UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
DEPARTAMENTO DE CONSTRUÇÃO CIVIL

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA CONSIDERANDO A NÃO-LINEARIDADE FÍSICA

Julio Soriano
Orientador: Prof. Dr. Aloísio Ernesto Assan

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil - Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil - área de concentração: Estruturas.

Campinas - SP
Agosto de 1996

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
DEPARTAMENTO DE CONSTRUÇÃO CIVIL

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA CONSIDERANDO A NÃO-LINEARIDADE FÍSICA

Julio Soriano
Orientador: Prof. Dr. Aloísio Ernesto Assan

Campinas - SP
Agosto de 1996

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

	Soriano, Julio
So68a	Análise numérica de vigas de concreto de alta resistência considerando a não-linearidade fisica / Julio Soriano.--Campinas, SP: [s.n.], 1996
	Orientador: Aloísio Ernesto Assan. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.
	1. Engenharia de estruturas. 2. Vigas de concreto. 3. Concreto - Análise. 4. Análise numérica. 5. Método dos elementos finitos. I.Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 06 de Agosto de 1996, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Aloísio E. Assan

Orientador: Prof. Dr. Aloísio Ernesto Assan

Faculdade de Engenharia Civil - UNICAMP

Prof. Dr. Sérgio Percival Baroncini Proença

Departamento de Estruturas - EESC USP

Prof. Dr. Newton de Oliveira Pinto Júnior

Faculdade de Engenharia Civil - UNICAMP

Atesto que esta é a versão definitiva da Dissertação de Mestrado.

06/9/96

Aloísio E. Assan

Aos meus pais:

Francisco (in memóriam) e

Therezinha

AGRADECIMENTOS:

O desenvolvimento e conclusão desta dissertação foi possível graças ao apoio e incentivos de diversos amigos:

Em especial, meus agradecimentos ao Prof. Dr. Aloísio Ernesto Assan pela orientação, apoio e constante dedicação, imprescindíveis para o alcance dos objetivos desta pesquisa.

Aos amigos Professores Doutores Gilson Battiston Fernandes, Isaias Vizotto, Newton de Oliveira Pinto Júnior e Sérgio Percival Baroncini Proença, por seus incentivos e sugestões de suma importância.

Aos Funcionários da Faculdade de Engenharia Civil, e em especial à Paula, Airton e Carlos pela amizade e atenção.

Aos Funcionários e Estagiários do setor de computação da FEC, que muito contribuíram para meus primeiros passos em programação e utilização de programas aplicativos. Da mesma maneira, agradeço a colaboração, dos amigos Engenheiros Marcus Thompsen Primo e Alberto Luiz Francato.

À colaboração dos Funcionários da BAE, especialmente à Raquel, Joana e Isabel, nas pesquisas bibliográficas, e também pela orientação na elaboração do presente trabalho.

Ao suporte oferecido pelo CNPq através da concessão da bolsa de mestrado.

Àqueles amigos e familiares que através do convívio, quer direta ou indiretamente prestaram o melhor apoio e incentivo na concretização do presente.

SUMÁRIO

	LISTA DE FIGURAS	ix
	LISTA DE TABELAS	xi
	NOMENCLATURA	xii
	CONVERSÃO DE UNIDADES	xv
	RESUMO	xvi
	ABSTRACT	xvii
1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos da pesquisa	2
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1	Composição do concreto	3
2.1.1	Classificação do concreto quanto a sua resistência à compressão	3
2.1.2	Cimento para produção do concreto	4
2.1.3	Agregados	4
2.1.4	Aditivos	6
2.1.4.1	Aditivos minerais	6
2.1.4.2	Aditivos químicos	7
2.1.4.3	Principais funções dos aditivos	8
2.1.4.4	Aditivos combinados	9
2.1.5	Aditivos na produção do CAR	9
2.2	Características e propriedades mecânicas do concreto	10
2.2.1	Módulo de deformação longitudinal	11
2.2.2	Peso específico do concreto	13
2.2.3	Coeficiente de Poisson	15
2.2.4	Resistência à fadiga	15

2.2.5	Elevação da resistência com a idade	15
2.2.6	Retração	17
2.2.7	Deformação lenta	17
2.2.8	Ritmo de carregamento	18
2.2.9	Rigidez e resistência à compressão	18
2.2.10	Resistência à tração	19
2.2.11	Relações constitutivas para o concreto	21
2.2.12	Modelo do concreto à compressão	21
2.2.13	Modelo do concreto à tração	27
2.3	Relações constitutivas para o aço	34
3.	METODOLOGIA DE PESQUISA	35
3.1	Análise linear de estruturas pelo método dos elementos finitos	35
3.2	Solução do problema não-linear	37
3.3	Não-linearidade aplicada ao concreto	40
3.4	Representação do mecanismo de fissuração	42
3.5	A escolha das relações constitutivas	43
3.6	Elemento finito de viga	44
3.7	Adaptação do programa ROOF	48
4.	EXEMPLOS	51
4.1	Primeiro exemplo	51
4.1.1	Descrição dos dados e resultados experimentais	51
4.1.2	Arquivo de entrada para a viga VR1	52
4.1.3	Resultados da viga VR1	52
4.2	Segundo exemplo	73
4.2.1	Descrição dos dados e resultados experimentais	73
4.2.2	Arquivo de entrada para as vigas	73
4.2.3	Resultados das vigas	74
4.3	Terceiro exemplo	82
4.3.1	Descrição dos dados e resultados experimentais viga I60-44	82
4.3.2	Arquivo de entrada para a viga I60-44	82
4.3.3	Resultados da viga I60-44	83

5.	DISCUSSÕES DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES	88
5.1	Primeiro exemplo - viga VR1	88
5.2	Segundo exemplo	89
5.3	Terceiro exemplo - viga I60-44	90
5.4	Conclusões	92
6.	ANEXO I	94
7.	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	103
8.	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	107

LISTA DE FIGURAS

2.01 Desenvolvimento da idade do concreto.. 16

2.02 Curvas tensão x deformação para o concreto solicitado à compressão... 22

2.03 Representação do modelo σxε, proposto por AHMAD& SHAH (1985) 23

2.04 Representação do modelo σxε, proposto por ALMUSALLAM & ALSAYED (1995).. 25

2.05 Diagrama σxε para compressão uniaxial - BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP.. 27

2.06 Tração média normalizada x deformação normalizada........................ 28

2.07 Diagrama de representação da curva σxε para concreto tracionado - STEVENS et al. (1991).. 30

2.08 Diagrama de representação da curva σxε para o concreto tracionado - PRAKHYA & MORLEY (1990).. 32

2.09 Diagrama tensão x deformação e tensão x abertura da fissura para o concreto sob tensão uniaxial - BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP.. 33

2.10 Diagrama tensão x deformação do aço.. 34

3.01 Processo incremental-iterativo para sistema unidimensional................. 39

3.02 Técnica iterativa para análise não linear.. 41

3.03 Elemento finito de viga com os graus de liberdade nodais e seção transversal da viga dividida em filamentos.. 45

3.04 Representação do diagrama σ x ε em função dos parâmetros α_F e β_F.... 49

4.01 Características e esquemas de carregamento da viga VR1..................... 55

4.02 Deslocamentos verticais da viga VR1 (modelo: parâmetros α_F e β_F)..... 56

4.03 Deslocamentos verticais da viga VR1(modelo:.AHMAD e STEVENS) 57

4.04	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}00$)	58
4.05	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}00$)	59
4.06	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}00$)	60
4.07	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}10$)	61
4.08	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}10$)	62
4.09	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}10$)	63
4.10	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}50$)	64
4.11	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}50$)	65
4.12	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}50$)	66
4.13	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 1{,}00$)	67
4.14	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 1{,}00$)	68
4.15	Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 1{,}00$)	69
4.16	Evolução da fissuração (modelo: AHMAD e STEVENS)	70
4.17	Evolução da fissuração (modelo: AHMAD e STEVENS)	71
4.18	Evolução da fissuração (modelo: AHMAD e STEVENS)	72
4.19	Características e esquema de carregamento - vigas segundo exemplo...	76
4.20	Deslocamentos verticais - viga B3P21	77
4.21	Deslocamentos verticais - viga B3P12	78
4.22	Deslocamentos verticais - viga B5P11	78
4.23	Deslocamentos verticais - viga B9P11	79
4.24	Deslocamentos verticais - viga C3P11	80
4.25	Deslocamentos verticais - viga C5P11	80
4.26	Deslocamentos verticais - viga C9P11	81
4.27	Características e esquema de carregamento - viga I60-44	84
4.28	Deslocamentos verticais - viga I60-44	85
4.29	Evolução da fissuração - I60-44 (modelo: AHMAD e STEVENS)	86
4.30	Evolução da fissuração - I60-44 (modelo: AHMAD e STEVENS)	87
CC	Curvas tensão x deformação do concreto (compressão)	96-98
CT	Curvas tensão x deformação do concreto (tração)	100-102

LISTA DE TABELAS

2.01	Componentes da microssílica	7
2.02	Características para algumas classes de concreto	14
2.03	Evolução da resistência à compressão do CAR	17
2.04	Valores de w_c em função do diâmetro máximo do agregado	34
4.01	Deslocamentos verticais da viga VR1	53
4.02	Características das vigas - segundo exemplo	73
4.03	Deslocamentos verticais - vigas B3P12, B3P21, B5P11, C3P11, C5P11	74
4.04	Deslocamentos verticais - vigas B9P11 e C9P11	75
4.05	Deslocamentos verticias da viga I60-44	83
6.01	Resumo das características dos testes à compressão de CURVASJS	95
6.02	Resumo das características dos testes à tração de CURVASJS	99

NOMENCLATURA

Notação

letras romanas

a/c	-fator água-cimento
d	-altura útil
E	-módulo de deformação longitudinal
E_c	-módulo de deformação longitudinal do concreto
E_{cs}	-módulo de deformação longitudinal secante do concreto
E_s	-módulo de deformação longitudinal do aço
$E_{s'}$	-módulo de deformação longitudinal secante do aço
f_c	-resistência do concreto à compressão
f_{cd}	-resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	-resistência característica do concreto à compressão
f_r	-resistência à tração do concreto através do ensaio: módulo de ruptura
f_{sp}	-resistência à tração do concreto através do ensaio por fendilhamento
f_t	-resistência do concreto à tração direta
f_{tk}	-resistência característica do concreto à tração
f_y	-resistência de escoamento do aço à tração
f_{yk}	-resistência característica do aço à tração
G	-módulo de deformação transversal
G_f	-energia de fratura
I_t	-momento de inércia à torção
ℓ	-comprimento do elemento finito
x	-razão entre ε_t e ε_{t0}
w	-largura da abertura da fissura

w_c -largura da zona de fissuração

W_i -trabalho virtual interno

W_e -trabalho virtual externo

[B] -matriz que relaciona as deformações com as incógnitas nodais

[D] -matriz de parâmetros elásticos do material

{F} -vetor das forças nodais desequilibradas

[k] -matriz de rigidez do elemento

[K] -matriz de rigidez global

{P} -vetor de cargas internas

{R} -vetor de forças nodais equivalentes da estrutura

{r} -vetor de forças nodais equivalentes do elemento finito

{u} -vetor deslocamento

{v} -vetor das incógnitas nodais

A, B, K, K_p, n, f_1, f_0, C_t -parâmetros utilizados nas equações

letras gregas

σ -tensão normal

ε -deformação específica

ε_c -deformação específica do concreto à compressão

ε_{c0} -deformação específica de compressão correspondente à máxima tensão

ε_t -deformação específica do concreto à tração

ε_{t0} -deformação específica do concreto à tração correspondente à máxima tensão

ε_s -deformação específica do aço

ε_y -deformação específica de escoamento do aço

γ -peso específico

υ -coeficiente de Poisson

σ_{cd} -tensão normal de cálculo de compressão no concreto

α -parâmetro de equação

α_F -fator multiplicador de tensão- modelo de FIGUEIRAS

β -parâmetro de equação

β_F -fator multiplicador da deformação- modelo de FIGUEIRAS

ρ -taxa geométrica de armadura

ϕ -diâmetro da barra da armadura, giro relativo à torção

φ -função aproximadora

λ_t -fator de decaimento da curva tensão x deformação do concreto tracionado

$\Delta\sigma$ -variação de tensão

Abreviaturas

CAR: Concreto de Alta Resistência

CRN: Concreto de Resistência Normal

MEF: Método dos Elementos Finitos

TABELA - Conversão de unidades

	Inglês → SI	SI → Inglês
Comprimento	1 in. = 0,0254 m	1 mm ≈ 0,03937 in.
	1 in.= 25,4 mm	1 m ≈ 39,37 in
	1 ft = 0,3048 m	1 m ≈ 3,28 ft
Força	1 lb ≈ 4,448 N	1 N ≈ 0,2248 lb
	1 kip (10^3lb) ≈4448 N	1 N ≈ 2,248 * 10^{-4} kip
Tensão	1 psi ≈ 6,895 kPa	1 kPa ≈ 0,145 psi
	1 ksi ≈ 6,895 MPa	1 MPa ≈ 0,145 ksi
Peso específico	1 lb/ft^3 ≈157,1 N/m^3	1 kN/m^3 ≈ 6,366 lb/ft^3
	1 lb/in^3 ≈ 0,2714 MN/m^3	1 MN/m^3 ≈ 3,684 lb/in^3

RESUMO

Resultados experimentais de vigas em Concreto de Alta Resistência são confrontados com aproximações numéricas resultantes do programa ROOF, o qual sofreu alterações em algumas de suas rotinas de cálculo para representar o comportamento desse material. Algumas relações constitutivas indicadas por pesquisadores do CAR foram apreciadas e empregadas nesse trabalho. Aplica-se o método dos elementos finitos considerando-se a não-linearidade do material e resolução do sistema pelo método iterativo de Newton-Raphson. Para cada incremento de carga obtém-se como resultados delocamentos, tensões e deformações ao concreto e do aço, bem como informações concernentes ao processo de fissuração.

ABSTRACT

Test results for high-strength concrete beams are compared with numerical values obtained with the computer code ROOF.

Some routines of this finite element code were adapted to represent the behavior of such material. Constitutive relationships proposed by several investigators of the high-strength concrete properties were analized and employed in this work. The finite element method was used taking into account the nonlinear material behavior of the concrete. The solution of the nonlinear problem was performed using the Newton-Raphson technique.

For each load increment information concerned with displacements, stresses and strains in concrete and steel points are available as well as the distribution of the cracking along the beam length.

1. INTRODUÇÃO

O emprego do concreto faz-se de forma predominante em relação a outros materiais de uso na execução de estruturas na construção civil. Seja por finalidade estrutural ou não, o concreto possui uma ampla abrangência em obras, incluindo aquelas especiais tais como túneis, pontes, obras marítimas e barragens entre outras. Esse material permite ao projetista criar novas formas visando atender aos projetos arquitetônicos através da moldagem 'in loco', ou ainda racionalizar o processo de construção mediante emprego de elementos pré-moldados. Também se faz comum a associação do concreto a outros materiais, tais como aço e madeira.

O concreto armado teve sua primeira aplicação em 1849, na França, na construção de um barco por Lambot. No Brasil, em 1908 no Rio de Janeiro, a execução de uma ponte com 9 m de extensão dava início à difusão do uso do concreto armado, como descrevem PINHEIRO & GIONGO (1986).

A necessidade de empregar o concreto em novos projetos mais arrojados consiste num constante desafio empreendido por pesquisadores de diversos centros de estudo. Visando novas tecnologias, novos componentes e proporções para a mistura do concreto, busca-se suprimir ou minimizar algumas limitações do ponto de vista de estruturas de engenharia, e também viabilizar economicamente o emprego do concreto. As inúmeras publicações de pesquisas em laboratórios e análises numéricas no tratamento desse material embasam e estimulam novos trabalhos e futuras aplicações de um concreto com novas características.

Em diversos países são produzidos e aplicam-se nas realizações de projetos estruturais um concreto que apresenta maior durabilidade e maior resistência mecânica que o concreto convencional. Entretanto, esse concreto, denominado de concreto de alta resistência (CAR) ou concreto de alto desempenho, com fator água-cimento (a/c) menor, e resistência superior àqueles rotineiramente empregadas nas construções ($f_{ck} \approx 15$ a 25 MPa), requer um controle de qualidade mais rigoroso em sua produção. Essa atenção especial faz-se necessária em virturde da curva exponencial de resistência do concreto versus fator água-cimento (f_{ck} x a/c) expressar uma variação abrupta da resistência para os baixos fatores a/c.

1.1 Objetivo da pesquisa

A presente pesquisa procura identificar na literatura do concreto de alta resistência um modelo, dentre os diversos propostos, para representar o comportamento estrutural deste material, de tal forma que suas relações constitutivas tanto à compressão quanto à tração sejam adaptadas no programa computacional ROOF desenvolvido por ASSAN (1989). Uma vez ajustado, esse programa possibilitará simular o comportamento de vigas de CAR.

A aceitabilidade de um modelo que melhor represente o CAR dar-se-á mediante confronto de resultados numéricos com resultados experimentais disponíveis.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 COMPOSIÇÃO DO CONCRETO

2.1.1 Classificação do concreto quanto a sua resistência à compressão

A classificação do concreto segundo sua resistência é bastante divergente, tendo em vista que nos últimos anos obtiveram-se aumentos bastante expressivos na resistência à compressão.

Conforme o STATE-OF-THE-ART...(1984), até 1950 o concreto com resistência à compressão superior a 34 MPa (5000psi) era denominado de concreto de alta resistência. Na década de 60, encontrava-se comercialmente concreto com f_{ck} variando entre 41 a 52 MPa (6000 a 7500 psi). O concreto com resistência igual a 62 MPa (9000 psi) passou a ser produzido na década de 70. Recentemente, na produção de concreto 'in loco' e concreto protendido, tem sido publicado o uso de concreto com f_{ck} = 110 MPa (16000 psi).

Em AHMAD & SHAH (1985), o CAR é definido como sendo aquele concreto cujo f_{ck} é igual ou superior a 42 MPa (6000 psi), citando a sua utilização inicial em 1965, na execução da Lake Point Tower, em Chicago, em CAR com f_{ck} = 49 MPa (7000 psi).

A classificação vista em SHAH (1981), faz-se segundo a peso específico dos agregados. Assim, é considerado CAR quando a resistência à compressão for maior ou superior a 42 MPa (6000 psi) e 28 MPa (4000 psi), para o concreto com agregado de peso normal e de peso leve, respectivamente.

Já, a publicação de XIE, ELWI & MACGREGOR (1995) que cita o CEB/FIP, considera de alta resistência o concreto com f_{ck} dentro dos limites de aproximadamente 60 a 130 MPa.

Para o STATE-OF-THE-ART...(1984), o concreto de alta resistência possui resistência à compressão superior ou igual a 41 MPa (6000 psi), não incluindo aquelas misturas constituídas de agregados artificiais e materiais à base de epoxi e polímeros.

A mistura para obtenção do CAR inclui desde a seleção de materiais de melhores qualidades, emprego de aditivos e um controle de produção bastante rigoroso.

2.1.2 Cimento para produção do CAR

Quanto ao cimento, deve-se empregar aqueles que propiciem à mistura uma boa trabalhabilidade e também alta resistência; assim podem ser empregados os seguintes:

Cimento Portland com Escória (CPII-E);

Cimento Portland com Calcário (CPII-F);

Cimento Pozolânico - baixo calor de hidratação (CPII-Z);

Cimento de Alta Resistência Inicial (CPV-ARI).

2.1.3 Agregados

Os agregados destinados à produção do CAR devem apresentar características que propiciem maior resistência e melhor trabalhabilidade. Por isso devem ser selecionados em função da granulometria e forma das partículas.

Os agregados classificados como graúdos podem ser: seixos rolados ou pedras britadas. Ensaios comprovam que o agregado de pedra britada é mais indicado por apresentar irregularidades de superfície e forma, responsáveis pela melhor aderência mecânica do agregado à argamassa. As pesquisas desenvolvidas por GETTU, BAZANT & KARR (1990) a respeito da importância do tamanho dos agregados constataram que os agregados graúdos menores apresentam uma matriz de material mais compacta, com intensa área de aderência entre os constituintes do concreto.

O tamanho máximo do agregado graúdo para mistura do CAR, segundo o STATE-OF-THE-ART...(1984), deve ser entre 9,5 e 12,7 mm, ou ainda 19 e 25,4 mm que também apresentaram bons resultados experimentais. Essas granulometrias conferem ao concreto maior resistência graças às tensões de aderência de menor intensidade que se concentram na interface agregado-argamassa.

PINTO JÚNIOR (1992) estabelece o agregado ideal como sendo limpo, com forma cúbica e angular, 100% britado e com um mínimo de partículas lamelares.Também destaca-se a mineralogia como característica fundamental do agregado graúdo, a qual está associada a aderência e capacidade de absorção de água, uma vez que a água absorvida pelos agregados contribuem efetivamente no processo de cura do concreto.

Os agregados miúdos, classificados pelo tamanho de partícula máxima de 4,8 mm, podem ser areias naturais quartzosas (areia de mina ou de rios), ou areias artificiais (resultantes do processo de britamento de rochas estáveis). O seu módulo de finura influi de forma direta na consistência do concreto. Ensaios relatados pelo STATE-OF-THE-ART...(1984) apontam um concreto com consistência pegajosa de difícil trabalhabilidade no caso de misturas constituídas de areia, com módulo de finura menor que 2,5. Já o CAR contendo areia com módulo de finura igual a 3,0, apresentou melhor trabalhabilidade e resistência à compressão. A resistência para idades precoces do concreto não apresenta variações relevantes em razão da granulometria dos agregados miúdos; entretanto, para concretos de idades maiores, uma mistura com agregados miúdos com granulometria padronizada apresentará maior resistência que uma mistura constituída por agregados com larga variação granulométrica.

O agregado miúdo não deve conter impurezas nocivas à qualidade desejada ao concreto, dentre as quais podemos citar: argila, mica, materiais carbonosos e orgânicos. Partículas com forma lamelar não devem ser aceitas.

2.1.4 Aditivos

Diversos tipos de aditivos minerais e químicos são comumente empregados na produção do CAR, visando sanar alguns problemas decorrentes do fator a/c reduzido e elevado consumo de cimento. Aditivos minerais, tais como cinza volante e microssílica com propriedades pozolânicas reagem com a cal (CaOH) liberada na hidratação do cimento, na mistura do concreto alterando o ritmo de hidratação e preenchendo os vazios microscópicos. Aditivos químicos, tais como superplastificantes e retardadores, são adicionados à mistura para obtenção de melhor trabalhabilidade com reduzida quantidade de água, conforme GETTU, BAZANT & KARR (1990).

2.1.4.1 Aditivos minerais

Cinzas volantes: como visto em METHA & MONTEIRO (1994), são classificadas pela ASTM C618 em três classes:

Classe C: cinza volante produzida da lignita ou do carvão sub-betuminoso, contendo altos teores de cálcio, com propriedades pozolânicas e auto-cimentantes.

Classe F: cinza volante que resulta da combustão do carvão antracítico ou carvão sub-betuminoso, possui propriedades pozolânicas e baixos teores de cálcio. Não apresenta propriedades cimentantes.

Classe N: pozolanas naturais ou calcinadas, dentre elas: terras diatomáceas, cinzas volantes, e materiais calcinados como argilas e folhelhos.

Escória de alto forno: composta basicamente de alumino-silicato de cálcio e óxido de ferro, trata-se de um sub-produto não metálico originado na fusão de ferro em altos fornos; substitui hidraulicamente parte do cimento portland no concreto. Quando obtida através de resfriamento brusco em água é denominada escória granulada, e escória pelotizada quando resfriada ao ar.

Microssílica: amplamente empregada na produção de CAR por conferir alta resistência e reduzir a permeabilidade do concreto. A microssílica também denominada fumo de sílica condensada, ou sílica volatizada que apresenta uma composição predominante de dióxido de silício (SiO_2), é um sub-produto da fabricação de silício metálico e de ligas de ferro-silício. Por ser extremamente fina 'in natura', é submetida ao processo de densificação. Seus principais componentes são:

TABELA 2.01 - Componentes da microssílica

componentes	%
SiO_2	85 a 98
C	0,2 a 2,5
K	0,2 a 3,5
Na	0,1 a 1,5
Mg	0,1 a 2,5

FONTE: PINTO JÚNIOR,1992. p. 1.6.

2.1.4.2 Aditivos químicos

Os aditivos para concreto, conforme SIKA S.A. (1994), são substâncias empregadas à mistura de concreto visando as seguintes finalidades: aumento da compacidade, acréscimo de resistência aos esforços mecânicos, melhoria da trabalhabilidade, diminuição da higroscopicidade, melhoria da impermeabilidade, diminuição da retração, aumento da durabilidade, desforma mais rápida, diminuição do calor de hidratação, controle de pega do cimento e correções de eventuais deficiências próprias dos materiais constituintes do concreto. A classificação apresentada também por SIKA S.A. (1994), segundo suas propriedades, são:

retardadores;
aceleradores;
plastificantes;
superplastificantes (ou redutores de água);
impermeabilizantes;
incorporadores de ar;
expansores;
compostos.

Já a ASTM C494, citada por METHA & MONTEIRO (1994) e PINTO JÚNIOR (1992), classifica-os em:

tipo A - redutor de água;

tipo B - retardador;

tipo C - acelerador;

tipo D - redutor de água e retardador;

tipo E - redutor de água e acelerador;

tipo F - redutor de água de alta eficiência;

tipo G - redutor de água de alta eficiência e retardador.

A classificação dos aditivos para concreto de cimento Portland, segundo a NBR 1768 (EB-1763/92), é apresentada por METHA & MONTEIRO (1994) como:

tipo P - plastificante;

tipo R - retardador;

tipo A - acelerador;

tipo PR - plastificante retardador;

tipo PA - plastificante acelerador;

tipo IAR - incorporador de ar;

tipo SP - superplastificante;

tipo SPR - superplastificante retardador;

tipo SPA - superplastificante acelerador.

2.1.4.3 Principais funções dos aditivos:

Aditivos plastificantes - redutores normais de água P (ASTM C494, TIPO A):

O uso desse aditivo gera redução do fator a/c promovendo aumento da resistência do concreto sem elevar o consumo de cimento e melhoria na trabalhabilidade.

Aditivos superplastificantes - redutor de água de alta eficiência e redutor de água de alta eficiência e retardador SP e SPR (ASTM C494, TIPOS F e G):

São aditivos que propiciam alta resistência para idades precoces do concreto (24 horas). Tornam a mistura superfluída e com alta trabalhabilidade. Devido à redução da capilaridade produz concreto mais impermeável, durável e mais resistente.

Aditivo retardador e redutor de água e retardador R e PR (ASTM C494, TIPOS B e D):

Têm por principal objetivo controlar o alto calor de hidratação mediante o retardamento da pega evitando, assim, as juntas de concretagens.

Aditivo acelerador e redutor de água e acelerador A e PA (ASTM C494, TIPOS C e E):

Esses aditivos aceleram o processo de pega, reduzindo o tempo necessário à cura do concreto. No caso de aceleradores do tipo E, além de acelerador de pega, ocasiona a redução de água.

Aditivos incorporadores de ar: IAR (ASTM C260):

Indicados para aumentar a durabilidade do concreto quando este estiver submetido aos efeitos de congelamento e degelo. A formação de minúsculas bolhas de ar melhoram a trabalhabilidade, entretanto reduzem a resistência do concreto.

2.1.4.4 Aditivos combinados

A combinação de dois ou mais aditivos à mistura do concreto é possível. Entretanto, para o emprego dessa técnica devem ser atentamente seguidas as especificações do fabricante dos aditivos ou realizar com eles experimentos perliminares, uma vez que o seu uso indiscriminado pode acarretar efeitos indesejados ao concreto.

2.1.5 Aditivos na Produção do CAR

Comumente aditivos com propriedades de aceledor de pega não são utilizados para o CAR uma vez que a mistura desse concreto já apresenta resistência suficientemente relevante para idades precoces.

Empregam-se aditivos minerais visando a substituição parcial do cimento Portland e/ou do agregado miúdo na produção do concreto, ocasionando o aumento da resistência tanto nas primeiras idades quanto nas idades posteriores. A aceleração na hidratação do cimento e a reação pozolânica são responsáveis pela maior resistência para idades precoces e posteriores, respectivamente, descrevem METHA & MONTEIRO (1994).

2.2 Características e propriedades mecânicas do concreto

O distinto comportamento do CAR em relação ao concreto de resistência normal (CRN) levou diversos centros de pesquisas a investigarem as propriedades intrínsecas daquele concreto, bem como suas características mecânicas. Dentre essas, podemos citar: módulo de deformação longitudinal, resistência à tração, relações constitutivas à compressão e à tração (σ x ε), correspondente deformação para a tensão máxima, cisalhamento e aderência, as quais são expressas em termos da resistência à compressão. Tratando-se de um material de uso ainda pouco difundido, novos estudos são necessários no sentido de serem ajustadas tais expressões de forma que os projetistas de estruturas de concreto tenham parâmetros confiáveis em seu emprego. Um ponto comum visto na literatura é que as expressões consagradas para o concreto convencional (baixa resistência) não são aplicáveis ao concreto de alta resistência.

As micro-fissuras desenvolvidas nos elementos estruturais de concreto estão, preponderantemente, relacionadas ao nível de tensão de solicitação do material e podem ser classificadas em três tipos como apontadas por diversos pesquisadores e citadas em CARRASQUILLO, NILSON & SLATE (1981a), a saber:

a) fissuras de aderência;

b) fissuras através da pasta;

c) fissuras através dos agregados;

Para o CRN o processo de desenvolvimento das fissuras inicia-se através das superfícies agregado-pasta, e a partir daí, para maiores níveis de carga, as fissuras difundem-se pela pasta.

De maneira diferente, para o CAR observa-se número reduzido de fissuras de aderência, e aquelas formadas são menores em seus comprimentos. Isto ocorre como conseqüência da elevada resistência e mistura mais homogênea da pasta. Experimentos realizados por SHAH (1981) evidenciaram que as rupturas dos agregados tornam-se mais visíveis quanto maior a resistência do concreto.

CARRASQUILLO et al. (1981a) descreve que a mineralogia do agregado graúdo também interfere diretamente no processo de fissuração do concreto. Essa conclusão advém de ensaios de concretos produzidos com agregados graúdos cuja composição apresentava-se menos homogênea e, portanto, módulo de deformação longitudinal e resistência de aderência menores entre pasta e agregados, verificou-se um processo de micro-fissuração mais intenso.

Quando o concreto armado é solicitado a carregamentos cíclicos, e uma vez iniciado o processo de fissuração, ocorrem reduções graduais de sua resistência e rigidez. Esse fenômeno é explicado por FANG, WANG & HONG (1994) como sendo conseqüência da presença de armadura perpendicular às fissuras, que impossibilitam o pleno fechamento dessas. A redução na resistência e rigidez é de importância relevante nas considerações de ações sísmicas, conforme descrito por FANG, WANG & HONG (1994). Em suas experiências em vigas curtas de CAR, verificou que estas apresentavam melhor ductibilidade e menor degradação da resistência do que as vigas em concreto de resistência normal.

2.2.1 Módulo de deformação longitudinal

O módulo de deformação longitudinal abordado nesse capítulo refere-se ao módulo inicial, obtido a partir origem das curvas $\sigma x \varepsilon$ e está relacionado, preponderantemente, com a resistência de aderência entre agregados-pasta, bem como rigidezes da pasta e agregados. A pasta do CAR apresenta uma rigidez mais elevada em relação à pasta do CRN, conforme CARRASQUILLO et al. (1981a). Assim, a menor diferença entre a rigidez da pasta e a dos agregados, e também a alta resistência de aderência entre agregados e pasta, torna o módulo de deformação longitudinal do CAR maior que o do CRN.

A correlação entre o módulo de deformação longitudinal e resistência à compressão para o concreto de peso normal está indicada pelo STATE-OF-THE-ART...(1984) como sendo:

$$E_c = 40000\sqrt{f_{ck}} + 10^6 \qquad (3000 \text{ psi} < f_{ck} < 12000 \text{ psi}) \qquad (2.1)$$

$$E_c = 3320\sqrt{f_{ck}} + 6900 \qquad (21 \text{ MPa} < f_{ck} < 83 \text{ MPa}) \qquad (2.2)$$

Segundo o BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP (1988), o módulo de deformação longitudinal para o concreto de peso normal deve ser:

$$E_c = 10^4\ (f_{ck} + 8)^{(1/3)} \qquad (12 \text{ MPa} < f_{ck} < 80 \text{ MPa}) \qquad (2.3)$$

O módulo de deformação longitudinal do concreto pode ser determinado considerando-se o f_{ck} e o peso específico do concreto, conforme expressão apresentada em AHMAD & SHAH (1985):

$$E_c = 27{,}55\ \gamma^{1,5}\sqrt{f_{ck}} \qquad (2.4)$$

Referencia-se também em ADELMAN & COUSINS (1990) e AHMAD & SHAH (1985), a recomendação do ACI 318-83[1] :

$$E_c = 33\ \gamma^{1,5}\sqrt{f_{ck}} \qquad (2.5)$$

nas expressões (2.4) e (2.5), com f_{ck} em psi e γ em lb/ft^3.

Já, a NBR 6118 (1982) estabelece para o módulo de deformação longitudinal:

$$E_c = 6600\ (f_{ck} + 3{,}5)^{0.5} \qquad (2.6)$$

com f_{ck} em MPa.

[1]ACI COMMITTEE, Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-83), *American Concrete Institute*, Detroit, MI, 1983.

A norma Norueguesa NS 3473-1989, citada por PINTO JÚNIOR (1992), traz a seguinte expressão para o módulo de deformação longitudinal:

$$E_c = 9500 \ (f_{ck})^{0.3} \qquad (2.7)$$

sendo f_{ck} em MPa.

O módulo de deformação longitudinal secante está definido em AHMAD & SHAH (1985), como sendo a secante à curva $\sigma x \varepsilon$ para um nível de tensão correspondente a 45% da tensão máxima, e representada para o CRN e o CAR pela expressão

$$E_{cs} = \gamma^{2,5} (\sqrt{f_{ck}})^{0.65} \qquad (2.8)$$

sendo f_{ck} em psi e γ em lb/ft^3.

Outras indicações devem ser destacadas:

BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP (1988)

$$E_{cs} = 0,85 \ E_c; \qquad (2.9)$$

NBR 6118 (1982)

$$E_{cs} = 0,9 \ E_c \qquad (2.10)$$

O módulo de deformação longitudinal para o concreto tracionado é assumido igual ao correspondente valor para o concreto comprimido, conforme as publicações: AHMAD & SHAH (1985), CHUNG & AHMAD (1994) e GOPALARATNAM & SHAH (1985).

2.2.2 Peso específico do concreto

O peso específico do concreto é caracterizado, basicamente, pela peso específico dos agregados que podem ser naturais, tais como: brita, cascalho e pedregulho e agregados artificiais, entre eles a argila expandida. Conforme aponta o STATE-OF-THE-ART...(1984), o CAR apresenta-se levemente mais pesado que o CRN, ambos feitos com os mesmos materiais. Através dos resultados publicados por

ADELMAN & COUSINS (1990), é possível comparar os pesos próprios para três classes de concreto contendo calcário britado, a saber: *concreto de resistência normal* (42 MPa), *concreto de alta resistência sem superplastificante* (66 MPa) e *concreto de alta resistência com superplastificante* (79 MPa). A tabela 2.02 apresenta as características para tais classes de concreto.

TABELA 2.02 - Características para algumas classes de concreto

	Classe de resistência de concreto		
f_{ck} (MPa)	42	66	79
a/c	0,41	0,33	0,26
E_c (MPa)	43470	42090	46920
γ (kg/m^3)	2322,9	2371,0	2451,1
% peso específico em relação ao f_{ck} 42 MPa	-	2,07	5,52

FONTE:Adaptada de ADELMAN & COUSINS, 1990, p.72

O BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP (1988) apresenta as seguintes classes de peso específico:

concreto leve (peso específico menor que 2000 kg/m^3);

concreto de peso normal (peso específico entre 2000 a 2800 kg/ m^3);

concreto pesado (peso específico maior que 2800 kg/ m^3);

Comumente empregam-se para o concreto de peso normal as seguintes pesos específicos:

2400 kg/ m^3 , para o concreto simples;

2500 kg/ m^3 , para o concreto armado;

2.2.3 Coeficiente de Poisson

O coeficiente de Poisson expressa a razão entre a deformação transversal e a deformação longitudinal. É suposto igual a 0,20 segundo a NBR 6118 (1982), valor esse igualmente estabelecido por CARRASQUILLO, NILSON & SLATE (1981a), independente do f_{ck} e da idade de realização do teste. Valores entre 0,10 e 0,20 para esse coeficiente são apontados pelo BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP (1988). Pesquisas realizadas em campo em colunas de CAR ($f_{ck} \approx 100$ MPa) apontaram valores iguais a 0,19, conforme relata o STATE-OF-THE-ART...(1984).

Ensaios realizados no laboratório de construção civil da UNICAMP, conforme PINTO JÚNIOR (1992), para concretos com $f_{ck} = 71$ e 74 MPa, obtiveram valores iguais a 0,14 e 0,24, respectivamente.

A indicação do STATE-OF-THE-ART...(1984), para o concreto com resistência à compressão até 73 MPa (10570 psi), constituído de agregado leve, e independente da resistência à compressão, idade e conteúdo da mistura, aponta o coeficiente de Poisson igual a 0,2. Para o concreto de alta resistência de peso normal, as pesquisas citadas pelo STATE-OF-THE-ART...(1984) para resistência à compressão na faixa de 55 a 80 MPa (8000 a 11600 psi) resultaram valores para esse coeficiente entre 0,20 a 0,28 e tais valores tendem a ser reduzidos com o aumento do fator água-cimento. Tais resultados nortearam a indicação do STATE-OF-THE-ART...(1984) de que o coeficiente de Poisson para o CAR em regime elástico seja comparável aos valores do CRN.

2.2.4 Resistência à fadiga

O STATE-OF-THE-ART...(1984) estabelece que a fadiga para o concreto de alta resistência é igual à do concreto de resistência normal.

2.2.5 Elevação da resistência com a idade

Para idades precoces, o CAR apresenta alto ganho de resistência quando comparado com o CRN. Em idades posteriores, a diferença de ganho de resistência entre esses concretos é insignificante, conforme ilustra a figura 2.01. Nesta figura são apresentadas três curvas de desenvolvimento da resistência à compressão x idade para as respectivas classes de concreto: *resistência normal* (21 a 41 MPa), *resistência média* (41 a 62 MPa) e *alta resistência* (f_{ck} > 62 MPa).

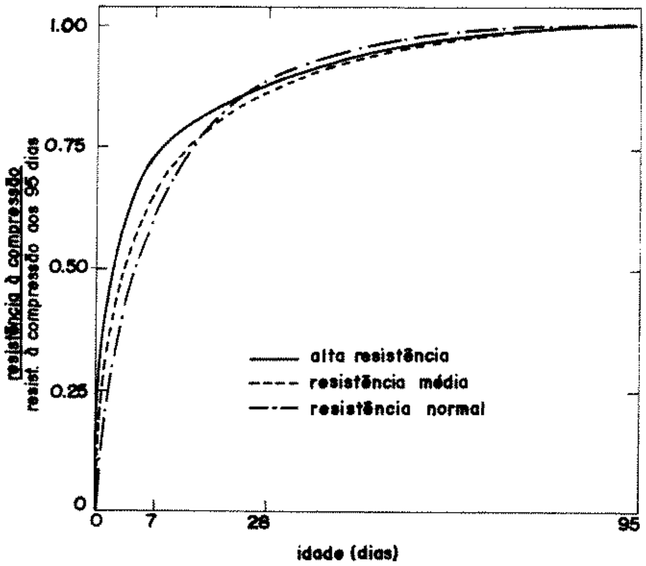


FIGURA 2.01 - Desenvolvimento da idade do concreto
FONTE: CARRASQUILLO, NILSON & SLATE, 1981, p.173

Na tabela 2.03 adaptada de YUAN et al. (1991) tem-se a evolução da resistência à compressão do concreto de alta resistência. São apresentados os valores para dois grupos de concreto sob processo de cura em campo e também em câmara úmida.

TABELA 2.03 - Evolução da resistência à compressão do CAR em MPa

idade (dias)	concreto-grupo I		concreto-grupo II	
	cura em campo	cura úmida	cura em campo	cura úmida
3	54,33	54,66	53,60	52,41
7	60,62	65,99	63,04	64,07
28	72,07	80,42	75,73	83,38
56	75,51	86,02	76,37	89,57
180	81,40	97,87	78,69	100,33
365	-	101,29	-	102,04

FONTE: Adaptada de YUAN et al., 1991, p.32

O STATE-OF-THE-ART...(1984) aponta como razões prováveis de o CAR apresentar maior ritmo de desenvolvimento da resistência em relação ao CRN, a mencionar: aumento da temperatura interna de cura do concreto devido ao alto calor de hidratação do cimento, e também a menor distância entre partículas hidratadas no CAR graças ao reduzido fator a/c.

2.2.6 Retração

LAPLANTE & AITCIN (1986) reportam ensaios em colunas de concreto com $f_{ck} \approx 100$ MPa onde notou-se intensa retração hidráulica nos primeiros quatro dias e até os primeiros 28 dias a progressão com valores significativos.

2.2.7 Deformação lenta

A deformação lenta ou fluência é maior para fatores a/c mais elevados. Assim, por apresentar uma relação a/c menor, para o CAR, a deformação lenta específica é menor que a apresentada no CRN, ambos sujeitos ao mesmo período de carregamento. O STATE-OF-THE-ART...(1984) observa ainda que a deformação lenta tem relação linear com a tensão aplicada.

2.2.8 Ritmo de carregamento

O ritmo da deformação e carregamentos de natureza cíclica geram aumento da fissuração e destruição da aderência entre concreto e aço. Conseqüentemente, a estrutura sofrerá causas adicionais de não-linearidade, conforme visto no STATE-OF-THE-ART...(1982).

Segundo CARRASQUILLO et al. (1981a), o CAR é menos afetado que o CRN pelos ritmos de carregamentos diferentes. Essa conclusão advém de ensaios sob diferentes formas de carregamentos, tais como: carga aplicada a ritmo constante, golpes e deformações a ritmo constante.

2.2.9 Rigidez e resistência à compressão

A resistência à compressão do concreto de alta resistência está associada, fundamentalmente, à resistência da pasta. Por outro lado, a rigidez do concreto depende da pasta e também do agregado. Verificou-se através dos ensaios realizados por CARRASQUILLO & et al. (1981a) que, o aumento da resistência e rigidez da pasta produz diretamente a elevação da resistência do concreto. O mesmo não se passa com a rigidez do concreto enquanto a pasta for mais fraca que o agregado.

À medida em que elevamos o valor do f_{ck}, o comportamento do concreto passa a ser associado ao dos materiais frágeis cuja ruptura é caracterizada pela reduzida dilatação volumétrica. Assim, como descrito por SHAH (1981), não é claro para qual valor de f_{ck} o concreto pode ser considerado de comportamento frágil; entretanto, pesquisadores de Cornell registraram para o concreto com resistência superior a 48 MPa (7000 psi) o comportamento de material frágil.

2.2.10 Resistência à tração

O estudo da fissuração na tração possui importância na durabilidade da estrutura de concreto, aderência e comprimento de ancoragem da armadura. PINTO JÚNIOR (1992) relata que a propagação das fissuras de aderência ocorre quando a tensão de tração axial máxima é alcançada em 60% de seu valor.

A resistência do CAR à tração indireta, segundo o STATE-OF-THE-ART...(1984), representa aproximadamente 5% do valor da resistência à compressão f_{ck}. Outros valores são citados por PINTO JÚNIOR (1992): 10 a 11%, 8 a 9% e 7% da resistência à compressão para concreto de baixa, média e alta resistência, respectivamente. Em seus ensaios, PINTO JÚNIOR (1992) obteve f_{tk} = 6% f_{ck} na compressão diametral e f_{tk} = 10% f_{ck} na tração por flexão.

São conhecidos três métodos para a determinação da resistência do concreto à tração, a mencionar:

a) teste de tração uniaxial (método direto);

b) teste de tração por fendilhamento (método indireto);

c) teste de tração módulo de ruptura (método indireto);

No método de *tração uniaxial,* a resistência à tração é obtida pela razão entre a carga de ruptura e a área da seção do corpo de prova. Os valores indicados para a resistência à tração, assim determinados, são indicados como se seguem:

NBR 6118 (1982)

$$f_{tk} = 0{,}054\ f_{ck} + 0{,}7 \qquad (f_{ck} > 18\ \text{MPa}) \qquad (2.11)$$

$$f_{tk} = 0{,}10\ f_{ck} \qquad (f_{ck} \leq 18\ \text{MPa}) \qquad (2.12)$$

BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP (1988)

$$f_{tk} = 0{,}27\ f_{ck}^{\ 2/3} \qquad (\text{MPa}) \qquad (2.13)$$

Norma Norueguesa, citada por PINTO JÚNIOR (1992)

$$f_{tk} = 0{,}3\ (1{,}125\ f_{ck})^{0{,}6} \qquad (\text{MPa}) \qquad (2.14)$$

GOPALARATNAM et al. (1985):

$$f_{tk} \approx 6{,}5\ \sqrt{f_{ck}} \qquad \text{(psi)} \qquad (2.15)$$

Na literatura do CAR, o método da *tração por fendilhamento* ou *compressão diametral*, que consiste em carregar diametralmente o corpo de prova, são prescritas as seguintes expressões:

STATE-OF-THE-ART...(1984):

$$f_{sp} = 7{,}4\ \sqrt{f_{ck}} \qquad (3000\ \text{psi} < fck < 12000\ \text{psi}) \qquad (2.16)$$

$$f_{sp} = 0{,}59\ \sqrt{f_{ck}} \qquad (21\ \text{MPa} < fck < 83\ \text{MPa}) \qquad (2.17)$$

AHMAD & SHAH (1985):

$$f_{sp} = 4{,}34\ (f_{ck})^{0{,}55} \qquad (f_{ck} \leq 12000\ \text{psi}) \qquad (2.18)$$

CARRASQUILLO et al. (1981a) e XIE et al. (1995):

$$f_{sp} = 6{,}8\ \sqrt{f_{ck}} \qquad (3000\ \text{psi} < f_{ck} < 12000\ \text{psi}) \qquad (2.19)$$

$$f_{sp} = 0{,}54\ \sqrt{f_{ck}} \qquad (21\ \text{MPa} < f_{ck} < 83\ \text{MPa}) \qquad (2.20)$$

A resistência pelo teste *módulo de ruptura* é obtida mediante carregamento no meio ou nos terços dos vãos de vigas com seções retangulares. Para o CAR encontram-se no STATE-OF-THE-ART...(1984), em PINTO JÚNIOR (1992), CARRASQUILLO et al. (1981a), ADELMAN & COUSINS (1990), as seguintes expressões:

$$f_r = 11{,}7\ \sqrt{f_{ck}} \qquad (3000\ \text{psi} < f_{ck} < 12000\ \text{psi}) \qquad (2.21)$$

$$f_r = 0{,}94\ \sqrt{f_{ck}} \qquad (21\ \text{MPa} < f_{ck} < 83\ \text{MPa}) \qquad (2.22)$$

Já, AHMAD & SHAH (1985) apresentam:

$$f_r = 2{,}30\ (f_{ck})^{2/3} \qquad (f_{ck} \leq 12000\ \text{psi}) \qquad (2.23)$$

2.2.11 Relações constitutivas para o concreto

As relações constitutivas são expressões que representam o comportamento do material às solicitações de compressão, tração e cisalhamento ajustadas para as diversas variáveis do concreto, tais como: fator a/c, ritmo de carregamento e propriedades dos agregados.

Tanto para carregamentos de tração quanto de compressão, o diagrama $\sigma x \varepsilon$ apresenta duas regiões bem definidas. A primeira, que compreende o trecho ascendente, retrata a deformação do concreto desde o início do carregamento até que seja alcançada a tensão última e, a partir daí, a curva assume conformação decrescente.

2.2.12 Modelo do concreto à compressão

O CAR difere do CRN por apresentar um diagrama $\sigma x \varepsilon$ mais linear e mais íngreme para o trecho ascendente, Fig. 2.02, como conseqüência da menor diferença entre os módulos de deformação longitudinal do agregado e da pasta de cimento em relação ao CRN. Segundo CARRASQUILLO et al. (1981b), essa reduzida diferença de rigidez entre os componentes do CAR leva à ocorrência da redução da quantidade e extensão das fissuras de aderência. Isso explica, para o ramo ascendente, o fato de sua forma linear ser mantida para altos percentuais do carregamento.

PINTO JÚNIOR (1992) apresenta uma comparação para concretos com resistências à compressão iguais à 76 e 31 Mpa, quanto a formação de micro-fissuras nas interfaces pasta-agregado em razão da carga última aplicada. Descreve-se então, para o CRN quando submetido à 65% da carga útil que as fissuras se desenvolvem na interface pasta-agregado e, a partir daquele nível de carregamento, as fissuras propagam-se pela pasta. Já, para o CAR, esse processo de formação e propagação de fissuras deu-se para um nível mais elevado de carregamento, ou seja, a 90% da carga última.

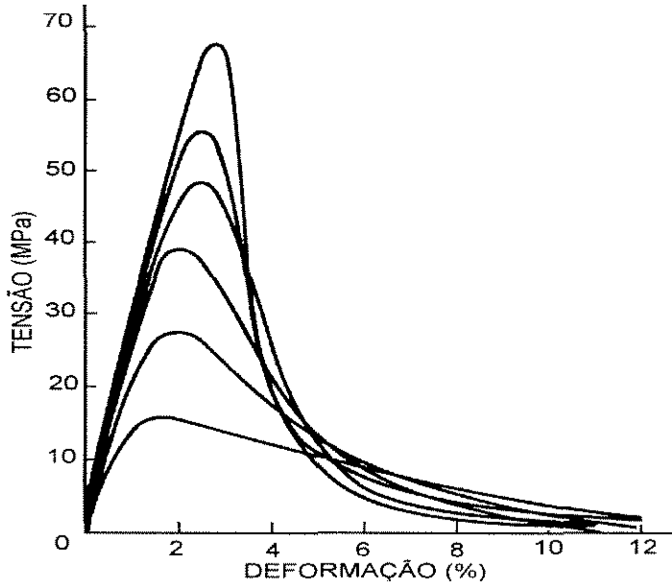


FIGURA 2.02 Curvas tensão x deformação - concreto solicitado à compressão

FONTE STATE-OF-THE-ART...(1984). p.383.

O processo de formação de fissuras para o CAR ocorre para um estágio mais avançado de carregamento, e por serem mais definidas, as fissuras acarretam a ruptura de forma mais brusca que para aqueles concretos com baixo f_{ck}.

Outras duas diferenças encontradas na literatura do CAR em relação ao CRN são: a deformação correspondente à máxima tensão e à forma do trecho descendente. Para o CAR, a deformação é levemente maior quando a tensão no concreto alcança o valor máximo. Já o ramo descendente da curva $\sigma x \varepsilon$ é tanto mais íngreme e, portanto, menos linear para os valores de f_{ck} mais elevados.

Quanto a obtenção, em laboratório, dos parâmetros que ajustam os modelos que expressam as relações constitutivas $\sigma x \varepsilon$, há dificuldades na obtenção da parte descendente, pois para acompanhar aquele trecho, devido à ruptura frágil do concreto, requer-se o emprego de prensa com deformação controlada.

Na referência AHMAD & SHAH (1985), o modelo é definido através de equações distintas para cada trecho (ascendente e descendente), conforme Fig. 2.03, mediante as quais obtém-se a tensão para cada deformação correspondente, como se segue:

trecho ascendente:

$$\sigma_c = f_{ck}\left[1-\left(1-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right)^A\right] \tag{2.24}$$

trecho descendente:

$$\sigma_c = f_{ck}\ \mathrm{EXP}[-k\,(\varepsilon_c - \varepsilon_{c0})^{1.15}] \tag{2.25}$$

onde os parâmetros das equações acima são:

$$A = E_c\ \frac{\varepsilon_{c0}}{f_{ck}} \tag{2.26}$$

$$K = 0.17\ f_{ck} \tag{2.27}$$

$$\varepsilon_{c0} = 0.001648 + 1.14 \times 10^{-7}\ f_{ck} \tag{2.28}$$

$$E_c = 27.55\ \gamma^{1.5}\ f_{ck} \tag{2.29}$$

sendo: f_{ck} em psi, γ em lb/ft^3 e E_c em psi;

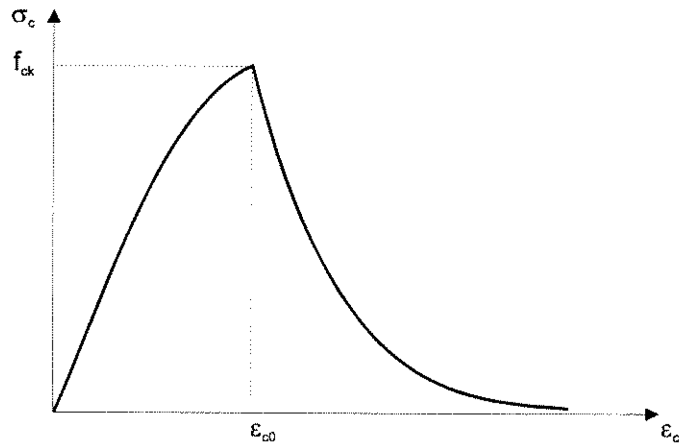


FIGURA 2.03 - Representação do modelo σxε, proposto por AHMAD & SHAH (1985)

Como vimos, para o cálculo desses parâmetros, e conseqüentemente o uso das equações (2.24) e (2.25) que representam o modelo da Fig. 2.03, deve-se conhecer previamente o f_{ck} e o peso específico do concreto.

O modelo proposto por ALMUSALLAM & ALSAYED (1995) difere do primeiro uma vez que a curva σxε é definida por uma única equação, Fig.2.04. Essa equação, que representa os trechos ascendente e descendente, é indicada pelos autores para o concreto de resistência normal, concreto de alta resistência e ainda para o concreto leve.

A relação é definida como segue:

$$\sigma_c = \frac{(K - K_p)\varepsilon_c}{\left[1 + \left(\frac{(K - K_p)\varepsilon_c}{f_0}\right)^n\right]^{(1/n)}} + K_p\varepsilon_c \qquad (2.30)$$

sendo os parâmetros da equação:

$$n = -\frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{f_1}{f_0} - \frac{K_p}{(K - K_p)}\right)} \qquad (2.31)$$

$$f_1 = f_{ck}\left[2\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{c0}} - \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{c0}}\right)^2\right] \qquad (2.32)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{f_0}{(K - K_p)} \qquad (2.33)$$

$$f_0 = 5.6 + 1.02\ f_{ck} - K_p\varepsilon_{c0} \qquad (2.34)$$

$$K_p = 5470 - 375\ f_{ck} \qquad (\text{para } f_{ck} \leq 55\text{MPa}) \qquad (2.35)$$

$$K_p = 16398.23 - 676.82\ f_{ck} \qquad (\text{para } f_{ck} > 55\text{ MPa}) \qquad (2.36)$$

$$K = E_c = 3320\ \sqrt{fck}\ + 6900 \qquad (2.37)$$

$$\varepsilon_{c0} = (0.2\ f_{ck} + 13.06) \times 10^{-4} \qquad (2.38)$$

onde: f_{ck} e E_c em MPa.

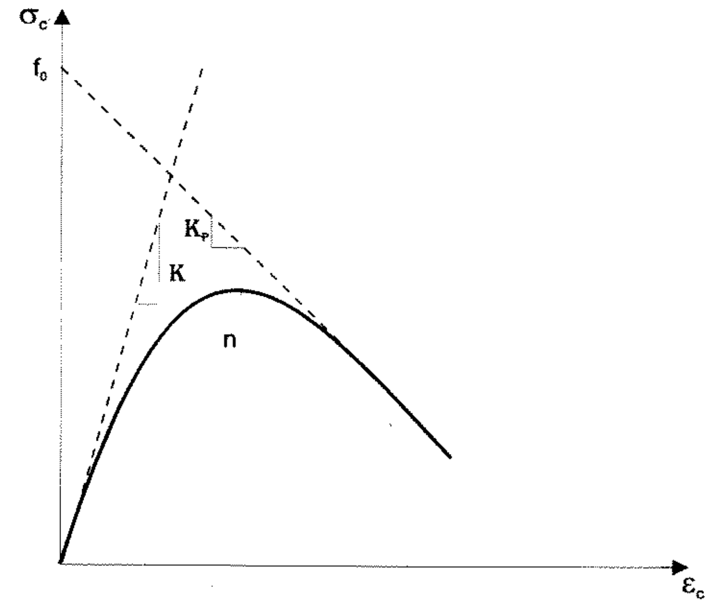


FIGURA 2.04 - Representação do modelo σxε, proposto por ALMUSALLAM & ALSAYED (1995)

O BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP (1988) estabelece para representar a curva σxε à compressão:

$$\sigma_c = \frac{\dfrac{E_c}{E_{c0}}\dfrac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} - \left(\dfrac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right)^2}{1 + \left(\dfrac{E_c}{E_{c0}} - 2\right)\dfrac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}}\ f_{ck} \qquad (\text{para } \varepsilon < \varepsilon_{cu}) \quad (2.39)$$

A equação 2.39 abrange o ramo ascendente e parte do descendente da curva σ x ε até a correspondente deformação ε_{cu}. Para deformações maiores que esta última, a tensão passa a ser expresssa por:

$$\sigma_c = \left[\left(\frac{1}{\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c0}}}\xi - \frac{2}{\left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c0}}\right)^2}\right)\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right)^2 + \left(\frac{4}{\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c0}}} - \xi\right)\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right]^{-1} f_{ck} \qquad (2.40)$$

onde: $$\xi = \frac{4\left[\left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c0}}\right)^2\left(\frac{E_c}{E_{c0}} - 2\right) + 2\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c0}} - \frac{E_c}{E_{c0}}\right]}{\left[\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c0}}\left(\frac{E_c}{E_{c0}} - 2\right) + 1\right]^2} \qquad (2.41)$$

$E_c = 10^4\,[f_{ck} + 8]^{1/3}$; (2.42)

$E_{c0} = f_{ck}/\varepsilon_{c0}$; (2.43)

$\varepsilon_{c0} = 0{,}0022$;

$\sigma_{cu} = 0{,}5\, f_{ck.}$ (trecho descendente) (2.44)

A deformação ε_{cu} é determinada através da expressão:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c0}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\frac{E_c}{E_{c0}} + 1\right) + \left[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\frac{E_c}{E_{c0}} + 1\right)^2 - \frac{1}{2}\right]^{0.5} \qquad (2.45)$$

Uma vez que o concreto não esteja fissurado, a tensão para o descarregamento é:

$\sigma_c = E_c\,\varepsilon_c$ (2.46)

Esquematicamente, a Figura 2.05 representa as relações constitutivas para o modelo do BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP (1988).

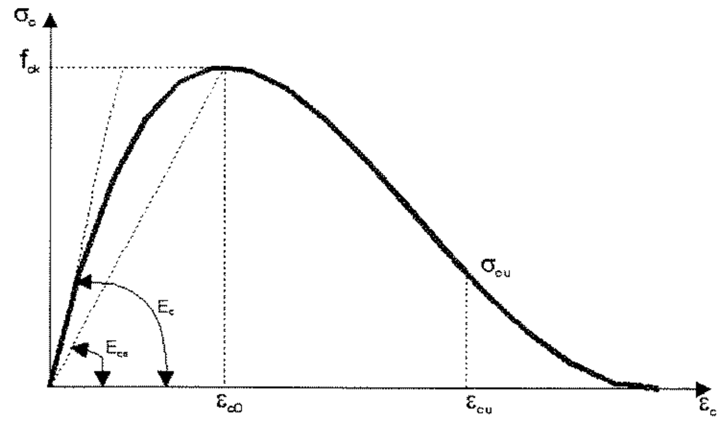


FIGURA 2.05 - Diagrama σ x ε para compressão uniaxial

FONTE: BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP, 1988, p.2.13

Para o CRN a tensão de cálculo σ_{cd} é indicada pela NBR 6118 (1982) igual a $\sigma_{cd} = 0{,}85\ f_{cd}$. Onde o fator 0,85 leva em consideração a perda da resistência pela ação de cargas permanentes, diferença de resistência na estrutura e corpo de prova e aumento do f_{ck} do concreto após 28 dias. A recomendação de PINTO JÚNIOR (1992) para a tensão de cálculo para o CAR é $\sigma_{cd} = 0{,}7\ f_{cd}$, porém aconselha novos ensaios para o respectivo fator de minoração da tensão.

2.2.13 Modelo do concreto à tração

O concreto solicitado à tração apresenta uma curva σxε caracterizada também pelos trechos ascendente e descendente. Ao atingir a tensão máxima, com formação de fissuras no elemento estrutural, a transferência de esforços internos faz-se através de mecanismos dependentes de ser o concreto simples ou armado.

Para o *concreto sem armadura*, quando a tensão máxima é alcançada, a transferência gradual de tensões é retratada pelo amolecimento à deformação (strain softening), caracterizado pela coesão do material. Tratando-se do *concreto armado fletido* a transferência gradual de tensões após o início da fissuração se dá pelo efeito de engrenamento dos agregados (aggregate interlock), ação de pino(dowel action) e enrijecimento à tração(tension stiffening). Esses três fenômenos de transferência de esforços foram descritos por MARZOUK & CHEN (1993a), e suscintamente podem ser entendidos como sendo:

a) Engrenamento dos agregados: representa o esforço cisalhante transferido pela superfície de contato entre a fissura, contato esse reduzido com progressivo aumento da abertura da fissura , implicando assim na redução da tensão de cisalhamento transferida.

b) Ação de pino: consiste no movimento paralelo de partes de concreto entre as fissuras produzindo a transferência de tensões de cisalhamento através da armadura presente na região de fissuração.

c) Enrijecimento à tração: após a formação das primeiras fissuras, esforços ainda são transferidos graças à aderência entre o concreto e o aço. Mas com a elevação do carregamento, surgem novas fissuras secundárias, e dessa forma a tensão de tração no concreto decresce gradualmente.

Mesmo para o concreto simples, uma vez iniciada a fissuração, graças ao efeito de amolecimento à deformação, a tensão não tende a zero abruptamente, mas sim gradativamente com o incremento da deformação e de forma não linear, como mostrado na Fig. 2.06.

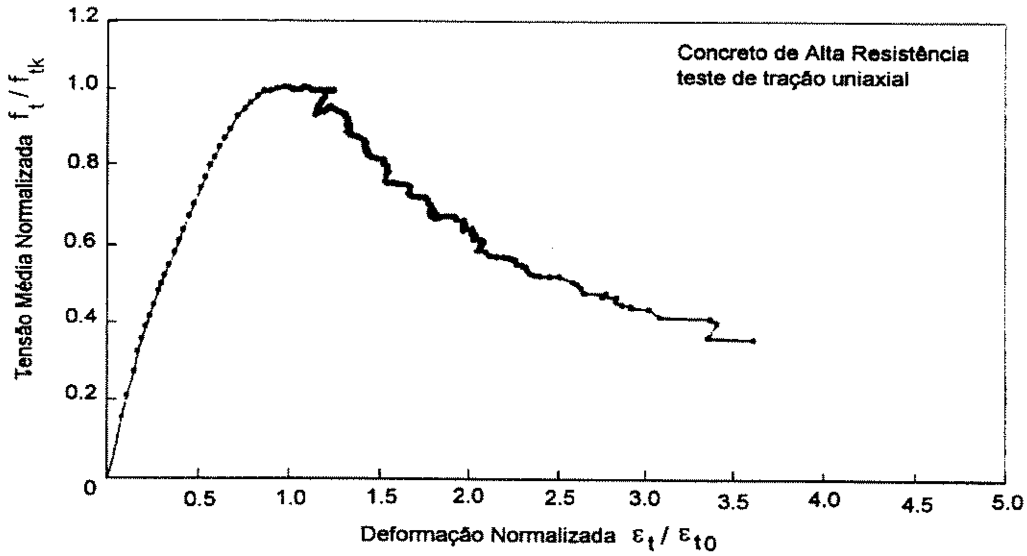


FIGURA 2.O6 - Tração média normalizada x deformação normalizada

FONTE: MARZOUK, H. M., CHEN, Z. W. 1993. p.698.

Tratando-se do concreto armado, a forma descendente da curva σ x ε está relacionada à quantidade de armadura interceptada perpendicularmente pelas fissuras. Assim sendo, após a fissuração a curva σ x ε será menos íngreme quanto maior a taxa de armadura do elemento estrutural.

No trabalho desenvolvido por MARZOUK & CHEN (1993a) a curva σxε do concreto é discretizada em duas equações, sendo o trecho ascendente representado por uma equação parabólica:

$$y = ax + bx^2 \tag{2.47}$$

Para o ramo descendente da curva empregou-se a expressão:

$$y = \frac{x}{\alpha(x-1)^{\beta} + x} \tag{2.48}$$

As constantes α e β da equação (2.48) estão relacionadas à taxa de armação. No caso do concreto simples essas constantes são iguais a 2,84 e 1,6655 respectivamente, tornando as equações (2.47) e (2.48) como se segue:

$$\sigma_t = \begin{cases} f_{tk}(2x - x^2) & x < 1 \\ \dfrac{f_{tk}x}{\alpha(x-1)^{\beta} + x} & x \geq 1 \end{cases} \tag{2.49}$$

$$x = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{to}} \tag{2.50}$$

Para as lajes em concreto de alta resistência analisadas por MARZOUK & CHEN (1993a), empregou-se os seguintes parâmetros: α = 1,3863 e β= 1,6655. O emprego da equação (2.49) acha-se intrinsecamente relacionado ao conhecimento dos valores de α e β de tal maneira que aquela equação seja ajustada ao comportamento do elemento estrutural. A forma de obtenção desses parâmetros (α e β) não foi apresentada pelo autor.

A referência MARZOUK & CHEN (1993b) apresenta as mesmas abordagens que MARZOUK & CHEN (1993a), que empregaram os valores de α e β iguais a 1,3863 e 1,6655, respectivamente.

Estudos empreendidos por STEVENS et al (1991), resultaram num modelo para representar a relação constitutiva σxε que leva em consideração a taxa de armação na seção de concreto através do parâmetro α, Fig.2.07. Nesse modelo a tensão a partir da fissuração é exponencialmente reduzida em função da deformação, conforme expressão abaixo:

$$\sigma_t = f_{tk}\left[(1-\alpha)e^{-\lambda_t\left(\varepsilon_t - \varepsilon_{t0}\right)} + \alpha\right] \quad (2.51)$$

sendo $\alpha = C_t \dfrac{\rho}{\phi}$ (2.52)

onde: ϕ em mm;

C_t = 75 (mm);

$\lambda_t = \dfrac{270}{\sqrt{\alpha}}$ $(\lambda_t \leq 1000)$;

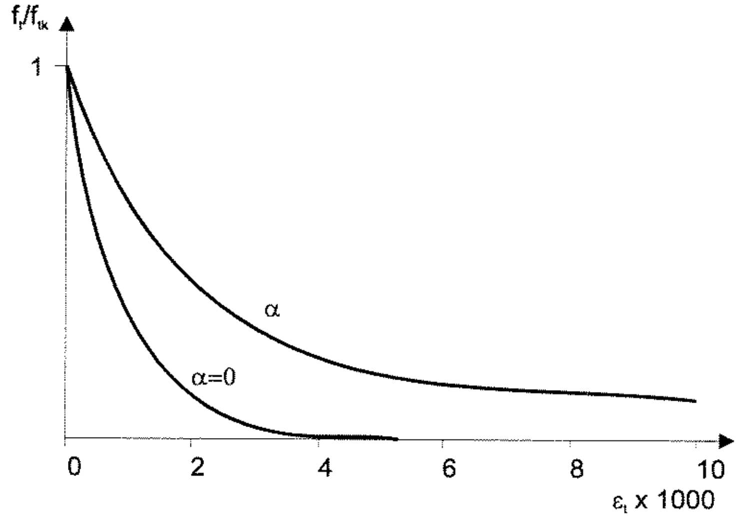


FIGURA 2.07 - Diagrama de representação da curva σ x ε para concreto tracionado
FONTE: Adaptado de STEVENS et al., 1991, p.51

Nessa referência o modelo também é estendido para representar o comportamento biaxial do concreto.

Em CHUNG & AHMAD (1994) a curva σxε é representada para o concreto simples conforme a expressão:

$$\sigma_t = f_{tk}\left[e^{\left(1-\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{t0}}\right)}\right] \tag{2.53}$$

Em tratando-se do concreto armado são indicadas as equações já vistas acima segundo STEVENS et al. (1991). Entretanto, na referência CHUNG & AHMAD (1994), tal equação encontra-se com erro de publicação.

O módulo de deformação longitudinal na tração E_t, é adotado igual ao correspondente à compressão ($E_c = 27{,}5\ \gamma^{1,5}\ \sqrt{f_{ck}}$). A deformação correspondente à máxima tensão de tração é indicada como se segue:

$$\varepsilon_{t0} = \frac{f_{tk}}{E_c} \tag{2.54}$$

O modelo apresentado por PRAKHYA & MORLEY(1990) exibe comportamento linear para o trecho ascendente da curva σxε.

$$\sigma_t = f_{tk}\ \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{t0}}\right)\ \text{para}\ \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{t0}} \le 1 \tag{2.55}$$

A região descendente é representada por uma equação dependente de um fator empírico β_t. Este fator que está relacionado a algumas características, tais como diâmetro das barras e taxa de armadura, quando assumido igual a 1 apresenta um comportamento perfeitamente plástico. Para fatores β_t maiores que 1 obtém-se diferentes formas para o trecho descendente da curva σxε; entretanto, para $\beta_{t\rightarrow\infty,}$ o modelo leva à ruptura brusca, conforme ilustra a figura 2.08.

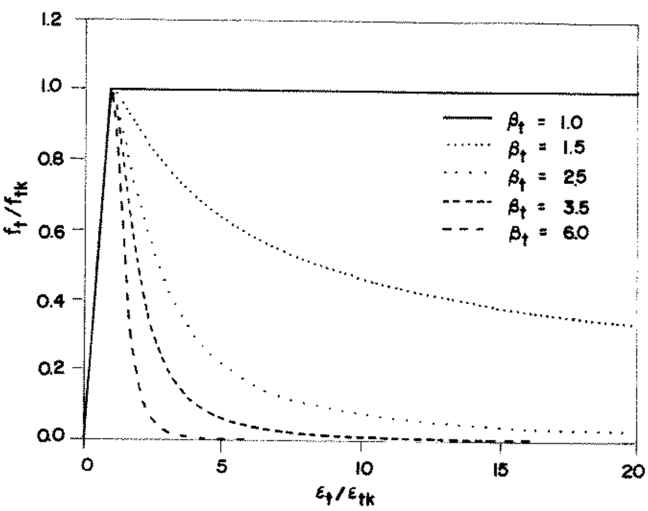


FIGURA 2.08 - Diagrama de representação da curva σ x ε para concreto tracionado

FONTE: PRAKHYA & MORLEY, 1990, p.599.

$$\sigma_t = \frac{\beta_t f_{tk}\left(\dfrac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{t0}}\right)}{\beta_t - 1 + \left(\dfrac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{t0}}\right)^{\beta t}} \qquad \left(\text{para } \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{t0}} > 1\right) \qquad (2.56)$$

A representação da curva σxε do concreto não fissurado pelo BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP (1988) é constituída por dois trechos lineares ascendentes, conforme a figura 2.09. O primeiro trecho é definido até o nível de 90% da tensão máxima à tração f_{tk}:

$$\sigma_t = E_c\,\varepsilon_t \qquad (\sigma_t \leq 0{,}9\ f_{tk}) \qquad (2.57)$$

A partir daquele nível de tensão a reta passa a ser descrita por:

$$\sigma_t = f_{tk} - \frac{0.1 f_{tk}}{0.00015 - \dfrac{0{,}9 f_{tk}}{E_c}}(0{,}00015 - \varepsilon_t) \qquad (2.58)$$

com: E_c em (N/mm^2) e f_{tk} (N/mm^2).

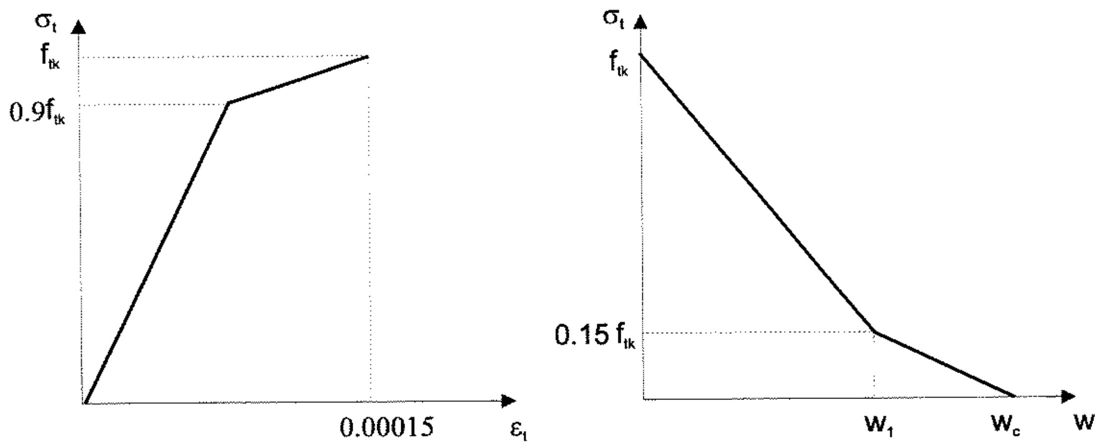


FIGURA 2.09 - Diagrama tensão x deformação e tensão x abertura da fissura para o concreto sob tensão uniaxial.

FONTE: BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP, 1988, p.2.17

Para um valor de tensão em que o concreto torna-se fissurado, o BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP (1988) considera o modelo da mecânica da fratura:

$$\sigma_t = f_{tk}\ (1\text{-}0{,}85\frac{w}{w_1}) \qquad (0{,}15\ f_{tk} \leq \sigma \leq f_{tk}) \qquad (2.59)$$

$$\sigma_t = \frac{0{,}15 f_{tk}}{w_c - w_1}(w_c - w) \qquad (0 \leq \sigma \leq 0{,}15 f_{tk}) \qquad (2.60)$$

$$w_1 = \frac{G_f - 22 w_c \left({G_f}/{a} \right)^{0,95}}{150 \left({G_f}/{a} \right)^{0,95}} \qquad (2.61)$$

com w_1 e w_c em mm, e G_f em Nm/m^2.

TABELA 2.04 - Valores de w_c em função do diâmetro máximo do agregado

$\phi_{max, agregado}$ (mm)	w_c (mm)
8	0,12
16	0,15
32	0,25

FONTE: BULLETIN D'INFORMATION 190a CEB-FIP, 1988, p.2.18

2.3 Relações constitutivas para o aço

Um modelo bi-linear é apresentado por CHUNG & AHMAD (1994) para representar as relações constitutivas do aço. O diagrama tensão x deformação ($\sigma x \varepsilon$), é constituído por dois trechos. O primeiro, em regime elástico, é representado por:

$$\sigma_s = E_s\, \varepsilon_s \qquad (\text{para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_y) \qquad (2.62)$$

O segundo trecho:

$$\sigma_s = E_{s'}\, \varepsilon_s \qquad (\text{para } \varepsilon_s > \varepsilon_y) \qquad (2.63)$$

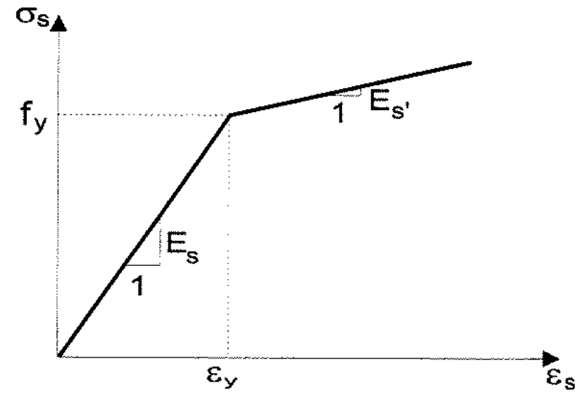


FIGURA 2.10 - Diagrama tensão x deformação do aço

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

3.1 Análise linear de estruturas pelo método dos elementos finitos

A técnica de análise de estruturas pelo método dos elementos finitos, que consiste em discretizar o contínuo numa série de elementos finitos interconectados em pontos nodais, pode ser vista em diversos livros que abordam o assunto, entre eles: ZIENKIEWICZ (1971) e COOK, MALKUS & PLESHA (1989).

FORMULAÇÃO BÁSICA:

O vetor dos deslocamentos $\{u\}$ de cada um dos elementos acha-se associado ao vetor das incógnitas nodais $\{v\}$ através de funções aproximadoras $[\varphi]$.

$$\{u\} = [\varphi]\,\{v\} \tag{3.1}$$

As deformações em pontos de um elemento podem ser expressas em termos das incógnitas nodais. A relação é estabelecida mediante uma matriz de deformações generalizadas $[B]$, composta das derivadas das funções de forma.

$$\{\varepsilon\} = [B]\,\{v\} \tag{3.2}$$

A relação tensão-deformação para o elemento é expressa por:

$$\{\sigma\} = [D]\,\{\varepsilon\} \tag{3.3}$$

Na equação anterior, $[D]$ representa a matriz dos parâmetros elásticos do material. Tratando-se de problemas onde a rede que discretiza o contínuo é constituída por elementos unidimensionais, a matriz $[D]$ torna-se igual ao módulo de deformação longitudinal ou módulo de Young E. Para os casos de estado plano de tensões e material isotrópico tem-se:

$$[D] = \frac{E}{(1-\upsilon^2)} \begin{vmatrix} 1 & \upsilon & 0 \\ \upsilon & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\upsilon}{2} \end{vmatrix} \qquad (3.4)$$

onde: υ representa o coeficiente de Poisson.

A substituição da Eq. (3.2) em (3.3) resulta no vetor das tensões em função do vetor das incógnitas nodais:

$$\{\sigma\} = [D]\,[B]\,\{v\} \qquad (3.5)$$

O trabalho virtual externo associado ao deslocamento arbitrário virtual $\{v\}$ e ao vetor das forças nodais generalizadas $\{r\}$, que representa as ações externas e forças volumétricas, é dado por:

$$W_e = \{\bar{v}\}^T \{r\} \qquad (3.6)$$

O trabalho virtual realizado pelos esforços internos é expresso por:

$$W_i = \int_v \{\bar{\varepsilon}\}^T \{\sigma\}\, dV \qquad (3.7)$$

Transpondo-se a equação (3.2), tem-se:

$$\{\bar{\varepsilon}\}^T = \{\bar{v}\}^T [B]^T \qquad (3.8)$$

Substituindo a Eq. (3.8) em (3.7) resulta o trabalho virtual interno dado por:

$$W_i = \{\bar{v}\}^T \int_v [B]^T \{\sigma\}\, dV \qquad (3.9)$$

Levando a Eq. (3.5) em (3.9), tem-se:

$$W_i = \{\bar{v}\}^T \left(\int_v [B]^T [D]\,[B]\, dV \right) \{v\} \qquad (3.10)$$

Da igualdade dos trabalhos virtuais externo e interno tem-se:

$$\{\bar{v}\}^T \{r\} = \{\bar{v}\}^T (\int_v [B]^T [D] [B] \, dV) \{v\} \quad (3.11)$$

Cancelando-se os termos comuns, a Eq. (3.11) torna-se:

$$\{r\} = [k] \{v\} \quad (3.12)$$

O integrando da igualdade (3.11) é a matriz de rigidez do elemento representada por:

$$[k] = (\int_v [B]^T [D] [B] \, dV) \quad (3.13)$$

Uma vez determinadas as matrizes de rigidez para cada elemento, e transformando-as para as coordenadas globais, essas serão somadas sistematicamente, originando a matriz global da estrutura [K]. Agora, é possível determinar o vetor dos deslocamentos nodais {v}, em função do vetor das ações nodais equivalentes {R} e da matriz global da estrutura, mediante a expressão:

$$\{R\} = [K] \{v\} \quad (3.14)$$

E, finalmente, obtém-se a tensão em pontos de cada elemento que forma a estrutura:

$$\{\sigma\} = [D] [B] \{v\} \quad (3.15)$$

3.2 Solução do problema não-linear

A solução de problemas lineares pelo método dos elementos finitos, modelo de deslocamentos, é obtida resolvendo-se a Equação (3.14).

Todavia, para problemas não-lineares, não é mais possível obter-se a solução diretamente através dela, pois a matriz de rigidez depende dos deslocamentos e, portanto, ela não pode ser exatamente formada antes que os deslocamentos sejam determinados.

Uma maneira de resolver esse problema é através de um processo incremental-iterativo, em que se busca uma configuração de equilíbrio da estrutura para uma carga externa.

A equação de equilíbrio correspondente pode ser expressa por:

$$\{R\} - \{P\} = 0 \tag{3.16}$$

sendo {P} o vetor de cargas nodais equivalentes internas dado por:

$$\{P\} = \int_V [B]^T \{\sigma\} dV \tag{3.17}$$

onde $\{\sigma\}$ é o vetor de tensões que satisfaz as relações constitutivas dos materiais.

No processo incremental-iterativo o vetor {P}, que depende dos deslocamentos {v}, tem que ser aproximado em sucessivas iterações (para cada incremento) até que a Equação 3.16 seja satisfeita.

Esse processo incremental-iterativo pode ser descrito resumidamente da seguinte forma:

a) supondo que a solução correspondente ao incremento n-1 seja conhecida, isto é, o vetor de incógnitas nodais $\{v\}^{n-1}$ - que para o caso tratado neste trabalho coincide com o vetor dos deslocamentos, para uma configuração de equilíbrio da estrutura tenha sido obtido, o passo seguinte consiste em encontrar para o incremento n a nova posição de equilíbrio .

Essa posição é dada por:

$$\{R\}^n - \{P\}^n = 0 \tag{3.18}$$

b) o vetor dos deslocamentos $\{\Delta v\}^n$ correspondente a essa nova configuração de equilíbrio pode ser aproximado por:

$$[K]^{n-1} \{\Delta v\}^n = \{R\}^n - \{P\}^{n-1} \tag{3.19}$$

sendo $[K]^{n-1}$ a matriz de rigidez algorítmica tangente correspondente ao incremento n-1.

c) Os deslocamentos para o incremento n são dados por:

$$\{v\}^n = \{v\}^{n-1} + \{\Delta v\}^n \tag{3.20}$$

Com esses valores de deslocamentos pode-se obter o novo vetor de cargas nodais internas $\{P\}^n$ através de (3.17).

d) substituindo $\{P\}^n$ em (3.18) esta equação deveria ser satisfeita. Porém, como para cada incremento a solução é linearizada, a Equação (3.18) fornece um resíduo:

$$\{F\}^n = \{R\}^n - \{P\}^n \neq 0 \tag{3.21}$$

O vetor $\{F\}^n$ representa forças nodais desequilibradas que são reaplicadas à estrutura.

Assim, em cada incremento de carga, é preciso recorrer a iterações para, em operações sucessivas, encontrar o vetor de deslocamentos $\{v\}^n$ que mais se aproxima da solução exata, como mostra a Fig. (3.01) para um sistema unidimensional.

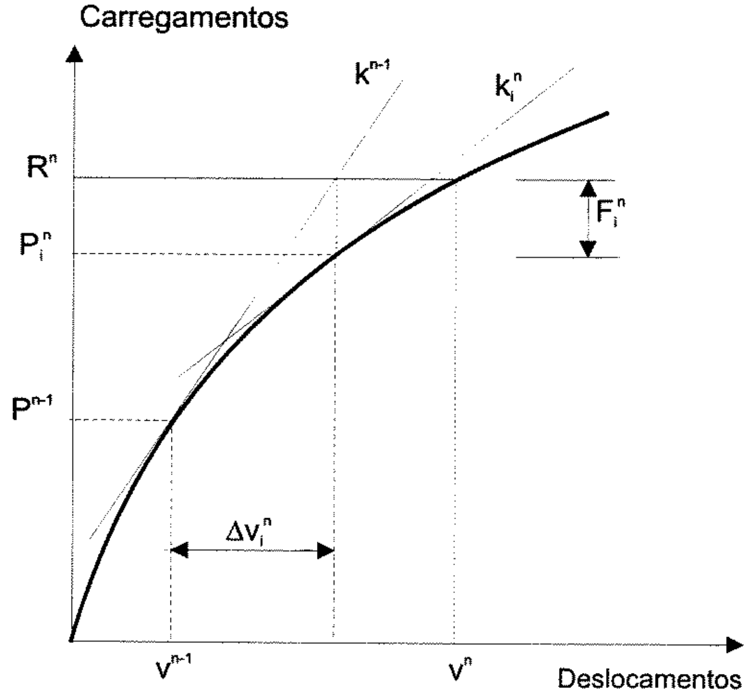


FIGURA 3.01 - Processo incremental-iterativo para sistema unidimensional

Assim, o processo iterativo corresponde a resolver a equação (3.19), sucessivamente, obtendo para a iteração i, da equação:

$$[K]^{n}_{i-1}\{\Delta v\}^{n}_{i} = \{R\}^{n} - \{P\}^{n}_{i} = \{F\}^{n}_{i} \qquad (3.22)$$

o vetor $\{\Delta v\}^{n}_{i}$.

A configuração atualizada é dada por:

$$\{v\}^{n}_{i} = \{v\}^{n}_{i-1} + \{\Delta v\}^{n}_{i} \qquad (3.23)$$

Esses ciclos corretivos continuam até que as cargas residuais e os deslocamentos incrementais sejam suficientemente pequenos, isto é, até que a equação de equilíbrio (3.18) seja satisfeita dentro de adequada precisão.

Diferentes critérios têm sido empregados para verificar a convergência da solução e estabelecer qual matriz $[K]^{n}_{i-1}$ deve ser utilizada no processo iterativo, como se mostra no item seguinte.

No exemplo abordado adotou-se a matriz de rigidez tangente correspondente à última configuração conhecida.

Esse procedimento é conhecido como método de Newton-Raphson.

3.3 Não-linearidade aplicada ao concreto

O comportamento não-linear das estruturas de concreto está associado à não-linearidade geométrica da estrutura e/ou não-linearidade física do material. A primeira forma é decorrente de efeitos de segunda ordem ou de perda de estabilidade da estrutura, enquanto que a não-linearidade física, também denominada não-linearidade material, é procedente da fissuração do concreto, relações tensão-deformação não-lineares, aderência do concreto e aço, engrenamento dos agregados, deformação lenta, temperatura e história do carregamento. Carregamentos repetidos de natureza cíclica e o rítmo de deformação afetam as propriedades materiais, levando a uma progressiva fissuração do concreto e por sua vez a falha de aderência entre esse último com o aço.

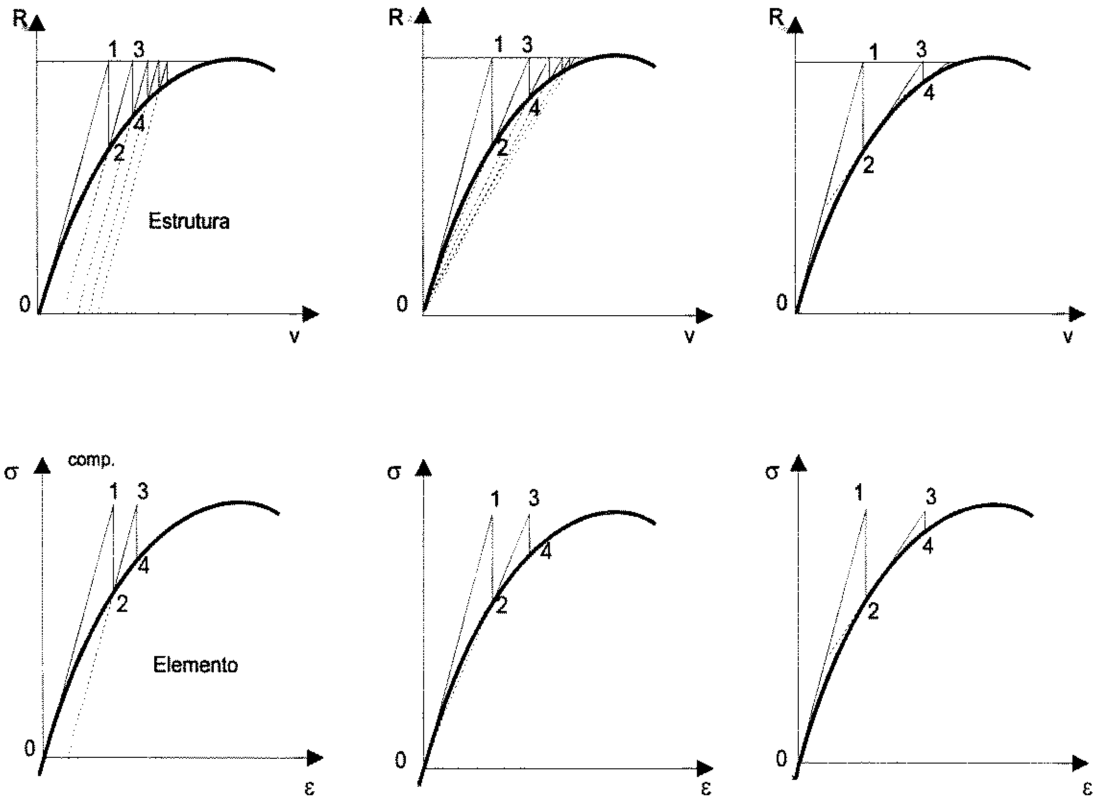
O efeito da não-linearidade física de estruturas de concreto pode ser analisado através de processo iterativo, conforme apresentado pelo STATE-OF-THE-ART...(1982) e resumidamente descrito no item 3.2, que considera as seguintes técnicas de solução iterativa:

(a) método da rigidez algorítmica inicial;

(b) método da rigidez algorítmica secante;

(c) método da rigidez algorítmica tangente;

Essas três técnicas são representadas esquematicamente na Figura abaixo, onde, para quaisquer elementos, considera-se a relação σ x ε não-linear na compressão e linear na tração.



(a) rigidez algorítmica inicial (b) rigidez algorítmica secante (c) rigidez algorítmica tangente

FIGURA 3.02 - Técnica iterativa para análise não-linear.

FONTE: STATE-OF-THE-ART...(1982), 1987. p.17.

O procedimento de análise com os três métodos são semelhantes, diferenciando-se no enfoque que se dá à matriz de rigidez empregada na formação do sistema de equações relativo a cada iteração.

Dentre os três métodos abordados acima verifica-se que a convergência se faz mais rápida para o método da tangente, sendo o método da rigidez algorítmica inicial o mais lento dentre eles. No entanto, a vantagem apresentada por esse último método é a de que a matriz de rigidez algorítmica da estrutura [K], não sofre reformulação para cada iteração.

Em estruturas de concreto armado a formação e a propagação de fissuras implicam diretamente na resposta força x deslocamento. Assim, para que o carregamento total seja alcançado, emprega-se usualmente um procedimento de carga incremental. Para cada nível de incremento de carga determina-se o correspondente incremento de deslocamento, empregando-se uma das soluções iterativas da Figura (3.02).

Para o concreto de alta resistência, a convergência, quando da resolução dos sistemas não-lineares, faz-se mais rapidamente que para o concreto de resistência normal. Isso, explica-se em razão das formas das curvas σ x ε serem mais íngremes quanto maior a resistência do concreto, ou seja, apresentam-se com não-linearidade menos acentuada.

3.4 Representação do mecanismo de fissuração

O mecanismo de formação das fissuras decorrente da micro-fissuração progressiva e também pela perda de aderência, que caracterizam o comportamento da não-linearidade do material, no método dos elementos finitos, é comumente considerado sob dois modelos distintos: com *fissuras discretas* ou com *fissuras distribuídas*.

Para o modelo com fissuras discretas o fenômeno da fissuração é representado mediante descontinuidade da estrutura. Inicialmente, nesse modelo, a fissura era fixada exclusivamente na direção formada pelos lados adjacentes dos elementos finitos. Entretanto, em alguns modelos mais recentes as fissuras discretas acham-se inseridas dentro dos elementos.

Os modelos com fissuras distribuídas apresentam mais facilidade de aplicação, uma vez que as fissuras ficam inteiramente distribuídas no elemento ou caminham através de seus pontos de integração.

A fissuração modelada por fissuras distribuídas através dos elementos tem sido mais difundida, embora a continuidade assumida para os deslocamentos não retratem fielmente a real descontinuidade ocorrida no elemento estrutural. No entanto, a melhor representação para o processo de fissuração faz-se através das fissuras discretas, as quais modelam o fenômeno diretamente pela descontinuidade do material. A necessidade da reformulação da rede de elementos finitos à medida em que as fissuras se expandem, torna a implementação computacional desse modelo mais complexo quando comparado às fissuras distribuídas, como descrevem D'AVILA & CAMPOS FILHO (1995). Mencionou-se nessa última citação a *mecânica da fratura* como ferramenta de suma importância para a análise de estruturas em CAR e/ou grandes dimensões.

3.5 A escolha das relações constitutivas

Dentre as diversas expressões anteriormente citadas para as relações constitutivas do concreto, tanto à compressão quanto à tração, buscaram-se aquelas que melhor se ajustam aos dados experimentais disponíveis. Para essa análise, empregou-se o programa computacional CURVASJS, elaborado em linguagem Pascal, que apresenta resultados numéricos para os diversos modelos de tensão x deformação. Esses resultados numéricos são comparados graficamente com os dados experimentais disponíveis.

As curvas σ x ε teóricas para o concreto solicitado à compressão representam os modelos propostos por AHMAD & SHAH (1985) e ALMUSALLAM & ALSAYED (1995). Uma verificação desses dois modelos, comparando-se conjuntos de pontos experimentais do concreto à compressão, apontou o modelo de AHMAD & SHAH (1985) como aquele que melhor representa a forma da curva σ x ε do concreto à compressão. Os dados experimentais empregados para tal análise correspondem às seguintes classes de resistência: (61,54 e 87,79 MPa), (48,53 e 83,33 MPa) e (50,37 e 71,85 MPa), extraídos das respectivas referências: AHMAD & SHAH (1985), ALMUSALLAM & ALSAYED (1995) e AHMAD & SHAH (1982). Em anexo, encontram-se alguns resultados dessa verificação.

Para representar o concreto solicitado à tração foram implementadas em CURVASJS rotinas de cálculo fundamentadas nas seguintes referências: MARZOUK & CHEN (1993a), STEVENS et al (1991) e PRAKHYA & MORLEY (1990). Os modelos apresentados por MARZOUK & CHEN (1993a) e PRAKHYA & MORLEY (1990) são dependentes de parâmetros que devem ser adotados em razão da taxa de armação da seção de concreto. Já para a proposta de STEVENS et al (1991), a taxa de armação está diretamente incorporada às expressões. Neste último modelo, através da equação proposta pelos autores, o primeiro trecho da curva σ x ε não se ajusta às curvas obtidas em experimentos. Assim sendo, adotou-se a forma parabólica para esse trecho (ascendente). No entanto, a partir da deformação ε_{t0} acha-se mantida a expressão (2.51) proposta por STEVENS et al (1991), representando a forma descendente da curva σ x ε do concreto.

Na análise para o comportamento do CAR solicitado à tração, basearam-se nos resultados experimentais normalizados apresentados por MARZOUK & CHEN (1993a). As classes de resistência à compressão consideradas foram as seguintes: 48,53; 61,54 e 83,33 MPa para as quais adotou-se o concreto sem armadura (ρ=0,0) e concreto com taxa de armadura igual à 1%. Podem ser vistos em anexo alguns exemplos e resultados referentes ao exposto acima.

3.6 Elemento finito de viga

O elemento finito adotado para discretizar a viga, que foi introduzido no programa ROOF, é linear com dois nós e seis graus de liberdade nodais: três translações e três rotações, conforme ilustra a Fig. (3.03-a). Cada elemento finito tem seção transversal subdividida em camadas horizontais e verticais, Fig. (3.03-b).

Dessa maneira, faz-se possível uma investigação mais ampla, não se restringindo apenas àquelas informações contidas sobre o eixo baricêntrico da viga.

As funções aproximadoras para os graus de liberdade independentes são da forma:

$$u = (1-\eta)u_1 + \eta u_2 \qquad (3.24)$$

$$v = (1-3\eta^2+2\eta^3)v_1 + (3\eta^2-2\eta^3)v_2 + (\eta^3-2\eta^2)\ell\phi_{y1} + (\eta^3-2\eta^2)\ell\phi_{y2} \qquad (3.25)$$

$$w = (1-3\eta^2+2\eta^3)w_1 + (3\eta^2-2\eta^3)w_2 + (\eta^3-2\eta^2)\ell\phi_{z1} + (\eta^3-2\eta^2)\ell\phi_{z2} \qquad (3.26)$$

$$\phi = (1-\eta)\phi_1 + \eta\phi_2 \qquad (3.27)$$

sendo $\eta = x/\ell$, $\phi_y = dw/dx$ e $\phi_z = dv/dx$.

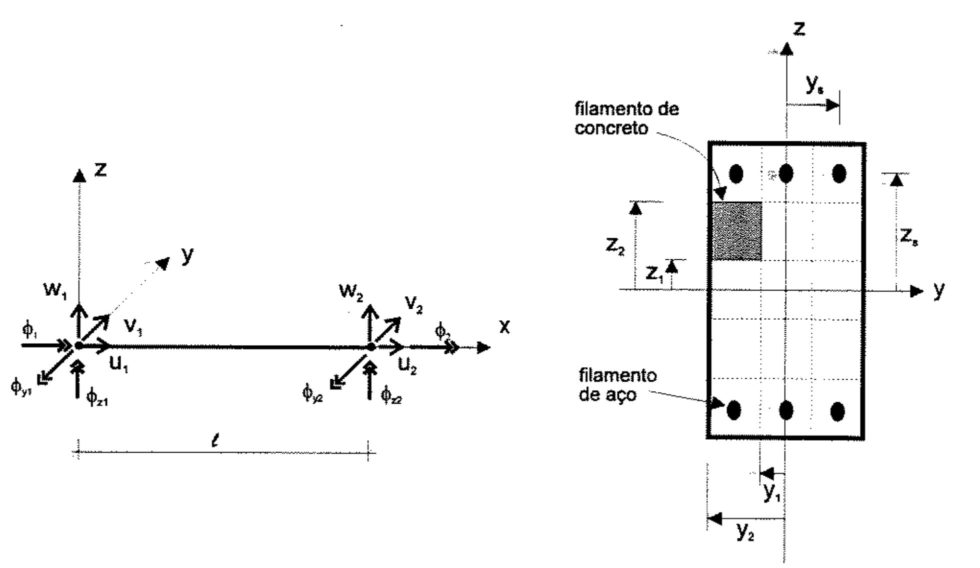


FIGURA 3.03 - a) Elemento finito de viga com os graus de liberdade nodais b) seção transversal da viga dividida em filamentos

A seção transversal da viga é dividida em n_y filamentos na direção y e n_z filamentos na direção z, além de contar com n_s filamentos que representam as barras da armadura.

Supõe-se que cada filamento está sob estado uniaxial de tensão e deformação.

A deformação em pontos de filamentos fora do eixo baricêntrico da seção, com a consideração de pequenos deslocamentos pode ser escrita como:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - z\frac{d^2 w}{dx^2} - y\frac{d^2 v}{dx^2} \qquad (3.28)$$

Admite-se que a torção não provoque deformação longitudinal no filamento.

A relação entre tensão e deformação num ponto genérico do concreto ou do aço tem a forma:

$$\sigma = E\,\varepsilon \qquad (3.29)$$

Em forma matricial a igualdade (3.28) torna-se:

$$\varepsilon = \{\varepsilon\} = \{Z\}\begin{Bmatrix}\varepsilon_0\\ \chi_y\\ \chi\\ \chi_z\end{Bmatrix} = \{Z\}\begin{Bmatrix}\varepsilon_0\\ \{\chi\}\end{Bmatrix} \qquad (3.30)$$

onde $\{Z\} = \{1\ z\ 0\ y\}$ e $\{\chi\} = \{\chi_y\ \chi\ \chi_z\}^T$.

A deformação ε, tendo em vista a igualdade (3.2), assume a forma:

$$\{\varepsilon\} = \{Z\}\,[B]\,\{v\} \qquad (3.31)$$

O vetor de tensões, conforme (3.5), fica, agora, explicitado por:

$$\{\sigma\} = [D]\,\{Z\}\,[B]\,\{v\} \qquad (3.32)$$

O trabalho virtual interno dado por (3.7), substituindo aí as igualdades (3.31) e (3.32) fica sendo:

$$W_i = \{\bar{v}\}^T \int_V [B]^T \{Z\}^T [D]\,\{Z\}\,[B]\,dV\,\{v\} \qquad (3.33)$$

Da igualdade dos trabalhos virtuais interno e externo, ver igualdades (3.11) e (3.12), resulta:

$$\{r\} = \int_V [B]^T \{Z\}^T [D] \{Z\} [B] \, dV \, \{v\} \tag{3.34}$$

de onde obtém-se:

$$\{r\} = [k]_c \{v\} \tag{3.35}$$

sendo $[k]_c$ a matriz de rigidez de um filamento de concreto do elemento finito unidimensional. Essa matriz pode ser escrita como:

$$[k]_c = \int_0^l [B]^T \left(\int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \{Z\}^T [D] \{Z\} dydz \right) [B] dx = \int_0^l [B]^T [\tilde{D}] [B] dx \tag{3.36}$$

No caso em questão [D] é uma matriz formada por um único elemento: E_c. Assim, a integral dupla resulta em uma matriz quadrada dada por:

$$E_c \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \{Z\}^T \{Z\} dydz = E_c \begin{bmatrix} \Delta_y \Delta_z & \frac{1}{2} \Delta_y \bar{\Delta}_z & 0 & \frac{1}{2} \bar{\Delta}_y \Delta_z \\ \frac{1}{2} \Delta_y \bar{\Delta}_z & \frac{1}{3} \bar{\bar{\Delta}}_z \Delta_y & 0 & \frac{1}{4} \bar{\Delta}_y \bar{\Delta}_z \\ 0 & 0 & G' I_t & 0 \\ \frac{1}{2} \bar{\bar{\Delta}}_y \Delta_z & \frac{1}{4} \bar{\Delta}_y \bar{\Delta}_z & 0 & \frac{1}{3} \bar{\bar{\Delta}}_y \Delta_z \end{bmatrix} \tag{3.37}$$

sendo: $\Delta_y = y_2 - y_1$; $\Delta_z = z_2 - z_1$; $\bar{\Delta}_y = y_2^2 - y_1^2$

$\bar{\Delta}_z = z_2^2 - z_1^2$; $\bar{\bar{\Delta}}_y = y_2^3 - y_1^3$; $\bar{\bar{\Delta}}_z = z_2^3 - z_1^3$

$G' = G/E_c$.

Para o aço essa integral resulta:

$$\begin{bmatrix} 1 & z_s & 0 & y_s \\ z_s & z_s^2 & 0 & y_s z_s \\ 0 & 0 & G'' I_t & 0 \\ y_s & y_s z_s & 0 & y_s^2 \end{bmatrix}$$

com G" = G/E_S;

A matriz de rigidez do elemento finito é obtida somando a matriz de rigidez de todos os filamentos ao longo da altura da seção:

$$[k]_e = \sum_{i=1}^{n_y} \sum_{j=1}^{n_z} [k]_c + \sum_{m=1}^{n_s} [k]_s \tag{3.38}$$

3.7 Adaptação do programa ROOF

Para a obtenção dos resultados numéricos do comportamento estrutural em vigas de concreto de alta resistência, inicialmente foi mantido o modelo implementado no programa ROOF desenvolvido por ASSAN (1989), o qual considera o efeito de transmissão de esforços de tração para o concreto fissurado. Para isso, a conformação do ramo descendente da curva σ x ε, representado por uma reta, acha-se atrelado a dois parâmetros α_F e β_F que ajustam o modelo proposto por FIGUEIRAS[1]. O parâmetro α_F é um multiplicador da tensão f_{tk}, que define a queda da parte descendente do diagrama tensão x deformação do concreto tracionado; β_F é o fator que multiplica a deformação ε_t e define o comprimento da parte decrescente do diagrama tensão x deformação do concreto tracionado.

[1]FIGUEIRAS, J. A. Ultimate load analysis of anisotropic concrete plates and shells. *PhD Thesis*, 1983, University College of Swansea, Swansea, UK.

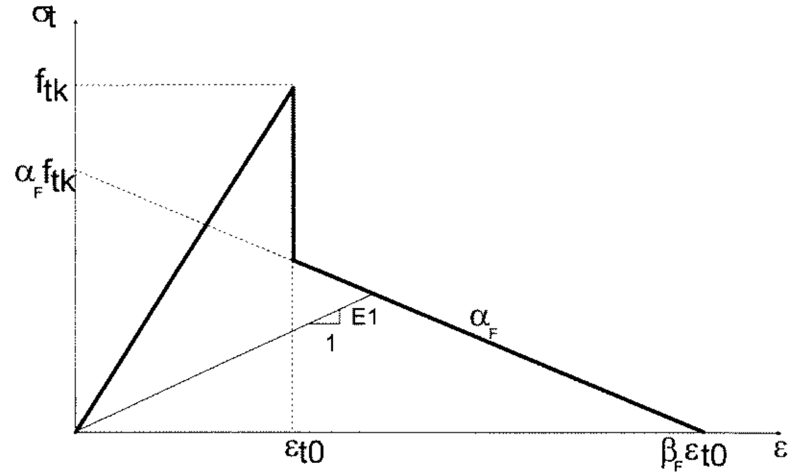


FIGURA 3.04 - Representação do diagrama σ x ε em função dos parâmetros α_F e β_F

O modelo também considera a situação de descarregamento de tal forma que se isso ocorrer será definido um novo módulo de deformação longitudinal E_1. Por esse modelo será verificada a importância de se considerar o efeito de transferência de esforços através do concreto após sua fissuração.

Numa fase seguinte realizaram-se alterações nas subrotinas do programa ROOF visando adaptá-lo ao novo material (CAR). As principais mudanças realizadas deram-se para aquelas expressões que representam as relações constitutivas do material. Essas expressões, tais como: módulo de deformação longitudinal do concreto, deformação correspondente à máxima tensão, equações para as curvas tensão x deformação tanto para o CAR solicitado à compressão quanto à tração foram selecionadas pela análise dos resultados obtidos anteriormente em CURVASJS. Assim sendo, o modelo proposto por AHMAD & SHAH (1985) passou a representar o concreto solicitado à compressão, e o modelo de STEVENS et al. (1991), adaptado conforme visto no item 3.5. para a solicitação de tração.

A análise estrutural em ROOF é fundamentada na técnica do método dos elementos finitos, onde a solução de sistemas não-lineares resultantes da não-linearidade física do concreto faz-se através da técnica incremental-iterativa utilizando o método de Newton-Raphson, atualizando a matriz de rigidez algorítmica a cada iteração, Fig. (3.02-c).

A estrutura é carregada mediante incrementos de carga e, para um dado nível do carregamento procede-se com a técnica iterativa até que haja convergência para deslocamento ou para carregamento. Tal convergência é verificada quando dentro de um erro previamente estipulado, e para o corrente carregamento, o equilíbrio é alcançado.

Ocorrida a convergência, o nível de carregamento anterior será atualizado por um incremento de carga e o processo iterativo novamente aplicado. Seguindo-se dessa forma, a análise será finalizada quando para um determinado nível de carregamento não ocorra mais a convergência dos resultados.

Para cada iteração, correspondente a um determinado nível de carregamento, obtém-se como resultados numéricos: os deslocamentos nodais, tensão e deformação do aço e concreto. Para cada camada dentro de cada elemento descrevem-se informações sobre o processo de fissuração do concreto. Informações tais como: formação e fechamento das fissuras são de fundamental importância para o mapeamento desse processo que possibilita uma comparação com resultados obtidos em ensaios de laboratório.

O processo de fissuração do concreto encontra-se representado pelo modelo de fissuras distribuídas, as quais caminham através dos pontos de integração (pontos de Gauss), em cada um dos elementos finitos que representam o contínuo.

Os efeitos dependentes do tempo tais como: deformação lenta, retração, temperatura e história do carregamento não serão considerados na presente pesquisa.

4. EXEMPLOS

4.1 PRIMEIRO EXEMPLO

4.1.1 Descrição dos dados e resultados experimentais

Os resultados experimentais da viga VR1 de CAR apresentados por PINTO JÚNIOR (1992), retratados de forma clara e objetiva, serão doravante empregados para análise do modelo numérico.

A viga denominada VR1 com seção transversal de 15x30 cm, bi-apoiada com distância entre seus apoios igual a 3 metros e contendo como armadura principal 3 barras com diâmetro de 12,5 mm, foi carregada em dois pontos localizados nos terços de seu comprimento, conforme Fig. 4.01. As características do concreto e aço são as seguintes:

$f_{ck} = 71,3$ MPa;

$\varepsilon_{c0} = 1,98$ ‰;

$E_c = 49000$ MPa;

$f_{tk} = 4,37$ MPa;

$f_y = 485$ MPa;

$E_s = 207868$ MPa;

O procedimento de aplicação das cargas fez-se através de incrementos de 5 kN até atingir o nível de 25 kN, que corresponde à carga teórica de fissuração. Em seguida passou-se a 30 kN e a partir daí os incrementos passaram a 10 kN.

Quando o carregamento alcançou um nível igual a 90 kN, caracterizou-se a ruptura do concreto, havendo arborização das fissuras, seguida de queda do carregamento e estabilização em 87,2 kN. Observou-se então para esse último nível de carga um deslocamento vertical igual a 29,2 mm. O valor teórico da carga última foi apresentada igual a 100 kN. Resultados do ensaio, tais como: deslocamentos verticais e panorama de fissuração para cada nível de carregamento encontram-se registrados em PINTO JÚNIOR (1992).

4.1.2 Arquivo de entrada para a viga VR1

Em virtude da simetria da viga e carregamento, empregou-se apenas a metade da viga VR1. Observadas todas as condições de contorno, e após vários testes adotou-se uma rede com 18 elementos finitos e 10 camadas horizontais. Apesar da possibilidade de obter-se informações para até 3 pontos de integração numérica para cada elemento finito que discretiza o contínuo, fixou-se esse número em 1, situado no centro de gravidade do elemento finito, por serem irrelevantes as diferenças entre os resultados obtidos para 2 ou 3 pontos.

O parâmetro β_F foi adotado igual a 20 de tal forma que o trecho descendente da curva σ x ε para o concreto tracionado fosse amplamente envolvido na análise numérica. Adotou-se para o parâmetro α_F os seguintes valores: (0), (0,1), (0,5) e (1,00), com a finalidade de ser verificado o comportamento do trecho decrescente da curva da Fig. 3.04.

Buscando-se simular as condições de carregamento da estrutura em laboratório, à viga foram aplicados incrementos correspondentes àqueles valores empregados no ensaio.

4.1.3 Resultados da viga VR1

A tabela 4.01 apresenta os respectivos deslocamentos verticais, em milímetro, para cada nível de carregamento. Em sua penúltima coluna têm-se expressos os valores para o modelo apresentado por STEVENS et al. (1991).

TABELA 4.01 - Deslocamentos verticais da viga VR1

INCREMENTO	CARGA 2xP (kN)	DESLOCAMENTOS VERTICAIS (mm)					
		modelo numérico					EXPERIMENTAL
		α_F				ADAPTADO COM MODELOS AHMAD(1985) e STEVENS(1991)	
		0,00	0,10	0,50	1,00		
1	5	0,1969	0,1969	0,1969	0,1969	0,1969	0,370
2	10	0,3924	0,3924	0,3924	0,3924	0,3924	0,800
3	15	0,5875	0,5875	0,5875	0,5875	0,5875	0,970
4	20	1,4976	1,4138	1,0008	0,8235	0,8103	1,095
5	25	2,1961	2,0858	1,5822	1,1643	1,1092	3,270
6	30	2,9053	2,7846	2,2286	1,6223	1,5042	4,180
7	40	4,0686	3,9558	3,4077	2,6386	2,3520	5,995
8	50	5,3396	5,2301	4,7241	3,9060	3,3672	7,878
9	60	6,5519	6,4760	6,0940	5,3622	4,4463	9,345
10	70	7,8486	7,8092	7,4371	6,8844	5,6070	11,093
11	80	9,1615	9,1506	8,8821	8,5123	6,8290	12,880
12	87.2	10,2126	10,2083	10,0381	9,8006	7,7790	29,203
13	90	-	-	-	-	8,3231	-
14	95	-	-	-	-	9,0927	-
15	100	-	-	-	-	9,8717	-
16	105	-	-	-	-	10,6500	-

As figuras 4.02 e 4.03 foram extraídas de PINTO JÚNIOR (1992) e representam as curvas carga x deslocamento obtidas em ensaios da viga VR1. A essas foram acrescentados os resultados constantes na tabela 4.01, obtidos através do programa ROOF.

As figuras 4.04 a 4.18 representam o panorama de fissuração da viga para cada estágio de carregamento. Assim, a primeira metade da viga reproduz a evolução das fissuras vistas em ensaio. A outra metade retrata os resultados que foram determinados mediante programa ROOF.

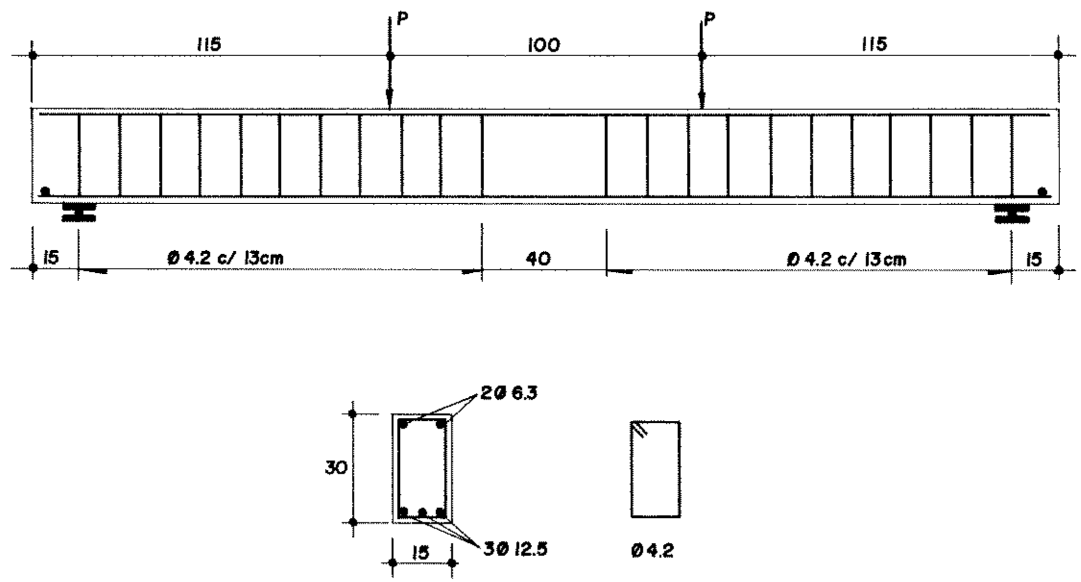


FIGURA 4.01 - Características e esquema de carregamento da viga VR1

FONTE: PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.41

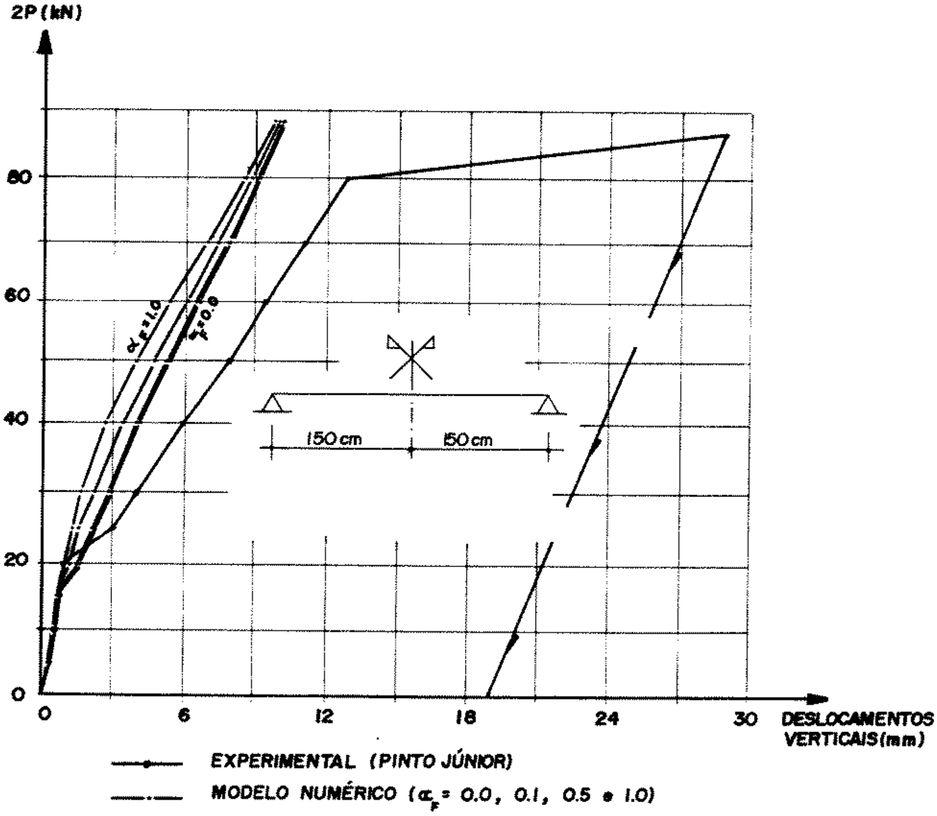


FIGURA 4.02 - Deslocamentos verticais da viga VR1(modelo: parâmetros α_F e β_F)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.65.

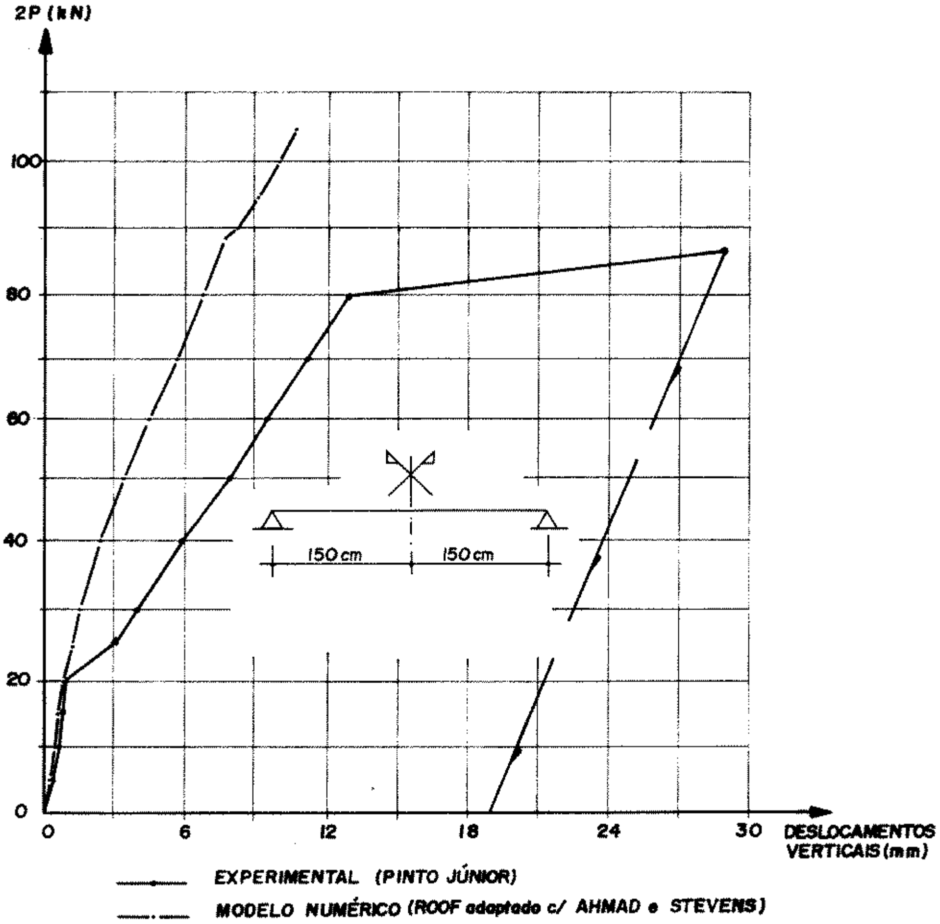


FIGURA 4.03 - Deslocamentos verticais da viga VR1
(modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.65.

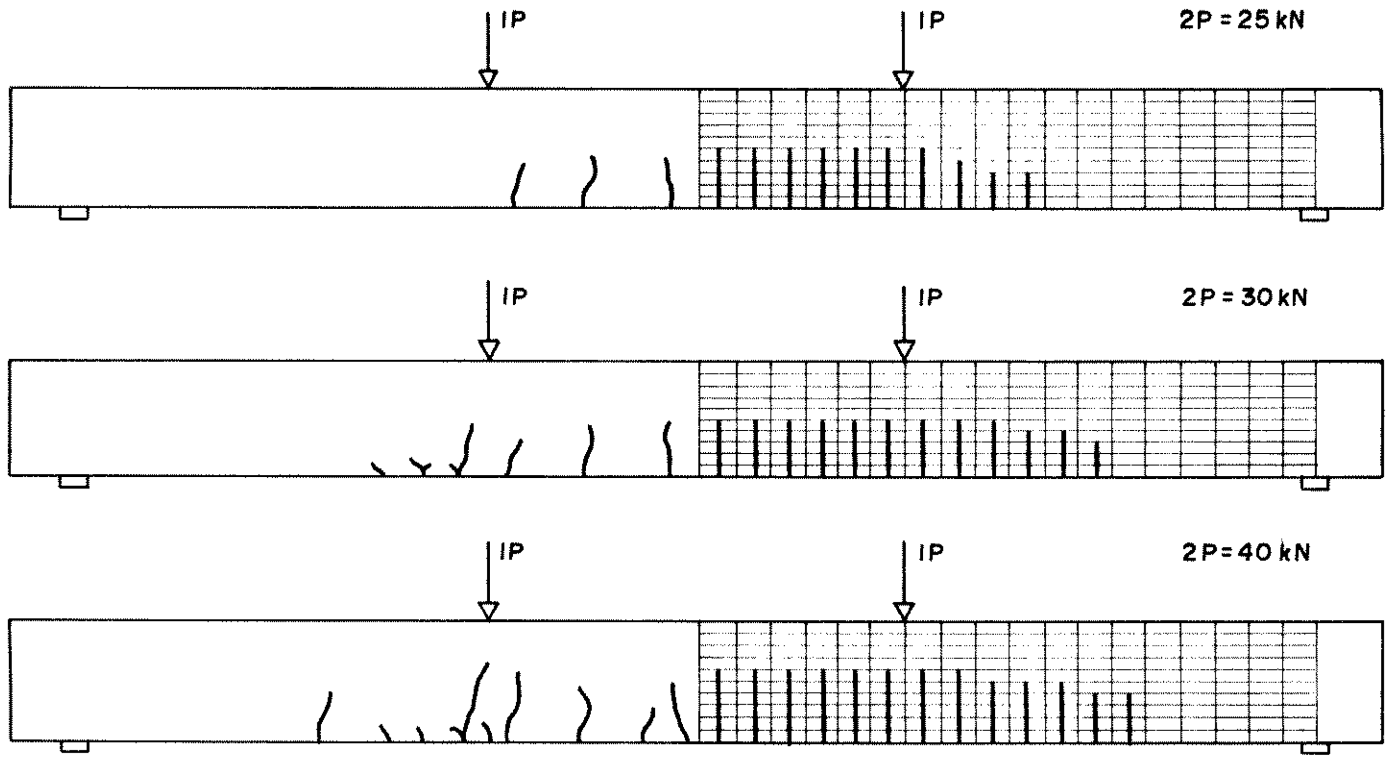


FIGURA 4.04 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0,00$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

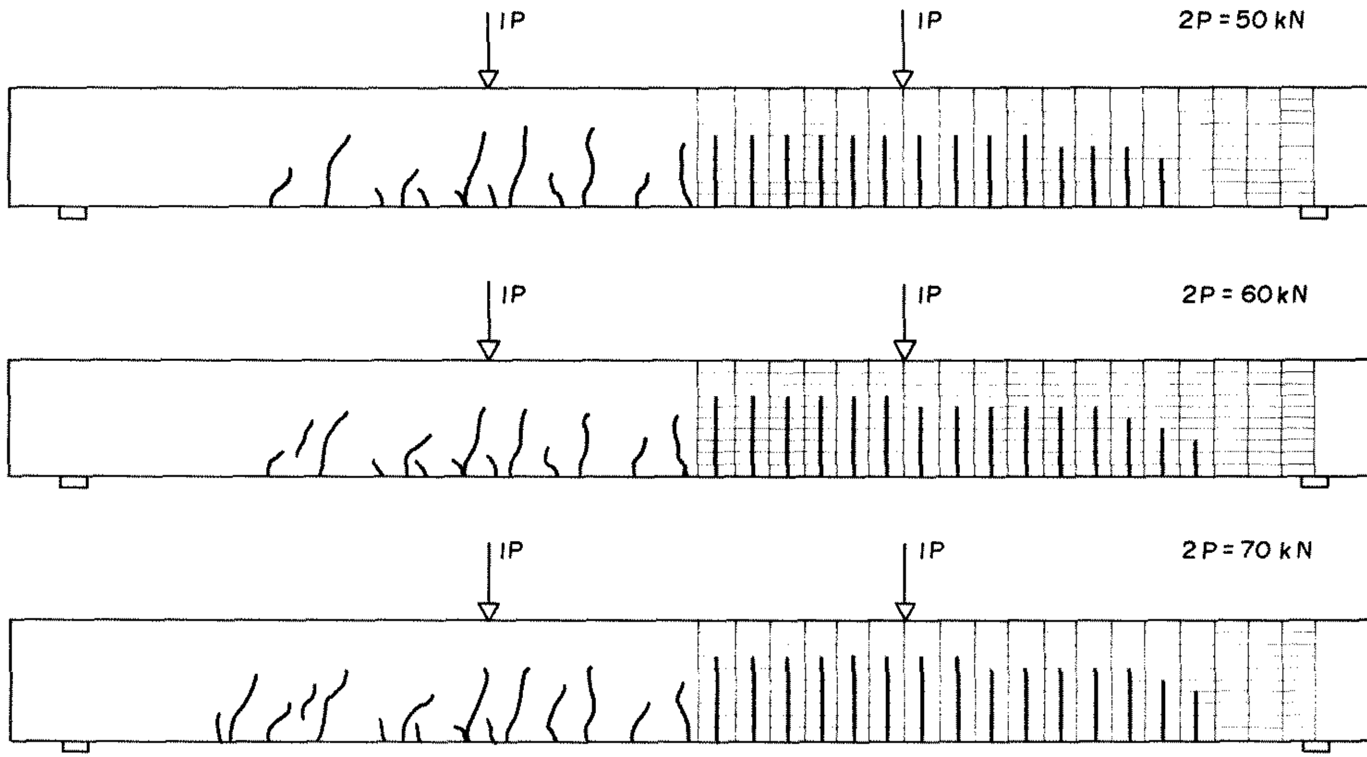


FIGURA 4.05 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0,00$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

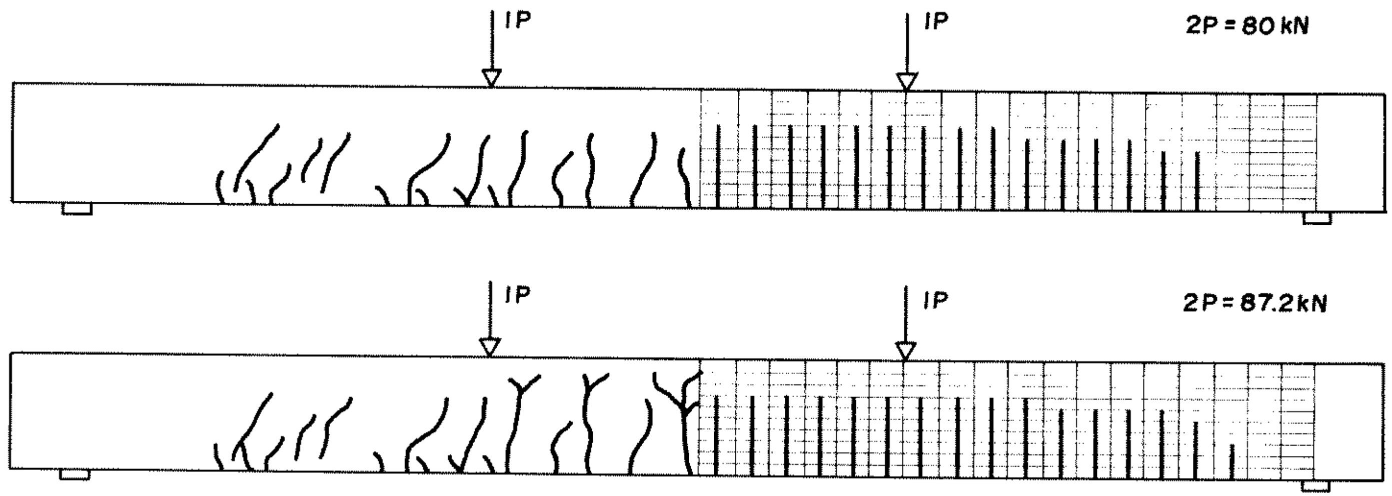


FIGURA 4.06 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0,00$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

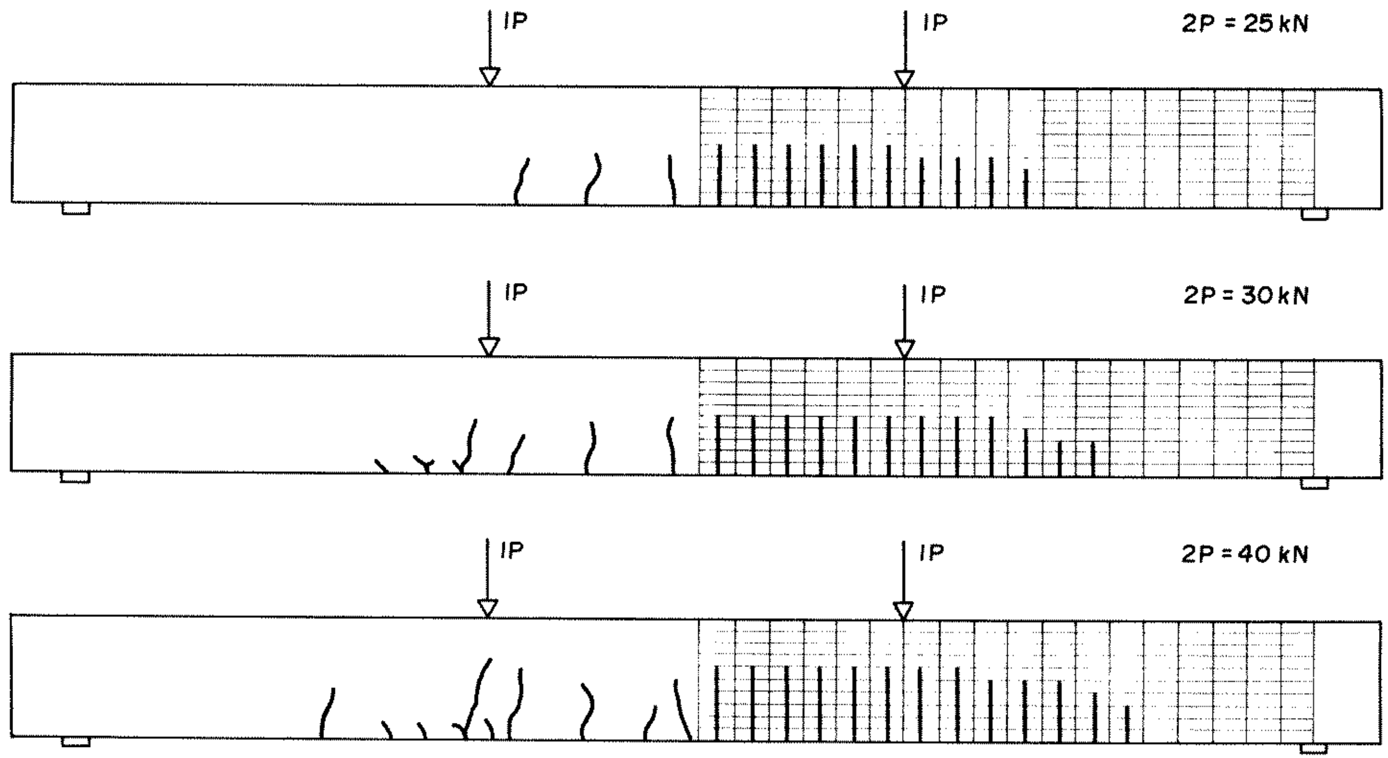


FIGURA 4.07 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}10$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

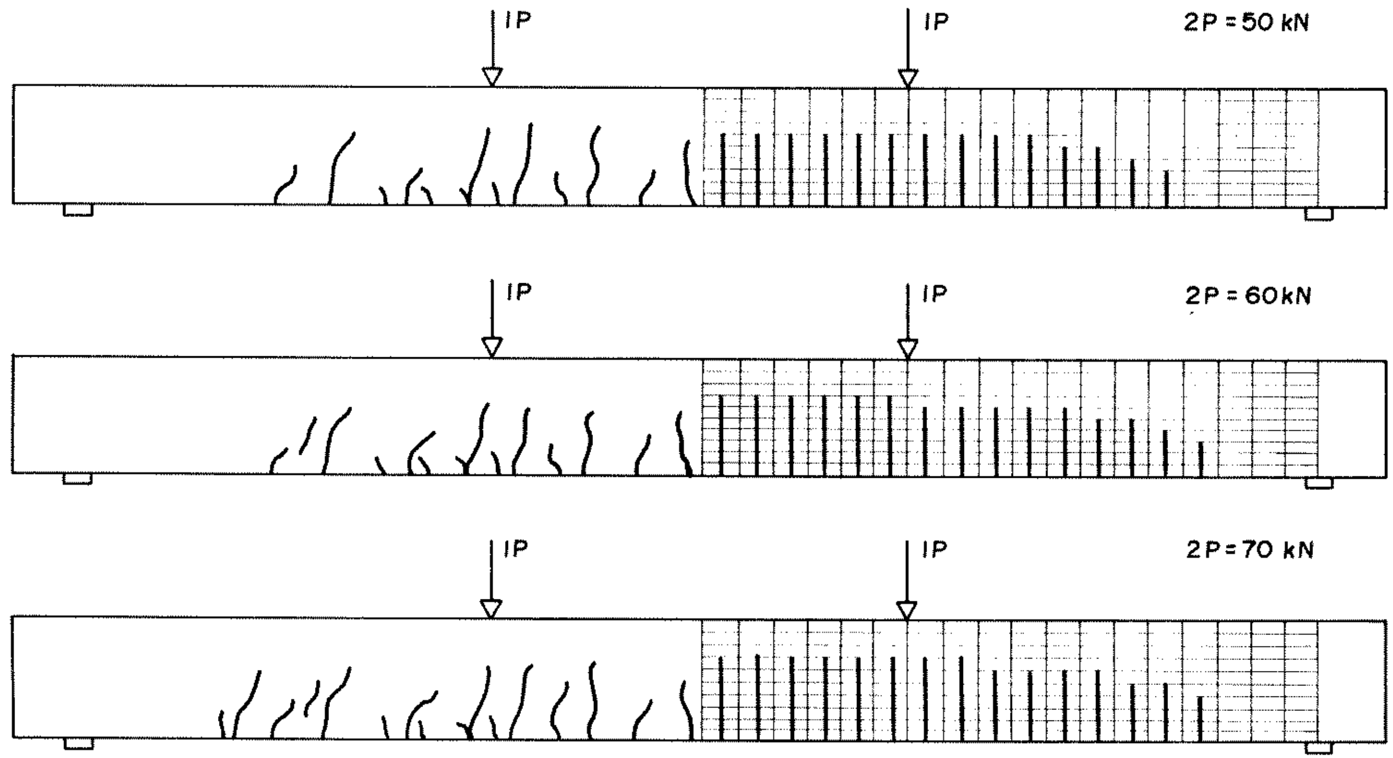


FIGURA 4.08 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}10$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

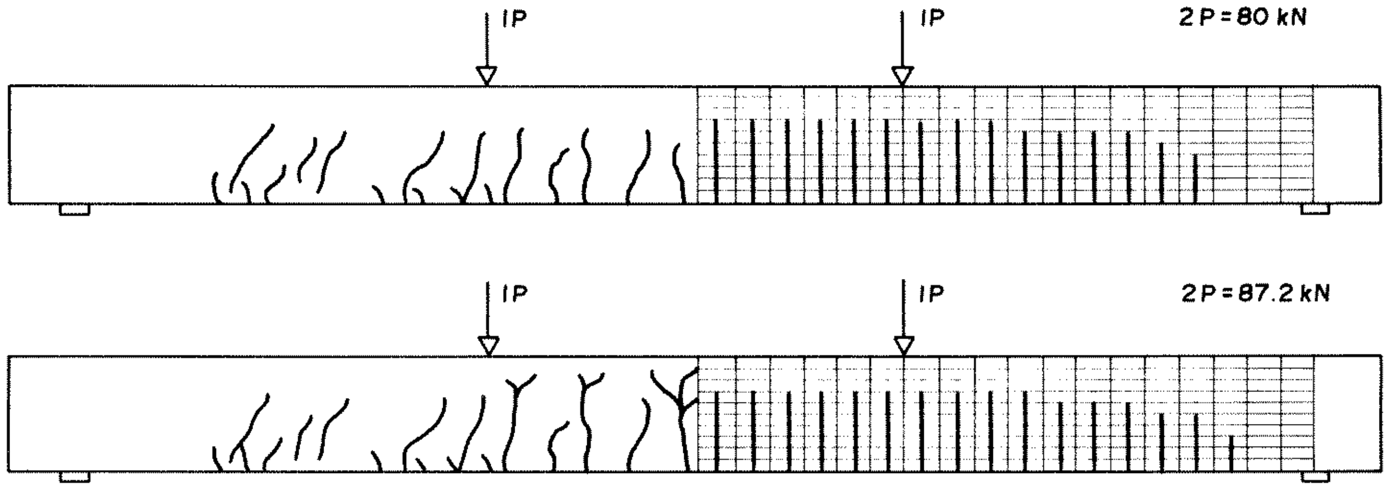


FIGURA 4.09 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0,10$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

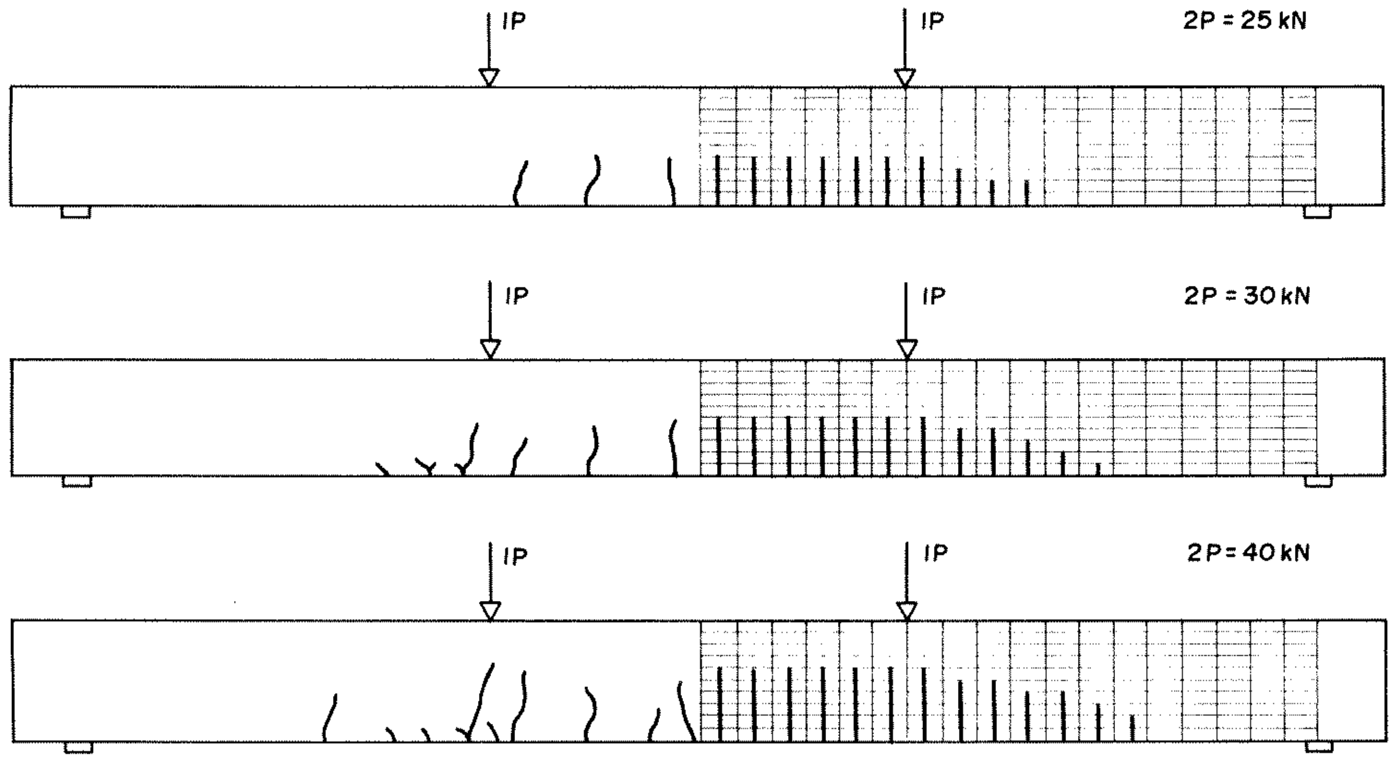


FIGURA 4.10 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0,50$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

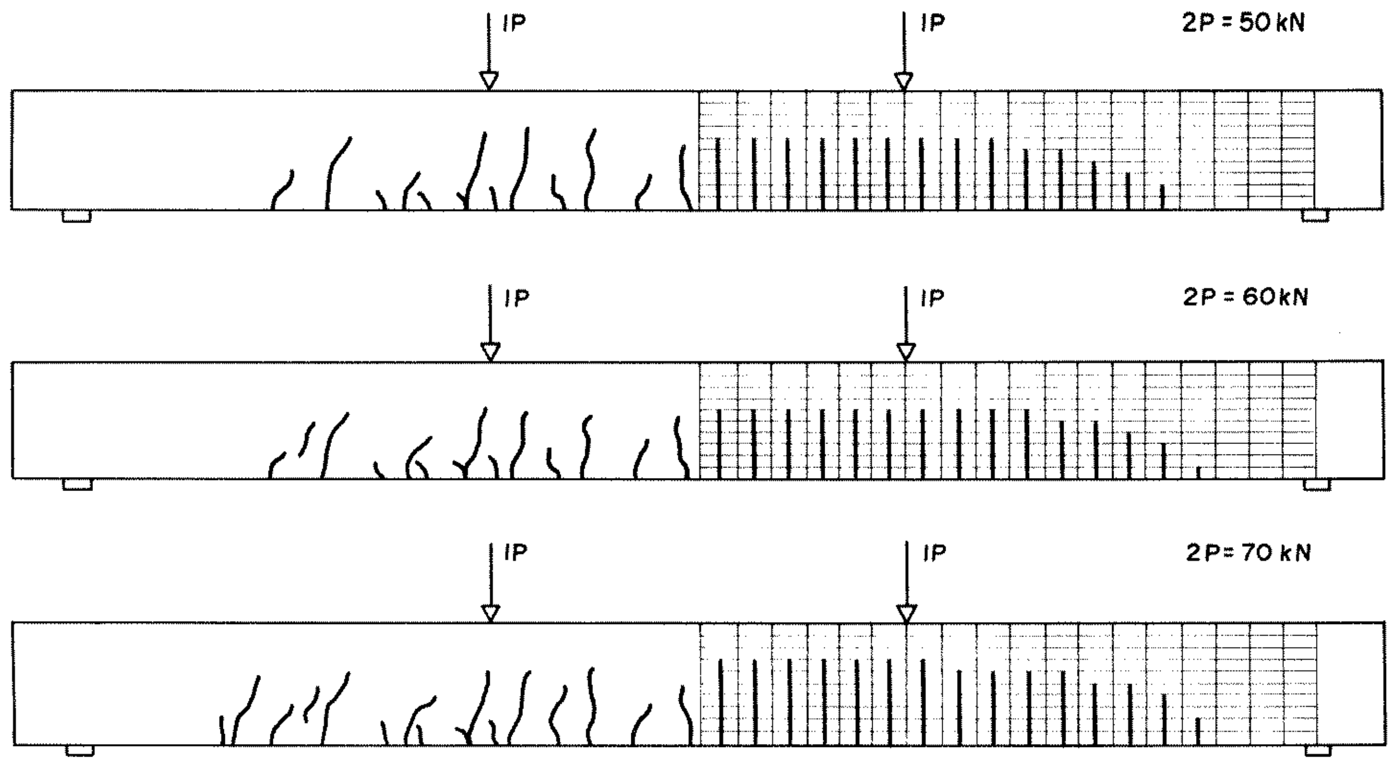


FIGURA 4.11 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0{,}50$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

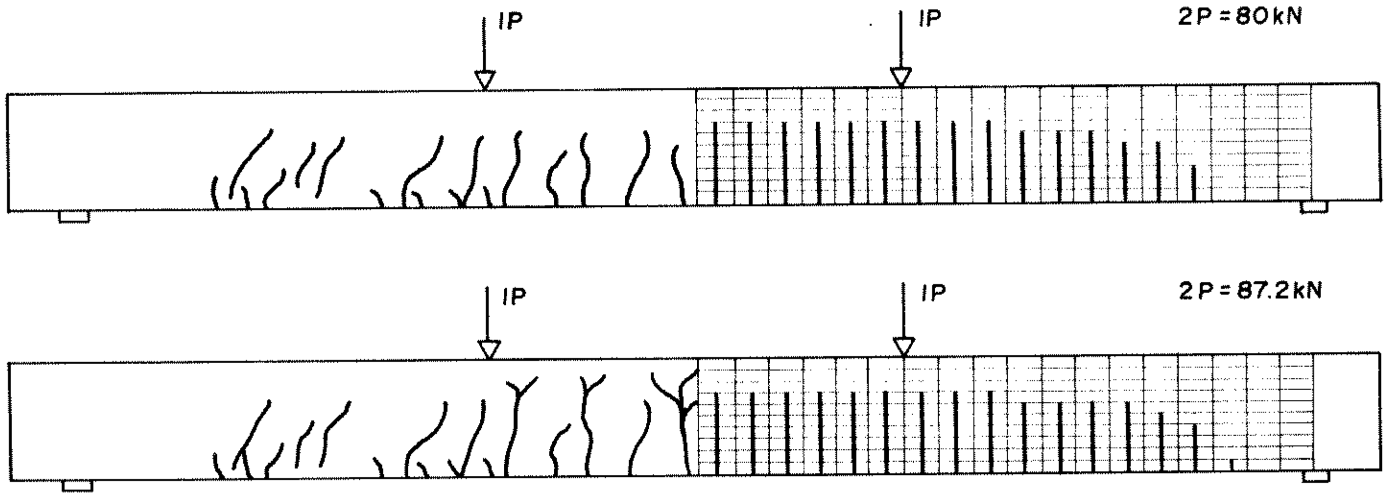


FIGURA 4.12 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 0,50$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

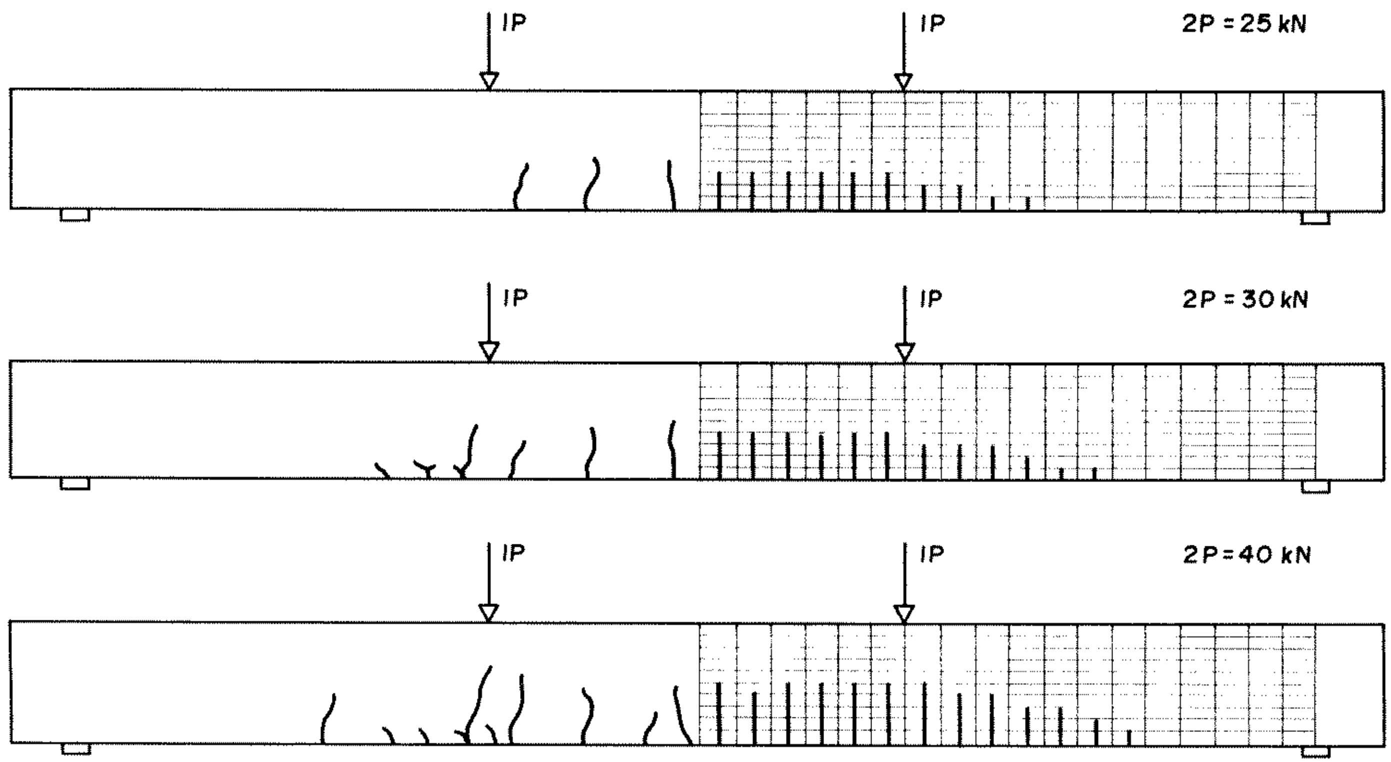


FIGURA 4.13 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 1,00$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

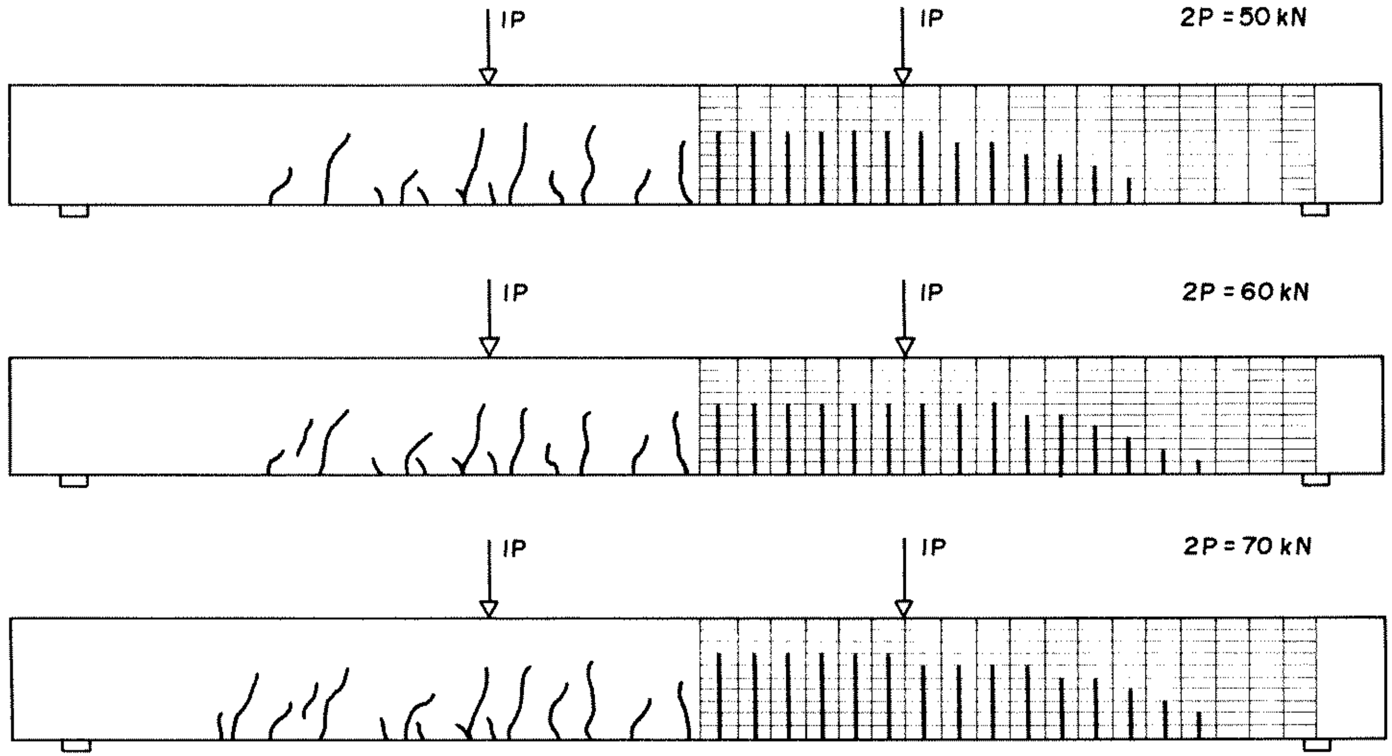


FIGURA 4.14 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 1,00$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

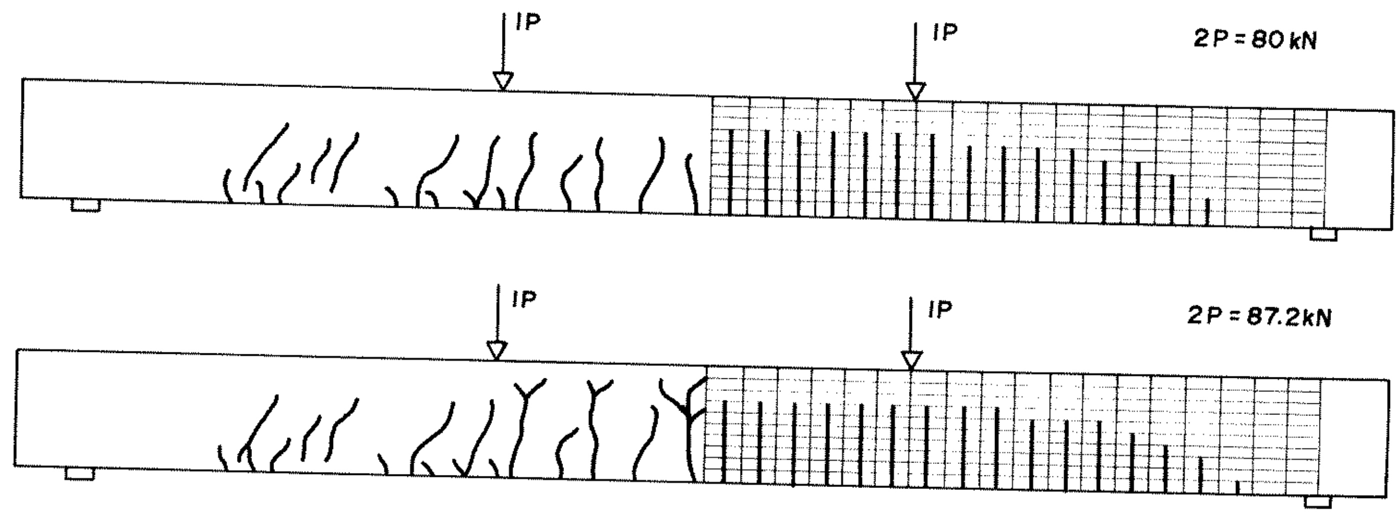


FIGURA 4.15 - Evolução da fissuração (modelo com $\alpha_F = 1{,}00$)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

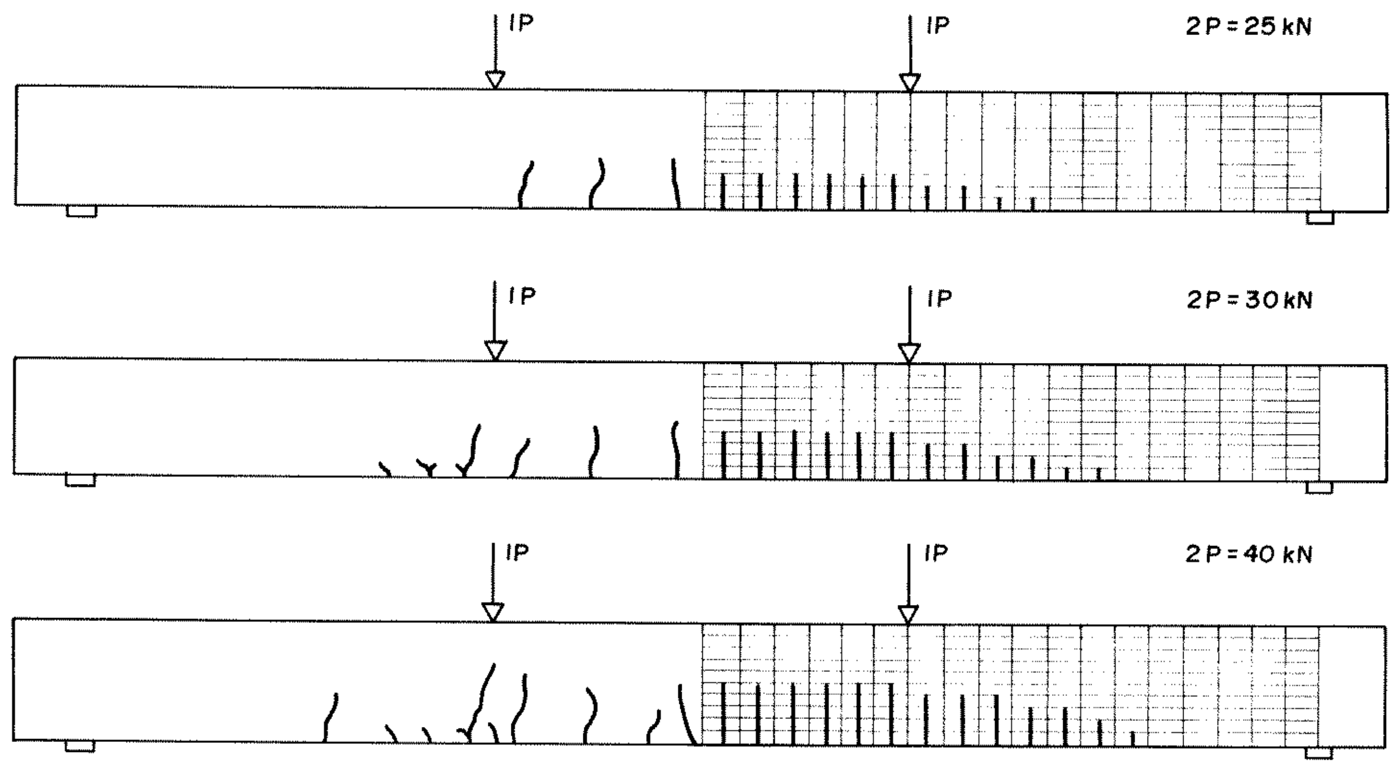


FIGURA 4.16 - Evolução da fissuração (modelo de AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

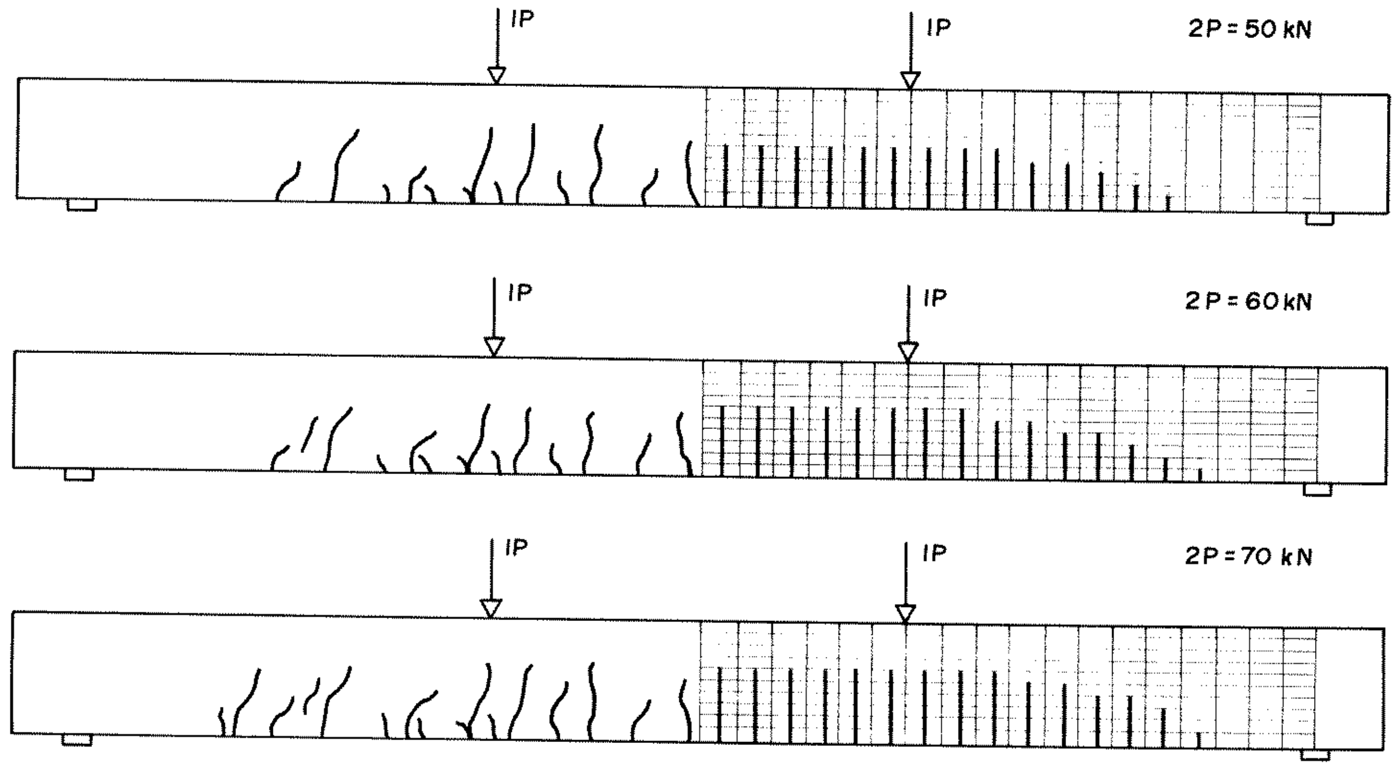


FIGURA 4.17 - Evolução da fissuração (modelo de AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

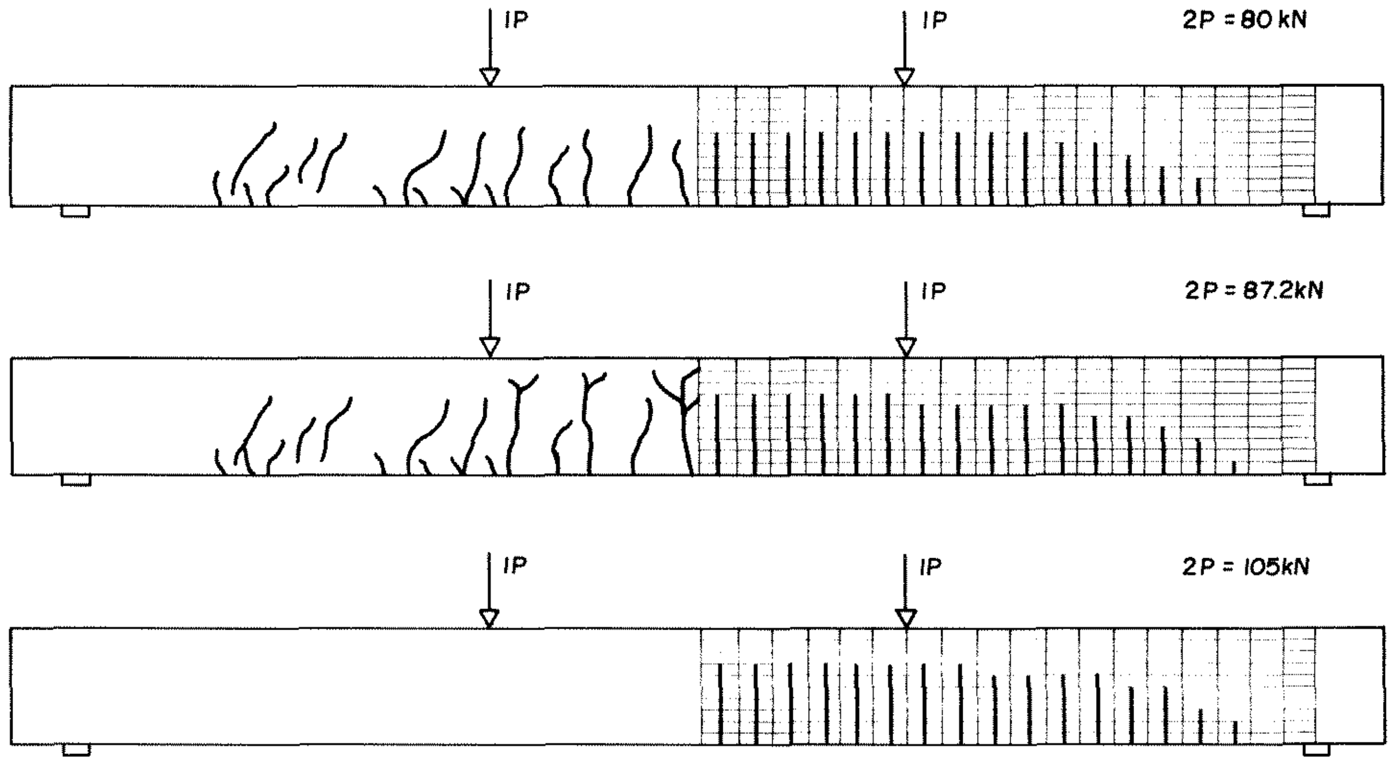


FIGURA 4.18 - Evolução da fissuração (modelo de AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de PINTO JÚNIOR (1992), p. 3.69.

4.2 SEGUNDO EXEMPLO

4.2.1 Descrição dos dados e resultados experimentais

Neste exemplo trata-se de uma série de vigas em concreto de alta resistência, cujos resultados experimentais encontram-se em SHIN, GHOSH & MORENO (1989).

Em todos os casos, as vigas apresentavam as mesmas características geométricas e esquemas de carregamento, conforme ilustra a figura 4.19. Entretanto, variavam-se os diâmetros das armaduras longitudinais dispostas em número de quatro para cada uma das vigas. Os estribos empregados com diâmetros iguais a 10 mm em dois padrões de espaçamentos (7,6 e 15,2 cm).

A tabela (4.02) reproduz as informações para as vigas a serem analisadas pelo modelo numérico e suas denominações aqui empregadas são as mesmas constantes na referência acima.

TABELA 4.02 - Característica das vigas - SEGUNDO EXEMPLO

viga	f_{ck} (MPa)	carga máxima (kN)	A_s longitudinal ϕ (mm)	ρ_s (A_s/bd)	d (cm)	espaço estribos ϕ 10 (cm)	f_{tk} (MPa)	E_c (MPa)
B3P12	104,0	48,71	4ϕ 10	0,0037	25,1	15,2	5,51	40756,29
B3P21	99,9	53,82	4ϕ 10	0,0037	25,1	7,6	5,40	40076,63
B5P11	103,0	86,74	4ϕ 16	0,0105	24,9	15,2	5,48	40587,67
B9P11	103,0	217,95	4ϕ 29	0,0350	24,1	15,2	5,48	40587,67
C3P11	84,3	42,70	4ϕ 10	0,0037	25,1	15,2	4,96	37380,88
C5P11	84,3	86,29	4ϕ 16	0,0105	24,9	15,2	4,96	37380,88
C9P11	84,3	215,73	4ϕ 29	0,0350	24,1	15,2	4,96	37380,88

FONTE: Adaptada de SHIN, GHOSH & MORENO, 1989, p.396.

4.2.2 Arquivo de entrada para as vigas

Devido à simetria das vigas, modelou-se apenas a metade de seu comprimento com 15 elementos finitos e 10 camadas horizontais. Aqui também fixou-se o número de pontos de integração numérica para cada elemento finito igual a 1.

O processo iterativo do programa ROOF fez-se com os modelos de AHMAD & SHAH (1985) e STEVENS et al. (1991), apresentados anteriormente. Para efeito do carregamento incremental, a série foi dividida em dois blocos. As vigas C3P11, C5P11, B3P11, B5P11, B3P12 e B3P21 às quais aplicou-se 5 kN para cada nível de carregamento e 10 kN para as vigas B9P11 e C9P11.

4.2.3 Resultados das vigas

Os deslocamentos verticais obtidos através de ROOF para cada estágio de carga acham-se nas tabelas (4.03) e (4.04).

TABELA 4.03 - Deslocamentos verticais obtidos através do programa ROOF

DESLOCAMENTOS VERTICAIS (mm)						
INCREMENTO	NÍVEL DE CARREGAMENTO 2xP (kN)	viga				
		B3P12	B3P21	B5P11	C3P11	C5P11
1	5	0,2228	0,2257	0,2129	0,2417	0,2261
2	10	0,4442	0,4502	0,4317	0,4819	0,4515
3	15	0,6670	0,6744	0,6551	0,7223	0,6743
4	20	0,9127	0,9255	0,9014	1,0185	0,9185
5	25	1,2604	1,2870	1,2347	1,4656	1,2715
6	30	1,7793	1,8307	1,7014	2,1665	1,7336
7	35	2,5390	2,6050	2,3156	3,1311	2,3106
8	40	3,5237	3,6438	3,0775	4,3424	2,9789
9	45	4,7029	4,8823	3,9332	5,7495	3,7226
10	50	6,0650	6,2883	4,8804	7,2743	4,5275
11	55	-	-	5,9058	-	5,3667
12	60	-	-	7,0144	-	6,2240
13	65	-	-	8,1680	-	7,1034
14	70	-	-	9,3809	-	8,0025
15	75	-	-	-	-	8,9228
16	80	-	-	-	-	-
carga máxima experimental (kN)		48,71	53,82	86,74	42,70	86,29

TABELA 4.04 - Deslocamentos verticais obtidos através de ROOF

DESLOCAMENTOS VERTICAIS (mm)			
INCREMENTO	NÍVEL DE CARREGAMENTO 2xP (kN)	viga	
		B9P11	C9P11
1	10	0.3077	0.3277
2	20	0.6137	0.6541
3	30	0.9416	1.0178
4	40	1.3683	1.5040
5	50	1.8992	2.0818
6	60	2.4876	2.7153
7	70	3.1191	3.3858
8	80	3.7783	4.0737
9	90	4.4560	4.7747
10	100	5.1454	5.4892
11	110	5.8468	6.2060
12	120	6.5517	6.9327
13	130	7.2619	7.6632
14	140	7.9756	8.3978
15	150	8.6900	9.1343
16	160	9.4066	9.8732
17	170	10.1209	10.6039
18	180	10.8417	11.3411
19	190	11.5646	-
20	200	-	-
carga máxima experimental (kN)		217,95	215,73

Os resultados numéricos vistos acima, acham-se plotados nas figuras 4.20 a 4.26 possibilitando, assim, a comparação dos resultados do modelo com os resultados experimentais apresentados por SHIN, GHOSH & MORENO (1989). Não será apresentado neste trabalho o panorama das fissurações para as vigas em estudo, uma vez que tais resultados de laboratório foram esquivados na referência acima citada.

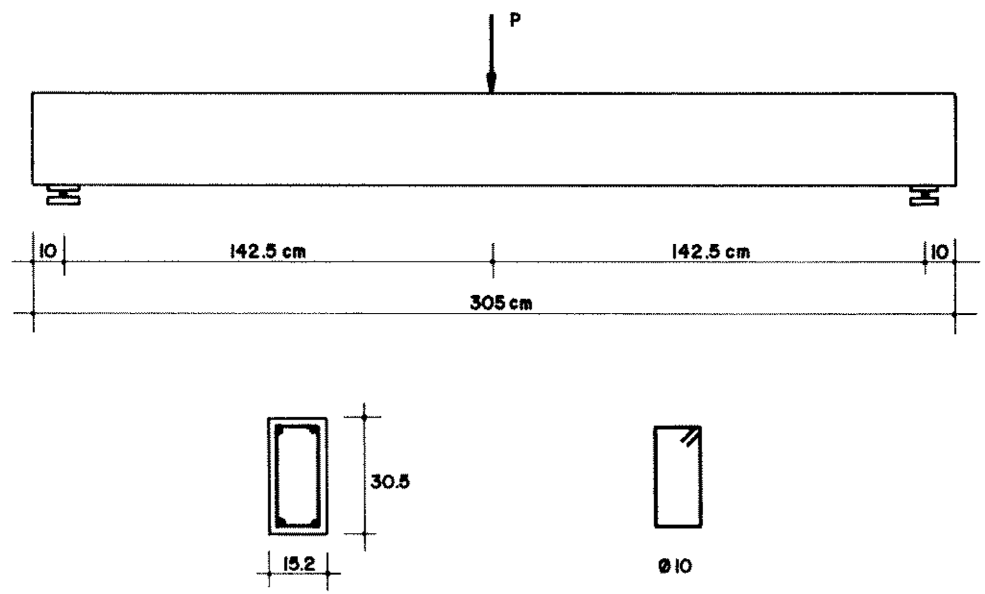


FIGURA 4.19 - Características e esquema de carregamento - vigas segundo exemplo

FONTE: Adaptado de SHIN, GHOSH & MORENO (1989), p. 396.

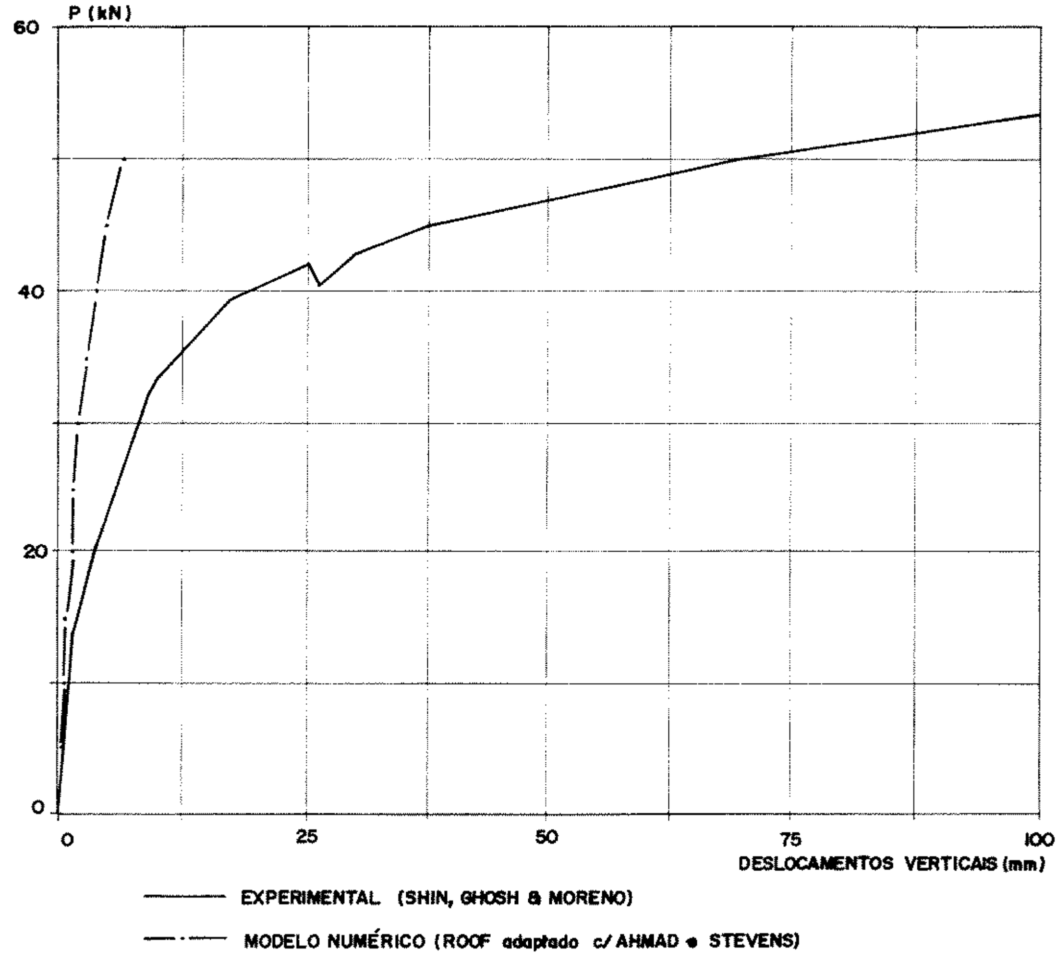


FIGURA 4.20 - Deslocamentos verticais - viga B3P21 (modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de SHIN, GHOSH & MORENO (1989), p. 398

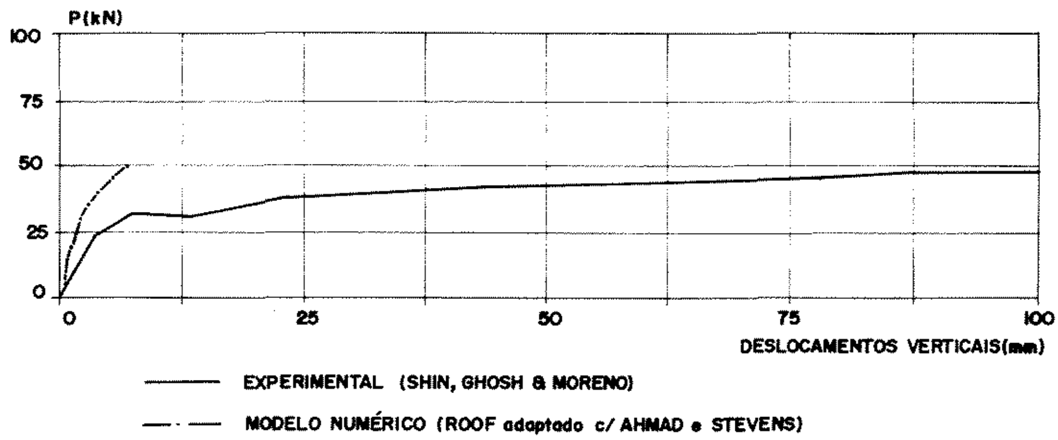


FIGURA 4.21 - Deslocamentos verticais - viga B3P12

(modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de SHIN, GHOSH & MORENO (1989), p. 398.

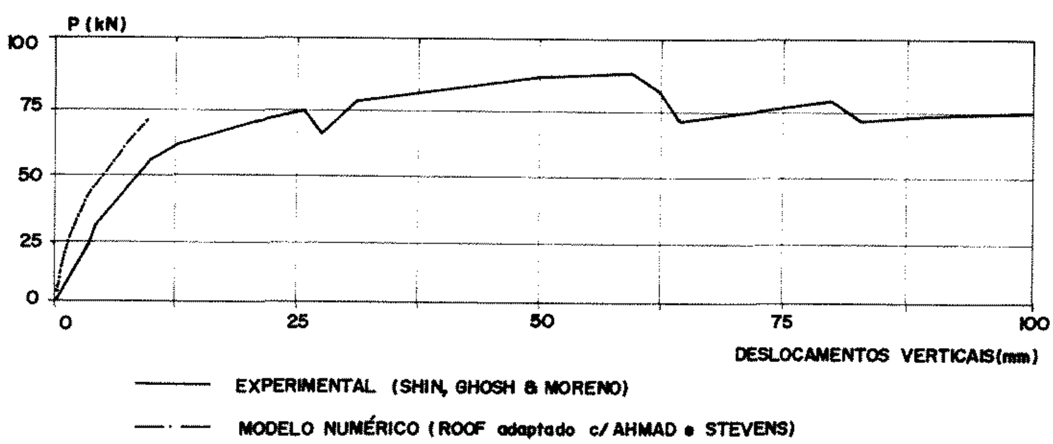


FIGURA 4.22 - Deslocamentos verticais - viga B5P11

(modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de SHIN, GHOSH & MORENO (1989), p. 397.

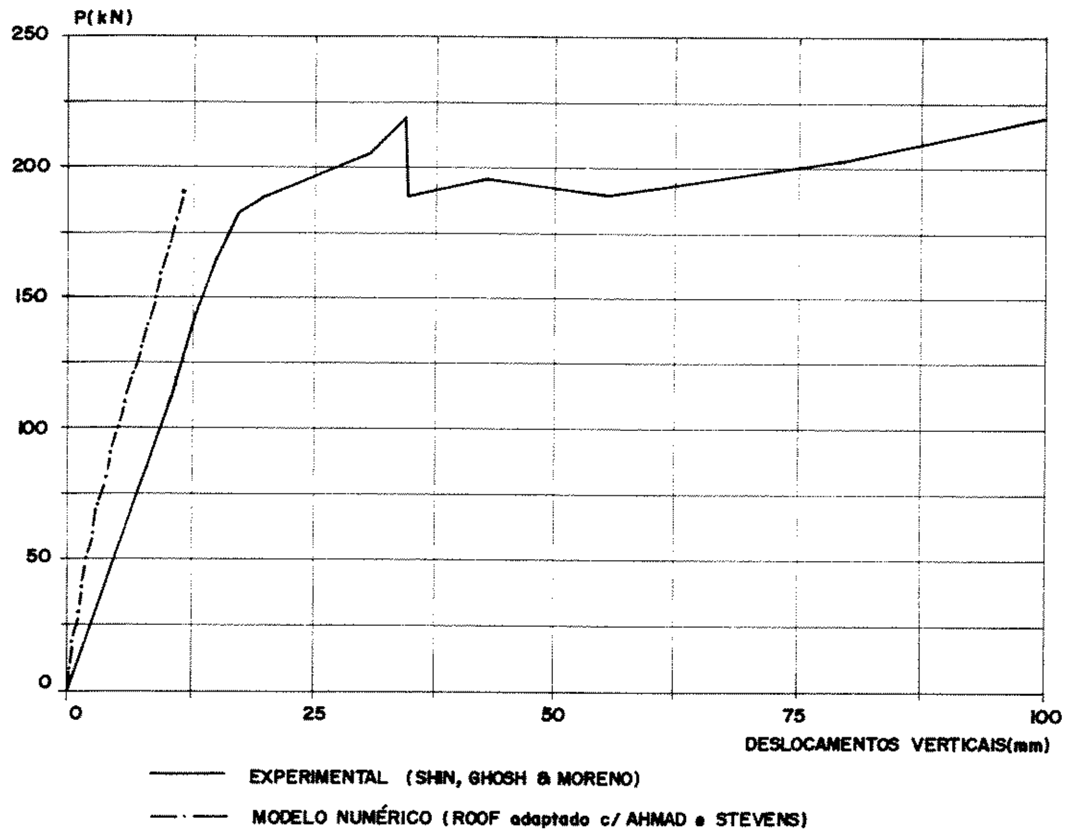


FIGURA 4.23 - Deslocamentos verticais - viga B9P11
(modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de SHIN, GHOSH & MORENO (1989), p. 397.

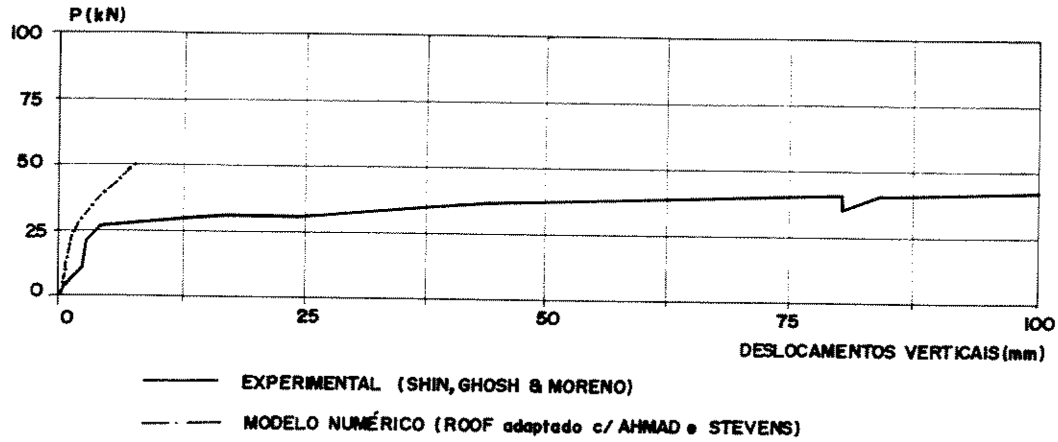


FIGURA 4.24 - Deslocamentos verticais - viga C3P11

(modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de SHIN, GHOSH & MORENO (1989), p. 398.

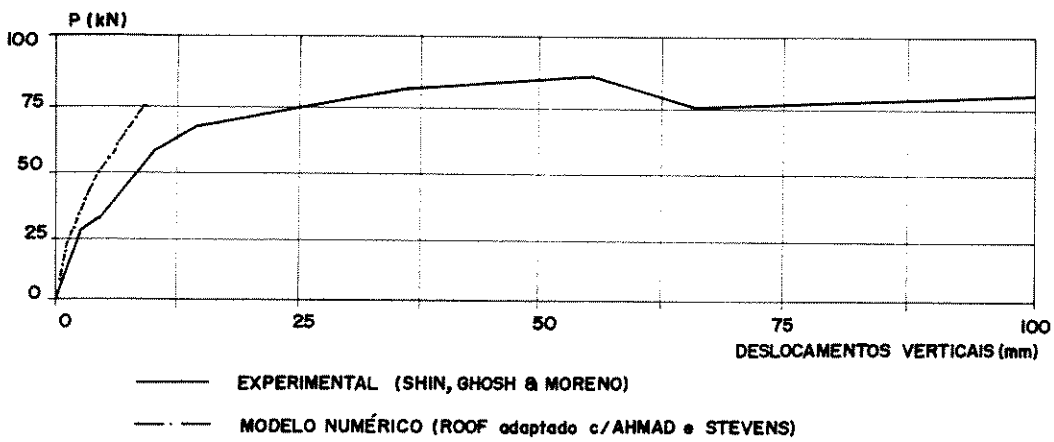


FIGURA 4.25 - Deslocamentos verticais - viga C5P11

(modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de SHIN, GHOSH & MORENO (1989), p. 398.

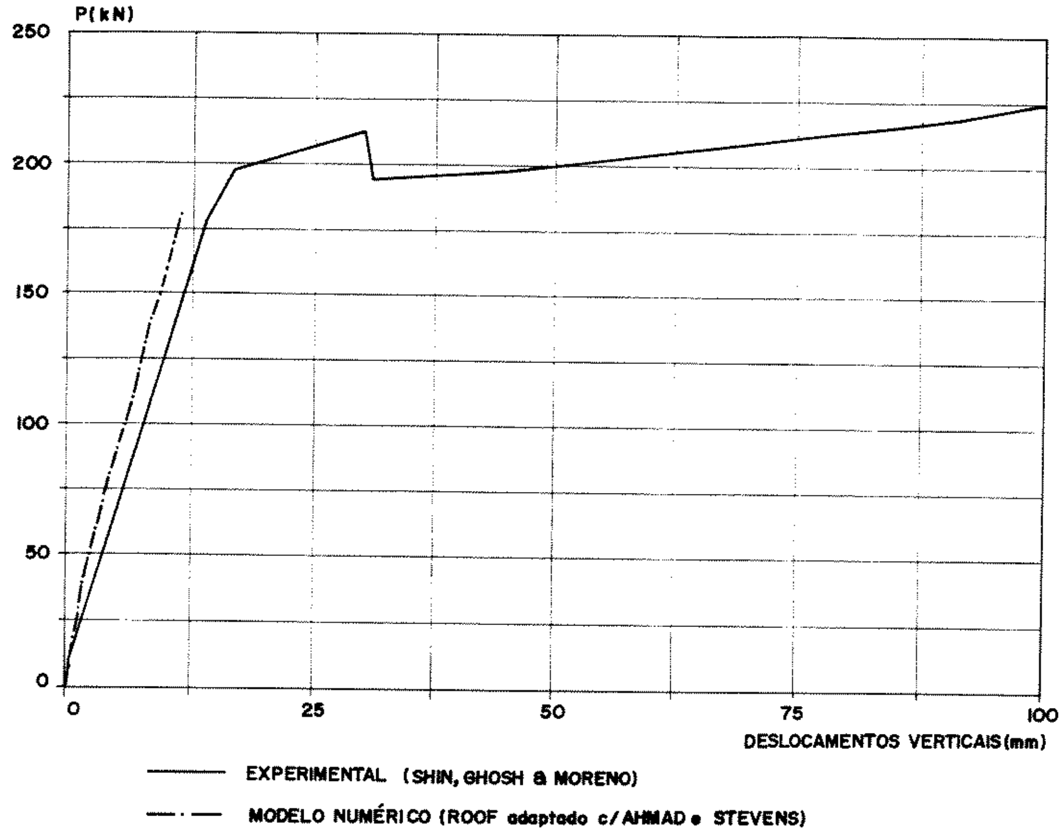


FIGURA 4.26 - Deslocamentos verticais - viga C9P11

(modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de SHIN, GHOSH & MORENO (1989), p. 398

4.3. TERCEIRO EXEMPLO

4.3.1. Descrição dos dados e resultados experimentais

O trabalho de mestrado desenvolvido por GOMIERO (1994) apresenta o estudo de armadura reduzida para cisalhamento em vigas com seções I em concreto de alta resistência. Em sua pesquisa, a viga então denominada I60-44 apresentou ruptura por flexão e acha-se com informações fundamentais para a análise numérica, tais como deslocamentos verticais e evolução das fissuras.

A viga bi-apoiada, com vão entre apoios igual à três metros, foi moldada com concreto f_{ck} = 76,2 MPa, armadura principal constituída por três barras com diâmetros iguais a 20 mm e duas barras de 6,3 mm como porta-estribos. Os detalhes geométricos e estáticos para essa viga encontram-se na Figura 4.27.

Através do gráfico que representa a tensão x deformação do concreto extraiu-se o valor do módulo de deformação longitudinal $E_c \cong 43010$ MPa. A resistência do concreto à tração foi estimada mediante expressão 2.20 resultando valor igual a 4,71 MPa. Para o aço tem-se o módulo de deformação longitudinal e a resistência de escoamento à tração iguais a 245802 MPa e 515 MPa, respectivamente.

À viga aplicaram-se incrementos de carga iguais a 10 kN até alcançar o valor de 100 kN. A partir daí os incrementos foram de 20 kN. As primeiras fissuras de flexão surgiram para o nível de carregamento igual a 30 kN. O escoamento da armadura longitudinal deu-se a 250 kN.

4.3.2 Arquivo de entrada para a viga

Assim como nos exemplos anteriores, a simetria possibilitou a elaboração do arquivo de entrada para a metade da viga, a qual foi discretizada por 18 elementos finitos. Dez camadas horizontais foram distribuídas para a seção da viga, sendo quatro na extensão da altura da alma e três para cada mesa.

Buscando-se simular as condições de carregamento, os incrementos aplicados ao modelo foram de 10 kN, até que o total da carga atingisse 100 kN, quando, então, os incrementos passaram a 20 kN. A análise fundamentou-se nos modelos de AHMAD & SHAH (1985) e STEVENS et al. (1991).

4.3.3 Resultados da viga

Os resultados numéricos apresentados na Tabela 4.05 foram plotados na Fig. 4.28 permitindo então a comparação com resultados obtidos em laboratório. A ruptura da viga através do programa ocorreu para a carga correspondente a 240 kN. Tem-se também nas Figuras 4.29 e 4.30 o processo de fissuração para os seguintes níveis de carregamento: 60; 100; 140; 200 e 240 kN.

TABELA 4.05 - Deslocamentos verticais da viga I60-44

DESLOCAMENTOS VERTICAIS (mm)			
INCREMENTO	NÍVEL DE CARREGAMENTO 2xP(kN)	MODELO NUMÉRICO ADAPTADO COM AHMAD(1985) e STEVENS(1991)	EXPERIMENTAL
1	10	0,3292	0,55
2	20	0,6568	1,03
3	30	0,9985	1,65
4	40	1,4161	2,35
5	50	1,9157	3,01
6	60	2,4559	3,68
7	70	3,0063	4,37
8	80	3,5626	5,16
9	90	4,1267	5,94
10	100	4,6927	7,01
11	120	5,7574	8,90
12	140	6,8176	10,52
13	160	7,8811	12,09
14	180	8,9532	13,99
15	200	10,0474	18,98
16	220	11,1478	17,64
17	240	12,2631	24,62
18	250	-	34,50
19	260	-	-

A visualização dos resultados de deslocamentos constantes na tabela anterior, encontram-se na Figura 4.28. Já o processo de propagação das fissuras obtidos em experimento e através do programa ROOF acham-se nas Figuras 4.29 e 4.30, representados na primeira e segunda metade da viga, respectivamente.

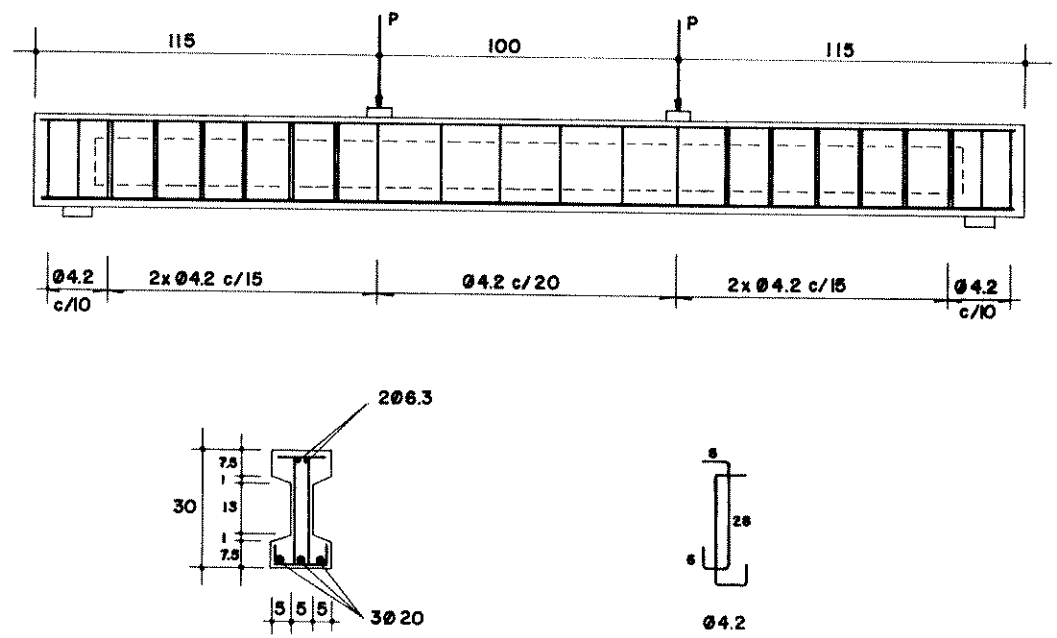


FIGURA 4.27 - Características e esquema de carregamento - viga I60-44

FONTE: Adaptado de GOMIERO (1994), p. 3.4 e 3.5.

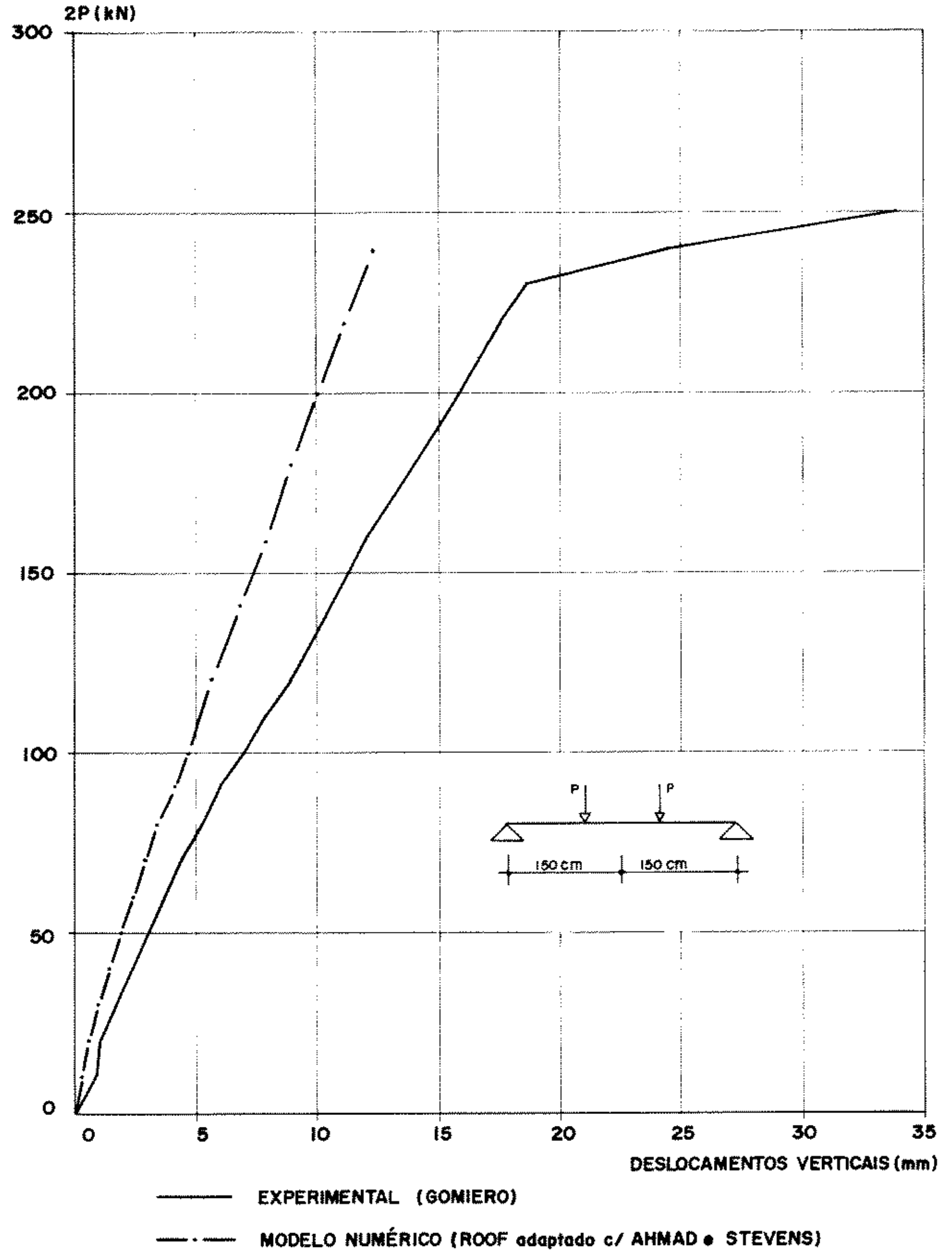


FIGURA 4.28 - Deslocamentos verticais - viga I60-44
(modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE:Adaptado de GOMIERO (1994), p. 4.40

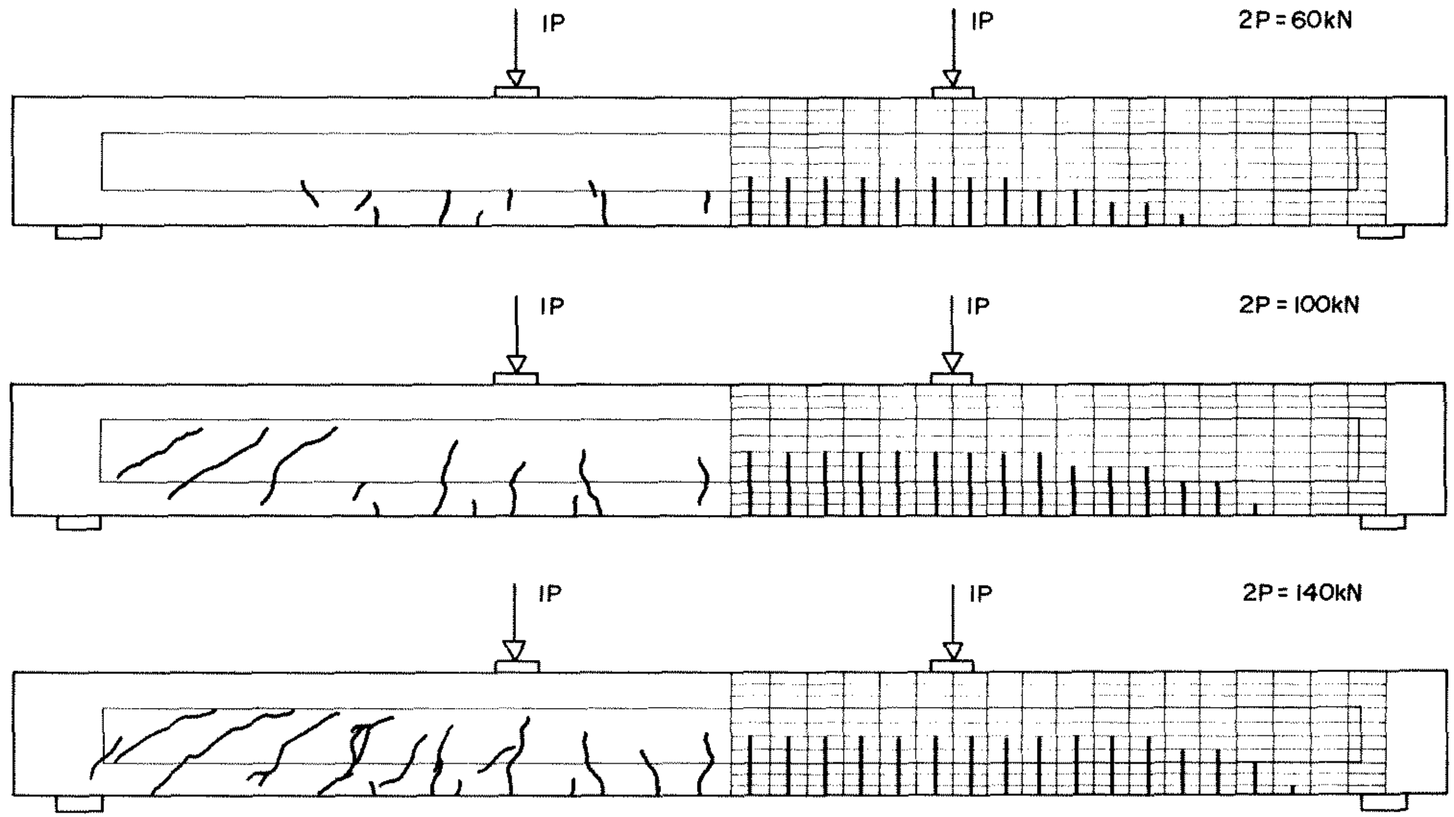


FIGURA 4.29 - Evolução da fissuração - viga I60-44 (modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de GOMIERO (1994), p. 4.39.

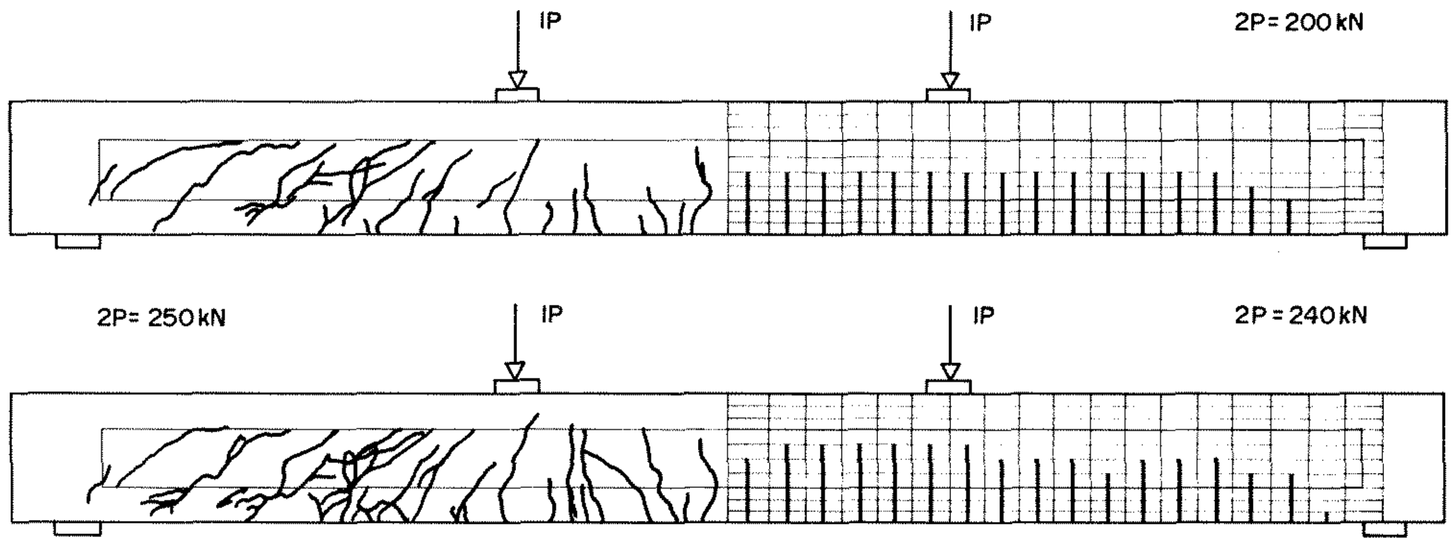


FIGURA 4.30 - Evolução da fissuração (modelo: AHMAD e STEVENS)

FONTE: Adaptado de GOMIERO (1994), p. 4.39

5. DISCUSSÕES DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Os resultados obtidos para os três exemplos anteriores serão abordados enfocando-se os aspectos de deslocamentos verticais, carregamento último e o processo de fissuração.

5.1 Primeiro exemplo - viga VR1

Deslocamentos verticais dessa viga foram inicialmente tomados visando a análise do comportamento de vigas, quando se considera o trecho descendente da curva σ x ε para solicitações de tração. Como descrito no item 3.7, implementou-se no programa ROOF a proposta de AHMAD & SHAH (1985) para representar o concreto solicitado à compressão, e mantendo-se o proposto por FIGUEIRAS[1] para a solicitação de tração.

Para níveis de carregamento inferiores a 20 kN, observou-se através dos resultados da tabela 4.01 e/ou figura 4.02, que o modelo numérico aproxima-se com considerável precisão dos resultados experimentais. Quando o carregamento supera o valor de 20 kN, os resultados numéricos tornam-se diferentes dos valores experimentais. O comportamento de maior rigidez para o modelo proposto por FIGUEIRAS[1], faz-se mais acentuado ao elevar-se o valor do parâmetro α_F de 0 para 1,0. A importância quanto a consideração do efeito de pós-fissuração do concreto à tração fez-se notar fundamentalmente para carregamentos superiores à carga teórica de fissuração (25 kN). Somente quando a carga estava próxima ao correspondente valor de colapso da viga (87,2 kN), que os resultados numéricos

[1]FIGUEIRAS, J. A. Ultimate load analysis of anisotropic concrete plates and shells. PhD Thesis, 1983, University College of Swansea, UK.

tornaram-se novamente próximos entre si.

No processo de evolução da fissuração, comparam-se nas figuras 4.04 a 4.15, para cada estágio de carga, a região que compreende todas as fissuras observadas em ensaio e também aquelas indicadas através do programa computacional. Nota-se para carregamentos de até 40 kN, que as regiões onde encontram-se as fissuras apresentam no processo numérico extensões maiores (fissuração adiantada) em relação àquelas vistas no experimento. Essa ocorrência é modificada com relação a carregamentos superiores, havendo uma melhor aproximação para as duas situações.

Com relação ao parâmetro α_F, verificou-se para carregamentos de até 40 kN que o comprimento de cada fissura é visivelmente maior para valores deste parâmetro próximos a zero. Elevando-se a carga, essa diferença deixa de existir para aqueles elementos finitos posicionados na região central da viga e nas proximidades da aplicação da carga.

Analisando-se agora os resultados obtidos com os modelos propostos por AHMAD & SHAH (1985) e STEVENS et al. (1991), conforme item 3.7, os resultados que se encontram na tabela 4.01 e figura 4.03, apontaram comportamento estrutural para a viga VR1 idêntico ao modelo de FIGUEIRAS para níveis de carga de até 15 kN . A partir daí os resultados retratam um modelo mais rígido, até que a viga em estudo sofra ruína com carregamento igual a 105 kN, valor este próximo do carregamento teórico último de 100 kN. Entretanto, se para o modelo numérico a carga de ruptura representou apenas 5% maior que o valor do carregamento teórico, excede em aproximadamente 20% o valor da carga de ruptura de ensaio (87,2 kN).

Com relação ao panorama das fissurações verificou-se para o presente modelo uma configuração que se aproxima daquela observada em laboratório.

5.2 Segundo exemplo

Comparando-se inicialmente as curvas experimentais para as vigas B3P21 e B3P12, figuras 4.20 e 4.21, respectivamente, nota-se uma elevada rigidez da viga B3P21 em relação à segunda, ou seja, fixando-se, por exemplo, um carregamento igual a 40 kN, tem-se aproximadamente os respectivos deslocamentos: 18,8 mm e 50 mm. Essa mudança brusca no comportamento entre as duas vigas tem como principal razão a variação do espaçamento de seus estribos (7,6 e 15,2 cm, respectivamente).

Tanto para essas duas vigas quanto para as seguintes do presente exemplo, verifica-se que o modelo numérico caracteriza um comportamento de maior rigidez em relação aos resultados experimentais.

As vigas B9P11 e C9P11, com maior taxa de armadura dentre todas apresentadas neste exemplo, têm as trajetórias das curvas (carregamento x deslocamentos) com maior proximidade entre o modelo numérico e experimental.

Confrontando-se os valores últimos de carregamentos, nota-se que as vigas C3P11 e B3P12, as quais contém as menores taxas de armadura e estribos com espaçamento de 15,2 cm, através do progama apresentaram ruína estrutural para valores de cargas 17,1% e 2,6%, respectivamente, superiores aos valores de ensaio.

Para as demais vigas as ruínas ocorreram com valores menores de carregamentos que os vistos experimentalmente. A viga B3P21 com a menor taxa de armadura longitudinal apresentou comportamento distinto de C3P11 e B3P12, o que mais uma vez pode ser justificado pela presença de um grande número de estribos em toda sua extensão.

Os percentuais entre os carregamentos últimos de ensaio em relação aos numéricos, correspondem a: B3P21(7,64%); B5P11(23,91%); C5P11(15,05%); B9P11(14,71%) e C9P11(19,85%).

5.3 Terceiro exemplo - viga I60-44

Neste caso, a viga I60-44 foi analisada segundo a adaptação do programa com modelos de AHMAD & SHAH (1985) e STEVENS et al. (1991), tendo seus resultados para deslocamentos numéricos e experimentais apresentados na Tabela 4.05 e Figura 4.28.

Os deslocamentos obtidos através do método numérico apresentaram-se divergentes em relação aos valores de ensaio; tais diferenças fizeram-se notar desde o início do processo de carregamento, constituindo assim, para o modelo numérico, um comportamento estrutural mais rígido que o experimental.

Do ponto de vista dos carregamentos, a viga I60-44 sofreu ruína quando o carregamento de ensaio atingiu o valor de 250 kN. Já no modelo numérico, esse correspondente valor alcançou 240 kN, representando 96% do carregamento último de ensaio.

Nesse exemplo compara-se também através das figuras 4.29 e 4.30, o processo de arborização das fissuras. Deve-se para tanto considerar a extensão da região que contém as fissuras relativas a um certo nível de carregamento. Embora não seja possível representar as trajetórias das fissuras inclinadas, conforme apresentam-se no procedimento experimental, verificou-se uma semelhança entre ambos os procedimentos.

5.4 Conclusões:

Inicialmente, com base na bibliografia voltada ao concreto de alta resistência, tornou-se possível o conhecimento de algumas das principais diferenças existentes em relação ao concreto de resistência normal (usual). Essas diferenças são fundamentalmente caracterizadas pelas propriedades mecânicas de ambas as classes de concreto, bem como dos materiais constituintes das duas misturas.

Tornou-se evidente a necessidade da melhoria na qualidade de produção, bem como a efetivação mais rigorosa do controle tecnológico para que o CAR seja seguramente difundido nas realizações de construções civis.

Estudou-se diversos modelos propostos na literatura do CAR para representar as relações constitutivas. Com os resultados do programa desenvolvido em linguagem Pascal, CURVASJS (item 3.5), adotou-se os modelos de AHMAD & SHAH(1985) e STEVENS et al. (1991) para a compressão e tração, respectivamente.

Do ponto de vista dos resultados numéricos obtidos através do programa ROOF adaptado para expressar o comportamento estrutural em vigas de CAR, após análise e discussões sobre seus resultados, pode-se auferir as conclusões que seguem.

Tratando-se dos deslocamentos verticais em função dos carregamentos impostos às vigas de CAR, obteve-se para o método numérico respostas mais conservadoras em relação aos deslocamentos apresentados em ensaios para os três exemplos analisados no presente trabalho, em seus correspondentes níveis de carregamento.

A simulação do processo de propagação das fissuras através do programa, apresentou uma região fissurada mais ampla do que a correspondente região da viga analisada experimentalmente para os primeiros incrementos de carga. Com o aumento do valor da carga aplicada essas regiões passaram a ter valores próximos para suas extensões.

Verificou-se para todas as vigas do segundo exemplo, as quais apresentam as mesmas seções transversais, que os valores mais próximos entre as cargas últimas experimentais e numéricas foram apresentados para aquelas vigas com as menores taxas de armadura. Nesse sentido, também há influência da taxa de armadura transversal, a qual repercute nos resultdos experimentais. Tal comportamento, deve-se a ruptura por flexão caracterizada para as menores taxas de armadura. As justificativas podem ser apontadas comparando-se, por exemplo, as vigas do grupo B (f_{ck} = 99,9 MPa a 104 MPa). A viga B3P21 sofreu ruína para carga experimental maior que a correspondente do programa; enquanto que para a viga B3P12 a situação inverteu-se e deve estar relacionada ao menor número de estribos nesta última viga. As vigas B5P11 e B9P11 também apresentaram carregamentos últimos experimentais superiores aos numéricos, porque suas taxas de armadura também são mais elevadas, como pode-se observar na Tabela 4.02.

Para o grupo de vigas C (f_{ck} = 84,3 MPa), a viga denominada C3P11, com a menor taxa de armadura longitudinal, sofreu ruptura com carregamento último de ensaio menor que o constatado numericamente. Por outro lado, as vigas C5P11 e C9P11 tiveram rupturas em laboratório com cargas últimas maiores que as registradas através do programa.

O elemento finito ultilizado é adequado apenas para simular o efeito de flexão e não de cisalhamento, o que justifica a obtenção daqueles valores mais próximos das cargas últimas.

Provavelmente, resultados de melhor aceitabilidade sejam obtidos implementando-se no programa um modelo de elemento finito plano capaz de retratar o comportamento frágil do CAR, caracterizado pela formação e propagação brusca das fissuras. Desta forma, possivelmente as deficiências do modelo de elemento finito uniaxial para representar o CAR sejam reduzidas.

Em pesquisas futuras e mais aprofundadas voltadas à análise do CAR, seria oportuno considerar algumas indicações presentes na literatura desse material que abordam conceitos da mecânica da fratura aplicada ao concreto. Através dessa teoria, a energia de fratura requerida para a formação de uma área unitária da superfície fissurada, pode ser calculada considerando-se o trecho descendente da curva tensão de tração como função da abertura da fissura. Com a energia da fratura que é uma característica do material, obtém-se o fator intensidade de tensão com o qual se monitora a propagação da fissura.

6. ANEXO I

Apresentam-se aqui alguns resultados obtidos através do programa computacional CURVASJS. Como já citado no item 3.5, esse programa foi elaborado com finalidade de auxiliar na escolha de modelos para as relações constitutivas tanto para o concreto solicitado à tração quanto à compressão.

Encontram-se nas Tabelas 6.01 e 6.02 dados utilizados em CURVASJS para as respectivas classes de concreto analisadas. Optou-se por apresentar somente os gráficos que sintetizam todos os e resultados e informações necessárias para uma análise concisa.

DIAGRAMAS TENSÃO x DEFORMAÇÃO PARA O CONCRETO SOLICITADO À COMPRESSÃO (obtidos em CURVASJS)

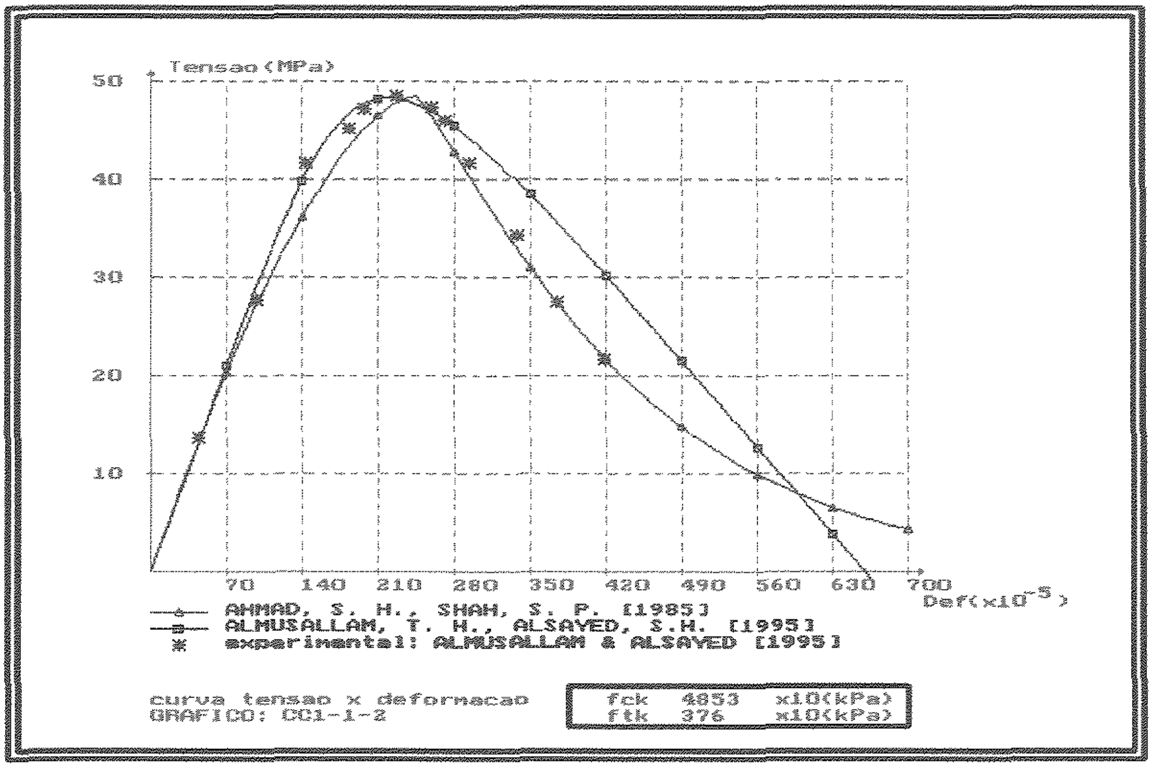
TABELA 6.01- Resumo das características dos testes à compressão de CURVASJS

gráfico	f_{ck} MPa	γ kN/m³	A_c mm²	A_s mm²	ϕ mm	n° dados experimentais
CC1-1-2	48,53	25	40000	400	10	12
CC2-1-2	71,85	25	40000	400	10	19
CC3-1-2	87,79	25	40000	400	10	13

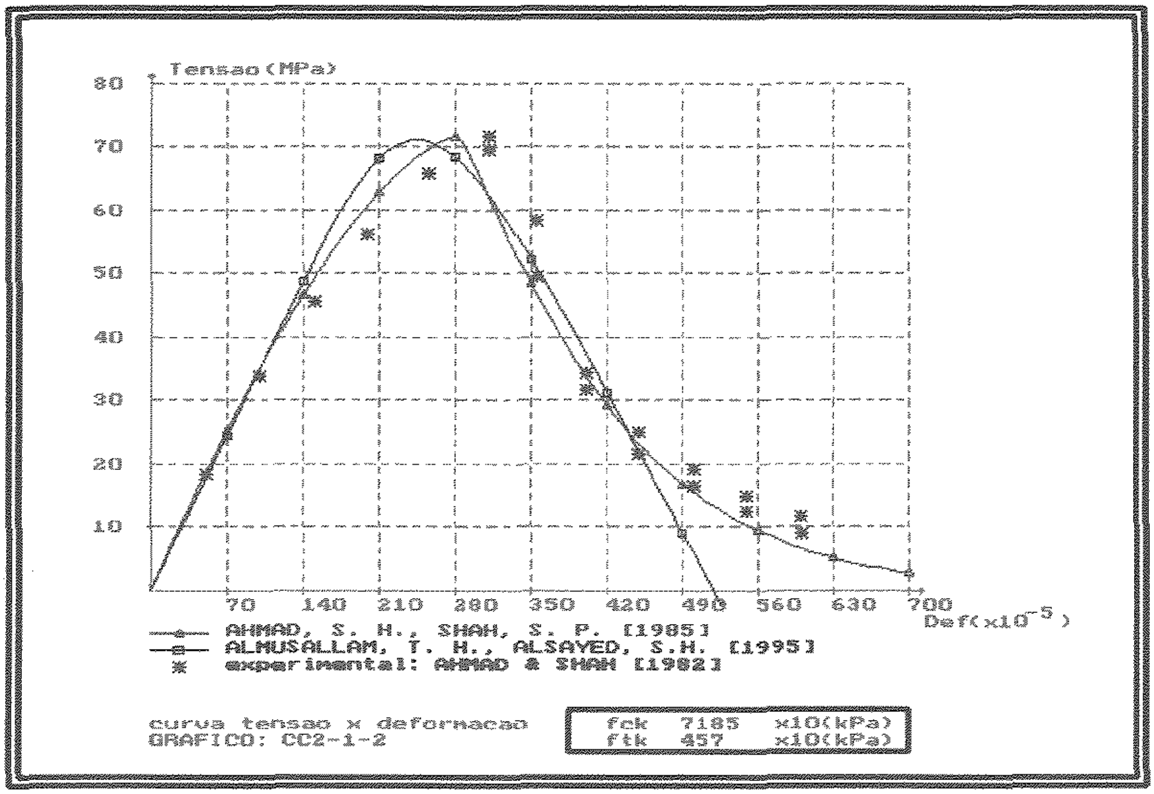
curvasjs

FEC-UNICAMP

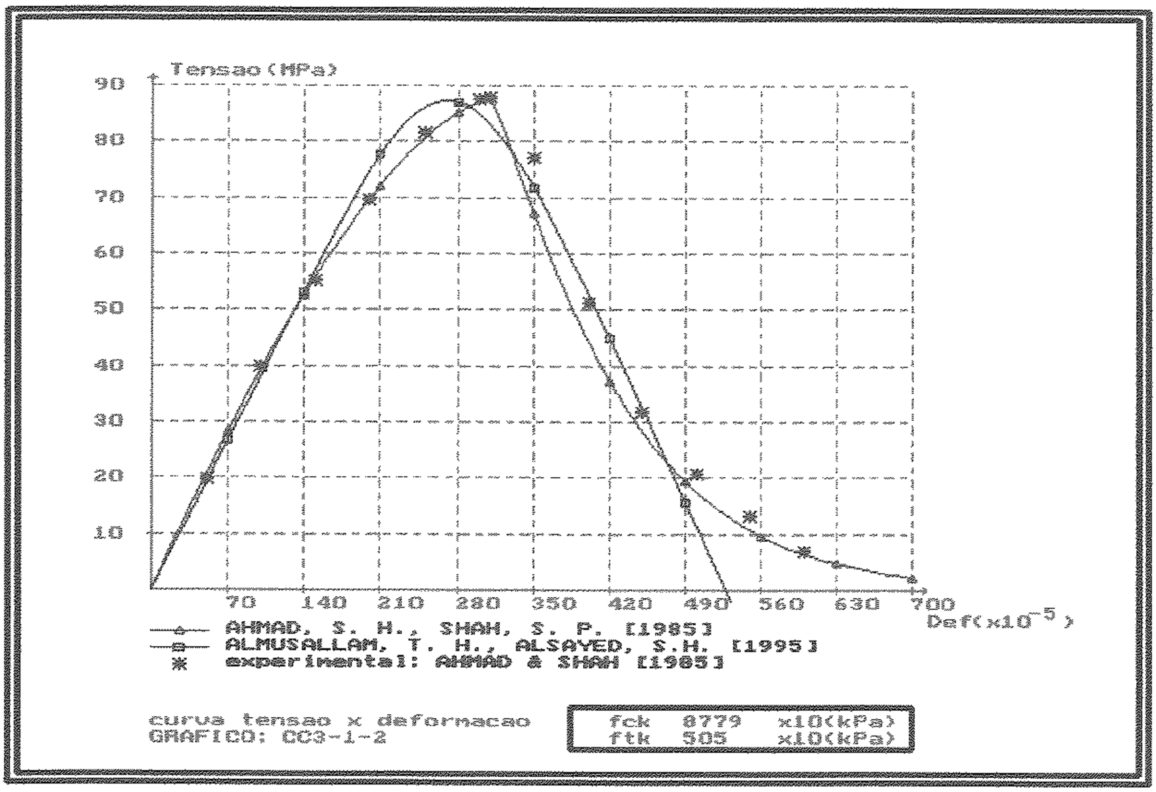
Julio Soriano



Tensao (MPa)
50
40
30
20
10
70 140 210 280 350 420 490 560 630 700
Def(x10^-5)
AHMAD, S. H., SHAH, S. P. [1985]
ALMUSALLAM, T. H., ALSAYED, S.H. [1995]
experimental: ALMUSALLAM & ALSAYED [1995]
curva tensao x deformacao
GRAFICO: CC1-1-2
fck 4853 x10(kPa)
ftk 376 x10(kPa)



Tensao (MPa)
80
70
60
50
40
30
20
10
70 140 210 280 350 420 490 560 630 700
Def(x10^-5)
AHMAD, S. H., SHAH, S. P. [1985]
ALMUSALLAM, T. H., ALSAYED, S.H. [1995]
experimental: AHMAD & SHAH [1982]
curva tensao x deformacao
GRAFICO: CC2-1-2
fck 7185 x10(kPa)
ftk 457 x10(kPa)



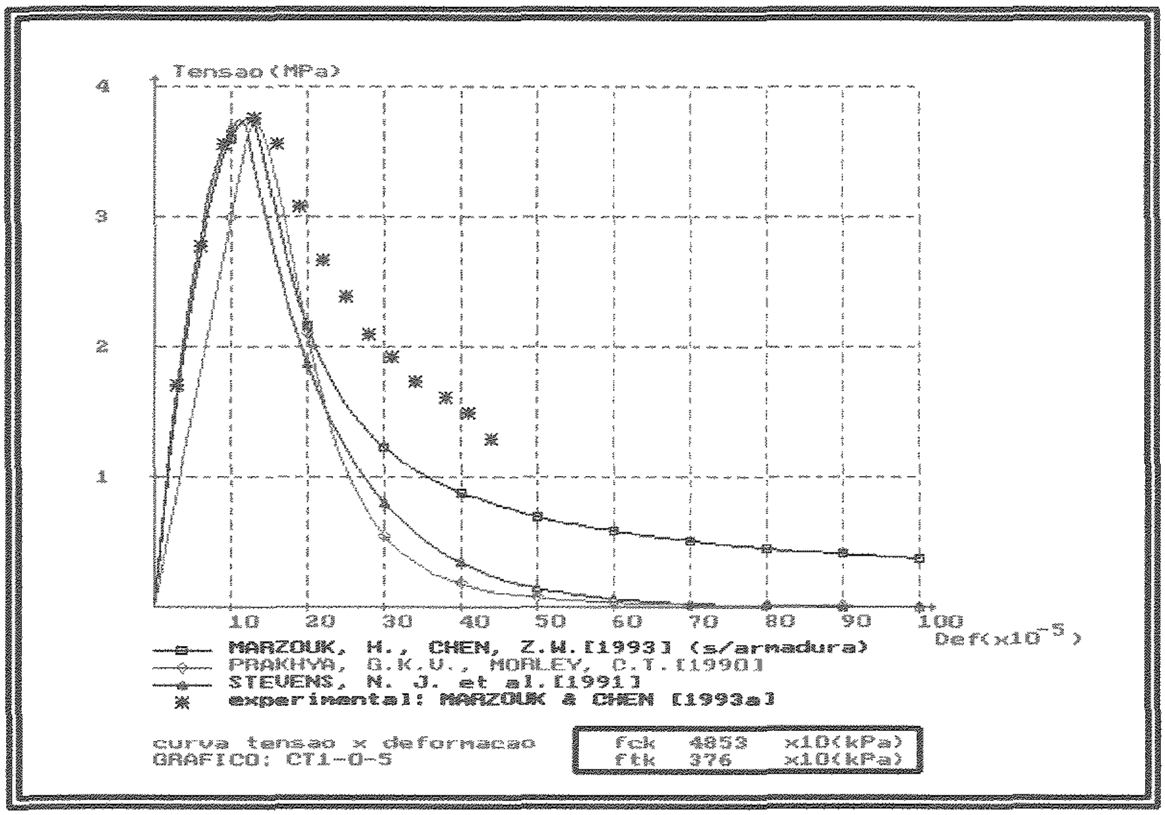
Tensao (MPa)
90
80
70
60
50
40
30
20
10
70 140 210 280 350 420 490 560 630 700
Def(x10^{-5})
AHMAD, S. H., SHAH, S. P. [1985]
ALMUSALLAM, T. H., ALSAYED, S.H. [1995]
experimental: AHMAD & SHAH [1985]
curva tensao x deformacao
GRAFICO: CC3-1-2
fck 8779 x10(kPa)
ftk 505 x10(kPa)

DIAGRAMAS TENSÃO x DEFORMAÇÃO PARA O CONCRETO SOLICITADO À TRAÇÃO (obtidos em CURVASJS)

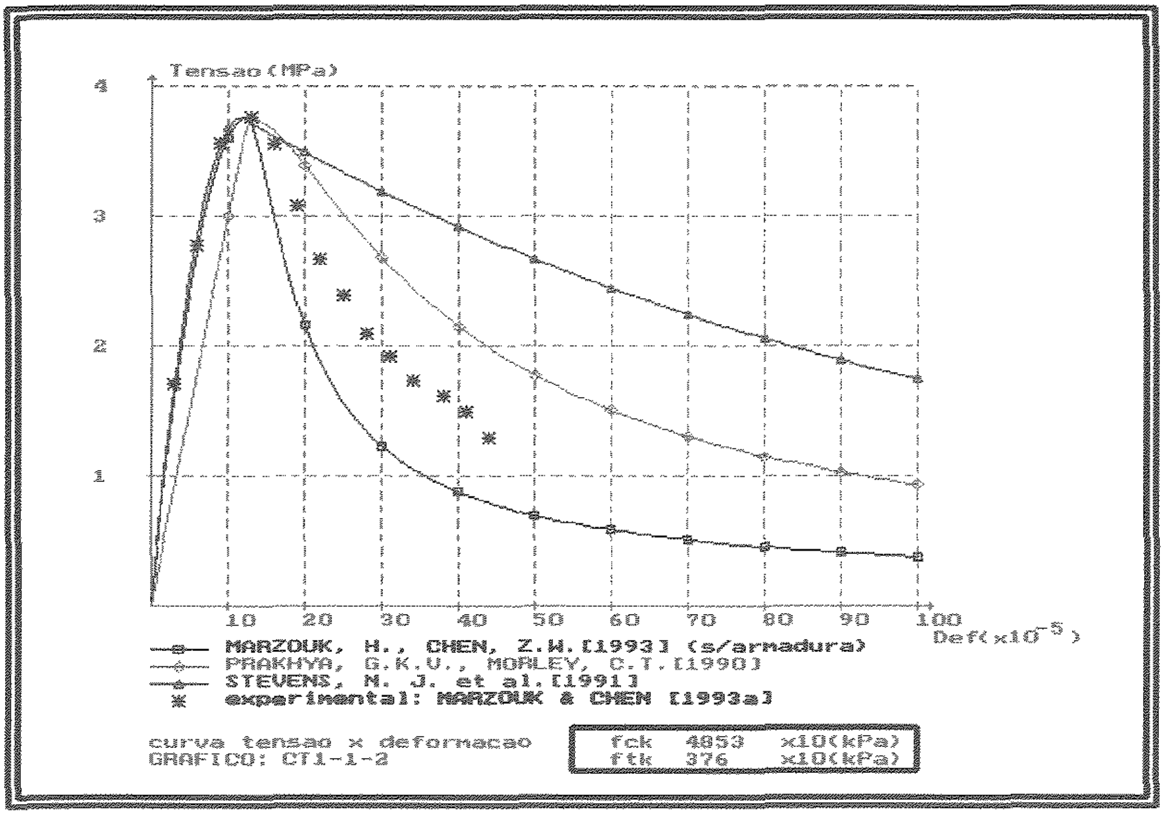
TABELA 6.02 - Resumo das características dos testes à tração de CURVASJS

gráfico	f_{ck} MPa	γ kN/m^3	A_c mm^2	A_s mm^2	ϕ mm	C^{te} material beta(*)	n° dados experimentais
CT1-0-5	48,53	25	40000	400	10	5	14
CT1-1-2	48,53	25	40000	400	10	2	14
CT2-0-5	61,54	25	40000	400	10	5	14
CT2-1-2	61,54	25	40000	400	10	2	14
CT3-0-5	83,33	25	40000	400	10	5	14
CT3-1-2	83,33	25	40000	400	10	2	14

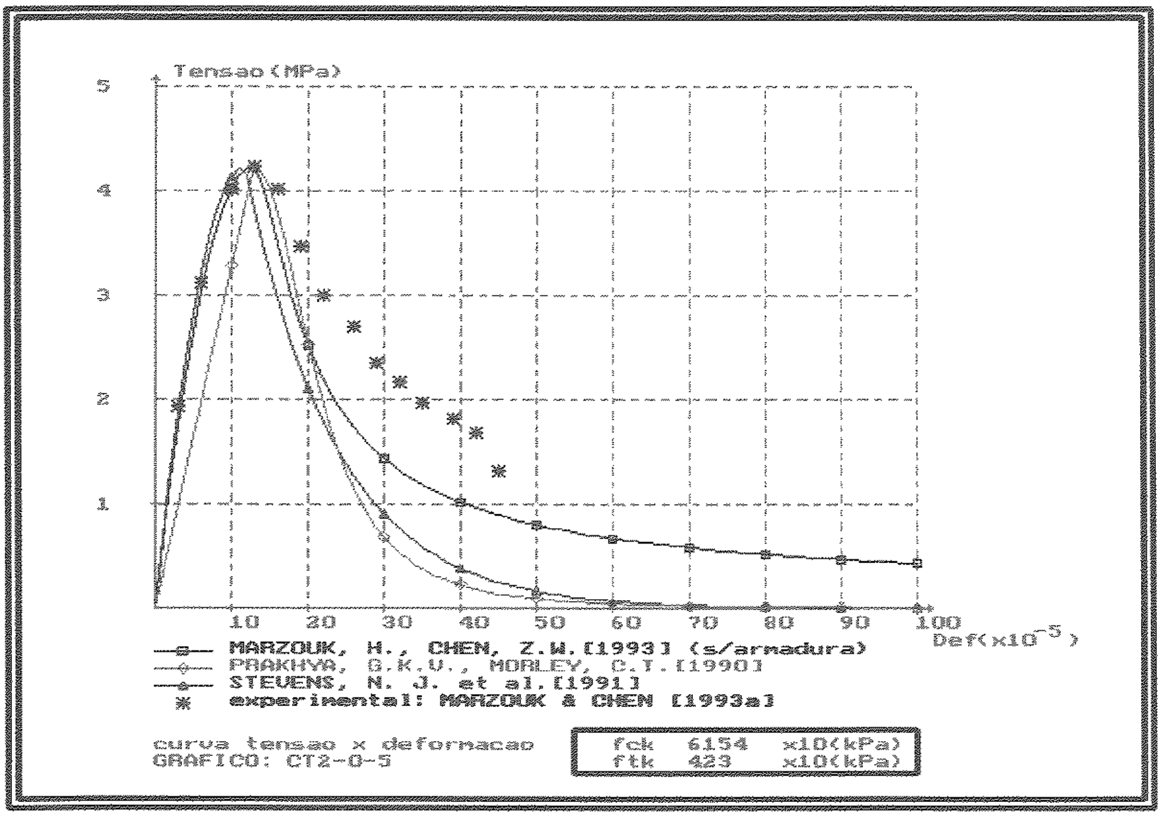
(*) Valor que define o decaimento da curva de tração após fissuração do concreto, modelo proposto por PRAKHYA & MORLEY (1990)

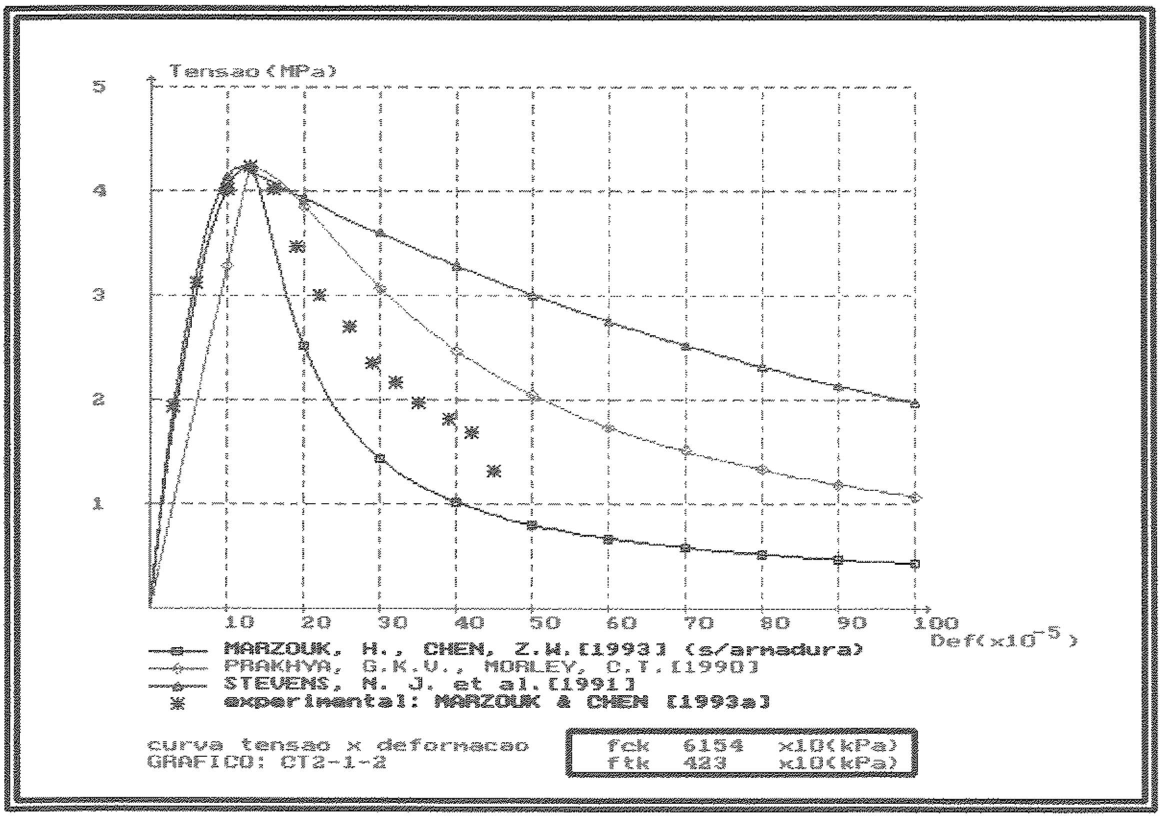


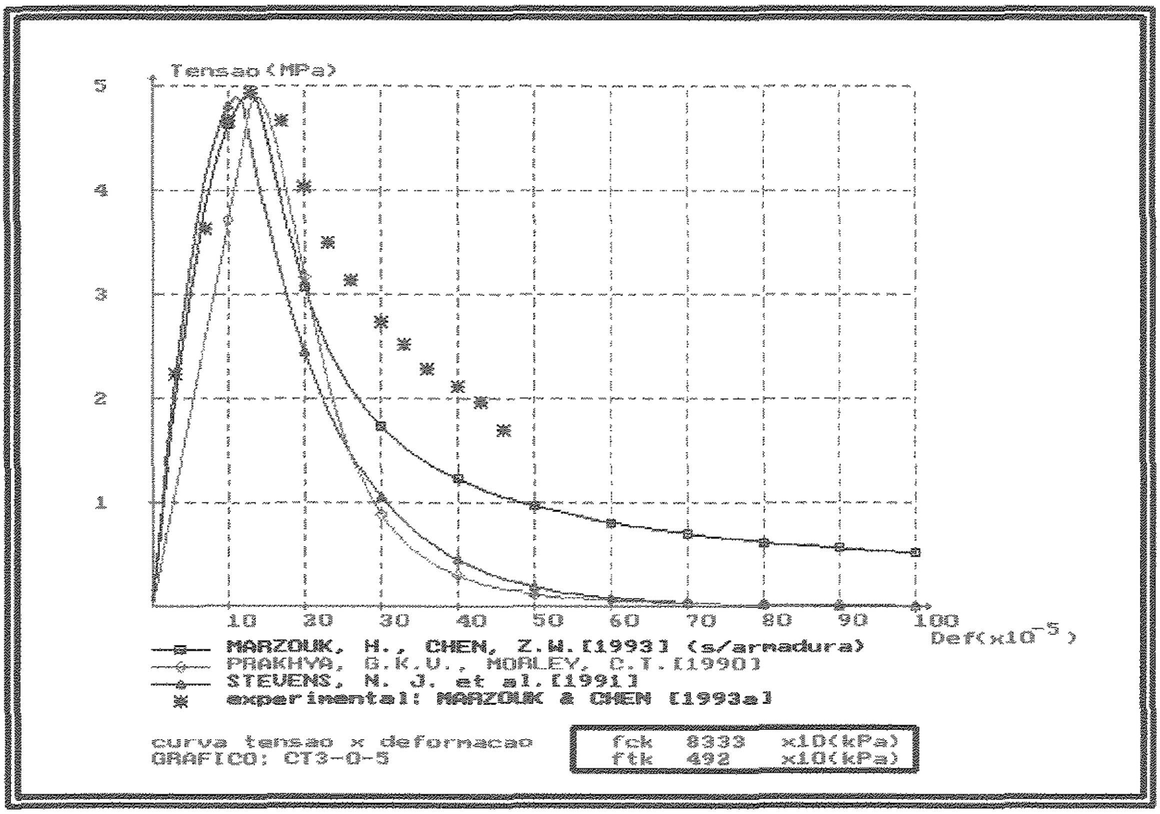
Tensao (MPa)
4
3
2
1
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Def(x10^-5)
MARZOUK, H., CHEN, Z.W.[1993] (s/armadura)
PRAKHYA, G.K.V., MORLEY, C.T.[1990]
STEVENS, N. J. et al.[1991]
experimental: MARZOUK & CHEN [1993a]
curva tensao x deformacao
GRAFICO: CT1-0-5
fck 4853 x10(kPa)
ftk 376 x10(kPa)



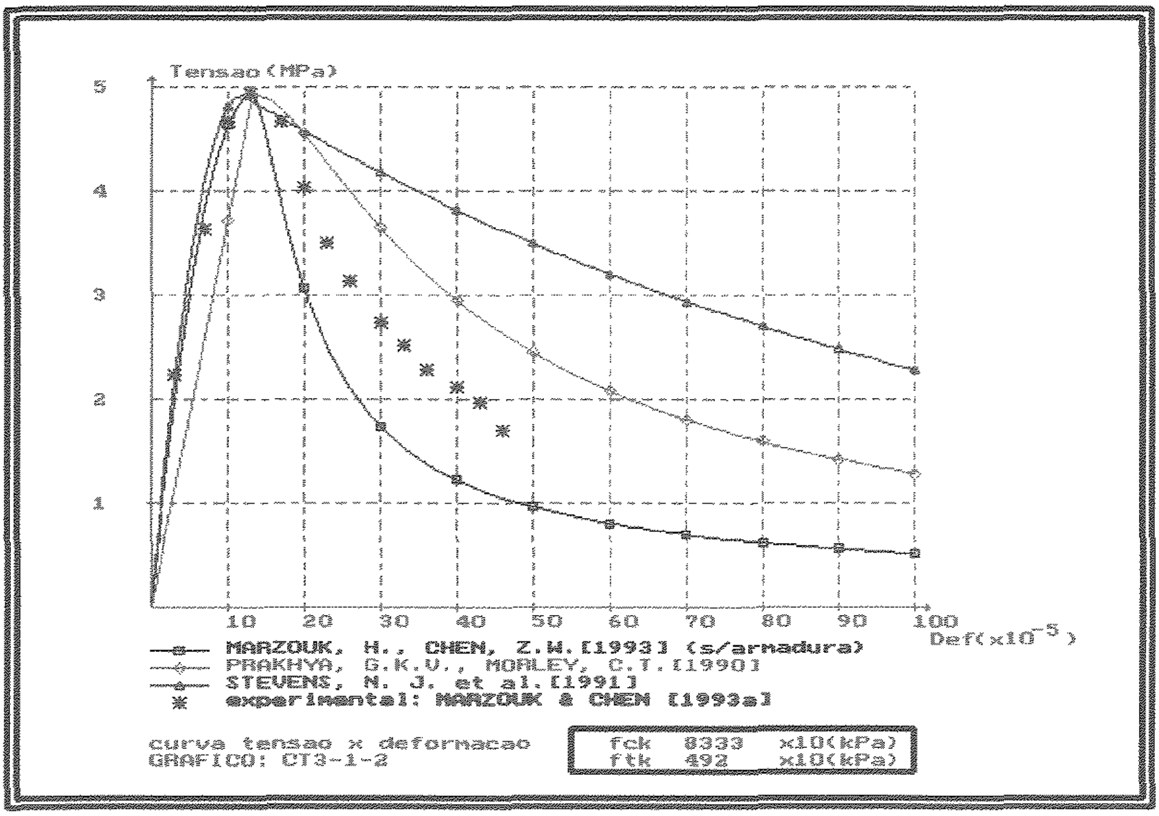
Tensao (MPa)
4
3
2
1
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Def(x10^-5)
MARZOUK, H., CHEN, Z.W.[1993] (s/armadura)
PRAKHYA, G.K.V., MORLEY, C.T.[1990]
STEVENS, N. J. et al.[1991]
experimental: MARZOUK & CHEN [1993a]
curva tensao x deformacao
GRAFICO: CT1-1-2
fck 4853 x10(kPa)
ftk 376 x10(kPa)


Tensao (MPa)
5
4
3
2
1
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
Def(x10^-5)
MARZOUK, H., CHEN, Z.W.[1993] (s/armadura)
PRAKHYA, G.K.V., MORLEY, C.T.[1990]
STEVENS, N. J. et al.[1991]
experimental: MARZOUK & CHEN [1993a]
curva tensao x deformacao
GRAFICO: CT2-0-5
fck 6154 x10(kPa)
ftk 423 x10(kPa)


Tensao (MPa)
5
4
3
2
1
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
Def(x10^-5)
MARZOUK, H., CHEN, Z.W.[1993] (s/armadura)
PRAKHYA, G.K.V., MORLEY, C.T.[1990]
STEVENS, N. J. et al.[1991]
experimental: MARZOUK & CHEN [1993a]
curva tensao x deformacao
GRAFICO: CT2-1-2
fck 6154 x10(kPa)
ftk 423 x10(kPa)



Tensao (MPa)
5
4
3
2
1
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Def(x10^{-5})
MARZOUK, H., CHEN, Z.W.[1993] (s/armadura)
PRAKHYA, G.K.V., MORLEY, C.T.[1990]
STEVENS, N. J. et al.[1991]
experimental: MARZOUK & CHEN [1993a]
curva tensao x deformacao
GRAFICO: CT3-0-5
fck 8333 x10(kPa)
ftk 492 x10(kPa)



Tensao (MPa)
5
4
3
2
1
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Def(x10^{-5})
MARZOUK, H., CHEN, Z.W.[1993] (s/armadura)
PRAKHYA, G.K.V., MORLEY, C.T.[1990]
STEVENS, N. J. et al.[1991]
experimental: MARZOUK & CHEN [1993a]
curva tensao x deformacao
GRAFICO: CT3-1-2
fck 8333 x10(kPa)
ftk 492 x10(kPa)

7. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ADELMAN, Douglas, COUSINS, Thomas E. Evaluation of the use of high-strength concrete bridge girders in Louisiana. *PCI Journal*, Chicago, v.35, n.5 , p.70-78. Sept./Oct. 1990.

AHMAD, S. H., SHAH, S. P. Stress-strain curves of concrete confined by spiral reinforcement. *ACI Journal,* Detroit, v.79, n.6, p.484-490. Nov./Dec. 1982.

AHMAD, Shuaib H., SHAH, S. P. Structural properties of high-strength concrete and its implications for precast prestressed concrete. *PCI Journal,* Chicago, v.30, n.6, p. 93-119. Nov./Dec. 1985.

ALMUSALLAM, T. H., ALSAYED, S.H. Stress-strain relationship of normal, high-strength and lightweight concrete. *Magazine of Concrete Research*, London, v.47, n.170, p.39-44. Mar. 1995.

ASSAN, Aloísio Ernesto. Coberturas onduladas multiplas com enrijecedores longitudinais e transversais. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 10, 1989, Porto, *Anais*...Rio de Janeiro: Associação para Métodos Computacionais, 1989. p. 119-132.

ASSAN, Aloísio Ernesto. Vigas de concreto armado com não-linearidade física. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 11, 1990, Rio de Janeiro, *Anais*...Rio de Janeiro: A. J. Ferrante e N. F. F. Ebecken, 1990. v.II. p.741-749.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, RIO DE JANEIRO. *NBR 6118*, projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1982. 76p.

CARRASQUILLO, R. L., NILSON, A. H., SLATE, F. O. Properties of high-strength concrete subject to short-term loads. *ACI Journal,* Detroit, v.78, n.3, p.171-178. May./June 1981a.

CARRASQUILLO, R. L., NILSON, A. H., SLATE, F. O. Microcracking and behavior of high-strength concrete subject to short-term loading. *ACI Journal,* Detroit, v.78, n.3, p.179-186. May./June 1981b.

CEB-FIP model code 1990. *Comite Euro-International du Beton - Bulletin d'Information*, Dubrovnik, n. 190b, p.2.1-2.24, Sept. 1988.

CHUNG, W., AHMAD, S. H. Model for shear critical high-strength concrete beams. *ACI Structural Journal*, Detroit, v.91, n.1, p.31-40. Jan./Feb. 1994.

COOK, Roberto D., MALKUS, David S., PLESHA, E. Michael concepts and aplications of finite element analysis. Singapore: Editora John Wiley & Sons, 1989. 630p.

D'AVILA, Virginia Maria Rosito, CAMPOS FILHO, Américo. Modelagem da fissuração do concreto em aplicações do método dos elementos finitos. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 16, 1995, Curitiba. *Anais...* local: editora, ano. p.419-427.

FANG, I-Kuang, WANG, Chuen-Shyuan, HONG, Keh-Luen. Cyclic behavior of high-strength concrete short beams with lower amount of flexural reinforcement. *ACI Structural Journal*, Detroit, v.91, n.1, p.10-18. Jan./Feb. 1994.

GETTU, Ravindra, BAZANT, Zdenek P., KARR, Martha E. Fracture properties and brittleness of high-strength concrete. *ACI Structural Journal*, Detroit, v.87, n.6, p. 608-618. Nov./Dec. 1990.

GOMIERO, P. F. Armadura reduzida para cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência. Campinas: Unicamp, 1994, 144p. (Dissertação de Mestrado).

GOPALARATNAM, V. S., SHAH, S. P. Softening response of plain concrete in direct tension. *ACI Journal,* Detroit, v.82, n.3, p.310-323. May./June 1985.

LAPLANTE, P., AITCIN, P. C. Field study of creep and shrinkage of a very high-strength concrete. In: RILEM INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CREEP AND SHRINKAGE OF CONCRETE: MATHEMATICAL MODELING, 40, 1986, Evanston : *Northwestern University,* Aug. 1986. p.777-778. (Preprints)

MARZOUK, H., CHEN, Z. W. Nonlinear analysis of normal and high-strength concrete slabs. *Canadian Journal of Civil Engineering*, Canadá, v.20, n.4, p.696-707. Aug. 1993a.

MARZOUK, H. M., CHEN, Zhiwei. Finite element analysis of high-strength concrete slabs. *ACI Structural Journal,* Detroit, v.90, n.5, p.505-513. Sept./Oct. 1993b.

METHA, P. Kumar, MONTEIRO, Paulo J. M. Concreto - estrutura, propriedades e materiais. São Paulo: Editora Pini Ltda, 1994. 573p.

PINHEIRO, L. M., GIONGO, J. S. *Concreto armado*, propriedades dos materiais. São Carlos: *EESC-USP*, 1986. 79p. (Apostila)

PINTO JÚNIOR, N. O. Flexão de vigas de concreto de alta resistência. São Paulo: Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1992. 2v. 362p. (Tese Doutorado).

PRAKHYA, G. K. V., MORLEY, C. T. Tension-stiffening and moment-curvature relations of reinforced concrete elements. *ACI Structural Journal,* Detroit, v.87, n.5, p. 597-605. Sept./Oct. 1990.

SHAH, S. P. High-strength concrete a workshop summary. *Concrete International*, Detroit, v.3, n.5, p.94-98. May. 1981.

SHIN,Sung-woo, GHOSH, S.K., MORENO, J. Flexural ductility of ultra-high-strength concrete members. *ACI Structural Journal,* Detroit, v.86, n.4, p.394-400. July./Aug. 1989.

SIKA S.A. *Manual Técnico.* 35 ed. Rio de Janeiro, 1994. 102p.

STATE-OF-THE-ART. Report on finite element of reinforced concrete, New York: *American Society of Civil of Engineers*, 1982. 545p.

STATE-OF-THE-ART. Report on high-strength concrete, *Journal of Americn Concrete Institute*, Detroit, v.81, n.4, p.364-411. July./Aug. 1984.

STEVENS, N. J. et al. Constitutive model for reinforced concrete finite element analysis. *ACI Structural Journal,* Detroit, v.88, n.1, p.49-59. Jan./Feb. 1991.

XIE, J., ELWI, A. E., MACGREGOR, J. G. Mechanical properties of three high-strength concretes containing silica fume. *ACI Materials Journal,* Detroit, v.92, n.2, p.135-145. Mar./Apr. 1995.

YUAN, R. L. et al. Evaluation of core strength in high-strength concrete. *Concrete International,* Detroit, v.13, n.5, p.30-34. May. 1991.

ZIENKIEWICZ, O. C., The finite element method in engineering science. London: Editora Mc Graw-Hill, 1971. 521p.

8. BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ADELMAN, Douglas, COUSINS, Thomas E. Evaluation of the use of high-strength concrete bridge girders in Louisiana. *PCI Journal*, Chicago, v.35, n.5 , p.70-78. Sept./Oct. 1990.

AHMAD, S. H., SHAH, S. P. Stress-strain curves of concrete confined by spiral reinforcement. *ACI Journal,* Detroit, v.79, n.6, p.484-490. Nov./Dec. 1982.

AHMAD, Shuaib H., SHAH, S. P. Structural properties of high-strength concrete and its implications for precast prestressed concrete. *PCI Journal,* Chicago, v.30, n.6, p. 93-119. Nov./Dec. 1985.

AHMED, Ezeldin. High-strength concrete proportioning, behavior and applications. In: STRUCTURAL MATERIALS CONGRESS, 89, 1989, San Francisco, *ASCE,* May. 1989. p.21-30.

ALMUSALLAM, T. H., ALSAYED, S.H. Stress-strain relationship of normal, high-strength and lightweight concrete. *Magazine of Concrete Research*, London, v.47, n.170, p.39-44. Mar. 1995.

ARAÚJO, José Milton de. Optimization of Newton Raphson Methods in RC Nonlinear Analysis. *Computers & Structures,* Great Britain, v.33, n.3, p.735-741. 1989.

ASSAN, Aloísio Ernesto. Coberturas onduladas multiplas com enrijecedores longitudinais e transversais. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 10, 1989, Porto, *Anais*...Rio de Janeiro: Associação para Métodos Computacionais, 1989. p. 119-132.

ASSAN, Aloísio Ernesto. Vigas de concreto armado com não-linearidade física. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 11, 1990, Rio de Janeiro, *Anais*...Rio de Janeiro: A. J. Ferrante e N. F. F. Ebecken, 1990. v.II. p.741-749.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, RIO DE JANEIRO. *NBR 6118*, projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1982. 76p.

BAZANT, P. Zdenek, OH, B. H. Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures*, Paris, n.93, v.16, p.155-177. May/Jun. 1983.

CARRASQUILLO, R. L., NILSON, A. H., SLATE, F. O. Properties of high-strength concrete subject to short-term loads. *ACI Journal,* Detroit, v.78, n.3, p.171-178. May./June 1981a.

CARRASQUILLO, R. L., NILSON, A. H., SLATE, F. O. Microcracking and behavior of high-strength concrete subject to short-term loading. *ACI Journal,* Detroit, v.78, n.3, p.179-186. May./June 1981b.

CARREIRA, Domingo J., CHU Kuang-Han. Stress-strain relationship for reinforced concrete in tension. *ACI Journal,* Detroit, v.83, n.1, p.21-28. Jan./Feb. 1986.

CEB-FIP model code 1990. *Comite Euro-International du Beton - Bulletin d'Information*, Dubrovnik, n. 190b, p.2.1-2.24, Sept. 1988.

CHEN, W. F., HAN, D. J. Plasticity for structural engineers. New York: Verlag, 1987. 606p.

CHEUNG, M. S., NG, S. F., BINGZHANG, Zhong. Finite strip analysis of beams and plates with material nonlinearity. *Computers & Structures*, Great Britain, v.33, n.1, p.289-294. 1989.

CHUNG, W., AHMAD, S. H. Model for shear critical high-strength concrete beams. *ACI Structural Journal*, Detroit, v.91, n.1, p.31-40. Jan./Feb. 1994.

COOK, Roberto D., MALKUS, David S., PLESHA, E. Michael. Concepts and aplications of finite element analysis. Singapore: Editora John Wiley & Sons, 1989. 630p.

D'AVILA, Virginia Maria Rosito, CAMPOS FILHO, Américo. Modelagem da fissuração do concreto em aplicações do método dos elementos finitos. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 16, 1995, Curitiba. *Anais...* local: editora, ano. p.419-427.

FANG, I-Kuang, WANG, Chuen-Shyuan, HONG, Keh-Luen. Cyclic behavior of high-strength concrete short beams with lower amount of flexural reinforcement. *ACI Structural Journal*, Detroit, v.91, n.1, p.10-18. Jan./Feb. 1994.

GETTU, Ravindra, BAZANT, Zdenek P., KARR, Martha E. Fracture properties and brittleness of high-strength concrete. *ACI Structural Journal*, Detroit, v.87, n.6, p. 608-618. Nov./Dec. 1990.

GIACCIO, G., ROCCO, C., ZERBINO, R. The fracture energy of high-strength concretes. *Materials and Structures*, Paris, v.26, n.161, p.381-386. Aug./Sept. 1993.

GOMIERO, P. F. Armadura reduzida para cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência. Campinas: Unicamp, 1994, 144p. (Dissertação de Mestrado).

GOPALARATNAM, V. S., SHAH, S. P. Softening response of plain concrete in direct tension. *ACI Journal,* Detroit, v.82, n.3, p.310-323. May./June 1985.

HILLERBORG, A. The theoretical basis of a method to determine the fracture energy of concrete. *Materials and Structures*, Paris, n.106, p.291-296. Jul./Aug. 1985a.

HILLERBORG, A., Results of three comparative test series for determining the fracture energy of concrete. *Materials and Structures*, Paris, n.107, p.407-413. Sept./Oct. 1985b.

HOLAND, Ivar State of the art of design aspects and research needs in the future. In: PLENARY SESSION OF CEB: DESIGN ASPECTS OF HIGH-STRENGTH CONCRETE, 26, 1988, Dubrovnik, Sept. 1988. p.147-163 (Preprints).

KHALOO, Ali R., AHMAD, Shuaib H. Behavior of normal and high-strength concrete under combined compression-shear loading. *ACI Structural Journal*, Detroit, v.85, n.6, p.551-559. Nov./Dec. 1988.

LAPLANTE, P., AITCIN, P. C. Field study of creep and shrinkage of a very high-strength concrete. In: RILEM INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CREEP AND SHRINKAGE OF CONCRETE: MATHEMATICAL MODELING, 40, 1986, Evanston : *Northwestern University,* Aug. 1986. p.777-778. (Preprints)

MARZOUK, H., CHEN, Z. W. Nonlinear analysis of normal and high-strength concrete slabs. *Canadian Journal of Civil Engineering*, Canadá, v.20, n.4, p.696-707. Aug. 1993a.

MARZOUK, H. M., CHEN, Zhiwei. Finite element analysis of high-strength concrete slabs. *ACI Structural Journal,* Detroit, v.90, n.5, p.505-513. Sept./Oct. 1993b.

MARZOUK, H., HUSSEIN, A. Experimental investigation on the behavior of high-strength concrete slabs. *ACI Structural Journal*, Detroit, v.88, n.6, p.701-713. Nov./Dec. 1991.

MASSICOTTE, Bruno, ELWI, Alaa E., MACGREGOR, James G. Tension-stiffening model for planar reinforced concrete members. *Journal of Structural Engineering- ASCE,* New York, n.11, v.116, p.3039-3058. Nov. 1990.

METHA, P. Kumar, MONTEIRO, Paulo J. M. Concreto - estrutura, propriedades e materiais. São Paulo: Editora Pini Ltda, 1994. 573p.

PHILLIPS, D. V., BINSHENG, Zhang. Direct tension tests on notched and un-notched plain concrete specimens. *Magazine of Concrete Research*, London, v.45, n.162, p.25-35. Mar. 1993.

PINHEIRO, L. M., GIONGO, J. S. *Concreto armado*, propriedades dos materiais. São Carlos: *EESC-USP*, 1986. 79p. (Apostila)

PINTO JÚNIOR, N. O. Flexão de vigas de concreto de alta resistência. São Paulo: Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1992. 2v. 362p. (Tese Doutorado).

PRAKHYA, G. K. V., MORLEY, C. T. Tension-stiffening and moment-curvature relations of reinforced concrete elements. *ACI Structural Journal,* Detroit, v.87, n.5, p. 597-605. Sept./Oct. 1990.

RAPHAEL, Jerome M. Tensile strength of concrete. *ACI Journal,* Detroit, v.81, n.2, p.158-165. Mar./Apr. 1984.

RANJBARAN, A., PHIPPS, M. E. DENA: A finite element program for the non-linear stress analysis of two-dimensional, metallic and reinforced concrete, structures. *Computers & Structures*, v.51, n.2, p.191-211. 1994.

SHAH, S. P. High-strength concrete a workshop summary. *Concrete International*, Detroit, v.3, n.5, p.94-98. May. 1981.

SHIN,Sung-woo, GHOSH, S.K., MORENO, J. Flexural ductility of ultra-high-strength concrete members. *ACI Structural Journal,* Detroit, v.86, n.4, p.394-400. July./Aug. 1989.

SIKA S.A. *Manual Técnico.* 35 ed. Rio de Janeiro, 1994. 102p.

STATE-OF-THE-ART. Report on finite element of reinforced concrete, New York: *American Society of Civil of Engineers*, 1982. 545p.

STATE-OF-THE-ART. Report on high-strength concrete, *Journal of Americn Concrete Institute*, Detroit, v.81, n.4, p.364-411. July./Aug. 1984.

STEVENS, N. J. et al. Constitutive model for reinforced concrete finite element analysis. *ACI Structural Journal,* Detroit, v.88, n.1, p.49-59. Jan./Feb. 1991.

TACHIBANA, Daisuke et al. High-strength concrete (f_{ck} = 600 kgf/cm^2) for building construction. *ACI Materials Journal,* Detroit, v.91, n.4, p.390-400. July./Aug. 1994.

WANG, P. T., SHAH, S. P., NAAMAN, A. E. Stress-strain curves of normal and lightweight concrete in compression. *ACI Journal,* Detroit, v.75, n.11, p.603-611. Nov. 1978.

XIE, J., ELWI, A. E., MACGREGOR, J. G. Mechanical properties of three high-strength concretes containing silica fume. *ACI Materials Journal,* Detroit, v.92, n.2, p.135-145. Mar./Apr. 1995.

YUAN, R. L. et al. Evaluation of core strength in high-strength concrete. *Concrete International,* Detroit, v.13, n.5, p.30-34. May. 1991.

ZIENKIEWICZ, O. C., The finite element method in engineering science. London: Editora Mc Graw-Hill, 1971. 521p.

ZIENKIEWICZ, O. C., MORGAN, K. Finite elements and aproximation. Singapore: Editora John Wiley & Sons, 1983. 328p.