

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E
URBANISMO
DEPARTAMENTO DE RECURSOS HÍDRICOS**

**Detecção de Fugas em Tubulações através do
Método de Resposta em Frequência e Reflexões
de Pulsos de Alta Frequência.**

Juliana Barbosa Palhares

**Campinas
2005**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E
URBANISMO
DEPARTAMENTO DE RECURSOS HÍDRICOS**

**Deteccção de Fugas em Tubulações através do
Método de Resposta em Freqüência e Reflexões
de Pulsos de Alta Freqüência.**

Juliana Barbosa Palhares

Orientador: Edevar Luvizotto Júnior

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão de pós-graduação da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração de Recursos Hídricos.

**Campinas, SP
2005**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

P175m Palhares, Juliana Barbosa
Método de detecção de fugas em tubulações através do método de resposta em frequência e reflexões de pulsos de alta frequência / Juliana Barbosa Palhares. –Campinas, SP: [s.n.], 2005.

Orientador: Edevar Luvizotto Júnior.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo.

1. Sistemas dinâmicos. 2. Água vazamento. 3. Sistemas não-lineares. 4. Detecção de fugas. 5. Análise no domínio do tempo. 6. Resposta em frequência. 7. Laplace, Transformadas de. 8. Tubulações. I. Luvizotto Júnior, Edevar. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. III. Título.

RMS-BAE

Título em Inglês: Leak detection pipes by frequency response method and reflections high frequency pulses

Palavras-chave em Inglês: Dynamical systems, Water leakage, Nonlinear systems, Leak detectors, Time domain analysis, Frequency response, Laplace, transform of e Pipelines

Área de concentração: Recursos Hídricos

Título: Mestre em Engenharia Civil

Banca examinadora: Luisa Fernanda Ribeiro Reis e Paulo Vatauvuk

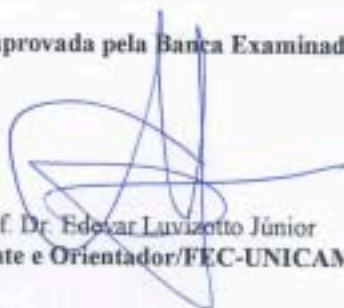
Data da defesa: 25/08/2005

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E
URBANISMO

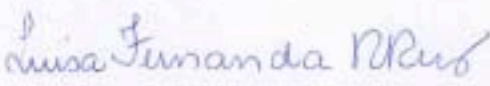
**DETECÇÃO DE FUGAS EM TUBULAÇÕES ATRAVÉS DO
MÉTODO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA E
REFLEXÕES DE PULSOS DE ALTA FREQUÊNCIA**

Juliana Barbosa Palhares

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:



Prof. Dr. Edegar Luizotto Júnior
Presidente e Orientador/FEC-UNICAMP



Profa. Dra. Luisa Fernanda Ribeiro Reis
EESC – USP



Prof. Dr. Paulo Vatauvuk
FEC-UNICAMP

Campinas, 25 de Agosto de 2005.

DEDICATÓRIA

*A meu querido pai, José Francisco Badan Palhares, mesmo com a distância física, certa
estou da sua presença na construção da minha vida como um todo;*

*A meu avô, João Botelho Barbosa, foi e sempre será um grande amigo e exemplo de vida,
coragem e fé;*

*Aos meus avós paternos, Geraldo do Amaral Palhares e Hélia Badan Palhares,
eternamente grata pelo carinho e dedicação.*

AGRADECIMENTOS

- A Deus, que me ofertou a saúde e a oportunidade de chegar até aqui. O autor responsável pela minha existência e caminhada;
- A UNICAMP por ter proporcionado a oportunidade de realização do Mestrado.
- Ao Prof. Dr. Edevar Luvizotto Júnior, meu orientador, agradeço sua contribuição na elaboração desta obra. O seu conhecimento auxiliou-me na formação acadêmica e científica da engenharia como um todo.
- Ao tio, Prof. Dr. Álvaro G. B. Palhares, pelo conhecimento computacional, pelas diversas discussões teóricas e práticas e, inclusive, o amor pela engenharia, que Deus o abençoe.
- Aos membros da banca examinadora desta dissertação de mestrado: Prof. Dr. Paulo Vatauvuk, FEC-UNICAMP e Prof^a Dra. Luisa Fernanda Ribeiro Reis, EESC - USP.
- Aos professores e funcionários do Departamento de Recursos Hídricos e da pós-graduação da FEC – UNICAMP.
- Agradeço a mamãe M.^a Vera B. B. Palhares, que concedeu a estrutura da minha vida;
- A minha avó materna Dna. Rufina O. Barbosa, pela sua simplicidade, ternura e fortaleza.
- A Fabiana B. Palhares (irmã) e Rodrigo F. (cunhado), pelos bons sentidos e discernimentos.
- A presença especial de Paulo J. Vivaldi, meu grande companheiro.
- Aos demais familiares, em especial aos tios Fortunato A. B. Palhares e Hélio B. Palhares e suas esposas, pela importante presença na minha educação.
- E a todos os demais amigos e colegas, obrigada pela força positiva.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE TABELAS.....	xii
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS.....	xiii
RESUMO.....	xviii
ABSTRACT.....	xix
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1. Técnicas de Detecção de Fugas.....	8
2.2. Regime Permanente.....	11
2.3. Análise do Fenômeno Oscilatório.....	13
2.3.1. Vantagens e desvantagens dos métodos.....	14
2.4. Análise dos Métodos propostos por MPESHA (1999), MPESHA et al. (2001, 2002)....	15
3. MODELO MATEMÁTICO: Matriz Transferência do Modelo de Perturbações.....	17
3.1. Sistema sem Fuga.....	17
3.2. Sistema com uma Fuga.....	29
4. RESPOSTA EM FREQUÊNCIA: Sistema sem Fuga e com uma Fuga.....	37
4.1. Sistema sem Fuga.....	37
4.2. Resposta em Frequência do Sistema com uma Fuga.....	43
4.2.1. Modelo ideal sem atrito $R = 0$	44
4.2.2. Modelo real com atrito $R \neq 0$	49

4.2.2.1. Escoamento laminar.....	50
4.2.2.2. Escoamento turbulento.....	53
4.3. Sistema com mais de uma Fuga.....	60
4.4. Conclusão.....	67
5. MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS: Resposta em Frequência pela Transformada Rápida de Fourier.....	69
5.1. Introdução.....	69
5.1.1. Condições iniciais em $t = 0$, e $x \in [0, \ell]$	73
5.1.2. Determinação dos pontos intermediários $n_x \in [2, N]$	75
5.1.3. Condições de contorno do reservatório.....	78
5.1.4. Condições de contorno na válvula.....	78
5.2. Linearização do Modelo.....	83
5.3. Transformada Rápida de Fourier da Resposta ao Impulso	86
5.3.1. Exemplo de um sistema linear.....	86
5.4. Comparação MOC/FFT x MMT/Resposta em Frequência.....	89
5.4.1. Comparação do número de pontos para a FFT.....	90
5.4.2. Comparação do modelo linearizado com o modelo exato.....	92
6. ANÁLISE DE ALTA FREQUÊNCIA: Localização por Pulsos Refletidos.....	95
6.1. Pulso de Alta Frequência.....	95
6.2. Sistema sem Fuga.....	98
6.2.1. Simulação do sistema sem fuga.....	101
6.2.1.1. Sistema ideal: sem perdas.....	102
6.2.1.2. Sistema real: com perdas.....	104
6.2.2.3. Sistema real, com perdas, modelo não linear.....	105
6.3. Sistema com uma Fuga.....	107
6.4. Sistema com mais de uma Fuga.....	110
6.5. Conclusão.....	112
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	115
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	123

LISTA DE FIGURAS

3.1 - Reservatório, tubulação, válvula.....	18
3.2 – Matriz de campo da tubulação que mantém inalterada as suas propriedades físicas.....	23
3.3 – Qualquer trecho de uma tubulação com suas propriedades físicas inalteradas.....	24
3.4 – Sistema reservatório, tubulação, válvula, com uma fuga.....	29
3.5 – Diagrama de blocos do sistema linearizado com fuga.....	35
4.1 – Plano complexo s.....	39
4.2 – Resposta no tempo à ação de $\tau_v^*(t) = k.\text{sen}\omega.t$	40
4.3 – Resposta em frequência de um sistema reservatório, tubulação, válvula.....	42
4.4 – Pólos de $M_v(s)$	43
4.5 – Resposta em frequência de um sistema reservatório, tubulação, válvula, sem e com fuga.....	47
4.6 – Resposta em frequência da resposta da fuga.....	48
4.7 – Viscosidade cinemática de vários líquidos	51
4.8 – Resposta em frequência da diferença entre o sistema sem e com fuga, parametrizada nos valores da viscosidade cinemática ν	52
4.9 – Localização da fuga como função da viscosidade cinemática ν no regime laminar.....	53
4.10 - Resposta em frequência da diferença entre o sistema sem e com fuga, parametrizada no fator de Darcy-Weisbach f_0	54

4.11 - Localização da fuga como função do fator de Darcy-Weisbach f_0 no regime turbulento.....	55
4.12 - $A_{\Phi_r}(\omega_r)$ com a fuga em $\ell_v=104$ [m].....	57
4.13 - Estimação de uma fuga em $\ell_v=104$ [m], próxima do reservatório, como função da viscosidade cinemática ν	57
4.14 - Estimação de uma fuga em $\ell_v=104$ [m], próxima do reservatório, como função do fator de Darcy-Weisbach f_0	58
4.15 - $AF_0(\omega_r)$ com a fuga em $\ell_v=5000$ [m].....	59
4.16 - Estimação de uma fuga em $\ell_v=5000$ [m], próxima da válvula, como função da viscosidade cinemática ν	59
4.17 - Estimação de uma fuga em $\ell_v=5000$ [m], próxima da válvula, como função do fator de Darcy-Weisbach f_0	60
4.18 – Sistema com mais de uma fuga.....	61
4.19 - $AF_0(\omega_r)$ com duas fugas, sendo a primeira em $\ell_1=1545$ [m] e a segunda em $\ell_1+\ell_2=4635$ [m].....	65
4.20 - Estimação da primeira fuga em $\ell_1=1545$ [m], como função do fator de Darcy-Weisbach f_0 , sendo que $\ell_1+\ell_2$ é múltiplo de ℓ_1	65
4.21 - $AF_0(\omega_r)$ com duas fugas, sendo a primeira em $\ell_1=1545$ [m] e a segunda em $\ell_1+\ell_2=4345$ [m].....	66
4.22 - Estimação da primeira fuga em $\ell_1=1545$ [m], como função do fator de Darcy-Weisbach f_0 , sendo que $\ell_1+\ell_2$ é não múltiplo de ℓ_1	67
5.1 – Reservatório, tubulação, válvula.....	70
5.2 – Condições de regime permanente.....	75
5.3 – Curvas características.....	77
5.4 – Geração da sequência discreta da solução das equações (5.10) e (5.11).....	79
5.5 - Resposta a um impulso $\tau_v^*(t) = -0.05\delta(t-30)$ a partir da válvula aberta	81

5.6 - Resposta a um pulso de amplitude $-0.05\tau_{v_0}$ e duração de 20[s] a partir da válvula aberta.....	81
5.7 - $\tau_v^*(t) = -0.075t$ e duração de 20[s] até o fechamento completo da válvula.....	82
5.8 - $\tau_v^*(t) = -0.05t$ e duração de 20[s] até o fechamento de meio curso da válvula.....	82
5.9 - Resposta a uma parábola de duração de 24.55 [s] até o fechamento completo.....	83
5.10 - Comparação entre o modelo exato e o modelo não linear $ \tau_{v_{\max}}^* = 0,075$	84
5.11 - Comparação entre o modelo exato e o modelo não linear $ \tau_{v_{\max}}^* = 0.3$	85
5.12 - Comparação entre o modelo exato e o modelo não linear $ \tau_{v_{\max}}^* = 0.9$	86
5.13 – FFT x Resposta em frequência.....	88
5.14 – Comparação MMT x FFT / MOC.....	91
5.15 – Resposta ao impulso através do MOC.....	92
5.16 – Comparação entre os modelos não linear e linear.....	93
5.17 – Resposta ao impulso dos modelos não linear e linear.....	93
6.1 – Representação do pulso de alta frequência	96
6.2 – Abertura relativa da válvula com a presença do pulso de alta frequência	97
6.3 – Pulso refletido com atenuação nula.....	103
6.4 - Influência do fator de atrito de Darcy-Weisbach sobre os pulsos refletidos	105
6.5 - Comparação entre os modelos não linear e linear: Sistema com alto fator de Darcy-Weisbach $f_0 = 0,080$	106
6.6 - Modelo não linear e linear: Variação de k	106
6.7 – Sistema com uma fuga a $\ell_2[m]$ da válvula.....	107
6.8 – Pulso refletido do ponto de fuga.....	108
6.9 - Comparação MOC(linear)/FFT ×MMT/Resposta em Frequência e MOC (não linear)/FFT ×MMT/Resposta em Frequência.....	109
6.10 - Sistema com duas fugas ℓ_2 múltiplo de ℓ_1	111
6.11 - Sistema com duas fugas: ℓ_2 e ℓ_1 quaisquer.	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. – Técnicas que podem ser empregadas para detecção de fugas (LUVIZOTTO, 1998).....	9
--	---

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

EDDP *Equações Diferenciais à Derivadas Parciais*

EDO *Equação Diferencial Ordinária*

FFT *Transformada Rápida de Fourier*

MMT *Método da Matriz Transferência*

MOC *Método das Características*

a *celeridade*

A *área da seção transversal da tubulação*

A_{h_v} *amplitude da perturbação de carga do pulso refletido na válvula*

A_{q_v} *amplitude da perturbação de vazão do pulso refletido na válvula*

A_v *área da seção transversal da válvula*

$A(\omega)$ *amplitude da frequência*

$A_{v_c}(\omega)$ *amplitude o estado do regime permanente senoidal*

$A_{\Phi}(\omega)$ *amplitude o estado do regime transitório + permanente*

$A_{\Phi_0}(\omega)$ *magnitude da resposta em frequência da fuga no caso ideal*

b_v *vetor associado à ação de perturbação de $\tau_v^*(s)$*

c_a *coeficiente usado no MOC*

c_f *coeficiente usado no MOC*

C *capacitância da linha por unidade de comprimento*

C_d	<i>coeficiente de descarga</i>
C_D	<i>coeficiente usado no MOC</i>
C_v	<i>coeficiente usado no MOC</i>
C	<i>conjunto do números complexos</i>
D	<i>diâmetro da tubulação</i>
$\cdot^{(D)}$	<i>caminho ou sentido direto da onda</i>
f_0	<i>fator de atrito de Darcy-Weisbach</i>
f_{11}	<i>elemento da matriz transferência</i>
f_{12}	<i>elemento da matriz transferência</i>
f_{22}	<i>elemento da matriz transferência</i>
f_{21}	<i>elemento da matriz transferência</i>
F_c	<i>matriz de transferência de campo de uma tubulação com uma fuga</i>
F_i	<i>matriz de transferência de campo de uma tubulação</i>
F_v	<i>matriz transferência do reservatório até a válvula à direita</i>
F_Φ	<i>matriz de transferência de campo relativo á fuga</i>
$F_i(s)$	<i>matriz de transferência de campo do i-ésimo segmento</i>
g	<i>aceleração da gravidade</i>
h	<i>perturbação de carga</i>
h_c	<i>perturbação de carga do sistema com fuga</i>
h_f	<i>carga da fuga</i>
h_r	<i>perturbação de carga relativa</i>
h_s	<i>perturbação de carga do sistema sem fuga</i>
h_v	<i>perturbação de carga na válvula à esquerda</i>
h_{v_c}	<i>perturbação de carga na válvula à direita</i>
H	<i>carga piezométrica instantânea</i>
H_D	<i>carga no sentido direto da onda</i>
H_f	<i>carga no ponto de fuga</i>
H_{f_0}	<i>valor de regime da carga na fuga</i>
$H_0(x)$	<i>carga em regime permanente ao longo da tubulação</i>
H_{op}	<i>carga num ponto de operação</i>
H_p	<i>carga no ponto procurado (P)</i>
H_R	<i>carga no sentido reverso da onda</i>

H_{RES}	<i>carga no reservatório</i>
H_v	<i>carga na válvula</i>
H_{v_0}	<i>carga de regime permanente na válvula</i>
k	<i>amplitude do movimento da válvula (porcentagem de abertura total da válvula)</i>
k_r	<i>número de reflexões dos pulsos de alta frequência</i>
K_0	<i>constante de perturbação</i>
K_{Φ_0}	<i>constante de perturbação da fuga para o caso ideal</i>
ℓ	<i>comprimento da tubulação</i>
L	<i>inertância da linha por unidade de comprimento</i>
M_{v_c}	<i>matriz de transferência global na válvula para sistema com fuga</i>
M_{Φ}	<i>matriz de transferência que corresponde à fuga</i>
$M_v(s)$	<i>matriz de transferência global em relação a perturbação na válvula</i>
n_x	<i>número de pontos que marcam a divisão do conduto</i>
N	<i>número de setores do conduto</i>
N_F	<i>número de pontos do vetor y gerado para o cálculo da FFT</i>
P_f	<i>matriz de transferência de ponto na fuga</i>
P_{f_0}	<i>ponto de operação da fuga no regime permanente</i>
P_0	<i>polinômio característico do sistema com fuga para o caso ideal</i>
P_v	<i>matriz de transferência pontual da válvula</i>
P_{v_0}	<i>ponto de operação da válvula em regime permanente</i>
$P(s)$	<i>polinômio característico do sistema</i>
q	<i>perturbação de vazão</i>
q_f	<i>perturbação da vazão da fuga</i>
q_r	<i>perturbação da vazão relativa $q_r = q_v / Q_{v_0}$</i>
Q	<i>vazão instantânea numa seção</i>
Q_D	<i>vazão no sentido direto da onda</i>
Q_f	<i>vazão no ponto de fuga</i>
Q_{f_0}	<i>valor de regime da vazão na fuga</i>
$Q_0(x)$	<i>vazão em regime permanente</i>
Q_{op}	<i>vazão num ponto de operação</i>
Q_p	<i>vazão no ponto procurado (P)</i>
Q_R	<i>vazão no sentido reverso da onda</i>

Q_v	vazão na válvula
Q_{v_0}	vazão de regime permanente na válvula
R	resistência por unidade de comprimento
$\cdot^{(R)}$	caminho ou sentido reverso da onda
s	variável de laplace
t	tempo em segundos
T_o	largura do pulso de alta frequência
T_r	tempo que um pulso de alta frequência leva para percorrer 2 vezes o comprimento da tubulação
T_{rf}	tempo que um pulso de alta frequência leva para percorrer 2 vezes a distância da válvula até a fuga
T_{th}	período teórico
x	distância ao longo da tubulação
$y_{v_{regime}}$	resposta no tempo, à ação da perturbação na válvula, no regime permanente senoidal
$y_{v_{trans}}$	resposta no tempo, à ação da perturbação na válvula, no regime transiente
$y(\ell, t)$	vetor do estado à esquerda da válvula no domínio tempo
$y_v(t)$	vetor de estado de perturbação na válvula, no domínio tempo
Y_c	vetor de estado à esquerda da válvula para o sistema com fuga
Y_e	vetor de estado à esquerda da fuga
Y_d	vetor de estado à direita da fuga
$Y_{v_c}(x)$	vetor de estado à direita da válvula para o sistema com fuga
$Y(\ell, s)$	vetor de estado à esquerda da válvula
$Y_v(s)$	vetor de estado à direita da válvula
Z_c	impedância característica da linha
Z_{c_0}	impedância característica para o sistema ideal (sem perdas $R = 0$)
Z_f	impedância no ponto de fuga
Z_v	impedância da válvula
$\delta(t)$	função de impulso unitário
μ	constante de propagação da onda
μ_0	constante de propagação da onda para o sistema ideal (sem perdas $R = 0$)
ν	viscosidade cinemática
ξ	fator de amortecimento de segunda ordem
ρ	fator de atenuação que um pulso de alta frequência sofre ao longo do trajeto, válvula-reservatório

$\tau_v(t)$	<i>relação instantânea de abertura da válvula</i>
τ_{v_0}	<i>relação de regime permanente de abertura da válvula</i>
τ_v^*	<i>perturbação de fechamento e/ou abertura na válvula</i>
ϕ	<i>fase da resposta em frequência</i>
ϕ_{v_c}	<i>fase no estado do regime permanente senoidal na válvula para o sistema com fuga</i>
ψ^*	<i>perda por atrito ao longo da tubulação como função de Q, linearizado</i>
$\psi(Q)$	<i>perda por atrito ao longo da tubulação como função de Q</i>
ω_r	<i>frequência relativa $\omega_r = \omega / \omega_{th}$</i>
ω_{th}	<i>frequência teórica</i>

RESUMO

Nos sistemas de transporte de fluido líquido, têm-se a preocupação em combater às fugas ou vazamentos. Dessa forma, este trabalho tem como objetivo aperfeiçoar o método de detecção de fugas em tubulações pelo método de resposta nos domínios frequência e tempo, utilizando como ferramentas matemáticas o Método da Matriz Transferência / Resposta em Frequência e o Método das Características / Transformada Rápida de Fourier, sendo demonstradas as vantagens e desvantagens de cada método. E, como contribuição original, propõe um método de detecção de fugas através da análise de pulso de Alta Frequência, localizando as fugas através da determinação do tempo que um pulso emitido pela válvula leva para percorrer toda a tubulação e retornar à esta, denominado como Pulso Refletido.

Palavras-chaves: análise de alta frequência, detecção de fugas, modelo matemático pela Transformada de Laplace, Método das Características, Método da Matriz de Transferência, reflexão.

ABSTRACT

In liquid fluid transport systems, there is a concern about avoiding leaks. Thus, this work has as objective to improve the leak detection method in pipes by frequency and time domains response method, being used as mathematical tools the method of Transfer-Matrix / by frequency response and the Method of Characteristics / the Fast Fourier Transform, being demonstrated the advantages and disadvantages of each method. And, as new contribution, propose a leak detection method through the analysis of high frequency pulse, detecting the leaks through determination of time that a pulse produced by the valve takes to go through all pipe and come back, is denominated as a reflected pulse.

Keywords: high frequency analysis, mathematical model for Laplace Transform, Method of Characteristics, Method of Transfer-Matrix, reflection.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Em sistemas de transporte de fluido líquido sob pressão tem-se a preocupação em combater às perdas por fugas ou vazamentos dos líquidos, que possuem alto teor de toxicidade e/ou outros fatores específicos. Como as fugas são quantidades significantes de fluido que não são intencionalmente lançadas ao meio ambiente, têm-se que os aspectos econômico, segurança e ambiental do problema, estão intimamente relacionados a qualquer que seja o transporte dinâmico.

No caso dos sistemas de abastecimento de água potável, o controle de água não faturada é de grande importância na gestão dos Recursos Hídricos, principalmente sob o aspecto econômico. Já, no caso dos transportes de produtos químicos, consideram-se os riscos de eventos extremos, pois muitas vezes estes fluidos caracterizam-se como materiais inflamáveis, tóxicos e consequentemente impactam o meio ambiente e a segurança da população. Neste sentido, deve-se considerar a confiabilidade no transporte destes produtos, a fim de minimizar possíveis acidentes e desperdícios.

De um modo geral, as fugas são originadas por problemas advindos de: acréscimo de vazões transportadas; rompimento ao longo das tubulações, nas junções e ramificações; falhas no mecanismo de válvulas de controle de pressão; aparecimento de vibrações e cavitações em válvulas e bombas; falta de manutenção das redes, principalmente as mais antigas; e outros.

Então, um programa completo para reduzir e controlar perdas por fugas envolve etapas distintas, como: Diagnóstico, Detecção, Prevenção e Reparos. Esta dissertação concentra-se na etapa de detecção de fugas, propondo, através da modelagem matemática, técnicas de identificação, seguida de simulações computacionais e discussões sobre as vantagens e desvantagens apresentadas por cada uma delas.

Numa análise geral, os métodos de detecção de fugas alcançam desde a observação visual até a utilização de instrumentos, equipamentos e outras tecnologias mais avançadas, conforme será detalhado na tabela 2.1, no capítulo seguinte, em que também serão discutidas as principais vantagens e limitações de algumas técnicas desenvolvidas e empregadas, principalmente relativas à proposta de MPESHA (1999), que consiste de um método de detecção de fugas através da análise de resposta em frequência. Apesar de uma boa idéia, notou-se que alguns pontos do referido trabalho mereciam ser melhor esclarecidos como, por exemplo, a não observância das cautelas que se deve tomar ao se analisar a resposta de um sistema não linear, modificada para o domínio da frequência pela Transformada Rápida de Fourier (FFT), além de outros aspectos, tais como, modelagem e interpretações de resultados que apresentaram-se incorretos, como, também, foram observados pelos autores LEE et al. (2003, 2004).

Assim, o objetivo desta dissertação é o aperfeiçoamento do método de detecção de fugas em tubulações pelo método da resposta no domínio tempo e frequência, demonstrando as vantagens e desvantagens de cada domínio com o intuito de traduzir melhor a teoria, além de propor um método de detecção de fugas através da análise de pulso em Alta Frequência, localizando as fugas através dos pulsos refletidos, e pesquisas futuras.

Desse modo, no Capítulo 2, são discutidos os variados métodos de detecção de fugas apresentados na literatura.

No Capítulo 3 é deduzido a modelagem matemática linear de perturbação através do Método da Matriz Transferência (MMT), para um sistema elementar (reservatório, tubulação, válvula) sem fuga e com fuga, utilizando a Transformada de Laplace para a obtenção das matrizes de transferência dos sistemas sem e com fuga.

No Capítulo 4 são obtidas as respostas em frequência dos sistemas sem e com fuga, através de um agente de pequena perturbação promovido pela variação senoidal de fechamento e abertura de uma válvula de saída, inicialmente em regime permanente, com abertura plena. Esta perturbação representa fisicamente os pequenos deslocamentos de abertura e fechamento da válvula. São simulados e discutidos: os resultados dos diagramas de carga e vazão para os sistemas elementares (sem e com fuga); situações do modelo ideal (sem atrito e a resistência por unidade de comprimento da tubulação ($R = 0$)); situações do modelo real (com atrito e $R \neq 0$), sendo que neste caso, a variação de R , segundo CHAUDHRY (1979) e STREETER e WYLIE (1993), dá-se no regime laminar com variação da viscosidade cinemática, e no regime turbulento com variação do fator de atrito de Darcy-Weisbach; situações extremas (com fuga próxima e distante do reservatório); e sistemas com mais de uma fuga.

No Capítulo 5 é encontrada a solução, no domínio tempo, para o modelo dinâmico exato (não linear), bem como o modelo de pequenas perturbações apresentado no Capítulo 3, utilizando o Método das Características (MOC). São simulados os modelos e discutidas as respostas do sistema para algumas funções de perturbação padrões, utilizando-se, tanto do modelo exato, como do modelo linearizado, com a finalidade de estabelecer os limites na interpretação dos

resultados do modelo linearizado. Também, são demonstrados, simulados e discutidos o significado da Transformada Rápida de Fourier (FFT), da resposta ao impulso $\tau_v^*(t) = k\delta(t)$, tanto no modelo linearizado como no modelo exato. A perturbação $\tau_v^*(t)$ representa um impulso de amplitude k aplicado no instante $t=0$, com o sistema considerado, até este momento, em regime permanente, ou seja, antes de $t=0$ a vazão, a carga e a abertura da válvula eram mantidas constantes. A principal finalidade deste capítulo é comparar os resultados da resposta em frequência obtidos através de duas técnicas distintas, a saber: O MMT/Resposta em Frequência e o MOC/FFT. Procurou-se comparar os resultados obtidos pelo modelo linearizado, cuja resposta em frequência é bem definida analiticamente, e os obtidos pelo modelo exato (não linear), por ser este o que mais se aproxima do modelo físico real. Demonstrou-se que se a perturbação senoidal é pequena, a FFT da resposta, medida, do sistema, que é não linear, pode ser considerada como uma boa aproximação da resposta em frequência do modelo linearizado. No caso contrário, mostrou-se que para perturbações acima de 10 a 15% da abertura plena da válvula a FFT não é uma boa aproximação da resposta em frequência, definida para sistemas lineares e, portanto os resultados obtidos através desta ferramenta, não podem ser interpretados como se o sistema fosse linear.

No Capítulo 6 são analisados e discutidos os comportamentos dos sistemas sem e com fugas, inicialmente em regime permanente, quando submetido à perturbações de Alta Frequência. É mostrado como um sinal de Alta Frequência e baixa amplitude, atuando na válvula se propaga ao longo da tubulação sem fuga e, qual o significado físico do tempo que tal sinal leva para retornar à válvula e a forma como se dá este retorno, que se denominou de sinal refletido. É mostrado, analiticamente, através do modelo de altas frequências, que este tempo de reflexão está diretamente relacionado com o comprimento do conduto e a velocidade de propagação da onda. É mostrado também que qualquer alteração de propriedade física ao longo da tubulação, tem como consequência a reflexão do sinal de alta frequência emitido pela válvula, num tempo que está relacionado com a localização de tal alteração. São analisados, simulados e discutidos: o sistema elementar sem fuga (sem e com perdas por atrito); o sistema real com $R \neq 0$; o sistema com uma fuga; e, o sistema com mais de uma fuga.

No Capítulo 7 são apresentadas as considerações finais e propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os sistemas de transporte de fluido líquido, de um modo geral, são formados por um conjunto de tubulações, conexões, registros, válvulas e outros elementos. Estes sistemas tem como objetivo conduzir o líquido (água, produtos químicos, petróleo ou seus derivados) ao abastecimento nos pontos de consumo.

Um grande desafio no transporte dos fluidos está na detecção das fugas, sendo que os problemas com fugas são originados por inúmeros fatores, como já mencionado no capítulo

anterior, a saber ainda, que no panorama de um programa completo para reduzir e controlar fugas, a etapa de detecção é considerada significativa.

No caso do líquido ser a água, para garantir o padrão de potabilidade e atender as necessidades das demandas, devem ser observados algumas etapas, dentre estas está a manutenção preventiva para o controle dos vazamentos, onde implementam-se programas de controle de desperdício, utilizando os valores de macromedição e micromedição, visando localizar as regiões críticas.

Atualmente, os serviços de abastecimento estão preocupados não só com os aspectos econômicos, mas também com aspectos referentes à sustentabilidade dos recursos hídricos, sendo inadmissíveis os altos índices de perdas por vazamentos.

No abastecimento de petróleo e seus derivados, concentram-se 3 etapas distintas: fontes de produção, refinarias e centros de consumo, sendo que as tubulações ou dutos são os meios de transporte que interligam estes pontos distintos. Vê-se que os acidentes podem ocorrer durante e entre essas etapas, o que torna importante o controle e a detecção de fugas, visto que os acidentes comprometem os aspectos econômico, segurança, saúde e meio ambiente.

Com isso, torna-se necessário o desenvolvimento e a implantação de técnicas de detecção viáveis para os diversos sistemas de transportes de líquidos, como pode ser visto na próxima sub-seção.

2.1 Técnicas de Detecção de Fugas

Os diversos métodos usualmente empregados para a detecção baseiam-se em variações físicas ou químicas do entorno, produzidas pela presença de fuga como é visto na tabela 2.1.

Os métodos tradicionalmente mais empregados baseiam-se na escuta do som, entretanto a literatura relata resultados satisfatórios com o uso da fotografia aérea com base em raios infravermelhos e monitoramento de pressão, segundo LUVIZOTTO (1998).

Características de referência	Técnicas baseadas no uso de
Som	Método de auscultação simples, correlação acústica, detecção de vibrações.
Carga e Vazão	Inspeção por TV, Controle de vazões mínimas noturnas, controle de pressões.
Cor	Ensaios de coloração, prova de fibra óptica.
Umidade	Controle de umidades locais.
Radioatividade	Traçadores, Micro esferas radioativas.
Temperatura	Infravermelho (espectroscopia), prova térmica.
Condutividade/Resistência	Prova de mudança de condutividade, Prova de resistência elétrica de terra, Radar sub-superficial.
Propriedades Químicas	Controle de qualidade de água.

Tabela 2.1 - Técnicas que podem ser empregadas para detecção de fugas (LUVIZOTTO, 1998).

A aplicação do método de detecção de fuga através de observações visuais, de acordo com WEIMER (1992), citado por MPESHA (1999), requer auxílio de uma pessoa, que caminhe ao longo da tubulação, a fim de observar alguma poça ou marca úmida proveniente da água. O que confere ao método direto, falhas na detecção.

No caso de técnicas acústicas, o som produzido pelas fugas é afetado por inúmeros fatores como:

- Material e tamanho da tubulação metálica, além de melhores condutores, os mesmos geram melhores resultados;
- Tipo de solo; e,
- Superfície como asfalto e o concreto são bons ressonadores e permitem um som uniforme.

No caso dos sistemas monitorados por computadores, os dados pertencentes a vazões, cargas e temperatura bem como as propriedades dos líquidos, em diversos trechos ao longo da tubulação, são transmitidas via: satélite, microondas, rádio ou telefone, que é conectado a uma central que possua um Sistema de Controle Supervisório e Aquisição de Dados (SCADA) (ELLUL, 1989 e MPESHA, 1999). De uma forma geral, essas técnicas requerem uma quantidade extensiva de dados, em tempo real, o que reflete num alto custo de aquisição e implementação.

Os modernos instrumentos de monitoramento podem extrair grandes quantidades de dados dos sistemas de abastecimento de água através de medidas de carga e mesmo de vazão. Estes dados podem ser usados em algoritmos para análise transitória, cálculos de intervalos de tempo, cálculos inversos, detecção de fugas e ainda determinar continuamente a calibração e os estados gerais da condição do bom funcionamento dos sistemas de distribuição. Mediante isso, LIGGETT e CHEN (1994) usaram um método de cálculo do transiente inverso que pode calibrar ao determinar as fugas ou usos clandestinos. A garantia do cálculo está no método de combinação de matrizes. O resultado desta técnica é que a mesma pode formar base para um sistema de monitoramento contínuo, onde é possível atualizar a calibração enquanto se verifica a existência das fugas nos sistemas.

Segundo CARIATI (1999), o monitoramento contínuo de tubulações permitiu o desenvolvimento de um grande número de técnicas de detecção de vazamentos. O balanço de volume é o método predominante. Este método é limitado pela precisão de medida do volume e por variações associadas a essa medida. Monitoramentos de carga e de vazão podem detectar grandes vazamentos, mas são inadequados como método geral para detecção dos pequenos vazamentos e com grande número destes.

Um algoritmo para detectar fuga, em tempo real, em regime transitório, foi proposto por LIOU (1990). A análise foi feita através de simulação e testes em laboratório. Já LIOU e TIAN (1994) aplicaram o método proposto por LIOU (1990) em um sistema real, usaram filtros para a obtenção dos dados de carga e vazão e ainda, realizaram dois testes com a presença de fuga. Os resultados demonstraram que os dados de ruídos podem ser manipulados sem que a confiança

seja prejudicada, porém a restrição do método dá-se nos dados obtidos pelo filtro, em que estes são afetados conforme o tamanho da fuga.

SILVA et al. (1996) apresentaram técnicas computacionais on-line para analisar o transitório hidráulico gerado através das fugas.

VÍTROVSKÝ et al. (2000) apresentaram um método de detecção de fuga e calibração empregando o regime transitório e o Algoritmo Genético (GA).

Sabe-se que a análise computacional é considerada de extrema importância no desenvolvimento de um modelo matemático. Sendo assim, utilizou-se como ferramenta computacional o MATLAB versão 6.5, que é um software interativo de alta performance voltado para a resolução de muitos problemas em apenas uma fração do tempo, para simular os diversos programas criados e consequentemente analisar os variados diagramas, apresentados nesta dissertação. No sentido de implementá-los, têm-se a possibilidade de investir cientificamente em modelos laboratoriais com futura aplicação em sistemas reais. Nas sub-seções seguintes, buscou-se estudar as técnicas de detecção de fugas através da análise computacional, especificamente em regime permanente senoidal.

2.2 Regime Permanente

A abordagem elástica é tradicional na análise de regimes transitórios, entretanto o caracter geral de suas equações permite também a análise de escoamentos em regime permanente - oscilatório. Entende-se por Regime Permanente, na análise de escoamentos em condutos forçados, como as condições de escoamento em que os valores médios das grandezas G , associadas a pontos fixos neste escoamento, não variam no tempo.

Caso um regime permanente final não seja estabelecido, e as grandezas G , apresentam valores oscilando com características periódicas, essas condições particulares do escoamento

forçado, (carga e vazão) em componentes específicos dos sistemas hidráulicos, após um intervalo de tempo, podem gerar escoamentos secundários como meio de propagação, e sujeitam o sistema a uma perturbação, gerando fenômenos oscilatórios.

Quando o regime oscilatório é estabilizado, tem-se o regime permanente – oscilatório, onde se verifica a amplitude constante para uma determinada frequência.

Existem regimes permanentes, tais que podem ser: estacionário, senoidal, subharmônico, periódico e outros. O regime permanente estacionário é aquele em que as variáveis permanecem constantes ao longo de todo o tempo. O regime permanente senoidal é aquele em que as constantes permanecem variando senoidalmente ao longo de todo o tempo, após ter terminado um regime transitório. Já o regime permanente oscilatório é aquele que, após o término do regime transitório, oscila segundo uma função periódica qualquer.

A questão é saber se o sistema está ou não seguindo uma função de entrada. É claro que se a função de entrada for constante, o regime permanente também será constante.

O capítulo 4, trata de uma entrada senoidal, de pequena amplitude que se sobrepõe ao regime permanente estacionário do sistema, portanto o regime permanente esperado devido à perturbação senoidal, no estudo do modelo linearizado de pequenas perturbações é um regime senoidal sobreposto ao regime estacionário do sistema.

A análise da resposta em frequência é feita a partir de um modelo linearizado com perturbação senoidal e o regime permanente da resposta à perturbação é, sem dúvida, senoidal, sem o que não haveria resposta em frequência. Se não for possível distinguir o regime transitório do regime permanente senoidal, então o sistema não será assintoticamente estável e desse modo não existe a resposta em frequência, conforme pode-se verificar no capítulo 4.

De acordo com CHAUDHRY (1979), conclui-se que quando analisado um sistema no domínio tempo, o processo de convergência do regime transiente para a condição permanente - oscilatória é lento. Por outro lado, a análise no domínio frequência, do ponto de vista analítico,

ocupa um pequeno tempo de processamento do computador, pois a resposta em frequência é determinada diretamente. Todavia, do ponto de vista prático, o levantamento da resposta em frequência requer um grande número de medidas, uma vez que, para cada frequência, é necessário que se espere o estabelecimento do regime senoidal e além disso, como a localização da fuga é desconhecida, a faixa de frequência a ser pesquisada é também desconhecida. É mostrado no capítulo 4 deste trabalho que, se houver uma fuga muito distante de uma válvula de onde é emitida a perturbação senoidal, a faixa de frequência a ser pesquisada é muito larga, impondo um grande número de medidas, desde as baixas até as altas frequências, sob pena de não se obter as informações necessárias para a estimação do ponto de fuga referido. Em equidade, neste trabalho são enfocados a análise no domínio frequência e no domínio tempo, suas vantagens e desvantagens.

2.3 Análise do Fenômeno Oscilatório

Os principais métodos de análise dos fenômenos oscilatórios em sistemas hidráulicos podem ser classificados em:

- Domínio Frequência

Utilizam a transformada de Laplace, que, através da álgebra matricial, resolve as equações que descrevem o escoamento, e determina as frequências naturais do sistema. Os principais métodos de análise no domínio da frequência são:

- a) Método da Impedância (MI);
- b) Método da Matriz de Transferência (MMT).

- Domínio Tempo

Utilizam as equações que descrevem o escoamento na sua forma diferencial à derivadas parciais hiperbólicas, e através de integração por processos de diferenças finitas, permitem o conhecimento das variáveis de interesse (vazão e carga) a cada instante em pontos pré definidos na tubulação. O principal método utilizado, e o que foi empregado neste trabalho, é o:

- a) Método das Características (MOC).

2.3.1 Vantagens e desvantagens dos métodos

No MI tem-se a impedância terminal Z_s , que é a razão da carga e vazão oscilatória, e é computada pelo uso do conhecimento das condições limites.

Segundo CHAUDHRY (1979), devido a complexidade das equações algébricas envolvidas, este método é somente conveniente para análises computacionais. Para um sistema tubular em paralelo, o procedimento sugerido requer solução de um extenso número de equações simultâneas. O que torna inviável, caso o sistema possua muitas tubulações em paralelo.

Já o MMT é introduzido para a análise de fluxos permanentes - oscilatórios e para determinar a resposta em frequência dos sistemas hidráulicos.

Segundo CHAUDHRY (1979), o MMT é mais sistemático e simples do que o MI. De acordo com STREETER e WYLIE (1993) a combinação de ambos os métodos é desejável e mais eficiente.

Com isso, neste trabalho foi encontrada a solução no domínio frequência e tempo, tanto para o modelo dinâmico linearizado, necessário para a obtenção da matriz de transferência, como o não linear (modelo exato), que é o modelo deduzido para representar de forma mais próxima o modelo físico real, utilizando como ferramentas matemáticas os MMT, MOC e FFT.

2.4. Análise dos Métodos Propostos por MPESHA (1999), MPESHA et al. (2001, 2002)

O autor MPESHA (1999), em sua tese de doutoramento, propôs um método de detecção de fugas em tubulações pela análise da resposta em frequência. Já os artigos de MPESHA et al. (2001, 2002), publicados em revistas distintas: *Journal of Hydraulic Engineering* e *Journal of Hydraulic Research*, apresentam respectivamente “*Leak detection in pipes by frequency response method*” e o “*Leak detection in pipes by frequency response method using a step excitation*”.

Apresentam-se, em tópicos, o que foi observado na tese e nos artigos supracitados:

- Em MPESHA et al. (2002) e em MPESHA (1999), a não observância das cautelas que se deve tomar ao se analisar a resposta de um sistema não linear, modificada para o domínio da frequência pela Transformada Rápida de Fourier (FFT), principalmente se não for bem especificado o tipo de perturbação imposta ao sistema. Não se pode dizer que para qualquer tipo de perturbação, a FFT, representa a resposta em frequência do sistema, como parece que os autores assim o entendem;
- Em MPESHA et al. (2002) e em MPESHA (1999), os autores não usam o tipo de resposta em degrau, como fica implícito através do título dos trabalhos. No capítulo 5, deste trabalho são simulados e analisados alguns tipos de resposta;
- Em MPESHA et al. (2002, 2001) e em MPESHA (1999), as modelagens e interpretações de resultados apresentaram-se incorretas;
- Não foi bem esclarecido o coeficiente de ajuste Φ , adotado pelos autores;
- Em MPESHA et al. (2001) e em MPESHA (1999), as relações das funções de transferência da matriz de transferência para tubulações em paralelo, apresentaram-se erradas, conforme pode ser visto em CHAUDHRY (1979);
- O impacto da linearidade afeta os resultados dos autores, como é visto neste trabalho e, também é apresentado em LEE et al. (2003). Na aplicação do modelo, apresentado nesta dissertação, deve-se linearizar tanto o elemento válvula como o elemento fuga, a fim de se obter uma solução analítica, visto que o MMT é usado apenas para sistemas lineares ou linearizados. Assim, os problemas com os métodos propostos

pelos autores são explicados usando a teoria dos sistemas lineares apresentados nesta dissertação e conforme o comentado em LEE et al. (2003).

Após LEE et al. (2003), estes autores, em 2004, propõem um método numérico para a localização de fugas usando o modelo de resposta em frequência em tubulações. Os autores desenvolvem expressões analíticas que descrevem o método, além de ilustrar como este modelo pode ser usado para localizar uma ou mais fugas dentro de um sistema. Utilizam pequenos sinais de perturbação e consideram o sistema como sendo linear.

Com isso, nesta dissertação de mestrado são esclarecidos os tópicos citados nesta subseção, além de ser proposto uma metodologia correta para a determinação da resposta em frequência, tanto pelo MMT/Resposta em Frequência como pelo MOC/FFT, analisa-se as desvantagens da sua implementação prática e, como contribuição original, é apresentado uma nova técnica de detecção de fugas, através da análise da resposta no domínio do tempo, para o sistema excitado com pulsos de alta frequência, como especialmente pode ser visto no capítulo 6. Nesta análise, relacionam-se a localização de fugas com os tempos de ocorrências dos pulsos refletidos. É mostrado que a técnica requer uma única medida, exigindo pequena capacidade computacional, sendo viável para implementação on-line, ao contrário da técnica por resposta em frequência, que além de exigir um grande número de medidas, requer sempre a intervenção de um operador, para manipular os arquivos de dados, a fim separar a parte transitória da parte permanente da resposta, em cada frequência pesquisada.

Capítulo 3

MODELO MATEMÁTICO:

Matriz de Transferência do Modelo de Perturbações

3.1 Sistema sem Fuga

Considera-se uma linha de transporte hidráulico como um sistema constituído de uma fonte de energia hidráulica como, por exemplo, um reservatório que fornece energia potencial a uma linha que é constituída de uma tubulação ou uma rede de tubulações, interconexões e demais dispositivos hidráulicos. O objetivo da modelagem desta linha de transporte é procurar neste sistema alguma ocorrência de fuga, ou seja, perda por vazamentos.

O modelo é considerado, inicialmente, para um sistema elementar, constituído somente de um reservatório, com uma tubulação de comprimento ℓ e uma válvula à jusante, como é mostrado na figura 3.1.

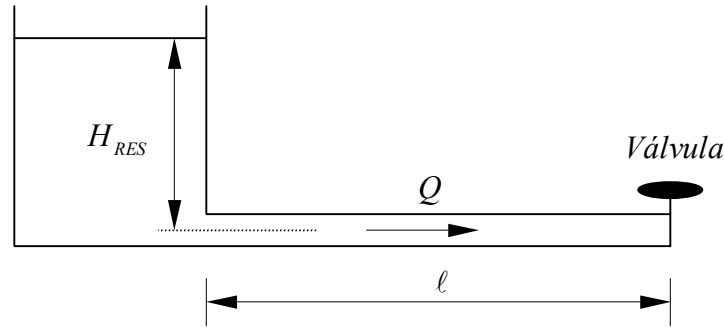


Figura 3.1 - Reservatório, tubulação e válvula.

Para este sistema, determina-se a solução geral das equações dinâmicas que relacionam, a cada instante, a carga e a vazão em pontos determinados da tubulação.

Supondo que a tubulação apresente as seguintes propriedades:

a : Celeridade $[m/s]$;

A : Área da seção transversal $[m^2]$;

D : Diâmetro $[m]$;

ℓ : Comprimento da tubulação $[m]$;

f_0 : Fator de atrito de Darcy-Weisbach;

n : Expoente da velocidade nas perdas por atrito viscoso.

As equações que descrevem o comportamento dinâmico deste sistema são (CHAUDHRY, 1979):

Equação da Continuidade:

$$\frac{\partial Q}{\partial x}(x,t) + \frac{gA}{a^2} \frac{\partial H}{\partial t}(x,t) = 0 \quad (3.1)$$

Equação da Quantidade de Movimento:

$$\frac{\partial H}{\partial x}(x,t) + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t}(x,t) + \psi(Q) = 0 \quad (3.2)$$

O último termo da equação (3.2) é não linear,

Então, para procurar a solução do conjunto de equações (3.1) e (3.2), considera-se um modelo linearizado de pequenas perturbações em torno dos pontos de operação. Neste caso, adotando a notação de pequenas perturbações, como:

$$\begin{aligned} q(x,t) &= Q(x,t) - Q_{op} \\ h(x,t) &= H(x,t) - H_{op} \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde Q_{op} e H_{op} podem estar na válvula, na fuga, ou onde existe uma não linearidade, são os pontos de operação.

Seja $\psi(Q) = f_0 \frac{Q^n}{2gDA^n}$ a função não linear, que é parte de (3.2), a sua linearização por série de Taylor será determinada na forma,

$$\begin{aligned} \psi^*(x,t) &= \left. \frac{\partial \psi(Q)}{\partial Q} \right|_{(Q_{op}, H_{op})} q(x,t) \\ &= f_0 \frac{nQ_{op}^{n-1}(x)}{2gDA^n} q(x,t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde, $Q_{op}(x)$ depende das condições de contorno ao longo do tubo. Suponha que para um tubo de comprimento $\ell = \ell_1 + \ell_2$ tenha-se a seguinte condição de regime permanente:

$$Q(x,t) = \begin{cases} Q_{l_0} = \text{constante}; & \forall x \in [0, \ell_1) \\ Q_{2_0} = \text{constante}; & \forall x \in [\ell_1, \ell_2) \end{cases} \quad \forall t \in [0, \infty) \quad (3.5)$$

Neste caso, a função linearizada será descrita de acordo com os pontos de operação definidos pela equação (3.5), donde,

$$\psi^*(x,t) = \begin{cases} f_0 \frac{nQ_{l_0}^{n-1}}{2DA^n g} q(x,t) & \forall x \in [0, \ell_1) \\ f_0 \frac{nQ_{2_0}^{n-1}}{2DA^n g} q(x,t) & \forall x \in [\ell_1, \ell_2) \end{cases} \quad (3.6)$$

Um exemplo de ocorrência da condição de regime permanente descrita por (3.5) é o caso de um conduto que tem fuga de vazão no valor de q_f [m³/s], através de um orifício localizado à distância ℓ_1 [m] do reservatório. Supondo que o valor, de regime permanente, de saída na válvula, localizada a $\ell_1 + \ell_2$ [m] do reservatório, seja denotado por Q_{v_0} , então os valores da vazão em regime permanente ao longo da tubulação serão,

$$Q(x,t) = \begin{cases} Q_{v_0} + q_f & \forall x \in [0, \ell_1) \\ Q_{v_0} & \forall x \in [\ell_1, \ell_2) \end{cases} \quad \forall t \in [0, \infty) \quad (3.7)$$

O modelo linearizado por desenvolvimento em série de Taylor, a partir das equações (3.1), (3.2) e (3.4)

$$\frac{\partial q}{\partial x}(x,t) + \frac{g.A}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t}(x,t) = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}(x,t) + \frac{1}{gA} \frac{\partial q}{\partial t}(x,t) + Rq(x,t) = 0 \quad (3.9)$$

onde $R = \frac{nf_0 Q_{op}^{n-1}(x)}{2gDA^n}$; (para o escoamento turbulento).

No caso de escoamento laminar, a não linearidade deixa de existir, sendo que neste caso $\psi(Q) = RQ$.

onde, $R = \frac{32\nu}{gD^2A}$; (para o escoamento laminar).

As equações (3.8) e (3.9) são equações diferenciais à derivadas parciais do tipo hiperbólicas e, portanto as soluções dependem de determinadas condições iniciais e de contorno.

Através da *Transformada de Laplace* é possível estabelecer condições para que se possa determinar as condições iniciais de h e q , ao longo da tubulação, então, obter: $h(x,0)$ e $q(x,0)$ para $\forall x \in [0, \ell]$ e $t = 0$.

Aplicando a *Transformada de Laplace* às equações (3.8) e (3.9), segundo STREETER e WYLIE (1993) tem-se,

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} q(x,s) \\ h(x,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{gA}{a^2}s \\ -\left(\frac{1}{gA}s + R\right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(x,s) \\ h(x,s) \end{bmatrix}$$

Adotando as notações $C = \frac{gA}{a^2}$ e $L = \frac{1}{gA}$, segundo STREETER e WYLIE (1993), tem-se,

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} q(x,s) \\ h(x,s) \end{bmatrix} = E(s) \begin{bmatrix} q(x,s) \\ h(x,s) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

onde,

$$E(s) = \begin{bmatrix} 0 & -Cs \\ -(Ls + R) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Segundo GEROMEL e PALHARES (2004), a solução geral da equação (3.10) que é homogênea em x , será determinada pela exponencial de $E(s).x$, ou seja,

$$\begin{bmatrix} q(x,s) \\ h(x,s) \end{bmatrix} = \exp(E(s)x) \begin{bmatrix} q(0,s) \\ h(0,s) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$= \begin{bmatrix} \cosh(\mu x) & -\frac{1}{Z_c} \sinh(\mu x) \\ -Z_c \sinh(\mu x) & \cosh(\mu x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(0,s) \\ h(0,s) \end{bmatrix}$$

onde,

$$\mu = \sqrt{sC(Ls + R)} \quad (3.13)$$

é denominada constante de propagação e

$$Z_c = \sqrt{\frac{Ls + R}{sC}} \quad (3.14)$$

é denominada a impedância característica da linha de transporte hidráulico

A impedância característica também pode ser representada como,

$$Z_c = \frac{\mu}{sC} \quad (3.15)$$

A matriz

$$F(s) = \begin{bmatrix} \cosh(\mu x) & -\frac{1}{Z_c} \sinh(\mu x) \\ -Z_c \sinh(\mu x) & \cosh(\mu x) \end{bmatrix}, \quad \forall x \in (0, \ell) \quad (3.16)$$

é denominada matriz de transferência de campo e é válida para um trecho de comprimento ℓ , que mantém invariante as propriedades estruturais do sistema conduto-fluido. A figura 3.2, mostra o ponto (1), que está imediatamente à direita da saída do reservatório e o ponto (2), que está imediatamente à esquerda da válvula.

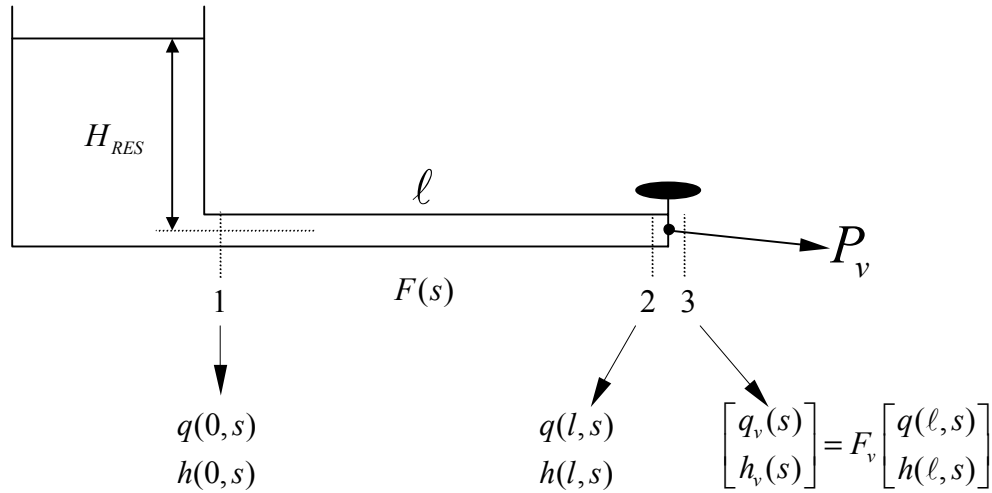


Figura 3.2 - Matriz de campo da tubulação que mantém inalterada as suas propriedades físicas

Na válvula existe também uma não linearidade, que é descrita na equação (3.19), abaixo. É importante ressaltar que só é possível definir matriz de transferência se todas as relações entre as variáveis de estado e as variáveis de entrada e saída forem lineares. Neste caso a linearização da equação (3.19) se impõe, e será feita mais adiante. Feito isto, P_v , como mostrado na figura 3.2, será denominada matriz de transferência pontual da válvula entre os pontos (2) e (3), e

$$F_v(s) = P_v F(s) \quad (3.17)$$

é denominada matriz transferência do reservatório até a válvula.

Note que, para qualquer trecho, onde o conduto simples mantém as suas propriedades físicas inalteradas, é fácil mostrar, através da figura 3.3, que a matriz de transferência de campo entre o ponto inicial do conduto e o final é,

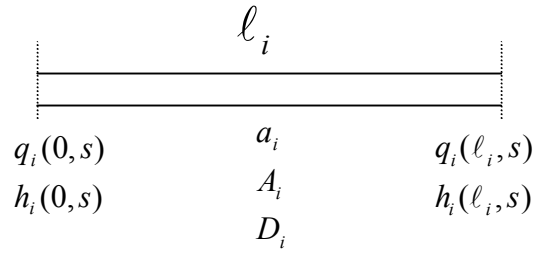


Figura 3.3 - Qualquer trecho de uma tubulação com suas propriedades físicas inalteradas.

$$F_i(s) = \begin{bmatrix} \cosh(\mu_i \ell_i) & -\frac{1}{Z_{c_i}} \sinh(\mu_i \ell_i) \\ -Z_{c_i} \sinh(\mu_i \ell_i) & \cosh(\mu_i \ell_i) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

No caso do sistema da figura 3.2, falta determinar uma função de transferência, denominada matriz de transferência de ponto P_v , entre os pontos (2) e (3) que são as condições de contorno. Ela representa a ação da válvula sobre as variações dinâmicas em $q_v(s)$ e $h_v(s)$.

A ação da válvula se dá pela variação de abertura da área transversal, sendo que a relação entre a vazão e carga hidráulica neste ponto é dada por,

$$Q_v = \tau_v \sqrt{2gH_v} \quad (3.19)$$

onde,

$\tau_v = C_d A_v$: coeficiente de abertura da válvula

C_d : coeficiente de descarga

Em regime permanente (Q_{v_0}, H_{v_0}) com a abertura da válvula fixada em $\tau_v = \tau_{v_0}$, tem-se,

$$Q_{v_0} = \tau_{v_0} \sqrt{2gH_{v_0}} \quad (3.20)$$

sendo que, se a válvula estiver completamente aberta, $\tau_{v_0} = 1$.

Pela equação da continuidade e considerando que a válvula é o último elemento, descarregando na atmosfera têm-se que

$$q_v(s) = q(\ell, s) \quad (3.21)$$

$$h_v(s) = 0 \quad (3.22)$$

sendo que à esquerda da válvula, vale a relação da equação (3.19), logo,

$$H(\ell, s) = \frac{Q^2(\ell, s)}{2g\tau_v^2} \quad (3.23)$$

Linearizando (3.23) em torno do seu ponto de operação $(Q_{v_0}, H_{v_0}, \tau_{v_0})$ obtem-se

$$h(\ell, s) = \left. \frac{\partial H(\ell, s)}{\partial Q(\ell, s)} \right|_{P_{v_0}} q(\ell, s) + \left. \frac{\partial H(\ell, s)}{\partial \tau(s)} \right|_{P_{v_0}} \tau_v^*(s) \quad (3.24)$$

onde $\tau_v^* = \tau_v - \tau_{v_0}$.

Denotando por

$Z_v = 2 \frac{H_{v_0}}{Q_{v_0}}$ é a impedância da válvula no modelo linearizado e

$K_0 = -2 \frac{H_{v_0}}{\tau_{v_0}}$ é uma constante de perturbação

tem-se o modelo da válvula linearizado dado na forma da equação (3.25)

$$h(\ell, s) = Z_v q(\ell, s) - K_0 \tau_v^*(s) \quad (3.25)$$

ou escrito de outra forma pode-se dizer que,

$$0 = Z_v q(\ell, s) - h(\ell, s) - K_0 \tau_v^*(s) \quad (3.26)$$

Todavia, é sabido de (3.21) e (3.22) que $h_v(s) = 0$ e $q_v(s) = q(\ell, s)$, logo sempre será possível considerar que,

$$h_v(s) = -Z_v q(\ell, s) + h(\ell, s) + K_0 \tau_v^*(s) \quad (3.27)$$

$$q_v(s) = q(\ell, s)$$

Definindo-se os vetor de estado à esquerda da válvula com sendo,

$$Y(\ell, s) = \begin{bmatrix} q(\ell, s) \\ h(\ell, s) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

e à direita da válvula como sendo,

$$Y_v(s) = \begin{bmatrix} q_v(s) \\ h_v(s) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

o modelo linearizado, na forma vetorial, contendo as variáveis localizadas na válvula será

$$Y_v(s) = P_v Y(\ell, s) + b_v \tau_v^*(s) \quad (3.30)$$

onde,

$$P_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -Z_v & 1 \end{bmatrix} \text{ é a matriz de transferência pontual da válvula} \quad (3.31)$$

$$b_v = \begin{bmatrix} 0 \\ -K_0 \end{bmatrix} \text{ é o vetor associado à ação da perturbação de } \tau_v^*(s)$$

O segundo termo do lado esquerdo da equação (3.30) corresponde, portanto à ação da válvula sobre o sistema. É sempre bom lembrar que este modelo é válido somente para pequenos valores de $\tau_v^*(s)$. A forma de definição da amplitude de $\tau_v^*(s)$ será feita de maneira bem minuciosa nos próximos capítulos, sendo inclusive objeto do estudo dessa dissertação no capítulo 5.

A equação (3.30) permite determinar as condições iniciais de $q(0, s)$ e $h(0, s)$ cuja localização é o reservatório, e viabilizar a determinação da matriz de transferência global, para uma perturbação $\tau_v^*(s)$. Esta matriz de transferência é a relação entre o vetor de estado $Y(\ell, s)$, que é aquele localizado num ponto imediatamente à esquerda da válvula, e a perturbação $\tau_v^*(s)$, e é definida pela equação abaixo.

$$M_v(s) = \frac{Y(\ell, s)}{\tau_v^*(s)} \quad (3.32)$$

Neste caso como $Y(\ell, s) = F(s)Y(0, s)$, substituindo esta relação na equação (3.30) obtem-se a equação (3.33) que permite a determinação do vetor de estado no início do conduto, ou seja,

$$Y_v(s) = P_v F(s) Y(0, s) + b_v \tau_v^*(s) \quad (3.33)$$

calculando o produto $P_v F(s)$, ter-se-á

$$P_v F(s) = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} - Z_v f_{11} & f_{22} - Z_v f_{12} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Como mostrado anteriormente, no reservatório $h(0, s) = 0$ e na saída da válvula $h_v(s) = 0$, portanto de (3.34) obtém-se

$$q_v(s) = f_{11} q(0, s) \quad (3.35)$$

$$q(0, s) = K_o \frac{\tau_v^*(s)}{f_{21} - Z_v f_{11}} \quad (3.36)$$

$$h(0, s) = 0 \quad (3.37)$$

As equações (3.36) e (3.37) fornecem as condições iniciais para a solução da equação (3.12) e que substituídas nesta e fazendo $x = \ell$, obtém-se o vetor Y à esquerda da válvula

$$Y(\ell, s) = K_0 \begin{bmatrix} \frac{-\cosh(\mu \ell)}{Z_v \cosh(\mu \ell) + Z_c \sinh(\mu \ell)} \\ \frac{Z_c \sinh(\mu \ell)}{Z_v \cosh(\mu \ell) + Z_c \sinh(\mu \ell)} \end{bmatrix} \tau_v^*(s) \quad (3.38)$$

Esta equação (3.38) representa a transformada de Laplace da relação que fornece $y(\ell, t)$, como função da perturbação $\tau_v^*(t)$.

A matriz de transferência do modelo de perturbação, descrito por (3.38) é na saída da válvula dada por,

$$M_v(s) = K_0 \begin{bmatrix} \frac{-\cosh(\mu\ell)}{Z_v \cosh(\mu\ell) + Z_c \sinh(\mu\ell)} \\ \frac{Z_c \sinh(\mu\ell)}{Z_v \cosh(\mu\ell) + Z_c \sinh(\mu\ell)} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

3.2 Sistema com uma Fuga

Considerando nesta seção, o mesmo sistema reservatório – tubulação – válvula, como o analisado na seção anterior, porém com a presença de um orifício localizado à ℓ_1 [m] do reservatório, como mostra a figura 3.4. Nesta figura estão representadas somente as variáveis de perturbação, pois somente será feita a dedução do modelo linearizado, com base nos resultados já obtidos na seção anterior.

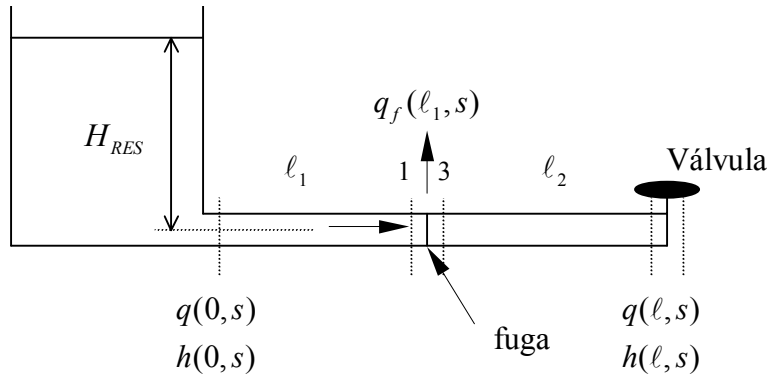


Figura 3.4 – Sistema reservatório, tubulação, válvula, com uma fuga.

A equação (3.12) poderá ser aplicada para a determinação da resposta à esquerda, no ponto onde ocorre a fuga, donde

$$\begin{bmatrix} q_f(\ell_1, s) \\ h_f(\ell_1, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\mu\ell_1) & -\frac{1}{Z_c} \sinh(\mu\ell_1) \\ -Z_c \sinh(\mu\ell_1) & \cosh(\mu\ell_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(0, s) \\ h(0, s) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Na transição da esquerda para a direita da fuga, ocorre uma variação na vazão devido à fuga e será representada por uma função de transferência, denominada função de transferência pontual da fuga.

Segundo CHAUDHRY (1979) as relações entre as variáveis h e q à esquerda e à direita da fuga serão,

$$h_d(\ell_1, s) = h_e(\ell_1, s) \quad (3.41)$$

$$q_d(\ell_1, s) + q_f(s) = q_e(\ell_1, s) \quad (3.42)$$

Por outro lado, sabe-se que no orifício onde ocorre a fuga, a relação entre a vazão e a carga é dada por

$$H_f(t) = \frac{Q_f^2(t)}{2g} \quad (3.43)$$

Considerando que neste ponto, em regime permanente, a vazão de fuga e a carga são dados por (Q_{f_0}, H_{f_0}) , que é o ponto de operação para a linearização da equação (3.43). Definindo variáveis de perturbação na fuga como,

$$h_f(\ell_1, s) = H_f(s) - H_{f_0} \quad (3.44)$$

$$q_f(\ell_1, s) = Q_f(s) - Q_{f_0}$$

então o modelo de perturbação, deduzido a partir do desenvolvimento da série de Taylor será obtido na forma abaixo,

$$h_f(\ell_1, s) = \left(\frac{\partial H_f}{\partial Q_f} \bigg|_{(Q_{f_0}, H_{f_0})} \right) q_f(\ell, s) \quad (3.45)$$

Portanto calculando $\left. \frac{\partial H_f}{\partial Q_f} \right|_{(Q_{f_0}, H_{f_0})}$ tem-se

$$h_f(\ell_1, s) = \frac{2H_{f_0}}{Q_{f_0}} q_f(\ell, s) \quad (3.46)$$

Denotando, $Z_f = 2H_{f_0}/Q_{f_0}$ e denominando Z_f como sendo a impedância do ponto de fuga, tem-se

$$q_f(\ell_1, s) = \frac{1}{Z_f} h_f(\ell_1, s) \quad (3.47)$$

Substituindo (3.47) em (3.42) e levando em conta que,

$$h_d(\ell_1, s) = h_e(\ell_1, s) = h_f(\ell_1, s) \quad (3.48)$$

o modelo de perturbação da fuga será descrito pela seguinte expressão,

$$Y_d(\ell_1, s) = P_f Y_e(\ell_1, s) \quad (3.49)$$

onde,

$$Y_d(\ell_1, s) = \begin{bmatrix} q_d(\ell_1, s) \\ h_d(\ell_1, s) \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$Y_e(\ell_1, s) = \begin{bmatrix} q_e(\ell_1, s) \\ h_e(\ell_1, s) \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$P_f = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{Z_f} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

A matriz P_f é denominada matriz de Transferência Pontual da Fuga.

Tem-se agora condições para determinar a matriz de transferência entre os pontos 1 à direita e o ponto 3 à esquerda da fuga,

$$F_c(s) = F_3(s)P_f F_1(s) \quad (3.53)$$

onde, $F_i(s)$ ($i=1,2$), é definido pela equação (3.18).

E o vetor de estado à esquerda da válvula $Y_c(\ell, s)$ será dado por

$$Y_c(\ell, s) = F_c(s)Y_c(0, s) \quad (3.54)$$

Comparando $F_c(s)$ obtida pela equação (3.54) com $F(s)$ deduzida na equação (3.16), pode-se observar que se $Q_{f_0} = 0$, ou seja, não há fuga, então $q_f = 0$ e P_f é uma matriz identidade de ordem 2. Neste caso é fácil mostrar que $F_c(s) = F(s)$. Outra observação importante é o fato de que, sendo este modelo linearizado, é possível separar o efeito da fuga sobre o sistema. Então, reescreve-se P_f definida em (3.52) da seguinte forma

$$P_f = I_2 + \Phi \quad (3.55)$$

onde,

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \Phi = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{Z_f} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Note que Φ é uma matriz que pode ser interpretada como a parte de P_f que altera a dinâmica do sistema, devido a presença da fuga.

Se $1/Z_f = 0$, ou seja não há fuga, então $P_f = I_2$, e então $F_c(s) = F(s)$, que corresponde à matriz de campo do conduto sem orifício de fuga.

Na análise que se procede a seguir, é obtido o vetor de estado $Y_c(\ell, s)$, que corresponde ao vetor cujas componentes são $q_c(\ell, s)$ e $h_c(\ell, s)$, localizadas imediatamente à esquerda da válvula. Se $\tau_v^*(s)$ é a perturbação aplicada à válvula, então a matriz de transferência de perturbação na válvula, para o sistema com fuga, será definida na forma

$$M_{v_c}(s) = \frac{Y_c(\ell, s)}{\tau_v^*(s)} \quad (3.57)$$

onde,

$$Y_c(\ell, s) = F_c(s)Y_c(0, s) \quad (3.58)$$

$$Y_c(\ell, s) = P_v F_c(s)Y_c(0, s) + b_v \tau_v^*(s) \quad (3.59)$$

onde, Z_v e b_v são definidos pela equação (3.31)

O vetor $Y_{v_c}(\ell, s)$ é a medida do estado imediatamente à direita da válvula e satisfaz as seguintes propriedades, para o sistema em questão,

$$\textit{Propriedade 3.1: Sejam } Y_c(\ell, s) = \begin{bmatrix} q_c(\ell, s) \\ h_c(\ell, s) \end{bmatrix} \text{ e } Y_{v_c}(\ell, s) = \begin{bmatrix} q_{v_c}(\ell, s) \\ h_{v_c}(\ell, s) \end{bmatrix} \text{ os estados}$$

localizados respectivamente à esquerda e à direita da válvula para o sistema que despeja o fluido na atmosfera. Então,

$$\begin{aligned} q_{v_c}(\ell, s) &= q_c(\ell, s) \\ h_{v_c}(\ell, s) &= 0 \end{aligned} \quad (3.60)$$

Ainda, para que se possa resolver (3.59), para a determinação de $Y_c(0,s)$, deve-se lembrar que $h_c(0,s) = 0$, então sob estas considerações tem-se,

$$\begin{aligned} q_c(\ell, s) &= f_{11_c} q_c(0, s) \\ &= [f_{11} + f_{11_f}] q_c(0, s) \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$q_c(0, s) = K_o \frac{\tau_v^*(s)}{(f_{21} - Z_v f_{11}) + (f_{21_f} - Z_v f_{11_f})} \quad (3.62)$$

A determinação de $h_c(\ell, s)$ é obtida através da equação (3.58),

$$\begin{aligned} h_c(\ell, s) &= f_{21_c} q_c(0, s) \\ &= [f_{21} + f_{21_c}] q_c(0, s) \end{aligned} \quad (3.63)$$

onde,

- f_{ij} : são elementos da matriz $F(s) = F_2(s).F_1(s)$, definida pela equação (3.16).
- f_{ij_f} : são os elementos da matriz $F_\Phi = F_2\Phi F_1$, que representa a influência da fuga no sistema.
- f_{ij_c} : são os elementos da matriz de transferência $F_c(s) = F(s) + F_\Phi$ relativa ao sistema com fuga.

É possível agora escrever a matriz de transferência na válvula, para o sistema com fuga, que é dado por

$$M_{v_c}(s) = -K_0 \begin{bmatrix} \frac{-(f_{11} + f_{11_f})}{(f_{21} - Z_v f_{11}) + (f_{21_f} - Z_v f_{11_f})} \\ \frac{(f_{21} + f_{21_f})}{(f_{21} - Z_v f_{11}) + (f_{21_f} - Z_v f_{11_f})} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

Da análise deste resultado, tem-se algumas observações a fazer:

Observação 1: $M_{v_c}(s)$ depende somente dos resultados dos elementos da primeira coluna de $F(s)$ e de $F_\Phi(s)$

Observação 2: Como $M_{v_c}(s)$ e $M_v(s)$ são resultados de um modelo linearizado, pode-se escrever a matriz de transferência do sistema com uma fuga $M_{v_c}(s)$, como sendo a soma da matriz de transferência do sistema sem fuga $M_v(s)$ e uma matriz de transferência que corresponda à fuga $M_\Phi(s)$, como ilustrada na figura 3.5.

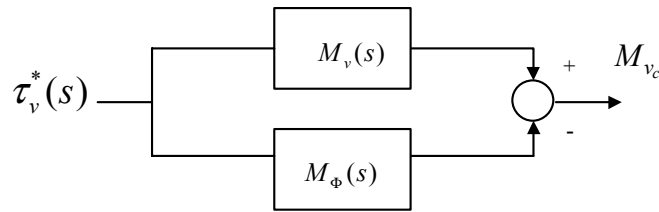


Figura 3.5 – Diagrama de blocos do sistema linearizado com fuga

Desta forma pode-se escrever

$$M_\Phi(s) = M_{v_c}(s) - M_v(s) \quad (3.65)$$

resultando

$$M_\Phi(s) = -K_0 \frac{1}{P(s)} \begin{bmatrix} -f_{11_f}(s) \\ f_{21_f}(s) \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

onde, $P(s) = (f_{21} - Z_v f_{11}) + (f_{21_f} - Z_v f_{11_f})$ é o polinômio característico do sistema com fuga e

$$f_{11_f}(s) = -\frac{Z_c(s)}{Z_f} \cosh(\mu \ell_2) \sinh(\mu \ell_1) \quad (3.67)$$

$$f_{21_f}(s) = \frac{Z_c^2(s)}{Z_f} \sinh(\mu \ell_2) \sinh(\mu \ell_1) \quad (3.68)$$

Considerando a situação usual de regime permanente onde $\tau_{v_0} = 1$, a equação (3.66) se torna

$$M_\Phi(s) = K_{\Phi_0} \frac{Z_c(s)}{P(s)} \sinh(\mu \ell_1) \begin{bmatrix} \cosh(\mu \ell_2) \\ Z_c \sinh(\mu \ell_2) \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

onde, $K_{\Phi_0} = \frac{H_{v_0} Q_{\Phi_0}}{H_{\Phi_0}}$

Capítulo 4

RESPOSTA EM FREQUÊNCIA:

Sistema sem Fuga e com uma Fuga

4.1 Sistema sem Fuga

No capítulo 3, foi deduzido a matriz transferência do sistema reservatório, tubulação, válvula, no ponto onde está localizada a válvula à jusante.

O agente de perturbação para o modelo linearizado obtido na equação (3.38), é $\tau_v^*(s)$ que representa pequenos deslocamentos de abertura e fechamento da referida válvula. Se estes deslocamentos forem uma função senoidal do tipo,

$$\tau_v^*(t) = k \text{sen}(\omega t) \quad (4.1)$$

onde, k é a porcentagem da abertura total da válvula, no máximo 10 a 15% (melhor descrito nos capítulos subsequentes), e ω : é a frequência do agente de perturbação $\tau_v^*(t)$.

Pode-se verificar que a resposta de regime permanente à ação de $\tau_v^*(t)$, com $\omega \in [0, \infty)$ será dada na forma senoidal, com amplitude e fase variantes na frequência, então

$$y_{v_{regime}} = A(\omega) \text{sen}[\omega t + \phi(\omega)] \quad (4.2)$$

A resposta em frequência do sistema é, por definição, o par de funções $\{A(\omega), \phi(\omega)\}$, desde que satisfaça a condição de estabilidade assintótica de $M(s)$, ou seja, deve satisfazer as definições abaixo.

Em GEROMEL e PALHARES (2004), temos as seguintes definições:

Definição 4.1: Uma matriz de transferência $M(s) \in C$ é dita assintoticamente estável, se todos os seus elementos, que são funções de transferências $m_{ij}(s) \in C$, são assintoticamente estáveis.

Definição 4.2: Uma função de transferência $m_{ij}(s) \in C$ é dita assintoticamente estável se ela for analítica em todos os pontos do plano complexo $s = \sigma + j\omega$, tais que $\sigma \geq 0$.

A definição 4.2 impõe que todos os pólos de $m_{ij}(s)$ estejam localizados no semi plano esquerdo do plano $s = \sigma + j\omega$, excluindo-se o eixo imaginário.

Satisfazer as definições 4.1 e 4.2 significa, garantir que após a ação de $\tau_v^*(t)$, a resposta terá uma componente transitória, que deverá se extinguir num intervalo de tempo finito e, outra

componente permanente que é aquela dada na forma da equação (4.2), ou seja, a resposta geral à perturbação $\tau_v^*(t)$ será

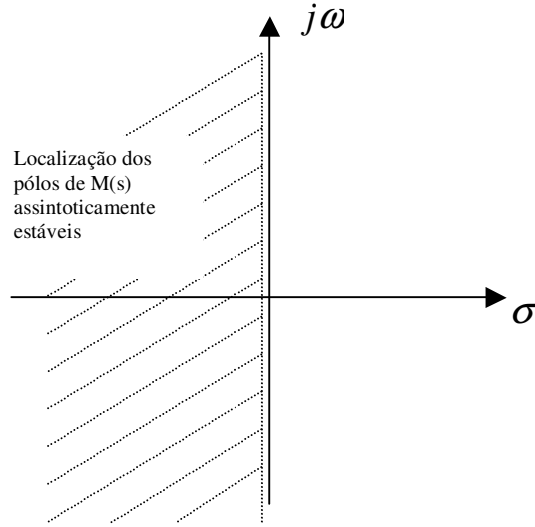


Figura 4.1 – Plano Complexo s

$$y_v(t) = y_{v_{trans}}(t) + y_{v_{regime}}(t) \quad (4.3)$$

onde $y_{v_{trans}}$ é a parte transitória da resposta. Sendo que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{v_{trans}}(t) = 0 \quad (4.4)$$

se e somente se $M(s)$ for assintoticamente estável.

É importante observar, que numa montagem experimental, que tenha como objetivo o levantamento de diagramas de resposta em frequência deve-se, para cada frequência adotada para $\tau_v^*(t)$, desprezar um intervalo de tempo inicial, que é aquele relativo à existência da componente transitória da resposta, a fim de se garantir que $A(\omega)$ e $\phi(\omega)$ representem com precisão a resposta de regime permanente senoidal.

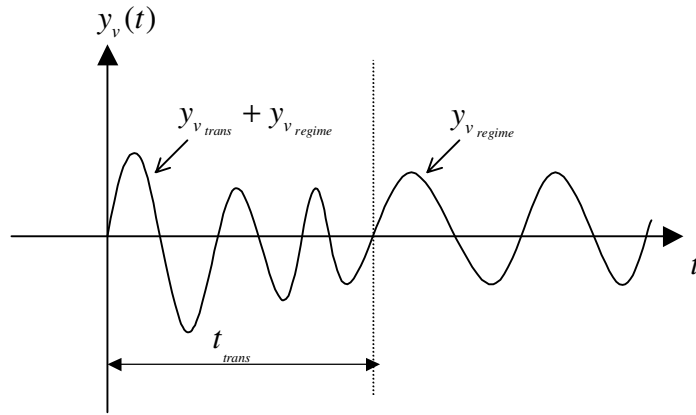


Figura 4.2 – Resposta no tempo à ação de $\tau_v^*(t) = k \cdot \sin \omega t$

O valor t_{trans} nem sempre se obtém analiticamente, com facilidade, entretanto é possível verificar após determinado tempo que, a resposta passa a ter amplitude e frequência bem definidas. É a partir daí que se deve fazer a leitura de $A(\omega)$ e $\phi(\omega)$. Neste modelo, os pólos de $M(s)$ são os valores de $s \in C$, tais que na equação (3.38),

$$Z_v \cosh(\mu \ell) + Z_c \sinh(\mu \ell) = 0 \quad (4.5)$$

a equação (4.5) é denominada equação característica do sistema reservatório – tubulação – válvula sem fuga, linearizado em torno de um ponto de operação H_{v_0} e Q_{v_0} , e sujeito a uma perturbação $\tau_v^*(t)$. Os pólos desta equação são os pólos do sistema.

É fácil observar que a equação (4.5) contém infinitas raízes $\lambda_i \in C$ e $i = 1, 2, \dots, \infty$, e pode então ser escrita na forma de produto de fatores como descrito abaixo

$$\prod_{i=1}^{\infty} (s - \lambda_i) = 0 \quad (4.6)$$

Desta forma a Matriz Transferência M_v , da equação (3.32), será escrita na forma

$$M_v = K_0 \left[\begin{array}{c} -\frac{\cosh(\mu\ell)}{\prod_{i=1}^{\infty} \pi(s - \lambda_i)} \\ Z_c \sinh(\mu\ell) \\ \frac{\prod_{i=1}^{\infty} \pi(s - \lambda_i)}{\prod_{i=1}^{\infty} \pi(s - \lambda_i)} \end{array} \right] \quad \lambda_i \in C \quad (4.7)$$

Em GEROMEL e PALHARES (2004), é demonstrado que se $\forall \lambda_i$ satisfaz a definição 4.2, a resposta de regime permanente senoidal será

$$y_{v_{regime}} = A(\omega) \sin[\omega t + \phi(\omega)] \quad (4.8)$$

onde,

$$A(\omega) = |M_v(j\omega)| \quad (4.9)$$

$$\phi(\omega) = \angle M_v(j\omega) \quad (4.10)$$

compõem a resposta em frequência do sistema representado por (3.38).

A figura 4.3 mostra os diagramas de módulo da resposta em frequência, de um sistema com conduto de,

$\ell = 5200 [m]$ de comprimento;

$a = 1200 [m/s]$;

$f_0 = 0,025$;

$D = 0,3046[m]$;

$g = 9,806 [m/s^2]$;

$Q_0 = 0,02 [m^3/s]$;

$H_{RES} = 50 [m]$;

$k = 0,1$.

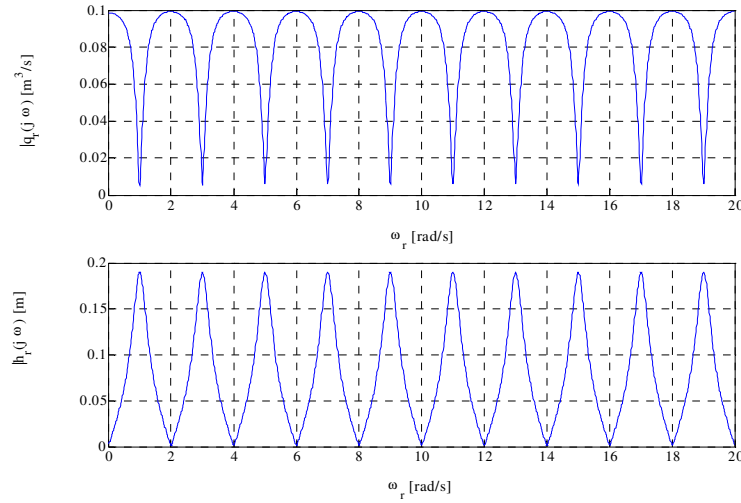


Figura 4.3 - Resposta em frequência de um sistema: reservatório, tubulação, válvula.

Os diagramas correspondem aos valores relativos dos módulos da vazão $|q_r(j\omega)| = q_v(j\omega)/Q_{v_0}$ e carga $|h_r(j\omega)| = h_v(j\omega)/H_{v_0}$, respectivamente.

Diferentemente de uma resposta em frequência de sistemas assintoticamente estáveis que contenham um número finito de pólos, com assíntotas de baixa e alta frequência, os sistemas descritos por equações diferenciais à derivadas parciais hiperbólicas, tais como o sistema objeto deste estudo, apresentam diagramas de características repetitivas ao longo da frequência. A interpretação disso é que devido à forma trigonométrica da sua equação característica, equação (4.5), e devido ao baixo fator de amortecimento, que é uma propriedade dos sistemas hidráulicos, as raízes de (4.5) apresentam-se em pares conjugados e simétricos em relação ao eixo imaginário do plano s , significando que existem frequências de ressonância equidistantes.

É evidente que esta análise é válida somente no caso do modelo linearizado e sujeito a pequenas perturbações, uma vez que no modelo exato, não linear, $M_v(s)$ não existe.

4.2 Resposta em Frequência do Sistema com uma Fuga

Como já foi demonstrado na seção 4.1, a resposta em frequência, na válvula, pode ser definida para matrizes de transferências assintoticamente estáveis, a partir da própria matriz, com $s = j\omega$. Desta forma

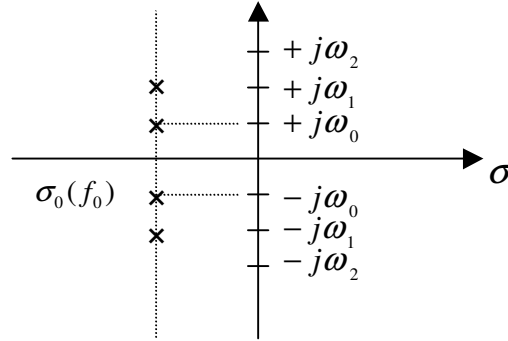


Figura 4.4 – Pólos de $M_v(s)$

$$y_{v_c \text{ regime}}(t) = A_{v_c}(\omega) \text{sen}[\omega t + \phi_{v_c}(\omega)] \quad (4.11)$$

é a solução do estado em regime permanente senoidal, onde

$A_{v_c}(\omega) = |M_{v_c}(j\omega)|$ é a magnitude da resposta do seno da resposta

$\phi_{v_c}(\omega) = \angle M_{v_c}(j\omega)$ é a fase do seno da resposta

Como já foi dito, é interessante que se faça a análise da magnitude da diferença entre o sistema com fuga e o sistema sem fuga, uma vez que as informações sobre o comportamento dinâmico da fuga face a ação da perturbação, tais como balanço e perda de energia e continuidade, estão presentes nesta função.

A diferença acima que foi definida no capítulo 3, equação (3.69), será, a partir de agora, meramente denominada, **resposta em frequência da fuga** e é dada na forma

$$M_{\Phi}(s) = K_{\Phi_0} \frac{Z_c(s)}{P(s)} \sinh(\mu \ell_1) \begin{bmatrix} \cosh(\mu \ell_2) \\ Z_c \sinh(\mu \ell_2) \end{bmatrix}$$

A magnitude desta função será

$$A_{\Phi}(\omega) = K_{\Phi_0} \left| \frac{Z_c(j\omega)}{P(j\omega)} \begin{bmatrix} \cosh[\mu(j\omega)\ell_2] \\ Z_c \sinh[\mu(j\omega)\ell_2] \end{bmatrix} \sinh[\mu(j\omega)\ell_1] \right| \quad (4.12)$$

Uma propriedade importante deste resultado é que os dois elementos do vetor de magnitude $A_{\Phi}(\omega)$, dependem da mesma função de ℓ_1 ($\sinh[\mu(j\omega)\ell_1]$), que é o ponto de fuga. Isto significa que, para determinados valores de ω , onde $A_{\Phi}(\omega)$ é o máximo ou mínimo, é possível encontrar condições para a determinação de ℓ_1 .

A solução analítica de (4.12) é complexa e difícil. Entretanto, é mostrado, na próxima seção, que na situação ideal, sem perdas por atrito viscoso, a solução é viável. É evidente que esta não é a solução exata e, por isso, na sequência foi realizado um estudo da influência do atrito, no erro causado com a adoção do modelo sem atrito.

4.2.1 Modelo ideal sem atrito $R = 0$

Da equação (3.13), tem-se que a constante de propagação para $s = j\omega$ será

$$\mu(j\omega) = \sqrt{-LC\omega^2 + j\omega RC} \quad (4.13)$$

Ao se considerar a situação ideal, sem perdas, $R = 0 \rightarrow \mu = \mu_0$, além disso sabe-se que $LC = 1/a^2$, então a constante de propagação μ_0 e a impedância característica Z_{c_0} para o sistema ideal serão,

$$\mu_0(j\omega) = \pm j \frac{\omega}{a} \quad (4.14)$$

$$Z_{c_0}(j\omega) = \frac{a}{gA} \quad (4.15)$$

Substituindo (4.14) e (4.15) em (4.12), a magnitude da *resposta em freqüência da fuga*, no caso ideal será

$$A_{\Phi_0} = K_{\Phi_0} \frac{a}{gA} \left| \frac{\text{sen}(\omega \ell_1 / a)}{P_0(j\omega)} \left[\frac{\cos(\omega \ell_2 / a)}{\frac{a}{gA} \text{sen}(\omega \ell_2 / a)} \right] \right| \quad (4.16)$$

onde,

$$\begin{aligned} |P_0(j\omega)| = & \left| j \frac{a}{gA} \text{sen}[\omega(\ell_1 + \ell_2)/a] - Z_v \cos[\omega(\ell_1 + \ell_2)/a] + \right. \\ & \left. + \frac{a}{gAZ_f} \left\{ \frac{a}{gAZ_f} [\text{sen}(\omega \ell_2 / a) \text{sen}(\omega \ell_1 / a)] + j Z_v \cos(\omega \ell_2 / a) \text{sen}(\omega \ell_1 / a) \right\} \right| \end{aligned} \quad (4.17)$$

Nestas situações, pode-se obter a condição para a determinação de ℓ_1 , que será dada pela seguinte proposição:

Proposição 4.1: Se $\omega = \omega_k$, tal que $\text{sen}\left(\frac{\omega_k}{a} \ell_1\right) = 0$, então $|P_o(j\omega_k)| \neq 0$, e $\ell_1 = \frac{k\pi a}{\omega_k}$,

onde $k = 1, \dots, \infty$.

Prova:

É mostrado que existem valores de $\omega = \omega_k$, $k = 1, \dots, \infty$, tal que $\text{sen}(\omega_k \ell_1 / a) = 0$ e $|P_0(j\omega_k)| \neq 0$.

Se $\text{sen}(\omega_k \ell_1 / a) = 0$, então

$$|P_0(j\omega)| = \left| j \frac{a}{gA} \text{sen}[\omega(\ell_1 + \ell_2)/a] - Z_v \cos[\omega(\ell_1 + \ell_2)/a] \right| \quad (4.18)$$

Desta forma $|P_0(j\omega)| = 0 \Leftrightarrow \text{tag}[\omega(\ell_1 + \ell_2)/a] = jZ_v C$, onde $j = \sqrt{-1}$ o que é um absurdo.

Para a verificação desta condição, simulou-se o sistema ideal (sem perdas $R=0$), nas duas situações abaixo.

Simulação 1: Sistema sem fuga

Simulação 2: Sistema com fuga, localizada a ℓ_1 [m] do reservatório.

O resultado é mostrado na figura 4.5, que corresponde a um sistema com os seguintes parâmetros:

$\ell = 5200$ [m] de comprimento;

$\ell_1 = 1655,2$ [m];

$a = 1200$ [m/s];

$f_0 = 0$;

$D = 0,3046$ [m];

$g = 9,806$ [m/s²];

$Q_0 = 0,02$ [m³/s];

$Q_F = 0.017 * Q_o$;

$H_{RES} = 50$ [m];

$k = 0,1$

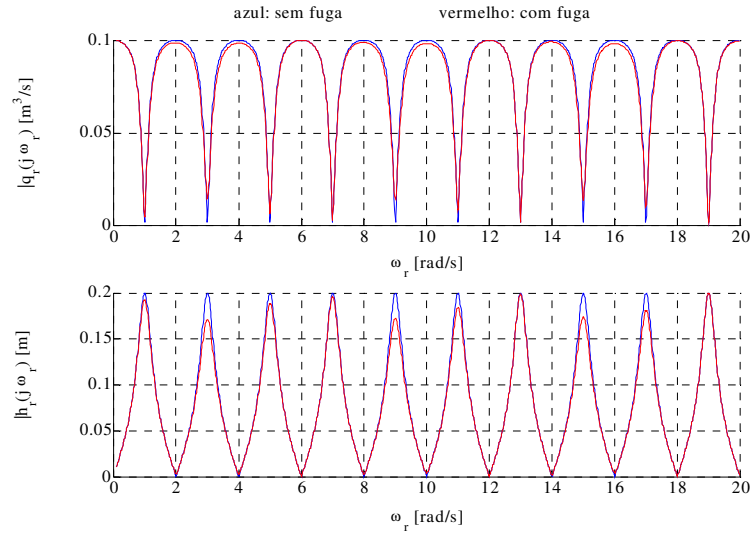


Figura 4.5 – Resposta em frequência de um sistema reservatório, tubulação, válvula, sem e com fuga.

Os gráficos em azul são as respostas para q_r e h_r , do sistema sem fuga e os gráficos em vermelho para o sistema com fuga. Nota-se que, as ressonâncias ocorrem nas mesmas frequências, tanto para o sistema sem fuga, como para o sistema com fuga. A diferença entre eles está na amplitude. Como exemplo, pode-se observar que para $\omega_r = 3$, têm-se que $|h_s(j3)| = 0,2$ para o sistema sem fuga, enquanto que $|h_c(j3)| = 0,171$ para o sistema com fuga. Pode-se observar, também, que na frequência $\omega_r = 6[rad/s]$, as magnitudes de q e h são idênticas, tanto para o sistema com fuga, como para o sistema sem fuga.

Isto é melhor visualizado nos diagramas de magnitudes *da resposta em frequência da fuga* apresentados na figura 4.6. Estes diagramas são plotados a partir da equação (4.16).

Sendo que nesta situação considera-se $R = 0$. Neste diagrama é visto que as frequências ω_k que satisfazem

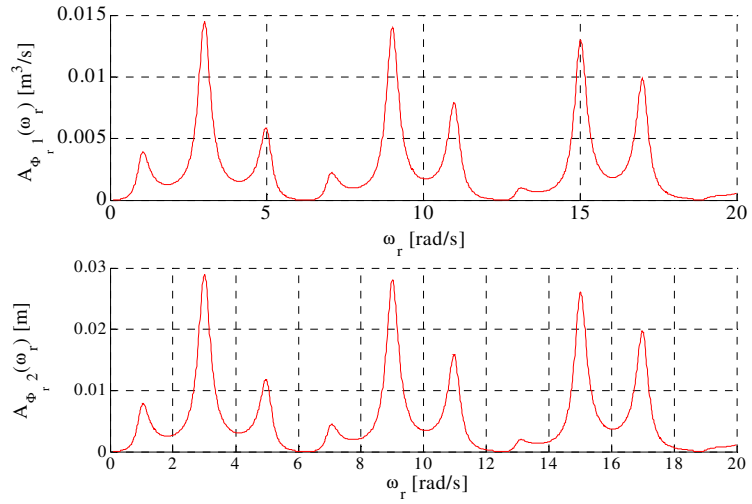


Figura 4.6 - Resposta em frequência da resposta da fuga.

$$\text{sen}\left(\frac{\omega_{rk}}{a}\ell_1\right)=0 \quad (4.19)$$

são dadas por, $\omega_{rk} = k\omega_{r_1}$, onde $k = 1, 2, \dots$ etc.

$$\frac{\omega_{r_1}}{a}\ell_1 = \pi \quad (4.20)$$

Sabendo que $\omega_r = \omega_{r_1} / \omega_{th}$, sendo que $\omega_r = 6,28$ e $\omega_{th} = 0,3625$, então $\omega_{r_1} = 2,28$. Assim, neste exemplo, o valor de ℓ_1 , poderá ser determinado e tem-se

$$\ell_1 = \frac{\pi a}{\omega_{r_1}} = 1656,2[m] \quad (4.21)$$

4.2.2 Modelo real com atrito $R \neq 0$

Na sub-seção anterior, tratou-se de um caso idealizado, que na verdade não é conseguido na prática. A finalidade desta análise vem da facilidade de se obter as condições para a determinação de ℓ_1 , a partir do diagrama da resposta da fuga, que são as condições (4.19) e (4.20). Isto é garantido pela proposição 4.1.

Para o caso real, com atrito não nulo, a constante de propagação é dada por

$$\mu = \sqrt{-\omega^2 LC + j\omega RC} \quad (4.22)$$

e portanto se $R \neq 0$, a parte real de μ é não nula e desta forma $A_\Phi(\omega)$ não pode ser expressa por senos e co-senos. Torna-se, portanto, difícil a obtenção de condições analíticas semelhantes às dadas em (4.19) e (4.20).

Nesta sub-seção, portanto, continua-se empregando as condições (4.19) e (4.20), levando em conta que apesar de R ser não nulo, assume valores tais que o erro causado na estimação de ℓ_1 , a partir das condições obtidas do modelo ideal, é em geral pequeno e aceitável para o objetivo deste estudo.

Para exemplificar isto, assume-se que se tenha um sistema cuja tubulação tem um comprimento total de 5200[m] e uma fuga em $\ell_1 = 1655,2[m]$ a partir do reservatório. Se o erro de estimação de ℓ_1 , pelo método acima proposto for abaixo de 5 [m], pode-se dizer que esta estimação será plenamente satisfatória, pois ela pode ser completada por métodos observação visual e escuta de som, próximo do local estimado, como foi dito no capítulo 2.

Simulou-se o mesmo sistema da figura 4.6, porém fazendo R variar numa gama de valores que abrange vários tipos de fluidos, por exemplo, da água ao óleo e vários tipos de superfícies internas da tubulação. A análise é genérica para mostrar que o erro cometido é

pequeno na gama de valores estudado. A análise de cada caso específico pode ser feita segundo a mesma metodologia.

A variação de R é feita em duas situações já conhecidas (CHAUDHRY, 1979 e STREETER e WYLIE, 1993).

Regime Laminar

$$R = \frac{32\nu}{gAD^2} \quad (4.23)$$

onde ν : é a viscosidade cinemática

Regime Turbulento

$$R = \frac{nf_0 Q_0^{(n-1)}}{2gDA^n} \quad (4.24)$$

onde f_0 : fator de atrito de Darcy-Weisbach.

4.2.2.1 Escoamento laminar

O mesmo sistema simulado na sub-seção 4.2.1, apresentado na figura 4.6, foi novamente simulado para levar em conta o efeito do atrito viscoso, na localização do ponto de fuga ℓ_1 .

Em primeiro lugar simulou-se o sistema em regime laminar com pequenas perturbações através de τ_v^* .

O valores da viscosidade cinemática ν foram adotados numa faixa de variação que abrange desde a gasolina até o óleo SAE10, em temperaturas que vão de 38°C a 10°C. Os dados foram obtidos de HANSEN (1967) , e estão apresentados na figura 4.7.

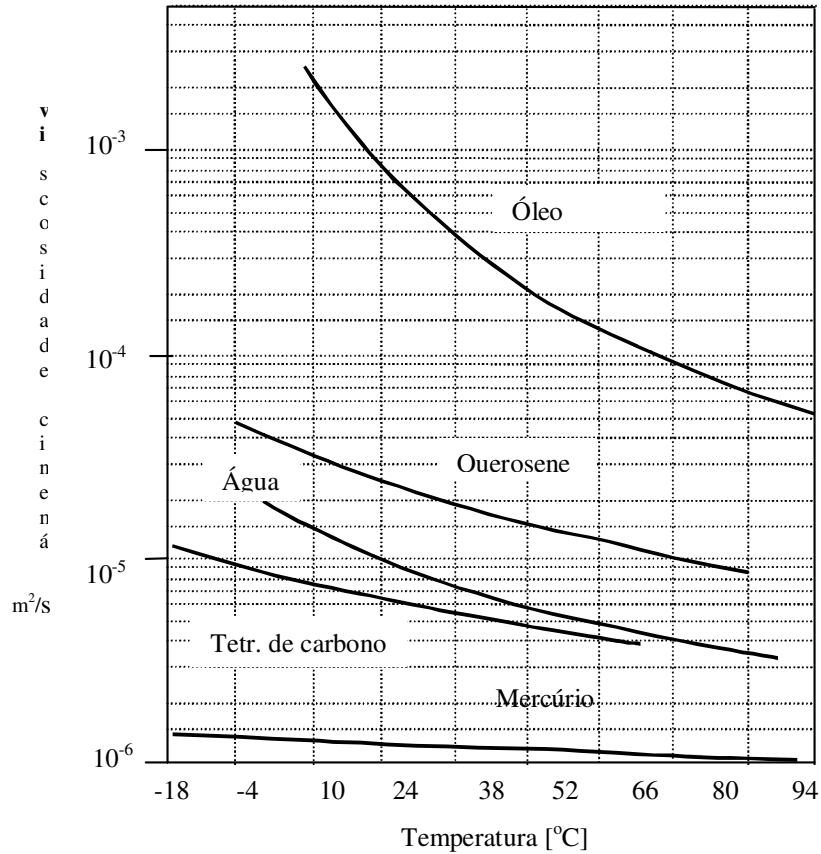


Figura 4.7 - Viscosidade cinemática de vários líquidos.

Então para

$$\nu \in [5,3 \times 10^{-7}; 2,0 \times 10^{-4}] [m^2 / s] \quad (4.25)$$

Obtiveram-se os seguintes resultados de simulação

S₁: Figura 4.8, apresenta os diagramas de *resposta em frequência da fuga* para $q(j\omega)$ e $h(j\omega)$ e parametrizadas em ν .

S₂: Figura 4.9, apresenta a estimação do local da fuga ℓ_1 como função da viscosidade cinemática ν .

Através da figura 4.8, pode ser visto, com clareza, que para qualquer valor de ν , existe um ponto de mínimo em torno da mesma frequência obtida na sub-seção 4.2.1 e utilizada para a determinação de ℓ_1 pelas condições (4.19) e (4.20). Existe uma variação muito pequena de ω_r na ocorrência destes mínimos, o que corresponde a dizer que $\ell_1 = \ell_1(\nu)$.

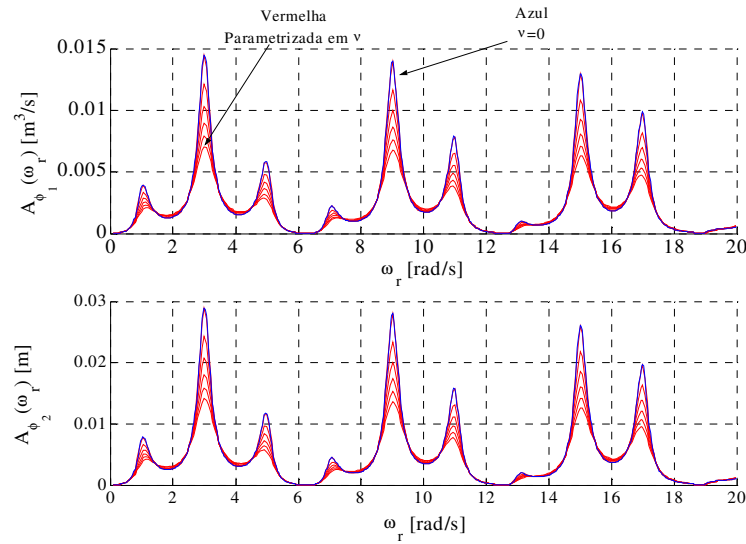


Figura 4.8 - Resposta em frequência da diferença entre o sistema sem fuga e com fuga parametrizada nos valores de viscosidade cinemática ν .

Isto é mostrado na figura 4.9, e pode-se observar que o erro existente na faixa utilizada para ν não ultrapassa 1,0 [m] para uma fuga localizada a $\ell_1 = 1655,2$ [m] do reservatório, e uma tubulação com comprimento total de $\ell_T = 5200$ [m], transportando óleo SAE10.

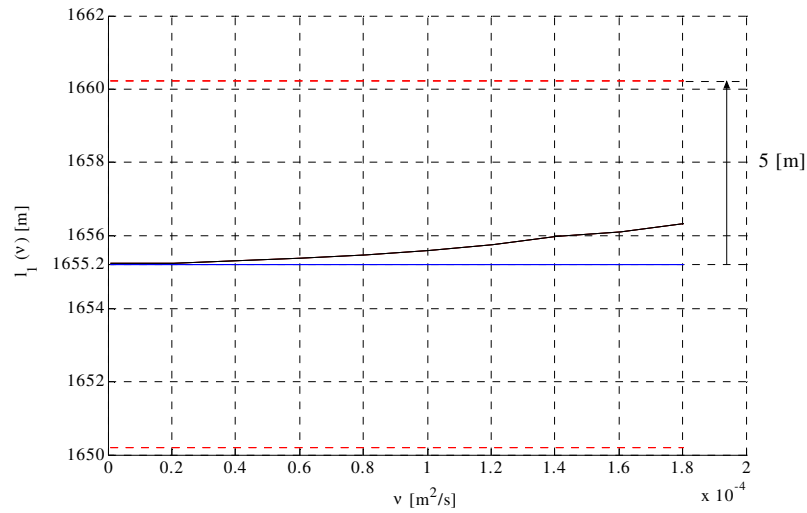


Figura 4.9 - Localização da fuga como função da viscosidade cinemática ν no regime laminar.

4.2.2.2 Escoamento turbulento

Nesta sub-seção é mostrado o comportamento do sistema para fins de localização do ponto de fuga em regime de escoamento turbulento. Da mesma forma como foi procedido na sub-seção anterior, simula-se o sistema utilizando a equação (4.24) para introduzir as perdas por atrito viscoso.

Nesta simulação, a constante de Darcy-Weisback (f_0), foi adotada para uma gama de valores que abrange os mesmos líquidos considerados anteriormente, e a maior parte das propriedades que contribuem para a especificação deste parâmetro. A faixa de valores adotada foi, segundo o Diagrama de Moody,

$$f_0 = (0,008; 0,08) \quad (4.26)$$

Os resultados são apresentados nas figuras 4.10 e 4.11, sendo que são:

Figura 4.10, apresenta os diagramas de módulo da *resposta em frequência da fuga*, parametrizadas em f_0 .

Figura 4.11, apresenta a estimação do local da fuga ℓ_1 como função do fator de Darcy-Weisbach f_0 .

É possível observar através da figura 4.11 que o erro de estimação de ℓ_1 , torna-se maior que no caso do regime de escoamento laminar, porém é importante ressaltar que este erro é perfeitamente aceitável, principalmente na faixa de variação de $f_0 = (0,008; 0,08)$, pois é um erro menor do que 5 [m] para um sistema com tubulação de comprimento total de 5200,0[m] com a fuga localizada a 1655,2 [m] do reservatório.

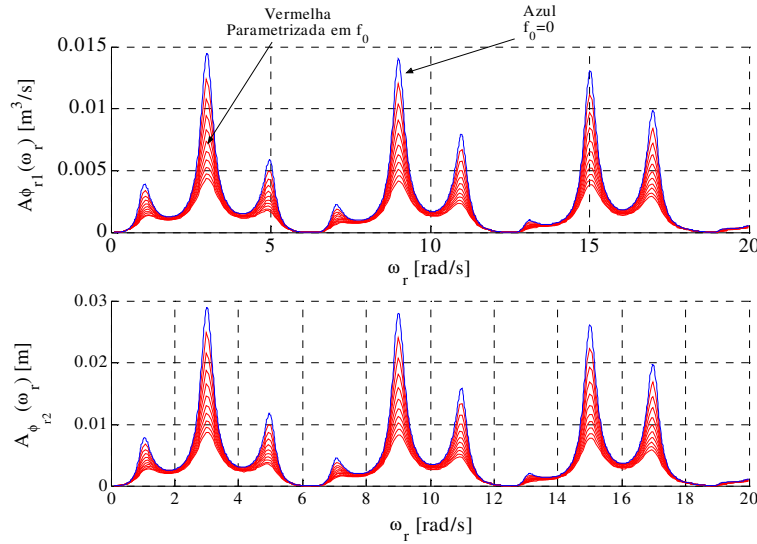


Figura 4.10 - Resposta em frequência da diferença entre o sistema sem fuga e com fuga, parametrizada no fator de Darcy-Weisbach f_0 .

O valor estimado por $f_0 = 0,08$ é de $\ell_1 = 1659,76$ [m]. O erro correspondente é de 4,56 [m]. Em termos percentuais representa 0,28% da medida onde se encontra a fuga, ou 0,09% do comprimento total da tubulação. Pode-se concluir que para um sistema com uma fuga em uma tubulação, a estimação do ponto de fuga, pelo método proposto neste capítulo é perfeitamente viável, lembrando que:

- O levantamento da resposta em frequência é trabalhoso porque para cada frequência é necessário separar a resposta de regime permanente para a obtenção da $A(\omega)$;
- O método é baseado na determinação da diferença entre a resposta do sistema sem fuga e o sistema com fuga. Sendo que fisicamente só existe um deles. O sistema sem fuga é simulado através de um modelo que pode apresentar divergências com o sistema físico real; e,
- Como não se conhece a localização da fuga, é necessário obter o diagrama de resposta em frequência ω para uma faixa muito extensa, pois se a fuga estiver próxima do reservatório, a primeira frequência que satisfaz (4.19) será muito grande, pois de (4.21) ter-se-á que

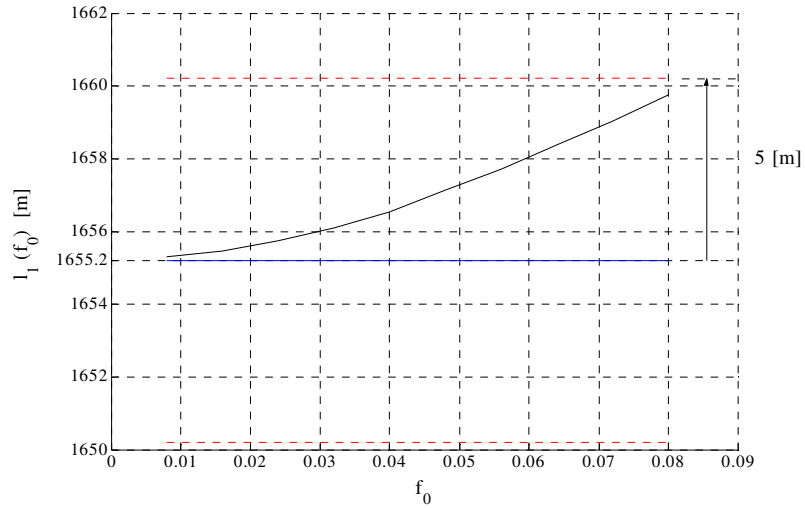


Figura 4.11 - Localização da fuga como função do fator de Darcy-Weisbach (f_0) no regime turbulento.

$$\omega_{r1} = \frac{a\pi}{\ell_1} \quad (4.27)$$

então para $\ell_1 \ll \ell_T$ tem-se que $\omega_{r1} \gg \omega_{th}$.

A faixa de frequência utilizada para a estimação de ℓ_1 , no sistema estudado, ou seja, $\ell_T = 5200$ [m] e $\ell_1 = 1655,2$ [m], pode ser vista nas figuras 4.8 e 4.10. A partir de $\omega_r \cong 13,5$ ou

$\omega_{r_1} \cong 13,5\omega_{th} [rad / s]$, não há mais a necessidade de se fazer medições dado que a frequência ω_{r_1} já está bem caracterizada nas medições.

Utilizamos uma faixa de $2\omega_{r_1}$ para garantir que esta frequência é realmente a frequência que anula o $\sin(\omega\ell/a)$. Como $\omega_{th} = 0,3625 [rad / s]$, a faixa de frequência a ser utilizada nas medições será,

$$\omega \in [0,3625; 5,07) [rad / s] \quad \text{ou} \quad f \in [0,058; 0,807) [Hz] \quad (4.28)$$

As duas situações extremas, ou seja, *fuga próxima do reservatório* e *fuga distante do reservatório* serão agora analisadas. Isto pode auxiliar o pesquisador a interpretar os resultados que estarão sendo obtidos nas medições de campo e com isso estabelecer a faixa mínima de frequências para o levantamento da resposta em frequência.

▪ Fuga próxima ao reservatório

Simulou-se o mesmo sistema analisado anteriormente, porém com ℓ_1 muito próximo do reservatório para verificar a nova faixa de frequência a ser utilizada, tal que se garanta a estimação de ℓ_1 .

Adotou-se, neste caso $\ell_1 = 104 [m]$. É visto pela figura 4.12 que $\omega_{r_1} \cong 100 [rad / s]$. A faixa mínima de pesquisa para que se detecte a fuga nesta posição é

$$f \in [0,058; 31,8) [Hz] \quad (4.29)$$

que é muito maior que a pesquisada no exemplo anterior e dada pela equação (4.28). O erro de estimação como função do atrito, neste caso é muito pequeno, como podemos ver nas figura 4.13 e 4.14, onde se pode ver que ℓ_v real e ℓ_1 estimado, estão sobrepostos para qualquer valor de ν e de f_0 , respectivamente.

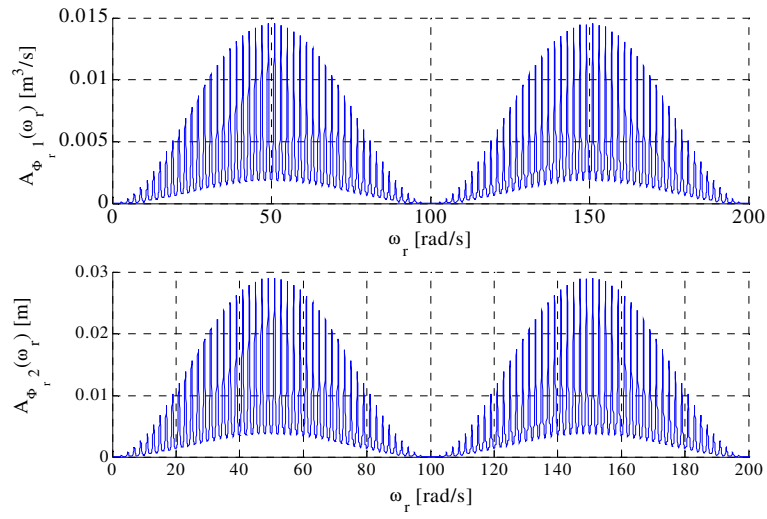


Figura 4.12 - $A_{\Phi_r}(\omega_r)$ com a fuga em $\ell_v = 104$ [m].

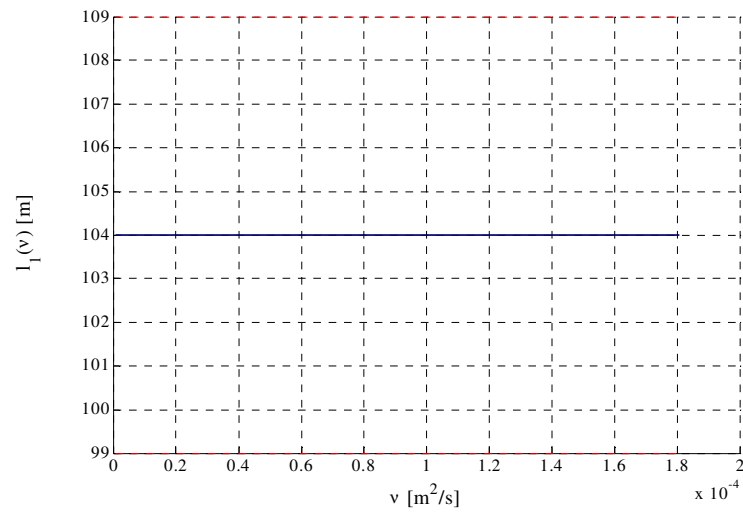


Figura 4.13 - Estimação de uma fuga em $\ell_v = 104$ [m], próxima do reservatório, como função da viscosidade cinemática ν .

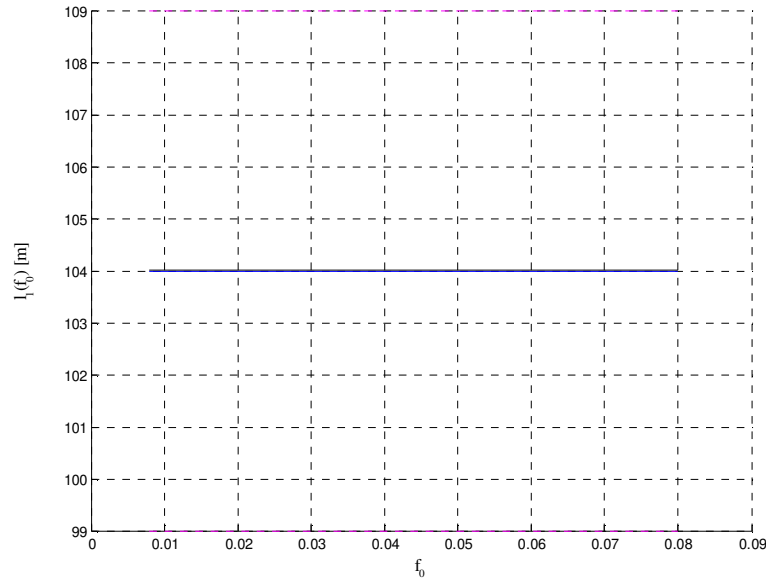


Figura 4.14 - Estimação de uma fuga em $\ell_v=104$ [m], próxima do reservatório, como função do fator de Darcy-Weisbach f_0 .

▪ **Fuga próxima da válvula (distante do reservatório).**

No outro extremo a situação é diferente, a faixa de frequência necessária para a estimação de ℓ_1 , será pequena. Isto se dá pois, sendo ℓ_1 muito próximo de ℓ_T , tem-se que $\omega_{\max}$ é também muito próximo da frequência teórica donde, a faixa a ser pesquisada, neste caso será,

$$\omega \in [\omega_{th}, \omega_{th} + \Delta\omega] \quad (4.30)$$

onde $\Delta\omega$: pequeno

Como ilustração simula-se uma situação, onde a fuga está em $\ell_1=5000$ [m], para a mesma tubulação simulada nos exemplos anteriores.

Os resultados estão apresentados nas figuras 4.15, 4.16 e 4.17.

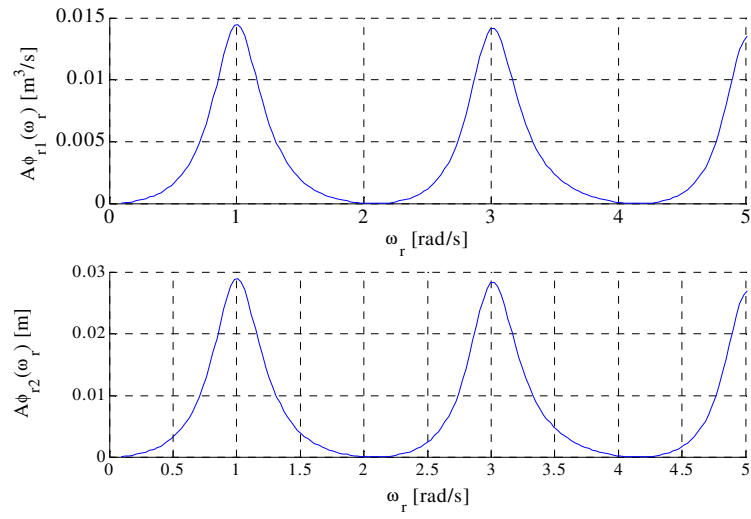


Figura 4.15 - $A_{\Phi_r}(\omega_r)$ com a fuga em $\ell_v=5000$ [m].

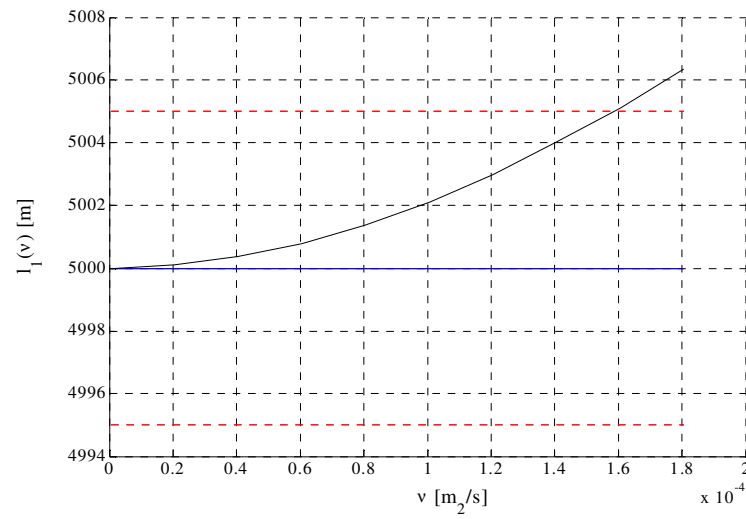


Figura 4.16 - Estimação de uma fuga em $\ell_v=5000$ [m], próxima da válvula, como função da viscosidade cinemática ν .

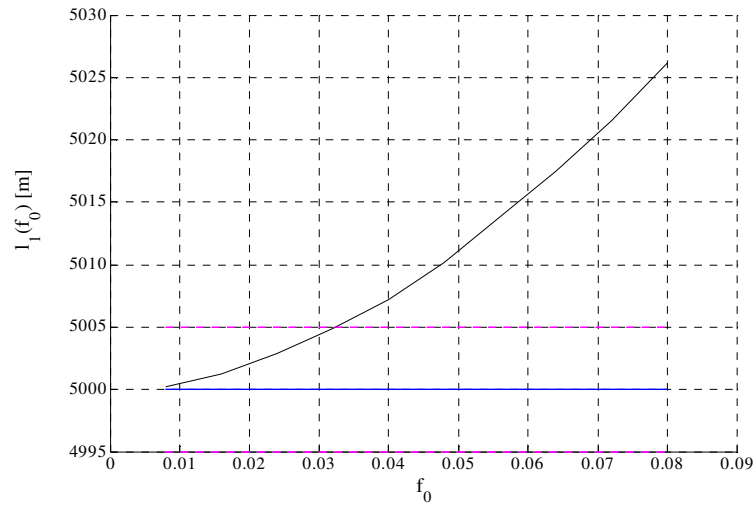


Figura 4.17 - Estimação de uma fuga em $\ell_v=5000$ [m], próxima da válvula, como função do fator de Darcy-Weisbach f_0

Pela figura 4.15, vê-se que a faixa de frequência necessária para estimar ℓ_1 é de

$$\omega \in [0,362; 0,72] \text{ [rad / s]} \quad (4.31)$$

e a figura 4.16 mostra que o erro de estimação chega a atingir 6,5[m] em regime laminar, com um valor de $\nu=1,8 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2/\text{s}]$. Já na figura 4.17, para o regime turbulento, o erro de estimação atingido é de 26[m] com um valor de $f_0=0,08$. Entretanto, estimou-se uma fuga de 5000 [m], e em termos percentuais, para o regime turbulento, este erro corresponde a 0,5%.

4.3 Sistemas com mais de uma Fuga

Se o mesmo sistema estudado na seção 4.2 tiver uma tubulação com dois orifícios localizados em ℓ_1 e ℓ_2 , como mostra a figura 4.18.

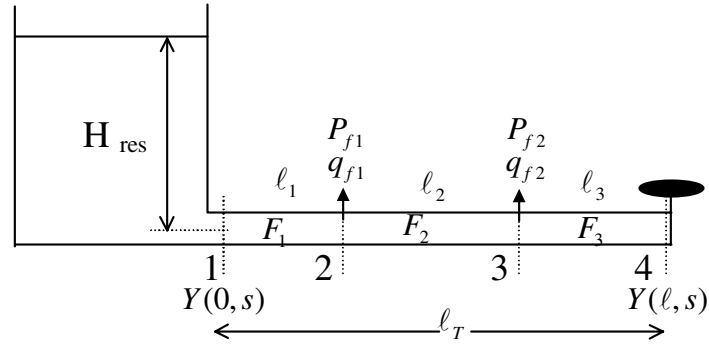


Figura 4.18 – Sistema com mais de uma fuga

O modelo de pequenas perturbações deduzido com base na matriz de transferência $F(s)$ entre os pontos 1 e 4, tomados respectivamente à direita do reservatório e à esquerda da válvula será

$$F_c(s) = F_3(s)P_{f_2}F_2(s)P_{f_1}F_1(s) \quad (4.32)$$

onde, para $i=1$ e 2

$$P_{f_i} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{Z_{f_i}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$Z_{f_i} = \frac{2H_{f_{i0}}}{Q_{f_{i0}}}$: impedâncias das fugas 1 e 2.

$H_{f_{i0}}$: valor de regime de H nos pontos de fuga 1 e 2.

$Q_{f_{i0}}$: valor de regime de Q nos pontos de fuga 1 e 2.

Utilizando um desmembramento para P_{f_i} semelhante ao adotado na equação (3.56), tem-se

$$P_{f_i} = I_2 + M_{f_i} \quad (4.34)$$

onde,

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{f_i} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{Z_{f_i}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \text{ para } i = 1, 2 \quad (4.35)$$

Substituindo (4.34) em (4.32), tem-se

$$F_c(s) = F(s) + F_{f_1}(s) + F_{f_2}(s) + F_{f_{12}}(s) \quad (4.36)$$

onde,

$$F(s) = F_3(s)F_2(s)F_1(s)$$

$$F_{f_1}(s) = F_3(s)F_2(s)M_{f_1}F_1(s)$$

$$F_{f_2}(s) = F_3(s)M_{f_2}F_2(s)F_1(s)$$

$$F_{f_{12}}(s) = F_3(s)M_{f_2}F_2(s)M_{f_1}F_1(s)$$

O termo $F(s)$ em (4.36), é o modelo do sistema sem fuga e os termos $F_{f_1}(s)$, $F_{f_2}(s)$ e $F_{f_{12}}(s)$ correspondem à contribuição das duas fugas na matriz de transferência.

As equações (3.61), (3.62) e (3.63) podem agora ser rescritas, considerando que

$$f_{c11} = f_{11} + f_{f_111} + f_{f_211} + f_{f_{12}11} \quad (4.37)$$

$$f_{c21} = f_{21} + f_{f_121} + f_{f_221} + f_{f_{12}21} \quad (4.38)$$

onde,

f_{ij} : elementos de $F(s) = F_3 F_2 F_1$

$f_{f_1 ij}$: elementos de $F_{f_1}(s) = F_3 F_2 M_{f_1} F_1$

$f_{f_2 ij}$: elementos de $F_{f_2}(s) = F_3 M_{f_2} F_2 F_1$

$f_{f_{12} ij}$: elementos de $F_{f_{12}}(s) = F_3 M_{f_2} F_2 M_{f_1} F_1$

A matriz de transferência da válvula para o sistema com duas fugas é, então dado na forma de (3.64), onde

$$f_{F11} = f_{f_1 11} + f_{f_2 11} + f_{f_2 11} + f_{f_{12} 11} \quad (4.39)$$

$$f_{F21} = f_{f_1 21} + f_{f_2 21} + f_{f_{12} 21} \quad (4.40)$$

Calculando cada um dos termos de (4.39) e (4.40) obtem-se

$$f_{f_1 11} = -\frac{Z_c(s)}{Z_{f_1}} \cosh[\mu(\ell_T - \ell_1)] \sinh(\mu \ell_1) \quad (4.41)$$

$$f_{f_1 21} = \frac{Z_c^2(s)}{Z_{f_1}} \sinh[\mu(\ell_T - \ell_1)] \sinh(\mu \ell_1) \quad (4.42)$$

$$f_{f_2 11} = -\frac{Z_c(s)}{Z_{F_2}} \cosh[\mu(\ell_T - \ell_1 - \ell_2)] \sinh[\mu(\ell_1 + \ell_2)] \quad (4.43)$$

$$f_{f_2 21} = \frac{Z_c^2(s)}{Z_{f_2}} \sinh[\mu(\ell_T - \ell_1 - \ell_2)] \sinh[\mu(\ell_1 + \ell_2)] \quad (4.44)$$

$$f_{f_{12}11} = \frac{Z_c^2(s)}{Z_{f_1}Z_{f_2}} \cosh[\mu(\ell_T - \ell_1 - \ell_2)] \sinh[\mu(\ell_1 + \ell_2)] \sinh(\mu\ell_1) \quad (4.45)$$

$$f_{f_{12}21} = -\frac{Z_c^3(s)}{Z_{f_1}Z_{f_2}} \sinh[\mu(\ell_T - \ell_1 - \ell_2)] \sinh[\mu(\ell_1 + \ell_2)] \sinh(\mu\ell_1) \quad (4.46)$$

Analisando as equações de (4.41) a (4.46), a única hipótese de se utilizar um critério de estimação análogo ao adotado na seção 4.2, seria obter duas condições simultâneas abaixo,

$$\sinh[\mu(\ell_1)] = 0 \wedge \sinh[\mu(\ell_1 + \ell_2)] = 0 \quad (4.47)$$

Ora, esta condição limita a pesquisa somente para pares de fugas localizadas em pontos que satisfaçam

$$\ell_1 + \ell_2 = m\ell_1; \quad m \in \{\text{inteiros}\} \quad (4.48)$$

Este resultado, obviamente não tem nenhum interesse, pois a pesquisa ficará restrita a uma condição que muito dificilmente ocorre na prática e além disto não permite a estimação dos pontos de fuga quando (4.48) não é verificada.

Para comprovar o resultado obtido em (4.48), são simulados duas situações, sendo:

Situação 1: $\ell_1 + \ell_2$ é múltiplo de ℓ_1 .

$$\ell_1 = 1545[\text{m}];$$

$$\ell_2 = 3090[\text{m}];$$

$$\ell_T = 5200[\text{m}];$$

portanto $\ell_1 + \ell_2 = 4635 [\text{m}] = 3 \ell_1$, e então a condição (4.48) é satisfeita

A figura 4.19 mostra a determinação da frequência ω_{r1} e como $\ell_1 + \ell_2$ é múltiplo de ℓ_1 .
A estimação foi possível como mostra a figura 4.20.

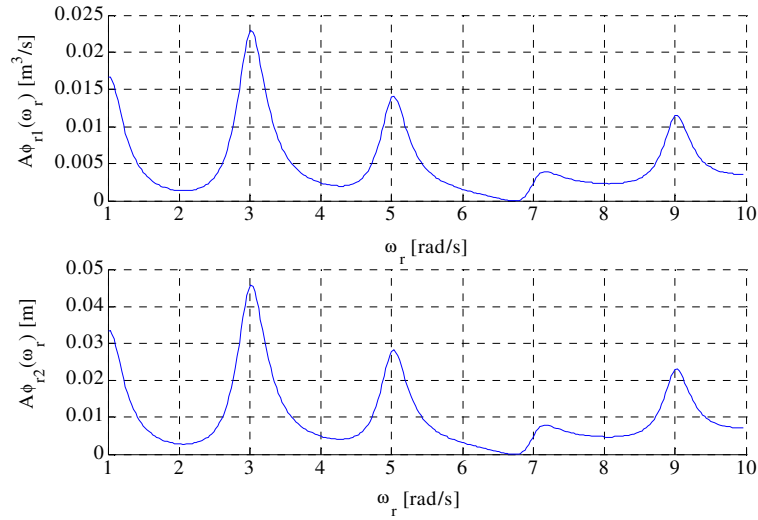


Figura 4.19 - $A_{\phi_r}(\omega_r)$ com duas fugas, sendo a primeira em $\ell_1=1545$ [m] e a segunda em $\ell_1 + \ell_2=4635$ [m].

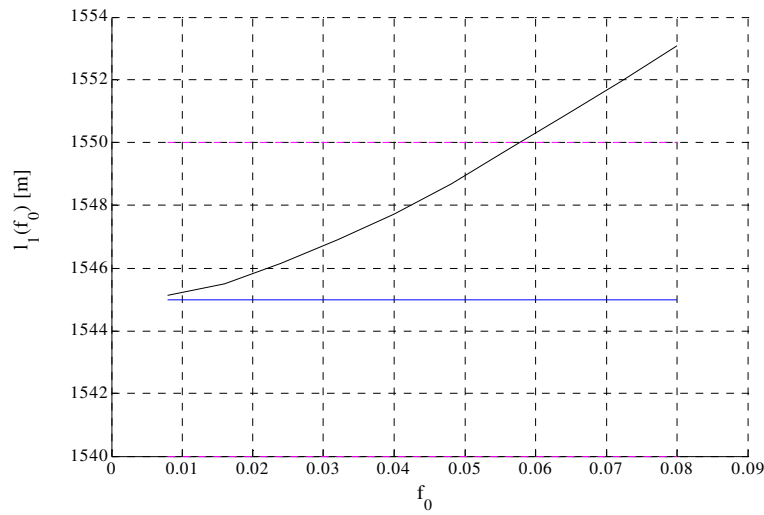


Figura 4.20 - Estimação da primeira fuga em $\ell_1=1545$ [m], como função do fator de Darcy-Weisbach f_0 , sendo que $\ell_1 + \ell_2$ é múltiplo de ℓ_1 .

Situação 2: $\ell_1 + \ell_2$ não é múltiplo de ℓ_1 .

$$\ell_1=1545 \text{ [m];}$$

$$\ell_2=2800 \text{ [m];}$$

$$\ell_1 + \ell_2=4345 \text{ [m];}$$

Aa figuras 4.21 e 4.22 confirmam o resultado teórico, mostrando que não é possível estimar ℓ_1 , por este método. Na verdade a estimação é feita, todavia apresenta um erro muito grande, da ordem de 100 [m].

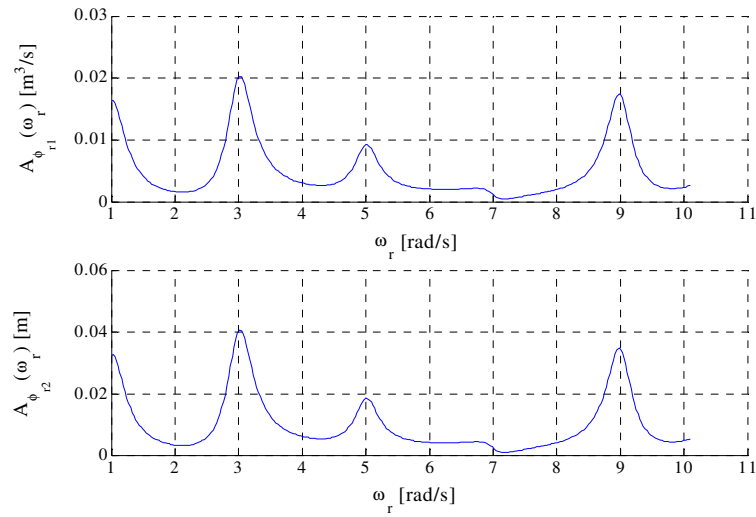


Figura 4.21 - $A_{\Phi_r}(\omega_r)$ com duas fugas, sendo a primeira em $\ell_1 = 1545$ [m] e a segunda em

$$\ell_1 + \ell_2=4345 \text{ [m].}$$

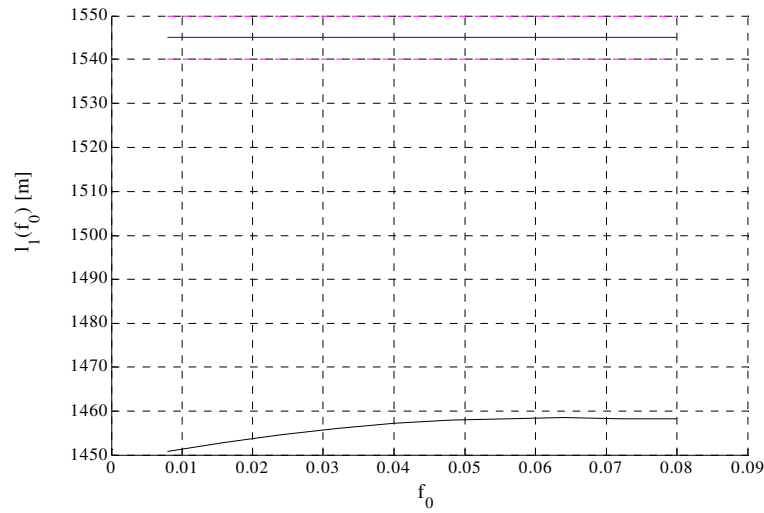


Figura 4.22 - Estimação da primeira fuga em $\ell_1=1545$ [m], como função do fator de Darcy-Weisbach f_0 , sendo que $\ell_1 + \ell_2$ é não múltiplo de ℓ_1 .

4.4 Conclusão

A análise que foi realizada neste capítulo, mostra que o MMT, utilizado para a estimação dos pontos de fuga é muito eficaz para o caso de uma fuga, entretanto se o sistema apresenta mais de uma fuga não é recomendado, dado que o erro de estimação é muito grande. Além disso, mesmo para o caso de uma única fuga, com estimação bastante precisa, o método apresenta uma dificuldade no que diz respeito à faixa de frequência a ser pesquisada, dado que não se conhecendo, a priori, o local da fuga, não se deve desconsiderar os casos em que esta esteja próxima do reservatório, sendo esta uma situação que impõe que a pesquisa se dê numa ampla faixa de frequências.

Capítulo 5

MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS:

Resposta em Frequência pela Transformada Rápida de Fourier

5.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é procurar uma solução, no domínio do tempo para o modelo dinâmico apresentado no capítulo 3. Será considerado que, a partir de uma condição de regime permanente estacionário, o sistema é perturbado com pequenas variações de amplitude k na abertura de uma válvula colocada à jusante, conforme mostra a figura 5.1. Para pequenos valores de k , no máximo 10% da abertura da válvula quando em regime permanente, foi utilizado o mesmo modelo linearizado já analisado nos capítulos precedentes.

O método das características é uma das formas aproximadas de se obter a solução de equações diferenciais a derivadas parciais (EDDP). No caso de sistemas hidráulicos as equações que descrevem as relações dinâmicas entre carga e vazão, no tempo, ao longo de uma tubulação, são EDDP de segunda ordem tanto no espaço como no tempo denominadas equações hiperbólicas.

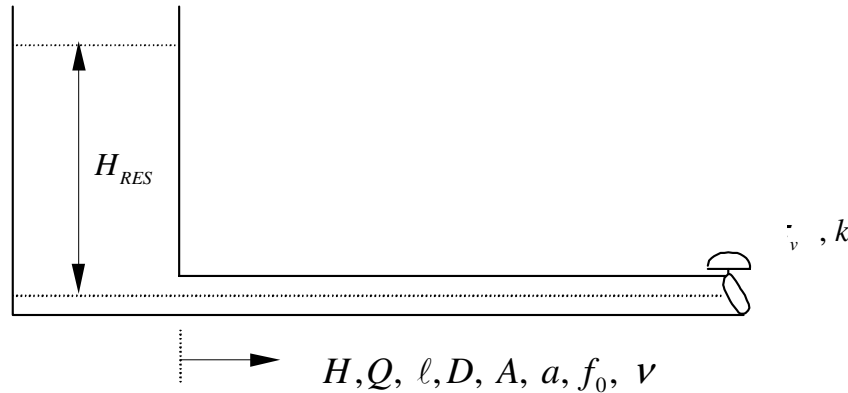


Figura 5.1 - Reservatório, tubulação, válvula

O nível de líquido do reservatório será considerado controlado para que se mantenha constante $H(t) = H_{RES}; \forall t \in [0, \infty)$. Sendo que H e Q podem variar ao longo da tubulação, devido a vários fatores tais como, perdas por atritos, flexibilidade do conduto, perturbações externas, vazamentos causados por perfurações no conduto, deformações por acidente ou por fadiga.

Denotando por $x \in [0, \ell]$ a coordenada de uma seção de tubulação medida ao longo do comprimento da tubulação, à partir da saída do reservatório, as variáveis de interesse para a análise dinâmica serão consideradas funções de t e de x e denotadas na forma.

$$\begin{aligned} H &= H(x, t) \\ Q &= Q(x, t) \end{aligned} \tag{5.1}$$

As demais propriedades físicas do conduto são:

D : diâmetro da seção transversal,
 A : Área da seção transversal,
 a : celeridade,
 f_o : fator de Darcy Weisbach (regime turbulento)
 ν : viscosidade cinemática (regime laminar)

As equações dinâmicas são bastante conhecidas. Em (CHAUDHRY, 1979 & STREETER e WYLIE, 1993) são deduzidas criteriosamente e são da seguinte forma,

- Equação da Continuidade

$$a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} = 0, \quad \forall (x, t) \in ([0, L], [0, \infty)) \quad (5.2)$$

- Equação da Quantidade de Movimento

$$gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} + \psi(Q) = 0, \quad \forall (x, t) \in ([0, L], [0, \infty)) \quad (5.3)$$

onde, $\psi(Q)$ representa a perda por atrito ao longo da tubulação, como função da vazão,

De forma geral, a função $\psi(Q)$ pode ser escrita em termos do fator de atrito f como

$$\psi(Q) = \frac{f}{2DA} Q|Q| \quad (5.4)$$

Os termos à esquerda das equações (5.2), e (5.3) são por definição idênticos no domínio de definição de Q e H , ou seja, $(x, t) \in ([0, \ell], [0, \infty))$. Desta forma pode-se concluir que para qualquer escalar, constante ou não, denominado por λ , a seguinte igualdade é verdadeira,

$$\lambda \left\{ a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} \right\} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} + \psi(Q) = 0, \quad \forall (x, t) \in ([0, L], [0, \infty)) \quad (5.5)$$

Do que foi visto acima, a escolha de λ é livre, desde que seja escalar. Então, escolhe-se λ de tal forma que seja possível reescrever a equação (5.5) em termos de diferenciais totais. Para isto juntam-se os termos em H e Q , tem-se então,

$$\left\{ \frac{\partial Q}{\partial x} \lambda a^2 + \frac{\partial Q}{\partial t} \right\} + \lambda gA \left\{ \frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right\} + \psi(Q) = 0, \quad \forall (x, t) \in ([0, L], [0, \infty)) \quad (5.6)$$

É fácil verificar que se for escolhido λ tal que satisfaça a condição,

$$\lambda a^2 = \frac{1}{\lambda} = \frac{dx}{dt} \quad \forall (x, t) \in ([0, L], [0, \infty)) \quad e \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad (5.7)$$

então os termos entre chaves na equação (5.6), sob a condição (5.7), transformam-se nas derivadas totais de Q e H com relação a t , donde tem-se as seguintes equações diferenciais ordinárias,

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \psi(Q) = 0, \quad \forall \frac{dx}{dt} = a > 0 \quad (5.8)$$

que representa a equação da onda caminhando no sentido do reservatório para a válvula e

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \psi(Q) = 0, \quad \forall \frac{dx}{dt} = -a < 0 \quad (5.9)$$

que representa a equação da onda refletida, caminhando no sentido da válvula para o reservatório.

É evidente que a solução de (5.6), pode ser obtida em pontos especificados na tubulação, como na válvula por exemplo, desde que (5.8) e (5.9) sejam resolvidas simultaneamente, segundo algum critério. O método das características é um destes critérios e consiste em transformar (5.8) e (5.9) em equações a diferenças finitas, obtendo-se a solução em

cada ponto pré-determinado da tubulação, recorrentemente, tanto no caminho direto ^(D) como o reverso ^(R). As equações a diferenças associadas às equações (5.8) e (5.9) serão expressas da seguinte forma,

$$\Delta Q^{(D)} + \frac{gA}{a} \Delta H^{(D)} + \psi(Q) \Delta t = 0, \quad \forall \frac{\Delta x}{\Delta t} = a > 0 \quad (5.10)$$

$$\Delta Q^{(R)} - \frac{gA}{a} \Delta H^{(R)} + \psi(Q) \Delta t = 0, \quad \forall \frac{\Delta x}{\Delta t} = -a < 0 \quad (5.11)$$

onde ΔH e ΔQ : são respectivamente as diferenças de carga e de vazão, entre dois pontos distantes de Δx , na tubulação, medidas num intervalo de tempo constante Δt , sendo que a relação entre Δx e Δt deve satisfazer a *Condição de Estabilidade de Courant*, ou seja, $\Delta t / \Delta x \leq 1/a$, onde ^(D) e ^(R) referem-se às retas características positiva (direta) e negativa (reversa).

5.1.1 Condições iniciais em $t = 0$, e $x \in [0, \ell]$

Estas diferenças são definidas a partir de um conjunto de condições de contorno intermediárias sendo que, no início do processo recorrente, ou seja, no incremento de $t = 0$ para $t = \Delta t$ são as *condições iniciais* determinadas ao longo do conduto com escoamento em regime permanente estacionário. Estas condições são determinadas a partir da equação (5.10) substituindo-se Δt por $\Delta x/a$, donde obtém-se:

$$\Delta H^{(D_0)} = -\frac{a}{gA} \left\{ \Delta Q^{(D_0)} + \frac{\Delta x}{a} \psi(Q_{D_0}(\square, 0)) \right\} \quad (5.12)$$

onde:

$$\begin{aligned}
\Delta H^{(D_0)} &= H_{D_0}((n_x + 1)\Delta x, 0) - H_{D_0}(n_x \Delta x, 0) \\
n_x &= 1, 2, \dots, N + 1 \\
\Delta Q^{(D_0)} &= Q_{D_0}((n_x + 1)\Delta x, 0) - Q_{D_0}(n_x \Delta x, 0)
\end{aligned} \tag{5.13}$$

n_x é o número de pontos que marcam a divisão do conduto em N setores.

Substituindo (5.4) e (5.13) em (5.12), e considerando que o conduto não contém nenhuma fuga nem obstáculos internos, e que as suas propriedades físicas são mantidas ao longo do seu comprimento total, o conjunto das condições iniciais ao longo do conduto $H_D(n_x \Delta x, 0)$, $H_R(n_x \Delta x, 0)$, $Q_D(n_x \Delta x, 0)$ e $Q_R(n_x \Delta x, 0)$ é determinado através das seguintes equações do regime estacionário onde Q_{v_0} é a vazão de regime permanente na válvula,

$$\begin{aligned}
Q_{D_0}(0, 0) &= Q_{v_0} \\
H_{D_0}(0, 0) &= H_{RES}
\end{aligned} \tag{5.14}$$

$$\begin{aligned}
Q_{D_0}(n_x \Delta x, 0) &= Q_{v_0}; \quad n_x = 1, 2, \dots, N \\
Q_{R_0}((n_x + 1)\Delta x, 0) &= Q_{v_0}; \quad n_x = 1, 2, \dots, N
\end{aligned} \tag{5.15}$$

$$\begin{aligned}
H_{D_0}(n_x \Delta x, 0) &= H_{RES} - \frac{n_x \Delta x \cdot f}{2gDA^2} Q_{v_0} |Q_{v_0}|; \quad n_x = 1, 2, \dots, N \\
H_{R_0}((n_x + 1)\Delta x, 0) &= H_{RES} - \frac{(n_x + 1)\Delta x \cdot f}{2gDA^2} Q_{v_0} |Q_{v_0}|; \quad n_x = 1, 2, \dots, N
\end{aligned} \tag{5.16}$$

É sempre possível considerar a carga hidráulica no reservatório como sendo invariante no tempo. Conhecidas as perdas por atrito ao longo da tubulação, tem-se como determinar os valores de regime permanente de carga e vazão em todos os pontos pré definidos pela escolha de Δt e Δx . Obtêm-se então um conjunto de valores conhecidos *a priori*, correspondentes ao regime permanente. Este conjunto de valores dá as condições espaciais do regime permanente, e pode ser ilustrado na forma da figura 5.2, que é o resultado da simulação feita para um sistema com os seguintes parâmetros:

$$\ell = 5200 \text{ [m]};$$

$$a = 1200 \text{ [m/seg]};$$

$$f_0 = 0,010;$$

$$D = 0,3046 \text{ [m]};$$

$$g = 9,806 \text{ [m/seg}^2\text{]};$$

$$Q_0 = 0,02 \text{ [m}^3\text{/seg]};$$

$$H_{RES} = 50 \text{ [m]};$$

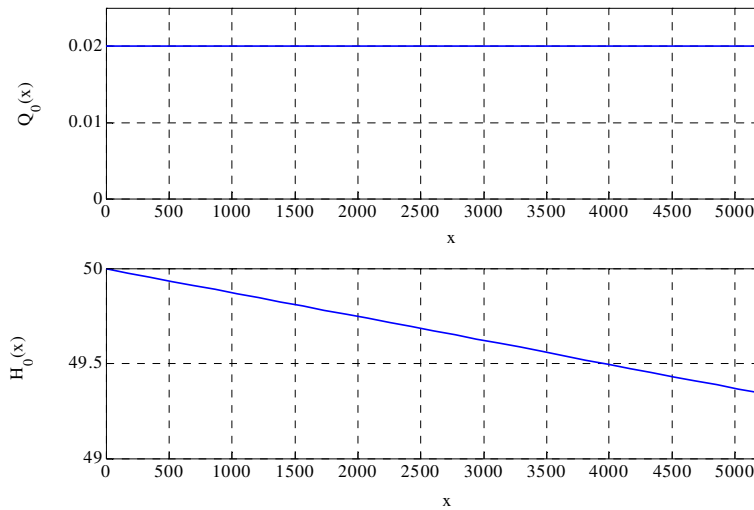


Figura 5.2 - Condições de regime permanente

5.1.2 Determinação dos pontos intermediários $n_x \in [2, N]$

Os pontos intermediários são aqueles compreendidos entre a posição distante de Δx do reservatório e o penúltimo ponto do conduto que é distante de Δx da válvula.

A partir deste conjunto incrementa-se o tempo tanto no sentido direto do movimento da onda como no reverso, a fim de se obter o resultado final a cada incremento Δt . Os valores de Q

e H resultantes são denotados por $H_p(n_x \Delta x, n_t \Delta t)$ e $Q_p(n_x \Delta x, n_t \Delta t)$. Desta forma as diferenças finitas introduzidas pela equação (5.13) serão definidas

$$\begin{bmatrix} \Delta Q^{(D)} \\ \Delta H^{(D)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_p((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) - Q_D(n_x \Delta x, n_t \Delta t) \\ H_p((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) - H_D(n_x \Delta x, n_t \Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q^{(R)} \\ \Delta H^{(R)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_p((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) - Q_R((n_x + 2)\Delta x, n_t \Delta t) \\ H_p((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) - H_R((n_x + 2)\Delta x, n_t \Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

onde $n_x = 2, 3, \dots, N$, para cada valor de n_t e $n_t = 1, 2, \dots, t_{final} / \Delta t$.

Substituindo (5.17) e (5.18) em (5.10) e (5.11) respectivamente e somando-se as duas equações resultantes, obtêm-se as equações recorrentes para a determinação dos pontos intermediários procurados H_p e Q_p em cada passo de integração.

$$Q_p(n_x + 1) = \frac{Q_D(n_x)[1 - c_f |Q_D(n_x)|] + Q_R(n_x + 2)[1 - c_f |Q_R(n_x + 2)|] + c_a[H_D(n_x) - H_R(n_x + 2)]}{2} \quad (5.19)$$

onde, $c_a = gA/a$ e $c_f = f_0 \Delta t / 2DA$.

Substituindo (5.19) em (5.10) determina-se o conjunto dos valores de H_p nos pontos intermediários, donde

$$H_p(n_x + 1) = H_D(n_x) + \frac{Q_D(n_x)[1 - c_f |Q_D(n_x)|] - Q_p(n_x + 1)}{c_a} \quad (5.20)$$

Notação Simplificada: Note que as variáveis contidas nas equações (5.17) e (5.18) foram escritas com notação simplificada nas equações (5.19) e (5.20), uma vez que para cada incremento Δt o importante é mostrar a posição relativa no conduto, uma vez que o lado esquerdo de (5.19) e (5.20), $Q_p(n_x + 1)$ e $H_p(n_x + 1)$ sempre se referem ao instante $t = (n_t + 1)\Delta t$ e todos os

termos do lado direito sempre se referem ao instante $t = n_t \Delta t$. Nesta notação foi mantida a posição relativa ao trajeto direto e reverso, e passa-se a utilizar as seguintes equivalências,

$$\begin{aligned} Q_p((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) &\equiv Q_p((n_x + 1)) \\ H_p((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) &\equiv H_p((n_x + 1)) \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} Q_D(n_x \Delta x, n_t \Delta t) &\equiv Q_D(n_x) \\ H_D(n_x \Delta x, n_t \Delta t) &\equiv H_D(n_x) \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} Q_R((n_x + 2)\Delta x, n_t \Delta t) &\equiv Q_R((n_x + 2)) \\ H_R((n_x + 2)\Delta x, n_t \Delta t) &\equiv H_R((n_x + 2)) \end{aligned} \quad (5.23)$$

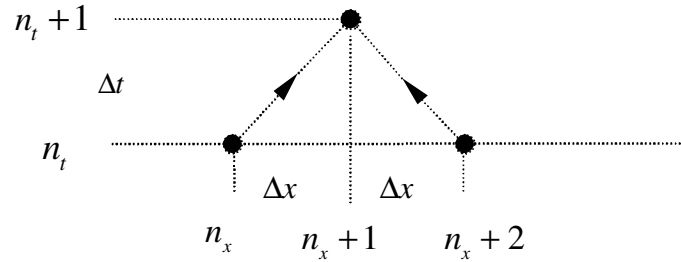


Figura 5.3 - Curvas características

Como pode ser visto, após um incremento Δt calcula-se Q_p em todos os pontos ao longo do conduto, com exceção do reservatório e da válvula. Deve-se então encontrar as condições de contorno relativas a estes pontos.

5.1.3 Condições de contorno do reservatório

Para o reservatório é sabido que, por imposição, o valor de H é constante em qualquer instante de tempo, ou seja, $H_p(0, (n_t + 2)\Delta t) = H_{RES}$; $\forall n_t \in (0, (t_{final} - 2)/\Delta t]$, sendo que n_t é par. Então da equação do caminho reverso, equação (5.11), tem-se ,

$$Q_p(0, (n_t + 2)\Delta t) = Q_R(\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) \left[1 - c_f |Q_R(\Delta x, (n_t + 1)\Delta t)| \right] + c_a [H_{RES} - H_R(\Delta x, (n_t + 1)\Delta t)] \quad (5.24)$$

5.1.4 Condições de contorno na válvula

A relação entre Q e H na válvula é dada, segundo (CHAUDHRY, 1979), pela equação abaixo,

$$H_p = \frac{H_{v_0}}{Q_{v_0} \tau_v^2} Q_p^2 \quad (5.25)$$

A figura 5.4 mostra como a recorrência é desenvolvida no plano $t \times x$. Neste diagrama, a localização da válvula está demarcada pela linha vertical vermelha. Note que após um incremento Δt gera-se, a partir de (5.19) e (5.20) , a seqüência de pontos intermediários – azuis. Esta seqüência não contém os valores de reservatório nem os da válvula ($n_x = N + 1$). Após um incremento de $2\Delta t$ o valor de Q_p no reservatório é determinado segundo a equação (5.24). Resta mostrar nesta sub-seção como determinar os valores de Q_p e H_p no ponto $n_x = N + 1$. A determinação será feita substituindo-se (5.25) em (5.10) e obtendo-se $Q_p((N + 1)\Delta x, (n_t + 2)\Delta t)$. Desta forma tem-se

$$Q_p((N + 1)\Delta x, (n_t + 2)\Delta t) = \frac{-C_v + \sqrt{C_v^2 + 4C_D(N\Delta x, (n_t + 1)\Delta t)C_v}}{2} \quad (5.26)$$

onde,

$$C_D(N\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) = Q_D(N\Delta x, (n_t + 1)\Delta t)[1 - c_f |Q_D(N\Delta x, (n_t + 1)\Delta t)|] + c_a H_D(N\Delta x, (n_t + 1)\Delta t)$$

e

$$C_v = (\tau_v Q_{v_0})^2 / c_a H_{v_0}$$

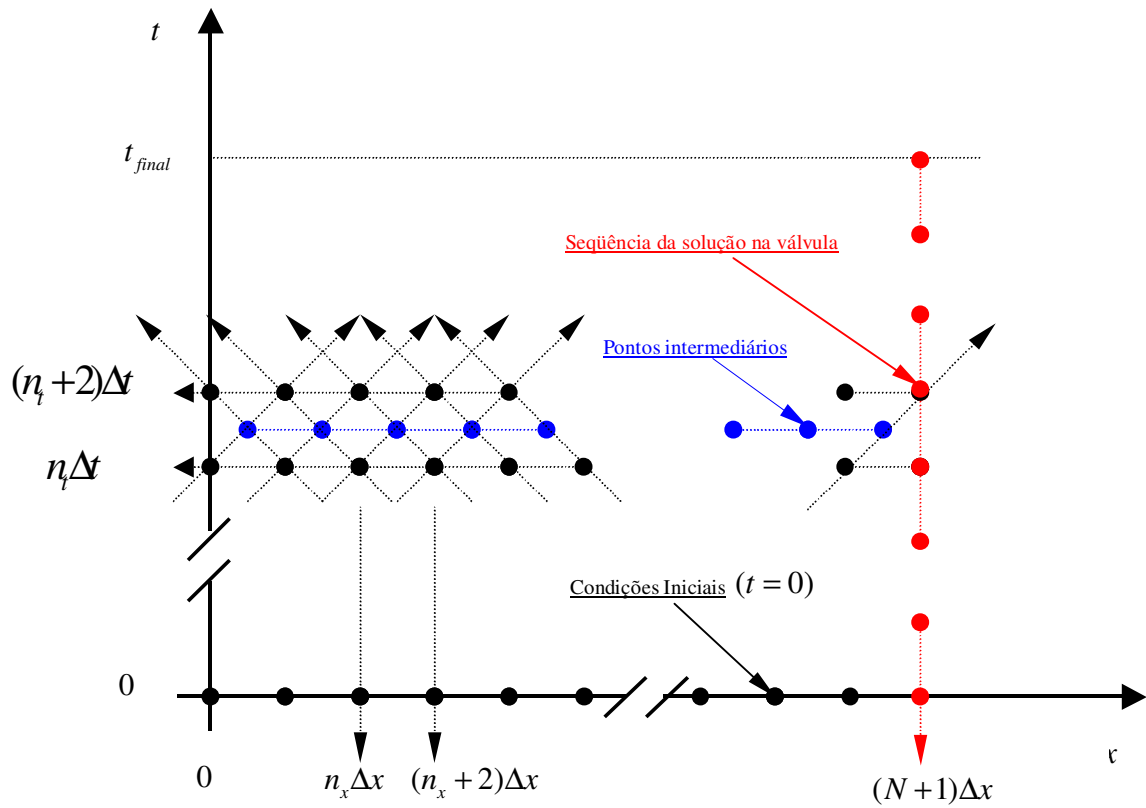


Figura 5.4 - Geração da sequência discreta da solução das equações (5.10) e (5.11)

Foi simulado o modelo descrito por (5.10) e (5.11) com as condições iniciais e de contorno dadas pelas equações (5.16), (5.19), (5.20), (5.24) e (5.26).

Para o sistema inicialmente, em regime permanente, com a válvula totalmente aberta, $\tau_{v_0} = 1$, provocou-se uma perturbação no sentido do fechamento da mesma, denominada $\tau_v^*(t)$, de tal forma que a abertura relativa seja,

$$\tau_v(t) = \tau_{v_0} + \tau_v^*(t) \quad (5.27)$$

Para os resultados apresentados abaixo, os parâmetros do modelo simulado, são os mesmos utilizados no capítulo 4, ou seja,

$$\ell = 5200 [m];$$

$$a = 1200 [m / seg];$$

$$f_0 = 0,010;$$

$$D = 0,3046[m];$$

$$g = 9,806[m / seg^2];$$

$$Q_0 = 0,02[m^3 / seg];$$

$$H_{RES} = 50 [m];$$

com as seguintes funções de perturbação

- *Simulação 1:* $\tau_v^*(t) = -0.05\delta(t - 30)$ que é um impulso de amplitude -0.05 aplicado no instante $t = 30 [s]$, com o sistema em regime permanente no instante anterior a $30 [s]$. O resultado é mostrado na figura 5.5.

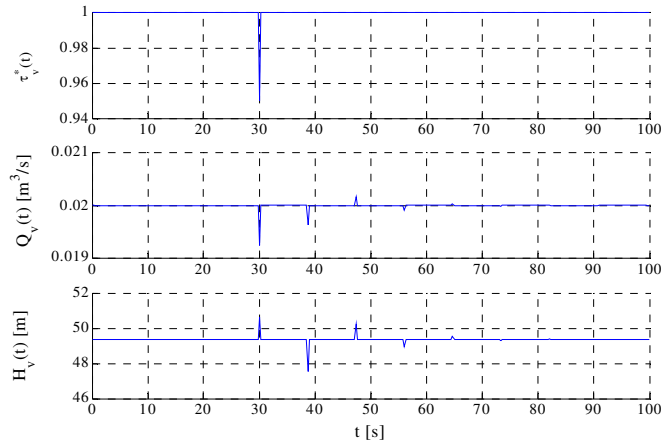


Figura 5.5 - Resposta a um impulso $\tau_v^*(t) = -0.05\delta(t - 30)$ a partir da válvula aberta

- *Simulação 2:* $\tau_v^*(t)$ que é um pulso de amplitude -0.05 com duração de $t = 20$ [s], com o sistema em regime permanente no instante inicial. O resultado é mostrado na figura 5.6.

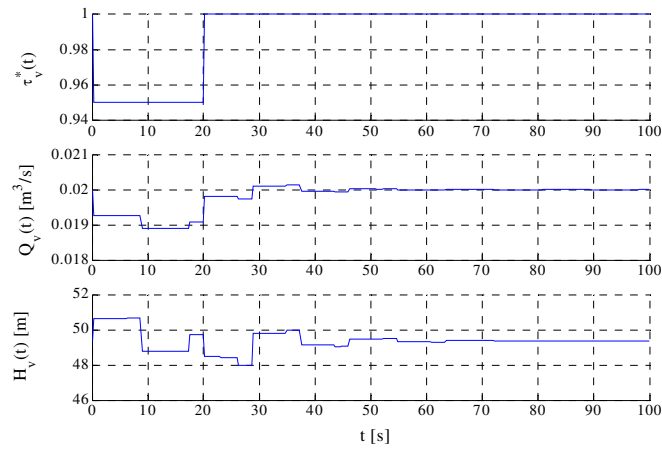


Figura 5.6 - Resposta a um pulso de amplitude $-0.05\tau_{v_0}$ e duração de 20[s] a partir da válvula aberta

- *Simulação 3:* $\tau_v^*(t) = -0.05t$ que é uma rampa com duração $t = 20$ [s] até fechar completamente a válvula e com o sistema em regime permanente no instante inicial. O resultado é mostrado na figura 5.7.

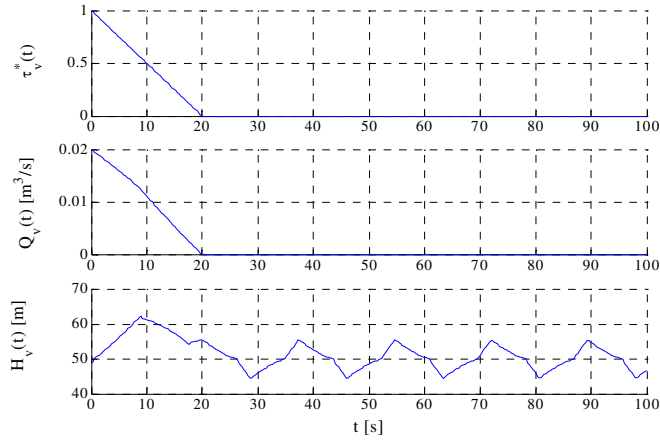


Figura 5.7 - $\tau_v^*(t) = -0.05t$ e duração de 20[s] até o fechamento completo da válvula

- *Simulação 4:* $\tau_v^*(t) = -0.05t$ que é uma rampa com duração $t = 10$ [s] até fechar metade do curso da válvula. O resultado é mostrado na figura 5.8.

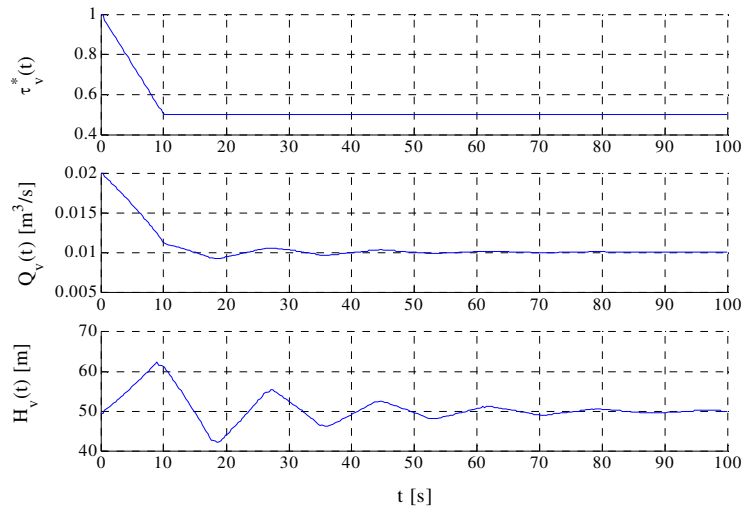


Figura 5.8 - $\tau_v^*(t) = -0.05t$ e duração de 10[s] até o fechamento de meio curso da válvula

- *Simulação5:* $\tau_v^*(t)$ é uma parábola com duração $t = 24,55$ [s] iniciando do regime permanente até fechar completamente a válvula. O resultado é mostrado na figura 5.9.

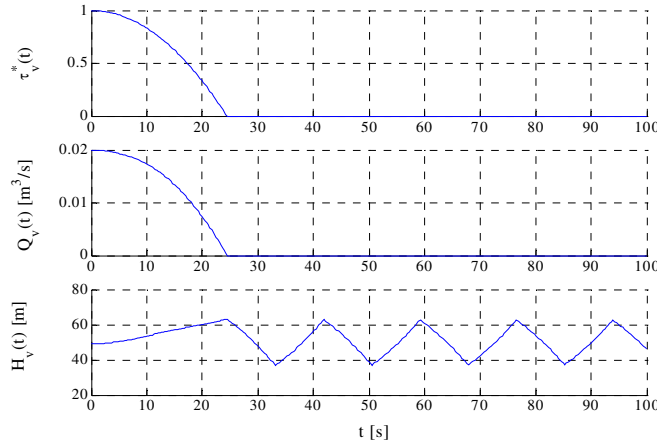


Figura 5.9 - Resposta a uma parábola de duração de 24.55 [s] até o fechamento completo

5.2 Linearização do Modelo

Nos capítulos 3 e 4 foram obtidas a Matriz de Transferência e a Resposta em Frequência do Sistema a partir de um modelo linearizado, em torno dos pontos de operação da válvula e dos pontos de fuga.

A análise pelo método das características, se feita somente no domínio do tempo não requer tal linearização. Entretanto tem-se como objetivo, neste capítulo, obter a Resposta em Frequência através da Transformada Rápida de Fourier da resposta temporal obtida pelo Método das Características (MOC/FFT), a fim de comparar este resultado com o do capítulo 4 (MMT/Resposta em Frequência $\times$ MOC/FFT). Esta comparação é muito importante na medida em que se proporciona a validação dos modelos adotados e resolvidos por métodos distintos. É fundamental, portanto que a comparação seja feita com base no mesmo procedimento adotado naqueles capítulos anteriores.

O modelo da válvula linearizado em torno do ponto $P_v = (Q_{v_0}, H_{v_0})$, será então

$$h_p = \frac{-Q_{v_0}(1+\tau^*) + Q_D(N\Delta x, k_t \Delta t)[1 - c_f |Q_D(N\Delta x, k_t \Delta t)|] + c_a H_D(N\Delta x, k_t \Delta t) - H_{v_0}}{c_a + \tau_{v_0} Q_{v_0} / 2H_{v_0}} \quad (5.28)$$

$$q_p = \frac{Q_{v_0}}{2H_{v_0}} \tau_{v_0} h_p + Q_{v_0} \tau_v^* \quad (5.29)$$

Para comparar a diferença entre o modelo linearizado e o modelo exato, simulamos o mesmo sistema estudado na *Simulação 5*: da seção anterior, considerando três amplitudes distintas para a perturbação τ_v^* :

- *Simulação 1*: A parábola fecha até um mínimo de $\tau_{v_{\min}}(t) = 0,925$, o que corresponde a uma perturbação máxima de, em valor absoluto, $0,075$. O resultado é mostrado na Figura 5.10, sendo que as curvas em azul correspondem ao modelo linearizado e as curvas em vermelho correspondem ao modelo exato, que é não linear.

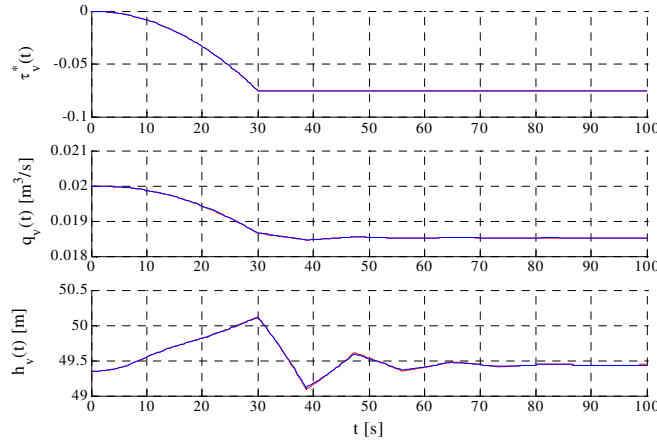


Figura 5.10 - Comparação entre o modelo exato e o modelo linear $|\tau_{v_{\max}}^*| = 0,075$

- *Simulação 2*: A parábola fecha até um mínimo de $\tau_{v_{\min}}(t) = 0,7$, o que corresponde a uma perturbação máxima de, em valor absoluto, de $0,3$. O resultado é mostrado

na Figura 5.10, sendo que as curvas em azul correspondem ao modelo linearizado e as curvas em vermelho correspondem ao modelo exato, que é não linear.

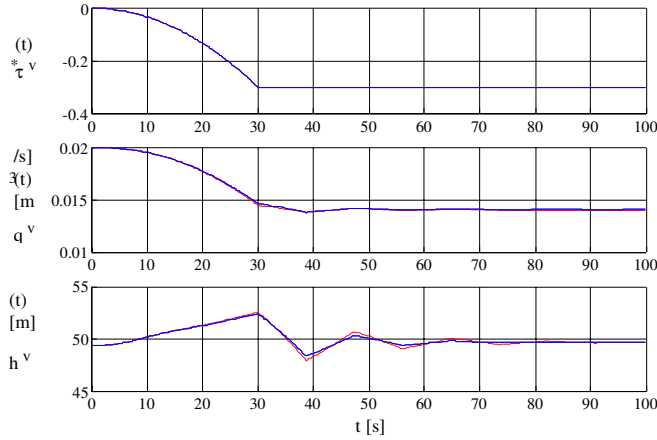


Figura 5.11 - Comparação entre o modelo exato e o modelo linear $\left| \tau_{v_{\max}}^* \right| = 0.3$

- *Simulação 3:* A parábola fecha até um mínimo de $\tau_{v_{\min}}(t) = 0,1$, o que corresponde a uma perturbação máxima de, em valor absoluto, de 0,9. O resultado é mostrado na Figura 5.12, sendo que as curvas em azul correspondem ao modelo linearizado e as curvas em vermelho correspondem ao modelo exato, que é não linear.

Pela inspeção das Figuras 5.10, 5.11 e 5.12, é possível verificar que para amplitudes de perturbação em torno de 0,075, praticamente não há diferença entre os dois modelos.

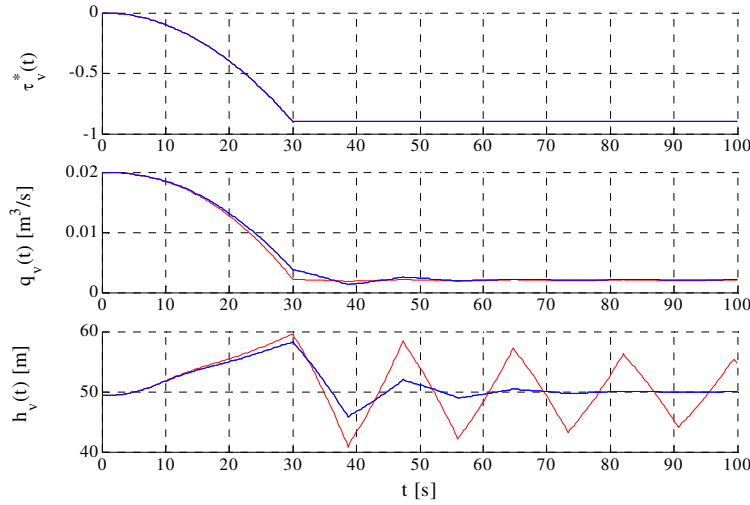


Figura 5.12 - Comparação entre o modelo exato e o modelo linear $\left| \tau_{v_{\max}}^* \right| = 0.9$

5.3 Transformada Rápida de Fourier da Resposta ao Impulso

Nesta seção é mostrado que a Resposta em Frequência deduzida no Capítulo 4, através do MMT, pode também ser obtida, de forma aproximada, mas com razoável precisão, a partir da Transformada Rápida de Fourier da resposta do modelo linearizado a uma perturbação $\tau_v^*(t) = k\delta(t)$, ou seja, um impulso de amplitude k aplicado em $t = 0$.

5.3.1 Exemplo de um sistema linear

Seja um sistema linear de segunda ordem, com saída $y(t)$ e entrada $u(t)$, descrito pela equação seguinte Equação Diferencial Ordinária,

$$\frac{dy^2}{dt} + 2\xi\omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 = \omega_n^2 u(t) \quad (5.30)$$

A função de Transferência associada a esta EDO é, por definição, dada na forma,

$$F(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5.31)$$

tem-se então, pela definição, que a resposta às condições iniciais nulas e à entrada $u(t)$, no domínio da frequência será

$$Y(s) = F(s)U(s) \quad (5.32)$$

Se $u(t)$ é um impulso de amplitude k aplicado na origem, ou seja, $u(t) = k\delta(t)$ então,

$$U(s) = k \quad (5.33)$$

portanto, ter-se-á que $Y(s) = kF(s)$.

Isto mostra que a transformada de Laplace da resposta a um impulso de amplitude k é a própria função de transferência do sistema, multiplicada pela amplitude do impulso e como já foi visto no Capítulo 4, a resposta em frequência do sistema é a transformada de Laplace da resposta ao impulso, quando $s = j\omega \quad \forall \in (-\infty, \infty)$. Desta forma tem-se que os diagramas de módulo e fase serão definidos na forma,

$$A(\omega) = k |F(j\omega)|; \quad (5.34)$$

$$\phi(\omega) = \arctg \left\{ \frac{\text{Im}[F(j\omega)]}{\text{Re}[F(j\omega)]} \right\}$$

Simulou-se o modelo da equação (5.30), para

$$\xi = 0.02 \quad \text{e} \quad \omega_n = 4 \quad (5.35)$$

e apresentou-se o diagrama de módulo considerando duas situações. Primeiro resolveu-se numericamente a equação (5.30) e determinou-se a FFT, com 500 pontos, 1000 pontos e com

2500 pontos. Em seguida determinou-se o módulo da função contínua $F(j\omega)$ definida pela equação (5.31). O resultado está mostrado na Figura 5.13, sendo que as curvas em vermelho representam o $|FFT(y(t), N_F)|$, onde N_F é o número de pontos do vetor y e as curvas em azul representam o $|F(j\omega)|$. Esta figura mostra como é visível a aproximação do $|FFT(resposta\ ao\ impulso)|$, para o módulo de $F(j\omega)$, quanto maior é o número de pontos contidos no vetor $y(t)$, da resposta ao impulso.

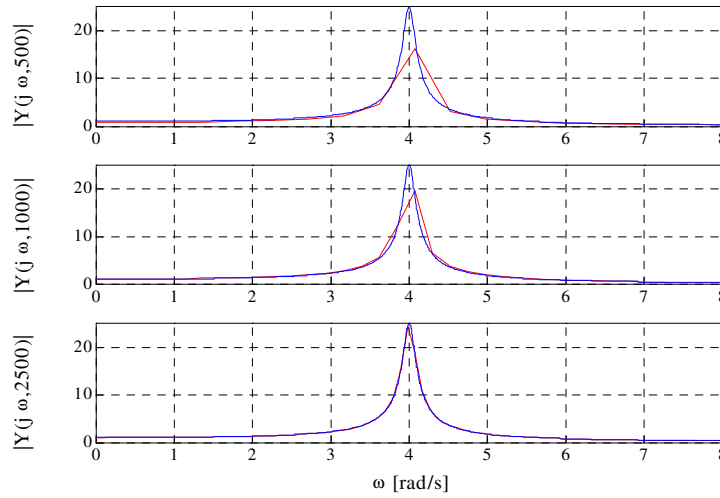


Figura 5.13 - FFT× Resposta em frequência

No caso do sistema que foi estudado, tem-se um modelo linear dado pela equação (3.38). Neste capítulo, na seção 5.1, é visto como se determina o vetor $y_v(t)$, de forma recorrente e aproximada pelo método das características. Sabe-se que a Transformada Rápida de Fourier é uma aproximação da transformada de Fourier da função vetor $y_v(t)$. E quanto maior é o número de pontos N_F contidos no vetor $y_v(t)$, mais próxima ela será. Então pode-se afirmar que,

$$FFT(y_v, N_F) \approx Y_v(j\omega) = F(j\omega) \quad (5.36)$$

Então a FFT da solução pelo método das características, à uma perturbação impulsiva é a resposta em frequência aproximada do sistema.

5.4 Comparação MOC/FFT × MMT/Resposta em Frequência

Nesta seção determina-se a resposta a um impulso de pequena amplitude, para garantir a validade do modelo linearizado, determina-se a FFT com pelo menos 2500 pontos e compara-se com os resultados do capítulo 4, obtidos através da MMT.

O impulso será definido de tal forma que represente uma ação perturbadora no sistema, inicialmente em regime permanente estacionário, com a válvula totalmente aberta, ou seja, $\tau_{v_0} = 1$. Desta forma a função de perturbação $\tau_v^*(t)$ será

$$\tau_v^*(t) = -0.075\delta(t) \quad (5.37)$$

A escolha da amplitude de -0.075 , é devido à análise feita na seção 5.2. Como se vê na figura 5.10, o modelo linearizado tem uma grande proximidade com o modelo exato.

Vale lembrar que na prática o vetor $y_v(t)$ será resultado de uma medida de campo e portanto representa o sistema real, com o modelo não linear associado a ele. Isto significa que a $FFT(y_v(t))$ será a FFT do sistema real e não a do modelo linearizado, nem mesmo a do modelo exato, dado que estes modelos são baseados em métodos de identificação que, a priori se sabe que somente aproximam o modelo matemático estimado do modelo físico real. Estas aproximações são maiores ou menores, dependendo do método de identificação adotado, porém sempre existem. Esta é a motivação para a cautela que se deve ter, na escolha da função perturbadora, do número de pontos escolhido para a determinação da FFT e dos sistema de aquisição de dados empregados.

A comparação entre a resposta da FFT/MOC e a da MMT/Resposta em Frequência será norteada no seguintes critérios:

1. Comparação do número de pontos a ser adotado para a determinação da FFT
2. Comparação do modelo linearizado com o modelo exato

Mesmo que se conclua que o método da resposta em frequência seja limitado para a localização de n-fugas, como já foi visto no capítulo 4. É de fundamental importância esta comparação, dado que no capítulo 6, é introduzido um método de estimação pela medida dos tempos das reflexões do impulso de perturbação e este método depende essencialmente da exatidão da solução obtida pelo método das características, que servirá como referência para comparação com o resultado das medidas de campo.

5.4.1 Comparação do número de pontos para a FFT

Nesta seção são apresentados a comparação entre os resultados obtidos no capítulo 4, onde foi determinada a resposta em frequência a partir da matriz de transferência do modelo linearizado, e a FFT da resposta a um impulso de perturbação $\tau_v^*(t) = -0.075\delta(t)$ aplicado no instante $t = 0$, com o sistema em condição de regime permanente estacionário.

As curvas em azul correspondem à resposta em frequência/MMT e as curvas em vermelho correspondem às obtidas pela FFT/MOC. Variou-se o número de pontos do vetor $y_v(t)$ calculado através do MOC, ou seja, $N_F = \{512\text{ pts}, 2048\text{ pts e } 4096\text{ pts}\}$ e calculou-se a FFT para cada caso. Nota-se que a condição em que $N_F = 4096 [\text{pts}]$ apresenta grande semelhança entre os resultados obtidos pelos dois métodos. Todavia nada impedira que se optasse por usar $N_F = 2048 [\text{pts}]$, isto porque, podem existir restrições do ponto de vista prático para se trabalhar com grandes quantidades de dados dependendo do equipamento que se utiliza. A decisão, neste caso, dependerá dos recursos computacionais, e sistemas de aquisição de dados que o pesquisador terá disponível.

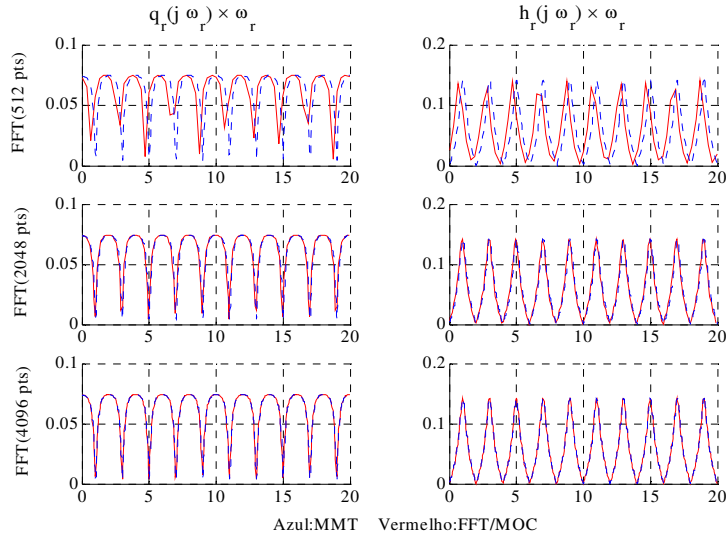


Figura 5.14 - Comparação MMT×FFT/MOC

A figura 5.15 mostra a resposta ao impulso no tempo, que foi utilizada para o cálculo das FFTs mostradas na figura anterior. É visível que não existe diferença entre elas, com relação à variação do número de pontos que o vetor $y_v(t)$ contém em cada caso. Isto se explica pelo fato de que na geração de cada uma delas, o conduto foi dividido no mesmo número de setores e portanto Δx e Δt foram considerados os mesmos para as três situações. A variação do número de pontos se deu pela variação do tempo total de simulação. Isto mostra que, se existem técnicas de localização plausíveis para estimação, quer da localização de pontos de fuga, ou de outra ocorrência dinâmica, o método das características, muito provavelmente, exigirá menos recursos computacionais, bem como as técnicas de medidas serão mais simples. No capítulo 6 isto será visto com mais detalhes.

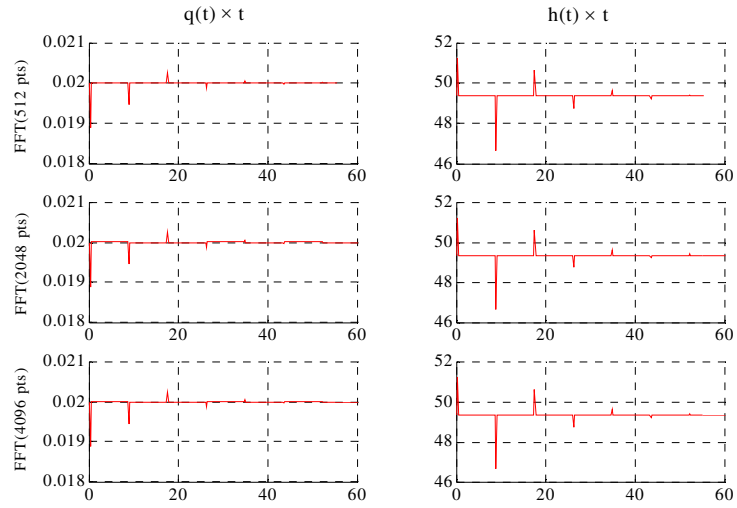


Figura 5.15 - Resposta ao Impulso através do MOC

5.4.2 Comparação do modelo linearizado com o modelo exato

A comparação que se faz nesta seção diz respeito à necessidade que se tem de trabalhar com as medidas feitas no modelo físico real, que é não linear, para os cálculos da FFT. O que se quer mostrar é que mesmo calculando-se a FFT de $y_{v_{medido}}(t)$, o erro cometido, devido à não linearidade é pequeno, desde que a ação perturbadora seja de baixa amplitude.

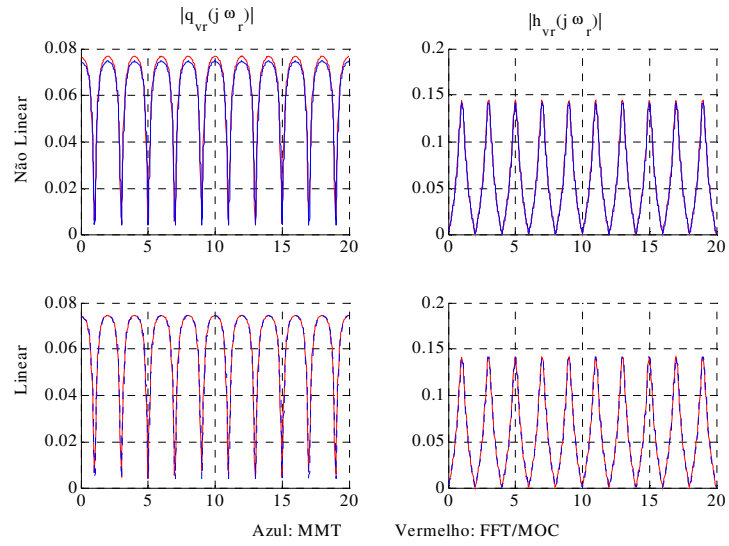


Figura 5.16 - Comparação entre os modelos não linear e linear

A figura 5.16 mostra a simulação, tanto do modelo não linear que é o mais próximo da medida de campo, como do modelo linear que viabilizou a resposta em frequência via MMT.

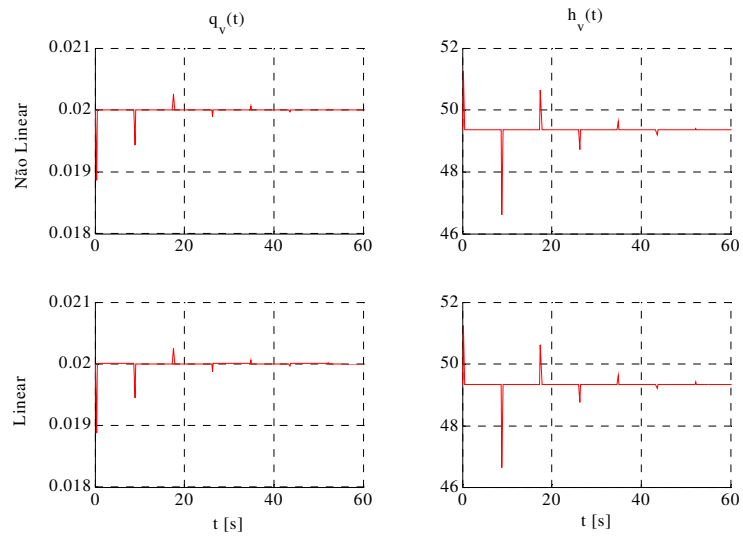


Figura 5.17 - Resposta ao impulso dos modelos não linear e linear

Nota-se que há pouca divergência entre os dois modelos para a amplitude da perturbação aplicada, $\tau_v^*(t) = -0.075\delta(t)$. O que se vê é uma distorção na amplitude da resposta do modelo não linear, que é muito mais devido à forma como é utilizada a FFT para um sinal de características não linear, do que pelos parâmetros empregados na simulação do MOC. Veja pela figura 5.17, que mostra a resposta ao impulso dos dois modelos, via MOC, que não se percebe discrepância entre a resposta do não linear e do linear.

Capítulo 6

ANÁLISE DE ALTA FREQUÊNCIA:

Localização por Pulsos Refletidos

6.1 Pulso de Alta Frequência

Neste capítulo será analisado o comportamento do sistema com fugas, suposto inicialmente em regime permanente, quando submetido a perturbações de alta frequência. Será mostrado como um sinal de alta frequência e baixa amplitude, atuando na válvula através de $\tau_v^*(t)$, interfere no escoamento. A forma do sinal escolhido para $\tau_v^*(t)$ será um pulso retangular, negativo e de pequena duração como mostrado na figura 6.1.



Figura 6.1 – Representação do pulso de alta frequência

sendo que,

$$\tau_v = \begin{cases} -k & \forall t \in (0, T_0] \\ 0 & \forall t \in (T_0, \infty) \end{cases} \quad (6.1)$$

O sinal negativo, significa que este pulso age no sentido do fechamento da válvula, de tal forma que a abertura relativa, a partir do instante inicial do pulso, terá a forma representada na figura 6.2.

O conceito de *alta frequência*, no estudo que será apresentado neste capítulo, estará relacionado com a frequência teórica do sistema. Como o período teórico é o tempo que a onda leva para atravessar 4 vezes o comprimento do conduto. Será mostrado que o pulso aplicado na válvula, percorre todo trecho da válvula até o reservatório, retornando à válvula, de forma atenuada e num tempo que corresponde à metade do período teórico.

Como se sabe, o período teórico do sistema é $T_{th} = 4\ell/a$. Então será mostrado que a primeira reflexão do pulso definido por (6.1) dar-se-á no instante $T_r = 2\ell/a$. E além disso, será demonstrado que se houver fugas no conduto localizadas a ℓ_i [m], da válvula $i = 1, 2, \dots, n_F$ sendo n_F o números de fugas, então haverá, pelo menos, n_F reflexões ocorrendo nos instantes $T_{r_i} = \ell_i/a$. A rapidez ou a largura do pulso $\tau_v^*(t)$ é então relacionada ao mínimo dos tempos T_{r_i} ,

ou seja, deverá ser imposto , na análise de alta frequência que, $T_0 < T_{r_i} / 2$. O ideal é que T_0 seja o mínimo possível e a única restrição para que esta condição seja satisfeita provém do sistema de aquisição de dados, que deve ser capaz de adquirir dados em alta frequência.

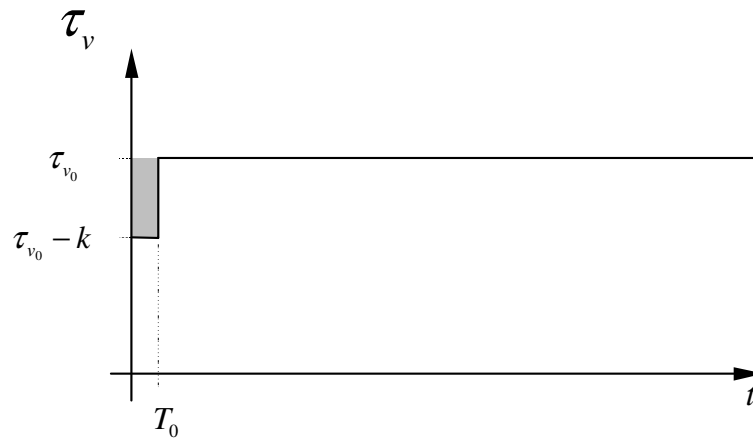


Figura 6.2 – Abertura relativa da válvula com a presença do pulso de alta frequência.

Então para pulsos, cujas larguras estejam na faixa,

$$0 < T_0 < T_{r_i} / 2 \quad (6.2)$$

a faixa de frequências da resposta a estas perturbações será,

$$\pi / \min(T_{r_i}) < \omega < \infty \quad (6.3)$$

Nestas condições será possível adotar a seguinte aproximação $\mu \approx s\sqrt{LC}$. Dado que nas altas frequências $s^2 \gg s$.

É importante lembrar que a forma de $\tau_v^*(t)$ não necessariamente deve ser retangular. Para que a equação (6.2) seja verdadeira, basta que T_0 seja muito, ou tão pequeno quanto se consiga numa montagem experimental.

6.2 Sistema sem Fuga

Como foi visto no capítulo 3, $\sqrt{LC} = 1/a$, desta forma o denominador de $q = (\ell, s)$ e $h = (\ell, s)$ na equação (3.39) pode ser reescrito como,

$$\begin{aligned} P(s) &= Z_v \cosh(\ell s/a) + Z_c \sinh(\ell s/a) \\ &= e^{\frac{\ell}{a}s} \frac{Z_v}{2} \left\{ 1 + e^{-\frac{2\ell}{a}s} + Z_c Z_v^{-1} \left(1 - e^{-\frac{2\ell}{a}s} \right) \right\} \end{aligned} \quad (6.4)$$

rearranjando tem-se ,

$$P(s) = \frac{Z_v e^{\frac{\ell}{a}s}}{1 - \rho} (1 - \rho e^{-\frac{2\ell}{a}s}) \quad (6.5)$$

onde, $T_r = 2\ell/a$ representa o tempo em que o pulso $\tau_v^*(t)$ leva para percorrer a distância da válvula até o reservatório e retornar à mesma, conforme será demonstrado mais adiante e

$$\rho = (Z_c - Z_v)/(Z_c + Z_v) \quad (6.6)$$

representa a atenuação que o pulso sofre ao longo do trajeto acima mencionado.

Dividindo a equação (3.39) por $\tau_v^*(s)$ obtem-se a **matriz de transferência para altas Frequências**, na forma definida pela equação (3.32). Então,

$$M_v(s) = -K_0 \frac{(1-\rho)}{2Z_v} \begin{bmatrix} 1 + e^{-T_r s} \\ -Z_c (1 - e^{-T_r s}) \end{bmatrix} \frac{1}{(1 - \rho e^{-T_r s})} \quad (6.7)$$

Veja que o vetor definido pela equação (6.7) tem um fator comum dependente de s . É sabido que este fator pode ser representado por uma série geométrica (GEROMEL e PALHARES, 2004) que é dada na forma,

$$\frac{1}{1 - \rho e^{-T_r s}} = \sum_{K=0}^{\infty} \rho^{k_r} \cdot e^{-T_r k_r s} \quad (6.8)$$

assim, substituindo (6.8) em (6.7) a , *matriz de transferência para altas frequências* é dada pela seguinte equação,

$$M_v(s) = -K_0 \frac{(1-\rho)}{2Z_v} \begin{bmatrix} \sum_{k_r=0}^{\infty} \rho^{k_r} (e^{-T_r k_r s} + e^{-T_r (k_r+1)s}) \\ -Z_c \sum_{k_r=0}^{\infty} \rho^{k_r} (e^{-T_r k_r s} - e^{-T_r (k_r+1)s}) \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

A equação (6.9) pode fornecer a resposta no domínio do tempo, se for calculada a transformada inversa de,

$$Y(s) = -K_0 \frac{(1-\rho)}{2Z_v} \begin{bmatrix} \sum_{k_r=0}^{\infty} \rho^{k_r} (e^{-T_r k_r s} + e^{-T_r (k_r+1)s}) \\ -Z_c \sum_{k_r=0}^{\infty} \rho^{k_r} (e^{-T_r k_r s} - e^{-T_r (k_r+1)s}) \end{bmatrix} \tau_v^*(s) \quad (6.10)$$

Os termos dependentes de s em (6.10) são funções exponenciais. Então, para determinar a sua transformada inversa será utilizada a seguinte propriedade da transformada de Laplace (GEROMEL e PALHARES, 2004),

Propriedade 6.1: Seja $\tau(s)$ a transformada de Laplace de $\tau(t)$, então a transformada inversa de Laplace de $Y(s) = e^{-T_r s} \tau(s)$, com $T_r > 0$, será,

$$y(t) = \begin{cases} 0 & , t \in [0, T_r) \\ \tau(t - T_r) & , t \in [T_r, \infty) \end{cases} \quad (6.11)$$

Sendo assim a transformada inversa de (6.10) será,

$$y(t) = \begin{bmatrix} q(\ell, t) \\ h(\ell, t) \end{bmatrix} = -\frac{K_0}{Z_v} \begin{bmatrix} \frac{(1-\rho)}{2} \tau_v^*(t) + \frac{1-\rho^2}{2\rho} \sum_{k_r=1}^{\infty} \rho^{k_r} \tau_v^*(t - k_r T_r) \\ -Z_c \left\{ \frac{(1-\rho)}{2} \tau_v^*(t) + \frac{1-\rho^2}{2\rho} \sum_{k_r=1}^{\infty} \rho^{k_r} \tau_v^*(t - k_r T_r) \right\} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

A equação (6.12) mostra que um pulso $\tau_v^*(t)$ de alta frequência, gera uma sequência de pulsos refletidos, com período $T_r = 2\ell/a$ e serão atenuados de ρ . O número inteiro k_r representa o número de reflexões e depende do tempo total de aquisição de dados.

Uma condição especial que pode ser observada é quando o fator de atenuação é nulo. Pode-se verificar através de (6.12) que, se houver uma condição para que,

$$\rho = 0 \quad (6.13)$$

então

$$y(t) = \begin{bmatrix} q(\ell, t) \\ h(\ell, t) \end{bmatrix} = -\frac{K_0}{Z_v} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \tau_v^*(t) + \frac{1}{2} \tau_v^*(t - T_r) \\ -Z_c \left\{ \frac{1}{2} \tau_v^*(t) - \frac{1}{2} \tau_v^*(t - T_r) \right\} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

onde, como já foi visto no capítulo 3, $K_0 = -2H_{v_0} / \tau_{v_0}$

Este resultado mostra que para $\rho = 0$, haverá somente pulso refletido após $T_r = 2\ell/a$, que é o pulso que percorre o trajeto da válvula até o reservatório e retorna sem atenuação.

Pela definição de ρ dada pela equação (6.6) pode-se escrever, que (6.14) será satisfeita se,

$$(Z_c - Z_v) / (Z_c + Z_v) = 0 \quad (6.15)$$

como $Z_c = a / gA$ e $Z_v = 2H_{v_0} / Q_{v_0}$, a condição que satisfaz (6.14) é,

$$Q_{v_0} = \frac{2gAH_{v_0}}{a} \quad (6.16)$$

onde, A é a área transversal do conduto e g a aceleração da gravidade.

6.2.1 Simulação do sistema sem fuga

As simulações apresentadas nesta seção são feitas de três modos distintos:

Simulação 1: Sistema ideal, sem perdas por atrito com o modelo linearizado.

O seu objetivo é meramente de validação do modelo empregado, verificando se os seus resultados comprovam, os obtidos analiticamente através da equação (6.14).

Simulação 2: Sistema real, com perdas por atrito com o modelo linearizado.

Nesta simulação utilizou-se, ainda do modelo linearizado, porém obtendo-se uma família de curvas parametrizadas em f_0 , que assume valores na mesma faixa pesquisada no capítulo 4, equação (4.26). O objetivo é verificar a influência do atrito no tempo que o pulso leva para refletir. Ver-se-á, no estudo do sistema com fugas, que o tempo do primeiro pulso refletido é o único dado relevante para a determinação do local da fuga, e portanto se ateve somente neste aspecto.

Simulação 3: Sistema real, com perdas por atrito com o modelo não linear

A simulação 3 permitirá verificar se a técnica de localização das fugas, pela análise de alta frequência é aplicável em qualquer circunstância e qual o seu grau de dificuldade e precisão.

6.2.1.1 Sistema ideal: sem perdas

Para o resultado obtido pela equação (6.14), simulou-se um sistema com os seguintes parâmetros.

$$\ell = 5200 [m] \text{ de comprimento do conduto;}$$

$$a = 1200 [m / s];$$

$$f_0 = 0;$$

$$D = 0,3046[m];$$

$$g = 9,806[m / s^2];$$

$$H_{RES} = 50 [m];$$

$$Q_0 = 2gAH_{RES} / a ; \text{ conforme a equação (6.16)}$$

$$k = 0,075.$$

Nesta simulação o valor de f_0 foi considerado, inicialmente, nulo porque para que a condição (6.16) seja imposta é necessário que se conheça a priori o valor de H_{v_0} e a única situação em que isto é possível é quando não há perdas. O resultado é mostrado na figura 6.3.

$$\rho = 0 \Rightarrow Q_{v_0} = 0.0595 \Rightarrow \begin{cases} Z_v = Z_c = 1679 \\ K_0 = 100 \\ A_{q_v} = -0,0022 \\ A_{h_v} = -3,7500 \end{cases} \quad (6.17)$$

A imposição de $\rho = 0$, que significa que o pulso aplicado na válvula, vai retornar após um tempo de $T_r = T_{th} / 2$ e sem atenuação, implica, pela condição (6.17), que a amplitude do pulso refletido $q_v(t)$ é $A_{q_v} = -0,0022$ e a amplitude do pulso refletido $A_{h_v} = -3,7500$. O período teórico para este sistema é $T_{th} = 17,333 [s]$, logo o tempo de reflexão será $T_r = 8,667 [s]$.

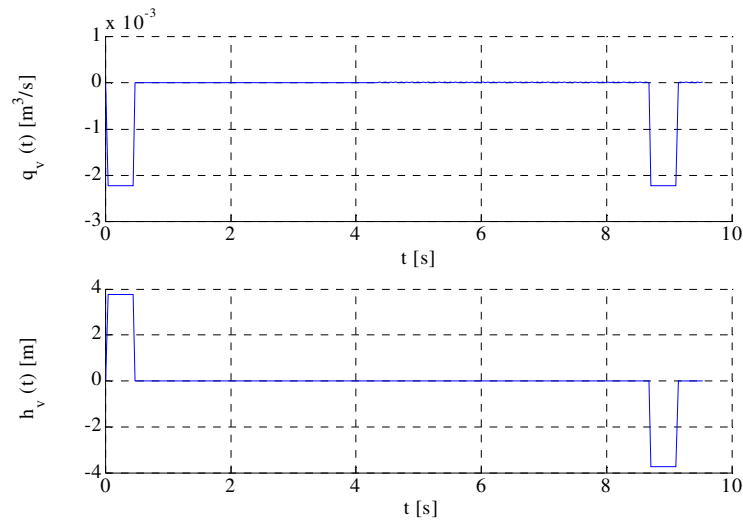


Figura 6.3 – Pulso refletido com atenuação nula

A figura 6.3 é o resultado da *simulação 1* feita pelo método das características e comprova os resultados teóricos apresentados acima. Note que K_0 é negativo, pela sua definição, então pela equação (6.14) deveram ser obtidos:

- a) Sinal negativo de A_{q_v} , tanto no pulso de saída da válvula, iniciando em $t=0$, como no pulso refletido do reservatório, em $t=T_r$.
- b) Sinal positivo de A_{h_v} , no pulso de saída da válvula, iniciando em $t=0$, e sinal negativo no pulso refletido do reservatório, em $t=T_r$.

Veja que a figura 6.3 comprova estes resultados previstos teoricamente através de (6.14).

É importante lembrar que o resultado apresentado acima foi obtido através da simulação do modelo ideal, $f_0=0$, e linearizado, utilizando-se um valor para a amplitude k do pulso $\tau_v^*(t)$, pequeno. Esta, certamente não é a situação física real, as perdas por atrito existem e o sistema é não linear. Portanto agora serão apresentados os resultados de uma simulação que leva em conta a questão do atrito e da não linearidade.

6.2.1.2 Sistema real: com perdas

Simulou-se nesta seção, um sistema com os seguintes parâmetros.

$\ell = 5200 [m]$ de comprimento do conduto;

$a = 1200 [m / s]$;

$f_0 = (0,008; 0,08)$;

$D = 0,3046[m]$;

$g = 9,806[m / s^2]$;

$H_{RES} = 50 [m]$;

$Q_0 = 2gAH_{RES} / a$; conforme a equação (6.16)

$k = 0,075$.

A figura 6.4 mostra que a variação do fator de atrito, não acarreta nenhuma modificação no tempo de reflexão do pulso. Voltando-se à equação (6.14), ver-se-á que este resultado está previsto nesta equação, que é um resultado analítico. A expressão da “*constante de propagação*” $\mu(s) = \sqrt{s^2 LC + sRC}$, tem o segundo termo sob a raiz desprezível, em altas frequências e portanto a influência do termo dissipativo R sobre o tempo de reflexão nas respostas à alta frequência é praticamente nula para qualquer valor do fator de Darcy-Weisbach.

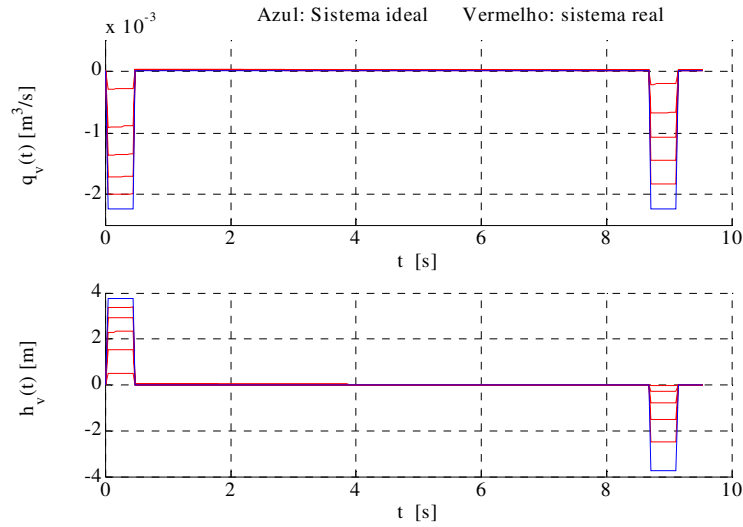


Figura 6.4 – Influência do fator de atrito de Darcy-Weisbach sobre os pulsos refletidos.

6.2.2.3 Sistema real, com perdas, modelo não linear

Esta sub-seção corresponde à simulação equivalente a da seção anterior, porém utilizando o modelo não linear, sem aproximações.

Para o modelo não linear, não há restrições quanto à amplitude do pulso de perturbação a ser aplicado, portanto são destacados dois resultados importantes:

A figura 6.5 mostra a comparação entre o modelo linearizado, curvas em vermelho, e o modelo não linear, curvas em azul. Nos dois casos foram utilizados os mesmos parâmetros da simulação anterior, todavia usando para o fator de Darcy-Weisbach, $f_0 = 0,080$. A figura 6.6, mostra os resultados da mesma simulação anterior, porém com a amplitude do pulso variando k de $k = -0,075$ para $k = -0,3$.

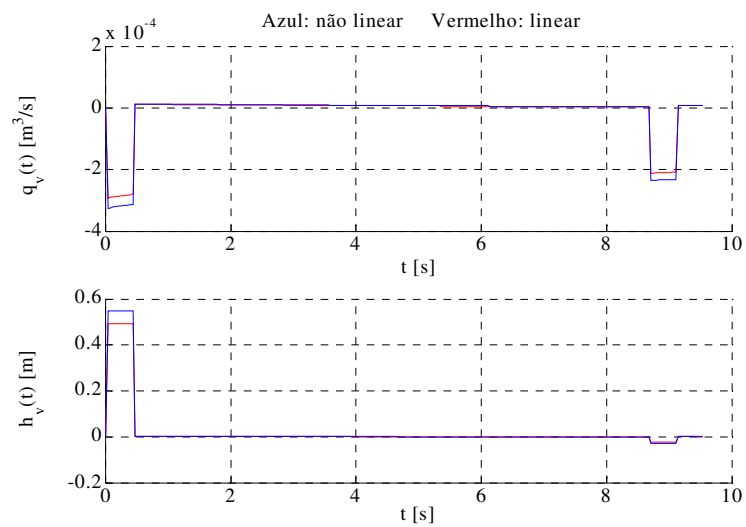


Figura 6.5 – Comparação entre os modelos não linear e linear: Sistema com alto fator de Darcy-Weisbach $f_0 = 0,080$

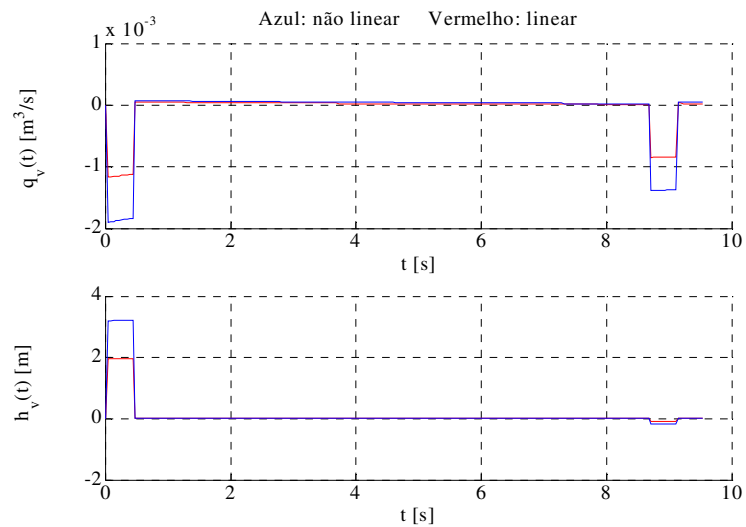


Figura 6.6 – Modelo não linear e linear: variação de k para $k=0,3$

6.3 Sistema com uma Fuga

Será visto que se houver um orifício em algum ponto da tubulação, com fuga do fluido em escoamento, isto será visto pela válvula como uma impedância dissipativa que também provocará reflexões, quando perturbada pelo pulso de alta frequência, a exemplo do que foi visto na análise das seções anteriores.

O modelo do sistema com uma fuga foi desenvolvido no capítulo 3 onde se mostrou que, havendo fuga, haverá uma matriz de impedância da fuga responsável pela alteração da dinâmica do sistema original, sem fuga. Esta impedância será responsável por reflexões do pulso de alta frequência, a exemplo do que foi visto na seção anterior, onde pulsos emitidos pela válvula são refletidos pelo reservatório, num tempo que é o dobro da distância entre a válvula e o reservatório.

No caso da fuga, o tempo de reflexão corresponderá ao dobro da distância entre a válvula e o orifício causador da fuga.

A equação (3.64) desenvolvida naquele capítulo, que representa o modelo do sistema com uma fuga, conforme mostra a figura 6.7, foi simulada pelo método das características, para o seguinte conjunto de parâmetros:

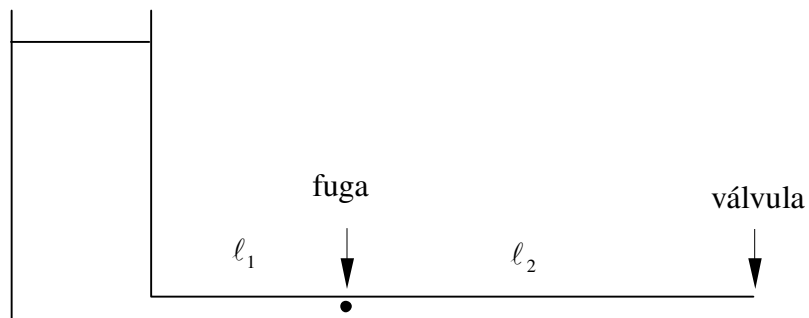


Figura 6.7 – Sistema com uma fuga a ℓ_2 [m] da válvula

$\ell_T = 5200$ [m] de comprimento do conduto;

$$\ell_1 = 3544,9 [m];$$

$$a = 1200 [m/seg];$$

$$f_0 = 0,030$$

$$D = 0,3046[m];$$

$$g = 9,806[m/seg^2];$$

$$H_{RES} = 50 [m];$$

$$Q_0 = 2gAH_{RES} / a ; \text{ conforme a equação (6.16)}$$

$$k = 0,1;$$

Número de pontos para a FFT=3480

As figuras 6.8 e 6.9 apresentam os resultados desta simulação. Na figura 6.8 têm-se os dois modelos simulados, sendo que em azul o modelo linear e em vermelho o modelo não linear. Esta comparação é muito importante porque, como já foi dito, as medidas feitas no sistema real são mais próximas do modelo não linear. A sua importância se dá no fato de que, nos dois modelos, os tempos de reflexão são idênticos

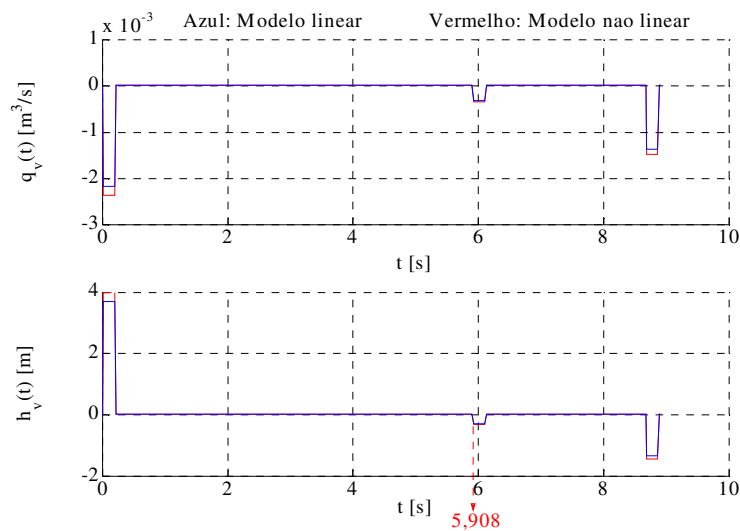


Figura 6.8 – Pulso refletido do ponto de fuga

Denomina-se por T_{r_f} o tempo que o pulso percorre a distância da válvula ao ponto de fuga e retorna. Nesta simulação tem-se $T_{r_f} = 5,908$ [s]. Por outro lado, já foi visto que este tempo corresponde ao tempo de ida e volta, então pode-se escrever,

$$T_{r_f} = 2\ell_2 / a \Rightarrow \ell_2 = T_{r_f} a / 2 \quad (6.18)$$

Calculando tem-se,

$$\ell_2 = 3544,8 \text{ [s]} \quad (6.19)$$

com um erro de estimação de 10 [cm].

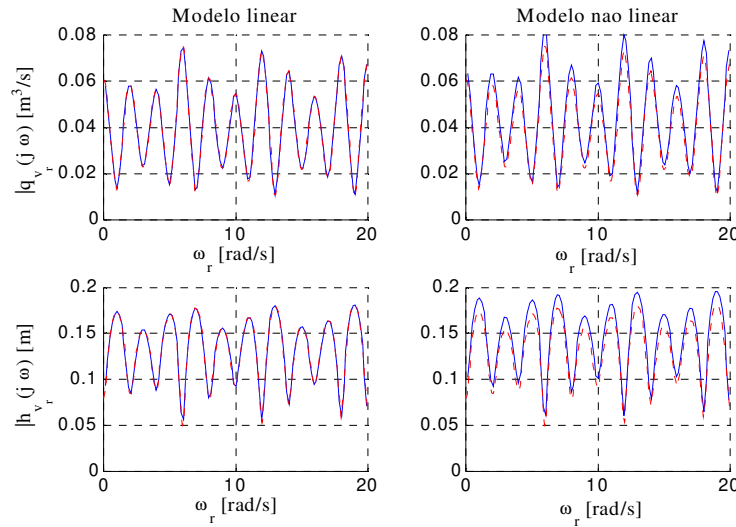


Figura 6.9 – Comparação MOC(linear)/FFT × MMT/ Resposta em Frequência e MOC(não linear)/FFT × MMT/ Resposta em Frequência

A figura 6.9 mostra a resposta em frequência deste sistema, comparando os resultados obtidos pelo método da matriz de transferência, curvas em vermelho, com os obtidos pela FFT da resposta ao impulso determinada pelo método das características, curvas em azul. O modelo que gera a matriz de transferência é o modelo linearizado, pois esta não é definida para modelos não lineares, portanto, tanto nos gráficos do lado esquerdo como os do lado direito, as curvas em vermelho são idênticas, dado que foram geradas pelo MMT. O MMT/ Resposta em Frequência é

comparado, portanto, com o MOC(linear)/FFT, gráficos do lado esquerdo, e com o MOC(não linear)/FFT, gráficos do lado direito.

6.4 Sistema com mais de uma Fuga

No capítulo 4 já foi visto que através do MMT, só é possível estimar a localização de mais de uma fuga se a posição destas em relação ao reservatório for múltipla uma da outra. Um exemplo desta condição foi ilustrado através das figuras 4.21 e 4.22, com o seguinte conjunto de parâmetros.

$$\ell_1=1545 [m]; \quad D_1 = 0.3046 [m]; \quad a_1 = 1200 [m/s];$$

$$\ell_2=3090 [m]; \quad D_2 = 0.3046 [m]; \quad a_2 = 1200 [m/s];$$

$$\ell_3=565 [m]; \quad D_3 = 0.3046 [m]; \quad a_3 = 1200 [m/s]$$

$$H_{RES} = 50 [m];$$

$$Q_0 = 2gAH_{RES} / a ; \text{ conforme a equação (6.16)}$$

$$k=0,1;$$

$$f_0 = 0,010 .$$

Esta simulação foi refeita, pelo método de pulsos de alta frequência, com os resultados mostrados na figura 6.10.

Nesta figura o gráfico em azul representa os pulsos de vazão, refletidos, e dois gráficos em vermelho, também representam a vazão, porém com uma ampliação, para se ler o instante do início dos pulsos refletidos, relativos a cada uma das fugas.

Para a fuga mais próxima da válvula tem-se, $T_{t_3} = 0,942 [s]$, então

$$\ell_3 = 565,2 [m] \tag{6.20}$$

O erro de estimação é de 0,2 [m]. Note, pela figura, que foi utilizado uma aproximação de três casas decimais, porque supõe-se que o sistema de aquisição de dados leia dados com precisão de milésimos de segundos.

Para a fuga mais próxima do reservatório tem-se $T_{r_2} + T_{r_3} = 6,092$ [s], donde $T_{r_2} = 5,15$, portanto,

$$\ell_2 = 3090 \text{ [m]} \quad (6.21)$$

Não há erro de estimação. Observou-se, ainda, que esta simulação foi feita a partir do modelo não linear que é o mais próximo do real.

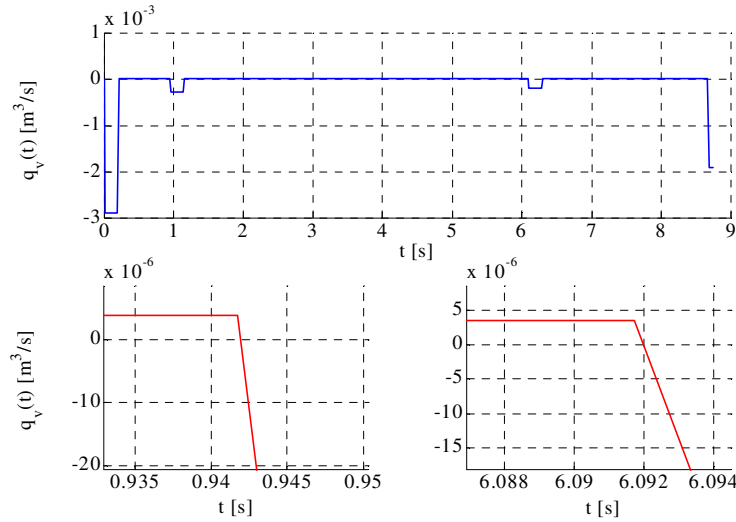


Figura 6.10 – Sistema com duas fugas ℓ_2 múltiplo de ℓ_1

O exemplo mostrado na figura 4.22 que foi um exemplo que mostrou que o MMT, estima somente a primeira fuga e com muito erro, foi também refeito por esta técnica e os resultados estão mostrados na figura 6.11. As posições das fugas e o comprimento total da tubulação, são

$$\ell_1 = 1545 \text{ [m];}$$

$$\ell_2 = 2800 \text{ [m];}$$

$$\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 = 5200 \text{ [m]};$$

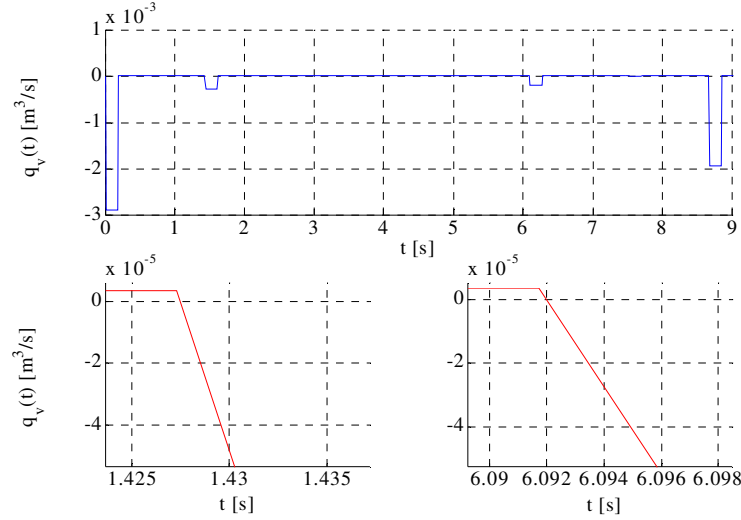


Figura 6.11 - Sistema com duas fugas: ℓ_2 e ℓ_1 quaisquer.

Com o mesmo procedimento adotado para calcular (6.20) e (6.21), têm-se agora,

$$T_{r_3} = 1,424; \quad T_{r_3} + T_{r_2} = 6,092; \quad \Rightarrow T_{r_2} = 4,668 \quad \ell_3 = 854,4; \quad \ell_2 = 2800,8 \quad (6.22)$$

O erro de estimação, neste caso foi de 0,8 [m] para a primeira fuga e de 0,6 [m] para a segunda fuga. Pelo método da matriz de transferência, apresentado no capítulo 4 o erro de estimação para este mesmo sistema foi de 95 [m] para a primeira fuga e inviável para a segunda fuga.

6.5 Conclusão

Neste capítulo pode-se verificar a grande vantagem da análise feita pelo método das características quando o sistema é submetido à pulsos de perturbação de alta frequência.

Do ponto de vista prático o método também é muito mais vantajoso que o MMT, pois a medida é única e rápida. Com a emissão de um pulso de baixa amplitude e alta frequência, no sentido do fechamento da válvula, se faz a aquisição de dados. O MMT, ao contrário, é um método muito trabalhoso e limitado com relação ao número de fugas existentes na tubulação.

Além disso, pela facilidade e rapidez, a emissão de um único pulso de baixa amplitude em nada afeta o regime permanente do sistema, ao contrário do MMT, onde passa-se muito tempo obtendo medidas em várias frequências, com uma perturbação do tipo senoidal, introduzindo-se, com isso, uma oscilação forçada, embora pequena, no regime permanente. É fácil intuir que, devido a estas características a técnica de altas frequências deve ter um baixo custo de implementação, bem como, permite a possibilidade de estimação *on-line*.

Ao se medir a vazão ou a pressão de uma tubulação com n -fugas, observando-se o primeiro semi - período teórico, pode-se ter mais um pulso refletido correspondendo a uma única fuga. Isto vai depender da posição desta fuga. Fugas próximas da válvula são de alta frequência e portanto podem se repetir no primeiro semi – período, porém com amplitude reduzida.

É bom que se diga que, a probabilidade de ocorrência de várias fugas numa aquisição de dados para monitoramento *on-line* é muito pequena, pois se este sistema é eficiente, estará atuando sempre no sentido de eliminar as fugas por reparo técnico ou na pior das hipóteses minimizar estas ocorrências. A cautela que se deve ter é com relação à primeira vez que se implementa a técnica.

É claro que esta afirmação será válida, porque se considerou a tubulação com as mesmas características $\forall x \in (0, \ell)$, porque se houver mudanças de características, tais como alteração de diâmetro, ramificações, etc., estas deverão provocar reflexões do pulso $\tau_v^*(s)$ da mesma forma como uma fuga ou o reservatório provoca. O estudo desta questão está sendo proposto para continuidade deste trabalho, bem como a implementação das montagens experimentais para corroborar com os resultados obtidos, tanto analiticamente, quanto por simulação, neste e na sua continuidade.

Capítulo 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesta dissertação são feitas as seguintes considerações finais:

CAPÍTULO 3

- O modelo linearizado é válido somente para pequenos valores de $\tau_v^*(s)$;
- No modelo linearizado é possível separar o efeito da fuga sobre o sistema, pelo princípio da superposição;

- A matriz de transferência na válvula para o sistema com fuga (M_{v_c}) depende somente dos resultados dos elementos da primeira coluna de $F(s)$ e de $F_\Phi(s)$, sendo que estes são, respectivamente, matrizes de transferência de campo para um sistema sem e com fuga; e,
- Como $M_{v_c}(s)$ e $M_v(s)$ são resultados de um modelo linearizado, pode-se escrever a matriz de transferência do sistema com fuga $M_{v_c}(s)$, como sendo a soma da matriz de transferência do sistema sem fuga $M_v(s)$ e uma matriz de transferência que corresponde à fuga $M_\Phi(s)$.

CAPÍTULO 4

- A resposta de regime permanente à ação de $\tau_v^*(t)$, com $\omega \in [0, \infty)$, que é dada na forma senoidal, com amplitude e fase variantes na frequência, deve satisfazer a condição de estabilidade assintótica;
- Diferentemente de uma resposta em frequência de sistemas assintoticamente estáveis com um número finito de pólos, contendo assíntotas de baixa e alta frequência, os sistemas descritos por equações diferenciais a derivadas parciais hiperbólicas, tais como o sistema objeto deste estudo, apresentam diagramas de características repetitivas ao longo da frequência, que é devido à forma trigonométrica da sua equação característica, equação (4.5) e devido ao baixo fator de amortecimento, que é uma propriedade dos sistemas hidráulicos, as raízes de (4.5) apresentam-se em pares conjugados e simétricos em relação ao eixo imaginário do plano s , significando que existem frequências de ressonância equidistantes;
- No modelo exato, não linear, $M_v(s)$ não existe;

- Na resposta em frequência de um sistema reservatório, tubulação e válvula, sem e com fuga, as ressonâncias ocorrem na mesma frequência, sendo que a diferença entre eles está na amplitude;

- Para o caso real, com atrito não nulo, $R \neq 0$ e a sua influência na constante de propagação definida pela equação (4.22), é tal que o erro causado na estimação de ℓ_1 , a partir das condições obtidas no modelo ideal, é em geral pequeno e aceitável, ou seja, abaixo de $5[m]$. O método pode ser completado por métodos de observação visual e escuta de som, próximo do local estimado;

- Quando varia R , de acordo com as equações conhecidas de CHAUDHRY (1979) e STREETER e WYLIE (1993), para regime laminar e turbulento, numa faixa de valores de viscosidade cinemática e de fator de atrito de Darcy-Weisbach respectivamente, conclui-se ser viável a estimação do ponto de vazamento para um sistema elementar com uma fuga, porém se deve lembrar que:

- a) O levantamento da resposta em frequência é trabalhoso porque para cada frequência é necessário separar a resposta de regime permanente para a obtenção da $A(\omega)$;
- b) O método é baseado na determinação da diferença entre a resposta do sistema sem fuga e o sistema com fuga. Sendo que fisicamente só existe um deles. O sistema sem fuga é simulado através de um modelo que pode apresentar divergências com o sistema físico real; e,
- c) Como não se conhece a localização da fuga, é necessário obter o diagrama de resposta em frequência (ω) para uma faixa muito extensa, pois se a fuga estiver próxima do reservatório, a primeira frequência que satisfaz (4.19) será muito grande.

- Na simulação da situação extrema, fuga próxima ao reservatório, a faixa da frequência é alta e o erro de estimação, para o modelo real com atrito ($R \neq 0$), é muito pequeno para qualquer valor de ν e f_0 . No caso em que a fuga está distante do reservatório ou próxima da válvula, a faixa da frequência necessária para a estimação de ℓ_1 é pequena e o erro de estimação pode ser grande;

- De um modo geral, a análise realizada neste capítulo mostrou que o MMT, utilizado para a estimação dos pontos de fuga é muito eficaz para o caso de uma fuga, entretanto se o sistema apresenta mais de uma fuga não é recomendado, dado que o erro de estimação é muito grande. Além disso, mesmo para o caso de uma única fuga, com estimação bastante precisa, o método apresenta uma dificuldade no que diz respeito à faixa de frequências a ser pesquisada, dado que não se conhecendo, a priori, o local da fuga, não se deve desconsiderar os casos em que esta esteja próxima do reservatório, sendo esta uma situação que impõe que a pesquisa se dê numa ampla faixa de frequências. Isto faz com que seja necessário freqüentes tomadas de decisão, por parte do pesquisador, em função dos resultados obtidos nas faixas de frequências pré definidas, tornando o método trabalhoso, oneroso e inviável para implementação on-line.

CAPÍTULO 5

- A análise pelo método das características, se feita somente no domínio do tempo não requer tal linearização. Entretanto tem-se como objetivo, neste capítulo, obter a Resposta em Frequência através da Transformada Rápida de Fourier da resposta temporal obtida pelo Método das Características (MOC/FFT), a fim de comparar este resultado com o do capítulo 4, ou seja, pretende-se fazer uma comparação, (MMT $\times$ MOC/FFT). Esta comparação é muito importante na medida em que se proporciona a validação dos modelos adotados e resolvidos por métodos distintos. É fundamental, portanto que a comparação seja feita com base no mesmo procedimento adotado naqueles capítulos anteriores;

- Na comparação entre os modelos linearizado e o real que é não linear, nas simulações feitas pelo MOC, verifica-se que para as amplitudes de perturbação em torno de 0,075, praticamente não há diferença entre estes modelos. A importância deste resultado é que as medidas de campo são referentes ao modelo não linear, que neste nível de perturbação se assemelham ao modelo linearizado, pode-se portanto empregar os resultados analíticos oriundos deste segundo modelo ;

- A Resposta em Frequência que foi deduzida no Capítulo 4, através do MMT, pode também ser obtida, de forma aproximada, mas com razoável precisão, a partir da Transformada Rápida de Fourier da resposta do modelo linearizado a uma perturbação $\tau_v^*(t) = k\delta(t)$, ou seja, um impulso de amplitude k aplicado em $t=0$. Se a perturbação não tiver esta forma, a FFT não representa a resposta em frequência tal como esta é definida para sistemas lineares assintoticamente estáveis. Nos trabalhos de MPESHA et al. (2002) e MPESHA (1999), já muito criticado por outros autores não fica muito bem definida a forma da perturbação aplicada ao sistema e mesmo assim, sem muito rigor o autor interpreta os resultados obtidos pela FFT, como sendo a resposta em frequência do sistema. A única referência que o autor faz acerca da forma da função de perturbação é que abriu-se e fechou-se gradualmente a válvula. Esta frase dá margem a imaginar vários tipos de funções, fazendo com que a credibilidade do trabalho seja, no mínimo, duvidosa ;

- Como a Transformada Rápida de Fourier é uma aproximação da transformada de Fourier da função vetor $y_v(t)$, e quanto maior é o número de pontos N_F contidos no vetor $y_v(t)$, mais próxima ela será. Então a FFT da solução pelo método das características, à uma perturbação impulsiva é a resposta em frequência aproximada do sistema. Com base neste conceito é que foi norteado a análise desenvolvida neste capítulo ;

- A comparação entre a resposta da FFT/MOC e a da MMT/Resposta em Frequência foi norteada no seguintes critérios:

- a) *Comparação do número de pontos a ser adotado para a determinação da FFT*, em que a decisão do número de pontos dependerá dos recursos

computacionais e do sistema de aquisição de dados que o pesquisador tiver disponível. A variação do número de pontos se deu pela variação do tempo total de simulação. Notou-se, através das simulações das figuras 5.14 e 5.15, que os resultados do MOC/FFT dependem, evidentemente, do número de pontos, entretanto a resposta temporal obtida pelo MOC, figura 5.15, é independente deste número. Num determinado instante a resposta será a mesma, independentemente do tempo total de simulação. Isto mostra que, se existem técnicas de localização plausíveis para estimação, quer da localização de pontos de fuga, ou de outra ocorrência dinâmica, o método das características, muito provavelmente, exigirá menos recursos computacionais, bem como as técnicas de medidas serão mais simples; e,

- b) *Comparação do modelo linearizado com o modelo exato*, em que o erro cometido, devido à não linearidade é pequeno, desde que a ação perturbadora seja de baixa amplitude. Nota-se que há pouca divergência entre os dois modelos para a amplitude da perturbação aplicada, $\tau_v^*(t) = -0.075\delta(t)$. O que se vê é uma distorção na amplitude da resposta do modelo não linear, que é muito mais devido à forma como é utilizada a FFT para um sinal de características não linear, do que pelos parâmetros empregados na simulação do MOC. Com isto pode-se considerar que resultados analíticos oriundos do modelo linearizado, podem ser empregados ao modelo real com boa confiabilidade.

CAPÍTULO 6

- A propriedade mais importante que deve ter o pulso de alta frequência, utilizado com sinal de perturbação, neste capítulo, é que T_0 seja o mínimo possível e a única restrição para que esta condição seja satisfeita provém do sistema de aquisição de dados, que deve ser capaz adquirir dados em alta frequência;

- É importante lembrar que a forma de $\tau_v^*(t)$ não necessariamente deve ser retangular;
- Se houver um orifício em algum ponto da tubulação, com fuga do fluido em escoamento, isto será visto pela válvula como uma impedância dissipativa que também provocará reflexões, quando perturbada pelo pulso de alta frequência;
- Verifica-se, neste capítulo, a grande vantagem da análise feita pelo método das características quando o sistema é submetido à pulsos de perturbação de alta frequência em comparação com o MMT ou o MOC/FFT ;
- Do ponto de vista prático, o método também é muito mais vantajoso que o MMT, pois a medida é única e rápida. Com a emissão de um pulso de baixa amplitude e alta frequência, no sentido do fechamento da válvula, se faz a aquisição de dados, que pode ser interpretada computacionalmente, por programas de monitoramento on-line ;
- Além disso, pela facilidade e rapidez, a emissão de um único pulso de baixa amplitude em nada afeta o regime permanente do sistema, ao contrário do MMT, onde se passa muito tempo obtendo medidas em várias frequências, com uma perturbação do tipo senoidal, introduzindo-se, com isso, uma oscilação forçada, embora pequena, no regime permanente. É fácil intuir que, devido a estas características a técnica de altas frequências deve ter um baixo custo de implementação, bem como, permite a possibilidade de estimação *on-line*;
- Ao se medir a vazão ou a carga de uma tubulação com n -fugas, observando-se o primeiro semi - período teórico, pode-se ter mais um pulso refletido correspondendo a uma única fuga. Isto vai depender da posição desta fuga. Fugas próximas da válvula são de alta frequência e portanto podem se repetir no primeiro semi – período, porém com amplitude reduzida;
- A probabilidade de ocorrência de várias fugas numa aquisição de dados para monitoramento *on-line* é muito pequena, pois se este sistema é eficiente, estará atuando sempre

no sentido de eliminar as fugas, por reparo técnico, ou na pior das hipóteses minimizar estas ocorrências. A cautela que devemos ter é com relação à primeira vez que foi implementado a técnica; e,

- É claro que a afirmação acima será válida, porque se considerou a tubulação com as mesmas características $\forall x \in (0, \ell)$.

Nesta dissertação são feitas as seguintes propostas para trabalhos futuros:

- Caso hajam mudanças de características na tubulação, tais como alteração de diâmetro, ramificações, etc., estas deverão provocar reflexões do pulso $\tau_v^*(s)$ da mesma forma como uma fuga ou o reservatório provoca. O estudo desta questão é proposto para continuidade deste trabalho, bem como a implementação das montagens experimentais para corroborar com os resultados obtidos, tanto analiticamente, quanto por simulação, neste e na sua continuidade; e,
- No capítulo 6, a técnica que foi apresentada dá abertura a investigações em laboratório, que é o propósito da continuidade deste trabalho.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ANDRADE, J.G.P. E LUVIZOTTO E.J. **Laboratório de hidrotônica, uma nova perspectiva para o ensino e pesquisa em sistemas de abastecimento de água.** Seminário hispano brasileiro-planificación, proyecto y operación de redes de abastecimento de água, vol 1, Valência, Espanha, 2002.

BRIGHAM, E.O. **The fast fourier transform and its applications.** New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1988.

BRUNONE, B., GOLIA, U.M. E GRECO, M. **Effects of two dimensionality on pipe transients modeling.** Journal of Hydraulic Engineering, vol. 121, n.12, p. 906-912, dez.1995.

BURIAN, Y.J. **Circuitos elétricos.** Rio de Janeiro: Almeida Neves, 1977.

CARIATI, S.A. **Determinação de vazamento por computador “on-line” em tubulações transportando líquido e misturas gás - líquido.** Dissertação de Mestrado apresentada a Faculdade de Engenharia Química da UNICAMP, Campinas - São Paulo, 1999.

CHAUDHRY, M.H. **Applied hydraulic transients**. 1. ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1979.

GEROMEL, J.C. E PALHARES, A.B. **Análise linear de sistemas dinâmicos: teoria, ensaios práticos e exercícios**. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 2004.

GONÇALVES, M.N.F. **Análise de fenômenos oscilatórios e vibrações induzidas por escoamento secundário em usinas hidrelétricas e redes hidráulicas de condutos forçados**. Dissertação de Mestrado apresentada a Faculdade de Engenharia Mecânica da escola Politécnica USP - São Paulo, 1990.

GONÇALVES, E., GOUVÊA, A.C.J., OLIVEIRA, J.M. E GUIMARÃES, G.C. **Determinação e controle de perdas na distribuição de água através do monitoramento da vazão mínima noturna**. In: Simpósio Luso-Brasileiro de Eng. Sanitária e Ambiental - IX SILUBESA, Porto Seguro – BA: ABES - APRH, 2000. p. 316-323.

HANSEN, A.G. **Fluid mechanics**. 1 ed. New York: John Wiley Editions, 1967.

KARNEY, B.W. E MCINNIS, D. **Efficient calculation of transient flow in simple pipe network**. Journal of Hydraulic Engineering, vol.118, n. 7, p. 1014-1030, jul.1992.

Hsu, P. H.. **Análise de fourier**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda.,1973.

LEE, P.J., VÍTROVSKÝ, J.P., LAMBERT, M.F., SIMPSON, A.R. E LIGGETT, J.A. **Leak location using the pattern of the frequency response diagram in pipelines: a numerical study.** Journal of Sound and Vibration, Elsevier, jul. 2004.

LEE, P.J., VÍTROVSKÝ, J.P., LAMBERT, M.F., SIMPSON, A.R. E LIGGETT, J.A. **Discussion: “Leak detection in pipe by frequency response method using a step excitation” by W. Mpesha, M.H. Chaudhry, and S.L. Gassman, Journal of Hydraulic Research vol. 40, n. 1 (2002), p. 55-62.** In: J. of Hydraulic Research, vol. 41, n. 2, p. 221-223, 2003.

LIGGETT, J.A. E CHEN, C. **Inverse transient analysis in pipe networks.** J. of Hydraulic Engineering, vol. 120, n. 8, p. 934-954, 1994.

LIYOU, C.P. E TIAN, J. **Leak detection: transient flow simulation approach.** Pipeline Engineering, PD - vol. 60, p. 51-58, 1994.

LUVIZOTTO, E.J. **Controle operacional de redes de abastecimento de água auxiliado por computador.** Tese de Doutorado apresentada a Escola Politécnica – USP, São Paulo, 1995.

LUVIZOTTO, E.J. **Relatório Final.** Programa de pós – doutoramento no exterior apresentado à FAPESP, 1998.

MPESHA, W. **Leak detection in pipes by frequency response method.** Dissertation Submitted to the University of South Carolina in Partial Fulfillment of Doctor of Philosophy, Columbia, SC, USA, 1999.

MPESHA, W., CHAUDHRY, M.H. E GASSMAN, S.L. **Leak detection in pipes by frequency response method using a step excitation.** J. of Hydraulic Research, vol. 40, n. 1, p. 55-62, 2002.

MPESHA, W., GASSMAN, S.L. E CHAUDHRY, M.H. **Leak Detection in Pipes by Frequency Response Method.** J. of Hydraulic Engineering, vol.127, n.1, p.134-147, 2001

PALHARES, J.B. E LUVIZOTTO E.J. **Método de detecção de n-fugas em tubulações através da análise das reflexões de pulsos de alta frequência.** Artigo enviado para concorrer ao Prêmio Petrobrás de Tecnologia, na Categoria: tecnologia de transporte de petróleo e derivados, 29 abr. 2005. Em análise.

PORTO, R.M. **Hidráulica básica.** 2. ed., São Carlos - SP: EESC USP, 1999.

RESENDE, F. **Analises do comportamento teórico e experimental de um sistema piloto de abastecimento de água.** Dissertação de Mestrado apresentada a Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da UNICAMP, Campinas – São Paulo, 2003.

SILVA, R.A., BUIATTI, C.M., CRUZ, S.L. E PEREIRA, J.A.F.R. **Pressure wave behaviour and leak detection in pipelines.** Computers Chem.Engineering, vol. 120, Suppl., p. S491-S496, 1996.

STEWART, J. **Cálculo. Volume 1.** 4. ed. São Paulo : Pioneira Thomson Learning, 2003.

STEWART, J. **Cálculo. Volume 2.** 4. ed. São Paulo : Pioneira Thomson Learning, 2003.

WYLIE E.B., STREETER, V.L. COM SUO, L. **Fluid transients in systems.** New York: Mc Graw Hill Book Co., 1993.

WYLIE, E.B. **The microcomputer and pipeline transients.** Journal of Hydraulic Engineering, vol. 109, n.12, p. 1723-1739, dec.1983.

VÍTROVSKÝ, J.P. E SIMPSON, A.R. **Leak Detection and Calibration using Transients and Genetic Algorithms.** Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 126, n. 4, p. 262-265, Jul./Aug. 2000.