

A proposta deste trabalho é investigar a influência do grau de armação ao cisalhamento na resistência à flexão das vigas de concreto que possuem cargas concentradas próximas dos apoios.

Pretende-se também comparar os valores das cargas suspensas pelos estribos das vigas executadas neste trabalho com os valores obtidos através de expressões propostas na literatura que utilizam como ferramenta os Modelos Bielas e Tirantes.

Com as conclusões deste trabalho, espera-se dar mais uma contribuição ao assunto.

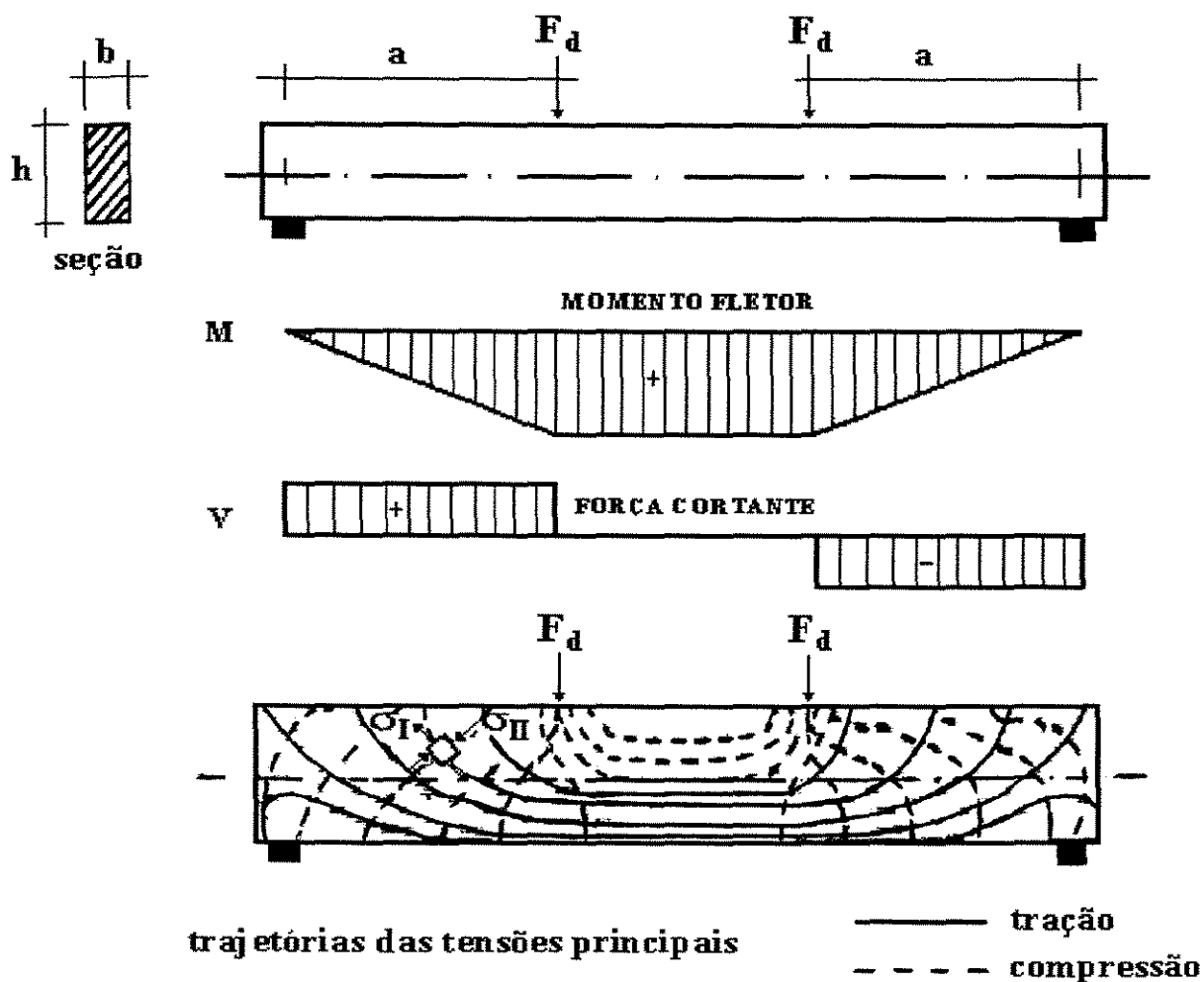
CAPÍTULO 1 – CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Na análise estrutural das vigas de concreto armado, faz-se distinção entre duas situações, que são aquelas antes e depois da fissuração.

Quando a viga é submetida a cargas de pequena intensidade, as tensões principais de tração não ultrapassam a resistência à tração do concreto e conseqüentemente, não aparecem fissuras na viga. Diz-se que essa situação corresponde ao Estádio I.

A Figura 1.1 apresenta uma viga simplesmente apoiada submetida a duas cargas concentradas iguais e eqüidistantes dos apoios. As seções situadas entre as cargas estão solicitadas por flexão pura (sem esforço cortante). Na região entre a carga e o apoio (vão de cisalhamento), tem-se a ação conjunta do momento e do esforço cortante.

Determinando-se as tensões principais e suas direções em todos os pontos das seções, obtém-se as linhas que indicam as trajetórias das tensões principais de tração e compressão. Nota-se que na região de momento puro, as tensões principais de tração e compressão coincidem com as tensões normais devidas à flexão. Isto se deve ao fato da tensão tangencial ser nula nesta região.



[FERNANDES]¹

Figura 1.1 – Diagramas de momento e esforço cortante e trajetórias das tensões principais.

Contudo, com o aumento da intensidade da carga, aparecem fissuras de cisalhamento no concreto perpendiculares a direção da tensão σ_I , ou seja, na direção das trajetórias de compressão. Essas fissuras separam o concreto da alma, originando elementos inclinados denominados bielas que absorvem os esforços de compressão causados por σ_{II} , enquanto que os esforços inclinados de tração oriundos de σ_I devem ser resistidos pela armadura transversal que funciona como tirante.

1.1 – CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

A partir da configuração das fissuras nas vigas de concreto com armadura transversal, Ritter e Morsch formularam uma das concepções mais duradouras do concreto armado, a “analogia da treliça clássica”.

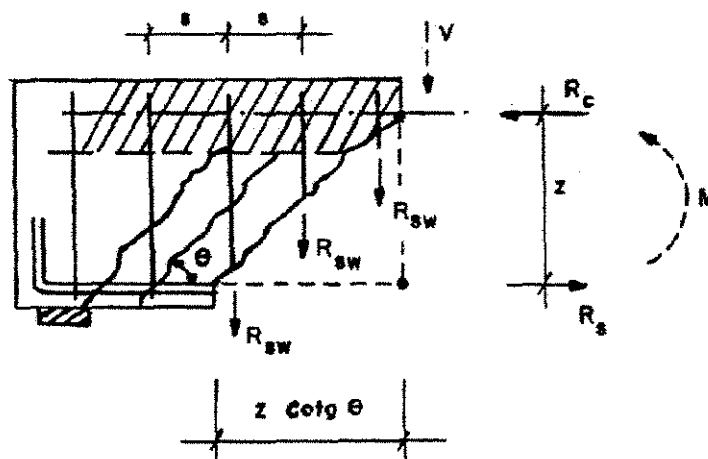
Esse modelo de treliça proposto inicialmente é baseado nas seguintes hipóteses:

- a treliça é isostática;
- os banzos (tracionado e comprimido) são paralelos;
- as diagonais comprimidas (bielas) têm uma inclinação $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal da peça;
- a armadura transversal possui inclinação ($45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$).

Neste modelo idealizado por Morsch, o banzo comprimido é representado pelo concreto comprimido e o banzo tracionado, pela armadura longitudinal de tração. As diagonais comprimidas são as zonas situadas entre duas fissuras e as diagonais tracionadas, podem ser constituídas por barras dobradas ou estribos verticais.

1.1.1 - Cálculo da armadura transversal segundo Morsch

Para o cálculo da armadura transversal segundo Morsch, as hipóteses citadas anteriormente são levadas em consideração. Uma destas hipóteses, nos dá a liberdade de estipular o ângulo α formado pela armadura transversal com o banzo tracionado que pode variar de 45° a 90° . Como o presente trabalho refere-se as vigas de concreto constituídas por estribos verticais, isto é, $\alpha = 90^\circ$, somente o equacionamento para este caso será apresentado. Para tanto, a Figura 1.2 apresenta um trecho de uma viga cuja armadura transversal é composta por estribos verticais.



[GOMIERO]²

Figura 1.2 – Trecho de viga com armadura transversal composta por estribos verticais.

A fissura inclinada intercepta um número de barras que é dado por:

$$n = (z/s) \cdot \cot g\theta \quad (1.1)$$

A força resultante de tração em um estribo, é dada por:

$$R_{sw} = A_{sw} \cdot \sigma_{sw} \quad (1.2)$$

Fazendo o equilíbrio de forças na direção de V , tem-se:

$$V = n \cdot R_{sw} \quad (1.3)$$

Substituindo-se (1.1) e (1.2) em (1.3) chega-se a:

$$V = (z/s) \cdot \cot g\theta \cdot A_{sw} \cdot \sigma_{sw} \quad \text{ou}$$

$$A_{sw} = (V \cdot s) / (z \cdot \cot g\theta \cdot \sigma_{sw}) \quad (1.4)$$

Define-se a taxa geométrica de armadura transversal ρ_w como sendo:

$$\rho_w = A_{sw} / (b_w \cdot s) \quad (1.5)$$

onde: b_w = largura da alma da seção transversal de concreto;
 s = espaçamento dos estribos.

Com (1.4) em (1.5) resulta:

$$\rho_w = V / (b_w \cdot z \cdot \cot g\theta \cdot \sigma_{sw}) \quad (1.6)$$

Considerando a viga sob a ação de momento fletor e força cortante, a tensão de cisalhamento τ_0 na altura da linha neutra da seção fissurada é dada por:

$$\tau_0 = V / (b_w \cdot z) \quad (1.7)$$

onde z é o braço de alavanca entre as resultantes de tração e compressão.

De (1.6) e (1.7) vem:

$$\rho_w = \tau_0 / (\sigma_{sw} \cdot \cot g\theta) \quad (1.8)$$

Como por hipótese as bielas possuem inclinação $\theta = 45^\circ$, a taxa de armadura transversal fica:

$$\rho_{w,M} = \tau_0 / \sigma_{sw} \quad (1.9)$$

Finalmente, determina-se a área da seção transversal desta armadura:

$$A_{sw} = \rho_{w,M} \cdot b_w \cdot s \quad (1.10)$$

onde A_{sw} é a soma das áreas dos ramos verticais dos estribos na mesma seção.

1.1.2 – Observações experimentais

Anos mais tarde, Leonhardt realizou ensaios com vigas de concreto armado e nestes ensaios constatou algumas divergências com o modelo proposto inicialmente por Mörsch.

[LEONHARDT]³ atribuiu estas diferenças aos seguintes fatores:

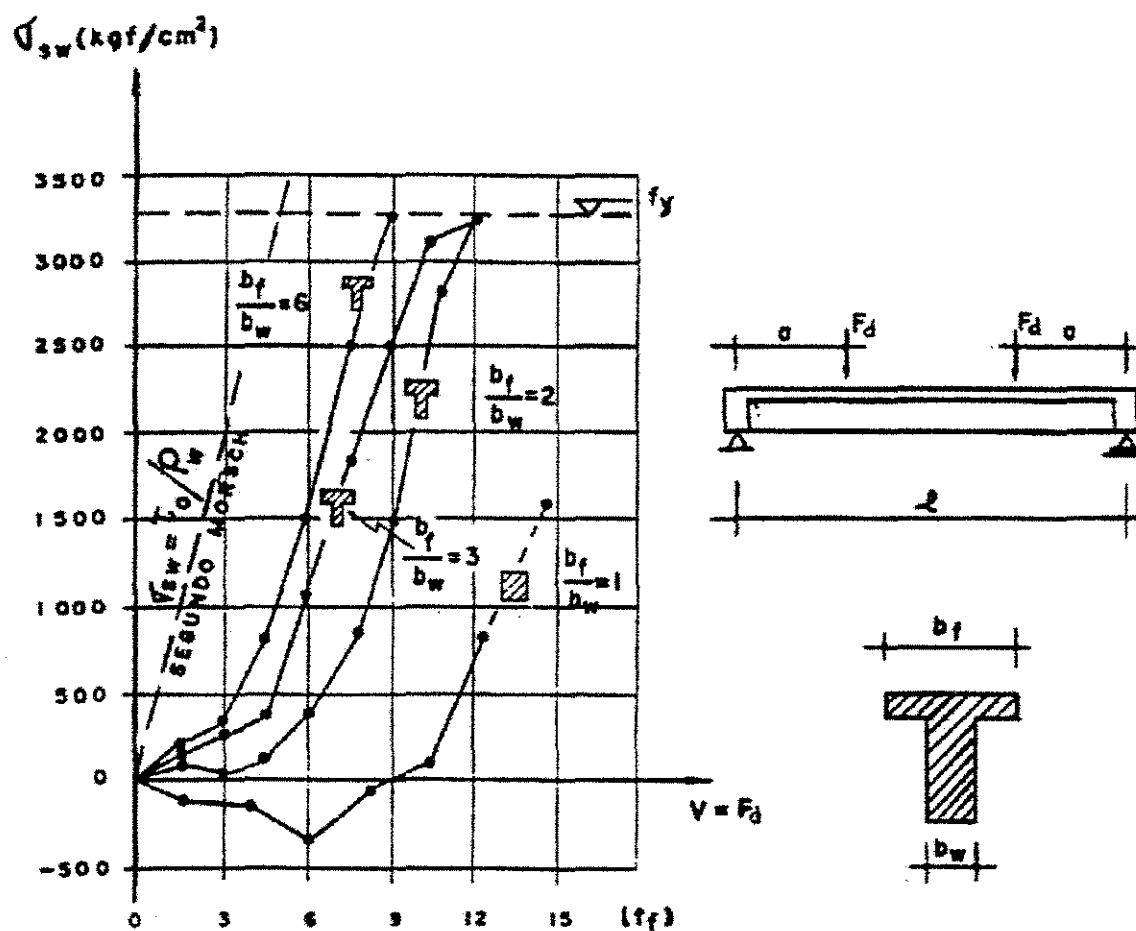
- as fissuras (diagonais comprimidas) têm inclinação $\theta < 45^\circ$ nos trechos mais solicitados pela força cortante;
- o banzo comprimido é inclinado à medida que se aproxima do apoio, possibilitando assim, uma absorção direta da força cortante.

Como consequência, a treliça clássica conduz a uma armadura transversal um pouco exagerada.

A forma da seção transversal da viga, tem uma forte influência sobre o seu comportamento resistente quando solicitadas à força cortante.

Os ensaios de cisalhamento de Stuttgart foram os primeiros a mostrar a influência da forma da seção transversal, especialmente da influência da “relação de rigidez” b_f/b_w . Um resultado importante ficou evidente nas tensões determinadas nos estribos. Através da Figura 1.3, nota-se que as vigas que possuem alma fina, são as que mais se aproximam do modelo de treliça proposto por Mörsch.

A partir desses ensaios, Leonhardt chegou a conclusão que para a relação b_f/b_w cada vez menor, as diagonais comprimidas (bielas) possuem inclinação inferior a 45° , conduzindo assim, a esforços de tração na alma (tensão nos estribos) menores em comparação ao calculado pela analogia da treliça clássica de Mörsch.



[FERNANDES]¹

Figura 1.3 – Influência da seção transversal na inclinação do banzo comprimido.

Os ensaios realizados com vigas de concreto armado demonstraram que a curva experimental é defasada em relação à reta correspondente à treliça clássica, como mostra a Figura 1.4.

Nas regiões mais solicitadas pela força cortante, as bielas apresentaram inclinação em torno de 30° e 40° para seção retangular e em torno de 40° e 45° para seção T.

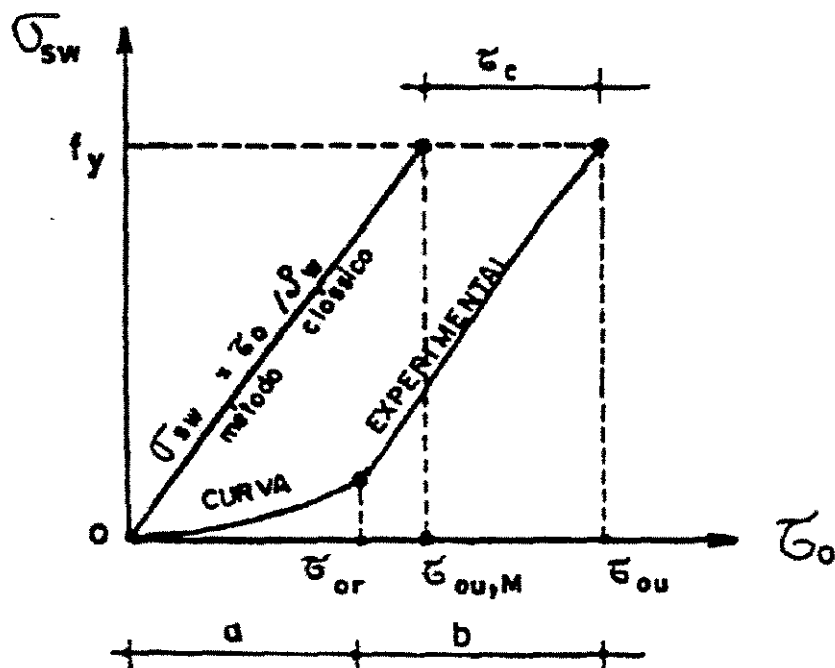


Figura 1.4 – Variação da tensão σ_{sw} nos estribos em função de τ_0 – [FERNANDES]¹.

A armadura transversal é mais solicitada a partir da interceptação da fissura de cisalhamento, correspondente a τ_{0r} . A partir deste instante, a tensão na armadura cresce paralelamente a reta de Mörsch. Essa defasagem, é representada por τ_c . Consequentemente, a armadura transversal poderá ser dimensionada considerando apenas a parcela $\tau_{0u} - \tau_c$.

1.1.3 - Analogia da Treliça Generalizada

Como consequência dos ensaios de cisalhamento realizados em Stuttgart, a analogia da treliça de Mörsch foi ampliada de tal forma que o comportamento estrutural se aproximasse da realidade. Este modelo, compreende um modelo de treliça com o banzo superior inclinado e com inclinação das diagonais comprimidas menores que 45° (Figura 1.5). Dessa maneira, [LEONHARDT]³ chegou a analogia da treliça generalizada, onde as inclinações das bielas dependem fundamentalmente da taxa de armadura transversal da viga e da relação b_w/b_f .

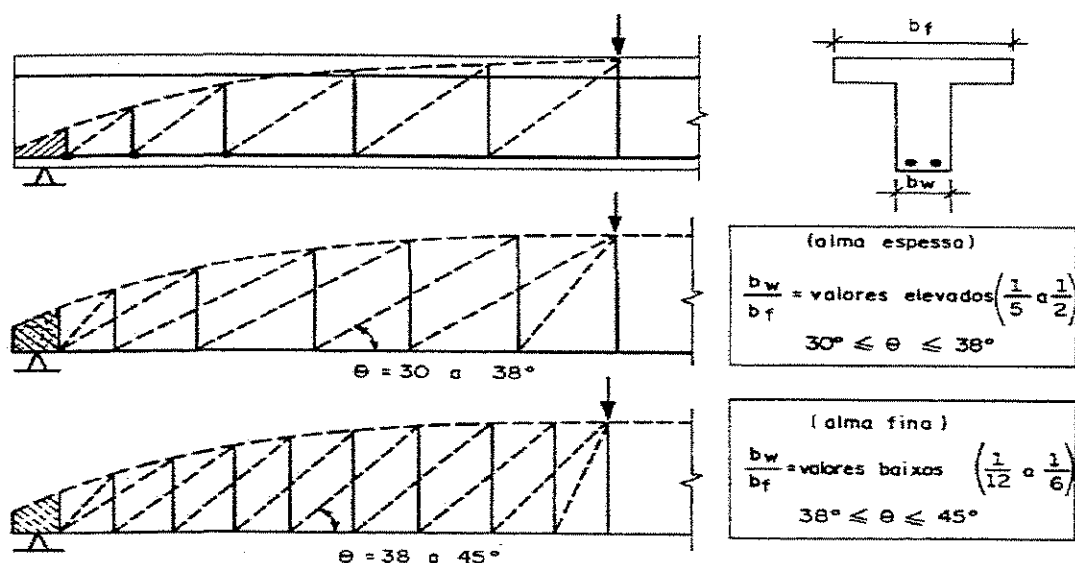


Figura 1.5 – Inclinações das bielas (θ) em função da largura da alma – [FUSCO]⁴.

1.1.4 - Grau de armação ao cisalhamento

O grau de armação ao cisalhamento é definido como a relação entre a taxa de armadura transversal existente e aquela calculada segundo Mörsch, ou seja:

$$\eta = \rho_w / \rho_{w,M} \quad (1.11)$$

O grau de armação ao cisalhamento decorre do fato de que a analogia da treliça clássica conduz a armaduras transversais superiores às necessárias, ou seja, a armadura para cisalhamento pode ser reduzida sem afetar a resistência a flexão da viga. Quando o grau de armação ao cisalhamento assume valores menores que 1; trata-se de grau reduzido de armação ao cisalhamento. Quando as taxas forem iguais, η é igual a 1. Para este caso, tem-se grau total de armação ao cisalhamento.

O grau de armação ao cisalhamento pode ser relacionado com a inclinação θ das bielas de concreto. Substituindo-se as equações (1.8) e (1.9) em (1.11), chega-se a:

$$\eta = 1 / \cot g \theta \quad (1.12)$$

1.1.5 – Dimensionamento com grau reduzido de armação ao cisalhamento

A armadura transversal é dimensionada no estado limite último apenas para parte do valor de cálculo τ_{0d} , ou seja:

$$\tau_d = \tau_{0d} - \tau_c \quad (1.13)$$

A tensão a ser considerada no dimensionamento, geralmente é expressa em função de d e não de z . Usualmente, admite-se $z = d / 1,15$, o que acarreta:

$$\begin{aligned} \tau_{0d} &= \tau_{wd} \cdot (d / z) && \text{ou} \\ \tau_{0d} &= 1,15 \cdot \tau_{wd} \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\tau_d = 1,15 \cdot \tau_{wd} - \tau_c \quad (1.15)$$

que é a forma adotada pela NBR 6118 para o dimensionamento da armadura transversal.

A tensão σ_{sw} de tração na armadura transversal é tomada como o valor de cálculo do limite de escoamento do aço empregado, não tomando valor maior que 435 MPa. Portanto, para a armadura com estribos verticais, a taxa de armadura transversal é:

$$\rho_w = \tau_d / \sigma_{sw} \quad \text{e}$$

$$\begin{aligned} A_{sw} &= \rho_w \cdot b_w \cdot s && \text{em } \text{cm}^2 && \text{ou} \\ A_{sw} / s &= \rho_w \cdot b_w && \text{em } \text{cm}^2 / \text{cm} && \text{ou ainda} \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$A_{sw} / s = 100 \cdot \rho_w \cdot b_w \quad \text{em } \text{cm}^2 / \text{m} \quad (1.17)$$

onde A_{sw} corresponde a soma das áreas das barras de uma mesma seção transversal.

No dimensionamento da armadura transversal com grau reduzido de armação ao cisalhamento, tem-se:

$$\rho_w = \tau_d / \sigma_{sw} = (1,15 \cdot \tau_{wd} - \tau_c) / \sigma_{sw} \quad (1.18)$$

No dimensionamento da armadura transversal com grau total de armação ao cisalhamento segundo Mörsch, tem-se:

$$\rho_{w,M} = \tau_{0d} / \sigma_{sw} = (1,15 \cdot \tau_{wd}) / \sigma_{sw} \quad (1.19)$$

$$\eta = \tau_d / \tau_{0d} \quad (1.20)$$

Fazendo-se $\tau_d = \tau_{0d} - \tau_c$, tem-se:

$$\eta = (\tau_{0d} - \tau_c) / \tau_{0d} \quad (1.21)$$

o que resulta:

$$\eta = (1,15 \cdot \tau_{wd} - \tau_c) / (1,15 \cdot \tau_{wd}) = 1 - [\tau_c / (1,15 \cdot \tau_{wd})] \quad (1.22)$$

1.1.6 - Gráfico de KANI

Uma outra constatação importante para as vigas de concreto sem armadura para cisalhamento foi obtida por [KANI]⁵ que determinou que a posição mais perigosa de uma carga concentrada atuando numa viga, é compreendida no trecho $a \cong 2,5 d$ a $3,5 d$. Pela observação da Figura 1.6 que relaciona o momento último efetivo com o momento correspondente à ruptura por flexão, a relação a/d e a taxa de armadura longitudinal ρ_l , nota-se que a partir de $a/d = 1$, inicia-se um declive que atinge seu ponto máximo para $a/d \cong 3$, em seguida o gráfico sobe, atingindo para $a/d = 7$ o momento correspondente à ruptura por flexão. KANI denominou essa depressão do diagrama de “vale da força cortante”. A largura e a profundidade desse “vale” dependem da porcentagem de armadura longitudinal e do valor da aderência.

Ensaio realizado por [LEONHARDT et al.]⁶, demonstraram que para uma mesma porcentagem de armadura longitudinal, uma distribuição de barras finas influencia favoravelmente a capacidade resistente a força cortante através de sua maior superfície de contato.

A finalidade da armadura de cisalhamento é compensar a deficiência da capacidade resistente à força cortante, demonstrada pelo “vale” do diagrama, de modo que a capacidade resistente à flexão seja atingida.

Para vigas com $a/d > 7$ não existe perigo de ruptura por força cortante.

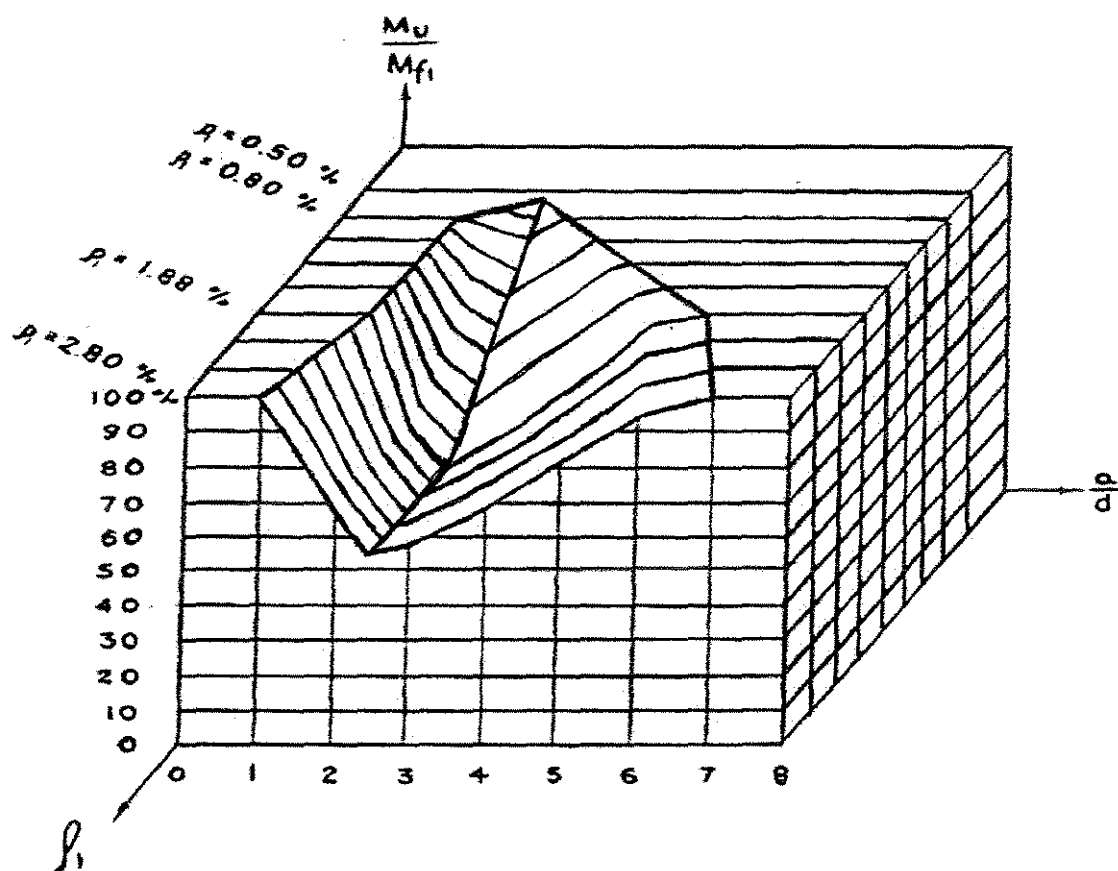


Figura 1.6 – Gráfico de KANI – [KANI]⁵.

1.2 - MODELOS BIELAS E TIRANTES

Os modelos bielas e tirantes foram sugeridos por [SCHLAICH et al.]⁷ para o concreto fissurado e constituem uma generalização da treliça clássica proposta por Ritter e Morsch para as vigas de concreto armado.

Neste modelo, as bielas representam os campos de tensão de compressão no concreto e os tirantes, campos de tensão de tração, que podem ser absorvidos por uma ou várias camadas de armadura. Os modelos bielas e tirantes, correspondem a uma “estrutura de barras” comprimidas e tracionadas respectivamente que são ligadas através de nós.

1.2.1 - Regiões B e D

Para a aplicação do modelo, primeiramente deve-se dividir a estrutura em regiões contínuas e descontínuas.

Algumas regiões das estruturas, são dimensionadas com precisão satisfatória. Estas são as regiões onde a hipótese de Bernoulli é válida, ou seja, as seções permanecem planas e normais ao eixo da peça após a deformação. Estas regiões foram denominadas de regiões B ou regiões contínuas, pois compreendem a base do modelo de treliça proposto por Ritter e Morsch.

Contudo, este modelo de treliça não é válido para certas partes das estruturas, ou seja, regiões onde ocorrem perturbações no fluxo de tensões. Estas regiões são denominadas regiões D ou regiões com descontinuidades que podem ser estáticas, geométricas ou uma combinação das duas.

As descontinuidades estáticas são causadas basicamente pela introdução de cargas concentradas e reações de apoio (Figura 1.7 (a)) e as descontinuidades geométricas estão associadas a mudanças bruscas da geometria da peça (Figura 1.7 (b)).

Os dois tipos de descontinuidades também podem atuar simultaneamente numa mesma estrutura (Figura 1.7 (c)).

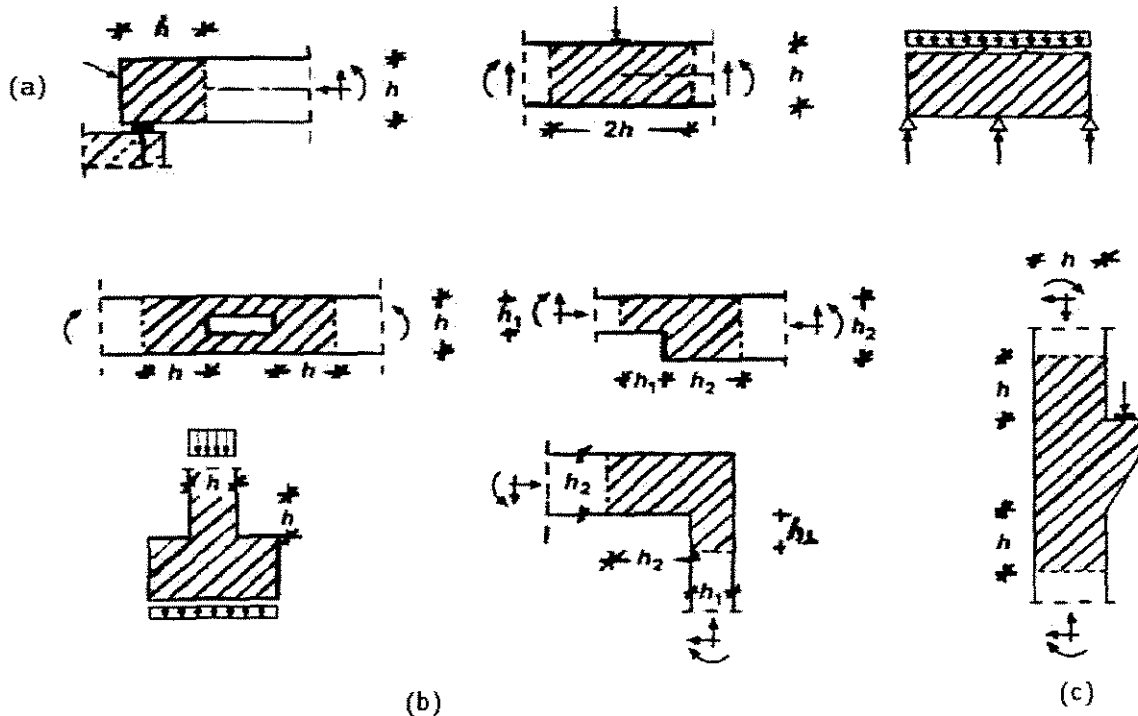


Figura 1.7 – Descontinuidades – [REINECK]⁸:

- (a) Descontinuidades estáticas;
- (b) Descontinuidades geométricas;
- (c) Descontinuidades combinadas.

A divisão da estrutura em regiões B e D, pode ser feita a partir da trajetória de tensões. Através da Figura 1.8, percebe-se que as tensões e suas trajetórias são razoavelmente harmônicas na região B quando comparadas com o modelo turbulento perto das descontinuidades (região D).

Segundo [NUNES]⁹, as descontinuidades ocorrem em distâncias h iguais as alturas das estruturas, ou seja, é válido o princípio de Saint-Venant que estipula que a regularização das tensões se processa numa região definida por dimensões de mesma ordem de grandeza da seção transversal da estrutura carregada.

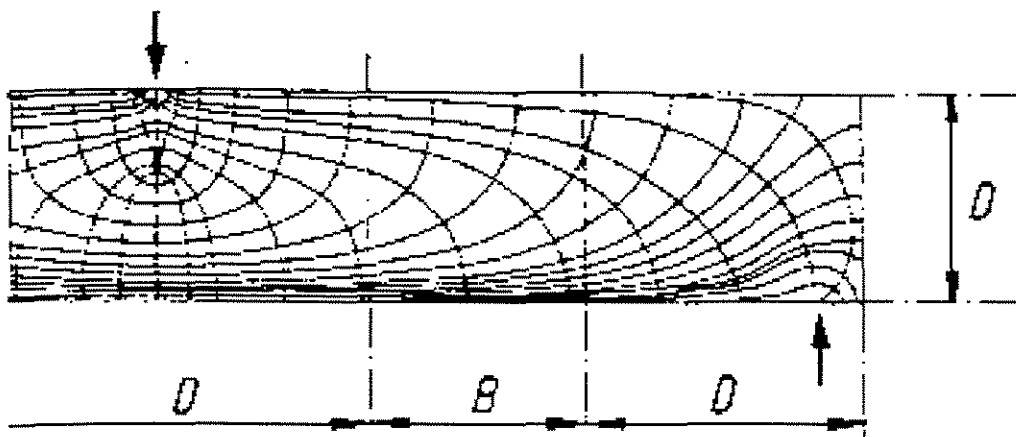


Figura 1.8 – Delimitação das discontinuidades – [SCHLAICH et al.]⁷.

1.2.2 - Tipos de fluxos

[SCHLAICH et al.]^{7,10}, estabeleceram que a propagação do fluxo de tensões de compressão (bielas) no interior da estrutura, pode assumir três tipos de configuração: “leque” ou radial, “garrafa” e “prismática” ou paralela, (Figura 1.9).

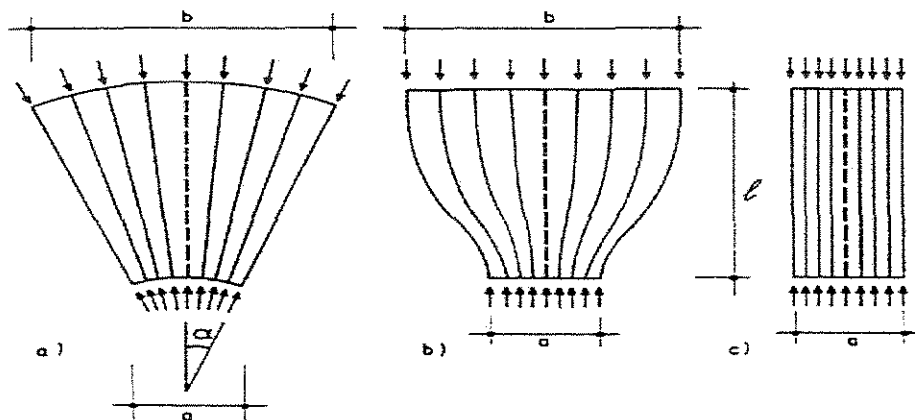


Figura 1.9 – Tipos de fluxos – [SCHLAICH et al.]^{7,10}:

- (a) Fluxo em forma de leque;
- (b) Fluxo em forma de garrafa;
- (c) Fluxo prismático.

O fluxo em “leque” ou radial ocorre em geral quando a carga é concentrada ou aplicada pelos apoios;

O fluxo em “garrafa”, como o próprio nome sugere, tem a forma de garrafa. Este tipo leva cargas de uma extremidade a outra de uma biela com afunilamento da região comprimida e é muito comum em regiões D;

O fluxo “prismático” ou paralelo, possui seção constante e é típico das regiões B.

1.2.3 - Tipos de nós

Os nós são caracterizados como o encontro das barras (bielas e tirantes) ou introdução de forças externas, como cargas impostas e reações de apoio, podendo ser de dois tipos: contínuos e singulares.

[SCHLAICH et al.]^{7,10}, estabeleceram que os nós contínuos, são aqueles onde os desvios das forças são feitos em comprimentos consideráveis. Os nós singulares, são aqueles onde a mudança de direção da força é localizada, ou seja, os pontos de aplicação de carga e as reações de apoio (Figura 1.10).

É importante observar que os modelos bielas e tirantes podem assumir várias formas para cada caso. O melhor esquema é o que possui o menor número de barras e menor caminho percorrido pelos esforços no interior da peça de concreto.

Os modelos bielas e tirantes podem se basear na visualização da fissuração das peças de concreto armado quando da existência de ensaios anteriores. Diante da inexistência de análises experimentais precedentes, parte-se de resultados da Teoria da Elasticidade, que muitas vezes dão uma boa idéia sobre o que acontece com a peça de concreto armado, o que já que seria uma boa aproximação se o concreto não estivesse fissurado e se a armaduras estivessem posicionadas nas direções principais de tração.

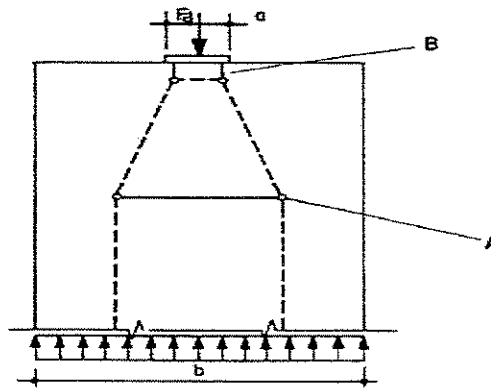


Figura 1.10 – Tipos de nós – [SCHLAICH et al.]^{7,10}:

Nó (A) nó contínuo;

Nó (B) nó singular.

1.2.4 - Aplicações dos modelos bielas e tirantes as vigas usuais

As vigas usuais são constituídas basicamente por regiões contínuas (regiões B). As regiões descontínuas (regiões D), ocorrem nas proximidades dos pontos de aplicação de carga (reações de apoio e cargas concentradas) como mostra a Figura 1.11.

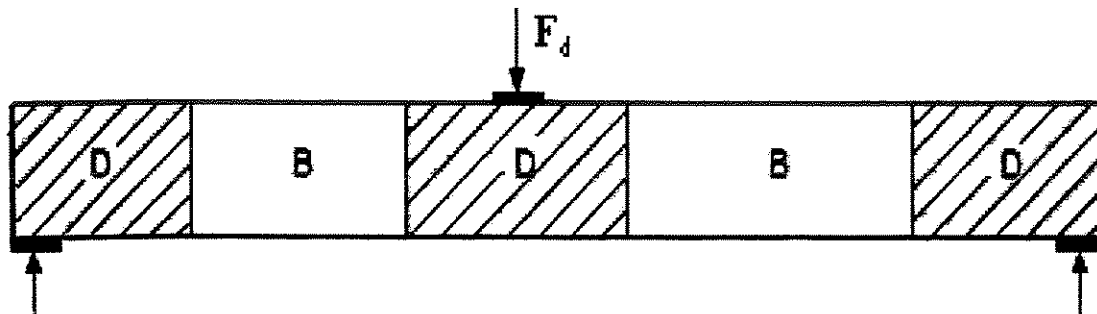


Figura 1.11 – Regiões B e D em vigas usuais – [SILVA]¹¹.

Quando os modelos bielas e tirantes são aplicados às regiões B das vigas usuais, eles se confundem com os modelos de treliça. O funcionamento como treliça ocorre devido a intensa fissuração da viga no estado limite último. Um modelo de treliça segundo Morsch para uma viga simplesmente apoiada, pode ser observado na Figura 1.12.

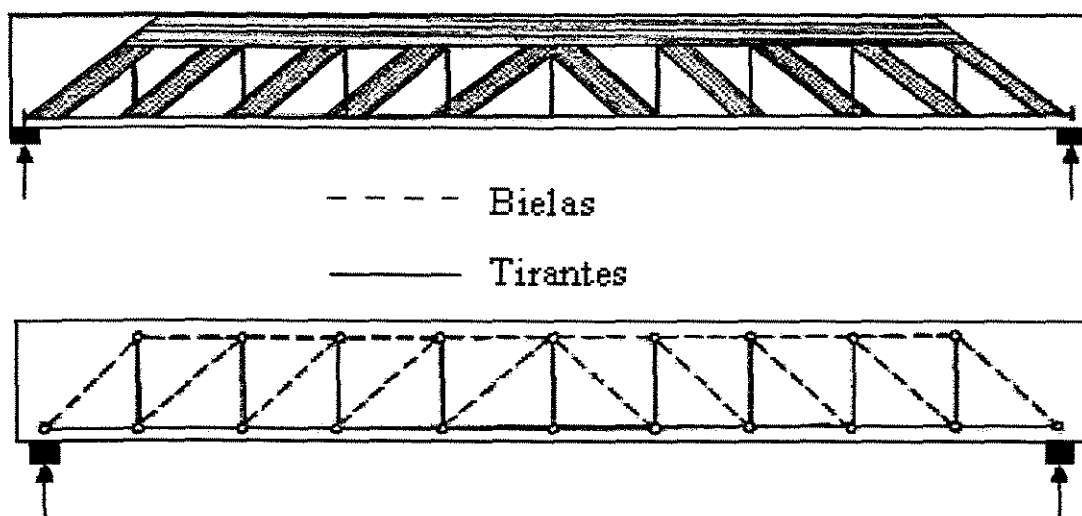


Figura 1.12 – Inclinações das bielas $\theta = 45^\circ$ e tirantes $\alpha = 90^\circ$ – [SILVA]¹¹.

Além do modelo de treliça, outros esquemas alternativos são responsáveis pela transmissão de esforços no interior da viga. São eles:

-arco ou pórtico atirantado, que surge em vigas de concreto sem armadura transversal que recebem cargas concentradas próximas dos apoios (Figura 1.13);

Esquema alternativo que ocorre em peças sem armadura transversal e segundo [PARK et al.]¹², é composto pela combinação de três fatores:

- a resistência oferecida pelo banzo comprimido de concreto;
- o engrenamento dos agregados que ocorre ao longo das fissuras, (Figura 1.14);
- efeito de pino da armadura longitudinal, pois estas barras funcionam como pinos de ligação entre duas seções da viga, (Figura 1.14).

[MAC-GREGOR]¹³, afirma que logo após a formação da fissura inclinada, o engrenamento dos agregados e o efeito de pino juntos são responsáveis por 40 a 60 % da força cortante resistida.

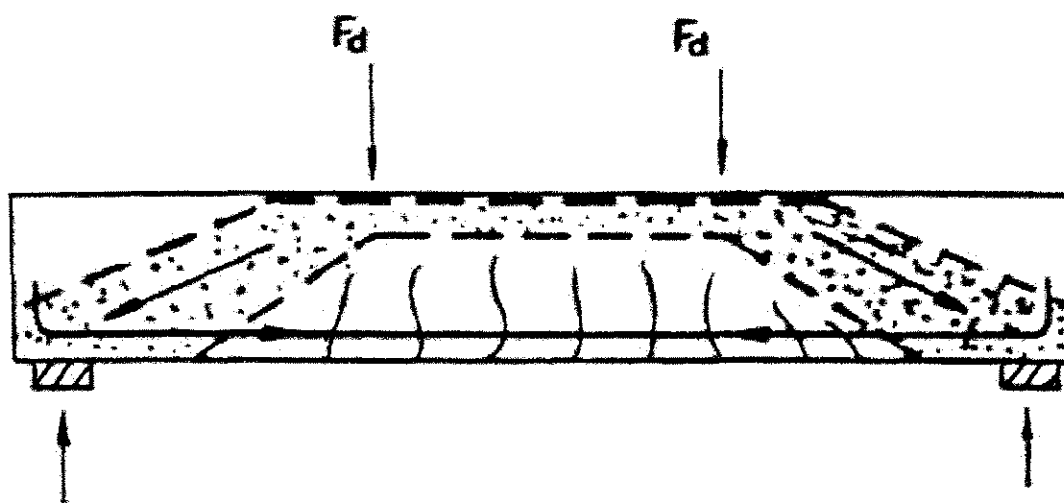


Figura 1.13 – Efeito de pórtico atirantado – [FERNANDES]¹.

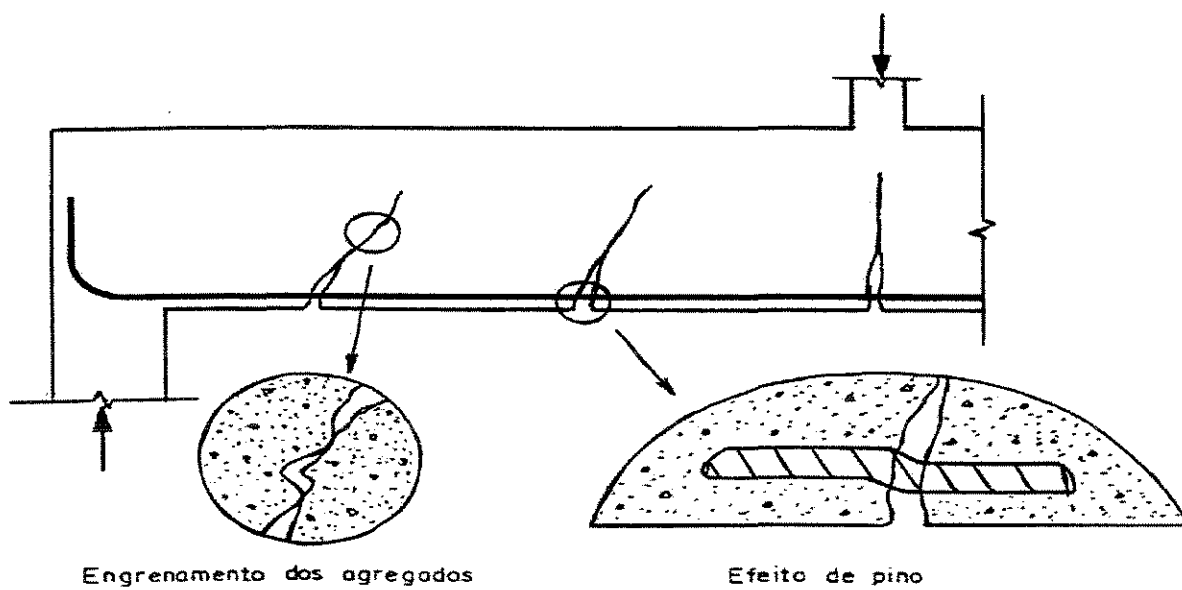


Figura 1.14 – Esquemas alternativos – [SILVA]¹¹.

1.3 - TRATAMENTO DADO PELOS CÓDIGOS E POR ALGUNS PESQUISADORES PARA A CARGA PRÓXIMA DO APOIO

De um modo geral, o tratamento que é dado às vigas com cargas concentradas próximas dos apoios, é determinado pelo vão de cisalhamento, ou seja, a distância “a” entre a carga e o apoio.

Quando a carga está situada muito próxima do apoio, surge um efeito denominado efeito de arco. A medida que a carga vai se afastando, um novo efeito começa a surgir, que é o efeito de leque.

1.3.1 - Efeito de arco

No efeito de arco, as cargas concentradas atuantes na viga, são conduzidas até o apoio através de um campo de compressão em forma de arco.

Segundo [DAEJOONG et al.]¹⁴, nas regiões longe dos apoios o braço de momento z possui comprimento constante. Iniciada a fissuração, a medida que se aproxima do apoio ocorre uma diminuição deste comprimento, que é o efeito de arco.

Segundo [PARK et al.]¹², o efeito de arco depende fundamentalmente da força resultante da diagonal comprimida e da sua inclinação que é determinada pelo vão de cisalhamento, (Figura 1.15 (a)).

1.3.1.1 – [SCHLAICH et al.]⁷

Nas vigas usuais, a formação do efeito de arco, se dá de forma gradual. À medida que se aproxima do apoio, vai ocorrendo uma inclinação do banzo comprimido de concreto, causando assim, uma variação no braço de momento. Para este caso, [SCHLAICH et al.]⁷, sugerem a substituição desse arco por uma biela com ângulo de inclinação θ_l maior que o ângulo θ de inclinação das outras bielas internas, (Figura 1.15 (b)).

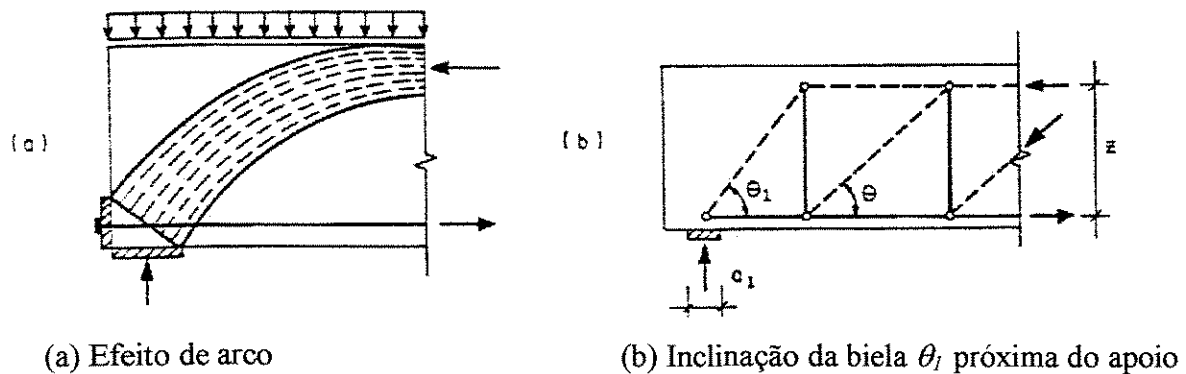


Figura 1.15 – Efeito de arco e inclinação da biela θ_l – [SILVA]¹¹.

$$\cot g \theta_l = 0,5 \cdot (a_1 / z + \cot g \theta) \quad (1.23)$$

onde:

θ_l = ângulo de inclinação entre a primeira biela e o banzo tracionado;

a_1 = comprimento do apoio da viga;

z = braço de alavanca;

θ = ângulo de inclinação das bielas.

Quando uma carga concentrada atua a uma distância $a \leq h$ contada do apoio, [SCHLAICH et al.]⁷ propõem que toda a carga seja transmitida diretamente ao apoio pela biela inclinada, (Figura 1.16). Nesse trecho de comprimento “a” não é necessária uma armadura de cisalhamento.

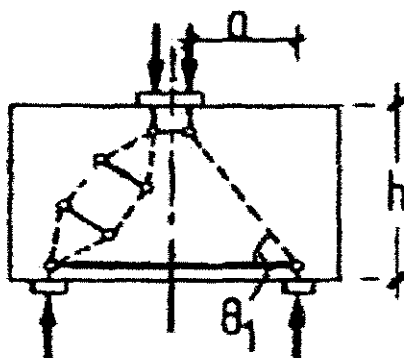


Figura 1.16 – Transmissão da carga ao apoio para $a \leq h$ – [SCHLAICH et al.]⁷.

1.3.1.2 – [CEB-90]^{15, 16}

No [CEB-90]¹⁵, foram apresentadas algumas propostas para o tratamento das vigas que possuem cargas concentradas próximas dos apoios. Dois anos mais tarde, a versão preliminar [CEB-90]¹⁶ apresentou pequenas modificações para este tratamento. Segundo este código, a análise é feita a partir do comprimento do arco. Para tanto, é sugerida a seguinte expressão:

$$l_{arco} = (a_1 / 2) + z \cdot \cot g \theta \quad (1.24)$$

onde: a_1 = comprimento do apoio da viga;
 z = braço de alavanca;
 θ = ângulo de inclinação das bielas.

Assim como [SCHLAICH et al.]⁷, o [CEB-90]¹⁶ também estipula uma distância “a” na qual não é necessária uma armadura para o cisalhamento entre a carga e o apoio. Isto ocorre, quando a carga concentrada estiver aplicada a uma distância $a \leq l_{arco} / 2$ do apoio, (Figura 1.17).

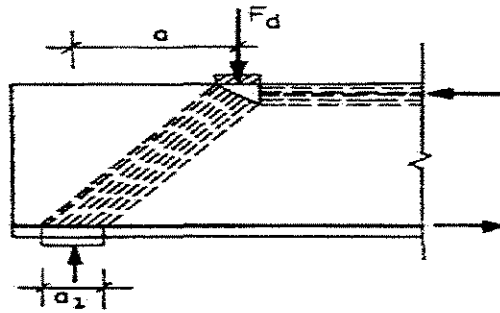


Figura 1.17 – Efeito arco para $a \leq l_{arco}/2$ – [SILVA]¹¹.

No entanto, se a carga concentrada se aproximar muito do apoio, $a \leq l_{arco}/4$, surgem tensões de tração transversais à biela inclinada. A Figura 1.18 apresenta as trajetórias das tensões principais para esta situação.

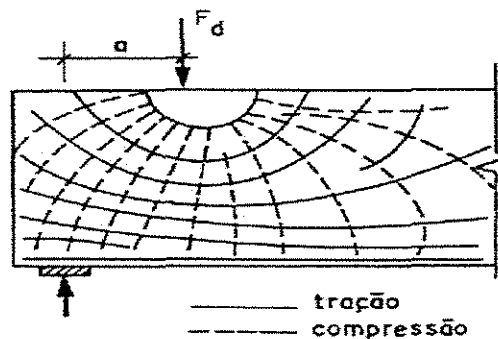


Figura 1.18 – Trajetórias das tensões principais para $a \leq l_{arco}/4$ – [SILVA]¹¹.

Para este caso, o [CEB-90]¹⁶ exige a disposição de uma armadura horizontal, (Figura 1.19).

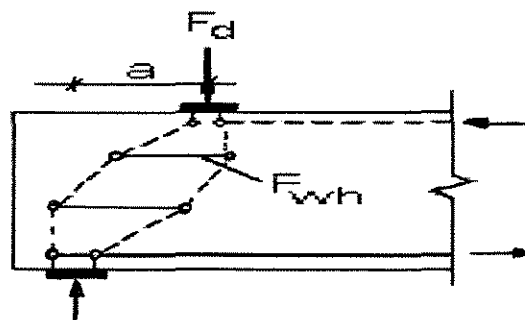


Figura 1.19 – Armadura horizontal para $a \leq l_{arco}/4$ – [CEB - 90]¹⁶.

Esta armadura deve absorver uma força de tração F_{wh} que pode ser obtida pela seguinte expressão simplificada:

$$F_{wh} = 0,25 \cdot [1 - (2 \cdot a / l_{arco})] \cdot F_d \quad (1.25)$$

Para o caso da Figura 1.19, [LEONHARDT et al.]¹⁷ sugerem o uso de grampos horizontais no detalhamento das armaduras, (Figura 1.20).

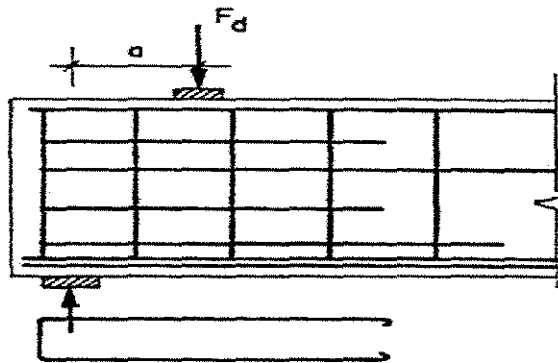


Figura 1.20 – Uso de grampos horizontais no detalhamento para $a \leq l_{arco} / 4$ – [SILVA]¹¹.

1.3.2 - Efeito de leque

Como mencionado anteriormente, com o aumento do vão de cisalhamento, começa a surgir um novo efeito denominado efeito de leque.

O efeito de leque consiste na transmissão das cargas aos estribos através de campos de tensão de compressão. Essa transmissão é feita pelas bielas até o apoio através de um campo de compressão cuja a forma se assemelha a de leque, (Figura 1.21).

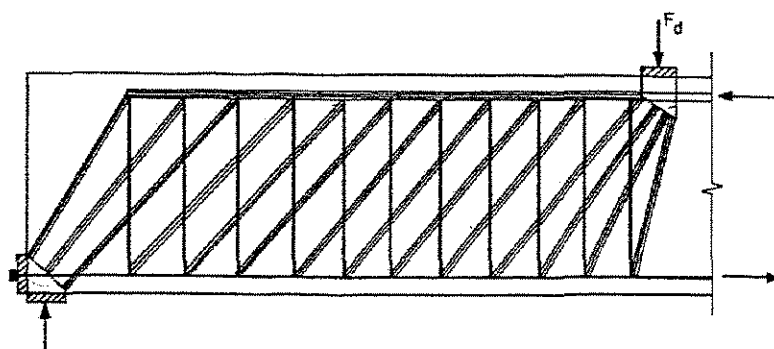


Figura 1.21 – Efeito de leque – [SILVA]¹¹.

Os modelos de arco e leque, podem ocorrer simultaneamente nas regiões próximas dos apoios. Neste caso, a parcela da carga que não é absorvida pelo efeito de arco será transmitida pelo efeito de leque, (Figura 1.22).

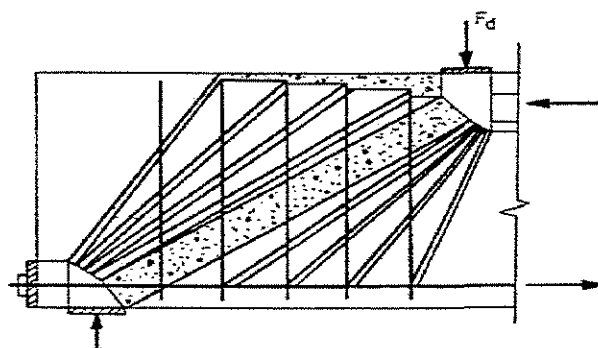


Figura 1.22 – Efeito de arco e de leque – [SILVA]¹¹.

1.3.2.1 – [CEB-90]¹⁶

Para o caso de força concentrada aplicada a uma distância “a” situada no intervalo $l_{arco}/2 \leq a \leq l_{arco}$, apenas uma parcela F_2 da carga F_d será transmitida pelo efeito de arco. A outra parcela $F_d - F_2$ deverá ser suspensa pelo tirante vertical da treliça, (Figura 1.23).

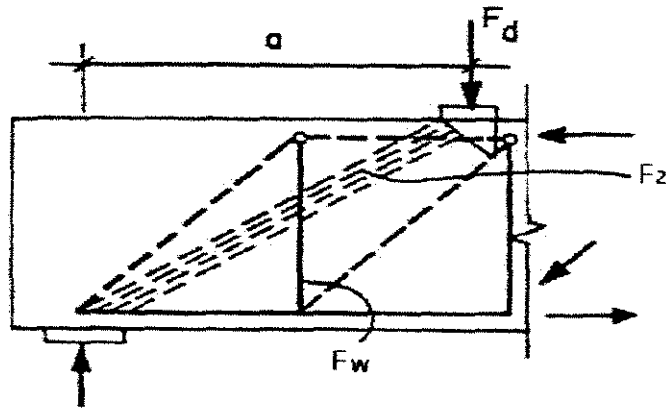


Figura 1.23 – Efeito de arco para $l_{arco}/2 \leq a \leq l_{arco}$ – [SILVA]¹¹.

O [CEB-90]¹⁶ propõe que a força a ser suspensa seja calculada pela seguinte expressão:

$$F_w = [2 \cdot (a/l_{arco}) - 1] \cdot F_d \quad e \quad (1.26)$$

$$F_2 = F_d - F_w \quad (1.27)$$

1.3.2.2 – [REINECK]⁸

Quando uma carga concentrada F_d atua a uma distância $a < 2d$ contada do apoio, [REINECK]⁸, propõe que a parcela da carga F_2 possa ser transferida ao apoio diretamente por uma biela inclinada, como se observa na Figura 1.24. A outra parcela da carga, F_w , é transferida através da alma da viga por um campo de compressão em forma de leque e deve ser pendurada até a zona de compressão pelos estribos.

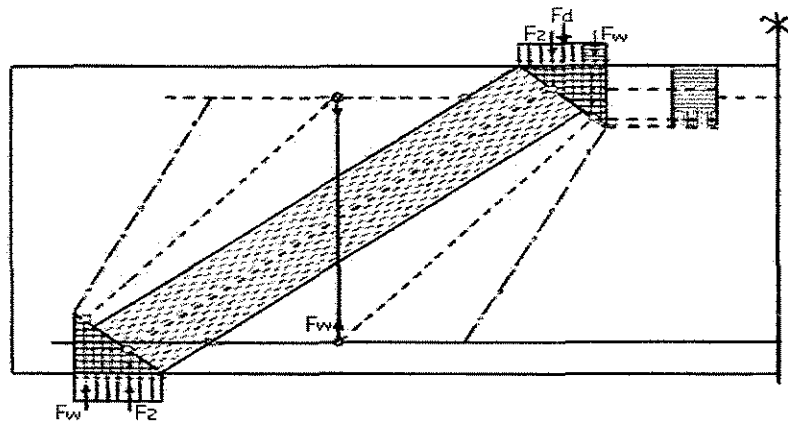


Figura 1.24 – Transmissão de esforços no interior da viga – [REINECK]⁸.

Contudo, um comprimento a_{lim} deve ser estabelecido para que o modelo da Figura 1.24 permaneça válido. Este comprimento a_{lim} não assume um valor fixo, dependendo fundamentalmente do ângulo θ de inclinação das bielas.

De acordo com a Figura 1.25, o valor deste comprimento a_{lim} pode ser expresso da seguinte forma:

$$a_{lim} = [0,5 \cdot (a_1 + a_2) + h \cdot \cot g \theta] \quad (1.28)$$

onde: a_1 = comprimento do apoio da viga;

a_2 = comprimento de distribuição da carga aplicada;

h = altura da viga;

θ = ângulo de inclinação das bielas;

a_{lim} = distância limite entre o ponto de aplicação da carga e o apoio.

Para um caso extremo de carga muito próxima ao apoio, [REINECK]⁸ propõe um ângulo de biela $\theta = 45^\circ$ para a ocorrência dos efeitos de arco e leque simultaneamente.

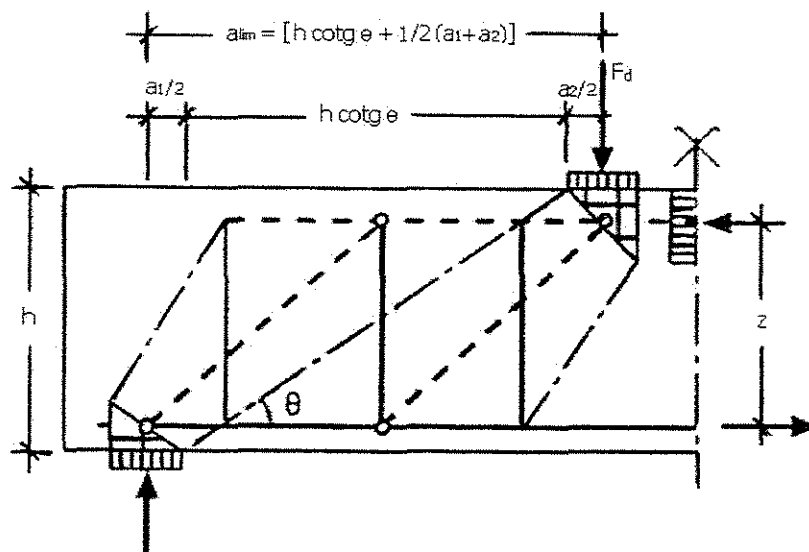


Figura 1.26 – a_{lim} para os efeitos de arco e leque – [REINECK]⁸.

Então, os dois efeitos ocorreriam simultaneamente quando a carga concentrada estivesse aplicada entre:

$$1,22 d \leq a_{lim} \leq 2,06 d$$

Uma proposta para a determinação da parcela F_w da carga F_d , que deve ser suspensa pelos estribos é dada pela seguinte relação:

$$F_w / F_d = 0,5 \cdot [(3 \cdot a / a_{lim}) - 1] \quad (1.29)$$

que foi obtida empiricamente através de ensaios realizados em vigas sem estribos. Para distâncias $a < a_{lim} / 3$, a componente F_w é zero e não é necessária uma armadura transversal neste trecho.

Para cargas muito próximas do apoio, a compressão na biela pode causar fendilhamento da alma, sendo necessário para este caso, um modelo de bielas e tirantes igual ao apresentado na Figura 1.19.

1.3.3 - Modelos Bielas e Tirantes atuais propostos pelo CEB-90

No [CEB-90]¹⁸ e pouco depois na versão final, [CEB-90]¹⁹, com pequenas modificações, foram apresentados os modelos de bielas e tirantes para o caso de cargas concentradas atuando a uma distância $a < z \cdot \cotg \theta$ do eixo do apoio. No modelo da Figura 1.27 (a), em que $z/2 < a < z \cdot \cotg \theta$, estribos verticais devem assegurar a transferência da força aplicada.

Para o caso em que $a < z/2$ (Figura 1.27 (b)) surgem tensões de tração horizontais.

Para a obtenção das forças nos tirantes, pode-se utilizar as seguintes expressões aproximadas:

$$F_w = \{[(2 \cdot a / z) - 1] / [3 - (N_{sd} / F_d)]\} \cdot F_d \quad \{ > 0 \quad e < F_d \} \quad (1.30)$$

$$F_{wh} = \{[(2 \cdot z / a) - 1] / [3 + (F_d / R_c)]\} \cdot R_c \quad \{ > 0 \quad e < R_c \} \quad (1.31)$$

onde N_{sd} é a força axial de tração que eventualmente possa estar presente.

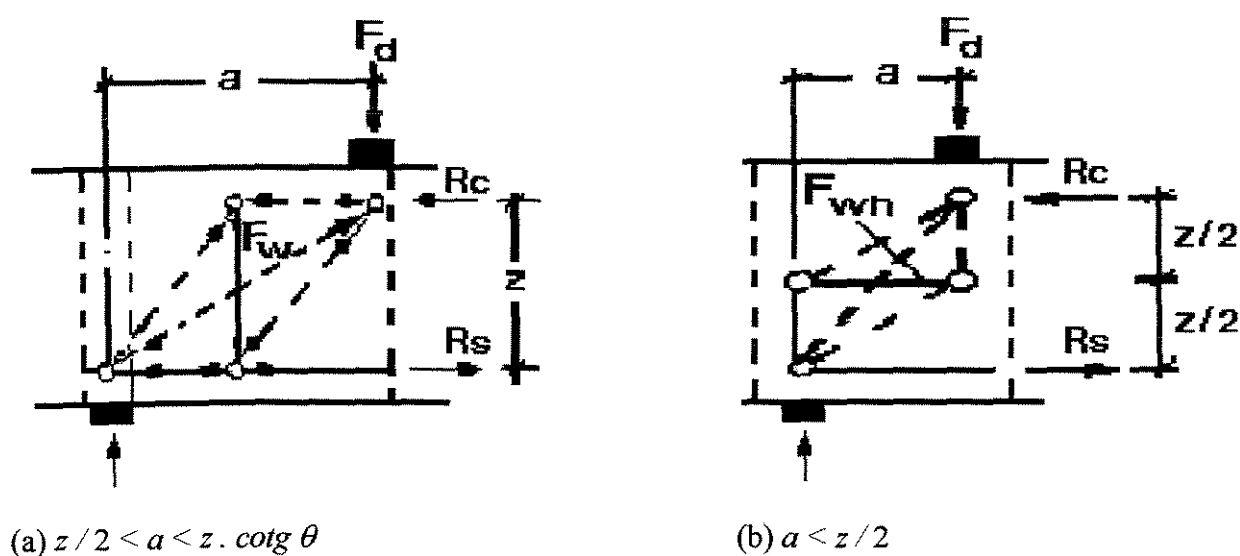


Figura 1.27 – Modelos propostos – [CEB-90]¹⁹.

1.3.4 - Tratamento da NBR 6118 para carga concentrada próxima do apoio

Segundo a [NBR 6118]²⁰, o tratamento para as cargas concentradas próximas dos apoios é feito da seguinte maneira:

“ A força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância $a \leq 2h$ do centro do apoio poderá, nesse trecho de comprimento a , ser reduzida multiplicando-se por $a/2h$ ”.

Cabe frisar que para verificação do concreto (esmagamento da biela comprimida), nenhuma redução pode ser feita no valor do esforço cortante, já que nada mudou com relação à formação das bielas.

CAPÍTULO 2 – INVESTIGAÇÕES EXPERIMENTAIS EM VIGAS DE CONCRETO SOB CARGAS CONCENTRADAS PRÓXIMAS DOS APOIOS

Neste capítulo, serão abordados os resultados de alguns ensaios realizados por pesquisadores com vigas de concreto usual e de alta resistência que recebem carga concentrada próxima do apoio, bem como as principais conclusões que foram constatadas.

2.1 – [CLARK]²¹

Em 1951, [CLARK]²¹ ensaiou 62 vigas de concreto sendo 50 com estribos e 12 sem armadura de alma.

A finalidade dos ensaios foi verificar a carga última das vigas de concreto com relações a/h variando de 1,0 a 2,0 e f_c variando de 13,8 a 47,6 MPa.

2.1.1 – Programa experimental

Foram ensaiadas 62 vigas com seção retangular, bi-apoiadas e submetidas a duas cargas concentradas iguais e eqüidistantes dos apoios, sendo que 50 eram armadas com estribos e 12 não possuíam armadura para cisalhamento.

Nesses ensaios, as vigas possuíam relação a/h entre 1,0 e 2,0 e duas seções transversais diferentes, como pode ser observado na Figura 2.1.

A resistência do concreto à compressão variou de 13,8 a 47,6 MPa.

Nas vigas com armadura de alma, os estribos possuíam 10 mm de diâmetro e como barras longitudinais de flexão, foram utilizadas barras de 22 mm, 30 mm e 32 mm de diâmetro.

Como porta estribos, foram utilizadas duas barras de 10 mm.

Um resumo das armaduras das vigas pode ser observado na Tabela 2.1 que além das características das armaduras apresenta também as resistências dos concretos utilizados, a relação a/h e a tensão de cisalhamento última determinada para cada viga.

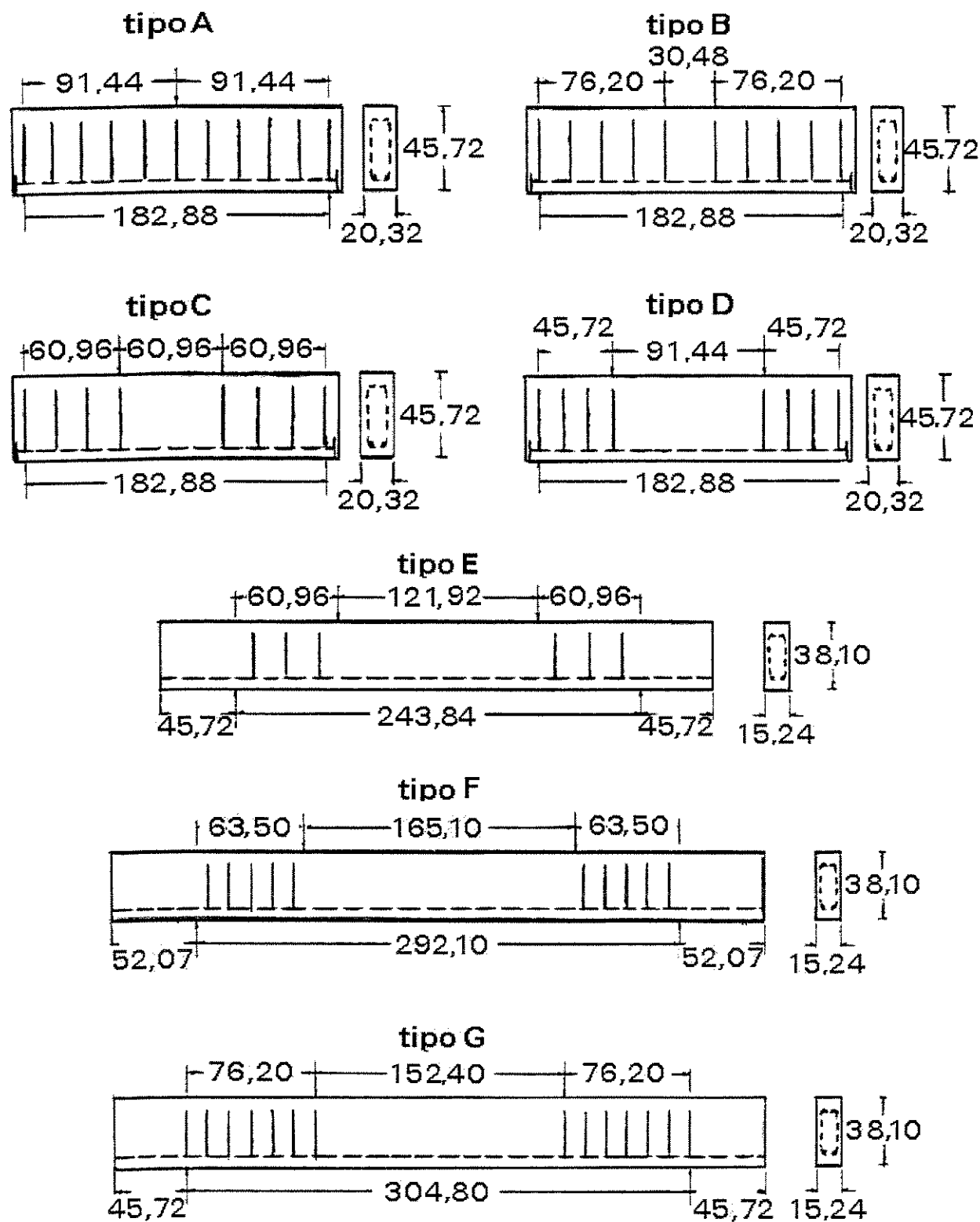


Figura 2.1 – Detalhes das vigas e posições de aplicação das cargas – [CLARK]²¹.

Tabela 2.1 – Características das armaduras e resultados obtidos – [CLARK]²¹ – continua

Tipo da Viga	f_c (MPa)	Armadura longitudinal		Armadura transversal		a/h	Tensão de cisalhamento última (MPa)	Tipo de Ruptura
		Diâmetro (mm)	ρ_l (%)	s (cm)	ρ_w (%)			
A	24,7	3 Ø 32,3	0,0310	18,3	0,0038	2,0	3,37	Força cortante-tração
A	23,7	3 Ø 32,3	0,0310	18,3	0,0038	2,0	3,18	Força cortante-tração
A	23,4	3 Ø 32,3	0,0310	18,3	0,0038	2,0	3,39	Força cortante-tração
A	24,8	3 Ø 32,3	0,0310	18,3	0,0038	2,0	3,71	Força cortante-tração
B	23,4	3 Ø 32,3	0,0310	19,1	0,0037	1,67	4,24	Força cortante-tração
B	25,4	3 Ø 32,3	0,0310	19,1	0,0037	1,67	3,89	Força cortante-tração
B	23,7	3 Ø 32,3	0,0310	19,1	0,0037	1,67	4,33	Força cortante-tração
B	23,3	3 Ø 32,3	0,0310	19,1	0,0037	1,67	4,08	Força cortante-tração
B	24,6	3 Ø 32,3	0,0310	19,1	0,0037	1,67	3,66	Força cortante-tração
B	23,2	3 Ø 32,3	0,0310	9,5	0,0073	1,67	4,59	Força cortante-tração
B	26,3	3 Ø 32,3	0,0310	9,5	0,0073	1,67	4,86	Força cortante-tração
B	24,9	3 Ø 32,3	0,0310	9,5	0,0073	1,67	5,10	Força cortante-tração
B	42,1	3 Ø 32,3	0,0310	19,1	0,0037	1,67	5,56	Força cortante-tração
C	25,7	2 Ø 32,3	0,0207	20,3	0,0034	1,33	4,10	Força cortante-tração
C	26,3	2 Ø 32,3	0,0207	20,3	0,0034	1,33	4,58	Força cortante-tração
C	24,0	2 Ø 32,3	0,0207	20,3	0,0034	1,33	3,64	Força cortante-tração
C	29,0	2 Ø 32,3	0,0207	20,3	0,0034	1,33	4,18	Força cortante-tração
C	23,7	2 Ø 32,3	0,0207	10,2	0,0069	1,33	4,30	Força cortante-tração
C	25,0	2 Ø 32,3	0,0207	10,2	0,0069	1,33	4,44	Força cortante-tração
C	24,1	2 Ø 32,3	0,0207	10,2	0,0069	1,33	4,79	Força cortante-tração
C	27,0	2 Ø 32,3	0,0207	10,2	0,0069	1,33	4,23	Força cortante-tração
C	14,1	2 Ø 32,3	0,0207	20,3	0,0034	1,33	3,43	Força cortante-tração
C	13,8	2 Ø 32,3	0,0207	20,3	0,0034	1,33	3,08	Força cortante-tração

Tabela 2.1 – Características das armaduras e resultados obtidos – [CLARK]²¹ – continuação

C	13,9	2 Ø 32,3	0,0207	20,3	0,0034	1,33	2,88	Força cortante-tração
C	23,1	3 Ø 32,3	0,0310	20,3	0,0034	1,33	4,70	Força cortante-tração
C	45,2	3 Ø 32,3	0,0310	20,3	0,0034	1,33	6,19	Força cortante-tração
C	44,7	3 Ø 32,3	0,0310	20,3	0,0034	1,33	6,35	Força cortante-tração
C	47,6	3 Ø 32,3	0,0310	20,3	0,0034	1,33	6,23	Força cortante-tração
D	26,2	2 Ø 28,8	0,0163	15,2	0,0046	1,00	4,37	Força cortante-tração
D	26,2	2 Ø 28,8	0,0163	15,2	0,0046	1,00	5,18	Força cortante-tração
D	24,6	2 Ø 28,8	0,0163	15,2	0,0046	1,00	3,74	Força cortante-tração
D	24,0	2 Ø 28,8	0,0163	11,4	0,0061	1,00	4,23	Força cortante-tração
D	25,9	2 Ø 28,8	0,0163	11,4	0,0061	1,00	4,53	Força cortante-tração
D	24,8	2 Ø 28,8	0,0163	11,4	0,0061	1,00	4,85	Força cortante-tração
D	24,5	2 Ø 28,8	0,0163	11,4	0,0061	1,00	4,88	Força cortante-tração
D	28,2	3 Ø 28,8	0,0244	7,6	0,0092	1,00	5,84	Força cortante-tração
D	23,1	2 Ø 28,8	0,0163	5,7	0,0122	1,00	4,57	Força cortante-tração
E	27,7	2 Ø 32,3	0,0342	20,3	0,0046	1,60	4,38	Força cortante-tração
E	28,0	2 Ø 32,3	0,0342	20,3	0,0046	1,60	4,49	Força cortante-tração
E	27,8	2 Ø 32,3	0,0342	20,3	0,0046	1,60	4,66	Força cortante-tração
F	30,2	2 Ø 32,3	0,0342	12,7	0,0073	1,67	5,53	Força cortante-tração
G	29,5	2 Ø 32,3	0,0342	15,2	0,0061	2,0	4,20	Força cortante-tração
G	28,4	2 Ø 32,3	0,0342	15,2	0,0061	2,0	3,94	Força cortante-tração
G	26,1	2 Ø 32,3	0,0342	15,2	0,0061	2,0	4,24	Força cortante-tração
G	27,4	2 Ø 32,3	0,0342	19,1	0,0049	2,0	4,23	Força cortante-tração
G	25,7	2 Ø 32,3	0,0342	19,1	0,0049	2,0	3,97	Força cortante-tração
G	22,1	2 Ø 32,3	0,0342	19,1	0,0049	2,0	4,21	Força cortante-tração
G	27,7	2 Ø 32,3	0,0342	25,4	0,0037	2,0	3,67	Força cortante-tração
G	29,0	2 Ø 32,3	0,0342	25,4	0,0037	2,0	3,93	Força cortante-tração
G	27,1	2 Ø 32,3	0,0342	25,4	0,0037	2,0	3,95	Força cortante-tração
A	21,5	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	2,0	1,27	Força cortante-tração
A	26,0	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	2,0	1,52	Força cortante-tração

Tabela 2.1 – Características das armaduras e resultados obtidos – [CLARK]²¹ – final.

A	23,7	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	2,0	1,69	Força cortante-tração
B	23,6	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	1,67	1,72	Força cortante-tração
B	23,9	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	1,67	1,34	Força cortante-tração
B	23,5	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	1,67	1,82	Força cortante-tração
C	24,7	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	1,33	2,47	Força cortante-tração
C	23,5	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	1,33	2,52	Força cortante-tração
C	23,6	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	1,33	2,37	Força cortante-tração
D	25,9	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	1,00	3,13	Força cortante-tração
D	26,2	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	1,00	3,68	Força cortante-tração
D	26,0	2 Ø 22,2	0,0098	-	-	1,00	3,15	Força cortante-tração

2.1.2 – Resultados dos ensaios

Todas as vigas romperam por força cortante-tração, sendo que as vigas sem estribos romperam subitamente pela abertura de uma fissura crítica. Nas vigas com estribos, as primeiras fissuras de flexão apareceram quando a carga aplicada foi aproximadamente 20 % da carga de ruptura. Para as vigas sem estribos, as fissuras iniciais tanto no vão de flexão quanto no vão de cisalhamento apareceram para cargas menores em comparação com as vigas com estribos.

2.1.3 – Principais conclusões relatadas por [CLARK]²¹

Em todos os casos as vigas romperam por força cortante-tração.

Os resultados dos ensaios mostraram que a tensão de cisalhamento última aumentou com o aumento da resistência do concreto à compressão.

Para a mesma taxa de armadura longitudinal ρ_l , a tensão de cisalhamento última aumentou com a diminuição da relação a/h .

2.2 – [PARK et al.]²²

Em 1995, [PARK et al.]²² ensaiaram 16 vigas de concreto com f_c variando de 31,7 a 93,1 MPa. A finalidade dos ensaios, foi verificar os efeitos que as cargas concentradas próximas dos apoios produziam nas armaduras de alma (estribos) dessas vigas e também verificar a carga última.

Nessa série de ensaios, a relação a/d foi considerada entre 0,6 e 3,7.

2.2.1 - Programa experimental

Nesses ensaios, 16 vigas com seção transversal retangular com 102 mm x 204 mm de lado e $d = 178$ mm, foram submetidas a duas cargas concentradas iguais, equidistantes dos apoios e espaçadas de 457 mm.

A relação a/d variou entre 0,6 e 3,7 e duas composições de concreto foram utilizadas, sendo uma com resistência à compressão entre 31,7 e 49,0 MPa e outra com resistência à compressão entre 75,9 e 93,1 MPa.

Os estribos tinham 6,35 mm de diâmetro. Como barras longitudinais de flexão e porta estribos, foram usadas duas barras de 12,7 mm de diâmetro.

Os estribos foram instrumentados com extensômetros elétricos, sendo denominados T_1 o estribo localizado abaixo da carga concentrada e T_5 o estribo próximo do apoio, como pode ser observado na Figura 2.2.

Durante a execução das vigas, corpos-de-prova cilíndricos foram moldados para a obtenção da resistência do concreto à compressão. Os resultados estão apresentados na Tabela 2.2.

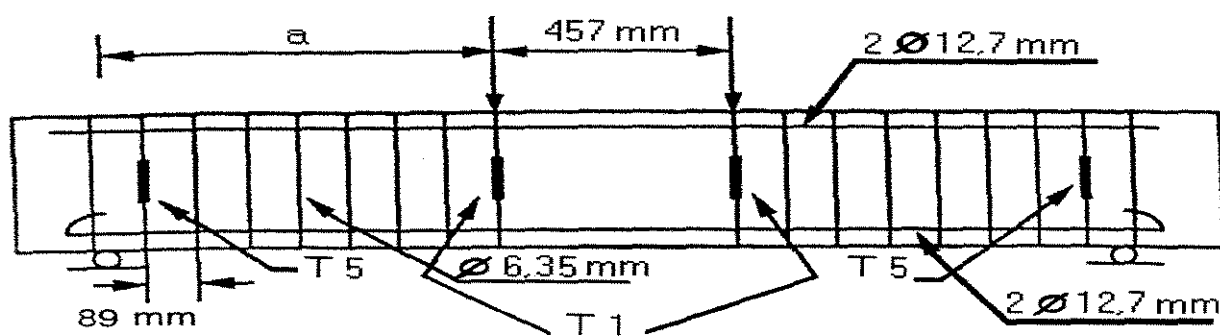


Figura 2.2 – Detalhes das vigas e posições dos extensômetros – [PARK et al.]²².

Tabela 2.2 – Resultados dos ensaios – [PARK et al.]²².

Viga	l (cm)	a/d	Resistência do concreto à compressão (MPa)	V_u (kN)
A1	67,0	0,6	33,8	71,53
A2	67,0	0,6	33,8	72,44
A3	106,0	1,7	46,9	69,36
A4	106,0	1,7	49,0	78,25
A5	120,5	2,1	33,8	53,74
A6	120,5	2,1	31,7	55,92
A7	177,5	3,7	42,8	31,23
A8	177,5	3,7	42,8	32,14
A1H	67,0	0,6	82,8	125,28
A2H	67,0	0,6	93,1	138,71
A3H	106,0	1,7	75,9	89,87
A4H	106,0	1,7	81,4	98,41
A5H	120,5	2,1	75,9	71,53
A6H	120,5	2,1	84,8	71,53
A7H	177,5	3,7	76,6	37,95
A8H	177,5	3,7	79,3	35,77

2.2.2 - Resultados e conclusões

Os resultados das deformações dos estribos podem ser usados como indicadores do seu grau de contribuição conforme eles estiveram posicionados.

Da análise da deformação dos estribos em função da variação da relação a/d , os resultados foram os seguintes:

Para a relação $a/d = 0,6$ não pôde ser feita uma análise consistente sobre a armadura de alma, pois devido ao pequeno vão de cisalhamento, a fissura inclinada não chegou a interceptar um estribo, sendo predominante o efeito de arco.

Para as vigas com $a/d = 1,7$, as deformações nos estribos em duas posições T_1 e T_5 mostraram que o estribo T_5 , localizado perto do apoio, sofreu uma deformação bem maior que o estribo T_1 , localizado abaixo da carga, tendo escoado e demonstrado por sua maior deformação que foi mais efetivo na suspensão da carga.

Para $a/d > 2,0$, os estribos T_1 e T_5 não chegaram ao escoamento, ou seja, eles foram menos solicitados em comparação com aqueles das vigas que possuíam $a/d = 1,7$.

Outra constatação importante foi que o estribo situado abaixo da carga concentrada passou a ser mais solicitado somente com a aproximação da carga última, quando a tendência das fissuras foi de se propagarem dentro da região de flexão pura interceptando aquele estribo.

Com relação à carga última, as vigas de concreto de alta resistência apresentaram resultados superiores aos encontrados para as vigas de concreto usual com a mesma relação a/d .

Para $a/d = 0,6$, as vigas de concreto de alta resistência apresentaram uma carga última cerca de 83 % maior que a das vigas de concreto usual, mas com o aumento da relação a/d , este valor foi diminuindo e chegou a 16 % para $a/d = 3,7$.

2.3 – [HAI TAN et al.]²³

Em 1997, [HAI TAN et al.]²³, ensaiaram 22 vigas de concreto submetidas a duas cargas concentradas iguais e eqüidistantes dos apoios. As vigas foram executadas com concreto cuja resistência à compressão foi superior a 50 MPa.

As vigas foram divididas em quatro grupos com taxas de armadura longitudinal ρ_l variando de 2,00 a 5,80 % e relação a/h entre 0,25 e 2,50.

Os ensaios tinham por finalidade determinar a influência que a taxa de armadura longitudinal exerce sobre a capacidade resistente das vigas e também relacionar os seus modos de ruptura com a relação a/h .

2.3.1 - Programa experimental

Para a realização dos ensaios, foram preparadas 22 vigas bi-apoiadas, com seção retangular com 500 mm de altura e 110 mm de largura. As vigas foram divididas em 4 grupos, sendo que as vigas do grupo 1 e 4 possuíam comprimento $l = 2050$ mm e as vigas do grupo 2 e 3, $l = 1550$ mm.

As taxas de armadura longitudinal foram: $\rho_l = 2,00$ %, 2,58 %, 4,08 % e 5,80 %.

As características das vigas estão apresentadas na Tabela 2.3.

Foram utilizadas barras com 20 mm e 10 mm de diâmetro. As de 20 mm como barras longitudinais de flexão e as de 10 mm como estribos. Estes estribos foram espaçados de 300 mm para todas as vigas, dando uma taxa de armadura transversal $\rho_w = 0,48$ %.

2.3.2 – Resultados dos ensaios

Os resultados dos ensaios mostraram que os benefícios de ρ_l na capacidade de carga das vigas são mais significativos para relações a/h pequenas, ou seja, $a/h < 1,50$. Para $a/h \geq 1,50$, o aumento da taxa de armadura longitudinal não favoreceu a capacidade resistente das vigas e particularmente para $\rho_l = 5,80 \%$, as vigas apresentaram os maiores valores de carga última.

Os resultados confirmaram também que os modos de ruptura das vigas foram governados pela relação a/h .

A Figura 2.3 apresenta os estágios finais de fissuração das vigas. Cada viga vem acompanhada por três números: o primeiro indica a que grupo a viga pertence, o segundo, a taxa de armadura longitudinal ρ_l e o terceiro, a relação a/h .

A última coluna da Tabela 2.3 apresenta os modos de ruptura das vigas. As vigas com relação $a/h = 0,25$ romperam por ruptura do apoio. Nas vigas com $0,25 < a/h \leq 1,0$, o modo de ruptura predominante foi o de força cortante-flexão, exceto para as vigas (2-2,58/1,00; 3-4,08/1,00 e 4-5,80/0,75). Já com $1,0 < a/h < 2,5$, o modo de ruptura foi o de força cortante-tração e finalmente para $a/h = 2,50$, o modo de ruptura foi o de ruptura da ancoragem.

Tabela 2.3 – Características das vigas – [HAI TAN et al.]²³.

Viga	f_c (MPa)	a/h	ρ_l (%)	$2 \times V_u$ (kN)	Tipo de ruptura
1-2,00/0,75	71,2	0,75	2,00	1090	Força cortante-flexão
1-2,00/1,00	71,2	1,00	2,00	1000	Força cortante-flexão
1-2,00/1,50	72,1	1,50	2,00	500	Força cortante-tração
1-2,00/2,50	74,1	2,50	2,00	390	Ruptura da ancoragem
2-2,58/0,25	69,9	0,25	2,58	1670	Ruptura do apoio
2-2,58/0,50	64,6	0,50	2,58	1480	Força cortante-flexão
2-2,58/0,75	64,6	0,75	2,58	1060	Força cortante-flexão
2-2,58/1,00	68,1	1,00	2,58	500	Força cortante-tração
2-2,58/1,50	68,1	1,50	2,58	300	Força cortante-tração
2-2,58/2,00	69,9	2,00	2,58	260	Força cortante-tração
2-2,58/2,50	54,7	2,50	2,58	310	Ruptura da ancoragem
3-4,08/0,25	69,9	0,25	4,08	1850	Ruptura do apoio
3-4,08/0,50	64,6	0,50	4,08	1440	Força cortante-flexão
3-4,08/0,75	64,6	0,75	4,08	1340	Força cortante-flexão
3-4,08/1,00	68,1	1,00	4,08	1040	Esmagamento da biela
3-4,08/1,50	68,1	1,50	4,08	300	Força cortante-tração
3-4,08/2,00	69,9	2,00	4,08	380	Força cortante-tração
3-4,08/2,50	54,8	2,50	4,08	270	Ruptura da ancoragem
4-5,80/0,75	71,2	0,75	5,80	1400	Esmagamento da biela
4-5,80/1,00	71,2	1,00	5,80	1060	Força cortante-flexão
4-5,80/1,50	72,1	1,50	5,80	780	Força cortante-tração
4-5,80/2,50	74,1	2,50	5,80	530	Ruptura da ancoragem

(a) Grupo 1

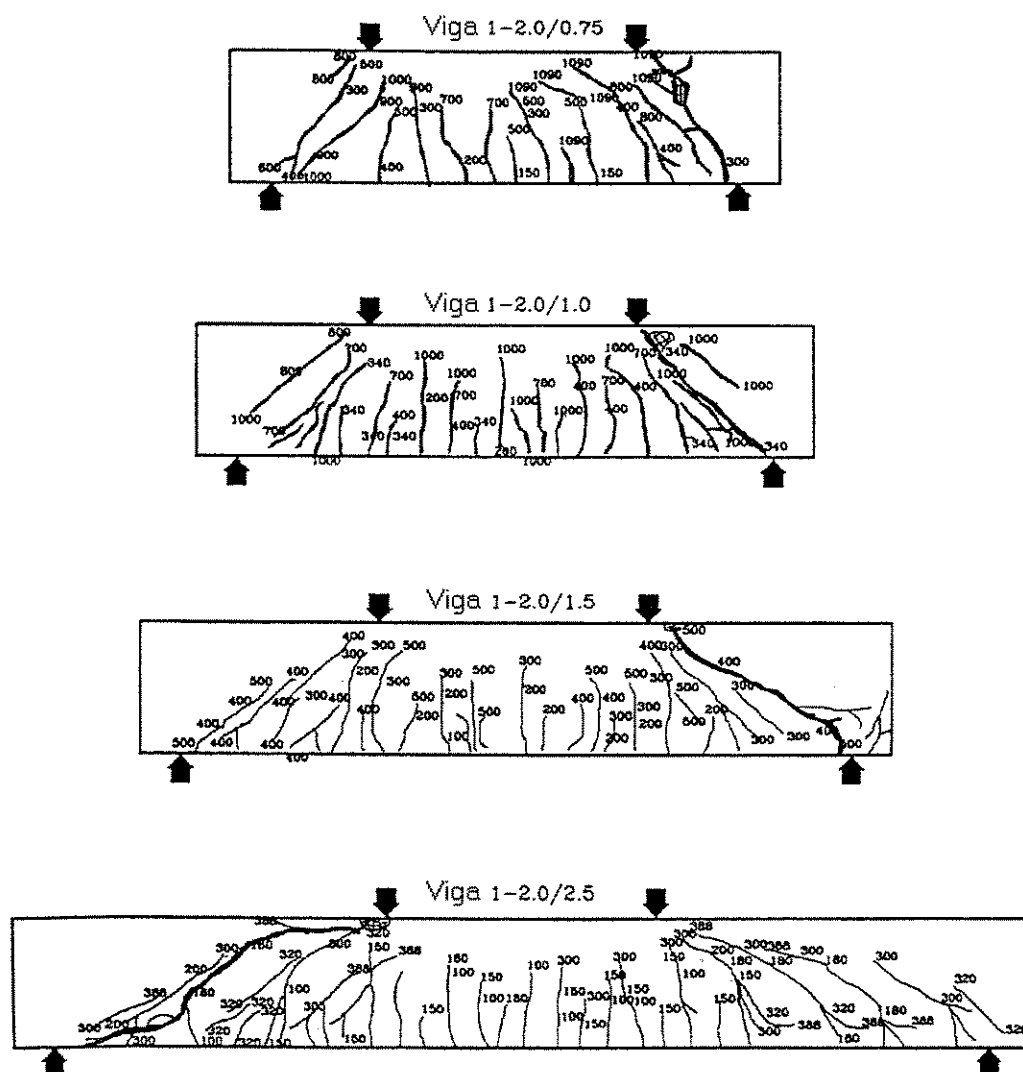


Figura 2.3 – Estágios finais de fissuração das vigas – [HAI TAN et al.]²³ – continua

(b) Grupo 2

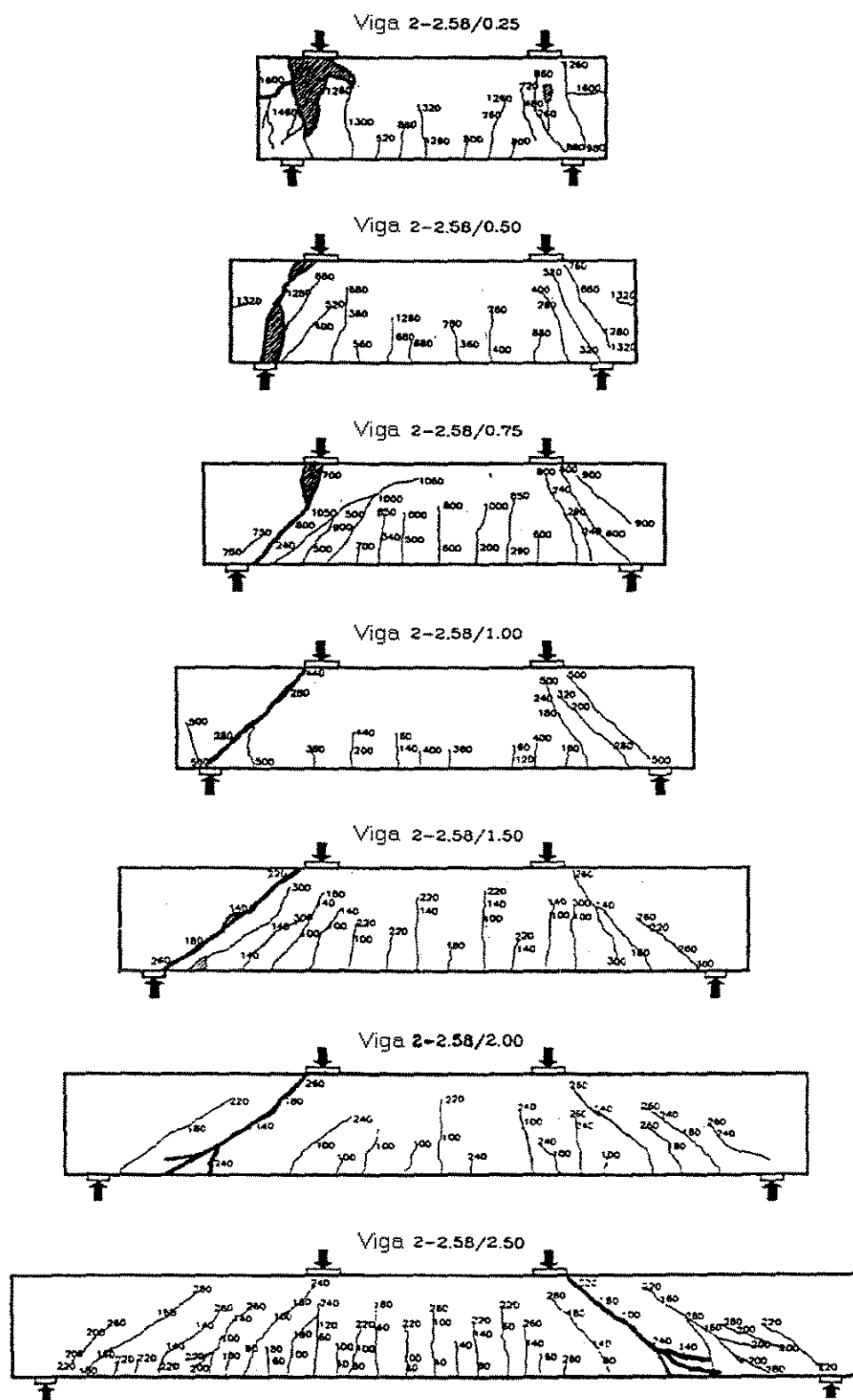


Figura 2.3 – Estágios finais de fissuração das vigas – [HAI TAN et al.]²³ – continuação

(c) Grupo 3

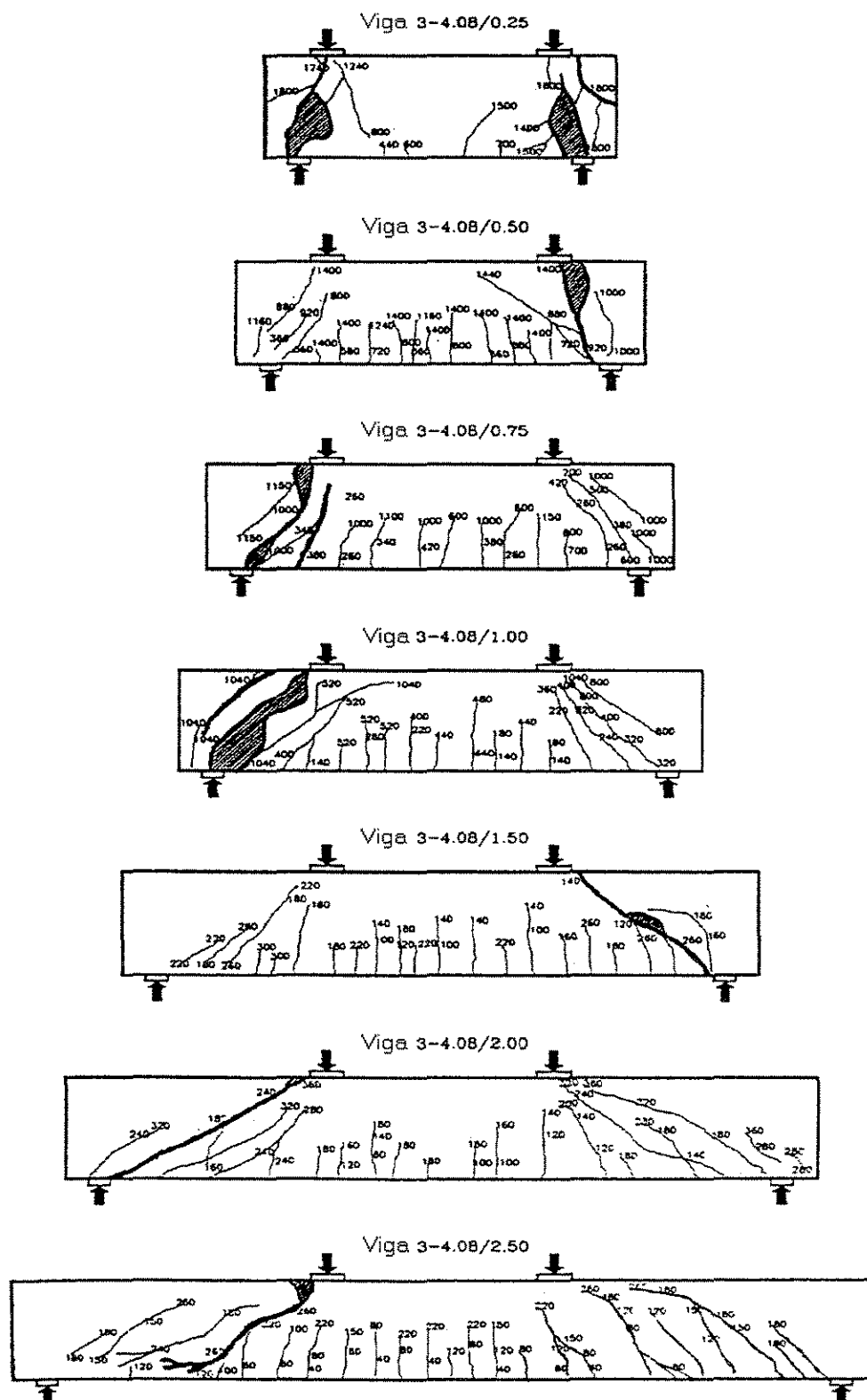


Figura 2.3 – Estágios finais de fissuração das vigas – [HAI TAN et al.]²³ – continuação

(d) Grupo 4

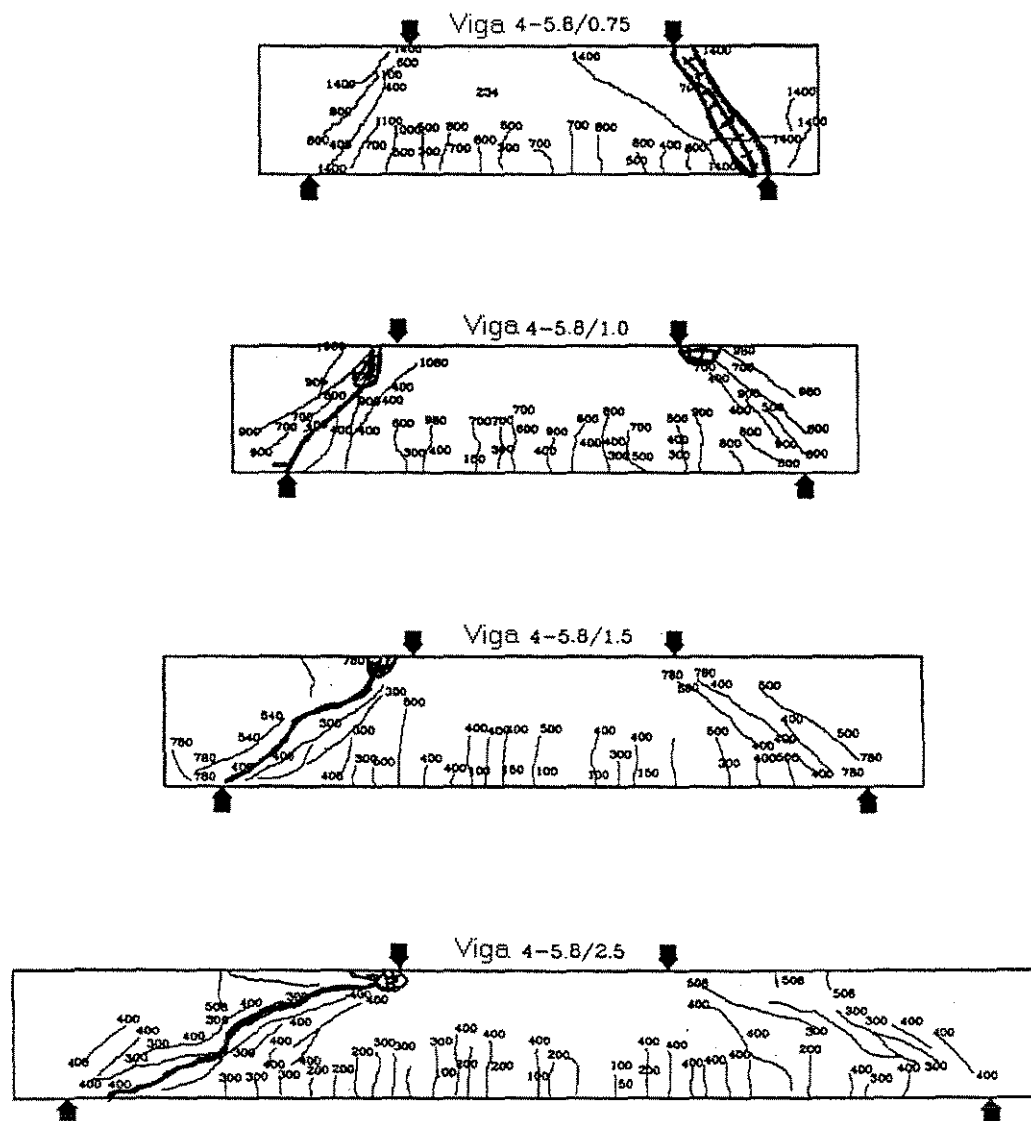


Figura 2.3 – Estágios finais de fissuração das vigas – [HAI TAN et al.]²³ – final.

2.3.3 - Principais conclusões relatadas por [HAI TAN et al.]²³

Para $a/h < 1,50$, com o acréscimo da taxa de armadura longitudinal, houve um acréscimo na carga última das vigas, não ocorrendo este benefício para $a/h \geq 1,50$.

Para $\rho_l = 5,80 \%$, independente de a/h , as vigas apresentaram os maiores valores de capacidade de carga.

O modo de ruptura das vigas foi determinado pela relação a/h :

De um modo geral, para $a/h = 0,25$, as vigas romperam por ruptura do apoio. Para $0,25 < a/h \leq 1,00$, as vigas romperam por força cortante-flexão, para $1,0 < a/h < 2,5$ por força cortante-tração e para $a/h = 2,50$, a ruptura se deu por ruptura da ancoragem.

CAPÍTULO 3 – PROGRAMA EXPERIMENTAL

Neste capítulo, serão apresentados os detalhes geométricos, arranjos de armaduras e características sobre os materiais utilizados na execução das vigas, a instrumentação das armaduras e do concreto e um esquema do pórtico utilizado nos ensaios.

3.1 - DETALHES DAS VIGAS

As quatro vigas ensaiadas tinham seção I e suas dimensões características podem ser observadas na Figura 3.1. A forma e as dimensões da seção transversal das vigas já vinham sendo utilizadas em outros trabalhos desenvolvidos na Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP.

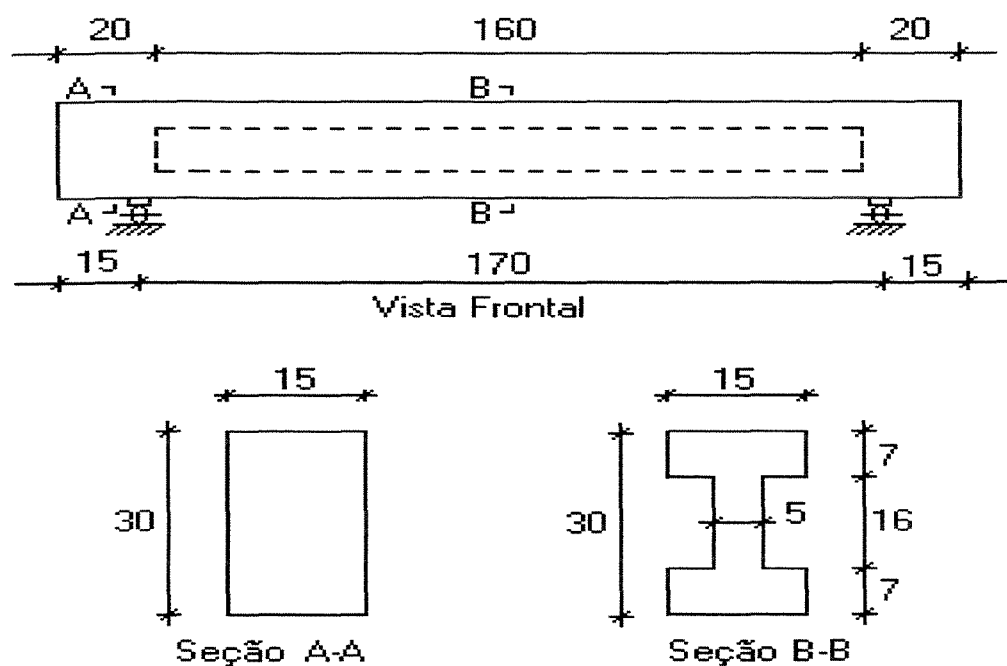


Figura 3.1 – Detalhes das vigas.

Cada viga foi submetida a duas cargas concentradas iguais e equidistantes dos apoios. A viga I-250, possuía uma relação $a/d = 2,50$, a viga I-196, $a/d = 1,96$ e as vigas I-143, $a/d = 1,43$. Nesta relação, “a” (vão de cisalhamento) refere-se à distância entre o ponto de aplicação da carga na viga e o apoio, e “d” corresponde à altura útil da viga.

Nestes ensaios, as quatro vigas possuíam as mesmas armaduras longitudinais de flexão, ou seja, três barras de aço com 12,5 mm de diâmetro, correspondendo a uma taxa de armadura longitudinal de 2,61 %.

Os detalhes das armaduras das vigas podem ser observados na Figura 3.2.

A ancoragem destas barras longitudinais se fez em um comprimento de 19 cm a partir da face interna do apoio, o que representa 15 diâmetros e para uma melhor ancoragem, uma barra de 12,5 mm de diâmetro e 13 cm de comprimento foi soldada transversalmente em cada extremidade destas armaduras.

(a) Viga I – 250

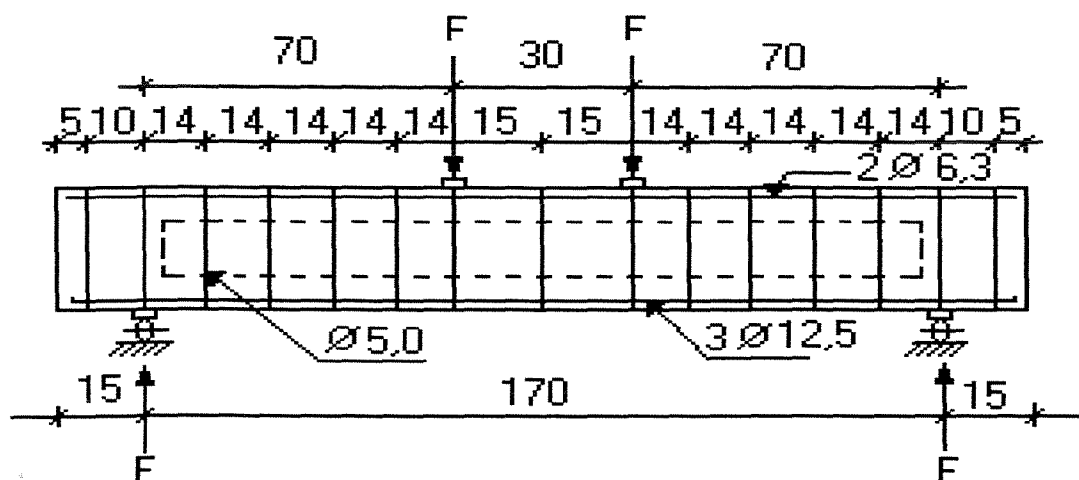
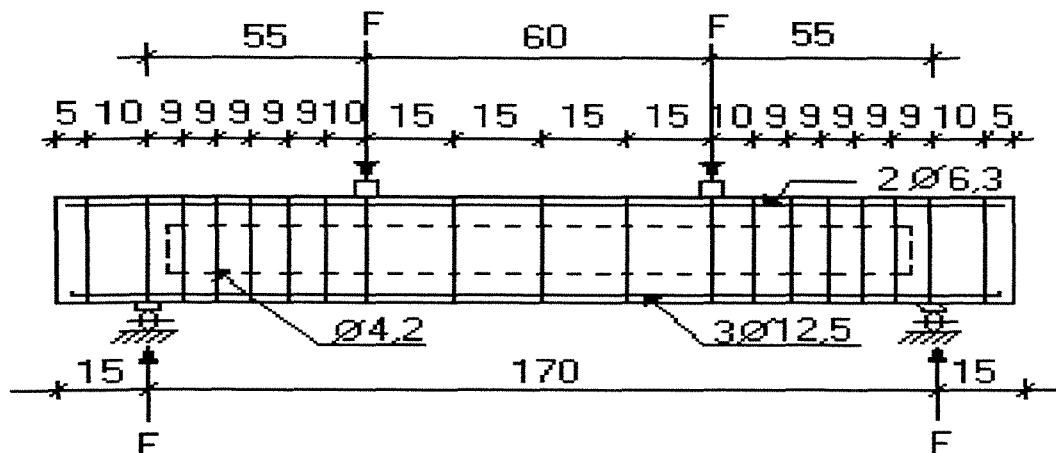
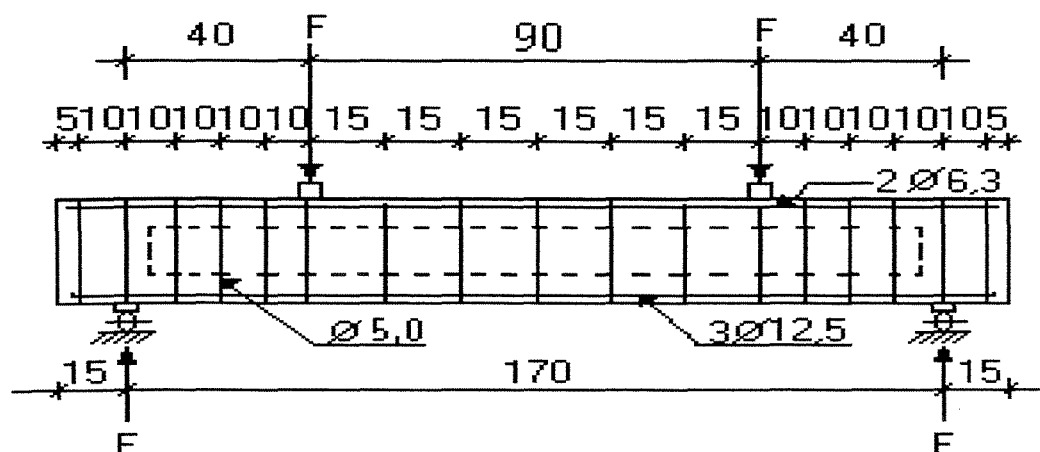


Figura 3.2 – Posições das armaduras das vigas – continua

(b) Viga I – 196



(c) Viga I – 143 A



(d) Viga I – 143 B

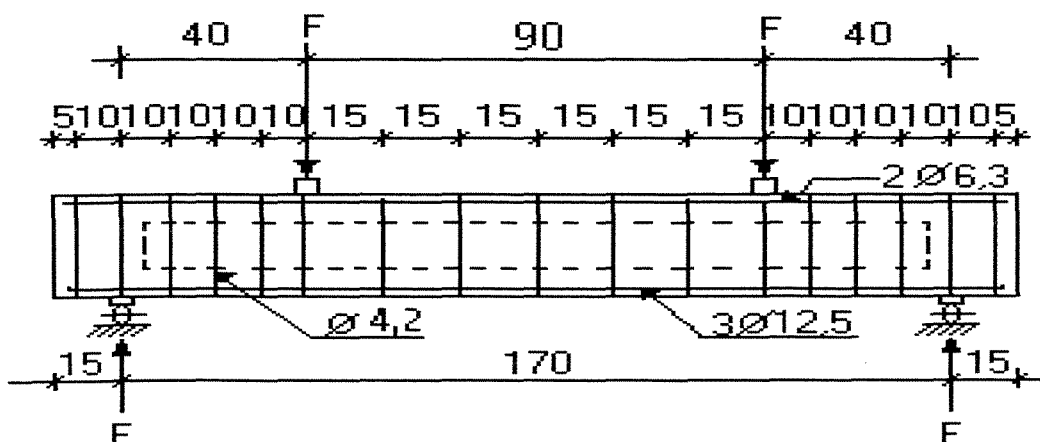


Figura 3.2 – Posições das armaduras das vigas – final.

As armaduras transversais eram formadas por estribos verticais de dois ramos e cada estribo era composto por duas partes que envolviam as barras longitudinais. Os estribos da viga I-250 tinham 5,0 mm de diâmetro e eram espaçados de 14,0 cm. Na viga I-196, o diâmetro utilizado foi o de 4,2 mm com 9,0 cm de espaçamento. Nas vigas I-143 A e B, os estribos utilizados foram de 5,0 e 4,2 mm respectivamente e foram espaçados de 10,0 cm. Como porta estribos, foram utilizadas duas barras longitudinais de 6,3 mm de diâmetro.

A Tabela 3.1 apresenta um resumo das características geométricas e mecânicas das armaduras.

Tabela 3.1 – Características das armaduras.

Vigas	a/d	Armadura Longitudinal					Armadura Transversal				
		$n - \phi$ mm	A_{sl} mm ²	f_{yl} MPa	ρ_l %	ω_l	ϕ mm	s mm	f_{yw} MPa	ρ_w %	ω_w
I - 250	2,50	3 ϕ 12,5	3,66	530	2,61	0,198	5,0	140	710	0,557	0,057
I - 196	1,96	3 ϕ 12,5	3,66	530	2,61	0,187	4,2	90	810	0,591	0,065
I - 143 A	1,43	3 ϕ 12,5	3,66	530	2,61	0,193	5,0	100	710	0,780	0,077
I - 143 B	1,43	3 ϕ 12,5	3,66	530	2,61	0,184	4,2	100	810	0,532	0,057

$$\rho_l = A_{sl} / (b_w \cdot d); \quad \omega_l = \rho_l \cdot f_{yl} / f_c; \quad \rho_w = A_{sw} / (b_w \cdot s); \quad \omega_w = \rho_w \cdot f_{yw} / f_c$$

As taxas de armadura transversal correspondem a 0,557%, 0,591%, 0,780%, 0,532% respectivamente para as vigas I – 250, I – 196, I – 143 A e I – 143 B.

Os detalhes dos estribos nas extremidades e na porção média das vigas podem ser observados nas Figuras 3.3 e 3.4. Essa disposição já vinha sendo utilizada por [FERNANDES]²⁴ em sua Tese de Doutorado e por [GOMIERO]² em sua Dissertação de Mestrado.

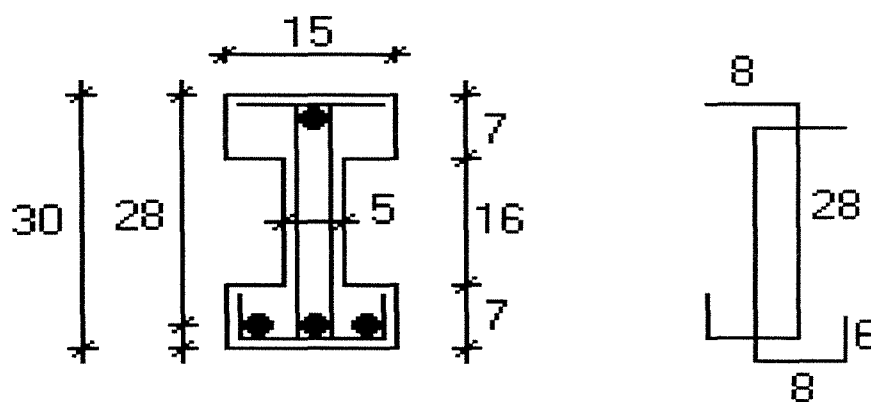


Figura 3.3 – Detalhes dos estribos na porção média das vigas.

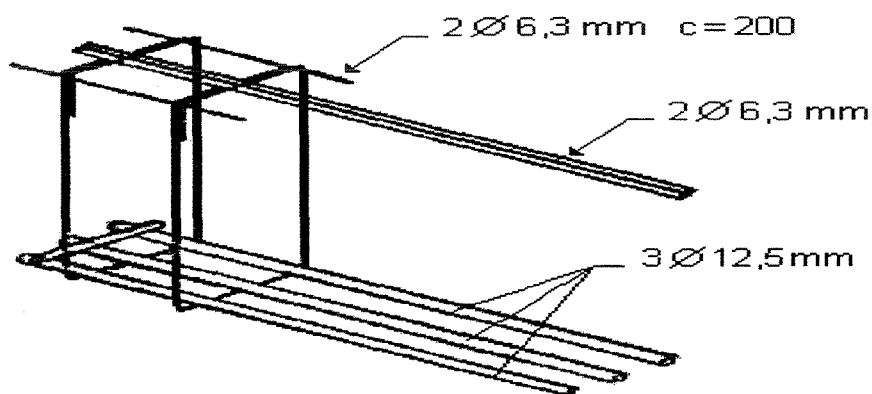


Figura 3.4 – Detalhes dos estribos nas extremidades das vigas – [GOMIERO]².

3.2 - MATERIAIS UTILIZADOS

O concreto utilizado possuía resistência média à compressão em torno de 70 MPa aos 28 dias.

Dados sobre os materiais utilizados podem ser observados na Tabela 3.2 e a resistência à compressão dos corpos-de-prova com 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura na Tabela 3.3.

Tabela 3.2 – Materiais utilizados.

Vigas I – 250, I – 196, I – 143 A e I – 143 B		
Materiais	Quantidades	Unidades
Cimento	64,0	kg
Sílica ativa	6,50	kg
Areia	78,0	kg
Pedra 01	108,0	kg
Pedrisco	12,0	kg
Água	19,7	l
Superplastificante	1,45	l

Tabela 3.3 – Resistência à compressão do concreto.

Viga	I - 250	I - 196	I – 143 A	I – 143 B
Resistência média aos 7 dias (MPa)	50,0	55,1	60,1	53,1
Resistência média aos 28 dias (MPa)	69,7	74,1	71,6	75,1
Resistência média na data do ensaio (MPa)	64,2	72,8	76,8	66,0

As características dos materiais empregados foram:

Cimento: CP II – E – 32 Barroso;

Sílica ativa: SILMIX – ND;

Areia: Passando na peneira 9,5 mm e com módulo de finura MF = 3,16 mm;

Agregado graúdo: Constituído por uma fração de brita 01 com dimensão máxima igual a 19,0 mm e módulo de finura MF = 6,43 mm e outra fração de pedrisco com dimensão máxima igual a 9,5 mm e módulo de finura MF = 5,56 mm;

Superplastificante: REAX 3000 A.

Nas Figuras 3.5 a 3.7 estão apresentados os resultados das análises granulométricas dos agregados.

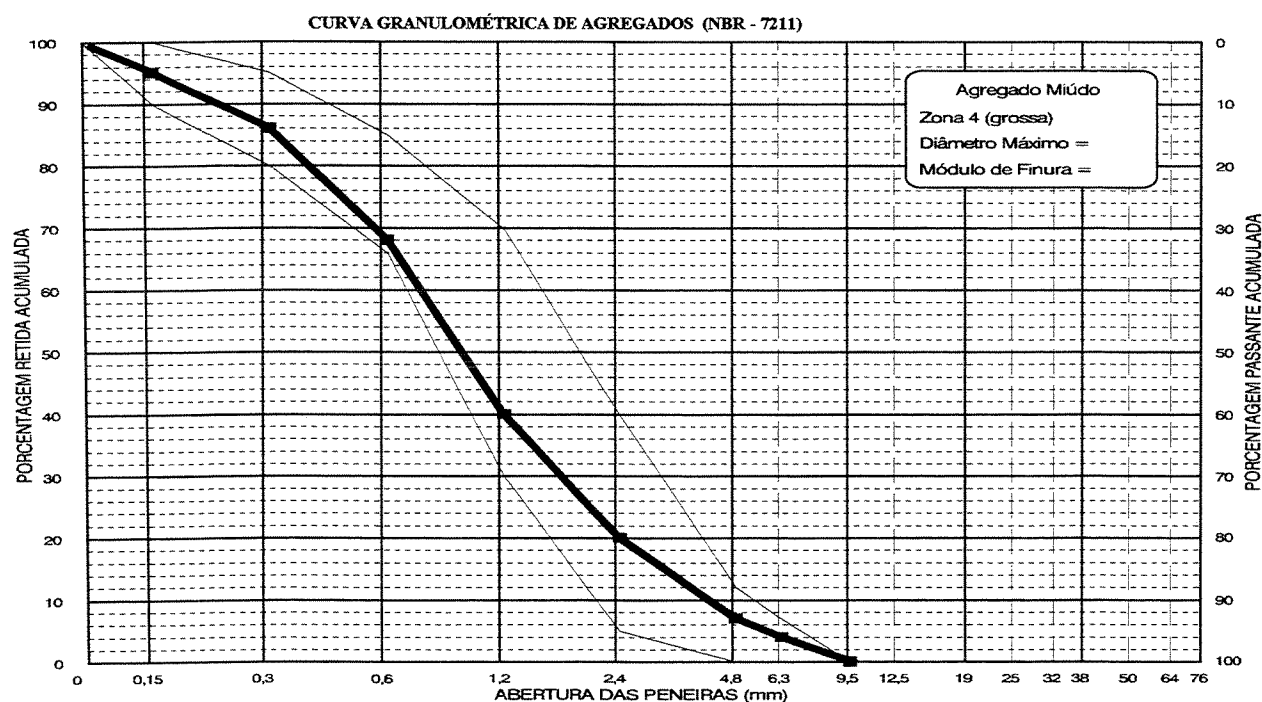


Figura 3.5 – Curva granulométrica da areia.

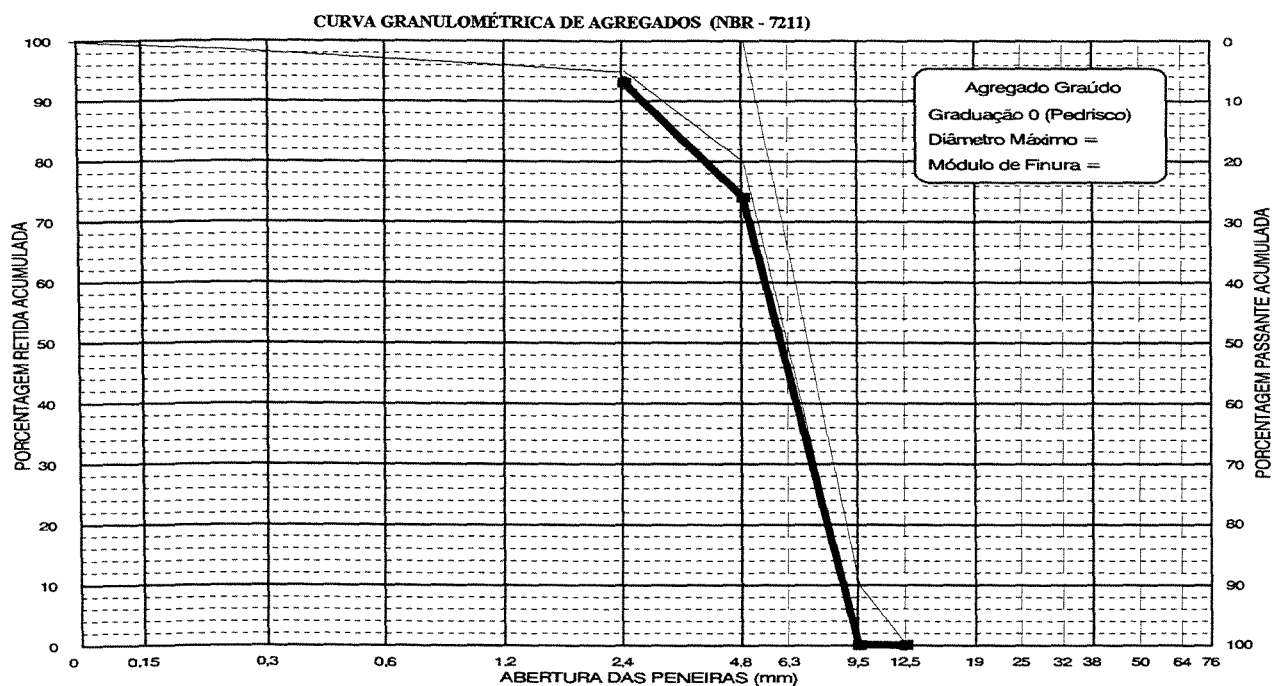


Figura 3.6 – Curva granulométrica do Pedrisco.

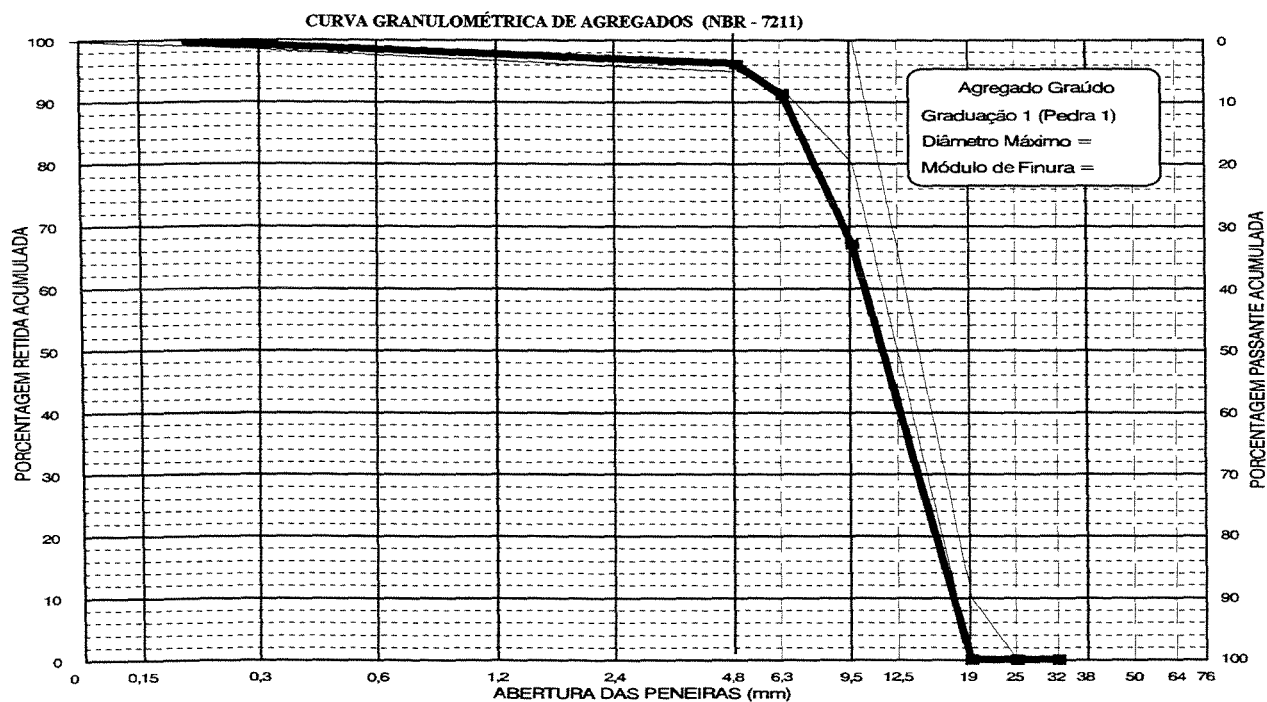


Figura 3.7 – Curva granulométrica da Pedra 1.

3.3 - AÇOS UTILIZADOS

As barras de aço utilizadas apresentaram os seguintes resultados nos ensaios a tração dos corpos-de-prova, como pode ser observado nas Figuras 3.8 a 3.10, que apresentam além dos diagramas tensão-deformação, as características mecânicas dos aços.

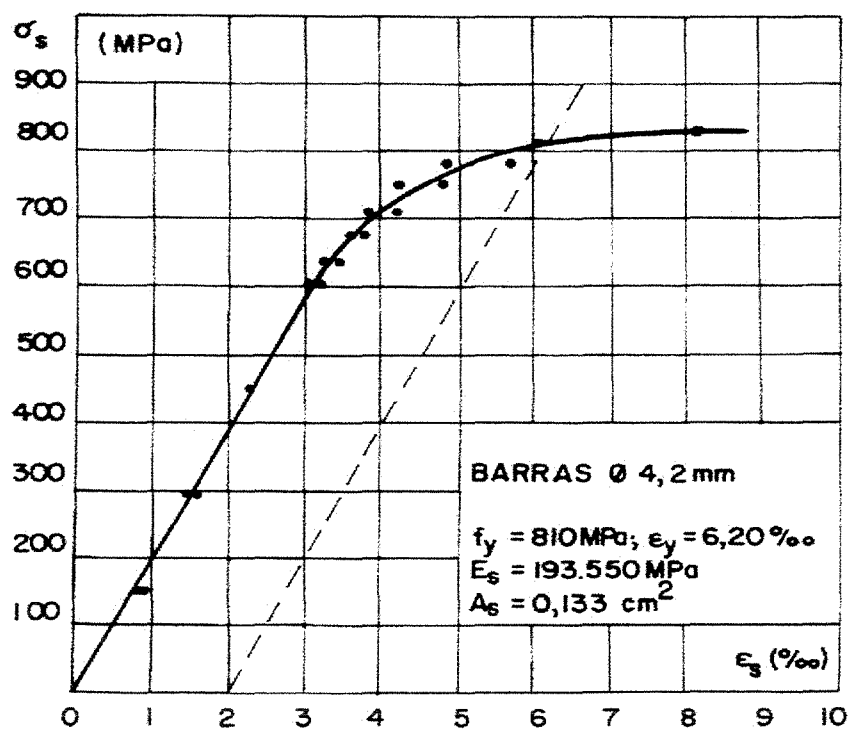


Figura 3.8 – Diagrama tensão-deformação das barras de diâmetro 4,2 mm.

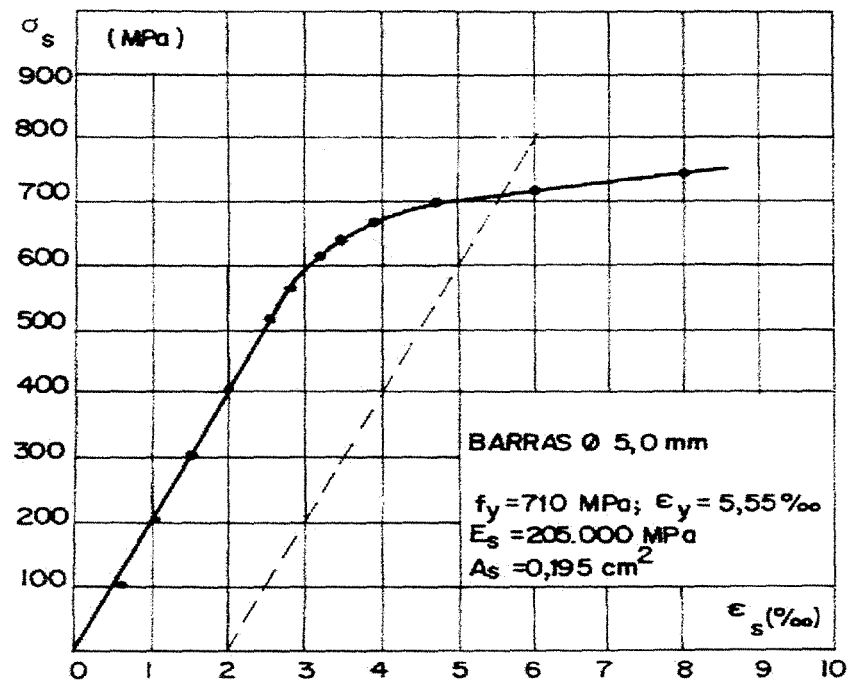


Figura 3.9 – Diagrama tensão-deformação das barras de diâmetro 5,0 mm.

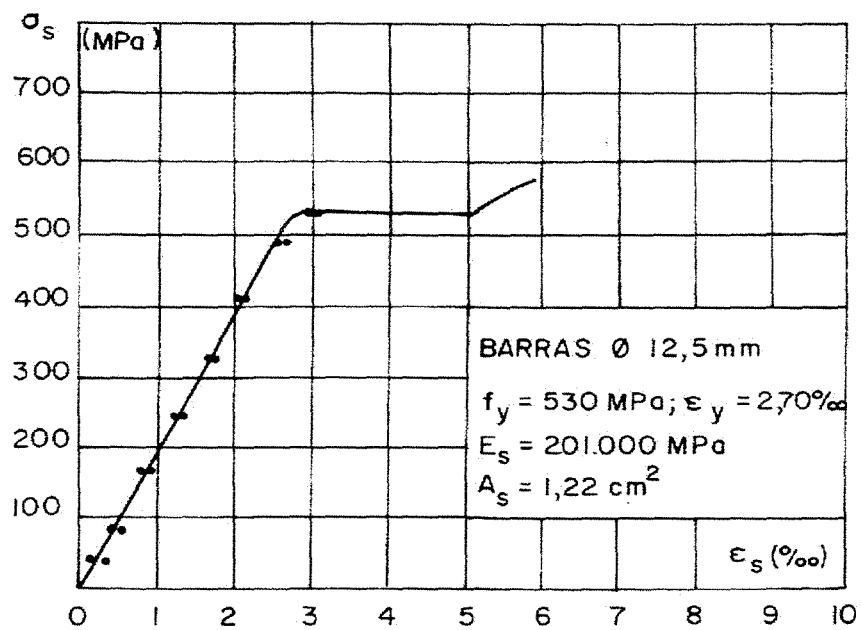


Figura 3.10 – Diagrama tensão-deformação das barras de diâmetro 12,5 mm.

3.4 - PREPARAÇÃO E EXECUÇÃO DAS VIGAS

As quatro vigas foram moldadas em fôrma de madeira que previamente receberam uma mão de óleo para facilitar a desmoldagem (Figura 3.11).

O concreto foi adensado com vibrador de imersão e para cada viga executada, 12 corpos-de-prova cilíndricos de 10 cm x 20 cm foram moldados para o controle e determinação da resistência do concreto. Deve-se ressaltar que alguns corpos-de-prova foram descartados pois não apresentaram resultados satisfatórios.

A desmoldagem das vigas e dos corpos-de-prova ocorreu 5 dias após a concretagem.

A viga I – 250 foi ensaiada 51 dias após a execução, a viga I – 196 após 37 dias, a viga I – 143 A após 41 dias e a viga I – 143 B com 56 dias de idade.

Dias antes dos ensaios, as vigas foram pintadas com tinta látex branca cuja finalidade era evidenciar o aparecimento das fissuras. Os estribos também foram desenhados nas vigas para um melhor acompanhamento da formação e da posição das fissuras.

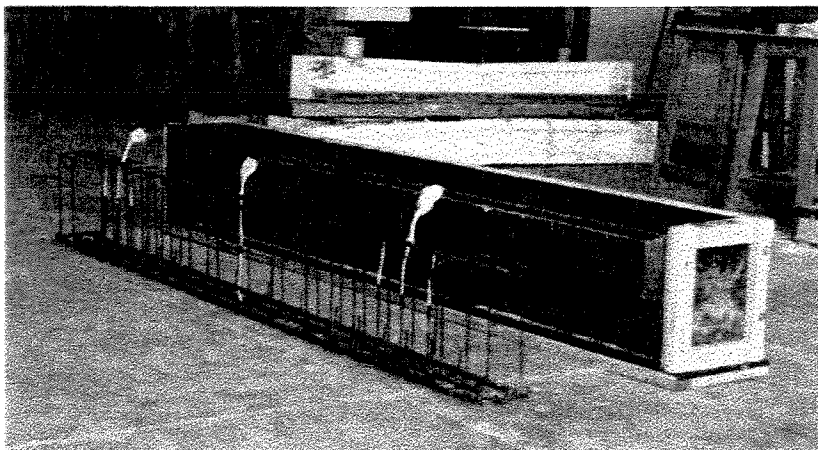


Figura 3.11 – Fôrma utilizada nos ensaios.

3.5 - INSTRUMENTAÇÃO

Para a determinação das deformações nas armaduras, extensômetros elétricos foram colados a ela. Nas barras longitudinais e nos estribos, foram utilizados extensômetros elétricos com base de medida de 5 mm e fator $K = 2,12 \pm 1,0 \%$. Na identificação dos pontos instrumentados nas armaduras, as armaduras longitudinais receberam a designação de “L_o” e a armadura transversal “T” seguidas por número. Os números ímpares (T₅, T₃, T₁) ficaram à esquerda da viga e os pares (T₂, T₄, T₆) à direita em relação ao ponto de observação, como mostra a Figura 3.12 (a). Na armadura longitudinal, somente a barra central foi instrumentada.

As deformações no concreto foram medidas com um extensômetro mecânico (TENSOTAST HUGGENBERGER) com base de medida de 50 mm de comprimento. Estas deformações foram medidas em três posições no vão de cisalhamento que foram designadas pela letra “C” como mostram as Figuras 3.12 (b) e (c).

As flechas foram determinadas através de um defletômetro com sensibilidade de 0,01 mm que foi instalado no meio do vão e foi identificado pela letra “F”.

As posições dos pontos instrumentados para cada viga, podem ser observadas nas páginas 75 a 82, 86 a 93, 97 a 104 e 108 a 115.

(a) Extensômetros

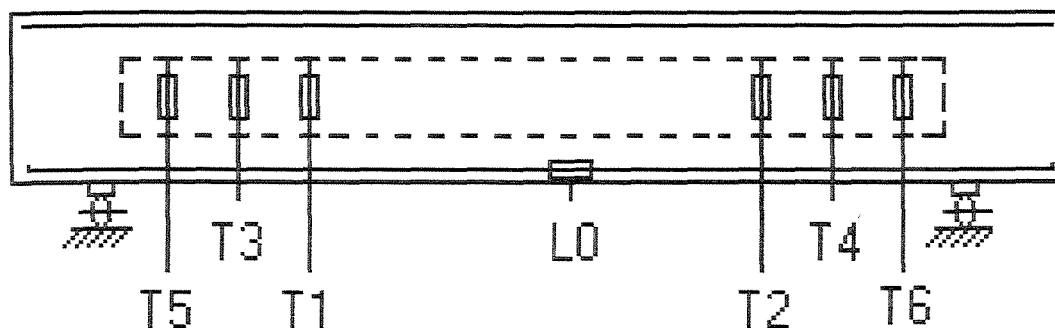
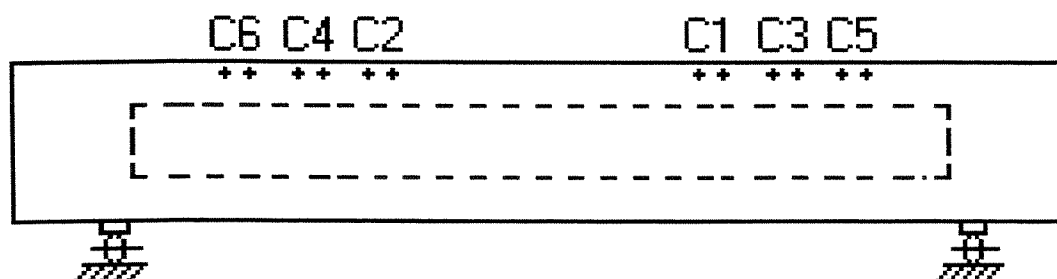


Figura 3.12 – Posições dos Extensômetros e Pastilhas – continua

(b) Pastilhas nas vigas I – 250 e I – 196



(c) Pastilhas nas vigas I – 143 A e I – 143 B

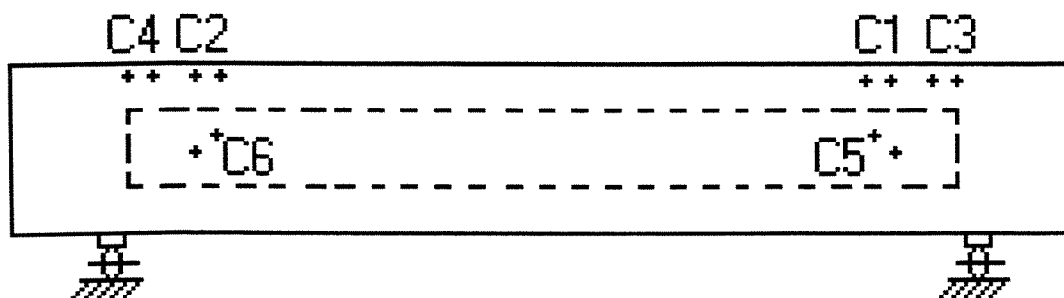


Figura 3.12 – Posições dos Extensômetros e Pastilhas – final.

3.6 – PÓRTICO UTILIZADO

As vigas foram ensaiadas em um pórtico com capacidade de 600 kN e a aplicação da carga foi feita por bomba manual.

As vigas foram carregadas com duas cargas concentradas iguais e equidistantes dos apoios. Os apoios, além de permitirem a rotação, tinham a liberdade de translação no sentido de se afastarem um do outro, o que garantia a verticalidade do macaco hidráulico.

Um esquema do pórtico utilizado nos ensaios, pode ser observado na Figura 3.13.

O carregamento foi aplicado em intervalos de 5 kN, salvo em alguns casos onde era aumentado ou reduzido conforme a necessidade.

A cada estágio de carga, eram feitas leituras das deformações nas armaduras e no concreto e dos deslocamentos verticais no meio do vão. A evolução da fissuração também era marcada na superfície da viga com tinta preta a cada estágio de carga.

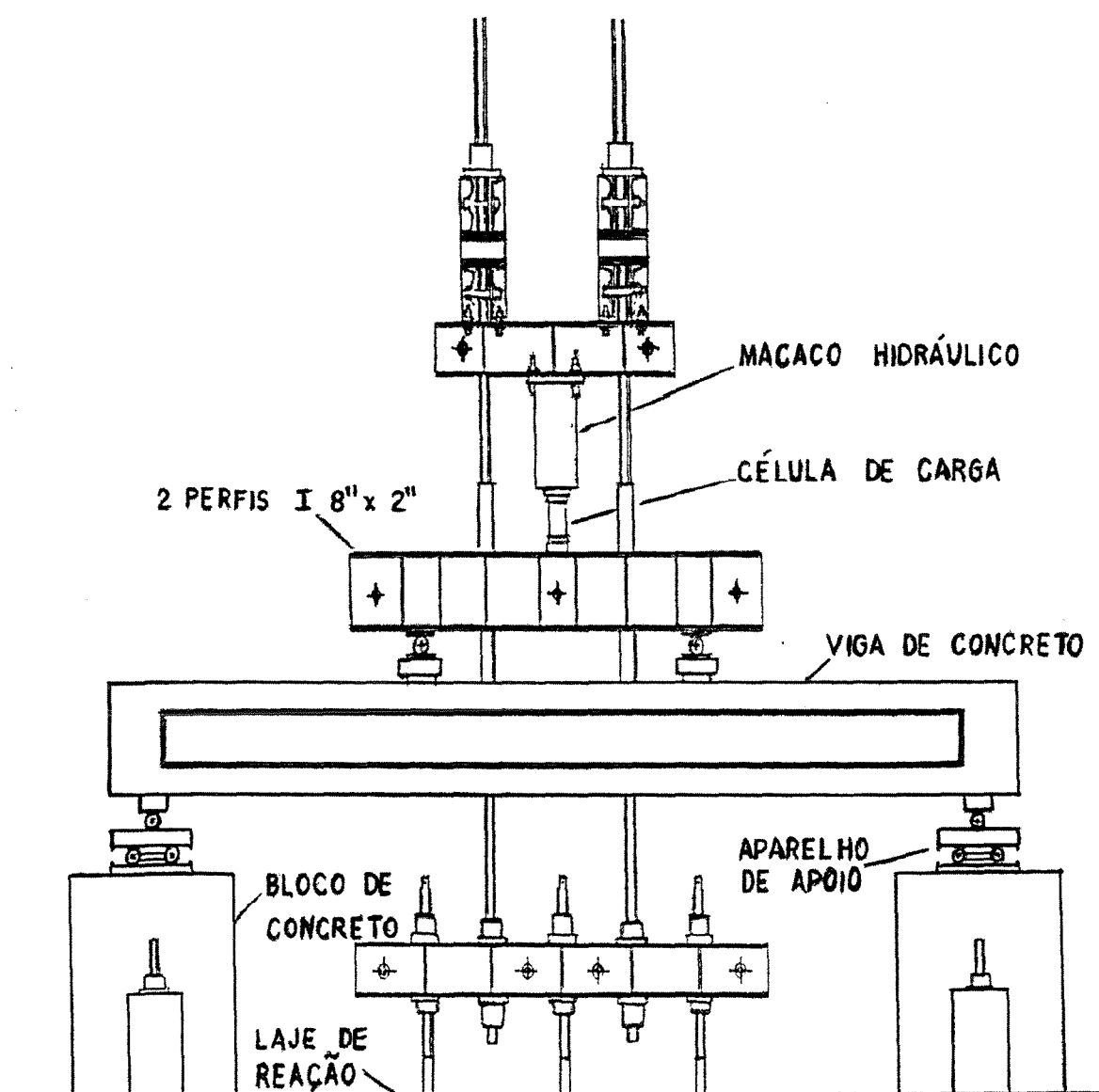


Figura 3.13 – Pórtico utilizado nos ensaios – [GOMIERO]².

3.7 – PROPOSTA DE ENSAIO

Na Tabela 3.4 são apresentados os valores últimos calculados para os momentos fletores e forças cortantes correspondentes à ruína por flexão. Apresentam-se também as taxas geométricas de armadura transversal calculadas segundo as hipóteses de Mörsch $\rho_{w,M}$ e o grau de armação ao cisalhamento η . Nas vigas I – 196, I – 143 A e I – 143 B, os graus de armação ao cisalhamento apresentados, 0,610, 0,513 e 0,399 respectivamente, correspondem à força cortante sem a redução permitida pela [NBR 6118]²⁰. Se essa redução for aplicada e levando-se em consideração as condições em que as vigas foram executadas, os graus de armação ao cisalhamento passam a ser $\eta = 0,665$, $\eta = 0,769$ e $\eta = 0,600$ respectivamente para as vigas I – 196, I – 143 A e I – 143 B.

O valor teórico do momento último para escoamento da armadura longitudinal foi calculado conforme as hipóteses da [NBR 6118]²⁰, admitindo-se distribuição retangular de tensões de compressão no concreto.

Tabela 3.4 – Valores calculados (Flexão).

Vigas	f_c MPa	$M_{u, cal}$ kN.cm	$V_{u, cal}$ kN	$\rho_{w, M}$ %	η
I – 250	69,7	5250	75,0	0,868	0,642
I – 196	74,1	5260	95,6	0,969	0,610
I – 143 A	71,6	5255	131,4	1,520	0,513
I – 143 B	75,1	5265	131,6	1,335	0,399

Pela observação da Tabela 3.4, nota-se que para todas as vigas o grau de armação ao cisalhamento η é menor que 1. Portanto, teoricamente, era de se esperar que todas as vigas atingissem a ruína por cisalhamento. No entanto, as vigas deste trabalho foram dimensionadas com grau reduzido de armação ao cisalhamento em função de ensaios anteriores realizados por Fernandes e por Gomiero e relatados posteriormente por [FERNANDES]²⁵.

Estes ensaios mostraram que para cargas concentradas atuando a uma distância $a > 3d$ contada do apoio, a resistência a flexão pode ser mobilizada mesmo com grau reduzido de armação ao cisalhamento desde que o limite $\eta \geq 0,6$ seja respeitado. Por outro lado, os relatos de outros ensaios encontrados na literatura mostram que a resistência ao cisalhamento aumenta em vigas com relação $a/d \leq 2,5$ como as deste trabalho.

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS DOS ENSAIOS

As primeiras fissuras de flexão surgiram quando a carga total foi de 40 kN na viga I – 250, 50 kN nas vigas I – 196 e I – 143 A e 60 kN na viga I – 143 B. Essas fissuras ocorreram entre as cargas concentradas e com o aumento do carregamento, essas fissuras evoluíram verticalmente.

As primeiras fissuras de cisalhamento surgiram quando a carga total foi de 50 kN na viga I – 250, 70 kN nas vigas I – 196 e I – 143 B e 80 kN na viga I – 143 A.

A partir daí, notou-se uma estabilidade nas fissuras de flexão, enquanto as fissuras de cisalhamento evoluíam, acarretando um aumento na abertura ou comprimento das mesmas, não formando fissuras novas. Terminada essa fase, as fissuras de flexão evoluíram novamente.

Com a aproximação da carga última, houve o escoamento da armadura longitudinal de flexão e o aquisitor de dados deixou de anotar a deformação das barras, pois elas deformaram mais que 16 ‰ que é o máximo valor acusado por este aquisitor.

4.1 - VIGA I – 250

A viga I – 250 possuía relação $a/d = 2,50$, taxa de armadura transversal de 0,557 %, grau de armação ao cisalhamento 0,642 e taxa de armadura longitudinal de 2,61 %.

Nessa viga, quando a carga total atingiu 140 kN teve início o escoamento da armadura de flexão. O estado limite último se deu por flexão com alongamento plástico excessivo (10 ‰) dessa armadura quando a carga total foi de 150 kN caracterizando a ruína da viga, mas as leituras prosseguiram até a carga total de 190 kN. Quando a carga total foi de 170 kN a deformação plástica da armadura de flexão chegou a (15,0 ‰) e o aquisitor de dados deixou de anotar as deformações. Com 190 kN o ensaio foi interrompido, pois a viga já apresentava uma flecha bem exagerada e até então não havia ocorrido a ruptura do banzo comprimido e nenhum estribo havia entrado em escoamento.

A flecha no meio do vão foi de 6,54 mm para a carga de 150 kN e o máximo valor medido foi de 9,08 mm para a carga de 160 kN.

As Figuras 4.1 e 4.2 mostram as fissuras da viga após o ensaio e as Figuras 4.3 a 4.5 mostram os detalhes das fissuras nas extremidades e no meio da viga.

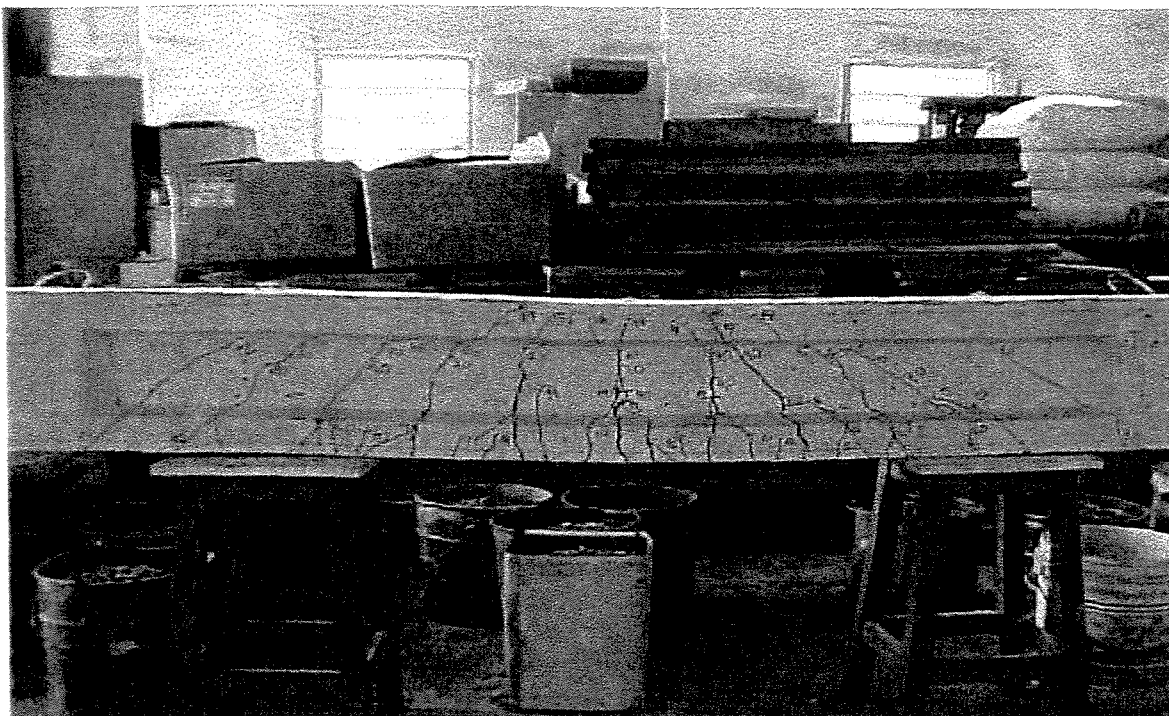


Figura 4.1 – Configuração final das fissuras - Viga I – 250.

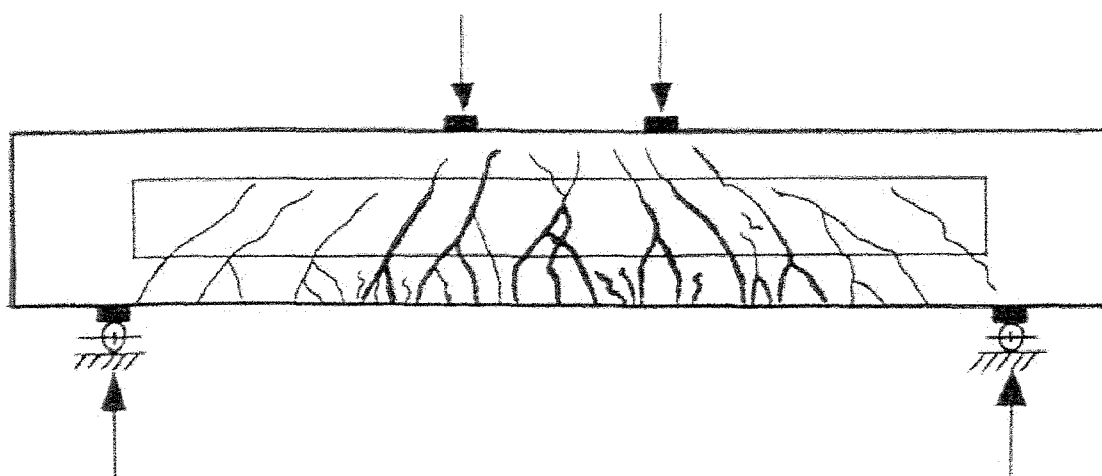


Figura 4.2 – Estado final de fissuração - Viga I – 250.

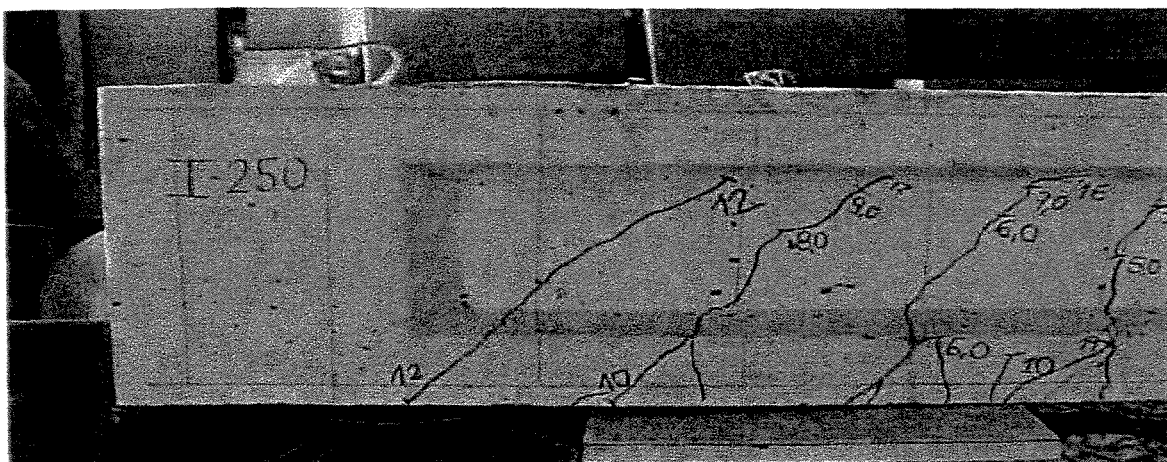


Figura 4.3 – Configuração final das fissuras na extremidade esquerda da viga - Viga I – 250.

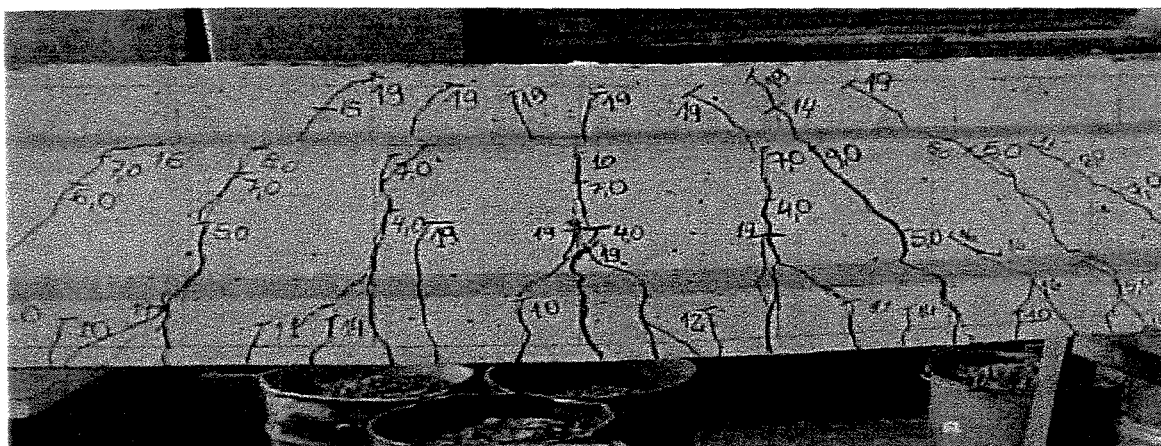


Figura 4.4 – Configuração final das fissuras no meio da viga - Viga I – 250.

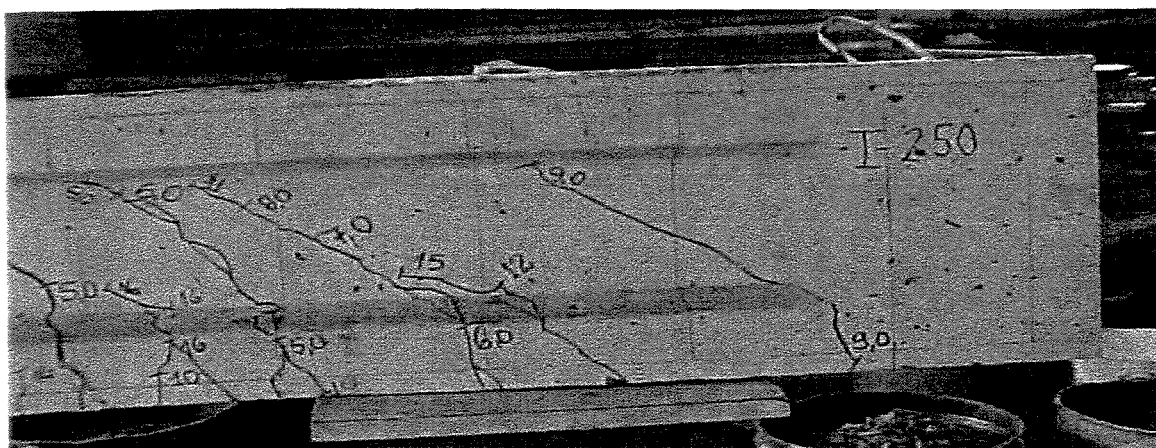


Figura 4.5 – Configuração final das fissuras na extremidade direita da viga - Viga I – 250.

Nas Figuras 4.6 a 4.12, são apresentadas as evoluções das tensões nas armaduras e as deformações do concreto.

A flecha no meio do vão é apresentada na Figura 4.13.

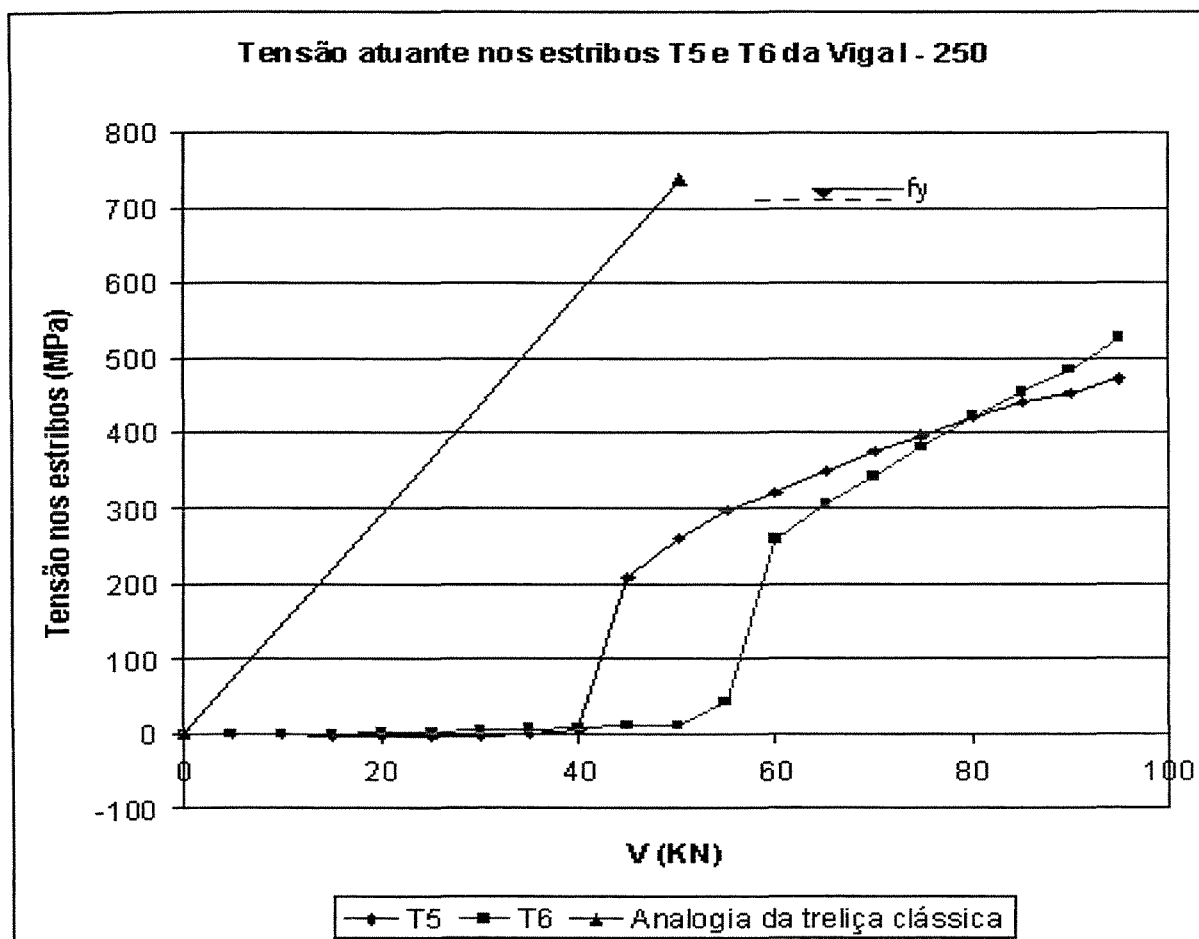
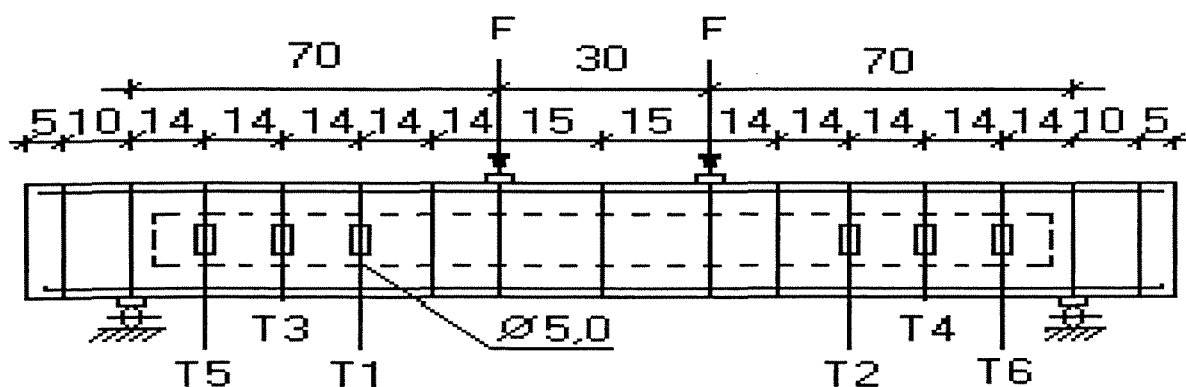


Figura 4.6 – Tensão atuante nos estribos T₅ e T₆ - Viga I – 250.

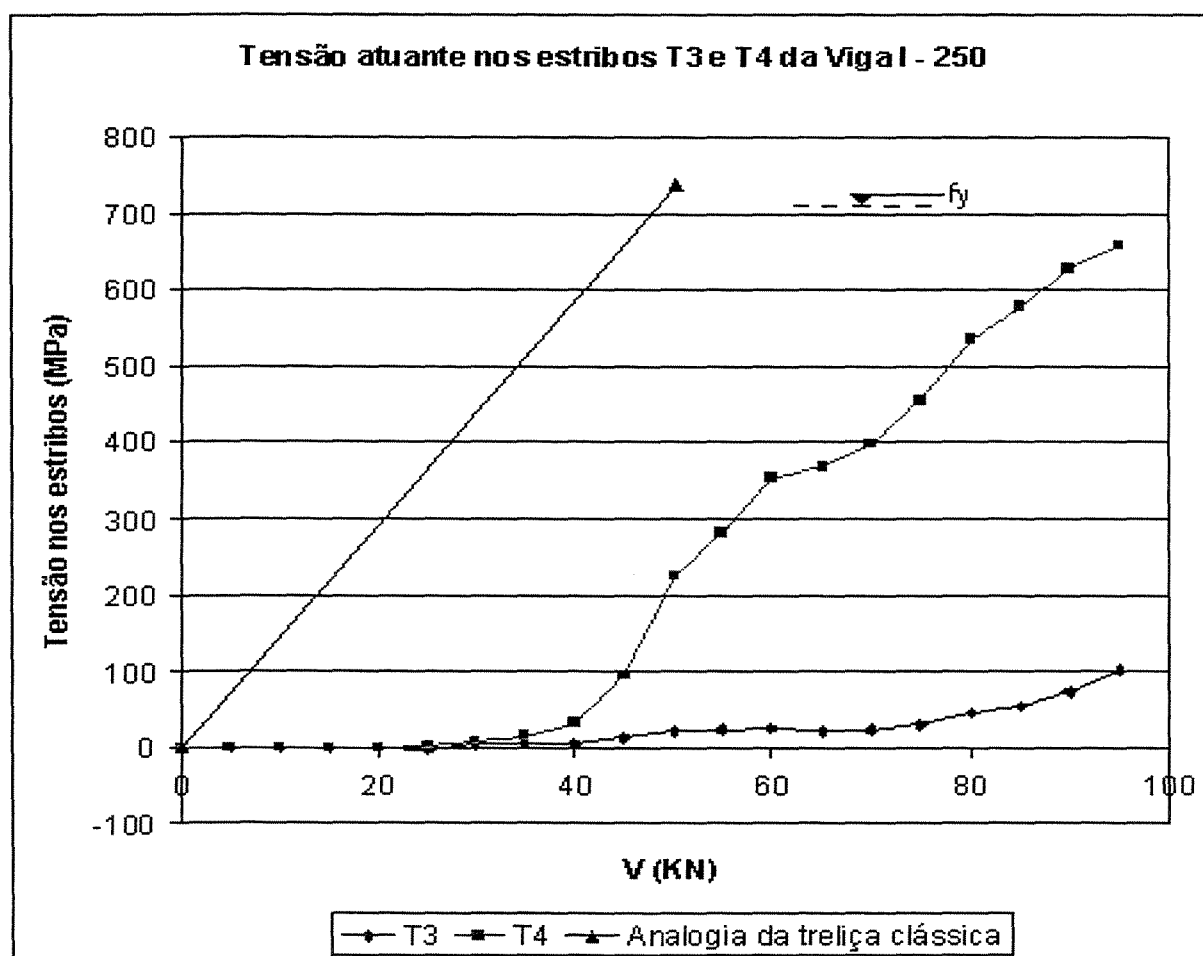
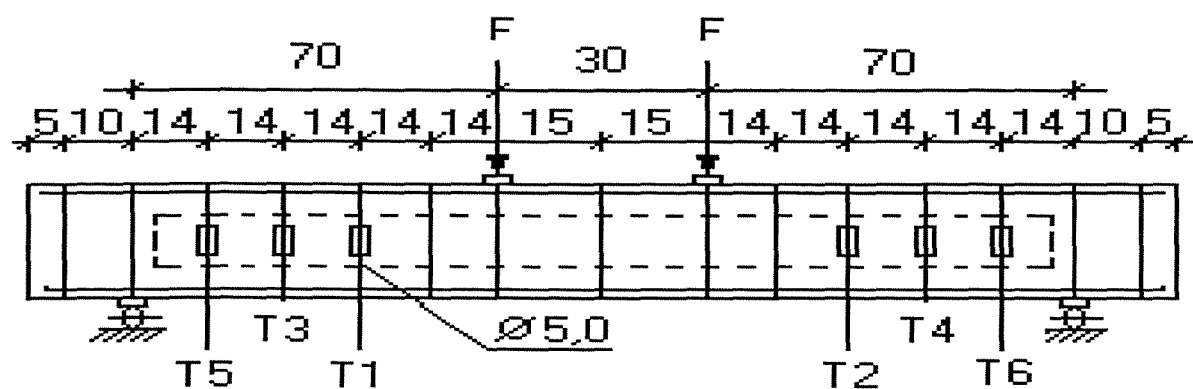


Figura 4.7—Tensão atuante nos estribos T₃ e T₄ - Viga I – 250.

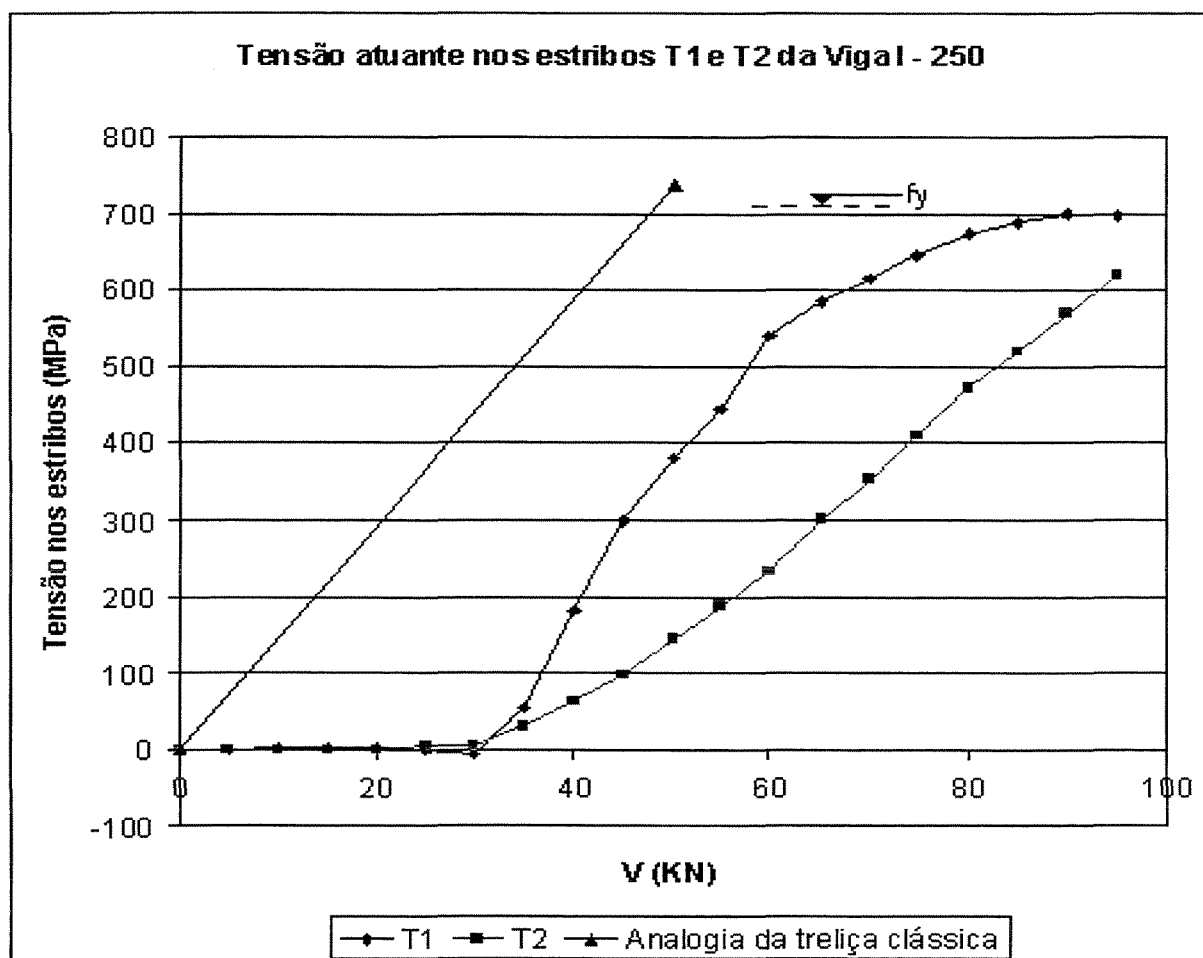
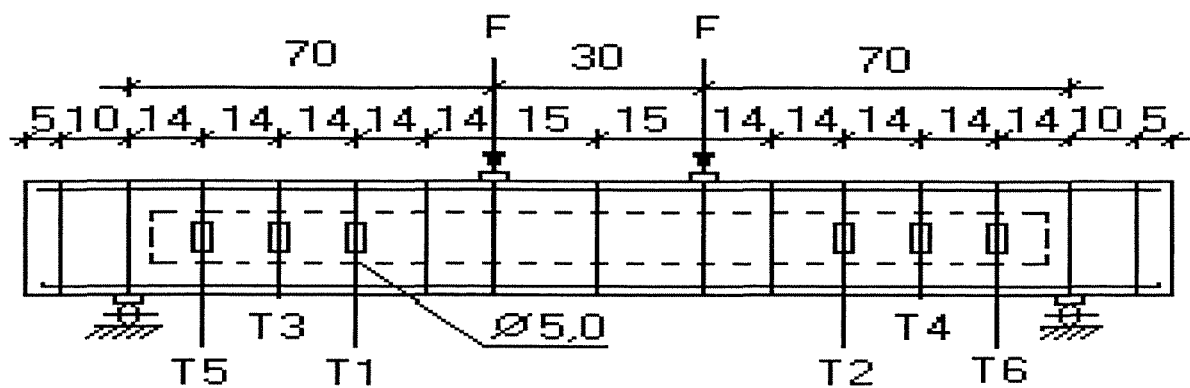


Figura 4.8 –Tensão atuante nos estribos T_1 e T_2 - Viga I – 250.

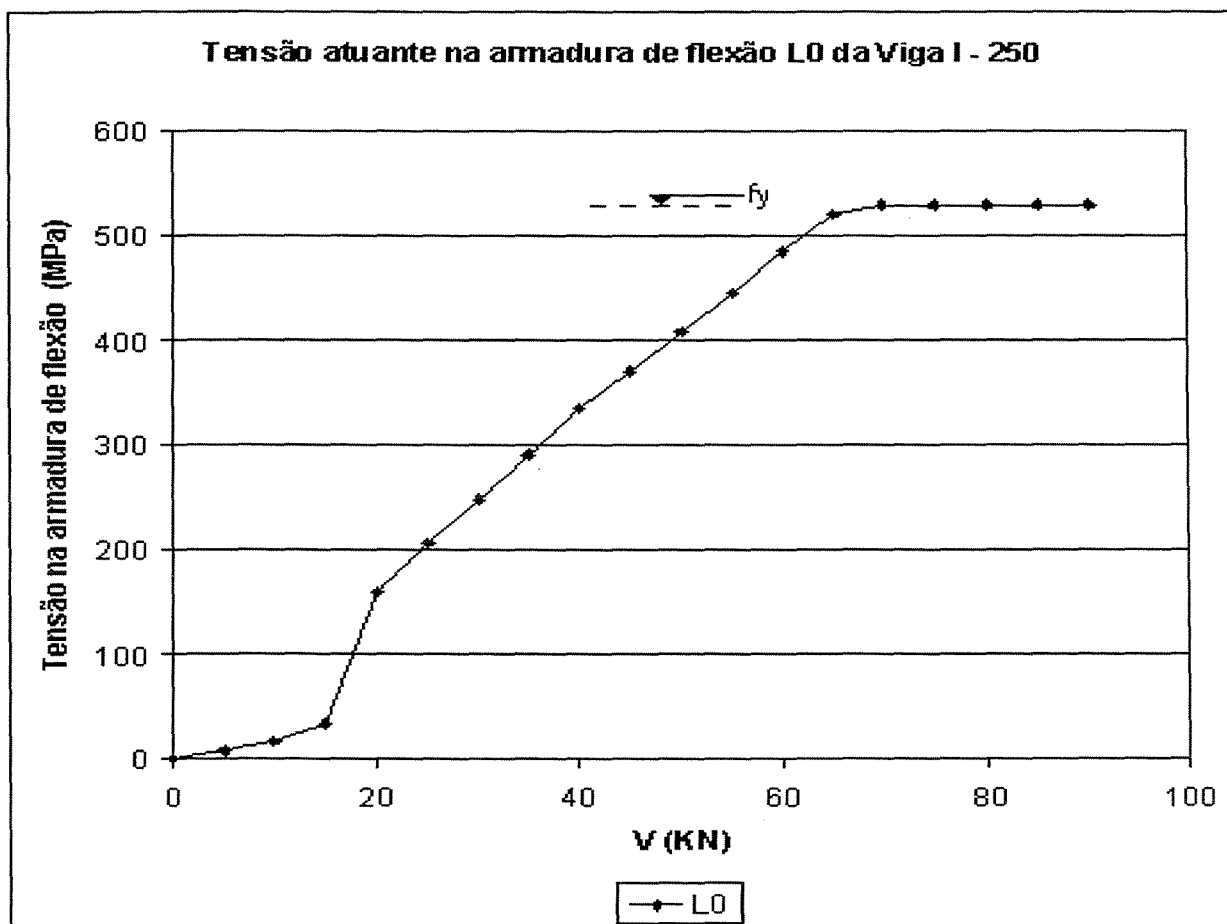
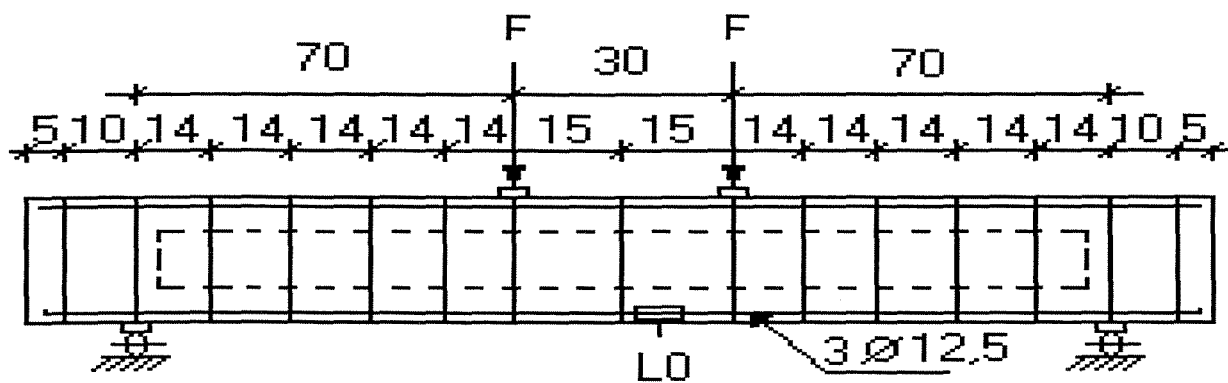


Figura 4.9 –Tensão atuante na armadura de flexão - Viga I – 250.

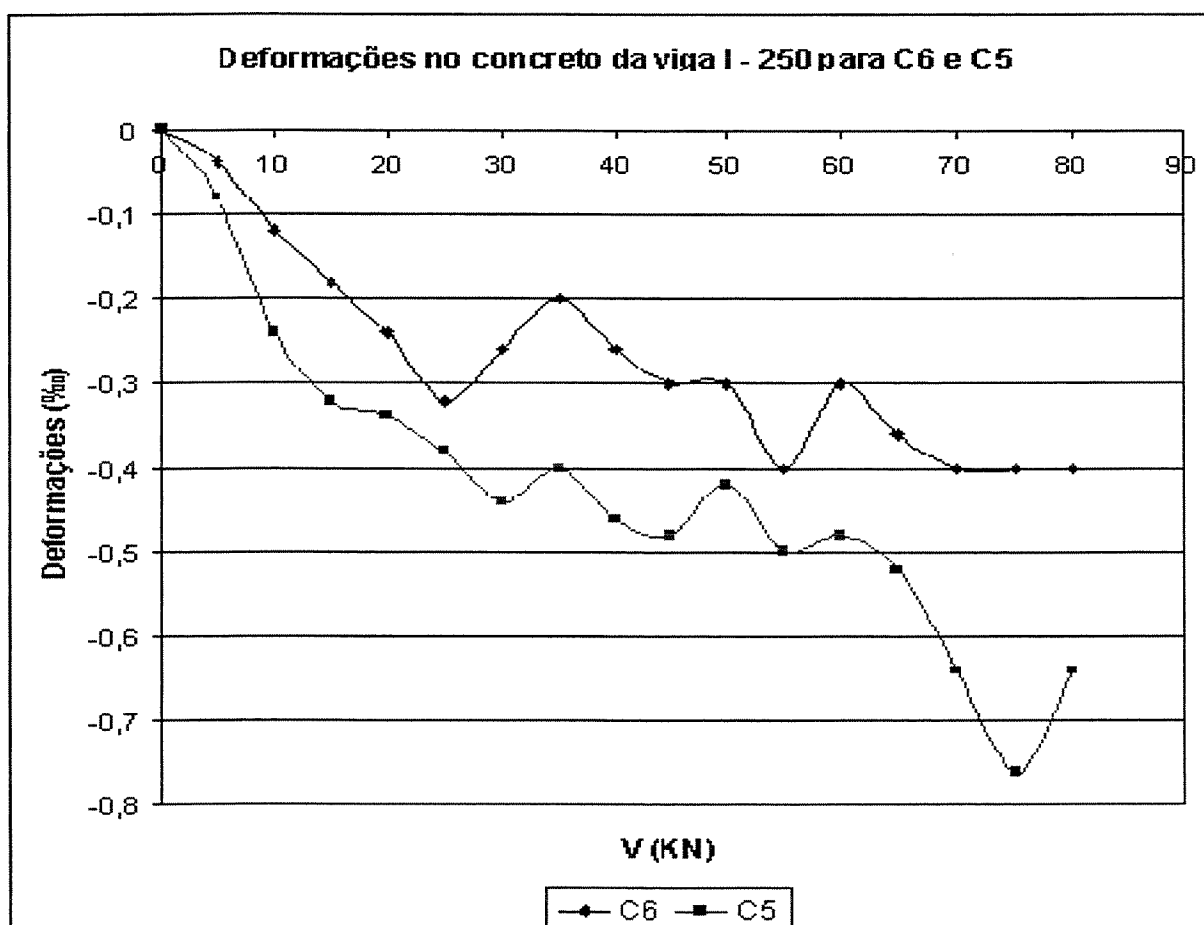
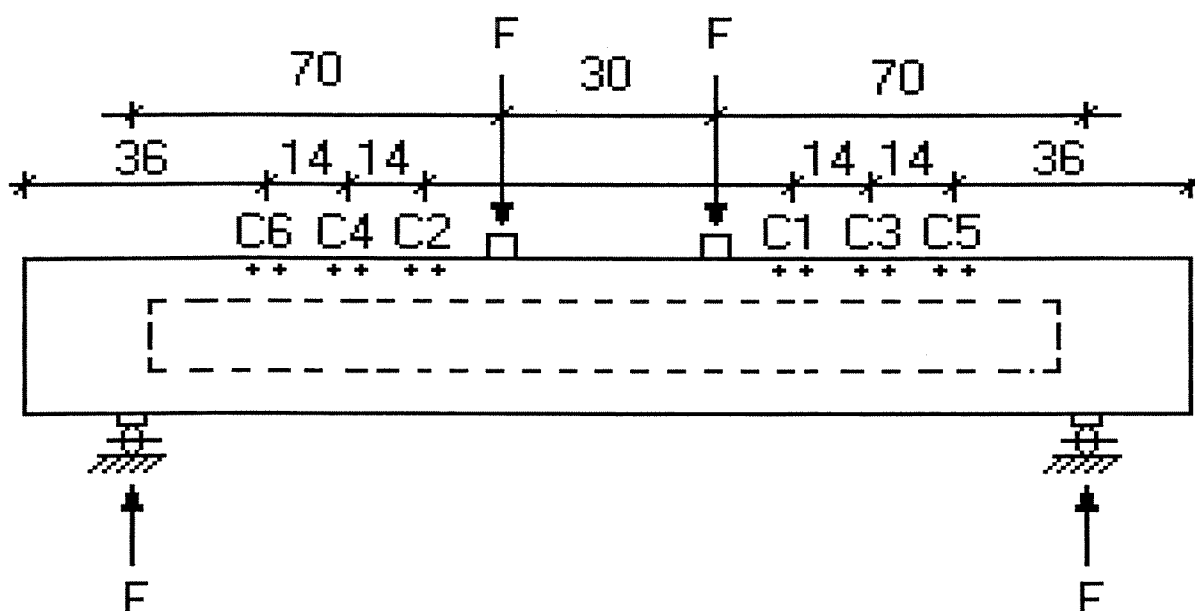


Figura 4.10 – Deformações no concreto para C₆ e C₅ – Viga I – 250.

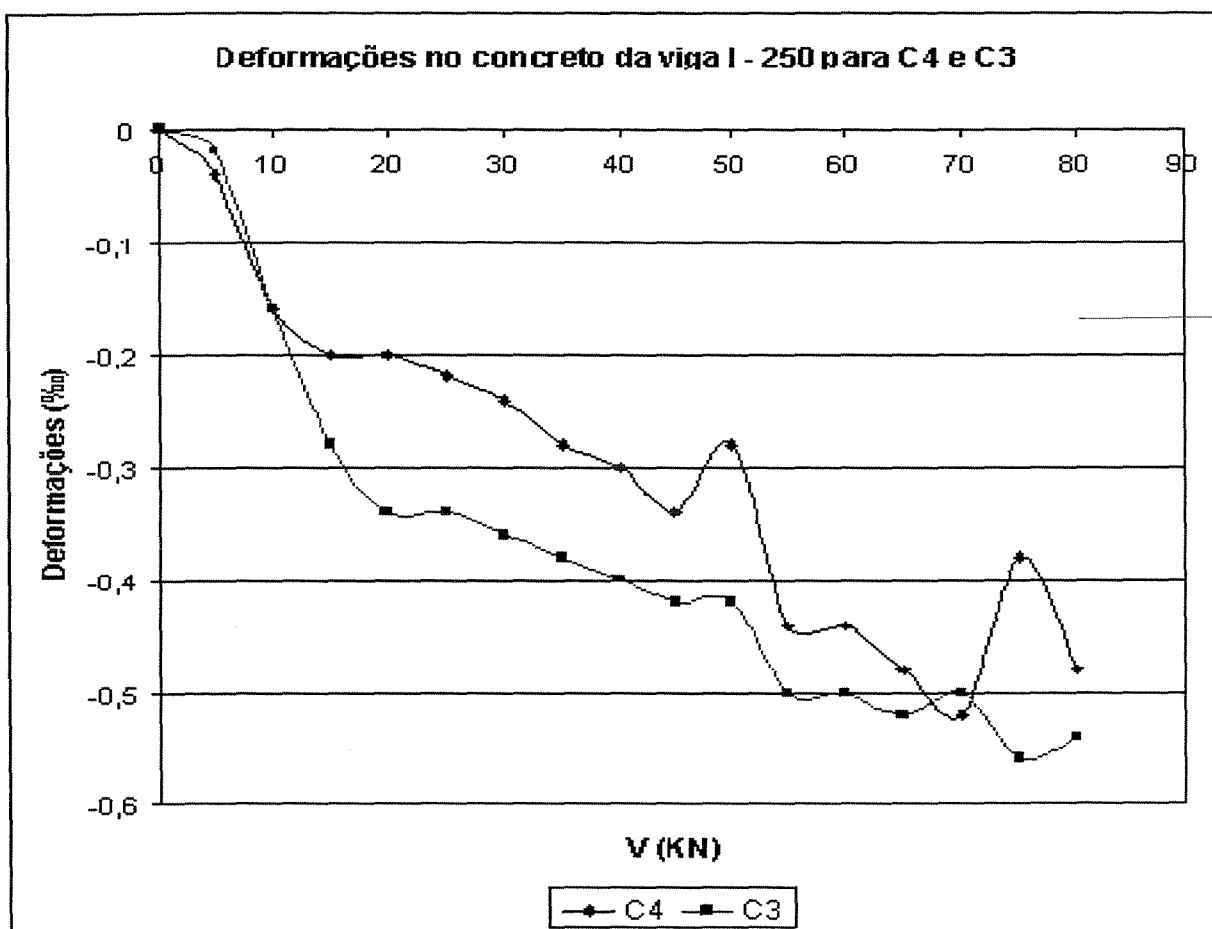
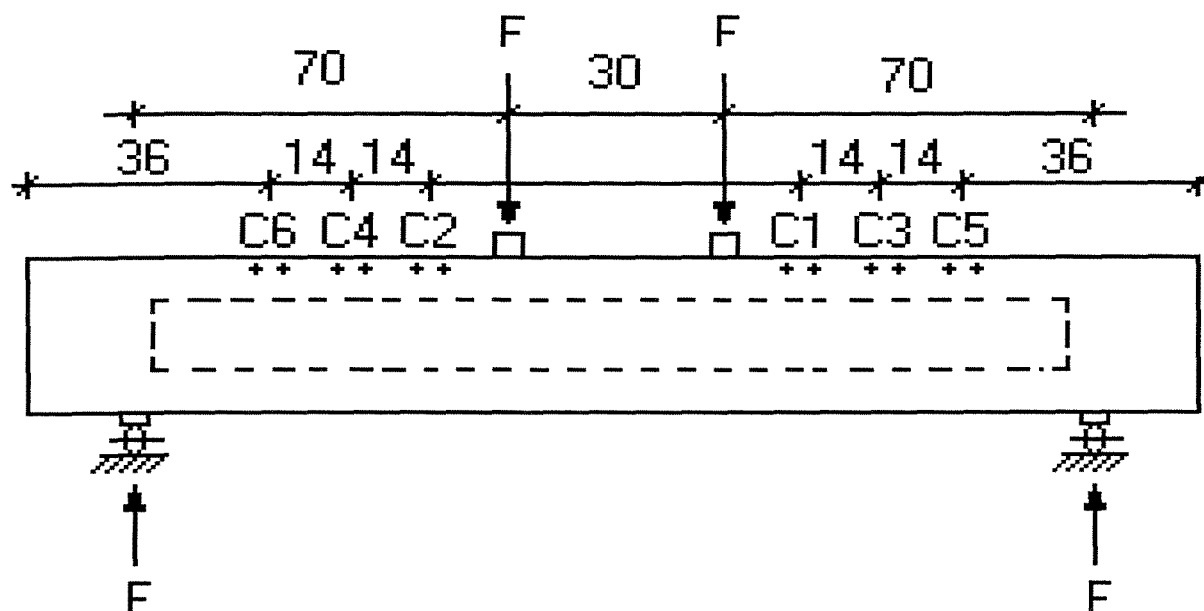


Figura 4.11 – Deformações no concreto para C₄ e C₃ – Viga I – 250.

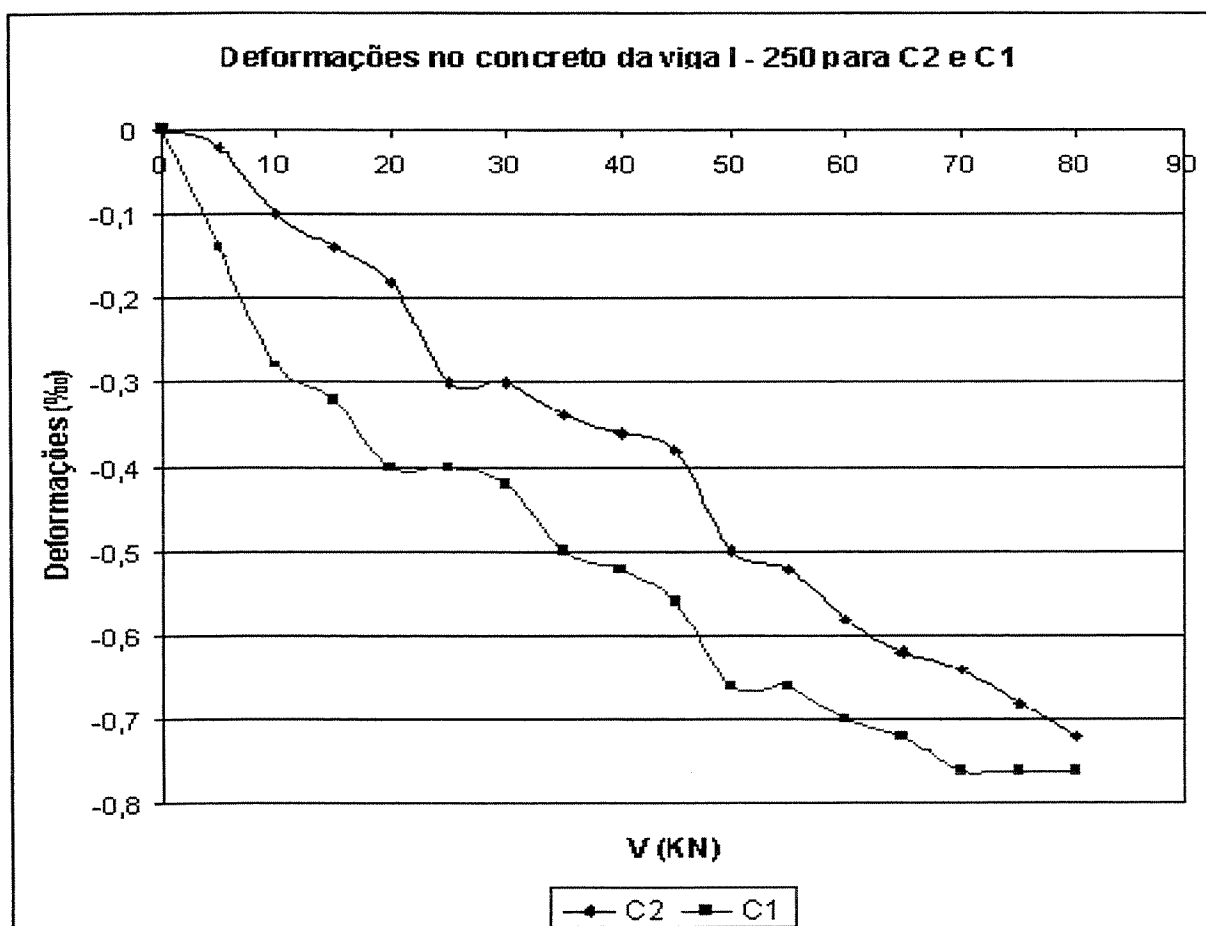
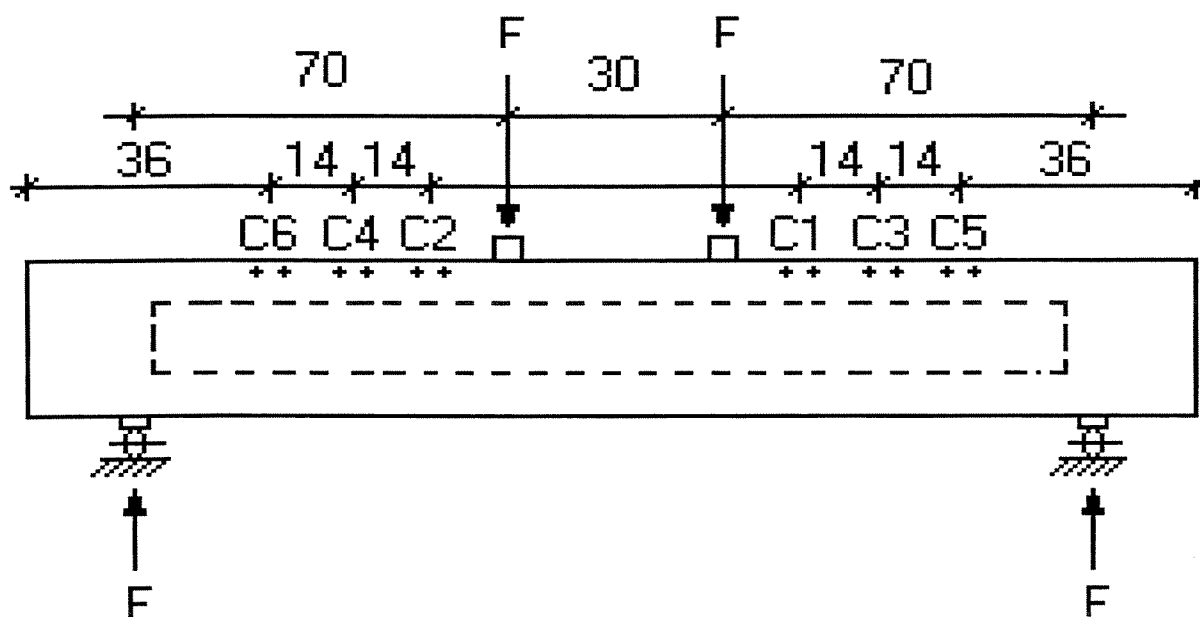


Figura 4.12 – Deformações no concreto para C_2 e C_1 – Viga I – 250.

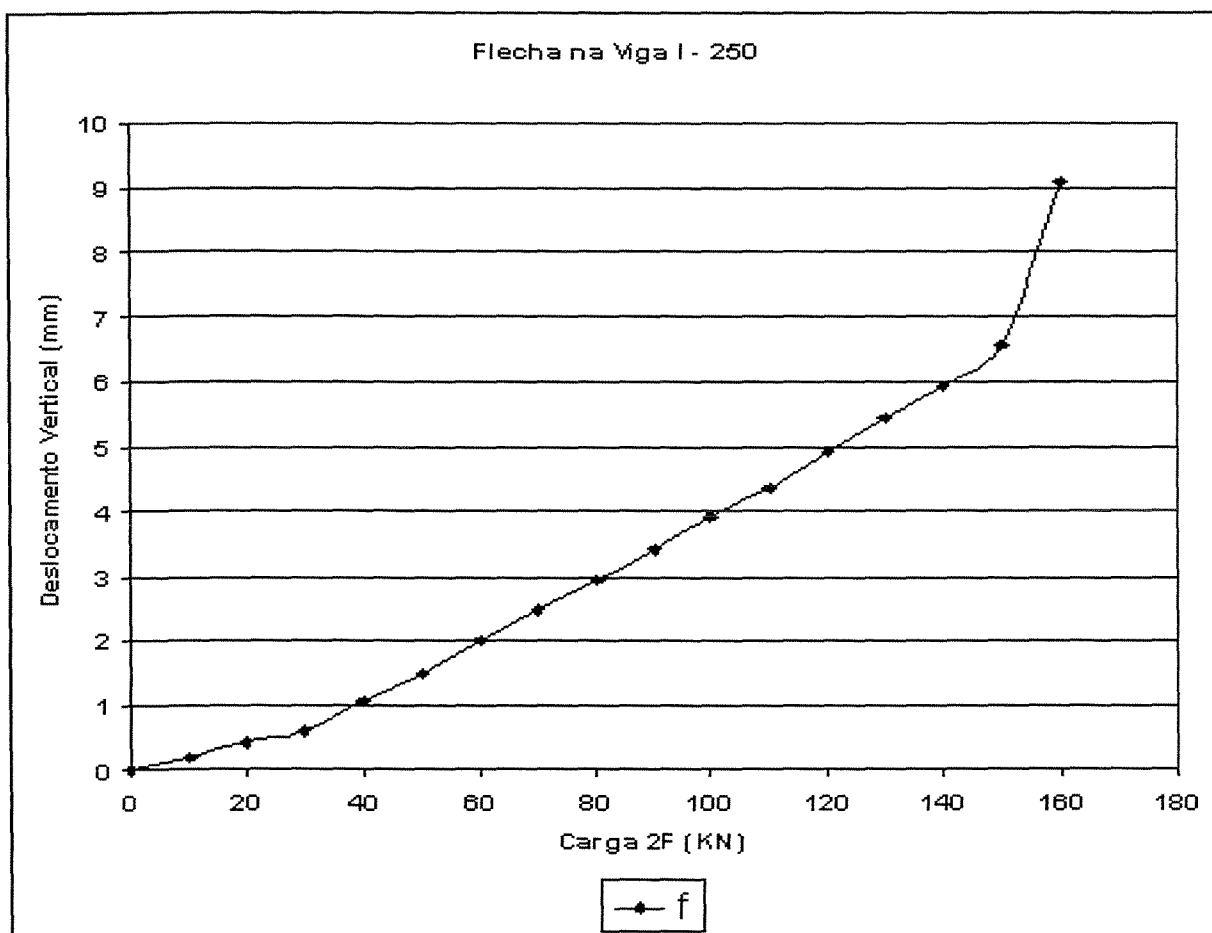
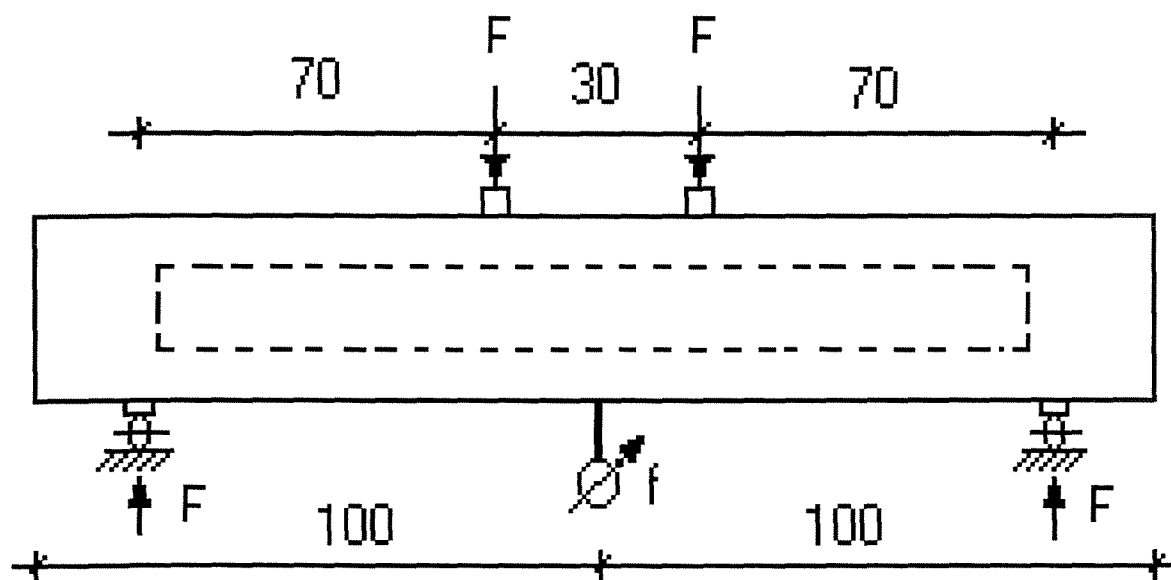


Figura 4.13 - Flecha no meio do vão – Viga I – 250.

4.2 - VIGA I – 196

A viga I – 196 possuía relação $a/d = 1,96$, taxa de armadura transversal de 0,591 %, grau de armação ao cisalhamento 0,610 e taxa de armadura longitudinal de 2,61 %.

Nessa viga, quando a carga total atingiu 160 kN teve início o escoamento da armadura de flexão. O estado limite último se deu por flexão com alongamento plástico excessivo (10 ‰) dessa armadura quando a carga total foi de 190 kN caracterizando a ruína da viga, mas as leituras prosseguiram até a carga total de 250 kN. Quando a carga total foi de 200 kN a deformação plástica da armadura de flexão chegou a (15,5 ‰) e o aquisitor de dados deixou de anotar as deformações. Com 250 kN o ensaio foi interrompido, pois da mesma forma que a viga anterior, esta viga já apresentava uma flecha bem exagerada e até então não havia ocorrido a ruptura do banzo comprimido e nenhum estribo havia entrado em escoamento.

As flechas no meio do vão foram de 7,50 mm para a carga de 190 kN, 14 mm para a carga de 200 kN e o maior valor medido foi de 16 mm para a carga de 210 kN.

As Figuras 4.14 e 4.15 mostram as fissuras da viga após o ensaio e as Figuras 4.16 a 4.18 mostram os detalhes das fissuras nas extremidades e no meio da viga.

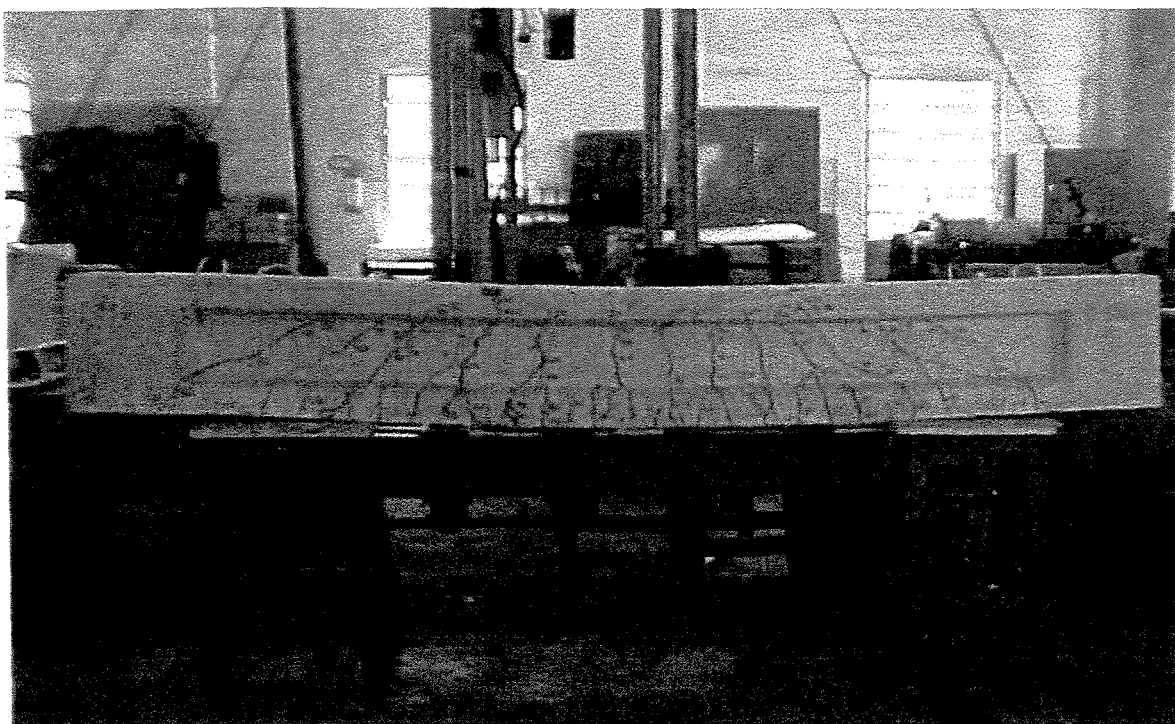


Figura 4.14 – Configuração final das fissuras – Viga I – 196.

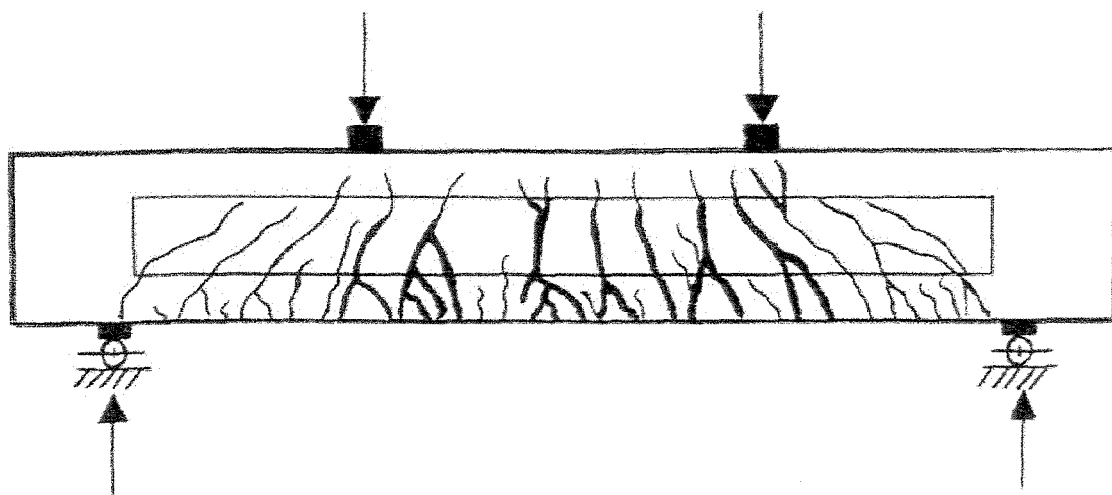


Figura 4.15 – Estado final de fissuração - Viga I – 196.

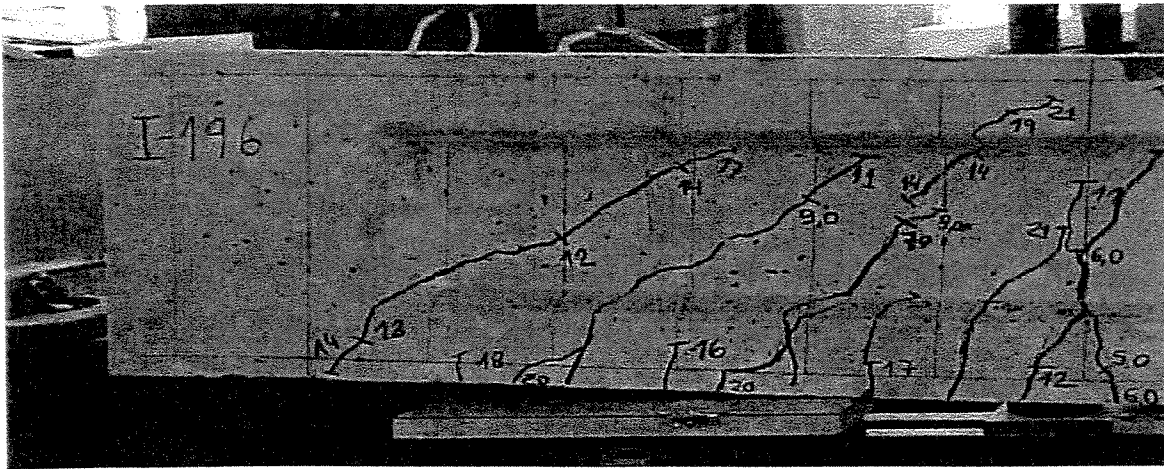


Figura 4.16 – Configuração final das fissuras na extremidade esquerda da viga – Viga I – 196.

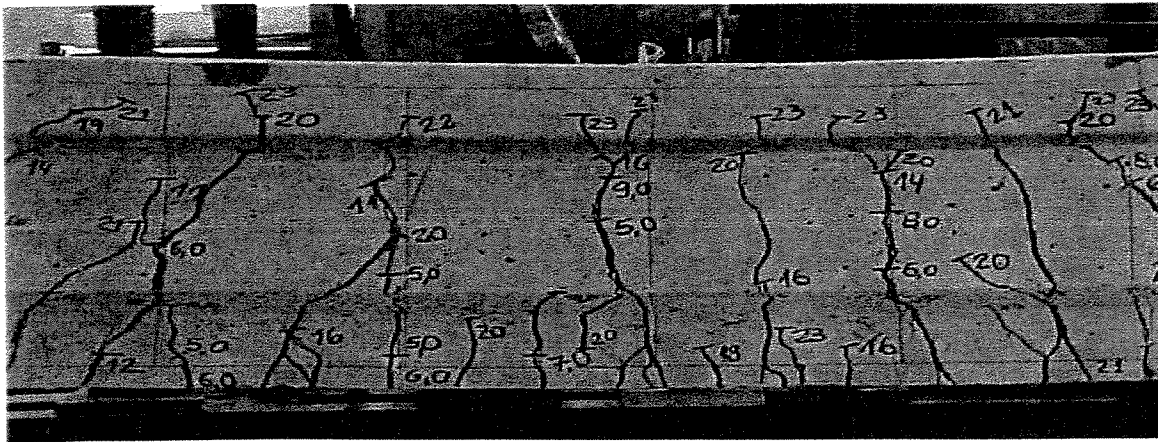


Figura 4.17 – Configuração final das fissuras no meio da viga – Viga I – 196.

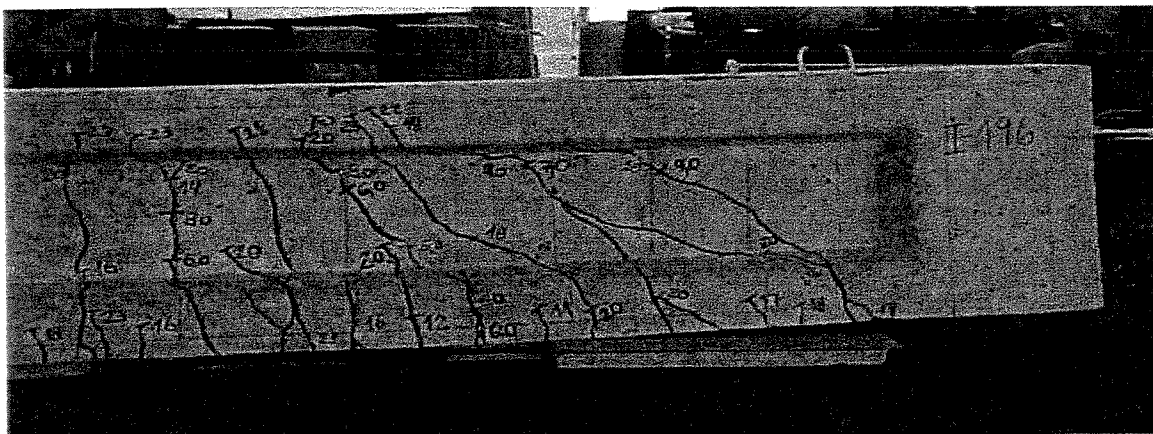


Figura 4.18 – Configuração final das fissuras na extremidade direita da viga – Viga I – 196.

A flecha no meio do vão é apresentada na Figura 4.26.

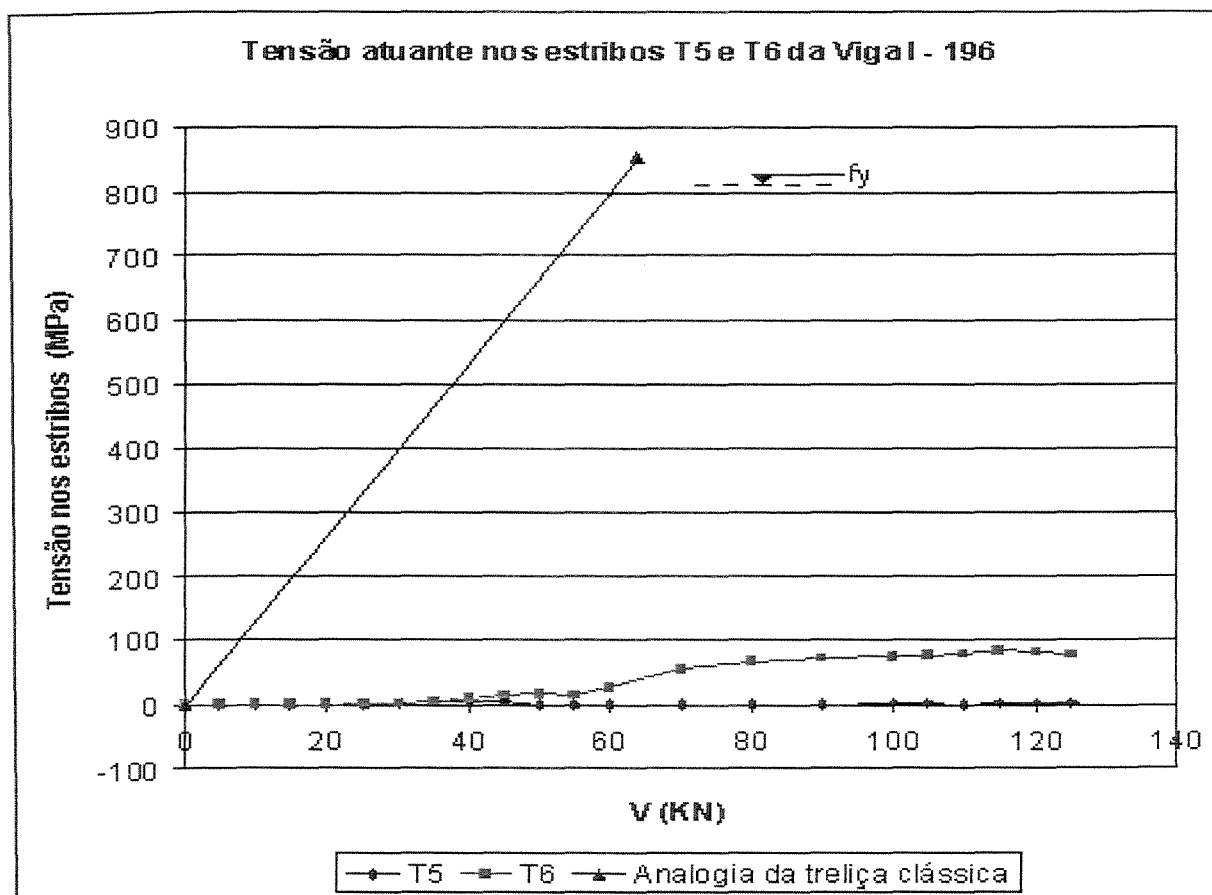
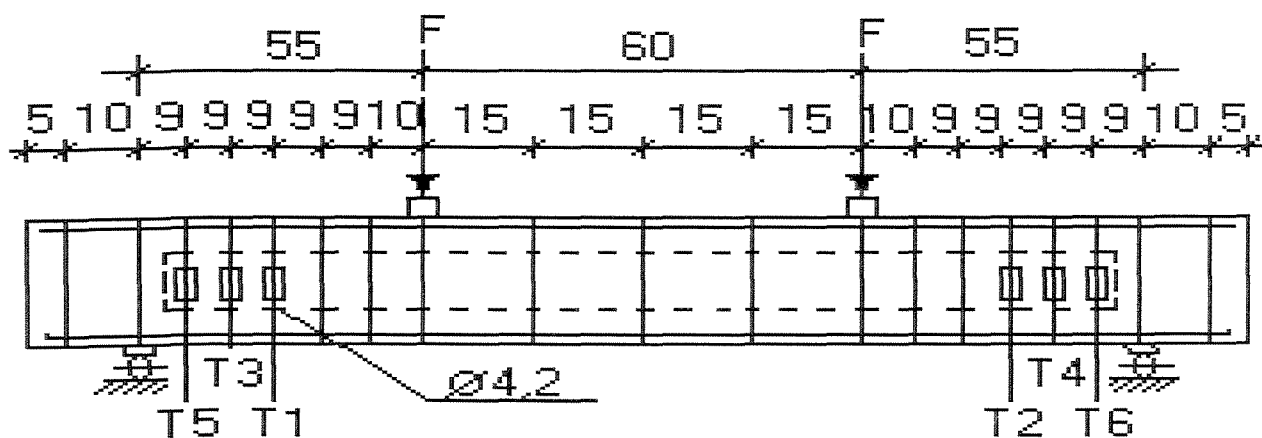


Figura 4.19 – Tensão atuante nos estribos T_5 e T_6 – Viga I – 196.

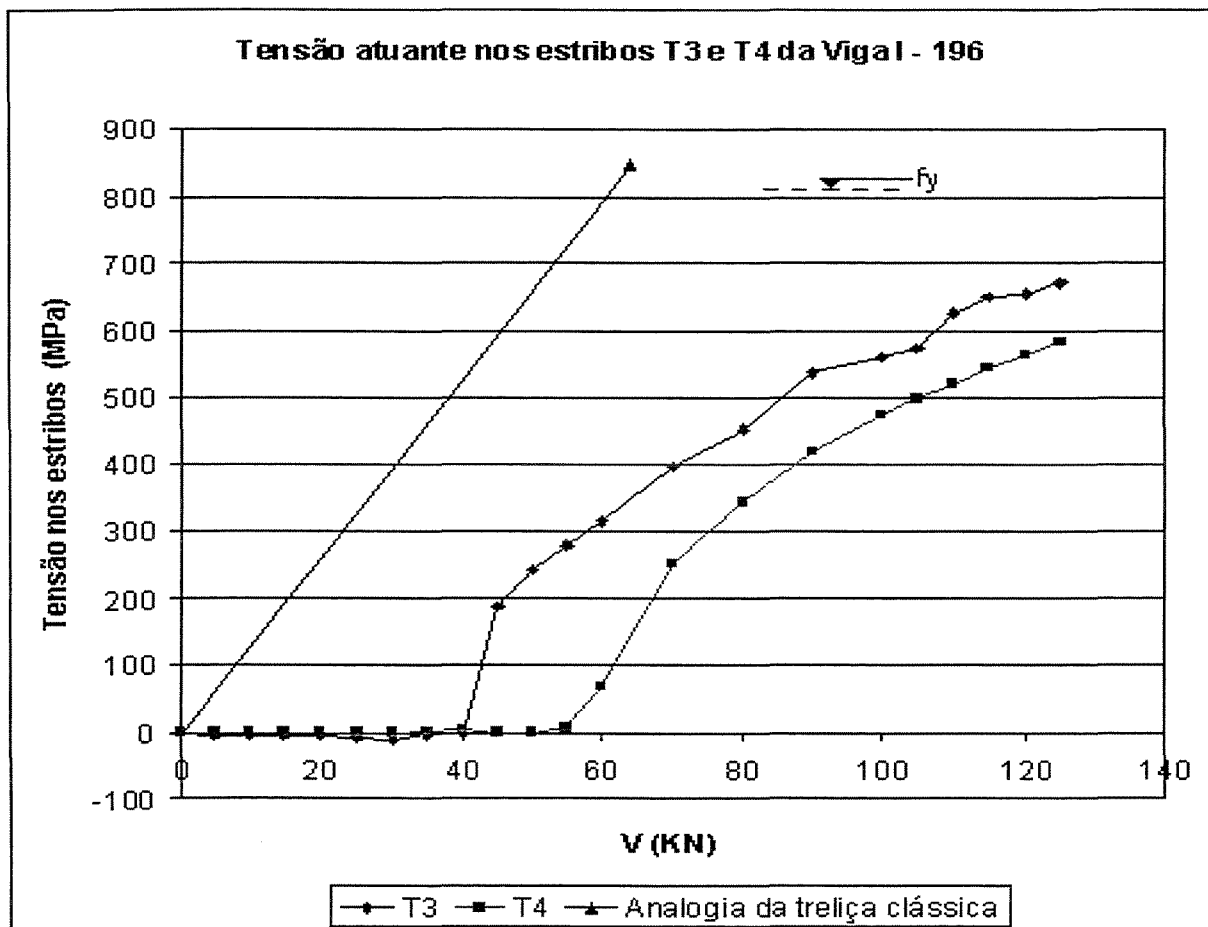
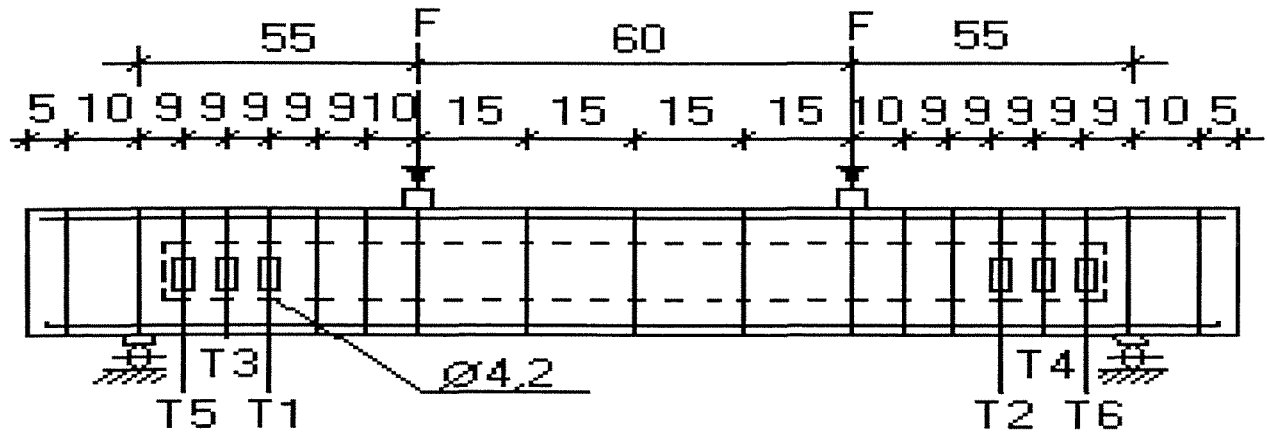


Figura 4.20 – Tensão atuante nos estribos T₃ e T₄ – Viga I – 196.

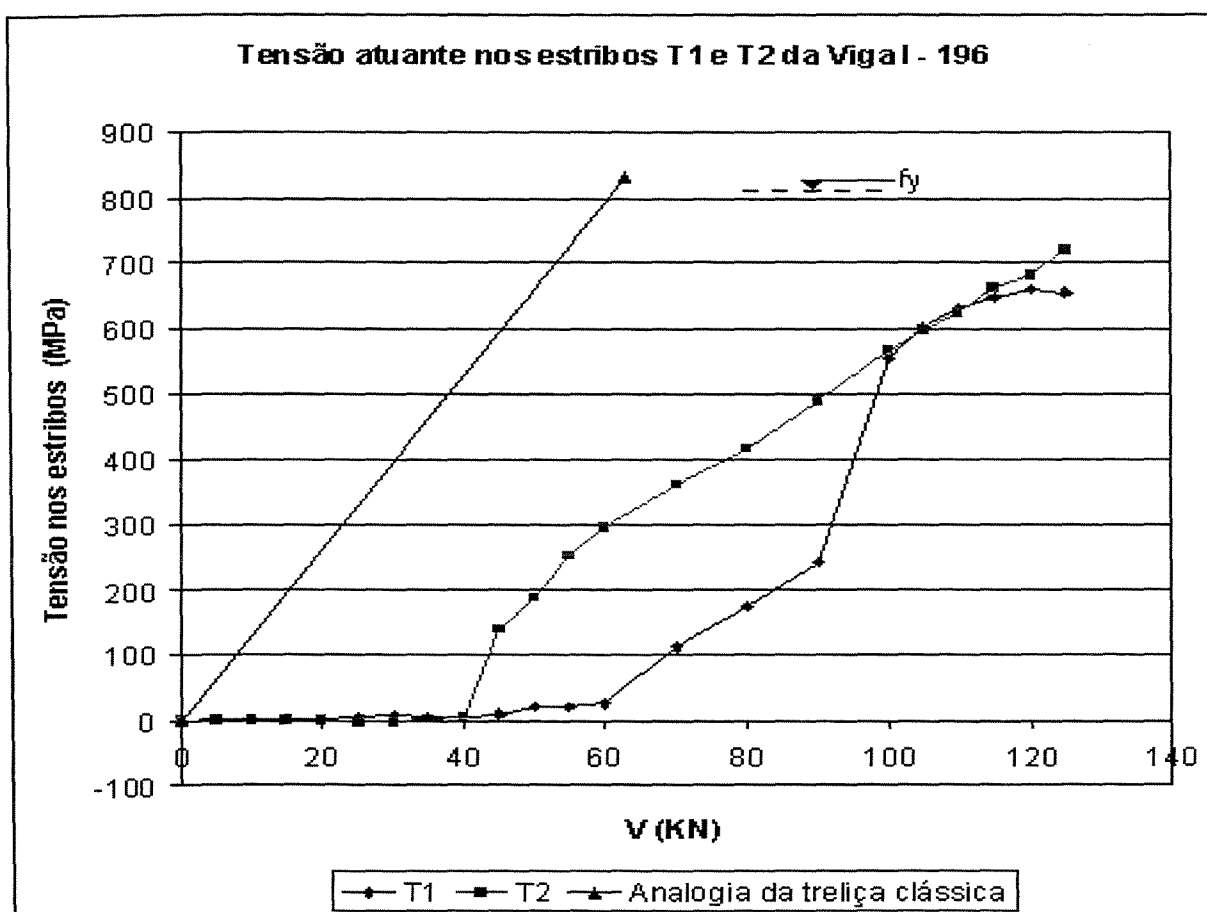
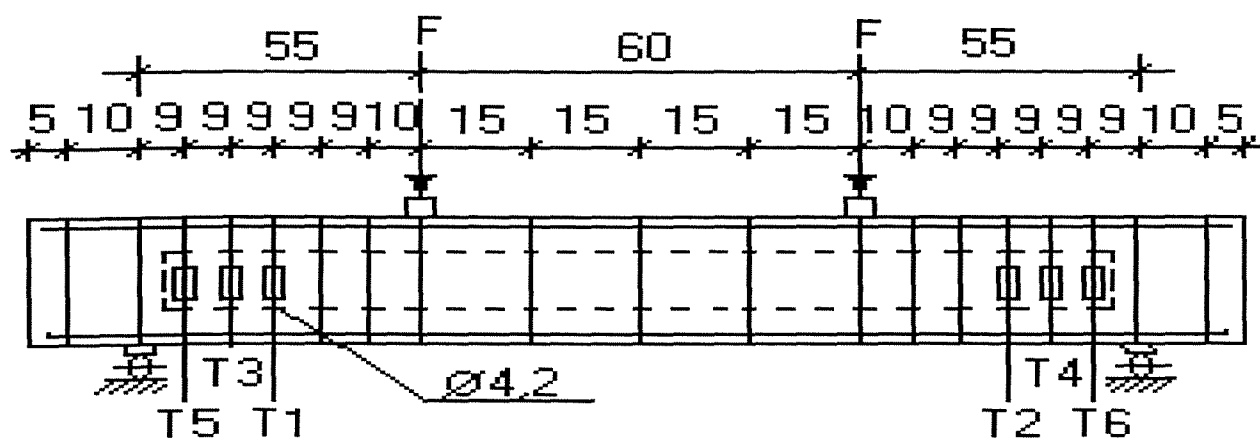


Figura 4.21 – Tensão atuante nos estribos T₁ e T₂ – Viga I – 196.

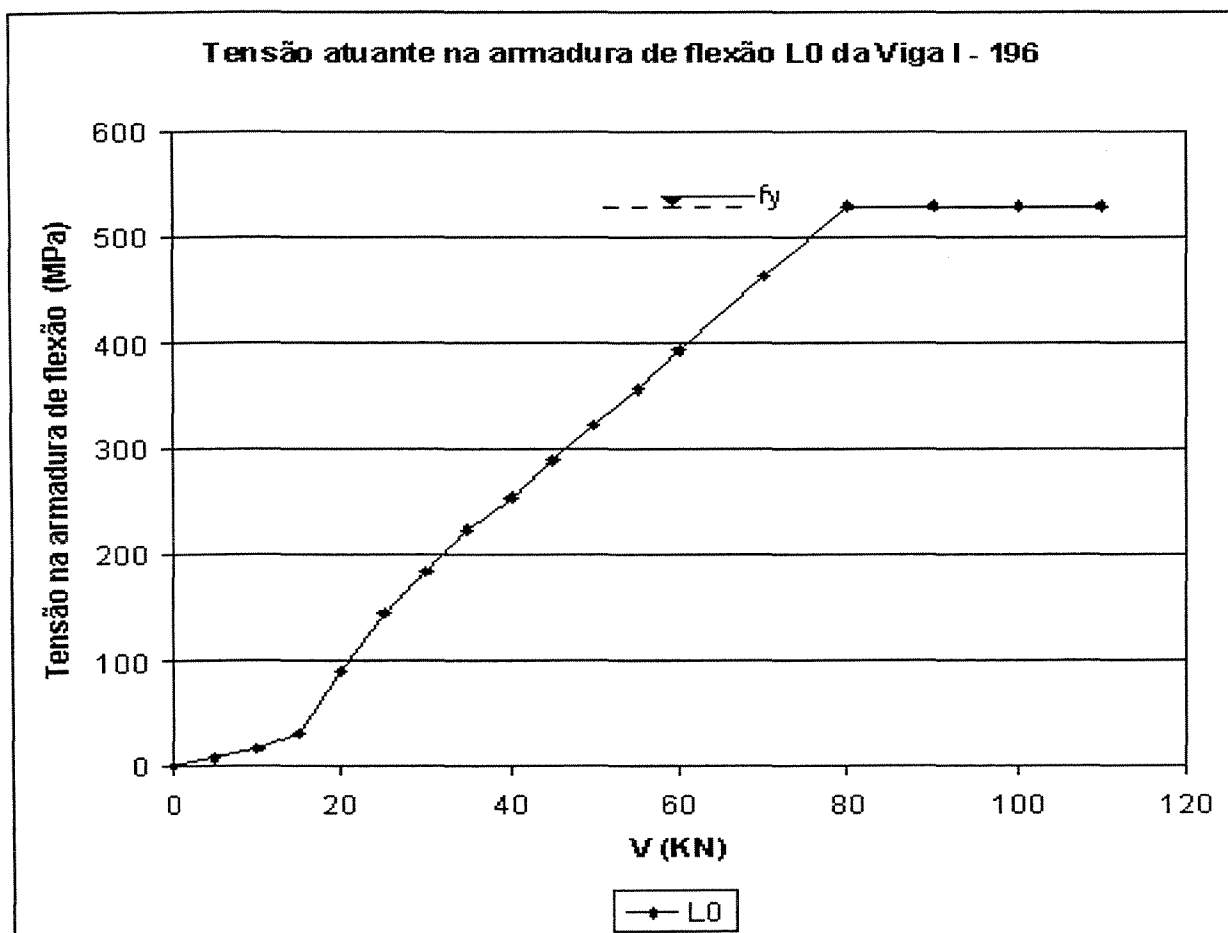
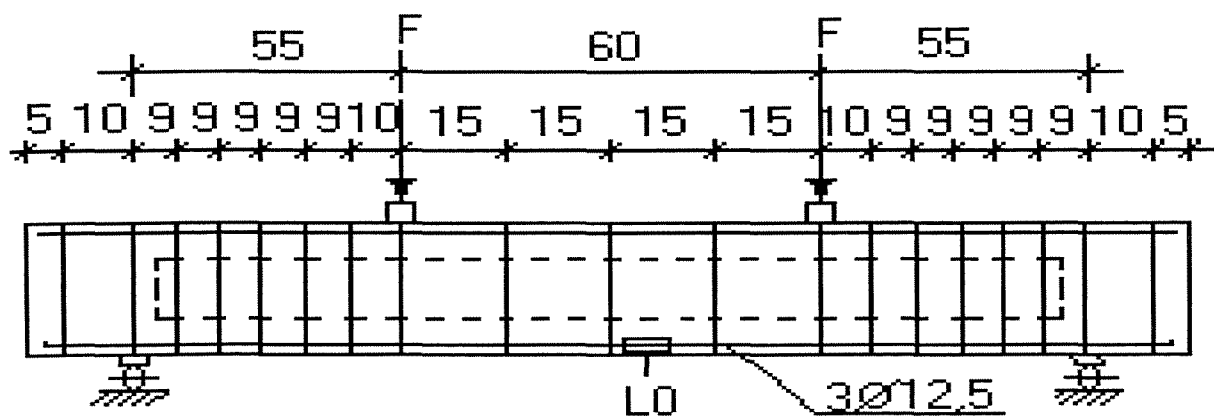


Figura 4.22 – Tensão atuante na armadura de flexão – Viga I – 196.

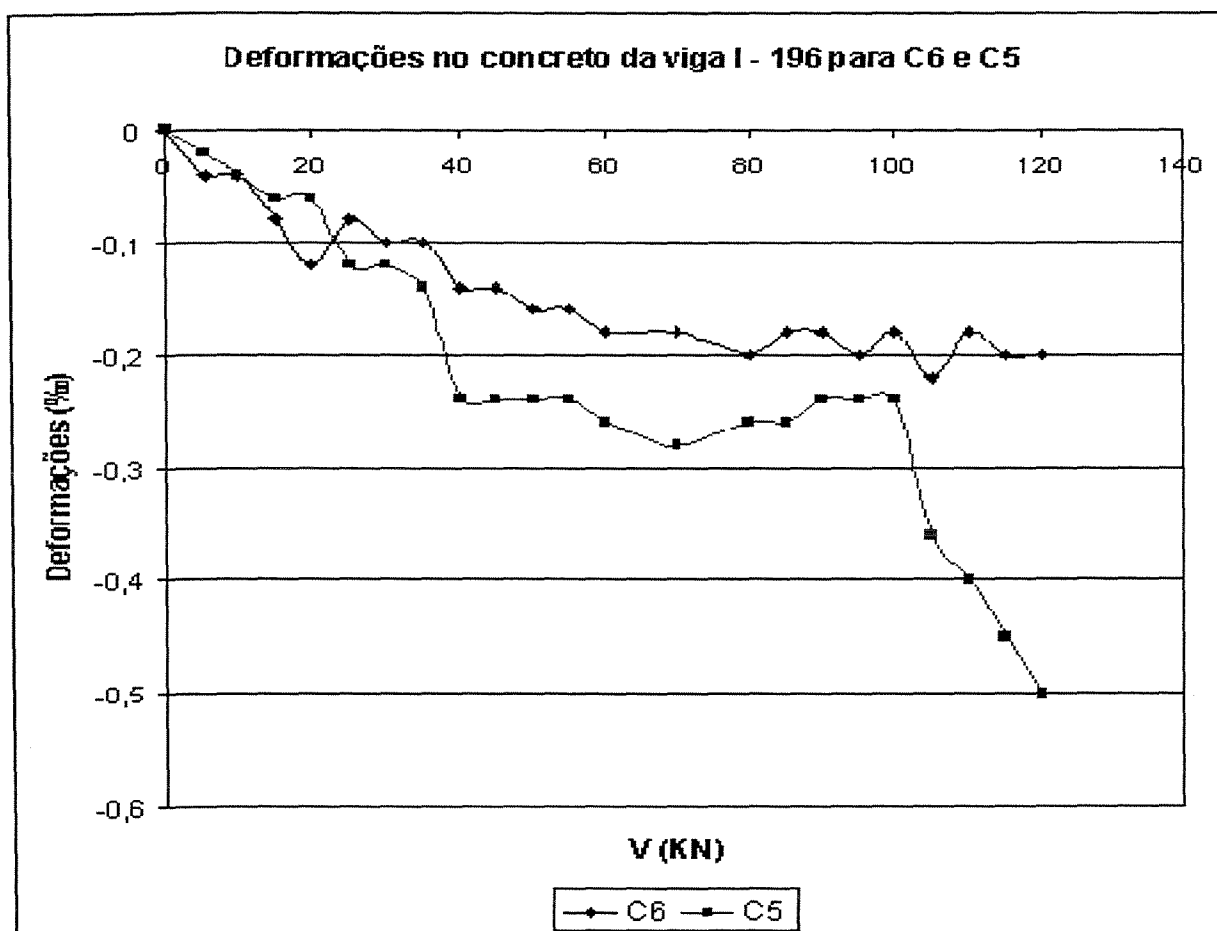
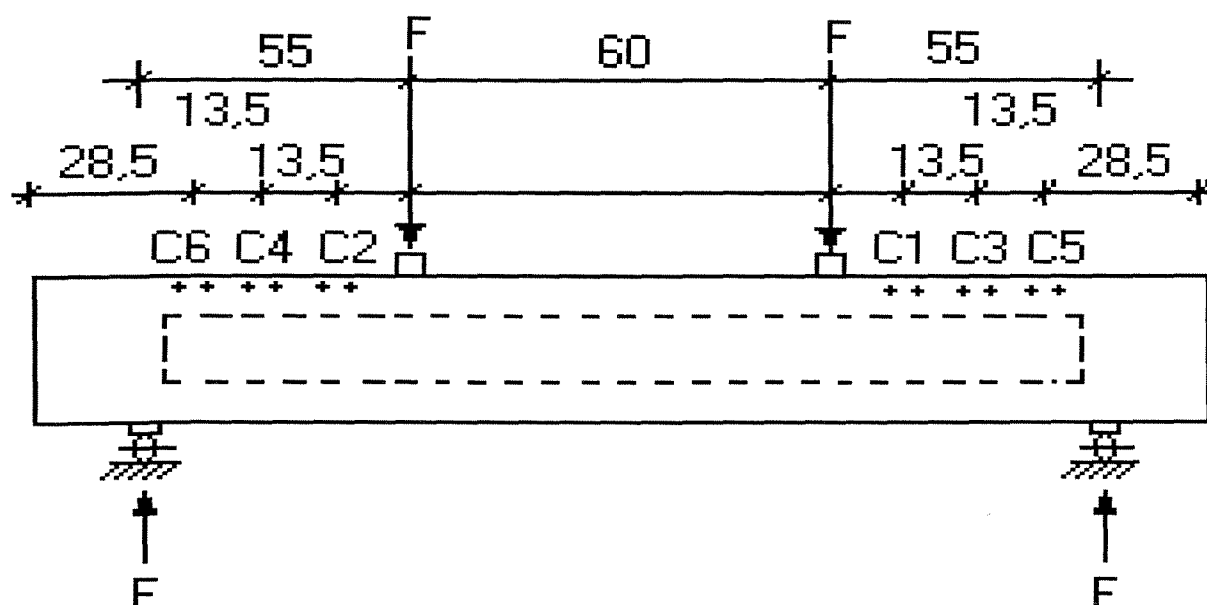


Figura 4.23 – Deformações no concreto para C₆ e C₅ – Viga I – 196.

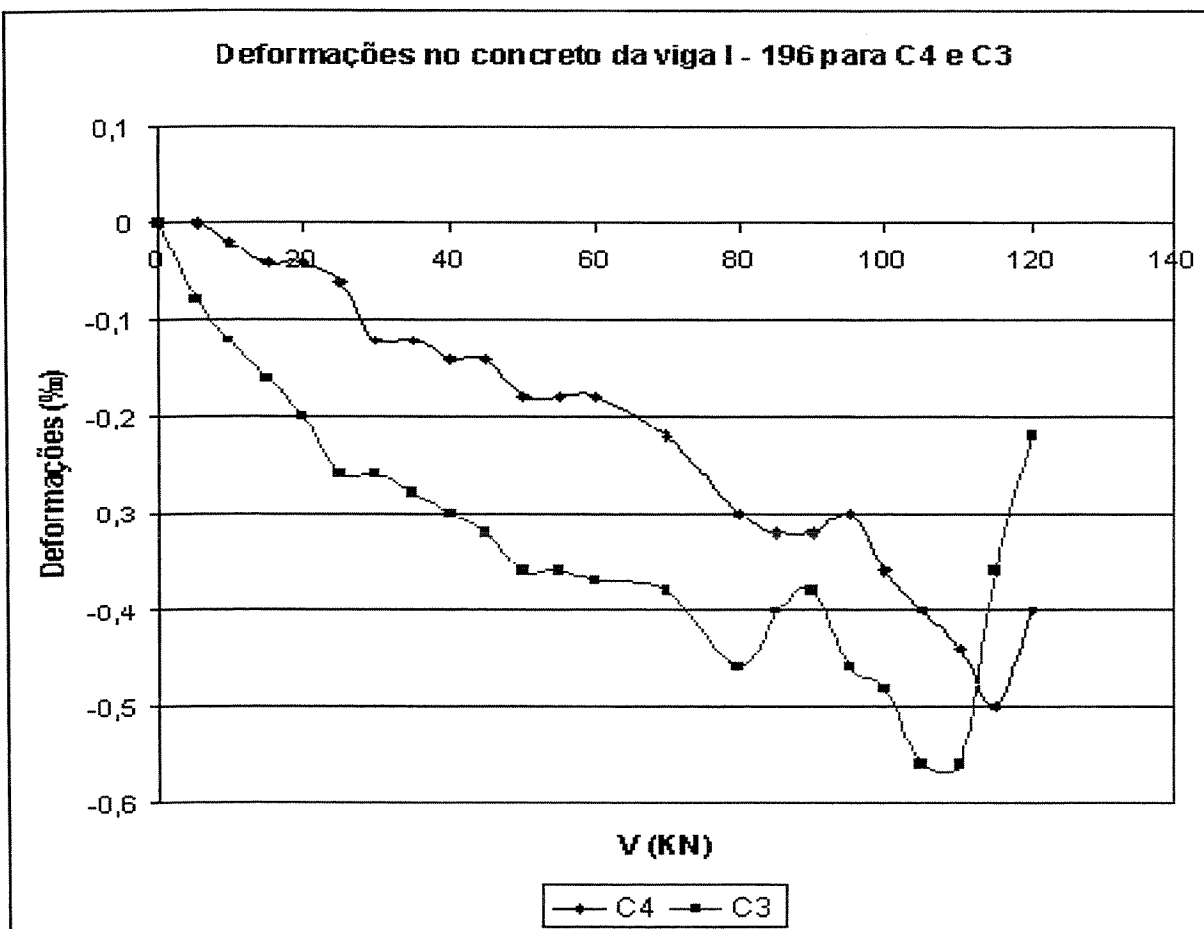
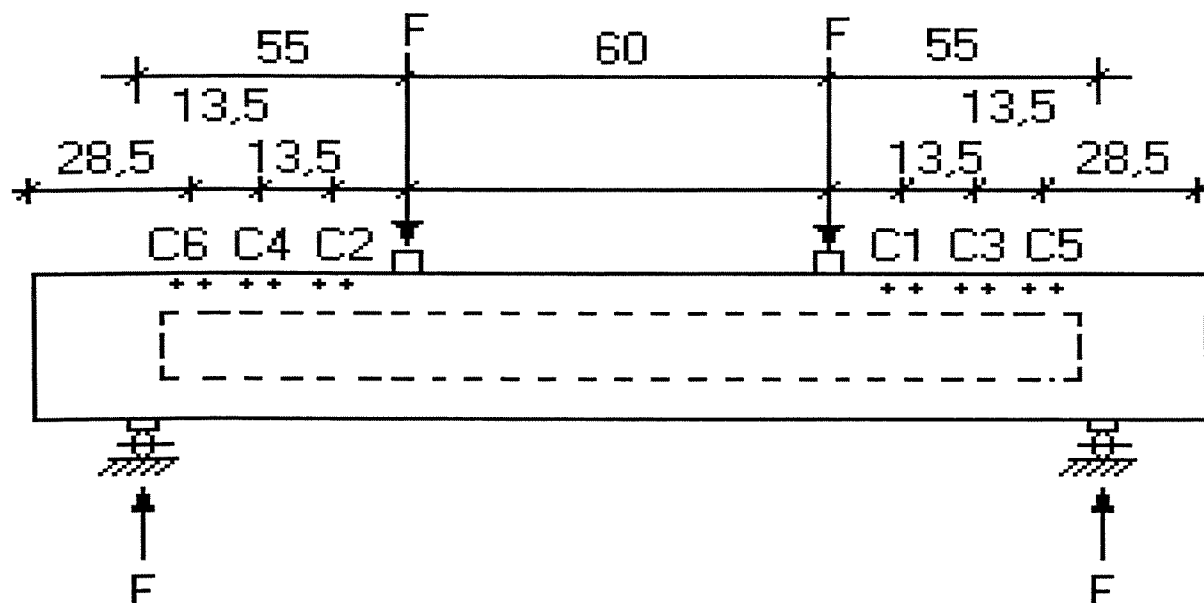


Figura 4.24 – Deformações no concreto para C₄ e C₃ – Viga I – 196.

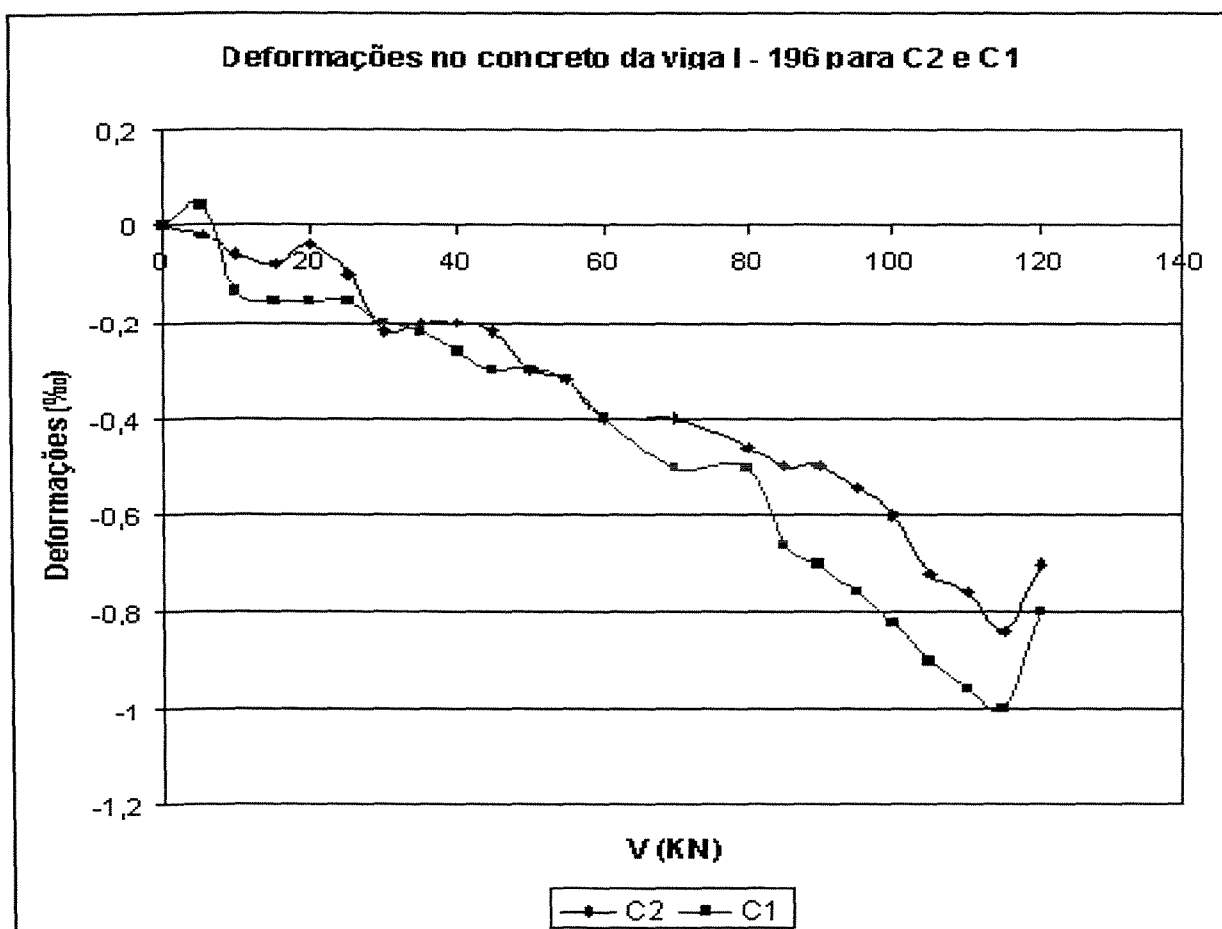
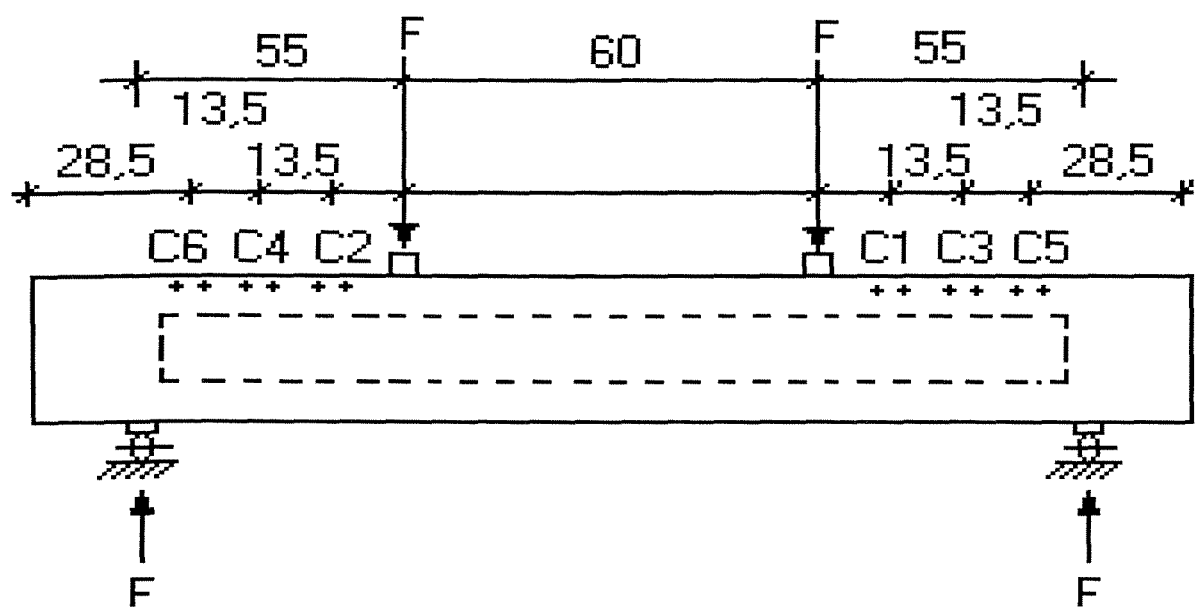


Figura 4.25 – Deformações no concreto para C₂ e C₁ – Viga I – 196.

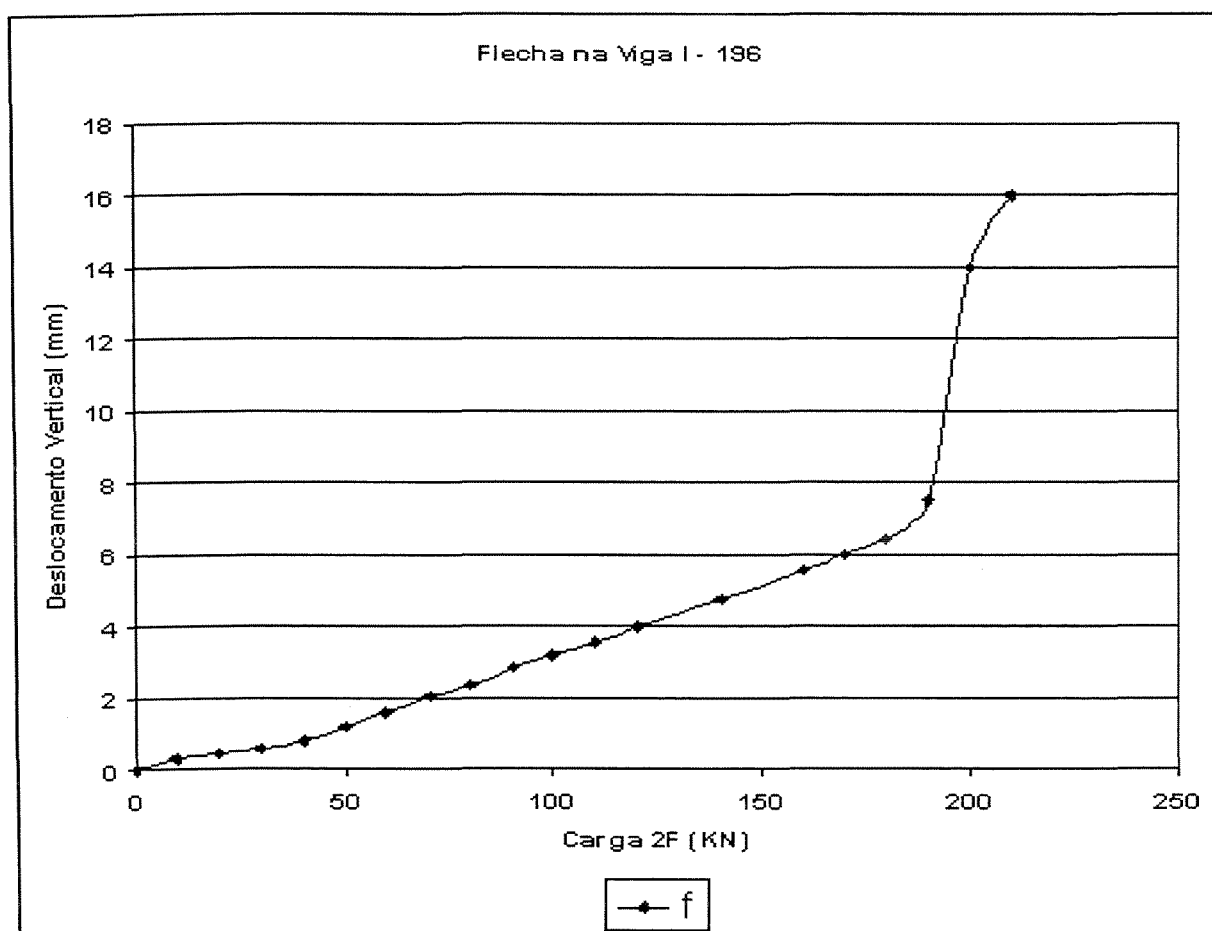
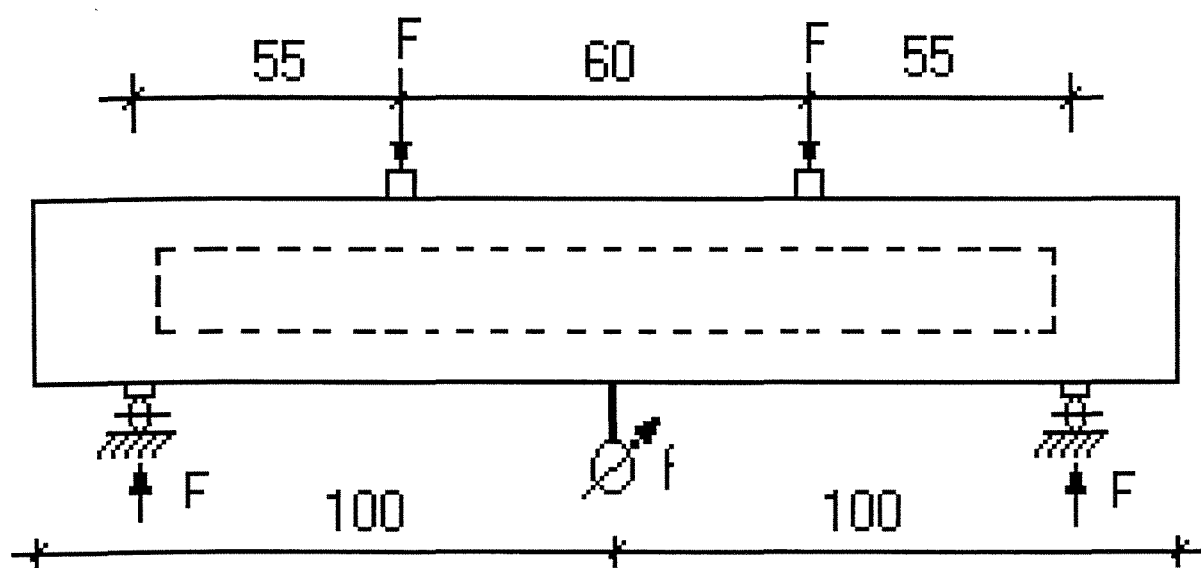


Figura 4.26 – Flecha no meio do vão – Viga I – 196.

4.3 - VIGA I – 143 A

A viga I – 143 A possuía relação $a/d = 1,43$, taxa de armadura transversal de 0,780 %, grau de armação ao cisalhamento 0,513 e taxa de armadura longitudinal de 2,61 %.

Nessa viga, quando a carga total atingiu 200 kN teve início o escoamento da armadura de flexão. O estado limite último se deu por flexão com alongamento plástico excessivo (10 ‰) dessa armadura quando a carga total foi de 250 kN caracterizando a ruína da viga, mas as leituras prosseguiram até 320 kN quando ocorreu a ruptura. Quando a carga total foi de 260 kN a deformação plástica da armadura de flexão chegou a (13, 13 ‰). Com a carga total de 280 kN teve início o escoamento da armadura transversal e com a carga de 320 kN ocorreu a ruptura da viga por força cortante-tração.

As flechas no meio do vão foram de 7,80 mm para a carga de 250 kN, 8,86 mm para a carga de 260 kN e o maior valor medido foi de 35,70 mm para a carga de 310 kN.

As Figuras 4.27 e 4.28 mostram as fissuras da viga após o ensaio e as Figuras 4.29 a 4.31 mostram os detalhes das fissuras nas extremidades e no meio da viga.



Figura 4.27 – Configuração final das fissuras - Viga I – 143 A.

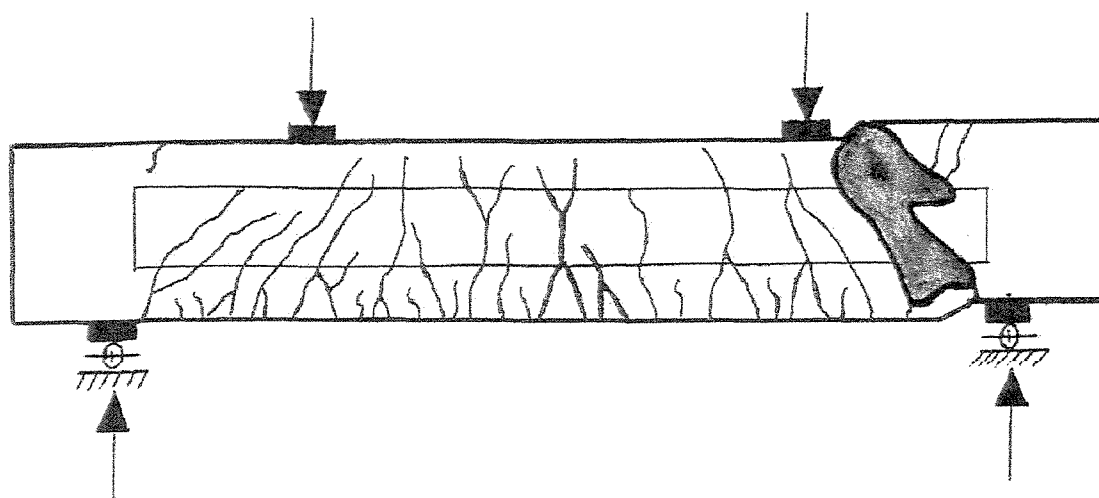


Figura 4.28 – Estado final de fissuração - Viga I – 143 A.

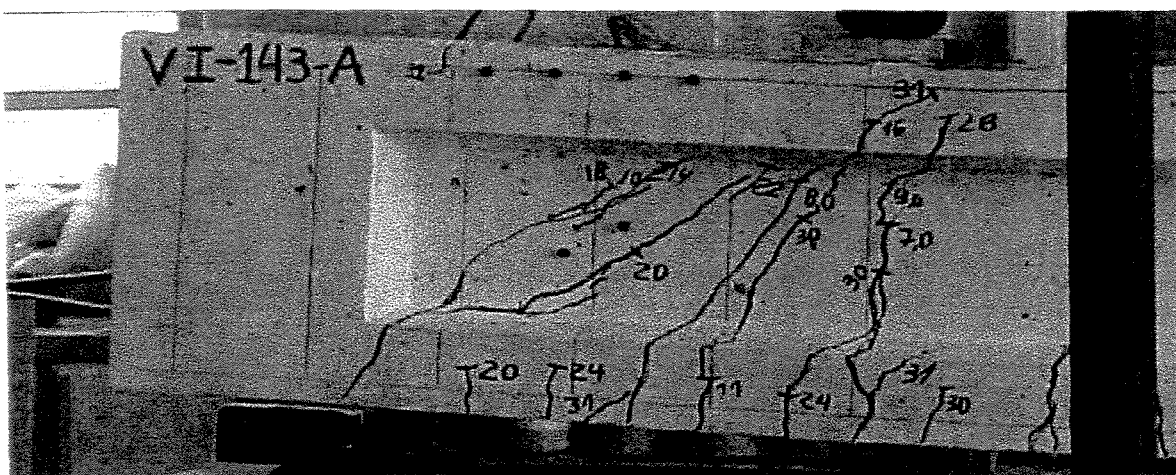


Figura 4.29 – Configuração final das fissuras na extremidade esquerda da viga - Viga I – 143 A.

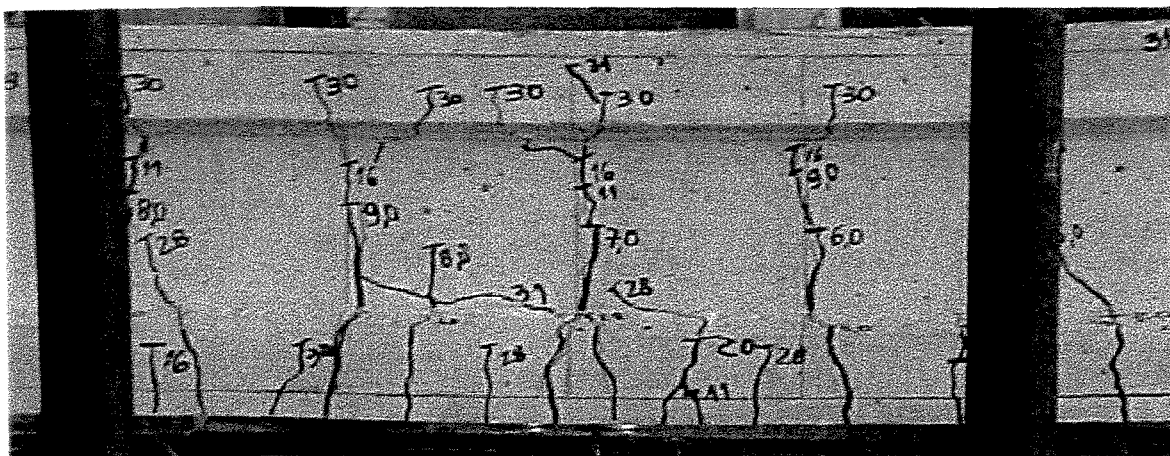


Figura 4.30 – Configuração final das fissuras no meio da viga - Viga I – 143 A.

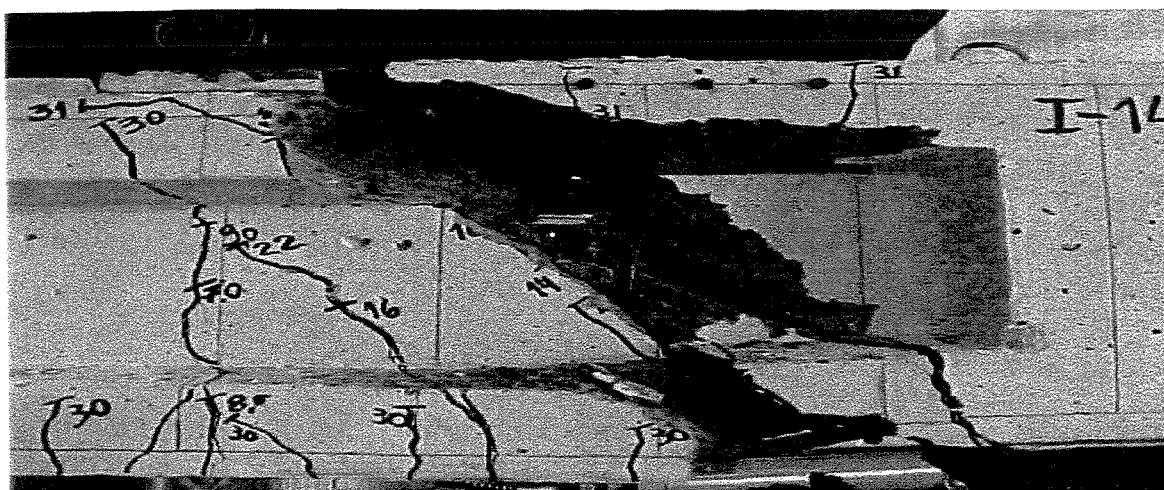


Figura 4.31 – Configuração final das fissuras na extremidade direita da viga - Viga I – 143 A.

Nas Figuras 4.32 a 4.38, são apresentadas as evoluções das tensões nas armaduras e as deformações do concreto.

A flecha no meio do vão é apresentada na Figura 4.39.

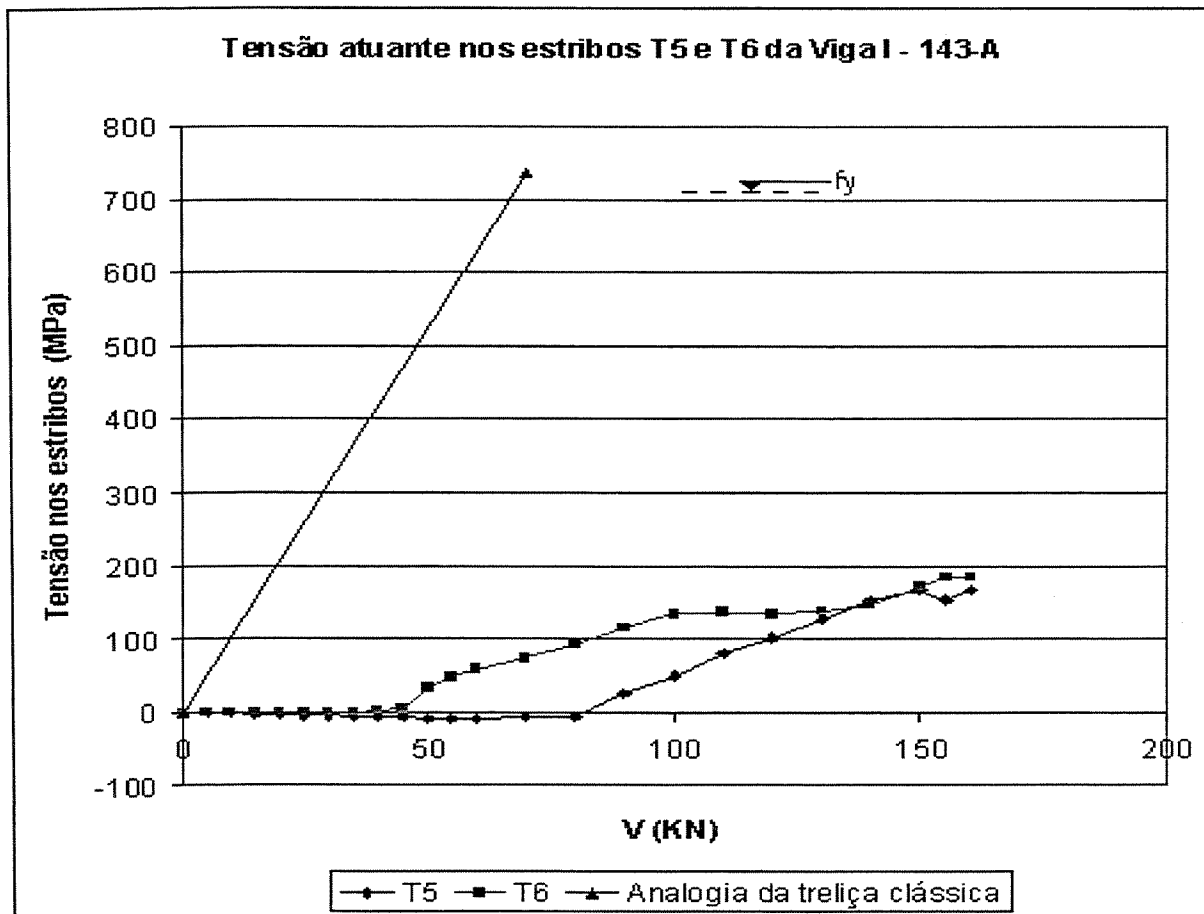
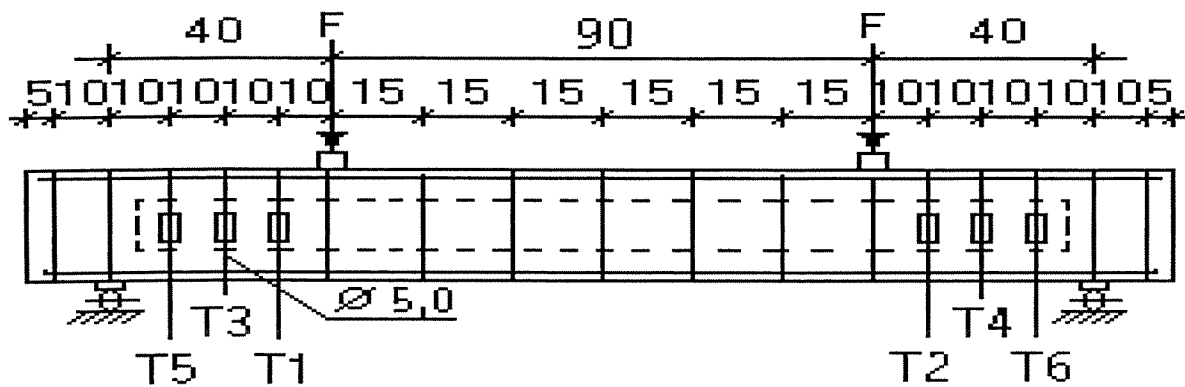


Figura 4.32 –Tensão atuante nos estribos T₅ e T₆ - Viga I – 143 A.

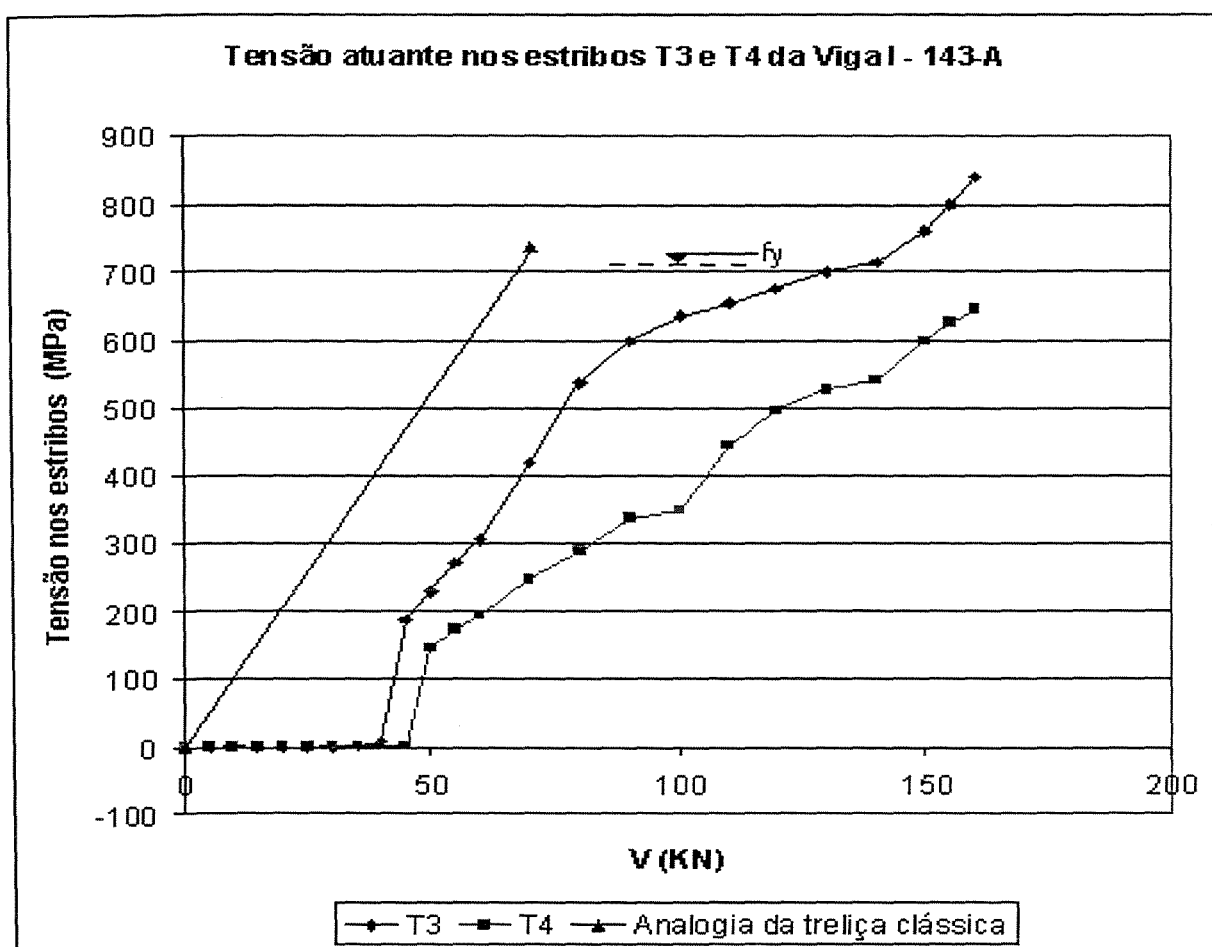
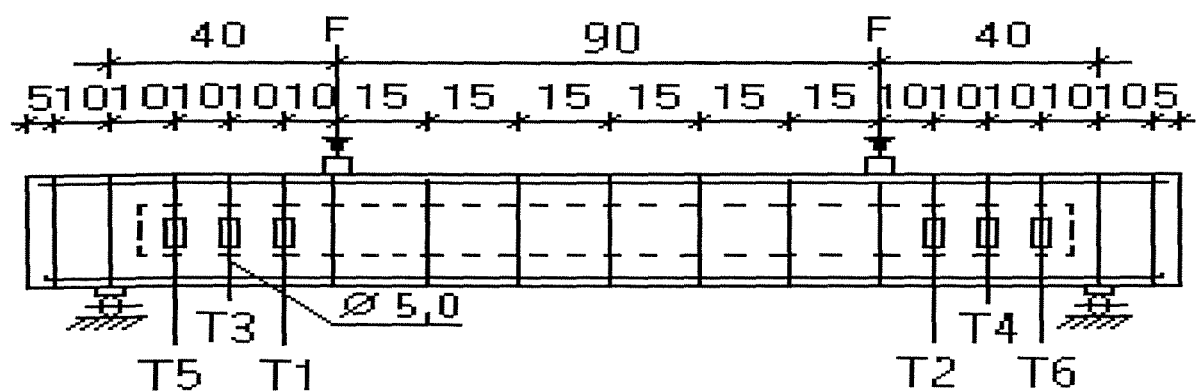


Figura 4.33 – Tensão atuante nos estribos T_3 e T_4 – Viga I – 143 A.

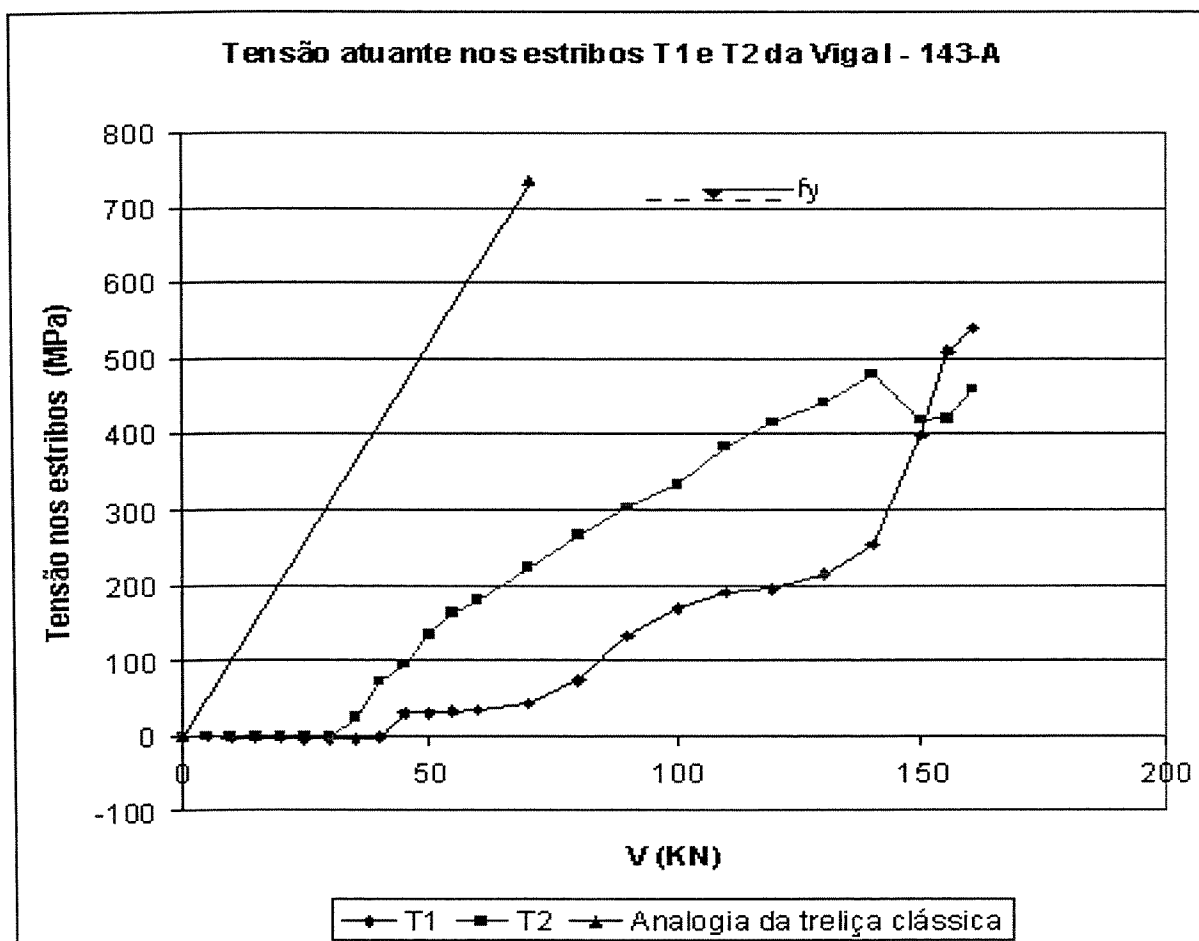
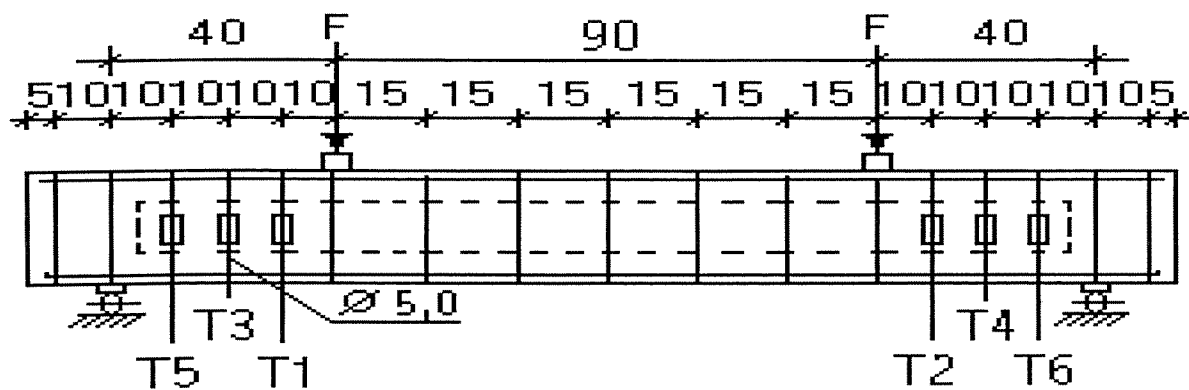


Figura 4.34 – Tensão atuante nos estribos T₁ e T₂ – Viga I – 143 A.

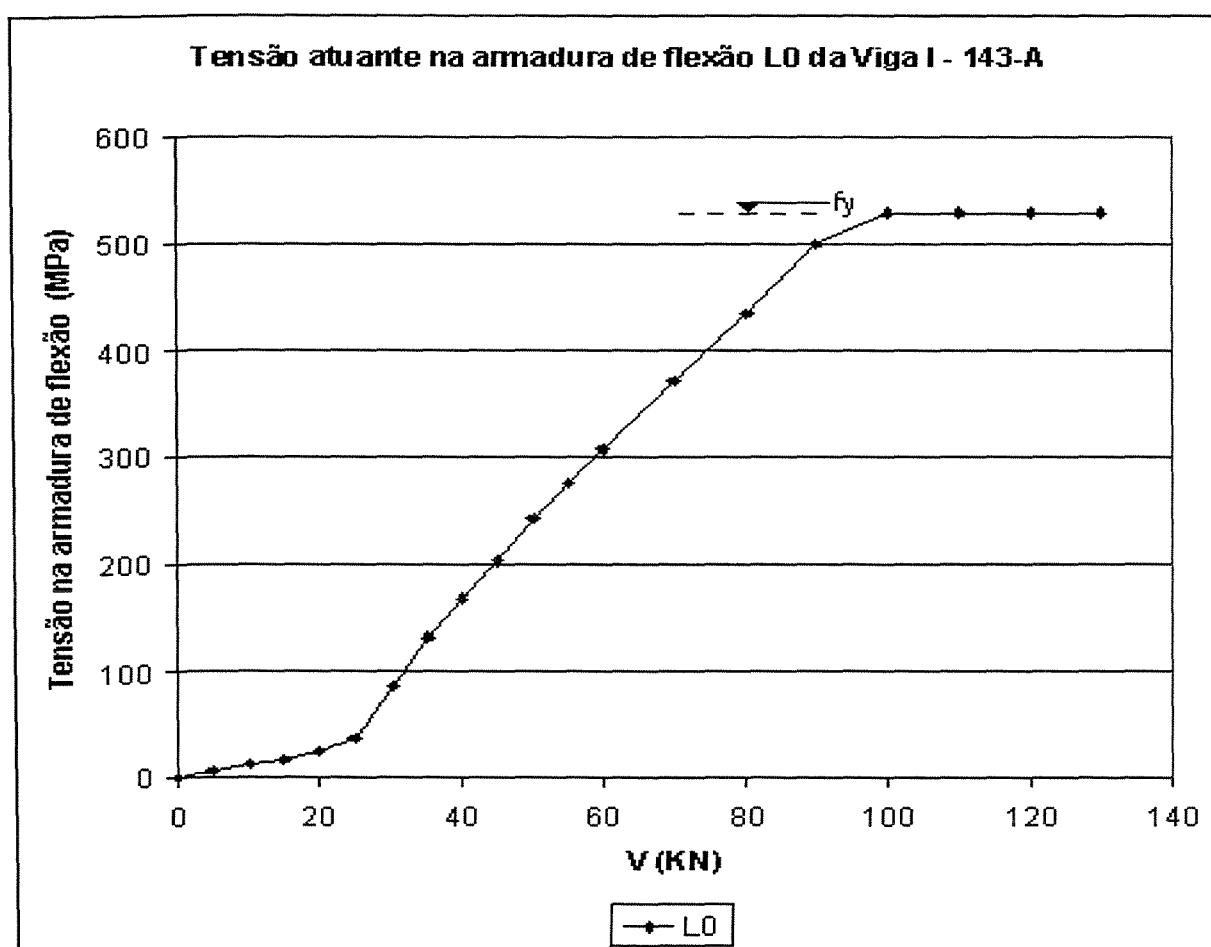
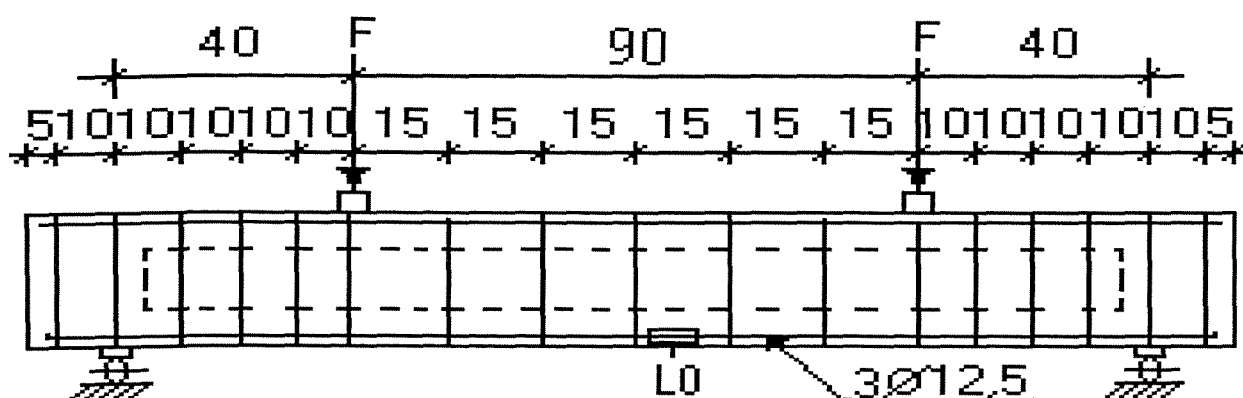


Figura 4.35 – Tensão atuante na armadura de flexão – Viga I – 143 A.

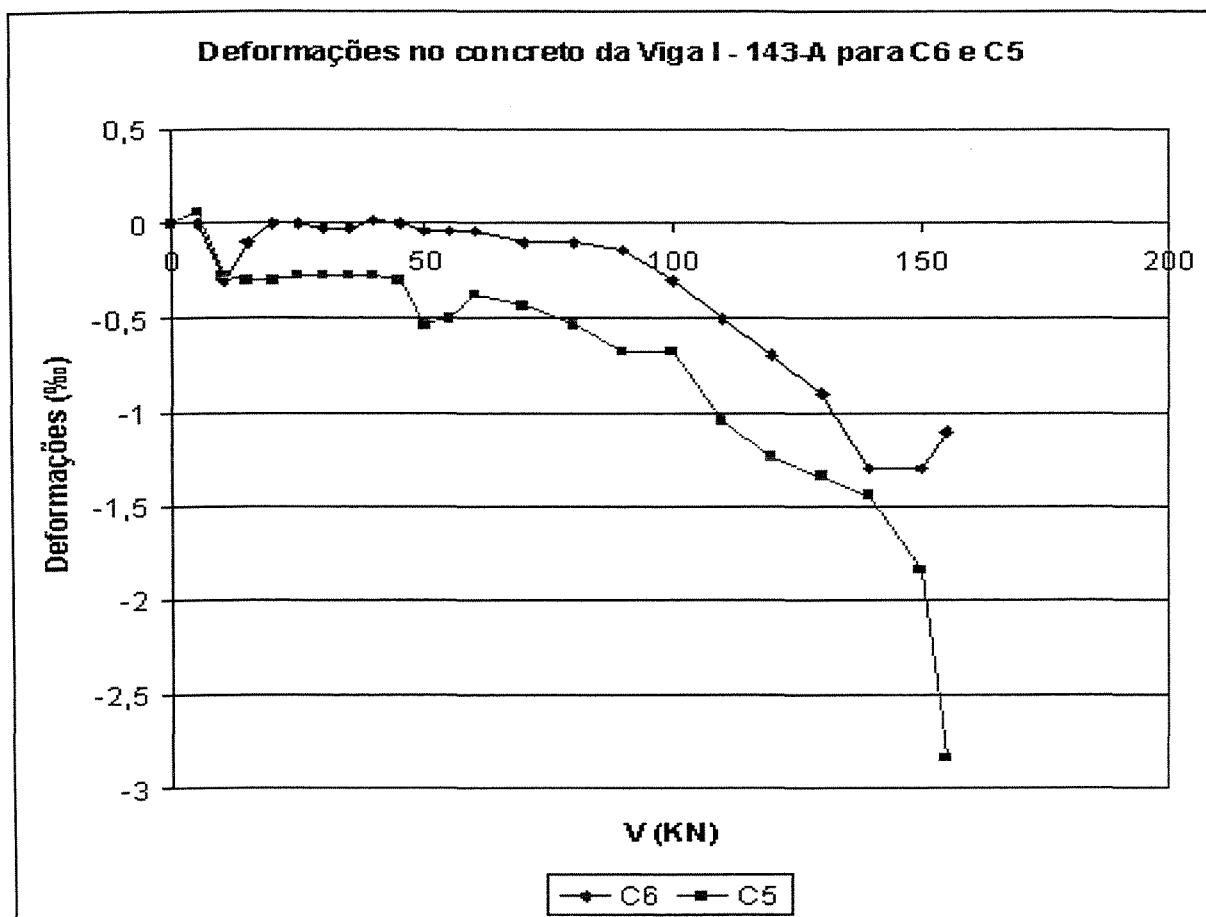
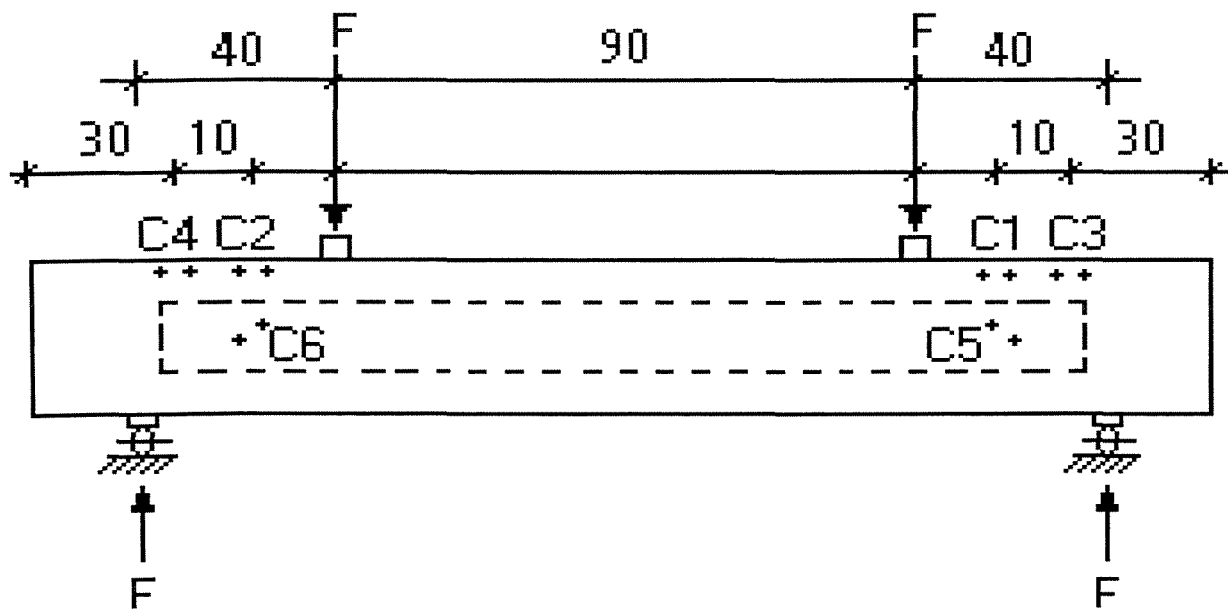


Figura 4.36 – Deformações no concreto para C₆ e C₅ – Viga I – 143 A.

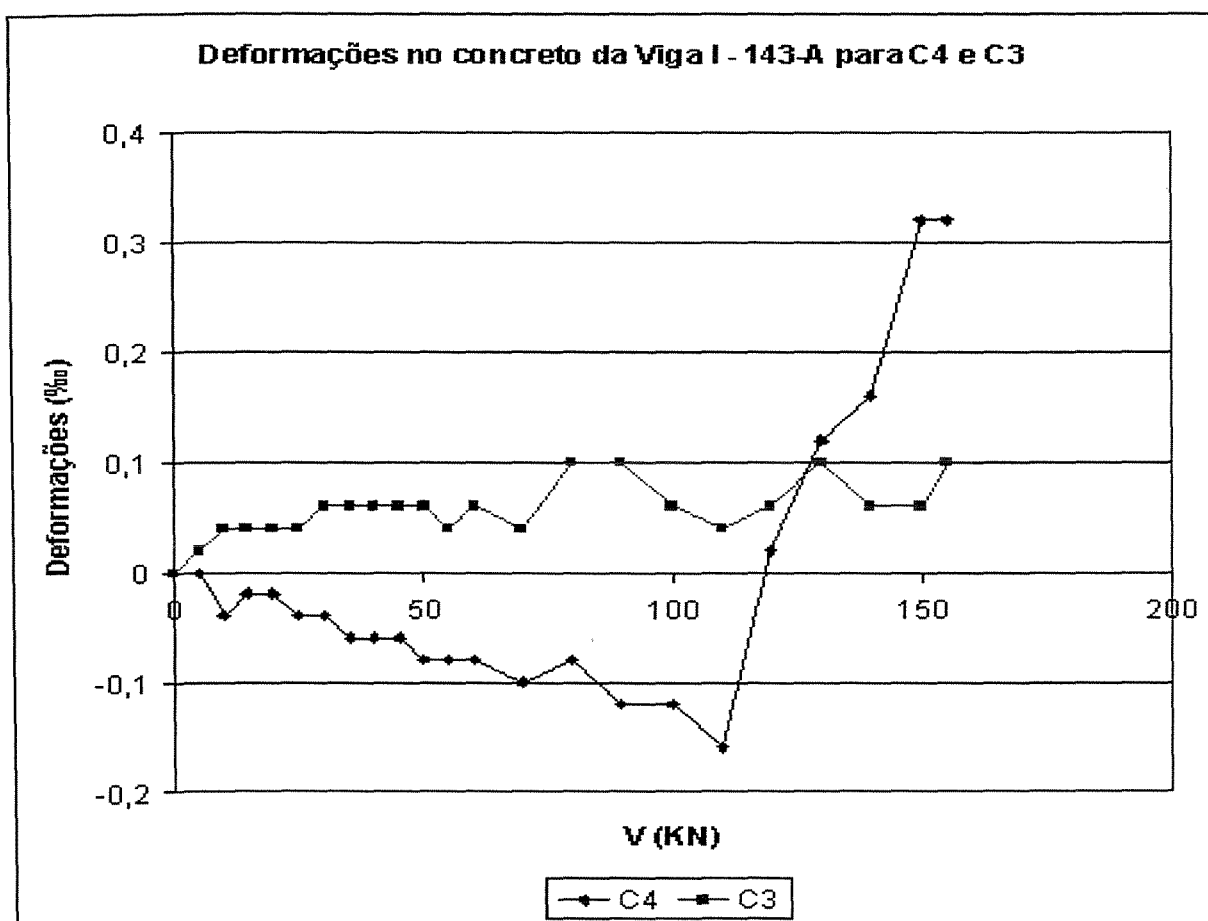
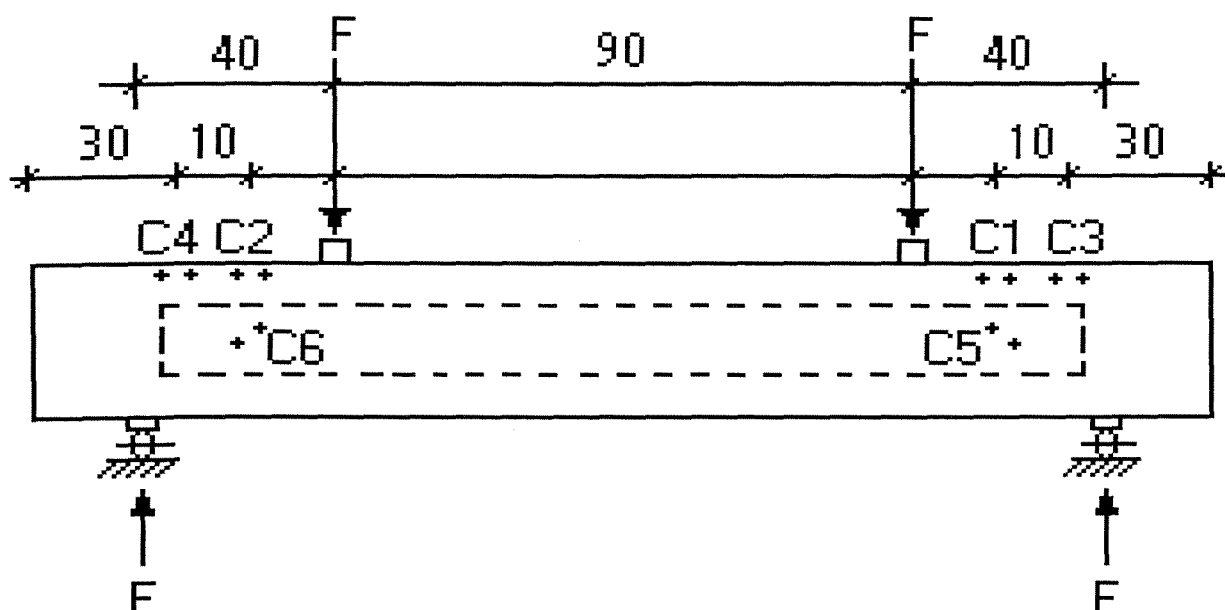


Figura 4.37 – Deformações no concreto para C4 e C3 – Viga I – 143 A.

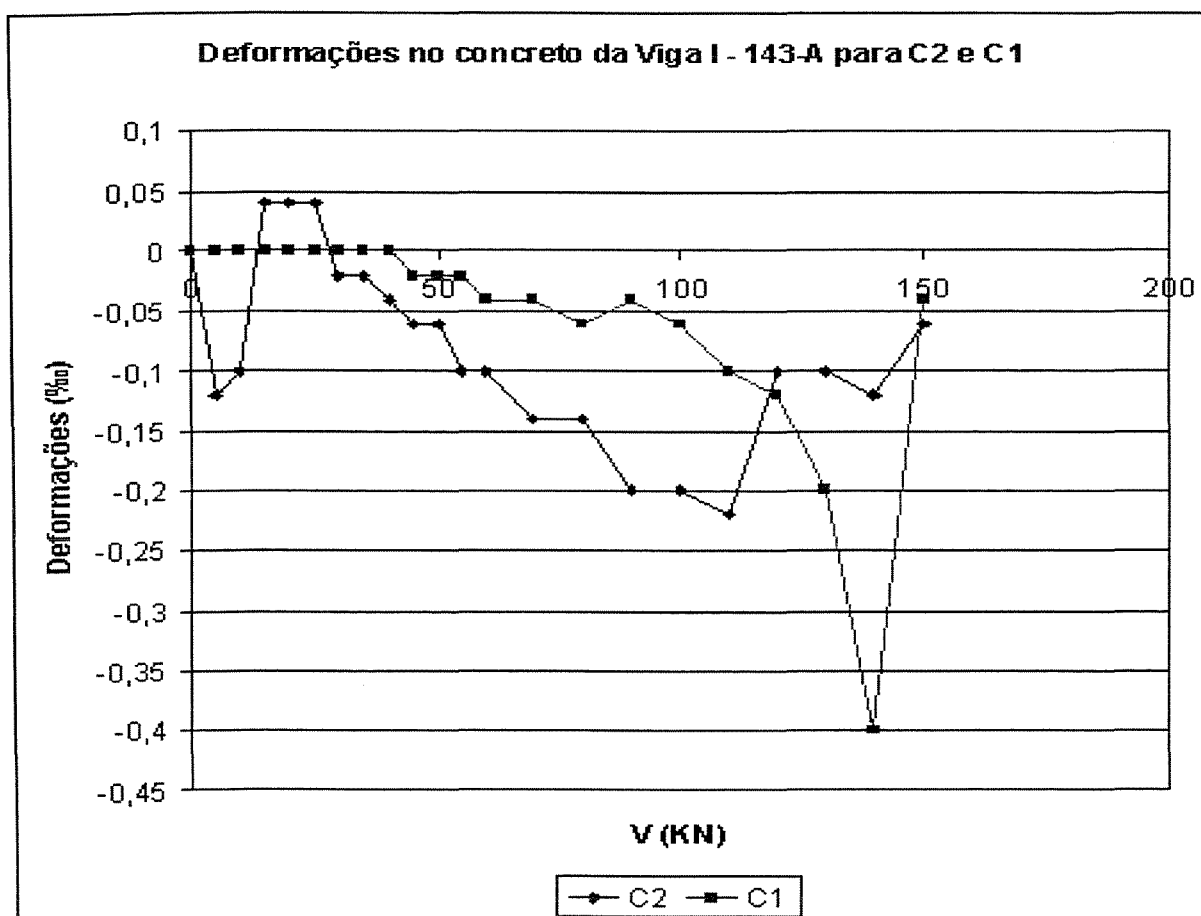
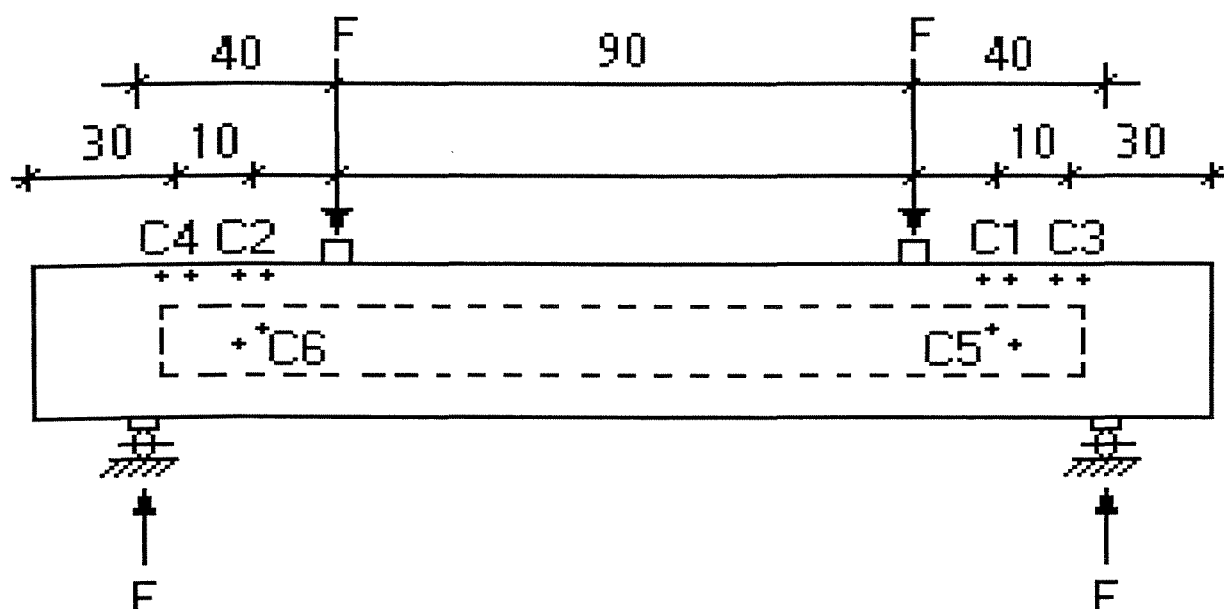


Figura 4.38 – Deformações no concreto para C₂ e C₁ – Viga I – 143 A.

UNICAMP

BIBLIOTECA CENTRAL

SEÇÃO CIRCULANTE

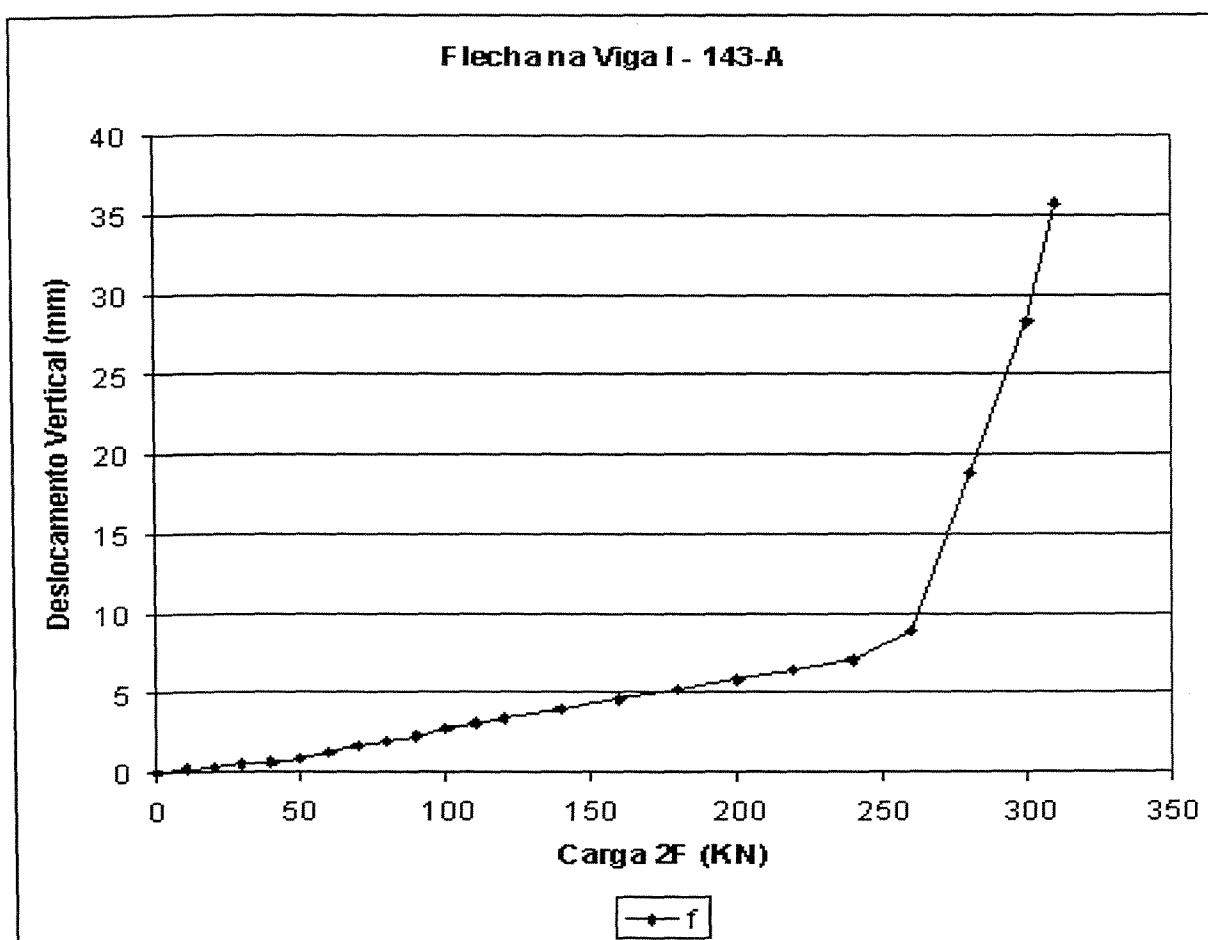
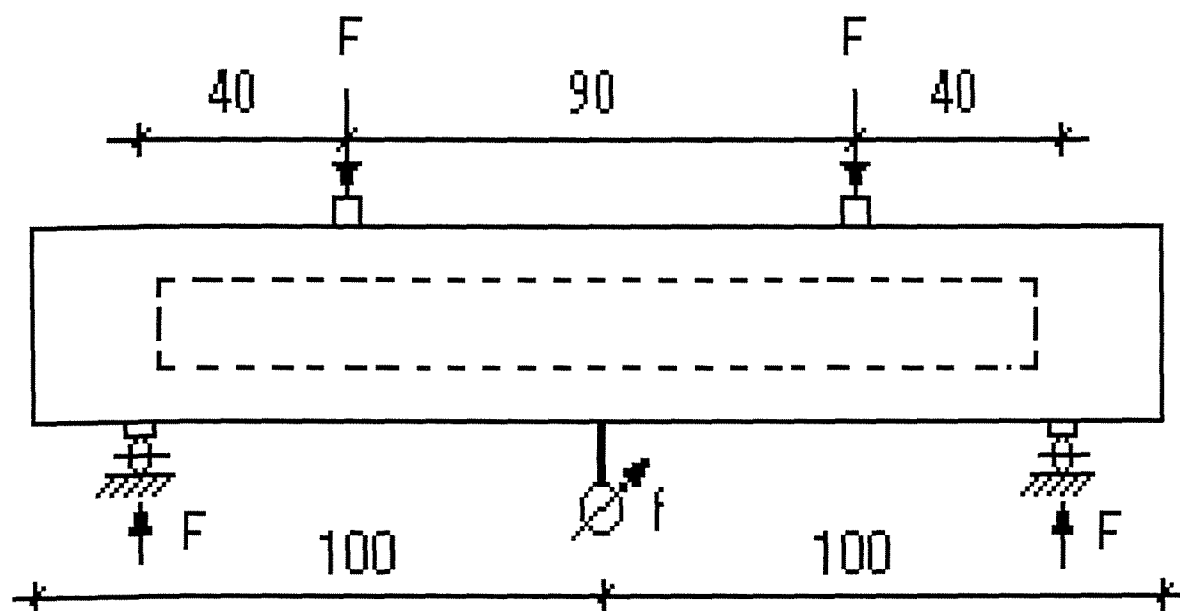


Figura 4.39 – Flecha no meio do vão – Viga I – 143 A.

4.4 - VIGA I – 143 B

A viga I – 143 B possuía relação $a/d = 1,43$, taxa de armadura transversal de 0,532 %, grau de armação ao cisalhamento 0,399 e taxa de armadura longitudinal de 2,61 %.

Nessa viga, o início do escoamento da armadura transversal ocorreu quando a carga total foi de 180 kN. Quando a carga total atingiu 220 kN teve início o escoamento da armadura de flexão. O estado limite último se deu por flexão com alongamento plástico excessivo (10 ‰) dessa armadura quando a carga total foi de 260 kN caracterizando a ruína da viga, mas as leituras prosseguiram até 330 kN quando ocorreu a ruptura. Quando a carga total foi de 274 kN a deformação plástica da armadura de flexão chegou a (15,112 ‰) e com a carga de 330 kN ocorreu a ruptura da viga por flexão com esmagamento do banzo comprimido.

A flecha no meio do vão foi de 7,60 mm para a carga de 260 kN e o máximo valor medido foi de 35,50 mm para a carga de 315 kN.

As Figuras 4.40 e 4.41 mostram as fissuras da viga após o ensaio e as Figuras 4.42 a 4.44 mostram os detalhes das fissuras nas extremidades e no meio da viga.

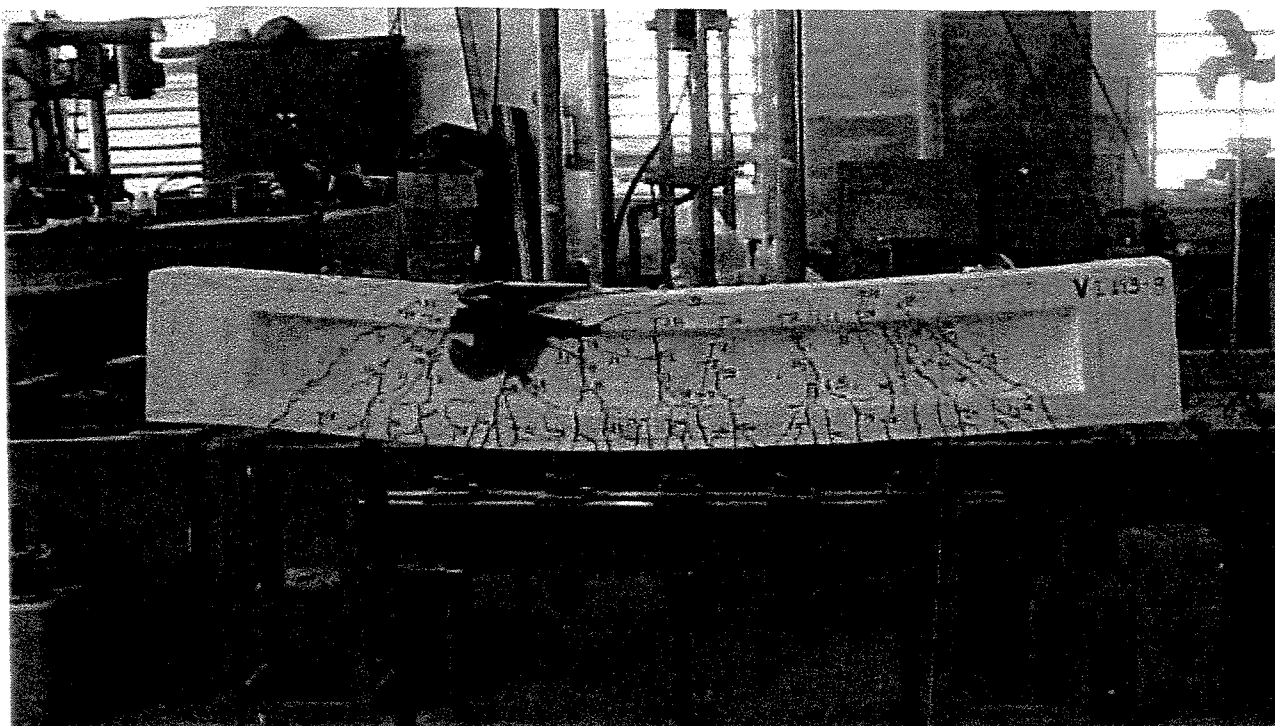


Figura 4.40 – Configuração final das fissuras - Viga I – 143 B.

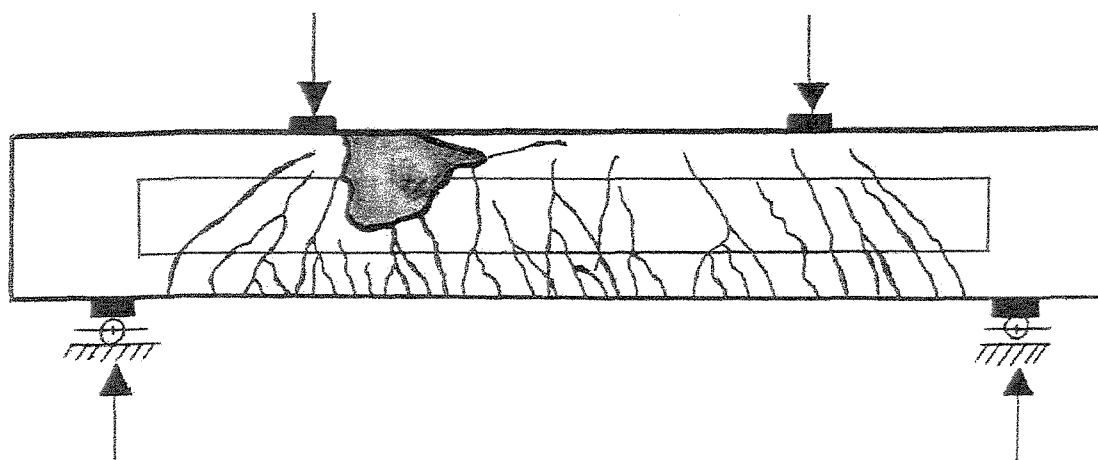


Figura 4.41 – Estado final de fissuração - Viga I – 143 B.



Figura 4.42 – Configuração final das fissuras na extremidade esquerda da viga - Viga I – 143 B.

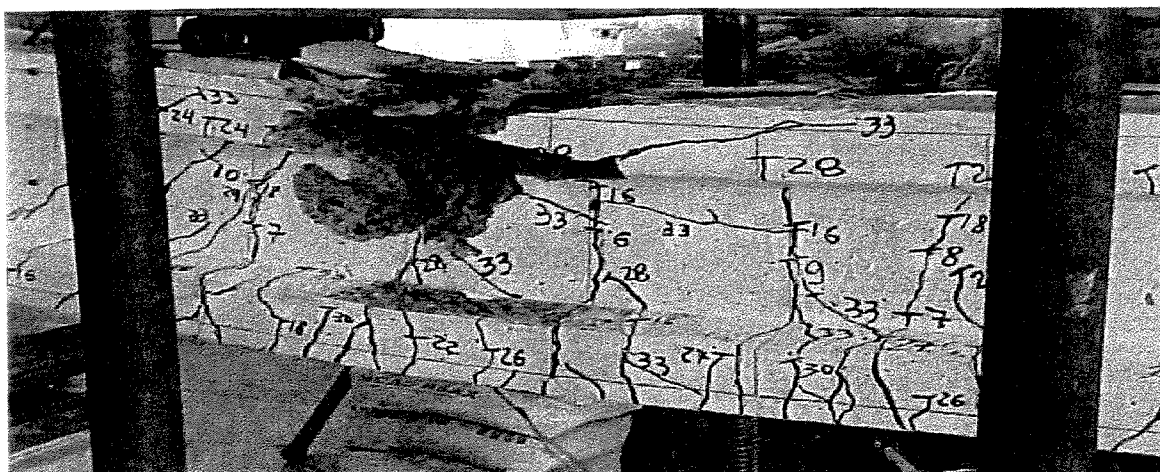


Figura 4.43 – Configuração final das fissuras no meio da viga - Viga I – 143 B.

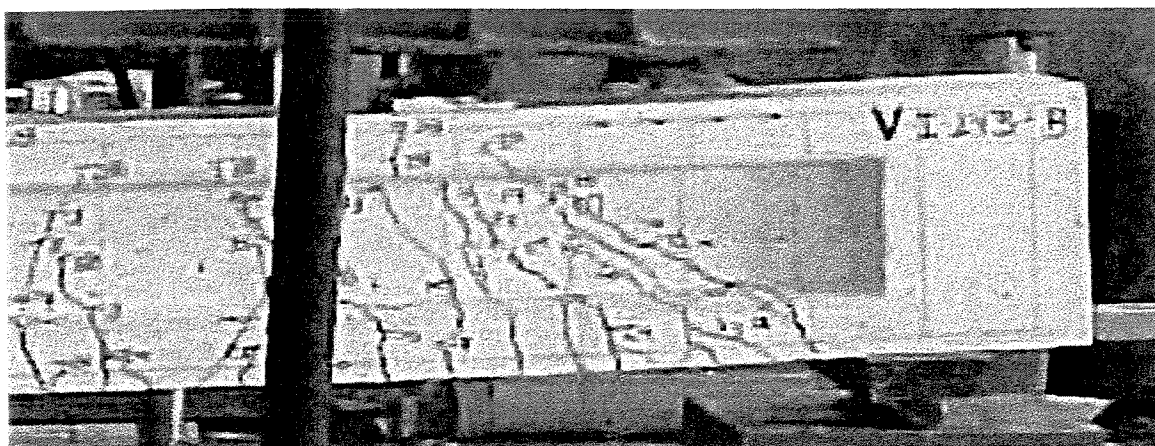


Figura 4.44 – Configuração final das fissuras na extremidade direita da viga - Viga I – 143 B.

Nas Figuras 4.45 a 4.51, são apresentadas as evoluções das tensões nas armaduras e as deformações do concreto.

A flecha no meio do vão é apresentada na Figura 4.52.

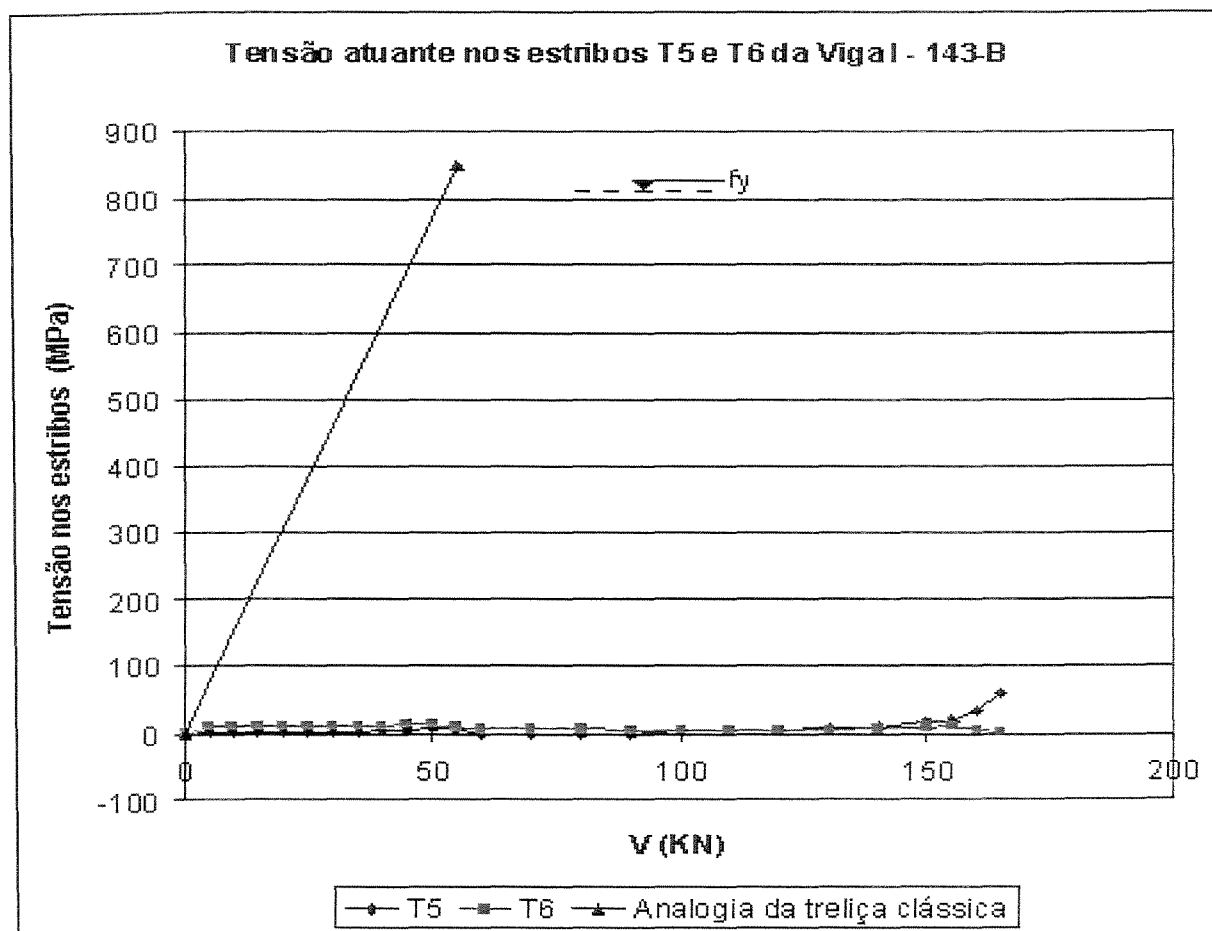
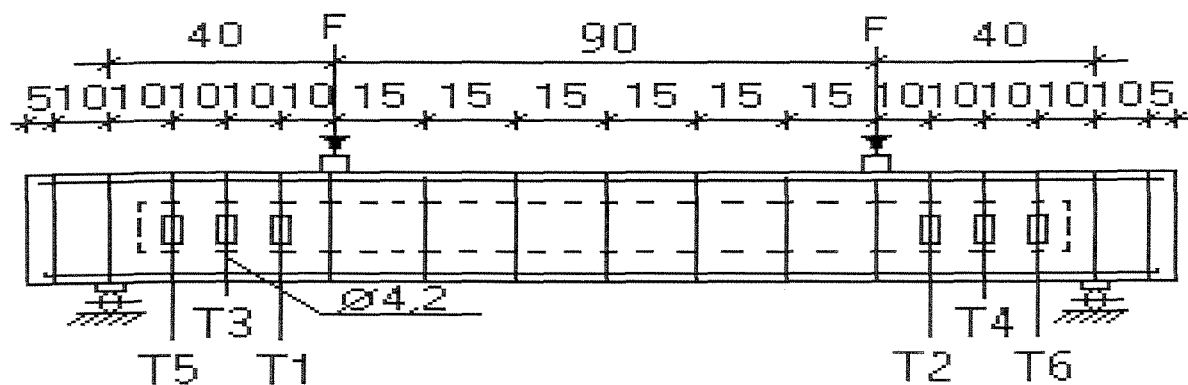


Figura 4.45 –Tensão atuante nos estribos T₅ e T₆ - Viga I – 143 B.

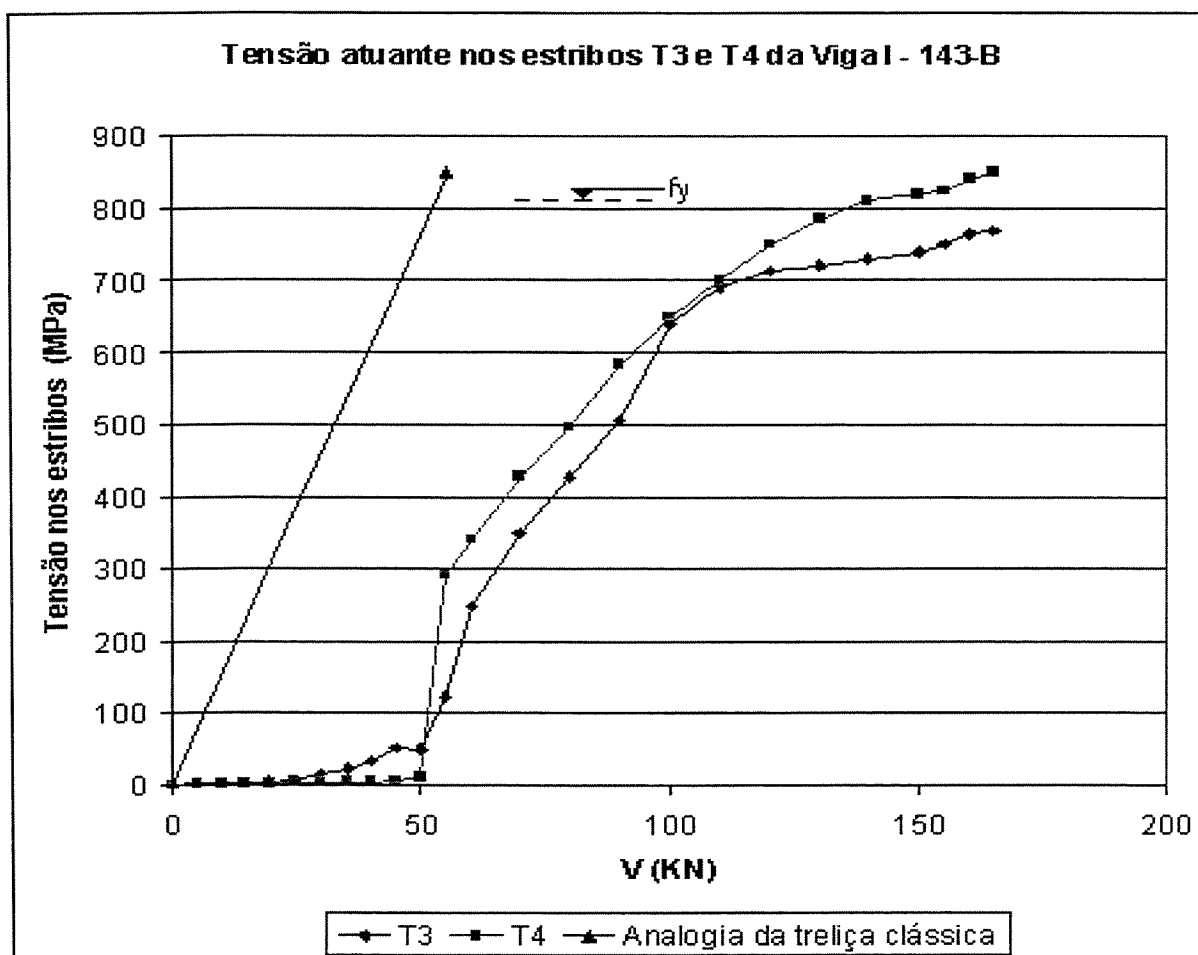
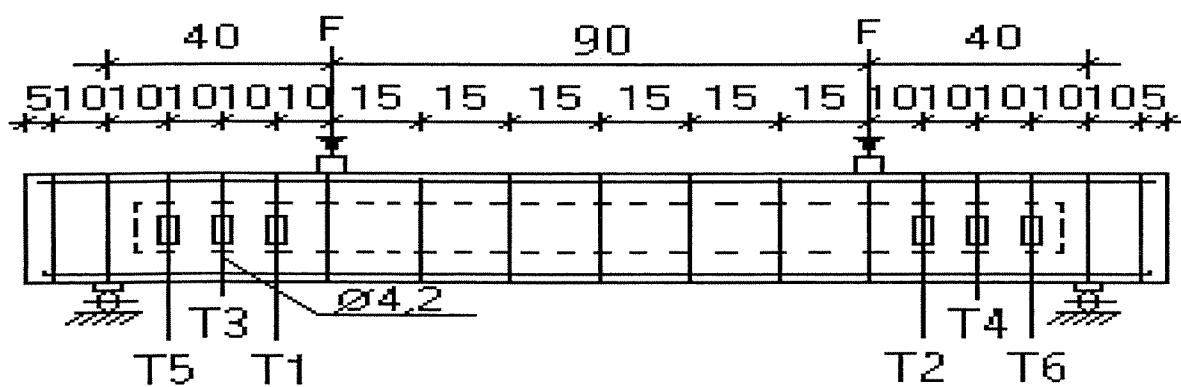


Figura 4.46 – Tensão atuante nos estribos T₃ e T₄ – Viga I – 143 B.

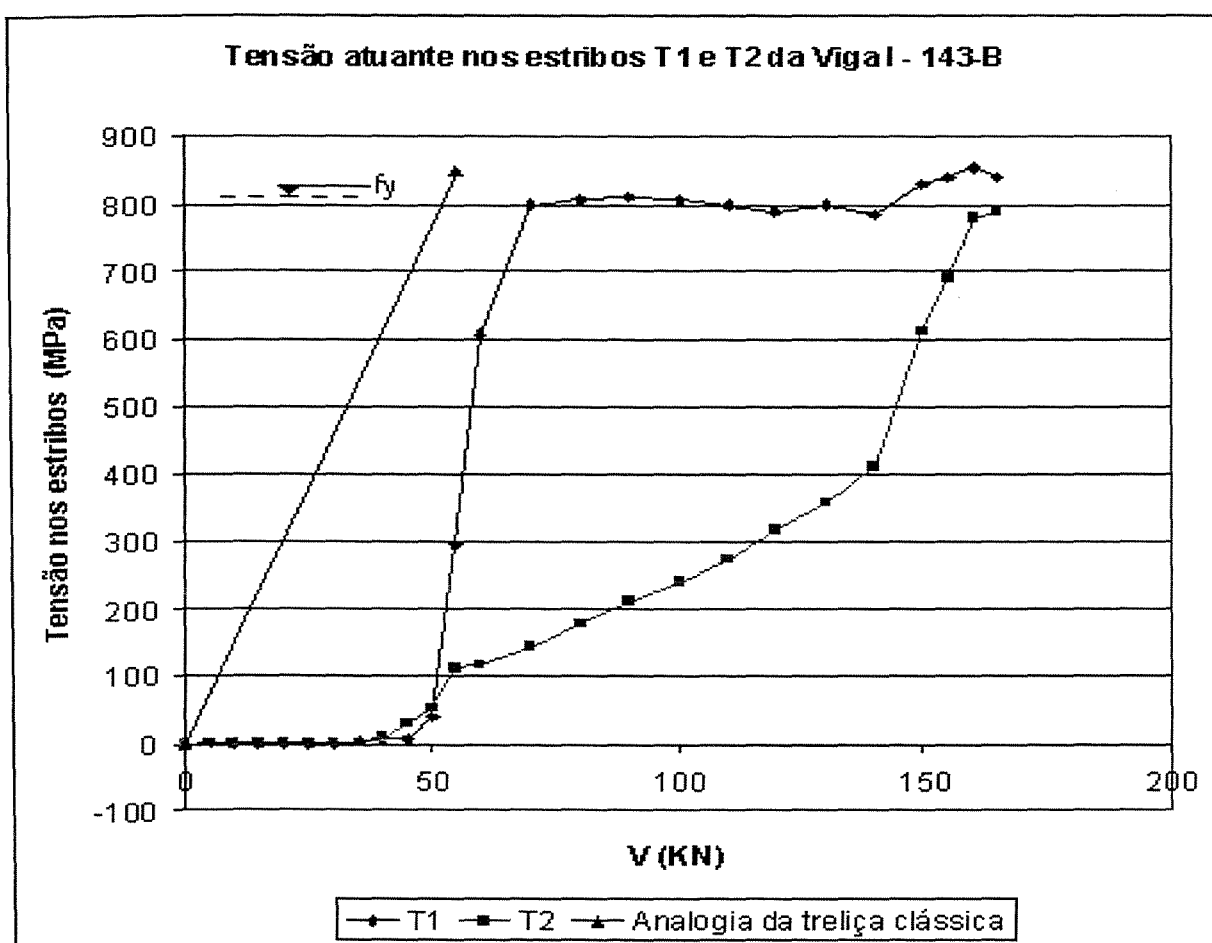
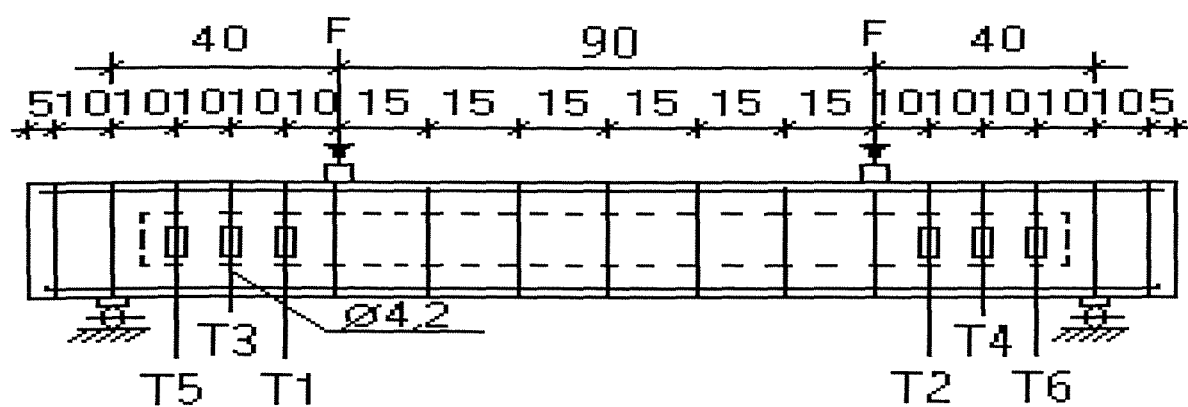


Figura 4.47 – Tensão atuante nos estribos T_1 e T_2 – Viga I – 143 B.

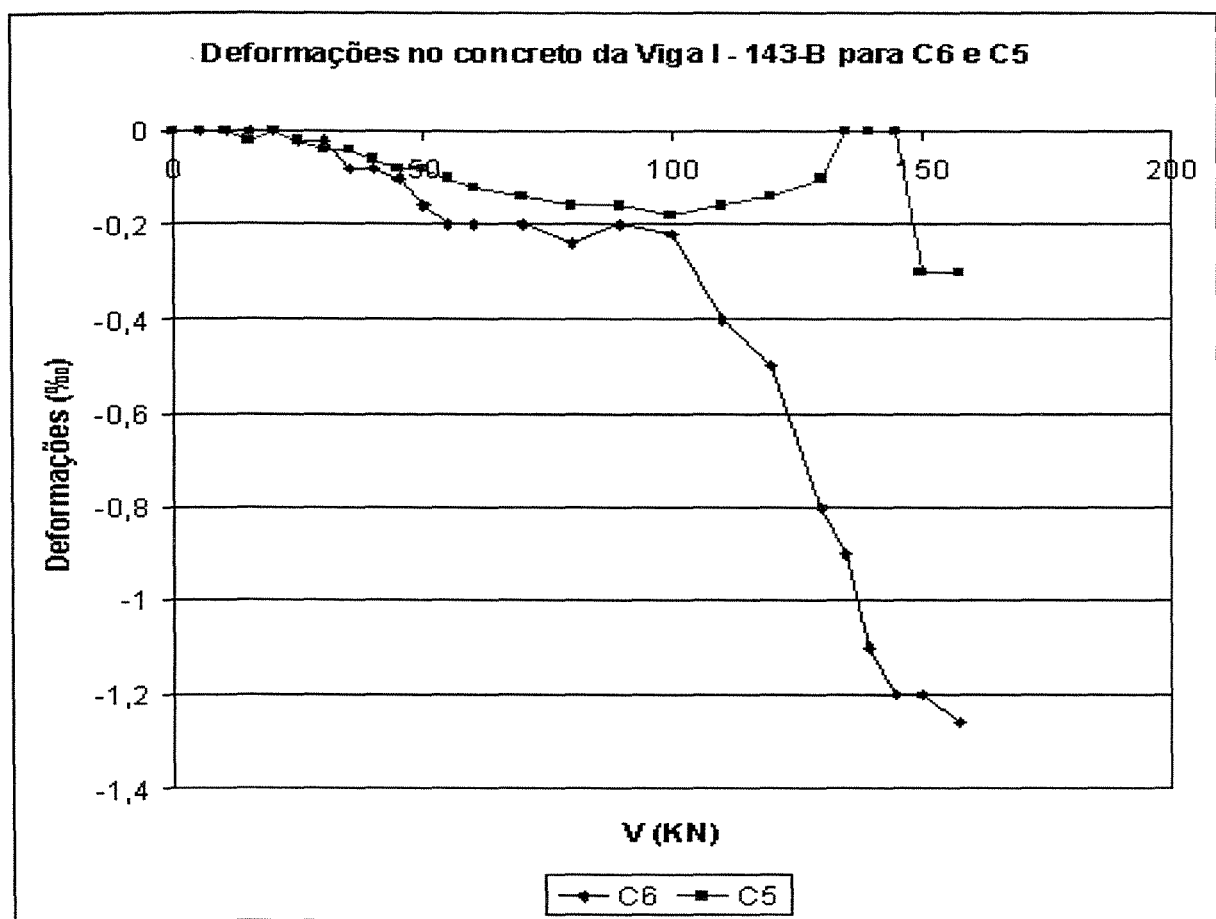
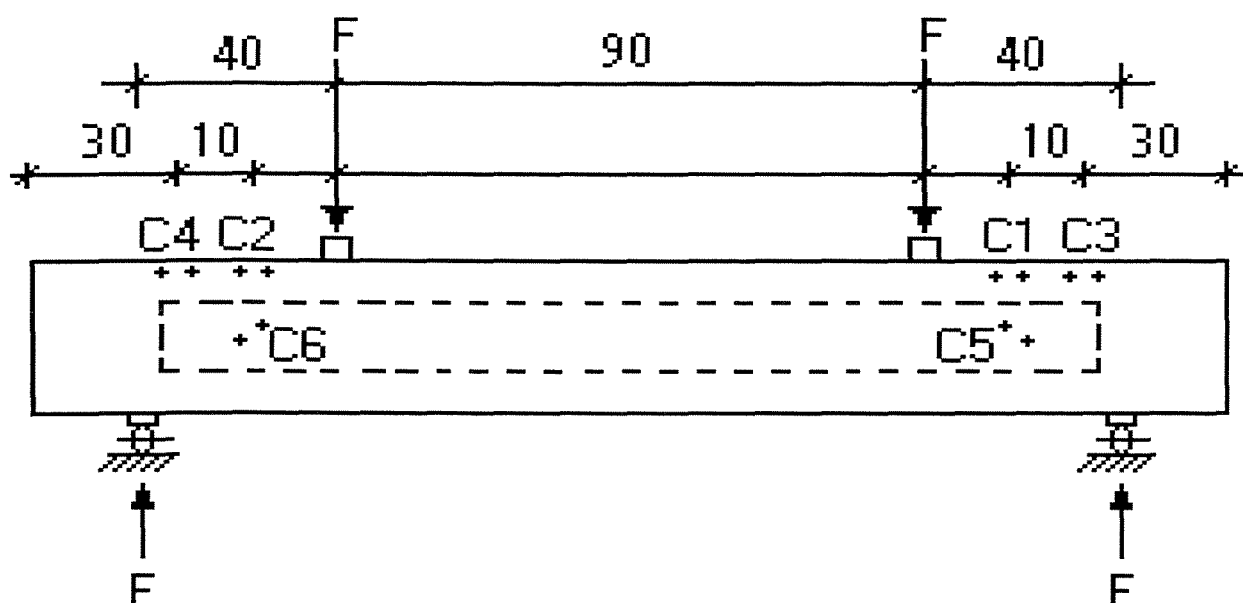


Figura 4.49 – Deformações no concreto para C_6 e C_5 – Viga I – 143 B.

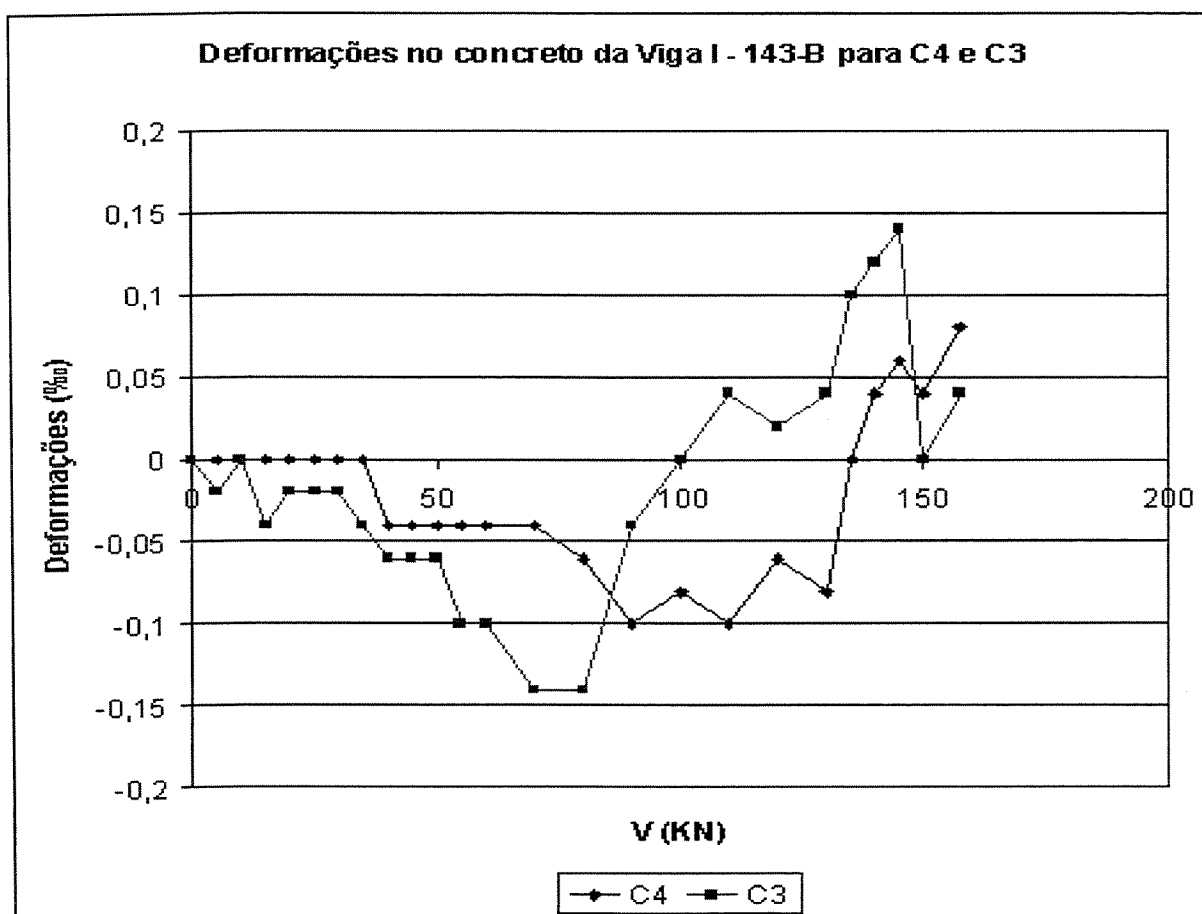
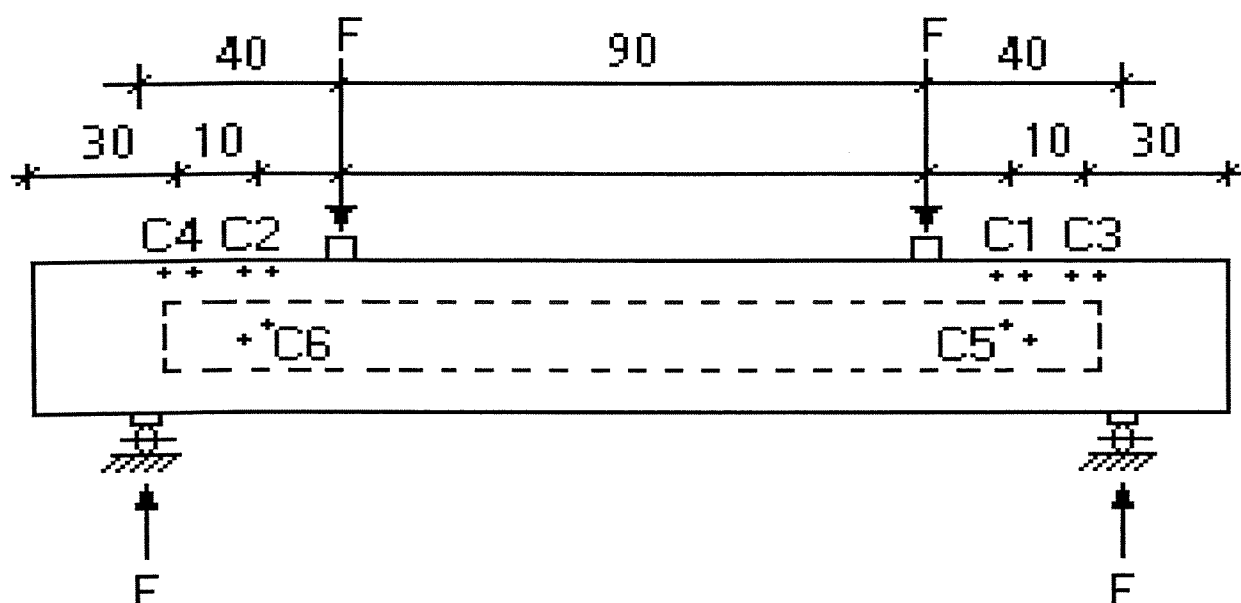


Figura 4.50 – Deformações no concreto para C₄ e C₃ – Viga I – 143 B.

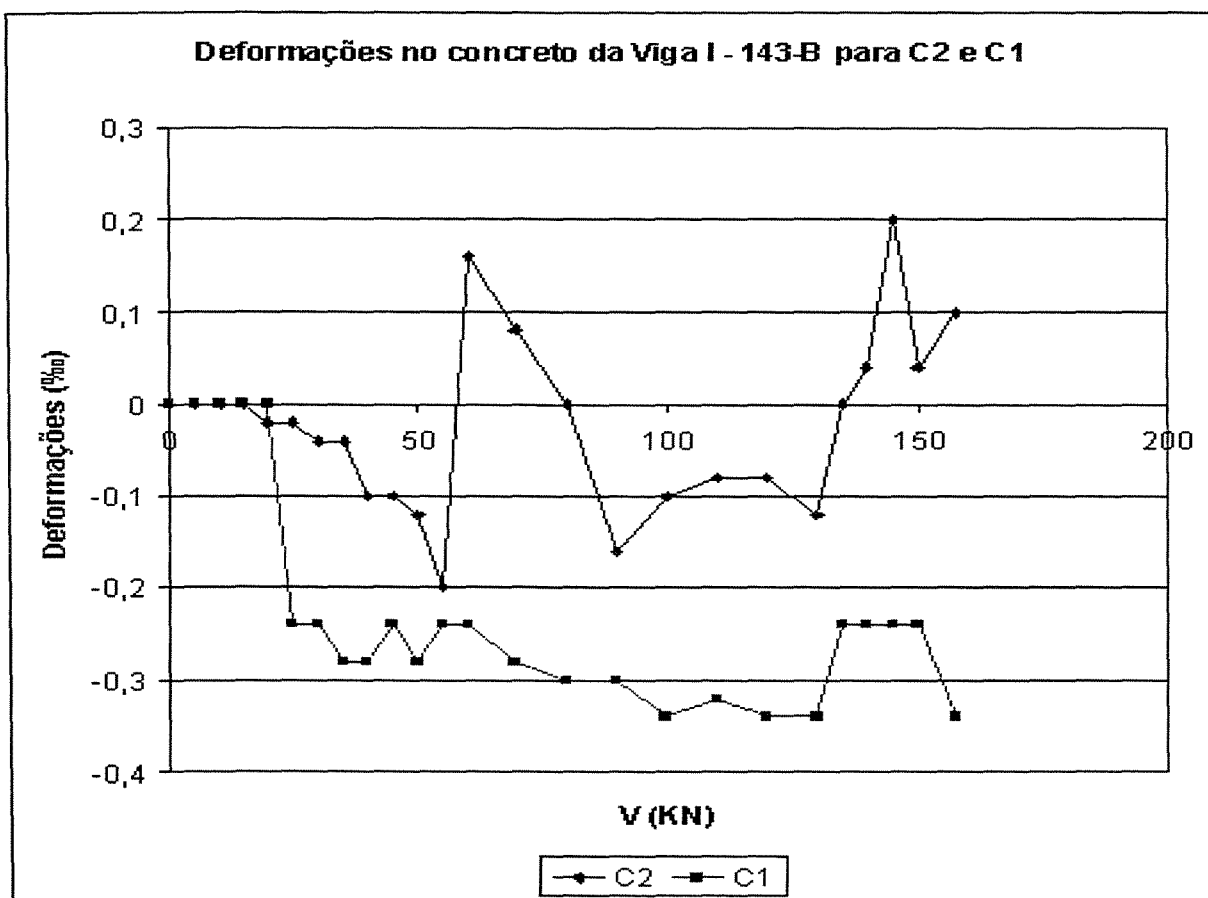
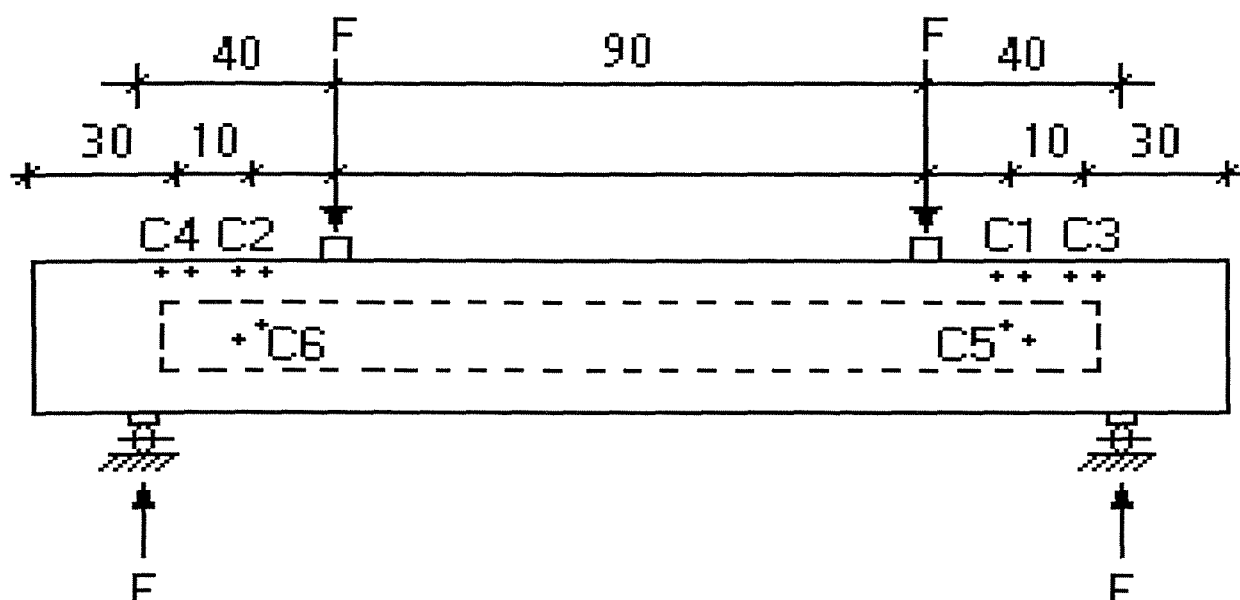


Figura 4.51 – Deformações no concreto para C_2 e C_1 – Viga I – 143 B.

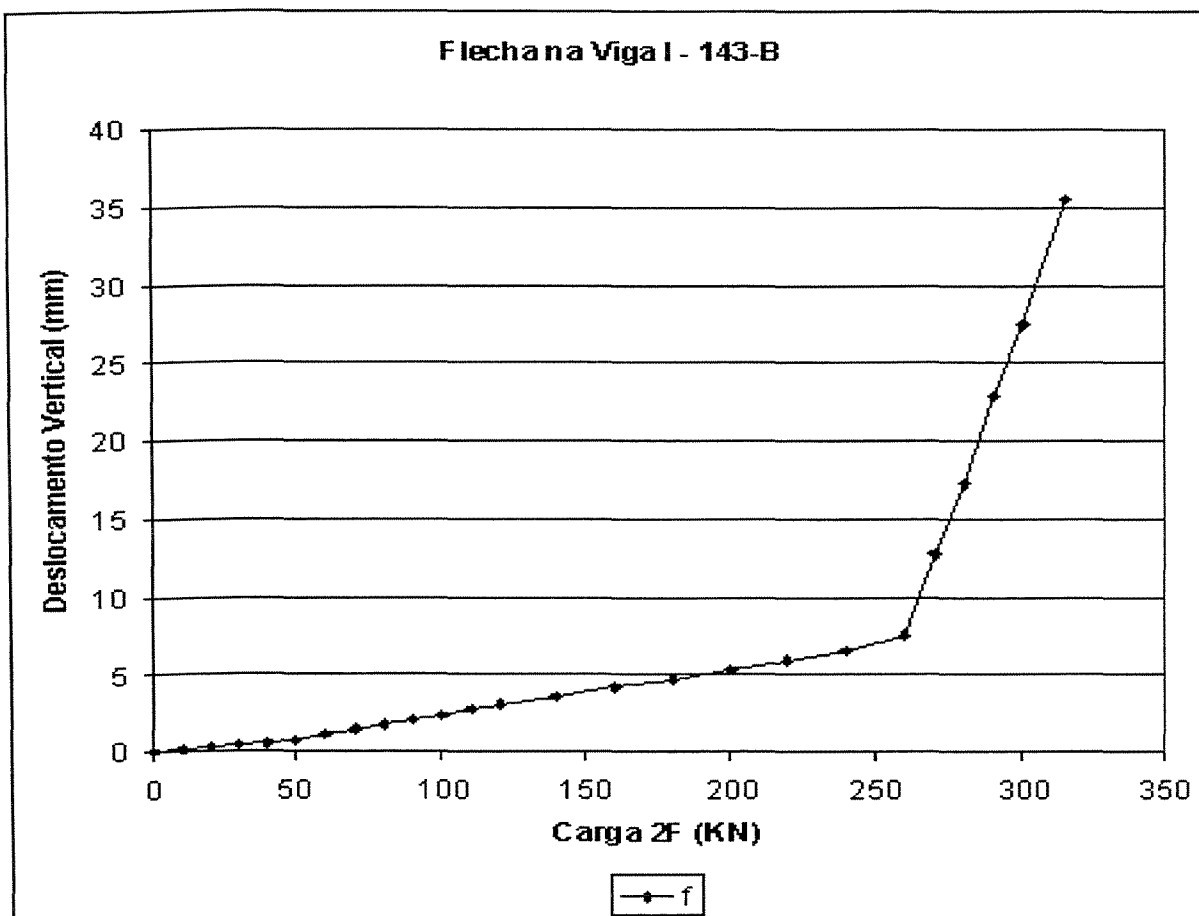
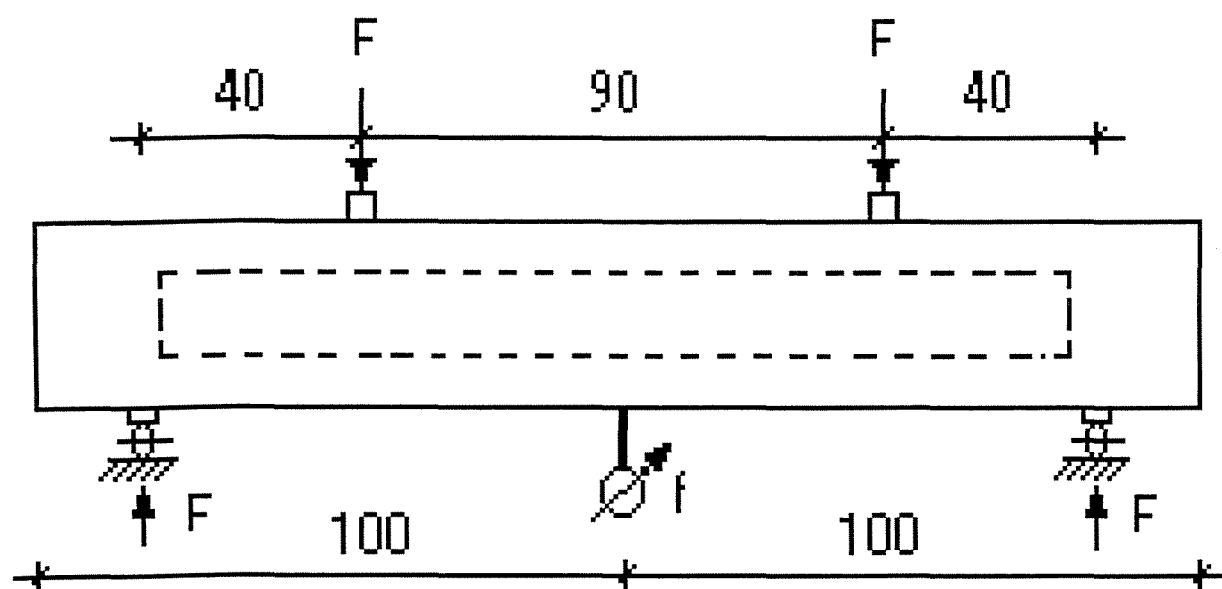


Figura 4.52 – Flecha no meio do vão – Viga I – 143 B.

CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Tabela 5.1 apresenta os valores experimentais do momento fletor M e da força cortante V correspondentes ao início do escoamento das armaduras longitudinais $M_{y,F}$ e $V_{y,F}$ e dos estribos $M_{y,V}$ e $V_{y,V}$. São apresentados também os valores dos momentos e forças cortantes correspondentes à ruína por flexão M_{10} e V_{10} e os máximos valores obtidos nos ensaios $M_{máx}$ e $V_{máx}$. Em seguida, são apresentados os valores das tensões tangenciais referentes à alma da seção transversal τ_0 correspondentes ao início do escoamento das armaduras longitudinais τ_{0y} e ao estado de ruína τ_{0u} .

Com a finalidade de relacionar a capacidade resistente das vigas ao cisalhamento com a distância entre a carga e o apoio, na Figura 5.1 são apresentadas as relações entre os momentos correspondentes ao estado de ruína M_{10} e os momentos últimos calculados $M_{u, cal}$ em função da relação a/d . Pela observação da Figura 5.1, nota-se que em todos os casos os momentos experimentais correspondentes a ruína foram iguais ou muito próximos a aqueles calculados para a ruína por flexão.

Nas vigas I – 250 e I – 196, com $\eta = 0,642$ e $\eta = 0,610$ respectivamente, os resultados concordaram com aqueles relatados por [FERNANDES]²⁵ em vigas com $a/d > 3$. Para estas vigas, o grau de armação ao cisalhamento em torno de 0,6 foi suficiente para permitir a mobilização da resistência a flexão. A armadura transversal não entrou em escoamento e a armadura longitudinal sofreu uma deformação plástica excessiva (10 ‰) caracterizando a ruína destas vigas por flexão.

Nas vigas com $\eta < 0,6$, vigas I – 143 A e I – 143 B, era esperada a ruína por cisalhamento, mas a proximidade da carga em relação ao apoio proporcionou um aumento na capacidade resistente ao cisalhamento e a resistência a flexão foi mobilizada. Nestas vigas, os estribos e a armadura de flexão entraram em escoamento mas a armadura de flexão sofreu uma deformação plástica excessiva (10 ‰) primeiro caracterizando a ruína destas vigas por flexão.

Uma observação importante, foi que o maior grau de armação ao cisalhamento da viga I – 143 A com $\eta = 0,513$ não melhorou a capacidade resistente dessa viga ao cisalhamento em relação a viga I – 143 B com $\eta = 0,399$. A relação $(M_{10} / M_{u, cal})$ foi de 0,951 na viga I – 143 A e 0,988 na viga I – 143 B.

No entanto, em todos os casos os estribos cumpriram sua função resistente, ou seja, permitiram que a resistência a flexão fosse mobilizada.

Tabela 5.1 – Valores experimentais.

Vigas	$M_{y,F}$ kN.cm	$V_{y,F}$ kN	$M_{y,V}$ kN.cm	$V_{y,V}$ kN	M_{10} kN.cm	V_{10} kN	$M_{máx}$ kN.cm	$V_{máx}$ kN	$V_{y, exp}$ kN	$V_{u, exp}$ kN	τ_{0y} MPa	τ_{0u} MPa
I -250	4900	70,0	-	-	5250	75,0	6650	95,0	70,0	75,0	5,75	6,16
I -196	4400	80,0	-	-	5225	95,0	6875	125,0	80,0	95,0	6,57	7,80
I -143 A	4000	100,0	5600	140,0	5000	125,0	6400	160,0	100,0	125,0	8,21	10,27
I -143 B	4400	110,0	3600	90,0	5200	130,0	6600	165,0	110,0	130,0	9,04	10,68

$$(V_{y, exp} = V_{y,F}) \quad \text{e} \quad (V_{u, exp} = V_{10})$$

(10) Ruína por flexão com $\varepsilon_{sl} \geq 10 \text{ ‰}$ sem ruptura.

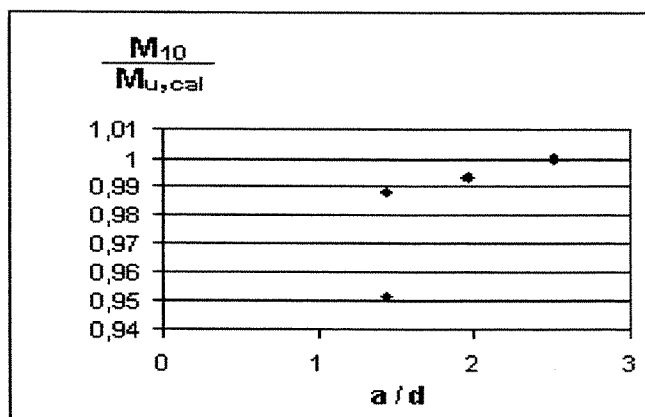


Figura 5.1 – Influência da posição da carga na capacidade resistente das vigas ao cisalhamento.

A Tabela 5.2 apresenta as relações entre os resultados teóricos e experimentais das forças cortantes. São apresentados também os valores da relação $(\tau_{0y}) / (f_c)$ que correspondem ao início do escoamento da armadura de flexão e os valores da relação $(\tau_{0u}) / (f_c)$ correspondentes a ruína das vigas.

Tabela 5.2 – Comparação entre os valores calculados e experimentais.

Vigas	$M_{u,cal}$ kN.cm	$V_{u,cal}$ kN	$(V_{y,exp}) / (V_{u,cal})$	$(V_{u,exp}) / (V_{u,cal})$	$(\tau_{0y}) / (f_c)$	$(\tau_{0u}) / (f_c)$
I - 250	5250	75,0	0,933	1,000	0,082	0,088
I - 196	5260	95,6	0,837	0,994	0,089	0,105
I - 143 A	5255	131,4	0,761	0,951	0,115	0,143
I - 143 B	5265	131,6	0,836	0,988	0,120	0,142

Com a finalidade de relacionar a resistência ao cisalhamento com a relação a/d , os resultados de τ_0 da Tabela 5.1 e da relação $(\tau_0) / (f_c)$ da Tabela 5.2 foram representados graficamente em função da relação a/d como pode ser observado na Figura 5.2.

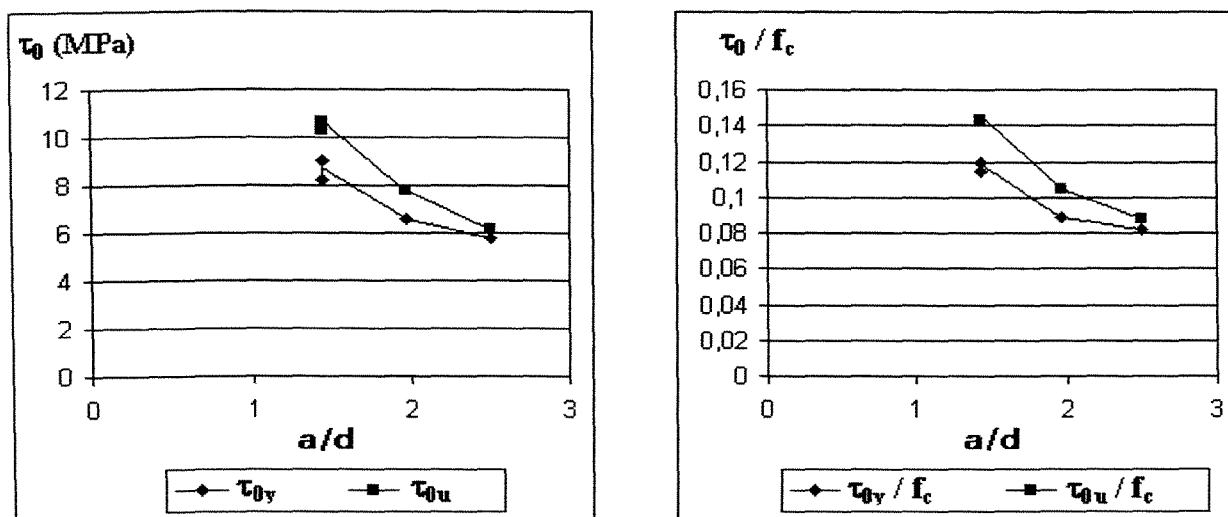


Figura 5.2 – Influência da posição da carga na capacidade resistente das vigas ao cisalhamento.

Pela observação da Figura 5.2, nota-se que à medida que a relação a/d diminui, a resistência ao cisalhamento aumenta. Estes resultados concordam com aqueles obtidos por [CLARK]²¹. No entanto, nas vigas com relação $a/d = 1,43$, vigas I – 143 A e I – 143 B e graus de armação ao cisalhamento iguais a 0,513 e 0,339 respectivamente, não houve um ganho relativo de resistência ao cisalhamento τ_{0u} / f_c . A viga I – 143 A apresentou $\tau_{0u} / f_c = 0,143$ e a viga I – 143 B, $\tau_{0u} / f_c = 0,142$.

Com relação a carga última, a viga I – 143 A apresentou 125,0 kN e a viga I – 143 B, 130,0 kN. Essa diferença entre os valores experimentais é pequena e pode ser atribuída a variabilidade inerente dos ensaios. Nestas vigas, os estribos foram pouco solicitados devido ao pequeno vão de cisalhamento e demonstraram através de sua pequena solicitação que o grau de armação ao cisalhamento deixa de ser importante para relações pequenas de a/d .

5.1 – MODOS DE RUÍNA

Independente do grau de armação ao cisalhamento, todas as vigas atingiram a ruína por flexão com alongamento plástico excessivo da armadura longitudinal.

As vigas mais armadas ao cisalhamento, I – 250 e I – 196, atingiram a ruína de forma clara por flexão. Os estribos não atingiram o escoamento e a armadura longitudinal alcançou o escoamento antes do esmagamento do concreto do banzo comprimido.

A viga I – 143 A, após ter atingido a ruína por flexão, teve sua ruptura por força cortante-tração. Nesse caso, após o limite de escoamento do aço da armadura transversal ter sido ultrapassado, as fissuras inclinadas existentes abriram ainda mais conduzindo ao rompimento dos estribos.

Na viga menos armada ao cisalhamento, I – 143 B, os estribos entraram em escoamento antes da armadura de flexão, porém os estribos não romperam e a viga atingiu a ruína por flexão com esmagamento do concreto comprimido na região situada entre as cargas.

5.2 – ARMADURA LONGITUDINAL

A armadura longitudinal era a mesma para as quatro vigas e em todos os casos o escoamento foi alcançado.

As armaduras de flexão atingiram o escoamento quando as cargas totais foram de: 140 kN na viga I – 250, 160 kN na viga I – 196, 200 kN na viga I – 143 A e 220 kN na viga I – 143 B, como pode ser observado na Figura 5.3.

Pela observação da Figura 5.3, nota-se que quanto menor a relação a/d , maior foi a força cortante necessária para a armadura longitudinal atingir o escoamento e no caso das vigas I – 143 A e I – 143 B, que possuíam a mesma relação a/d , a viga I – 143 B apresentou um ligeiro ganho de resistência de 10 %.

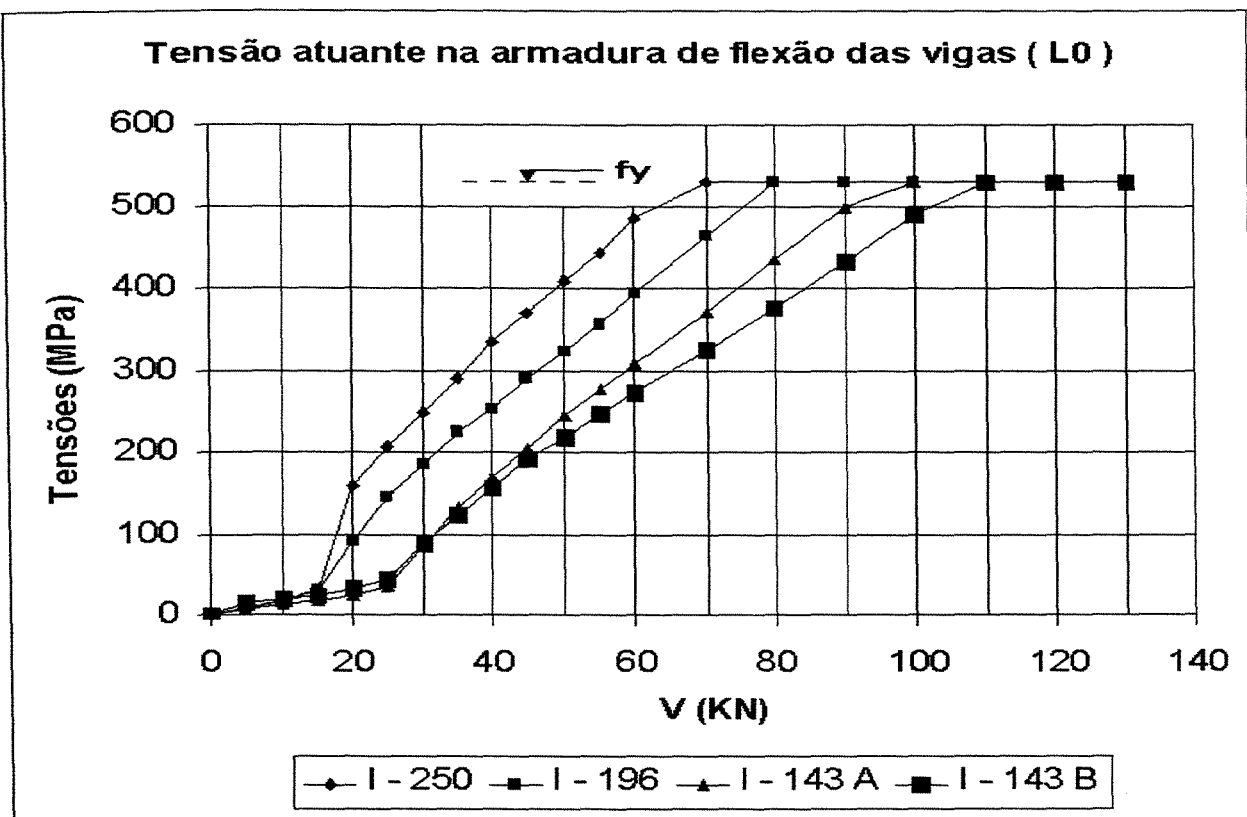


Figura 5.3 – Tensão atuante na armadura de flexão das vigas.

5.3 – ARMADURA TRANSVERSAL

Na análise do comportamento da armadura transversal, notou-se que as tensões são muito baixas até o aparecimento das primeiras fissuras. A partir daí, as tensões aumentaram de forma proporcional à força cortante e se desenvolveram quase paralelamente à reta da analogia da treliça clássica.

Com base nos gráficos das tensões nos estribos que foram apresentados no capítulo 4, foram determinadas as forças suspensas pelos estribos do lado esquerdo e lado direito das vigas.

Nas Figuras 5.4 a 5.7 e na Figura 5.8, foram representadas para cada viga, em separado e em conjunto, as forças reais que foram suspensas pelos estribos instrumentados F_w e a reta $F = F_w$, que corresponde a situação onde toda a carga aplicada F é suspensa pelos estribos.

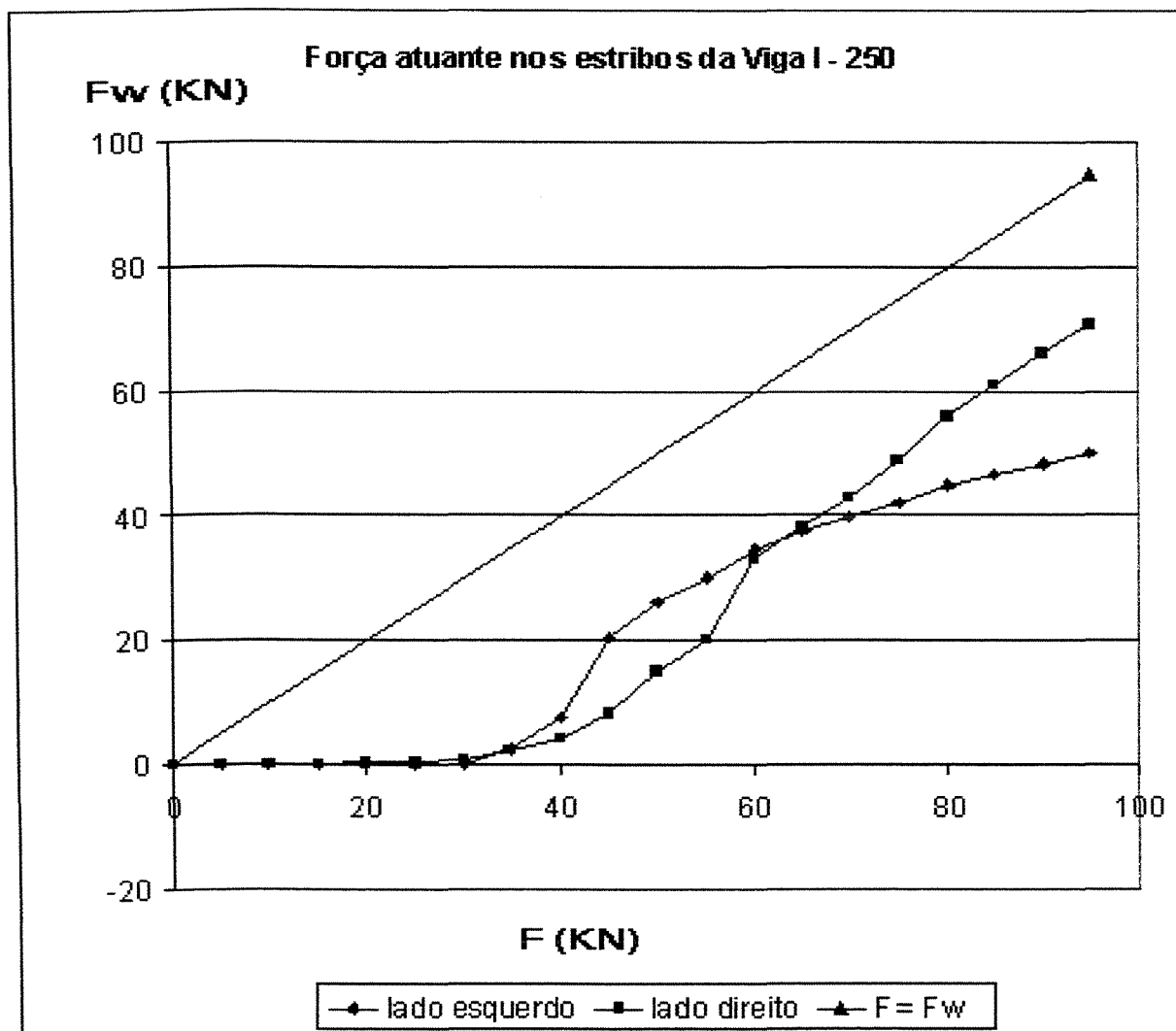
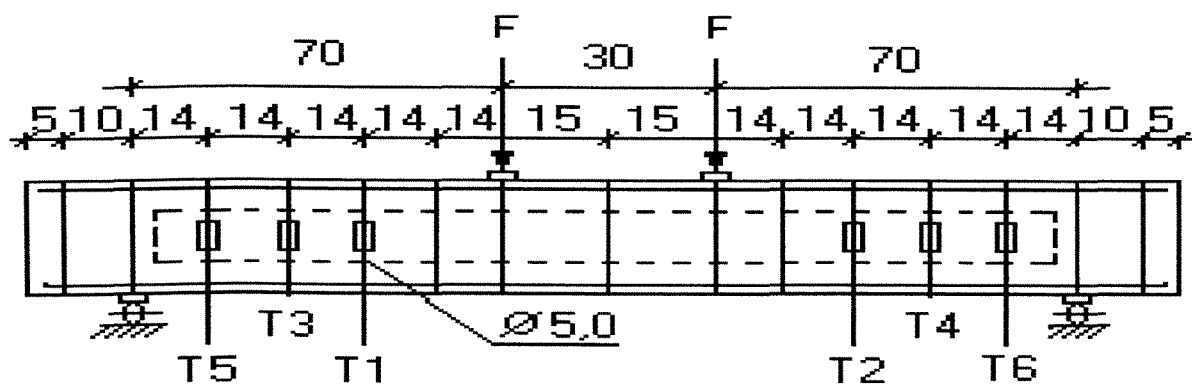


Figura 5.4 – Força suspensa pelos estribos da viga I – 250.

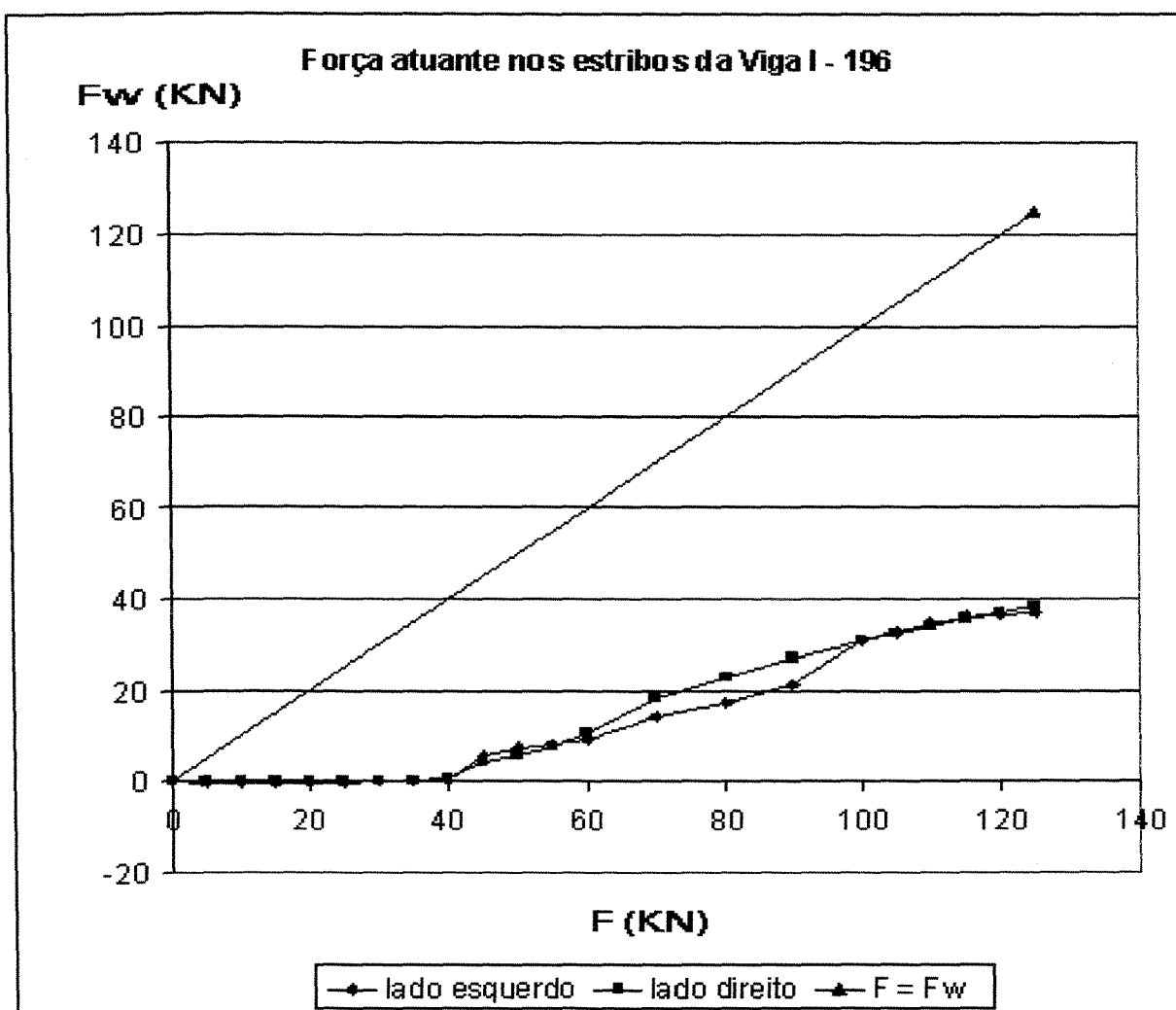
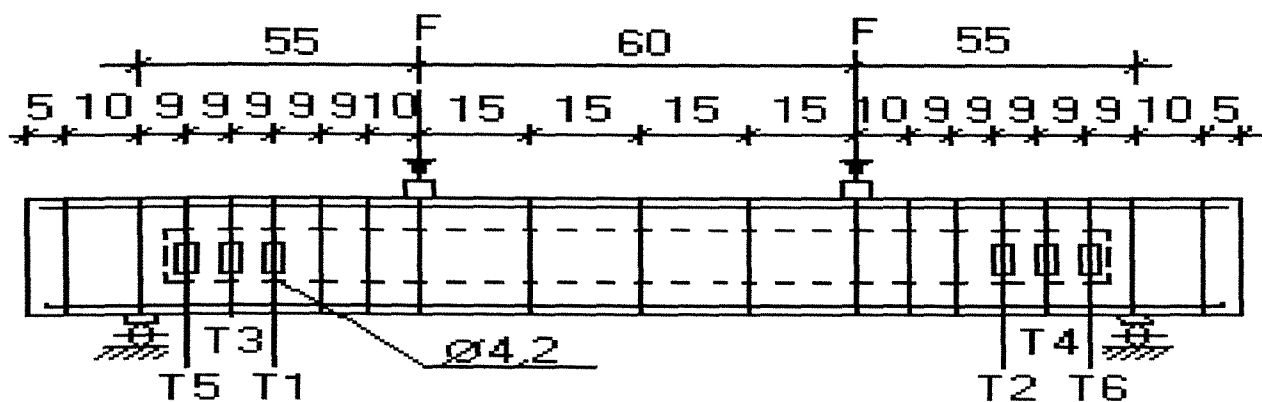


Figura 5.5 – Força suspensa pelos estribos da viga I – 196.

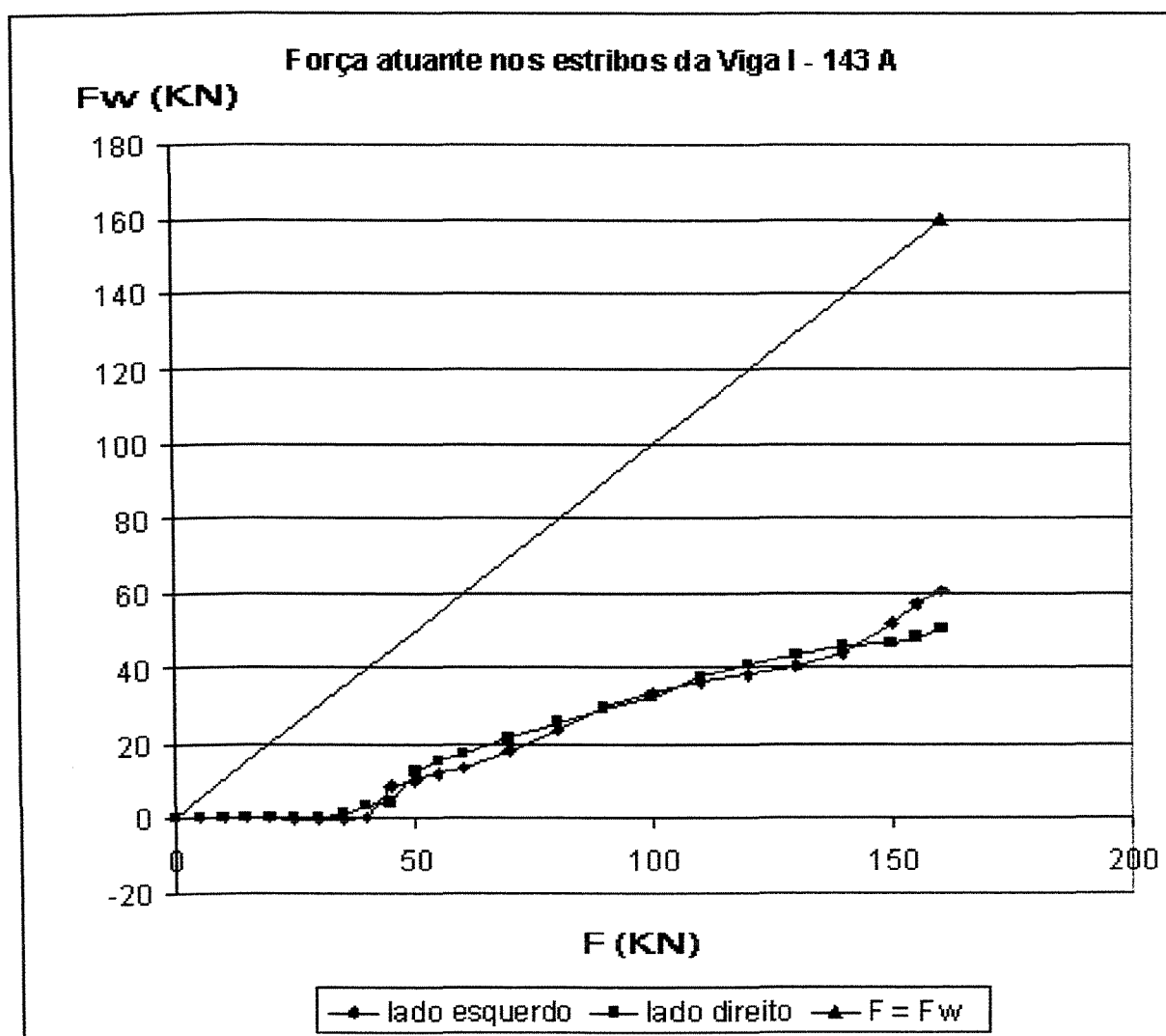
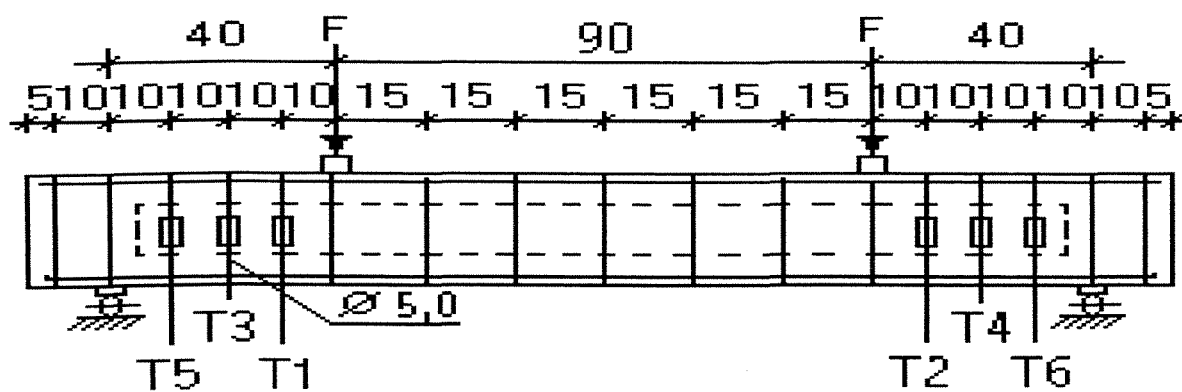


Figura 5.6 – Força suspensa pelos estribos da viga I – 143 A.

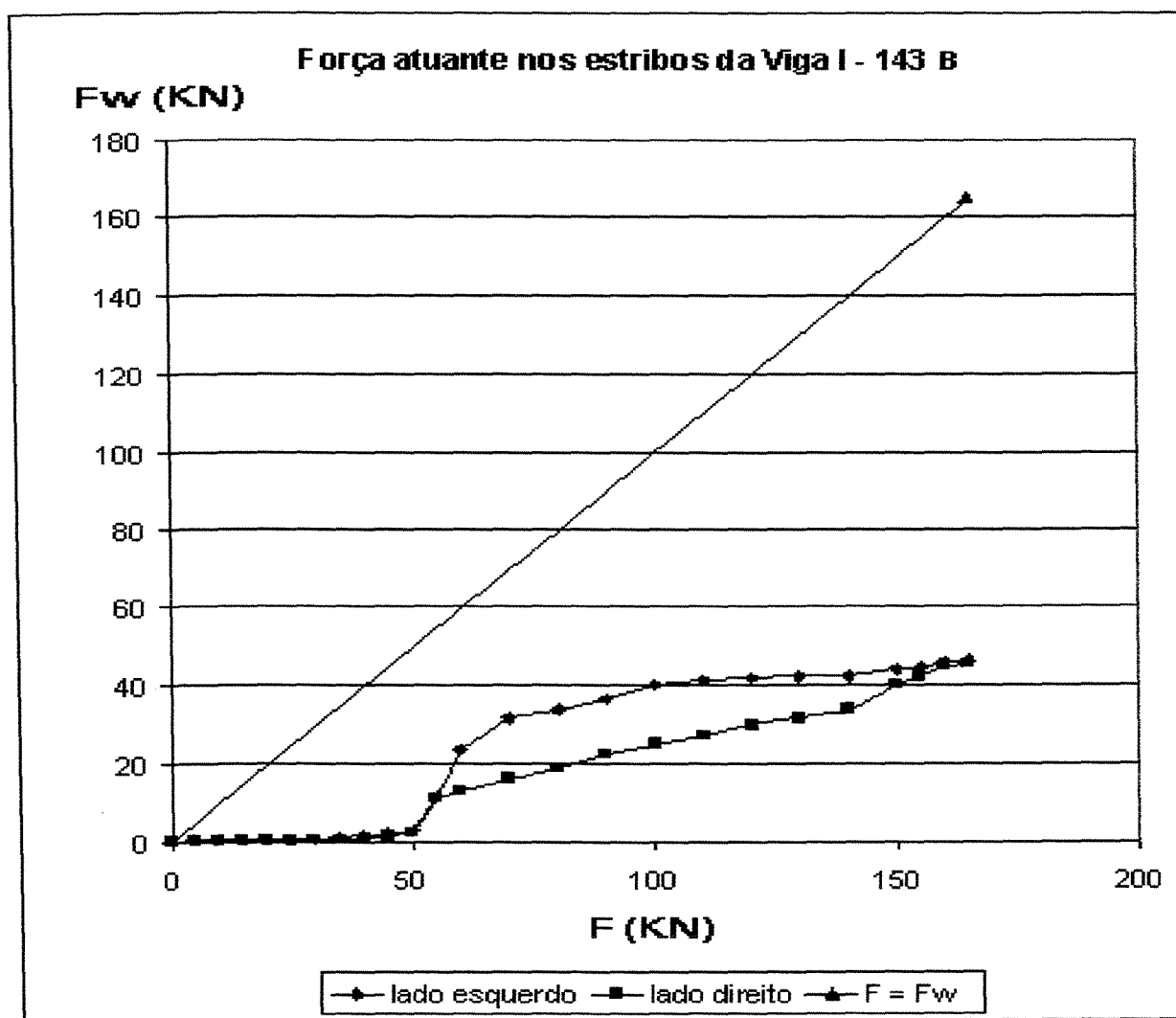
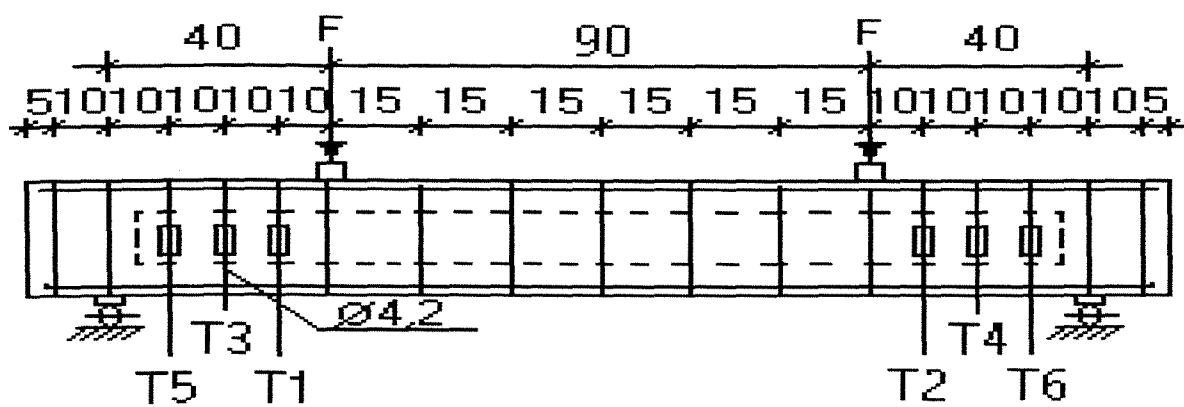


Figura 5.7 – Força suspensa pelos estribos da viga I – 143 B.

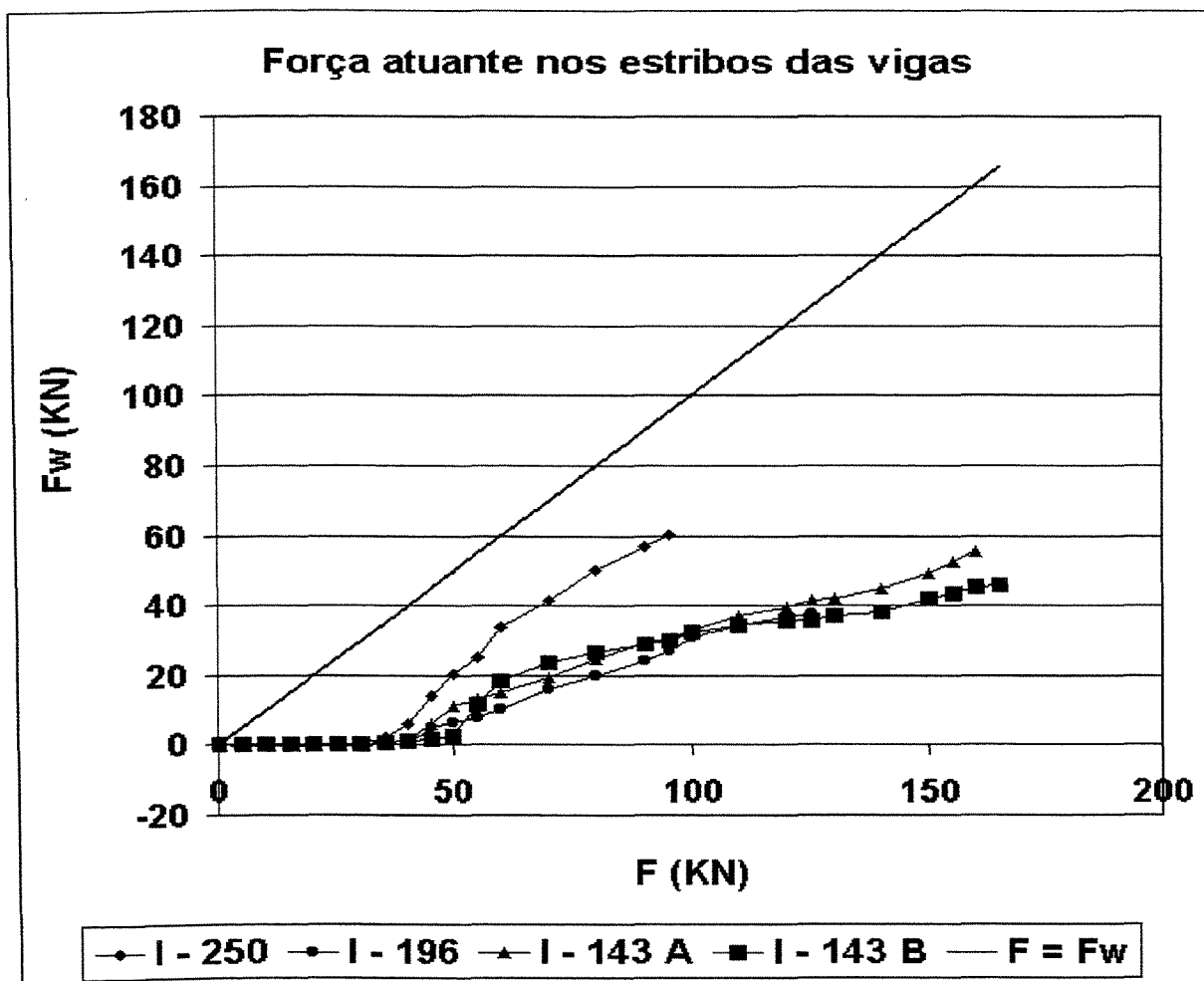


Figura 5.8 – Valores de F_w considerando-se a média entre as forças suspensas pelos estribos do lado esquerdo e lado direito das vigas.

De acordo com as Figuras 5.4 a 5.8, observa-se que a viga I – 250 foi a que apresentou a maior porcentagem de carga suspensa. Nas demais vigas, os estribos foram pouco solicitados, ou seja, as forças suspensas ficaram distantes da reta $F = F_w$.

Na viga I – 250, com a força cortante de 70 kN, correspondente ao início do escoamento da armadura de flexão, os estribos suspenderam 59 % da carga aplicada. Para 75 kN, correspondente ao estado de ruína, 61 % da carga aplicada foi suspenso e para a força cortante máxima, 95 kN, a parcela da carga suspensa foi de 64 %.

Na viga I – 196, com a força cortante de 80 kN, correspondente ao início do escoamento da armadura de flexão, os estribos suspenderam 25 % da carga aplicada. Para 95 kN, correspondente ao estado de ruína, 29 % da carga aplicada foi suspenso e para a força cortante máxima, 125 kN, a parcela da carga suspensa foi de 30 %.

Na viga I – 143 A, a parcela da carga suspensa foi de 33 % para a força cortante de 100 kN que corresponde ao início de escoamento da armadura de flexão. Para a força cortante de 125 kN, correspondente ao estado de ruína, os estribos suspenderam 33 % da carga aplicada. Com o início do escoamento da armadura transversal, 140 kN, os estribos suspenderam 32 % da carga aplicada e para a força cortante máxima, 160 kN, 35 % da carga aplicada foi suspenso.

Na viga I – 143 B, os estribos entraram em escoamento antes da armadura de flexão. No início do escoamento dos estribos, a parcela da carga suspensa foi de 33 % para a força cortante de 90 kN. Com o início do escoamento da armadura de flexão, 110 kN, os estribos suspenderam 31 % da carga aplicada. Para a força cortante de 130 kN, correspondente ao estado de ruína e para a força cortante máxima, 165 kN, os estribos suspenderam 28 % da carga aplicada.

Na viga I – 250, com a evolução do carregamento, a porcentagem de carga suspensa foi em torno de 60 %.

Na viga I – 196, a carga suspensa foi em torno de 30 % da carga aplicada. Nessa viga, a baixa porcentagem de carga suspensa é atribuída à falta de instrumentação do primeiro estribo do lado direito de T_1 e do primeiro estribo do lado esquerdo de T_2 que contribuíram efetivamente na suspensão da carga aplicada. Para a força cortante máxima dessa viga, 125 kN, e com base nas tensões atuantes nos estribos instrumentados do lado esquerdo, 670 MPa e 655 MPa respectivamente para T_3 e T_1 e no lado direito, 720 MPa e 583 MPa respectivamente para T_2 e T_4 , se puder ser estimada uma tensão de 600 MPa no primeiro estribo do lado direito de T_1 e no primeiro estribo no lado esquerdo de T_2 , a porcentagem de carga suspensa dessa viga seria de 43 % para a força cortante máxima aplicada.

Nas vigas I – 143 A e I – 143 B, a baixa porcentagem de carga suspensa ao longo do carregamento, em torno de 30 %, já era esperada, pois devido ao pequeno vão de cisalhamento, os estribos foram pouco solicitados.

Para uma melhor visualização da porcentagem de carga suspensa pelos estribos das vigas, as Figuras 5.9 a 5.14 apresentam essas porcentagens a cada estágio de carregamento.

5.4 – MODELOS PROPOSTOS

5.4.1 – [CEB-90]¹⁶

Como foi apresentado no capítulo 1, de acordo com o [CEB-90]¹⁶, a força suspensa pelos estribos F_w e a carga transmitida diretamente até o apoio F_2 podem ser calculadas pelas expressões (1.26) e (1.27).

$$F_w = [2 \cdot (a/l_{arco}) - 1] \cdot F \quad (1.26)$$

$$F_2 = F - F_w \quad (1.27)$$

No caso da expressão (1.26), o comprimento do arco $l_{arco} = (a_l / 2) + z \cotg \theta$ também proposto pelo [CEB-90]¹⁶, depende das variáveis a_l , z e $\cotg \theta$.

No caso das vigas executadas neste trabalho, tem-se:

$$a_l = 10 \text{ cm};$$

$$z = d / 1,15 = 28 / 1,15 = 24,3 \text{ cm};$$

$$\cotg \theta = 1 / \eta$$

A Tabela 5.3 apresenta os valores l_{arco} calculados para cada viga segundo o [CEB-90]¹⁶. Foram calculados também os comprimentos $a \leq l_{arco} / 2$ entre a carga e o apoio onde não é necessária armadura para cisalhamento. São apresentados também os valores $a \leq l_{arco} / 4$ que exigem armadura horizontal para se evitar o fendilhamento e as distâncias limites $l_{arco} / 2 < a \leq l_{arco}$ para que a viga tenha uma parcela de sua carga suspensa pelos estribos F_w e outra parcela transmitida diretamente ao apoio F_2 . Em seguida, são apresentadas as forças suspensas pelos estribos F_w / F e as transmitidas diretamente ao apoio F_2 / F .

Tabela 5.3 – Carga suspensa pelos estribos segundo o [CEB-90]¹⁶.

Viga	a (cm)	η	l_{arco} (cm)	$l_{arco} / 2$ (cm)	$l_{arco} / 4$ (cm)	$l_{arco} / 2 < a \leq l_{arco}$ (cm)	F_w / F	F_2 / F
I – 250	70	0,642	42,9	21,5	10,7	$21,5 < a \leq 42,9$	-	-
I – 196	55	0,610	44,8	22,4	11,2	$22,4 < a \leq 44,8$	-	-
I – 143 A	40	0,513	52,4	26,2	13,1	$26,2 < a \leq 52,4$	0,53	0,47
I – 143 B	40	0,399	66,0	33,0	16,5	$33,0 < a \leq 66,0$	0,21	0,79

No caso das vigas executadas neste trabalho, somente as vigas I – 143 A e I – 143 B teriam uma parcela de sua carga suspensa pelos estribos, como pode ser observado na Tabela 5.3. No caso das vigas I – 250 e I – 196, as equações (1.26) e (1.27) não poderiam ser aplicadas, pois $a > l_{arco}$ e nesse caso, os estribos estariam suspendendo uma parcela de carga maior que a aplicada. Segundo o [CEB-90]¹⁶ na viga I – 143 A, estaria sendo suspenso 53 % da carga aplicada, o restante, 47 %, estaria sendo transmitida diretamente ao apoio. Na viga I – 143 B, estaria sendo suspenso 21 % da carga aplicada e 79 % indo direto ao apoio.

5.4.2 – [REINECK]⁸

No item 1.3.2.2 do capítulo 1, [REINECK]⁸ sugere que a ocorrência dos efeitos de arco e leque estariam sujeitos a um comprimento a_{lim} que pode ser calculado pela expressão (1.28).

$$a_{lim} = [0,5 \cdot (a_1 + a_2) + h \cdot \cot g \theta] \quad (1.28)$$

No caso das vigas executadas neste trabalho, tem-se:

$$a_1 = a_2 = 10 \text{ cm};$$

$$h = 30 \text{ cm};$$

$$\cot g \theta = 1 / \eta$$

Da mesma forma que o [CEB-90]¹⁶, [REINECK]⁸ propôs uma expressão $F_w / F = 0,5 \cdot [(3 \cdot a / a_{lim}) - 1]$ para o cálculo das forças suspensas pelos estribos F_w . Assim como no [CEB-90]¹⁶ o resultado da parcela $F - F_w$ seria transmitido diretamente ao apoio.

A Tabela 5.4 apresenta os valores de a_{lim} calculados para cada viga, as forças suspensas pelos estribos F_w / F e as transmitidas diretamente ao apoio F_2 / F .

Tabela 5.4 – Carga suspensa pelos estribos segundo [REINECK]⁸.

Viga	a (cm)	η	a_{lim} (cm)	F_w / F	F_2 / F
I – 250	70	0,642	56,7	-	-
I – 196	55	0,610	59,2	0,89	0,11
I – 143 A	40	0,513	68,5	0,38	0,62
I – 143 B	40	0,399	85,2	0,20	0,80

No caso das vigas executadas neste trabalho, segundo [REINECK]⁸, somente as vigas I – 196, I – 143 A e I – 143 B teriam uma parcela de sua carga suspensa pelos estribos, como pode ser observado na Tabela 5.4. No caso da viga I – 250, $a > a_{lim}$ e nesse caso, os estribos estariam suspendendo uma parcela de carga maior que a aplicada. Segundo [REINECK]⁸, na viga I – 196 estaria sendo suspenso 89 % da carga aplicada, o restante, 11 %, estaria sendo transmitido diretamente ao apoio. Na viga I – 143 A, estaria sendo suspenso 38 % da carga aplicada e 62 % indo direto ao apoio. Na viga I – 143 B, 20 % da carga aplicada estaria sendo suspenso e 80 % indo direto ao apoio.

5.4.3 – [CEB-90]¹⁹

No item 1.3.3, foram apresentados pelo [CEB-90]¹⁹ os modelos de bielas e tirantes atuais propostos para a carga próxima do apoio. Segundo este código, existem dois casos possíveis:

$$(a) \ z/2 < a < z \cdot \cotg\theta \quad \Rightarrow \quad F_w = \{[(2 \cdot a/z) - 1]/[3 - (N_{sd}/F)]\} \cdot F \quad (1.30)$$

$$(b) \ a < z/2 \quad \Rightarrow \quad F_{wh} = \{[(2 \cdot z/a) - 1]/[3 + (F/R_c)]\} \cdot R_c \quad (1.31)$$

As expressões (1.30) e (1.31) estão sujeitas as seguintes condições:

F_w deve ser maior que zero e menor que F ;

F_{wh} deve ser maior que zero e menor que R_c .

No caso das vigas executadas neste trabalho, tem-se:

$$z / 2 = (d / 1,15) / 2 = (28 / 1,15) / 2 = 12,2 \text{ cm};$$

$$\cotg\theta = 1 / \eta$$

Substituindo-se o valores de z e $\cotg\theta$ das vigas deste trabalho no caso (a), obtém-se:

$$12,2 \text{ cm} < a < 37,9 \text{ cm} \quad \text{para a viga I – 250};$$

$$12,2 \text{ cm} < a < 39,8 \text{ cm} \quad \text{para a viga I – 196};$$

$$12,2 \text{ cm} < a < 47,4 \text{ cm} \quad \text{para a viga I – 143 A};$$

$$12,2 \text{ cm} < a < 60,9 \text{ cm} \quad \text{para a viga I – 143 B}.$$

no caso (b) chega-se a:

$$a < 12,2 \text{ cm}.$$

No caso das vigas executadas neste trabalho, a força axial N_{sd} da equação (1.30) é nula.

A Tabela 5.5 apresenta os valores das forças suspensas F_w / F e transmitidas diretamente ao apoio F_2 / F .

Tabela 5.5 – Carga suspensa pelos estribos segundo o [CEB-90]¹⁹.

Viga	a (cm)	z (cm)	F_w / F	F_2 / F
I – 250	70	24,3	-	-
I – 196	55	24,3	-	-
I – 143 A	40	24,3	0,76	0,24
I – 143 B	40	24,3	0,76	0,24

No caso das vigas executadas neste trabalho, segundo [CEB-90]¹⁹, somente as vigas I – 143 A e I – 143 B teriam uma parcela de sua carga suspensa pelos estribos, como pode ser observado na Tabela 5.5. As vigas I – 250 e I – 196 não satisfazem a condição de $F_w < F$ e nesse caso, a equação (1.30) não pode ser aplicada.

Nas vigas I – 143 A e I – 143 B, segundo o [CEB-90]¹⁹ estariam sendo suspensos 76 % da carga aplicada e os 24 % restantes estariam sendo transmitidos diretamente ao apoio.

5.4.4 – [NBR 6118]²⁰

Segundo a [NBR 6118]²⁰, a força cortante que atua em um comprimento $a \leq 2 h$, poderá ser reduzida multiplicando-se sua intensidade por $a / 2 h$.

Para as vigas deste trabalho, $h = 30$ cm, portanto $a \leq 60$ cm. Neste caso, são enquadradas as vigas I – 196, I – 143 A e I – 143 B. A Tabela 5.6 apresenta a redução na força cortante das vigas.

Tabela 5.6 – Redução da força cortante segundo a [NBR 6118]²⁰.

Viga	a (cm)	$a / 2 \cdot h$ (cm)	F_w / F	F_2 / F
I – 250	70	-	-	-
I – 196	55	0,92	0,92	0,08
I – 143 A	40	0,67	0,67	0,33
I – 143 B	40	0,67	0,67	0,33

Portanto, na viga I – 196 a força suspensa F_w no trecho $a \leq 60$ cm pode ser tomada como 92 % da força cortante aplicada F . Nas vigas I – 143 A e I – 143 B, esta redução pode ser de 67 %.

5.5 – RELAÇÕES ENTRE CARGA SUSPENSA E CARGA APLICADA NAS VIGAS ENSAIADAS

Nas Figuras 5.9 a 5.14, são apresentados, em separado e em conjunto, os valores das relações (F_w / F) carga suspensa / carga aplicada em função da carga aplicada (F) a cada estágio de carga.

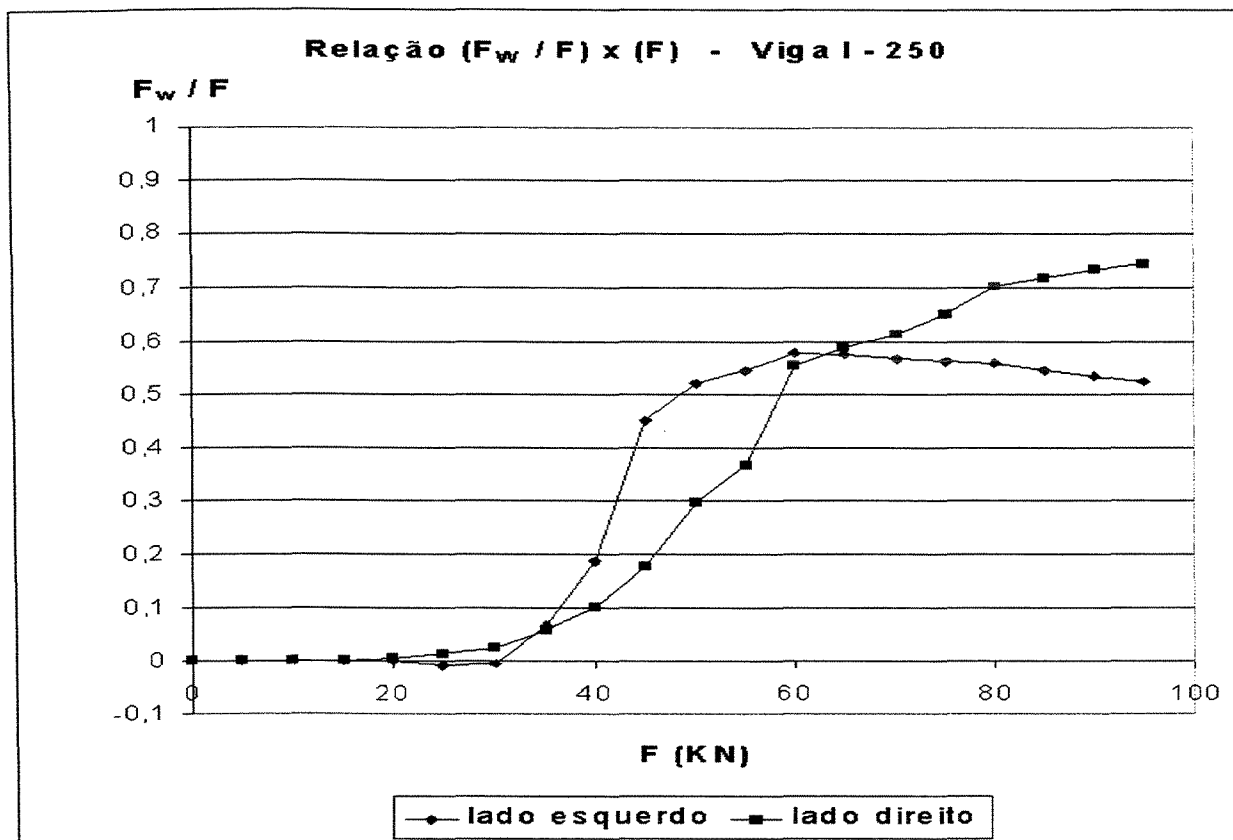
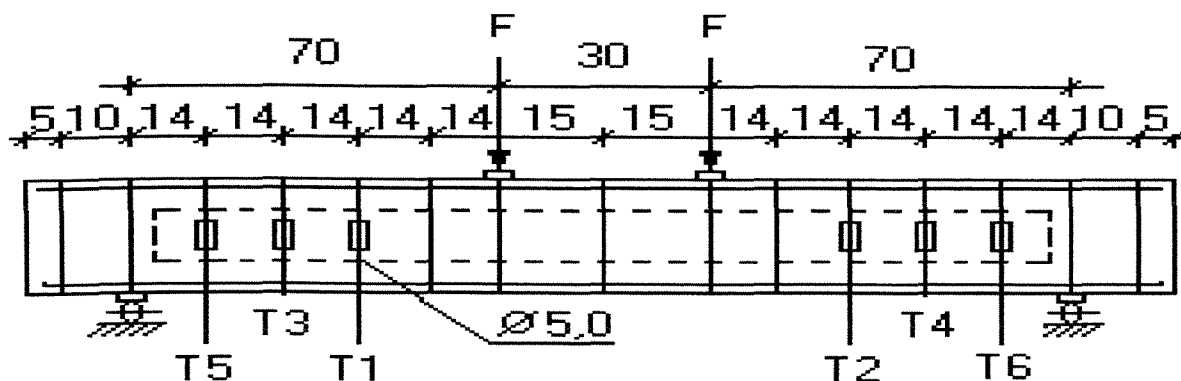


Figura 5.9 – Relação (F_w / F) x (F) da viga I - 250.

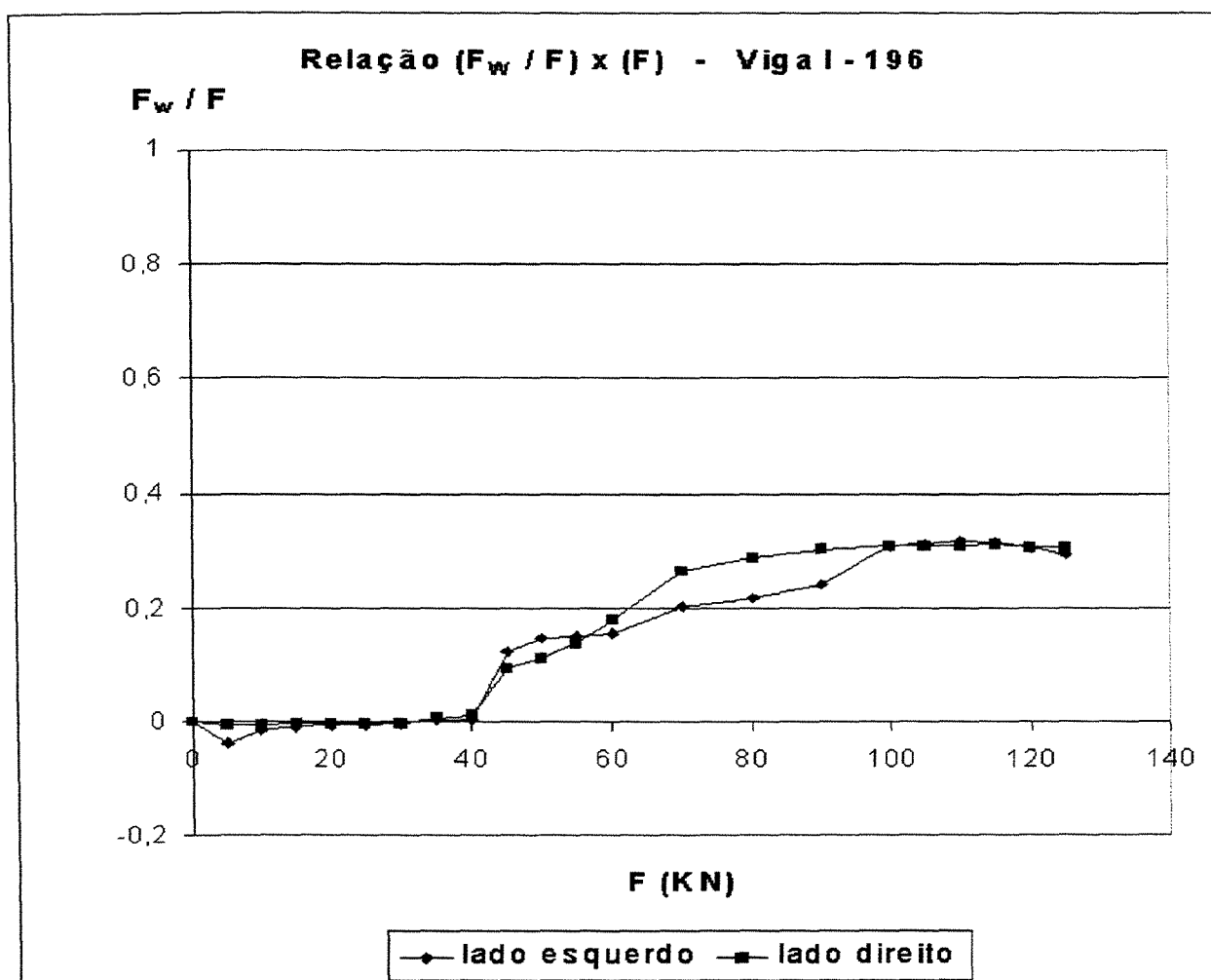
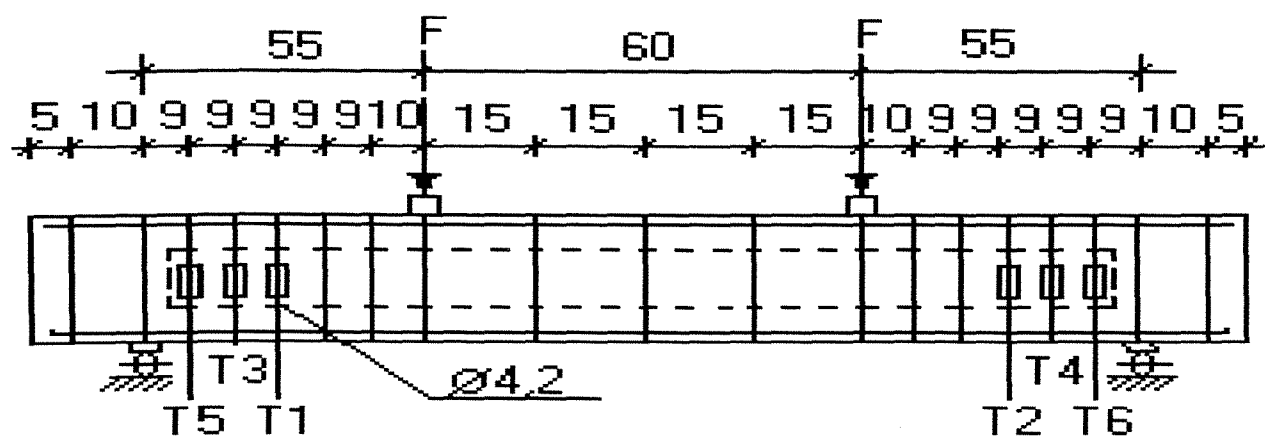


Figura 5.10 – Relação $(F_w / F) \times (F)$ da viga I – 196.

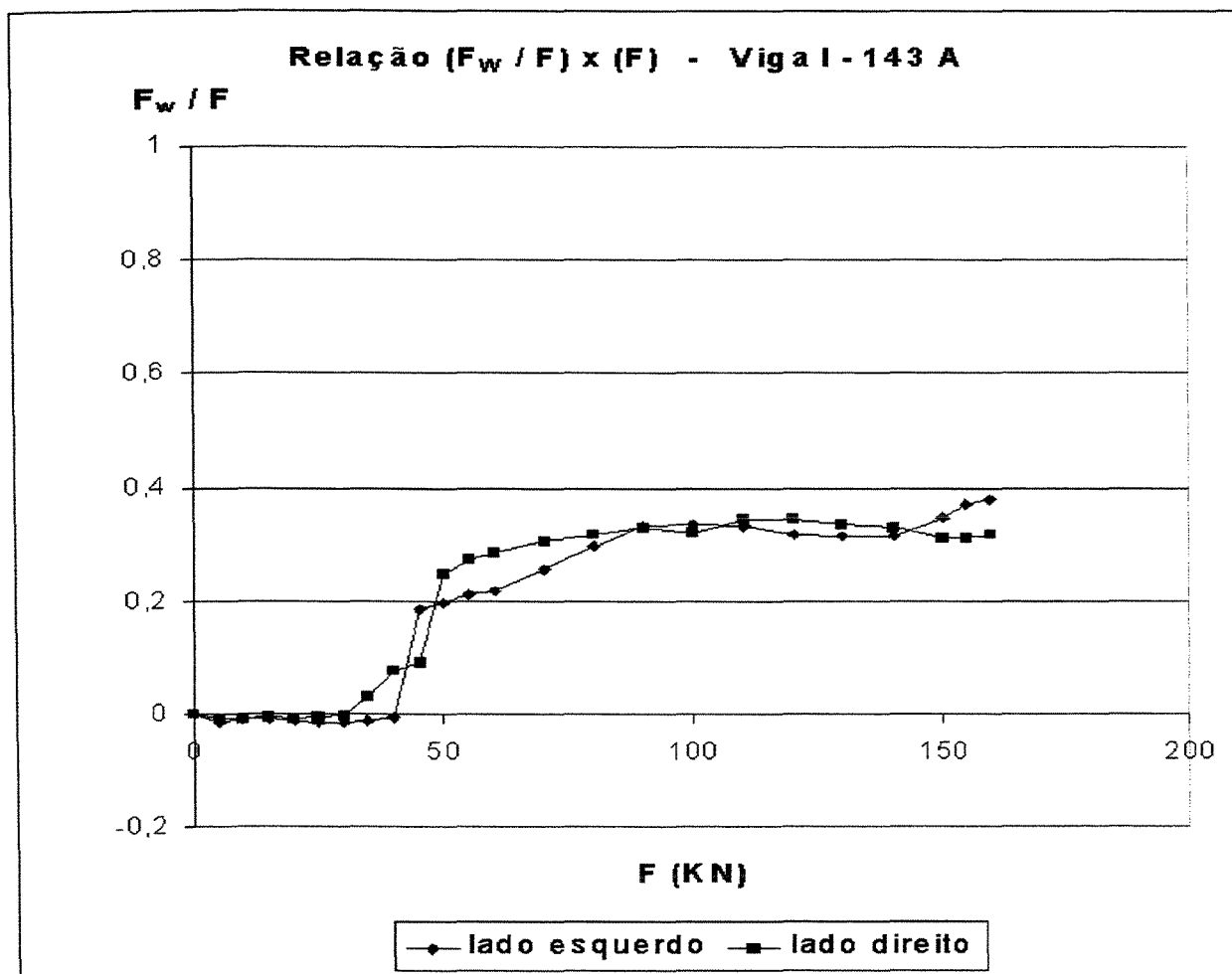
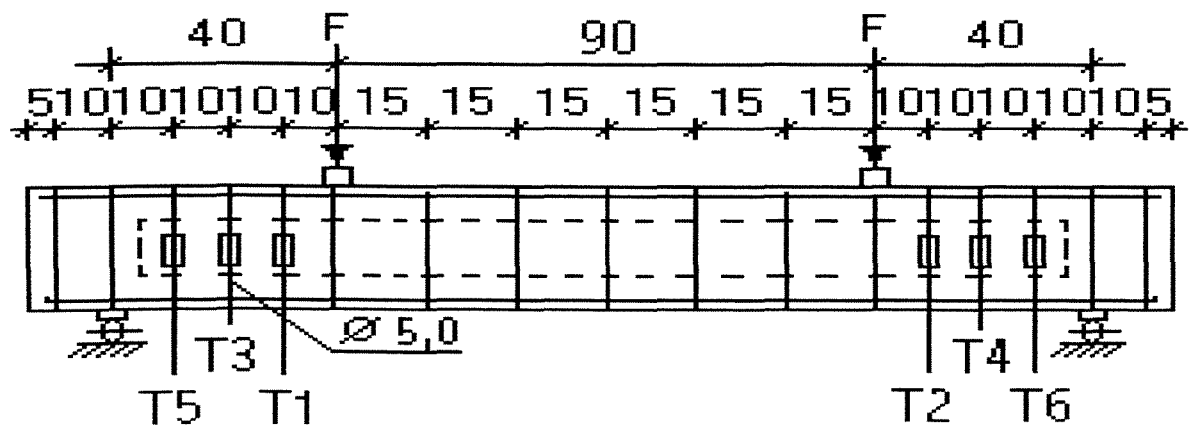


Figura 5.11 – Relação $(F_w / F) \times (F)$ da viga I – 143 A.

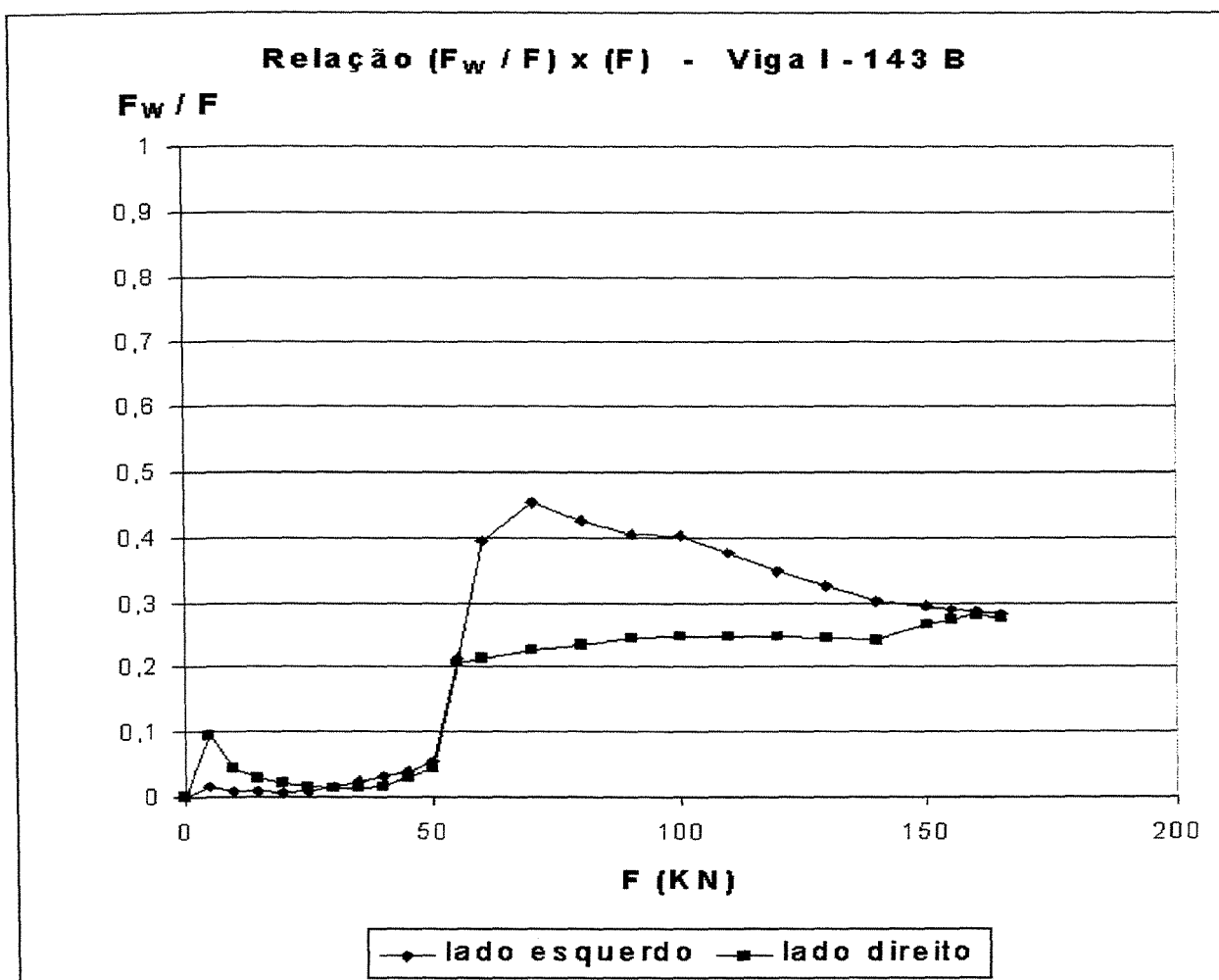
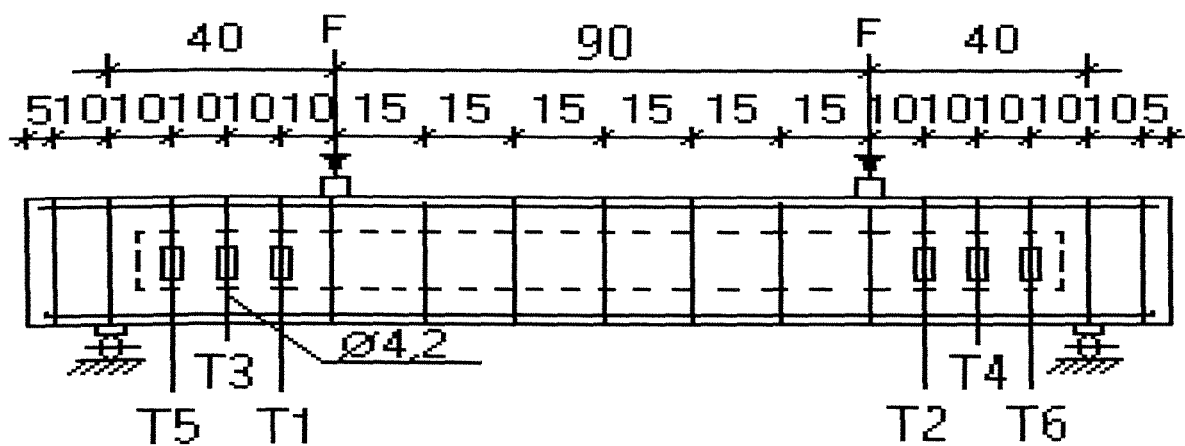


Figura 5.12 – Relação $(F_w / F) \times (F)$ da viga I – 143 B.

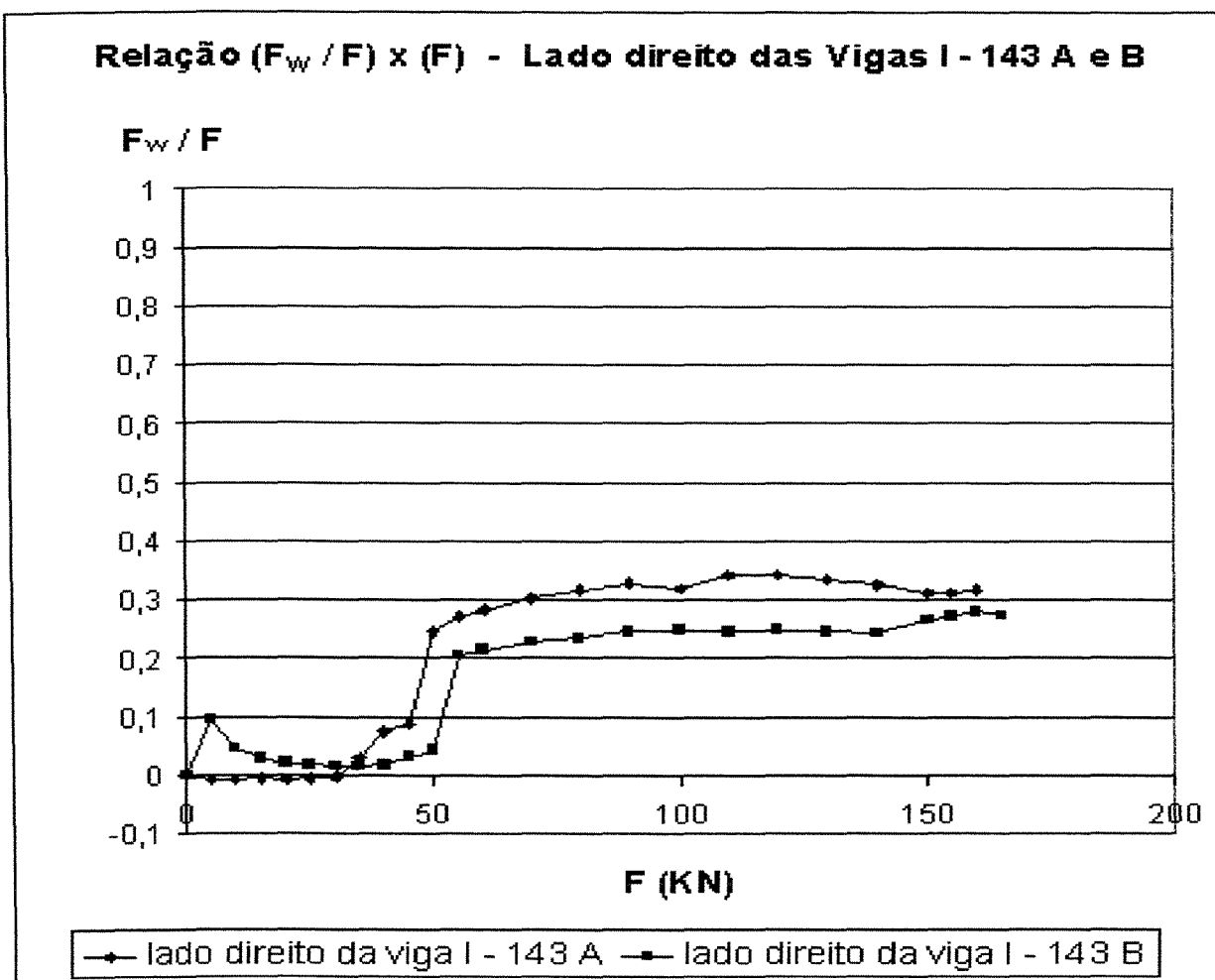
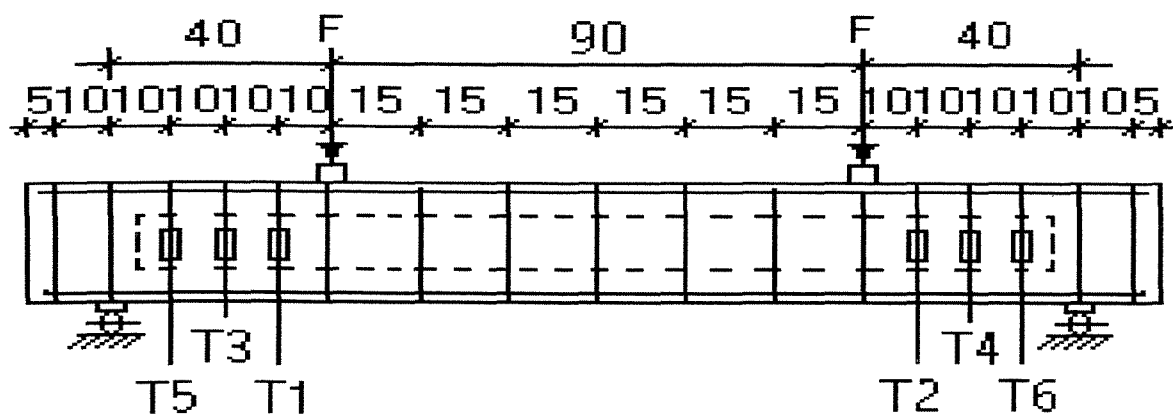


Figura 5.13 – Relação (F_w / F) x (F) do lado direito das Vigas I – 143 A e B.

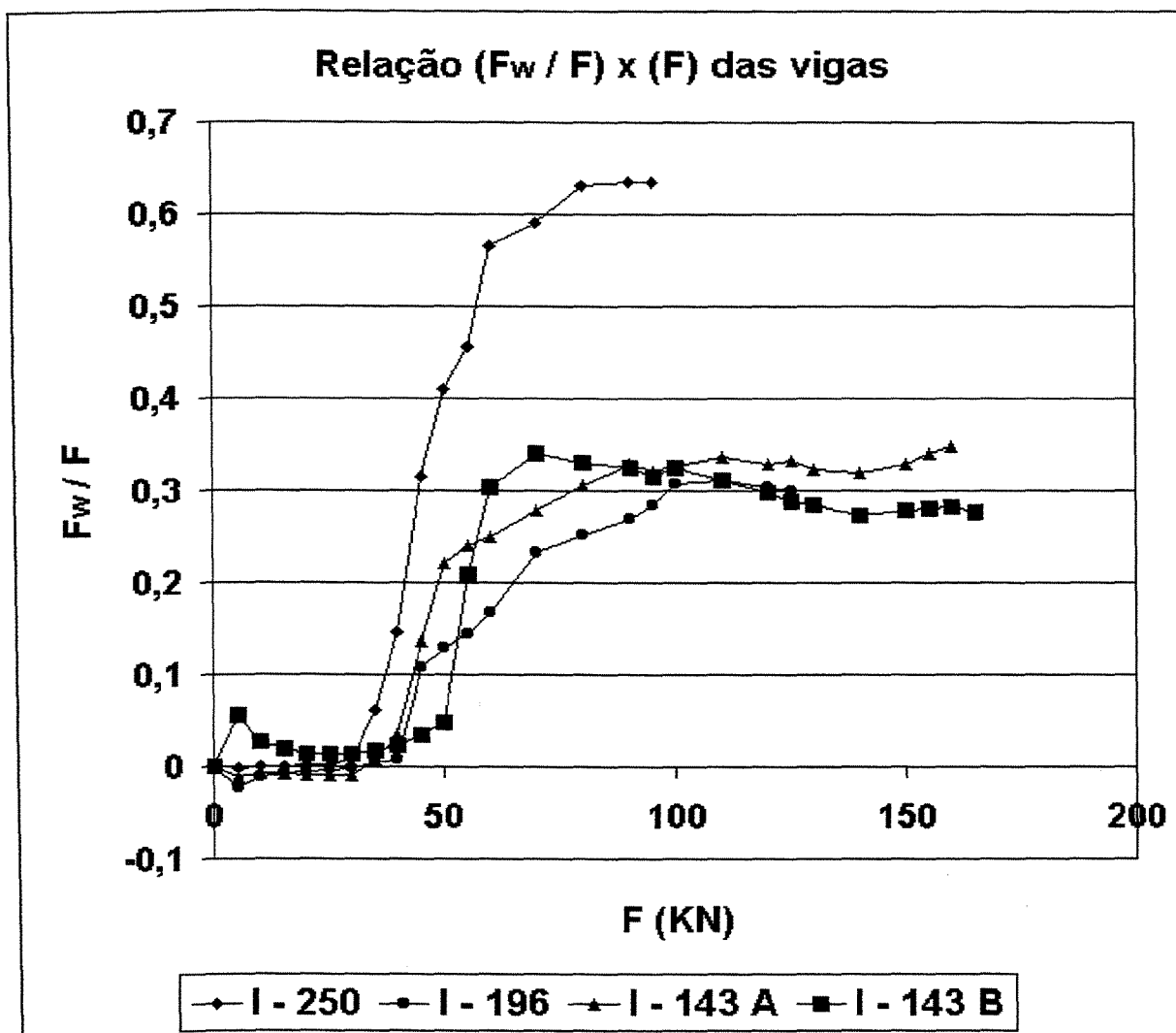


Figura 5.14 – Valores da relação $(F_w / F) \times (F)$ considerando-se as médias entre as forças suspensas pelos estribos do lado esquerdo e lado direito das vigas.

5.6 – RESULTADOS OBTIDOS

A Tabela 5.7 apresenta os resultados das forças suspensas pelos estribos de acordo com os modelos propostos no item 5.4. De acordo com estes modelos, a viga I – 250 não teve sua parcela de carga suspensa pelos estribos determinada.

Na viga I – 196, não pôde ser feita uma análise consistente sobre a carga suspensa pelos estribos pela falta de instrumentação do primeiro estribo do lado direito de T_1 e do primeiro estribo do lado esquerdo de T_2 . No entanto, os critérios propostos por [REINECK]⁸ e pela [NBR 6118]²⁰ apresentaram valores próximos para a carga suspensa, 89 % e 92 % respectivamente. Estes valores, ainda que bem superiores aos 30 % obtido nos ensaios e ao valor estimado de 43 %, mostraram-se satisfatórios para a determinação da carga suspensa pelos estribos.

Para a viga I – 143 A, que possuía relação a/d em torno de 1,5, e $\eta > 0,5$, todos os critérios apresentaram valores maiores de carga suspensa, sendo que os critérios propostos pelo [CEB-90]¹⁶ e por [REINECK]⁸ foram os mais satisfatórios, e o valor proposto por [REINECK]⁸, 38 %, foi muito próximo aos 33 % obtido ao longo do ensaio dessa viga.

Para a viga I – 143 B, com $\eta < 0,5$, os estribos suspenderam em torno de 30 % da carga aplicada ao longo do ensaio. Os modelos propostos pelo [CEB-90]¹⁶ e por [REINECK]⁸ apresentaram valores inferiores para a determinação da carga suspensa dessa viga 21 % e 20 % respectivamente. O [CEB-90]¹⁹ e a [NBR 6118]²⁰ foram os modelos que apresentaram os valores mais satisfatórios para este caso, 76 % e 67 % respectivamente, ainda que esses valores sejam bem superiores ao obtido no ensaio dessa viga.

Ainda que apoiadas em um número reduzido de ensaios, as observações experimentais demonstraram que para cargas concentradas atuando a uma distância $a/d \cong 2,0$ e $\eta \geq 0,6$, os modelos propostos por [REINECK]⁸ e pela [NBR 6118]²⁰ são satisfatórios na determinação da carga suspensa pelos estribos. Para $a/d < 1,5$, e $\eta \geq 0,5$, os modelos propostos pelo [CEB-90]¹⁶ e por [REINECK]⁸ foram mais satisfatórios. Para $a/d < 1,5$, e $\eta < 0,5$, os modelos propostos pelo [CEB-90]¹⁹ e pela [NBR 6118]²⁰ se mostraram mais satisfatórios na determinação da carga suspensa.

Tabela 5.7 – Relações (F_w / F) de acordo com os modelos propostos e resultados dos ensaios.

Viga	a / d	η	[CEB-90] ¹⁶		[REINECK] ⁸		[CEB-90] ¹⁹		[NBR6118] ²⁰		ENSAIOS	
			F_w/F	F_2/F	F_w/F	F_2/F	F_w/F	F_2/F	F_w/F	F_2/F	F_w/F	F_2/F
I – 250	2,50	0,642	-	-	-	-	-	-	-	-	0,60	0,40*
I – 196	1,96	0,610	-	-	0,89	0,11	-	-	0,92	0,08	0,43**	0,57**
I – 143 A	1,43	0,513	0,53	0,47	0,38	0,62	0,76	0,24	0,67	0,33	0,33	0,67
I – 143 B	1,43	0,399	0,21	0,79	0,20	0,80	0,76	0,24	0,67	0,33	0,30	0,70

* No caso da viga I – 250, a relação $F_2/F = 0,40$ não é atribuída à transmissão direta da carga ao apoio. Nessa viga, parte da carga é transmitida ao apoio através dos esquemas alternativos citados no capítulo 1.

** Relações F_w/F e F_2/F supondo as hipóteses citadas na página 128. Caso estas hipóteses não sejam consideradas, os valores obtidos com os estribos instrumentados ao longo do ensaio foram: $F_w/F = 0,30$ e $F_2/F = 0,70$

5.7 – RELAÇÕES ADIMENSIONAIS ENTRE CARGA SUSPensa E CARGA ÚLTIMA NAS VIGAS ENSAIADAS

As Figuras 5.15 a 5.19 apresentam os valores da relação (F_w / F) carga suspensa / carga aplicada em função da relação carga aplicada / carga última (F / F_u) a cada estágio de carga.

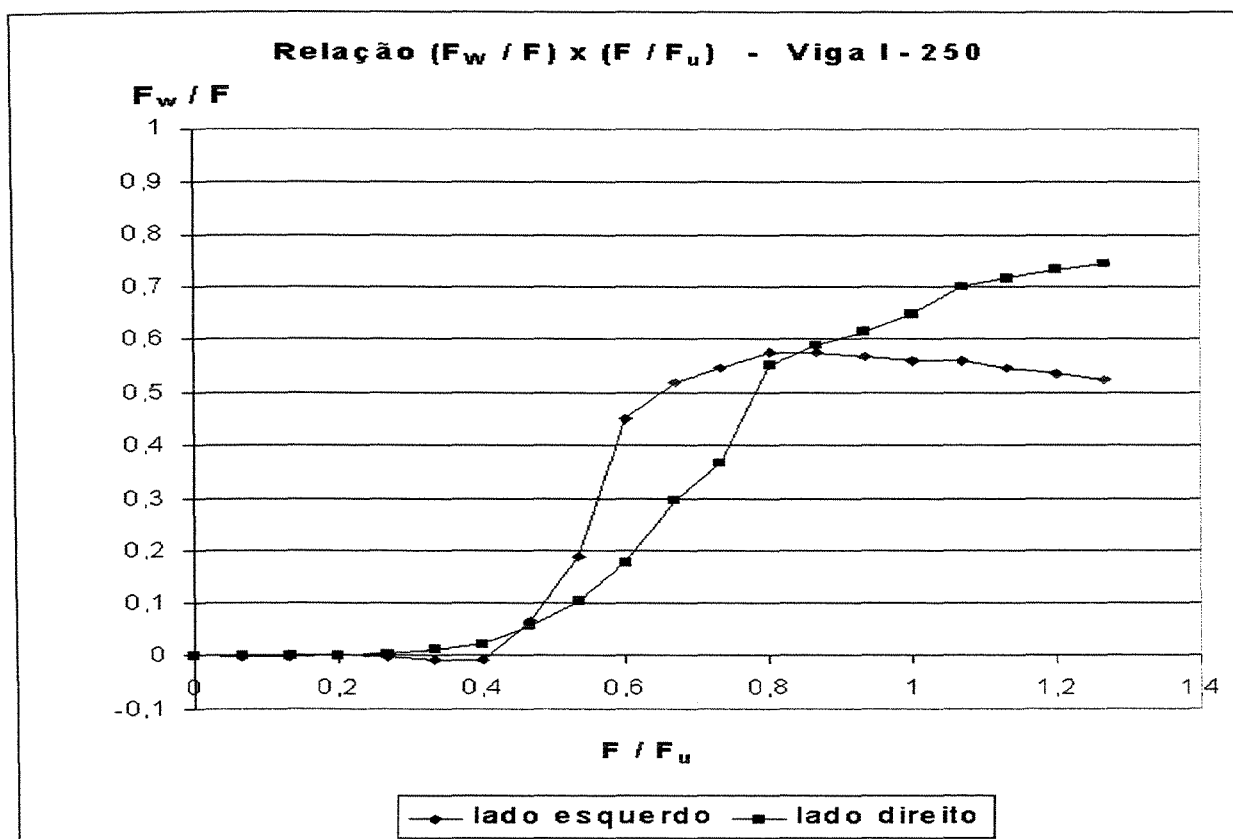
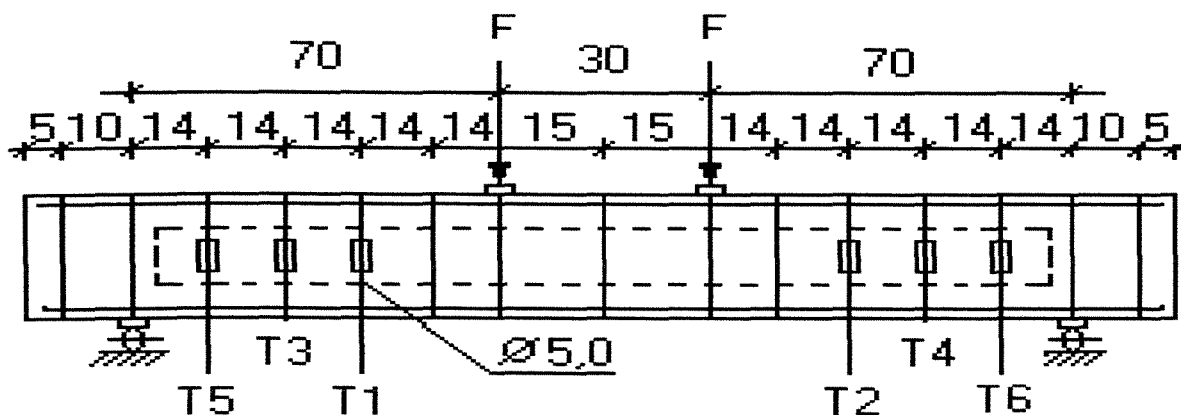
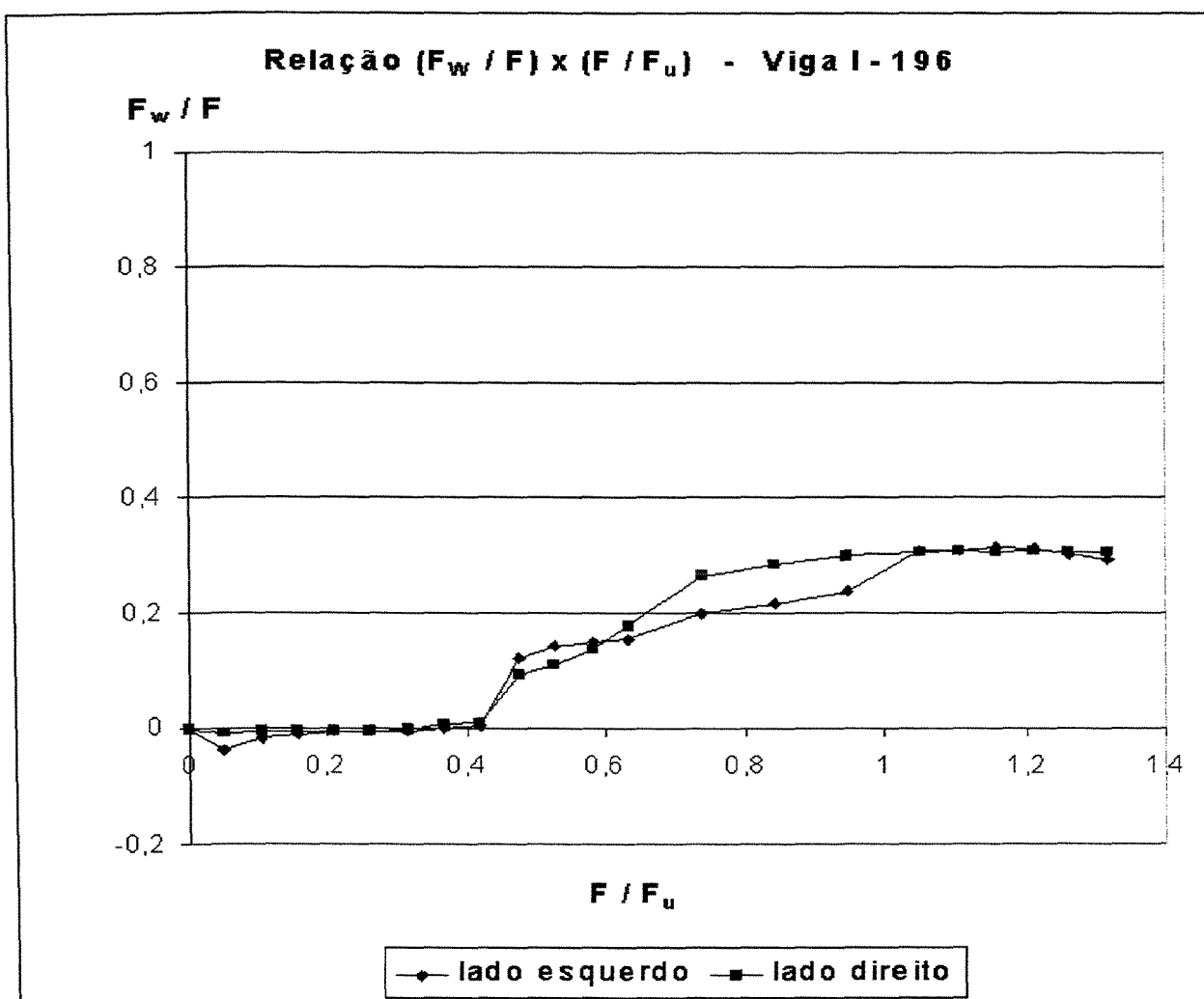


Figura 5.15 – Relação $(F_w / F) \times (F / F_u)$ da viga I – 250.



144

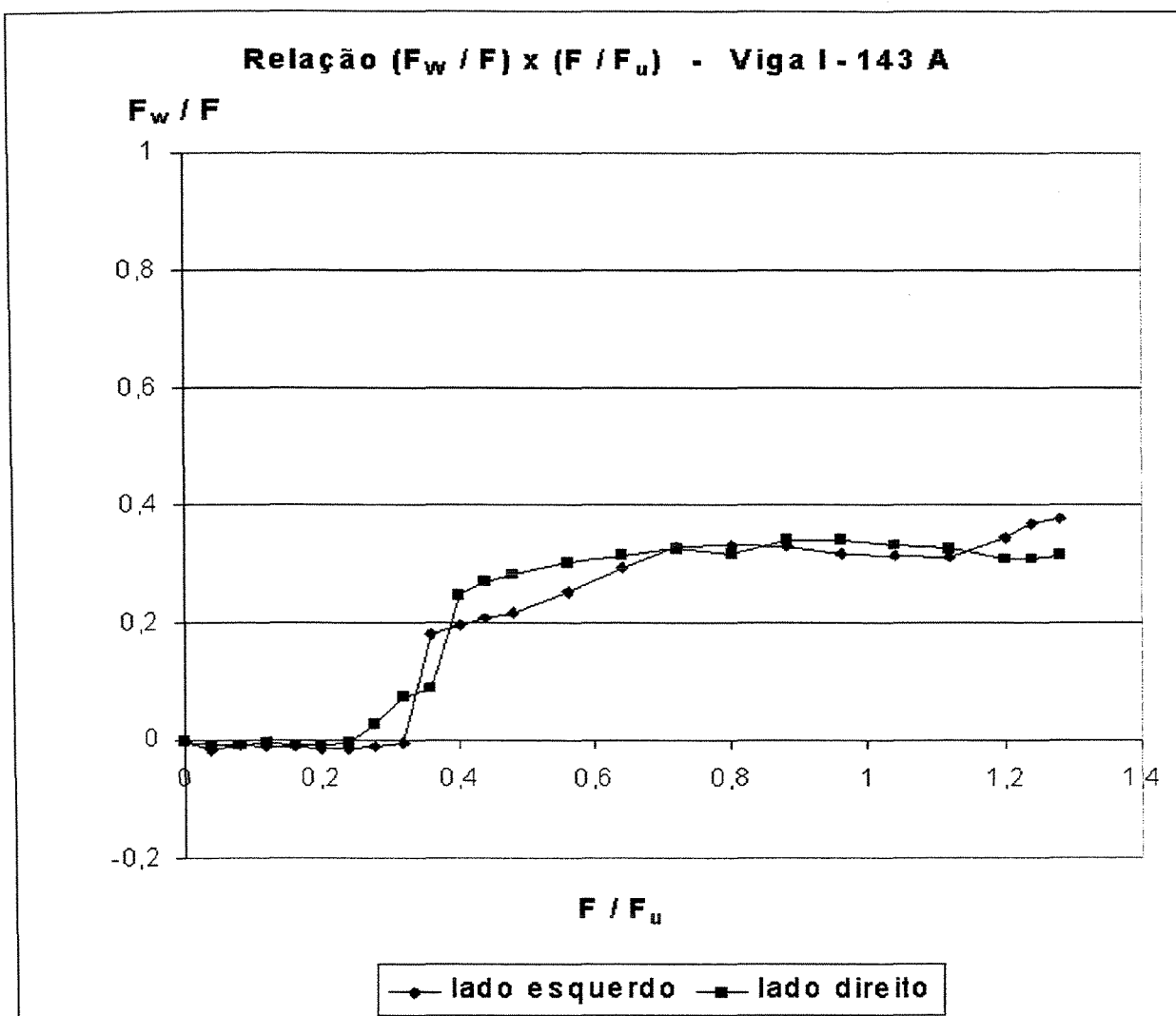
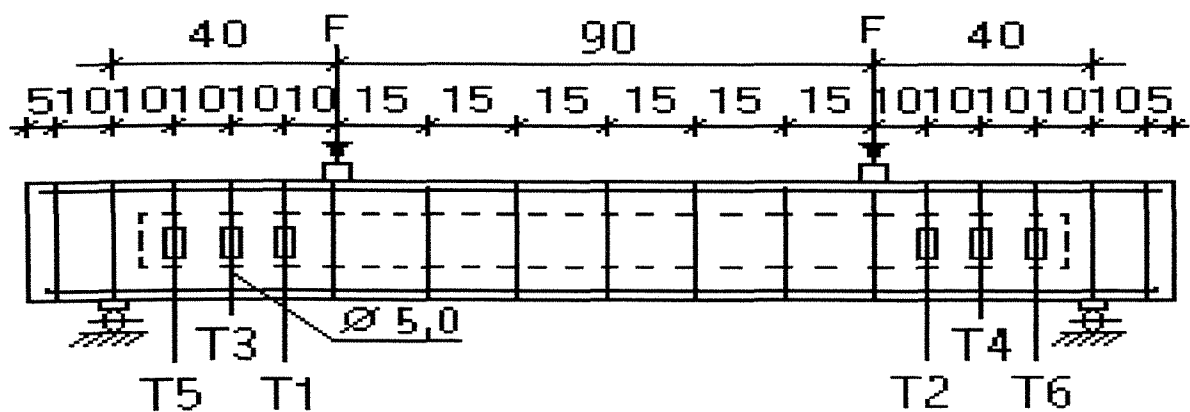
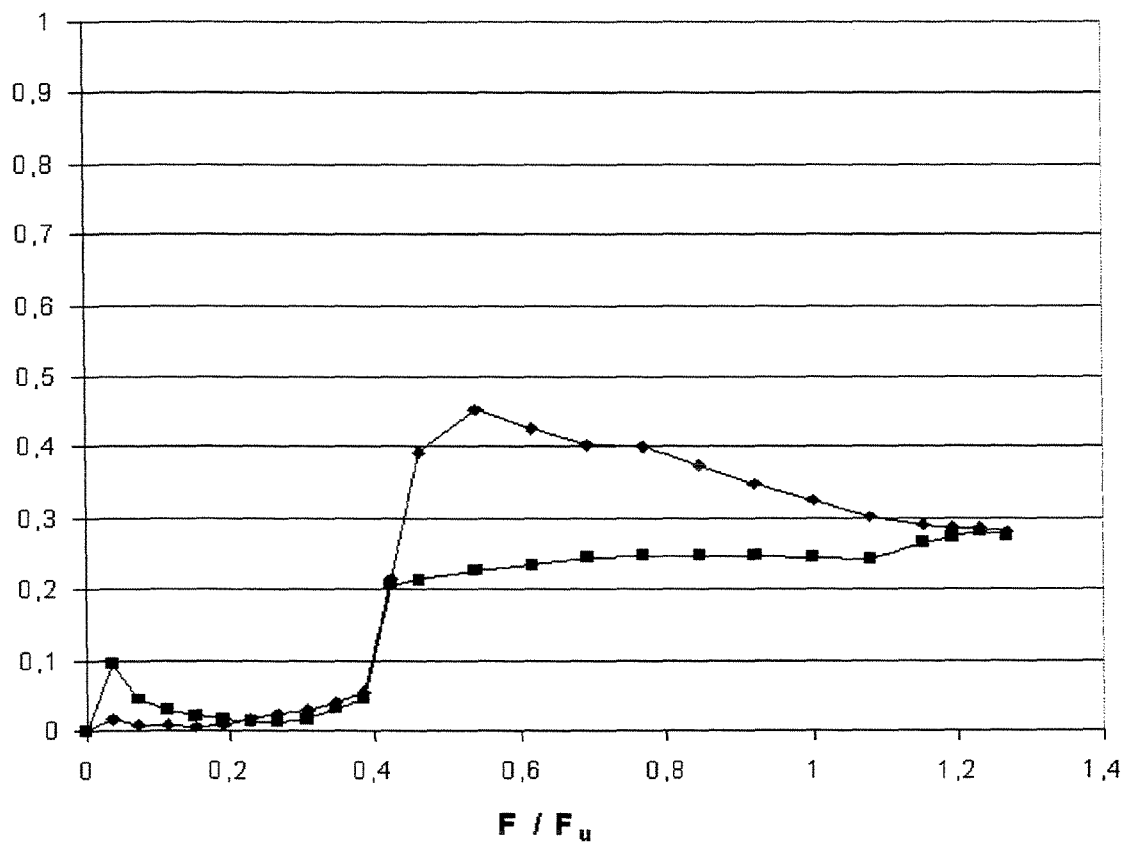
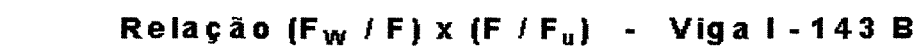


Figura 5.17 – Relação $(F_w / F) \times (F / F_u)$ da viga I – 143 A.



—●— lado esquerdo —■— lado direito

146

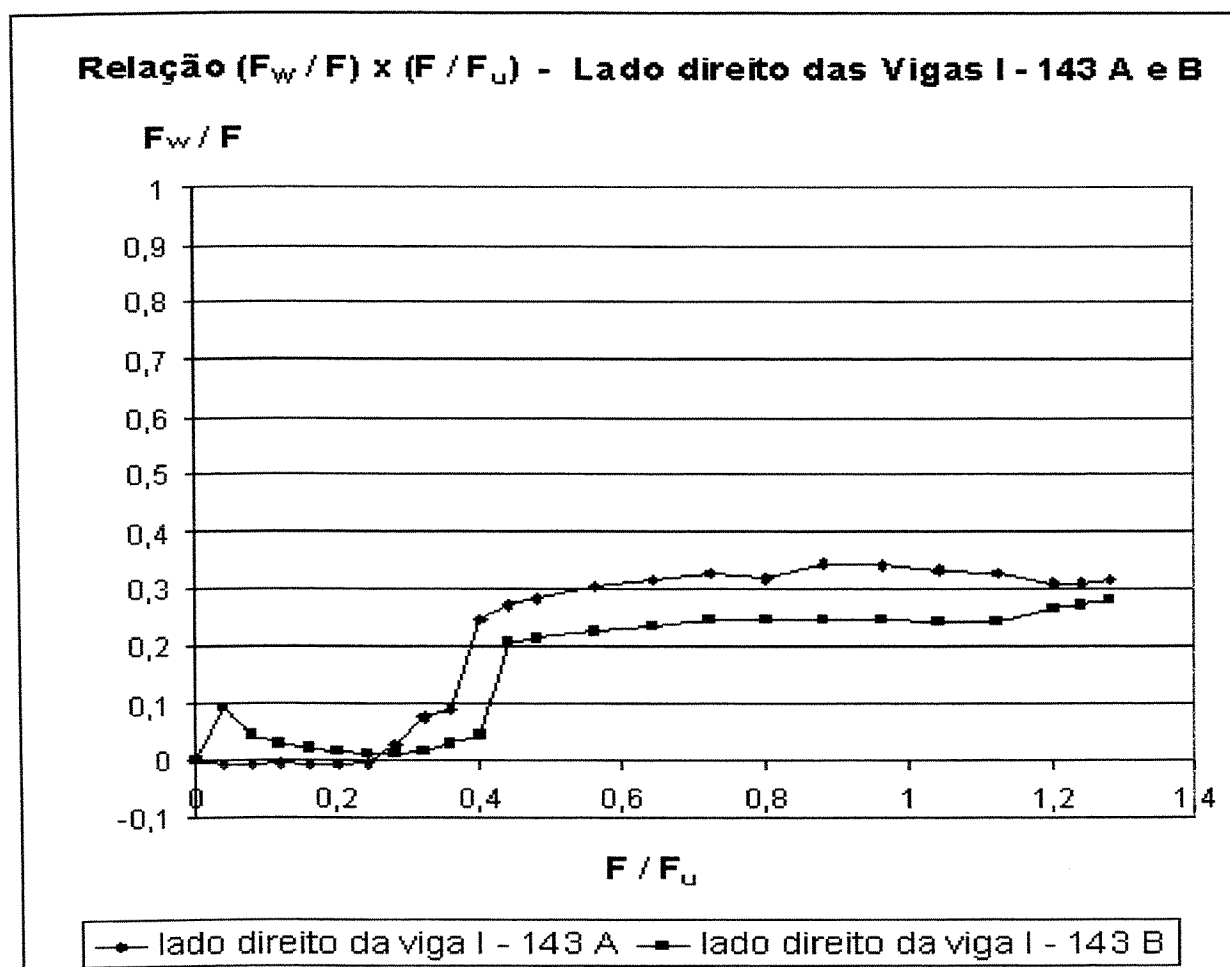
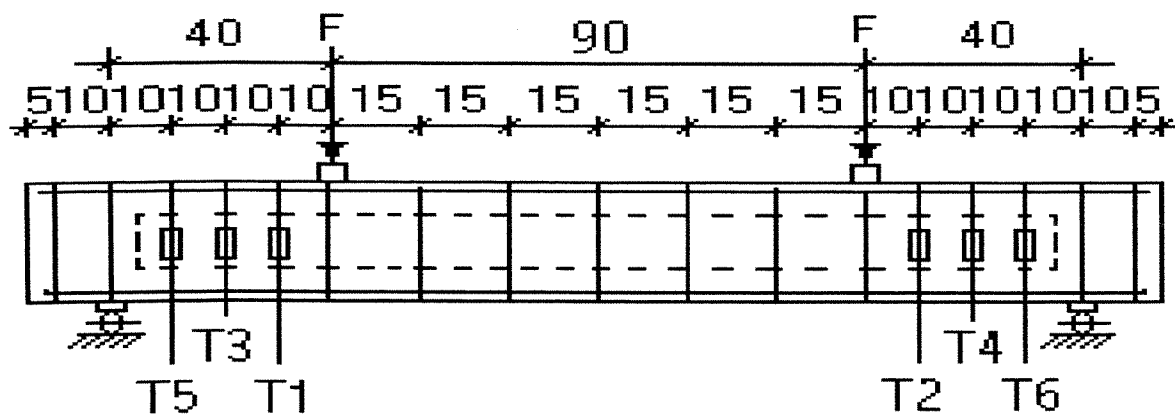


Figura 5.19 – Relação $(F_w / F) \times (F / F_u)$ do lado direito das Vigas I – 143 A e B.

De acordo com as Figuras 5.15 a 5.19, observa-se que o início da suspensão da carga pelos estribos ocorreu primeiro nas vigas com menor vão de cisalhamento. Nas vigas com grau de armação ao cisalhamento em torno de 0,6, vigas I – 250 e I – 196, independente da relação a/d , a suspensão da carga pelos estribos teve início por volta de 40 % da carga última. Nas vigas com mesma relação a/d , vigas I – 143 A e I – 143 B, o início da suspensão da carga ocorreu primeiro na viga I – 143 A, que possuía o maior grau de armação ao cisalhamento. Nessa viga, a suspensão teve início quando a carga aplicada foi em torno de 30 % da carga última. Na viga I – 143 B, o início da suspensão da carga ocorreu quando a carga aplicada foi em torno de 38 % da carga última.

5.8 – CONCRETO

Com relação às deformações do concreto do banzo comprimido, nas vigas com maior vão de cisalhamento, vigas I – 250 e I – 196, houve compressão do concreto em todos os pontos instrumentados como pode ser observado nas Figuras 4.10 a 4.12 e 4.23 a 4.25 sendo que essa compressão foi diminuindo à medida que os pontos instrumentados se afastaram dos pontos de aplicação de carga em direção aos apoios.

Já nas vigas com menor vão de cisalhamento, vigas I – 143 A e B, de acordo com as Figuras 4.36 a 4.38 e 4.49 a 4.51, houve compressão nos pontos instrumentados próximos aos pontos de aplicação de carga, designados por C_2 e C_1 e nas diagonais formadas entre a carga concentrada e o apoio, C_6 e C_5 . Nos pontos mais extremos designados por C_4 e C_3 ocorreu tração no concreto. Essa tração pode ser explicada pelo desvio das trajetórias dos esforços de compressão que atravessam a alma e se dirigem para o apoio, descomprimindo as regiões dos pontos C_4 e C_3 .

5.9 – DESLOCAMENTOS VERTICAIS

As vigas com menor vão de cisalhamento foram as que apresentaram as maiores flechas para os estágios finais de carregamento.

Para cargas de até 140 kN, os deslocamentos verticais das vigas foram muito próximos um do outro, como pode ser observado na Figura 5.20. As vigas com mesmo vão de cisalhamento, vigas I – 143 A e B, tiveram os mesmos deslocamentos verticais para os estágios finais de carregamento.

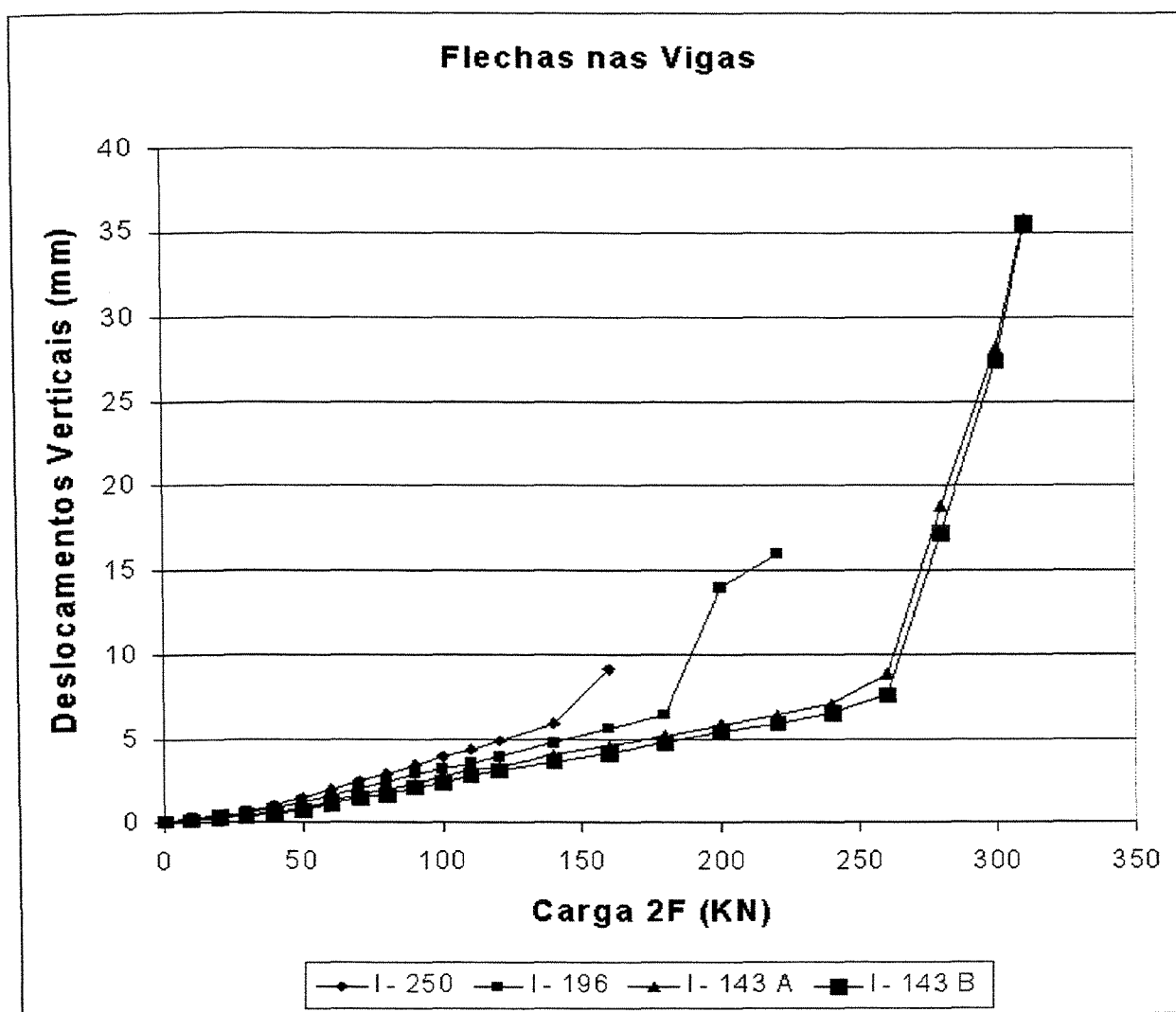


Figura 5.20 – Deslocamentos verticais das vigas.

CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES

Após a análise dos resultados, podem ser relatadas algumas observações importantes sobre o comportamento das vigas desta investigação experimental.

Quando a relação a/d é menor que 2,5, à medida que esta relação diminui, a resistência ao cisalhamento aumenta. Estes resultados concordam com aqueles obtidos por [CLARK]²¹. No entanto, quando a relação a/d se aproxima de 1,5, o grau de armação ao cisalhamento deixa de ser importante na capacidade resistente ao cisalhamento.

Os resultados dos ensaios demonstraram que a capacidade resistente à flexão pode ser conseguida mesmo com grau reduzido de armação ao cisalhamento, desde que um limite mínimo seja respeitado. Os resultados indicaram que o limite recomendado por [FERNANDES]²⁵ de $\eta \geq 0,6$ em vigas com $a/d > 3$, pode ser estendido às vigas com $a/d \geq 2,0$.

Nas vigas com relação a/d em torno de 1,5, mesmo com grau de armação ao cisalhamento inferiores a 0,6, a proximidade da carga em relação ao apoio proporcionou um aumento na capacidade resistente ao cisalhamento e a resistência a flexão foi atingida. No entanto, o grau de armação ao cisalhamento dessas vigas foi calculado sem a redução permitida pela [NBR 6118]²⁰. Se essa redução for aplicada a essas vigas e levando-se em consideração as condições em que essas vigas foram executadas, os graus de armação ao cisalhamento passam a ser $\eta \geq 0,6$. Portanto, para vigas com relação $a/d \leq 2$, recomenda-se também que o grau de armação ao cisalhamento seja $\eta \geq 0,6$, permitindo-se a redução da força cortante na proporção $a / 2h$ no caso de uma carga concentrada atuar a uma distância $a < 2 h$ contada do apoio. Cabe frisar que esta redução deve ser feita apenas para o cálculo da armadura de cisalhamento. Para a verificação do concreto, a força cortante deve ser considerada com seu valor integral.

A armadura longitudinal teve o mesmo comportamento para todas as vigas independente da relação a/d e do grau de armação ao cisalhamento. Em todos os casos esta armadura entrou em escoamento e as vigas atingiram a ruína por flexão com alongamento plástico excessivo dessa armadura (10 ‰). Isso comprova que em todos os casos, os estribos cumpriram sua função resistente, ou seja, permitiram que a resistência a flexão fosse mobilizada.

Com relação à armadura transversal, após o surgimento das primeiras fissuras de cisalhamento, as tensões aumentaram de forma proporcional à força cortante e se desenvolveram quase paralelamente à reta da analogia da treliça clássica.

Com a evolução do carregamento e considerando-se a média entre as forças suspensas pelos estribos do lado esquerdo e lado direito das vigas, a viga I – 250 teve em torno de 60 % de sua carga suspensa pelos estribos. Na viga I – 196, a baixa porcentagem de carga suspensa, 30 %, é atribuída à falta de instrumentação do primeiro estribo do lado direito de T_1 e do primeiro estribo do lado esquerdo de T_2 , que contribuíram efetivamente na suspensão da carga aplicada. Com base nas tensões atuantes nos estribos instrumentados do lado esquerdo T_1 e T_3 e do lado direito T_2 e T_4 , se puder ser estimada uma tensão de 600 MPa nos estribos que não foram instrumentados, para a carga máxima dessa viga, os estribos passariam a suspender 43 % da carga aplicada. Nas vigas I – 143 A e I – 143 B, a baixa porcentagem de carga suspensa, em torno de 30 % já era esperada, pois devido ao pequeno vão de cisalhamento, os estribos foram pouco solicitados.

De acordo com os modelos propostos para a determinação da carga suspensa, a viga I – 250 não teve sua parcela de carga suspensa pelos estribos determinada.

Na viga I – 196, não pôde ser feita uma análise consistente sobre a carga suspensa pelos estribos pela falta de instrumentação do primeiro estribo do lado direito de T_1 e do primeiro estribo do lado esquerdo de T_2 . No entanto, os critérios propostos por [REINECK]⁸ e pela [NBR 6118]²⁰ apresentaram valores próximos para a carga suspensa, 89 % e 92 % respectivamente.

Estes valores, ainda que bem superiores aos 30 % obtido no ensaio e ao valor estimado de 43 %, mostraram-se satisfatórios para a determinação da carga suspensa pelos estribos.

Para a viga I – 143 A, que possuía relação a/d em torno de 1,5, e $\eta > 0,5$, todos os critérios apresentaram valores maiores de carga suspensa, sendo que os critérios propostos pelo [CEB-90]¹⁶ e por [REINECK]⁸ foram os mais satisfatórios, e o valor proposto por [REINECK]⁸, 38 %, foi muito próximo aos 33 % obtido ao longo do ensaio dessa viga.

Para a viga I – 143 B, com $\eta < 0,5$, os estribos suspenderam em torno de 30 % da carga aplicada ao longo do ensaio. Os modelos propostos pelo [CEB-90]¹⁶ e por [REINECK]⁸ apresentaram valores inferiores para a determinação da carga suspensa dessa viga 21 % e 20 % respectivamente. O [CEB-90]¹⁹ e a [NBR 6118]²⁰ foram os modelos que apresentaram os valores mais satisfatórios para este caso, 76 % e 67 % respectivamente, ainda que esses valores sejam bem superiores ao obtido no ensaio dessa viga.

Ainda que apoiadas em um número reduzido de ensaios, as observações experimentais permitiram concluir que para cargas concentradas atuando a uma distância $a/d \cong 2,0$ e $\eta \geq 0,6$, os modelos propostos por [REINECK]⁸ e pela [NBR 6118]²⁰ são satisfatórios na determinação da carga suspensa pelos estribos. Para $a/d < 1,5$, e $\eta \geq 0,5$, recomenda-se a utilização dos modelos propostos pelo [CEB-90]¹⁶ e por [REINECK]⁸. Para $a/d < 1,5$, e $\eta < 0,5$, recomenda-se a utilização dos modelos propostos pelo [CEB-90]¹⁹ e pela [NBR 6118]²⁰ na determinação da carga suspensa.

Uma outra conclusão importante que deve ser relatada, foi que o início da suspensão da carga pelos estribos ocorreu primeiro nas vigas com menor vão de cisalhamento.

Com relação ao comportamento do concreto, nas vigas com maior vão de cisalhamento, vigas I – 250 e I – 196, houve compressão em todos os pontos instrumentados sendo que essa compressão foi diminuindo à medida que esses pontos se afastaram dos pontos de aplicação da carga em direção aos apoios.

Nas vigas com menor vão de cisalhamento, vigas I – 143 A e I – 143 B, houve compressão no concreto nos pontos instrumentados próximos aos pontos de aplicação de carga e nas diagonais formadas entre a carga concentrada e o apoio. Nos pontos mais extremos ocorreu tração no concreto, Essa tração pode ser explicada pelo desvio das trajetórias dos esforços de compressão que atravessam a alma e se dirigem ao apoio, descomprimindo as regiões mais extremas.

Com a evolução dos deslocamentos verticais, as flechas foram muito próximas para cargas de até 140 kN. Nas vigas com mesmo vão de cisalhamento, vigas I – 143 A e I – 143 B, o grau de armação ao cisalhamento não influenciou os deslocamentos verticais e estas vigas tiveram as mesmas flechas para os estágios finais de carregamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 – **FERNANDES, G. B.** – Estado Limite Último para solicitações tangenciais – Esforço cortante em concreto armado – Apostila do curso de Estruturas de Concreto II da Faculdade de Engenharia Civil - UNICAMP, 1993.
- 2 – **GOMIERO, P. F.** – Armadura reduzida para cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência – Campinas (Dissertação de Mestrado): Faculdade de Engenharia Civil – UNICAMP, 1994.
- 3 – **LEONHARDT, F.** – Shear in Concrete Structures – COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON – Bulletin D'Information n. 126, Juin, 1978.
- 4 – **FUSCO, P. B.** – Estruturas de concreto – Solicitações tangenciais – Apostila do curso de Estruturas de Concreto II da Faculdade de Engenharia Civil – UNICAMP, 1997.
- 5 – **KANI, G. N. J.** – Basic Facts Concerning Shear Failure – ACI Journal, v. 63, n. 06, p. 675-692, June, 1966.
- 6 – **LEONHARDT, F., MÖNNIG, E.** - Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: Interciência, v. 01, p. 175-218, 1977.
- 7 – **SCHLAICH, J., SCHÄFER, K., JENNEWEIN, M.** – Toward a Consistent Design of Structural Concrete. PCI – Journal. v. 32, n. 03, p. 74-150, May-June, 1987.
- 8 – **REINECK, K. H.** – Rational Methods for Detailing and Design Strut-and-Tie Modelling. In: Large Concrete Buildings, B. N. Rangan and R. F. Warner (Editors), Longman Group Ltd., Longman House, England, p. 102-134, 1996.

UNICAMP

BIBLIOTECA CENTRAL

SEÇÃO CIRCULANTE

- 9 – **NUNES, L. R. S.** – Aplicação do Modelo Biela-Tirante a Vigas Parede – São Paulo (Dissertação de Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Julho, 1995.
- 10 – **SCHLAICH, J., SCHÄFER, K.** – Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models. ACI - Structural Engineer, v. 69, n. 06, p. 113-125, March, 1991.
- 11 – **SILVA, C. R.** – Concreto Armado: Aplicações de Modelos de Bielas e Tirantes – São Carlos (Dissertação de Mestrado): Escola de Engenharia de São Carlos – Novembro, 1991.
- 12 – **PARK, R., PAULAY, T.** – Reinforced Concrete Structures – Imprenta: New York: Wiley, p. 270-345, 1975.
- 13 – **MAC-GREGOR, J. G.** – Reinforced Concrete – Mechanics and Design - Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice – Hall, p. 168-211, 1992.
- 14 – **DAEJOONG, KIM., KIM, WOO., WHITE, N. R.,** - Prediction of Reinforcement Tension Produced By Arch Action In RC Beams – Journal of Structural Engineering. v. 124, n. 06, p. 611-622, June, 1998.
- 15 – **COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON – CEB – FIP MODEL CODE 1990** – first Predraft – Bulletin D'Information n. 190 *a e b*, September, 1988.
- 16 – **COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON – CEB – FIP MODEL CODE 1990** – first Draft – Bulletin D'Information n. 198, September, 1990.
- 17 – **LEONHARDT, F., MÖNNIG, E.** - Construções de concreto: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: Interciência, v. 03, p. 133-156, 1978.
- 18 – **COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON – CEB** – Selected Justification Notes – Bulletin D'Information n. 217, April, 1993.

19 - **COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON** – CEB – FIP MODEL CODE 1990 – Bulletin D'Information n. 213/214, May, 1993.

20 – **ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS** – NBR 6118 – Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Rio de Janeiro, 1978.

21 – **CLARK, A. P.** – Diagonal Tension in Reinforced Concrete Beams – ACI Journal, v. 48, n. 02, p. 145-156, 1951.

22 – **PARK, F., AHMAD, S. H., EL-DASH, K.** – Web Reinforcement Effects on Shear Capacity of Reinforced High-Strength Concrete Beams – Magazine of Concrete Research, v. 47, n. 172, p. 227-233, September, 1995.

23 – **HAI TAN, KANG., TENG, SUSANTO., KONG, FUNG-KEW., LU, HAI-YUN** – Main Tension Steel in High Strength Concrete Deep and Short Beams – ACI Structural Journal, v. 94, n. 06, p. 752-768, November-December, 1997.

24 – **FERNANDES, G. B.** – Cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência – São Paulo (Tese de Doutorado): Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1992.

25 – **FERNANDES, G. B.** – Resistência ao cisalhamento nas vigas de concreto de alta resistência. Revista: IBRACON, n. 15, p. 21-29, Setembro-Outubro, 1996.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

ABSTRACT

This work presents a theoretical abstract about shear, Strut and Tie Models and results of experimental investigations conducted by other researchers with normal and high-strength concrete beams with shear span to depth ratio a/d ranging from 0.25 to 3.7. The code requirements and approaches presented by researchers for determination of load carried by the stirrups in the shear span of beams are presented. High-strength concrete beams under two equal and symmetrical point loads with reduced shear coverage ratio and shear span to depth ratio $1.43 < a/d < 2.50$ have been tested up to failure. The results of this investigation showed that even with reduced web reinforcement, the flexural strength can be attained. The most satisfactory criteria for determination of the load carried by the stirrups are presented for each beam as related with shear span to depth ratio a/d and shear coverage ratio.