

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS**

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

**ARMADURA REDUZIDA DE CISALHAMENTO EM VIGAS  
DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA SUBMETIDAS À  
FLEXO-COMPRESSÃO**

**ADRIANO MARINHO**

**Campinas  
1999**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

**ARMADURA REDUZIDA DE CISALHAMENTO EM VIGAS  
DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA SUBMETIDAS À  
FLEXO-COMPRESSÃO**

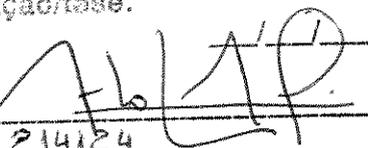
ADRIANO MARINHO

Orientador: Prof. Dr Armando Lopes Moreno Jr

Atesto que esta é a versão definitiva  
da dissertação/tese.

Prof. Dr.

Matrícula:



214124

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão de pós-graduação da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração de Estruturas.

Campinas  
1999

896771008

UNIDADE	30		
N.º CHAMADA:	TIVVICAMP		
	M338a		
V.	Ex.		
TOMBO BC/	42004		
PROC.	16-278100		
C	<input type="checkbox"/>	D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREC.	R\$ 11,00		
DATA	3/16/8100		
N.º CPD			

CM-00145854-B

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M338a      Marinho, Adriano  
              Armadura reduzida de cisalhamento em vigas de  
              concreto de alta resistência submetidas à flexo-  
              compressão / Adriano Marinho.--Campinas, SP: [s.n.],  
              1999.

Orientador: Armando Lopes Moreno Jr.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.

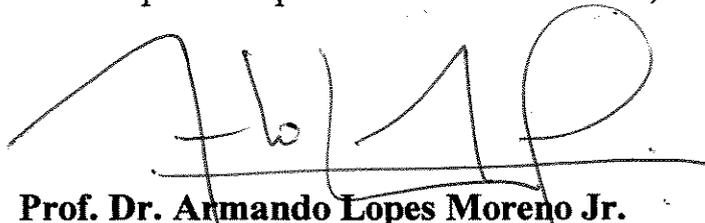
1. Cisalhamento. 2. Vigas de concreto. 3. Concreto  
de alta resistência. 4. Carga axial. I. Moreno Jr.,  
Armando Lopes. II. Universidade Estadual de Campinas.  
Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS**

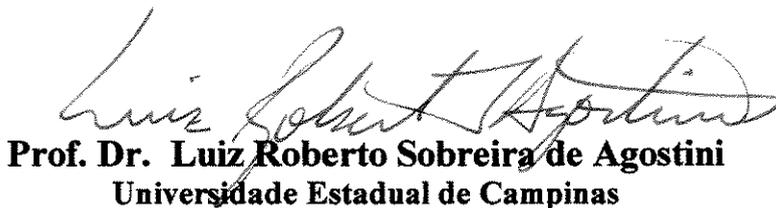
**ARMADURA REDUZIDA DE CISALHAMENTO EM VIGAS  
DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA SUBMETIDAS À  
FLEXO-COMPRESSÃO**

**ADRIANO MARINHO**

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:



**Prof. Dr. Armando Lopes Moreno Jr.**  
Presidente e Orientador / Universidade Estadual de Campinas



**Prof. Dr. Luiz Roberto Sobreira de Agostini**  
Universidade Estadual de Campinas



**Prof. Dr. Mounir Khalil El-Debs**  
EESC-Universidade de São Paulo

**Campinas, 10 de Agosto de 1999**

## **DEDICATÓRIA**

À Cláudia, Ricardo, Andrea, Gilberto e Cecília,  
pessoas que eu amo e admiro!

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, de maneira geral, a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho e, principalmente:

- ao Prof. **Dr. Armando Lopes Moreno Jr**, pela orientação sempre clara e precisa;
- aos colegas da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, e todos os Professores da faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, sempre dispostos a ajudar;
- à equipe de técnicos do Laboratório de Estruturas e Materiais de Construção da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP;
- à administração da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP e aos seus funcionários;
- à Camargo Corrêa Industrial S.A., pelo fornecimento da microssilica;
- à Cimentos Nacionais de Minas S.A. pelo fornecimento do cimento;
- à Otto Baumgart S.A., pelo fornecimento do aditivo superplastificante
- à Fundação de Amparo à Pesquisa do estado de São Paulo – **FAPESP** pela concessão de Bolsa de Mestrado;

## SUMÁRIO

Índice	vii
Lista de Tabelas	ix
Lista de Figuras	xii
Notações	xvii
Resumo	xx
Introdução e Objetivos	I .01
1 Cisalhamento Em Vigas de Concreto Armado com Resistência Usual à Compressão.	1.01
2 Cisalhamento em Vigas de Concreto de Alta Resistência.	2.01
3 Programação Experimental	3.01
4 Resultados	4.01
5 Análise des Resultados.	5.01
Conclusão	C.01
Referências Bibliográficas	B.01
Abstract	B.05

## ÍNDICE

### INTRODUÇÃO E OBJETIVOS.....I.1

### CAPÍTULO 1 CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM RESISTÊNCIA USUAL À COMPRESSÃO

1.1 Modelos de comportamento resistente ao esforço cortante nas vigas de concreto armado - modelos de ruptura .....	1.1
1.2 Fatores que afetam a resistência ao cisalhamento nas vigas de concreto armado.....	1.09
1.3 Mecanismos de transferência de esforço cortante em uma viga de concreto armado .....	1.20
1.4 Modos de ruptura das vigas de concreto armado submetidas à força cortante.....	1.30

### CAPÍTULO 2 CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA

2.1 Considerações iniciais.....	2.1
2.2. Investigações experimentais do comportamento ao cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexão simples .....	2.2
2.3 Considerações sobre o comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexão simples.....	2.21
2.4 Investigações experimentais do comportamento ao cisalhamento em vigas de concreto de altaresistência submetidas à flexo-compressão.....	2.24
2.5 Considerações sobre o comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexão composta .....	2.46
2.6 Critério de dimensionamento ao cisalhamento de vigas de concreto submetidas à flexão composta.....	2.49

## **CAPÍTULO 3 PROGRAMAÇÃO EXPERIMENTAL**

<b>3.1</b>	<b>Considerações iniciais</b> .....	<b>3.1</b>
<b>3.2</b>	<b>Detalhes gerais das vigas experimentadas</b> .....	<b>3.2</b>
<b>3.3</b>	<b>Características dos materiais empregados na execução das vigas</b> .....	<b>3.7</b>
<b>3.4</b>	<b>Execução, desforma e cura das vigas</b> .....	<b>3.14</b>
<b>3.5</b>	<b>Instrumentação</b> .....	<b>3.16</b>
<b>3.6</b>	<b>Sistemas de aplicação de cargas</b> .....	<b>3.19</b>
<b>3.7</b>	<b>Valores estimados do momento e cortante últimos, grau de armação ao cisalhamento e grau de protensão</b> .....	<b>3.27</b>
<b>3.8</b>	<b>Desenvolvimento dos experimentos</b> .....	<b>3.29</b>

## **CAPÍTULO 4 RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS**

<b>4.1</b>	<b>Características do concreto das vigas</b> .....	<b>4.1</b>
<b>4.2</b>	<b>Comportamento das vigas durante o ensaio</b> .....	<b>4.2</b>
<b>4.3</b>	<b>Tensões nos estribos</b> .....	<b>4.4</b>
<b>4.4</b>	<b>Tensões na armadura longitudinal</b> .....	<b>4.4</b>
<b>4.5</b>	<b>Deformações no concreto</b> .....	<b>4.5</b>
<b>4.6</b>	<b>Deslocamentos verticais</b> .....	<b>4.5</b>
<b>4.7</b>	<b>Figuras</b> .....	<b>4.5</b>

## **CAPÍTULO 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS**

<b>5.1</b>	<b>Valores efetivos do grau de protensão, do grau de armação ao cisalhamento e da força cortante para escoamento da armadura longitudinal</b> .....	<b>5.1</b>
<b>5.2</b>	<b>Armadura transversal</b> .....	<b>5.3</b>
<b>5.3</b>	<b>Armadura longitudinal</b> .....	<b>5.3</b>
<b>5.4</b>	<b>Banzo comprimido</b> .....	<b>5.4</b>
<b>5.5</b>	<b>Fissuração</b> .....	<b>5.5</b>
<b>5.6</b>	<b>Ruptura</b> .....	<b>5.7</b>
<b>5.7</b>	<b>Redução da armadura de alma de acordo com o modelo da treliça com diagonais de inclinação variável</b> .....	<b>5.8</b>
<b>5.8</b>	<b>Deslocamentos verticais</b> .....	<b>5.20</b>

<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>C.1</b>
-------------------------	------------

<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>B.1</b>
---------------------------	------------

<b>ABSTRACT</b> .....	<b>B.5</b>
-----------------------	------------

## LISTA DE TABELAS

2.01 – Valores relativos às vigas ensaiadas por Mphonde e Frantz .....	2.4
2.02 – Valores relativo às vigas , com armadura de alma, ensaiadas por Elzanaty e Slate.....	2.7
2.03 - Valores relativos às vigas ensaiadas por Levi e Marro.....	2.10
2.04 - Valores relativos às vigas ensaiadas por Levi e Marro.....	2.11
2.05 - Valores relativos às vigas ensaiadas por Fernandez .....	2.16
2.06 - Valores relativos às vigas ensaiadas por Gomiero .....	2.20
2.07 – Resultaos das vigas ensaiadas por Ramirez e Breen.....	2.27
2.08 – Comparação das Vigas ensaiadas por Rairez e Breen .....	2.28
2.09 – Valores de $\theta$ e $\beta$ .....	2.30
2.10 – Resultados das vigas analisadas por Collins.....	2.31
2.11 - Resultados das vigas analisadas por Selby.....	2.35
2.12 - Valores efetivo da força cortante para escoamento da armadura longitudinal, do grau de armação ao cisalhamentol e do grau de compressão para cada viga ensiada por Moreno .....	2.43
2.13 - Resultados das vigas ensaiadas por Moreno.....	2.44
3.01 – Misturas experimentais.....	3.10
3.02 – Valores últimos do momento fletor e força cortnte para escoamento da armadura longitudinal.....	2.27

3.03 – Valores do grau de armação ao cisalhamento adotados para cada viga .....	3.28
3.04 – Valores do grau de compressão, $\kappa$ , para cada viga ensaída .....	3.29
4.01 – Características do concreto das vigas .....	4.1
4.02 - Resultados das vigas ensaiadas .....	4.3
5.01 - Valores efetivos da força cortante para escoamento da armadura longitudinal, do grau de armação ao cisalhamento e do grau de compressão, $\kappa$ , para cada viga ensaída.....	5.2
5.02 - Força cortante de redução experimental e teóricas .....	5.13

## LISTA DE FIGURAS

1.01 – Configuração típica de fissuração em uma viga de concreto armado fletida.....	1.3
1.02 – Modelo clássico de treliça .....	1.4
1.03 – Inclinação do banzo comprimido próximo ao apoio extremo da viga .....	1.8
1.04 – Divisão do esforço cortante em parcelas absorvidas pelo banzo, elementos de alma e mecanismo alternativos.....	1.8
1.05 – Influência da largura de alma na resistência ao cisalhamento .....	1.11
1.06 – Eficiência de diferentes tipos de armadura de cisalhamento em relação à máxima abertura de fissuras.....	1.13
1.07 – Zonas de comportamento diferenciado ao cisalhamento em vigas submetidas à flexo-compressão.....	1.17
1.08 – Variação da tensão nos estribos em função do esforço axial de compressão .....	1.18
1.09 – Panorama de fissuração de vigas submetidas à flexo-compressão.....	1.19
1.10 – Esforço de tração na armadura longitudinal.....	1.21
1.11 – Distribuição do esforço cortante em uma viga de concreto armado.....	1.22
1.12 – Trajetória das tensões em uma viga de concreto armado não fissurada .....	1.23
1.13 – Efeito arco em uma viga de concreto armado .....	1.23

1.14 – Padrão de fissuração em uma viga de concreto armado ao mobilizar-se o efeito arco.....	1.24
1.15 – Efeito pino da armadura longitudinal.....	1.25
1.16 – Efeito de pino para trechos longos e curtos da armadura longitudinal.....	1.26
1.17 – Modo de ruptura das vigas longas.....	1.32
1.18 – Ruptura força cortante-compressão.....	1.36
1.19 – Ruptura por flexão da armadura longitudinal de tração.....	1.37
1.20 – Ruptura força cortante-tração e força cortante-flexão.....	1.38
2.01 – Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas por Mphonde e Frantz.....	2.3
2.02 – Panorama típico de fissuração par cada série de vigas ensaiadas por Mphonde e Frantz.....	2.5
2.03 – Características geométricas e de armação das vigas ensaiadas por Elzanaty, Nilson e Slate.....	2.7
2.04 - Características geométricas e de armação das vigas ensaiadas por Levi e Marro.....	2.9
2.05 – Dimensões características das vigas ensaiadas por Fernandes.....	2.13
2.06 – Detalhes de armação e de carregamentos das vigas ensaiadas por Fernandes.....	2.14
2.07 - Detalhes de armação e de carregamentos das vigas ensaiadas por Gomiero.....	2.19
2.08 – Modelo proposto: detalhes de uma viga protendida.....	2.24
2.09 – Resultados das vigas ensaiadas por Ramirez e Breen.....	2.27
2.10 – Comparação entre o modelo proposto e o ACI-318.....	2.32
2.11 – Detalhes da armadura das vigas analisadas por Selby <sup>46</sup> .....	2.34
2.12 – Resultados das vigas analisadas por Selby <sup>46</sup> .....	2.35
2.13 – Esquema de carregamentos das vigas analisadas por Polak <sup>49</sup> .....	2.36
2.14 – Resultados das vigas não protentidas analisadas por Polak <sup>49</sup> .....	2.37
2.15 – Resultados das vigas segundo o método geral analisadas por Polak <sup>49</sup> .....	2.39
2.16 – Influência da variação da quantidade de armadura transversal sobre o índice de armadura de cisalhamento $r_{fy}$ , das vigas analisadas por Polak <sup>49</sup> .....	2.40

2.17 – Dimensões características das vigas ensaiadas por Moreno .....	2.41
2.18 – Esquema estático e esquema de de carregamento para as vigas ensaiadas por Moreno .....	2.42
2.19 – Detalhes de armação das vigas ensaiadas por Moreno .....	2.42
2.20 – Variação das tensões nos estribos mais solicitados das vigas ensaiadas por Moreno .....	2.45
2.21 – Viga de concreto armado com banzos paralelos .....	2.49
2.22 – Detalhes da força aplicada na biela comprimida .....	2.58
3.01 – Dimensões características das vigas .....	3.3
3.02 – Esquema estático e esquema de carregamentos para as vigas .....	3.4
3.03 – Detalhe de armação das vigas .....	3.5
3.04 – Detalhe de ancoragem das barras longitudinal nos apoios .....	3.6
3.05 – Detalhe do reforço de armação na região de introdução de carregamentos no meio do vão .....	3.7
3.06 – Análise granulométrica dos agregados .....	3.12
3.07 – Diagrama tensão-deformação das barras de 20 mm de diâmetro .....	3.13
3.08 – Diagrama tensão-deformação das barras de 4.2 mm de diâmetro .....	3.14
3.09 – Instrumentação da armadura longitudinal e da armadura transversal das vigas .....	3.16
3.10 – Instrumentação superficial do concreto .....	3.18
3.11 – Instrumentação na viga para a medição dos deslocamentos verticais .....	3.19
3.12 – Sistema de aplicação de cargas .....	3.20
3.13 – Aparelho de apoio .....	3.21
3.14 – Aplicação do carregamento concentrado às vigas .....	3.22
3.15 – Equipamento de aplicação de força normal .....	3.23
3.16 - Equipamento de aplicação de força normal (detalhes) .....	3.24
3.17 – Aplicação de força normal ao tirante .....	3.25
3.18 – Diagrama tensão deformação na barra do tirante do equipamento de aplicação de força normal nas vigas .....	3.26
3.19 – Equipamento de aplicação de força normal e concentrada (vista geral) .....	3.24

4.01 – Diagrama tensão deformação do concreto para as vigas .....	4.5
4.02 – Evolução da fissuração na viga I80-4-22-E15 .....	4.7
4.03 - Evolução da fissuração na viga I80-4-22-E28 .....	4.8
4.04 - Evolução da fissuração na viga I80-4-22-E36 .....	4.9
4.05 – Tensão na armadura transversal da viga I80-4-22-E15- lado esquerdo.....	4.10
4.06 – Tensão na armadura transversal da viga I80-4-22-E28- lado esquerdo.....	4.12
4.07 – Tensão na armadura transversal da viga I80-4-22-E36- lado esquerdo.....	4.14
4.08 – Tensão na armadura transversal da viga I80-4-22-E15- lado esquerdo.....	4.16
4.09 – Tensão na armadura transversal da viga I80-4-22-E28- lado esquerdo.....	4.18
4.10 – Tensão na armadura transversal da viga I80-4-22-E36- lado esquerdo.....	4.20
4.11 – Evolução das tensão na armadura transversal da viga I80-4-22-E15 .....	4.22
4.12 – Evolução das tensão na armadura transversal da viga I80-4-22-E28 .....	4.24
4.13 – Evolução das tensão na armadura transversal da viga I80-4-22-E36 .....	4.26
4.14 – Tensão na armadura longitudinal da viga I80-4-22-E15-lado esquerdo.....	4.28
4.15 – Tensão na armadura longitudinal da viga I80-4-22-E28-lado esquerdo .....	4.29
4.16 – Tensão na armadura longitudinal da viga I80-4-22-E36-lado esquerdo.....	4.30
4.17 – Tensão na armadura longitudinal da viga I80-4-22-E15-lado direito .....	4.31
4.18 – Tensão na armadura longitudinal da viga I80-4-22-E28-lado direito .....	4.32
4.19 – Tensão na armadura longitudinal da viga I80-4-22-E36-lado direito .....	4.33
4.20 – Evolução das tensão na armadura longitudinal da viga I80-4-22-E15 .....	4.34
4.21 – Evolução das tensão na armadura longitudinal da viga I80-4-22-E28 .....	4.36
4.22 – Evolução das tensão na armadura longitudinal da viga I80-4-22-E36 .....	4.38
4.23 – Deformação no concreto – banzo superior da viga I80-4-22-E15 – lado esquerdo .....	4.40
4.24 – Deformação no concreto – banzo superior da viga I80-4-22-E15 – lado direito .....	4.42
4.25 – Deformação no concreto – banzo superior da viga I80-4-22-E28 – lado esquerdo .....	4.44
4.26 – Deformação no concreto – banzo superior da viga I80-4-22-E28 – lado direito .....	4.46

4.27 – Deformação no concreto – banzo superior da viga I80-4-22-E36 – lado esquerdo .....	4.48
4.28 – Deformação no concreto – banzo superior da viga I80-4-22-E36 – lado direito .....	4.50
4.29 – Evolução das deformações no concreto – banzo superior da viga I80-4- 22-E15 .....	4.52
4.30 – Evolução das deformações no concreto – banzo superior da viga I80-4- 22-E28 .....	4.54
4.31 – Evolução das deformações no concreto – banzo superior da viga I80-4- 22-E36 .....	4.56
4.32 – Evolução dos deslocamentos verticais da viga I80-4-22-E15 .....	4.58
4.33 – Evolução dos deslocamentos verticais da viga I80-4-22-E28 .....	4.59
4.34 – Evolução dos deslocamentos verticais da viga I80-4-22-E36 .....	4.60
5.01 – Detalhes do panorama de fissuração da viga I80-4-22-E15 .....	5.6
5.02 – Detalhes do panorama de fissuração da viga I80-4-22-E28 .....	5.6
5.03 – Detalhes do panorama de fissuração da viga I80-4-22-E36 .....	5.7
5.04 – Detalhe da viga I80-4-22-E15 rompida .....	5.8
5.05 – Detalhe da viga I80-4-22-E28 rompida .....	5.8
5.06 – Detalhe da viga I80-4-22-E36 rompida .....	5.9
5.07 – Esquema de variação das tensão nos estribos .....	5.10
5.08 – Evolução das tensões nos estribos mais solicitados das vigas ensaiadas .....	5.12
5.09 – Tensão tangencial de redução em função do grau de compressão .....	5.14
5.10 – Tensão tangencial de redução em função do grau de compressão .....	5.16
5.11 – Relação entre a força cortante de redução teórica e experimental .....	5.18
5.12 – Evolução dos deslocamentos verticais no meio do vão das vigas .....	5.20

## NOTAÇÕES

$A_{sl}$	=	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
$A'_{sl}$	=	área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida
$A_{sw}$	=	área da seção transversal dos estribos
$E_c$	=	módulo de deformação longitudinal do concreto
$E_s$	=	módulo de deformação longitudinal do aço
$F$	=	carga concentrada
$F_{fis,cis}$	=	valor de $F$ correspondente ao início da fissuração por cisalhamento
$F_{fis,fl}$	=	valor de $F$ correspondente ao início da fissuração por flexão
$F_{fl,cis}$	=	valor de $F$ correspondente ao início da fissura de flexão que deu origem à primeira fissura de cisalhamento
$I$	=	momento de inércia.
$M$	=	momento fletor
$M_o$	=	valor do momento fletor que anula a tensão devido ao esforço normal na borda menos comprimida
$M_d$	=	valor de cálculo de $M$
$M_{u,fl}$	=	valor último de $M$ , relacionado à ruptura por flexão
$M_{sd,máx}$	=	momento fletor da seção transversal que está mais solicitada à flexão, no trecho considerado pelo cálculo da armadura de cisalhamento
$N$	=	força normal
$N_{nec}$	=	esforço normal de compressão necessário para que na seção mais solicitada à flexão, em condições de serviço, não seja ultrapassado o Estado Limite de Descompressão
$R_{cc}$	=	resultante das tensões de compressão no concreto
$R_{st}$	=	resultante das tensões de tração na armadura longitudinal

$R_{tt}$	=	resultante das tensões de tração na armadura transversal
$S$	=	Área da seção transversal de concreto.
$V$	=	força cortante
$V_{0,3}$	=	força cortante correspondente a uma abertura de fissura de 0,3 mm
$V_c$	=	parcela de redução de $V_d$ para cálculo da armadura transversal com grau reduzido de armação ao cisalhamento
$V_d$	=	valor de cálculo de $V$
$V_{fis,cis}$	=	esforço cortante correspondente ao início da fissuração por cisalhamento
$V_{fis,fl}$	=	esforço cortante correspondente ao início da fissuração por flexão
$V_{u,fl}$	=	valor último de $V$ , relacionado à ruptura por flexão
$V_{u,cis}$	=	valor último de $V$ , relacionado à ruptura por esforço cortante
$a$	=	distância entre o apoio e a carga concentrada aplicada
$a_l$	=	translação do diagrama de forças $R_{st}$
$b_f$	=	largura da mesa das vigas com seção T ou I
$b_w$	=	largura da nervura das vigas com seção T ou I
$d$	=	altura útil da seção transversal
$f_c$	=	resistência do concreto à compressão, referida a corpos de prova cilíndricos
$f_{cj}$	=	resistência média à compressão do concreto com a idade de $j$ dias
$f_{ck}$	=	resistência característica do concreto à compressão
$f_{ct}$	=	resistência à tração do concreto
$f_{ctk}$	=	resistência característica do concreto à tração
$f_y$	=	limite de escoamento do aço à tração
$f_{yk}$	=	limite de escoamento característico do aço à tração
$f_{yl}$	=	limite de escoamento à tração do aço da armadura longitudinal
$f_{yw}$	=	limite de escoamento à tração do aço da armadura transversal
$h$	=	altura total da seção transversal
$h_f$	=	espessura da mesa das vigas com seção T ou I
$j$	=	número de dias
$l$	=	vão teórico
$s$	=	espaçamento dos estribos
$x$	=	distância da linha neutra ao ponto de maior encurtamento, na seção transversal das vigas
$z$	=	distância entre $R_{cc}$ e $R_{st}$
$y$	=	distância da linha neutra da a face mais comprimida.
$\Delta\tau_c$	=	variação de $\tau_c$ em viga submetida à flexo-compressão em relação a mesma viga submetida à flexão simples
$\phi$	=	diâmetro das barras das armaduras
$\alpha$	=	ângulo

$\beta$	=	relação entre o ângulo $\theta$ de viga submetida à flexo-compressão e o ângulo $\theta$ da mesma viga submetida à flexão simples, $\beta = \theta_{fc}/\theta_{fs}$
$\gamma_c$	=	coeficiente de minoração da resistência do concreto
$\gamma_s$	=	coeficiente de minoração da resistência do aço
$\gamma_f$	=	coeficiente de segurança
$\delta$	=	deslocamento vertical, flecha
$\delta_u$	=	valor último de $\delta$
$\epsilon_c$	=	deformação específica do concreto à compressão
$\epsilon_{c,u}$	=	valor último de $\epsilon_c$
$\epsilon_{sl}$	=	deformação específica do aço à tração na armadura longitudinal
$\epsilon_{sl,u}$	=	valor último de $\epsilon_{sl}$
$\epsilon_{sw}$	=	deformação específica dos estribos à tração
$\eta$	=	grau de armação ao cisalhamento $\eta = \rho_w/\rho_{w,45}$
$\theta$	=	ângulo entre as diagonais comprimidas da alma e as barras longitudinais nas vigas
$\theta_{fc}$	=	$\theta$ em viga submetida à flexo-compressão
$\theta_{fs}$	=	$\theta$ em viga submetida à flexão simples
$\kappa$	=	grau de protensão, $= N/N_{nec}$
$\rho_l$	=	taxa geométrica de armadura longitudinal
$\rho_w$	=	taxa geométrica de armadura transversal
$\rho_{w45}$	=	taxa geométrica de armadura transversal calculada de acordo com a analogia da treliça clássica, $\theta = 45$
$\sigma_c$	=	tensão normal de compressão no concreto
$\sigma_{c\theta}$	=	tensão normal de compressão nas diagonais de concreto que formam ângulo $\theta$ com as barras longitudinais
$\sigma_{sl}$	=	tensão normal de tração na armadura longitudinal
$\sigma_{sw}$	=	tensão normal de tração na armadura transversal
$\tau$	=	tensão tangencial
$\tau_o$	=	tensão tangencial referente à alma da seção transversal $= V/b_w.z$
$\tau_{od}$	=	valor de cálculo de $\tau_o$
$\tau_{ou}$	=	valor último de $\tau_o$
$\tau_c$	=	parcela de redução de $\tau_{od}$ para cálculo da armadura transversal com grau reduzido de armação ao cisalhamento $= V_c/b_w.z$
$\tau_w$	=	tensão convencional de cisalhamento $= V/b_w.d$
$\tau_{wd}$	=	valor de cálculo de $\tau_w$
$\tau_{wu,fl}$	=	valor último de $\tau_w$ relacionado à ruptura por flexão
$\tau_{wu,cis}$	=	valor último de $\tau_w$ relacionado à ruptura por esforço cortante
<b>cis</b>	=	<b>cisalhamento</b>

<b>fc</b>	=	flexão composta
<b>fl</b>	=	flexão
<b>fs</b>	=	flexão simples
<b>exp</b>	=	experimental
<b>máx</b>	=	máximo
<b>teór</b>	=	teórico

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

## RESUMO

Marinho, Adriano, Armadura Reduzida de Cisalhamento em Vigas de Concreto de Alta Resistência Submetidas à Flexo Compressão, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 1999, 245 pág.. Dissertação de Mestrado.

Neste trabalho apresentam-se os resultados de uma investigação experimental sobre o comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexo-compressão, um total de três vigas, com resistência à compressão do concreto em torno de 85 N/mm<sup>2</sup> foram analisadas. Todas as vigas tinham geometria e armaduras, longitudinal e transversal, idênticas. A única variável foi a intensidade da força normal de compressão aplicada a 25 cm da face superior das vigas.

Os resultados obtidos nos ensaios, permitiram analisar o comportamento ao cisalhamento de cada viga, pode-se constatar que os critérios atuais de dimensionamento ao esforço cortante de vigas de concreto flexo-comprimidas, de acordo com NBR 6118<sup>8</sup> e a proposta de revisão desta, ACI 318-86<sup>3</sup> e o CEB-FIP1990<sup>13</sup> apresentaram grande margem de segurança para as vigas flexo comprimidas desta pesquisa. Com base nos resultados desta pesquisa, uma nova proposta para o dimensionamento ao esforço cortante de vigas submetidas à flexo compressão é apresentada ao final deste trabalho, obtendo resultados satisfatórios.

**Palavra Chave :** carga axial, cisalhamento, concreto de alta resistência, viga

## **INTRODUÇÃO E OBJETIVOS**

Concretos de alta resistência foram empregados inicialmente em pilares muito carregados dos pavimentos inferiores de edifícios altos, no entanto, sua utilização se estendeu, rapidamente, às pontes e estruturas especiais. Mesmo nas estruturas usuais e na indústria de elementos pré-moldados de concreto é clara a tendência de emprego de resistências elevadas para o concreto.

Devido a pequena quantidade de estudos experimentais executados, até o momento não se tem conhecimento suficientemente claro de como se comportam as estruturas de concreto de alta resistência com relação aos Estados Limites.

Desta forma, tornam-se imprescindíveis estudos experimentais, com elementos estruturais executados com concreto de alta resistência, de maneira a se definir parâmetros que forneçam subsídios para o projeto estrutural e possibilitem garantir segurança frente aos estados limites.

Além disso, muitas das equações e modelos empíricos ou semi empíricos usados, atualmente, na determinação das propriedades do concreto, ou no dimensionamento de elementos estruturais, foram criados baseados em análises experimentais usando concretos com resistência à compressão usual. Desta maneira, a aplicabilidade destas equações e modelos para o concreto de alta resistência deve, então, ser comprovada, ou não, empiricamente.

Existe um grupo de estudos sobre o concreto de alta resistência, na Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, particularmente interessado na verificação empírica do comportamento estrutural de elementos em concreto de alta resistência. Destes estudos originaram-se importantes trabalhos, com grande reconhecimento pelo meio científico em geral.

Este trabalho trata do estudo experimental do comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto de alta resistência, submetidas à flexo-compressão, e, pretende oferecer importantes resultados a respeito do comportamento ao cisalhamento, particularmente o comportamento da parcela da força cortante resistida pelo concreto,  $V_c$ , em vigas de concreto de alta resistência, submetidas à flexo-compressão.

Em estudo anterior, Moreno<sup>36</sup>, verificou o comportamento de vigas de concreto de alta resistência submetidas a flexo-compressão com graus de compressão,  $\kappa$ , (definido como sendo a razão entre o esforço axial de compressão,  $N$ , e o esforço axial de compressão necessário,  $N_{nec}$ , para que na seção mais solicitada à flexão, em condições de serviço, não seja ultrapassado o limite de descompressão), menores que 0.30.

Neste trabalho foram ensaiadas vigas com valores de  $\kappa$ , maiores que 0.30, e os resultados desta pesquisa, juntamente com os de Moneno<sup>36</sup>, foram comparados os com os procedimentos de cálculo da armadura de cisalhamento dos seguintes códigos normativos: ACI 318-86<sup>3</sup>, NBR 6118<sup>8</sup>, CEB-FIP1990<sup>13</sup>, e a proposta de revisão da NBR.

# **1 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM RESISTÊNCIA USUAL À COMPRESSÃO**

## **1.1 - MODELOS DE COMPORTAMENTO RESISTENTE AO ESFORÇO CORTANTE NAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO -**

### **1.1.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES**

Mesmo com milhares de resultados de ensaio à disposição, nenhum critério de dimensionamento ao cisalhamento, que fosse totalmente aceito, sem restrições, pelo meio científico atual, foi desenvolvido.

Este fato, de acordo com Thurlimann <sup>42</sup>, se deve, principalmente, à grande dificuldade de interpretação dos vários resultados de ensaio à disposição. Dificuldade esta, causada, por exemplo, pela quase impossibilidade de separação sistemática das variáveis envolvidas no problema, pelo dimensionamento não adequado dos modelos de ensaio, por proporções não realistas entre armadura longitudinal e transversal, por detalhes geométricos e de armação inconvenientes e ainda pelo relato incompleto dos resultados de ensaio.

Com toda esta provável diversificação na interpretação dos resultados de ensaio, não é surpresa, portanto, que tenham surgido muitos modelos na tentativa de se explicar os diversos modos de ruptura ao cisalhamento de uma viga de concreto.

Dentre todos estes modelos, não resta dúvida, o de melhor aceitação é o chamado modelo de treliça, originalmente proposto por Ritter em 1899, mais tarde desenvolvido por Morsh<sup>35</sup> e corrigido, ou melhor, generalizado por Leonhardt<sup>31,33</sup> e por Grob e Thurlimann<sup>42</sup>

Também com destaque merecido, mas com bem menor aceitação, encontram-se o modelo dos arcos, proposto por Kani<sup>24,25,27</sup> e, mais recentemente, o modelo da trajetória do esforço de compressão, proposto por Kotsovos<sup>47,48</sup>.

Com o advento dos computadores foi grande o crescimento de modelos de ruptura baseados em modelos hiperestáticos e com grande formulação matemática, uma vez que o trabalho de cálculo passou a ser automatizado.

Deve-se ressaltar que a grande vantagem do modelo de treliça, sobre os demais modelos, reside na sua simplicidade de aplicação prática, uma vez que se trata de um modelo estaticamente determinado (com ajustes empíricos posteriores).

### **1.1.2. MODELO CLÁSSICO DE TRELIÇA**

Quando fletida, e próximo à ruptura, uma viga de concreto armado apresenta a configuração típica de fissuração indicada na figura 1.01.

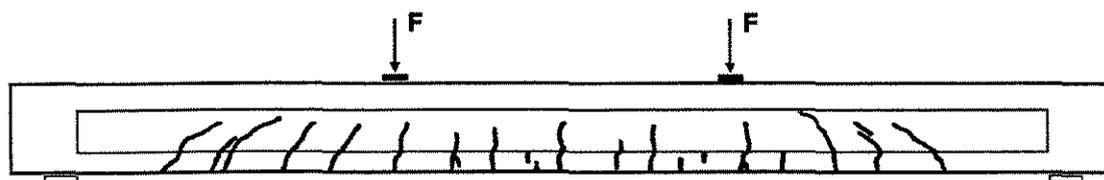


FIGURA 1.01 [53]  
CONFIGURAÇÃO TÍPICA DE FISSURAÇÃO EM UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO FLETIDA

O panorama de fissuração indicado, tem início com as fissuras de flexão. Na zona de cisalhamento, pouco acima da armadura longitudinal de flexão, estas fissuras inclinam-se, passando então a ser caracterizadas como fissuras de cisalhamento.

Longe das regiões de aplicação de cargas, as fissuras de cisalhamento desenvolvem-se quase que paralelamente umas com as outras.

Pela observação deste panorama típico de fissuração, Ritter, em 1899, propôs um modelo para dimensionamento ao cisalhamento de vigas em concreto armado. Mais tarde, Morsch <sup>35</sup>, desenvolveu o equacionamento deste modelo que, atualmente, é conhecido como modelo clássico de treliça ou analogia clássica de treliça de Ritter e Morsch.

De acordo com este modelo, uma viga de concreto armado, depois de fissurada e próxima a ruptura, se comporta como uma treliça de banzos paralelos e alma composta por diagonais de concreto e tirantes transversais de aço (Fig. 1.02).

As componentes de força, em cada elemento da treliça, podem ser determinadas estaticamente. Uma vez carregada a viga, as diagonais de concreto e o banzo superior são comprimidos, enquanto são tracionados os tirantes e o banzo inferior.

Morsch, ao discutir o ângulo de inclinação das diagonais de concreto,  $\theta$  na figura 1.02, concluiu que seria matematicamente impossível determinar sua inclinação, mas que  $45^\circ$  seria um valor conservativo. Desta maneira, o modelo clássico de treliça ficou também caracterizado por uma inclinação das diagonais comprimidas de  $45^\circ$ .

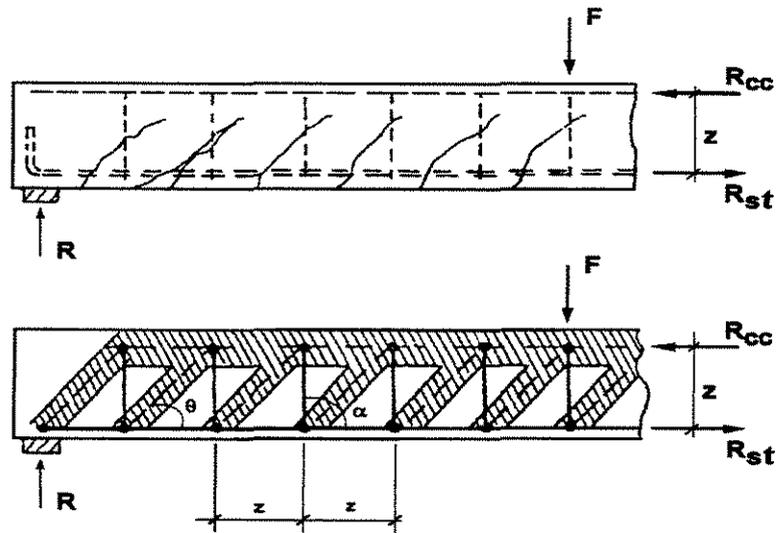


FIGURA 1.02 [19]  
MODELO CLÁSSICO DE TRELIÇA

A inclinação dos tirantes de aço,  $\alpha$  na figura 1.02, pode ser escolhida entre  $135^\circ$  e  $90^\circ$ . À  $135^\circ$  os tirantes são ortogonais às fissuras de cisalhamento e, portanto, sua direção é quase a mesma das tensões principais de tração, calculadas ao nível do centro de gravidade da seção transversal da viga suposta não fissurada. Justificando-se, então, a afirmação de Leonhardt <sup>29</sup> de que uma melhor eficiência seria obtida para uma inclinação de  $135^\circ$  para estas barras tracionadas. No entanto, por razões teóricas, barras verticais,  $\alpha = 90^\circ$ , na forma de estribos, são quase sempre escolhidas.

Quando a viga de concreto armado encontra-se próxima a ruptura, a distribuição de tensões de compressão, na região transversal, não é linear. Encontrando-se o concreto da alma, abaixo da linha neutra, bastante fissurado.

A expressão que fornece a tensão convencional, é:

$$\tau_0 = \frac{V}{b_w z} \quad (1.01)$$

Próximo à ruptura, o braço interno de alavanca,  $z$ , assume valores entre  $0,85 d$  e  $0,9d$ .

Para verificação das tensões, julga-se suficiente, a adoção de valores aproximados para o braço de alavanca  $z$ . Desta maneira, pode-se admitir, para a verificação da tensão no concreto próximo à ruptura, um valor aproximado de  $z$  igual a  $0,875 d$ . Resultando:

$$\tau_0 = 1.15 \frac{V}{b_w d} \quad (1.02)$$

Face a intensa fissuração do concreto, torna-se difícil quantificar a tensão devido à força cortante numa determinada seção. Deste modo, a grandeza  $\tau_0$ , com unidade de tensão, nada mais é do que um indicador do grau de solitação pela força cortante,  $V$ .

Sendo  $A_{sw, \Delta x = z}$  a área da seção da armadura transversal, existente ao longo do comprimento  $\Delta x = z$ , a tensão nessa armadura vale;

$$\sigma_{st} = \frac{V}{\rho_w b_w z} \quad (1.03)$$

onde a taxa de armadura transversal,  $\rho_w$ , neste caso, pode ser definida por;

$$\rho_w = \frac{A_{sw, \Delta x = z}}{b_w z} \quad (1.04)$$

Recordando-se que, em regime elástico, a tensão de cisalhamento,  $\tau_0$ , no centro de gravidade da seção, pode ser definida pela equação 1.01, a tensão na armadura transversal vale;

$$\sigma_{sw, 45} = \frac{\tau_0}{\rho_w} \quad (1.05)$$

Onde o índice “45” é acrescentado para salientar que se trata da analogia clássica da treliça, com  $\theta = 45^\circ$ .

Sendo  $s$  o espaçamento dos estribos e  $A_{sw}$  a armadura de cada um deles, considerados todos os seus ramos verticais, tem-se;

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w s} \quad (1.06)$$

Deste modo, conhecida a taxa  $\rho_w$  de armadura e adotando-se um espaçamento  $s$ , determina-se a área de seção de cada estribo e vice-versa.

### 1.1.3. MODELO DA TRELIÇA GENERALIZADA

Por muitos anos o modelo de treliça de Ritter e Morsch foi adotado para o dimensionamento da armadura de cisalhamento, assumindo que a totalidade da força cortante seria resistida pelos chamados elementos de alma: barras de aço e diagonais de concreto.

Investigações experimentais realizadas nas últimas décadas demonstraram que o citado modelo não fornece os verdadeiros esforços nos elementos de alma, conduzindo, em geral, à armaduras transversais superiores às necessárias.

Com a finalidade de obtenção de armaduras transversais mais econômicas, muitos outros modelos foram apresentados.

Dentre estes modelos, destacou-se o apresentado por Leonhardt e conhecido como Modelo de Treliça Generalizada <sup>30,31,32,33</sup>

Apresentado em 1965, este modelo constituiu-se em uma proposta de correção ao modelo clássico de treliça e mais tarde, de forma mais trabalhada, foi adotado como método padrão pelo Código Modelo do CEB-FIP <sup>12</sup> de 1978 e pela NBR 6118 <sup>08</sup>.

A generalização do modelo clássico de treliça, proposta por Leonhardt, foi fundamentada em observações experimentais obtidas nos ensaios de Stuttgart, apresentadas a seguir.

Observou-se que a inclinação das diagonais comprimidas podia ser influenciada pela quantidade de armadura de cisalhamento existente em relação a quantidade calculada pelo modelo clássico de treliça,  $\eta$ .

Para uma pequena quantidade de armadura de cisalhamento, em relação à calculada pelo modelo clássico de treliça, foi observado um menor ângulo de inclinação para as diagonais comprimidas

Nos ensaios de Stuttgart, foram observadas deformações longitudinais de alongamento no banzo comprimido da viga, na região distante  $1,6 d$  do eixo do apoio. Este fato sugeriu a possibilidade de ocorrência de tensões de tração na citada região, tensões estas que seriam justificadas pela inclinação da resultante de compressão nesta região (Fig. 1.03).

Foi observado também que esta inclinação seria tanto maior quanto maior fosse a relação  $b_f/b_w$  da viga.

Parte da força cortante não foi absorvida nem pelo banzo comprimido nem pelos elementos de alma (Fig. 1.04).

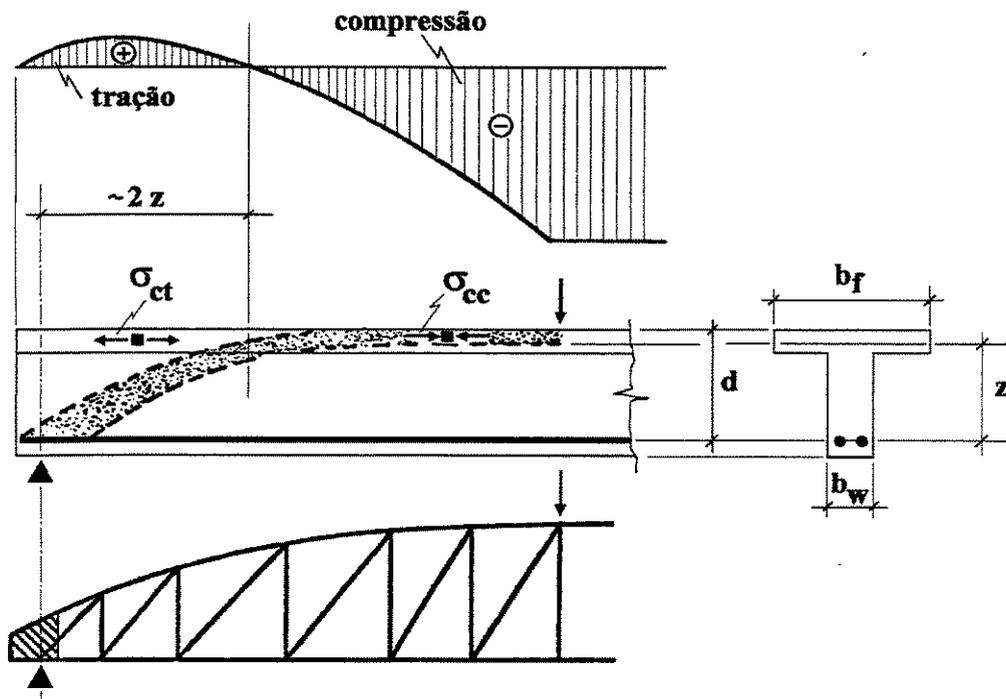


FIGURA 1.03 [36]  
INCLINAÇÃO DO BANZO COMPRIMIDO PRÓXIMO AO APOIO EXTREMO DA VIGA

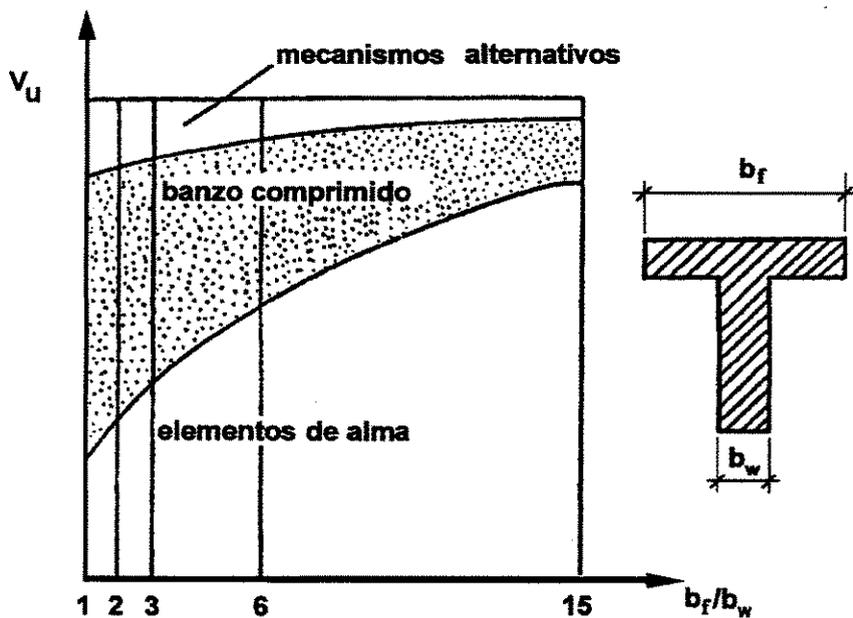


FIGURA 1.04 [29]  
DIVISÃO DO ESFORÇO CORTANTE ÚLTIMO EM PARCELAS ABSORVIDAS PELO BANZO, ELEMENTOS DE ALMA E MECANISMOS ALTERNATIVOS

Concluiu-se que a terceira porção remanescente da força cortante seria absorvida pelos chamados mecanismos alternativos. Estes mecanismos alternativos seriam representados, principalmente, pelo efeito de pino da armadura longitudinal, engrenamento dos agregados e pelo efeito de engastamento das diagonais comprimidas no banzo comprimido da treliça.

Essa porção é denominada  $V_c$ , e no dimensionamento é subtraída da parcela total da força cortante  $V$ .

Neste caso, a tensão na armadura transversal vale:

$$\sigma_{sw} = \frac{V - V_c}{\rho_w b_w z} \quad (1.07)$$

## 1.2. FATORES QUE AFETAM A RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO NAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO

### 1.2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A resistência ao cisalhamento das vigas de concreto pode ser afetada por fatores que influenciem a eficiência de um dos mecanismos de transferência de esforço cortante de uma seção a outra da viga, ou seja, que afetem a sua resistência interna ao cisalhamento.

Leonhardt<sup>29,30,32</sup> admite a existência de aproximadamente 20 destes fatores, sendo que, para muitos deles, não existe, até o momento, conhecimento suficientemente preciso de seus níveis de influência.

Além de numerosos, os fatores influentes na resistência interna ao cisalhamento são complexos e, na maioria das vezes, inter-relacionados. Dentre estes fatores pode-se incluir, por exemplo, as dimensões e forma da seção transversal da viga, as condições de apoio e a interação da viga com outros componentes do sistema estrutural, a quantidade e arranjo da armadura de tração,

de compressão e de cisalhamento, o grau de protensão, a distribuição e história do carregamento, as propriedades mecânicas do concreto e do aço, as propriedades mecânicas dos materiais componentes do concreto, moldagem e cura do concreto, etc.

### **1.2.2 EFEITO DAS DIMENSÕES E DA FORMA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DAS VIGAS**

Um grande número de pesquisadores, dentre eles, Kani <sup>24</sup>, Leonhardt<sup>29</sup> obtiveram resultados indicativos da menor capacidade ao cisalhamento de vigas altas. Esta diminuição de resistência para as vigas altas seria suficientemente séria para ser levada em consideração no dimensionamento das mesmas.

Tanto Leonhardt <sup>29</sup> quanto Kani <sup>24</sup> utilizaram-se de um mesmo traço de concreto para todos os tamanhos de vigas ensaiadas. Desta maneira, a eficiência do engrenamento dos agregados foi diminuída, pois o incremento de altura da viga não foi acompanhado pelo aumento da rugosidade da superfície das fissuras, uma vez que um mesmo agregado foi utilizado para todas as vigas, independentemente de sua altura.

Taylor <sup>41</sup> ensaiou vigas onde o tamanho do agregado era alterado na mesma proporção em que eram variadas as dimensões da viga. Apesar de também comprovar uma queda na resistência ao cisalhamento, com o aumento das dimensões da viga, Taylor <sup>41</sup>, constatou que nas vigas com a relação altura útil/largura (  $d/b$  ) menor do que 4, a perda de resistência não era tão séria quanto a relatada por Kani <sup>24</sup>.

As vigas ensaiadas por Kani <sup>24</sup>, Leonhardt <sup>29</sup> e Taylor <sup>41</sup>, para a avaliação do efeito das dimensões da seção transversal da viga na resistência ao cisalhamento, não possuíam armadura de alma.

Quanto a influência da forma da seção transversal da viga na resistência ao cisalhamento, pode-se destacar o efeito da relação altura útil pela largura nas seções retangulares, estudado por Leonhardt <sup>29</sup>, Kani <sup>24</sup> entre outros e por fim as seções T ou I, Leonhardt <sup>29,32</sup>.

O efeito da relação altura útil pela largura ( $b/d$ ), na resistência ao cisalhamento das vigas com seção retangular, gera, ainda, muitas controvérsias. Diaz de Cossio <sup>51</sup> chegou a conclusão de que a resistência das vigas, sem armadura de alma, crescia com o aumento da relação  $b/d$ . Leonhardt <sup>29,32</sup> também comprovou leve aumento na resistência ao cisalhamento de tiras de lajes, em relação as vigas normais. Kani <sup>24</sup>, entretanto, não obteve alteração significativa de resistência ao cisalhamento com a variação da largura das vigas de 6 até 24" (15 a 60 cm). Estudos estatísticos de Iyengar<sup>52</sup>, baseados em grande quantidade de resultados, não indicaram nenhuma alteração significativa, na resistência ao cisalhamento, de vigas com variação da relação  $d/b$  entre 1/4 e 1.

Leonhardt e Walter <sup>29,32</sup> ensaiaram uma série de vigas com seção T, mantendo-se constante a largura da mesa e variando-se a espessura da alma. Todas as vigas, em relação à armadura de alma, tinham a mesma capacidade ao cisalhamento (Fig. 1.05).

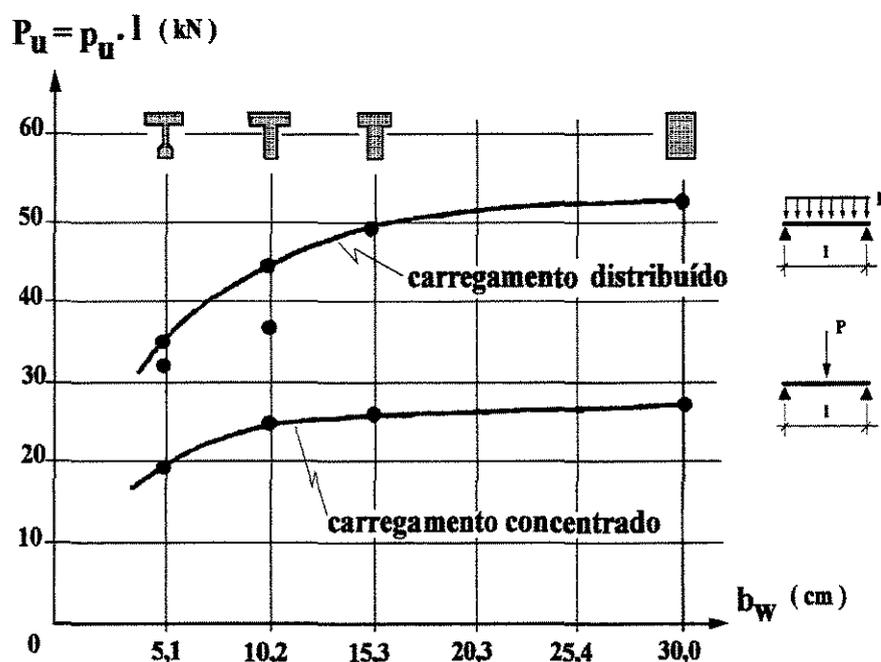


FIGURA 1.05 [29]

INFLUÊNCIA DA LARGURA DA ALMA NA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO

UNICAMP

BIBLIOTECA CENTRAL

SEÇÃO CIRCULANTE

Como ilustrado na figura anterior, o carregamento de ruptura decresceu com a redução da espessura da alma. Este fato levou Leonhardt <sup>29</sup> a concluir que vigas com seção retangular não seriam indicadas para o estudo do cisalhamento, uma vez que, nestas vigas, a armadura de alma quase não seria solicitada. Resta, no entanto, observar que as centenas de ensaios, utilizados para a fixação de procedimentos de dimensionamento ao cisalhamento, foram executados com vigas de seção retangular.

### **1.2.3. INFLUÊNCIA DA ARMADURA LONGITUDINAL**

A influência da armadura longitudinal, na resistência ao esforço cortante de uma viga em concreto armado, pode ser evidenciado pelos parâmetros: cortes ou dobramentos na armadura, taxa de armação e tensão de escoamento.

Ensaio de Kani <sup>24</sup> mostrou que a resistência ao cisalhamento caía significativamente se a taxa de armadura longitudinal fosse mantida abaixo de um valor limite, valor este entre 1,2% e 1,5%. Um fator contribuinte para redução da resistência ao cisalhamento da viga, com a diminuição da taxa de armadura longitudinal, seria uma maior abertura das fissuras. Esta maior abertura de fissuras reduziria o efeito de engrenamento dos agregados.

### **1.2.4. INFLUÊNCIA DA ARMADURA TRANSVERSAL**

A capacidade de transferência de esforço cortante, via armadura de alma, em uma viga de concreto armado depende, diretamente, das características geométricas, mecânicas e de detalhamento desta armadura. Destacam-se, então, como parâmetros influentes na referida capacidade:

- tipo de armadura (barra dobrada ou estribo);
- taxa de armadura (em relação a largura da viga);

- espaçamento e detalhamento da armadura;
- resistência ao escoamento da armadura.

Recentes estudos de Leonhardt e Walther <sup>29</sup> evidenciaram a melhor eficiência dos estribos quando comparados às barras dobradas. Tanto em relação ao carregamento último quanto à abertura de fissuras (Fig. 1.06).

Conforme ilustra a figura 1.06, as vigas armadas com barras dobradas apresentaram uma resistência ao cisalhamento mais baixa e uma abertura de fissuras muito maior que a das vigas armadas, igualmente ao cisalhamento, com estribos. Este comportamento pode ser justificado pelos seguintes motivos <sup>30</sup>: (1) poucas barras, com grande cobrimento de concreto, permitem uma abertura maior das fissuras do que um número maior de barras pouco espaçadas; (2) barras dobradas tendem a provocar fissuras de fendilhamento nos pontos de dobra; (3) nos estribos existe um confinamento do concreto, da região tracionada, que não ocorre no caso das barras dobradas; (4) na existência de mesa comprimida, as barras dobradas são pouco eficientes na ligação mesa/alma da viga; (5) a área de carregamento, por barra, é maior no caso das vigas armadas com barras dobradas em substituição aos estribos.

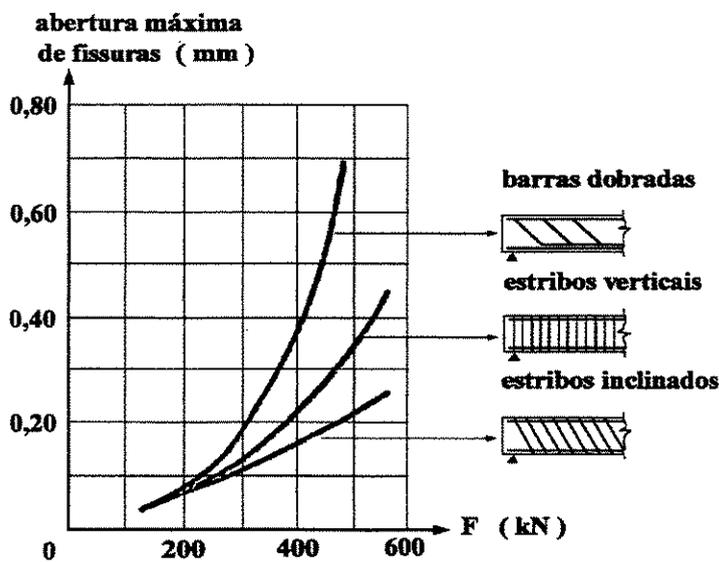


FIGURA 1.06 [29]

EFICIÊNCIA DE DIFERENTES TIPOS DE ARMADURA DE CISALHAMENTO EM RELAÇÃO À MÁXIMA ABERTURA DE FISSURAS

Se a ruptura ao esforço cortante fosse imaginada como o escoamento da armadura de cisalhamento, o carregamento último seria diretamente proporcional à tensão de escoamento desta armadura. Entretanto, esta tensão tem sido empiricamente limitada pela maioria dos Códigos Normativos atuais. Esta limitação pode ser justificada em função de dificuldades de dobramento, do formato de estribos, da alta resistência ao escoamento das barras de aço e também da prevenção de aberturas excessivas para as fissuras inclinadas .

O detalhamento da armadura de alma, principalmente no que diz respeito à ancoragem e espaçamento longitudinal e transversal dos estribos, pode ter sua parcela de influência na resistência ao cisalhamento das vigas de concreto armado.

Deve-se ter suficiente espaçamento longitudinal dos estribos de forma que o estribo intercepte uma fissura diagonal de ruptura. Segundo Leonhardt <sup>30</sup>, um espaçamento longitudinal dos estribos suficientemente pequeno poderia controlar, por efeito pino [ver item 1.3.4], as fissuras ao longo das barras longitudinais, evitando, desta forma, a ruptura prematura da viga por perda de aderência entre concreto e armadura longitudinal.

Kani <sup>24</sup> também concluiu que o posicionamento de estribos, na extremidade inferior da fissura inclinada, poderia controlar as fissuras, por efeito pino, ao longo da armadura longitudinal e, ainda, que o efeito de engrenamento dos agregados [ver item 1.3.5] não diminuiria até que a perda de aderência entre concreto e armadura longitudinal fosse verificada.

A taxa de armadura transversal também pode ser colocada como outra variável influente na resistência ao cisalhamento de uma viga de concreto. Mantidos os outros parâmetros constantes, espera-se um acréscimo na resistência ao cisalhamento da viga com um acréscimo da taxa de armadura transversal. Pode-se explicar este fato, próprio procedimento de dimensionamento ao cisalhamento, onde se tem o esforço cortante último na viga diretamente proporcional à taxa de armação transversal.

Um limite máximo para esta taxa de armadura transversal seria imposto pela resistência à compressão das diagonais comprimidas. Um limite mínimo seria necessário de maneira a se

prevenir uma ruptura brusca dos estribos no momento de início de fissuração inclinada da viga (armadura mínima) <sup>12</sup>.

### 1.2.5. INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO

Teoricamente, poderia ser imaginado que, providenciando-se uma armadura de alma suficientemente forte e convenientemente detalhada, a resistência ao esforço cortante de uma viga aumentaria indefinidamente com o crescimento da resistência à compressão do concreto. Entretanto, resultados experimentais<sup>37</sup> demonstraram que o aumento da resistência ao cisalhamento da viga não era mais verificado a partir de um limite da resistência à compressão do concreto

Taylor <sup>41</sup>, justifica este comportamento em função da resistência do agregado. Segundo Taylor <sup>41</sup>, vigas executadas com concreto com resistência alta à compressão e, por outro lado, com agregados de baixa resistência à compressão, podem produzir fissuras com superfícies pouco rugosas e, conseqüentemente, com pouco engrenamento dos agregados [item 1.3.5]. Este fato, sugere, então, que critérios futuros de dimensionamento ao cisalhamento levem em consideração a rugosidade da superfície da fissura que, logicamente, seria dependente do tipo de agregado utilizado.

Em vigas ensaiadas por Mphonde e Frantz<sup>37</sup>, foi observado que o aumento da resistência do concreto à compressão afetou as contribuições individuais na transferência de esforço cortante da seguinte forma: (1) a contribuição devido a zona comprimida permaneceu praticamente constante; (2) a contribuição devido ao engrenamento dos agregados decresceu, e praticamente foi reduzida a zero, com resistências do concreto à compressão superiores a 63 N/mm<sup>2</sup> e (3) a contribuição devido ao efeito de pino da armadura longitudinal [item 1.3.4] cresceu dramaticamente, quase que duplicando, com a resistência à compressão variando de 21 a 90 N/mm<sup>2</sup>. Como o decréscimo da contribuição do engrenamento dos agregados não foi compensado pelo acréscimo da contribuição do efeito pino, a resistência ao cisalhamento global das vigas

ensaiadas por Mphonde e Frantz<sup>37,38</sup> diminuiu com o aumento da resistência à compressão do concreto.

### 1.2.6. INFLUÊNCIA DO CARREGAMENTO AXIAL

Nas vigas de concreto armado submetidas à flexo-compressão, as tensões adicionais de compressão longitudinal, atuantes no concreto, retardam o início da fissuração de flexão, em relação as mesmas vigas submetidas à flexão simples <sup>29</sup>.

Ao ensaiar vigas à flexão composta, onde a única variável foi a intensidade do esforço axial, Mattock <sup>43</sup>, chegou a conclusão de que a intensidade do carregamento axial afetou o valor da cortante de início de fissuração de flexão mas, aparentemente, não afetou o incremento de cortante entre o início da fissuração de flexão e o início da fissuração inclinada. Este incremento seria função direta da taxa de armadura longitudinal e da relação entre os módulos de deformação do aço e do concreto ( $E_s / E_c$ ).

Leonhardt <sup>29</sup>, estudando o comportamento ao cisalhamento de vigas com variação do esforço normal, constatou que, na região de maiores momentos fletores da viga, a tensão nos estribos diminuía com o aumento do esforço normal. Comprovando, desta forma, a influência favorável do esforço normal nos esforços de tração na alma devidos ao esforço cortante (Fig. 1.08).

Confirmando Mattock <sup>43</sup>, Leonhardt <sup>29</sup>, também observou que o incremento entre o carregamento de início de fissuração de flexão e o carregamento de início de fissuração inclinada seria constante e igual a, aproximadamente, 1,2 vezes o valor do carregamento de início de fissuração de flexão, na seção da viga onde os estribos estavam sendo medidos.

Nota-se, pela figura 1.08, que os carregamentos últimos não foram muito diferentes. O mesmo não ocorreu com os carregamentos convencionais de serviço e os carregamentos convencionais de dimensionamento, onde as tensões nos estribos foram bastante reduzidas com o

incremento do esforço normal. Estas observações levaram Leonhardt <sup>29</sup> a concluir que a influência da intensidade do esforço axial, sobre as tensões na armadura transversal, no Estado Limite Último, seria menor do que a obtida analisando-se resultados afastados da situação última efetiva.

Deixando para itens seguintes deste trabalho considerações sobre critérios de dimensionamento ao cisalhamento de vigas submetidas à flexão composta, pode-se, entretanto, adiantar que a redução da armadura transversal, em função do esforço normal, não está relacionada diretamente com a resultante das tensões normais na seção transversal da peça, mas sim, com o grau de fissuração da viga no Estado Limite Último.

Nas vigas protendidas, como também nas vigas de concreto simples submetidas a esforços normais, pode-se distinguir, nas proximidades do Estado Limite Último de Solicitações Normais, três regiões diferentes em função do panorama de fissuração <sup>30</sup> (Fig. 1.07): região A, próxima ao apoio, que permanece praticamente não fissurada; região B, que possui somente fissuras de cisalhamento na alma e região C, que possui tanto fissuras de flexão quanto fissuras de cisalhamento, sendo que, estas últimas, tem origem nas fissuras de flexão já existentes.

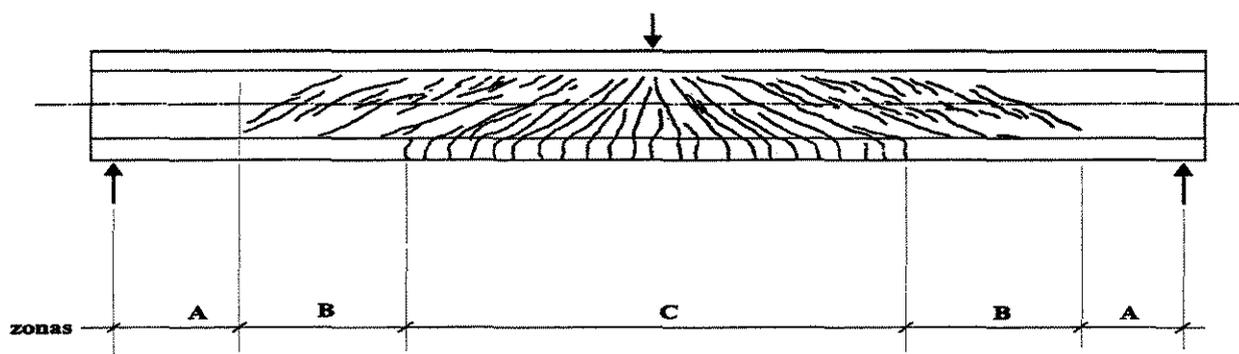


FIGURA 1.07 [29]

ZONAS DE COMPORTAMENTO DIFERENCIADO AO CISALHAMENTO EM VIGAS SUBMETIDAS À FLEXO-COMPRESSÃO

O comprimento da região C depende, naturalmente, da intensidade da força axial, da resistência a tração do concreto e da taxa de armadura de cisalhamento. Possuindo um

comprimento maior desta região as vigas pouco solicitadas a esforços normais, com baixa resistência à tração ou com pouca armadura de alma (Fig. 1.07)

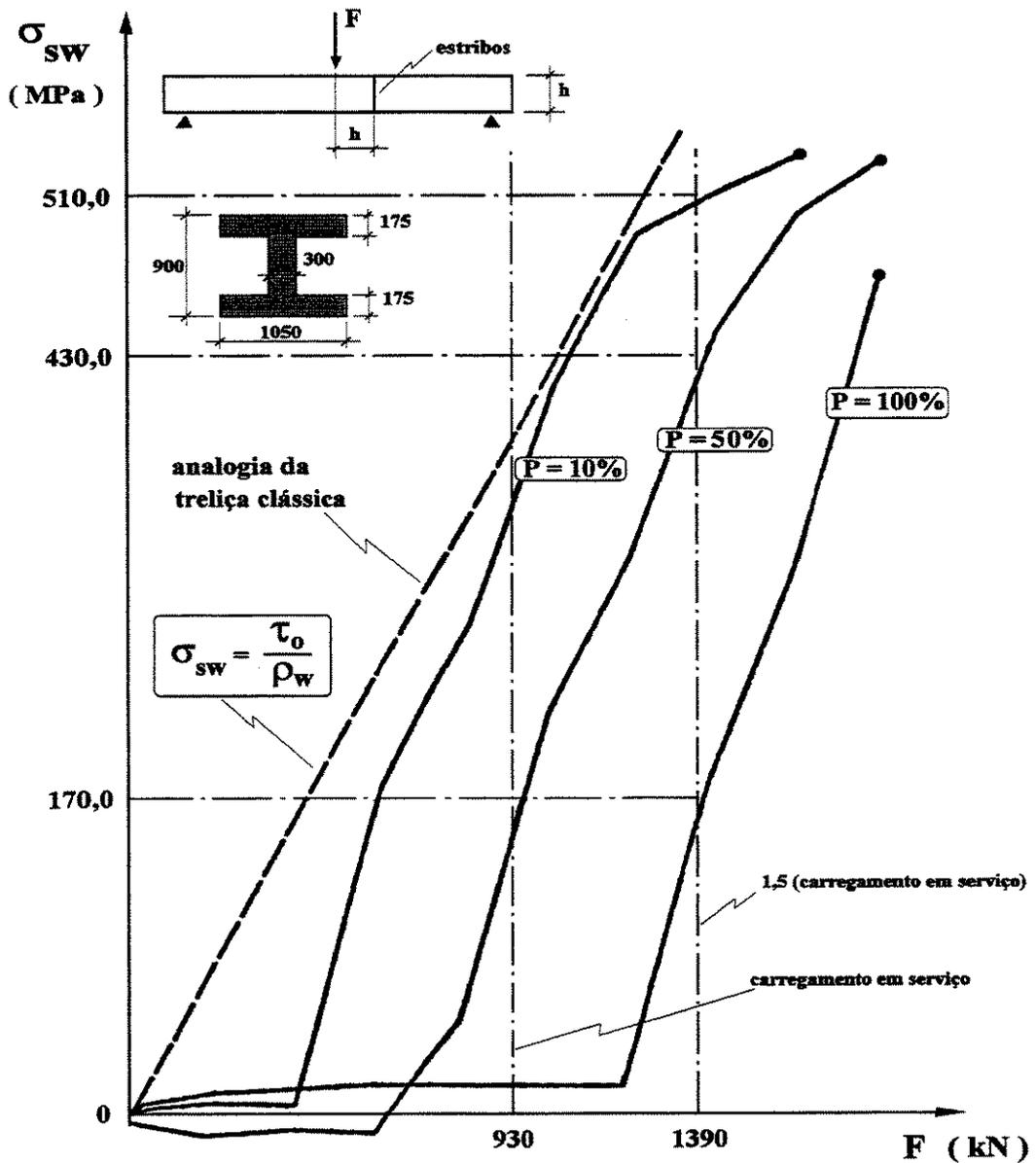


FIGURA 1.08 [29]

VARIAÇÃO DA TENSÃO NOS ESTRIBOS EM FUNÇÃO DO ESFORÇO NORMAL DE COMPRESSÃO

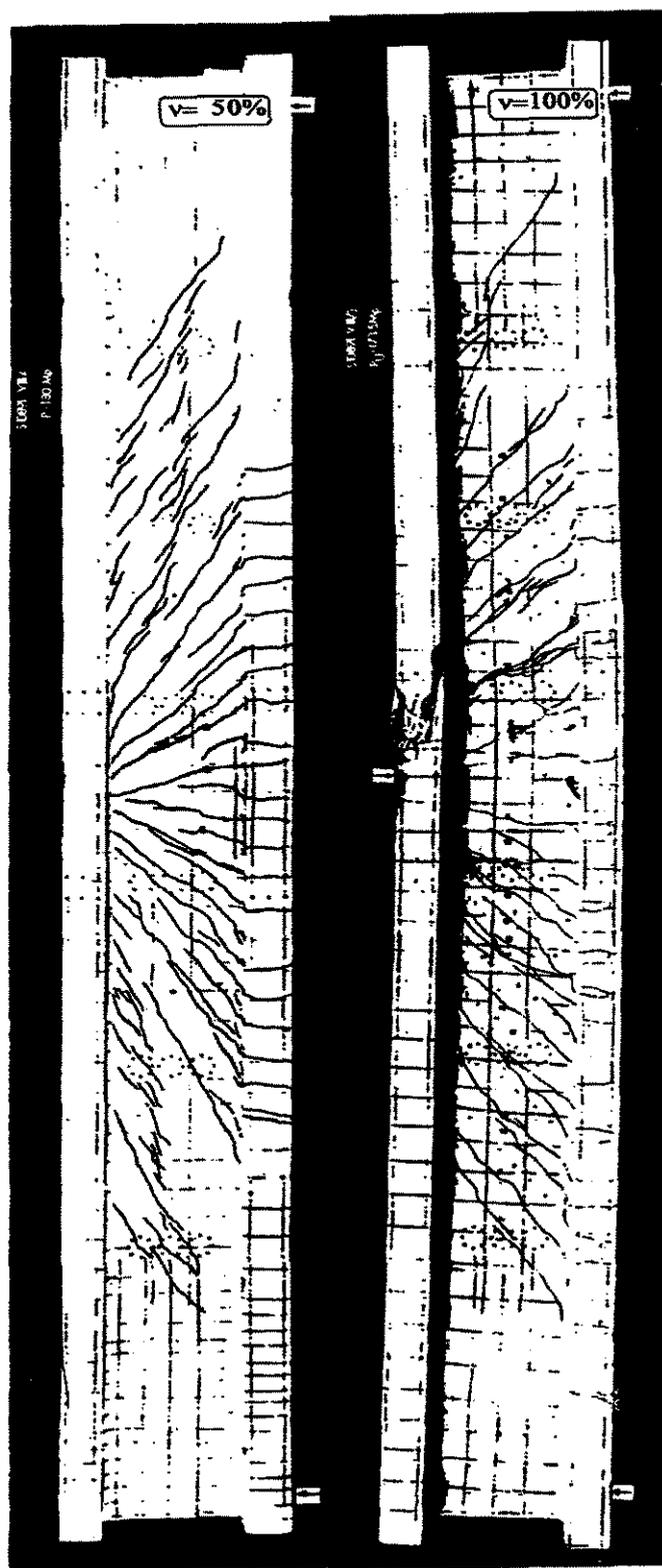


FIGURA 1.09 [29]

PANORAMA DE FISSURAÇÃO DE VIGAS SUBMETIDAS À FLEXO - COMPRESSÃO

### **1.3. MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇO CORTANTE EM UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO**

#### **1.3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Embora já esteja, há muito tempo, consagrada a dispensa de armadura transversal em vigas curtas ou lajes usuais, os mecanismos de transferência do esforço cortante de uma seção a outra da viga só recentemente estão sendo explicados e, mesmo assim, parcialmente. Desta maneira, uma quantificação definitiva da contribuição dos mesmos na transmissão do esforço cortante torna-se, ainda, somente especulação.

No dimensionamento das vigas em concreto armado faz-se de suma importância o entendimento destes mecanismos. Não só em relação à definição de critérios de dispensa de armadura de cisalhamento, como também na determinação da parcela de esforço cortante a ser resistida por eventual armadura.

Na fase inicial de carregamento, com a peça não fissurada, o esforço cortante pode ser transmitido, de uma seção a outra da viga, por meio de tensões de cisalhamento.

Após a fissuração, em vigas sem armadura de alma, julgava-se que todo o esforço cortante fosse transmitido aos apoios pelo chamado efeito arco, isto é, a peça agindo como um arco atirantado.

Entretanto, Leonhardt <sup>29</sup>, ao determinar as tensões de tração ao longo da armadura longitudinal, constatou que estas tensões diminuíam, quase que proporcionalmente ao momento de flexão, a partir de um certo nível de carregamento. O que não aconteceria em um arco atirantado (Fig. 1.10).

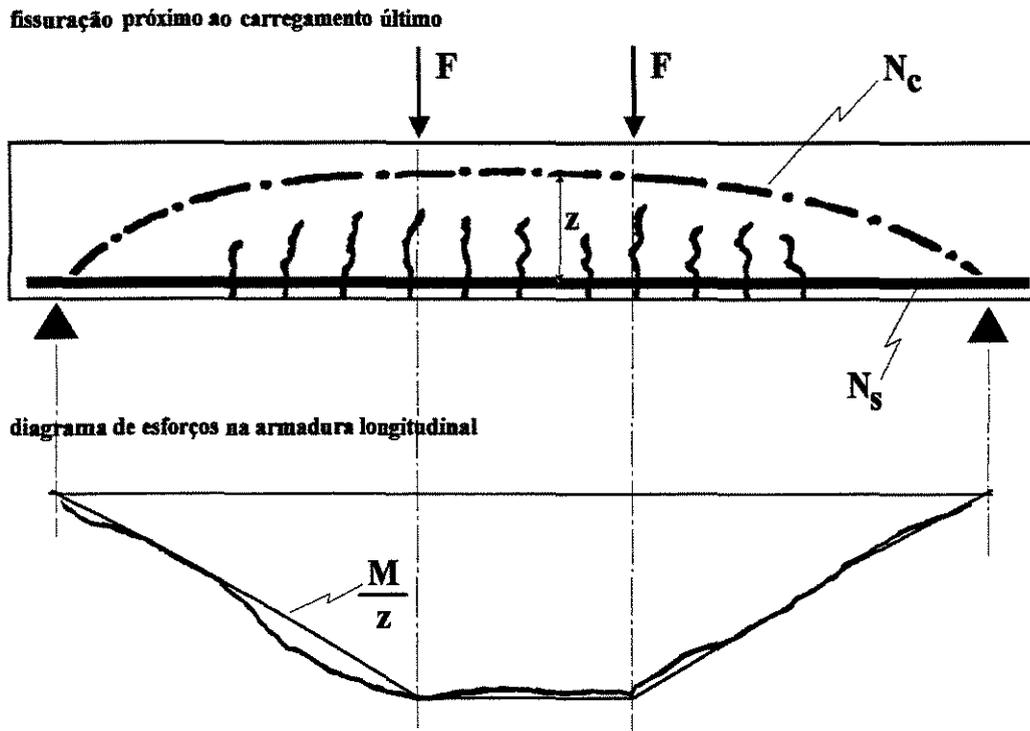


FIGURA 1.10 [29]  
ESFORÇO DE TRAÇÃO NA ARMADURA LONGITUDINAL

Foram Fenwick e Paulay <sup>18</sup>, comprovados por Taylor <sup>41</sup>, que creditaram este comportamento, principalmente, ao chamado engrenamento dos agregados nas faces das fissuras e pelo efeito de pino da armadura longitudinal. Estes pesquisadores comprovaram, então, a capacidade da zona tracionada da viga em transmitir esforço cortante.

Pode-se, então, considerar como mecanismos de transmissão de esforço cortante, de uma seção transversal a outra de uma viga de concreto armado, as tensões de cisalhamento na peça não fissurada, o engrenamento dos agregados, o efeito pino da armadura longitudinal, o arqueamento dos esforços e a armadura de cisalhamento

Na figura 1.11, Taylor <sup>41</sup>, representa as parcelas de contribuição dos citados mecanismos com a evolução do carregamento na viga, para o caso de uma viga sem armadura de alma.

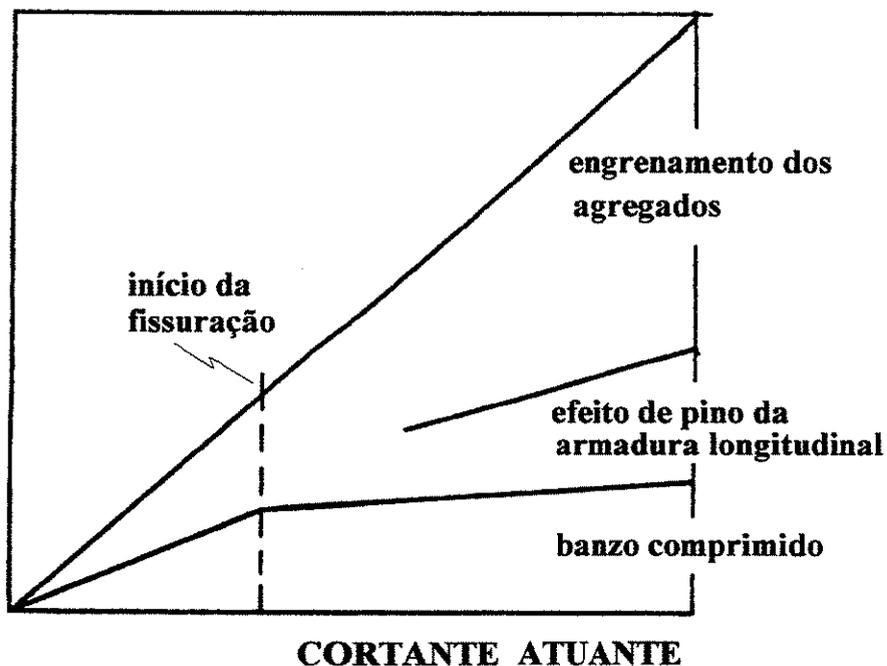


FIGURA 1.11 [41]  
DISTRIBUIÇÃO DO ESFORÇO CORTANTE EM UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO

Pela figura anterior, nota-se que, antes de fissurada a viga, metade do esforço cortante, aproximadamente, é transmitido pelo banzo comprimido. Iniciada a fissuração, a parcela de contribuição do banzo comprimido é drasticamente reduzida, com a parcela de cortante transmitida por engrenamento dos agregados e efeito de pino da armadura longitudinal crescendo até a ruptura.

Nas vigas com armadura de alma, a participação dos outros mecanismos, que não o formado pela armadura, pode ser apenas subsidiária. Ensaios de vigas com seção transversal em T, conduzidos por Leonhardt <sup>29</sup> definiram as parcelas de contribuição destes mecanismos

Pela figura 1.11, nota-se que a força cortante foi transmitida, em grande parte pelo banzo comprimido e uma parcela restante, minoritária, pode ser atribuída ao engrenamento dos agregados e efeito de pino da armadura longitudinal.

### 1.3.2. TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇO CORTANTE POR MEIO DAS TENSÕES DE CISALHAMENTO

Esta transferência ocorre nas vigas não fissuradas ou em partes do elemento estrutural ainda não fissurado.

Macroscopicamente, as tensões atuantes podem ser admitidas com distribuições análogas às que ocorrem nos materiais homogêneos, embora a presença de armadura longitudinal condicione o andamento efetivo das trajetórias de tensões ilustradas na figura 1.12.

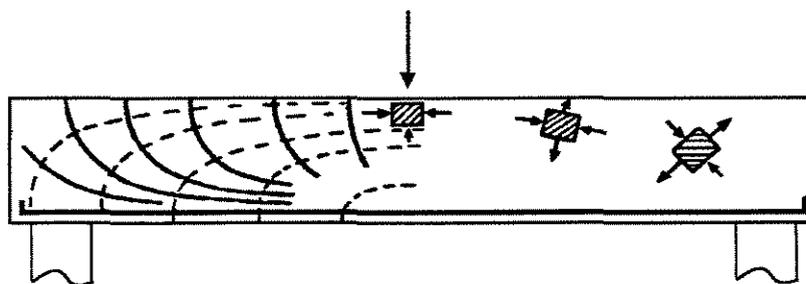


FIGURA 1.12 [53]

TRAJETÓRIA DAS TENSÕES EM UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO NÃO FISSURADA

### 1.3.3. TRANSFERÊNCIA DE CORTANTE POR EFEITO ARCO

Em vigas altas, lajes e peças curtas, parte do carregamento pode ser transmitido, diretamente para os apoios, pelo chamado efeito arco (Fig. 1.13).

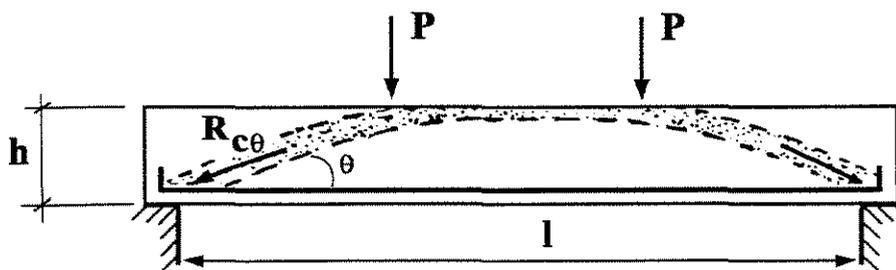


FIGURA 1.13 [53]

EFEITO ARCO EM UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO

O efeito arco não pode ser colocado como um mecanismo de transmissão de esforço cortante de uma seção a outra de uma viga. Entretanto, ao permitir a transferência de parte do carregamento, nas proximidades do apoio, diretamente até o apoio, pode reduzir as parcelas de contribuição dos outros mecanismos de transferência.

Estudos de Fenwick e Paulay <sup>18</sup>, com vigas biapoiadas, sem armadura transversal e carregadas, simetricamente, com 2 carregamentos concentrados, mostraram que o efeito arco é limitado a duas regiões na viga. Uma nas proximidades do carregamento concentrado e outra acima das fissuras de flexão, próximas ao apoio.

Para que o efeito arco se desenvolva, estas duas regiões devem estar próximas. Fato que ocorre quando uma fissura diagonal, partindo do ponto de aplicação da carga concentrada, se estende até o apoio. Comprovando-se, então, a grande influência do ponto de aplicação da carga concentrada ( $a/d$ ) no chamado efeito arco (Fig. 1.14).

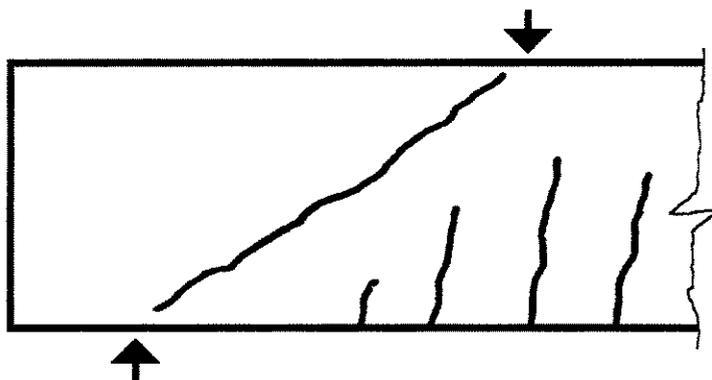


FIGURA 1.14 [41]

PADRÃO DE FISSURAÇÃO EM UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO AO MOBILIZAR-SE O EFEITO ARCO

A transmissão de parte do carregamento, diretamente até o apoio, também foi constatado por Leonhardt <sup>29</sup> que, inclusive, propoz um fator de redução do esforço cortante, a ser utilizado no cálculo da armadura de cisalhamento, para a região próxima aos apoios (Fig. 1.14).

Pela figura 1.14, Leonhardt <sup>29</sup>, admitiu o efeito arco somente para carregamentos concentrados aplicados a uma distância menor do que 2 vezes a altura útil da viga. Este limite

seria dependente, principalmente, da geometria da seção transversal da viga e quantidade, arranjo e aderência da armadura longitudinal.

#### 1.3.4. TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇO CORTANTE POR EFEITO DE PINO DA ARMADURA LONGITUDINAL

Nas vigas de concreto armado a maior rigidez do aço, em relação ao concreto, faz com que as barras da armadura longitudinal funcionem como pinos de ligação que solidarizam os diferentes trechos da viga separados pelas fissuras de concreto (Fig. 1.15).

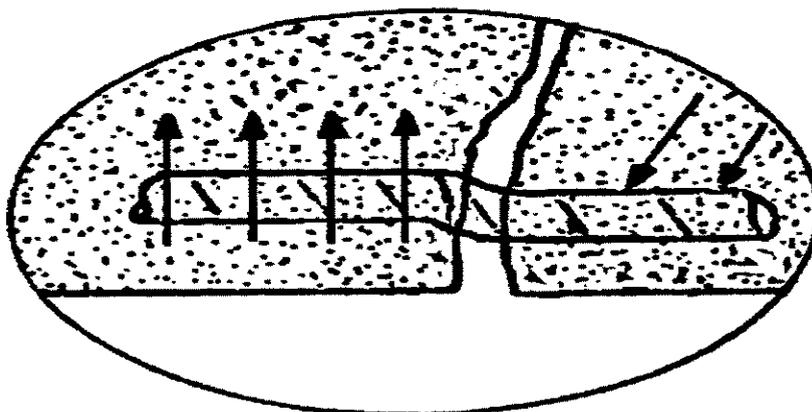


FIGURA 1.15 [53]  
EFEITO DE PINO DA ARMADURA LONGITUDINAL

Alguns pesquisadores <sup>16,29</sup> tem investigado a capacidade da armadura de flexão em transmitir esforço cortante por efeito de pino. Todos eles, no entanto, depararam-se com dificuldades na reprodução experimental deste efeito. Dificuldades estas, ocasionadas pelo grande número de variáveis que devem ser consideradas de forma a cobrir todas as disposições de armação longitudinal em uma viga. Não é de se estranhar, portanto, que as opiniões sobre este efeito sejam um tanto divergentes.

Resultados experimentais <sup>18</sup>, mostraram que a posição da barra na viga, no momento da concretagem, tem grande influência na capacidade de transmissão de cortante pela barra por efeito pino. Observou-se que a eficiência das barras superiores girava em torno de 58% das barras inferiores. O acúmulo de água, ou de sedimentos, enfraqueceria a camada de concreto sob as barras superiores, reduzindo a resposta elástica do concreto quando o pino fosse deslocado dentro desta camada. (Fig. 1.16).

Além do posicionamento da barra, no momento da concretagem da viga, os principais fatores influentes na capacidade de transmissão de cortante por efeito pino da armadura longitudinal seriam a resistência à tração do concreto e a quantidade, bitola, arranjo e propriedades de aderência da armadura longitudinal.

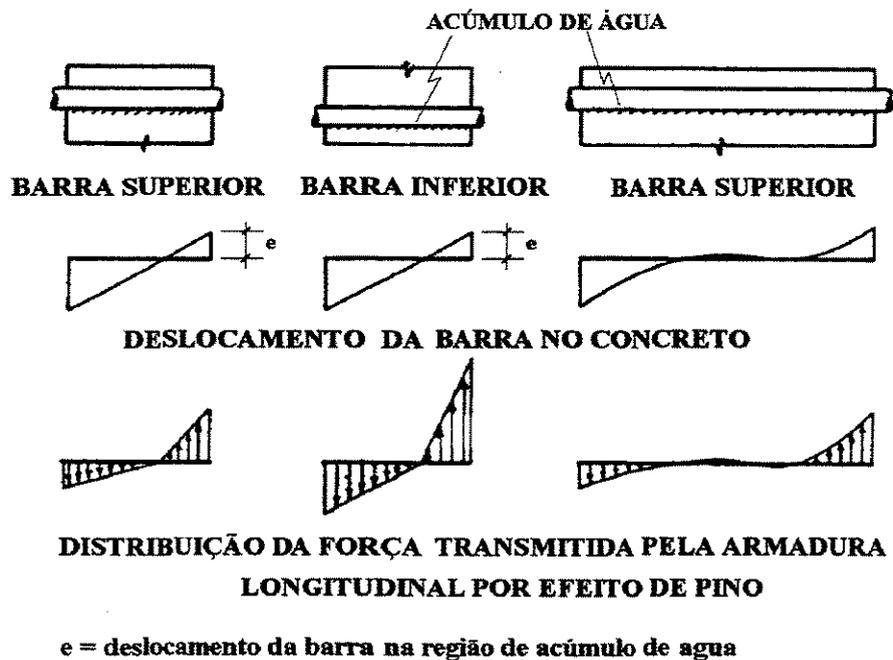


FIGURA 1.16 [17]  
EFEITO DE PINO PARA TRECHOS LONGOS E CURTOS DA ARMADURA LONGITUDINAL

Relativamente aos outros mecanismos de transferência de esforço cortante, o efeito pino da armadura longitudinal não é dos mais importantes nas vigas. Segundo resultados de Fenwick e Paulay <sup>18</sup>, sob condições muito favoráveis, o efeito pino pode ser responsável por no máximo 20%

da transferência de cortante de uma seção a outra de uma viga sem armadura de alma. Nas vigas com armadura de cisalhamento esta parcela de contribuição é drasticamente reduzida.

Apesar de sua pequena parcela de contribuição nas vigas com armadura de alma, o efeito pino pode causar fissuras horizontais ao longo das barras da armadura longitudinal. Estas fissuras podem prejudicar a aderência das barras longitudinais, permitindo que eventuais fissuras se abram, o que, em parte, contribui na redução da transferência de cortante pela superfície da fissura - engrenamento dos agregados e efeito de pino da armadura de alma.

Leonhardt <sup>29</sup>, de forma a reduzir a fissuração da viga por efeito pino, sugere que a armadura de cisalhamento seja pouco espaçada longitudinalmente.

### **1.3.5. TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇO CORTANTE PELA INTERFACE DAS FISSURAS**

Nas vigas fissuradas, através das próprias fissuras, existe a possibilidade de transmissão de cortante de uma seção transversal a outra. Esta transmissão torna-se possível devido ao engrenamento dos agregados e, no caso de vigas com armadura de cisalhamento, devido também ao efeito de pino da armadura transversal .

Quanto ao efeito de pino da armadura transversal, não se tem conhecimento de nenhum estudo sobre a contribuição individual, deste mecanismo, na transferência de esforço cortante pela interface das fissuras.

Um estudo apurado sobre o efeito do engrenamento dos agregados na transferência de esforço cortante em vigas sem armadura de cisalhamento, foi feito por Fenwick e Paulay <sup>18</sup>, com Taylor, mais tarde, comprovando os resultados obtidos pelos primeiros.

Muitos são os parâmetros que afetam a eficiência da transmissão do esforço cortante pelo engrenamento dos agregados. Um deles é a área de contato disponível contra a qual as partículas de agregado, que se projetam através da superfície da fissura, podem se apoiar.

Quanto maior esta área maior é o esforço que pode ser transmitido por um mesmo deslocamento de cisalhamento. Esta área de contato é tanto maior quanto menor a abertura da fissura e maior a quantidade presente de agregado graúdo.

Outro importante fator que afeta a eficiência na transmissão do esforço cortante pelo engrenamento dos agregados é a resposta elástica, ou plástica, da referida área de contato com respeito a força aplicada. As deformações de carregamento, características desta área, são grandemente dependentes do módulo de elasticidade e resistência a compressão da argamassa que, por sua vez, tem seus valores influenciados por ar ou água incorporados na mesma.

O tipo de agregado, bem como o acúmulo de água, ar ou sedimentos sob o mesmo, podem também afetar a resposta elástica, ou plástica, da área de contato entre as superfícies da fissura e, desta forma, também influir na eficiência da transmissão de esforço cortante pelo engrenamento dos agregados.

Todos estes parâmetros não foram considerados nos estudos de Fenwick e Paulay <sup>18</sup>, que somente analisaram a influência da abertura das fissuras e da resistência à compressão do concreto. Nestes estudos constatou-se que, aproximadamente, 60% da força vertical total pode ser transmitida, através das fissuras, nos 2/3 extremos do vão de cisalhamento e que a parcela de contribuição do engrenamento dos agregados pode chegar até a 70% do esforço total.

Ao ensaiar vigas armadas ao cisalhamento, Leonhardt <sup>29</sup> observou que o deslocamento relativo entre faces das fissuras de cisalhamento era quase que ortogonal à direção destas fissuras. Uma vez que um deslocamento paralelo à direção da fissura de alma seria um pré-requisito importante para a mobilização do engrenamento dos agregados, Leonhardt <sup>29</sup>, concluiu que o engrenamento dos agregados seria responsável por uma pequena parcela na transmissão dos esforços cortantes em vigas com armadura de alma, tornando-se quase que desprezível na condição última de carregamento.

### 1.3.6. TRANSMISSÃO DE ESFORÇOS CORTANTES ATRAVÉS DA ARMADURA DE ALMA

Ferwick e Paulay <sup>18</sup> deram importante passo na quantificação, em alguns casos específicos, das parcelas de contribuição de cada um dos mecanismos de transferência de esforço cortante nas vigas em concreto armado sem armadura de alma.

Entretanto, a real parcela de contribuição de cada um destes mecanismos é dependente de inúmeros parâmetros. Parâmetros estes, inclusive, inter-relacionados. Tornando-se muito difícil a determinação, com um certo grau de confiabilidade, das referidas parcelas.

Se uma armadura de alma for acrescentada à viga, como determinar a real contribuição desta na transferência de esforço cortante? E ainda: Qual seria a influência desta armadura na distribuição das parcelas de transferência de cortante entre os outros mecanismos?

Quanto a segunda questão, pode-se resumir os efeitos da existência de uma armadura de alma no comportamento ao cisalhamento de uma viga de concreto em:

1) a armadura de alma restringe o crescimento da abertura das fissuras inclinadas, auxiliando, desta maneira, na manutenção da transferência de cortante via engrenamento dos agregados;

2) no caso de armadura de alma constituída por estribos, ela dá suporte à armadura longitudinal, aumentando, conseqüentemente, seu efeito de pino;

3) no caso da armadura de alma constituída por estribos, os mesmos também podem transferir, por efeito de pino, uma pequena parcela do esforço cortante e também tendem a intensificar a resistência do banzo comprimido da viga, pelo confinamento do concreto desta região.

Quanto à primeira questão, muitos modelos de comportamento ao cisalhamento, visando determinar a real contribuição da armadura de alma na transferência de esforço cortante em vigas

de concreto armado, tem sido propostos. Entretanto, um modelo que determine, com exatidão, esta parcela de contribuição, ainda não foi apresentado.

## **1.4 MODOS DE RUPTURA DAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À FORÇA CORTANTE**

### **1.4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Sobre o que constitui uma ruptura à flexão existe concordância entre os pesquisadores. No entanto, o mesmo não pode ser dito com respeito à ruptura por esforço cortante.

Alguns autores sugerem que a perda de aderência entre aço e concreto representa uma típica ruptura por esforço cortante. Outros, no entanto, colocam a mesma como uma terceira forma de ruptura de uma viga de concreto armado.

Até mesmo o termo, ruptura à força cortante, parece ser um termo não adequado para uma ruptura na qual o esforço cortante tem pouca ou nenhuma influência. Baseando-se neste princípio e também no fato de que uma fissura diagonal seria sempre uma característica de todos os tipos de ruptura que não fossem por flexão, Kani <sup>24,25,26,27</sup>, por exemplo, sugeriu o termo ruptura diagonal para caracterizar os modos de ruptura, de uma viga de concreto armado, que não fossem por flexão.

A ruptura por força cortante, ou ruptura diagonal, nas vigas de concreto, é caracterizada pela ocorrência de fissuras inclinadas na alma. Em alguns casos, esta ruptura é imediatamente posterior ao surgimento da fissura inclinada e, em outros, a fissura inclinada tem sua propagação estabilizada antes da ruptura. Neste último caso, substancialmente mais força cortante pode ser aplicada antes da ruptura propriamente dita da viga .

A maneira pela qual as fissuras inclinadas crescem e se propagam, como também o tipo de ruptura à força cortante que, conseqüentemente, acontece na viga, são fortemente afetados pela magnitude das tensões de cisalhamento e de flexão na viga. Influenciando esta magnitude, encontram-se parâmetros como geometria da viga, tipo de carregamento, quantidade e arranjo das armaduras de tração, compressão e de cisalhamento, grau de protensão, propriedades mecânicas do aço e do concreto, etc

Os modos de ruptura, à força cortante, das vigas de concreto armado podem ser divididos em: modo de ruptura na ausência de armaduras de cisalhamento efetivas e modo de ruptura na presença de armaduras de cisalhamento efetivas.

#### **1.4.2. MODOS DE RUPTURA NA AUSÊNCIA DE ARMADURA TRANSVERSAL EFETIVA**

Por armadura transversal efetiva entende-se a armadura que efetivamente intersepta a superfície inclinada da fissura. Enquadram-se, então, neste caso, as vigas sem armadura de alma e as vigas com espaçamento excessivo desta armadura.

Os parâmetros básicos que governam o comportamento, na ruptura ao esforço cortante, de uma viga de concreto sem armadura efetiva de cisalhamento são sua forma, seção transversal e vão, e sua taxa de armação longitudinal. A forma da viga define o modo de ruptura e a taxa de armação longitudinal de flexão define o esforço cortante com o qual acontecerá a ruptura. Dentre os demais parâmetros intervenientes, pode-se colocar a resistência do concreto a compressão como um dos mais significativos <sup>41</sup>.

Em vigas retangulares, sem armadura de cisalhamento, um importante parâmetro influente no modo de ruptura é a relação  $M/(V.d)$ , onde  $M$  e  $V$  são, respectivamente, o momento fletor e o esforço cortante em uma dada seção da viga e  $d$  sua altura útil <sup>29</sup>.

Mantendo-se todos os citados parâmetros constantes e variando-se somente o vão de cisalhamento, Leonhardt <sup>29</sup>, sugere um valor limite da relação  $a/d$ , entre os modos de ruptura

ilustrados nas figuras 1.17A e 1.17B em torno de 4 e entre os modos de ruptura ilustrados nas figuras 1.17B e 1.17C em torno 3.

- 1) Vigas altas: modo de ruptura da figura 1.17A
- 2) Vigas baixas: modo de ruptura da figura 1.17B
- 3) Vigas longas: modo de ruptura da figura 1.17C

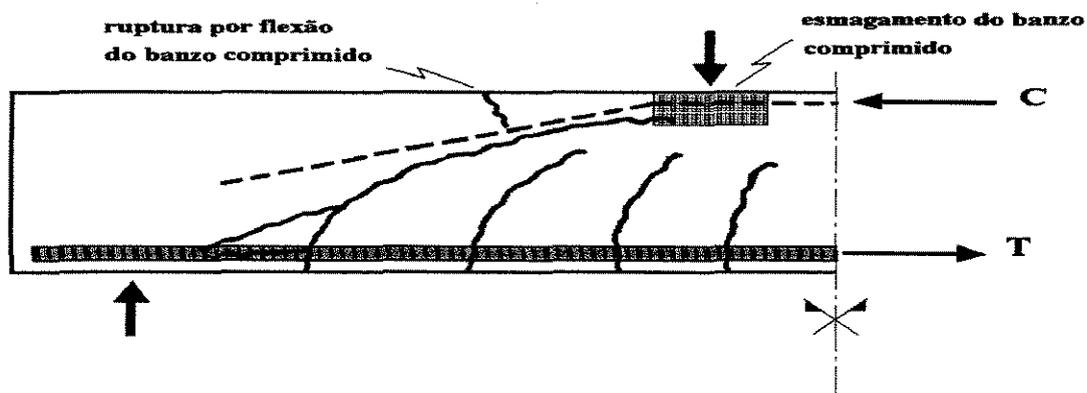


FIGURA 1.17A [17]  
MODO DE RUPTURA DAS VIGAS ALTAS

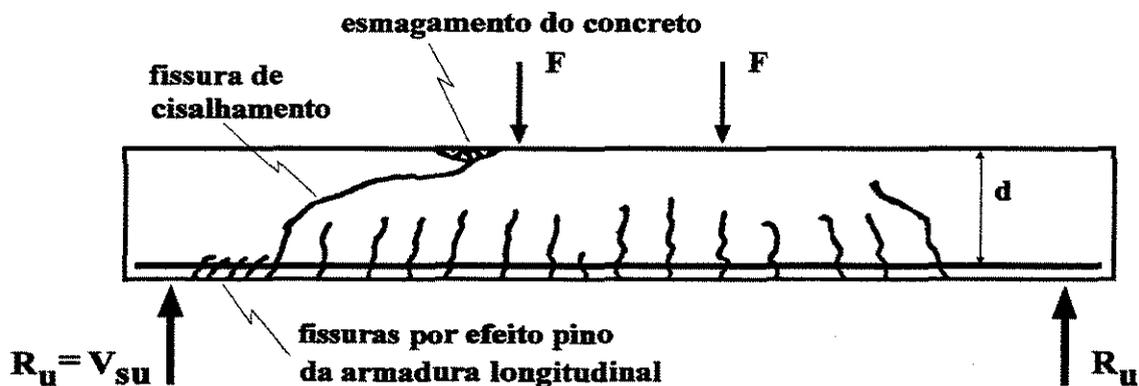


FIGURA 1.17B [29]  
MODO DE RUPTURA DAS VIGAS BAIXAS

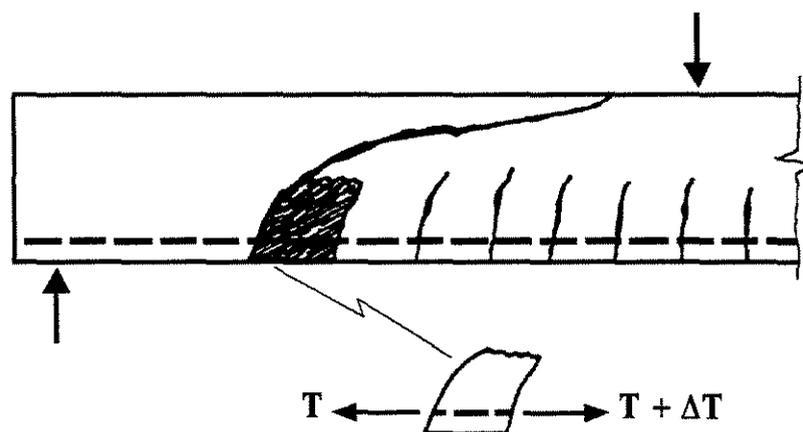


FIGURA 1.17C  
MODO DE RUPTURA DAS VIGAS LONGAS

Para as vigas altas sem armadura de cisalhamento, uma vez ocorridas as fissuras inclinadas a viga se transforma, quase que imediatamente, em um arco atirantado, com possibilidade de ruptura de vários modos <sup>18</sup>, dentre eles, a ruptura ilustrada na figura 1.47A. Neste modo de ruptura, a fissura inclinada de ruptura liga, quase que por uma linha reta, o ponto de aplicação da carga e o apoio e, uma vez iniciada, esta fissura desenvolve-se rapidamente, separando a viga em duas partes e esmagando o concreto ao longo da superfície da fissura.

No início do carregamento de ruptura ao esforço cortante das vigas baixas aparecem fissuras de flexão com quase nenhuma inclinação, inclusive na região do vão de cisalhamento. A uma certa intensidade de carregamento, as tensões de flexão nas extremidades superiores dos dentes de concreto entre as fissuras tornam-se tão grandes que, repentinamente, uma fissura inclinada se desenvolve a partir de uma das últimas fissuras de flexão próximas ao apoio. Esta fissura, corre, com pequena inclinação, em direção a borda comprimida, deixando uma estreita zona de compressão, que rompe.

Nas vigas baixas, com a abertura das fissuras inclinadas, o engrenamento dos agregados é quase perdido e o efeito de pino das barras da armação longitudinal aumenta causando as chamadas fissuras de aderência, que se desenvolvem ao longo da posição da armadura longitudinal em direção ao apoio. Próximo à ruptura, a viga se comporta quase como um arco atirantado, mas

ainda com a força no tirante decrescendo, em direção ao apoio, devido a alguma rigidez à flexão remanescente dos dentes de concreto.

Nas vigas longas a ruptura por flexão é predominante. No entanto, se a ruptura à força cortante ocorrer, ela será do tipo ilustrado na figura 1.47C. Neste caso, nas vigas onde o valor da relação  $a/d$  não está muito longe do limite entre ruptura ao esforço cortante e ruptura a flexão, uma das fissuras inclinadas pode continuar a se propagar através da viga até que, em algum estágio de carregamento, ela se torna instável, estendendo-se através da viga e provocando sua ruptura diagonal antes da ruptura por flexão.

É importante observar que nos modos de ruptura apresentados a ruptura do concreto por compressão é muito rara. Obviamente, a ausência de armaduras transversais, que efetivamente interseptom a fissura diagonal de ruptura, absorvendo grande parte dos esforços de tração e interrompendo a propagação desta fissura, faz com que a ruptura por tração diagonal seja sempre anterior a ruptura por compressão do concreto.

Vale observar que vigas de concreto sem armadura de cisalhamento não são permitidas pela maioria dos Códigos Normativos atuais. Entretanto, o estudo do comportamento, na ruptura, destas vigas, em muito auxilia no entendimento dos fenômenos associados à estrutura interna do concreto e a sua resistência à tração.

### **1.4.3. MODOS DE RUPTURA NA PRESENÇA DE ARMADURA TRANSVERSAL EFETIVA**

#### **1.4.3.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES**

As vigas de concreto com armadura de alma comportam-se, na ruptura, de forma um tanto diferente das vigas sem esta armadura. O espaçamento e a taxa de armadura de alma podem ser colocados como os parâmetros que mais influem no modo de ruptura ao esforço cortante desta vigas.

Estudos amplos, como o de Kani <sup>25,26,27</sup> para as vigas sem armadura de alma, de avaliação da influência do parâmetro  $M/(V.d)$  no modo de ruptura ao esforço cortante, ainda não foram feitos para estas vigas. No entanto, supõe-se que este parâmetro, aliado a resistência do concreto à compressão, sejam parâmetros dos mais intervenientes. Este estudo seria muito conveniente na determinação de um limite para o valor da relação  $M/(V.d)$  entre as rupturas à flexão e diagonal. O Código Modelo do ACI 318/86 ACI <sup>3</sup> adota os mesmos limites propostos por Kani <sup>25,26,27</sup> para as vigas sem armadura de alma.

A existência de uma armadura de alma, que efetivamente intercepte as fissuras inclinadas, faz parte do modelo de resistência ao cisalhamento de uma viga de concreto armado. No modelo de Treliça, a armadura de alma, juntamente com as diagonais inclinadas de concreto, são responsáveis pela resistência aos esforços cortantes. Desta maneira, os modos de ruptura ao esforço cortante, de uma viga de concreto com armadura de alma, devem ser caracterizados ou pelo escoamento da armadura de alma ou pelo esmagamento do concreto.

Os modos de ruptura por esforço cortante em uma viga de concreto com armadura de alma podem ser classificados em:

- 1) ruptura força cortante - compressão
- 2) ruptura força cortante - tração
- 3) ruptura força cortante - flexão
- 4) ruptura por flexão da armadura longitudinal de tração.

### 1.4.3.2. RUPTURA FORÇA CORTANTE - COMPRESSÃO

A existência de uma armadura de alma que efetivamente intersepte as fissuras inclinadas, que seja forte o suficiente e detalhada convenientemente, de forma a evitar a propagação destas fissuras, pode fazer com que o modo de ruptura, ilustrado na figura 1.18, seja observado.

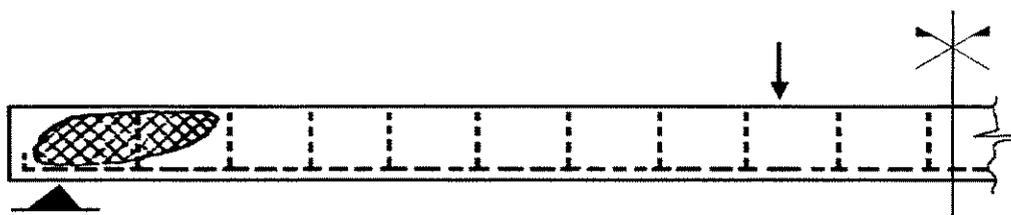


FIGURA 1.18 [53]  
RUPTURA FORÇA CORTANTE-COMPRESSÃO

A chamada ruptura força cortante-compressão corresponde ao esmagamento das diagonais comprimidas de concreto. Uma vez que o esforço cortante nas vigas de concreto armado é resistido pelos chamados elementos de alma, armadura de alma e diagonais de concreto, e são escolhidas armaduras de alma suficientemente fortes, então, o limite superior das tensões de cisalhamento deve ser governado pela resistência à compressão das diagonais de concreto ou, mais precisamente, pela resistência à compressão do concreto.

Desta forma, a segurança contra este modo de ruptura pode ser garantida pela limitação da tensão de cisalhamento atuante em um valor que seja função da resistência à compressão do concreto.

### 1.4.3.3. RUPTURA POR FLEXÃO DA ARMADURA LONGITUDINAL DE TRAÇÃO

Uma taxa de armadura transversal relativamente baixa ou até mesmo uma falha localizada de ancoragem de parte desta armadura de alma, pode fazer com que o sistema resistente de treliça

se torne deficiente em algum nó do banzo tracionado. Nó este que se desloca, fazendo com que as diagonais comprimidas de concreto sejam obrigadas a se apoiar sobre a armadura longitudinal de tração. Uma vez que esta armadura não tenha resistência suficiente para suportar esta flexão localizada, ocorrerá a propagação rápida da fissura inclinada, dividindo-se a viga em duas partes (Fig. 1.19).

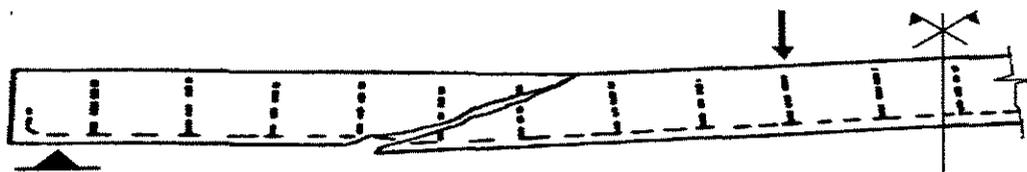


FIGURA 1.19 [53]  
RUPTURA POR FLEXÃO DA ARMADURA LONGITUDINAL DE TRAÇÃO

Neste tipo de ruptura a resistência à flexão da armadura longitudinal é função do espaçamento longitudinal e/ou transversal da armadura de alma, como também, da bitola da mesma.

A segurança contra este modo de ruptura pode ser garantida pelo respeito às regras de dimensionamento e detalhamento da armadura de alma, particularmente no que se refere ao espaçamento e ancoragem desta armadura.

#### 1.4.3.4. RUPTURA FORÇA CORTANTE-TRAÇÃO E RUPTURA FORÇA CORTANTE-FLEXÃO

Em uma viga de concreto armado, quando existe uma armadura de alma, mas a mesma se mostra incapaz de conter a propagação das fissuras, seja por um detalhamento não adequado ou por insuficiência de armação, os modos de ruptura ao esforço cortante, ilustrados na figura 1.20, podem vir a ocorrer.

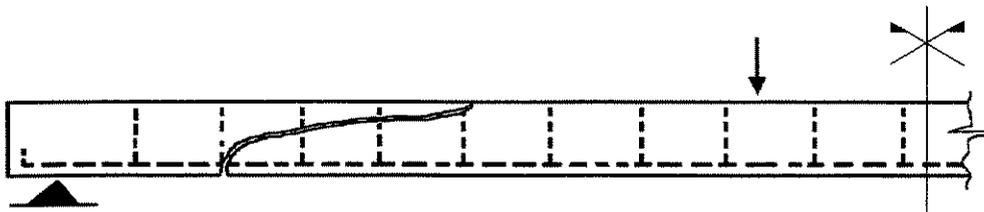


FIGURA 1.20A [53]  
RUPTURA FORÇA CORTANTE-TRAÇÃO

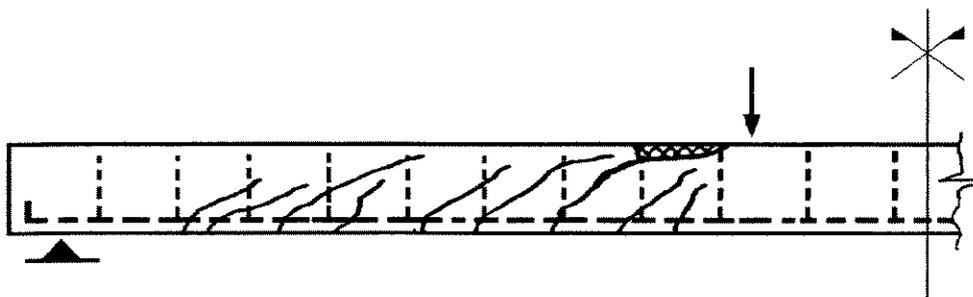


FIGURA 1.20B [53]  
RUPTURA FORÇA CORTANTE-FLEXÃO

Nos dois modos de ruptura, ilustrados na figura 1.20, a fissura inclinada de ruptura é, geralmente, o resultado de uma fissura de flexão que tem início no banzo tracionado, estende-se verticalmente até a altura da armadura longitudinal e se inclina, geralmente, em direção ao carregamento concentrado mais próximo. A fissura de ruptura é relativamente reta e, na maioria das vezes, se forma a partir de uma fissura de flexão localizada, aproximadamente, no centro do vão de cisalhamento, no caso de uma viga simetricamente carregada com duas cargas concentradas.

Com o incremento do carregamento, a fissura inclinada se propaga, podendo surgir fissuras horizontais secundárias que se estendem, em direção ao apoio, ao longo da armadura longitudinal. Estas fissuras secundárias podem ser associadas ao escorregamento ou efeito de pino da armadura longitudinal.

Desenvolvidas as fissuras inclinadas, a ruptura da viga pode ocorrer de um dos modos indicados na figura 1.20.

No caso da ruptura ilustrada na figura 1.20A, denominada ruptura força cortante-tração, ocorre a ruptura por tração da armadura de alma após uma abertura demasiada da fissura inclinada. A segurança contra este modo de ruptura é garantida pelo emprego de uma taxa suficiente de armadura transversal.

Uma taxa de armadura de alma suficiente para que a mesma não entre em escoamento, aliada a carregamentos concentrados altos e a um detalhamento de armadura transversal que não impeça a propagação das fissuras inclinadas, faz com que uma das fissuras inclinadas se propague e corte uma parte da região que formaria o banzo comprimido da viga. A diminuição da altura do banzo comprimido pode então provocar o esmagamento do concreto na extremidade superior da fissura inclinada. Esse tipo de ruptura, ilustrado na figura 1.20, é denominado ruptura força cortante-flexão pelo Código Modelo do CEB-FIP de 1990 <sup>13</sup> e ruptura força cortante-compressão pelo ACI <sup>7</sup>.

A ruptura força cortante-flexão somente ocorre na presença de carregamentos concentrados muito elevados. Usualmente, a potencial seção de ruptura do banzo comprimido esta localizada nas proximidades da carga concentrada. A segurança contra este modo de ruptura pode ser garantida por um adequado dimensionamento da viga à flexão e por um arranjo de armaduras que efetivamente restrinja a fissuração diagonal da peça.

## **2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA**

### **2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

As propriedades mecânicas de um concreto de alta resistência não são iguais às de um concreto com resistência usual. Desta maneira, elementos idênticos, executados com concretos de resistência à compressão distintas, podem ter comportamento estrutural diferenciado.

Investigações experimentais, em vários centros de pesquisa mundiais, vem sendo conduzidas de forma a comprovar, ou não, tais diferenças de comportamento estrutural.

Uma vez comprovada, cada provável diferença de comportamento estrutural deve ser muito bem analisada, de forma que procedimentos claros e, principalmente, seguros de dimensionamento de elementos em concreto de alta resistência sejam sugeridos e, mais tarde, normatizados.

Especificamente, no que diz respeito ao comportamento ao cisalhamento de vigas em concreto de alta resistência, poucas são as investigações experimentais relatadas até o presente momento.

Apesar de escassos, a maioria destes estudos não podem ser aproveitados para uma análise efetiva do comportamento ao cisalhamento em vigas de concreto, uma vez que foram conduzidos utilizando-se vigas com seção transversal retangular e sem armadura de alma. Vigas sem armadura de alma são de pouco uso e, na existência desta armadura, a mesma é pouco solicitada no caso de vigas com seção transversal retangular <sup>29</sup>.

Desta maneira, neste capítulo, serão apresentadas a maioria das investigações experimentais do comportamento ao cisalhamento de vigas executadas com concreto de alta resistência, dando ênfase àquelas conduzidas em vigas com armadura de alma.

## **2.2. INVESTIGAÇÕES EXPERIMENTAIS DO COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES**

### **2.2.1. MPHONDE E FRANTZ <sup>37</sup>**

Na Universidade de Connecticut, E.U.A., Mphonde e Frantz <sup>37</sup>, ensaiaram vigas de concreto de alta resistência, com armadura de alma.

As vigas, num total de 12, foram divididas em três séries para ensaio.

As variáveis de interesse foram a resistência média do concreto à compressão e a taxa de armadura de cisalhamento. Para cada série, fixava-se o valor da taxa de armadura de cisalhamento,  $\rho_w$ , e variava-se a resistência média do concreto à compressão de 21 a 83 N/mm<sup>2</sup>, referida a corpos de prova cilíndricos com 7,6 cm de diâmetro e 15,2 cm de altura.

A armadura de cisalhamento foi composta por estribos fechados com diâmetros de 3,2 mm, 4,8 mm e 3,2+4,8 mm, respectivamente, para a primeira, segunda e terceira série de vigas. O espaçamento adotado para os estribos foi de 8,9 cm, proporcionando uma taxa de armadura transversal,  $\rho_w$ , respectivamente, de 0,12%, 0,27% e 0,38%.

A armadura longitudinal foi constituída por três barras de 25,4 mm de diâmetro, correspondendo a uma taxa de armadura longitudinal,  $\rho_l$ , de 3,36% (Fig. 2.01).

Todas as vigas tinham seção retangular com 15,2 cm de largura, 33,7 cm de altura e 243,8 cm de comprimento. As vigas foram carregadas no meio do vão, com distanciamento entre apoios de forma a resultar em uma relação do vão de cisalhamento pela altura útil,  $a/d$ , de 3,6 (Fig. 2.01).

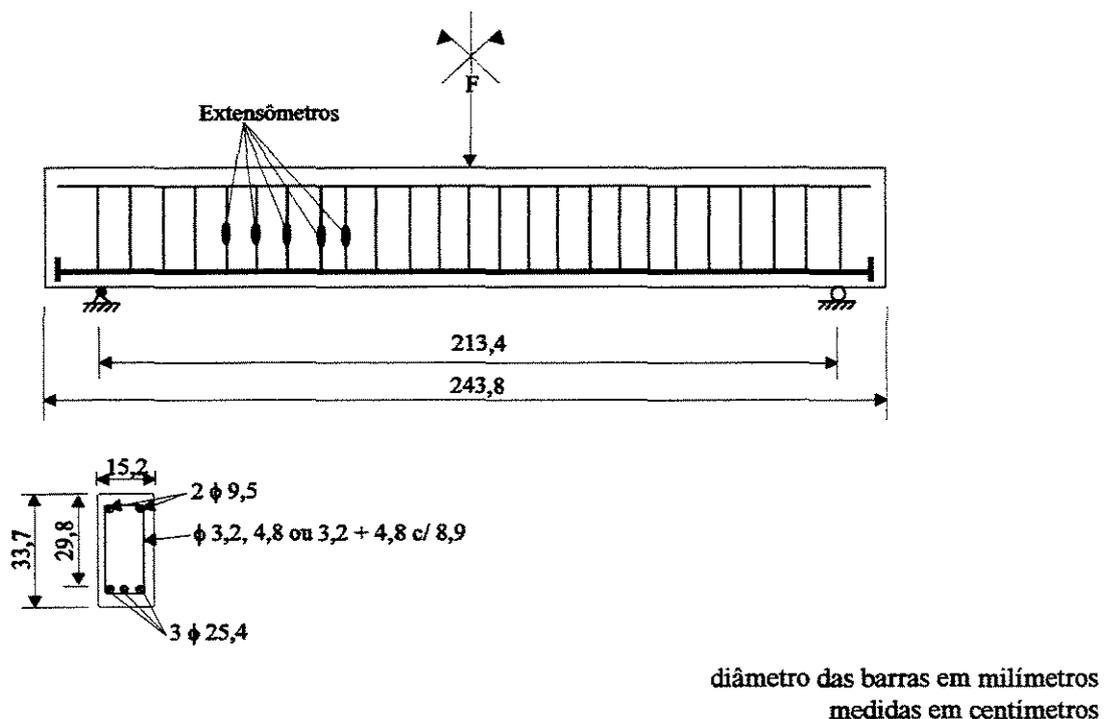


FIGURA 2.01 [37]  
CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS, DE ARMAÇÃO E DE CARREGAMENTO  
DAS VIGAS ENSALADAS POR MPHONDE E FRANTZ

A tabela 2.01 relaciona os principais resultados obtidos nas três séries de vigas ensaiadas.

Todas as vigas romperam por esforço cortante. Com o aumento da taxa de armadura transversal, as vigas tornaram-se mais dúcteis e a ruptura foi menos repentina. Contrário ao ocorrido com as vigas sem armadura de alma, onde a ruptura sempre aconteceu de forma

repentina. As vigas com a menor taxa de armadura de cisalhamento,  $\rho_w = 0,12\%$ , romperam por cisalhamento-tração, enquanto as demais romperam por cisalhamento-compressão (Fig. 2.02).

A taxa de 0,12% para a armadura de alma, correspondia à taxa mínima de armadura transversal de acordo com o Código Modelo do ACI 318 de 1986<sup>3</sup>.

TABELA 2.01  
VALORES RELATIVOS ÀS VIGAS ENSAIADAS POR MPHONDE E FRANTZ

VIGA	$f_c$ N/mm <sup>2</sup>	a/d	$\rho_l$ %	$\rho_w$ %	$\tau_{wu,teór}$ (* N/mm <sup>2</sup> )	$\tau_{wu,exp}$ N/mm <sup>2</sup>	Ruptura
B50-3-3	22,1	3,6	3,36	0,12	1,25	1,68	F.Cort.- Tração
B50-7-3	40,0	3,6	3,36	0,12	1,50	2,06	F.Cort.- Tração
B50-11-3	59,7	3,6	3,36	0,12	1,72	2,15	F.Cort.- Tração
B50-15-3	83,0	3,6	3,36	0,12	1,94	2,45	F.Cort.- Tração
B100-3-3	27,9	3,6	3,36	0,27	1,70	2,10	F.Cort.- Compr.
B100-7-3	47,1	3,6	3,36	0,27	1,95	2,65	F.Cort.- Compr.
B100-11-3	68,6	3,6	3,36	0,27	2,17	3,32	F.Cort.- Compr.
B100-15-3	81,9	3,6	3,36	0,27	2,30	2,54	F.Cort.- Compr.
B150-3-3	28,7	3,6	3,36	0,38	1,9	3,05	F.Cort.- Compr.
B150-7-3	46,6	3,6	3,36	0,38	2,26	2,93	F.Cort.- Compr.
B150-11-3	69,5	3,6	3,36	0,38	2,50	3,55	F.Cort.- Compr.
B150-15-3	82,7	3,6	3,36	0,38	2,62	3,30	F.Cort.- Compr.

(\*) calculados de acordo com o equacionamento do Código Modelo do ACI 318/86<sup>3</sup>

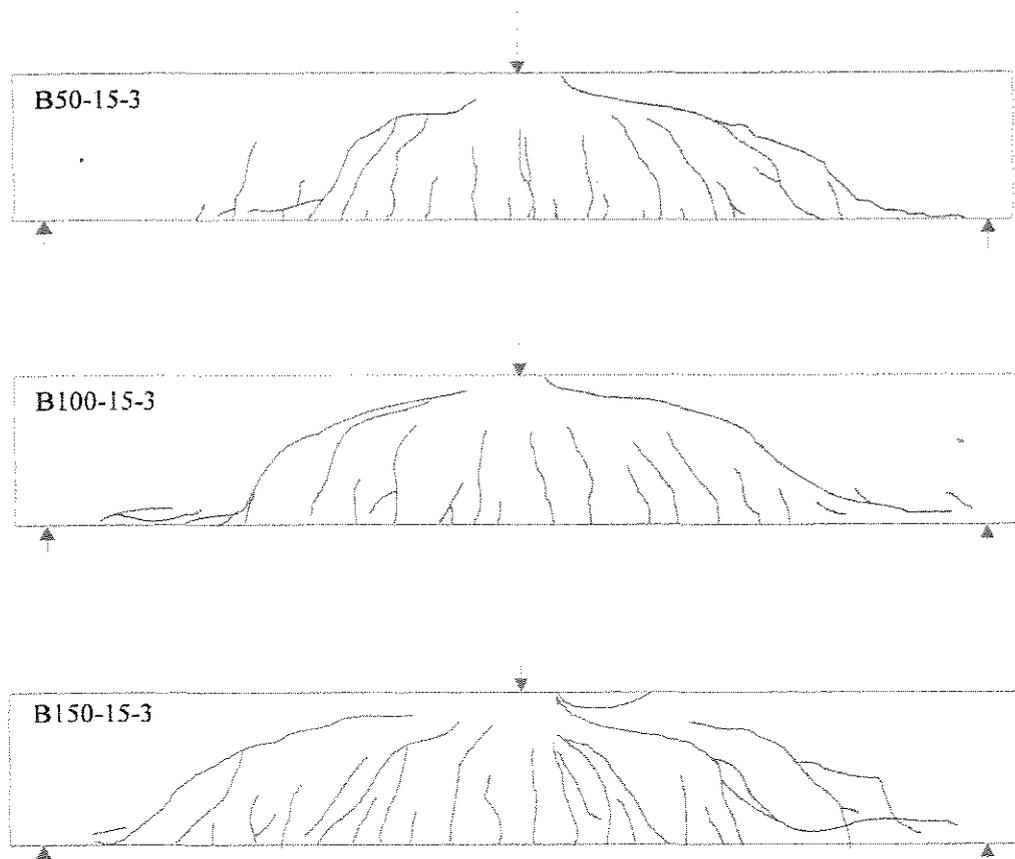


FIGURA 2.02 [37]  
 PANORAMA TÍPICO DE FISSURAÇÃO PARA CADA SÉRIE DE VIGAS ENSALADAS  
 POR MPHONDE E FRANTZ

Pela análise dos resultados dos ensaios, Mphonde e Frantz<sup>37</sup>, chegaram as conclusões seguintes:

- a) os estribos absorveram muito pouco esforço cortante, antes do início da fissuração inclinada das vigas;
- b) a taxa de crescimento da tensão nos estribos, uma vez fissurada a viga, foi muito maior para as vigas com baixa taxa de armadura de alma;
- c) a expressão proposta pelo Código Modelo do ACI 318 de 1986<sup>3</sup>, para o dimensionamento ao cisalhamento de vigas longas,  $a/d = 3,6$ , mostrou-se muito conservadora.

Por fim, Mphonde e Frantz<sup>37</sup>, sugerem uma nova expressão para o cálculo da resistência última ao cisalhamento, de vigas de concreto de alta resistência com armadura de alma, ajustada em função dos resultados experimentais obtidos.

### 2.2.2. ELZANATY, NILSON E SLATE<sup>16</sup>

Pesquisadores da Universidade de Cornell, E.U.A., Elzanaty, Nilson e Slate<sup>16</sup>, ensaiaram 18 vigas de concreto. Quinze delas sem armadura de alma e 3 delas com esta armadura, no formato de estribos verticais.

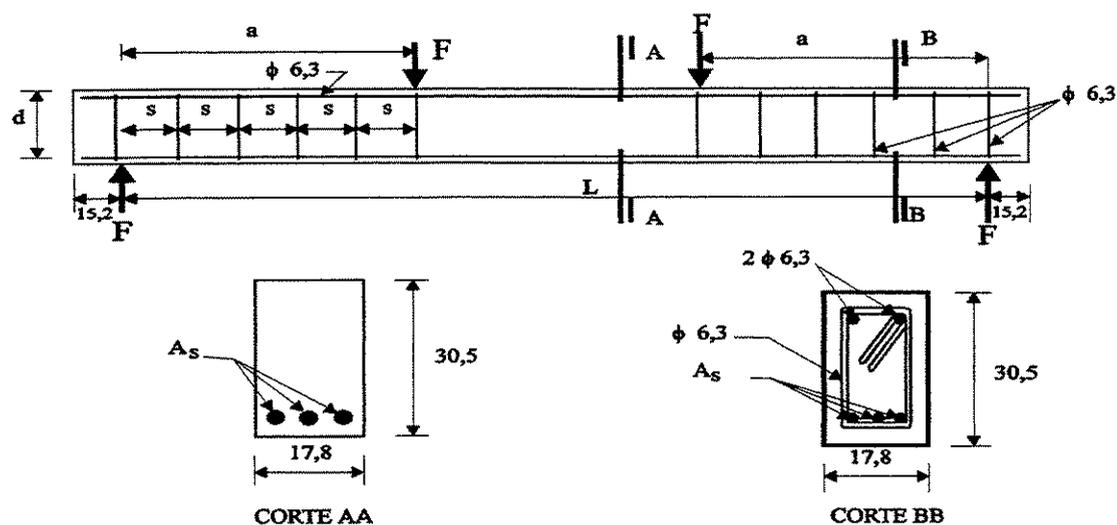
O objetivo destes ensaios foi verificar a validade das equações do Código Modelo do ACI 318/86<sup>3</sup>, para o dimensionamento ao esforço cortante de vigas de concreto de alta resistência.

Todas as vigas tinham seção retangular, com largura de 17,8 cm, altura de 30,5 cm e comprimento variável.

As três vigas com armadura de alma tinham relação vão de cisalhamento pela altura útil,  $a/d$ , e taxa de armadura de alma,  $\rho_w$ , constantes, com variação da resistência média à compressão do concreto,  $f_c$ , e da taxa de armadura longitudinal,  $\rho_l$ .

Na figura 2.03, encontram-se ilustradas características geométricas e de armação das três vigas, com armadura de alma, ensaiadas por Elzanaty, Nilson e Slate<sup>46</sup>.

A tabela 2.02 relaciona resultados obtidos por Elzanaty, Nilson e Slate<sup>16</sup>, para as 3 vigas, com armadura de alma, ensaiadas.



diâmetro das barras em milímetros

medidas em centímetros

FIGURA 2.03 [16]

CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E DE ARMAÇÃO DAS VIGAS ENSAIADAS POR ELZANATY, NILSON E SLATE

TABELA 2.02  
VALORES RELATIVOS ÀS VIGAS, COM ARMADURA DE ALMA, ENSAIADAS  
POR ELZANATY, NILSON E SLATE

VIGAS	G4	G5	G6
$f_c$ N/mm <sup>2</sup>	62	40	20
$a/d$	4,0	4,0	4,0
$f_{yl}$ N/mm <sup>2</sup>	434	434	434
$f_{yw}$ N/mm <sup>2</sup>	379	379	379
$\rho_l$ %	3,3	2,5	2,5
$\rho_w$ %	0,173	0,173	0,173
$V_{u,exp}/V_{u,teór}$ (*)	1,54	1,34	1,11
<b>RUPTURA</b>	<i>Força Cortante-Tração</i>	<i>Força Cortante-Tração</i>	<i>Força Cortante-Tração</i>

(\*)  $V_{u,teór}$  calculados de acordo com o equacionamento do Código Modelo do ACI 318/86<sup>3</sup>

Pela análise dos resultados dos ensaios, Elzanaty, Nilson e Slate<sup>16</sup>, concluíram que as equações do Código Modelo do ACI 318/86<sup>3</sup>, para cálculo da armadura de cisalhamento, eram muito conservadoras, independentemente da resistência média à compressão do concreto.

Também foi observado, para as vigas com armadura de alma, uma maior contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento do que aquela prevista pelo Código Modelo do ACI 318/86<sup>3</sup>.

### **2.2.3 LEVI E MARRO<sup>34</sup>**

Levi e Marro<sup>34</sup>, professores do Politecnico de Turim, Itália, analisaram, experimentalmente, o comportamento quanto à resistência ao esforço cortante de vigas de concreto de alta resistência, armadas ao cisalhamento com estribos verticais.

Sete vigas, geometricamente idênticas, foram ensaiadas. As vigas foram carregadas com duas cargas concentradas iguais, distantes dois metros entre si e aplicadas, cada uma, a 3,8 metros do apoio mais próximo. Com altura útil de 94 cm, resultou uma relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil,  $a/d$ , para todas as vigas, igual a 4.

A figura 2.04, a seguir, ilustra o esquema de carregamento e as características geométricas e de armação das vigas ensaiadas por Levi e Marro<sup>34</sup>.

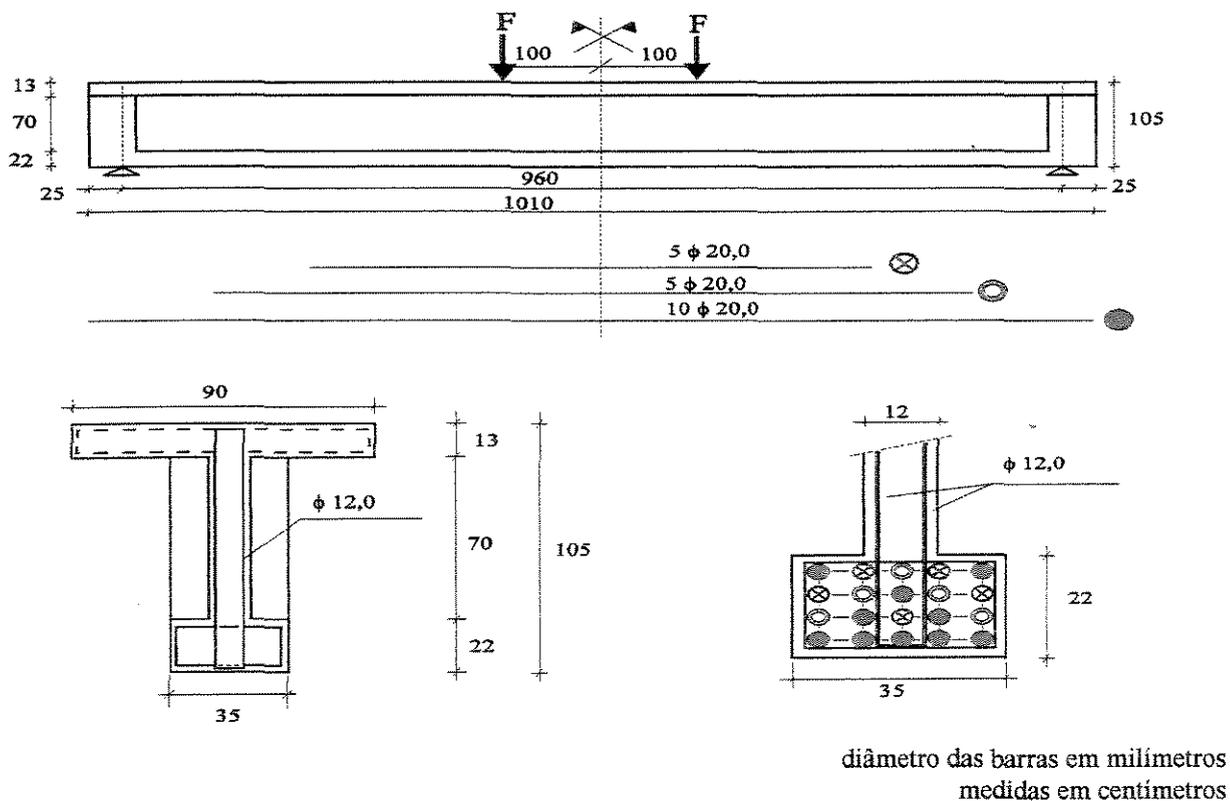


FIGURA 2.04 [34]  
 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS, DE ARMAÇÃO E DE CARREGAMENTO  
 DAS VIGAS ENSALADAS POR LEVI E MARRO

A resistência nominal à compressão do concreto variou de 25 a 60 N/mm<sup>2</sup>, referida a corpos de prova cilíndricos com 15 cm de diâmetro por 30 cm de altura. Em todas as vigas, os estribos tinham 12 mm de diâmetro e eram espaçados de 22,5 ou 15 cm. A armadura longitudinal de cada viga era composta por 15 barras de igual diâmetro, diâmetro este que variou de 24 a 30 mm.

A tabela 2.03 resume as características de armação e de resistência dos materiais das vigas experimentadas por Levi e Marro<sup>34</sup>.

Em todas as vigas a ruptura se deu por escoamento dos estribos, antes do esmagamento do concreto da alma, mesmo nas vigas onde as diagonais comprimidas eram bem abatidas.

TABELA 2.03  
VALORES RELATIVOS ÀS VIGAS ENSAIADAS POR LEVI E MARRO

VIGA	RC 30 A 1	RC 30 A 2	RC 60 A 1	RC 60 A 2	RC 60 B 1	RC 60 B 2	RC 70 B 1
$f_c$ N/mm <sup>2</sup>	25	25	47	47	50	50	60
a/d	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
$\phi_l$ mm	24	24	26	26	30	30	30
$A_{sl}$ cm <sup>2</sup>	90,48	90,48	106,19	106,19	141,4	141,4	141,4
$f_{yl}$ N/mm <sup>2</sup>	500	500	450	450	470	470	470
$\rho_l$ %	3,26	3,26	3,82	3,82	5,09	5,09	5,09
$\phi_t$ mm	12	12	12	12	12	12	12
s cm	22,5	22,5	22,5	22,5	15,0	15,0	15,0
$A_{sw}/s$ cm <sup>2</sup> /m	0,84	0,84	0,84	0,84	1,25	1,25	1,25
$f_{yw}$ N/mm <sup>2</sup>	480	480	480	480	480	480	480
$\rho_w$ %	0,84	0,84	0,84	0,84	1,25	1,25	1,25

A tabela 2.04, a seguir, resume os resultados experimentais obtidos por Levi e Marro<sup>34</sup>.

TABELA 2.04  
VALORES RELATIVOS ÀS VIGAS ENSAIADAS POR LEVI E MARRO

VIGA	RC 30	RC 30	RC 60	RC 60	RC 60	RC 60	RC 70
	A 1	A 2	A 1	A 2	B 1	B 2	B 1
$f_c$ N/mm <sup>2</sup>	25	25	47	47	50	50	60
$V_{u,fl,teór} =$ $V_{u,cis,teór}$ kN	655	655	898	898	1085	1085	1220
$\theta_{teór}$ (°)	31,92	31,92	24,42	24,42	29,41	29,41	26,63
$V_{u,cis,exp}$ kN	652	661	870	870	1140	1160	1280
$V_{fis,cis,exp}$ kN	126	120	164	180	190	204	186
$V_{0,3}$ kN	240	222	334	345	791	828	867
$V_{fis,cis,exp} /$ $(V_{u,cis,exp}/1,5.1,15)$ kN	0,33	0,31	0,32	0,35	0,29	0,30	0,25
$V_{0,3} /$ $(V_{u,cis,exp}/1,5.1,15)$ kN	0,64	0,59	0,67	0,69	1,19	1,23	1,16
<b>RUPTURA</b>	<i>F.cort- tração</i>						

Pela análise dos resultados obtidos, Levi e Marro<sup>34</sup>, extraíram importantes observações, resumidas a seguir:

a) os valores experimentais da cortante última de cisalhamento,  $V_{u,cis,exp}$ , foram muito próximos dos valores teoricamente esperados,  $V_{u,cis,teór}$ , de acordo com o modelo da treliça com inclinação variável para as diagonais comprimidas. Os melhores resultados observados foram os obtidos com vigas de concreto de alta resistência. Estes resultados confirmaram a possibilidade de

aplicação do modelo da treliça, com inclinação variável das diagonais comprimidas, para as vigas de concreto armado com resistência à compressão entre 50 e 60 N/mm<sup>2</sup>, referidos a corpos de prova cilíndricos com 15 cm de diâmetro por 30 cm de altura;

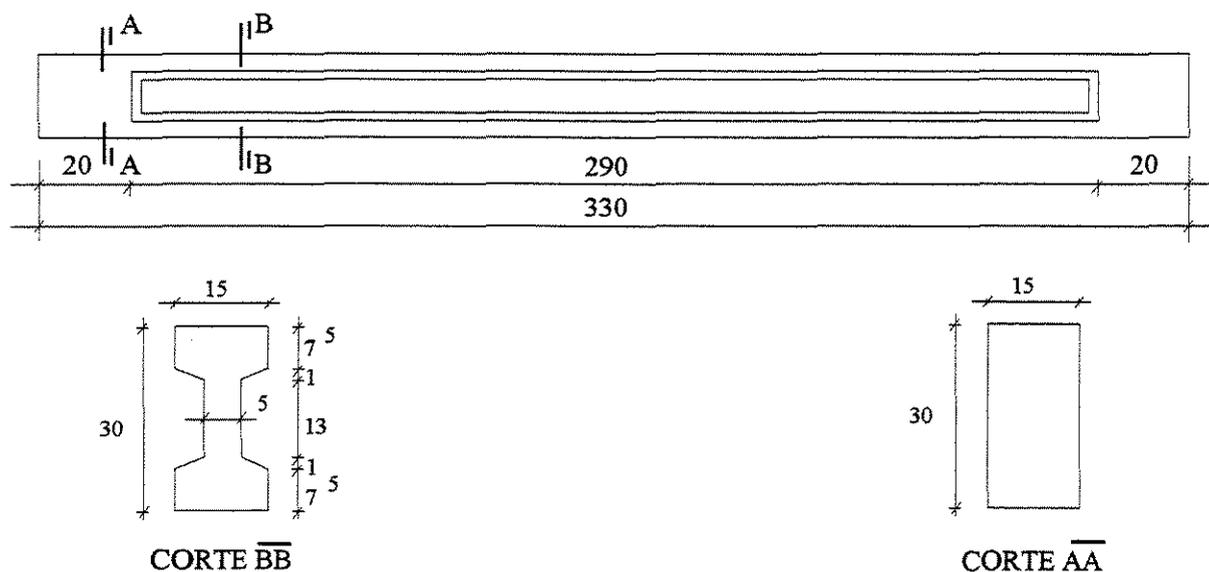
b) Pela análise da relação entre o esforço cortante de início de fissuração,  $V_{fis,cis,exp}$ , e o esforço cortante último em serviço,  $V_{u,cis,exp} / 1,5 \times 1,15$ , pôde-se notar, em todos os casos, um valor relativamente baixo, tendendo a valores menores ainda se considerarmos as vigas de concreto de alta resistência;

c) Pela análise da relação entre o esforço cortante correspondente a uma abertura de fissura de 0,3 mm,  $V_{0,3}$ , e o esforço cortante último em serviço,  $V_{u,cis,exp} / 1,5 \times 1,15$ , pode-se notar que com taxas médias e altas de armadura de alma o comportamento no Estado Limite Último de Serviço foi bom; por outro lado, para baixas taxas de armadura de alma, a armadura que seria suficiente para o Estado Limite Último de Ruptura deve ser aumentada para satisfazer o Estado Limite Último de Serviço.

#### 2.2.4 FERNANDES<sup>19</sup>

Fernandes<sup>19</sup>, professor da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, Brasil, verificou o comportamento ao cisalhamento de 7 vigas de concreto, com resistência média à compressão do concreto variando de 60 a 80 N/mm<sup>2</sup>, referida a corpos de prova cilíndricos com 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura.

As vigas tinham seção transversal em formato de I com as dimensões indicadas na figura 2.05.



medidas em centímetros

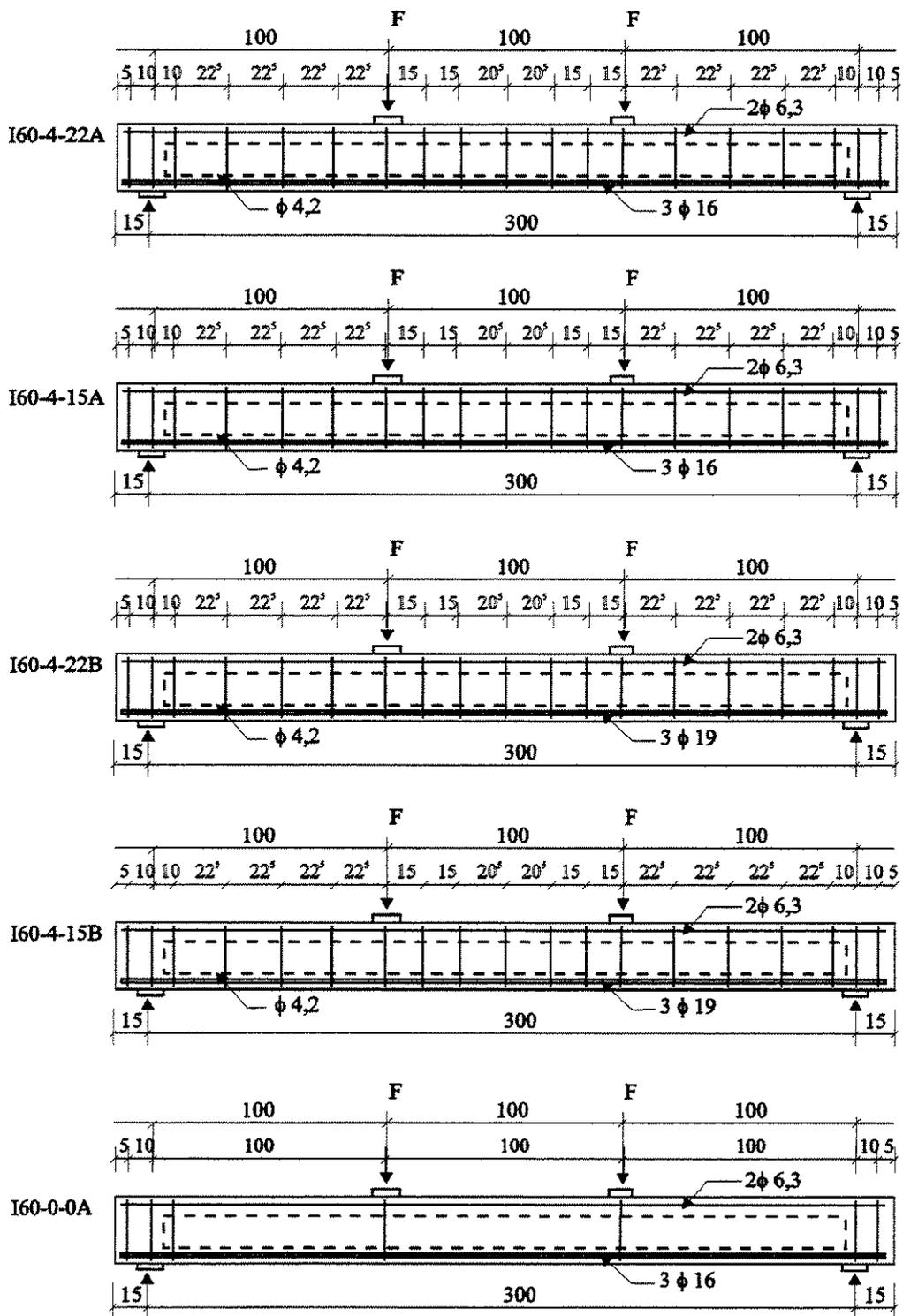
FIGURA 2.05 [19]  
DIMENSÕES CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS ENSAIADAS POR FERNANDES

Os detalhes de armação e os esquemas de carregamento, das vigas ensaiadas por Fernandes<sup>19</sup>, estão apresentados na figura 2.06.

Para as vigas carregadas com duas cargas concentradas, iguais e equidistantes dos apoios, tinha-se a relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil,  $a/d$ , igual a 3,57 e para a viga com uma única carga aplicada no meio do vão, essa relação valia 5,36.

A taxa da armadura longitudinal,  $\rho_l$ , valia 4,1% para as vigas cuja denominação terminava em A e 6,18% para as vigas cuja denominação terminava em B.

Uma única viga não possuía armadura de cisalhamento. Para as demais, cuja armadura de alma era formada por estribos verticais com 4,2 mm de diâmetro, a taxa de armadura transversal,  $\rho_w$ , valia 0,252%, 0,378% e 0,756%, correspondentes, respectivamente, aos espaçamentos dos estribos de 22,5, 15,0 e 7,5 centímetros.



diâmetros das barras em milímetros  
medidas em centímetros

FIGURA 2.06 A [19]

DETALHES DE ARMAÇÃO E DE CARREGAMENTO DAS VIGAS ENSAIADAS POR FERNANDES

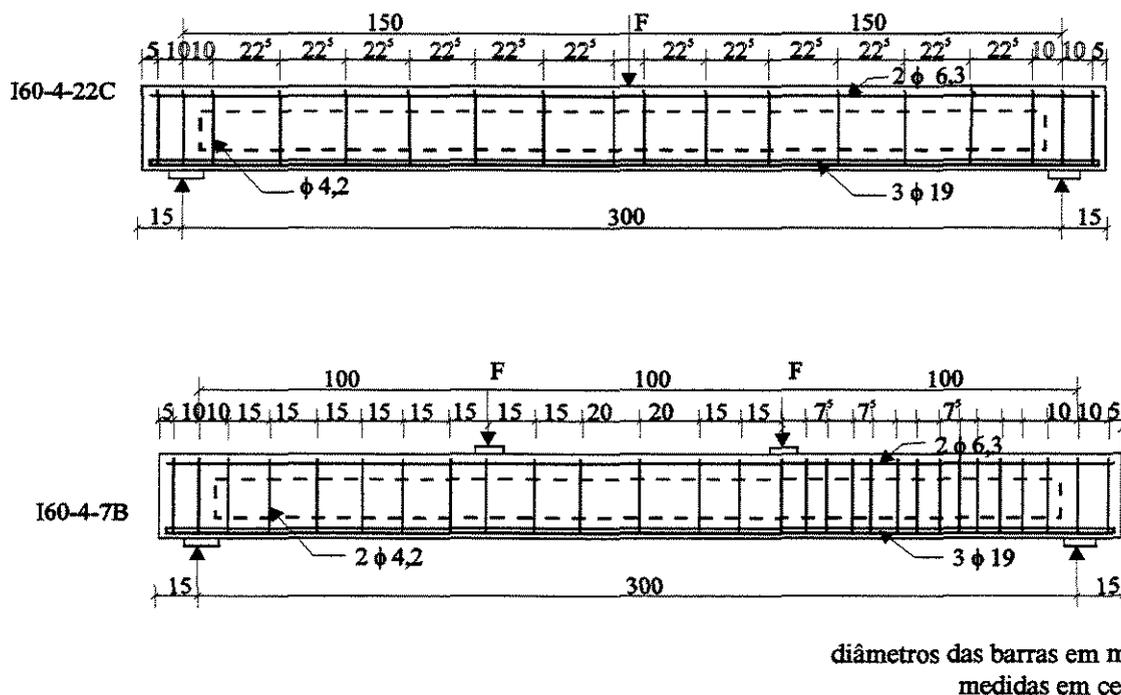


FIGURA 2.06 B [19]

DETALHES DE ARMAÇÃO E DE CARREGAMENTO DAS VIGAS ENSAIADAS POR FERNANDES .

Para controle dos efeitos de flexão, a barra longitudinal central foi instrumentada em várias posições, de forma a se observar a variação da tensão ao longo do banzo tracionado.

Nas regiões de força cortante, quase todos os estribos foram instrumentados.

A tabela 2.05 resume características relativas à geometria e armação das vigas ensaiadas por Fernandes<sup>19</sup>, como também os resultados experimentais obtidos.

TABELA 2.05

## VALORES RELATIVOS ÀS VIGAS ENSAIADAS POR FERNANDES

VIGA	I60-4- 22A	I60-4- 15A	I60-4- 22B	I60-0- 15B	I60-4- 0A	I60-4- 22C	I60-4- 7B
$f_c$ N/mm <sup>2</sup>	67,1	78,5	61,1	66,7	61,3	71,4	64,8
a/d	3,57	3,57	3,57	3,57	5,36	3,57	3,57
$A_{s1}$ cm <sup>2</sup>	6,15	6,15	9,27	9,27	6,15	9,27	9,27
$f_{yl}$ N/mm <sup>2</sup>	595	595	530	530	595	530	530
$\rho_l$ %	4,1	4,1	6,18	6,18	4,1	6,18	6,18
$V_{u,\Omega,teór}$ kN	96	97	124	126	95	84	125
$A_{sw}/s$ cm <sup>2</sup> /m	1,26	1,89	1,26	1,89	-	1,26	3,98
$f_{yw}$ N/mm <sup>2</sup>	875	875	860	860	-	875	750
$\rho_w$ %	0,252	0,378	0,252	0,378	-	0,252	0,756
$V_{u,cis,exp}$ KN	70	100	100	110	40	75	120
$\theta$ (°)	21,6	22,6	15,3	20,4	-	20,3	32,1
<b>RUPTURA</b>	F. Cort- Tração	Flexão					

Pela análise dos resultados experimentais obtidos, Fernandes<sup>19</sup> teceu as seguintes observações:

a) no dimensionamento ao esforço cortante, a analogia de treliça pode ser estendida às vigas de concreto de alta resistência, pelo menos àquelas com resistência à compressão do concreto até  $80 \text{ N/mm}^2$ ;

b) nos casos de graus reduzidos de armação ao cisalhamento, ficou evidenciado que, devido à alta resistência do concreto, é possível a formação de diagonais comprimidas bastante abatidas, sem rompimento do concreto da alma por compressão. Desta maneira, cargas aplicadas relativamente longe dos apoios podem ser transmitidas diretamente até eles;

c) a escolha de um ângulo para a inclinação das diagonais comprimidas,  $\theta$ , no dimensionamento ao esforço cortante, de acordo com o modelo de treliça com diagonais de inclinação variável, muito pequeno, parece justificável tão somente frente ao Estado Limite Último. Em serviço, as condições impostas para limitação de abertura de fissuras e de deformações dificilmente podem ser atendidas com um ângulo  $\theta$  muito pequeno. Permitir, como faz o Código Modelo do CEB-FIP de 1990<sup>35</sup>,  $\theta$  tão reduzido quanto  $18,4^\circ$ , para as vigas submetidas à flexão simples, parece um abuso;

d) na aplicação do modelo generalizado da treliça, para dimensionamento da armadura de alma das vigas de concreto de alta resistência, a parcela de redução,  $\tau_c$ , pode ser admitida como

$$\tau_c = \frac{f_c}{20} \quad (2.01)$$

com a resistência média à compressão do concreto,  $f_c$ , determinada em corpos de prova cilíndricos, com 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura;

e) os espaçamentos dos estribos não devem ultrapassar 30 cm nem a metade da altura útil,  $d/2$ . É preciso que o banzo tracionado seja defendido pelos estribos contra a flexão resultante da pressão exercida pelas diagonais comprimidas de concreto.

### 2.2.5 GOMIERO<sup>22</sup>

Gomiero<sup>22</sup>, ensaiou no Laboratório de Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 4 vigas em concreto de alta resistência, armadas ao esforço cortante, com o objetivo de verificar o comportamento ao cisalhamento destas vigas.

As vigas tinham seção transversal em formato de I, com as mesmas dimensões das vigas de Fernandes<sup>19</sup> (Fig. 2.05) e foram executadas com concreto de resistência média à compressão em torno de 75 N/mm<sup>2</sup>, referida a corpos de prova cilíndricos com 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura.

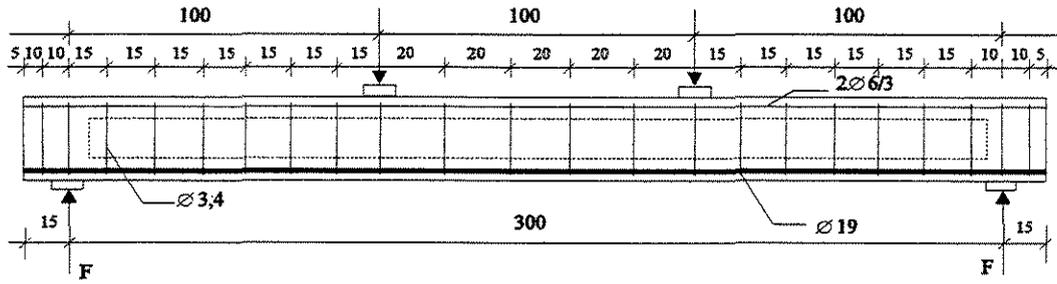
As vigas foram carregadas com duas cargas iguais, equidistantes dos apoios e posicionadas de tal forma que correspondesse a uma relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil,  $a/d$ , igual a 3,57.

A única variável de interesse foi a taxa de armadura de cisalhamento,  $\rho_w$ , correspondente a 0,243%, 0,363%, 0,52% e 0,767%. A taxa de armadura longitudinal,  $\rho_l$ , constante, foi de 6,24%.

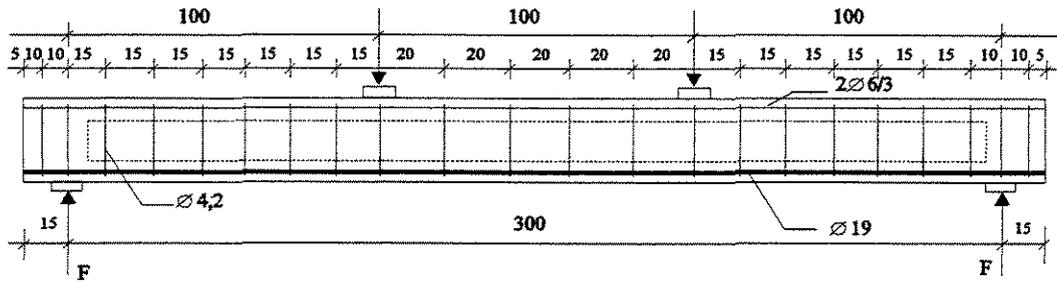
Os detalhes de armação e o esquema de carregamentos, das vigas ensaiadas por Gomiero<sup>22</sup>, estão indicados na figura 2.07.

Os resultados experimentais obtidos por Gomiero<sup>22</sup>, para as quatro vigas ensaiadas, estão resumidos na tabela 2.06.

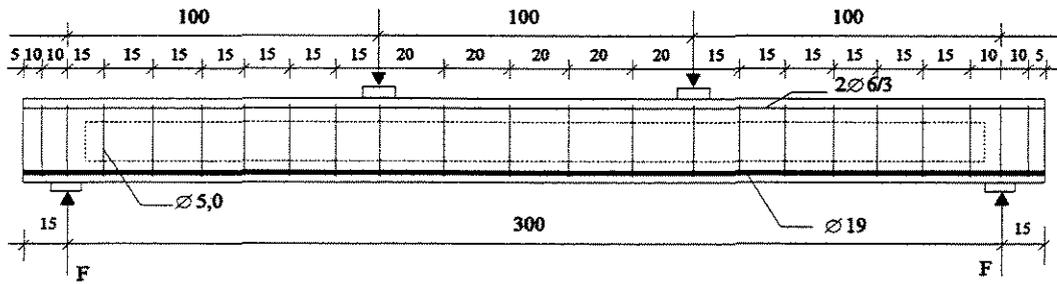
I60-3



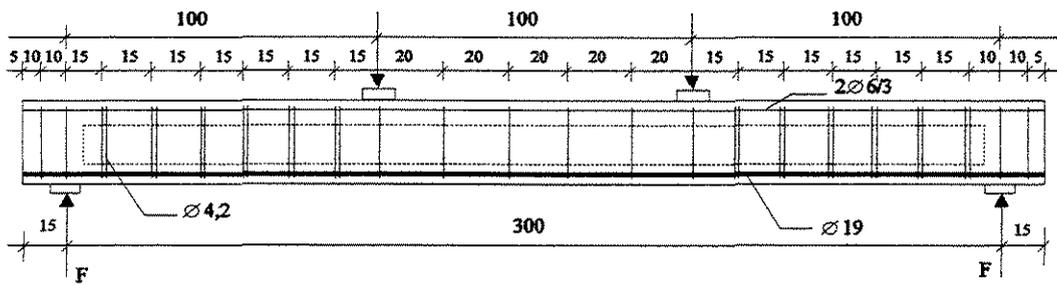
I60-4



I60-5



I60-44



diâmetros das barras em milímetros  
medidas em centímetros

FIGURA 2.07 [22]

DETALHES DE ARMAÇÃO E DE CARREGAMENTO DAS VIGAS ENSAIADAS POR GOMIERO

TABELA 2.06  
VALORES RELATIVOS ÀS VIGAS ENSAIADAS POR GOMIERO

VIGA	160-3	160-4	160-5	160-44
$f_c$ N/mm <sup>2</sup>	81,3	80,0	75,2	76,2
$A_{sw} / s$ cm <sup>2</sup> /m	1,22	1,82	2,60	2,64
$\rho_w$ %	0,243	0,363	0,520	0,726
$f_{yw}$ N/mm <sup>2</sup>	930	810	850	810
$V_{u,fl,teór}$ kN	125	125	125	125
$V_{u,exp}$ kN	85	95	110	125
$V_c = \tau_c / 20(*)$ kN	49,5	48,7	45,8	46,4
$V_s$ kN	27,6	35,9	53,8	52,0
$V_{u,teór} (*)$ kN	77,1	84,6	99,6	98,4
$\theta$ (°)	18,4	22,1	26,6	27,9
<b>RUPTURA</b>	<i>F. Cortante- Tração</i>	<i>F. Cortante- Tração</i>	<i>F. Cortante- Tração</i>	<i>Flexão</i>

(\*) calculados de acordo com a proposta de Fernandes<sup>19</sup> para o valor de  $\tau_c$

Pela observação dos resultados de ensaio, Gomiero<sup>22</sup>, pôde tecer as observações seguintes:

a) maior contribuição do concreto se a viga tiver pouca armadura para absorver a força cortante e, por outro lado, maior contribuição da armadura transversal se a viga tiver maior grau de armação ao cisalhamento;

b) foi confirmada a proposta de Fernandes<sup>19</sup> (Eq. 2.01)

c) confirmando Levi e Marro<sup>34</sup> e Fernandes<sup>19</sup>, a analogia de treliça pôde ser aplicada às vigas de concreto de alta resistência experimentadas.

### **2.3. CONSIDERAÇÕES SOBRE O COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES**

Os escassos estudos experimentais existentes, até o presente momento, visando a análise do comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto de alta resistência, submetidas à flexão simples, levaram à constatação de que a analogia de treliça pode ser aplicada, no dimensionamento ao esforço cortante destes elementos.

Nas vigas de concreto de alta resistência ficou evidenciado que, devido à alta resistência do concreto, é possível a formação de diagonais comprimidas bastante abatidas, sem rompimento do concreto da alma por compressão. O Estado Limite Último por Esforço Cortante, nestas vigas, é caracterizado, na grande maioria das vezes, pelo escoamento da armadura de cisalhamento.

A ruptura por esforço cortante, caracterizada pelo esmagamento do concreto da alma, só seria possível, nestas vigas, com taxas de armadura transversal extremamente altas e fora da realidade<sup>19</sup>.

Resultados de ensaios<sup>19,22</sup>, comprovaram que a tensão real nos estribos é sempre menor do que a calculada de acordo com o modelo clássico de treliça. Descarta-se, então, o referido modelo para o dimensionamento ao esforço cortante nas vigas em concreto de alta resistência.

A atual Norma Brasileira para o dimensionamento de elementos em concreto armado, NBR 6118<sup>08</sup>, seguindo recomendação do Código Modelo do CEB-FIP de 1978<sup>12</sup>, especifica que, no dimensionamento ao esforço cortante, pode-se subtrair do esforço cortante total,  $V$ , uma

parcela,  $V_c$ , que representaria uma fração da força cortante total,  $V$ , resistida graças à inclinação do banzo comprimido e aos outros efeitos alternativos.

Esta parcela de redução,  $V_c$ , dá lugar a uma tensão tangencial de redução,  $\tau_c$ . Desta maneira, a armadura transversal seria calculada pela equação

$$\rho_w = \frac{\tau_{od} - \tau_c}{\sigma_{sw}} \quad (2.02)$$

com

$$\tau_c = 0,15\sqrt{f_{ck}} \quad (2.03)$$

na flexão simples

$$\tau_c = 0,15\sqrt{f_{ck}} \left[ 1 - \frac{M_o}{M_{sd}} \right] \quad (2.04)$$

na flexão composta

Para as vigas de concreto de alta resistência, Fernandes<sup>19</sup>, sugere a equação 2.01

$$\tau_c = \frac{f_c}{20}$$

Atualmente, o Código Modelo do CEB-FIP de 1990<sup>13</sup> adota o modelo da treliça com diagonais de inclinação variável para o dimensionamento ao esforço cortante das vigas em concreto armado. Por este modelo, o cálculo da armadura de cisalhamento se faz pela equação

$$\rho_w = \frac{\tau_{od}}{\sigma_{sw} \cot g\theta} \quad (2.05)$$

O ângulo entre a diagonal comprimida e os banzos,  $\theta$ , pode ser livremente escolhido, na faixa situada entre  $45^\circ$  ( $\text{arccotg } 1$ ) e  $18,4^\circ$  ( $\text{arccotg } 3$ ).

No caso das vigas de concreto de alta resistência, como comentado anteriormente, valores muito pequenos de  $\theta$  podem ser adotados sem ocorrer ruptura do concreto da alma. Entretanto, conforme observações experimentais<sup>19,34</sup>, a escolha de um ângulo  $\theta$  muito pequeno implica em um grande sacrifício para o concreto. Nestas condições, as fissuras que se formam são em menor número, mal distribuídas e suas aberturas assumem valores indesejáveis prematuramente.

Da mesma maneira, conforme observações experimentais de Gomiero<sup>56</sup>, a escolha de um ângulo  $\theta$  muito pequeno pode comprometer a capacidade resistente à flexão da viga, isto é, com a viga rompendo por cisalhamento antes da ruptura por flexão.

Qual seria, então, o valor de  $\theta$  a ser adotado, com segurança, no dimensionamento ao esforço cortante das vigas em concreto de alta resistência, submetidas à flexão simples, de acordo com o modelo da treliça com diagonais de inclinação variável? Gomiero<sup>22</sup>, baseando-se em resultados experimentais, sugere que este ângulo,  $\theta$ , não seja tomado menor do que  $30,96^\circ$ . Entretanto, muitos outros novos estudos experimentais devem ser conduzidos, até que seja definido um ângulo  $\theta$ , a ser adotado, com segurança, no dimensionamento ao esforço cortante das vigas em concreto de alta resistência.

## 2.4. INVESTIGAÇÕES EXPERIMENTAIS DO COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA SUBMETIDAS À FLEXO-COMPRESSÃO

### 2.4.1. KOTSOVOS, SERAJ E PAVLOVIC<sup>47,48</sup>

Kotsovos propõe em seu trabalho <sup>47</sup> um método para o dimensionamento da armadura transversal, baseado na teoria da trajetória das forças de compressão.

Este modelo pressupõe que a força aplicada se transmite até o apoio, percorrendo um caminho essencialmente biaxial, sendo considerada uma contribuição maior do concreto, através do engrenamento do agregado, deste modo diminui a parcela resistida pela armadura calculada de acordo com o modelo de treliça. Posteriormente Kotsovos, Seraj e Plavovic<sup>48</sup> estenderam este conceito para vigas protendidas.

Seguindo esta teoria a armadura de cisalhamento deve ser posicionada, principalmente, na região onde ocorre mudança na trajetória das forças de compressão, como mostra a figura 2.08.

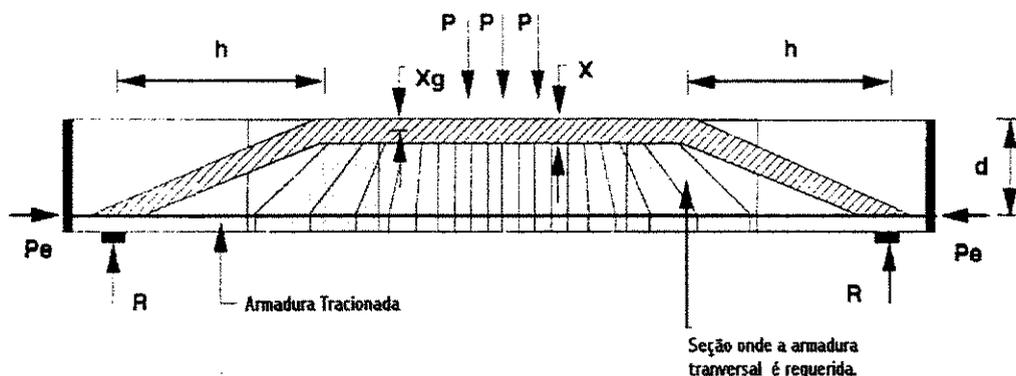


FIGURA 2.08 [47]  
MODELO PROPOSTO : DETALHES DE UMA VIGA PROTENDIDA.

Sendo “h” a projeção horizontal da parte inclinada da trajetória das forças de compressão, e determinada pela equação :

$$h=(d-x_g)*\frac{Pe}{R} \quad (2.06)$$

Onde : Pe – Força de Protensão.

R – Reação de Apoio.

P – Carga aplicada.

d - Altura Útil.

Xg – Distancia da metade da zona de compressão.

Desta maneira deve-se concentrar a armadura de cisalhamento na região indicada na figura acima, e uma armadura denominada nominal para o restante da viga.

Kotsovos, Seraj e Plavovic<sup>48</sup>, conclui que o modelo do caminho das forças de compressão para o dimensionamento de elementos de concreto armado pode ser estendido para os elementos protendidos.

#### 2.4.2. RAMIREZ E BREEN<sup>44</sup>

Neste artigo Ramirez e Breen<sup>44</sup> estudam a evolução do modelo de treliça modificado aplicado no dimensionamento da armadura de cisalhamento.

Particularmente, em vigas protendidas a resistência ao cisalhamento devido aos mecanismo alternativos se tornam mais acentuados devido a presença de forças de compressão.

Para representar o efeito benéfico da força de protensão sobre a resistência ao cisalhamento Ramirez e Breen propõe que a capacidade de absorver a força cortante de um

elemento de concreto armado não fissurado seja multiplicado por um fator “k” que é uma função do nível de protensão e da tensão de tração do concreto.

$$k = \left[ 1 + \frac{f_{PC}}{f_t} \right]^{0.5} \quad 1 \leq k \leq 2 \quad (2.07)$$

$f_{PC}$  – Tensão de compressão do concreto.

$F_t$  – tensão de tração do concreto.

Segundo Ramirez e Breen a resintência ao cisalhamento de acordo com o modelo da treliça modificado se dá através da soma da parcela resistida pelo concreto e da parcela resistida pela armadura de alma, sendo esta uma função do angulo de inclinação da biela comprimida de concreto  $\theta$ .

$$\tau_{MTM} = \tau_{Treliça} + \tau_c = rfy \cot \theta + \tau_c \quad (2.08)$$

onde:  $\tau_{MTM}$  = Tensão total resistida pelo modelo de treliça modificado.

$\tau_{treliça}$  = Tensão resistida pela armadura de alma.

$\tau_c$  = Tensão resistida pelo concreto.

$$rfy = \frac{A_v \cdot f_y}{b_w \cdot s} \quad (2.09)$$

$A_v$  – Área da armadura transversal

$F_y$  – Limite de escoamento da armadura transversal.

$B_w$  – Largura da alma.

$s$  – Espaçamento entre estribos.

Para vigas de concreto protendido Ramirez e Breen propõe a adoção de um limite para o ângulo de inclinação das diagonais comprimidas,  $\theta$ , ou seja,  $\theta \geq 25^\circ$ .

Para comprovação Ramirez e Breen utilizaram 17 vigas de concreto protendidos e os resultados estão apresentados na figura 2.09 e na tabela 2.07 e 2.08.

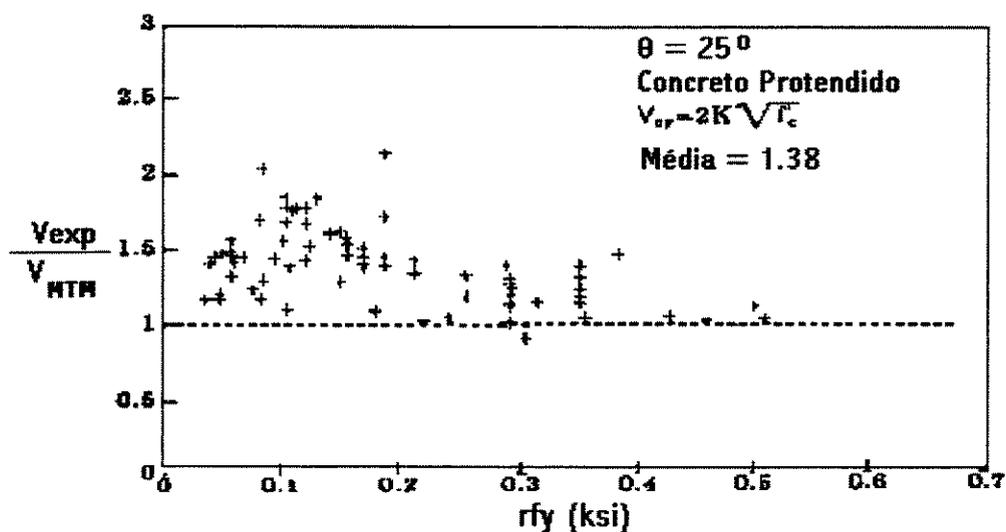


FIGURA 2.09 [44]

RESULTADOS DAS VIGAS ENSAIADAS POR RAMIREZ E BREEN.

TABELA 2.07

RESULTDOS DAS VIGAS ENSAIADAS POR RAMIREZ E BREEN

Pesquisador	Viga	rfy (ksi)	$30\sqrt{f_c}$ (ksi)	$\tau_{exp}$ (ksi)	$\tau_{max}(treliça)$ (ksi)	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{max} trel}$
Bennett e Debaiky	3A2	1.28	2.4	1.96	0.92	2.13
	2A3	1.28	2.1	2.27	0.80	2.84
	2B2	1.28	2.4	2.81	0.92	3.05
	2B3	1.28	2.4	2.86	0.92	3.11
	2B4	1.28	2.25	2.22	0.86	2.58
	2B5	1.28	2.25	2.12	0.86	2.47
	3C2	1.28	2.1	2.12	0.80	2.65
	3C3	1.28	2.1	2.21	0.80	2.76
	3C4	1.28	1.95	1.59	0.75	2.12
	3C5	1.28	2.1	1.37	0.80	1.71
	3D1	1.93	2.4	2.41	0.92	2.62
	3D2	1.28	2.4	2.16	0.92	2.35
	2F1	1.10	2.25	2.28	0.86	2.65
	2F2	1.10	2.25	2.21	0.86	2.57
2F3	1.10	2.25	1.99	0.86	2.31	
2F4	1.10	2.25	1.83	0.86	2.13	
Bennett e Dekaiky	NM-10-160	0.577	2.10	1.09	0.80	1.36

**TABELA 2.08**  
**COMPARAÇÃO DOS RESULTDOS DAS VIGAS ENSALADAS POR RAMIREZ E BREEN**

<b>Tipo</b>	<b>rfy (psi)</b>	<b>n</b>	<b><math>\tau</math> (razão)</b>	<b>Média</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Desvio Padrão</b>
	0-50	6	Exp/MTM	1.31	1.48	1.17	0.148
		6	Exp/ACI	1.29	1.37	1.22	0.05
	50-100	15	Exp/MTM	1.52	2.04	1.17	0.243
		15	Exp/ACI	1.36	1.72	1.14	0.191
	100-200	27	Exp/MTM	1.52	2.14	1.08	0.238
		27	Exp/ACI	1.36	1.89	1.15	0.187
	200-300	15	Exp/MTM	1.22	1.43	1.01	0.134
		15	Exp/ACI	1.26	1.72	0.98	0.185
	300-400	10	Exp/MTM	1.22	1.46	0.91	0.173
		10	Exp/ACI	1.21	1.61	1.02	0.166
	300-500	4	Exp/MTM	1.05	1.11	1.02	0.04
		4	Exp/ACI	1.17	1.28	1.05	0.112

### 2.4.3. COLLINS, MITCHELL, ADEBAR E VECCHIO<sup>45</sup>.

Collins, Mitchell, Adebar e Vecchio<sup>45</sup> apresentam neste trabalho um método simplificado e unificado para o dimensionamento ao cisalhamento de elementos protendidos, não protendidos, e também elementos submetidos à tração ou compressão axial, baseados na teoria do campo de compressão modificado.

De acordo com esse método, a parcela resistida pelo concreto,  $V_c$ , diminui com o incremento da deformação da armadura longitudinal  $\epsilon_x$ .

Desta maneira com o incremento do momento fletor ou quando submetida a tração axial a parcela  $\epsilon_x$  aumenta, diminuindo desta forma,  $V_c$ .

Por outro lado, na hipótese da viga ser submetida à compressão, a parcela  $\epsilon_x$ , diminui, aumentando, conseqüentemente,  $V_c$ .

Propõe-se que o dimensionamento da armadura transversal seja feito seguindo os seguintes passos:

1 – Calcular a tensão de cisalhamento  $\tau$ , na seção considerada.

$$\tau = \frac{V_n - V_p}{b_\tau d_\tau} \quad (2.10)$$

onde :  $V_n$  – Força Cortante Nominal.

$V_p$  – Componente Vertical da Protensão

$b_\tau$  - largura da alma

$d_\tau$  - altura útil

2 - Cálculo da deformação longitudinal  $\epsilon_x$ :

$$\epsilon_x = \frac{\left( \frac{M_u}{d_\tau} \right) + 0.5N_u + 0.5V_u \cot g\theta - A_{ps}f_{po}}{E_s A_s + E_p A_{ps}} \geq 0 \quad (2.11)$$

$M_u$  - Momento último na seção considerada.

$N_u$  - Força axial (positiva para tração e negativa para compressão).

$V_u$  – Força cortante.

$A_{ps}$  – Área da armadura tracionada ou protendida.

$f_{po}$  – Tensão no cabo de protensão (zero quando envolvido por concreto)

$E_s$  – Módulo de Elasticidade do Aço.

$A_s$  – Area da armadura longitudinal tracionada.

$\theta$  - Ângulo entre as diagonais comprimidas da alma e as barras longitudinais nas vigas

$\beta$  -Fator da tensão de tração, indicador da capacidade do concreto fissurado transmitir tensões de cisalhamento.

$E_p$  – Módulo de elasticidade do cabo de protensão.

3 – Adotar valores de  $\theta$  e  $\beta$  através da tabela 2.09.

TABELA 2.09  
VALORES DE  $\theta$  E  $\beta$

$\frac{\tau}{f'_c}$		Deformação longitudinal $\epsilon_x \times 1000$					
		$\leq 0$	$\leq 0.25$	$\leq 0.50$	$\leq 1.0$	$\leq 1.50$	$\leq 2.00$
$\leq 0.050$	$\theta$ deg	27.0	28.5	29.0	36	41	43
	$\beta$	4.88	3.49	2.51	2.23	1.95	1.72
$\leq 0.075$	$\theta$ deg	27.0	27.5	30.	36	40	42
	$\beta$	4.88	3.01	2.47	2.16	1.9	1.65
$\leq 0.100$	$\theta$ deg	23.5	26.5	30.5	36	38	39
	$\beta$	3.26	2.54	2.41	2.09	1.72	1.45
$\leq 0.150$	$\theta$ deg	25	29	32	36	36.5	37
	$\beta$	2.55	2.45	2.28	1.93	1.5	1.24
$\leq 0.200$	$\theta$ deg	27.5	31	33	34.5	35	36
	$\beta$	2.45	2.33	2.10	1.58	1.21	1
$\leq 0.250$	$\theta$ deg	30	32	33	35.5	38.5	41.5
	$\beta$	2.3	2.01	1.64	1.4	1.3	1.25

4 – Determinar a armadura de alma.

$$V_n = V_c + V_s + V_p = f_1 b_\tau d_\tau \cot \theta + \frac{A_\tau f_\tau}{s} d_\tau \cot \theta + V_p \quad (2.12)$$

$$V_n = \beta \sqrt{f'_c} b_\tau d_\tau + \frac{A_\tau f_\tau}{s} d_\tau \cot \theta + V_p \quad (2.13)$$

$V_n$  – Força cortante nominal;

$V_p$  – Componente vertical da força de protensão.

$V_u$  – Força cortante tomada como positiva.

$V_s$  – Parcela da força cortante resistida pela armadura transversal.

$F_1$  – Tensão residual de tração no concreto fissurado.

$b_v$  – Largura efetiva da alma.

$A_v$  – Área da armadura de cisalhamento.

$f_v$  – Limite de escoamento da armadura de cisalhamento.

$d_v$  – Altura de cisalhamento efetiva, sendo  $\geq 0.9d$  e  $\geq 0.8h$  para elementos protendidos.

$\theta$  - Ângulo entre as diagonais comprimidas da alma e as barras longitudinais nas vigas

$\beta$  -Fator da tensão de tração, indicador da capacidade do concreto fissurado transmitir tensões de cisalhamento.

$s$  – Espaçamento entre estribos.

Para comprovação deste método foram comparados os resultados experimentais de 528 vigas com as prescrições do ACI e com os critérios propostos neste trabalho, obtendo resultados satisfatórios.

A tabela 2.10, apresenta os resultados de algumas destas vigas.

TABELA 2.10  
RESULTADOS DAS VIGAS ANALISADAS POR COLLINS

Autor	Altura (in.)	$f_c$ (psi)	Estribo $\frac{A_\tau f_\tau}{b_w s}$	Experimental / Teórico			
				ACI		Proposto	
				Média	% var.	Média	% var.
Gregor/Collins	36	6500 à 8400	370à590	1.06	17.5	1.37	12.7
Elzanaty/Nilson.	14à18	6000à11400	0 à 700	1.07	11.6	1.35	9.5
Bennett/Debaikay	13	6000à10500	103à5600	1.15	9.9	1.54	10.9
MacGregor	12	2400 à 7000	0 à 470	1.09	25.8	1.54	22.5
Oleson at al	12	2450 à 6700	0 à 350	1.06	18.8	1.59	15.3
Shahawy et al	44	6000	165à1670	1.09	19.5	1.13	15.8
Kani	12	2510 à 5550	0	1.60	11.5	1.63	10.1

A figura 2.10 mostra a comparação entre as prescrições segundo o ACI-318 e o modelo proposto neste trabalho.

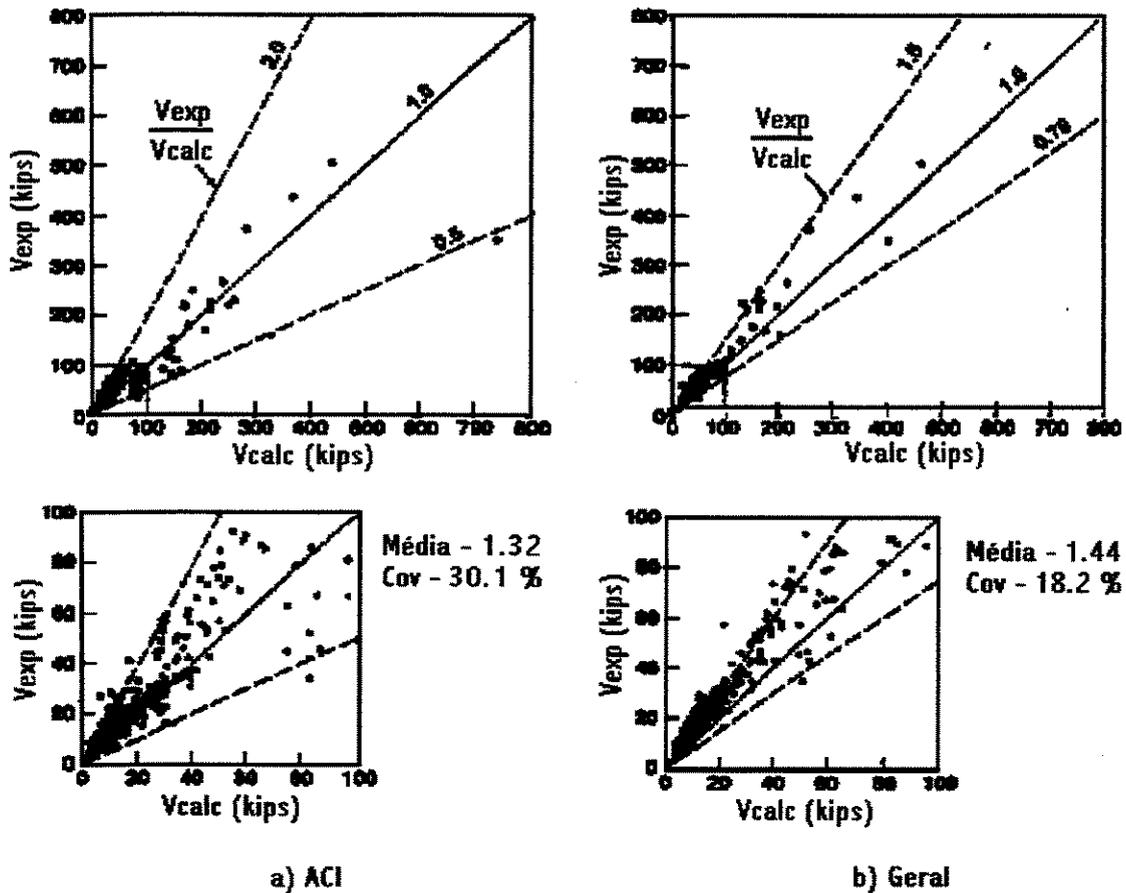


FIGURA 2.10 [45]  
COMPARAÇÃO ENTRE O MODELO PROPOSTO E O ACI 318.

Como observado na figura acima o método geral proposto neste artigo apresentou resultados mais satisfatórios aos valores teóricos calculados de acordo com os procedimentos do ACI-318.

Pela tabela 2.10 constatou-se também que o método para o dimensionamento ao cisalhamento segundo o procedimentos do ACI-318 mostrou-se inadequado para algumas vigas.

Portanto, Collins, Mitchell, Adebar e Vecchio<sup>45</sup> concluíram que o modelo para dimensionamento da armadura de alma proposto neste trabalho apresentou valores satisfatórios, sendo um método simplificado e abrangendo elementos protendidos ou não protendido, submetidos a tração ou compressão axial.

#### **2.4.4. SELBY, VECCHIO E COLLINS<sup>46</sup>.**

Baseados em estudos anteriores, Selby, Vecchio e Collins<sup>46</sup> concluem que os atuais procedimentos normativos para o dimensionamento da armadura de cisalhamento de alguns códigos como o ACI-318 e a norma norueguesa NS-3473, entre outros, não representam satisfatoriamente a contribuição benéfica da compressão axial sobre a resistência ao cisalhamento.

Neste trabalho foi utilizado o programa SPARCS , baseado no emprego de elementos finitos não lineares, na modelagem de estruturas de concreto armado submetidas à momento fletor, cisalhamento, e compressão axial.

Uma série de vigas ensaiadas por GUPTA e COLLINS<sup>52</sup> foram utilizadas para análise do comportamento do efeito produzido pela introdução de compressão axial.

As vigas tinham as seguintes características geométricas : 31 cm de altura, 29 cm de largura e 1.62 m de comprimento.

A armadura longitudinal foi constituída de 3 barras de 32 mm tanto como armadura positiva, como negativa. Duas barras também de 32 mm e 60 cm de comprimento foram adicionadas nos extremos , como indicado na figura 2.11.

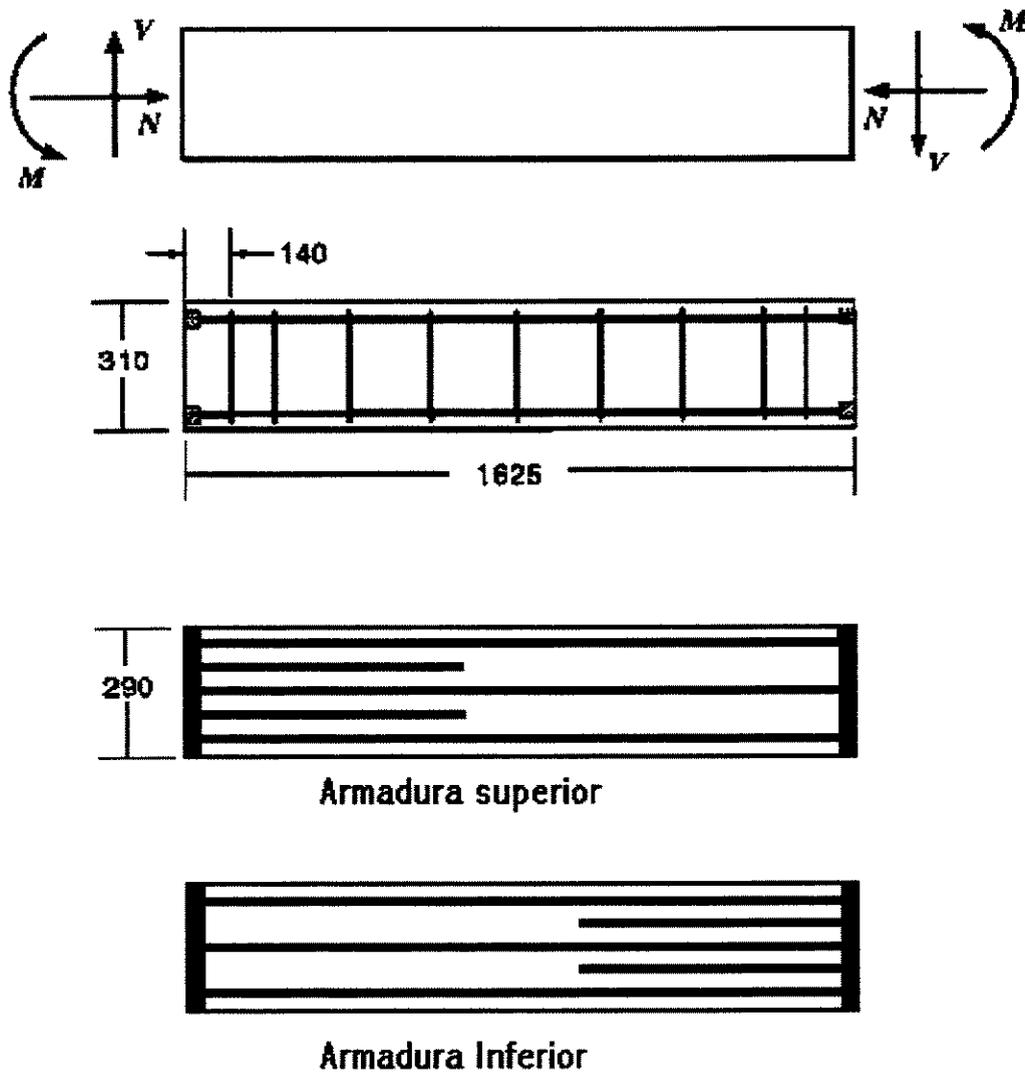


FIGURA 2.11 [46]  
 DETALHES DA ARMADURA DAS VIGAS ANALISADAS POR SELBY<sup>46</sup>.

Todas as vigas tinham a taxa de armadura de alma  $\rho_w = 0.26\%$  e a resistência média a compressão do concreto  $f_{cj}$  em torno de 60 MPa.

Os resultados da análise do programa SPARCS estão apresentados na tabela 2.11 e na figura 2.12

TABELA 2.11  
 RESULTDOS DAS VIGAS ANALISADAS POR SELBY<sup>46</sup>

VIGA	$f_{cJ}$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)	$V_{sparcs}$ (kN)	Exp/SPARCS
SC1	60.9	238	242.5	0.981
SC2	60.9	205	277.5	0.739
SC3	60.9	118	150.0	0.787
SC4	60.9	59	61.0	0.967
SC5	60.9	260	200.0	1.300
SC6	62.4	77	76.0	1.013
SC7	62.4	240	200.0	1.200
SC8	62.4	385	400.0	0.963
SC9	62.4	392	365.0	1.074
SC11	60.2	265	260.0	1.019
SC12	60.2	405	385.0	1.052
Média =>				1.008

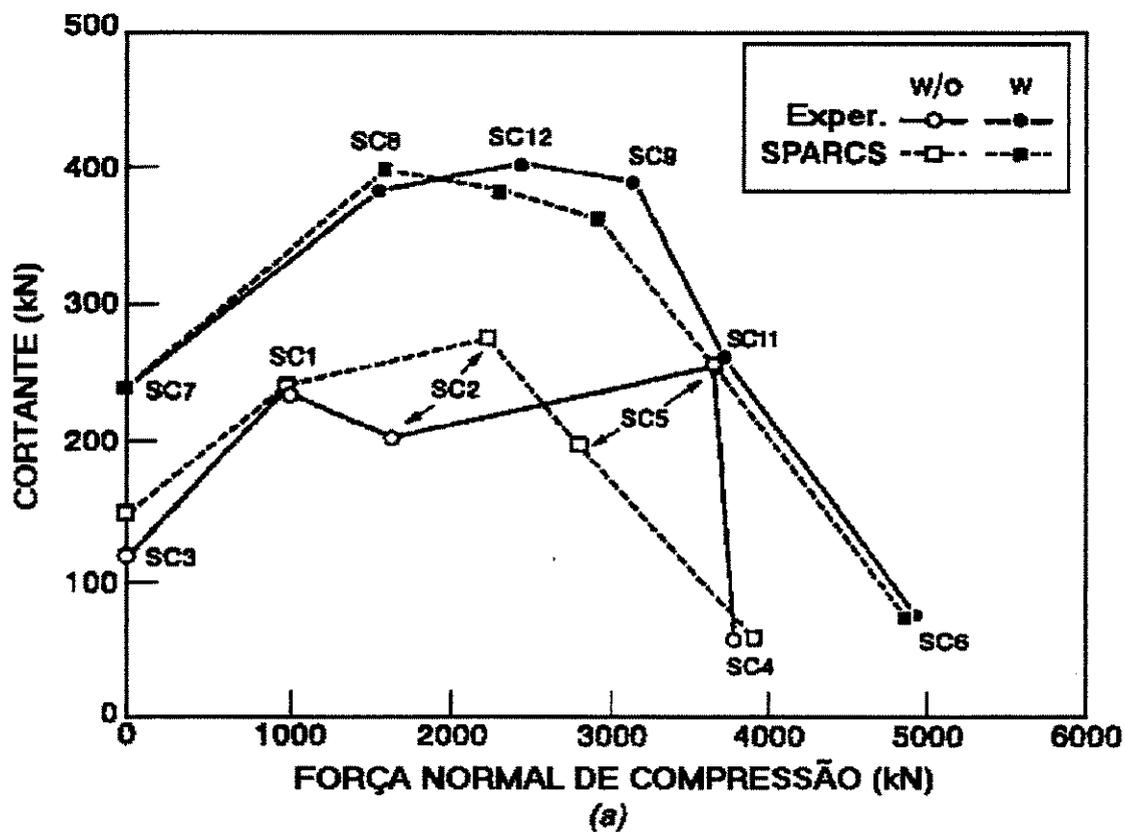


FIGURA 2.12 [46]  
 RESULTADOS DA VIGAS ANALISADAS POR SELBY<sup>46</sup>.

As seguintes conclusões foram extraídas deste estudo.

1 – O programa SPARCS modela adequadamente as vigas submetidas à momento, cisalhamento e compressão axial, quantificando satisfatoriamente a influência da compressão axial sobre a resistência ao cisalhamento.

2- As equações empíricas adotadas por diversos códigos normativos, utilizados no dimensionamento de elementos submetidos à flexão, cisalhamento e compressão axial, não mostrou-se adequadas para algumas das vigas analisadas neste estudo.

#### 2.4.5. POLAK E DUBAS<sup>49</sup>.

Polak e Dubas<sup>49</sup> elaboraram um estudo comparativo entre os procedimentos da norma canadense para o dimensionamento da armadura de cisalhamento em elementos protendidos e não protendidos, com resultados experimentais obtidos anteriormente por diversos pesquisadores.

Neste trabalho foi estudado tanto vigas protendidas e não protendidas como também vigas com e sem armadura de alma.

Todas as vigas foram carregadas de acordo com os dois esquemas mostrados na figura abaixo.

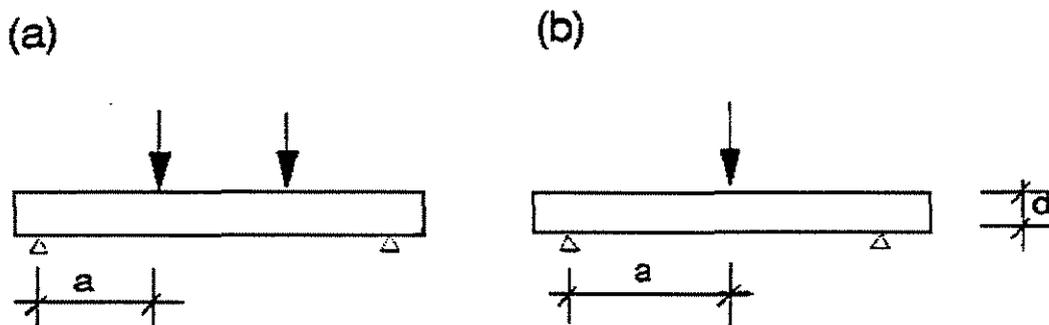


FIGURA 2.13 [49]

ESQUEMA DE CARREGAMENTO DAS VIGAS ANALISADAS POR POLAK<sup>49</sup>.

Um total de 49 vigas (33 não protendidas e 16 protendidas) foram ensaiadas, onde o principal parametro foi a resistência à compressão do concreto  $f_c$ .

A capacidade ao cisalhamento das vigas foram calculadas de acordo com os dois métodos previstos pela nova norma canadense CAN3-A23-M94 e pela versão antiga de 1984, a CAN3-A23-M84.

A figura 2.14 apresenta alguns resultados obtidos para as vigas não protendidas.

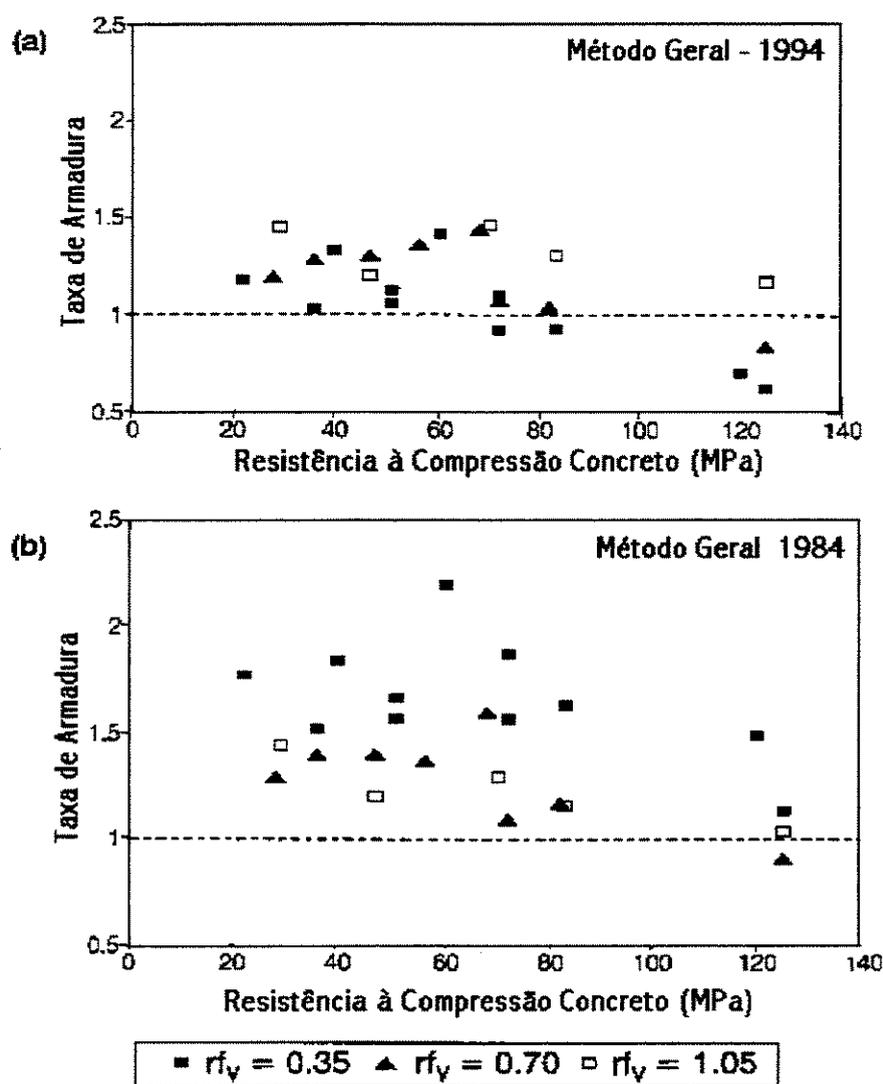


FIGURA 2.14 [49]  
RESULTADOS DAS VIGAS NÃO PROTENDIDAS ANALISADAS POR POLAK<sup>49</sup>.

As 16 vigas protendidas eram compostas por estribos verticais, sendo oito delas (série CW) dimensionadas para romper por cisalhamento na alma. Enquanto as outras oito vigas (série CI) foram dimensionadas para romperem por flexo-cisalhamento.

O índice de armadura transversal  $r_{fy}$  variou de 0.82 à 2.96.

$$r_{fy} = \frac{A_v \cdot f_y}{b_w \cdot s} \quad (2.14)$$

$A_v$  – Área da armadura transversal

$F_y$  – Limite de escoamento da armadura transversal.

$B_w$  – Largura da alma.

$s$  – Espaçamento entre estribos.

A influencia da resistência à compressão do concreto sobre a taxa de armadura está representada nas figuras 2.15a e 2.15b

Os resultados para o dimensionamento segundo o método geral estão apresentados nas figuras 2.16a e 2.16b.

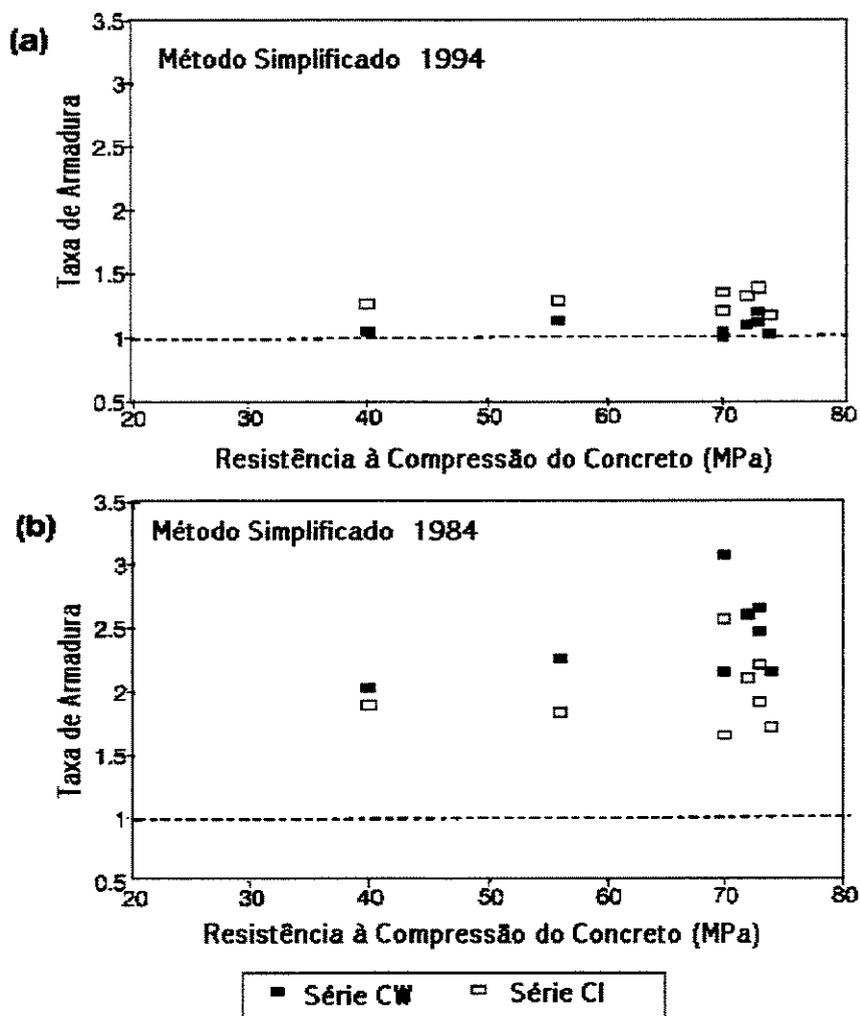


FIGURA 2.15 [49]  
RESULTADOS DAS VIGAS SEGUNDO O MÉTODO GERAL

A figura 2.16 apresenta a influencia da variação da quantidade de armadura transversal sobre o índice de armadura de cisalhamento  $r_{fy}$ .

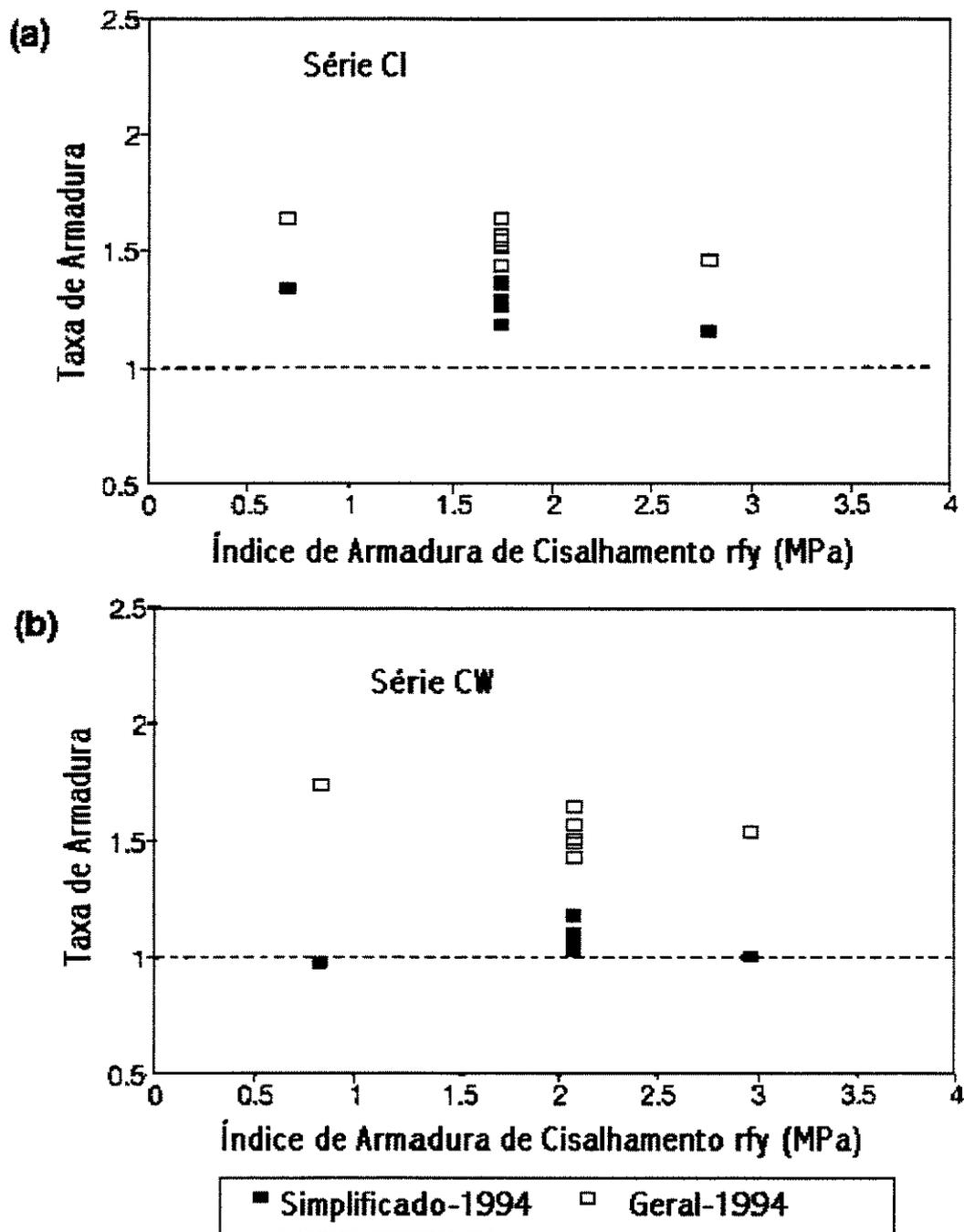


FIGURA 2.16 [49]

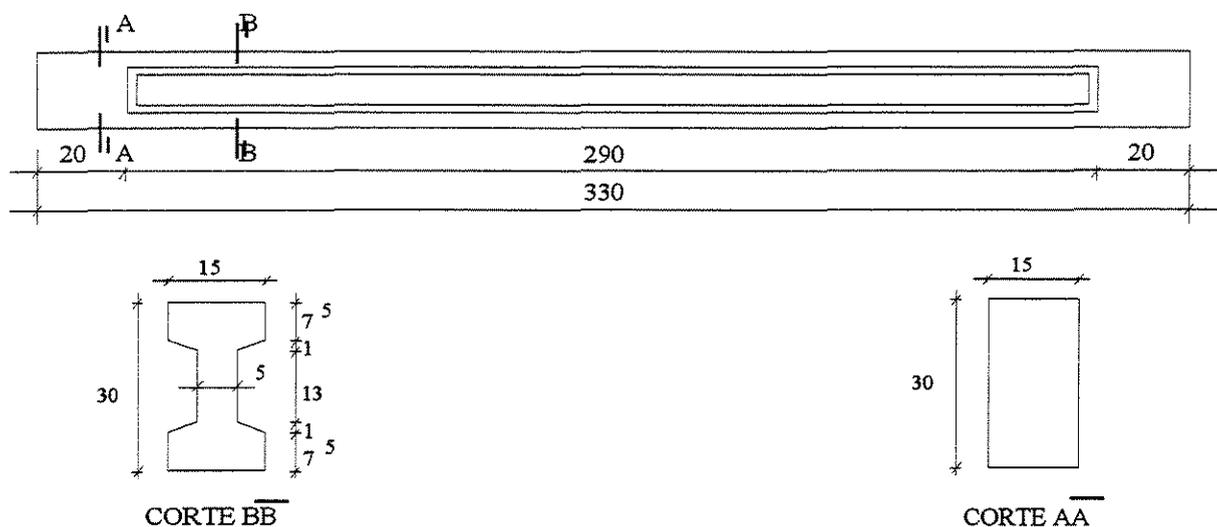
INFLUENCIA DA VARIAÇÃO DA QUANTIDADE DE ARMADURA TRANSVERSAL SOBRE O ÍNDICE DE ARMADURA DE CISALHAMENTO  $r_{fy}$

Constatou-se neste trabalho que os procedimentos da norma de 1984 para o cálculo da armadura de cisalhamento mostrou-se muito conservativa, não representando o real comportamento de vigas de concreto protendido. Já as modificações adotada na versão de 1994, apresentaram valores mais satisfatórios

Polak e Dubas<sup>49</sup> concluíram que há uma significativa melhora na consideração da resistência ao cisalhamento de vigas de concreto protendido quando dimensionadas pela nova versão na norma canadense CAN3-A23.3-M94.

#### 2.4.6. MORENO<sup>36</sup>

Moreno<sup>36</sup>, professor da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, Brasil, verificou o comportamento ao cisalhamento de 5 vigas de concreto, com resistência média à compressão do concreto em torno de  $85 \text{ N/mm}^2$ , referida a corpos de prova cilíndricos com 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura. As vigas tinham seção transversal em formato de I com as dimensões indicadas na figura 2.17



medidas em centímetros

FIGURA 2.17 [36]

DIMENSÕES CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS ENSALADAS POR MORENO

Os detalhes de armação e os esquemas de carregamento, das vigas ensaiadas por Moreno<sup>36</sup>, estão apresentados nas figuras 2.18 e 2.19

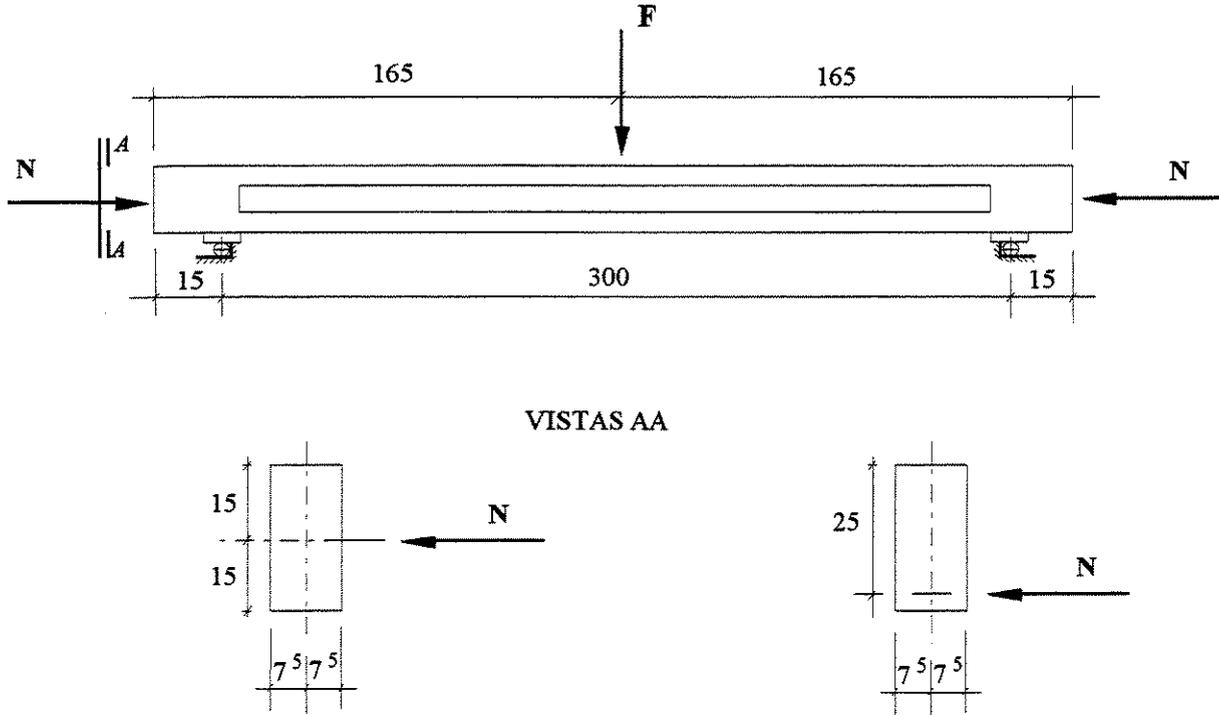


FIGURA 2.18 [36]

ESQUEMA ESTÁTICO E ESQUEMA DE CARREGAMENTOS PARA A S VIGAS ENSAIADAS POR MORENO

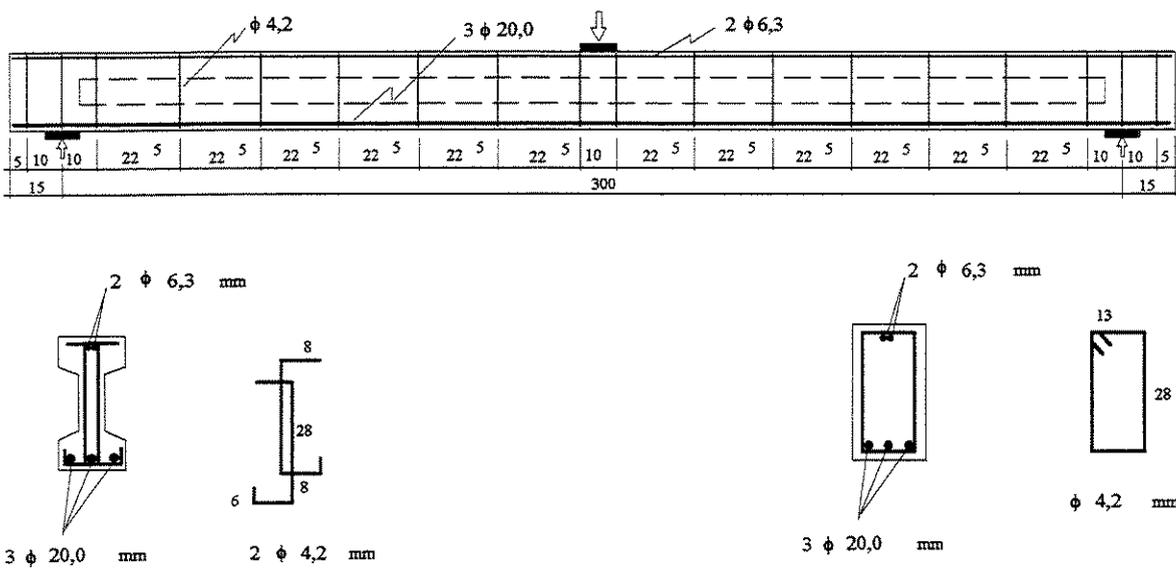


FIGURA 2.19 [36]

DETALHES DE ARMAÇÃO D A S VIGAS ENSAIADAS POR MORENO

O carregamento nas vigas foi composto por uma carga concentrada, aplicada no meio do vão, e por cargas axiais de compressão, aplicadas em suas faces extremas. Para a viga I80-4-22-C0, a carga axial não foi aplicada. Para as demais, esta carga correspondeu a 100 kN para as vigas I80-4-22-C10 e I80-4-22-E10, e a 200 kN para as vigas I80-4-22-C20 e I80-4-22-E20.

A posição do ponto de aplicação da carga axial foi variável. Para as viga I80-4-22-C10 e I80-4-22-C20 esta carga foi aplicada no centro de gravidade da seção. Para as vigas I80-4-22-E10 e I80-4-22-E20 esta carga foi aplicada a 25 centímetros da face superior das vigas.

A tabela 2.12 apresenta informações relativas à geometria e armação das vigas ensaiadas por Moreno <sup>36</sup>.

TABELA 2.12  
VALORES EFETIVOS DA FORÇA CORTANTE PARA ESCOAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL, DO GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO E DO GRAU DE PROTENSÃO PARA CADA VIGA

VIGA	I80-4-22-	I80-4-22-	I80-4-22-	I80-4-22-	I80-4-22-
$f_c$ N/mm <sup>2</sup>	82,9	87,7	85,4	86,6	81,2
$A_{sl}$ cm <sup>2</sup>	9,27	9,27	9,27	9,28	9,28
$f_{yl}$ N/mm <sup>2</sup>	530	530	530	560	560
$x$ cm	5,8	6,6	7,9	7,0	8,2
$x/d$	0,207	0,236	0,280	0,250	0,292
$M_{u,fl}$ kN.cm	12.640	14.989	16.981	15.595	16.747
$V_{u,fl}$ kN	84,1	99,9	113,2	112,1	125,0
$\tau_{wu,fl}$ N/mm <sup>2</sup>	6,0	7,13	8,08	8,0	8,93
$f_{yw}$ N/mm <sup>2</sup>	860	860	860	860	860
$\kappa$ %	-	7,0	13,0	16,0	30,0
$\rho_w$ %	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252
$\rho_{w,45}$ %	0,802	0,953	1,08	1,07	1,194
$\eta$ $\rho_w/\rho_{w,45}$	0,314	0,264	0,233	0,236	0,211

A tabela 2.13 apresenta os resultados de ensaio das vigas ensaiadas por Moreno <sup>36</sup>.

TABELA 2.13  
RESULTADOS DE ENSAIO DAS VIGAS

VIGA	I80-4-22-C0	I80-4-22-C10	I80-4-22-C20	I80-4-22-E10	I80-4-22-E20
N (kN)	0	100	200	100	200
a/d	5,36	5,36	5,36	5,36	5,36
$\rho_l$ (%)	6,18	6,18	6,18	6,18	6,18
$\rho_w$ (%)	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252
$V_{u,cis,exp}$ (kN)	55	60	65	65	75
$V_{fis,fl}$ (kN)	17,5	20	25	30	45
$V_{fis,cis}$ (kN)	25	25	35	40	55
$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	75	75	80	80	85

Pela análise do resultados Moreno <sup>36</sup> teceu as seguintes conclusões:

- O modelo da treliça pode ser estendido para vigas de concreto de alta resistência, submetidas a flexo-compressão, no dimensionamento ao cisalhamento. Pelo menos àquelas executadas com concreto de resistência à compressão até 85 N/mm<sup>2</sup>.

- Com o retardamento do início do processo de fissuração, o mecanismo de treliça foi ativado mais tardiamente nas vigas submetidas a flexo-compressão, quando comparadas à outra viga, semelhante, submetida a flexão simples. Este fato justifica uma redução da contribuição da armadura de alma, na resistência ao esforço cortante.

$$\tau_c = 0.15 * \sqrt{f_{ck}} * (1+k) \text{ com } (1+k) \leq 2 \quad (2.15)$$

-À medida que o grau de compressão aumenta, a diferença entre o carregamento último ao esforço cortante e o carregamento de acionamento dos estribos torna-se cada vez menor. Ou seja, nestas vigas, o mecanismo de treliça pode ser acionado para carregamentos muito próximo ao carregamento último.

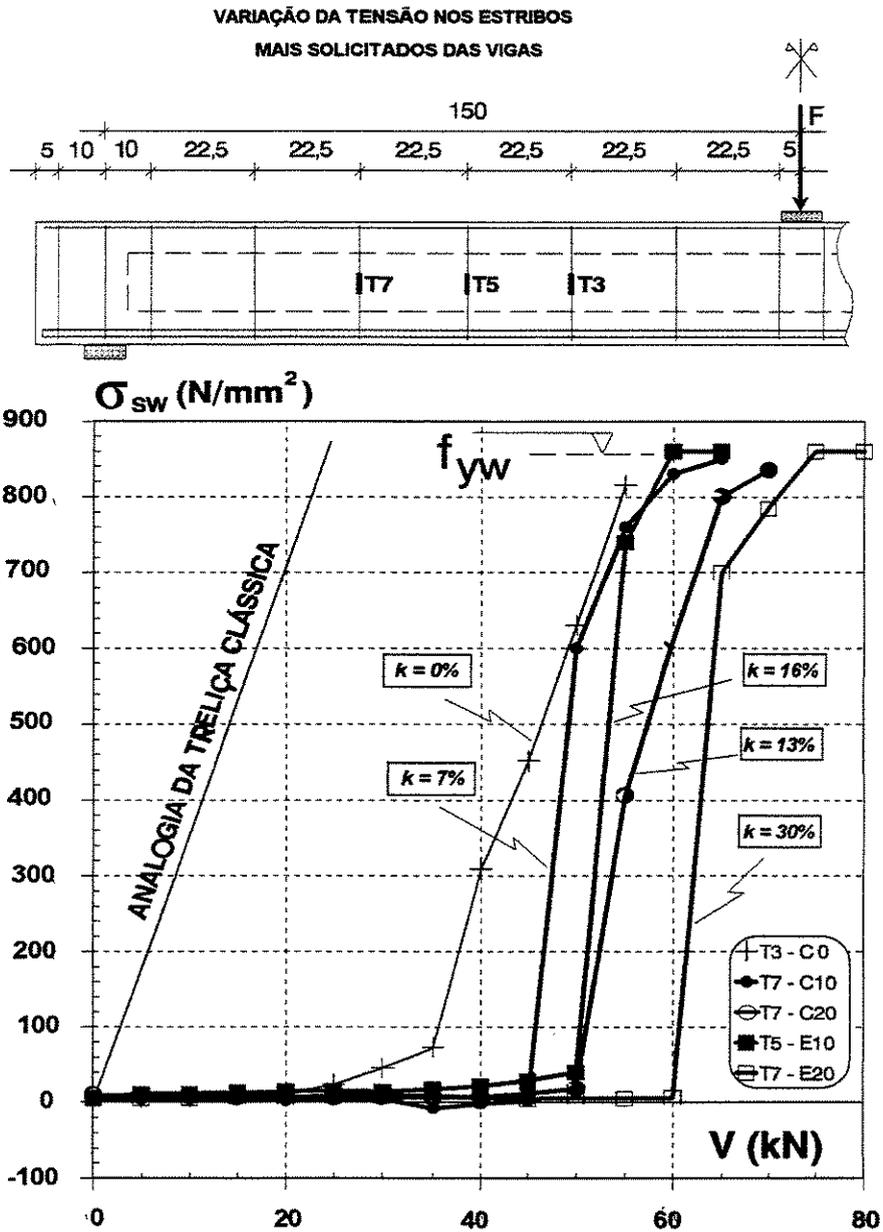


FIGURA 2.20 [36]

VARIAÇÃO DAS TENSÕES NOS ESTRIBOS MAIS SOLICITADOS DAS VIGAS ENSAIADAS POR MORENO

## **2.5. CONSIDERAÇÕES SOBRE O COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA SUBMETIDAS À FLEXÃO COMPOSTA.**

Para as vigas de concreto com resistência à compressão usual, Leonhardt<sup>29</sup>, afirma que o comportamento ao cisalhamento na flexo-compressão das vigas em concreto armado pode ser assimilado ao das vigas protendidas.

Seguindo este princípio, tornou-se usual, para os códigos normativos atuais, a especificação de procedimentos semelhantes, de dimensionamento ao esforço cortante, para as vigas de concreto armado e para as vigas protendidas.

A literatura técnica registra poucas investigações experimentais que abordam o problema do cisalhamento nas vigas protendidas de concreto de alta resistência. A respeito daquelas que poderiam despertar algum interesse, apresenta-se a seguir algumas considerações resumidas.

Dando prosseguimento aos estudos anteriores<sup>17</sup>, Elzanaty, Nilson e Slate<sup>16</sup> investigaram, experimentalmente, vigas protendidas, utilizando concreto com resistência à compressão variando entre 40 e 78 N/mm<sup>2</sup>.

Um total de 34 vigas foram ensaiadas, sendo 18 delas sem armadura de cisalhamento e 16 delas com armadura transversal no formato de estribos verticais. Devido à interdependência de muitos fatores influentes na resistência ao cisalhamento, outros parâmetros, além da resistência à compressão, foram variados, incluindo o vão de cisalhamento, taxa de armadura de protensão, taxa de armadura passiva, grau de protensão e taxa de armadura de cisalhamento.

Os resultados experimentais obtidos foram comparados com resultados teóricos calculados de acordo com o Código Modelo do ACI 318/86<sup>3</sup>.

Para as vigas com estribos, os valores teóricos calculados de acordo com o Código Modelo do ACI 318/86<sup>3</sup> mostraram-se muito conservativos com, inclusive, aumento da diferença entre este valor e o valor experimental com o incremento da resistência à compressão do concreto.

Kaufman e Ramirez<sup>28</sup>, ensaiaram seis vigas protendidas de concreto, quatro delas com resistência à compressão de 58 N/mm<sup>2</sup> e duas delas com resistência à compressão de 63 N/mm<sup>2</sup>. Neste trabalho Kaufman e Ramirez<sup>28</sup>, analisaram o comportamento último ao cisalhamento destas vigas, dando enfoque à aplicação do modelo de treliça.

Todas as vigas tinham seção transversal em formato de I. Três modos de ruptura foram observados: flexão, força cortante-compressão e força cortante-tração.

Pela análise dos resultados obtidos, Kaufman e Ramirez<sup>28</sup>, chegaram à conclusão de que o modelo de treliça poderia perfeitamente ser utilizado na análise do comportamento ao cisalhamento das vigas ensaiadas.

Vale ressaltar que, neste trabalho, Kaufman e Ramirez<sup>28</sup> apenas idealizaram a treliça que melhor se adequaria aos resultados de ensaio obtidos para cada viga. Não verificaram, portanto, a aplicabilidade de um modelo em particular, como por exemplo o modelo da treliça com diagonais de inclinação variável, para o dimensionamento ao cisalhamento das vigas ensaiadas.

Collins, Mitchell, Adebar e Vecchio<sup>45</sup> idealizaram um método para o dimensionamento de elementos protendidos e não protendidos baseado na teoria do campo de compressão modificado. Collins, Mitchell, Adebar e Vecchio<sup>45</sup> utilizaram os resultados experimentais de 528 vigas ensaiadas por outros pesquisadores e concluíram que o citado modelo apresentou valores satisfatórios.

Quanto às vigas de concreto armado de alta resistência, submetidas à flexo-compressão, até o momento, tem conhecimento apenas do trabalho de Moreno<sup>36</sup>, que investigou experimentalmente cinco vigas, com vistas ao comportamento ao cisalhamento.

O estudo experimental proposto neste trabalho, tem por objetivo continuar o estudo iniciado por Moreno<sup>36</sup> sobre análise do comportamento ao cisalhamento das vigas em concreto armado de alta resistência, submetidas à flexo-compressão, como também a verificação da validade da aplicação, no dimensionamento ao esforço cortante, dos modelos de cálculo e procedimentos de projeto, sugeridos pelos códigos normativos atuais para as vigas de concreto com resistência usual, às vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexo-compressão.

## 2.6. CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À FLEXÃO COMPOSTA.

### 2.6.1- CEB-FIP 1990<sup>13</sup>

#### 2.6.1.1 - Hipóteses Básicas.

As condições fixadas por esta norma, para elementos lineares, pressupõe o chamado modelo da treliça plástica ou modelo da treliça com ângulo variável das diagonais comprimidas, que admite que essas diagonais tenham inclinação diferente de  $45^{\circ}$ , arbitrada livremente no intervalo  $18.4^{\circ} \leq \theta \leq 45^{\circ}$ .

#### 2.6.1.2 – Armadura de Alma.

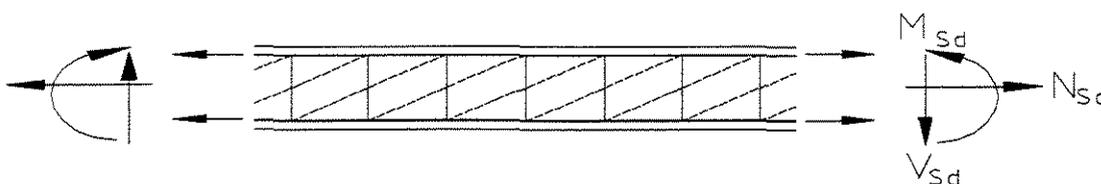


FIGURA 2.21  
VIGA DE CONCRETO ARMADO COM BANZOS PARALELOS

- Cálculo da armadura de cisalhamento.

Faz-se :  $F_{sw} = F_{rsw}$ , onde:

$$F_{sw} = \frac{V_{sd}}{\text{sen } \alpha} \quad (2.16)$$

$$F_{rsw} = \left[ \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s} \right] * z(\cot g\theta + \cot g\alpha) \quad (2.17)$$

$F_{sw}$  – Força na armadura de alma (solicitação)

$F_{rsw}$  – Força na armadura de alma (resistida)

$V_{sd}$  – Força cortante de cálculo.

$\alpha$  - Inclinação da armadura de alma em relação ao eixo longitudinal da viga.

$s$  – espaçamento entre os estribos

$A_{sw}$  – Área da seção transversal dos estribos.

$z$  – Distância entre a resultante de compressão e a resultante de tração.

$\theta$  - Ângulo entre as diagonais comprimidas da alma e as barras longitudinais nas vigas.

$f_{yd}$  – Limite de escoamento do aço à tração de cálculo.

Segundo o CEB-FIP 1990, o mesmo equacionamento é adotado tanto para vigas submetidas à flexão simples como também para flexão composta.

Uma vez adotado um ângulo de inclinação da diagonal comprimida de concreto,  $\theta$ , respeitando o limite de  $18.4^\circ$ , a armadura longitudinal e o banzo comprimido devem ser verificados.

### 2.6.1.3 – Verificações

- Armadura longitudinal tracionada.

$$F_{st} \leq F_{rt}$$

$$F_{st} = \frac{|M_{sd}|}{z} + N_{sd} \frac{(z - z_s)}{z} + \frac{V_{sd}}{2} (\cot g\theta - \cot g\alpha) \quad (2.18)$$

$$F_{rt} = f_{yd} \cdot A_s \quad (2.19)$$

onde:

$N_{sd}$  - Força Axial (positiva-tração, negativa-compressão)

$Z_s$  - Distância da linha neutra  $N_{sd}$  até a armadura longitudinal tracionada.

$F_{st}$  - Força na armadura longitudinal (solicitação).

$F_{rt}$  - Força na armadura longitudinal (resistida).

$A_s$  - Área da armadura longitudinal.

$f_{yd}$  - Limite de escoamento do aço à tração de cálculo.

$M_{sd}$  - momento fletor da seção transversal que está mais solicitada.

$z$  - Distância entre a resultante de compressão e a resultante se tração.

$V_{sd}$  - Força cortante de cálculo.

$\alpha$  - Inclinação da armadura de alma em relação ao eixo longitudinal da viga.

$\theta$  - Ângulo entre as diagonais comprimidas da alma e as barras longitudinais nas vigas.

- Banzo Comprimido.

$$F_{sc} \leq F_{sc}$$

$$F_{sc} = \frac{|M_{sd}|}{z} - N_{sd} \frac{z_s}{z} - \frac{V_{sd}}{2} (\cot g\theta - \cot g\alpha) \quad (2.20)$$

para seção de momento máximo e carregamento direto:

$$F_{sc} = \frac{|M_{sd,max}|}{z} - N_{sd} * \frac{z_s}{z} \quad (2.21)$$

$$F_{rc} = f_{cd1} * A_c + f_{ycd} * A_{sc} \quad (2.22)$$

onde:

$$f_{cd1} = 0,85 * \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] * f_{cd} \quad (2.23)$$

$A_c$  - Área de concreto comprimido.

$N_{sd}$  - Força Axial (positiva-tração, negativa-compressão)

$z_s$  - Distância da linha neutra  $N_{sd}$  até a armadura longitudinal tracionada.

$F_{sc}$  - Força resultante no banzo comprimido (solicitação).

$F_{rc}$  - Força resultante no banzo comprimido (resistida).

$f_{ycd}$  - Limite de escoamento do aço à tração de cálculo.

$M_{sd}$  - momento fletor da seção transversal que está mais solicitada.

$z$  - Distância entre a resultante de compressão e a resultante se tração.

$V_{sd}$  - Força cortante de cálculo.

$\alpha$  - Inclinação da armadura de alma em relação ao eixo longitudinal da viga.

$\theta$  - Ângulo entre as diagonais comprimidas da alma e as barras longitudinais nas vigas.

$f_{cd}$  - Resistência do concreto à compressão.

$f_{ck}$  - Resistência característica do concreto à compressão.

$A_{sc}$  - Área da armadura longitudinal contidano banzo comprimido.

- Biela comprimida.

Verificação na seção de cortante máxima.

$$F_{scw} \leq F_{rcw}$$

$$F_{scw} = \frac{V_{sd}}{\text{sen } \theta} \left( \frac{\cot g \theta}{\cot g \theta + \cot g \alpha} \right) \quad (2.24)$$

$$F_{rcw} = f_{cd2} * b_w * z * \cot g \theta \quad (2.25)$$

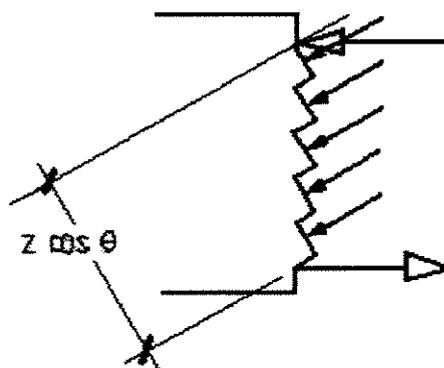


FIGURA 2.22  
DETALHES DA FORÇA APLICADO NA BIELA COMPRIMIDA

onde:

$$f_{cd2} = 0,6 * \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] * f_{cd} \quad (2.26)$$

$F_{sc}$  – Força resultante na biela comprimida (solicitação).

$F_{rt}$  - Força resultante na biela comprimida (resistida).

$z$  – Distância entre a resultante de compressão e a resultante de tração.

$V_{sd}$  – Força cortante de cálculo.

$\alpha$  - Inclinação da armadura de alma em relação ao eixo longitudinal da viga.

$\theta$  - Ângulo entre as diagonais comprimidas da alma e as barras longitudinais nas vigas.

$f_{cd}$  – Resistência do concreto à compressão.

$f_{ck}$  – Resistência característica do concreto à compressão.

$A_{sc}$  – Área da armadura longitudinal contida no banzo comprimido.

## 2.6.2 - ACI 318-86<sup>3</sup>

### 2.6.2.1 - Hipóteses Básicas

As condições fixada por esta norma, pressupõe a analogia da treliça, com banzos paralelos, associado a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior da peça e relacionados a uma componente adicional  $V_c$ , suposta constante, e com diagonais de compressão inclinadas de  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento.

### 2.6.2.2 – Armadura de Alma.

$$V_u \leq \phi V_n$$

onde :  $V_u$  - força cortante última.

$\phi$  - fator de redução - 0,90 - sem carregamento axial

- 0,90 - flexo-tração

- 0,70 - flexo-compressão

$V_n$  - força cortante resistida pela estrutura, composta por uma parcela proveniente do concreto ( $V_c$ ), e outra proveniente da armadura ( $V_s$ ).

$$V_n = V_c + V_s \quad (2.27)$$

- Método Simplificado.

$$V_c = 2\sqrt{f_c'} b_w d \Rightarrow \text{flexão simples} \quad (2.28)$$

$$V_c = 2\left(1 + \frac{N_u}{2000A_g}\right)\sqrt{f_c'} b_w d \Rightarrow \text{flexo-compressão} \quad (2.29)$$

$$V_c = 0 \Rightarrow \text{flexo-tração} \quad (2.30)$$

onde :

$f_c'$  - tensão de compressão específica do concreto.

$N_u$  - carregamento axial (negativo p/ tração e positivo p/ compressão).

$A_g$  - área da seção de concreto.

$b_w$  - largura da alma.

$d$  - altura útil da seção transversal.

$V_c$  - parcela de redução da força cortante para cálculo da armadura transversal.

Sendo :  $N_u/A_g$  em psi.

- Método Exato

- para flexão simples

$$V_c = \left(1.9\sqrt{f_c'} + 2500\rho_w \frac{V_{ud}}{M_u}\right) b_w d \leq 3.5\sqrt{f_c'} b_w d \quad (2.31)$$

$$\text{sendo: } \frac{V_{ud}}{M_u} \leq 1 \quad (2.32)$$

onde :

$M_u$  - momento na seção considerada.

$V_{ud}$  - cortante na seção considerada.

$f_c'$  - tensão de compressão específica do concreto.

$N_u$  - carregamento axial (negativo p/ tração e positivo p/ compressão).

$A_g$  - área da seção de concreto.

$b_w$  - largura da alma.

$d$  - altura útil da seção transversal.

$V_c$  - parcela de redução da força cortante para cálculo da armadura transversal.

$\rho_w$  - taxa de armadura transversal.

- para flexo-compressão

Neste caso, substitui-se  $M_u$  p/  $M_n$ , não limitando mais  $V_{ud}/M_u \leq 1$

$$\text{onde : } M_n = M_u - N_u \frac{(4h - d)}{8} \quad (2.33)$$

$$\text{admitindo } V_c \leq 3.5 \sqrt{f_c'} b_w d \sqrt{1 + \frac{N}{500A_g}} \quad (2.34)$$

- para força axial de tração

$$V_c = 2 \left( 1 + \frac{N_u}{500A_g} \right) \sqrt{f_c'} b_w d \quad (2.35)$$

$$V_c = \left( 1.9 \sqrt{f_c'} + 2500 \rho_w \frac{V_{ud}}{M_n} \right) b_w d \leq 3.5 \sqrt{f_c'} b_w d \quad (2.36)$$

onde :

$M_u$  - momento na seção considerada.

$V_u$  - cortante na seção considerada.

$f'_c$  - tensão de compressão específica do concreto.

$N_u$  - carregamento axial (negativo p/ tração e positivo p/ compressão).

$A_g$  - área da seção de concreto.

$b_w$  - largura da alma.

$d$  - altura útil da seção transversal.

$V_c$  - parcela de redução da força cortante para cálculo da armadura transversal.

$\rho_w$  - taxa de armadura transversal.

$$M_n = M_u - N_u \frac{(4h - d)}{8} \quad (2.37)$$

$h$  - altura da seção transversal.

### 2.6.2.3 – Cálculo da armadura de cisalhamento.

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad \Rightarrow \text{para estribos perpendiculares} \quad (2.38)$$

$$V_s = \frac{A_v f_y (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) d}{s} \quad \Rightarrow \text{para estribos inclinados} \quad (2.39)$$

$$V_s = A_v f_y \text{sen } \alpha \leq 3\sqrt{f'_c} b_w d \quad \Rightarrow \text{para barras dobradas} \quad (2.40)$$

para todos os casos de ser adotado o seguinte limite para  $V_s$ :

$$V_s \leq 8\sqrt{f_c} b_w d \quad (2.41)$$

onde:

$V_s$  – parcela da força cortante resistida pela armadura de cisalhamento.

$A_v$  – Área da armadura de alma.

$f_y$  – Limite de escoamento do aço à tração.

$d$  – altura útil da seção transversal.

$s$  – espaçamento entre estribos.

$b_w$  – largura da alma.

## 2.6.3 NBR 6118<sup>8</sup>

### 2.6.3.1 - Hipóteses Básicas

As condições fixadas por esta norma, para elementos lineares armados ou protendidos, pressupõe a analogia com modelo em treliça, de banzos paralelos, associado a mecanismo resistentes complementares desenvolvidos no interior da peça e traduzidos por uma componente adicional  $V_c$  relacionada a uma tensão  $\tau_c$ .

### 2.6.3.2 – Armadura de Alma.

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} \quad (2.42)$$

$$\tau_d = 1,15 \cdot \tau_{wd} - \tau_c \quad (2.43)$$

$\tau_c$  é a tensão tangencial de redução em [MPa] e dado como: (2.44)

$$\tau_c = 0,15 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad \Rightarrow \text{na flexão simples} \quad (2.45)$$

$$\tau_c = 0,15 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left( 1 + \frac{M_0}{M_{sd,max}} \right), \Rightarrow \text{na flexo-compressão}, \quad (2.46)$$

$$\tau_c = 0 \quad \Rightarrow \text{na flexo-tração} \quad (2.47)$$

A determinação da influência da força normal externa de compressão ou da força de compressão é dada pelo fator

$$1 + \frac{M_0}{M_{sd,max}} \leq 2 \quad (2.48)$$

onde:

$M_0$  é o valor do momento fletor que anula a tensão devido ao esforço normal na borda menos comprimida.

$M_{sd,max}$  é o momento fletor da seção transversal que está mais solicitada à flexão, no trecho considerado pelo cálculo. A tensão normal na borda menos comprimida é calculada em função da eventual compressão,  $N_{pd}$  e  $M_{pd}$ , acrescida dos efeitos de  $N_{gd}$  e da parcela de  $N_{qd}$ , concomitante com  $V_d$ , ambos os efeitos calculados com  $\gamma_f = 0,9$ . Por simplicidade, e a favor da segurança,  $M_{sd,max}$  pode ser tomado como o maior valor do semitramo considerado.

$\tau_{wd}$  – tensão convencional de cisalhamento de cálculo.

$V_d$  – valor da cortante de cálculo.

$b_w$  – largura da alma.

$d$  – altura útil da seção transversal.

$\tau_d$  – tensão tangencial de cálculo.

$f_{ck}$  – Resistência característica do concreto à compressão.

### 2.6.3.3 – Cálculo da Armadura de Cisalhamento.

$$A_{sw} = \rho_w * b_w * s_t \quad (2.49)$$

sendo:

$$\rho_w = \frac{\tau_{wd} - \tau_c}{\sigma_{sw}} \quad (2.50)$$

onde:

$A_{sw}$  – Área da armadura de cisalhamento.

$\rho_w$  – taxa de armadura de cisalhamento.

$s_t$  – espaçamento entre estribos.

$\tau_{wd}$  – tensão convencional de cisalhamento de cálculo.

$V_d$  – valor da cortante de cálculo.

$b_w$  – largura da alma.

$d$  – altura útil da seção transversal.

$\tau_d$  – tensão tangencial de cálculo.

$\sigma_{sw}$  – tensão na armadura de alma.

## 2.6.4 – Revisão da NBR 6118<sup>8</sup>.

### 2.6.4.1 - Hipóteses Básicas

As condições fixadas por esta norma, para elementos lineares armados ou protendidos, pressupõe a analogia com modelo em treliça, de banzos paralelos, associado a mecanismo resistentes complementares desenvolvidos no interior da peça e traduzidos por uma componente adicional  $V_c$ . Admite-se dois modelos de cálculo alternativos:

-modelo I, admite as diagonais de compressão inclinadas de  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça, e em que  $V_c$  é suposto constante.

-modelo II, admite que as diagonais de compressão tenham inclinação diferente de  $45^\circ$ , arbitrada livremente no intervalo  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ . Neste caso, esta norma considera a parcela  $V_c$  com valores menores.

### 2.6.4.2 – Armadura de Alma.

A resistência da peça numa determinada seção transversal é satisfatória quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{sd} < V_{rd2}$$

$$V_{sd} < V_{rd3} = V_c + V_{sw}$$

onde:

$V_{sd}$  - força cortante solicitante de cálculo.

$V_{rd2}$  - força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

$V_c$  - parcela da força cortante absorvida por mecanismo complementares ao de treliça.

$V_{sw}$  - parcela da força cortante absorvida pela armadura transversal.

- Verificação da Diagonal de Compressão do Concreto.

$$V_{rd2} = 0,54 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin^2 \theta (\cot g \alpha + \cot g \theta) \quad (2.51)$$

$$\text{com: } \alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (2.52)$$

onde:

$f_{cd}$  – Resistência do concreto à compressão.

$f_{ck}$  – Resistência característica do concreto à compressão.

$\alpha$  - Inclinação da armadura de alma em relação ao eixo longitudinal da viga.

$\theta$  - Ângulo entre as diagonais comprimidas da alma e as barras

$b_w$  – largura da alma.

$d$  – altura útil da seção considerada.

### Modelo de Cálculo I.

$$V_{sw} = \left( \frac{A_{sw}}{s} \right) * 0,9 * d * f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (2.53)$$

$V_c = 0$  - peças tracionadas com linha neutra fora da seção.

$V_c = V_{co}$  na flexão simples e na flexo-tração com linha neutra cortando a seção.

$$V_c = (V_{co} + V_{co} * M_o / M_d) \leq 2 * V_{co}, \quad \text{na flexo-compressão.}$$

$$V_{co} = 0,6 * f_{cd} * b_w d$$

onde:

$b_w$  - menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil  $d$ . No caso de peças protendidas, quando existem bainhas injetadas com diâmetro  $\phi$  maior que  $b_w/8$ , a largura resistente a considerar deve ser  $b_w - 1/2 \sum \phi$ , na posição da alma em que essa diferença é mais desfavorável, à exceção no nível que define o banzo tracionado da viga.

$d$  - altura útil da seção

$s$  - espaçamento entre elementos da armadura transversal.

$F_{ywd}$  - tensão na armadura transversal passiva, limitada no valor  $f_{yd}$  no caso de estribos e a 70 % desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando para ambos os casos, valores superiores a 435 Mpa. No caso de armaduras transversais ativas, o acréscimo de tensão devido à força cortante não pode ultrapassar a diferença entre  $f_{pyd}$  e a tensão de protensão, nem ser superior a 435 MPa.

$\alpha$  - ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal da peça, podendo-se tomar  $45^0 \leq \alpha \leq 90^0$ .

$M_o$  - é o valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por  $M_{d,max}$ ), provocadas pelas forças normais de diversas origens concomitantes com  $V_d$ , sendo que essa tensão calculada com valores de  $\gamma_f$  e  $\gamma_p$  iguais a 0,9. Os momentos correspondentes a essas forças normais não devem ser considerados no cálculo dessa tensão a menos que elas tenham excentricidade assegurada, como no caso da protensão.

$M_{d,max}$  - é o momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise.

### Modelo de Cálculo II.

$$V_{sw} = \left( \frac{A_{sw}}{s} \right) 0,9 \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta \alpha + \cot \theta) \cdot \sin \alpha \quad (2.54)$$

$V_c = 0$  - peças tracionadas com linha neutra fora da seção.

$V_c = V_{c1}$  na flexão simples e na flexo-tração com linha neutra cortando a seção.

$V_c = (V_{c1} + V_{c1} * M_o / M_d) \leq 2 * V_{c1}$ , na flexo-compressão.

$V_{c1} = V_{\infty}$  quando  $V_d = V_{\infty}$

$V_{c1} = 0$  quando  $V_d = V_{d2}$

interpolando linearmente para valores intermediários.

## **3 - PROGRAMAÇÃO EXPERIMENTAL**

### **3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

A investigação experimental, aqui descrita, teve sua motivação em dúvidas levantadas quanto à aplicabilidade do modelo generalizado de treliça às vigas de concreto de alta resistência, submetidas à flexo-compressão com graus de compressão maiores que 0.30 e, conseqüentemente, quanto aos procedimentos de projeto a serem adotados para estes elementos estruturais.

Este trabalho, vem dar prosseguimento aos estudos do comportamento estrutural de elementos executados com concreto de alta resistência desenvolvidos, no Laboratório de Engenharia Civil da Unicamp, por Fernandes<sup>19</sup>, Agostini<sup>1</sup>, Pinto Jr<sup>40</sup> e Moreno<sup>36</sup>.

Foram analisadas, experimentalmente três vigas, todas com resistência à compressão do concreto em torno de 80 N/mm<sup>2</sup>, igualmente armadas e instrumentadas. A intensidade do esforço axial de compressão foi a única variável, ou seja 150, 280 e 360 kN, aplicados a 25 cm a partir da face superior da viga;

## **3.2. DETALHES GERAIS DAS VIGAS EXPERIMENTADAS**

### **3.2.1. CARACTERIZAÇÃO**

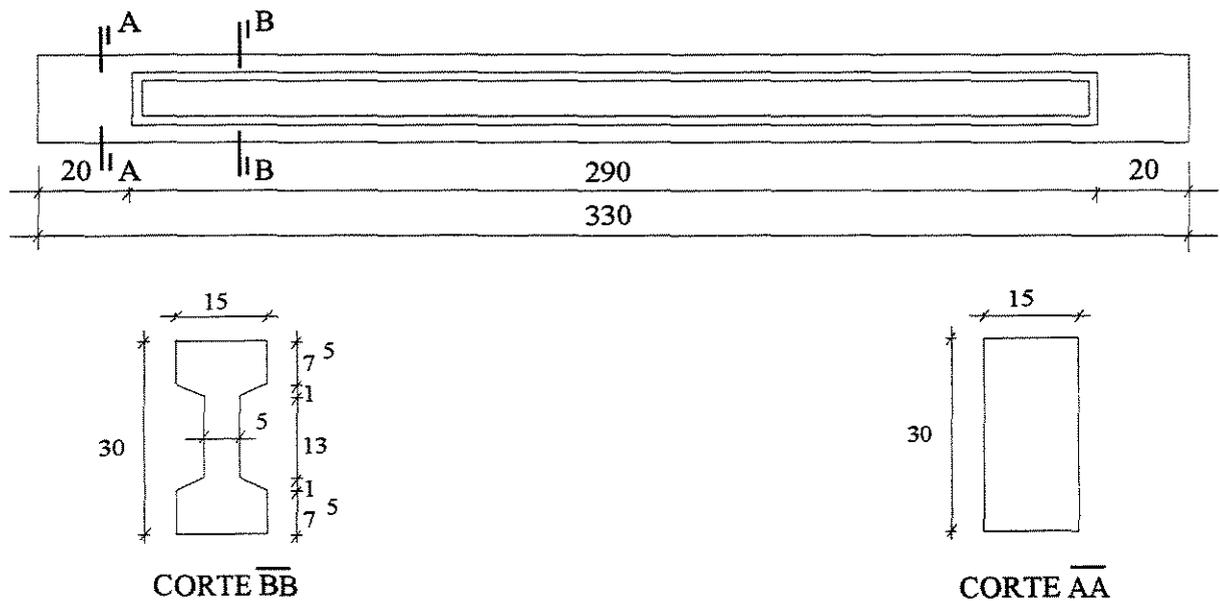
A denominação adotada para as vigas, como, por exemplo, a viga I80-4-22-E28, seguiu o procedimento seguinte:

- 1) a primeira letra do nome refere-se ao formato da seção transversal;
- 2) os dois numerais seguintes expressam a resistência nominal do concreto à compressão, em  $N/mm^2$  ou MPa;
- 3) o numeral seguinte, separado do anterior por um traço, representa o diâmetro, em milímetros, adotado para a armadura de alma, onde 4 representa o diâmetro de 4,2 mm;
- 4) os dois numerais a seguir, separados do anterior por um traço, indicam o espaçamento, em centímetros, adotado para a armadura de alma, onde 22 representa um espaçamento de 22,5 cm;
- 5) a letra seguinte, separada do numeral anterior por um traço, caracteriza a carga axial de compressão como centrada, letra C, ou excêntrica, letra E ;
- 6) imediatamente após a letra anterior, indica-se a intensidade da carga axial de compressão, onde 15 refere-se à carga de 15 tf, 28 refere-se à carga de 28 tf e 36 refere-se à carga de 36 tf, ou seja, 280 kN e 360 kN, respectivamente.

Desta maneira, I80-4-22-E28 refere-se a uma viga de seção transversal em formato de I, com armadura de alma constituída por estribos de 4,2 mm, espaçados de 22 cm, e submetida a uma carga axial centrada de 28 tf, ou seja, 280 kN.

### 3.2.2. FORMA DAS VIGAS

A seção transversal adotada para as vigas foi a seção em formato de I, ao longo do vão, e retangular, nas extremidades, de forma a se melhorar as condições de apoio. A figura 3.01 ilustra as dimensões adotadas para as vigas.



dimensões em centímetros

FIGURA 3.01  
DIMENSÕES CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS

### 3.2.3. ESQUEMA ESTÁTICO E ESQUEMAS DE CARREGAMENTO

O carregamento nas vigas foi composto por uma carga concentrada, aplicada no meio do vão, e por cargas axiais de compressão, aplicadas em suas faces extremas.

A carga concentrada no meio do vão foi aplicada de forma gradativa, como descrito mais adiante, até o escoamento de quase toda a armadura transversal.

A carga aplicada às faces extremas da viga foi mantida constante durante todo o ensaio. Para a viga I80-4-22-E15 este carregamento correspondeu a 150 kN, 280 para a viga I80-4-22-E28 e 360 kN para as viga I80-4-22-E36

A posição do ponto de aplicação do carregamento concentrado nas faces das vigas não foi variável. Para as três vigas desta pesquisa, este carregamento foi aplicado a 25 centímetros da face superior das vigas.

Na figura 3.02 indica-se o esquema estático e os esquemas de carregamento adotados para as vigas.

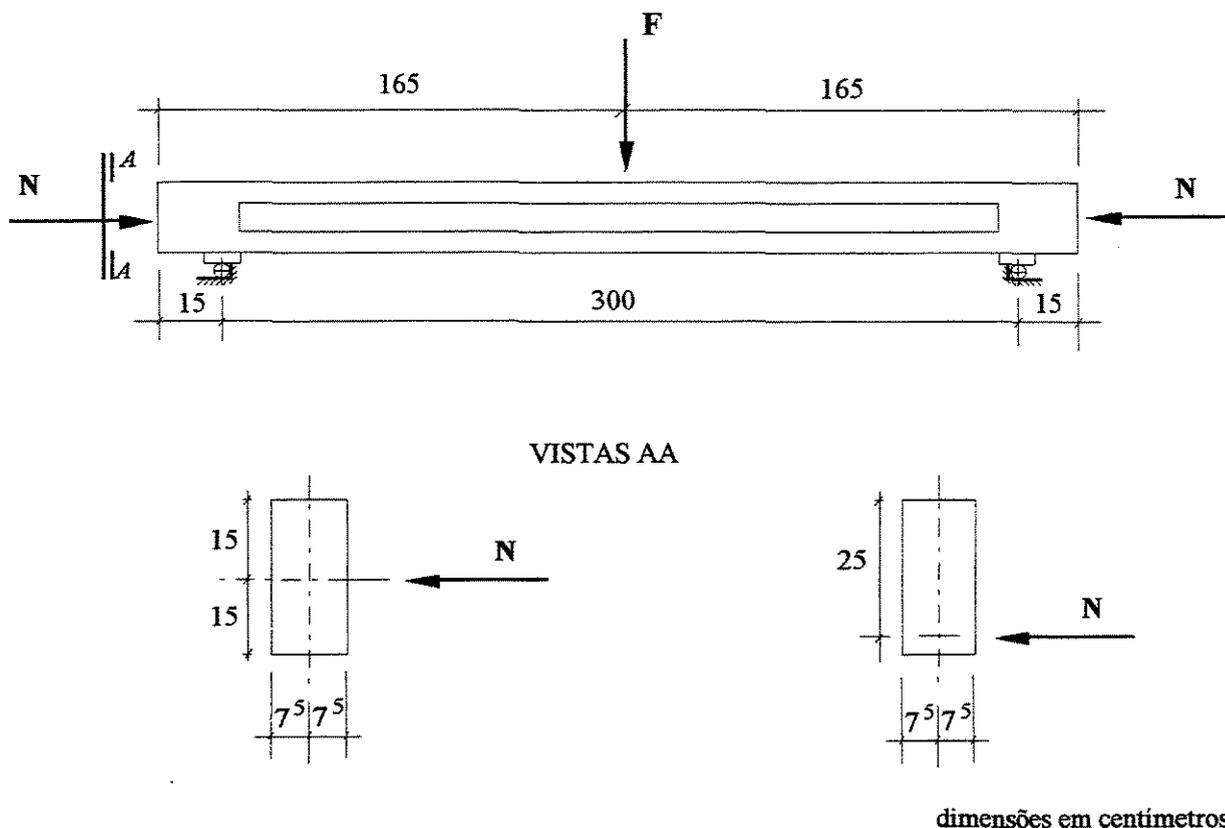


FIGURA 3.02  
ESQUEMA ESTÁTICO E ESQUEMAS DE CARREGAMENTO PARA AS VIGAS

As vigas foram ensaiadas sobre dois apoios que, além da rotação, permitiam o afastamento horizontal entre eles. Desta maneira, na ocorrência de grandes deformações verticais

da viga, esta montagem permitia a divisão do alongamento da viga entre os dois apoios, sem encontrar oposição, fazendo com que o macaco hidráulico se mantivesse na vertical.

A combinação de um apoio fixo com outro livre à translação nos dois sentidos poderia fazer com que o alongamento da viga se desenvolvesse somente para um dos lados, inclinando, então, o macaco hidráulico. Tal inclinação, poderia introduzir esforços adicionais à viga em teste e esforços prejudiciais ao sistema de aplicação de cargas.

A relação empregada, entre o vão de cisalhamento e a altura útil,  $a/d$ , para as vigas desta pesquisa, foi de 5,36.

### 3.2.4. ARMADURA

Tanto a armadura longitudinal quanto a de alma foram as mesmas para todas as vigas desta pesquisa (Fig. 3.03).

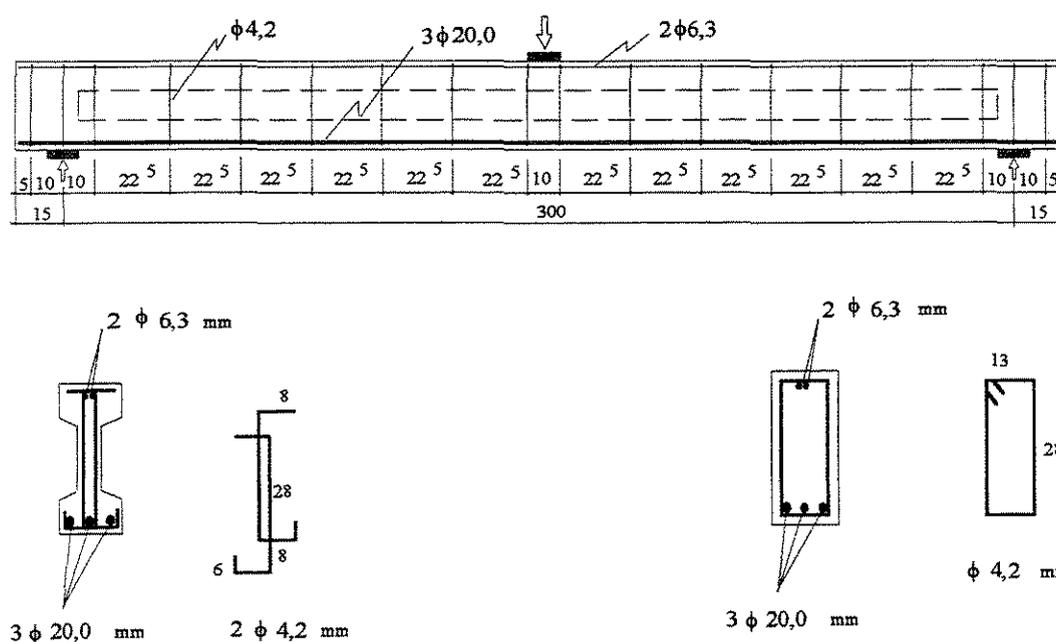


FIGURA 3.03  
DETALHE DE ARMADURA DAS VIGAS

A armadura longitudinal foi constituída por três barras de aço CA50A com 20 mm de diâmetro, correspondendo a uma taxa de armadura longitudinal de 6,18%.

A armadura de alma foi constituída por estribos verticais de aço CA60B, 4,2 mm de diâmetro e espaçamento de 22,5 cm, correspondendo a uma taxa de armadura transversal de 0,252%.

Na região da viga com seção transversal em formato de I, em cada posição da armadura transversal, existiam dois estribos individuais abertos. Para a região da viga com seção transversal retangular, em cada posição da armadura de alma, existia um estribo fechado (Fig. 3.03).

Como porta estribos foram utilizadas duas barras de 6,3 mm de diâmetro de aço CA60B.

A ancoragem nas extremidades foi feita em um comprimento de 19 cm a partir da face interna do apoio, o que representa 10 diâmetros. Nas extremidades das barras longitudinais foi soldada, transversalmente, uma barra de 12,5 mm de diâmetro com 14 cm de comprimento, de forma a se melhorar, ainda mais, as condições de ancoragem das barras longitudinais nos apoios (Fig. 3.04). Este tipo de ancoragem foi adotado por Fernandes<sup>19</sup> em seu trabalho, e vem sendo repetido em todos estudos elaborados por pesquisadores da Unicamp.

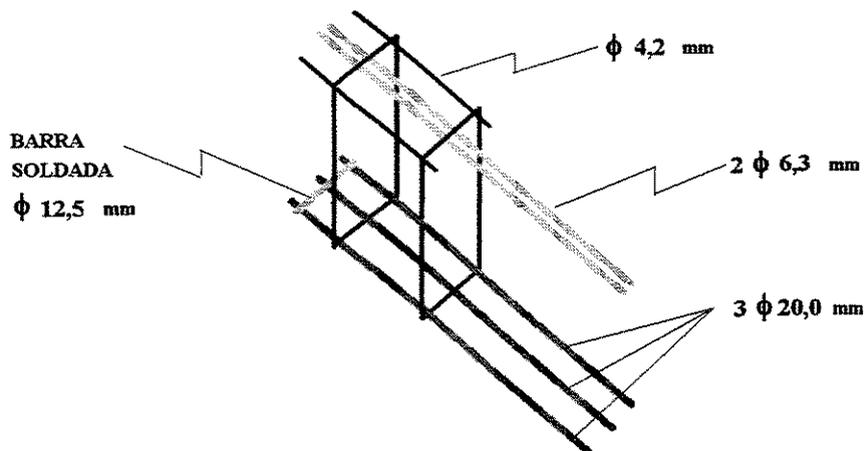
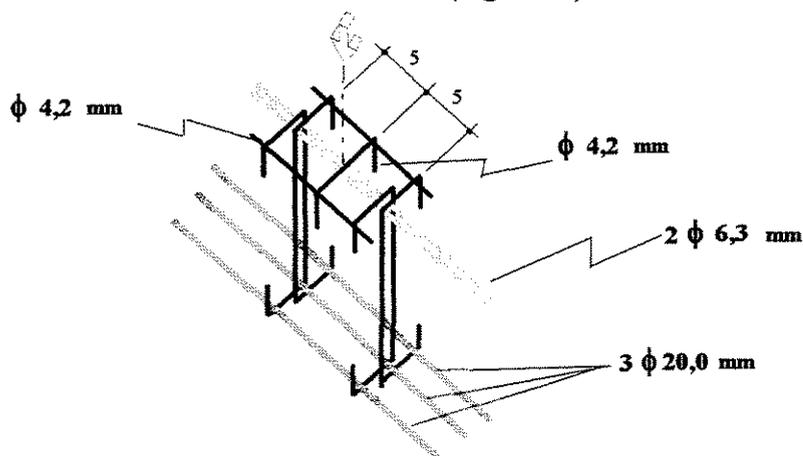


FIGURA 3.04

DETALHE DE ANCORAGEM DAS BARRAS LONGITUDINAIS NOS APOIOS [19]

Na região de introdução de carga foi feito um reforço de armação na mesa. No meio do vão da viga foi colocada uma barra dobrada em formato de U invertido e, em cada lado desta barra, foi posicionado um estribo a 5 cm de distância (Fig. 3.05).



diâmetros das barras em milímetros dimensões em centímetros

FIGURA 3.05 [19]  
DETALHE DO REFORÇO DE ARMAÇÃO NA REGIÃO DE INTRODUÇÃO  
DE CARREGAMENTO NO MEIO DO VÃO

### 3.3. CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS EMPREGADOS NA EXECUÇÃO DAS VIGAS

#### 3.3.1. TRAÇO UTILIZADO PARA O CONCRETO

Na procura de um traço que resultasse em uma resistência à compressão do concreto, aos 28 dias de idade, em torno de  $80 \text{ N/mm}^2$ , foram aproveitadas várias misturas experimentais executadas por Moreno<sup>36</sup>.

Ao todo, Moreno<sup>36</sup> executou 9 misturas experimentais, das quais 2 foram novamente executadas neste trabalho onde, além da resistência à compressão desejada, o fator trabalhabilidade também foi observado.

A trabalhabilidade foi comparada através do ensaio de abatimento do tronco de cone. Um abatimento ao redor de 10 cm oferece condições razoáveis de lançamento e adensamento do concreto na forma.

Para cada mistura, de forma a controlar-se a resistência à compressão, foram moldados 8 corpos de prova cilíndricos com 10 centímetros de diâmetro e 20 centímetros de altura.

Os corpos de prova permaneciam nos moldes, encobertos com lona plástica, no recinto do Laboratório, por, aproximadamente, 24 horas. Depois deste período eram desmoldados, enrolados em jornal molhado e acondicionados em sacos plásticos. Oito corpos de prova, em grupos de 4, para cada mistura, foram rompidos à compressão aos 7 e 28 dias de idade, de forma a se obter a evolução da resistência à compressão do concreto.

Os materiais utilizados nas misturas foram os disponíveis em laboratório, cujo fornecimento regular estaria garantido ao longo de todo o programa experimental proposto.

O cimento e a sílica ativa foram previamente misturados, a seco, em betoneira.

Os agregados, areia, pedra e pedrisco, foram utilizados em estado seco.

A água de amassamento foi dividida em três partes iguais, sendo misturado a duas destas partes, em proporções iguais, aditivo superplastificante.

A colocação dos materiais na betoneira obedeceu a seguinte ordenação: agregado graúdo, parte da água sem adição de superplastificante, cimento, parte da água com adição de superplastificante, areia e, por fim, o restante da água com o superplastificante. Após a adição da segunda parte de água aguardava-se, aproximadamente, 1 minuto antes da adição da areia, aguardando-se a ação do superplastificante na mistura.

As misturas foram executadas fixando-se o consumo de cimento, 550 kg/m<sup>3</sup>, o consumo de microssílica, 15% do consumo de cimento, o consumo de pedrisco, 10% do consumo da pedra,

e a porcentagem de argamassa seca, 55%. A porcentagem de argamassa seca representa a relação entre o consumo, em peso, de cimento somado a areia e microssílica,  $\text{cim}+\text{ar}+\text{micr}$ , e o consumo de cimento somado a areia, sílica ativa, pedra e pedrisco,  $\text{cim}+\text{ar}+\text{micr}+\text{ped}$ , resultando, desta maneira,  $(\text{cim}+\text{ar}+\text{micr})/(\text{cim}+\text{ar}+\text{micr}+\text{ped}) = 0,55$ .

Na tabela 3.01, apresentam-se as misturas experimentais analisadas e os resultados obtidos com relação ao abatimento e à resistência à compressão do concreto aos 3, 7 e 28 dias de idade, obtidos por Moreno <sup>36</sup>, e também as duas misturas executadas neste trabalho M1' e

Como variáveis nas misturas teve-se o consumo de superplastificante e o consumo de água.

O consumo de superplastificante, em peso, foi tomado em relação ao consumo de cimento mais sílica ativa,  $\text{sup}/(\text{cim}+\text{micr})$ .

O consumo de água foi quantificado pela relação entre o consumo de água e superplastificante, em volume, pelo consumo de cimento e sílica ativa, em peso,  $(\text{ag}+\text{sup})/(\text{cim}+\text{micr})$ .

Pela análise da tabela anterior, a mistura escolhida, para a execução das vigas deste trabalho, foi a M1'.

A escolha desta mistura foi influenciada pelos excelentes resultados relativos à resistência à compressão e também pelo valor de abatimento do concreto, nem muito baixo, o que resultaria em dificuldades de moldagem, e nem muito alto, o que acarretaria problemas de segregação dos materiais componentes da mistura. Mais tarde, durante a moldagem das vigas, esta opção mostrou-se bastante satisfatória.

TABELA 3.01  
MISTURAS EXPERIMENTAIS

MISTURA	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M1'	M2'
CIMENTO (kg/m <sup>3</sup> )	500	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
SÍLICA ATIVA (kg/m <sup>3</sup> )	75,0	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5
AREIA (kg/m <sup>3</sup> )	673,3	594,8	624,8	628,7	650,9	599,5	613,3	631,7	650,2	629,9	641,7
PEDRA (kg/m <sup>3</sup> )	928,5	913,0	935,2	938,0	954,6	916,3	926,6	940,3	954,0	939,0	947,8
PEDRISCO (kg/m <sup>3</sup> )	92,8	91,3	93,5	93,8	95,5	91,6	92,7	94,1	95,4	93,91	94,78
ÁGUA (l/m <sup>3</sup> )	143,8	158,1	98,1	82,3	53,8	155,0	145,5	132,8	120,2	139,1	117,0
SUPERPLAST. (l/m <sup>3</sup> )	28,8	31,6	79,1	94,9	110,7	31,6	31,6	31,6	31,6	31,63	47,44
(ag+sup) / (cim+micr) (l/kg)	0,30	0,30	0,28	0,28	0,26	0,29	0,28	0,26	0,24	0,27	0,26
sup / (cim+micr) (kg / kg)	0,01	0,01	0,025	0,03	0,035	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,015
TEMPO MISTURA (min)	8	10	10	10	13	8	20	20	20	6	7
ABATIMENTO (cm)	21	25	22	21	1,5	19	3	1,5	0,5	14	11
<sup>1</sup> c <sub>3</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	62,0	66,2	67,3	65,1	72,5	67,5	68,2	69,2	67,1		
<sup>1</sup> c <sub>7</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	68,2	70,4	72,6	76,9	70,9	71,1	78,4	72,9	68,5	77,4	80,2
<sup>1</sup> c <sub>28</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	72,0	85,2	83,0	83,1	84,3	86,0	83,5	82,9	82,3	80,0	80,9

### **3.3.2. CONCRETO: CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS MATERIAIS COMPONENTES**

#### **3.3.2.1. CIMENTO**

O cimento utilizado foi um cimento Portland de alta resistência inicial, o CP V - ARI-PLUS da Cimentos Nacionais de Minas S.A - CIMINAS.

Este cimento tem como características relativas à finura um resíduo na peneira 200 de, aproximadamente, 1% e uma superfície específica Blaine de, aproximadamente, 400 m<sup>2</sup>/kg.

#### **3.3.2.2. SÍLICA ATIVA**

A microssílica empregada foi a SILMIX, produzida pela Camargo Corrêa Metais e distribuída pela Cimento Eldorado S.A.

Como características físicas desta sílica ativa teve-se:

- massa específica                      2.220 kg/m<sup>3</sup>
- massa unitária                        360 kg/m<sup>3</sup>
- superfície específica                20.000 m<sup>2</sup>/kg
- partículas em formato esférico com diâmetro médio de 0,20 µm.

#### **3.3.2.3. AGREGADOS**

O agregado graúdo foi constituído por uma parte de brita 1, com dimensão máxima de 19 mm e módulo de finura, MF, de 6,23, e outra parte de pedrisco, com dimensão máxima de 9,5 mm e módulo de finura, MF, de 5,75.

O agregado miúdo foi constituído por areia, passando pela peneira de 6,3 mm e com módulo de finura, MF, de 2,24.

Na figura 3.06 apresenta-se o resultado da análise granulométrica dos agregados.

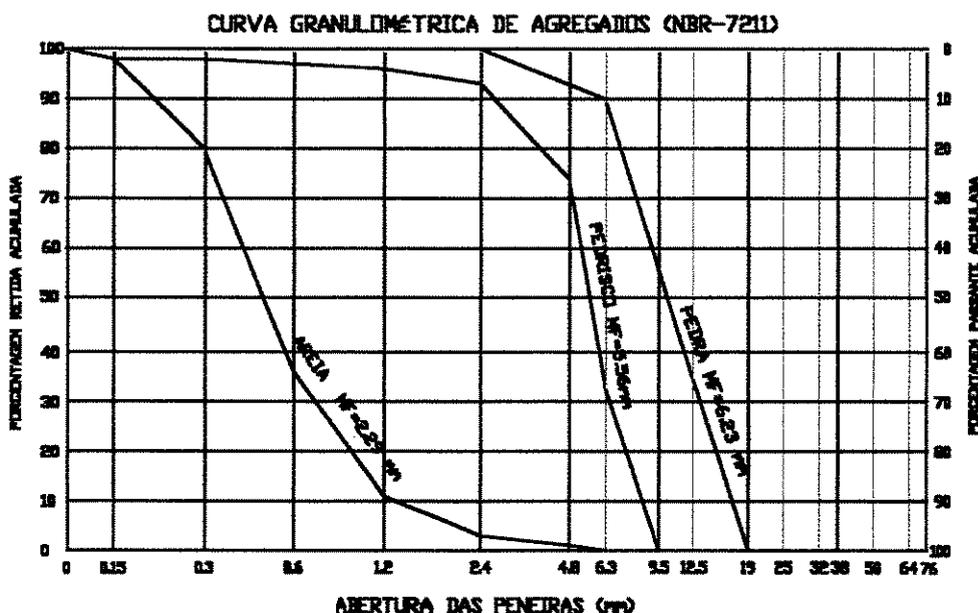


FIGURA 3.06  
ANÁLISE GRANULOMÉTRICA DOS AGREGADOS

#### 3.3.2.4. ADITIVOS

O aditivo utilizado foi o superplastificante ADIMENT-M, da OTTO BAUMGART S.A. Este aditivo foi usado em solução com concentração de 20% em massa e densidade de 1,12 g/cm<sup>3</sup>.

### 3.3.3. ARMADURAS

Das barras de aço, utilizadas na armadura longitudinal e transversal das vigas, foram retiradas quatro amostras por lote. Duas destas amostras foram ensaiadas à tração e as restantes foram utilizadas para determinar-se características como peso linear, área da seção transversal e diâmetro nominal da barra.

De forma a obter-se o diagrama tensão-deformação, cada amostra, ensaiada à tração, foi instrumentada com extensômetros elétricos de resistência, com base de medida de 10 mm.

Nas figuras 3.07 e 3.08 apresentam-se os diagramas tensão-deformação, bem como as características mecânicas das barras de aço utilizadas nas vigas.

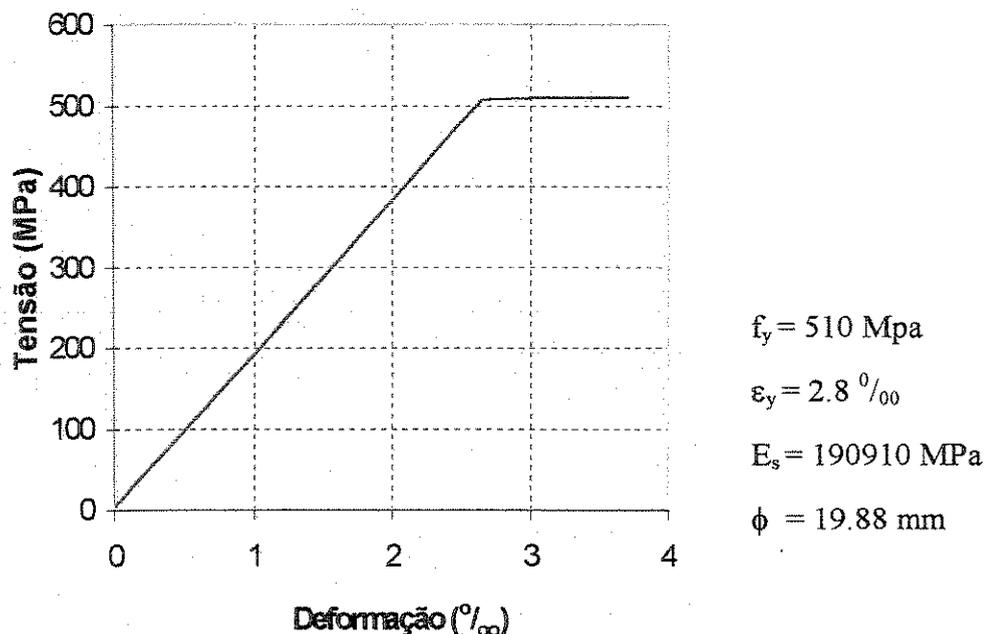


FIGURA 3.07  
DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DAS BARRAS DE 20.0 MM DE DIÂMETRO

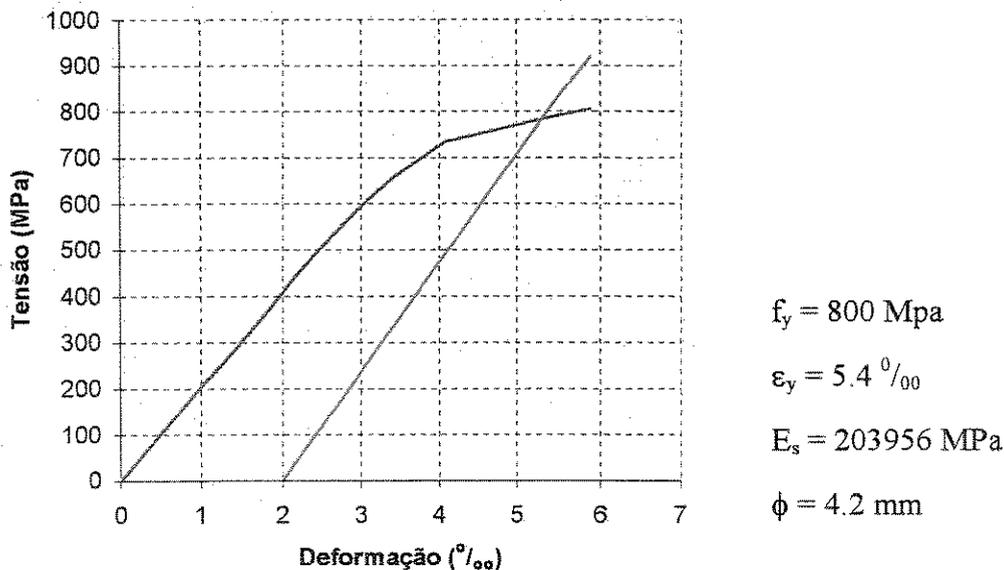


FIGURA 3.08  
 DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DAS BARRAS DE 4,2 MM DE DIÂMETRO

### 3.4. EXECUÇÃO, DESFORMA E CURA DAS VIGAS

Uma vez preparada a armação e a fôrma, a viga estava pronta para moldagem.

Para a moldagem da viga foi empregada fôrma de madeira, disponível no Laboratório, utilizada nos trabalhos de Fernandes <sup>19</sup>, Gomiero <sup>22</sup> e Moreno <sup>36</sup> com seção transversal em formato de I.

Antes do posicionamento da armadura no interior da fôrma, foram vedadas todas as suas juntas de montagem com cera e providenciado uma demão de óleo lubrificante sobre todas as superfícies internas da fôrma. A cera foi necessária de maneira a se evitar a fuga de argamassa pelas juntas e o óleo, obviamente, para diminuir a aderência da fôrma com o concreto, facilitando a desmoldagem da viga.

O concreto foi preparado em betoneira, com eixo inclinado e com capacidade para 150 litros de concreto. Os materiais foram colocados na betoneira obedecendo-se a mesma ordem adotada quando da execução das misturas experimentais.

O tempo aproximado de mistura foi de 10 minutos.

O cimento e a microssílica foram previamente misturados, a seco, em betoneira com eixo inclinado com capacidade para 30 litros.

Cerca de dezoito corpos de prova cilíndricos, com 10 centímetros de diâmetro e 20 centímetros de altura, foram moldados juntamente com cada viga. Destes dezoito corpos de prova, 9, em grupos de três, foram rompidos à compressão aos 3, 7 e 28 dias de idade. Os corpos de prova restantes foram reservados para serem rompidos no dia do ensaio da viga, de forma a determinar-se a resistência à compressão, resistência à tração e diagrama tensão-deformação do concreto.

O adensamento do concreto da viga e dos corpos de prova foi feito com vibrador de imersão, equipado de agulha de 25 mm de diâmetro e 400 mm de comprimento.

Imediatamente após a moldagem, tanto as vigas quanto os corpos de prova foram cobertos com lona plástica.

A desmoldagem das vigas e dos corpos de prova foi feita três dias após a moldagem. Uma vez desmoldados, viga e corpos de prova foram embrulhados em jornal úmido e cobertos com lona plástica por, aproximadamente, 28 dias, quando, então, foram desembulhados e limpos.

As vigas e os corpos de prova foram mantidos no recinto do Laboratório desde a moldagem até a data do ensaio.

### 3.5. INSTRUMENTAÇÃO

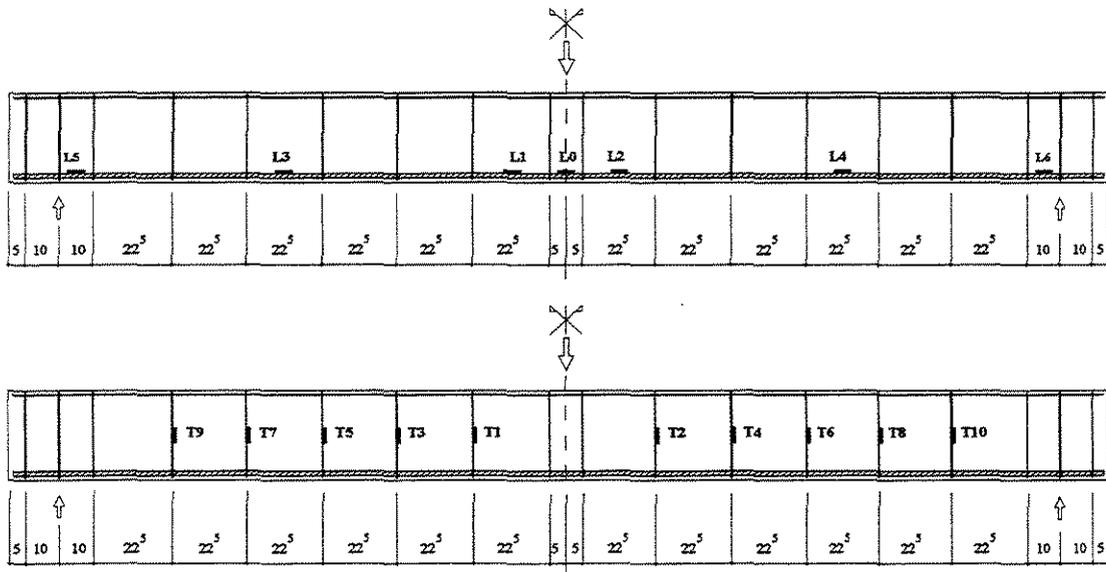
#### 3.5.1. MEDIDAS DE DEFORMAÇÃO NAS ARMADURAS

Para medidas das deformações nas armaduras foram empregados extensômetros elétricos de resistência, ligados ao aquisitor de dados.

Nos estribos foram empregados extensômetros elétricos com base de 5 milímetros de comprimento e nas barras longitudinais extensômetros elétricos com base de 5 milímetros de comprimento.

Uma vez preparada a superfície das armaduras para instalação -regularização, lixamento e limpeza - os extensômetros eram colados às armaduras, utilizando-se adesivo à base de cianocrilato, isolados e protegidos com fita plástica.

A figuras 3.09 ilustra a instrumentação da barra longitudinal central e dos estribos, empregada em cada viga deste trabalho.



medidas em centímetros

FIGURA 3.09

INSTRUMENTAÇÃO DA ARMADURA LONGITUDINAL E DA ARMADURA TRANSVERSAL DAS VIGAS

Cada ponto instrumentado da armadura longitudinal foi designado por L e cada ponto instrumentado da armadura transversal por T.

À letra L ou T seguia-se um número de ordem. Os pontos instrumentados, localizados na seção do meio do vão da viga, foram designados pelo dígito 0 e os pontos instrumentados, à esquerda ou a direita desta seção, foram representados, respectivamente, por numerais positivos ímpares e numerais positivos pares, crescentes, a partir de 0, em função do distanciamento da seção do meio do vão.

Para um bom controle dos efeitos do cisalhamento, quase todos os estribos foram instrumentados, com exceção dos situados nas extremidades da viga e os situados sob a carga aplicada no meio do vão.

Nos estribos, os extensômetros foram instalados à meia altura.

Para observar-se a variação da tensão ao longo do banzo tracionado, foram instalados extensômetros em alguns pontos, da barra central, situados entre os estribos.

A referência zero, para medida das deformações na armadura longitudinal e na armadura transversal, foi tomada estando a viga sem carga, somente sob a ação do peso próprio.

### **3.5.2. MEDIDAS DE DEFORMAÇÃO NO CONCRETO**

As deformações no concreto foram medidas na face superior da mesa, em pontos situados na mesma seção de instrumentação da armadura longitudinal, ou seja, entre os estribos.

Os pontos instrumentados foram designados pela letra C, seguida por um numeral, cuja ordenação obedeceu o mesmo critério descrito para a armadura.

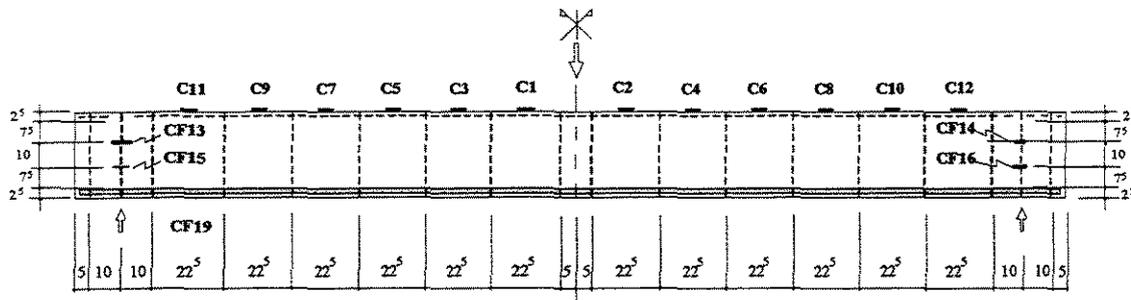
Objetivando-se um maior controle das deformações no concreto, na região de aplicação do carregamento axial, optou-se, também, pela instrumentação das faces laterais da viga, na seção próxima às extremidades.

As deformações foram medidas por intermédio de extensômetro mecânico TENSOTAST-HUGGERNBERGER, com sensibilidade de 0,001 milímetros e com base de medida de 50 milímetros de comprimento.

As bases foram criadas empregando-se pastilhas de aço, coladas à superfície da viga com adesivo à base de cianocrilato.

A referência zero, para medida das deformações no concreto, foi tomada estando a viga sem carga, somente sob ação do peso próprio.

A figura 3.10 ilustra os pontos instrumentados do concreto para as vigas desta pesquisa.



medidas em centímetros

FIGURA 3.10  
INSTRUMENTAÇÃO SUPERFICIAL DO CONCRETO

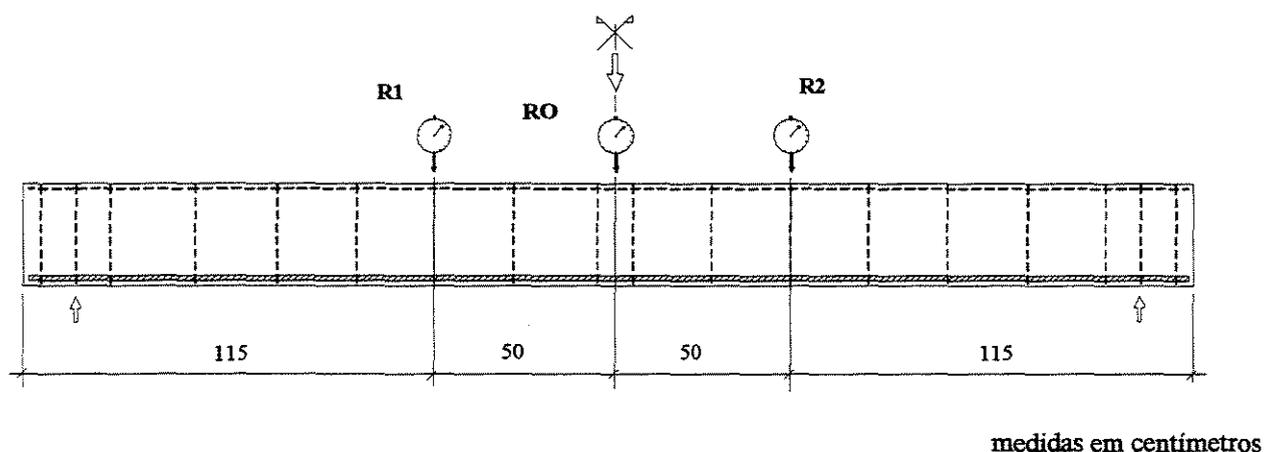
### 3.5.3. MEDIDAS DA DEFORMAÇÃO VERTICAL

As flechas foram controladas por intermédio de defletômetros mecânico KAEFER, com curso de 50 milímetros e sensibilidade de 0,01 milímetros.

Os defletômetros foram instalados na face inferior da mesa da viga e posicionados no meio do vão e nos terços de cada metade da viga.

Os pontos de leitura de deslocamentos verticais foram identificados pela letra R, seguida pelo numeral 0, 1, 2 conforme critério utilizado para os pontos de medida de deformações no concreto e nas armaduras.

A figura 3.11 ilustra os pontos, na viga, de medida dos deslocamentos verticais.



**FIGURA 3.11**  
**INSTRUMENTAÇÃO NA VIGA PARA MEDIÇÃO DOS DESLOCAMENTO VERTICAIS**

A referência zero, para medida dos deslocamentos verticais das vigas, foi tomada estando as vigas sem carga, somente sob a ação do peso próprio.

### 3.6. SISTEMAS DE APLICAÇÃO DE CARGAS

As vigas deste trabalho foram submetidas a dois tipos de cargas. Uma na direção do eixo longitudinal da viga, aplicada nas faces extremas, e outra perpendicular a este eixo, aplicada na face superior (mesa), no meio do vão.

### 3.6.1. SISTEMA DE APLICAÇÃO DE CARGA NO MEIO DO VÃO

Para aplicação da carga concentrada, no meio do vão da viga, foi empregado o sistema de aplicação de cargas em utilização no Laboratório de Estruturas da Unicamp (Fig. 3.12).

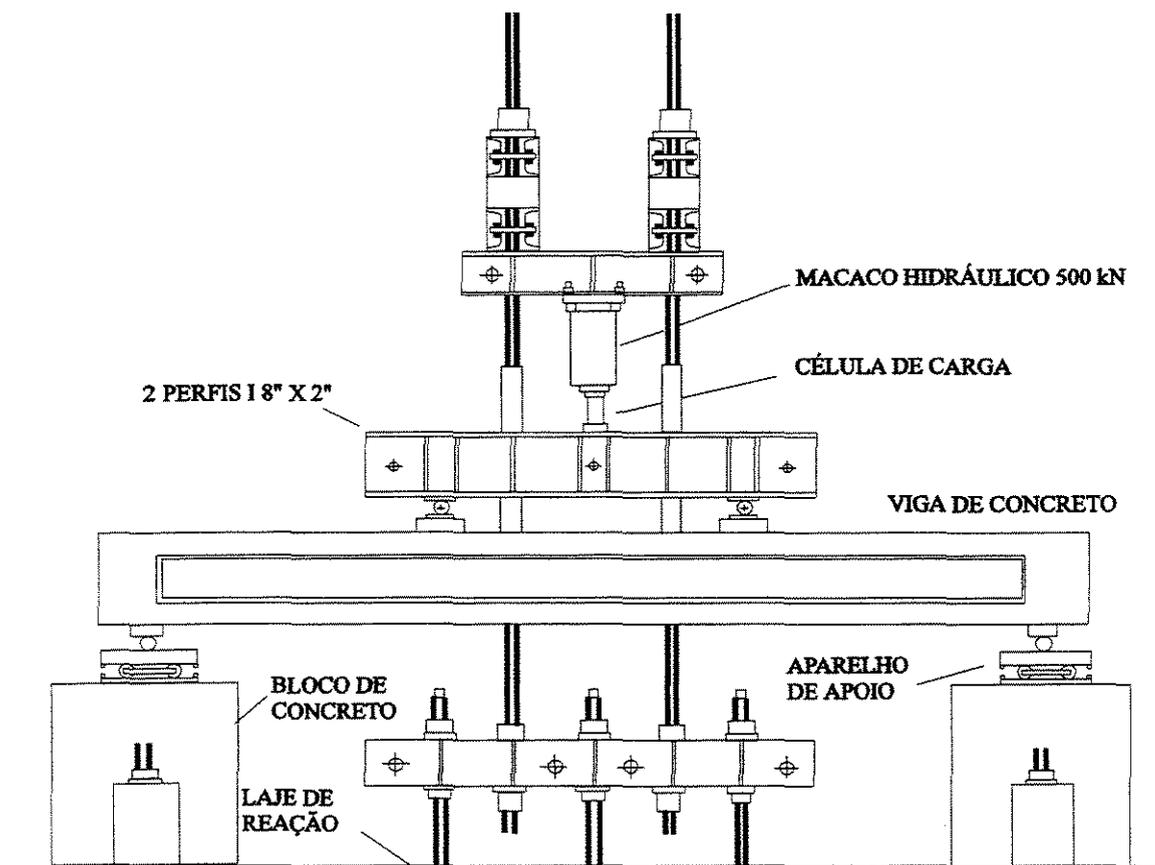


FIGURA 3.12  
SISTEMA DE APLICAÇÃO DE CARGAS

Este sistema é constituído por dois pórticos metálicos, em paralelo, com as pernas fixadas a duas bases compostas por perfis U, de aço, que são presos à laje de reação por meio de parafusos e porcas. No alto, as travessas são presas às pernas através de porcas que permitem ajustes de posição e de nível. Uma travessa longitudinal, composta por quatro perfis U, une os dois pórticos e sustenta um macaco hidráulico com capacidade de 500 kN, acionado por bomba manual, ao qual se acopla uma célula de carga constituída por um cilindro de aço, instrumentado com extensômetros elétricos de resistência, calibrado até 300 kN.

As vigas foram apoiadas em blocos de concreto armado de 60 centímetros de altura, fixados à laje de reação através de parafusos e porcas.

Sobre cada bloco foi colocado um aparelho de apoio, constituído por um conjunto de chapas e roletes de aço que permitiam rotação e/ou translação (Fig. 3.13).

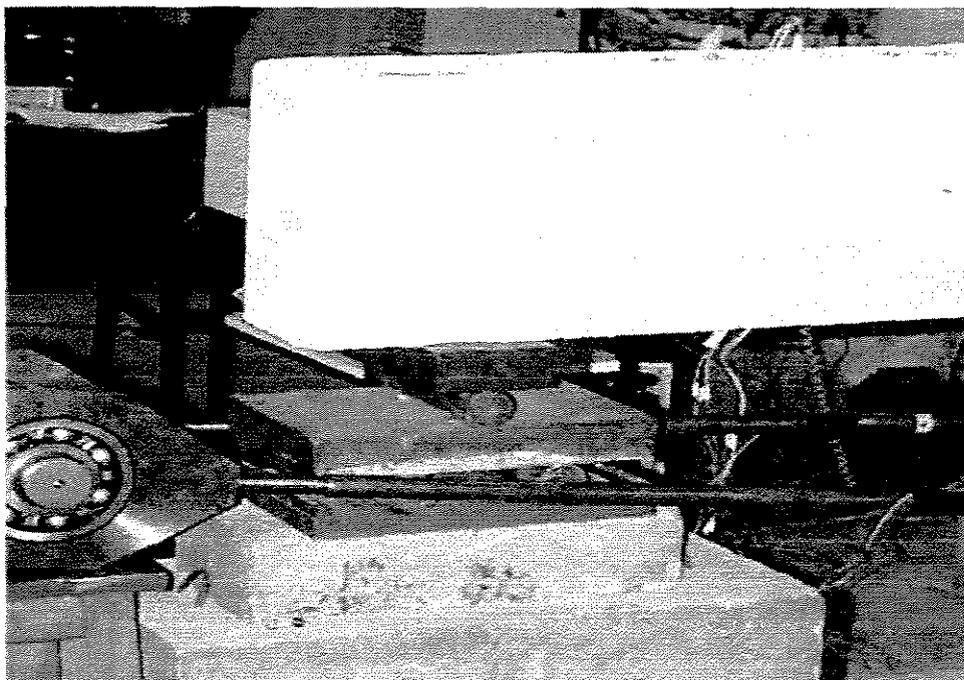


FIGURA 3.13  
APARELHOS DE APOIO

Optando por não fazer um ajuste de posição no sistema de aplicação de carga, uma vez que a posição do mesmo já se encontrava ajustada para o desenvolvimento de inúmeros trabalhos, simultâneos a este, no Laboratório de Estruturas da Unicamp, a carga aplicada pelo macaco hidráulico foi transferida à viga por intermédio de um cilindro e uma placa de aço (Fig. 3.14). Esta placa de aço, com 10 centímetros de largura, posicionada na mesa da viga.

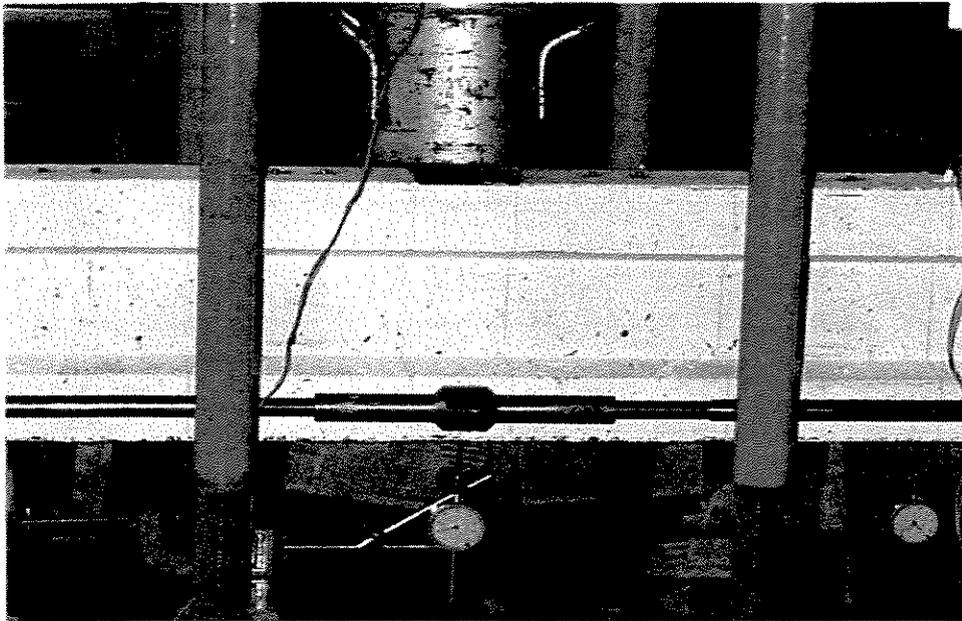


FIGURA 3.14

APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO CONCENTRADO ÀS VIGAS

O controle da intensidade da carga concentrada, aplicada no meio do vão da viga, durante os ensaios, foi efetuado pela monitorização dos sinais da célula de carga ligada ao aquisidor de dados , pelo qual se controlava a operação de bombeamento de óleo no cilindro hidráulico.

### 3.6.2. SISTEMA DE APLICAÇÃO DE FORÇA NORMAL.

Para aplicação da força normal foi utilizado o sistema de aplicação de cargas, projetado e construído por Moreno <sup>36</sup> (Fig. 3.15).

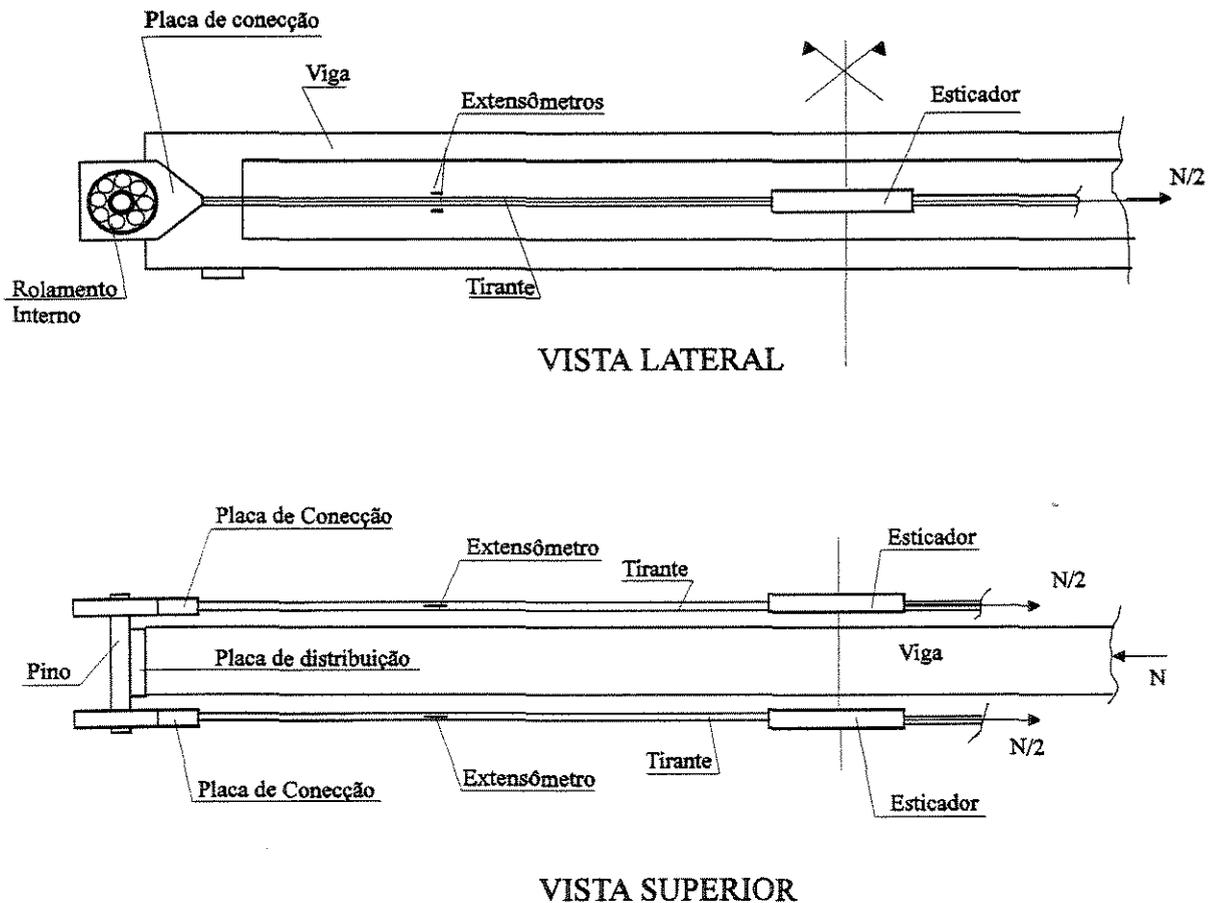
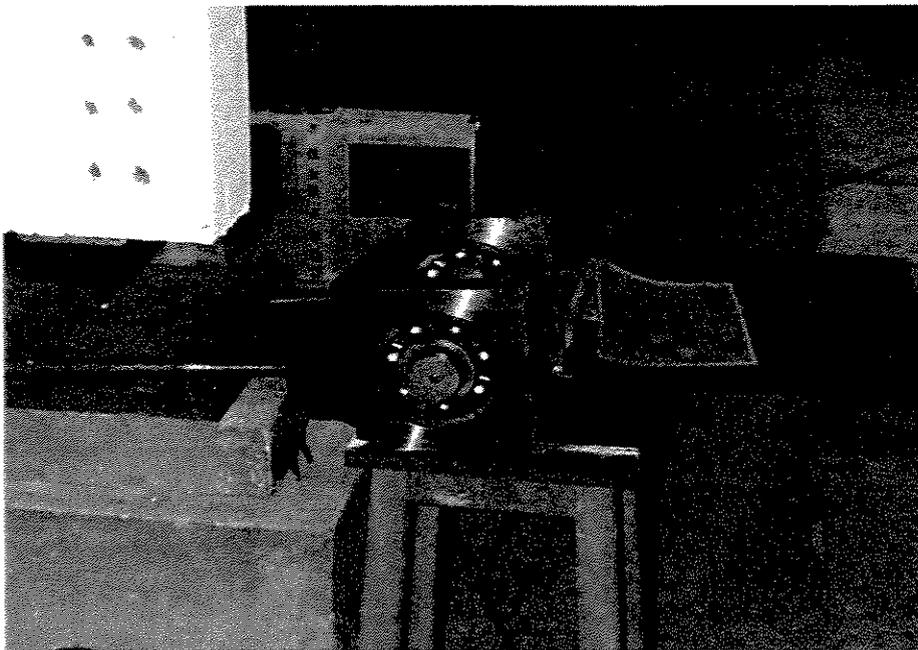
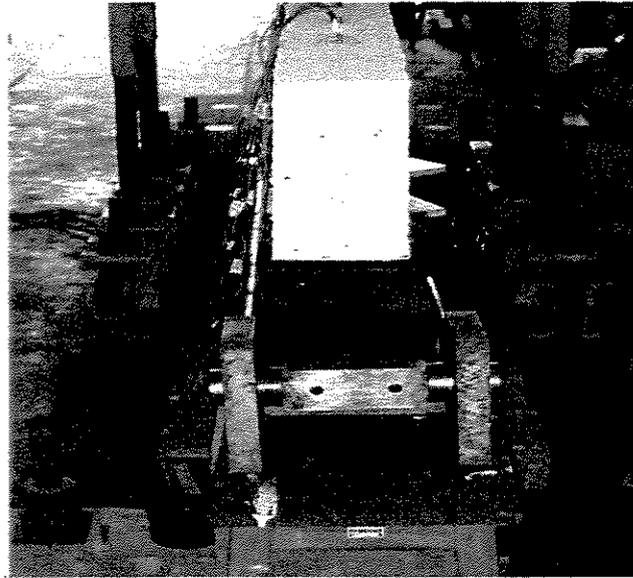


FIGURA 3.15  
EQUIPAMENTO DE APLICAÇÃO DE FORÇA NORMAL

O sistema é composto por dois tirantes de aço, munidos de esticador. As extremidades dos tirantes estão rosqueadas à placas de conexão, de aço, onde existe um rolamento de esferas acoplado internamente. Os dois tirantes estão unidos por intermédio de pinos que se encaixam nos rolamentos. Estes pinos, por sua vez, estão aparafusados à placas de aço que promovem a distribuição da força normal nas faces extremas da viga.

Os rolamentos de esfera, instalados no equipamento, garantem a livre rotação da viga nos apoios.

O sistema de aplicação da força normal é mostrado, em detalhes, na figura 3.16



**FIGURA 3.16**  
**EQUIPAMENTO DE APLICAÇÃO DE FORÇA NORMAL (DETALHES)**

O equipamento é composto por dois conjuntos de placas de distribuição. O primeiro deles é formado por placas com as mesmas dimensões da face extrema da viga, 15 X 30 cm, com o pino aparafusado a meia altura da placa. O segundo jogo é formado por placas menores, com 3 centímetros de altura e 15 centímetros de largura, com o pino também aparafusado a meia altura.

Neste trabalho foi utilizado o segundo jogo , com a força normal considerada como aplicada a 25 centímetros da face superior das vigas.

A força normal foi aplicada ao tirante por intermédio dos esticadores, movimentados, manualmente, com o auxílio de chaves de grifo (Fig. 3.17).

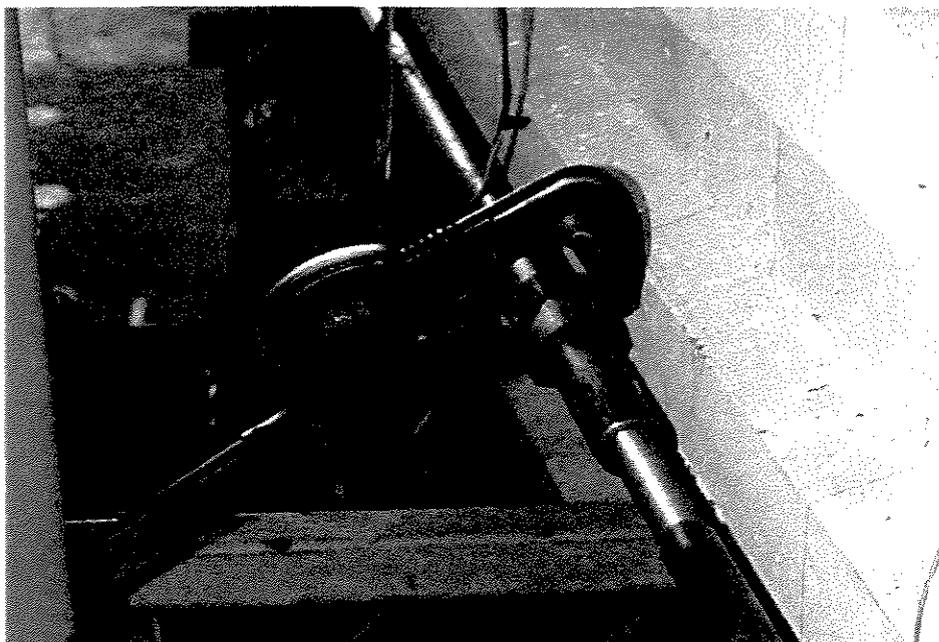


FIGURA 3.17  
APLICAÇÃO DA FORÇA NORMAL AO TIRANTE

De maneira a se ter um controle da força normal aplicada ao tirante, em função das deformações medidas nesta barra, Moreno<sup>36</sup> executou ensaios de caracterização em amostras da barra do tirante, obtendo-se seu diagrama tração-deformação ( $N \times \epsilon_s$ ) (Fig. 3.18).

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

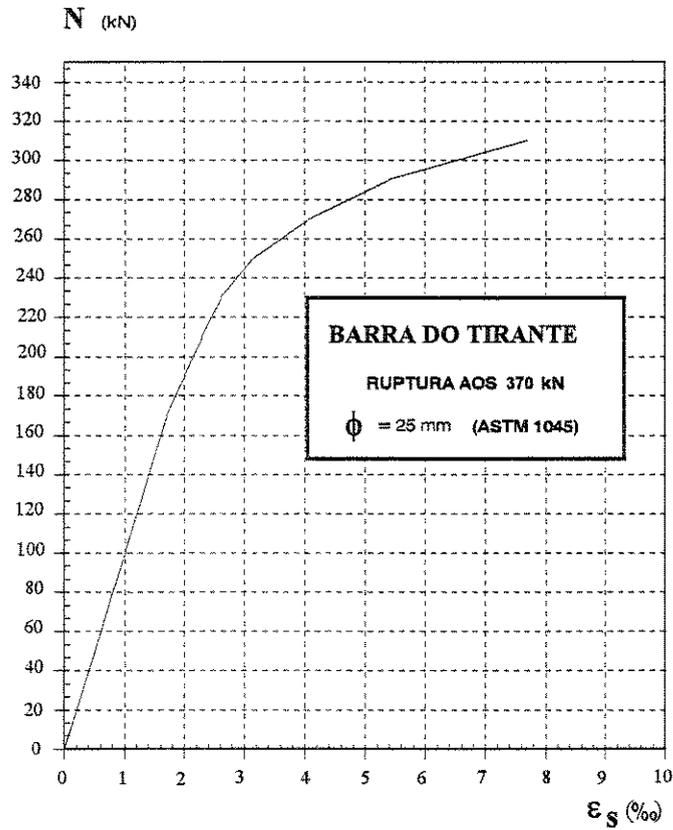


FIGURA 3.18

DIAGRAMA TRAÇÃO-DEFORMAÇÃO NA BARRA DO TIRANTE DO EQUIPAMENTO DE APLICAÇÃO DE FORÇA NORMAL NAS VIGAS

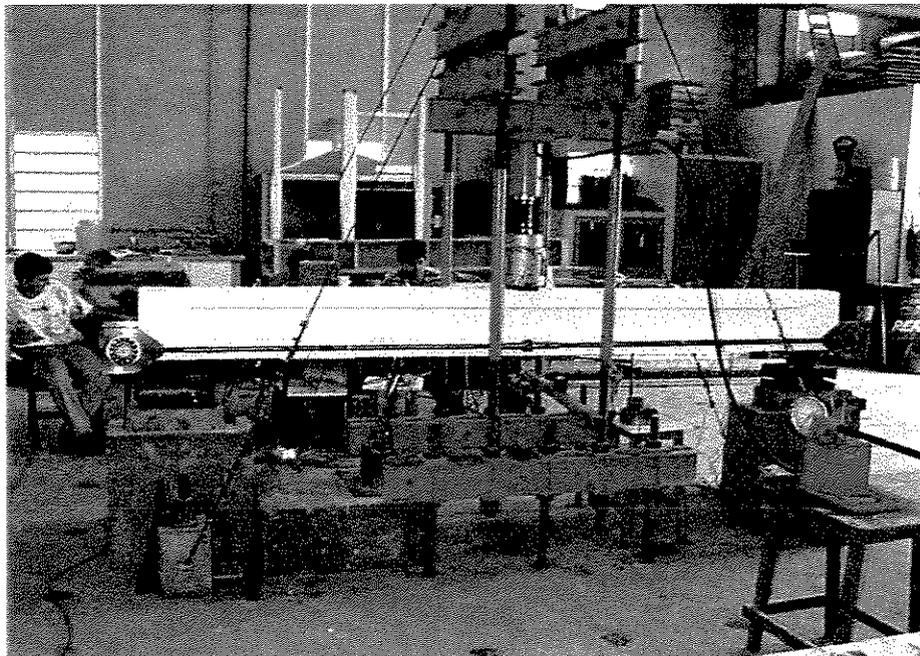


FIGURA 3.19

EQUIPAMENTO DE APLICAÇÃO DE FORÇA NORMAL E CONCENTRADA. (VISTA GERAL).

### 3.7. VALORES ESTIMADOS DO MOMENTO E CORTANTE ÚLTIMOS, GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO E GRAU DE PROTENSÃO

Com a armadura longitudinal fixada em 3 barras de 20,0 mm, resistência à compressão do concreto estimada em 80 N/mm<sup>2</sup> e o limite de escoamento da armadura longitudinal obtido através de ensaios prévios de seus corpos de prova, Figs. 3.07 a 3.09, foi calculado o valor último do momento fletor,  $M_{u,fl}$ , para cada viga, de forma que ocorresse escoamento da armadura longitudinal (tabela 3.02).

No cálculo deste momento último, foram admitidas as hipóteses da NBR 6118<sup>08</sup>, com distribuição retangular das tensões de compressão no concreto e valor, para esta tensão, constante e igual a 0,85  $f_c$ . A este momento último correspondeu uma força cortante última,  $V_{u,fl}$ , também indicada na tabela 3.02.

TABELA 3.02  
VALORES ÚLTIMOS DO MOMENTO FLETOR E FORÇA CORTANTE PARA  
ESCOAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL

VIGA	I80-4-22-E15	I80-4-22-E28	I80-4-22-E36
$f_c$ N/mm <sup>2</sup>	80,00	80,00	80,00
$A_{sl}$ cm <sup>2</sup>	9,32	9,32	9,32
$F_{yl}$ N/mm <sup>2</sup>	510	510	510
x cm	7,66	9,25	10,38
x/d	0,273	0,33	0,37
$M_{u,fl}$ kN.cm	15597	18325	19807
$V_{u,fl}$ kN	114,00	140,83	155,38

Com o valor da força cortante última,  $V_{u,fl}$ , correspondente ao início de escoamento da armadura longitudinal de cada viga, foram calculadas as armaduras transversais necessárias, de acordo com o modelo clássico da treliça, admitindo-se grau total de armação ao cisalhamento,  $\rho_{w,45}$ . (tabela 3.03).

Foi adotada uma armadura transversal, comum para todas as vigas, correspondente a uma taxa de armadura transversal,  $\rho_w$ , de 0,252%. Logicamente, este valor foi escolhido de forma a ser inferior à taxa de armadura transversal  $\rho_{w,45}$ , uma vez que a ruptura por escoamento da armadura transversal era desejada.

TABELA 3.03  
VALORES DO GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO ADOTADOS PARA CADA VIGA

VIGA	I80-4-22-E15	I80-4-22-E28	I80-4-22-E36
$V_{u,fl}$ Kn	114,00	140,83	155,38
$\tau_{wu}$ N/mm <sup>2</sup>	8,14	10,05	11,09
$f_{yw}$ N/mm <sup>2</sup>	800	800	800
$\rho_w$ %	0,252	0,252	0,252
$\rho_{w45}$ %	1,17	1,444	1,59
$\eta$ $\rho_w/\rho_{w45}$	0,21	0,174	0,158

Definindo-se como grau de protensão,  $\kappa$ , a razão entre a força normal de compressão efetivamente aplicada,  $N$ , e a força normal de compressão necessária,  $N_{nec}$ , para que na seção mais solicitada à flexão, em condições de serviço, não seja ultrapassado o Estado Limite de Descompressão, foi calculado, na tabela 3.04, o valor desta variável para cada viga desta pesquisa.

$$\text{Ou seja: } \kappa = \frac{N}{N_{nec}} \quad (3.01)$$

$$\frac{N_{nec}}{S} + \frac{N_{nec} * e_y * y}{I} + \frac{M_{sd,m\acute{a}x} * y}{I} = 0 \quad (3.02)$$

TABELA 3.04  
VALORES DO GRAU COMPRESSÃO,  $\kappa$ , PARA CADA VIGA ENSAIADA

VIGA	I80-4-22-E15	I80-4-22-E28	I80-4-22-E36
N kN	150	280	350
$V_{u,fl}$ kN	114,00	140,83	155,38
$V_{u,fl}/1,4$ kN	81,53	100,57	100,57
$N_{nec}$ kN	715,00	776,00	844
$\kappa = N/N_{nec}$ %	21,0	36,08	41,47

A diferença de intensidade e posição, do ponto de aplicação da força normal de compressão, fez com que o grau de protensão, entre as vigas ensaiadas, fosse variável.

### 3.8. DESENVOLVIMENTO DOS EXPERIMENTOS

Toda a série de procedimentos adotados por Moreno <sup>36</sup> durante os ensaios das vigas, como também os procedimentos prévios e posteriores a estes ensaios, criaram toda uma metodologia experimental, que também foi adotado neste trabalho e descrita a seguir.

No dia anterior ao ensaio, era aplicada uma camada de tinta branca sobre toda a superfície da viga. Este procedimento, tinha como objetivo uma melhor identificação das fissuras na viga sob carregamento.

A viga era, então, posicionada no pórtico, colavam-se as pastilhas para medição das deformações no concreto e instalava-se o equipamento de aplicação da força normal sem, no entanto, aplicar-se qualquer carga.

A seguir, os extensômetros elétricos eram ligados ao aquisidor de dados.

Instalavam-se, então, os defletômetros mecânicos e as leituras iniciais de deformação e deslocamentos verticais eram anotadas.

O passo seguinte era esticar, alternadamente, cada tirante, com incrementos de carga de 5 kN, até o valor desejado de força normal para aquela viga.

Finalizada a aplicação do carregamento axial, novas leituras de deformações e deslocamentos verticais eram anotadas.

Iniciava-se, a seguir, a aplicação da carga no meio do vão, em incrementos de 5 kN, até o surgimento da primeira fissura, a partir da qual o incremento passava a ser de 10 kN.

Após cada incremento de carga no meio do vão eram feitas novas leituras das deformações e dos deslocamentos verticais. Em seguida, o panorama de fissuração era observado e a evolução das fissuras era anotada na superfície da viga.

A cada incremento de carga no vão, os deslocamentos verticais da viga aumentavam, os apoios giravam e, conseqüentemente, os tirantes eram esticados. De forma a manter-se constante a força normal durante o ensaio, os tirantes eram aliviados sempre que o acréscimo de força normal alcançava 5 kN.

O esgotamento convencional da resistência ao esforço cortante, para as vigas ensaiadas, foi tomado como o início de escoamento de algum estribo da viga. O valor da carga concentrada no meio do vão, correspondente ao início de escoamento do primeiro estribo, para cada viga, era, então, anotado, bem como o estribo que primeiro entrou em escoamento.

Durante os ensaios eram registrados os valores da carga no meio do vão correspondente ao início de fissuração de flexão e início de fissuração de cisalhamento.

Os ensaios eram conduzidos até que a maioria dos estribos entrasse em escoamento.

Cada ensaio envolvia 4 pessoas por cerca de 10 horas.

No dia do ensaio de cada viga eram rompidos oito corpos de prova. Três deles, rompidos à compressão, de maneira a obter-se a resistência média à compressão do concreto. Dois outros, instrumentados, também eram rompidos à compressão e utilizados para determinação do diagrama tensão-deformação do concreto. Por fim, outros três corpos de prova eram rompidos, diametralmente, à compressão, para determinação da resistência média à tração do concreto.

## 4 - RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS

### 4.1 CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO DAS VIGAS

Na tabela 4.01, apresentam-se resultados relativos ao concreto das vigas desta pesquisa.

TABELA 4.01  
CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO DAS VIGAS

VIGA	$f_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	$f_t$ (N/mm <sup>2</sup> )	$E_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	ABATIMENTO (cm)	j (dias)
I80-4-22-E15	85,0	4,30	34.294	14	21
I80-4-22-E28	80,0	4,42	34.903	14	21
I80-4-22-E36	92,4	4,26	38.942	14	56

As resistências médias, à tração e compressão do concreto, foram determinadas no dia do ensaio das vigas. A resistência à compressão,  $f_c$ , indicada na tabela anterior, representa o valor médio das resistências obtidas em ensaios à compressão, de três corpos de prova cilíndricos, com 10 centímetros de diâmetro e 20 centímetros de altura. A resistência à tração,  $f_t$ , indicada na tabela anterior, representa a resistência média à tração simples do concreto, tomada como 90% do valor

médio das resistências obtidas em ensaios à compressão diametral, de 3 corpos de prova cilíndricos, com 10 centímetros de diâmetro e 20 centímetros de altura. Esta correção em se tomar 90% da resistência média, se deve em função da utilização de corpos de prova 10 x 20 ao invés de corpos de prova 15 x 30.

A figura 4.01 ilustra o diagrama tensão-deformação do concreto das vigas. Este diagrama foi obtido por intermédio do ensaio à compressão de 2 corpos de prova, instrumentados, cilíndricos, com 10 centímetros de diâmetro por 20 centímetros de altura. O mesmo diagrama foi empregado na determinação do módulo de deformação longitudinal do concreto,  $E_c$ .

O valor de  $E_c$ , apresentado na tabela anterior, refere-se ao módulo de deformação longitudinal do concreto tangente na origem.

A trabalhabilidade do concreto das vigas foi avaliada através do ensaio de abatimento do tronco de cone.

## **4.2 COMPORTAMENTO DAS VIGAS DURANTE O ENSAIO**

Todas as vigas experimentadas alcançaram o Estado Limite Último por escoamento da armadura transversal, antes que se esgotasse a capacidade resistente à flexão, conforme esperado.

Os ensaios das vigas desta pesquisa foram conduzidos até uma intensidade da carga concentrada, no meio do vão, correspondente ao escoamento da maioria dos estribos, dos dois vãos de cisalhamento.

Na tabela 4.02, a seguir, apresentam-se alguns resultados relativos ao comportamento das vigas durante os ensaios.

TABELA 4.02  
RESULTADOS DE ENSAIO DAS VIGAS

VIGA	180-4-22-E	180-4-22-E28	180-4-22-E36
N (kN)	150	280	360
A/d	5,36	5,36	5,36
$\rho_l$ (%)	6,18	6,18	6,18
$\rho_w$ (%)	0,252	0,252	0,252
$V_{u,cis,exp}$ (kN)	70	80	85
$V_{fis,fl}$ (kN)	40	60	70
$V_{fis,cis}$ (kN)	50	60	70
$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	80	95	100
$\epsilon_{c,u}$ (‰)	1,60	0,95	0,72
$\epsilon_{c,m\acute{a}x}$ (‰)	2,05	1,25	0,90
$\epsilon_{sl,u}$ (‰)	1,61	1,23	0,96
$\epsilon_{sl,m\acute{a}x}$ (‰)	2,01	1,85	1,56
$\delta_u$ (cm)	0,99	0,96	0,95
$\delta_{m\acute{a}x}$ (cm)	1,55	—	1,13

Os esforços cortantes, apresentados na tabela 4.02, referem-se à cortante última,  $V_{u,cis,exp}$ , correspondente ao início de escoamento do primeiro estribo de cada viga, à cortante de início de fissuração por flexão,  $V_{fis,fl}$ , à cortante de início de fissuração por cisalhamento,  $V_{fis,cis}$ , e à cortante máxima,  $V_{m\acute{a}x}$ , correspondente ao instante de interrupção do ensaio de cada viga experimentada.

Na tabela 4.02, anterior, encontram-se indicados os valores do encurtamento do concreto,  $\epsilon_{c,u}$ , do alongamento da armadura longitudinal,  $\epsilon_{sl,u}$ , e do deslocamento vertical no meio do vão,  $\delta_u$ , correspondentes ao início de escoamento do primeiro estribo de cada viga

ensaiada. Os valores do encurtamento do concreto,  $\epsilon_{c,m\acute{a}x}$ , do alongamento da armadura longitudinal,  $\epsilon_{sl,m\acute{a}x}$ , e do deslocamento vertical no meio do v\~ao,  $\delta_{m\acute{a}x}$ , correspondentes ao instante de interrup\~ao do ensaio, ou seja no momento da ruptura de cada viga experimentada, tamb\~em est\~ao apresentados na tabela anterior.

As figuras 4.02, 4.03 e 4.04 ilustram a evolu\~ao da fissura\~ao, com o incremento da carga concentrada, aplicada no meio do v\~ao, para as vigas deste trabalho.

### **4.3 TENS\~OES NOS ESTRIBOS**

A evolu\~ao global das tens\~oes para as vigas desta pesquisa, est\~ao representadas nas figuras 4.05 a 4.13.

Nesta figura, a aus\~encia de representa\~ao da evolu\~ao das tens\~oes, em algum ponto instrumentado da armadura transversal, significa que, neste ponto, n\~ao foi poss\~ivel a medi\~ao das deforma\~oes na armadura por falha do extens\~ometro a\~i posicionado.

### **4.4 TENS\~OES NA ARMADURA LONGITUDINAL**

A evolu\~ao global, das tens\~oes na armadura longitudinal, para as vigas desta pesquisa, est\~ao representadas nas figuras 4.14 a 4.22.

Nesta figura, a aus\~encia de representa\~ao da evolu\~ao das tens\~oes, em algum ponto instrumentado da armadura longitudinal, significa que, neste ponto, n\~ao foi poss\~ivel a medi\~ao das deforma\~oes na armadura por falha do extens\~ometro a\~i posicionado.

## 4.5 DEFORMAÇÕES NO CONCRETO

A evolução global, das deformações do concreto no banzo superior, para as vigas, em função do incremento da carga concentrada no meio do vão, estão representadas nas figuras 4.23 a 4.31.

## 4.6 DESLOCAMENTOS VERTICAIS

As figuras 4.32, 4.33 e 4.34 representam a evolução dos deslocamentos verticais, em pontos instrumentados ao longo do banzo superior, com o incremento da carga concentrada no meio do vão, para as vigas ensaiada.

## 4.7 FIGURAS

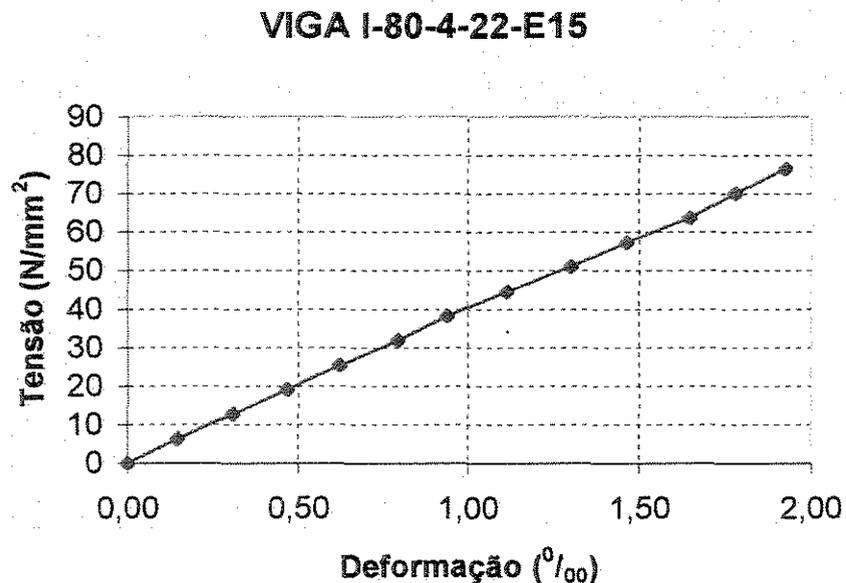


FIGURA 4.01-A

DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO DA VIGA I80-4-22-E28

### VIGA I80-4-22-E28

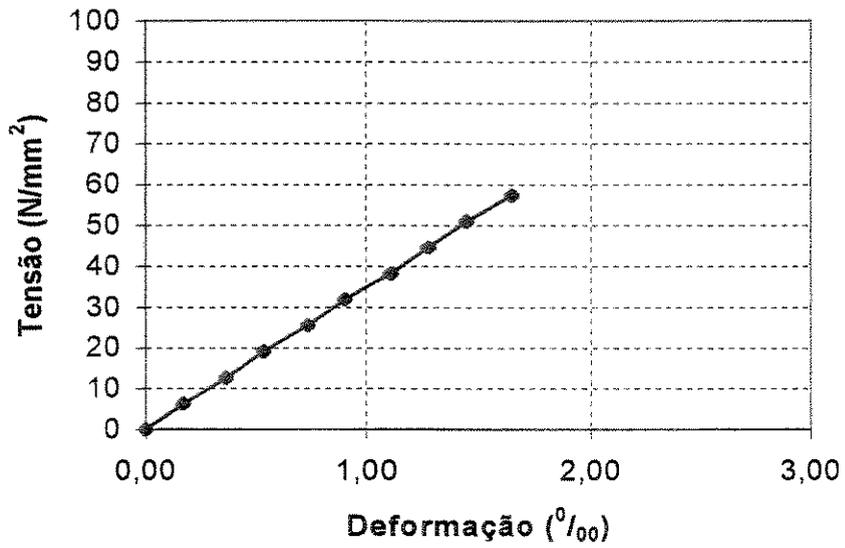


FIGURA 4.01-B

DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO DA VIGA I80-4-22-E28

### VIGA I80-4-22-E36

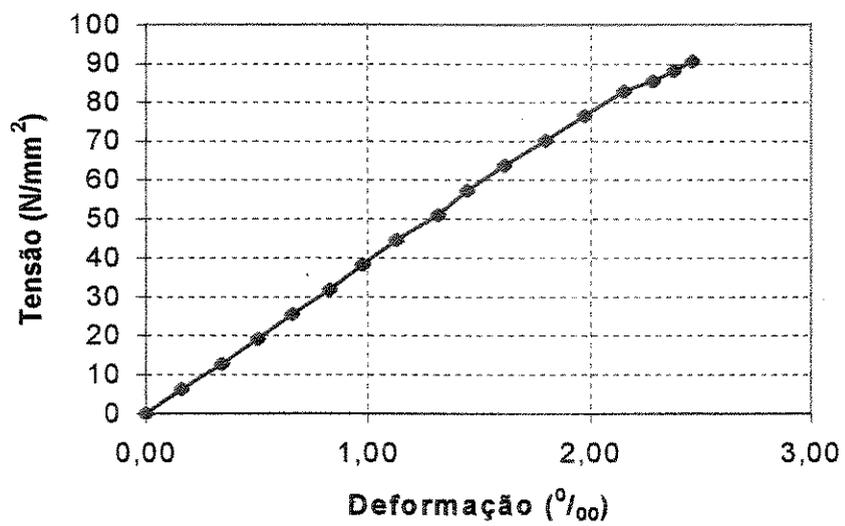


FIGURA 4.01-C

DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO DA VIGA I80-4-22-E36

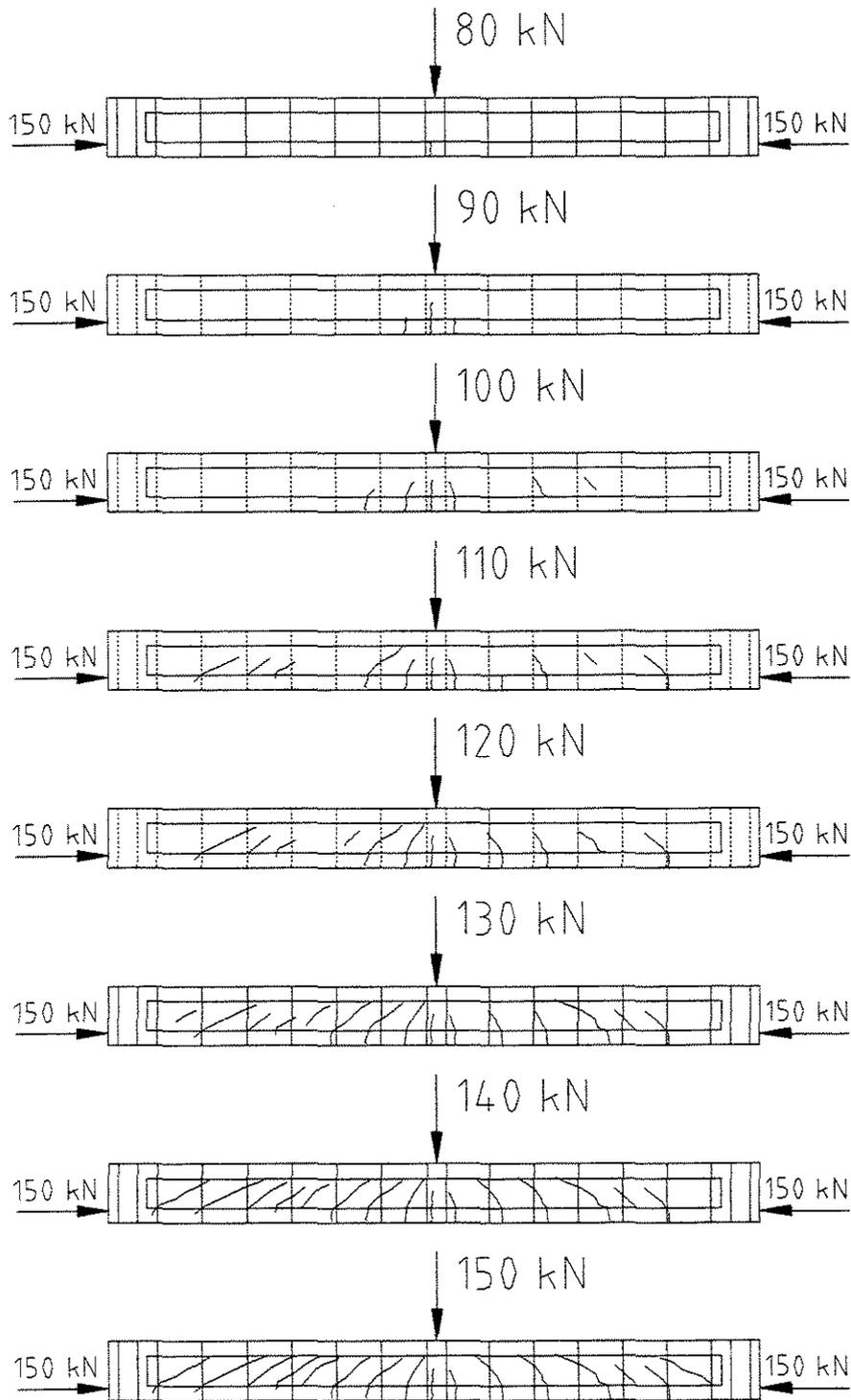


FIGURA 4.02

EVOLUÇÃO DA FISSURAÇÃO NA VIGA I80-4-22-E15

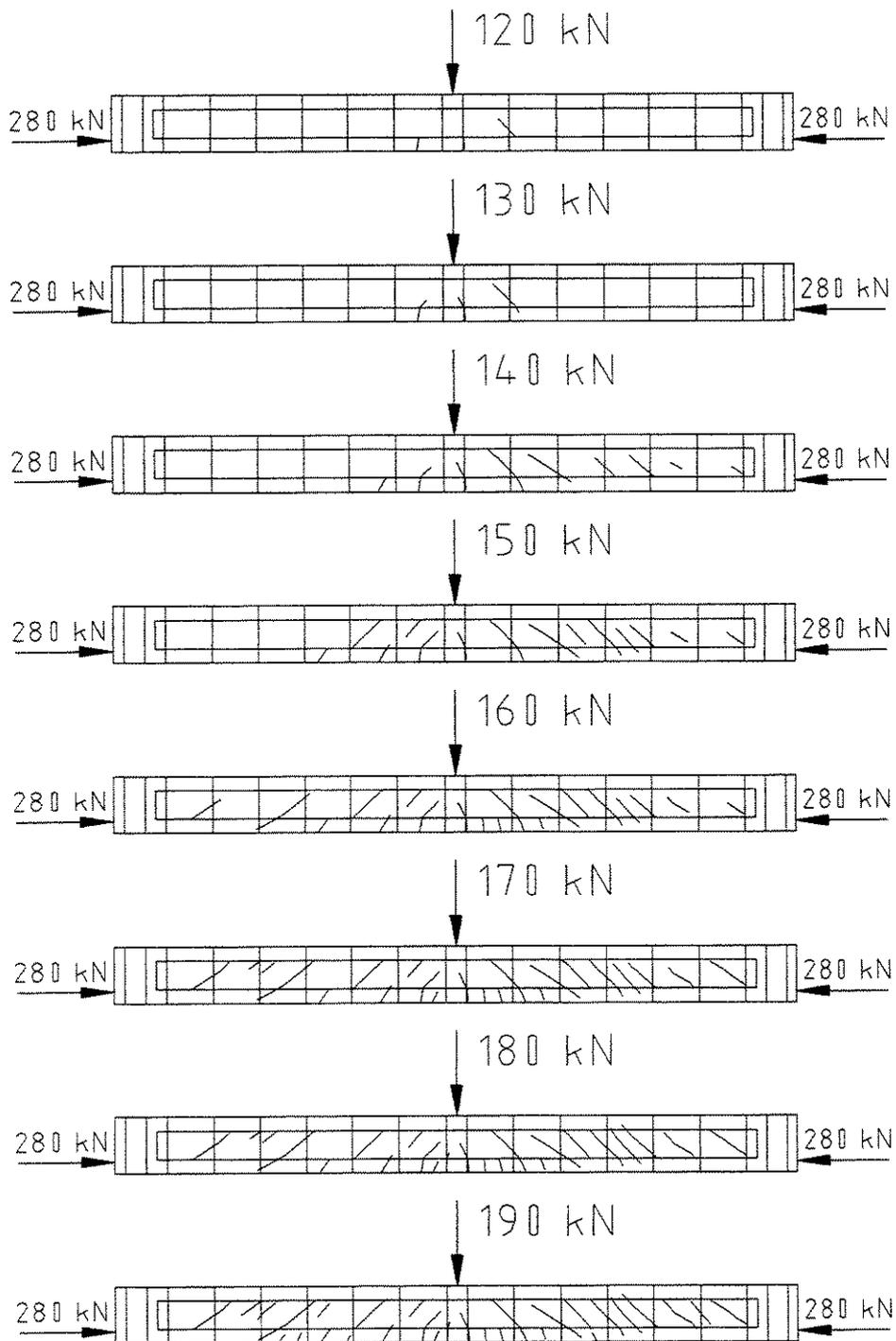
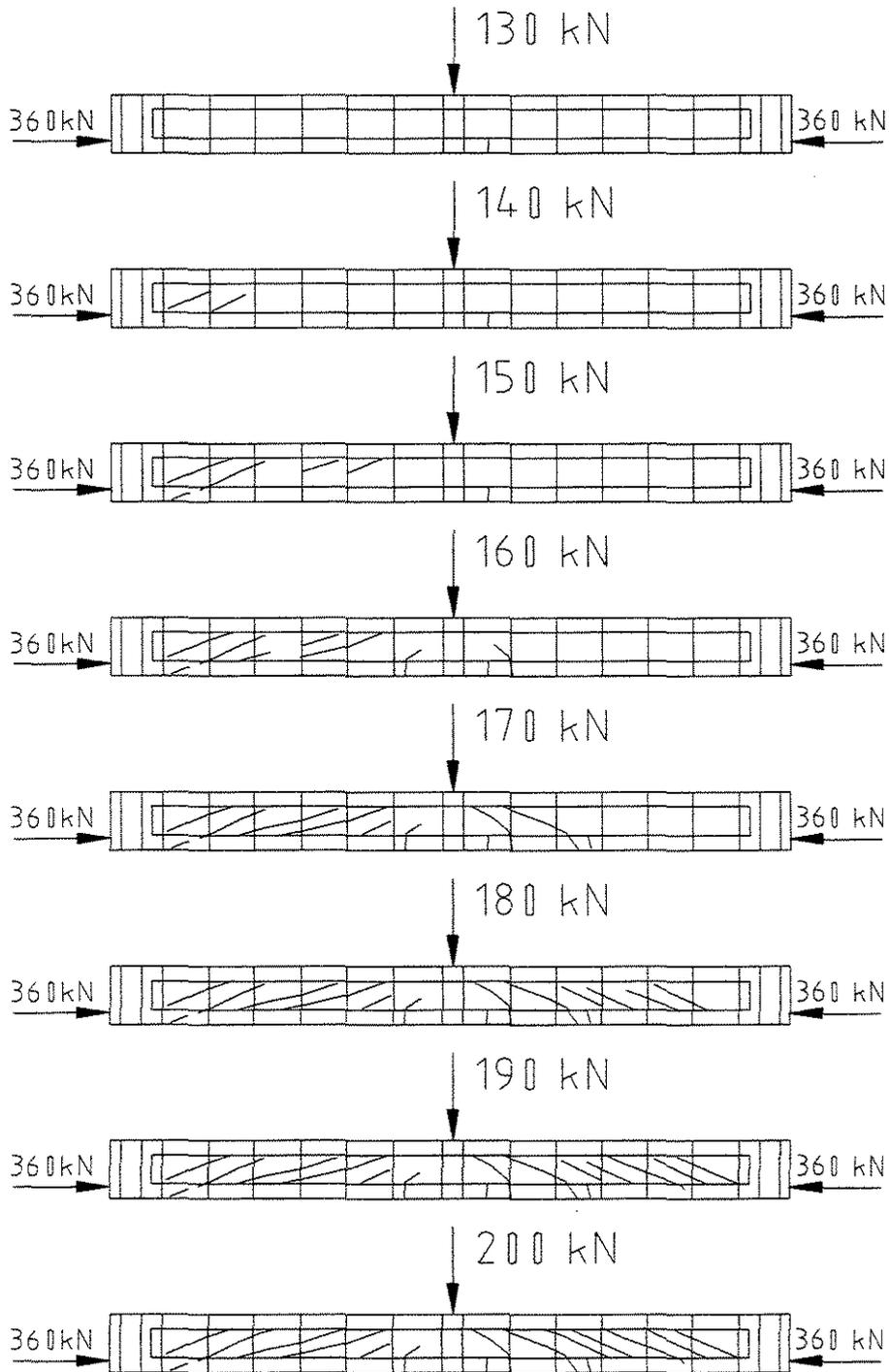


FIGURA 4.03

EVOLUÇÃO DA FISSURAÇÃO NA VIGA I80-4-22-E28

**FIGURA 4.04****EVOLUÇÃO DA FISSURAÇÃO NA VIGA I80-4-22-E36**

VIGA I80-4-22-E15  
TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO ESQUERDO

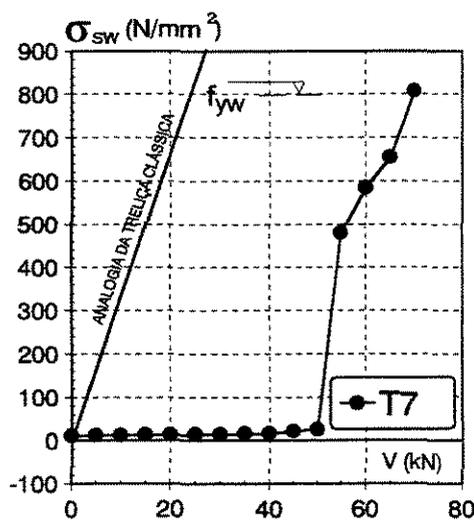
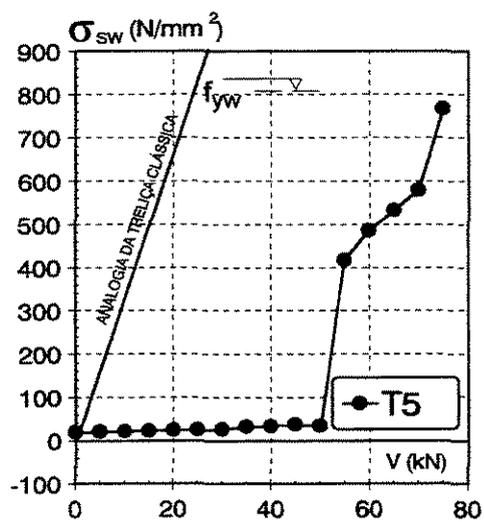
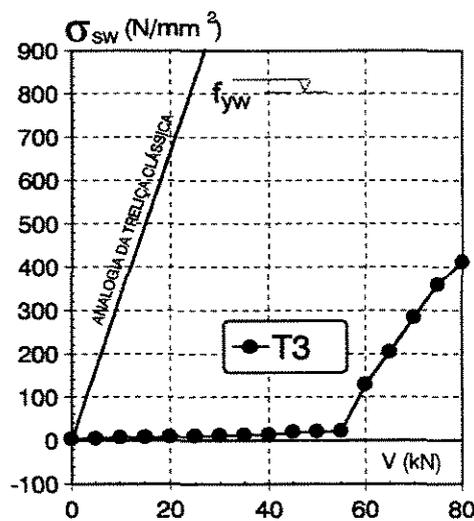
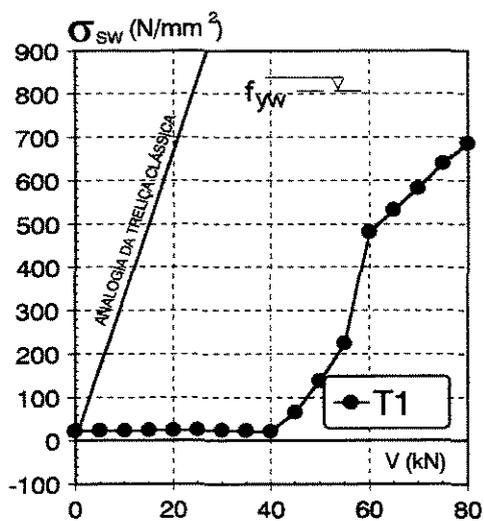
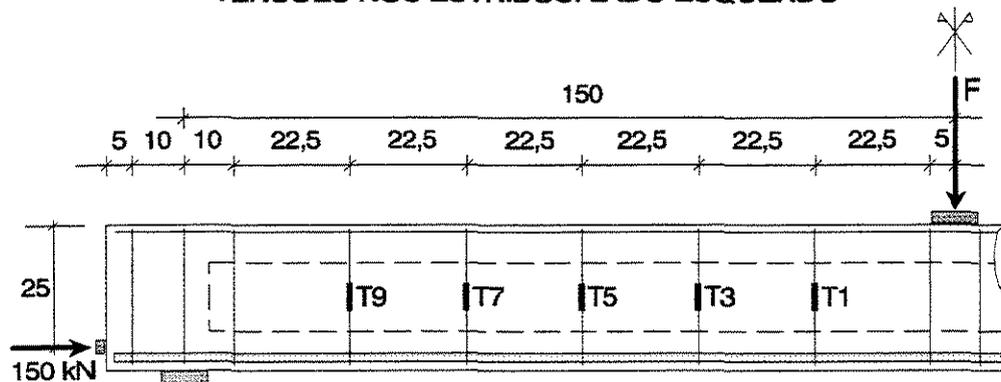


FIGURA 4.05-A

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E15 – LADO ESQUERDO

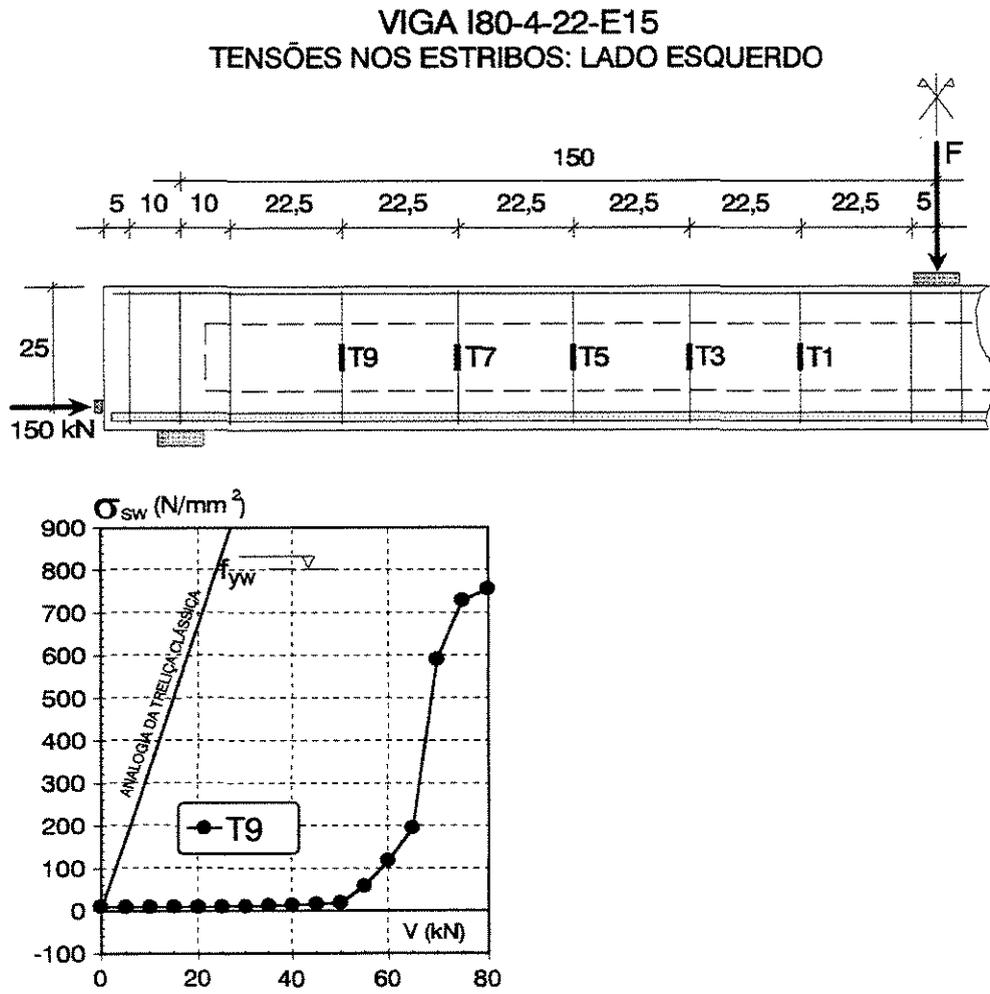


FIGURA 4.05-B

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E15 – LADO ESQUERDO

VIGA I80-4-22-E15  
TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO DIREITO

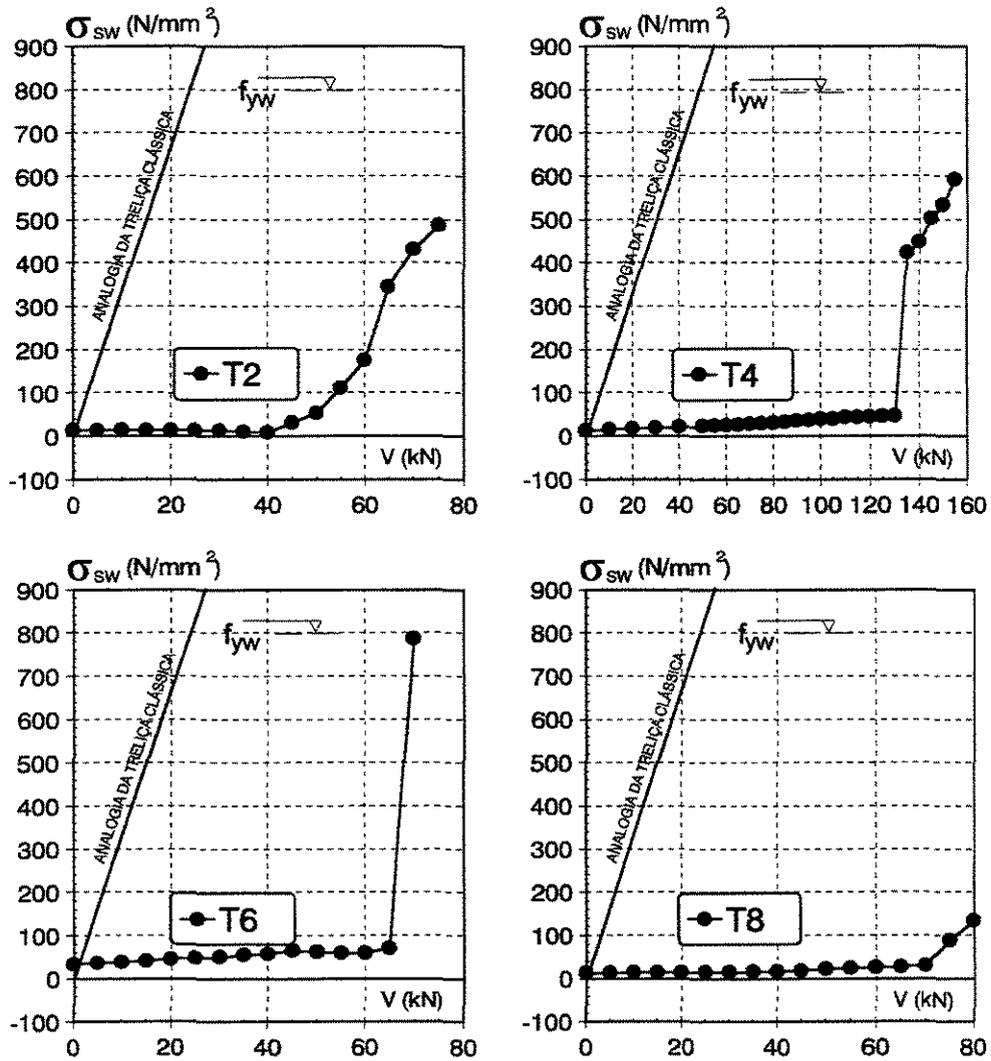
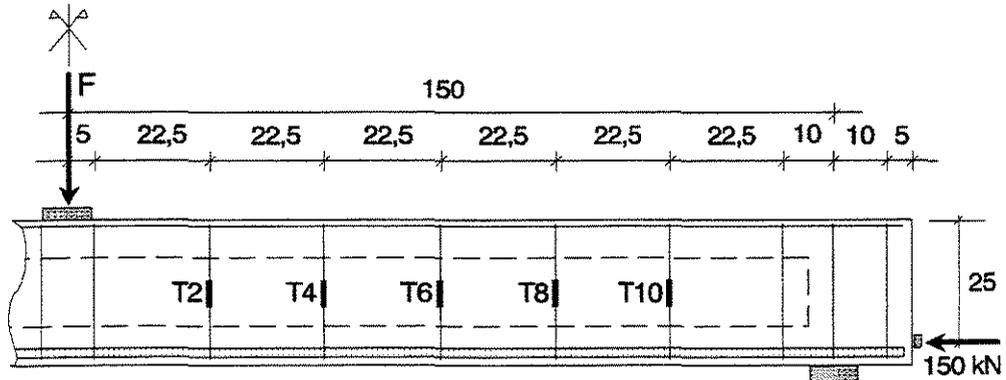


FIGURA 4.06-A

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E15 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E15  
TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO DIREITO

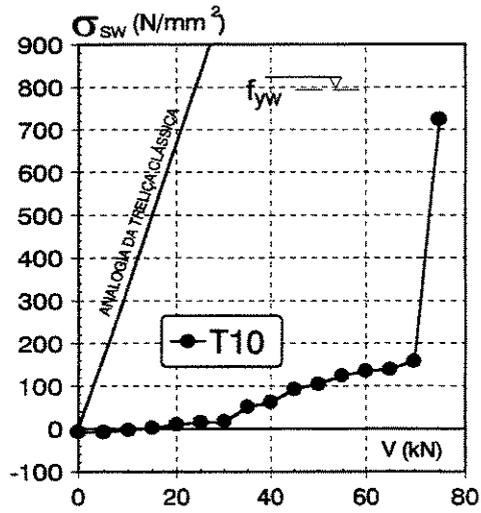
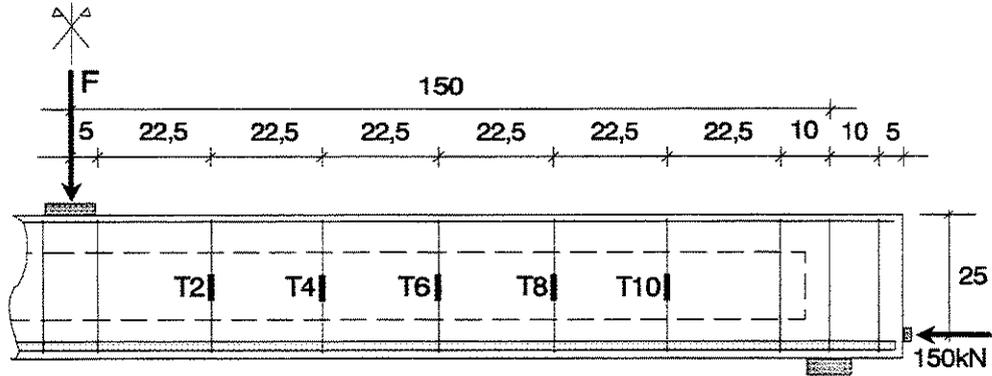


FIGURA 4.06-B

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E15 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E28  
 TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO ESQUERDO

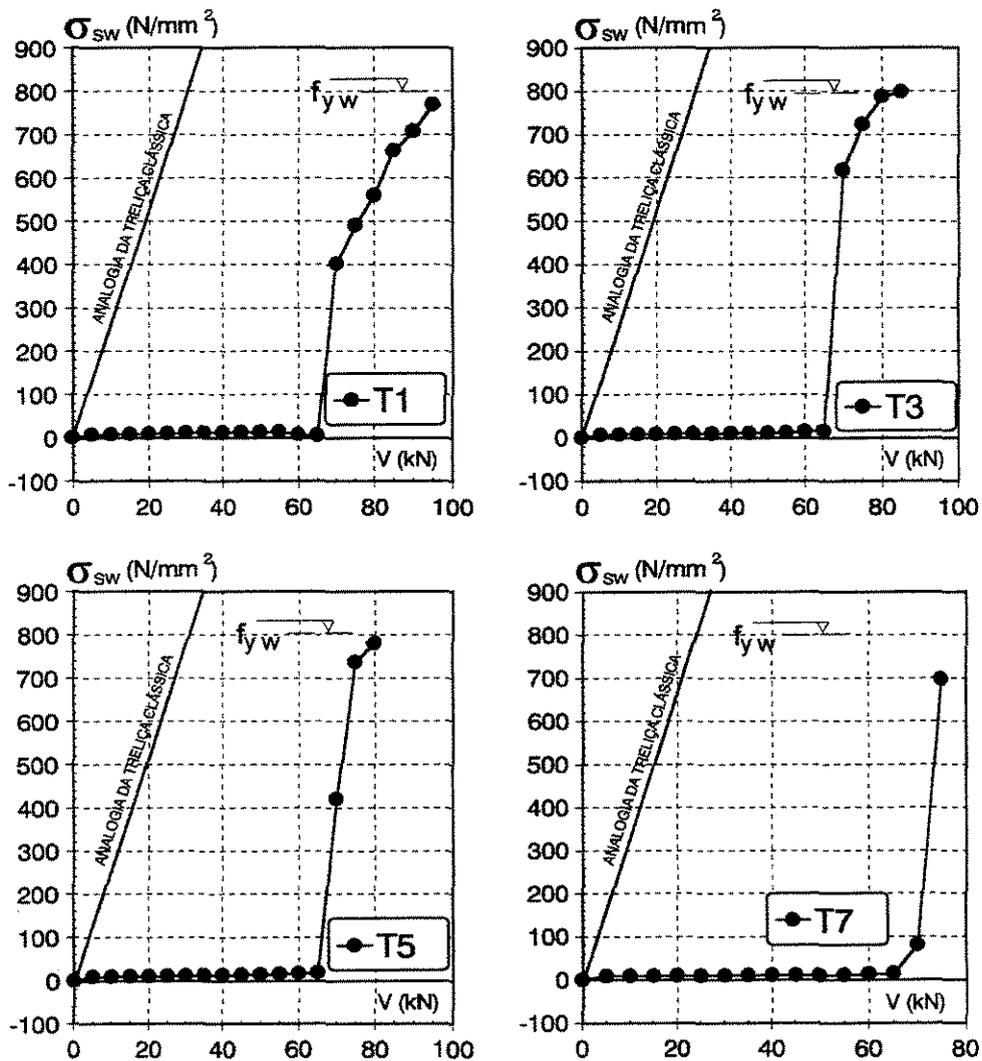
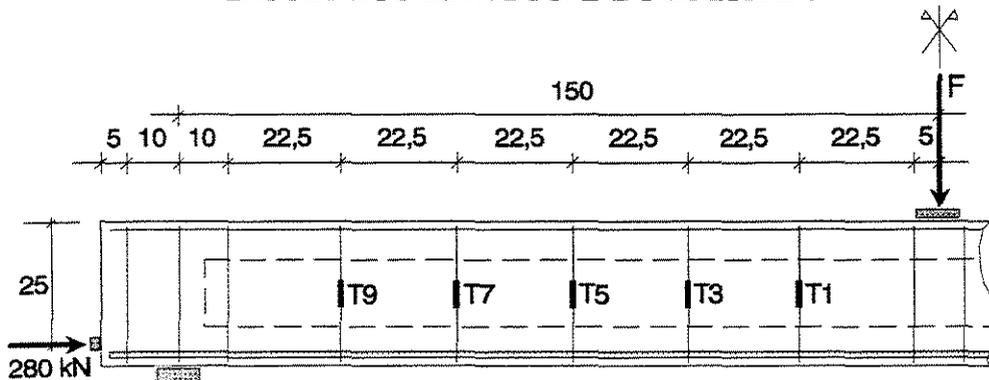
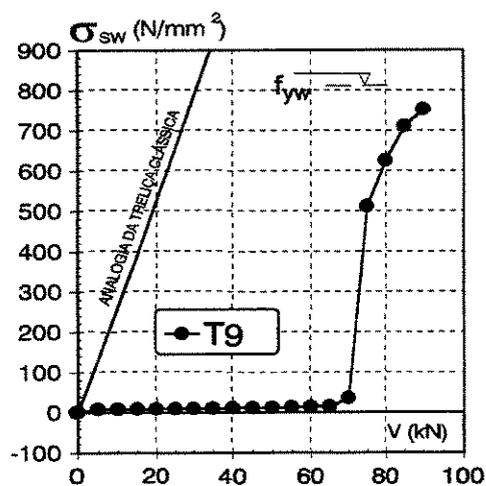
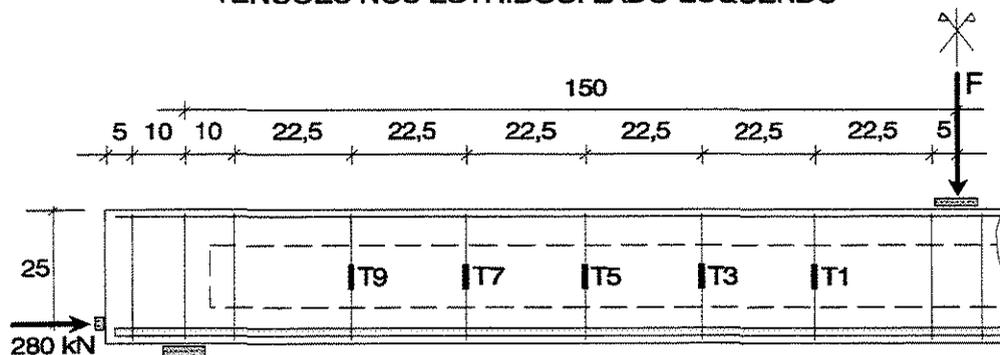


FIGURA 4.07-A

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E28 – LADO ESQUERDO

VIGA I80-4-22-E28  
TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO ESQUERDO



UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

FIGURA 4.07-B

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E28 – LADO ESQUERDO

VIGA I80-4-22-E28  
TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO DIREITO

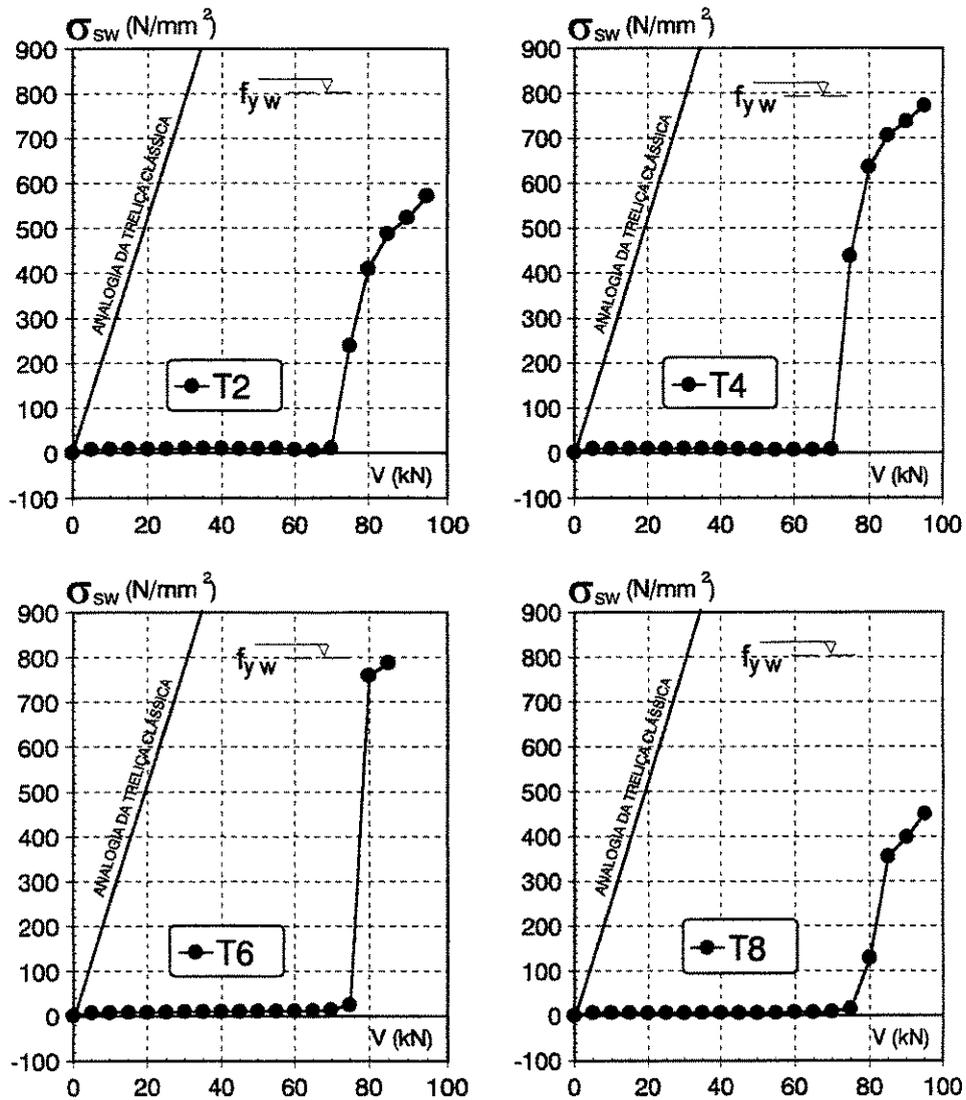
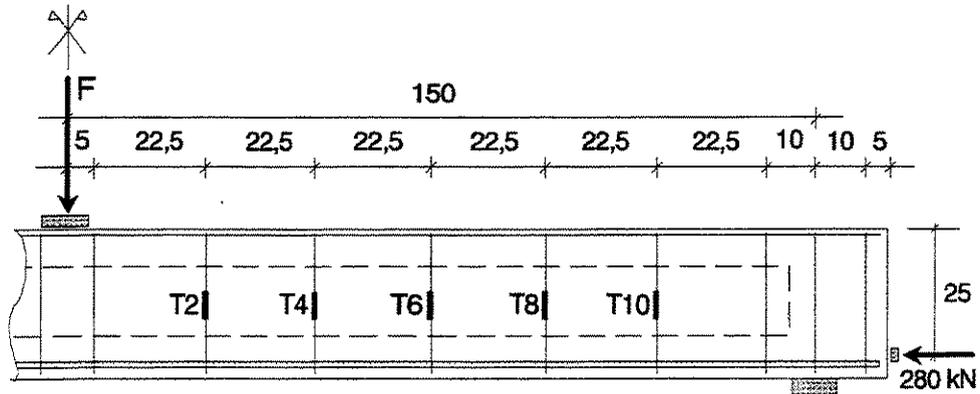


FIGURA 4.08-A

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E28 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E28  
TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO DIREITO

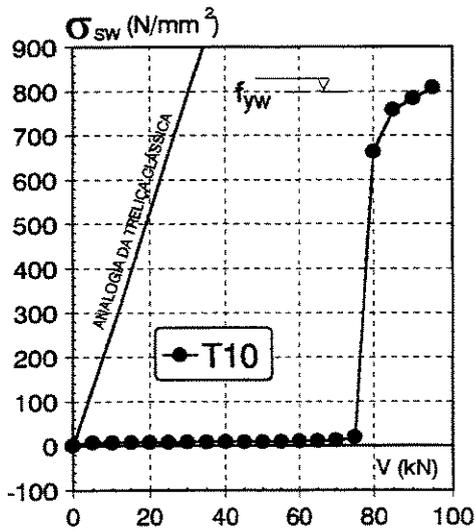
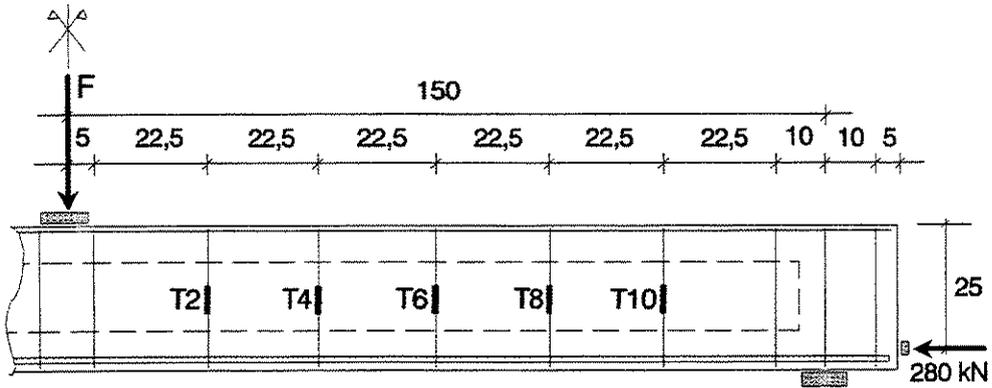


FIGURA 4.08-B

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E28 – LADO DIREITO

## VIGA I80-4-22-E36 TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO ESQUERDO

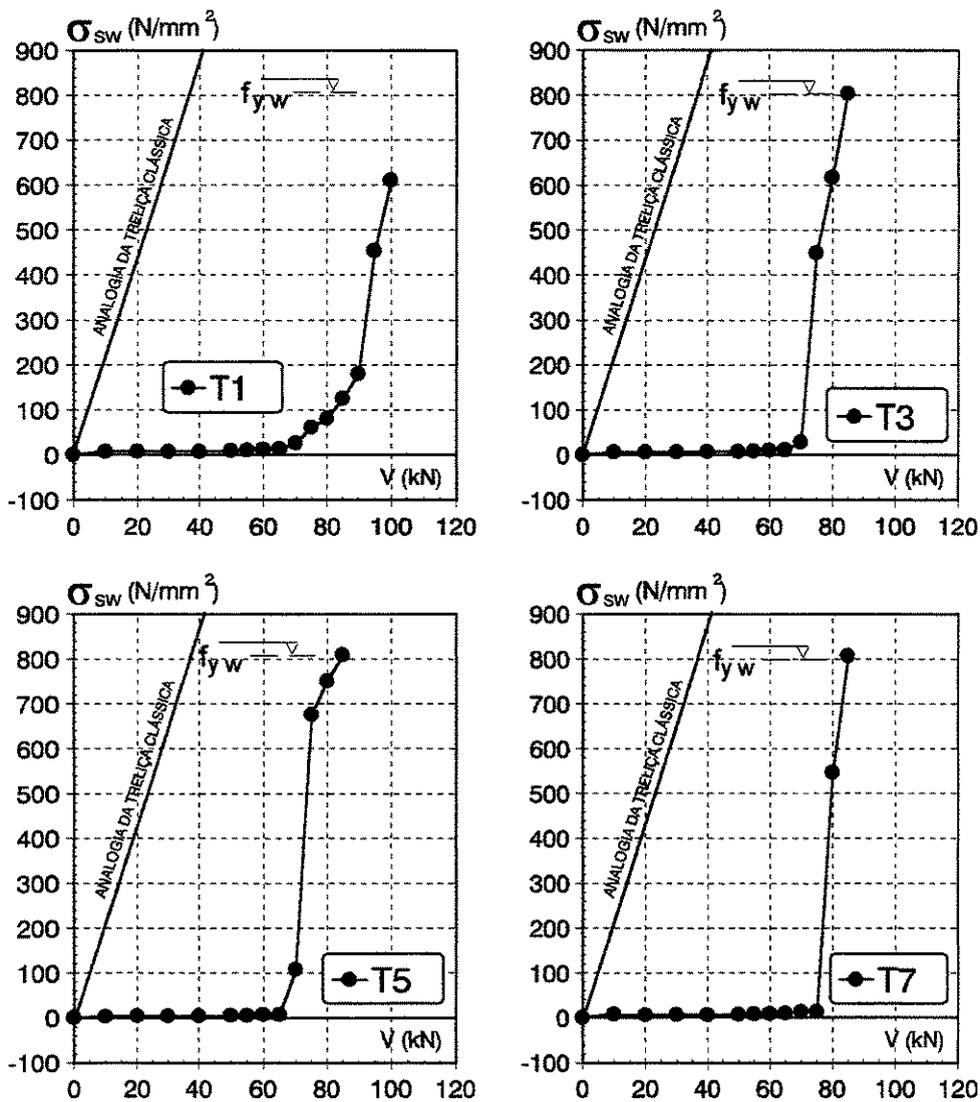
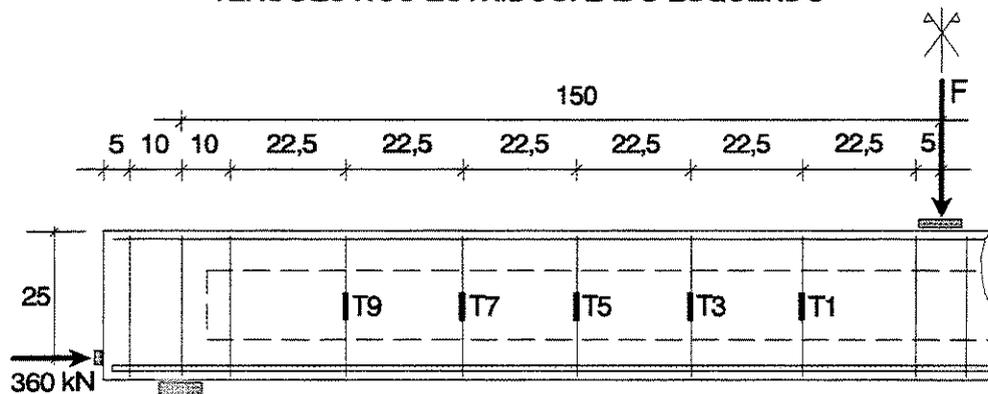


FIGURA 4.09-A

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E36 – LADO ESQUERDO

VIGA I80-4-22-E36  
TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO ESQUERDO

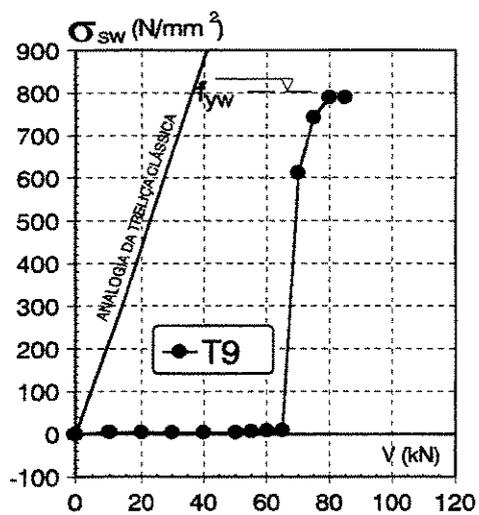
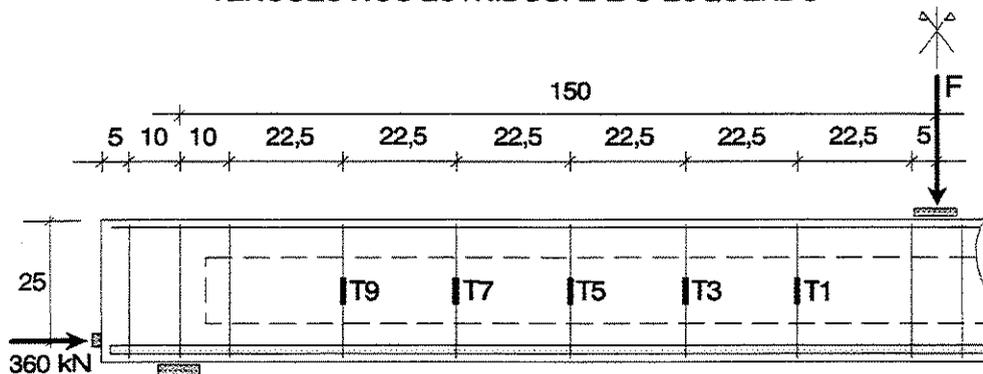


FIGURA 4.09-B

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E36 – LADO ESQUERDO

VIGA I80-4-22-E36  
TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO DIREITO

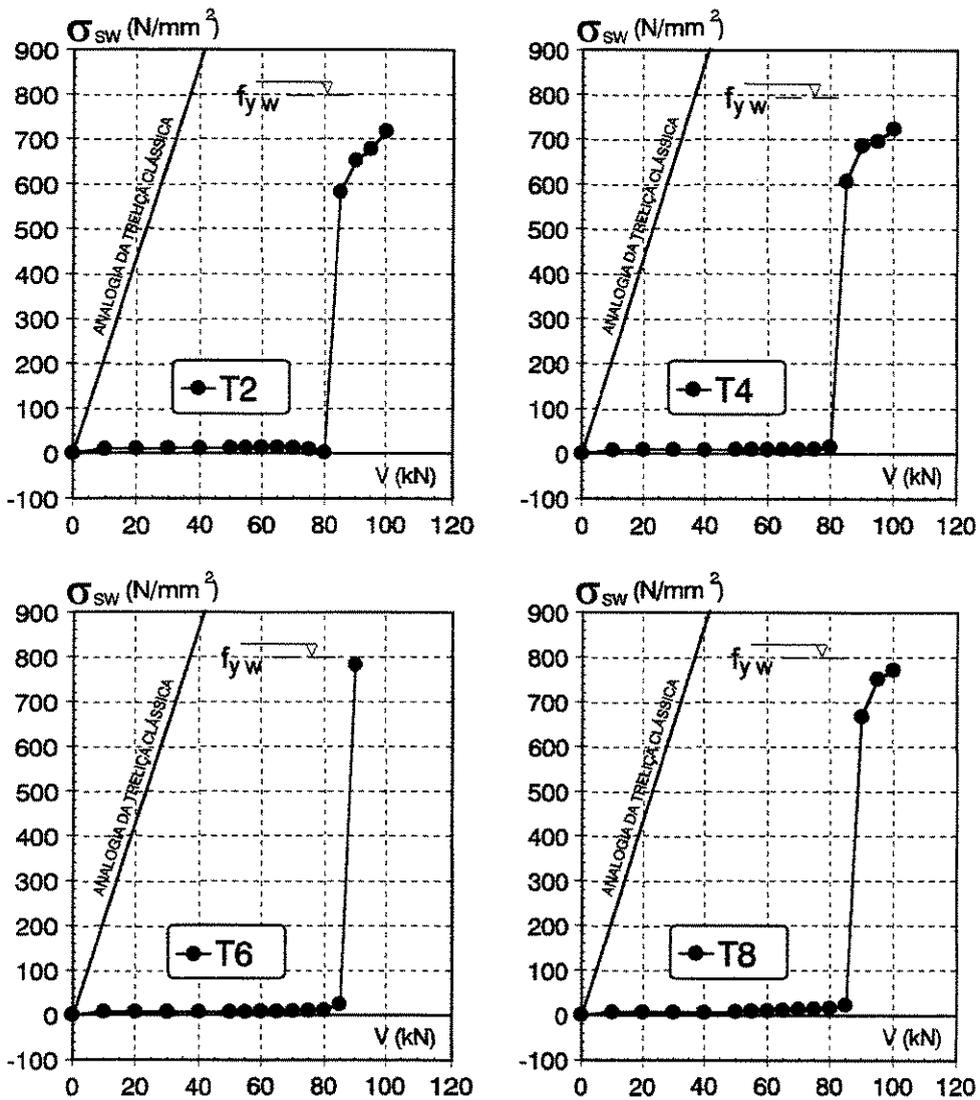
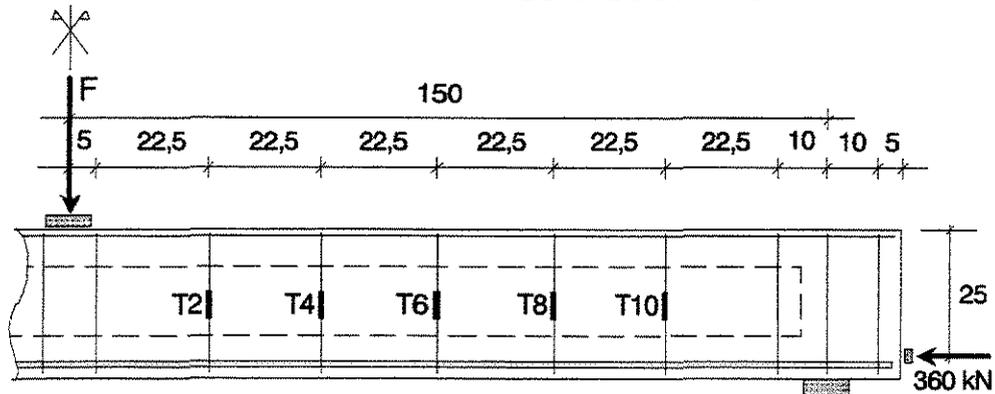


FIGURA 4.10-A

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E36 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E36  
TENSÕES NOS ESTRIBOS: LADO DIREITO

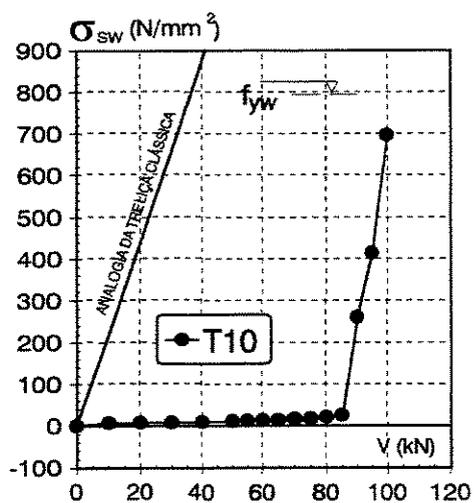
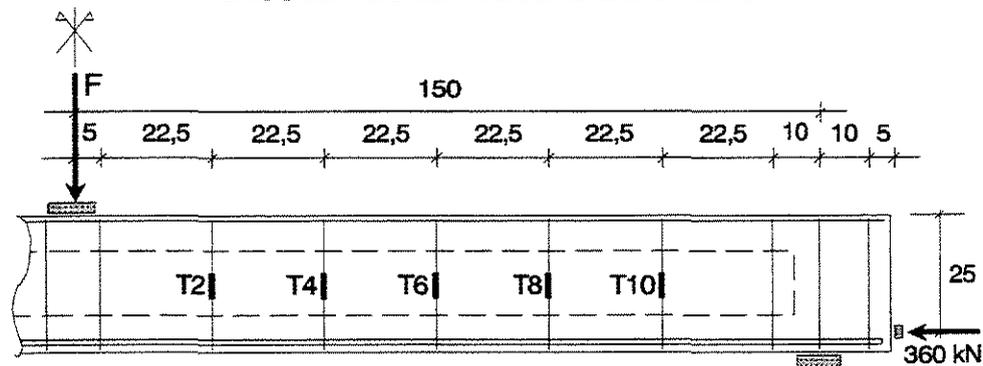


FIGURA 4.10-B

TENSÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E36 – LADO DIREITO

## VIGA I80-4-22-E15 TENSÕES NOS ESTRIBOS

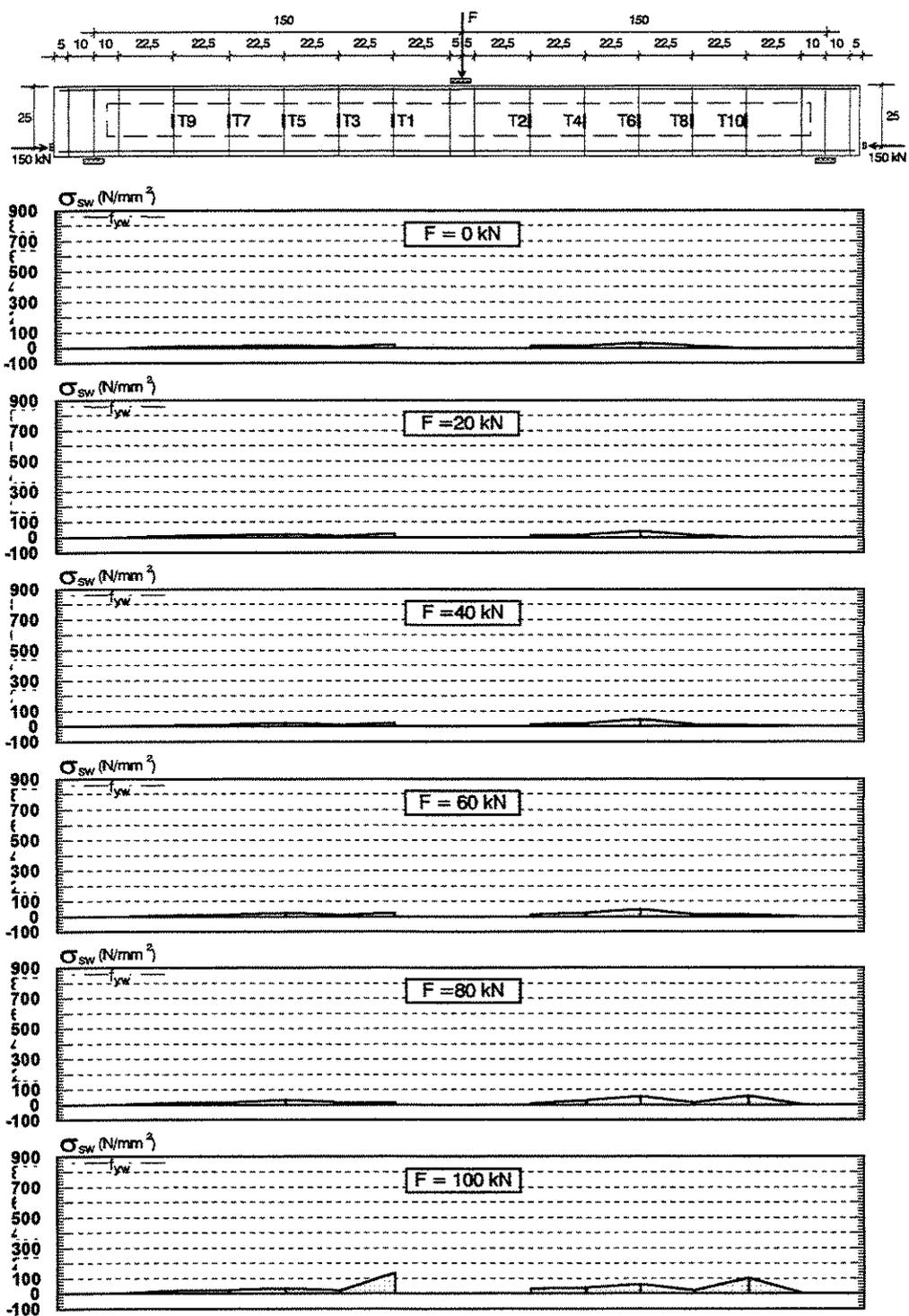


FIGURA 4.11-A

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E15

### VIGA I80-4-22-E15 TENSÕES NOS ESTRIBOS

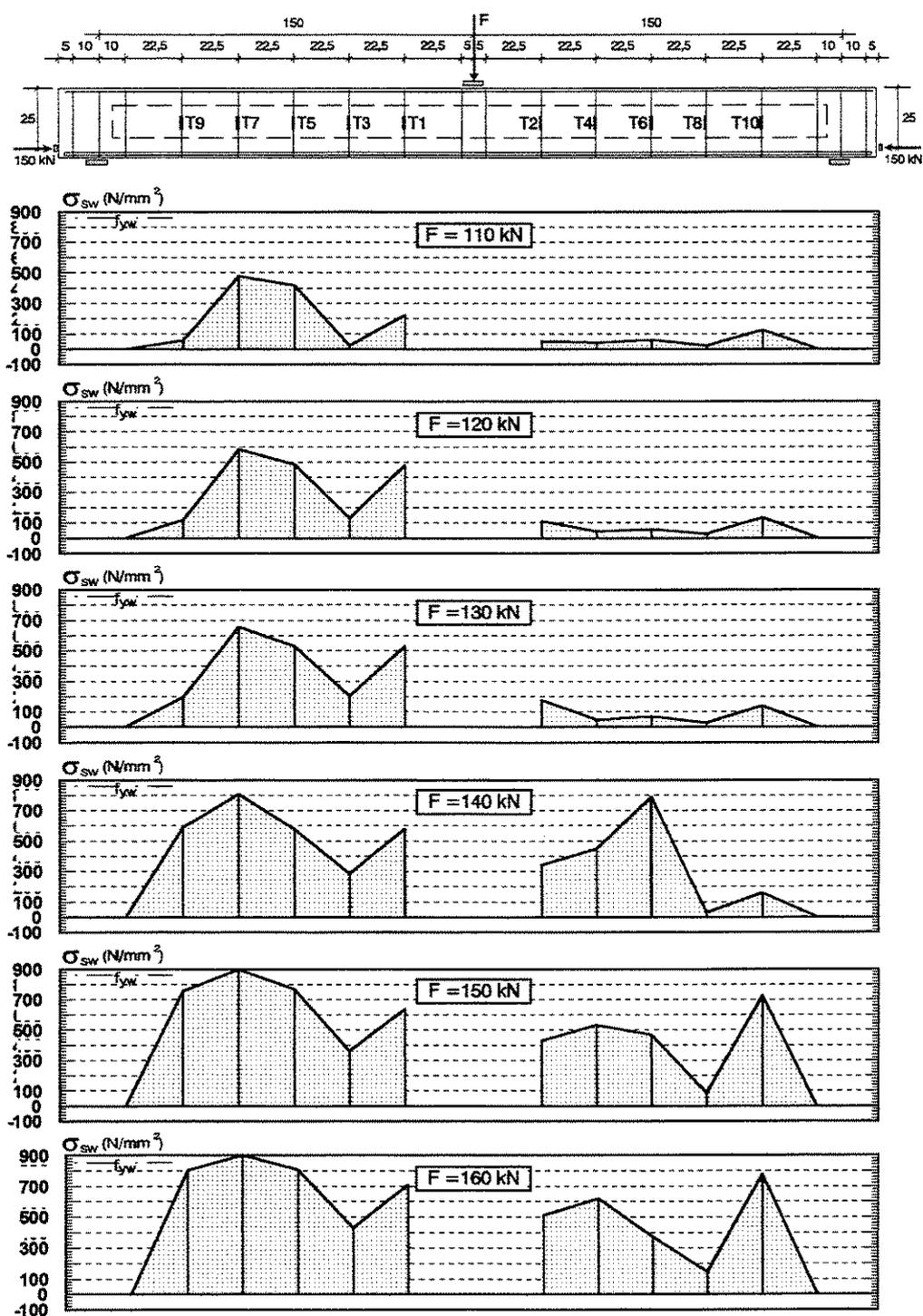


FIGURA 4.11 B

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E15

# VIGA I80-4-22-E28 TENSÕES NOS ESTRIBOS

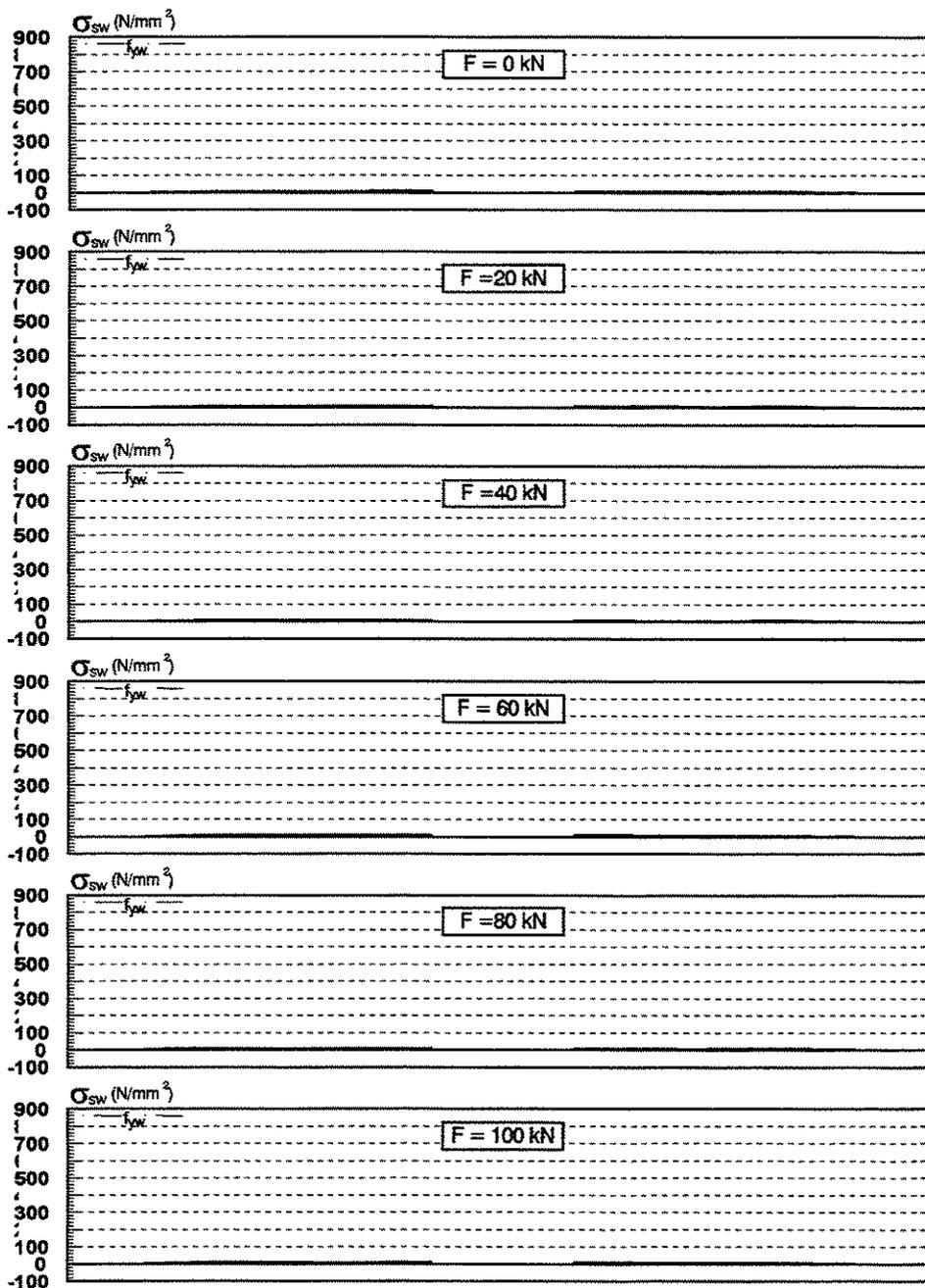
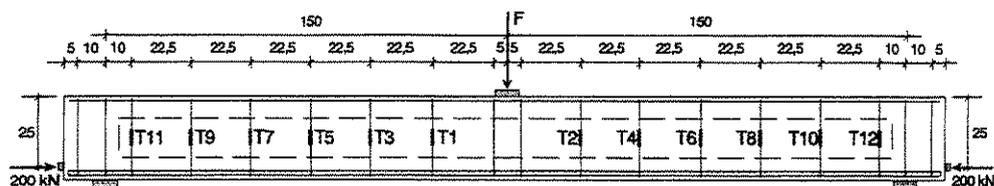


FIGURA 4.12-A

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E28

### VIGA I80-4-22-E28 TENSÕES NOS ESTRIBOS

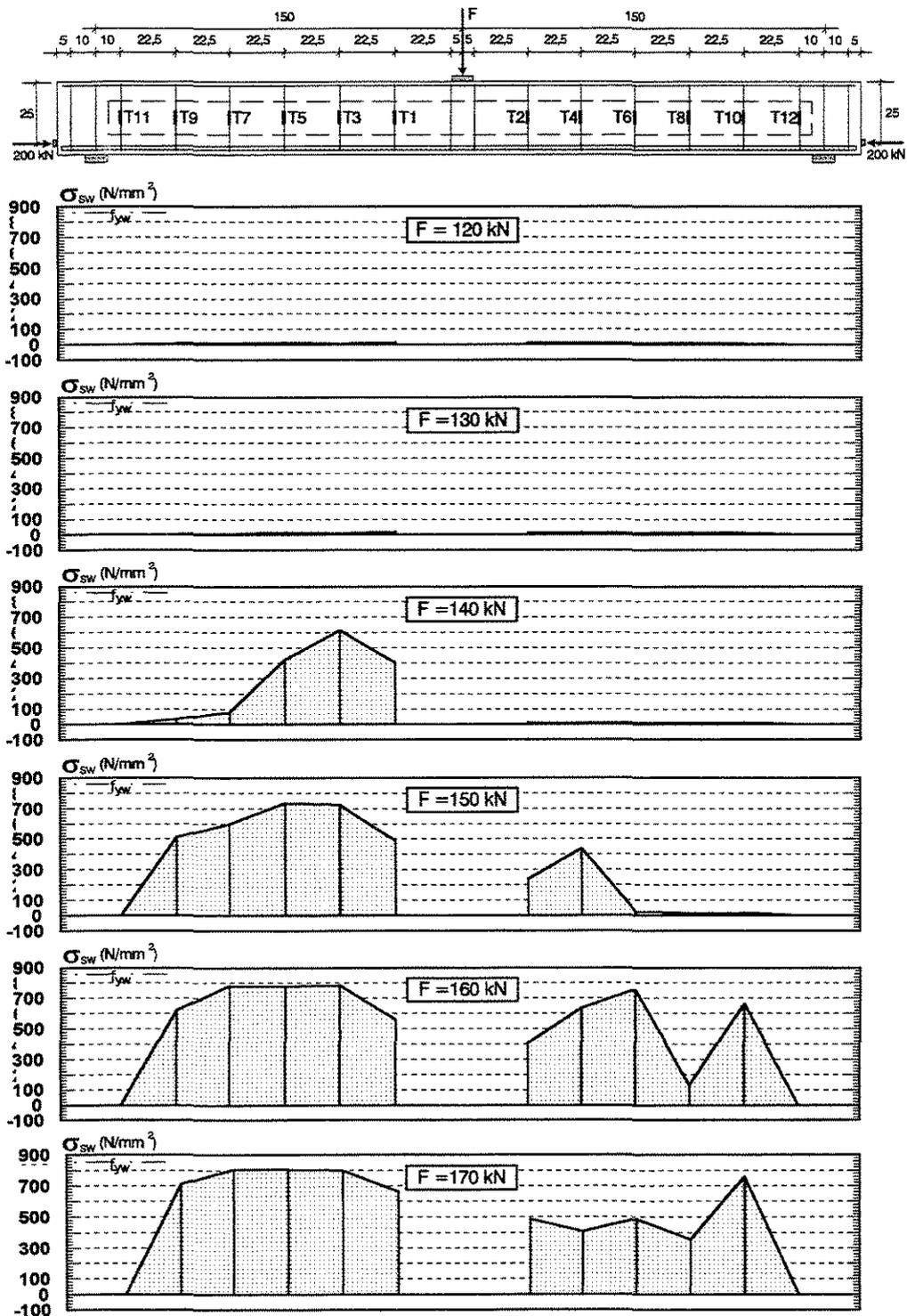


FIGURA 4.12-B

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E28

## VIGA I80-4-22-E36 TENSÕES NOS ESTRIBOS

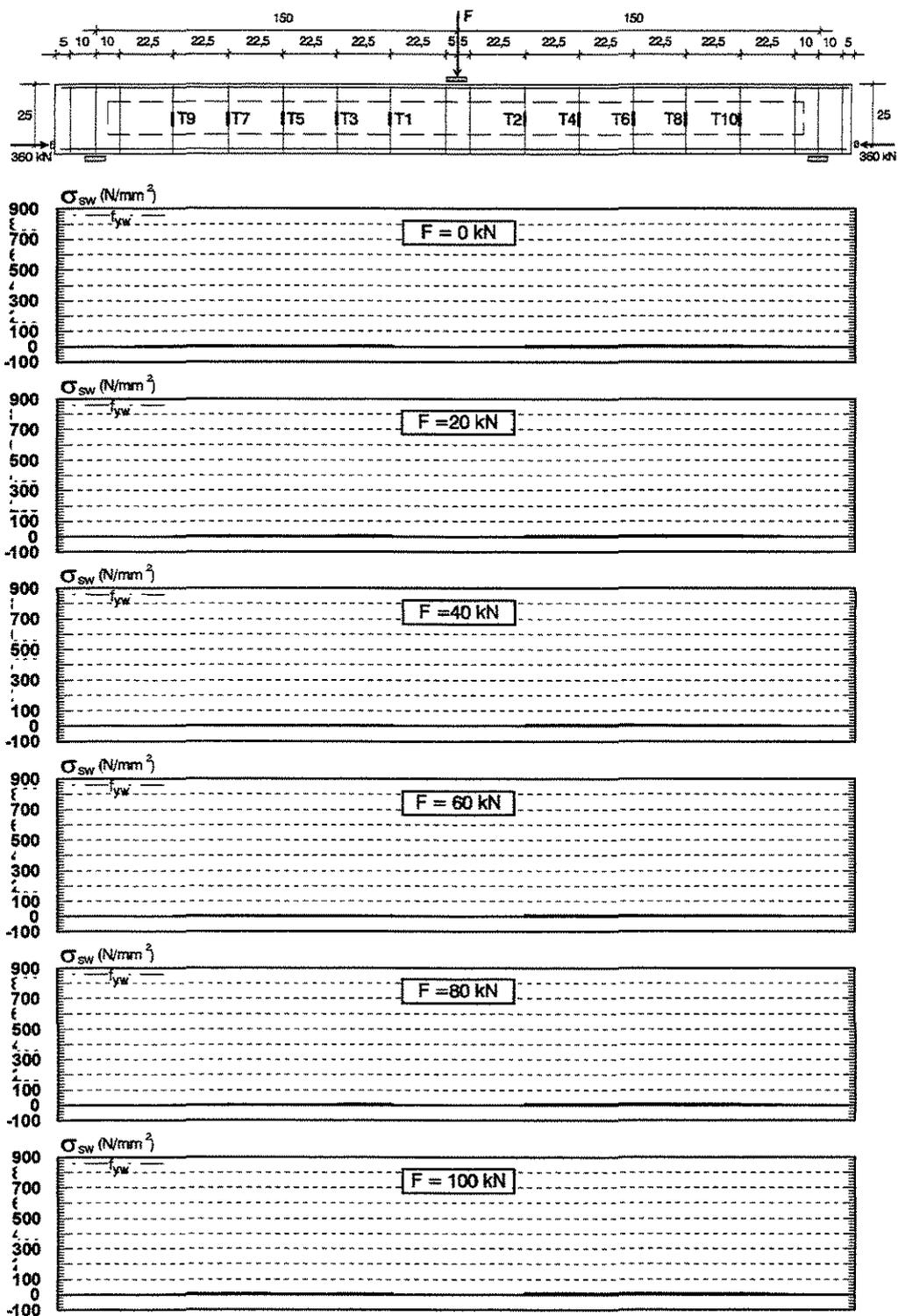


FIGURA 4.13-A

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E36

### VIGA I80-4-22-E36 TENSÕES NOS ESTRIBOS

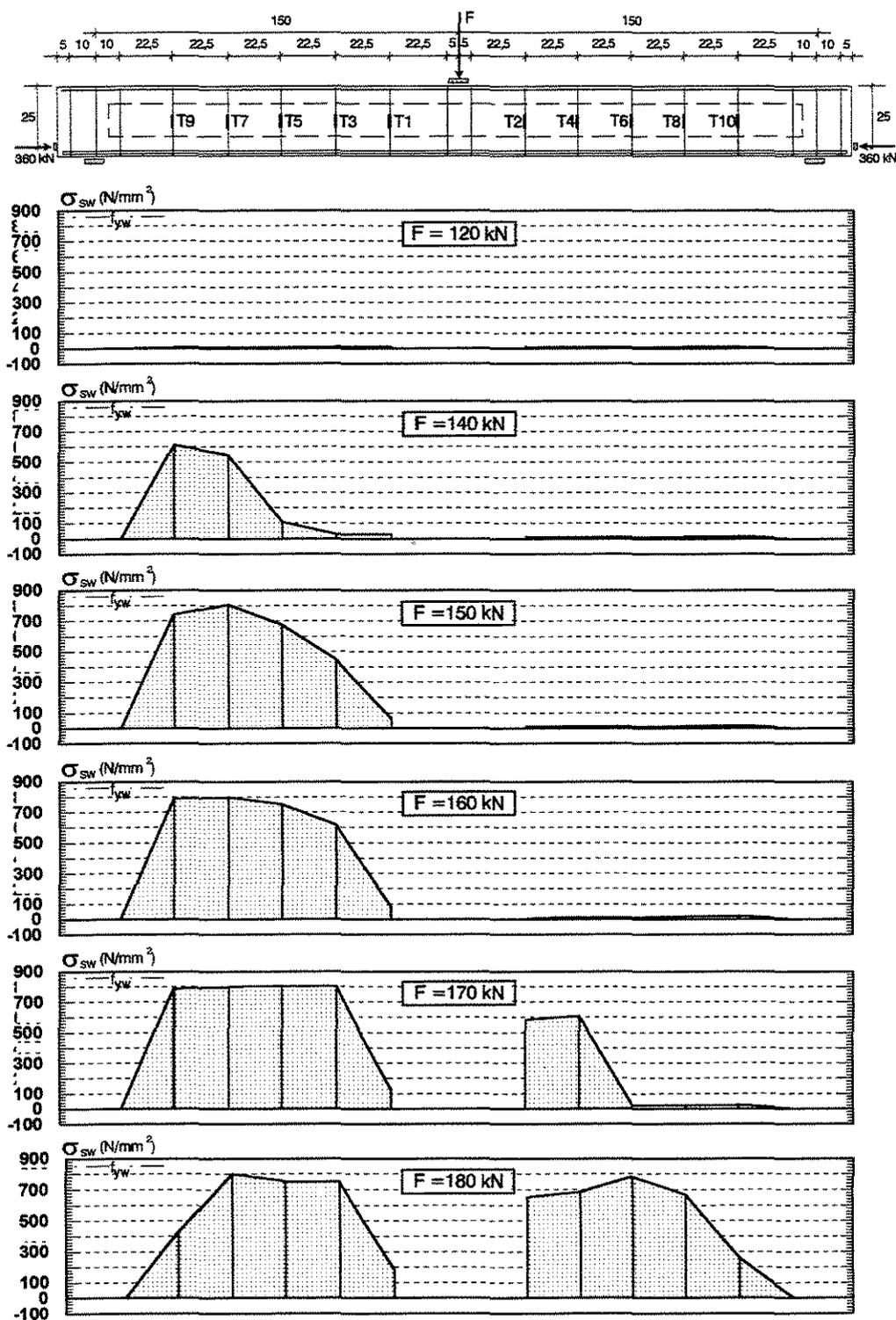


FIGURA 4.13-B

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA TRANSVERSAL DA VIGA I80-4-22-E36

VIGA I80-4-22-E15  
TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL: LADO ESQUERDO

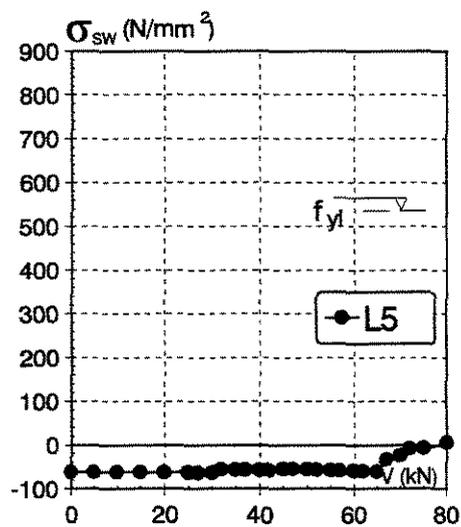
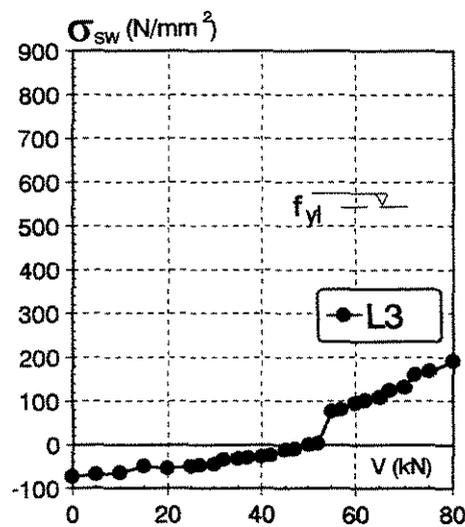
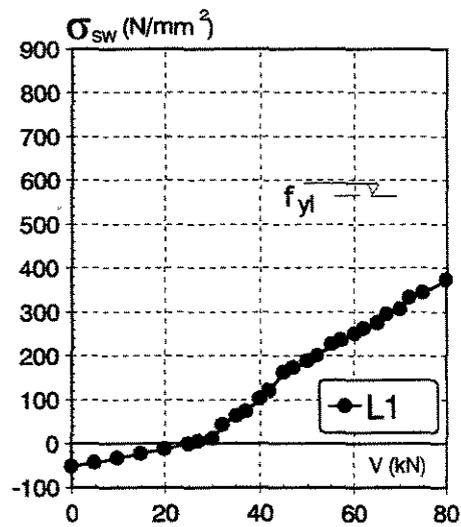
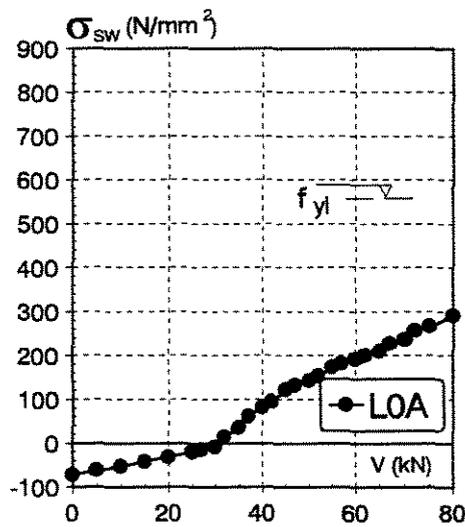
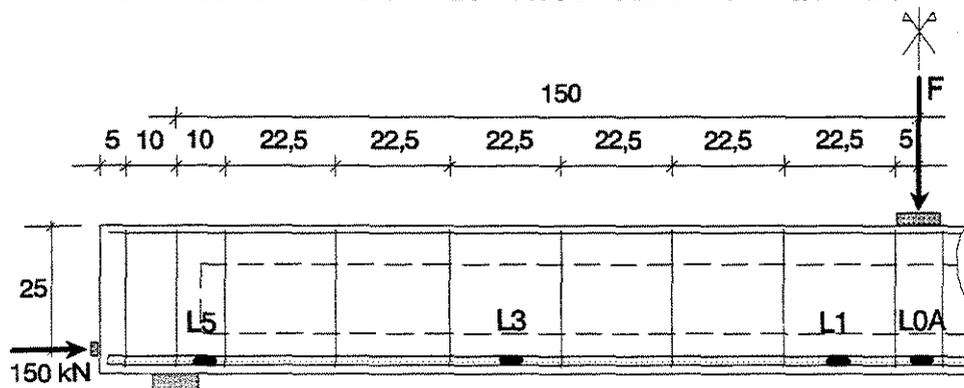


FIGURA 4.14

TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E15 – LADO ESQUERDO

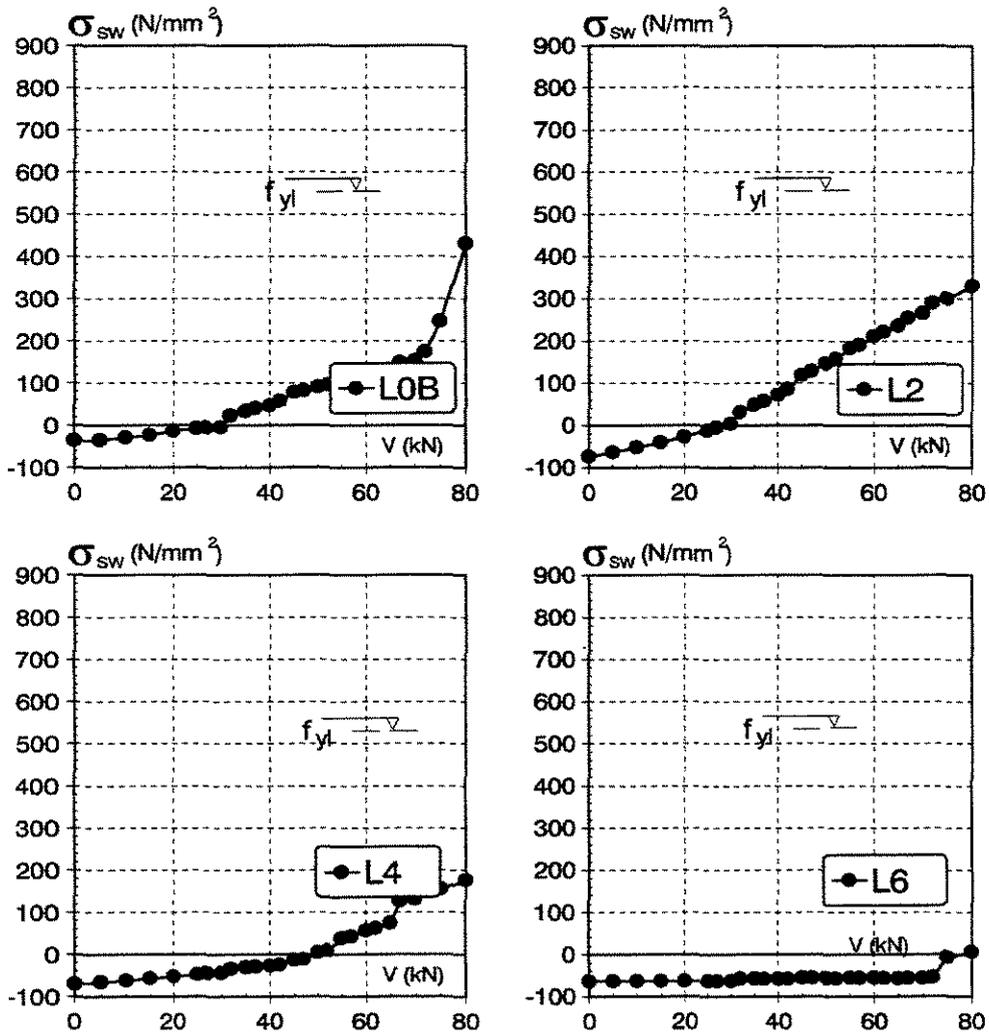
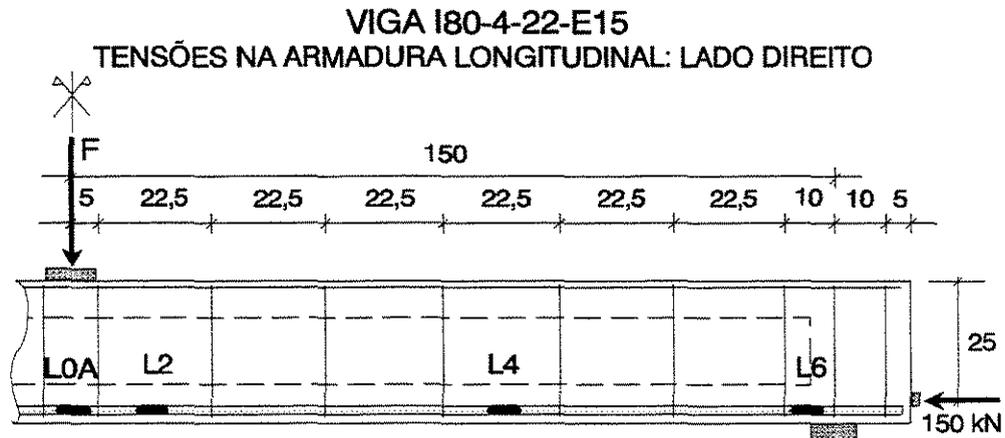


FIGURA 4.15

TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E15 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E28  
TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL: LADO ESQUERDO

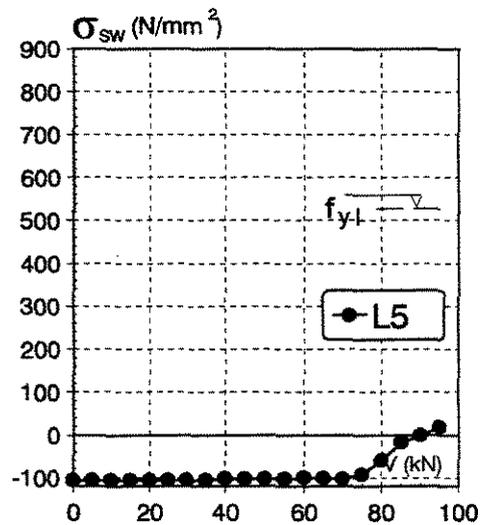
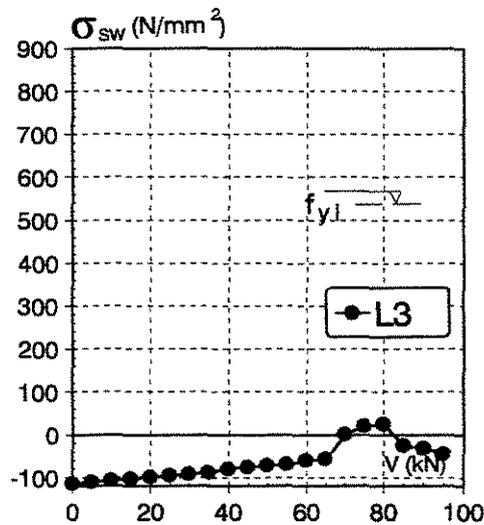
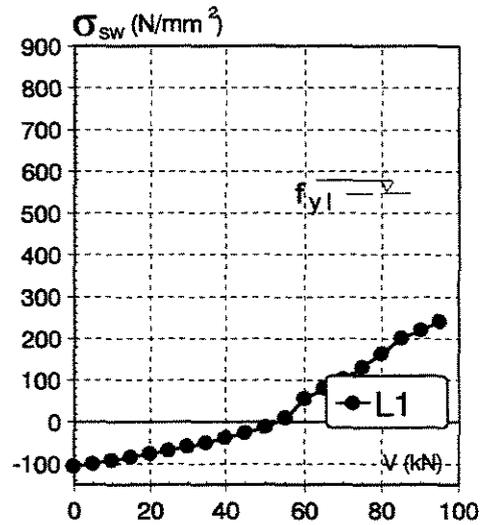
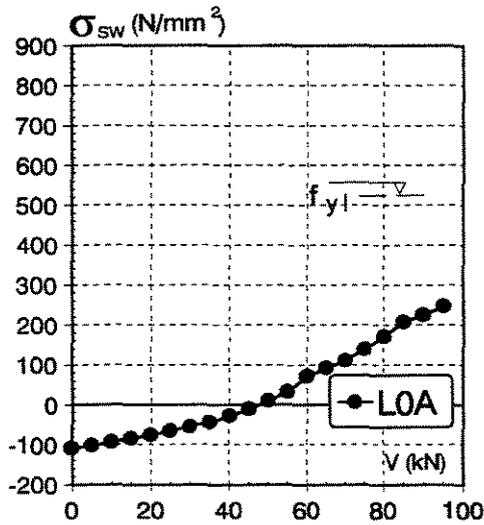
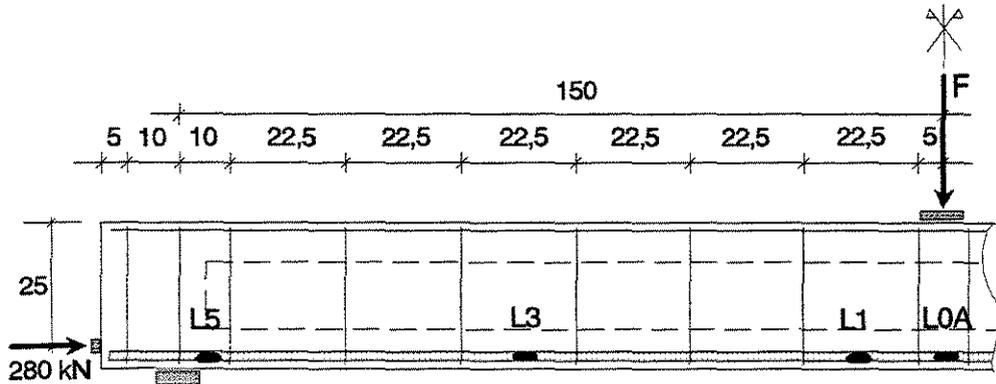


FIGURA 4.16

TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E28 – LADO ESQUERDO

VIGA I80-4-22-E28  
TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL: LADO DIREITO

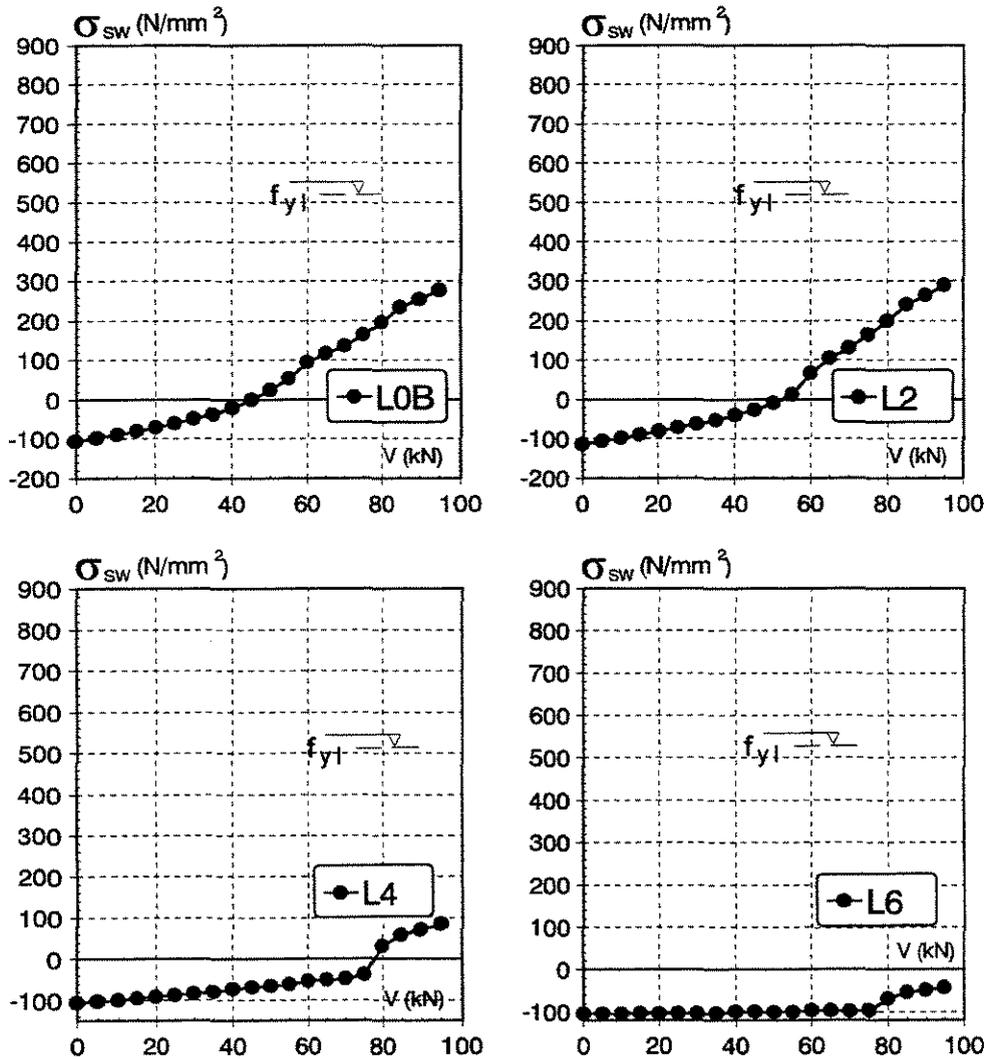
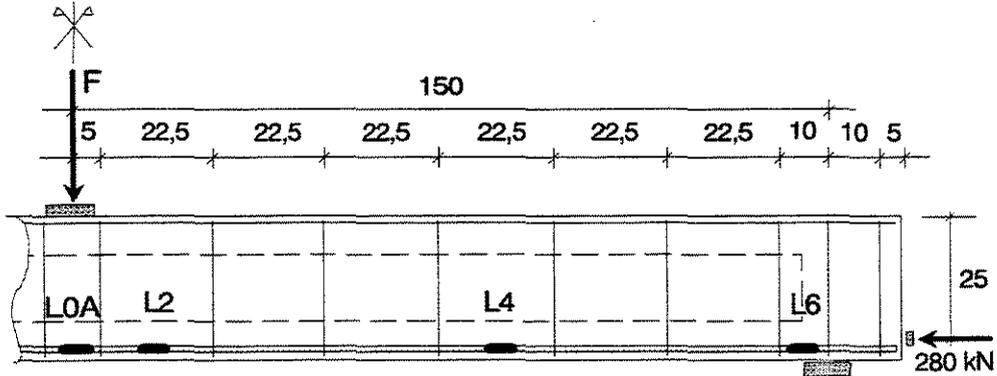


FIGURA 4.17

TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E28 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E36  
TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL: LADO ESQUERDO

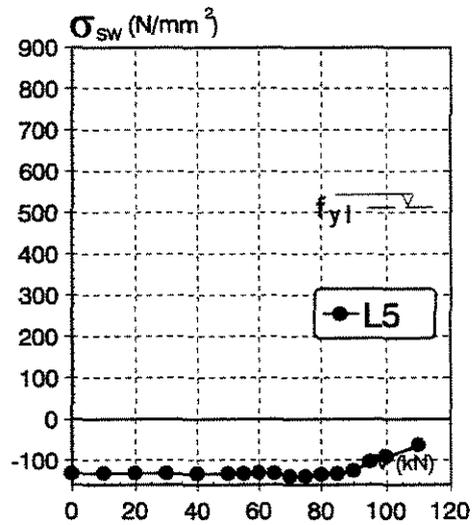
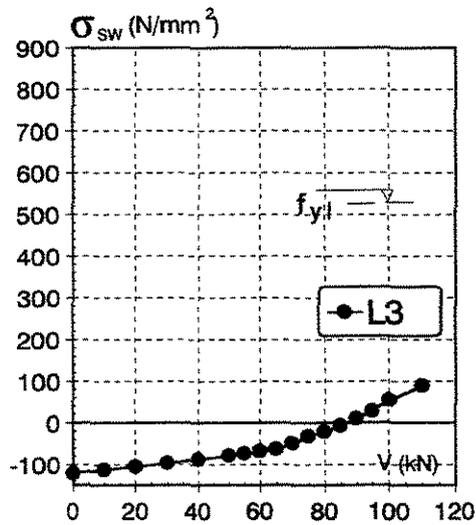
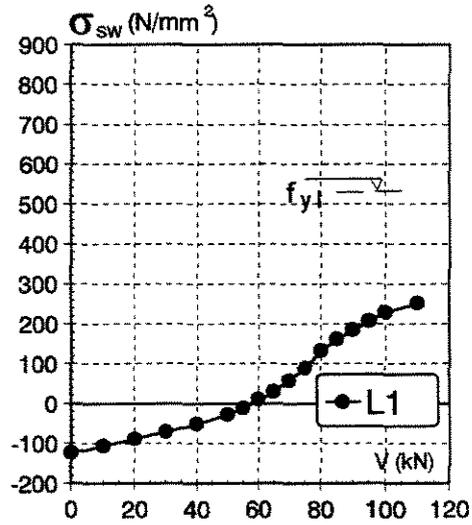
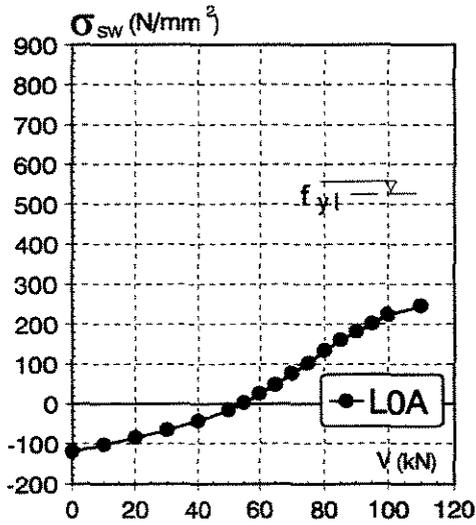
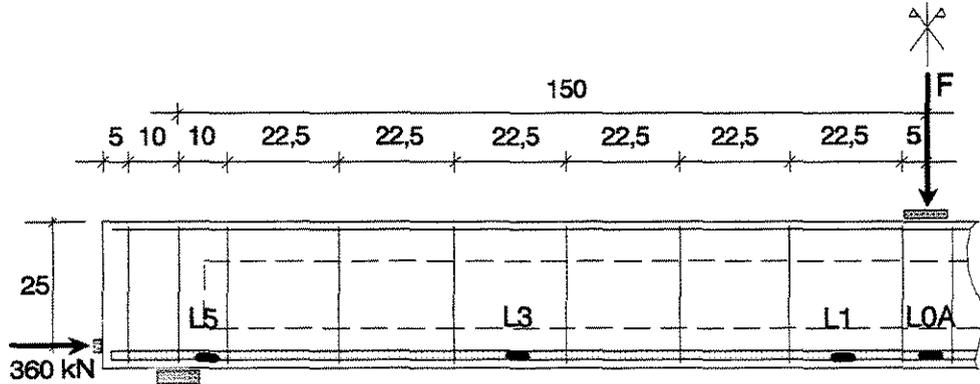


FIGURA 4.18

TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E36 - LADO ESQUERDO

VIGA I80-4-22-E36  
TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL: LADO DIREITO

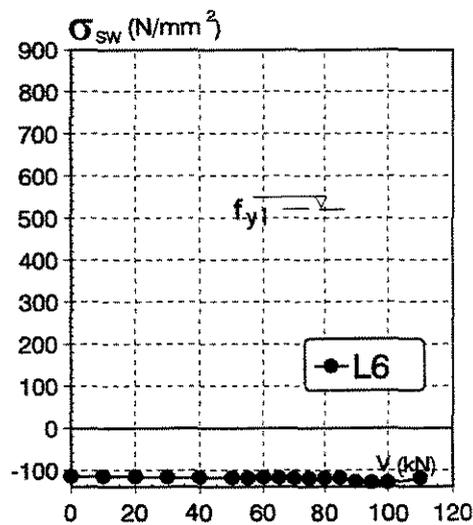
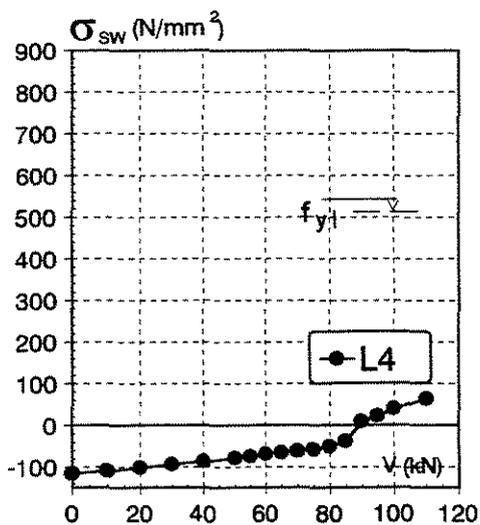
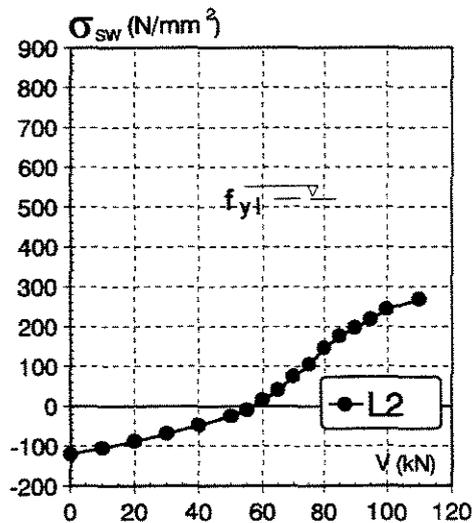
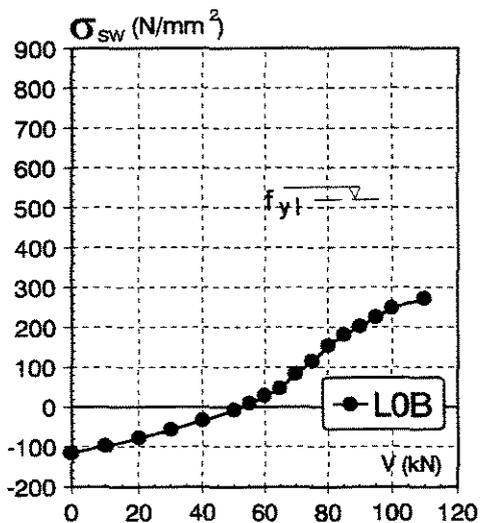
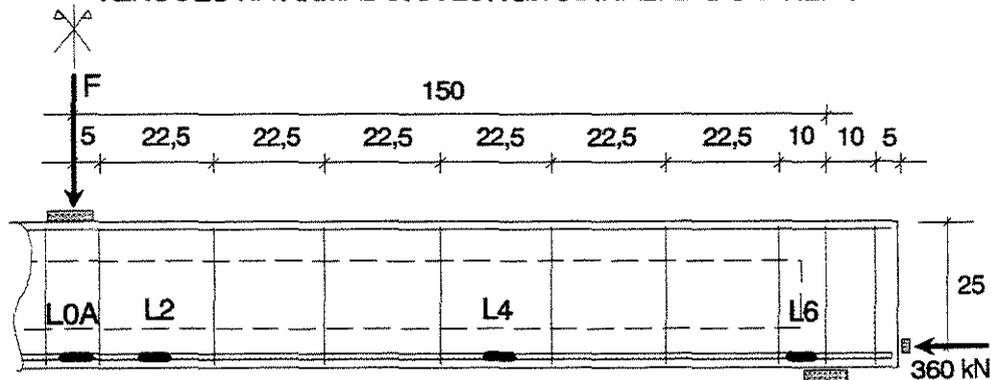


FIGURA 4.19

TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E36 – LADO DIREITO

## VIGA I80-4-22-E15 TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL

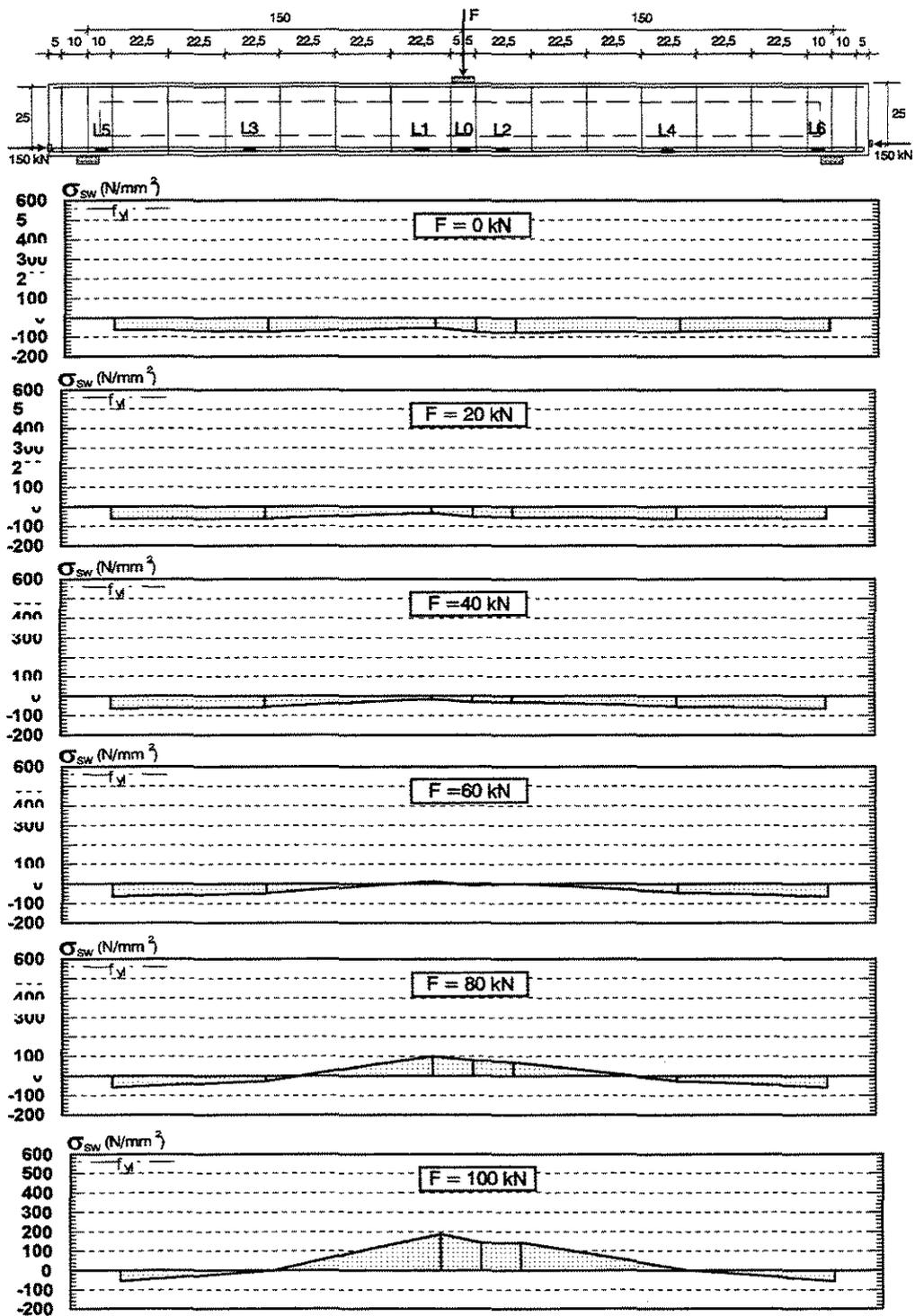


FIGURA 4.20-A

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E15

### VIGA I80-4-22-E15 TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL

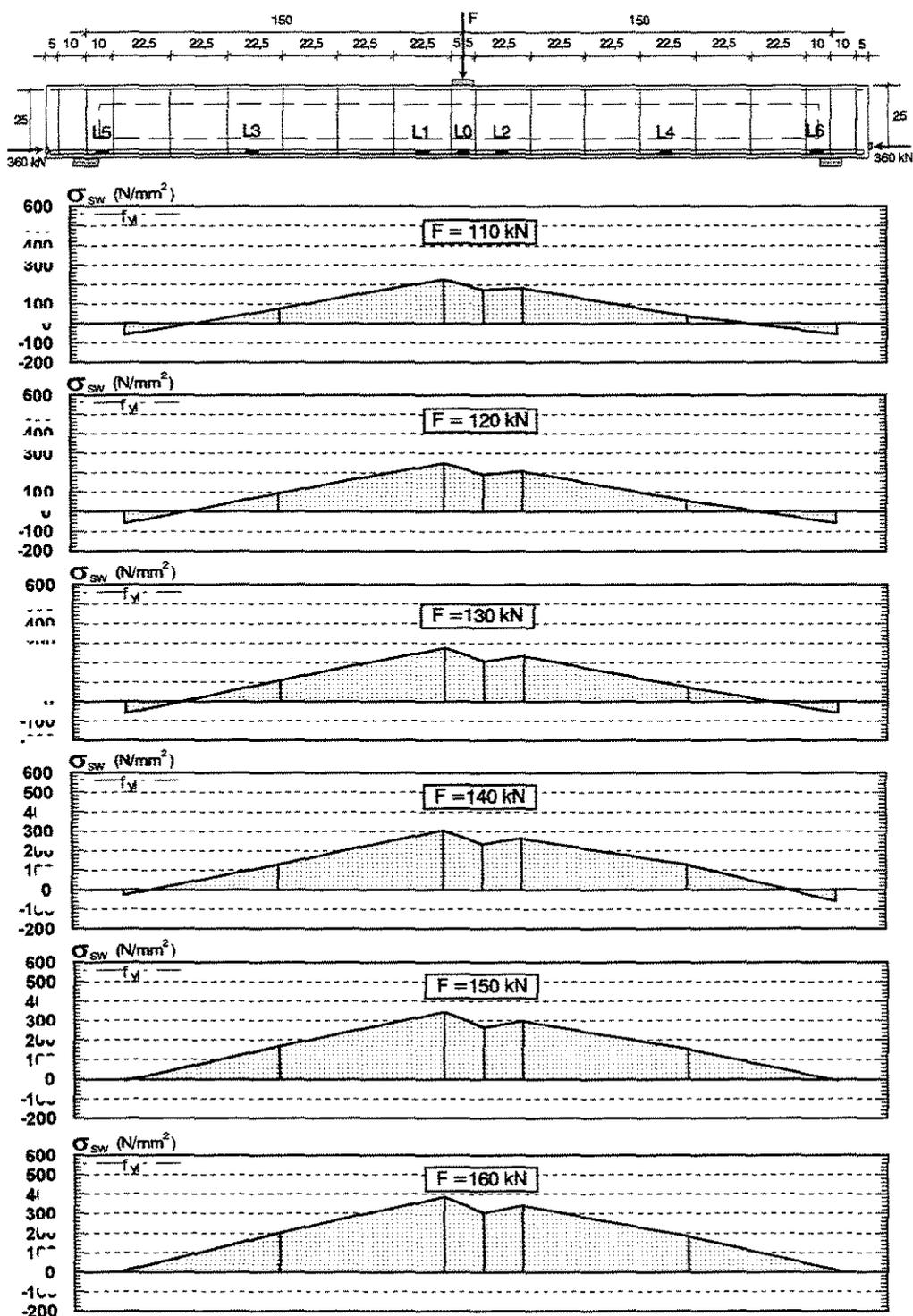


FIGURA 4.20-B

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E15

# VIGA I80-4-22-E28

## TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL

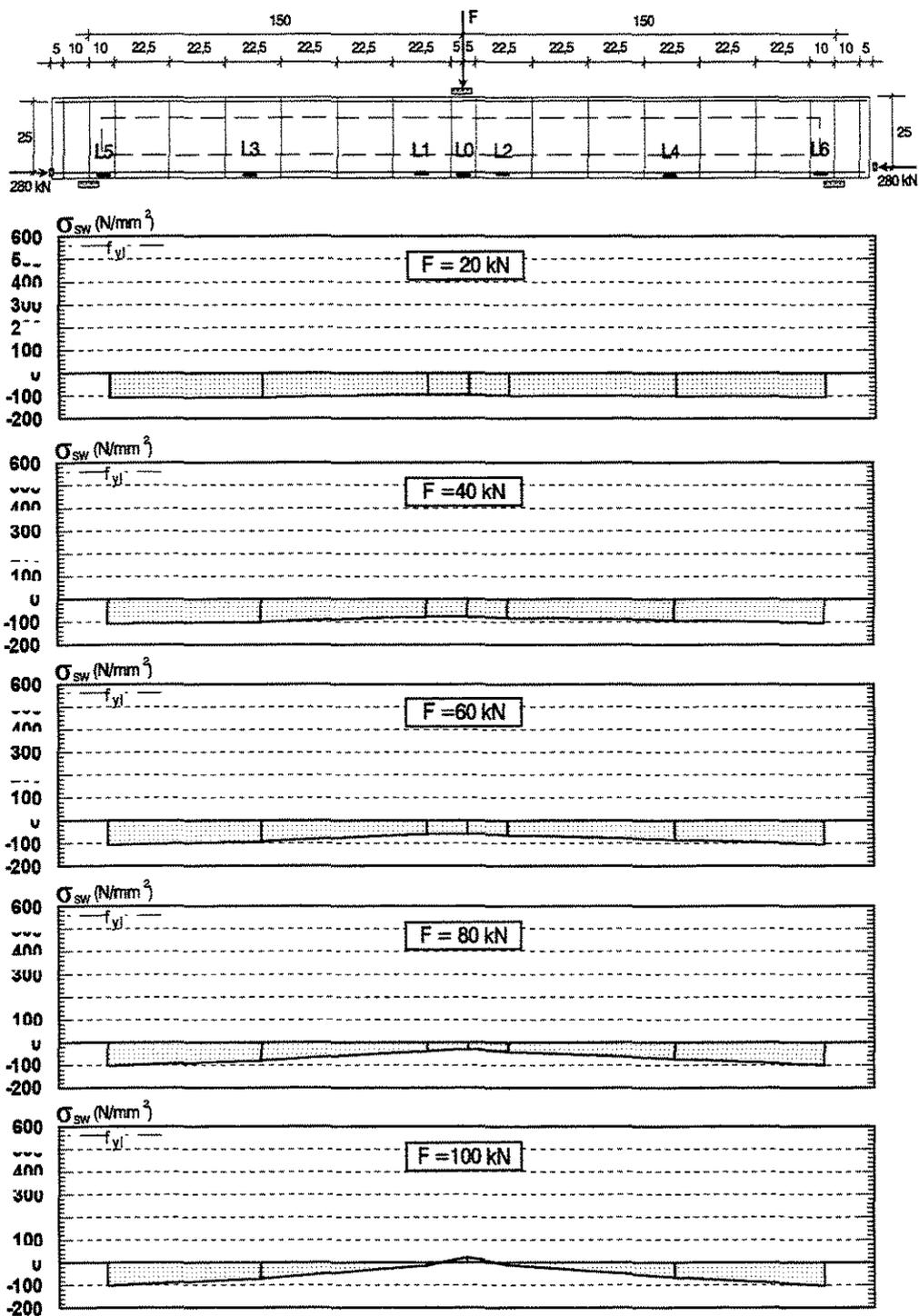


FIGURA 4.21-A

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E28

VIGA I80-4-22-E28  
TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL

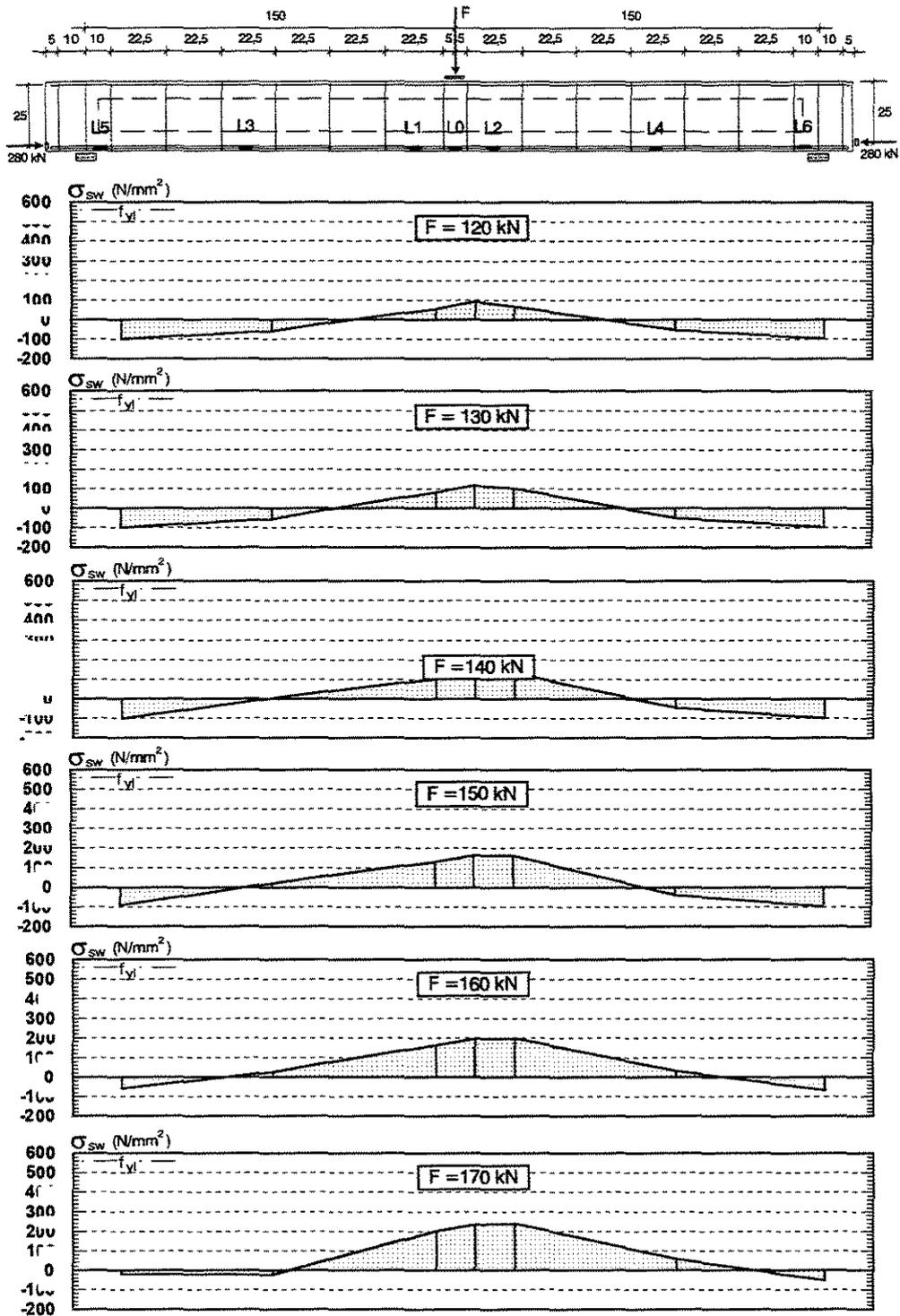


FIGURA 4.21-B

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E28

# VIGA I80-4-22-E36

## TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL

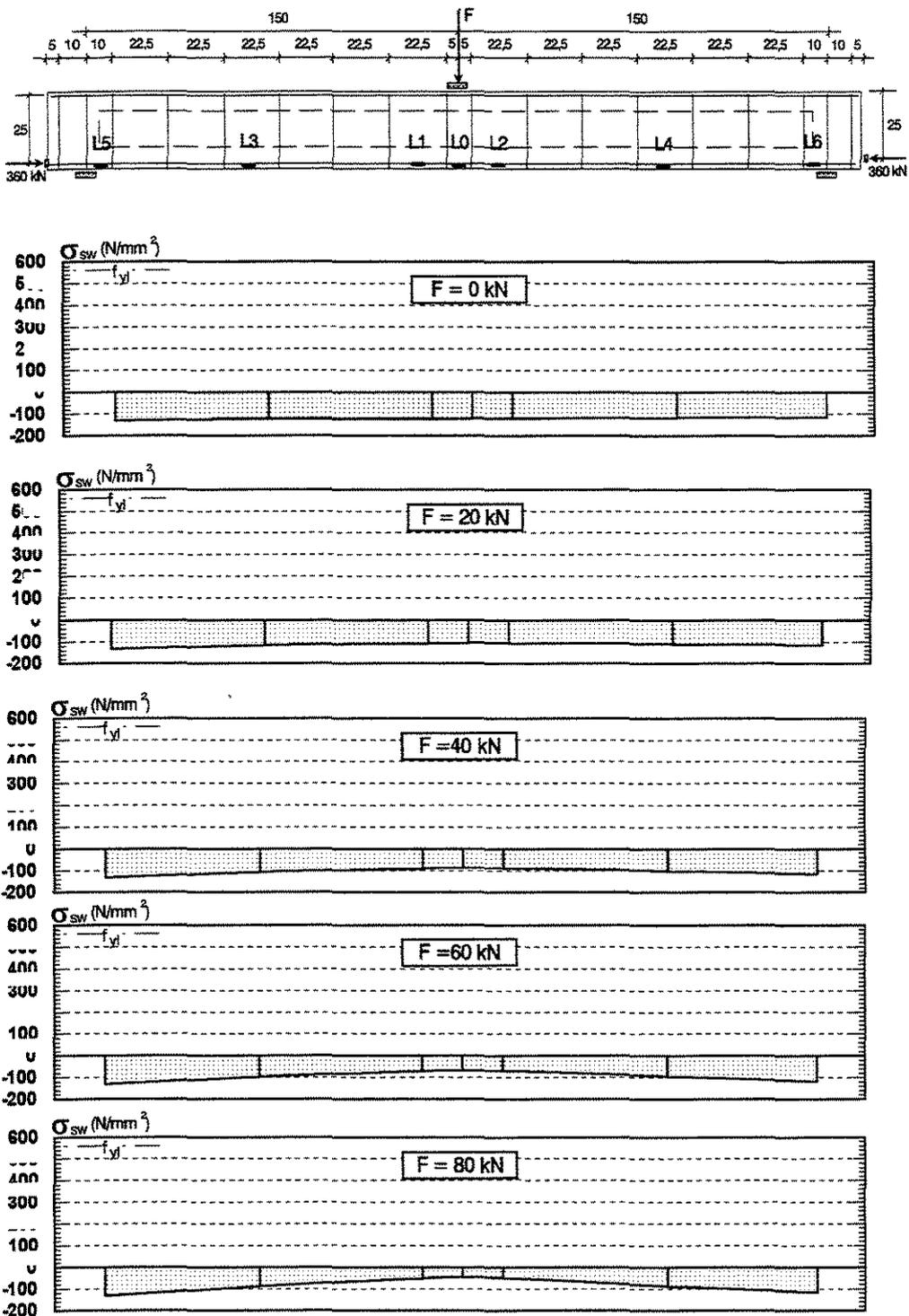


FIGURA 4.22-A

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E36

### VIGA I80-4-22-E36 TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL

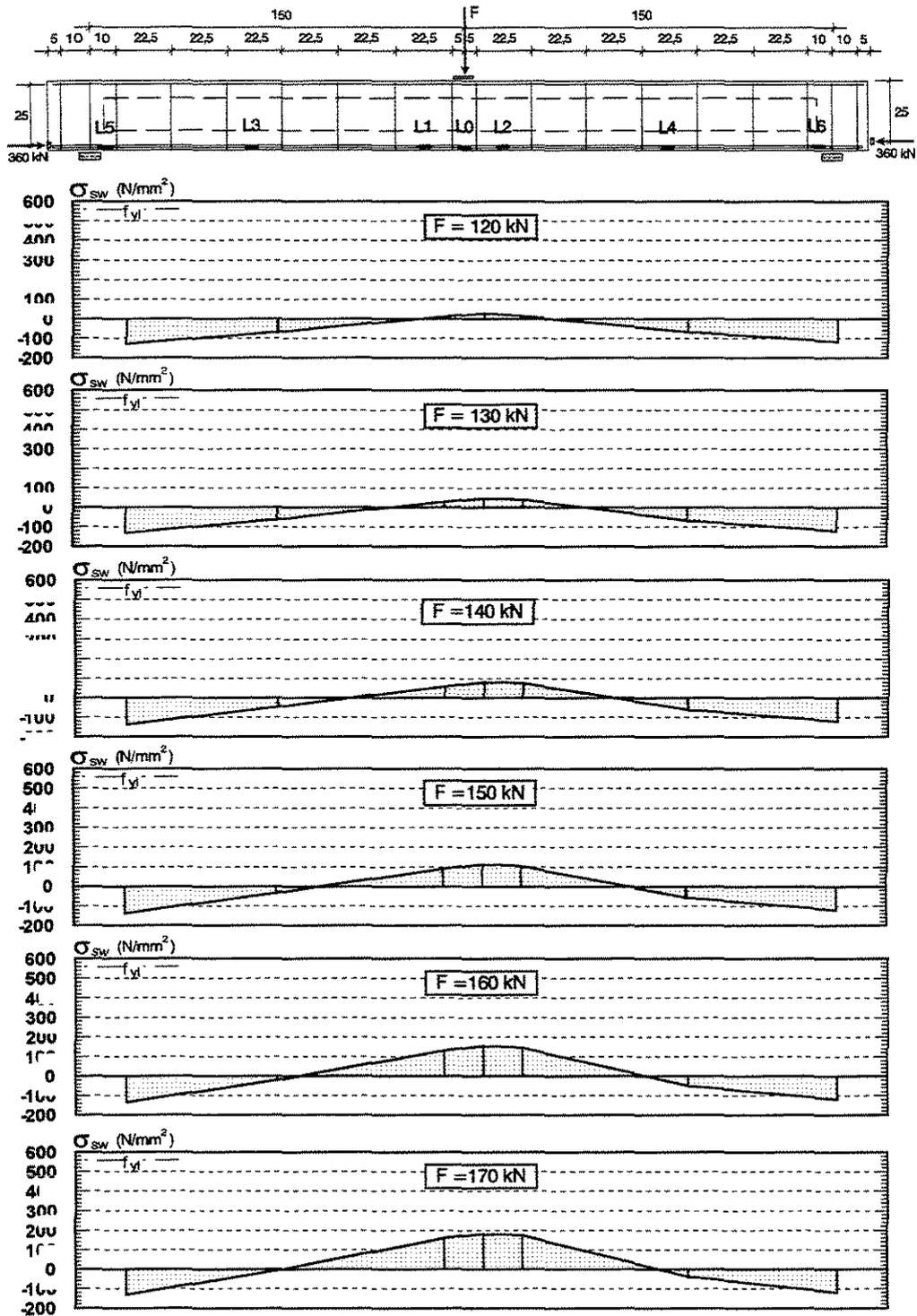


FIGURA 4.22-B

EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA I80-4-22-E36

VIGA I80-4-22-E15  
 DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO: LADO ESQUERDO

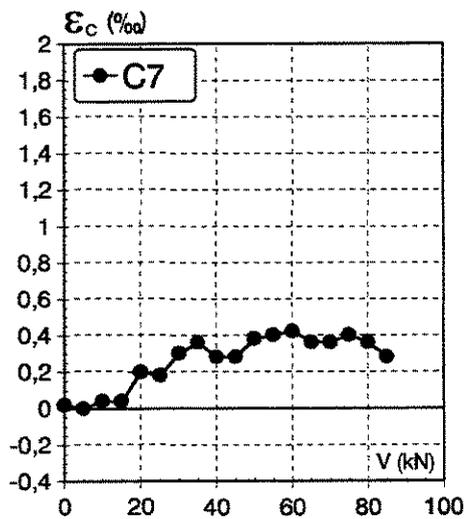
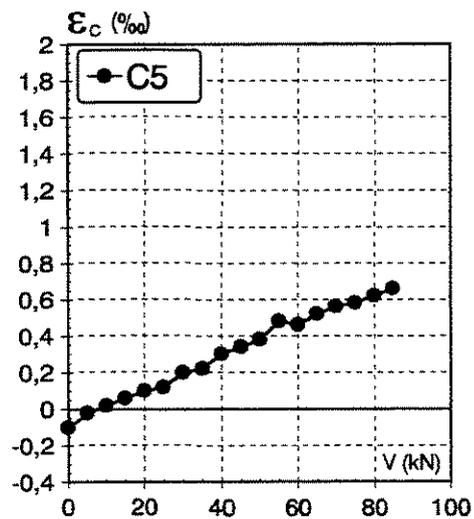
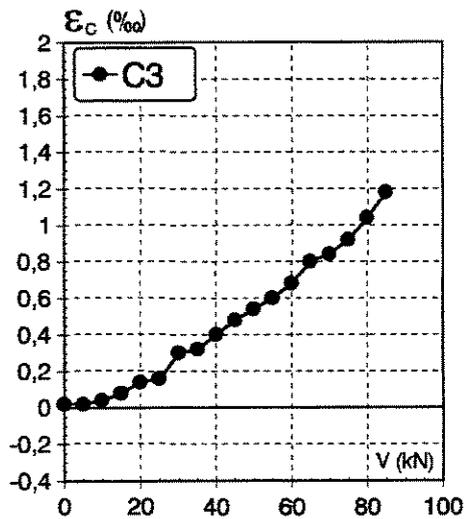
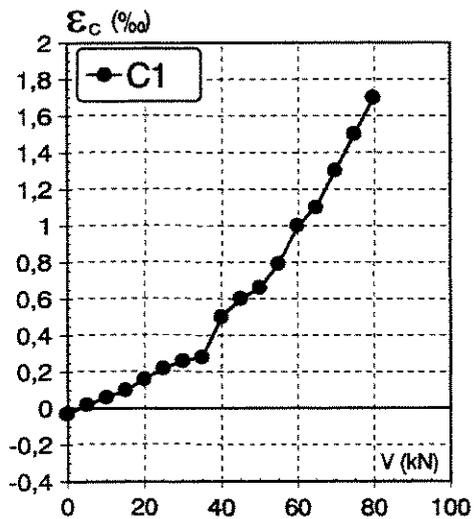
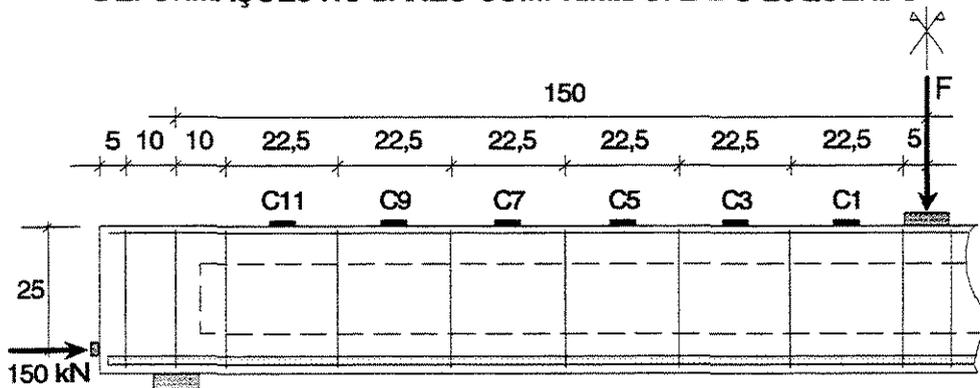


FIGURA 4.23-A

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E15 – LADO ESQUERDO

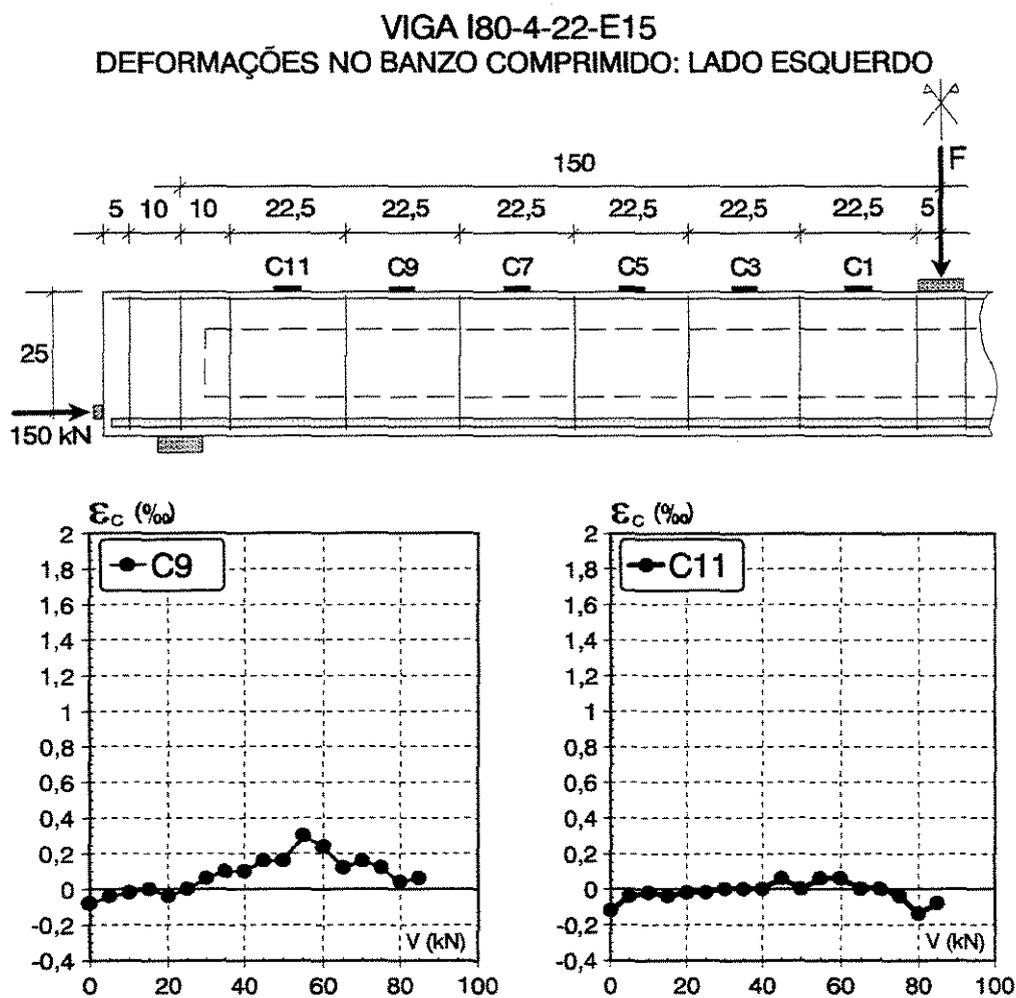


FIGURA 4.23-B

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E15 – LADO ESQUERDO

VIGA I80-4-22-E15  
 DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO: LADO DIREITO

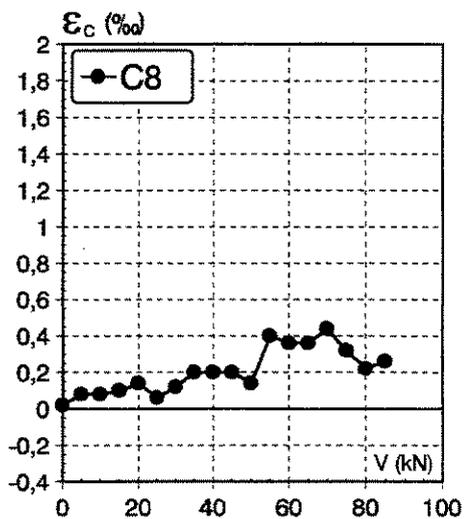
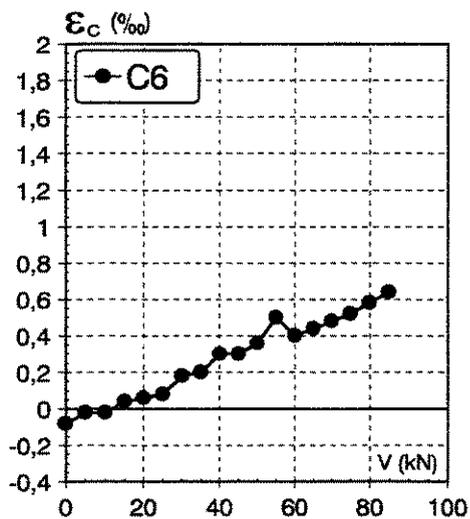
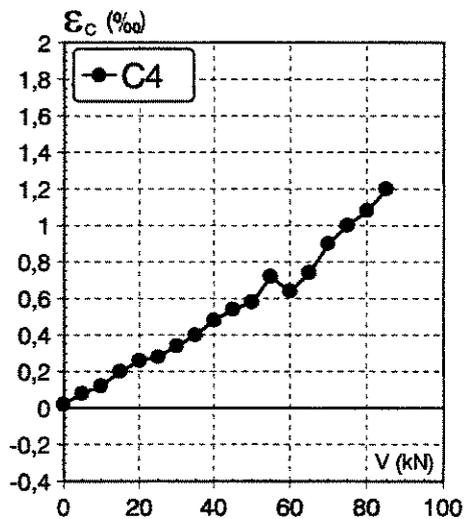
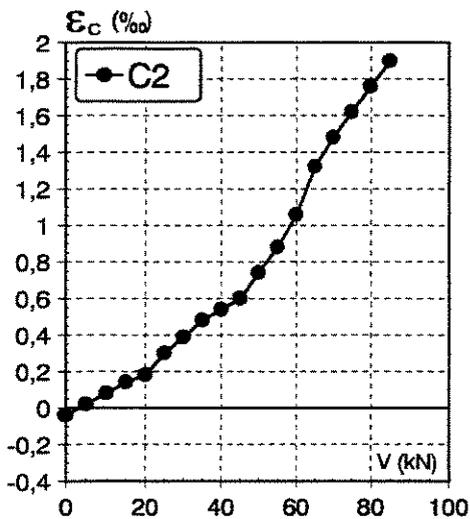
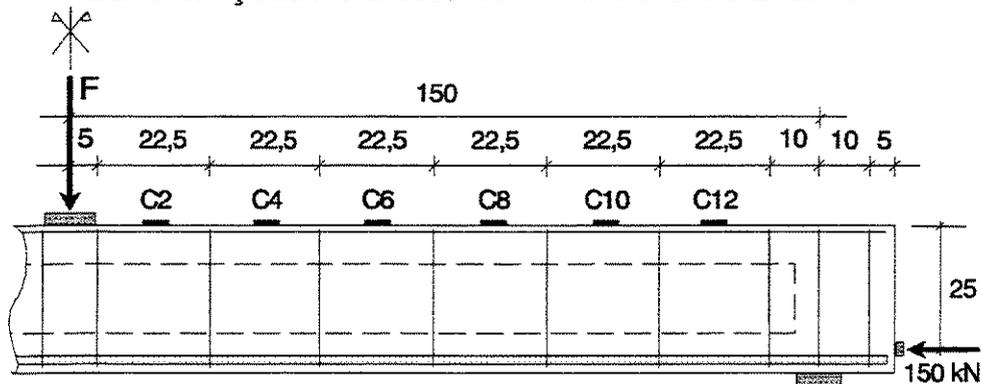


FIGURA 4.24-A

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E15 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E15  
 DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO: LADO DIREITO

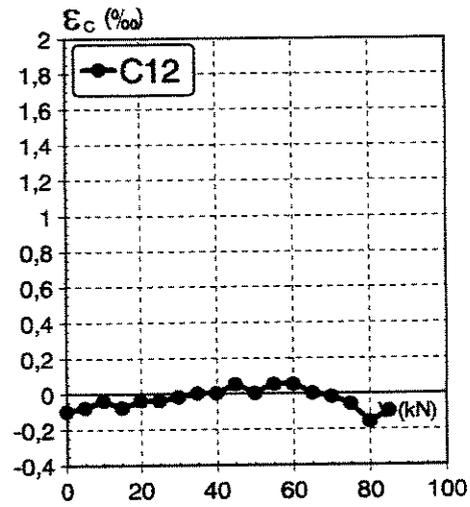
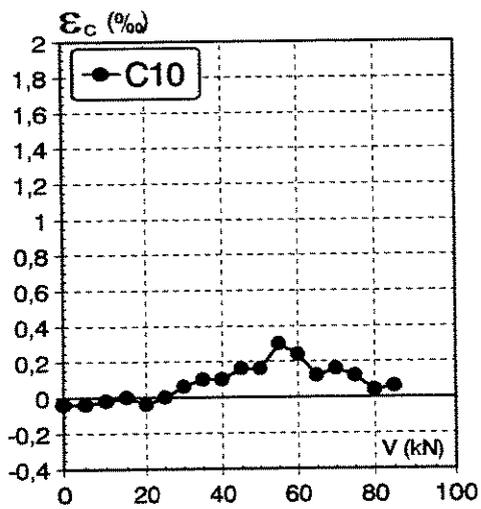
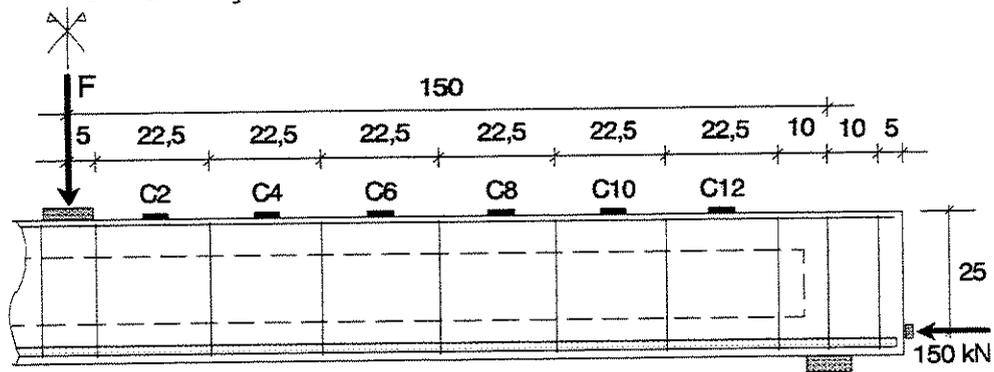


FIGURA 4.24-B

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E15 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E28  
 DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO: LADO ESQUERDO

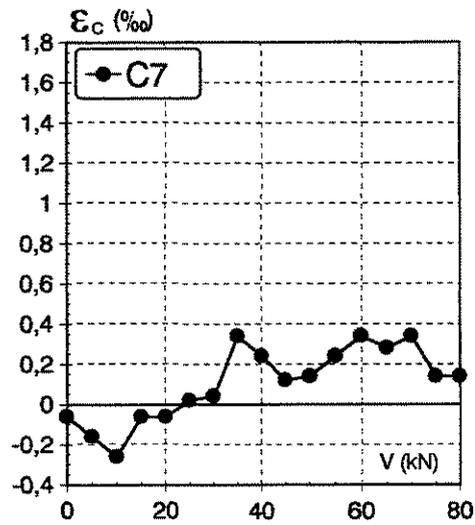
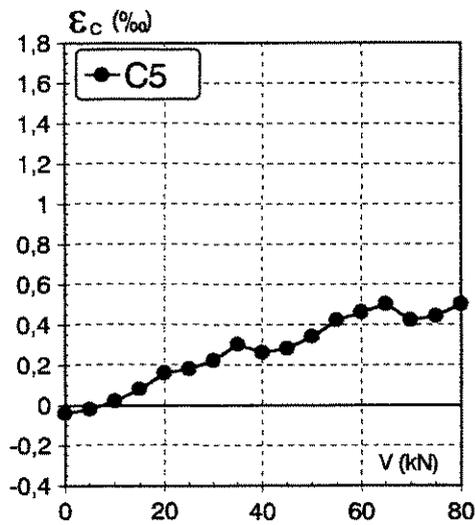
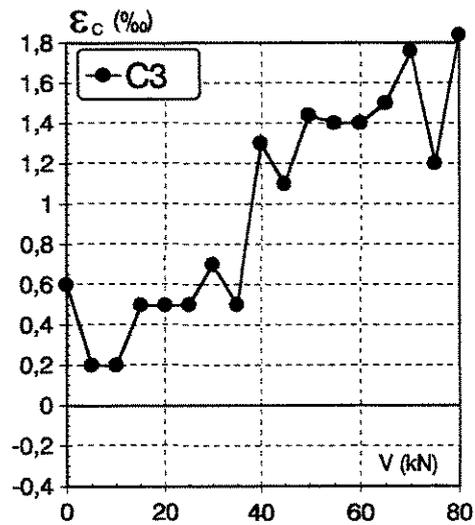
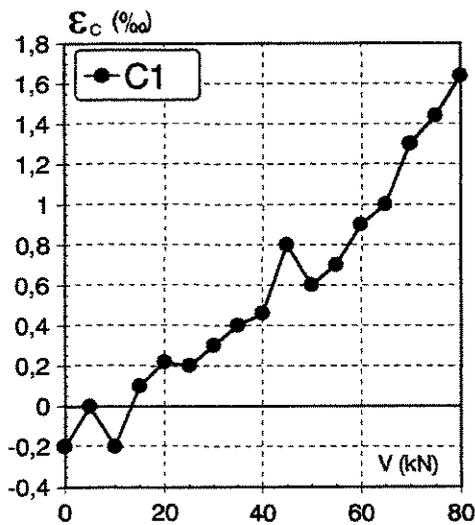
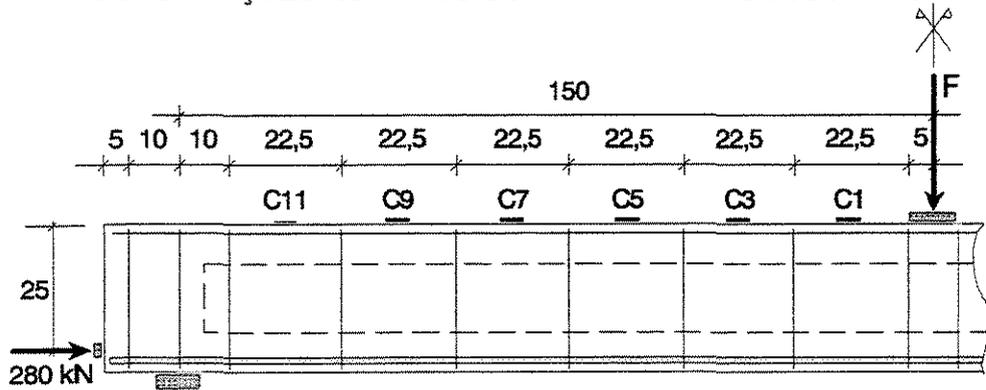


FIGURA 4.25-A

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E28 – LADO ESQUERDO

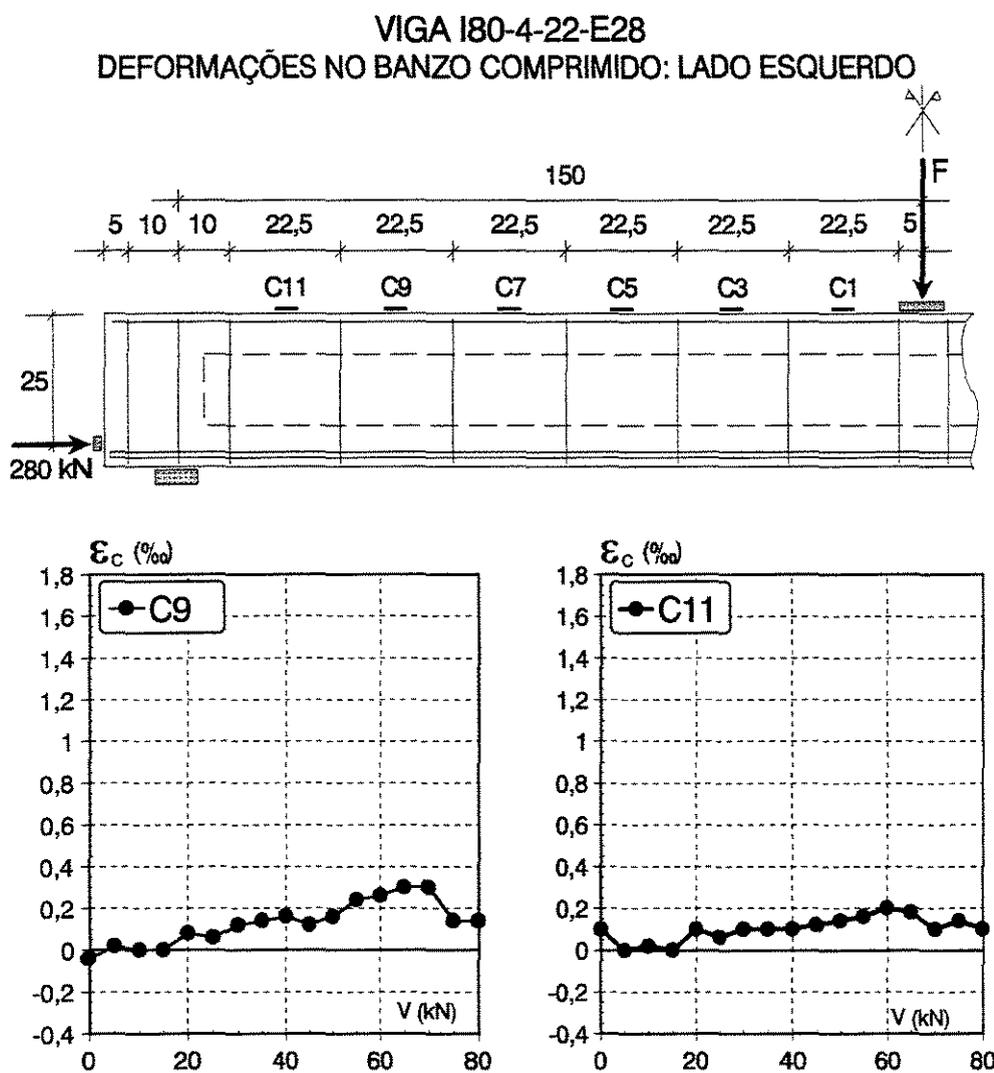


FIGURA 4.25-B

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E28 – LADO ESQUERDO

VIGA I80-4-22-E28  
 DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO: LADO DIREITO

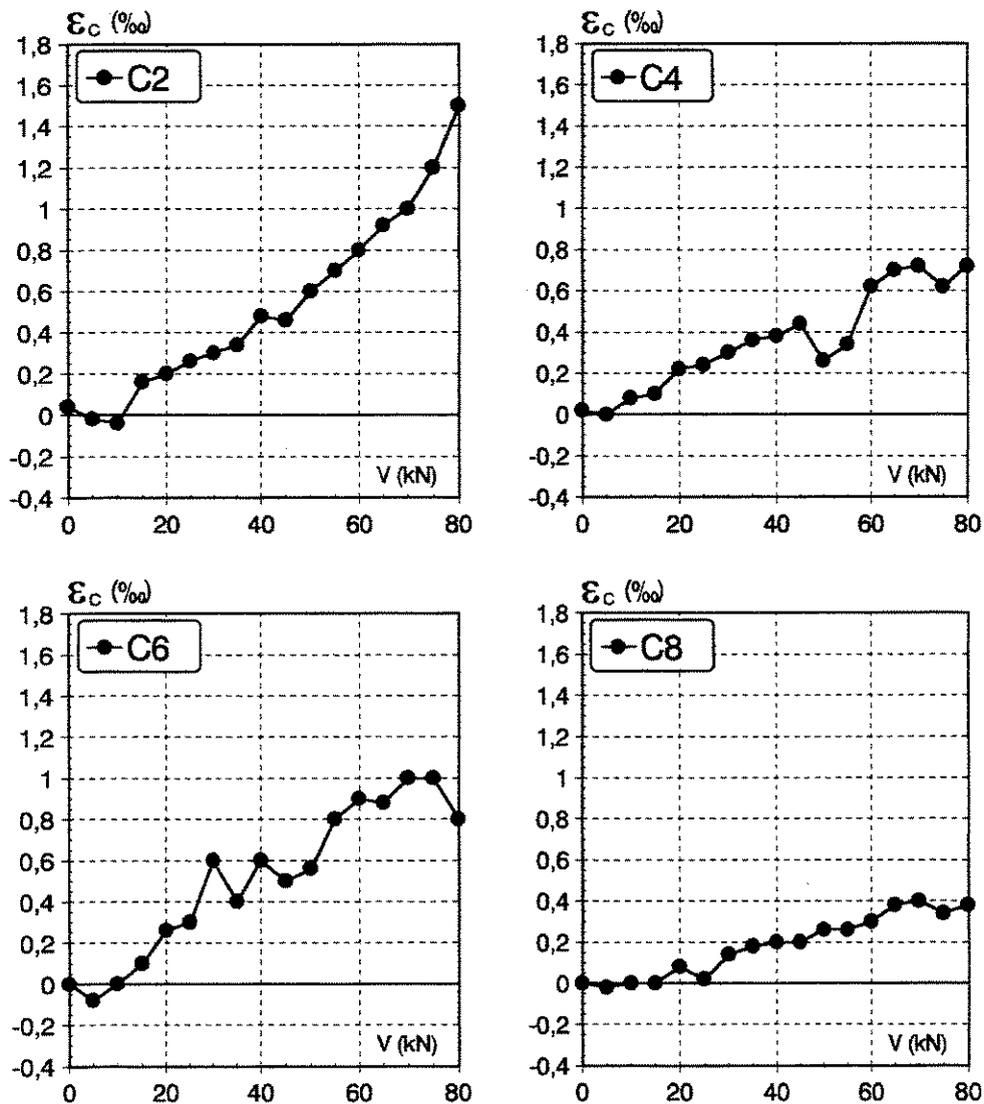
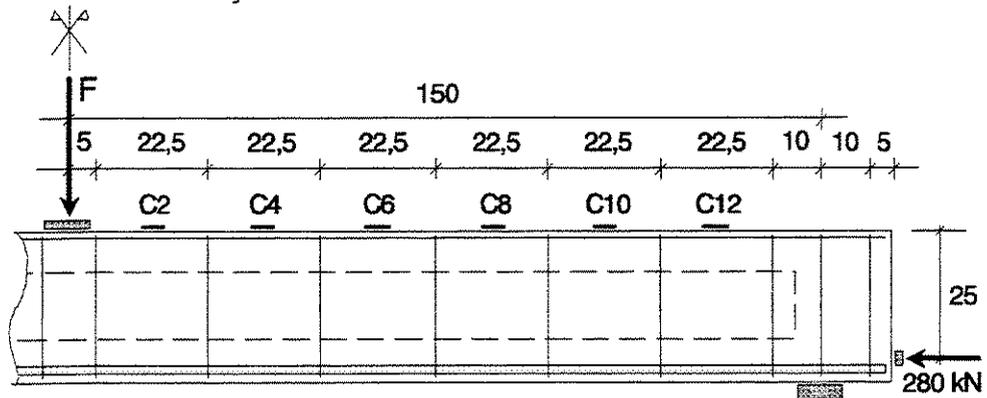


FIGURA 4.26-A

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E28 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E28  
 DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO: LADO DIREITO

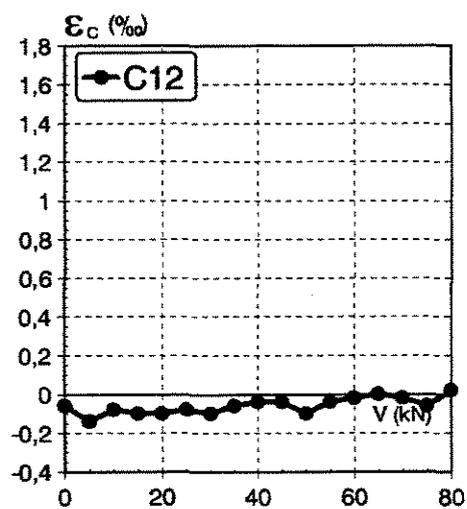
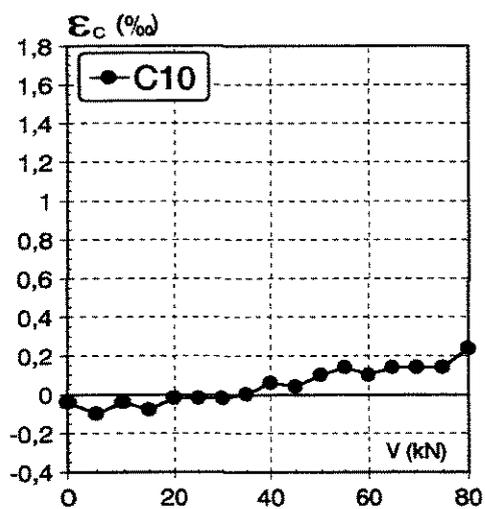
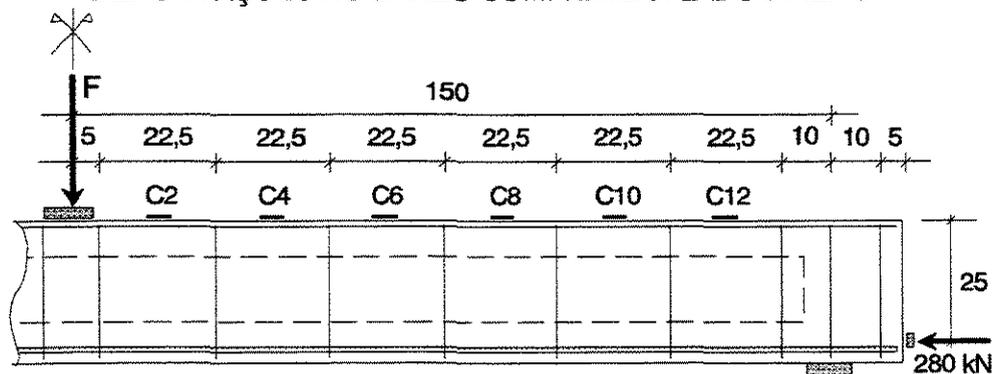


FIGURA 4.26-B

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E28 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E36  
 DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO: LADO ESQUERDO

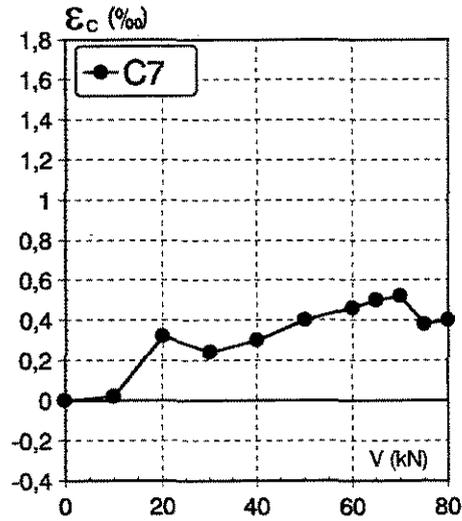
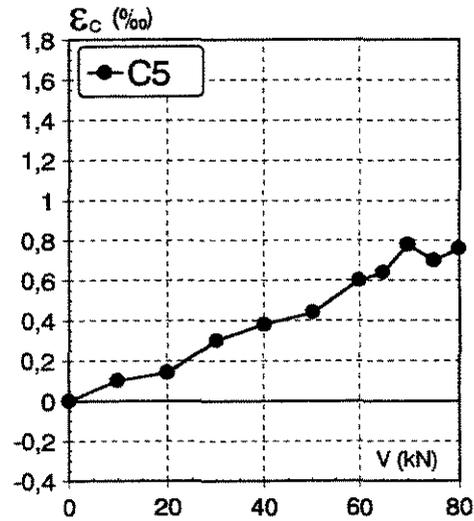
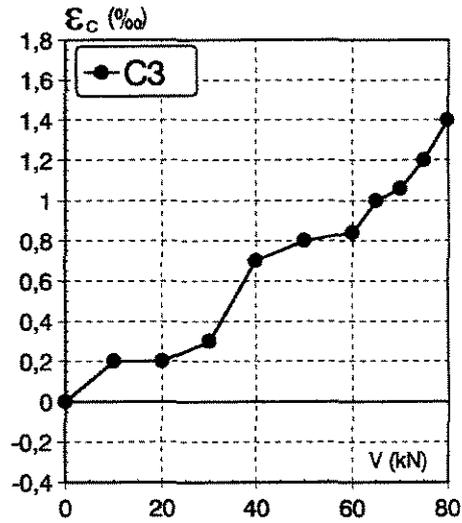
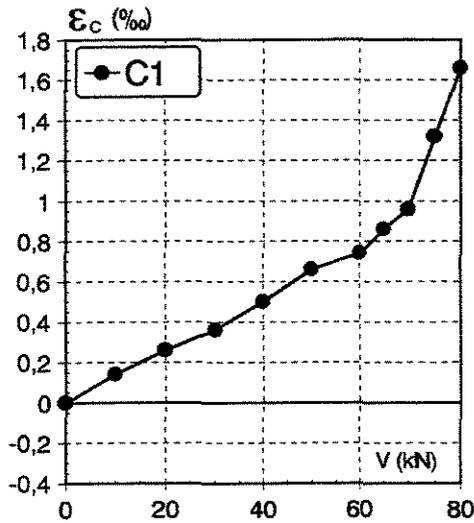
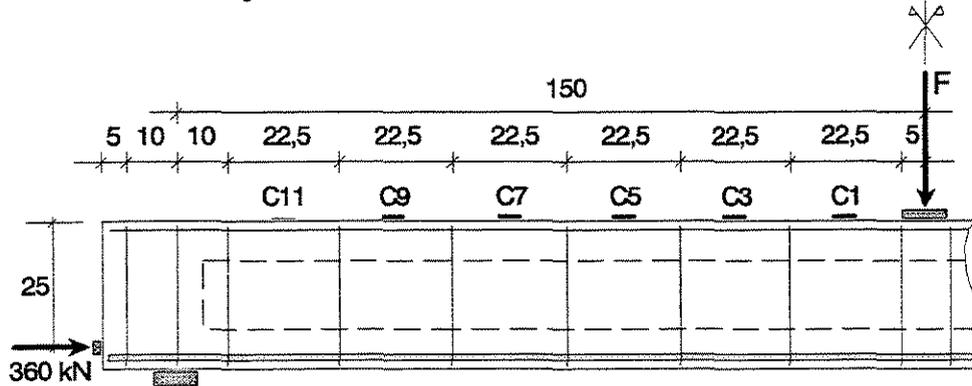


FIGURA 4.27-A

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E36 – LADO ESQUERDO

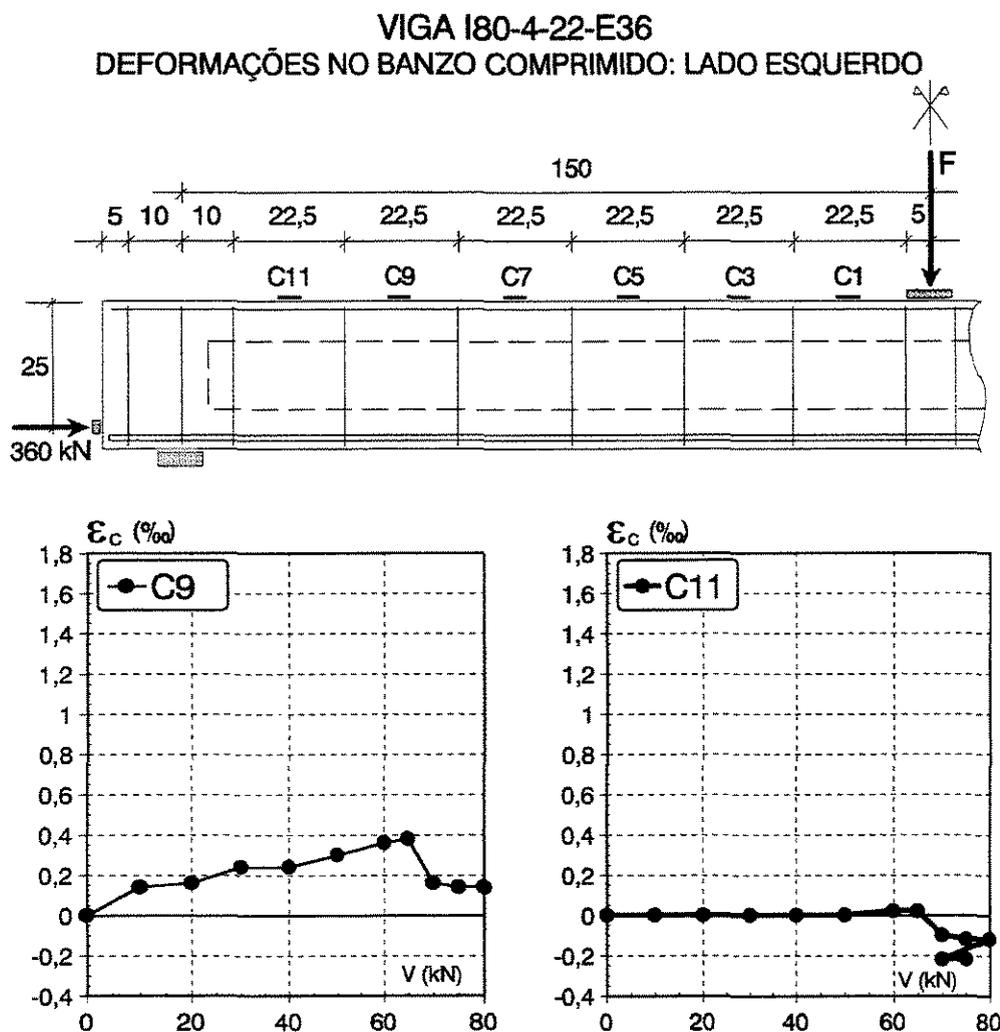


FIGURA 4.27-B

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO - BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E36 - LADO ESQUERDO

VIGA I80-4-22-E36  
 DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO: LADO DIREITO

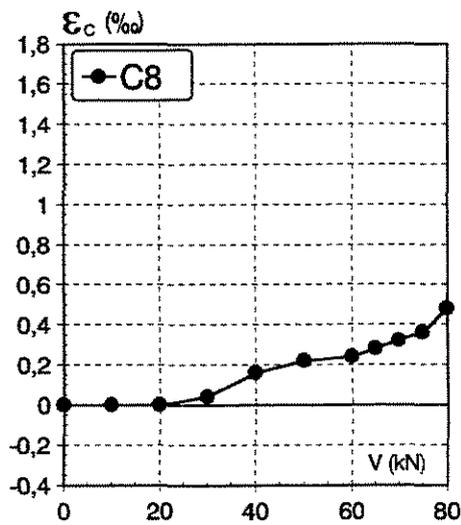
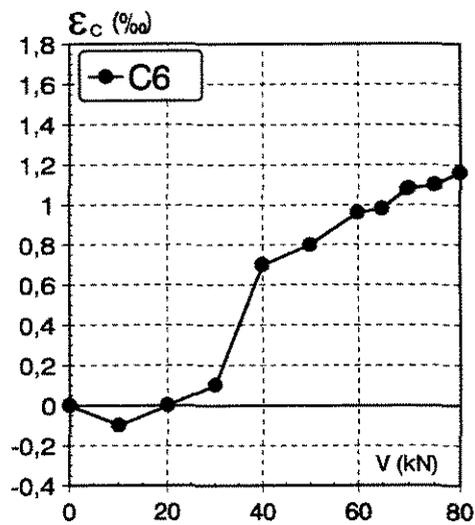
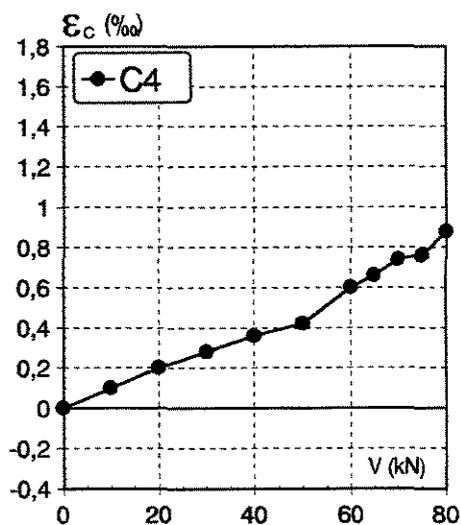
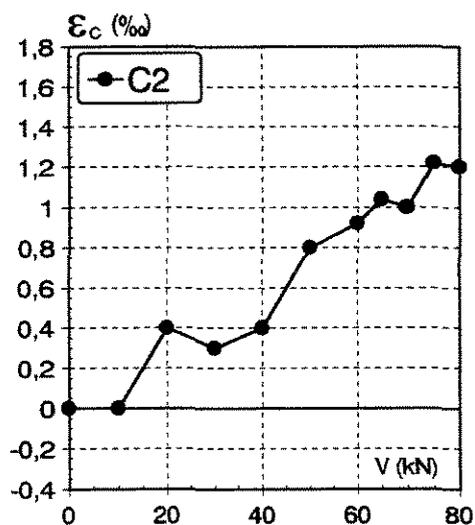
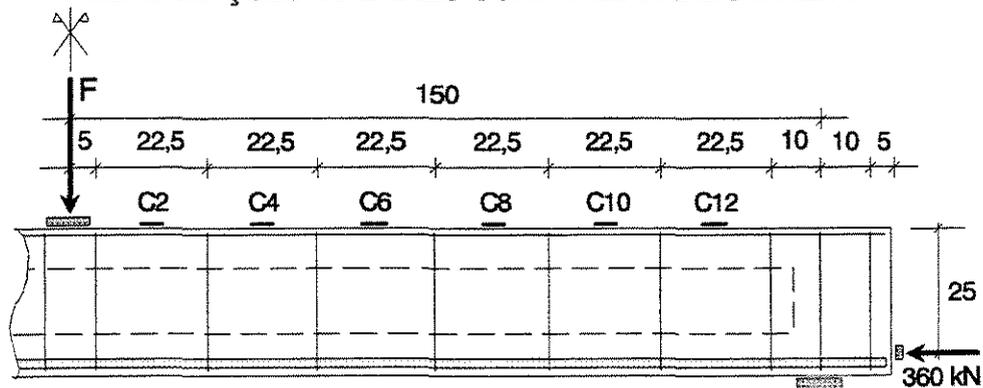


FIGURA 428-A

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E36 – LADO DIREITO

VIGA I80-4-22-E36  
DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO: LADO DIREITO

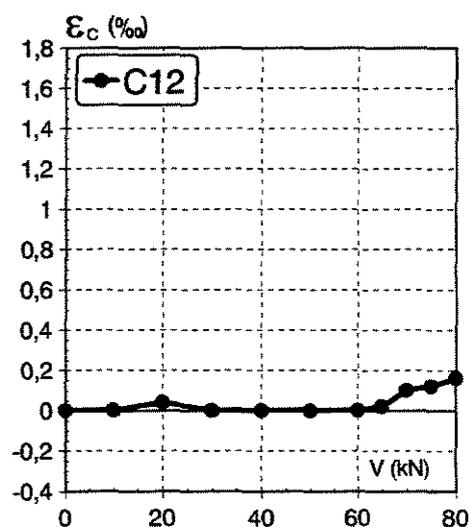
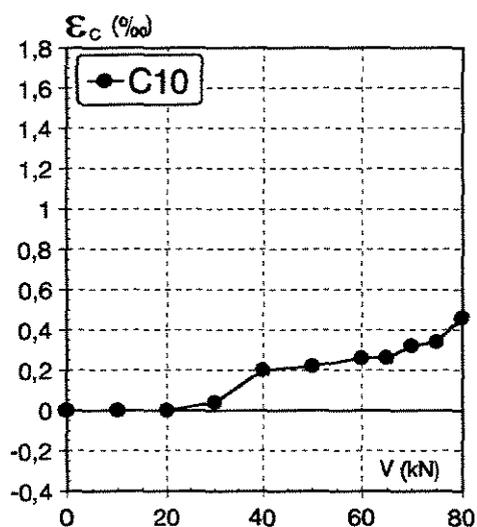
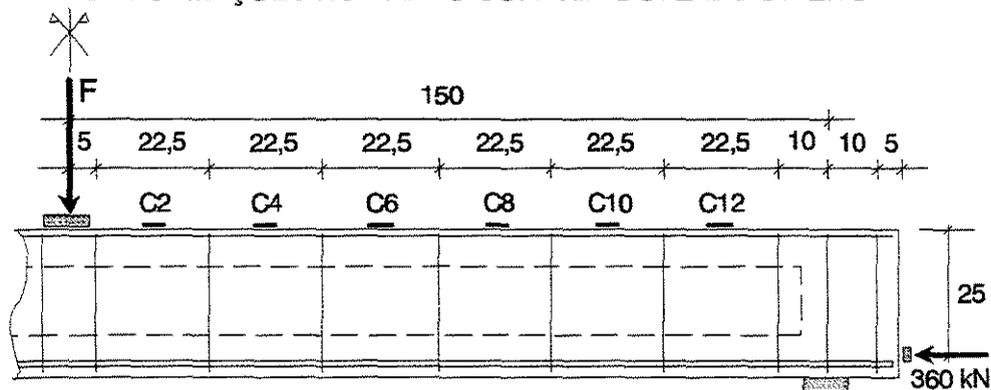


FIGURA 4.28-B

DEFORMAÇÃO NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E36 – LADO DIREITO

# VIGA I80-4-22-E15 DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO

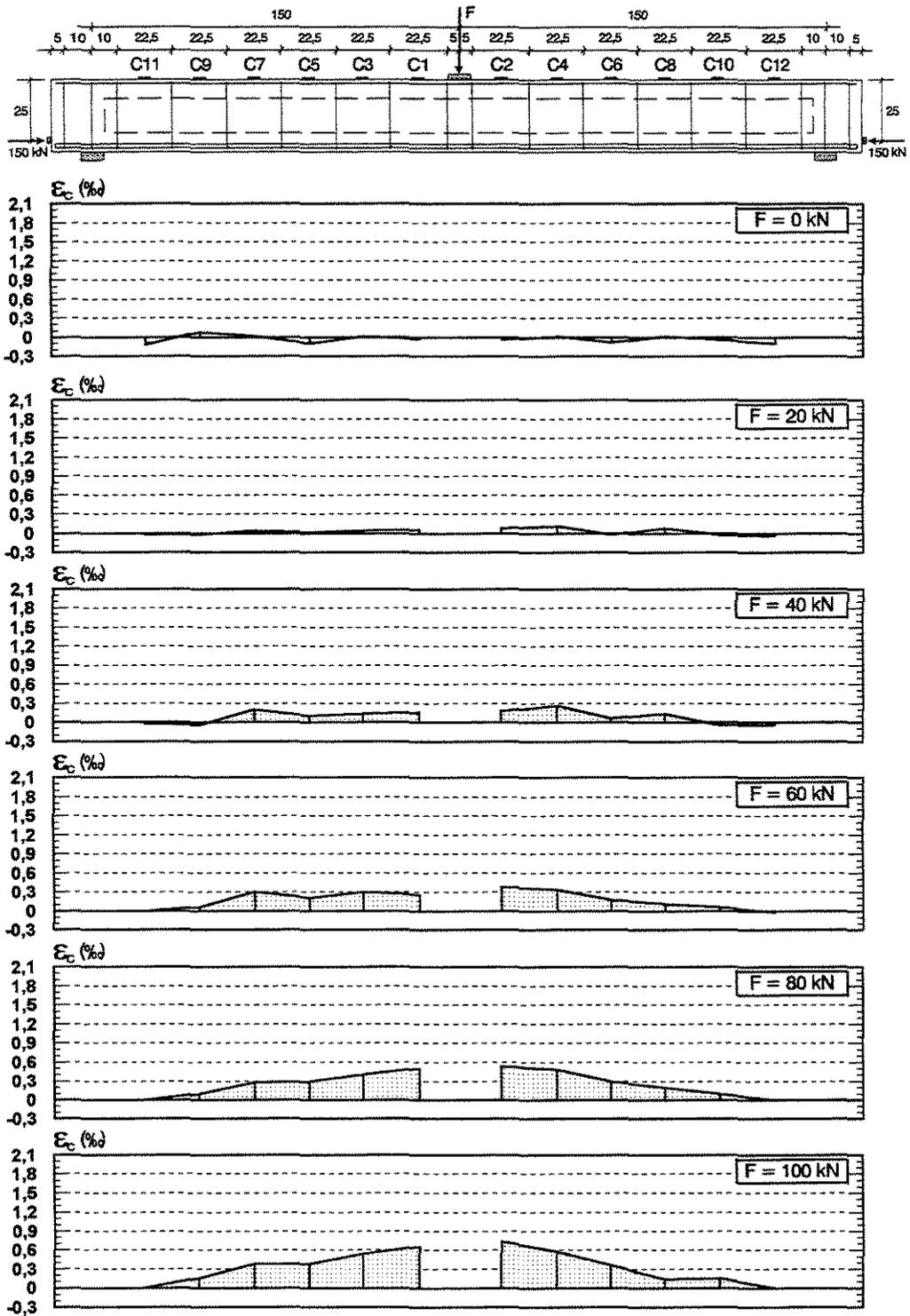


FIGURA 4.29-A

EVOLUÇÃO DAS DEFORMAÇÕES NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E15

VIGA I80-4-22-E15  
DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO

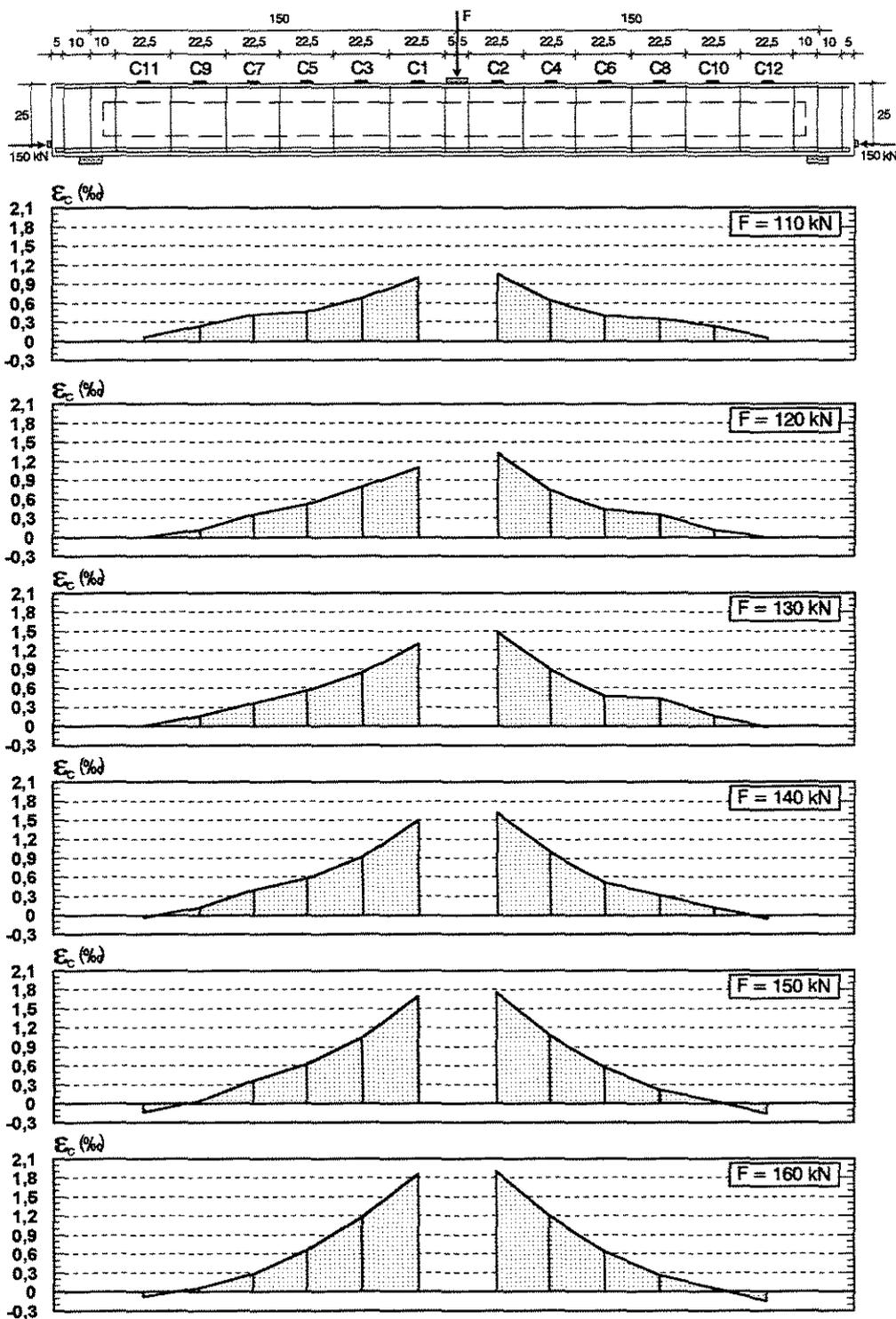


FIGURA 4.29-B

EVOLUÇÃO DAS DEFORMAÇÕES NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E15

# VIGA I80-4-22-E28

## DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO

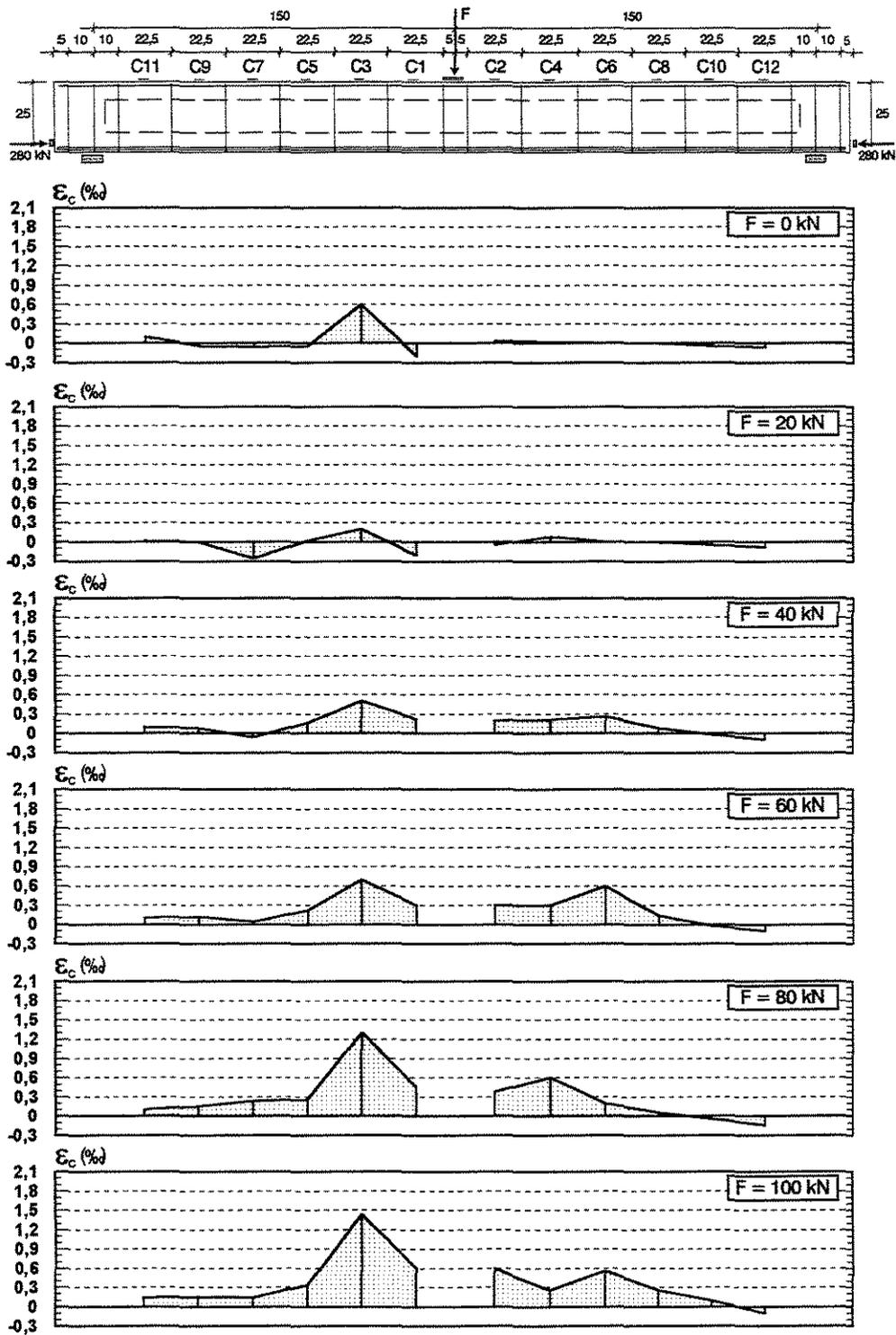


FIGURA 4.30-A

EVOLUÇÃO DAS DEFORMAÇÕES NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E28

VIGA I80-4-22-E28  
DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO

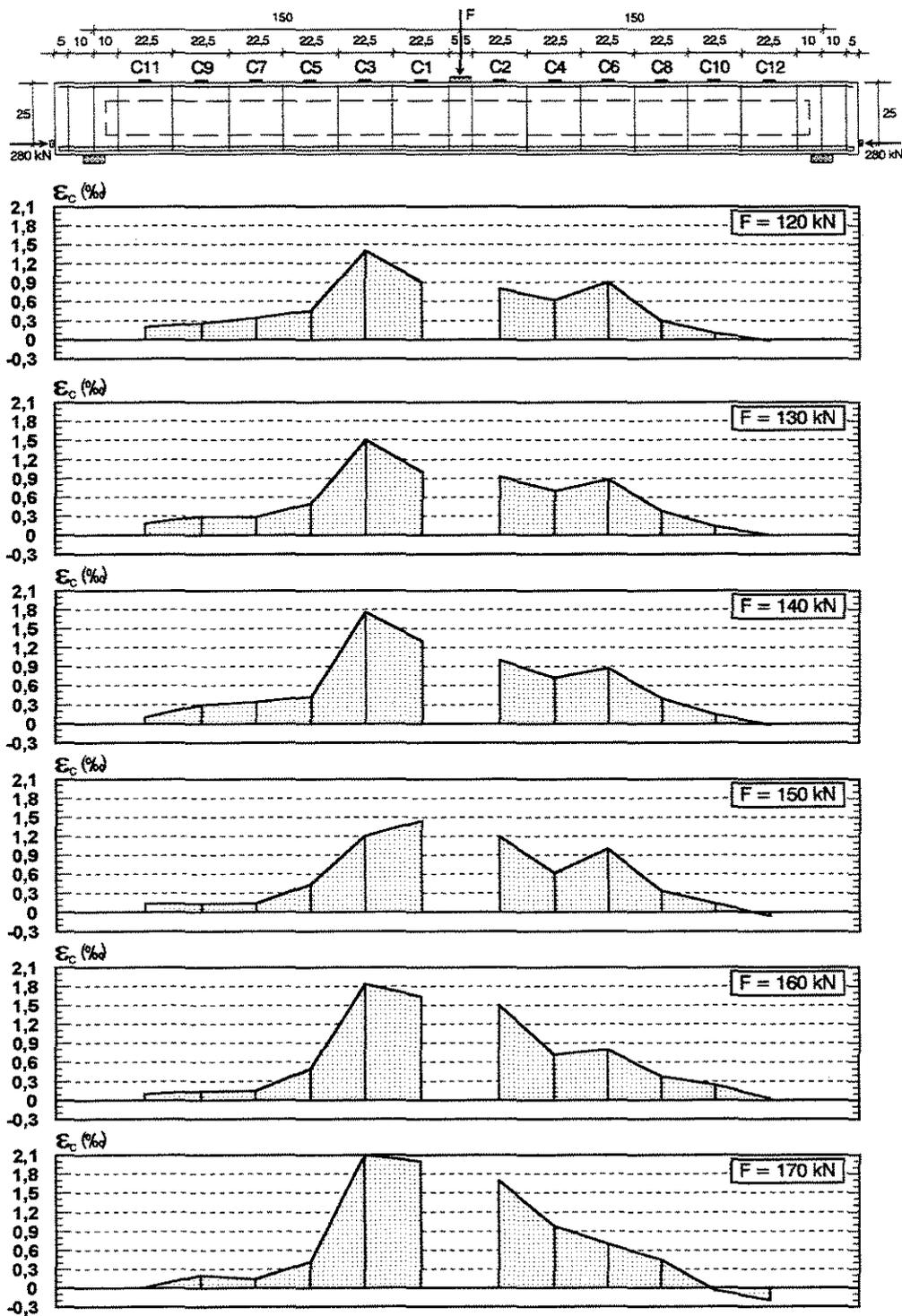


FIGURA 4.30-B

EVOLUÇÃO DAS DEFORMAÇÕES NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E28

# VIGA I80-4-22-E36

## DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO

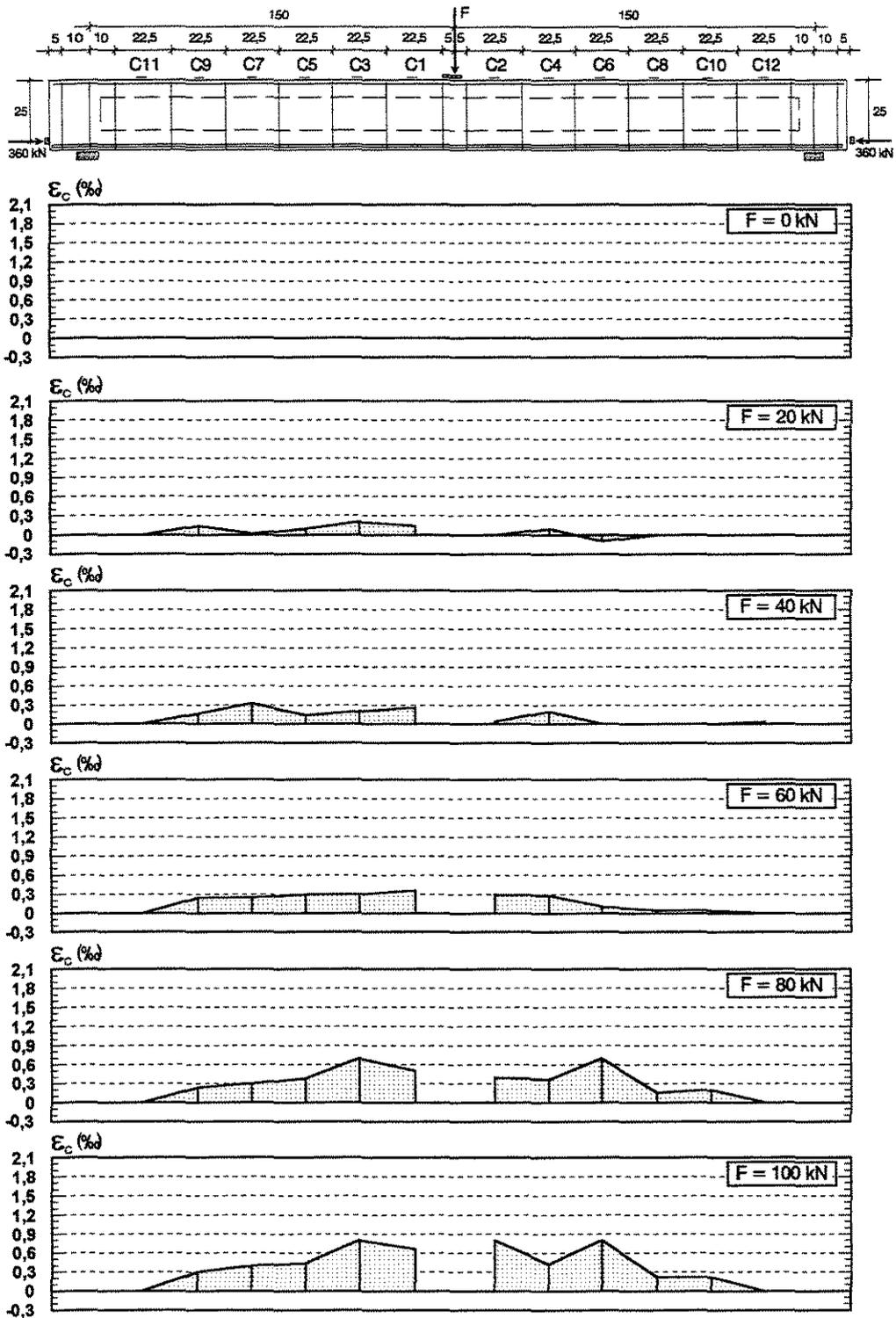


FIGURA 431-A

EVOLUÇÃO DAS DEFORMAÇÕES NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E36

VIGA I80-4-22-E36  
DEFORMAÇÕES NO BANZO COMPRIMIDO

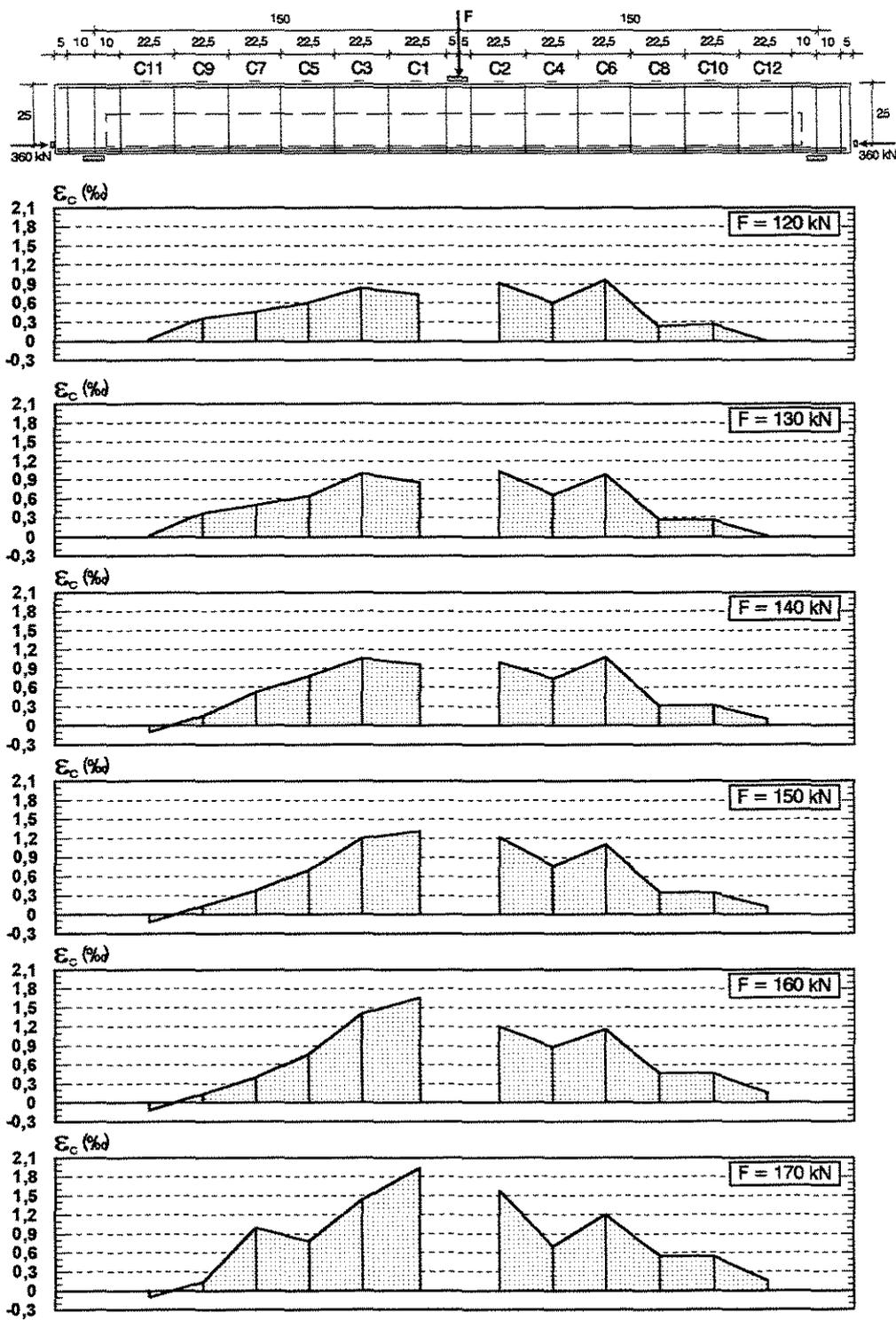


FIGURA 4.31-B

EVOLUÇÃO DAS DEFORMAÇÕES NO CONCRETO – BANZO SUPERIOR DA VIGA I80-4-22-E36

VIGA I80-4-22-E15  
DESLOCAMENTOS VERTICAIS

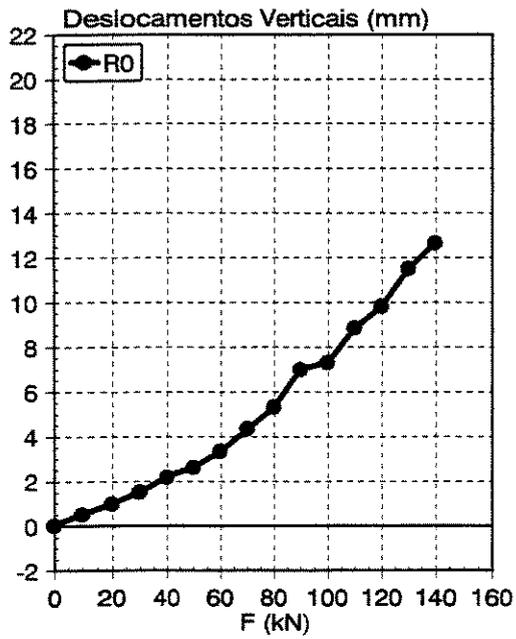
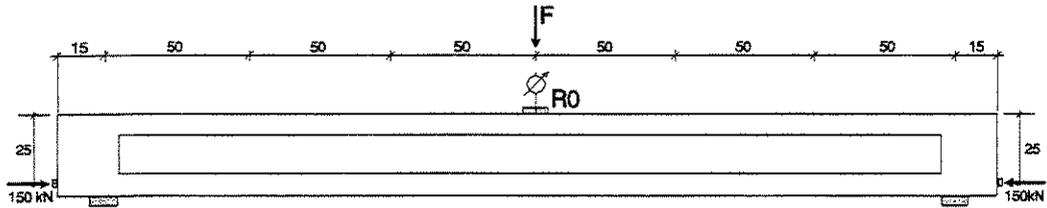


FIGURA 4.32

EVOLUÇÃO DOS DESLOCAMENTOS VERTICAIS DA VIGA I80-4-22-E15

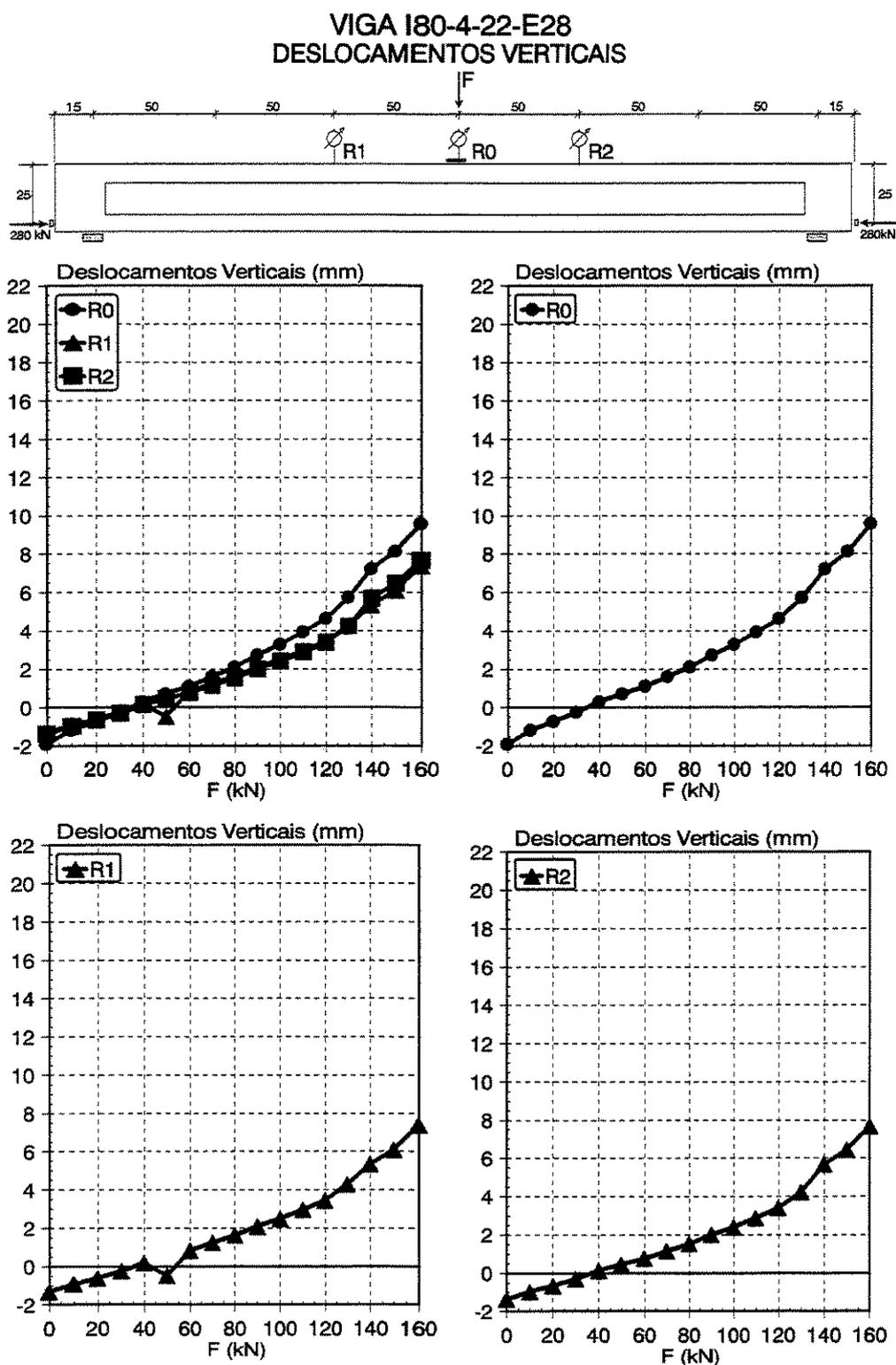


FIGURA 4.33

EVOLUÇÃO DOS DESLOCAMENTOS VERTICAIS DA VIGA I80-4-22-E28

# VIGA I80-4-22-E36 DESLOCAMENTOS VERTICAIS

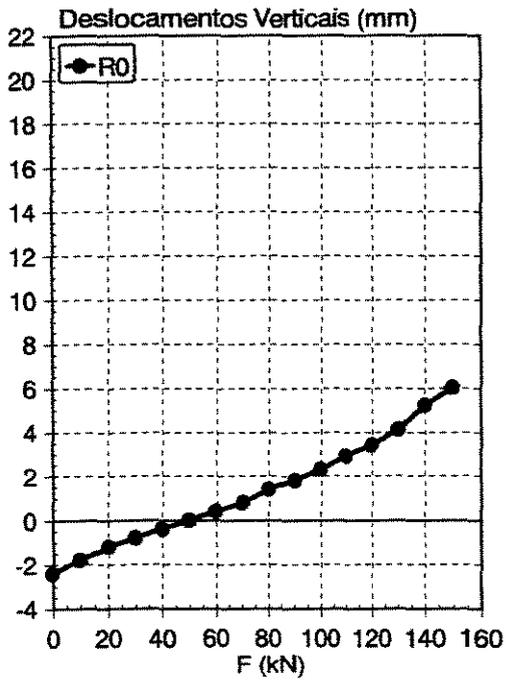
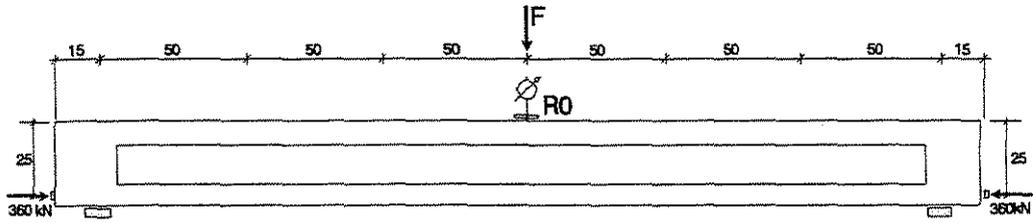


FIGURA 4.34

EVOLUÇÃO DOS DESLOCAMENTOS VERTICAIS DA VIGA I80-4-22-E36

## **5 - ANÁLISE DOS RESULTADOS**

### **5.1. VALORES EFETIVOS DO GRAU DE COMPRESSÃO, DO GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO E DA FORÇA CORTANTE PARA ESCOAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL**

Para efeito de comparação, neste capítulo também estão apresentados os resultados experimentais das cinco vigas ensaiadas por Moreno<sup>36</sup>.

Após a realização dos ensaios das vigas, utilizando-se dos valores da resistência média à compressão do concreto, obtida pela ruptura à compressão de três corpos de prova no dia do ensaio de cada viga, foram calculados os valores efetivos da força cortante e momento fletor que produziriam o escoamento da armadura longitudinal (tabela 5.01).

Na tabela 5.01, também estão indicados a taxa de armadura transversal, calculada, de acordo com a analogia da treliça clássica, para 100% da força cortante que levaria a armadura longitudinal ao escoamento,  $\rho_{w,45}$ , o valor efetivo do grau de armação ao cisalhamento,  $\eta$ , e o grau de compressão,  $\kappa$ , correspondentes a cada viga experimentada.

**TABELA 5.01**  
**VALORES EFETIVOS DA FORÇA CORTANTE PARA ESCOAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL,**  
**DO GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO E DO GRAU DE COMPRESSÃO PARA CADA VIGA**

<b>VIGA</b>	<b>180-4- 22-C0</b>	<b>180-4- 22-C10</b>	<b>180-4- 22-C20</b>	<b>180-4- 22-E10</b>	<b>180-4- 22-E20</b>	<b>180-4- 22-E15</b>	<b>180-4- 22-E28</b>	<b>180-4- 22-E36</b>
<b><math>f_c</math> N/mm<sup>2</sup></b>	82,9	87,7	85,4	86,6	81,2	85,0	80,3	92,4
<b><math>A_{sl}</math> cm<sup>2</sup></b>	9,27	9,27	9,27	9,28	9,28	9,32	9,32	9,32
<b><math>f_{yl}</math> N/mm<sup>2</sup></b>	530	530	530	560	560	510	510	510
<b><math>x</math> cm</b>	5,8	6,6	7,9	7,0	8,2	7,21	9,21	8,76
<b><math>x/d</math></b>	0,207	0,236	0,280	0,250	0,292	0,257	0,329	0,313
<b><math>M_{u,fl}</math> kN.cm</b>	12.640	14.989	16.891	15.595	16.747	15.727	18.346	20.215
<b><math>V_{u,fl}</math> kN</b>	84,1	99,9	113,2	112,1	125,0	114,0	141,0	158,10
<b><math>\tau_{wu,fl}</math> N/mm<sup>2</sup></b>	6,0	7,13	8,08	8,0	8,93	8,14	10,06	11,29
<b><math>f_{yw}</math> N/mm<sup>2</sup></b>	860	860	860	860	860	800	800	800
<b><math>\kappa</math> %</b>	-	7,0	13,0	16,0	30,0	21,6	36,08	40,63
<b><math>\rho_w</math> %</b>	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252
<b><math>\rho_{w,45}</math> %</b>	0,802	0,953	1,08	1,07	1,194	1,17	1,446	1,623
<b><math>\eta</math> <math>\rho_w/\rho_{w,45}</math></b>	0,314	0,264	0,233	0,236	0,211	0,215	0,174	0,155

## 5.2. ARMADURA TRANSVERSAL

De maneira geral, os resultados obtidos neste trabalho expressaram o que já era conhecido sobre o comportamento da armadura de alma nas vigas de concreto com resistência usual submetidas à flexo-compressão. Isto sugere, então, que o mesmo procedimento de dimensionamento da armadura de alma, utilizado para vigas de concreto com resistência usual à compressão, pode ser empregado para as vigas de concreto de alta resistência.

Em nenhuma etapa de carregamento, das vigas experimentadas, as tensões nos estribos foram superiores aos valores previstos pela analogia clássica da treliça.

O padrão de evolução das tensões nos estribos, todas as vigas, foi o mesmo. Enquanto o esquema resistente de treliça não foi mobilizado, o crescimento da tensão nos estribos foi muito lento. Somente após a fissuração é que o esquema resistente de treliça começou a se manifestar e a armadura de alma começou a ser mobilizada.

A partir da mobilização dos estribos, o crescimento da tensão acompanhou, de maneira aproximada, o crescimento previsto pela analogia clássica de treliça.

## 5.3. ARMADURA LONGITUDINAL

A armadura longitudinal foi a mesma para todas as vigas desta pesquisa, ou seja, três barras de 20,0 mm, correspondendo a uma taxa de armadura longitudinal,  $\rho_1$ , de 6.18 %.

Os pontos instrumentados ao longo da barra longitudinal central permitiram a determinação da variação da tensão nesta barra, ao longo do vão, durante o ensaio das vigas.

Em todas as vigas as deformações na armadura longitudinal foram medidas, em cada posição, na parte lateral, a meia altura, da barra central.

As deformações, medidas na armadura longitudinal, revelaram um comportamento coerente das tensões em função do tipo de carregamento a que foi solicitada cada viga.

A tensão na armadura longitudinal representa o resultado de três solicitações distintas: momento fletor provocado pelo carregamento concentrado no meio do vão, esforço axial de compressão e momento fletor provocado pela excentricidade de aplicação do esforço axial de compressão.

Para todas as vigas já eram esperados valores de tensão decrescente para pontos de medida do meio do vão aos apoios. Esta variação realmente ocorreu, como representado nas figuras 4.14 e 4.22.

A tensão máxima observada para a armadura longitudinal, para todas as vigas, se manteve inferior ao limite de escoamento desta armadura.

#### **5.4. BANZO COMPRIMIDO**

As deformações medidas no concreto, ao longo da face superior das vigas, isto é, ao longo do chamado banzo comprimido de acordo com a analogia da treliça, indicaram, em alguns pontos de medida, tensões de tração.

Nos estágios iniciais de carregamento, estas tensões podem ser explicadas pela excentricidade de aplicação do carregamento axial de compressão. Da maneira como aplicado, este esforço normal provocou momento fletor que tracionou a borda superior desta viga.

Observar que, com a evolução do carregamento concentrado no meio do vão, estas tensões vão sendo, naturalmente, substituídas por tensões de compressão e nos estágios finais de carregamentos, na região próxima aos apoios, tensões de tração voltam a surgir, ocasionadas pelo encurvamento da trajetória da resultante de compressão.

## 5.5. FISSURAÇÃO

A evolução da fissuração, em função do incremento do carregamento concentrado aplicado no meio do vão, para cada viga ensaiada, encontra-se ilustrada nas figuras 4.02, 4.03 e 4.04.

As primeiras fissuras a ocorrerem nas vigas foram fissuras de flexão. Estas fissuras apareciam no banzo tracionado da viga nas proximidades do ponto de aplicação do carregamento concentrado no meio do vão.

Uma vez iniciado o processo de fissuração por flexão, algumas das fissuras de flexão evoluíam até o início da alma e começavam a se inclinar em direção ao ponto de aplicação do carregamento concentrado, passando então, a denominação de fissuras de cisalhamento.

A exemplo do que aconteceu para o carregamento de início da fissuração por flexão, o carregamento de início de fissuração por cisalhamento, também foi grandemente influenciado pelo grau de compressão das vigas, sendo tanto maior quanto maior o grau de compressão da viga.

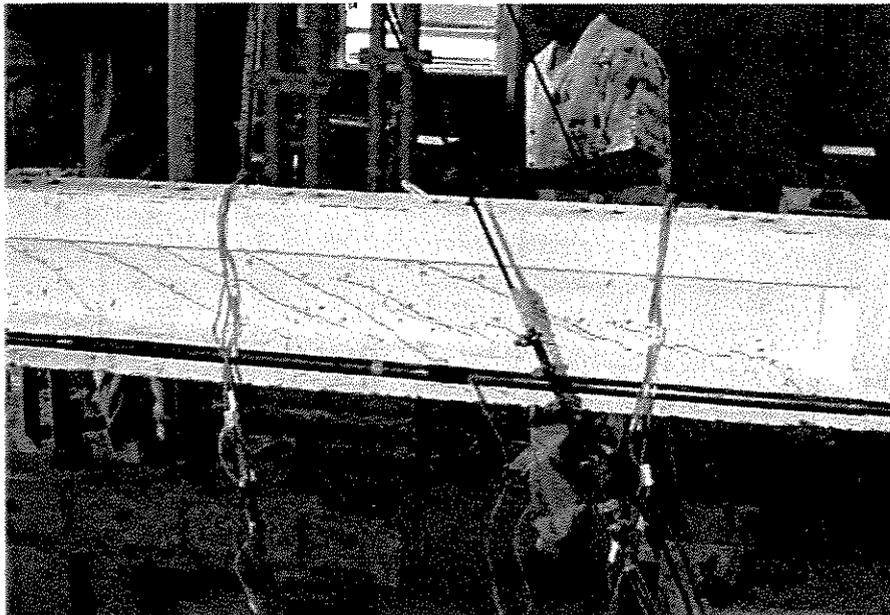
Estes resultados podem ser perfeitamente explicados pelo fato de tensões de compressão longitudinal, aplicadas ao concreto, retardam o início de fissuração por flexão das vigas.

Com o incremento do carregamento, as fissuras de flexão da região central se estabilizaram e as de cisalhamento evoluíram, lentamente, em direção ao ponto de aplicação do carregamento concentrado.

Este panorama de fissuração descrito também foi observado por Leonhardt<sup>29</sup> para vigas de concreto protendidas com resistência usual, e denominado leque de fissuras ou fissuração em leque.



**FIGURA 5.01**  
**DETALHES DO PANORAMA DE FISSURAÇÃO DA VIGA I80-4-22-E15.**



**FIGURA 5.02**  
**DETALHES DO PANORAMA DE FISSURAÇÃO DA VIGA I80-4-22-E28.**

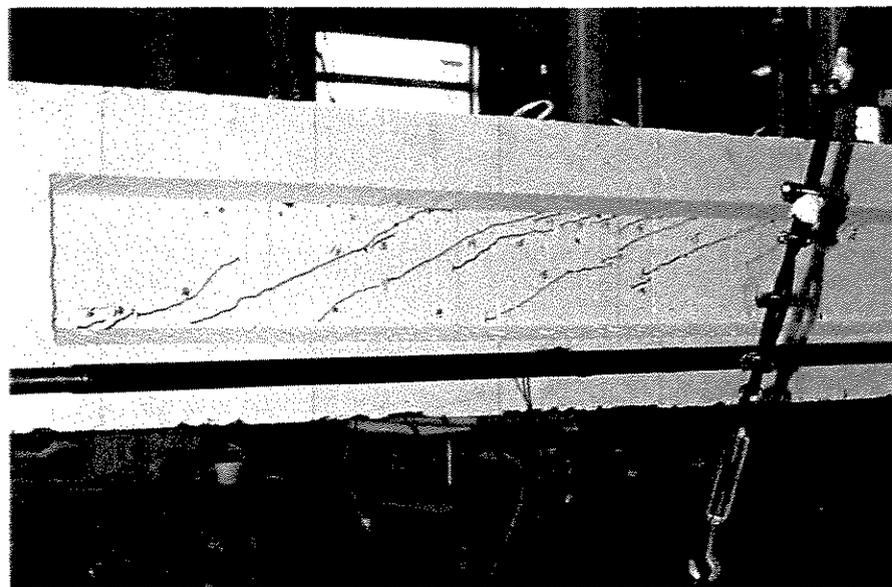
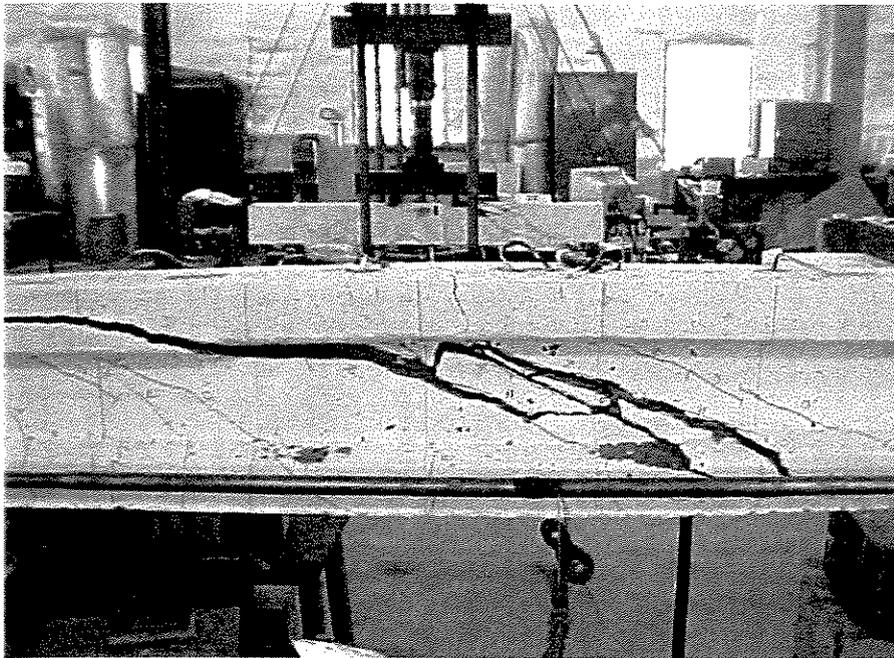


FIGURA 5.03  
DETALHES DO PANORAMA DE FISSURAÇÃO DA VIGA I80-4-22-E36.

## 5.6. RUPTURA

Para todas as vigas ensaiadas a ruptura ocorreu de forma brusca, provocada pelo escoamento da armadura transversal, devido a tensões excessivas na armadura de cisalhamento. Tal ruptura é denominada ruptura por cisalhamento-tração.

As figuras 5.04, 5.05 e 5.06 demonstram as vigas após a ruptura, onde fica evidenciado a ruptura dos estribos separando as bielas de concreto



**FIGURA 5.04**  
**DETALHE DA VIGA I80-4-22-E15 ROMPIDA.**



**FIGURA 5.05**  
**DETALHES DA VIGA I80-4-22-E28 ROMPIDA.**



FIGURA 5.06  
DETALHE DA VIGA I80-4-22-E36 ROMPIDA.

### 5.7. REDUÇÃO DA ARMADURA DE ALMA DE ACORDO COM O MODELO DA TRELIÇA COM DIAGONAIS DE INCLINAÇÃO VARIÁVEL

O padrão de comportamento dos estribos, distantes das regiões perturbadas pela introdução da carga concentrada, no meio do vão, ou pela inclinação do banzo comprimido, em geral, foi o mesmo. A tensão nos estribos cresceu lentamente até o instante em que o estribo foi acionado e o crescimento das tensões passou a acompanhar, aproximadamente, o previsto pela analogia da treliça clássica, ou seja, a reta ilustrada na figura 5.07.

$$\sigma_{sw} = \frac{\tau_o}{\rho_w}$$

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

(5.01)

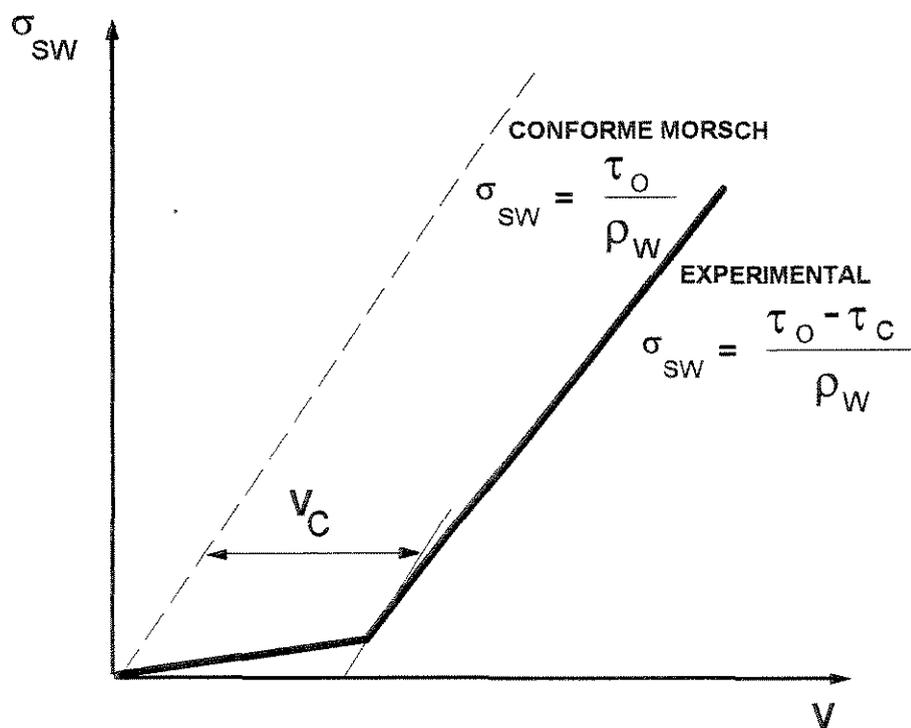


FIGURA 5.07  
ESQUEMA DA VARIAÇÃO DA TENSÃO NOS ESTRIBOS

Pelo procedimento proposto pelo Código Modelo do CEB-FIP de 1978<sup>13</sup> e adotado pela Norma Brasileira, NBR 6118<sup>08</sup>, e também pelo adotado ACI 318-86<sup>3</sup> o dimensionamento ao esforço cortante das vigas em concreto pode ser feito de acordo com a analogia da Treliça Clássica, reduzindo-se a força cortante, para cálculo da armadura transversal, do valor  $V_C$ , ilustrado na figura 5.07, anterior.

Nesta figura,  $V_C$  é graficamente representado pelo deslocamento da curva experimental de evolução das tensões nos estribos em relação à reta de Morsch. Desta maneira,  $V_C$  representa uma fração da força cortante,  $V$ , resistida graças à inclinação do banzo comprimido e aos outros mecanismos discutidos no capítulo 1 deste trabalho.

A figura 5.08 representa a evolução das tensões nos estribos mais solicitados para as 5 vigas pesquisadas por Moreno<sup>36</sup> e para as vigas desta pesquisa.

Do mesmo modo como observado por Leonhardt <sup>29</sup>, para as vigas protendidas de concreto com resistência normal, pôde-se constatar uma maior parcela de desconto,  $V_C$ , com o crescimento do grau de compressão das vigas. Esta constatação pode ser explicada pelo fato de que, nas vigas submetidas à flexo compressão, os esforços longitudinais de compressão retardam o início da fissuração por flexão das vigas e, conseqüentemente, o acionamento dos estribos.

De acordo com a Norma Brasileira, NBR 6118 <sup>08</sup>,  $V_C$  esta relacionado com uma tensão tangencial de redução, definida como

$$\tau_c = \frac{V_c}{b_w Z} \quad (5.02)$$

Neste trabalho, para efeito de comparação os valores de  $\tau_c$ , calculados de acordo com os procedimentos de cálculos da NBR 6118<sup>08</sup>, relatados do capítulo 2 deste trabalho serão convertidos em uma força cortante de redução,  $V_C$ , através da equação 5.02.

O valor experimental de  $V_C$ , no caso das vigas desta pesquisa, segundo Moreno<sup>36</sup>, pode ser tomado como

$$\tau_{c,exp} = 1,15 (1 - \eta) * V_{u,cis,exp} \quad (5.06)$$

Na tabela 5.03, a seguir, apresentam-se os valores de  $V_C$  para cada viga. Os valores experimentais da força cortante de redução,  $V_{C,exp}$ , foram calculados de acordo com a equação 5.06 e os valores teóricos de  $V_C$ , ou seja  $V_{C,NBR}$ ,  $V_{C,ACI}$ ,  $V_{C,RIBI}$  e  $V_{C,RIBII}$  foram obtidos utilizando-os procedimentos de cálculos para determinação de  $V_c$  descritas no capítulo 2 deste trabalho, para seus respectivos códigos.

No caso específico do calculo de  $V_C$  segundo o CEB-FIP1990<sup>13</sup>,  $V_{C,CEB(30)}$ ,  $V_{C,CEB(18)}$ , foi adotado dois limite para o ângulo das bielas comprimidas de concreto,  $\theta$ ; o primeiro adotando ângulo  $\theta$  igual a 18.4°, como deternima o próprio código do CEB, e outro adotando um ângulo  $\theta$

igual a  $30^\circ$ , limite este mais conservativo e aceito por grande parte do meio científico como o adequado.

Fixado então o limite do ângulo  $\theta$ , através do equacionamento descrito no capítulo 2 deste trabalho determinou-se o valor de  $V$ , para a determinação de  $V_c$  foi necessário então fixar  $\theta$  igual a  $45^\circ$  para a obtenção da parcela correspondente a armadura  $V_s$ , subtraindo  $V_s$  de  $V$  obtemos então  $V_c$ .

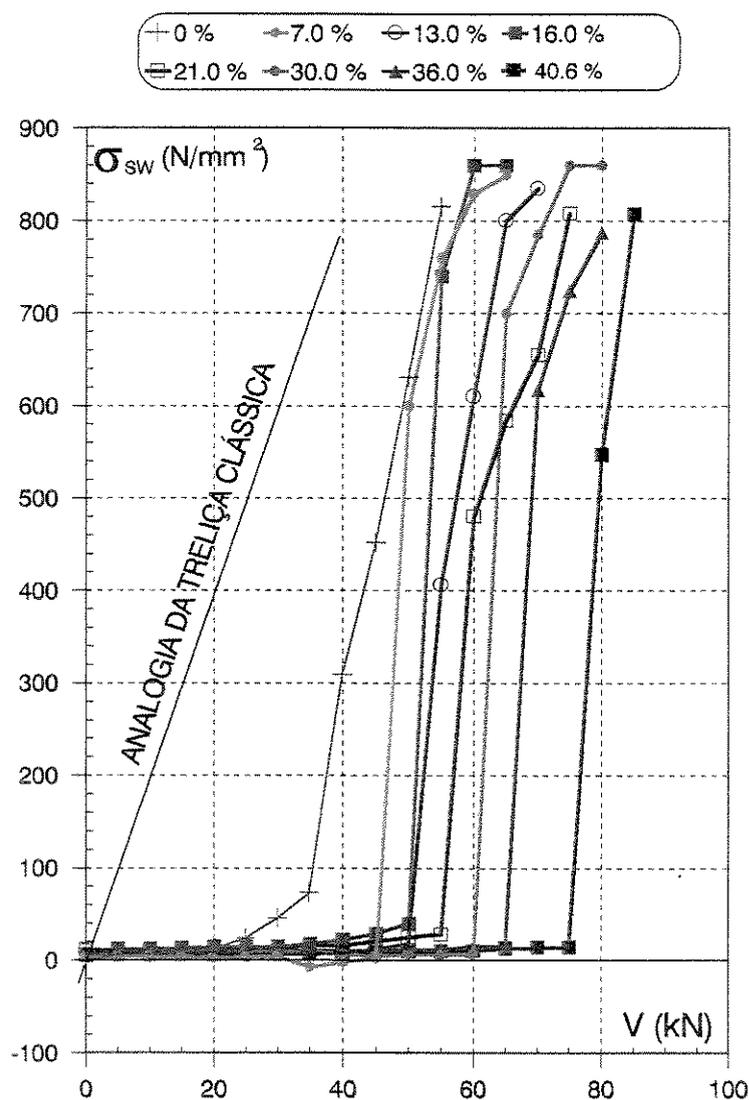


FIGURA 5.08  
EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NOS ESTRIBOS MAIS SOLICITADOS  
DAS VIGAS ENSALADAS

TABELA 5.02  
FORÇA CORTANTE DE REDUÇÃO EXPERIMENTAL E TEÓRICAS.

VIGA	C0	C10	C20	E10	E20	E15	E28	E36
$f_c$ N/mm <sup>2</sup>	82,9	87,7	85,4	86,6	81,2	85,0	80,3	92,4
$\eta$ $\rho_w/\rho_w,45$	0,314	0,264	0,233	0,235	0,211	0,215	0,174	0,155
$V_{u,cis,exp}$ kN	55	60	65	65	75	70	80	85
$M_0$ kN.cm	-	676,6	1353,3	1676,6	3353,2	2514,6	4726,4	6116,1
$M_{sd,max}=M_u.\eta$ kN.cm	12,640	14,989	16,981	15,595	16,747	15,727	18,346	20,015
$V_{c,exp}$ N/mm <sup>2</sup>	43,40	50,79	57,33	57,19	68,04	63,19	75,99	77,7
$V_{c,NBR}$ N/mm <sup>2</sup>	19,12	19,99	20,65	21,18	22,95	22,46	23,66	26,32
$V_{c,CEB(30)}$ N/mm <sup>2</sup>	21,14	21,14	21,14	21,14	21,14	19,46	19,46	19,46
$V_{c,CEB(18)}$ N/mm <sup>2</sup>	54,04	54,04	54,04	54,04	54,04	50,40	50,40	50,40
$V_{c,ACI}$ N/mm <sup>2</sup>	31,08	32,06	32,90	32,76	34,44	33,60	35,56	36,68
$V_{c,R1B1}$ N/mm <sup>2</sup>	39,48	47,60	46,20	46,20	45,50	45,85	46,62	46,62
$V_{c,R1B2}$ N/mm <sup>2</sup>	26,60	29,54	23,24	23,52	17,22	20,40	12,46	12,46

Pela tabela anterior, percebe-se que os valores da força cortante de redução, obtidos experimentalmente,  $V_{c,exp}$ , são bem maiores que os valores de  $V_c$  teóricos, com exceção aos calculados de acordo com os procedimentos do CEB<sup>13</sup> com ângulo da biela comprimida de concreto igual 18.4 °, que apresentou para vigas com baixos graus de compressão, valores maiores aqueles obtidos experimentalmente.

Este fato pode ser confirmado pela observação da figura 5.09, onde é apresentado a força cortante de redução em função do grau de compressão das vigas.

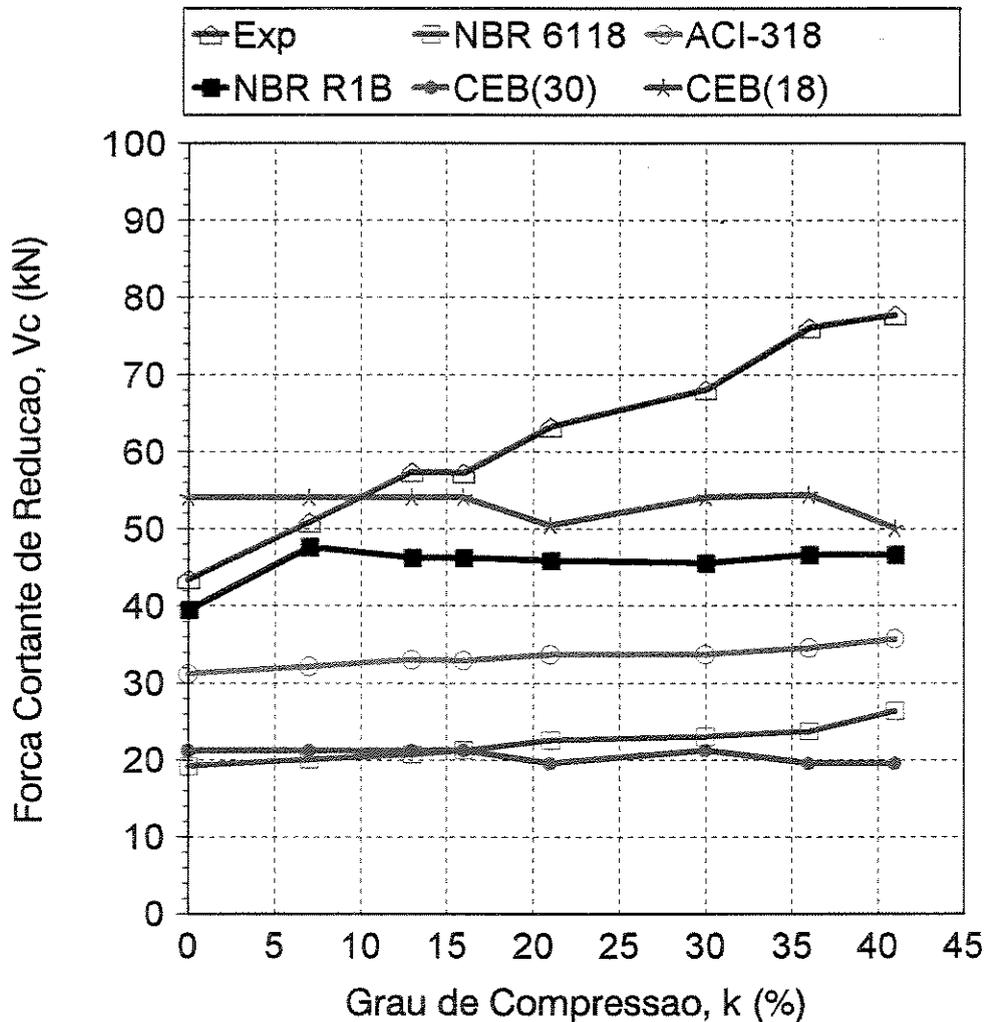


FIGURA 5.09  
FORÇA CORTANTE DE REDUÇÃO EM FUNÇÃO DO GRAU DE COMPRESSÃO.

Com o retardamento do início do processo de fissuração, o mecanismo de treliça foi ativado mais tardiamente nas vigas submetidas à flexo compressão, quando comparadas à outra viga, semelhante, submetida à flexão simples. Este fato justifica uma redução da contribuição da armadura de alma, na resistência ao esforço cortante, para as vigas submetidas à flexo-compressão, como observado na figura 5.08.

Analisando a figura 5.09 observa-se que em nenhum dos códigos normativos apresentados houve um aumento significativo da força cortante de redução em função do aumento

do grau de compressão,  $\kappa$ , ou seja a influência da força normal de compressão é praticamente desprezado.

A fim de melhor representar a influência da força normal de compressão, no dimensionamento da armadura reduzida de cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexo-compressão, propõe-se neste trabalho que a força cortante de redução,  $V_{C,FC}$ , seja igual a força cortante de redução calculada para vigas submetidas à flexão simples,  $V_{C,FS}$ , multiplicada por um coeficiente que caracterize a influência da força normal de compressão

De acordo com os resultados desta pesquisa, ajustando empiricamente a curva experimental, conclui-se que este coeficiente pode ser tomado como sendo igual a  $(1 + \kappa)^2$ .

Ou seja:

$$V_{C,FC} = V_{C,FS} * (1 + \kappa)^2 \quad (5.07)$$

limitando:

$$(1 + \kappa)^2 \leq 2$$

onde:

$V_{C,FC}$  – Força cortante de redução para vigas submetidas à flexo-compressão

$V_{C,FS}$  – Força cortante de redução para vigas submetidas à flexo simples.

$\kappa$  - Grau de compressão das vigas em %.

O grau de compressão,  $\kappa$ , como já foi descrito no capítulo 3 deste trabalho é igual a: razão entre a força normal de compressão efetivamente aplicada,  $N$ , e a força normal de compressão necessária,  $N_{nec}$ , para que na seção mais solicitada à flexão, em condições de serviço, não seja ultrapassado o Estado Limite de Descompressão.

Ou seja:  $\kappa = \frac{N}{N_{nec}}$  (5.08)

$$\frac{N_{nec}}{S} + \frac{N_{nec} * e_y * y}{I} + \frac{M_{sd,max} * y}{I} = 0. \quad (5.09)$$

Na figura 5.10 os valores de  $V_c$  teóricos calculados para vigas submetidas a flexão simples, de acordo com os diversos codigos normativos, foram multiplicados pelo coeficiente proposto  $(1 + \kappa)^2$ .

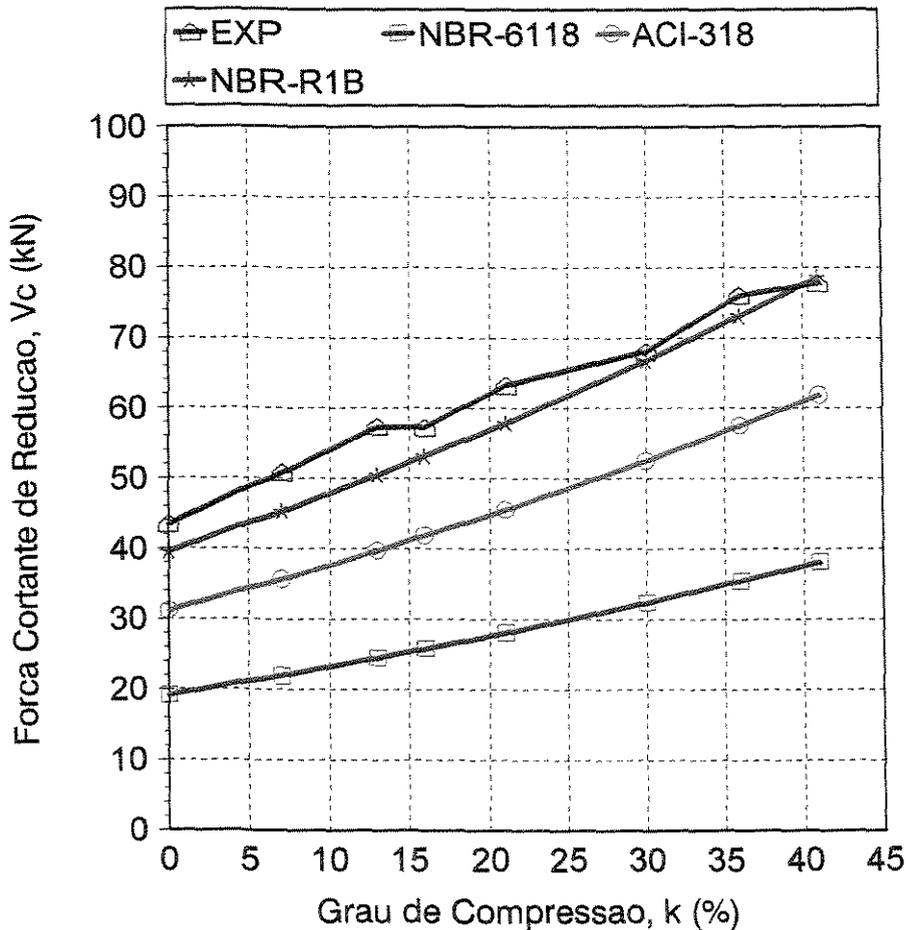


FIGURA 5.10  
FORÇA CORTANTE DE REDUÇÃO EM FUNÇÃO DO GRAU DE COMPRESSÃO.

Para as vigas desta pesquisa, a expressão proposta apresentou resultados satisfatórios, como podemos constatar pela fig 5.10. Observa-se que o efeito da flexo compressão foi melhor

representado; as curvas teóricas neste caso acompanhou de maneira aproximada a curva experimental.

Nas figuras 5.11A e 5.11B estão representadas as relações entre os valores da força cortante de redução teóricos, calculados de acordo com os procedimentos dos diversos códigos normativos apresentados neste trabalho,  $V_{C,calc}$ , e a força cortante de redução obtida experimentalmente nesta pesquisa,  $V_{C,exp}$ .

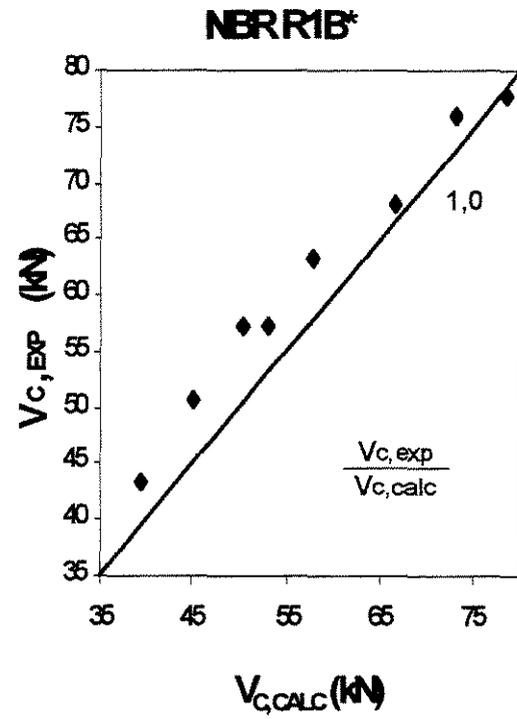
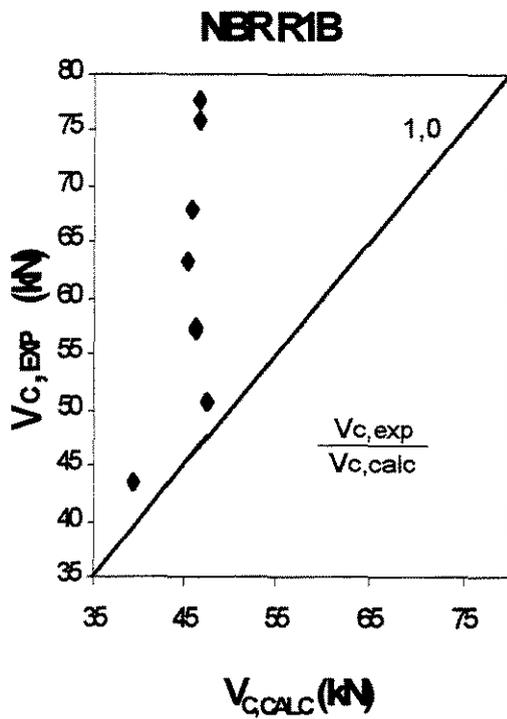
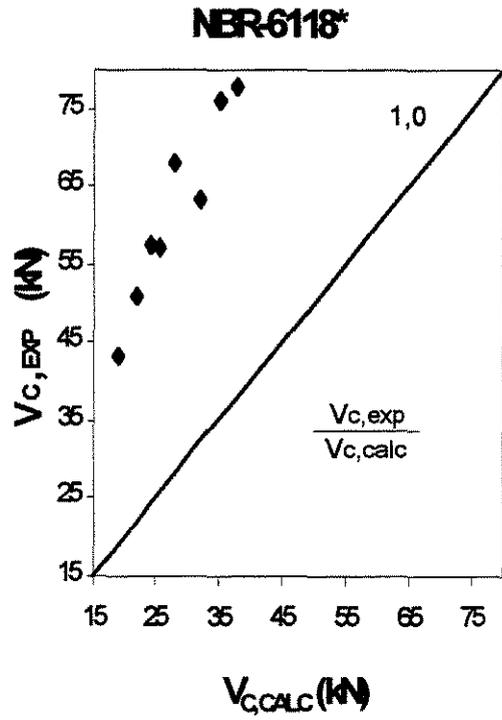
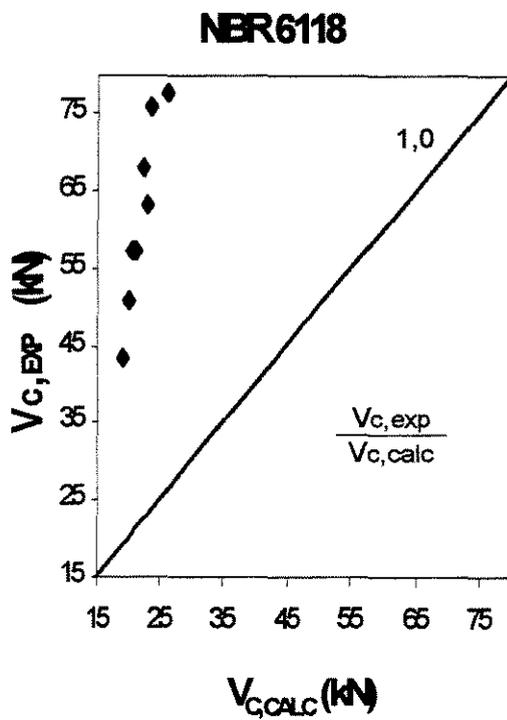
Para cada modelo de cálculo teórico, também estão representados nas figuras 5.11A, e 5.11B a proposta deste trabalho.

Com exceção dos procedimentos de cálculo do CEB, onde foi adotado um ângulo  $\theta$  limite igual a  $18.4^\circ$ , que apresentou alguns valores teóricos acima dos valores experimentais, para vigas pouco comprimidas, todos os outros modelos teóricos apresentados mostraram-se muito conservativo.

No entanto, percebe-se que a proposta deste trabalho, em se multiplicar  $V_c$  por um coeficiente  $(1+\kappa)^2$  apresentam valores teóricos mais próximos aos experimentais.

É importante observar, que resultados deste trabalho indicaram a possibilidade de escoamento quase que simultâneo dos estribos das vigas submetidas a um grau de compressão elevado, desta maneira, é conveniente que o grau de compressão seja calculado considerando-se a seção mais solicitada à flexão, ao longo do tramo em dimensionamento.

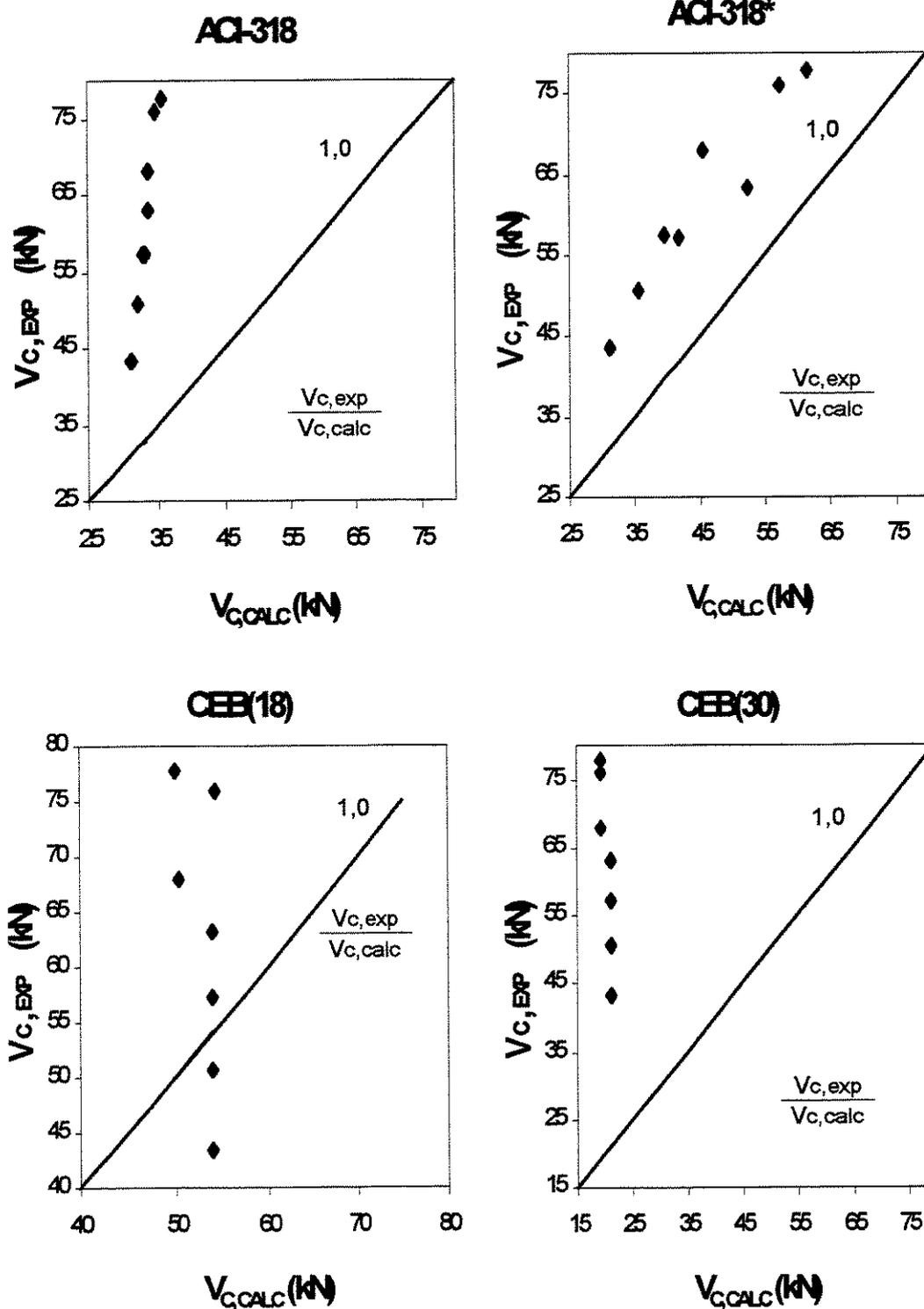
Pôde-se constatar, ainda, pela análise dos resultados desta pesquisa, que a medida que o grau de compressão aumenta, a diferença entre o carregamento último ao esforço cortante e o carregamento de acionamento dos estribos torna-se cada vez menor. Ou seja, nestas vigas, o mecanismo da treliça pode ser acionado para carregamentos muito próximos ao carregamento último. Este fato leva a conclusão de que, nas vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexo-compressão, uma provável resistência residual ao esforço cortante não mais será efetivada.



(\*) VALORE DE  $V_c$  MULTIPLICADOS POR  $(1+\kappa)^2$

FIGURA 5.11A

RELAÇÃO ENTE A FORÇA CORTANTE DE REDUÇÃO TEÓRICA E EXPERIMENTAL.



(\*) VALORE DE  $V_c$  MULTIPLICADOS POR  $(1+k)^2$

FIGURA 5.11B

RELAÇÃO ENTE A FORÇA CORTANTE DE REDUÇÃO TEÓRICA E EXPERIMENTAL.

## 5.8 DESLOCAMENTOS VERTICAIS .

A evolução dos deslocamentos verticais, no meio do vão, com o incremento do carregamento concentrado no meio do vão, esta representada na figura 5.12.

No caso das vigas ensaiadas, com taxa de armação longitudinal e transversal e mesmo espaçamento entre estribos, a evolução dos deslocamentos verticais foi influenciada pela intensidade do esforço normal aplicado e pela excentricidade de aplicação deste esforço em relação ao centro de gravidade da seção transversal da viga.

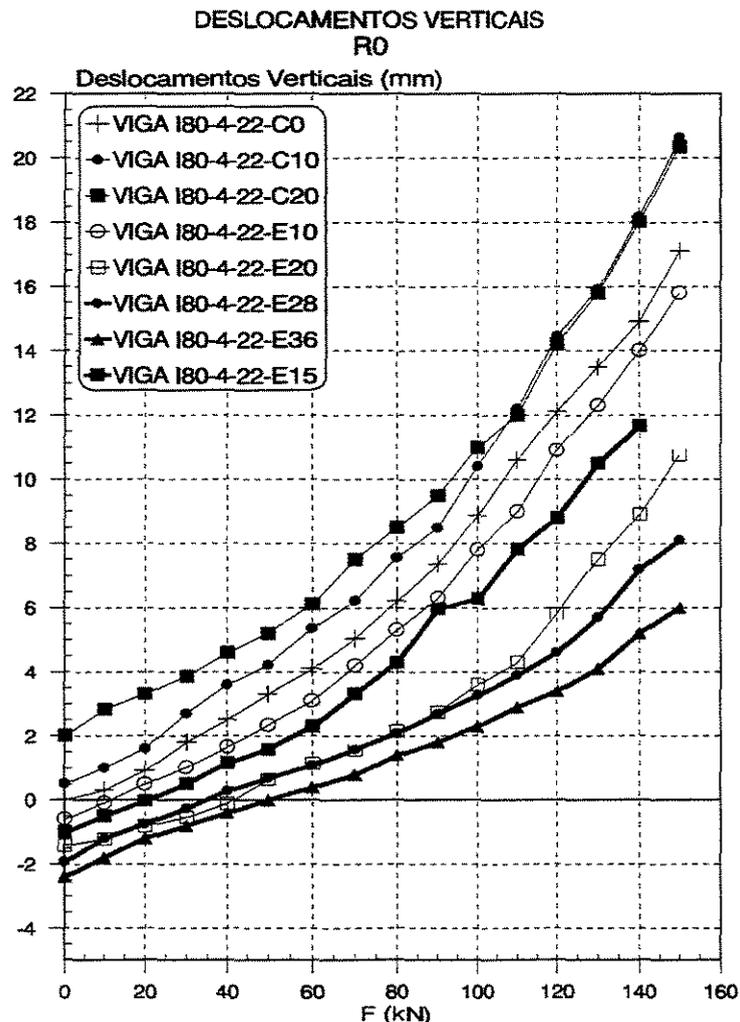


FIGURA 5.12  
EVOLUÇÃO DOS DESLOCAMENTOS VERTICAIS NO MEIO DO VÃO DAS VIGAS.

Nas vigas I80-4-22-E20, I80-4-22-E28 e I80-4-22-E36 os efeitos da contra flexa inicial, aliados ao aumento de rigidez do banzo comprimido, foram suficientes para se constatar os valores mais reduzidos do deslocamentos verticais entre as vigas ensaiadas.

## CONCLUSÕES

Os ensaios aqui conduzidos mostraram que o modelo de treliça pode ser estendido às vigas de concreto de alta resistência, submetidas à flexo-compressão, pelo menos àquelas executadas com concreto de resistência à compressão até 85 MPa.

Pode-se concluir que a aplicação do modelo da treliça, no dimensionamento ao esforço cortante, para as vigas de concreto de alta resistência submetidas a flexo-compressão, é satisfatória. Com resultados, inclusive, mais próximos da modelagem da treliça do que os obtidos para as vigas de concreto com resistência usual.

Pôde-se constatar, ainda pela análise dos resultados desta pesquisa, juntamente aos obtidos por Moreno<sup>36</sup>, que a medida que o grau de compressão aumenta, a diferença entre o carregamento último ao esforço cortante e o carregamento de acionamento dos estribos torna-se cada vez menor. Ou seja, o mecanismo da treliça pode ser acionado para carregamentos próximos ao carregamento último. Este fato leva a conclusão de que, nas vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexo-compressão, uma provável resistência residual ao esforço cortante não será mais efetivada.

Os resultados desta pesquisa, aliados aos de Fernandes<sup>50</sup>, Gomiero<sup>56</sup>, Moreno<sup>36</sup> confirmaram que, dificilmente, o estado limite por esforço cortante, em uma viga de concreto de alta resistência, será atingido por ruptura do concreto da alma.

Do mesmo modo como observado por Leonhardt<sup>29</sup>, para as vigas protendidas de concreto com resistência normal, pôde-se concluir também para as vigas desta pesquisa, que há uma maior parcela de desconto,  $V_C$ , com o crescimento do grau de compressão das vigas. Esta constatação pode ser explicada pelo fato de que, nas vigas submetidas à flexo compressão, os esforços longitudinais de compressão retardam o início da fissuração por flexão das vigas e, conseqüentemente, o acionamento dos estribos.

No entanto, observamos que em nenhum dos procedimentos teóricos de cálculo da armadura de cisalhamento, dos códigos normativos analisados neste trabalho, apresentou a real contribuição do efeito da flexo compressão para o dimensionamento desta armadura.

A proposta deste trabalho em se multiplicar a força cortante de redução  $V_C$ , calculada para a flexão simples pelo coeficiente  $(1 + k)^2$ , pode ser considerado satisfatória, expressando o efeito da compressão axial.

## **BIBLIOGRAFIA**

- 001-AGOSTINI, L. R. S. Pilares de concreto de alta resistência. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia, São Paulo, 1992.
- 002-AMERICAN CONCRETE INSTITUTE COMMITTEE 318 Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-77). American Concrete Institute, Detroit, 1977, 102p.
- 003-AMERICAN CONCRETE INSTITUTE COMMITTEE 318 Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-86). American Concrete Institute, Detroit, 1986, 113p.
- 004-AMERICAN CONCRETE INSTITUTE COMMITTEE 363 State-of-the-Art report on high-strength concrete: Report N. ACI 363-84. Journal of the A.C.I., Proceedings V.81, N.4, p.364-411, July-Aug. 1984.
- 005-AMERICAN CONCRETE INSTITUTE COMMITTEE 363 Research needs for high-strength concrete. A.C.I. Material Journal, V.84, N.6, p.559-561, Nov.-Dec. 1987.
- 006-AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS COMMITTEE 326 Shear and diagonal tension. Journal of the A.C.I., Proceedings V.59, N.1/N.3, p.1-30, 277-334, 356-396, Jan./Mar. 1962.
- 007-AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS COMMITTEE 426 The shear strength of reinforced concrete members. Journal of the Structural Division, Proceedings of the A.S.C.E. V.99, N.S76, p.1091-1187, June 1973.
- 008-ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 6118: Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1978, 76p.

- 009-ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 7197: Projeto de estruturas de concreto protendido. São Paulo, 1989, 71p.
- 010-BRESLER, B., MAC. GREGOR, J. G. Review of concrete beams failing in shear. Journal of the Structural Division, Proceedings of the ASCE V.93, N.ST1, p.343-372, Feb. 1967.
- 011-CEB-FIP International Recommendations for the Design and Construction of Concrete Structures. CEB Bulletin d'Information, N. 72/73, 1970.
- 012-CEB-FIP Model Code for Concrete Structures. CEB Bulletin d'Information, N. 124/125, 1978.
- 013-CEB-FIP Model Code 1990, Final Draft. CEB Bulletin d'Information, N.203/204/205, July 1991.
- 014-CLARKE, J. L. Shear capacity of high strength concrete beams. Concrete - Journal of the Concrete Society, V.21, N.3, p.24-28, Mar. 1987.
- 015-COLLINS, M. P., PORASZ, A. Shear design for high strength concrete. CEB Bulletin d'Information, N.193, p.76-83, Dec.1989.
- 016-ELZANATY, A. H., NILSON, A. H., SLATE, F. O. Shear capacity of prestressed concrete beams using high-strength concrete. Journal of the A.C.I., Proceedings V.83, N.2, p.359-368, May-June 1986.
- 017-ELZANATY, A. H., NILSON, A. H., SLATE, F. O. Shear capacity of reinforced concrete beams using high-strength concrete. Journal of the A.C.I., Proceedings V.83, N.2, p.290-296, Mar.-Apr. 1986.
- 018-FENWICK, R. C. PAULAY, T. Mechanisms of shear resistance of concrete beams. Journal of the Structural Division, Proceedings of the A.S.C.E. V.94, N.ST10, p.2325-2350, Oct.1968.
- 019-FERNANDES, G. B. Cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia, São Paulo, 1992.
- 020-FIP-CEB Working group on high-strength concrete High strength concrete-state of the art report. FIP-CEB Bulletin d'Information, N.197, Oct. 1990.
- 021-FUSCO, P. B. Estruturas de Concreto: Solicitações Tangenciais, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1984.

- 022-GOMIERO, P. F. Armadura reduzida para cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência. Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil - Área de Concentração: Estruturas, Campinas, 1994.
- 023-GROB, J. THURLIMANN, B. Ultimate strength and design of reinforced concrete beams under bending and shear. Publications N.36 - II, IABSE, Zurich, p.105-120, 1976.
- 024-KANI, G. N. J. A rational theory for the function of web reinforcement. Journal of the A.C.I., Proceedings V.66, N.3, p.185-197, Mar. 1969.
- 025-KANI, G. N. J. Basic facts concerning shear failure. Journal of the A.C.I., Proceedings V.63, N.6, p.675-692, June, 1966.
- 026-KANI, G. N. J. How safe are our large reinforced concrete beams? Journal of the A.C.I., Proceedings V.64, p.128-141, Mar. 1967.
- 027-KANI, G. N. J. The riddle of shear failure and its solution. Journal of the A.C.I., Proceedings V.61, N.4, p.441-467, Apr. 1964.
- 028-KAUFMAM, M. K. , RAMIREZ, J. A. Re-evaluation of the ultimate shear behavior of high-strength concrete prestressed I-beams. A.C.I. Structural Journal, Proceedings V.85, N.3, p.295-303, May-June 1988.
- 029-LEONHARDT, F., WALTHER, R. The Stuttgart shear tests 1961. Cement and Concrete Association, London, 1964, Translation 111, 134p.
- 030-LEONHARDT, F. Shear in concrete structures. CEB Bulletin d'Information N.126, p.66-124, June 1978.
- 031-LEONHARDT, F. Reducing the shear reinforcement in reinforced concrete beams and slabs. Magazine of Concrete Research, V.17, N.53, p.187-198, Dec.1965.
- 032-LEONHARDT, F. Shear and torsion in prestressed concrete: Lecture, Session IV. In: VI F.I.P. Congress, Prague, 1970.
- 033-LEONHARDT, F. La réduction de la couture d'effort tranchant dans les structures en béton armé. CEB Bulletin d'Information, N.49, Paris, 1965.
- 034-LEVI, F., MARRO, P. Shear tests up to failure of beams made with normal and high strength concrete. CEB Bulletin d'Information, N.193, p.12-23, Dec.1989.
- 035-MORSCH, E. Teoria y práctica del hormigón armado. Barcelona, G.Gili, 1948.

- 036-MORENO JR, A L. "Cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexo-compressão. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia, São Paulo, 1996.
- 037-MPHONDE, A. G., FRANTZ, G. C. Shear tests of high and low strength concrete beams without stirrups. *Journal of the A.C.I., Proceedings* V.81, N.4, p.350-357, July-Aug. 1984.
- 038-MPHONDE, A. G., FRANTZ, G. C. Shear tests of high and low strength concrete beams with stirrups. SP-87, American Concrete Institute, Detroit, 1987, p.179-197.
- 039-MPHONDE, A. G. Use of stirrup effectiveness in shear design of concrete. *A.C.I. Structural Journal*, V.86, N.5, p.541-545, Sept.-Oct. 1989.
- 040-PINTO JR, N. O. Flexão de vigas de concreto de alta resistência. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia, São Paulo, 1993.
- 041-TAYLOR, H. P. J. Basic behavior in shear and the model code provisions for members without shear reinforcement. *CEB Bulletin d'Information* N.126, p.126-140, June 1978.
- 042-THURLIMANN, B. Shear strength of reinforced and prestressed concrete beams. *CEB Bulletin d'Information*, N.126, p.16-37, June 1978.
- 043- MATTOCK, A.H. Diagonal cracking in concrete beam with axial forces *Journal of the A.S.C.E.* , V.95, N.ST9, p.1887-1899. Sep.1969.
- 044- RAMIREZ, J.A. Evaluation of a modified truss-model approach for beams in shear. *ACI Structural Journal*, V.88, N.5, p.562-571, Sep-Oct 1991.
- 045-COLLINS, M.P., MITCHELL, D., ADEBAR, P., VECCHIO, F.J. A general shear design method. *ACI Structural Journal*, V.93, N.1, p.36-45, Jan-Feb 1996.
- 046- SELBY, R.G., VECCHIO, F.J., COLLINS, M.P. Analysis of reinforced concrete members subject to shear and axial compression, *ACI Structure journal*, V93, N.3, p.306-315, May-Jun 1996.
- 047- KOTSOVOS, M.D. compressive force path concept – Basis for reinforced-concrete ultimate limit state design, *ACI Structure Journal*, V85, N.1, p.68-75, Jan-Feb 1988.
- 048- KOTSOVOS, M.D., SERAJ, S.M., PAVLOVIC, M.N. Experimental-Study of the compressive force path concept in prestressed concrete beams, *Engineering Structures*, V15, N.6, p.439-451, Nov 1993.

- 049- POLAK, M.A., DUBAS, J.J. Shear design of high strength concrete beams – Canadian code perspective, *Can. J. Eng.*, N.23, p.809-819, 1996.
- 050- AHMAD, S.H., XIE, Y., YU, T. Effectiveness of shear reinforcement for normal and high-strength concrete beams, *Structural Engineering Review*, V8, N.1, p.65-78, Jan 1995.
- 051- DIAS DE COSSIO, R. Discussion of A.C.I Committee 326 - Shear and diagonal tension. *Journal of the A.C.I.*, *Proceeding of the A.S.C.E.*, V.91, N.ST5, p.19-42, Oct 1965.
- 052 – IYENGAR, K. T. S. R., RANGAN, B. V., PALONISWAMY, R. Some factors affecting shear strength of reinforced concrete beams. *Indian Concrete journal*, V.42, p.499-505, Dec. 1968
- 053 – FAVRE, R., BEEBY, A. W., FALKNER, H. Et all. Manuel de calcul: Fissuration et déformation (final draft). *CEB Bulletin d'information*, N.143, Déc. 1981.

## **ABSTRACT**

This work presents a theoretical summary about shear in beams with normal and high-strength concrete and also the results of experimental investigation, conducted with high-strength concrete beams with axial compression force.

Tests results permitted to analyze the behavior of every beam, compare it with those made of normal-strength concrete and to verify if the shear design provisions of most current concrete design codes, could be extended to high-strength concrete beams with axial compression force.

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE