UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

VIGAS DE MADEIRA DE SEÇÃO COMPOSTA COM ALMA EM CHAPA DE COMPENSADO

Cláudia Lúcia de Oliveira Santana
Orientador: **Prof. Dr. Nilson Tadeu Mascia**
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Esta é a versão definita da dissertação.

Campinas - SP, Brasil
1997

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

VIGAS DE MADEIRA DE SEÇÃO COMPOSTA COM ALMA EM CHAPA DE COMPENSADO

Cláudia Lúcia de Oliveira Santana
Orientador: **Prof. Dr. Nilson Tadeu Mascia**

Dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Civil como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Campinas - SP, Brasil
1997

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Sa59v

Santana, Cláudia Lúcia de Oliveira
Vigas de madeira de seção composta com alma em chapa de compensado / Cláudia Lúcia de Oliveira Santana.--Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Nilson Tadeu Mascia.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.

1. Madeiras - Estruturas. 2. Construção mista. 3. Vigas de caixão. I. Mascia, Nilson Tadeu. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

VIGAS DE MADEIRA DE SEÇÃO COMPOSTA COM ALMA EM CHAPA DE COMPENSADO

Cláudia Lúcia de Oliveira Santana

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em 03 de março de 1997, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. NILSON TADEU MASCIA
Orientador - UNICAMP

Prof. Dr. LEANDRO PALERMO JR.
UNICAMP

Prof. Dr. FRANCISCO A. ROMERO GESUALDO
Universidade Federal de Uberlândia

Aos meus pais José e Olinda

Ao meu esposo Misael

AGRADECIMENTOS

À FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), pela concessão da bolsa de estudos e apoio financeiro à pesquisa;

Ao Professor Nilson Tadeu Mascia, pela orientação e pelo incentivo;

À Faculdade de Engenharia Civil, pela estrutura oferecida;

Aos professores e técnicos do laboratório do Departamento de Construção Civil da Faculdade de Engenharia Civil, pelo apoio na realização dos ensaios;

Ao diretor da marcenaria da UNICAMP, Eduardo Spineli, e ao funcionário José Vítor dos Santos, pela confecção dos modelos.

Aos funcionários da secretaria da Coordenação de Pós-Graduação, especialmente à Paula, pelo apoio e auxílio;

Às secretárias e professores do Departamento de Construção Civil, pela amizade demonstrada;

Aos funcionários da Biblioteca da Área de Engenharia, pela constante dedicação;

Ao meu esposo e colega de curso Misael, pela compreensão, incentivo e auxílio.

RESUMO

A vantagem estrutural das vigas de madeira com alma em chapa de compensado advem da sua elevada rigidez e resistência, ao mesmo tempo em que são leves e de fácil execução. São compostas de mesas de madeira maciça e de almas de chapa de compensado, unidas através de pregos para formar seções I ou caixão de alta eficiência. As mesas, distanciadas entre si, têm como função transmitir a maior parte das tensões normais, e as almas, as tensões tangenciais. A principal aplicação dessas vigas é na construção de coberturas. Neste trabalho, no estudo teórico, foi investigado o comportamento da viga composta, tendo sido incluídos os efeitos que influenciam em sua rigidez, particularmente, a deformação da ligação. Uma abordagem segundo equações de equilíbrio foi feita, e foram desenvolvidas expressões para o cálculo dos deslocamentos e das tensões. Um estudo da influência da deformação tangencial foi incluído. Dentro do estudo experimental, foram realizados ensaios de flexão de modelos reduzidos, com o objetivo da determinação da rigidez da viga composta, deformações e deslocamentos para a comparação com a teoria. Nesse contexto, o comportamento da viga foi descrito, tendo sido avaliada a relevância dos efeitos considerados, o que permitiu trazer uma contribuição para um maior conhecimento desse elemento estrutural altamente racionalizado.

ABSTRACT

The structural advantage of plywood-webbed timber composite beams derives from their high stiffness and strength, and at the same time, their lightness and easy fabrication. They are composed of timber flanges and plywood webs, nailed to the flanges in order to form an efficient box or I-section. The timber flanges, spaced apart from each other, carry most of the bending stresses, and the plywood webs transmit the shear stresses. Their commonest application is in roof construction. In this work, in a theoretical study, the behavior of the beam was investigated, including the effect of deformation of the joint. An approach based on equilibrium equations was made, and the expressions for computing displacements and stresses were developed. An investigation of the effect of shear deformation was also included. In an experimental study, bending tests on reduced models were carried out, with the aim of determining the beam stiffness, strains and displacements for comparison with theory. In this context, the performance of the beam was described, and the relevance of included effects was evaluated, contributing to a further knowledge of this highly efficient structural element.

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras maiúsculas e minúsculas

A = área

b = largura

c = fator de forma; comprimento

d = diâmetro do prego

E = módulo de elasticidade

E_{c0} = módulo de elasticidade da madeira na direção paralela às fibras

f = resistência

f_{c0} = resistência à compressão da madeira na direção paralela às fibras

f_{ct} = resistência à tração da madeira na direção paralela às fibras

f_{e0} = resistência ao embutimento da madeira na direção paralela às fibras

G = módulo de elasticidade transversal

h = altura

I = momento de inércia

I_t = momento de inércia à torção

I_ω = momento de inércia setorial

k = módulo de fundação (Teoria da Viga em Fundação Elástica); coeficiente de flambagem

K = módulo de deslizamento da ligação

$\overline{K}$ = módulo de deslizamento equivalente da ligação

L = vão livre

M = momento fletor

n = razão modular (Método da Seção Transformada)

N = força normal

P = carga concentrada

q = carga distribuída por unidade de comprimento

R = capacidade de carga ou resistência

s = espaçamento entre pregos na ligação

S = momento estático

t = espessura da peça de madeira na ligação

T = força de cisalhamento por unidade de largura ou fluxo de cisalhamento

U = energia de deformação das forças internas

u = deslocamento na direção do eixo x

v = deslocamento na direção do eixo y

w = deslocamento na direção do eixo z

W = trabalho das forças externas

x = eixo longitudinal de uma peça (convenção usual)

y = eixo vertical no plano da seção transversal de uma peça (convenção usual)

$\bar{y}$ = distância entre centros de gravidade

z = eixo horizontal no plano da seção transversal de uma peça (convenção usual); profundidade da fundação (Teoria da Viga em Fundação Elástica)

<u>índices</u>

c = compressão

d = de cálculo

e = embutimento

ef = efetivo

f = referente à mesa da seção composta

k = característico

m = médio

máx = máximo

mín = mínimo

t = tração

v = cisalhamento

w = referente à alma da seção composta

y = de escoamento

<u>letras gregas</u>

γ = deformação tangencial ou distorção

δ = deslizamento da ligação ou deslocamento relativo entre elementos

ε = deformação normal

ν = coeficiente de Poisson

ρ = densidade

σ = tensão normal

τ = tensão tangencial ou de cisalhamento

1. INTRODUÇÃO

A madeira tem representado ao longo do tempo um importante papel dentro da construção civil, por ser um material renovável e que combina, de maneira única, soluções estruturais e arquitetônicas com conforto térmico e beleza.

Por outro lado, para que a madeira possa ser bem empregada, é necessário o uso de técnicas adequadas, desde seu processo de produção até sua aplicação nas construções.

No Brasil, a tecnologia de seu uso não tem alcançado a evolução e a divulgação que teve em outros países, da Europa e da América do Norte. Nesse sentido, à medida em que as pesquisas sobre a racionalização do uso da madeira se desenvolvem, permite-se seu melhor aproveitamento, aumenta-se o desempenho e diminui-se o desperdício.

Dentro desse contexto, entre os arranjos racionalizados estão incluídas as vigas de seção composta.

As vigas compostas são constituídas por elementos de diferentes seções unidos para formar uma nova seção, com a grande vantagem da possibilidade da composição de vigas de grande altura e de baixo consumo de material. Os elementos são unidos por adesivos, conectores metálicos, conectores de madeira, ou simplesmente por encaixes.

No Brasil as pesquisas com vigas compostas iniciaram-se por volta da metade deste século, com a realização de ensaios com vigas bi-circulares e posteriormente com outros arranjos, sempre buscando uma maior rigidez e um maior desempenho na flexão. Nos últimos dez anos aproximadamente tem sido pesquisada uma classe de vigas de alta eficiência e baixo consumo de material, na qual se incluem as vigas compostas com alma em treliça e as vigas compostas com alma em chapa de compensado.

O presente trabalho foi motivado pela crescente busca de conhecimento sobre vigas compostas, principalmente no que se refere ao seu comportamento teórico. Este trabalho trata de vigas de madeira com alma em chapa de compensado. Na Figura 1.1 são mostrados esquemas de suas seções mais utilizadas.

Foram estudadas especificamente as vigas de madeira com alma em chapa de compensado de seção caixão duplamente simétrica e com ligação pregada entre os elementos, porém, os resultados teóricos referentes à flexão podem ser estendidos aos outros tipos de seções. No que se refere à estabilidade, as vigas de seção aberta e fechada têm comportamentos distintos.

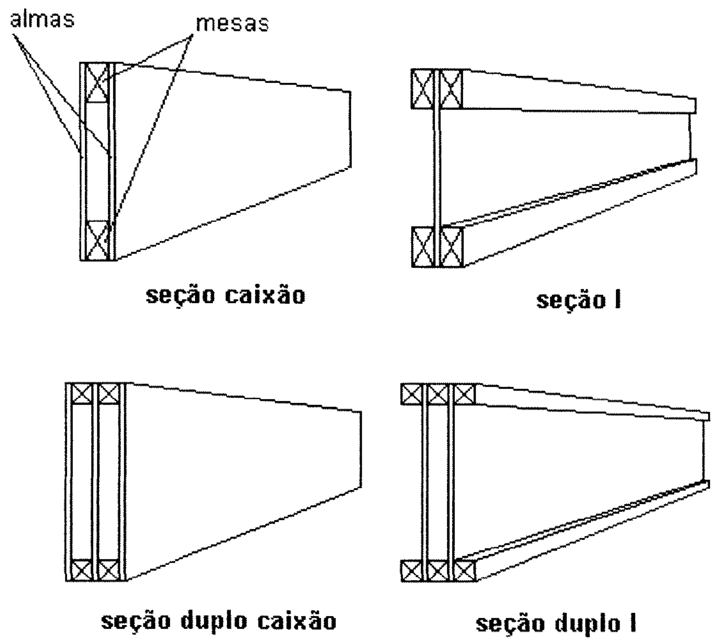


Figura 1.1. Esquemas de vigas de madeira com alma em chapa de compensado

FONTE: METTEM (1986)

Essas vigas são formadas por mesas de madeira maciça e almas de chapa de compensado, conforme se observa na Figura 1.1. O distanciamento entre as mesas proporciona uma maior rigidez à flexão, por isso esses elementos suportam a maior parte do momento fletor. As almas suportam a maior parte da força cortante. A ligação tem a função de transmitir os esforços entre as mesas e as almas, suportando forças de cisalhamento, principalmente na direção longitudinal.

Os objetivos deste trabalho são o estudo teórico e experimental de vigas de madeira com alma em chapa de compensado, procurando-se obter mais informações sobre seu comportamento à flexão, sobre os fatores que influenciam sobre sua rigidez e outros aspectos.

Este trabalho está dividido em uma parte teórica e outra experimental. O estudo teórico inicia-se com uma revisão de literatura sobre os métodos normalizados para o projeto do tipo de viga investigado e sobre os modelos matemáticos utilizados para a análise de vigas compostas em geral. Foi visto que no caso de vigas compostas com ligação deformável, na qual estão incluídas as ligações pregadas, a rigidez global da viga é influenciada pelas características de rigidez da ligação, pois quando é submetida a uma força de cisalhamento longitudinal, a ligação se deforma e influencia na transmissão dos esforços entre as mesas e as almas. O método de cálculo proposto no projeto da nova versão da norma brasileira de projeto de estruturas de madeiras não considera esse efeito, entretanto, na literatura revista sua consideração é fortemente recomendada. Um dos objetivos do estudo teórico foi, portanto, quantificar teoricamente esse efeito e analisar sua importância.

Um dos modelos matemáticos estudados na revisão de literatura foi aplicado à seção da viga em estudo. Com base nesse modelo, foram desenvolvidas analiticamente expressões para o cálculo do deslocamento e das tensões, incluindo de forma simples o efeito da deformação da ligação. Além disso, com base no estudo de vigas "sanduíche", o efeito da deformação por cisalhamento em vigas de madeira com alma em chapa de compensado foi incluído na análise de forma semelhante ao efeito da deformação da ligação. Um estudo das ligações foi incluído, tendo como objetivo o melhor conhecimento do comportamento da ligação quando submetida ao cisalhamento longitudinal e sua caracterização quanto à sua rigidez. Finalmente, dentro do estudo teórico, foi feito um estudo sobre as estabilidade das vigas de madeira com alma em chapa de compensado.

No estudo experimental foram realizados ensaios de caracterização da madeira maciça e do compensado e ensaios de flexão em modelos reduzidos. Foram feitas medidas de deformações e deslocamentos para análises da distribuição de tensões, dos deslocamentos e da rigidez para comparação com os resultados teóricos, além da observação de outros aspectos, como a ocorrência da instabilidade lateral e local da chapa de compensado. Além disso, foi desenvolvido um ensaio de caracterização da ligação com corpos de prova retirados dos próprios modelos, depois de ensaiados.

Pode-se considerar que este trabalho aborda importantes aspectos do comportamento de vigas compostas, trazendo informações principalmente sobre os fatores que influenciam em sua rigidez, tanto a partir do estudo teórico como do experimental. A expectativa é que este trabalho traga uma significativa contribuição à viabilização do uso de vigas de madeira com alma em chapa de compensado no Brasil. No final do trabalho são feitas sugestões para futuras pesquisas.

2. ESTUDO TEÓRICO

2.1. Projeto de vigas de madeira com alma em chapa de compensado

2.1.1. Revisão de normas técnicas

Neste item serão apresentados métodos de dimensionamento e verificação de vigas de madeira com alma em chapa de compensado que podem ser encontrados na literatura, incluindo o método do projeto da nova versão da norma brasileira de projeto de estruturas de madeira e métodos normalizados utilizados em outros países. O objetivo dessa revisão de literatura é obter uma visão geral dos métodos para cálculo das tensões máximas atuantes e deslocamentos máximos. Não estão sendo considerados os métodos para cálculo das tensões e deslocamentos máximos permitidos, pois dependem dos critérios de segurança de cada norma[1].

2.1.1.1. Projeto da nova versão da norma NBR 7190

No item 6.7.3 deste projeto de norma é recomendado que as vigas compostas com alma de compensado sejam dimensionadas à flexão sendo considerada apenas a contribuição das mesas tracionada e comprimida, sem redução de suas dimensões, e ainda, que as almas e as suas ligações com as mesas sejam dimensionadas ao

---

[1] Mesmo dentro do cálculo das tensões máximas atuantes e deslocamentos máximos, cada norma faz considerações segundo seus próprios critérios. Por exemplo, no cálculo da flecha máxima, o projeto da nova versão da norma brasileira utiliza um valor de módulo de elasticidade efetivo, que é o valor médio do módulo de elasticidade da espécie de madeira multiplicado por fatores de modificação, que levam em conta a duração do carregamento, a umidade e a categoria da madeira. Já o Structural Timber Design Code utiliza simplesmente o valor médio.

cisalhamento como se a viga fosse plenamente composta (FUSCO, CALIL JR. e ALMEIDA, 1996).

2.1.1.2. Norma DIN 1052 (norma alemã)

No item 5.6, a norma DIN 1052 recomenda que no projeto de vigas de madeira de seção composta com alma em chapa de compensado, para a consideração da deformabilidade da ligação entre os elementos, a viga deve ser calculada segundo o item 5.4.4, sub-item do item 5.4, que trata de vigas compostas com alma contínua. O item 5.4.4 recomenda que o deslocamento máximo da viga seja calculado utilizando-se o momento de inércia efetivo, dado por:

$$I_{ef} = \sum_{i=1}^{n} I_i + \gamma \sum_{i=1}^{n} A_i a_i^2$$

$$\gamma = \frac{1}{1+k}$$

$$k = \frac{\pi^2 E A_1 s}{K L^2}$$

onde: I_i = momento de inércia do elemento i em relação ao seu próprio eixo baricêntrico;

A_i = área do elemento i;

a_i = distância entre os centros de gravidade da seção e do elemento i;

E = módulo de elasticidade do material da seção;

A_1 = área da mesa;

s = espaçamento entre pregos;

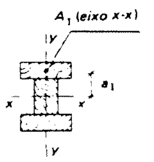
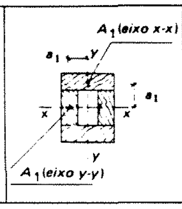
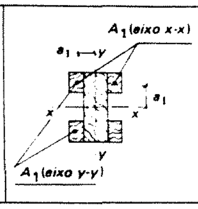
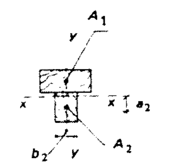
K = módulo de deslizamento da ligação, dado na Tabela 3 da norma, reproduzida na Tabela 2.1.1;

L = vão livre da viga.

Ainda segundo o item 5.6, a diferença de material entre os elementos deve ser considerada no cálculo. Segundo SOTO (1991), isso pode ser feito através do método da seção transformada[2].

[2] O método da seção transformada é utilizado no cálculo de seções compostas de mais de um material, e é descrito no Anexo A.

Tabela 2.1.1. Valores do módulo de deslizamento segundo a norma DIN 1052.

					
Eixo de Flambagem	*Tipo de Ligação*	$k = \frac{\pi^2 E A_1}{n l_{fl}^2 C}$			$k = \frac{\pi^2 E}{n l_{fl}^2 C} \cdot \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}$
$x - x$	Prego corte simples	600	600	900	600
$x - x$	Prego corte duplo	1 400	–	1 800	–
$y - y$	Prego corte simples	–	900	600	–
$y - y$	Prego corte duplo	–	1 800	1 400	–
$x - x$ $y - y$	Conectores metálicos	$C = 15\ 000$ para carga admissível $\bar{F} \leq 1\ 600$ kgf $C = 22\ 500$ para carga admissível $1\ 600$ kgf $< \bar{F} < 3\ 000$ kgf			

NOTAS: n = número de pregos ou conectores por centímetro, na face de ligação = inverso do espaçamento de cálculo entre pregos ou conectores.
Os valores de C são afetados pela umidade da mesma forma que o módulo de elasticidade E.

FONTE: PFEIL, 1985, p. 125

No item 5.4.1, a norma recomenda expressões para o cálculo das tensões normais para vigas compostas com alma contínua. Essas expressões são as seguintes:

$$\sigma_s = \pm \frac{M}{I_{ef}} \frac{h_s}{2} \frac{I_s}{I_{sn}}$$

$$\sigma_1 = \pm \frac{M}{I_{ef}} \left(\gamma a_1 \frac{A_1}{A_{1n}} \pm \frac{h_1}{2} \frac{I_1}{I_{1n}} \right)$$

$$\sigma_{a1} = \pm \frac{M}{I_{ef}} \gamma a_1 \frac{A_1}{A_{1n}}$$

onde: σ_s = tensão normal na borda das almas;

σ_1 = tensão normal na borda das mesas;

σ_{a1} = tensão normal no centro de gravidade da mesa tracionada;

M = momento fletor máximo;

h_s = altura das almas;

h_1 = altura das mesas;

a_1 = distância entre os centros de gravidade da mesa e da seção;

I_s, I_{sn}= momento de inércia da alma sem descontar os furos dos pregos e descontando o furo dos pregos, respectivamente;

I_1, I_{1n}= momento de inércia da alma sem descontar os furos dos pregos e descontando o furo dos pregos, respectivamente;

A_1, A_{1n}= momento de inércia da alma sem descontar os furos dos pregos e descontando o furo dos pregos, respectivamente.

Na Figura 2.1.1 é mostrado o diagrama de tensões normais correspondente a uma seção de viga composta com alma contínua.

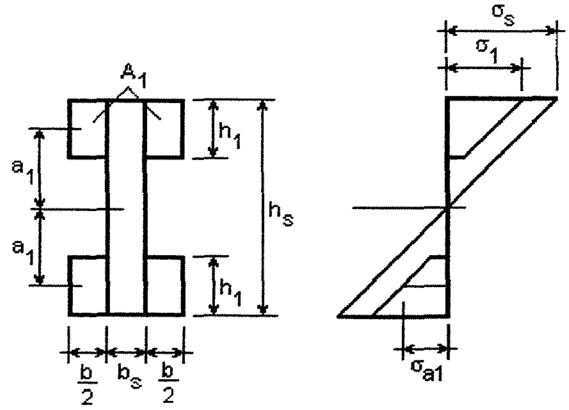


Figura 2.1.1. Seção de viga composta com alma contínua e diagrama de tensões normais.
FONTE: DEUTSCHE INSTITUTE FUR NORMUNG, 1973, p. 9.

No item 5.4.3 a norma recomenda expressões para o cálculo das tensões tangenciais máximas e para o cálculo do fluxo de cisalhamento para o dimensionamento das ligações. Essas expressões, para uma seção mostrada na Figura 2.1.1 são as seguintes:

$$T = \frac{V}{I_{ef}} \gamma S_1$$

$$\tau_{máx} = \frac{V}{b_s I_{ef}} (\gamma 2S_1 + S_s)$$

onde: T = fluxo de cisalhamento na interface entre mesa e alma;

$\tau_{máx}$ = tensão tangencial máxima;

V = cortante máxima;

S_1 = momento estático de cada mesa;

S_s = momento estático da metade superior da alma;

b_s = espessura da alma.

No item 7.2, em que trata de elementos compostos com ligação deformável, o Structural Timber Design Code recomenda que seja levada em consideração a deformabilidade da ligação. Assim, as tensões atuantes devem ser calculadas segundo a Teoria da Elasticidade, sendo o módulo de deslizamento da ligação[3] fornecido na Tabela 7.2 da norma, reproduzida na Tabela 2.1.2.

Tabela 2.1.2. Valores do módulo de deslizamento segundo o Structural Timber Design Code.

Conector	Módulo de deslizamento (N/mm)
Pregos redondos com d < 5 mm	$0{,}02\ E_0 d$ *
Pregos redondos com d > 5 mm	$0{,}1\ E_0$ *
Parafusos combinados com conectores dentados	$1{,}3\ E_0$ *

E_0 é o módulo de elasticidade da madeira em N/mm^2 e d é o diâmetro em mm para pregos redondos ou a largura do lado para pregos quadrados.

* Para pregos quadrados valores 15% maiores são permitidos.

FONTE: CONSEIL INTERNATIONAL DU BÂTIMENT, 1980, Cap. 7, p. 5.

Na Tabela 2.1.2, pode-se entrar com o módulo de elasticidade em kN/cm^2 e o diâmetro em mm. O resultado então deve ser dividido por 10 para se obter o módulo de deslizamento em kN/cm.

2.1.1.4. Norma BS 5268 (norma britânica)

No item 14.10, em que trata de vigas compostas, a norma BS 5268 recomenda o uso dos fatores de modificação k_{27}, k_{28} e k_{29}, que levam em conta as características geométricas das mesas, sobre o módulo de elasticidade das mesmas.

A norma recomenda ainda que além dos deslocamentos devidos à flexão, em uma viga composta os deslocamentos devidos à deformação por cisalhamento podem

[3] O módulo de deslizamento é uma constante elástica característica da ligação que relaciona a carga de cisalhamento com o deslocamento relativo longitudinal ocorrido entre os elementos devido à deformação da ligação. Para mais detalhes sobre o módulo de deslizamento, ver item 2.5.

ser significativos, e devem ser considerados. A norma não traz nenhuma recomendação quanto a vigas compostas pregadas.

Segundo METTEM (1986), que detalha o cálculo de vigas compostas com alma em chapa de compensado segundo a norma britânica BS 5268, o cálculo de vigas compostas coladas e pregadas pode ser feito segundo a Teoria da Flexão, levando-se em conta os fatores de modificação recomendados pela norma BS 5268, mas para vigas compostas pregadas a flecha máxima deve ser aumentada em 50% para levar em conta a deformabilidade da ligação e a deformação por cisalhamento, ao mesmo tempo. O cálculo do fluxo do cisalhamento na interface deve ser feito normalmente segundo a Teoria da Flexão.

Segundo o mesmo autor, a diferença de material entre as mesas e as almas deve ser considerada através do método da seção transformada.

2.1.1.5. O EUROCODE 5

No item 5.2.3, em que trata de vigas compostas com ligação deformável, o EUROCODE 5 recomenda que o efeito da deformabilidade da ligação seja levada em consideração, assumindo-se uma relação linear entre a carga de cisalhamento e o deslocamento longitudinal relativo entre os elementos da ligação.

O módulo de deslizamento, para o caso de conectores tipo cavilha, incluindo pregos, deve ser tomado como sendo dado por:

$$K = \frac{0,5}{1 + k_{def}} d\rho_k \text{ (N/mm)}$$

onde: d = diâmetro do prego em mm;

ρ_k = densidade característica em kg/m^3.

No caso de elementos com diferentes densidades, deve-se fazer:

$$\rho_k = \sqrt{\rho_{k,1}\,\rho_{k,2}}$$

onde: $\rho_{k,1}$ = densidade do elemento 1;

$\rho_{k,2}$ = densidade do elemento 2.

O coeficiente k_{def} leva em conta a duração da carga, e é dado na Tabela 4.2 da norma. O cálculo das tensões deve ser feito para carga instantânea e de longa duração, tomando-se os valores apropriados de k_{def}.

Para o cálculo das tensões o EUROCODE 5 recomenda o método descrito a seguir, detalhado no apêndice B da norma. Inicialmente deve ser calculada a rigidez efetiva da viga, dada por:

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^{3} (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2)$$

com: $A_i = b_i\, h_i$

$$I_i = \frac{b_i h_i^3}{12}$$

$$\gamma_i = \left(1 + \frac{\pi^2 E_i A_i s_i}{K_i L^2}\right)^{-1} \qquad \text{para } i = 1 \text{ e } i = 3$$

$$\gamma_i = 1 \qquad \text{para } i = 2$$

onde: s_i = espaçamento dos pregos na interface do elemento i com o elemento 2;

K_i = módulo de deslizamento da ligação do elemento i com o elemento 2.

Os outros parâmetros são definidos na Figura 2.1.2, que mostra uma seção de viga composta não simétrica com ligação deformável e seu diagrama de tensões normais correspondente.

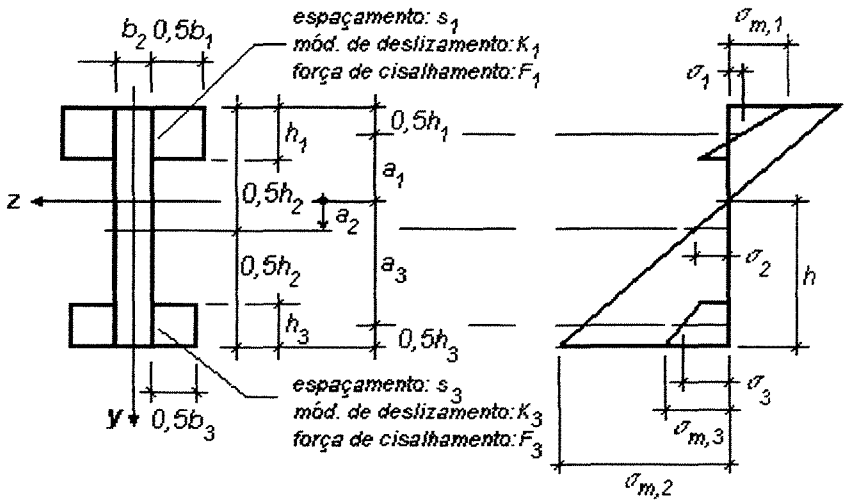


Figura 2.1.2. Seção composta e diagrama de tensões correspondente.

FONTE: EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 1993, p. B/1.

No caso da seção não simétrica, a distância entre os centros de gravidade da seção e do elemento 2 é dada por:

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2) - \gamma_3 E_3 A_3 (h_2 + h_3)}{2\sum_{i=1}^{3} \gamma_i E_i A_i}$$

Após o cálculo da rigidez efetiva, as tensões normais no centro de gravidade das mesas e nas bordas são determinadas através das expressões:

$$\sigma_i = \gamma_i E_i a_i \frac{M}{(EI)_{ef}}$$

$$\sigma_{m,i} = 0,5 E_i h_i \frac{M}{(EI)_{ef}}$$

A tensão tangencial máxima é determinada através de:

$$\tau_{2,max} = (\gamma_3 E_3 A_3 a_3 + 0,5 E_2 b_2 h^2) \frac{V}{b_2 (EI)_{ef}}$$

e a força de cisalhamento atuante em cada conector é determinada através de:

$$F_i = \gamma_i E_i A_i a_i s_i \frac{V}{(EI)_{ef}} \qquad \text{para } i = 1 \text{ e } i = 3$$

O espaçamento dos pregos pode ser uniforme ou variar conforme a força cortante, entre um valor mínimo $s_{mín}$ e $s_{máx}$, sendo $s_{máx} \leq 4\ s_{mín}$. Nesse último caso um valor efetivo de espaçamento pode ser usado, dado por:

$$s_{ef} = 0,75 s_{mín} + 0,25 s_{máx}$$

As bases do método acima descrito, proposto pelo EUROCODE 5 podem ser encontradas em KREUZINGER (1995). O mesmo autor afirma que o mesmo pode ser aplicado a vigas de madeira com alma em chapa de compensado.

2.1.1.6. Normas Americanas

Nos Estados Unidos, o cálculo de vigas compostas com alma em chapa de compensado é feito segundo os métodos indicados pela American Plywood Association (APA), sendo normalmente utilizados métodos simplificados. Como o uso do compensado em estruturas é bastante difundido, o compensado para uso estrutural é padronizado e caracterizado quanto a suas características de resistência e rigidez. O uso de vigas de madeira com alma em chapa de compensado é muito comum, sendo possível encontrar seções padronizadas para determinadas cargas e vãos. Assim, entre as normas consultadas, as normas americanas são as únicas que fornecem indicações para a escolha da seção.

A APA, em uma de suas publicações (AMERICAN PLYWOOD ASSOCIATION, 1985), fornece tabelas onde, com a carga e o vão, pode-se obter rapidamente as dimensões das mesas e a espessura de compensado a ser utilizada, conforme a altura escolhida para a seção. As mesas são moduladas com seções padronizadas de madeira maciça. Os vãos variam de 3 a 8 m aproximadamente. A menor seção possível tem 30 cm de altura, mesas de 10 cm de largura por 5 cm de altura e duas almas de compensado de espessura 12 mm. A maior seção possível tem 60 cm de altura, mesas de 10 cm de largura por 15 cm de altura e duas almas de compensado de espessura 18 mm.

A ligação entre os elementos é padronizada, sendo feita com pregos de diâmetro aproximado de 3,75 mm e espaçamento 3,75 cm. Na região central da viga o espaçamento pode ser dobrado.

HOYLE JR. e WOESTE (1989), com base nas recomendações das normas da APA e na norma National Design Specification for Wood Construction, mais conhecida como NDS 86, apresenta um método de pré-dimensionamento e verificação de seções caixão coladas, descrito a seguir.

Inicialmente é feito o pré-dimensionamento, que tem como objetivo a determinação da altura da viga, da espessura de compensado e das dimensões das mesas. A altura da viga pode ser determinada em função da relação entre vão e altura escolhida. Conforme afirma o autor, de acordo com a experiência prática, relações entre 8 e 12 são adequadas, sendo possível uma relação igual a 22 quando a madeira maciça é muito resistente. A escolha da altura da seção é feita ainda em função das dimensões da chapa de compensado.

As dimensões das mesas são determinadas em função das dimensões do mercado e da área necessária. A área necessária pode ser determinada através da expressão:

$$A_f = \frac{M}{2\bar{y}_f} f_{c0,f}$$

onde: M = momento fletor máximo;

$\bar{y}_f$ = distância entre o centro de gravidade da seção e das mesas;

$f_{c0,f}$ = resistência à compressão da madeira na direção paralela às fibras.

Na expressão acima, para o cálculo da distância entre os centros de gravidade da seção e das mesas, deve ser escolhida uma altura para as mesmas.

A soma das espessuras das almas necessária é determinada através da seguinte expressão, recomendada pela APA:

$$b_w = \frac{5\ V}{4\ h\ f_{v0,w}}$$

onde: V = força cortante máxima;

h = altura da seção;

$f_{v0,w}$ = resistência ao cisalhamento do compensado na direção paralela às fibras da face.

Uma vez determinada a seção, a verificação é feita segundo as expressões conhecidas da Teoria da Flexão. A tensão tangencial atuante na interface é verificada, não podendo ultrapassar a tensão admissível na cola.

Para o cálculo do deslocamento máximo, HOYLE JR. e WOESTE indicam um método simplificado, no qual o deslocamento obtido segundo a Teoria da Flexão é multiplicado por um fator para considerar o deslocamento devido à força cortante. Segundo o autor, os fatores multiplicativos são fornecidos pela APA, e são mostrados na Tabela 2.1.3.

Tabela 2.3.1. Fatores multiplicativos do deslocamento máximo para considerar o deslocamento devido à cortante, segundo o método simplificado da APA.

Relação vão/altura	Fator multiplicativo
10	1,5
15	1,2
20	1,0

FONTE: HOYLE JR.e WOESTE, 1989, p. 241.

Para valores intermediários da relação entre vão e altura, pode ser usada uma interpolação.

2.1.2. Revisão de métodos de análise de vigas compostas

Conforme foi observado durante a revisão de métodos de análise de vigas compostas, quando é utilizada uma ligação colada entre os elementos, a seção é considerada monolítica, e o cálculo é feito normalmente segundo a Teoria da Flexão, a não ser por outras considerações, como a verificação da tensão de cisalhamento atuante no adesivo. Porém, quando a deformação da ligação é considerada, o comportamento da viga composta é mais complexo, exigindo uma análise mais aprofundada. Neste item será apresentada uma revisão dos métodos de análise de vigas compostas com ligação deformável utilizados pelos pesquisadores.

Tendo em vista que o efeito da deformação da ligação tem sido considerado por muitas normas técnicas e por muitos pesquisadores, foi concluído que seria importante uma investigação de sua relevância em vigas de madeira com alma em chapa de compensado. O objetivo desta revisão é obter bases para o entendimento do comportamento da viga composta considerando-se o efeito da deformação da ligação.

2.1.2.1. O método baseado em equações de equilíbrio

Este método de análise, desenvolvido por MÖHLER em 1956, foi a base da norma alemã DIN 1052 no que se refere ao cálculo de vigas compostas, e consiste na análise da viga como sendo formada por elementos em equilíbrio e solidarizados por uma equação de compatibilidade de deslocamentos.

Em 1990, o Chile adotou para o cálculo de estruturas de madeira o texto da norma DIN 1052, na norma NCh 1198. Em 1991, SOTO apresentou um trabalho no qual fez uma revisão dessa norma, no que se refere a vigas de madeira de seção composta e demonstrou, com base no desenvolvimento realizado por MÖHLER, as expressões recomendadas. Apresentou ainda um programa para o cálculo de vigas de madeira de seção composta com base nos procedimentos da norma.

O método de análise utilizado por SOTO é baseado no método da seção transformada, no comportamento elástico-linear da ligação, em equações de equilíbrio e de compatibilidade geométrica, e é descrito a seguir. Para a análise, o autor utilizou uma seção I duplamente simétrica, mostrada na Figura 2.1.1. O índice 1 se refere às mesas, e o índice 2, à alma.

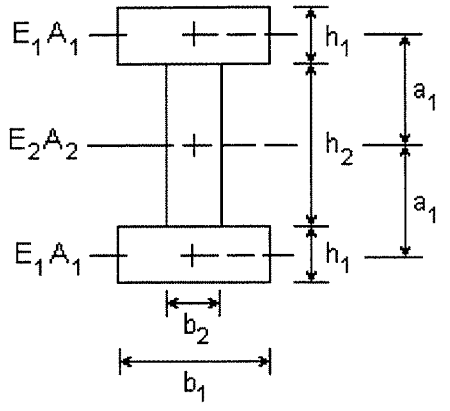


Figura 2.1.1. Seção utilizada na análise segundo o método baseado no equilíbrio
FONTE: SOTO, 1991, p. 164.

O princípio da análise de vigas compostas segundo este método consiste na separação da seção composta em elementos trabalhando independentemente, com a suposição de que os esforços internos sejam equivalentes ao conjunto de esforços internos atuantes em cada elemento. O momento fletor é equivalente a momentos fletores atuantes nas mesas e na alma e mais um binário formado por forças atuantes no centro de gravidade das mesas, conforme mostrado na Figura 2.1.2. Essas forças equilibram o fluxo de cisalhamento atuante na interface entre mesa e alma.

A partir da distribuição dos esforços descrita, uma configuração deformada foi assumida e os deslocamentos relativos entre os centros de gravidade da mesa superior e da alma foram descritos, conforme mostra a mesma Figura 2.1.2. Foi então obtida a seguinte equação de compatibilidade de deslocamentos:

$$\delta(x) = \delta_M(x) + \delta_N(x) \qquad (2.1.1)$$

O deslocamento devido à deformação por flexão é dado por:

$$\delta_M(x) = a_1 \frac{dv(x)}{dx} \qquad (2.1.2)$$

onde: a_1 = distância entre os centros de gravidade da mesa e da seção.

O deslocamento devido à força atuante no centro de gravidade das mesas é tal que:

$$\frac{d\delta_N(x)}{dx} = \frac{N(x)}{E_1 A_1} \qquad (2.1.3)$$

onde: A_1 = área da mesa;

E_1 = módulo de elasticidade do material da mesa;

N = força resultante das tensões normais na mesa.

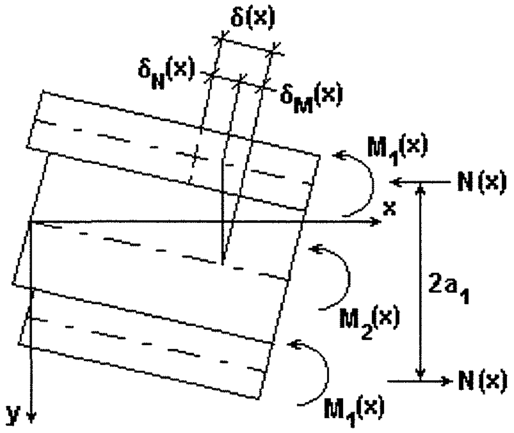


Figura 2.1.2. Esforços internos e deslocamentos relativos em uma seção I segundo SOTO (1991).
FONTE: SOTO, 1991, p. 165.

Na mesa superior pode ser escrita a seguinte equação de equilíbrio de forças na direção longitudinal:

$$T(x) = \frac{dN(x)}{dx} \qquad (2.1.4)$$

A relação constitutiva da ligação foi assumida como sendo uma relação linear, expressa por:

$$T(x) = \bar{K}\delta(x) \qquad (2.1.5)$$

com: $\bar{K} = K\frac{n}{s}$ (2.1.6)

onde: $\bar{K}$ = módulo de deslizamento específico da ligação;

K = módulo de deslizamento da ligação;

n = número de fileiras de pregos na ligação;

s = espaçamento entre pregos na mesma fileira na ligação.

Da equação de equivalência entre o momento fletor total e a soma de momentos em todos os elementos, pode ser escrita a equação:

$$M(x) = 2M_1(x) + M_2(x) + 2N(x)a_1 \tag{2.1.7}$$

Da equação da viga da Teoria da Flexão aplicada a cada elemento separadamente, com a hipótese de mesma curvatura para todos os elementos, podem ser escritas as equações:

$$M_1(x) = -E_1I_1\frac{d^2v(x)}{dx^2} \tag{2.1.8.a}$$

$$M_2(x) = -E_2I_2\frac{d^2v(x)}{dx^2} \tag{2.1.8.b}$$

O momento de inércia em termos dos momentos de inércia dos elementos é dado por:

$$I = 2I_1 + I_2 + 2A_1\bar{y}_1^2 \tag{2.1.9}$$

O momento de inércia deve ser calculado sobre a seção transformada, tendo como referência o material da mesa[4].

A partir das equações (2.1.1) a (2.1.9) o autor obteve o seguinte par de equações independentes:

$$\frac{d^2\delta(x)}{dx^2} - \frac{W^2}{B^2}\delta(x) = \frac{\bar{y}_1}{B^2E_1I}V(x) \tag{2.1.10}$$

$$\frac{d^4v(x)}{dx^4} - \frac{W^2}{B^2}\frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{1}{B^2E_1I}\left[W^2M(x) + q(x)\right] \tag{2.1.11}$$

com: $$W^2 = \frac{\bar{K}}{E_1A_1} \tag{2.1.12}$$

$$B^2 = \frac{I - 2A_1\bar{y}_1^2}{I} \tag{2.1.13}$$

Note-se que a influência da ligação está inserida no parametro W^2. A equação (2.1.10) é uma equação diferencial em termos da função deslocamento relativo entre elementos. O autor afirma que, com a solução dessa equação e com a relação constitutiva da ligação, é possível obter uma expressão para o fluxo de cisalhamento na ligação, que permite o dimensionamento da ligação.

[4] Sobre o método da seção transformada, ver Anexo A.

A equação (2.1.11) é uma equação diferencial em termos da função deslocamento vertical devido à flexão simples. O autor afirma que, com a solução dessa equação é possível determinar, além da linha elástica, a expressão do "momento de inércia efetivo" da seção parcialmente composta.

O momento de inércia efetivo foi definido pela norma DIN 1052 como sendo o momento de inércia da viga composta considerando-se o efeito da deformabilidade da ligação. SOTO mostrou como se pode obter a expressão do momento de inércia efetivo assumindo-se para a equação (2.1.11) uma solução senoidal. Seja a solução:

$$v(x) = A \operatorname{sen} \frac{n\pi}{L} x \qquad (2.1.14)$$

Da Teoria da Flexão, podem ser escritas, para a viga composta, as seguintes equações:

$$-E_1 I_{ef} \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = M(x) \qquad (2.1.15)$$

$$-E_1 I_{ef} \frac{d^3 v(x)}{dx^3} = V(x) \qquad (2.1.16)$$

$$E_1 I_{ef} \frac{d^4 v(x)}{dx^4} = q(x) \qquad (2.1.17)$$

As equações (2.1.15) e (2.1.17), substituídas na equação (2.1.11), levam a:

$$\frac{d^4 v(x)}{dx^4} - \frac{W^2}{B^2}\frac{d^2 v(x)}{dx^2} = -\frac{1}{B^2 E_1 I}\left[W^2 E_1 I_{ef}\frac{d^2 v(x)}{dx^2} - E_1 I_{ef}\frac{d^4 v(x)}{dx^4}\right] \qquad (2.1.18)$$

Substituindo-se a solução adotada dada pela equação (2.1.14) na equação (2.1.18):

$$\frac{n^2\pi^2}{L^2} - \frac{W^2}{B^2} = -\frac{1}{B^2 E_1 I}\left[W^2 E_1 I_{ef} - E_1 I_{ef}\frac{n^2\pi^2}{L^2}\right] \qquad (2.1.19)$$

A partir da equação (2.1.19) e lembrando-se das equações (2.1.12) e (2.1.13), o autor obteve:

$$I_{ef} = 2I_1 + \frac{E_2}{E_1} I_2 + \gamma 2 A_1 a_1^2 \qquad (2.1.20)$$

com: $\gamma = \dfrac{1}{1+k}$ (2.1.21)

e: $$k = \frac{\pi^2 E_1 A_1}{\bar{K}L^2} \qquad (2.1.22)$$

Tendo k um valor positivo, o momento de inércia efetivo é menor que o momento de inércia da seção calculado como se a seção fosse monolítica.

SOTO apresentou ainda, com base no método descrito e no conceito do momento de inércia efetivo, uma demonstração das expressões recomendadas pela norma DIN 1052 para o cálculo das tensões nas vigas compostas.

Durante as últimas décadas, muitos autores utilizaram o método baseado no equilíbrio para modelar o comportamento de vigas compostas, tendo chegado a resultados muito semelhantes.

McCUTCHEON, em 1986, fez um estudo teórico e experimental sobre vigas de madeira de seção composta em "T" e em "I" não simétricas, chegando basicamente aos mesmos resultados de MÖHLER (1956), ao adotar para a linha elástica uma função do mesmo tipo.

GIRHAMMAR e GOPU, em 1993, apresentaram uma análise de vigas compostas de seção "T" baseada nas mesmas hipóteses e equações básicas que a análise apresentada por SOTO, e obtiveram uma equação diferencial semelhante em termos da função deslocamento vertical, ~~sendo as diferenças devidas às diferenças na forma~~ da seção. A equação diferencial encontrada foi:

$$\frac{d^4v(x)}{dx^4} - \alpha^2 \frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{\alpha^2}{EI}M(x) + \frac{1}{EI_o}\frac{d^2M(x)}{dx^2} \qquad (2.1.23)$$

com: $$\alpha^2 = \bar{K}\left(\frac{1}{EA_1} + \frac{1}{EA_2} + \frac{r^2}{EI_o}\right) \qquad (2.1.24)$$

$$EI_o = EI_1 + EI_2 \qquad (2.1.25)$$

$$EI = EI_o + \frac{EA_1 EA_2}{EA_1 + EA_2} r^2 \qquad (2.1.26)$$

onde: EA_1 = rigidez axial da mesa;

EA_2 = rigidez axial da alma;

EI_1 = rigidez à flexão da mesa em relação ao seu próprio eixo baricêntrico;

EI_2 = rigidez à flexão da alma em relação ao seu próprio eixo baricêntrico;

r = distância entre os centros de gravidade da mesa e da alma.

Porém, os autores não adotaram uma solução, mas indicaram a resolução analítica. Além de vigas submetidas à flexão simples, GIRHAMMAR e GOPU analisaram vigas submetidas à flexão composta, considerando o efeito de segunda ordem.

Outros autores, como BRADFORD e GILBERT (1989), basearam-se nas mesmas hipóteses e equações básicas mas obtiveram soluções através de métodos numéricos.

HA, em 1993, fez uma formulação teórica com o objetivo de desenvolver um procedimento de análise de vigas "sanduíche". Uma viga "sanduíche" é um tipo de viga composta constituída por um núcleo e duas mesas. O autor fez a hipótese de que o núcleo sofre somente deformações tangenciais, e que as mesas sofrem essencialmente deformações devidas à flexão somente.

Nesse caso a ligação é rígida (ligação colada), não permitindo portanto deslizamento entre as mesas e o núcleo. A Figura 2.1.3 mostra os esforços resultantes das distribuibições de tensões e a configuração deformada de uma seção de viga "sanduíche".

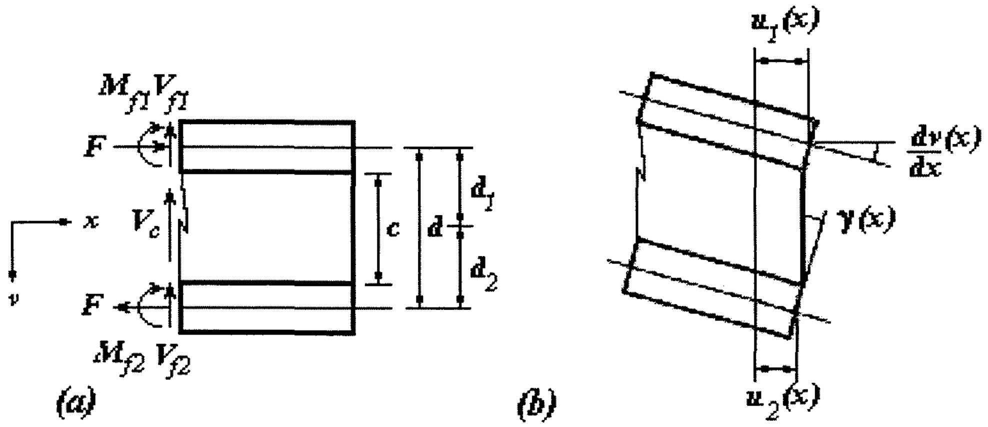


Figura 2.1.3. (a) Esforços resultantes das distribuições de tensão (b) Configuração deformada de uma seção de viga "sanduíche".
FONTE: HA, 1993, p. 1151.

Com base na configuração deformada da seção, HA obteve uma equação de compatibilidade de deslocamentos entre os centros de gravidade das mesas:

$$\gamma(x) = \frac{d}{c}\left[\frac{dv(x)}{dx} - \phi(x)\right] \tag{2.1.27}$$

com: $$\phi(x) = \frac{u_1(x) - u_2(x)}{d} \qquad (2.1.28)$$

sendo os parâmetros definidos na Figura 2.2.4[5].

Devido às tensões normais, os centros de gravidade das mesas sofrem desformações normais, de forma que:

$$F(x) = -(EA)_1 \frac{du_1(x)}{dx} = (EA)_2 \frac{du_2(x)}{dx} \qquad (2.1.29)$$

e portanto:

$$\frac{du_1(x)}{dx} - \frac{du_2(x)}{dx} = -\frac{F(x)}{(EA)_f} \qquad (2.1.30)$$

com: $$(EA)_f = \frac{(EA)_1 (EA)_2}{(EA)_1 + (EA)_2} \qquad (2.1.31)$$

onde: $(EA)_1$ = rigidez axial da mesa 1;

$(EA)_2$ = rigidez axial da mesa 2.

Da equação de equilíbrio de momentos na seção, e com a suposição de que cada mesa trabalhe independentemente à flexão, HA obteve a seguinte equação:

$$M(x) = F(x)d - (EI)_f \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \qquad (2.1.32)$$

com: $$(EI)_f = (EI)_{f1} + (EI)_{f2} \qquad (2.1.33)$$

onde: $(EI)_{f1}$ = rigidez à flexão da mesa 1;

$(EI)_{f2}$ = rigidez à flexão da mesa 2.

Da equação equilíbrio de forças na direção horizontal em cada mesa, HA obteve:

$$\tau(x) = \frac{1}{b} \frac{dF}{dx} \qquad (2.1.34)$$

onde: b = largura da seção.

A tensão tangencial que aparece na equação (2.1.34) atua na ligação entre a mesa e o núcleo. HA fez a suposição de que a mesma tensão tangencial atua uniformemente na seção do núcleo, de forma que:

---

[5] O índice 1 refere-se à mesa 1 e o índice 2, à mesa 2.

$$\gamma(x) = \frac{\tau(x)}{G} \tag{2.1.35}$$

onde: G = módulo de elasticidade transversal do material do núcleo.

A partir das equações (2.1.27) a (2.1.35), o autor obteve a equação diferencial do problema:

$$\frac{d^4v(x)}{dx^4} - \alpha^2\frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{\alpha^2}{EI}M(x) + \frac{1}{(EI)_f}\frac{d^2M(x)}{dx^2} \tag{2.1.36}$$

onde: $$\alpha^2 = \frac{bG}{c}\left(\frac{1}{(EA)_f} + \frac{d^2}{(EI)_f}\right) \tag{2.1.37}$$

e $$(EI) = (EI)_f + d^2(EA)_f \tag{2.1.38}$$

A partir da configuração deformada da seção, pode-se observar que um deslocamento relativo ocorre entre os centros de gravidade das mesas devido à deformação tangencial do núcleo, semelhante ao deslocamento relativo que ocorre entre os centros de gravidade da seção e da mesa em uma viga composta com ligação deformável.

2.1.2.2. O método baseado nos princípios da energia

Outra abordagem para a análise de vigas compostas é baseada nos princípios da energia, com a utilização do cálculo variacional.

WHEAT e CALIXTO (1994), na análise de vigas de madeira compostas de duas camadas justapostas com ligação deformável, fazem essa abordagem e incluem uma relação constitutiva não-linear para a ligação.

Segundo os autores, as contribuições para a energia de deformação numa viga composta provêm de três parcelas:

- a energia de deformação associada às deformações devidas a forças normais e momentos fletores;
- a energia de deformação associada com a deformação dos conectores;
- a energia potencial de cargas aplicadas externamente.

Para obter a primeira parcela da energia de deformação para cada camada, os autores partiram da relação entre a deformação normal na direção longitudinal e os deslocamentos na direção longitudinal e transversal, dada por[6]:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial x}\right)^2\right] \qquad (2.1.39)$$

onde: v_1 = deslocamento longitudinal da camada

v_2 = deslocamento transversal da camada

A notação utilizada pelos autores foi mantida.

Os deslocamentos da camada foram obtidos em termos dos deslocamentos do seu centro de gravidade, a partir da sua configuração deformada mostrada na Figura 2.1.4, como sendo dados por:

$$v_1 = u - z\,\mathrm{sen}\Theta \qquad (2.1.40.a)$$

$$v_2 = w + z\cos\Theta \qquad (2.1.40.b)$$

com: $$\Theta = \arctan\left(\frac{dw}{dx}\right) \qquad (2.1.41)$$

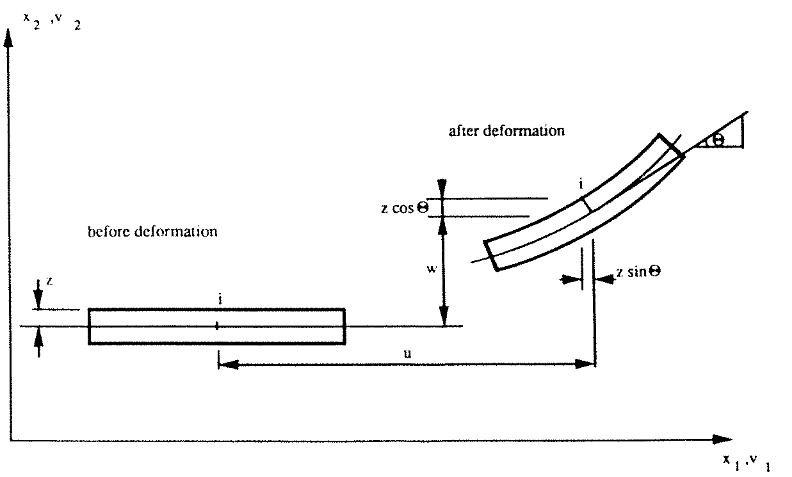


Figura 2.1.4: Configuração deformada de cada camada na análise de vigas compostas de duas camadas justapostas.
FONTE: WHEAT e CALIXTO, 1994, p. 1912.

---

[6] Esta equação vem da relação geral entre o tensor das deformações e o vetor dos deslocamentos para deformações finitas, dada por:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i} + v_{r,i}v_{r,j})$$

Para deformações infinitesimais, a relação anterior pode ser aproximada por:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i})$$

Segundo os autores, foi demonstrado que os estados limites últimos são atingidos antes que as rotações de apoio cheguem a 10°. Impondo essa magnitude nas rotações de apoio e substituindo as equações (2.1.40) na equação (2.1.39), a expressão para a deformação normal na direção longitudinal de cada camada obtida foi:

$$\varepsilon_X = u' + \frac{1}{2}w'^2 - zw'' \qquad (2.1.42)$$

onde: u = deslocamento longitudinal do centro de gravidade da camada;

w = deslocamento transversal do centro de gravidade da camada.

A partir da equação (2.1.42), a energia de deformação associada com as deformações devidas às forças normais e aos momentos fletores foi obtida como sendo dada por:

$$U_B = \sum_{i=1}^{2} \frac{E_i A_i}{2} \int_L \left[u_i'^2 + \frac{1}{4} v'^4 + u_i' v'^2 \right] dx + \sum_{i=1}^{2} \frac{E_i I_i}{2} \int_L v''^2 \, dx \qquad (2.1.43)$$

O deslocamento relativo entre camadas, sendo as rotações de apoio limitadas a um máximo de 10°, foi obtido como sendo dado por:

$$\Delta = \left[u_2 - u_1 - \frac{1}{2}(h_1 + h_2)v' \right] \qquad (2.1.44)$$

A equação (2.1.44) foi obtida da configuração deformada da viga, mostrada na Figura 2.1.5.

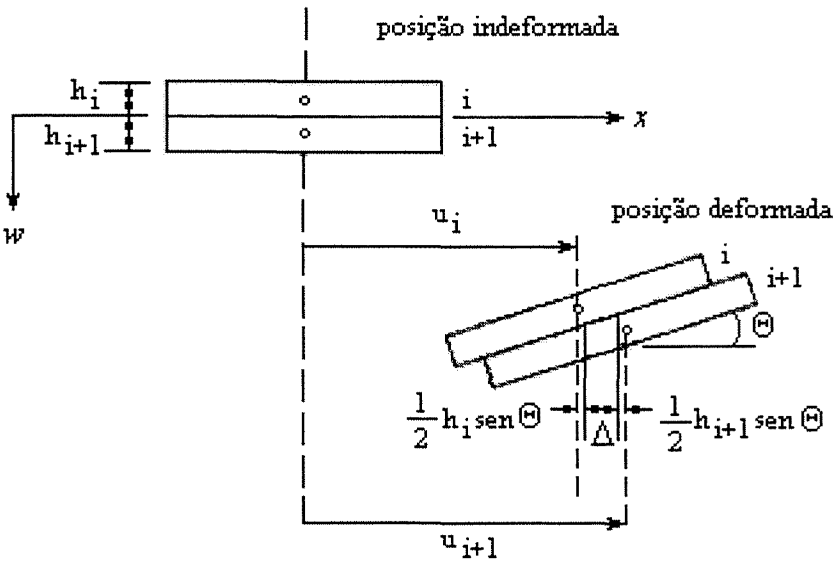


Figura 2.1.5: Configuração deformada da viga
FONTE: WHEAT e CALIXTO, 1994, p. 1914.

A força por unidade de comprimento na interface entre as camadas é dada por:

A força por unidade de comprimento na interface entre as camadas é dada por:

$$p = \frac{n}{s}F \qquad (2.1.45)$$

onde: n= número de conectores por fila;

F = força no conector;

s= espaçamento entre conectores por fila.

Desse modo, a energia de deformação dos conectores é dada por:

$$U_C = \int_L \frac{nF}{s}\Delta dx \qquad (2.1.46)$$

A relação constitutiva para a ligação utilizada para a ligação foi a proposta por FOSCHI E BONAC (1977), segundo os autores, obtida empiricamente:

$$F = (P_0 + P_1\Delta)\left(1 - e^{-\frac{k\Delta}{P_o}}\right) \qquad (2.1.47)$$

onde: F = força no conector;

k, P_1 , P_o = parâmetros característicos;

Δ = deslocamento relativo.

Substituindo a equação (2.1.47) na equação (2.1.46), os autores obtiveram:

$$U_C = \int_L \frac{n}{s}\Delta(P_0 + P_1\Delta)\left(1 - e^{-\frac{k\Delta}{P_o}}\right)dx \qquad (2.1.48)$$

Supondo que a viga seja submetida a uma carga transversal e a forças normais aplicadas no centro de gravidade de cada camada em cada extremidade, o trabalho das cargas externas é dado por:

$$U_L = -\int_L qvdx - \sum_{i=1}^{2} P_i(0)u_i(0) - \sum_{i=1}^{2} P_i(L)u_i(L) \qquad (2.1.49)$$

A energia de deformação total será dada pela soma das equações (2.1.43), (2.1.48) e (2.1.49).

Um sistema de equações diferenciais foi obtido a partir da minimização da energia potencial total, igualando-se um variacional do funcional a zero. As funções incógnitas do sistema obtido são: o deslocamento transversal, w, o deslocamento longitudinal da camada 1, u_1, e o deslocamento longitudinal da camada 2, u_2. Um procedimento numérico foi utilizado para resolver o sistema pelo método das aproximações sucessivas. Os autores realizaram um programa experimental, a partir do qual foi verificado que os resultados foram próximos dos resultados teóricos.

2.1.3. Comentários a respeito do projeto de vigas de madeira com alma em chapa de compensado

Comparando-se as recomendações da norma DIN 1052 e do EUROCODE 5, observa-se que as expressões recomendadas são muito semelhantes. A única diferença é que o EUROCODE 5 define a rigidez efetiva no lugar do momento de inércia efetivo. Entretanto, a maneira de calcular o módulo de deslizamento é diferente. De forma geral, as normas não concordam nesse aspecto.

A norma BS 5268 recomenda o cálculo da viga composta como seção monolítica, mas segundo METTEM (1986), o deslocamento máximo deve ser aumentado em 50% para considerar a influência da deformação da ligação e da força cortante. Aparentemente a influência da deformação da ligação no cálculo das tensões existe mas pode ser desprezada, enquanto que nos deslocamentos tem uma maior importância.

Uma observação importante é que a influência da ligação não é considerada pelo projeto da nova norma brasileira.

Tendo em vista as informações obtidas através da revisão das normas técnicas no que se refere ao projeto de vigas de madeira com alma em chapa de compensado, observa-se que a deformação da ligação é um efeito importante a ser considerado, mas que envolve ainda pontos de discordância. Uma primeira constatação foi que neste trabalho seria muito importante descrever o comportamento da viga composta considerando-se o efeito da deformação da ligação e assim obter fundamentos para a análise dos pontos de discordância e da relevância desse efeito teoricamente, além de experimentalmente.

Neste trabalho, para a análise das vigas compostas com alma em chapa de compensado será utilizado o método baseado nas equações de equilíbrio. Este método é simples e permite obter uma solução analítica exata[7]. Apesar de impor uma limitação, que é o comportamento linear da ligação, o método não é inviável, pois essa hipótese pode ser garantida no dimensionamento da ligação.

Por outro lado, o método energético é mais abrangente, e permite a inclusão de uma relação não linear para a ligação. Porém, a resolução do sistema de equações diferenciais resultante da imposição das condições de minimização do funcional pode ser difícil analiticamente, sendo necessária a utilização de um método numérico. Ainda que a resolução do sistema seja simples através de métodos numéricos, o método baseado nas equações de equilíbrio fornece uma solução analítica fácil de ser utilizada.

Finalmente, pode-se observar que para considerar a diferença de material na seção composta, o método da seção transformada tem sido amplamente utilizado.

[7] Evidentemente a exatidão das soluções é limitada pelas simplificações impostas pelas hipóteses básicas da Teoria da Flexão e da Teoria dos Pequenos Deslocamentos.

2.2. Bases de cálculo para vigas de madeira com alma em chapa de compensado considerando o efeito da composição parcial

Composição parcial foi o termo utilizado por NEWMARK, SEISS e VIEST (1951) para se referir à influência da deformação da ligação no comportamento da viga composta. Quando uma viga composta tem uma ligação colada, a composição é total, pois a ligação é rígida e transmite perfeitamente os esforços entre os elementos. Quando não existe ligação, a composição é nula, pois não há transmissão de esforços entre os elementos, e cada elemento trabalha independentemente dos outros. No caso de composição parcial, tem-se uma situação intermediária.

Conforme já foi comentado anteriormente, tendo em vista que o efeito da composição parcial tem sido amplamente considerado no cálculo de vigas compostas, foi verificado que seria muito importante sua inclusão no estudo de vigas de madeira com alma em chapa de compensado.

Neste item, inicialmente apresenta-se a aplicação do método baseado nas equações de equilíbrio, inicialmente desenvolvido por MÖHLER (1956), a vigas de madeira com alma em chapa de compensado, obtendo-se a equação diferencial básica para a seção em estudo. Em seguida, foi feita a resolução analítica da equação diferencial básica para casos freqüentes de carregamento. Finalmente, foi feita a análise da distribuição da força cortante na seção da viga composta e o desenvolvimento para o cálculo das tensões, tendo como base as soluções analíticas encontradas.

2.2.1. Hipóteses adotadas

- A ligação entre os elementos é deformável:

Esta hipótese assume que a ligação permite um deslocamento relativo longitudinal (deslizamento) entre seus elementos, quando é submetida a um cisalhamento longitudinal. Segundo os modelos modernos, o conceito de ligação envolve não apenas os conectores mas também o material ao redor dos mesmos. Assim, uma ligação pregada na qual os pregos são praticamente rígidos pode, apesar disso, ser uma ligação deformável por causa da deformação do material ao redor do prego[1].

- A ligação tem comportamento elástico-linear:

  Esta hipótese refere-se à relação entre a carga de cisalhamento e o deslizamento entre os elementos da ligação. Admite-se um comportamento elástico-linear, sendo o parâmetro de rigidez denominado módulo de deslizamento[2].

- A ligação pode ser considerada uniformemente distribuída:

  A ligação real, formada por conectores discretos, é considerada equivalente a uma ligação com conectores uniformemente distribuídos. O módulo de deslizamento da ligação equivalente à real será denominado neste trabalho de "módulo de deslizamento equivalente".

- A curvatura devida à flexão é a mesma para os elementos:

  Admitindo-se que a curvatura seja igual para todos os elementos da viga composta, assegura-se que o momento fletor externo seja distribuído a cada elemento proporcionalmente à sua rigidez à flexão. Além disso, os elementos terão a mesma linha elástica.

- Seções planas permanecem planas:

  Esta hipótese é aplicada a cada elemento em separado, o que significa que as seções de todos os elementos permanecem planas, mas devido ao

---

[1] Para maiores informações a respeito de ligações e o módulo de deslizamento, ver item 2.5.

[2] Esta hipótese tem sido aceita e utilizada, conforme pode-se observar a partir da revisão de normas apresentada anteriormente. Considerando-se um comportamento elástico-linear para a ligação na viga composta, a análise simplifica-se muito e facilita a obtenção de soluções analíticas.

deslocamento relativo longitudinal entre os elementos, surge uma descontinuidade no diagrama de deformações.

- A carga é aplicada uniformemente na largura da seção:

  Esta hipótese garante que o carregamento seja fisicamente aplicado sobre as almas e a mesa superior uniformemente, não sendo sobrecarregada nenhuma parte da seção.

- Os deslocamentos são pequenos:

Esta hipótese pode ser utilizada tendo em vista que os deslocamentos da viga são muito menores do que suas dimensões. Para um pequeno deslocamento angular θ tem-se $\theta \cong \tan\theta$, $\cos\theta \cong 1$ e $\text{sen}\,\theta \cong 0$.

2.2.2. Desenvolvimento da análise e obtenção da equação diferencial da viga

Neste item, para a aplicação do método baseado nas equações de equilíbrio na análise de vigas de madeira de seção composta com alma em chapa de compensado, foram utilizados basicamente os estudos citados anteriormente na revisão dos métodos de análise de vigas compostas.

No desenvolvimento da análise os seguintes parâmetros serão utilizados:

A_f = área de cada mesa;

A_w = área de cada alma;

E_f = módulo de elasticidade do material da mesa;

E_w = módulo de elasticidade do material da alma;

I_f = momento de inércia de cada mesa;

I_w = momento de inércia de cada alma;

I = momento de inércia da seção inteira considerada totalmente composta;

I_o = soma dos momentos de inércia de todos os elementos;

I^* = momento de inércia da seção parcialmente composta;

I_f^* = momento de inércia da mesa da seção parcialmente composta;

K = módulo de deslizamento da ligação;

$\overline{K}$ = módulo de deslizamento equivalente ;

L = vão livre da viga;

M_f = momento fletor individual de cada mesa;

M_w = momento fletor individual de cada alma;

M = momento fletor da seção inteira;

N_f = módulo da resultante das tensões normais na mesa;

P = carga concentrada;

s = espaçamento entre pregos;

T = fluxo de cisalhamento atuante na interface entre mesa e alma;

V_f = força cortante individual de cada mesa;

V_w = força cortante individual de cada alma;

V = força cortante da seção inteira;

$\overline{y}_f$ = distância entre os centros de gravidade da mesa e da seção.

Seja uma viga de madeira com alma em chapa de compensado, com seção transversal mostrada na Figura 2.2.1, submetida a um carregamento distribuído e/ou cargas concentradas. O sistema de eixos utilizado é o sistema de coordenadas usual.

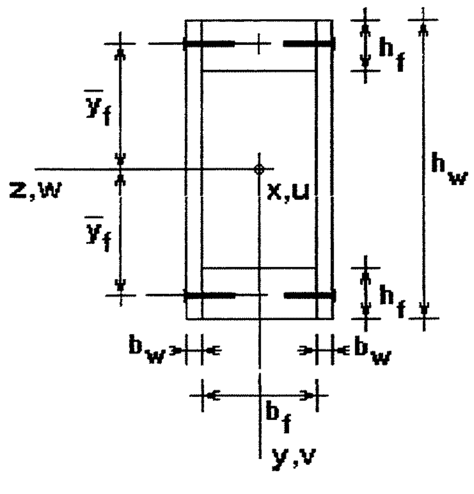


Figura 2.2.1. Seção transversal da viga em estudo.

Esta análise baseia-se no equilíbrio de cada elemento separadamente e na compatibilidade de deslocamentos envolvendo todos os elementos. Os esforços internos, no caso de flexão simples o momento fletor e a força cortante, são distribuídos entre todos os elementos.

A Figura 2.2.2 mostra um diagrama de corpo livre de um elemento infinitesimal de comprimento de viga, separado em almas e mesas para melhor visualização, onde são esquematizadas as distribuições dos esforços internos e da carga externa.

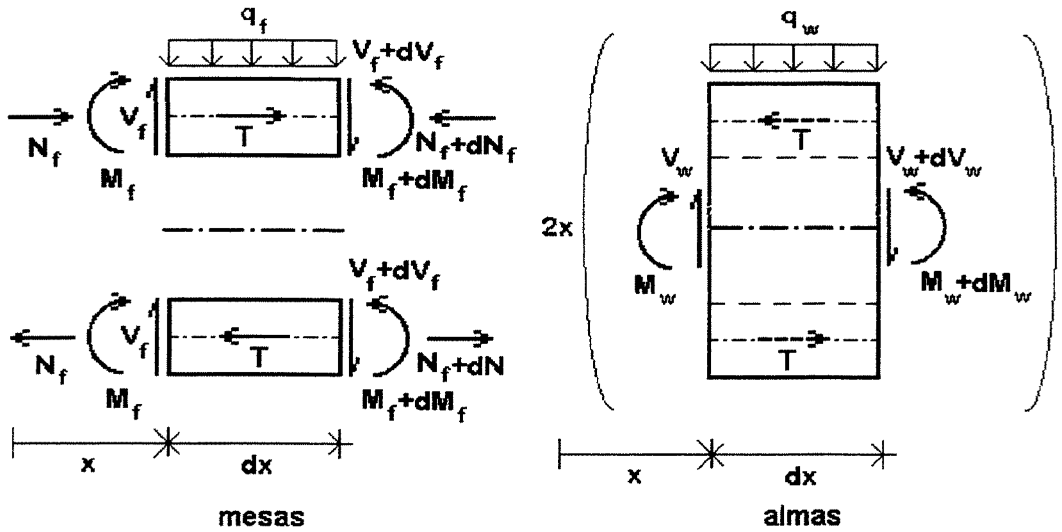


Figura 2.2.2. Diagrama de corpo livre de um elemento infinitesimal da viga mostrando os a distribuição dos esforços internos e da carga externa entre almas e mesas.

Os momentos fletores e as forças atuantes nos centros de gravidade das mesas esquematizados na Figura 2.2.2 são resultantes das tensões normais distribuídas na seção. Considere-se agora a seção da viga em estudo dividida em duas partes: o conjunto formado pelas duas almas e o conjunto formado pelas duas mesas. A distribuição de tensões normais na seção inteira e nos conjuntos considerados separadamente são mostradas na Figura 2.2.3.

As tensões normais distribuídas em cada alma resultam em um momento fletor parcial dado por:

$$M_w(x) = -E_w I_w \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \tag{2.2.1}$$

com: $$I_w = \frac{b_w h_w^3}{12} \tag{2.2.2}$$

As tensões normais distribuídas em cada mesa resultam em um momento fletor parcial dado por:

$$M_f^*(x) = -E_f I_f^* \frac{d^2v(x)}{dx^2} \tag{2.2.3}$$

com: $$I_f^* = \frac{b_f h_f^3}{12} + \phi A_f \bar{y}_f^2 \tag{2.2.4}$$

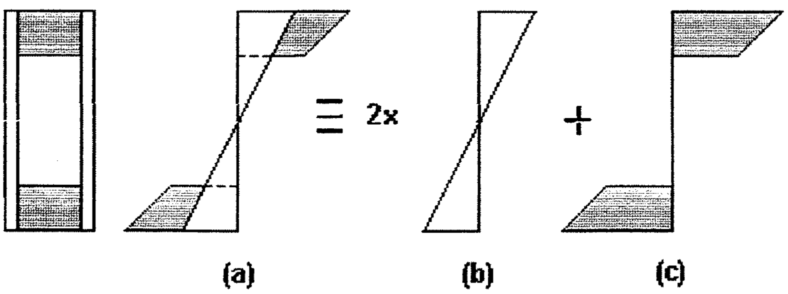


Figura 2.2.3. Distribuição de tensões normais na seção.
(a) Distribuição na seção. (b) Distribuição nas almas. (c) Distribuição nas mesas.

O fator ϕ, tal que $0 < \phi < 1$, implica que:

$$\frac{b_f h_f^3}{12} < I_f^* < \frac{b_f h_f^3}{12} + A_f \bar{y}_f^2 \tag{2.2.5}$$

Assim, o momento de inércia de cada mesa na equação (2.2.5) é um valor intermediário entre o momento de inércia individual da mesa e o momento de inércia da mesa em uma seção totalmente composta.

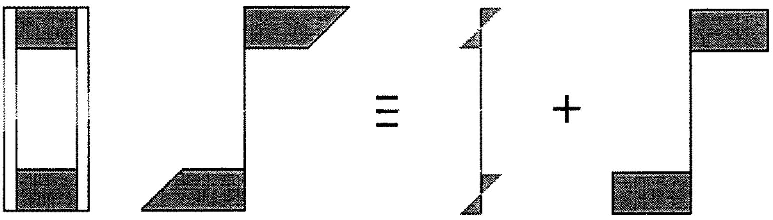
O momento fletor parcial das mesas não foi chamado de $M_f(x)$, analogamente ao momento fletor parcial das almas, que foi chamado de $M_W(x)$, pois será dividido ainda em duas parcelas, sendo que uma delas será chamada de $M_f(x)$.

Além de momentos fletores, as tensões normais resultam em forças normais. A resultante da distribuição de tensões normais nas almas é nula. Já em cada uma das mesas é dada por:

$$N_f(x) = -\frac{d^2v(x)}{dx^2} \phi A_f \bar{y}_f^2 = \frac{M(x)}{EI^*} \phi A_f \bar{y}_f^2 \tag{2.2.6}$$

com: $\quad I^* = 2E_w I_w + 2E_f I_f + 2\phi A_f \overline{y}_f^2$ (2.2.7)

Considere-se agora a distribuição de tensões nas mesas como sendo a soma de duas distribuições, mostradas na Figura 2.2.4.



(a) (b) (c)

Figura 2.2.4. Subdivisão da distribuição de tensões normais nas mesas. (a) Distribuição nas mesas. (b) Distribuição nas mesas consideradas individualmente. (c) Distribuição nas mesas que leva em conta a composição da seção.

A primeira distribuição resulta em cada mesa um momento dado por:

$$M_f(x) = -E_f I_f \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \tag{2.2.8}$$

com: $\quad I_f = \dfrac{b_f h_f^3}{12}$ (2.2.9)

A resultante das tensões normais da primeira distribuição da Figura 2.2.4 é nula e a da segunda distribuição é dada pela equação (2.2.6).

As forças resultantes das tensões normais da segunda distribuição, de tração na mesa inferior e de compressão na mesa superior, originam um binário dado por:

$$2N_f(x)\overline{y}_f = -(EI^* - 2E_w I_w - 2E_f I_f)\frac{d^2 v(x)}{dx^2} \tag{2.2.10}$$

Pode-se escrever então que:

$$_f{}^*(x) = M_f(x) + 2N_f(x)\overline{y}_f \tag{2.2.11}$$

e que:

$$(x) = 2M_w(x) + 2M_f(x) + 2N_f(x)\overline{y}_f \tag{2.2.12}$$

A equação (2.2.12) é a equação de equivalência de momentos fletores na seção.

Através desse desenvolvimento, pode-se observar que a distribuição de momentos da viga com composição total e da viga com composição nula podem ser obtidas a partir da distribuição de momentos da viga com composição parcial, com ϕ=1 e ϕ=0 respectivamente.

Para uma seção totalmente composta, tem-se que:

$$M_f(x) = -E_f I_f \frac{d^2v(x)}{dx^2} \tag{2.2.13.a}$$

$$M_f^*(x) = -(E_f I_f + E_f A_f \bar{y}_f^2)\frac{d^2v(x)}{dx^2} \tag{2.2.13.b}$$

$$N_f(x) = -\frac{d^2v(x)}{dx^2} A_f \bar{y}_f = \frac{M(x)}{EI} A_f \bar{y}_f \tag{2.2.13.c}$$

com: $$EI = 2E_w I_w + 2E_f I_f + 2A_f \bar{y}_f^2 \tag{2.2.14}$$

Para uma seção com composição nula tem-se que:

$$M_w(x) = -E_w I_w \frac{d^2v(x)}{dx^2} \tag{2.2.15.a}$$

$$M_f^*(x) = M_f(x) = -E_f I_f \frac{d^2v(x)}{dx^2} \tag{2.2.15.b}$$

$$N_f(x) = 0 \tag{2.2.15.c}$$

Conforme já foi mencionado, com base na hipótese de que a curvatura seja a mesma para todos os elementos, pode-se supor que o momento fletor é distribuído a cada elemento proporcionalmente à sua rigidez à flexão individual. Assim, tem-se que:

$$\frac{d^2v(x)}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI^*} = -\frac{M_w(x)}{E_f I_w} = -\frac{M_f(x)}{E_f I_f} \tag{2.2.16}$$

Das equações (2.2.12) e (2.2.16), tem-se que:

$$\frac{d^2v(x)}{dx^2} = -\frac{2M_w(x) + 2M_f(x)}{EI_o} = -\frac{M(x) - 2N_f(x)\bar{y}_f}{EI_o} \tag{2.2.17}$$

onde: $$EI_o = 2E_w I_w + 2E_f I_f \tag{2.2.18}$$

Assim, foi esclarecida a distribuição do momento fletor na seção, que é essencial para a obtenção da equação diferencial básica do problema. Quanto à força cortante, sua distribuição será esclarecida no item 2.2.4, assim como a distribuição da carga externa.

Dando continuidade ao desenvolvimento, na interface entre mesa e alma existe um fluxo de cisalhamento. A equação de equilíbrio horizontal de um elemento infinitesimal de comprimento da mesa superior fornece a equação:

$$T(x) = \frac{1}{2}\frac{dN_f(x)}{dx} \qquad (2.2.19)$$

Na equação (2.2.19) já está sendo considerado o sentido da força normal conforme mostrado na Figura 2.2.2.

Como a ligação é deformável, sob a ação do fluxo de cisalhamento, um deslocamento longitudinal relativo ocorre entre os centros de gravidade da mesa superior e da alma. A partir da configuração deformada da seção, mostrada na Figura 2.2.6, uma equação de compatibilidade de deslocamentos entre os centros de gravidade da mesa superior e das almas pode ser escrita:

$$\delta(x) = u_f(x) - u_w(x) + \bar{y}_f \frac{dv(x)}{dx} \qquad (2.2.21)$$

Na equação (2.2.21) está sendo utilizada a hipótese de pequenos deslocamentos, tendo sido tomadas as componentes dos deslocamentos na direção horizontal.

Derivando-se uma vez a equação (2.2.21), tem-se:

$$\frac{d\delta(x)}{dx} = \varepsilon_f(x) - \varepsilon_w(x) + \bar{y}_f \frac{d^2v(x)}{dx^2} \qquad (2.2.22)$$

A mesma equação (2.2.22) poderia ter sido conseguida com a compatibilidade de deslocamentos entre os centros de gravidade da mesa inferior e das almas.

No caso de uma seção com composição total, a equação (2.2.22) torna-se:

$$\varepsilon_w(x) - \varepsilon_f(x) = \bar{y}_f \frac{d^2v(x)}{dx^2} \qquad (2.2.23)$$

Por outro lado, da hipótese de comportamento elástico-linear para a ligação, tem-se que:

$$T(x) = \bar{K}\delta(x) \qquad (2.2.24)$$

A equação (2.2.24) é a relação entre a carga e o deslizamento entre os elementos da ligação. A constante envolvida denomina-se módulo de deslizamento[2].

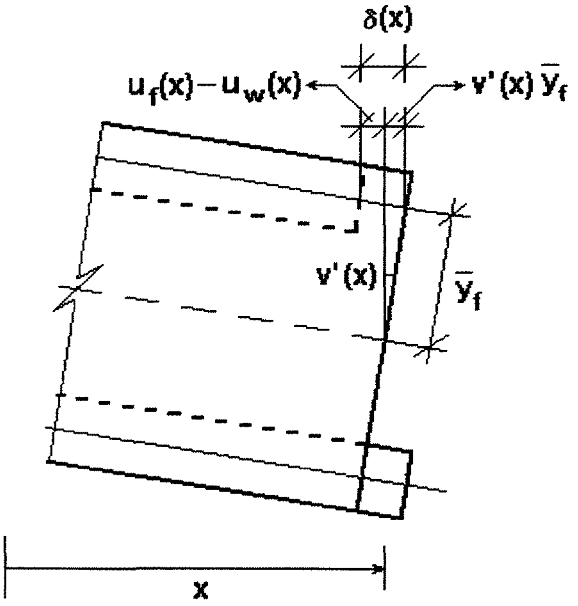


Figura 2.2.6. Configuração deformada da seção parcialmente composta.

Igualando-se as equações (2.2.24) e (2.2.19), tem-se que:

$$\delta(x) = \frac{1}{2\overline{K}} \frac{dN_f(x)}{dx} \qquad (2.2.25)$$

Tem-se ainda que:

$$\varepsilon_w(x) = 0 \qquad (2.2.26.a)$$

$$\varepsilon_f(x) = \frac{N_f(x)}{E_f A_f} \qquad (2.2.26.b)$$

Na equação (2.2.26.b) já está sendo considerado o sentido da força normal conforme mostrado na Figura 2.2.2.

Trabalhando-se com as equações (2.2.26), (2.2.25) e (2.2.17), a equação (2.2.22), torna-se:

---

[2] Sobre o módulo de deslizamento equivalente, ver item 2.5.

$$\frac{d^2N_f(x)}{dx^2} - 2\bar{K}\left(\frac{1}{E_fA_f} + \frac{\bar{y}_f^{\,2}}{E_fI_f + E_wI_w}\right)N_f(x) = -2\bar{K}\frac{\bar{y}_f}{EI_f + EI_w}M(x) \qquad (2.2.27)$$

Se for dividida por $2\bar{K}$ e $\bar{K}$ tender a um valor infinito, então a equação (2.2.27) tende a:

$$N_f(x) = M(x)\frac{E_fA_f\bar{y}_f}{EI} \qquad (2.2.28)$$

que é igual à equação (2.2.13.c).

A partir das equações (2.2.27) e (2.2.19) pode ser escrita a seguinte equação:

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} - 2\bar{K}\left(\frac{1}{E_fA_f} + \frac{\bar{y}_f^{\,2}}{E_fI_f + E_wI_w}\right)T(x) = -2\bar{K}\frac{\bar{y}_f}{EI_f + EI_w}\frac{V(x)}{2} \qquad (2.2.29)$$

A partir da equação (2.2.27) pode ser escrita uma outra equação diferencial, em termos da função v(x). Voltando-se a utilizar a equação (2.2.17), a equação (2.2.27) torna-se:

$$\frac{d^4v(x)}{dx^4} - \alpha^2\frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{\alpha^2}{EI}M(x) + \frac{\alpha^2}{EI_o}\frac{d^2M(x)}{dx^2} \qquad (2.2.30)$$

onde: $$\alpha^2 = 2\bar{K}\left(\frac{1}{E_fA_f} + \frac{2\bar{y}_f^{\,2}}{EI_o}\right) \qquad (2.2.31)$$

Lembrando-se das equações (2.2.18) e (2.2.14):

$EI_o = 2E_wI_w + 2E_fI_f$

e $EI = 2E_wI_w + 2E_fI_f + 2A_f\bar{y}_f^{\,2}$.

Se for dividida por $2\bar{K}$, e $\bar{K}$ tender a infinito, a equação (2.2.30) se reduz a:

$$\frac{d^2v(x)}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} \qquad (2.2.32)$$

A equação (2.2.32) é a equação da viga para caso de composição total, segundo a Teoria da Flexão.

Uma vez resolvida a equação diferencial (2.2.30) e conhecida a linha elástica, os esforços internos em cada elemento e as tensões podem ser determinadas, conforme será visto no item 2.2.5.

2.2.3. Obtenção da solução da equação diferencial da viga

Conforme já foi visto, a resolução da equação diferencial (2.2.30) fornece a equação da linha elástica da viga parcialmente composta. Neste trabalho, a solução foi obtida para viga simplesmente apoiada com diferentes casos de carregamento. No Quadro 2.2.1 são apresentadas as equações da linha elástica obtidas.

Além disso, foram obtidas as soluções da equação diferencial (2.2.29) para os mesmos casos, apresentadas no Quadro 2.2.2.

A resolução analítica é simples, podendo ser realizada com o auxílio de um *software*, como por exemplo o *Mathematica*, ou manualmente, assim como a aplicação das condições de contorno para a determinação das constantes.

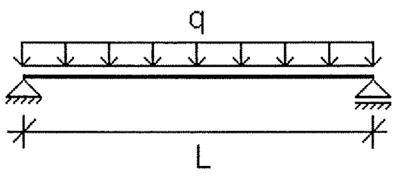
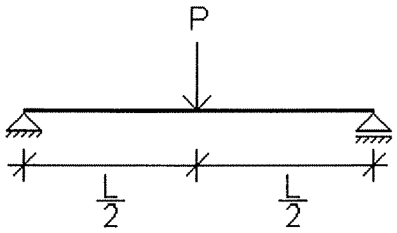
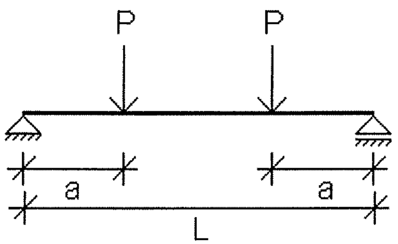
Pode-se observar que as soluções obtidas incluem a solução para o caso de composição total, obtida segundo a Teoria da Flexão, o que torna mais fácil uma análise da influência da ligação na viga composta.

Nas Figuras 2.2.7 a 2.2.12 são mostrados gráficos construídos a partir das soluções obtidas, para permitir a visualização da forma das mesmas[3].

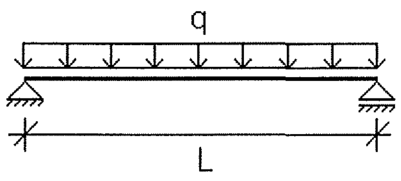
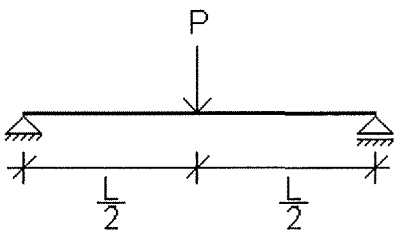
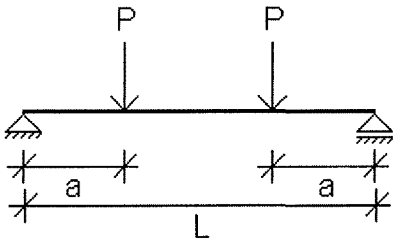
---

[3] Foram utilizados os mesmos dados na construção de todos os gráficos. Não é necessária agora uma preocupação com os números, apenas com a forma das soluções.

Quadro 2.2.1. Equação da linha elástica e flecha máxima.

	$v(x)=\dfrac{q}{24EI}\left(x^4-2x^3L+xL^3\right)+\dfrac{q}{\alpha^4EI}\left(\dfrac{EI}{EI_o}-1\right)\left(\cosh\alpha x-\tanh\dfrac{\alpha L}{2}\,\mathrm{senh}\,\alpha x-\dfrac{1}{2}\alpha^2x^2+\dfrac{1}{2}\alpha^2xL-1\right)$ (2.2.33) $v_{máx}=\dfrac{5qL^4}{384EI}+\dfrac{q}{\alpha^4EI}\left(\dfrac{EI}{EI_o}-1\right)\left(\dfrac{1}{\cosh\dfrac{\alpha L}{2}}+\dfrac{1}{8}\alpha^2L^2-1\right)$ (2.2.34)
	$v(x)=\dfrac{PL^2}{16EI}x-\dfrac{P}{12EI}x^3+\dfrac{P}{2\alpha^3EI}\left(\dfrac{EI}{EI_o}-1\right)\left(\alpha x-\dfrac{\mathrm{senh}\,\alpha x}{\cosh\dfrac{\alpha L}{2}}\right)$ (2.2.35) $v_{máx}=\dfrac{PL^3}{48EI}+\dfrac{P}{2\alpha^3EI}\left(\dfrac{EI}{EI_o}-1\right)\left(\dfrac{\alpha L}{2}-\tanh\dfrac{\alpha L}{2}\right)$ (2.2.36)
	$0\le x\le a$: $v(x)=\dfrac{PaL}{2EI}x-\dfrac{Pa^2}{2EI}x-\dfrac{P}{6EI}x^3+\dfrac{P}{\alpha^3EI}\left(\dfrac{EI}{EI_o}-1\right)\left[\alpha x-\left(\cosh\alpha a-\mathrm{senh}\,\alpha a\tanh\dfrac{\alpha L}{2}\right)\mathrm{senh}\,\alpha x\right]$ (2.2.37.a) $a\le x\le\dfrac{L}{2}$: $v(x)=-\dfrac{Pa^3}{6EI}+\dfrac{PaL}{2EI}x-\dfrac{Pa}{2EI}x^2+\dfrac{P}{\alpha^3EI}\left(\dfrac{EI}{EI_o}-1\right)\left[\alpha a-\left(\cosh\alpha x-\mathrm{senh}\,\alpha x\tanh\dfrac{\alpha L}{2}\right)\mathrm{senh}\,\alpha a\right]$ (2.2.37.b) $v_{máx}=\dfrac{PaL^2}{8EI}-\dfrac{Pa^3}{6EI}+\dfrac{P}{\alpha^3EI}\left(\dfrac{EI}{EI_o}-1\right)\left(\alpha a-\dfrac{\mathrm{senh}\,\alpha a}{\cosh\dfrac{\alpha L}{2}}\right)$ (2.2.38)

Quadro 2.2.2. Fluxo de cisalhamento na interface e fluxo de cisalhamento máximo na interface.

	$$T(x)=\frac{q}{2\alpha}\frac{E_fA_f\bar{y}_f}{EI}\left(\frac{\alpha L}{2}-\alpha x+\operatorname{senh}\alpha x-\cosh\alpha x\tanh\frac{\alpha L}{2}\right) \quad (2.2.39)$$ $$T_{máx}=\frac{q}{2\alpha}\frac{E_fA_f\bar{y}_f}{EI}\left(\frac{\alpha L}{2}-\tanh\frac{\alpha L}{2}\right) \quad (2.2.40)$$
	$$T(x)=\frac{P}{4}\frac{E_fA_f\bar{y}_f}{EI}\left(1-\frac{\cosh\alpha x}{\cosh\frac{\alpha L}{2}}\right) \quad (2.2.41)$$ $$T_{máx}=\frac{P}{4}\frac{E_fA_f\bar{y}_f}{EI}\left(1-\frac{1}{\cosh\frac{\alpha L}{2}}\right) \quad (2.2.42)$$
	$$0\le x\le a:\quad T(x)=\frac{P}{2}\frac{E_fA_f\bar{y}_f}{EI}\left[1-\left(\cosh\alpha a-\operatorname{senh}\alpha a\tanh\frac{\alpha L}{2}\right)\cosh\alpha x\right] \quad (2.2.43.a)$$ $$a\le x\le\frac{L}{2}:\quad T(x)=-\frac{P}{2}\frac{E_fA_f\bar{y}_f}{EI}\left(\operatorname{senh}\alpha x-\cosh\alpha x\tanh\frac{\alpha L}{2}\right)\operatorname{senh}\alpha x \quad (2.2.43.b)$$ $$T_{máx}=\frac{P}{2}\frac{E_fA_f\bar{y}_f}{EI}\left[1-\cosh\alpha a-\operatorname{senh}\alpha a\tanh\frac{\alpha L}{2}\right] \quad (2.2.44)$$

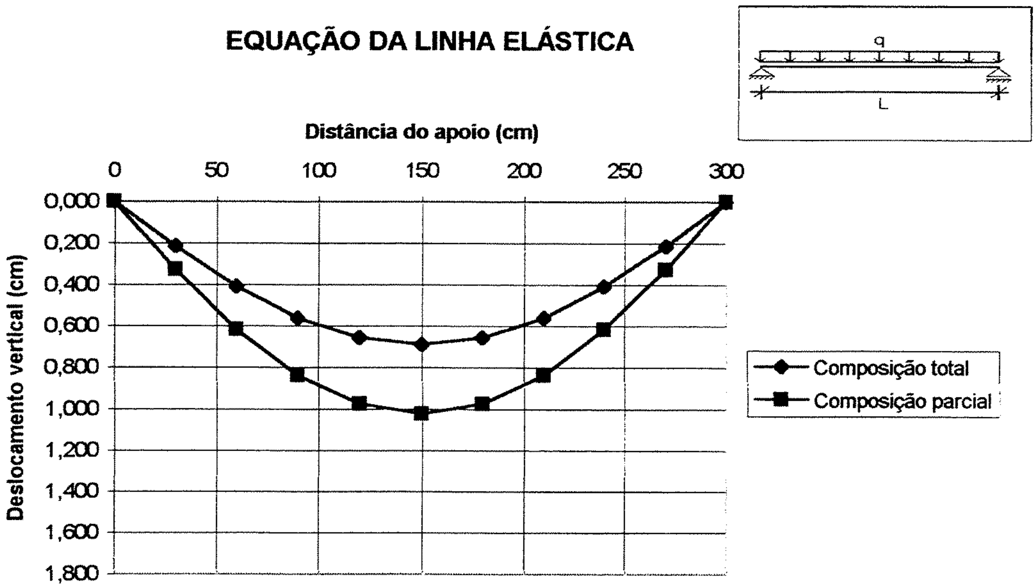


Figura 2.2.7. Linha elástica de viga simplesmente apoiada com carga uniformemente distribuída.

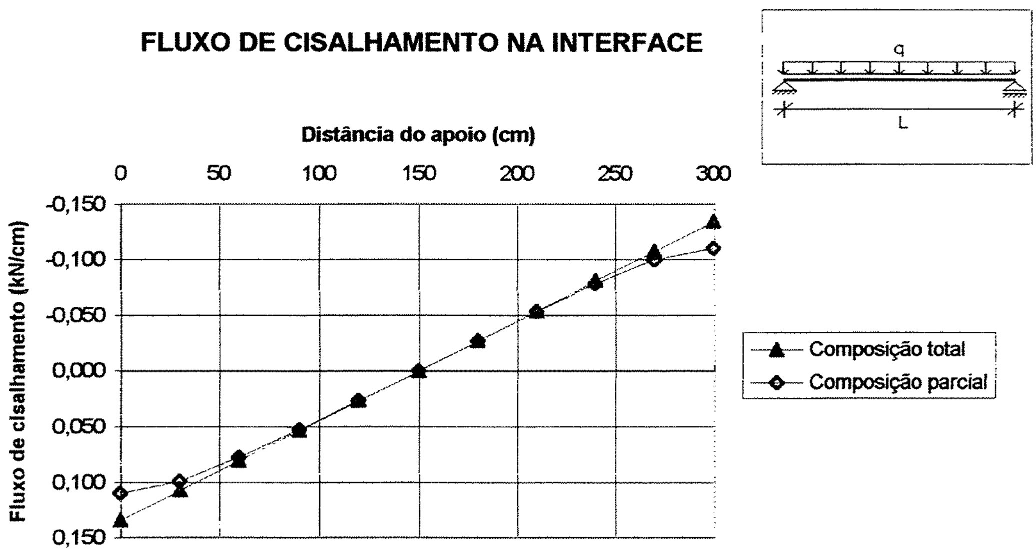


Figura 2.2.8. Fluxo de cisalhamento em viga simplesmente apoiada com carga uniformemente distribuída.

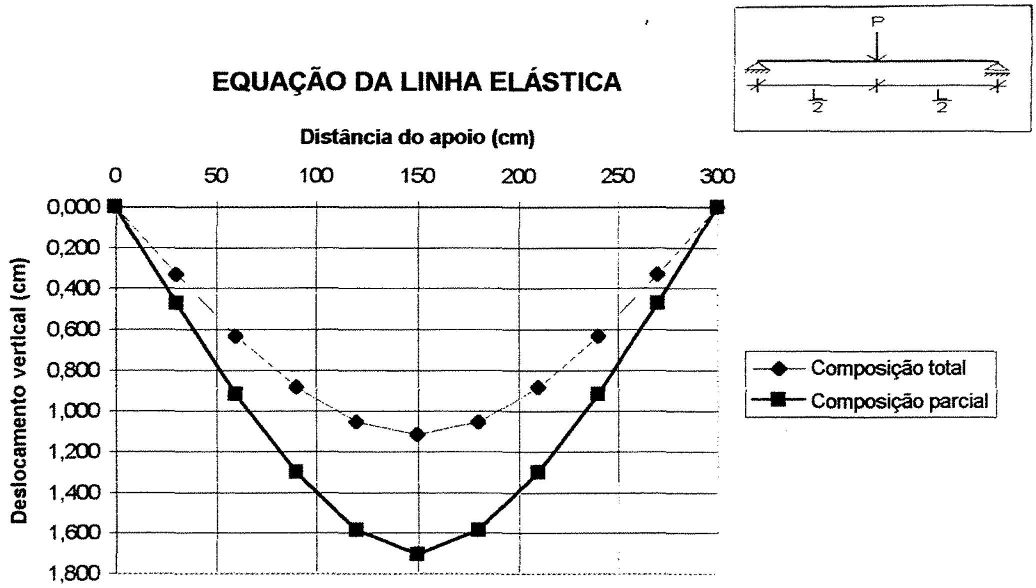


Figura 2.2.9 Linha elástica de viga simplesmente apoiada com carga concentrada no meio do vão.

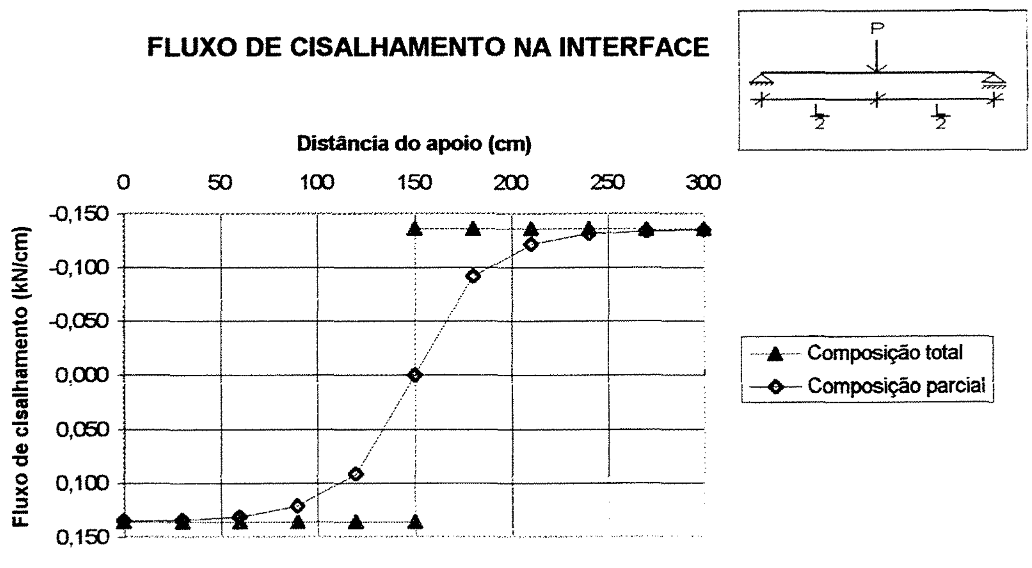


Figura 2.2.10. Fluxo de cisalhamento em viga simplesmente apoiada com carga concentrada no meio do vão.

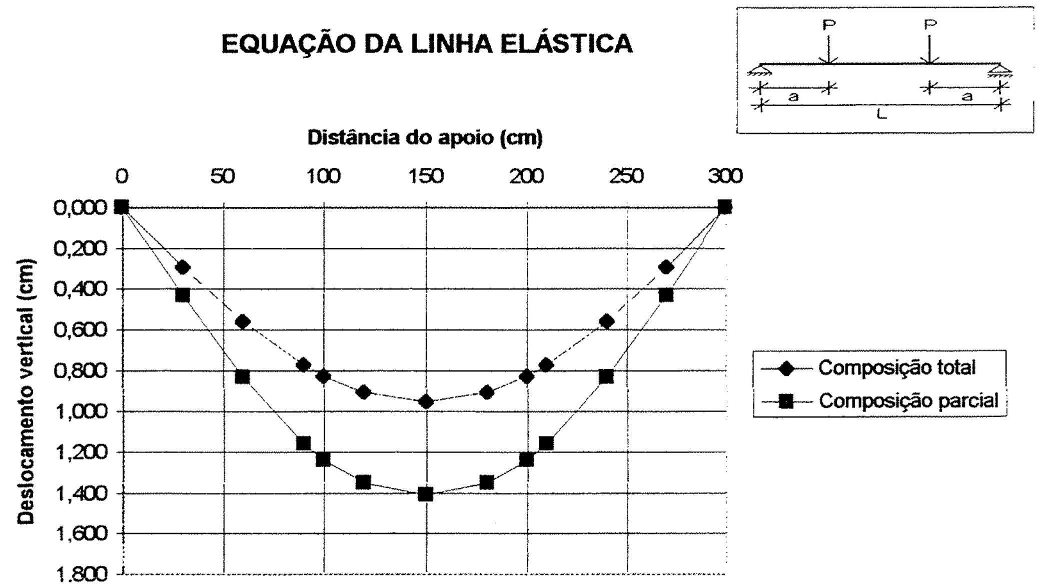


Figura 2.2.11. Linha elástica de viga simplesmente apoiada com duas cargas concentradas equidistantes dos apoios.

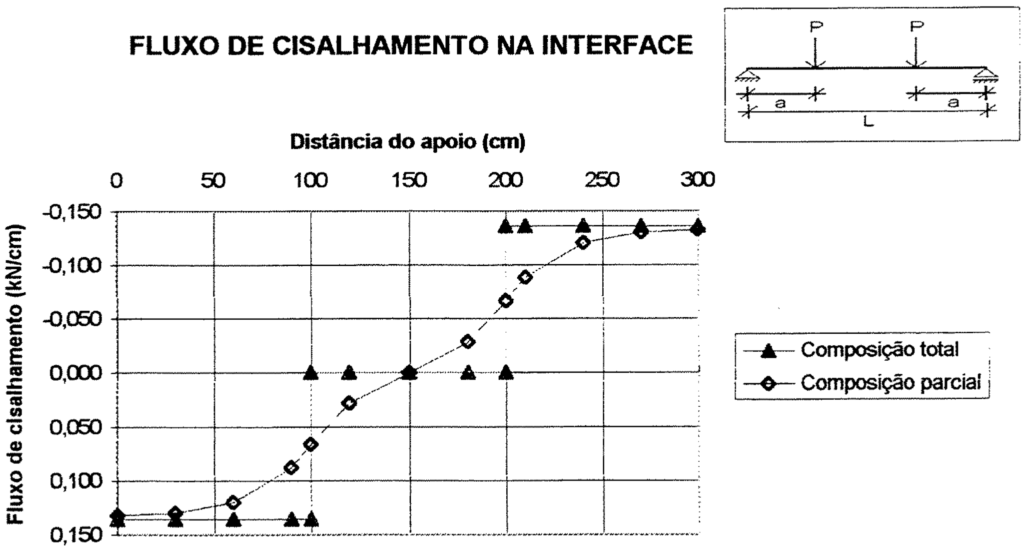


Figura 2.2.12. Linha elástica de viga simplesmente apoiada com duas cargas concentradas equidistantes dos apoios.

2.2.4. Distribuição da força cortante na seção composta

Neste item será analisada a distribuição da força cortante na seção da viga composta e da carga externa, de forma semelhante ao que foi feito para o momento fletor no item 2.2.2.

Inicialmente, considere-se um elemento infinitesimal de comprimento da viga. A Figura 2.2.13 esquematiza a distribuição da força cortante e as cargas atuantes em cada elemento da seção.

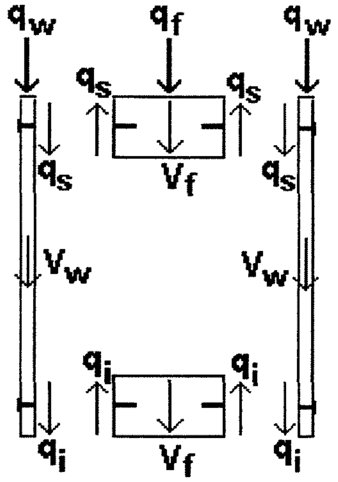


Figura 2.2.13. Esquema da distribuição da cortante e das cargas atuantes nos elementos.

O equilíbrio de forças na direção vertical na mesa superior leva a:

$$q_f(x) - 2q_s(x) = -\frac{dV_f(x)}{dx} \qquad (2.2.45)$$

Ao mesmo tempo, o equilíbrio de forças na direção vertical na mesa inferior leva a:

$$2q_i(x) = -\frac{dV_f(x)}{dx} \qquad (2.2.46)$$

Estará sendo suposto que:

$$q_s(x) = q_i(x) \qquad (2.2.47)$$

O equilíbrio de forças na direção vertical em cada alma leva a:

$$q_w(x) + q_s(x) - q_i(x) = -\frac{dV_w(x)}{dx} \tag{2.2.48}$$

Com a equação (2.2.47), a equação (2.2.45) fica:

$$q_w(x) = -\frac{dV_w(x)}{dx} \tag{2.2.49}$$

Ainda, com as equações (2.2.47) e (2.2.46), a equação (2.2.45) fica:

$$q_f(x) = -2\frac{dV_f(x)}{dx} \tag{2.2.50}$$

Procedendo-se à análise da distribuição da força cortante, a equação de equilíbrio de momentos fletores na mesa superior leva a:

$$V_f(x) = \frac{dM_f(x)}{dx} \tag{2.2.51}$$

A mesma equação vale para a mesa inferior. A equação de equilíbrio de momentos fletores em cada alma leva a:

$$V_w(x) = \frac{dM_w(x)}{dx} + 2\bar{y}_f T(x) \tag{2.2.52}$$

Com base nas equações (2.2.1) e (2.2.8), as equações (2.2.51) e (2.2.52) podem ser escritas como:

$$V_f(x) = -E_f I_f \frac{d^3 v(x)}{dx^3} \tag{2.2.53}$$

$$V_w(x) = -E_w I_w \frac{d^3 v(x)}{dx^3} + 2\bar{y}_f T(x) \tag{2.2.54}$$

A força cortante atuante nas mesas gera a distribuição de tensões de cisalhamento mostrada na Figura 2.2.14.b. A força cortante atuante nas almas pode ser dividida em duas parcelas. Uma é dada pelo primeiro termo do segundo membro da equação (2.2.54), e é resultante da distribuição de tensões de cisalhamento mostrada na Figura 2.2.14.c. A outra é dada pelo segundo termo, e é resultante da distribuição de tensões de cisalhamento mostrada na Figura 2.2.14.d. Esta última distribuição pode ser considerada uniforme[1].

---

[1] Na região da interface existem perturbações, entretanto, esta distribuição estará sendo considerada uniforme por simplificação.

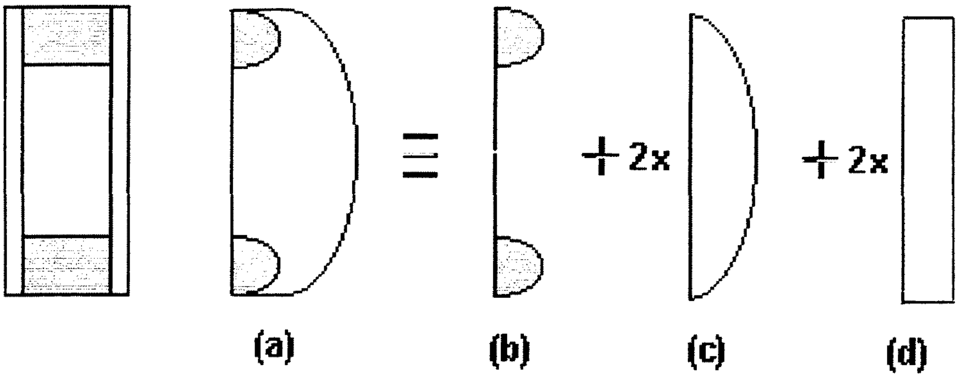


Figura 2.2.7. Distribuição das tensões de cisalhamento (a) na seção inteira (b) nas mesas (c) nas almas (primeira parcela) (d) nas almas (segunda parcela).

2.2.5. Proposta de formulação das tensões

Uma vez determinada a solução da equação diferencial da viga com composição parcial para a seção considerada - equação (2.2.30) - podem ser determinadas expressões para o cálculo das tensões, conforme o desenvolvimento mostrado a seguir.

2.2.5.1. Tensões normais nas mesas

Nesse desenvolvimento cada elemento pode ser considerado como uma viga isolada. Considerando-se a mesa superior, tem-se que sobre a mesma atua o momento fletor M_f e a força normal N_f. Portanto tem-se que a tensão normal na mesa comprimida, utilizando-se o resultado da Teoria da Flexão, é dada por:

$$\sigma_f(x,y) = \frac{M_f(x)}{I_f} y - \frac{N_f(x)}{A_f} \qquad (2.2.55)$$

com: $-\frac{h_f}{2} - \bar{y}_f \le y \le \frac{h_f}{2} - \bar{y}_f$

Com as equações (2.2.8) e (2.2.17), a equação (2.5.57) fica:

$$\sigma_f(x,y) = -\frac{d^2v(x)}{dx^2}\left(E_f y + \frac{EI_o}{2A_f\bar{y}_f}\right) - \frac{M(x)}{2A_f\bar{y}_f} \tag{2.2.56}$$

com: $-\frac{h_f}{2} - \bar{y}_f \leq y \leq \frac{h_f}{2} - \bar{y}_f$

Uma expressão análoga pode ser obtida para a mesa inferior.

2.2.5.2. Tensões normais nas almas

As tensões normais nas almas podem ser obtidas da mesma forma, lembrando-se que nas almas atua o momento fletor M_w. Assim, utilizando-se o resultado da Teoria da Flexão, tem-se:

$$\sigma_w(x,y) = \frac{M_w(x)}{I_w} y \tag{2.2.57}$$

com: $-\frac{h_w}{2} \leq y \leq \frac{h_w}{2}$

Com a equação (2.2.1), a equação (2.5.57) fica:

$$\sigma_w(x,y) = -E_w \frac{d^2v(x)}{dx^2} y \tag{2.2.58}$$

2.2.5.3. Tensões tangenciais nas almas

Considere-se um elemento infinitesimal de comprimento da alma, mostrado na Figura 2.5.8.a. O valor da tensão tangencial em qualquer altura da seção pode ser determinada fazendo-se um corte longitudinal do elemento, conforme mostrado na Figura 2.5.8.b, e fazendo-se o equilíbrio de forças na direção horizontal na parte superior.

As forças resultantes das tensões normais que atuam nas seções esquerda e direita são dadas respectivamente por:

$$N_w^*(x) = \int_{A_w^*} \sigma_w(x,y)\,dA_w \tag{2.2.59.a}$$

e $$N_W^*(x) + dN_W^*(x) = \int_{A_w^*} [\sigma_W(x,y) + d\sigma_W(x,y)] dA_W \qquad (2.2.59.b)$$

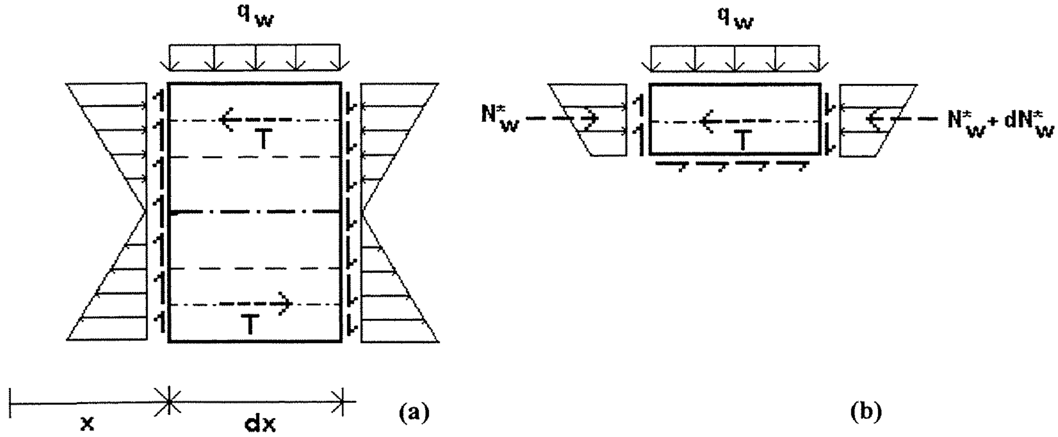


Figura 2.5.8. Forças atuantes em um elemento infinitesimal de comprimento da alma.

Ou, utilizando a equação (2.2.57):

$$N_W^*(x) = \frac{M_W(x)}{I_W} \int_{A_w^*} y dA_W \qquad (2.2.60.a)$$

e $$N_W^*(x) + dN_W^*(x) = \frac{M_W(x) + dM_W(x)}{I_W} \int_{A_w^*} y dA_W \qquad (2.2.60.b)$$

A partir do equilíbrio de forças na direção horizontal da parte superior do elemento, tem-se:

$$\tau(x) dx b_W = \frac{dM_W(x)}{I_W} \int_{A_w^*} y dA_W + T(x) dx \qquad (2.2.61)$$

Utilizando-se as equações (2.2.1), (2.2.17) e (2.2.19), a equação (2.2.61) fica:

$$\tau_W(x,y) = -\frac{1}{b_W} \frac{d^3 v(x)}{dx^3} \left(E_W S_W^* - \frac{EI_0}{4\bar{y}_f} \right) + \frac{V(x)}{4\bar{y}_f} \qquad (2.2.62)$$

Portanto, com as equações (2.2.56), (2.2.58) e (2.2.62), é possível a determinação das tensões a partir da solução da equação diferencial da viga parcialmente composta.

2.3. Estudo da influência da deformação da ligação nos deslocamentos da viga composta

A influência da deformação da ligação nos deslocamentos da viga composta, e indiretamente no seu comportamento, pode ser investigada através de uma análise das soluções da equação diferencial da viga parcialmente composta, equação (2.2.30).

A partir das soluções obtidas, dadas pelas equações (2.2.33), (2.2.35) e (2.2.37), pode-se observar que o deslocamento vertical é composto de uma primeira parcela, que é a solução dada pela Teoria da Flexão, e uma segunda, que considera o efeito da composição parcial, devido à deformação da ligação.

Neste item será feita uma análise da segunda parcela, com o objetivo de investigar sua participação no deslocamento vertical total, em função da variação das características da viga. Para isso foi utilizada a equação (2.2.33), que fornece o deslocamento vertical no meio do vão da viga simplesmente apoiada com carga uniformemente distribuída[1].

Inicialmente, observa-se que a segunda parcela, que considera o efeito da composição parcial, é função do módulo de deslizamento da ligação. Na Figura 2.3.1, na página 52, é mostrada uma curva relacionando a porcentagem que essa parcela representa no deslocamento vertical total e o módulo de deslizamento da ligação.

Através dessa curva pode-se notar que quanto maior é o módulo de deslizamento, menor é a participação da segunda parcela no deslocamento vertical total, sendo que para valores relativamente pequenos do módulo de deslizamento, uma pequena variação no valor do mesmo leva a uma grande variação na influência da composição parcial.

A curva mostrada na Figura 2.3.1 foi construída para uma viga com características fixas tendo sido variado apenas o módulo de deslizamento da ligação. Fisicamente, o módulo de deslizamento de ligações pregadas pode variar dentro da faixa de 0 a 25 kN/cm^2. Esses valores foram obtidos utilizando-se o método proposto por KUENZI (1953) para o cálculo do módulo de deslizamento. Esse método será visto

[1] Poderia ter sido utilizado qualquer outro caso de carregamento e qualquer outra seção.

mais adiante no item 2.5. Valores entre 5 e 10 kN/cm^2 são típicos de ligações utilizadas em vigas de madeira de seção composta.

Uma investigação mais ampla da influência das outras características da viga foi feita, variando-se sistematicamente uma característica por vez e verificando-se a variação do resultado anteriormente obtido.

Inicialmente, foi observada a influência da variação de cada dimensão da seção da viga. Para se conseguir a maior abrangência possível, a investigação foi feita o máximo possível em termos da variação de relações entre as dimensões da seção e não em termos da variação das dimensões simplesmente. Foi observado que o valor de uma determinada dimensão que resultava na máxima participação da segunda parcela no deslocamento total era aquele que resultava também no máximo valor da relação entre a rigidez da seção com composição total e a rigidez da seção com composição nula[2].

As dimensões foram ajustadas de forma a fornecer diversos valores dessa relação, e foi observado que valores maiores levavam a uma maior influência da composição parcial, conforme se observa na curva mostrada na Figura 2.3.2.

Em seguida, os valores das dimensões foram ajustados de forma a fornecer valores idênticos da relação entre a rigidez da seção com composição total e a rigidez da seção com composição nula, e foi observado que as dimensões da seção continuavam tendo influência, mas difícil de ser avaliada. De qualquer forma, a influência das dimensões da viga é pequena comparada com a influência da relação entre a rigidez da seção com composição total e a rigidez da seção com composição nula.

Finalmente foi analisada a influência do comprimento do vão. Foi observado que quanto maior o vão menor é a participação da segunda parcela no deslocamento vertical total, conforme se observa na curva mostrada na Figura 2.3.3. Através dessa curva pode-se notar que o comprimento do vão tem uma influência significativa, mas a relação entre vão e altura não tem influência nenhuma.

Em geral pode-se concluir que a sensilbilidade à variação de qualquer característica da viga é sempre maior para menores valores do módulo de deslizamento da ligação.

[2] Lembrando, a rigidez da viga com composição total, representada por EI, é dada pela equação (2.2.14), e da viga com composição nula, representada por EI_O, é dada pela equação (2.2.18).

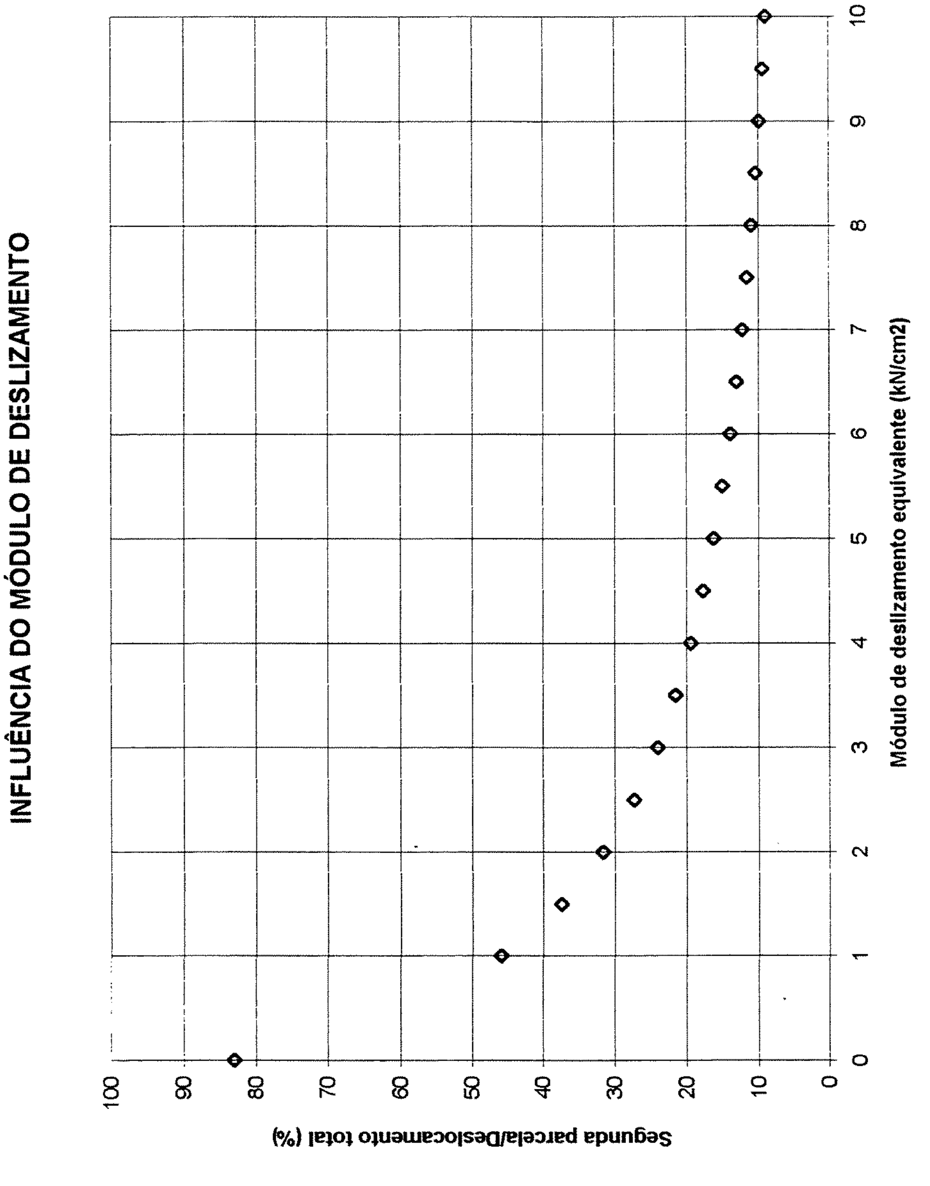


Figura 2.3.1. Influência do módulo de deslizamento da ligação no deslocamento vertical máximo de uma viga parcialmente composta .

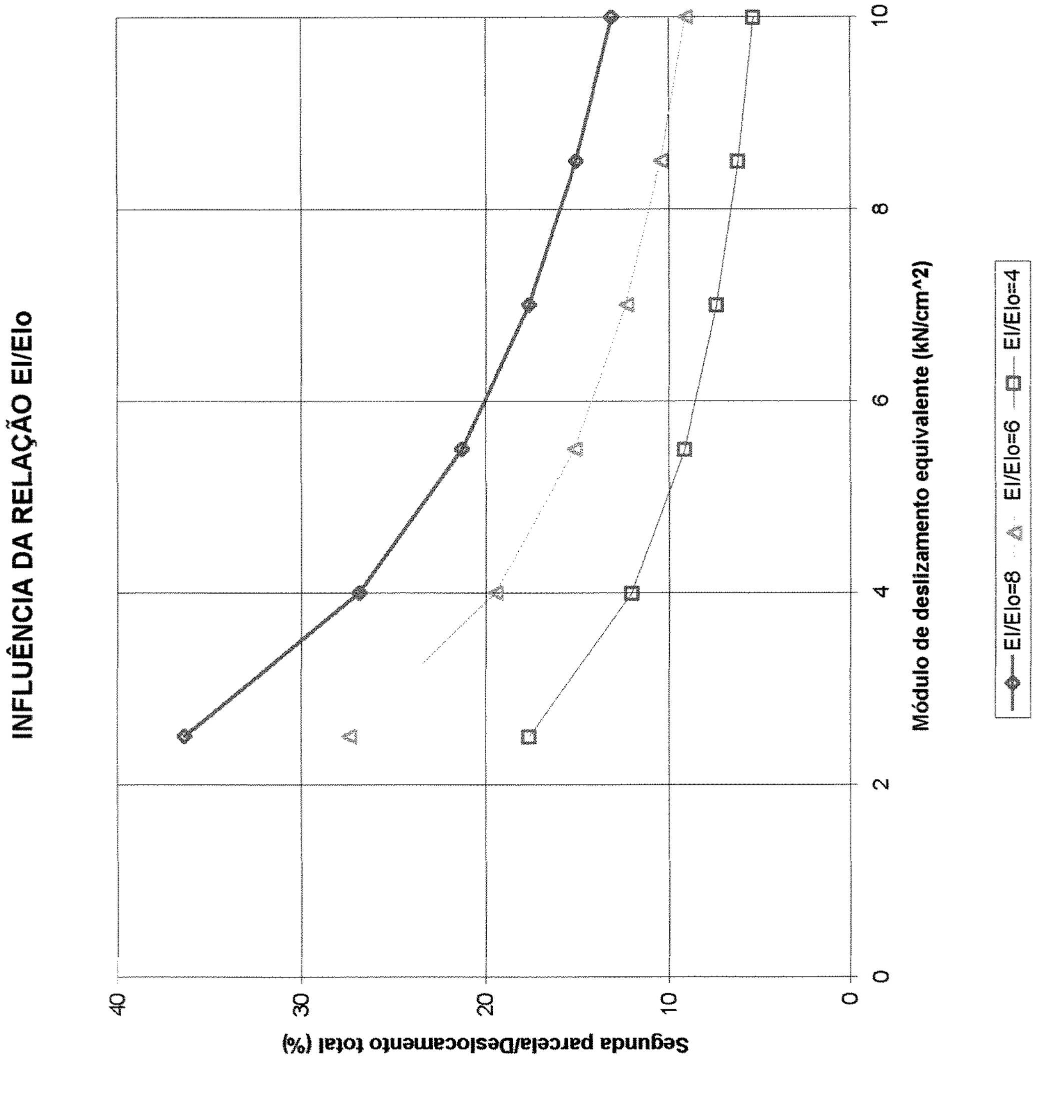


Figura 2.3.2. Influência da relação EI/EI_0 no deslocamento vertical máximo de uma viga parcialmente composta.

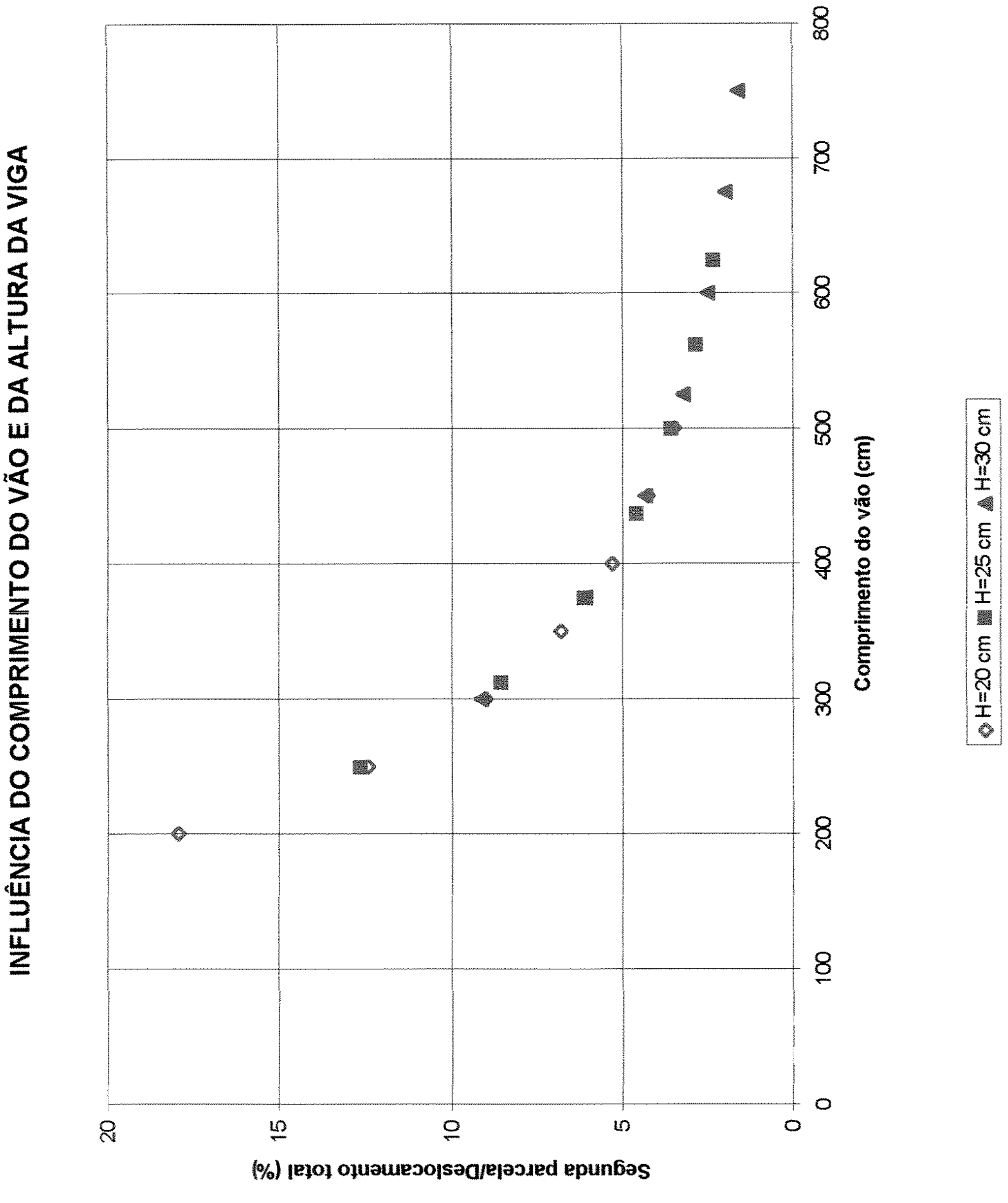


Figura 2.3.3. Influência do comprimento do vão e da relação entre vão e altura no deslocamento vertical máximo de uma viga parcialmente composta.

2.4. O efeito da força cortante na análise de vigas de madeira com alma em chapa de compensado

2.4.1. Proposta de formulação teórica

Neste item será mostrado um desenvolvimento introduzindo o efeito da força cortante na análise de vigas de madeira com alma em chapa de compensado. O objetivo desse desenvolvimento é incluir de forma simples o efeito da força cortante ao mesmo tempo em que se considera o efeito da composição parcial. Este desenvolvimento teve como base o comportamento de vigas "sanduíche".

Conforme foi visto no item 2.1, em 1993, HA fez uma análise de vigas "sanduíche". A ligação empregada na viga "sanduíche" estudada pelo autor foi considerada rígida, de forma que não foi permitido o deslizamento entre as mesas e o núcleo. Entretanto, foi observado que, apesar disso, um deslocamento relativo ocorria entre os centros de gravidade das mesas, devido à deformação por cisalhamento do núcleo. Com base nessa observação foi feita uma analogia entre o núcleo da viga "sanduíche" e ligação da viga de madeira com alma em chapa de compensado, tendo sido inicialmente verificado que as hipóteses adotadas pelo autor não impediam o uso dessa analogia. Dessa forma, esse foi um dos trabalhos que auxiliaram no entendimento do comportamento de vigas compostas.

Por outro lado, no caso da viga de madeira com alma em chapa de compensado, as almas são os elementos que suportam a maior parte da cortante, conforme foi visto no item 2.2.4. Pode-se admitir, como simplificação, que as almas são os únicos elementos que sofrem deformação por cisalhamento. Tendo em vista esta consideração, o desenvolvimento feito por HA (1993) foi utilizado novamente, como base para o estudo do efeito da deformação por cisalhamento das almas na rigidez da viga de madeira com alma em chapa de compensado.

Na Figura 2.2.6, no item 2.2, é mostrada a configuração deformada de uma seção de uma viga de madeira com alma em chapa de compensado, na qual se observa um deslocamento relativo entre os centros de gravidade da alma e das mesas, devido à deformação da ligação. Considere-se agora apenas o efeito da deformação tangencial das almas. A Figura 2.4.1 mostra a configuração deformada da seção, na qual se observa novamente um deslocamento relativo entre o centro de gravidade da alma e das mesas.

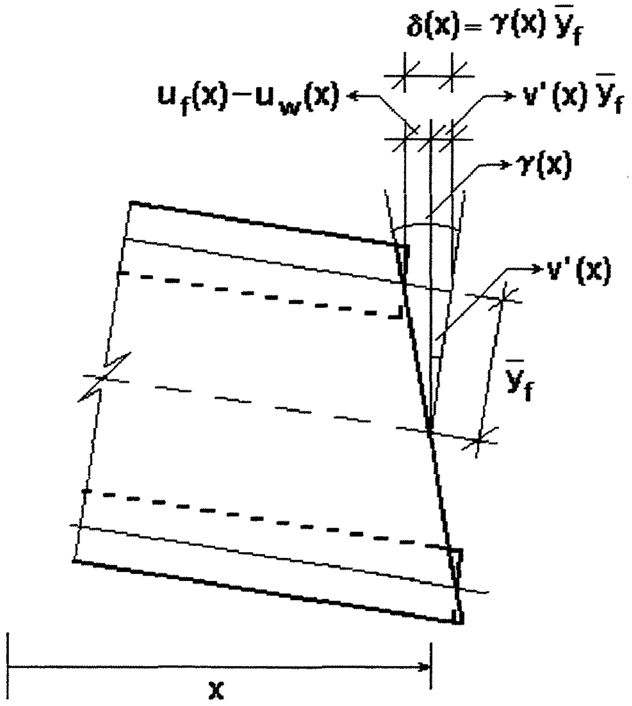


Figura 2.4.1. Configuração deformada de uma seção de uma viga de madeira com alma em chapa de compensado considerando apenas o efeito da deformação tangencial das almas.

Nesse desenvolvimento está sendo admitido que o efeito da deformação por cisalhamento da alma e o efeito da composição parcial possam ser somados.

Com base na configuração deformada da viga mostrada na Figura 2.4.1, uma equação de compatibilidade de deslocamentos angulares pode ser escrita:

$$\gamma(x) = \frac{dv(x)}{dx} + \theta(x) \tag{2.4.1}$$

onde: $$\theta(x) = \frac{u_w(x) - u_f(x)}{\bar{y}_f} \tag{2.4.2.a}$$

e $$\gamma(x) = \frac{\delta(x)}{\bar{y}_f} \tag{2.4.2.b}$$

A equação (2.4.1) pode ser escrita como:

$$\delta(x) = u_f(x) - u_w(x) + \frac{dv(x)}{dx}\bar{y}_f \qquad (2.4.3)$$

A primeira derivada da equação (2.4.3) leva a:

$$\frac{d\delta}{dx}(x) = \varepsilon_f(x) - \varepsilon_w(x) + \frac{d^2v(x)}{dx^2}\bar{y}_f \qquad (2.4.4)$$

A tensão de cisalhamento atuante no centro de gravidade das almas é dada por:

$$\tau(x) = \frac{V_w(x)}{A_w} \qquad (2.4.5)$$

Tendo em vista o estudo da distribuição das tensões de cisalhamento feito anteriormente, as tensões de cisalhamento na alma serão consideradas uniformemente distribuídas, como simplificação.

Por outro lado, tem-se que:

$$\tau(x) = G_w\gamma(x) \qquad (2.4.6)$$

onde: G_w = módulo de elasticidade transversal da alma no plano paralelo às faces.

Igualando-se as equações (2.4.6) e (2.4.7), tem-se que:

$$\gamma(x) = \frac{V_w(x)}{G_wA_w} \qquad (2.4.7)$$

Para a continuação do desenvolvimento é necessário o estudo da distribuição da força cortante entre os elementos. Conforme já foi visto no item 2.2, a força cortante distribuída para cada alma é dada por:

$$V_w(x) = -E_wI_w\frac{d^3v(x)}{dx^3} + 2\bar{y}_fT(x) \qquad (2.4.8)$$

Com as equações (2.4.2.b), (2.4.4), (2.4.7), (2.4.8) e ainda com as equações (2.2.17), (2.2.19) e (2.2.25), chega-se à seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^4v(x)}{dx^4} - \alpha^2\frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{\alpha^2}{EI}M(x) + \frac{1}{EI_0 - 2E_wI_w}\frac{d^2M(x)}{dx^2} \qquad (2.4.9)$$

onde: $$\alpha^2 = \left[\frac{G_w A_w}{\bar{y}_f^2}\left(\frac{EI_0}{EI_0 - 2E_w I_w}\right)\right]\left(\frac{1}{E_f A_f} + \frac{2\bar{y}_f^2}{EI_0}\right) \tag{2.4.10}$$

A equação (2.4.9) é semelhante à equação (2.2.30). Comparando-se a Figura 2.2.6 e a Figura 2.4.1, e ainda, as equações (2.2.22) e (2.4.4), nota-se que os efeitos da composição parcial e da deformação por cisalhamento das almas têm influências idênticas semelhantes no comportamento da viga composta.

As soluções da equação (2.4.9) são idênticas às da equação (2.2.30), apenas substituindo-se o parâmetro dado pela equação (2.2.31) por aquele dado pela equação (2.4.10). Para considerar ambos os efeitos ao mesmo tempo, basta utilizar nas soluções o referido parâmetro como sendo dado por:

$$\alpha^2 = \left[\frac{1}{2\bar{K}} + \frac{\bar{y}_f^2}{G_w A_w}\left(\frac{EI_0 - 2E_w I_w}{EI_0}\right)\right]^{-1}\left(\frac{1}{E_f A_f} + \frac{2\bar{y}_f^2}{EI_0}\right) \tag{2.4.11}$$

O desenvolvimento apresentado permite uma análise da relevância do efeito da força cortante nos deslocamentos da viga composta, analogamente ao que foi feito no item 2.3, e que será mostrada a seguir.

2.4.2. Estudo da influência do efeito da força cortante nos deslocamentos da viga composta

Neste item será investigada a influência da deformação tangencial das almas nos deslocamentos da viga. Para essa investigação foi utilizada a equação (2.2.33), tendo-se substituído o parâmetro dado pela equação (2.2.31) por aquele dado pela equação (2.2.10).

Apenas através das soluções, é difícil de se visualizar a relevância do efeito. Portanto, da mesma forma que foi feito no estudo da influência do efeito da composição parcial, fez-se um estudo paramétrico variando-se as características da viga e verificando-se a participação da parcela de deslocamento devido ao efeito da deformação por cisalhamento das almas no deslocamento total, que será referida como segunda parcela.

A Figura 2.4.1 mostra uma curva relacionando a porcentagem que a segunda parcela representa no deslocamento vertical total e o primeiro fator da equação (2.4.10). O comportamento da curva é o mesmo que o da curva mostrada na Figura 2.3.1, item 2.3. Em geral pode-se dizer que a influência das outras características da viga é a mesma influência que têm sobre o efeito da composição parcial.

A distância entre os centros de gravidade das mesas e da alma é um parâmetro importante na influência do efeito da deformação por cisalhamento das almas, conforme se observa na equação (2.4.10). Assim, pode-se dizer que quanto mais alta for a seção, mantendo-se a mesma altura das mesas, maior será a influência da força cortante.

Observa-se através do desenvolvimento apresentado que, assim como o módulo de deslizamento da ligação, a correta determinação do valor do módulo de elasticidade transversal das almas é importante para a obtenção de soluções corretas. Porém, um erro no módulo de elasticidade transversal tem uma influência menor que um erro no módulo de deslizamento da ligação.

Analisando-se o primeiro fator da equação (2.4.10), que envolve as características das almas, pode-se concluir que seu valor pode ter uma grande variação, desde vigas mais esbeltas para vigas menos esbeltas, mas mesmo assim a participação da força cortante fica em torno de 5%.

Considerando-se este resultado, pode-se considerar que o efeito da força cortante nos deslocamentos devidos à flexão é desprezível. A proposta de formulação teórica apresentada deve ser melhor investigada, através de um programa experimental dirigido a esse aspecto, mas em princípio, fornece meios para uma determinação rápida da relevância do efeito da força cortante.

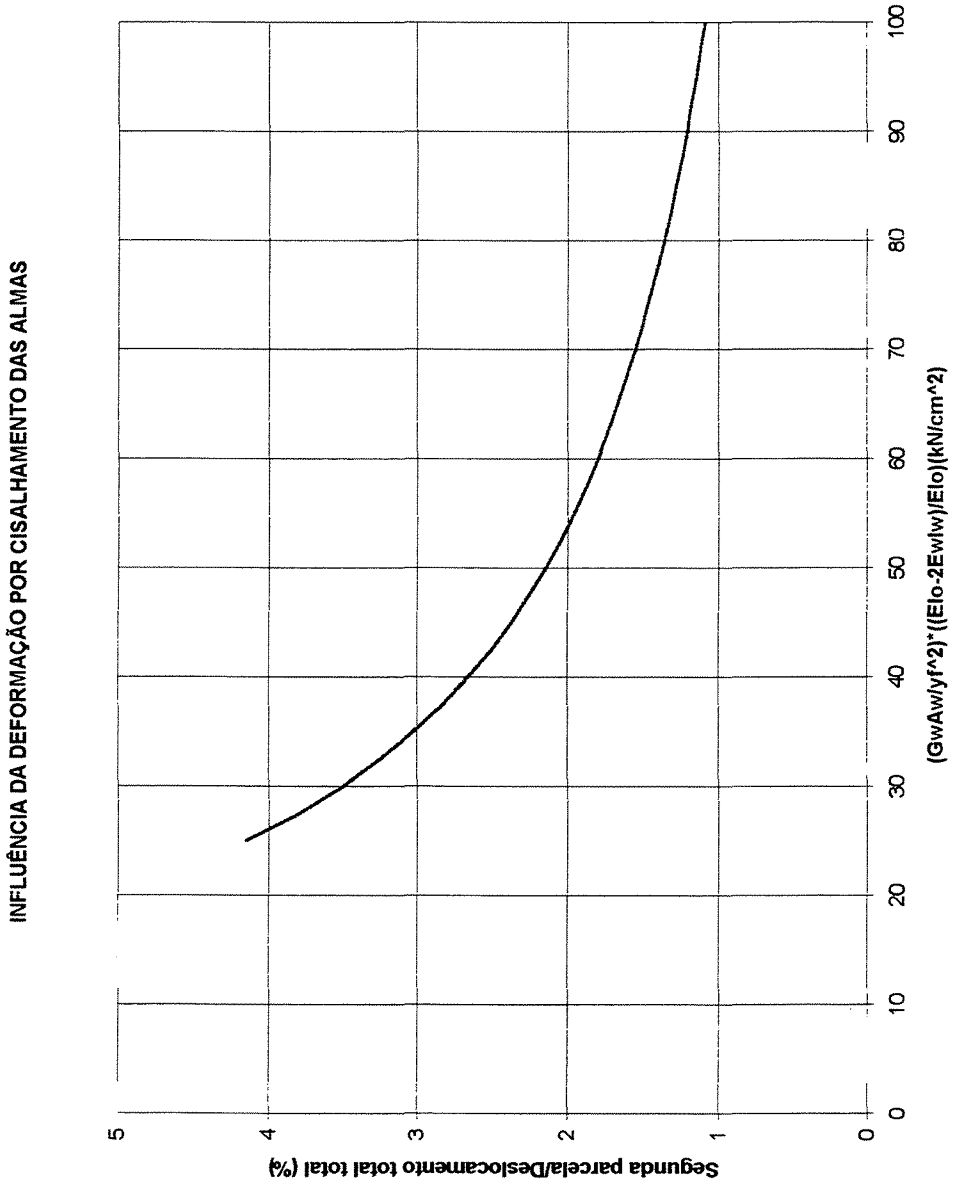


Figura 2.4.1. Influência da força cortante no deslocamento vertical máximo de uma viga composta.

2.5. Estudo de ligações pregadas entre peças de madeira

Dada a importância das características da ligação no comportamento da viga composta, foi feito um estudo procurando-se obter informações a respeito de seu comportamento e de sua rigidez.

Será apresentado neste item um estudo sobre ligações pregadas em peças de madeira, especificamente ligações entre duas peças e submetidas apenas ao cisalhamento longitudinal. Foram pesquisados vários modelos de comportamento, além de métodos de dimensionamento.

2.5.1. Restrições e hipóteses adotadas

Quando duas peças de madeira solicitadas por uma força longitudinal são ligadas uma à outra, ocorre uma transmissão de esforços entre elas, de forma que a ligação sofre um cisalhamento. Sob a ação da força de cisalhamento, as peças sofrem um deslizamento entre si, devido à deformação do prego e da madeira na região em torno do furo[1].

Condidere-se a ligação tracionada mostrada na Figura 2.5.1. Em cada peça a força de cisalhamento é transmitida à madeira gerando uma distribuição de tensões de compressão sobre a parede do furo. A mesma distribuição age sobre o prego. Devido à transmissão da força de cisalhamento, a madeira sofre um esmagamento na parede do furo na região comprimida e o prego sofre uma flexão. Na Figura 2.5.1 a região comprimida foi destacada.

No estudo das ligações pregadas, considera-se apenas um prego individualmente, admitindo-se que o comportamento seja o mesmo em todos os pregos.

---

[1]O conceito de ligação envolve os pregos e as peças de madeira. Se numa ligação o prego é relativamente rígido, não significa que ligaçao seja é rígida, pois dentro desse conceito, a ligação sofre um deslizamento mesmo assim devido à deformação da madeira.

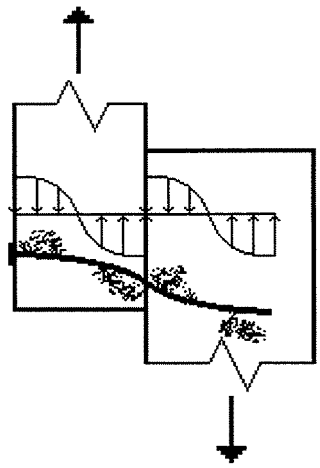


Figura 2.5.1. Esquema da distribuição de tensões sobre o prego ao longo de seu comprimento em uma ligação tracionada.

Geralmente são utilizadas as seguintes hipóteses básicas:

1. O efeito do atrito entre as peças no comportamento da ligação pode ser desprezado;
2. As componentes de tração que surgem no prego na direção de seu eixo devido à sua configuração deformada podem ser desprezadas;
3. A distribuição da carga de cisalhamento entre os pregos é uniforme, hipótese que torna possível estudar apenas um prego individualmente;
4. A distribuição de tensões na parede do furo pode ser aproximada por uma distribuição de tensões no plano da ligação. Essa distribuição de tensões é considerada uniforme na largura do furo, conforme mostra a Figura 2.5.1.

Figura 2.5.2. (a) Esquema da distribuição de tensões na parede do furo real. (b) Esquema da distribuição de tensões na parede do furo aproximada.

A seguir serão apresentados modelos de comportamento da ligação. Estes têm como objetivo descrever a configuração deformada da ligação e a distribuição de tensões na madeira e no prego.

Apesar do enfoque do estudo ser para ligações pregadas, os modelos pesquisados, segundo os respectivos autores, podem ser aplicados a ligações parafusadas.

2.5.2. O comportamento das ligações pregadas

2.5.2.1. Segundo o modelo do escoamento (Yield Model)

Este modelo, inicialmente proposto por JOHANSEN (1949), baseia-se na hipótese de comportamento perfeitamente plástico para a madeira e para o prego. Na verdade, conforme pode-se observar na Figura 2.5.3, o comportamento da madeira não é perfeitamente plástico, mas o modelo admite que a partir de uma certa tensão, denominada resistência de embutimento, a madeira convencionalmente sofre uma plastificação excessiva, como se fosse um escoamento.

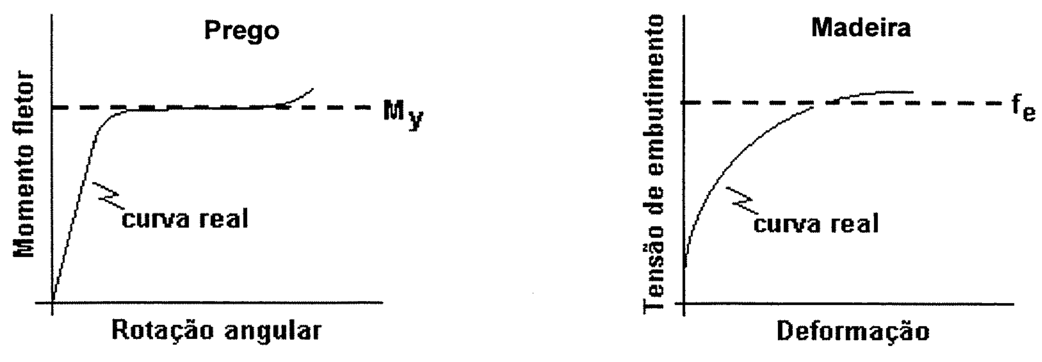


Figura 2.5.3. Diagramas representativos do comportamento dos materiais.
FONTE: Adaptada de AUNE e PATTON-MALLORY, 1986, p. 3.

Com base nos comportamentos adotados são descritas as configurações admitidas para as ligações deformadas, que correspondem às seguintes situações:

a) a madeira sofre esmagamento na peça 1, e o prego permanece rígido[2];

b) a madeira sofre esmagamento na peça 2, e o prego permanece rígido;

c) a madeira sofre esmagamento em ambas as peças, e o prego permanece rígido;

d) a madeira sofre esmagamento e o prego sofre plastificação em um ponto apenas da peça 1;

e) a madeira sofre esmagamento e o prego sofre plastificação em um ponto apenas da peça 2;

f) a madeira sofre esmagamento e ocorre a plastificação do prego em dois pontos, um na peça 1 e outro na peça 2.

As configurações deformadas correspondentes a cada uma das situações acima são mostradas na Figura 2.5.4.

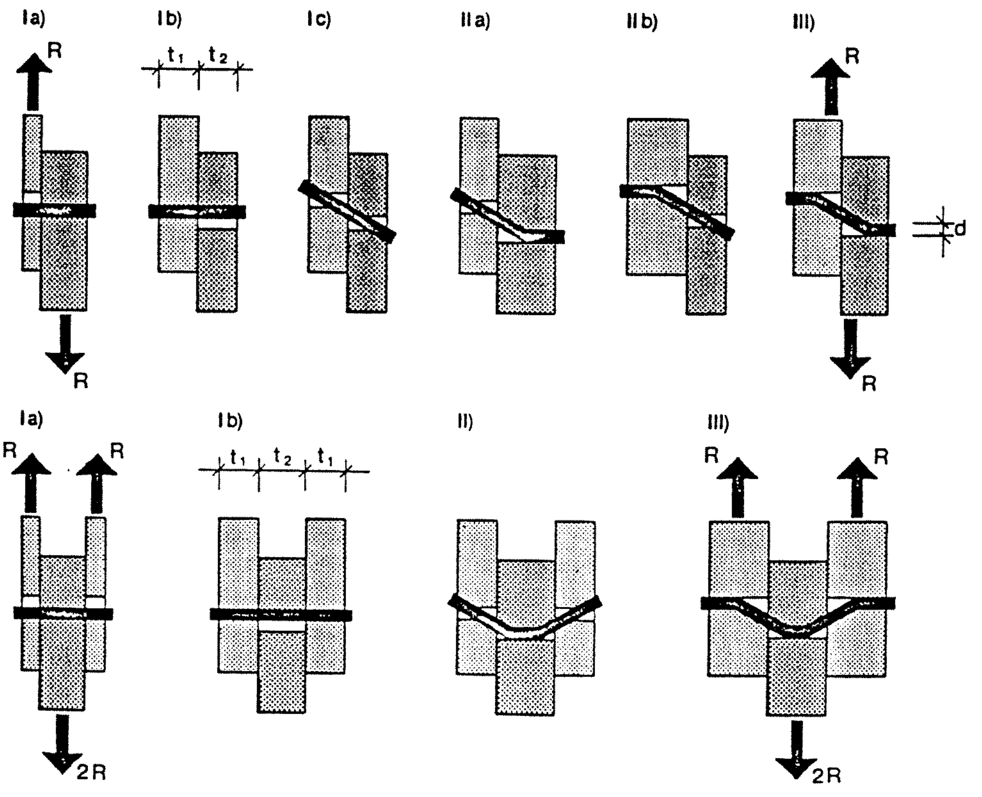


Figura 2.5.4. Configurações deformadas admitidas para as ligações em estado limite último segundo o modelo do escoamento.
FONTE: EHLBECK e LARSEN, 1992, p. 10.

---

[2] A peça 1 é aquela que o prego atravessa totalmente, e a peça 2 é aquela que contém a ponta do prego.

O esmagamento da madeira corresponde a uma deformação plástica sob a pressão do prego na parede do furo. Esta deformação plástica tem um valor máximo convencionado, uma vez que a madeira não é um material perfeitamente plástico. A tensão que o prego exerce na parede do furo é denominada tensão de embutimento. Um importante conceito no estudo de ligações, introduzido pelo modelo do escoamento, é a resistência de embutimento da madeira, definida como sendo a tensão de embutimento sob a qual a madeira sofre a deformação plástica convencionada (ver Figura 2.5.3).

O modelo do escoamento apenas define a resistência de embutimento, mas não fixa o valor da deformação plástica máxima. A resistência de embutimento tem sido retirada do diagrama tensão-deformação obtido de ensaios de embutimento da madeira de diferentes formas, conforme o país e a norma[3].

O modelo do escoamento despreza os efeitos da força de tração na direção do eixo do prego e da força de atrito entre as peças. JOHANSEN (1949) investigou experimentalmente esses efeitos e considerou que os mesmos podem ser desprezados.

Este modelo tem sido utilizado como base para métodos de dimensionamento de ligações de muitos códigos, inclusive do EUROCODE 5.

2.5.2.2. Segundo o modelo da viga em fundação elástica

Este modelo, proposto inicialmente por KUENZI (1953) para ligações, faz uma analogia do prego com uma viga em fundação elástica. Neste modelo são adotadas as mesmas hipóteses básicas.

A equação de uma viga em fundação elástica, submetida a uma distribuição de carga dada por uma função q(x), é:

$$EIv^{iv}(x) = q(x) - q_r(x) \qquad (2.5.1)$$

onde: EI=rigidez da viga

[3] No projeto da nova norma brasileira de projeto de estruturas de madeira, por exemplo, a resistência de embutimento é a tensão de embutimento que causa uma deformação residual de 2‰, conforme será visto mais adiante.

Na equação (2.5.1), $q_r(x)$ representa a distribuição das cargas de reação da fundação sobre a viga, dada por:

$$q_r(x) = kv(x) \qquad (2.5.2)$$

onde: k = módulo de fundação[4].

Com a equação (2.5.2), a equação (2.5.1) torna-se:

$$EIv^{iv}(x) = q(x) - kv(x) \qquad (2.5.3)$$

ou: $$EIv^{iv}(x) - 4\lambda^4 v(x) = q(x) \qquad (2.5.4)$$

onde: $$4\lambda^4 = \frac{k}{EI} \qquad (2.5.5)$$

No caso de uma ligação, a equação (2.5.4) é aplicada a cada peça, e a única carga externa à viga, no caso o prego, é a força de cisalhamento atuante na interface, conforme mostra a Figura 2.5.5. Com isso, a equação (2.5.4) torna-se:

$$EIv^{iv}(x) - 4\lambda^4 v(x) = 0 \qquad (2.5.6)$$

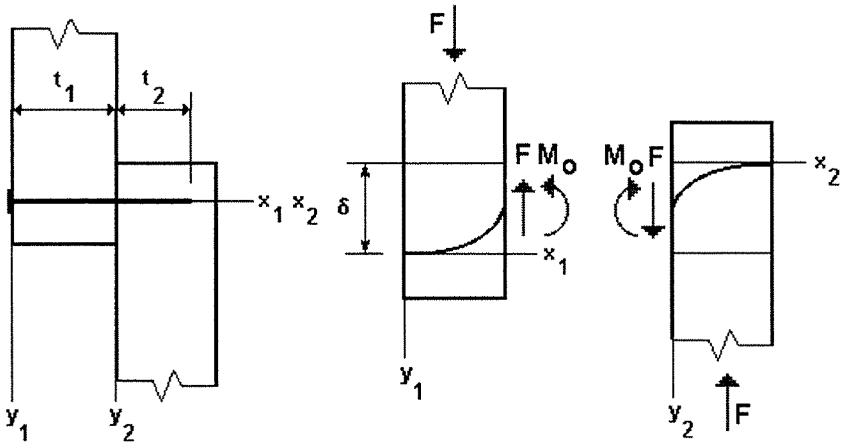


Figura 2.5.5. (a) Ligação não deformada. e sistemas de eixos adotados (b) Ligação deformada e esforços atuantes em cada membro.
FONTE: KUENZI, 1953, p. 25.

[4] Uma discussão sobre o módulo de fundação será feita mais adiante.

As condições de contorno são $v(0)=0$, $v'(0)=0$, $EIv'''(t_1)=F$ e $EIv''(t_1) = -M_o$ para o trecho 1, e $v(t_2)=0$, $v'(t_2)=0$, $EIv'''(0)=F$ e $EIv''(0)= -M_o$ para o trecho 2. A solução da equação (2.5.6) é a seguinte:

$$v(x) = C_1 \operatorname{sen}\lambda x \operatorname{senh}\lambda x + C_2 \operatorname{sen}\lambda x \cosh\lambda x + C_3 \cos\lambda x \operatorname{senh}\lambda x + C_4 \cos\lambda x \cosh\lambda x \tag{2.5.7}$$

As constantes, determinadas após a aplicação das condições de contorno para a peça 1 são dadas por:

$$C_{1,1} = 0$$

$$C_{2,1} = C_{3,1} = -\frac{2P\lambda_1}{\Delta_1 k_1}(\operatorname{sen}\lambda_1 t_1 \operatorname{senh}\lambda_1 t_1) - \frac{2M_o\lambda_1^2}{\Delta_1 k_1}(\cos\lambda_1 t_1 \operatorname{senh}\lambda_1 t_1 + \operatorname{sen}\lambda_1 t_1 \cosh\lambda_1 t_1)$$

$$C_{4,1} = -\frac{2P\lambda_1}{\Delta_1 k_1}(\cos\lambda_1 t_1 \operatorname{senh}\lambda_1 t_1 - \operatorname{sen}\lambda_1 t_1 \cosh\lambda_1 t_1) + \frac{2M_o\lambda_1^2}{\Delta_1 k_1}(\operatorname{sen}\lambda_1 t_1 \operatorname{senh}\lambda_1 t_1)$$

Para a peça 2 são dadas por:

$$C_{1,2} = -\frac{2M_o\lambda_2^2}{\Delta_2 k_2}(\operatorname{senh}^2\lambda_2 t_2 + \operatorname{sen}^2\lambda_2 t_2)$$

$$C_{2,2} = -\frac{2P\lambda_2}{\Delta_2 k_2}(\operatorname{sen}^2\lambda_2 t_2) + \frac{2M_o\lambda_2^2}{\Delta_2 k_2}(\operatorname{sen}\lambda_2 t_2 \cos\lambda_2 t_2 + \operatorname{senh}\lambda_2 t_2 \cosh\lambda_2 t_2)$$

$$C_{3,2} = -\frac{2P\lambda_2}{\Delta_2 k_2}(\operatorname{senh}^2\lambda_2 t_2) + \frac{2M_o\lambda_2^2}{\Delta_2 k_2}(\operatorname{sen}\lambda_2 t_2 \cos\lambda_2 t_2 + \operatorname{senh}\lambda_2 t_2 \cosh\lambda_2 t_2)$$

$$C_{4,2} = +\frac{2P\lambda_2}{\Delta_2 k_2}(\operatorname{senh}\lambda_2 t_2 \cosh\lambda_2 t_2 - \operatorname{sen}\lambda_2 t_2 \cos\lambda_2 t_2) + \frac{2M_o\lambda_2^2}{\Delta_2 k_2}(\operatorname{sen}^2\lambda_2 t_2 + \operatorname{senh}^2\lambda_2 t_2)$$

onde: $\Delta_1 = \operatorname{senh}^2\lambda_1 t_1 - \operatorname{sen}^2\lambda_1 t$ (2.5.8.a)

$\Delta_2 = \operatorname{senh}^2\lambda_2 t_2 - \operatorname{sen}^2\lambda_2 t_2$ (2.5.8.b)

Para determinar o parâmetro M_O, KUENZI usou a equação de compatibilidade entre as inclinações da linha elástica das duas peças na interface, e obteve:

$$M_O = -P\frac{(J_1 - J_2)}{2(K_1 + K_2)} \tag{2.5.9}$$

onde: $$J_1 = \frac{\lambda_1^2}{k_1}\left[\frac{\text{senh}\lambda_1 t_1 - \text{sen}\lambda_1 t_1}{\text{senh}\lambda_1 t_1 + \text{sen}\lambda_1 t_1}\right] \tag{2.5.10.a}$$

$$K_1 = \frac{\lambda_1^3}{k_1}\left[\frac{\cosh\lambda_1 t_1 - \cos\lambda_1 t_1}{\text{senh}\lambda_1 t_1 + \text{sen}\lambda_1 t_1}\right] \tag{2.5.10.b}$$

$$J_2 = \frac{\lambda_2^2}{k_2}\left[\frac{\text{senh}\lambda_2 t_2 - \text{sen}\lambda_2 t_2}{\text{senh}\lambda_2 t_2 + \text{sen}\lambda_2 t_2}\right] \tag{2.5.10.c}$$

$$K_2 = \frac{\lambda_2^3}{k_2}\left[\frac{\cosh\lambda_2 t_2 - \cos\lambda_2 t_2}{\text{senh}\lambda_2 t_2 + \text{sen}\lambda_2 t_2}\right] \tag{2.5.10.d}$$

Segundo KUENZI, na maior parte dos casos, os valores de $\lambda_1 t_1$ e $\lambda_2 t_2$ são menores que 2, e com isso, as equações (2.5.9) podem ser simplificadas para:

$$J_1 = \frac{\lambda_1^2}{k_1} \tag{2.5.11.a}$$

$$1 = \frac{\lambda_1^3}{k_1} \tag{2.5.11.b}$$

$$J_2 = \frac{\lambda_2^2}{k_2} \tag{2.5.11.c}$$

$$2 = \frac{\lambda_2^3}{k_2} \tag{2.5.11.d}$$

Com todos os parâmetros conhecidos, as equações da linha elástica e dos esforços solicitantes em cada peça podem ser determinadas. Esse método fornece ainda um método para a determinação da relação entre a carga de cisalhamento e o deslizamento da ligação, uma vez que fornece a equação da configuração deformada do prego. Utilizando uma equação de compatibilidade entre as linhas elásticas das duas peças na interface, KUENZI obteve:

$$\delta = P\left[2(L_1 + L_2) - \frac{(J_1 - J_2)^2}{K_1 + K_2}\right] \tag{2.5.12}$$

onde: $$1 = \frac{\lambda_1}{k_1} \tag{2.5.13.a}$$

$$2 = \frac{\lambda_2}{k_2} \tag{2.5.13.b}$$

Os outros parâmetros são dados pelas equações (2.5.10).

Lembrando-se das hipóteses básicas, a equação (2.5.12) é válida para o regime-elástico linear.

2.5.2.3. Segundo o modelo proposto por ALMEIDA (1990)

Este modelo foi proposto por ALMEIDA (1990) para o desenvolvimento de um método baseado nos estados limites para o dimensionamento de ligações em peça de madeira. Em ligações entre duas peças, o autor admite que o prego encontra-se submetido à flexão simples, com uma configuração deformada com dois pontos de inflexão, confirmada através de ensaios.

Para a introdução do método dos estados limites, a partir de ensaios realizados, ALMEIDA adotou para a ligação um comportamento bi-linear com dois limites definidos: o primeiro limite e o segundo limite.

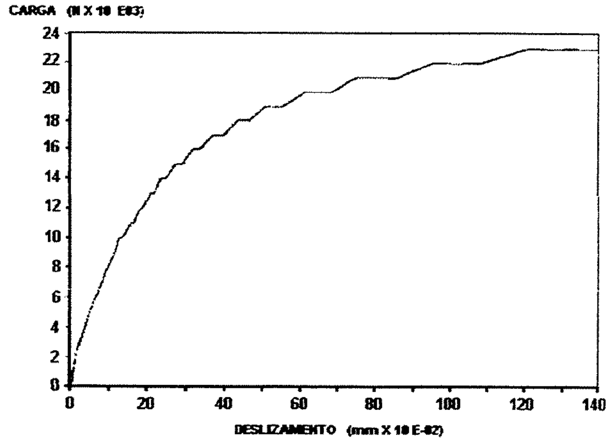
O primeiro limite corresponde ao fim do regime elástico, a partir do qual a ligação passa a sofrer deslizamentos plásticos, mas ainda controlados. O segundo limite corresponde ao fim do regime de deslizamento controlado, a partir do qual a ligação passa a sofrer deslizamentos plásticos cada vez maiores para carga constante. A Figura 2.5.6 mostra um diagrama típico obtido em um ensaio e o diagrama aproximado.

ALMEIDA definiu ainda o comportamento da madeira e do prego na ligação. Para o aço o autor admitiu um comportamento perfeitamente plástico, e para a madeira um comportamento elasto-plástico definido por dois limites: a tensão de embutimento de primeiro limite e a tensão de embutimento de segundo limite ou resistência de embutimento[5]. ALMEIDA definiu, a partir de ensaios de embutimento, que a tensão de embutimento de primeiro limite corresponde a um deslocamento de 0,02 mm entre as peças, e que a tensão de embutimento de segundo limite ou resistência de embutimento corresponde a um deslocamento de 0,1 mm. Nesse ensaio, os deslocamentos entre as peças são provocados unicamente pela deformação da madeira. O procedimento para o ensaio de embutimento pode ser encontrado em ALMEIDA, CALIL JR. e FUSCO (1996.b).

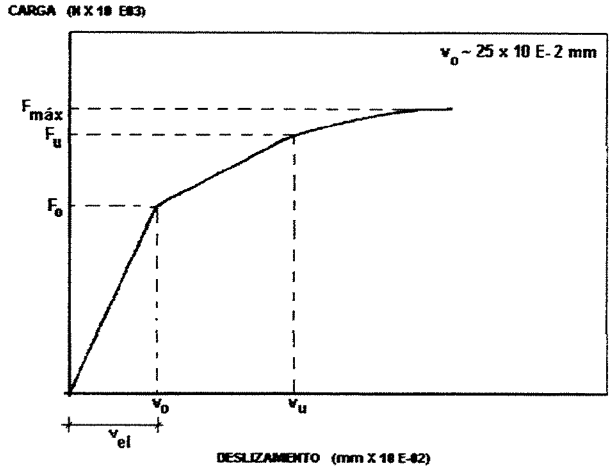
Com base no comportamento adotado para a madeira e para o aço, foram definidas situações que podem ocorrer numa ligação e que podem levar à ocorrência do primeiro e do segundo limite da ligação. Essas situações são relacionadas a seguir. As distribuições de tensão na madeira e no prego correspondentes a cada situação são mostradas na Figura 2.5.7.

---

[5] Não confundir com o primeiro e o segundo limite da ligação.



(a)



(b)

Figura 2.5.6. (a) Diagrama carga-deslizamento típico de uma ligação.
(b) Diagrama carga-deslizamento aproximado para descrever o comportamento da ligação.
FONTE: ALMEIDA, 1990, p. 118 e 121.

O primeiro estado limite da ligação pode ocorrer devido a:

a) início da plastificação da madeira por esmagamento na fibra mais solicitada, com o prego ainda em regime elástico (Figura 2.5.7.a);

b) início da plastificação do prego por flexão, com a madeira submetida a tensões inferiores ao início de sua plastificação[6] (Figura 2.5.7.b);

---

[6] Aqui não é garantido que a madeira esteja em regime elástico porque elapl2 não possui limite de escoamento, sendo o início da plastificação determinado como sendo correspondente a um deslizamento da ligação convencionado.

c) início da plastificação da madeira na fibra mais solicitada e do prego ao mesmo tempo (Figura 2.5.7.c).

Assim, dependendo das propriedades da madeira e do aço pode ocorrer qualquer uma dessas três situações. Aquela que ocorrer primeiro determina a ocorrência do primeiro estado limite.

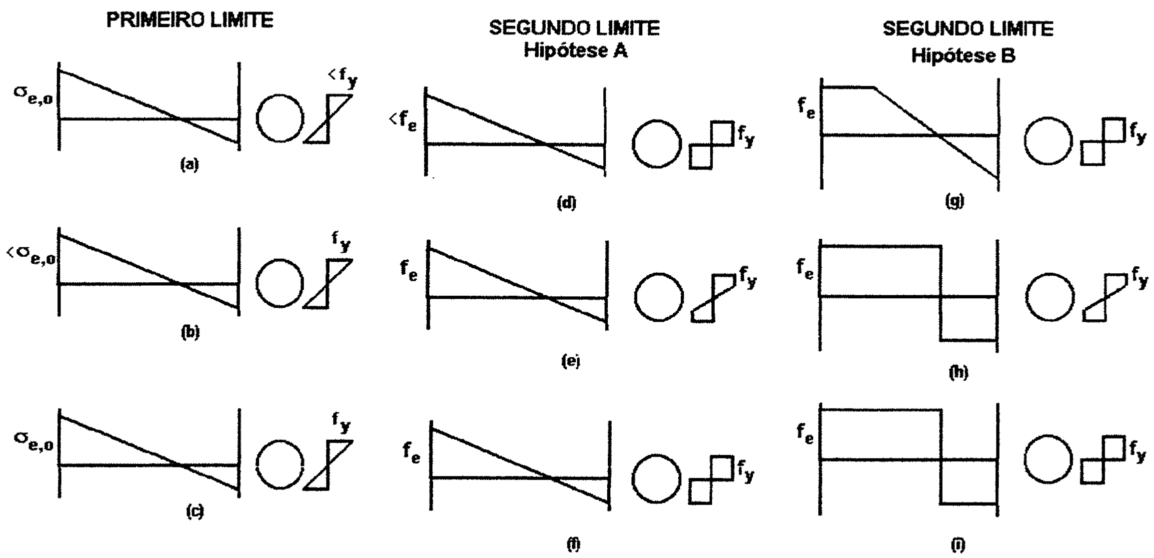


Figura 2.5.7: Esquema das distribuições das tensões na parede do furo e na seção transversal mais solicitada do prego na iminência dos estados limites.
FONTE: Baseada em ALMEIDA, 1990.

Seguindo a hipótese de que a ligação atinge o segundo estado limite com a plastificação da madeira apenas na fibra mais solicitada (hipótese A), o segundo limite pode ocorrer devido a:

d) plastificação completa do prego (Figura 2.5.7d);

e) plastificação da madeira na fibra mais solicitada (Figura 2.5.7e);

f) plastificação completa do prego e da madeira na fibra mais solicitada simultaneamente (Figura 2.5.7f),

Ou então, seguindo a hipótese de que a ligação atinge o estado limite com a plastificação da madeira em mais de uma fibra (hipótese B), o segundo limite pode ocorrer devido a:

g) plastificação completa do prego (Figura 2.5.7g);

h) plastificação completa da madeira (Figura 2.5.7h);

i) plastificação completa da madeira e do prego simultaneamente (Figura 2.5.7i).

Partindo de cada uma das situações descritas acima e de suas correspondentes distribuições de tensões na madeira e no prego, ALMEIDA obteve as cargas atuantes na ligação que provocariam cada uma dessas situações.

As expressões obtidas por ALMEIDA estão resumidas no Quadro 2.5.2, no item 2.5.3. no qual serão expostos os métodos de dimensionamento de ligações.

O modelo de comportamento e o método de dimensionamento de ligações desenvolvidos por ALMEIDA foram a base do método do projeto da nova versão da norma 7190 para dimensionamento de ligações.

2.5.3. Métodos de dimensionamento de ligações pregadas

Neste item serão apresentados brevemente os métodos modernos de dimnesionamento das ligações, baseados nos estados limites.

2.5.3.1. O MÉTODO DO EUROCODE 5

A base desse método de cálculo é o modelo do escoamento (Yield Model), conforme já foi mencionado. No item 6.3, em que trata de ligações pregadas, o EUROCODE 5 recomenda expressões para a resistência da ligação correspondentes a cada uma das configurações deformadas admitidas para a ligação mostradas na Figura 2.5.3. Essas expressões são reproduzidas no Quadro 2.5.1. A resistência da ligação é a menor das resistências calculadas.

Quadro 2.5.1. Fórmulas para o cálculo da resistência de ligações segundo o EUROCODE 5.

Resistência	Modo de Ruptura (ver Fig. 2.5.3)
Para corte simples	
$R = f_{e,1} t_1 d$	Modo I.a
$R = f_{e,1} t_2 d \beta$	Modo I.b
$R = \frac{f_{e,1} t_1 d}{1+\beta}\left\{\sqrt{\beta + 2\beta^2\left[1+\frac{t_2}{t_1}+\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2\right]+\beta^3\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2} - \beta\left(1+\frac{t_2}{t_1}\right)\right\}$	Modo I.c
$R = \frac{f_{e,1} t_1 d}{2+\beta}\left[\sqrt{2\beta(1+\beta)+\frac{4\beta(2+\beta)M_y}{f_{e,1} d t_1^2}} - \beta\right]$	Modo II.a
$R = \frac{f_{e,1} t_2 d}{1+2\beta}\left[\sqrt{2\beta^2(1+\beta)+\frac{4\beta(1+2\beta)M_y}{f_{e,1} d t_2^2}} - \beta\right]$	Modo II.b
$R = \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta}}\sqrt{2M_y f_{e,1} d}$	Modo III
Para corte duplo (resistência por seção de corte)	
$R = f_{e,1} t_1 d$	Modo I.a
$R = \frac{1}{2} f_{e,1} t_2 d \beta$	Modo I.b
$R = \frac{f_{e,1} t_1 d}{2+\beta}\left[\sqrt{2\beta(1+\beta)+\frac{4\beta(2+\beta)M_y}{f_{e,1} d t_1^2}} - \beta\right]$	Modo II
$R = \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta}}\sqrt{2M_y f_{e,1} d}$	Modo III

$$\beta = \frac{f_{e,2}}{f_{e,1}}$$

OBS.: A simbologia utilizada é a mesma que está sendo adotada no texto.

Uma demonstração dessas expressões pode ser encontrada em KREUZINGER (1995). Para aços moderados, o momento de escoamento do aço a ser utilizado nas expressões, no caso de prego de seção circular, é dado teoricamente por:

$$M_{yk} = f_{yk}\frac{d^3}{6} \qquad (2.5.14)$$

Para outros tipos de aço o momento de escoamento deve ser encontrado experimentalmente, segundo o método normalizado[1]. A resistência de embutimento deve ser determinada através de ensaio normalizado[2], porém, nos ítens 6.3.1.2 e 6.3.1.3, a norma indica expressões para o cálculo de resistência de embutimento para caso de ligações pregadas de madeira com madeira e madeira com compensado, respectivamente, em função da densidade.

2.5.3.2. O método dos estados limites (ALMEIDA, 1990)

No Quadro 2.5.2 estão resumidas as expressões desenvolvidas por ALMEIDA para a determinação da carga limite da ligação, com base no comportamento da ligação descrito anteriormente, no item 2.5.2.

Conforme foi visto no modelo de comportamento desenvolvido por ALMEIDA, para cada estado limite existia mais de uma situação que provocaria sua ocorrência. Para cada situação foi determinada uma carga limite correspondente. ALMEIDA observou que a ocorrência de uma ou outra situação dependia da relação entre a espessura das peças de madeira e o diâmetro do prego, expressa por:

$$\beta = \frac{t}{d} \qquad (2.5.15)$$

---

[1] O método para a determinação do momento de escoamento do prego pode ser encontrado na norma EN 409, Timber Structures - Test Methods - Determination of the Yield Moment for Dowel Type Fasteners - Nails (EHLBECK e LARSEN, 1992).

[2] O método para o ensaio de embutimento pode ser encontrado na norma EN 383, Timber Structures - Test Methods - Determination of Embedding Strength and Foundation Values for Dowel Type Fasteners (EHLBECK e LARSEN, 1992).

Então ALMEIDA introduziu este parâmetro nas expressões da carga limite, e além disso, igualando a expressão da carga da ligação limitada pela madeira à da carga da ligação limitada pelo prego, o autor obteve o valor de β para o qual a resistência da ligação seria limitada simultaneamente tanto pela madeira como pelo prego. Esse valor ALMEIDA denominou β_{lim}. Assim, se o valor de β é maior que β_{lim}, então a carga da ligação é limitada pela madeira, caso contrário, pelo prego.

Quadro 2.5.2. Fórmulas para determinação da carga limite da ligação (ALMEIDA, 1990)

	Primeiro Limite	Segundo Limite	
		Hipótese A	Hipótese B
β_{lim}	$,86\sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{e,0}}}$	$0,77\sqrt{\frac{f_y}{f_{e,0}}}$	$,89\sqrt{\frac{f_y}{f_{e,0}}}$
F_w	$0,28\frac{t^2}{\beta}\sigma_{e,0}$	$0,28\frac{t^2}{\beta}f_{e,0}$	$0,46\frac{t^2}{\beta}f_{e,0}$
F_s	$0,96\frac{t^2}{\beta^3}f_y$	$,64\frac{t^2}{\beta^3}f_y$	$,64\frac{t^2}{\beta^3}f_y$
η	$\frac{\sigma_{e,0}}{f_y}$	$\frac{f_{e,0}}{f_y}$	$\frac{f_{e,0}}{f_y}$

$\sigma_{e,0}$ = tensão de embutimento de primeiro limite

$f_{e,0}$ = tensão de embutimento de segundo limite ou resistência de embutimento

FONTE: ALMEIDA, 1990, p. 165.

2.5.3.3. O método do projeto da nova versão da norma NBR 7190

No item 7.3.4, o projeto da nova versão da norma brasileira de projeto de estruturas de madeira (ALMEIDA, CALIL JR., FUSCO, 1996) define a resistência de ligações com pregos metálicos. Inicialmente são definidos os parâmetros:

$$\beta = \frac{t}{d} \qquad (2.5.16)$$

onde: t= menor entre as espessuras das peças de madeira;

d= diâmetro do prego.

$$\beta_{lim} = 1{,}25\sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{ed}}} \qquad (2.5.17)$$

onde: f_{yd} = resistência ao escoamento de cálculo do aço do prego;

f_{ed} = resistência ao embutimento de cálculo da madeira.

O valor de cálculo da resistência de um prego, correspondente a uma seção de corte, é dada por:

$$R_{vd,1} = 0{,}40\frac{t^2}{\beta}f_{ed}\text{, para } \beta \leq \beta_{lim} \qquad (2.5.18)$$

$$R_{vd,1} = 0{,}625\frac{d^2}{\beta_{lim}}f_{yd}\ (\text{com}\beta = \beta_{lim})\text{, para } \beta > \beta_{lim} \qquad (2.5.19)$$

com: $f_{yd} = \dfrac{f_{yk}}{\gamma_s}$

e: $\gamma_s = 1{,}1$

Neste mesmo item, o projeto da nova vesão da norma NBR 7190 recomenda que os pregos devem ser feitos com aço cuja resistência característica de escoamento seja pelo menos igual a 600 MPa, e devem ter diâmetro de 3 mm no mínimo. No item 7.2, recomenda que a resistência de embutimento da madeira seja determinada através de ensaio padronizado[3], entretanto, na falta de determinação experimental pode-se admitir:

$$f_{e0,d} = f_{c0,d} \qquad (2.5.20)$$

$$f_{e90,d} = 0{,}25\, f_{c0,d}\, \alpha_e \qquad (2.5.21)$$

sendo o coeficiente α_e dado na Tabela 14 do projeto de norma, reproduzida na Tabela 2.5.1.

Tabela 2.5.3. Valores de α_e em função do diâmetro do prego.

Diâmetro do prego (cm)	≤0,62	0,95	1,25	1,6	1,9	2,2	2,5	3,1	3,8	4,4	5,0	≥7,5
Coeficiente α_e	2,5	1,95	1,68	1,52	1,41	1,33	1,27	1,19	1,14	1,1	1,07	1

FONTE: FUSCO, CALIL JR. e ALMEIDA, 1996, p. 68.

[3] O método para o ensaio de embutimento pode ser encontrado no boletim técnico "Determinação das propriedades das madeiras para projeto de estruturas", complementação do projeto da nova versão da norma NBR 7190 (ALMEIDA, CALIL JR. e FUSCO, 1996.a).

2.5.4. Comentários sobre os modelos de comportamento e métodos de dimensionamento da ligação

Baseado na teoria da viga em fundação elástica, o modelo proposto por KUENZI (1953) é o modelo que melhor descreve o comportamento da ligação em regime elástico-linear, pois considera a deformação da madeira na distribuição das tensões. Entretanto, fora do regime elástico-linear, o modelo deixa de ser válido. Atualmente a tendência tem sido o dimensionamento das ligações com base nos estados limites.

Na Europa o modelo do escoamento (Yield Model) foi amplamente aceito e desde então tem sido utilizado como base para métodos de dimensionamento de ligação (AUNE e PATTON-MALLORY, 1986). Nos Estados Unidos este modelo foi introduzido e muitas pesquisas foram realizadas para adaptar os códigos americanos ao novo modelo (WILKINSON, 1992).

O modelo do escoamento basicamente supõe que o prego permanece rígido até atingir o seu momento de escoamento em uma ou duas seções, onde se formam rótulas plásticas, entretanto, com os trechos restantes do prego ainda rígidos. Nos trechos onde o prego se desloca, a madeira sofre um esmagamento, ou segundo o modelo, um "escoamento". O modelo do escoamento não considera nenhuma situação em que a madeira esteja submetida a uma tensão diferente da tensão convencionada como a resistência de embutimento.

O modelo desenvolvido por ALMEIDA (1990), de forma semelhante ao modelo do escoamento, define estados limites para as ligações. No modelo proposto por ALMEIDA a configuração deformada admitida é apenas uma, ao contrário do modelo do escoamento, entretanto, os estados limites não foram definidos em função da configuração deformada, ao contrário do EUROCODE 5.

As expressões do EUROCODE 5 foram desenvolvidas através de equações de equilíbrio considerando as duas peças da ligação. Por isso, nas expressões estão envolvidas as características das duas peças de madeira. O desenvolvimento das expressões da resistência da ligação feito por ALMEIDA teve como base equações de equilíbrio considerando cada peça individualmente.

Em termos do dimensionamento da ligação, o método dos estados limites proposto por ALMEIDA tem um bom fundamento teórico e experimental, e assume para a ligação uma configuração deformada mais próxima da real. Além disso, através da relação entre a espessura da peça de madeira e o diâmetro do prego é possível saber se a ligação é limitada pela madeira ou pelo aço do prego. Este modelo trouxe a atualização do método de dimensionamento de ligações no Brasil.

O conhecimento das bases dos métodos de dimensionamento da ligação é importante, uma vez que permite o entendimento do funcionamento da ligação. A seguir será apresentado um estudo da rigidez da ligação.

2.5.5. Estudo da rigidez da ligação

A rigidez da ligação é expressa pelo módulo de deslizamento, que relaciona a carga de cisalhamento e o deslocamento relativo longitudinal entre as peças da ligação. Para comportamento elástico-linear, o deslizamento da ligação[4] é dado por:

$$\delta = \frac{P}{K} \qquad (2.5.22)$$

onde: P = carga de cisalhamento atuante na ligação;

K = módulo de deslizamento da ligação.

O módulo de deslizamento é uma característica da ligação e pode ser determinado experimentalmente através de um ensaio onde sejam medidas na ligação a carga de cisalhamento[5] e o deslizamento.

Quanto à determinação teórica do módulo de deslizamento em função das características da ligação, pode-se observar, a partir da revisão de normas técnicas sobre vigas de madeira de seção composta, feita no item 2.2, que as recomendações para a determinação do módulo de deslizamento da ligação diferem muito de uma norma para outra, dificultando uma comparação. A recomendação feita pela norma DIN 1052 dá a entender que a rigidez da ligação é influenciada pela direção do eixo do prego em relação à do eixo em torno do qual ocorre a flexão da viga. Para o caso em que estas direções coincidem, tem-se uma situação favorável, e o módulo de deslizamento é maior.

---

[4] O deslocamento relativo longitudinal entre as peças da ligação é mais comumente denominado deslizamento da ligação.

[5] A carga de cisalhamento é determinada indiretamente a partir da carga axial aplicada às peças da ligação.

O método indicado pelo Structural Design Timber Code indica que para diâmetros pequenos, o módulo de deslizamento depende do diâmetro do prego e do módulo de elasticidade longitudinal da madeira, e para diâmetros grandes, depende apenas do módulo de elasticidade longitudinal da madeira.

O método indicado pelo EUROCODE 5 é um método empírico no qual o módulo de deslizamento depende do peso específico da madeira, mas não se pode dizer que este método sirva para espécies brasileiras.

O projeto da nova versão da norma NBR 7190 não fornece indicação para o módulo de deslizamento, pelo menos teoricamente. Entretanto, ALMEIDA, CALIL JR. e FUSCO, (1996.b) descrevem o método para o ensaio de ligações pregadas, do qual o módulo de deslizamento pode ser obtido.

O modelo desenvolvido por KUENZI (1953) é o único entre os modelos consultados que fornece meios para a determinação teórica do módulo de deslizamento. KUENZI obteve uma relação entre a carga de cisalhamento e o deslizamento da ligação, expressa por:

$$\delta = P\left[2(L_1 + L_2) - \frac{(J_1 - J_2)^2}{K_1 + K_2}\right] \qquad (2.5.23)$$

tendo sido os parâmetros definidos anteriormente. Das hipóteses adotadas pela teoria da viga em fundação elástica, tem-se que esta relação é válida para o regime elástico-linear. A carga para a qual a tensão máxima na madeira ultrapassa o limite de proporcionalidade pode ser determinada a partir das equações seguintes, desenvolvidas por KUENZI:

$$\sigma_{prop,1} = -\frac{1}{d}Pk_1\left[2L_1 - \frac{J_1(J_1 - J_2)}{K_1 + K_2}\right] \qquad (2.5.24.a)$$

$$\sigma_{prop,2} = -\frac{1}{d}Pk_2\left[2L_2 - \frac{J_1(J_1 - J_2)}{K_1 + K_2}\right] \qquad (2.5.24.b)$$

O índice 1 refere-se à peça 1, e o índice 2, à peça 2.

Na equação (2.5.23) está embutido o módulo de fundação, que KUENZI propôs que fosse determinado através da seguinte expressão:

$$k = \frac{d}{z}E \qquad (2.5.25)$$

onde: d = diâmetro do prego;

z = profundidade da fundação;

E = módulo de elasticidade longitudinal da madeira.

Essa proposta provavelmente tem como base o desenvolvimento descrito a seguir. Retomando-se a definição do módulo de fundação, dado pela equação (2.5.2), tem-se:

$$q_r(x) = kv(x)$$

Divididindo-se a equação acima pelo diâmetro do prego, tem-se:

$$\frac{q_r(x)}{d} = \frac{k}{d} v(x)$$

Suponha-se agora que a fundação tenha uma profundidade inicial z. Se a equação anterior for dividida por z, tem-se:

$$\frac{q_r(x)}{dz} = \frac{k}{d}\frac{v(x)}{z}$$

Pode-se observar que a equação acima representa uma relação entre a tensão aplicada na fundação e a deformação resultante. Tendo em vista que o estado de tensões em torno do furo pode ser aproximado por um estado de tensões uniaxial, conforme mostrado na Figura 2.5.1, tem-se a partir da relação anterior que:

$$k = E\frac{d}{z} \qquad (2.5.26)$$

Em outras palavras, o módulo de fundação é a rigidez axial de uma área da fundação de largura igual ao diâmetro do prego e comprimento unitário. Neste desenvolvimento existe uma aproximação, que consiste na simplificação do estado de tensões real.

Numa ligação, a profundidade da fundação é ilimitada, se for comparada com o diâmetro do prego. Um novo problema é a determinação da profundidade da fundação.

KUENZI supôs a profundidade da fundação como sendo igual a 1 polegada, porém não foram encontradas referências sobre a verificação experimental desse valor.

WILKINSON (1971) baseando-se no trabalho de KUENZI, fez uma revisão da aplicação do modelo da viga em fundação elástica a ligações, dando ênfase ao módulo de deslizamento, além de um amplo programa experimental.

Propôs que o módulo de fundação fosse determinado por:

$$k = k_o d \qquad (2.5.27)$$

onde: k_0 = constante de capacidade elástica;

d = diâmetro do prego.

A constante de capacidade elástica foi definida por WILKINSON como sendo uma propriedade da madeira. Através de resultados de ensaios, WILKINSON procurou uma relação entre esta propriedade e outras propriedades da madeira, e encontrou uma relação com o peso específico.

Em 1972, WILKINSON propôs fórmulas empíricas relacionando a constante de capacidade elástica e o peso específico da madeira. Fez uma nova série de ensaios de ligação e fez uma comparação dos resultados com os resultados teóricos calculados utilizando suas próprias fórmulas empíricas dentro do modelo proposto por KUENZI, e encontrou uma boa concordância entre os resultados.

Entretanto, as fórmulas empíricas de WILKINSON não servem para espécies brasileiras, pois, segundo ALMEIDA (1990), para espécies brasileiras, não existe relação entre o peso específico e a resistência de embutimento[6].

Uma solução para o problema da determinação da profundidade da fundação pode ser buscada na Teoria da Elasticidade. Segundo a Teoria da Elasticidade, a tensão aplicada em uma superfície de um corpo propaga-se através do mesmo sendo seu valor inversamente proporcional à distância da superfície (GREEN e ZERNA, 1968). Para se determinar a profundidade da fundação, pode-se utilizar o conceito de bulbo de tensões utilizado na Mecânica dos Solos. Para a determinação dos recalques, utiliza-se a profundidade da fundação como sendo dada pela profundidade do bulbo de tensões, dada pela distância em que as tensões atingem um valor igual a 5 a 10% do empuxo do solo.

Com base em GREEN e ZERNA (1968), a profundidade em que em que a tensão propagada atinge 1% da tensão aplicada na superfície é da ordem de 16 vezes o diâmetro do prego. Por outro lado, a profundidade em que a tensão propagada atinge 5% da tensão aplicada na superfície é cerca de 4 vezes o diâmetro do prego. Tendo em vista que essa determinação teórica seria arbitrária, o mais conveniente é utilizar o valor indicado por KUENZI, 1 polegada.

---

[6] A resistência de embutimento é a tensão na parede do furo sob a qual a madeira sofre uma deformação convencionada como máxima. A tensão de embutimento está relacionada com a deformação da madeira através de uma constante envolvendo o módulo de fundação e conseqüentemente a constante de capacidade elástica.

Experimentalmente, o módulo de fundação pode ser obtido a partir do ensaio de embutimento[7]. Se a carga aplicada no ensaio for dividida pela espessura da peça central de madeira, será obtida a carga distribuída ao longo do eixo do prego. A partir dos resultados do ensaio, pode-se construir uma curva relacionando a carga distribuída ao longo do eixo do prego e o deslizamento entre as peças da ligação. O coeficiente angular da reta ajustada no trecho inicial da curva formece o módulo de fundação.

Se o módulo de fundação for dividido pelo diâmetro do prego, obtem-se a constante de capacidade elástica para esta espécie de madeira, uma propriedade independente do diâmetro do prego.

2.5.6. Considerações sobre o uso do módulo de deslizamento no estudo de vigas de madeira de seção composta

Considere-se a ligação mostrada na Figura 2.5.8.a. O módulo de deslizamento é definido como sendo o parâmetro que relaciona a carga de cisalhamento e o deslizamento da ligação, de forma que:

$$P = K\delta \qquad (2.5.28)$$

Se duas ligações sofrem o mesmo deslizamento sob a ação da mesma carga, pode-se dizer que essas duas ligações são equivalentes em termos de rigidez, independentemente do número de pregos em cada uma. Considere-se agora uma ligação fictícia equivalente à primeira, mostrada na Figura 2.5.8.b, com pregos uniformemente distribuídos.

Em ambas as ligações, existe na interface um fluxo de cisalhamento T, tal que:

$$P = T\,s \qquad (2.5.29)$$

[7] O método para o ensaio de embutimento pode ser encontrado em ALMEIDA, CALIL JR. e FUSCO (1996.a).

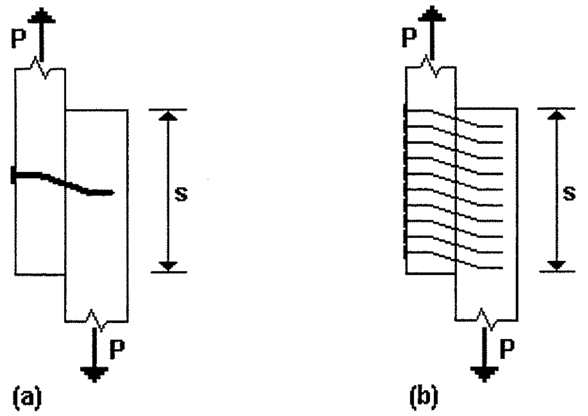


Figura 2.5.8. Esquema de duas ligações equivalentes.

Portanto, tem-se:

$$T\,s = K\,\delta \qquad (2.5.30)$$

Considere-se agora a segunda ligação formada por ligações de comprimento unitário. Isso pode ser feito desde que o deslizamento permaneça o mesmo. Tem-se portanto que em cada uma dessas ligações vale a relação:

$$T = \frac{K}{s}\delta \qquad (2.5.31)$$

Introduzindo-se o módulo de deslizamento equivalente, dado por:

$$\overline{K} = \frac{K}{s}$$

a equação (2.5.31) pode ser escrita como:

$$T = \overline{K}\delta \qquad (2.5.32)$$

O módulo de deslizamento equivalente expressa o módulo de deslizamento de uma ligação de comprimento unitário dentro de uma ligação onde os pregos são uniformemente distribuídos[8]. Sua unidade é unidade de força por unidade de área, ou melhor, unidade de módulo de deslizamento por unidade de comprimento de ligação.

A equação (2.5.32), na análise de vigas compostas com ligação deformável, é muito útil, pois torna possível uma correlação entre carga e deslizamento em termos de carga por unidade de comprimento, não importando a carga total na ligação.

---

[8] Em seu trabalho, SOTO (1991) definiu o módulo de deslizamento específico, como sendo o módulo de deslizamento da ligação multiplicado pelo número de fileiras de pregos e dividido pelo espaçamento entre conectores, conforme equação 2.1.6.

2.6. Estabilidade de vigas de madeira com alma em chapa de compensado

No caso de vigas esbeltas, surge o problema da perda de estabilidade, que pode limitar a capacidade de carga da viga. Através de uma revisão bibliográfica sobre o assunto, foi observado que a perda de estabilidade de uma viga de madeira com alma em chapa de compensado pode ocorrer localmente na alma ou na parte comprimida lateralmente. Inicialmente será apresentado um breve estudo sobre a estabilidade de chapas e sobre a estabilidade lateral e em seguida uma revisão de normas técnicas sobre o assunto.

2.6.1. Estabilidade de chapas

Segundo TIMOSHENKO e GERE (1961), o estudo da estabilidade de chapas pode ser feito supondo-se que a chapa assuma uma configuração deformada sob a ação de forças atuantes em sua superfície média e procurando-se determinar a força que seria necessária para manter essa configuração deformada. Considere-se a chapa mostrada na Figura 2.6.1, na qual se observa a definição do sistema de eixos utilizado.

A equação diferencial da configuração deformada da superfície média da chapa, com a suposição de não existirem forças de volume, é a seguinte:

$$\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4} = \frac{1}{D}\left(q_x \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} + 2q_{xy}\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2} \right) \qquad (2.6.1)$$

com: $$D = \frac{EI}{(1-\nu^2)} \qquad (2.6.2)$$

onde: E= módulo de elasticidade do material da chapa nas direções x e y

I= momento de inércia de uma chapa de largura unitária

ν = coeficiente de Poisson do material da chapa no plano xy

Os outros parâmetros são definidos na Figura 2.6.1.

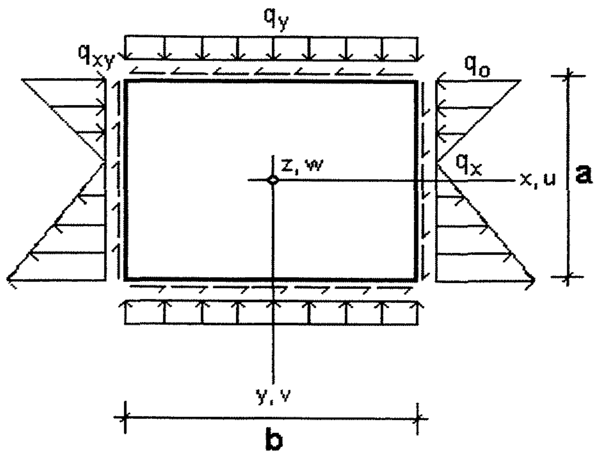


Figura 2.6.1. Chapa submetida a carregamentos em sua superfície média.

O problema pode ser resolvido por meio do método da energia. Para uma chapa simplesmente apoiada pode ser adotada a solução:

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \operatorname{sen}\frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen}\frac{n\pi y}{b} \qquad (2.6.3)$$

Substituindo-se esta solução nas expressões da energia de deformação e do trabalho realizado pelas forças atuantes na superfície média da chapa e igualando-se as duas expressões, tem-se uma equação em função dos coeficientes a_{mn}. Os coeficientes a_{mn} devem ser ajustados de forma a levar ao mínimo valor da carga distribuída que satisfaça a equação, que é o valor crítico. Diferenciando-se a equação em relação aos coeficientes a_{mn} tem-se um sistema de equações homogêneo. Igualando-se o determinante deste sistema a zero, obtém-se o valor da carga crítica. O número de equações depende do valores de m e n escolhidos. O valor de m indica o número de meia-ondas que se formam na configuração deformada da chapa na direção x, e n na direção y.

Este método foi utilizado por TIMOSHENKO e GERE para a solução de várias condições de borda e de carregamento. A seguir serão abordados dois casos de carregamento para chapa simplesmente apoiada.

Para o caso de de chapa submetida a tensões normais, a distribuição de tensões na direção x, atuante ao longo das bordas perpendiculares à direção do eixo x, pode ser descrita por:

$$q_x = q_o\left(1 - 2\frac{y}{b}\right) \qquad (2.6.4)$$

onde: q_o = intensidade da carga distribuída na borda superior da chapa.

Fazendo-se m=1 na solução dada pela equação (2.6.5), considera-se que cada trecho da chapa compreendido em uma semi-onda da conformação deformada ao longo da direção x corresponde a uma chapa simplesmente apoiada. TIMOSHENKO e GERE, utilizando o método descrito encontraram:

$$\sigma_{o,cr} = \frac{q_{o,cr}}{t} = k\frac{\pi^2 D}{b^2 t} \qquad (2.6.5)$$

onde: k = coeficiente de flambagem;

t = espessura da chapa.

O coeficiente de flambagem é um valor adimensional função da relação a/b. TIMOSHENKO e GERE fornecem um gráfico onde são representadas os valores de k em função da relação a/b para vários valores de m, reproduzido na Figura 2.6.2.

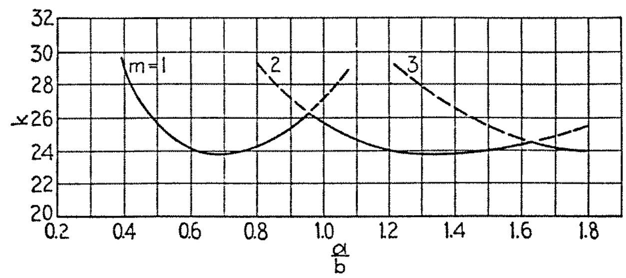


Figura 2.6.2. Coeficiente de flambagem em função da relação a/b
FONTE: TIMOSHENKO e GERE, 1961, p. 378.

Desse gráfico pode ser observado que as curvas se interceptam, assim, para um dado valor da relação a/b, tem-se dois valores de k, cada um correspondendo a um valor de m. O valor de m correspondente a um dado valor da relação a/b é aquele que leva ao menor valor de k. Chapas longas formam semi-ondas de comprimento igual a 2/3 b (TIMOSHENKO e GERE, 1961).

Para o caso de chapa submetida a tensões tangenciais, utilizando o mesmo procedimento, TIMOSHENKO e GERE encontraram a seguinte equação:

$$\tau_{xy,cr} = \frac{q_{xy,cr}}{t} = k\frac{\pi^2 D}{b^2 t} \qquad (2.6.6)$$

Novamente, k é um coeficiente adimensional função da relação a/b. Valores de k foram fornecidos por TIMOSHENKO e GERE para valores da relação a/b variando de 1 a 4. Para uma chapa quadrada o valor de k é igual a 9,34 e para chapas longas é igual a 5,35. Tendo os valores para uma chapa quadrada e para uma chapa longa, os autores utilizaram uma curva parabólica para interpolar os valores de k para outros valores da relação a/b, tal que:

$$k = 5{,}35 + 4\left(\frac{b}{a}\right)^2 \qquad (2.6.7)$$

Tendo em vista que este estudo não pretende ser aprofundado, está sendo considerado que a teoria exposta, para material isotrópico, possa ser aplicada, apenas para se ter uma estimativa das tensões críticas, a chapas de compensado.

2.6.2. Estabilidade lateral

Um estudo da estabilidade lateral de vigas pode ser encontrado em TIMOSHENKO e GERE (1961). As vigas de madeira com alma em chapa de compensado podem apresentar uma grande relação entre altura e largura, portanto podem ser vigas esbeltas. Entretanto, são um caso particular de seção que, apesar de ter elementos delgados, tem ainda elementos não delgados. Neste item será apresentado um breve estudo sobre a estabilidade lateral de vigas com base em TIMOSHENKO e GERE, tendo como objetivo um conhecimento básico sobre o assunto. Estuda-se a estabilidade lateral de uma viga de seção retangular e propõe-se que os resultados sejam utilizados apenas como estimativa para vigas de seção caixão.

Igualmente aos outros problemas de estabilidade, o estudo da estabilidade lateral de vigas é feito admitindo-se uma configuração deformada de equilíbrio, procurando-se encontrar a força que mantém esta configuração. Supõe-se que os apoios são contraventados lateralmente. TIMOSHENKO e GERE, utilizando o método da energia, encontraram o valor da carga crítica para vigas de seção retangular[1], dado por:

$$P_{cr} = \gamma \frac{\sqrt{EI_y GI_t}}{L^2} \qquad (2.6.8)$$

onde: E = módulo de elasticidade;

G = módulo de elasticidade transversal;

I_t = momento de inércia à torção;

I_y = momento de inércia em relação ao eixo y;

L = distância entre pontos de contraventamento lateral.

Os valores de γ são fornecidos por TIMOSHENKO e GERE para diversos casos de carregamento, e são reproduzidos na Tabela 2.6.1.

Tabela 2.6.1. Valores de γ na expressão da carga crítica de vigas de seção retangular.

Carga uniformemente distribuída	γ=28,3
Carga concentrada a cada terço do vão	γ=19,68
Carga concentrada no meio do vão	γ=16,94

FONTE: TIMOSHENKO e GERE, 1961.

O momento de inércia à torção de uma viga retangular pode ser determinada a partir da expressão:

$$I_t = \int_A \rho^2 dA \qquad (2.6.9)$$

onde ρ é a distância do elemento de área dA ao centro de torção da seção, que no caso de uma seção retangular coincide com o centro de gravidade. Esta integração é feita sobre toda a área da seção.

O momento de inércia à torção de seções retangulares pode ser obtido a partir da expressão (2.6.9), mas o resultado pode ser encontrado como sendo:

$$I_t = \beta a b^3 \qquad (2.6.10)$$

onde: a = lado maior da seção;

b = lado menor da seção.

[1] Com relação b/h < 12.

O coeficiente β é tabelado em função da relação a/b, e pode ser encontrado por exemplo em FEODOSIEV (1980, p. 100).

Tendo em vista os objetivos desse estudo sobre estabilidade lateral, neste trabalho utiliza-se a equação (2.6.10) no cálculo do momento de inércia à torção de uma seção caixão, subtraindo o momento de inércia à torção da seção retangular interna daquele da seção retangular externa e em seguida utiliza-se a equação (2.6.8). Enfatizando, esta é apenas uma estimativa da carga crítica. Nessa aproximação não estão sendo considerados muitos efeitos, como a diferença na distribuição de tensões na seção, a composição parcial entre os elementos e as características de ortotropia da madeira.

2.6.3. Revisão de normas sobre a estabilidade de vigas de madeira com alma em chapa de compensado

As normas consultadas apresentam recomendações que em determinados aspectos concordam entre si, e discordam em outros.

Inicialmente, quanto à instabilidade lateral, este problema é na verdade considerado como um problema de instabilidade da mesa comprimida, no qual esta é considerada como uma peça uniformemente comprimida que tende a defletir lateralmente. As normas DIN 1052, Structural Timber Design Code e EUROCODE 5 comparam a tensão atuante no centro de gravidade da mesa comprimida com a resistência à compressão simples diminuída por um fator. Este fator depende da esbeltez da mesa comprimida, sendo o comprimento de flambagem tomado como a distância entre os pontos de contraventamento lateral.

Quanto à estabilidade lateral da viga, segundo as normas americanas, este problema pode ser controlado pela relação entre os momentos de inércia em torno dos eixos perpendicular e paralelo ao plano de flexão. Quanto maior essa relação, menor é a possibilidade da viga sofrer instabilidade lateral. No Quadro 2.6.2 são reproduzidas as recomendações dessas normas.

No que se refere à perda de estabilidade local da alma, de uma forma geral, pode-se notar que este problema pode ser controlado pela limitação da razão entre sua altura e sua espessura e pelo uso de enrijecedores.

Quanto à estabilidade da chapa de compensado, segundo METTEM (1989), na América do Norte, recomenda-se o uso de enrijecedores espaçados de no máximo duas vezes a distância livre entre as mesas. As normas Structural Timber Design Code e EUROCODE 5 basicamente recomendam que a instabilidade local da alma seja evitada através da limitação da relação entre a altura livre da alma e sua espessura, e além disso por uma limitação na força cortante atuante na alma. A norma Structural Timber Design Code traz ainda um método baseado na Teoria da Estabilidade de Chapas. Segundo este método, as tensões críticas tangenciais podem ser controladas pela distância entre os enrijecedores e pela relação entre altura e espessura da alma.

Quadro 2.6.2. Recomendações das normas americanas quanto à estabilidade lateral de vigas de madeira com alma em chapa de compensado.

se $I_z/I_y < 5$:	não há problema de instabilidade lateral;
se $5 < I_z/I_y < 10$:	deve-se contraventar lateralmente a mesa tracionada sobre os apoios;
se $10 < I_z/I_y < 20$:	deve-se contraventar lateralmente as mesas comprimida e tracionada sobre os apoios;
se $20 < I_z/I_y < 30$:	uma das mesas deve ser mantida alinhada;
se $30 < I_z/I_y < 40$:	deve-se colocar travessas de contraventamento, com espaçamento não maior que 2,4 m;
se $40 < I_z/I_y$:	a mesa comprimida deve ter contraventamento contínuo”.

I_y = momento de inércia em torno do eixo y (convenção usual)

I_z = momento de inércia em torno do eixo z (convenção usual)

FONTE: HOYLE Jr. e WOESTE, 1989, p. 244.

O projeto da nova versão da norma NBR 7190, quanto à estabilidade da alma, recomenda o uso de enrijecedores espaçados de no máximo duas vezes a altura da viga.

2.6.4. Considerações finais a respeito da estabilidade de vigas de madeira com alma em chapa de compensado

Quanto aos enrijecedores, existe um consenso sobre seu uso nos apoios e nos pontos de aplicação de cargas concentradas. Esses enrijecedores têm a função de distribuir as reações de apoio e as cargas concentradas entre as mesas. O dimensionamento dos mesmos é feito à compressão simples para suportar as forças transmitidas.

Já os enrijecedores intermediários têm a função de evitar a instabilidade das almas. Sobre esses enrijecedores, sua influência pode ser analisada com base na Teoria da Estabilidade de Chapas. Observando-se a Figura 2.6.2, o máximo valor da tensão normal crítica é obtido com uma relação entre o comprimento e a altura da chapa aproximadamente igual a 0,9. Assim, para que o enrijecedor tenha efeito sobre a tensão normal crítica, estes devem ser espaçados de uma distância igual a 0,9 vezes a altura.

Porém, no caso de uma viga composta com alma em chapa de compensado, o problema da instabilidade da alma ocorre devido às tensões de cisalhamento, pois as almas suportam essencialmente essas tensões. A partir da equação (2.6.4), observa-se que colocando-se enrijecedores espaçados de uma distância igual a duas vezes a altura da viga, consegue-se aumentar a tensão de cisalhamento crítica em cerca de 25%.

Lembrando-se agora da equação (2.6.2), a equação (2.6.4) pode ser escrita na forma:

$$\tau_{xy,cr} = k\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)}\frac{t^2}{b^2} \qquad (2.6.11)$$

Definindo-se a esbeltez da chapa como sendo dada por:

$$\lambda = \frac{b}{t} \qquad (2.6.12)$$

onde: b = altura da chapa;

t = espessura da chapa,

a equação (2.6.11) pode ser rescrita como:

$$\tau_{xy,cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)}\frac{k}{\lambda^2} \qquad (2.6.13)$$

A partir da equação (2.6.13) pode ser concluído que dependendo da esbeltez da alma, a viga poderá ser considerada livre do problema da instabilidade da alma antes de sua ruptura.

Colocando-se na equação (2.6.13) as propriedades elásticas do compensado, foi calculado o valor da esbeltez da chapa para o qual a tensão crítica é igual à tensão de ruptura ao cisalhamento do compensado. Utilizando-se valores das propriedades do compensado fornecidas por RIBEIRO (1989), foi observado que uma esbeltez em torno de 65 leva a um valor de tensão crítica igual à tensão de ruptura do compensado por cisalhamento.

Pode-se concluir que o controle da perda de estabilidade local da alma pode ser feito através de sua esbeltez, além do uso de enrijecedores. Está sendo admitido que a Teoria da Estabilidade de Chapas, aplicada a chapas isotrópicas possa ser aplicada à chapa de compensado, apesar de ser uma chapa ortotrópica, tendo em vista que o objetivo deste estudo é apenas um conhecimento geral do problema,

O espaçamento entre os enrijecedores recomendado pelas normas técnicas consultadas provavelmente são baseados na experiência prática ou na consideração da alma como uma coluna que tende a defletir lateralmente. O uso de critérios aproximados é justificável pelo fato de que devido ao baixo custo dos enrijecedores e sua facilidade de execução, um cálculo teórico aprofundado não é compensador.

Quanto à estabilidade lateral de vigas de madeira com alma em chapa de compensado com seção caixão, este assunto merece muitas investigações, visto que trata-se de uma seção fechada, constituída de elementos delgados e não delgados, com uma ligação deformável entre os mesmos, e ainda envolvendo um material com características ortotrópicas.

Na prática, para se evitar a estabilidade lateral de vigas de madeira com alma em chapa de compensado, e de outras vigas esbeltas, é feito o contraventamento lateral, sendo em geral indicada a aplicação das recomendações das normas americanas (HOYLE JR. e WOESTE, 1989). É possível observar com base no estudo apresentado que as recomendações das normas para estabilidade lateral são muito conservativas. Uma maior investigação, envolvendo um estudo teórico e experimental, poderia esclarecer melhor esse aspecto.

3. ESTUDO EXPERIMENTAL

3.1. Série preliminar de ensaios de flexão

A série preliminar de ensaios de flexão em modelos de viga de madeira com alma em chapa de compensado foi realizada antes do programa experimental, com o objetivo de se fazer uma primeira avaliação do comportamento dos modelos e da metodologia de execução dos ensaios. Foram ensaiados dois modelos idênticos, o MP-1 e o MP-2, sendo que a diferença entre eles foi o esquema de montagem.

3.1.1. Descrição dos modelos

Inicialmente, para a definição de um modelo, foi feito o cálculo de um protótipo, de tal forma a reproduzir uma situação real de projeto. Foi elaborado o projeto de uma cobertura de um galpão, composta de terças e vigas de madeira com alma em chapa de compensado. Foram empregadas madeira maciça e compensado da espécie pinho-do-Paraná. O pré-dimensionamento da seção foi feito segundo o método simplificado indicado por HOYLE JR e WOESTE (1989) e a verificação da seção foi feita segundo a norma alemã DIN 1052[1].

Depois da definição do protótipo, tendo em vista as condições dos equipamentos do laboratório, foi adotada uma escala de 3:10 para o ensaio. As características do protótipo e do modelo são mostradas na Tabela 3.1.1.

---

[1] Os valores das resistências de cálculo utilizados foram os da espécie pinho-do-Paraná, retirados da norma NB 11 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1951), p. 15. As tensões atuantes calculadas segundo a norma DIN 1052 foram comparadas com esses valores, uma vez que essa norma fornece expressões para o cálculo das tensões sem introduzir critérios de segurança.

Tabela 3.1.1. Características do protótipo e dos modelos da série preliminar de ensaios de flexão.

	PROTÓTIPO	MODELO
Espécie da mesa:	pinho-do-Paraná	pinho-do-Paraná
Espécie da alma:	compensado de pinho-do-Paraná	compensado de pinho-do-Paraná
Altura:	50 cm	15 cm
Altura das mesas:	8 cm	2,5 cm
Largura das mesas:	16 cm	4 cm
Espessura das almas:	2,5 cm	1,0 cm
Espaçamento dos pregos:	5 cm	1,5 cm
Pregos utilizados:	20x42	12x12
Diâmetro dos pregos:	4,4 mm	1,6 mm
Comprimento dos pregos:	84 mm	42 mm
Vão livre:	1000 cm	300 cm

A seção transversal do modelo é mostrada na Figura 3.1.1. Antes da execução dos ensaios, foi verificado que a célula de carga não possuía precisão suficiente para aplicar intervalos de carga muito pequenos, por isso o modelo, que foi inicialmente definido com um vão de 300 cm, foi ensaiado com um vão de 200 cm[2].

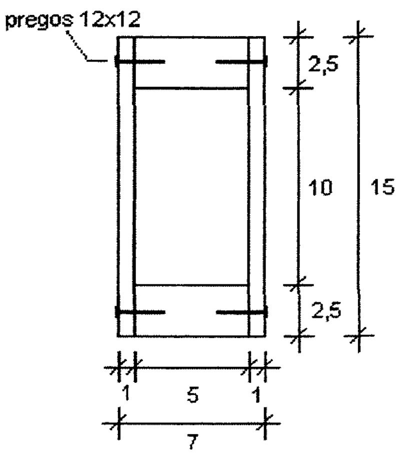


Figura 3.1.1. Seção transversal dos modelos MP-1 e MP-2.

[2] Com isso as seções do protótipo sofreram modificações. Tendo em vista que o objetivo do cálculo de um protótipo era apenas definir uma seção próxima da realidade, o cálculo não foi refeito.

3.1.2. Descrição dos ensaios

O esquema de montagem foi o mesmo nos dois ensaios, a não ser por uma pequena diferença. No modelo MP-1 a carga foi aplicada com a chapa metálica colocada apenas na mesa, e no modelo MP-2 na mesa e nas almas. O esquema de montagem está mostrado na Figura 3.1.2.

No modelo MP-1 foi feita a leitura dos deslocamentos empregando-se 3 relógios comparadores de precisão 0,01 mm, e a medida de deformações, com 3 extensômetros da marca KYOWA de resistência 120 Ω e 6 pares de pastilhas para leitura com o tensotast HUGGENBERGER. No modelo MP-2 foi feita a leitura dos deslocamentos com 3 relógios comparadores e a medida das deformações com 10 extensômetros elétricos e 5 pares de pastilha para leitura com o tensotast. Apesar de no ensaio do modelo MP-1 não existirem os pontos de leitura de deformações 2, 4, 7, 9, 12 e 14, a numeração foi padronizada para os dois ensaios conforme mostrado na mesma Figura 3.1.2.

O uso do tensotast nesses ensaios foi uma experiência para verificar a possibilidade de substituir os extensômetros nas medidas de deformações. No modelo MP-1 foi utilizada a base de 50 mm e no modelo MP-2 a base de 20 mm.

No modelo MP-1, a carga foi inicialmente aplicada em intervalos regulares até 13 kN, com a célula de carga de 15 kN. Em seguida foi trocada a célula de carga por uma de 150 kN e a carga foi novamente aplicada em intervalos regulares até 22 kN, quando foi verificado o esmagamento da madeira pela chapa metálica na região da aplicação da carga.

No modelo MP-2, a carga foi igualmente sendo aplicada em intervalos regulares até 13 kN. Em seguida foi trocada a célula de carga para outra de 150 kN. A carga foi sendo aplicada em intervalos regulares até 18 kN, quando foi verificada a ruptura do compensado na região tracionada.

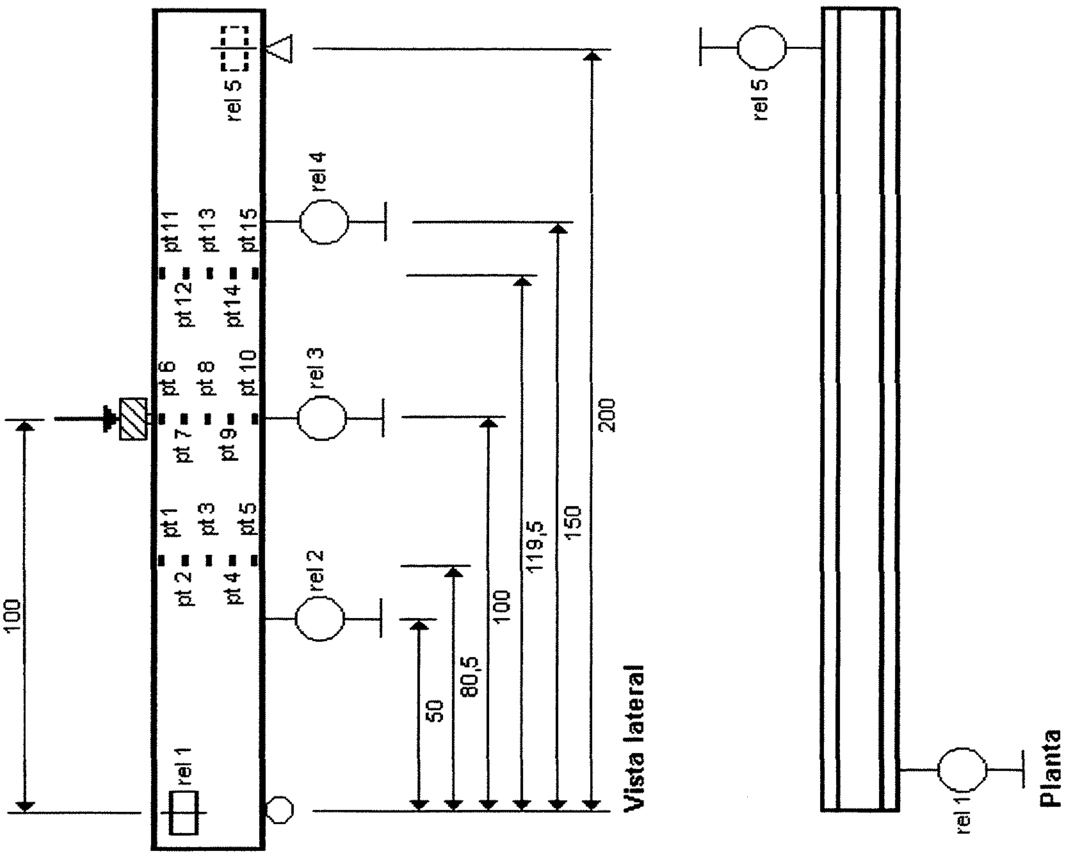


Figura 3.1.2. Esquema de montagem e pontos de leitura dos ensaios dos modelos MP-1 e MP-2.

3.1.3. Resultados dos ensaios preliminares de flexão

Os aspectos mais importantes dos resultados desses ensaios são apresentados a seguir, na forma de gráficos.

Os resultados obtidos para as deformações na seção do meio do vão para os dois modelos podem ser visualizados na Figura 3.1.3. Os pontos de leitura são mostrados na Figura 3.1.2. Pode-se observar que as deformações no modelo MP-2 foram maiores em comparação com o modelo MP-1. A diferença entre os modelos MP-1 e MP-2 é que, no primeiro, a carga foi aplicada sobre uma chapa metálica colocada apenas sobre a madeira, e no segundo, a chapa metálica foi colocada sobre a madeira e o compensado. Essa diferença pode explicar a diferença entre os resultados, pois no modelo MP-2, quando a carga foi aplicada sobre a madeira e o compensado, é provável que o compensado tenha suportado tensões maiores que no modelo MP-1.

A Figura 3.1.4 mostra as linhas elásticas obtidas para uma carga de 7 kN nos dois ensaios e a linha elástica teórica, calculada segundo a Teoria da Flexão. O objetivo dessa comparação foi uma observação da eficiência da viga composta em termos de rigidez em relação a uma viga de seção monolítica.

No caso do modelo MP-1 alguns valores foram até menores que os correspondentes calculados com a teoria, o que indica que o modelo pode ter tido uma rigidez maior do que a adotada nos cálculos[3]. Outra indicação é que a ligação teve uma eficiência muito grande.

As Figuras 3.1.5 e 3.1.6 mostram, respectivamente para os modelos MP-1 e MP-2, os diagramas carga x deslocamento obtidos para os três relógios, e ainda o diagrama carga x deslocamento teórico calculado segundo a Teoria da Flexão.

Através de uma regressão linear foi ajustada uma reta aos dados de carga e deslocamento para os dois carregamentos, para o cálculo da rigidez experimental dos modelos.

---

[3] Os módulos de elasticidade utilizados na análise dos resultados foram 1093 kN/cm^2 para a madeira maciça e 699,55 kN/cm^2 para o compensado. Para a madeira maciça esse valor foi obtido em MAINIERI e CHIMELO (1989). O módulo de elasticidade do compensado foi estimado, admitindo-se que na direção perpendicular às fibras o módulo de elasticidade seja dez vezes menor que na direção paralela às fibras.

Os valores obtidos foram comparados com a rigidez teórica da seção considerada monolítica. Em termos de rigidez, as eficiências obtidas foram 95,63% para o primeiro carregamento e 96,69% para o segundo carregamento, para o modelo MP-1, e 79,31% para o primeiro carregamento e 58,85% para o segundo carregamento, para o modelo MP-2.

Segundo esses resultados, o modelo MP-1 teve uma rigidez maior que o modelo MP-2. No caso do primeiro modelo, durante a execução do ensaio, a carga foi aplicada sobre a mesa superior apenas, e no caso do segundo modelo, sobre as almas e a mesa superior. Devido a esse fato, as almas no modelo MP-1 podem ter sido menos sobrecarregadas, e como as medidas foram feitas sobre as almas, os valores de deformação foram menores, o que pode ter levado a um valor maior da rigidez.

Quanto à execução dos ensaios, uma primeira constatação foi que nas séries seguintes seria necessário construir modelos com capacidade de carga maior, em função dos equipamentos do laboratório.

Durante os ensaios foi verificado que o tensotast com uma base de 50 mm teve um bom desempenho, enquanto que com a base de 20 mm houve uma dificuldade em se fazer as leituras.

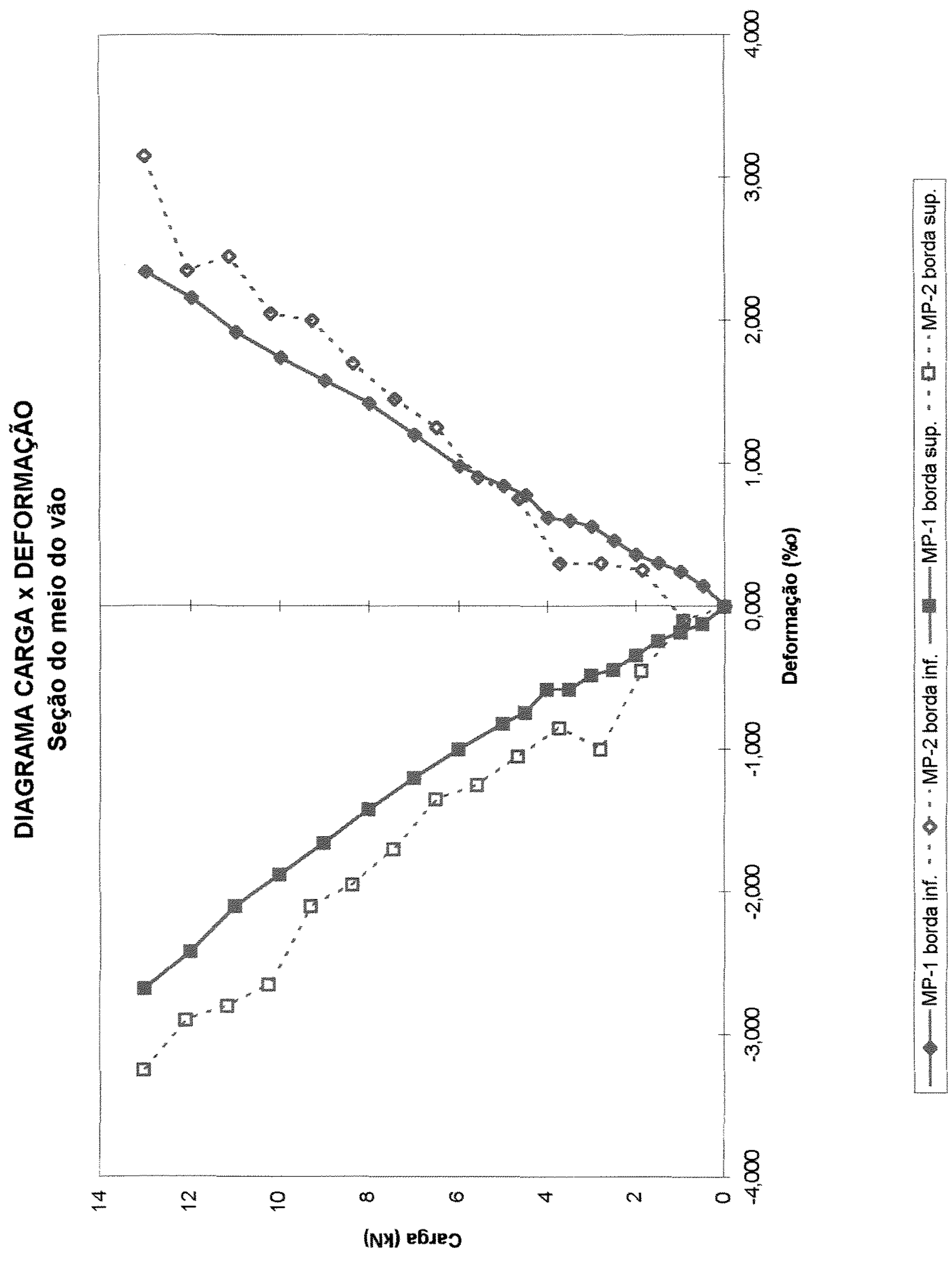


Figura 3.1.3. Comparação entre as deformações da seção do meio do vão dos modelos MP-1 e MP-2.

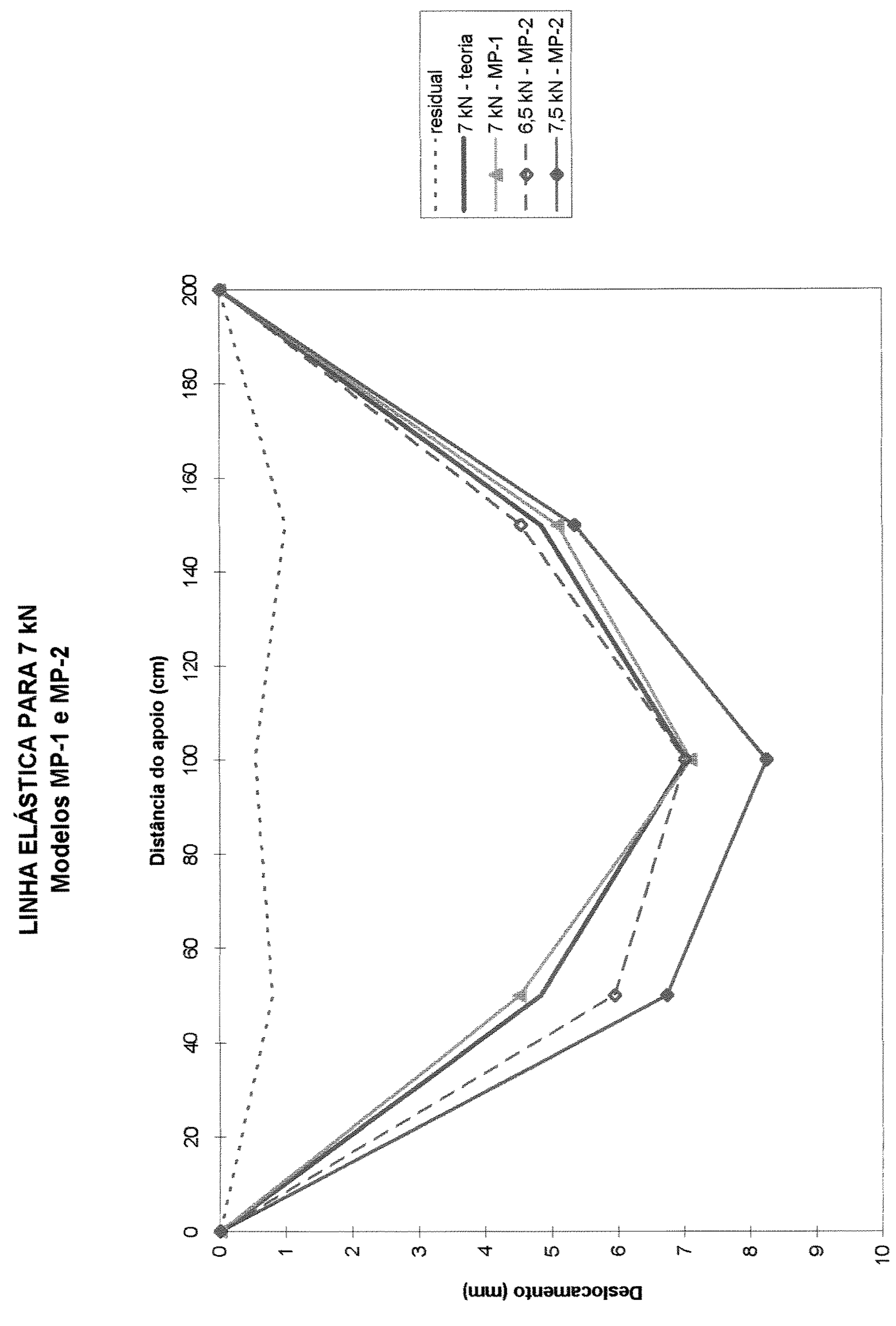


Figura 3.1.4. Comparação das linhas elásticas obtidas para os modelos MP-1 e MP-2 com a teórica, para um carregamento de 7 kN.

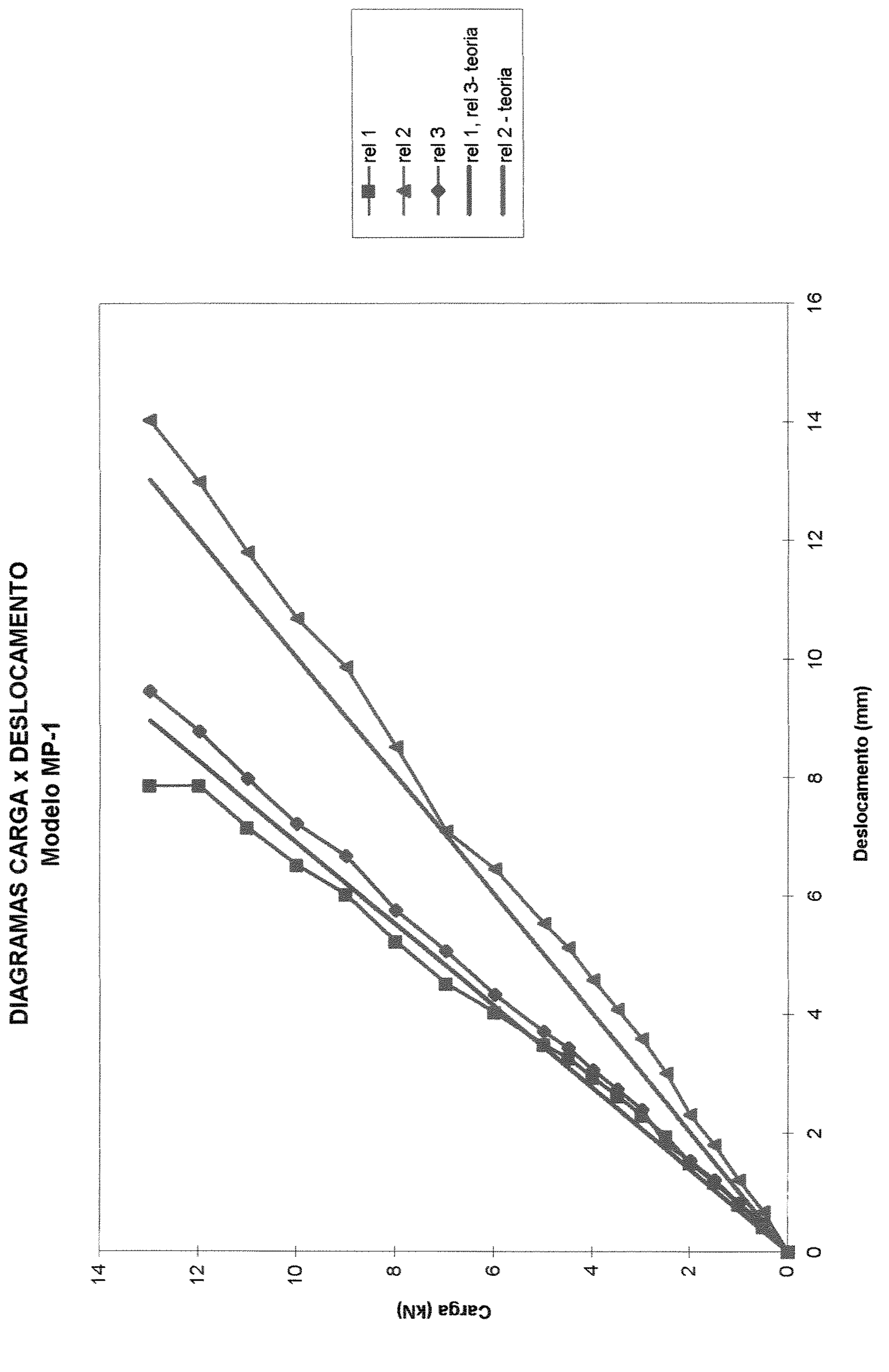


Figura 3.1.5. Comparação dos diagramas carga x deslocamento obtidos com os teóricos, para o modelo MP-1.

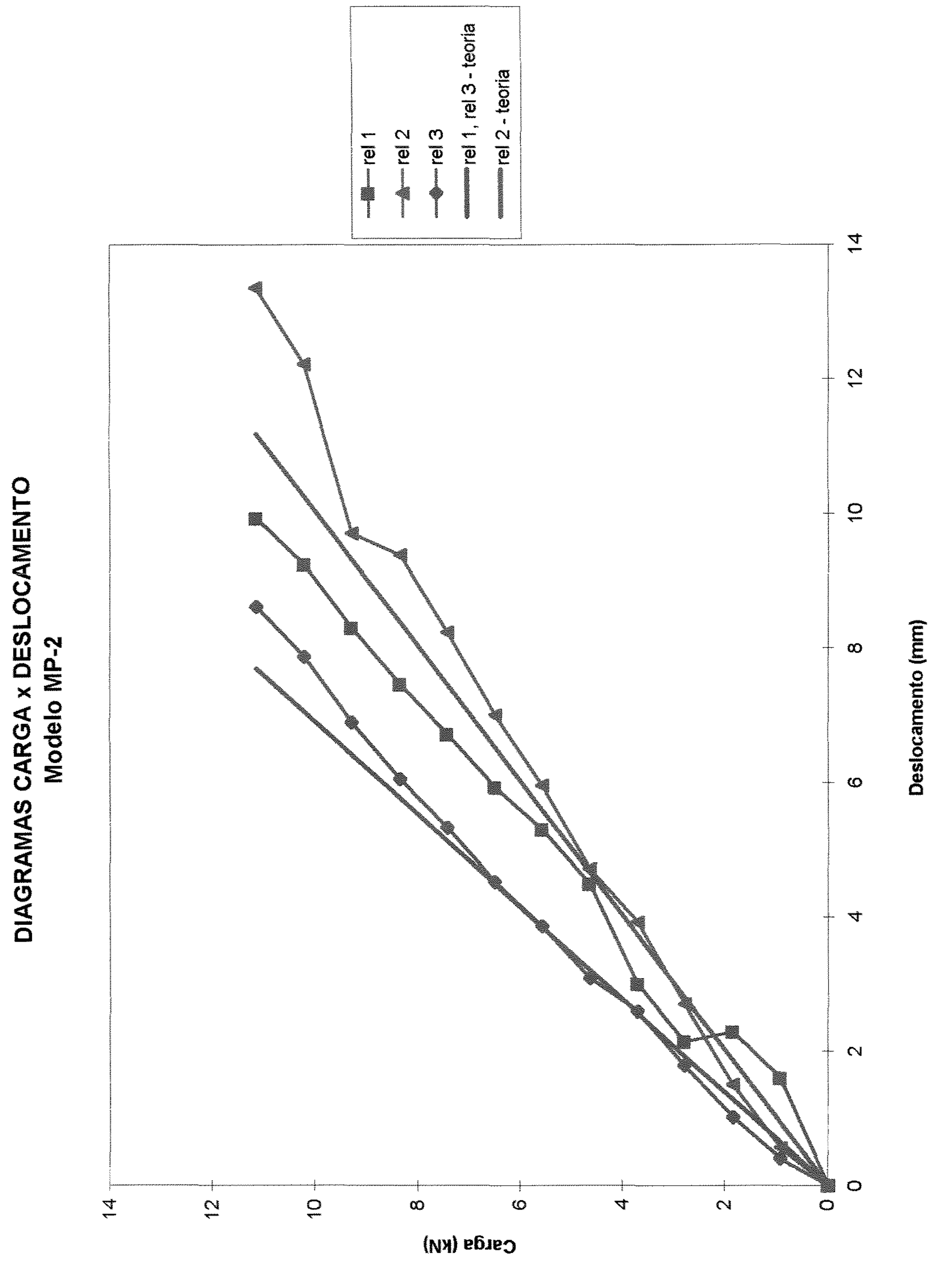


Figura 3.1.6. Comparação dos diagramas carga x deslocamento obtidos com os teóricos, para o modelo MP-2.

3.2. Ensaios de caracterização

3.2.1. Ensaio de compressão paralela às fibras

3.2.1.1. Descrição do ensaio

O material analisado foi 2 chapas de compensado da espécie virola de 2,20 m de comprimento, 1,60 m de largura e 15 mm de espessura e caibros de madeira maciça da espécie angico de 6 cm x 8 cm de seção por 4 m de comprimento. A amostra foi composta de 6 corpos de prova de compensado e 6 de madeira maciça. Os corpos de prova de compensado foram confeccionados com seção transversal quadrada de 4,5 cm de lado e comprimento 20,0 cm, para isso foram colados 3 pedaços de chapa de compensado de 1,5 cm de espessura e 4,5 cm de largura e 20 cm de comprimento, com cola Cascorez Extra. Os corpos de prova de madeira maciça foram confeccionados com seção transversal quadrada de 5,0 cm de lado e 15,0 cm de comprimento.

Para as leituras foi utilizado um tensotast com precisão de 0,001 mm, tendo sido empregada a base de 50 mm[1].

3.2.1.2. Resultados do ensaio

Os valores da carga de ruptura e do módulo de elasticidade obtidos encontram-se nas Tabelas 3.2.1 e 3.2.2.

[1] Foi verificado na série preliminar de ensaios de flexão que o tensotast com base de 50 mm leva a um bom desempenho nas leituras.

Tabela 3.2.1. Resultados do ensaio de compressão paralela às fibras em corpos de prova de chapa de compensado da espécie virola.

CORPO DE PROVA	f_{c0} (MPa)	E_{c0} (MPa)
CC-1	17,04	3712,03
CC-2	12,94	2963,33
CC-3	15,11	3088,35
CC-4	13,09	2647,57
CC-5	16,00	2723,48
CC-6	12,64	1823,26
VALOR MÉDIO	14,47	2826,33
VALOR CARACTERÍSTICO	13,74	

Tabela 3.2.2. Resultados do ensaio de compressão paralela às fibras em corpos de prova de madeira maciça da espécie angico.

CORPO DE PROVA	f_{c0} (MPa)	E_{c0} (MPa)
CM-1	64,44	13645,21
CM-2	64,20	13875,65
CM-3	49,38	13707,15
CM-4	54,07	9669,29
CM-5	60,74	10792,55
CM-6	55,31	11623,30
VALOR MÉDIO	58,02	12218,86
VALOR CARACTERÍSTICO	52,95	

OBS: Os valores característicos foram determinados segundo o procedimento indicado em FUSCO, CALIL JR. e ALMEIDA (1996) e MASCIA, HELLMEISTER, CHAUD et al. (1989), segundo o qual o valor característico de uma propriedade pode ser calculado por:

$$x_{wk} = \left(2 \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{\frac{n}{2}-1}}{\frac{n}{2} - 1} - x_{\frac{n}{2}} \right) 1{,}1$$

sendo $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$, e tendo sido tomado para o valor característico um valor não menor que x_1 e não menor que 70% do valor médio.

3.2.2. Ensaios de tração paralela às fibras

3.2.2.1. Descrição do ensaio

A amostra foi composta de 6 corpos de prova de compensado e 6 de madeira maciça. A Fig. 3.2.1 mostra os esquemas dos corpos de prova. Os corpos de prova de compensado foram confeccionados com a mesma espessura da chapa e as outras medidas foram as recomendadas por RIBEIRO (1986)[2].

Para as leituras foi utilizado um tensotast com precisão de 0,001 mm. A base empregada foi a de 50 mm.

3.2.2.2. Resultados do ensaio

Os valores da carga de ruptura e do módulo de elasticidade obtidos encontram-se nas Tabelas 3.2.3 e 3.2.4.

Tabela 3.2.3. Resultados do ensaio de tração paralela às fibras em corpos de prova de chapa de compensado da espécie virola.

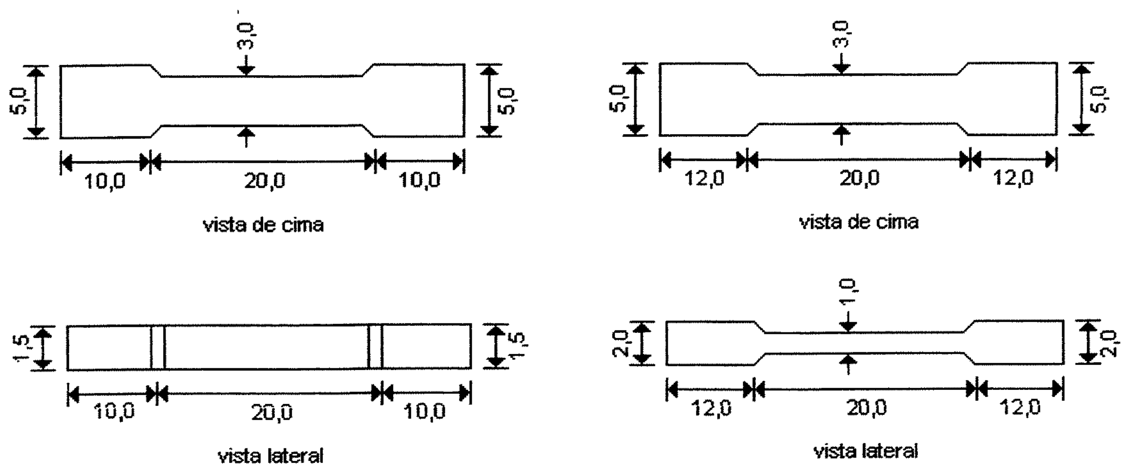
CORPO DE PROVA	f_{c0} (MPa)	E_{c0} (MPa)
TC-1	31,33	4301,10
TC-2	28,84	5827,22
TC-3	31,33	3516,94
TC-4	34,00	4710,91
TC-5	24,00	5821,87
TC-6	34,89	5529,20
VALOR MÉDIO	30,73	4951,21
VALOR CARACTERÍSTICO	24,00	

[2] Na confecção dos corpos de prova houve dificuldade devido aos equipamentos utilizados, que não são os mais adequados para esse tipo de peça, por isso algumas medidas sofreram alguma alteração em relação ao recomendado no referido trabalho.

Tabela 3.2.4. Resultados do ensaio de tração paralela às fibras em corpos de prova de madeira maciça da espécie angico.

CORPO DE PROVA	f_{c0} (MPa)	E_{c0} (MPa)
TM-1	60,00	11101,05
TM-2	140,00	19814,14
TM-3	113,33	13579,74
TM-4	120,83	16604,65
TM-5	125,83	15054,48
TM-6	113,33	20448,36
VALOR MÉDIO	112,22	16100,40
VALOR CARACTERÍSTICO	78,55	

OBS: Os valores característicos foram determinados da mesma forma que nos ensaios de compressão paralela às fibras (item 3.2.1).



(a) **(b)**

Figura 3.2.1. Corpos de prova para ensaio de tração paralela às fibras (a) de compensado (b) de madeira maciça.

3.3. Ensaio de flexão do modelo M-1

Este foi o primeiro de uma série principal de ensaios de flexão em modelos, cujo objetivo foi a obtenção de dados para a análise do comportamento de vigas de madeira com alma em chapa de compensado quanto à sua rigidez, além de outros aspectos.

3.3.1. Descrição do modelo

A seção e as demais características do modelo, denominado M-1, são mostradas na Figura 3.3.1 e na Tabela 3.3.1, respectivamente.

Tabela 3.3.1. Características do modelo M-1.

Espécie da mesa:	Angico preto
Espécie da alma:	Compensado de Virola
Altura:	20,0 cm
Altura das mesas:	4,0 cm
Largura das mesas:	5,0 cm
Espessura da alma:	1,5 cm
Espaçamento dos pregos:	5,0 cm
Pregos utilizados:	15x21
Diâmetro dos pregos:	2,4 mm
Comprimento dos pregos:	41 mm
Vão livre do modelo:	300 cm

As propriedades da madeira e da chapa de compensado utilizadas no modelos foram determinadas através dos ensaios de caracterização, e encontram-se nas Tabelas 3.2.1 a 3.2.4, item 3.2.

A verificação do modelo M-1 foi feita segundo a norma alemã DIN 1052. Tendo em vista que a chapa de compensado tem um comprimento de 220 cm, foi necessário fazer uma emenda nas almas. Foi feita uma emenda de topo com cobrejunta, segundo as recomendações de HOYLE JR. e WOESTE (1989). Neste modelo foi feita ainda uma emenda nas mesas, na mesma seção, conforme mostra a Figura 3.3.2.

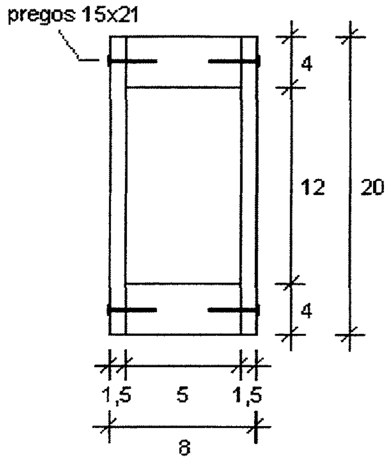


Figura 3.3.1. Seção transversal do modelo M-1 (medidas em cm).

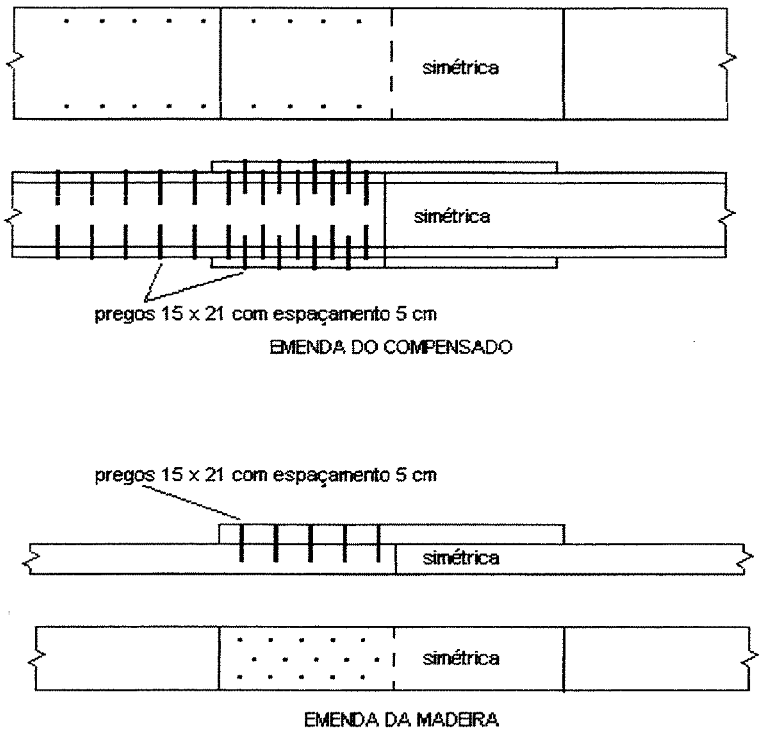


Figura 3.3.2. Esquema das emendas das almas e das mesas feitas no modelo M-1.

3.3.2. Descrição do ensaio

O esquema de montagem do ensaio está mostrado na Figura 3.3.3. Para a leitura dos deslocamentos foram utilizados 5 relógios comparadores com precisão de 0,01 mm e 2 com precisão de 0,001 mm. Para a leitura das deformações foram utilizados 21 extensômetros da marca KYOWA com resistência 120 Ω e 3 pares de pastilha para leitura com tensotast. Os pontos de leitura foram numerados conforme mostrado na Figura 3.3.3.

A carga foi aplicada em dois pontos, na tentativa de se chegar mais próximo de uma carga distribuída. Para isso foi empregado um perfil metálico relativamente rígido. A Figura 3.3.4 mostra uma foto do ensaio montado.

A carga foi aplicada de 1 em 1 kN em dois ciclos de carregamento. Aos 8 kN no segundo carregamento, foi observado um deslocamento excessivo na seção da emenda. O ensaio foi interrompido e foi feito o reforço da emenda da chapa de compensado, dobrando-se o número de pregos, porém, aos 8 kN novamente foi constatado um deslocamento excessivo da seção da emenda.

A Figura 3.3.5 mostra uma foto do modelo sob um carregamento de 8 kN.

3.3.3. Resultados do primeiro ensaio de flexão

Os resultados do ensaio de flexão do modelo M-1, assim como dos modelos subseqüentes, serão analisados no item 4, quando serão apresentados gráficos ressaltando as observações mais importantes. Porém, já se pode adiantar que os deslocamentos da seção da emenda do modelo M-1 foram muito grandes, conforme se pode observar no gráfico mostrado na Figura 3.3.6, evidenciando-se que a emenda das mesas não funcionaram adequadamente. Já as emendas das almas mostraram-se eficientes, pois as deformações lidas em seções situadas em posições simétricas em relação ao meio do vão foram próximas, conforme o gráfico mostrado na Figura 3.3.7.

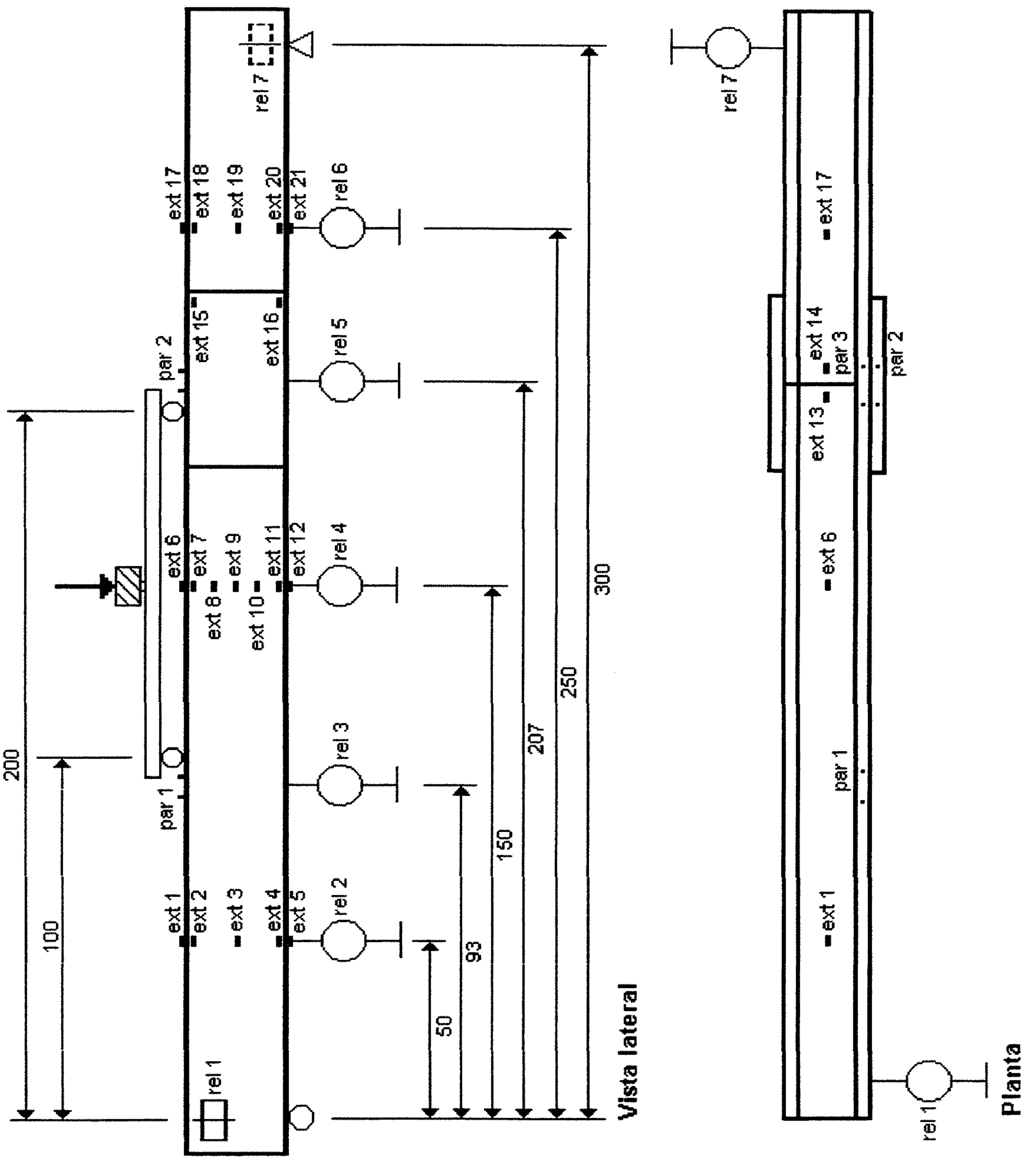


Figura 3.3.3. Esquema do ensaio do modelo M-1 (medidas em cm) e pontos de leitura.

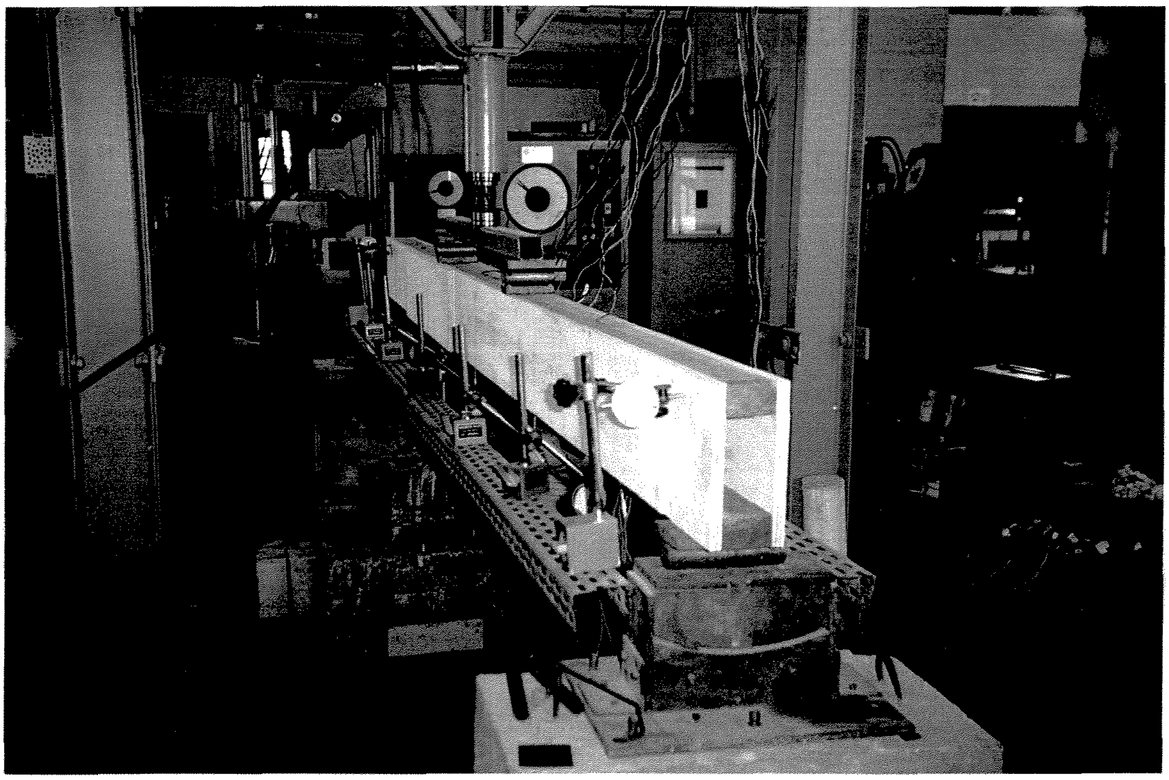


Figura 3.3.4. Montagem do ensaio do modelo M-1.

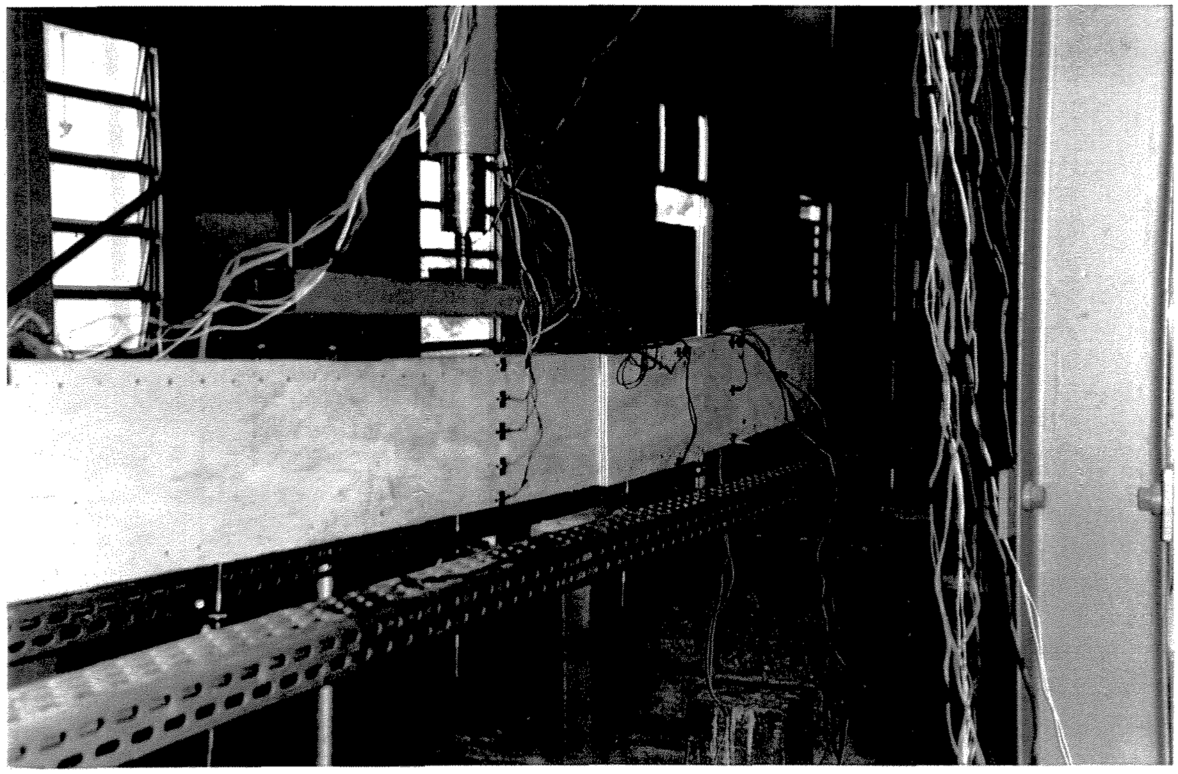


Figura 3.3.5. Modelo M-1 durante o ensaio, sob uma carga de 8 kN aproximadamente.

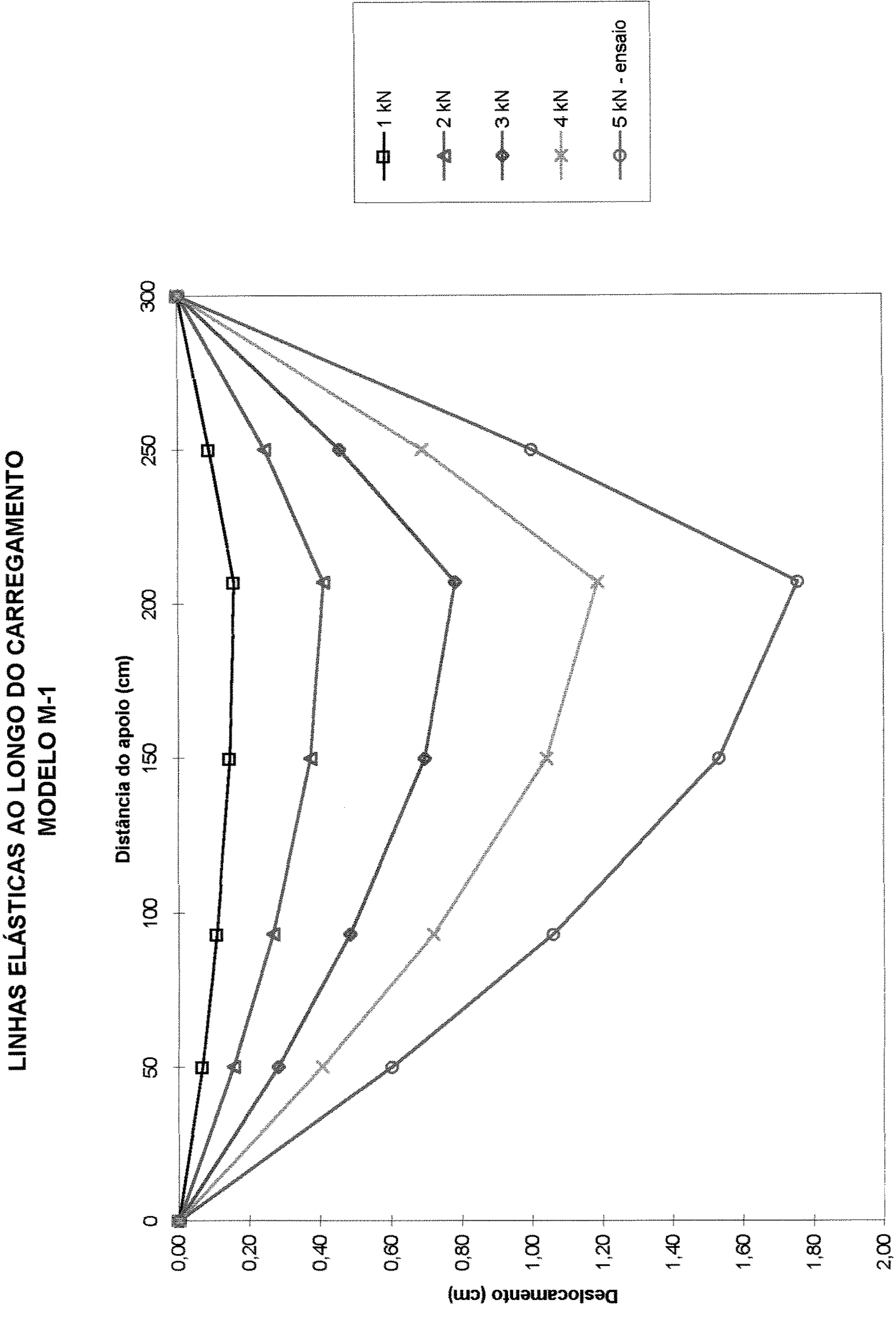


Figura 3.3.6. Linhas elásticas obtidas para o modelo M-1 ao longo do carregamento.

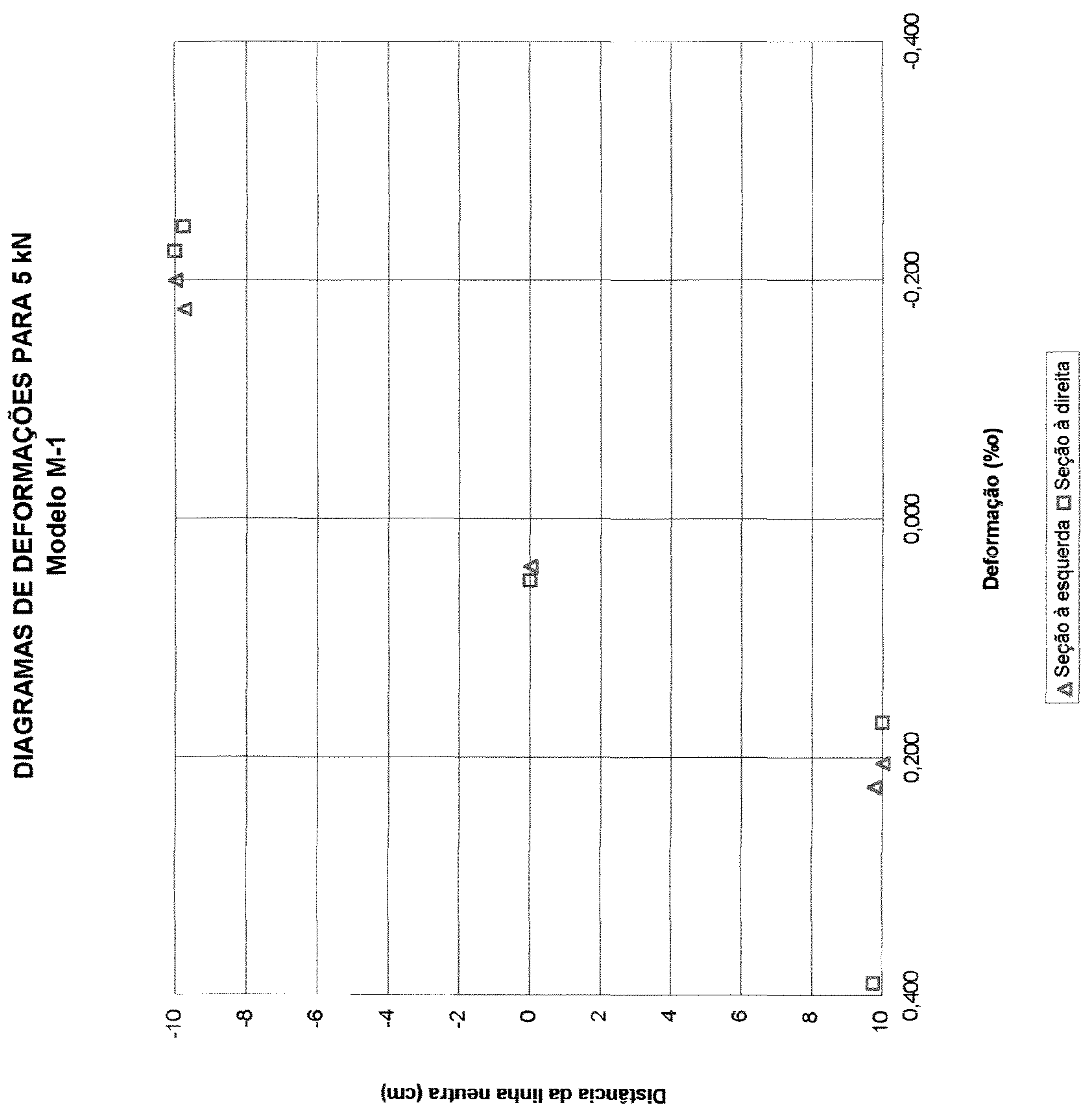


Figura 3.3.7. Diagramas de deformações das seções situadas em posições simétricas em relação ao meio do vão.

3.4. Ensaio de flexão do modelo M-2

3.4.1. Descrição do modelo

A seção e as características do modelo, denominado M-2, são mostradas na Tabela 3.4.1 e na Figura 3.4.1. Como o modelo M-1, neste modelo foi necessário fazer as emendas nas almas. Porém neste modelo foram evitadas as emendas nas mesas, tendo em vista que estas não funcionaram adequadamente no modelo M-1.

Tabela 3.4.1. Características do modelo M-2.

Espécie da mesa:	Angico
Espécie da alma:	Compensado de Virola
Altura:	20,0 cm
Altura das mesas	4,0 cm
Largura das mesas:	7,0 cm
Espessura das almas:	1,5 cm
Pregos utilizados:	15x21
Espaçamento dos pregos:	5,0 cm
Diâmetro dos pregos:	2,4 mm
Vão livre do modelo:	300 cm

As características da madeira e da chapa de compensado utilizadas nos modelos encontram-se nas Tabelas 3.2.1 a 3.2.4, item 3.2.

3.4.2. Descrição do ensaio

O esquema de montagem do ensaio e os pontos de leitura, são mostrados na Figura 3.4.2.

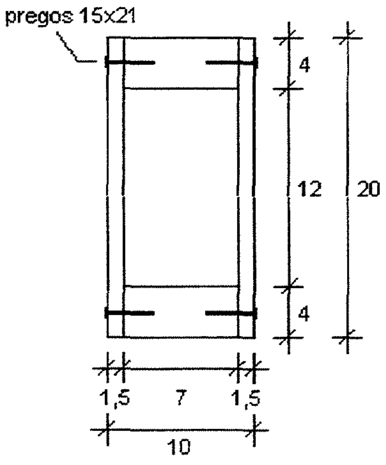


Figura 3.4.1. Seção transversal do modelo M-2 (medidas em cm).

Para a medida dos deslocamentos foram utilizados 7 relógios comparadores, 5 com precisão de 0,01 mm e 2 com precisão de 0,001 mm, colocados nas mesmas posições que no modelo M-1. Foram empregados 23 extensômetros.

A carga foi sendo aplicada de 2 em 2 kN em dois ciclos de carregamento. O primeiro carregamento foi feito até 7 kN. No segundo carregamento, aos 10 kN foi observado que a carga não estava mais sendo sustentada pelo macaco hidráulico.

A Figura 3.4.3, na página 117, mostra uma foto do modelo durante o ensaio, sob uma carga de 10 kN aproximadamente.

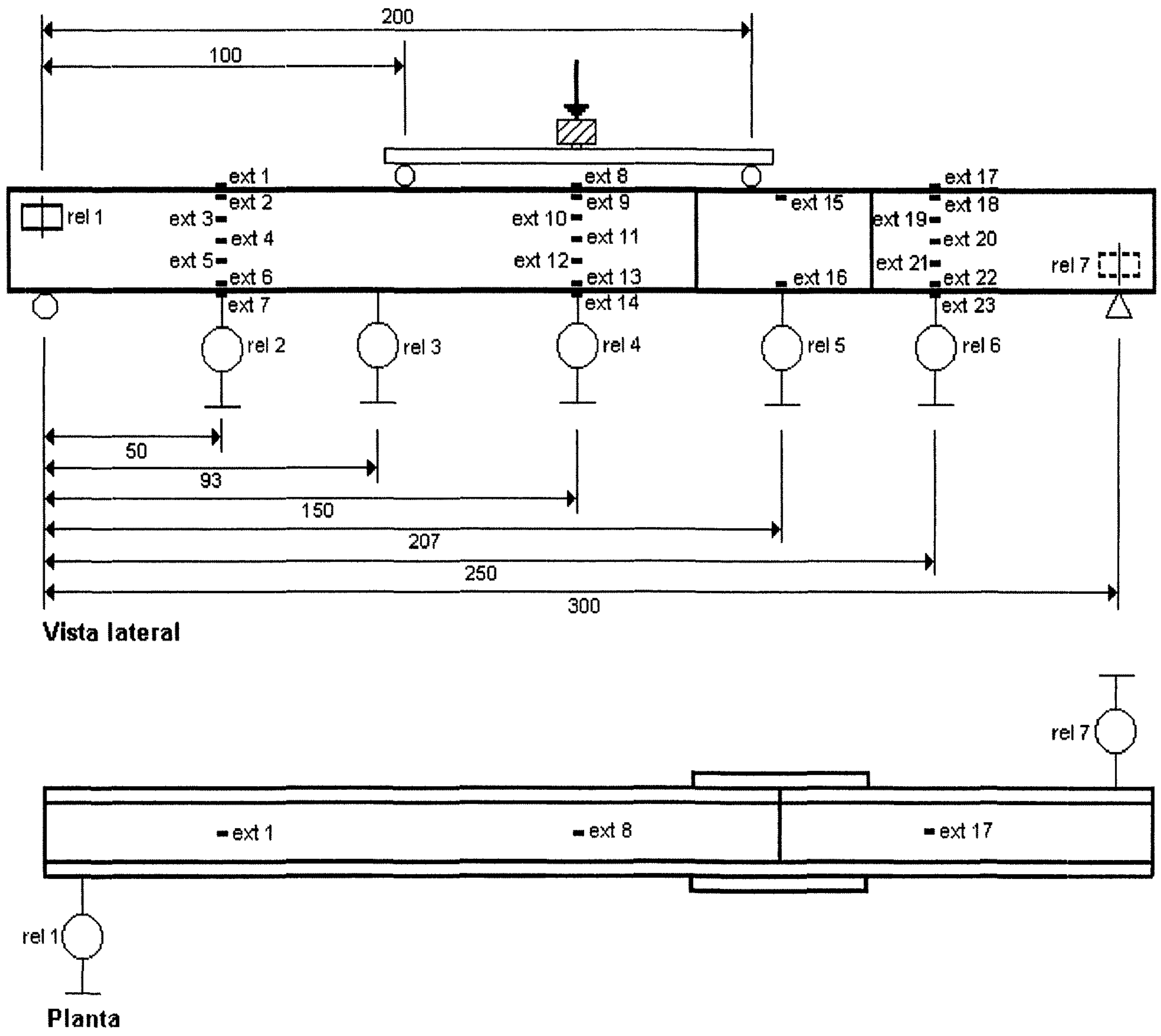


Figura 3.4.2. Esquema do ensaio do modelo M-2 (medidas em cm) e pontos de leitura.

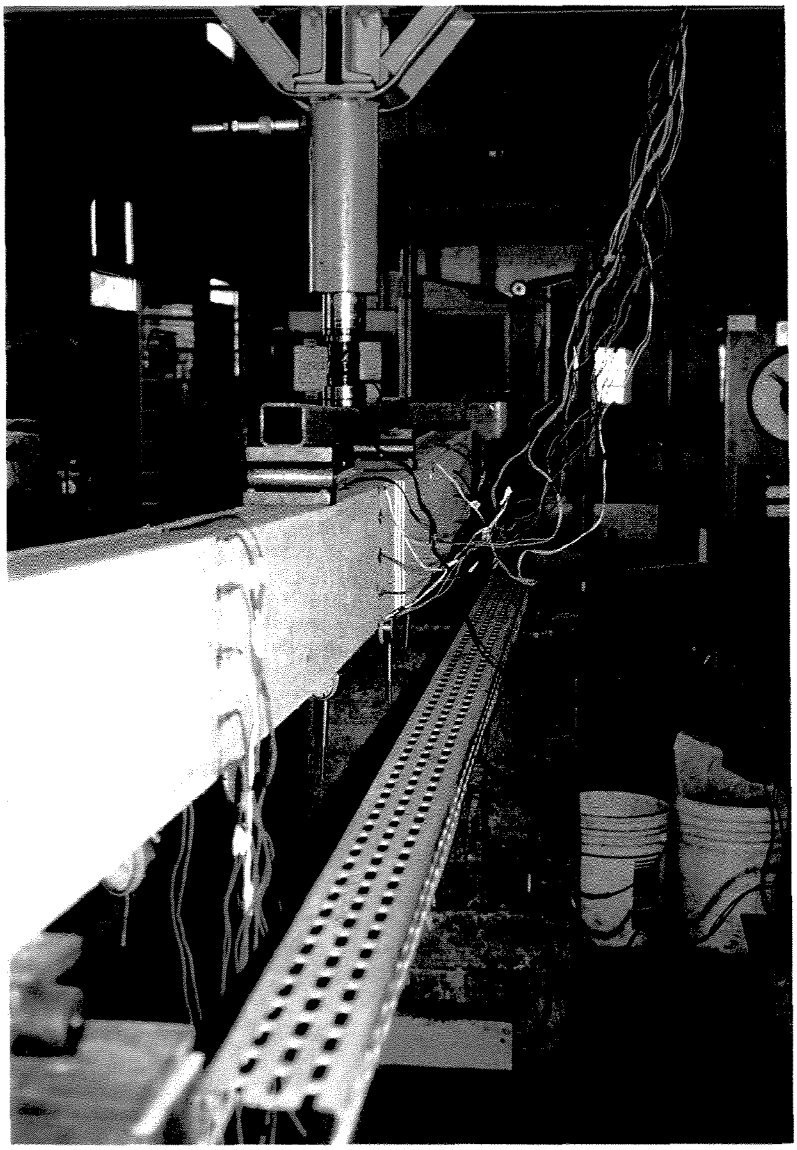


Figura 3.4.3 Modelo M-2 sob uma carga de 10 kN aproximadamente.

3.4.3. Resultados do ensaio

Comparando-se os resultados do ensaio do modelo M-2 com os do modelo M-1, observa-se que no modelo M-2 não houve deslocamento excessivo na seção da emenda, conforme pode ser visto no gráfico mostrado na Figura 3.4.4. Fazendo-se uma comparação entre as fotos mostradas nas Figuras 3.4.3 e 3.3.5, observa-se que sob uma carga menor, o modelo M-1 teve um deslocamento maior na seção da emenda.

Assim como no modelo M-1, as deformações obtidas para as seções situadas em posições simétricas em relação ao meio do vão foram próximas próximas, o que novamente evidencia a eficiência das emendas feitas nas almas.

No item 4 será feita uma análise mais aprofundada dos resultados, quando serão mostrados mais gráficos ilustrativos.

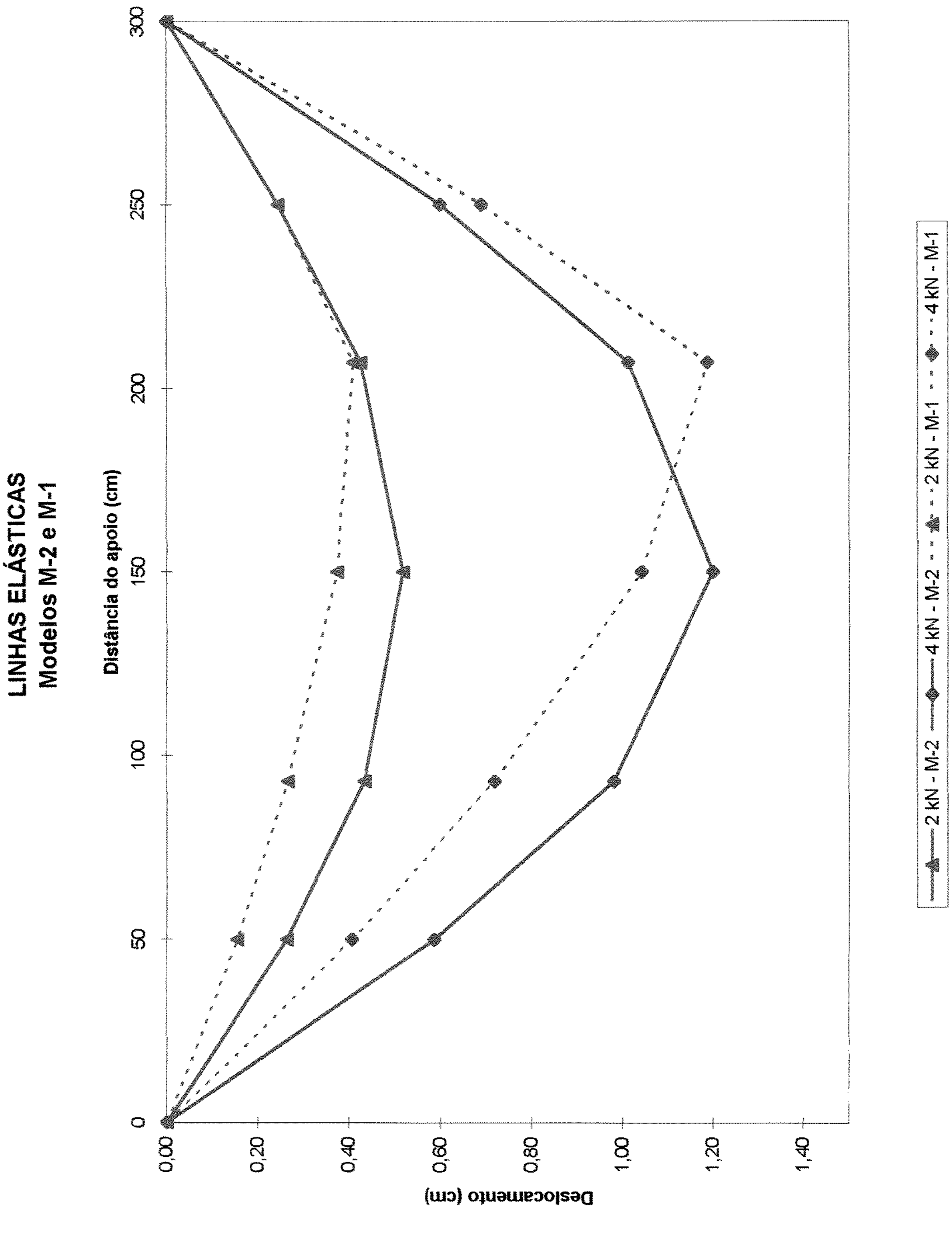


Figura 3.4.4. Comparação entre linhas elásticas obtidas para o modelo M-2 e para o modelo M-1.

3.5. Ensaios especiais

3.5.1. Ensaio especial de compressão tipo I

Este ensaio consiste na compressão longitudinal de corpos de prova elaborados de tal forma a simular a ligação utilizada no modelo M-1 e M-2, tendo sido desenvolvido com o objetivo de se avaliar a transmissão de força entre a madeira e o compensado através da ligação.

3.5.1.1. Descrição do ensaio

Para estes ensaios foi idealizado o corpo de prova mostrado na Figura 3.5.1. Os corpos de prova foram retirados do modelo M-1 depois de ensaiado, e foram denominados CEI-1, CEI-2 e CEI-3.

Em cada um dos corpos de prova foram colados 4 pares de pastilhas para leitura dos deslocamentos com tensotast de base 50 mm, conforme o esquema de ensaio mostrado na Figura 3.5.2.

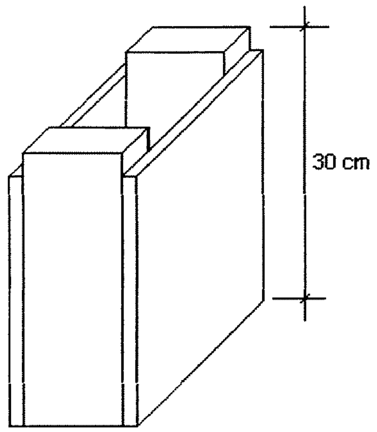


Figura 3.5.1. Esquema dos corpos de prova do ensaio especial de compressão tipo I.

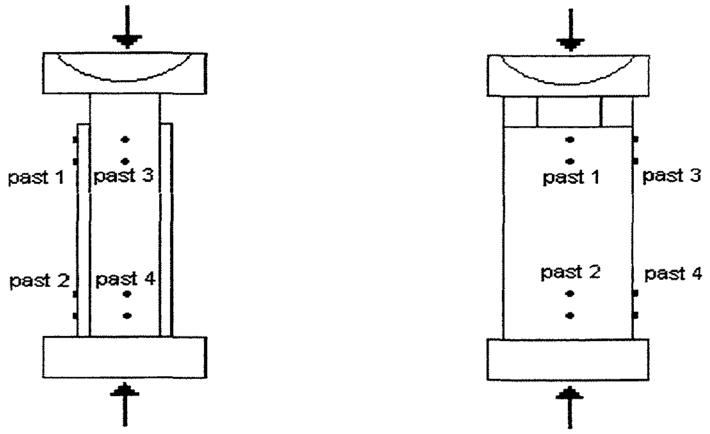


Figura 3.5.2.Esquema do ensaio especial de compressão tipo I

3.5.1.2. Resultados do ensaio

Os resultados deste ensaio foram plotados em diagramas carga x deformação específica, mostrados nas Figuras 3.5.3 a 3.5.5. As linhas contínuas representam as curvas teóricas, admitindo-se um comportamento elástico-linear.

Na extremidade superior do corpo de prova, a carga é aplicada somente nos elementos de madeira, por isso, a deformação teórica pode ser encontrada através de:

$$\varepsilon_1 = \frac{P}{E_1A_1} \qquad (3.5.1)$$

onde: P = carga aplicada;

E_1A_1 = rigidez axial dos elementos de madeira.

Nas partes de compensado a tensão teórica é nula na parte superior. Na extremidade inferior do corpo de prova, teoricamente as deformações nas partes de madeira e de compensado têm o mesmo valor, pela equação de compatibilidade de deslocamentos. Tem-se que:

$$\varepsilon_1 = \frac{P_1}{E_1A_1} = \frac{P}{EA} \qquad (3.5.2.a)$$

e

$$\varepsilon_2 = \frac{P_2}{E_2A_2} = \frac{P}{EA} \qquad (3.5.2.b)$$

onde: P = carga aplicada;

EA = rigidez axial do corpo de prova;

P_1 = parcela de carga atuante na parte de madeira;

E_1A_1 = rigidez axial da parte de madeira;

P_2 = parcela de carga atuante na parte de compensado;

E_2A_2 = rigidez axial da parte de compensado.

Na Tabela 3.5.1 são mostrados os valores da rigidez axial calculados para os elementos de madeira e de compensado, utilizando os valores de módulo de elasticidade obtidos experimentalmente e dados nas Tabelas 3.2.1 e 3.2.2.

Tabela 3.5.1. Rigidez axial das partes de madeira e de compensado

	Módulo de elasticidade (kN/cm^2)	Área (cm^2)	Rigidez axial (kN)
Madeira	1221,89	40	48875
Compensado	282,63	60	16958
Total			65833

Na parte inferior do corpo de prova a carga aplicada é dividida entre as partes de madeira e de compensado, proporcionalmente à rigidez axial de cada parte. Das equações (3.5.2) tem-se:

$$\frac{P_1}{E_1A_1} = \frac{P_2}{E_2A_2} \qquad (3.5.3)$$

Da equação de equilíbrio de forças, tem-se outra relação:

$$P = P_1 + P_2 \qquad (3.5.4)$$

Utilizando-se as equações (3.5.2) e os valores de rigidez axial dados na Tabela 3.5.1, foram calculadas as parcelas de carga atuantes na parte de madeira e de compensado, a partir das deformações obtidas experimentalmente. Os resultados estão mostrados na Tabela 3.5.2, juntamente com os valores teóricos obtidos a partir das equações (3.5.3) e (3.5.4). Os resultados do corpo de prova CEI-1 foram desprezados nesse cálculo pois houve a sobrecarga de um dos lados do corpo de prova, o que deve ter produzido desvios nas leituras.

Tabela 3.5.2. Rigidez axial das partes de madeira e de compensado

	Rigidez axial (kN)	Parcela de carga valor médio experimental (kN)	Parcela de carga valor teórico (kN)
Madeira	48875	80,97%	74,24%
Compensado	16958	19,03%	25,76%
Total	65833	100%	100%

A amostra de corpos de prova foi muito pequena e os resultados obtidos apresentam muita variação, mas observando-se os valores mostrados na Tabela 3.5.2, pode-se notar que a carga transmitida da parte de madeira para a parte de compensado foi menor do que o esperado, o que pode indicar que devido à deformação da ligação houve uma perda da eficiência na transmissão da carga.

Com este ensaio foi possível uma avaliação da distribuição da carga entre as partes do corpo de prova e da transmissão de carga através da ligação, além da observação de outros aspectos.

Após o ensaio foi observado que ocorreu a ruptura à compressão da parte de madeira nos três corpos de prova. Além disso, houve o esmagamento do compensado pela cabeça dos pregos e uma maior deformação dos pregos na região superior da ligação, o que indica que a transmissão de carga através da ligação não foi uniforme.

Este ensaio posteriormente foi modificado para a medida da rigidez da ligação, conforme será visto no item 3.6.

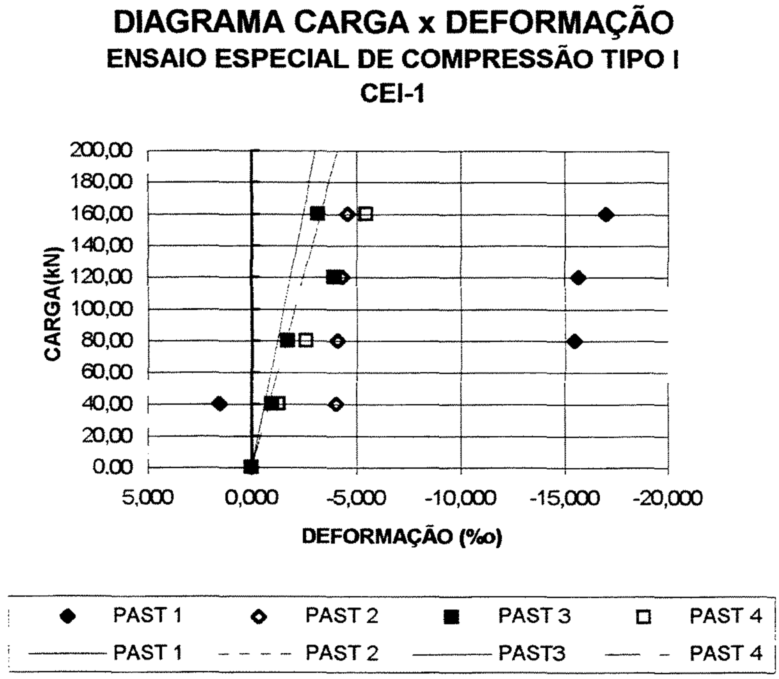


Figura 3.5.3. Diagrama carga x deformação específica para o corpo de prova CEI-1.

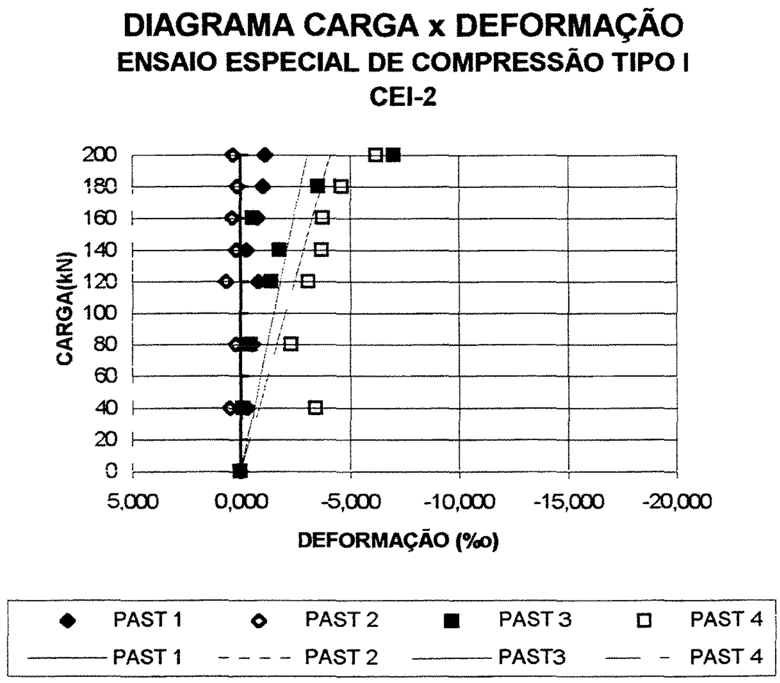


Figura 3.5.4. Diagrama carga x deformação específica para o corpo de prova CEI-2.

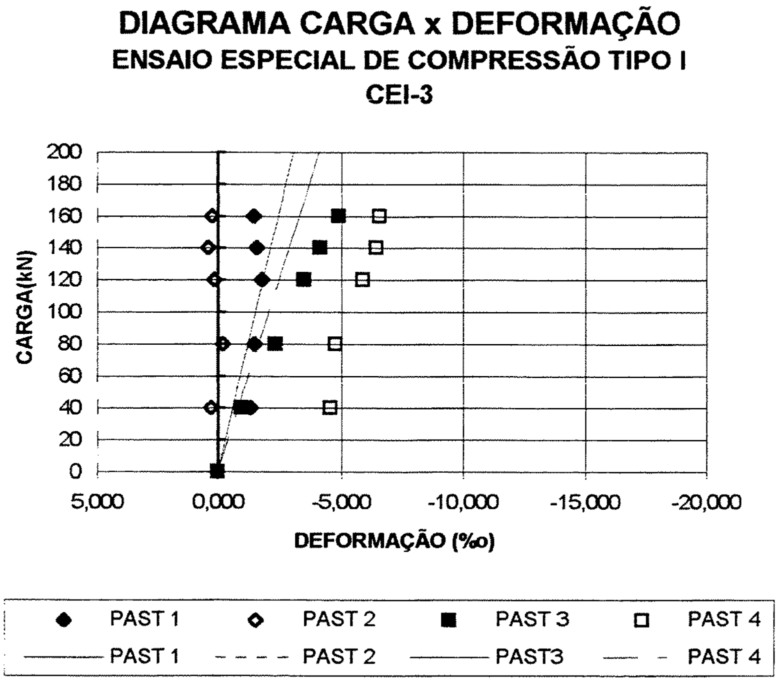


Figura 3.5.5. Diagrama carga x deformação específica para o corpo de prova CEI-3.

3.5.2. Ensaio especial de compressão tipo II

Este ensaio consiste na compressão longitudinal de corpos de prova com a mesma seção do modelo M-1, tendo sido desenvolvido com o objetivo de se avaliar o comportamento do conjunto de elementos de madeira e compensado à compressão, a estabilidade do compensado e outros aspectos como o arrancamento dos pregos.

3.5.2.1. Descrição do ensaio

Para este ensaio foi idealizado o corpo de prova mostrado na Figura 3.5.6. Os corpos de prova foram retirados do modelo M-1 depois de ensaiado, e foram denominados CEII-1, CEII-2 e CEII-3.

Em cada corpo de prova foram colados cinco extensômetros, dois colados na madeira e três no compensado, conforme o esquema do ensaio mostrado na Figura 3.5.7.

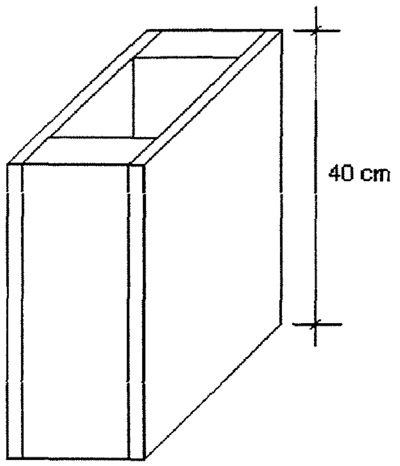


Figura 3.5.6. Esquema dos corpos de prova do ensaio especial de compressão tipo II.

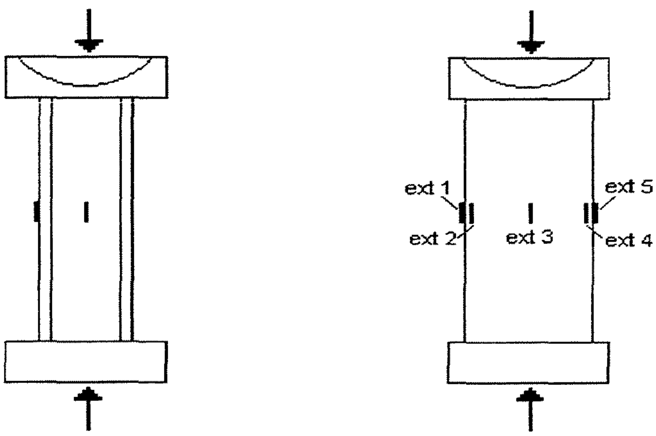


Figura 3.5.7. Esquema do ensaio especial de compressão tipo II.

3.5.2.2. Resultados do ensaio

Os resultados do ensaio foram plotados em diagramas carga x deformação específica, mostrados nas Figuras 3.5.8 a 3.5.10. As linhas contínuas são as curvas teóricas, admitindo-se um comportamento elástico-linear. Para o cálculo dos valores teóricos das deformações, foi multiplicado o valor da carga aplicada pela rigidez axial do corpo de prova, dado na Tabela 3.5.1.

Admitindo-se a distribuição teórica da carga aplicada entre as partes de madeira e de compensado dada na Tabela 3.5.2, foi calculado a partir das deformações obtidas experimentalmente e através de uma regressão linear, a rigidez axial experimental de cada parte, para cada corpo de prova. O desvio entre os valores obtidos e os valores teóricos utilizados no cálculo não foi maior que 1%. Os resultados são mostrados na Tabela 3.5.4.

Tabela 3.5.3. Rigidez axial das partes de madeira e compensado: valores teóricos e obtidos experimentalmente, em kN.

	CEII-1	CEII-2	CEII-3	valor médio	valor teórico	desvio
EA	60638	47425	87696	65253	65833	0,881%
E_1A_1	45018	35209	65105	48444	48875	0,883%
E_2A_2	15620	12217	22590	16809	16958	0,877%

Através dos resultados, observa-se que os valores teóricos utilizados no cálculo das parcelas de carga foram confirmados experimentalmente.

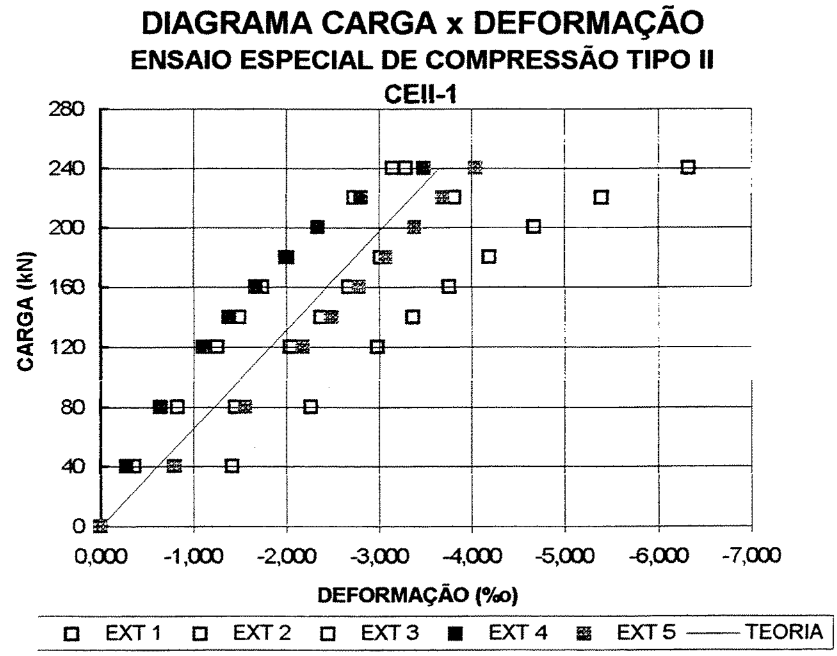


Figura 3.5.8. Diagramas carga x deformação para o corpo de prova CEII-1.

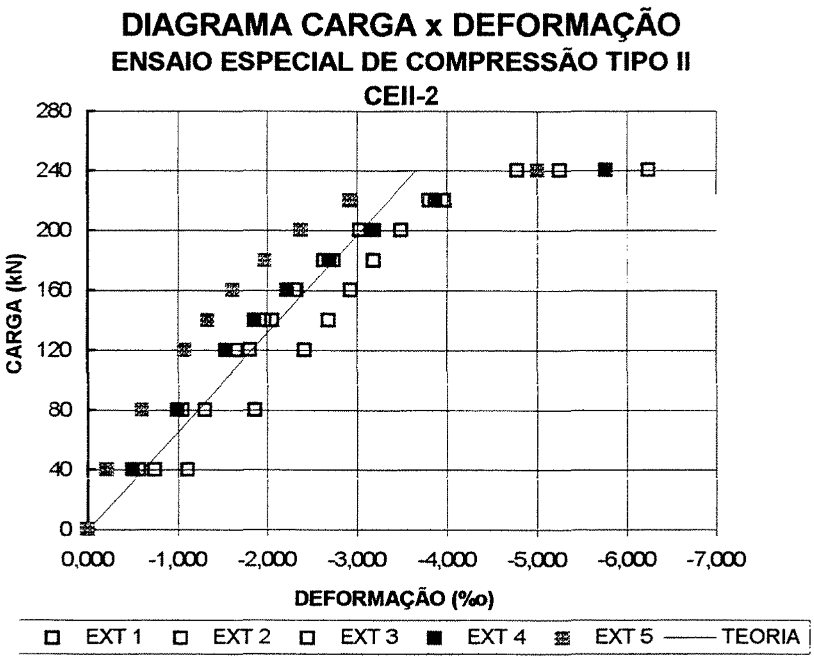


Figura 3.5.9. Diagramas carga x deformação para o corpo de prova CEII-2.

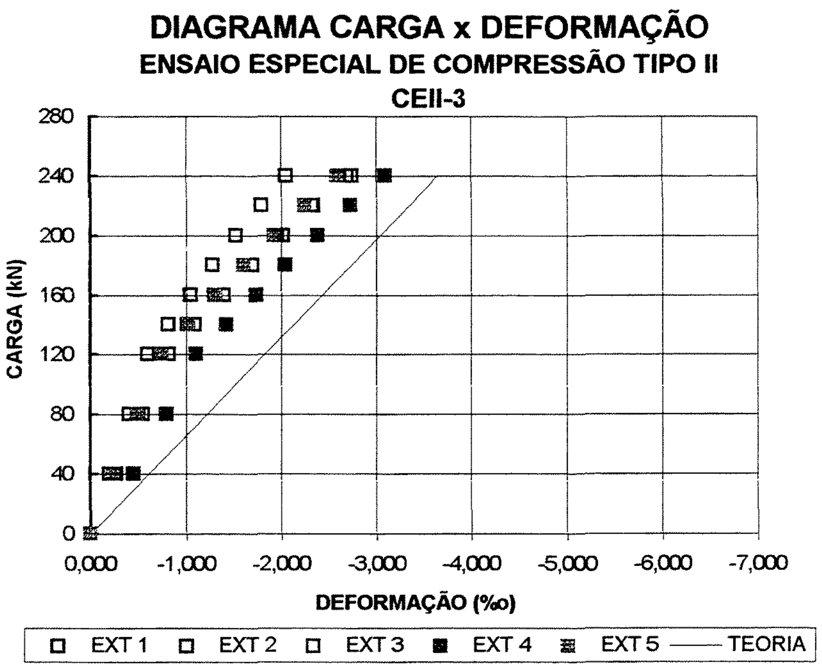


Figura 3.5.10. Diagramas carga x deformação para o corpo de prova CEII-3.

Após o ensaio foi observado que o corpo de prova CEII-1 sofreu ruptura por compressão em uma das partes de compensado e instabilidade localizada em um ponto na outra, tendo ocorrido nesse ponto o arrancamento dos pregos. No mesmo corpo de prova uma das partes de madeira sofreu ruptura por compressão na extremidade.

O corpo de prova CEII-2 sofreu ruptura em uma parte de compensado e em uma parte de madeira.

Já o corpo de prova CEII-3 sofreu ruptura em uma das partes de madeira e as partes de compensado sofreram ruptura em vários pontos, com o descolamento das lâminas do compensado. Antes da ruptura foi possível notar um abaulamento localizado, com o arrancamento dos pregos. A Figura 3.5.11 mostra uma foto da ruptura do corpo de prova CEII-3.

As cargas de ruptura para os corpos de prova CEII-1, CEII-2 e CEII-3 foram 250, 255 e 256 kN, respectivamente. Utilizando-se a distribuição teórica da carga aplicada dada na Tabela 3.5.2, tem-se que as respectivas tensões de ruptura no compensado foram 1,07, 1,09 e 1,10 kN/cm^2, sendo 1,09 kN/cm^2 o valor médio. O valor médio da resistência à compressão obtida para o compensado, dado na Tabela 3.2.1, foi 1,45 kN/cm^2. Pode-se observar que a ocorrência da instabilidade local no compensado ocorre relativamente nas proximidades de sua ruptura por compressão, mesmo sendo o compensado um elemento esbelto no corpo de prova utilizado. Os pregos serviram como apoio para a chapa diminuindo a possibilidade de ocorrência de instabilidade local.

Com esses ensaios especiais foi possível fazer muitas observações importantes, que foram utilizadas na análise dos resultados dos ensaios realizados posteriormente.

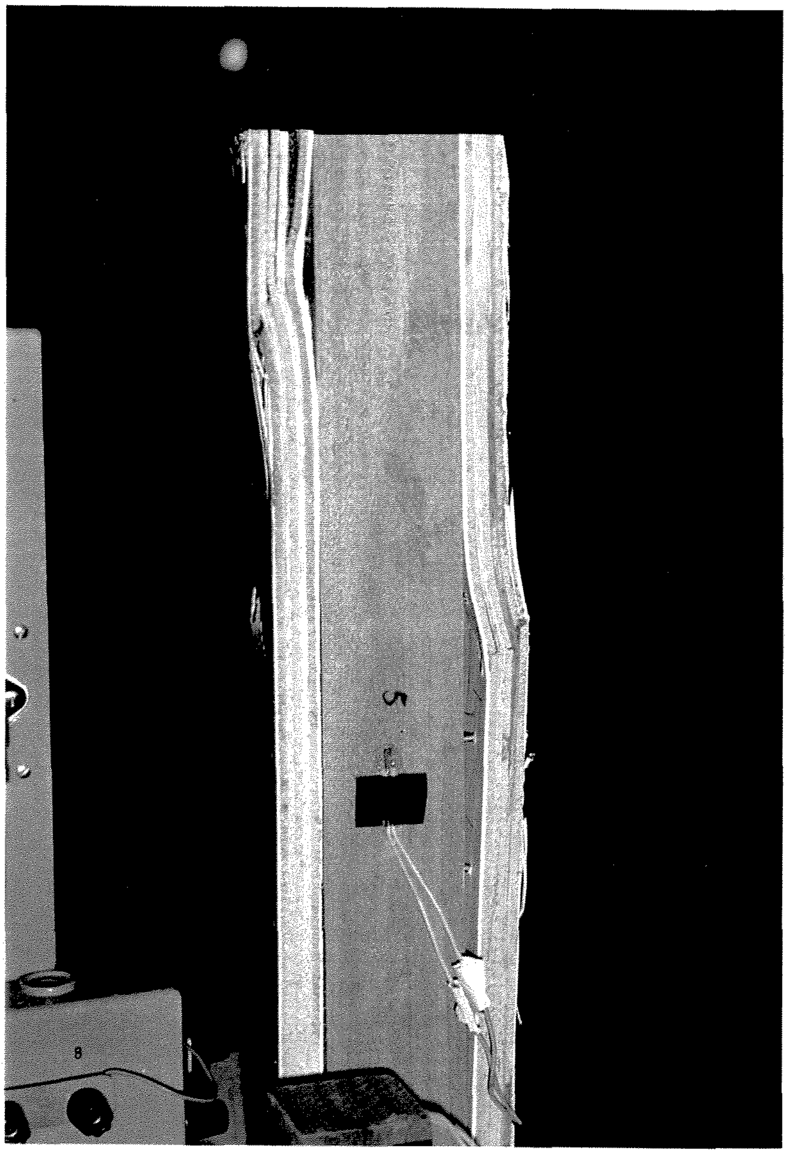


Figura 3.5.11. Ruptura de um dos corpos de prova no ensaio especial de compressão tipo II.

3.6. Ensaios adaptados da ligação

Este ensaio teve como objetivo o melhor conhecimento das características de rigidez da ligação utilizada nos modelos. Como não foi possível a realização de um programa mais amplo de ensaios de ligação, foi idealizado um ensaio no qual fosse possível a medida da carga transmitida pela ligação e do deslocamento longitudinal relativo entre os elementos, utilizando corpos de prova que pudessem ser retirados dos próprios modelos.

3.6.1. Descrição dos ensaios

Os corpos de provas são semelhantes aos do ensaio de compressão especial do tipo I com a única diferença de que foram retirados do modelo M-2. Conforme já foi mencionado anteriormente, a vantagem da utilização desses corpos de prova é a facilidade em sua obtenção, além de reproduzir a ligação tal como é no modelo.

O esquema do ensaio está mostrado na Figura 3.6.1. Foram utilizados dois relógios comparadores com precisão de 0,01 mm, um para medir o deslocamento longitudinal num dos elementos de madeira e outro, num dos elementos de compensado. O deslocamento longitudinal relativo entre os elementos é fornecido pela diferença entre as medidas.

A carga foi aplicada em intervalos regulares para a realização das leituras, até a ruptura. Foram ensaiados três corpos de prova, denominados L-1, L-2 e L-3.

Da mesma forma que no ensaio de compressão especial do tipo I, uma parte da carga aplicada na área de madeira é transmitida para a área de compensado. O corpo de prova possui quatro ligações, portanto, a carga transmitida através da ligação corresponde à quarta parte da carga atuante na área de compensado. Novamente está sendo admitido que a transmissão de carga é uniforme ao longo da ligação.

A carga atuante em cada elemento na parte inferior do corpo de prova é proporcional à sua rigidez axial. Assim, são válidas as equações (3.5.1) a (3.5.4).

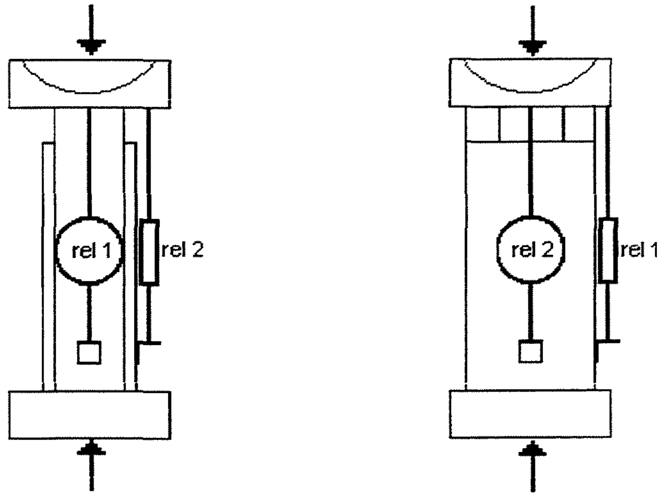


Figura 3.6.1. Esquema dos ensaios adaptados da ligação.

Os valores da rigidez axial de cada área foram calculados, tendo sido utilizados os valores dos módulos de elasticidade obtidos através dos ensaios de caracterização, dados nas Tabelas 3.2.1 e 3.2.2, item 3.2. Em seguida foi calculada a carga atuante em cada área, utilizando-se as equações (3.5.1) a (3.5.4). Na Tabela 3.6.1 são mostrados os resultados.

Tabela 3.6.1. Distribuição da carga aplicada entre as áreas de madeira e de compensado segundo sua rigidez axial, nos ensaios adaptados da ligação.

	Módulo de elasticidade (kN/cm^2)	Área (cm^2)	Rigidez axial (kN)	Carga (%)
Madeira	1221,886	56	684256	80,14%
Compensado	282,633	60	169580	19,86%
Total			853836	100%

Uma vez sendo conhecida a carga transmitida pela ligação e sendo medido o deslocamento longitudinal relativo entre os elementos, é possível obter uma informação sobre a rigidez da ligação.

3.6.2. Resultados dos ensaios

A partir dos resultados obtidos nos ensaios foram construídos diagramas carga x deslocamento longitudinal relativo para os três corpos de prova, mostrados nas Figuras 3.6.2 a 3.6.4.

Para cada diagrama, foi ajustada uma reta no trecho linear, e a partir de seu coeficiente angular foi obtido o módulo de deslizamento da ligação.

Cada corpo de prova possui um comprimento de 30 cm, e como a ligação tem um espaçamento de 5 cm e os pregos extremos distam 2,5 cm da extremidade, em cada ligação do corpo de prova há seis pregos. O módulo de deslizamento obtido expressa a relação entre a carga transmitida pelos seis pregos e o deslocamento longitudinal relativo entre os elementos. Esse módulo de deslizamento será chamado de K_6.

O módulo de deslizamento de uma ligação com as mesmas características, mas constituída de apenas um prego, é dado por:

$$K = \frac{K_6}{6}$$

Para uma ligação equivalente com as mesmas características, na qual os conectores sejam uniformemente distribuídos no comprimento da ligação, o módulo de deslizamento equivalente pode ser obtido através da seguinte expressão[1]:

$$\overline{K} = \frac{K}{5}$$

A Tabela 3.6.2 mostra os resultados obtidos para o módulo de deslizamento equivalente da ligação.

[1] Uma ligação equivalente é aquela que resulta no mesmo deslocamento longitudinal relativo quando é aplicada a mesma carga. No caso de uma ligação equivalente com conectores uniformemente distribuídos, o módulo de deslizamento equivalente é expresso por unidade de comprimento da ligação, isto é, kN/cm^2. Sobre o módulo de deslizamento equivalente, ver o item 2.5.

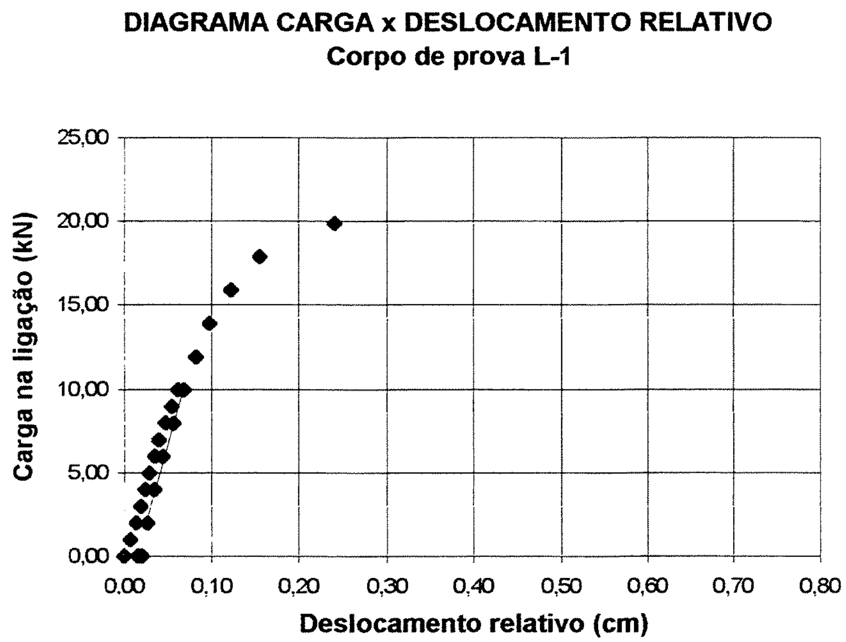


Figura 3.6.2. Diagrama carga x deslocamento longitudinal relativo para o corpo de prova L-1.

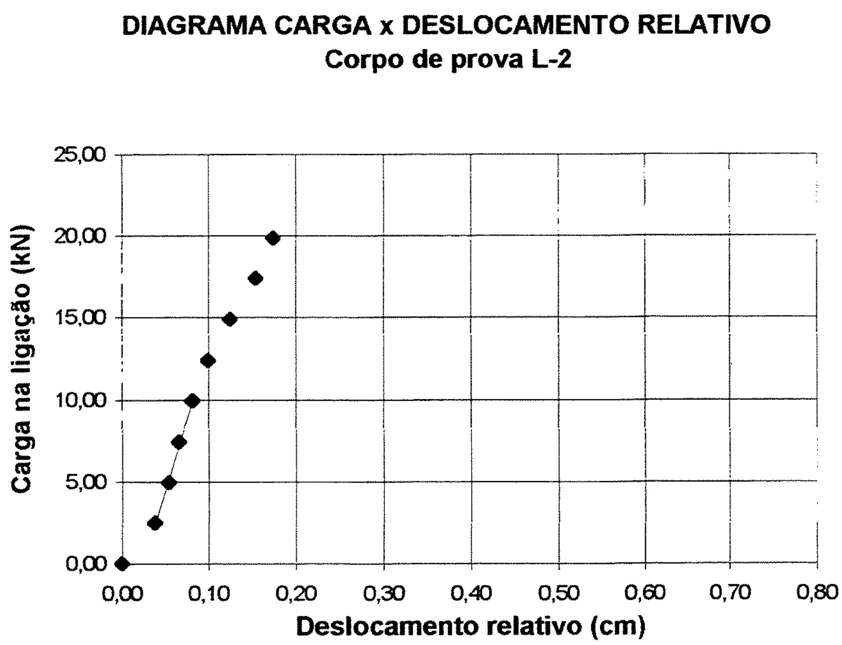


Figura 3.6.3. Diagrama carga x deslocamento longitudinal relativo para o corpo de prova L-2.

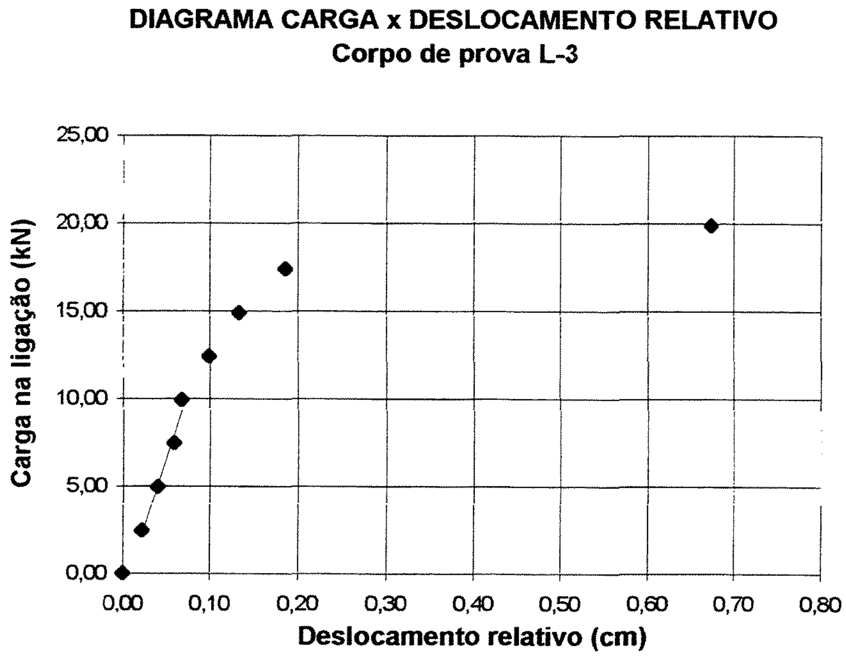


Figura 3.6.4. Diagrama carga x deslocamento longitudinal relativo para o corpo de prova L-3.

Tabela 3.6.2. Módulo de deslizamento da ligação, obtido a partir dos resultados dos ensaios adaptados de ligação.

	Corpo de prova L-1	Corpo de prova L-2	Corpo de prova L-3	Média
K_6 (kN/cm)	186,11	163,09	131,03	160,08
K (kN/cm)	31,02	27,18	21,84	26,68
$\overline{K}$ (kN/cm^2)	6,20	5,44	4,37	5,34

A partir dos resultados dos ensaios foram construídos ainda, para os três corpos de prova, diagramas carga x deformação específica, mostrados nas Figuras 3.6.5 a 3.6.7. A partir desses diagramas foi retirada a carga de ruptura para cada corpo de prova, segundo o procedimento indicado em ALMEIDA, CALIL JR. e FUSCO (1996.b).

A Tabela 3.6.3 mostra as cargas de ruptura da ligação obtidas[2], e ainda, as cargas correspondentes ao limite de proporcionalidade da ligação, obtidas a partir dos mesmos diagramas.

Tabela 3.6.3. Carga de ruptura e limite de proporcionalidade da ligação, obtidos a partir dos resultados dos ensaios adaptados da ligação.

	Corpo de prova L-1	Corpo de prova L-2	Corpo de prova L-3	Média
Carga de ruptura (kN)	17,78	20	16,44	18,07
Limite de Proporcionalidade (kN)	10	10	10	10
Carga de ruptura (kN/cm)	0,59	0,67	0,55	0,60
Limite de Proporcionalidade (kN/cm)	0,33	0,33	0,33	0,33

Os resultados mostram que este ensaio foi satisfatório para a determinação das características de rigidez da ligação, tendo sido obtidos valores coerentes para os três corpos de prova.

O resultado obtido para o módulo de deslizamento equivalente, 5,34 kN/cm^2, foi comparado com o valor teórico calculado segundo o modelo da fundação elástica visto anteriormente no item 2.5. Usando o valor indicado por KUENZI para o módulo de fundação, 25,4 mm, o valor teórico obtido foi 1,62 kN/cm^2. Como não se tem certeza sobre esse valor da profundidade da fundação para espécies brasileiras, não se pode fazer uma comparação entre os valores. Na análise dos resultados dos ensaios de flexão, que será feita mais adiante será utilizado o valor obtido experimentalmente.

[2] Para o corpo de prova L-2 esse valor foi estimado, pois a ruptura por compressão da madeira ocorreu antes da ruptura da ligação.

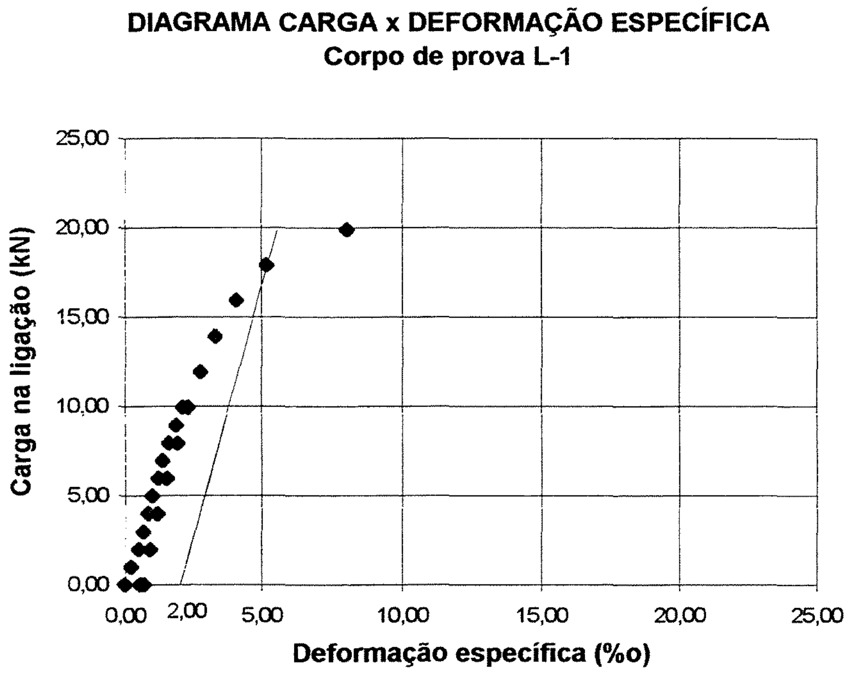


Figura 3.6.5. Diagrama carga x deformação específica para o corpo de prova L-1.

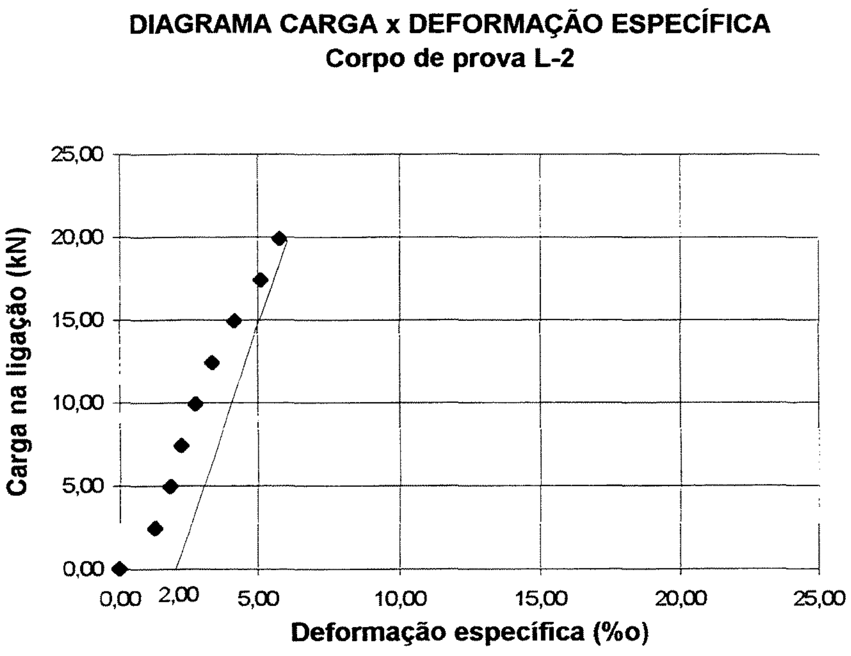


Figura 3.6.6. Diagrama carga x deformação específica para o corpo de prova L-2.

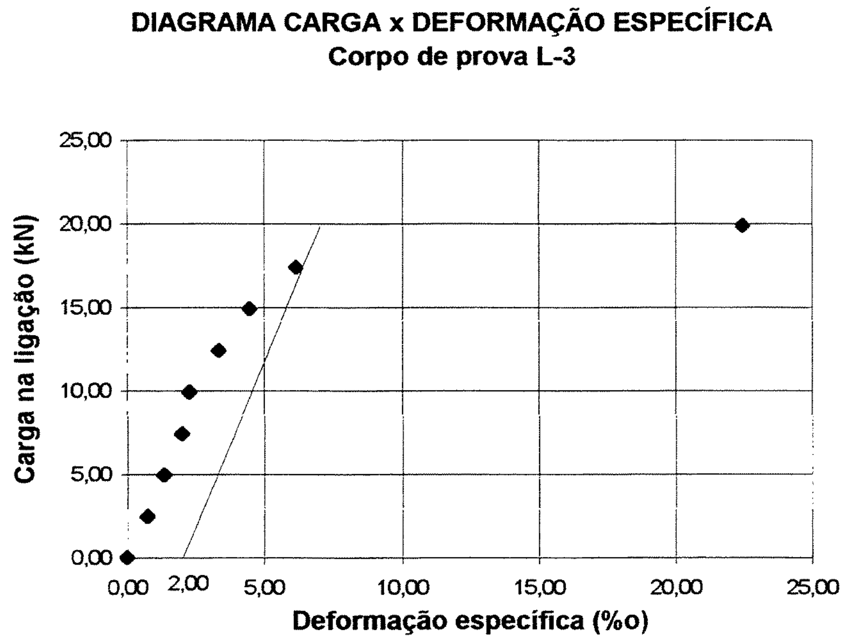


Figura 3.6.7. Diagrama carga x deformação específica para o corpo de prova L-3.

3.7. Ensaios de flexão dos modelos M-3 e M-3A

3.7.1. Descrição dos modelos

A diferença principal entre o modelo M-3 e os modelos M-2 e M-1, é a altura e a espessura da alma. Este modelo foi construído com o objetivo de se fazer uma investigação da estabilidade em um modelo com uma seção mais esbelta.

A seção do modelo M-3 é mostrada na Figura 3.7.1. Na Tabela 3.7.1 estão mostradas suas características. O modelo M-3A é o próprio modelo M-3, mas com o espaçamento entre os pregos diminuído de 5 para 2,5 cm.

No modelo M-3 foi feita a emenda das almas, da mesma forma como nos modelos anteriores. Não foram utilizados enrijecedores. Os enrijecedores foram colocados no modelo M-4, idêntico ao modelo M-3, com o objetivo de uma investigação da influência dos mesmos.

Tabela 3.7.1. Características do modelo M-3.

Espécie da mesa:	Angico preto
Espécie da alma:	Compensado de Virola
Altura:	30,0 cm
Altura das mesas:	4,0 cm
Largura das mesas:	5,0 cm
Espessura das almas:	1,2 cm
Espaçamento dos pregos:	5,0 cm
Pregos utilizados:	15x21
Diâmetro dos pregos:	2,4 mm
Comprimento dos pregos:	41 mm
Vão livre do modelo:	300 cm

As propriedades da madeira e da chapa de compensado utilizadas no modelo encontra-se nas Tabelas 3.2.1 a 3.2.4, item 3.2.

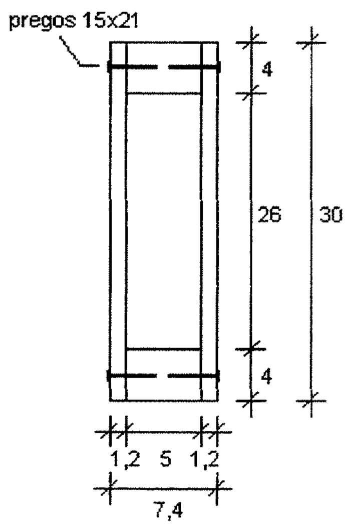


Figura 3.7.1. Seção transversal do modelo M-3 (medidas em cm).

3.7.2. Descrição dos ensaios

O esquema de montagem foi idêntico nos ensaios dos modelos M-3 e M-3A, e está mostrado na Figura 3.7.2. Os pontos de leitura são mostrados na mesma figura.

Foram medidos os deslocamentos em três seções, utilizando-se seis relógios comparadores com precisão de 0,01 mm, dois em cada seção. Em cada uma foi colocado um relógio comparador embaixo de uma das almas e outro embaixo da mesa.

Além disso, foram colocados dois relógios com precisão de 0,001 mm para medir os deslocamentos laterais, um em cada apoio. As deformações foram medidas com 15 extensômetros da marca KYOWA com resistência aproximada de 120Ω.

A carga foi sendo aplicada de 1 em 1 kN, até 10 kN, tendo sido feitos dois carregamentos. Não houve a ruptura do modelo M-3 porque ele modificado e ensaiado novamente. Durante o ensaio não houve sinal de instabilidade local das almas, e o deslocamento lateral do modelo foi quase imperceptível.

Depois de ensaiado, o modelo M-3 foi retirado para a colocação de mais pregos, tendo sido o espaçamento diminuído de 5 para 2,5 cm. O novo modelo foi denominado M-3A.

Os pregos foram colocados em duas fileiras, com o objetivo de se diminuir o risco de fendilhamento da madeira.

Este ensaio poderia ser considerado como uma segunda fase do ensaio M-3, porém, foi feita esta separação para facilitar a análise dos resultados.

O esquema do ensaio e os pontos de leitura são os mesmos do ensaio do modelo M-3, e são mostrados na Figura 3.7.2.

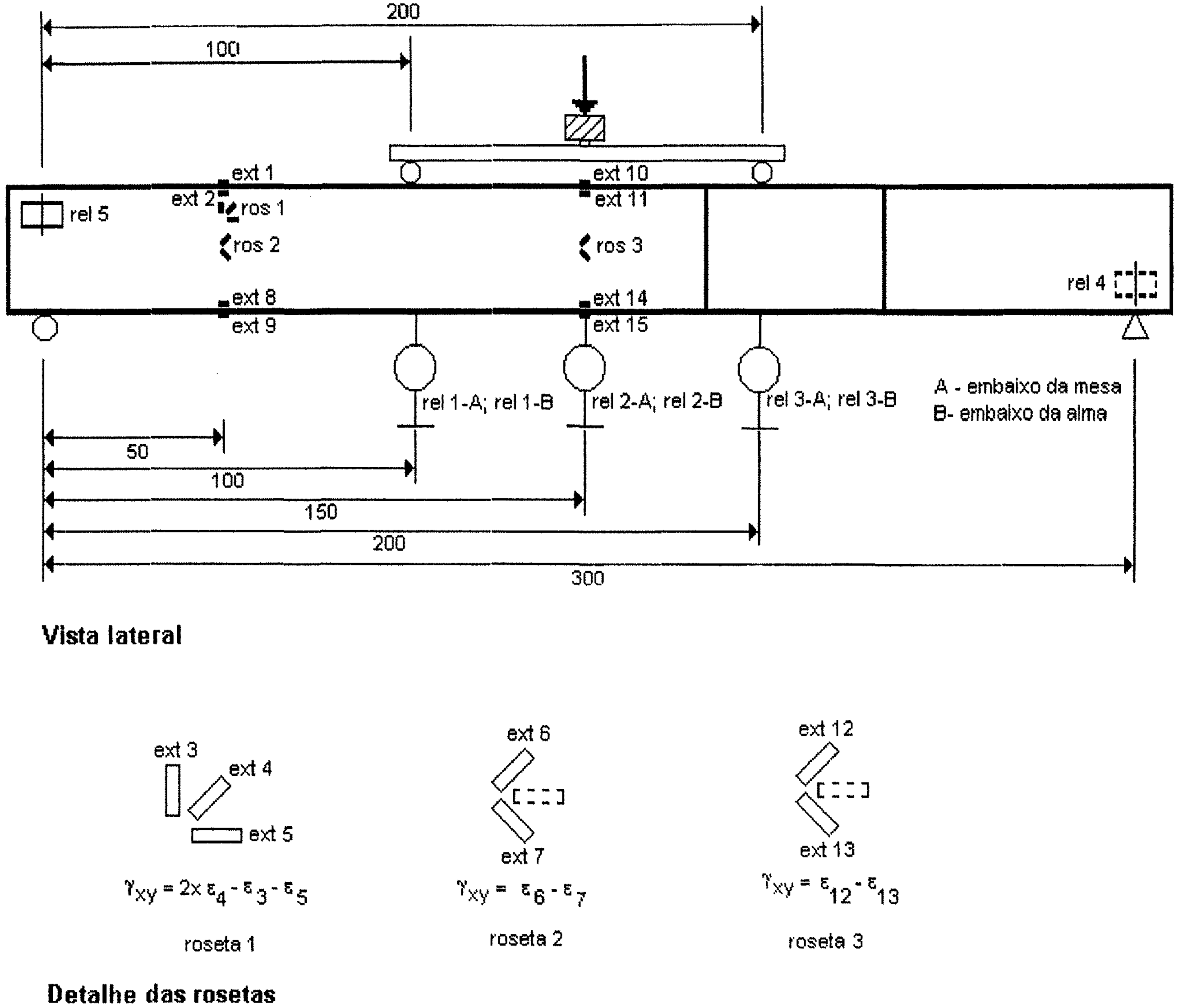
A carga foi sendo aplicada de 2 em 2 kN até 14 kN, tendo sido feitos dois carregamentos. Finalmente o perfil metálico foi retirado e a carga foi aplicada de 5 em 5 kN, até a ruptura da chapa de compensado, na região tracionada. A ruptura do modelo ocorreu em 20 kN aproximadamente.

A Figura 3.7.3 mostra uma foto do modelo M-3, posteriormente modificado para o modelo M-3A, logo depois de sua montagem. A Figura 3.7.4 mostra uma foto do modelo M-3A no momento da ruptura. Observa-se que não houve problemas de instabilidade lateral, apesar de não ter sido feito o contraventamento.

3.7.3. Resultados dos ensaios

No item 4 será feita a análise dos resultados, quando serão apresentados gráficos para facilitar a visualização dos mesmos e ressaltar as observações mais importantes. Será feita uma comparação dos resultados de ambos os modelos com a teoria e uma comparação entre os resultados dos dois modelos, para verificar experimentalmente a influência da diminuição do espaçamento dos pregos.

Figura 3.7.3. Esquema dos ensaios dos modelos M-3 e M-3A (medidas em cm).



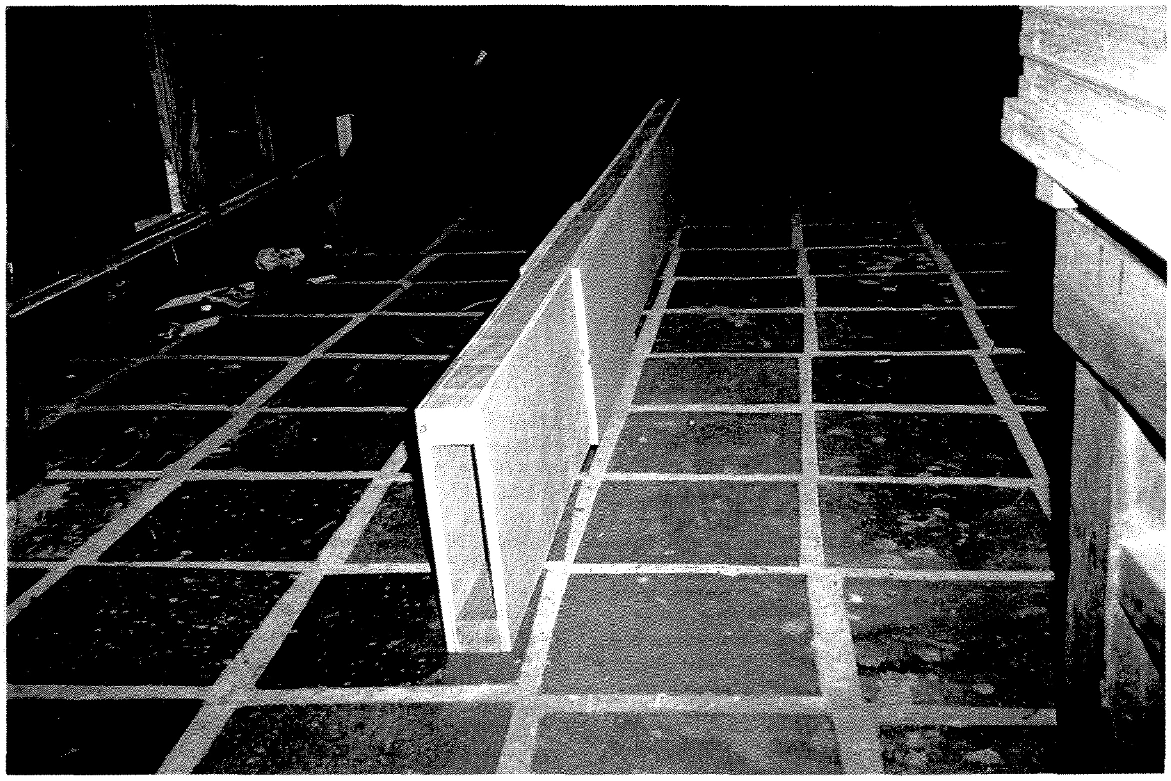


Figura 3.7.3. Modelo M-3.

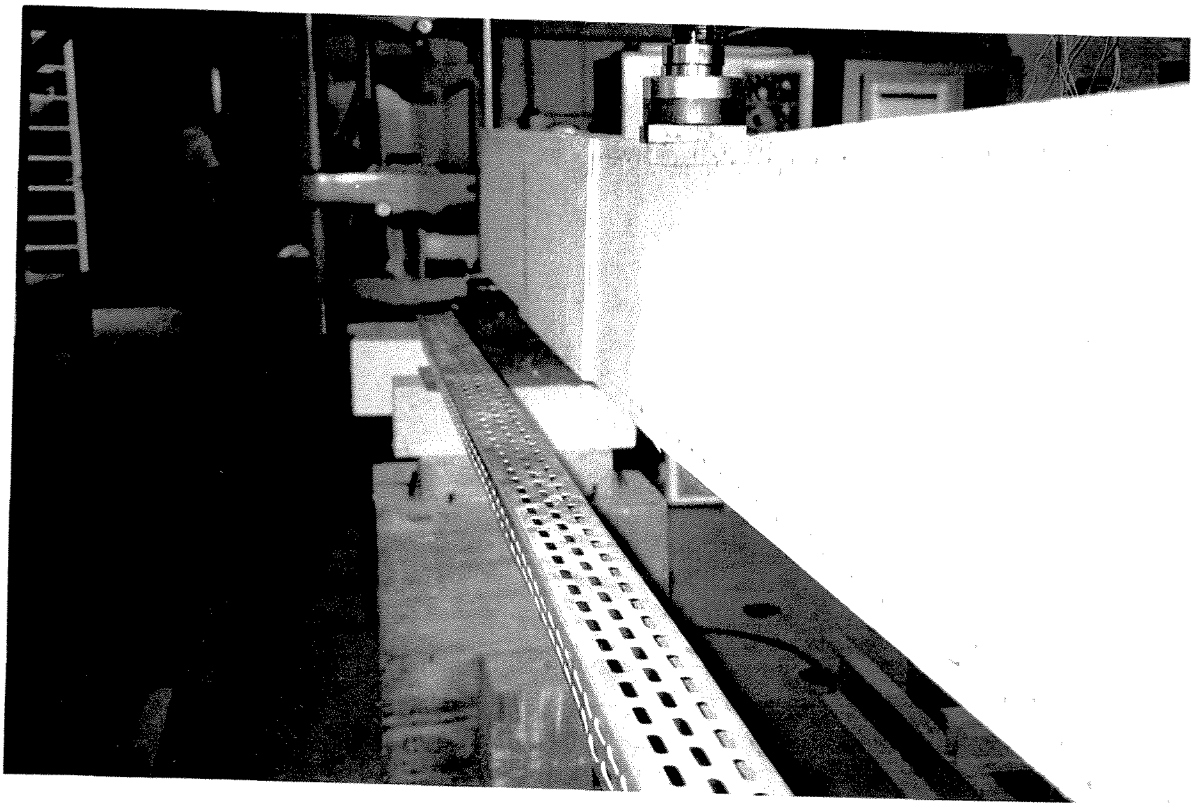


Figura 3.7.4. Modelo M-3A no momento da ruptura do compensado na região tracionada.

3.8. Ensaios de flexão dos modelos M-4 e M-4A

O modelo M-4 é idêntico ao modelo M-3, a não ser pelos enrijecedores, tendo sido construído com o objetivo de se fazer uma investigação da influência dos mesmos no comportamento dos modelos.

A seção do modelo M-4 é mostrada na Fig. 3.8.1. Na Tabela 3.8.1 estão resumidas suas características. Os enrijecedores foram colocados com um espaçamento de duas vezes a altura do modelo, isto é, 60 cm.

Assim como o modelo M-3A o modelo M-4A é o próprio modelo M-4 modificado, tendo sido o espaçamento entre os pregos diminuído de 5 para 2,5 cm.

Quadro 3.8.1. Características do modelo M-4.

Espécie da mesa:	Angico
Espécie da alma:	Compensado de Virola
Altura:	30 cm
Altura das mesas:	4 cm
Largura das mesas:	5 cm
Espessura das almas:	1.2 cm
Espaçamento dos pregos:	5 cm
Pregos utilizados:	15x21
Diâmetro dos pregos:	2,4 mm
Comprimento dos pregos:	41 mm
Vão livre do modelo:	300 cm
Espaçamento entre enrijecedores	60 cm

As propriedades da madeira e da chapa de compensado utilizadas no modelos encontram-se nas Tabelas 3.2.1 a 3.2.4, item 3.2.

O esquema de montagem dos ensaios dos modelos M-4 e M-4A foi o mesmo dos modelos M-3 e M-3A, por isso, não será descrito em detalhe.

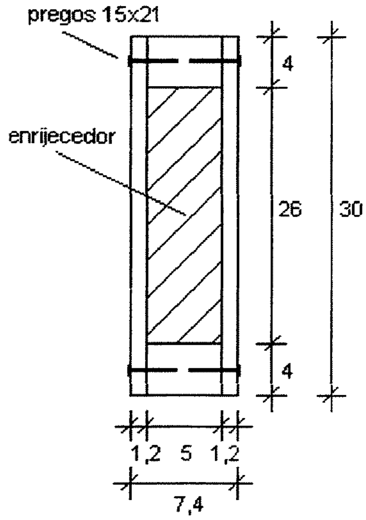


Figura 3.8.1. Seção transversal do modelo M-3 (medidas em cm).

O esquema dos ensaios, assim como os pontos de leitura são mostrados na Figura 3.7.2, item 3.7. No modelo M-4 a carga foi sendo aplicada de 2 em 2 kN, até 14 kN, tendo sido feitos dois carregamentos.

Novamente, durante o ensaio não houve sinal de instabilidade local das almas, e o deslocamento lateral do modelo foi quase imperceptível.

Conforme já foi mencionado, o modelo M-4 foi retirado para a colocação de mais pregos. O espaçamento foi diminuído de 5 para 2,5 cm e o novo modelo foi denominado M-4A.

No ensaio do modelo M-4A, a carga foi sendo aplicada de 2 em 2 kN, assim como no ensaio do modelo M-4, até 14 kN, tendo sido feitos dois carregamentos. Finalmente o perfil metálico foi retirado e a carga foi aplicada de 5 em 5 kN, até a ruptura, novamente da chapa de compensado na região tracionada. A ruptura do modelo ocorreu em 22,25 kN aproximadamente.

No item 4 será feita a análise dos resultados. Será feita a comparação dos resultados de ambos os modelos com a teoria, a comparação entre os resultados dos modelos M-3 e M-4, para verificar a influência dos enrijecedores, e ainda, a comparação entre os resultados dos modelos M-4 e M-4A, para a obtenção de mais dados sobre a influência da diminuição do espaçamento entre os pregos.

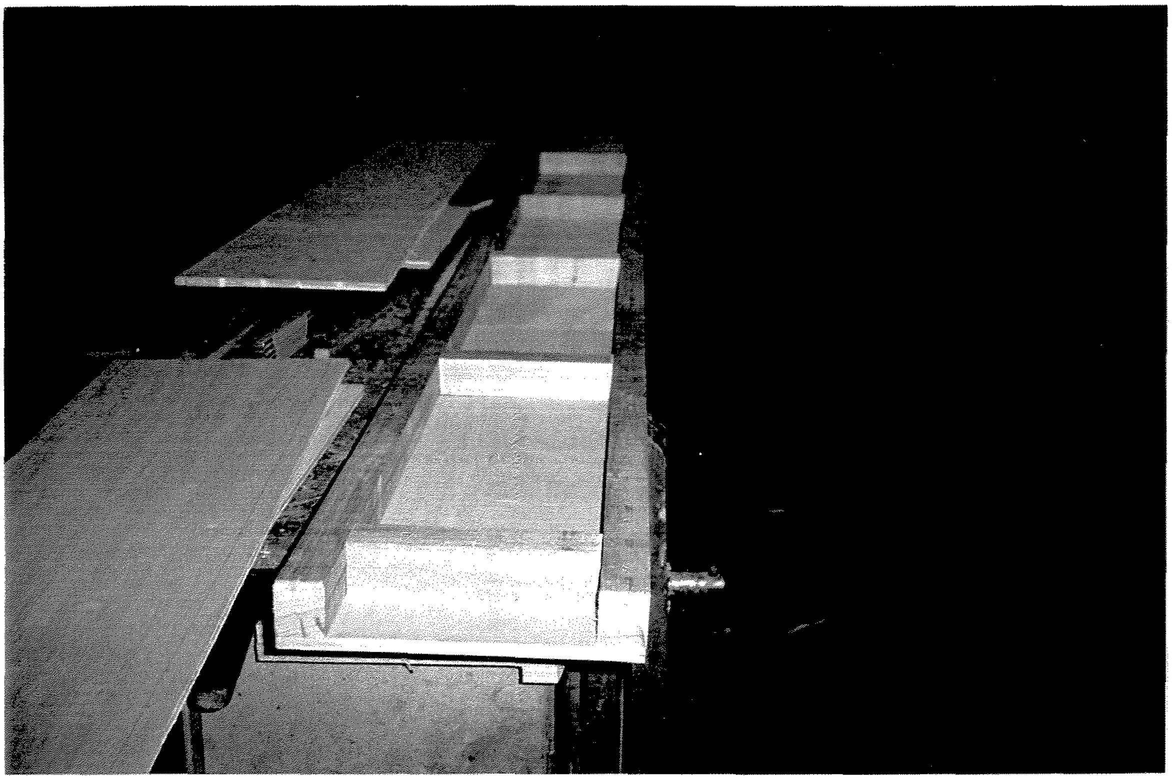


Figura 3.8.2. Detalhe dos enrijecedores colocados no modelo M-4.

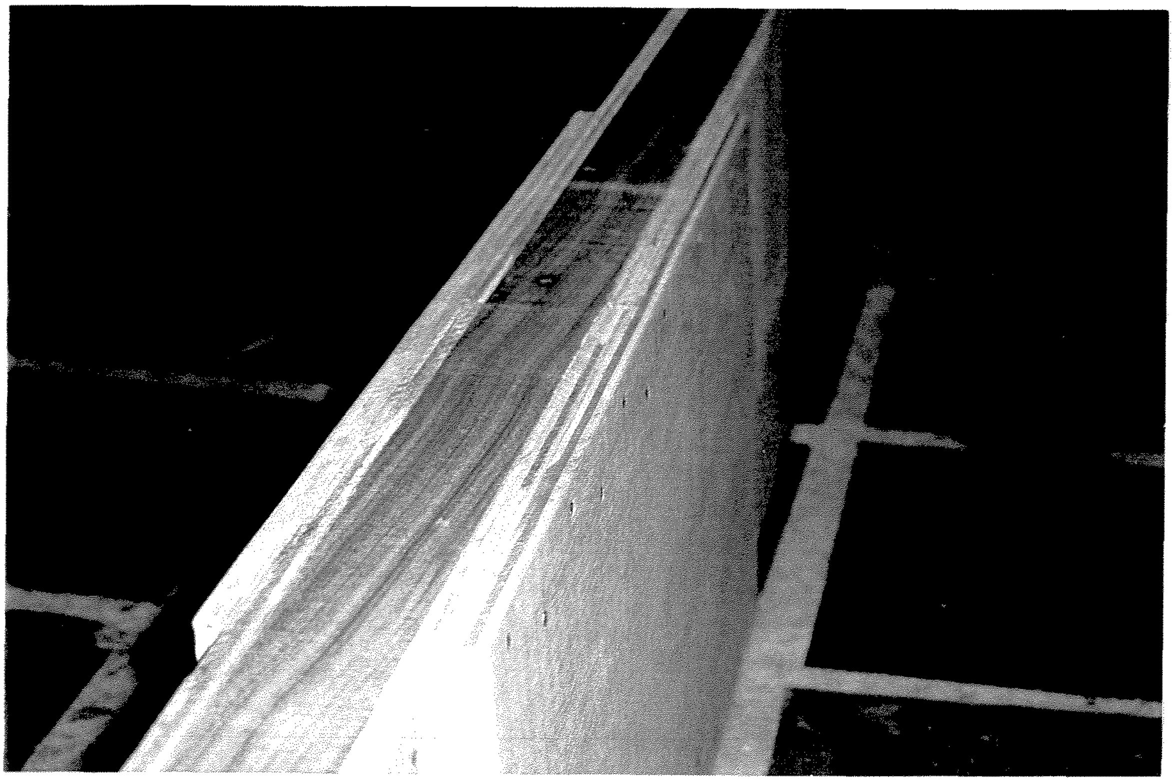


Figura 3.8.3. Detalhe mostrando a emenda das almas.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para facilitar a visualização e a análise dos resultados foram construídos gráficos para mostrar os aspectos mais importantes do comportamento dos modelos.

Inicialmente foram comparados os resultados com a teoria. A partir das deformações obtidas experimentalmente, foram calculadas as tensões, tendo sido usados os valores de módulo de elasticidade obtidos no item 2.2. As tensões obtidas "experimentalmente" foram comparadas com os correspondentes valores teóricos, calculados com as equações desenvolvidas no item 2.2.4.

Para a obtenção das deformações tangenciais, foram montadas três rosetas nos modelos M-3 e M-4. Essas rosetas foram posicionadas de forma a permitir a análise da distribuição das tensões tangenciais na seção e no comprimento da viga.

As linhas elásticas obtidas experimentalmente foram comparadas com as teóricas, calculadas com a equação da linha elástica para caso de viga simplesmente apoiada com duas cargas concentradas eqüidistantes dos apoios, desenvolvida no item 2.2.3.

Em seguida foram analisados outros aspectos, como a influência da diminuição do espaçamento dos pregos, a influência dos enrijecedores e a estabilidade dos modelos.

A Tabela 4.1.1 resume as características dos modelos, para um melhor acompanhamento da análise.

Tabela 4.1.1. Principais características dos modelos.

	modelo M-1	modelo M-2	modelo M-3	modelo M-4	modelo M-3A	modelo M-4A
altura (cm)	20	20	30	30	30	30
espessura das almas (mm)	15	15	12	12	12	12
espaçamento dos pregos (cm)	5	5	5	5	2,5	2,5
emenda nas mesas	sim	não	não	não	não	não
enrijecedores	não	não	não	sim	não	sim

4.1. Verificação da concordância dos deslocamentos obtidos com os deslocamentos teóricos

Inicialmente serão analisados os resultados do modelo M-1. Esse modelo tem como características a altura 20 cm, espessura das almas 15 mm, espaçamento entre pregos 5 cm, e emenda nas almas e nas mesas. Conforme foi comentado anteriormente, a emenda nas mesas não teve um desempenho satisfatório, levando a deslocamentos excessivos e dificultando uma comparação dos resultados com a teoria.

Mesmo assim, muitas observações puderam ser feitas. A Figura 4.1.1 mostra as linhas elásticas obtidas a partir dos resultados dos relógios (linhas tracejadas) para todas as cargas lidas no primeiro carregamento, e as correspondentes obtidas teoricamente (linhas contínuas). Observa-se que para a carga 1 kN, os resultados foram muito próximos, mas à medida em que a carga foi aumentando, foram se distanciando, principalmente na seção da emenda, a 207 cm do apoio. Depois do primeiro carregamento, os deslocamentos residuais foram muito grandes. Para o segundo carregamento os deslocamentos obtidos foram ainda maiores.

A Figura 4.1.2 mostra os diagramas carga x deslocamento obtidos para os relógios. Todas os diagramas mostram uma não-linearidade, indicando um comportamento não-linear do modelo.

Na Figura 3.3.7. mostrada no item 3.3, observa-se que as deformações lidas em seções situadas em posições simétricas em relação ao meio do vão foram próximas, demonstrando que a emenda do compensado teve um comportamento satisfatório, como já havia sido comentado antes. Da mesma forma, as deformações medidas com o tensotast nos pares de pastilhas 1 e 2A tiveram resultados praticamente idênticos. Mas no par de pastilhas 2B, as deformações foram muito grandes, o que pode indicar uma influência da emenda das mesas.

O modelo M-2 difere do modelo M-1 na emenda, que foi feita na mesma seção mas apenas nas almas. Na Figura 4.1.3 observa-se que os deslocamentos do modelo M-2 foram em média 70% maiores que os correspondentes valores teóricos.

A Figura 4.1.4 mostra os diagramas carga x deslocamento obtidos para os relógios. Observa-se novamente um comportamento não-linear.

O modelo M-3 foi construído com uma altura de 30 cm, espessura das almas de 12 mm, espaçamento de pregos 5 cm e com emenda nas almas. A Figura 4.1.5, construída para o modelo M-3, mostra uma maior proximidade entre as linhas elásticas obtidas e as correspondentes teóricas. A diferença foi em média de 5,8%. As maiores diferenças ocorreram para os relógios 1-A e 3-A, situados respectivamente a 100 e a 200 cm do apoio esquerdo. As linhas elásticas foram construídas a partir dos resultados dos relógios colocados embaixo da mesa, mas os resultados dos relógios colocados embaixo de uma das almas foram praticamente idênticos.

A Figura 4.1.6 mostra as curvas de deslocamento em função da carga para os relógios. As linhas contínuas são as curvas teóricas. As curvas dos relógios 1-A e 3-A foram praticamente coincidentes, evidenciando a eficiência da emenda. Os relógios 1-A e 3-A tiveram os maiores desvios em relação à curva teórica. Através desse gráfico pode-se observar uma não-linearidade das curvas, mas muito menos acentuada.

Na Figura 4.1.7, que mostra as linhas elásticas para o modelo M-3A, nota-se que as linhas elásticas obtidas a partir dos resultados dos relógios são quase coincidentes com as correspondentes teóricas. Os deslocamentos no relógio 3-A, situado a 200 cm do apoio esquerdo, foram maiores que os do relógio 1-A, situado a uma distância de 100 cm do apoio esquerdo, o que evidencia um menor desempenho da emenda que no caso do modelo M-3.

Na Figura 4.1.8 apresentam-se as curvas deslocamento em função da carga para os relógios. As linhas contínuas são as curvas teóricas. O comportamento foi praticamente linear.

Pode-se concluir que a equação proposta para a linha elástica dos modelos descreve bem os deslocamentos.

A grande diferença observada entre os resultados obtidos e os teóricos para o modelo M-2 indica que a ligação não teve o comportamento esperado, mostrando um comportamento não-linear. Ao que parece, o espaçamento utilizado foi muito grande para esse modelo, resultando em elevados valores de fluxo de cisalhamento na ligação. No modelo M-3, este problema foi diminuído, uma vez que mesmo tendo sido utilizado o mesmo espaçamento, a seção do modelo era maior, o que levou a um menor nível de fluxo de cisalhamento na ligação.

Percebe-se que quanto menor a linearidade, maior é a diferença entre os resultados obtidos e os resultados teóricos.

Quanto à estabilidade lateral dos modelos durante os ensaios, foi verificado que os deslocamentos laterais nos apoios foram maiores nos modelos mais esbeltos, Percebe-se que quanto menor a linearidade, maior é a diferença entre os resultados obtidos e os resultados teóricos.

Quanto à estabilidade lateral dos modelos durante os ensaios, foi verificado que os deslocamentos laterais nos apoios foram maiores nos modelos mais esbeltos, porém mesmo assim foram pequenos. Na Figura 4.1.9, apenas para uma ilustração, os resultados obtidos para os deslocamentos laterais no modelo M-3 podem ser visualizados.

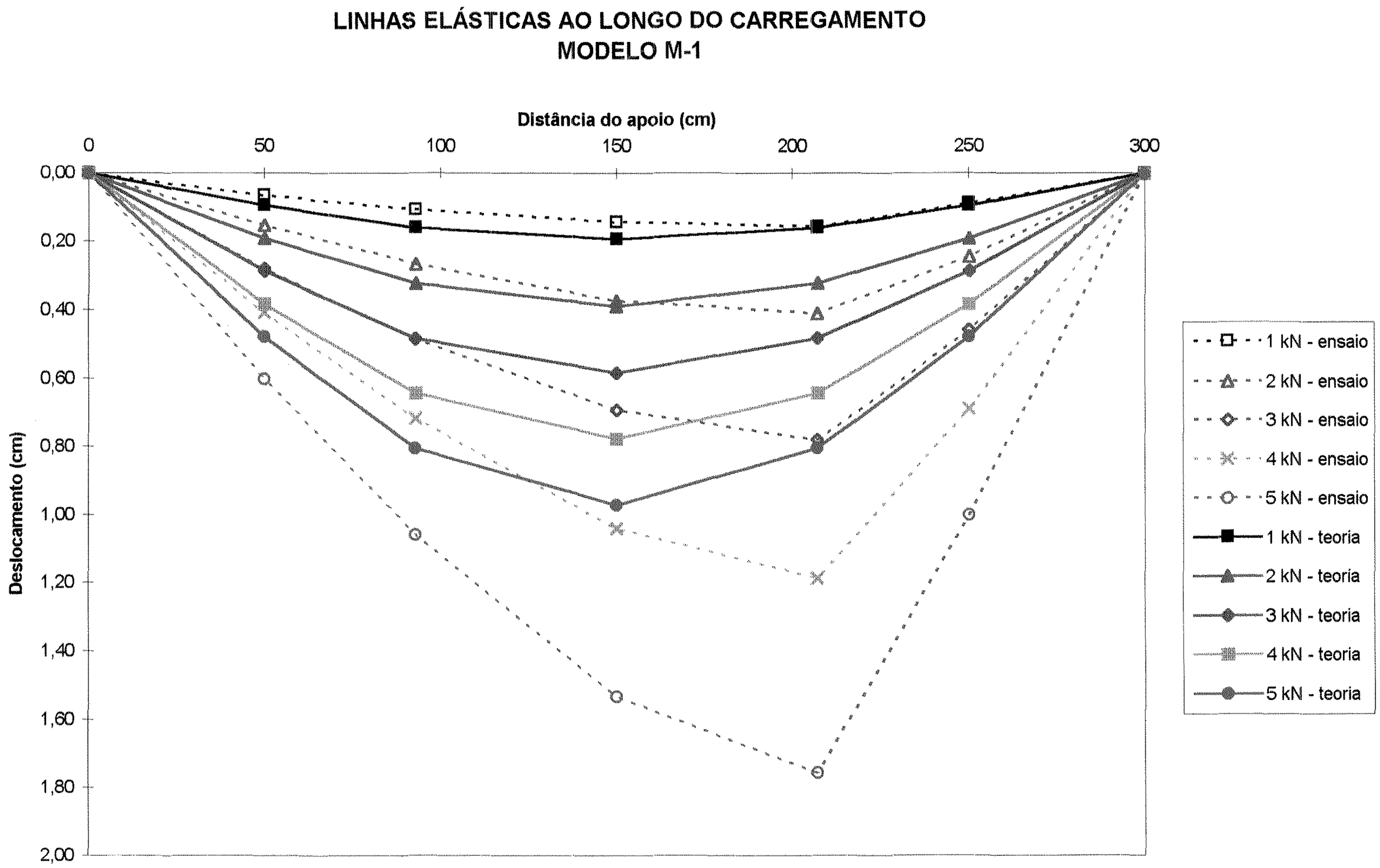


Figura 4.1.1. Linhas elásticas teóricas e experimentais obtidas para o modelo M-1.

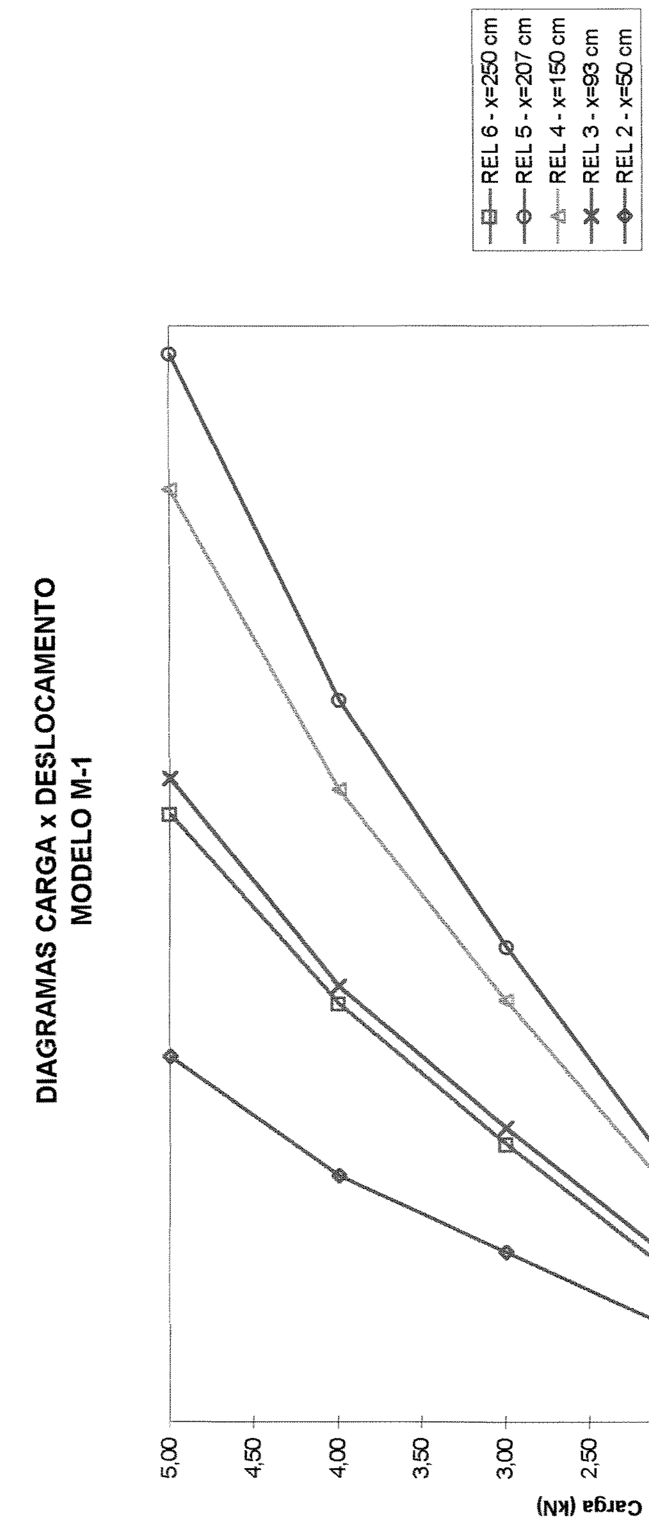


Figura 4.1.2. Diagramas carga x deslocamento obtidos para o modelo M-1.

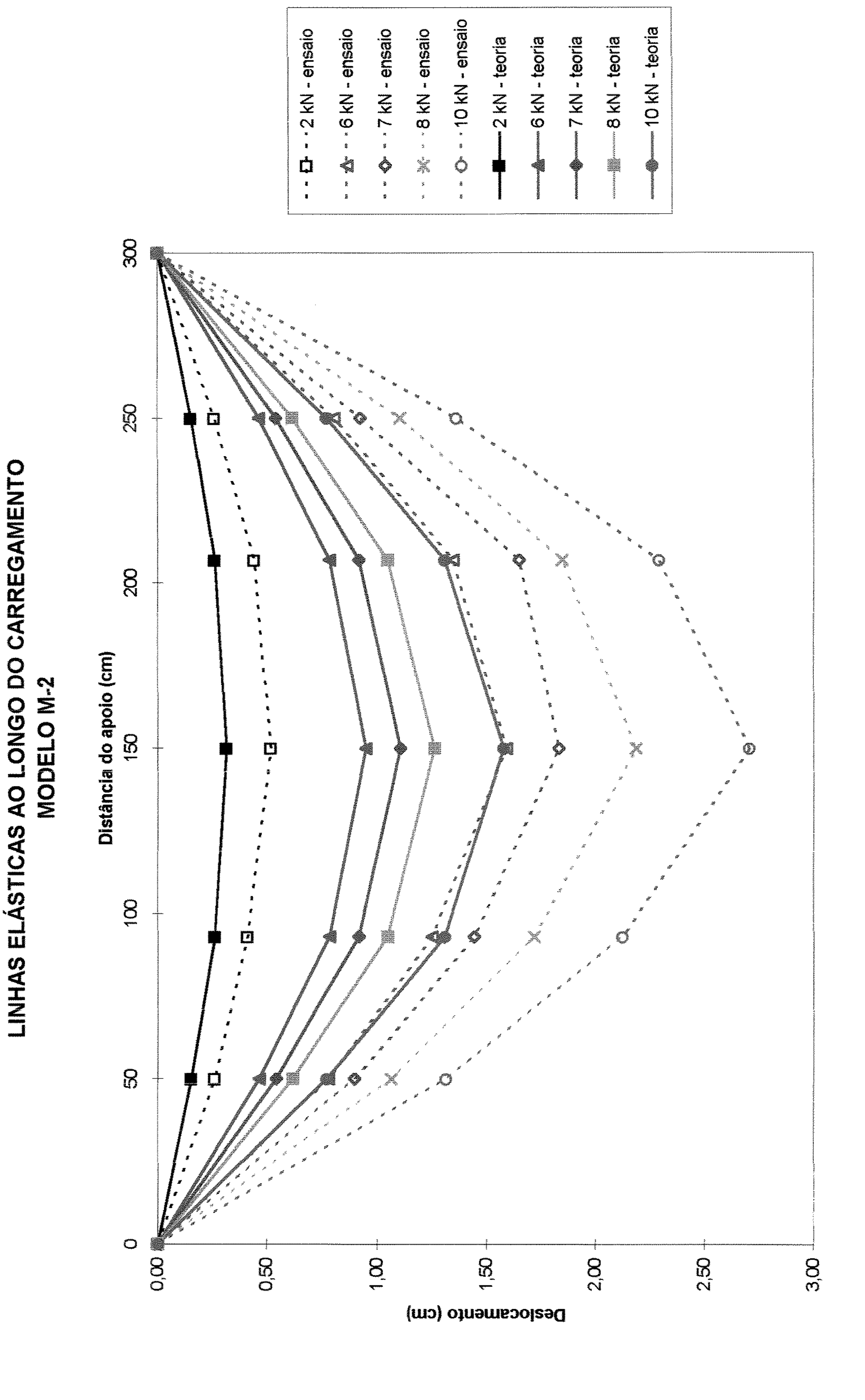


Figura 4.1.3 Linhas elásticas teóricas e experimentais obtidas para o modelo M-2.

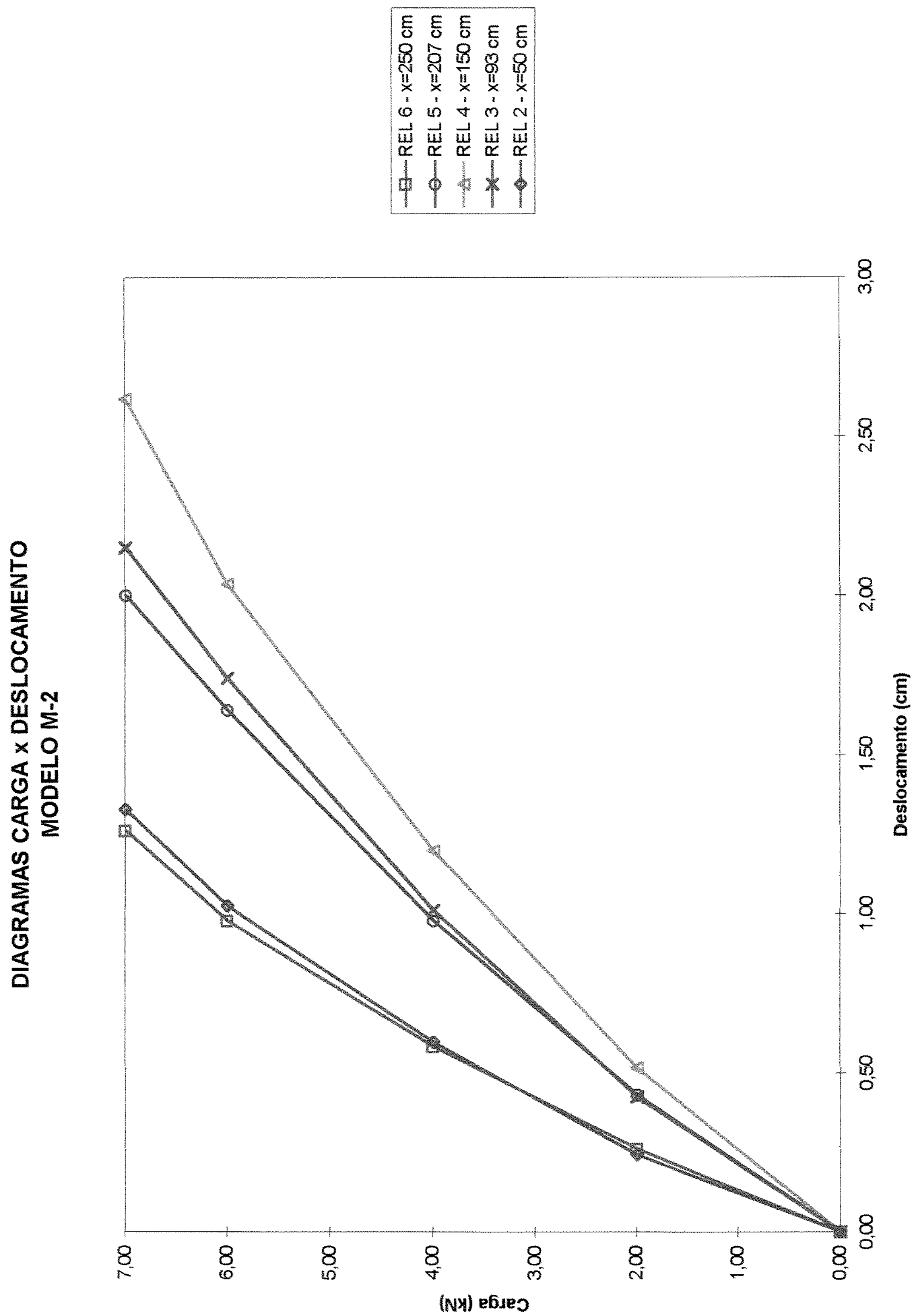


Figura 4.1.4. Diagramas carga x deslocamento obtidos para o modelo M-2.

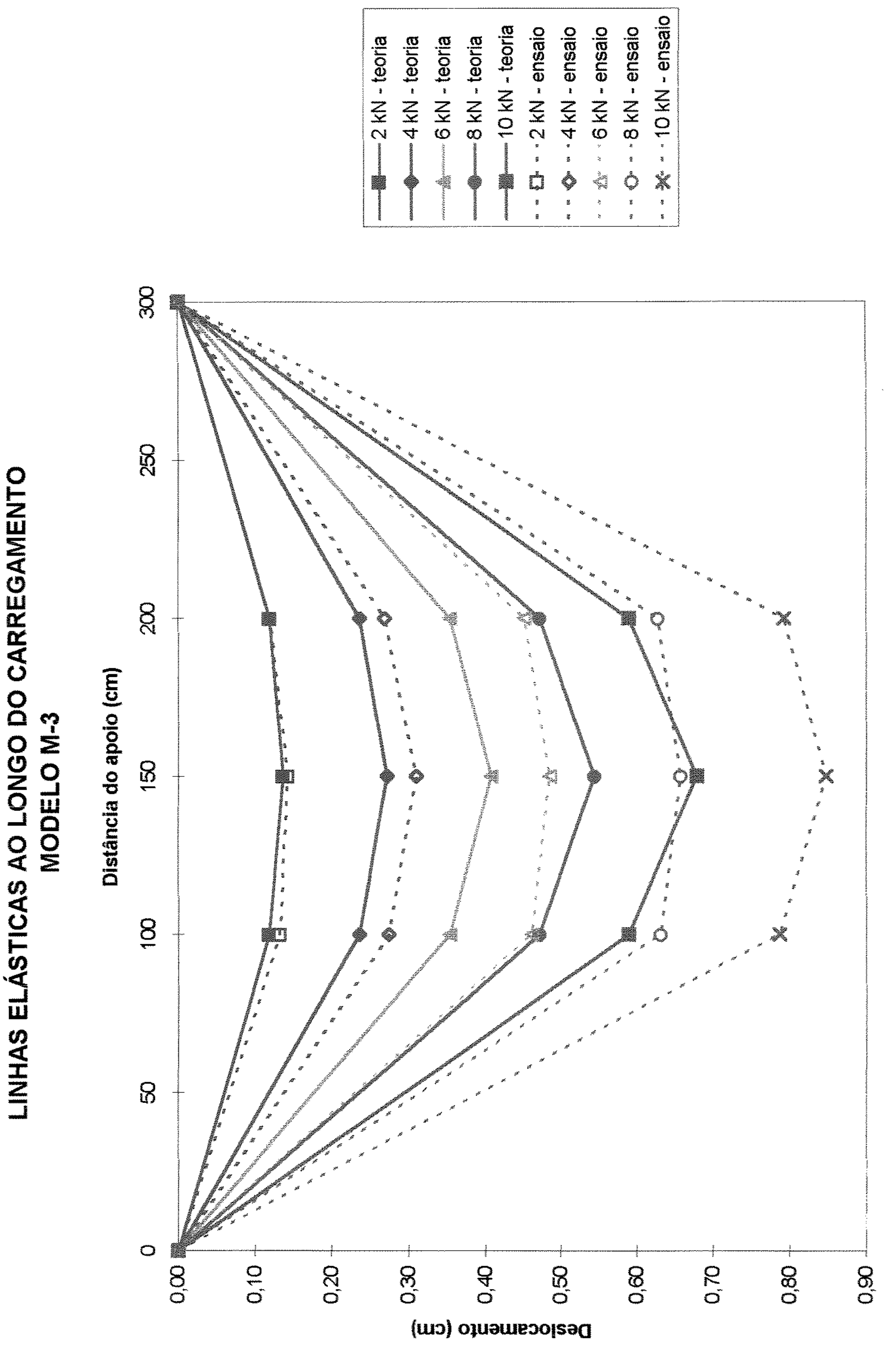


Figura 4.1.5. Linhas elásticas teóricas e experimentais obtidas para o modelo M-3.

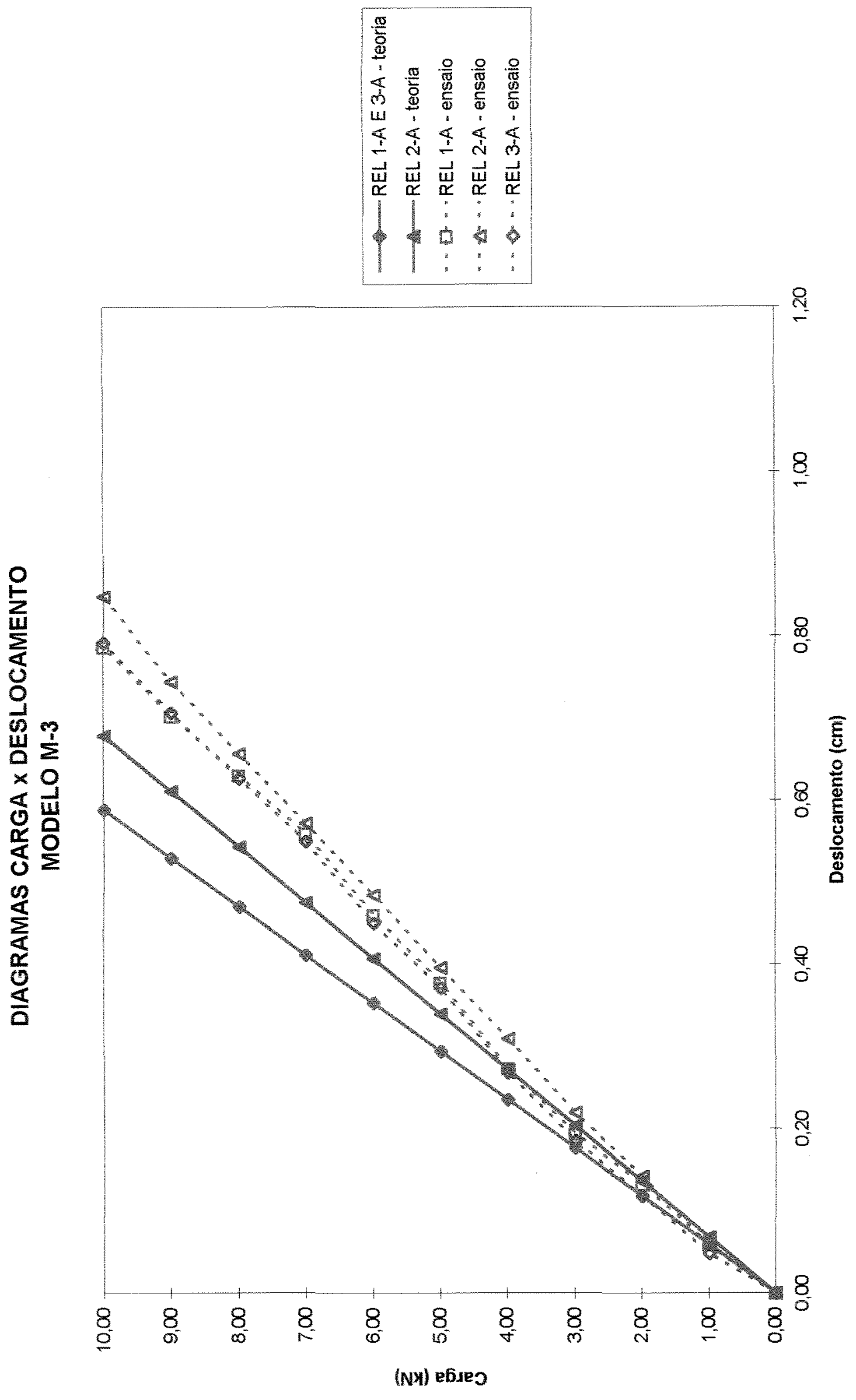


Figura 4.1.6. Diagramas carga x deslocamento obtidos para o modelo M-3.

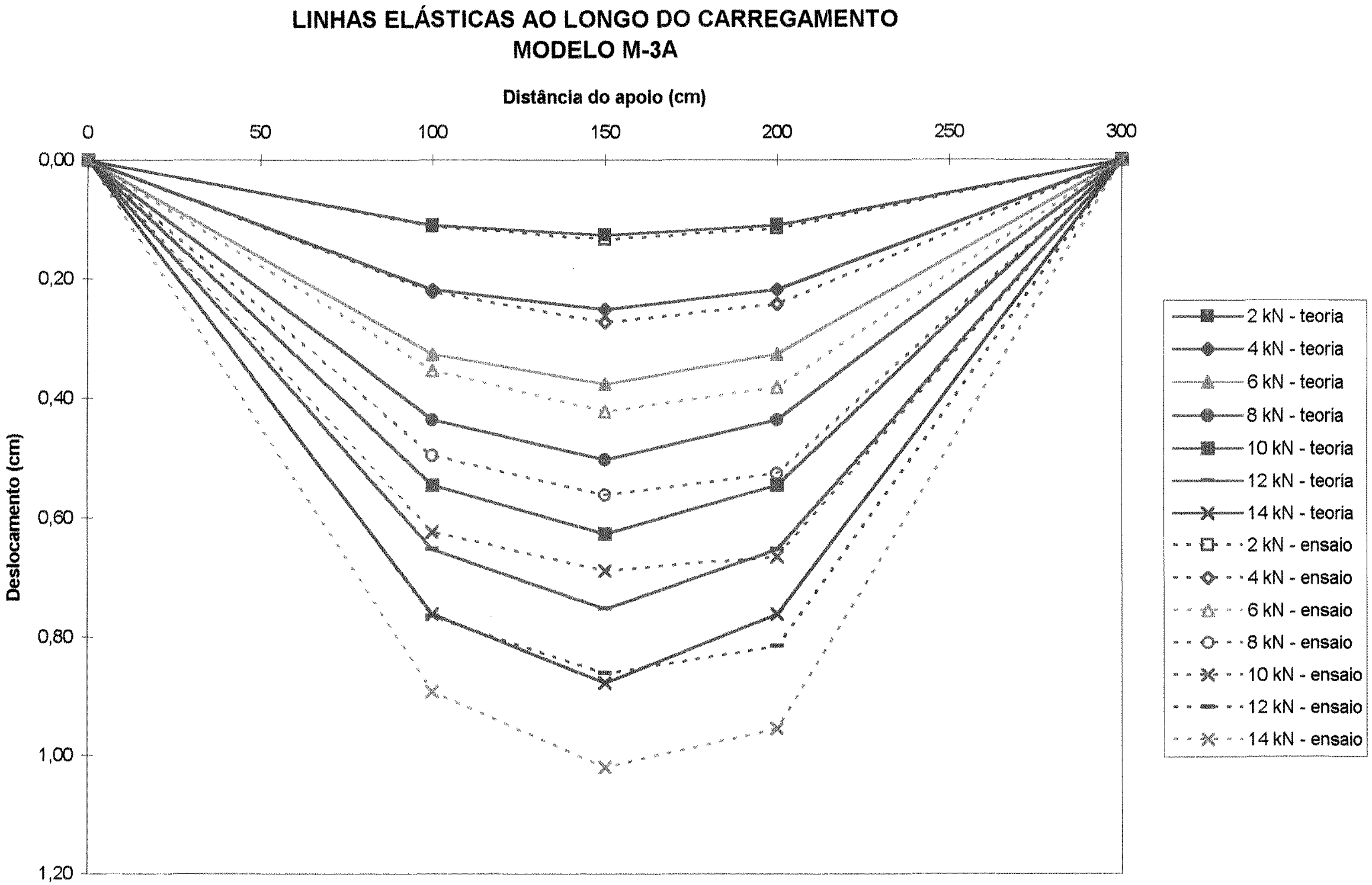


Figura 4.1.7. Linhas elásticas teóricas e experimentais obtidas para o modelo M-3A.

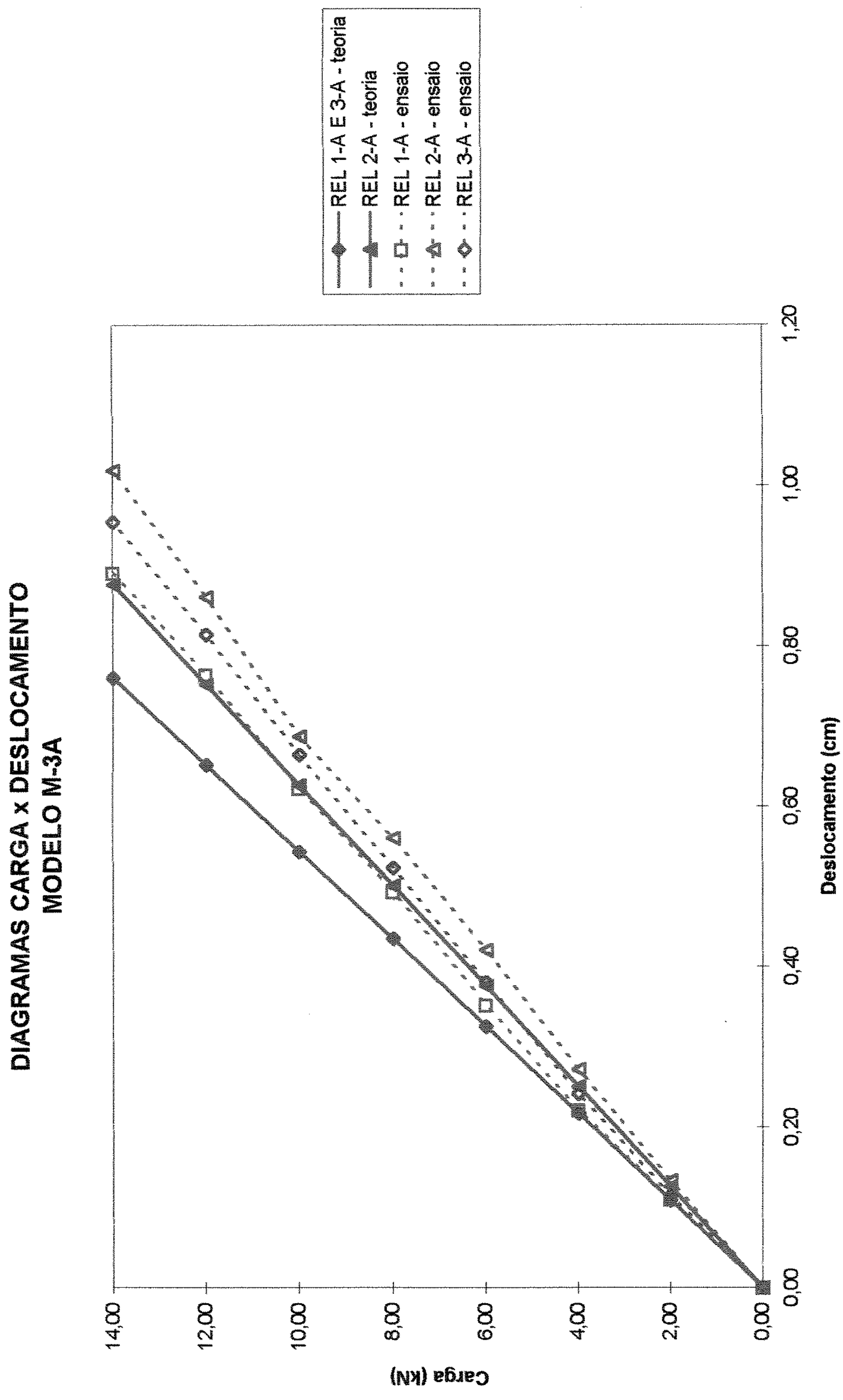


Figura 4.1.8. Diagramas carga x deslocamento obtidos para o modelo M-3A.

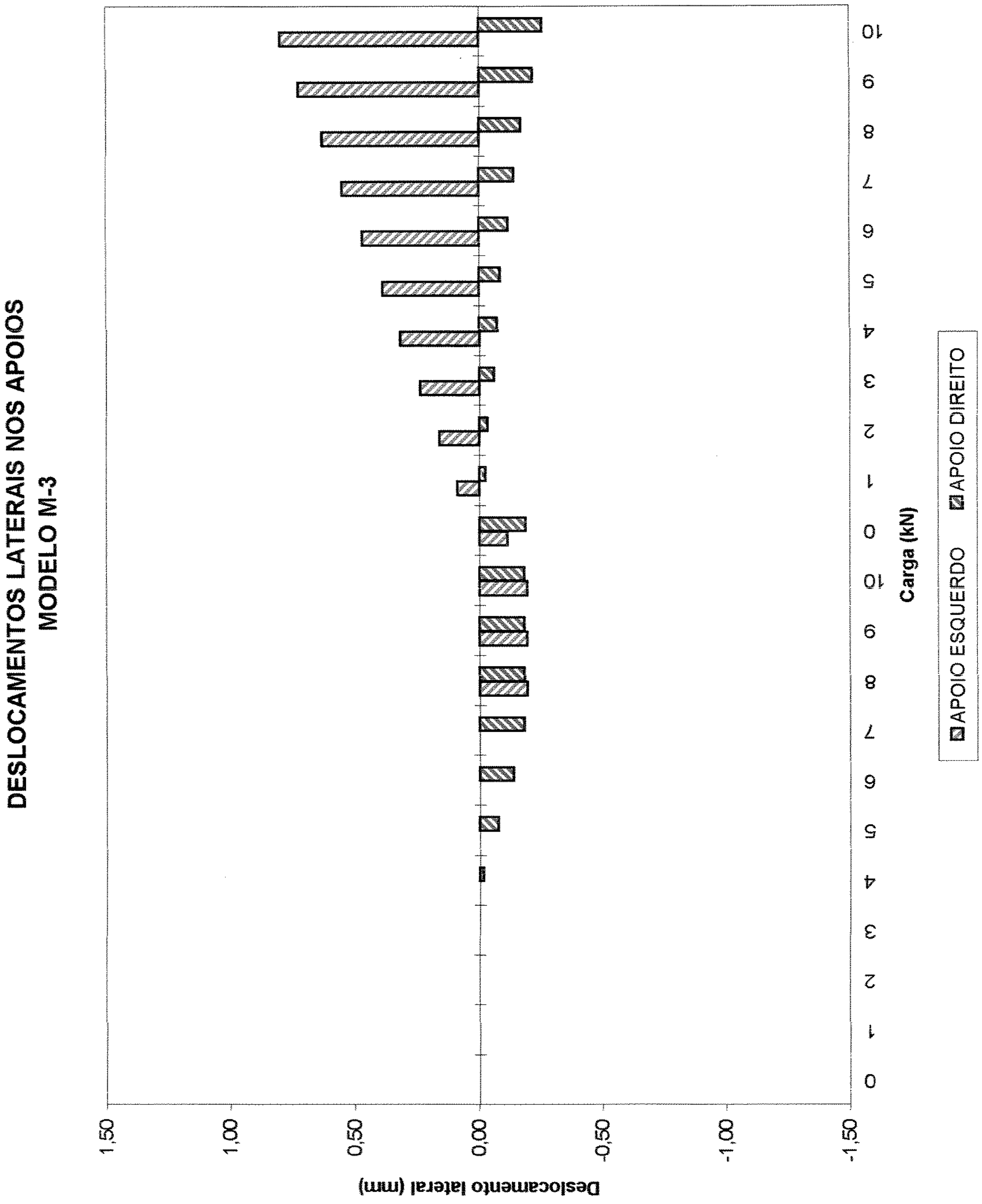


Figura 4.1.9. Deslocamentos laterais do modelo M-3.

4.2. Verificação da influência do espaçamento dos pregos no comportamento dos modelos

Esta verificação foi feita através da comparação entre os resultados do modelo M-3 com os do modelo M-3A e entre os resultados do modelo M-4 com os do modelo M-4A. Conforme foi mencionado anteriormente, os modelos M-3 e M-3A e os modelos M-4 e M-4A diferem apenas no espaçamento entre os pregos.

Teoricamente, a influência do espaçamento dos pregos no comportamento dos modelos pode ser quantificada através das equações obtidas no item 2.2.3. A Figura 4.4.1 mostra um gráfico onde são relacionados o deslocamento máximo total teórico e a carga para os modelos M-3 e M-3A. Os dados são os mesmos para os modelos, a não ser o módulo de deslizamento, que para o modelo M-3 é 5,34 kN/cm^2, e para o modelo M-3A é 10,68 kN/cm^2.

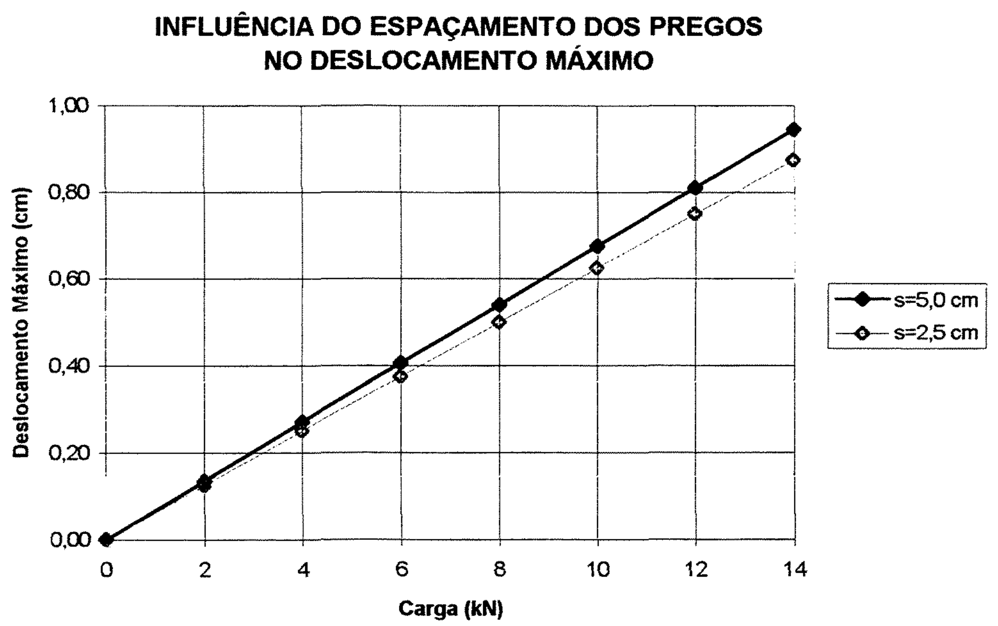


Figura 4.2.1. Gráfico mostrando a influência do espaçamento no deslocamento máximo total dos modelos M-3 e M-3A.

Conforme se observa na Figura 4.2.1, a diferença teórica entre os resultados dos modelos M-3 e M-3A é relativamente pequena, calculada em 7,86%.

O mesmo gráfico foi feito para os modelos M-3 e M-3A e para os modelos M-4 e M-4A utilizando-se os resultados dos ensaios. A Figura 4.2.2 mostra que os resultados do modelo M-3A foram 12,6%, 13,4% e 13,8% menores que os do modelo M-3, para os relógios 1-A, 2-A e 3-A, respectivamente.

A Figura 4.2.3 mostra que os resultados do modelo M-4A foram 70,6%, 75,0% e 74,9% maiores que os do modelo M-4A, para os relógios 1-A, 2-A e 3-A, respectivamente. Este último resultado está muito distante do que era esperado, pois teoricamente o modelo M-4A é mais rígido que o modelo M-4.

Considerando-se apenas os resultados dos modelos M-3 e M-3A, por enquanto, tem-se que uma diminuição no espaçamento de 50% resultou nesse caso em um ganho de aproximadamente 13% na rigidez. Pode-se observar, com base nesse resultado, que através da equação teórica é possível prever com relativa exatidão o ganho na rigidez com a diminuição do espaçamento dos pregos.

Fazendo-se uma comparação em termos de deformações, os resultados dos modelos M-3 e M-3A mostraram que no modelo M-3A as deformações foram menores na alma e maiores na mesa, conforme se pode observar na Figura 4.2.3.

Esse resultado é coerente com o esperado, pois teoricamente quanto mais rígida for a ligação, mais as almas serão sobrecarregadas.

Já os resultados dos modelos M-4 e M-4A mostraram novamente uma certa incoerência, pois no modelo M-4A as deformações foram em geral muito maiores. A Figura 4.2.4 ilustra esse resultado.

COMPARAÇÃO ENTRE OS DESLOCAMENTOS DOS MODELOS M-3 E M-3A

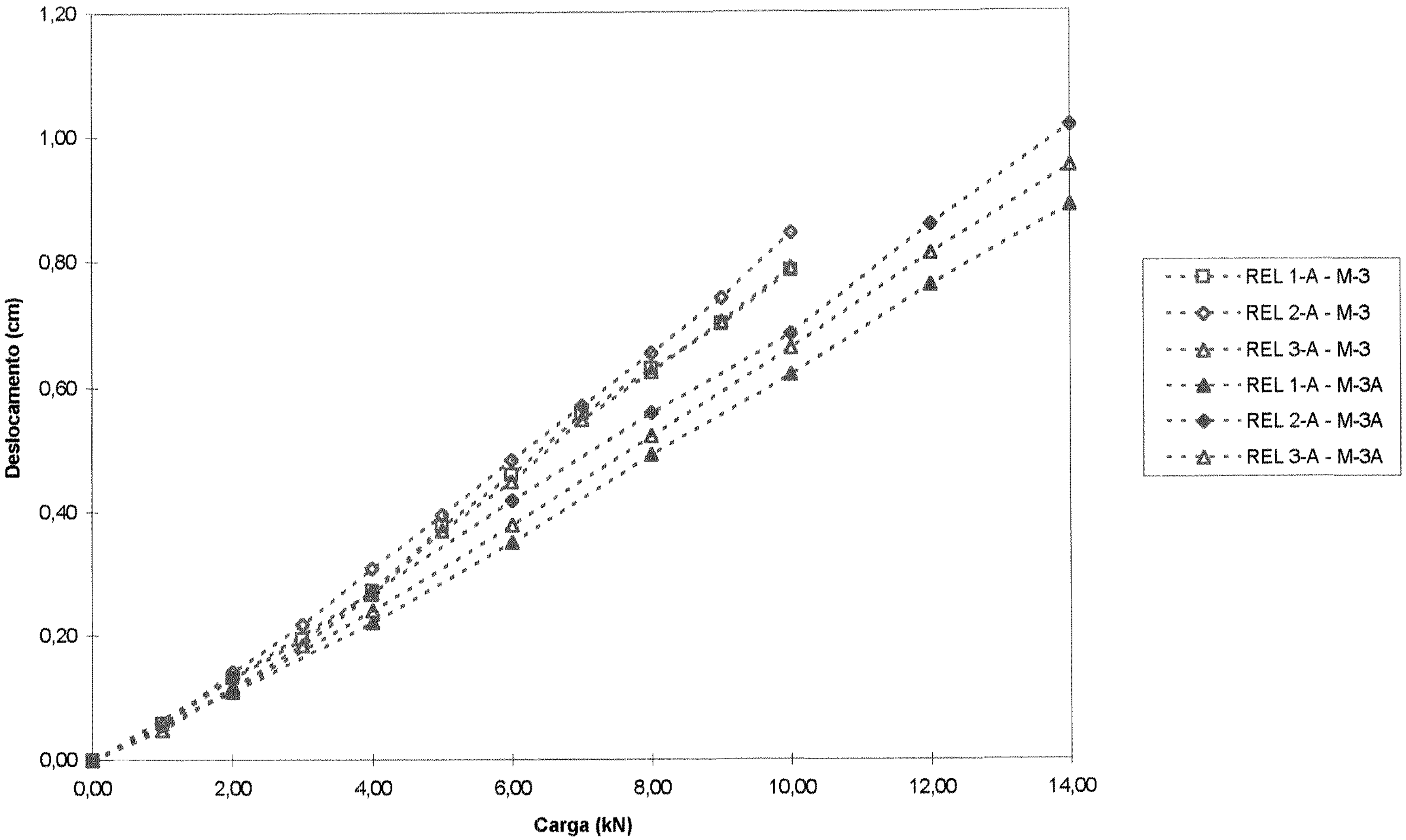


Figura 4.2.1. Comparação entre os deslocamentos dos modelos M-3 e M-3A.

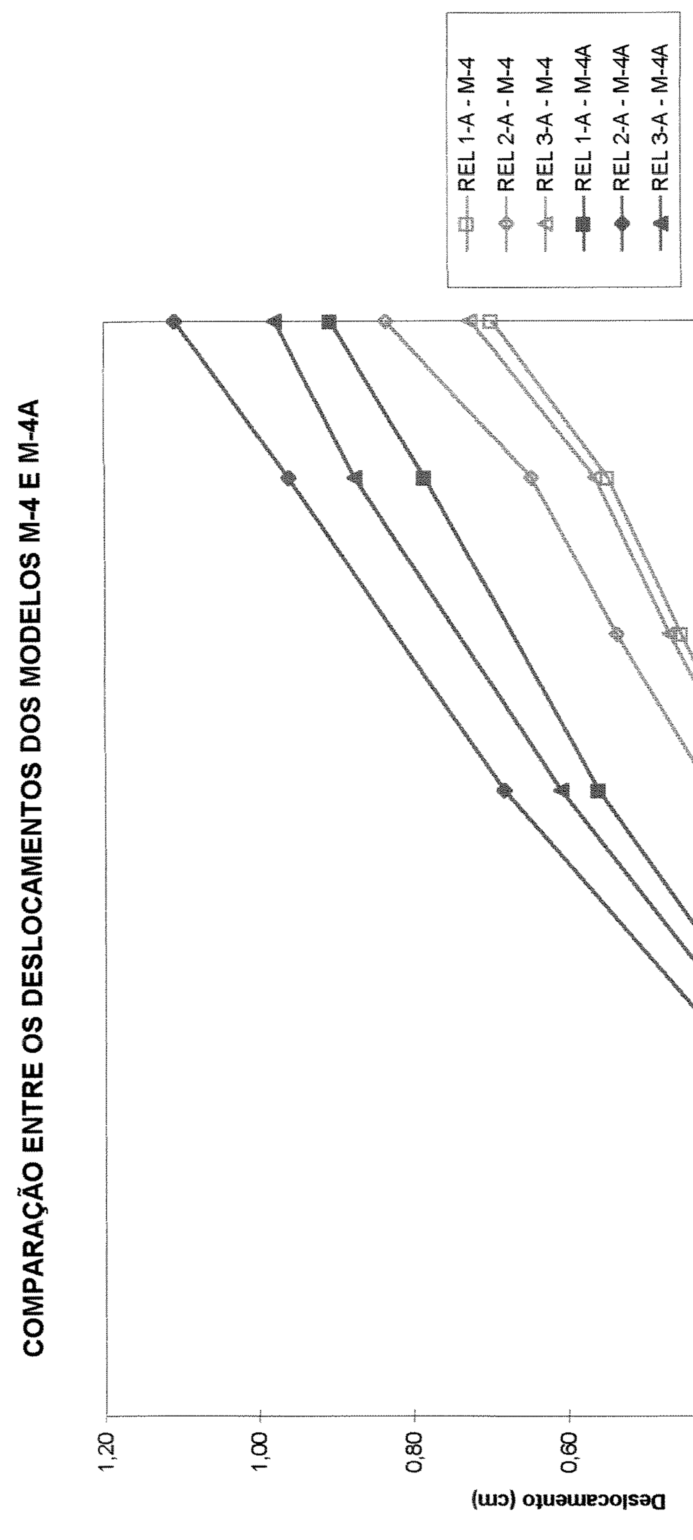


Figura 4.2.2. Comparação entre os deslocamentos dos modelos M-4 e M-4A.

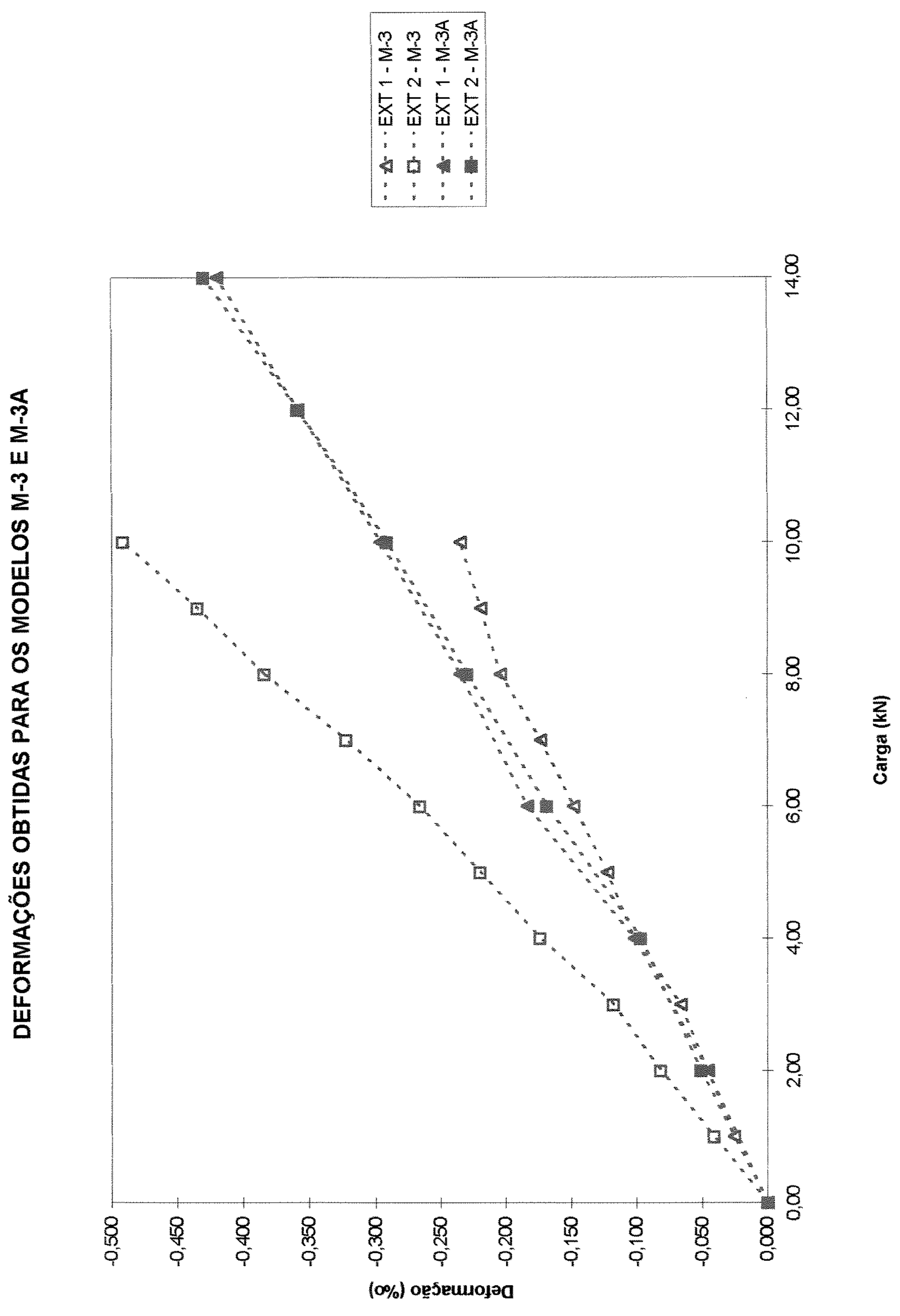


Figura 4.2.3. Comparação entre as deformações dos modelos M-3 e M-3A.

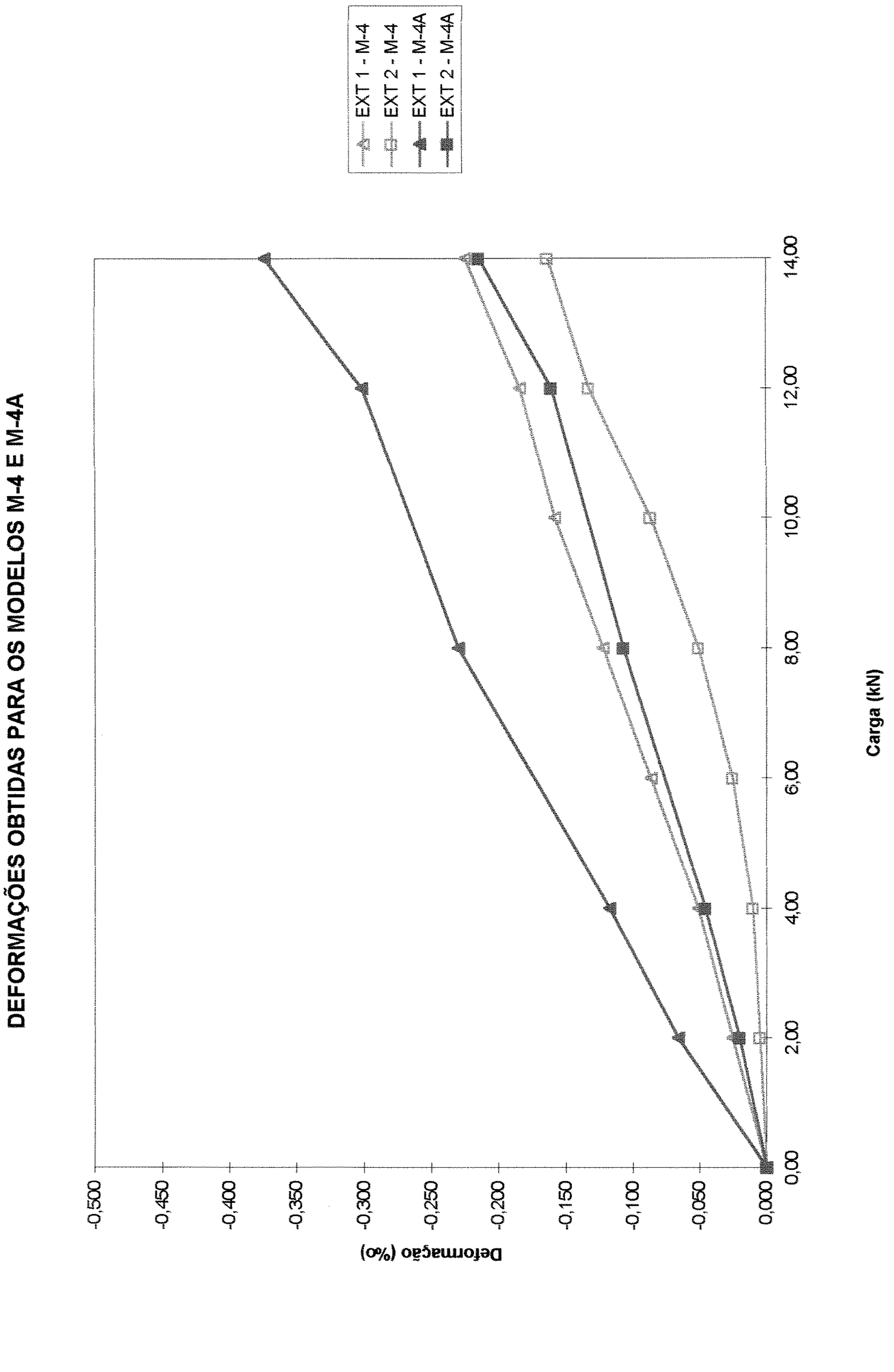


Figura 4.2.4. Comparação entre as deformações dos modelos M-4 e M-4A.

4.3. Verificação da influência dos enrijecedores no comportamento dos modelos

Essa verificação foi feita através da comparação entre os resultados dos modelos M-3 e M-4 e M-3A e M-4A.

A Figura 4.3.1 mostra uma comparação entre os deslocamentos obtidos para os modelos M-3 e M-4 ao longo do primeiro carregamento. Através desse gráfico, observa-se que os deslocamentos do modelo M-4 foram significativamente menores, em média 40,6%, do que os correspondentes do modelo M-3. Esse resultado indica que os enrijecedores provocaram um grande aumento da rigidez do modelo à flexão.

A Figura 4.3.2 mostra uma comparação entre os deslocamentos dos modelos M-3A e M-4A. Os deslocamentos do modelo M-4A são 29,3%, 24,8% e 32,8% menores que os do modelo M-3A, para os relógios 1-A, 2-A e 3-A, respectivamente.

Considerando-se apenas este último resultado, tem-se que a colocação dos enrijecedores com um espaçamento de duas vezes a altura da viga resultou em um aumento de rigidez à flexão do modelo de aproximadamente 29%.

Este último resultado é mais coerente, uma vez devido aos enrijecedores pode haver um aumento da rigidez, mas esse aumento não deve ser muito grande. Tendo em vista esses resultados e os resultados do item 4.2 envolvendo o modelo M-4, pode-se observar que os deslocamentos do modelo M-4 foram muito pequenos. De fato, uma comparação dos resultados do modelo M-4 com a teoria mostra que os deslocamentos do modelo M-4 são em torno de 40% menores que os teóricos.

Comparando-se as deformações dos modelos M-3A e M-4A, foi verificado que as deformações foram em geral menores no modelo M-4A.

A Figura 4.3.3 ilustra esse resultado. Comparando-se os resultados dos modelos M-3 e M-4, foi observado que as deformações foram em geral menores no modelo M-4, conforme se pode observar na Figura 4.3.4.

Portanto, pode-se concluir que os enrijecedores podem ter provocado a diminuição das deformações nas almas. Quanto às mesas, houve uma maior variação entre os resultados, por isso não foi possível concluir se as deformações nas mesas diminuem com a colocação dos enrijecedores.

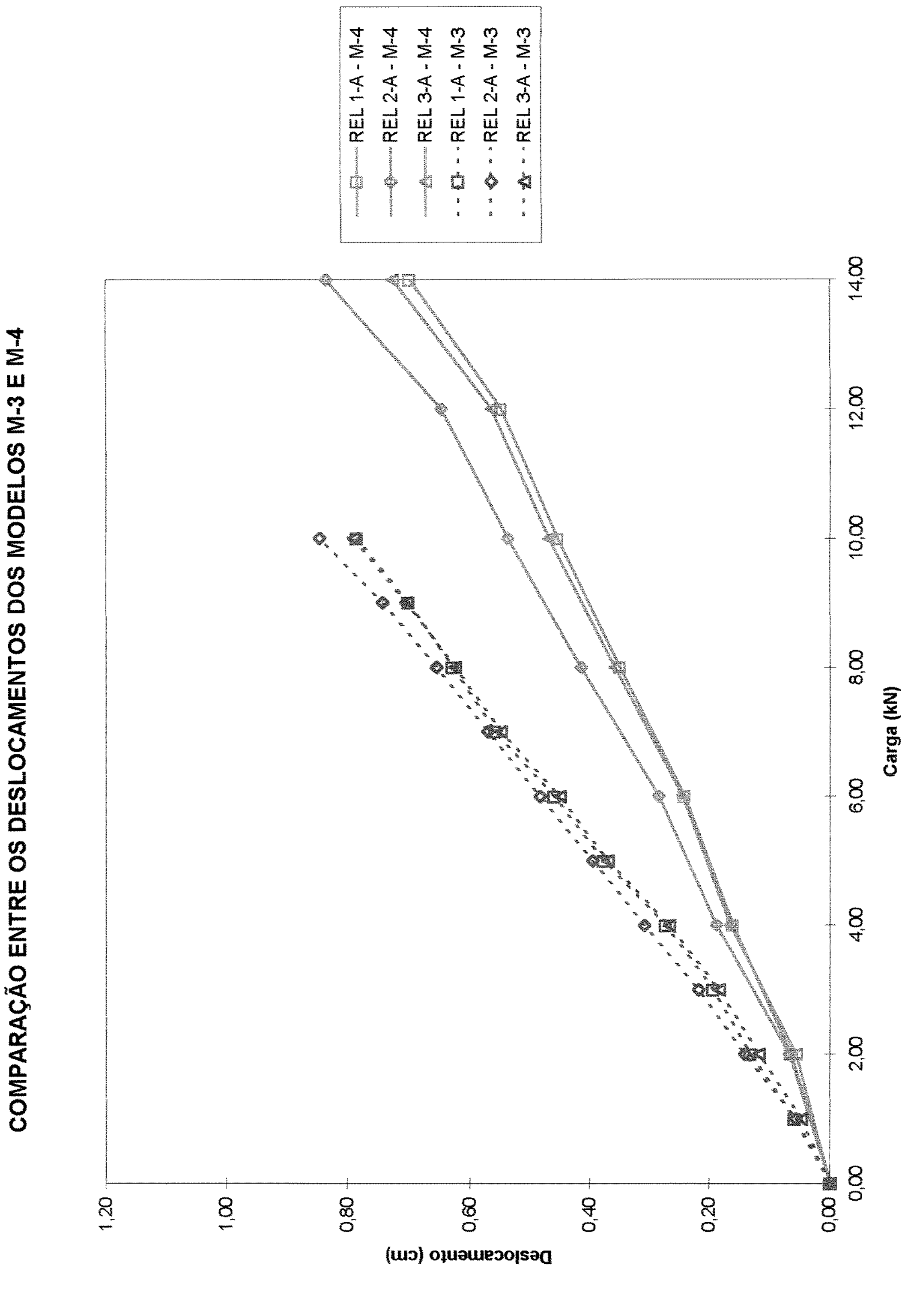


Figura 4.3.1. Comparação entre os deslocamentos dos modelos M-3 e M-4.

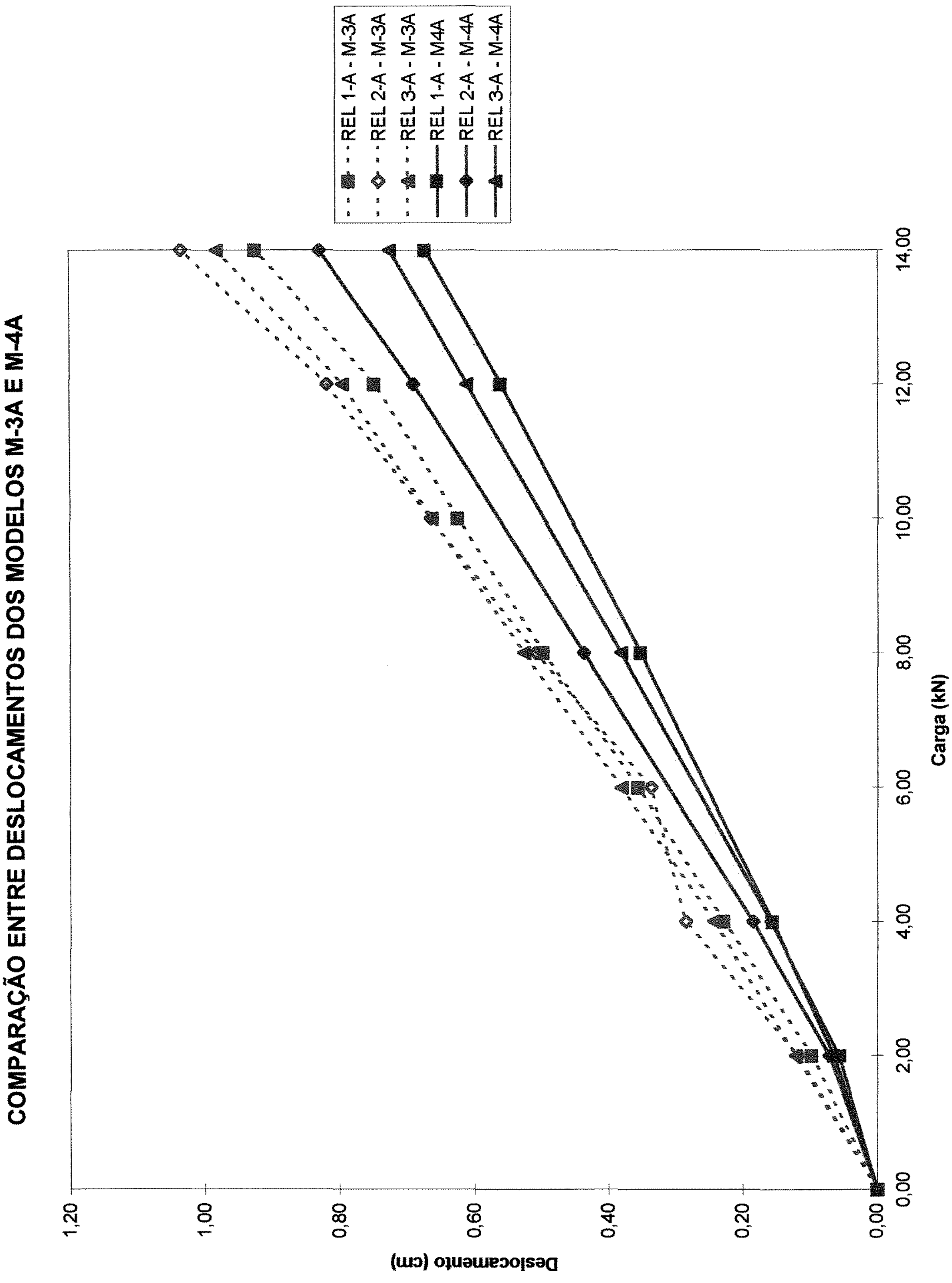


Figura 4.3.2. Comparação entre os deslocamentos dos modelos M-3A e M-4A.

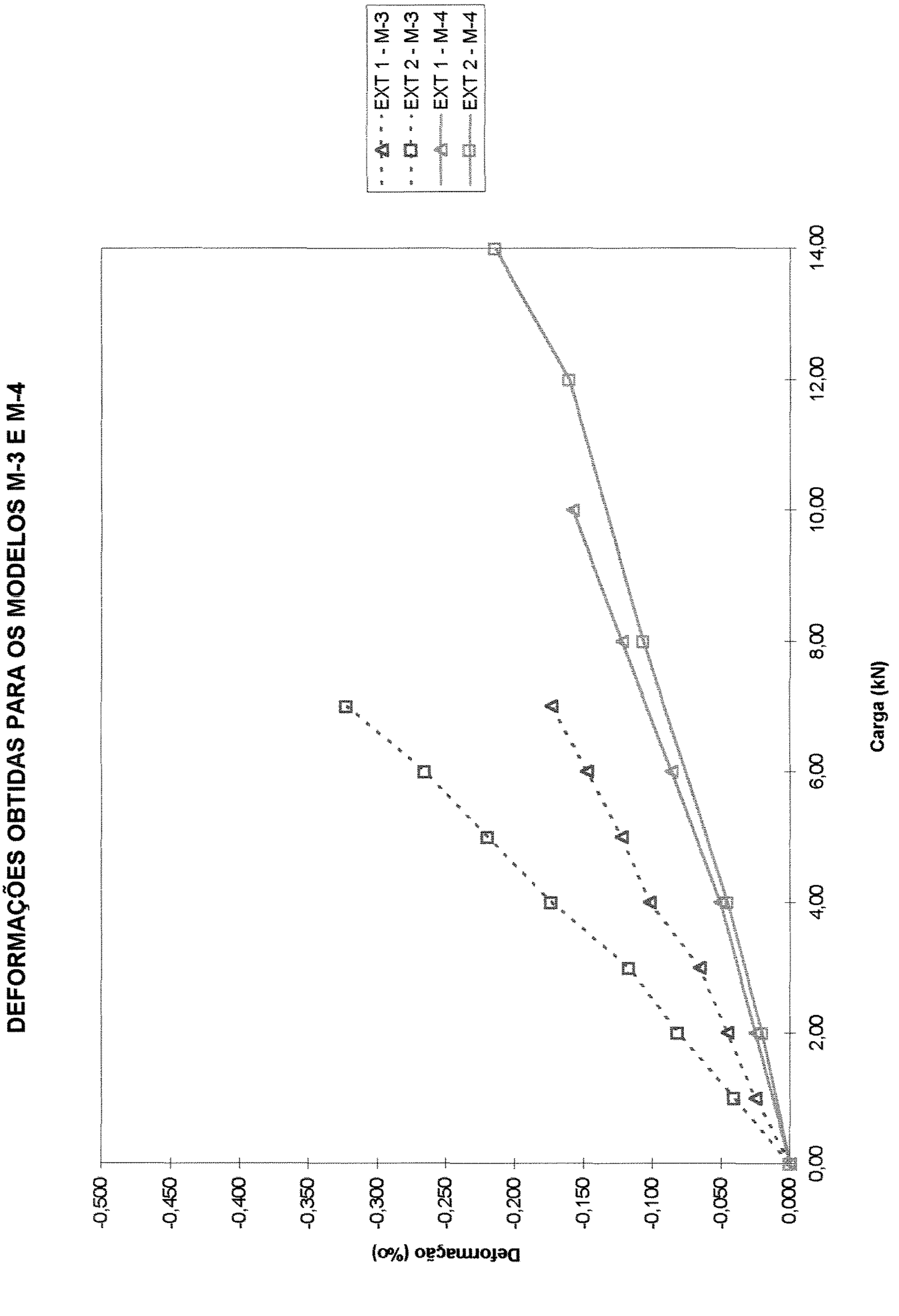


Figura 4.3.3. Comparação entre as deformações dos modelos M-3 e M-4.

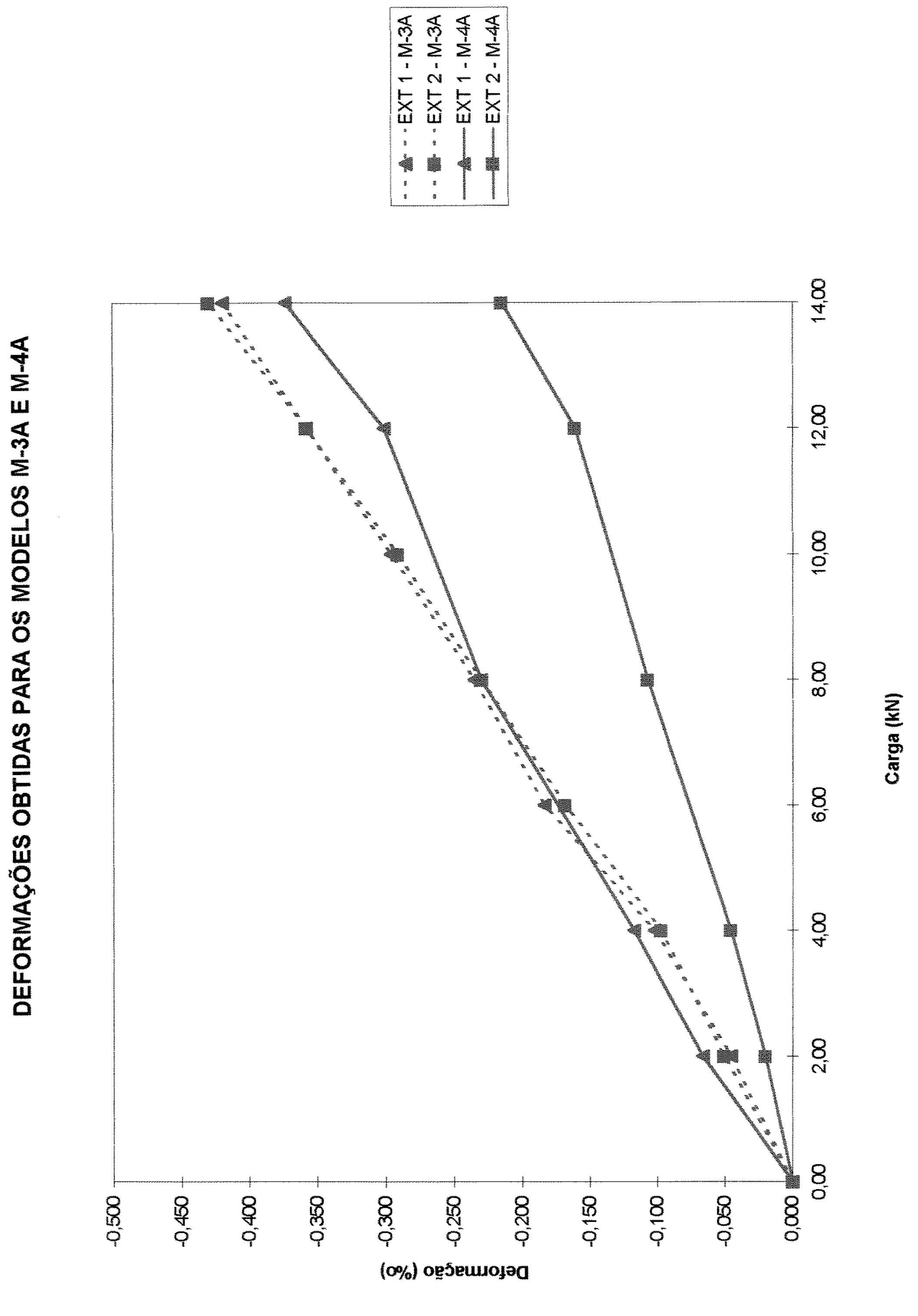


Figura 4.3.4. Comparação entre as deformações dos modelos M-3A e M-4A.

4.4. Verificação da concordância das tensões obtidas com as tensões teóricas

Inicialmente foi feita uma comparação entre os valores teóricos calculados segundo a Teoria da Flexão e os calculados com as expressões desenvolvidas considerando-se o efeito da composição parcial. Os resultados obtidos mostram que a diferença entre esses valores é desprezível, da ordem de 0,001 kN/cm^2.

É de se esperar, com base nesse resultado, que a diminuição no número de pregos tenha uma influência quase nula sobre as tensões. A Figura 4.4.1 mostra um diagrama de tensões construído para a seção do centro do vão dos modelos M-3 e M-3A, onde são incluídos os resultados teóricos calculados segundo a Teoria da Flexão e com as expressões desenvolvidas. Pode-se observar que os resultados são praticamente coincidentes.

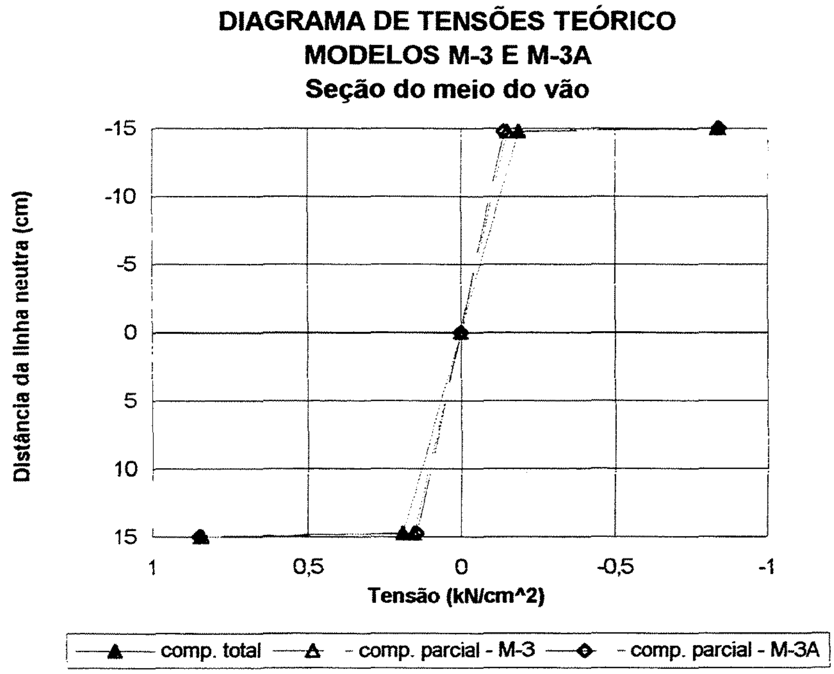


Figura 4.4.1. Diagrama de tensões teóricos para a seção do meio do vão para os modelos M-3 e M-3A

Em seguida foram comparados os resultados dos ensaios dos modelos com a teoria. Analisando-se inicialmente os resultados do modelo M-2, foi verificado que os valores das tensões obtidos experimentalmente apresentaram desvios de 50 a 100% dos valores teóricos. Para as mesas, os resultados ficaram sempre abaixo dos valores teóricos e para o compensado, ficaram abaixo dos valores teóricos para compressão e acima para a tração, dando uma primeira indicação de que os valores de módulo de elasticidade utilizados não foram os verdadeiros.

Os resultados do modelo M-2 foram então utilizados para se obter os valores do módulo de elasticidade mais próximos da realidade. Usando uma regressão linear entre as tensões teóricas e as deformações obtidas experimentalmente para todos os extensômetros, valores médios do módulo de elasticidade foram encontrados, tendo sido obtidos 2077,40 kN/cm^2 para a madeira e 319,07 kN/cm^2 para o compensado.

Esses valores foram utilizados nas análises dos modelos seguintes.

As Figuras 4.4.2 e 4.4.3 mostram as tensões teóricas para os modelos M-3 e M-4 e M-3A e M-4A, respectivamente.

A análise dos resultados mostrou que para o modelo M-3, as tensões obtidas foram próximas das teóricas. Já para o modelo M-4 foram muito menores, evidenciando mais uma vez que o modelo M-4 apresentou uma grande rigidez.

No caso dos modelos M-3A e M-4A as tensões nas mesas foram maiores que as teóricas, enquanto que nas almas foram menores. A diferença entre os resultados desses modelos foi menor do que no caso dos modelos M-3 e M-4.

Finalmente, uma comparação entre os resultados procurando analisar a influência do espaçamento dos pregos mostrou que nos modelos M-3A e M-4A as tensões foram em geral menores nas almas e maiores nas mesas, mostrando que com a diminuição do espaçamento houve uma menor sobrecarga das almas.

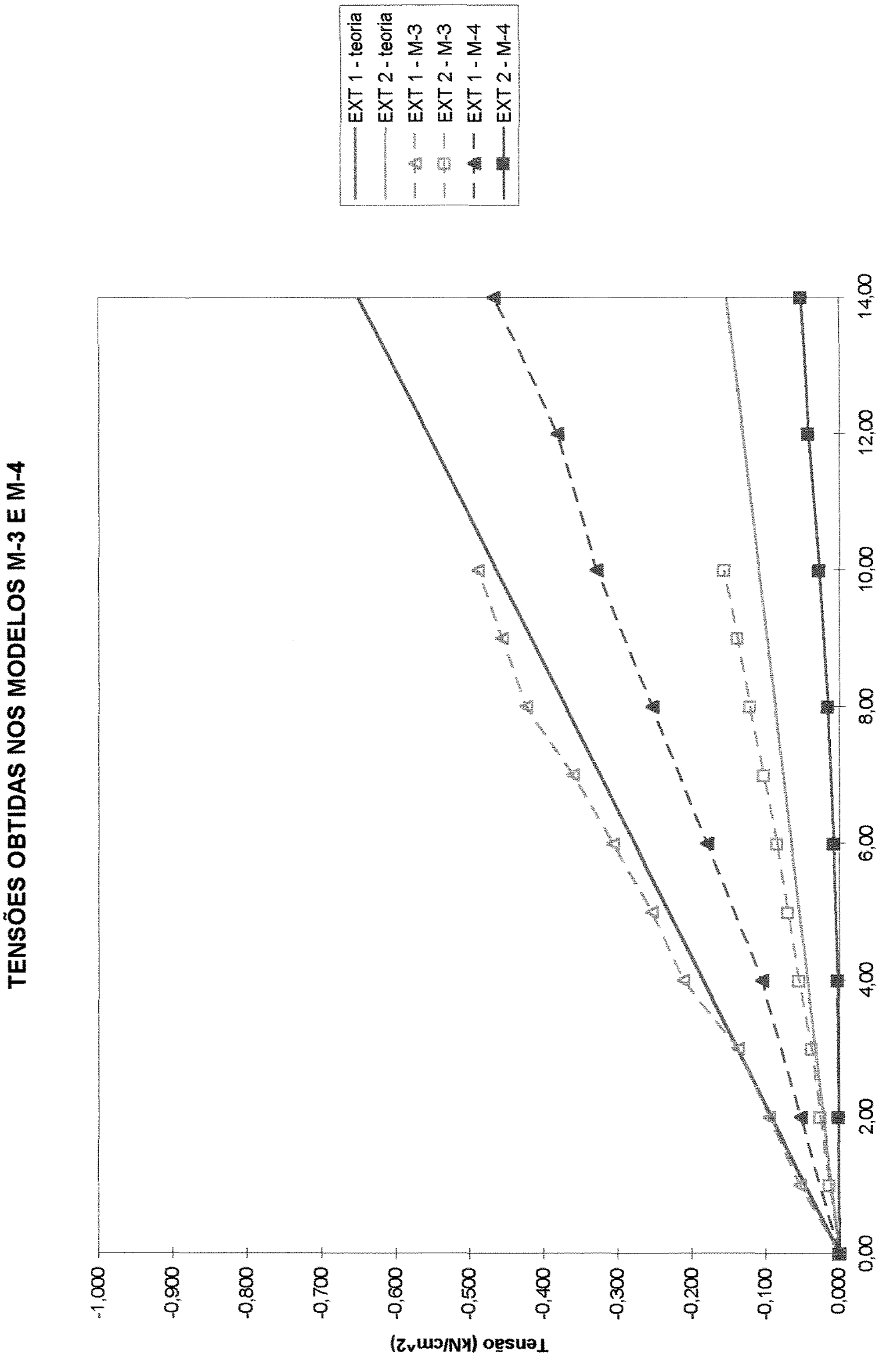


Figura 4.4.2. Comparação entre as tensões dos modelos M-3 e M-4.

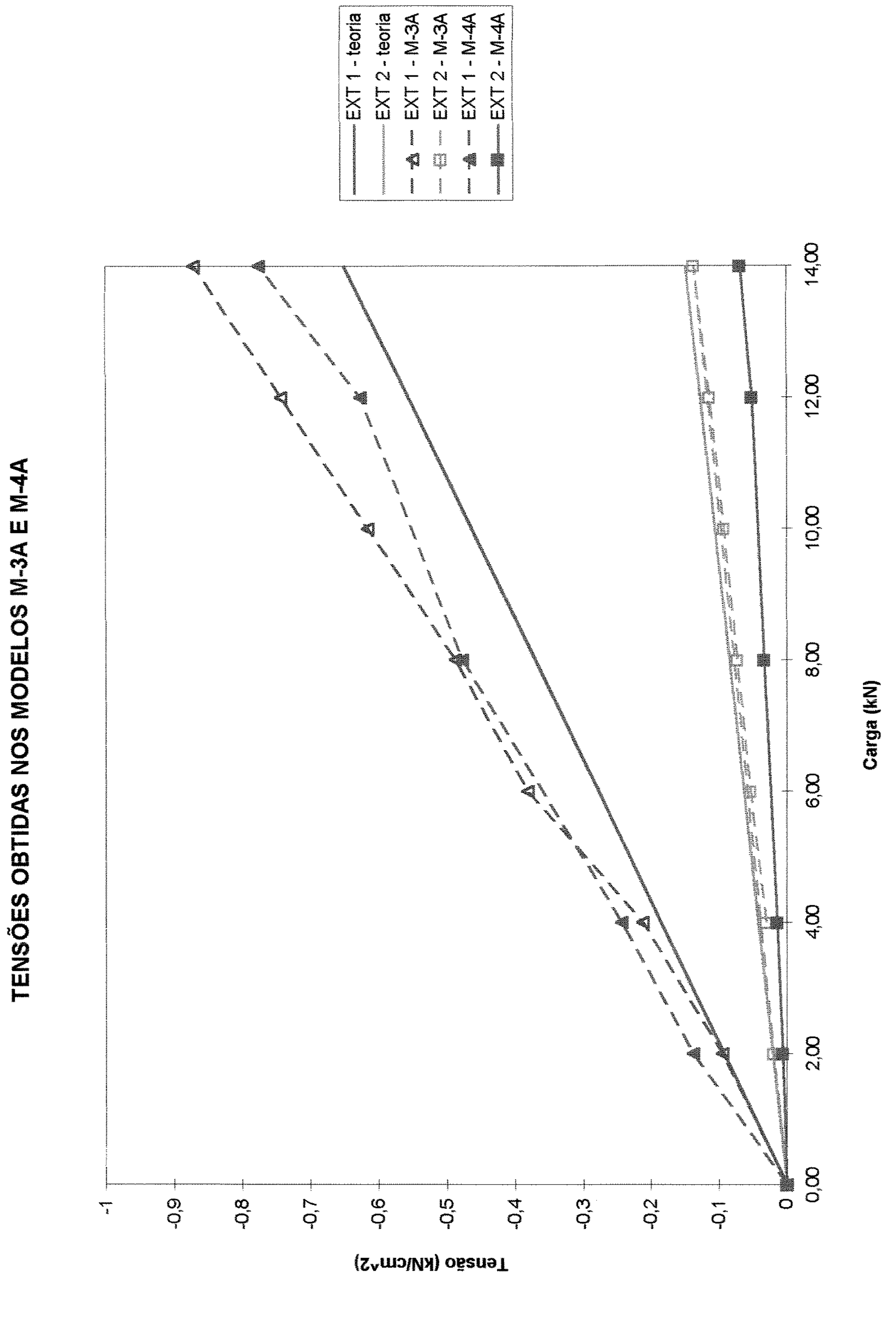


Figura 4.4.3. Comparação entre as tensões dos modelos M-3A e M-4A.

4.5. Análise das deformações e tensões tangenciais

Através da análise dos resultados das rosetas colocadas nos modelos foi possível obter informações a respeito da distribuição das tensões de cisalhamento na viga.

Foram colocadas três rosetas, mostradas na Figura 3.7.2, item 3.7, numeradas de 1 a 3. Inicialmente foi verificado que na roseta 3, no meio do vão, a deformação tangencial foi nula, como era esperado.

Em seguida foram comparados os resultados da roseta 1 e 2. Foi verificado que as deformações tangenciais obtidas na roseta 1, em todos os modelos, foi em média 10% menores que as obtidas na roseta 2.

Os resultados obtidos na roseta 2, a uma distância de 50 cm do apoio e a uma distância de 10 cm da linha neutra, são mostrados na Figura 4.5.1. Todos os modelos tiveram resultados praticamente coincidentes, a não ser o modelo M-4A, que teve deformações tangenciais cerca de 50% maiores que os outros modelos.

Esse resultado indica que as almas foram muito mais sobrecarregadas que nos outros modelos. A partir dessa observação, e tendo em vista que o modelo M-4 teve uma rigidez muito grande e o modelo M-4A, que é o modelo M-4 com espaçamento diminuído, teve uma rigidez muito menor, pode-se concluir que essa operação de colocação de mais pregos pode ter danificado a madeira, com um possível fendilhamento, apesar de no modelo M-3A não ter havido problema.

Os resultados dos modelos foram utilizados para a estimativa do módulo de elasticidade transversal do compensado, sendo conhecidas as tensões teóricas. O valor médio obtido foi 63,8 kN/cm^2.

Finalmente, o valor do módulo de elasticidade transversal encontrado foi utilizado para a estimativa da força cortante atuante na alma, admitindo-se que a distribuição de tensões tangenciais nas almas seja uniforme. Foi obtido que a parcela de força cortante atuante nas duas almas representa em torno de 96% da força cortante total.

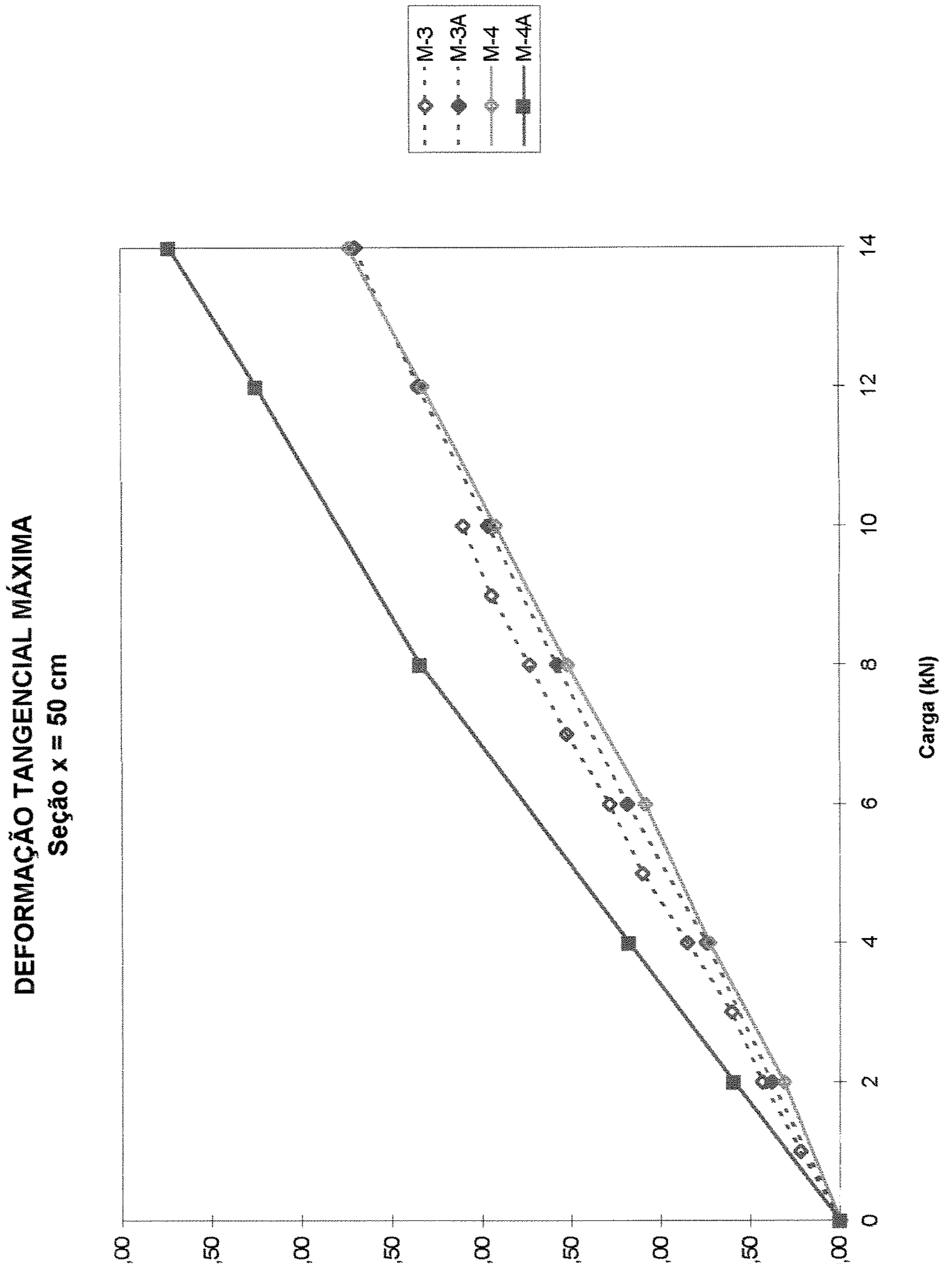


Figura 4.5.1. Deformações tangenciais obtidas através da roseta 2.

5. CONCLUSÕES

A partir dos estudos feitos neste trabalho, podem ser destacadas as seguintes conclusões:

1. A partir da revisão de normas técnicas e outras pesquisas sobre o assunto, foi possível verificar que o efeito da composição parcial, independentemente de sua importância, é amplamente considerado e portanto, justifica-se pelo menos sua inclusão na análise da viga.
2. O uso de métodos simplificados é muito difundido nos países em que o uso desse tipo de viga é freqüente, sendo possível encontrar seções padronizadas e o compensado bem caracterizado.
3. O método da seção transformada é bem aceito para o cálculo de vigas com diferentes materiais. Mas convém lembrar que esse método só pode ser utilizado para cálculos relacionados à flexão, tendo em vista suas hipóteses básicas.
4. Dentro do estudo teórico, o modelo aplicado para a descrição do comportamento da viga de madeira de seção composta com alma em chapa de compensado é bastante adequado, uma vez que fornece uma solução simples e ao mesmo tempo exata. Esse método, além de permitir o amplo entendimento do funcionamento da viga, permitiu a análise teórica da importância do efeito da composição parcial.
5. A partir de uma análise teórica do efeito da composição parcial, foi possível observar que sua influência nos deslocamentos da viga pode chegar a até 20%, sendo os parâmetros influentes, além da rigidez da ligação, a área da mesa e seu distanciamento do eixo da seção e o comprimento do vão. Quanto maiores esses parâmetros, maior a influência da composição parcial.
6. Utilizando-se as fórmulas desenvolvidas para as tensões, e comparando os valores obtidos com a teoria clássica da flexão, a diferença é desprezível, sendo muito pequeno o efeito da composição parcial nas tensões. De qualquer forma foi possível observar que quanto menos rígida for a ligação, mais as almas serão sobrecarregadas.

7. O efeito da força cortante foi analisado teoricamente mas uma verificação experimental mais ampla deve ser feita. Segundo o método proposto, sua relevância nos deslocamentos é de no máximo 5%. Os fatores que afetam sua relevância são o comprimento do vão, a altura da viga, a rigidez ao cisalhamento da alma e, em menor escala, a área da mesa.
8. O estudo da ligação foi muito importante, à medida em que permitiu o esclarecimento de muitos aspectos do comportamento da viga composta e da própria ligação. A rigidez da ligação não é um assunto muito abordado na literatura, apesar de ser um fator muito importante dentro do estudo de vigas compostas. O estudo do método proposto por KUENZI (1953) representa uma importante contribuição, uma vez que permite a estimativa teórica da rigidez da ligação.
9. Quanto à estabilidade das almas, tanto no caso de seção "I" como caixão, pode-se dizer que o problema tem uma relação com as tensões tangenciais. Entretanto esse problema pode ser controlado principalmente através da relação entre a altura e a espessura (esbeltez) da alma.
10. Quanto à estabilidade lateral, pode-se dizer que é recomendado pelo menos o contraventamento nos apoios para vigas esbeltas. O uso de contraventamento ao longo do comprimento pode ser determinado pelas tabelas das normas americanas, amplamente utilizadas. Entretanto o estudo feito com base na teoria da flexo-torção fornece uma introdução a um estudo mais amplo. As vigas de seção caixão possuem uma rigidez à torção muito grande e apresentam menos tendência à instabilidade.
11. Os resultados do estudo experimental permitiram concluir que os deslocamentos obtidos nos ensaios, em comparação com os deslocamentos calculados segundo a teoria clássica da flexão foram cerca de 10% maiores. Em comparação aos deslocamentos calculados segundo a expressão proposta, foram muito próximos. No modelo M-2, os deslocamentos obtidos foram muito maiores que os teóricos, e esse fato provavelmente tem uma relação com a ligação.
12. Os resultados dos ensaios dos modelos M-3 e M-4 mostraram que a ligação teve um comportamento linear, tendo sido os resultados mais próximos dos teóricos. O espaçamento adotado para os modelos M-3 e M-4 foi um espaçamento intermediário entre o indicado pela norma alemã e o indicado

pelo projeto da nova norma brasileira. Já no modelo M-2 o espaçamento utilizado, que foi o indicado pela norma alemã, não foi suficiente, e resultou em um comportamento não linear para a ligação.

13. A emenda das mesas é um problema que merece ser melhor investigado, entretanto recomenda-se evitá-las. No ensaio do modelo M-1 foi possível observar que a emenda da mesa não funciona adequadamente. Quanto à emenda das almas, foi possível concluir que a emenda de topo com cobrejunta funciona perfeitamente, apesar de não ser a mais adequada esteticamente. Durante os ensaios ela foi suficiente para garantir o funcionamento do modelo, permitindo a análise das tensões e dos deslocamentos.
14. Os enrijecedores permitiram um aumento de cerca de 30% na rigidez da viga. As tensões na alma, no caso dos modelo com enrijecedores, em geral foram menores que nos modelos sem enrijecedores.
15. A diminuição do espaçamento entre os pregos de 5 para 2,5 cm provocou uma diminuição em torno de 12% nos deslocamentos. Teoricamente havia sido previsto que essa diminuição seria de 8%.
16. Todos os modelos tiveram uma grande estabilidade lateral. Não houve problemas de estabilidade das chapas, mesmo no modelo mais esbelto sem enrijecedores. A esbeltez da alma - a relação entre sua altura e sua espessura - nesse modelo era em torno de 32. No modelo M-1 e M-2 era 20. Com base no estudo teórico feito sobre a estabilidade de chapas, uma alma com esbeltez a partir de 65 pode apresentar problemas de estabilidade.
17. Tendo em vista os resultados do estudo teórico e experimental, pode-se concluir que o cálculo das tensões em vigas de madeira com alma em chapa de compensado pode ser feito segundo as expressões normalmente empregadas, pois o efeito da composição parcial é desprezível nas tensões. Entretanto no cálculo dos deslocamentos esse efeito deve ser considerado, e para isso pode-se usar as expressões propostas.

Como sugestões para próximas pesquisas, pode-se citar que dentro do estudo teórico, a rigidez das ligações, o parâmetro mais importante dentro da aplicação do efeito da composição parcial a vigas compostas, é um assunto que necessita de maior investigação. Os parâmetros envolvidos precisam ser melhor caracterizados para espécies brasileiras. Para isso pode ser utilizado o ensaio de embutimento, que fornece um meio de determinação da resposta da madeira ao embutimento. A para espécies brasileiras. Para isso pode ser utilizado o ensaio de embutimento, que fornece um meio de determinação da resposta da madeira ao embutimento. A emenda de topo com cobrejunta não é a mais adequada esteticamente, por isso uma investigação sobre outros tipos de emenda, como a emenda dentada ou a emenda de topo junto aos enrijecedores, deve ser feita.

Uma investigação experimental dirigida à estabilidade lateral e à estabilidade da alma para a determinação da esbeltez a partir da qual a viga passa a apresentar esse problema seria importante.

Finalmente, dentro da análise numérica, uma modelagem da viga como uma estrutura composta de vários elementos unidos por ligações elásticas, podendo incluir os enrijecedores, seria muito interessante.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, H. G. *Analysis and design of structural sandwich panels.* Oxford: Pergamon Press, 1969. p. 8-47, 57-75.

ALMEIDA, P. A. O. *Estruturas de Madeira de Grande Porte.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1990. (Tese, Doutorado em Engenharia de Estruturas).

ALMEIDA, P. A. O. *Uniões pregadas de madeira.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1987. 141 p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Estruturas).

ALMEIDA, P. A. O., CALIL JR., C., FUSCO, P. B. *Determinação das propriedades das madeiras para projeto da estruturas.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1996. 59 p. (Boletim Técnico nº 9604)

ALMEIDA, P. A. O., CALIL JR., C., FUSCO, P. B. *Determinação das resistências das ligações mecânicas das estruturas de madeira.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1996. 59 p. (Boletim Técnico nº 9605)

AUNE, P., PATTON-MALLORY, M. *Lateral load-bearing capacity of nailed joints based on the yield theory: Theoretical development.* Madison: Forest Products Laboratory, Forest Service, United State Department of Agriculture, 1986. 20 p. (Res. Pap. FPL 469)

AMERICAN PLYWOOD ASSOCIATION. *Nailed Plywood and Lumber Beams.* Tacoma: American Plywood Association, 1985. 4 p. (Form No. Z416K).

CONSEIL INTERNATIONAL DU BÂTIMENT. *Structural timber design code.* 1980. 43 p.

DEUTSCHE INSTITUTE FUR NORMUNG. *DIN 1052 - Hoja 1;* construcciones de madera: cálculo y ejecución. Bilbao, 1973. 42 p. (em espanhol)

EHLBECK, J., LARSEN, H. J. Eurocode 5 - Design of timber structures: joints. 1991. p. 9-23.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, Brussels. *EUROCODE 5;* design of timber structures - part 1-1: general rules and rules for buildings. Brussels, 1993. 110 p.

FEODOSIEV, V. I. *Resistência de materiales.* Moscou: MIR, 1980. 583 p.

FOSCHI, R., BONAC, T. Load-Slip Characteristics for Connections with Common Nails. *Wood Science.* v. 3, n. 9, p. 118-123, 1977.

FUSCO, P. B., ALMEIDA, P. A. O., CALIL JR., C. *Norma de projeto de estruturas de madeira.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1996. 119 p. (Boletim Técnico nº 9602)

GIRHAMMAR, U. A., GOPU, K. A. Composite Beam-columns with Interlayer Slip - Exact Analysis. *Journal of Structural Engineering,* v. 119, n. 4, p. 1265-1282, Apr. 1993.

HA, K. H. Stiffness Matrix for Exact Solution of Sandwich Beam and Frame Systems. *Journal of Structural Engineering,* v. 119, n. 4, p. 1150-1167, Apr. 1993.

HELLMEISTER, J. C. Evolução da Pesquisa das Vigas Compostas de Elementos de Madeira no Laboratório de Madeira e de Estruturas de Madeira. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, II, 1986, São Carlos. *Anais...*São Carlos: IBRAMEM, 1986. v. 1. p. 2-20.

HILSON, B. O. Joints with dowel-type fasteners - Theory. In: *Timber Engineering - Step 1.* Blass, H. J., Aune. P., Choo, B. S. et al., Almere: Centrum Hout, 1995.

HOYLE JR., R. J., WOESTE, F. E. *Wood Technology in the Design of Structures.* 5 ed. Iowa: Iowa State University Press, 1989. Cap. 16, p. 234-247.

JOHANSEN, K. W. *Theory of timber connections.* Bern: International Association of Bridge and Structural Engineering, 1949. (Publ. 9)

KREUZINGER, H. Mechanically jointed beams and columns. In: Timber Engineering - Step 1. Blass, H. J., Aune. P., Choo, B. S. et al., Almere: Centrum Hout, 1995.

KUENZI, E. W. Theoretical design of a nailed or bolted joint under lateral load. Madison: Forest Products Laboratory, Forest Service, United State Department of Agriculture, 1955. 31 p. (Rep. D1951)

LEKHNITSKII, S. G. *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body.* Moscow: MIR, 1981. 430 p.

MAINIERI, C., CHIMELO, J. P. *Fichas de Características das Madeiras Brasileiras.* São Paulo: Instituto de Pesquisas Tecnológicas, Divisão de Madeiras, 1989. p. 343. (Publicação IPT n. 1791)

MASCIA, N. T., HELLMEISTER, J. C., CHAUD, E. Um critério de aceitação ou rejeição para um lote de peças estruturais de madeira. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, III, 1989, São Carlos. *Anais...*São Carlos: IBRAMEM, 1989. v. 3. p. 181-190.

MCLAIN, T. E., SOLTIS, L. A., POLLOCK JR., D. G. et al. LRFD for Engineered Wood Structures - Connection Behavioral Equations. *Journal of the Structural Division,* New York, v. 119, n. 10, p. 3024-3038, Oct. 1993.

METTEM, C. J. *Structural Timber Design and Technology.* London: Longman Scientific and Technical, 1986. Cap. 13, p.277-287.

NEWMARK, N. M., SEISS, C. P., VIEST, I. M. Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction. *Proceedings of Society for Experimental Stress Analysis,* v. 9, n. 1, p.75-52, 1951.

PFEIL, W. *Estruturas de madeira.* 4 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1985. 296 p.

RIBEIRO, G. O. Metodologia de ensaio para determinação de propriedades das chapas de madeira compensada. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, II, 1986, São Carlos. *Anais...* São Carlos: IBRAMEM, 1986. v. 2, p. 160-173.

RODRIGUES JR., M. S. Vigas Compostas de Quatro Elementos de Madeira Interligados por Anéis Metálicos. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, III, 1989, São Carlos. *Anais...*São Carlos: IBRAMEM, 1989.

SOTO, F. E. Y., *Diseño de Elementos Estructurales de Seccion Transversal Compuesta de Madera Aserrada.* Concepción: Faculdad de Ingeneria Civil, Universidad de Concepcion, 1991. 220 p. (Relatório de Habilitação Profissional para Optar ao Título de Engenheiro Civil).

TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M. *Theory of Elastic Stability.* 2 ed. New York: McGraw-Hill, 1961. 541 p.

UGURAL, A. C., FENSTER, S. K. *Advanced Strength and Applied Elasticity.* New York: Elsevier, 1987. 471 p.

WHEAT, D. L., CALIXTO, J. M. Nonlinear Analysis of Two-Layered Wood Members with Interlayer Slip. *Journal of Structural Division,* v. 120, n. 6, p. 1909-1929, June 1994.

WILKINSON, T. L. Analysis of nailed joints with dissimilar members. *Journal of the Structural Division.* New York, v. 98, n. ST9, p. 2005-2013, Sept. 1972.

WILKINSON, T. L. Theoretical lateral resistance of nailed joints. *Journal of the Structural Division.* new York, v. 97, n. ST5, p. 1381-1398, May 1971.

7. BIBLIOGRAFIA

ALLEN, H. G. *Analysis and design of structural sandwich panels.* Oxford: Pergamon Press, 1969. p. 8-47, 57-75.

ALMEIDA, P. A. O. *Estruturas de Madeira de Grande Porte.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1990. (Tese, Doutorado em Engenharia de Estruturas).

ALMEIDA, P. A. O. *Uniões pregadas de madeira.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1987. 141 p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Estruturas).

ALMEIDA, P. A. O., CALIL JR., C., FUSCO, P. B. *Determinação das propriedades das madeiras para projeto da estruturas.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1996. 59 p. (Boletim Técnico nº 9604)

ALMEIDA, P. A. O., CALIL JR., C., FUSCO, P. B. *Determinação das resistências das ligações mecânicas das estruturas de madeira.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1996. 59 p. (Boletim Técnico nº 9605)

AUNE, P., PATTON-MALLORY, M. *Lateral load-bearing capacity of nailed joints based on the yield theory: Theoretical development.* Madison: Forest Products Laboratory, Forest Service, United State Department of Agriculture, 1986. 20 p. (Res. Pap. FPL 469)

ALMEIDA, S. M. B. *Pontes Estaiadas de Madeira.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1989. (Tese, Doutorado em Engenharia de Estruturas)

AMERICAN INSTITUTE FOR TIMBER CONSTRUCTION. *Timber construction manual.* 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1974.

AMERICAN PLYWOOD ASSOCIATION. *Nailed Plywood and Lumber Beams.* Tacoma: American Plywood Association, 1985. 4 p. (Form No. Z416K).

BATISTA, A. M. *Um estudo sobre as vigas de seção mista em chapa de aço dobrada e em madeira serrada.* Campinas: Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, 1996. 207 p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Civil)

BODIG, J., JAYNE, B. A. *Mechanics of Wood and Wood Composites.* New York: Van Nostrand Reinhold, 1982. 711 p.

BONES, C. A. *Análise de compósitos de madeira laminada colada e vidro-epoxi, utilizando um elemento finito de alta ordem.* Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 1996. 157 p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Estruturas)

BRADFORD, M. A., GILBERT, R. I. Composite Beams with Partial Interaction under Sustained Loads. *Journal of Structural Engineering,* v. 118, n. 7, p. 1871-1883, July 1992.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION, London. *BS 5268;* structural use of timber: Part 2. London, 1991. 128 p.

CARRASCO, E. V. M. Metodologia para o ensaio de peças estruturais de madeira: módulo de deformação da ligação. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, II, 1986, São Carlos. *Anais...* São Carlos: IBRAMEM, 1986. v. 4. p. 21-40.

CHEN, W.-F., SALEEB. A. F. *Constitutive Equations for Engineering Materials - Elasticity and Modeling.* New York: John Wiley & Sons, 1982. 247 p. v. 1.

CONSEIL INTERNATIONAL DU BÂTIMENT. *Structural timber design code.* 1980. 43 p.

DEUTSCHE INSTITUTE FUR NORMUNG. *DIN 1052 - Hoja 1;* construcciones de madera: cálculo y ejecución. Bilbao, 1973. 42 p. (em espanhol)

EHLBECK, J., LARSEN, H. J. Eurocode 5 - Design of timber structures: joints. 1991. p. 9-23.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, Brussels. *EUROCODE 5;* design of timber structures - part 1-1: general rules and rules for buildings. Bruxelas, 1993. 110 p.

FEODOSIEV, V. I. *Resistência de materiales.* Moscou: MIR, 1980. 583 p.

FERNANDES, G. B. *Notas sobre a Análise Experimental de Estruturas.* Campinas: Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, 1992. 75 p. (Notas de aula).

FOSCHI, R., Structural Analysis of Wood Floor Systems. *Journal of Structural Division,* v. 108, n. ST7, p. 1557-1574, July 1982.

FOSCHI, R., BONAC, T. Load-Slip Characteristics for Connections with Common Nails. *Wood Science.* v. 3, n. 9, p. 118-123, 1977.

FUSCO, P. B. Caracterização da Deformabilidade na Elasticidade Linear (Conceitos Básicos para a Definição das Propriedades Elásticas da Madeira). In: ENCONTRO BRASILEIRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, III, 1989, São Carlos. *Anais...* São Carlos: IBRAMEM, 1989. v. 5. p. 175-215.

FUSCO, P. B., ALMEIDA, P. A. O., CALIL JR., C. *Norma de projeto de estruturas de madeira.* São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1996. 119 p. (Boletim Técnico nº 9602)

GIRHAMMAR, U. A., GOPU, K. A. Composite Beam-columns with Interlayer Slip - Exact Analysis. *Journal of Structural Engineering,* v. 119, n. 4, p. 1265-1282, Apr. 1993.

GREEN, A. E., W. ZERNA. *Theoretical Elasticity.* New York: Dover Publications, 1992, 2 ed., 461 p.

HA, K. H. Stiffness Matrix for Exact Solution of Sandwich Beam and Frame Systems. *Journal of Structural Engineering,* v. 119, n. 4, p. 1150-1167, Apr. 1993.

HANSEN, H. J. Design of Plywood I-Beams. *Transactions of the American Society of Civil Engineers,* New York, p. 955-970, 1964. (Paper No. 2317).

HELLMEISTER, J. C. Evolução da Pesquisa das Vigas Compostas de Elementos de Madeira no Laboratório de Madeira e de Estruturas de Madeira. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, II, 1986, São Carlos. *Anais...*São Carlos: IBRAMEM, 1986. v. 1. p. 2-20.

HILSON, B. O. Joints with dowel-type fasteners - Theory. In: *Timber Engineering - Step 1.* Blass, H. J., Aune. P., Choo, B. S. et al., Almere: Centrum Hout, 1995.

HOYLE JR., R. J., WOESTE, F. E. *Wood Technology in the Design of Structures.* 5 ed. Iowa: Iowa State University Press, 1989. Cap. 16, p. 234-247.

HUNT, R. D., BRYANT, A. H. Laterally Nail Loaded Nail Joints in Wood. *Journal of Structural Engineering.* v. 116, n. 1, p. 111-124. Jan. 1990.

JOHANSEN, K. W. *Theory of timber connections.* Bern: International Association of Bridge and Structural Engineering, 1949. (Publ. 9)

KREUZINGER, H. Mechanically jointed beams and columns. In: Timber Engineering - Step 1. Blass, H. J., Aune. P., Choo, B. S. et al., Almere: Centrum Hout, 1995.

KUENZI, E. W. Theoretical design of a nailed or bolted joint under lateral load. Madison: Forest Products Laboratory, Forest Service, United State Department of Agriculture, 1955. 31 p. (Rep. D1951)

LEKHNITSKII, S. G. *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body.* Moscow: MIR, 1981. 430 p.

LEKHNITSKII, S. G. *Anisotropic Plates.* New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1968. 534 p.

MACGREGOR, J. Practical design approach for plywood webbed beams. In: PACIFIC TIMBER ENGINEERING CONFERENCE, 1994, Gold Coast, Australia. *Proceedings...*, p. 510-517.

MAINIERI, C., CHIMELO, J. P. *Fichas de Características das Madeiras Brasileiras.* São Paulo: Instituto de Pesquisas Tecnológicas, Divisão de Madeiras, 1989. p. 343. (Publicação IPT n. 1791)

MASCIA, N. T. *Considerações a respeito da anisotropia da madeira.* São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, 1991. 295 p. (Tese, Doutorado em Engenharia de Estruturas)

MASCIA, N. T., HELLMEISTER, J. C., CHAUD, E. Um critério de aceitação ou rejeição para um lote de peças estruturais de madeira. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, III, 1989, São Carlos. *Anais*...São Carlos: IBRAMEM, 1989. v. 3. p. 181-190.

MATTHIESEN, J. A., GESUALDO, F. A. R., CARRASCO, E. V. M. Metodologia para o ensaio de ligações de peças estruturais de madeira. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, II, 1986, São Carlos. *Anais*...São Carlos: IBRAMEM, 1986. v. 4. p. 41-54.

MCCUTCHEON, W. J. Stiffness of Framing Members with Partial Composite Action, *Journal of Structural Engineering*, v. 112, n. 7, p. 1623-1637, June 1986.

MCLAIN, T. E., SOLTIS, L. A., POLLOCK JR., D. G. et al. LRFD for Engineered Wood Structures - Connection Behavioral Equations. *Journal of the Structural Division,* New York, v. 119, n. 10, p. 3024-3038, Oct. 1993.

METTEM, C. J. *Structural Timber Design and Technology.* London: Longman Scientific and Technical, 1986. Cap. 13, p.277-287.

MONARI, H. J., LAHR, F. A. R. Proposta para Metodologia de Ensaio de Vigas de Madeira de Seção Composta Interligadas por Parafusos e Tarugos Metálicos. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, II, 1986, São Carlos. *Anais*...São Carlos: IBRAMEM, 1986. v. 4. p. 54-75.

NARAYANAN, R. (Ed.). *Beams and Beam Columns;* Stability and Strength. London: Applied Science Publishers, 1983. 242 p.

NATIONAL FOREST PRODUCTS ASSOCIATION. Washington, D. C. *NDS;* national design specification for wood construction. Washington, D. C., 1977. 78 p.

NEWMARK, N. M., SEISS, C. P., VIEST, I. M. Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction. *Proceedings of Society for Experimental Stress Analysis,* v. 9, n. 1, p.75-52, 1951.

PFEIL, W. *Estruturas de madeira.* 4 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1985. 296 p.

PINCUS, G., Behavior of Wood-Concrete Composite Beams. *Journal of Structural Division,* v. 96, n. ST10, p. 2009-2019, Oct. 1970.

RIBEIRO, G. O. Metodologia de ensaio para determinação de propriedades das chapas de madeira compensada. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, II, 1986, São Carlos. *Anais*... São Carlos: IBRAMEM, 1986. v. 2, p. 160-173.

RODRIGUES JR., M. S. Vigas Compostas de Quatro Elementos de Madeira Interligados por Anéis Metálicos. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, III, 1989, São Carlos. *Anais*...São Carlos: IBRAMEM, 1989.

RUPERT, J. B., CALIL JR., C., Estudo das Vigas de Seção Composta para Aplicação na Construção de Pontes de Madeira. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, II, 1986, São Carlos. *Anais*...São Carlos: IBRAMEM, 1986. v. 7. p. 33-50.

SOTO, F. E. Y., *Diseño de Elementos Estructurales de Seccion Transversal Compuesta de Madera Aserrada.* Concepción: Faculdad de Ingeneria Civil, Universidad de Concepcion, 1991. 220 p. (Relatório de Habilitação Profissional para Optar ao Título de Engenheiro Civil).

SZÜCS, C. A., Viga Bicircular com Tarugos Metálicos. In: ENCONTRO DE MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, II, 1986, São Carlos. *Anais*...São Carlos: IBRAMEM, 1986. v. 7. p. 1-32.

TARANTINO, A. M., DEZI, L. Creep Effects in Composite Beams with Flexible Shear Connectors. *Journal of Structural Engineering,* v. 118, n. 8, p. 2063-2081, Aug. 1992.

TIMOSHENKO, S. P., GOODIER, J. N. *Teoria da Elasticidade*. 3 ed. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois, 1980. 545 p.

TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M. *Theory of Elastic Stability.* 2 ed. New York: McGraw-Hill, 1961. 541 p.

UGURAL, A. C., FENSTER, S. K. *Advanced Strength and Applied Elasticity.* New York: Elsevier, 1987. 471 p.

WHEAT, D. L., CALIXTO, J. M. Nonlinear Analysis of Two-Layered Wood Members with Interlayer Slip. *Journal of Structural Division,* v. 120, n. 6, p. 1909-1929, June 1994.

WILKINSON, T. L. Analysis of nailed joints with dissimilar members. *Journal of the Structural Division.* New York, v. 98, n. ST9, p. 2005-2013, Sept. 1972.

WILKINSON, T. L. Theoretical lateral resistance of nailed joints. *Journal of the Structural Division.* new York, v. 97, n. ST5, p. 1381-1398, May 1971.

WILKINSON, T. L., ROWLANDS, R. E. Analisys of Mechanical Joints in Wood. *Experimental Mechanics.* v. 21, n. 11, p. 408-414, Nov. 1981.

ANEXO A

O método da seção transformada

O método da seção transformada é utilizado freqüentemente para considerar a diferença de material entre os elementos de uma viga composta. O princípio do método é transformar a seção em outra equivalente que seja constituída por apenas um material, tal que os eixos principais da seção permaneçam na mesma posição.

Tomando-se o caso da flexão reta em torno do eixo principal horizontal, na seção transformada os elementos terão sua área e sua largura modificadas, mas não a altura.

Para a utilização do método é necessário escolher um material como referência. A seção transformada será composta apenas desse material. Em seguida é calculada a razão modular para cada material, dada por:

$$n_i = \frac{E_i}{E_r} \qquad (8.1.1)$$

onde: E_i = módulo de elasticidade do material i

E_r = módulo de elasticidade do material da seção transformada

Então a largura de cada elemento da viga composta é multiplicada pela razão modular do material de que é constituído.

Para os cálculos das tensões normais e tangenciais são calculadas as propriedades geométricas sobre a seção transformada, entretanto, nos elementos transformados as tensões devem ser multiplicadas pela razão modular.

Os princípios do método podem ser encontrados por exemplo em UGURAL e FENSTER (1987). A Figura 8.1.1 ilustra o procedimento do método. A Figura 8.2.1 mostra um diagrama de tensões calculado sobre a seção transformada e corrigido para a seção real.

Uma observação importante é que a transformação da seção da forma como foi descrita pode ser feita apenas em cálculos relacionados à flexão, tendo em vista que seus fundamentos são as hipóteses básicas da Teoria da Flexão.

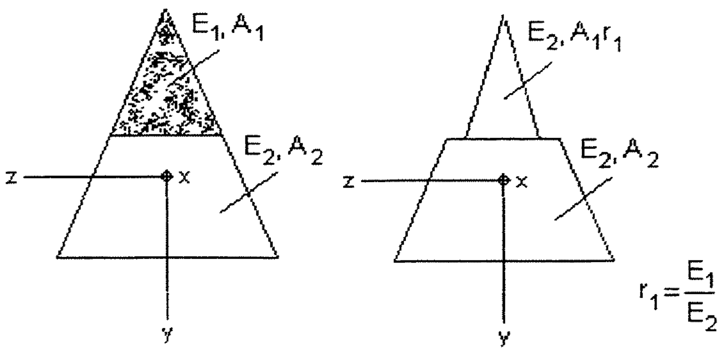


Figura 8.1.1. Seção real e seção transformada

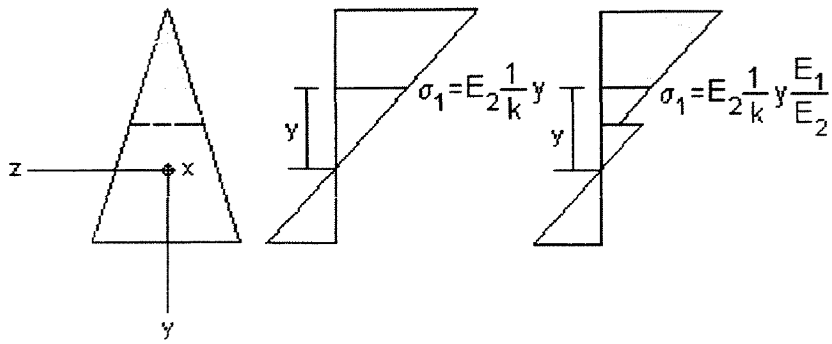


Figura 8.1.2. Diagrama de tensões normais para a seção transformada e para a seção real

ANEXO B

Exemplo de projeto de estrutura de cobertura

Este projeto tem como objetivo o cálculo de uma viga de madeira de seção composta com alma em chapa de compensado, a ser utilizada na estrutura de cobertura de um galpão. O galpão será destinado a uma oficina de marcenaria, e estará situado em Campinas/SP, em terreno alto e plano. Os pilares serão de madeira, o fechamento em blocos de cimento pintados, e as esquadrias são de madeira envernizada com vidro. Os demais dados são fornecidos abaixo.

DADOS:

Largura:	*10,0 m (medida interna)*
Comprimento:	*20,0 m (medida interna)*
Altura:	*5,0 m (medida interna)*
Telhas:	*fibrocimento de 6 mm de espessura*
Inclinação das telhas:	*5%*
Espaçamento entre terças;	*1,25 m (entre eixos)*
Espaçamento entre as vigas:	*5,0 m (entre eixos)*
Seção das terças:	*6 cm x 16 cm (já verificada)*
Madeira das terças:	*pinho-do-Paraná (ρ_{ap} =580 kg/m^2)*

CARACTERÍSTICAS DAS MADEIRAS UTILIZADAS NA VIGA

	EUCALIPTO CITRIODORA (Eucalyptus citriodora)			COMPENSADO ESTRUTURAL t=12mm		
	valor médio	valor característico	coeficiente de variação	valor médio	valor característico	coeficiente de variação
ρ (kg/m^3)	999			643,5		
U(%)	12			9,78		
f_{c0} (kN/cm^2)	6,20	4,36	18%	3,86	3,67	3%
f_{t0} (kN/cm^2)	12,36	8,70	18%	5,96	5,18	8%
f_v (kN/cm^2)	1,07	0,57	28%		0,44	
f_{e0} (kN/cm^2)		4,36			3,67	
f_M (kN/cm^2)		8,70		7,52	6,53	8%
E_{c0} (kN/cm^2)	1842,21			816,40		12%
E_{t0} (kN/cm^2)	1842,21			953,80		8%
E_M (kN/cm^2)	1565,79			880,00		4%
ν				0,075		
G (kN/cm^2)				115,00		3%

OBS:
(1) Os valores médios para a madeira maciça, bem como os coeficientes de variação, foram obtidos de CALIL JR., SALES e FUSCO (1996). Para o compensado, os dados foram obtidos de RIBEIRO (1989).
(2) Os valores característicos foram obtidos segundo o item 5.4.2 do projeto na nova versão da norma NBR 7190, segundo o qual o valor característico inferior de uma propriedade é aquele que tem 5% de probabilidade de não ser atingido, admitindo-se uma distribuição normal de freqüências.
(3) O valor do módulo de elasticidade à flexão da madeira maciça foi calculado segundo o item 5.3.4 do projeto da nova versão da NBR 7190.
(4) O cálculo das resistências que não foram fornecidas nas fontes consultadas foi feito segundoo item 5.3.3 do projeto da nova versão da NBR 7190.

1. CARGAS

Peso das telhas = 0,18 x 5 = 0,90 kN/m

$$\text{Peso das terças} = \frac{0{,}06 x 0{,}16 x 5 x 580}{100 x 1{,}25} = 0{,}22 \text{ kN/m}$$

Peso próprio da viga (estimado) = 0,10 kN/m

Total de carga permanente = 1,22 kN/m

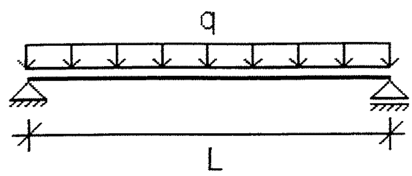
Combinação para estados limites últimos = 1,22 x 1,3 = 1,59 kN/m

Combinação para estados limites de utilização = 1,22 x 1,0 = 1,22 kN/m

OBS:
(5) As combinações foram feitas segundo os ítens 4.6.4 e 4.8.1 da NBR 7190 (projeto da nova versão)
(6) As cargas devidas ao vento foram calculadas segundo a norma NBR 6123, mas resultaram em combinações no sentido de aliviar as cargas permanentes.

2. ESFORÇOS SOLICITANTES MÁXIMOS

Esquema estático:



q = 1,59 kN/m (estados limites últimos); 1,22 kN/m(estados limites de utilização)
L = 1000 cm
M = 1987,5 kNcm
V = 7,95 kN

3. PRÉ-DIMENSIONAMENTO

3.1. Segundo HOYLE JR. e WOESTE (1989)

a) escolha da altura: 50 cm

Essa altura foi escolhida sabendo-se que a chapa de compensado estrutural possui 110 cm de largura e será retirada uma faixa de 5 cm de cada lado para evitar defeitos devidos ao transporte.

b) escolha da seção das mesas: 6 cm x 8 cm

Área disponível $= 48\ cm^2$

$$\text{Área necessária} = \frac{1987,5}{2,98x(50-6)} = 15,16\ cm^2$$

Portanto a seção escolhida pode ser usada.

c) Escolha da espessura de compensado: 1,2 cm (por alma)

$$\text{Espessura necessária} = \frac{5x7,95}{2x4x50x0,09} = 1,10\ cm\ (\text{por alma})$$

Portanto a espessura escolhida pode ser usada.

A seção obtida é a mostrada na Figura 8.2.1. Será utilizado o método da seção transformada, utilizando como referência a madeira maciça.

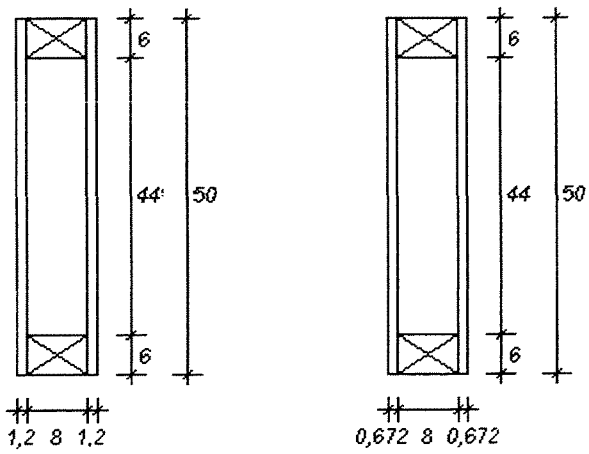


Figura 8.2.1. (a) Seção real (b) Seção transformada

4. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO (cm)

$A_w \quad = 0,672\ x\ 50 = 33,72\ cm^2$

$A_f \quad = 6 \times 8 = 48\ cm^2$

S_w $= 2 \times 0{,}672 \times 25 \times 12{,}5 = 420\ cm^3$

S_f $= 6 \times 8 \times 22 = 1056\ cm^3$

$$I_w = \frac{0{,}672 x 50^3}{12} = 7025\ cm^4$$

$$I_f = \frac{8x6^3}{12} = 144\ cm^4$$

I_o $= 2 \times 7025 + 2 \times 144 = 14338\ cm^4$

I $= 14338 + 2 \times 6 \times 8 \times 22^2 = 60802\ cm^4$

5. DIMENSIONAMENTO DA LIGAÇÃO

5.1. Segundo a NBR 7190 (projeto da nova versão)

a) Cálculo do fluxo de cisalhamento

$$T = \frac{7{,}95x0{,}5x6x8x22}{60802} = 0{,}069\ kN/cm$$

b) Cálculo da capacidade de carga do prego (Item 7.3.4)

Serão utilizados pregos 15x21 (d=2,4 mm e c=41 mm)

Para o compensado:

$$\beta = \frac{12}{2{,}4} = 5$$

$$\beta_{lim} = 1{,}25\sqrt{\frac{600}{12{,}6}} = 8{,}6$$

$$R_{vd,1} = 0{,}40x\frac{1{,}2^2}{5}x12{,}6x0{,}1 = 0{,}15\ kN$$

Para a madeira maciça:

$$\beta = \frac{29}{2{,}4} = 12$$

$$\beta_{lim} = 1{,}25\sqrt{\frac{600}{14{,}9}} = 7{,}9$$

$$R_{vd,1} = 0{,}65x\frac{0{,}24^2}{12}x\frac{600}{1{,}1}x0{,}10 = 0{,}16\ kN$$

c) Espaçamento dos pregos

$$s = \frac{0{,}15}{0{,}069} = 2{,}2\ cm$$

5.2. Segundo a norma DIN 1052

a) Cálculo do fluxo de cisalhamento (Item 5.4.1 a 5.4.3)

Supondo inicialmente um espaçamento de 5 cm:

$$k = \frac{\pi^2 x 1565,79 x 0,5 x 6 x 8 x 5}{9x1000^2} = 0,24$$

$$\gamma = \frac{1}{1+0,24} = 0,80$$

$$I_{ef} = 14338 + 2x6x8x22^2x0,80 = 51509\ cm^4$$

$$T = \frac{7,95x0,5x6x8x22x0,80}{51509} = 0,065\ kN/cm$$

b) Cálculo da capacidade de carga do prego (Item 11.3.2)

$$N_d = \frac{500x0,24^2}{1+0,24} x1,25x0,01 = 0,29\ kN$$

c) Espaçamento dos pregos:

$$s = \frac{0,29}{0,065} = 4,5\ cm$$

OBS:
(7) A capacidade de carga do prego foi calculada considerando-se que será feita a pré-furação.

Será utilizado um espaçamento de 3 cm.

6. VERIFICAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS

6.1. Segundo a norma NBR 7190 (projeto da nova versão)

$$v_{max,adm} = \frac{1000}{300} = 3,33\ cm$$

$$v_{max} = \frac{5}{384}\frac{1,22x1000^4 x0,01}{884,21x46752} = 3,84\ cm$$

OBS:
(8) O momento de inércia utilizado é o momento de inércia sem a contribuição das almas.
(9) O módulo de elasticidade efetivo utilizado no cálculo do deslocamento vertical máximo foi calculado segundo o item 5.4.9 da NBR 7190 (projeto de norma). O coeficientes de modificação utilizados foram $k_{mod.1}$ = 0,6 (classe permanente de carregamento); $k_{mod.2}$ = 1,0 (classe 1 de umidade) e $k_{mod.3}$ = 0,8 (madeira de segunda categoria).

6.2. Cálculo do deslocamento máximo segundo a norma BS 5268

$$v_{max} = \frac{5}{384}\frac{1{,}22x1000^4x0{,}01}{884{,}21x60802}x1{,}50 = 4{,}71\ cm$$

OBS:
(10) Segundo METTEM (1989), o fator 1,5 é utilizado para considerar o deslocamento devido à força cortante e devido ao efeito da deformação da ligação.

6.3. Cálculo do deslocamento máximo segundo a norma DIN 1052

$$v_{max} = \frac{5}{384}\frac{1{,}22x1000^4x0{,}01}{1565{,}79x51509} = 2{,}00\ cm$$

6.4. Cálculo do deslocamento máximo considerando o efeito da composição parcial

$K = 15{,}09\ kN/cm$

$$\overline{K} = \frac{15{,}09}{3} = 5{,}03\ kN/cm^2$$

$$\alpha^2 = 2x5{,}03x\left(\frac{1}{884{,}21x163{,}44} + \frac{2x22^2}{884{,}21x14338}\right)$$

$\alpha = 0{,}0179$

$$v_{max} = \frac{5}{384}\frac{1{,}22x1000^4x0{,}01}{884{,}21x60802} +$$

$$+ \frac{1{,}22x0{,}01}{0{,}0179^4x884{,}21x60802}x\left(\frac{884{,}21x60802}{884{,}21x14338}\right)x\left(\frac{1}{\cosh 8{,}95} + \frac{1}{8}x0{,}0179^2x1000^2 - 1\right) =$$

$=2{,}95 + 0{,}29 = 3{,}24\ cm$

OBS:
(11) O valor do módulo de deslizamento foi determinado segundo KUENZI (1953).

7. VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE DAS ALMAS

$$\lambda = \frac{50}{1{,}2} = 42$$

$$\tau_{cr} = 5{,}35x\pi^2x\frac{884{,}21}{12x(1-0{,}040^2)}x\frac{1}{42^2} = 2{,}22\ kN/cm^2$$

A tensão de cisalhamento crítica é maior que a resistência do compensado ao cislhamento, portanto, segundo este método simplificado, não haverá perda de estabilidade da chapa antes de sua ruptura. Porém, segundo as recomendações do projeto da nova versão da NBR 7190, serão colocados enrijecedores com um espaçamento igual a duas vezes a altura da viga, ou seja, 100 cm. Com isso serão colocados 11 enrijecedores.

8. VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE LATERAL

8.1. Segundo as normas americanas

$I_z = I = 60802\ cm^4$

$$I_y = \frac{1{,}2^3 x 50}{12} x 2 + \frac{8^3 x 6}{12} x 2 + 1{,}2x50x4{,}6^2 x 2 = 3056\ cm^4$$

$$\frac{I_z}{I_y} = \frac{60802}{3056} = 20$$

Para esta relação, deve-se contraventar a viga nos apoios.

8.2. Segundo o método simplificado baseado na teoria da flexo-torção

a) estimativa do momento de inércia à torção

retângulo interior:	$a = 38$ cm	
	$b = 8$ cm	
	$a/b = 4{,}75$	
	$\beta = 0{,}288$	*FEODOSIEV (1980) Tabela 2, p. 100*
retângulo exterior:	$a = 50$ cm	
	$b = 10{,}4$ cm	
	$a/b = 4{,}80$	
	$\beta = 0{,}288$	*FEODOSIEV (1980) Tabela 2, p. 100*

$I_t = 0{,}288 \times 10{,}4^3 \times 50 - 0{,}288 \times 8^3 \times 38 = 10595\ cm^4$

b) estimativa da tensão crítica

$$q_{cr} = 28{,}3x \frac{\sqrt{884{,}21x3056x115{,}00x10595}}{1000^3} = 0{,}05\ kN/cm = 5\ kN/m$$

Esta é apenas uma estimativa da carga crítica, pois esse método foi desenvolvido a partir de um estudo introdutório ao assunto. Maiores investigações devem ser feitas. dE De qualquer forma, conforme a hipótese utilizada na teoria da flexo-torção, a viga deve ser contraventada nos apoios.

OBS.
(12) Este método fornece apenas uma estimativa. Tendo em vista que muitas simplificações foram utilizadas, um estudo mais amplo deve ser feito para um cálculo mais exato.

9. VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES

9.1. Segundo a NBR 7190 (projeto da nova versão)

a) Tensões normais máximas

$$\sigma_{f,max} = \frac{1987,5}{53777} x25 = 1,06 \ kN/cm^2 < 2,98 \ kN/cm^2 \qquad OK$$

$$\sigma_{f,cg} = \frac{1987,5}{53777} x22 = 0,935 \ kN/cm^2 < 1,49 \ kN/cm^2 \qquad OK$$

$$\sigma_{w,max} = \frac{1987,5}{53777} x25x0,56 = 0,595 \ kN/cm^2 < 1,74 \ kN/cm^2 \qquad OK$$

b) Tensão de cisalhamento máxima

$$\tau_{w,max} = \frac{7,95x(6x8x22 + 2x1,2x0,56x25)}{2x1,2x0,56x60802} x0,56 = 0,059 \ kN/cm^2$$

OBS:
(13) Os valores de cálculo das resistências foram calculados segundo o item 5.4.3 do projeto de norma, usado os coeficientes de modificação determinados segundo o item 5.4.4 e os coeficientes de ponderação dados no item5.4.5.
(14) O coeficientes de modificação utilizados foram $k_{mod,1}$ = 0,6 (classe permanente de carregamento); $k_{mod,2}$ = 1,0 (classe 1 de umidade) e $k_{mod,3}$ = 0,8 (madeira de segunda categoria).

9.2. Segundo a norma DIN 1052

a) Tensões normais máximas

$$\sigma_{f,max} = \frac{1987,5}{51509} x(0,80x22x1 + 3x1) = 0,795 \ kN/cm^2$$

$$\sigma_{f,cg} = \frac{1987,5}{51509} x0,80x22x1 = 0,679 \ kN/cm^2$$

$$\sigma_{w,max} = \frac{1987,5}{51509} x25x0,56 = 0,541 \ kN/cm^2$$

b) Tensão de cisalhamento máxima

$$\tau_{w,max} = \frac{7,95x(6x8x22x0,80 + 2x1,2x0,56x25)}{2x1,2x0,56x51509} x0,56 = 0,056 \ kN/cm^2$$

9.3. Cálculo das tensões considerando o efeito da composição parcial

As expressões desenvolvidas são as seguintes:

$$\frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{q}{2EI}\left(x^2 - xL\right) + \frac{q}{\alpha^2 EI}\left(\frac{EI}{EI_0} - 1\right)\left(\cosh\alpha x - \tanh\frac{\alpha L}{2}\operatorname{senh}\alpha x - 1\right)$$

$$\frac{d^3v(x)}{dx^3} = \frac{q}{2EI}(2x - L) + \frac{q}{\alpha EI}\left(\frac{EI}{EI_0} - 1\right)\left(\operatorname{senh}\alpha x - \tanh\frac{\alpha L}{2}\cosh\alpha x\right)$$

$$\sigma_f(x,y) = \frac{d^2v(x)}{dx^2}\left(-E_f y - \frac{EI_0}{2\bar{y}_f A_f}\right) - \frac{M(x)}{2\bar{y}_f A_f}$$

$$\sigma_w(x,y) = \frac{d^2v(x)}{dx^2}(-E_f y)\frac{E_w}{E_f}$$

$$\tau_w(x,y) = \left[\frac{d^3v(x)}{dx^3}\left(E_f\frac{S_w(y)}{2b_w}\frac{E_w}{E_f} + \frac{EI_0}{4\bar{y}_f b_w}\right) + \frac{V(x)}{4\bar{y}_f b_w}\right]\frac{E_w}{E_f}$$

Com os dados da viga foram obtidos:

$$\frac{d^2v}{dx^2}(500) = -0{,}4003 \times 10^{-4}$$

$$\frac{d^2v}{dx^2}(0) = -0{,}2021 \times 10^{-6}$$

$$\sigma_{f,max} = -0{,}4003x10^{-4}x\left(1565{,}79x(-3) + \frac{1565{,}79}{2x22x48}\right) - \frac{1987{,}5}{2x22x48} = -0{,}807 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{w,max} = -0{,}4003x10^{-4}x\left(1565{,}79x(-25)x\frac{880{,}00}{1565{,}79}\right) = -0{,}496 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{w,max} = \left[-0{,}2021x10^{-6}x\left(1565{,}79x\frac{391{,}88}{2x0{,}627} + \frac{1565{,}79x14338}{4x22x10{,}627}\right) + \frac{7{,}95}{4x22x10{,}627}\right]x0{,}56 =$$

$$= 0{,}057 \text{ kN/cm}^2$$

10. OBSERVAÇÕES

Conforme foi possível observar, os valores das tensões encontrados segundo os vários métodos foram muito próximos. Quanto ao deslocamento máximo, houve muita diferença entre os valores. Isso acontece devido às considerações de cada norma no uso do módulo de elasticidade quando se trata de um cálculo envolvendo a rigidez. De uma forma geral, os valores calculados segundo as expressões desenvolvidas são valores intermediários. Note-se que no cálculo do deslocamento máximo foram utilizados os fatores de modificação recomendados pela norma NBR 7190 (projeto da nova versão).

11. ESTIMATIVA DE CUSTO DE MATERIAL

	Quantidade	Unidade	Preço unitário (R$)	Preco total (R$)
Caibro de eucalipto citriodora (6 x 8)	*127*	*m*	*2,04*	*259,00*
Viga de pinho-do-Paraná (6 x 16)	*180*	*m*	*3,72*	*669,60*
Chapa de compensado estrutural (12 mm)	*24*	*unid.*	*22,00*	*528,00*
Pregos (15x21)	*18*	*pc.*	*2,80*	*39,20*
Total				*1507,00*
Total com frete (10%)				*1657,70*

12. ESTIMATIVA DO PESO DA ESTRUTURA

	Quantidade	Unidade	Peso unitário (kg)	Peso Total (kg)	Peso (%)
Caibro de eucalipto citriodora	*127*	*m*	*4,8*	*609*	*29,32*
Viga de pinho-do-Paraná	*180*	*m*	*5,6*	*1002*	*48,24*
Chapa de compensado	*58,08*	*m^2*	*18,7*	*448*	*21,57*
Pregos	*18*	*pc.*	*1,0*	*18*	*0,87*
Peso Total				*2077*	*100,00*
Peso/metro quadrado (kg/m^2)				*10,39*	

13. ESQUEMA DA ESTRUTURA DE COBERTURA