

Luiz Eduardo Teixeira Ferreira

**ANÁLISE DE PARÂMETROS DE TENACIDADE AO  
FRATURAMENTO DE CONCRETOS OBTIDOS EM ENSAIOS DE  
FLEXÃO DE VIGAS.**

*2 volume corresponde  
versão definitiva da  
cartada defendida pelo  
aluno e aprovada*

*Campinas 31 de julho de 1997*

*Luiz Antunes*

**Dissertação apresentada ao Curso  
de Mestrado da Faculdade de  
Engenharia Civil da Universidade  
Estadual de Campinas, como  
requisito parcial à obtenção do  
título de Mestre em Engenharia.**

**Área de concentração: Estruturas.  
Orientador: Prof. Dr. José Luiz  
Antunes de Oliveira e Sousa.**

**Universidade Estadual  
de Campinas.**

**Campinas  
Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP.  
1997**

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	F413a UNICAMP
V	Ex.
T.º DE BOLS.	3162F
PROC.	28119F
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	16/09/97
N.º CPD	

CM.00100715-5

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

F413a Ferreira, Luiz Eduardo Teixeira  
Análise de parâmetros de tenacidade ao fraturamento de concretos obtidos em ensaios de flexão de vigas / Luiz Eduardo Teixeira Ferreira --Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.

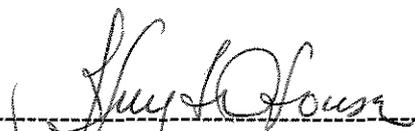
1. Mecânica da fratura. 2. Concreto - Propriedades mecânicas. 3. Flexão (Engenharia civil). I. Sousa, José Luiz Antunes de Oliveira e II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.

## **FOLHA DE APROVAÇÃO.**

### **ANÁLISE DE PARÂMETROS DE TENACIDADE AO FRATURAMENTO DE CONCRETOS OBTIDOS EM ENSAIOS DE FLEXÃO DE VIGAS.**

**Luiz Eduardo Teixeira Ferreira.**

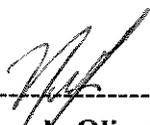
Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em 13 de junho de 1997, pela  
Banca Examinadora constituída pelos professores:



-----  
**Prof. Dr. José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa**  
Orientador - F.E.C - UNICAMP



-----  
**Prof. Dr. Túlio Nogueira Bittencourt.**  
E.P - U.S.P.



-----  
**Prof. Dr. Newton de Oliveira Pinto Junior.**  
F.E.C - UNICAMP

Aos meus filhos, Luiz Felipe, Lúcia Maria, Letícia Maria e Larissa Maria e à  
minha esposa Leila, em retribuição aos dois anos e meio de convivência que lhes furtei,  
dedico este trabalho.

Ao primeiro incentivador deste mestrado, Professor Lauro Modesto dos Santos,  
uma homenagem do Autor.

À minha querida mãe Maria de Lourdes Teixeira, uma homenagem póstuma.

## AGRADECIMENTOS.

Ao Prof. José Luiz A. O. e Sousa, meu Orientador, um agradecimento especial pela amizade, entusiasmo, paciência e serenidade demonstrados ao longo destes últimos anos. Certamente cada momento do convívio que tivemos, me será uma grata lembrança.

Agradeço ao Prof. Túlio N. Bittencourt pelas inúmeras tardes que pacientemente recebeu-me na Escola Politécnica da USP, auxiliando em cada passo deste trabalho.

Ao Prof. Newton O. P. Jr, incentivador e amigo, meus agradecimentos pela dedicação e atenção dispensadas nas fases tecnológica e experimental desta pesquisa.

Agradeço a todos os colegas, em especial a Antônio Carlos Santos, Michele Dechichi, Leonardo Shessarenko Filho, Marco Antônio Cármió e Antônio de O. F. Teixeira, pela amizade recebida neste período. Agradeço os amigos do Laboratório de Materiais de Construção da FEC e do Laboratório de Materiais da FEM pela dedicação e entusiasmo. Ao pessoal da Pós-Graduação da FEC, Paulinha, Benigna, Rosângela e Carlos, estendo os meus agradecimentos.

Finalmente agradeço aos irmãos Luiz Tarcísio e Luiz Carlos T. Ferreira, pelo suporte financeiro recebido nos momentos finais de trabalho, sem o qual certamente esta iniciativa não teria sido concluída.

## SUMÁRIO.

Introdução .....	1
1- Objetivos .....	4
2- Mecânica do Fraturamento. ....	8
2.1- Concentração de tensões .....	10
2.2- Conceitos da Mecânica da Fratura Elástica Linear e Não-Linear .....	13
3- Hierarquia de Modelos .....	14
3.1- Mecânica do Fraturamento Elástico Linear .....	14
3.1.1- Fator de Intensidade de Tensões.....	14
3.1.2- Teoria do fraturamento de Griffith.....	19
3.1.3- Taxa de liberação de Energia.....	21
3.2- Mecânica do Fraturamento Não Linear.....	24
4-Métodos de Ensaio.....	24
4.1- Modelo da Fissura Fictícia.....	24
4.1.1-Determinação da energia de fraturamento da argamassa e do concreto por meio do ensaio de flexão em três pontos em vigas entalhadas .....	29
4.1.2- Bases do Método .....	30
4.1.2.1- Geometria do corpo de prova.....	31
4.1.2.2- Análise da geometria do corpo de prova.....	32
4.1.2.2.1- Entalhe central.....	32
4.1.2.2.2- Abertura do entalhe.....	34
4.1.2.2.3- Profundidade do entalhe.....	38
4.1.2.2.4- Alturas dos corpos de prova.....	45
4.1.2.2.5- Larguras dos corpos de prova.....	47

4.1.2.2.6- Vãos-Livres e comprimentos dos corpos de provas.....	49
4.1.2.2.7- Análise das condições de carregamento do corpo de provas.....	51
4.1.2.2.8- Perdas Energéticas.....	54
4.1.2.2.9- Avaliação dos resultados dos ensaios para a determinação da energia de fraturamento.....	55
4.2- O Modelo da Lei do Efeito de Escala.....	63
4.2.1- Embasamento teórico do modelo.....	64
4.2.2- Geometria do corpo de prova .....	67
4.2.3- Procedimentos de cálculo para a determinação de $G_c$ .....	68
4.3- Modelo dos Dois Parâmetros. Determinação de $K_{IC}^S$ e $CTOD_C$ do concreto usando o ensaio de flexão em três pontos.....	70
4.3.1-Considerações sobre o método.....	71
4.3.2- Embasamento teórico.....	71
4.3.3- Geometria do corpo de prova.....	84
4.3.4- Procedimentos de ensaio e análise das condições carregamento .....	87
4.3.5- Avaliação dos resultados dos ensaios para a determinação de $K_{IC}^S$ e $CTOD_C$ .....	89
4.4- O Modelo da Fissura Efetiva.....	91
4.4.1- Geometria do corpo de prova e condições de carregamento.....	93
4.4.2- Metodologia de cálculo.....	94
4.5- Modelo da Correção Inelástica.....	101

4.5.1- Embasamento teórico.....	102
4.5.2- Comportamento inelástico.....	105
4.5.3- Linearização do diagrama $P \times CMOD$ .....	111
5- Outras questões envolvidas na execução dos ensaios e interpretação dos resultados.....	114
6- Programa Experimental.....	126
6.1- Ensaio de Flexão	
6.1.1- Preparo dos corpos de prova.....	126
6.1.2- Dispositivos de apoio e de aplicação da cargas.....	127
6.2- Ensaio de compressão simples e de compressão diametral.....	130
6.3- Ensaio de determinação da energia de fraturamento.....	130
7- Resultados Experimentais.....	132
7.1- Material básico da pesquisa	
7.1.1- Módulo de deformação e outras propriedades mecânicas.....	132
7.1.2- Cargas máximas atingidas nos ensaios.....	136
7.1.3- Extensões das fissuras nas cargas máximas.....	140
7.1.4- Tenacidade ao fraturamento.....	143
7.1.5- Energia de fraturamento.....	146
7.1.6- Deslocamento mantido na carga máxima.....	149
7.1.7- Linearização do diagrama $P \times \delta$ e normalização da área.....	152
7.1.8- O fator de correção inelástica.....	156
7.2- Material Complementar.....	157
7.2.1- Módulo de deformação e outras propriedades mecânicas.....	158
7.2.2- Tenacidade ao fraturamento.....	160
7.2.3- Massa de fixação das chapas de nivelamento dos apoios.....	163
8-Análise dos Resultados Obtidos.....	163

8.1- Tenacidade ao Fraturamento.....	163
8.2- Energia de Fraturamento.....	169
9- Conclusões e sugestões para futuras pesquisas.....	171
9.1- Conclusões.....	171
9.2- Sugestões para futuras pesquisas.....	173
10-Referências Bibliográficas.....	175
11-APÊNDICES	
11.1- APÊNDICE A - Materiais constantes da Pesquisa.....	180
11.2- APÊNDICE B - Ensaio Complementares.....	196
11.3- APÊNDICE C - Rotinas Computacionais.....	209
11.4- APÊNDICE D - Material Básico - Análise do Módulo de Deformação	213
11.5- APÊNDICE E - Arquivos de dados - Resultados da Tenacidade.....	216
11.6- APÊNDICE F - Resultados da análise da Energia de Fraturamento.....	238
11.7- APÊNDICE G - Gráficos $P \times CMOD$ e $P \times \delta$ decorrentes dos ensaios .	242
11.8- APÊNDICE H- Linearização e normalização dos diagramas $P \times \delta$ .....	254
11.9- APÊNDICE I- Ensaio de Flexão - David Catalano- 1983.....	257
11.10- APÊNDICE J- Material Complementar - Gráficos $P \times CMOD$ .....	259
11.11- APÊNDICE K- Material Básico - Gráfico Carga $\times$ $CMOD$ Deslocamento mantido na carga máxima.....	262

## RESUMO

O concreto é um compósito de comportamento inelástico com ruptura caracterizada pelo amolecimento. A fissura nesse tipo de material é coesiva e o desenvolvimento da zona de processos inelásticos bem como a formação da interface coesiva, ao nível laboratorial, são influenciadas pelo tamanho do corpo de prova.

Há muitos anos investiga-se o efeito do tamanho do corpo de prova sobre a Energia de Fraturamento,  $G_c$ , do concreto e de outros materiais cimentícios. Importantes passos foram dados em direção ao estabelecimento de modelos que pudessem conduzir à determinação da Energia de Fraturamento  $G_c$ , independentemente do chamado efeito de escala, a exemplo do modelo do Efeito de Escala, preconizado pela RILEM (*Réunion Internationale des Laboratoires d'Essais de Matériaux*). Neste trabalho investiga-se o efeito de escala não só sobre a Energia de Fraturamento,  $G_c$ , bem como sobre a Tenacidade ao Fraturamento do concreto simples,  $K_{IC}$ , através de ensaios de flexão de vigas.

As investigações são conduzidas utilizando-se vigas similares, com alturas variando desde 3 cm até 12 cm de altura e a Tenacidade ao Fraturamento é determinada através dos Modelos dos Dois Parâmetros e da Fissura Efetiva sugeridos pela RILEM, além do processo de linearização adotado pela ISRM (International Society of Rock Mechanics). A Energia de fraturamento é determinada utilizando-se o Modelo do Efeito de Escala, também da RILEM.

Os resultados de Tenacidade ao Fraturamento mostraram-se fortemente influenciados pelo efeito de escala, com o aumento da altura do corpo de prova, dentro do espectro de alturas pesquisado.

Dentro deste trabalho, investigou-se também o fenômeno de relaxação da carga, verificado quando da manutenção do deslocamento de abertura da entrada do entalhe, CMOD, no instante correspondente à carga máxima, sob condições de deformação controlada, associando-a a um eventual desfazimento da interface coesiva. Sob esta ótica modelou-se a extensão  $a$  da interface coesiva no patamar da carga máxima. Os valores de Tenacidade ao Fraturamento decorrentes da utilização destas extensões  $a$  demonstraram uma certa constância, independentemente do tamanho do corpo de prova.

## ABSTRACT.

Concrete is a composite that behaves inelastically, with failure characterized by softening. Crack in this kind of material is said to be cohesive. The development of an inelastic process zone ahead of the crack front as well as the formation of the cohesive interface, at laboratory level, are directly influenced by the specimen size.

The effect of the specimen scale on the Fracture Energy,  $G_C$ , for concrete and other cementitious materials has been addressed by several investigators in the last two decades. Important advances were accomplished towards the validation of models that conduct to the determination of the Fracture Energy, independently of the so called Size Effect.

In this work the Size Effect on Fracture Energy and Fracture Toughness,  $K_{IC}$ , is investigated for plain concrete, using three-point bend tests on specimens with initial through notches. The investigation is conducted using similar beams, with height varying from 3 cm to 12 cm.

The Fracture Toughness is determined using the Two-Parameter Crack Model and the Effective Crack Model suggested by RILEM (International Union of Testing and Research Laboratories for Materials and Structures), and the linearization procedure proposed by ISRM (International Society of Rock Mechanics). The Fracture Energy is

determined using the Size Effect Model, also proposed by RILEM. The Fracture Toughness values obtained from the laboratory tests appear to be strongly influenced by the Size Effect, within the range of sizes investigated.

In this dissertation the phenomenon of relaxation, observed at peak load under a constant CMOD condition, was investigated and associated to a possible break down of the cohesive interface. Under these circumstances, the length of the cohesive interface at peak load was modeled. The results of Fracture Toughness originated from these lengths appear to be almost constant, independently of specimen size.

## INTRODUÇÃO.

O estudo que aqui se apresenta tem por objetivo o desenvolvimento de uma análise teórico-experimental mais ampla dos parâmetros de tenacidade ao fraturamento do concreto, quando levada a efeito através de ensaios de flexão de vigas.

Inicialmente são analisadas previamente as propostas apresentadas pela RILEM para a determinação de parâmetros de fraturamento.

Com o objetivo de oferecer à comunidade interessada uma metodologia que padronizasse a determinação laboratorial de parâmetros de Tenacidade ao Fraturamento de argamassas e concretos, a RILEM, fundamentada em estudos existentes sobre o assunto e em especial na experiência de pioneiros como Hillerborg, Peterson, Bazan e Gustafsson, dentre outros, tomou sua primeira iniciativa em 1985.

Esse primeiro passo em direção à formulação de critérios específicos para a análise da tenacidade ao fraturamento, dentre outras coisas, despertou opiniões adversas, intensas pesquisas e a mínima certeza de que o assunto, muito longe de encontrar-se em fase de amadurecimento, apenas inicia-se. Como exemplo desse fato, pesquisadores de reconhecida competência [1] questionam se, de fato, parâmetros como  $G_C$ , a energia de fraturamento, ou  $K_{IC}$ , a tenacidade ao fraturamento, podem ser entendidas como propriedades efetivas e características dos materiais.

A metodologia utilizada para a determinação de parâmetros de fraturamento, à ocasião, já encontrava-se bastante difundida para materiais metálicos e ligas, normalizada em diversos países e, de uma forma geral, consolidada, especialmente no que diz respeito aos conceitos físicos envolvidos na propagação de fissuras em materiais metálicos. Por outro lado a pesquisa mais aprofundada relativa a materiais de comportamento inelástico, especialmente de ruptura frágil ou quase-frágil ( como certas cerâmicas, rochas, concreto e assemelhados ), vinha dos anos 70. Aquela década conjugou dois aspectos de fundamental importância, quais sejam, a ampliação do interesse multidisciplinar despertado pelo fenômeno do fraturamento, com a considerável ampliação da disponibilidade de instrumentos e métodos computacionais de maior eficiência.

Como exemplo desta conjugação, Hillerborg *et al.* [2] publicaram um importante trabalho técnico, onde propuseram um modelo de fraturamento coesivo similar ao modelo de Dugdale, entretanto associado à ruptura com amolecimento, denominado *post-peak softening*.

Com efeito, diversos modelos de fraturamento não-linear, aplicados aos materiais de ruptura quase-frágil seguiram-se ao modelo da fissura fictícia de Hillerborg, propostos por pesquisadores de diferentes correntes de pensamento, conforme Shah, em [3].

Inicialmente são abordadas neste trabalho as metodologias envolvidas na determinação da Energia de Fraturamento,  $G_F$ , como parâmetro de tenacidade ao

fraturamento do material e em capítulos subseqüentes, aquelas destinadas à determinação da Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , do concreto.

## 1- OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um programa de pesquisas teórico-experimentais, relativas à obtenção de parâmetros de tenacidade ao fraturamento do concreto, através de ensaios de flexão de vigas dotadas de entalhes centrais passantes, previamente moldados. Os parâmetros de fraturamento aqui pesquisados, decorrentes de ensaios de diferentes naturezas, são a Energia de Fraturamento,  $G_F$ , e a Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ . Para tanto, o presente plano foi subdividido em três etapas distintas, compreendendo atividades de cunho teórico, tecnológico e laboratorial.

As atividades referidas contemplam a abordagem dos diversos conceitos teóricos envolvidos direta e indiretamente nas atividades técnicas dos ensaios, passando pela avaliação da concepção dos corpos de prova, estendendo-se aos procedimentos de ensaio e à avaliação de resultados.

Simultaneamente, são relatadas, analisadas e discutidas as experiências prévias havidas sobre o tema, bem como conclusões, observações e opiniões de pesquisadores que se dedicaram ao assunto.

A primeira destas etapas refere-se à análise teórica dos métodos de ensaio atualmente utilizados, destinadas à determinação da Energia de Fraturamento do concreto e de materiais cimentícios assemelhados,  $G_F$ , bem como da Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ .

Para tanto, são abordadas duas metodologias distintas de ensaio, envolvendo dois enfoques diferenciados da Energia de Fraturamento. A primeira delas trata deste parâmetro, utilizando-se o que se convencionou chamar Método Direto, fundamentado no modelo de ruptura coesiva de Hillerborg ou modelo da fissura fictícia, introduzido como projeto de recomendações pela RILEM em 1985. Mesmo não tendo sido adotada oficialmente pela organização em seu último relatório [4], dentro da discussão desta teoria serão abordadas no presente trabalho, questões que envolvem as dimensões dos corpos de prova e as técnicas de ensaio.

A segunda metodologia trata da obtenção da Energia de Fraturamento, considerando-se entretanto o efeito de escala, ou seja, as diferentes dimensões de corpos de provas. Este método, denominado Método do Efeito de Escala, fundamenta-se na teoria de Bazant e Kazemi, tendo sido introduzido pela RILEM, também como projeto de recomendações, em 1990.

Com relação à determinação da Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , o presente trabalho enfoca prioritariamente as propostas contidas no projeto de recomendações da RILEM, de 1990, denominado modelo dos dois Parâmetros, fundamentado na teoria de Shah e Jenq [38] bem como o modelo da Fissura Efetiva, de Karihaloo e Nalathambi [45], apresentado à comunidade científica em 1989.

A partir do universo de informações obtidas na fase experimental do programa, comparações entre resultados decorrentes da utilização das diversas metodologias

propostas para o cálculo da tenacidade ao fraturamento do concreto, a exemplo da Correção Inelástica proposta pela ISRM, são então procedidas.

A segunda etapa desta pesquisa contempla atividades tecnológicas referentes à definição do material a investigar, no caso o concreto de boa repetibilidade, subentendendo o projeto de um traço de resistência intermediária, inicialmente prevista entre 250 e 300 daN/cm<sup>2</sup>.

Esta etapa envolve também considerações relativas ao desenvolvimento do projeto das formas destinadas à moldagem das vigas, bem como a concepção das placas de inserção destinadas a moldagem dos entalhes retos passantes.

A terceira etapa de atividades trata do ensaio aos **28** dias, de uma série de 21 vigas de diferentes tamanhos sob condições de deformação controlada. Simultaneamente, analisam-se os resultados dos ensaios onde foram rompidos por compressão simples e por compressão diametral, corpos de prova cilíndricos, do mesmo material. Estes ensaios complementares de compressão simples têm por objetivo a verificação do intervalo de resistência inicialmente proposto e a verificação do módulo de deformação do material.

Os ensaios de compressão diametral destinam-se à determinação da resistência à tração do concreto, parâmetro de resistência intimamente relacionado à tenacidade ao fraturamento do material. O Módulo de Deformação,  $E$ , e o Coeficiente de Poisson,  $\nu$ , são igualmente determinados utilizando-se procedimentos extensométricos.

Finalmente, os resultados são analisados objetivando-se:

- Verificar a compatibilidade entre os valores da Energia de Fraturamento,  $G_F$ , obtidos de diferentes modelos teóricos.
  
- Comparar os resultados de Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , obtidos de diferentes metodologias e o eventual efeito de escala sobre estes valores.
  
- Analisar outros conceitos envolvidos na interpretação dos resultados decorrentes dos ensaios.

## 2- MECÂNICA DO FRATURAMENTO.

Definida por Kanninen [5] como uma disciplina da engenharia fundamentada na mecânica aplicada e na ciência dos materiais, a mecânica do fraturamento ganhou impulso como ramo da engenharia estrutural somente há algumas décadas, em decorrência de acidentes catastróficos envolvendo obras de engenharia.

Quando preocupado com a integridade estrutural, este ramo da mecânica dedica-se ao estudo da formação, propagação e arrestamento das fissuras. Quando preocupado com a sua utilização racional, estuda como formá-las e como propagá-las adequadamente, a exemplo do fraturamento em rocha hidráulico destinado à estimulação de produtividade em reservatórios de petróleo.

Como se sabe, os materiais falham. Por mais perfeito que possa parecer um elemento estrutural, pequenas regiões com irregularidades, descontinuidades externas ou internas, defeitos de fabricação ou mesmo decorrentes de vértices mal projetados, são regiões potencialmente concentradoras de tensões que podem levar uma estrutura ao colapso.

Nem sempre estes fatores responsabilizam-se, isoladamente, pelo fraturamento de um elemento estrutural. Fatores como a temperatura, a adversidade ambiental ou efeitos mecânicos inerentes à utilização inadequada da estrutura (como por exemplo, a fadiga) podem ser decisivos na propagação de fissuras.

Broek [6], observa que estruturas construídas com materiais de alta resistência normalmente apresentam baixa resistência ao fraturamento, podendo romper a níveis de tensão muito abaixo daqueles para os quais foram projetadas. Segundo o mesmo autor, a ocorrência de fraturamento a baixos níveis de tensão em estruturas construídas com estes materiais, induziram de fato o desenvolvimento da mecânica do fraturamento, como disciplina da engenharia estrutural.

Em fase acelerada de desenvolvimento, a Mecânica do Fraturamento deve vir a constituir-se na base de novos conceitos de projeto estrutural, complementarmente aos critérios atualmente utilizados.

De uma forma geral, interessa à engenharia o conhecimento do processo de formação da fissura de forma a preveni-las (ou produzi-las). Inevitáveis do ponto de vista prático, as estruturas fissuradas devem ser avaliadas quanto à segurança e à vida útil. Assim, faz-se necessário o conhecimento prévio de um parâmetro resistente associado ao fraturamento do material, no caso a Tenacidade e a Energia de Fraturamento.

O concreto, as rochas e os materiais cimentícios utilizados especificamente na construção civil, constituem o principal foco deste trabalho. Sendo a pesquisa sobre eles ainda mais recente, um imenso mar de desconhecimento e motivação se apresenta, cabendo a cada um nele envolvido, desvendá-lo, mesmo que minimamente.

## 2.1- CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES.

Como referido inicialmente, uma descontinuidade geométrica pode ser encarada como indutora à concentração de tensões num dado sólido submetido a um determinado estado de carregamento e condições de contorno impostas.

Como exemplo clássico toma-se inicialmente uma chapa com um furo central, submetida a um carregamento uniaxial auto-equilibrado de tração. Entende-se neste caso que o diâmetro do furo seja suficientemente pequeno, comparativamente à largura da placa. Conforme Timoshenko [7], as maiores tensões de tração,  $\sigma_{\eta}$ , são verificadas paralelamente à tensão solicitante  $\sigma$ , nos pontos **m** e **n** situados nos bordos do furo.

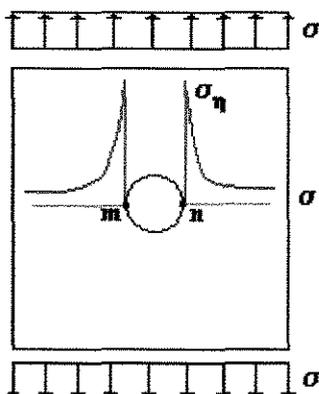


FIGURA 2.1- Concentração de tensões numa placa com furo no centro.

Da condição de carregamento, resultará  $\sigma_{\eta} = 3\sigma$  e a relação entre esta tensão e a tensão solicitante denomina-se Fator de Concentração de Tensões que no caso tem valor

igual à 3. A figura 2.2, resultante de uma simulação procedida utilizando-se o programa Frank-2DL [8] melhor ilustra as tensões de tração nas regiões de concentração.

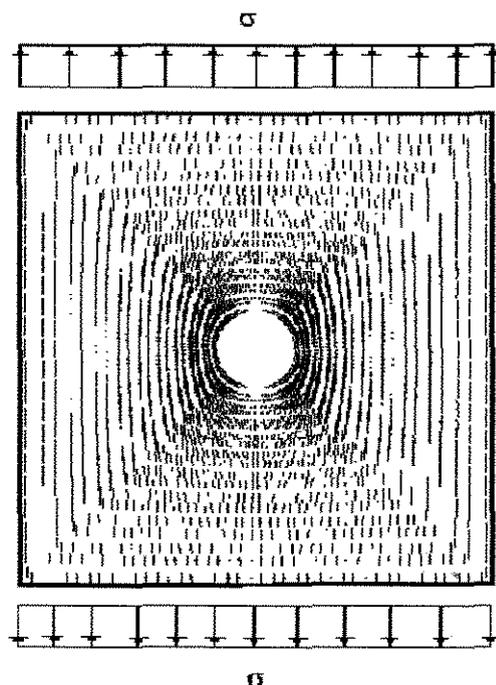


FIGURA 2.2- Fluxo de tensões de tração na placa com o furo central.

Ao abaular-se verticalmente o furo, dando-lhe o formato de uma elipse, a concentração de tensões crescerá substancialmente, passando a tensão nos bordos **m** e **n**, ao valor  $\sigma_{\eta} = \sigma (1 + 2.a/b)$ , onde **a** e **b** são os semi-eixos, maior e menor da elipse. Esta tensão aumenta com o aumento da relação **a / b**, de tal forma que o Fator de Concentração de Tensões, cresce na mesma proporção. A Fig. 2.3 melhor ilustra o exposto.

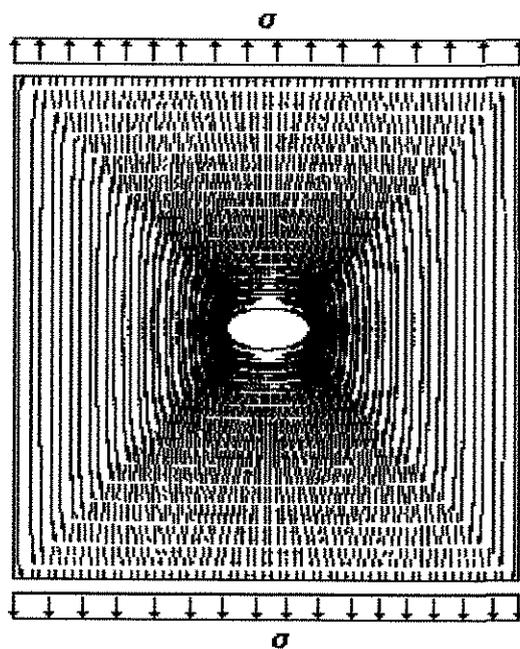


FIGURA 2.3- Fluxo de tensões de tração na placa com o furo central abaulado.

A Fig. 2.4 traz um entalhe central simulando uma elipse com relação  $a/b$  da ordem de 50.

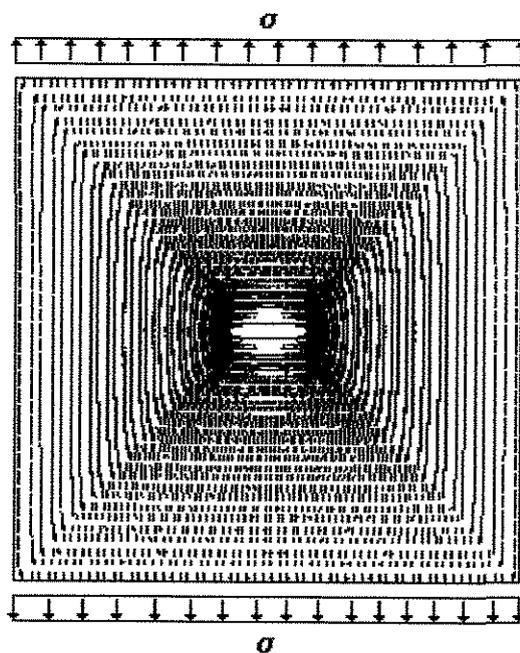


FIGURA 2.4- Fluxo de tensões de tração na placa com um “entalhe” central.

Assim, quando  $b$  tende a zero e  $a/b$  tende ao infinito, ou mesmo quando  $b$  for muito menor que  $a$ , a tensão também tende a crescer infinitamente. A presença desta singularidade na ponta da fissura afeta todo o campo de tensões à sua frente e o campo de tensões em torno desta singularidade é descrito com o auxílio de um fator, denominado Fator de Intensidade de Tensões.

## **2.2- CONCEITOS DA MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICA LINEAR E NÃO LINEAR.**

A ponta “infinitamente” aguda da fissura torna a tensão singular. Todo material tem o seu limite de resistência definido. Alguns de comportamento frágil, outros elastoplásticos. Desta maneira este limite real de resistência do material governará também a tensão máxima.

Em materiais de comportamento elastoplástico, por exemplo, a parcela de tensão que “ultrapassaria” este limite termina por formar uma zona em torno da ponta da fissura denominada Zona de Processos Inelásticos, onde o material atinge o escoamento. Em materiais frágeis, ou quase-frágeis, como é o caso do concreto, esta zona é caracterizada pela microfissuração.

Entretanto, quando a extensão da zona de processos inelásticos é suficientemente pequena em comparação à extensão da fissura e às demais dimensões relevantes do corpo, podendo então ser desprezada, princípios de similitude são admitidos de modo que o comportamento do corpo como um todo seja considerado em regime elástico, com o que a Mecânica do Fraturamento Elástico Linear passa a ser aplicável.

Se estas condições não puderem ser admitidas em um determinado problema, outros enfoques alternativos devem ser utilizados, a exemplo do critério de Wells conhecido como CTOD (*crack tip opening displacement*), ou o das Integrais de Caminho Independentes, conhecido como Integrais “J”.

### 3- HIERARQUIA DE MODELOS.

#### 3.1- MECÂNICA DO FRATURAMENTO ELÁSTICO LINEAR.

##### 3.1.1- O FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÕES.

Nos problemas planos de elasticidade linear, as equações que governam o equilíbrio são as que se seguem:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0 \quad (3.1)$$

Onde X e Y são forças de volume e  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  são componentes do tensor das tensões.

A relação Tensão - Deformação e as equações que relacionam as deformações com os deslocamentos para um material isotrópico elástico linear, admitindo-se o estado plano de tensões são as seguintes:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y) & \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x) & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.2)$$

As condições de equilíbrio inicialmente escritas são satisfeitas se se introduzir a função de tensões denominada função de Airy,  $\psi$ , de tal forma que:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - X x \qquad \sigma_y = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - Y y$$

e:

$$\tau_{xy} = - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \qquad (3.3)$$

Substituindo-se estas equações, bem como as equações que relacionam os deslocamentos com as deformações, nas equações da relação constitutiva e diferenciando-se duas vezes, resulta a equação bi-harmônica de compatibilidade que se segue:

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \nabla^2 (\nabla^2 \psi) = 0 \qquad (3.4)$$

A questão torna-se então encontrar uma função de tensões de Airy que satisfaça esta equação bi-harmônica, dentro das condições de contorno estabelecidas do problema.

Muitas funções complexas de tensões tem sido usadas para tanto, objetivando-se no presente caso, a determinação do campo de tensões,  $\sigma_{ij}$ , a frente da ponta da fissura.

Esta dedução pode ser encontrada nos diversos textos de mecânica do fraturamento entre eles, Shah *et. al.* [9], para uma fissura de extensão  $2a$ , centrada numa placa infinita e uniformemente carregada por uma tensão de tração  $\sigma$ .

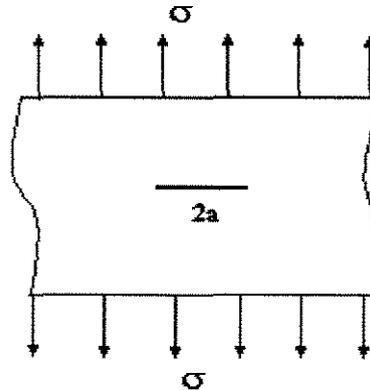


FIGURA 3.1- Placa infinita com uma fissura central.

O estado de tensões finalmente determinado para a placa infinita definida na Fig. 3.1, expresso em termos de coordenadas polares é o que se segue:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cdot f_{ij}(\theta) \quad (3.5)$$

Na expressão anterior as variáveis  $r$  e  $\theta$  definem a posição do ponto onde se deseja conhecer o estado de tensões e referem-se a um sistema de eixos posicionado na ponta da fissura.

A variável  $K_I$  é o Fator de Intensidade de Tensões para o modo I de abertura da fissura. Esta variável é definida como sendo o fator que associa o estado de tensões em um dado ponto a frente da fissura, com a singularidade.

Para a placa em questão,  $K_I$  assume a seguinte expressão:

$$K_I = \sigma \cdot (\pi \cdot a)^{1/2} \quad (3.6)$$

Valores de  $K_I$  para diversas geometrias e carregamentos, encontram-se relacionados nos textos de Mecânica do Fraturamento e nos Manuais de Fatores de Intensidade de Tensões.

Quando o valor de  $K_I$  atinge níveis críticos, tem-se que  $K_I = K_{Ic}$ , este último é representativo da Tenacidade ao Fraturamento do Material portanto, um critério de propagação da fissura.

Da mesma forma, encontram-se equacionados os fatores de Intensidade de Tensões relativos aos modos de abertura denominados de cisalhamento no plano,  $K_{II}$ , e anti-plano,  $K_{III}$ , respectivamente.

### 3.1.2- TEORIA DO FRATURAMENTO DE GRIFFITH.

Aplicável à propagação de fissuras em materiais frágeis ideais, esta teoria foi desenvolvida utilizando-se princípios de energia.

Conforme Shah em [9], a mudança de energia devida à introdução de uma fissura de extensão  $2a$  em uma placa infinita, carregada uniformemente por uma tensão de tração,  $\sigma$ , Fig. 3.1, é dada por:

$$U - U_0 = -U_a + U_s \quad (3.7)$$

onde:

$U$  e  $U_0$  são as energias elásticas das placas fissurada e não fissurada.

$U_a$  é a mudança da energia de Deformação devida à introdução da fissura.

$U_s$  é mudança na energia superficial, dada à formação das superfícies das fissuras.

Sendo  $\gamma_s$  a energia elástica superficial devida à formação de uma das superfícies da fissura e observando-se as relações:

$$U_s = 4.a. \gamma_s \quad (3.8)$$

$$U_a = \pi \cdot \sigma^2 \cdot a^2 / E \quad (3.9)$$

Substituindo-se estas expressões na equação inicial relativa à mudança da energia, decorrerá:

$$U - U_0 = - \pi \cdot \sigma^2 \cdot a^2 / E + 4 \cdot a \cdot \gamma_s \quad (3.10)$$

Conforme Shah [9], a condição de equilíbrio para a extensão da fissura é obtida através da minimização da mudança da energia com relação à extensão da fissura, o que se faz igualando a zero, a primeira derivada da equação anterior relativamente à  $a$ , decorrendo:

$$\pi \cdot \sigma^2 \cdot a / E = 2 \cdot \gamma_s$$

$$\sigma = (2 \cdot \gamma_s \cdot E / (\pi a))^{1/2} \quad (3.11)$$

A tensão  $\sigma$  é aquela que causa a propagação da fissura, quando  $\sigma$  assume o valor crítico  $\sigma_c$ .

### 3.1.3- TAXA DE LIBERAÇÃO DE ENERGIA.

O princípio da energia de Griffith estabelece, conforme Broek em [6] que o crescimento de uma fissura ocorre se a energia necessária para formar uma fissura adicional de extensão  $da$  puder ser liberada pelo sistema. Desta maneira, o problema é usualmente enfocado de duas maneiras distintas.

A primeira trata da propagação da fissura em um corpo impedido de mover-se durante o processo. Neste caso, a energia necessária à extensão da fissura decorre da liberação de energia potencial elástica armazenada no corpo. As forças externas não realizam trabalho e a energia total diminui.

A segunda analisa a possibilidade do corpo mover-se durante a extensão da fissura. Neste caso as forças externas realizam trabalho e a quantidade de energia, em termos globais, aumenta.

Assim, a condição necessária à propagação da fissura é:

$$\frac{dF}{da} - \frac{dU}{da} = \frac{dW}{da} \quad (3.12)$$

onde:

$W$  é a energia necessária à extensão  $a$  da fissura.

$U$  é a energia potencial elástica contida no corpo.

$F$  é o trabalho realizado pelas forças externas.

Considere-se o corpo esquematizado na Fig. 3.2. A Taxa de Liberação de Energia ou Energia de Fraturamento para a extensão da fissura é:

$$\mathbf{G} = \frac{d}{da} (F - U) \quad (3.13)$$

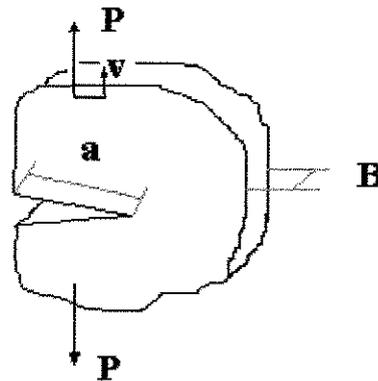


FIGURA 3.2 Corpo fraturado.

Esta equação pode ser reescrita, de forma a explicitar o trabalho realizado pela força externa, da forma que se segue:

$$\mathbf{G} = \frac{1}{B} \left( P \frac{dv}{da} - \frac{dU}{da} \right) \quad (3.14)$$

Introduzindo-se o conceito de flexibilidade, o deslocamento  $v$  pode ser rescrito como:

$$v = C \cdot P \quad \text{e} \quad \frac{dv}{da} = P \frac{\partial C}{\partial a} \quad (3.15)$$

Analogamente, a energia potencial elástica contida no corpo é:

$$U = \frac{1}{2} P \cdot v = \frac{1}{2} C \cdot P^2 \quad (3.16)$$

Rescrevendo a 3.14 com as equações posteriores e equacionando-se  $G$  em função da prescrição do carregamento, decorre:

$$G = \frac{1}{B} \left( P^2 \cdot \frac{\partial C}{\partial a} \right) \quad (3.17)$$

Da mesma forma, pode-se escrever que:

$$G = \frac{1}{B} \left( \frac{\partial U}{\partial a} \right)_P \quad (3.18)$$

$$G = - \frac{1}{B} \left( \frac{\partial U}{\partial a} \right)_v \quad (3.19)$$

O valor de  $G$  assim obtido, independe da constância do carregamento imposto.

Shah [9] demonstra que tanto a Energia de Fraturamento,  $G_I$ , como o Fator de Intensidade de tensões,  $K_I$ , governam a propagação da fissura, existindo desta forma, uma clara relação entre estes dois parâmetros. Considerando que a energia necessária à abertura de uma fissura deve ser igual àquela que se necessitaria para fechá-la, o autor equaciona a questão introduzindo a variável deslocamento de abertura da fissura, COD, de forma a obter:

$$G_I = K_I^2 / E \quad (3.20)$$

## 4.0- MÉTODOS DE ENSAIO

### 4.1 - MODELO DA FISSURA FICTÍCIA

O modelo de fraturamento proposto por Hillerborg *et al.* [2] para materiais cimentícios a exemplo do concreto, argamassas, etc, guarda uma certa semelhança com o modelo coesivo de Dugdale, desenvolvido anteriormente com o objetivo de melhor explicar o mecanismo de fraturamento em materiais de comportamento elastoplástico.

O modelo coesivo, conhecido como modelo da fissura fictícia foi fortemente influenciado pelos resultados das pesquisas de Evans e Marathe [10] sobre a resistência do concreto à tração.

Desta forma, parte do pressuposto de que a propagação de uma nova fissura tem início somente quando a tensão na ponta da fissura atinge o valor limite da resistência do material à tração,  $f_t$ . Supõe-se então, que as tensões não caem diretamente a zero quando da abertura da fissura, como ocorreria num material elástico-frágil, mas distribuem-se de fato, desde zero, na “Ponta Real”, ou aquela ponta que se pode ver, até o valor de  $f_t$ , na posição denominada “Ponta Virtual” ou fictícia.

A Fig. 4.1-1 adaptada da obra de Carpinteri, melhor ilustra a questão.

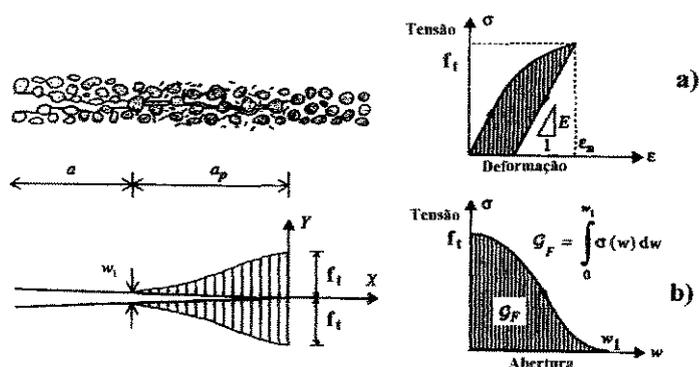


FIGURA 4.1-1 Modelo da Fissura Fictícia.

Portanto, na ponta real da fissura verifica-se uma abertura de valor  $w_1 > 0$  e tensão  $\sigma = 0$ . Na ponta virtual, verifica-se  $w = 0$  e  $\sigma = f_t$ . A extensão da fissura no intervalo de abertura compreendido entre  $0$  e  $w_1$  constitui o que se convencionou chamar interface coesiva, onde as tensões  $\sigma = f(w)$  distribuem-se segundo modelos convenientes. Usualmente a curva  $\sigma \times w$ , representativa desta distribuição, é assumida como de variação linear, bi-linear ou quase-exponencial, conforme Fig 4.1-2.

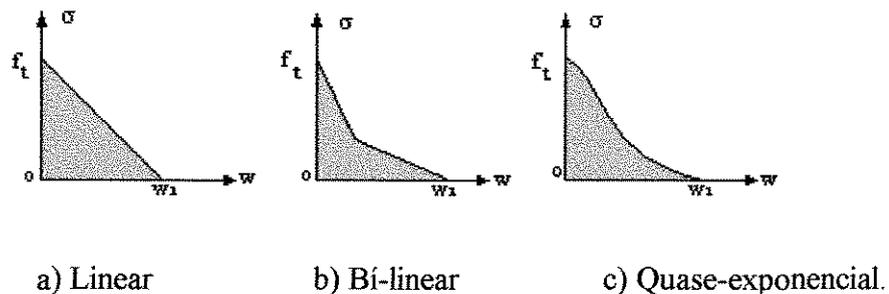


FIGURA 4.1-2 Ruptura Coesiva - Modelos Usuais.

A interface coesiva caracteriza-se então, pela transmissão decrescente de tensões entre as faces da fissura, na extensão fictícia compreendida entre as aberturas  $w=0$  e  $w=w_1$ .

Após a força máxima de instabilidade da fissura, o caminho de ruptura dá-se com amolecimento (*softening branch*) e decorre de diversos e complexos mecanismos associados a micro-ruptura e separação dos materiais constituintes do compósito.

Assim, a energia necessária à propagação de uma fissura incremental, de área unitária (Hillerborg), ou Energia de Fraturamento,  $G_F$ , é obtida da integração da área hachurada, sob a curva  $\sigma \times w$ , diagrama **b**, da Fig. 4.1-1.

O modelo de ruptura com amolecimento linear, é o mais freqüentemente adotado em programas de análise numérica por elementos finitos, aliás inicialmente proposto por Hillerborg com este objetivo. Da expressão da energia de fraturamento (fig.4.1-1) decorre para o modelo linear:

$$G_F = \int_0^{w_I} \sigma \, dw = (f_t \cdot w_I) / 2 \quad (4.1-1)$$

ou:

$$w_I = 2 \cdot G_C / f_t \quad (4.1-2)$$

Deve-se ter claro, entretanto, que a formação da fissura em materiais inelásticos como o concreto e argamassas é precedida pela dissipação de uma outra parcela de energia, antes que se atinja a carga de instabilidade.

Esta dissipação prévia de energia ocorre em níveis de tensão inferiores a  $f_t$ , ou seja, ainda na fase ascendente da curva tensão x deformação (ou carga x deslocamento),

num processo crescente de danos caracterizado pela microfissuração dispersa, em todo o volume do corpo.

No caso específico de concentração de tensões, esta dispersão passa à concentração, tornando-se decididamente responsável pela formação da Zona de Processamento da Fissura ou Zona de Processos Inelásticos.

Esta zona, na carga de instabilidade, abrigará a fissura-mãe ou macro-fissura, na hipótese de não ocorrer o descarregamento do sistema, no ponto de bifurcação do caminho (Carga x Deslocamento). Em caso de descarregamento, o caminho reflete ao final, unicamente as deformações irreversíveis, características do comportamento inelástico do material, como se observa no diagrama **a**, da Fig. 4.1-1.

Na oportunidade da apresentação deste modelo, Hillerborg introduziu o conceito de “comprimento característico”,  $l_c$ , representativo da ductilidade do material, definido como :

$$l_c = (E \cdot G_c) / f_t^2 \quad (4.1-3)$$

Da utilização da relação da elasticidade linear resulta a expressão que se segue:

$$K_{IC}^2 = E \cdot G_{IC} \quad (4.1-4)$$

#### **4.1.1-DETERMINAÇÃO DA ENERGIA DE FRATURAMENTO DA ARGAMASSA E DO CONCRETO POR MEIO DO ENSAIO DE FLEXÃO EM TRÊS PONTOS EM VIGAS ENTALHADAS.**

A RILEM, através de seu Comitê Técnico nº 50 para Mecânica do Fraturamento do Concreto ( TC 50-FMC), propôs o projeto de recomendação para a determinação da Energia de Fraturamento,  $G_F$ , como parâmetro significativo da Tenacidade ao Fraturamento do concreto e argamassas [11].

Este projeto de recomendação, fortemente alicerçado na teoria desenvolvida por Hillerborg *et. al.* [2,12], objetiva a determinação da energia de fraturamento,  $G_F$ , através de ensaios de vigas isostáticas prismáticas, solicitadas à flexão por uma única carga concentrada, aplicada “puntualmente” no meio do vão.

A viga a ser ensaiada, dotada de um entalhe prévio, reto e central, é solicitada segundo uma taxa de carregamento constante e crescente, até a ruptura, obtendo-se do ensaio, o gráfico Carga x Deslocamento.

Este ensaio recebe o nome de “*three point bend*“, ou ensaio de flexão em três pontos, terminologia utilizada no decorrer do presente trabalho.

#### 4.1.2- BASES DO MÉTODO.

Como dito, a metodologia proposta busca determinar a energia de fraturamento,  $G_R$ , ou seja, a energia necessária à propagação de uma fissura unitária, em uma viga com entalhe prévio e contínuo, através de um ensaio estável de flexão em três pontos.

A condição de estabilidade a que se refere o método é aquela em que se pode garantir um processo de crescimento lento e gradual da deformação, sem quaisquer incrementos bruscos [12].

Admite-se como área da fissura aquela obtida da *projeção* da área real da fissura sobre o plano preferencial de fraturamento, ou, conforme dispõe o texto do projeto de recomendação, “ a projeção da área da fissura sobre um plano paralelo à direção da fissura predominante”.

A energia de fraturamento,  $G_C$ , decorre da relação entre o trabalho total, necessário à completa ruptura do corpo de prova e a área inicial da seção transversal resistente, no ligamento,  $A_{lig}$ .

### 4.1.2.1- GEOMETRIA DO CORPO DE PROVA.

A conformação do corpo de prova, dispositivos de apoio e transmissão de carga, estão indicados na Fig 4.1-3.

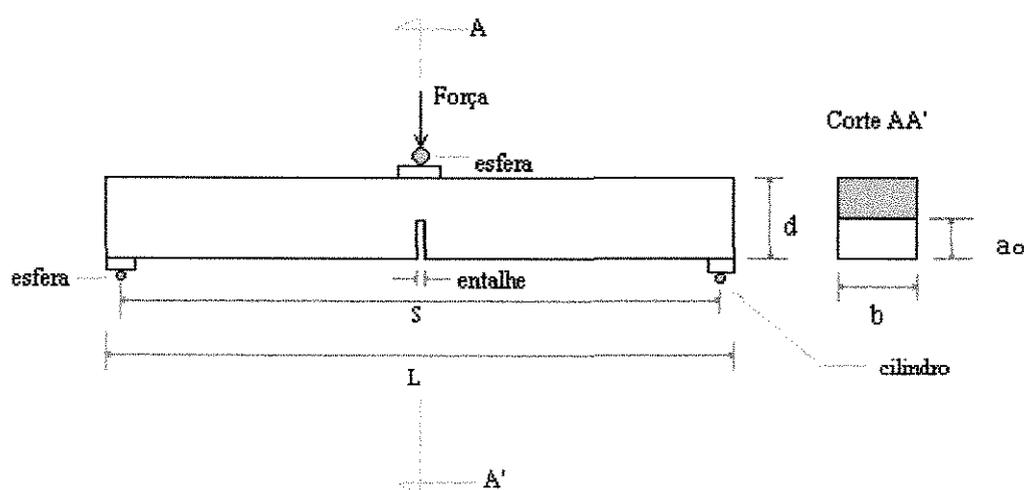


FIGURA 4.1-3 Corpo de prova destinado à flexão em três pontos - Dimensões, esquema de carregamento e dispositivos de apoio.

Quatro corpos de prova de diferentes geometrias, foram propostos. Esta diversificação objetivou cobrir as diversas faixas granulométricas de agregados graúdos utilizadas nos concretos usuais. Assim, a adoção de um deles decorre da maior dimensão do agregado graúdo,  $D_{max}$ , componente do traço do concreto, em conformidade com a tab. 4.1-1 que se segue:

TABELA 4.1-1 Dimensões dos corpos de Prova.

D <sub>max.</sub> mm	Altura d (mm)	Largura b (mm)	Comprimento L (mm)	Vão Livre S (mm)
1 - 16	100 ± 5	100 ± 5	840 ± 10	800 ± 5
16,1 - 32	200 ± 5	100 ± 5	1.190 ± 10	1.130 ± 5
32,1 - 48	300 ± 5	150 ± 5	1.450 ± 10	1.385 ± 5
48,1 - 64	400 ± 5	200 ± 5	1.640 ± 10	1.600 ± 5

Relativamente à conformação básica dos corpos de prova, é estabelecida a seguir uma análise preliminar que objetiva discutir as proporções geométricas recomendadas, avaliar as questões teóricas e conceituais envolvidas, bem como expor comparações com outras metodologias de ensaio.

#### 4.1.2.2 - ANÁLISE DA GEOMETRIA DO CORPO DE PROVA.

##### 4.1.2.2.1- ENTALHE CENTRAL.

Tendo em vista a natureza do ensaio, o corpo de prova devem ser dotado de um entalhe central reto, conhecido na literatura corrente como entalhe reto passante (*notch through*).

Desta maneira, o projeto de recomendação estabelece um **entalhe padrão**, cuja altura, igual à metade da altura do corpo de prova, deve enquadrar-se numa banda de  $\pm$

5mm, terminando com lados em cunha (no caso de entalhes moldados), com angulação compreendida entre 10° e 15°, “de forma a possibilitar-se a desforma sem que se danifique a viga”. Relativamente à largura do entalhe, a RILEM estipula a dimensão máxima de **10 mm**, na ponta, ou raiz do entalhe.

Não obstante o fato de admitir o entalhe moldado, esse projeto de recomendações demonstra nítida preferência por entalhes serrados (um dia antes do ensaio), em condições de plena umidade.

Com efeito, o processo de moldagem pode acarretar desagregação generalizada do concreto, e em especial, nas laterais do modelo (*skin effect*). Por outro lado, o processo de corte, agressivo por natureza, pode acarretar danos ao corpo e prova.

Objetivando avaliar a influência dos dois procedimentos, Guinea [13], cita que, em seu trabalho de Doutorado, ensaiou **16** vigas de concreto seguindo as recomendações da RILEM. Oito delas foram moldadas e outras oito, obtidas do corte de uma placa maior moldada em separado. Segundo o autor, não se encontrou quaisquer diferenças significativas nos resultados. Aqui, entende-se entretanto que o procedimento de corte deva limitar-se a estruturas existentes. Isto justifica-se pela possibilidade de obter-se, quando moldados, entalhes de melhor qualidade geométrica, assegurando-se também a integridade do corpo de provas, relativamente à raiz do entalhe.

Do exposto, duas questões fundamentais emergem, a largura e a profundidade do entalhe, levando-se a abordá-las com o objetivo de valorizar os conceitos envolvidos em cada uma delas.

#### 4.1.2.2.2- ABERTURA DO ENTALHE.

Ao executar-se um ensaio de determinação da tenacidade ao fraturamento de um determinado material, busca-se, em última análise, a elevação do Fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$ , na ponta da fissura do modelo em fase de ensaio. Esta majoração, lenta e crescente, objetiva determinar o limite do fator de intensidade de tensões a que o material pode resistir, antes que a propagação da fissura tenha início, refletindo assim, a tenacidade ao fraturamento do material.

Desta forma, ao usar-se ou moldar-se no corpo de prova um entalhe inicial, busca-se não só a criação de uma secção transversal de menor resistência, por onde preferencialmente a fissura propaga, bem como o estabelecimento de uma **pré-fissura**, de extensão  $a_0$ . Em outras palavras, o ensaio mede, por exemplo, a **extensão** desta fissura prévia, quando da intensificação das tensões a níveis críticos.

Com efeito, as normas Norte-Americanas que tratam da determinação da tenacidade ao fraturamento de materiais metálicos em estado plano de deformação [14a], da determinação de  $J_{IC}$  como medida da tenacidade [14b], da determinação das curvas de resistência  $J$  [14c], ou da metodologia do **CTOD** (deslocamento de abertura da ponta da fissura) para a determinação da tenacidade ao fraturamento [14d] preconizam a execução de uma pré-fissura, posterior e contínua ao entalhe inicial, obtida por processo de fadiga.

Analogamente, a norma Britânica [15], que estabelece metodologias destinadas à determinação de  $K_{IC}$ ,  $CTOD$  crítico e valores críticos de  $J$  para materiais metálicos recomenda entalhes prévios seguidos de pré-fissura obtida por fadiga.

O anteriormente observado, objetiva enfatizar a necessidade de garantir-se, o tanto quanto possível, condições adequadas à propagação de uma fissura, de extensão inicial  $a_0$ .

Em verdade, fatores externos ou internos ao material podem influenciar tais condições. Dentre outros fatores externos, estão contemplados a taxa de deformação, a temperatura, o meio ambiente de uma forma geral em especial, a severidade do ensaio, esta última, representativa da extensão de uma fissura previamente existente.

Ferreira [16] comenta que “a severidade do ensaio depende de três fatores básicos: do raio da raiz do entalhe, da espessura do corpo de prova e do comprimento da trinca..... significando, então, que os ensaios de tenacidade à fratura são realizados em corpos de prova com:

- Trinca aguda ( o entalhe é uma trinca com o raio da raiz tendendo a zero)
- Uma espessura.....”

Segundo o mesmo autor [17], Bertolotti [18] observou que para a alumina,  $K_{IC}$  é proporcional a  $\rho$ , para  $\rho > 0,07$  mm, onde  $\rho$  é o raio da raiz do entalhe.

A impressão de que talvez este conceito não se aplique a compósitos de ruptura quase-frágil, como concretos ou argamassas, pode ser rapidamente desfeita.

Com efeito, Swarts *et. al* [19] ensaiaram oitenta e quatro vigas de concreto, sendo metade com fissura prévia e metade simplesmente entalhadas. Como resultado importante, descobriram que as cargas de ruptura ou cargas de pico, no caso das vigas pré-fissuradas, apresentaram valores superiores, comparativamente aos valores encontrados para as vigas simplesmente entalhadas.

Por outro lado, entende-se que a obtenção de pré-fissuras em corpos de prova de concreto, utilizando-se a metodologia da carga cíclica (fadiga), pode não conduzir a resultados satisfatórios, devido à necessidade fundamental de conhecer-se a extensão inicial da fissura (entalhe + pré-fissura) com boa precisão, objetivando a determinação, não só da área da secção transversal do ligamento,  $A_{lig}$ , bem como do Fator de Intensidade de Tensões,  $K_{IC}$ .

A presente argumentação fundamenta-se na própria hipótese de ruptura do concreto, ou seja, o modelo coesivo de Hillerborg. De fato, nada impede a determinação da posição da ponta real da pré-fissura, ou seja, a posição daquela “ponta” que se pode enxergar.

Além de trabalhoso e impreciso, continuar-se-ia com o desconforto decorrente do desconhecimento da extensão da interface coesiva e da posição da ponta virtual (não obstante matematicamente modelável), situados em regiões já fragilizadas pelo processo de dano ( entretanto de resistência não desprezível), decorrentes do processo de obtenção da pré-fissura.

O presente trabalho envolve a moldagem de corpos de prova entalhados. Assim, optou-se pela utilização de placas de inserção com 1mm de espessura máxima, 0,03mm de espessura nos últimos 4,5mm do comprimento e 0,01mm na raiz do entalhe, conforme Fig 4.1-4.

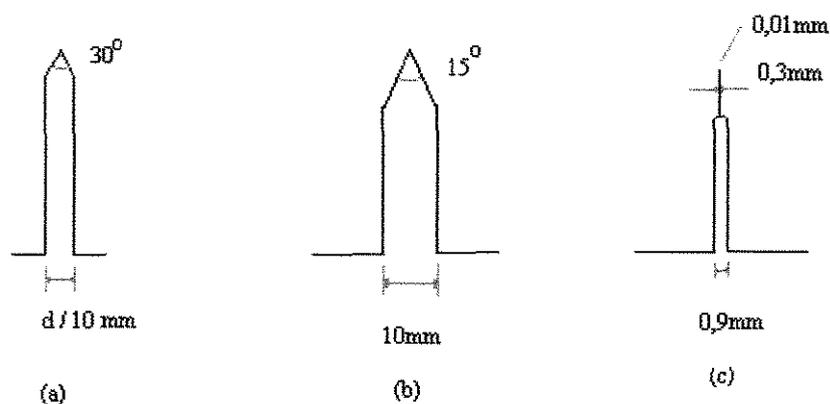


FIGURA 4.1-4 Entalhes centrais - a) ASTM b) RILEM c) Presente Pesquisa.

#### 4.1.2.2.3- PROFUNDIDADE DO ENTALHE.

Conforme observado relativamente à profundidade do entalhe, as recomendações da RILEM prescrevem a adoção, para as quatro geometrias, de um entalhe padrão de

altura igual à metade da altura da viga, com tolerância de  $\pm 5\text{mm}$ . Sendo o concreto um material “sensitivo” (*notch sensitive*), a relação ( $a_0 / d$ ) tem influência direta nos resultados decorrentes dos ensaios de flexão e deve ser cuidadosamente analisada.

Pioneiro no aprofundamento da questão, Carpinteri [20] observa que, quando a ruptura com amolecimento (*strain softening*) está envolvida no comportamento mecânico de um elemento estrutural não homogêneo ou não homogeneamente carregado, segue-se então a localização de deformações.

Deste fato decorre o entendimento de que a melhor *relação constitutiva* para a descrição do fenômeno aparenta ser a relação **tensão-deslocamento**, uma vez que a energia é dissipada previamente na área da fissura, em detrimento da dissipação preferencial no volume do corpo.

Segundo o mesmo autor, estruturas geometricamente similares têm o mesmo comportamento se, e somente se, for permissível a dissipação de energia, volumetricamente.

Quando permite-se também a dissipação da energia, por unidade de área (havendo portanto deformações e curvaturas localizadas), a fragilidade global do sistema passa a ser dependente da escala.

No mesmo sentido, Carpinteri expõe que esta dependência de escala tem influência fundamental no comportamento da estrutura, que pode variar desde a

ductilidade à fragilidade, quando as deformações localizadas e a ruptura com amolecimento são levadas em consideração.

Esta fragilidade coincide com uma instabilidade na relação carga x deflexão, conhecida por retro-ruptura (*snap - back*), caracterizada por uma inclinação positiva no caminho (descendente) da ruptura com amolecimento (*softening branch*). Este fenômeno pode ser observado quando do ensaio de diversas vigas, de mesmas dimensões, mas com entalhes de diferentes proporções, relativamente à altura da peça.

Com efeito, Biolzi, Cagliano e Carpinteri [21] ensaiaram vigas de concreto de alta resistência (100x50x400mm), com entalhes de relação ( $a_0 / d$ ) variando entre 0,1 e 0,6 ou seja, entre 10mm e 60mm. Nas investigações experimentais, observaram que as vigas com entalhes mais profundos apresentaram comportamentos estáveis, com rampas negativas nos caminhos de amolecimento da ruptura, tanto no gráfico da história Carga x CMOD (Carga x Deslocamento de abertura da entrada do entalhe), como no de Carga x Deslocamento.

Com a diminuição gradual da profundidade do entalhe, ou seja, com o aumento da fragilidade do sistema, não obstante o aumento da resistência e da rigidez do mesmo, as rampas dos caminhos de ruptura suave passaram a apresentar maior verticalidade, até o limite de ( $a_0 / b$ ) = 0,3, abaixo do qual as rampas descendentes mostraram-se parcialmente positivas (quando da condição de Deslocamento controlado), caracterizando a instabilidade. As Fig 4.1-5. e 4.1-6, extraídas do trabalho de Carpinteri [20], ilustram com clareza o descrito.

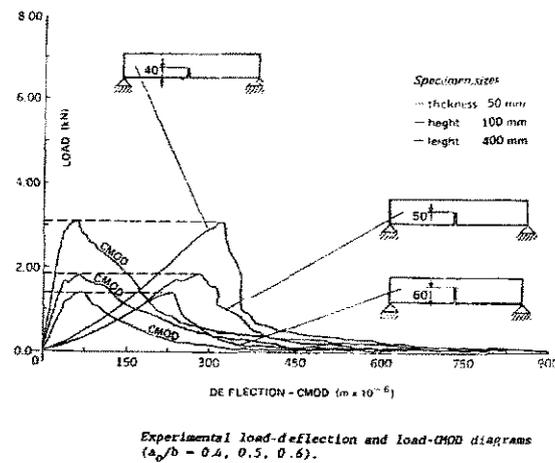


FIGURA 4.1-5 Gráficos (P x CMOD) e (P x Deslocamento)- Situações de Estabilidade.

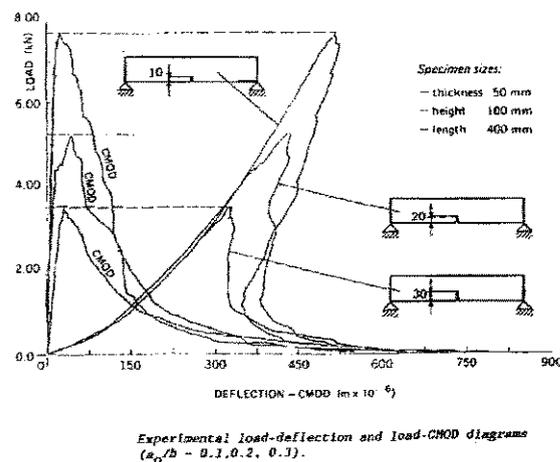


FIGURA 4.1-6 Gráficos (P x CMOD) e (P x Deslocamento)- Situações de Instabilidade.

Conforme interpreta Carpinteri, em virtude das diferentes *dimensões físicas* entre a tensão última de tração,  $\sigma_u$ , e a tenacidade ao fraturamento,  $K_{IC}$ , os efeitos de escala estarão sempre presentes no nível laboratorial, com uma clara tendência de antecipação do colapso decorrente da tensão última de tração,  $\sigma_u$ , na secção resistente e um

conseqüente “mascaramento” da propagação da fissura frágil, se um tratamento adequado não for dado à questão.

Por outro lado, valores excessivos de  $(a_o / d)$  normalmente levam à ruína da estrutura na seção do ligamento, por clara ruptura prévia do material, mecanismo que precede o fraturamento propriamente dito. Em outras palavras, o colapso decorrente da tensão última,  $\sigma_u$ , manifesta-se antes da liberação da energia necessária à extensão da fissura, que levaria a estrutura ao colapso por fraturamento. Este fenômeno ocorre para números de fragilidade,  $s$ , elevados, fato que se observa, por exemplo, em corpos de prova muito pequenos. O parâmetro  $s$  expressa a fragilidade do material e encontra-se matematicamente definido nas expressões a seguir apresentadas.

Esta situação pode ser melhor visualizada, considerando-se as expressões envolvidas na determinação da tenacidade ao fraturamento,  $K_{IC}$  [p. ex. 14a] e da carga máxima  $P_{max}$  no ensaio de flexão em três pontos, bem como o Número de Fragilidade,  $s$ , introduzido por Carpinteri:

$$K_{IC} = \frac{P_{max} \cdot L}{b \cdot d^{3/2}} \cdot f(a_o/d) \quad (4.1-5)$$

$$f(a_o/d) = 2,9 (a_o/d)^{1/2} - 4,6 (a_o/d)^{3/2} + 21,8(a_o/d)^{5/2} - 37,6(a_o/d)^{7/2} + 38,7(a_o/d)^{9/2}$$

$$\frac{P_{max} \cdot L}{\sigma_u \cdot b \cdot d^2} = \frac{2}{3} \cdot (1 - a_o/d)^2 \quad (4.1-6)$$

$$s = \frac{K_{IC}}{\sigma_u \cdot d^{3/2}} \quad (4.1-7)$$

Da manipulação de 4.1-5 e 4.1-7, resulta:

$$\frac{P_{max} \cdot L}{\sigma_u \cdot b \cdot d^2} = \frac{s}{f(a_0/d)} \quad (4.1-8)$$

A equação anterior, pode ser plotada, em função da variação de  $(a_0/d)$ , para diversos valores de  $s$ , resultando um conjunto de curvas que expressam a Carga Máxima Adimensional que leva a estrutura à ruína, por propagação da fissura, em função da profundidade relativa do entalhe, para um determinado número de fragilidade,  $s$ .

A carga de ruptura, em conformidade com a expressão 4.1-6, produz uma única curva, abaixo da qual, não se verifica o colapso pela tensão última,  $\sigma_u$ . Do trabalho do mesmo autor, extraiu-se a fig. 4.1-7, representativa das diversas curvas de ruptura.

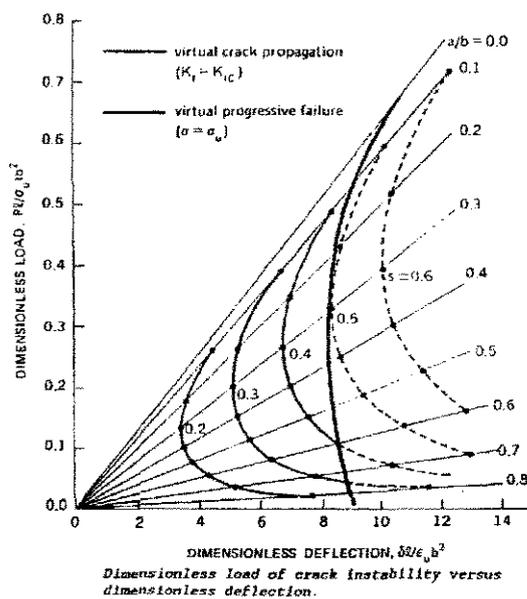


FIGURA 4.1-7 Carga Adimensional de Instabilidade da Fissura x Profundidade Relativa do Entalhe.

Das diversas relações ( $a_o / d$ ) adotadas por Carpinteri nas pesquisas com as vigas de concreto de alta resistência, foram obtidos valores de  $K_{IC}$ , constantes da fig. 4.1-8.

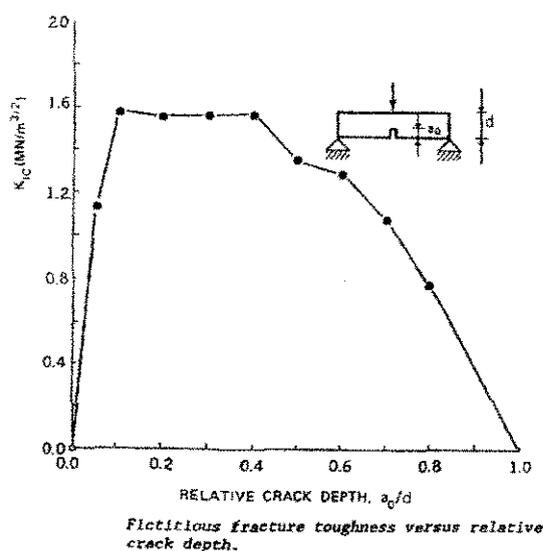


FIGURA 4.1-8 Valores de  $K_{IC}$  em função da relação  $a_0/d$ .

Observa-se no gráfico da Fig. 4.1-8 que, no intervalo aproximado  $0,1 < (a_0/d) < 0,4$ , ocorre uma certa constância nos níveis da tenacidade ao fraturamento,  $K_{IC}$ .

Para os entalhes de profundidades relativas fora desta faixa (0,5, 0,7, 0,8), os valores de  $K_{IC}$  são significativamente menores, não sendo representativos portanto, da tenacidade ao fraturamento do material, demonstrando o já abordado colapso pela tensão última,  $\sigma_u$ , que certamente prevaleceu.

Do exposto, conclui-se [21] que os ensaios de tenacidade têm de fato validade, para valores intermediários de  $(a_0/d)$ . Concluiu-se também que a sensibilidade, não é uma propriedade intrínseca do material, mas uma mera questão das dimensões da estrutura que contém a fissura.

Sobre o tema, resta lembrar o trabalho de Planas, Guinea e Elices [13], trabalho que este autor reputa como sendo o mais completo estudo havido sobre a proposta inicial da RILEM até a presente data e de leitura indispensável a quem deseja melhor conhecer o assunto.

Relativamente à profundidade relativa do entalhe, os referidos autores consideraram em suas pesquisas experimentais  $(a_o / d) = 0,33$ , fundamentados em outras razões que não as anteriormente abordadas. Segundo eles, a profundidade relativa igual a 0.50, recomendada pela RILEM, objetiva limitar a dissipação volumétrica da energia fornecida ao sistema.

Pelo anteriormente pesquisado concluído por Carpinteri, e tendo em vista o múltiplo uso dos corpos de prova no presente trabalho, optou-se pela relação  $(a_o / d) = 0,33$ , de forma a atender-se outro modelo matemático de obtenção da Energia de Fraturamento, o modelo do Efeito de Escala, abordado no capítulo 4.2.

#### **4.1.2.2.4- ALTURAS DOS CORPOS DE PROVA.**

Diversos comprimentos de vigas foram propostos, em função do tamanho máximo do agregado, conforme indica a Tab. 4.1-1.

Analisando-se mais detidamente os valores recomendados, observa-se a constância da relação altura/tamanho do agregado, ( $W / D_{max}$ ), de valor igual a **6,25** para as quatro vigas características dos intervalos granulométricos pré-definidos. De uma forma geral, as normas técnicas recomendam uma relação mínima ( $W / D_{max}$ ) da ordem de **3** [22], normalmente adotada para menor dimensão do corpo de prova, no caso a largura **B**.

Depreende-se do valor  $W/D_{max}=6,25$ , número aparentemente elevado, uma certa disposição prévia da RILEM à aceitação da questão da influência do tamanho do corpo de prova, no que concerne ao desenvolvimento da zona de processos inelásticos, **ZPI**. De fato, esta relação tem fundamental importância na determinação, não só da energia de fraturamento,  $G_F$ , como da própria tenacidade ao fraturamento,  $K_{IC}$ .

A altura, **W**, usualmente maior que o dobro de **B**, é função usual do vão-livre, **S**, do corpo de prova. A literatura tem apresentado valores correntes de **W**, variando entre  $S/3$  e  $S/8$ , sendo entretanto  $W=S/4$ , o valor habitual. Planas *et al.* [13], com o objetivo de estudar as conseqüências da dissipação volumétrica da energia, adotou a relação  $S/W = 2,25$ . Tendo-se em vista os múltiplos objetivos desta pesquisa, estaremos adotando o valor clássico  $W=S/4$ .

#### 4.1.2.2.5- LARGURAS DOS CORPOS DE PROVA.

Relativamente aos valores das larguras das vigas, observa-se uma certa constância da relação ( $B / D_{\max}$ ), de valor igual a **3,125**, exceção feita ao primeiro caso ( $D_{\max} = 1$  a 16mm). Supõe-se que esta exceção tenha sido feita, com o objetivo único de manter-se a área do ligamento, ou seja, a área de fraturamento em última análise, dentro de limites mínimos. Com efeito, a questão da largura do corpo de provas, tem sido deixada em segundo plano.

Este trabalho, envolvendo o estudo de diferentes modelos, contemplou diversos comprimentos de corpos de prova. A largura entretanto, foi única e de relação  $B/D_{\max} = 6$ .

Carpinteri [1], fazendo um apanhado histórico da mecânica do fraturamento aplicada as estruturas de concreto, comenta as pesquisas desenvolvidas por Schmidt [24] relativas à tenacidade ao fraturamento de rochas calcárias em ensaios de flexão em três pontos. Nesse trabalho, o autor relata valores de  $K_{IC}$  obtidos em estado plano de deformação. Sobre o assunto, Carpinteri considera provavelmente artificial a distinção entre “estado plano de tensão” e “estado plano de deformação”, em se tratando de materiais agregativos (compósitos), uma vez que o coeficiente de Poisson,  $\nu$ , é normalmente baixo.

No mesmo artigo, Carpinteri comenta o trabalho de Mindess e Nadeau [25] onde os autores realizaram testes em concreto e argamassa, com o objetivo de verificar-se até que ponto a tenacidade ao fraturamento é dependente do comprimento do frente da fissura, isto é, da espessura do corpo de prova. Dentro do espectro de larguras estudado pelos autores, segundo Carpinteri, não se verificou qualquer interdependência, em virtude “do fato de ser o concreto, um material verdadeiramente frágil e o tamanho da zona plástica, desprezível”.

A zona plástica referida não deve ser confundida com a totalidade da zona de processos inelásticos. Talvez os autores tenham feito referência à contribuição plástica existente no processo inelástico predominante (micro-fissuração), mesmo que em pequena escala.

Com efeito, o concreto é um material de comportamento majoritariamente inelástico. Pergunta-se então, que sentido faz, falar-se em *Módulo de Elasticidade* ou em *Coefficiente de Poisson*, parâmetros representativos do comportamento elástico?

Referindo-se à grandeza  $E$ , Santos [26] lembra que, ” por muitos anos, foi conhecida como “Módulo de Elasticidade”, nome absolutamente impróprio. O nome atual, módulo de deformação, já é melhor, embora não seja o ideal”.

Se, dentro de certos limites faz sentido falar-se em elasticidade, também, dentro de certos limites faz sentido falar-se em triaxialidade.

Esta triaxialidade, entretanto, é importantíssima durante o processo de localização da deformação, mas não depois de ela ter ocorrido. Desta maneira, o efeito da largura do corpo de prova não tem dispensado grandes interesses aos pesquisadores do fraturamento do concreto.

#### **4.1.2.2.6- VÃOS-LIVRES E COMPRIMENTOS DOS CORPOS DE PROVA.**

Dentro do modelo energético, a RILEM em seu projeto de recomendações, adota vãos-livres que relacionam-se com as alturas das vigas, de forma variável, dentro das diversas faixas granulométricas. Esta relação ( $S/d$ ), varia desde 8, caso da menor faixa granulométrica, até 4,1, para a última faixa. A ausência de uma desejável constância não é justificada com clareza. Por outro lado, observa-se que os vãos livres são proporcionais à raiz quadrada do quociente entre o tamanho máximo do agregado de uma dada faixa e daquele máximo, da primeira faixa, o mesmo acontecendo, relativamente para os comprimentos. A relação comprimento/vão-livre, é aproximadamente constante e da ordem de 1,05.

Observa-se, entretanto, que a RILEM, ao referir-se à possibilidade de utilização de faixas granulométricas superiores àquela máxima tabelada (64mm), sugere que a altura da viga seja aumentada proporcionalmente ao novo tamanho máximo do agregado, sendo que o comprimento e o vão-livre devem ser majorados, proporcionalmente à raiz quadrada deste valor.

Do anteriormente sugerido pela RILEM, duas conclusões importantes podem ser antecipadas:

- 1) As vigas cujos tamanhos encontram-se tabelados referem-se aos agregados máximos, das respectivas faixas granulométricas.
- 2) A composição de novos padrões, mesmo intermediários aos já tabelados, é perfeitamente factível, sem que as recomendações sejam violadas.

Guinea *et al.* [13] sugerem que este número elevado de  $(S/d)$  tenha sido fixado, objetivando conseguir-se ensaios estáveis com equipamentos trabalhando em condições de posição controlada. Argumentam ainda que, com a utilização de equipamentos trabalhando em ciclo fechado com o controle do CMOD (abertura de entrada do entalhe), a relação entre o vão-livre e a altura da viga, torna-se irrelevante. Estes autores adotaram propositadamente, a relação  $(S/d)=2,5$  objetivando avaliar a dissipação volumétrica da energia.

#### 4.1.2.2.7- ANÁLISE DAS CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO DO CORPO DE PROVAS.

Nos ensaios laboratoriais, utilizam-se normalmente três diferentes formas de carregamento [26]:

- “Ensaio com velocidade de carga constante, isto é, ensaios nos quais são dados acréscimos de carga por intervalo de tempo;
- Ensaio com velocidade de deformação constante, nos quais os acréscimos ou decréscimos de carga são dados de modo que a deformação cresça de maneira constante com o tempo;
- Ensaio com carregamento de duração constante, em que o valor final da carga é rapidamente alcançado e logo a seguir conservado constante.”

As duas primeiras formas, são as mais usuais nos ensaios de corpos de prova de concreto e assemelhados, especialmente em ensaios de fraturamento.

O projeto de recomendações da RILEM em análise, estabelece a constância da **taxa de deformação**, de maneira que a carga máxima seja atingida no intervalo de tempo compreendido entre 30 e 60 segundos.

Sabe-se que o concreto é um material sensível à taxa de carregamento. Abstraindo-se a complexa questão estudada por Rüsç [27] apud Santos [26], recentes pesquisas levadas a efeito por Bazant e Gettu [28] revelaram que os parâmetros de fraturamento alteram-se significativamente com a variação da taxa de carregamento. No referido estudo, os autores relatam os resultados obtidos de ensaios de flexão de vigas de concreto, em três pontos, sob diferentes taxas de carregamento. Num primeiro ensaio com duas vigas, as cargas foram aplicadas de maneira a obter-se a carga máxima em cerca de 1,2 segundos ( $time\ to\ peak-load = t_p$ ) e em 20.000 segundos.

Observou-se que, no caso do ensaio rápido, a carga de instabilidade foi cerca de 25% maior que aquela verificada no ensaio lento, conforme observa-se da fig. 4.1-9, extraída do referido trabalho.

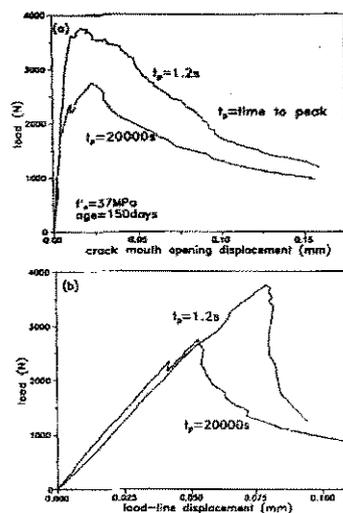


Fig. 2 — Rate effects on (a) load-CMOD response and (b) load-deflection response

FIGURA 4.1-9 Efeito da taxa de carregamento nas respostas de deslocamentos e CMOD.

Um segundo caso, onde foram adotados  $t_p = 0,5s$  e  $t_p = 30.000s$ , também é relatado. No ensaio rápido, verificou-se que a trajetória da fissura seccionou um maior número de agregados, ao passo que no ensaio lento, a trajetória preferencial da superfície de fraturamento ocorreu na interface argamassa - agregado, portanto, com um fraturamento menor de agregados.

Nesse trabalho, ficou demonstrado, que a tenacidade ao fraturamento reduz-se, com a diminuição da taxa de carregamento, como também diminui o comprimento efetivo da zona de processos inelásticos, durante o processo de fraturamento. Também, com a diminuição da taxa de carregamento, o fraturamento torna-se mais frágil e que, para taxas de carregamento muito lentas, a consideração da fluência do concreto, passa a ser de fundamental importância.

No referido trabalho, Bazant e Gettu consideraram ensaios rápidos aqueles com  $t_p = 1,4s$ , ensaios usuais, com  $t_p = 500s$ , ensaios lentos com  $t_p = 13650s$  e muito lentos, com  $t_p = 25.3000s$ .

Bazant, Wong e Miller [29] ensaiando concretos de diferentes idades, utilizaram  $t_p$  entre 300 a 600 s.

Assim, mesmo adotando-se o limite superior de 60 s sugerido pela RILEM, a taxa de carregamento proposta parece demasiadamente rápida. No presente trabalho, optou-se pelo tempo  $t_p$  da ordem de **300s**.

#### 4.1.2.2.8- PERDAS ENERGÉTICAS.

O deslocamento central da viga deve ser medido durante o ensaio, relativamente a uma linha posicionada na viga, acima dos suportes. Ainda, permite-se alternativamente que a referida medição seja procedida relativamente ao suporte, se as deformações plásticas nestes pontos forem menores que 0,01mm.

Devido à formulação estritamente energética do método, toda e qualquer forma de dissipação de energia que possa ocorrer durante o ensaio, que não aquela necessária à propagação da fissura, deve ser evitada, minimizada ou levada em consideração, através de correções adequadas. De fato, este cuidado deve ser tomado, para qualquer tipo de ensaio.

Como são muitas as fontes de dissipação de energia, o erro acumulado por elas pode ser extremamente significativo, inclusive invalidando os resultados do ensaio. Com efeito, o método inicialmente proposto com o objetivo de ser **simples por excelência** e realizável em pequenos laboratórios por todo o mundo, mostra-se complexo, se todas as variáveis a ele associadas forem consideradas.

Guinea *et al.* [29a, 29b], estudando as formas correntes de dissipação de energia inerentes aos procedimentos deste tipo de ensaio em vigas de 4 diferentes comprimentos, verificou perdas localizadas compreendidas entre 9% e 13% da energia total calculada, dependendo do tamanho do corpo de prova. Essa análise contemplou as perdas nos

apoios, histerese do equipamento, dissipação volumétrica e perda no ponto de aplicação da força.

#### 4.1.2.2.9- AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS PARA A DETERMINAÇÃO DA ENERGIA DE FRATURAMENTO.

A obtenção da energia de fraturamento,  $G_F$ , decorre da divisão da área calculada sob a curva **Carga x Deslocamento** obtido no ensaio de flexão, pela área inicial do ligamento da viga,  $A_{lig}$ . Em termos gerais, esta energia é aquela cuja liberação faz-se necessária à propagação da fissura de extensão inicial  $a_0$ , até a ruptura do modelo.

A energia assim calculada pode relacionar-se com o valor de  $K_{IC}$ , ou seja, com a tenacidade ao fraturamento propriamente dita, dentro dos conceitos da MFEL, unicamente através de uma grosseira aproximação. Sabe-se que a relação  $G_{IC}=(K_{IC})^2/E$  ( EPT ), é perfeitamente válida no campo **elástico - linear**, não cabendo portanto ao concreto, rochas e assemelhados, materiais de reconhecido comportamento inelástico, na escala laboratorial.

Nestas circunstâncias, a Energia de Fraturamento,  $G_F$ , ou, no limite de resistência do material,  $G_{IC}$ , deve ser entendida como um parâmetro de fraturamento distinto, de características próprias e, no presente caso, não relacionável diretamente com a tenacidade ao fraturamento,  $K_{IC}$ .

A teoria envolvida neste método, tem origem no teorema de Clapeyron. Enunciado inicialmente por Kaplan, o método energético ou como correntemente chamado, Método Direto, baseia-se na determinação da liberação da energia potencial necessária à propagação de uma fissura unitária.

Isto é feito, avaliando-se na ruptura do corpo de prova, o trabalho total realizado pela força externa. A área sob a curva **Carga x Deslocamento**, é representativa desse trabalho.

Assim, a energia de fraturamento,  $G_F$ , em termos unitários, é obtida da relação entre esse trabalho total e a área da seção transversal do ligamento. A energia de fraturamento,  $G_F$ , é também denominada por alguns autores, como “força de extensão da fissura” [30]. Sob estas circunstâncias, pode-se dizer que:

$$G_F = \frac{1}{(t - a_0) \cdot b} \cdot \int_0^{\delta} P \cdot d\delta \quad (4.1-9)$$

onde:

$t - a_0$  = altura do ligamento do corpo de prova.

$b$  = largura do corpo de prova.

Sobre o assunto, faz-se necessário enfatizar dois diferentes aspectos.

Sabe-se que o mecanismo de fraturamento em materiais cimentícios como o concreto e as argamassas, por exemplo, traz consigo enorme complexidade, espelhada por processos discretos de dano que envolvem, dentre outros fenômenos, o desprendimento do agregado relativamente à matriz e a microfissuração da matriz.

Estes danos localizados acabam por constituir uma região predominantemente microfissurada, que conterá a fissura principal. É conhecida por Zona de Processos Inelásticos ou Zona de Processamento da Fissura, **ZPF**, conforme Hu e Wittmann [31].

Desta maneira, a formação da zona de danos requer a liberação de quantidade considerável de energia, que ocorre na fase ascendente do diagrama Tensão-Deformação (ou carga x deslocamento), num processo crescente de microfissuração com limite máximo, na força de instabilidade de propagação da fissura. A liberação dessa energia está relacionada, evidentemente, à extensão da ZPF, bem como à sua largura, demonstrando assim, uma característica marcadamente volumétrica e conseqüentemente, dependente do tamanho do corpo de prova.

Uma melhor descrição da composição desta Zona de Processamento da Fissura foi apresentada pelos referidos autores. Nesse trabalho, dissertaram sobre a existência de uma segunda zona de microfissuração, formada por micro-fissuras de ocorrência mais isolada, constituindo uma sub-região fragilizada, externa à zona principal governada pela ruptura com amolecimento.

A existência desta segunda zona, cujo raciocínio parece ser bastante lógico, talvez demonstre que a região de dano seja significativamente maior, levando-se a imaginar que

a energia de fraturamento esteja associada mais *apropriadamente* a um volume discreto (aquele abrangido por toda a zona de processamento da fissura, ao longo da altura da viga), do que propriamente a uma área de fraturamento, quer seja ela real ou ideal.

O segundo aspecto refere-se à área real da fissura. Como é sabido, o mecanismo de fraturamento num compósito como o concreto ocorre de maneira irregular. Isto quer dizer, a propagação da fissura ocorre sem que se verifique, a rigor, um caminho previamente estabelecido.

Dentro do que se pode imaginar como sendo uma trajetória preferencial (aquela perpendicular ao plano que contém a máxima tensão circunferencial), a evolução da fissura, mesmo da maneira mais estável possível, dá-se dentro de um mecanismo aleatório, hora por ruptura da interface matriz - agregado, hora por ruptura da matriz, hora por ruptura do agregado (ou combinando-se aleatoriamente qualquer ou todas as formas anteriormente mencionadas).

Assim, é de se esperar que a superfície da fissura, seja substancialmente maior que aquela resultante da geometria inicial do ligamento,  $A_{fig}$ .

Este fato foi relatado por diversos pesquisadores, dentre eles Catalano [32]. Trabalhando com vigas de concreto e de argamassa, além dos primeiros *short-rods* (dos mesmos materiais) de que se tem notícia, Catalano descreve que as superfícies de fraturamento por ele encontradas não só apresentavam as diversas modalidades de

fraturamento, como tornavam-se substancialmente mais irregulares, com aumento do tamanho do agregado.

Isto pode ser explicado, como de fato fez o autor, pela maior incidência da ruptura de interface, dado que a tenacidade ao fraturamento do agregado, é de fato maior que a da matriz ou a do conjunto.

Une-se às questões anteriormente debatidas, uma terceira, estudada em detalhes por Guinea *et al.* [29-b], quando da extensa pesquisa dos autores, sobre o método direto, cujo teor, agora apresenta-se.

Como visto, ao proceder-se um ensaio **carga x deslocamento** de conformidade com as sugestões da RILEM, depara-se com a série de dificuldades laboratoriais já relatadas. Outra, de fundamental importância e cuja abordagem se fará agora, refere-se à obtenção do histórico **carga x deslocamento** completo do ensaio.

Verifica-se que a ruptura da viga ocorre somente após o desenvolvimento de um movimento de corpo rígido substancial, conforme Fig. 4.1-10.

Uma vez que o deslocamento é medido preferencialmente com relação a uma linha entre dois pontos situados acima dos apoios extremos, o movimento de corpo rígido na etapa final do procedimento ocasiona um deslocamento vertical,  $v$ , do meio do vão, que na maioria das vezes consome o curso total do LVDT (equipamento destinado à medição do deslocamento vertical da linha de carga), antes mesmo que a ruptura total do

corpo de prova tenha se verificado, encerrando o ensaio prematuramente. Esse efeito combina-se, de forma agravante, ao comportamento assintótico do caminho da ruptura suave.

De fato, a questão prende-se à disponibilidade atual de equipamentos adequados ao teste. Deve-se relembrar entretanto, a intenção inicial de simplicidade de procedimentos, contida na proposta da RILEM.

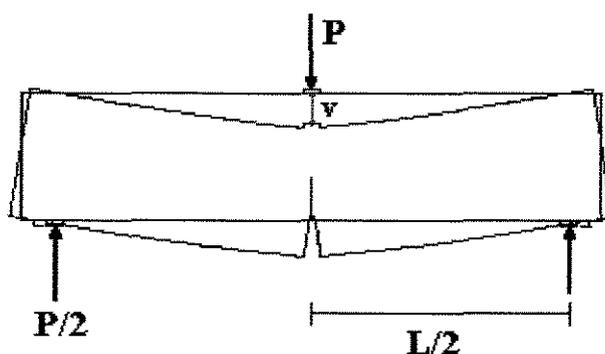


FIGURA 4.1-10 Movimento de corpo rígido e deslocamento vertical do meio do vão.

De conformidade com o projeto de recomendações da RILEM, o peso próprio do corpo de prova, bem como daqueles acessórios utilizados no ensaio e que de alguma forma possam contribuir para majoração do valor da força aplicada, devem ser considerados. Neste caso, a energia de fraturamento é calculada pela seguinte expressão:

$$G_f = \frac{W_o + m \cdot g \cdot \delta_o}{A_{lig}} \quad (4.1-10)$$

onde:

$W_o$  = Trabalho, calculado da área sob a curva carga x deslocamento.

$m$  = Massa do corpo de provas e acessórios.

$g$  = Aceleração da gravidade.

$A_{lig}$  = Área do ligamento.

O produto ( $m \cdot g \cdot \delta_o$ ) expressa o trabalho realizado pelo peso próprio da viga e acessórios ( $m \cdot g$ ), quando do deslocamento último,  $\delta_o$ .

Por outro lado, o peso próprio do corpo de prova pode ser ignorado, se o ensaio for realizado sob condições de compensação de peso.

Finalmente, resta lembrar Guinea *et al.* [29-b] que, considerando a possibilidade de interrupção prematura do ensaio, reformularam matematicamente a questão, considerando aproximadamente a tendência assintótica do caminho de ruptura suave, após o ponto de suspensão do ensaio, conforme esboça a Fig. 4.1-11.

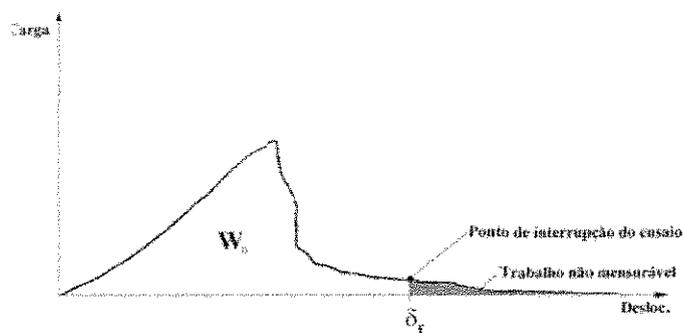


FIGURA 4.1-11 Trabalho não mensurável, por interrupção prematura do ensaio.

O princípio da interface coesiva de Hillerborg tem sido amplamente utilizado para a modelagem computacional do fraturamento não só do concreto mas também de cerâmicas, como por exemplo por Bittencourt e Sousa [33] e tri-dimensionalmente em rochas, por Sousa [34].

## 4.2- O MODELO DA LEI DO EFEITO DE ESCALA.

O modelo do efeito de escala, concebido por Bazant [35, 36] e apresentado pela RILEM em 1990 [5], objetiva considerar a forte dependência apresentada pelo concreto, relativamente à escala do corpo de prova, quando da determinação de parâmetros de tenacidade ao fraturamento. Esta dependência fez-se sentir quando do início da aplicação do modelo da Fissura Fictícia de Hillerborg *et al.*, para a determinação da Energia de fraturamento.

Como discutido no capítulo anterior, a Mecânica do Fraturamento Elástico Linear é supostamente aplicável a grandes estruturas de concreto, onde o tamanho da zona de processos inelásticos torna-se desprezível, relativamente às dimensões da estrutura. Seria o caso, por exemplo, das grandes barragens. Entretanto, na escala laboratorial esse efeito estará sistematicamente presente, manifestando-se com a diminuição das dimensões do corpo de provas e inviabilizando a determinação desta energia como um parâmetro de resistência, constante e representativo do material.

### 4.2.1- EMBASAMENTO TEÓRICO DO MODELO.

O modelo apresentado aborda inicialmente o efeito de escala no colapso de estruturas ou corpos de prova geometricamente similares. Assim, o efeito de escala pode ser descrito em termos da tensão nominal no colapso, como sendo, para similaridades bidimensionais.

$$\sigma_n = \frac{c_n \cdot P_u}{B \cdot W} \quad (4.2-1)$$

No caso tridimensional, esta relação é dada por:

$$\sigma_n = \frac{c_n \cdot P_u}{W^2} \quad (4.2-2)$$

Na expressão anterior, o coeficiente  $c_n$  relativo a uma viga simplesmente apoiada de vão-livre  $S$  e altura  $W$ , solicitada por uma carga centrada e dentro da elasticidade linear, seria dado por  $c_n = 1,5 \cdot S/W$ . No caso plástico, por exemplo, por  $S/W$ . A relação  $S/W$ , para estruturas similares é sempre uma constante.

Lançando mão da análise dimensional e de conceitos de similitude, Bazant [23] demonstrou que a tensão de colapso de uma série de estruturas similares é uma função

suave da escala do corpo de prova (ou da estrutura) e da largura da zona de processo. Fazendo-se esta última constante, o autor representou a tensão de colapso de estruturas geometricamente similares,  $\sigma_n$ , por uma expansão assintótica, em função da escala relativa da estrutura,  $\beta$ , da forma que se segue:

$$\sigma_n = B \cdot f t \cdot \{\beta[1 + \beta^{-1} + A_1\beta^{-2} + A_2\beta^{-3} \dots]\}^{-1/2} \quad (4.2-3)$$

onde :

$\beta = W / d_o =$  escala característica da estrutura ou número de fragilidade.

$W =$  altura da secção (dimensão característica da estrutura)

$A_i, B =$  coeficientes empíricos

$f t =$  resistência à tração do material.

$d_o =$  coeficiente decorrente de uma regressão linear.

Bazant demonstrou também que para valores de  $\beta$  da ordem de 1/20, a série infinita pode ser truncada após o termo linear, resultando:

$$\sigma_n = B \cdot f t \cdot [1 + \beta]^{-1/2} \quad (4.2-4)$$

Observa-se que para estruturas com valores de  $W$  suficientemente pequenos  $\beta$  torna-se suficientemente pequeno quando comparado a 1, na expressão anterior e o critério da resistência prevalece. Assim a análise do colapso deve ser feita pelo critério da ruptura, sem considerar-se o efeito de escala. Neste caso, ao traçar-se um gráfico de  $(\log \sigma_n) \times (\log W)$  esta condição de ruína é representada por uma linha reta.

Por outro lado, quando  $W$  é suficientemente grande,  $\beta$  também o é, relativamente ao número 1 da expressão e como consequência  $\sigma_n$  será proporcional à  $W^{-1/2}$ .

O traçado gráfico de  $(\log \sigma_n) \times (\log W)$  neste caso, resulta em uma linha descendente de inclinação  $-1/2$ , representando o mais forte efeito de escala, correspondendo-se à MFEL clássica.

A lei do efeito de escala representada pela equação anterior, significa portanto uma transição entre estes dois casos limites, ou seja, a análise pelo critério da resistência para pequenas estruturas ou pela MFEL para estruturas muito grandes.

#### 4.2.2- GEOMETRIA DO CORPO DE PROVA.

Os corpos de prova sugeridos pela RILEM, devem ser geometricamente similares em duas dimensões. Desta maneira, as relações  $S/W$ ,  $a_o/W$  e  $L/W$  devem ser as mesmas para todos os corpos de prova.

A terceira dimensão, no caso a largura  $B$ , deve ser idêntica para todos os tamanhos de corpos de prova. Esta dimensão é limitada em no mínimo  $3 \cdot d_{máx.}$ , ou seja, três vezes o tamanho do maior agregado.

Corpos de prova de no mínimo 3 diferentes tamanhos devem ser escolhidos. O menor deles deverá ter altura  $W$  menor ou igual a  $5 \cdot d_{máx.}$ . O maior deverá ter altura  $W$  maior ou igual a  $10 \cdot d_{máx.}$ . A relação  $a_o/W$  poderá variar entre 0,15 e 0,5. A relação entre as alturas do maior corpo de prova e do menor, deverá ser no mínimo 4 e as relações entre cada uma das alturas  $W_i$  e o diâmetro máximo do agregado será, preferivelmente  $W_i / d_{máx.} = 3, 6, 12, 24$  etc.

Finalmente, a relação entre o vão-livre  $S$  e a altura  $W$ , no mínimo igual à 2,5.

### 4.2.3- PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO PARA A DETERMINAÇÃO DE $G_c$ .

Deve-se inicialmente corrigir a carga máxima verificada em cada ensaio, de forma a considerar-se o peso próprio do corpo de prova. A carga corrigida,  $P^o_i$ , é dada por:

$$P^o_i = P_i + 0,5 \cdot m_i \cdot g \quad (4.2-5)$$

onde:

$P_i$  = carga máxima do ensaio.

$M_i$  = a massa do corpo de prova.

$g$  = aceleração da gravidade.

De posse destes valores corrigidos, a regressão linear pode então ser procedida, considerando-se as ordenadas,  $Y_i$  e as abscissas  $X_i$  como:

$$Y_i = (b \cdot W_i / P^o_i)^2 \quad \text{e} \quad X_i = W_i \quad (4.2-6)$$

O coeficiente angular  $A$  e linear  $C$ , da equação de regressão, são dados por:

$$A = \frac{\sum_i (X_i - X') \cdot (Y_i - Y')}{\sum_i (X_i - X')^2} \quad \text{e} \quad C = Y' - A \cdot X' \quad (4.2-7)$$

Os termos  $X'$  e  $Y'$  são as coordenadas do centro de gravidade de todos os pontos, e são dados por:

$$X' = \frac{\sum X_i}{n} \quad \text{e} \quad Y' = \frac{\sum Y_i}{n} \quad (4.2-8)$$

A taxa de liberação de energia adimensional, é calculada como se segue:

$$g(\alpha) = (S/W)^2 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot [1,5 \cdot F(\alpha)]^2 \quad (4.2-9)$$

onde, para  $S/W=4$

$$F(\alpha) = \frac{1,99 - \alpha \cdot (1 - \alpha) \cdot (2,15 - 3,93 \cdot \alpha + 2,7 \cdot \alpha^2)}{\pi^{1/2} \cdot (1 + 2 \cdot \alpha) \cdot (1 - \alpha)^{3/2}} \quad (4.2-10)$$

Finalmente, calcula-se a Energia de Fraturamento,  $G_c$ :

$$G_c = g(\alpha) / (E \cdot A) \quad (4.2-11)$$

### **4.3- MODELO DOS DOIS PARÂMETROS.**

#### **DETERMINAÇÃO DE $K_{IC}^S$ e $CTOD_C$ DO CONCRETO USANDO O ENSAIO DE FLEXÃO EM TRÊS PONTOS.**

Alternativamente às metodologias anteriormente discutidas neste trabalho, diferentes modelos de obtenção de parâmetros de fraturamento do concreto e assemelhados, que não a Energia de Fraturamento  $G_F$ , propriamente dita, foram propostos por outros pesquisadores.

Nesta etapa, especial atenção será dispensada ao modelo proposto por Shah e Jenq, conhecido por Modelo dos dois Parâmetros [37,38], cuja fundamentação teórica embasa a metodologia apresentada pela RILEM em 1990, como projeto de recomendações para a determinação da tenacidade ao fraturamento de concretos e argamassas [39] e como metodologia de ensaio em 1991 [4].

Neste modelo, busca-se a determinação do fator de intensidade de tensões crítico,  $K_{IC}^S$ , e do deslocamento crítico de abertura da ponta da fissura,  $CTOD_C$ , num ensaio de flexão em três pontos, sob condições de  $CMOD$  controlado.

### 4.3.1- CONSIDERAÇÕES SOBRE O MÉTODO.

Como definido pela RILEM, o **Fator de Intensidade de Tensões Crítico**,  $K_{IC}^S$ , é aquele calculado na ponta efetiva da fissura, crítica, na carga máxima medida durante o ensaio (*Peak Load*).

O CTOD crítico (deslocamento crítico de abertura da ponta da fissura),  $CTOD_C$ , é definido como sendo o deslocamento de abertura da ponta da fissura, calculado no entalhe inicial do corpo de prova, utilizando-se a carga máxima atingida no ensaio e a extensão efetiva da fissura.

Segundo este método, os dois parâmetros,  $K_{IC}^S$  e  $CTOD_C$ , juntamente com o módulo de deformação,  $E$ , são suficientes à caracterização da resistência ao fraturamento (tenacidade) e à dissipação de energia, do concreto e da argamassa.

### 4.3.2- EMBASAMENTO TEÓRICO.

Este modelo considera as parcelas que constituem a história de deslocamentos obtida de um ensaio de *Carga x Deslocamento*, ou equivalentemente, de um ensaio de

*Carga x CMOD*, quando descarrega-se o corpo de prova por ocasião da obtenção da carga máxima, sob condições de **CMOD controlado**.

No ensaio de flexão, verifica-se que o diagrama Carga x Deslocamento apresenta três fases distintas, cada uma delas significativa de uma etapa do processo global de fraturamento. Na primeira etapa, **I**, o desenvolvimento do ramo ascendente do diagrama Carga x CMOD dá-se de maneira aproximadamente linear, onde a micro-fissuração do concreto é praticamente desprezível.

Neste estágio, admite-se que o **CTOD** (deslocamento de abertura da ponta da fissura) seja também desprezível.

Num segundo estágio, **II**, e com o crescimento das tensões, a microfissuração torna-se mais acentuada, dando origem à zona de processamento da fissura, o que faz resultar uma resposta não-linear do corpo de prova. Este processo de crescimento da fissura ocorre de forma lenta e estável (*slow stable crack growth*), onde os deslocamentos inelásticos, embora significativos, não conduziram a um CTOD crítico e, como consequência, o fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$ , não atingiu o seu valor limite.

A parcela inelástica do deslocamento total deve-se a uma série de motivos, dentre os quais elenca-se a microfissuração, a fluência, o atrito associado à rugosidade das faces da fissura e ao intertravamento geométrico do agregado [38]. Esta fase é conhecida como pré - crítica e antecede a formação da fissura-mãe.

Entretanto, este crescimento estável verifica-se até que se atinja um ponto crítico, onde o CTOD assume um valor também crítico,  $CTOD_C$ , e o fator de intensidade de tensões,  $K_I$ , atinge o valor  $K_{IC}^s$ . (*s* de *stable*, *c* de *critical*).

O valor da carga  $P$ , neste ponto e para este tipo de ensaio, é o valor de  $P_{max}$ , ou carga de instabilidade da fissura. Após este ponto, inicia-se o terceiro estágio onde, não havendo o descarregamento, terá início o caminho de ruptura suave do corpo de prova (*post-peak softening branch*).

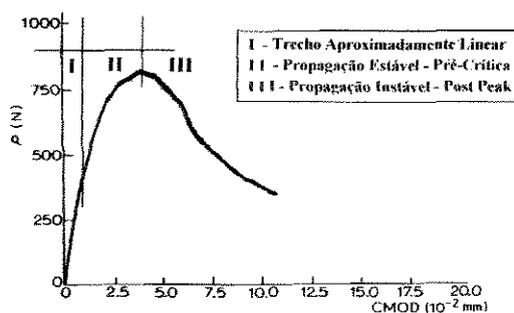


Fig.4.3-1 Estágios de propagação da fissura.

Para que a carga  $P$  atinja no ponto crítico o valor crítico de propagação da fissura,  $P_{max}$ , o Fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$ , deve ser monotonicamente crescente, relativamente a  $a$ , isto é, a curva representativa da função  $K_I = f(a)$  deve apresentar derivada maior que zero ( $dK_I/da > 0$ ). Este fato verifica-se para vigas em flexão a três ou quatro pontos, bem como para outros tipos de corpos de prova, denominados por Shah e Jenq [37], como corpos de prova do tipo  $G$ .

Há porém o caso de corpos de prova que apresentam, no ponto crítico,  $dK_I/da < 0$ , subentendendo uma diminuição do Fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$ , antes mesmo que a carga  $P$  tenha atingido o valor limite de instabilidade da fissura. Neste caso, a diminuição prossegue até que a derivada da função tenha valor igual a zero, num ponto de mínimo caracterizado por uma tangente horizontal à curva. Neste ponto  $K_I = K_{IC}^s$ . Como exemplo, cita-se a placa com entalhe centrado (*center-crack plate*), carregada no centro do entalhe, por força concentrada. Este tipo de corpo de prova foi denominado pelos autores, como corpos de prova do tipo N, representados na fig. 4.3-2.

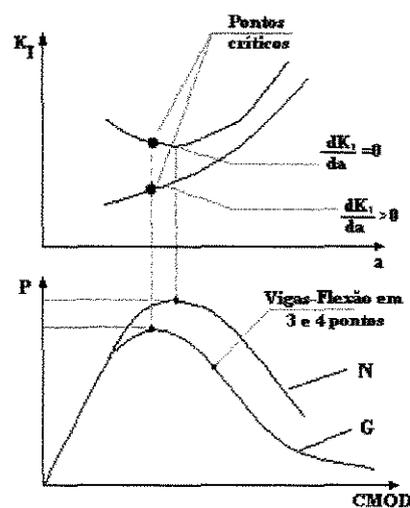


FIGURA 4.3-2 Corpos de prova tipo G e N.  
Relação entre Ponto crítico e carga máxima.

Decorre da existência da fase pré-crítica de desenvolvimento da fissura, onde predominam fenômenos de natureza inelástica, um dos motivos da inaplicabilidade dos

conceitos básicos da mecânica da fratura elástica-linear, ao concreto e assemelhados.

Observa-se ainda que, após a força crítica,  $P_{max}$ , o caminho de amolecimento da ruptura caracteriza também a instabilidade do material, do ponto de vista dos postulados de Druker, assegurando a existência de trabalho incremental negativo.

Analogamente ao modelo de Hillerborg, o presente modelo prevê a existência de uma zona coesiva à frente da ponta real da fissura, formada nesta fase pré-crítica de evolução da fissura.

A metodologia dos dois parâmetros parte portanto, da dificuldade de determinar-se o tamanho real da fissura na carga máxima, definindo um novo conceito de comprimento da fissura, em substituição ao valor exato e desconhecido, na carga de pico.

Trata-se de importante conceito o fato de que, qualquer valor de tenacidade aparente ao fraturamento,  $K_{IQ}$ , determinado a partir unicamente da extensão inicial  $a_0$  do entalhe do corpo de prova, torna-se dependente das dimensões e da geometria do corpo de prova [41].

Com efeito, Shah e Jenq propuseram posteriormente, a separação das não-linearidades verificadas na ponta da fissura (extensão coesiva), admitindo-se a sobreposição dos efeitos decorrentes da fissura de Griffith (efetiva) e daqueles oriundos das referidas não-linearidades, expressos por uma tensão de fechamento da fissura, numa

extensão total, denominada *extensão efetiva da fissura*,  $\underline{a}$ , cujo significado físico é idêntico ao da fissura fictícia de Hillerborg.

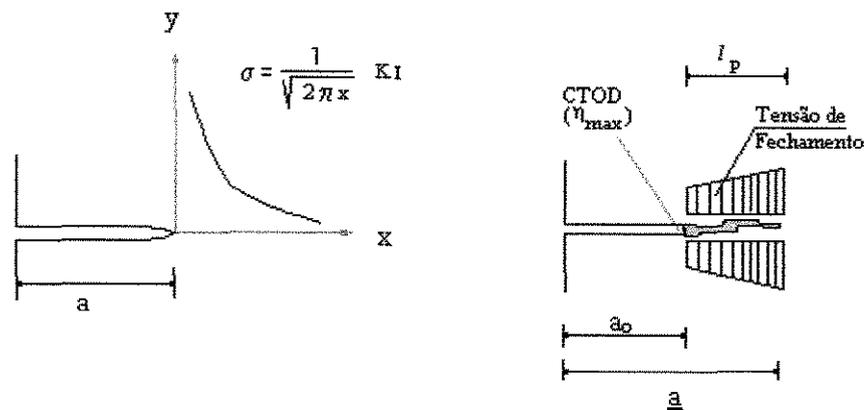


FIGURA 4.3-3 Fissura efetiva de Griffith e tensão de fechamento.

Na Fig. 4.3-1 observa-se que a primeira fase do diagrama Carga x CMOD é *aproximadamente* linear, viabilizando o cálculo do Módulo de Deformação,  $E$ , do material, dentro dos conceitos da MFEL.

Nesta oportunidade lança-se mão também do entalhe da viga, representativo da “fissura inicial”, de extensão  $a_0$ .

Considerando-se a invariabilidade do Módulo de Deformação,  $E$ , os parâmetros  $K_{IC}^S$  e  $CTOD_C$  são determináveis a partir dos conceitos da Mecânica do Fraturamento Elástico Linear, se esta invariabilidade for convenientemente associada aos valores das flexibilidades inicial e de descarregamento,  $C_i$  e  $C_u$ , respectivamente.

Estas flexibilidades são obtidas de um ciclo completo de carregamento e descarregamento, no ensaio de flexão sob condições de CMOD controlado. Desta associação conveniente entre  $E$ ,  $C_i$  e  $C_u$ , determina-se então, o valor da extensão total da fissura, na carga de pico,  $P_{max}$ .

A figura que se segue, extraída do trabalho de Shah [38], ilustra as flexibilidades  $C_i$  e  $C_u$ , anteriormente referidas.

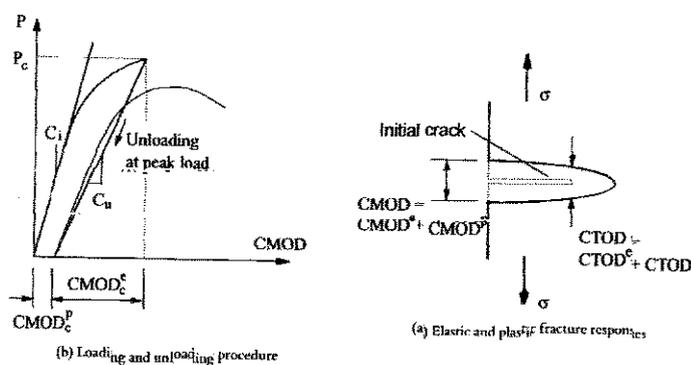


FIGURA 4.3-4 Deslocamentos elástico e plástico, de Abertura da Fissura.  $CMOD_c^E$  e  $CMOD_c^P$

Desta maneira, em etapa posterior, os autores propuseram que a energia necessária à formação da fissura pudesse ser analisada dentro dos conceitos globais do balanço energético, da seguinte maneira:

$$G_R = \frac{dW}{da} = \frac{d(F-U)}{da} \quad (4.3-1)$$

$$G_R = \frac{d}{da} (W=W_E + W_P) = \frac{K_I^2}{E'} + \int_0^{CTOD} \sigma(w) dw \quad (4.3-2)$$

onde:

F= Trabalho realizado pela força externa.

U= Energia Potencial elástica.

W = Energia total, necessária à formação da fissura.

W<sub>E</sub>= Energia elástica consumida durante a formação da fissura.

W<sub>P</sub>= Energia inelástica consumida durante a formação da fissura.

E' = Módulo de Deformação do material (EPT).

w = Abertura da fissura.

K<sub>I</sub>= Fator de intensidade de Tensões devido à força aplicada e à tensão de fechamento da fissura.

Observa-se da expressão de  $G_R$  que, sendo nula a parcela inelástica, tem-se como resultado a expressão da energia de fraturamento elástico linear. Por outro lado, sendo nula a parcela elástica, decorrerá o modelo de Dugdale, de conformidade com o segundo termo, à direita da expressão.

Desta maneira, o Fator de Intensidade de Tensões,  $K_{IC}$ , seria a composição de duas parcelas distintas, a primeira delas,  $K_{I}^E$ , o Fator de Intensidade de Tensões na ponta

da extensão da fissura efetiva devido ao carregamento externo e a segunda, negativa,  $K_I^C$ , devido à tensão de fechamento da fissura.

No modelo inicial dos autores, proposto pela RILEM, o comprimento efetivo da fissura,  $\underline{a}$ , dado pela soma da extensão do entalhe inicial do modelo,  $a_0$ , e de uma *extensão efetiva da fissura*,  $l_p$ , calcula-se de forma que o CMOD determinado pela utilização dos conceitos da MFEL na carga máxima, trate-se da parcela elástica do CMOD total.

Assim, uma vez determinada a extensão efetiva da fissura, a tenacidade ao fraturamento,  $K_{IC}$ , pode ser calculada utilizando-se os conceitos da MFEL. Esta tenacidade mostrou-se, segundo Shah e Jenq [38], independente da escala, isto é, independente do tamanho do corpo de prova.

Da mecânica do fraturamento elástico linear, são utilizadas as seguintes expressões:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi \cdot a} \cdot F_1(\alpha) \quad (4.3-3)$$

$$CMOD = \frac{4 \cdot \sigma \cdot a}{E} \cdot V_1(\alpha) \quad (4.3-4)$$

Nas referidas expressões,  $F_1(\alpha)$  e  $V_1(\alpha)$  são fatores de calibragem da geometria do corpo de prova. Sendo  $\underline{a} = a_0 + l_p$ , onde  $a_0$  é a extensão inicial do entalhe e  $l_p$  a

extensão da fissura pré-crítica,  $\alpha = a_0/W$  tem-se, para uma viga solicitada à flexão em três pontos, conforme esquema que se segue.

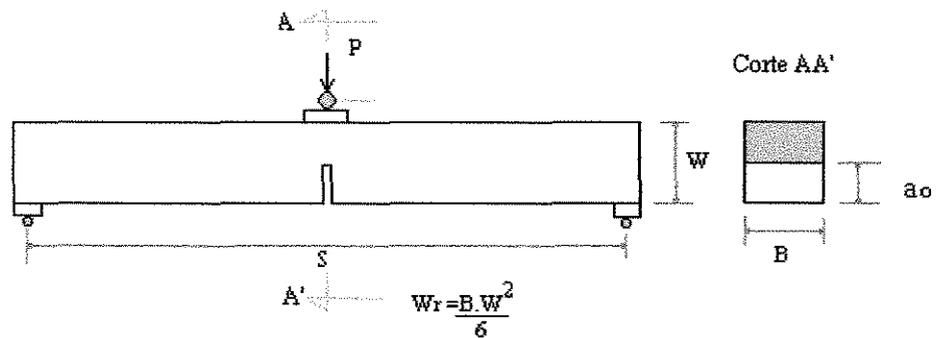


FIGURA 4.3-5 Viga solicitada à flexão em três pontos.

A tensão atuante na fibra extrema, no centro do intradorso de uma viga não entalhada, vem dada por:

$$\sigma = \frac{M}{W_r} = \frac{P \cdot S}{4} \cdot \frac{6}{B \cdot W^2} = \frac{3 \cdot P \cdot S}{2 B \cdot W^2} \quad (4.3-5)$$

onde  $W_r$  é o momento resistente da seção.

Assim, o valor do fator de intensidade de tensões será dado por:

$$K_I = \frac{3 \cdot P \cdot S}{2 B \cdot W^2} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot F_I(\alpha) \quad (4.3-6)$$

onde, para  $S/W=4 \pm 0,001$ :

$$F_1(\alpha) = \frac{1,99 - \alpha \cdot (1 - \alpha) \cdot (2,15 - 3,93 \cdot \alpha + 2,7 \cdot \alpha^2)}{\pi^{1/2} \cdot (1 + 2 \cdot \alpha) \cdot (1 - \alpha)^{3/2}} \quad (4.3-7)$$

A constante  $\pi^{1/2}$  da expressão anterior, é cancelada quando da aplicação de  $F_1(\alpha)$  em (4.6-6). Esta expressão, apresentada sem a constante  $\pi^{1/2}$  por Srawley, conduz a resultados com erro da ordem de  $\pm 0,2\%$ , no intervalo  $0 < a/W < 1$ . Segundo a ASTM[14-a], este erro é da ordem de  $\pm 0,5\%$ .

Analogamente, a expressão (4.3-4) pode ser rescrita, de forma a obter-se:

$$CMOD = \frac{4 \cdot \sigma \cdot a}{E} \cdot V_1(\alpha) = \frac{4 \cdot 3 \cdot P \cdot S \cdot a}{2 \cdot B \cdot W^2 \cdot E} \cdot V_1(\alpha) = \frac{6 \cdot P \cdot S \cdot a}{E \cdot B \cdot W^2} \cdot V_1(\alpha) \quad (4.3-4)$$

onde:

$$V_1(\alpha) = 0,76 - 2,28 \cdot \alpha + 3,87 \cdot \alpha^2 - 2,04 \cdot \alpha^3 + 0,66 / (1 - \alpha^2)$$

A expressão anterior, relativa a  $V_1(\alpha)$ , conduz a valores de CMOD, com precisão da ordem de 1% [37].

Observa-se que a expressão 4.3-4a. pode ser rescrita, de forma a expressar o módulo de deformação,  $E$ , da seguinte maneira:

$$E = \frac{6 \cdot P \cdot S \cdot a}{CMOD \cdot B \cdot W^2} \cdot V_1(\alpha) \quad (4.3-5)$$

No caso, a flexibilidade,  $C$ , é dada por:

$$C = \frac{CMOD}{P} \quad (4.3-6)$$

resultando finalmente:

$$E = \frac{6 \cdot S \cdot a}{C \cdot B \cdot W^2} \cdot V_1(\alpha) \quad (4.3-7)$$

Conhecendo-se portanto a flexibilidade inicial,  $C_i$ , e tomando-se  $a = a_0$ , pode-se determinar o valor do Módulo de Deformação,  $E$ .

A partir deste valor de  $E$ , considerado “invariável”, pode-se calcular um novo valor de  $a$ , buscando-se iterativamente aquela extensão efetiva da fissura,  $\underline{a}$ , que conduza à flexibilidade  $C_u$ , determinada no ciclo de descarregamento, estando portanto, considerado o comportamento inelástico do material.

Da determinação do valor de  $\underline{a}$ , pode-se finalmente calcular o valor do Fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$ , de tal forma que, na carga de pico,  $P_{max.}$ , este valor seja o valor limite,  $K_{IC}^S$ .

Importa observar que a expressão 4.3-7 é correntemente utilizada pela ASTM [14-b, c] para a determinação do módulo  $E$ , denominado *módulo efetivo*,  $E_m$ , objetivando considerar-se eventuais incertezas do ensaio de flexão em três pontos, na determinação de  $J_{IC}$  e da curva **J-R**, em materiais metálicos.

Por outro lado, a determinação do deslocamento crítico de abertura da fissura,  $CTOD_C$ , é feita no presente modelo, considerando-se uma relação empírica determinada numericamente por Ballarini *et al.* [42], e apresentada por Jenq e Shah [37], equivalente às expressões comumente encontradas nos manuais de Fatores de Intensidade de Tensões, mas que consideram, entretanto, a tensão de fechamento da fissura,  $\sigma'$  e o deslocamento máximo de abertura da ponta da fissura,  $\eta_{max.}$

Esta relação empírica é obtida da solução numérica das equações resultantes do problema de flexão de vigas, onde são consideradas as equações de equilíbrio e condições de contorno.

A análise inicial é feita por superposição de efeitos, das tensões produzidas em uma viga entalhada, pela imposição de um deslocamento unitário num contorno (de uma viga) interno a um espaço infinito e daquelas verificadas em uma viga externamente solicitada, dentro das condições de contorno preestabelecidas. A descrição deste processo pode ser vista, com certa superficialidade, na referência [42].

Esta relação é escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{CTOD} = \mathbf{CMOD} \cdot \mathbf{Z}(\alpha, \beta) \quad (4.3-8)$$

A expressão de  $\mathbf{Z}(\alpha, \beta)$ , apresentada pelos autores anteriormente referidos [29], bem como pela RILEM [31], é a que se segue:

$$\mathbf{Z}(\alpha, \beta) = [(1 - \beta)^2 + (1,081 - 1,149 \cdot \alpha) \cdot (\beta - \beta^2)]^{1/2} \quad (4.3-9)$$

onde:

$$\alpha = a_o/W, \quad \beta = a_o/a$$

### 4.3.3- GEOMETRIA DO CORPO DE PROVA.

Para o desenvolvimento dos ensaios de determinação dos parâmetros de tenacidade ao fraturamento,  $\mathbf{K}_{IC}^S$  e  $\mathbf{CTOD}_C$ , a RILEM, em seu projeto de

recomendações, estabelece dois diferentes tamanhos de corpos de prova, de adoção variável em função do tamanho máximo do agregado,  $D_{\max.}$ , em conformidade com a tabela 4.3-1.

TABELA 4.3-1 Dimensões dos corpos de Prova.

$D_{\max.}$ (mm)	Altura (mm)	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Vão-Livre (mm)
1 à 25	150±5	80±5	700±10	600±5
25,1 à 50	250±5	150±5	1100±10	1000±5

A figura 4.3-6 mostra esquematicamente o corpo de prova destinado ao ensaio.

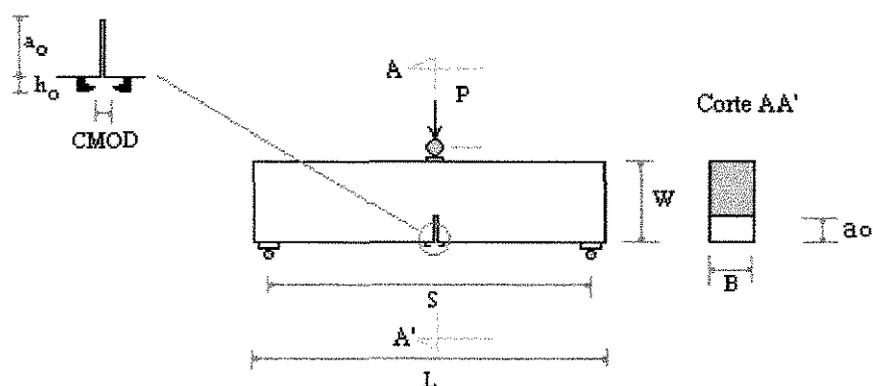


FIGURA 4.3-6 Esquema do Corpo de Prova - Modelo dos Dois Parâmetros.

Do ponto de vista geométrico, estes corpos de prova guardam proporções bastante claras, relativamente às dimensões. Da tabela 4.3-1 depreende-se que a largura do corpo de prova,  $B$ , alicerça as demais dimensões do corpo de prova, tendo como ponto de partida, o diâmetro máximo do agregado,  $D_{\max.}$ .

Desta maneira, para ambas as faixas granulométricas, a largura do corpo de prova atende ao mínimo de três vezes o tamanho do diâmetro máximo do agregado, considerando-se na primeira delas, um possível arredondamento previsto na margem de tolerância especificada.

A altura do corpo de prova, **W**, relaciona-se tanto com a largura referida, como com o vão-livre, **S**, indicando uma certa tendência da RILEM de acompanhar os conceitos já consolidados em países como Estados Unidos, Inglaterra e Japão.

No presente caso, observam-se as seguintes relações:

Largura / Altura            ( B / W ) :    1 : 2.

Altura / Vão-Livre        ( W / S ) :    1 : 4.

Relativamente aos comprimentos dos corpos de prova, **L**, observa-se na primeira faixa (1 a 25mm), uma proporção entre a altura **W** e esta dimensão, de **1:4,67**. Na segunda faixa encontra-se **1:4,40**, valores que aparentemente orbitam em torno de **1: 4,5**

A modernização destes padrões resulta em clara praticidade de confecção, manuseio e ensaio dos corpos de prova, além de substancial economia de material, fato que não se verifica, por exemplo, relativamente aos corpos de prova destinados à determinação da energia de fraturamento, **G<sub>f</sub>**.

O entalhe central, serrado ou moldado, deve apresentar espessura máxima de 5mm, sendo que a relação profundidade/altura (  $a_0/W$  ), deve ser mantida igual a  $1/3$ , valor já analisado neste trabalho, avaliado como satisfatório e adotado no presente plano de pesquisas.

#### **4.3.4- PROCEDIMENTOS DE ENSAIO E ANÁLISE DAS CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO.**

Para a realização desta modalidade de ensaio, o projeto de recomendações da RILEM prescreve a utilização de um equipamento trabalhando em ciclo fechado, com o controle do CMOD. Com isto, objetiva-se a imposição de uma taxa de deslocamento na entrada do entalhe central do modelo, de forma a assegurar-se uma propagação estável da fissura.

Esta taxa de deslocamento é determinável a partir da expectativa do valor da carga máxima de instabilidade da fissura e respectivo CMOD, e do tempo previsto para alcançá-la, no caso 300 segundos.

Este tempo,  $t_P$ , para atingir-se a carga máxima parece bastante satisfatório, não obstante a inexistência de padrões estabelecidos, que digam respeito à taxas de

carregamento. Shah [38] em experimentos desta natureza, lançou mão de  $t_P$  da ordem de 600 segundos.

Assim, ao atingir-se 95% da carga máxima, isto é, já na fase do caminho descendente da ruptura com amolecimento, o corpo de prova é então descarregado, de forma a registrar-se a deformação residual havida no processo de propagação da fissura. De acordo com a metodologia adotada, já neste ponto, o ensaio pode ser considerado encerrado, uma vez que as rampas necessárias ao cálculo da variação da flexibilidade (rampas ascendente e descendente), encontram-se definidas.

Do exposto, causa estranheza a definição do patamar de descarregamento em 95% da carga máxima, já no caminho de ruptura. Esta estranheza cresce, a medida que volta-se aos conceitos teóricos que embasam o modelo proposto que sugerem a avaliação da tenacidade ao fraturamento no nível de carga onde, supostamente, ocorre a plenitude da fissura efetiva, isto é, a manifestação máxima da interface coesiva.

Deixar-se a fissura ultrapassar a carga limite de instabilidade parece uma sugestão à aceitação do desfazimento da interface, dado ao **avanço da fissura**, espelhando também a aceitação de uma outra realidade de variação de flexibilidade, naturalmente maior do que aquela que se verificaria num descarregamento razoável, procedido nas proximidades da carga de instabilidade. Este assunto será discutido mais detidamente no capítulo 8, durante a análise dos resultados.

### 4.3.5- AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS PARA A DETERMINAÇÃO DE $K_{IC}^S$ e $CTOD_C$ .

Da fase ascendente do diagrama Carga x CMOD, ainda na fase aproximadamente elástica, determina-se a flexibilidade inicial,  $C_i$ . Através da expressão 4.3-7 e de posse da flexibilidade inicial, determina-se o Módulo de Deformação do material,  $E$ .

Aparentemente, nada impede que se utilize o módulo de deformação obtido do ensaio de compressão de cilindros. Como se demonstra na fase experimental deste programa, a determinação do módulo de deformação,  $E$ , é uma questão crucial, uma vez que dele decorre todo o processo.

Foram analisados neste trabalho os módulos secante a 40% da carga máxima, além daquele obtido de ensaios de compressão de cilindros, de forma a explicitar-se a variação de valores.

Uma vez determinado o módulo, torna-se possível o cálculo da extensão total da fissura efetiva (  $\underline{a} = a_o + l_p$  ) que conduz à flexibilidade de descarregamento,  $C_u$ , utilizando-se a mesma expressão, dentro de um processo iterativo.

Com este valor de  $\underline{a}$ , calcula-se o valor do Fator de Intensidade de Tensões Crítico,  $K_{IC}^S$ , da forma que se segue:

$$K_{IC}^S = 3 \cdot (P_{max} + 0,5 \cdot w) \frac{S \cdot (\pi \cdot a)^{1/2}}{2 \cdot B \cdot W^2} \cdot F(\alpha_a) \quad (4.3-10)$$

onde:

$$\alpha_a = a / W$$

$$w = w_o \cdot S/L$$

w = Peso próprio do corpo de prova.

S,L,W,B = Dimensões do Corpo de Prova, conforme fig. 4.3-5.

O  $CTOD_C$  é calculado utilizando-se a expressão ( 4.3-8 ) e o valor de a determinado iterativamente.

#### 4.4- O MODELO DA FISSURA EFETIVA.

Diversos modelos de cálculo dos parâmetros de tenacidade foram propostos no decorrer dos últimos anos, objetivando contornar-se as não-linearidades observadas no processo de fraturamento do concreto e argamassas, claramente verificadas na fase ascendente do diagrama Carga x Deslocamento ou alternativamente, Carga x CMOD.

Estas não-linearidades, fortemente vinculadas à formação da zona de processos inelásticos, ou mais apropriadamente, à zona de processamento da fissura, não estão suficientemente esclarecidas, no que diz respeito ao consumo energético dispendido no fenômeno.

Os diferentes modelos abordados associam à região microfissurada a frente da ponta real da fissura, uma tensão de fechamento,  $\sigma$ , atuando por uma extensão,  $l_p$ , dita efetiva por Shah ou fictícia,  $w$ , por Hillerborg, representativas da longitude da interface coesiva. Essa região microfissurada é capaz de transmitir tensões, decrescentemente desde a ponta virtual, onde a tensão é admitida de valor igual à  $f_t$  e **CTOD** é nulo, até a ponta visível, onde **CTOD** =  $\eta_{max}$  ou **CTOD** =  $w_1$ , de acordo com cada um dos modelos previamente citados, e a tensão nula.

Esta tensão de fechamento,  $\sigma$ , tem distribuição logicamente não-linear, não obstante as simplificações de linearidade comumente adotadas. Da mesma forma, o

tratamento do mecanismo de fraturamento seria mais convenientemente tratado, através de complexas teorias não-lineares.

O presente modelo, reconhecendo as dificuldades anteriormente apresentadas, lança mão do fato de que o comportamento do concreto em posições distantes da ponta da fissura é aproximadamente linear (isto dito, comparativamente à forte não-linearidade da zona de processamento da fissura), podendo portanto, ser abordado, razoavelmente, dentro dos conceitos da MFEL.

A metodologia, baseada em conceitos de flexibilidade, trata também da determinação de uma extensão efetiva ou fictícia da fissura,  $a_e$ , como nos modelos anteriores, no momento do fraturamento, isto quer dizer, na carga de instabilidade. Neste momento, relembra-se a observação anteriormente tecida, relativamente aos 95% da carga máxima, após a carga de instabilidade, ou seja, após a propagação da fissura, proposto pela RILEM na metodologia dos dois parâmetros.

Entre os critérios adotados nos modelos dos Dois Parâmetros e da Fissura Efetiva, entende-se haver uma diferença sutil, não obstante o que tratará o presente método, desta posição em diante.

No presente modelo, a extensão da fissura efetiva determinada na carga de instabilidade, é obtida equacionando-se a energia absorvida na microfissuração, de forma a resultar uma fissura equivalente, formada em região à frente da ponta da fissura, entretanto não afetada pelo processo de danos.

A principal característica do modelo é não ter como âncora o conceito de tensão de fechamento e interface coesiva. Por outro lado, a não-linearidade é tratada também pela mudança de flexibilidade, utilizando entretanto os módulos secantes inicial e aquele obtido na carga de pico, no histórico **Carga x Deslocamento**, numa análise que privilegia a utilização de conceitos de rigidez.

#### **4.4.1- GEOMETRIA DOS CORPOS DE PROVA E CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO.**

Nos trabalhos inicialmente apresentados por Karihaloo[43,45], nenhuma recomendação específica foi feita relativamente à geometria do corpo de prova. Entretanto, o Relatório n ° 5 da RILEM [4] que descreve a utilização do método recomenda, sob redação do próprio autor do modelo, a adoção das seguintes relações:

- 1) Entalhe Central,  $a_0$  : entre 0,2 e 0,6. Preferivelmente 0,3 ou 0,4.
- 2) Menor dimensão do corpo de prova:  $5 \cdot d_{\max}$ .
- 3) Relação  $S/W$ : entre 4 e 8
- 4) Base,  $B$ : entre 40 e 100 mm.
- 5) Altura do ligamento: no mínimo 100 mm ( para  $d_{\max}=20\text{mm}$ . p. ex.).

Relativamente à velocidade de carregamento, o referido relatório sugere a adoção de  $t_p$  variando entre 60 e 600 segundos.

#### 4.4.2 - METODOLOGIA DE CÁLCULO.

A Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}^E$ , de conformidade com o presente método, é determinável a partir das equações já discutidas anteriormente:

$$K_{IC}^E = \sigma_n \cdot \sqrt{a_c} \cdot F_1(\alpha_e) \quad (4.4-1)$$

Para o ensaio de flexão em três pontos, tem-se:

$$\sigma_n = \frac{6 \cdot M}{B \cdot W^2} \quad M = \frac{(P_{\max} + w \cdot S/2) \cdot S}{4}$$

Como visto, para  $S/W = 4$  :

$$F_1(\alpha_e) = \frac{1,99 - \alpha_e \cdot (1 - \alpha_e) \cdot (2,15 - 3,93 \cdot \alpha_e + 2,7 \cdot \alpha_e^2)}{(1 + 2 \cdot \alpha_e) \cdot (1 - \alpha_e)^{3/2}} \quad (4.4-2)$$

e:

$$\alpha_e = \frac{a_e}{W}$$

Nas expressões anteriores,  $w$  representa a carga distribuída, devida ao peso próprio do corpo de prova e  $a_e$ , a extensão efetiva da fissura.

Sabe-se que a expressão do fator  $F_1(\alpha_e)$ , apresenta grande precisão no intervalo  $0 < \alpha_e < 1$  sendo que o erro previsto é da ordem de  $\pm 0,5\%$ .

A extensão efetiva,  $a_e$ , analogamente ao procedimento adotado no *modelo dos dois parâmetros*, é determinável iterativamente, a partir do conhecimento do Módulo de Deformação,  $E$ , da fase inicial do diagrama Carga x Deslocamento.

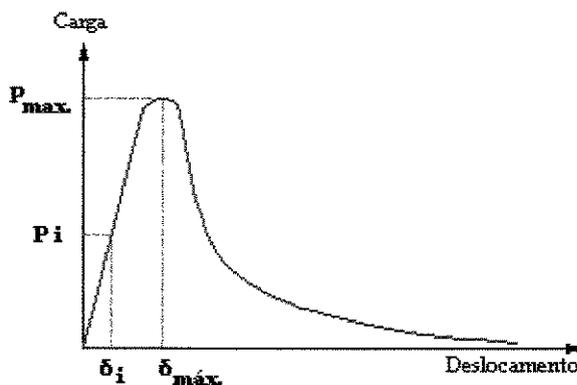


FIGURA 4.4-1 Deslocamentos e forças utilizadas no cálculo de  $a_e$ .

Para a determinação do módulo de deformação,  $E$ , os autores do método em discussão utilizaram inicialmente [43] uma equação de viga decorrente da elasticidade [44], combinada a um fator de correção,  $\gamma$ , obtido numericamente, de forma a correlacionar-se os deslocamentos verificados numa viga não entalhada,  $\delta_{i1}$ , com aqueles deslocamentos  $\delta_{i2}$  decorrentes de outra viga de mesmas altura e vão, considerando-se entretanto o ligamento, ou “altura reduzida”,  $(W - a)$ .

Este procedimento foi adotado, dada à inexistência a época, de uma expressão analítica completa para deslocamentos, que considerasse a presença do entalhe. As equações citadas não serão aqui analisadas.

Em trabalho posterior [45], Karihaloo e Nalathambi apresentaram uma expressão analítica para o deslocamento, contemplando a presença do entalhe e decorrente da aplicação do teorema de Castigliano à energia total de deformação,  $U$ , acumulada numa viga entalhada.

Esta expressão considera ainda o peso próprio da viga, uniformemente distribuído, os efeitos da força cortante sobre o deslocamento máximo, bem como a carga concentrada no centro do vão. A equação referida, escrita em função do Módulo de Deformação,  $E$ , é a que se segue:

$$E = \frac{P_1 (S/W)^3}{4.B. \delta_1} \cdot \left\{ 1 + \frac{5wS}{8.P_1} + (W/S)^2 \cdot \left[ 2,70 + 1,35 \frac{w.S}{P_1} \right] - 0,84.(W/S)^3 \right\} + \frac{9.P_1}{2.B. \delta_1} \cdot \left( 1 + \frac{w.S}{2.P_1} \right) \cdot (S/W)^2 \cdot F_2(\alpha_0)$$

(4.4-3)

onde:

$\delta_1$  = Deslocamento da linha de carga no centro do vão, na fase inicial do carregamento.

w = Peso próprio do corpo de prova, uniformemente distribuído.

$P_1$  = Valor da carga, na fase inicial do carregamento.

W = Altura do corpo de prova.

S = Vão-livre do corpo de prova.

B = Largura do corpo de prova.

$\alpha_0 = a_0/W$

e:

$$F_2(\alpha_0) = \int_0^{\alpha_0} \alpha_0 \cdot F_1(\alpha_0) d\alpha \quad (4.4-4)$$

O processo de integração envolvido na determinação de  $F_2(\alpha_0)$  fica facilitado, quando da utilização de outra expressão equivalente para  $F_1(\alpha)$ , desenvolvida também por Srawley, conforme Karihaloo [45]:

$$F_1(\alpha) = A_0 + A_1 \cdot \alpha + A_2 \cdot \alpha^2 + A_3 \cdot \alpha^3 + A_4 \cdot \alpha^4 \quad (4.4-5)$$

onde:

$$A_0 = +0,0075 \cdot \frac{S}{W} + 1,90 \quad (4.4-6)$$

$$A_1 = +0,0800 \cdot \frac{S}{W} - 3,39 \quad (4.4-7)$$

$$A_2 = -0,2175 \cdot \frac{S}{W} + 15,40 \quad (4.4-8)$$

$$A_3 = 0,2825 \cdot \frac{S}{W} - 26,24 \quad (4.4-9)$$

$$A_4 = -0,1450 \cdot \frac{S}{W} + 26,38 \quad (4.4-10)$$

Uma vez de posse do Módulo de Deformação,  $E$ , pode-se, através da utilização da mesma equação e dos valores conhecidos de  $P_{max}$  e  $\delta_P$ , determinar iterativamente o valor de  $a_e$  que a satisfaça, processo que se encerra com uma tolerância de  $\pm 0,5\%$ , conforme abaixo:

$$E = \frac{P_1 \cdot (S/W)^3}{4 \cdot B \cdot \delta_{m\acute{a}x}} \cdot \left\{ 1 + \frac{5wS}{8 \cdot P_{MAX}} + (W/S)^2 \cdot \left[ 2,70 + 1,35 \frac{w \cdot S}{P_{MAX}} \right] - 0,84 \cdot (W/S)^3 \right\} + \frac{9 \cdot P_{MAX}}{2 \cdot B \cdot \delta_{m\acute{a}x}} \cdot \frac{w \cdot S}{2 \cdot P_{MAX}} \cdot (S/W)^2 \cdot F_2(\alpha_e) \quad (4.4-11)$$

e:

$$F_2(\alpha_e) = \int_0^{\alpha_E} \beta \cdot F_1(\beta) d\beta \quad (4.4-12)$$

onde:

$P_{\text{máx.}}$  = Carga máxima, verificada no ensaio.

$\delta_{\text{máx.}}$  = Deslocamento, na carga máxima.

$\beta = \alpha_o + \Delta\alpha$  ( $\Delta\alpha = 0,001$ , em cada ciclo da iteração)

Assim, uma vez calculado o valor a extensão efetiva da fissura,  $a_e$ , determina-se o valor de  $K_{IC}^E$ .

A metodologia recomenda que um valor mais consistente do módulo de Deformação,  $E$ , seja recalculado através da primeira expressão, após a determinação de  $a_e$ , nada impedindo porém, que se utilize valores de  $E$ , obtidos por exemplo, de ensaios de compressão.

Karihaloo, utilizando o procedimento anteriormente descrito, determinou uma expressão empírica através de uma regressão, para um número suficientemente grande de resultados de grupos de ensaios realizados por todo o mundo, além daqueles de sua própria autoria. O procedimento foi aplicado a grupos distintos de resultados, objetivando a determinação de  $a_e/W$ , tendo sido obtida a seguinte expressão:

$$\frac{a_e}{W} = \gamma_1 \cdot \left( \frac{\sigma_n}{E} \right)^{\gamma_2} \cdot \left( \frac{a_o}{W} \right)^{\gamma_3} \cdot \left( 1 + \frac{g}{W} \right)^{\gamma_4} \quad (4.4-13)$$

onde:

$$\gamma_1 = 0,088 \pm 0,004$$

$$\gamma_2 = -0,208 \pm 0,010$$

$$\gamma_3 = 0,451 \pm 0,013$$

$$\gamma_4 = 1,653 \pm 0,109$$

g = Diâmetro máximo do agregado, utilizado na mistura.

Relativamente à utilização da expressão anterior, com valores de **E** obtidos de corpos de prova cilíndricos, Karihaloo recomenda os seguintes valores para os coeficientes:

$$\gamma_1 = 0,198 \pm 0,015$$

$$\gamma_2 = -0,131 \pm 0,011$$

$$\gamma_3 = 0,394 \pm 0,013$$

$$\gamma_4 = 0,600 \pm 0,092$$

#### 4.5- O MODELO DA CORREÇÃO INELÁSTICA .

Interessada na determinação da Tenacidade ao Fraturamento de rochas, a I.S.R.M. propôs uma metodologia de ensaio e cálculo deste parâmetro do material [46], voltada a corpos de prova dotados de entalhe do tipo *chevron notch*.

Esta metodologia envolve o que se convencionou chamar ensaios do nível I e nível II. O primeiro, nível I, trata da determinação da Tenacidade ao Fraturamento a partir da carga máxima do ensaio. O segundo, decorrente de ensaios sob condições de deformação controlada, objetiva tratar do comportamento inelástico do material, no caso, a rocha.

A presente pesquisa lança mão inicialmente dos procedimentos de linearização adotados pela I.S.R.M. em ensaios do nível II, descrito a seguir, para a determinação da rampa de descarregamento do corpo de prova. Este critério é então acoplado ao modelo dos Dois Parâmetros sugerido pela RILEM, objetivando a determinação da Tenacidade ao Fraturamento, aqui designada  $K_{IC(L. ISRM)}$ .

Posteriormente, determina-se o valor do fator de correção inelástica,  $p$ , cuja apresentação é feita a seguir, objetivando-se a análise do comportamento deste fator, com a variação da escala do corpo de prova.

### 4.5.1- EMBASAMENTO TEÓRICO.

Considere-se o diagrama de Carga x CMOD, da Fig. 4.5.1.

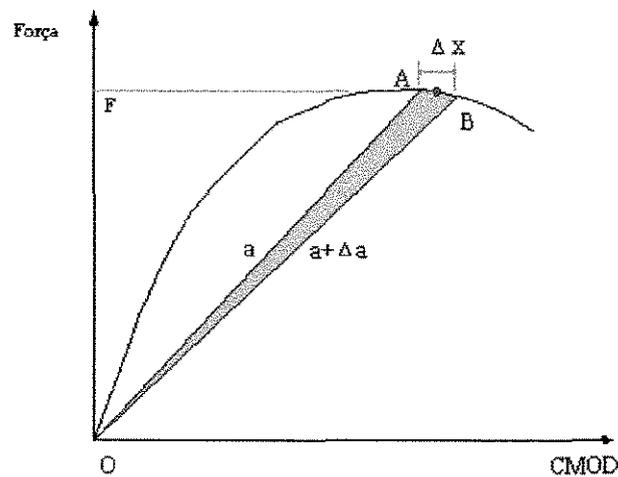


FIGURA 4.5-1 Avanço  $\Delta a$  da Fissura - Enfoque da MFEL.

O cálculo da Tenacidade ao Fraturamento  $K_{IQ}$ , ou  $K_I$  “candidato” ou ainda,  $K_{IC}$  “aparente”, é procedido a partir do cálculo da energia dissipada para um avanço  $\Delta a$  da fissura. Isto é feito habitualmente, enfocando-se o problema dentro da Mecânica do Fraturamento Elástico Linear. Neste caso, a dissipação de energia necessária a este pequeno avanço, conforme indicado na Fig. 4.5-1, é dada por:

$$\Delta W = G_{IC} \cdot b \cdot \Delta a + U_e = G_{IC} \cdot \Delta A + \Delta U_e \quad (4.5-1)$$

onde:

$B$  = largura média do front da fissura, entre  $a$  e  $\Delta a$ .

$\Delta U_e$  = mudança de energia elástica residual, armazenada no corpo quando  $F=0$ .

$B \cdot \Delta a$  = área de varredura por avanço da fissura

$G_{IC}$  = Taxa de liberação de energia.

Assim, o trabalho irrecuperável para ir-se de **A** até **B**, no diagrama carga-abertura, é dado pela seguinte expressão:

$$\Delta W = 1/2 F \cdot \Delta x. \quad (4.5-2)$$

onde:

**F** = Força média entre A e B

$\Delta X$  = Distância entre A e B no caminho da relaxação de F

A mudança de flexibilidade,  $\Delta C$  entre A e B, vem dada por:

$$\Delta C = \Delta x / F \quad (4.5-3)$$

Fazendo-se a substituição de ( 2 ) em ( 1 ) decorre:

$$\Delta W = 1/2 F^2 \cdot \Delta C \quad (4.5-4)$$

Substituindo-se agora a expressão anterior em ( 1 ), obtem-se:

$$1/2 F^2 \cdot \Delta C = G_{IC} \cdot B \cdot \Delta a + \Delta U_e \quad (4.5-5)$$

Equacionando-se em função de  $G_{IC}$  e desprezando-se a parcela  $\Delta U_{es}$ , tem-se que:

$$G_{IC} = F^2 / 2B \cdot (\Delta C / \Delta a) \quad (4.5-6)$$

Entretanto, quando  $\Delta a \rightarrow 0$ , a taxa de dissipação de energia resulta:

$$G_{IC} = F^2 / 2B \cdot (\partial C / \partial a) \quad (4.5-7)$$

Da relação existente entre  $K_{IC}$  e  $G_{IC}$ :

$$G_{IC} = (1 - \nu^2) \cdot K_{IC}^2 / E \quad (\text{E.P.D}) \quad (4.5-8)$$

$$K_{IC} = [(G_{IC} \cdot E) / (1 - \nu^2)]^{1/2} \quad (4.5-9)$$

Para corpos de prova do tipo *short rod*, a expressão da Tenacidade ao Fraturamento apresentada (4.5-9), pode ser rescrita, conforme Barker [47], da forma que se segue:

$$K_{IC} = F / [B^{3/2} \cdot (1 - \nu^2)] \cdot f(a/B) \quad (4.5-10)$$

Neste caso, na força máxima,  $f(a/B)$  é uma função de configuração do corpo de prova que desconsidera o valor de  $(1 - \nu^2)$  ou seja,  $f(a/B)=A$  e:

$$K_{IC} = A \cdot (F_C / B^{3/2}) \quad (4.5-11)$$

A constante  $A$ , recebe o nome de *Fator Adimensional de Intensidade de Tensões*, que é calibrada para o tipo de carregamento e geometria do corpo de prova.

Entretanto, no caso dos concretos, argamassas e assemelhados, considera-se a rigor, o comportamento inelástico do material, que a seguir passa-se a discutir.

#### 4.5.2- COMPORTAMENTO INELÁSTICO.

Tendo em vista o comportamento inelástico do concreto, num ciclo de carregamento e descarregamento, existirão **deformações residuais**, para  $F=0$ . Neste caso, os caminhos de descarregamento AC e BD resultam agora, em diferentes aberturas residuais, e o trabalho não recuperável para ir-se de A a B, é dado pela área CABD, da figura 4.5-2:



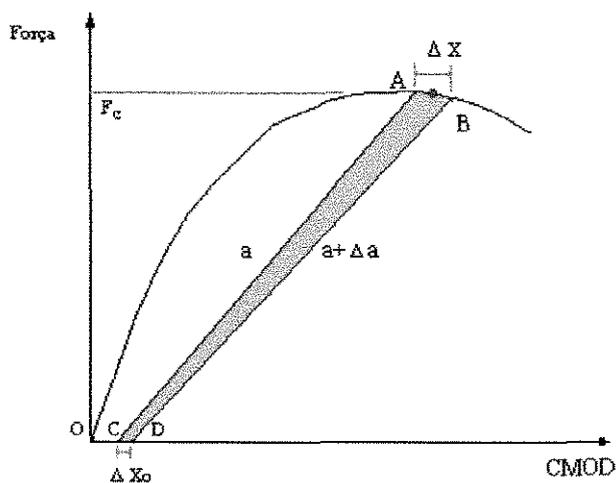


FIGURA 4.5-2 Deformações residuais decorrentes do avanço da fissura.

Neste caso, o ensaio para a determinação da Tenacidade ao Fraturamento, consiste basicamente na aplicação de uma força  $F$  ao corpo-de-prova, sob condições de deformação controlada. Esta força é crescente até o valor  $F = F_{crit.}$ , onde tem início a propagação instável da fissura, ocasião em que o modelo é descarregado. O procedimento é cíclico (carregamento e descarregamento) e segue até a ruptura do corpo-de-prova, resultando num gráfico com o aspecto mostrado na Fig. 4.5-3.

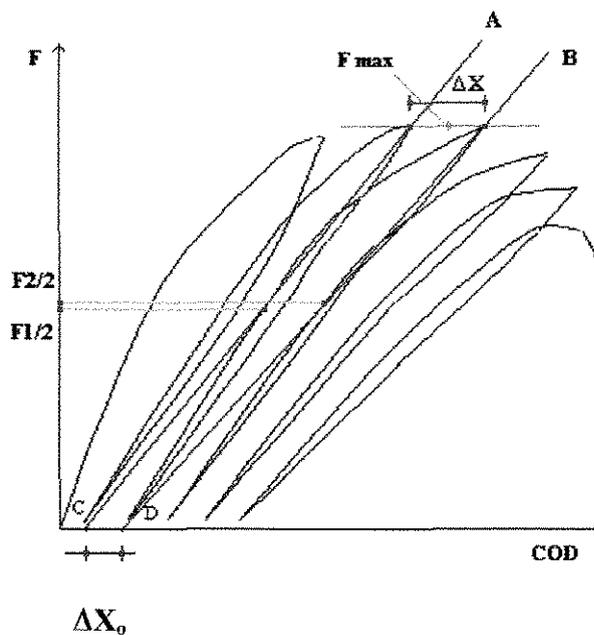


FIGURA 4.5-3 Deformações residuais decorrentes do avanço da fissura em dois ciclos de carregamento e descarregamento.

Como observado, o trabalho **não recuperável** para ir-se de A a B, é dado pela área **CABD**, ou seja:

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot (\Delta X + \Delta X_0) \cdot F = \frac{1}{2} \cdot (1 + p) \cdot F \cdot \Delta X \quad (4.5-12)$$

$$\text{onde: } p = \Delta X_0 / \Delta X \quad (4.5-13)$$

**p** é o *Fator de Correção Inelástica*.

Agora, a mudança de flexibilidade vem dada por :

$$\Delta C = (1 - p) \cdot \Delta x / F$$

e

$$\Delta x = \Delta C \cdot F / (1-p) \quad (4.5-14)$$

Substituindo a equação 4.5-14 na 4.5-12 de  $\Delta W$ , decorre:

$$\Delta W = \frac{1}{2} [(1+p) / (1-p)] \cdot F^2 \cdot \Delta C \quad (4.5-15)$$

Substituindo-se esta expressão em (4.5-1) :

$$G_{IC} = \frac{1+p}{1-p} \cdot \frac{F^2}{2B} \frac{\partial C}{\partial a} - \frac{\partial U}{\partial a} \quad (4.5-16)$$

tomando o limite quando  $\Delta a \rightarrow 0$  :

Equacionando-se agora em função de  $K_I$  :

$$K_{IC} = \sqrt{[(1+p) / (1-p)] \cdot K_{IQ}^2 - E \cdot (\partial U / \partial A)} \quad (4.5-17)$$

Finalmente desprezando-se a parcela  $E \cdot (\partial U / \partial A)$  tem-se que:

$$K_{IC} = \sqrt{[(1+p) / (1-p)]} \cdot K_{IQ} \quad (4.5-18)$$

Desta forma, fica considerado o comportamento inelástico do material no cálculo do valor da tenacidade.  $K_{IQ}$  é a tenacidade aparente ao fraturamento, calculada de conformidade com os conceitos da Mecânica da Fratura Elástica Linear.

Na expressão da Tenacidade ao Fraturamento anteriormente apresentada, a parcela  $E \cdot (\partial U/\partial A)$ , que envolve a densidade de energia elástica residual, foi inicialmente desprezada por Barker [47].

Bittencourt [48] simulou numericamente a contribuição desta parcela na minoração dos valores de tenacidade, quando aplicada a corpos de prova do tipo *short rod*. Como estratégia, lançou mão do Modelo dos Pontos Focais de Yankelevsky e Reinhardt [49] para a determinação do nível de tensão associado à densidade de energia elástica residual.

O modelo de Yankelevsky e Reinhardt, gráfico por excelência, exprime o comportamento do concreto quando submetido a esforços cíclicos uniaxiais de tração e tração seguida de compressão.

A densidade de energia elástica residual é dada pela da área assinalada no diagrama da Fig. 4.5-3. , apresentado de forma linearizada.

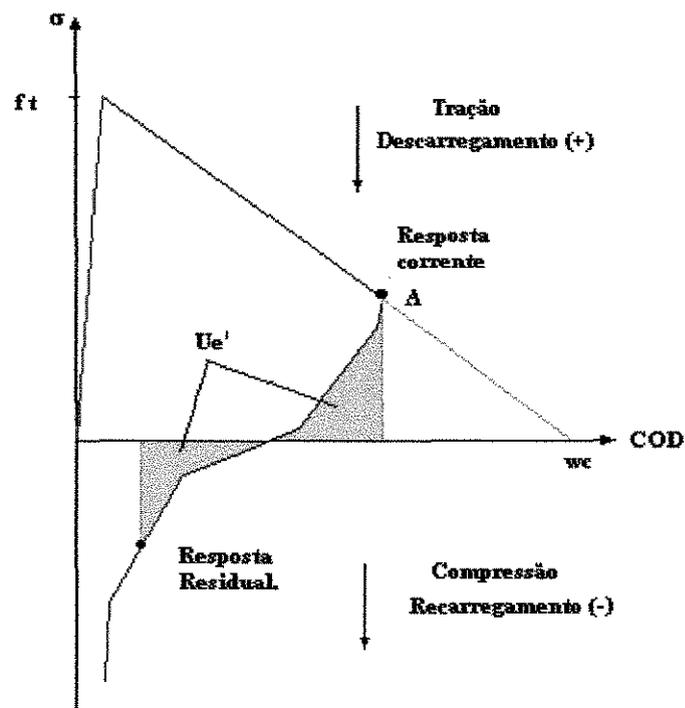


FIGURA 4.5-3 Interpretação gráfica da Densidade de Energia Elástica Residual, para um descarregamento no ponto A.

Analicamente, a densidade de energia elástica residual pode ser calculada da forma que se segue:

$$U_e = \int_A U_e' dA = \int_A \Delta u \cdot t dA = \int_{S(\sigma_c)} w \cdot p dS \quad (4.5-19)$$

onde  $A$  ou  $S(\sigma_c)$  é a área da zona de processos inelásticos da fissura,  $w$  e  $p$  são o COD residual e a tensão a ele associada, respectivamente.

Os valores encontrados por Bittencourt na simulação numérica, foram considerados baixos, para corpos de prova do tipo *short rod*.

Para a utilização desta metodologia como um todo dentro desta pesquisa, haveria a necessidade de medir-se a extensão aparente da fissura, por ocasião da carga máxima, de forma a obter-se o valor da tenacidade aparente,  $K_{IQ}$ . Esta determinação não só resultaria imprecisa como obrigaria à paralisação do carregamento na carga máxima. Dado o tempo necessário às medições em ambos os lados da viga, essa paralisação acarretaria um inevitável processo de relaxação, comprometendo globalmente o ensaio. Este fenômeno é discutido no capítulo 5.

Por outro lado, corpos de prova dotados de entalhe do tipo *chevron notch* dispensam a medição da extensão da fissura, dado o conhecimento prévio que se tem deste valor, por ocasião da carga máxima, conforme Barker [47].

#### **4.5.3- LINEARIZAÇÃO DO DIAGRAMA P x CMOD.**

O procedimento de linearização do diagrama P x CMOD envolve duas etapas distintas. A primeira delas trata da determinação das rampas de descarregamento, decorrentes de pelo menos dois ciclos completos de carregamento e descarregamento. Estas rampas permitem a determinação das parcelas de CMOD residuais, havidas em cada ciclo.

A figura 4.5-4 descreve o procedimento referido, para o primeiro ciclo.

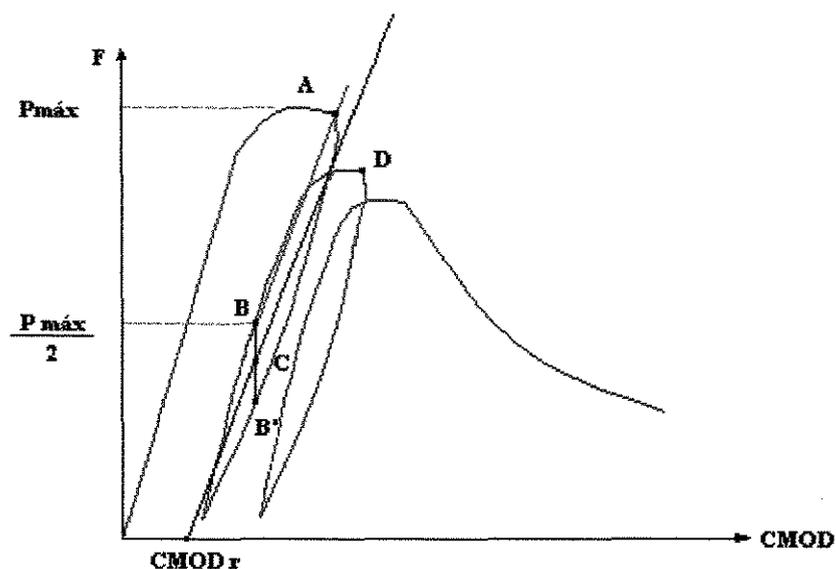


FIGURA 4.5-4 Determinação gráfica da rampa de descarregamento.

Inicialmente, determina-se o ponto **B**, situado na rampa ascendente do segundo ciclo de carregamento. O nível de carga deste ponto é a metade da carga máxima. O ponto **B'** decorre da projeção de **B** na direção vertical, sobre a rampa descendente do primeiro ciclo. O ponto **C** está na posição média entre **B** e **B'**.

Finalmente, a reta que determina o CMOD residual,  $CMOD_r$ , é encontrada traçando-se uma paralela à **AB**, passando pelo ponto **C**.

Este procedimento é então repetido para a carga máxima do segundo ciclo de carregamento, representada pelo ponto **D**.

Uma vez construídas as rampas de descarregamento, a determinação do fator  $p$  é feita de conformidade com a Fig. 4.5-5.

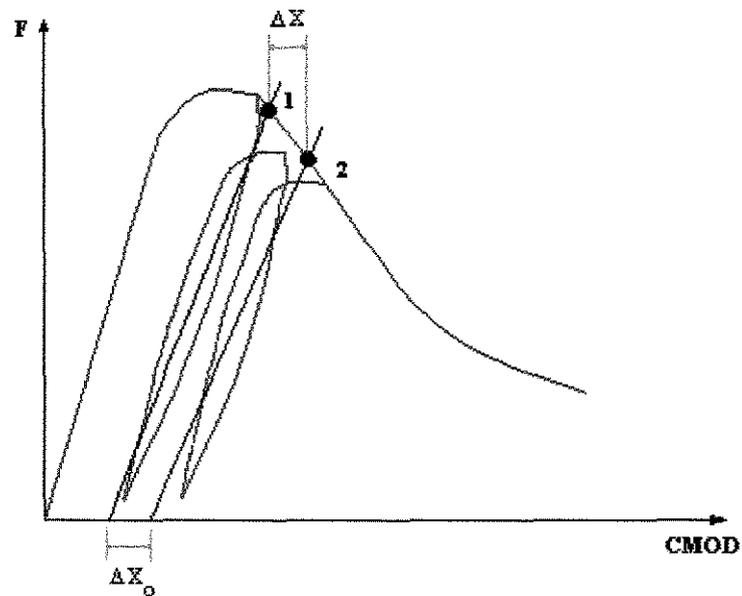


FIGURA 4.5-5 Determinação do fator de correção inelástica,  $p$ .

Os pontos 1 e 2 são determinados sobre a envoltória de amolecimento, onde esta seria cortada pelas rampas de descarregamento.

## **5- OUTRAS QUESTÕES ENVOLVIDAS NA EXECUÇÃO DOS ENSAIOS E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS.**

Ao ensaiar-se uma viga à flexão sob condições de deformação controlada, busca-se atingir a carga de pico ou seja, a carga máxima de instabilidade da fissura, num dado intervalo de tempo preestabelecido.

Isto normalmente é feito levando-se inicialmente um corpo de prova à ruptura, num ensaio onde se impõe uma determinada taxa de carregamento, em função da carga máxima analiticamente determinada para o corpo de prova. Este processo é uma primeira aproximação.

Do gráfico Carga x CMOD do ensaio obtém-se a carga máxima de instabilidade e o respectivo CMOD. Estes resultados, em tese, refletem com certa aproximação o comportamento esperado para todo o lote de corpos de prova, viabilizando então a fixação de uma taxa de CMOD, ou seja, o incremento de abertura da entrada do entalhe, por unidade de tempo.

Ao dar-se início a um novo ensaio, o equipamento transmite ao corpo de prova o esforço necessário, de forma a resultar a taxa de deformação preestabelecida. No caso de um material de comportamento inelástico como o concreto, este crescimento do CMOD é acompanhado de processos de dissipação de energia que ocorrem tanto

volumétrica, quanto discretamente. No presente caso, a referência é feita à formação da zona de processamento da fissura.

Do gráfico Carga x CMOD observa-se que, mesmo de maneira suave, a tangente à curva passa a decrescer paulatinamente com o aumento do nível de carregamento, refletindo a aproximação da carga de instabilidade, ou seja, do nível de carregamento que produz a propagação instável da fissura. Entende-se por propagação instável da fissura, aquele crescimento rápido do CMOD, sem que se tenha o correspondente incremento do esforço solicitante. Nesta posição, a tangente à curva é horizontal.

Também nesse ponto o CTOD é  $CTOC_C$ ,  $P$  é  $P_{max}$  e ainda não houve a coalescência das micro-fissuras. Assim, o equilíbrio, como lembra a terminologia associada ao próprio patamar de carregamento, é absolutamente instável. É o ponto de bifurcação do caminho. Ou têm-se o descarregamento ou a ruptura.

Como o processo de ensaio ocorre em ciclo fechado, torna-se possível então, a suspensão imediata do ensaio, permitindo-se manter o CMOD fixo neste ponto. Isto quer dizer, impõe-se o que se chama de condição de abertura ou deslocamento mantido, onde a preservação do equilíbrio dá-se artificialmente.

Uma vez suspenso o ensaio sob condições de constância de abertura da entrada do entalhe, observa-se laboratorialmente, um declínio vertical considerável do nível de carregamento.

Esta perda de carregamento, ocorrendo em ciclo fechado onde o nível de carga é controlado pela resposta do extensômetro (*clip on gage*), pode ser entendida como necessária à constância do CMOD, dentro de um processo de relaxação. O fenômeno, já relatado por Catallano [32], foi enfocado dentro da ótica de fraturamento dependente do tempo (ótica a não ser confundida com fenômenos viscosos de longo prazo).

A cessação deste declínio, que ocorre após alguns minutos de ensaio sob condições de CMOD mantido, leva a supor-se dentro de uma primeira hipótese, que a parcela de carga cedida ao equilíbrio tenha como origem a interface coesiva até então presente no processo, especialmente antes da carga causadora da instabilidade.

Acredita-se então que, neste ponto, a interface coesiva não mais contribua para o equilíbrio do sistema. Este ponto é o ponto **B**, da figura 5.1.

Observa-se que após o descarregamento, ocorre a recuperação de uma parcela do CMOD, em consequência da energia elástica residual armazenada no corpo de prova.

Ao recarregar-se o corpo de prova a partir do ponto **C** dá-se início à formação de uma nova fissura, cujo caminho ascendente no diagrama Carga x CMOD cruza o caminho anterior de descarregamento praticamente no ponto **B**, a partir de onde verifica-se a aproximação da nova carga de instabilidade caracterizada pelo tombamento acentuado da tangente à curva.

De sucessivos ciclos de carregamento e descarregamento, pode-se obter os pontos B, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, etc, B<sub>n</sub>, conforme Fig. 5.2.

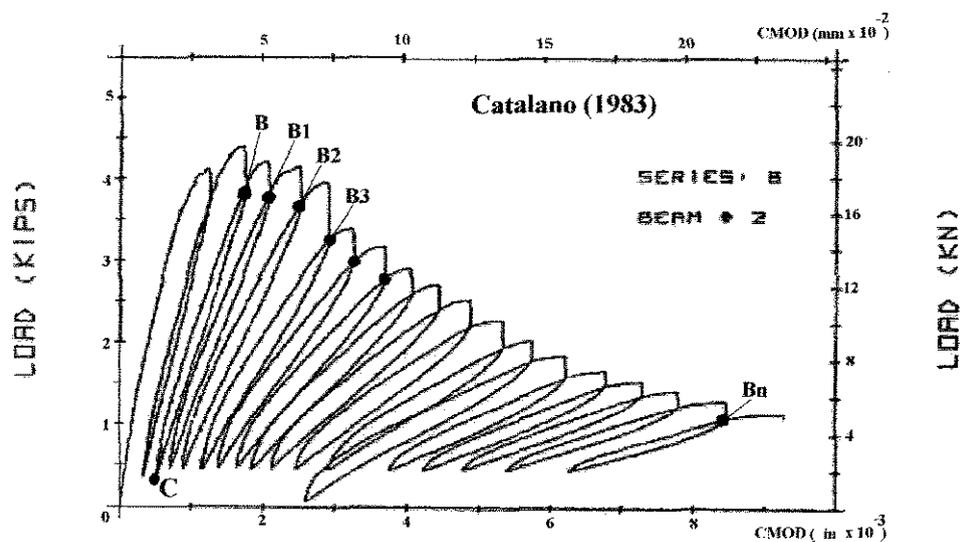


FIGURA 5.1 - Pontos de estabilização da carga, após a relaxação.

A união dos pontos B, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub>, etc, B<sub>n</sub>, dá origem a uma nova envoltória, interna àquela verificada pelas cargas máximas obtidas em cada ciclo e que se supõe espelhar a tenacidade efetiva do material.

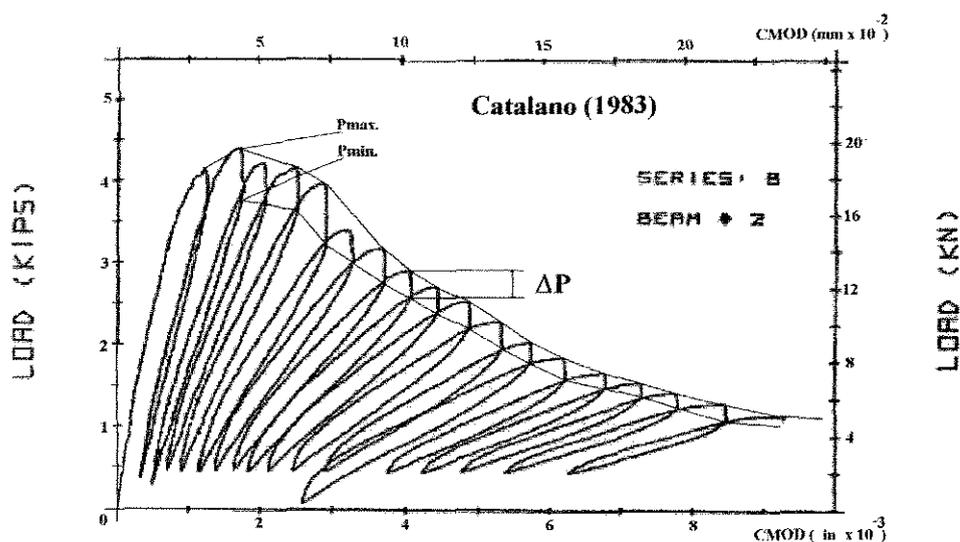


FIGURA 5.2- Envoltórias Externa e Interna dos ciclos de carregamento - descarregamento.

Importa enfatizar que as cargas máximas dos diversos ciclos de carregamento e descarregamento estão situadas, sempre, na envoltória externa, ou seja, aquela envoltória que seria obtida se o corpo de prova fosse levado à ruptura de forma contínua. Este fato, não obstante intuitivo foi estudado em detalhes por Yankelevsky e Reinhardt [49].

Em análise preliminar do trabalho de Catalano [32], foi possível identificar o valor da carga de relaxação,  $\Delta P$ , em cada ciclo, bem como relacionar as cargas mínima,  $P_{\min}$ , e máxima,  $P_{\max}$ , desses ciclos. Os valores das cargas máximas e mínimas foram determinados com certa aproximação, através das coordenadas gráficas das imagens dos históricos dos ensaios, para as 6 vigas constantes das séries B e C, ensaiadas pelo pesquisador em 1983.

Com este procedimento observou-se que, dentro de cada ciclo de carregamento e descarregamento, não obstante a queda paulatina, natural do nível de carregamento, a relação  $P_{\min.}/P_{\max.}$  mostrou-se aproximadamente constante. Para os 12 ciclos efetuados em cada ensaio, o desvio padrão em torno da média, foi praticamente insignificante.

Como, em cada série romperam-se **3** vigas, a média das médias das vigas foi calculada, e novamente o desvio padrão apresentou valor bastante baixo. Os valores encontrados, extraídos resumidamente do APÊNDICE I estão dispostos na Tab. 5.1.

TABELA 5.1-Relação entre Forças Mínimas e Máximas nos ciclos de carregamento e descarregamento (Catalano-1983).

<b>Série C</b>		
<b>(152x305x132 - L=122)mm</b>		
<b>Viga 1</b>	Média	<b>83,14</b>
	Desv. Padr.	<b>0,89</b>
<b>Viga 2</b>	Média	<b>84,44</b>
	Desv. Padr.	<b>1,34</b>
<b>Viga3</b>	Média	<b>81,84</b>
	Desv. Padr.	<b>1,76</b>
	Média(três)	<b>83,14</b>
	Desv. Padr.	<b>1,06</b>
<b>Série B (152x305x132 - L=122)mm</b>		
<b>Viga 1</b>	Média	<b>86,35</b>
	Desv. Padr.	<b>2,40</b>
<b>Viga2</b>	Média	<b>87,85</b>
	Desv. Padr.	<b>1,05</b>
<b>Viga3</b>	Média	<b>83,90</b>
	Desv. Padr.	<b>1,71</b>
	Média(três)	<b>86,03</b>
	Desv. Padr.	<b>1,63</b>

Com efeito, em 14/12/1996, ensaiou-se uma viga da série inicial deste plano de pesquisas (6x9x40,5 cm), com o objetivo de verificar-se o efeito de relaxação, sob condições de CMOD mantido (APÊNDICE K). O tempo de relaxação foi arbitrado em 5 minutos, valor aproximadamente igual ao tempo para a carga máxima,  $T_P$ , em cada ciclo. Para tanto, foram procedidos 5 ciclos completos de carregamento e descarregamento, tendo sido encontrados os seguintes valores constantes da Tab. 5.2.

TABELA 5.2- Relação entre Forças Mínimas e Máximas nos ciclos de carregamento e descarregamento - Viga 6cm x 9cm.

Ciclo	$P_{max}$ (daN)	$P_{min}$ (daN)	( $P_{min} / P_{max}$ ).100
1	158	144	91,14
2	152	139	91,45
3	151	133	88,09
4	146	132	90,41
5	142	129	90,85
Média: <b>90,39</b>		Desvio Padrão: <b>1,20</b>	

Dos resultados obtidos na última coluna, observa-se a constância da relação  $P_{min}/P_{max}$ , fazendo-se supor que, uma vez conhecida esta relação no primeiro ciclo de *carregamento, relaxação, descarregamento*, torna-se possível estimar o comportamento da envoltória interna de todo o ensaio. Desta maneira, seria possível com os resultados de um único ciclo completo, levar-se o corpo de prova diretamente à ruptura. Da mesma maneira, em cada ciclo monitorou-se a relaxação com leituras do nível de carregamento

à cada 15 segundos, durante os 5 minutos de CMOD mantido, tempo que mostrou-se aparentemente suficiente à estabilização do nível de carregamento.

Os resultados são as curvas que contam da Fig. 5.1.

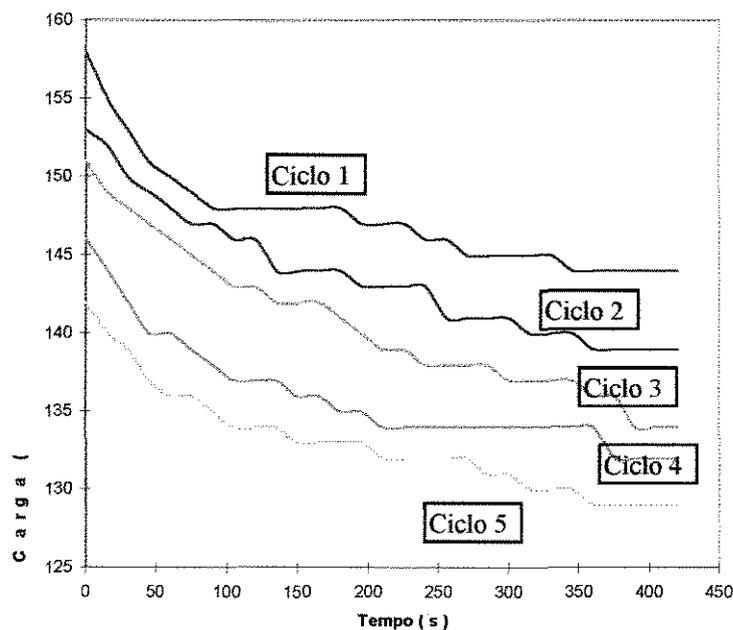


FIGURA 5.1- Relaxação da Carga x Tempo.

Analogamente, em 19/12/1996 foram ensaiadas outras duas vigas de seção nominal 6cm x 12cm (APÊNDICE K). Os resultados obtidos são os que constam da Tab. 5.3.

TABELA 5.3- Relação entre Forças Mínimas e Máximas nos ciclos de carregamento e descarregamento - Vigas 6cm x 12cm.

Viga	Nº Ciclos	(Pmín. / Pmáx.).100	Desv. Padrão
1	5	91,884	0,837
2	4	86,550	2,259

Os ensaios procedidos tiveram caráter meramente ilustrativos e confirmatórios do que já havia sido detectado do trabalho de Catalano.

Como uma primeira hipótese, trabalha-se a idéia de vinculação da relaxação da carga, ao desfazimento progressivo da interface coesiva. Isto quer dizer, a perda de carregamento externo verificada experimentalmente, necessária à manutenção do CMOD constante, só se explicaria pela mudança dos esforços resistentes internos, no caso, aqueles decorrentes da interface coesiva.

No gráfico apresentado na Fig. 5.1, observa-se que em todos os ciclos, a maior relaxação ocorre nos primeiros segundos de manutenção do CMOD.

Isto quer dizer, nestes primeiros segundos, a resistência interna sendo menor, decorre a dispensa pelo sistema, de uma parcela maior de carga, para que o equilíbrio se mantenha.

Nos instantes subseqüentes, esta perda é menor, levando-se a entender que o equilíbrio natural se aproxima, em decorrência da combinação do carregamento cedido e de níveis de resistência interna, mais elevados.

A Fig. 5.3 mostra o desfazimento hipotético da interface coesiva.

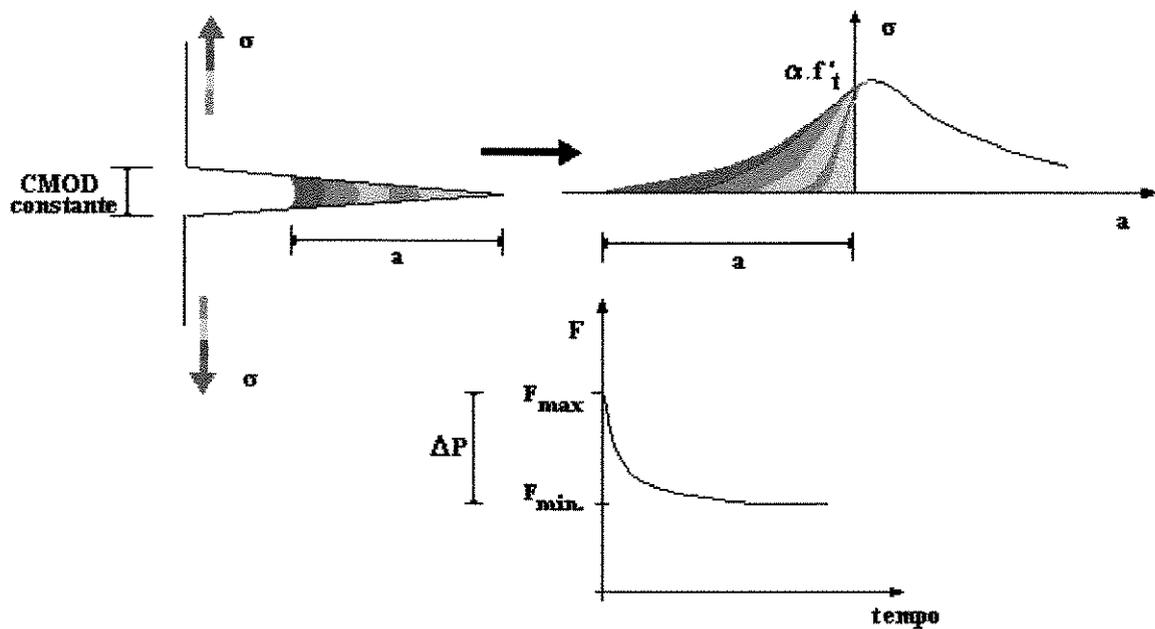


FIGURA 5.3 - Desfazimento progressivo da interface coesiva.

Sob este enfoque, torna-se possível calcular a extensão aproximada da interface coesiva, partindo-se da parcela de carregamento cedida sistematicamente ao reequilíbrio do sistema, dentro da fase de manutenção do CMOD e da tensão de resistência do material à tração,  $f'_t$ , considerando-se um modelo conveniente do caminho de amolecimento.

Isto seria feito através da linearização e normalização da curva  $P \times \delta$ , obtida de ensaios do modelo da fissura fictícia de Hillerborg, podendo resultar no equacionamento que se segue:

$$A = K \cdot f'_t \cdot a \quad (5.1)$$

onde:

$A$  = área sob o diagrama  $P \times \delta$

$\alpha$  = Coeficiente que relaciona a tensão de microfissuração com a tensão de ruptura do concreto por tração,  $f'_t$ .

$K$  = Constante de normalização, considerando-se o valor de  $\alpha=0,85$

Como uma primeira aproximação à solução do problema, supõe-se que a energia de fraturamento, cuja liberação é necessária ao desfazimento da interface coesiva, deva ser igual à energia proveniente da parcela de carregamento que foi dispensada pelo sistema, para que o mesmo permaneça em equilíbrio.

Admitindo-se a validade deste enfoque, em termos resistentes tem-se que:

$$G_C = \int_0^a \sigma(a) da = K \cdot f'_t \cdot a = \text{Área sob o diagrama} \quad (5.2)$$

Assim, no limite de instabilidade a máxima solitação  $P$  à qual esta interface poderia resistir seria dada pelo produto entre a energia de fraturamento por unidade de largura da viga,  $G_C$ , e a largura da viga,  $B$ , decorrendo que:

$$(K \cdot f' t \cdot a) \cdot B = P \quad (5.3)$$

Sendo  $\Delta P$  a força dispensada pelo sistema, supostamente proveniente do desfazimento desta interface coesiva, resultaria que:

$$\Delta P / B = (K \cdot f' t \cdot a)$$

ou:

$$a = \frac{\Delta P}{K \cdot f' t \cdot B} \quad (5.4)$$

Desta maneira e uma vez de posse do valor da extensão da interface coesiva,  $a$ , seria possível calcular a Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , utilizando-se a expressão já apresentada nos modelos anteriores (Dois Parâmetros e Fissura Efetiva).

## **6- PROGRAMA EXPERIMENTAL.**

O programa experimental levado a efeito contemplou os ensaios de flexão de vigas, ensaios de compressão axial simples e ensaios de compressão diametral.

### **6.1- ENSAIOS DE FLEXÃO**

#### **6.1.1- PREPARO DOS CORPOS DE PROVA.**

Os corpos de prova foram preparados objetivando-se a regularização das regiões de apoio das faces inferiores das vigas, bem como o nivelamento destas regiões, relativamente ao plano das faces superiores das vigas. Para tanto, foram utilizadas pequenas chapas metálicas com 1,5cm de largura por 6 cm de comprimento. A espessura adotada foi de 1,5 mm. A fixação das placas foi feita, utilizando-se massa “plástica” e o nivelamento, relativamente à face superior, com um jogo de esquadros.

Este material foi também ensaiado, objetivando-se a determinação da resistência à compressão.

### 6.1.2- DISPOSITIVOS DE APOIO E APLICAÇÃO DE CARGAS.

Os ensaios de flexão foram realizados no Laboratório de Materiais da Faculdade de Engenharia Mecânica, utilizando-se um equipamento MTS - 810 Material Test System com aquisição gráfica de dados e célula de carga com capacidade de 10.000 daN.

Para apoio das vigas, utilizou-se sobre o atuador do equipamento, um dispositivo de apoio variável, esquematicamente representado na Fig. 6.1.

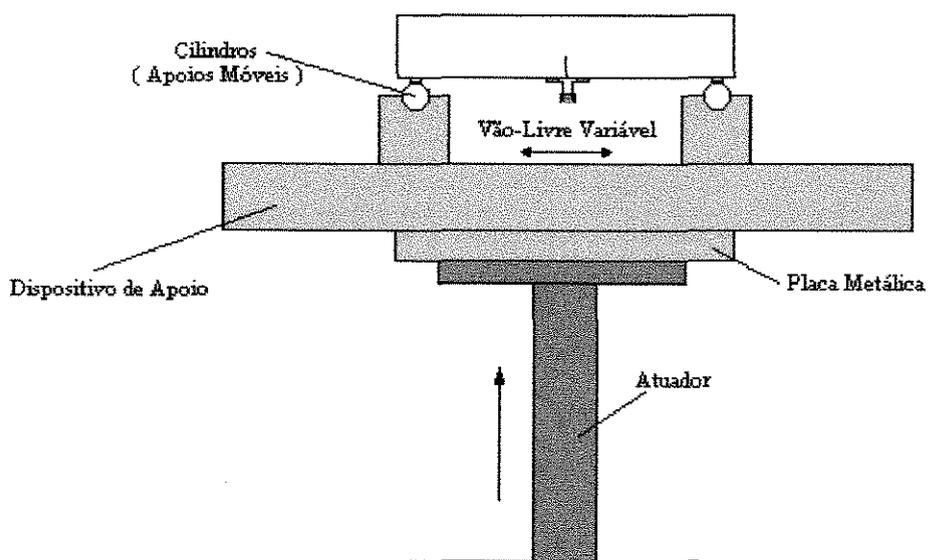


FIGURA 6.1- Dispositivos de apoio das vigas, sobre o mecanismo atuador.

A carga foi transmitida a cada uma das vigas no centro do vão, através de uma esfera metálica presa à célula de carga. Essa esfera teve contato puntual com uma pequena placa metálica de comprimento igual à largura nominal das vigas (6cm) e largura igual 1/24 do vão livre da viga.

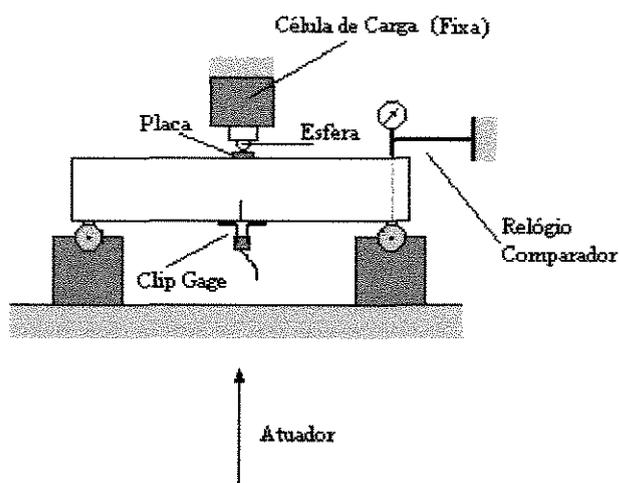


FIGURA 6.2- Sistema de carregamento do corpo de prova.

O dimensionamento das larguras destas placas foi feito de forma a limitar-se os níveis de tensão a patamares inferiores a 10% de  $f_{CI}$ , objetivando-se com isto, minorar eventuais deformações plásticas no concreto, na região de transmissão da carga. Foram adotadas placas de 0,5, 1, 1,5 e 2 cm de largura, para as vigas de 3, 6, 9 e 12 cm de altura, respectivamente.

Um relógio comparador, com precisão de milésimo de mm foi utilizado para medir-se o deslocamento da linha de carga, na carga máxima.

Esta seqüência de ensaios, realizada nos dias seis e sete de fevereiro de 1997, contemplou a ruptura de 19 vigas, de acordo com a Tab. 6.1.

TABELA 6.1- Vigas de concreto rompidas em ensaios de flexão.

Altura da viga (cm)	Unidades Ensaaiadas
3	5
6	6
9	3
12	5

Todos os corpos de prova foram ensaiados saturados, tendo permanecido imersos em água até meia hora antes do ensaio. Após os ensaios, cada um deles foi pesado (inclusive acessórios) em balança com precisão de 1 grama e meticulosamente medidos, com o auxílio de um paquímetro com precisão de 0,01mm e uma régua metálica com precisão de 0,5mm.

Os gráficos resultantes dos ensaios são os que constam do APÊNDICE F.

## **6.2- ENSAIOS DE COMPRESSÃO SIMPLES E COMPRESSÃO DIAMETRAL.**

Realizados em 7/02/97, estes ensaios foram procedidos com o auxílio de um equipamento WPM - Heckert com capacidade de 40mrN (tf).

Do total de corpos de prova, 4 foram rompidos por compressão axial simples objetivando-se a determinação da resistência à compressão,  $f_{cj}$ , do concreto. Três outros cilindros de 10cm x 20cm foram ensaiados à compressão, para a determinação do módulo de Deformação,  $E$ , do material.

Utilizou-se para tanto uma ponte de Wheatstone com fator igual a 2. Os extensômetros de 30mm, 4 por corpo de prova, apresentaram fator de sensibilidade igual a 1,99.

No mesmo equipamento, foram rompidos por compressão diametral 7 corpos de prova de mesmas dimensões, objetivando-se a determinação da resistência à tração do concreto utilizado na pesquisa.

## **6.3- ENSAIOS DE ENERGIA DE FRATURAMENTO.**

Dado à inexistência de um LVDT nos laboratórios da FEC e FEM da UNICAMP, estes ensaios foram realizados utilizando-se um clip gage comum.

Os deslocamentos da linha de carga foram adquiridos graficamente. Nesta série, 4 corpos de prova foram ensaiados, sendo dois com  $W=3\text{cm}$  e outros dois, com  $W=12\text{cm}$ . Estes corpos de prova, oriundos da primeira série moldada em 20/11/1996 foram rompidos com idade de 100 dias.

A figura 6.3 traz esquematicamente, o procedimento adotado, que diz respeito ao posicionamento do clip gage.

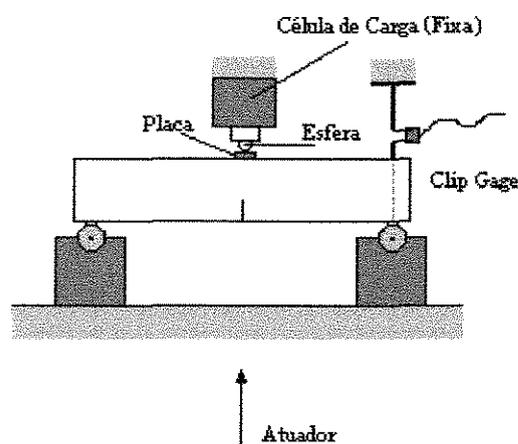


FIGURA 6.3- Posicionamento do Clip Gage sobre o corpo de prova.

## **7- RESULTADOS EXPERIMENTAIS.**

Os resultados obtidos laboratorialmente foram organizados e analisados, objetivando-se a determinação da Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , e da Energia de Fraturamento,  $G_C$ , utilizando-se para cada finalidade, um programa escrito em linguagem FORTRAN.

O primeiro deles, destinado à determinação de  $K_{IC}$  pelos modelos dos Dois Parâmetros e da Fissura Efetiva, bem como pelo processo de linearização adotado pela I.S.R.M. , compõe-se da reunião de três rotinas básicas, cujos fluxogramas constam do APÊNDICE C. A determinação da Energia de Fraturamento,  $G_C$ , pelo Modelo do Efeito de Escala segue basicamente o quarto fluxograma do mesmo APÊNDICE.

### **7.1- MATERIAL BÁSICO DA PESQUISA.**

#### **7.1.1- MÓDULO DE DEFORMAÇÃO E OUTRAS PROPRIEDADES MECÂNICAS.**

Em virtude da impossibilidade de traçar-se simultaneamente os gráfico  $P \times \delta$  e  $P \times CMOD$  por restrições inerentes ao equipamento utilizado nos ensaios, o Módulo de

Deformação,  $E$ , foi determinado da análise do conjunto de resultados através do Modelo dos Dois Parâmetros.

A referida análise, procedida em três etapas distintas, foi utilizada como critério de exclusão de resultados excessivamente dispersos, relativamente à média de cada conjunto de vigas de mesmas dimensões nominais, com a preocupação de excluir-se o menor número possível de resultados de ensaio (APÊNDICE D).

O gráf. 7.1 reúne os Módulos de Deformação médios e respectivos desvios padrão em torno destes valores, para cada conjunto de vigas de mesma altura representando também o conjunto total de corpos de prova.

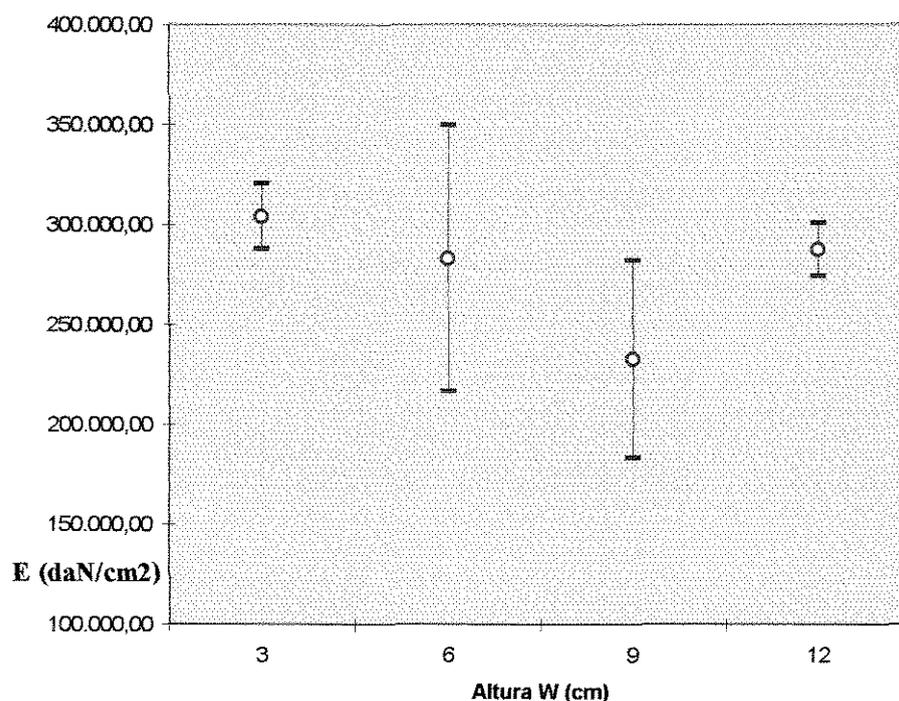


GRÁFICO 7.1 - Módulos de Deformação médios e desvios padrão do conjunto de vigas.

Dois casos de maior dispersão foram constatados no conjunto de vigas de seis centímetros de altura e um terceiro, no conjunto de vigas com nove centímetros de altura (vigas V6-3, V6-5 e V9-2). Desta maneira, o conjunto inicial de 19 vigas, relativamente ao Módulo de Deformação, ficou reduzido de três unidades, formando um novo conjunto de 16 unidades que contemplou inclusive, resultados dispersivos relativamente às cargas máximas, uma vez que este tipo de dispersão não interfere na determinação do Módulo de Deformação.

Os resultados deste procedimento de exclusão são melhor visualizados no Gráf. 7.2 onde se observa boa uniformidade das novas médias, bem como a melhoria havida, relativamente aos desvios padrão.

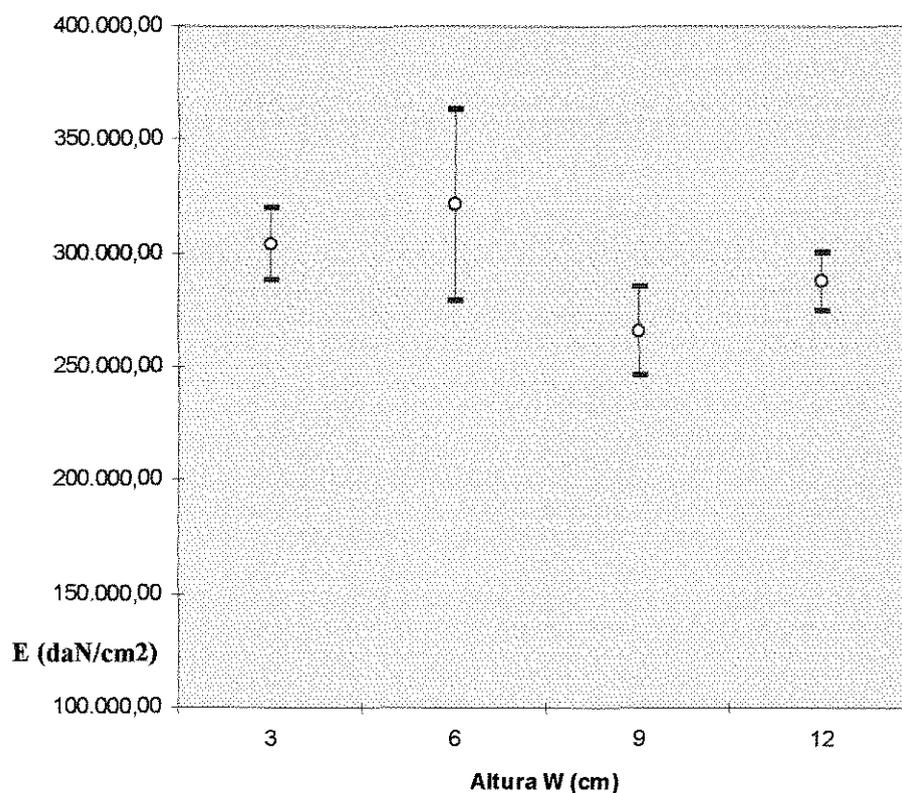


GRÁFICO 7.2 - Módulos de Deformação médios e desvios padrão do conjunto de vigas. após a exclusão dos resultados de maior dispersão.

Com o objetivo de melhor apurar-se o Módulo de Deformação do material, três corpos de prova cilíndricos (10cmx20cm) moldados com o mesmo concreto foram rompidos na mesma idade, de conformidade com a metodologia da Norma Brasileira NBR 8522 [50], utilizando-se 4 *strain gages* de 3 centímetros de extensão, por corpo de prova (APÊNDICE B).

Ainda, outros 7 corpos de prova cilíndricos (10cmx20cm) foram rompidos na mesma data, objetivando-se a determinação da Resistência à Compressão do concreto. O valor médio encontrado,  $f_{c,j} = 312,58 \text{ daN/cm}^2$  foi aplicado à expressão empírica universal apresentada por Karihaloo *et al.* [4]. Os valores encontrados através da utilização das duas últimas metodologias referidas, constantes do APÊNDICE B, juntamente com os resultados decorrentes dos ensaios de flexão das vigas, encontram-se reunidos na tabela 7.1.

Os Desvios Padrão,  $s$ , bem como os Intervalos de Confiança, I.C., foram calculados também, percentualmente, relativamente às médias. Os Intervalos de Confiança foram calculados com um nível de significância de 5%.

TABELA 7.1.  
Módulos de Deformação do Concreto.

ENSAIO	E (daN/cm <sup>2</sup> )	s (daN/cm <sup>2</sup> )	s %	I.C.(daN/cm <sup>2</sup> )	I.C.%
Ensaio de Flexão	294.858,69	20.544,57	6,97	10.066,64	3,41
Compressão Axial	258.024,65	30.499,67	11,82	34.512,94	13,38
Formula Universal	271.180,69	-	-	-	-

Sobre os valores apresentados, importa tecer duas observações pertinentes. A primeira delas aborda a combinação do pequeno número de ensaios para a determinação do Módulo de Deformação, através de ensaios de compressão axial, e da dispersão verificada em torno do valor médio obtido.

A segunda considera que a expressão empírica utilizada teve origem na reunião de informações decorrentes de ensaios de concretos usuais. O fato de ser o concreto utilizado na presente pesquisa uma mistura de alta compactidade, baixo consumo de cimento, proveniente de uma curva ideal e característica de um microconcreto, portanto não usual, sugere o entendimento de que esta expressão para o cálculo do módulo de deformação não se aplique razoavelmente ao presente caso.

Assim, concluiu-se como mais adequado aos objetivos da presente pesquisa, a adoção do valor proveniente dos ensaios de flexão, ou seja,  $E = 294.858,69 \text{ daN/cm}^2$ .

A resistência à tração do concreto, determinada através de ensaios de compressão diametral atingiu, o valor  $f_t = 30,017 \text{ daN/cm}^2$  (APÊNDICE B).

### **7.1.2- CARGAS MÁXIMAS ATINGIDAS NOS ENSAIOS.**

As cargas máximas atingidas pelos corpos de prova (conjunto das 16 vigas), bem como os respectivos desvios padrão em torno dos valores médios dos grupos de mesmas

dimensões nominais, necessárias ao cálculo e diretamente interferentes na Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , são as que constam do Gráf. 7.3.

Este conjunto de 16 vigas utilizado para o cálculo do módulo recebeu novo tratamento, relativamente às cargas máximas médias de cada grupo de vigas de mesmas dimensões nominais.

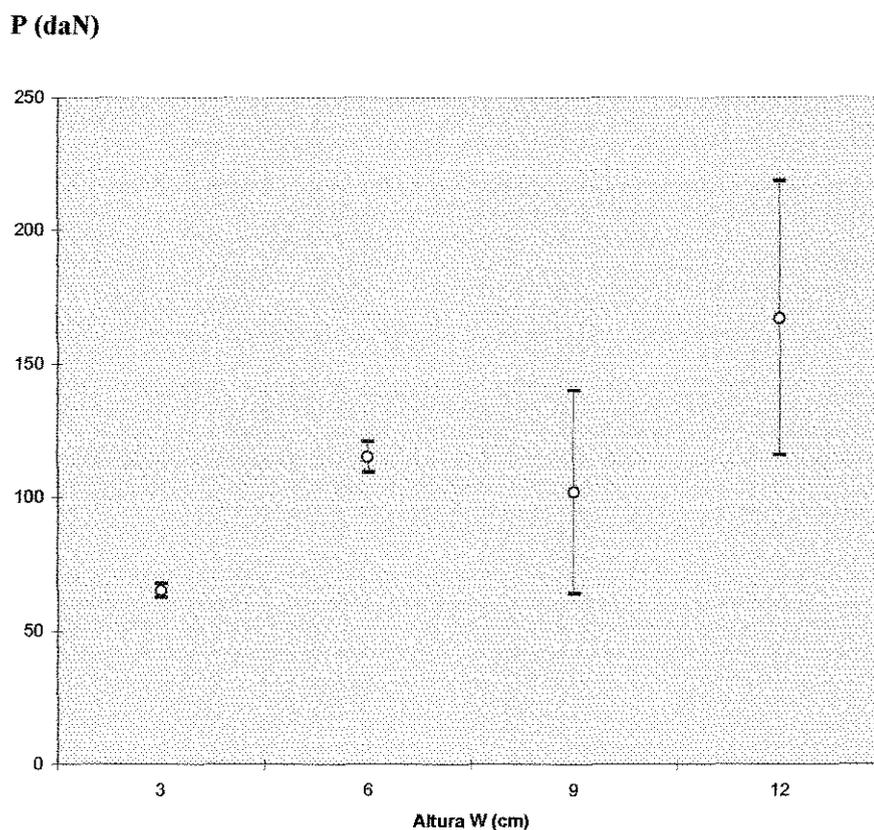


GRÁFICO 7.3- Cargas Máximas atingidas nos ensaios. Conjunto de 16 vigas.

Com este procedimento foram excluídos três resultados excessivamente dispersivos. Dois deles, no grupo de vigas de 12 centímetros de altura (V12-1 e V12-2).

O terceiro, do grupo de nove centímetros de altura (V9-1). Neste último caso, a carga máxima verificada não só superou em muito o valor médio do grupo, bem como atingiu o nível de carga do grupo imediatamente superior (6cm x 12cm).

Este fato mereceu maior atenção. Como as vigas, de uma forma geral, foram submetidas a dois ciclos completos de carregamento e descarregamento, nenhuma delas foi levada à ruptura.

Particularmente neste caso, após a conclusão do ensaio, o corpo de prova foi quebrado e encontrou-se, logo acima da raiz do entalhe inicial, um agregado acima do diâmetro máximo da mistura, de forma alongada e curiosamente equidistante do centro do entalhe.

Suspeita-se que este agregado tenha trabalhado como uma espécie de “armadura”, durante o ensaio. Como a Tenacidade ao Fraturamento do agregado é superior à Tenacidade ao Fraturamento tanto da matriz quanto do compósito propriamente dito, o corpo de prova resistiu a uma carga máxima anormal. A figura 7.1 melhor elucida o que se verificou no ensaio desta viga.



FIGURA 7.1 - Agregado de forma alongada, posicionado sobre a raiz do entalhe.

Este agregado ao final passou por um processo de arrancamento (*pull out*).

Desta maneira, os resultados do ensaio desta viga serviu unicamente à determinação do módulo e o conjunto de vigas de secção transversal de 6cm x 9cm, dentro dos processos de exclusão procedidos, ficou resumido a uma unidade.

O Gráf. 7.4 traz os valores médios das cargas máximas do conjunto final de 13 vigas, bem como os desvios padrão entorno das médias.

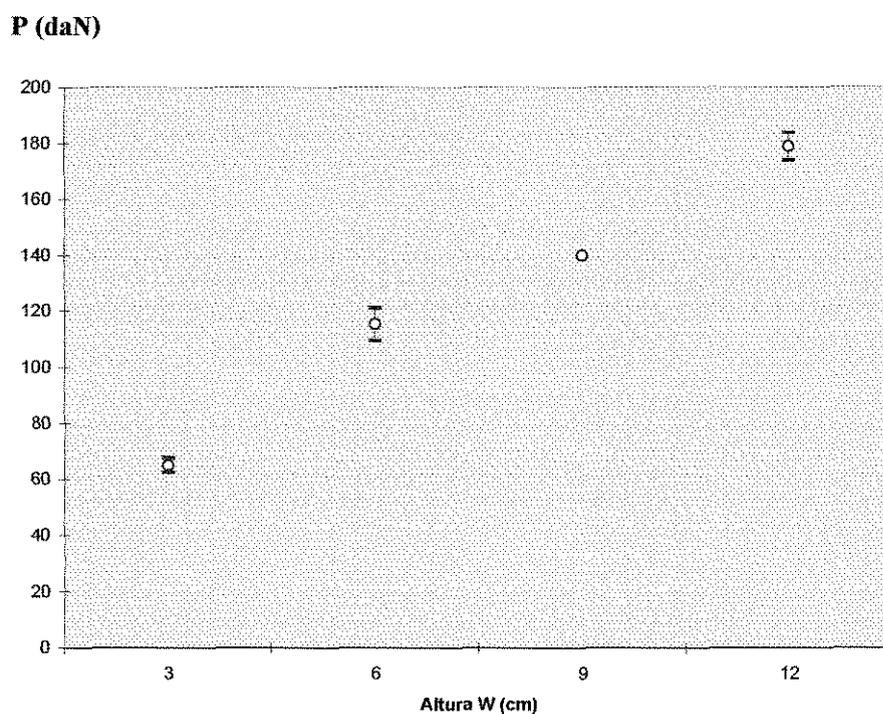


GRÁFICO 7.4 - Cargas Máximas atingidas nos ensaios. Conjunto de 13 vigas.

### 7.1.3- EXTENSÕES DAS FISSURAS, PARA AS CARGAS MÁXIMAS.

Para a determinação das extensões  $\underline{a}$  e  $a_e$  e  $a$ , relativas respectivamente aos modelos dos Dois Parâmetros, da Fissura Efetiva, e da linearização proposta da ISRM, os Módulos de Deformação foram recalculados com incrementos à extensão inicial do entalhe, da ordem de um milionésimo de centímetro.

Desta maneira, os Módulos de Deformação recalculados com a Flexibilidade de Descarregamento ( $C_u$ ) ou o Deslocamento da Linha de Carga na carga máxima ( $\delta_u$ ), alcançaram precisão da ordem de uma e duas unidades de módulo, respectivamente.

A precisão refere-se ao Módulo de Deformação inicial (aquele calculado com a flexibilidade inicial,  $C_i$ , ou o valor médio adotado). Tomando-se como referência o Módulo de Deformação médio, estes erros foram da ordem de 0,00034% e 0,00068%, respectivamente.

As extensões das fissuras fictícia  $\underline{a}$ , efetiva  $a_e$  e daquela decorrente do processo de linearização proposto pela ISRM,  $a$ , apuradas pelos modelos de cálculo em foco, utilizando-se o Módulo de Deformação Médio, foram reunidas. Aos valores destas extensões de fissuras foram adicionadas as extensões dos entalhes iniciais, e os valores finais agrupados na Tab. 7.2, que também apresenta os respectivos desvios padrão em torno dos valores médios obtidos.

TABELA 7.2.  
Extensão Total e Desvio Padrão: Fissura + Entalhe Inicial  
(cm)

Altura (cm)	Dois Par.	Fiss. Efet.	Lin. ISRM
3,00	1,49168	1,47948	1,57289
s	0,08253	0,10264	0,06026
6,00	2,81668	2,88368	2,94236
s	0,16856	0,21327	0,15226
9,00	4,22242	-	4,85513
s	-	-	-
12,00	5,96994	-	6,09863
s	0,06970	-	0,08650

O GRAF. 7.5 refere-se aos valores tabelados, onde não foram incluídos os desvios padrão de forma a evitar-se sobreposição de informações.

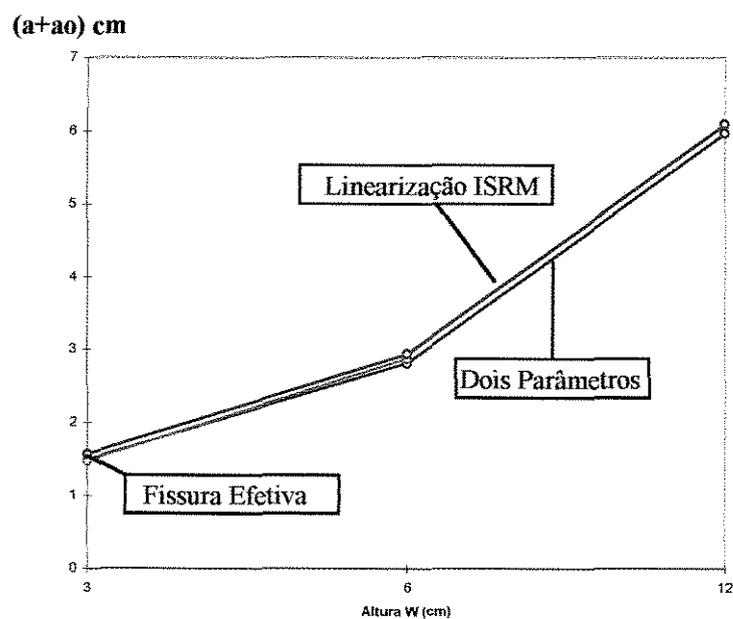


GRÁFICO 7.5 - Extensões das fissuras acrescidas dos entalhes iniciais versus Altura W. Valores apurados como o Módulo de Deformação Médio.

Os gráficos 7.6 e 7.7 trazem as extensões médias,  $a$ , divididas pelas alturas nominais dos ligamentos,  $h_{lig.}$ , em função das alturas  $W$  das vigas, para  $W$  igual a 3, 6 e 12 cm.

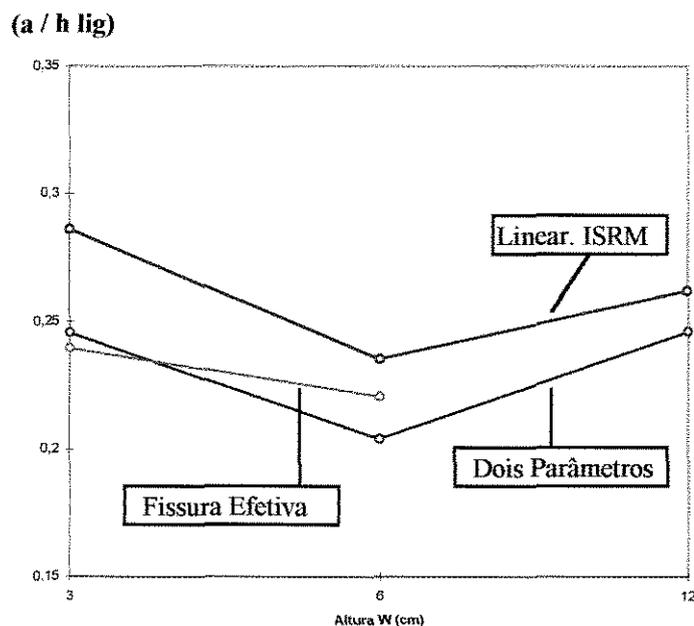


Gráfico 7.6- extensão relativa da fissura x altura da viga.  
Vigas de 6x3, 6x6 e 6x12cm.

#### 7.1.4- TENACIDADE AO FRATURAMENTO.

A Tenacidade ao Fraturamento do concreto,  $K_{IC}$ , foi determinada, para cada conjunto de vigas de mesmas dimensões nominais, utilizando-se dois procedimentos diferentes. O primeiro deles calcula  $K_{IC}$  de uma dada viga, lançando mão do Módulo de

Deformação aqui dito individual, ou seja, o valor de  $E$  determinado em cada ensaio. O segundo procedimento utiliza para o cálculo da Tenacidade ao Fraturamento, o valor do Módulo de Deformação médio adotado.

Por uma questão de confiabilidade gráfica, os Módulos de Deformação foram determinados do modelo dos Dois Parâmetros e no presente caso, utilizados de forma “híbrida”, nos demais modelos de análise.

Os valores de Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}^S$ ,  $K_{IC}^E$  e  $K_{IC}$  (L. ISRM) encontrados para os conjuntos de vigas de mesmas dimensões nominais, são apresentados na Tab. 7.3. Os campos em branco decorreram da impossibilidade de calcular-se  $K_{IC}^E$ , do Modelo da Fissura Efetiva a partir do Módulo de Deformação obtido da flexibilidade inicial,  $C_i$ , para mais de uma viga do grupo (6x9cm e 6x12cm).

Os módulos recalculados nestes casos, já no primeiro incremento ao entalhe inicial, resultaram maiores que aqueles calculados com a flexibilidade inicial, ou com o módulo  $E$ , médio, tudo se passando como se a variação de flexibilidade, tivesse ocorrido à menor. Desta maneira não foi possível utilizar-se o módulo de deformação apurado pelo modelo dos Dois Parâmetros, ao modelo da Fissura Efetiva.

A Tab. 7.3 traz os valores encontrados, extraídos do quadro com informações mais detalhadas constantes do APÊNDICE E. Estes valores foram reunidos no gráfico 7.8. sem a inclusão da viga de seção 6x9cm.

TABELA 7.3.

Tenacidade ao Fraturamento do Concreto.  
(Módulos de Deformação Individuais)

Dim. (cm)	Un.	$K_{IC}^S$ (daN.cm <sup>3/2</sup> )	s	$K_{IC}^E$ (daN.cm <sup>3/2</sup> )	s	$K_{IC}^{(ISRM)}$ (daN.cm <sup>3/2</sup> )	s
6x3	5	65,315	6,182	77,298	11,846	71,011	5,353
6x6	4	77,240	2,135	96,647	15,647	82,364	2,152
6x12	3	96,171	1,906	-	-	99,579	1,901

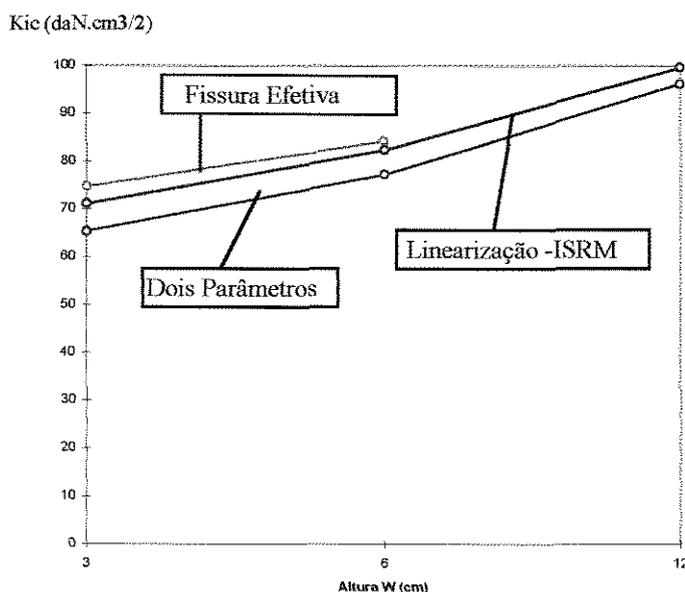


GRÁFICO 7.8 - Tenacidade ao Fraturamento. Valores obtidos com os Módulos de Deformação Individuais.

Os valores de Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , foram recalculados utilizando-se agora, o valor médio do Módulo de Deformação apurado para o conjunto das vigas. Os resultados obtidos encontram-se organizados na Tab. 7.4 e no Gráf. 7.9.

TABELA 7.4.  
Tenacidade ao Fraturamento do Concreto.  
(Módulo de Deformação médio)

Dim. (cm)	Un.	$K_{IC}^S$ (daN.cm <sup>3/2</sup> )	$s$	$K_{IC}^E$ ( daN.cm <sup>3/2</sup> )	$s$	$K_{IC(ASM)}$ ( daN.cm <sup>3/2</sup> )	$s$
6x3	5	64,156	5,229	76,064	13,257	69,723	4,241
6x6	4	74,473	8,125	91,873	12,015	79,251	7,798
6x12	3	95,889	1,252	-	-	99,291	1,513

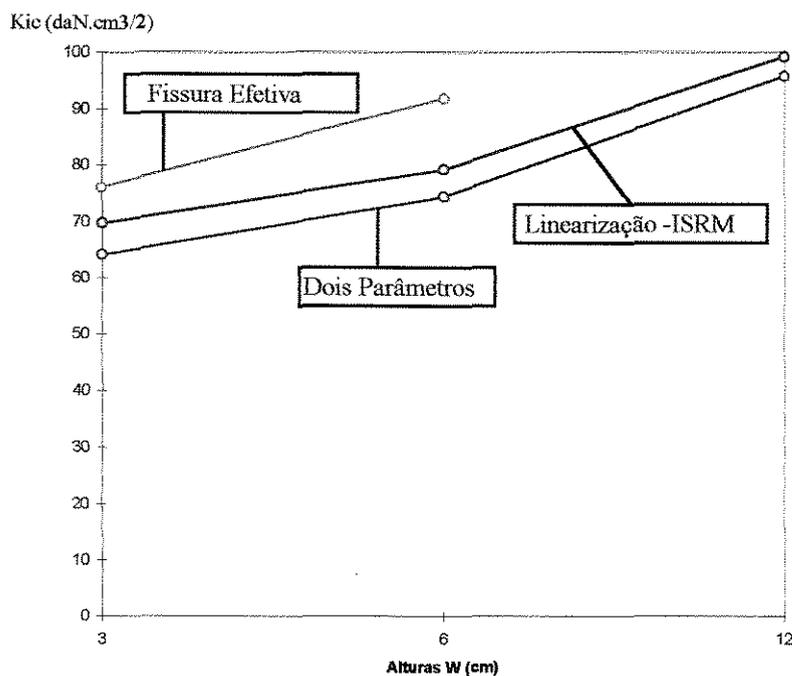


GRÁFICO 7.9- Tenacidade ao Fraturamento. Valores obtidos com o Módulo de Deformação Médio.

Não foram incluídos nos dois gráficos anteriores os valores dos desvios padrão, de forma a evitar-se sobreposição de informações.

Os deslocamentos críticos de abertura da ponta da fissura, CTOD<sub>c</sub>, apurados utilizando-se o Modelo dos Dois Parâmetros são os que constam da Tab. 7.4.1.

TABELA 7.4.1  
Deslocamentos Críticos de Abertura da  
Ponta da Fissura

Altura da viga (cm)	CTOD <sub>c</sub> (cm)	s
3	0,000206	0,000040
6	0,000370	0,000053
9	0,000450	-
12	0,000703	0,000025

### 7.1.5- ENERGIA DE FRATURAMENTO.

A Energia de Fraturamento,  $G_c$ , foi determinada para o material utilizando-se o Modelo do Efeito de Escala, onde, de forma análoga à determinação da Tenacidade ao Fraturamento, adotou-se tanto os Módulos de Deformação individuais, como o valor médio fixado para o conjunto de corpos de prova (APÊNDICE F).

No primeiro caso a Energia de Fraturamento calculada conduziu ao valor de  $G_c=0,018460$  daN/cm e no segundo,  $G_c = 0,019177$  daN/cm. A regressão linear da Lei do Efeito de Escala é a que se apresenta no gráfico 7.10.

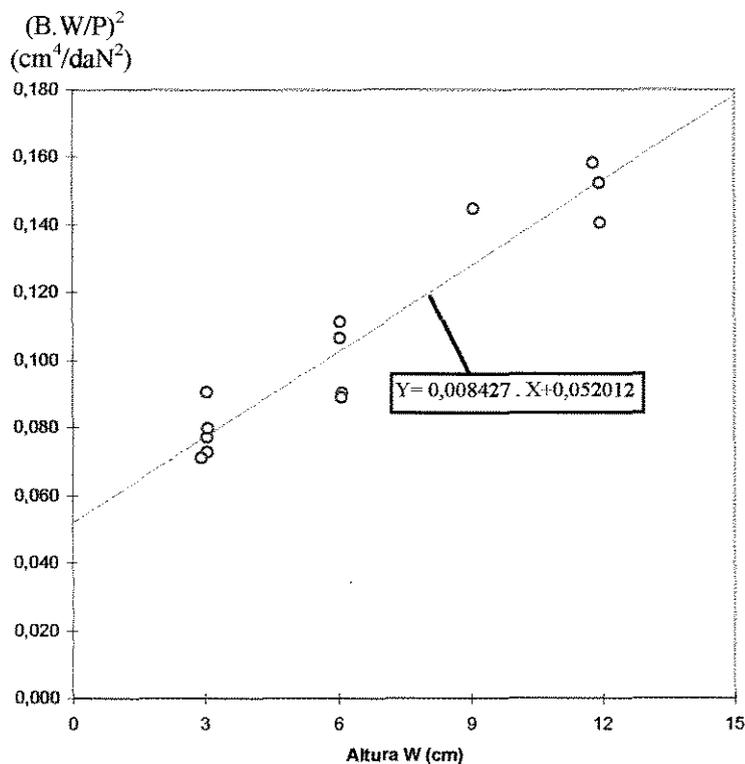


GRÁFICO 7.10 - Lei do Efeito de Escala. Regressão Linear.  
Resultados de 13 vigas.

As estatísticas resultantes do ajuste procedido, foram as que se seguem, quando da utilização dos Módulos de Deformação Individuais:

Coeficiente de variação dos tamanhos:	0.554937
Coeficiente de variação do erro:	0.316922
Coeficiente de variação do Coef. Ang. :	0.322007
Coeficiente de variação do Coef. Lin. :	0.386345
Extensão relativa da faixa de dispersão:	0.571095
Módulo de Deformação médio (daN/cm <sup>2</sup> )	306306.173
Coeficiente de variação do módulo :	0.095118

A curva da Energia de Fraturamento, é a que se apresenta no GRAF. 7.11.

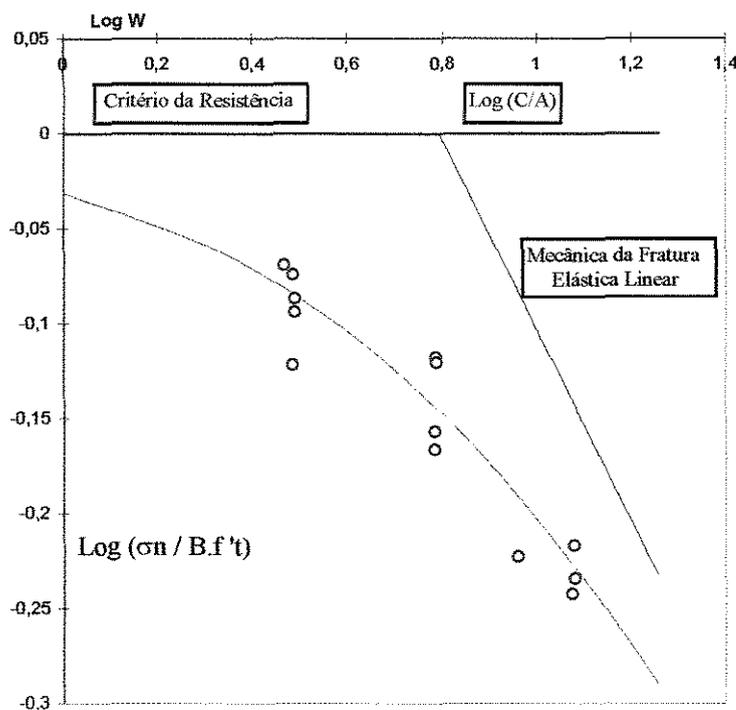


GRÁFICO7.11- Lei do Efeito de Escala. Curva da Energia de Fraturamento.

Com exceção do coeficiente de variação do Módulo de Elasticidade, as estatísticas anteriores não são afetadas quando da utilização valor médio fixado para o material.

Ao calcular-se a Tenacidade ao Fraturamento, extrapolando-a dentro dos conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica a uma estrutura infinita, obtém-se com os resultados de Energia de Fraturamento,  $G_C$ , anteriores,  $K_{IC \infty} \cong 75,196 \text{ daN.cm}^{3/2}$ , em ambos os casos.

### 7.1.6- DESLOCAMENTO MANTIDO NA CARGA MÁXIMA.

Esta pesquisa teve como objetivo secundário, a investigação de uma eventual relação entre a extensão da interface coesiva,  $a$ , e parcela de força  $\Delta P$ , cedida ao reequilíbrio do sistema em decorrência da manutenção do CMOD a níveis constantes, na carga de instabilidade da fissura,  $P_{max}$ .

Da impossibilidade de proceder-se a manutenção do CMOD constante na carga máxima, em virtude do Modelo dos Dois Parâmetros (que sugere o descarregamento, a 95% deste valor após ter-se ultrapassado a carga máxima, isto é, já no caminho de amolecimento), tornou-se impossível investigar diretamente a questão, bem como estabelecer-se dentro desta pesquisa, um programa secundário diretamente voltado ao assunto.

Da necessidade de comparar-se informações com os diversos modelos de cálculo analisados neste trabalho, um programa secundário com este fim englobaria inevitavelmente o programa principal, inviabilizando o plano de pesquisas como um todo. Para contornar-se este inconveniente, adotou-se como carga mínima de cada ciclo de manutenção do CMOD e de descarregamento, o ponto de cruzamento dos caminhos descendente do primeiro ciclo e ascendente, do segundo.

Este critério, adotado para os dois ciclos desenvolvidos na totalidade em cada um dos ensaios mostrou resultados bastante satisfatórios.

Os Gráf. 7.11 e 7.12 reúnem os resultados médios obtidos, bem como os respectivos desvios padrão em torno das médias.

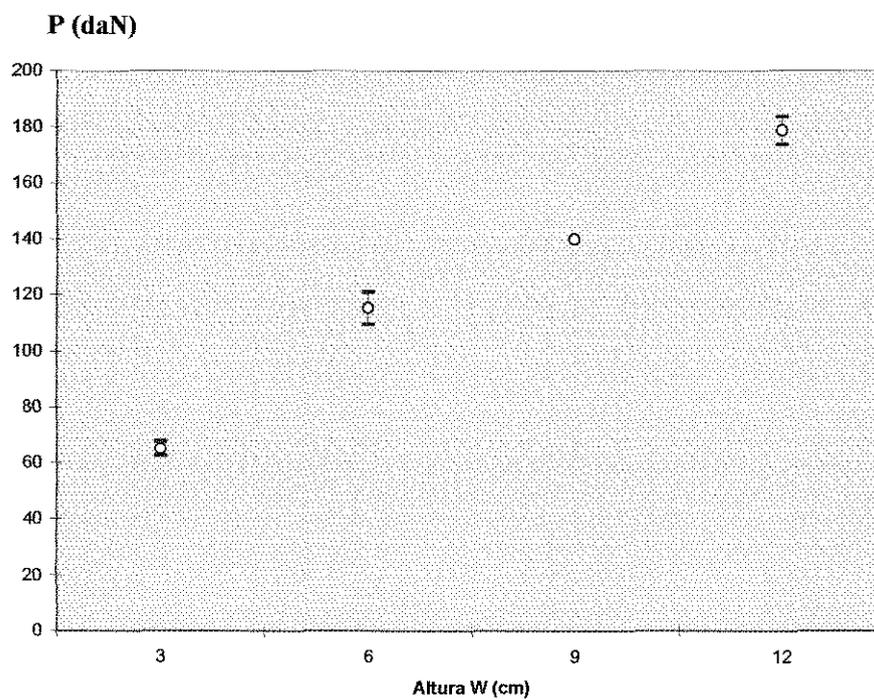


GRÁFICO 7.11- Valores das cargas máximas obtidas nos primeiros ciclos de carregamento.

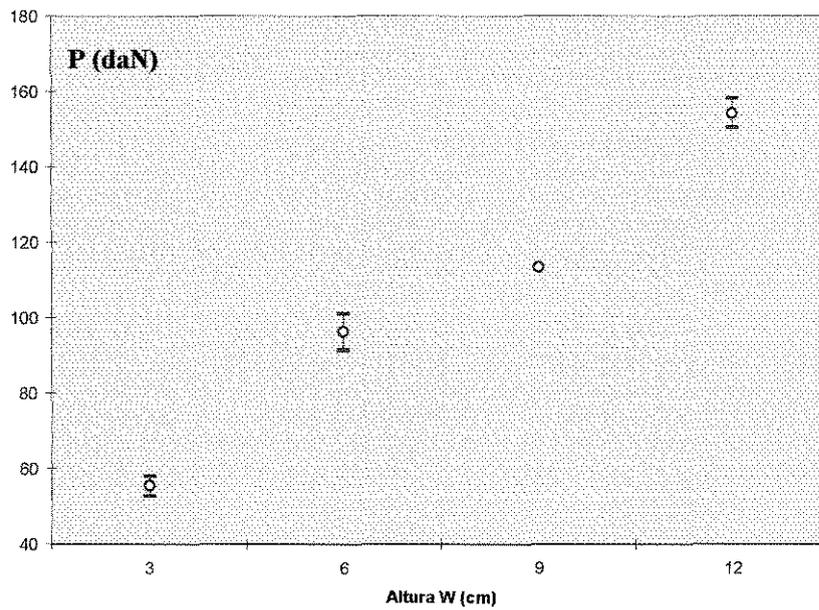


GRÁFICO 7.12- Valores das cargas mínimas obtidas nos primeiros ciclos, após a relaxação.

Os valores médios das cargas máximas e mínimas dos primeiros ciclos de carregamento, ou seja, aqueles que de fato interessam ao cálculo da extensão da interface coesiva, são os que foram reunidos no Gráf. 7.13.

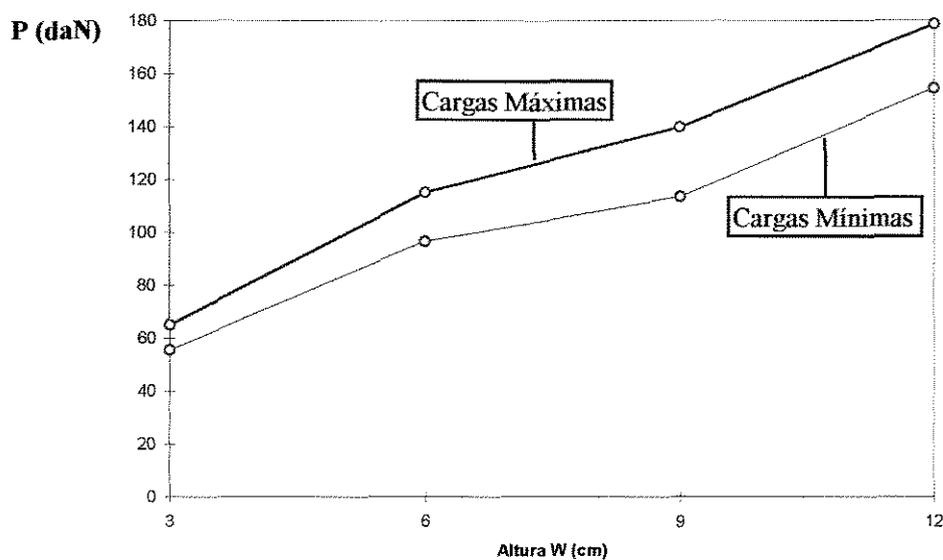


GRÁFICO 7.13- Valores médios das cargas máximas e mínimas do primeiro ciclo de carregamento.

As relações  $P_{\min} / P_{\max}$ , tanto dos primeiros como dos segundos ciclos, são os que constam do gráfico 7.14.

$P_{\min} / P_{\max}$ .

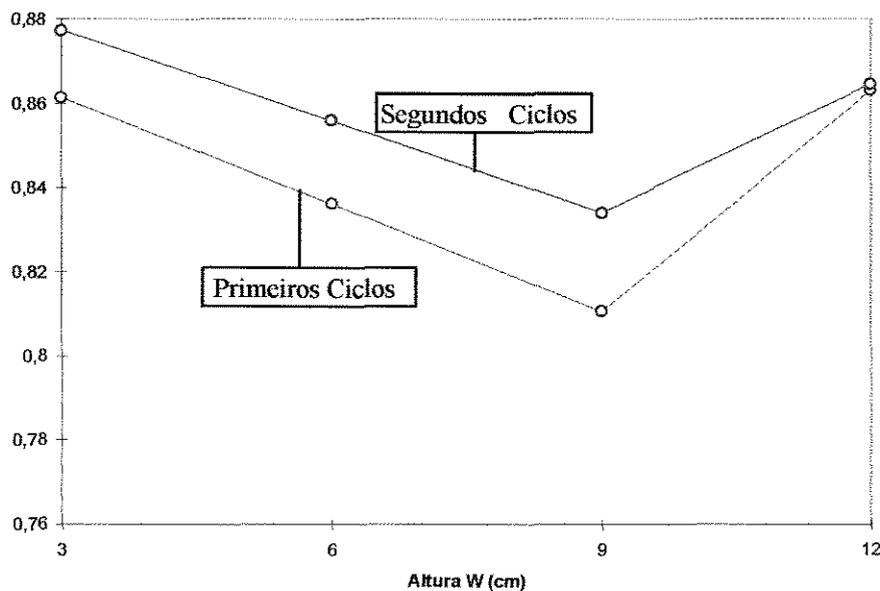


GRÁFICO 7.14 - Relações  $P_{\min} / P_{\max}$  dos dois ciclos de carregamento (valores médios)

### 7.1.7- LINEARIZAÇÃO DO DIAGRAMA ( $P \times \delta$ ) E NORMALIZAÇÃO DA ÁREA.

Com o objetivo de conhecer-se a forma aproximada dos caminhos de amolecimento, 4 diagramas  $P \times \delta$ , sendo dois relativos às vigas de dimensões nominais 6cm x 3cm e outros dois relativos às vigas de 6cm x 12cm foram linearizados em 10 segmentos e normalizados nas duas direções (APÊNDICE H).

Esta linearização e normalização foi procedida, adotando-se para a tensão de micro-fissuração do concreto, a constante  $\alpha = 0,85$ . Para investigar-se o efeito de escala, foram tomadas vigas de dimensões nominais extremas, previstas no programa de pesquisas.

As áreas normais encontradas são que constam da Tab. 7.5.

TABELA 7.5.

Áreas resultantes dos diagramas normalizados.	
Dim. Nominal (cm)	Área Normal (85%) (daN .cm)
6 x 3	0,10517346
6 x 3	0,08459812
Média:	<b>0,09488579</b>
6 x 12	0,09033892
6 x 12	0,10601374
Média:	<b>0,09817633</b>

Observa-se uma certa proximidade entre os resultados médios, não obstante a pesquisa ter sido procedida utilizando-se os extremos, no que se refere o tamanho nominal das vigas.

As médias apresentadas foram utilizadas para as respectivas dimensões nominais, tendo sido as demais (6cm x 6cm, 6cm x 9cm), interpoladas linearmente.

Com o auxílio de um pequeno programa escrito em linguagem FORTRAN, (fluxograma do APÊNDICE C), os arquivos de dados relativos as 13 vigas foram analisados e os resultados de Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , bem como as extensões das interfaces coesivas,  $a$ , são os que constam da Tab. 7.6.

TABELA 7.6- Tenacidade ao Fraturamento  $K_{IC}$  (daN.cm<sup>3/2</sup>).  
e desvios padrão.

Critério	6 x 3 (cm)	6x6 (cm)	6x9 (cm)	6x12 (cm)	
$P_{min} / P_{max}$	80,250	86,773	84,892	84,038	$K_{IC}$
Individuais	14,506 0,6809966	8,298 1,11644225	--- 1,586441	2,800 2,459149	s a(méd. nom.)
$P_{min} / P_{max}$	75,428	86,545	84,892	84,015	$K_{IC}$
Médio	6,584	6,313	---	2,356	s

Os valores médios de Tenacidade ao Fraturamento foram dispostos no Gráf. 7.15 onde encontram-se reunidos também os valores de tenacidade determinados pelos modelos dos Dois Parâmetros, da Fissura Efetiva e pelo processo de linearização da ISRM. Estes valores médios são aqueles obtidos com os valores individuais, tanto dos Módulos de Deformação,  $E$ , como da relação  $P_{min} / P_{max}$ .

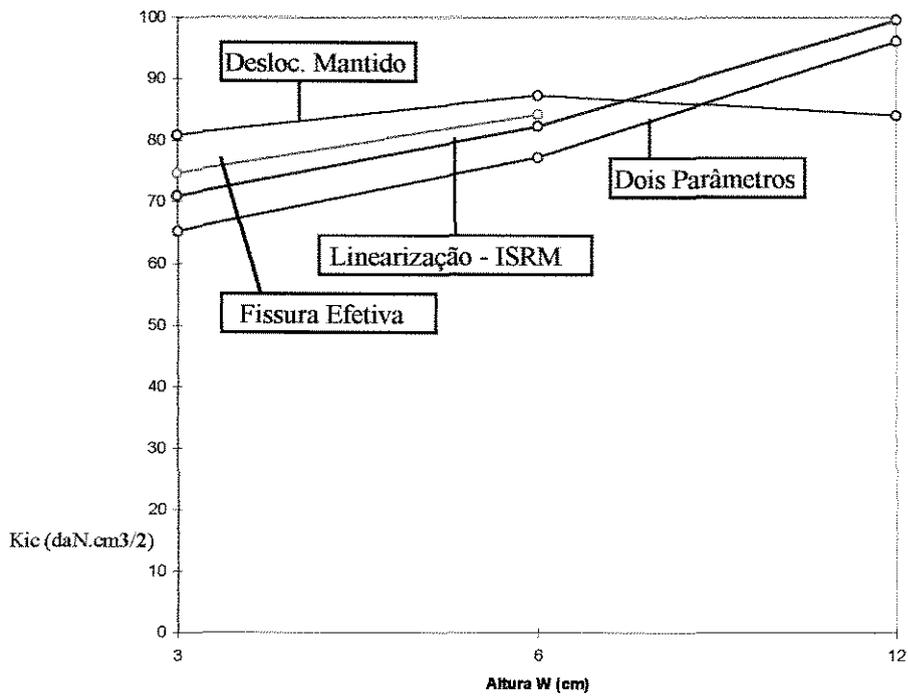


GRÁFICO 7.15- Valores de Tenacidade ao fraturamento,  $K_{IC}$ .

O Gráf. 7.16 traz as extensões médias,  $a$ , divididas pelas alturas nominais dos ligamentos,  $h_{lig.}$ , em função das alturas  $W$  das vigas iguais a 3, 6 e 12 cm.

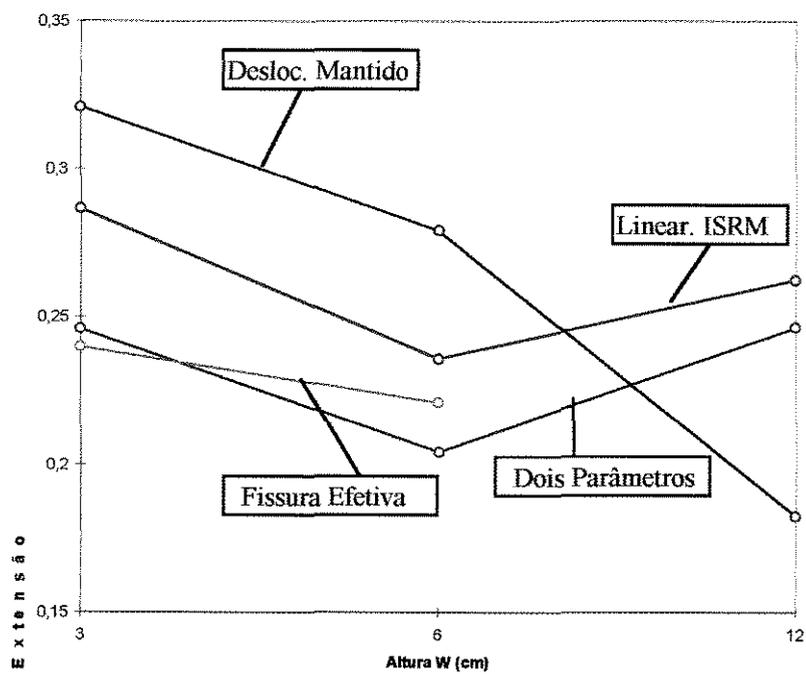


GRÁFICO 7.16- Relação extensão relativa da fissura x altura da viga.

### 7.1.8- O FATOR DE CORREÇÃO INELÁSTICA (p).

Estes fatores foram determinados para os diversos tamanhos de vigas. Do estudo procedido, um único valor foi descartado, por afastar-se significativamente da média obtida para o grupo de vigas de 3 cm de altura.

Os resultados médios, bem como os desvios padrão em torno da média, são os que constam da Tab. 7.7 . O Gráf. 7.18 melhor demonstra os resultados encontrados.

TABELA 7.7-Valores dos coeficientes p de correção inelástica e desvios padrão.

Altura (cm)	p	s
3	0,5336114	0,107624368
6	0,3714785	0,06341192
9	0,427451	-
12	0,441469667	0,028294275

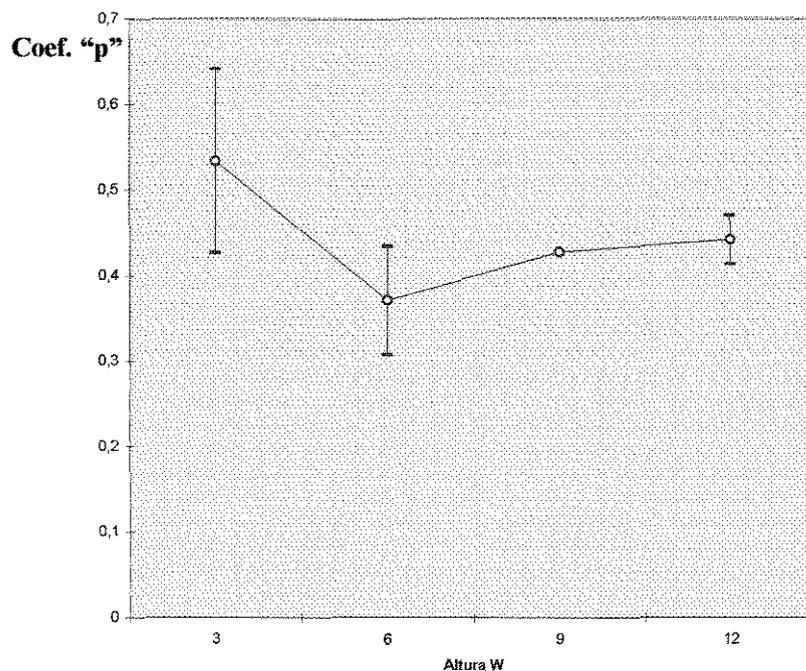


GRÁFICO 7.18 - Coeficiente p x altura W da viga

## 7.2- MATERIAL COMPLEMENTAR.

Com o segundo material desta pesquisa, detalhado no APÊNDICE A, foram ensaiadas em 28/01/1997, aos 56 dias, um conjunto de 6 vigas de dimensões nominais 6cm x 6cm x 27cm.

Este conjunto de vigas recebeu tratamento análogo ao dispensado aos corpos de prova moldados com o material básico da pesquisa, com exceção da análise da Energia de Fraturamento pelo Efeito de Escala que não foi procedida, por tratarem-se de corpos de prova de mesmas dimensões.

## 7.2.1- MÓDULO DE DEFORMAÇÃO E OUTRAS PROPRIEDADES MECÂNICAS.

O módulo de Deformação do material, foi determinado utilizando-se tanto as flexibilidades inicial e de descarregamento,  $C_i$  e  $C_u$  do modelo dos Dois Parâmetros, como os deslocamentos da linha de carga,  $\delta_{in}$  e  $\delta_{max}$  do modelo da Fissura Efetiva.

Analogamente ao procedimento adotado para os corpos de prova anteriores, utilizou-se também, a expressão empírica apresentada pela RILEM [4] para a determinação do módulo.

Para tanto foram ensaiados na mesma idade, 6 corpos de prova cilíndricos de 10cm x 20 cm, objetivando-se a determinação das resistências do material à compressão, por compressão simples e à tração, por compressão diametral.

Os resultados obtidos dos ensaios são os que constam da Tab. 7.8.

TABELA 7.8 - Resistências Mecânicas do concreto. Material complementar.

Compr. Simples			Compr. Diametral		
C.P	Carga (daN)	Tensão (daN/cm <sup>2</sup> )	C.P	Carga (daN)	Tensão (daN/cm <sup>2</sup> )
1	24.000,000	305,577	1	10.150,000	32,308
2	25.200,000	320,856	2	9.100,000	28,966
3	23.800,000	303,031	3	9.200,000	29,285
	Média:	<b>309,822</b>		Média:	<b>30,186</b>
	Desv. Pad :	7,872		Desv. Pad.:	1,506

Da aplicação destes resultados médios à expressão empírica, obtém-se para o Módulo de Deformação o valor  $E = 263.502,280 \text{ daN/cm}^2$ . Dos ensaios de flexão das vigas, obtiveram-se os valores de Módulos de Deformação constantes da Tab. 7.9.

TABELA 7.9 - Valores Médios dos Módulos de Deformação e Desvios Padrão.

Dois Parâmetros (daN/cm <sup>2</sup> )	Fissura Efetiva (daN/cm <sup>2</sup> )	Fórmula Empírica (daN/cm <sup>2</sup> )
278.807,383	230.346,374	263.502,280
24.058,514	13.533,181	-----

No presente caso, um dos resultado (V5) mostrou-se excessivamente dispersivo, relativamente à média do grupo para qualquer um dos modelos de cálculo, quando da análise pelo modelo dos Dois Parâmetros.

Analogamente, dois outros, quando da análise pelo modelo da Fissura Efetiva. Em ambos os casos os resultados dispersivos foram excluídos.

Como no caso do material básico, utilizou-se como valor do módulo médio, aquele decorrente do modelo do Dois Parâmetros, ou seja,  $E = 278.807 \text{ daN/cm}^2$ .

## 7.2.2- TENACIDADE AO FRATURAMENTO.

Para o presente material, a determinação da Tenacidade ao Fraturamento foi procedida pelos modelos do Dois Parâmetros, da Fissura Efetiva e utilizando-se o processo de Linearização proposto pela ISRM, com a utilização dos módulos individuais obtidos do modelo dos Dois Parâmetros, dos módulos obtidos dos modelos dos Dois Parâmetros e da Fissura Efetiva, bem como do módulo médio adotado para o conjunto de vigas.

Para fins da determinação da tenacidade, excluiu-se o resultado da viga V6, que apresentou valor excessivamente dispersivo, relativamente à média. Desta maneira, os resultados que se seguem referem-se a um conjunto de 4 vigas.

Os valores médios de tenacidade apurados foram agrupados na Tab. 7.10.

TABELA 7.10- Valores da Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , e desvios padrão,  $s$ , obtidos com três diferentes valores de Módulos de Deformação.

Critério de Cálculo	$K_{IC}^S$	$K_{IC}^E$ (daN.cm <sup>3/2</sup> )	$K_{IC(L, ISRM)}$
Mód. Def.	63,134	75,497	70,953
Dois Par.	3,967	8,263	9,253
Mód. Def.	63,134	55,959	70,953
D.Par/F. Efet.	3,967	-	9,253
Mód. Def.	62,323	74,558	69,638
Médio	1,678	13,167	4,047

Os dados da tabela anterior foram agrupados nos gráficos 7.19, 7.20 e 7.21, onde as barras menores indicam os respectivos desvios padrão, em torno dos valores médios.

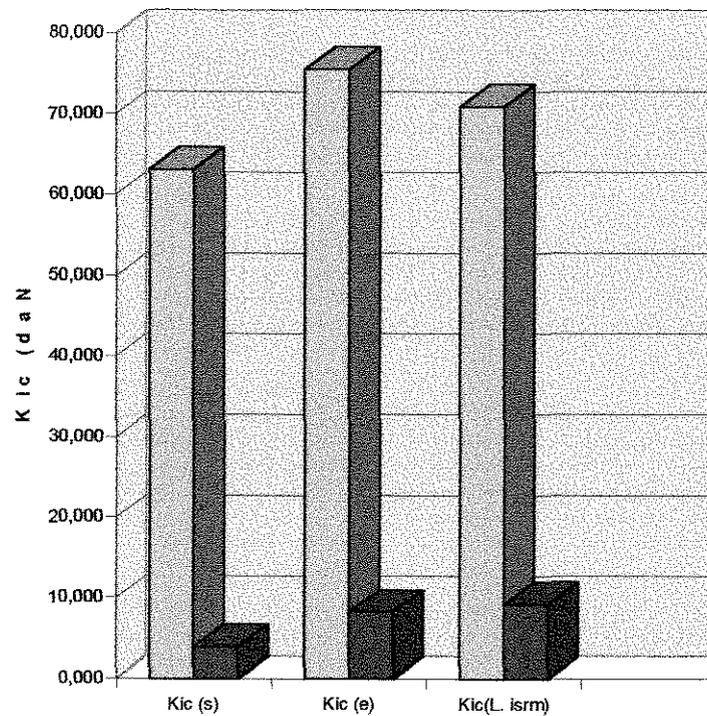


GRÁFICO 7.19- Valores de Tenacidade ao Fraturamento e desvios padrão obtidos com o valor do Módulo de Deformação do modelo dos Dois Parâmetros.

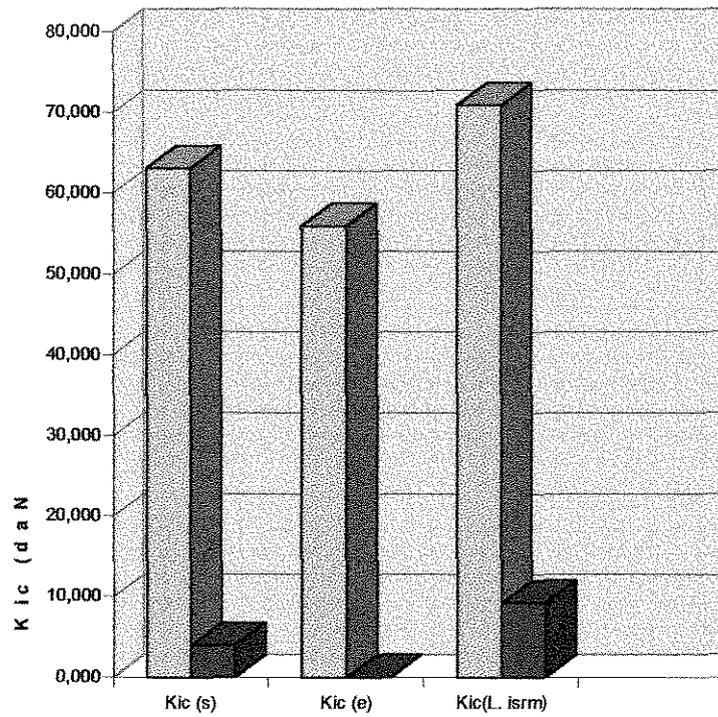


GRÁFICO 7.20- Valores de Tenacidade ao fraturamento e desvios padrão obtidos com os valores dos Módulos de Deformação dos modelos dos Dois Parâmetros e da Fissura Efetiva.

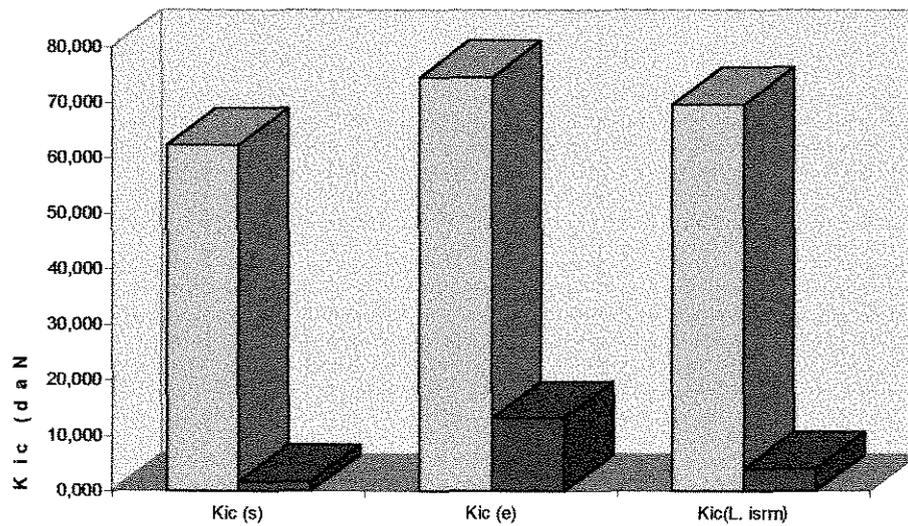


GRÁFICO 7.21- Valores de Tenacidade ao fraturamento e desvios padrão obtidos com o Módulo de Deformação médio.

### **7.2.3- MASSA DE FIXAÇÃO DAS CHAPAS DE NIVELAMENTO DOS APOIOS DAS VIGAS.**

Objetivando-se avaliar a resistência à compressão do material utilizado para a fixação das chapas de nivelamento dos apoios das vigas, um único corpo de prova cilíndrico com 3cm de diâmetro por 2,94cm de altura foi moldado.

Rompido aos 3 dias de idade, o material apresentou resistência à compressão da ordem de **311,236 daN/cm<sup>2</sup>**.

## **8- ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS.**

### **8.1- TENACIDADE AO FRATURAMENTO.**

O programa experimental teve como âncora o modelo dos Dois Parâmetros, em função da possibilidade de traçar-se unicamente o gráfico Carga x CMOD, fato que acarretou alguns inconvenientes, a seguir relatados.

Observou-se que a aplicação do modelo de cálculo dos Dois Parâmetros à determinação da Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}^S$ , esbarra em algumas dificuldades de

ordem prática, a exemplo da inexistência de definições claras, relativas aos procedimentos envolvidos no traçado das rampas de descarregamento.

Os resultados de traçado destas rampas, necessários à determinação da variação de flexibilidade dos corpos de prova, refletem-se diretamente sobre o valor da extensão da fissura  $a$ , e consequentemente no cálculo da Tenacidade ao Fraturamento do concreto.

Da mesma forma, o critério de descarregamento do corpo de prova a 95% da carga máxima, quando já ultrapassada a carga de instabilidade,  $P_{max}$ , mostrou com clareza uma progressiva deterioração da envoltória de amolecimento, a cada novo ciclo de descarregamento e recarregamento.

A deterioração referida ficou evidenciada pela tendência apresentada pelas rampas ascendentes de não voltarem à envoltória natural do caminho de amolecimento, por ocasião da nova carga de instabilidade,  $P_{max}$ , na fase de descarregamento do iésimo ciclo, proporcionando a formação de degraus caracterizados pelo afastamento entre os traçados das envoltórias no pós-máximo, à cada novo ciclo (tendência natural do ciclo anterior e tendência do ciclo atual), conforme se observa na fig. da página 268.

Em outras palavras o corpo de prova fica com a sua capacidade de carga alterada, no que diz respeito à constância da relação  $P_{min} / P_{max}$ , esperada em qualquer ciclo de carregamento/descarregamento/recarregamento, levando-se a acreditar que este procedimento dê lugar à coalescência das micro-fissuras.

Como nos diversos ciclos os descarregamentos deram-se sempre a 95% de  $P_{\text{máx}}$ , já no *post-peak*, esta diminuição da capacidade de carga manteve-se também aproximadamente constante. O que se expõe fica melhor evidenciado no gráfico 7.14.

Com efeito, a linha correspondente aos segundos ciclos de carregamento que ali aparece não deveria existir. Pelo que parece, a constância da relação  $P_{\text{min.}} / P_{\text{max.}}$  dos diversos ciclos, encontra-se suficientemente comprovada neste trabalho.

Esta deterioração da envoltória de amolecimento pode ou não inviabilizar a análise da Tenacidade ao Fraturamento do material, dependendo do modelo que se utilize. O modelo da Fissura Efetiva, que depende unicamente do deslocamento vertical da linha de carga, na primeira carga máxima, não é afetado pela deterioração anteriormente referida.

Por outro lado suspeita-se que esta descaracterização tenha influenciado diretamente a determinação da rampa de descarregamento, quando da utilização do processo de linearização da ISRM, devido às aproximações arbitradas para as prováveis posições da envoltória natural.

Mesmo assim, os resultados de Tenacidade ao Fraturamento, neste caso, mostraram-se mais uniformes dentro dos diversos grupos de tamanhos de vigas, bem como uma certa proximidade aos valores de Tenacidade obtidos pelo modelo da Fissura Efetiva.

Dos ensaios procedidos em laboratório constatou-se que o descarregamento do corpo de prova na carga máxima é perfeitamente factível, com uma precisão da ordem de 1 daN, em função da taxa de CMOD arbitrada. A velocidade do ensaio mostrou-se suficientemente baixa, de forma a viabilizar o monitoramento da evolução da tangente à curva Carga x CMOD, por ocasião da carga máxima.

Da análise dos resultados de Tenacidade ao Fraturamento obtidos pelo modelo do Dois Parâmetros,  $K_{IC}^S$ , com ou sem a adoção do processo de linearização da ISRM, bem como pelo modelo da Fissura Efetiva,  $K_{IC}^E$ , observou-se uma clara manifestação do efeito de escala, na faixa de tamanhos de vigas investigada nesta pesquisa. Este efeito de escala fez-se sentir através do aumento progressivo dos níveis de Tenacidade ao Fraturamento, com o aumento da altura do ligamento da viga.

Em particular, o nível de sensibilidade com que os resultados foram analisados ficou bastante aumentado em função do tipo de escolha que se fez, relativamente às unidades de medida do Sistema Internacional (  $daN.cm^{3/2}$  ao invés de  $MPa . m^{1/2}$  ), fato que veio a colaborar para uma melhor visualização do fenômeno.

Infelizmente, no que diz respeito ao modelo da Fissura Efetiva, não se conseguiu apurar a magnitude da manifestação do efeito de escala, em função da inexistência do conjunto de informações relativas ao grupo de vigas com  $W=12cm$ .

Por outro lado, os valores de Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , obtidos do procedimento que aqui se denominou “Deslocamento Mantido”, apresentou pouca variação com o aumento da altura do ligamento da viga,  $h_{lig}$ .

Este aumento nos níveis de Tenacidade talvez possa ser melhor entendido, quando da observação do Gráf. 7.17 que reúne informações sobre a variação da relação entre a extensão da fissura,  $a$ , e a altura do ligamento,  $h_{lig}$ , em função da altura  $W$  da viga.

No referido gráfico, o ponto  $W=9$  cm, por tratar-se de uma informação representativa de um único corpo de prova (além de tratar-se de um ponto intermediário na série destinada ao estudo do efeito de escala), foi desconsiderado.

Observa-se no gráfico que as relações  $a / h_{lig}$  decrescem para o modelo dos Dois Parâmetros com e sem a adoção do processo de linearização da ISRM, com o aumento da altura  $W$  da viga. Esta relação, entretanto, torna-se crescente a partir do ponto  $W=6$ cm até  $W=12$ cm.

Sendo a Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , diretamente proporcional à raiz quadrada da extensão  $a$  da fissura, ou seja, quanto maior a extensão  $a$ , maior o resultado de  $K_{IC}$ , esperava-se que a relação  $a / h_{lig}$  apresentasse valores progressivamente decrescentes (uma vez que  $W$  é crescente), para que alguma constância nos níveis de Tenacidade fosse observada.

Com efeito, este comportamento monotonicamente decrescente foi observado quando da plotagem da relação  $a / h_{lig}$  em função da altura  $W$  da viga, para o procedimento do Deslocamento Mantido, conforme observa-se nos GRAF.7.16 ou 7.17, que inclui  $W=9\text{cm}$ .

Este fato talvez tenha garantido a constância aproximada dos valores de  $K_{IC}$  verificada quando da análise pelo processo do Deslocamento Mantido.

Observou-se também que a curva  $P_{min.} / P_{max.}$  em função da altura  $W$  da viga decresce uniformemente com o crescimento de  $W$ , passando por um mínimo em  $W=9\text{cm}$ , ou valor próximo não pesquisado, à esquerda ou à direita de  $W=9\text{cm}$  (Gráf. 7.14).

Curiosamente nesta posição o valor médio de Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , decorrente do processo de Deslocamento Mantido, mostrou-se bastante próximo daquele obtido da Energia de Fraturamento,  $G_F$ , obtido pelo modelo do Efeito de Escala, quando extrapolado a uma estrutura de dimensões infinitas (  $82,720$  e  $75,196$  daN.  $\text{cm}^{3/2}$ , respectivamente).

Mesmo dentro do efeito de escala verificado, os valores de Tenacidade ao Fraturamento obtidos pelos modelos de cálculo dos Dois Parâmetros e da Fissura Efetiva, parecem “tender” a um determinado valor, ligeiramente, com o crescimento da altura do corpo de prova.

Talvez alguma constância, independentemente do nível em que ela se manifeste, possa ser verificada com alturas de vigas,  $W$ , não pesquisadas no presente plano, levando-se à conclusão de que o espectro de tamanhos de vigas inicialmente arbitrado, mostrou-se insuficiente a qualquer conclusão sobre o assunto.

## 8.2- ENERGIA DE FRATURAMENTO.

A determinação da Energia de Fraturamento,  $G_c$ , através do modelo do Efeito de Escala, mostrou-se, do ponto de vista laboratorial, bastante simples e eficiente, por depender exclusivamente das cargas máximas verificadas nos ensaios e de um valor do Módulo de Deformação. Entretanto, a complexidade teórica envolvida não só no modelo, como na manipulação matemática das informações, pondera as citadas facilidades laboratoriais.

Da análise dos resultados envolvidos na determinação de  $G_c$ , observa-se que nem todos os níveis de limitação dos erros e desvios propostos pelo método foram alcançados na presente pesquisa. Isto não significa entretanto, que o valor da Energia de Fraturamento apurado pudesse de alguma forma, estar comprometido. Especial atenção é dada ao Coeficiente de Variação do Coeficiente Angular da reta resultante da regressão linear.

Os autores do método sugerem a limitação deste coeficiente, de forma a assegurar-se a inexistência de um certo “adensamento” dos tamanhos das vigas, em torno de um certo valor, ou seja, uma nuvem de pontos onde não se pode afirmar com certeza, a declividade correta da reta da regressão.

Como o presente trabalho atendeu rigorosamente à razão entre os tamanhos máximo e mínimo das alturas das vigas, bem como à constância das proporções geométricas entre estas alturas  $W$  e os vãos livres,  $S$ , entende-se que uma eventual variação deste coeficiente, superior àquela sugerida pelo método, pode afetar unicamente a regressão linear propriamente dita, no que diz respeito à qualidade da informação de Energia de Fraturamento resultante do procedimento.

Entende-se também que os coeficientes alcançados, em função do comportamento naturalmente dispersivo do concreto, mostraram-se bastante razoáveis, bem como que o valor de  $G_C$  determinado, é representativo da Energia de Fraturamento do material, com boa aproximação.

Observou-se entretanto que a limitação proposta pelo método, do valor da menor altura de viga,  $W$ , em no máximo três vezes o tamanho máximo do agregado,  $D_{\text{máx.}}$ , conduz a uma altura de ligamento,  $h_{\text{lig}}$ , menor que a menor dimensão mínima universalmente aceita para qualquer tipo de corpo de prova, igual ou maior que três vezes  $D_{\text{máx.}}$ , fato que, por si só, pode introduzir um indesejável efeito de escala inicial.

## 9- CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS.

### 9.1- CONCLUSÕES.

O objetivo desta dissertação foi estudar a Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , e a Energia de Fraturamento,  $G_C$ , do concreto e a influência da escala do corpo de prova sob estas supostas propriedades mecânicas do material. Para tanto concebeu-se um espectro de formas onde as alturas  $W$  variaram de 3 cm 12 cm. Placas de inserção, simulando pré-fissuras foram projetadas e cuidadosamente construídas.

Um material decorrente de uma curva granulométrica ideal, onde cada parcela dos agregados gráudo e miúdo, separados em peso com todo o rigor laboratorial, foi utilizado nas pesquisas. Dispositivos suficientemente rígidos de apoio e transmissão de carga aos corpos de prova foram concebidos e construídos.

Dentro das limitações impostas pelo equipamento disponível, os ensaios foram realizados criteriosa e cuidadosamente.

Os resultados das análises, desenvolvidas dentro do rigor científico que subentende a mais absoluta isenção por parte do experimentador, foram apresentados e discutidos. Estes resultados, especificamente os relativos à Tenacidade ao Fraturamento do concreto,  $K_{IC}$ , evidenciaram uma forte variação, com valores crescentes em função

do crescimento da altura  $W$  do corpo de prova, quando da utilização de unidades do S.I., convenientes.

Referência especial é feita ao modelo dos Dois Parâmetros de Jenq e Shah, inicialmente enunciado como não influenciável pelo tamanho do corpo de prova. Por outro lado, uma ligeira tendência a um determinado patamar foi sentida de forma global, evidenciando que a gama de tamanhos envolvidos na pesquisa, talvez não tenha sido totalmente satisfatória à investigação do efeito de escala, no que diz respeito à Tenacidade ao Fraturamento.

Uma abordagem diferenciada da extensão aproximada da interface coesiva da fissura, decorrente de observações do autor, foi apresentada. Ainda que dependente de uma investigação laboratorial mais intensa bem como de uma abordagem, do ponto de vista mecânico mais aprofundada, o processo adotado para o cálculo da extensão da fissura e da tenacidade ao fraturamento parece conduzir a uma desejável constância dos níveis de resposta de tenacidade, indicando certa independência do efeito de escala. Também, as extensões das fissuras assim calculadas mostraram comportamento coerentemente decrescente, com o aumento da altura  $W$  do corpo de prova, quando comparadas proporcionalmente à altura do ligamento,  $h_{lig}$ , da viga.

A combinação destes fatos contribuiu positivamente em direção ao entendimento, por parte do autor, de que a Tenacidade ao Fraturamento talvez esteja próxima de ser entendida como uma propriedade do material.

Ainda, o valor médio da Tenacidade ao Fraturamento obtido com o auxílio da metodologia de cálculo apresentada mostrou-se bastante próximo daquele decorrente da energia de fraturamento,  $G_C$ , resultante da Lei do Efeito de Escala, quando extrapolado a uma estrutura de tamanho infinito, dentro dos conceitos da MFEL.

## 9.2- SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS.

Muito se poderia sugerir aos futuros pesquisadores, em especial tudo aquilo que não se pode ou não se foi capaz de investigar nesta pesquisa. Dentro desta linha de trabalho, entretanto, sugere-se o aumento da relação entre a maior e a menor altura de viga, de 1:4 para 1: 8, objetivando-se melhor avaliar o efeito de escala sobre a tenacidade ao fraturamento, decorrente da metodologia atualmente preconizada.

Sugere-se também que se investigue dentro de um único plano de pesquisas, eventuais variações das respostas de tenacidade ao fraturamento do concreto, decorrentes de ensaios de vigas dotadas de entalhe central passante e dotadas de entalhe central do tipo *chevron*.

Em particular, o autor pretende ampliar suas próprias investigações teóricas e experimentais relativamente à questão do Deslocamento Mantido na carga máxima, dentro de um espectro também ampliado dos tamanhos dos corpos de prova,

eventualmente estendendo-a a corpos de prova do tipo *short rod*. Da mesma forma, pretende investigar a energia de fraturamento quando calculada a partir da área sob a envoltória inferior, decorrente dos procedimentos de manutenção dos deslocamentos nas cargas máximas, em diversos ciclos de carregamento e descarregamento do corpo de prova.

Estas investigações deverão ser levadas a efeito, se Deus assim quiser, dentro em breve.

## 16 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- [1] Carpinteri A . - Application of Fracture Mechanics to Concrete Structures - *ASCE-Journal of the Structural Division*, v. 108, n. 4, p. 833-848, 1982
- [2] Hillerborg A ., Modéer M., Peterson P. E.-“Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements.- *Cement and Concrete Research*, vol. 6, 1976, p. 773-782.
- [3] Ouyang, C., Tang T., Shah S. P.- Relationship between fracture parameters from two parameter fracture model and size effect model.- *Materials and Structures*, vol 29, 1996, p. 79-86.
- [4] Karihaloo, B. L., Nalathambi, P. - “Notched Beam Test : Mode I Fracture Toughness”, RILEM Report 5, *Fracture Mechanics Test Methods for Concrete*, Chapman & Hall, 1991.
- [5] Kanninen, M.F., Popelar, C. H. -*Advanced Fracture Mechanics*. Oxford University Press, p. 4, 1985.
- [6] Broek, D. - *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Martinus Nijhoff Publishers, 4th ed., p. 5, 1986.
- [7] Timoshenko, S.- *Resistencia de Materiales- Segunda Parte- Teoria e problemas más complejos*. - Espasa-Calpe, S.A., Madrid, v. 2, p 316-325, 1975.
- [8] James, M., Swenson, D., “FRANC2D/L: A Crack Propagation Simulator for Plane Layered Structures,” disponível através da <http://www.engg.ksu.edu/~franc2d/>.
- [9] Shah, S. P., Swartz, S. E., Ouyang, C.- *Fracture Mechanics of Concrete - Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock and Other Quasi-Brittle Material*. - John Wiley & Sons, p 35-39, 1995.
- [10] Evans, P. H., Marathe, M. S.- Microcracking and stress-strain curves for concrete in tension- *Materials and Structures*, no. 1, p. 61-64,1968.
- [11] RILEM- Technical Committee- 50 -FMC- “Determination of the fracture energy of Mortar and Concrete by means of the three-point bend test on notched beams”-Draft recommendation- *Materials and Structures*, 18, 1985, p. 287,290.
- [12] Hillerborg A .- The theoretical basis of a method to determine the fracture energy  $G_f$  of concrete- *Materials and Structures*, 18, 1985, p. 291-296.

- [13 ] Guinea, G. V., Planas, J., Elices, M. - Measurement of the energy using three-point bend test: Part I - Influence of experimental procedures. *Materials and Structures*, 25, 1992, p. 212-218.
- [14] a- ASTM-E 399 - Standard Test Method for Plane -Strain Fracture Toughness of Metallic Materials-*American Society for Testing Materials-1990*.
- b- ASTM-E 813 - Standard Test Method for  $J_{IC}$ , A measure of Fracture Toughness -*American Society for Testing Materials-1989*
- c- ASTM-E 1152 - Standard Test Method for determining  $J_R$  Curves - *American Society for Testing Materials-1995*
- d- ASTM-E 1152 - Standard Test Method for Crack Tip Opening Displacement (CTOD) Fracture Toughness Measurement -*American Society for Testing Materials-1993*.
- [15] BS-7448- Fracture Mechanics Toughness Test- Part. 1- Method for Determination of  $K_{IC}$ , critical CTOD and critical  $J$  values of metallic materials -*British Standard - 1991*
- [16] Ferreira, Itamar - Introdução à Mecânica e Mecanismos de Fissura - *Notas de Aula - EM 089- Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP- 1996, p. 62*.
- [17] Ferreira, Itamar - Resistência Mecânica e Tenacidade à Fissura do Nitreto de Silício e de Juntas Brasadas de Nitreto de Silício com a Liga Ag-27,5% Cu-2% Ti. - *Tese de Livre Docência - Faculdade de Eng. Mecânica - Dtpo de Engenharia de Materiais - UNICAMP - 1994, p. 23*.
- [18] Bertolotti, R. L. -*Journal of American Ceramics Society*, v 56, n.2, 1973, p. 107
- [19] Swartz, S. E., Hu, K. K., Fartash, M., Huang, C. M. J.- Stress Intensity Factor for plain Concrete in Bending, Prenotched versus Precracked Beams - *Experimental Mechanics-* vol 22 (11), 1982.
- [20] Carpinteri A .- Non-Linear Phenomena Associated with Fracture in Strain-Softening Materials. - *Nonlinear Fracture Mechanics-* CISM Courses and Lectures n. 314-International Center of Mechanical Sciences- Ed. M.P. Wnuk-1990, p. 61-121.
- [21] Carpinteri A .- Notch Sensitivity in Fracture Testing of Aggregative Materials.- *Engineering Fracture Mechanics*, V. 16, n. 4, 1982, p. 467-461
- [22] ASTM C 192- Standard Practice for Making and Curing Concrete Test Specimens in the Laboratory- *American Society for Testing Materials-1990, a .*

- [23] Bazant, Z. P., Kazemi, M. T. - Determination of fracture energy, process zone length and brittleness number from size effect, with applications to rock and concrete. - *International Journal of Fracture*, 44, p 111-131, 1990.
- [24] Schimidt, R. A .- Fracture Toughness Testing of Limestone- *Experimental Mechanics*, 1976, p 161-167.
- [25] Mindess, S., Nadeau, J. S., Effect of Notch Width of  $K_{IC}$  for Mortar and Concrete - *Cement and Concrete Research*, v. 6, 1976, p 529-534.
- [26] Carpinteri, A . - Static and Energetic Fracture parameters for Rocks and Concretes - *Materials and Structures*, 14, 1981, p.151-162.
- [27] Rüsçh, H. - Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete- *ACI Journal- American Concrete Institute*, july, 1960.
- [28] Bazant, Z. P., Gettu, R.- Rate Effects and Load Relaxation in Static Fracture of Concrete. *ACI Materials Journal*, v89, n. 5, 1992-p.456-468.
- [29] a - Guinea, G. V., Planas, J., Elices, M. - Measurement of the energy using three-point bend test: Part2 - Influence of bulk energy dissipation. *Materials and Structures*, 25, 1992, p. 305-312.
- b - Guinea, G. V., Planas, J., Elices, M. - Measurement of the energy using three-point bend test: Part3 - Influence of cutting the P- $\delta$  tail. *Materials and Structures*, 25, 1992, p. 327-334
- [30] Santos, Lauro M. - *Cálculo de Concreto Armado segundo a nova NB-1 e o CEB-2ª Edição*, Editora LMS Ltda, 1983- v. 1, p.133.
- [31] Hu, X. Z, Wittmann, F.H., Fracture energy and fracture process zone. *Materials and Structures*, 25, 1992, p 319-326.
- [32] Catalano, D. M., Concrete Fracture : a Linear Elastic Fracture Mechanics Approach - *Tese de Mestrado* - Cornell University - 1983, p. 48-56.
- [33] Bittencourt, T. N., Sousa, J. L. A. O. - Modelling of crack propagation in fiber-reinforced ceramic composites through a cohesive aproch based on micro-mechanical concepts. - 29th National Symposium on Fatigue and Fracture, ASTM STP ###, American Society for testing Materials, 1997.
- [34] Sousa, J.L.A.O., - Three dimensional simulation of near-wellbore phenomena related to hydraulic fracturing from a perforated wellbore - *Tese de Doutorado*, Cornell University, 1992.
- [35] Bazant, Z. P., Pfeiffer, P. A.- Determination of Fracture Energy from Size Effect and Brittleness Number - *ACI Materials Journal*, v. 84, p.463-479, 1987.

- [36] Bazant, Z. P., Kazemi, M. T. - Determination of fracture energy, process zone length and brittleness number from size effect, with application to rock and concrete.- *International journal of Fracture*- v. 44- p. 111-131, 1990.
- [37] Jenq, Y., Shah, S. P. - Two Parameter Fracture Model for Concrete - *Journal of Engineering Mechanics*, v 111, n. 10, 1985, p.1227,1241.
- [38] Jenq, Y. S., Shah, S. P. - A Fracture Toughness Criterion for Concrete - *Engineering Fracture Mechanics*, v. 21, n. 5, 1985, p. 1055-1069.
- [39] RILEM- Technical Committee- 89 -FMT- Determination of the fracture parameters ( $K_{IC}^s$  and  $CTOD_C$ ) of plain concrete using three-point bend tests -Draft recommendation- *Materials and Structures*,23, 1985, p. 457,460.
- [40] Wong, W., Miller, R. A. -*Mixed Mode Fracture at Early Ages- Micromechanics of Failure os Quasi-Brittle Materials* - Elsevier Applied Science, London, 1990, p. 166-175.
- [41] Tang, T., Ouyang C, Shah, S. - A Simple Method for Determining Material Fracture Parameters from Peak Loads - *ACI Materials Journal*, v 93, n2, 1996, p. 147-157.
- [42] Ballarini, R., Shah, S. P., Keer, L. M. - Crack Growth in Cement - Based Composites - *Engineering Fracture Mechanics*, v. 20, n. 3, 1984, p. 433-445.
- [43] Karihaloo, B. L., Nalathambi, P. - Effective Crack Model for the Determination of Fracture Toughness ( $K_{IC}^E$ ) of Concrete.- *Engineering Fracture Mechanics*, v. 35, n. 4/5, 1990, p. 637-645.
- [44] Timoshenko, S., Goodier, J. N. - *Theory of Elasticity* - Terceira edição, McGraw-Hill Book Company - p.98,166-167.
- [45] Karihaloo, B. L., Nalathambi, P. - An Improved Effective Crack Model for the Determination of Fracture Toughness of Concrete.- *Cement and Concrete Research*, v. 19, 1989, p. 603-610.
- [46] ISRM - Suggested methods for determining the fracture toughness of rock. - *Int. J. Min. Sciences*, v.25, p 71-96, 1988.
- [47] Barker, L. M.- Theory for determining  $K_{IC}$  from small, non-LEFM specimens, supported by experiments on aluminum.- *International Journal of Fracture*, 15, 6, p. 515-536, 1979
- [48] Bittencourt, T. N. - Computer Simulation of Linear and Nonlinear Crack Propagation in Cementitious Materials. Tese de Doutorado. Cornell University. p.178-192, 1993.

- [49] Yankelevsky, D., Reinhardt, H. - Uniaxial Behavior of Concrete in Cyclic Tension. - *Journal of Structural Engineering*, v. 115, n. 1, 1989, p. 167-182.
- [50] NBR 8522 - Concreto - Determinação do Módulo e Deformação Estática e Diagrama Tensão-Deformação - *Associação Brasileira de Normas Técnicas*, 1984.
- [51] Petrucci, E. G.R- Concreto de Cimento Portland- Editora Globo, 13<sup>a</sup> edição, 1995.
- [52] EB4/39- NBR-7211- Agregado para Concreto - *Associação Brasileira de Normas Técnicas*-maio/83.
- [53] NB1-78- Projeto e execução de obras de Concreto Armado- *Associação Brasileira de Normas Técnicas*-maio/83.
- [54] Santos, A . C., Determinação Experimental no nível II da Tenacidade ao Fraturamento do Concreto, com Corpos de Prova Cilíndricos tipo *Short Rod*, *Tese de Mestrado*, UNICAMP, 1997 ?
- [55] RILEM- Technical Committee- 89 - FMT- Sise Effect method for determining fracture energy and Process Zone Size of Concrete. - Draft Recommendations - *Materials and Structures*,23, 1990, p. 461-465.
- [56] MB- 212/78 - Resistência à Tração Simples de Argamassas e Concreto por Compressão Diametral de Corpos de Prova Cilíndricos.
- [57] MB-3 /74 - Ensaio de Compressão de Corpos de Prova Cilíndricos de Concreto- *Associação Brasileira de Normas Técnicas*.
- [58] Pinto Jr., Newton de Oliveira - *Análise Experimental de Estruturas* - Notas de Aula - FEC- UNICAMP- 1996.

## APÊNDICE A.

### MATERIAIS CONSTANTE DA PESQUISA

#### 1 - MATERIAL BÁSICO.

Objetivando a implementação do presente plano de pesquisas, a definição de um material básico foi levada a efeito, partindo-se de alguns pressupostos de ordem prática. Dentre eles, considerou-se a possibilidade de composição de um concreto de fácil repetição, de granulometria conhecida e suficientemente estudada, uma vez que a pesquisa da variação dos parâmetros de tenacidade ao fraturamento em função da variação da composição do material, não é meta deste trabalho. Neste sentido, são consideradas observações e resultados anteriormente obtidos por outros pesquisadores, objetivando afastar inconvenientes de procedimento que possam comprometer a otimização desta pesquisa.

O material adotado foi um concreto de resistência intermediária, de granulometria graduada, portanto de boa compacidade, que utiliza agregado máximo de valor inferior a **9,5mm**. Esta escolha fundamentou-se no objetivo de trabalhar-se um material de traço imediatamente superior que o da argamassa de cimento e areia, isto é, um **microconcreto**.

Para atingir-se um material bem graduado, selecionou-se a *terceira* curva ideal de composição granulométrica da mistura cimento/agregado, desenvolvida por Lobo Carneiro, para  $D_{max} = 9,5\text{mm}$ , adaptada obra de Petrucci [51], conforme Fig. A1.

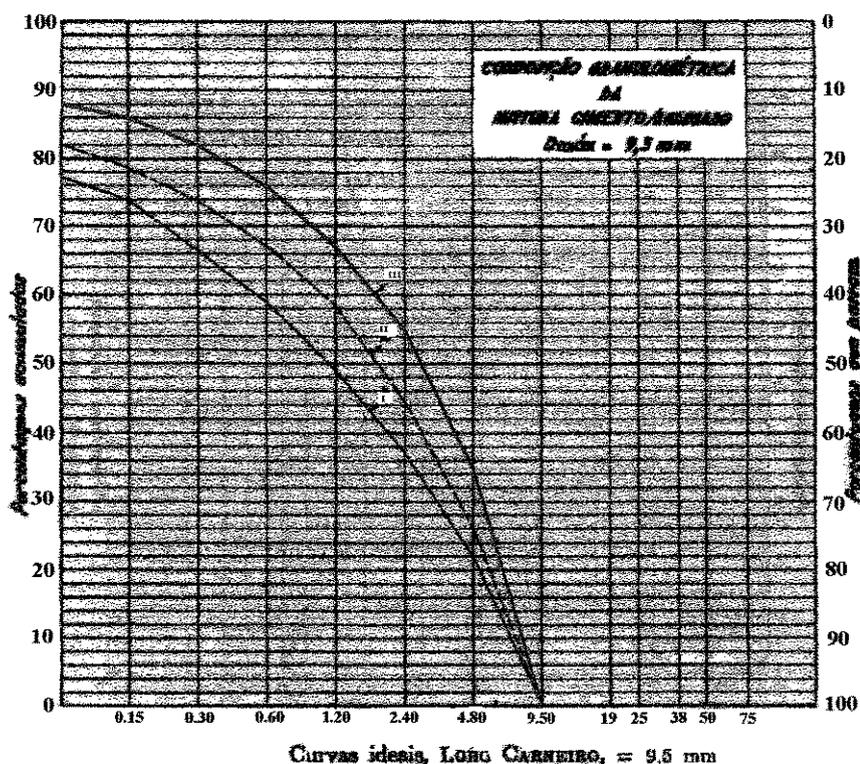


FIGURA A1- Composição da Mistura Cimento/Agregado- Curva Ideal de L. Carneiro.

Esta curva granulométrica experimental destina-se à composição de concretos estruturais, apresentando ao final uma massa compacta, formada preferencialmente pela fração alta do agregado miúdo em combinação com a denominada brita “zero”, dentro de um menor consumo de cimento por metro cúbico de concreto. Assim, torna-se

necessária a *seleção prévia* das diversas frações granulométricas dos agregados, num procedimento de *construção* do material.

Com a adaptação de -1% da percentagem acumulada, em massa, da última fração do agregado miúdo, a curva de distribuição básica adotada conduz distribuição granulométrica, em massa, dada pela Tab. A1:

TABELA 1- Distribuição granulométrica, em massa, do agregado.

Peneira	Porcentagem Retida Acum.	Porcentagem Retida
9,5mm	0	0
6,3mm	24	24
4,8mm	35	11
2,4mm	55	20
1,2mm	67	12
0,6mm	76	09
0,3mm	82	06
0,15mm	86	03
cimento	14	14

### 1.1 - ANÁLISE DA GRANULOMETRIA DA MISTURA.

Da distribuição granulométrica anteriormente apresentada, conclui-se que a percentagem retida acumulada na peneira de abertura 4,8mm, totalizando 35%, constitui a parcela de agregados graúdos constante da mistura.

Tendo em vista a simplicidade da mistura, no que diz respeito à granulometria deste tipo de agregado, introduziu-se complementarmente, com o objetivo de melhor caracterizar-se o agregado graúdo na faixa  $4,8\text{mm} < D < 9,5\text{mm}$ , a peneira de 6,3mm, prevista na série intermediária e não na série normal de peneiras prescritas pela A.B.N.T [52].

Por outro lado, a soma das frações retidas, em peso, nas peneiras abaixo de 4,8mm, isto é,  $0,15\text{mm} < D < 4,8\text{mm}$ , representativa do agregado miúdo da mistura, apresenta granulometria diversificada. Ao analisar-se mais detidamente este intervalo, separando-o da distribuição original global e rescrevendo as porcentagens em termos do agregado miúdo, em massa, tem-se o panorama da Tab. A2.

TABELA A2 - Distribuição granulométrica - Agregado miúdo.

Peneira	Porcentagem retida - global	Porcentagem retida - miúdos	Porcentagem retida acumulada - miúdos
2,4mm	20	40	40
1,2mm	12	24	64
0,6mm	09	18	82
0,3mm	06	12	94
0,15mm	03	06	100
$\Sigma = 50\%$			

Da plotagem da faixa granulométrica prevista pela ABNT para o agregado miúdo, observa-se que a curva representativa do traço adotado, posiciona-se na região alta do intervalo, refletindo uma clara opção pelos agregados de maior tamanho, em detrimento dos finos, conforme Fig. A2.

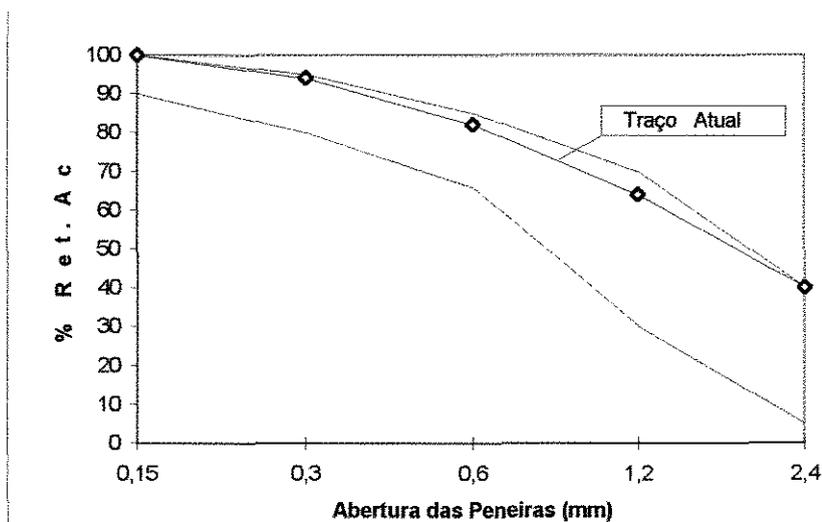


Fig. A2 - Limites Granulométricos de agregados miúdos - ABNT.

Esta distribuição granulométrica enquadra o agregado miúdo, ou seja, a areia, na **Zona 4**, caracterizando-o como uma areia grossa. De fato, o módulo de finura dessa areia, decorrente da centésima parte da soma das porcentagens retidas acumuladas nas peneiras da série normal, é da ordem de 3,65, valor bastante próximo ao tamanho máximo previsto para esta classe de agregados ( valor menor que 4,8mm ).

O traço unitário do concreto, expresso em massa, decorre da própria curva de composição granulométrica da mistura cimento/agregado que se adotou. Assim, tem-se:

Agregados Miúdos:

$$a = \frac{\% \text{ Agreg. Miúdos}}{\% \text{ de Cimento}} = 50 / 15 = 3,333$$

Agregados Graúdos:

% Agreg. Graúdos

$$p = \frac{\text{-----}}{\text{-----}} = 35 / 15 = \mathbf{2,333}$$

% de Cimento

A relação água/cimento, **x**, inicialmente prevista para a mistura para obter-se a resistência intermediária desejada, é da ordem de **0,55**. Assim, o traço unitário, expresso em massa ( 1 : a : p : x ), será **1 : 3,333 : 2,333 : 0,55**.

No presente caso, a soma das porcentagens retidas nas peneiras do intervalo **0,15mm < D < 4,8mm** conduz à exata proporção de 50% do agregado total, teto previsto pela Norma Brasileira [53] para a mistura, considerando-se a necessária trabalhabilidade do concreto.

A trabalhabilidade, **H**, medida através da relação **água /materiais secos** (inclusive o cimento), apresenta no presente caso, o seguinte valor:

$$H\% = \frac{\text{ag.} \quad 0,55}{\text{a + p + c} \quad 3,333+2,333+1} = \mathbf{8,25\%}$$

De fato, Petrucci [51], estudando materiais da região de Porto Alegre, encontrou valores de H compreendidos entre 8 e 9% para concretos de pedra britada, adensados manualmente e por vibração, respectivamente, para diâmetro máximo de 25mm.

A estes valores, sugere o autor, deve-se subtrair 0,5% para o diâmetro imediatamente superior, 38 mm ou somar-se 0,5% para a faixa imediatamente inferior, 19mm, levando-se à conclusão de que a trabalhabilidade diminui com a diminuição do tamanho do agregado.

Como consequência, a relação água/cimento deve crescer, para garantir a trabalhabilidade adequada, acarretando por outro lado, a diminuição da resistência final do concreto.

Este fato ficou também evidenciado nas pesquisas de Lobo Carneiro, citado por Petrucci na obra anteriormente referida, sobre materiais da região do Rio de Janeiro. Para aqueles materiais, Lobo Carneiro encontrou valores decrescentes de H, compreendidos entre 11% e 8,5% para adensamento manual e entre 9% e 6,5% para adensamento por vibração, para diâmetros máximos compreendidos entre 9,5mm e 50mm.

A questão pode ser explicada, pelo aumento da área específica do grão, com a diminuição do tamanho do agregado. Este aumento faz crescer também, a necessidade de água para a obtenção de uma mistura com trabalhabilidade adequada. Esta consistência, compatível com a trabalhabilidade preestabelecida, deverá fazer resultar um

concreto pouco plástico, privilegiando então a porosidade e permeabilidade da massa, no sentido da diminuição do índice de vazios.

Sobre esta questão, Petrucci [51] afirma: “O concreto, por sua própria natureza, é um material necessariamente poroso, pois não é possível preencher a totalidade dos vazios do agregado, com uma pasta de cimento. As razões são várias: a) é sempre necessário utilizar uma quantidade de água superior à que se precisa para hidratar o aglomerante, e essa água, ao evaporar, deixa vazios; b) com a combinação química, diminuem os volumes absolutos de cimento e água que entram em reação; c) inevitavelmente, durante a mistura do concreto, incorpora-se ar à massa”.

A porosidade,  $p\%$ , pode ser escrita em função das massas específicas absoluta,  $\gamma_a$ ,  $\gamma_b$ , e aparente,  $\gamma_{ap}$ , do concreto, da seguinte maneira:

$$p\% = \frac{(\gamma_{ab} - \gamma_{ap})}{\gamma_{ap}} \cdot 100$$

Assim, a fixação inicial da relação água/cimento em **0,55** objetiva a obtenção de um concreto de baixa porosidade, fator que tem forte influencia sobre os valores da tenacidade ao fraturamento.

Esta possibilidade de fato verificou-se na elaboração de uma concretagem piloto, levada a efeito em 20/11/1996. Entretanto, com o fito de evitar-se a desagregação do concreto, a trabalhabilidade é sempre considerada, de forma a garantir-se uma vibração mínima à massa, necessária à moldagem dos corpos de prova.

O ciclo vicioso, porosidade, trabalhabilidade, relação água/cimento, só se pode equilibrar por ocasião de cada moldagem.

A consistência esperada para o concreto desta pesquisa é a consistência **rija**, com resultados de abatimento decorrentes de ensaios em tronco de cone, compreendidos entre **0 e 5 cm**.

Na moldagem, conseguiu-se o slump de **0,50 cm**.

### **A.1.2 - MATERIAL COMPLEMENTAR.**

Tendo em vista encontrar-se em andamento na UNICAMP um programa mais amplo de pesquisa dos parâmetros de tenacidade ao fraturamento do concreto, a exemplo da tese de mestrado de Santos [54], pesquisa pioneira no Brasil relativa à utilização de corpos de prova cilíndricos dotados de *chevron notch (short-rods)* submetidos à abertura diametral, esta pesquisa contempla a utilização de um segundo

material, de forma a poder-se comparar resultados dos valores de tenacidade ao fraturamento do concreto, obtidos de corpos de prova do tipo short rod e daqueles resultantes dos ensaios de flexão de vigas.

Desta maneira, tanto short rods quanto vigas são moldados simultaneamente, do mesmo material, desformados em mesma data, submetidos às mesmas condições de cura e ensaiados saturados, na mesma idade.

Este material complementar, cujo traço foi projetado por Santos [54], é um concreto de baixa granulometria, de consistência plástica, alto teor de argamassa e baixa resistência e apresenta as seguintes características:

Resistência esperada aos 28 dias:  $f_{cj} = 200 \text{ daN/cm}^2$ .

Traço, em massa: 1: 1,83 : 2,83 : 0,65

Relação Água/Cimento: 0,65.

Agregado Graúdo:  $4,8\text{mm} \leq D_{\text{max.}} < 6,3 \text{ mm}$

Abatimento no tronco de cone:  $6,0 \pm 2,0 \text{ cm}$

Cimento: CP-II-E-32- CIMINAS.

As vigas obtidas desta concretagem foram rompidas com a idade de 56 dias, objetivando-se a determinação da tenacidade ao fraturamento,  $K^s_{IC}$ , do material.

Importa ainda, observar outro programa de cooperação em andamento, envolvendo pesquisadores da Universidade de São Paulo, da própria UNICAMP, das Universidades Cornell e do Texas, nos Estados Unidos, bem como pesquisadores da Grã Bretanha, programa coordenado pelo Professor Emérito Antony R. Ingraffea, da Universidade Cornell.

Este programa contempla, dentre outras coisas, o intercâmbio de corpos de prova, a serem testados nos diversos países.

## **A.2 - CONCEPÇÃO GEOMÉTRICA DOS CORPOS DE PROVA PARA ENSAIO À FLEXÃO.**

Tendo em vista os objetivos mais gerais da presente pesquisa relativamente à obtenção de parâmetros de tenacidade ao fraturamento do concreto, fez-se necessário o desenvolvimento de um conjunto de formas que pudesse atender às diversas modalidades de ensaio, com material advindo da mesma mistura.

Desta maneira, foram concebidas formas de quatro diferentes tamanhos, onde, dentro de uma mesma **largura**, **B= 6 cm**, fez-se variar proporcionalmente as demais dimensões. Como mencionado anteriormente, a largura **B** foi concebida objetivando-se atender às disposições do projeto de recomendações da RILEM [55] que trata da obtenção da Energia de Fraturamento,  $G_F$ , considerando-se o efeito de escala.

Relativamente às alturas das vigas, no referido projeto recomenda-se que a *menor altura* **W**, dentro do conjunto de tamanhos, tenha valor maior que **3** vezes o tamanho máximo do agregado utilizado na mistura.

No presente caso, optou-se pelo agregado com  $D_{max} = 9,5mm$ , resultando  $W_{min} \cong 3 \text{ cm}$ . Atendendo ao mesmo projeto de recomendações, a viga de maior altura guardou, relativamente a de menor altura, uma razão igual à 4:1, ou seja,  $W_{max} = 12 \text{ cm}$ . Duas outras razões intermediárias foram concebidas, 2:1 e 3:1, de forma a observar-se a recomendação de um mínimo de 3 diferentes tamanhos.

A relação entre o **vão-livre** e a altura da viga foi mantida constante e de valor igual a **4**, para todo o conjunto, o mesmo acontecendo para a relação entre o comprimento da viga e sua altura, guardada constante e de valor **4,5**. A altura do entalhe central (notch through),  $a_n$ , foi mantida com valor igual a **1/3** da altura da viga ( $0,333.W$ ), conforme inicialmente justificado neste trabalho e em atendimento às disposições da RILEM. Desta maneira, o resumo das peças é o apresentado na Tab. A3.

TABELA A3 - Resumo das dimensões das vigas de concreto.

Modelo	Base (cm)	Altura (cm)	Vão-Livre (cm)	Compr. (cm)	Entalhe (cm)
V3	6,00	3,00	12,00	13,50	1,00
V6	6,00	6,00	24,00	27,00	2,00
V9	6,00	9,00	36,00	40,50	3,00
V12	6,00	12,00	48,00	54,00	4,00

Observa-se que, dentre os tamanhos acima previstos, os modelos **V9** e **V12** atendem satisfatoriamente ao projeto de recomendações da RILEM, que dispõe especificamente sobre a obtenção do valor da Tenacidade ao Fraturamento,  $K_{IC}$ , a partir do modelo dos Dois Parâmetros, de Shah e Jenq [38], levando-se a acreditar que os tamanhos elencados atendam satisfatoriamente ao todo deste trabalho.

A Fig. A.3 traz os quatro tamanhos de vigas, moldados na concretagem piloto de 20/11/1996.

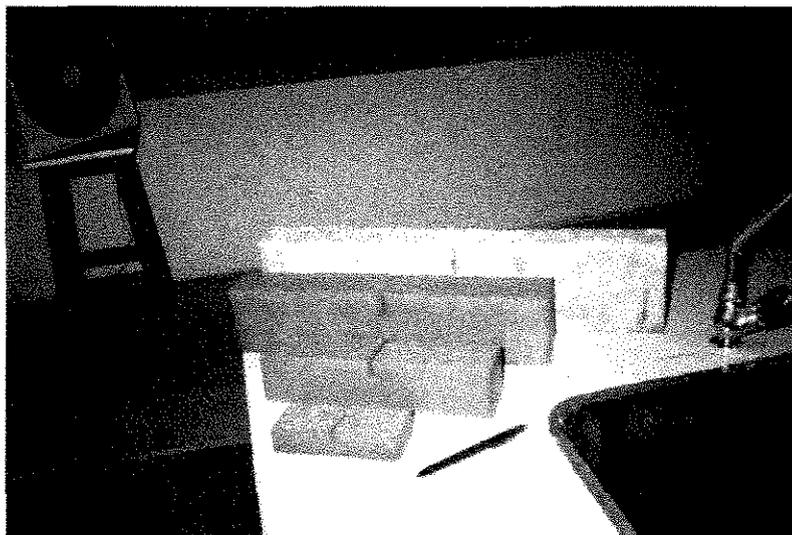


FIGURA A.3 - Corpos de prova de concreto, moldados em quatro diferentes tamanhos.

Assim, para a moldagem simultânea dos corpos de prova, foram construídas em madeira aparelhada (Pinus), 7 conjuntos de fôrmas, sendo 2 conjuntos para cada tamanho, com exceção de  $W=9$ , tamanho para o qual construiu-se uma única fôrma. Estas peças, moldáveis 3 a 3, foram produzidas em fôrmas com as características da figura A.4.

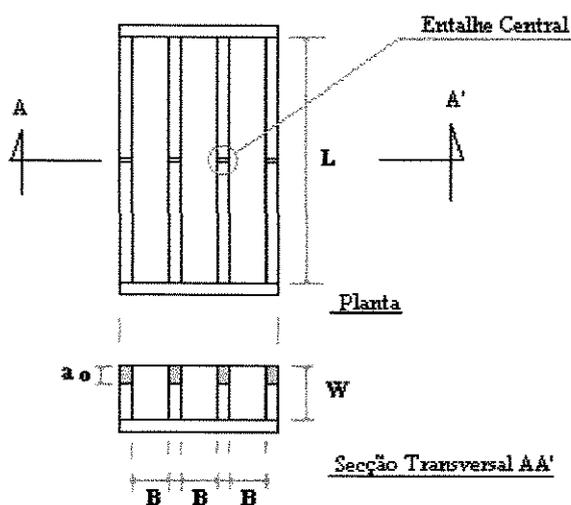


FIGURA A.4 - Esquema construtivo das formas de madeira.

As fôrmas receberam uma fina demão de tinta, objetivando uma melhor conservação.

A Fig. A.5 mostra fôrmas de três diferentes tamanhos, em momentos que antecederam à desmoldagem dos corpos de prova, em 22/11/1996.

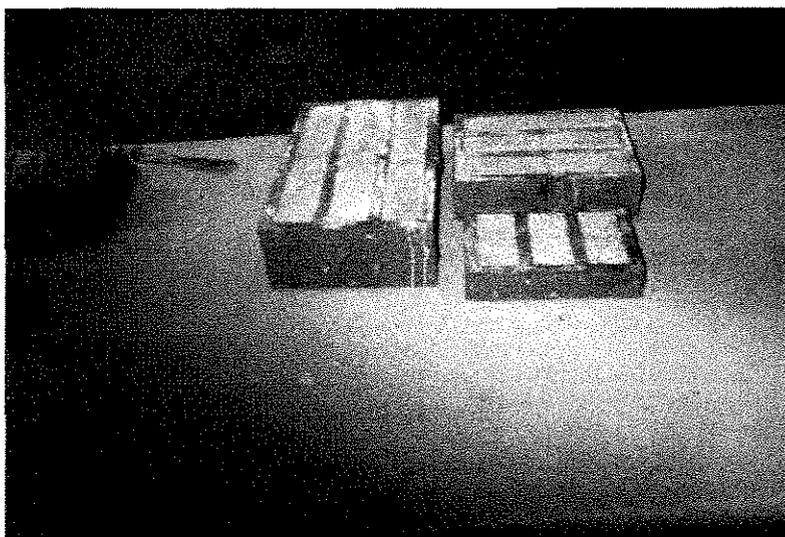


FIGURA A.5- Corpos de prova de concreto, ainda não desformados. Secções em cm: 6x3, 6x6, 6x9.

Na primeira concretagem executada com o material básico da presente pesquisa, foi possível avaliar o sistema construtivo das fôrmas, relativamente à manuseabilidade durante os procedimentos de enchimento e desforma. A interação forma/placa de inserção, no que diz respeito à verticalidade e posicionamento durante a concretagem, mostrou-se bastante satisfatória.

Tendo em vista outras perspectivas futuras, devem ser confeccionadas fôrmas metálicas, objetivando garantir não só uma melhor precisão relativamente às dimensões teóricas dos modelos, bem como a perfeita manutenção da geometria das peças, entre as diversas concretagens, tendo em vista os problemas naturalmente apresentados pela madeira, quando da reutilização.

## APÊNDICE B.

### B.1- ENSAIOS COMPLEMENTARES.

Tendo em vista a necessidade de conhecer outros parâmetros de resistência do concreto, o presente trabalho contemplou a moldagem de corpos de prova cilíndricos simultaneamente com a moldagem das vigas destinadas aos ensaios de flexão.

Foram moldados cilindros de 10 cm de diâmetro por 20cm de altura, destinados aos ensaios de determinação da tensão de resistência à tração,  $f_t$ , bem como da resistência à compressão,  $f_{c_j}$ , aos 28 dias. A escolha das dimensões do corpo de prova deu-se em função do tamanho máximo do agregado,  $D_{max.} = 9,5\text{mm}$ .

#### B1.1 - ENSAIOS PARA A DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO, $f_t$ .

A determinação indireta da resistência à tração do concreto,  $f_t$ , foi procedida através de ensaios de compressão diametral, preconizado pelo pesquisador Lobo Carneiro e conhecido como “ensaio brasileiro”. Neste tipo de ensaio, a determinação da resistência à tração,  $f_t$ , é feita relacionando-se a resistência à tração pura decorrente da teoria da elasticidade [44], com a resistência à tração, medida por ensaio de fendilhamento. Esta correspondência, segundo Lauro Modesto [26] resulta num

coeficiente de valor **0,85**, e a expressão final para a tensão de resistência à tração, é dada, de conformidade com as recomendações do CEB por:

$$f_t = 0,85 \cdot \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot \phi \cdot L}$$

onde :

$\phi$  = Diâmetro do corpo de provas.

**F** = Valor da força na ruptura por fendilhamento.

**L** = comprimento do corpo de prova.

As normas brasileiras [56] entretanto, não consideram o fator 0,85.

Para a realização desses ensaios, foram compatibilizadas as seguintes condições, relativamente aos ensaios de flexão de vigas:

- Taxa de carregamento, para atingir-se a carga máxima, em  $t_P = 300s$ .
- Corpos de prova saturados.

Para a determinação da carga de pico e conseqüente taxa de carregamento que conduzisse à duração prevista do ensaio, um corpo de prova “piloto” foi levado à

ruptura dentro de uma taxa previamente estimada, de conformidade com a expressão de  $f_c$ , anteriormente apresentada.

### **B.1.2 - ENSAIOS PARA A DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO, $f_{c,j}$ .**

Foram realizados ensaios de compressão simples em conformidade com as disposições da ABNT [57], objetivando a determinação da resistência à compressão.

Os corpos de prova foram previamente capeados, com uma solução de enxofre a 60%, material silicoso ( caolim ou similar) a 30% e negro de fumo a 10%, objetivando o preenchimento das imperfeições do CP, bem como o nivelamento das faces.

Nesses ensaios foram adotados os mesmos procedimentos, relativamente à taxa de carregamento e condições de umidade dos corpos de prova.

Este conjunto de ensaios serviu para a determinação simultânea, em 3 corpos de prova, do *Coefficiente de Poisson*,  $\nu$ , o que foi feito utilizando-se procedimentos de extensometria, em conformidade com a figura B.1.

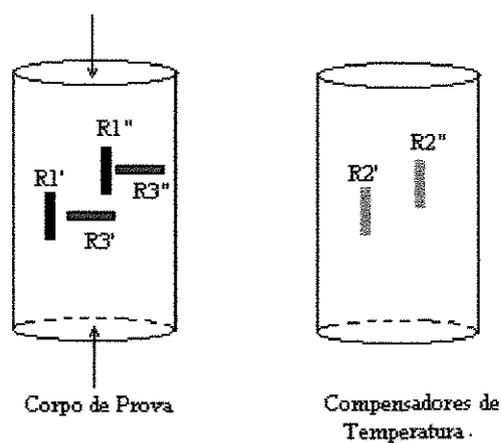


Fig.B.1 - Disposição dos extensômetros.

Para a montagem de Poisson utilizou-se 4 extensômetros elétricos, fixados dois a dois no centro do corpo de prova, em posições diametralmente opostas em conformidade com a figura anterior, constituindo as resistências **R1'** a **R3''**, ligadas em duas meias-pontes com um ramal ativo cada [58]. Estas meias-pontes foram ligadas a canais independentes. A constante da ponte utilizada tem valor  $K=2.00$ , informação necessária à correção dos resultados.

Outros dois extensômetros elétricos, **R2'** e **R2''**, fixados ao corpo de prova destinado à compensação de temperatura, fizeram ampliar unicamente as deformações específicas desejadas, com compensação da temperatura. O esquema de ligação da ponte, bem como os critérios de cálculo, constam da Fig. B.2 .

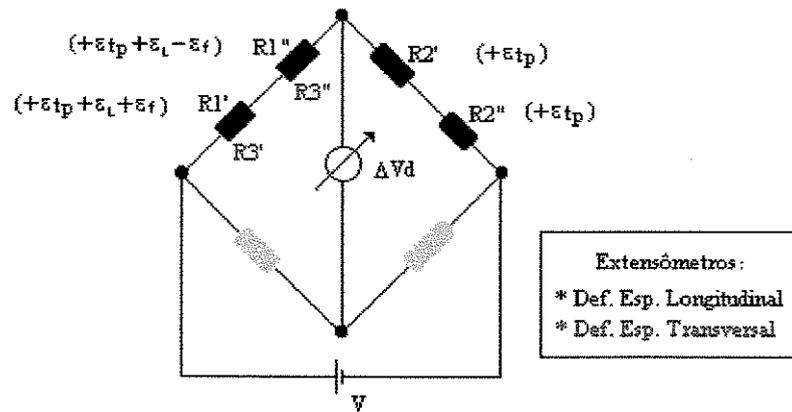


FIGURA B.2. Esquema da ligação dos Extensômetros.

### Ponte 1- Deformação Específica Longitudinal.

$$\Delta V_d = V.K / 8 (\epsilon_{1'} + \epsilon_{1''} - \epsilon_{2'} - \epsilon_{2''})$$

$$\Delta V_d = V.K / 8 (\epsilon_f + \epsilon_L + \epsilon_{tp} - \epsilon_f + \epsilon_L + \epsilon_{tp} - \epsilon_{tp} - \epsilon_{tp})$$

$$\Delta V_d = V.K / 8 (\epsilon_L + \epsilon_L)$$

$$\Delta V_d = V.K / 8 (2 \cdot \epsilon_L) = VK/4 \cdot \epsilon_L$$

$$\epsilon_L = \epsilon_{lido}$$

### Ponte 2- Deformação Específica Transversal.

$$\Delta V_d = V \cdot K / 8 (\varepsilon_3' + \varepsilon_3'' - \varepsilon_4' - \varepsilon_4'')$$

$$\Delta V_d = V \cdot K / 8 (\varepsilon_t + \varepsilon_{tp} + \varepsilon_t + \varepsilon_{tp} - \varepsilon_{tp} - \varepsilon_{tp})$$

$$\Delta V_d = V \cdot K / 8 (\varepsilon_t + \varepsilon_t)$$

$$\Delta V_d = V \cdot K / 8 (2 \cdot \varepsilon_t) = VK/4 \cdot \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{lido}$$

No presente caso, o Coeficiente de Poisson decorre da relação entre as deformações específicas,  $\varepsilon_L$  e  $\varepsilon_t$ . Os valores das deformações específicas, foram determinados em 9 níveis de carga, ou seja, de 10% a 80% da tensão de ruína, provável, do corpo de prova. Os valores de deformações específicas longitudinais, foram utilizados também para a determinação do Módulo de Deformação,  $E$ , do material, à compressão, em conformidade com os procedimentos sugeridos pela ABNT [50].

## B.2- RESULTADOS DOS ENSAIOS COMPLEMENTARES. Material Básico

### B.2.1- RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO.

Os corpos de prova levados à ruptura por compressão apresentaram as forças máximas constantes da Tab. B.1.

TABELA B.1- Forças máximas nos ensaios de compressão axial.

C.P	F máx. (daN)
1	24.800,000
2	24.500,000
3	23.800,000
4	23.500,000
5	25.000,000
6	25.000,000
7	25.250,000
<b>Média:</b>	<b>4.550,000</b>
<b>Desv. Padrão:</b>	<b>612,372</b>

#### Resistência à Compressão:

$$f_{cj} = \frac{4.550,00}{\pi \cdot 10^2} \cdot 4 = 312,58 \text{ daN/cm}^2.$$

## B.2.2- RESISTÊNCIA À TRAÇÃO.

Os corpos de prova rompidos por compressão diametral, apresentaram as cargas máximas constantes da Tab. B.2.

TABELA B.2- Forças máximas nos ensaios de compressão uniaxial.

C.P	F máx. (daN)
1	9300
2	9000
3	9950
4	9900
5	9000
<b>Média:</b>	<b>9430</b>
<b>Desv. Padrão:</b>	<b>419,05</b>

### Resistência à Tração:

$$f_t = \frac{2 \cdot 9430,00}{\pi \cdot 10 \cdot 20} = 30,017 \text{ daN/cm}^2.$$

### B.3- MÓDULO DE DEFORMAÇÃO - FÓRMULA EMPÍRICA.

O módulo de Deformação decorrente da aplicação da fórmula empírica apresentada pela RILEM [4], que utiliza a resistência à compressão do concreto, é a que se segue:

$$E_c = 4734 \cdot (f_c)^{1/2}$$

$$E_c = 4734 \cdot (31,258)^{1/2} = 26.467,252 \text{ MPa} = \mathbf{264.672,52 \text{ daN/cm}^2}.$$

### B.4- MÓDULO DE DEFORMAÇÃO DETERMINAÇÃO EXTENSOMÉTRICA.

Os três ensaios procedidos conduziram aos resultados que constam da Tab. B.3.

TABELA B.3-Valores dos módulos de Deformação.

C.P	$E_c$ (daN/cm <sup>2</sup> )
1	300353,944
2	229682,428
3	244037,579
MÉDIA	<b>258024,650</b>
DESV. PAD.	30499,666
I. CONF.	34512,936

### B.5- Coeficiente de Poisson.

O Coeficientes de Poisson determinados nos ensaios, bem como o valor médio, são os que contam da Tab. B.4. Os gráficos B1, B2 e B3 foram obtidos com os resultados nos ensaios.

TABELA B.4 -Valores dos Coeficientes de Poisson.

C.P	v
1	0,204819277
2	0,150442478
3	0,153846154
<b>Média:</b>	<b>0,169702636</b>
Desv. Pad.:	0,024870064

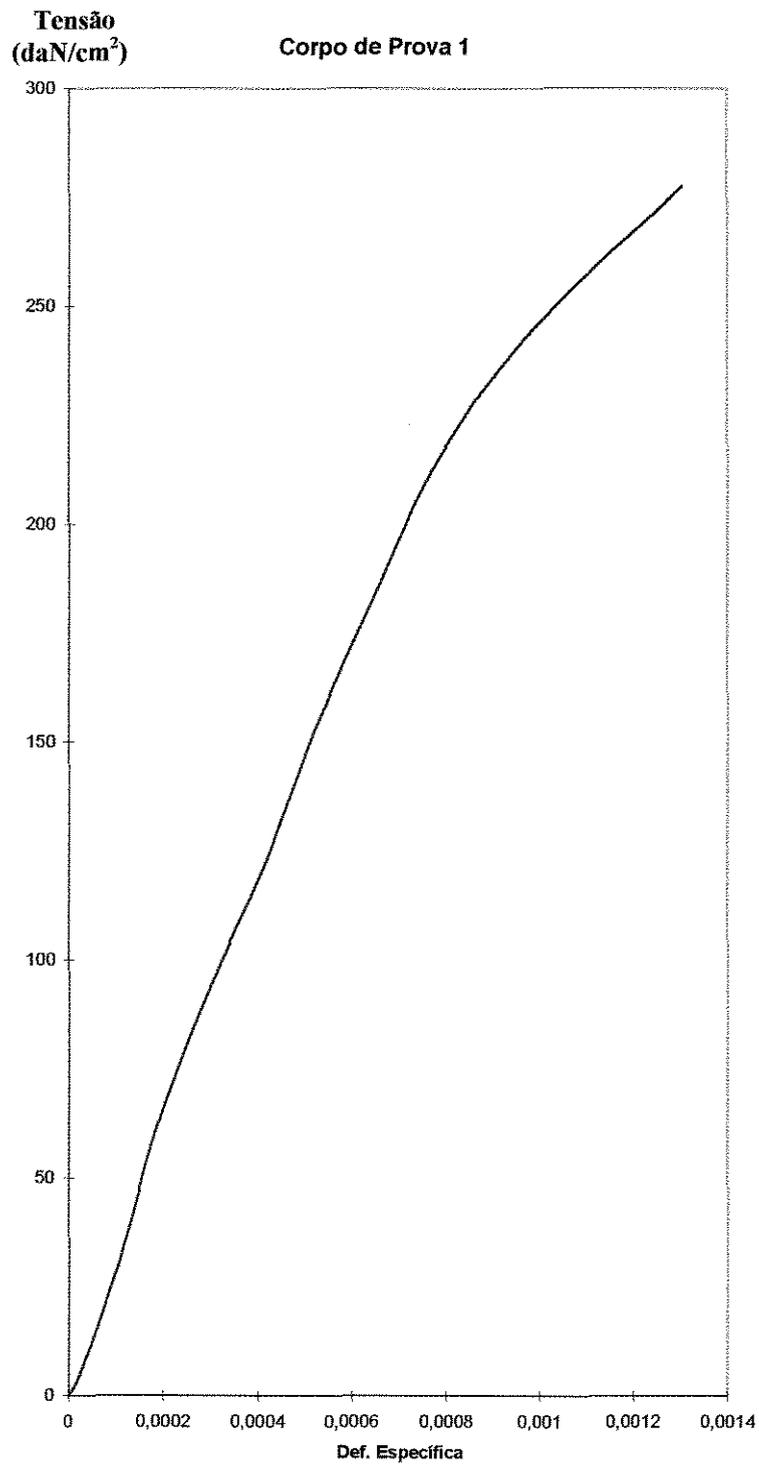


GRÁFICO B.1 - Diagrama Tensão x Deformação - Corpo de prova n. 1.

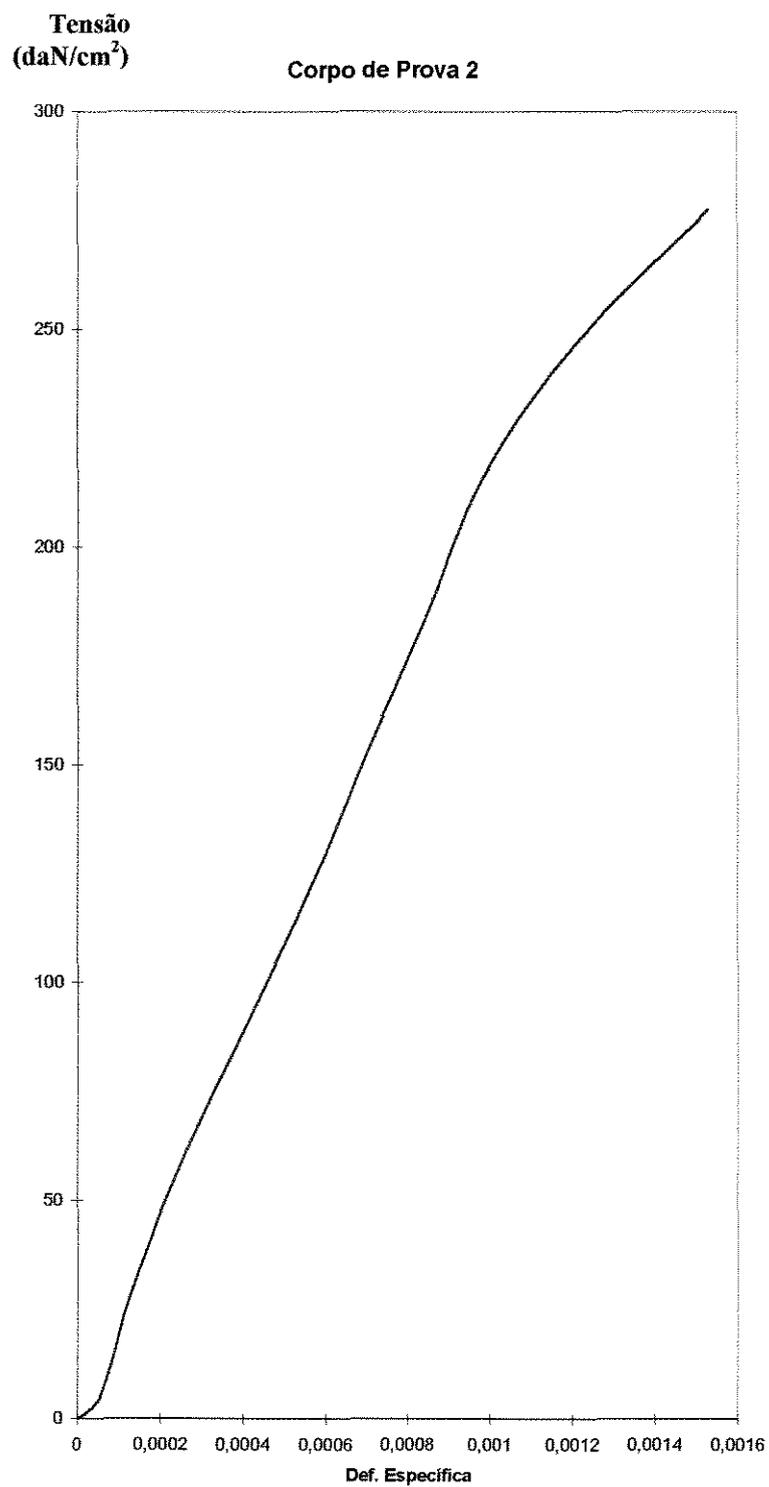


GRÁFICO B.2 - Diagrama Tensão x Deformação - Corpo de prova n. 2.

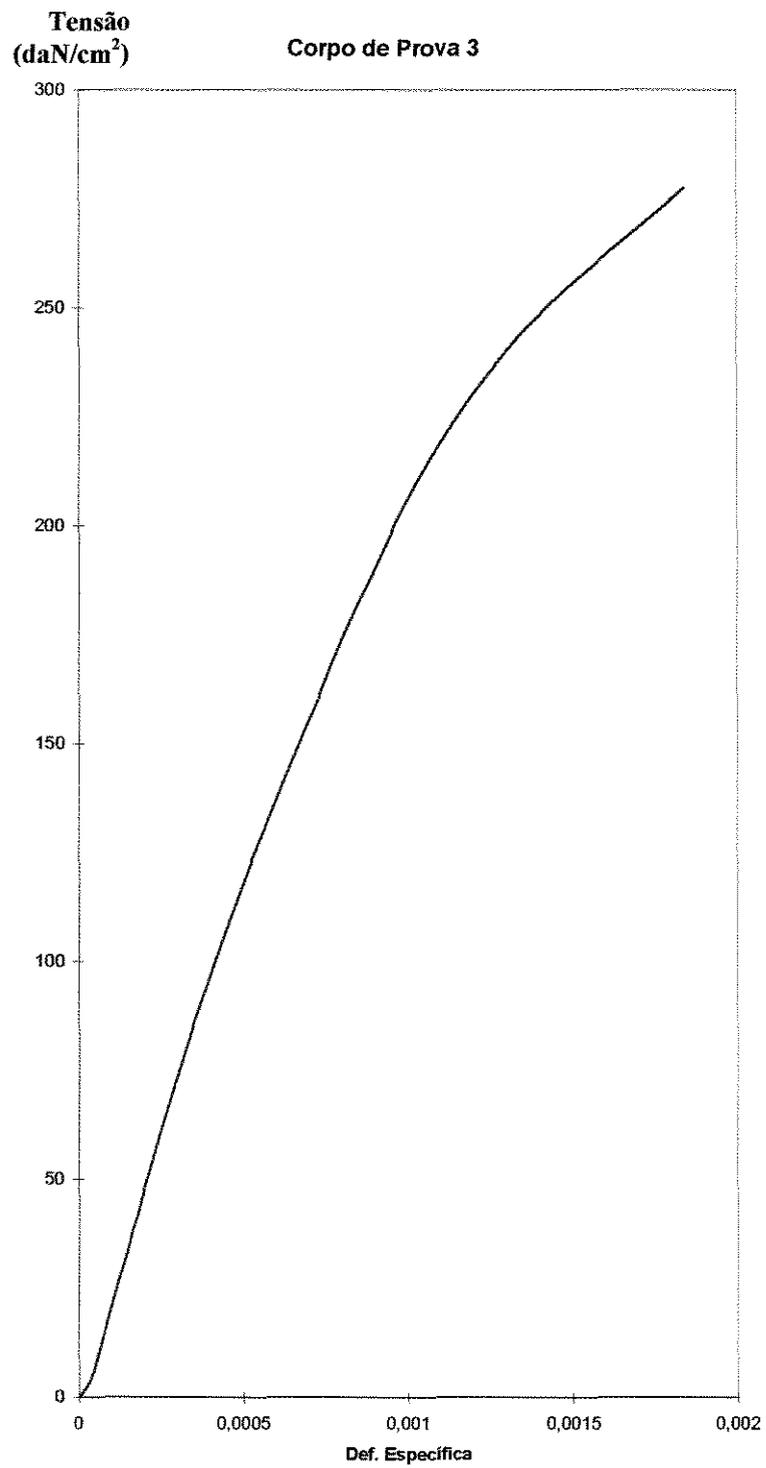
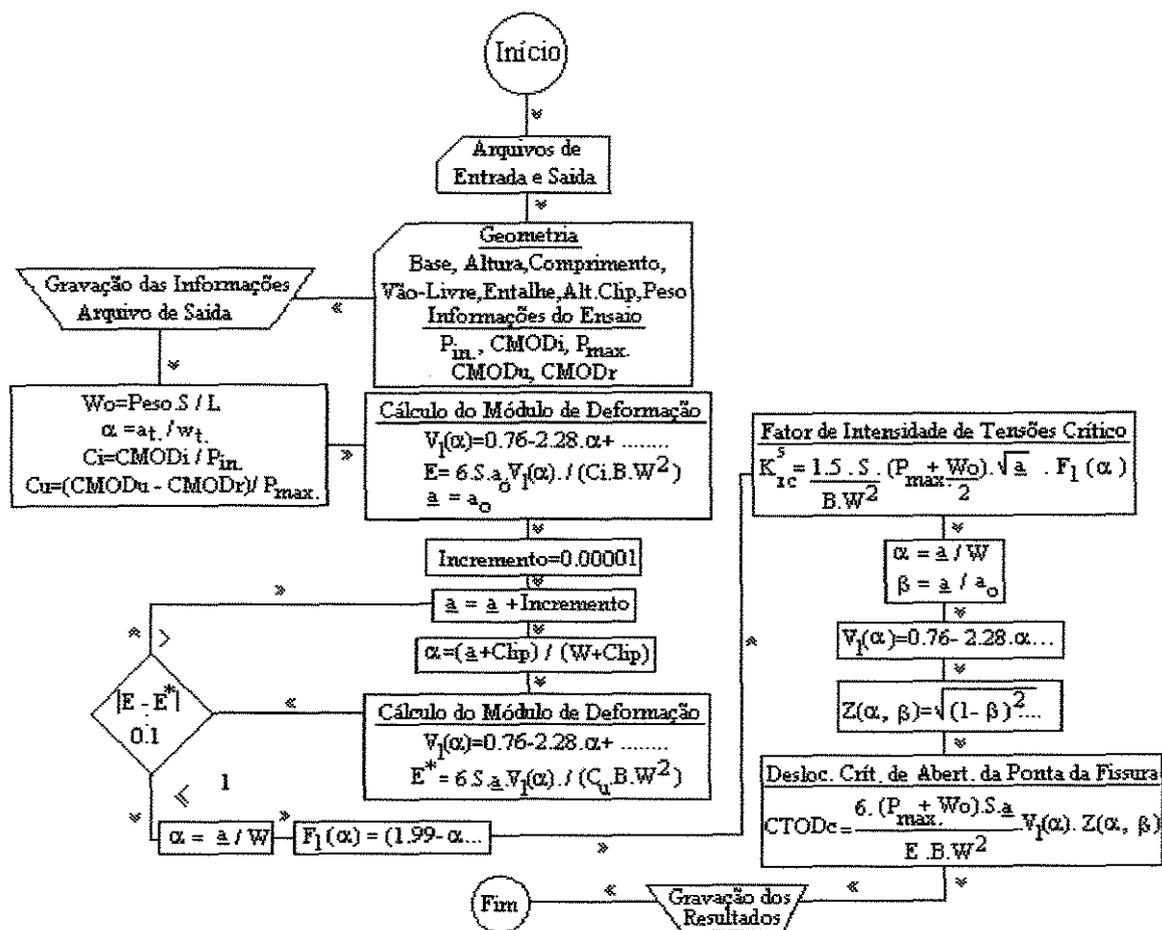


GRÁFICO B.3 - Diagrama Tensão x Deformação - Corpo de prova n. 3.

## APÊNDICE C

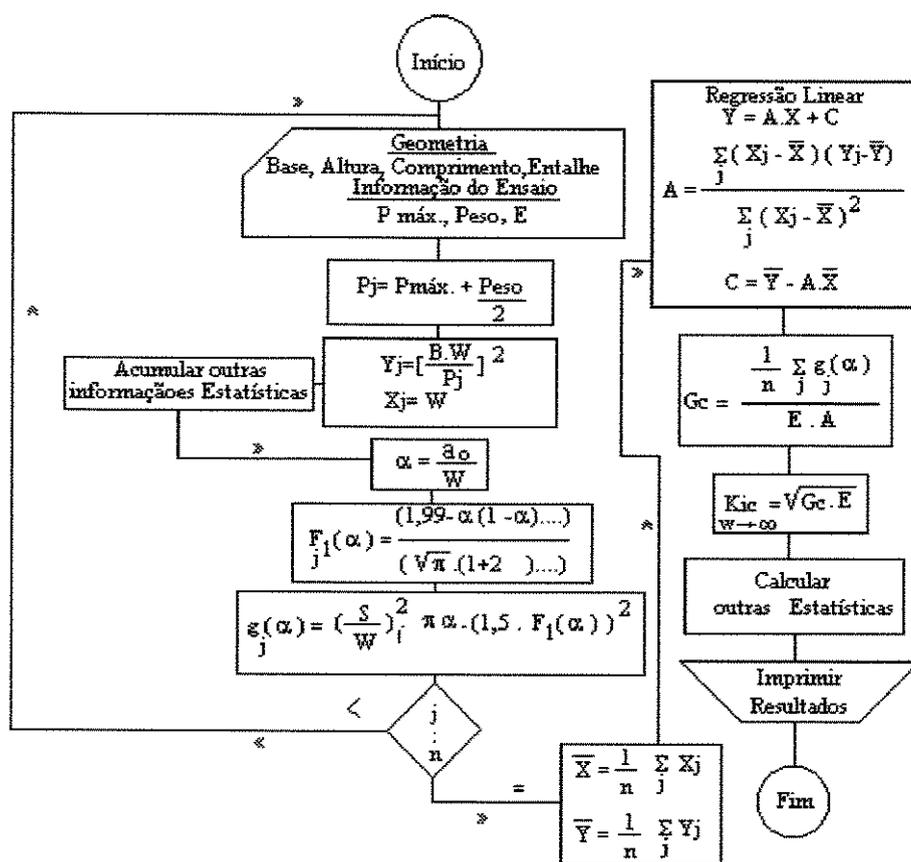
### ROTINAS COMPUTACIONAIS-FLUXOGRAMAS.

#### C.1- MODELO DOS DOIS PARÂMETROS.

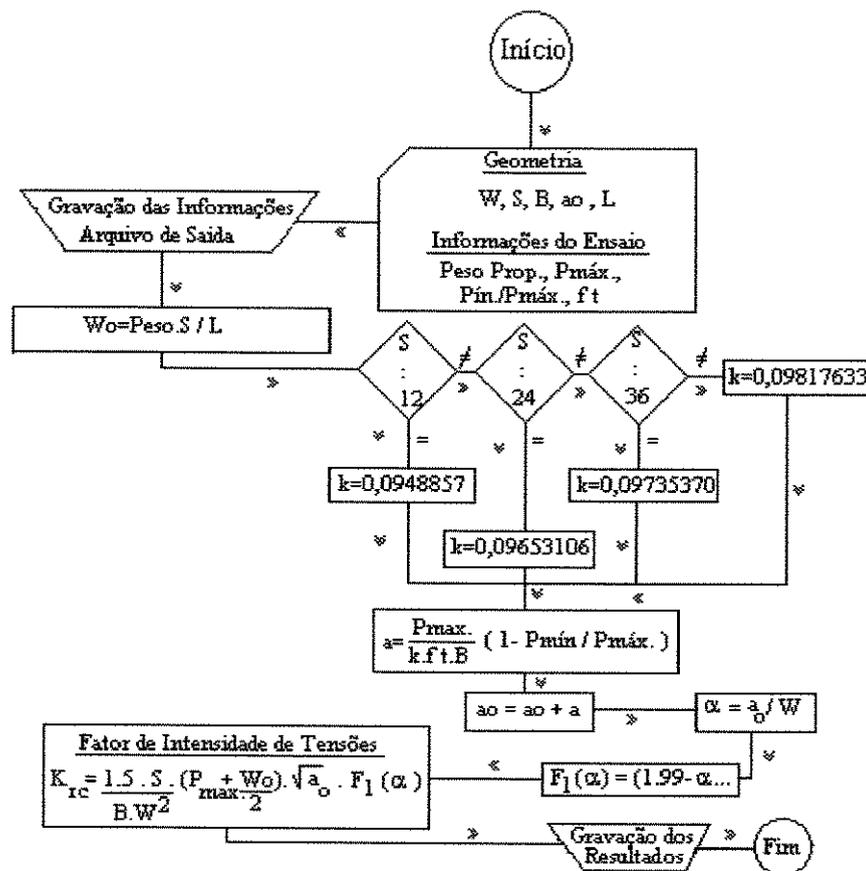




## C.3- EFEITO DE ESCALA.



## C.4- DESLOCAMENTO MANTIDO.



APÊNCICE D.  
Análise do Módulo de  
Deformação

TABELA D1- PRIMEIRA ANÁLISE

VIGA	MÓD. DEF.	DESV. PAD.	MÉDIA	DELTA%
V31	282.078,34			7,294
V32	305.602,67			-0,437
V33	305.017,44			-0,245
V34	331.950,19			-9,096
V35	296.716,56			2,483
		16.236,08	304.273,04	
V61	345.085,47			-21,779
V62	250.085,65			11,746
V63	174.441,65			38,440
V64	357.620,68			-26,202
V65	239.761,17			15,390
V66	333.229,23	66.686,92	283.370,64	-17,595
V91	246.343,79			-5,802
V92	166.730,04			28,391
V93	285.428,78	49.391,16	232.834,21	-22,589
V121	285.443,30			0,809
V122	264.242,98			8,176
V123	294.684,05			-2,403
V124	303.937,06			-5,618
V125	290.543,43	13.234,84	287.770,16	-0,964
	Conjunto:	26.697,39	277.062,01	

TABELA D2- SEGUNDA ANÁLISE

Exclusão dos valores com desvios excessivos (quadro anterior)				
V31	282.078,34			7,294
V32	305.602,67			-0,437
V33	305.017,44			-0,245
V34	331.950,19			-9,096
V35	296.716,56			2,483
		16.236,08	304.273,04	
V61	345.085,47			-13,085
V62	250.085,65			18,047
V64	357.620,68			-17,193
V65	239.761,17			21,430
V66	333.229,23	49.888,35	305.156,44	-9,199
V91	246.343,79			
V93	285.428,78	19.542,49	265.886,29	
V121	285.443,30			0,809
V122	264.242,98			8,176
V123	294.684,05			-2,403
V124	303.937,06			-5,618
V125	290.543,43	13.234,84	287.770,16	-0,964
	Conjunto:	15.949,14	290.771,48	

TABELA D.3- TERCEIRA ANÁLISE

VIGA	MÓD. DEF.	DESV. PAD.	MÉDIA	% MÉDIA
Exclusão dos valores com desvios excessivos (quadro anterior)				
V31	282.078,34			7,294
V32	305.602,67			-0,437
V33	305.017,44			-0,245
V34	331.950,19			-9,096
V35	296.716,56			2,483
		16.236,08	304.273,04	
V61	345.085,47			-7,334
V62	250.085,65			22,214
V64	357.620,68			-11,233
V66	333.229,23	42.126,48	321.505,26	-3,647
V91	246.343,79			
V93	285.428,78	19.542,49	265.886,29	
V121	285.443,30			0,809
V122	264.242,98			8,176
V123	294.684,05			-2,403
V124	303.937,06			-5,618
V125	290.543,43	13.234,84	287.770,16	-0,964
		20.544,57	294.858,69	

## RESULTADO DO CONJUNTO DE VIGAS ENSAIADAS

Módulo de Deformação Médio:		294.858,69
Desvio Padrão Pop. (conjuntos):		20.544,57
Desvio Padrão Pop. (conjuntos) (%):		6,97
Intervalo de Confiança ( 95% ):	+/-	10.066,64
Intervalo de Confiança %:	+/-	3,41

## APÊNDICE E - ARQUIVOS DE DADOS E RESULTADOS DE TENACIDADE

### E.1- ARQUIVOS DE DADOS

V-1  
 (6X3X13.5)  
 CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO CONCRETO  
 Viga 1-(6x3)cm - Material Básico da Pesquisa  
 Idade:28 dias Ruptura:07/02/97  
 [ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]  
 3.07  
 3.41  
 13.69  
 12.  
 [BASE],[ENTALHE],[PESO]  
 6.1  
 1.04  
 .670  
 [P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]  
 20.  
 0.000203  
 67.  
 0.00245  
 0.00085  
 [P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]  
 35.  
 0.0016  
 0.0042  
 294858.69  
 [DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]  
 0.00115  
 0.0004  
 59.5  
 0.00252  
 0.00075  
 [RES. TRAÇÃO],[Pmin]  
 30.017  
 0.858209  
 0.861428

V-2

(6x3x13.5)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 2-(6x3)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

3.05

3.48

13.6

12.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.05

1.17

.668

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

20.

0.000254

68.

0.00223

0.00088

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

35.

0.0002

0.0021

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.001

0.0004

61.5

0.00239

0.00054

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.860294

0.861428

V-3

(6x3x13.5)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 3-(6x3)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

3.05

3.44

13.56

12.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.01

1.16

.665

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

18.

0.000222

60.5

0.00198

0.00067

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

30.

0.0026

0.0059

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.0008

0.00062

53.5

0.00205

0.00052

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.851240

0.861428

V-4

(6x3x13.5)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 4-(6x3)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

3.08

3.41

13.66

12.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

5.95

1.13

.648

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

19.

0.000194

64.5

0.0029

0.0011

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

35.

0.0009

0.004

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.00173

0.0009

59.

0.00295

0.001

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.875969

0.861428

V-5

(6x3x13.5)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 5-(6x3)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

2.92

3.31

13.63

12.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.02

1.08

.644

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

20.

0.000252

65.5

0.00288

0.00127

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

35.

0.0035

0.0074

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.0008

0.0005

57.

0.00294

0.00115

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.809160

0.861428

V-1

(6X6X27)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 1-(6x6)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

6.03

6.37

26.95

24.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.02

2.08

2.49

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

32.

0.000261

107.5

0.00295

0.001

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

50.

0.002

0.0063

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.00125

0.0006

94.

0.0030

0.0009

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.846512

0.836306

V-2

(6X6X27)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 2-(6x6)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

6.1

6.44

27.

24.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.

2.1

2.523

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

36.

0.000400

120.5

0.0045

0.00175

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

60.

0.003

0.0082

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.002

0.0007

107.5

0.00455

0.00155

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.821577

0.836306

V-3

(6X6X27)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 3-(6x6)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

6.01

6.35

27.

24.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.03

2.

2.495

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

34.

0.000515

114.

0.00485

0.00248

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

60.

0.0031

0.0070

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.00235

0.0012

102.

0.00478

0.00253

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.688596

0.836306

V-4  
(6X6X27)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 4-(6x6)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

6.03

6.41

26.95

24.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.13

1.99

2.445

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

34.

0.000245

112.

0.0026

0.0008

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

55.

0.004

0.0102

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.00105

0.00035

95.

0.00277

0.00052

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.825893

0.836306

V-5  
(6X6X27)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 5-(6x6)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]  
6.04  
6.38  
27.  
24.  
[BASE],[ENTALHE],[PESO]  
6.04  
1.98  
2.388  
[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]  
29.  
0.000309  
97.  
0.0032  
0.00091  
[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]  
50.  
0.0012  
0.0038  
294858.69  
[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]  
0.00215  
0.0009  
87.  
0.00336  
0.0006  
[RES. TRAÇÃO],[Pmin]  
30.017  
0.865979  
0.836306

V-6

(6X6X27)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 6-(6x6)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

6.08

6.44

26.95

24.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.

1.98

2.396

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

36.

0.000274

121.

0.00265

0.0007

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

60.

0.0058

0.0107

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.00155

0.0005

107.5

0.0027

0.0006

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.851240

0.836306

V-1  
(6X9X40.5)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 1-(6x9)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

9.01

9.42

40.45

36.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

5.92

3.

5.120

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

38.

0.000409

128.

0.006

0.00335

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

65.

0.0071

0.0151

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.

0.

0.

0.

0.

0.

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.792969

0.

V-2  
(6X9X40.5)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 2-(6x9)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

9.01

9.42

45.6

36.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.21

3.01

5.30

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

52.

0.000793

172.

0.00845

0.0044

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

85.

0.0132

0.024

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.00285

0.0013

150.

0.0098

0.00525

[RES. TRAÇÃO],[Pmin]

30.017

0.764535

0.

V-3

(6X9X40.5)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 3-(6x9)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]  
 9.07  
 9.45  
 45.5  
 36.  
 [BASE],[ENTALHE],[PESO]  
 5.98  
 3.07  
 5.26  
 [P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]  
 42.  
 0.000393  
 140.  
 0.0039  
 0.0014  
 [P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]  
 70.  
 0.0079  
 0.0185  
 294858.69  
 [DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]  
 0.00255  
 0.00109  
 125.  
 0.0051  
 0.0014  
 [RES. TRAÇÃO],[Pmin]  
 30.017  
 0.810714  
 0.810714

V-1

(6X12X54)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 1-(6x12)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]  
 11.92  
 12.22  
 53.90  
 48.  
 [BASE],[ENTALHE],[PESO]  
 5.93  
 4.16  
 9.120  
 [P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]  
 68.  
 0.000671  
 228.  
 0.00578  
 0.00168  
 [P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]  
 0.  
 0.  
 0.  
 294858.69  
 [DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]  
 0.  
 0.  
 0.  
 0.  
 0.  
 [RES. TRAÇÃO],[Pmin/Pmax]  
 30.017  
 0.859649  
 0.863052

V-2  
(6X12X54)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 2-(6x12)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

11.94

12.27

53.90

48.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.04

4.05

9.110

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

48.

0.000478

144.5

0.0067

0.00255

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

70.

0.0003

0.00113

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.00255

0.0011

126.5

0.00677

0.00232

[RES. TRAÇÃO],[Pmin/Pmax]

30.017

0.854671

0.863052

V-3

(6X12X54)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 3-(6x12)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

11.80

12.25

53.95

48.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

5.95

4.

8.945

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

52.

0.000484

172.

0.0061

0.002

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

90.

0.0031

0.0081

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.0027

0.0013

152.

0.0062

0.0018

[RES. TRAÇÃO],[Pmin/Pmax]

30.017

0.866279

0.863052

V-4

(6X12X54)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 4-(6x12)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]  
 11.95  
 12.25  
 53.90  
 48.  
 [BASE],[ENTALHE],[PESO]  
 5.9  
 4.01  
 9.120  
 [P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]  
 55.  
 0.000476  
 183.5  
 0.00555  
 0.00176  
 [P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]  
 90.  
 0.00067  
 0.00145  
 294858.69  
 [DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]  
 0.0032  
 0.00135  
 163.5  
 0.00567  
 0.00169  
 [RES. TRAÇÃO],[Pmin/Pmax]  
 30.017  
 0.863760  
 0.863052

V-5

(6X12X54)

CALCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO  
CONCRETO

Viga 5-(6x12)cm - Material Básico da Pesquisa

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97

[ALTURA],[ALTURA TOTAL],[COMPRIMENTO],[VÃO-LIVRE]

11.95

12.29

53.9

48.

[BASE],[ENTALHE],[PESO]

6.06

4.19

9.180

[P inic(CMODi)],[CMODi],[P max.],[CMODu(95%Pmax)],[CMODr]

54.

0.000518

181.

0.0058

0.0020

[P inic(DESLOC)],[DESLOC.INIC.],[DESLOC. MAX.],[E]

90.

0.00084

0.00150

294858.69

[DELTA X],[DELTA Xo],[Fm],[CMOD(am)mx],[CMOD(am)r]

0.00285

0.0012

161.5

0.00595

0.0019

[RES. TRAÇÃO],[Pmin/Pmax]

30.017

0.859116

0.863052

RESUMO DA ANÁLISE

Módulo de Deformação calculado com a Flexibilidade Inicial  
(Dois Parâmetros)

C.P	DIM.NOM. (cm)	DOIS PARÂMETROS			FISSURA EFETIVA			LINEARIZAÇÃO I.S.R.M.		
		MÓD. DEF. (daN/cm <sup>2</sup> )	ac (cm)	KIC(s) (daN.cm <sup>3/2</sup> )	MÓD. DEF. (daN/cm <sup>2</sup> )	ae (cm)	KIC(e) (daN.cm <sup>3/2</sup> )	MÓD. DEF. (daN/cm <sup>2</sup> )	a (cm)	KIC (daN.cm <sup>3/2</sup> )
V-1	(6X3X13.5)	282079.000	1.52117	64.599	282077.563	1.35782	64.727	282079.000	1.57577	68.378
V-2	(6x3x13.5)	305603.656	1.41939	60.843	.000	.00000	.000	305603.656	1.58951	72.497
V-3	(6x3x13.5)	305018.125	1.47376	57.566	305016.875	1.61778	80.396	305018.125	1.55751	62.781
V-4	(6x3x13.5)	331951.031	1.68780	75.429	331948.219	1.44065	68.826	331951.031	1.72904	79.048
V-5	(6x3x13.5)	296717.031	1.43598	68.179	296715.938	1.56493	95.241	296717.031	1.49051	72.351
V-1	(6X6X27)	345086.469	2.97328	76.175	345084.469	2.75640	80.753	345086.469	3.05281	79.429
V-2	(6X6X27)	250086.578	2.91660	80.306	250084.031	2.60836	81.295	250086.578	3.01211	84.304
V-4	(6X6X27)	357621.375	2.88812	74.553	357620.813	3.28079	111.082	357621.375	3.12744	84.544
V-6	(6X6X27)	333230.094	2.82966	77.927	333229.031	3.20269	113.458	333230.094	2.91150	81.180
V-3	(6X9X40.5)	285429.750	4.16839	73.626	285428.063	5.11657	125.389	285429.750	4.80423	91.826
V-3	(6X12X54)	294684.969	6.05585	97.287	294682.594	4.26069	73.036	294684.969	6.20180	101.313
V-4	(6X12X54)	303937.969	5.95149	97.738	.000	.00000	.000	303937.969	6.05573	100.492
V-5	(6X12X54)	290544.406	5.93477	93.488	.000	.00000	.000	290544.406	6.07049	96.932

RESUMO DA ANÁLISE

Módulo de Deformação Médio estimado para o grupo de vigas ensaiadas

C.P	DIM.NOM. (cm)	DOIS PARÂMETROS			FISSURA EFETIVA			LINEARIZAÇÃO I.S.R.M.		
		MÓD. DEF. (daN/cm <sup>2</sup> )	ac (cm)	KIC(s) (daN.cm <sup>3/2</sup> )	MÓD. DEF. (daN/cm <sup>2</sup> )	ae (cm)	KIC(e) (daN.cm <sup>3/2</sup> )	MÓD. DEF. (daN/cm <sup>2</sup> )	a (cm)	KIC (daN.cm <sup>3/2</sup> )
V-1	(6X3X13.5)	294858.150	1.54523	66.224	294857.563	1.38417	66.469	294858.198	1.59946	70.123
V-2	(6x3x13.5)	294857.817	1.39966	59.675	.000	.00000	.000	294858.104	1.57056	71.039
V-3	(6x3x13.5)	294858.018	1.45526	56.502	294856.844	1.60039	78.771	294858.020	1.53940	61.594
V-4	(6x3x13.5)	294858.082	1.62555	70.435	294857.938	1.37153	64.137	294857.717	1.66775	73.763
V-5	(6x3x13.5)	294857.740	1.43272	67.942	294857.031	1.56185	94.877	294857.807	1.48730	72.094
V-1	(6X6X27)	294857.935	2.80175	69.805	294857.094	2.56990	73.429	294857.844	2.88300	72.718
V-2	(6X6X27)	294857.770	3.09637	88.086	294857.656	2.80457	89.767	294857.732	3.18951	92.575
V-4	(6X6X27)	294857.846	2.67552	67.089	294857.844	3.08466	98.856	294857.720	2.92092	75.814
V-6	(6X6X27)	294857.717	2.69309	72.912	294857.000	3.07559	105.440	294857.861	2.77602	75.898
V-3	(6X9X40.5)	294857.799	4.22242	74.952	294856.813	5.16430	127.957	294857.830	4.85513	93.572
V-3	(6X12X54)	294857.720	6.05707	97.320	294856.906	4.26241	73.067	294857.719	6.20301	101.348
V-4	(6X12X54)	294857.818	5.88646	96.077	.000	.00000	.000	294857.744	5.99120	98.773
V-5	(6X12X54)	294857.808	5.96629	94.271	.000	.00000	.000	294857.716	6.10168	97.751

## DESLOCAMENTO MANTIDO

## RESUMO DA ANÁLISE

C.P	DIM.NOM. (cm)	a (cm)	R.Tr. (daN/cm <sup>2</sup> )	Kic (daN.cm <sup>3/2</sup> )	a (cm)	Kic (daN.cm <sup>3/2</sup> )	Pmin/Pmax (Ind.) (Méd.)	
V-1	(6X3X13.5)	.546796	30.01700	69.181	.534382	68.277	.858209	.861428
V-2	(6x3x13.5)	.551315	30.01700	84.055	.546840	83.617	.860294	.861428
V-3	(6x3x13.5)	.525773	30.01700	72.289	.489765	69.407	.851240	.861428
V-4	(6x3x13.5)	.472068	30.01700	68.682	.527412	72.925	.875969	.861428
V-5	(6x3x13.5)	.729031	30.01700	107.045	.529361	82.913	.809160	.861428
V-1	(6X6X27)	.945915	30.01700	78.305	1.008812	80.972	.846512	.836306
V-2	(6X6X27)	1.236666	30.01700	100.420	1.134578	94.874	.821577	.836306
V-4	(6X6X27)	1.097841	30.01700	82.756	1.032181	79.915	.825893	.836306
V-6	(6X6X27)	1.035347	30.01700	85.610	1.139285	90.419	.851240	.836306
V-3	(6X9X40.5)	1.516441	30.01700	84.892	1.516441	84.892	.810714	.810714
V-3	(6X12X54)	1.311708	30.01700	80.080	1.343362	80.716	.866279	.863052
V-4	(6X12X54)	1.437853	30.01700	85.904	1.445326	86.064	.863760	.863052
V-5	(6X12X54)	1.427886	30.01700	86.130	1.387994	85.266	.859116	.863052
		GERAL	Média:	----- 83.488		GERAL	----- 81.558	
			Desv.Pad.:	10.560			7.387	

## APÊNDICE F

### Análise da Energia Fraturamento

TABELA F.1-CÁLCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO CONCRETO

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97  
Cálculos com o Módulo de Deformação Médio  
Energia de Fraturamento - Modelo do Efeito de Escala

C.P	Dim. Nom. (cm)	Altura (cm)	$(B.W/P)^2$ (cm <sup>4</sup> /daN <sup>2</sup> )	$g(\alpha)$	Mód. Deformação (daN/cm <sup>2</sup> )
V-1	(6X3X13.5)	3.070	.077	43.197	294858.690
V-2	(6x3x13.5)	3.050	.073	55.571	294858.690
V-3	(6x3x13.5)	3.050	.091	54.591	294858.690
V-4	(6x3x13.5)	3.080	.080	49.795	294858.690
V-5	(6x3x13.5)	2.920	.071	56.293	294858.690
V-1	(6X6X27)	6.030	.111	46.262	294858.690
V-2	(6X6X27)	6.100	.090	45.045	294858.690
V-4	(6X6X27)	6.030	.107	42.792	294858.690
V-6	(6X6X27)	6.080	.089	41.150	294858.690
V-3	(6X9X40.5)	9.070	.145	44.475	294858.690
V-3	(6X12X54)	11.800	.158	46.837	294858.690
V-4	(6X12X54)	11.950	.141	44.861	294858.690
V-5	(6X12X54)	11.950	.152	48.548	294858.690

**ENERGIA DE FRATURAMENTO**

$$G_c = .019177 \text{ daN/cm}$$

**TENACIDADE AO FRATURAMENTO(Estr. Inf.)**

$$K_{Ic} = 75.196 \text{ daN.cm}^{3/2}$$

**REGRESSÃO LINEAR -  $Y=A.X + C$** 

$$\text{Coeficiente Angular } A = .008427$$

$$\text{Coeficiente Linear } C = .052012$$

**ESTATÍSTICAS**

$$\text{Coeficiente de variação dos tamanhos: } .554937$$

$$\text{Coeficiente de variação do erro: } .316922$$

$$\text{Coeficiente de variação do Coef. Ang. : } .322007$$

$$\text{Coeficiente de variação do Coef. Lin. : } .386345$$

$$\text{Extensão relativa da faixa de dispersão: } .571095$$

$$\text{Módulo de Deformação médio: } 294858.690 \text{ daN/cm}^2$$

$$\text{Coeficiente de variação do módulo : } .000000$$

TABELA F.2-CÁLCULO DA TENACIDADE AO FRATURAMENTO DO CONCRETO

Idade:28 dias Ruptura:07/02/97  
Cálculos com Módulos de Deformação Individuais  
Energia de Fraturamento - Modelo do Efeito de Escala

C.P	Dim. Nom. (cm)	Altura (cm)	(B.W/P) <sup>2</sup> (cm <sup>4</sup> /daN <sup>2</sup> )	g(α)	Mód. Deformação (daN/cm <sup>2</sup> )
V-1	(6X3X13.5)	3.070	.077	43.197	282078.373
V-2	(6x3x13.5)	3.050	.073	55.571	305603.181
V-3	(6x3x13.5)	3.050	.091	54.591	305017.573
V-4	(6x3x13.5)	3.080	.080	49.795	331950.515
V-5	(6x3x13.5)	2.920	.071	56.293	296716.475
V-1	(6X6X27)	6.030	.111	46.262	345085.513
V-2	(6X6X27)	6.100	.090	45.045	250085.599
V-4	(6X6X27)	6.030	.107	42.792	357620.392
V-6	(6X6X27)	6.080	.089	41.150	333229.180
V-3	(6X9X40.5)	9.070	.145	44.475	285428.827
V-3	(6X12X54)	11.800	.158	46.837	294684.042
V-4	(6X12X54)	11.950	.141	44.861	303937.061
V-5	(6X12X54)	11.950	.152	48.548	290543.522

**ENERGIA DE FRATURAMENTO**

$$G_c = .018460 \text{ daN/cm}$$

**TENACIDADE AO FRATURAMENTO(Estr. Inf.)**

$$K_{Ic} = 75.196 \text{ daN.cm}^{3/2}$$

**REGRESSÃO LINEAR -  $Y=A.X + C$** 

$$\text{Coeficiente Angular } A = .008427$$

$$\text{Coeficiente Linear } C = .052012$$

**ESTATÍSTICAS**

$$\text{Coeficiente de variação dos tamanhos: } .554937$$

$$\text{Coeficiente de variação do erro: } .316922$$

$$\text{Coeficiente de variação do Coef. Ang. : } .322007$$

$$\text{Coeficiente de variação do Coef. Lin. : } .386345$$

$$\text{Extensão relativa da faixa de dispersão: } .571095$$

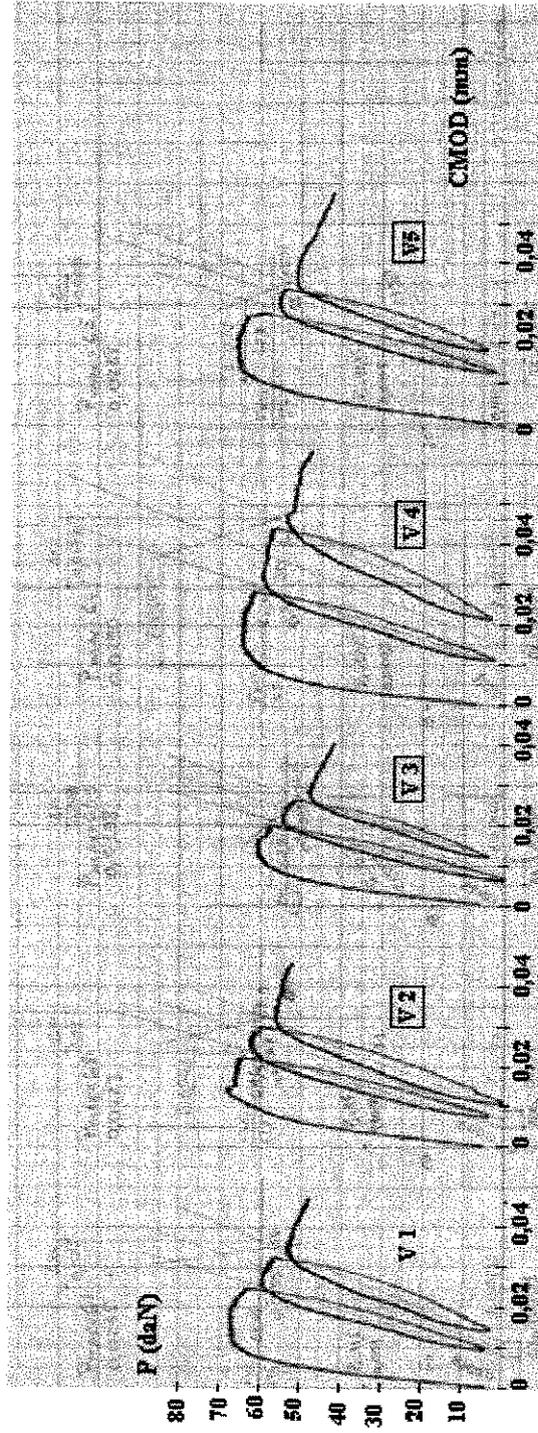
$$\text{Módulo de Deformação médio: } 306306.173 \text{ daN/cm}^2$$

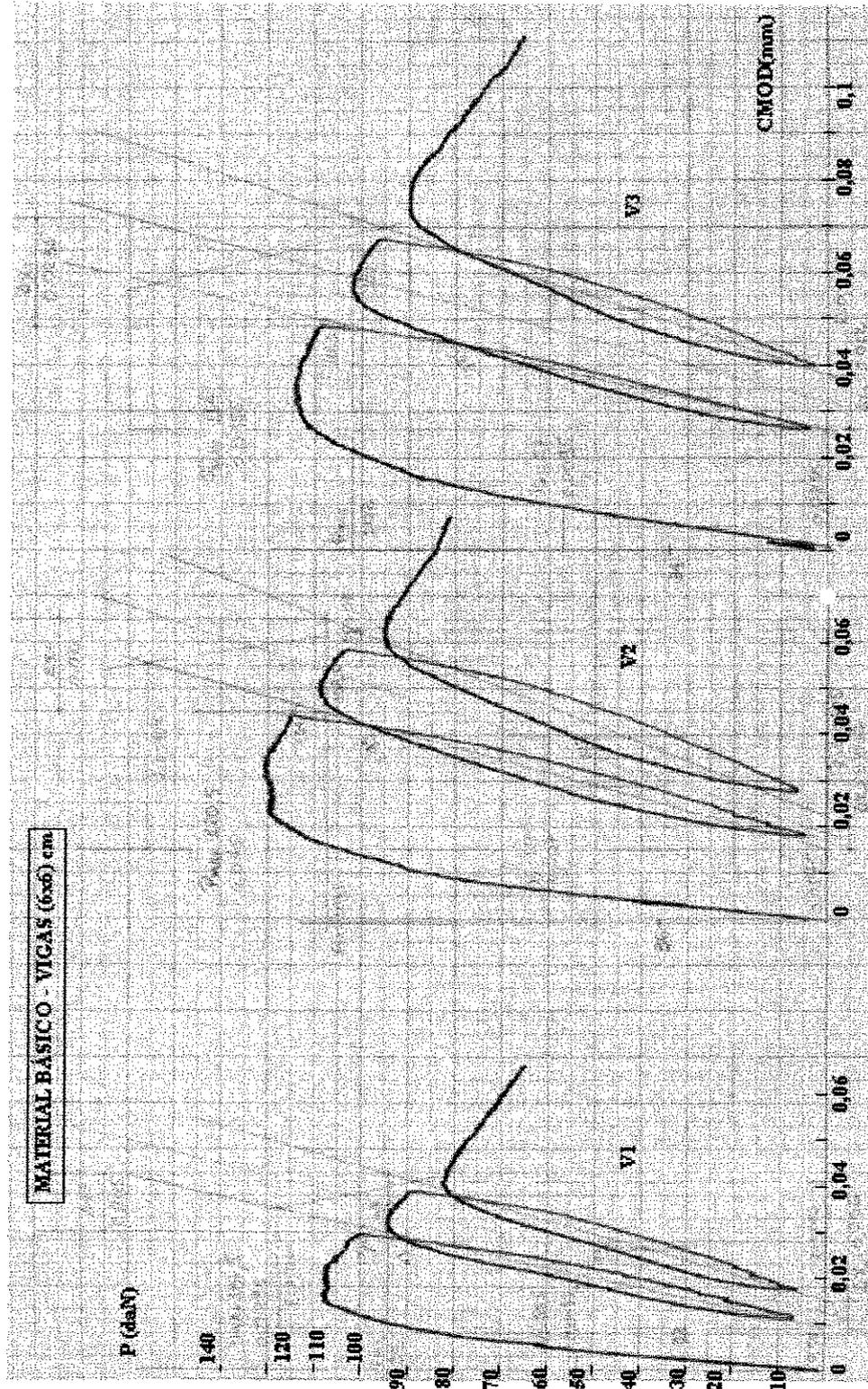
$$\text{Coeficiente de variação do módulo : } .095118$$

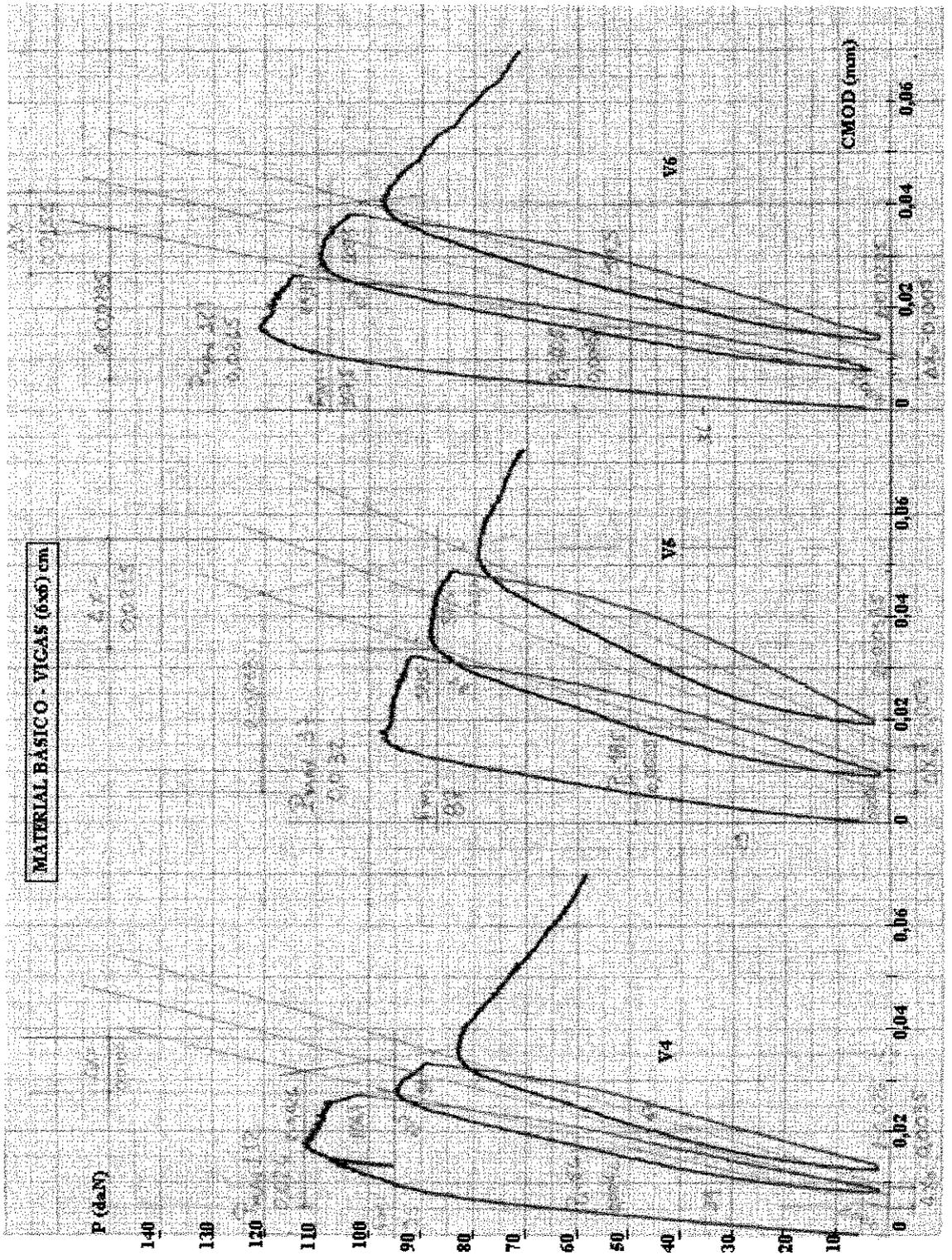
## **APÊNDICE G**

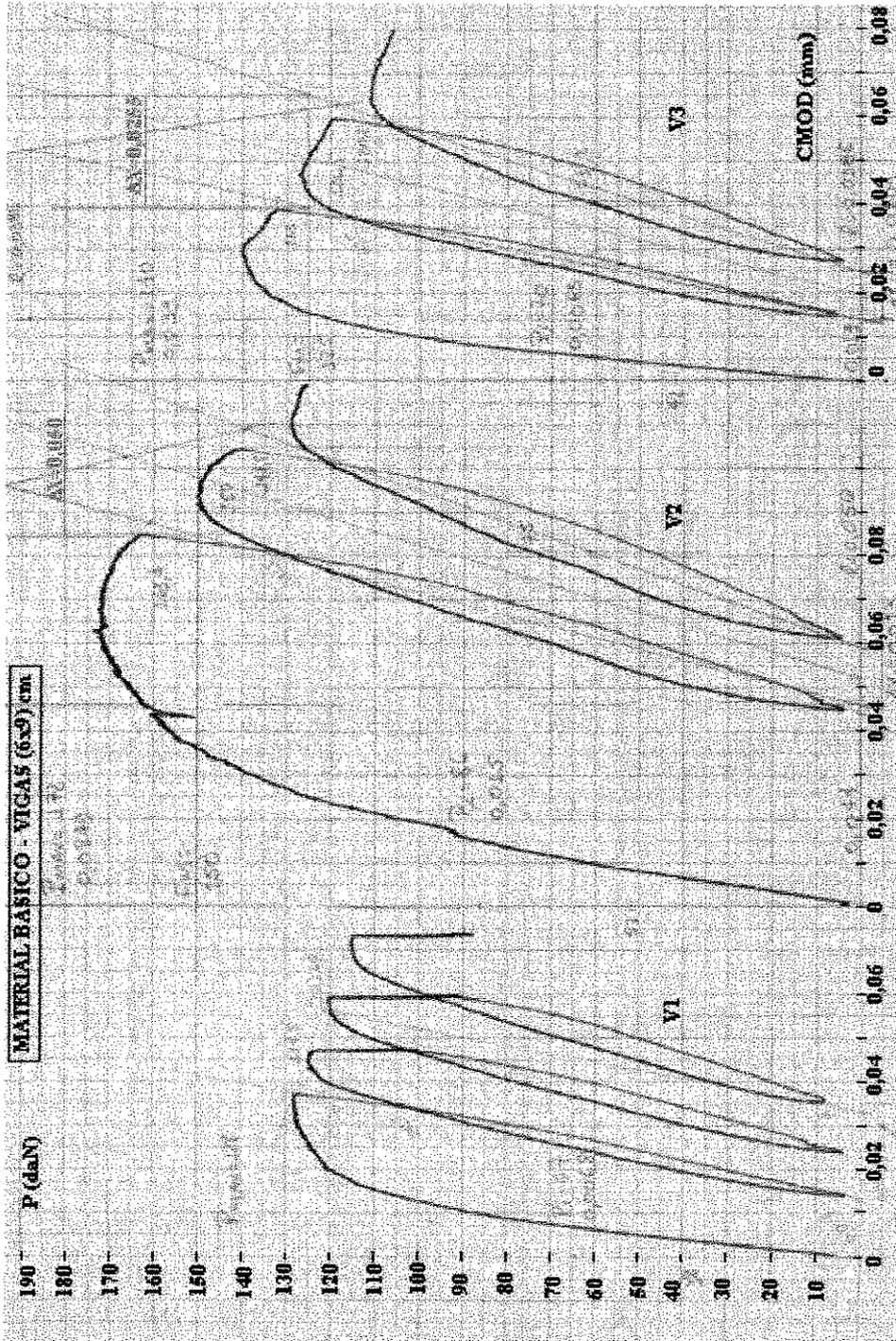
### **Gráficos $P \times CMOD$ e $P \times \delta$**

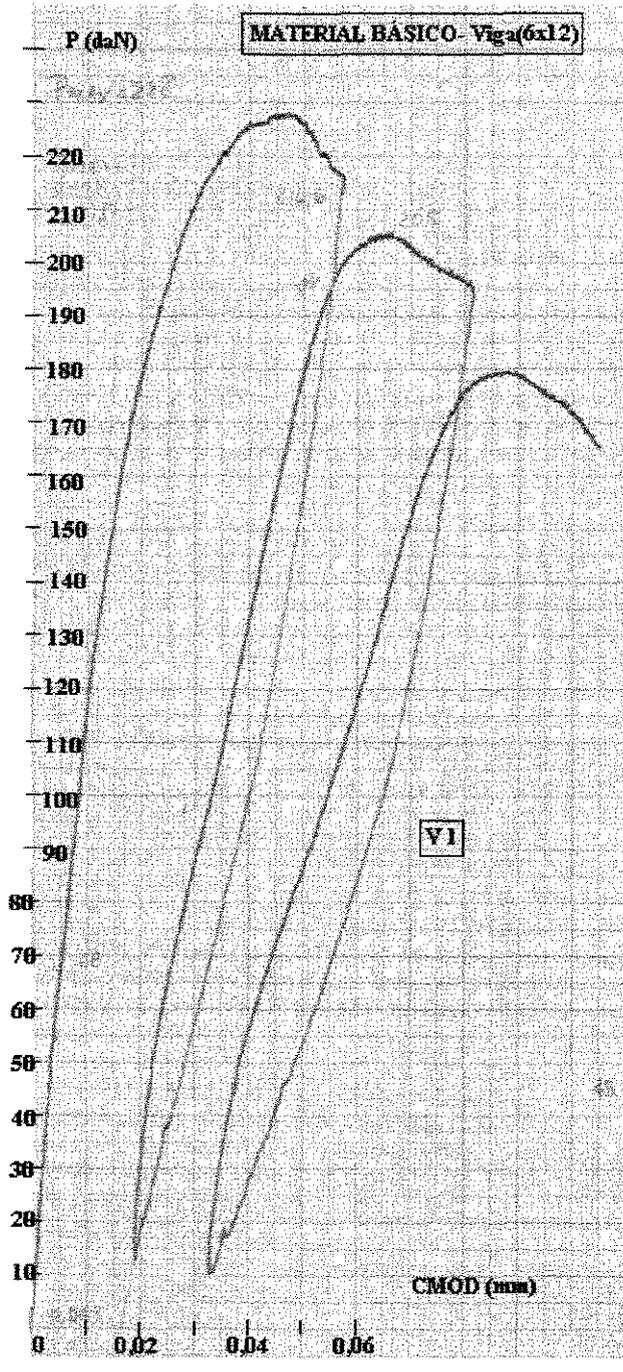
São apresentados a seguir os gráficos de carga aplicada versus deslocamento de abertura da entrada do entalhe ( $P \times CMOD$ ) e de carga aplicada versus deflexão da linha de carga ( $P \times \delta$ ), conforme produzidos pelo traçador XY do equipamento MTS-810 utilizado para ensaios de deformação controlada.

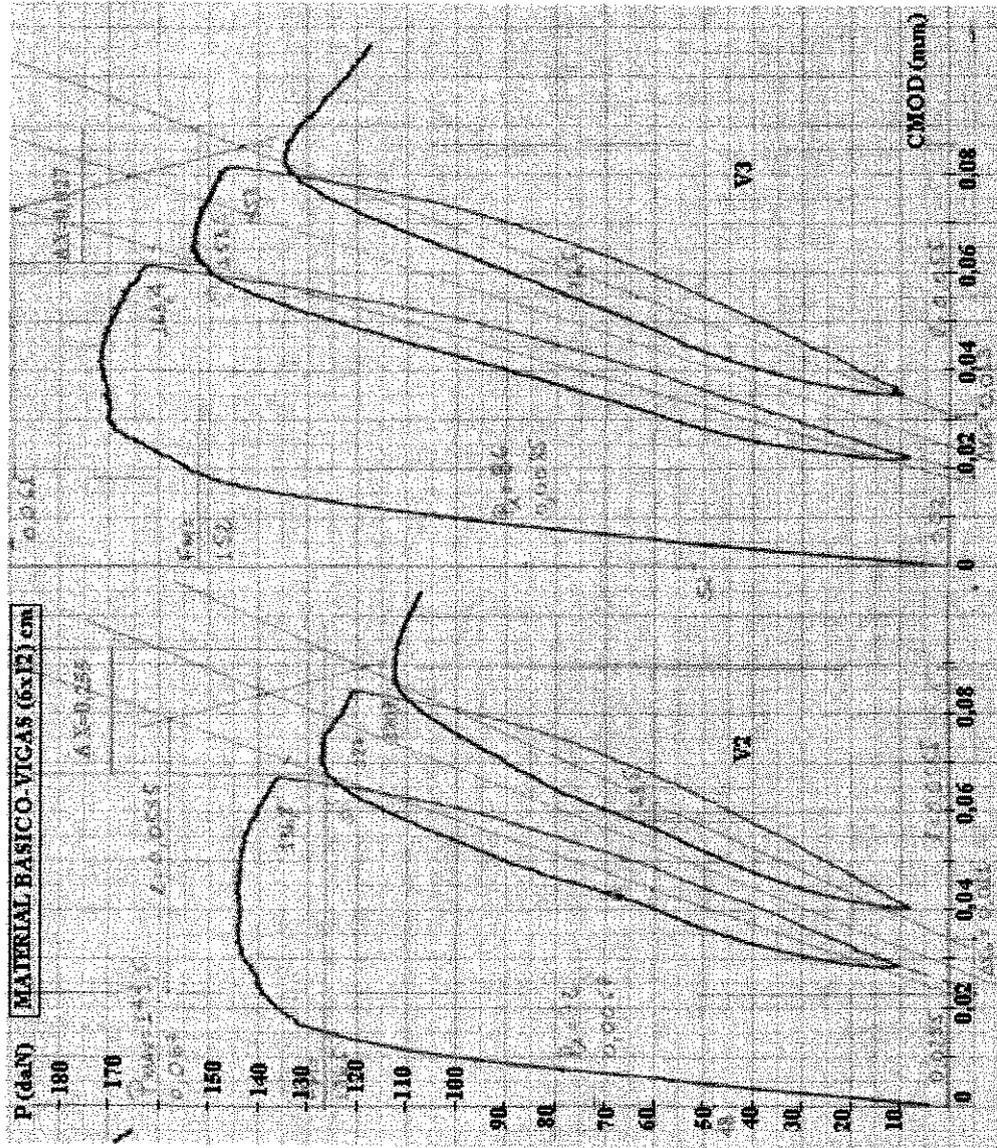


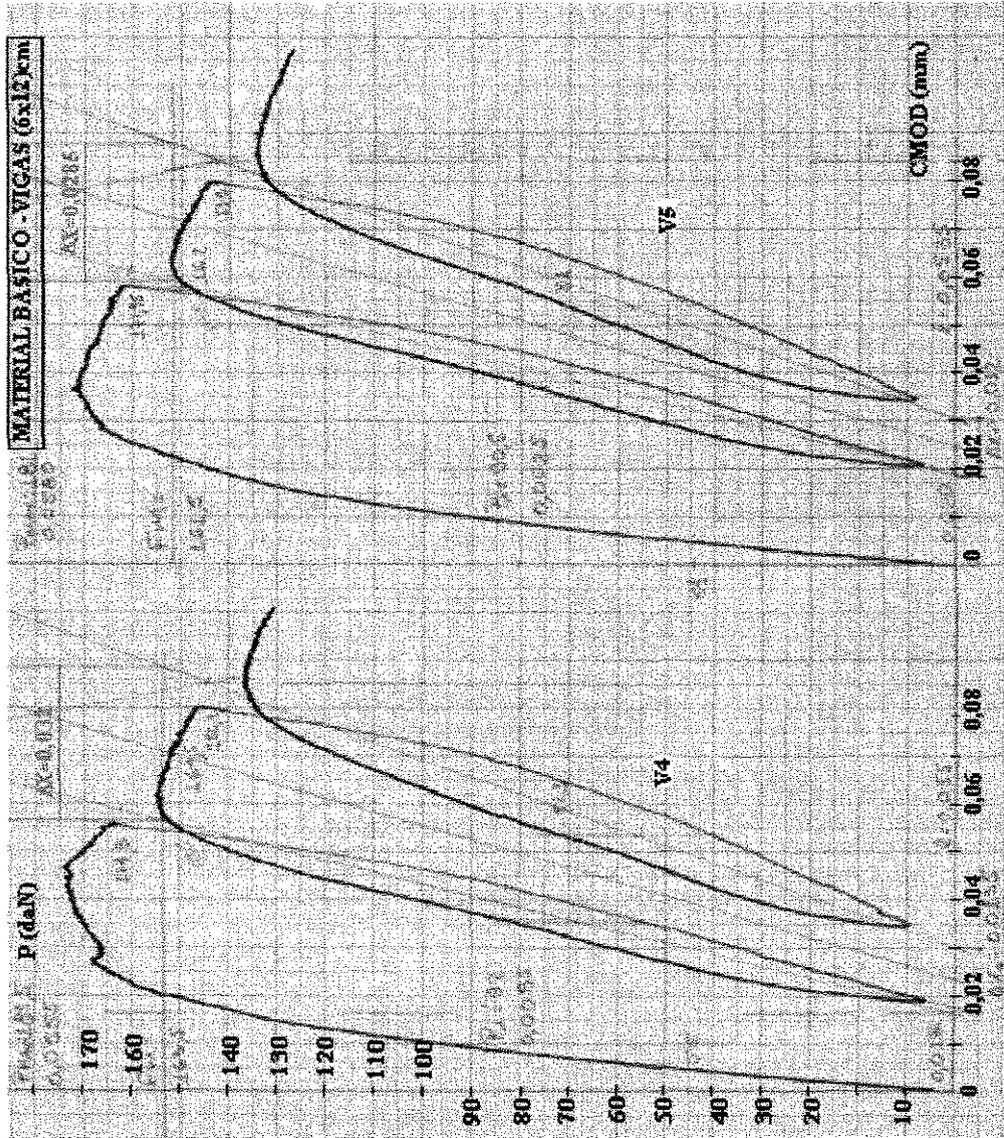




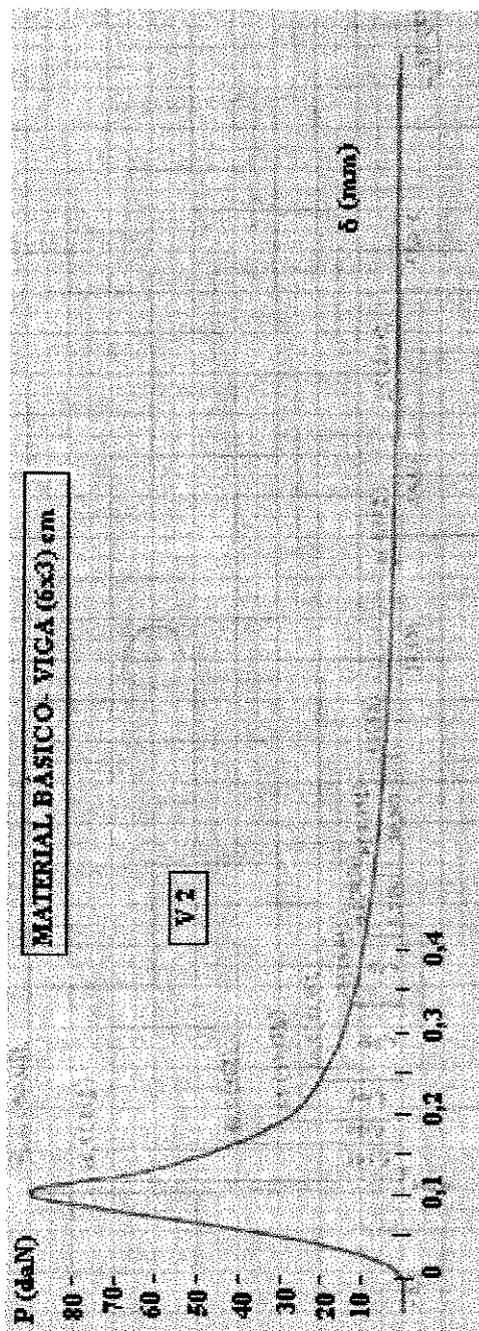


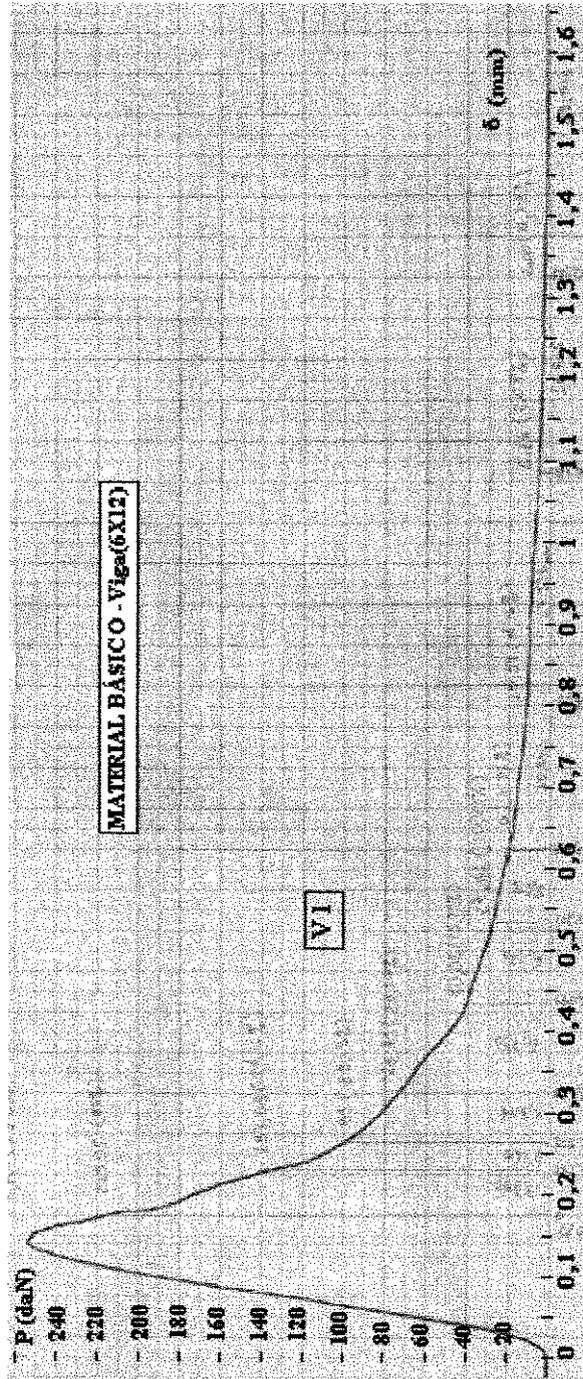


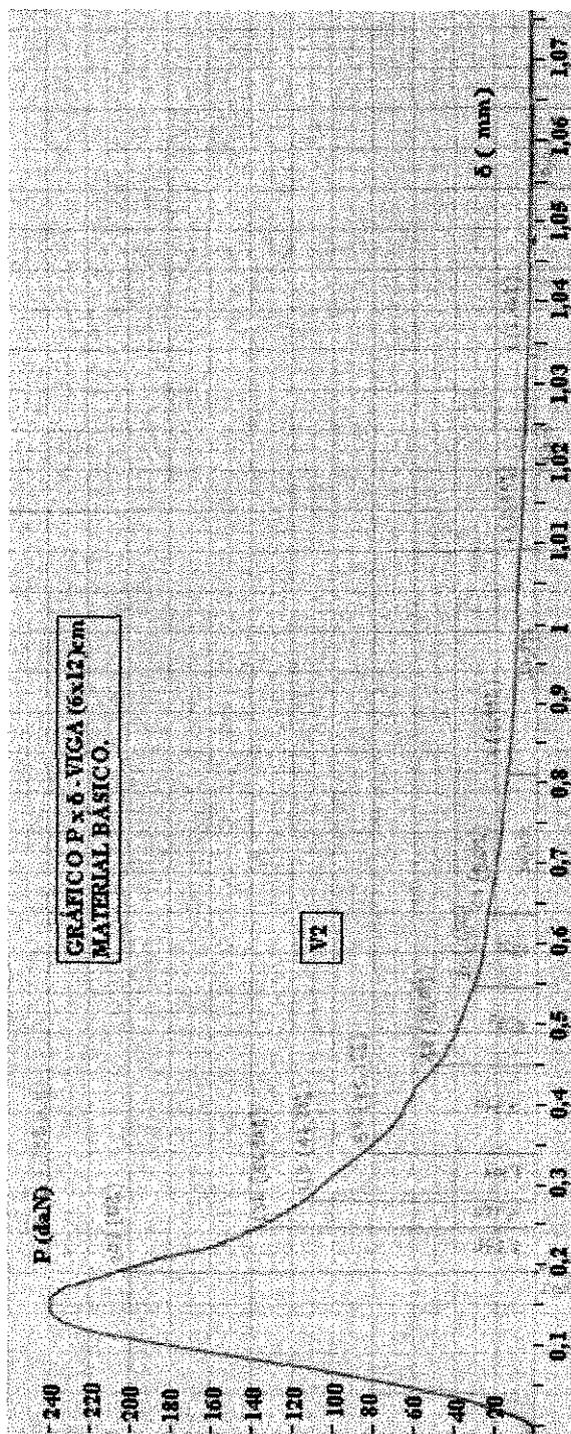






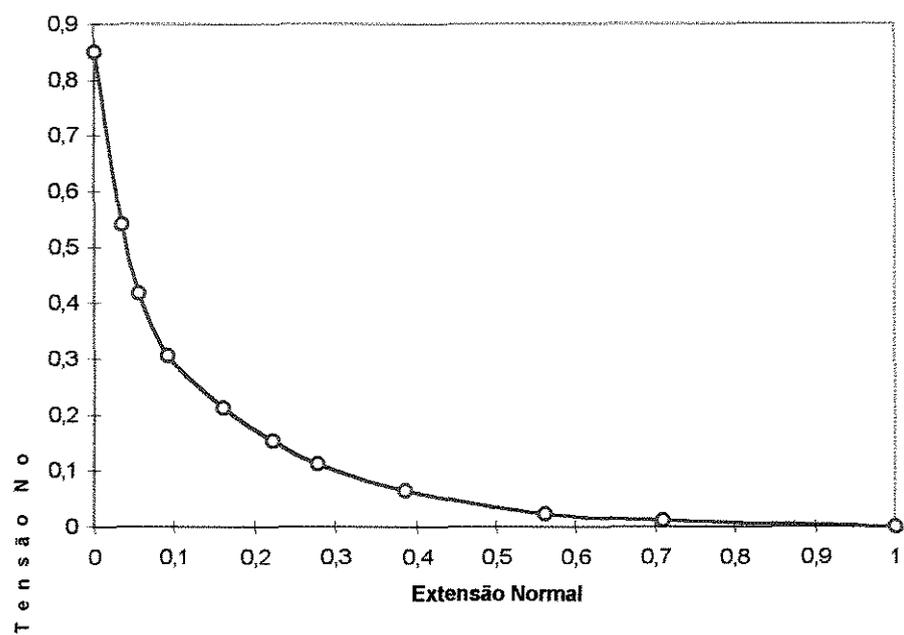




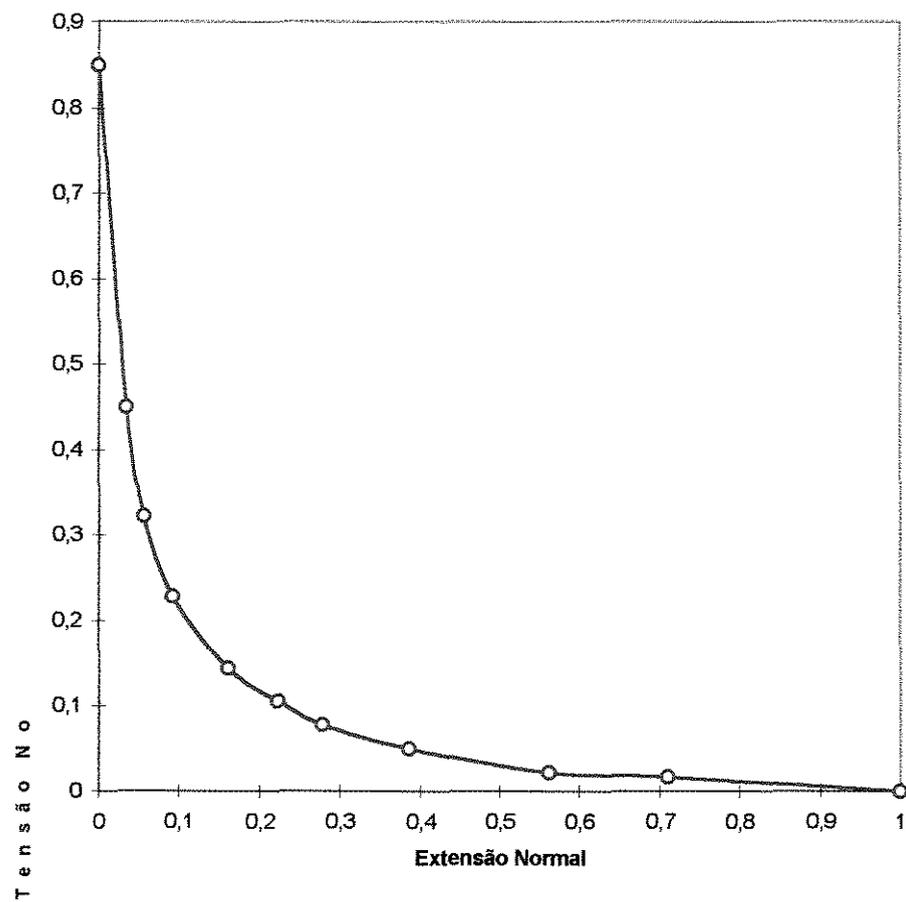




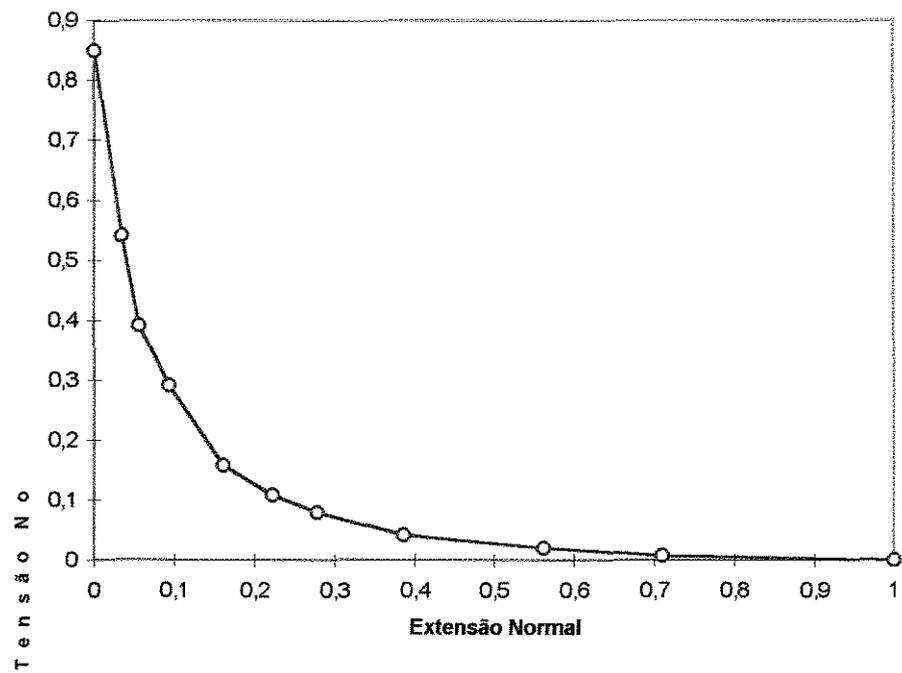
**Gráficos Tensão Normalizada x Extensão Normal**  
**Viga 1- 6x3**



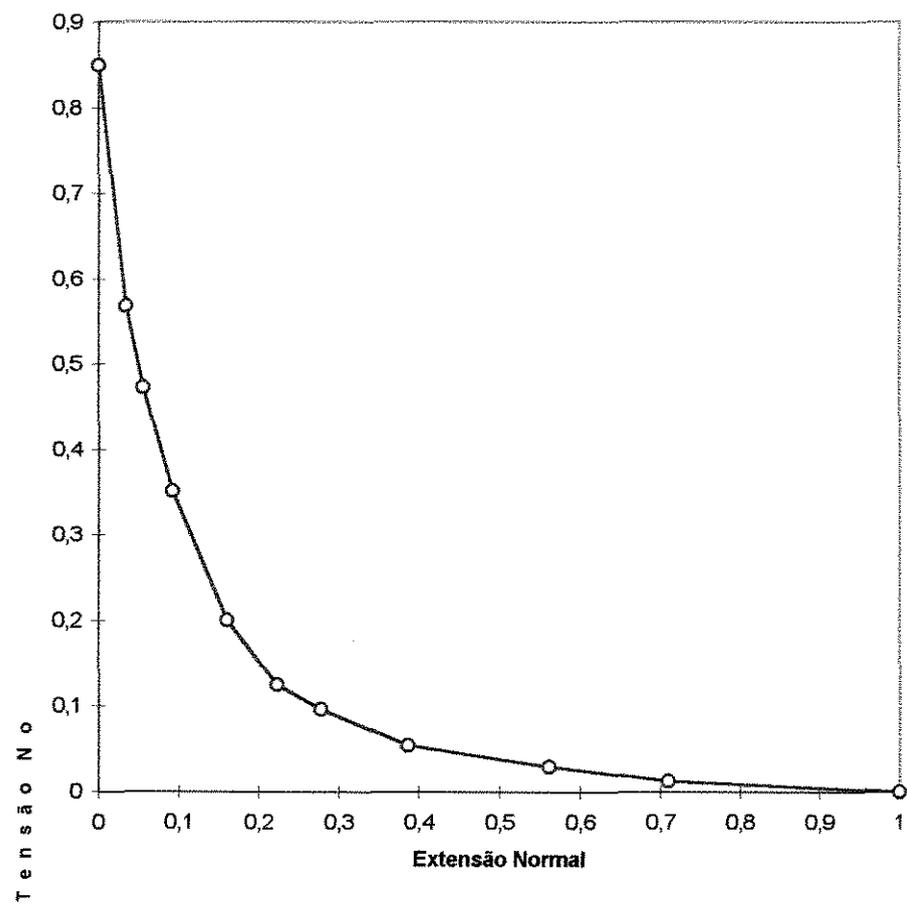
Viga 2- (6x3)cm



**Gráficos Tensão Normalizada x Extensão Normal**  
**Viga 1- 6x12**



Viga 2 (6x12)cm



## APÊNDICE I

### ENSAIOS DE FLEXÃO- DAVID CATALANO 1983.

<b>Viga 1</b>			
Série C (152x305x132 - L=122)mm			
Ciclo	Fmax. (KN)	Fmin. (KN)	Fmin./Fmax. (x100)
1	20,81818182	17,45454545	83,84279476
2	20,27272727	16,90909091	83,40807175
3	19,63636364	15,90909091	81,01851852
4	17,72727273	14,63636364	82,56410256
5	16	13,36363636	83,52272727
6	14,54545455	12,09090909	83,125
7	13,18181818	11	83,44827586
8	12,27272727	10,18181818	82,96296296
9	10,45454545	8,818181818	84,34782609
10	9,363636364	8,090909091	86,40776699 *
11	8,545454545	7,454545455	87,23404255 *
12	7,909090909	6,818181818	86,20689655 *
		Média	83,13780886
		Desv Padr.	0,890069061
<b>Viga 2</b>			
1	22,04651163	18,23255814	82,70042194
2	20,46511628	17,48837209	85,45454545
3	19,81395349	16,55813953	83,56807512
4	18,04651163	15,34883721	85,05154639
5	17,20930233	13,6744186	79,45945946 *
6	14,97674419	12,27906977	81,98757764
7	13,20930233	11,25581395	85,21126761
8	12,27906977	10,51162791	85,60606061
9	11,25581395	9,674418605	85,95041322
10	10,3255814	8,837209302	85,58558559
11	9,488372093	7,906976744	83,33333333
12	8,558139535	6,88372093	80,43478261 *
		Média	84,44488269
		Desv Padr.	1,340775519
<b>Viga3</b>			
1	20,72727273	15,63636364	75,43859649 *
2	18,63636364	15	80,48780488
3	17,09090909	13,54545455	79,25531915
4	14,54545455	11,90909091	81,875
5	13,09090909	10,36363636	79,16666667
6	11,27272727	9,090909091	80,64516129
7	9,636363636	7,909090909	82,0754717
8	8,454545455	7,090909091	83,87096774
9	7,454545455	6,272727273	84,14634146
10	6,636363636	5,545454545	83,56164384
11	5,818181818	4,727272727	81,25
12	5,090909091	4,272727273	83,92857143
		Média	81,8420862
		Desv Padr.	1,764763968

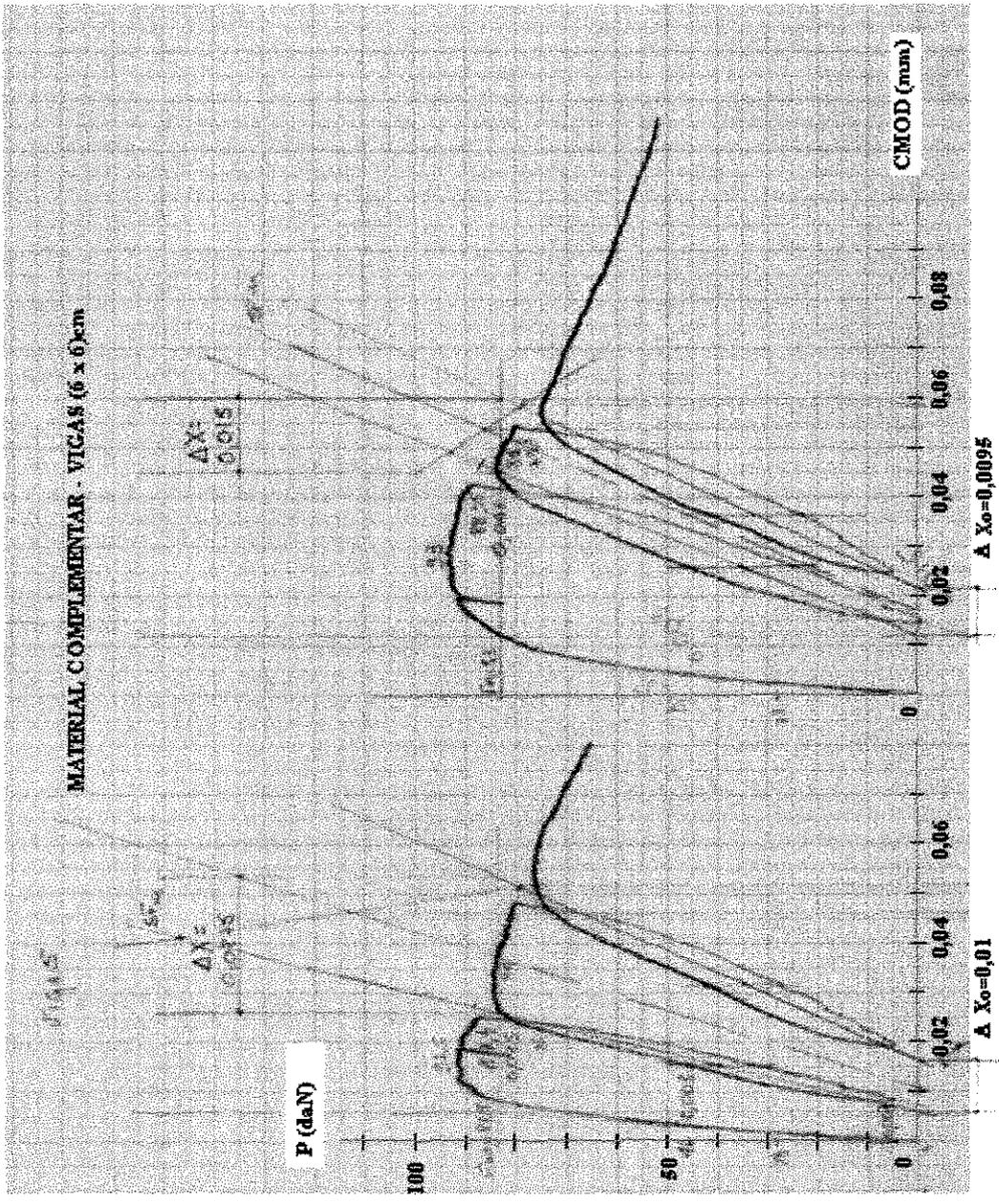
		Média(três)	83,14159258	
		Desv.Pradrão	1,062590587	
<b>Viga 1</b>	Série B (152x305x132 - L=122)mm			
Ciclo	Fmax.	Fmin.	Fmin./Fmax.	
	(KN)	(KN)	(x 100)	
1	18,23	16,19	88,78	
2	18,05	15,44	85,57	
3	16,93	14,70	86,81	
4	16,65	14,60	87,71	
5	16,19	13,58	83,91	
6	14,98	13,30	88,82	
7	14,51	12,47	85,90	
8	14,05	12,28	87,42	
9	12,93	11,26	87,05	
10	11,91	9,49	79,69	
11	9,86	8,65	87,74	
12	9,21	8,00	86,87	
		Média	86,35	
		Desv Padr.	2,40	
<b>Viga2</b>				
1	18,60	16,84	90,50	*
2	19,81	17,58	88,73	
3	18,98	16,74	88,24	
4	18,70	16,37	87,56	
5	17,86	14,51	81,25	*
6	15,35	13,58	88,48	
7	14,33	12,47	87,01	
8	13,12	11,63	88,65	
9	12,28	10,98	89,39	
10	11,44	9,95	86,99	
11	10,33	8,84	85,59	
12	9,21	8,09	87,88	
		Média	87,85	
		Desv Padr.	1,05	
<b>Viga3</b>				
1	20,19	17,77	88,02	
2	20,09	16,56	82,41	
3	18,88	15,53	82,27	
4	16,84	14,23	84,53	
5	15,07	12,74	84,57	
6	13,30	10,88	81,82	
7	11,53	9,77	84,68	
8	10,33	8,19	79,28	*
9	8,65	7,26	83,87	
10	7,63	6,42	84,15	
11	6,98	5,77	82,67	
12	6,14	4,84	78,79	*
		Média	83,90	
		Desv Padr.	1,71	
		<b>Média(três)</b>	<b>86,03</b>	
		<b>DesvPradr</b>	<b>1,63</b>	

\* Dados não computados .

**APÊNDICE J-**  
**Material Complementar- Gráficos Carga x CMOD**

São apresentados a seguir os gráficos de carga aplicada versus deslocamento de abertura da entrada do entalhe ( $P \times CMOD$ ), conforme produzidos pelo traçador XY do equipamento MTS-810 utilizado para ensaios de deformação controlada.





## APÊNDICE K

### **Material Básico - Gráficos Carga x CMOD.**

#### **DESLOCAMENTO MANTIDO NA CARGA MÁXIMA.**

São apresentados a seguir os gráficos de carga aplicada versus deslocamento de abertura da entrada do entalhe ( $P \times CMOD$ ), conforme produzidos pelo traçador XY do equipamento MTS-810 utilizado para ensaios de deformação controlada.

