

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

**INFLUÊNCIA DO FATOR DE ATRITO NO CÁLCULO DO
TRANSIENTE HIDRÁULICO**

MARCELO DA SILVA ROCHA

Orientador: Prof. Dr. José Geraldo Pena de Andrade

**Campinas - S.P
1998**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

**INFLUÊNCIA DO FATOR DE ATRITO NO CÁLCULO DO
TRANSIENTE HIDRÁULICO**

Dissertação apresentada à
Faculdade de Engenharia Civil da
Universidade Estadual de
Campinas para obtenção do título
de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração:
Recursos hídricos

Autor: Marcelo da Silva Rocha

Orientador: Prof. Dr. José Geraldo Pena de Andrade

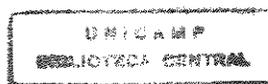
Atesto que esta é a versão definitiva
da dissertação/tese.

18/09/98

Prof. Dr. 

Matrícula: 05933-1

Campinas - SP
1998



9822/185

UNIDADE	BC		
N.º CHAMADA:	I/ UNICAMP		
	R. 582i		
V.	Ex.		
TOMBO BC/	35643		
PROC.	395/98		
C	<input type="checkbox"/>	D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00		
DATA	28/10/98		
N.º CPD			

CM-00118009-4

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

R582i Rocha, Marcelo da Silva
Influência do fator de atrito no cálculo do transiente hidráulico. / Marcelo da Silva Rocha.--Campinas, SP: [s.n.], 1998.

Orientador: José Geraldo Pena de Andrade
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.

1. Escoamento instável (Dinâmica dos fluidos). 2. Mecânica dos fluidos. 3. Engenharia hidráulica. I. Andrade, José Geraldo Pena de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

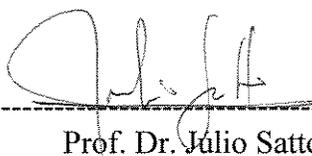
INFLUÊNCIA DO FATOR DE ATRITO NO CÁLCULO DO TRANSIENTE
HIDRÁULICO

AUTOR: MARCELO DA SILVA ROCHA

Dissertação de Mestrado aprovada pela banca examinadora constituída por:



Prof. Dr. José Geraldo Pena de Andrade
Orientador
FEC - UNICAMP



Prof. Dr. Júlio Satto
FEAGRI – UNICAMP



Prof. Dr. Evaldo Miranda Coiado
FEC – UNICAMP

Campinas – SP
1998

DEDICO,

a meus pais pelo amor e dedicação à minha formação,
a minha companheira pelo amor, compreensão e apoio em todas as horas,
a todos os familiares e amigos que tanto incentivaram-me a realizar este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Após o término deste trabalho, venho expressar o meu sincero agradecimento a DEUS pela graça da vida e oportunidade de realizar esta tarefa tão edificante e, às pessoas que de forma direta ou indireta, contribuíram para a sua realização.

Ao prof. Dr. José Geraldo Pena de Andrade, Professor Livre Docente da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, pela orientação técnico-científica que dispensou ao longo do desenvolvimento deste trabalho, pela confiança e incentivos manifestados, bem como pela preciosa amizade,

Aos professores Dr. Edmundo Koelle, Dr. Edevar Luvizotto Jr. e Dr. Evaldo Miranda Coiado, pelas orientações e conselhos de grande valor técnico e moral,

Aos amigos da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP e a todos os amigos que encontrei ao longo desta jornada, que durante todo o desenvolvimento do trabalho nos apoiaram e contribuíram de forma direta ou indireta para seu sucesso,

Aos técnicos e funcionários do Laboratório de Hidráulica da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, que nos auxiliaram na execução do modelo físico e contribuíram com valiosas sugestões,

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo auxílio financeiro concedido através da bolsa de estudo, sem o qual não seria possível a realização deste trabalho.

RESUMO

Os transientes hidráulicos, como são chamadas as ondas de pressão (positivas ou negativas) geradas em um sistema hidráulico, devido à ação de “manobras” dos componentes deste sistema, podem ocorrer em amplitudes e frequências tais que podem causar a ruptura ou colapso de elementos da instalação como: tubos, válvulas, etc. Muitos artificios de controle, os quais por si só alteram a velocidade do fluxo, causando assim, eventos transitórios secundários que respondem à pressão do sistema. Assim, a confiabilidade das simulações realísticas de comportamento dos sistemas, dependem da precisão na avaliação das variações da vazão, pressão e frequência dos ciclos de onda. Uma das imprecisões associadas à modelação do fenômeno transitório está no uso de uma formulação *quasi-estática* para o termo de atrito, a qual é válida somente para regimes de fluxo permanente. Este trabalho faz uma comparação entre os resultados obtidos nos dois modelos computacionais de cálculo do transitório aplicando o método elástico, visando promover análise sistemática da eficiência e precisão proporcionada pela utilização do termo de atrito, o qual incorpora o grau de dependência da velocidade, efeitos de inércia e compressibilidade do fluido em uma simples e generalizada estrutura. Para tal, utiliza como base para a formulação, um modelo proposto por VARDY et al.(1993) que faz uso da formulação do termo de atrito válido para o regime transitório turbulento, anteriormente proposta por ZIELKE (1968) e válida somente para o regime laminar de escoamento.

ABSTRACT

The hydraulic transients, as are called the pressure waves (positive or negative) generated into the pipes by component settings, can be large and occur with frequencies enough to cause rupture or collapse of the systems components as : pipes, valves, etc. Many control devices, which themselves alter the flow velocity, and therefore cause secondary transient events, respond to system pressure. Thus, reliability of realistic simulation of system behavior depends on how accurately are the flow and pressure changes and the frequency of cycles predictions. A cause of this modeling error lies in the use of *quasi-steady* friction equation which is only valid for steady flows. This research will compare results obtained of two computing models and applying the elastic method to promote a systematic analysis of efficiency and accuracy made by friction equation uses, which incorporates rate dependent velocity, shear and compressibility effects within a single, generalized framework.

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS	i
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE QUADROS	ix
1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1 Transientes hidráulicos em redes de abastecimento de água	3
2.2 Investigação dos fatores de caracterização de uma rede hidráulica	4
2.3 Efeitos dissipativos no regime não-estável	5
3 BASES PARA A MODELAÇÃO DO TRANSIENTE HIDRÁULICO	10
3.1 Metodologia adotada	10
3.1.1 Aspectos gerais	10
3.1.2 Parâmetros utilizados no modelo	12
3.2 Modelo Numérico	13
4 OS MODELOS DE CÁLCULO	16
4.1 Descrição geral das características dos modelos de cálculo	16

4.1.1	O modelo clássico	17
4.2	O modelo modificado	22
5	SIMULAÇÕES, RESULTADOS E DISCUSSÕES	26
5.1	Discussão das malhas de integração	26
5.2	Simulações Computacionais	31
5.2.1	Fator de atrito constante	31
5.2.2	Fator de atrito atualizado	33
	CONCLUSÕES	37
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	38
	ANEXO I – O MODELO ELÁSTICO	42
I.1	Classificação dos fluidos - definições	42
I.2	Equacionamento	43
I.3	Equação da continuidade	44
I.4	Equação da quantidade de movimento	48
I.5	O método das características	50
I.6	A integração das equações pelo MOC	52
I.7	A malha cruzada	56
I.8	Modelo topológico	56
I.9	A equação do NÓ	58
I.10	Equação do ENO não-tubo	60
I.11	Condições de contorno	62
I.11.1	Reservatórios	63
I.11.1.1	Reservatório de Nível constante	63
I.11.1.2	Reservatório de nível constante à montante de válvula ou bomba	63
I.11.1.3	Reservatório de nível constante à jusante de válvula ou bomba	64

I.12	Válvulas: generalizações	64
I.12.1	Válvula com abertura fixa	65
I.12.2	Válvulas de retenção	65
I.12.3	Válvula à jusante com descarga livre	64
I.13	Bombas	66
I.13.1	Bombas simples	66
I.13.2	Bombas em paralelo	68

LISTA DE SÍMBOLOS

A

A -	área da seção transversal do tubo não deformado	m^2
A_m -	área média da seção transversal entre as seções 1 e 2	m^2
A' -	variável associada à equação particular do ENO	-
A_R -	área da seção transversal do reservatório	m^2
A_1 e A_2 -	áreas das seções transversais 1 e 2 do tubo deformado	m^2
a -	a - celeridade de propagação da onda de pressão	m/s
a_0 -	coeficiente da equação ajustada da curva carga x vazão	-
a_1 -	a_1 - celeridade de propagação da onda de pressão considerando fluido compressível e tubulação rígida	m/s
a_2 -	celeridade de propagação da onda de pressão considerando fluido incompressível e tubulação deformável	m/s

B

B -	coeficiente do método das características	-
B' -	coeficiente da equação particular do ENO	-
$B_A, B_B, B_D,$ B_E -	coeficientes associados à equação do ENO	-
B_N -	coeficiente associado à equação do NÓ	-
b_0 -	coeficiente da equação ajustada da curva carga x vazão.	-

C

C -	código de tipo do ENO	-
C_R -	número de Courant-Friedrich-Lewy	-
$C_A, C_B, C_E,$ C_D -	coeficientes associados à equação do NÓ	-
C' -	coeficiente associado à equação particular do ENO	-
C^+, C^- -	retas características positiva e negativa	-
C_1 -	termo componente da fórmula de Pereira e Almeida	-
C_T -	termo componente da fórmula de Pereira e Almeida	-
C_I, C_{II} -	representação genérica das constantes C_A, C_B, C_E, C_D	-
c_0 -	coeficiente da equação ajustada da curva carga x vazão	-

D

D	diâmetro da tubulação indeformável	m
D'	diâmetro médio entre as seções deformadas (1) e (2) da tubulação	m
D(t)	demanda variável no tempo	m ³ /s

E

E	módulo de elasticidade do material do tubo	Kgf/m ²
E _E	coeficiente associado à equação do ENO	-
E _N	coeficiente associado à equação do NÓ	-
e	espessura da parede do tubo	m

F

F	coeficiente associado à equação do ENO	-
F	número de NÓS com carga fixa	-
F _X	força na direção longitudinal do conduto	Kgf
f	fator de atrito da fórmula universal da perda de carga	-

G

G	coeficiente associado à equação do ENO aceleração da gravidade	-
G	coeficiente associado à equação do ENO	-
g	aceleração da gravidade	m/s ²

H

H	H - carga hidráulica	m
H _A , H _B , H _C , H _D , H _P	H _A , H _B , H _C , H _D , H _P - carga hidráulica nos pontos A, B, C, D e P da malha de cálculo	m
H _i	carga hidráulica na seção i na iteração anterior	m
H _{i-1}	carga hidráulica na seção i+1 iteração anterior	m
H _{i+1}	carga hidráulica na seção i-1 iteração anterior	m
H _{pi}	carga hidráulica na seção i na iteração atual	m
H _S , H _R , H _T	cargas nos pontos R, S e T da curva carga x vazão	m
H _S , H _R , H _T	cargas nos pontos R, S e T da curva carga x vazão	m
H _R	nível no reservatório no instante anterior	m
h	perda de carga distribuída na tubulação	m

I

I -	código de ordem para identificação do ENO no esquema topológico	-
i -	identificador de seção	-
i -	identificador de NÓ	-

J

J -	número de NÓS de junção	-
j -	identificador de tubo convergente ao NÓ	-

K

K -	constante associada à equação genérica da perda de carga	-
K_1 -	módulo de elasticidade volumétrico do líquido	kgf/m ²
K_3 -	constante associada à equação do termo de atrito do modelo de Anderson.	-
K' -	constante de linearização da equação de perda de carga distribuída	-
k -	identificador de tubo divergente ao NÓ	-

L

L -	comprimento do tubo	m
L -	equação de combinação das equações da continuidade e da quantidade de movimento	-
L_1 -	equação da continuidade	-
L_2 -	equação da quantidade de movimento	-

M

M_i -	número de malhas	un.
M -	expoente associado à vazão na equação genérica de perda de carga	-

N

N -	número de trechos discretizados da tubulação.	un.
N_1, N_2 -	nós a montante e jusante do ENO no esquema topológico.	-
n -	expoente associado ao diâmetro na equação genérica de perda de carga	-

P

P -	Pressão manométrica	m
-----	---------------------	---

P_S, P_R, P_T -	potência nos pontos S, R e T da curva carga x vazão.	W
p_1 -	pressão na seção (1) do conduto.	m
p -	pressão média entre as seções (1) e (2) do volume de controle.	m
Q		
Q -	vazão no instante de cálculo atual	m^3/s
$Q_A, Q_B, Q_E,$ Q_D, Q_P -	vazão nos pontos A, B, E, D e P da malha de cálculo	m^3/s
Q_M -	vazão correspondente à média das vazões das extremidades dos condutos	m^3/s
Q_R, Q_T -	vazão nos pontos R e T da curva carga x vazão	m^3/s
Q_i -	vazão na seção i iteração de cálculo anterior	m^3/s
Q_{i-1} -	vazão na seção i-1 iteração de cálculo anterior	m^3/s
Q_{i+1} -	vazão na seção i+1 iteração de cálculo anterior	m^3/s
Q_{pi} -	vazão na seção i iteração de cálculo atual	m^3/s
Q^* -	vazão preestabelecida para controle de vazão.	m^3/s
R		
R -	coeficiente de atrito.	-
R_b -	ponto associado no máximo rendimento na curva carga x vazão.	-
Re -	número de Reynolds.	-
S		
S_b -	ponto associado à condição de Shutt-off na curva carga x vazão	-
T		
T -	número de tubos	
T_a -	tempo de cálculo atual	s
T_b -	ponto qualquer sobre a curva carga x vazão	-
t -	tempo de cálculo anterior	s
t^* -	tempo de cálculo adimensional	s
V		
V -	velocidade média na seção transversal de um conduto	m/s
V_i -	velocidade média na seção transversal i do conduto	m/s
V_X -	velocidade na seção projetada na direção x	m/s
v -	volume	m^3

W

W -	função peso de cálculo da tensão de atrito	-
Wap -	função peso aproximada de cálculo da tensão de atrito	-

X

x -	distância média ao longo do eixo do conduto	m
-----	---	---

Y

$Y_{1,t}, Y_{2,t}$ -	função Y calculada para o instante de tempo atual	-
$Y_{1,t-\Delta t},$ $Y_{2,t-\Delta t}$ -	função Y calculada para o instante de tempo anterior	-

Z

Z -	cota geométrica em relação ao plano horizontal de referência	m
Z_2 -	cota geométrica da válvula em relação ao plano horizontal de referência	m
z -	número de bombas atuando em paralelo	un.

 α

α_i -	ângulo de inclinação do eixo da tubulação	graus
α -	inverso da celeridade	s/m

 Δ

Δ -	espessura da camada externa do fluido	m
Δx -	comprimento infinitesimal do conduto	m
Δt -	intervalo infinitesimal de tempo	s

 γ

γ -	peso específico da água	kg/m ³
------------	-------------------------	-------------------

 λ

λ -	coeficiente para combinação das equações da continuidade e da quantidade de movimento	-
-------------	---	---

 ν

ν -	coeficiente de viscosidade cinemática	s
---------	---------------------------------------	---

 ρ

ρ -	massa específica	kg/m^3
ρ_1, ρ_2 -	massa específica nas seções (1) e (2) do volume de controle	kg/m^3
ρ' -	massa específica média entre as seções (1) e (2) do volume de controle	kg/m^3
τ		
τ_w -	tensão de atrito total	kg/m^2
τ_{ws} -	tensão de atrito válida para o regime permanente	kg/m^2
τ_{wu} -	tensão de atrito válida para o regime transitório	kg/m^2
μ		
μ -	coeficiente de viscosidade dinâmica do fluido	s
ψ		
ψ -	tempo adimensional	-
ψ^* -	tempo adimensional	-

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 2

Figura 2.1 - Modelo analítico simplificado do perfil de escoamento para o regime transitório turbulento	06
---	----

Capítulo 4

Figura 4.1 - Malha Regular	18
Figura 4.2 - Esquema da Malha Escalonada Cruzada	19
Figura 4.3 - Sistema hidráulico utilizado nas simulações	21
Figura 4.4 - Aproximação das funções peso por séries exponenciais; $f.Re=69,5$ corresponde à função de HOLMBOE e ROULEAU (1967)	25

Capítulo 5

Figura 5.1 - Discretização do plano (x, t): malha regular	27
Figura 5.2 - Interpolação no método das características	28
Figura 5.3 - Discretização do plano (x, t): malha escalonada cruzada	30
Figura 5.4 - Pressões na válvula, manobra rápida, CLARE2	32
Figura 5.5 - Pressões na válvula, manobra rápida, CLAES2	32
Figura 5.6 - Pressões na válvula, manobra rápida, CLAESPA2	33
Figura 5.7 - Variação do fator de atrito com o número de Reynolds	34
Figura 5.9 - Variação do fator de atrito com o tempo	34

Figura 5.10 - Pressões na válvula, manobra rápida, MOES2	35
Figura 5.11 - Pressões na válvula, manobra rápida (todos os modelos)	36
Figura 5.12 - Pressões na válvula, manobra lenta (todos os modelo)	36

Anexo I

Figura I.1 - Volume de controle	43
Figura I.2 - Malha regular - método das características	53
Figura I.3 - Esquema da malha regular	54
Figura I.4 - Esquema da malha escalonada cruzada	55
Figura I.5 - Representação topológica - modelo elástico	57
Figura I.6 - Esquema de um NÓ genérico	59
Figura I.7 - Esquema de um ENO genérico	61
Figura I.8 - Curva carga x vazão	68

LISTA DE QUADROS**Capítulo 4**

Quadro 4.1 -	Formulações dos modelos de cálculo	16
--------------	------------------------------------	----

Capítulo 5

Quadro 5.1	Limites de estabilidade numérica para diferentes tipos de tratamento na integração do termo de atrito (CAUDRHY, 1987)	29
------------	---	----

Anexo I

Quadro I.1	Codificação do modelo topológico	58
------------	----------------------------------	----

1 INTRODUÇÃO

O controle operacional de grandes sistemas de abastecimento de água exige um monitoramento constante dos regimes de escoamento do fluido, sendo eles: permanente (projeto), transitório (manobras operacionais), oscilatório (problemas dinâmicos) e em período extensivo (operação e controle). A análise destes regimes pode ser feita através do modelo elástico com solução pelo método das características (MOC), cuja a aplicação na simulação de sistemas hidráulicos será abordada neste trabalho. Os modelos numéricos de simulação de sistemas de abastecimento de água exigem, ainda, modificações que dependem de parâmetros de ajuste, sistematicamente obtidos através de modelos físicos que comprovem sua acuracidade nas operações conjugadas com controle central.

O objetivo geral desse trabalho é analisar numericamente a influência dos modelos usuais no cálculo do fator de atrito durante o escoamento transitório, procurando-se verificar as diferenças existentes entre os modelos quando se adota modelos físicos mais reais para o fator de atrito.

Atualmente, com a necessidade econômica de melhor gerenciar os sistemas de distribuição de água, técnicas para monitorar, otimizar e automatizar a operação estão sendo desenvolvidas. O sucesso dessas técnicas dependem diretamente da precisão com que os modelos de simulação calculam as variáveis de estado (carga e vazão). Daí, justifica-se a busca de modelos físicos, matemáticos e computacionais que representem, com a maior precisão possível, o comportamento real desses sistemas. Permitindo a implementação de programas sofisticados de gerenciamento e de redução de vazamentos (uso não-autorizado) de água.

Nos modelos usuais de cálculo do transitório hidráulico, o efeito de inércia da massa de água no fator de atrito é desconsiderada, utilizando o fator de atrito válido no regime permanente.

É objetivo específico desse trabalho, verificar a influência que o tratamento do termo de atrito tem no cálculo do transitório em sistemas hidráulicos, através da

comparação entre os modelos numéricos. Deseja-se centrar o estudo no efeito dinâmico do cálculo do termo de atrito das equações que regem o escoamento de fluidos em condutos forçados, procurando estabelecer, se possível, a necessidade em termos de engenharia da inclusão deste efeito nos modelos de cálculo, que obviamente são modelos mais trabalhosos.

Para que se possa entender o comportamento das variáveis intrínsecas ao fenômeno transitório de escoamentos de fluidos, torna-se necessário estabelecer as vias de investigação do estudo de tal fenômeno. Esta investigação proposta vai sendo simplificada à medida em que se faça uso das simplificações no modelo, baseado em comprovações experimentais específicas. Posteriormente, com o modelo estabelecido, deve-se fazer uma etapa subsequente, situada no domínio físico, onde inclui a comprovação dos resultados calculados com o modelo de cálculo proposto com os obtidos experimentalmente de um sistema real.

Conjugando-se elementos de áreas afins (transiente hidráulico e matemática aplicada), historicamente aliadas para a solução de problemas impostos ao Homem, ao longo do tempo e, principalmente, nas últimas décadas, torna-se necessário enfatizar que outros trabalhos desta natureza têm sido desenvolvidos visando a melhoria nos modelos existentes de cálculo de transiente hidráulico, considerando a variação do perfil de velocidade do fluido no intervalo de tempo de cálculo.

No capítulo subsequente é apresentada uma revisão da bibliografia dos modelos e métodos de cálculo que permitem avaliar o escoamento transitório de fluidos em condutos forçados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Transientes hidráulicos em redes de abastecimento de água

A prática de projetos e análises de redes hidráulicas de distribuição de água vem negligenciando alguns aspectos físicos inerentes ao problema, sem mencionar os aspectos sócio-econômicos. O conhecimento do comportamento das rede hidráulicas sob a ação de uma série de solicitações físicas e exigências operacionais é trivial para que fatores sócio-econômicos sejam otimizados, objetivo almejado por engenheiros e especialistas da área no sentido de solucionar a situação de escassez de recursos hídricos potencialmente disponíveis, principalmente ao redor dos grandes centros urbanos. Uma fonte de esforços solicitantes comumente negligenciada no projeto de sistemas de distribuição de água é o *regime transitório* de operação (KARNEY e MCINNIS, 1990).

Modelos computacionais para análise de transientes hidráulicos em redes de distribuição de água topologicamente simples têm sido amplamente utilizados, uma vez que avanços na tecnologia dos “hardware” têm conduzido a análise de sistemas de distribuição de água, da arte de julgamento do engenheiro à ciência com precisões altas. O avanço dos “software” e a disponibilidade de computadores de grande porte e alta velocidade, vêm permitindo a exploração de novas configurações de modelos numéricos capazes de promover um gerenciamento mais eficiente daqueles sistemas. Somente em pesquisas relativamente recentes, métodos aproximados ou modelos experimentais de sistemas de distribuição de água vêm sendo adotados por engenheiros e técnicos permitindo análises e questionamentos sobre as características dos sistemas, embora não se tenha uma idéia clara de como este processo pode afetar o comportamento previsto.

Os resultados de pesquisas de autores como KARNEY e MCINNIS (1990) e SARIKELLE e LOESCH (1991) têm demonstrado que é necessário dar maior atenção à sensibilidade do sistema sob a condição de regime transitório ao estado inicial ou que tipo de influência o controle automático pode produzir ao sistema. Tais questionamentos estão

centralizados no projeto e operação do sistema. A investigação do comportamento da rede hidráulica sob regimes transitórios exige que certos aspectos envolvidos na representação e simulação de operações, ou seja, a resposta dinâmica obtida dos elementos que compõem o sistema mediante tais condições, sejam cuidadosamente avaliadas.

KOELLE et al. (1996) refere-se ao conjunto de respostas dos elementos da rede hidráulica como sendo a *personalidade* deste sistema, comparativamente à conduta típica baseada no *senso de moralidade* do ser humano.

A *personalidade* de um sistema hidráulico pode ser conhecida através da comparação entre modelos computacionais e experimentais, utilizando-se métodos sistemáticos de representação topológica e solução numérica das equações que governam o escoamento de fluidos em regimes transitórios (KOELLE et al., 1990). Um modelo largamente utilizado é o modelo elástico com solução pelo Método das Características (MOC) desenvolvido por CHAUDHRY (1979) e WYLIE e STREETER (1983) se mostrando bastante eficaz na análise de transientes hidráulicos. A aplicação deste modelo, associada a simplificações no equacionamento e formulação de hipóteses relativas ao fluido, escoamento e conduto, permitiram que se pudesse formular configurações numéricas e computacionais afim de simular o comportamento e, ainda, estabelecer regras de operações de sistemas hidráulicos mediante análise de transitórios, como se pode verificar no trabalho de LUVIZOTTO JR. (1992).

2.2 Investigação dos fatores de caracterização de uma rede hidráulica

O comportamento dinâmico de sistemas sob a ação de regime transitório de escoamento tem sido investigado à luz dos métodos sistemáticos de representação e de tratamento das equações físicas que regem o fenômeno. Procedimentos que podem orientar o engenheiro no estudo de transientes hidráulicos e uma metodologia para a representação e equacionamento dos dispositivos que compõem uma rede hidráulica foram apresentados por KOELLE (1983).

Modelos sintéticos (“Modelos Macro”) vêm sendo utilizados em substituição aos modelos reais de redes de distribuição de água na intenção de se reduzir o número de variáveis e obter de forma rápida e aproximada a resposta do sistema para condições transitórias de operação, constatado por MARTINEZ et al. (1993) citado por LUVIZOTTO JR. (1995). A análise da influência das manobras sob certas condições de consumo permite

que se obtenha o conhecimento das relações entre componentes do sistema hidráulico, ou ainda, a formulação de regras de operação (manobras), podem ser conseguidas através da *simulação contínua* (RIBEIRO et al., 1986). Este tipo de procedimento é baseado em rotinas de cálculo para a solução do regime transitório (ou permanente) afim de se investigar as variáveis de estado carga e vazão e outras que sejam intrinsecamente relacionadas com a fidelidade de representação do modelo computacional.

Embora seja conveniente e bastante precisa para algumas situações, a utilização de modelos reduzidos pode inviabilizar pesquisas que utilizem o modelo reduzido de redes hidráulicas devido a alguns aspectos como a negligência de fatores físicos de elementos ou simplificações feitas de acordo com a necessidade e grau de conservação do sistema estudado. Considerações operacionais e funcionais têm que ser previstas, além de outros fatores, no estabelecimento do tipo apropriado e grau de investigação do transiente hidráulico necessário para se obter confiabilidade do sistema (KARNEY e MCINNIS, 1990).

2.3 Efeitos dissipativos no regime não-estável

Uma análise completa do regime transitório em redes de distribuição de água requer ainda maior atenção com relação ao fator de atrito formulado no modelo numérico. Vários modelos de simulação assumem que o modelo elástico, caracterizado por assumir um perda de carga *quasi-estática*, utilizando a fórmula universal de perda de carga de Darcy-Weisbach está bem ajustada para simulações em regimes não-estáveis mas recentes pesquisas têm demonstrado que se faz necessário o desenvolvimento de uma formulação específica para aquela situação de escoamento. Atualmente, é necessário que se conheça o impacto da incorporação de uma formulação do termo de atrito em modelos que utilizem ainda a formulação para atrito em regimes estáveis. Modelos computacionais vêm sendo desenvolvidos para simulação de modelos físico com a intenção de se conhecer tal impacto para situações de escoamento moderadas ($10^3 < \text{Rey} < 10^5$), segundo HOLMBOE e ROULEAU (1967).

Os estudos de modelos de cálculo que levam em conta o efeito da inércia do fluido começaram a ser desenvolvidos com pesquisas realizadas por HOLMBOE e ROULEAU (1967), os quais verificam os efeitos que a inércia da massa de fluido exerce no cálculo do fator de atrito, para o regime laminar.

ZIELKE (1968), desenvolveu expressões que permitem uma aproximação analítica, para baixo número de Reynolds, do efeito de aceleração do fluido durante o instante de cálculo. O modelo utiliza uma família de *funções peso* assintóticas.

FUNK e WOOD (1974) admitem que o fluido é composto por duas camadas de escoamento, concêntricas: uma exterior, onde são concentrados os efeitos viscosos do escoamento, cuja característica é a distribuição de velocidades correspondente ao laminar, e uma camada interior com um perfil de velocidade uniforme de escoamento. Segundo ALMEIDA e KOELLE (1992), tal modelo é bastante apropriado para componentes de alta frequência de escoamento variável, uma vez tenha este conduzido a valores de energia dissipada, significativamente superiores aos valores obtidos admitindo a hipótese *quasi-estática*. Para tal modelo os autores consideram que a espessura da camada exterior, em metros, é dada por $\Delta = (50,64 D)/(2 \text{Rey}^{0,75})$ (m). A figura a seguir mostra de maneira mais clara os perfis de velocidade segundo a hipótese comentada anteriormente:

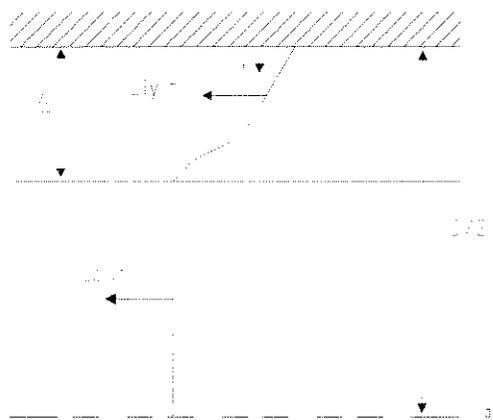


Figura 2.1 – Modelo analítico simplificado do perfil de escoamento para o regime transitório turbulento.

Experimentos realizados por ARLT (1983) comprovaram a acuracidade da hipótese feita por Zielke de que o termo de atrito (τ_w) pode ser considerado como sendo a soma de uma componente do regime estável (τ_{wS}) e uma componente do regime não-estável (τ_{wU}), ou seja:

$$\tau_w = \tau_{wS} + \tau_{wU} \quad \dots(2.1)$$

Tal análise está analiticamente correta para o regime laminar e sua acuracidade em aplicações numéricas é limitada somente pela necessidade de se utilizar finitos intervalos de tempo de integração. O limite superior de integração é o intervalo de tempo atual, no qual o fluido torna-se estável ($\tau_{WU} \rightarrow 0$) e o modelo fica sendo válido somente para o regime permanente de escoamento.

Para o regime turbulento, um fator que interfere de forma bastante significaste na incompatibilidade dos procedimentos, relativamente ao regime laminar, é a indeterminação do perfil de velocidades durante o intervalo de tempo de cálculo, segundo VARDY et al. (1993). Ainda, foi mostrado que este tipo de expressão influi na velocidade da onda de pressão, bem como na magnitude da pressão.

A determinação do perfil de velocidades só é possível fazendo-se uma análise com o eixo axial movimentando-se juntamente com a frente de onda. Análises foram realizadas conduzindo a resultados bastante enriquecedores quanto à atenuação de ondas de choque em condutos forçados. Entretanto, existem duas condições que dificultam a comparação entre a frente de onda crescente e a frente de onda achatada.

São elas:

1. fluxo é axi-simétrico;
2. deve ser feita uma contagem da influência do crescimento da espessura da borda de controle, quando se analisa o núcleo do fluxo no interior do tubo.

Um modelo proposto por VARDY et al. (1992) segue as hipóteses formuladas por Zielke para o regime laminar de escoamento. Neste modelo os autores consideram que um anel de fluxo laminar envolve um núcleo de fluxo uniforme conforme propuseram anteriormente FUNK e WOOD (1974). A espessura radial do núcleo de fluxo uniforme varia à medida em que a tensão de atrito correta é obtida no regime estável inicial. Isto define um perfil de velocidades inicial o qual é subsequenteiramente distribuído pela onda de pressão.

Outros modelos que permitem o cálculo do termo de atrito para transitórios hidráulicos, durante um regime turbulento, foram desenvolvidos através de técnicas que combinam o método das características e métodos numéricos, como o modelo formulado por OHMI et al. (1985), o qual determina o perfil de velocidades em cada ponto da malha de cálculo utilizando um método de diferenças finitas.

Devido à complexidade do fenômeno, as investigações sobre a formulação do termo de atrito em regimes não-estáveis ainda é uma atividade restrita, motivo pelo qual ainda é bastante grande a confiabilidade e utilização dos modelos com tratamento para o regime estável, com relação ao nível de precisão alcançado (FUAMBA et al., 1996). É importante citar que este tipo de estudo é inconclusivo no atual estágio de desenvolvimento, embora algumas importantes contribuições têm sido apresentadas no sentido de estabelecer bases para a previsão do termo de atrito bem como para a necessidade de ampla discussão sobre a implementação mais apropriada do modelo (ANDERSON e BUGHAZEM, 1996).

A influência de parâmetros relacionados aos condutos ou a significância das hipóteses de simplificações, como por exemplo as condições de contorno, não estão bem quantificadas, no que se refere a um modelo que repense o tratamento do termo de atrito para o cálculo do transiente hidráulico (ANDERSON et al., 1992). Várias formulações do termo de atrito têm sido aplicadas a modelos numéricos de cálculo do transiente hidráulico para configurações simples. Soluções que incluem o termo convectivo no cálculo do fator de atrito necessitam de que seja adotado o modelo elástico para que se obtenha resultados consistentes.

A expressão a seguir representa o modelo proposto por Zielke constituído por uma função peso W que leva em consideração a aceleração local numa seção do conduto para qualquer intervalo de tempo de cálculo.

$$\tau_{wu} = \frac{4\mu}{D} \int_0^T W \frac{\partial U}{\partial t} dt^* \quad \dots(2.2)$$

sendo t o tempo corrente de cálculo e $t^* = T-t$ o tempo correspondente a uma iteração anterior.

Pelo fato de que este tipo de formulação requerer a retenção de um histórico de dados referentes aos tempos de cálculo anteriores, TRIKHA (1975) desenvolveu uma formulação alternativa, na qual o histórico de dados é incluído através da incrementação da aproximação de Zielke em cada instante de tempo como se pode verificar na expressão e seguir:

$$\tau_{wu} = \frac{4\mu}{D}(Y_1 + Y_2 + Y_3) \quad \dots(2.3)$$

sendo Y_1 , Y_2 e Y_3 funções do tempo e adotadas como sendo inicialmente iguais a zero.

A avaliação dos aspectos das implementações práticas para separação de coluna líquida comparando os modelos propostos por ANDERSON et al. (1992) e BERGANT e SIMPSON (1994) proporcionaram avanços, compreendendo que algumas limitações com relação a coeficientes relacionados à formulação de ambos autores, sofre variação com o nível de escoamento, ou seja, o coeficiente proposto varia de acordo com o número de Reynolds.

BRUNONE et al. (1991) utiliza o *método das características modificado* para a formulação do termo de atrito obtendo resultados satisfatórios tanto para interpolação no eixo do espaço quanto no eixo do tempo. Tais resultados comprovam a confiabilidade do MOC para o fenômeno de atenuação do transiente.

3 BASES PARA A MODELAÇÃO DO TRANSIENTE HIDRÁULICO

O conhecimento criterioso de modelos numéricos para o cálculo do fenômeno transitório tornou-se necessário a partir do momento em que os computadores tornaram-se mais acessíveis e os métodos de previsão e dimensionamento de estruturas hidráulicas de condução de líquidos puderam ser executados, não mais de forma gráfica ou por cálculo manual, mas sim, através de modelos computacionais que proporcionam maior rapidez, precisão e confiabilidade no cálculo.

O desenvolvimento de modelos de cálculo que representem o fenômeno transitório são extremamente importantes para estudos do escoamento de fluidos em condições específicas, como por exemplo, monitoramento e detecção de vazamentos em redes hidráulicas. A simulação do fenômeno transitório, é feita segundo a adoção da técnica de simulações sucessivas para cada intervalo de tempo, partindo de condições iniciais conhecidas.

O objetivo da exploração sistemática de um modelo computacional que represente com fidelidade o comportamento do fluido durante o transitório, desenvolvido no âmbito deste trabalho, consiste em obter conclusões no tocante aos aspectos diretamente relacionados à representatividade e viabilidade de generalização do método proposto a sistemas hidráulicos quaisquer.

3.1 Metodologia Adotada

3.1.1 Aspectos Gerais

Toda a análise efetuada em torno do regime transitório de escoamento de fluidos, desenvolve-se a partir do modelo de cálculo que faz uso das equações da continuidade e da quantidade de movimento que, associadas a um método de discretização chamado Método

das Características, regem, numericamente, o fenómeno transitório de escoamento de fluidos.

Os modelos de cálculo para regimes transitórios atualmente conhecidos, utilizam um termo de tratamento da perda de carga considerando o escoamento *quasi-estático*, ou seja, considera-se o escoamento permanente para cada intervalo de cálculo. Assim, negligencia-se o efeito de inércia da massa de fluido durante o intervalo de cálculo. Vários modelos de simulação do fenómeno transitório utilizam, para o termo de atrito, a fórmula universal de perda de carga de Darcy-Weisbach e, assumem que esta formulação está bem ajustada para os modelos propostos, gerando resultados com precisões satisfatórias para os fins desejados.

Recentes pesquisas sobre modelos de cálculo do regime transitório têm demonstrado que, com a aplicação dos modelos para simulações de sistemas de distribuição e condução de líquidos, dotados de métodos que permitem fazer a detecção de vazamentos nestes sistemas, tornou-se imprescindível o desenvolvimento de modelos de cálculo que utilizem um termo de tratamento do atrito que considere o efeito de inércia do fluido durante o intervalo de cálculo. O desenvolvimento de modelos que utilizem um termo de tratamento do atrito para regimes transitórios de escoamento do fluido, conduzirá ao conhecimento do impacto que tal formulação é capaz de gerar nos modelos de simulação computacional de sistemas hidráulicos de condução de líquidos.

Quando este tipo de investigação foi proposto, teve-se em mente que, no atual estado e no âmbito de investigações prévia e atualmente desenvolvidas, os resultados ainda são inconclusivos no tocante ao impacto que uma formulação desenvolvida especialmente para o cálculo do termo de atrito durante a ocorrência do fenómeno transitório pode provocar, ou não, nos atuais modelos de simulação computacional.

A análise do comportamento do modelo computacional proposto é efetuada em três etapas distintas. Na primeira fase, são discutidos os aspectos numéricos que envolvem a utilização de diferentes tipos de malhas de discretização do plano (x, t) , nos modelos computacionais desenvolvidos, expondo as vantagens e desvantagens de cada tipo de estrutura, quais sejam: malha regular e malha escalonada cruzada. Posteriormente, comenta-se sobre as formas de integração do termo de atrito. Numa fase seguinte, foram realizadas análises sobre a utilização de diferentes modelos de cálculo do transitório, com relação ao tipo de avaliação do termo de atrito. Três diferentes modelos foram propostos para a realização das simulações numéricas do transiente hidráulico, sendo todos baseados

no modelo elástico. No primeiro modelo, o termo de atrito é avaliado através do fator de atrito (f), válido para o regime permanente e considerado constante durante todo o tempo de cálculo. No segundo modelo, faz-se o cálculo do fator de atrito (f) para a vazão de cada intervalo de tempo de cálculo, através da fórmula universal de Pereira e Almeida, citado por LUVIZOTTO JR (1992). No terceiro modelo, modifica-se o modelo elástico de cálculo para a inclusão do efeito de inércia da massa de fluido no cálculo do termo de atrito durante o intervalo de tempo de cálculo, o qual foi desenvolvido por Vardy, VARDY (1993).

Os transientes hidráulicos podem ter como causa vários fenômenos, como por exemplo, manobras bruscas em válvulas, acionamento e parada de bombas, a operação dos reguladores de turbinas hidráulicas, etc. No presente trabalho, foi adotada como manobra geradora do transiente hidráulico o fechamento brusco de uma válvula. Procurando evidenciar a influência do fator de atrito no cálculo do transiente será utilizado um sistema simples para as simulações, composto de reservatório-tubo-válvula.

3.1.2 Parâmetros utilizados no modelo

Discussões específicas sobre a influência de cada um dos parâmetros encontrados nas formulações dos modelos de cálculo adotados podem ser feitas.

Este trabalho dará maior atenção à consideração do termo de atrito para o regime transitório, usualmente considerado constante na maioria das modelações.

As imprecisões que poderão existir na avaliação de algum outro parâmetro serão consideradas de segunda ordem

Relativamente aos dois modelos de representação do transitório hidráulico aqui abordados, o termo de atrito para ambos os modelos pode ser estruturado segundo a estrutura básica, a seguir:

$$\tau_w = \tau_{ws} + \tau_{wu} \quad (3.1)$$

sendo

τ_w = tensão de atrito total;

τ_{ws} = tensão de atrito válida no regime permanente;

τ_{wu} = tensão de atrito válida no regime transitório.

No modelo Clássico, porém não é levada em consideração a segunda componente da estrutura básica, o que significa dizer que não é levado em consideração no cálculo das variáveis de estado durante o regime transitório, o efeito de inércia do fluido, ou seja, durante a ocorrência do transitório as variáveis de estado são calculadas como se sucessivos regimes permanentes ocorressem durante cada intervalo de tempo de cálculo. Este tipo de formulação, como já anteriormente comentado, negligencia o efeito dinâmico do fenômeno, no qual ocorrem variações do número de Reynolds durante o intervalo de tempo de cálculo.

No modelo Modificado proposto por VARDY (1993), é feita a implementação de uma função que permite associar-se a consideração do regime de escoamento entre o intervalo de tempo de cálculo das variáveis de estado, como sendo um regime, de fato, transitório, no qual irão ocorrer variações de aceleração do fluido, conseqüentemente, ocorrendo variações da viscosidade cinemática do fluido.

3.2 Modelo Numérico

Este item trata das descrições gerais dos modelos computacionais de cálculo desenvolvidos para a simulação dos escoamentos transitórios, resultantes das operações da estrutura de controle nos sistemas adutores.

Os modelos computacionais já anteriormente apresentados, foram desenvolvidos em linguagem PASCAL 7.0 for DOS, num computador IBM 350-P75, de acordo com a filosofia proposta por ALMEIDA e KOELLE (1992), segundo a qual, a instalação hidráulica é composta por “NÓS” e elementos de ligação entre eles designados “ENOS” (reservatórios, tubos, válvulas, bombas, etc.).

Os modelos possuem a capacidade de executar análises detalhadas de regimes transitórios, decorrentes de manobras operadas na válvula. Os modelos calculam, a cada instante de tempo Δt , o valor das variáveis de estado Q e H em cada ponto do conduto, e também nas condições de contorno, reservatório à montante e válvula à jusante. Os modelos de cálculo não contemplam as condições de cavitação ou separação de coluna líquida do sistema e nem as condições de fronteira de reflexão, as quais são específicas aos sistemas de condução de fluidos, não cabendo a este trabalho analisar de forma tão profunda.

A modelação matemática e o esquema numérico utilizados, estão descritos no Capítulo 4, de forma que neste capítulo serão apresentadas apenas as características principais dos modelos e a descrição sumária das formas às quais foram estruturados.

Com relação ao procedimento implementado, os modelos realizam:

- a solução das equações que regem o fenómeno transitório utilizando, para cada modelo de cálculo, diferentes esquemas numéricos caracterizados pelas malhas de integração das equações diferenciais básicas;
- a técnica mista para integração numérica do termo de atrito, proposta por Wylie (1983).
- a modelação da resistência hidráulica, utilizando a fórmula de Darcy-Weisbach, sendo que, aquelas formulações que a utilizam, o fazem através da atualização do termo de atrito f em cada instante de cálculo, através da fórmula explícita de Pereira e Almeida;
- a integração das equações diferenciais básicas que regem os escoamentos em pressão nos condutos, através da formulação explícita do método das características para o Modelo Clássico e a formulação explícita proposta por VARDY et al. (1993) para o Modelo Modificado, utilizando a técnica de intervalo de tempo especificado;

Com relação à entrada de dados dos modelos, pode-se comentar:

- processa-se pela leitura dos dados em um arquivo de registro de entrada do sistema a analisar, permitindo a alteração do seu conteúdo a cada nova simulação sempre que desejado;
- o arquivo de registro dos dados de entrada dos modelos são simples e realizam de forma seqüencial e interativa a leitura de todos os dados referentes ao fluido, ao conduto e às condições de contorno.

Uma vez estabelecidas as análises conceituais para a estrutura fundamental dos modelos de cálculo e as seqüências lógicas utilizadas, pode-se sintetizá-las nos tópicos que seguem, traduzindo os fluxogramas gerais de cada modelo:

- para a resolução dos pontos interiores no instante de cálculo inicial, ou seja, no instante em que o sistema se encontra em regime permanente inicial, os modelos realizam o cálculo das variáveis de estado para todos os pontos interiores do tubo (“ENO tubo”), de acordo com as malhas de cálculo definidas;
- para as particularidades do sistema (“ENOS não-tubo”) os modelos realizam a análise das variáveis de estado a cada intervalo de cálculo, segundo suas características, através de sub-rotinas específicas para cada uma delas;
- os valores de vazão encontrados nas extremidades do tubo são calculados através das equações válidas ao longo das retas características C^+ e C^- , uma vez definidas as cargas nos nós adjacentes;
- para todo intervalo de cálculo, os valores das variáveis de estados determinantes da condição de escoamento encontrados são transformados em valores iniciais para o instante de cálculo seguinte.

Para todo intervalo de cálculo, os resultados das variáveis de estado nas seções de cálculo da malha são armazenados em um arquivo de saída dos dados, permitindo que se faça uma análise temporal das variáveis de estado em todo o sistema.

4 OS MODELOS DE CÁLCULO

4.1 Geral das Características dos Modelos de Cálculo

Estão apresentadas neste capítulo, as descrições gerais dos modelos de cálculo desenvolvidos no âmbito deste trabalho para a simulação dos escoamentos transitórios, resultantes das operações da estrutura de controle de fluxo (válvula) em um sistema simples de adução de água.

Com a finalidade de se fazer uma avaliação dos ganhos obtidos com a implementação de diferentes formulações para cada um dos modelos de cálculo adotados, estabeleceu-se que, para ambos os modelos, Modelo Clássico e Modelo Modificado, fossem realizadas implementações diferentes no modelo matemático conforme se pode constatar no quadro seguinte:

Quadro 4.1 - Formulações dos modelos de cálculo.

MODELO DE CÁLCULO	MALHA DE CÁLCULO	APROXIMAÇÃO DO TERMO DE VAZÃO
MODELO CLÁSSICO COM TERMO DE ATRITO (f) CONSTANTE	ESCALONADA CRUZADA	2a ORDEM
MODELO CLÁSSICO COM IMPLEMENTAÇÃO DO TERMO DE ATRITO (f)	ESCALONADA CRUZADA	2a ORDEM
MODELO MODIFICADO	ESCALONADA CRUZADA	2a ORDEM

Os modelos foram desenvolvidos exclusivamente para a simulação do fenômeno transitório, considerando que todas as análises a serem realizadas sobre o problema

proposto, estão relacionadas somente com o regime transitório e não com o regime permanente de escoamento de fluidos. Por este motivo é que a formulação e o tratamento da topologia dos modelos computacionais são bastante simplificados, porém, não menos importantes para o desenvolvimento das pesquisas sobre escoamento de fluidos em condutos forçados.

Os trabalhos consultados, diretamente relacionados com o cálculo do termo de atrito em regimes transitórios, não fazem uma avaliação da influência na diferenciação das formulações aplicadas aos modelos de cálculo, ou seja, toda a análise de validação de um modelo sobre o outro está associada a somente um fator de interferência nos modelos de cálculo, considerando que todas as novas hipóteses feitas para a elaboração de tais modelos de cálculo, por si próprias, constituem um ganho considerável no tratamento do fenômeno. O presente trabalho, procura evidenciar a necessidade de se fazer uma varredura nas possibilidades de fatores de influência, sobre uma provável otimização nos resultados obtidos pelos modelos de cálculo em questão, para a representatividade do transiente hidráulico em condutos forçados.

Afim de se verificar a validade das diferentes formulações e aproximações dos modelos de cálculo, recursos que justificam os objetivos deste trabalho, cada modelo computacional de cálculo do transitório foi dividido em categorias conforme pôde ser observado no Quadro 4.1. anteriormente.

4.1.1 O Modelo Clássico

O modelo, aqui denominado, Modelo Clássico de cálculo de transientes hidráulicos, foi elaborado por WYLIE e STREETER (1983) como ferramenta fundamental para a resolução dos problemas de ocorrência dos transitórios em sistemas hidráulicos para o transporte de água, embora o modelo possa ser utilizado para qualquer fluido considerado *Newtoniano*.

Para o Modelo Clássico, que utiliza o modelo elástico com aplicação pelo método das características (ANEXO I), foram elaboradas duas formulações distintas, no que tange ao tipo de malha de integração das equações que regem o fenômeno. A primeira, é uma formulação que faz uso da *malha regular* de cálculo das equações que regem o transitório em condutos forçados. Este tipo de formulação é bastante simplificado, compreendendo os modelos normalmente utilizados por vários autores.

A Figura 4.1 ilustra bem a malha regular de integração das equações (Eq. da Continuidade e Eq. da Quantidade de Movimento) algebricamente combinadas e válidas ao longo das retas características C^+ e C^- , para a determinação da carga (H) e da vazão (Q) ao longo do plano (x,t) , num ponto genérico P , no instante t , a partir dos valores das variáveis conhecidos no instante anterior:

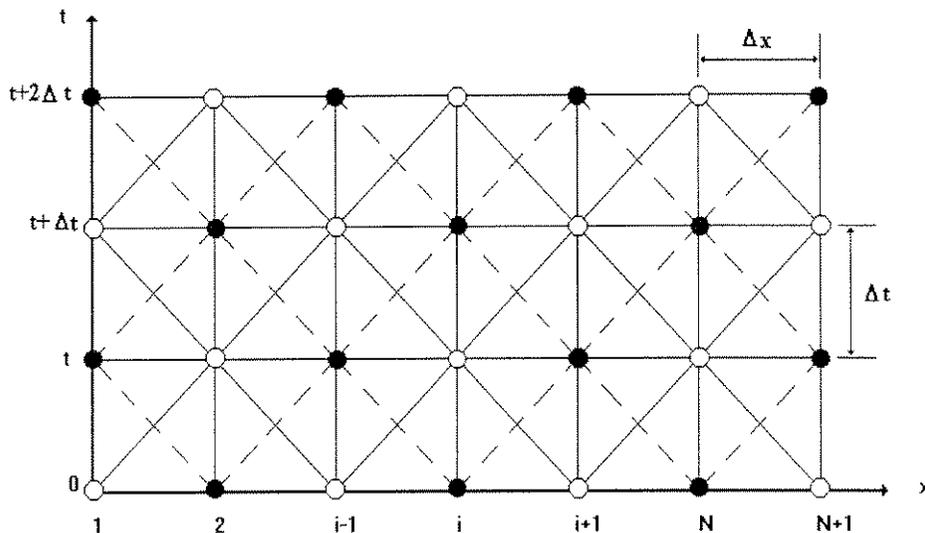


Figura 4.1 - Malha regular

Observa-se que, para este tipo de estrutura, ocorrem duas malhas distintas em uma, fato que compromete a estabilidade do processo de cálculo. Alguns autores, estabelecem que este tipo de estrutura está adequada para sistemas relativamente pequenos, não comprometendo sua eficiência nem seu esforço computacional. Quando utilizada para o cálculo do transitório em sistemas maiores e mais complexos, a estrutura torna-se inadequada, comprometendo assim, toda a estabilidade de cálculo e a confiabilidade do processo, além de requerer um esforço computacional muito grande.

Pode-se observar, também, que, neste tipo de estrutura a obtenção de uma informação, isto é, a definição da variável de estado carga (H) só é obtida a cada $2\Delta t$. Isto significa que é preciso o dobro do esforço computacional para se obter uma informação num determinado intervalo de tempo, além do fato de que a informação num determinado ponto "P" é obtida utilizando-se somente dois pontos de tempos anteriores.

Portanto, verifica-se que este tipo de malha de cálculo, desenvolvida ainda

obtidas a cada intervalo de tempo em um determinado ponto “P”, traz a influência de todos os pontos calculados no intervalo de tempo anterior. Este fato não ocorre no esquema da malha Regular.

As vantagens desta malha de cálculo, como se pode constatar, fazem dela uma ferramenta matemática cuja utilização torna-se vantajosa frente à malha anteriormente comentada. Contudo, o desenvolvimento deste método de integração é mais elaborado, fato pelo qual, muitas vezes, o torna menos utilizado, principalmente quando o sistema em análise é muito complexo. Ainda observando as vantagens deste tipo de malha em relação ao anterior, constata-se uma maior confiabilidade deste tipo de estrutura em relação á anterior, uma vez que, ela utiliza somente uma única malha para o cálculo das variáveis de estado durante o intervalo de tempo de cálculo.

Embora existam outros tipos de malhas de integração das equações que regem o fenômeno transitório, são abordados somente dois tipos de malhas, malha regular e malha escalonada cruzada, porque são bastante eficientes para o modelo adotado e, ainda, permitem que as observações referentes à influência que cada uma exerce na precisão do modelo computacional formulado exerce no resultado da simulação.

Portanto, o cálculo das variáveis de estado (H e Q) pode ser realizado utilizando-se as malhas de cálculo, como se pode observar no ANEXO I de forma mais detalhada. Contudo, para o cálculo das condições de contorno, ou seja, neste caso, um reservatório de nível constante à montante do conduto e uma válvula simples com descarga para a atmosfera à jusante do conduto, é preciso equacioná-los de forma adequada ao cálculo estabelecido para interior do conduto, como se pode verificar no esquema topológico simplificado, anteriormente representado na Figura 4.3.

Relativamente à consideração dada ao fator de atrito nos modelos de cálculos aqui discutidos, estabeleceu-se como formulação adequada, e discutida dentro do contexto, a fórmula explícita proposta por Pereira e Almeida, dada por:

sendo,
$$f = \left\{ -2 \log \left[(1 - T)C_1 + TC_T \right] \right\}^{-2}$$

$$C_1 = 10^{-\left(\frac{\sqrt{\text{Re}}}{16}\right)}$$

$$C_T = \left[\left(\frac{6.9}{\text{Re}}\right) + \left(\frac{K}{3.7D}\right)^{1.1} \right]^{0.9}$$

$$T = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{A - Re}{B}\right)}$$

onde $A = 3060,6974$ e $B = 250,9080$.



Figura 4.3 – Sistema hidráulico utilizado nas simulações.

(sem escala)

Esta formulação permite a contemplação dos escoamentos laminares e turbulentos, estimando-se os valores de f também para a zona crítica, evitando a descontinuidade desta região.

O critério de convergência adotado neste trabalho segue sugestões de alguns autores como VARDY (1996) ou ainda ALMEIDA e KOELLE (1992), os quais propõem como adequado, o critério baseado no cálculo da diferença entre as vazões calculadas entre dois instantes sucessivos de cálculo. Este critério estabelece que a diferença entre as vazões calculadas em iterações sucessivas, seja menor que uma tolerância adotada. Para os casos de modelos extremamente simples, como no caso deste trabalho, a tolerância é de 10^{-4} .

4.2 O Modelo Modificado

O modelo modificado para o cálculo das variáveis de estado em regimes transitórios de escoamento de fluidos, vem sendo uma das principais vertentes na pesquisa do fenômeno transitório em sistemas hidráulicos de condução de fluidos. O modelo clássico de equacionamento do fenômeno transitório, que utiliza o método das características como técnica de integração das equações, é considerado bastante preciso na determinação do termo de atrito durante o período de ocorrência do transiente

hidráulico, fazendo uso de uma formulação que realiza os cálculos interpretando o regime transitório como sendo uma sucessão de regimes permanentes, ou seja, a técnica denominada *quasi-estática*.

Entretanto, novas técnicas e formulações para a determinação do termo de atrito no cálculo das variáveis de estado em sistemas hidráulicos submetidos a regimes transitórios de escoamento, tornaram-se necessárias ao desenvolvimento de procedimentos computacionais. A avaliação do impacto da implantação das referidas técnicas em modelos numéricos é o principal item discutido neste trabalho e visa estabelecer, de forma sistemática, uma modelação para o cálculo do termo de atrito em regimes transitórios.

A formulação adotada como base para os modelos adotados neste trabalho foram desenvolvidas por VARDY (1992). O autor desenvolveu uma formulação, cuja filosofia é baseada em trabalhos anteriormente desenvolvidos por ZIELKE (1968). A base do modelo de cálculo modificado é a mesma do modelo de cálculo clássico, anteriormente discutido, sendo fundamentada no modelo elástico de cálculo das variáveis de estado, utilizando o método das características para a integração das mesmas no plano (x,t).

O modelo modificado difere do modelo clássico na técnica do cálculo do termo de atrito. Para o primeiro, o termo de atrito no regime transitório não é calculado como sendo o cálculo de sucessivos regimes permanentes, como ocorre no caso do segundo. A filosofia adotada neste caso é que o termo de atrito total é igual à soma de um termo de atrito para o regime estável e um termo de atrito para o regime transitório. O termo de atrito para o regime estável é calculado da mesma forma que no modelo clássico e o termo de atrito para o regime transitório é calculado através de uma formulação que leva em consideração a variação do perfil de velocidade do fluido durante a ocorrência do fenômeno.

O desenvolvimento analítico da função peso (W) proposta por ZIELKE (1968), para o escoamento laminar é apresentada a seguir. Para um volume de controle envolvendo as duas regiões de fronteira e o núcleo (Figura 2.1), a equação da quantidade de movimento na região de fronteira (Eq. 4.1 a) e do núcleo (Eq. 4.1 b) é dada por:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad \dots(4.1 a)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial V_c}{\partial t} + \frac{2\tau_c}{p(R-b)} = 0 \quad \dots(4.1 \text{ b})$$

O índice c representa a condição de interface entre a região de fronteira e a região do núcleo. A solução das equações a derivadas parciais é realizada através da transformada de Laplace.

Basicamente, a resolução das equações acima apresentadas é feita aplicando-se a transformada de Laplace à equação que rege o escoamento do fluido na região de fronteira entre a camada externa e o núcleo, com $V = 0$ junto à parede do tubo e $V = V_c$ na interface das duas regiões. A transformada de Laplace é aplicada também para a região do núcleo e, o resultado dessas duas operações são combinados, permitindo que uma solução geral seja obtida para toda a seção transversal. Então, uma transformada inversa é aplicada para toda a seção transversal produzindo a função peso (W) da componente do termo de atrito válida para regimes transitórios, dada por:

$$W(\psi) = \frac{1}{4} f Re \sum_{K=1,2,3,\dots}^{\infty} \exp\left(\frac{-(K\pi f Re)^2 \psi}{16}\right) \quad \dots(4.2)$$

Esta expressão é bastante precisa quando aplicada para o regime laminar de escoamento e diversos autores têm demonstrado isto ao longo do tempo.

A função peso (W) utilizada no modelo modificado, para qualquer seção do sistema e tempo de cálculo, é baseada em um valor apropriado do produto $f.Re$ naquela seção e tempo, determinados. No regime turbulento de escoamento, entretanto, o valor de $f.Re$ não é conhecido a priori, sendo necessário que se estabeleça um processo iterativo para seu cálculo. É, portanto, mais razoável, estimar um valor para o produto $f.Re$ baseado nas condições de escoamento do tempo de cálculo atual. Autores comprovaram que, através de uma simplificação do processo, utilizando a mesma função peso para todas as seções de cálculo em qualquer intervalo de tempo de cálculo, tendo por base um média dos valores de $f.Re$ obtida para todos os pontos, consegue-se uma boa aproximação com relação aos casos práticos, uma vez que, no escoamento real a taxa de variação de $f.Re$ não é muito grande.

Vardy desenvolveu uma aproximação para a função peso (W) da mesma forma que TRIKHA (1975), a partir da expressão desenvolvida por Zielke, como pode-se

verificar na expressão seguinte:

$$W_{ap}(\psi) \cong (A_1 e^{-B_1 \psi} + A_2 e^{-B_2 \psi} + \dots) \quad \dots(4.3)$$

sendo $\psi = vt^*/R^2$ o tempo adimensional.

Analisando a Equação (4.3), nota-se que quanto mais termos são usados, mais precisa torna-se a função. De acordo com pesquisas realizadas por Trikha, a utilização de dois termos na função aproximada, torna-a suficientemente precisa, principalmente porque a taxa de variação de ψ é pequena.

A dedução de valores numéricos para os coeficientes e expoentes da Equação (4.2) podem ser conseguida, minimizando-se o erro da função dado por:

$$E = \sum \left\{ W - (A_1 e^{-B_1 \psi} + A_2 e^{-B_2 \psi} + \dots) \right\}^2 \quad \dots(4.4)$$

na qual o somatório é avaliado por finitos valores de ψ . A Figura 4.4 mostra aproximações típicas utilizando apenas dois termos nas séries.

Quando os coeficientes e expoentes A_1 , A_2 , B_1 e B_2 são conhecidos, eles podem ser usados para atualizar os valores de Y_1 , Y_2 , ... na equação simplificada que Trikha desenvolveu a partir da expressão do termo de atrito para o regime laminar de Zielke, dada por:

$$\tau_{vu} = \frac{4\mu}{D} (Y_1 + Y_2) \quad \dots(4.5)$$

A função Y_i decai exponencialmente durante um intervalo de tempo, em função de ψ , sendo incrementada pelo último termo da Equação (4.7), a seguir:

$$t = 0 \Rightarrow Y_i = 0 \quad \dots(4.6)$$

$$t > 0 \Rightarrow Y_i = Y_{i,t-\Delta t} e^{-B_i \psi^*} + A_i [V_i - V_{t-\Delta t}] \quad \dots(4.7)$$

sendo $\psi^* = \frac{4\nu\Delta t}{D^2}$.

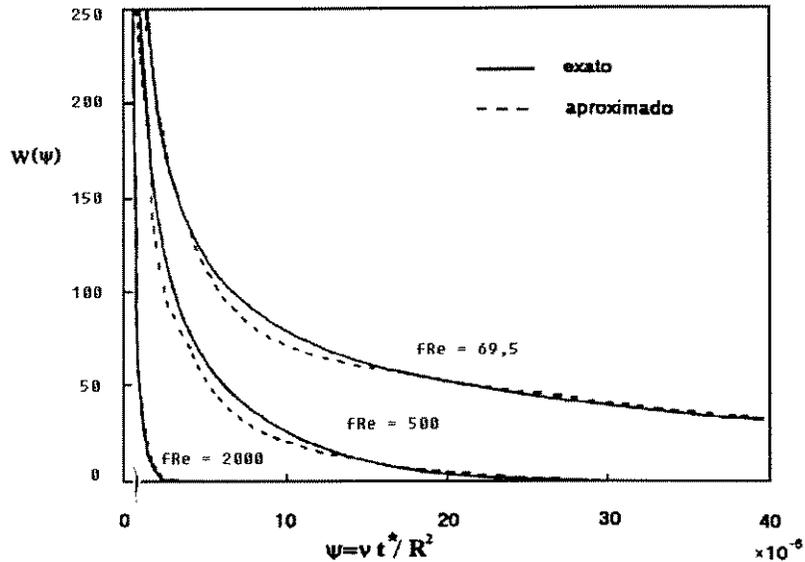


Figura 4.4 – Aproximação da função peso (W) por séries exponenciais; $f.Re = 69,5$ corresponde à função de HOLMBOE e ROULEAU (1967).

Os resultados apresentados na Figura 4.4 mostram que Holmboe e Rouleau conseguiram, através de uma função aproximada com dois termos, boa aproximação com relação àquelas que utilizam mais termos para a aproximação da função.

Através de exame dos resultados obtidos (Figura 4.4), Vardy admite que a aproximação conseguida através da função peso (W_{ap}) justifica seu uso. Tal aproximação é válida para o regime transitório turbulento e foi conseguida com os seguintes valores dos coeficientes e expoentes:

$$A_1 = 365;$$

$$A_2 = 35;$$

$$B_1 = 120.000;$$

$$B_2 = 5000.$$

Tais valores são válidos para $5 \times 10^{-7} \geq \psi \geq 5 \times 10^{-5}$.

Para o modelo modificado utilizado neste trabalho, foram adotados os valores dos coeficientes anteriormente apresentados.

5 SIMULAÇÕES, RESULTADOS E DISCUSSÕES

O processo de investigação proposto neste trabalho é dividido em três etapas a saber:

- fator de atrito constante;
- fator de atrito atualizado em cada instante de cálculo;
- fator de atrito avaliado através de uma função peso (W).

5.1 Discussão das malhas de integração

Na primeira etapa do processo de investigação foram aplicados dois tipos de malhas de integração das equações combinadas que regem o fenômeno transitório, aos modelos numéricos de simulação do transiente hidráulico, elaborados no âmbito deste trabalho.

Neste item são realizadas discussões sobre o tipo de malha mais adequado aos modelos, analisando-se os resultados obtidos sob o ponto de vista da convergência e estabilidade dos processos de cálculo.

Dois tipos de malha de cálculo foram utilizados como processo de integração numérica das equações combinadas e que regem o fenômeno transitório, a saber:

- Malha Regular;
- Malha Escalonada Cruzada.

As malhas de integração numérica consistem em discretizações fixas do plano (x, t) , onde são aplicadas, permitindo que as soluções obtidas para as variáveis H e Q , consistam em sistemas fixos de solução inteira, para um ponto e um instante de cálculo determinados.

A malha regular é uma estrutura rígida que cobre todo o plano de aplicação das equações. A disposição de sua estrutura permite que se obtenha as soluções nos pontos (x, t) de forma que o eixo x é um múltiplo de Δx e t um múltiplo de Δt , conforme pode ser observado na Figura 5.1.

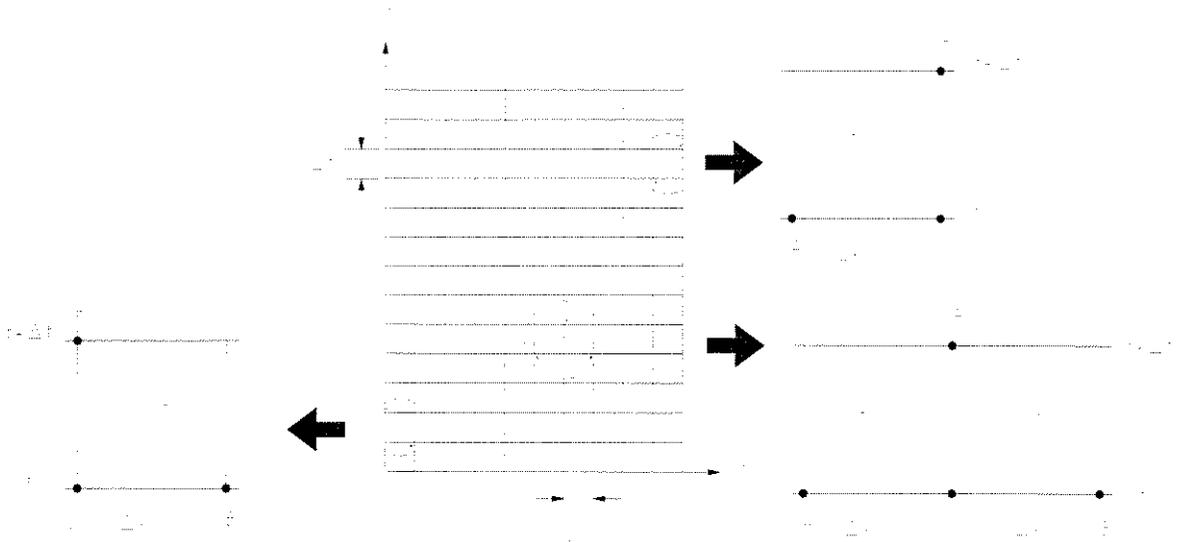


Figura 5.1 – Discretização do plano (x, t) : malha regular.

A divisão do conduto é feita em forma de elementos finito de comprimento Δx . Os pontos externos da malha de cálculo são denominados “pontos de fronteira”, associados aos elementos que compõem o modelo topológico, denominados “condições de contorno”. Uma discussão mais detalhada é feita no ANEXO I.

Quando os termos convectivos são desprezados e a celeridade a é considerada constante para o instante de cálculo, as características tornam-se retas (C^+ e C^-), e coincidem com as retas diagonais do elemento finito preestabelecidos, fixando o intervalo de tempo de cálculo (Δt) como sendo igual a $\Delta x/a$.

Problemas relativos à precisão de cálculo proporcionado pela malha regular podem ocorrer se o termo convectivo não for desprezado e/ou se a celeridade não for constante. Se tais fatos ocorrerem, as características C^+ e C^- tornam-se curvas, de forma que nem sempre ligam todos os vértices da malha de cálculo, necessitando assim, de se realizar uma interpolação para que o valor alcançado pelo sistema possa ser aplicado ao ponto discretizado da malha, conforme pode ser visto na Figura 5.2.

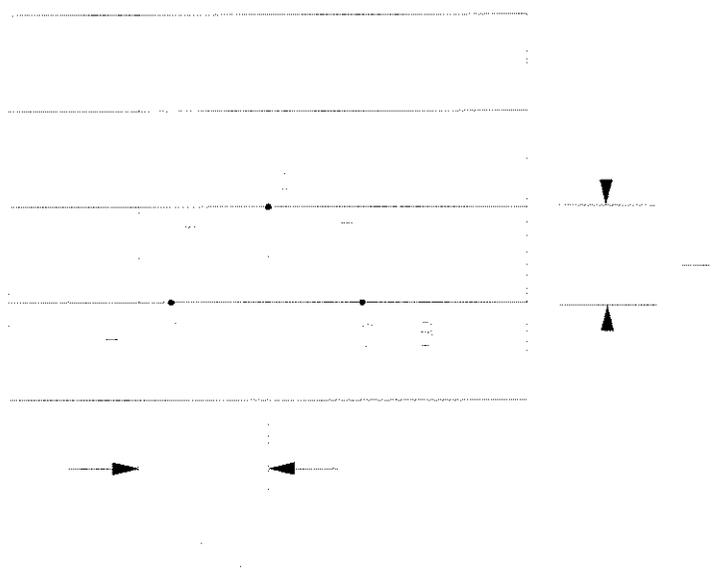


Figura 5.2 – Interpolação no método das características.

Devido a problemas como estes, o uso de uma malha de cálculo que permita o desenvolvimento do processo sem que intervenções como as interpolações sejam feitas, garante a malha regular uma vantagem frente aos métodos de integração que não utilizem intervalos de espaços e tempos fixos.

Quando as perdas de carga são desprezadas no sistema de equações a derivadas parciais, formado pela equação da continuidade e pela equação da quantidade de movimento, tem-se um sistema linear. A este sistema estável, se verificam as condições de estabilidade do sistema proposta por Courant-Friedrics-Lewy (CFL), que qualitativamente estabelece que o domínio de dependência de um ponto no esquema de cálculo deve conter o domínio de dependência de tal ponto no problema diferencial.

A condição de CFL obriga, portanto, que:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{a} \quad \dots(5.1)$$

Para os casos práticos em que a celeridade é considerada constante e a velocidade de escoamento do fluido é considerada desprezível em relação à celeridade, a Equação (5.1) expressa a condição CFL para tal situação.

A relação entre a velocidade real da onda (a) e a velocidade numérica, $\Delta x/\Delta t$ se chama número de Courant:

$$C_R = \frac{a}{\Delta x / \Delta t} \quad \dots(5.2)$$

e para que um esquema de integração discretizado, como o comentado anteriormente, seja estável, deve verificar-se que $C_R \leq 1$.

No Quadro 5.1 verifica-se que, para os sistemas de equações nos quais as perdas de carga são consideradas relativamente grandes, os valores limites de C_R para que o sistema atinja a velocidade de cálculo.

Quadro 5.1 – Limites de estabilidade numérica para diferentes tipos de tratamento na integração numérica do termo de atrito (CHAUDHRY, 1987).

Tipo de aproximação	$I^+ = \int_A^P \frac{fQ Q }{2gDA^2} dx$	Limite de estabilidade
1ª ordem	$I^+ = RQ_A Q_A $ $I^- = RQ_B Q_B $	$CR \leq 0,50$
2ª ordem	$I^+ = \frac{R}{2} [Q_A Q_A + Q_P Q_P]$ $I^- = \frac{R}{2} [Q_B Q_B + Q_P Q_P]$	$CR \leq 0,79$
ordem mista	$I^+ = R \frac{Q_A + Q_P}{2} \left \frac{Q_A + Q_P}{2} \right $ $I^- = R \frac{Q_B + Q_P}{2} \left \frac{Q_B + Q_P}{2} \right $	$CR \leq 0,56$

Todos os aspectos estruturais que envolvem a discussão feita sobre a malha regular de integração, são válidos também para um outro tipo de malha de integração nos modelos de cálculo desenvolvidos neste trabalho.

A malha escalonada cruzada, como é chamado o outro tipo de estrutura de discretização do plano (x, t), é uma estrutura mais complexa que a malha regular e que exige para cada reta característica C^+ e C^- , o cálculo de um ponto intermediário E ou D

para, posteriormente, realizar o cálculo do ponto P, no tempo corrente t, como pode ser observado na Figura 5.3 a seguir.

A malha escalonada cruzada requer um esforço computacional maior que a malha regular pelo fato de exigir o cálculo de um ponto intermediário entre os pontos do tempo anterior $t-\Delta t$ e o tempo corrente t. Além disso, a utilização deste tipo de malha de integração faz com que aumente o número de equações do modelo de cálculo.

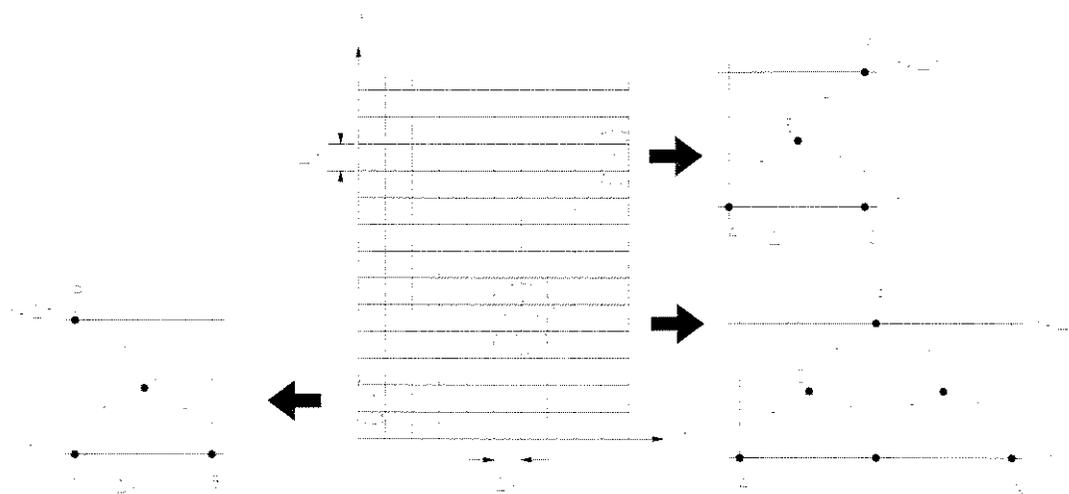


Figura 5.3 – Discretização do plano (x, t): malha escalonada cruzada.

Nota-se, porém, que a malha escalonada cruzada é formada por uma única estrutura em todo o plano e que as informações obtidas do cálculo das variáveis de controle H e Q para cada ponto, são verificadas a cada intervalo de tempo Δt . Já na malha regular, tal fato não ocorre. Verifica-se que naquela estrutura existem duas estruturas de cálculo independentes no mesmo plano. Isto faz com que sejam gerados dois esquemas de cálculo diferentes podendo, assim, causar problemas de convergência e da precisão do processo de cálculo.

Desta forma, apesar de requerer maior número de equações para o modelo de cálculo aumentando o esforço computacional, a malha escalonada cruzada acelera o processo de cálculo, além de torná-lo mais confiável em termos de convergência e precisão.

5.2 Simulações Computacionais

5.2.2 Fator de atrito constante

Os dados adotados para as simulações realizadas neste trabalho possuem ordem de grandeza compatível com o modelo experimental montado em laboratório, de modo a permitir que se faça uma comparação entre os resultados obtidos.

Para o sistema hidráulico, foram adotados os seguintes dados:

Altura da água no reservatório (H_r) = 10 m;

Diâmetro do tubo (D) = 0,3 m;

Comprimento do tubo (L) = 250 m;

Constante de perda da válvula (CDA) = 0,009;

Celeridade do conduto (cobre) (a) = 1200 m/s;

Tempo de fechamento da válvula (T_f) = 0,4 s;

Tempo de cálculo (T_c) = 5 s;

Fator de atrito constante (f) = 0,05.

O primeiro modelo de simulação utiliza o modelo clássico, cuja estrutura de cálculo tem como base o modelo elástico e é denominado CLARE2. Nesta formulação o fator de atrito é considerado constante durante todo o tempo de cálculo, a malha de integração das equações é a malha regular e a aproximação do termo de vazão é de ordem mista. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 5.1. Esta simulação foi realizada com manobra rápida, ou seja, o tempo de fechamento da válvula é menor que $2L/a$, que é o tempo que a onda de sobrepressão gerada, leva para percorrer toda a tubulação até o reservatório e retornar à válvula. Analisando-se a Figura 5.4 percebe-se que a pressão máxima atingiu valores em torno de 190 m.c.a. e a pressão mínima da ordem de -190 m.c.a. . Vale ressaltar neste ponto que esta pressão não teria sentido físico, pois a água já teria passado para o estado de vapor e as análises que se seguem têm apenas o objetivo teórico de avaliar a interferência da formulação do fator de atrito no cálculo do transiente.

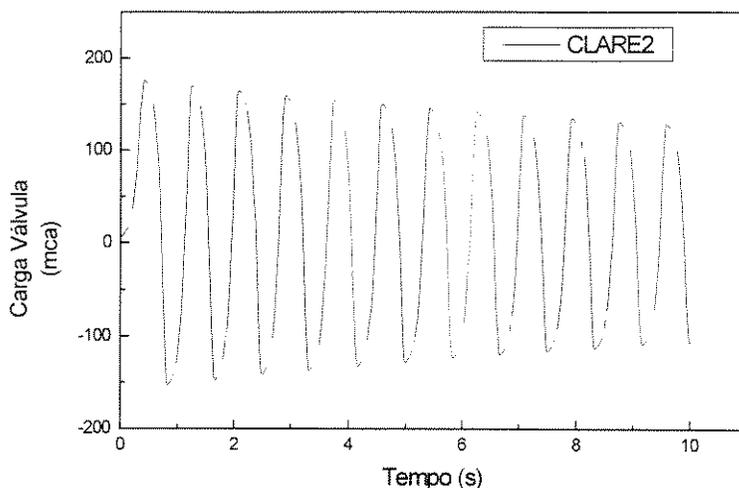


Figura 5.4 – Pressões na válvula, manobra rápida, CLARE2.

Outra simulação realizada foi denominada CLAES2, que foi também baseada no modelo elástico para o cálculo do transitório, o qual considera, para o cálculo do termo de atrito, um fator de atrito constante para todo o tempo de cálculo, com aproximação de ordem mista para o termo de vazão e utilizando a malha escalonada cruzada como estrutura de integração das equações combinadas. Os resultados da simulação pelo modelo CLAES2 estão apresentados na Figura 5.5. Observa-se que os valores são similares aos apresentados anteriormente.

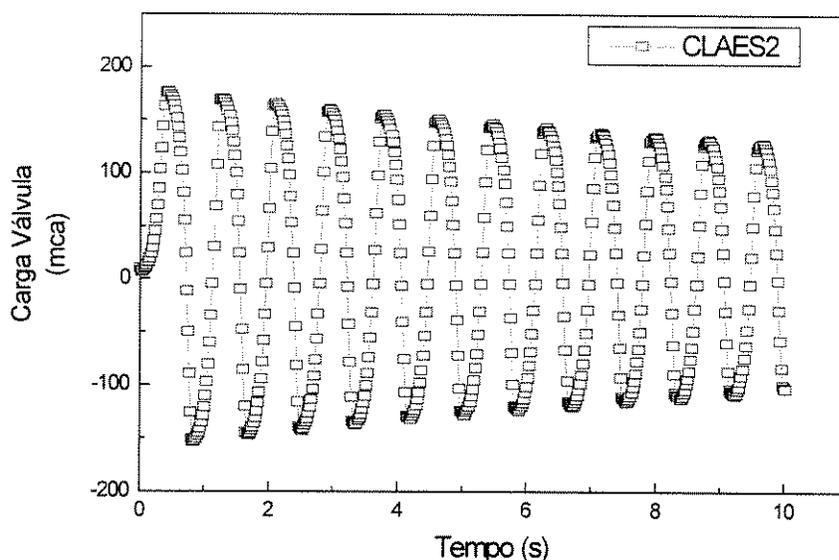


Figura 5.5 – Pressões a válvula, manobra rápida, CLAES2.

5.2.3 Fator de atrito atualizado

A simulação realizada pelo modelo denominado CLAESPA2 diferencia-se dos modelos anteriormente apresentados, por considerar que, durante o tempo de cálculo do transitório, o fator de atrito é atualizado para cada intervalo de tempo de cálculo. O processo iterativo de atualização do fator de atrito f é feito aplicando-se a formulação proposta por Pereira e Almeida, sendo válida para todos os regimes de escoamento do ábaco de Moody.

Analisando-se os resultados apresentados na Figura 5.6, observa-se que, para o modelo CLAESPA2, a pressão máxima atinge valores sensivelmente maiores. O significado físico desta ocorrência é que durante a ocorrência do transitório a velocidade é muito alta, conseqüentemente, o número de Reynolds aumenta consideravelmente, diminuindo o fator de atrito, fazendo com que a pressão se torne maior. A maior discrepância foi com relação à atenuação da onda de pressão o longo do tempo de cálculo. Resultados experimentais encontrados na bibliografia mostram que a atenuação real do fenômeno ocorre com valores mais próximos aos encontrados nesta simulação.

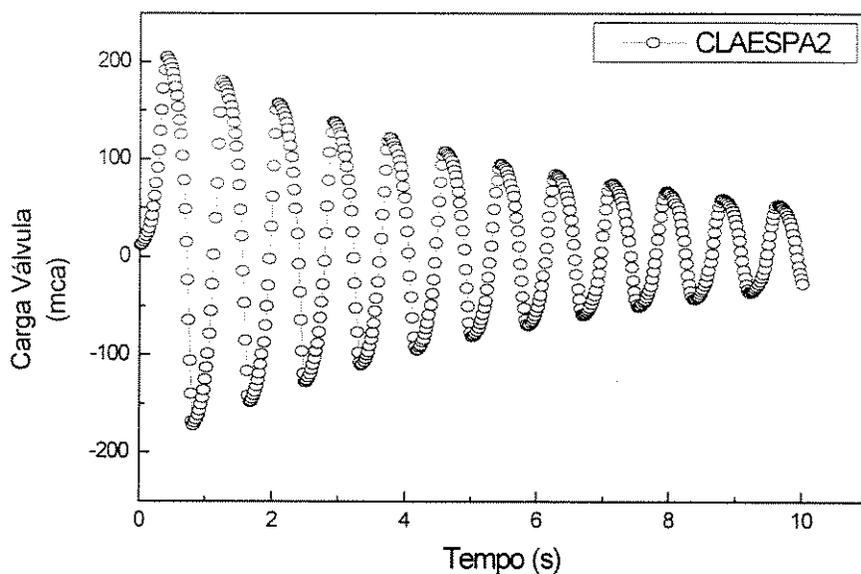


Figura 5.6 – Pressões na válvula, manobra rápida, CLAESPA2.

O modelo de previsão do transitório CLAESPA2, embora faça consideração ao efeito de variação da velocidade do fluido durante o transitório, atualizando o fator de

atrito a cada intervalo de tempo, não considera a inércia do fenômeno, mas tem apresentado resultados satisfatórios.

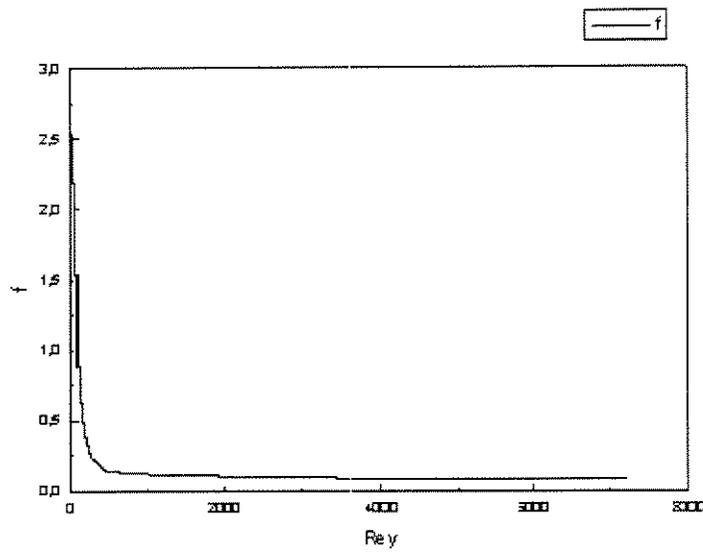


Figura 5.7 – Variação do fator de atrito com o número de Reynolds.

A Figura 5.7 mostra a variação do fator de atrito f com o número de Reynolds para a simulação do transitório, utilizando o modelo CLAESPA2, segundo os cálculos obtidos com a fórmula de Pereira e Almeida.

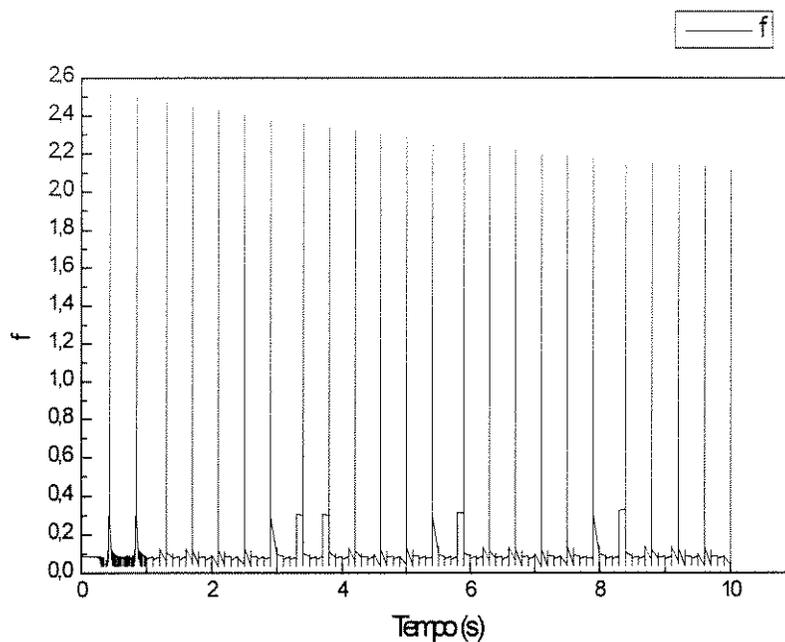


Figura 5.8 – Variação do fator de atrito com o tempo.

A Figura 5.8 mostra a variação do fator de atrito f com o tempo, para a simulação do transitório realizada com o modelo CLAESPA2, segundo os cálculos obtidos com a fórmula de Pereira e Almeida.

5.2.4 Consideração do efeito de inércia do fluido

Os estudos realizados por Vardy, para acrescentar a inércia do fenômeno, a partir dos estudos realizados por Zielke, propõem a utilização de uma função peso W que, incorporada ao termo de atrito utilizado até então para o regime permanente, permite que as previsões do termo de atrito durante a ocorrência do fenômeno transitório possam ser atualizadas no instante de cálculo atual (t). A simulação para este modelo é denominada MOES2 e encontra-se na Figura 5.9. Observa-se que a atenuação da onda de pressão não é tão acentuada quanto no modelo CLAESPA2. Em estudos experimentais, verifica-se que este modelo é o que melhor reproduz o fenômeno, mas apresenta o inconveniente de se ter que definir, para cada instalação, os coeficientes e expoentes da formulação. Desta forma, o modelo CLAESPA2 tem sido o mais usado na engenharia devido à sua simplicidade de implementação. A Figura 5.10 apresenta uma superposição dos resultados dos quatro modelos de simulação do transitório para fins de comparação.

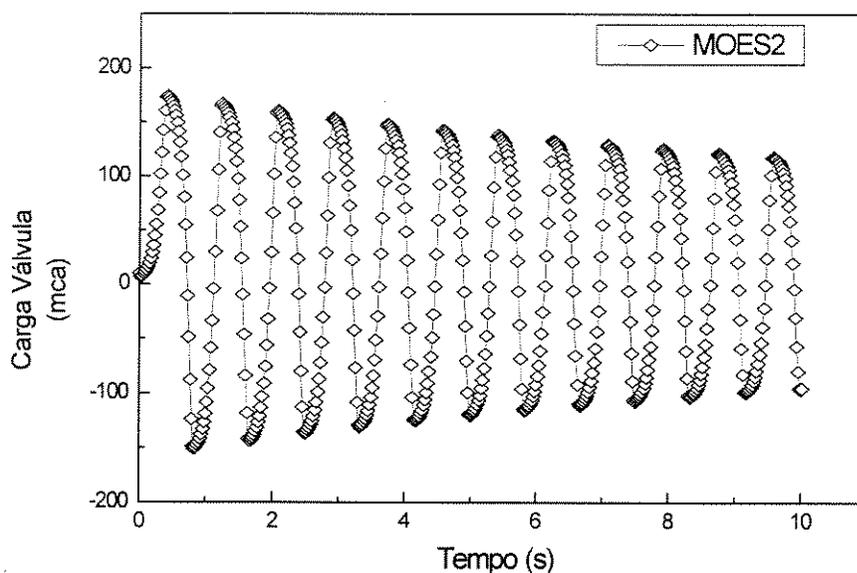


Figura 5.9 – Pressões na válvula, manobra rápida, MOES2.

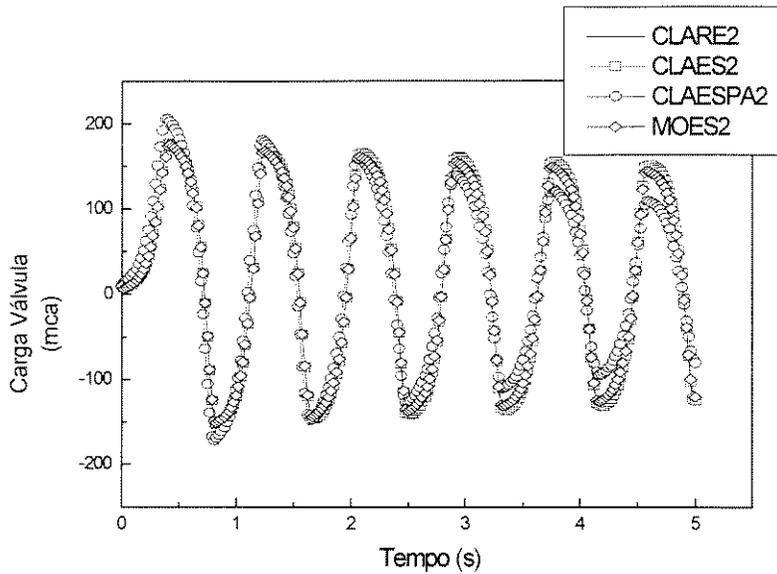


Figura 5.10 – Pressões na válvula, manobra rápida (todos os modelos numéricos).

Simulações similares foram feitas para manobra lenta, ou seja, com tempo de fechamento da válvula maior que o tempo de retorno da onda de sobrepressão. Neste caso o tempo de fechamento da válvula foi $T_f = 2$ s.

O resumo dos resultados é apresentado na Figura 5.11, onde percebe-se as mesmas observações feitas anteriormente, salientando-se que não existe discrepância significativa entre os métodos na avaliação da pressão máxima, aumentando a discrepância no amortecimento das ondas de pressão.

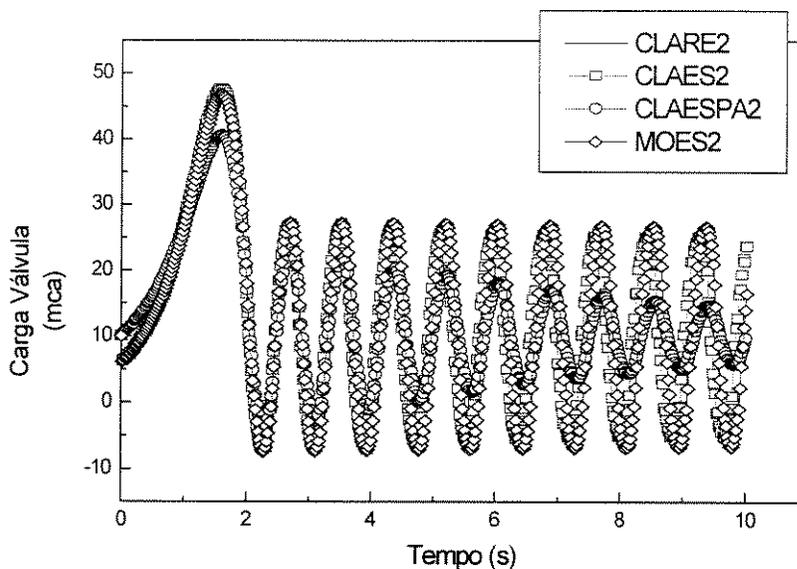


Figura 5.11 – Pressões na válvula, manobra lenta, (todos os modelos).

CONCLUSÕES

As análises apresentadas neste trabalho mostraram que, não é justificável a utilização de modelos mais sofisticados que levem em consideração a inércia do fenômeno transitório, na avaliação das pressões máximas na tubulação, uma vez que, os resultados não mostraram diferenças significativas entre os modelos.

No amortecimento do fenômeno, diferenças significativas foram observadas e o modelo de Vardy apresenta a dificuldade de se ter que estabelecer valores de constantes específicas para cada instalação.

Sugere-se, para aplicações em problemas de engenharia, adotar o modelo intermediário, ou seja, atualizar o fator de atrito para cada intervalo de tempo de cálculo, utilizando, por exemplo, a fórmula de Pereira e Almeida.

Vislumbra-se que pesquisa experimental deve ser realizada para quantificar as diferenças existentes entre os valores de pressões máximas, mínimas e o amortecimento, para cada um dos métodos, quando comparado com o dado real. Também, estudo específico pode ser implementado para estudar o comportamento das constantes do método de Vardy, para vários tipos de sistema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARLT, H., (1983), Experimentelle Untersuchungen über das instationäre, turbulente Reibungsverhalten bei aufgeprägten Druckimpulsen in einer Rohrleitung mit Kreisquerschnitt, **Mitteilung N. 102**, Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, Technische Universität Berlin.
- ALMEIDA, A.B. e KOELLE, E., (1992), Fluid transients in pipe networks, **Computational Mechanics Publications and Elsevier Applied Science**, London, U.K.
- ANDERSON, A., ARFAIE, M. e SUWAN, K., (1992), Defining steady-state in waterhammer computation, **Unsteady flow and fluid transients**, Bettess & Watts (eds), Balkema, Rotterdam.
- ANDERSON, A. e BULGAZEN, M.B., (1996), Problems with simple models for damping in unsteady flow, **7th International Conference on Pressure Surges and Fluid Transients in Pipeline and Open Channel**, BHR Group Limited, Harrogate, UK.
- BERGANT, A. e SYMPSON, A.R., (1974), Estimation unsteady friction in transient cavitating pipe flow, **Procedure of 2nd international conference on water pipeline systems**, DS Miller (ed.), BHRA Group Conference Series Publication, N. 110, pp. 3-16, Edinburgh.

- BRUNONE, B., GOLIA, U. e GRECO, M., (1990), Modelling of fast transients by numerical methods, **Procedure of 9th Round Table IAHR Group**, pp 273-280, Valencia.
- CHAUDRHY, M.H., (1979), **Applied hydraulic transients**, 2nd Edition, Van Nostrand Reinhold Company Inc., New York.
- FOX, J.A., (1977), **Hydraulic analysis of unsteady flow in pipes networks**, The Macmillian Press, New York, USA.
- FOX, W.R. e MCDONALD, A.T., (1990), **Introdução à mecânica dos fluidos**, 7^a edição, Ed. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, Brasil.
- FUAMBA, M., RAHAL, H. e BERLAMONT, J., (1996), Unsteady pipe flow simulations using unsteady friction flow formulae, **7th International Conference on Pressure Surges and Fluid Transients in Pipeline and Open Channel**, BHR Group Limited, Harrogate, UK.
- FUNK, J.E. e WOOD, D.J. (1974), Frequency response of fluid lines with turbulent flow, **Journal of Fluids Engineering**, ASME, December, pp.365-369.
- HOLMBOE, E.L. e ROULEAU, W.T., (1967), The effect of viscous shear on transients in liquid lines, **Journal of Basic Engineering**, Transaction ASME, V. 89, pp. 174-180.
- KARNEY, B. e McINNIS, D., (1990), Efficient calculation of transient flow in pipe networks, **Journal of the Hydraulics Division**, ASCE, V.118, N.7, July.
- KOELLE, E., (1983), Transientes hidráulicos em condutos forçados, aplicações em engenharia, Escola Politécnica da USP, São Paulo.

KOELLE, E. et al., (1990), Conceitos básicos para estabelecer o controle operacional em Tempo Real, **1ª Reunion del Grupo de Trabajo sobre Hidromecânica**, Montevideo, Uruguai.

KOELLE, E. e ANDRADE, J.G. P., (1990), Análise da operação transitória da usina hidrelétrica – A representação das curvas características das máquinas hidráulicas, **Conferência Internacional – Small Medium**, pp.285-309.

KOELLE, E. et al., (1996), Personality investigation of hydraulic networks using the MOC – Method Of Characteristics, **7th International Conference on Pressure Surges and Fluid Transients in Pipeline and Open Channel**, BHR Group Limited, Harrogate, UK.

LUVIZOTTO JR, E., (1992), A representação analítica das curvas características das máquinas hidráulicas para uso em rotinas de simulações computacionais, **Dissertação de Mestrado apresentada à Escola Politécnica da USP**, São Paulo, Brasil.

LUVIZOTTO JR, E., (1995), Controle operacional de redes de abastecimento de água auxiliado por computador, **Tese de Doutorado apresentada à Escola Politécnica da USP**, São Paulo, Brasil.

MARTINEZ, F. et al., (1993), Integrated computer applications in water supply, **Notas do autor**, Leicester.

OHMI, M., KYOMEN, S. e USUI, T., (1985), Numerical analysis of transient turbulent flow in a liquid line, **Bulletin of the JSME**, V. 28, N. 239, pp. 799-806.

PIMENTA, C.F., (1981), **Curso de hidráulica geral**, V.2, 4ª edição, Ed. Guanabara Dois, Rio de Janeiro.

RIBEIRO, C.R. et al., (1986), Operational control of flow in hydraulic engineering, **5th International Conference on Pressure Surges**, Hannover-Germany, pp. 295-300.

- SARIKELLE, S. e LOESCH, G.A., (1991), Hardware using for analyzing water distribution system in Ohio, **Journal of AWWA**, February, pp.52-55.
- TRIKHA, A.K., (1975), An efficient method of simulating frequency-dependent friction in transient liquid flow, **Journal of Fluids Engineering**, Transaction of ASME, V. 97, pp. 97-105.
- VARDY, A. e Hwang, K.L., (1991), A characteristics model of transient friction pipes, **Journal of Hydraulic Researches**, V.29, N. 5., pp.660-683.
- VARDY, A., (1993), Approximating unsteady friction factor at high Reynolds numbers, **Unsteady flow and fluid transients**, Bettess & Watts (eds), Balkema, Rotterdam.
- VARDY, A. et al., (1993), A weighting function model of turbulent pipe friction, **Journal of Hydraulic Researches**, V.31, N. 4., pp.533-548.
- VARDY, A. e BROWN, J., (1996), On turbulent, unsteady, smooth-pipe friction, 7th **International conference on pressure surges and fluid transients in pipeline and open channel**, BHR Group Limited, Harrogate, UK.
- VELA, A., MARTINEZ, F. e PÉREZ, (1994), Estrategias optimas para la reduccion de pérdidas de água em sistemas de abastecimento, **Revista de Ingenieria del Água**, V. 1, N. 1, Valencia, Espanha.
- WYLIE, E.B. e STREETER, V.L., (1983), **Fluid transients**, Mc Graw Hill Book Co.,New York, USA.
- ZIELE, W., (1968), Frequency-dependent friction in transient pipe flow, **Journal of Basic Engineering**, ASME, V. 90, pp. 109-115.

ANEXO I - O MODELO ELÁSTICO

I.1 Classificação dos Fluidos - Definições

No **regime estável** de um fluido escoando num conduto fechado não há alteração das variáveis de estado (V, P ou Q, H) numa seção transversal, ao longo do tempo. A velocidade média de escoamento do fluido é considerada variável ao longo do conduto num instante de tempo **t**, para o **regime instável**.

O **regime oscilatório** ou **periódico** ocorre quando as condições de fluxo são repetidas de forma idêntica em todos os intervalos de tempo fixados, chamados períodos de oscilação. A **vibração** do fluido em um sistema de condutos refere-se à oscilação atenuada em um dos períodos naturais do sistema. O termo oscilação em massa refere-se à situação de regime instável que pode ser analisada, considerando-se que o fluido seja incompressível e o conduto possua paredes rígidas (modelo rígido).

Entende-se por ressonância em um sistema hidráulico o fenômeno oscilatório no qual a amplitude da pressão máxima aumenta ao longo do tempo, podendo gerar a ruptura do conduto. A análise de escoamento em condutos forçados consiste na determinação das seguintes variáveis segundo LUVIZOTTO Jr. (1995):

- variáveis dependentes $\begin{cases} V, P \\ Q, H \end{cases}$
- variáveis independentes $\begin{cases} X, Y, Z \\ t \end{cases}$

I.2 Equacionamento

Como forma de analisar o escoamento de fluidos em condutos forçado, é proposto a utilização do modelo elástico que permite a solução conjunta das equações da continuidade e da quantidade de movimento quando derivadas para um volume de controle. Este volume de controle consiste de uma porção do tubo, considerada deformável para generalização do escoamento, conforme indicado na figura abaixo:

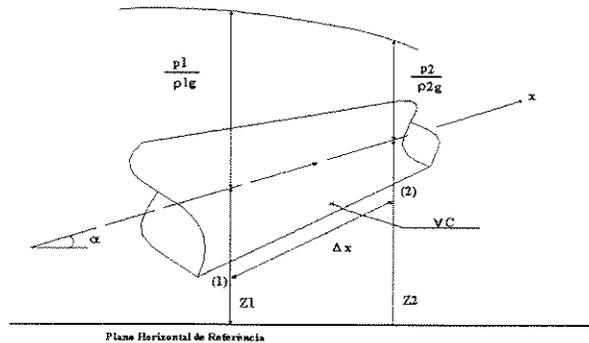


Figura I.1 - Volume de Controle.

Para o desenvolvimento das equações fundamentais são adotadas as seguintes hipóteses:

Hipóteses relativas ao Fluido:

- Líquido homogêneo;
- Líquido monofásico;
- Líquido pouco compressível;
- Compressibilidade e dilatabilidade isotérmica e calculáveis através do módulo de elasticidade volumétrico (K), constante;

Hipóteses Relativas ao Conduto:

- Conduto uniforme, isto é, não há variação da espessura nem do diâmetro ao longo do conduto;
- O eixo do conduto é imóvel; O conduto se deforma no regime elástico, isto é, as deformações são proporcionais às tensões aplicadas (é válida a lei de Hooke);

Hipóteses Relativas ao Escoamento:

- Escoamento unidimensional com simetria axial;
- A distribuição de velocidade e pressão é uniforme na seção transversal do conduto;
- Não são consideradas no equacionamento as possibilidades de separação das colunas líquidas (ocorrência de cavitação);
- As expressões utilizadas para o cálculo da perda de carga em regime permanente serão aplicáveis na condição do transitório para o cálculo da perda de carga a cada instante.

I.3 Equação da Continuidade

Na Figura I.1 é indicado o volume de controle ($\forall C$), definido no instante t , para uma tubulação já deformada, isto é, a área A da seção transversal é função de (x, t) . A formulação, para o volume de controle indicado, da conservação da massa é, FOX e MCDONALD (1990):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho \cdot dv + \int_{sc} \rho(\vec{V} \cdot d\vec{A}) = 0 \quad \dots(I.1)$$

Na Equação (I.1) o primeiro termo representa a taxa de variação em massa dentro do volume de controle; o segundo termo representa a vazão líquida em massa ao longo da superfície de controle. A conservação da massa exige que a soma dos dois termos seja nula, ou:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho' A' \delta x) + (\rho A (V_2 - V_1)) = 0 \quad \dots(I.2)$$

comprimento do tubo (δx) define o volume de controle não dependente do tempo e por isso pode ser arbitrado infinitesimalmente pequeno.

Assim, tem-se:

$$\lim_{\delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho' A' + \frac{\rho A}{\delta x} (V_2 - V_1)) \right] = 0 \quad \dots(I.3)$$

resultando em:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V A) = 0 \quad \dots(I.4)$$

Através da expansão em série de Taylor e das derivadas parciais em x aplicadas à Equação (I.4), STREETER e WYLIE (1983), obtém-se por simplificação:

$$V \frac{\delta}{\delta x}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \rho A \frac{\delta V}{\delta x} = 0 \quad \dots(I.5)$$

onde os dois primeiros termos representam as derivadas de ρA , com relação ao movimento de uma partícula de massa, ou:

$$\frac{d}{dt}(\rho A) + \rho A \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (I.6)$$

Aplicando a regra da cadeia à derivada total e dividindo o resultado por ρA , pode-se escrever:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \dots(I.7a)$$

ou ainda:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} = 0 \quad \dots(I.7b)$$

O termo dA/A é uma medida da deformação e seu valor numérico depende das suas características estruturais e dos vínculos a que está submetida. A variação $d\rho/\rho$ da massa específica do fluido pode ser escrita em termos do módulo de elasticidade volumétrico (K) supondo-se que o transitório está associado à situação estática. Esta variação se deve ao fato de que ao se acrescentar (ou subtrair) a pressão resultante da manobra à pressão estática e, daí, o módulo de elasticidade volumétrico será:

$$K = \frac{dp}{\frac{d\rho}{\rho}} \quad \dots(I.8)$$

Aplicando esta relação na Equação (I.7a), obtém-se:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{K} \frac{dp}{dt} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} = 0 \quad \dots(I.9a)$$

ou ainda:

$$\frac{dp}{dt} \left[\frac{1}{K} \left(\frac{K}{A} \frac{dA}{dp} + 1 \right) \right] + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} = 0 \quad \dots(I.9b)$$

A equação de Newton que determina a velocidade de propagação de uma onda de pressão em um fluido considerado compressível (pouco compressível) no interior de um conduto rígido, é dada por:

$$a_1 = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad \dots(I.10)$$

Para a determinação da velocidade de propagação de uma onda de pressão de um fluido considerado incompressível no interior de um conduto deformável, tem-se a expressão:

$$a_2 = \sqrt{\frac{A}{\rho} \frac{dp}{dA}} \quad \dots(\text{I.11a})$$

que sendo aplicada a condutos de parede fina recai na fórmula de Young dada por:

$$a_2 = \sqrt{\frac{Ee}{\rho D}} \quad \dots(\text{I.11b})$$

Através da consideração dos dois efeitos abordados anteriormente, ou seja, para um fluido compressível no interior de um conduto deformável, a velocidade de propagação de uma onda de pressão foi formulada por Korteweg (PIMENTA, 1981) como sendo:

$$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} = \frac{\rho}{K} + \frac{\rho}{A} \frac{dA}{dp} \quad \dots(\text{I.12})$$

e daí:

$$\frac{1}{\rho a^2} = \frac{1}{K} + \left(1 + \frac{K}{A} \frac{dA}{dp}\right) \quad \dots(\text{I.13})$$

Substituindo a Equação (I.13) na equação na Equação (I.9b), vem:

$$\frac{dp}{dt} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \dots(\text{I.14})$$

que após o desenvolvimento da derivada total da pressão, fica:

$$\frac{dp}{dt} + V \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \dots(\text{I.15})$$

Em termos de carga total média \mathbf{H} na seção de cota \mathbf{Z} , desprezando-se o termo $V^2/2g$, tem-se:

$$H = \frac{p}{\rho g} + Z \Rightarrow \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} \frac{1}{\rho g} \quad \dots(I.16)$$

O efeito do termo convectivo da variação de pressão pode ser considerada desprezível, no transiente com líquidos, quando comparada com a variação local de pressão, uma vez que $V \ll a$, resultando:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \dots(I.17)$$

Aplicando a Equação (I.16) e fazendo uma análise de vazão e não de velocidade, fica:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \dots(I.18)$$

que é a expressão final adequada, da equação da continuidade, envolvendo transientes em líquidos no interior de condutos forçados.

I.4 Equação da Quantidade de Movimento

A aplicação da equação da quantidade de movimento ao volume de controle definido na Figura I.2, em um instante t , na direção x , resulta em:

$$\sum F_x = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho V_x dV + \int_{sc} \rho V_x (\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad \dots(I.19)$$

As forças que atuam no volume de controle, podem ser resumidas em:

- Forças de contato normais (de pressão), atuando nas faces transversais;
- Componentes das forças de atrito e pressão (devido à deformação do elemento), atuando na superfície lateral.

A adição da força do campo gravitacional projetada na direção x às forças anteriormente descritas e, tomando-se G_x como a derivada parcial da grandeza G na direção x , produz:

$$\sum F = pA - \left[pA + (pA)_x \delta x \right] + \left(p + \frac{p_x \delta x}{2} \right) A_x \delta x - \tau_0 \pi D \delta x - \rho g A \delta x \operatorname{sen} \alpha \quad \dots(I.20)$$

que após simplificações fica:

$$\sum F = -(p_x A + \tau_0 \pi D + \rho g A \operatorname{sen} \alpha) \delta x \quad \dots(I.21)$$

O fluxo da quantidade de movimento através da superfície de controle é dado por:

$$\int_{sc} \rho V_x (\vec{V} \cdot d\vec{A}) = (2\rho A V_x + \rho V^2 A_x + \rho_x A V^2) \delta x \quad \dots(I.22)$$

A variação da quantidade de movimento no interior do volume de controle é:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho V_x dV = \frac{\partial}{\partial t} (\rho V A \delta x) = (\rho A V_t + \rho V A_t + V A \rho_t) \delta x \quad \dots(I.23)$$

Substituindo-se as Equações (I.21), (I.22) e (I.23) na equação da quantidade de movimento (I.19) e dividindo por $\rho A \delta x$ resulta, notando-se a equação (I.7b):

$$\frac{p_x}{\rho} + \frac{\tau_0 \pi D}{\rho A} + g \operatorname{sen} \alpha + V V_x + V_t = 0 \quad \dots(I.24)$$

Com a hipótese da perda de carga *quasi-estática*, e ainda

$$\tau_0 = \frac{\rho f V |V|}{8} \quad \text{e} \quad A = \frac{\pi D^2}{4}$$

Observando que o módulo da velocidade justifica o sinal da perda de carga, tem-se:

$$\frac{p_x}{\rho} + VV_x + V_i + g\text{sen}\alpha + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad \dots(I.25)$$

Sabendo-se que:

$$H = \frac{p}{\rho g} + Z \Rightarrow \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial H}{\partial x} - \rho g \text{sen}\alpha \quad \dots(I.26)$$

E desprezando-se o termo convectivo, uma vez que $v \ll a$, pode-se rescrever a Equação (I.25) da seguinte maneira:

$$V_i + gH_x + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad \dots(I.27)$$

que, se analisada em termos de vazão, fica:

$$Q_i + gAH_x + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad \dots(I.28)$$

A equação apresentada acima é a equação da quantidade de movimento, utilizada pelo modelo elástico e válida para líquidos escoando em condutos forçados, em regime transiente. As Equações (I.18) e (I.28) formam o sistema fundamental de equações hiperbólicas a derivadas parciais *quasi-lineares*, válidas para o plano (x, t), que possibilitam a avaliação de escoamentos transitórios de líquidos em condutos forçados.

I.5 O Método das Características

As equações da continuidade (I.18) e da quantidade de movimento (I.28), que governam o fluxo dos fluidos em condutos forçados, formam um par de equações a

derivadas parciais não integráveis de forma analítica. A solução deste sistema pode ser realizada, dentre outras formas, pela técnica proposta por CHAUDHRY (1987), conforme demonstrado a seguir.

Sejam as equações da continuidade e da quantidade de movimento sob a forma:

$$L_1 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \dots(I.29)$$

$$L_2 = \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = A \quad \dots(I.30)$$

A obtenção das derivadas totais de carga e vazão é possível combinando-se de forma adequada estas equações, resultando numa equação diferencial ordinária, ou seja,

$$L = \lambda L_1 + L_2 \quad \dots(I.31).$$

onde o coeficiente λ será determinado. Reagrupando os elementos, vem:

$$\lambda \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{gA}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\lambda a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad \dots(I.32)$$

onde observa-se que os termos entre parênteses podem ser tratados como derivadas desde que:

$$\frac{gA}{\lambda} = \frac{\lambda a^2}{gA} = V = \frac{dx}{dt} \quad \dots(I.33)$$

de onde se tira que:

$$\lambda^2 = \left(\frac{gA}{a} \right)^2 \Rightarrow \lambda = \pm \frac{gA}{a} \quad \dots(I.34)$$

ou seja,

$$V = \frac{dx}{dt} = \pm a \quad \dots(I.35)$$

Conclui-se então, que a Equação (I.32) é satisfeita para as duas velocidades de transporte ($\pm a$). Para cada uma das soluções, obtém-se uma equação diferencial ordinária, ou seja:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = +a \\ \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dQ}{dt} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \end{cases} \quad \dots(\text{I.36 a,b})$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a \\ \frac{-gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dQ}{dt} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \end{cases} \quad \dots(\text{I.37 a,b})$$

Estas são as equações a derivadas totais válidas somente ao longo das retas características $\pm a$, para representar o fenômeno físico de propagação com velocidade a , também chamada de celeridade.

I.7 A Integração das Equações pelo MOC

A integração dos pares de equações descritos anteriormente é feita a seguir. Colocando as equações sob a forma:

$$\pm dH + \frac{a}{gA} dQ + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} dx = 0 \quad \dots(\text{I.38})$$

$$dx = \pm a dt \quad \dots(\text{I.39})$$

Torna-se fácil a integração das Equações (I.36 b) e (I.37b), ao longo das retas características (I.36 a) e (I.37 a), através da discretização de uma malha no plano (x, t) para uma aproximação de ordem mista do termo de vazão ($Q_P|Q|$).

O esquema que permite o cálculo de H_P e Q_P , carga e vazão no ponto **P** respectivamente, em uma seção genérica estabelecida para a tubulação no instante $t + \Delta t$, empregando-se os valores de carga e vazão nos pontos **A** e **B** de seções adjacentes no instante t anterior, é mostrado abaixo:

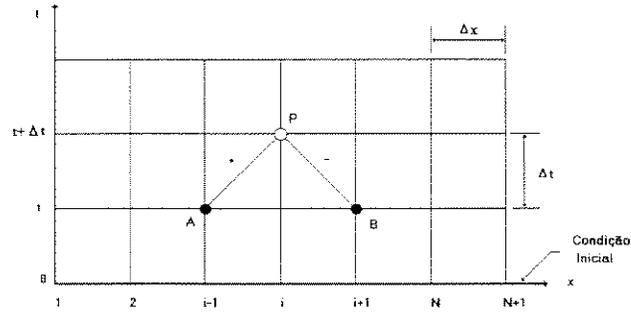


Figura I.2 - Malha Regular - Método das Características.

A integração da Equação (I.38) ao longo da reta característica positiva (+ a) **AP** produz:

$$H_P = (H_A + BQ_A) - (B + R|Q_A|)Q_P \quad \dots(I.40)$$

e da mesma forma para a reta característica negativa (- a) **BP**, tem-se:

$$H_P = (H_B - BQ_B) + (B + R|Q_B|)Q_P \quad \dots(I.41)$$

sendo:

$$R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2} \quad \dots(I.42)$$

$$B = \frac{a}{gA} \quad \dots(I.43)$$

As Equações (I.40) e (I.41) podem ainda ser escritas sob a forma compacta e indexada, como a seguir:

$$H_{Pi} = C_A - B_A Q_{Pi} \quad \dots(I.44)$$

$$H_{Pi} = C_B + B_B Q_{Pi} \quad \dots(I.45)$$

sendo:

$$C_A = (C_A - B_A Q_{Pi}) \quad \dots(I.46)$$

$$C_B = (H_{i+1} - BQ_{i+1}) \quad \dots(I.47)$$

$$B_A = (B + R|Q_{i-1}|) \quad \dots(I.48)$$

$$B_B = (B + R|Q_{i+1}|) \quad \dots(I.49)$$

Assim, através das Equações (I.44) e (I.45) é possível o cálculo da vazão no ponto **P** ou qualquer outro ponto interior da malha de cálculo, para cada intervalo de tempo Δt , sendo $2 \leq i \leq N$, como se pode demonstrar:

$$Q_{Pi} = \frac{C_A - C_B}{B_A + B_B} \quad \dots(I.50)$$

Observando-se o esquema proposto conclui-se que para as extremidades (seções 1 e N+1) são necessárias outras equações envolvendo as variáveis de estado H e Q para que o problema seja completamente solucionado, uma vez que se dispõe somente de uma reta característica para aqueles pontos. As equações complementares estão associadas a elementos (não-tubo) conectados nas seções extremas (condições de contorno).

I.8 A Malha Cruzada

A sistematização do cálculo das variáveis de estado H e Q é feita através da utilização de malhas de cálculo no plano (x, t). A **malha regular**, representada abaixo, permite este cálculo sistemático, porém, apresenta alguns inconvenientes quanto à convergência e precisão do processo.

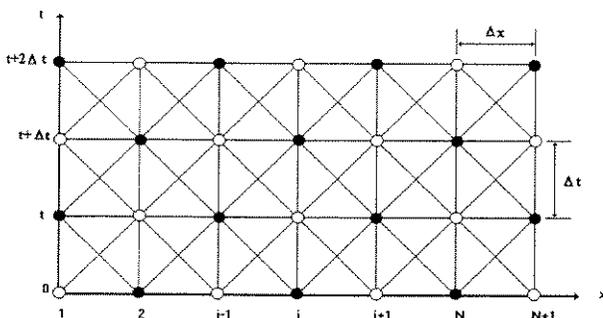


Figura I.3 - Esquema da malha regular.

Este tipo de esquema que apresenta dois conjuntos de retas características independentes (linhas cheias e linhas tracejadas) que prejudicam o processo de convergência do método numérico de solução. Um outro aspecto a ser observado é o número de intervalos de tempo necessários para se obter as informações de contorno que neste caso é de $2\Delta t$.

A obtenção de um esquema único de cálculo capaz de eliminar os problemas anteriormente descritos foi conseguido com o esquema da **malha cruzada**. Este esquema de cálculo permite que se obtenha as variáveis de estado H e Q em pontos intermediários de cruzamento das retas características de maneira que se possa determinar as variáveis no instante seguinte, relacionando-se as informações do instante anterior.

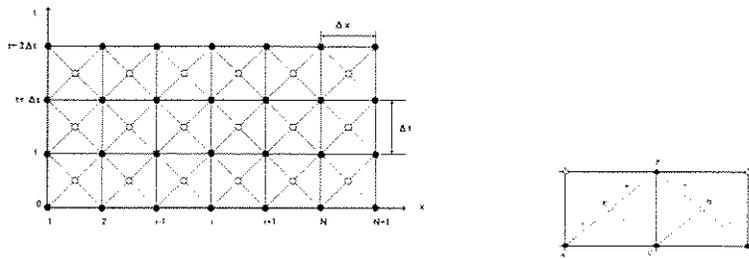


Figura I.4 - Esquema da Malha Cruzada.

O equacionamento das retas escalonadas cruzadas permite que se obtenha H e Q no ponto P (instante posterior) através das informações obtidas nos pontos intermediários E e D, utilizando uma aproximação de segunda ordem, assim:

$$Q_P = \frac{C_E - C_D}{B_E + B_D} \quad \dots(I.52)$$

$$H_P = C_{E,D} \mp B_{E,D} Q_P \quad \dots(I.53)$$

onde:

$$C_{E,D} = H_{A,B} \pm B Q_{A,B} \mp \frac{R}{2} Q_{A,B} |Q_{E,D}| \quad \dots(I.54 \text{ a,b})$$

$$B_{E,D} = B + \frac{R}{2} |Q_{E,D}| \quad \dots(I.55 \text{ a,b})$$

$$Q_{E,D} = \frac{\pm(H_{A,B} - H_C) + B(Q_{A,B} + Q_C)}{2B + \frac{R}{2} (|Q_{A,B}| + |Q_C|)} \quad \dots(I.56 \text{ a,b})$$

ou ainda utilizando a forma indexada, tem-se:

$$Q_E = \frac{(H_{i-1} - H_i) + B(Q_{i-1} + Q_i)}{2B + \frac{R}{2} (|Q_{i-1}| + |Q_i|)} \quad \dots(I.57)$$

$$Q_D = \frac{(H_i - H_{i+1}) + B(Q_i + Q_{i+1})}{2B + \frac{R}{2} (|Q_{i+1}| + |Q_i|)} \quad \dots(I.58)$$

$$C_E = H_{i-1} + BQ_{i-1} - \frac{R}{2} Q_{i-1} |Q_E| \quad \dots(I.59)$$

$$C_D = H_{i+1} - BQ_{i+1} + \frac{R}{2} Q_{i+1} |Q_D| \quad \dots(I.60)$$

$$Q_{Pi} = \frac{C_E - C_D}{B_E + B_D} \quad \dots(I.61)$$

$$H_{Pi} = C_{E,D} \mp B_{E,D} Q_{Pi} \quad \dots(I.62 \text{ a,b})$$

I.9 Modelo Topológico

A sistematização de um modelo matemático que permita a codificação da instalação hidráulica, a identificação dos seus componentes e a simplificação no tratamento das condições de contorno necessárias ao equacionamento do método elástico de investigação de transitórios, foi elaborada por KOELLE (1991). O modelo, que é apresentado a seguir, difere de maneira vantajosa de algumas formas de codificação com utilização no método elástico, para análise de regimes transitórios, no

que diz respeito à complexidade de indexação das variáveis como a utilizada por STREETER e WYLIE (1983).

No modelo topológico proposto, os vários elementos que compõem a rede hidráulica são denominados **ENOS** que são interligados entre si por pontos denominados **NÓS**. Cada elemento é associado a um código **C** que o identifica quanto ao tipo (reservatório, válvula, bomba, etc) e também a um código **I** que identifica sua posição na instalação. Os **NÓS** são identificados como sendo de montante (N1) ou de jusante (N2) em relação ao elemento, uma vez fixado o sentido de escoamento. Desta maneira, construir um vetor que represente cada elemento constituinte da rede hidráulica, composto por quatro valores, ou seja,

$$V_n = (C, I, N1, N2).$$

A Figura I.5 ilustra bem um exemplo de codificação para esta modelação.

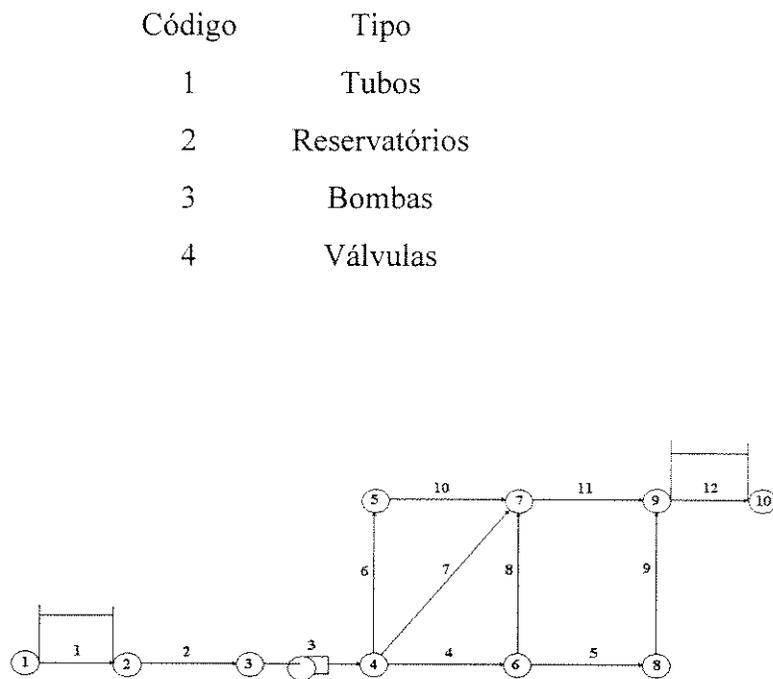


Figura I.5 - Representação Topológica - Modelo Elástico.

O resultado da codificação para os elementos representados na figura anterior pode ser observado no quadro abaixo, segundo o modelo apresentado:

Quadro I.1 - Codificação do modelo Topológico.

ENO	Codificação
1	(2,1,1,2)
2	(1,2,2,3)
3	(3,3,3,4)
4	(1,4,4,6)
5	(1,5,6,8)
6	(1,6,4,5)
7	(1,7,4,7)
8	(1,8,6,7)
9	(1,9,8,9)
10	(1,10,5,7)
11	(1,11,7,9)
12	(2,12,9,10)

A condição imposta ao modelo, e que visa facilitar o seu equacionamento matemático é que somente um elemento não-tubo seja vinculado a cada NÓ sem que seja limitado o número de elementos tubos vinculados a este NÓ.

Como demonstrado, os equacionamentos para as malhas regular e cruzada permitem o cálculo das vazões e cargas nos pontos interiores das malhas de cálculo, ou seja, das seções 2 a N. Nota-se que os pontos extremos 1 a N+1 não dispõem de duas retas características sendo necessário, portanto, equações que permitam a solução nesses pontos para o cálculo das variáveis de estado.

O modelo topológico discutido vincula as extremidades do conduto a NÓS que, por sua vez, podem ser equacionados de forma a permitir o condicionamento das condições de contorno à malha de cálculo.

I.10 A Equação do NÓ

Considerando um NÓ genérico representado na Figura I.6, identifica-se **MC** condutos cujas vazões transportadas são convergentes (positivas) e **MD** condutos com

vazões divergentes (negativas) ao NÓ. A vazão do ENO não-tubo que possa estar vinculado ao NÓ é denominada Q_{PE} e é convencionalmente positiva quando diverge do mesmo.

A demanda $D(t)$ que também está associada ao NÓ pode ser fixa ou variável com o tempo e, é convencionada de acordo com os ENOs não-tubos anteriormente discutidos.

O emprego da equação da continuidade ao volume de controle que envolve o NÓ genérico, produz a seguinte expressão:

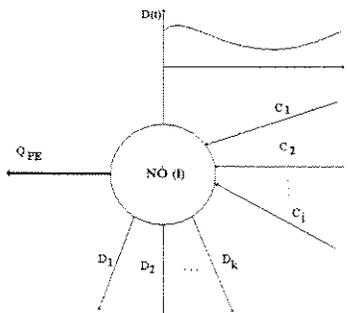


Figura I.6 - Esquema de um NÓ genérico.

$$\sum_{j=1}^{MC} Q_p(j) - \sum_{k=1}^{MD} Q_p(k) - Q_{PE} - D(t) = 0 \quad \dots(I.63)$$

Para os condutos que possuem vazão convergente para o NÓ, tem-se:

$$Q_p(j) = \frac{C_I(j) - H_p(j)}{B(j)} \quad ; \quad j = 1,2,3,\dots,MC \quad \dots(I.64)$$

Para os condutos que possuem vazão divergente do NÓ, tem-se:

$$Q_p(k) = \frac{C_{II}(k) - H_p(k)}{B(k)} \quad ; \quad k = 1,2,3,\dots,MD \quad \dots(I.65)$$

Após alguns arranjos, a substituição das Equações (I.64) e (I.65) na equação (I.63), produz:

$$Q_{PE} = -H_p \left[\sum_{j=1}^S \frac{1}{B(j)} \right] + \left[\sum_{j=1}^{MC} \frac{C_I(j)}{B(j)} + \sum_{k=1}^{MD} \frac{C_{II}(k)}{B(k)} \right] \quad \dots(I.66)$$

sendo:

$$\sum_{j=1}^S \frac{1}{B(j)} = B_N \quad \dots(I.67 \text{ a})$$

$$S = MC + MD \quad \dots(I.67 \text{ b})$$

Tem-se ainda que:

$$E_N = \sum_{j=1}^{MC} \frac{C_I(j)}{B(j)} + \sum_{k=1}^{MD} \frac{C_{II}(k)}{B(k)} \quad \dots(I.68)$$

Com base nas equações demonstradas anteriormente, conclui-se da Equação (I.66) que:

$$Q_{PE} = E_{Ni} - B_{Ni} H_{pi} \quad \dots(I.69)$$

que é denominada **equação do nó**, onde o índice “i” refere-se ao nó em questão.

Para o caso particular em que não há ENO não-tubo vinculado ao nó, ou seja, $Q_{PE} = 0$ sendo o nó apenas um ponto de junção de tubos, a carga neste é dada por:

$$H_{pi} = \frac{E_{Ni}}{B_{Ni}} \quad \dots(I.70)$$

através da qual as vazões dos condutos que convergem para este NÓ, podem ser obtidas segundo as Equações (I.64) e (I.65), respectivamente.

I.11 Equação do ENO Não-Tubo

A Figura I.8 ilustra um ENO não-tubo genérico com os NÓS associados, de onde pode-se concluir que para o NÓ (1), tem-se:

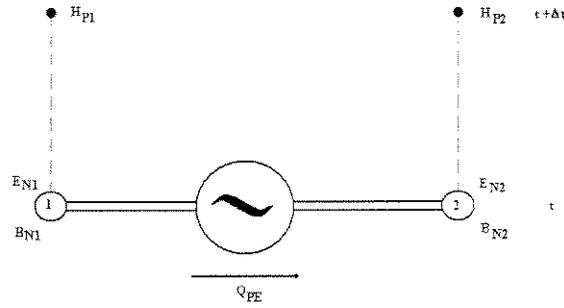


Figura I.7 - Esquema de um ENO genérico.

$$Q_{PE} = E_{N1} - B_{N1}H_{P1} \Rightarrow H_{P1} = \frac{E_{N1} - Q_{PE}}{B_{N1}} \quad \dots(I.71)$$

e para o NÓ (2) :

$$-Q_{PE} = E_{N2} - B_{N2}H_{P2} \Rightarrow H_{P2} = \frac{E_{N2} + Q_{PE}}{B_{N2}} \quad \dots(I.72)$$

Combinando estas equações obtém-se:

$$H_{P1} - H_{P2} = E_E - B_E Q_{PE} \quad \dots(I.73)$$

que é a equação geral dos ENOs não-tubos, onde:

$$B_E = \left(\frac{1}{B_{N1}} + \frac{1}{B_{N2}} \right) \quad \dots(I.74)$$

$$E_E = \left(\frac{E_{N1}}{B_{N1}} - \frac{E_{N2}}{B_{N2}} \right) \quad \dots(I.75)$$

As características particulares a cada ENO, envolvendo as incógnitas de seu equacionamento, permitirão sua resolução por completo. Assim, pode-se escrever que para um elemento de controle com Nós associados a montante e a jusante, a perda de carga é proporcional ao quadrado da vazão que passa pelo ENO, ou de forma genérica:

$$H_{P1} - H_{P2} = A' + B'Q_{PE} + C'Q_{PE}|Q_{PE}| \quad \dots(1.76)$$

denominada **equação particular do ENO**, onde A', B' e C' são características do elemento.

A combinação das Equações (1.73) e (1.76) produz:

$$Q_{PE}|Q_{PE}| + FQ_{PE} + G = 0 \quad \dots(1.77)$$

sendo:

$$F = \frac{1}{C'}(B' + B_E) \quad \dots(1.78)$$

$$G = \frac{1}{C'}(A' - E_E) \quad \dots(1.79)$$

Uma solução proposta por ALMEIDA e KOELLE (1992) é:

$$Q_{PE} = -\frac{2G}{F + \sqrt{F^2 + 4|G|}} \quad \dots(1.80)$$

permite a determinação do módulo e do sentido da vazão no ENO, bem como as cargas nos NÓS vinculados a ele e as vazões nas extremidades dos condutos vinculados aos NÓS.

1.12 Condições de Contorno

Para que se possa solucionar as seções de contorno da malha cruzada de cálculo é necessário que se equacione os elementos não-tubos, com base na equação geral e na

equação particular do ENO. Para tal, a determinação das constantes F e G depende das características específicas do ENO não-tubo associado ao NÓ em questão.

I.12.1 Reservatórios

I.12.1.1 Reservatórios de Nível Constante

Esta condição de contorno é caracterizada como sendo um caso particular das condições de contorno representadas pelos ENOs não-tubos, devido ao fato de se conhecer as cargas nos NÓS de montante e de jusante dadas por:

$$H_{P1} = H_{P2} = H_R \quad \dots(I.81)$$

A vazão no ENO é calculada nula porque não há variação de carga entre os nós de montante e jusante, portanto:

$$Q_{PE} = 0 \quad \dots(I.82)$$

I.12.1.2 Reservatório de Nível Constante a Jusante de Válvula ou Bomba

O NÓ de montante do reservatório está associado ao NÓ de jusante de uma válvula ou uma bomba, assim, pode-se escrever:

$$H_{P2} = H_R \quad \dots(I.83)$$

que altera a equação geral do ENO Não-tubo, ficando:

$$E_E = \frac{E_{N1}}{B_{N1}} - H_R \quad \dots(I.84)$$

$$B_E = \frac{1}{B_{N1}} \quad \dots(I.85)$$

Através destas equações é possível o cálculo da válvula ou da bomba como um ENO isolado.

I.12.1.3 Reservatório de Nível Constante a Montante da Válvula ou Bomba

Neste caso se verifica a situação anteriormente tratada como não permitida, em que dois ENOs não-tubos estão associados ao mesmo NÓ. Mas a sistematização do cálculo não é afetada, uma vez que:

$$E_E = H_R - \frac{E_{N2}}{B_{N2}} \quad \dots(I.86)$$

$$B_E = \frac{1}{B_{N2}} \quad \dots(I.87)$$

Assim, fica possível a determinação das vazões e cargas para a válvula ou bomba, como pode ser visto nos equacionamentos desses elementos.

I.12.2 Válvulas - Generalização

Pode-se analisar a perda de carga entre os NÓS de montante e jusante, associados a uma válvula da seguinte maneira:

$$H_{P1} - H_{P2} = K \frac{V^2}{2g} = \frac{K}{2gA^2} Q_{PE} |Q_{PE}| \quad \dots(I.88)$$

Uma comparação desta equação com a equação particular do ENO (I.76) permite que se obtenha as constantes A', B' e C':

$$A' = B' = 0 \quad \dots(I.89)$$

$$C' = \frac{K}{2gA^2} \quad \dots(I.90)$$

gerando:

$$F = \frac{B_E}{C'} = \frac{2gA^2}{K} B_E \quad \dots(I.91)$$

$$G = -\frac{E_E}{C'} = -\frac{2gA^2}{K} E_E \quad (I.92)$$

Através da Equação (I.80) calcula-se Q_{PE} e com as Equações (I.71) e (I.72), as cargas no NÓS de montante e jusante, respectivamente.

I.12.2.1 Válvula com Abertura Fixa

O cálculo da vazão e das cargas nos NÓS associados a uma válvula com abertura fixa é bastante simplificado uma vez que, sendo conhecido o valor da abertura K , o cálculo se desenvolve de acordo com o procedimento apresentado na generalização do caso. Para um valor de K fornecido muito superior ao valor pré-definido para a situação de fechamento da válvula ($K \rightarrow \infty$), a vazão que passa através desta será assumida nula, permitindo o cálculo das cargas nos NÓS associados.

I.12.2.2 - Válvula de Retenção

Para a válvula de retenção o procedimento de cálculo da vazão é similar ao caso genérico, uma vez conhecido o valor de K para a situação de fluxo normal (Q_{PE} positivo) o cálculo continua com a determinação das cargas nos NÓS associados; se Q_{PE} for negativo ocorre o fechamento da válvula e seu valor é considerado nulo ($Q_{PE} = 0$). As cargas nos NÓS é então calculada para um valor zero de vazão.

I.12.2.3 Válvula a Jusante com Descarga Livre

A utilização de uma válvula simples com descarga para a atmosfera permite a modelação de vazamentos numa instalação, VELA et al., (1994). A vazão que passa pela válvula associada a um determinado NÓ permite a representação da vazão de fuga

de sua zona de influência. Para tal, é necessário que se estabeleça um valor de K que represente esta fuga, como exposto na Equação (I.88), para a qual tem-se:

$$H_{P2} = Z_2 + \frac{1}{2gA^2} Q_{PE} |Q_{PE}| \quad \dots(I.93)$$

Com a combinação entre esta equação e a Equação (I.80), obtém-se a Equação (I.77) cuja solução é dada por:

$$F = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{B_{N1}} \right) \quad \dots(I.94)$$

$$G = \frac{1}{C} \left(Z_2 - \frac{E_{N1}}{B_{N1}} \right) \quad \dots(I.95)$$

onde:

$$C = (K + 1) \frac{1}{2gA^2} \quad \dots(I.96)$$

permitindo que o procedimento de cálculo seja idêntico ao do caso genérico.

I.12.3 Bombas

I.12.3.1 Bombas Simples

Para uma bomba simples a equação que representa a variação de carga entre os NÓS associados a este elemento é dada por:

$$H_{P2} - H_{P1} = H_B \quad \dots(I.97)$$

A variação de carga fornecida pela bomba (H_B) pode ser fornecida pela curva Carga x Vazão, representada por pontos discretos no caso de simulação. O ajuste desta curva através de um polinômio, FOX (1977), pode ser expresso por:

$$H_B = a_0 + b_0 Q_B + c_0 Q_B^2 \quad \dots(I.98)$$

que se mostra adequada para condições normais de operação da máquina ($Q_B > 0$ e $H_B > 0$). Uma outra forma de representação das bombas, baseada nas séries de Fourier, foi apresentada por KOELLE e ANDRADE (1990). Por se tratar de uma forma adequada e simplificada da representação da máquina hidráulica, a Equação (I.98) é adotada neste trabalho.

Os pontos da curva da bomba, tomados por carga de “Shutt-Off” (S_b), ponto máximo de rendimento (R_b) e um ponto qualquer (T_b), permitem a determinação dos coeficientes a_0 , b_0 e c_0 do polinômio dado, assim:

$$a_0 = H_S \quad \dots(I.99)$$

$$b_0 = \frac{(H_S - H_T)Q_R^2 - (H_S - H_R)Q_T^2}{Q_R Q_T^2 - Q_T Q_R^2} \quad \dots(I.100)$$

$$c_0 = \frac{(H_S - H_R)Q_T^2 - (H_S - H_T)Q_R^2}{Q_R Q_T^2 - Q_T Q_R^2} \quad \dots(I.101)$$

Com base na Equação (I.76) e através das eEquações (I.97) e (I.98), pode-se escrever:

$$H_{p1} - H_{p2} = -a_0 - b_0 Q_{PE} - c_0 Q_{PE} |Q_{PE}| \quad \dots(I.102)$$

de onde se observa, analisando (I.76), que:

$$A' = -a_0 \quad \dots(I.103)$$

$$B' = -b_0 \quad \dots(I.104)$$

$$C' = -c_0 \quad \dots(I.105)$$

A partir das quais, pode-se obter:

$$F = \frac{1}{C'}(B' + B_E) = \frac{1}{c_0}(b_0 - B_E) \quad \dots(I.106)$$

$$G = \frac{1}{C'}(A' - E_E) = \frac{1}{c_0}(a_0 + E_E) \quad \dots(I.107)$$

Com estas equações pode-se calcular Q_{PE} , que é a vazão que passa pela bomba (I.80) e também as cargas nos NÓS associados com as equações (I.71) e (I.72).

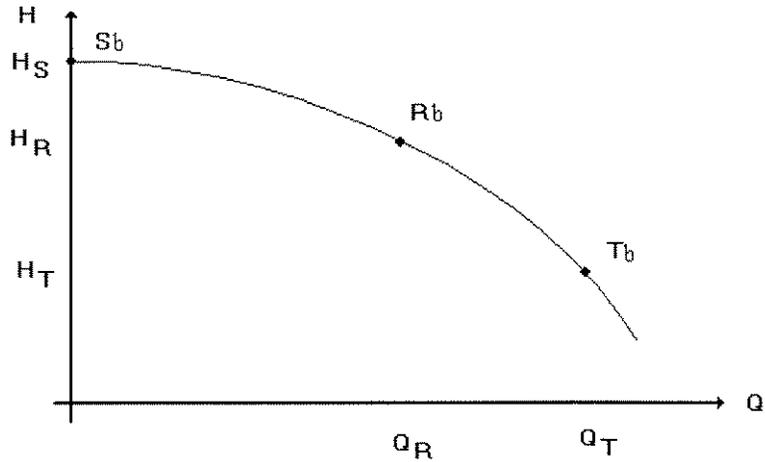


Figura I.8 - Curva Carga x Vazão.

I.12.3.2 - Bombas em Paralelo

Uma consideração a ser feita no procedimento de cálculo da vazão pelo conjunto com z bombas em paralelo (Q_{PE}), é que neste caso a vazão em cada bomba será $Q_{PE/z}$, assim, pode-se escrever:

$$H_B = a_0 + \frac{b_0}{z} Q_B + \frac{c_0}{z^2} Q_B^2 \quad \dots(I.108)$$

através da qual pode-se obter, com base na Equação (I.76):

$$A' = -a_0 \quad \dots(I.109)$$

$$B' = -\frac{b_0}{z} \quad \dots(I.110)$$

$$C' = -\frac{c_0}{z^2} \quad \dots(I.111)$$

e assim pode-se calcular as constantes F e G, dadas por:

$$F = \frac{z^2}{c_0} \left(\frac{b_0}{z} - B_E \right) \quad \dots(I.112)$$

$$G = \frac{z^2}{c_0} (a_0 + E_E) \quad \dots(I.113)$$

Analogamente ao caso anterior, a vazão que passa pelo conjunto de bombas (Q_{PE}) em paralelo pode ser obtida pela Equação (I.80), bem como as cargas nos NÓS associados pelas Equações (I.71) e (I.72).