

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo
Departamento de Estruturas

**Estudo da Influência da Taxa de Solicitação na Resposta em
Fratura Quase-Frágil**

Alaor Leandro Rosa

Campinas, S.P. - Brasil
Fevereiro/2010

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo
Departamento de Estruturas

**Estudo da Influência da Taxa de Solicitação na Resposta em
Fratura Quase-Frágil**

Alaor Leandro Rosa

Orientador: Prof. Dr. José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa

Tese de Doutorado apresentada à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Civil (Área de Concentração em Estruturas).

Campinas, S.P. - Brasil
Fevereiro/2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA
DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

R71e	Rosa, Alaor Leandro Estudo da influência da taxa de solicitação na resposta em fratura quase-frágil / Alaor Leandro Rosa. – Campinas, SP: [s.n.], 2010. Orientador: José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. 1. Concreto de alta resistência. 2. Concreto - Fratura. I. Sousa, José Luiz Antunes de Oliveria e. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. III. Título.
------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

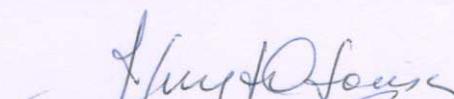
Título em Inglês:	A study of loading rate influence in the quasi-brittle fracture response
Palavras-chave em Inglês:	High strength concrete, Concrete - Fracture
Área de concentração:	Estruturas
Titulação:	Doutor em Engenharia Civil
Banca examinadora:	Leandro Palermo Junior, Luiz Carlos de Almeida, Túlio Nogueira Bittencourt, Oswaldo Luiz Manzoli
Data da defesa:	26/02/2010
Programa de Pós-Graduação:	Engenharia Civil

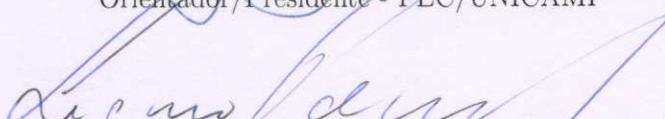
Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo
Departamento de Estruturas

**Estudo da Influência da Taxa de Solicitação na Resposta em
Fratura Quase-Frágil**

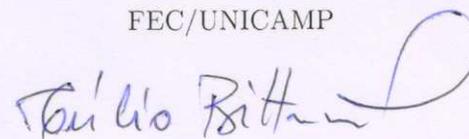
Alaor Leandro Rosa

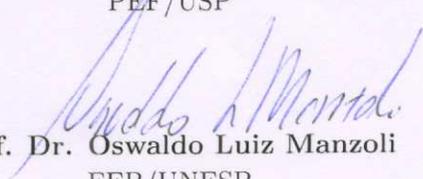
Tese de Doutorado aprovada pela Banca Examinadora constituída por:


Prof. Dr. José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa
Orientador/Presidente - FEC/UNICAMP


Prof. Dr. Leandro Palermo Junior
FEC/UNICAMP


Prof. Dr. Luiz Carlos de Almeida
FEC/UNICAMP


Prof. Dr. Túlio Nogueira Bittencourt
PEF/USP


Prof. Dr. Oswaldo Luiz Manzoli
FEB/UNESP

Campinas, 26 de Fevereiro de 2010.



*À Renata,
por me dar outra vida,
Heitor.*

Agradecimentos

Minha gratidão ao Prof. Dr. José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa pela orientação, pela confiança e pelas inúmeras oportunidades que me proporcionou, desde o início dos meus estudos de pós-graduação na UNICAMP;

À Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro através da concessão das bolsas de estudo no país e no exterior, respectivamente;

Ao Prof. Dr. Gonzalo Ruiz e a Dra. Rena C. Yu pela orientação durante minha estância na E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos da Universidad de Castilla-La Mancha (UCLM);

Aos membros da banca examinadora, por aceitarem o convite em avaliar a tese;

Aos amigos do Laboratório de Mecânica Computacional (LABMEC / UNICAMP);

À minha querida esposa, pelo amor e companheirismo.

*“Faça algo e, se não conseguir, faça outra coisa.
Mas acima de tudo, tente algo”*

Franklin Delano Roosevelt (1881 - 1945)

“To be is to do”

Sócrates (469 - 399 a.C.)

“To do is to be”

Jean-Paul Sartre (1905 - 1980)

“Do be do be do”

Francis Albert Sinatra (1915 - 1998)

Prefácio

Este projeto de tese, fomentado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, Ref.: 2006/01647-4, sob a orientação do Prof. Dr. José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa, está integrado às atividades desenvolvidas pelo Grupo de Modelagem de Estruturas de Concreto (GMEC), da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP), coordenado pelo Prof. Dr. Túlio Nogueira Bittencourt. Está diretamente ligado aos projetos: FAPESP/04-03049-1 e FAPESP/05-52210-2.

Grande parte deste trabalho foi desenvolvido durante o Estágio de Doutorado realizado na E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos da Universidad de Castilla-La Mancha (UCLM), Ciudad Real, Castilla-La Mancha, Espanha, entre 18 de Outubro de 2007 e 05 de Maio de 2009, fomentado através do Convênio de Cooperação Internacional entre o Brasil e a Espanha (CAPES/DGU/152/07, Processo BEX: 1409/07-7) — firmado entre o Ministério de Educação do Brasil e o Ministério de Educación y Ciencia de Espanha, representados pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES / Brasil) e pela Dirección General de Universidades (DGU / Espanha) — e pelo Projeto UCLM (Ref.: 2008-BIN-2506).

Resultados parciais do trabalho de pesquisa objeto desta tese encontram-se publicados nas seguintes referências: Rosa, Yu, Ruiz & Sousa [77]; Rosa, Yu, Ruiz, Sousa & Bittencourt [78]; Rosa, Yu, Ruiz & Sousa [76]; Yu, Rosa, Ruiz & Sousa [109, 110]; Ruiz, Yu & Rosa [87].

O autor agradece os apoios financeiros recebidos durante o desenvolvimento do trabalho de investigação, bem como, a supervisão dispensada pelo Prof. Dr. Gonzalo Ruiz López (Orientador Estrangeiro) e pela Dra. Rena C. Yu durante a realização do Estágio de Doutorado no Exterior. O autor também agradece o favorável ambiente de trabalho encontrado na E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos da UCLM, cuja receptiva e motivada equipe tornou a adaptação do doutorando ao novo ambiente bastante rápida, o que contribuiu para fazer da sua estância em Ciudad Real uma excelente experiência sob os pontos de vista técnico/científico e pessoal.

Eng. MSc. Alaor Leandro Rosa
Campinas, 26 de Fevereiro de de 2010.

Resumo

A pesquisa objeto desta tese refere-se a uma investigação dos processos de fratura no concreto de alta resistência (High Strength Concrete - HSC), com ênfase no estudo da influência da taxa de carregamento (medida como a taxa de deslocamento do ponto de aplicação de carga) nos ensaios de fraturamento e assim caracterizar sua ductilidade em tração. Neste trabalho um modelo de fratura dependente do tempo (modelo coesivo-viscoso) é apresentado e a influência da taxa de carregamento na resposta em fratura quase-frágil é estudada através de simulação numérica. O modelo de fratura dependente do tempo acopla um parâmetro viscoso, dado em função da velocidade de abertura da fratura, ao modelo clássico de fissura fictícia proposto por Hillerborg, tal que uma relação tensão-abertura de fissura dependente do tempo, $\mathfrak{F}(w, \dot{w})$, represente uma zona coesiva-viscosa inserida em um meio elástico não-viscoso. O modelo coesivo-viscoso é implementado no arcabouço teórico do método dos elementos finitos com um método de cálculo iterativo que modela a fratura quase-frágil (comportamento não-linear) como uma superposição de problemas em mecânica da fratura elástica linear (Linear Elastic Fracture Mechanics - LEFM). O modelo numérico implementado é validado com os resultados experimentais obtidos de vigas prismáticas ranhuradas em flexão em três pontos (Three-Point Bend Test - TPBT), com taxas de carregamento variando da ordem de $\dot{\delta} = 10^{-5}$ mm/s a $\dot{\delta} = 10^{+1}$ mm/s. Os resultados numéricos obtidos mostram que o modelo coesivo-viscoso implementado, apesar de sua simplicidade, reflete o fato experimentalmente documentado de que a nucleação e a propagação de uma fratura coesiva, bem como os fenômenos que governam os processos de fratura, são dependentes da taxa de carregamento. Assim, a diferença obtida por muitos pesquisadores na medida da energia de fratura não se deve unicamente à escala do protótipo ensaiado mas também à taxa de carregamento aplicada nos ensaios.

Palavras-chave: Concreto de alta resistência, Concreto, Fratura.

Abstract

This thesis addresses a numerical investigation to account for loading rate influence (measured as the load-point displacement rate) on the fracture processes of quasi-brittle materials such as high strength concrete (HSC). In this context, fracture tests are simulated by a proposed time-dependent cohesive model. The proposed model couples a viscous parameter, as a function of crack-opening rate, to the classical Hillerborg's fictitious crack approach such that a time-dependent stress crack opening law, $\mathfrak{F}(w, \dot{w})$, represents a viscous-cohesive zone in an elastic, time-independent, body. The viscous cohesive representation is implemented in a finite element framework using an iterative method in such a way that the equations governing the quasebrittle crack propagation (non-linear behaviour) is sought from a triangular system of equations, obtained by superposing linear elastic fracture mechanics (LEFM) cases. To show the accuracy of the model, numerical simulations of notched beams in three-point bend test (TPBT) were performed. In the tests five different loading rates were employed (ranging from $\dot{\delta} = 10^{-5}$ mm/s – $\dot{\delta} = 10^{+1}$ mm/s). The results numerically obtained match very well the experimental ones, particularly the maximum load for the several loading rates used in the tests. A parametric study has also been performed to point out which are the model, geometry and fracture parameters influencing the fracture process due to loading rate. The numerical results show that the model, although its simplicity, provides a general approach to reflect the experimentally documented fact that crack propagation and so the parameters governing the fracture processes in cementitious materials depend on the loading rate. So, the differences obtained by several researches worldwide on the fracture energy measurement are not only due to the scale of the tested specimens, but also due to the loading rate influence.

Keywords: High strength concrete, Concrete, Fracture.

Lista de Figuras

2.1	Panteon de Roma (120 a 125 A.D.)	15
2.2	Fissuração na matriz de concreto e na zona de transição	18
2.3	Modos de fratura	19
2.4	Placa de dimensões infinitas	21
2.5	Estado de tensão σ_{ij} no fronte da fratura	23
2.6	Estimativa de Irwin para o tamanho da zona de plastificação	25
2.7	Modelo de Dugdale-Barenblatt	26
2.8	Diferentes comportamentos do material, devido ao tamanho da FPZ	27
2.9	Variação de K_{Ic} em relação a W	29
2.10	Modelo de Fissura Coesiva de Hillerborg (FCM)	30
2.11	Aproximação bi-linear para a curva de amolecimento	32
2.12	Estimativa do tamanho da FPZ para o concreto	33
3.1	Ensaio de caracterização do concreto	44
3.2	Ensaio de compressão axial (configuração experimental)	55
3.3	Ensaio de compressão axial (curva experimental para o espécime E1CA)	56
3.4	Ensaio de compressão axial (curva experimental para o espécime E2CA)	57
3.5	Ensaio de compressão axial (curva experimental para o espécime E3CA)	58
3.6	Ensaio de compressão axial (curva experimental para o espécime E4CA)	59
3.7	Ensaio de Compressão diametral (configuração experimental)	60
3.8	Ensaio de compressão diametral (curvas $P - \delta_{LVDT}$ E1CD-E4CD)	61
3.9	Geometria das vigas ensaiadas em TPBT	62
3.10	Configuração experimental do ensaio de flexão em três pontos (TPBT)	63
3.11	Trabalho de fratura não medido W_F^{nm} no ensaio TPBT	64
3.12	Curvas $P - \delta$ no ensaio TPBT $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{-5}$ mm/s	65
3.13	Curvas $P - \delta$ no ensaio TPBT $\dot{\delta} = 5,5 \times 10^{-4}$ mm/s	66
3.14	Curvas $P - \delta$ no ensaio TPBT $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{-2}$ mm/s	67
3.15	Curvas $P - \delta$ no ensaio TPBT $\dot{\delta} = 5,5 \times 10^{-1}$ mm/s	68
3.16	Curvas $P - \delta$ no ensaio TPBT $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{+1}$ mm/s	69
4.1	Mecanismo de transferência de tensões na FPZ	74
4.2	Representação da lei coesiva-viscosa	75
4.3	Sólido fraturado em equilíbrio solicitado em Modo I	76
4.4	Superposição de efeitos em um sólido fraturado em equilíbrio.	78

4.5	Representação do método de superposição de fraturas	80
4.6	Condições de contorno do problema em estudo	82
4.7	Curva $\sigma^* = f(w^*)$	86
5.1	Geometria das vigas ensaiadas em TPBT	88
5.2	Malha de elementos	89
5.3	Curva $\mathfrak{F}(w, \dot{w})$ empregada na simulação de resultados experimentais	90
5.4	Curva $P_{m\acute{a}x}/P_{m\acute{a}x}^s$ vs. $\dot{\delta}$)	94
5.5	Curva G_F/G_F^s vs. $\dot{\delta}$)	95
5.6	Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{-5}$ mm/s	96
5.7	Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 5,50 \times 10^{-4}$ mm/s	97
5.8	Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{-2}$ mm/s	98
5.9	Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 5,50 \times 10^{-1}$ mm/s	99
5.10	Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{+1}$ mm/s	100
5.11	Curva V_c vs. a_0/D para $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{-5}$ mm/s	101
5.12	Curva V_c vs. a_0/D para $\dot{\delta} = 5,50 \times 10^{-4}$ mm/s	102
5.13	Curva V_c vs. a_0/D para $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{-2}$ mm/s	103
5.14	Curva V_c vs. a_0/D para $\dot{\delta} = 5,50 \times 10^{-1}$ mm/s	104
5.15	Curva V_c vs. a_0/D para $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{+1}$ mm/s	105
5.16	Curva $\mathfrak{F}(w, \dot{w})$ utilizada nas análises paramétricas	110
5.17	Curvas $2P/BDF_t^s$ vs. δ/w_{ch} para $n = 0,15$ e $n = 0,30$	111
5.18	Curvas $P_{m\acute{a}x}/P_{m\acute{a}x}^s$ vs. $\dot{\delta}/\dot{w}_0$ para diferentes valores do índice n	112
5.19	Curvas G_F/G_F^s vs. $\dot{\delta}/\dot{w}_0$ para diferentes valores do índice n	113
5.20	Curvas $2P/BDF_t^s$ vs. $\delta/\beta_H w_{ch}$ para $\dot{\delta}/\dot{w}_0 = 0$ e $\dot{\delta}/\dot{w}_0 = \beta_H$	114
5.21	Curva G_F/G_F^s vs. (a_0/D) para β_H 0,25-4,0 e $(n = 0,15)$	115
5.22	Curva G_F/G_F^s vs. (a_0/D) para β_H 0,25-4,0 e $(n = 0,30)$	116
5.23	Curva G_F/G_F^s vs. (a_0/D) para β_H 0,25-4,0 e $(n = 0,60)$	117
5.24	Influência da profundidade do entalhe na curva $2PBD/f_t^s$ vs. $\delta/w_c h$	118
A.1	Trabalho de fratura não medido W_F^{nm} na curva $P - \delta$ do ensaio TPBT	126
A.2	Modelos de blocos rígidos para o cálculo de W_F^{nm} no ensaio TPBT	127
B.1	Representação bi-linear para a função coesiva $f(w)$	131
B.2	Representação da energia de fratura reduzida G_{F1}^s	134
C.1	Malha de elementos em um domínio Ω	138
C.2	Domínio elastostático e condições de contorno	139

Lista de Tabelas

2.1	Extensão da FPZ para vários materiais	34
3.1	Valores calculados e medidos no ensaio de compressão axial	47
3.2	Valores calculados e medidos no ensaio de compressão diametral	49
3.3	Taxas de solitação aplicadas nos ensaios TPBT	51
3.4	Valores calculados e medidos a partir do ensaio TPBT	53
3.5	Composição da mistura	54
5.1	Valores calculados para os parâmetros w_1^* e A	91
5.2	Valores calculados para os parâmetros n e \dot{w}_0	91
5.3	Propriedades mecânicas do concreto endurecido	92

Abreviaturas

Em Inglês:

- CBM - Crack Band Model (Modelo de Banda de Fissura)
- CDZM - Compressive Damage Zone Model (Modelo de Dano à Compressão)
- FCM - Fictitious Crack Model (Modelo de Fissura Fictícia)
- FPZ - Fracture Process Zone (Zona de Processos de Fratura)
- FEM - Finite Element Method (Método dos Elementos Finitos)
- HSC - High Strength Concrete (Concreto de Alta Resistência)
- LEFM - Linear Elastic Fracture Mechanics (Mecânica da Fratura Elástica Linear)
- NLFM - Non-Linear Fracture Mechanics (Mecânica da Fratura Não-Linear)
- TPBT - Three-Point Bend Test (Ensaio de Flexão em Três Pontos)

Em Latin:

- A.D.* - Anno Domini
- et. al.* - et alli (e outros)
- e.g.* - exempli gratia (por exemplo, como)
- etc.* - et cetera (e assim sucessivamente)
- i.e.* - id est (ou seja)
- vs.* - versus (versus)
- viz.* - videlicet (a saber)

Sumário

Agradecimentos	vii
Prefácio	xi
Resumo	xiii
Abstract	xv
Lista de Figuras	xvii
Lista de Tabelas	xix
Abreviaturas	xxi
1 Introdução	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Relevância e Justificativa da Pesquisa	5
1.3 Objetivos e Abrangência	7
1.4 Organização da Tese	9
2 Mecânica da Fratura Aplicada aos Materiais Cimentícios	11
2.1 Considerações Iniciais	11
2.2 Generalidades sobre o concreto	14
2.2.1 Concreto de Resistência Usual e Concreto de Alta Resistência	16
2.3 Essencial em Mecânica da Fratura	18
2.3.1 Mecânica da Fratura Elástica Linear	19
2.3.2 Mecânica da Fratura Não Linear (NLFM)	26
2.4 Influência da Taxa de Carregamento na Resposta em Fratura	36
3 Programa Experimental	41
3.1 Considerações Iniciais	41
3.2 Métodos de Ensaio	42
3.2.1 Controles de Carregamento, Deslocamento e Deformação	42
3.2.2 Descrição dos Ensaios	43

4	O Modelo Coesivo–Viscoso	71
4.1	Considerações Iniciais	71
4.2	Equação do Modelo	71
4.2.1	Hipóteses Estabelecidas	71
4.3	Método de Cálculo	75
4.3.1	Método de Superposição de Fraturas	78
5	Resultados Numéricos e Discussão	87
5.1	Considerações Iniciais	87
5.2	Simulação Numérica de Dados Experimentais	88
5.3	Estudos Paramétricos	106
6	Considerações Finais	119
6.1	Resumo e Conclusões	119
6.1.1	Contribuições ao Estudo da Resposta em Fratura Quase-Frágil	120
6.2	Tópicos para Pesquisa Futura	122
A	Cálculo do Trabalho de Fratura Não- Medido W_F^{nm}	125
B	Aproximação Bi-Linear para a função $\sigma^* = f(w^*)$	131
C	Aproximação Numérica Através do Método dos Elementos Finitos	137
C.1	Formulação em Mecânica do Contínuo	138
	Referências Bibliográficas	143

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

O estudo das propriedades mecânicas do concreto na ruptura em tração tem sido objeto de muitas pesquisas nos últimos 40 anos, mais precisamente desde os trabalhos de Kaplan [49, 50], e tem recebido importantes contribuições dos grupos de pesquisa e comitês científicos organizados para investigar o assunto, sob o enfoque da Mecânica da Fratura (ACI Committee 446, RILEM Technical Committees, *etc.*). A razão deste enfoque é que o concreto desenvolve, durante o carregamento, diferentes processos de coalescência e crescimento de micro-fissuras que podem ser estudados com os conceitos teóricos enunciados por este ramo da ciência aplicada à engenharia, devido ao seu potencial em descrever o comportamento mecânico de elementos estruturais nos quais se nucleia (localiza) e propaga uma ou várias fraturas (fissuras e/ou trincas).

Entretanto, nos dias atuais, devido a natureza heterogênea do concreto — caracterizada por matriz de pasta de cimento, zona de transição, agregado, micro-fissuras e micro-vazios — um enorme esforço ainda é requerido para o desenvolvimento de um modelo constitutivo capaz de descrever aspectos relevantes do comportamento quase-frágil do mesmo e dos ma-

teriais de base cimentícia, em geral, a partir de observações experimentais. À essa premissa soma-se a discussão da validade dos procedimentos de ensaio em descrever o comportamento real do material, devido a influência estrutural (forma da geometria, condições de contorno e tamanho) do espécime de teste. O problema é ainda mais acentuado devido ao uso de novas misturas de concreto com baixa relação água cimento (a/c), inclusão de micro ou nano partículas e aditivos, dando origem a um material com maior densidade, maior uniformidade, menor porosidade e, conseqüentemente, menor permeabilidade, o que implica maior durabilidade. Esse novo material, como é o caso do concreto de alta resistência (High Strength Concrete - HSC) — cuja resistência à compressão, f_c , varia de 50 a 100 MPa — dá origem a um material com propriedades mecânicas distintas das propriedades mecânicas do concreto estrutural de resistência convencional ($20 \leq f_c < 50$ MPa) o que impede a transferência direta de conhecimento do comportamento mecânico entre esses tipos de concreto. Da análise do perfil de dano devido aos processos de fratura que ocorrem no concreto de resistência convencional é bem conhecido que seu tipo e extensão variam a medida que a resistência do material aumenta. Em geral, no concreto de resistência convencional as fissuras se coalescem na zona-de-transição e se propagam através da matriz de pasta de cimento. No concreto de alta resistência as micro-fissuras se propagam, também, através dos agregados [27].

O comportamento quase-frágil do concreto, caracterizado pelo desenvolvimento de uma extensa zona de processos inelásticos e/ou zona de processos de fratura (Fracture Process Zone - FPZ) ao redor do fronte da trinca, quando na ruptura em tração, requer uma lei constitutiva — chamada lei coesiva, curva tensão-abertura de fissura ($\sigma - w$), curva de amolecimento ou função coesiva ($\sigma = f(w)$) — que relaciona a tensão desenvolvida no fronte da fratura, isto é na FPZ, e a sua abertura como ingrediente para a modelagem da nucleação e da propagação da fratura, seja esta representada de maneira implícita e/ou explícita (*e.g.*, na representação da fratura como fissuras distribuídas [47, 82, 68], nos modelos de fissura discreta [18, 44], nos modelos de descontinuidade forte e de enriquecimento da aproximação

[59, 60, 55, 64, 65] e nos modelos de fragmentação [108, 6, 107, 106, 85]). Não obstante, nos métodos de ensaios e nos modelos teóricos adotados para a quantificação da energia de fratura, os processos de fratura são tratados como independentes do tempo. Porém, a taxa de carregamento aplicada nos elementos estruturais em concreto afeta consideravelmente a sua resposta em fratura.

A semelhança do comportamento viscoelástico do volume íntegro do material, a formação e a propagação de fraturas nos materiais quase-frágeis (*e.g.*, concreto, cerâmica e rocha) é influenciada por mecanismos dependentes do tempo, além da temperatura e do conteúdo da mistura [102, 80], não apenas em condições dinâmicas [85, 106] mas, também, no regime de carregamento quase-estático [10, 11, 12, 13, 15, 19, 25, 31, 74, 79, 80] em que os efeitos de inércia e de propagação de onda são desprezíveis.

Devido à taxa de carregamento ou taxa de deformação, mecanismos dependentes do tempo introduzem uma escala adicional (*viz.*, escala tempo) no comportamento do material que é refletida, no nível macroscópico, no aumento do pico de carga (*i.e.*, aumento do módulo de ruptura) e no aumento da tenacidade à fratura, K_{Ic} , ou energia de fratura, G_F , tal que o critério de fratura independente do tempo, de acordo com o modelo de fissura fictícia (Fictitious Crack Model - FCM) [39, 70, 40], e o aumento da taxa de energia liberada, ao se aumentar o tamanho de um elemento estrutural, o que induz o efeito escala [8, 22, 14, 17], apenas representam o comportamento em fratura na sua manifestação mais simples. O aumento da energia de fratura, G_F , com o aumento da taxa de carregamento coloca em questionamento a idéia amplamente aceita que a energia de fratura (energia requerida para produzir uma fratura de área unitária) é uma constante do material. No entanto, devido à dificuldades conceituais encontradas para abordar o assunto com a objetividade que requer o método científico, ao estabelecer relações de causa e efeito, tal ocorrência vem sendo ignorada por muitos pesquisadores.

Neste contexto a pesquisa objeto desta tese refere-se, a partir de resultados experimentais, a uma investigação teórica e numérica para o estudo dos processos de fratura no concreto de alta resistência (High Strength Concrete - HSC), com ênfase ao estudo da influência da taxa de carregamento (medida como a taxa de deslocamento do ponto de aplicação de carga) nos ensaios de fraturamento. O interesse principal deste estudo é caracterizar a ductilidade do concreto de alta resistência em tração, considerando aspectos relacionados à fratura, bem como, contribuir para um conhecimento mais abrangente do comportamento das estruturas de concreto quando sujeitas a taxas de carregamento variáveis.

Neste trabalho um modelo de fratura dependente do tempo (modelo coesivo-viscoso) é apresentado e a influência da taxa de carregamento na resposta em fratura quase-frágil é investigada através de simulação numérica. O modelo coesivo-viscoso acopla um parâmetro viscoso, dado em função da velocidade de abertura da fratura, ao modelo clássico de fissura fictícia proposto por Hillerborg [39, 70, 40], tal que uma relação tensão-abertura de fissura dependente do tempo, $\mathfrak{F}(w, \dot{w})$, represente uma zona coesiva-viscosa inserida em um meio elástico não-viscoso. O modelo coesivo-viscoso é implementado no arcabouço teórico do método dos elementos finitos com um método de cálculo iterativo que modela a fratura quase-frágil (comportamento não-linear) como uma superposição de problemas em Mecânica da Fratura Elástica Linear (Linear Elastic Fracture Mechanics - LEFM) [72, 13, 86].

O modelo numérico implementado é validado com os resultados experimentais obtidos de vigas prismáticas ranhuradas em flexão em três pontos (Three-Point Bend Test - TPBT), confeccionadas com concreto de alta resistência, consequência de uma ampla campanha experimental realizada por Del Viso [24] no Laboratório de Estructuras e Materiales da E.T.S.I. de C. y P. da Universidad de Castilla-La Mancha (UCLM / Espanha).

1.2 Relevância e Justificativa da Pesquisa

Nos dias atuais as estruturas de concreto têm se sofisticado e os materiais cimentícios têm sido usados em condições extremas, devido à construção de modernas edificações cada vez mais altas e complexas. Como consequência é essencial que o comportamento mecânico do material seja determinado com maior correção. Assim, novos avanços da moderna tecnologia aplicada à engenharia requerem o entendimento do comportamento mecânico dos materiais, sob várias condições de carregamento, para analisar o comportamento estrutural e prever os mecanismos de (re)distribuição de esforços internos nos elementos estruturais. Além disso, as exigências de segurança e conforto nas estruturas são maiores que no passado pelo que é necessário realizar um estudo detalhado do seu comportamento, uma vez que essas exigências implicam na redução dos limites de tolerância.

Desse modo se queremos realmente conhecer o comportamento estrutural e, como consequência, do material de que ela é/será construída faz-se necessário conhecer a sua resposta sob as mais diversas condições de carregamento para que seu uso possa ser generalizado. Um maior entendimento do comportamento do material, para sua generalização, permite assegurar maior durabilidade à estrutura a ser (re)construída e menores custos de manutenção. A boa aplicação desse conceito tecnológico implica na otimização do consumo de materiais. Isto significa, em grande medida, uma contribuição para o desenvolvimento sustentável do nosso país e, conseqüentemente, do planeta neste século de demanda para o uso racional dos recursos naturais.

Um maior entendimento do comportamento do material parece, entretanto, poder ser obtido somente com um entendimento completo dos fenômenos que ocorrem na escala da estrutura interna do material. Na busca de tais objetivos, muitos recursos têm sido investidos no desenvolvimento de modelos mais elaborados de representação da estrutura interna dos materiais estruturais ou na combinação de propriedades meso e micro-mecânicas com

propriedades macroscópicas. Apesar do fato de que modelos físicos meso e micro-mecânicos de representação da estrutura interna do material estão emergindo como factíveis [26, 25], modelos físicos macroscópicos (*i.e.*, modelos contínuos) ainda são o procedimento prático de abordar a resposta do material nas simulações numéricas, uma vez que estão apoiados por técnicas experimentais menos complexas que as técnicas experimentais para investigar o comportamento do material nos níveis meso e micro-mecânicos.

Para o concreto, cuja ruptura é caracterizada por complexos mecanismos que estão diretamente relacionados com a sua natureza heterogênea (agregado, matriz de pasta de cimento, zona de transição, micro-fissuras e micro-vazios), a evidência natural para o entendimento rigoroso e objetivo do seu comportamento macro-mecânico deve considerar a incorporação do dano em compressão, os processos de fratura na ruptura em tração e o comportamento reológico do volume do material. Para o concreto estrutural, a esses fenômenos se somam a perda de ancoragem devida ao deslizamento e à flexão localizada da armadura. Na realidade, mesmo antes do carregamento, as estruturas confeccionadas em concreto contém micro-fissuras e a resistência mecânica do concreto é devida principalmente a resistência à tração, que é da ordem de 10% da resistência à compressão. Desse modo, armaduras de reforço são adicionadas para aumentar a capacidade de carregamento do material e para controlar o desenvolvimento de macro-fissuras se o elemento estrutural é solicitado em tração. Assim, para o projeto de estruturas confeccionadas em concreto é essencial o conhecimento rigoroso dos processos de fratura que se desenvolvem. Adicionalmente, devido a maior resistência dos novos tipos de concreto, existe uma tendência em projetar estruturas mais esbeltas e leves, as quais são bastante suscetíveis de experimentar a influência da taxa de carregamento e fenômenos vibratórios. Outros exemplos onde a consideração do efeito tempo, devido a taxa de solicitação, é de igual importância para as estruturas confeccionadas em concreto são: na avaliação estrutural do desempenho e da integridade das estruturas de concreto massivas (*e.g.*, as barragens, devido á variação do empuxo de água ocasionado pelas oscilações de vo-

lume); para análise do desempenho dos pavimentos flexíveis (*e.g.*, os pavimentos industriais e as pistas de decolagem/aterrisagem, devido a ação dinâmica da carga de tráfico); plataformas marítimas de prospecção e exploração de petróleo (plataformas *offshore*); vasos de pressão e para proteção de reatores nucleares.

Embora exista na literatura científica uma razoável quantidade de resultados experimentais que confirmam a influência da taxa de solitação na resposta em fratura quase-frágil [10, 11, 12, 13, 15, 19, 25, 31, 74, 79, 80], modelos teóricos para uma simulação eficiente deste comportamento são incipientes, exigindo-se um aprofundamento do tema que requer uma abordagem em Mecânica da Fratura. Segundo Bažant [15], os estudos sobre a dependência do crescimento de uma fissura macroscópica devido à taxa de solitação é um assunto bastante relevante, uma vez que o crescimento de fissuras no nível microscópico deve obedecer as mesmas leis. Adicionalmente, a maioria dos resultados experimentais que consideram a influência da taxa de solitação na resposta em fratura quase-frágil têm sido interpretados em termos da dependência da relação tensão-deformação e o tempo e não através de modelos de fratura [10]. Somente modelos de fratura apresentam a consistência teórica para considerar a descontinuidade introduzida em um sólido devido a coalescência e ao crescimento de uma fissura. Desse modo um esforço deve ser feito com o objetivo de estabelecer um critério de fratura dependente do tempo a partir da abordagem estática para uma abordagem dinâmica em Mecânica da Fratura.

1.3 Objetivos e Abrangência

Na prática os engenheiros são capazes de realizar a análise do comportamento estrutural se desprezado o comportamento do material que caracteriza os processos de ruptura (comportamento pós-pico ou quase-frágil). Esta tese tem por objetivo alargar o conhecimento das propriedades fundamentais que são necessárias para que a análise estrutural possa ser

realizada no regime pós-pico, caracterizando a resposta não-linear do material estrutural em Modo I de fratura. Isto é, tratar de maneira objetiva a perda de resistência dos elementos estruturais em fratura quase-frágil ao extrapolar o modelo de fissura fictícia (Fictitious Crack Model - FCM) de Hillerborg [39, 40, 41] para incorporar a influência da taxa de sollicitação.

O objetivo da pesquisa é o desenvolvimento de um modelo mais elaborado para a representação dos processos de fratura do concreto de alta resistência (HSC), a fim de se efetivar uma análise mais realista sobre o comportamento dos sistemas estruturais constituídos deste material, uma vez que os processos de fratura são os responsáveis pela (re)distribuição interna de esforços e, conseqüentemente, do desempenho estrutural ao longo da sua vida útil.

Os objetivos específicos deste trabalho são os resumidos a seguir:

1. Apresentação de um modelo coesivo-viscoso capaz de contemplar a influência da taxa de sollicitação nos ensaios de fratura de vigas ranhuradas em flexão em três pontos (TPBT);
2. Implementação numérica do modelo;
3. Simulação numérica de resultados experimentais para validação do modelo;
4. Realização de estudos paramétricos que permitam deduzir conclusões de como os parâmetros relacionados com o modelo coesivo-viscoso, bem como, as dimensões da geometria estrutural refletem a resposta mecânica em fratura quase-frágil do concreto de alta resistência (HSC), devido à taxa de carregamento.

Em termos de abrangência estuda-se a resposta de elementos estruturais em fratura quase-frágil com taxas de carregamento variando da ordem de $\dot{\delta} = 10^{-5}$ mm/s a $\dot{\delta} = 10^{+1}$ mm/s.

1.4 Organização da Tese

Este texto está dividido em cinco capítulos, exclusive esta introdução (Capítulo 1), conforme descrição a seguir.

O Capítulo 2 faz uma revisão teórica sobre a influência da taxa de carregamento na resposta em fratura. Antes, uma breve descrição dos principais conceitos relacionados com a mecânica da fratura aplicada ao concreto, tal qual o modelo de fissura fictícia (Fictitious Crack Model - FCM), são introduzidos.

No Capítulo 3 são apresentados os aspectos relevantes do programa experimental desenhado para investigar a influência da taxa de carregamento na resposta em fratura do concreto de alta resistência (HSC). É dada ênfase nos materiais e métodos empregados para caracterizar o concreto e cujos parâmetros de fratura medidos, para cada série de vigas empregadas nos ensaios, levaram ao desenvolvimento do modelo coesivo-viscoso.

O Capítulo 4 apresenta o modelo coesivo viscoso empregado nas simulações numéricas e o método de cálculo iterativo utilizado para a obtenção da solução numérica em Mecânica da Fratura Não-Linear (Non-Linear Fracture Mechanics - NLFM).

As simulações numéricas para validação do modelo coesivo-viscoso são apresentadas no Capítulo 5. Neste capítulo os resultados numéricos são discutidos e analisados pela comparação entre as respostas obtidas com a simulação numérica e a resposta experimental. Em seguida a resposta numérica é estendida com a realização de estudos paramétricos para apontar como os parâmetros relacionados com o modelo coesivo viscoso, bem como as dimensões da geometria estrutural, refletem a resposta mecânica em fratura devido à taxa de carregamento.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho com a exposição das contribuições mais importantes e as possibilidades de trabalhos futuros.

Em seguida têm-se os Apêndices A, B e C, que explicam a metodologia para calcular o trabalho de fratura não medido, a metodologia para obter a aproximação bi-linear para a curva de amolecimento (curva $\sigma^* = f(w^*)$) e a estratégia de solução numérica através do Método dos Elementos Finitos (Finite Element Method - FEM), respectivamente.

Finalmente, são apresentadas as Referências Bibliográficas.

Capítulo 2

Mecânica da Fratura Aplicada aos Materiais Cimentícios

2.1 Considerações Iniciais

Na atualidade o projeto de estruturas de concreto se realiza utilizando normativas mais ou menos semelhantes em todos os países com a consideração de distintos métodos de cálculo adaptados para cada situação estrutural. O fundamento destes métodos de cálculo, quase sempre, se assentam nas hipóteses teóricas da Resistência dos Materiais e da Teoria da Plasticidade, considerando-se um estado limite de ruptura convencional, designado estado limite último ou de alongamento plástico excessivo. Entretanto, vários critérios das normas atuais não apresentam um embasamento teórico consistente. São muitos os casos em que as predições teóricas com base nessas disciplinas são insuficientes e muitos dos procedimentos de cálculo são uma aproximação grosseira do comportamento mecânico observado através da experimentação física. O emprego destas disciplinas são insuficientes, para citar alguns exemplos, nos seguintes casos: no estudo da influência do aumento do tamanho do elemento estrutural no aumento da fragilidade da peça (conhecido na literatura como efeito escala [8, 22, 14, 17]); na obtenção do módulo de ruptura e/ou da capaci-

dade de carga de elementos estruturais com geometrias e condições de carregamento as mais diversas (*e.g.*, no estudo da influência da taxa de carregamento na resposta estrutural [10, 11, 12, 84, 15, 16, 19, 76, 77, 78]); no cálculo da taxa de armadura mínima para que uma viga armada tenha efetivamente uma ruptura dúctil em flexão [36, 37, 83], etc.

Para os casos descritos acima, e em muitas outras necessidades de aplicações teóricas à análise e ao projeto estrutural, parece imprescindível o emprego de uma teoria mecânica mais ajustada à resposta física do material — aliada as possibilidades que a análise numérica permite nos dias de hoje — como é o caso da mecânica da fratura aplicada aos materiais cimentícios, tal qual o concreto. A Mecânica da Fratura pode prover critérios racionais de projeto nos casos em que a aplicação dos critérios apoiados no estado limite último ou de alongamento plástico excessivo são insuficientes.

O comportamento mecânico das estruturas de concreto não é governado por um simples critério de resistência, mas devido ao crescimento de muitas micro-fissuras que irão coalescer e formar uma macro-fissura. Estas micro-fissuras estão presentes mesmo na ausência de solicitações externas devido a natureza heterogênea do material e a fissuras induzidas pela retração que ocorre durante o processo de cura. A propagação da fratura, que se deve à superação da resistência à tração do material, é uma característica mecânica intrínseca a diferentes fenômenos que ocorrem no concreto estrutural (*e.g.*, na ductilidade estrutural; na ancoragem das barras de armadura; na resistência ao esforço cortante e à torção; no deslizamento relativo aço-concreto [69]; na flexão localizada da armadura etc.).

Segundo Walraven [99], de igual significado é a propagação da fratura na ruptura à compressão com a formação de fissuras longitudinais (paralelas a solicitação de compressão) e que se abrem perpendicularmente a solicitação devido a superação da resistência à tração do material. Essa ocorrência é considerada por Markeset [56] em seu modelo de dano à com-

pressão, denominado: Compressive Damage Zone Model (CDZM).

Uma primeira abordagem no estudo do comportamento mecânico do concreto em fratura foi a aplicação dos conceitos teóricos enunciadas em Mecânica de Fratura Elástica Linear (Linear Elastic Fracture Mechanics - LEFM), disciplina que está bem fundamentada com aplicações em numerosos materiais metálicos. No entanto, os resultados de seu emprego no estudo dos materiais cimentícios não deram os frutos esperados, pois se observou uma dependência dos resultados com o tamanho do elemento estrutural, devido à extensão da zona de dano e/ou zona de processos de fratura (Fracture Process Zone - FPZ), que caracteriza uma região micro-fissurada, desenvolvida ao redor do fronte da fratura. Diferentemente dos materiais metálicos, estudos científicos demonstraram que o tamanho da FPZ nos materiais cimentícios, maior que 100 mm no pico de carga [41], é relativamente importante quando comparada ao tamanho usual dos elementos estruturais, exceto em grandes estruturas como são as barragens de gravidade.

Neste contexto, nos últimos anos, novas propostas para modelar os processos de fratura na ruptura quase-frágil dos materiais cimentícios vêm sendo desenvolvidas com um enfoque em Mecânica da Fratura Não-Linear (Non-Linear Fracture Mechanics - NLFM). Entre as várias propostas o modelo de fissura coesiva proposto por Hillerborg e colaboradores [39, 70, 42], a partir do trabalho de outros pesquisadores que introduziram o conceito de energia de separação para outros materiais [33, 45, 30, 4], bem como sua generalização para o modelo de banda de fissura [7], é amplamente aceito como um modelo simples e eficiente para descrever os processos de fratura nos materiais cimentícios.

A Mecânica da Fratura Não-Linear (NLFM) é uma importante ferramenta para a análise não apenas das condições em que ocorre a nucleação de uma fratura, com base em um critério de energia, mas também para a análise da sua propagação. Tal fato é capaz de explicar mui-

tos tipos de ruptura não explicados com os critérios de ruptura enunciados em Resistência dos Materiais e Teoria da Plasticidade.

Neste capítulo o concreto como material e os aspectos fenomenológicos do concreto em fratura serão focalizados. Para tal, o essencial em Mecânica da Fratura Elástica Linear (LEFM) é apresentado. Em seguida os principais conceitos relacionados com a resposta mecânica na ruptura dos materiais cimentícios são apresentados, de acordo com o enfoque dado em Mecânica da Fratura Não Linear (NLFM). O capítulo se encerra com uma revisão teórica sobre a influência da taxa de carregamento na resposta em fratura quase-frágil (assunto objeto desta tese).

2.2 Generalidades sobre o concreto

O concreto é uma rocha artificial feita, basicamente, da mistura de três ingredientes: aglomerante (cimento), água e agregados — agregado graúdo (pedra britada e/ou seixo rolado) e agregado miúdo (areia silicosa). A água é necessária para hidratar (ativar) as partículas de aglomerante, o que permitirá desencadear reações químicas que permitirão aglutinar (colar) todos os ingredientes. Atualmente se incorpora à mistura aditivos, visando melhorar algumas de suas propriedades específicas. Esses ingredientes, após misturados e curado (endurecido), formam um material rígido e resistente.

O concreto, a pasta de cimento (mistura de aglomerante e água) e as argamassas (mistura de aglomerante, areia e água) são utilizados como materiais de construção há milhares de anos. Conforme relatado em Stanley [94], há registro de um pavimento de concreto datado de 5600 AC. Entretanto, o principal registro do concreto como material remonta à Grécia Antiga, entre os anos 500 a 300 AC. Posteriormente o concreto foi empregado pelos mestres arquitetos romanos em obras emblemáticas como o Coliseu (72 a 80 AD) e na reconstrução

do Panteon de Roma (120 a 125 *A.D.*), cuja cúpula de concreto tem ≈ 43 m de diâmetro (Figura 2.1).



Figura 2.1: Panteon de Roma (120 a 125 *A.D.*)

O aglomerante base para os modernos concretos, o cimento Portland (nome dado devido a cor do cimento ser parecida com a de uma rocha natural encontrada na Ilha de Portland, situada na costa da Inglaterra), não foi, entretanto, patenteado até 1824, quando o fez Joseph Aspdin. Em 1848 Jean Louise Lambot construiu um barco de concreto ao qual incorporou armaduras de reforço. Vinte anos mais tarde Joseph Monier (1868) adquire a patente de floreiras confeccionados em concreto e aço e mais tarde para vigas armadas (1873).

Desde os tempos antigos a tecnologia do concreto vem se desenvolvendo. No ano de

2005 o consumo mundial de concreto foi estimado em 6 bilhões de toneladas/ano, isto é, um consumo de ≈ 1 tonelada per capita/ano. Isso faz do concreto o segundo material mais consumido pelo homem no processo de transformação econômico de bens e materiais para a construção da infra-estrutura social, perdendo apenas para a água. Seu uso consolidado no processo de transformação econômico/social, se deve a três razões principais que justificam seu consumo [57]:

- excelente resistência à água, quando endurecido, pois não sofre deterioração séria na sua presença;
- facilidade que permite, quando empregado fresco (sem curar), para compor elementos estruturais em uma variedade de formas e tamanhos;
- seu baixo custo, aliado à facilidade para seu preparo e a disponibilidade da matéria prima para a sua confecção, em praticamente todos as regiões da Terra.

2.2.1 Concreto de Resistência Usual e Concreto de Alta Resistência

A mistura dos constituintes básicos que compõem o concreto resulta uma reação exotérmica que dá origem a um material com moderada trabalhabilidade (concreto fresco). Aos constituintes básicos pode-se adicionar, por exemplo: plastificantes ou super-plastificantes para melhorar a trabalhabilidade; aditivos incorporadores de ar para reduzir a massa específica; ou outras inclusões (como, micro e nanossílica) para reduzir a porosidade do material, tendo como consequência o aumento da resistência às solicitações mecânicas. Ao endurecer (curar) o concreto resulta em um material bifásico constituído por uma matriz porosa (resultado da mistura de cimento, água, areia e aditivos) incrustada pelo agregado graúdo (pedra britada e/ou seixo rolado), que é a segunda fase ou inclusão.

A matriz e os agregados graúdos, quando solicitados, apresentam comportamento distinto quanto aos módulos de elasticidade e comportamento térmico. Como estão aderidos,

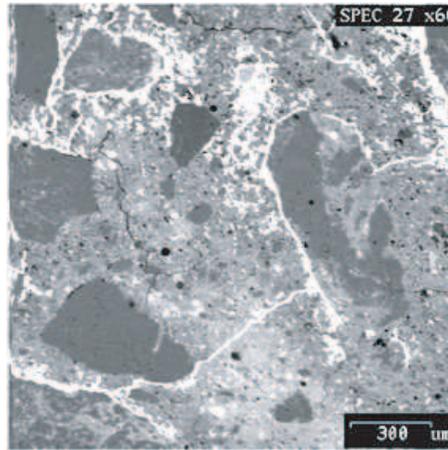
geram uma zona de transição na interface, a qual pode ser considerada uma terceira fase. As propriedades do concreto em fratura são altamente influenciadas pela qualidade da zona de transição. A zona de transição é a região de menor resistência no concreto, sendo muitas vezes na zona de transição onde se inicia uma micro-fissura.

Em termos de constituintes o concreto de alta resistência (HSC) se diferencia do concreto de resistência convencional por apresentar maior densidade, maior uniformidade e menor porosidade na matriz de cimento e na zona de transição, devido a adição de micro e nanopartículas de sílica. A adição de micro e nano-sílica reduz a porosidade do material tendo como conseqüências o aumento da resistência e a diminuição da permeabilidade da matriz. No concreto de alta resistência é comum a ocorrência de partículas de cimento não-hidratadas. Essas partículas são mais resistentes que os produtos circundantes, resultantes dos processos de hidratação do cimento e são em grande parte as responsáveis pelo ganho de resistência do concreto [58].

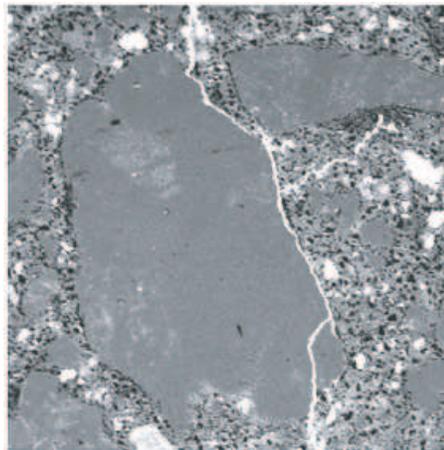
A diminuição da permeabilidade dá uma maior durabilidade ao material. O aumento da resistência é acompanhado por um aumento do módulo de elasticidade, já que a rigidez da matriz aumenta e se aproxima da rigidez do agregado graúdo. Para um mesmo nível de deformação o concreto de alta resistência se micro-fissura menos que o concreto de resistência usual. Ao aumentar a deformação, as micro-fissuras se coalescem formando macro-fissuras cuja propagação pode ser bastante rápida, devido à alta quantidade de energia de deformação armazenada no material [31].

A Figura 2.2(a) mostra a estrutura interna do concreto de resistência convencional, onde se observam algumas micro-fissuras na matriz de cimento e fissuras localizadas na interface matriz-agregado. A Figura 2.2(b) mostra a estrutura interna do concreto de alta resistência ($50 \leq f_c \leq 100 \text{ MPa}$), onde se nota uma menor tendência à existência de micro-fissuras

(tanto na matriz, quanto na zona de transição), porém, com potencial para se propagar através dos agregados.



(a)



(b)

Figura 2.2: Fissuração na matriz de concreto e na zona de transição: (a) concreto de resistência usual e (b) de alta resistência [61].

2.3 Essencial em Mecânica da Fratura

Fisicamente uma fratura (fissura ou trinca) é, no limite, o resultado da decoesão físico-química a nível da estrutura reticular que o constitui, dando origem a duas superfícies de separação (descontinuidade introduzida no meio e o material íntegro) [38]. Geometricamente

uma superfície de separação, para fins de representação, é entendida como uma linha contínua em duas dimensões ou uma superfície, não necessariamente plana, em três dimensões.

Uma fratura pode se propagar devido a três tipos de carregamento independentes ou modos de deformação ou de fratura, conforme mostrados na Figura 2.3. No Modo I (abertura) forças atuam na superfície normal à fratura (forças de tração); no Modo II (cisalhamento no plano) a fratura é solicitada por forças que atuam paralelamente à superfície da fratura e na direção de propagação da mesma; no Modo III (cisalhamento anti-plano) a fratura é solicitada por forças que atuam paralelamente à superfície da fratura e na direção perpendicular à propagação. A superposição desses três modos descreve o caso geral de carregamento, porém, a propagação da fratura no Modo I domina o processo de fraturamento (ver: [20]). Este trabalho de investigação considera, essencialmente, a ruptura induzida por tração (Modo I de fratura).

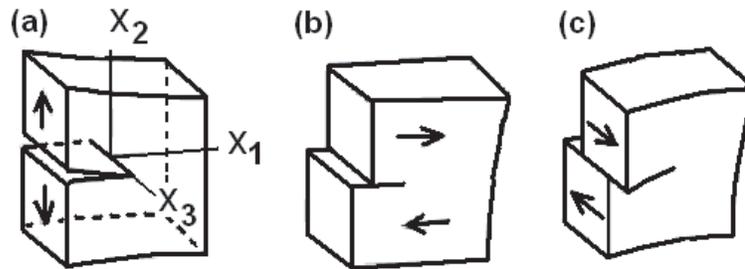


Figura 2.3: Modos de fratura: (a) Modo I; (b) Modo II; (c) Modo III .

2.3.1 Mecânica da Fratura Elástica Linear

As bases sobre o mecanismo da ruptura em corpos contendo fraturas foi formulado por Griffith em 1920 [33]. Considerando uma placa de vidro (material elástico-linear com ruptura frágil) solicitada com um carregamento distribuído constante, P , aplicado remotamente

e perpendicular a uma pré-fratura de comprimento $2a$ (sendo a é a semi-medida do comprimento da fratura) — introduzida no centro da placa e de tamanho desprezível quando comparada às dimensões da placa (Figura 2.4) — Griffith mostrou que o estado de tensão, σ , no fronte da fratura (ligamento da descontinuidade introduzida e o material íntegro) tende a uma singularidade, ou seja, $\sigma \rightarrow \infty$ quando $r \rightarrow 0$, onde r representa a distância do fronte da fratura em direção ao material sem fraturar e $r \ll a$. Desse modo, apoiando-se na Primeira Lei da Termodinâmica, Griffith propôs que para uma fratura se propagar, parte da energia acumulada no sistema deve ser consumida no fronte da fratura e não devido a concentração de tensão representada pela singularidade. De acordo com Griffith, para um material perfeitamente frágil energia potencial elástica é liberada para se formar uma área incremental de fratura $\partial A = B\partial a$, onde: A é a área da fratura (sinônimo da projeção ortogonal da superfície de fratura); B é a espessura da superfície de fratura e ∂a é um incremento no comprimento da fratura. Matematicamente, o critério proposto por Griffith pode ser escrito como:

$$G_c = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} = \frac{\partial \Gamma}{\partial A} = 2\gamma \quad (2.1)$$

Na Equação (2.1) o decréscimo da taxa de energia potencial durante o crescimento da fratura é igual a taxa de energia superficial consumida durante a propagação da fratura; G , em homenagem a Griffith, representa a quantidade de energia disponibilizada para propagar a fratura (*crack*, daí o sub-índice c em G); Π é a energia potencial elástica do sistema; $\Gamma = 2A\gamma$ é a quantidade de energia requerida para se criar uma fratura de área A e γ é a energia elástica superficial requerida para se criar uma superfície unitária de fratura. Assim, o critério de Griffith [33] para a propagação da fratura se escreve como:

$$\partial \Pi \geq 2\gamma \partial A \quad (2.2)$$

onde a diferença entre os dois lados da Equação (2.2) equivale à energia cinética produzida

durante a propagação da área incremental de fratura, ∂A . Matematicamente, a derivada de segunda ordem de Π deve ser considerada para se estabelecer a condição de estacionariedade, estabilidade (propagação estável) e instabilidade da fratura (propagação instável), assim:

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial A^2} = \begin{cases} > 0 & \text{(fratura estável)} \\ = 0 & \text{(fratura estacionária)} \\ < 0 & \text{(fratura instável)} \end{cases} \quad (2.3)$$

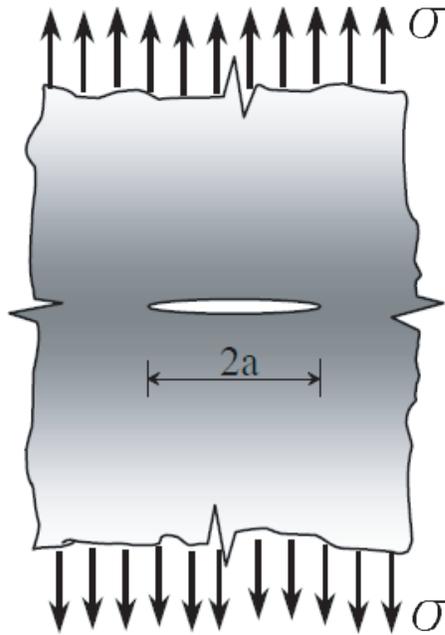


Figura 2.4: Placa de dimensões infinitas com uma fratura central de comprimento $2a$, sob o estado de tensão σ .

Usando a solução de Inglis [43], para a concentração de tensão em um furo elíptico, Griffith [33] demonstrou que na hipótese de uma placa de vidro infinita em estado plano de tensão com uma fratura central de comprimento $2a$,

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial a} = \frac{\pi a \sigma_c^2}{E} \quad (2.4)$$

o que equivale a (Equação 2.5),

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi a}} = \sqrt{\frac{G_c E}{\pi a}} \quad (2.5)$$

onde E é o módulo de elasticidade da placa; σ_c é a tensão residual capaz de fraturar a placa e G_c pode ser obtido experimentalmente.

Posterior aos trabalhos iniciados por Griffith [33], tomando como partida a solução obtida por Westergaard [101] para o campo de tensões no frente de uma fratura, Irwin [45] demonstrou que, para um material elástico linear e isotrópico (independente do tipo de carregamento, condições de contorno e geometria) o estado de tensão no frente da fratura apresenta a mesma singularidade $1/\sqrt{r}$, tal que o campo de tensão na vizinhança da ponta da fratura pode ser escrito, no sistema de coordenadas (r, θ) , como [3]:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^m = \frac{K_m}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^m(\theta) \quad (2.6)$$

onde: σ_{ij} (Figura 2.5) é o estado de tensão no sistema de coordenadas ortogonais (x_1, x_2, x_3) e $i, j = (1, 2, 3)$ faz referência as direções do sistema de coordenadas; K_m , introduzido por Irwin [45], é chamado fator de intensidade de tensões (Stress Intensity Factor - SIF) e depende das condições de contorno, da geometria da fratura, da geometria do elemento estrutural e da intensidade do esforço externo que solicita o sistema; $f_{ij}(\theta)$ é um fator de proporcionalidade constante para cada direção θ ; e m é um índice para indicar os Modos I, II, ou III de fratura (ver: Figura 2.3).

De acordo com a Equação (2.6) a intensidade da tensão no frente da fratura apenas

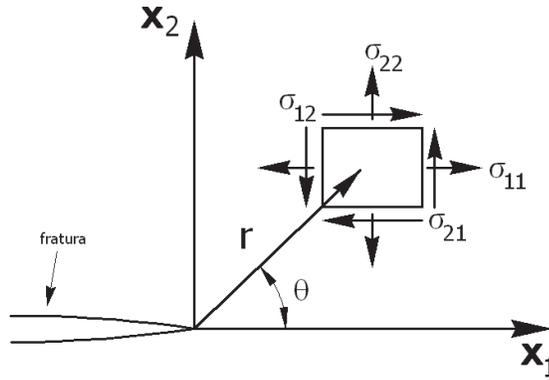


Figura 2.5: Estado de tensão σ_{ij} no sistema de coordenadas (x_1, x_2, x_3) e no sistema (r, θ) . (A direção x_3 é normal ao plano (x_1, x_2))

depende do fator K_m . Desse modo um critério de fratura baseado no valor do fator de intensidade de tensões pode ser estabelecido através da igualdade (Equação (2.7)) :

$$K_m = K_{mc} \quad (2.7)$$

onde K_{mc} é um valor crítico para o fator de intensidade de tensões e que pode ser assumido como um parâmetro do material. Para a geometria estudada por Griffith [33] o valor crítico do fator de intensidade de tensão em cada extremidade da fratura de comprimento $2a$ resulta:

$$K_{Ic} = \sigma_c \sqrt{\pi a} \quad (2.8)$$

Inserindo a (Equação (2.5)) na (Equação (2.7)) uma relação de equivalência entre os critérios propostos por Griffith [33] e Irwin [45] pode ser estabelecida como:

$$K_{Ic} = \sqrt{EG_c} \quad (2.9)$$

O critério de fratura fundamentado em energia, conforme proposto por Griffith, tem como premissa o fato de que a deformação plástica no fronte da fratura é desprezível e a tensão tende a infinito. Fisicamente, todo material tem uma resistência finita, assim sem-

pre existe uma pequena região de plastificação ao redor do fronte da fratura. Ademais, a hipótese teórica de que a tensão tende a infinito no fronte da fratura viola a hipótese de pequenas deformações assumidas na Teoria da Elasticidade [97]. Orowan [66, 67] e Irwin [46] concluíram que para se criar uma superfície incremental unitária de fratura, devido a deformação plástica, é necessário um consumo adicional de energia $\gamma_p \gg \gamma$ na zona de fratura.

Para o caso estudado por Griffith (Modo I de fratura), Irwin [45] demonstrou que o estado de tensão no fronte da fratura é dado por:

$$\sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x_1}} \quad (2.10)$$

onde x_1 é a distância r quando $\theta = 0$ (Figura 2.5). Fazendo $\sigma_{22} = \sigma_p$ na Equação (2.10)— onde, σ_p é a tensão capaz de produzir uma deformação plástica no fronte da fratura — uma estimativa de segunda ordem para a extensão da zona de plastificação (ver, Figura 2.6), com base na redistribuição da tensão no fronte da fratura, foi calculada por Irwin [46], como:

$$r_p = 2r'_p = \frac{1}{\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_p^2} = a \left(\frac{\sigma}{\sigma_p} \right)^2 = \eta \frac{EG_c}{\sigma_p^2}, \quad (\eta = 1/\pi) \quad (2.11)$$

Um outro enfoque na direção de entender o mecanismo físico que ocorre na zona de fratura, devido à forças atômicas e a plastificação ao redor da ponta da fratura, foi apresentado por Dugdale [30] e Barenblatt [4], respectivamente. O modelo de Dugdale-Barenblatt [30, 4], denominado Modelo de Fratura Coesiva, assumiu uma fratura fictícia de extensão $2(a + r_p)$, envolvendo a fratura real (Figura 2.7), onde atua uma distribuição de tensão σ_p , no intervalo $-(a + r_p) \leq r_p \leq -a$ e $a \leq r_p \leq a + r_p$, de modo a anular a singularidade na ponta da fratura, devido a distribuição de tensão (σ), causada por uma solitação externa em Modo

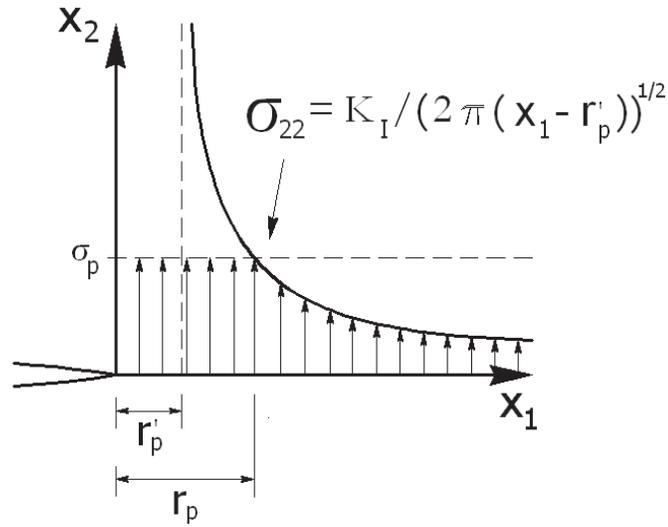


Figura 2.6: Estimativa de Irwin [46] para o tamanho da zona de plastificação no frente da fratura.

I, ou seja:

$$K_I^\sigma = K_I^{\sigma_p} \quad (2.12)$$

Daí resulta uma nova aproximação para a extensão da zona de plastificação (zona de fratura)

$$r_p = \eta \frac{K_I^2}{\sigma_p^2} = \eta \frac{EG_F}{\sigma_p^2}, \quad (\eta = \pi/8) \quad (2.13)$$

A importância do modelo de Dugdale-Barenblatt [30, 4] é que ele, ao considerar uma fratura capaz de transmitir tensões entre suas faces (fratura coesiva), apresenta uma primeira hipótese do que fisicamente acontece na região próxima à ponta da fratura.

O modelo de fratura coesiva é o fundamento para a modelagem do concreto como material, no modelo de fissura fictícia, Fictitious Crack Model (FCM), proposto por Hillerborg e colaboradores [39, 70, 40, 41]. O FCM é amplamente aceito pela comunidade científica

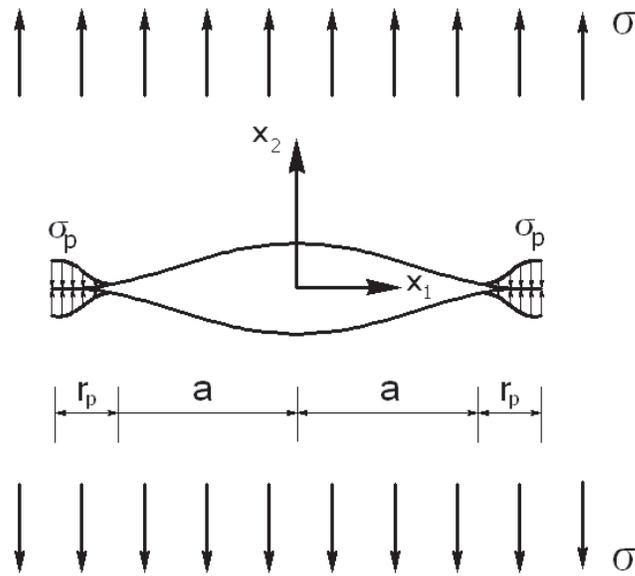


Figura 2.7: Modelo de Dugdale-Barenblatt

como um modelo capaz de traduzir com certa simplicidade o comportamento mecânico dos materiais cuja aplicação da Mecânica da Fratura Elástica Linear (LEFM) é incompatível com a realidade física e se requer um enfoque em Mecânica da Fratura Não-Linear (NLFM).

2.3.2 Mecânica da Fratura Não Linear (NLFM)

A NLFM deve ser capaz de descrever a propagação de fraturas e o mecanismo de dissipação de energia na zona de dano para materiais que exibe um comportamento não-linear, ou seja: não-linear elástico, plástico (com ou sem encruamento) ou quase-frágil – isto é, caracterizado pelo decréscimo gradual da resistência residual do material com o aumento da deformação e/ou abertura da fratura após haver alcançado um valor máximo de sollicitação em Modo I. No que se segue é dado ênfase em esclarecer a diferença conceitual em LEFM e NLFM e a importância desta última para a modelagem da resposta em fratura do concreto como material.

A Figura 2.8 mostra a diferença conceitual no comportamento de diferentes materiais

fraturados e a conveniência para a modelagem em Mecânica da Fratura Elástica Linear (LEFM) ou Mecânica da Fratura Não-Linear (NLFM). Na Figura 2.8 se distingue a zona de processos de fratura (FPZ) – zona onde energia superficial é dissipada para formar uma nova fratura (indicada pela letra **F**); envolvendo a FPZ existe uma zona não-linear caracterizada por encruamento plástico ou plasticidade perfeita (indicada pela letra **N**); e uma região de comportamento linear (indicada pela letra **L**) envolvendo a zona de dano e/ou de fratura ($\mathbf{F} \cup \mathbf{N}$). A zona de dano ($\mathbf{F} \cup \mathbf{N}$) forma uma zona de processos não-linear. Dependendo do tamanho relativo entre as regiões **F** e **N** pode se distinguir três tipos de comportamento em fratura. No primeiro tipo, a zona de dano é suficientemente pequena comparada com o tamanho estrutural. Então, os processo de fratura ocorrem praticamente na ponta da fratura e a LEFM é capaz de descrever o comportamento mecânico durante a ruptura do material. Exemplo de materiais com esta característica são o vidro, o acrílico, cerâmicas pouco porosas (devido ao tamanho reduzido dos seus grãos constituintes) e metais com patamar de escoamento não caracterizados.

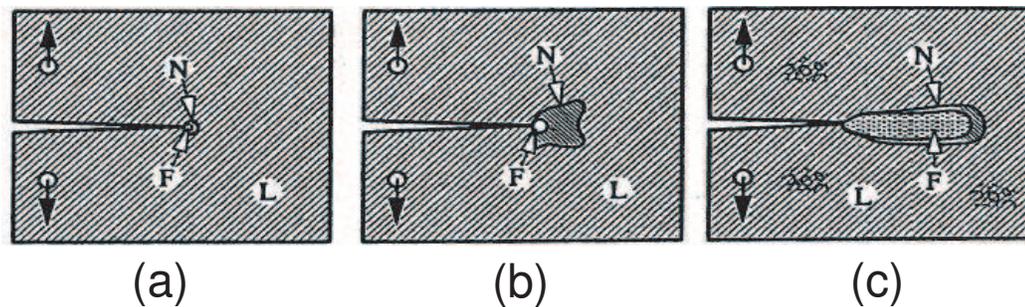


Figura 2.8: Diferença conceitual, quanto ao tamanho da FPZ, no comportamento do material fraturado: (a) comportamento frágil, (b) plástico e (c) quase-frágil.

No segundo e no terceiro tipos a zona de dano não é suficientemente pequena e a MFEL ainda pode ser aplicada em alguns poucos casos em que a região **F** é pequena e a região

\mathbf{N} não é demasiado grande. Neste segundo tipo o comportamento do material apresenta encruamento ou escoamento. Os metais e várias ligas metálicas que apresentam encruamento ou patamar de escoamento no ensaio de tração axial pertencem a essa categoria. Segundo Bažant & Planas [12] esse tipo de comportamento é melhor estudado em um ramo especializado da mecânica da fratura: a Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (Elasto Plastic Fracture Mechanics - EPFM), que inclui também o caso em que a região \mathbf{N} é suficientemente grande.

O terceiro tipo de comportamento (Figura 2.8(c)), que é de interesse nesta tese, inclui as situações em que a região \mathbf{F} é caracterizada pela perda progressiva de resistência com o incremento da deformação, localização e abertura da fratura, devido à micro-fissuras, nucleação de vazios, nucleação e bifurcação de fissuras, deslizamento relativo de partículas do material na interface matriz-agregado, inter-travamento de grãos e outros (exemplo, transformação cristalográfica em certas cerâmicas). Este tipo de comportamento caracteriza a resposta quase-frágil do material. Neste caso a FPZ é bastante grande comparada as dimensões do elemento estrutural e o tamanho da região \mathbf{N} , bem como as ocorrências nessa zona, é desprezível ($\mathbf{F} \gg \mathbf{N}$). Isso acontece para o concreto como material (concreto de resistência usual, concreto de alta resistência, alguns tipos de concreto reforçado com fibras, etc.), rochas consolidadas, gelo e outros.

Devido ao grande tamanho da zona de processos de fratura nos materiais quase-frágeis seu comportamento deve ser incluído na modelagem da resposta do material estrutural, em contraste com o comportamento perfeitamente frágil no qual se aplica a LEFM. Ao se aplicar a LEFM ao concreto, ou seja, não considerar o tamanho da FPZ na ruptura quase-frágil, tem-se uma variação do valor crítico da tenacidade à fratura (K_{Ic}) com o tamanho e a geometria do corpo de prova (Figura 2.9). Isso contradiz a hipótese de que a energia disponibilizada para propagar a fratura no critério de Griffith[33] é uma constante do material. Na (Figura 2.9) (K_{Ic}) varia com a dimensão W atingindo um platô para grandes espécimes ($W \geq 1500$

mm) [96].

A consideração do comportamento da FPZ, na ruptura quase-frágil, é feita no modelo de fissura coesiva proposto por Hillerborg e colaboradores [39, 70, 41], denominado Modelo de Fissura Fictícia (Fictitious Crack Model(FCM)). Devido ao seu rigor conceitual em relação à física do comportamento do material em fratura o FCM é o fundamento dos estudos realizados nesta tese, a qual faz uma extensão do modelo para incluir a influência da taxa de de carregamento, conforme é apresentado no Capítulo 4.

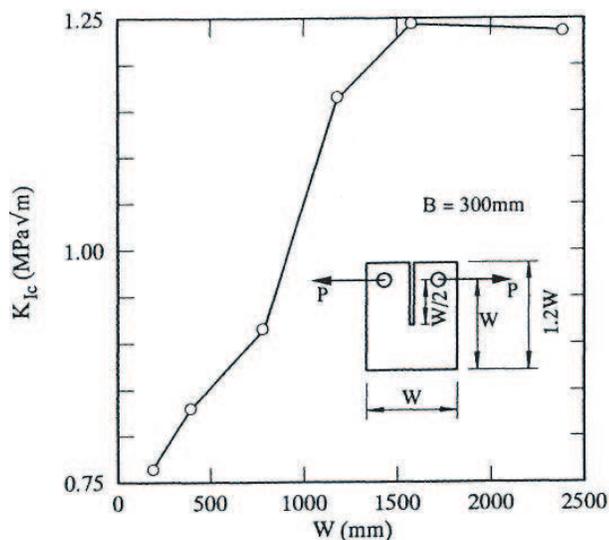


Figura 2.9: Variação de K_{Ic} em relação ao braço de alavanca W no ensaio de uma proveta compacta [96].

Modelo de Fissura Fictícia de Hillerborg

Em Hillerborg e colaboradores [39, 70, 41] os conceitos desenvolvidos em Dugdale [30] e Barenblatt [4] são estendidos para a modelagem dos processos de fratura no concreto e materiais cimentícios, quando na ruptura à tração. No Modelo de Fissura Fictícia de Hillerborg (FCM) – uma vez que o material estrutural possui micro-defeitos, micro-fissuras, vazios e outros processos de dano em sua estrutura interna, que irão coalescer e formar um macro-

defeito sob uma dada ação mecânica – uma fratura coesiva pode se desenvolver em qualquer lugar do elemento estrutural e não apenas no frente de uma fratura pré-existente.

No FCM a FPZ é representada por uma região coesiva definida em uma fissura fictícia (Figura 2.10), que envolve a fissura real (ou física). Na região coesiva atua uma distribuição de tensão ou força coesiva, transferida entre as faces da fratura e definida em função dos deslocamentos (w) entres as mesmas. A distribuição de tensão ($\sigma(w)$) na região coesiva atinge a resistência à tração do concreto (f_t), na ponta da fissura fictícia, e decresce em direção à ponta da fratura real, onde se anula para um valor crítico de abertura da fratura fictícia ($w = w_c$), a partir do qual tem-se uma fissura sem resistência. Em um ponto x qualquer, fora da região coesiva, o estado de tensão ($\sigma(x)$) é governado pela lei constitutiva do material não fraturado.

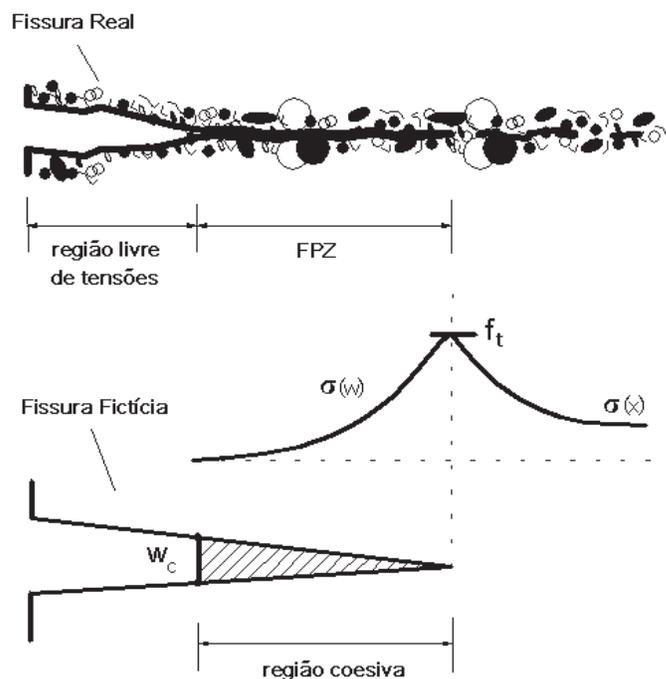


Figura 2.10: Representação do modelo de Fissura Coesiva de Hillerborg (FCM) [39, 70, 41].

No modelo de fissura fictícia a curva ($\sigma(w)$), chamada curva tensão-abertura de fissura

e/ou curva de amolecimento, quantifica o valor da energia dissipada durante o fraturamento. Matematicamente:

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma(w) \mathbf{d}w \quad (2.14)$$

onde G_F é a energia necessária para formar um unidade de área completamente rota, ou seja, ao fraturar o material sofre um processo que percorre completamente a curva tensão-abertura de fratura. Para tal, em um ensaio para medir a energia de fratura a partir do consumo energético total, deve-se proceder à ruptura completa (até carga nula) do espécime ensaiado, além de assegurar a não dissipação de energia em outros processos que não seja na fratura. Em um ensaio assim realizado se avalia a energia de fratura como uma relação entre o trabalho realizado e a área de fratura criada. Esta é a base do método proposto pelo comitê RILEM [75] e as melhorias propostas por Guinea, Planas & Elices [34, 73, 28, 29], conforme descrição posterior (Capítulo 3).

Considerando a distribuição de tensão coesiva como uma função parabólica $\sigma(w) = \sigma_{22} = f_t(x_1/r_p)^n$ de grau n para $x_1 \leq r_p$, uma estimativa da extensão da FPZ para o concreto (Figura 2.12), é calculada como [13]:

$$r_p = \eta \frac{K_{Ic}^2}{f_t^2} = \eta \frac{EG_F}{f_t^2}, \quad \eta = (n + 1)/\pi \quad (2.15)$$

onde n é uma constante que assume valores entre 2 e 5, ou seja, o valor η para o caso de ruptura quase-frágil é de 7 a 15 vezes maior que o valor estimado nas Equações (2.11) e (2.13). É importante frisar que o aspecto da curva de amolecimento para o concreto (incluindo o concreto de resistência usual e o de alta resistência) é quase o mesmo e tem um forma curvilínea [13]. Porém, possui uma parte inicial que pode ser substituída por um segmento linear $f_t w_1$ (Figura 2.11(a)), e a curva completa pode ser representada por uma curva bilinear (Figura 2.11(b)). O primeiro trecho da representação bilinear para a curva $\sigma(w)$ é o responsável pela

micro-fissuração no fronte da fratura, que, por sua vez, caracterizará o carregamento máximo resistido pelo elemento estrutural [13, 35]. Entretanto, diferentes formas para a curva $\sigma(w)$ são encontradas na literatura, incluindo linear, constante, bilinear, exponencial e polinomial (ver, Sousa & Gettu [93]).

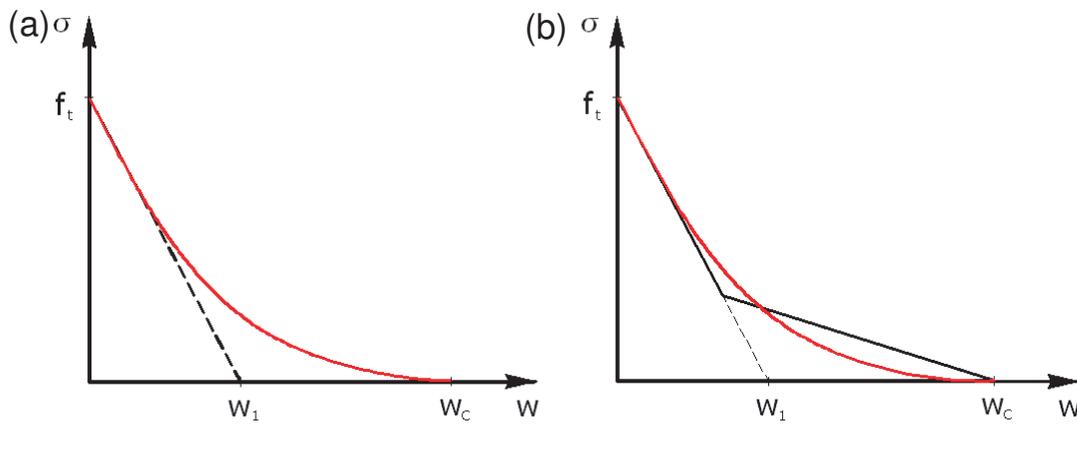


Figura 2.11: Aproximação linear para o trecho inicial da curva de amolecimento (a) e sua aproximação bi-linear (b).

No contexto do Modelo de Fissura Fictícia de Hillerborg (FCM) [39, 70, 41] a parcela que multiplica η no lado direito da Equação (2.15) é denominado comprimento característico:

$$\ell_{ch} = \frac{EG_F}{f_t^2} \quad (2.16)$$

Então, a extensão da FPZ para o concreto como material, resulta

$$r_p = \eta \ell_{ch} \quad (2.17)$$

O comprimento característico (ℓ_{ch}) é uma constante do material associado ao FCM e nos dá uma indicação da fragilidade do material [39]. Hillerborg e colaboradores [39, 70, 40, 41] demonstraram que a razão entre uma dimensão estrutural (por exemplo, a altura D de uma viga) e o comprimento característico, ℓ_{ch} é o parâmetro dominante para descrever o efeito

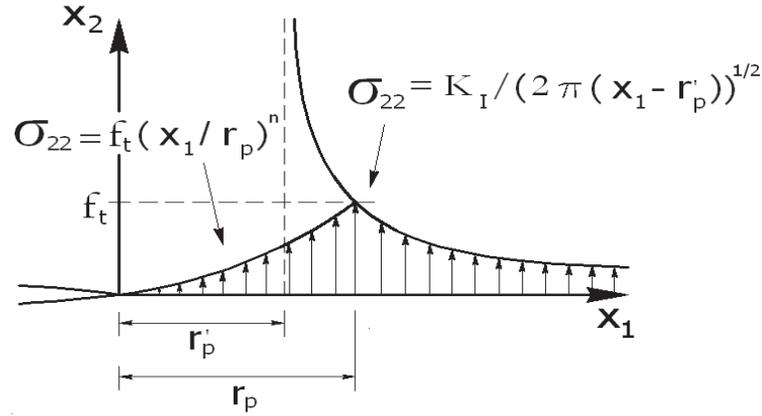


Figura 2.12: Estimativa do tamanho da FPZ para o concreto, considerando uma curva de amolecimento parabólica $\sigma_{22} = f_t(x_1/r_p)^n$ [13].

escala, no FCM. A essa razão dá-se o nome de número de fragilidade, dado por:

$$\beta_H = \frac{D}{\ell_{ch}} \quad (2.18)$$

Para o concreto como material os valores reportados na literatura científica para o comprimento característico, ℓ_{ch} , situam-se ente 150 mm e 500 mm. Assim os valores limites para a extensão da FPZ se situam entre 150 mm 1000 mm. Isso explica porque não se consegue aproximar com os conceitos teóricos da MFEL o comportamento de corpos de prova à escala de laboratório e da maioria dos elementos estruturais em escala real [13]. Para comparação, tomando como exemplo o vidro, material que se aplica a LEFM, um valor típico do tamanho da FPZ é de $\approx 10^{-6}$ mm. A Tabela 2.1 apresenta valores típicos da extensão da FPZ para vários materiais [51].

A análise de vigas em flexão, carregadas em três pontos [41], e de espécimes compactos com uma fratura de borda [21] demonstraram que a LEFM não é válida para valores de $\beta_H < 25$, sendo imperativo o emprego dos conceitos teóricos da NLFM.

Tabela 2.1: Extensão da FPZ para vários materiais [51].

Material	Extensão da FPZ (mm)
Vidro	10^{-6}
Pasta de cimento com adição de microssilica	1
Pasta de cimento	5-15
Argamassa	100-200
Concreto de alta resistência (50 - 100 MPa)	150-300
Concreto de resistência usual	200-500

De acordo com o exposto, para a modelagem da fratura coesiva em NLFM são necessárias [13]:

- uma relação tensão-deformação para o material não fraturado, conforme descrito nas formulações clássicas em Mecânica dos Meios Contínuos;
- um critério de iniciação da fratura, ou seja, o limite de ruptura para o material (valor da resistência à tração f_t), determinando as condições nas quais a fratura irá se formar e sua orientação de propagação;
- um procedimento adequado para medir o valor da energia de fratura, G_F ;
- uma lei de evolução, definida em função da abertura da fratura, que relaciona a tensão ou força coesiva transferida entre as faces da fratura.

A complexidade do comportamento mecânico do concreto, aliado à diversidade de orientações dos grupos de pesquisadores que se dedicam ao assunto (indo da ciência dos materiais às aplicações em projetos) tem motivado uma diversidade de estratégias numéricas para a modelagem da fratura coesiva no concreto, de acordo com a representação admitida para o material. Porém a totalidade destes modelos adotam o mecanismo de dissipação de energia, conforme proposto por Hillerborg [39, 70, 41], e o valor medido da energia específica de fratura, G_F , como parâmetro necessário para a propagação da fratura. É importante

notar que a energia específica de fratura G_F é um conceito diferenciado da taxa de energia liberada G_c da LEFM, uma vez que se deve a diferentes parcelas: (*i*) à energia consumida para formar duas superfícies de fratura; (*ii*) à energia associada com a formação de microfaturas próximo da ponta da fissura fictícia; (*iii*) ao inter-travamento de grãos e bifurcações à frente da fratura real.

As representações admitidas para o concreto na modelagem da fratura coesiva o consideram, macroscopicamente, homogêneo e isotrópico ou constituído de múltiplas escalas (macroscopicamente heterogêneo). Em geral uma estrutura ou espécime a ser analisado é usualmente considerado como uma associação de entidades elementares, cujo objetivo é descrever a relação entre os deslocamentos ou deformações e as forças ou tensões que estas transmitem [48].

Para o primeiro tipo de representação a relação constitutiva é baseada na relação tensão-deformação para o meio contínuo e o elemento de construção é um volume infinitesimal. No segundo tipo de representação as fases constituintes do material são representadas como um conjunto de diferentes entidades finitas, tais como: partículas, elementos de barra e de interface, que estabelecem a relação entre as forças resistentes e os deslocamentos e/ou rotações individuais e relativos, dessas fases, com o objetivo de varrer a estrutura interna do material. Nas implementações computacionais dessas representações a ferramenta numérica empregada é quase exclusivamente o Método dos Elementos Finitos (Finite Element Method - FEM). Entretanto, a formulação padrão do Método dos Elementos Finitos (FEM) não se adapta de forma conveniente à natureza descontínua do problema da modelagem da fratura coesiva e a maneira mais apropriada de incorporar a descontinuidade no meio material, devido à fratura, ainda não é consenso entre os pesquisadores. Por exemplo, um modelo similar ao proposto por Hillerborg et al. [39, 70, 41] foi proposto por Bažant e Oh [7], chamado Modelo de Banda de Fratura (Crack Band Model - CBM). No Modelo de Banda de Fratura (CBM) a região

coesiva é admitida em uma faixa e/ou banda, h , do espécime estrutural, ao invés de ocorrer em um região da fratura fictícia, ou seja, à frente da fratura real. Em outros termos, a banda da fratura é a região precursora da fratura de forma que o CBM é o FCM se a largura da banda é admitida nula.

Para o propósito desta investigação o concreto é tratado como um contínuo onde se insere uma fratura discreta (a fratura discreta representa uma única fratura cuja trajetória é conhecida de antemão ou induzida pela introdução no elemento estrutural de uma pré-fratura), cujo estado de tensão e o campo de deslocamentos (descontinuidade forte) é modelado indiretamente com uma estratégia numérica que se baseia nos modelos de fissuras superpostas, conforme está apresentado no Capítulo 4.

2.4 Influência da Taxa de Carregamento na Resposta em Fratura

Na ausência de efeitos inerciais e de propagação de onda de Rayleigh (ver: [97]) um fenômeno bastante conhecido que acompanha a ruptura do concreto em compressão, em termos de deformação continuada, sob carregamento mantido constante, é a redução da resistência à compressão, conforme descrita por Rüsç [89]. Resultados similares foram obtidos ao medir a resistência de espécimes estruturais sob tração axial e tração na flexão [2, 62]. Sobre a influência da taxa de carregamento na resposta em fratura quase-frágil a interpretação sobre o porque dessa influência têm sido as mais diversas, apesar da grande quantidade de resultados experimentais que atestam o efeito tempo no comportamento mecânico do concreto de resistência convencional [31, 74, 79, 10, 113, 11, 80, 12, 13, 15, 25, 19, 17, 19, 52, 63, 74, 91, 98, 100, 102, 103, 105, 115, 116]. Também, resultados experimentais que atestam a influência da taxa de carregamento na resposta em fratura do concreto de alta resistência são bastante escassos.

Os mecanismos sobre a influência da taxa de solitação na resposta em fratura ainda não está bem compreendido. De acordo com Dong e Keru [27] os processos de fratura no nível micro-estrutural são governados por um intrincado fenômeno higrótico, de fundamental importância para o entendimento da influência da taxa de carregamento na resposta em fratura quase-frágil. Segundo Rossi et al. [79, 80, 81] para taxas de deformação relativamente baixas (i.e., menores que 1,0/s) fenômenos porosos na escala da micro-estrutura, como a migração de água através da rede de poros do material, são ativados. A água livre presente nos micro-poros gradualmente exerce um papel dominante em relação aos efeitos micro-inerciais, causando o aumento da resistência mecânica do concreto em um mecanismo similar ao efeito Stéfán (ver: [23]).

Com base em resultados experimentais alguns investigadores afirmam que a energia de fratura e a resistência à tração nos materiais cimentícios aumentam com o aumento da taxa de carregamento [115, 52, 54]. Ao se aumentar a taxa de solitação de 10^{-7} MPa/s para 30 GPa/s o valor medido da energia de fratura aumenta de 6 a 8 vezes [115]. Tal aumento, segundo outros pesquisadores, se deve, fundamentalmente, a causas estruturais como, por exemplo, à inércia e a geometria da estrutura [88, 106, 85].

Oh [63] estudou a variação da energia de fratura para velocidades de solitação variando desde 8,30 mm/s até 830 mm/s. Os resultados, então obtidos, demonstraram que tanto o módulo de ruptura quanto a energia de fratura aumentam com o aumento da velocidade de solitação.

Através de ensaios com barras de Hopkinson, Weerheijm e Van Doormaal [100] observaram que a energia de fratura aumenta para taxas de solitação superiores a 10 GPa/s. Para valores próximos a 10^3 GPa/s Weerheijm e Van Doormaal [100] observaram um aumento de

2,5 vezes no valor medido da energia de fratura, devido fundamentalmente a maior extensão da zona fraturada. Outras pesquisas descrevem que a energia de fratura aumenta aproximadamente 47% quando a taxa de sollicitação varia entre $8,30 \times 10^{-4}$ mm/s e 0,83 mm/s [63]. Para elevadas velocidades de ensaio, a energia de fratura aumenta até chegar a ser de 2 até 3 vezes o valor da energia de fratura medida no regime quase-estático [91].

Resultados sobre a influência da velocidade de sollicitação na resposta em fratura do concreto e do concreto reforçado com fibras de aço, também, são apresentados em Gettu, Barragán, Sousa e Bernard [32], Sousa e Gettu [92]. Em Gettu et al. [32], Sousa e Gettu [92] a busca de indicadores dos efeitos da taxa de carregamento nos parâmetros que definem a curva de amolecimento é investigada através de análise inversa de dados carga vs. CMOD (Crack Mouth Opening Displacement), obtidos de ensaios em TPBT, realizados sob controle de deslocamentos. Para o concreto simples, os valores dos picos de carga e resistência à tração apresentaram tendência a uma reta em gráficos desses parâmetros vs o logaritmo da taxa de carregamento, com ambos parâmetros decrescendo com a taxa de carregamento. Os valores da energia de fratura, G_F , apresentaram pouca sensibilidade à taxa de carregamento, embora não considerada como uma tendência, tendo em vista o número reduzidos de espécimes e a alta variabilidade dos resultados observados. Para o concreto reforçado com fibras de aço pôde-se observar, embora com menos clareza que no caso do concreto simples, a redução do pico de carga e da resistência residual (pós-pico) com a redução da taxa de carregamento.

Segundo Del Viso [24] essas discrepâncias encontradas nos resultados experimentais se devem as diferentes abordagens empregadas pelos pesquisadores e também a possíveis erros associados a cada tipo de ensaio.

Para a modelagem computacional dois enfoques são citados na literatura científica, abordando a influência da taxa de carregamento e a duração da aplicação de carga na resposta

em fratura quase-frágil. Um desses enfoques aborda a escala tempo, influenciando a zona de processos de fratura devido a distribuição de energia térmica ou distribuição de Maxwell-Boltzman (ver: [104, 12]), originada na quebra de ligações nos níveis atômico e molecular, que ocorre na fase dos produtos de hidratação de cimento e na zona de transição entre a pasta de cimento e os agregados no nível microscópico. O outro enfoque tem origem nos modelos tradicionais de fluência admitidos para o concreto e adota, por exemplo, um modelo reológico com elementos de Kelvin para descrever o comportamento em fratura sob a dependência do tempo, como consequência da taxa de carregamento aplicada e/ou da duração da aplicação de carga (ver: [90, 5]). O primeiro enfoque, entretanto, centra atenção na influência da velocidade de solitação sob condições dinâmicas, cuja velocidade de solitação é bastante alta, bem como, para cargas de impacto, as quais a velocidade de propagação de onda de Rayleigh também deve ser considerada [13]. Assim, na ausência de efeitos inerciais e de propagação de onda, na ativação de energia associada ao fenômeno da ruptura de ligações atômicas, o mecanismo da ruptura é caracterizado pelo lento crescimento e abertura da fratura no tempo (isto é: sob baixa taxa de deformação, devido a duração de aplicação do esforço) ou através de uma velocidade moderada de crescimento e abertura da fratura (isto é: sob moderada taxa de deformação, devido a taxa de aplicação do carregamento). Segundo Bazant [15] modelos baseados em reologia são insuficientes para modelar a influência da taxa de aplicação do carregamento na resposta do material em fratura. Uma alternativa para modelar tal influência é acoplar um parâmetro viscoso ao modelo de fissura coesiva, como o sugerido nesta pesquisa.

Capítulo 3

Programa Experimental

3.1 Considerações Iniciais

Resultados experimentais sugerem o desenvolvimento de modelos teóricos e estudos teóricos sugerem novos experimentos, cujo objetivo final é desenvolver modelos que sejam verificáveis experimentalmente.

Neste Capítulo são apresentados os aspectos relevantes do programa experimental desenvolvido para investigar a influência da taxa de carregamento e/ou taxa de deformação na resposta em fratura do Concreto de Alta Resistência (High Strength Concrete - HSC). É dada ênfase nos ensaios experimentais realizados para caracterizar o concreto e cujos parâmetros medidos levaram ao desenvolvimento do modelo coesivo-viscoso apresentado no Capítulo 4.

O programa experimental é resultado de uma ampla campanha de ensaios realizada pelo Grupo de Mecánica de Materiales no Laboratório de Estructuras e Materiales da E.T.S.I. de C. y P. da Universidad de Castilla-La Mancha (UCLM), sob a supervisão do Prof. Dr. Gonzalo Ruiz López. A descrição detalhada da campanha experimental é apresentada em Del Viso [24]. Os resultados experimentais aqui descritos fazem referência ao concreto deno-

minado HO3 em [24].

3.2 Métodos de Ensaio

3.2.1 Controles de Carregamento, Deslocamento e de Deformação

Importantes aspectos da resposta do concreto em fratura estão associados com a variável de controle monitorada durante o ensaio. Equipamentos de ensaios modernos podem ser programados para aplicar uma taxa de carregamento pré-determinada (medida pela célula de carga), de deslocamento (medida por um transdutor de deslocamentos), ou de deformação (medida por um *strain gauge* ou *clip gauge*). O tipo de controle realizado permite distinguir a diferença entre a resposta do material e a resposta estrutural:

- **Controle de carregamento (P):** o atuador da máquina de ensaio aplica um carregamento crescente no espécime que está sendo testado, independente da resposta ou deformação do espécime. Para todos os materiais, quando a resistência à tração é alcançada, ocorre a ruptura abrupta (frágil) do material. Isso se deve ao fato de que a energia de deformação acumulada no sistema é liberada de maneira brusca, uma vez que o carregamento último é atingido, e a ruptura do elemento que está sendo testado pode ser explosiva;
- **Controle de deslocamento (δ):** o atuador da máquina de ensaio aplica um deslocamento variável no espécime ensaiado. Para os materiais quase frágeis têm-se uma resposta pós-pico com um decréscimo gradual da tensão com o aumento do deslocamento. Neste caso ocorre a liberação gradual da energia de deformação acumulada no sistema que é consumida no fronte da fratura durante a condução do processo de ruptura;

- **Controle de deformação** (ε): o controle de deformação é análogo ao controle de deslocamento, exceto que o controle é feito através de *strain gauge* ou *clip gauge* estrategicamente posicionados (não necessariamente na direção do carregamento e/ou deslocamento do pistão). Assim, o *strain gauge* ou *clip gauge* fornece sinal para o equipamento de teste que ajusta o valor do deslocamento a ser dado (avanço ou retrocesso do atuador), a fim de assegurar uma determinada taxa de deformação ($\dot{\varepsilon}$).

A maioria dos ensaios de fratura no concreto são realizados em controle de deslocamentos ou de deformação, para se obter o trecho de amolecimento (pós-pico) do material, devido a sua importância para caracterizar a zona de processos de fratura. Ambos tipos de controles requerem uma máquina hidráulica servo-controlada tipo ciclo fechado (*servo-hydraulic closed-loop test machine*), bastante rígida. Esse tipo de máquina possui um custo elevado para sua aquisição e manutenção e não está disponível na maioria dos laboratórios dos centros universitários e de pesquisa.

3.2.2 Descrição dos Ensaios

O programa experimental desenhado para determinar as propriedades mecânicas do concreto, devido a taxa de carregamento, foi conduzido em espécimes cilíndricos (ensaiados em compressão axial e compressão diametral) e em vigas entalhadas em flexão em três pontos (Three-Point Bend Test (TPBT)). O ensaio de compressão axial foi feito com controle de deformação. Os ensaios de compressão diametral e de flexão em três pontos foram feitos com controle de deslocamentos.

Conforme esquematizado na Figura 3.1(a), os ensaios de compressão axial foram realizados para se obter a resistência à compressão, f_c , e o módulo de elasticidade secante, E_c , do material. Os ensaios de compressão diametral (Ensaio Brasileiro) foram realizados para determinar a resistência do material à tração, f_t^s , considerada estática (Figura 3.1(b)). Os ensaios em TPBT foram realizados para determinar a energia de fratura aparente, G_F , a

partir da resposta carga vs. deslocamento do ponto de aplicação de carga (curva $P - \delta$) (Figura 3.1(c)).

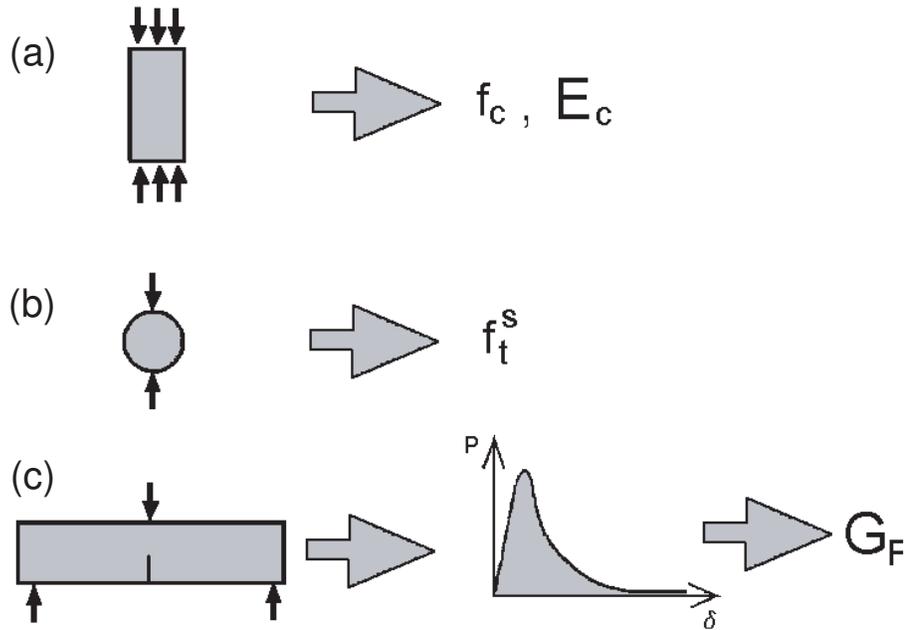


Figura 3.1: Ensaio de caracterização do concreto: (a) ensaio de compressão axial; (b) ensaio de compressão diametral; (c) ensaio de flexão em três pontos (TPBT).

Máquinas de Ensaio e Instrumentação

Para a realização dos ensaios foi utilizada uma máquina servo-hidráulica Instron[®] 8805 com capacidade de carga de 1 MN, adaptando para cada tipo de ensaio o dispositivo de aplicação de carga (pratos de carga, rótulas, etc.) e os transdutores necessários. A máquina possui uma eletrônica de controle que recebe sinais analógicos de até seis transdutores distintos, inclusive a carga e o dispositivo de aplicação de carga. Estes sinais são filtrados e convertidos em sinais digitais. Qualquer sinal pode ser utilizado pela máquina para controlar o ensaio. Se utilizou o dispositivo de aplicação de carga da máquina junto com alguns elementos não convencionais (por exemplo, nos ensaios de vigas em TPBT foi utilizado um

sistema de apoio anti-torção para garantir a ocorrência da fratura apenas em Modo-I).

Dinâmometria – Foram utilizados as seguintes células de carga nos ensaios:

- Célula de carga Instron[®] dinâmica de ± 100 kN, com precisão nominal de 0,2% do valor médio e uma sensibilidade de $\pm 0,2$ kN;
- Célula de carga Instron[®] dinâmica de ± 5 kN, com precisão nominal de 0,2% do valor médio e uma sensibilidade de ± 1 N.

Instrumentação – Para medir deslocamentos e deformações foram utilizados os seguintes instrumentos:

- Dois transdutores de deslocamentos (Linear Variable Diferencial Transducer (LVDT)), marca Solartrón[®] de $\pm 2,5$ mm. Precisão nominal de 0,5% do valor médio e sensibilidade de $0,1 \mu\text{m}$. Esses LVDTs foram usados para medir o deslocamento relativo entre os pratos de carregamento, nos ensaios de compressão axial e diametral em cilindros, e o deslocamento do ponto de aplicação de carga nos ensaios de fratura em vigas;
- Dois sensores resistivos (clip gauges), marca Instron[®] 2630 de $\pm 5,0$ mm. Precisão nominal de 0,2% do valor médio e sensibilidade de $1,0 \mu\text{m}$. Esses *clip gauges* foram usados para medir a deformação do concreto nos ensaios de compressão axial em espécimes cilíndricos.

Aquisição de dados – Se utilizou o sistema de aquisição de dados associado a máquina de ensaio, com aquisição em tempo real de todos os sensores associados à variável de controle definida para cada tipo de ensaio.

Ensaio de Compressão Axial

Um total de 4 espécimes cilíndricos de $75 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$ (diâmetro (ϕ) \times altura (H)) foram moldadas em formas metálicas para a realização do ensaio de compressão axial.

A Figura 3.2 mostra a configuração do arranjo experimental para o ensaio de compressão axial e os detalhes da instrumentação realizada em um dos ensaios. As bases dos cilindros ensaiados em compressão axial foram aplainadas e polidas em via úmida com uma serra diamantada para diminuir o atrito entre os pratos, através dos quais se aplicou a carga, e para garantir superfícies perfeitamente planas e paralelas. A variável de controle do ensaio foi a velocidade de deformação média $\dot{\epsilon} = \dot{\delta}_{LVDT}/H = 6,7 \times 10^{-6}/\text{s}$, onde $\dot{\delta}_{LVDT} = 0,001 \text{ mm/s}$ é a velocidade de deslocamento relativa entre os pratos da máquina e H é a altura do espécime. O valor do deslocamento entre os pratos, δ_{LVDT} , foi obtido pela média dos valores medidos pelos dois LVDTs situados em lados diametralmente opostos do espécime ensaiado, conforme mostra a Figura 3.2. Com a finalidade de preservar os fragmentos após a ruptura, para poder observar o padrão de fissuração, os espécimes em compressão axial foram envolvidos em fita adesiva (Figura 3.2(b)). As forças transversais transmitidas pela fita adesiva são desprezíveis nesta configuração de ensaio.

A Tabela 3.1 resume os valores calculados e medidos para cada espécime ensaiado. A nomenclatura empregada para cada espécime ensaiado é: E (espécime), seguido do número que o identifica (1, 2, 3 ou 4) e das iniciais CA para compressão axial.

As Figuras 3.3 - 3.6 mostram as curvas experimentais ($\sigma - \epsilon$, $\sigma - \epsilon_{H/3}$, $P - \delta$, $(\delta, \delta_{H/3}, \delta_{LVDT}) - t$, $\epsilon - t$) e o panorama de fissuras obtido para cada espécime ensaiado. Os valores do módulo de elasticidade secante E_c , dados na Tabela 3.1, foram calculados a partir da curva $\sigma - \epsilon_{H/3}$, sendo a reta entre a origem e 40% da carga máxima o valor de E_c . A resistência à compressão axial, f_c , e a resistência última, f_u , foram calculadas como:

Tabela 3.1: Valores calculados e medidos no ensaio de compressão axial em controle de deformação ($\dot{\varepsilon} = 6,7 \times 10^{-6}/s$; DP = Desvio Padrão).

Espécime	H (mm)	ϕ (mm)	$\dot{\delta}$ (mm/s)	E_c (GPa)	f_c (MPa)	ε_c (%)	f_u (MPa)	ε_u (%)
E1CA	149,7	75,0	0,001	35,6	91,6	0,31	75,0	0,26
E2CA	149,6	75,0	0,001	33,8	104,9	0,39	101,5	0,41
E3CA	150,1	75,0	0,001	33,6	93,5	0,39	42,8	0,58
E4CA	149,8	75,0	0,001	32,7	97,9	0,36	51,6	0,58
Média	-	-	-	33,9	97,0	0,38	-	-
DP	-	-	-	1,20	5,91	0,05	-	-

$$f_c = P_{max}/A_c \quad (3.1)$$

$$f_u = P_u/A_c \quad (3.2)$$

onde, P_{max} é pico de carga e P_u é o carregamento último obtidos das curvas $P - \delta$, mostradas nas Figuras 3.3 - 3.6, sendo A_c a área da base dos espécimes cilíndricos.

As curvas experimentais mostradas nas Figuras 3.3 - 3.6 foram obtidas conforme a seguir:

- Curva $\sigma - \varepsilon_{H/3}$:

$$\sigma = \frac{P}{A_c} \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_{H/3} = 3 \frac{\delta_{H/3}}{H} \times 10^2 \text{ [%]} \quad (3.4)$$

onde P é a carga aplicada; A_c é a área da base do espécime cilíndrico; $\delta_{H/3}$ é a média dos deslocamentos medidos pelos dois *clip gauges* situados em lados diametralmente

opostos no terço central médio da altura, H , do espécime ensaiado (Figura 3.2).

- Curva $\sigma - \varepsilon$: σ é calculado de acordo com a Equação 3.3 e

$$\varepsilon = \frac{\delta_{LVDT}}{H} \times 10^2 [\%] \quad (3.5)$$

onde δ_{LVDT} é a média dos deslocamentos medidos pelos dois LVDTs situados em lados diametralmente opostos do espécime ensaiado (Figura 3.2).

- Curva $P - \delta$: o valor da carga aplicada P e o deslocamento do ponto de aplicação de carga, δ , foram obtidos diretamente do arquivo bruto de dados registrados pelo sistema de aquisição.
- Curva $(\delta, \delta_{H/3}, \delta_{LVDT}) - t$: valores obtidos diretamente do arquivo de dados registrados pelo sistema de aquisição, onde t é o tempo.
- Curva $\varepsilon_{H/3} - t$: o valor de ε foi calculado com a Equação 3.4 e o tempo (t) obtido diretamente do arquivo de dados do sistema de aquisição.

Ensaio de Compressão Diametral (Ensaio Brasileiro)

Um total de 4 espécimes cilíndricos de $75 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$ (diâmetro (ϕ) \times altura (H)) foram moldados em moldes metálicos para a realização do ensaio de compressão diametral (Ensaio Brasileiro), seguindo as recomendações da norma ASTM C496.

A Figura 3.7 mostra a configuração do arranjo experimental do ensaio, que consiste no carregamento do espécime ao longo de duas geratrizes, implicando na formação de uma fissura central na direção do carregamento (Figura 3.7(b)). A variável de controle do ensaio foi a velocidade de deslocamento relativo entre os pratos da máquina de teste ($\dot{\delta}_{LVDT} = 0,43 \text{ mm/min}$), onde: δ_{LVDT} é a média dos valores medidos pelos dois LVDTs, situados em lados diametralmente opostos do espécime ensaiado (Fig. 3.7(a)). O carregamento foi aplicado através de

duas taliscas madeira de largura $(1/6)\phi$ interpostas entre os pratos de compressão e ao longo de geratrizes diametralmente opostas (Figura 3.7(b)).

A resistência do material à tração foi calculada como [95]:

$$f_t = \frac{2P_{m\acute{a}x}}{\pi\phi H} \left[1 - \left(\frac{2a}{\phi} \right) \right]^{2/3}, \quad \text{onde: } 2a = \phi/6 \quad (3.6)$$

onde $P_{m\acute{a}x}$ é o valor do pico de carga; ϕ é o diâmetro e H é comprimento (altura) do cilindro.

A Tabela 3.2 apresenta os valores calculados e medidos para cada espécime ensaiado. A nomenclatura empregada para cada espécime ensaiado é: E (espécime), seguido do número que o identifica (1, 2, 3 ou 4) e das iniciais CD para compressão diametral. A Figura 3.8 mostra as curvas experimentais $P - \delta_{LVDT}$ obtidas para cada espécime.

Tabela 3.2: Valores calculados e medidos no ensaio de compressão diametral em controle de deslocamento para $\dot{\delta}_{LVDT} = 0,43 \text{ mm/min}$.

Espécime	H (mm)	ϕ (mm)	$P_{m\acute{a}x}$ (kN)	f_t (MPa)
E1CD	152,2	75,1	116,63	5,45
E2CD	150,1	75,2	115,50	5,53
E3CD	150,5	75,2	96,84	4,70
E4CD	151,4	75,1	105,27	4,94
Média	-	-	-	5,16
Std	-	-	-	0,40

Ensaio de Flexão em Três Pontos (TPBT)

A geometria das vigas ensaiadas em flexão em três pontos (Three-Point Bend Test - TPBT) para medir a energia de fratura aparente do material é mostrada na Figura (3.9). Os

ensaios foram realizados seguindo, essencialmente, as recomendações técnicas RILEM [75] e as melhorias propostas por Elices, Guinea e Planas [34, 73, 28, 29]. Os testes foram realizados em controle de deslocamento do ponto de aplicação de carga, com aquisição da curva $P - \delta$. Para o propósito do ensaio dois LVDTs foram fixados em uma viga metálica pertencente a máquina servo-hidráulica, de modo que os deslocamentos medidos foram obtidos como sendo a média dos valores registrados pelos LVDTs com relação a uma haste de referência. Em todos os testes utilizou-se um apoio anti-torção (a fim de evitar tensões parasitas fora do plano de carregamento) e compensação do peso próprio da viga, suportando a mesma com elásticos presos na haste de medição durante todo o histórico de carregamento. A Figura (3.10(a)) esboça a configuração do ensaio de flexão em três pontos. A Figura (3.10(b)) mostra detalhes da instrumentação.

Cinco taxas de solitação distintas foram empregadas nos ensaios de vigas em TPBT (Tabela 3.3). Adicionalmente, para cada taxa de solitação, foram ensaiados quatro espécimes. Todos os espécimes foram moldados em formas metálicas, compactados em mesa vibratória, curados durante um período de 24 horas e desmoldados. Antes de realizar os testes os espécimes estiveram armazenados por pelo menos 28 dias, sob 20 °C, 98% de umidade relativa e entalhadas na seção média com uma relação entalhe/altura $a_0/D = 0,5$ e $5,0$ mm de espessura.

A Tabela 3.4 apresenta os valores calculados e medidos para cada espécime ensaiado. A nomenclatura emprega para cada espécime é: E (espécime), seguido do número que o identifica (1, 2, 3 ou 4), das iniciais TPBT e as siglas (V1, V2, V3, V4 ou V5) que identificam a nomenclatura dada para as taxas de carregamento aplicadas nos ensaios. As Figuras 3.16(a) - 3.16(d) mostram as curvas experimentais $P - \delta$ obtidas para cada espécime. Na Tabela 3.4 a energia aparente de fratura G_F foi calculada de acordo com a Equação (3.7),

Tabela 3.3: Taxas de sollicitação aplicadas nos ensaios TPBT.

Taxa de sollicitação $\dot{\delta}$ (mm/s)	Nomenclatura
$1,74 \times 10^{-5}$	V1 (lento)
$5,50 \times 10^{-4}$	V2 (bastante lento)
$1,74 \times 10^{-2}$	V3 (intermediário)
$5,50 \times 10^{-1}$	V4 (rápido)
$1,74 \times 10^{+1}$	V5 (bastante rápido)

$$G_F = \frac{W_F^m + W_F^{nm}}{A_{lig}} \quad (3.7)$$

onde:

- $A_{lig} = (D - a_0) \times B$ é area do ligamento da fratura (B , D e a_0 estão indicados na Figura 3.9);
- W_F^m é trabalho de fratura medido,

$$W_F^m = \int_0^{\delta_u} P(\delta) \mathbf{d}\delta, \quad (3.8)$$

fazendo $P = 0$ em δ_u (ver, Figura 3.11), sendo δ_u o deslocamento último, do ponto de aplicação de carga, medido experimentalmente;

- W_F^{nm} é trabalho de fratura não medido,

$$W_F^{nm} = P_u \delta_u + \int_{\delta_u}^{\infty} P(\delta) \mathbf{d}\delta = \frac{2A}{\delta_u} \quad (3.9)$$

sendo A uma constante calculada a partir do ajuste da hipérbole

$$P = A \left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta_u^2} \right) \quad (3.10)$$

no intervalo $\delta = [\delta_0, \delta_u]$ (ver, Figura 3.11). Na Figura 3.11 δ_0 é um deslocamento arbitrado para um ajuste satisfatório do fator A . Em geral, nos ensaios de fratura em vigas em TPBT, é suficiente adotar δ_0 entre 2,0 e 2,5 mm para os casos em que $\delta_u > 3,0$ mm. O fundamento teórico para o cálculo do trabalho de fratura não medido (W_F^{nm}) é apresentado no Apêndice A.

Caracterização dos Materiais

Os materiais passaram por um estrito controle de caracterização. A Tabela 3.5 apresenta a proporção dos constituintes empregados na confecção do concreto. De acordo com a Tabela 3.5 a proporção de cimento, agregado e água foi de 1:2,68:0,33.

Tabela 3.4: Valores calculados e medidos a partir do ensaio TPBT (DP = Desvio Padrão).

Espécime	A_{lig} (mm ²)	δ_0 (mm)	δ_u (mm)	A (N × mm ²)	W_F^m (N × mm)	W_F^{nm} (N × mm)	G_F (N/m)
E1TPBV1	5151,0	2,5	3,0	67,818	629,1	45,2	130,90
E2TPBV1	4998,0	2,5	3,0	77,209	536,5	51,5	117,63
E3TPBV1	5100,0	2,5	3,0	96,185	641,2	64,1	139,59
E4TPBV1	4949,0	2,5	3,0	88,365	681,5	58,9	149,60
Média	-	-	-	-	622,1	54,9	134,43
DP	-	-	-	-	-	-	13,56
E1TPBV2	4900,0	2,5	3,0	56,837	574,0	37,9	123,65
E2TPBV2	4949,0	2,5	3,0	58,482	577,7	39,0	124,61
E3TPBV2	4949,0	2,5	3,0	68,978	618,3	46,0	134,23
E4TPBV2	5050,0	2,5	3,0	51,872	572,4	34,6	120,19
Média	-	-	-	-	585,6	39,4	125,67
DP	-	-	-	-	-	-	6,01
E1TPBV3	4900,0	2,5	3,0	57,314	664,6	38,3	143,45
E2TPBV3	5050,0	2,5	3,0	47,085	605,2	31,4	126,05
E3TPBV3	4900,0	2,5	3,0	49,539	602,1	33,0	129,62
E4TPBV3	5050,0	2,5	3,0	51,157	447,4	34,1	96,55
Média	-	-	-	-	579,8	34,2	123,92
DP	-	-	-	-	-	-	19,73
E1TPBV4	4848,0	2,5	3,0	70,971	700,7	47,3	154,30
E2TPBV4	5100,0	2,5	3,0	73,350	675,4	48,9	142,03
E3TPBV4	4949,0	2,5	3,0	95,230	780,0	63,5	170,44
E4TPBV4	4949,0	2,5	3,0	79,527	709,0	53,0	153,97
Média	-	-	-	-	716,3	53,2	155,15
DP	-	-	-	-	-	-	11,66
E1TPBV5	4949,0	2,5	3,0	94,182	1058,5	62,8	226,57
E2TPBV5	5050,0	2,5	3,0	122,040	925,0	81,4	199,28
E3TPBV5	5000,0	2,5	3,0	804,340	804,3	48,0	170,47
E4TPBV5	5000,0	2,5	3,0	55,400	943,1	36,9	196,00
Média	-	-	-	-	932,7	57,3	198,08
DP	-	-	-	-	-	-	22,95

Tabela 3.5: Composição da mistura.

Constituinte	Tipo	Peso (kg/m ³)
Cimento	I 52.5 R	577,00
Àgua	-	171,00
Agregado Graúdo	Andesita T-6/12-C	921,00
Areia	Silíceia R-0/4-S	661,00
Adição 1	Microsilica Ferro-Atlântica	37,80
Adição 2	Incorporador de Ar (Metakaolín)	3,10
Adição 3	Incorporador de Ar (Denka CSA 20)	1,90
Adição 3	Superfluidificante Glenium ACE 325	8,67
Adição 4	Superfluidificante Glenium B255	9,25

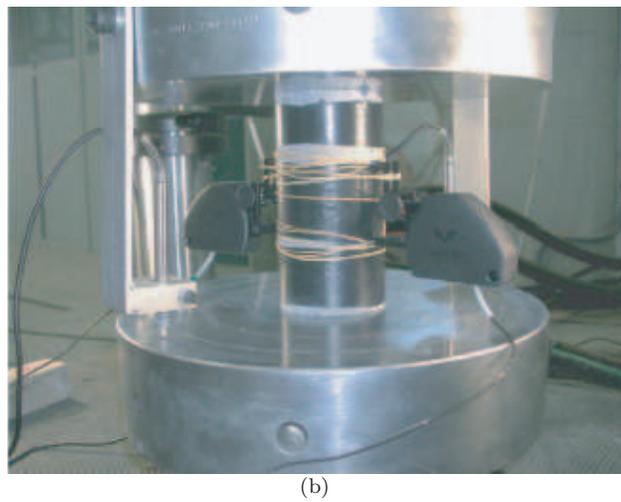
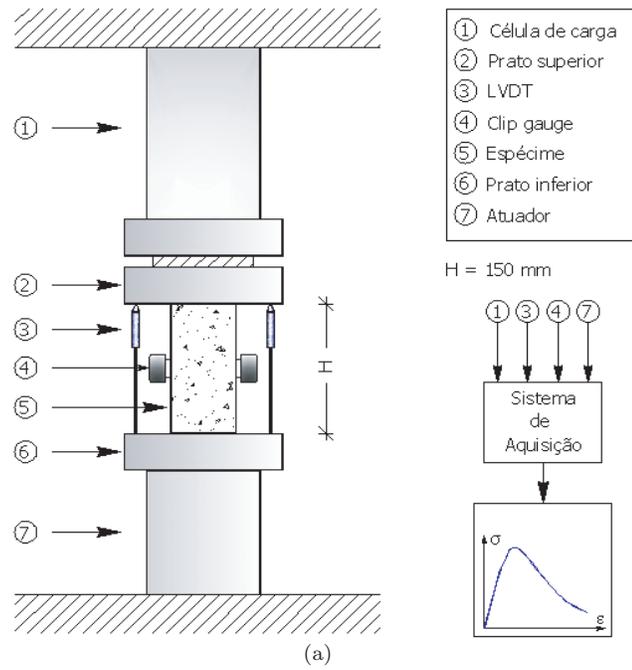


Figura 3.2: Configuração do ensaio de compressão axial(a); e (b) detalhes da instrumentação [24].

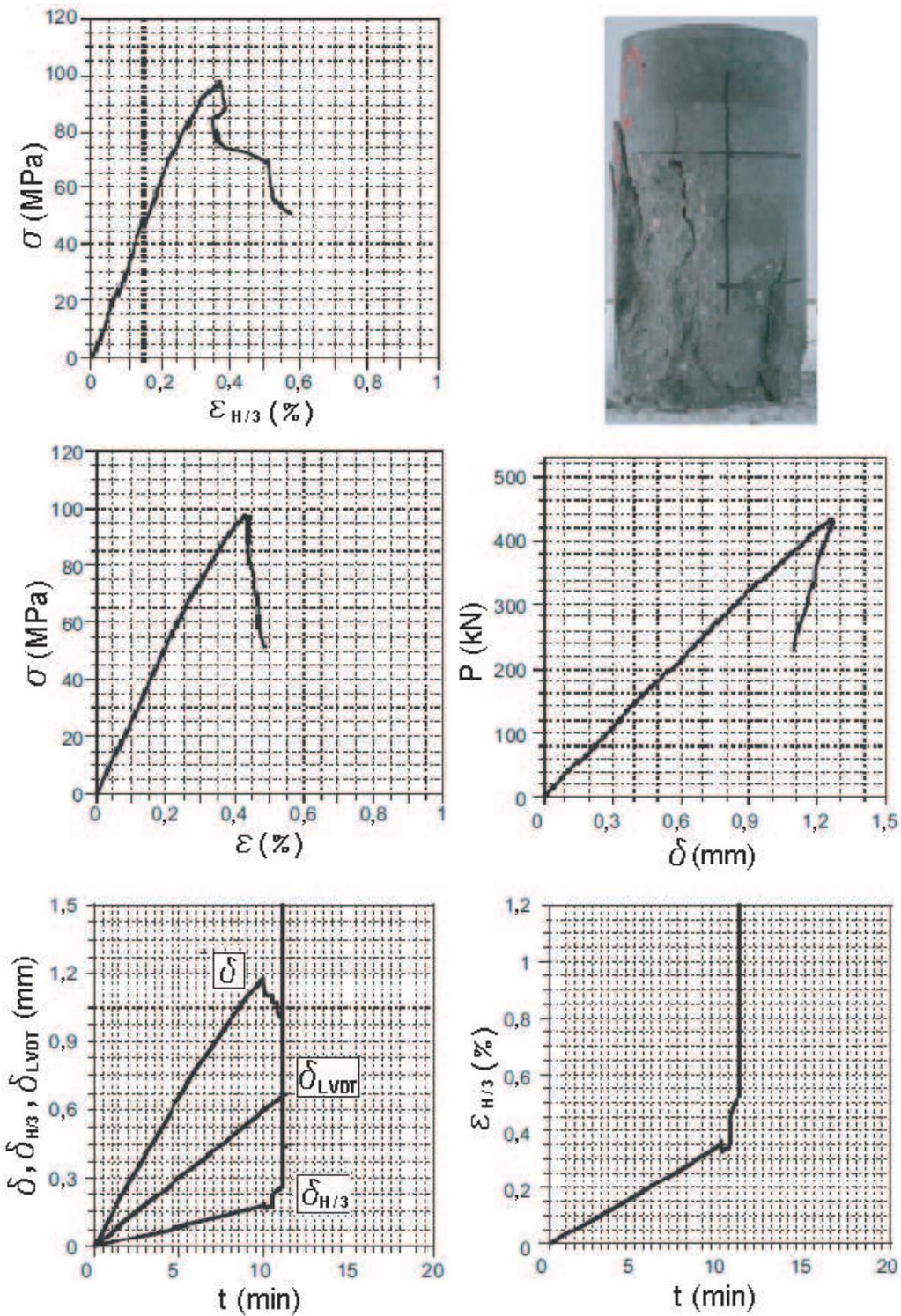


Figura 3.3: Curvas experimentais: $\sigma - \varepsilon_{H/3}$, $\sigma - \varepsilon$, $P - \delta$, $(\delta, \delta_{H/3}, \delta_{LVDT}) - t$, $\varepsilon - t$ e o panorama de fissura para o espécime E1CA [24].

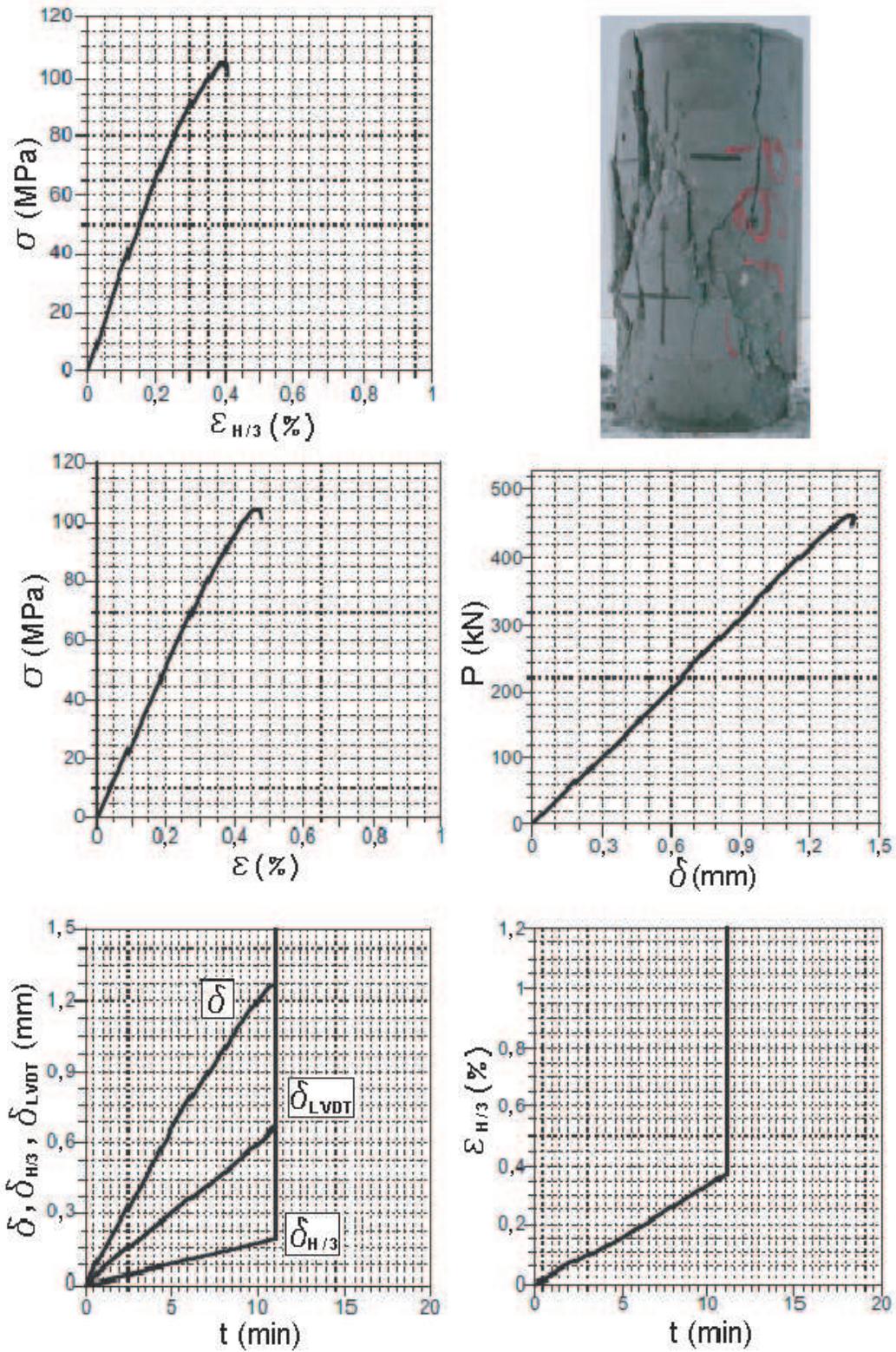


Figura 3.4: Curvas experimentais: $\sigma - \varepsilon_{H/3}$, $\sigma - \varepsilon$, $P - \delta$, $(\delta, \delta_{H/3}, \delta_{LVDT}) - t$, $\varepsilon - t$ e o panorama de fissura para o espécime E2CA [24].

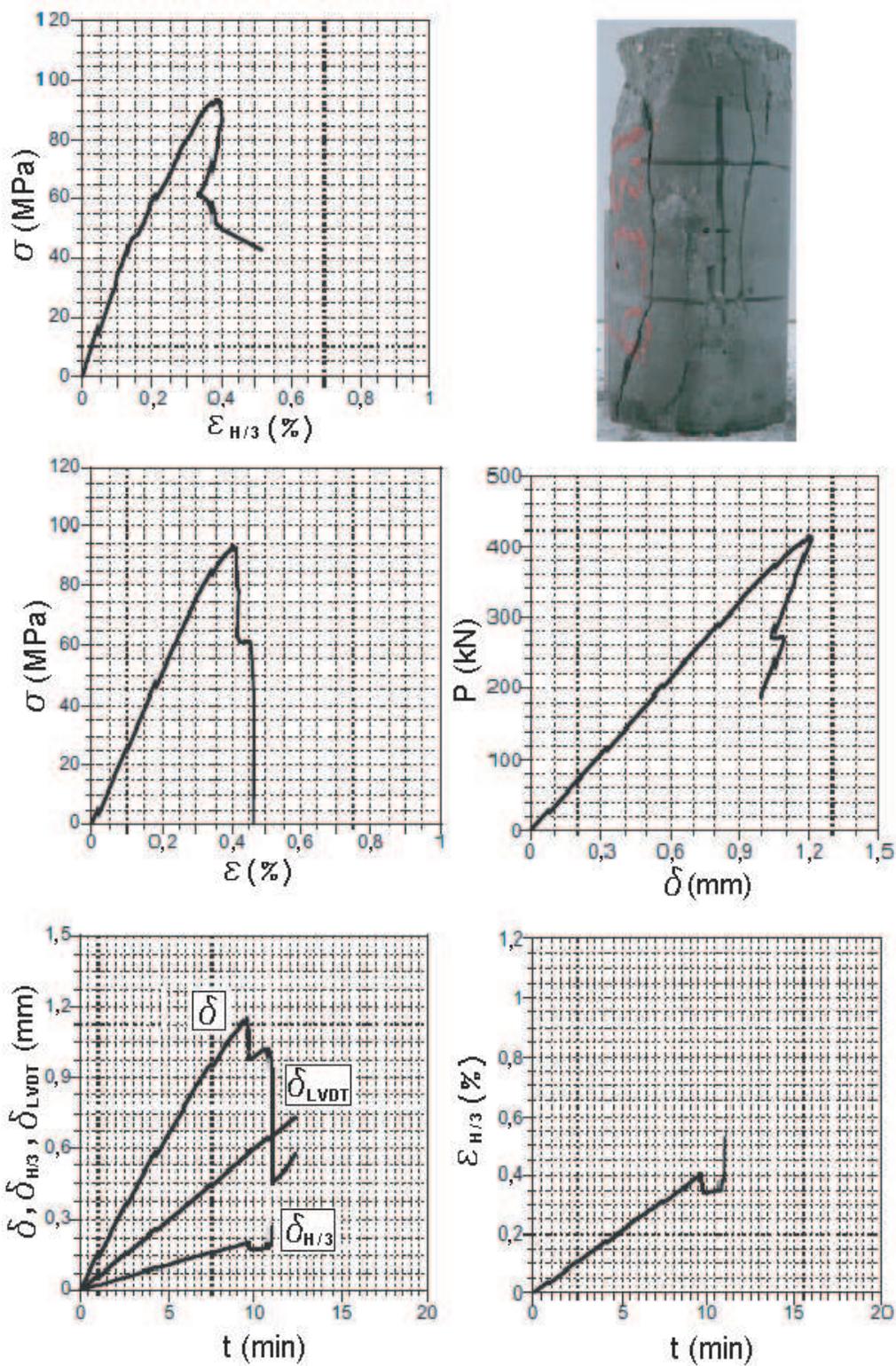


Figura 3.5: Curvas experimentais: $\sigma - \varepsilon_{H/3}$, $\sigma - \varepsilon$, $P - \delta$, $(\delta, \delta_{H/3}, \delta_{LVDT}) - t$, $\varepsilon - t$ e o panorama de fissura para o espécime E3CA [24].

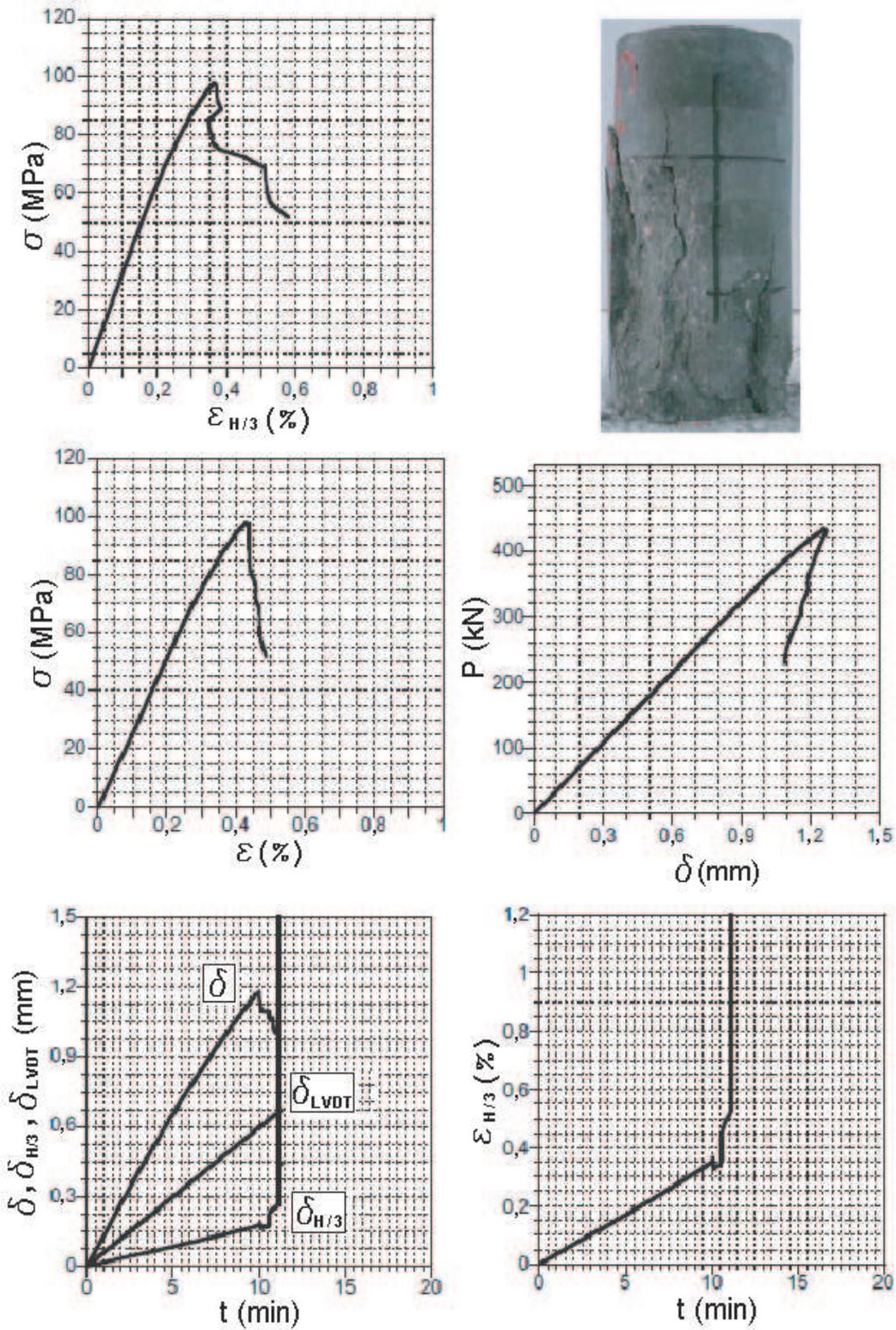


Figura 3.6: Curvas experimentais: $\sigma - \varepsilon_{H/3}$, $\sigma - \varepsilon$, $P - \delta$, $(\delta, \delta_{H/3}, \delta_{LVDT}) - t$, $\varepsilon - t$ e o panorama de fissura para o espécime E4CA [24].

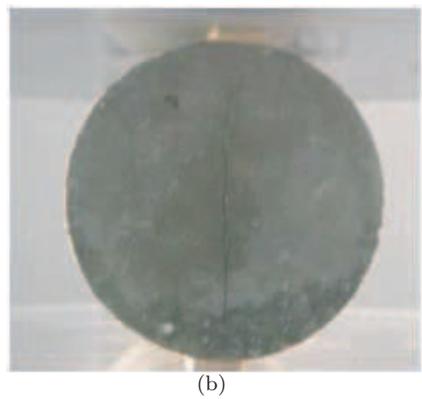
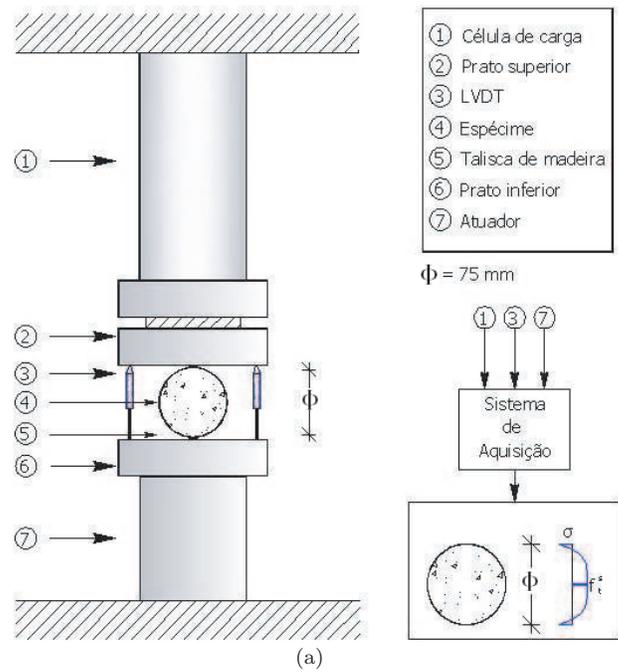


Figura 3.7: Configuração do ensaio de compressão diametral(a); e (b) detalhe do carregamento ao longo de geratrizes opostas do espécime ensaiado e a formação de uma fissura central na direção do carregamento [24].

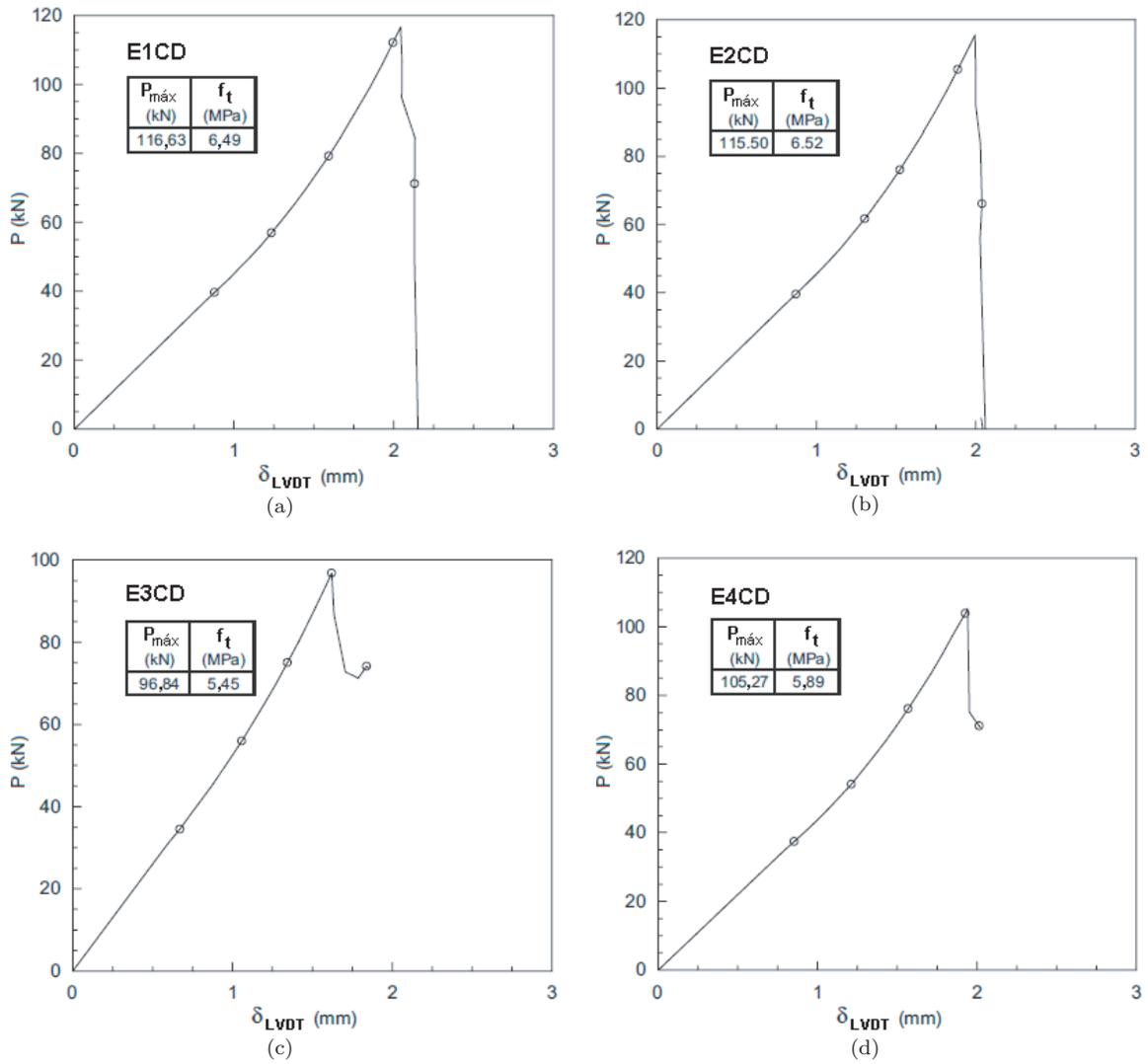


Figura 3.8: Curvas $P - \delta_{LVDT}$ para os espécimes E1CD-E4CD [24].

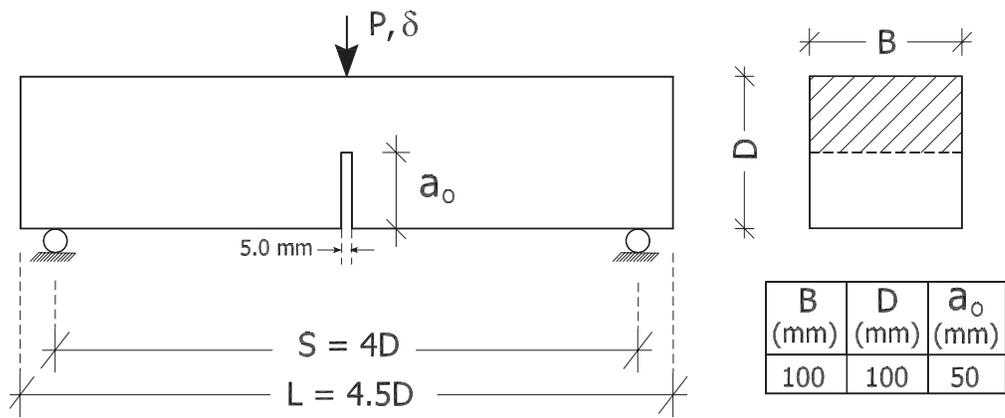


Figura 3.9: Geometria das vigas ensaiadas em TPBT.

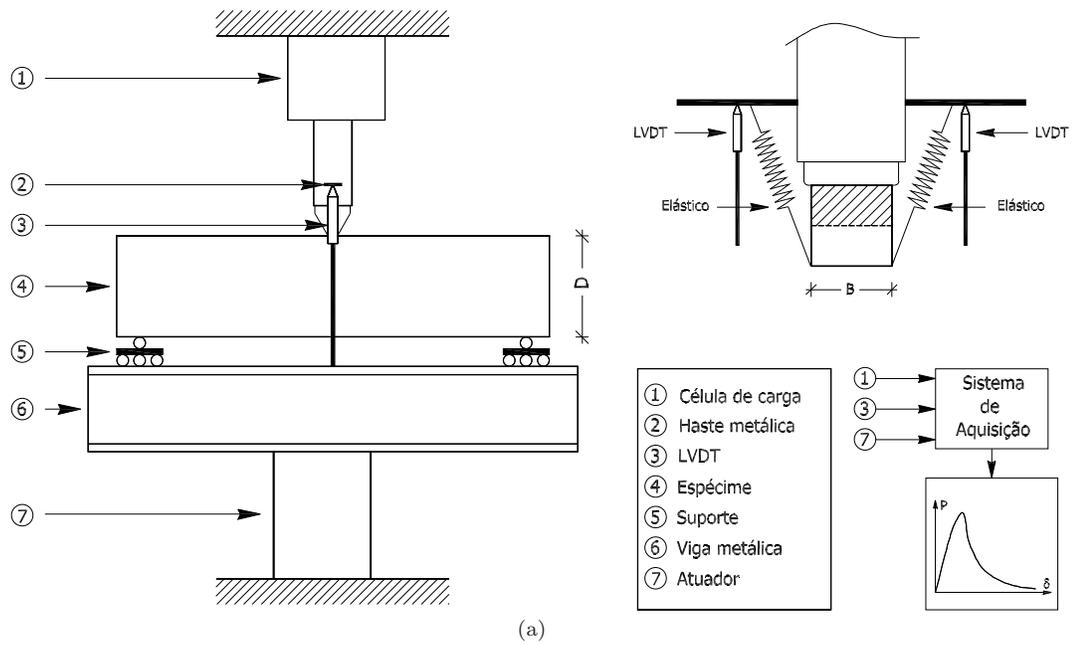


Figura 3.10: Configuração experimental do ensaio TPBT(a); e detalhes da instrumentação (b).

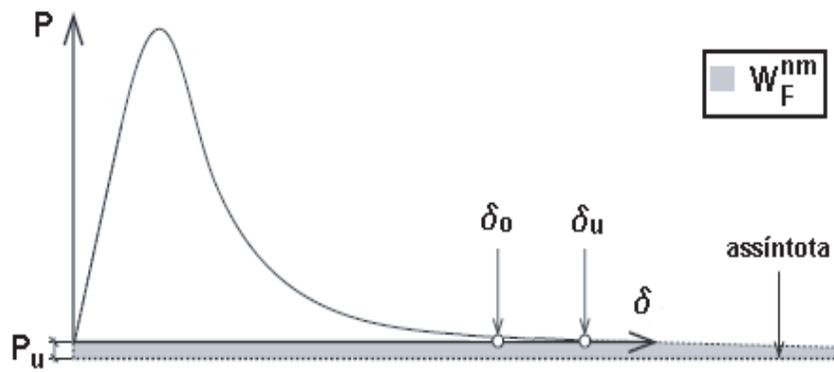


Figura 3.11: Trabalho de fratura não medido W_F^{nm} no ensaio de flexão em três pontos.

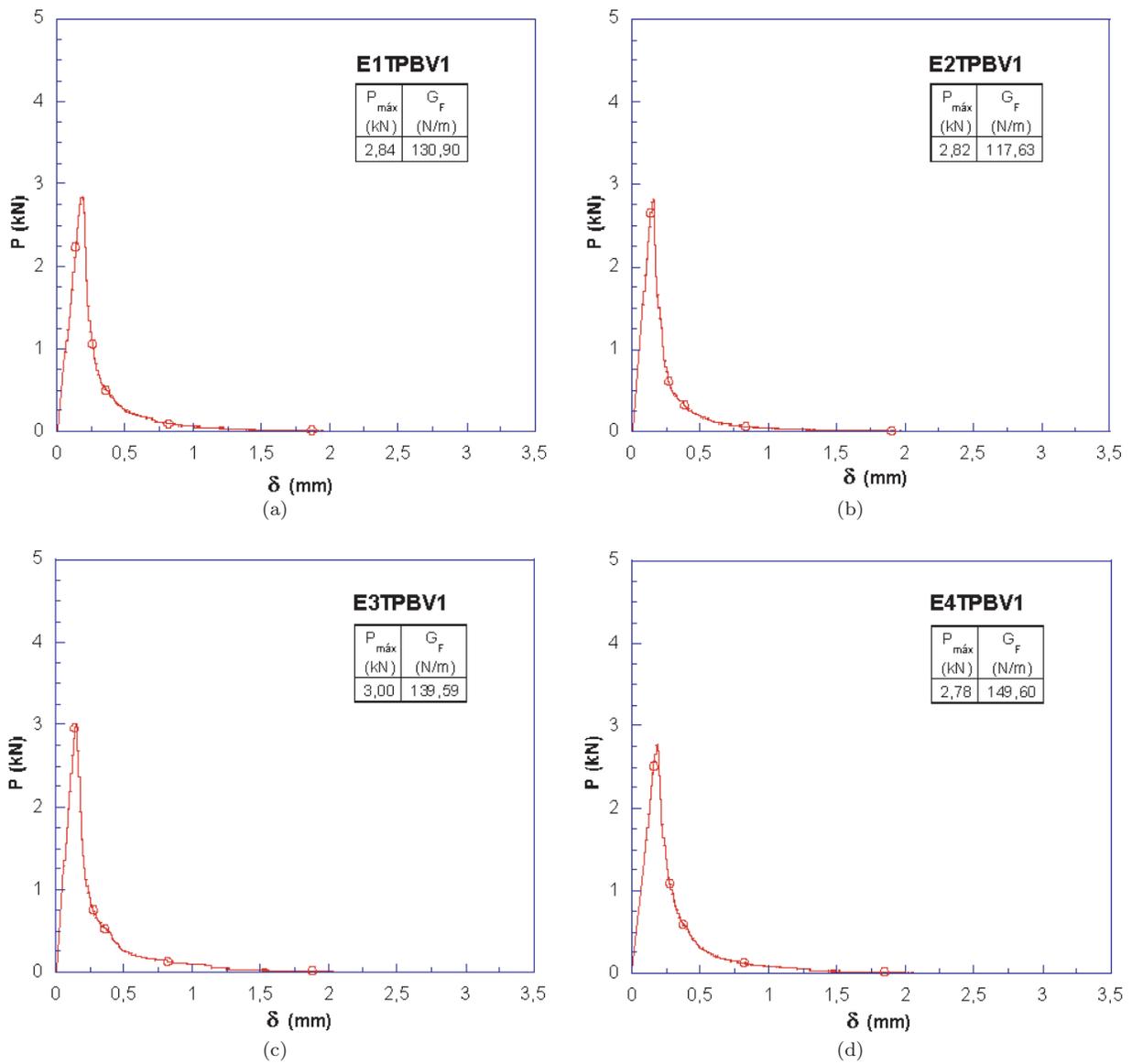


Figura 3.12: Curvas experimentais $P - \delta$ para os espécimes E1TPBV1-E4PTBV1 ($\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{-5}$ mm/s).

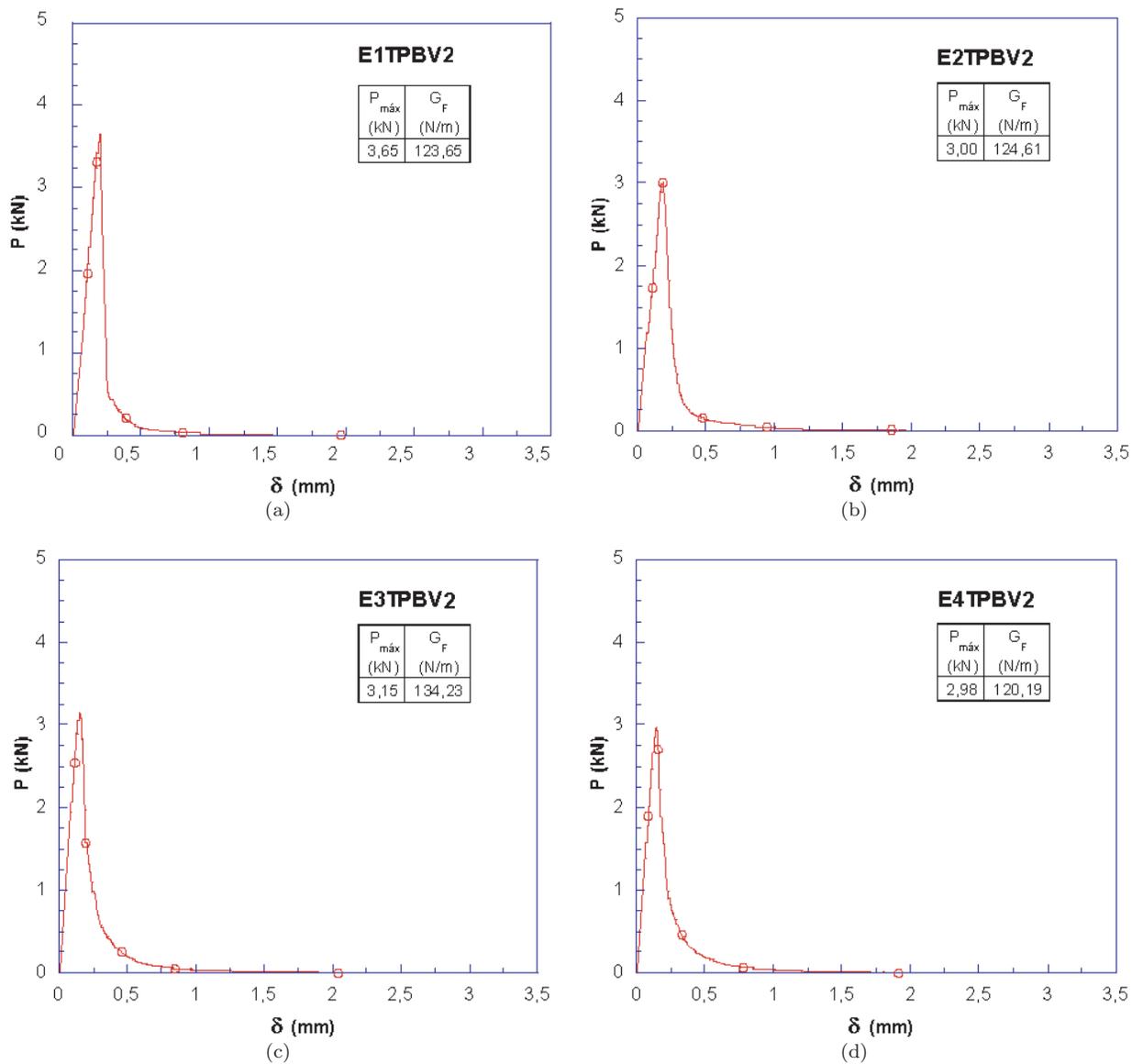


Figura 3.13: Curvas experimentais $P - \delta$ para os espécimes E1TPBV2-E4PTBV2 ($\dot{\delta} = 5,5 \times 10^{-4} \text{ mm/s}$).

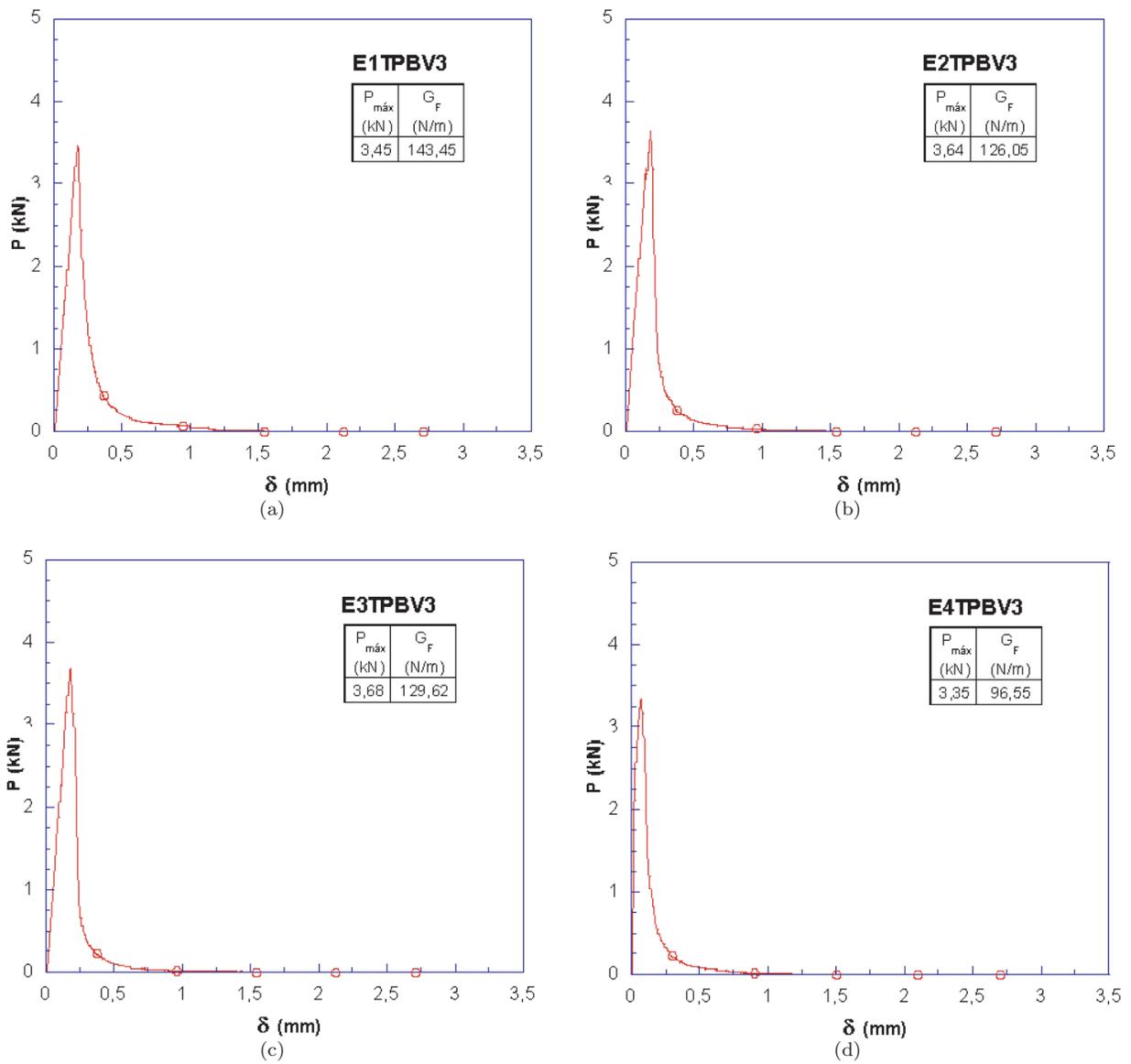


Figura 3.14: Curvas experimentais $P - \delta$ para os espécimes E1TPBV3-E4PTBV3 ($\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{-2}$ mm/s).

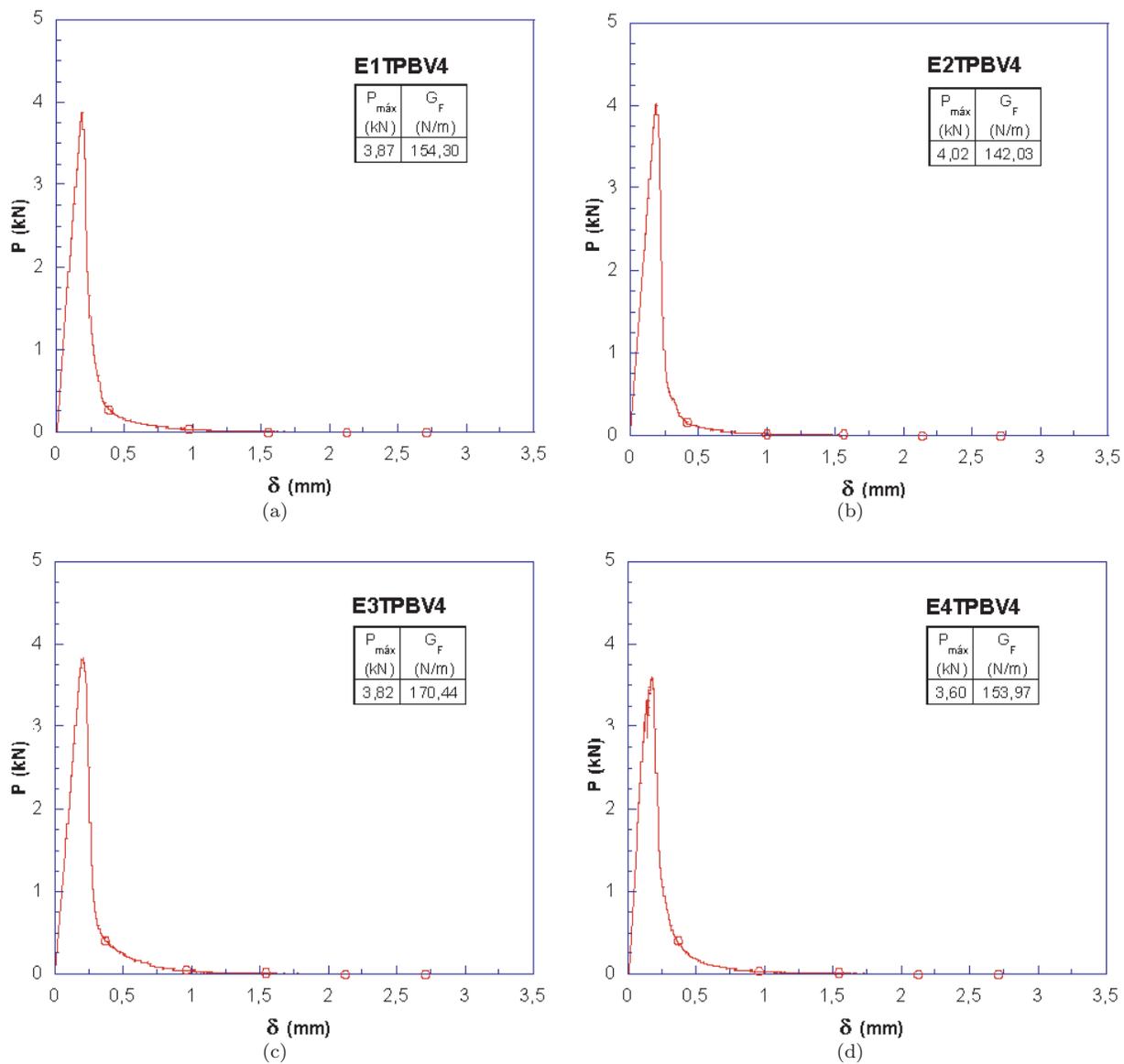


Figura 3.15: Curvas experimentais $P - \delta$ para os espécimes E1TPBV4-E4PTBV4 ($\dot{\delta} = 5,5 \times 10^{-1} \text{ mm/s}$).

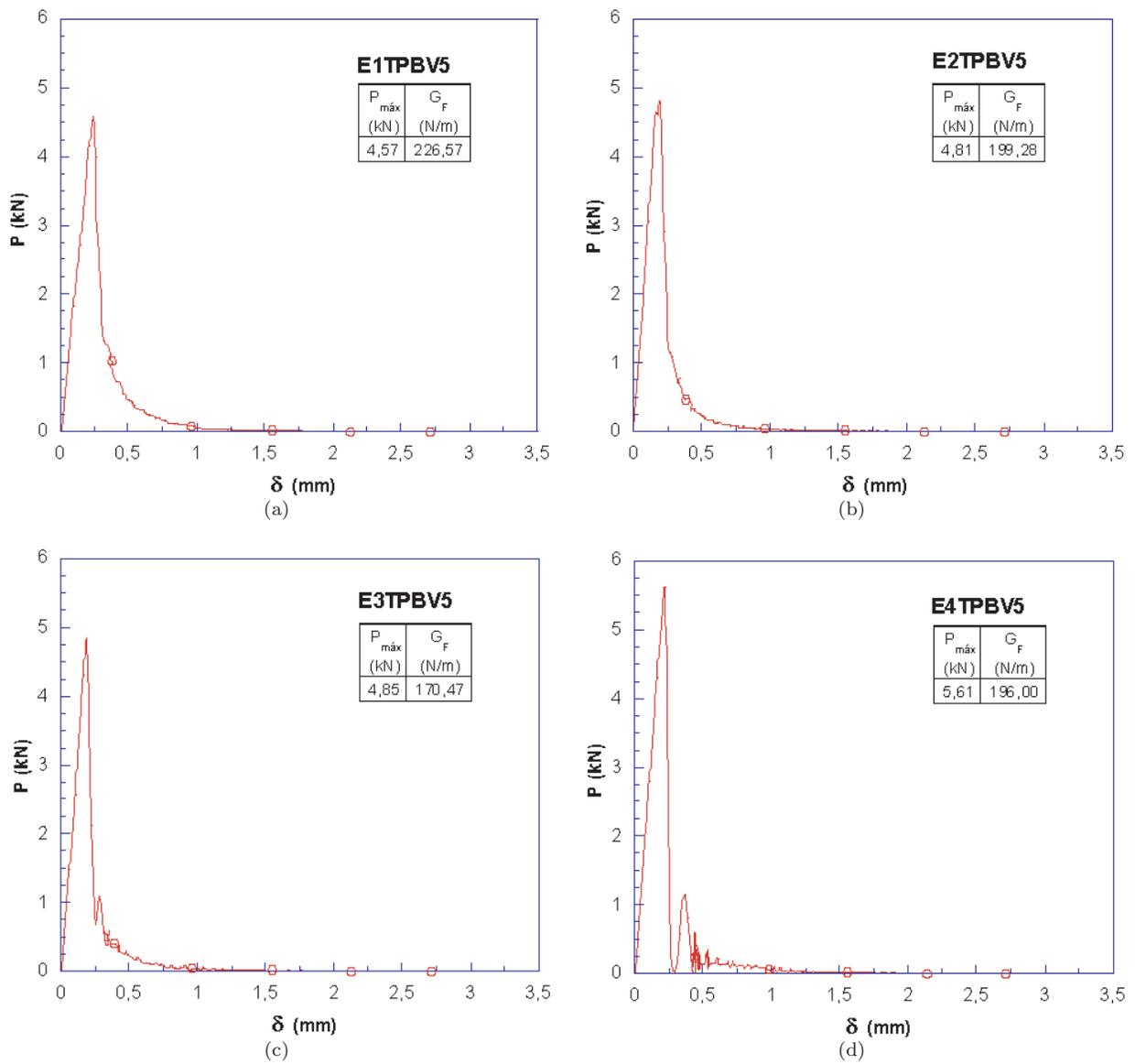


Figura 3.16: Curvas experimentais $P - \delta$ para os espécimes E1TPBV5-E4PTBV5 ($\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{+1}$ mm/s).

Capítulo 4

O Modelo Coesivo—Viscoso

4.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo o modelo coesiva viscoso empregado nas simulações numéricas, assim como as hipóteses estabelecidas e o método de cálculo para a obtenção da solução numérica em Mecânica da Fratura Não-Linear são apresentados. Escrito em linguagem **ANSI C** o método de cálculo permite realizar simulações com agilidade, uma vez que se obtém um sistema de equações otimizado, cuja resolução não requer a inversão da matriz dos coeficientes, o que é ideal para explorar a influência de distintos parâmetros na resposta do problema em estudo.

4.2 Equação do Modelo

4.2.1 Hipóteses Estabelecidas

Para o estudo da influência da taxa de carregamento aplicada e/ou influência da taxa de deformação na resposta em fratura quase-frágil do concreto de alta resistência (HSC), ou seja, para considerar a escala tempo e o comportamento coesivo do material, as seguintes hipóteses e considerações, com respeito ao comportamento da zona fissurada e do seu entorno, foram

estabelecidas:

Hipótese 1: A zona de processos de fratura (FPZ) é uma zona coesiva-viscosa representada por uma pré-fratura (fratura discreta pré-definida) capaz de transferir tensão entre suas faces. O mecanismo de transferência de tensão é feito pela introdução de tensão de fechamento, através da pré-fratura. Substituindo as tensões de fechamento por forças nodais equivalentes é possível analisar o crescimento progressivo da fratura (Figura 4.1);

Hipótese 2: A FPZ se desenvolve em uma seção do elemento estrutural, cuja configuração dos esforços que solicitam a fratura é razoável, como hipótese, para considerar uma fratura se propagando em Modo I (por exemplo, uma fratura se propagando na seção transversal média de uma viga em flexão em três pontos (Figura 4.6));

Hipótese 3: As propriedades do volume de material fora da FPZ são as de um material isotrópico, elástico e linear, com módulo de elasticidade E_c e coeficiente de Poisson ν . (Neste trabalho são estudadas vigas em TPBT. Nesse tipo estrutural as deformações inelásticas antes da localização da fratura são pequenas. Uma consequência direta desta consideração é que o modelo apresentado não leva em conta a resposta não-linear consequência do esmagamento do concreto em compressão.);

Hipótese 4: O comportamento elasto-dinâmico do volume do material têm influência secundária na FPZ. Observe que nos ensaios das vigas em TPBT fez-se a compensação do peso próprio das vigas, ou seja, houve amortecimento da força de inércia na direção da força gravitacional;

Hipótese 5: O critério de início de propagação da fratura é o critério de Rankine, ou seja, a fratura começa a desenvolver-se em um ponto onde a tensão principal de tração, σ_I , atinge a resistência à tração do material, f_t^s , considerada estática. Atingida a resistência à tração do material se nucleara uma fratura na direção perpendicular à direção da tensão principal de tração;

Hipótese 6: A transferência de tensão na FPZ depende da abertura da fratura, w , em cada ponto e da taxa de carregamento, $\dot{\delta}$, escrita como uma função da velocidade de abertura, \dot{w} . A lei que leva em consideração a taxa de carregamento é dada na Equação (4.1). Nessa equação a parcela coesiva, de acordo com o modelo de fissura fictícia de Hillerborg [39, 70, 41], é representada pela função $f(w)$ e a parcela viscosa é dada por $\Psi(\dot{w})$:

$$\sigma = \mathfrak{F}(w, \dot{w}) = \Psi(\dot{w})f(w) \quad (4.1)$$

onde

$$\begin{cases} \mathfrak{F}(w, \dot{w}) = f(w) & \text{para } \dot{w} = 0 \\ \mathfrak{F}(w, \dot{w}) \geq 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

e

$$\Psi(\dot{w}) = 1 + \left(\frac{\dot{w}}{\dot{w}_0} \right)^n \quad (4.3)$$

Nas equações acima $\mathfrak{F}(w, \dot{w})$ é a tensão desenvolvida na ponta da fratura; \dot{w}_0 é um parâmetro de normalização com dimensão $[\text{L}][\text{T}]^{-1}$; e n (índice de viscosidade) é um índice que depende da taxa de carregamento, $\dot{\delta}$, e descreve o grau de viscosidade do material.

Hipótese 7: A função $\mathfrak{F}(\dot{w}, w)$ caracteriza o comportamento mecânico da fratura. Os valores de $\mathfrak{F}(\dot{w}, w)$ são nulos quando a abertura da fratura excede a abertura crítica, w_c ;

Hipótese 8: A espessura da ZPF na direção da tensão principal de tração é igual a abertura w da fratura;

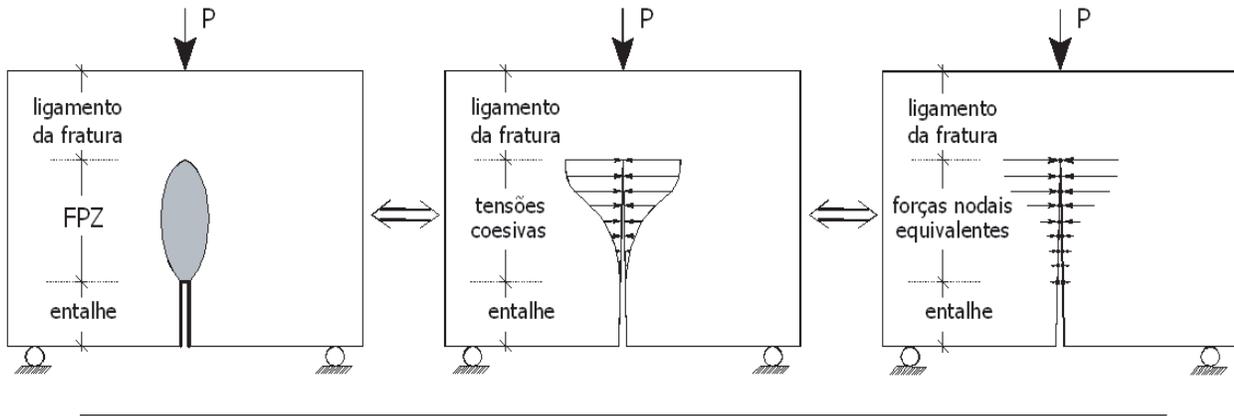


Figura 4.1: FPZ no frente de uma pré-fratura (a); transferência de tensões entre as faces da pré fratura (b); e forças nodais equivalentes (c).

A função $\mathfrak{F}(w, \dot{w})$ dada na Equação (4.1) é similar a lei proposta por Zhou et al. [114] para representar o comportamento do polimetilmetacrilato (PMMA) em fratura dinâmica. A diferença é que que na formulação proposta por Zhou et al. [114] a energia de fratura aumenta como uma função do aumento da extensão da zona coesiva, ao invés da velocidade de abertura da fratura.

Uma representação da função $\sigma = \mathfrak{F}(\dot{w}, w)$ é mostrada na Figura 4.2, como uma projeção no plano $\sigma - w$, para uma função $f(w)$ qualquer. Na Figura 4.2 f_t^s e G_F^s (área hachurada sob a linha pontilhada) são, respectivamente, a resistência à tração e a energia de fratura admitidas para o caso em que $\dot{\delta} = 0$ (caso estático); w_c , conforme já mencionado, é o valor crítico admitido para a abertura da fratura. Observe que no início do processo de fraturamento, a fratura obedece a lei coesiva $f(w)$ (linha pontilhada). Também é importante salientar que as linhas contínuas mostradas na Figura 4.2 (caso em que $\dot{w} \neq 0$) representam possíveis valores para a função $\mathfrak{F}(\dot{w}, w)$, uma vez que, \dot{w} é calculado durante o processo incremental-iterativo, ou seja, \dot{w} é obtido durante os cálculos. Assim, \dot{w} é intrínseco ao comportamento do material em fratura e depende de $\dot{\delta}$.

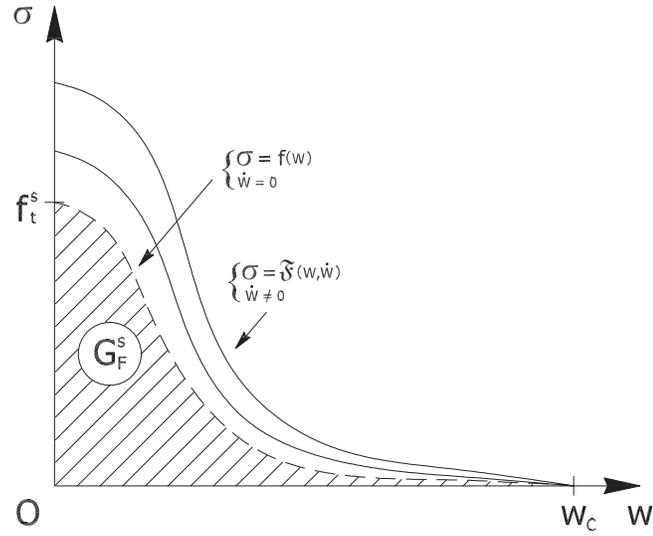


Figura 4.2: Representação da lei coesiva-viscosa.

4.3 Método de Cálculo

De acordo com as hipóteses anteriores a solução do problema de um sólido elástico fraturado no qual nucleia e propaga uma fratura (fratura coesiva-viscosa para o propósito deste trabalho), deve ser abordada considerando a atualização da geometria e a redistribuição do estado tensional a cada avanço da fratura. Como ilustração considere a Figura 4.3, na qual está representado um corpo plano, com uma fratura coesiva, solicitado em Modo I.

O problema posto consiste no cálculo dos campos de tensões σ e de deslocamentos \mathbf{u} para qualquer ponto material \mathbf{x} do sólido, compatíveis com as condições de contorno na superfície livre do corpo $\partial_\sigma\Omega$, na superfície restringida $\partial_u\Omega$ e nas superfícies da fratura $\partial_s\Omega = \partial_s\Omega^+ \cup \partial_s\Omega^-$. As equações a serem satisfeitas em todo o volume Ω do corpo, são:

$$\nabla \cdot \sigma + \rho \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad (4.4)$$

$$\varepsilon = \mathbb{C} : \sigma \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad (4.5)$$

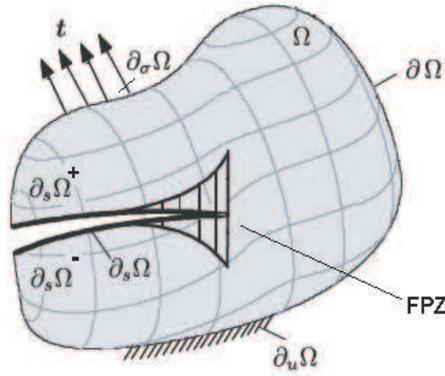


Figura 4.3: Sólido fraturado em equilíbrio solicitado em Modo I.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad (4.6)$$

sendo ρ a densidade; \mathbf{b} força por unidade de massa; $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o tensor de deformação e \mathbb{C} é o tensor elástico de flexibilidade. A Equação (4.4) é a equação de equilíbrio interno; a Equação (4.5) é a equação constitutiva elástica; e a Equação (4.6) é a relação deformação vs. deslocamento. Essas equações traduzem as condições que devem ser satisfeitas fora da FPZ, junto com as condições de contorno essenciais (condições de contorno de Dirichlet) e as condições de contorno naturais (condições de contorno de Neumann) para as tensões e deslocamentos impostos, conforme a seguir:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \bar{\mathbf{t}} \quad \text{para } \forall \mathbf{x} \in \partial_\sigma \Omega \quad (4.7)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{para } \forall \mathbf{x} \in \partial_u \Omega \quad (4.8)$$

onde $\hat{\mathbf{n}}$ representa um versor normal apontando para fora no contorno $\partial_\sigma \Omega$; $\bar{\mathbf{t}}$ é o vetor de tração que atua externamente em $\partial_\sigma \Omega$; e $\bar{\mathbf{u}}$ é o deslocamento prescrito em $\partial_u \Omega$.

Para a descrição completa do comportamento mecânico do sólido representado na Figura 4.3 deve-se acrescentar as condições de contorno próprias da região coesiva viscosa, relacionando as tensões e os deslocamentos nas suas faces. Esta condição pode ser escrita conforme a seguir:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathfrak{F}[\mathbf{u}_\perp] = \mathfrak{F}[\mathbf{u}_\perp^+ - \mathbf{u}_\perp^-] \quad \text{para } \forall \mathbf{x} \in \partial_s \Omega \quad (4.9)$$

sendo \mathbf{u}_\perp^+ e \mathbf{u}_\perp^- deslocamentos opostos entre-si e perpendiculares às superfícies $\partial_s \Omega^+$ e $\partial_s \Omega^-$ da fratura, tal que $\llbracket \mathbf{u}_\perp \rrbracket$ é a abertura, w , da fratura.

O sistema formado pelas Equações (4.4) a (4.9) pode ser resolvido com duas abordagens distintas. A primeira delas consiste em considerar a Equação (4.9) como uma condição de contorno variável que se adiciona às condições (4.7) e (4.8). Assim, o comportamento da zona de fratura e a parcela íntegra do sólido são considerados globalmente, ou seja, ocorre dissipação da fratura no volume do sólido.

Pese sua clareza conceitual não resulta fácil resolver numericamente o problema tratando a Equação (4.9) como uma condição adicional às condições de equilíbrio e de compatibilidade de deslocamentos. A resolução do problema empregando o Método dos Elementos Finitos (Finite Element Method - FEM) – extensivamente usado na modelagem numérica de problemas em mecânica, devido a sua clareza conceitual, garantia de convergência e, em grande parte, devido a sua versatilidade em tratar problemas com contornos irregulares – não se adapta de forma conveniente à natureza descontínua do problema.

Uma alternativa à abordagem anterior é tratar localmente e em separado o comportamento da zona de fratura e o resto do sólido, ou seja sem dissipação da fratura no volume do elemento estrutural. Assim, supõe-se que a fratura ocupa uma extensão conhecida e se calcula os deslocamentos em ∂_s , compatíveis com a solicitação externa (Figura 4.4(b)). Em

seguida considera-se o comportamento da zona coesiva-viscosa (Figura 4.4(c)) superpondo, de modo conveniente, ambas as respostas para então reproduzir o comportamento não-linear da zona de fratura (Figura 4.4(a)). Essa estratégia numérica é a estratégia de cálculo adotada nas modelagens realizadas nesta tese. Para os deslocamentos em ∂_s empregou-se o Método dos Elementos Finitos.

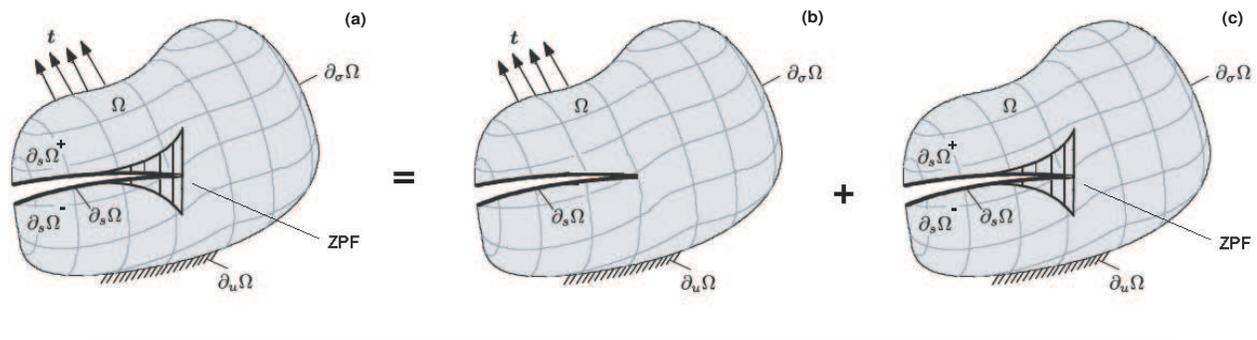


Figura 4.4: Superposição de efeitos em um sólido fraturado em equilíbrio, solicitado em Modo I.

4.3.1 Método de Superposição de Fraturas

O procedimento de cálculo adotado é uma adaptação do método de superposição de fraturas citado na literatura como Smeared Crack Tip Method (SCTM). O método foi proposto por Planas & Elices [71, 72] a partir do clássico método das influências desenvolvido por Peterson [70]. Tal procedimento permite realizar com agilidade um grande número de cálculos, uma vez que se obtém um sistema de equações bastante otimizado, cuja resolução não requer a inversão da matriz dos coeficientes. É ideal para explorar a influência de distintos parâmetros na resposta do problema a ser analisado. Isso permite focar a atenção no essencial que é o estudo da influência da taxa de carregamento e/ou de deformação na resposta em fratura quase-frágil.

Formulação Numérica

No SCTM faz-se a superposição de problemas em Mecânica da Fratura Elástica Linear (Linear Elastic Fracture Mechanics - LEFM) para representar a resposta em Mecânica da Fratura Não-Linear (Non-Linear Fracture Mechanics - NLFM). Assim, para uma estrutura qualquer, com uma fratura discreta pré-definida em Modo-I, o método de cálculo (esquemático na Figura 4.5 para um elemento estrutural em TPBT) faz a soma de N casos elásticos, correspondentes a N diferentes tamanhos de fraturas e com extremidade no nó j ($j = 1, 2, \dots, N$), para cada incremento de carga ΔP_j . Então, para cada nó i , a distribuição de tensões, σ_i , as aberturas de fratura, w_i , o carregamento aplicado, P , e o deslocamento do ponto de aplicação de carga, δ , são calculados de acordo com as seguintes equações:

$$\sigma_i = \sum_{j=i}^N R_{ij} \Delta P_j \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N; \quad (4.10)$$

$$w_i = \sum_{j=i}^N D_{ij} \Delta P_j \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N; \quad (4.11)$$

$$P = \sum_{j=i}^N \Delta P_j; \quad (4.12)$$

$$\delta = \sum_{j=i}^N C_j \Delta P_j; \quad (4.13)$$

Nas Equações (4.10) - (4.13) R_{ij} e D_{ij} são, respectivamente, as tensões e as aberturas de fratura em um nó i quando uma força externa unitária é aplicada e a fratura atinge o nó j . O coeficiente C_j é o deslocamento no ponto de aplicação de carga gerado por uma força externa unitária quando a fratura atinge o nó j . Seus N valores podem ser armazenados em um vetor \mathbf{C} (Equação 4.14).

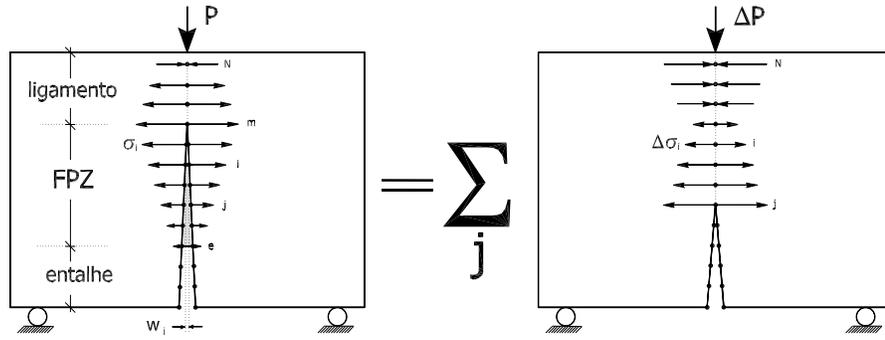


Figura 4.5: Representação do método de superposição de fraturas.

$$\mathbf{C} = \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_{N-1} \\ C_N \end{Bmatrix}. \quad (4.14)$$

Uma vez que as faces da fratura são livres de força de superfície, segue-se que $R_{ij} = 0$ para $i < j$. Devido a isso os coeficientes R_{ij} podem ser representados como elementos de uma matriz triangular inferior:

$$\mathbf{R} = \begin{Bmatrix} R_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{21} & R_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{N1} & R_{N2} & R_{N3} & \dots & R_{N-1N-1} & 0 \\ R_{N1} & R_{N2} & R_{N3} & \dots & R_{NN-1} & R_{NN} \end{Bmatrix}. \quad (4.15)$$

De modo similar, uma vez que a abertura da fratura é nula para valores de $i \geq j$, os N valores obtidos para D_{ij} podem ser representados como elementos de uma matriz triangular superior:

$$\mathbf{D} = \left\{ \begin{array}{cccccc} 0 & D_{12} & D_{13} & \dots & D_{1N-1} & D_{1N} \\ 0 & 0 & D_{23} & \dots & D_{2N-1} & D_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{N-1N} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\}. \quad (4.16)$$

Usando o Método dos Elementos Finitos (MEF), os coeficientes do vetor \mathbf{C} e das matrizes \mathbf{R} e \mathbf{D} podem ser calculados e armazenados, devido a complementariedade de \mathbf{R} e \mathbf{D} , em uma matriz cheia \mathbf{M} (Equação (4.9)) de ordem $(N \times N + 1)$, onde os coeficientes C_j do vetor \mathbf{C} são os elementos da coluna $N + 1$.

$$\mathbf{M} = \left\{ \begin{array}{cccccc} R_{11} & D_{12} & D_{13} & \dots & D_{1N-1} & D_{1N} & C_{1N+1} \\ R_{21} & R_{22} & D_{23} & \dots & D_{2N-1} & D_{2N} & C_{2N+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{N1} & R_{N2} & R_{N3} & \dots & R_{N-1N-1} & D_{N-1N} & C_{N-1N+1} \\ R_{N1} & R_{N2} & R_{N3} & \dots & R_{NN-1} & R_{NN} & C_{NN+1} \end{array} \right\} \quad (4.17)$$

Obtida a nova matriz \mathbf{M} a propagação da fratura coesiva-viscosa pode então ser analisada impondo-se as condições de contorno que devem ser satisfeitas na seção central da viga em TPBT (Figura 4.6), conforme as Equações (4.18)-(4.20),

$$\sigma_i = 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, e - 1 \quad (4.18)$$

$$\sigma_i = \mathfrak{F}(\dot{w}_i, w_i) \quad \text{para } i = e, \dots, m \quad (4.19)$$

$$w_i = \dot{w}_i = 0 \quad \text{para } i \geq m \quad (4.20)$$

onde \dot{w}_i é a velocidade de abertura da fratura em um nó i qualquer.

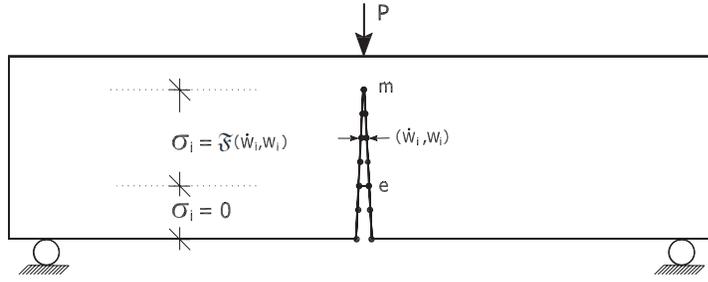


Figura 4.6: Condições de contorno assumidas no modelo coesivo-viscoso.

Daí, resulta o seguinte conjunto de equações:

$$\sum_{j=1}^i R_{ij} \Delta P_j = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, e - 1; \quad (4.21)$$

$$\sum_{j=1}^i R_{ij} \Delta P_j = \mathfrak{F} \left(\dot{w}_i, \sum_{j=i}^N D_{ij} \Delta P_j \right) \quad \text{para } i = e, e + 1, \dots, m; \quad (4.22)$$

$$\sum_{j=i+1}^N D_{ij} \Delta P_j = 0 \quad \text{para } i = m, m + 1, \dots, N \quad (4.23)$$

Para resolver o sistema formado pelas Equações (4.20), (4.22) e (4.23) parte-se das Equações (4.20) e (4.23) as quais são resolvidas impondo o resultado:

$$\Delta P_j = 0 \quad \text{para } i \notin (e, \dots, m) \quad (4.24)$$

assim o conjunto de equações é reduzido para

$$\sum_{j=e}^i R_{ij} \Delta P_j = \mathfrak{F} \left(\dot{w}_i, \sum_{j=i+1}^m D_{ij} \Delta P_j \right) \quad \text{para } i = e, e+1, \dots, m \quad (4.25)$$

O incremento de carga ΔP_j que permite obter os valores das tensões nodais, aberturas de fratura, o carregamento total aplicado e o deslocamento total do ponto de aplicação de carga são obtidos pela resolução do sistema não linear de $m - e + 1$ equações, o qual é resolvido iterativamente a partir da estimativa $\Delta P_j = \Delta P_j^\alpha$ no lado direito da Equação (4.25) e resolvendo para se obter a melhor estimativa $\Delta P_j^{\alpha+1}$ no lado esquerdo da equação, tal que a Equação (4.25) é avaliada como:

$$\sum_{j=e}^i R_{ij} \Delta P_j^{\alpha+1} = \mathfrak{F} \left(\dot{w}_i, \sum_{j=i+1}^m D_{ij} \Delta P_j^\alpha \right) \quad \text{para } i = e, e+1, \dots, m \quad (4.26)$$

Na Equação (4.26), considerando uma viga em TPBT carregada em controle de deslocamento do ponto de aplicação de carga, a velocidade de abertura da fratura \dot{w}_i em um nó i qualquer é obtida através da seguinte relação:

$$\dot{w}_i^{(j)} = \frac{w_i^{(j)} - w_i^{(j-1)}}{\delta_p^{(j)} - \delta_p^{(j-1)}} \dot{\delta} \quad (4.27)$$

onde o ponto superescrito denota derivada em relação ao tempo; as variáveis com índice j ,

$j - 1$ correspondem a valores calculados nos passos de carga $j, j - 1$; p denota o ponto de monitoramento da carga e $\dot{\delta}$ é a taxa de carregamento aplicada, i.e., a taxa de deslocamento do ponto de monitoramento.

Neste trabalho os cálculos foram realizados com as equações do problema reduzidas à forma adimensional. Parâmetros materiais importantes que permitirão escrever as equações na forma adimensional, bem como caracterizar a fratura coesiva-viscosa, são a abertura característica (Equação (4.28)) e o comprimento característico do material (Equação (4.29)), já definido no Capítulo 2.

$$w_{ch} = \frac{G_F}{f_t^s} \quad (4.28)$$

$$\ell_{ch} = \frac{EG_F}{(f_t^s)^2} \quad (4.29)$$

Para escrever as equações do problema na forma adimensional (indicada com uma asterisco sobrescrito) as seguintes relações adimensionais – para a tensão (σ^*), para a abertura da fratura (w^*), para o carregamento (P^*) e para os deslocamentos (δ^*) – foram definidas:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{f_t^s} \quad (4.30)$$

$$w^* = \frac{w}{w_{ch}} \quad (4.31)$$

$$P^* = \frac{\sigma_N}{f_t^s} = \sigma_N^* = \left(\frac{3}{2}\right) \frac{PS}{BD^2 f_t^s} \quad (4.32)$$

$$\delta^* = \frac{\delta}{w_{ch}} \quad (4.33)$$

onde S e B são o vão e a largura da viga, respectivamente. Quando todas as variáveis que aparecem na Equação (4.26) são reduzidas a forma adimensional e a análise é restringida a elementos estruturais geometricamente similares, implica que o comportamento estrutural é controlado pelo número de fragilidade de Hillerborg (Equação (4.33)).

$$\beta_H = \frac{D}{\ell_{ch}} \quad (4.34)$$

O número de fragilidade de Hillerborg é o parâmetro dominante para descrever o efeito escala que governa os processos de fratura ([70]). Em tese estruturas geometricamente similares com mesmo valor de $\beta_H = D/\ell_{ch}$ apresentam o mesmo tipo de ruptura.

A partir das equações definições em (4.28) - (4.33) os coeficientes da vetor \mathbf{C} e os elementos das matrizes \mathbf{R} e \mathbf{D} podem ser reduzidos a forma adimensional mantendo a estrutura das equações (4.2), (4.3) e (4.5), tal que:

$$R_{ij}^* = \left(\frac{2BD^2}{3S} \right) R_{ij} \quad (4.35)$$

$$D_{ij}^* = \left(\frac{2BD}{3S} \right) E_c \beta_H D_{ij} \quad (4.36)$$

$$C_j^* = \left(\frac{2BD}{3S} \right) E_c \beta_H C_j \quad (4.37)$$

De acordo com as Equações (4.30) e (4.31) a forma adimensional da função coesiva-viscosa será dada como:

$$\sigma^* = F(\dot{w}^*, w^*) = g(\dot{w}^*)f(w^*). \quad (4.38)$$

Note que para $\dot{w}^* = 0 \rightarrow \dot{\delta} = 0$ (caso estático). Neste caso $\sigma^* = \mathfrak{F}(\dot{w}^*, w^*) = f(w^*)$, ou seja, $\mathfrak{F}(\dot{w}^*, w^*)$ é a forma adimensional da função coesiva do modelo de Hillerborg [39, 70, 40, 41]. A função $f(w^*)$, esboçada na Figura 4.7, têm as seguintes propriedades:

$$f(0) = 1, \quad f(w_c^*) = 0 \quad \text{and} \quad \int_{w^*=0}^{w^*=w_c^*} f(w^*)dw^* = 1 \quad (4.39)$$

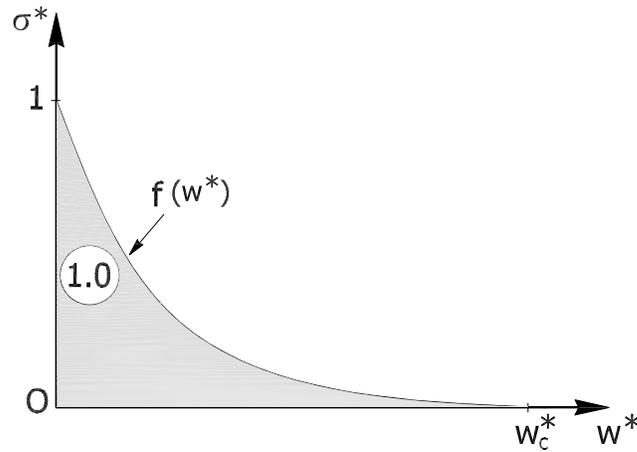


Figura 4.7: Curva tensão vs. abertura de fratura adimensional ($\sigma^* = f(w^*)$).

Capítulo 5

Resultados Numéricos e Discussão

5.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo apresenta-se os resultados obtidos, a partir das simulações numéricas realizadas, para validação do modelo coesivo-viscoso. Neste contexto, os resultados numéricos são discutidos e analisados pela comparação entre as respostas numérica e experimental. Em seguida, uma vez comprovada a capacidade de predição experimental do modelo, a resposta numérica é estendida com a realização de estudos paramétricos para apontar como os parâmetros relacionados com o modelo coesivo-viscoso, bem como as dimensões da geometria estrutural, refletem a resposta mecânica em fratura quase-frágil do concreto de alta resistência, devido à taxa de solitação.

Os conceitos teóricos e os aspectos experimentais abordados nos capítulos anteriores servem de base para os resultados apresentados neste capítulo e serão mencionados, quando pertinentes, dispensando repetições explicativas.

5.2 Simulação Numérica de Dados Experimentais

Conforme mencionado no Capítulo 3 o modelo numérico apresentado é validado com os resultados experimentais obtidos de vigas ranhuradas em flexão em TPBT (Three-Point Bend Test), confeccionadas com concreto de alta resistência (High Strength Concrete - HSC). Todos os testes foram realizados com a geometria apresentada na Figura 3.9 reproduzida, por conveniência, na Figura 5.1.

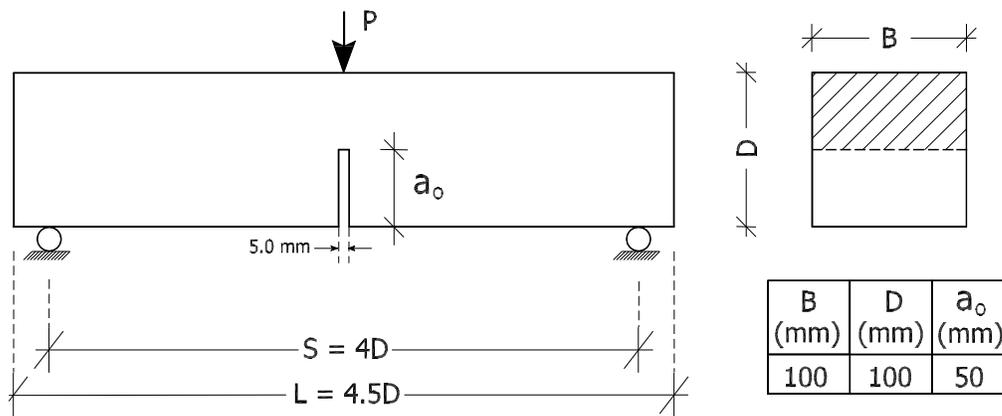


Figura 5.1: Geometria das vigas ensaiadas em TPBT.

Os coeficientes elásticos da matriz \mathbf{M} (Capítulo 4, Seção 4.3.1) foram calculados, via Método dos Elementos Finitos (Finite Element Method - FEM). O espaço de aproximação (malha de elementos) – contendo elementos retangulares e triangulares de 4 e de 3 nós, respectivamente, e dois graus de liberdade por nó – é mostrado na Figura 5.2. Nota-se que foi explorada a condição de simetria da viga em TPBT, com relação ao lugar geométrico a ser ocupado pelo frente da fratura discreta, modelando somente metade da viga. Para caracterizar a fratura discreta, pré-definida ao longo da altura útil do modelo computacional, têm-se um total de 100 elementos (101 nós equidistantes e $N = 100$ na Figura 4.5).

Para a simulação dos resultados experimentais a função $\mathfrak{F}(w, \dot{w})$ adotada para representar

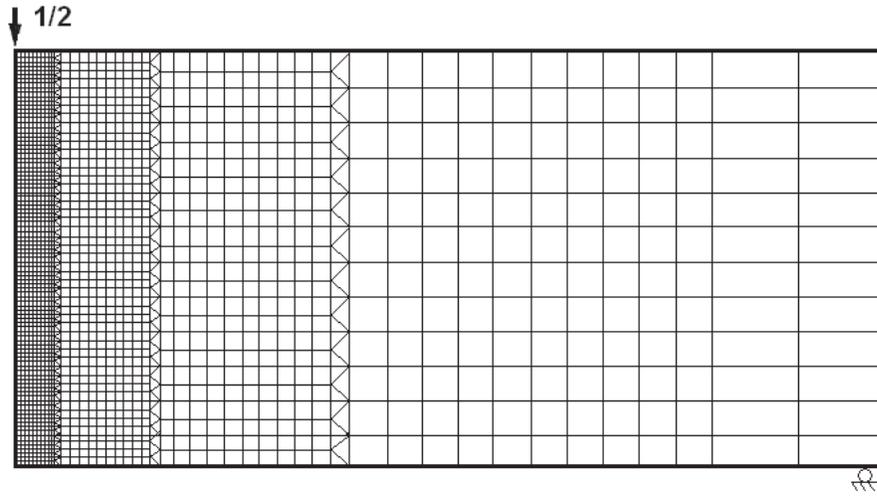


Figura 5.2: Malha de elementos utilizada para calcular os coeficientes elásticos da matriz \mathbf{M} .

o comportamento coesivo-viscoso do concreto é a que está esboçada na Figura 5.3, como uma projeção no plano $\sigma - w$. Uma vez que o modelo requer uma função $f(w)$, para representar a parcela coesiva do concreto, adotou-se a função bilinear (linha pontilhada na Figura 5.3), calculada de acordo com Guinea, Planas e Elices [35, 13]. A representação bilinear para a curva de amolecimento permite obter uma representação bastante razoável dos processos de fratura na escala macroscópica, incluindo a estimativa do pico de carga, do comportamento pós-pico e a dissipação de energia na ruptura e/ou tenacidade à fratura (ver, [13]). Os valores mostrados na Figura 5.3 estão adimensionalizados de modo que: $w^* = w/w_{ch}$, $\sigma^* = \sigma/f_t^s$ e $w_{ch} = G_F^s/f_t^s$ é a magnitude que reduz w à forma adimensional.

O trecho inicial da curva bi-linear foi obtido através de simulação numérica com uma curva linear para quantificar a energia de fratura reduzida G_{F1}^{s*} (ver, Figura B.2, Apêndice B), ajustada de maneira a se obter o valor de w_1^* que melhor aproximou o valor da carga máxima estática, $P_{máx}^s = 2,69$ kN, ou seja, o carregamento correspondente a $(\dot{\delta} = 0)$. A carga máxima estática foi determinada a partir de ajuste de curva da resposta experimental $P_{máx}$ vs. $\dot{\delta}$, mostrado na Figura 5.4. A constante de ajuste A – constante esta que permite calcular

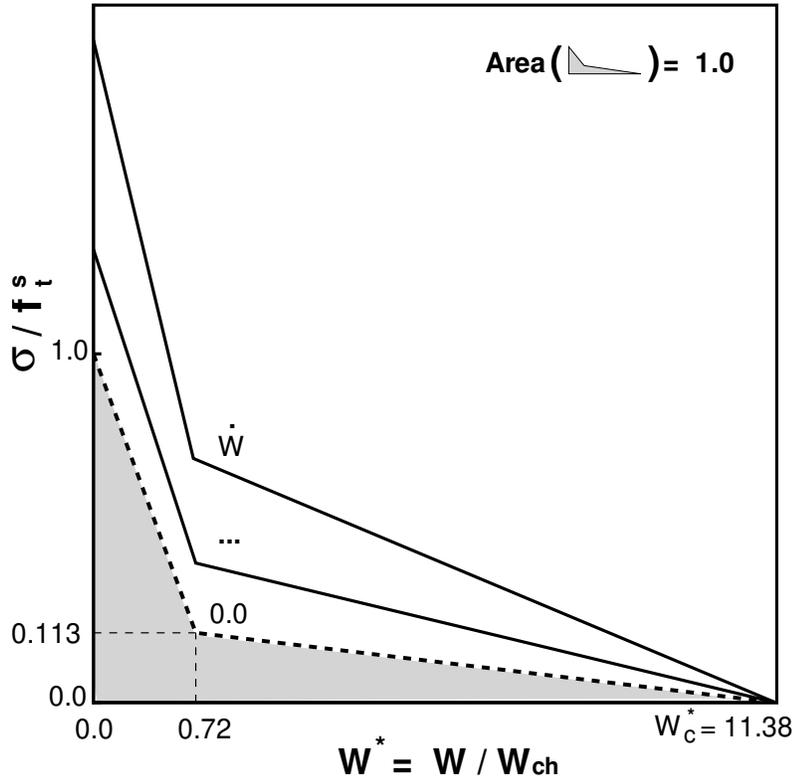


Figura 5.3: Curva $\mathfrak{F}(w, \dot{w})$ utilizada na simulação de resultados experimentais.

w_G^* e, conseqüentemente, junto com w_1^* , os valores notáveis: σ_k^* , w_k^* e w_c^* da curva bilinear (ver, Figura B.1, Apêndice B) – foi adotada como sendo a média dos valores calculados no ensaio experimental E1TPBV1, uma vez que nesse ensaio a taxa de carregamento empregada é a que mais se aproxima de $\dot{\delta} = 0$. A Tabela 5.1 mostra os valores obtidos para w_1^* e A .

Os valores calculados para os parâmetros n e \dot{w}_0 , parâmetros estes requeridos no modelo coesivo-viscoso, foram obtidos conforme a seguir:

- Uma vez que o modelo apresentado se baseia na evidência experimental de que o pico de carga aumenta com a taxa de solitação, obteve-se o valor do termo viscoso n com o ajuste da curva experimental para os valores máximos de carga em função da taxa de solitação ($P_{máx}$ vs. $\dot{\delta}$, Figura 5.4);

Tabela 5.1: Valores calculados para os parâmetros w_1^* e A .

w_1^*	A [N×mm ²]
0,80	82,394

Tabela 5.2: Valores calculados para os parâmetros n e \dot{w}_0 requeridos pelo modelo coesivo-viscoso.

n	\dot{w}_0 [mm/s]
0,16	$9,65 \times 10^{-2}$

- Calculado o termo viscoso n obteve-se o parâmetro \dot{w}_0 com um procedimento inverso, não automatizado, onde se ajustou o valor de \dot{w}_0 ao correspondente valor de n .

Os valores obtidos para n e \dot{w}_0 constam na Tabela 5.2. Os parâmetros de fratura do concreto de alta resistência empregado na confecção das vigas em TPBT, necessários à análise numérica, estão resumidos na Tabela 5.3.

As Figuras 5.4 e 5.5 mostram os resultados experimentais e numéricos obtidos para a carga máxima (P_{max}/P_{max}^s) e para a energia de fratura aparente (G_F/G_F^s) para os diferentes valores da taxa de solitação aplicada. Nestas figuras as curvas de ajuste, obtidas por quadrados mínimos, para a resposta numérica (curva (C-1)) e para a resposta experimental (curva (C-2)) também estão plotadas. As equações de ajuste obtidas também constam nas respectivas figuras.

Tabela 5.3: Propriedades mecânicas do concreto endurecido.

	$E_c^{(a)}$ (GPa)	$f_t^{s,(b)}$ (MPa)	$G_F^{s,(c)}$ (N/m)	$\ell_{ch}^{(d)}$ (mm)	$\beta_H^{(e)}$
Média	33.9	5.2	128	160.47	0.6232
Std	1.2	0.43	-	-	-

(a) ensaio de compressão axial em cilindros;

(b) ensaio de compressão diametral em cilindros (Ensaio Brasileiro);

(c) valores obtidos através de ajuste de curva a partir dos resultados experimentais;

(d) $\ell_{ch} = E_c G_F^s / f_t^{s2}$;

(e) $\beta_H = D / \ell_{ch}$.

Na resposta numérica mostrada na Figura 5.5, a energia aparente de fratura foi obtida com a relação entre o trabalho total de fratura dividido pela área do ligamento no fronte da fratura inicial $A_{lig} = B(D - a_0)$. O trabalho total de fratura é a soma do trabalho medido sob a curva P vs. δ mais a área resultante do prolongamento da curva ajustada na extremidade da curva com a função hiperbólica $P = A(1/\delta^2 - 1/\delta_u^2)$ (ver, Apêndice A).

A energia aparente de fratura calculada a partir da resposta numérica superestimou em 0,20, 0,38 e 0,35 o valor da energia de fratura média obtida a partir dos resultados experimentais para as três maiores taxas de sollicitação. Para as duas menores velocidades as respostas experimental e numérica são praticamente as mesmas. Certamente um aprofundamento no método de cálculo envolvendo o \dot{w}_0 , requerido pelo modelo coesivo-viscoso, permitirá o cálculo da energia de fratura aparente com maior correção. Conforme mostrado na Figura 5.5, devido a taxa de sollicitação, a energia de fratura não pode ser considerada como uma constante do material.

Vê-se claramente nas Figuras 5.4 e 5.5 que o modelo coesivo-viscoso é capaz de reproduzir qualitativamente o incremento de G_F/G_F^s com o aumento de $\dot{\delta}$. O modelo também é capaz

de reproduzir o aumento de (P_{max}/P_{max}^s) com o aumento de $\dot{\delta}$, em concordância com os resultados experimentais. Em suma, a energia aparente de fratura e o pico de carga aumentam, monotonicamente, com o aumento da taxa de sollicitação.

As Figuras 5.6 - 5.10 comparam as curvas P vs. δ), obtidas com a simulação numérica, e as curvas obtidos com os experimentos para as diferentes velocidade empregadas nos testes. Mais uma vez as respostas numérica apresentam excelente concordância com os resultados experimentais. Desses resultados vê-se que o modelo implementado, apesar de sua simplicidade, reflete o fato experimentalmente documentado de que a nucleação e a propagação de uma fratura em um meio coesivo, bem como os fenômenos que governam os processos de fratura, são dependentes da taxa de carregamento e/ou de deformação. Assim, a diferença obtida por muitos pesquisadores na medida da energia de fratura (ver, [9, 112, 53, 1]) não se deve unicamente à escala do protótipo ensaiado mas também à taxa de carregamento aplicada nos ensaios.

As Figuras 5.11- 5.15 mostram a evolução da velocidade de propagação da ponta da fratura (V_c), para as cinco velocidades empregadas nos testes experimentais, a medida que a fratura avança de uma quantidade $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$, onde: $\alpha_0 = a_0/D$. Vê-se que, a cada instante, a fratura se propaga com velocidades diferentes, apesar de mantida a taxa de sollicitação. Nessas figuras também é mostrado o valor do carregamento no instante em que a ponta da fratura se encontra na posição α .

A variação da velocidade de avanço da fratura não foi contemplada nos ensaios experimentais, portanto, não estão mostrados nas Figuras 5.11 - 5.15. Esses resultados são apresentados aqui com a finalidade de explorar o espectro de dados que podem ser capturados com o modelo coesivo-viscoso visando um maior entendimento do comportamento provável da fratura, conseqüência da influência da taxa de sollicitação. Essa exploração também permite avaliar

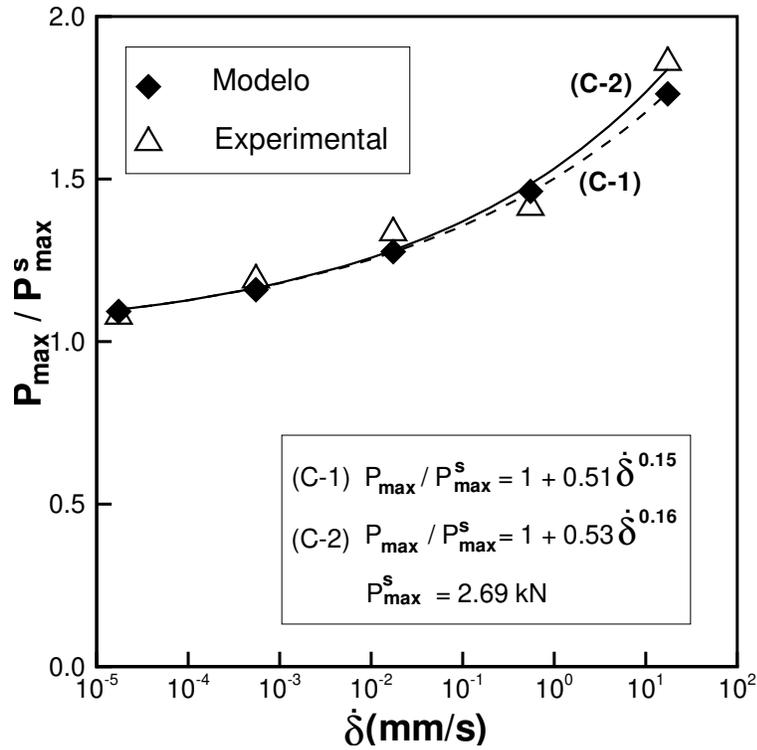


Figura 5.4: Ajuste de curvas e comparação entre os resultados numéricos e experimentais para o pico de carga em função da taxa de solitação.

a abrangência do modelo, seja pela comparação com teorias já consagradas e validadas ou para identificar possíveis mecanismos que não podem ser capturados nos métodos de ensaio.

De acordo com as Figuras 5.11 - 5.15 a velocidade de propagação da ponta da fratura cresce até um valor máximo absoluto situado a $\approx 0.75D$ a partir do qual decresce de maneira gradual. Uma possível explicação para esse decréscimo é a formação de uma rótula não necessariamente plástica na região de ligamento sano ($b \cong 0.25D$), devido à componente de compressão que deve existir para equilibrar as forças de tração na área fraturada. Essa hipótese está apoiada pela resposta experimental para os espécimes em TPBT quando faz-se a compensação do peso próprio do espécime, ou seja, o espécime não rompe por completo girando continuamente ao redor dos apoios, o que limita o avanço da fratura. Como os ensaios não podem ser realizados em um tempo infinito o ensaio é paralisado (normalmente

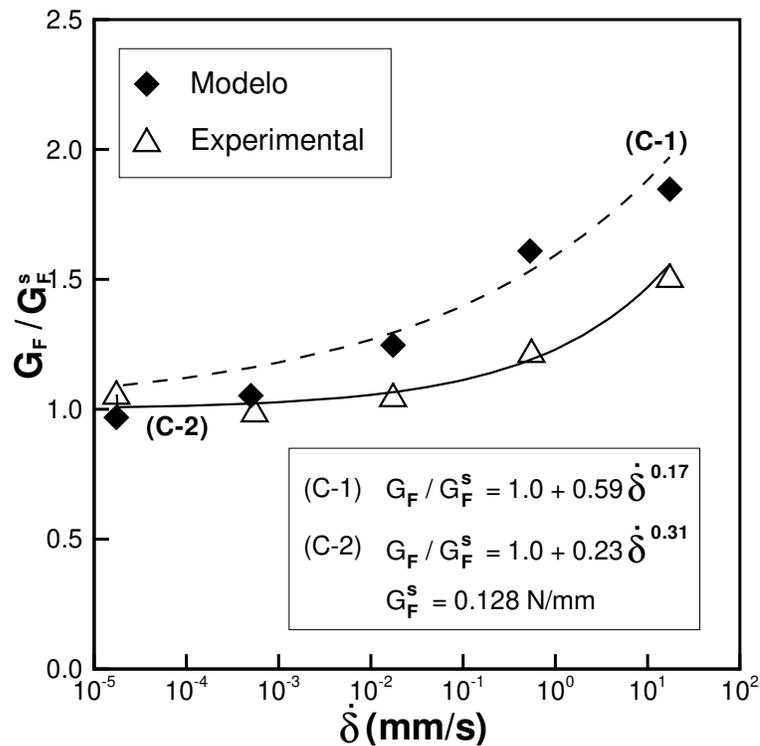


Figura 5.5: Ajuste de curvas e comparação entre os resultados numéricos e experimentais para a energia de fratura em função da taxa de solitação.

para valores de $\delta \approx 2,5$ a $3,0$ mm) e um ajuste de curva é necessário para se contemplar o restante de trabalho necessário para fraturar por completo o espécime ensaiado (ver, [35, 13]).

As Figuras 5.11 - 5.15 também mostram que a velocidade de propagação da ponta da fratura passa por três fases distintas antes de atingir um valor máximo, conforme se observa pelas diferentes inclinações ao longo do trecho ascendente. É interessante notar que próximo ao pico de carga a inclinação da curva V_c vs. a_0/D é menos acentuada, o que indica uma possível redução da taxa de deformação na zona de processos de fratura (Fracture Process Zone - FPZ). Nos espécimes estruturais analisados a posição da ponta da fratura no pico de carga, conforme mostrado nas Figuras 5.11 - 5.15, é $\alpha \approx 0,65a_0/D$. A partir desta análise pode se supor que internamente uma fratura se nucleia à diferentes taxas de deformação, ou seja, diferentes pontos na superfície da fratura consomem quantidades diferentes de energia

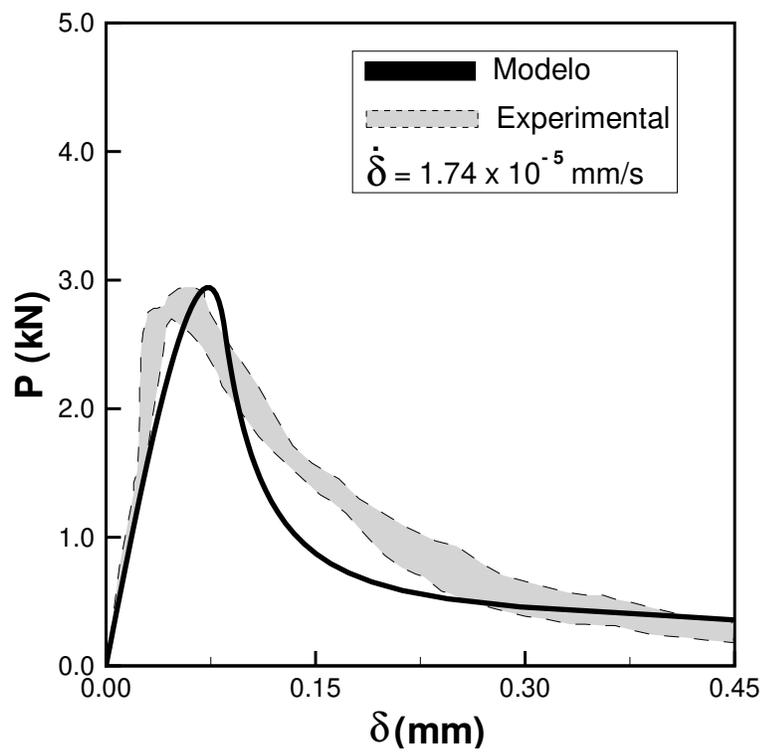


Figura 5.6: Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{-5} \text{ mm/s}$.

que, por sua vez, irão determinar o padrão de fissuração do sólido fraturado.

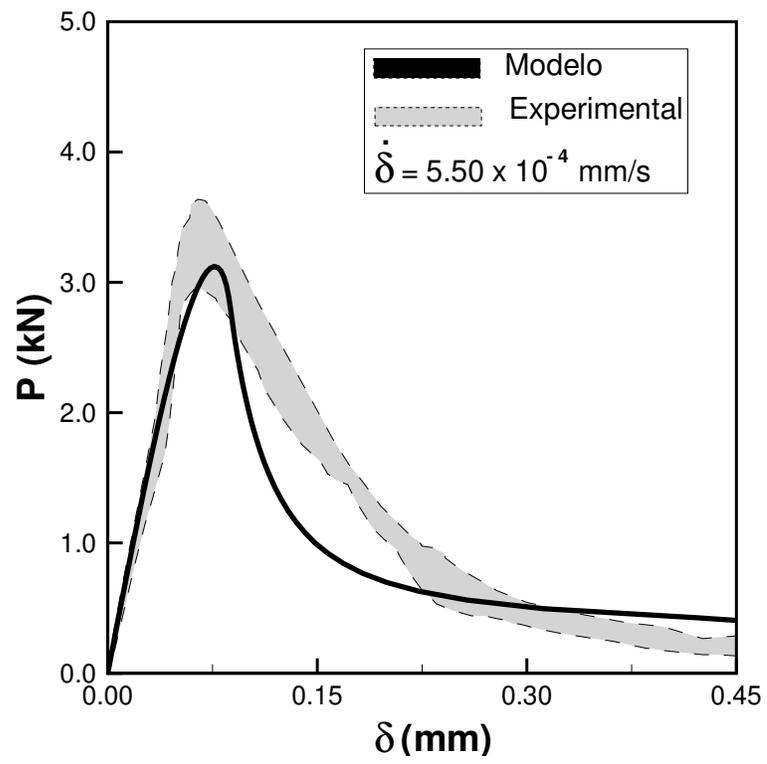


Figura 5.7: Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 5,50 \times 10^{-4}$ mm/s.

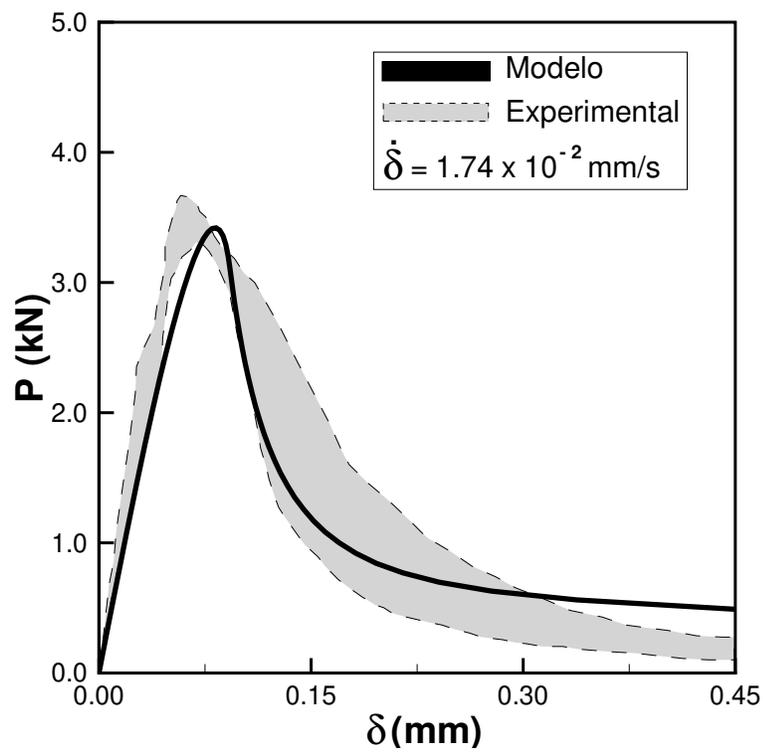


Figura 5.8: Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 1.74 \times 10^{-2} \text{ mm/s}$.

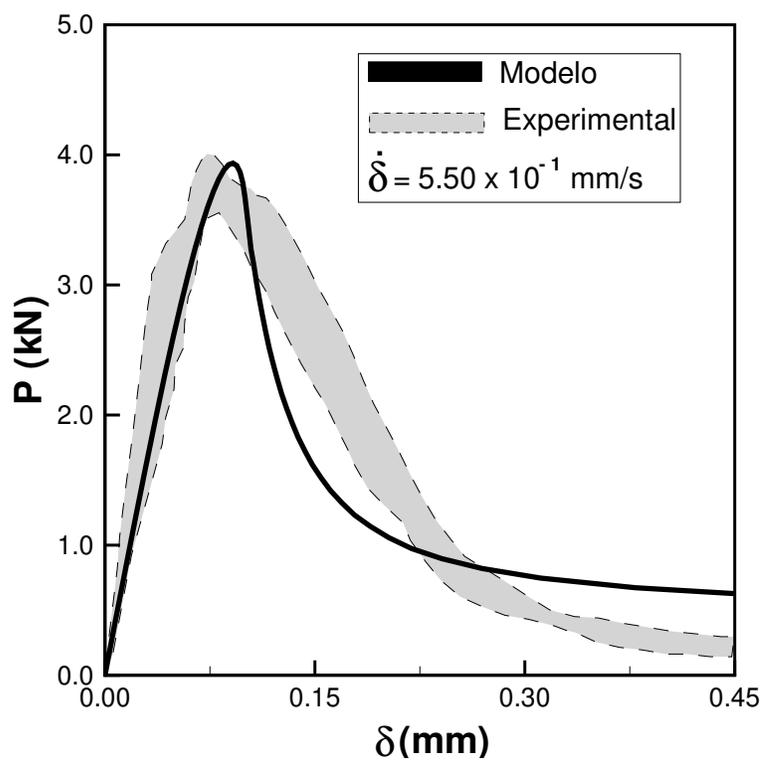


Figura 5.9: Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 5,50 \times 10^{-1} \text{ mm/s}$.

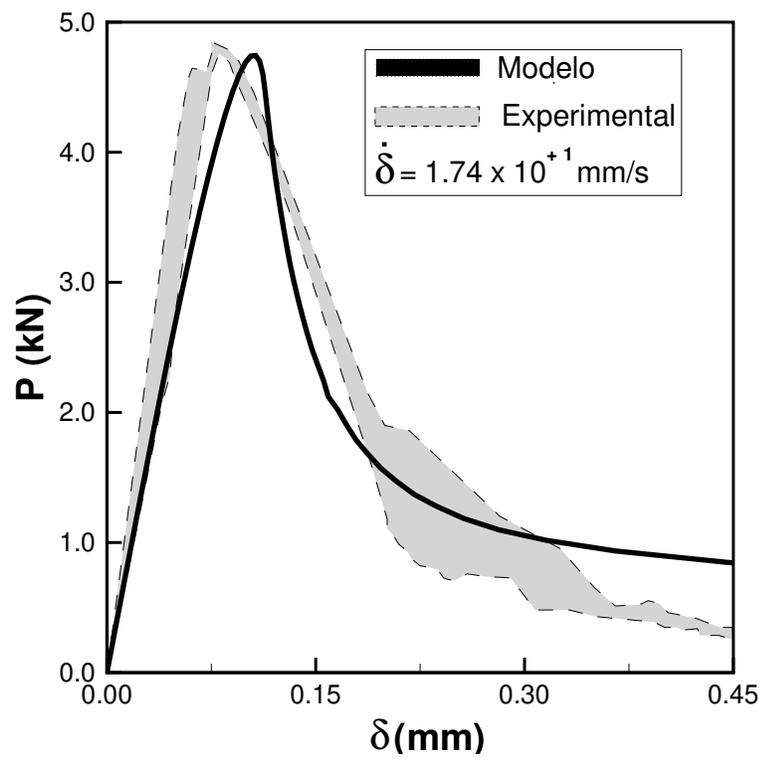


Figura 5.10: Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^1$ mm/s.

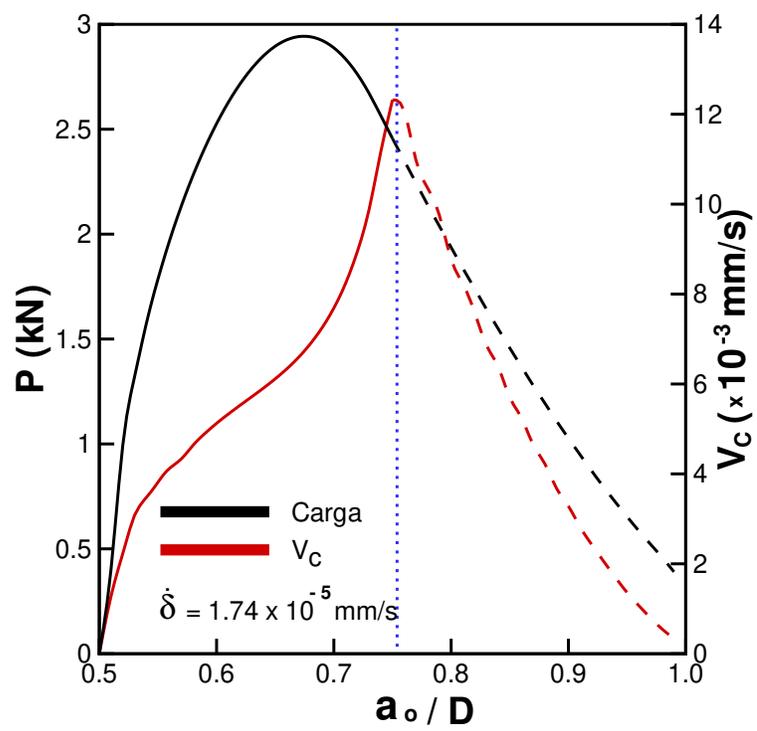


Figura 5.11: Curva V_c vs. a_0/D para $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{-5}$ mm/s.

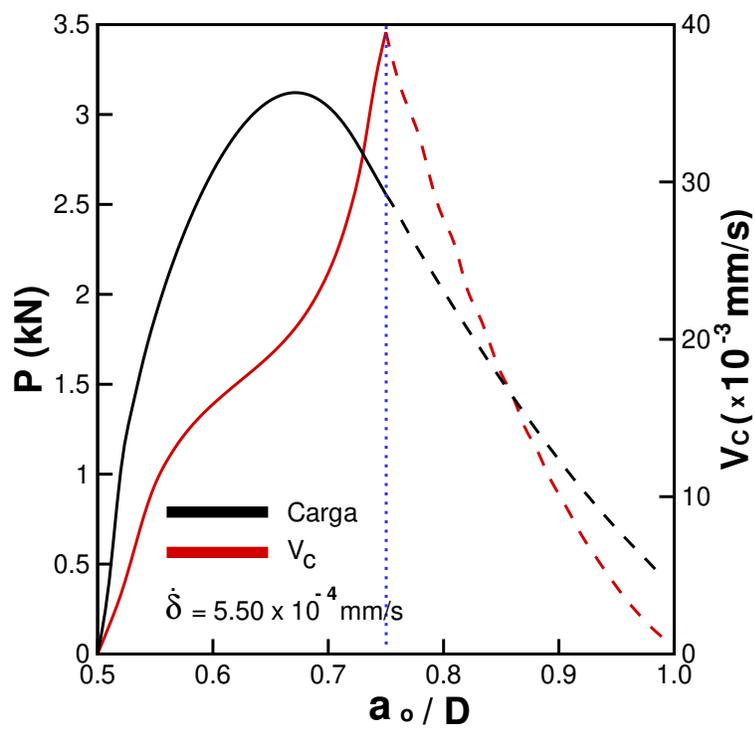


Figura 5.12: Curva $P - \delta$ para $\dot{\delta} = 5,50 \times 10^{-4} \text{ mm/s}$.

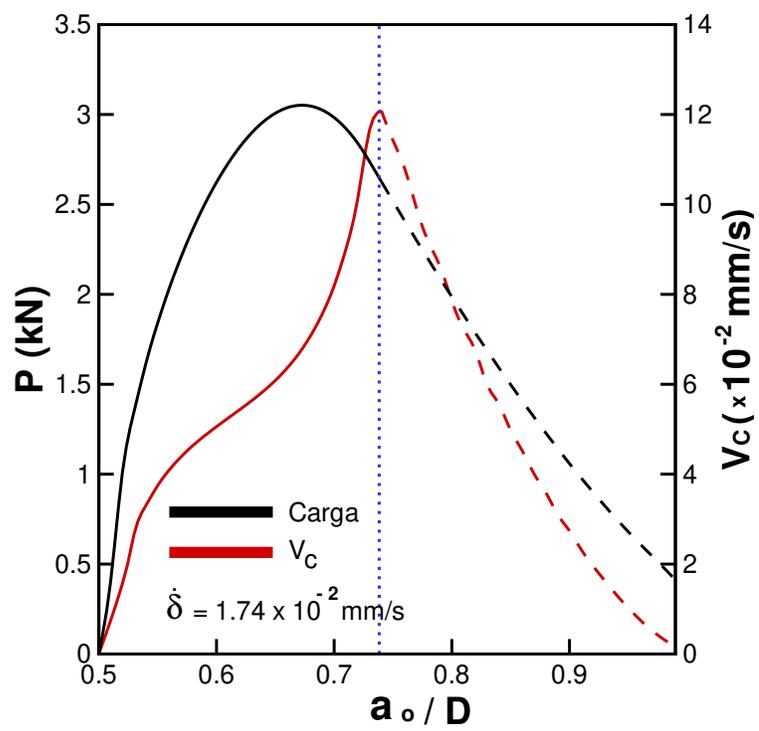


Figura 5.13: Curva V_c vs. a_0/D para $\dot{\delta} = 1.74 \times 10^{-2} \text{ mm/s}$.

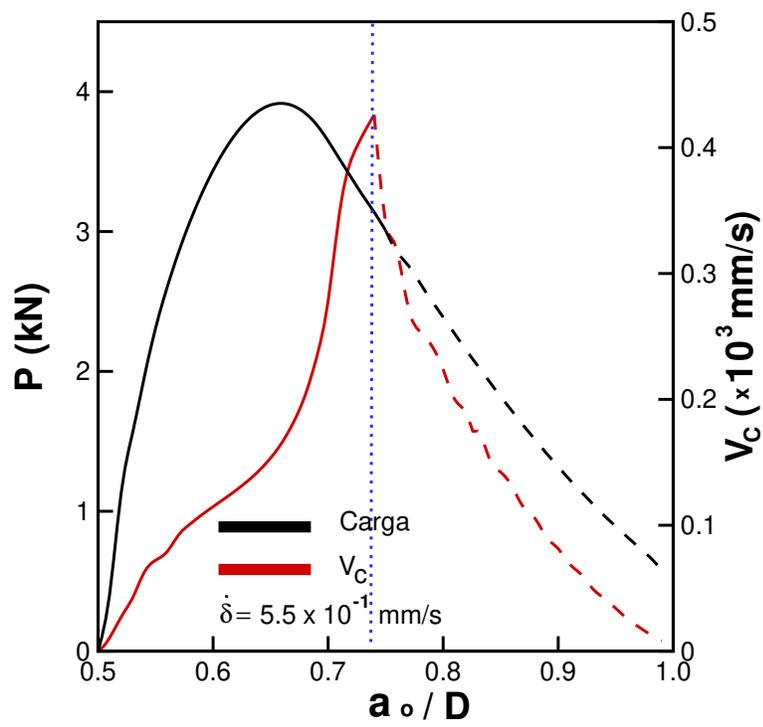


Figura 5.14: Curva V_c vs. a_0/D para $\dot{\delta} = 5,50 \times 10^{-1}$ mm/s.

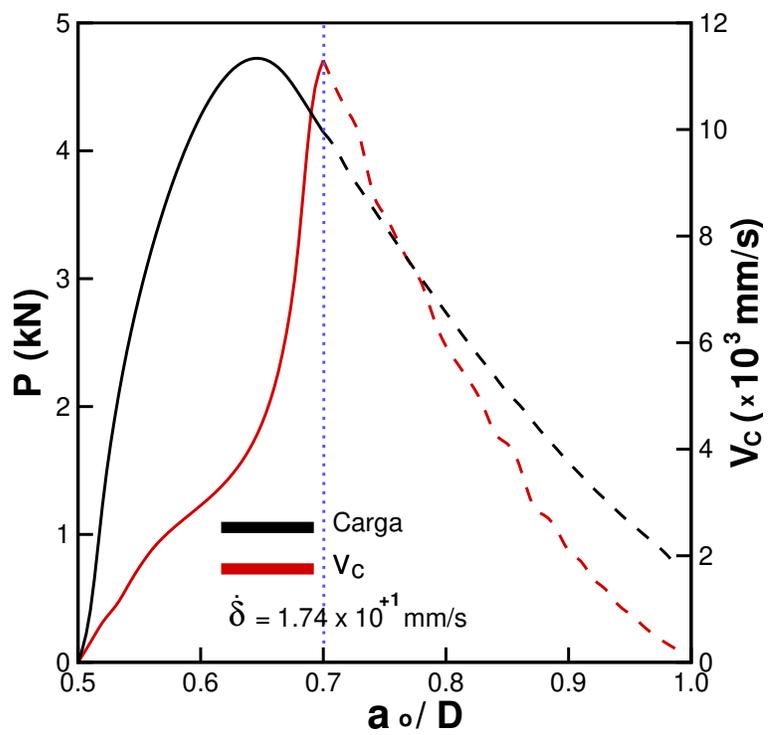


Figura 5.15: Curva V_c vs. a_0/D para $\dot{\delta} = 1,74 \times 10^{+1}$ mm/s.

5.3 Estudos Paramétricos

Nesta seção são apresentados resultados numéricos que apontam como os parâmetros do modelo coesivo-viscoso, bem como as dimensões geométricas da viga em TPBT, afetam a resposta do material e a resposta estrutural em fratura quase-frágil. Em particular será investigado:

- A influência da taxa de carregamento no pico de carga para alguns valores do índice de viscosidade n ;
- A influência da taxa de carregamento e o efeito escala na quantificação da energia de fratura;
- A influência da taxa de carregamento na fragilidade do espécime estrutural e na sensibilidade ao entalhe.

Nos estudos paramétricos a representação linear para a função $f(w^*)$ (linha pontilhada na Figura 5.16) foi a curva adotada. Os parâmetros materiais, quando não especificados, são os mesmos parâmetros empregados na análise numérica dos dados experimentais (ver Tabela 5.3). A semelhança das análises numéricas realizadas, anteriormente, na simulação numérica de dados experimentais, nos estudos paramétricos a energia aparente de fratura, G_F , é a razão entre o trabalho total, calculado a partir da curva P vs. δ , obtida com a simulação, e a projeção da área do ligamento $A_{lig} = B(D - a_0)$.

Nas Figura 5.17(a) e 5.17(b) estão plotadas as curvas adimensionais carga ($2P/BDF_t^s$) vs. deslocamento do ponto de aplicação de carga (δ/w_{ch}) para os valores $n = 0, 15$ e $n = 0, 30$ ao variar a taxa de carregamento aplicada $\dot{\delta}/\dot{w}_0$, desde 0 até 10^3 .

Como se verifica nas Figuras 5.17(a) e 5.17(b), as curvas adimensionais carga ($2P/BDF_t^s$) vs. deslocamento do ponto de aplicação de carga (δ/w_{ch}) respondem de maneira similares. Conforme esperado ao aumentar a taxa de carregamento aplicada têm-se um aumento do pico de carga e/ou aumento do módulo de ruptura do material. Uma comparação entre essas figuras mostra que para taxas de carregamento adimensionais inferiores a $\dot{\delta}/\dot{w}_0 = 10^2$ o aumento no pico de carga é mais pronunciado para $n = 0,15$ do que para $n = 0,30$. Sendo n um fator viscoso e, portanto, relacionado com a natureza porosa e o transporte de água no interior do material, esse comportamento indica a possibilidade de uma interação que relaciona a umidade do espécime estrutural e fenômenos que ocorrem na estrutura interna do material, tal como a migração de água na rede de poros.

Também, nas Figuras 5.17(a) e 5.17(b), têm-se que, o aumento na taxa de solitação implica no aumento do deslocamento correspondente ao pico de carga. Esse aumento do deslocamento correspondente ao pico de carga indica que a localização da fratura é retardada nos casos dinâmicos ($\dot{\delta} \neq 0$). Como conseqüência pode se supor que a FPZ acumula uma maior energia de deformação, antes da localização da fratura, o que ocasiona um comportamento mais frágil do material comparado com a resposta admitida como estática ($\dot{\delta} = 0$).

Nas Figuras 5.18 e 5.19 estão plotadas, respectivamente, as curvas adimensionais carga ($P_{m\acute{a}x}/P_{m\acute{a}x}^s$) vs. taxa de carregamento ($\dot{\delta}/\dot{w}_0$) e energia aparente de fratura (G_F/G_F^s) vs. taxa de carregamento aplicada ($\dot{\delta}/\dot{w}_0$) para diferentes valores de n . Nessas figuras vê-se que para valores de $\dot{\delta}/\dot{w}_0$ menores que 10^2 , quanto menor é o valor do índice n mais pronunciado é o aumento do pico de carga e na energia aparente de fratura para uma dada taxa de solitação. Após esse valor têm-se uma inversão dessa comportamento, ou seja, quanto maior for o valor do índice de viscosidade, n , maior será a taxa de aumento da resistência interna do material e da energia aparente de fratura que tendem para um valor limite de velocidade, capaz de influenciar a resposta em fratura. Assim deve haver um ponto de transição para

a taxa de sollicitação (velocidades superiores a $\dot{\delta}/\dot{w}_0 = 10^2$ nesse exemplo) de maneira que quanto maior for a influência da migração de água na rede de poros do material (o que indica maior n) maior é o aumento da sua resistência interna e da tenacidade à fratura.

Também, para valores grandes de n ($n = 0,60$ nos exemplos das Figuras 5.18 e 5.19), o pico de carga e a energia aparente de fratura são praticamente constantes para valores de $\dot{\delta}/\dot{w}_0$ até $\approx 10^0$. Conforme comentário anterior, uma vez que muito provavelmente n é um parâmetro que pode estar relacionado com a presença de água na rede de poros do material, a energia aparente de fratura pode ser considerada como independente da taxa de sollicitação apenas para uma determinada faixa de valores e para uma certa quantidade de água atuando na rede de poros do material. A confirmação ou não dessas hipóteses através de experimentos que permitam o estudo dos mecanismos relacionados as interações micro-mecânicas na zona de processos de fratura, devido a da taxa de sollicitação e/ou de deformação, pode trazer um maior entendimento dessa influência na resposta em fratura quase-frágil. Tal fato pode ter desdobramentos importantes na avaliação do desempenho e segurança de estruturas de concreto submersas (*e.g.*, como são as barragens).

As Figuras 5.20(a) e 5.20(b) mostram as curvas adimensionais carga ($2P/BDf_t^s$) vs. deslocamento ($\delta/\beta_H w_{ch}$) para os casos estático ($\dot{\delta}/\dot{w}_0 = 0$) e dinâmicos ($\dot{\delta}/\dot{w}_0 \neq 0$) para diferentes tamanhos (β_H variando de 0,25 até 4,0), fixando o valor do índice de viscosidade em 0,15 (nos estudos realizados variou-se o valor de n desde 0,075 até 0,6. Os casos mostrados nas Figuras 5.20(a) e 5.20(b) são somente um exemplo para um valor específico do índice n , uma vez que as simulações com os demais valores de n apresentaram todos a mesma tendência). Como pode ser visto, em ambos os casos, a medida que o tamanho estrutural aumenta (aumento de β_H) o pico de carga relativo diminui, exibindo efeito escala.

Observando as Figuras 5.20(a) e 5.20(b) está claro que a resistência do elemento estrutural decresce a medida que se aumenta a escala estrutural, ainda que a viga de maior tamanho ($\beta_H = 4$) foi carregada com uma taxa de carregamento 16 vezes maior que a viga de menor tamanho ($\beta_H = 0,25$). Em outras palavras, para a faixa de carregamento estudada, o efeito escala tem um importante papel se comparado com o efeito da taxa de carregamento. É curioso observar que, devido à influência da taxa de carregamento, pode-se reproduzir a resposta em fratura de uma viga de maior tamanho com uma viga proporcionalmente menor (*e.g.*, a curva com $\beta_H = 4,0$ na Figura 5.20(b) é semelhante a curva com $\beta_H = 2,0$ na Figura 5.20(a)).

Nas Figuras 5.21 - 5.23 a sensibilidade ao entalhe na medida da energia aparente de fratura é mostrado para diferentes valores de n e tamanho do espécime estrutural β_H . Para um valor fixo da relação a_0/D a energia aparente de fratura é mais pronunciada para grandes espécimes. Para os casos dinâmicos para um valor fixo de a_0/D e de β_H , a energia de fratura aparente (G_F/G_F^s) aumenta com o aumento de do índice n .

Para a relação entalhe altura útil $a_0/D > 0,7$) o espécime estrutural apresenta uma grande sensibilidade ao entalhe (Figuras 5.21 - 5.23). Nessa faixa de valores a viga experimenta um aumento da sua ductilidade causada pela redução do tamanho do ligamento. Isso implica e um inadequado desenvolvimento da FPZ no fronte da fratura. A influência do entalhe na ductilidade estrutural pode ser visualizada com mais clareza na Figura 5.24, que mostra a curva adimensional carga ($2P/BDF_t^s$) vs. deslocamento do ponto de aplicação de carga (δ/w_{ch}) obtida para a_0/D variando de 0,10 a 0,8. Analisando as Figuras 5.21-5.23 pode se concluir que para qualquer valor da taxa de carregamento ($\dot{\delta}/\dot{w}_0$) para $0 < a_0/D < 0,7$ a diminuição da energia de fratura aparente (G_F/G_F^s) é pequena e, entretanto, difícil de ser detectada experimentalmente. Assim, as Figuras 5.21 - 5.23 indicam que o tamanho do entalhe não deve ultrapassar a 70% da altura da viga a fim de se evitar consideráveis erros ao medir a energia de fratura, tanto em condições estáticas quanto dinâmicas.

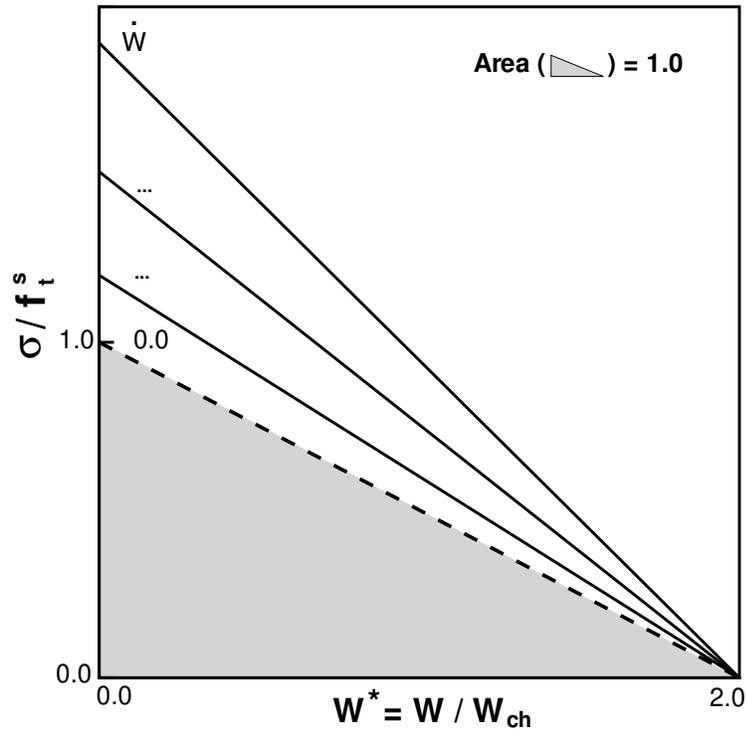


Figura 5.16: Curva $\mathfrak{F}(w, \dot{w})$ utilizada nas análises paramétricas.

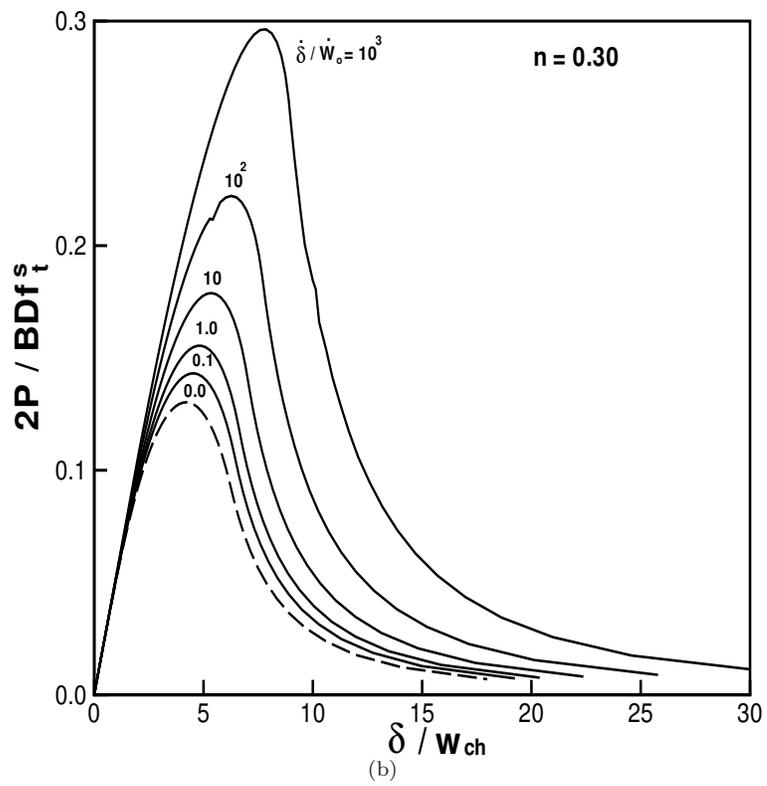
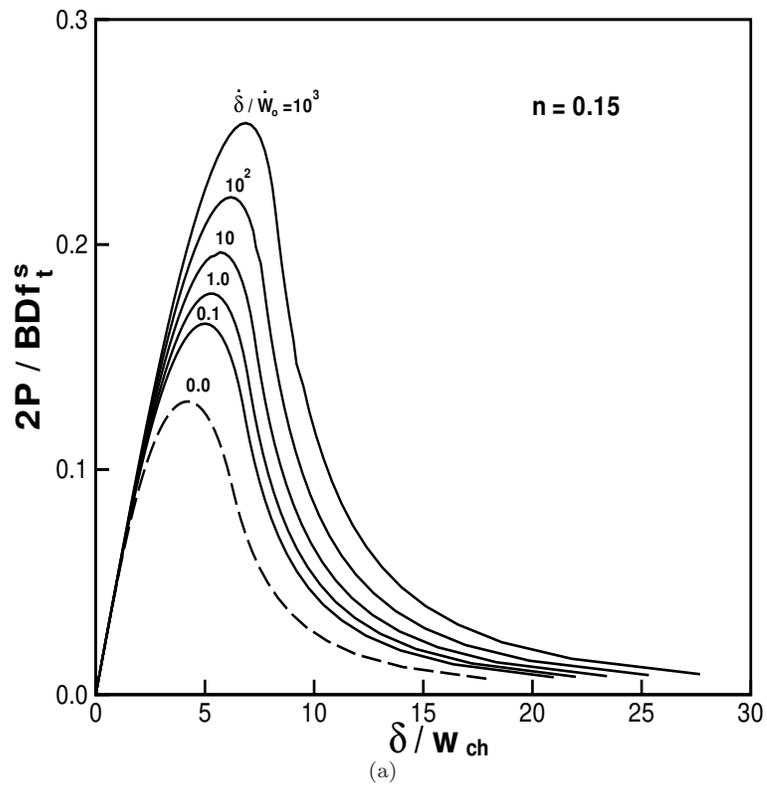


Figura 5.17: Curvas adimensionais carga ($2P/BDF_t^s$) vs. deslocamento do ponto de aplicação de carga (δ/w_{ch}) para $n = 0, 15$ e $n = 0, 30$.

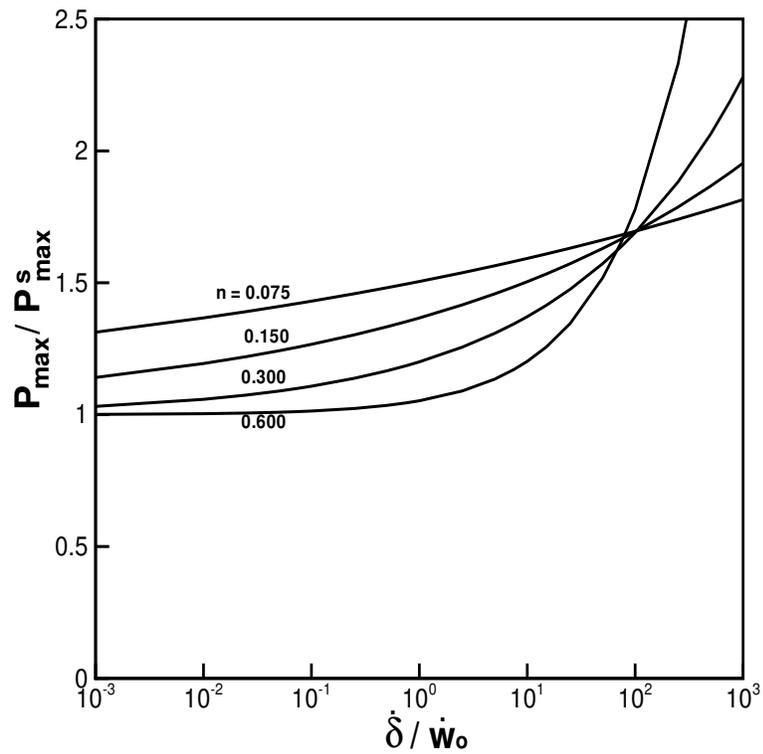


Figura 5.18: Curvas adimensionais carga P_{\max} / P_{\max}^s vs. velocidade de deslocamento do ponto de aplicação de carga ($\dot{\delta} / \dot{w}_0$) para diferentes valores do índice n .

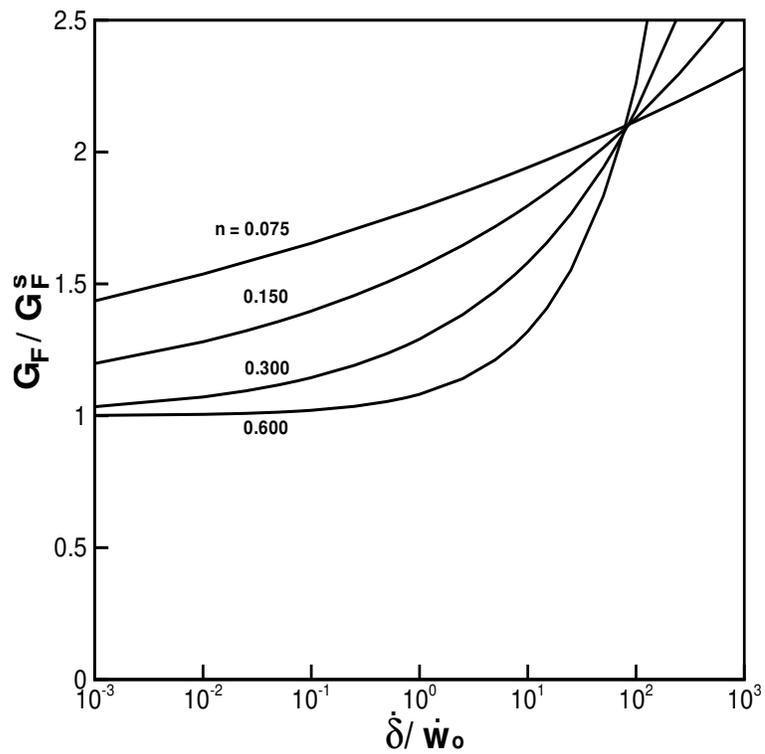


Figura 5.19: Curvas adimensionais energia aparente de fratura (G_F/G_F^s) vs. velocidade de deslocamento do ponto de aplicação de carga ($\dot{\delta}/\dot{w}_0$) para diferentes valores do índice n .

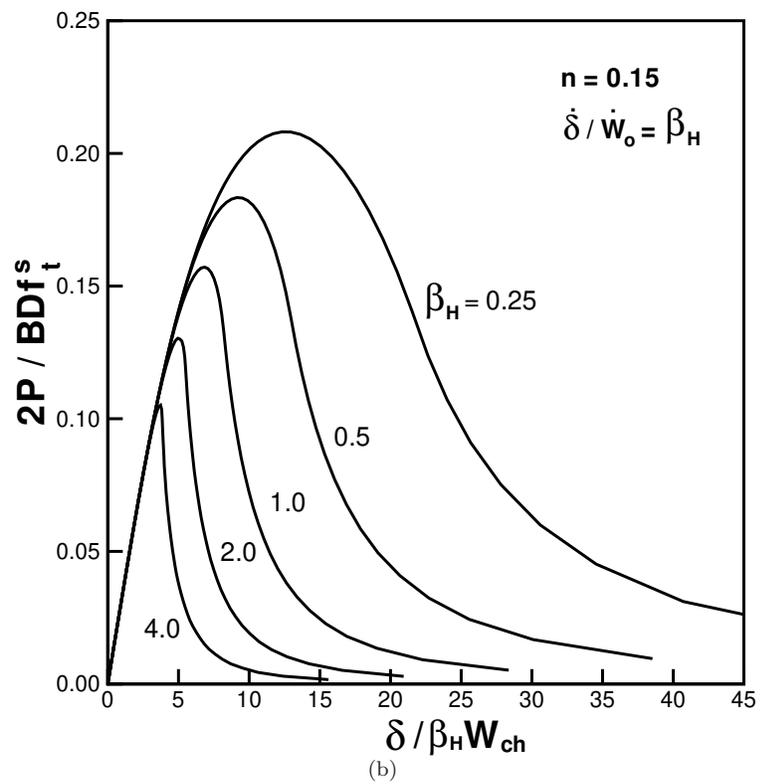
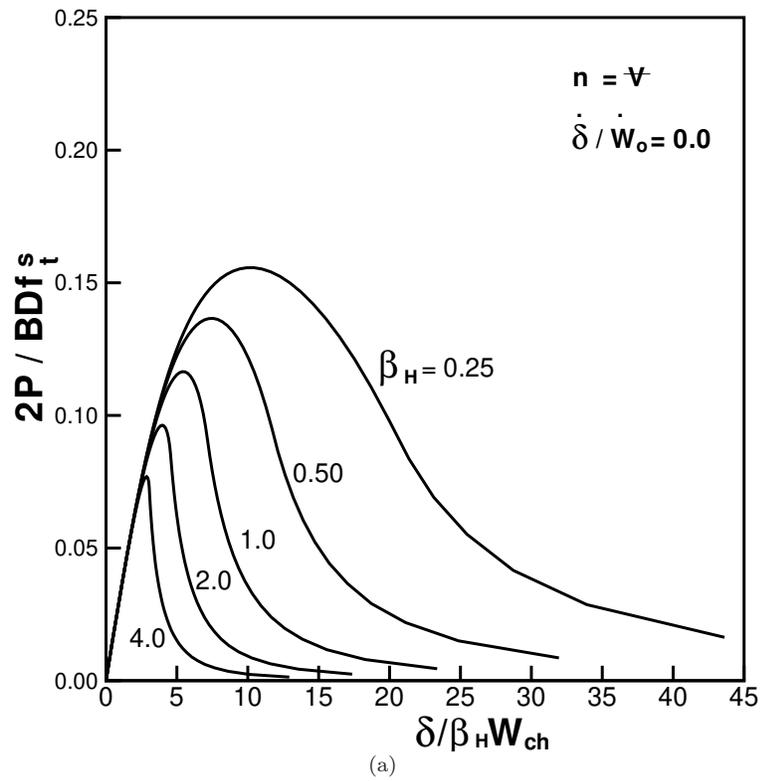


Figura 5.20: Curvas adimensionais carga ($2P/BDf_t^s$) vs. deslocamento ($\delta/\beta_H w_{ch}$) para diferentes velocidades de solitação ($\dot{\delta}/\dot{w}_0 = 0$ e $\dot{\delta}/\dot{w}_0 = \beta_H$).

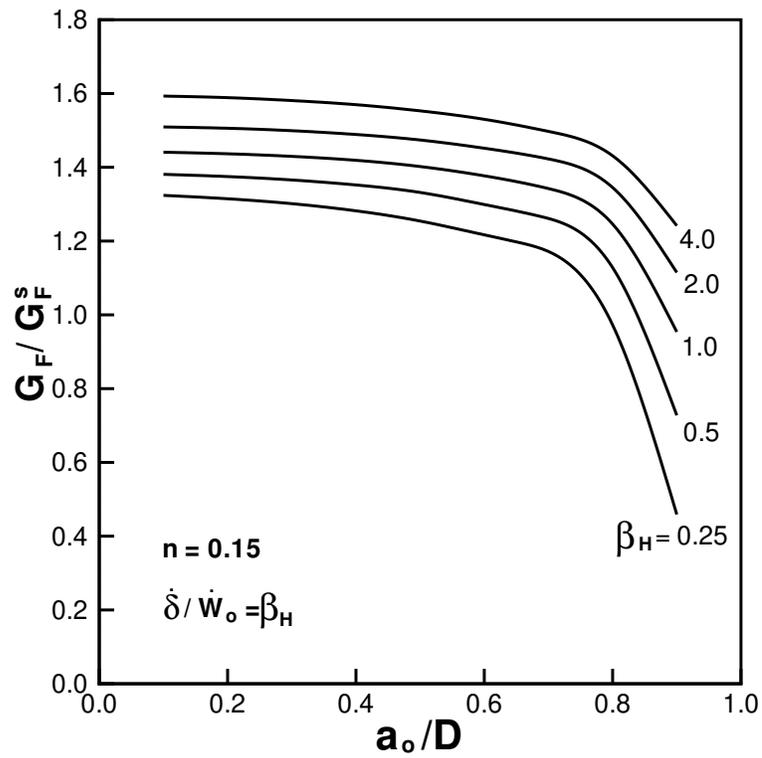


Figura 5.21: Sensibilidade na medida da energia aparente de fratura (G_F/G_F^s) vs. profundidade do entalhe (a_0/D) para diferentes valores de β_H e da taxa de sollicitação $\dot{\delta}/\dot{w}_0$ para $n = 0, 15$.

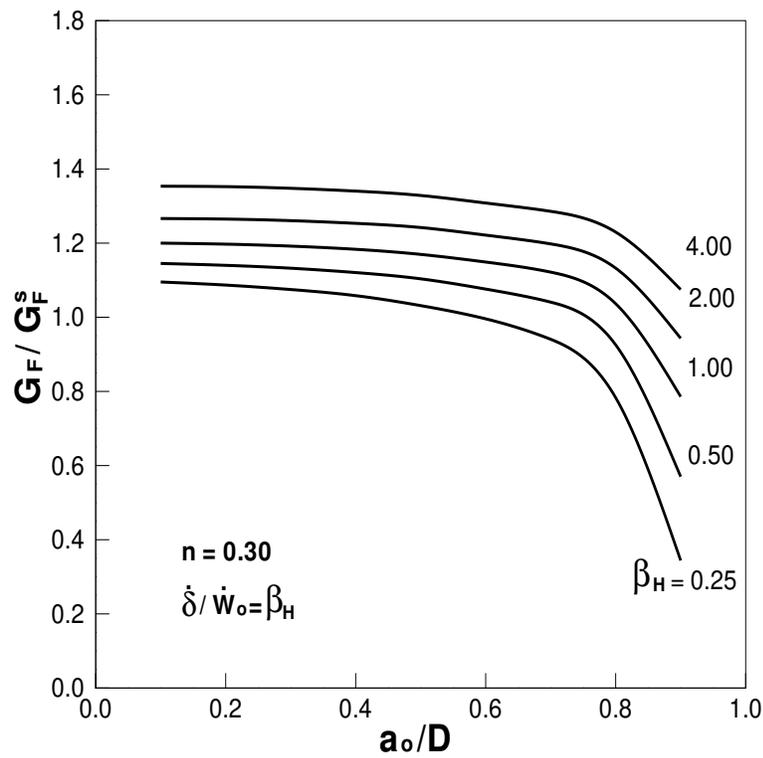


Figura 5.22: Sensibilidade ao entalhe na medida da energia aparente de fratura (G_F/G_F^s) vs. profundidade do entalhe (a_0/D) para diferentes valores de β_H e da taxa de sollicitação δ/\dot{w}_0 para $n = 0,30$.

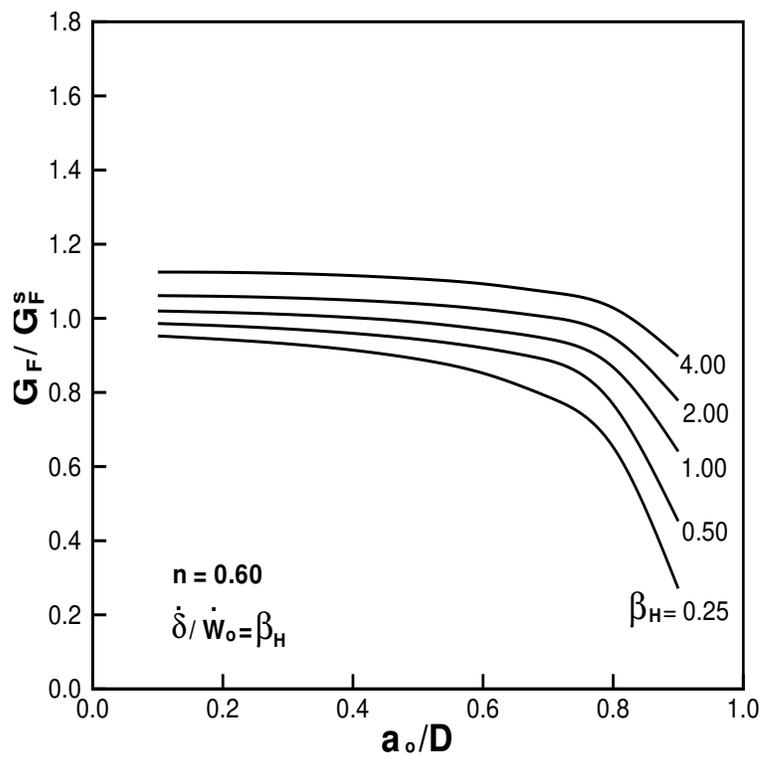


Figura 5.23: Sensibilidade ao entalhe na medida da energia aparente de fratura (G_F/G_F^s) vs. profundidade do entalhe (a_0/D) para diferentes valores de β_H e da taxa de sollicitação $\dot{\delta}/\dot{w}_0$ para $n = 0,60$.

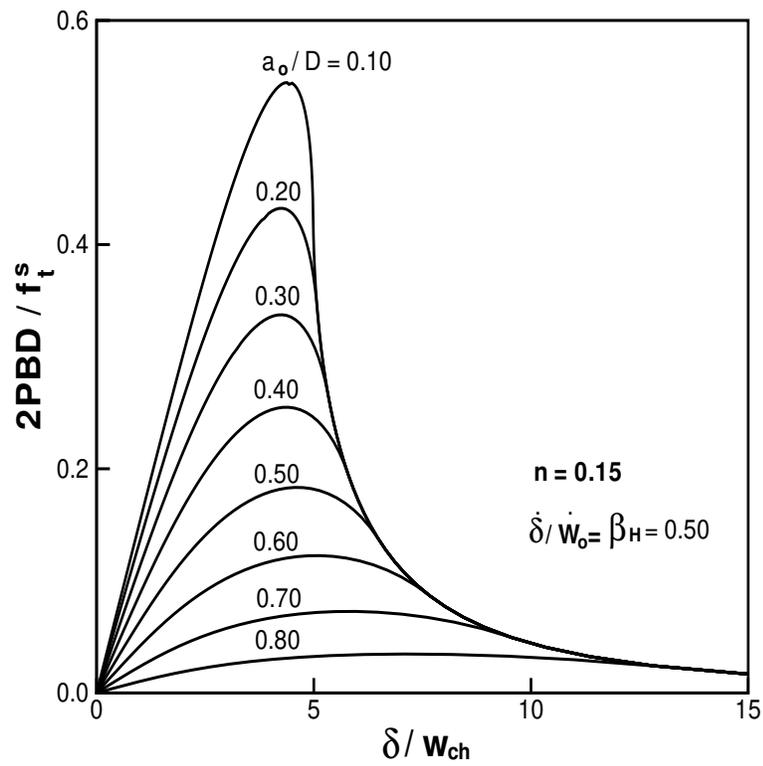


Figura 5.24: Influência da profundidade do entalhe (a_0/D) na curva adimensional carga ($2PBD/f_t^s$) vs. deslocamento (δ/w_{ch}).

Capítulo 6

Considerações Finais

6.1 Resumo e Conclusões

Esta tese abordou o estudo dos processos de fratura na ruptura quase-frágil do concreto de alta resistência (High Strength Concrete - HSC), devido a influência da taxa de carregamento aplicada e/ou taxa de deformação. Nesse contexto, um modelo de fratura dependente do tempo foi apresentado.

O modelo dependente do tempo representa uma lei coesiva-viscosa — para considerar a escala tempo e o comportamento coesivo do material — implementada adaptando um método de cálculo que modela uma fratura discreta em NLFM como a superposição de problemas em LEFM. O método de cálculo, desenvolvido por Planas & Elices [72] com base no método das influências proposto por Peterson [70], permite realizar com agilidade um grande número de cálculos, uma vez que se obtém um sistema de equações bastante otimizado cuja resolução não requer a inversão da matriz dos coeficientes.

Considerou-se uma fratura discreta (pré-definida no elemento estrutural) tal que as propriedades do material no caminhamento da fratura é dependente do tempo e o volume de

material ao redor da ponta da fratura tem um comportamento elástico linear e independente do tempo. Para mostrar a validade do modelo simulou-se resultados experimentais obtidos de vigas ranhuradas em flexão em TPBT (Three-Point Bend Test), confeccionadas com concreto de alta resistência (HSC). Mostrada a capacidade de predição experimental do modelo, estudos paramétricos foram realizados para apontar como os parâmetros relacionados com o modelo coesivo-viscoso, assim como as dimensões da geometria estrutural, refletiam a resposta em fratura do material, devido à taxa de carregamento.

O modelo coesivo viscoso representa um modelo macroscópico em que os parâmetros que governam o comportamento da fratura foram obtidos a partir dos parâmetros que governam o modelo de fissura fictícia de Hillerborg [39, 70, 41] e também com o ajuste por quadrados mínimos das curvas experimentais carga vs. taxa de sollicitação. A magnitude da taxa de sollicitação variou em seis ordens de magnitude, desde 10^{-5} mm /s até 10^1 mm /s.

6.1.1 Contribuições ao Estudo da Resposta em Fratura Quase-Frágil

Este estudo contribui com o conhecimento do comportamento das estruturas de concreto sujeitas a altas taxas de deformação ao caracterizar sua ductilidade em tração, considerando aspectos relacionados à fratura do concreto de alta resistência.

O trabalho apresenta novas perspectivas sobre o comportamento mecânico do concreto de alta resistência ao demonstrar ser possível simular, de maneira consistente, o efeito do tempo devido à influência da taxa de sollicitação e/ou taxa de deformação, na resposta em fratura quase-frágil, ao estender o modelo de fratura coesiva proposto por Hillerborg [39, 70, 41] para um modelo coesivo-viscoso.

As conclusões que se obtém do estudo objeto desta tese podem ser resumidas, conforme a seguir:

- Conforme apontado pelos resultados numéricos obtidos o modelo apresentado é promissor;
- É confirmado com os resultados das simulações numéricas que as taxas de solitação empregadas nos ensaios experimentais (da ordem de $\dot{\delta} = 10^{-5}$ mm/s a $\dot{\delta} = 10^{+1}$ mm/s) têm uma grande influência na resposta estrutural;
- Os resultados das simulações numéricas se ajustam adequadamente com a contraparte experimental, particularmente o carregamento no pico de carga, para o conjunto de velocidades utilizados nos ensaios;
- O modelo apresentado é capaz de simular a dependência da taxa de carregamento e/ou taxa de deformação no pico de carga e na energia de fratura (*viz.*, a carga máxima aplicada e a energia de fratura aparente aumentam com o aumento da taxa de carregamento);
- De acordo com os resultados obtidos com a simulação numérica de dados experimentais e os resultados obtidos com os estudos paramétricos, pode se afirmar que a magnitude da taxa de solitação e/ou de deformação caracteriza o comportamento da zona de processos de fratura (Fracture Process Zone - FPZ) de um sólido fraturado, constituído de material quase frágil. Como conseqüência, têm-se o aumento da resistência e da tenacidade à fratura (ou energia de fratura) do sólido. Assim, a representação dos parâmetros de fratura em função da escala tempo, introduzida pela taxa de solitação, é fundamental para um maior entendimento dos processos de fratura no concreto para permitir o estabelecimento de um critério de fratura dependente do tempo a partir da abordagem estática para uma abordagem dinâmica (influência da escala tempo e de fenômenos inerciais) em mecânica da fratura;

- Seguramente modelos mais complexos para a representação do meio material — o que requer o emprego de outros métodos de cálculo não-lineares baseados no Método dos Elementos Finitos (Finite Element Method - FEM) — permitirão deduzir como maior exatidão as capacidades do modelo coesivo-viscoso apresentado, bem como, o comportamento da FPZ devido a influência da taxa de sollicitação. Porém, como uma primeira estimativa da influência da taxa de carregamento na resposta em fratura quase-frágil do concreto de alta resistência, o método de cálculo e a representação dada para o meio material são bastante satisfatórios;
- Finalmente, os resultados numéricos obtidos mostram que o modelo apresentado, apesar de sua simplicidade, reflete o fato experimentalmente documentado, de que a nucleação e a propagação de uma fratura coesiva, bem como, os fenômenos que governam os processos de fratura são dependentes da taxa de carregamento e/ou de deformação. Assim, a diferença obtida por muitos pesquisadores na medida da energia de fratura (ver, [9, 112, 1]) não se deve unicamente à escala do protótipo ensaiado mas também à taxa de carregamento aplicada nos ensaios (escala tempo).

6.2 Tópicos para Pesquisa Futura

Como continuidade aos estudos aqui realizados, os seguintes estudos podem trazer contribuições importantes ao estado da arte:

- Realização de ensaios experimentais que permitam verificar a validade das hipóteses estabelecidas a partir dos estudos paramétricos realizados na Seção 5.3 (Capítulo 5);
- Realização de ensaios experimentais com taxas de sollicitação variáveis utilizando geometrias diferentes das vigas em TPBT (*e.g.*, espécimes compactos com uma fratura de borda, conhecidos na literatura científica como Wedge Splitting Test - WST) e assim estabelecer correlações entre prováveis influências estruturais (geometria do protótipo,

tamanho e condições de contorno) na medida da energia de fratura;

- Implementação do modelo coesivo-viscoso com um modelo micro-mecânico, com a finalidade de estudar o comportamento da FPZ;
- Desenvolvimento de uma metodologia inversa para obtenção do parâmetro \dot{w}_0 , requerido pelo modelo-coesivo viscoso, a partir das várias curvas carga *vs.* deslocamento do ponto de aplicação de carga, obtida para cada taxa de sollicitação. A análise inversa também permitirá estudar a variação da resistência à tração e do módulo de elasticidade em função da taxa de sollicitação.

Apêndice A

Cálculo do Trabalho de Fratura Não-Medido W_F^{nm}

No ensaio de flexão em três pontos (TPBT) é impossível obter experimentalmente o trabalho total necessário para romper completamente o ligamento da fratura. Se a compensação do peso próprio é realizada, conforme mostrado na Fig.(3.10(a)) do Capítulo 3, observa-se que uma rótula é formada junto ao ponto de aplicação de carga unindo as superfícies de fratura. Ademais, seja o espécime compensado ou não pelo peso próprio, o ensaio é interrompido para um valor último de deslocamento, δ_u , correspondente à carga, $P_u \neq 0$, sem ocorrência de não-linearidade geométrica (influência estrutural). Assim, se fosse possível continuar a registrar deslocamentos, obteríamos um registro carga vs. deslocamento que tende a uma assíntota horizontal (Figura A.1), definindo a ruptura completa do ligamento. Tal fato sugere que o material possui uma resistência residual não nula em δ_u , ou seja, existe uma energia não contabilizada no processo para valores de deslocamento $\delta > \delta_u$.

Neste trabalho o cálculo da energia não contabilizada experimentalmente foi realizado de acordo com Elices et al. [28]. O procedimento proposto em Elices et al. [28], consiste em modelar a parte final do ensaio TPBT, aproximando o comportamento da viga por um

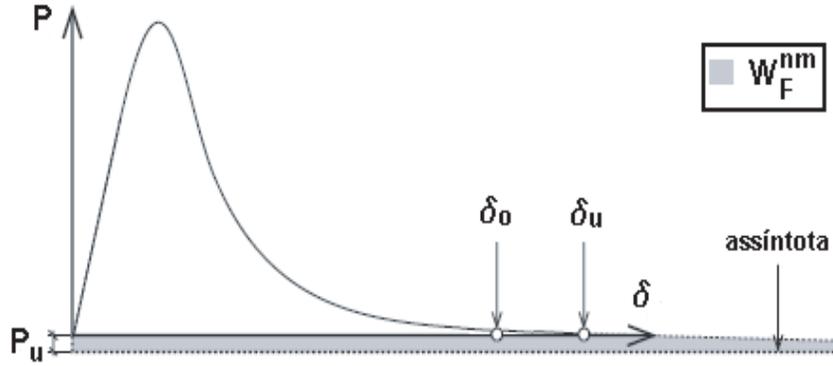


Figura A.1: Trabalho de fratura não medido W_F^{nm} na curva $P - \delta$ do ensaio de flexão em três pontos (TPBT).

mecanismo formado por dois blocos rígidos conectados por uma rotula, junto ao ponto de aplicação de carga, de modo que suas faces adjacentes se afastam de acordo com a curva $\sigma(w)$ (ver, Figura A.2). Fazendo o equilíbrio de momentos na seção central, temos:

$$P = \frac{4}{S} \int_0^{x_c} \sigma(w) B x dx \quad (\text{A.1})$$

onde, P é o carregamento aplicado; S é a distância entre apoios; x é a distância, a partir do ponto de aplicação de carga, que caracteriza uma abertura de fratura, w , qualquer, na zona coesiva de profundidade x_c que define um valor crítico de abertura w_c ; $\sigma(w)$ é a curva tensão-abertura de fratura (função coesiva) e B é a largura da viga (ver, Figura A.2).

Admitindo pequenos deslocamentos, a relação entre a distância x e a abertura da fratura, através da rotação relativa, θ , entre as faces coesivas e, por sua vez, a rotação com relação a flecha, vem:

$$w = 2x \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \theta x \quad (\text{A.2})$$

e

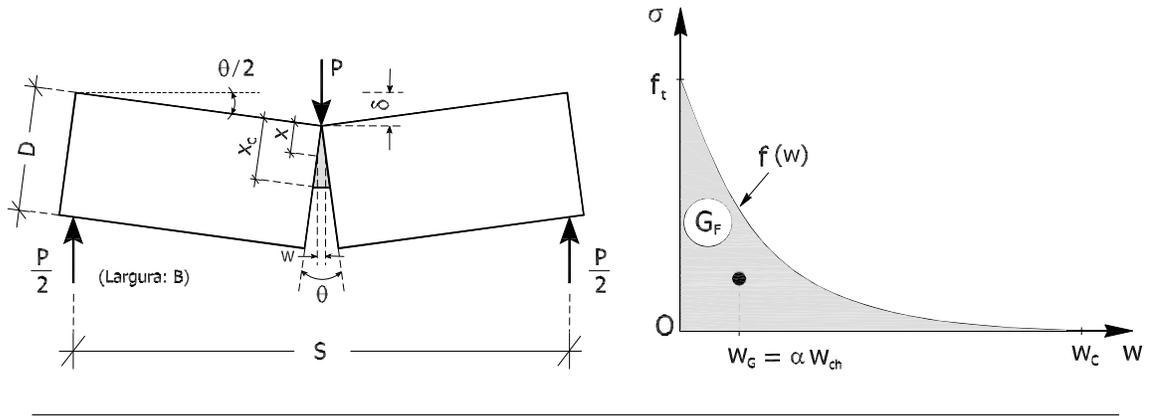


Figura A.2: Modelos de blocos rígidos para o cálculo do trabalho de fratura não medido (W_F^{nm}) no ensaio de flexão em três pontos (TPBT).

$$\delta = \frac{S\theta}{4} \quad (\text{A.3})$$

As Equações (A.2)-(A.3) permitem reescrever a Equação (A.1), como:

$$P = \frac{BS}{4\delta^2} \int_0^{w_c} \sigma(w)w \mathbf{d}w \quad (\text{A.4})$$

A integral na Equação A.5) é o momento de primeira ordem, M_1 , da função coesiva $\sigma(w)$, com relação ao eixo das ordenadas, tal que:

$$M_1 = \int_0^{w_c} \sigma(w)w \mathbf{d}w = w_G G_F \quad (\text{A.5})$$

Escrevendo w_G como uma proporção, α , da abertura de fratura característica, definida como:

$$w_{ch} = \frac{G_F}{f_t} \quad (\text{A.6})$$

tem-se:

$$M_1 = \alpha w_{ch} G_F = \alpha \frac{G_F^2}{f_t} \quad (\text{A.7})$$

Finalmente, substituindo as Equações (A.6) e (A.7) em (A.5), resulta:

$$P = \frac{BS}{4\delta^2} \frac{\alpha G_F^2}{f_t} = \frac{M_1 BS}{4\delta^2} \quad (\text{A.8})$$

A Equação (A.8) é um função que aproxima o comportamento do trecho final assintótico da curva $P - \delta$ de um ensaio em flexão em três pontos. Com esta função pode-se calcular o trabalho de fratura não medido W_F^{nm} no ensaio de flexão em três pontos, admitindo que a Equação (A.8) se cumpre desde o último ponto, δ_u , registrado no ensaio. Assim procedendo, temos:

$$W_F^{nm} = P_u \delta_u + \int_{\delta_u}^{\infty} P(\delta) d\delta = \frac{2A}{\delta_u} \quad (\text{A.9})$$

sendo A uma constante calculada a partir do ajuste por quadrados mínimos da função hiperbólica

$$P = A \left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta_u^2} \right) \quad (\text{A.10})$$

entre δ_0 e δ_u (Figura A.1).

Obtido o valor do trabalho de fratura não medido W_F^{nm} , pode se calcular a energia aparente de fratura,

$$G_F = \frac{W_F^m + W_F^{nm}}{A_{lig}} \quad (\text{A.11})$$

onde:

- $A_{lig} = (D - a_0) \times B$ é a area do ligamento da fratura (B , D e a_0 estão indicados na

Figura A.2);

- W_F^m é o trabalho de fratura medido,

$$W_F^m = \int_0^{\delta_u} P(\delta) d\delta, \quad (\text{A.12})$$

fazendo $P = 0$ em δ_u (Figura A.1).

Apêndice B

Aproximação Bi-Linear para a função

$$\sigma^* = f(w^*)$$

A curva bi-linear que aproxima a função coesiva $f(w^*)$ é dada na Equação (B.1). Os valores dos parâmetros necessários para sua representação (ver, Figura B.1) são calculados, conforme a seguir [35, 13]:

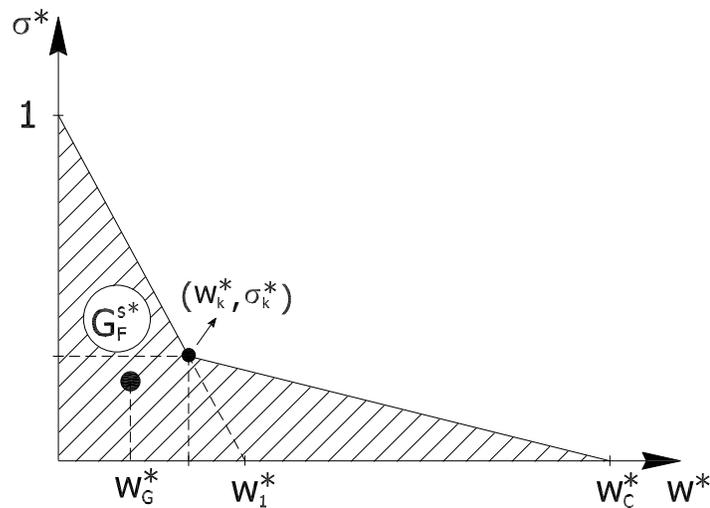


Figura B.1: Curva bi-linear para aproximar o comportamento quase-frágil do concreto para $\delta = 0$ (regime estático).

$$f(w^*) = \begin{cases} 1 - (1 - \sigma_k^*) \left(\frac{w^*}{w_k^*} \right) & \text{para } 0 \leq w^* \leq w_k^* \\ \sigma_k^* \left(\frac{w_c^* - w^*}{w_c^* - w_k^*} \right) & \text{para } w_k^* \leq w^* \leq w_c^* \\ 0 & \text{para } w^* \geq w_c^* \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

$$w_G^* = \frac{4Aw_{ch}^{-1}}{BSG_F^s} \quad (\text{B.2})$$

$$w_c^{*2} - 2w_c^* \left(\frac{3w_G^* - w_1^*}{2 - w_1^*} \right) + 2w_1^* \left(\frac{3w_G^* - 4}{2 - w_1^*} \right) = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$w_1^* = 2 \frac{f_t^s \ell_1^*}{E_c} \quad \text{onde: } \ell_1^* = \ell_1 / w_{ch} \quad (\text{B.4})$$

$$\ell_1 = \frac{D}{\chi} (0,015755 - 0,25677\Delta\alpha - 0,22136\Delta\alpha^2) \quad (\text{B.5})$$

$$\chi = \frac{0,053107}{\zeta^2} - \frac{0,0081523}{\zeta} - 0,55999 + 1,0820\zeta - 0,60473\zeta^2 \quad (\text{B.6})$$

$$\zeta = \frac{\sigma_{Nu}}{f_t^s} (1 + 3,9934\Delta\alpha + 12,220\Delta\alpha^2 + 32,409\Delta\alpha^3) \quad \zeta \in [0,25; 0,54] \quad (\text{B.7})$$

$$\sigma_{Nu} = \frac{3S}{2} \left(\frac{SP_{m\acute{a}x}}{BD^2} \right) \quad (\text{B.8})$$

$$w_k^* = w_1^* \left(\frac{w_c^* - 2}{w_c^* - w_1^*} \right) \quad (\text{B.9})$$

$$\sigma_k^* = \frac{2 - w_1^*}{w_c^* - w_1^*} \quad (\text{B.10})$$

sendo que:

- A é a constante de ajuste calculada de acordo com a explicação dada no Apêndice A;
- B é a largura da viga;
- S é o vão entre apoios;
- σ_{Nu} é a tensão nominal calculada para o pico de carga ($P_{máx}$);
- G_F^s é a energia de fratura para $\dot{\delta} = 0$ e $G_F^{s*} = 1,0$ (Figura B.1) é a energia de fratura adimensional para $\dot{\delta} = 0$;
- f_t^s é a resistência à tração considerada para o caso estático ($\dot{\delta} = 0$);
- $\Delta\alpha = a_0/D$ é a relação entalhe (a_0) altura útil (D);
- $w_{ch} = G_F^s/f_t^s$ é a abertura característica de fratura;
- $w^* = w/w_{ch}$ é a abertura adimensional da fratura;
- $w_G^* = w_G/w_{ch}$ é o centro de gravidade da curva $f(w^*)$;
- $\sigma_k^* = w_k/f_t^s$ e $w_k^* = w_k/w_{ch}$ são, respectivamente, os valores adimensionais da tensão e da abertura de fratura no ponto de intersecção dos dois trechos que formam a curva bi-linear;
- $w_1^* = w_1/w_{ch}$ é o intercepto horizontal do trecho inicial da curva $f(w^*)$;
- $w_c^* = w_c/w_{ch}$ é valor crítico adimensional da abertura da fratura;
- ℓ_1 é o comprimento característico reduzido;
- χ e ζ são constantes.

Cabe aqui a observação de que o primeiro trecho da representação bilinear para a curva $f(w^*)$ é o responsável pela micro-fissuração no fronte da fratura, que, por sua vez, caracterizará o carregamento máximo resistido pelo elemento estrutural [13, 35]. Nesse contexto pode se definir a energia de fratura reduzida

$$G_{F1}^{s*} = \frac{f_t^s \ell_1}{E_c w_{ch}} = \frac{G_{F1}^s}{w_{ch} f_t^s} \quad (\text{B.11})$$

e

$$G_{F1}^s = \frac{f_t^s w_1}{2} \quad (\text{B.12})$$

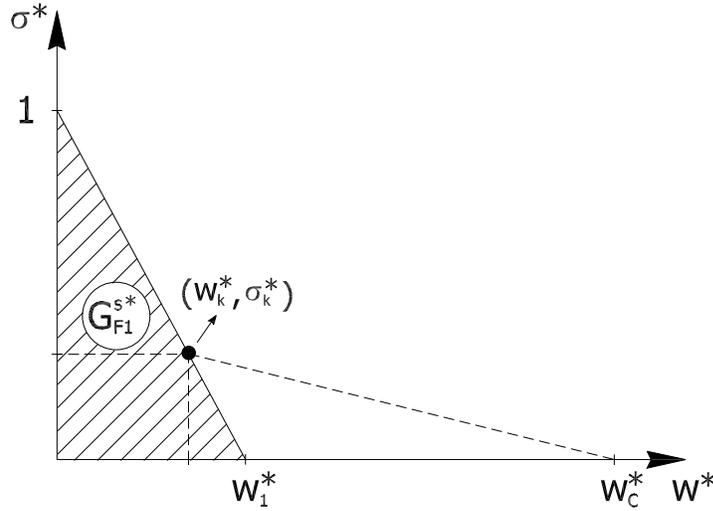


Figura B.2: Representação da energia de fratura reduzida G_{F1}^s para $\dot{\delta} = 0$ (regime estático).

Como consequência a partir da Equação B.11, obtém-se:

$$\ell_1 = \frac{G_{F1}^s E_c}{f_t^s} \quad (\text{B.13})$$

ou

$$\ell_1^* = \frac{G_{F1}^s E_c}{f_t^{s2} w_{ch}} \quad (\text{B.14})$$

NOTA: Numericamente pode se obter o valor da energia de fratura reduzida que ajusta o valor do pico de carga com a posterior determinação dos parâmetros notáveis da curva bi-linear.

Apêndice C

Aproximação Numérica Através do Método dos Elementos Finitos

A essência da aproximação numérica através do Método dos Elementos Finitos (Finite Element Method - FEM), consiste na resolução de um domínio e/ou problema modelo — problema em derivadas parciais relacionando variáveis de campo fundamentais dentro do domínio — como um somatório de sub-domínios (malha de elementos) e/ou sub-espacos de aproximação (Figura C.1), tendo que satisfazer condições de restrições para as variáveis fundamentais e suas derivadas na fronteira do domínio (problema de valor de contorno).

Para a representação matemática de um domínio geométrico em mecânica do contínuo a aproximação por elementos finitos, , aproximação de Galerkin, implica na aproximação do campo de deslocamentos, \mathbf{u} , que permitirá o cálculo do estado de tensão-deformação ($\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\varepsilon}$) do mesmo. Considerando um ponto \mathbf{x} do espaço \mathfrak{R}^d ($d = 1, 2, 3$) em um elemento finito e de uma malha com m nós, denotando o conjunto nodal $N^e = \{n_1, n_2, \dots, n_I, \dots, n_m\}$, a função de aproximação dos deslocamentos para uma função de valor vetor $\mathbf{u}(\mathbf{x}) : \mathfrak{R}^d \rightarrow \mathfrak{R}^d$ assume a forma:

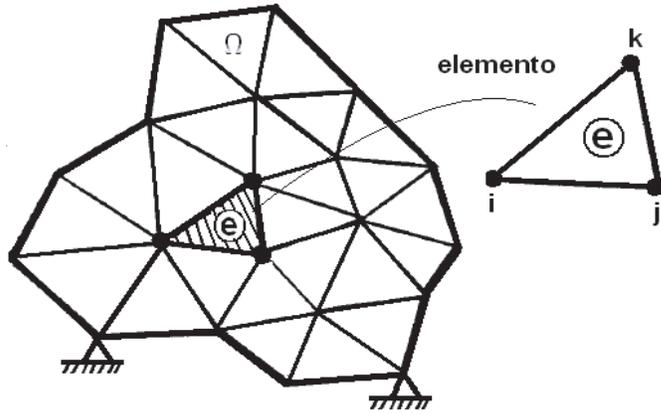


Figura C.1: Malha de elementos em um domínio Ω

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{n_I \in N^e} N_I(\mathbf{x}) u_I \quad (\text{C.1})$$

onde: u_I , são deslocamentos incógnitos a serem calculados para cada nó $n_I \in N^e$ e; N_I são as funções de interpolação (funções de forma) admitidas na aproximação.

C.1 Formulação em Mecânica do Contínuo

Considere um domínio elastostático Ω , com contorno externo $\partial\Omega$, subdividido em $\partial_u\Omega$ (contorno com deslocamento prescrito $\bar{\mathbf{u}}$) e $\partial_\sigma\Omega$ (contorno onde atuam forças externas $\bar{\mathbf{t}}$), conforme representado na Figura (C.2). A forma forte de equilíbrio e as condições de contorno do problema proposto são escritas como:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad (\text{C.2})$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \bar{\mathbf{t}} \quad \text{para} \quad \forall \mathbf{x} \in \partial_\sigma\Omega \quad (\text{C.3})$$

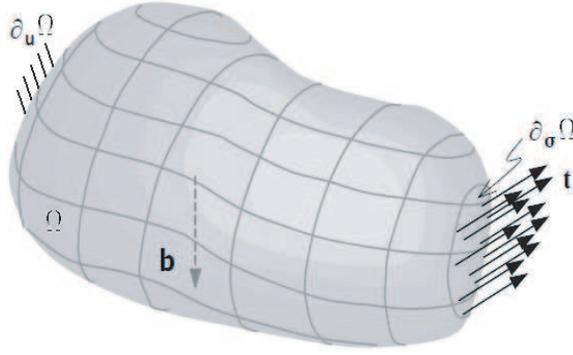


Figura C.2: Domínio elastostático e condições de contorno externa ($\partial_\sigma\Omega$ e $\partial_u\Omega$)

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{para} \quad \forall \mathbf{x} \in \partial_u\Omega \quad (\text{C.4})$$

Na Equação C.2 $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor de tensão de Cauchy; \mathbf{u} é o campo de deslocamentos; ρ é a densidade \mathbf{b} são forças internas por unidade de massa e $\hat{\mathbf{n}}$ é um vetor normal, apontando para fora, no contorno de Ω . Assumindo pequenos deslocamentos e a relação constitutiva, \mathbb{C} do material, de acordo com a lei de Hooke, o tensor de tensão se escreve como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\sigma} \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad (\text{C.5})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad (\text{C.6})$$

As Equações (C.3) e (C.4) representam as condições impostas ao contorno externo, denominadas condições de contorno natural (contorno de Neumann) e essencial (contorno de Dirichelet), respectivamente.

Numericamente é conveniente escrever as Equações (C.2) a (C.4) em uma equação equivalente, denominada forma fraca de equilíbrio e/ou formulação variacional, que é então resolvida para aproximar o conjunto solução (campo de deslocamentos \mathbf{u}) do problema em estudo. O

conjunto de funções admissíveis para a aproximação do campo de deslocamentos \mathbf{u} é definido como:

$$U = \{\mathbf{u} \in S \mid \mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \text{ em } \partial_{\mathbf{u}}\Omega \text{ e } \mathbf{u} \text{ é } C^0\} \quad (\text{C.7})$$

Na condição acima S é o espaço de deslocamentos admissíveis para um corpo com uma condição de contorno externa. A forma fraca de equilíbrio é obtida pela integração em Ω do produto resultante da multiplicação da Eq.(C.2) por uma função teste v , tal que:

$$\int_{\Omega} (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b}) \mathbf{v} \partial\Omega = 0 \quad (\text{C.8})$$

e cujo conjunto de funções testes admissíveis satisfaz a condição:

$$U_0 = \{\mathbf{v} \in S \mid \mathbf{v} = 0 \text{ em } \partial_{\mathbf{u}}\Omega \text{ e } \mathbf{v} \text{ é } C^0\} \quad (\text{C.9})$$

Integrando por partes a Equação (C.8) a forma fraca de equilíbrio é escrita como:

$$\text{Encontrar: } \mathbf{u} \in U \mid \forall \mathbf{v} \in U_0, \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \partial\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} \partial\Omega + \int_{\partial_{\mathbf{u}}\Omega} \bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{v} \partial\Omega \quad (\text{C.10})$$

Usando a relação $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}$ na condição (C.10), tem-se:

$$\text{Encontrar: } \mathbf{u} \in U \mid \forall \mathbf{v} \in U_0, \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \partial\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} \partial\Omega + \int_{\partial_{\mathbf{u}}\Omega} \bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{v} \partial\Omega. \quad (\text{C.11})$$

Definindo as formas linear, $L(\mathbf{v})$, e bilinear, $B(\mathbf{u}, \mathbf{v})$, tal que:

$$\forall \mathbf{v} \in U_0, L(\mathbf{v}) = \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} \partial\Omega + \int_{\partial_{\mathbf{u}}\Omega} \bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{v} \partial\Omega \quad (\text{C.12})$$

$$\forall \mathbf{u} \in U, \forall \mathbf{v} \in U_0, B(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \varepsilon(\mathbf{u}) : \mathbb{C} : \varepsilon(\mathbf{v}) \partial\Omega \quad (\text{C.13})$$

a condição (C.11) é reescrita como:

$$\textit{Encontrar: } \mathbf{u} \in U \mid \forall \mathbf{v} \in U_0, B(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = L(\mathbf{v}). \quad (\text{C.14})$$

Referências Bibliográficas

- [1] H.M. Abdalla, B.L. Karihaloo (2003): Determination of Size-Independent Specific Fracture Energy of Concrete From Three-Point Bend and Wedge Splitting Tests. *Magazine of Concrete Research*, **55**:133-141.
- [2] M.A. Al-Kubaisy, A.G Young (1975): Failure of Concrete Under Sustained Tension. *Magazine of Concrete Research*, **27**:171-178.
- [3] T.L. Anderson (1994): *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. CRC Press, Boca Raton, Florida, USA.
- [4] G.I. Barenblatt (1962): The Mathematical Theory of Equilibrium of Cracks in Brittle Fracture. *Advances in Applied Mechanics*, **7**:55-129.
- [5] F. Barpi, S. Valente (2004): A Fractional Order Rate Approach for Modeling Concrete Structures Subjected to Creep and Fracture. *International Journal of Solids and Structures*, **41**:9-10.
- [6] H.D. Basche, I. Rhee, K.J. Willam, P.B. Shing (2007): Analysis of Shear Capacity of Lightweight Concrete Beams. *Engineering Fracture Mechanics*, **74**:179-193.
- [7] Z.P. Bažant, B.H. Oh (1983): Crack Band Theory for Fracture of Concrete. *Materials and Structures*, **93**:155-177.
- [8] Z.P. Bažant (1984): Size Effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock and Metal. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **100**:518-535.
- [9] Z.P. Bažant, M.T. Kazemi (1991): Size Dependence of Concrete Fracture Energy Determined by RILEM Work-Fracture Method. *International Journal of Fracture*, **51**:121-138.
- [10] Z.P. Bažant, R. Gettu (1992): Rate Effects and Load Relaxation in Static Fracture of Concrete. *ACI Materials Journal*, **89**:456-468.
- [11] Z.P. Bažant, M. Jirásek (1993): R-curve Modeling of Rate and Size Effects in Quasi-brittle Fracture. *International Journal of Fracture*, **62**:355-373.
- [12] Z.P. Bažant, Y.N. Li (1997): Cohesive Crack with Rate-Dependent Opening and Viscoelasticity I: Mathematical Model and Scaling. *International Journal of Fracture*, **86**:247-265.

- [13] Z.P. Bažant, J. Planas (1998): *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasi-brittle Materials*. CRC Press, Boca Raton, Florida, USA.
- [14] Z.P. Bažant (1999): Size Effect on Structural Strength: A Review. *Archive of Applied Mechanics*, **69**:703-725.
- [15] Z.P. Bažant, F.C. Caner, M.D. Adley, S.A. Akers (2000): Fracturing Rate Effect and Creep in Microplane Model for Dynamics. *Journal of Engineering Mechanics*, **126**:962-970.
- [16] Z.P. Bažant (2000): Size Effect. *International Journal of Solids and Structures*, **37**:69-80.
- [17] V. Bindiganavile, N. Banthia (2006): Size Effects and the Dynamic Response of Plain Concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*, **18**:485-491.
- [18] T.N. Bitencourt, P.A. Wawrzynek, A.R. Ingraffea, J.L. Sousa (1996): Quasi-Automatic Simulation of Crack Propagation for 2D LEFM Problems. *Engineering Fracture Mechanics*, **52**:321-334.
- [19] A. Brara, J.R. Klepaczko (2007): Fracture Energy of Concrete at High Loadings Rates in Tension. *International Journal of Impact Engineering*, **34**:424-435.
- [20] D. Broek (1987): *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- [21] E. Brühwiler, F. Witmann (1990): The Wedge Splitting Test: A Method of Performing Stable Fracture Mechanics Tests. *Engineering Fracture Mechanics*, **35**:117-126.
- [22] A. Carpinteri (1994): A Fractal Nature of Material Microstructure and Size Effects on Apparent Mechanical Properties. *Mechanics of Materials*, **18**:89-101.
- [23] A.H. Cotterill (1964): *The Mechanical Properties of Matter*. John Wiley & Sons Inc., New York, USA.
- [24] J.R. Del Viso (2008): *Comportamiento Mecánico en Fractura Del Hormigón de Alta Resistencia y su Variación con la Velocidad de Solicitación*. Doctoral Thesis, Universidad de Castilla-La Mancha, Ciudad Real, Spain.
- [25] E. Denarié, C. Cécot, C. Huet (2006): Characterization of Creep and Crack Growth Interactions in the Fracture Behavior of Concrete. *Cement and Concrete Research*, **36**:571-575.
- [26] E. Denarié (2000): *Etude Expérimentale des Couplages Viscoélasticité-croissance des Fissures dans les Bétons de Ciment*. Doctoral Thesis No. 2195, Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland.
- [27] Z. Dong, W. Keru (2001): Fracture Properties of High-Strength Concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*, **13**:86-88.

- [28] M.A. Elices, G.V. Guinea, J. Planas (1992): Measurement of the Fracture Energy Using Three-Point Bend Tests: Part 3 - Influence of Cutting the $P - \delta$ Tail. *Materials and Structures*, **6**:327-334.
- [29] M.A. Elices, G.V. Guinea, J. Planas (1997): On the Measurement of the Fracture Energy Using Three-Point Bend Tests. *Materials and Structures*, **6**:375-376.
- [30] D.S. Dugdale (1960): Yielding of Steel Sheets Containing Slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **8**:100-104.
- [31] R. Gettu, Z.P. Bažant, M. E. Karr (1990): Fracture Properties and Brittleness of High-Strength Concrete. *ACI Materials Journal*, **87**:608-618.
- [32] R. Gettu, B.E. Barragán, J.L.A.O. Sousa, C. Bernard (2002): Study of the Effect of Loading Rate and Relaxation on the Behaviour of Steel Fibre Reinforced Concrete. *Report of Tests Performed Within Sub-Task 5.2: Creep in the Post-Cracked Region – Brite Project: Test and Design Methods for Steel Fibre Reinforced Concrete (BRPRCT98.0813)*. (CD-ROM), ISBN:90-5682-358-2.
- [33] A.A. Griffith (1920): The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, **Series: A221**:163-169.
- [34] G.V. Guinea, J. Planas, M.A. Elices (1992): Measurement of the Fracture Energy Using Three-Point Bend Tests: Part 1 - Influence of Experimental Procedures. *Materials and Structures*, **25**:212-218.
- [35] G.V. Guinea, J. Planas, M.A. Elices (1994): A General Bilinear Fit for the Softening Curve of Concrete. *Materials and Structures*, **27**:99-105.
- [36] N.M. Hawkins (1985): The Role of Fracture Mechanics in Conventional Reinforced Concrete Design. In: *Application of Fracture Mechanics to Cementitious Composites*. NATO Advanced Research Workshop, Evanston, USA, 1984, Martinus Nijhoff, Dordrecht, The Netherlands, 639-666.
- [37] N.M. Hawkins, K. Hjørsetet (1992): Minimum Reinforcement Requirement for Concrete Flexural Members. In: *Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*. A. Carpinteri (Eds.), Elsevier Science Publishers, London, England, 379-412.
- [38] K. Hellan (1985): *Introduction to Fracture Mechanics*. McGraw-Hill, USA.
- [39] A. Hillerborg, M. Modeer, P.E. Petersson (1976): Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements. *Cement and Concrete Research*, **6**:773-82.
- [40] A. Hillerborg (1983): Analysis of One Single Crack. In *Fracture Mechanics of Concrete*, F.H. Witmann (Eds.), Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 223-249.
- [41] A. Hillerborg (1985): A Theoretical Basis of a Method to Determine the Fracture Energy G_F of Concrete. *Materials and Structures / Matériaux et Constructions*, **18**:291-296.

- [42] A. Hillerborg (1991): Application of the Fictitious Crack Model to Different Types of Materials. *International Journal of Fracture*, **51**:95-102.
- [43] C.E. Inglis (1913): Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners. *Transcriptions of the Institute of Naval Architects*, **55**:219-241.
- [44] A.R. Ingraffea, V. Saouma (1985): Numerical Modeling of Discrete Crack Propagation in Reinforced Concrete and Plain Concrete. In: *Fracture Mechanics of Concrete*. G. Shi, A. Di Tomasso (Eds.), Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 171-225.
- [45] G.R. Irwin (1957): Analysis of Stresses and Strain Near the End of a Crack Traversing a Plate. *Journal of Applied Mechanics*, **24**:361-364.
- [46] G.R. Irwin (1960): Plastic Zone Near a Crack Tip and Fracture Toughness. *Proceedings of the Seventh Sagamore Ordnance Material Conference*, **4**:63-78.
- [47] M. Jirásek, T. Zimmermann (1998): Rotating Crack Model with Transition to Scalar Damage. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **124**:277-284.
- [48] M. Jirásek (2000): *Numerical Modeling of Deformation and Failure of Materials*. Lecture Notes.
- [49] M.F. Kaplan (1961): Crack Propagation and the Fracture of Concrete. *ACI Journal Proceedings*, **58**:591-610.
- [50] M.F. Kaplan (1963): Strains and Stresses of Concrete at Initiation of Cracking and Near Failure. *ACI Journal Proceedings*, **60**:853-880.
- [51] B.L. Karihaloo (1995): *Fracture Mechanics & Structural Concrete*. Concrete Design and Construction Series, Longman Scientific & Technical, Essex, England.
- [52] H.A. Körmeling, H.W. Reinhardt (1987): Strain Rate Effects on Steel Fibre Concrete in Uniaxial Tension. *International Journal of Cement Composite Light Weight Concrete*, **9**:197-204.
- [53] S.H. Kwon, Z. Zhao, S.P. Shah (2008): Effect of Specimen Size on Fracture Energy and Softening Curve of Concrete - Part I: Inverse Analysis and Softening Curve. *Cement and Concrete Research*, **38**:1061-1069.
- [54] L.J. Malvar, J.E. Crawford (1998): Dynamic Increase Factors for Concrete. In: *Twenty-Eighth DDESB Seminar*, Orlando, Florida, **pp**:1-18.
- [55] O.L. Manzoli, P.B. Shing (2006): A General Technique to Embed Non-Uniform Discontinuities into Standard Solid Finite Elements. *Computers and Structures*, **84**:742-757.
- [56] G. Markeset (1993): *Failure of Concrete Under Compressive Strain Gradients*. Doctoral Thesis, The Norwegian Institute of Technology, Germany.

- [57] P.K. Metha, P.J.M. Monteiro (2008): *Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais*. Editora Pini, São Paulo, Brazil.
- [58] S. Mindess, J.F. Young, D. Darwin (2003): *Concrete*. Second Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA.
- [59] N. Möes, T. Belytschko (2001): Extended Finite Element Method for Cohesive Crack Growth. *Engineering Fracture Mechanics*, **69**:813-833.
- [60] N. Möes, A. Gravouil, T. Belytschko (2002): Non-planar 3D Crack Growth by the Extended Finite Element and Level Sets. Part I: Mechanical Model. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **53**:2549-2568.
- [61] K.M. Nemati, P.J.M. Monteiro, K.L. Scrivener (1998): Analysis of Compressive Stress-Induced Cracks in Concrete. *American Concrete Institute Materials Journal*, **95**:617-631.
- [62] S. Nishibayashi, (1978): Tensile Creep of Concrete. In: *Proceedings of the 1978 RILEM Colloquium on Creep of Concrete*. A.M. Neville and J.J Brooks (Eds), University of Leeds, England, **pp**:274-287.
- [63] B.H. Oh (1990): Fracture Behavior of Concrete Under High-Rates of Loading. *Engineering Fracture Mechanics*, **35**:327-332.
- [64] J. Oliver (1996): Modelling Strong Discontinuities in Solid Mechanics via Strain Softening Constitutive Equations. Part 1: Fundamentals. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **39**:3575-3600.
- [65] J. Oliver (1996): Modelling Strong Discontinuities in Solid Mechanics via Strain Softening Constitutive Equations. Part 2: Numerical Simulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **39**:3601-3623.
- [66] E. Orowan (1948). Fracture and Strength of Solids. *Reports on Progress in Physics*, **12**:185.
- [67] E. Orowan (1955). Energy Criterion of Fracture. *Welding Journal Research Supplement*, 157-160.
- [68] M. Ortiz, Y. Leroy, A. Needleman (1987). A Finite Element Method for Localized Failure Analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **61**:189-214.
- [69] J. Pamin, R. De Borst (1998): Simulation of Crack Sapping Using a Reinforced Concrete Model With an Internal Length Parameter. *Archive of Applied Mechanics*, **68**:613-625.
- [70] P.E. Peterson. (1981): *Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similar Materials*. Doctoral Thesis, Report TVBM-1006, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, University of Lund, Sweden.
- [71] J. Planas (1986): Un Nuevo Método de Análisis del Comportamiento de una Fisura Cohesiva en Modo I. In: *Anales de Mecánica de la Fractura*. Grupo Español de Fractura (Eds), Santander, Spain, **31(1)**:219-227.

- [72] J. Planas, M.A. Elices (1991): Nonlinear Fracture of Cohesive Materials. *International Journal of Fracture*, **51**:139-157.
- [73] J. Planas, M.A. Elices, G.V. Guinea (1992): Measurement of the Fracture Energy Using Three-Point Bend Tests: Part 2 - Influence of Bulk Energy Dissipation. *Materials and Structures*, **5**:305-312.
- [74] H.W. Reinhardt, J. Weerheijm (1991): Tensile Fracture of Concrete at High Loading Rates Taking Into Account of Inertia and Crack Velocity Effects. *International Journal of Fracture*, **51**:31-42.
- [75] RILEM (1985): Determination of the Fracture Energy of Mortar and Concrete by Means of Three-Point Bend Tests. *Materials and Structures*, **18**:285-290. (Draft Recommendation, TC 50-FMC: Fracture Mechanics of Concrete.)
- [76] A.L. Rosa, R.C. Yu, G. Ruiz, J.L.A.O. Sousa (2009): Modelling the Rate-Dependent Fracture in Concrete. In: *Anales de Mecánica de la Fractura*. Grupo Español de Fractura (Eds), Santander, Spain, **26(2)**:376-381, I.S.S.N.: 0213-3725.
- [77] A.L. Rosa, R.C. Yu, G. Ruiz, J.L.A.O. Sousa (2010): A Time-Dependent Cohesive Model for Concrete Fracture. *In Preparation*.
- [78] A.L. Rosa, R.C. Yu, G. Ruiz, J.L.A.O. Sousa, T.N. Bittencourt (2010): Loading Rate Effect on Notched Flexural HSC Beams. *Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures – FraMCoS-7*. IA-FraMCoS (Eds.), Jeju, Korea (Accepted to Publication).
- [79] P. Rossi, J.G.M. Van Mier, C. Boulay, F. Le Maou (1992): The Dynamic Behaviour of Concrete: Influence of Free Water. *Materials and Structures*, **25**:509-514.
- [80] P. Rossi, J.G.M. Van Mier, F. Toutlemonde, F. Le Maou, C. Boulay (1994): Effect of Loading Rate on the Strength of Concrete Subjected to Uniaxial Tension. *Materials and Structures*, **27**:260-264.
- [81] P. Rossi, F. Toutlemonde (1996): Effect of Loading Rate on Tensile Behavior of Concrete: Description of Physical Mechanisms. *Materials and Structures*, **29**:116-118.
- [82] J. G. Rots (1988): *Computational Modeling of Concrete Fracture*. Doctoral Thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
- [83] G. Ruiz (1998): *Influencia Del Tamaño y de la Adherencia en la Armadura Mínima de Vigas en Flexión*. Doctoral Thesis, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, Spain, I.S.B.N.: 84-89670-08-0.
- [84] G. Ruiz, M. Elices, J. Planas (1999): *Size Effect and Bond-Slip Dependence of Lightly Reinforced Concrete Beams*. Elsevier,ESIS Publications, 67-98.
- [85] G. Ruiz, M. Ortiz, A. Pandolfi (2000): Three-dimensional Finite-element Simulation of the Dynamic Brazilian Tests on Concrete Cylinders. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **48**:963-994.

- [86] G. Ruiz (2001): Propagation of a Cohesive Crack Crossing a Reinforcement Layer. *International Journal of Fracture*, **111**:265-282.
- [87] G. Ruiz, R.C. Yu, A.L. Rosa (2008): A Viscous Cohesive Model to Analyze Rate-Dependent Fracture in Concrete. *8th World Congress on Computational Mechanics (WCCM8) and 5th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2008)*. B. A. Schrefler and U. Perego (Eds.), Venice, Italy, CD ROOM, I.S.B.N.: 978-84-96736-55-9, Communication **A1662**.
- [88] G. Ruiz, X.X. Zhang, J.R. Del Viso, R.C. Yu, J.R. Carmona (2008): Loading Rate Effect on the Fracture Behavior of High Strength Concrete. In: *Anales de Mecánica de la Fractura*. Grupo Español de Fractura (Eds.), Sigüenza, Spain, **25**:793-798.
- [89] H. Rüsçh, (1960): Research Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete. *ACI Materials Journal*, **57**:1-28.
- [90] S. Santhikumar, B.L. Karihaloo (1998): Time-dependent Tension Softening. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, **1**:295-304.
- [91] H. Schuler, C. Mayrhofer, K. Thoma (2006): Spall Experiments for the Measurement of the Tensile Strength and Fracture Energy of Concrete at High Strain Rates. *International Journal of Impact Engineering*, **32**:1635-1650.
- [92] J.L.A.O. Sousa, R. Gettu (2004): Influência da Taxa de Carregamento Sobre o Comportamento Pós-Pico de Concreto em Tração Determinado em Ensaios de Vigas Ranhuradas. *Encontro Nacional: Betão Estrutural 2004 – Actas do Congresso*, FEUP (Eds), Porto, Portugal, **1**:317-324.
- [93] J.L.A.O. Sousa, R. Gettu (2006): Determining the Tensile Stress-Crack Opening Curve of Concrete by Inverse Analysis. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **132**:141-148.
- [94] C. Stanley (1982): *Highlights in the History of Concrete*. C & CA Press.
- [95] T. Tang (1994): Effects of Load-Distributed Width on Split Tension of Unnotched and Notched Cylindrical Specimens. *Journal of Testing and Evaluation*, **22**(5):401-409.
- [96] M. Tian, S. Huang, E. Liu (2009): Fracture Toughness of Concrete. In: *Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete*, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, The Netherlands, 299-306.
- [97] S. Timoshenko, J.M. Godier (1951): *Theory of Elasticity*. McGraw Hill, London, England.
- [98] J.C.A.M. Van Doormaal, J. Weerheijm, L.G. Sluys (1994): Experimental and Numerical Determination of the Dynamic Fracture Energy of Concrete. *Journal de Physique IV*, **04**:(C8)501-506.

- [99] J.C. Walraven (2007): Fracture Mechanics of Concrete and its Role in Explaining Structural Behaviour. In: *Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures: High Performance Concrete, Brick-Masonry and Environmental Aspects*. A. Carpinteri et al. (Eds.), Taylor & Francis Group, London, I.S.B.N.: 978-0-415-44617-4.
- [100] J. Weerheijm, J. Van Doormaal (2007): Tensile Fracture of Concrete at High Loading Rates: New Test Data on Strength and Fracture Energy from Instrumented Spalling Tests. *International Journal of Impact Engineering*, **34**:609-626.
- [101] H. Westergaard (1939): Bearing Pressures and Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, **6**:49-53.
- [102] F.H. Wittmann, P.E. Roelfstra, H. Mihashi, Y.Y. Huang, X.H. Zhang, N. Nomura (1987): Influence of Age of Loading, Water-cement Ratio and Rate of Loading on Fracture Energy of Concrete. *Materials and Structures*, **20**:103-110.
- [103] F.H. Wittmann, K. Rokugo, E. Bruhwiler, H. Mihashi, P. Simoni (1998): Fracture Energy and Strain Softening of Concrete as Determined by Means of Compact Tension Specimens.. *Materials and Structures*, **21**:21-32.
- [104] Z.S. Wu, Z.P. Bažant (1993): Finite Element Modeling of Rate Effect in Concrete Fracture with Influence of Creep. In *Creep and Shrinkage of Concrete*, E. & F. N. Spon, London, pp: 427-432.
- [105] J.H. Yon, N.M. Hawkins, A.S. Kobayashi (1992): Strain-Rate Sensitivity of Concrete Mechanical Properties. *ACI Materials Journal*, **89**:146-153.
- [106] R.C.Yu, G. Ruiz, A. Pandolfi (2004): Numerical Investigation on the Dynamic Behavior of Advanced Ceramics. *Engineering Fracture Mechanics*, **71**:897-911.
- [107] R.C.Yu, G. Ruiz (2006): Explicit Finite Element Modeling of Static Crack Propagation in Reinforced Concrete. *International Journal of Fracture*, **141**:357-372.
- [108] R.C.Yu, G. Ruiz, E.W.V. Chaves (2007): A Comparative Study Between Discrete and Continuum Models to Simulate Concrete Fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, **75**:117-127.
- [109] R.C. Yu, A.L. Rosa, G. Ruiz, J.L.A.O. Sousa (2009): A Loading-Rate Dependent Cohesive Model to Simulate Concrete Fracture. In: *12th International Conference on Fracture*. ICF12 (Eds), CD ROOM, I.S.S.N.:, Ottawa, Canada.
- [110] R.C. Yu, A.L. Rosa, G. Ruiz, J.L.A.O. Sousa (2009): Modeling the Rate Effect in High Strength Concrete. In: *Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería - METNUM 2009*, Barcelona, Spain.
- [111] X.X. Zhang, R.C. Yu, M. Tarifa (2009): Fracture Behavior of High-Strength Concrete at a Wide Range of Loading Rates. *International Journal of Impact Engineering*, **In Press**:1-18.

- [112] Z. Zhao, S.H. Kwon, S.P. Shah (2008): Effect of Specimen Size on Fracture Energy and Softening Curve of Concrete - Part I: Experiments and Fracture Energy. *Cement and Concrete Research*, **38**:1049-1060.
- [113] F.P. Zhou (1992): *Time Dependent Crack Growth and Fracture in Concrete*. Doctoral Thesis, Report TVBM-1011, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, University of Lund, Sweden.
- [114] F. Zhou, J.F. Molinari, T. Shioya (2005): A Rate-Dependent Cohesive Model for Simulating Dynamic Crack Propagation in Brittle Materials. *Engineering Fracture Mechanics*, **72**:1383-1410.
- [115] A.J. Zielinsky (1982): *Fracture of Concrete and Mortar Under Uniaxial Impact Tensile Loading*. Doctoral Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands.
- [116] A.J. Zielinsky (1984): A Model for Tensile Fracture of Concrete at High Rates of Loading. *Cement and Concrete Research*, **14**:215-224.