

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA AGRÍCOLA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO  
RESFRIAMENTO RÁPIDO COM AR FORÇADO DE MORANGO**

**DANIELA CRISTINA ZANIRATO PIROZZI**

**CAMPINAS  
NOVEMBRO DE 2002**

**UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
DESENVOLVIMENTO DE COLEÇÕES**

## **PARECER**

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação de Mestrado defendida por **DANIELA CRISTINA ZANIRATO PIROZZI** e aprovada pela Comissão Julgadora em 07 de novembro de 2002.

Campinas, 03 de setembro de 2004.

  
**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Mariângela Amendola**  
Presidente da Banca 07/04

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA AGRÍCOLA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO  
RESFRIAMENTO RÁPIDO COM AR FORÇADO DE MORANGO**

Dissertação de Mestrado submetida à banca  
examinadora para obtenção do título de  
Mestre em Engenharia agrícola, na área de  
concentração em Tecnologia Pós-Colheita.

**DANIELA CRISTINA ZANIRATO PIROZZI**

**ORIENTADOR: PROF.<sup>a</sup> DR.<sup>a</sup> MARIÂNGELA AMENDOLA**

CAMPINAS  
NOVEMBRO DE 2002

IDADE	PC
CHAMADA	
	T/UNICAMP
	P668m
	EX
IMBO BC/	60509
DOC.	16.11.04
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
REÇO	11.012
DATA	22.11.04
CPD	

Bib Ed 330288

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

P668m Pirozzi, Daniela Cristina Zanirato  
Modelagem matemática e simulação numérica do  
refriamento rápido com ar forçado de morango / Daniela  
Cristina Zanirato Pirozzi. --Campinas, SP: [s.n.], 2002.

Orientador: Mariângela Amendola  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Agrícola.

1. Tecnologia pos-colheita. 2. Modelos matemáticos.  
3. Calor transmissão. I. Amendola, Mariângela. II.  
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Agrícola. III. Título.

***Dedico,***

439871097

***Ao Gianbosco,***

---

---

*Ao meu Pai, a Tê, Tia Cris, Tici...*

## **Agradecimentos**

- A Prof. Mariângela Amendola pela orientação durante o desenvolvimento do trabalho.
- Aos funcionários da Faculdade de Engenharia Agrícola pela colaboração e atenção durante os anos cursados neste mestrado.
- Ao CNPq pelo suporte financeiro no período de maio de 2000 a agosto de 2001.
- Ao Prof Dr Luís Augusto Barbosa Cortez e Cibele Binotti por cederem gentilmente os dados de natureza prática utilizados nesta pesquisa.
- Ao Prof Dr Luis Felipe Mendes de Moura e Prof Dr Inácio Maria Dal Fabbro pela importante contribuição na qualificação.
- Prof Dr Kil Jin Park e Ana Paula Ito pelos esclarecimentos e contribuições durante o andamento do trabalho.
- Ao Anderson pelas discussões a respeito do trabalho, que foram de grande valia.
- Em especial ao Boscão pelo norteio, a dedicação e o carinho, trocados pelas horas/neto.

## SUMÁRIO

	PÁGINA
LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE SÍMBOLOS	xi
RESUMO	xiv
ABSTRACT	xv
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. JUSTIFICATIVA	1
1.2. OBJETIVOS	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA JUSTIFICADA	5
2.1. RESUMO DOS PROCESSOS E PARÂMETROS ENVOLVIDOS NA TRANSFERÊNCIA DE CALOR	5
2.2. TECNOLOGIAS DE RESFRIAMENTO	8
2.3. RESFRIAMENTO RÁPIDO DE MORANGO COM AR FORÇADO	12
2.4. SIMPLIFICAÇÕES USUAIS PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA	14
2.5. MODELOS MATEMÁTICOS	18
2.6. MÉTODOS NUMÉRICOS	19
2.7. ALGORITMO	21
2.8. PACOTE COMPUTACIONAL CIENTÍFICO	22
2.9. SIMULAÇÃO NUMÉRICA	22
3. MATERIAL E MÉTODOS	26
3.1. MATERIAL	26
3.2. MÉTODOS	26
3.2.1. DADOS EXPERIMENTAIS	27
3.2.2. MODELO MATEMÁTICO ADOTADO	32
3.2.3. EMPREGO DO MÉTODO NUMÉRICO	34
3.2.4. CRITÉRIO DE ESTABILIDADE	36
3.2.5. SIMULAÇÃO NUMÉRICA	37

3.2.5.1 Fase I	37
3.2.5.2 Fase II	38
3.2.6 ALGORITMO	39
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	44
4.1.DADOS EXPERIMENTAIS	44
4.2. CÁLCULO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO [h]	53
4.3. RESULTADO DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	53
4.3.1 FASE I	53
4.3.2 FASE II	58
5. CONCLUSÕES	72
6. SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS:	74
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	75

LISTA DE TABELAS

TABELA		PÁGINA
Tabela 1.1:	Taxa respiratória do morango para diferentes temperaturas	1
Tabela 3.2:	Temperatura inicial dos morangos medidas pelos respectivos termopares para cada teste	28
Tabela 3.3:	Tempo do 7/8 do resfriamento dos morangos e os respectivos termopares para identificação de cada teste	28
Tabela 3.4:	Raio médio dos morangos para os testes EP1T <sub>j</sub> e EP2T <sub>j</sub> , j=1 a 6	30
Tabela 3.5:	Valores das propriedades do ar de resfriamento extraídos da literatura e variáveis do resfriamento realizado por BINOTTI (2000)	32
Tabela 4.6:	Valores do resíduo para os ajustes de EP2T1	47
Tabela 4.7:	Coefficientes para as equações dos ajustes polinomiais para EP2T1	49
Tabela 4.8:	Números adimensionais e o h referentes ao experimento prático de BINOTTI (2000)	53
Tabela 4.9:	Valores de $n_x$ e $\Delta r$ em função de $\Delta t$ e os respectivos $n_t$ que garantem o critério de estabilidade dado pela equação 3.27	54
Tabela 4.10:	Tempo de CPU para realizar as simulações numéricas com diferentes valores de $n_x$	55
Tabela 4.11:	Resíduo entre cada par de curva numérica, obtidas com diferentes pontos discretos na malha ( $n_x$ ).	56
Tabela 4.12:	Valores dos menores resíduos obtidos entre as “curvas” experimentais e numéricas para cada EP1T <sub>j</sub> , para j=1 a 6 e seus respectivos h.	59
Tabela 4.13:	Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T1	60
Tabela 4.14:	Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T2	61
Tabela 4.15:	Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e	62

	experimental para EP1T3	
Tabela 4.16:	Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T465	63
Tabela 4.17:	Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T567	64
Tabela 4.18:	Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T6	65
Tabela 4.19:	Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1TMédio	66
Tabela 4.20:	Valor do menor resíduo obtido entre as “curvas” experimentais e numéricas para EP1TMédio e seu respectivo h.	67
Tabela 4.21:	Comparação do tempo de 1/ e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T1 considerando um diferencial de tempo de 4 [min] nos dados experimentais	70

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	PÁGINA
Figura 4.1: Variação da temperatura ao longo do tempo de EP1Tj, para j=1 a 3	44
Figura 4.2: Variação da temperatura ao longo do tempo de EP1Tj, para j=4 a 6	45
Figura 4.3: Variação da temperatura ao longo do tempo de EP2Tj, para j=1 a 3	45
Figura 4.4: Variação da temperatura ao longo do tempo de EP2Tj, para j=4 a 6	46
Figura 4.5: Ajuste exponencial de EP2T1, para temperaturas medidas em [K]	49
Figura 4.6: Ajuste exponencial de EP2T1, para temperaturas medidas em [°C]	50
Figura 4.7: Ajuste polinomial de segunda ordem para EP2T1	50
Figura 4.8: Ajuste polinomial de terceira ordem para EP2T1	51
Figura 4.9: Ajuste polinomial de quarta ordem para EP2T1	51
Figura 4.10: Ajuste polinomial sexta ordem para EP2T1	52
Figura 4.11: Ajuste pelo spline cúbico para EP2T1	52
Figura 4.12: Curvas numéricas da variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento rápido obtidas com $n_x=6$ a 31 para EP2T4 e $h=19,578$ [W/m <sup>2</sup> °C]	57
Figura 4.13: Curvas numéricas da variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento rápido obtidas com $n_x=31$ a 81 para EP2T4 e $h=19,578$ [W/m <sup>2</sup> °C]	57
Figura 4.14: Resíduo entre as curvas numéricas para EP2T4, com $n_x =86$ como parâmetro de comparação	58
Figura 4.15: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T1	60
Figura 4.16: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T2	61
Figura 4.17: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T3	62
Figura 4.18: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T4	63

Figura 4.19:	Varição da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T5	64
Figura 4.20:	Varição da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T6	65
Figura 4.21:	Média da variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos com $h$ ( $h$ médio)=21 [W/m <sup>2</sup> °C]	66
Figura 4.22:	Curvas de resfriamento de EP2T1 para diferentes valores de $h$	68
Figura 4.23:	Varição da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T1, considerando um diferencial de tempo nos dados experimentais de 4 [min] e $h= 15$ [W/m <sup>2</sup> °C]	70
Figura 4.24:	Varição da temperatura em seis pontos distintos do raio do morango ao longo do resfriamento para EP1T1	71

## LISTA DE SÍMBOLOS

### 1. LATINOS

A	área da superfície do morango	[m <sup>2</sup> ]
Bi	número de Biot	
<i>Ca</i>	parâmetros do ajuste	
<i>Cb</i>	parâmetros do ajuste	
<i>c<sub>p</sub></i>	calor específico do morango	[J/kg °C]
<i>C<sub>pf</sub></i>	calor específico do ar de resfriamento	[kJ/kj°C]
d	diâmetro do morango	[m]
dc	maior diâmetro do morango	[m]
de	diâmetro da esfera de mesmo volume do morango [m]	[m]
EP1	morangos resfriados com ar forçado duas horas após a colheita em caixa de papelão	
EP1T <sub>j</sub>	taxa de resfriamento no centro do morango medida a partir do termopar (j) para EP1, onde j = 1 a 6	
EP1T <sub>médio</sub>	média das temperaturas de resfriamento no centro do morango medida a partir do termopar (j) para EP1, onde j = 1 a 6	
EP2	morangos resfriados com ar forçado oito horas após a colheita em caixa de papelão	
EP2T <sub>j</sub>	taxa de resfriamento no centro do morango medida a partir do termopar (j) para e EP2, onde j = 1 a 6	
ER	erro relativo	
exp	exponencial	
FEAGRI	Faculdade de Engenharia Agrícola	
Fo	número de Fourier	
h	coeficiente de transferência de calor por convecção entre o fluido e o morango	[W/m <sup>2</sup> °C]
i	define os pontos de resolução na direção radial	
<i>k<sub>f</sub></i>	condutividade térmica do ar de resfriamento	[W/m °C]
<i>k<sub>p</sub></i>	condutividade térmica do morango	[W/m °C]

$k_t$	condutividade térmica do termopar	[W/m°C]
$L$	comprimento do termopar	[m]
$L_v$	calor de vaporização da água	[J/kg]
$m$	massa do morango	[kg]
$n$	total de medidas de desvios entre as curvas dos ajustes e a dos dados experimentais	
$n$	número total de passos no tempo	
$nt$	define o último passo no tempo	
$Nu$	número de Nusselt	
$nx$	número de segmentos radiais	
$nx+1$	define o último ponto de resolução na direção radial	
$p_a$	pressão parcial de vapor do ar a temperatura $T_a$	[Pa]
$p_i$	coeficientes para as equações dos ajustes polinomiais	
$Pr$	número de Prandtl	
$p_s$	pressão parcial de vapor na superfície do fruto a temperatura $T_s$	[Pa]
$r$	distância $r$ do centro do morango	[m]
$R$	raio do morango	[m]
$Re$	número de Reynolds	
$s$	dimensão característica do morango	(v/A)
$S$	a esfericidade do morango	
$T$	temperatura do produto	[°C]
$t$	tempo	[s]
$T_\infty, T_{ar}, T_{ar}, T_a$	temperatura do ar de resfriamento e do interior da câmara fria	[°C]
$T(r,0)$	temperatura do morango na posição $r$ e no tempo igual a zero	[°C]
$T(r,t)$	temperatura do morango na posição $r$ e no tempo $t$	[°C]
$T1, T2, T3, T4, T5, T6$	Termopares	
$TAT$	taxa adimensional de temperatura;	
$T_{ce}$	temperatura no centro do morango ao longo do resfriamento	[°C]
$T_e$	temperatura experimental obtida pela equação do ajuste	[°C]
$T_{exp}$	temperatura no centro do morango obtida experimentalmente	[°C]
$T_{ext}$	temperatura externa da câmara de resfriamento	[°C]

$t_f$	tempo para atingir 7/8 do resfriamento	[s]
$T_{in}, T_{in}, T_0$	temperatura inicial no centro do morango	[°C]
$T_n$	temperatura numérica	[°C]
$T_{num}$	temperatura no centro do morango obtida numericamente	[°C]
$T_o, T_i, T_{in}$	temperatura inicial	[°C]
$T_s$	temperatura na superfície do fruto	[°C]
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas	
$V$	velocidade do ar de resfriamento	[m/s]

## 2. GREGOS

$\phi$	fluxo de calor através da superfície do fruto	[W/m <sup>2</sup> ]
$\beta$	coeficiente de transferência de massa	[m <sup>1</sup> /s]
$\rho$	densidade do fruto	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\alpha$	difusividade térmica do fruto	[m <sup>2</sup> /s]
$\mu$	viscosidade dinâmica do ar de resfriamento	[Ns/m <sup>2</sup> ]
$\rho_a$	densidade do ar	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\theta$	forma adimensional da variável dependente T	
$\Delta r$	distância radial entre os pontos de resolução	[m]
$\Delta t$	incremento no tempo	[m]

## RESUMO

A temperatura é um dos fatores que mais afeta a vida pós colheita da maioria dos frutos. Quando elevada, ela acelera o metabolismo dos mesmos, levando-os a uma deterioração mais rápida. Uma das melhores formas de prevenir os frutos deste tipo de dano é através do emprego do resfriamento rápido imediatamente após a colheita, e do controle da temperatura durante seu armazenamento. Para propor e / ou usar uma melhor tecnologia de resfriamento rápido de produtos perecíveis, necessita-se de um aprofundamento no conhecimento dos processos físicos que ocorrem durante este resfriamento. Isto pode ser realizado tanto experimentalmente quanto com auxílio de ferramentas matemáticas. Nesta pesquisa optou-se pela segunda alternativa quando o resfriamento rápido com ar forçado de morangos foi simulado numericamente. Isto foi realizado a partir do modelo matemático que descreve o processo de transferência de calor, baseado na lei de Fourier, escrito em coordenadas esféricas e simplificado para descrever um processo unidimensional. Para a resolução da equação presente neste modelo matemático foi implementado um algoritmo, baseado no esquema explícito do método numérico das diferenças finitas, executado no ambiente de computação científica Matlab 6.1.. A validação do modelo matemático realizou-se a partir da comparação destes dados teóricos com dados obtidos em experimentos com morangos submetidos ao resfriamento rápido com ar forçado sob diferentes tratamentos. Para tanto, foi necessário realizar o ajuste de um dos parâmetros físicos, o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ). Por fim, da comparação entre os dados numéricos e os experimentais, pode-se concluir que a metodologia das simulações numéricas se mostrou promissora, como uma ferramenta no suporte a decisão do uso e desenvolvimento de equipamentos na área de resfriamento rápido com ar forçado de frutos esféricos.

**PALAVRAS-CHAVE:** métodos numéricos; pós- colheita; computação científica.

## ABSTRACT

The temperature is one of the main factors that affects the fruit's life after harvest. Increasing the temperature, speeds up the metabolism of the fruits, taking them to faster deterioration. One of the best ways to prevent the fruits of this kind of damage, is to apply the pre-cooling immediately after harvest, and to control the temperature during its storage. To consider and/or to use a better technology of pre-cooling of perishable products, it's necessary the knowledge of the physical processes that occur during this cooling. This can be done experimentally or through mathematical tools. In this research, it was chose the second alternative and the air forced pre-cooling was numerically simulated by using the mathematical model that describes the heat transfer process, based on the Fourier's law, wrote in spherical co-ordinate and simplified to describe a one-dimensional process. For the resolution of the equation, present in this mathematical model, an algorithm based on the explicit scheme of the numerical method of the finite differences, was implemented and run in the scientific computation programmer MATLAB 6.1. The mathematical model validation was made from the comparison of theoretical data with data gotten in experiments where strawberries were submitted to the air forced pre-cooling under differents treatments. It was necessary to fit one of the physical parameters, that was the convection heat transfer coefficient ( $h$ ). Finally, from the comparison between the numerical data and the experimental ones, it can be concluded that the methodology of the numerical simulations can be considered promising, as a tool that gives support to decision in the use and the equipment development for air forced pre-cooling of spherical fruits.

**KEYWORDS:** numerical method, post- harvest, scientific computation.

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. JUSTIFICATIVA

A temperatura é um dos fatores que mais afeta a vida pós-colheita da maioria dos frutos, inclusive do morango. Quando elevada, ela acelera o metabolismo dos frutos, levando-os a uma deterioração mais rápida, promovendo, também, a transpiração mais intensa destes produtos e propiciando um meio ideal para o bom desenvolvimento de microorganismos patogênicos.

A exemplo disto, CHITARRA (1999), apresentou vários objetivos do uso de refrigeração como tecnologia pós-colheita em um estudo sobre o armazenamento de hortícolas, dentre eles a redução do metabolismo do produto, diminuição da perda de água e controle do crescimento de microorganismos.

Com relação ao metabolismo, sabe-se que a cada 10° C que é elevada a temperatura, ocorre no mínimo uma duplicação das taxas das reações metabólicas de frutos, conforme a Lei de Vant'Hoff (CHITARRA, 1999), e é verdade também que um decréscimo da temperatura leva a uma queda no metabolismo do produto. Sendo assim, fica clara a importância do emprego de tecnologias de resfriamento, e para um melhor entendimento da importância deste processo apresenta-se na Tabela 1.1, os intervalos de variação da taxa respiratória do morango para diferentes temperaturas.

Tabela 1.1: Intervalos de variação da taxa respiratória do morango para diferentes temperaturas

Temperatura	0°C	10°C	20°C
ml CO <sub>2</sub> /kg.h	6 - 10	25 - 50	50 - 100

Fonte: UCDAVIS, 2002

Já referente à transpiração dos frutos, sabe-se que a taxa respiratória é tão mais intensa quanto maior a temperatura a que os frutos são submetidos, acarretando a perda de água e o conseqüente murchamento dos mesmos, e prejudicando a sua aparência e a sua textura. CHITARRA (1999) ainda coloca que a perda de água implica também em perda de

peso e conseqüente perda de lucro, e que a perda de água provoca enfraquecimento das células, tornando-as mais suscetíveis ao ataque de microorganismos patogênicos.

Há vários microorganismos patogênicos, no entanto de uma forma geral, quando estes são expostos a temperaturas em torno de 0°C continuam crescendo, mas lentamente. Dentre estes microorganismos, há um que se destaca na pós-colheita de morango, que é o causador da podridão cinzenta, ou podridão por *Botrytis*, e segundo o que consta no site da Universidade da Califórnia (UCDAVIS, 2002) sobre pós-colheita de frutas e hortaliças, é o maior causador de perdas pós - colheita de morangos.

Além do controle da temperatura que afeta diretamente os fatores descritos acima, para que o armazenamento refrigerado possa ser ainda mais prolongado é importante que o produto, a ser armazenado, esteja na melhor condição e qualidade possível. CHITARRA (1999) coloca que, para uma boa armazenagem a frio de produtos hortícolas deve-se levar em consideração, entre outros fatores, o resfriamento rápido imediatamente após a colheita.

O resfriamento rápido se refere à rápida remoção do calor de campo de produtos agrícolas após a sua colheita, antes que estes sejam transportados a longas distâncias ou armazenados e pode ser realizado de diferentes formas, dentre elas pelo resfriamento rápido com ar forçado.

Um bom exemplo da eficiência do resfriamento rápido com ar forçado foi apresentado por BOYETTE (1996). Este autor num estudo onde resfriou “Blueberries” concluiu que, quando comparado com a refrigeração de produtos sem o uso de resfriamento rápido, o resfriamento rápido com ar forçado de “Blueberries” chega a ser 10 vezes mais rápido no que diz respeito ao tempo necessário para atingir a temperatura de estocagem. Além disso, o autor coloca que este estudo também poderia ser aplicado para morangos, reforçando que o resfriamento rápido com ar forçado em morango também é interessante.

Tais considerações mostram ser importante o estudo do processo de resfriamento rápido com ar forçado de produtos agrícolas, bem como dos fenômenos físicos envolvidos, pois um maior controle deste processo pode garantir a redução de perdas pós - colheita e produtos com boa qualidade por um maior período tempo de comercialização.

Para que se possa propor e / ou usar a tecnologia de resfriamento rápido com ar forçado de produtos perecíveis, necessita-se de um aprofundamento no conhecimento dos processos físicos que ocorrem durante este resfriamento, o que pode ser realizado tanto por

meio de investigação experimental, o que já vem sendo feito em larga escala na área de tecnologia pós colheita na Faculdade de Engenharia Agrícola - FEAGRI / Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, quanto por estudos teóricos através do emprego de modelos matemáticos e simulação numérica, o que somente recentemente vem se desenvolvendo na FEAGRI / UNICAMP.

Os modelos matemáticos empregados para o estudo de resfriamento de frutos, em geral expressam problemas de condução transiente, com muitas geometrias e condições de contorno simplificadas, o que em alguns casos podem ser resolvidos através de soluções analíticas e em outros casos por métodos numéricos.

Aquelas soluções analíticas para a distribuição da temperatura adimensional vêm na forma de uma série infinita, que para serem resolvidas devem ser truncadas com um número determinado de termos (INCROPERA e DEWITT, 1992). Uma vez que estas séries infinitas são truncadas, elas passam a fornecer soluções aproximadas, assim como no caso do uso de métodos numéricos, sendo esta alternativa a escolhida nesta pesquisa.

A modelagem matemática e simulação numérica do resfriamento rápido com ar forçado de morangos através do emprego de métodos numéricos são ferramentas que podem gerar condições que sirvam como apoio na tomada de decisão, tanto no uso desta tecnologia, quanto no planejamento, implementação, fabricação e operação dos equipamentos usados no resfriamento rápido com ar forçado.

## 1.2.OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo simular numericamente o resfriamento rápido com ar forçado de morangos.

Associado a este objetivo, visa revelar contribuições nas seguintes etapas envolvidas:

1. Seleção do modelo matemático;
2. Identificação da equação do modelo matemático;
3. Escolha de métodos numéricos;
4. Elaboração de um algoritmo;

5. Implementação do algoritmo em ambiente computacional científico;
6. Realização de simulações numéricas;
7. Estabelecimento da metodologia de análise de resultados.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA JUSTIFICADA

No que segue, apresenta-se um resumo do que foi encontrado nas publicações científicas afins, que serviram de guia para a busca complementar do suporte teórico para o desenvolvimento desta pesquisa.

### 2.1. RESUMO DOS PROCESSOS E PARÂMETROS ENVOLVIDOS NA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Segundo INCROPERA e DEWITT (1992) a transferência de calor pode ser definida como o processo de transferência de energia térmica de uma região para outra como resultado da diferença de temperatura entre elas. Este processo pode ocorrer de três modos: radiação, condução e convecção, resumidos no que segue.

A radiação é a transferência de calor através da emissão de ondas eletromagnéticas. Uma vez que nesta pesquisa a transferência de calor se dá dentro de uma caixa de morangos, envolvendo a troca de calor neste sistema no qual a perda de calor por um morango será praticamente igual ao calor absorvido pelos outros, dentro dos limites do mesmo sistema, se estará negligenciando esta forma de transferência de calor.

A condução, se dá quando existe um gradiente de temperatura num meio estacionário, podendo ser este meio um fluido, ou um sólido, como por exemplo o morango, e portanto será considerada nesta pesquisa.

A convecção se refere a transferência de calor que ocorre entre uma superfície e um fluido em movimento, através do processo de mistura, como por exemplo o ar forçado e o morango, quando estiverem em temperaturas diferentes, podendo ser considerado de distintas maneiras.

Quando se trata de convecção é importante discutir a constante de proporcionalidade  $h$ , denominada como coeficiente de transferência de calor por convecção.

De acordo com KREITH (1989), este coeficiente é função da velocidade de escoamento do fluido, das propriedades térmicas do meio fluido, da geometria do sistema e do local onde a temperatura do fluido é medida.

Uma vez que o coeficiente de transferência de calor por convecção não depende apenas de um fator, mas de um conjunto de fatores, é possível obter diferentes valores de  $h$  dentro de uma mesma caixa durante um processo de resfriamento rápido com ar forçado. Exemplo disto, há TERUEL (2000) que, avaliando três pontos dentro de uma mesma caixa,

encontrou valores diferentes de  $h$  para cada ponto, onde a menor diferença entre eles foi de 29% e a maior de 62%.

Um exemplo de como um dos fatores, no caso a velocidade, pode afetar o valor de  $h$ , é apresentado em FIKIIN et al. (1999). Neste trabalho foi realizado o resfriamento rápido com ar forçado de morangos, a partir do qual se reduziu a temperatura dos frutos num total de 22 graus e determinou o  $h$  para diferentes velocidades do ar de resfriamento, Para realizar o experimento utilizaram tanto a temperatura do ar de resfriamento, quanto as caixas de acondicionamento dos morangos, próximas as de BINOTTI (2000) que será descrito no item 2.3. Os autores apresentaram resultados onde os valores de  $h$ , obtidos para valores da velocidade do ar de resfriamento inferiores a 1 [m/s], foram inferiores a 20 [W/m<sup>2</sup>°C], e para atingir valores de  $h$  acima de 25 [W/m<sup>2</sup>°C] foi necessário uma velocidade do ar de resfriamento em torno de 2,5 m/s, o que chega a ser 4 vezes superior ao utilizado por BINOTTI(2000).

Outro exemplo, de como um destes fatores pode afetar o  $h$  é apresentado por ÉMOND et al. (1996), que discutiram a relação existente entre o tempo de resfriamento e a velocidade do ar sobre os frutos, verificaram que com um aumento na velocidade do ar, diminuía o tempo de resfriamento, o que atribuíram a um aumento do coeficiente de transferência de calor por convecção, ( $h$ ).

Numericamente, o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ) corresponde à quantidade de calor emitida ou absorvida por uma unidade de área em uma unidade de tempo e pode ser obtido também através da seguinte equação (CHAPMAN, 1967):

$$h = \frac{k_f Nu}{d} \quad (2.1)$$

onde:

$K_f$  corresponde a condutividade térmica do ar de resfriamento ao redor do morango (ar a uma temperatura específica) [W/m °C],

$d$  equivale ao diâmetro do morango [m],

$Nu$  se refere ao número de Nusselt.

Os parâmetros  $K_f$  e  $d$  são características inerentes ao ar e ao morango respectivamente, já o número de Nusselt, o qual será descrito no item 3.2.1, depende de

outros números adimensionais, que por sua vez dependem das variáveis empregadas para realização do processo de resfriamento rápido, como por exemplo a velocidade e a temperatura do ar de resfriamento. Desta forma o valor de  $h$  deve ser estabelecido para cada produto e tipo de processo, como os exemplos que seguem.

CASTRO e AMENDOLA (1999) simularam numericamente o processo de resfriamento rápido com ar forçado em laranjas da variedade baianinha para determinar seu tempo de  $1/2$  e  $7/8$  de resfriamento e obtiveram um resultado qualitativamente satisfatório. A comparação entre as curvas de temperatura experimental e numérica (simulação numérica) apresentou um erro com erro inferior a 10 %. Os dados de temperatura ao longo do tempo, utilizados para validar a simulação numérica foram em cada tempo as médias das temperaturas de bulbo seco obtidas nos diferentes frutos e pontos dentro das caixas. Para a determinação de valores factíveis de  $h$ , as autoras citam HOLMAN (1986), que descreve o uso das relações de Achenbach em função da faixa de valores do número de Reynolds e concluíram por um valor de  $h$  obtido visualmente do ajuste dos dados numéricos com os dados experimentais.

Pode-se citar também, ALVAREZ e TRYSTRAM (1995) que num estudo para o desenvolvimento de uma estratégia para o controle de processos de resfriamento rápido com ar forçado e de onde foi extraído o modelo matemático utilizado por TRELEA et al. (1998), colocam que a temperatura final de um resfriamento rápido com ar forçado é tão menor quanto maior a velocidade do ar e que isso pode ser explicado pelo fato do coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ) ser uma função da velocidade do ar de resfriamento, segundo a clássica relação entre número de Nusselt e o número de Reynolds, e que tal relação já fora citada em MC CABE et al. (1985) e LOCIN, (1985) citados em ALVAREZ e TRYSTRAM (1995).

TERUEL (2000), num estudo teórico / experimental de resfriamento de laranja com ar forçado, utilizou um modelo matemático bidimensional, em coordenadas esféricas prolato. Para a resolução da equação presente no modelo matemático usou o método dos volumes finitos e um programa computacional codificado em linguagem FORTRAN, cuja análise, através da comparação entre as curvas teóricas e experimentais, mostrou uma concordância satisfatória, com valores de erro entre 5 e 7 %. Para determinar o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ), a autora partiu dos dados

experimentais da temperatura no centro do fruto e ajustou o h utilizando o Erro Quadrado Mínimo (ERQ).

## 2.2. TECNOLOGIAS DE RESFRIAMENTO

No que segue apresenta-se um resumo das tecnologias de resfriamento usuais.

O “room cooling”, é uma tecnologia de resfriamento comumente usada, que consiste em colocar o produto, já colhido e embalado, numa câmara frigorífica e é recomendado para produtos com longo tempo de vida de armazenagem e com baixo metabolismo, como, por exemplo, a batata inglesa.

A recomendação do uso do “room cooling” apenas para produtos de baixo metabolismo, vem do fato deste método ser lento no que diz respeito a redução da temperatura do produto que vem do campo. Tal lentidão é função do produto estar disposto no interior da câmara de forma a permitir a circulação do ar ao redor da sala tomando o caminho de menor resistência, pois não há incentivo para o ar entrar na embalagem e resfriar o produto, o que leva NEVES FILHO (1991) a classificar este método como a mais ineficiente forma de resfriamento.

Sabendo que o morango possui alto metabolismo e baixa vida de armazenagem, fica claro que este não é o método adequado para o resfriamento deste produto.

CORTEZ e LEAL (1998) citam que, atualmente existem desenvolvidos quatro métodos de remoção rápida do calor dos produtos hortícolas, dependendo do meio refrigerante utilizado no resfriamento rápido: resfriamento rápido por ar forçado, resfriamento rápido com água gelada, resfriamento rápido com gelo e resfriamento rápido a vácuo.

KAYNAS e SIVRITEPE (1995) realizaram os resfriamentos rápidos com ar forçado e água gelada para avaliar comparativamente os efeitos deste tratamento no armazenamento de tomates. Para comparação dos métodos de resfriamento, foram avaliados: perda de peso, amadurecimento, podridão, além de parâmetros de qualidade. Após os frutos sofrerem o resfriamento e passarem por um período de armazenagem, os autores concluíram, que o resfriamento com água é mais rápido do que com ar forçado, no entanto durante o armazenamento dos produtos resfriados com água houve muito mais perda por deterioração.

Somado a este há também ÉMOND et al. (1996) os quais colocam que dentre as vantagens do resfriamento rápido com ar forçado estão seu fácil uso, a geração de um produto seco, e queda rápida de temperatura, o que reduz alterações na textura, cor e peso dos frutos.

O resfriamento por ar forçado é um o método de resfriamento bastante conhecido, e o atualmente usado em pesquisas na Faculdade de engenharia agrícola - Feagri, da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, sendo por tanto o selecionado nesta pesquisa.

A remoção rápida do calor no resfriamento rápido com ar forçado ocorre devido a implementação de ventiladores que direcionam a passagem do ar sobre o produto, além do emprego de lonas sobre as embalagens como forma de otimizar o processo. Somado a isso, CORTEZ e LEAL (1998), colocam que no resfriamento rápido com ar forçado o tempo de resfriamento é função das dimensões das caixas, da área de abertura desta, da forma de distribuição das mesmas, além das características do produto, da temperatura, umidade e velocidade do ar através do produto.

De acordo com MITCHELL et al. (1972) citado por CHAU (2000), o resfriamento por ar forçado de produtos agrícolas leva, em geral de um quarto a um décimo do tempo necessário do que quando empregado o "room-cooling". Tal fato reforça o emprego de resfriamento rápido com ar forçado como forma de manter o produto fresco por mais tempo e reduzir gastos de energia.

Tal consideração coloca o resfriamento rápido com ar forçado como uma técnica excelente para reduzir a temperatura dos morangos que vêm do campo, pois ajuda também na manutenção da qualidade do produto e no controle e extinção de doenças pós – colheita.

Os fatores que afetam o resfriamento rápido com ar forçado podem ser separados em duas classes: intrínsecos e extrínsecos. Os intrínsecos são fatores inerentes ao produto que se está resfriando e não são passíveis de manipulação, e os extrínsecos são variáveis do processo e podem ser manipulados.

Dentre os fatores intrínsecos estão as propriedades térmicas do produto, seu tamanho e sua forma. Apesar de não ser possível alterá-los, é importante conhecê-los e saber como podem afetar o processo de resfriamento.

Entre outras propriedades térmicas do produto, pode-se citar a condutividade térmica ( $k_p$ ) e a difusividade térmica ( $\alpha$ ), e das quais se sabe que quanto maior seus valores, maior será a capacidade de troca de calor do fruto. Quanto a forma, sabe-se a importância deste fator uma vez que se considera o formato do produto na seleção do modelo matemático, o que será discutido mais adiante.

Já o tamanho do fruto tem grande influência no tempo total de seu resfriamento, para tal afirmação há o estudo de KOPELMAN et al. (1966), que determinaram a influência do tamanho do fruto e da velocidade do ar de resfriamento no tempo total de resfriamento rápido com ar forçado em maçãs. Neste estudo os autores afirmam que o valor de  $f$ , que é um parâmetro o qual corresponde a 90 % do tempo de resfriamento, aumenta linearmente com o aumento do diâmetro da fruta.

Somado a isso, VISSOTTO (1999) discutindo as variáveis que afetam a taxa de resfriamento rápido com ar forçado para laranjas, colocou que para um produto resfriado individualmente e para um coeficiente de transferência de calor por convecção constante uma duplicação do tamanho do fruto pode levar a um aumento de quatro vezes no tempo de resfriamento deste fruto, do que se pode concluir que o resfriamento de frutos pequenos como morango pode ser mais rápido do que o de laranjas, por exemplo.

Dentre os fatores extrínsecos que afetam o processo de resfriamento rápido com ar forçado encontram-se a velocidade do ar, número de caixas sobrepostas num palete, arranjo dos produtos no interior das caixas, arranjo das caixas no palete e o tamanho das aberturas nas caixas e a temperatura do ar de resfriamento.

A velocidade do ar no processo de resfriamento rápido influencia diretamente o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ), como foi discutido anteriormente, e

desta forma sabe-se que um acréscimo na velocidade do ar leva a um incremento no valor de (h), por conseguinte acarreta uma redução no tempo de resfriamento de um produto.

Sendo assim, é importante citar KOPELMAN et al. (1966) que no já referido trabalho, onde realizaram uma avaliação do efeito da velocidade do ar sobre o valor de f, concluíram que o valor de f diminuiu em 50 % para uma mudança na velocidade do ar de 0,3 [m/s] para 5,08 [m/s].

Quanto maior o número de caixas sobrepostas num palete, maior será a altura da carga a ser resfriada e conseqüentemente pode-se concluir que haverá um maior gasto de energia e de tempo para resfriar um lote de porte maior do que um de porte menor. Tecnicamente esta situação foi descrita por BAIRD et al. (1988) num estudo onde estabeleceram critério para desenvolver projetos que pudessem tornar sistemas de refrigeração com ar forçado para frutas e vegetais de custo mais eficaz e eficiente, onde concluíram que a altura das caixas nos paletes, na direção do fluxo de ar, tem um significativo efeito no desempenho dos sistemas de resfriamento com ar forçado, sendo que a eficiência da circulação do ar é reduzida, conforme a altura da pilha de caixas aumenta, acarretando um incremento no tempo de resfriamento.

É notória a predileção do ar por escoar pelo caminho de menor obstrução, desta forma as caixas onde serão dispostos os produtos que sofrerão o resfriamento rápido devem conter aberturas que possibilitem a passagem do fluxo de ar. Além disso, o arranjo tanto das caixas sobre o palete quanto dos frutos no interior destas caixas devem ser feitos de forma que, a maior massa de ar possível tenda a passar sobre os frutos durante seu processo de resfriamento.

Pensando no aspecto da influência do arranjo dos frutos nas caixas sobre a resistência ao fluxo de ar, CHAU et al. (1985) realizaram o resfriamento de quatro diferentes tamanhos de laranja Valência disposta em quatro diferentes arranjos a granel, acondicionadas em caixas de papelão. Os autores concluíram que a forma do arranjo das frutas nas caixas tem maior influência na resistência ao fluxo de ar do que o tamanho da fruta, e quanto maior a porosidade entre os frutos, menor também a resistência ao fluxo de ar. Pode-se concluir também, que se as caixas forem arranjadas sem que haja uma coincidência entre suas aberturas, o fluxo de ar será impossibilitado de passar, o que irá retardar o processo de resfriamento rápido.

Já relacionando a influência das aberturas nas caixas sobre a eficiência da passagem do fluxo de ar no resfriamento rápido com ar forçado, encontra-se o já referenciado trabalho de BAIRD et al. (1988). Neste trabalho, os autores concluíram que um dos mais importantes critérios para obter um resfriamento rápido com ar forçado mais eficiente é a utilização de aberturas adequadamente dimensionadas e localizadas para ventilação. Os autores afirmam também, que se a caixa possuir uma abertura superior a 10% da sua dimensão, o fluxo de ar sobre o produto poderá ser bastante uniforme, e a taxa de resfriamento no interior de uma embalagem deste tipo poderá se aproximar a taxa de resfriamento de um produto a granel, onde o resfriamento costuma ser de grande eficiência.

SILVA e SILVA (2001) realizaram um estudo, onde foram resfriadas com ar forçado, a uma velocidade do ar de 2 [m/s<sup>2</sup>] e diferentes valores de temperatura do ar, uvas da variedade Rubi para determinar o número de Reynolds, coeficiente de transferência de calor por convecção, condutividade e difusividade térmica destes frutos. A partir deste trabalho, os autores concluíram que o coeficiente de transferência de calor por convecção possui uma fraca dependência com a temperatura do ar de resfriamento, no entanto observou-se uma redução no tempo do resfriamento rápido, sem danos visíveis à qualidade da uva, o que indica a temperatura do ar de resfriamento como um fator que, também tem influência sobre o processo de resfriamento.

### 2.3 RESFRIAMENTO RÁPIDO DE MORANGO COM AR FORÇADO

BINOTTI (2000) avaliou a influência de diferentes embalagens e do tempo de espera do morango antes do resfriamento rápido com ar forçado, na sua textura depois de resfriados e armazenados em ambiente refrigerado. Apesar do intuito daquela pesquisa não ter sido a determinação do tempo de resfriamento do morango, os dados gerados podem e serão os utilizados nesta pesquisa. Sendo assim, no que segue apresenta-se um resumo do material utilizado e dos procedimentos experimentais realizados por BINOTTI (2000).

O material utilizado para o experimento de BINOTTI (2000) foi a câmara fria do laboratório de termodinâmica da Feagri – Unicamp, um computador, o programa de aquisição de dados – AQDADOS, 12 termopares do tipo T, embalagens plásticas e de papelão, e morangos da variedade “Campinas IAC-2712” .

Os morangos foram colhidos em 08 / 06 / 2000, e foram feitos dois testes: o primeiro foi feito com o resfriamento rápido dos morangos duas horas após a colheita, utilizando duas embalagens diferentes (papelão e plástico), e o segundo, oito horas após a colheita, também com duas embalagens diferentes (papelão e plástico).

Em todos os tratamentos o monitoramento da temperatura a 0°C foi feito automaticamente através de termostatos localizados no interior da câmara. Para cada um dos testes realizados foram distribuídos seis termopares, inseridos o máximo possível próximo do centro no interior dos morangos e na superfície destes, todos dentro de uma mesma caixa.

O método de se introduzir o termopar no centro do fruto é observado em vários trabalhos que tratam de resfriamento rápido, como exemplo destes há KAYNAS e SIVRITEPES (1995), que estudaram os efeitos do resfriamento rápido com ar forçado e água gelada na qualidade do armazenamento de tomates, ÉMOND et al. (1996), que estudaram os parâmetros que afetam a taxa de resfriamento e a distribuição da temperatura no resfriamento rápido com ar forçado de morango, e TERUEL (2000), que realizou um estudo teórico e experimental do resfriamento de laranja e banana com ar forçado. Exemplo de trabalho que relata a inserção do termopar também na superfície do produto, há TRELEA et al. (1998).

No primeiro tratamento, os morangos, divididos em dois lotes: um lote com embalagem plástica e outro com embalagem de papelão, foram colocados na câmara fria. O resfriamento rápido com ar forçado começou às 10 horas 44 minutos e 04 segundos e terminou às 13 horas 31 minutos e 22 segundos do mesmo dia, levando um total de 2 horas 47 minutos e 18 segundos para atingir a temperatura desejada para o resfriamento.

Neste caso, pretendia-se atingir zero grau (0°C) no centro do morango, no entanto a operação foi dada como terminada quando atingiu o tempo de 7/8 do resfriamento, o que de acordo com MITCHEL (1992), pode ser obtido da diferença entre a temperatura inicial e a que se deseja armazenar o produto, abaixando um referencial de temperatura medida no produto equivalente a 7/8, e que ao conseguir tal marca pode-se considerar que a temperatura a ser abaixada foi suficiente para a eficiência do resfriamento rápido. Há também o tempo de 1/2 resfriamento, que representa o tempo necessário para a diferença entre a temperatura do produto e a do meio seja reduzida à metade, dado também

importante para saber quando se deve finalizar o resfriamento e avaliar a eficiência do resfriamento.

No segundo tratamento, os morangos, divididos, em dois lotes: um lote com embalagem plástica e outro com embalagem de papelão, foram colocados na câmara fria. Para cada lote foram distribuídos seis termopares, inseridos o máximo possível próximo do centro no interior dos morangos e na superfície destes, todos dentro de uma mesma caixa. O resfriamento começou às 18 horas 58 minutos e 05 segundos e terminou às 22 horas 34 minutos e 41 segundos do mesmo dia, levando um total de 3 horas 36 minutos e 36 segundos, no entanto o produto foi dado como resfriado quando atingiu o tempo de 7/8 do resfriamento.

Os dados experimentais para o resfriamento rápido com ar forçado de morangos descritos neste item, foram obtidos segundo um delineamento fatorial com dois fatores: tipo de caixa onde ficariam armazenados os morangos e tempo de espera após a colheita que eles sofreriam o resfriamento, e cada fator com dois níveis, respectivamente: papelão e plástico, duas e oito horas, caracterizando um experimento fatorial 2x2, o que autenticou o uso destes dados experimentais para a validação dos dados obtidos via simulação numérica.

É importante colocar que, para o desenvolvimento do trabalho realizado nesta pesquisa, serão considerados apenas os testes extraídos de BINOTTI (2000) onde morangos foram embalados em caixas de papelão e resfriados duas e oito horas após a colheita. A forma e o motivo do emprego apenas destes dados será descrito no item Material e Métodos.

Quanto aos dados de temperatura obtidos nos morangos embalados em caixas plásticas, estes foram totalmente excluídos. O estudo aqui proposto envolve transferência de calor por convecção somente na condição de contorno e este tipo de transferência de calor é muito pouco efetiva nas caixas plásticas utilizadas por BINOTTI (2000). Isto porque, estas caixas eram fechadas com tampa e possuíam apenas pequenos orifícios para a passagem do ar de resfriamento, fazendo com que o processo convectivo fosse desprezível, principalmente quando se usa baixa velocidade de ar, como a empregada que foi igual a 0,8 [m/s].

#### 2.4 SIMPLIFICAÇÕES USUAIS PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA

Para o desenvolvimento de pesquisas com simulação numérica, é importante observar os fenômenos físicos que descrevam o processo a ser simulado numericamente. Após estas observações é usual estabelecer algumas simplificações do processo físico para o seu tratamento matemático. Estas simplificações são necessárias para que se possa obter soluções ou aplicar métodos de resolução que venham contribuir para o melhor entendimento dos processos físicos, que em geral são bastante complexos.

No caso deste trabalho três simplificações foram feitas: considerar a transferência de calor unidimensional na direção preferencial do processo focalizado, adotar uma forma geométrica regular do produto, como por exemplo no caso do morango como sendo de uma esfera, e desconsiderar a transferência de massa.

Como exemplo de trabalhos que adotam simplificações tem - se VISOTTO (1999) que desenvolveu pesquisa na área de resfriamento rápido com ar forçado e utilizou um protótipo obtido a partir de esferas de policloreto de vinila, (pvc), preenchidas com solução 5 % de goma k (carragena), para simular frutas esféricas. O objetivo deste trabalho foi estudar a influência de variáveis de operação, como velocidade e temperatura do ar, e diferentes disposições de frutos esféricos em embalagem de papelão num processo de resfriamento rápido com ar forçado. Os dados obtidos dos experimentos, com o protótipo, foram comparados com dados de um experimento, de mesma metodologia, mas feitos com laranja. Por fim o autor concluiu que o protótipo foi bastante eficiente na representação de frutas esféricas, especialmente laranja, possibilitando o estudo de transferência de calor através do mesmo.

Reafirmando a importância do estudo citado acima, SPAGNOL et al. (1989), colocam que o estudo dos processos de resfriamento rápido com ar forçado em frutas e hortaliças, pode ser feito por meio de um corpo esférico submetido a um tratamento térmico sob condições externas constantes. Tais corpos esféricos podem ser adquiridos por meio de protótipos ou modelos de fabricação sintética, e utilizados em pesquisa de natureza experimental.

MOHSENIN (1986), num capítulo de seu livro coloca que, quando se estuda as propriedades físicas de grãos, sementes, frutas e hortaliças, é importante ter uma estimativa acurada de suas características físicas. Dentre as características físicas de produtos hortícolas encontra-se o formato destes produtos, que pode ser descrito pela respectiva

esfericidade, o que é a característica intrínseca que deve ser observada também nesta pesquisa. Algumas destas medidas podem ser vistas em MOHSENIN (1986), que fornece uma Tabela indicando a esfericidade de algumas frutas, tais como da maçã Rome, 89 %, da Red delicious, 92%, e da pera Maxine, 89%.

MOHSENIN (1986), coloca que a esfericidade de um produto pode ser estimada pela seguinte equação:

$$S = d_e/d_c \quad (2.2)$$

onde:

S é a esfericidade do produto,  
 $d_e$  é o diâmetro da esfera de mesmo volume do produto [m],  
 $d_c$  o maior diâmetro do produto [m].

GAFFNEY et al. (1980), num estudo de métodos para calcular transferência de calor e massa de vegetais, coloca que, produtos hortifrutícolas como maçã, pêsego, uva, alface, repolho, melão ou tomate, podem ser considerados homogêneos e esféricos. Os autores justificam tal aproximação baseando-se no fato de que há muitas descrições de soluções para trocas de calor entre os objetos sólidos e o meio em que se encontram, mas que para este fim, o objeto deve ser considerado homogêneo, de formato regular e suas propriedades térmicas não devem variar com o tempo. Apesar da maioria dos produtos vegetais não apresentarem tais características, exatamente, em geral podem ser considerados como se as tivessem. Tais considerações são importantes na escolha de um fruto, ao invés de utilizar dados oriundos de trabalhos como de VISSOTO (1999), para a validação dos resultados obtidos no desenvolvimento da pesquisa aqui descrita, pois está mais próximo de condições reais.

BELLAGHA e CHAU (2000), para um trabalho teórico – experimental onde realizaram um estudo de transferência de calor e massa durante o processo de resfriamento rápido com ar forçado de tomates de diferentes tamanhos e dispostos individualmente e em conjunto, empregaram modelagem matemática. A comparação dos dados experimentais com os dados de origem numérica, mostrou que os dados obtidos via simulação numérica representaram acuradamente a temperatura durante o resfriamento individual de tomates de diferentes tamanhos, em diferentes pontos dentro do fruto, a diferentes velocidades do ar, mesmo para tomates distintamente não esférico. A grande concordância dos dados

experimentais e numéricos, mostrou que assumir a homogeneidade e esfericidade adotadas são justificadas. Os autores colocam que tal modelo matemático pode ser usado para simular numericamente o resfriamento rápido com ar forçado de qualquer fruto esférico, além de mostrar ser viável este tipo de simplificação.

Reafirmando tal simplificação há ÉMOND et al. (1996), que avaliaram a taxa de resfriamento e distribuição da temperatura utilizando diferentes embalagens, pois pretendiam estudar os efeitos destas embalagens no resfriamento rápido com ar forçado de morangos. Para tanto, utilizaram protótipos (modelos experimentais), que consistem em esferas ocas de polipropileno preenchidas com água, e com diâmetro externo de 25,4 mm, e largura da parede de 1 mm. Tal trabalho, vem reafirmar o uso do modelo matemático de TRELEA et al. (1998) proposto nesta pesquisa para simular numericamente o resfriamento rápido de morangos, pois utilizou modelos esféricos para desenvolver os testes experimentais deste resfriamento simulando morangos.

Com relação a simplificação que desconsidera a transferência de massa, pode-se citar TRELEA et al. (1998) que, através de verificações experimentais e predição por simulação numérica afirmou que a maior perda relativa de massa ocorre no momento em que o fruto se encontra na temperatura mais fria, que é a temperatura onde as atividades internas do fruto se reduzem e ocorre uma diminuição na transferência de massa. Com isso, a perda de massa não deve ultrapassar limites de 2 %, indicando a possibilidade de se trabalhar como se fossem processos independentes.

Também, é importante citar KAYNAS e SIVRITEPE (1995) que realizaram o resfriamento rápido com ar forçado para avaliar os efeitos deste tratamento no armazenamento de tomates. Os autores concluíram que com relação a perda de umidade, quando comparados frutos armazenados a 8°C que sofreram resfriamento rápido com ar forçado e que não sofreram resfriamento rápido, os que sofreram resfriamento rápido com ar forçado tiveram menor perda de massa, mesmo que ambas tenham sido nada significativos. Já em frutos armazenados a 12° C a perda foi ligeiramente significativa mais ainda assim menor no caso de frutos resfriados rapidamente com ar forçado.

Além disso, BINOTTI (2000) coloca que os resultados obtidos durante o processo de resfriamento rápido 2 e 8 horas após a colheita, mostraram que morangos quando acondicionados em caixas de papelão sem nenhum tipo de proteção em sua parte superior

perderam apenas 1% e 2% de seu peso respectivamente. No entanto, os frutos que estavam acondicionados em embalagens de plástico com tampa, não apresentaram perda no peso durante este período, colocando a embalagem plástica como sendo a que responde melhor durante este tratamento inicial. Tal fato indica que o processo de transferência de massa pode ser desconsiderado, justificando mais esta simplificação no modelo matemático a ser adotado.

## 2.5 MODELOS MATEMÁTICOS

Há vários critérios para classificar um modelo matemático, entre os quais diferenciamos os empíricos e os determinísticos. Entre outros determinísticos, estão aqueles compostos por equações diferenciais, como é o caso dos que modelam os processos físicos que envolvem transferência de calor a partir da lei de Fourier.

Alguns exemplos de trabalhos, onde foram empregados modelos matemático para o estudo de processos físicos envolvendo transferência de calor, são brevemente descritos no que segue.

Assim como CASTRO e AMENDOLA (1999) como descrito no item 2.1, KOPELMAN et al. (1966) num estudo teórico e experimental, para determinar a influência do tamanho do fruto e da velocidade de resfriamento no processo de resfriamento rápido com ar e água para o caso da maçã da variedade Jonathan, utilizaram o modelo matemático baseado na Lei de Fourier para a transferência de calor por condução em esferas, o que é expresso por uma equação diferencial parcial, simplificada para o processo unidimensional, para realizar a simulação numérica do referido processo. Os resultados mostraram concordância entre os valores obtidos no experimento prático e os valores obtidos na simulação numérica. Tal modelo matemático assim como a condição inicial e as condições de contorno assumidas são as mesmas adotadas aqui neste trabalho, diferindo o fruto estudado.

ALVAREZ e TRYSTAM (1995) utilizaram o mesmo modelo matemático e a condição inicial e as de contorno acima referidas para a simulação numérica do resfriamento rápido com ar forçado de produtos esféricos acondicionados em palete. Posteriormente, validaram seus resultados teóricos com dados experimentais. A simulação numérica permitiu identificar dois pontos críticos no interior do palete: um sendo o mais

quente e outro o mais frio, o que ocorre, devido ao fato do coeficiente de transferência de calor não ser constante dentro do palete, mostrando ser importante e necessário um sensor de temperatura nestes pontos para evitar um sobre-tratamento em alguns produtos. Por fim, os autores sugerem que o modelo matemático seja utilizado como uma estratégia de controle “on line” deste tipo de processo de resfriamento.

Há ainda estudos mais complexos, como o que aparece em TERUEL (2000), citado anteriormente, ou mesmo de LIMA e LIMA (2001), que realizaram um trabalho com objetivo de desenvolver modelos matemáticos para a descrição das trocas de energia e massa durante o processo de secagem em corpos com geometria arbitrária. Os autores concluíram, a partir do emprego dos modelos matemáticos desenvolvidos, que a forma do corpo afeta consideravelmente sua cinética de secagem. Trabalhos nesta linha reafirmam a importância do uso de modelos matemáticos, uma vez que mostram resultados positivos. Entretanto este tipo de estudo mais complexo foge do escopo do trabalho aqui presente.

Outros exemplos de trabalhos envolvendo modelagem matemática com o intuito de simular numericamente processos de transferência de calor na área de tecnologia pós-colheita serão apresentados no item 2.9.

## 2.6 MÉTODOS NUMÉRICOS

Como foi colocado no item 1.1, os poucos casos em que se tem como obter as soluções analíticas de modelos matemáticos, que tratam de processos físicos envolvendo transferência de calor a partir da lei de Fourier, se expressam na forma de uma série infinita, que deve ser truncada, o que gera portanto somente uma solução aproximada, assim como no caso do uso de métodos numéricos, sendo esta última a alternativa escolhida nesta pesquisa.

Para a resolução numérica da equação diferencial parcial de segunda ordem expressa pelo modelo matemático (TRELEA et al. 1998) selecionado, pode-se empregar métodos numéricos como por exemplo, o método das diferenças finitas, o método dos elementos finitos, entre outros.

Segundo ANDRADE et al. (1999), a técnica de elementos finitos proporciona a flexibilidade e a versatilidade necessárias para a análise de problemas em que o comportamento do material, a configuração geométrica e as condições de contorno são

complexos. Estes autores afirmam isso em um trabalho onde, ao modelar matematicamente e simular numericamente a transferência de calor em grãos armazenados em silos utilizando o método de elementos finitos para resolver a equação expressa pelo modelo, obtiveram um erro máximo de 1,8 % nos resultados quando comparados com dados experimentais.

Como se está considerando o foco deste estudo um corpo esférico e homogêneo, as condições de contorno são regulares, o que desobriga o uso de um método mais complexo como o de elementos finitos e portanto o método das diferenças finitas será o empregado nesta pesquisa.

Os métodos numéricos de diferenças finitas são baseados na aproximação dos diferenciais que aparecem na equação, por diferenças finitas, (daí a origem do nome do método), o que pressupõe o estabelecimento de uma discretização do domínio de definição da mesma. Isto quer dizer que, no caso em que a variável dependente é  $T=T(r,t)$ , deve-se estabelecer  $\Delta r$  e  $\Delta t$ , que são a distância entre os pontos de resolução radial e o tamanho do intervalo entre os pontos de resolução temporal respectivamente.

Os métodos numéricos de diferenças finitas podem ser, entre outros, explícitos ou implícitos. A vantagem de utilizar métodos explícitos é que estes são de fácil entendimento e aplicação, uma vez que se determina a variável dependente explicitamente para cada ponto de domínio espacial de interesse, e em cada intervalo de tempo através de um conjunto de equações algébricas independentes. No entanto, os métodos explícitos necessitam de um grande número de cálculos, principalmente quando se quer garantir condições de estabilidade.

Garantir que o esquema seja estável, como se sabe, significa segurar que quaisquer erros ou perturbações na solução, que venham do método numérico, não serão amplificados sem limites.

Para equações originadas da discretização de equações, como a do modelo matemático selecionado, não há relatos na literatura de qual critério exato deve-se seguir para garantir sua estabilidade. Alguns autores como FORTUNA (2000), AMENDOLA e PULINO (2001), sugerem a utilização do mesmo critério usado para a equação da difusão, linearizada, em coordenadas cartesianas e simplificada para o caso unidimensional e para a qual há um critério exato para garantir sua estabilidade.

No entanto pode-se optar por determinar o critério de estabilidade, seguindo o

mesmo raciocínio usado em KREITH (1989) e CHAU (2001), como será apresentado no item de Material e Métodos.

Ressalta-se que, quando se está lidando com métodos numéricos, deve-se antes de tudo avaliar a consistência e convergência das equações algébricas oriundas de suas discretizações.

Quanto a convergência, sabe-se que um método numérico irá convergir no momento em que a solução da equação de diferenças finitas se aproximar da solução exata da equação diferencial por ela discretizada, para  $\Delta t$  e  $\Delta r$  tendendo a zero. Como, em geral, não é possível obter a solução analítica exata para garantir a convergência do método empregado, aplica-se o Teorema de Lax, descrito em MOURA (2002). Este Teorema coloca que, para um problema de valor inicial bem posto, um esquema de diferenças finitas consistente é convergente se e só se for estável, e que deve se garantir a estabilidade e a consistência, para então garantir a convergência.

Sabe-se que uma equação de diferenças finitas é consistente se seu erro local tende a zero quando  $\Delta r$  tende a zero, o que é uma condição relativamente fácil de ser satisfeita.

Por outro lado, além do método explícito há outros métodos, como, por exemplo, o implícito, que é sempre estável (RICHTMYER e MORTON, 1967). Neste método as discretizações são feitas fixando um termo no tempo ( $n$ ), no qual o valor da variável dependente já é conhecido, e todos os outros termos são fixados no tempo futuro ( $n+1$ ), onde os valores da variável dependente são desconhecidos. Desta forma, aparecem várias incógnitas acopladas a serem determinadas, o que exige a resolução de um sistema linear a cada passo no tempo.

O limitante entre utilizar o método explícito e o implícito é o fato de se ter que garantir a estabilidade do esquema explícito. Como nesta pesquisa determinou-se um critério de estabilidade para o esquema, não se mostrou necessário o uso do esquema implícito.

## 2.7 ALGORITMOS

A resolução numérica da equação de modelos matemáticos, normalmente exige muitos cálculos e para tanto é ideal a utilização de computadores.

O passo seguinte ao da seleção do método numérico é a elaboração do algoritmo a

ele associado, especialmente quando se quer resolver o problema usando computadores.

Um algoritmo mostra a elaboração organizada da seqüência de passos do método matemático selecionado para o cálculo ou resolução de um grupo de problemas semelhantes.

O intuito de elaborar um algoritmo, conforme CAMPOS FILHO (2001), ao invés de implementá-lo diretamente em uma linguagem de programa, é que com isto pode-se abstrair os detalhes da linguagem computacional e concentrar apenas nos aspectos matemáticos do método, o que posteriormente também facilita sua implementação em qualquer linguagem de programação.

Isto posto, também nesta pesquisa será elaborado um algoritmo de acordo com as especificações anteriormente estabelecidas ( modelo matemático e método numérico).

## 2.8 PACOTE COMPUTACIONAL CIENTÍFICO

O uso de computadores pode ser feito por programas de computação científica elaborados em linguagem computacional eficiente (como FORTRAN (HEHL, 1986), por exemplo), ou por pacotes de computação científica (como MATHEMATICA 4.0 (RUSKEEPÄÄ, 1999) e MATLAB (HREBICEK e GANDER, 1997), por exemplo), ambos a partir do algoritmo associado ao método numérico selecionado.

Nesta pesquisa, para a resolução da equação expressa pelo modelo matemático selecionado e descrito no item 3.2.2, obtido do método explícito de diferenças finitas descrito no item 3.2.3, o algoritmo elaborado foi implementado no pacote computacional MATLAB 6.1.

## 2.9 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Exemplos de trabalhos científicos desenvolvidos até 2002 na área de tecnologia pós colheita de produtos perecíveis na FEAGRI / UNICAMP e que confirmam e importância da simulação numérica são os que constam em : I) AMENDOLA e QUEIROZ (1994) que, com o objetivo de simular numericamente o processo de secagem da banana, estabeleceram o modelo matemático associado ao processo físico em estudo, utilizando algumas simplificações, como considerar que o formato da banana é o de um cilindro infinito, e o relacionado trabalho de QUEIROZ (1994) que realizou, na Faculdade de

Engenharia Mecânica / UNICAMP, o estudo teórico – experimental da cinética de secagem de bananas, utilizando, no estudo teórico, o método de diferenças finitas e discutiu distintas abordagens para o estabelecimento de modelos matemáticos associados ao processo; II) CAMARGO et al. (1999), que desenvolveram simulações numéricas do processo de secagem de tomate, a partir de um modelo matemático simples, mostrando que o algoritmo construído pelo uso de métodos numéricos foi capaz de gerar soluções qualitativamente satisfatórias, uma vez que mostrou a perda de umidade ao longo do tempo de secagem; III) CASTRO e AMENDOLA (1999) que através da comparação de dados experimentais com os obtidos da simulação numérica do processo de resfriamento de laranjas ( fruto esférico ), mostrou uma diferença inferior a 10 % entre as duas formas de análise; IV) HUAMBO et al. (1999) que utilizaram um modelo matemático para a operação semi- contínua de um secador industrial de frutas e obtiveram resultados da simulação matemática que concordaram com as informações experimentais, de forma que, o modelo matemático servirá tanto para otimizar a operação do secador e a qualidade da fruta, quanto para o projeto de um secador ótimo e controle automático; V) PÉREZ et al. (2000), que estudaram a transferência de calor, mas para o processo de secagem de bananas. Para tanto, selecionaram o modelo matemático expresso por uma equação diferencial parcial, simplificada para o processo unidimensional assim como é proposto aqui, no entanto trabalharam com coordenadas cilíndricas. Os resultados obtidos através do uso de métodos numéricos foram comparados com dados da literatura e por fim os autores concluíram que o modelo matemático selecionado bem como a simplificação adotada, representaram muito bem o comportamento da temperatura no centro da banana durante o tempo total de secagem, com boas proximidades entre o valor experimental e o calculado; VI) SILVA et al. (2001) colocam que é de grande importância determinar as isotermas de adsorção de umidade em polpa de manga, quando se pretende ter maior controle do processo de secagem para fins de armazenamento. Os autores realizaram testes experimentais e simulação numérica, utilizando dois modelos matemáticos diferentes para a predição destes dados e concluíram que, ambos os modelos matemáticos foram eficientes na predição, mostrando ser possível o maior controle do processo via simulação numérica; e VII) QUEIROZ e NEBRA (2002) que desenvolveram um modelo matemático de difusão em coordenadas cilíndricas no qual incluíram uma equação empírica que correlacionava o raio

do fruto com seu teor de umidade para simular numericamente o processo de secagem de bananas e determinar os efeitos do seu encolhimento durante o referido processo. Assim como é feito aqui, empregaram o método numérico das diferenças finitas explícito para a resolução das equações, e para estimar o coeficiente de difusão ajustaram a solução numérica aos dados experimentais. Por fim, dos resultados obtidos das simulações numéricas os autores puderam concluir que os efeitos do encolhimento quando incluídos no modelo melhoram os resultados e mostram valores menores para o coeficiente de difusão.

Outros exemplos da importância de se desenvolver pesquisas com modelagem matemática e simulação numérica na área de tecnologia pós-colheita, agora de produtos deterioráveis são os que constam em: I) KHATCHATOURIAN et al. (1999) que simularam numericamente o escoamento de ar em silos para grãos, e para tanto desenvolveu - se um aplicativo que utilizava a técnica dos elementos finitos para calcular os parâmetros de silos com diferentes geometrias, do que se concluiu que seria possíveis otimizar os sistemas projetados de distribuição de ar em silos, e definir suas regiões de risco; II) KHATCHATOURIAN et al. (1999) que descreveram, a partir de um modelo matemático, os processos de secagem de grãos de soja em leito fixo, elaboraram um aplicativo e realizaram simulações numéricas do processo de secagem, as quais, comparadas aos dados obtidos através de experimentos mostraram razoável concordância; e III) IV) AMARAL e DALPASQUALE (2000) que simularam numericamente a secagem de semente de milho em espigas utilizando o modelo matemático de Hukill e depois de analisados os dados obtidos na simulação numérica, puderam dar sugestões para modificação do secador. Tais modificações puderam dobrar a capacidade do secador, com o investimento de apenas 5% do custo de um secador novo; V) FERREIRA e PINTO (2001), que realizaram um estudo teórico - experimental, onde também simularam numericamente a secagem de sementes de trigo. Para tanto, selecionaram um modelo matemático baseado na equação de Darcy e condições iniciais e de contorno reais. Por fim, quando comparados os resultados teóricos e experimentais, estes mostraram estar em grande concordância e, portanto pode-se concluir que a modelagem matemática deste processo será importante para predizer os pontos críticos de secagem e as velocidades do ar ideais para a secagem, o que garante um maior controle do processo; VI) GOULART e KHATCHATOURIAN (2002) que simularam numericamente a secagem de soja em secador de fluxo cruzado, utilizando um modelo

matemático formado pelo sistema hiperbólico de quatro equações diferenciais parciais quase-lineares acopladas. As simulações numéricas foram realizadas com o intuito de estudar a influência dos parâmetros principais sobre a dinâmica de secagem, e após a análise dos resultados os autores puderam concluir que a tecnologia das simulações numéricas se mostraram como ferramentas promissoras no estudo dos principais parâmetros que influenciam na secagem. Outros trabalhos que somam positivamente para o desenvolvimento de pesquisa na área de simulação numérica e modelagem matemática na área de secagem de produtos deterioráveis são: PEREIRA et al. (2002); SALVADOR et al. (2002) e LIPRERI e KHATCHATORIAN (2002); entre outros.

### 3. MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1 MATERIAL

Com o intuito de obter subsídios para estabelecer os critérios de seleção dos materiais utilizados: frutos esféricos, modelos matemáticos e métodos numéricos foi realizada uma revisão bibliográfica, do que resultou:

- Dados referentes a troca de calor em processos de resfriamento de frutos esféricos, oriundos de BINOTTI (2000);
- O modelo matemático associado ao processo de resfriamento de frutos esféricos, que aparece em TRELEA et al. (1998), baseado na lei de Fourier e que descreve o processo de transferência de calor em frutos esféricos;
- Método numérico das diferenças finitas: esquema explícito;
- O pacote computacional científico MATLAB 6.1;
- Um micro computador Pentium – 300 CPU, 64 MB.

#### 3.2 MÉTODOS

Estudo do resfriamento rápido com ar forçado de morangos, realizado por BINOTTI (2000) para entender o processo a ser simulado numericamente.

Elaboração de Figuras e Tabelas a partir dos dados da temperatura medida no interior do morango durante seu resfriamento, extraídos de BINOTTI (2000).

Além disso, foram extraídos da literatura dados de propriedades termofísicas referentes ao comportamento do fruto submetido ao resfriamento.

Cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ), bem como dos grupos adimensionais relacionados.

Estabelecimento de algumas simplificações necessárias na modelagem matemática.

Seleção do método numérico adequado para a resolução da equação presente no modelo matemático selecionado e a discretização desta equação bem como de sua condição inicial e de suas condições de contorno, segundo método numérico selecionado.

Elaboração de um algoritmo para ser implementado no MATLAB 6.1.

Análise e seleção da malha. Obtenção dos dados teóricos: temperatura do morango ao longo do seu tempo de resfriamento rápido com ar forçado.

Análise dos dados obtidos via simulação numérica comparando e/ou ajustando o  $h$ ,

em função da comparação dos dados numéricos com os oriundos do experimento prático realizado previamente.

### 3.2.1. DADOS EXPERIMENTAIS

Para facilitar as comparações e discussões a serem realizadas ao longo deste trabalho, denominou-se os 2 testes realizados por BINOTTI (2000) como segue:

EP1: morangos resfriados com ar forçado duas horas após a colheita em caixa de papelão.

EP2: morangos resfriados com ar forçado oito horas após a colheita em caixa de papelão.

Em cada um destes testes com o uso de termopares inseridos bem no centro dos morangos, foram extraídas as medidas das temperaturas no interior de seis morangos selecionados ao acaso em intervalos regulares do tempo de seu resfriamento rápido com ar forçado.

Para identificar o comportamento térmico de cada um destes frutos se convencionou que:

EP1T<sub>j</sub> e EP2T<sub>j</sub> – taxa de resfriamento no centro do morango medida a partir do termopar T<sub>j</sub> para EP1 e EP2 respectivamente, onde  $j = 1$  a 6.

Como o interesse dos testes realizados por BINOTTI (2000) não era verificar a diferença da taxa de resfriamento dos morangos dentro de uma mesma caixa, não foram pré-estabelecidas as posições dos frutos dentro da caixa, onde foram tomadas as medidas de temperatura ao longo do resfriamento.

Tal informação é importante, pois ocorre uma grande diferença na taxa de resfriamento, conforme a posição do morango dentro da caixa, uma vez que quanto mais próximo da entrada do ar de resfriamento, mais efetivo é o seu resfriamento.

Ao traçar as curvas de resfriamento destes frutos, se poderia selecionar a curva que mostrasse o menor tempo de resfriamento e a qual seria a mais representativa do processo de resfriamento. Entretanto ao avaliar estas curvas para EP1 e EP2 notou-se que muitas vezes os frutos que resfriaram mais rapidamente eram os frutos que iniciaram o processo com a temperatura mais baixa, o que não significou que o processo foi mais eficiente para aquele fruto. A temperatura inicial dos morangos medidas pelos respectivos termopares

para cada teste e o tempo do 7/8 do resfriamento dos morangos e os respectivos termopares para identificação de cada teste são apresentados nas Tabelas 3.2 e 3.3 respectivamente.

Tabela 3.2: Temperatura inicial dos morangos medidas pelos respectivos termopares para cada teste

EP1		EP2	
Termopares	Temperatura inicial [°C]	Termopares	Temperatura inicial [°C]
T1	16,21	T1	17,06
T2	14,74	T2	15,81
T3	16,13	T3	17,20
T4	14,87	T4	13,82
T5	15,76	T5	15,98
T6	15,06	T6	17,19

Tabela 3.3: Tempo do 7/8 do resfriamento dos morangos e os respectivos termopares para identificação de cada teste

EP1		EP2	
Termopares	Tempo do 7/8 do resfriamento [min]	Termopares	Tempo do 7/8 do resfriamento [min]
T1	75	T1	85
T2	57	T2	54
T3	86	T3	66
T4	54	T4	44
T5	75	T5	71
T6	94	T6	96

Os dados de EP1T<sub>j</sub> e EP2T<sub>j</sub>, para j=1 a 6, cedidos por BINOTTI (2000) estavam em uma planilha do Excel e como o intuito deste trabalho foi utilizar o pacote computacional científico MATLAB 6.1, estes dados foram exportados para o mesmo.

A partir destes dados, foram elaborados gráficos, cujas “curvas” serviram inicialmente para avaliar o comportamento térmico do morango (denomina-se “curvas” a dispersão destes dados).

Posteriormente, as “curvas” de origem experimental para um selecionado EP1, foram confrontadas com as curvas de origem numérica, para validação da simulação numérica e ajuste do h. Este ajuste do h realizado através do ajuste das “curvas” de origem numérica e experimental, é feito pois o valor deste parâmetro depende das variáveis aplicadas no resfriamento, variando para cada caso particular e não se encontra tabelado.

As “curvas” foram submetidas a diferentes ajustes matemáticos com o intuito de avaliar qual o mais representativo, de forma que através da equação então originada do ajuste se pudesse calcular o tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento dos morangos e calcular o erro relativo destes tempos obtidos numérica e experimentalmente.

Para determinar o melhor ajuste para os dados experimentais foi selecionado aleatoriamente um dos testes EP2T<sub>j</sub>, j= 1 a 6, realizados experimentalmente e aplicado os ajustes: exponencial, polinomiais de 2º, 3º, 4º, 6º grau e o spline cúbico (RUGGIERO e LOPES, 1996).

A escolha da equação que seria a empregada para ajustar os dados experimentais foi baseada tanto na representatividade do fenômeno físico em questão quanto no valor do resíduo gerado quando comparada com uma das “curvas” obtidas experimentalmente para EP2T<sub>j</sub>, j=1 a 6.

Segundo BOLDRINI et al. (1980), para o cálculo deste resíduo, pode-se aplicar a norma da diferença entre os dados reais e os apresentados, que é dada pela seguinte expressão:

$$\|T_{\text{exp}} - T_{\text{num}}\| = \sqrt{\sum_i^n (T_{\text{exp}}(t) - T_{\text{num}}(t))^2} \quad (3.3)$$

onde,

$T_{\text{exp}}$  é a temperatura no centro do morango obtida experimentalmente [°C];

$T_{\text{num}}$  é a temperatura no centro do morango obtida segundo a equação do ajuste [°C];

n é o total de medidas;

t é o tempo [s].

Depois de encontrada a norma, esta é dividida pela raiz quadrada de n, ( $\sqrt[n]{n}$ ), para

que se tenha uma noção da ordem de grandeza dos desvios ponto a ponto.

Além dos dados experimentais referentes a temperatura, também foram utilizados dados referentes as medidas do raio dos morangos, dos valores de  $k_p$ ,  $\alpha$  e  $h$ , entre outros.

Quanto ao valor da medida do raio, considerou-se que o resfriamento do morango seria equivalente ao resfriamento de uma esfera. Como o morango não possui o formato esférico, este tipo de consideração é uma simplificação.

Tal simplificação é adotada para o emprego dos procedimentos numéricos necessários para realizar a simulação numérica do resfriamento do morango, utilizando um modelo matemático em coordenadas esféricas.

No caso deste trabalho, considerou-se que o diâmetro da esfera em estudo equivaleria ao maior diâmetro do morango, que é o seu diâmetro longitudinal. Feita esta consideração, se obteve o valor médio do maior diâmetro de 60 morangos, medidos experimentalmente por BINOTTI (2000) para EP1 e EP2.

A partir do valor médio do maior diâmetro, se obteve o respectivo valor do raio médio dos morangos para EP1 e EP2 apresentados na Tabela: 3.4 e com o qual se pode dar continuidade aos procedimentos numéricos necessários e efetuar a simulação numérica do resfriamento do morango.

Tabela 3.4: Raio médio dos morangos para os testes EP1T<sub>j</sub> e EP2T<sub>j</sub>, j=1 a 6

Testes	Raio médio [m]
EP1	0,024526
EP2	0,023864

Os valores adotados como  $k_p$  e  $\alpha$  para EP1T<sub>j</sub> e EP2T<sub>j</sub> j=1 a 6 foram de 0,54 [W/m°C] e  $1,72 * 10^{-7}$  [m<sup>2</sup>/s], os quais foram determinados com base na composição química do morango. Estes valores foram extraídos de MILES et al. (1983) citados por JANCSÓK et al. (2002) os quais utilizaram estes dados para simular numericamente o resfriamento rápido de morangos num estudo para determinar tanto o efeito do formato do fruto sobre seu resfriamento, quanto seu tempo de resfriamento.

Para o cálculo do  $h$  e o maior entendimento do processo de resfriamento rápido com ar forçado de morangos realizado por BINOTTI (2000), é necessário obter os números de

Nusselt (Nu), Reynolds (Re) e Prandtl (Pr). Para tanto, também foram necessários alguns valores das propriedades do ar de resfriamento extraídos da literatura, e variáveis do resfriamento realizados por BINOTTI (2000) para EP1 e EP2, apresentados na Tabela 3.5. Tanto as expressões para obter os números citados acima, quanto os dados utilizados para sua obtenção são mostrados na seqüência.

1-) Coeficiente de transferência de calor por convecção, (h) [W/m<sup>2</sup>°C]

$$h = (k_f \cdot Nu) / d \quad (3.4)$$

onde:

$k_f$  é a Condutividade térmica do ar de resfriamento [kcal/m h °C], extraído de KREITH (1989) com base no experimento apresentado em BINOTTI (2000);

Nu é o número de Nusselt, calculado com a fórmula dada pela equação (3.5);

d é o diâmetro do morango [m], extraído de BINOTTI (2000);

2-) Número de Nusselt (Nu):

$$Nu = 0,97 + 0,68 (Re^{0,52})(Pr^{0,3}) \quad (3.5)$$

onde:

Re é o número de Reynolds, calculado com a fórmula dada pela equação (3.6);

Pr é o número de Prandtl, extraído de KREITH (1989) com base no experimento apresentado em BINOTTI (2000);

3-) Número de Reynolds (Re):

$$Re = V \cdot d \cdot \rho_a / \mu \quad (3.6)$$

onde:

V é a velocidade do ar de resfriamento [m/s], extraída de BINOTTI (2000);

d é o diâmetro do morango [m], extraído de BINOTTI (2000);

$\rho_a$  é a densidade do ar de resfriamento [kg/m<sup>3</sup>], extraído de KREITH (1989) com base no experimento apresentado em BINOTTI (2000);

$\mu$  é a viscosidade dinâmica do ar de resfriamento [Ns/m<sup>2</sup>], extraído de KREITH (1989) com base no experimento apresentado em BINOTTI (2000);

Tabela 3.5: Valores das propriedades do ar de resfriamento extraídos da literatura e variáveis do resfriamento realizado por BINOTTI (2000) para EP1 e EP2

Propriedade	Valor adotado	Unidade	Fonte
$k_f$	0,0207	kcal/mh°C	KREITH (1989)
V	0,8	m/s	BINOTTI (2000)
$\rho_a$	1,251	kg/m <sup>3</sup>	KREITH (1989)
$\mu$	$1,76 \cdot 10^{-6}$	Ns/m <sup>2</sup>	KREITH (1989)
Pr	0,72	(adimensional)	KREITH (1989)
Ta *	0	°C	BINOTTI (2000)

\* Ta é a temperatura do ar de resfriamento

### 3.2.2. MODELO MATEMÁTICO ADOTADO

O modelo matemático associado ao processo de resfriamento de frutos esféricos e selecionado para o desenvolvimento desta pesquisa, é o que aparece em TRELEA et al. (1998), baseado na lei de Fourier e que descreve ambos os processos, transferência de calor e massa em frutos esféricos, que escrito para determinação de  $T(r,t)$  é:

$$\frac{\partial T}{\partial t}(r,t) = \alpha \left( \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r}(r,t) + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}(r,t) \right); \quad t \geq 0, \quad r \in [0, R] \quad (3.7)$$

onde:

$T(r,t)$  é a temperatura no interior do morango ao longo do tempo [°C];

$t$  é o tempo [s];

$r$  é a distância  $r$  do centro do morango [m];

$\alpha$  é difusividade térmica do morango [m<sup>2</sup>/s];

$k_p$  é a condutividade térmica do morango [W/m°C];

$C_p$  é o calor específico do morango [J/kg°C];

$\rho$  é a densidade do morango [kg/m<sup>3</sup>];

$R$  é o raio do morango [m].

A condição inicial associada é:

$$T(r,0) = T_0; \quad r \in [0, R] \quad (3.8)$$

(significando que a temperatura inicial é constante e igual a  $T_0$  em qualquer ponto  $r$  no interior do morango),

As condições de contorno são:

$$\frac{\partial T}{\partial r}(0,t) = 0 \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.9)$$

(refletindo a simetria no centro do produto esférico), e

$$-k_p \frac{\partial T}{\partial r}(R,t) = \phi(t) \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.10)$$

(significando que o fluxo de calor  $\phi$  é o que sai através da superfície do morango), onde:

$$\phi = h[T_s(t) - T_a(t)] + L_v \beta [p_s(T_s(t)) - p_a(T_a)] \quad (3.11)$$

onde:

$\phi$  é o fluxo de calor através da superfície do morango [ $\text{W}/\text{m}^2$ ];

$h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção [ $\text{W}/\text{m}^2\text{°C}$ ];

$\beta$  é o coeficiente de transferência de massa [ $\text{m}^{-1}\text{s}$ ];

$T_s$  é a temperatura na superfície do morango [ $\text{°C}$ ];

$T_a$  é a temperatura na câmara de resfriamento [ $\text{°C}$ ];

$p_a$  é a pressão parcial de vapor do ar a temperatura  $T_a$  [Pa];

$p_s$  é a pressão parcial de vapor na superfície do produto a temperatura  $T_s$  [Pa];

$L_v$  é o calor de vaporização da água [J/kg].

O fluxo de calor está relacionado com o coeficiente de transferência de calor e massa, no entanto ao se desprezar o coeficiente de transferência de massa por ser muito pequeno, encontra-se uma nova condição de contorno:

$$-k_p \frac{\partial T}{\partial r}(R,t) = h[T_s(t) - T_a] \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.12)$$

onde:

$h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção [ $\text{W}/\text{m}^2\text{°C}$ ];

$T_s$  é a temperatura na superfície do morango [ $\text{°C}$ ];

$T_a$  é a temperatura na câmara de resfriamento [ $\text{°C}$ ];

$k_p$  é a condutividade térmica do morango [ $\text{W}/\text{m}\text{°C}$ ];

$R$  é o raio do morango [m].

O lado direito da equação acima denota o fluxo de calor para o caso onde a transferência de massa não é considerada.

No caso dos morangos, onde são tomadas as medidas da temperatura ao longo do tempo de resfriamento rápido, poderia se pensar que há uma fonte de calor no sentido do centro do fruto, através do termopar. Tal fato alteraria a condição de contorno dada pela equação 3.9, a qual passaria a ser dada pela equação 3.13:

$$\frac{\partial T}{\partial r}(0,t) = k_t \frac{(T_{ext} - T_{ce})}{L} \quad (3.13)$$

onde:

$k_t$  é a condutividade térmica do termopar [W/m°C],

$T_{ext}$  é a temperatura externa da câmara de resfriamento [°C],

$T_{ce}$  é a temperatura no centro do morango [°C],

$L$  é o comprimento do termopar [m].

Entretanto, a transferência de calor por condução do termopar para o centro do morango é desprezível ou nula, pois é feita uma calibração do termopar precedendo o resfriamento e evitando que ocorra a transferência de calor no sentido do centro do morango, por isso se mantém a condição de contorno dada pela equação 3.9.

### 3.2.3 EMPREGO DO MÉTODO NUMÉRICO

O método numérico selecionado para a resolução da equação presente no modelo matemático foi o método numérico das diferenças finitas – MDF.

Utilizando o esquema explícito do método numérico das diferenças finitas, é possível escrever a forma discretizada da equação (3.7), bem como da condição inicial (3.8) e das condições de contorno (3.9) e (3.12) apresentadas em AMENDOLA (2000).

O primeiro passo para discretizar a equação (3.7) sujeita as condições (3.8), (3.9) e (3.12) é estabelecer uma convenção que no caso é:

$$T_i^n \equiv T(i\Delta r, n\Delta t) \quad ; \quad \text{para } i = [1, nx] \text{ e } n = [1, nt] \quad (3.14)$$

onde:

$i$ , define a localização dos pontos de resolução na direção radial,  
 $n_x$ , define o último ponto de resolução na direção radial,  
 $\Delta r$  é a distância entre os pontos de resolução na direção radial [m],  
 $n$  é o número total de passos no tempo,  
 $\Delta t$  é a dimensão do incremento de tempo [min],  
 $n_t$ , define o último passo no tempo.

A semi - discretização no tempo da equação (3.7), por uma fórmula de diferenças finitas avançadas, com erro da ordem de  $(\Delta t)$  é:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t}(r, t) \right|_i^n \cong \left( \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \right) \quad ; \quad O(\Delta t) \quad (3.15)$$

A semi - discretização no espaço do primeiro termo do lado direito da equação (3.7), por uma fórmula de diferenças finitas avançadas, para o caso explícito e com erro da ordem de  $(\Delta r)$  é:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r}(r, t) \right|_i^n \cong \left( \frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{\Delta r} \right) \quad ; \quad O(\Delta r) \quad (3.16)$$

A semi - discretização no espaço do segundo termo do lado direito da equação (3.7), por uma fórmula de diferenças finitas centradas, para o caso explícito e com erro da ordem de  $(\Delta r^2)$  é:

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}(r, t) \right|_i^n \cong \left( \frac{T_{i-1}^n - T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta r^2} \right) \quad ; \quad O(\Delta r^2) \quad (3.17)$$

Denotando-se por

$$F = \left( \alpha \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \right) \quad ; \quad (3.18)$$

a forma discretizada da equação (3.7) é:

$$T_i^{n+1} = F T_{i-1}^n + \left( 1 - 2F - \frac{2F}{i} \right) T_i^n + \left( F + \frac{2F}{i} \right) T_{i+1}^n \quad ; \quad (3.19)$$

A discretização da condição inicial (3.8) é dada por:

$$T_i^n = T_1 \quad ; \quad i = 1 \dots nx \quad ; \quad n = 1 \quad ; \quad (3.20)$$

A discretização da condição de contorno (3.9) é dada por:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} (1, t) \right|_i^n \cong \frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{\Delta r} = 0 \quad ; \quad O(\Delta r) \quad ; \quad \forall n \geq 1 \quad ; \quad i = 1 \quad ; \quad (3.21)$$

ou

$$T_2^n = T_1^n \quad ; \quad \forall n \geq 1 \quad ; \quad i = 1 \quad ; \quad (3.22)$$

Analogamente, a discretização da condição de contorno (3.12) é dada por:

$$\frac{T_{mx}^n - T_{mx-1}^n}{\Delta r} \cong \left( \frac{-h}{kp} \right) [T_{mx}^n - T_a] \quad ; \quad O(\Delta r) \quad ; \quad n = 1 \dots nt \quad ; \quad (3.23)$$

ou

$$T_{mx}^n = \frac{T_{mx-1}^n + \left( \frac{h}{kp} \right) \Delta r T_a}{1 + \left( \frac{h}{kp} \right) \Delta r} \quad ; \quad O(\Delta r) \quad ; \quad n = 1 \dots nt \quad ; \quad (3.24)$$

Uma vez conhecidas as equações em suas formas discretizadas, escolhendo os valores de  $\Delta r$  e  $\Delta t$  dentro do intervalo proposto, sempre garantindo o critério de estabilidade, variando os valores de  $n$  e  $i$ , se obtém o conjunto de equações algébricas independentes, e que quando resolvidas determinam os valores de  $T_i^n = T(i\Delta r, n\Delta t)$ , em qualquer  $(i\Delta r)$  dentro do intervalo considerado e em qualquer  $(n\Delta t)$  positivo.

#### 3.2.4 CRITÉRIO DE ESTABILIDADE

Para determinar o critério de estabilidade para a equação 3.19, pode-se seguir o seguinte raciocínio (KREITH, 1989): identificar  $T_{i-1}^n$ ,  $T_i^n$ ,  $T_{i+1}^n$  para um determinado tempo ( $n$ ) e no tempo subsequente ( $n+1$ ); deve-se manipular o coeficiente que multiplica  $T_i^n$ , de tal forma que este nunca se torne negativo, pois se o coeficiente de  $T_i^n$  fosse negativo a

temperatura no ponto nodal  $i$  depois do tempo nodal  $\Delta t$  previsto seria menor que a temperatura no ponto nodal adjacente  $(i+1)$  e isso só poderia acontecer se o calor tivesse sido conduzido de uma temperatura mais baixa para uma mais alta, o que levaria a uma violação dos princípios da termodinâmica.

O coeficiente que multiplica  $T_i^n$  é determinado pela escolha de  $\alpha$ ,  $\Delta r$  e  $\Delta t$ , como o primeiro é fixo e os outros dois podem variar, estes devem ser manipulados de forma que a condição descrita acima seja respeitada.

Sendo assim, para garantir a estabilidade do esquema segundo a convenção

$$F = \left( \alpha \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \right) ; \quad (3.25)$$

é necessário que

$$\left( 1 - 2F - \frac{2F}{i} \right) \geq 1 \quad ; \quad i = 1 \dots nx \quad (3.26)$$

Para tanto fixou-se  $\Delta r$  e isolou-se  $\Delta t$ , de forma que a condição 3.26 se mostra como:

$$\Delta t \leq \left[ \left( \frac{1}{2\alpha} \right) \left( \frac{i\Delta r^2}{1+i} \right) \right] ; \quad i = 1 \dots nx \quad (3.27)$$

do que é necessário obter um valor de  $\Delta t$  para cada ponto  $i$  discreto na malha. Depois deve-se selecionar o menor  $\Delta t$  que satisfaça a equação 3.27 para todos os pontos  $i$  da malha selecionada de um mesmo teste a ser simulado numericamente.

### 3.2.5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

O trabalho foi dividido em duas fases:

Fase I – avaliação da influência de  $\Delta r$ .

Fase II – análise e ajuste do  $h$ .

#### 3.2.5.1 Fase I

O objetivo das simulações numéricas realizadas nesta fase é variar  $\Delta r$ , mantendo-se constantes todas as outras variáveis e parâmetros, para avaliar a influência da malha nos resultados numéricos.

Isto foi realizado para um selecionado EP2 tomando-se inicialmente  $\Delta r = R/5$ , cujos

resultados podem ser obtidos através do uso de uma calculadora, e em seguida  $\Delta r=R/(5*L)$ , para  $L=2,3,4...16$ , cujos resultados são obtidos com o uso do computador. Em cada um destes casos, os valores da temperatura simuladas ao longo do tempo no ponto discreto da malha espacial considerada mais próxima do centro do fruto:  $i = 2$ , quando  $\Delta r=R/5$ , foram coletadas e posteriormente graficadas.

Além disso, através do comando "TIC-TOC" do MATLAB 6.1, foram registrados o tempo de C.P.U. para cada simulação realizada.

A seleção da malha a ser considerada nas simulações de EP1Tj na Fase II foi realizada segundo o cálculo do resíduo entre duas simulações subseqüentes. Para o cálculo do resíduo foi utilizada a equação 3.3.

As simulações numéricas com o intuito de avaliar a influência da malha foram realizadas através dos algoritmos I e II implementados no MATLAB 6.1 e descritos no item 3.2.6.

### 3.2.5.2 Fase II

A partir dos resultados obtidos na Fase I foi possível determinar qual o  $h$  mais representativo para cada EP1Tj, para  $j=1$  a 6.

Para tanto, foram realizadas simulações numéricas, variando-se o valor de  $h$  e, a partir do cálculo do resíduo entre os dados numéricos e os experimentais, foi selecionado o melhor valor de  $h$ . O cálculo do resíduo foi feito utilizando a equação 3.3.

Feita a seleção da melhor curva e o respectivo  $h$  para EP1, pode-se calcular o tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento teórico para cada um dos testes simulados numericamente, bem como o erro relativo (ER) entre o tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento teórico e experimental.

O cálculo da temperatura no tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento é realizado através da taxa adimensional de temperatura (TAT) (MITCHEL, 1992), que são dados pelas expressões 3.28 e 3.29 respectivamente.

$$TAT (1/2) = \frac{T_{ce} - T_{ar}}{T_{im} - T_{ar}} = (1-1/2) \quad (3.28)$$

$$TAT(7/8) = \frac{T_{ce} - T_{ar}}{T_{in} - T_{ar}} = (1-7/8) \quad (3.29)$$

onde:

$T_{ce}$  é a temperatura no centro do morango ao longo do resfriamento [°C],

$T_{ar}$  é a temperatura do ar de resfriamento [°C],

$T_{in}$  é a temperatura inicial no centro do morango [°C].

O cálculo do erro relativo é obtido pela equação 3.30.

$$ER = \left( \frac{T_e - T_n}{T_n} \right) \quad (3.30)$$

onde:

$T_e$  é a temperatura experimental obtida pela equação do ajuste [°C],

$T_n$  é a temperatura numérica [°C].

### 3.2.6 ALGORITMO

#### ALGORITMO I

Objetivo – encontrar a temperatura do morango nos diferentes pontos na malha para cada passo no tempo, através do método das diferenças finitas utilizando esquema explícito.

1- Dados de entrada:

a) relacionados ao processo

$T$  = temperatura inicial do morango [°C];

$T_a$  = temperatura do ar de resfriamento [°C];

$R$  = raio do morango [m];

$h$  = coeficiente de transferência de calor por convecção [ $W/m^2 \cdot ^\circ C$ ];

$k_p$  = condutividade térmica do morango [ $W/m \cdot ^\circ C$ ];

$\alpha$  = difusividade térmica do morango [ $m^2/s$ ];

b) relacionados à simulação numérica:

$n_x$  = número de partes que se divide o raio [m];

$n_x+1$  = número total de pontos discretos na malha;

$t_f$  = tempo desejado para o resfriamento;

$n_t$  = número total de passos no tempo;

2- Cálculo de parâmetros 1:

$$\Delta r = (R/nx)$$

$$\Delta t = (t_f/nt)$$

3- Garantir o critério de estabilidade :

$$3.1 \text{ Se } \Delta t \leq \left[ \left( \frac{l}{2\alpha} \right) \left( \frac{i\Delta r^2}{l+i} \right) \right] ; \text{ para } i=1 \text{ a } nx+1; \text{ vá para 4}$$

3.2 não, aumentar nt e voltar para o passo 2

4- Estabelecer convenção:  $T(i,n) = (i.\Delta r, n.\Delta t)$ ,  $i$  e  $n \in \mathbb{N}$ ;

5- Condição inicial:  $T(i,1) = T$ , para  $i=1$  a  $nx$ ;

6- Cálculo de parâmetros 2 :

$$F = \alpha (\Delta t / \Delta r^2)$$

$$A = ((h/k) * T_a * \Delta r)$$

$$B = (1 + ((h/k) * \Delta r))$$

7- Cálculo de  $T(i,n+1)$

a) para  $n = 1$  a  $nt$ , faça

$$j = 2$$

{condição de contorno I é  $T(1,n) = T(2,n)$ , para  $n=1:nt$ , e já está manipulada e embutida nos cálculos}

b) para  $i = j$  faça

$$G = \left( 1 - 2F - \frac{2F}{i} \right)$$

$$Z = \left( F + \frac{2F}{i} \right)$$

$$M = F + G$$

calcule:

$$T(i,n+1) = T(i,n) * M + T(i+1,n) * Z$$

c) para  $i = j+1:(nx-2)$ , faça

$$G = \left( 1 - 2F - \frac{2F}{i} \right)$$

$$Z = \left( F + \frac{2F}{i} \right)$$

calcule:

$$T(i,n+1) = T(i-1,n) * F + T(i,n) * G + T(i+1,n) * Z$$

{ condição de contorno II é  $T(n_x,n) = [T(n_x-1,n) + ((h/kp)Ta\Delta r)] / [1 + ((h/kp)Ta)]$ , e já está manipulada e embutida nos cálculos }

d) para  $i=n_x$ , faça

$$G = \left( 1 - 2F - \frac{2F}{i} \right)$$

$$Z = \left( F + \frac{2F}{i} \right)$$

calcule

$$T(i,n+1) = T(i-1,n) * F + T(i,n) * G + [(T(i,n)+A)/B] * Z$$

Fim do algoritmo I

## ALGORITMO II

Objetivo – Avaliação da influência da malha

1- Dados de entrada:

a) relacionados à simulação numérica

D1=menor  $n_x$  a ser utilizado

D2=maior  $n_x$  a ser utilizado

Dd=variação do número de pontos discretos entre as malhas

ii= ponto discreto na malha para  $n_x=D1$  e onde se irá avaliar a influência da malha

Y=número total de passos no tempo, onde serão calculados os resíduos entre as curvas

2-Cálculo de parâmetros:

$$ee = nt/Y$$

3-a) para  $n_x=D1$

vá para 1b) do algoritmo I

para  $i=ii$  e  $n=1$  a  $nt$ , com intervalos de dimensão =  $ee$

selecione  $T(i,n)$

armazene  $T(i,n)$

b) Volte para 3 a) e faça:

$nx=D1+Dd$

$i=i+1$

Se  $D1=D2$ , Fim

4-Cálculo do resíduo:

para D1 a  $(D2-Dd)$

$i=ii$  e  $n=1$  a  $nt$

faça  $AA= T(i,n)$

para D2

$i=ii$  e  $n=1$  a  $nt$

faça  $BB= T(i,n)$

$$\text{Calcule, } R = \sqrt{\sum (AA - BB)^2}$$

{Avaliação do R para determinar influência da malha}

Fim do algoritmo II

### ALGORITMO III

Objetivo – Ajuste do h

1-Dados de entrada:

a)relacionados ao processo

$x=$  menor valor de  $h$  [ $W/m^2\text{°C}$ ]

$ux=$  maior valor de  $h$  [ $W/m^2\text{°C}$ ]

$AA=$  dados experimentais ajustados

b)relacionados à simulação numérica

$\Delta h=$  incremento do  $h$  [ $W/m^2\text{°C}$ ]

2-Cálculo de  $T(i,n)$  conforme h:

Para  $H = x:\Delta h:ux$ ,

vá para 1a) do algoritmo I,

faça  $h=H$

selecione  $T(2,n)$ , para  $n=1:nt$

$BB= T(2,n)$ , para  $n=1:nt$

3-Cálculo do resíduo(R):

$$\text{Calcule, } R = \sqrt{\sum (AA - BB)^2}$$

{Seleção do h pelo menor R}

Fim do algoritmo III

---

---

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1. DADOS EXPERIMENTAIS

Os dados que mostram a variação da temperatura com o tempo, de cada teste experimental, estão nas figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4, sendo que estas se referem respectivamente a EP1Tj para  $j=1$  a 3, EP1Tj para  $j=4$  a 6, EP2Tj para  $j=1$  a 3, EP2Tj para  $j=4$  a 6, conforme estabelecido no item 3.2.1.

Destes dados constam dois testes, cada um com seis “curvas” experimentais, somando um total de doze curvas. A partir destas, foram selecionadas aleatoriamente duas, para a escolha do melhor tipo de ajuste das “curvas” experimentais e avaliação da influência da malha. Para a validação da simulação numérica e ajuste do valor de  $h$ , foi selecionado, também aleatoriamente, um dos dois testes experimentais.

Os resultados mostraram ser suficientes o número de “curvas” experimentais utilizadas para cada um dos três estudos citados no parágrafo anterior, ficando estabelecido: EP2T1 para a escolha do melhor ajuste das “curvas” experimentais, EP2T4 para a avaliação da influência da malha e EP1Tj, para  $j=1$  a 6 para validação da simulação numérica e ajuste do valor de  $h$ .

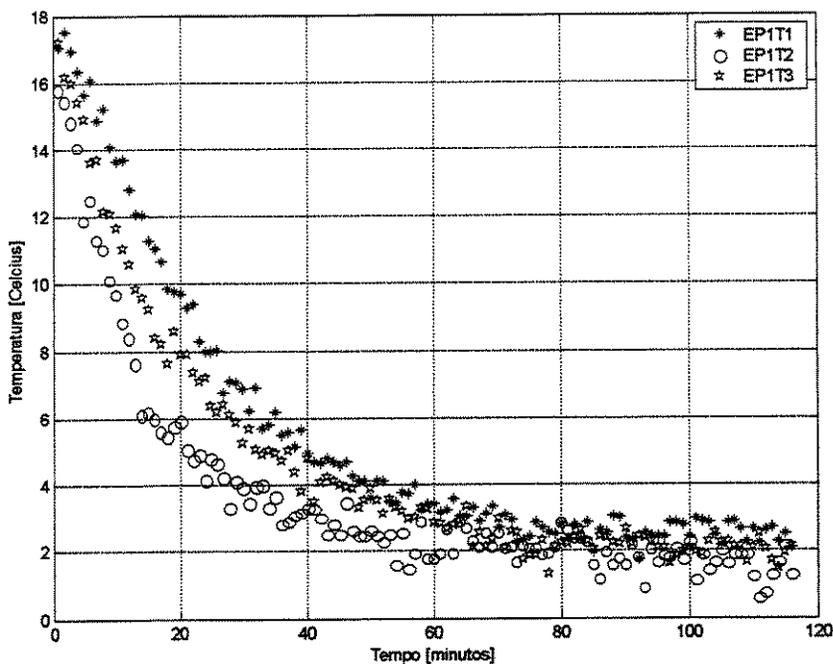


Figura 4.1: Variação da temperatura ao longo do tempo de EP1Tj, para  $j=1$  a 3.

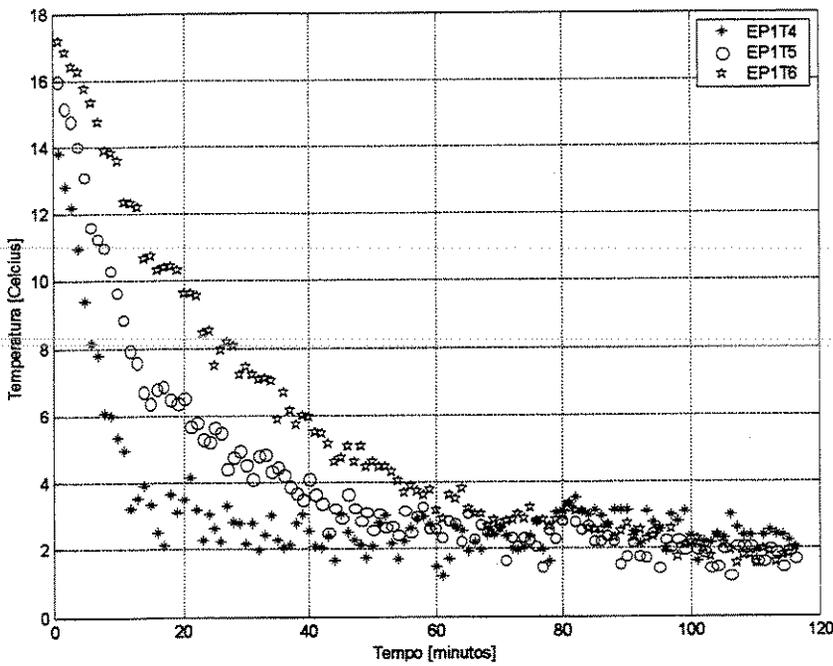


Figura 4.2: Variação da temperatura ao longo do tempo de EP1T<sub>j</sub>, para j=4 a 6

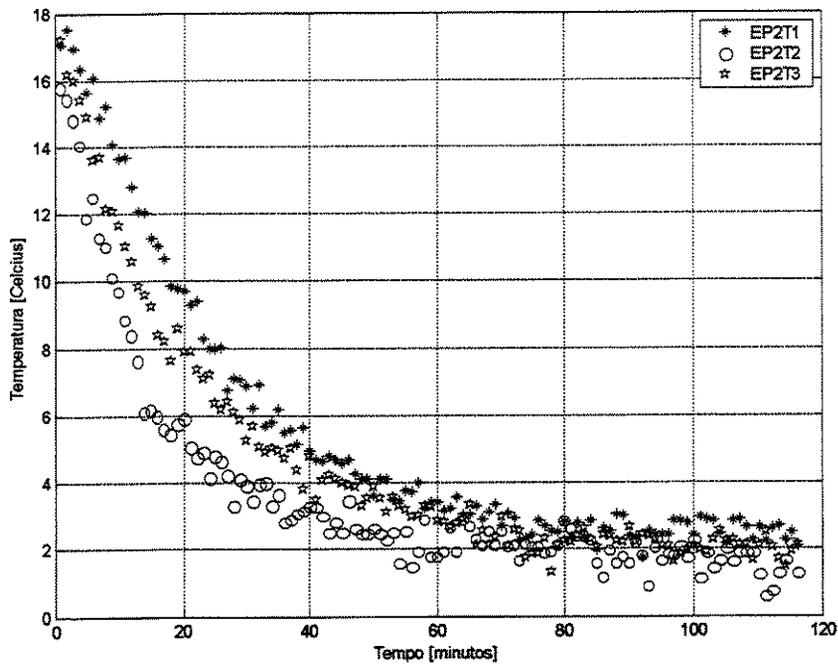


Figura 4.3: Variação da temperatura ao longo do tempo de EP2T<sub>j</sub>, para j=1 a 3

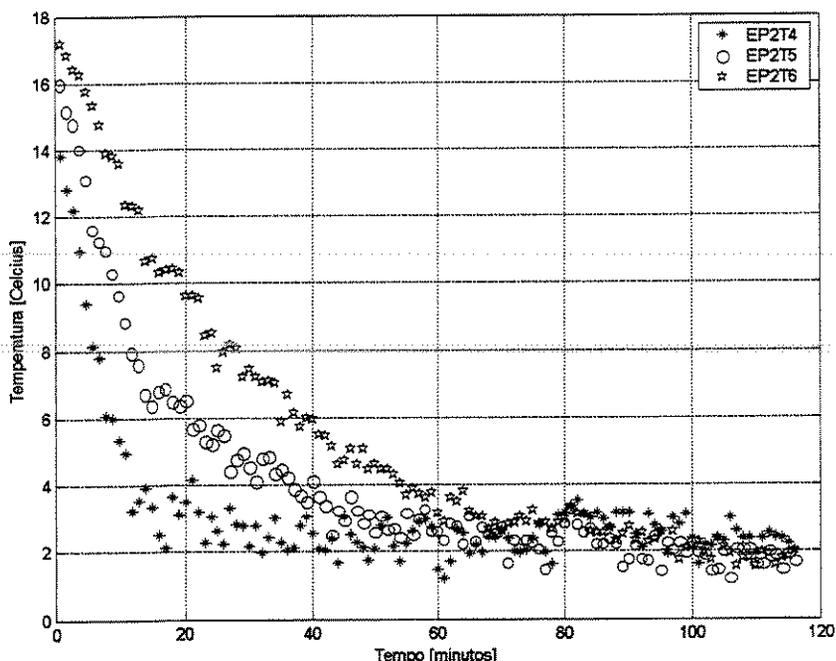


Figura 4.4: Variação da temperatura ao longo do tempo de EP2Tj, para j=4 a 6

Nas Figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, as “curvas” obtidas mostram o comportamento térmico que era o esperado para um processo de resfriamento rápido com ar forçado de morangos. Entretanto estas curvas mostram também uma certa oscilação das temperaturas medidas ao longo do tempo de resfriamento rápido. Estas oscilações indicam uma certa instabilidade nos dados experimentais, que é devido a ruídos ou perturbações que ocorrem no laboratório no momento em que se está realizando as medições de temperatura do fruto durante seu resfriamento<sup>1</sup>.

Feita esta avaliação prévia, selecionou-se aleatoriamente o experimento EP2T1 para determinar qual o melhor tipo de ajuste da curva oriunda dos dados experimentais.

Uma vez que, o comportamento da solução do modelo matemático dado pela equação 3.7 é o de uma exponencial, acredita-se que o melhor tipo de ajuste é o exponencial. Contudo, como pode ser visto na figura 4.5, o ajuste exponencial da “curva” experimental foi dado por uma reta, o que é analisado no que segue.

Para o caso mostrado na figura 4.5 este ajuste é dado pela expressão 4.31:

<sup>1</sup> B. J. T. Mederos (2002), Comunicação pessoal.

$$T(t) = ca + \exp(cb * t) \quad (4.31)$$

onde:

T é a temperatura [K];

ca e cb são parâmetros do ajuste;

t é o tempo em [s];

exp indica a função exponencial,

e como o trabalho inicialmente foi desenvolvido com as temperaturas em [K], os valores dos parâmetros de ajuste (ca e cb) são 284 e  $-0,00000006 * 10^2$  respectivamente. Sendo assim, ca é da ordem de  $10^3$  e cb é da ordem de  $10^{-5}$ . Como este último parâmetro está próximo de zero pode-se aproximar a equação 4.31, que é uma equação exponencial para a equação de uma reta.

Nota-se que, trabalhando com as temperaturas em [°C], os parâmetros de ajuste ca e cb são 11,7065 e  $-0,00027$  respectivamente. Neste caso, ca é da ordem de  $10^2$  e cb é da ordem de  $10^{-3}$  o que não é o suficiente para representar uma reta, como pode ser visto na figura 4.6, embora a curva originada do ajuste ficou bem diferente da dos dados experimentais, principalmente no que diz respeito à diferença das temperaturas iniciais entre as curvas.

Este tipo de problema costuma ser evitado, quando se tratam os dados de forma adimensional, o que não foi o caso deste trabalho. Por isso, mostrou ser necessária a busca de outros tipos de ajustes, como os polinomiais de grau 2, 3, 4, 6, que seguem nas Figuras 4.7, 4.8, 4.9, 4.10 respectivamente, e foram calculados os respectivos resíduos, que são mostrados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Valores do resíduo para os ajustes de EP2T1

EP2T1	AJUSTES						
	Exponencial [K]	Exponencial [°C]	Polinomial Grau: 2	Polinomial Grau: 3	Polinomial Grau: 4	Polinomial Grau: 6	Spline cúbico
Resíduo	2,2308	1,7498	0,3503	0,3479	0,3204	0,2880	0

Pode-se verificar que tanto o ajuste exponencial utilizando os dados em [K], quanto em [°C] tiveram um valor alto para o resíduo, quando comparados com os ajustes polinomiais. Dentre os ajustes polinomiais, o de menor resíduo foi o ajuste polinomial de sexta ordem, no entanto, pode-se visualizar que a curva que melhor representou o fenômeno físico do processo foi a do ajuste polinomial de quarta ordem dada pela figura 4.9. A curva originada do polinômio de sexta ordem que possui um resíduo menor, não reproduz o fenômeno tão bem, pois apresenta uma queda na sua extremidade inferior que não tem significado físico, como pode ser visto na figura 4.10. Este problema também ocorre nas curvas obtidas do ajuste polinomial de terceira e segunda ordem, figuras 4.7 e 4.8 respectivamente, mas no caso deste último há uma elevação da curva na sua extremidade inferior.

MOURA (2002), cita o teorema descoberto em 1891 por Karl Weierstrass, que pode ser descrito dizendo que polinômios possuem a propriedade de mimetizar muito bem as funções contínuas: por melhor que seja o instrumento de medição que se dispõe, dada uma função contínua arbitrária no intervalo  $[a,b]$ , existe um polinômio que consegue confundir nosso instrumento, o qual não pode distinguir entre esse polinômio e a função inicialmente introduzida. Como a avaliação numérica de um polinômio exige apenas operações algébricas facilmente processadas em computador, este resultado parece indicar um caminho insuperável para a construção de algoritmos de aproximação e desta forma foi o que se aplicou nesta pesquisa, mas antes se verificou qual o polinômio mais representativo do fenômeno estudado. No caso dos ajustes polinomiais empregados nesta pesquisa, os respectivos coeficientes para as equações dos ajustes polinomiais para EP2T1 são apresentados na Tabela 4.7.

Além dos ajustes descritos acima, foi empregado um ajuste por spline cúbico, mostrado na Figura 4.11, cujo o resíduo é igual a zero.

Sendo assim, o ajuste polinomial de quarta ordem, será o empregado nas comparações a serem realizadas na Fase II.

Tabela 4.7: Coeficientes para as equações dos ajustes polinomiais para EP2T1

Grau do polinômio	Coeficientes para $p1*x^6 + p2*x^5 + p3*x^4 + p4*x^3 + p5*x^2 + p6*x + p7$						
	p1	P 2	p 3	p 4	p5	p 6	p 7
2	--	--	--	--	0,000053	- 0,55	288,99
3	--	--	--	- 0,000000012	0,00017	- 0,87	290,91
4	--	--	0	- 0,000000025	0,00024	- 0,98	291,29
6	0	0	- 0,0000000001	0,00000019	- 0,00014	- 0,72	290,87

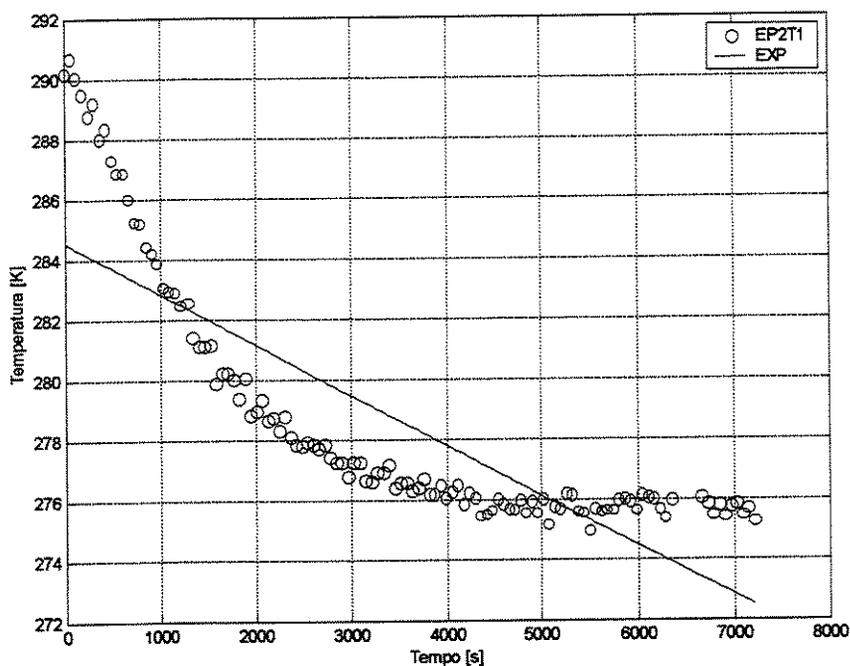


Figura 4.5: Ajuste exponencial de EP2T1, para temperaturas medidas em [K]

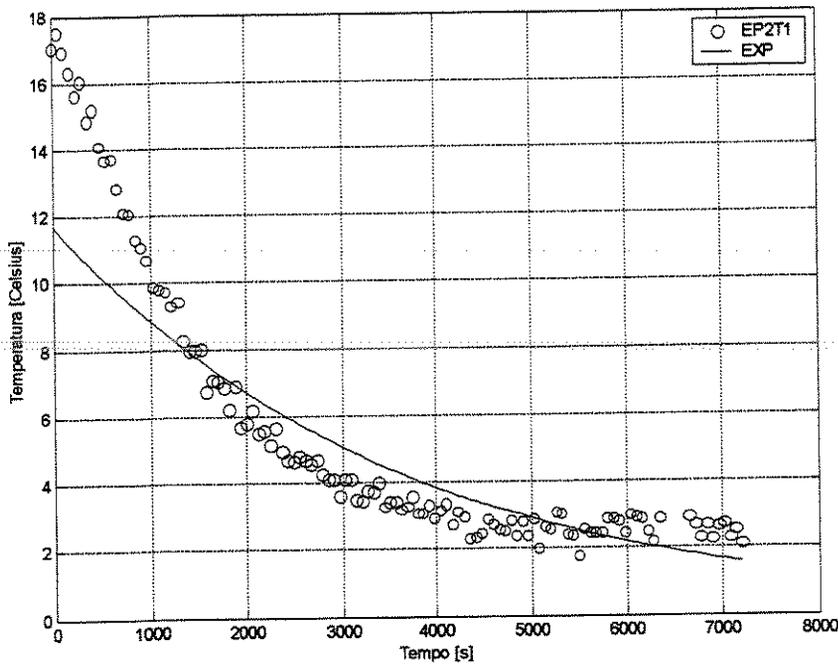


Figura 4.6: Ajuste exponencial de EP2T1, para temperaturas medidas em [°C]

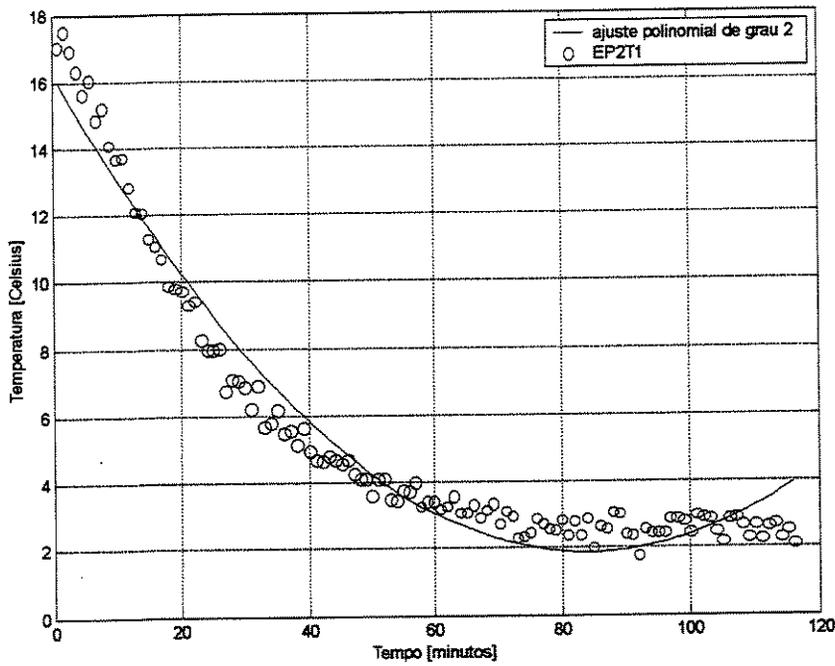


Figura 4.7: Ajuste polinomial de segunda ordem para EP2T1

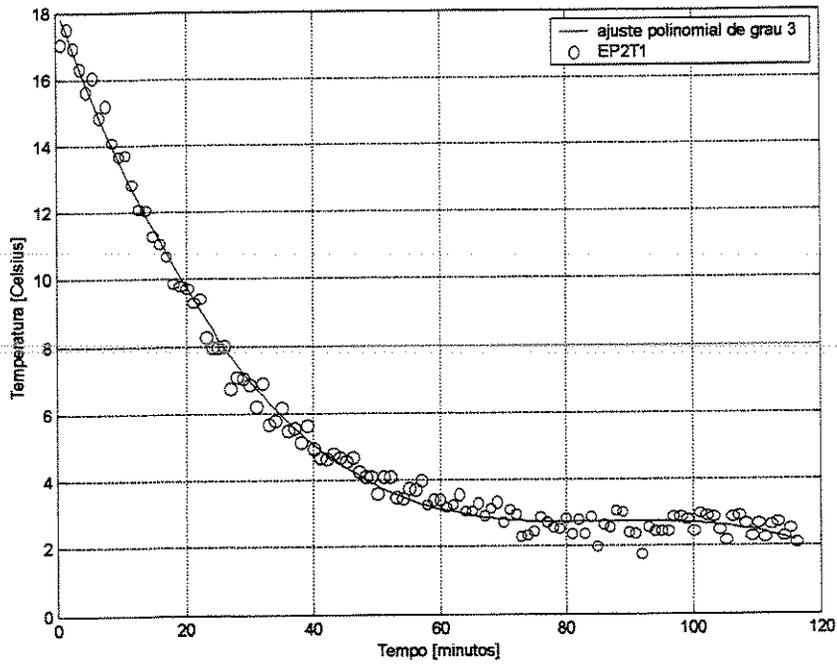


Figura 4.8: Ajuste polinomial de terceira ordem para EP2T1

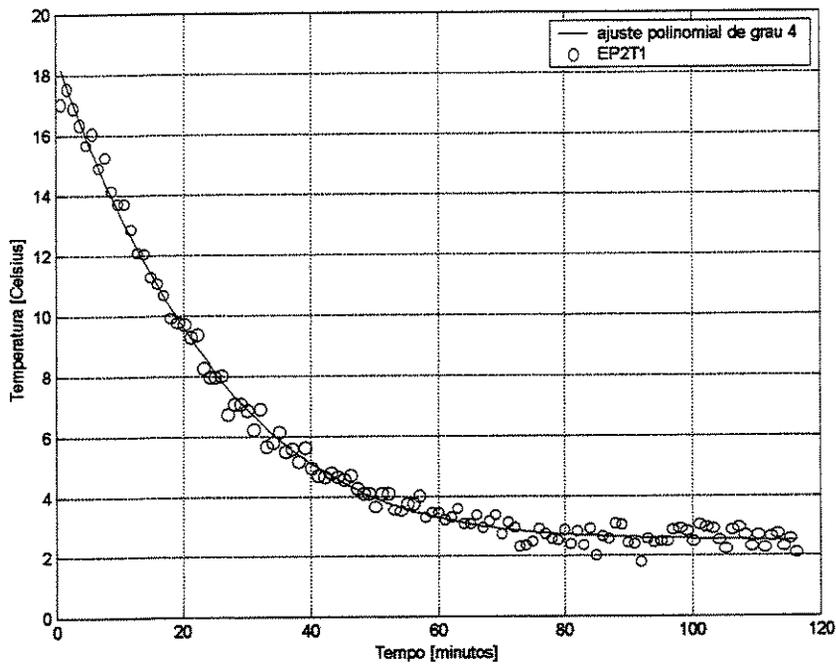


Figura 4.9: Ajuste polinomial de quarta ordem para EP2T1

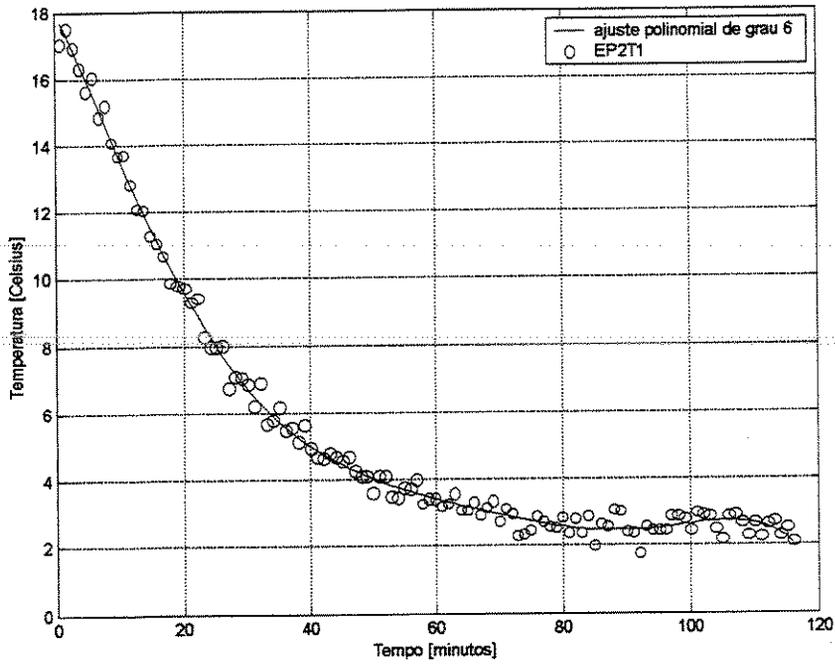


Figura 4.10: Ajuste polinomial sexta ordem para EP2T1

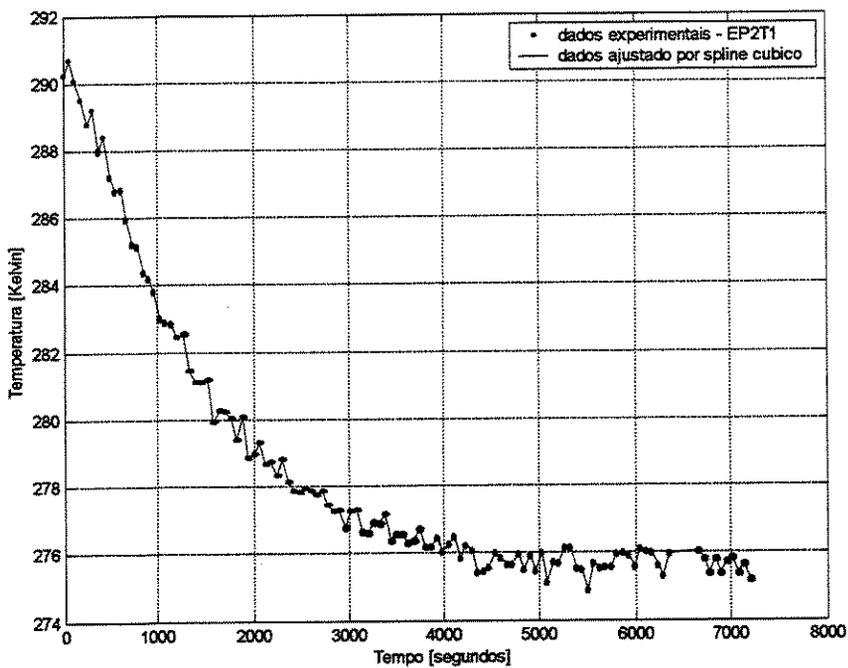


Figura 4.11: Ajuste pelo spline cúbico para EP2T1

## 4.2. CÁLCULO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO [h]

Como foi discutido no item 3.2.1, para determinar o coeficiente de transferência de calor por convecção, foi necessário obter os valores dos números adimensionais referentes ao experimento de natureza prática realizado por BINOTTI (2000).

A Tabela 4.8 apresenta os valores dos números adimensionais e o valor de h referentes ao experimento prático de BINOTTI (2000).

Tabela 4.8: Valores dos números adimensionais e o valor de h referentes ao experimento prático de BINOTTI (2000)

TESTES	Re	Nu	Pr	h [W/ m <sup>2</sup> °C]
EP1	2698	38	0,72	19,8238
EP2	2843	38	0,72	19,578

Quando comparados estes valores de h, com o valor de  $k_p$  igual a 0,54 [W/ m<sup>2</sup>°C] (MILES et al. (1983) apud JANCSÓK et al. (2002)) encontrado na literatura, nota-se que o valor de h é bem maior, o que indica que a temperatura na superfície varia mais rapidamente que no interior do corpo, estabelecendo um gradiente de temperatura.

Em tais casos VISSOTTO (1999) coloca que, para o cálculo da transferência de calor o mais aplicável é a equação de Fourier, reafirmando o emprego do modelo matemático selecionado aqui e que aparece em TRELEA et al. (1998).

## 4.3. RESULTADO DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

### 4.3.1 Fase I

Nesta Fase o objetivo foi avaliar a influência da malha nos resultados numéricos para selecionar a malha a ser utilizada na Fase II. Nesta fase foi selecionada aleatoriamente a “curva” experimental EP2T4, e neste caso, toma-se por exemplo  $h=19,578$  para as simulações que seguem.

Antes de começar a avaliar e selecionar a malha propriamente dita, deve-se calcular o fator que garante o critério de estabilidade, para o emprego do método numérico das diferenças finitas explícitos. O cálculo do fator que garante o critério de estabilidade se deu

conforme o que foi descrito no item 3.2.4, e a partir do que pode se obter os valores de  $\Delta t$ ,  $\Delta r$ , do número de pontos discretos na malha ( $n_x$ ) e do número de passos no tempo ( $n_t$ ), descritos na Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Valores de  $n_x$  e  $\Delta r$  em função de  $\Delta t$  e os respectivos  $n_t$  que garantem o critério de estabilidade dado pela equação 3.27

<b><math>N_x</math></b>	<b><math>\Delta r</math> [m]</b>	<b><math>\Delta t</math> [s]</b>	<b><math>n_t</math></b>
<b>6</b>	0,0047	33,1099	230
<b>11</b>	0,0024	8,2775	921
<b>16</b>	0,0016	3,6789	2.072
<b>21</b>	0,0012	2,0694	3.684
<b>26</b>	$9,5456 \cdot 10^{-4}$	1,3244	5.760
<b>31</b>	$7,9546 \cdot 10^{-4}$	0,9197	8.290
<b>36</b>	$6,8183 \cdot 10^{-4}$	0,6757	11.280
<b>41</b>	$5,9660 \cdot 10^{-4}$	0,5173	14.800
<b>46</b>	$5,3031 \cdot 10^{-4}$	0,4088	18.650
<b>51</b>	$4,7728 \cdot 10^{-4}$	0,3311	23.020
<b>56</b>	$4,3389 \cdot 10^{-4}$	0,2736	27.860
<b>61</b>	$3,9773 \cdot 10^{-4}$	0,2299	33.150
<b>66</b>	$3,6714 \cdot 10^{-4}$	0,1959	38.910
<b>71</b>	$3,4091 \cdot 10^{-4}$	0,1689	45.120
<b>76</b>	$3,1819 \cdot 10^{-4}$	0,1472	51.800
<b>81</b>	$2,9830 \cdot 10^{-4}$	0,1293	58.940
<b>86</b>	$2,8075 \cdot 10^{-4}$	0,1146	66.550

Como pode se verificar através da Tabela 4.9 as simulações numéricas foram realizadas aumentando-se  $n_x$  até o limite de tempo estabelecido por ser o valor a partir do qual o tempo de simulação excede muito o tempo real dos experimentos.

O tempo de CPU em minutos, para cada simulação numérica, são apresentados na Tabela 4.10.

No caso de EP2T4, para utilizar  $n_x=86$  e garantir o critério de estabilidade,  $\Delta t$  foi de 0,1146 [s], o que acarretou um total de 68.200 passos no tempo e levou 280 [min] para simular numericamente o 7/8 do tempo de resfriamento, o qual experimentalmente, levou 80 [min].

Tabela 4.10: Tempo de CPU para realizar as simulações numéricas com diferentes valores de  $n_x$

$N_x$	tempo[ <b>min</b> ]	$n_x$	tempo[ <b>min</b> ]
31	2	61	49
36	4	66	75
41	7	71	100
46	14	76	135
51	20	81	203,3
56	34	86	280

Para valores de  $n_x$  inferiores a 31 o tempo de simulação numérica foi sempre inferior a 2 minutos.

Um dos intuits desta pesquisa é mostrar a possibilidade de aplicação da metodologia de simulações numéricas “on line” (TRELEA,1998), como ferramenta de suporte à tomada de decisão no emprego de resfriamentos rápidos com ar forçado, por isso foram excluídas as simulações numéricas com tempos muito longos.

O longo tempo computacional é um dos fatores que levam à busca de novos métodos numéricos ou do uso de linguagens como Fortran. Contudo, este tipo de busca foge do escopo deste trabalho.

Para selecionar o número de pontos a ser usado na malha para realizar a Fase II, além de avaliar o referido tempo de CPU, foi verificada a influência da malha. Para tanto, foram comparadas as “curvas” numéricas duas a duas, onde sempre uma delas foi aquela obtida com o maior número de pontos discretos na malha, e que foi  $n_x=86$ . A comparação entre as curvas foi feita a partir do cálculo do resíduo entre as mesmas, conforme a expressão 3.3, o que é mostrado na Tabela 4.11.

A Tabela 4.12 mostra que com o refinamento da malha o resíduo entre as “curvas” numéricas diminuiu.

Tabela 4.11: Resíduo entre cada par de curva numérica, obtidas com diferentes pontos discretos na malha (nx).

<b>Nx</b>	<b>Resíduo</b>	<b>nx</b>	<b>Resíduo</b>	<b>nx</b>	<b>Resíduo</b>
6 x 86	1,0429	36 x 86	0,0739	66 x 86	0,0157
11 x 86	0,4214	41 x 86	0,0579	71 x 86	0,0109
16 x 86	0,2511	46 x 86	0,0457	76 x 86	0,0069
21 x 86	0,1716	51 x 86	0,0360	81 x 86	0,0032
26 x 86	0,1256	56 x 86	0,0280		
31 x 86	0,0955	61 x 86	0,0213		

Pode-se verificar também a partir da Tabela 4.11 que a partir de 31 até 71 pontos discretos na malha os resíduos são todos da ordem de  $10^{-1}$ , e para aumentar a precisão para  $10^{-2}$  só acima de 76 pontos discretos na malha.

A Figuras 4.12 e 4.13 mostram as “ curvas” numéricas da variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento obtidos com  $nx=6$  a 31 e  $nx=31$  a 81 respectivamente para EP2T4. A partir destes dois gráficos pode-se notar bem que, acima de 31 pontos discretos na malha as curvas estão praticamente sobrepostas, mostrando não ser necessário um maior número de pontos discretos na malha, apesar da diminuição do valor do resíduo mostrado na tabela 4.11.

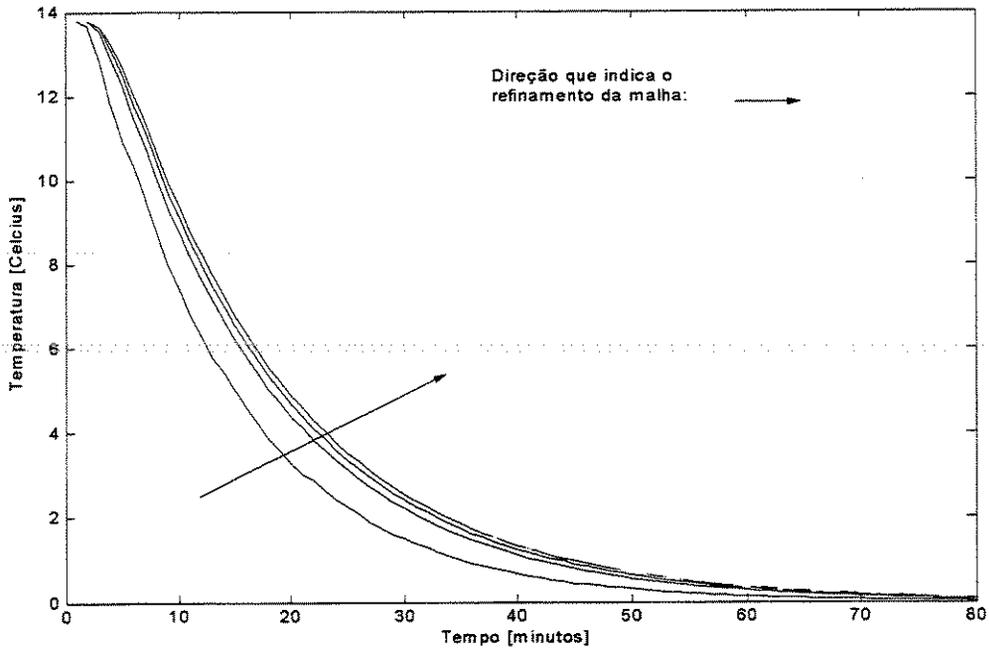


Figura 4.12: Curvas numéricas da variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento rápido obtidas com  $n_x=6$  a 31 para EP2T4 e  $h=19,578$

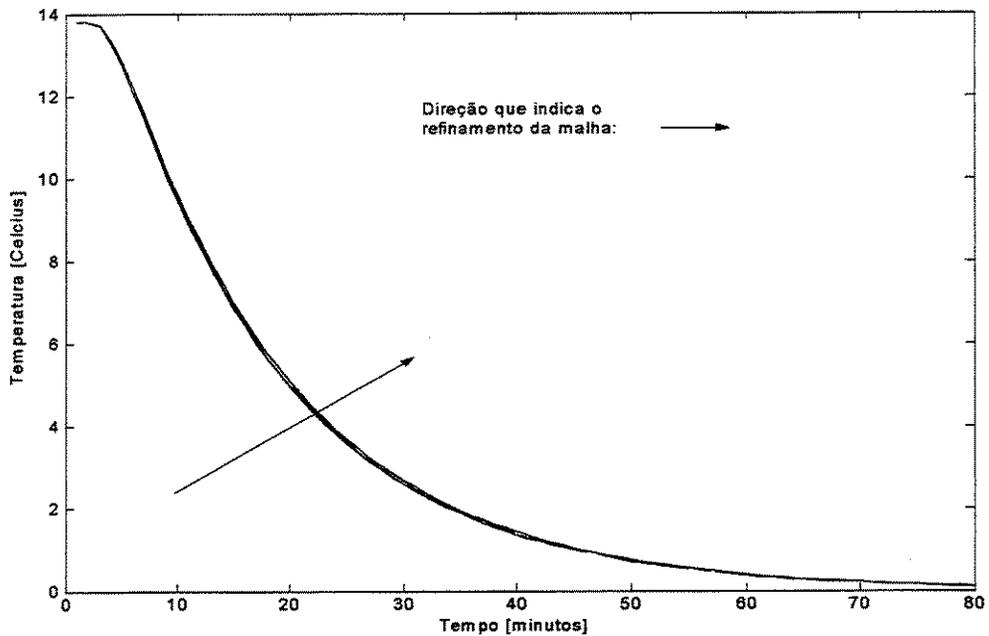


Figura 4.13: Curvas numéricas da variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento rápido obtidas com  $n_x=31$  a 81 para EP2T4 e  $h=19,578$

A Figura 4.14 mostra os valores dos resíduos em função do número de pontos onde nota-se que de 31 pontos discretos na malha em diante, os resíduos podem ser desprezíveis.

Além disso, com este total de pontos, o tempo de CPU para realizar a simulação numérica do resfriamento rápido com ar forçado de morango foi inferior a 2 minutos. Com isso, determinou-se que na Fase II as simulações numéricas seriam realizadas com  $n_x$  igual 31.

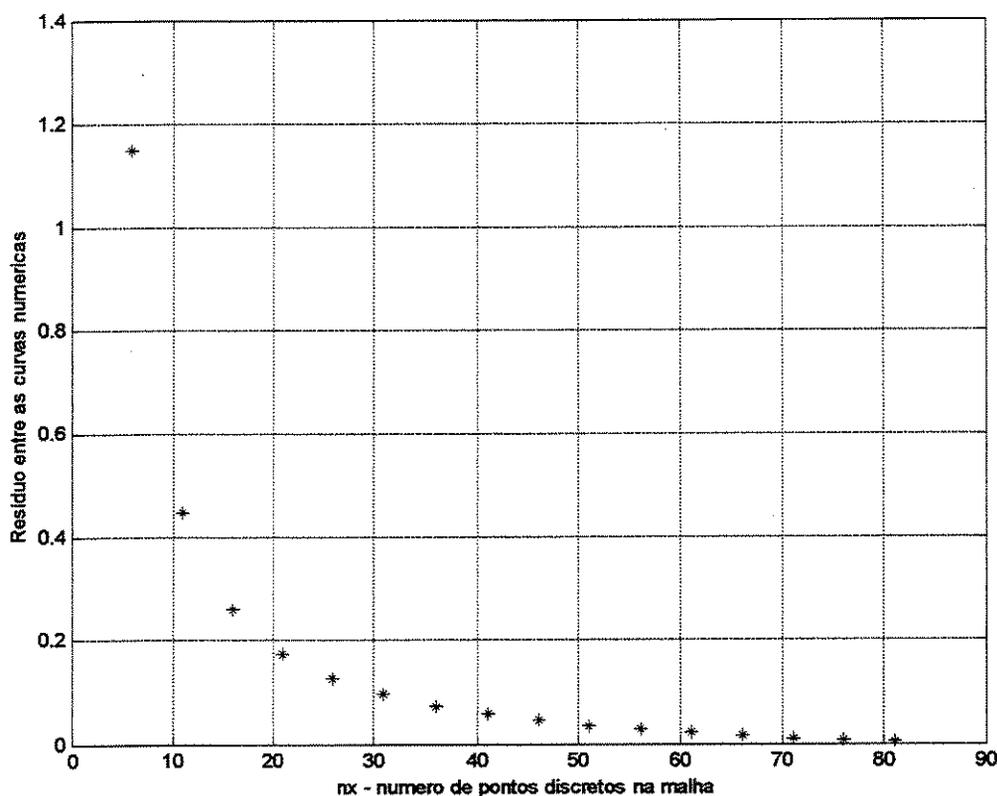


Figura 4.14: Resíduo entre as curvas numéricas para EP2T4, com  $n_x = 86$  como parâmetro de comparação

#### 4.3.2 FASE II

Na Fase II todas as simulações foram realizadas com 31 pontos discretos na malha.

Uma vez que na literatura se podem encontrar trabalhos onde foram obtidos valores de  $h$  na faixa de 8 a 64 [W/ m<sup>2</sup>°C] através de diferentes métodos e aplicados a frutos com geometria aproximadamente esférica, para determinar qual o melhor  $h$  ajustado para cada

experimento EP1T<sub>j</sub>, onde j=1 a 6, as simulações numéricas foram realizadas com h inicialmente igual a 10 [W/m<sup>2</sup>°C] e variando de 1 em 1 [W/m<sup>2</sup>°C], até que se obtivesse o menor resíduo entre as curvas experimentais e numéricas. Estes resíduos são calculados conforme a expressão 3.3.

Neste item são apresentados os resultados do ajuste de h para morangos resfriados rapidamente com ar forçado duas horas após a colheita em caixa de papelão - EP1T<sub>j</sub>.

Na Tabela 4.12 são mostrados os valores dos menores resíduos obtidos entre as curvas experimentais e numéricas para cada EP1T<sub>j</sub>, para j=1 a 6 e seus respectivos h.

Tabela 4.12: Valores dos menores resíduos obtidos entre as “curvas” experimentais e numéricas para cada EP1T<sub>j</sub>, para j=1 a 6 e seus respectivos h.

EP1	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>
Valores dos menores resíduos	1,1850	1,5971	1,0864	1,5484	1,1884	1,1805
h [W/m <sup>2</sup> °C]	21	46	16	39	21	14

Nas figuras que seguem (figuras 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.19 e 4.20) são apresentadas as curvas que mostraram o menor resíduo, quando comparadas as “curvas” de temperatura de origem numérica e experimental e os respectivos valores de h [W/m<sup>2</sup>°C] ajustados.

Seqüencialmente após cada figura, são apresentadas as tabelas com os dados numéricos e experimentais dos tempos de 1/2 e 7/8 de resfriamento rápido com ar forçado dos morangos, assim como os erros relativos (ER) entre os tempos de 1/2 e 7/8 de resfriamento rápido com ar forçado dos morangos obtidos experimental e numericamente. Para o cálculo dos tempos de 1/2 e 7/8 do resfriamento foram utilizados as equações originadas do ajuste polinomial de Quarta ordem. O erro relativo o tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental foi obtido através da expressão 3.30.

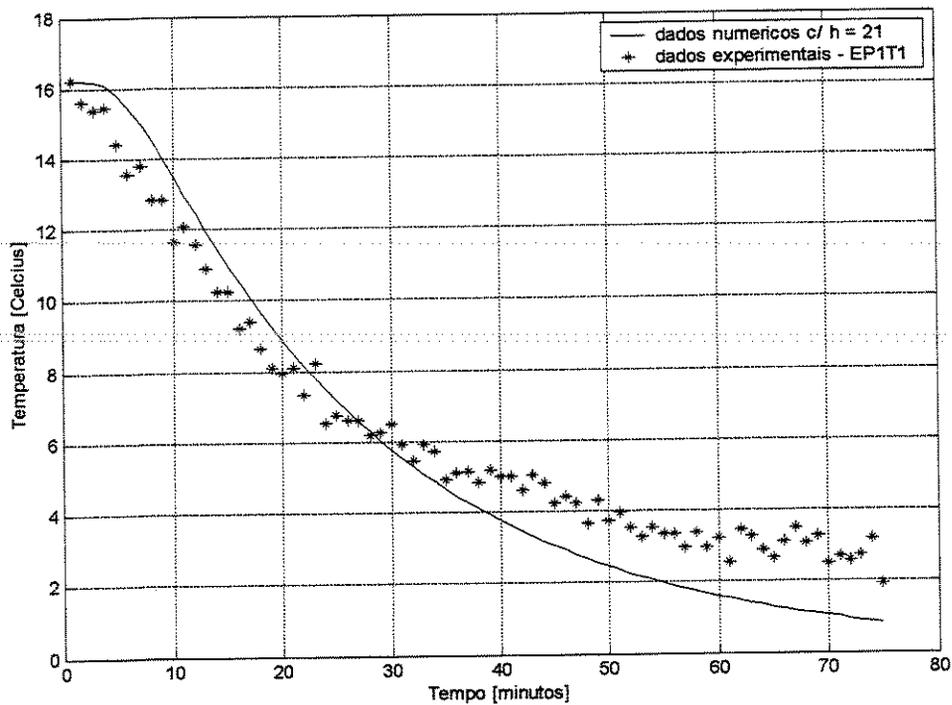


Figura 4.15: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T1

Tabela 4.13: Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T1

EP1T1	1/2 resfriamento [min]	7/8 do resfriamento [ min ]
Dados numéricos	22,53	55,62
Dados experimentais	19,54	78,28
ER (%)	13,24	40,74

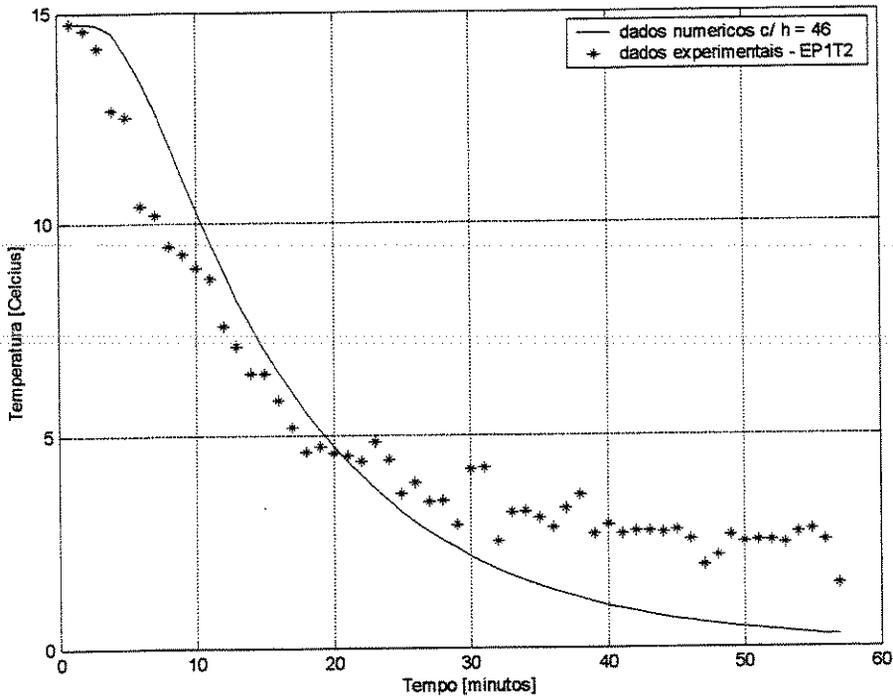


Figura 4.16: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T2

Tabela 4.14: Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T2

EP1T2	1/2 resfriamento [min]	7/8 do resfriamento [ min ]
<b>Dados numéricos</b>	15,5717	32,6715
<b>Dados experimentais</b>	10,9688	56,1915
<b>ER (%)</b>	29,4686	71,9896

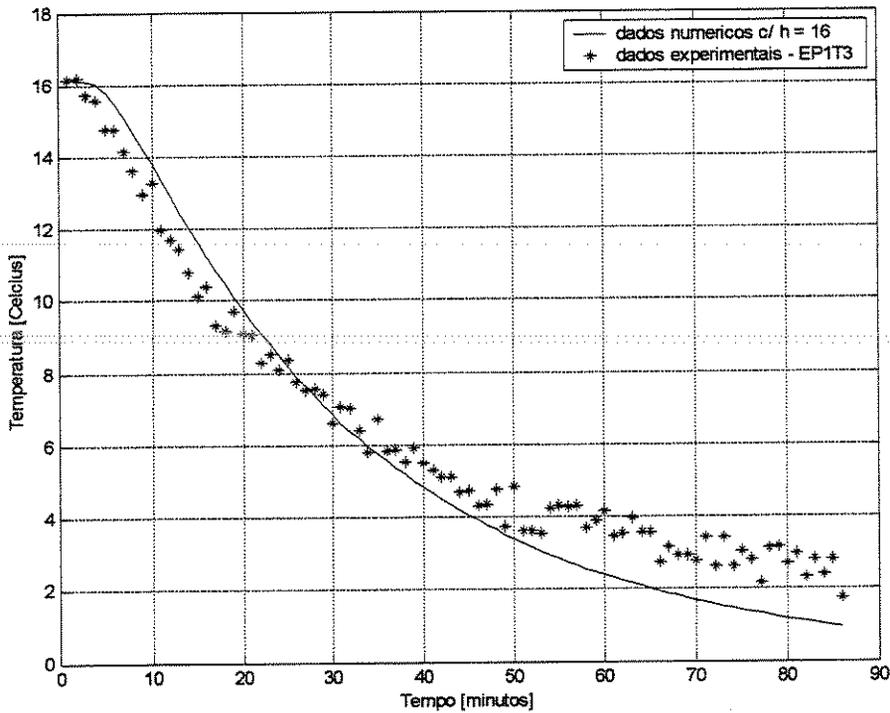


Figura 4.17: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T3

Tabela 4.15: Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T3

<b>EP1T3</b>	<b>1/2 resfriamento [min]</b>	<b>7/8 do resfriamento [ min ]</b>
<b>Dados numéricos</b>	25,7834	65,9825
<b>Dados experimentais</b>	23,8174	87,2193
<b>ER (%)</b>	7,6250	32,1855

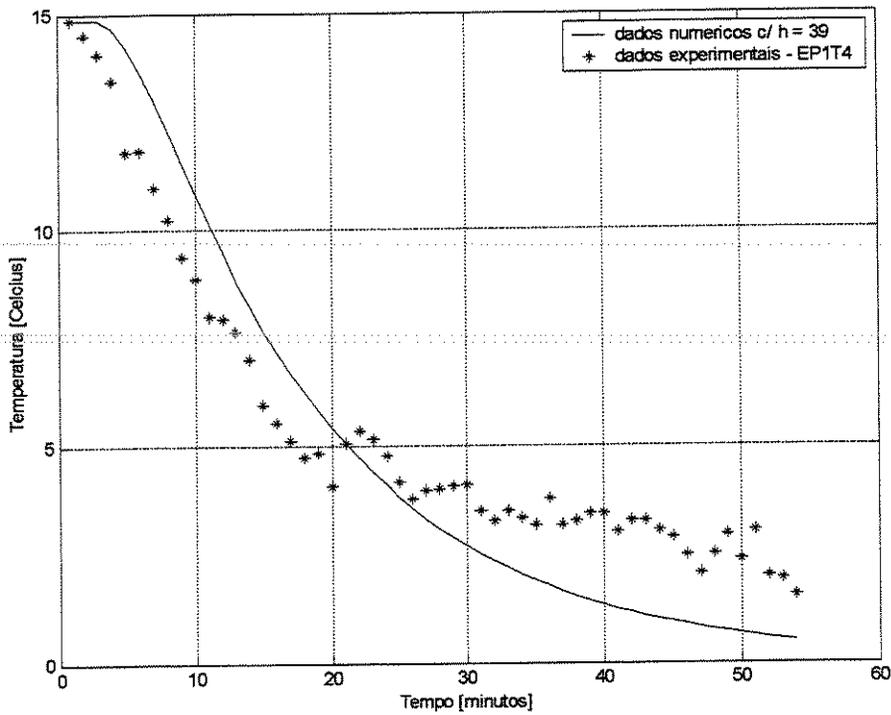


Figura 4.18: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T4

Tabela 4.16: Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T4

EP1T4	1/2 resfriamento [min]	7/8 do resfriamento [ min ]
<b>Dados numéricos</b>	16,0439	32,1050
<b>Dados experimentais</b>	10,8031	55,0328
<b>ER (%)</b>	32,6651	52,4540

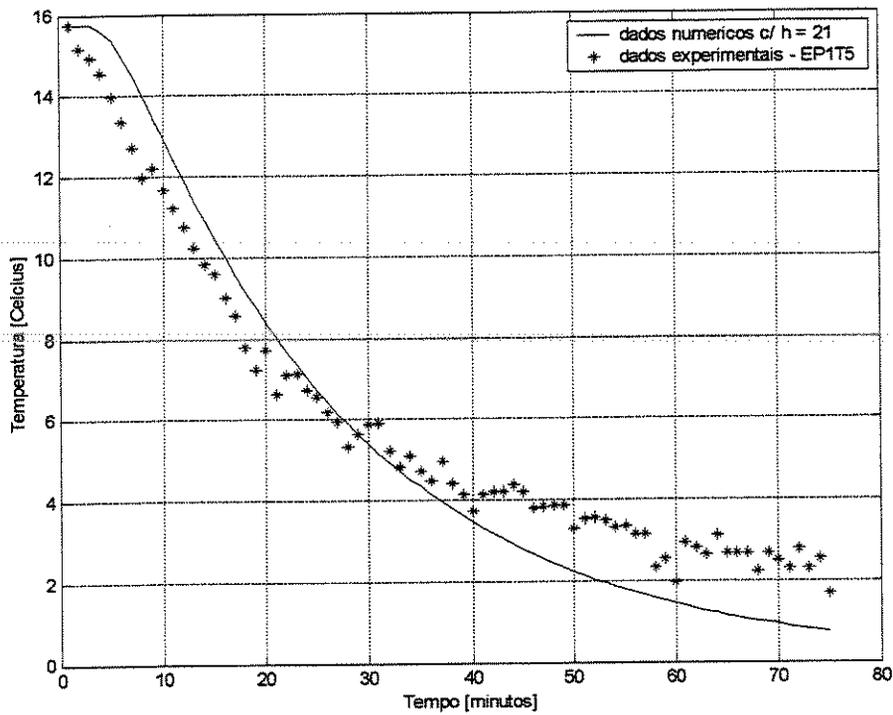


Figura 4.19: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T5

Tabela 4.17: Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T5

EP1T5	1/2 resfriamento [min]	7/8 do resfriamento [ min ]
Dados numéricos	21,9161	53,9976
Dados experimentais	17,8850	74,2564
ER (%)	18,3793	37,5181

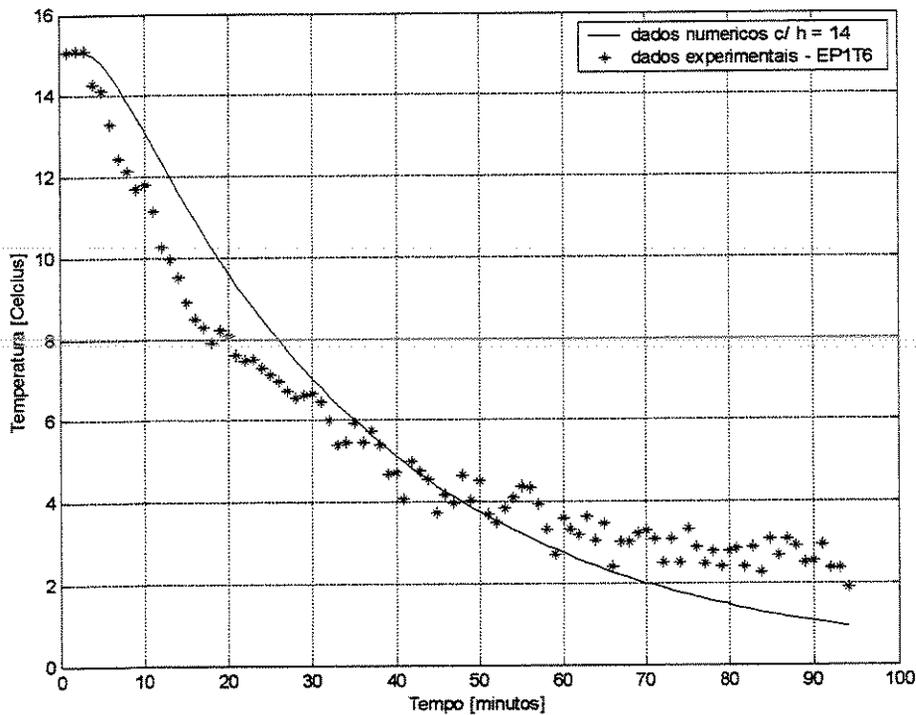


Figura 4.20: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T6

Tabela 4.18: Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T6

EP1T6	1/2 resfriamento [min]	7/8 do resfriamento [ min ]
Dados numéricos	28,1769	73,2171
Dados experimentais	21,7684	97,3766
ER (%)	22,7437	32,9970

Quando se pretende dar uma finalidade prática a esta pesquisa surge a questão de qual valor de  $h$  seria o recomendado para os cálculos de um projeto de engenharia, onde se deseja resfriar rapidamente morangos com ar forçado. Uma alternativa é calcular a média dos valores das temperaturas, medidas experimentalmente pelo uso dos termopares no centro de seis morangos e determinar uma “curva” experimental média. A partir desta

“curva” experimental média, pode-se simular numericamente o resfriamento rápido com ar forçado e ajustar o valor de  $h$ , o qual poderá ser considerado o  $h$  médio.

No caso da média dos dados de temperatura experimental para EP1T<sub>j</sub>, para  $j=1$  a 6, a “curva” numérica que apresentou o menor resíduo, calculado pela expressão 3.3, quando comparada com a “curva” experimental média foi àquela obtida com  $h$  igual a 21 [W/m<sup>2</sup> °C], denominado de  $h$  médio. Ambas as “curvas” —experimental e numérica — são mostradas na Figura 4.21.

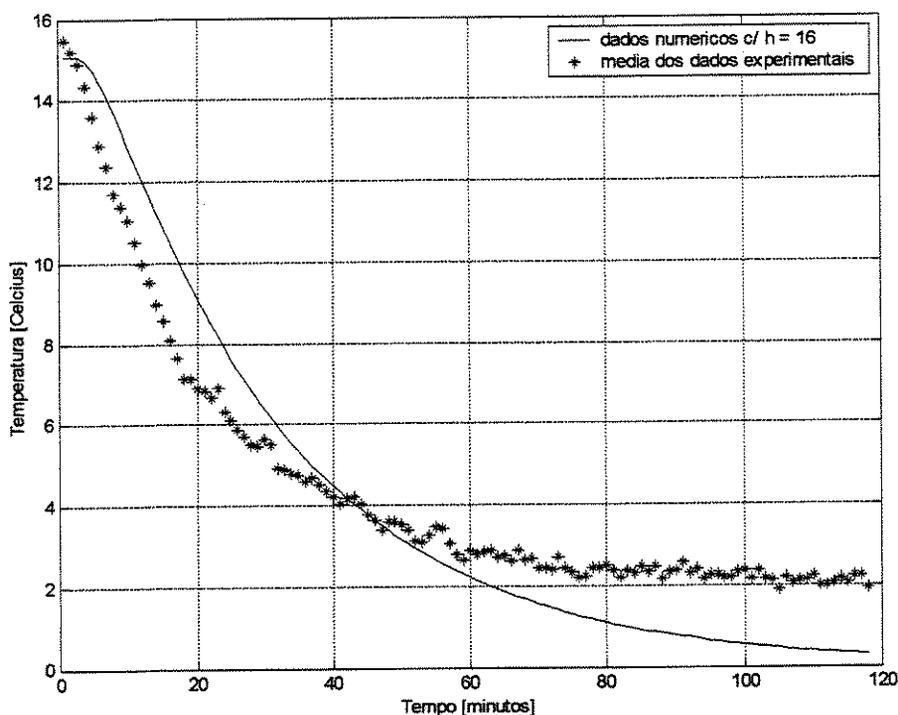


Figura 4.21: Média da variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos com  $h$  ( $h$  médio)= 21 [ W/m<sup>2</sup> °C]

Tabela 4.19: Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1TMédio

EP1TMédio	1/2 resfriamento [min]	7/8 do resfriamento [ min ]
Dados numéricos	27,8801	65,8745
Dados experimentais	21,2692	111,3987
ER (%)	23,7118	69,1074

Tabela 4.20: Valor do menor resíduo obtido entre as “curvas” experimental e numérica para cada EP1T<sub>Médio</sub> e seu respectivo h.

EP1 - Média	T <sub>Médio</sub>
Valor do menor resíduo	1,2850
h [W/m <sup>2</sup> K]	21

Note que, o valor obtido para o h no caso do ajuste feito entre a média dos dados experimentais e os dados numéricos está bem próximo do valor teórico de h , apresentado na tabela 4.8. Ainda assim, é importante colocar que ao se utilizar um valor médio para projetos práticos de engenharia, se corre o risco de resfriar a média e não a totalidade dos morangos que se desejaria resfriar.

Após a mostra das Figuras do item 4.3.2, advindas do ajuste do h para cada um dos testes realizados, é importante avaliar suas implicações práticas.

Para que se possa ter uma idéia da sensibilidade do modelo matemático em função do h, apresenta-se a Figura 4.22 onde são mostradas oito “curvas” de resfriamento, sendo que cada “curva” foi obtida com um valor de h diferente, onde o primeiro é igual a 10[W/m<sup>2</sup>°C] e o último é igual a 52 [W/m<sup>2</sup>°C] e mantidas todas as demais condições.

Note que na Figura 4.22, com o aumento do valor de h, as “curvas” apresentam tempos de resfriamento menores, atingindo o valor desejado para o término do resfriamento mais rapidamente, como esperado.

O valor de h apresentado na tabela 4.8 é para uma condição ideal, onde o fluxo de ar passaria livremente e com a velocidade e temperatura constantes, em torno de uma esfera lisa. O coerente seria que todos os valores de h ajustados para o experimento de natureza prática fossem inferiores ao valor de h apresentado na tabela 4.8, já que no caso experimental há interferência da embalagem, de outros frutos dispostos dentro da caixa e da direção do fluxo de ar, o que vem alterar a temperatura e a velocidade do ar de resfriamento.

Entretanto, pode-se verificar, pelos valores de h então ajustados e mostrados nas tabelas 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, que nem todos estão próximos do valor de h apresentado na tabela 4.8. Notou-se que os valores ajustados para o h em EP1T<sub>j</sub>, para j=2 e 4, foram bem superiores ao apresentado na tabela 4.8, em EP1T<sub>j</sub>, para j=3 e 6, ficaram um

pouco abaixo do valor de  $h$  apresentado na tabela 4.8, e em EP1T $_j$ , para  $j=1$  e 5, os valores de  $h$  foram um pouco superiores ao valor de  $h$  apresentado na tabela 4.8.

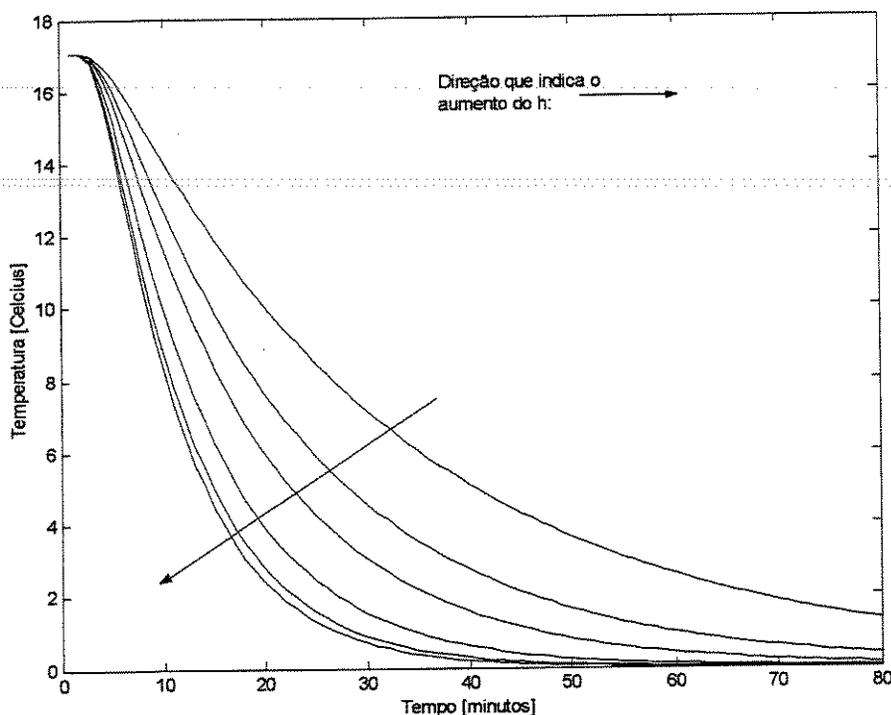


Figura 4.22: Curvas de resfriamento de EP2T1 para diferentes valores de  $h$

Uma vez que os conhecimentos referentes aos procedimentos experimentais se restringiram aos descritos em BINOTTI (2000), o qual não foi desenvolvido observando-se e/ou controlando-se todos os fatores que influenciam na determinação do valor de  $h$ , aponta-se que faltam subsídios para discutir mais profundamente o motivo das diferenças entre estes distintos valores do parâmetro  $h$ .

Assim como para obter os valores do  $h$  apresentados na tabela 4.8, o modelo matemático selecionado (TRELEA et al.,1998) também não considera a embalagem, o calor gerado pela transpiração e respiração dos frutos. Ainda assim, aquele modelo se mostrou satisfatório quanto aos resultados das simulações numéricas, quando avaliados os valores do resíduo entre as curvas experimentais e teóricas e os seus respectivos valores de  $h$  para os testes EP1T $_j$ , para  $j=1,3,5$  e 6.

Contudo, ao se avaliar as Tabelas do item 4.3.2 referentes ao tempo de 1/2 e 7/8 do de resfriamento experimental e numérico, pode-se notar que os resultados das simulações numéricas foram insatisfatórios no que tange a representatividade do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento. Os resultados para o ER seriam satisfatórios se apresentassem valores inferiores a 10%.

Entretanto, o emprego da metodologia da simulação numérica ainda se mostra importante para a predição do resfriamento rápido com ar forçado de morangos, pois mesmo entre os frutos resfriados dentro de uma mesma caixa há grande diferença entre estes tempos. Exemplo disto pode-se citar também TERUEL (2000), que num dos experimentos, onde resfriou laranjas com ar forçado, mostrou resultados onde a diferença para atingir o tempo de 1/2 resfriamento foi de 50% entre dois pontos distintos da caixa e de 28% para o 7/8 do tempo de resfriamento.

Um comportamento que se verifica comum para todos as “curvas” de temperatura é quanto a diferença inicial entre as curvas numéricas e experimentais, mostrando uma queda na temperatura mais acentuada no início do resfriamento para os dados experimentais. Após um certo momento do resfriamento as curvas se cruzam e a queda de temperatura passa a ser mais acentuada no caso dos dados numéricos. Este comportamento pode ser fruto de um diferencial de tempo entre o momento em que se iniciou a tomada de dados de temperatura do resfriamento rápido com ar forçado de morangos e o início do resfriamento propriamente dito<sup>2</sup>.

Como a simulação numérica é uma ferramenta que oferece subsídios para se avaliar este tipo de suposição, segue a figura 4.23, onde para o caso EP1T1, por exemplo, se introduziu um diferencial de tempo de 4 minutos nos dados experimentais e para o qual se realizou um ajuste visual, entre as “curvas” numérica e experimental modificada, encontrando um novo valor para  $h$  igual a 15 [W/m<sup>2</sup>°C].

A figura 4.23 mostra que seria possível ter ocorrido um diferencial de 3 a 4 minutos entre o instante que se iniciou o resfriamento e o instante que se iniciou a aquisição dos dados de temperatura, o que é passível de se acontecer<sup>3</sup>. Contudo, não foi relatado pelo autor do experimento um diferencial de tempo deste tipo, e qualquer busca neste sentido

---

<sup>2</sup> L.F. M. De Moura (2002), comunicação pessoal.

<sup>3</sup> B. J. T. De Mederos (2002), comunicação pessoal.

passa a ser apenas manipulações matemáticas sem sentido físico ou embasamento científico, por isso não foi realizado para os outros EP1T<sub>j</sub>, j=2 a 6.

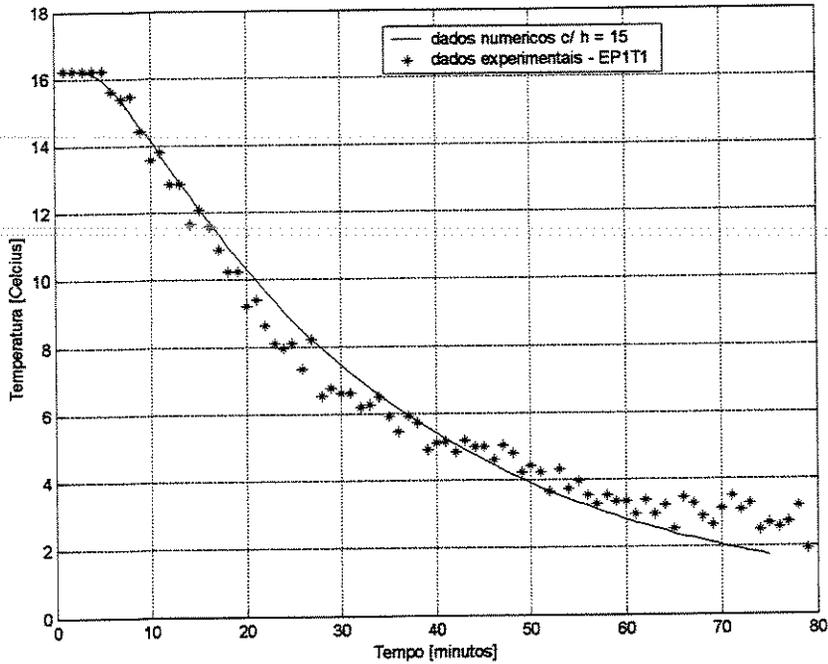


Figura 4.23: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento segundo dados experimentais e numéricos para EP1T1, considerando um diferencial de tempo nos dados experimentais de 4 [min] e  $h = 15 \text{ [W/m}^2 \text{ °C]}$

Tabela 4.21: Comparação do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento numérico e experimental para EP1T1 considerando um diferencial de tempo de 4 [min] nos dados experimentais

EP1T1	1/2 resfriamento [min]	7/8 do resfriamento [ min ]
Dados numéricos	27,3354	70,1188
Dados experimentais	23,4826	22,1586
ER (%)	14,0947	17,1706

Na tabela 4.13 os valores do tempo de 1/2 e 7/8 do resfriamento são respectivamente iguais a 13,24 % e 40,74 %. Já, na tabela 4.21, onde se utilizou o mesmo teste EP1T1 para realizar a simulação numérica e ajuste do h, mas acrescentando um diferencial de 4 minutos nos dados experimentais, pode-se verificar que ocorreu um

aumento de apenas 1 % no valor do ER para o tempo de 1/2 resfriamento e uma redução de 23,57 % no valor do ER para o tempo de 7/8 do resfriamento. A comparação destes resultados apresentados nas tabelas 4.13 e 4.21, mostra uma significativa redução no valor do ER para o tempo de 7/8 do resfriamento, porém não atingindo valores inferiores a 10% como ocorreu em CASTRO e AMENDOLA (1998), por exemplo.

Finalmente apresenta-se a variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento em seis pontos distintos do raio do morango para EP1T1, o que pode ser visto na figura 4.24, como uma espécie de radiografia do interior do fruto ao longo do tempo. Nesta figura comprova-se o comportamento previsto para a variação da temperatura ao longo do raio do morango no resfriamento rápido com ar forçado pois, quanto mais próximo da superfície do fruto mais rápido se dá o processo. Note que, a coluna ao lado do gráfico relaciona cor com temperatura em graus Celsius.

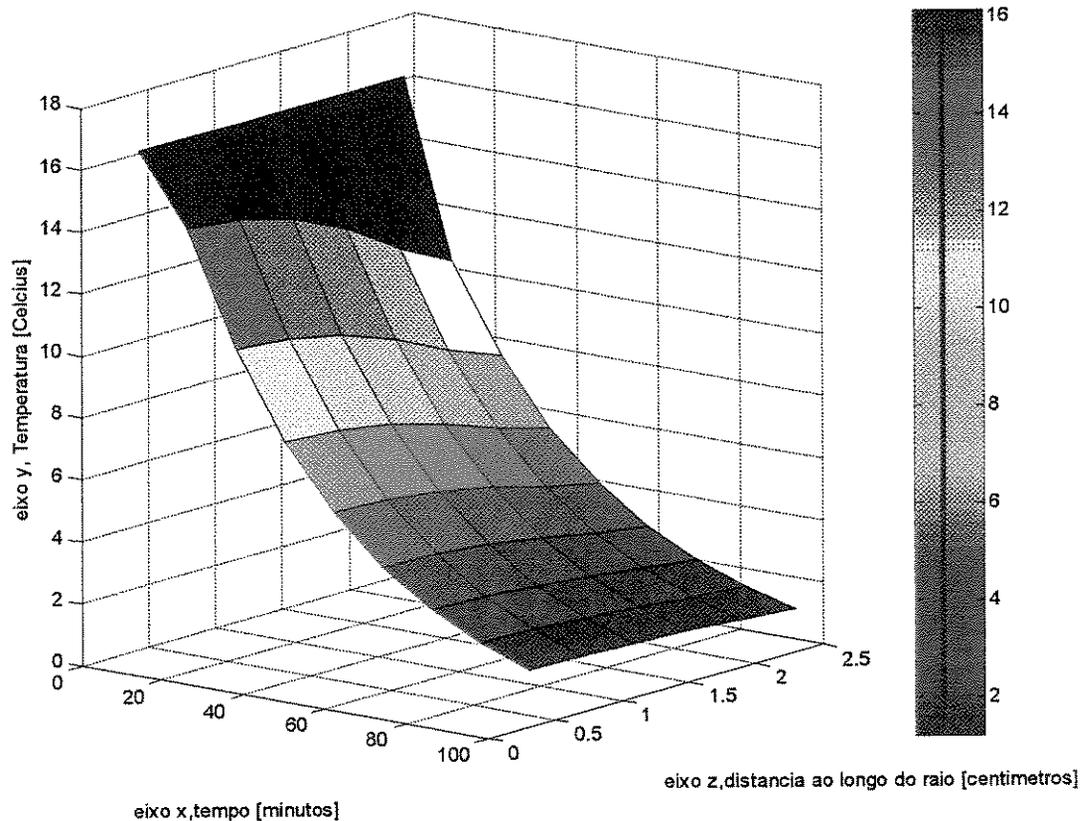


Figura 4.24: Variação da temperatura ao longo do tempo de resfriamento em seis pontos distintos do raio do morango para EP1T1

## 5. CONCLUSÕES

Baseado no que foi apresentado nesta dissertação de mestrado pode-se concluir que:

- A metodologia das simulações numéricas se mostrou promissora como uma ferramenta no suporte a decisão do uso ou desenvolvimento de equipamentos na área de resfriamento rápido com ar forçado de frutos esféricos.
- Tanto o ajuste como o cálculo para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ), são capazes de fornecer subsídios para a determinação deste coeficiente.
- O método numérico das diferenças finitas explícito se mostrou eficiente para a resolução da equação expressa no modelo matemático, somente quando garantida a condição de estabilidade.
- O número de pontos discretos na malha, selecionado para realizar as simulações numéricas, foi eficiente quanto a precisão dos resultados e no que tange a agilidade do processo de simulação numérica.
- O trabalho desenvolvido foi de grande contribuição para o conhecimento do processo de resfriamento rápido por ar forçado via a utilização de programas relativamente simples e de um ambiente de computação científica amigável, ambos compatíveis com este nível acadêmico.
- O seguimento rigoroso de todas aquelas etapas envolvidas no processo de simulação numérica de processos é fundamental para a busca dos resultados passíveis da interpretação adequada.
- Embora as conclusões estejam de acordo com princípios matemáticos assimilados, ao longo das interpretações da comparação dos resultados percebe-se a falta do uso

de uma ferramenta que permita conclusões quantitativas melhor elaboradas: a estatística, o que poderá ser incluído futuramente.

---

---

## 6. SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS:

- Sugere-se o emprego desta metodologia das simulações numéricas para o resfriamento rápido com ar forçado de outros frutos de formato aproximadamente esférico.
- Na parte teórica deste trabalho considerou-se que as propriedades físicas do morango não variavam ao longo do processo de resfriamento, o que é uma simplificação necessária para este nível de pesquisa. Sendo assim, sugere-se que, na medida do possível, se busque incluir considerações mais realistas do processo.
- Sugere-se verificar qual a relação custo/benefício em termos de uso do equipamento, quanto ao aumento da velocidade do ar de resfriamento, e eficiência do processo de resfriamento rápido com ar forçado.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALVAREZ, G.; TRYSTAM, G. Designer of a new strategy for the control of the refrigeration process: fruit and vegetables conditioned in a pallet. **Food Control**, v.6, p.347-355,1995.

AMARAL, D.; DALPASQUALE, V. A. Custos de secagem de milho em espigas usando simulação matemática. **Sociedade brasileira de engenharia agrícola – SBEA**, v.20, nº1, p.55-66, 2000.

AMENDOLA, A.; PULINO, P. Matemática aplicada e Computação científica II, jun-dez, 2001. Notas de aula.

AMENDOLA, M.; QUEIROZ, M.R. **Estudo Teórico – Experimental da Cinética de Secagem de Bananas**. Relatório - Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas, 1994.

ANDRADE, E.T.; COUTO, S. M.; DAMASCENO, G. S.; QUEIROZ, D. M. Modelagem da transferência de calor transiente em grãos armazenados em silo cilíndrico. **Sociedade brasileira de engenharia agrícola – SBEA**, v.18, n3, p.111-121, 1999.

BAIRD, C.D.; GAFFNEY, P.E.; TALBOT, M.T. Design criteria for efficient and cost effective forced air cooling systems for fruits and vegetables. **ASHRAE Transactions**. V. 94, p 1434-1453, 1988.

BELLAGHA, S.; CHAU; K. V. Aspectos de Engenharia de resfriamento de frutas e hortaliças. Curso - aspectos de Engenharia de resfriamento de frutas e hortaliças, Feagri/Unicamp,2000.

**BINOTTI, C.S. Avaliação quantitativa do método de resfriamento rápido com ar forçado para morango.** Dissertação (Mestrado em tecnologia pós-colheita) Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2000.

**BOLDRINI, J.L., RODRIGUES COSTA, S.I., FIGUEIREDO, V.L., WETZLER, H.G. Álgebra linear.** 3ed. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1980.

**BOYETTE, M.D. Forced – air cooling packaged blueberries.** *American Society of Agricultural Engineers*. v.12, n.2, p.213-217, 1996.

**CAMARGO, G.A.; AMENDOLA, M.; QUEIROZ, M.R. Simulação Numérica do Processo de Secagem de Tomate.** *Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, 22, Santos, 1999, CD-Rom.

**CAMPOS FILHO, F.F. Algoritmos numéricos.** LTC – Livros técnicos e científicos. ED.S/A. 2001.

**CASTRO, L.R.; AMENDOLA, M. Simulação Numérica do Processo de Transferência de Calor em Vegetais Esféricos.** *Congresso Ibero Latino – Americano em métodos Computacionais e Engenharia*, 20, São Paulo, 1999, CD-Rom.

**CHAPMAN, A. J. Heat transfer.** 2ed. New York: Macmillan Company, 1967.

**CHAU, K.V., GAFFNEY, J.J., BAIRD, C.D., CHURCH, G.A. Resistance to air flow of oranges in bulk and in cartons.** *American Society of Agricultural Engineers*, v.28, n.6, p.2083-2087, nov-dec., 1985.

**CHAU, K.V. Aspectos de Engenharia de resfriamento de frutas e hortaliças.** Curso - aspectos de Engenharia de resfriamento de frutas e hortaliças, Feagri/Unicamp, 2000.

CHAU, K.V. Aspectos de Engenharia de resfriamento de frutas e hortaliças. Curso - Short course on rapid cooling technology of horticultural products, Feagri/Unicamp,2001.

CHITARRA, A.B. **Armazenamento de frutos e hortaliças por refrigeração**. Lavras: FAEPE, 1999.

CORTEZ, L.A.B.; LEAL, P.A.M. Métodos de Pré – resfriamento de frutas e hortaliças. In: curso de Atualização em Tecnologia Pós – Colheita. Campinas: Faculdade de Engenharia Agrícola. p.67 – 99, 1998.

ÉMOND, J.P.; MERCIER, F.; SADFA, S.O.; BOURRÉ, M.; GAKWAYA, A. Study of Parameters Affecting Cooling rate and Temperature Distribution in Forced-air Precooling of Strawberry. **ASAE Transaction**. v.39, n.6, p.2185-2191,1996.

FERREIRA, W.R., PINTO, M.C. Testes experimentais e simulação numérica de secagem de sementes de trigo. **Congresso Nacional Brasileiro de Engenharia Agrícola**. 30, Foz do Iguaçu, 2001. CD-Rom.

FIKIIN, A.G.; FIKIIN, K.A.; TRIPHONOV, S.D. Equivalent thermophysical properties and surface heat transfer coefficient of fruits layers in trays during cooling. **Journal of food Engineering**. V.40, p9-13, 1999.

FORTUNA, A.O. **Técnicas Computacionais para dinâmica dos fluidos – Conceitos Básicos e Aplicações**. São Paulo:Editora da Universidade de São Paulo.2000.

GAFFNEY, J. J.; BAIRD, C. C. e CHAU, K.V., Methods for calculating heat and mass transfer in fruits and vegetables individually and in bulk. **Trans ASHRAE**. v.91,n.2B,p. 333-352.1980.

GOULART, M.B.; KHATCHATORIAN, O.A. Análise do método de secagem de soja em secador de fluxo cruzado. **Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional**. 25, Nova Friburgo, 2002, CD-Rom.

HEHL, M. E. **Linguagem de programação estruturada FORTRAN 77**. São Paulo: Mcgraw Hill, 1986.

HOLMAN, J.P. **Heat transfer**. Toronto: Mc-Graw-Hill, 1986. apud CASTRO, L. R.; AMENDOLA, M. Simulação Numérica do Processo de Transferência de Calor em Vegetais Esféricos. **Congresso Ibero Latino – Americano em métodos Computacionais e Engenharia**, 20, São Paulo, 1999, CD-Rom.

HREBICEK, J.; GANDER, W. **Solving problems in scientific computing using Maple and MATLAB**. Berlin: Springer, 1997.

HUAMBO, N.C.; MENEGALLI, F. C.; AMENDOLA, M. Modelagem matemática e Simulação Matemática de um Secador Industrial de Túnel para Frutas. **Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional**. 22, Santos, 1999, CD-Rom.

INCROPERA, F.P.; DE WITT, D.P. **Fundamentos de transferência de calor e massa**. Rio de Janeiro: LTC, 3ed, 1985.

JANCSÓK, P.I.; SCHEERLINCK, N.; VERBOVEN, P.; NICOLAI, B.M.; DE BAERDEMAEKER, J. **Shape modeling for stochastic FE computation of cooling processes of agricultural products** <<http://ageng2002.szie.hu/programme>> pdf.08/2002.

KAYNAS, K.; SIVRITEPE, H.Ö. Effect of Pre-cooling Treatments on Storage Quality of Mature Green Tomatoes. **Acta Horticulturae**. v.412,p.200-108,1995.

KHATCHATORIAN , O.A.; TONIAZZO, N.A.; BORGES, A. P. Simulação numérica da influência da compactação dos grãos sobre o escoamento de ar em silos. **Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional. 22**, Santos,1999, CD-Rom.

KHATCHATORIAN, O.A.; BORGES, A. P.; TONIAZZO, N.A. Um modelo simples para análise do processo de secagem de soja em camada móvel com fluxo contrário de ar. **Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional.22**, Santos,1999, CD-Rom.

KOPELMAN, I.; BLAISDELL, J.L.; PFLUG, I.J. Influence of fruit size and coolant velocity on the cooling of Jonathan apples in water and air. **ASRAE n1976**,p.209-216, 1966.

KREITH, F. **Princípios da transmissão do calor**. São Paulo: E. Blucher, 1989.

LIMA, L.A.; LIMA, G.B. Transferência de calor e massa durante a secagem de sólidos com forma arbitrária: uma abordagem concentrada. **Congresso Nacional Brasileiro de Engenharia Agrícola. 30**, Foz do Iguaçu, 2001. CD-Rom.

LIPRERI, S.B.; KHATCHATORIAN, O.A. Dinâmica de secagem de soja em secador de fluxo contracorrente. **Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional. 25**, Nova Friburgo, 2002, CD-Rom.

LOCIN, M. **Industrial alimentaire**. Paris: Masson S.A., 1985. apud ALVAREZ,G.;TRYSTAM,G. Desingner of a new strategy for the control of the refrigeration process: fruit and vegetables conditioned in a pallet. **Food Control**, v.6, p.347-355,1995.

MCCABE, SMITH,J.C.;HARROT,P. **Unit operations of chemical engineering**.4ed. Singapore: McGraw Hill, 1985. apud ALVAREZ,G.;TRYSTAM,G. Desingner of a

new strategy for the control of the refrigeration process: fruit and vegetables conditioned in a pallet. **Food Control**, v.6, p.347-355,1995.

MILES, C.A.; VAN BEEK, G.; VEERKAMP, C.H. Calculation of thermophysical properties, 1983. apud JANCSÓK, P.I.; SCHEERLINCK, N.; VERBOVEN, P.; NICOLAI, B.M.; DE BAERDEMAEKER, J. **Shape modeling for stochastic FE computation of cooling processes of agricultural products** <<http://ageng2002.szie.hu/programme>> pdf.08/2002.

MITCHEL, F.G. Cooling horticultural Commodities. apud Kader, A.A. **Postharvest Technology of Horticultural Crop**. 2ed. Davis: Cooperative Extension Division of Agricultural and Natural Resources, University of California,1992.

MITCHEL, F.G.; GUILLOU, R.; PARSONS, R.A. Commercial cooling of fruits and vegetables. apud CHAU, K.V. Aspectos de Engenharia de resfriamento de frutas e hortaliças. Curso - aspectos de Engenharia de resfriamento de frutas e hortaliças, Feagri/Unicamp,2000.

MOHSEENIN, N.N. **Physical properties of plant and animal materials**. 2ed. New York: Gordon and Breach,1986.

MOURA, C. A. **Análise funcional para aplicações – posologia**. Rio de Janeiro: Ciência moderna ltda, 2002.

NEVES FILHO, L.C. **Resfriamento, congelamento e estocagem de alimentos**.São Paulo: IBF,1991.

PEREIRA, M.E.; KHATCHATORIAN, O.A.; CAMARGO, M.E. Um modelo matemático de secagem artificial do fumo. **Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional**. 25, Nova Friburgo, 2002, CD-Rom.

PÉREZ, V.H.; QUEIROZ, M.R.; VELIBOR, T.; MEYER, J.F. Estudo da transferência de calor durante o processo de secagem de bananas. **Sociedade Brasileira de Ciência e Tecnologia de Alimentos**, Campinas, v.20, n.3. 2000.

QUEIROZ, M. R. **Estudo Teórico Prático da Cinética de Secagem de Bananas**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 1994.

QUEIROZ, M.R.; NEBRA, S.A. Abordagem teórica e experimental do encolhimento na secagem de bananas. **Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola**. 31, Salvador, jul-ago. 2002, CD-Rom.

RICHTMYER, R. D.; MORTON, K.W. **Difference methods for initial – value problems**. New York: Interscience – 1967.

RUGGIERO, M.A.G.; LOPES, V.L.R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. 2ed. São Paulo: Makron, 1996.

RUSKEEPÄÄ, H. **Mathematica navigator : graphics and methods of applied mathematics**. Copyright, 1999.

SALVADOR, F.; KRIOUKOV, V.G.; RIBEIRO, L.S. Simulações numéricas de regimes transientes dos processos nas fornalhas para secagem de grãos. **Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional**. 25, Nova Friburgo, 2002, CD-Rom.

SILVA, M.G.; SILVA, V.R. Características de frutos de uva rubi sob condições de pré-resfriamento com convecção forçada. **Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola**. 30, Foz do Iguaçu, 31 jul – 3 ago. 2001, CD-Rom.

SILVA, M.M.; DE GOUVEIA, J.P.G.; DE MOURA, R.S.F.; ALMEIDA, F.A.C.; ARAÚJO, M.E.R. Adsorção de umidade em polpa de manga: avaliação de modelos

matemáticos. **Congresso Nacional Brasileiro de Engenharia Agrícola**. 30, Foz do Iguaçu, 2001. CD-Rom.

SPAGNOL, WA.; ROCHA, J.L.V.; PARK, K.J. Modelamento matemático do pré resfriamento de frutas e hortaliças: uma revisão. **Sociedade Brasileira de Ciência e Tecnologia de Alimentos**, Campinas, v.23, n.3/4, p.192-200, 1989.

TERUEL, M.B.J. **Estudo teórico experimental do resfriamento de laranja e banana com ar forçado**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2000.

TRELEA, I. C.; ALVAREZ, G.; TRYSTAM, G. Nonlinear Predictive Optimal Control of a Batch Refrigeration Process. **Journal of Food Process Engineering**, v.21, p.1-32, 1998.

UCDAVIS. **Postharvest technology** < <http://postharvest.ucdavis.edu/produce> >01/2002

VISSOTO, F. Z. **Estudo dos parâmetros que influenciam no pré – resfriamento de um leito de produtos esféricos dispostos no interior de uma embalagem de papelão**. Dissertação (mestrado em Engenharia de Alimentos) – Faculdade de Engenharia de Alimentos, Universidade Estadual de Campinas. Campinas. 1999.