

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA AGRÍCOLA**

**VIGAS MISTAS EM PERFIS DE CHAPA  
DOBRADA DE AÇO E MADEIRA SERRADA**

Eng. **ADÃO MARQUES BATISTA**

Orientador: **Prof. Dr. NILSON TADEU MASCIA**

TESE DE DOUTORADO

Campinas- SP, Brasil  
Junho 2001

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA AGRÍCOLA**

**VIGAS MISTAS EM PERFIS DE CHAPA  
DOBRADA DE AÇO E MADEIRA SERRADA**

**Candidato : ADÃO MARQUES BATISTA**

**Orientador : Prof. Dr. NILSON TADEU MASCIA**

Tese apresentada junto à Faculdade de Engenharia Agrícola como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Agrícola.

**Área de concentração:** Construções Rurais e Ambiência.

Campinas- SP, Brasil  
Junho 2001

Banca examinadora constituída pelos Professores Doutores Nilson Tadeu Mascia–Presidente (FEC/FEAGRI/UNICAMP), Francisco Antônio Rocco Lahr (EESC/USP), José Antonio Mathiesen (UNESP/Ilha Solteira), João Alberto Venegas Requena (FEC/UNICAMP) e Raquel Gonçalves Tanaami (FEAGRI/UNICAMP)

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Prof. Nilson Tadeu Mascia pelos muitos valores que me transmitiu através da orientação neste trabalho, além do estímulo e amizade demonstrados.

À Faculdade de Engenharia Agrícola- FEAGRI e Faculdade de Engenharia Civil- FEC da UNICAMP, pela acolhida e apoio.

Ao Prof. Francisco Antônio Rocco Lahr da EESC/USP, pela sua contribuição no desenvolvimento do trabalho.

Ao Comitê de Orientação da FEAGRI, formado pelos Professores Antonio Ludovico Beraldo e Raquel Gonçalves Tanaami, pelo apoio recebido.

À Prof.<sup>a</sup> Raquel Gonçalves Tanaami, Co-orientadora no exame de qualificação de doutoramento.

Aos professores e técnicos da FEAGRI, por todos os anos de convivência que foram muito ricos em aprendizado e aos componentes do Laboratório de Estruturas e de Materiais da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, pelo auxílio na realização dos ensaios.

À Universidade São Francisco, pelo incentivo ao aprimoramento acadêmico recebido durante o desdobramento deste trabalho.

À Universidade de Mogi das Cruzes, pelo apoio através do CCET (Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas) e do Programa de Apoio à Qualificação Docente pela dispensa financeira no desenvolvimento desta pesquisa.

Ao Prof. Francisco Dantas da Universidade de Mogi das Cruzes.

À Universidade Santa Cecília, pelo apoio que recebi no desenvolvimento final do trabalho.

Às empresas Cofix moldes e Escoramentos Metálicos Ltda e Madenor Fôrmas e Escoramentos Metálicos Ltda; pelo fornecimento das peças e informações necessárias à elaboração dos ensaios.

Ao Prof. Rubens Shimizu da Universidade de Mogi das Cruzes e Universidade Santa Cecília pelo incentivo e apoio desde a graduação até os dias de hoje.

Aos meus pais Geraldo e Clemência que me deram a oportunidade da vida.

Aos amigos que, direta ou indiretamente, contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho, em especial, a Caetano Elias dos Santos que me ensinou a verdadeira vida espiritual através dos seus grandes exemplos.

À minha esposa Sueli, meus filhos Pedro, André e Joanna, meu eterno agradecimento pela compreensão e amor.

(...) Recorda o apelo do Mestre: “Trabalhai não pela comida que perece, mas pela comida que permanece para a vida eterna, a qual o Filho do Homem vos dará”, e não desfaleças, porque o trabalho contínuo e nobre falará pelos teus pensamentos e palavras em atos que te seguirão até além das fronteiras da vida orgânica.

Joanna de Ângelis (Convites da vida)

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\alpha_e$	relação entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto
$\lambda_e$	comprimento de flambagem
$\lambda$	distância, comprimento ou vão
$\Delta$	infinitesimal
$\beta$	relação entre a rigidez do material e a rigidez total, ou entre espessura da madeira e o diâmetro do parafuso
$\sigma_b$	tensão na fase elástica da chapa
$\infty$	infinito
$\theta$	ângulo
$\phi$	ângulo obtido
$\delta$	deslizamento, deslocamento
$a$	distância, deslocamento máximo de flambagem
$A$	área
$\gamma$	ângulo de distorção, coeficiente de minoração
$A_p$	área bruta baseada no diâmetro nominal do parafuso
$b$	largura, distância
$c$	coeficiente de mola
$d$	diâmetro do parafuso
$dx$	comprimento infinitesimal

$\varepsilon$	deformação
$e$	distância do furo à extremidade da chapa, exponencial
$E$	módulo de elasticidade
$f_{cd}$	resistência de cálculo de embutimento
$F_p$	força cortante por parafuso
$f_u$	resistência à tração
$f_{yd}$	resistência de cálculo ao escoamento
$f_{yk}$	resistência característica de cálculo
$G$	módulo de deformação tangencial
$h$	altura
$H$	força horizontal
$I$	momento de inércia da seção transversal
$i$	raio de giração
$\lambda$	índice de esbeltez
$I_t$	momento de inércia à torção
$\bar{K}$	módulo de deslizamento específico
$K$	módulo de deslizamento da ligação ou rigidez da ligação
$K_{mod}$	coeficiente de ponderação
$L$	distância, comprimento
$m$	número de elementos
$M$	momento fletor
$M_R$	momento restaurador
$M_T$	momento tombador

n	número de parafusos, número de fileiras de parafusos, razão modular
N	força normal
P	carga, carga concentrada, carga de flambagem
$P_{cr}$	carga crítica de flambagem
q	carga uniformemente distribuída
$R_{dv}$	força resistente de cálculo ao esforço cortante para um parafuso
$R_{nv}$	resistência nominal ao cisalhamento por plano de corte
s	espaçamento, subscrito representa chapa de aço
S	momento estático
t	espessura
T	fluxo de cisalhamento
$\sigma$	tensão
$\tau$	tensão de cisalhamento
u	deslocamento horizontal
v	linha elástica, deslocamento vertical
V	força cortante
W	módulo de resistência
w	subscrito que representa peça de madeira
x	distância
y	deslocamento da barra, distância até o centro de gravidade
x,y,z	sistema de coordenadas

## RESUMO

Apresenta-se, neste trabalho, uma análise estrutural sobre o comportamento mecânico de vigas mistas, constituídas por duas partes, uma parte em madeira serrada e a outra em chapa dobrada de aço, formando uma seção duplo “C” solidarizada por parafusos. Essas vigas possuem elevada rigidez, resistência, leveza e facilidade de montagem, podendo, de um modo geral, serem aplicadas como elementos estruturais. Para se estudar, globalmente, o comportamento estrutural à flexão dessas vigas, partiu-se do pressuposto de se incluir o efeito do deslizamento relativo entre as peças e a influência do fluxo de cisalhamento na equação que rege o campo de deslocamentos da viga. Para se verificar, experimentalmente, os aspectos teóricos acima descritos foram realizados em vigas mistas ensaios de flexão e em corpos de provas ensaio de ligação mecânica. A partir da análise de resultados obtidos, pôde-se concluir que as vigas mistas apresentaram comportamento mecânico eficiente e que as ligações são de fundamental importância neste desempenho. Ao final deste trabalho, propõe-se uma aplicação estrutural, dessas vigas mistas, em uma construção associada ao meio rural.

## ABSTRACT

It is presented, in this work, a structural analysis on the mechanical behavior of composed beams, constituted by two parts, a part in sawn timber and another one in cold-formed steel plate, forming a section in double “C” connected for screws. These beams possess high stiffness, strength, slighthness and easiness of assembling, being able, in a general way, to be applied as structural elements of roofs, bridges, buildings, scaffoldings and reinforcements. To study, globally, the structural behavior of bending of these beams, it was considered the hypothesis of including the effect of the relative slipping between the parts and the influence of the flow of shear in the equation that conducts the field of displacements of the beam. In order to verify experimentally the theoretical aspects above described bending tests were performed in composed beams and push out tests in specimens. From the analysis of the obtained results, it could be concluded that the composed beams had presented efficient mechanical behavior and that the connectors are of fundamental importance in this performance. At the end of this work, a structural application of these composed beams is considered in a construction associated with the agricultural area.

# SUMÁRIO

1	Introdução .....	01
2	Aspectos gerais do comportamento estrutural das vigas mistas.....	14
2.1	Equação diferencial da linha elástica da viga mista com composição parcial.....	25
2.1.1	Flexão e fluxo de cisalhamento .....	25
2.1.2	Análise do cisalhamento em vigas mistas.....	35
2.2	Solução das equações diferenciais.....	41
2.3	Estudo da Carga crítica de viga-coluna.....	49
2.4	Tensão crítica de flambagem da viga-coluna.....	60
3	Dimensionamento das ligações .....	64
3.1	Considerações sobre as ligações.....	64
3.2	Considerações sobre a chapa metálica.....	74
4	Avaliação das soluções diferenciais.....	81
4.1	Características físicas e mecânicas dos materiais empregados na viga modelo .....	81
4.2	Interferência do módulo de deslizamento no comportamento estrutural das vigas mistas .....	89
4.3	Análise dos deslocamentos verticais .....	94
4.4	Análise do fluxo de cisalhamento .....	98
4.5	Análise da carga crítica da viga-coluna.....	101

4.6	Análise da tensão crítica em função do índice de esbeltez...	103
5	Estudo experimental .....	112
5.1	Descrição do ensaio para determinação do módulo de deslizamento.....	112
5.2	Descrição dos ensaios de flexão nas vigas mistas .....	118
5.3	Influência da variação da seção transversal na viga mista ..	144
6	Sobre a durabilidade das vigas mistas .....	162
7	Viabilidade econômica das vigas mistas .....	170
8	Conclusões.....	177
9	Referências bibliográficas.....	181
10	Bibliografia.....	189
11	Anexos.....	205

# 1 INTRODUÇÃO

Ao longo da história da Engenharia e atualmente, novas informações e novos conceitos sobre produtos para construções são mundialmente abordados e, nesse aspecto, o desenvolvimento e o aprimoramento de tecnologias que contemplem a harmonia entre a produção e a utilização de recursos naturais disponíveis são reivindicados pelos diversos setores da sociedade.

Nas edificações rurais ou urbanas, a problemática do desperdício passa por vários momentos que vão desde a mão de obra com pouca qualificação, até a pequena otimização dos projetos que considerem o aproveitamento e as características dos materiais.

Para minorar custos e industrializar a construção, muitos sistemas estruturais para habitação humana foram desenvolvidos ao longo do tempo. Segundo LASSANCE<sup>[30]</sup> (1982), o tema tem assumido muita importância, principalmente, econômica. Sua polarização para a discussão em termos da aplicação de cada sistema tem sido inevitável, uma vez que, cada sistema estrutural tem a finalidade de combater o desperdício, racionalizar e agilizar a produção, propiciando-se vantagens técnicas e econômicas, destacando-se sempre a qualidade, a produtividade e a competitividade.

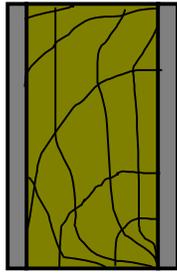
Neste contexto, podem ser citados como principais sistemas estruturais: pré-moldados, concreto protendido, estruturas metálicas, estruturas em madeiras e alvenaria estrutural.

Além desses sistemas tradicionais tiveram muito sucesso, soluções estruturais que integram diversos materiais em um único sistema obtendo um comportamento solidário nas edificações.

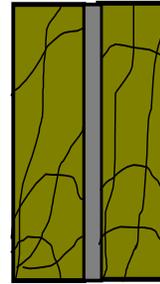
Nessa mesma direção, pesquisas sobre aplicações dos materiais alternativos estão sendo incentivadas pelo Departamento de Construções Rurais da Faculdade de Engenharia Agrícola (FEAGRI) na Unicamp. Por exemplo, segundo BERALDO<sup>[14]</sup> *et alli* (1998), os materiais compostos em madeira e cimento são formados por componentes de propriedades mecânicas, distintas entre si, e quando reunidos adquirem características mecânicas que nenhum de seus elementos as teria isoladamente. Uma outra pesquisa sobre a utilização de vigas de madeira com mesa de concreto está sendo desenvolvida por SORIANO<sup>[52]</sup> *et alli* (1998), da FEAGRI, que destaca as inúmeras vantagens dessas estruturas alternativas como resistência ao fogo, vibrações, isolamento acústico, menor peso próprio e custo global, além de propiciar uma solução arquitetônica diferenciada à estrutura.

O composto aço e madeira pode ser considerado uma alternativa estrutural bastante promissora, pois reúne resistência, leveza e versatilidade num único componente, apresentando possibilidades ilimitadas de aplicação nas edificações em forros, pisos estruturados, treliças, painéis estruturais, e principalmente, sua aplicação como elementos principais da estrutura portante.

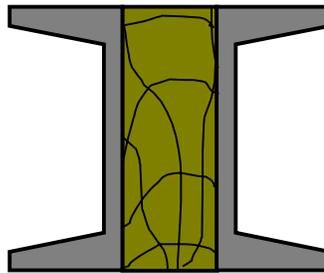
As vigas mistas, como são usualmente chamadas, são estruturas compostas que apresentam grande rigidez, além de possibilitar a reutilização e reciclagem dos materiais. As vantagens propiciadas pela associação dos materiais aço e madeira podem ser somadas à facilidade de transporte, de manuseio sem equipamentos para o içamento, rapidez de construção, etc. Na Fig. 01 são apresentadas algumas das possibilidades de composição de uma seção transversal em aço e madeira.



a) Duas chapas lado a lado e madeira na parte central



b) Duas peças de madeira lado a lado e aço na parte central



c) Dois perfis C lado a lado e uma peça de madeira na parte central

Figura 01 Arranjos de vigas mistas em aço e madeira

Fonte: Adaptado de PARKER<sup>[39]</sup> (1978) pag. 261

Segundo BATISTA<sup>[10]</sup> *et alli* (1998), as vigas em chapa de aço dobrada e madeira serrada são, também, muito utilizadas em cimbramentos. Elas apresentam baixo peso por metro linear, permitem que se fixe a fôrma na madeira, têm preço competitivo, além da praticidade na execução e na montagem dos arranjos estruturais inerentes às obras.

A seguir, na seqüência de figuras apresentam-se algumas aplicações das vigas mistas nas obras de maneira geral. Na Fig.02 há em um panorama de uma plataforma de trabalho suspensa por barras de ancoragem penduradas em vigas metálicas, que, por sua vez, sustentam vigas mistas principais e secundárias que receberão a fôrma onde serão concretados, o guarda corpo e o passeio do viaduto. Já na Fig. 03, verifica-se a aplicação



Figura 02 Plataforma de trabalho formada por vigas mistas



Figura 03 Vigas mistas servindo de apoio para fôrmas de lajes e vigas

de vigas mistas, atuando como estrutura principal e secundária, em assoalho de lajes e vigas.

As vigas mistas utilizadas nos escoramentos metálicos, segundo PFEIL<sup>[44]</sup> (1987), geralmente, são compostas por duas chapas metálicas dobradas enrijecidas nas bordas e uma peça de madeira serrada na parte central, interligadas por uma linha de parafusos como mostra a Fig.04.

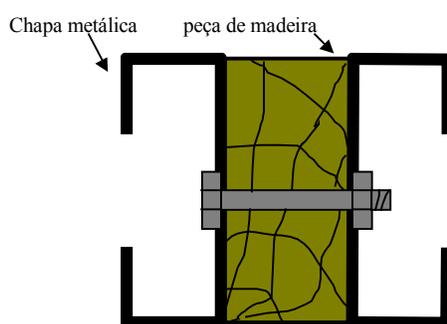


Figura 04 Seção transversal composta de duas chapas, tipo C, dispostas lado a lado e uma peça de madeira serrada na parte central, interligadas por parafusos.

Apesar das vigas mistas já apresentarem múltiplas aplicações na Construção Civil ainda não existem normas técnicas que determinem o dimensionamento e prevejam seu comportamento.

Este trabalho se insere nesse contexto. A sua primeira etapa é norteada pelo estudo teórico do comportamento global das vigas mistas segundo a interferência das ligações. Nesta análise, são propostas equações diferenciais admitindo tanto deslocamentos verticais das ligações por flexão quanto por cisalhamento. Além disso, são propostas e estudadas equações diferenciais considerando a viga mista trabalhando sob cargas axiais.

Através da solução das equações diferenciais são dimensionadas as ligações das vigas mistas conforme o fluxo de cisalhamento e analisadas as interferências dos deslocamentos das conexões no contexto global das vigas mistas.

Numa etapa posterior é apresentada a análise experimental, que num primeiro momento foi balizada pela análise de resultados de ensaios, buscando-se conhecer as propriedades de elasticidade, de resistência dos elementos participantes da viga e da rigidez da ligação através de experimentos em protótipos extraídos dos próprios modelos. Em seguida, as vigas foram redimensionadas e, novamente, ensaiadas alterando-se, também, a seção transversal destas.

Ressalta-se que esta pesquisa tem a finalidade de contribuir para a difusão e uso dos materiais alternativos nas construções em geral. As peças ensaiadas são as de uso corrente pelas empresas da área de cimbramentos.

Além disso, são apresentadas sugestões para que o dimensionamento dessas vigas possa ser otimizado nos aspectos de segurança, disposição dos elementos de ligação e, de modo geral, para o conhecimento e divulgação desse tipo de estrutura.

Por fim, apresentamos a seguir as principais aplicações práticas das vigas mistas em chapas de aço e madeira como uma opção bastante versátil e útil a ser usada na construção civil em geral e nas construções rurais, em particular.

Nessa direção, PEREIRA<sup>[40]</sup> (1987) mencionou que em construções rurais para fins de instalação para animais, de armazenamento e beneficiamento de produção agrícola, devem-se ter esquemas estruturais simples e de rápida execução. Nesse aspecto, a utilização de viga mista apresenta-se como uma alternativa eficaz, podendo, também, ser utilizadas a madeira de reflorestamento, contribuindo de forma positiva para a ecologia, além de promover o uso racional da madeira para fins estruturais sugerido por CALIL Jr *et alli*<sup>[15]</sup> (1998).

Assim, pequenos galpões para atividades rurais, geralmente, requerem a necessidade de tesouras em madeira. Por outro lado, a execução de uma treliça, por menor que seja o vão, requer uma mão-de-obra considerável.

Na construção civil, é possível encontrar, facilmente, peças de madeira contendo vãos comerciais de seis metros ou mais. Se essa estiver reforçada com chapas de aço formando uma viga mista, é possível aumentar sua rigidez em aproximadamente 4 vezes ou mais, e vencer o vão preterido, sem grandes dificuldades. Na Fig.05 pode-se observar, esquematicamente, essa situação, o que dispensaria, o uso de treliças ou peças de madeira com dimensões diferentes daquelas de bitolas comerciais.

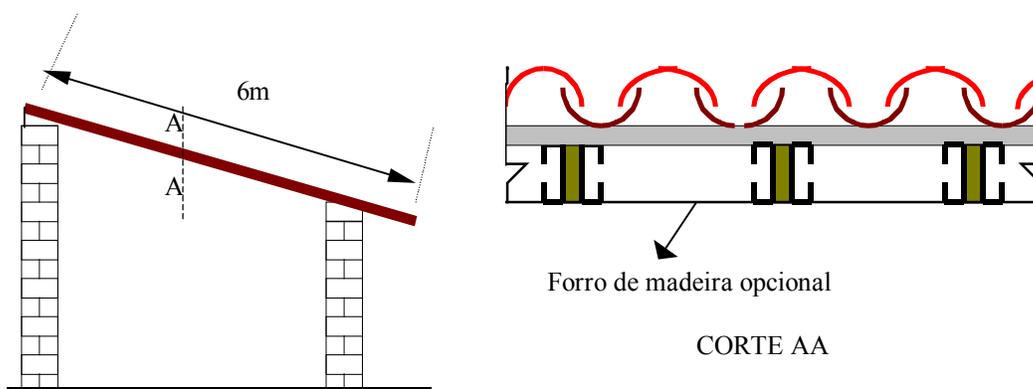


Figura 05 Aplicação da viga mista para vãos de até 6m.

Outra importante aplicação das vigas mistas pode estar no reforço de pilares em madeira com a finalidade de aumentar sua capacidade portante.

As vigas mistas podem ser aplicadas, por exemplo, onde pequenos riachos, precisam ser transpostos. Segundo CARNEIRO<sup>[17]</sup> (1981), as pequenas pontes, de vãos de até 400cm podem ser construídas com simples vigas de madeira, apoiadas apenas nas extremidades e espaçadas em no máximo, um metro e meio entre elas. Para vãos pouco maiores que 400cm é possível aumentar a rigidez das longarinas e, conseqüentemente seu

vão, através da utilização de chapas metálicas e uma peça de madeira formando-se uma viga mista. Uma aplicação genérica de vigas mistas em pontes pode ser vista na Fig. 06.

Com o tráfego de caminhões ou até carretas, pode ser necessário elevar a capacidade real de carga da ponte. Se forem acopladas chapas metálicas parafusadas nas longarinas formando uma viga mista, isso também se torna possível.

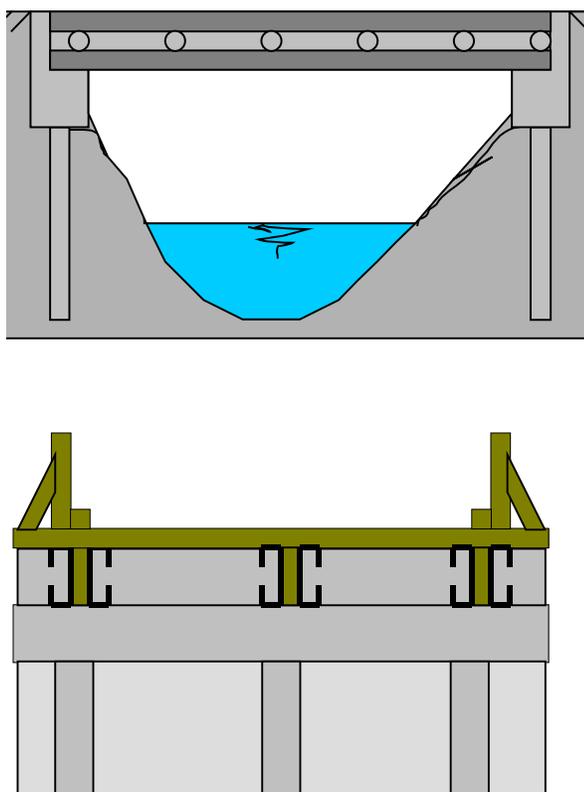


Figura 06 Vista longitudinal e transversal de uma ponte com longarinas elaboradas com vigas mistas parafusadas através de chapas metálicas e madeiras serradas na parte central.

Além disso, as vigas mistas podem trabalhar como barras em pórticos de galpões de armazenamento, confinamento de animais, etc. Um exemplo de possível aplicação das vigas mistas formando um pórtico pode ser vista na Fig. 07.

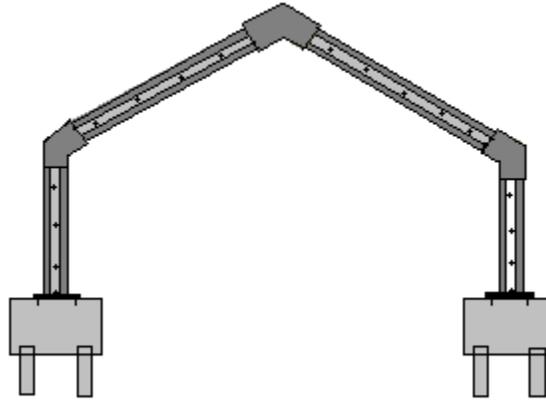


Figura 07 Pórtico com barras composta por vigas mistas unidas por chapas metálicas

Outras aplicações podem ser dirigidas às vigas mistas, como por exemplo em coberturas de habitações. Na Fig. 08 pode ser vista a foto de uma cobertura cujas dimensões eram de 520cm por 600cm. Nessa construção utilizou-se quatro vigas com onze centímetros de altura em seção mista, espaçadas a cada 180cm uma da outra no sentido do vão maior. Sobre estas, foram fixadas as telhas de fibrocimento com parafusos atarraxantes.

Observando-se a Fig.09, vê-se que a empresa utilizou as vigas mistas como longarinas e transversinas na cobertura de um galpão aberto, projetado para armazenamento e pintura de equipamentos para construção civil.

A Fig.10 apresenta uma passarela composta por estrutura metálica na zona urbana. No piso verifica-se a aplicação das vigas mistas em chapa dobrada e madeira serrada fixas na estrutura metálica e o assoalho em madeira pregado nessas vigas.

Além das aplicações aqui formuladas, podem ser apresentadas outras, porém o objeto principal desse estudo é demonstrar que existe viabilidade técnica para a utilização das vigas mistas em quaisquer situações que se fizerem necessárias.

Em muitos casos, a aplicação da viga mista pode se tornar bastante viável com a colocação lateral de chapas de aço, principalmente, como já foi discutido, ou seja, quando se necessita do aumento de rigidez para vencer vãos maiores ou quando se necessita de reforço nas peças de madeira.



Figura 08 Fotos de viga mista aplicada a uma cobertura



Figura 09 Vigas mistas principais e secundárias na cobertura de galpão

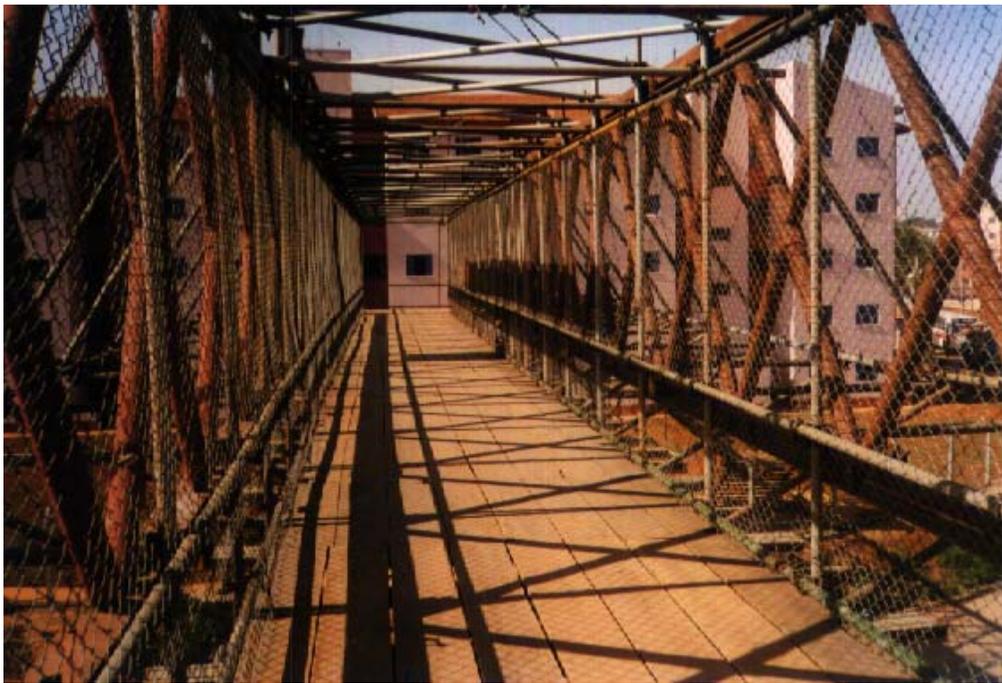
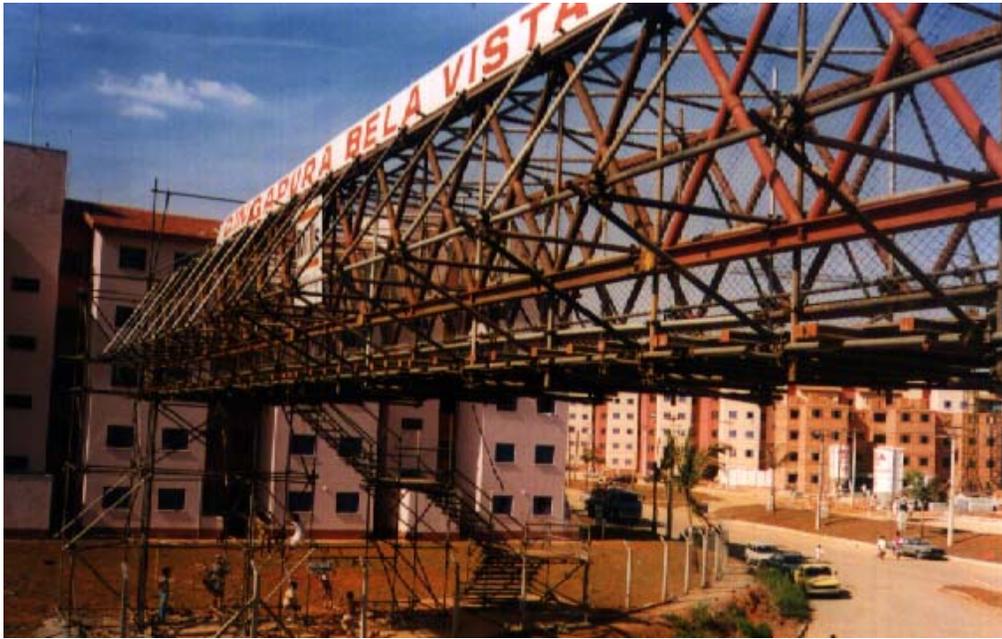


Figura 10 Viga mista no assoalho de uma passarela de estrutura metálica.

## **2 ASPECTOS GERAIS DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DAS VIGAS MISTAS**

Na construção civil, geralmente, são utilizados produtos originários de materiais não renováveis. À medida que a matéria prima que alimenta esse mercado já não é abundante ou, pelo menos, seu processo de obtenção apresenta cada vez mais dificuldades com custos crescentes, abre-se espaço para a busca de outras alternativas para solução desse problema.

A associação de materiais com a finalidade de gerar produtos para a construção civil deve ser motivo de discussão e constante interesse, principalmente, através de pesquisas que apontem opções para o melhor aproveitamento dos materiais para as edificações. O desafio de se conceber e viabilizar grandes construções se deu graças ao desenvolvimento de pesquisas voltadas ao aprimoramento estrutural dos materiais.

Um caso de grande sucesso é o das peças de seção transversal em concreto armado, em que dele é aproveitada sua propriedade para resistir às solicitações de compressão, enquanto que o aço é utilizado na parte tracionada.

A composição de seções transversais com materiais de comportamento mecânico diferente denomina-se seção mista. Numa seção mista procura-se ter uma utilização racional de cada material envolvido no conjunto, constituindo, assim, opções para as construções rurais ou urbanas.

Nesse sentido, propõe-se que as aplicações das vigas leves sejam também aproveitadas como estruturas definitivas e não somente como provisórias. Com a redução

do peso próprio de uma estrutura com vigas e pilares mais leves, também haverá a otimização estrutural das fundações e da estrutura global, tanto do ponto de vista dos custos quanto do melhor aproveitamento dos materiais. Pode-se, assim, criar uma alternativa viável para as construções.

Para o dimensionamento de uma viga mista, a literatura recomenda o método da homogeneização da seção transversal, também chamado de método da seção transformada. Em linhas gerais, esse método considera que a viga real seja transformada em uma viga de rigidez equivalente, podendo seu comportamento ser estudado através dela.

ROVERE<sup>[47]</sup> (1998) sugeriu duas formulações a serem consideradas para vigas de seção transformada. A primeira consiste em manter a largura da peça da seção original e modificar as propriedades mecânicas do material na seção homogeneizada, desprezando-se o efeito da força cortante nos deslocamentos. Na segunda formulação, modifica-se a largura na seção transformada e mantém-se as propriedades mecânicas do material. Essa formulação de caráter mais geral considera, nos deslocamentos, o efeito do esforço cortante, tornando-se simples a determinação das tensões de cisalhamento ao longo da altura da peça. Esse procedimento também é recomendado por BEER & JOHNSTON Jr<sup>[12]</sup> (1996) para o dimensionamento de peças compostas por materiais diferentes.

Por outro lado, através dessa formulação não é analisado o problema do deslizamento relativo entre as peças. Por exemplo, segundo SANTANA<sup>[50]</sup> (1997) se a ligação for muito flexível pode-se obter deslocamentos verticais maiores do que aqueles esperados.

Nas estruturas formadas por peças conjugadas por dois ou mais materiais mesmo que o parafuso seja rígido, não permitindo deformação na transferência dos esforços, isso não significa que a ligação seja rígida. Mesmo assim, haverá deslizamento entre as peças devido à deformação da madeira e/ou da chapa de aço decorrentes das tensões de

compressão geradas pelo contato do parafuso com os materiais ou mesmo por causa da folga entre o furo e a conexão.

De modo geral, as ligações entre elementos estruturais sempre implicaram em preocupações, e conseqüentemente, têm sido tema de muitas pesquisas em estruturas.

Nesse sentido, projetos que estejam envolvendo elementos trabalhando, solidariamente em qualquer tipo de estrutura, destacando-se aqueles que envolvam a associação de elementos relativamente pequenos (perfis, chapas, etc.), verifica-se, em geral, que apresentam elevada quantidade de pontos de conexão. Este item, torna-se assim bastante relevante do ponto de vista da segurança, além dos aspectos econômicos.

Por exemplo, na Fig.11 observa-se uma viga mista em processo de ruína. As conseqüências de um acidente ocasionado pela ruína das vigas principais do cimbramento metálico provocado por ineficiência nas ligações pode ser visto na Fig.12. BATISTA & MASCIA<sup>[09]</sup> (1997) alertam que muitos desses acidentes poderiam ser evitados se o dimensionamento das ligações fosse melhor estudado.

Segundo ALMEIDA<sup>[03]</sup> *et alli* (1995), geralmente as ligações apresentam comportamento físico inicial elástico bem definido e quase linear. Após a fase elástica, a união torna-se mais deformável, com considerável não-linearidade física e geométrica, comportamento este, típico dos materiais elasto-plásticos.

Para o caso de ligações parafusadas SÁLES<sup>[49]</sup> *et alli*, (1994) recomendaram dois tipos a considerar: tipo contato (“bearing-type”) ou atrito (“friction-type”). No primeiro caso, podem-se utilizar parafusos comuns ou de alta resistência, já eles são instalados sem aperto controlado (protensão). Quanto ao segundo tipo, apenas os parafusos de alta resistência devem ser utilizados, uma vez que a resistência ao deslizamento está

diretamente ligada à protensão aplicada aos parafusos. Entretanto, deve ser desprezado esse efeito no caso de vigas mistas<sup>1</sup>.



Figura 11 Foto das vigas mistas em início de colapso.

---

<sup>1</sup> No caso de vigas mistas o torque nos parafusos não deve ser considerado, pois as ligações devem trabalhar como pino. Seria difícil considerar o aperto, principalmente, devido à variação dimensional dos materiais aço e madeira que sob o efeito de umidade trabalham de forma diferente. Dessa forma, haveria a necessidade de um controle constante dos reapertos, diminuindo-se a confiabilidade da manutenção do atrito entre a madeira e as chapas de forma satisfatória.



Figura 12 Foto de acidente envolvendo vigas mistas.

NEWMARK<sup>[38]</sup> (1951) comentou que o deslizamento entre os elementos é função da rigidez da conexão e, portanto, depende do espaçamento e da rigidez individual dos conectores.

Nessa mesma direção, a NBR 7190<sup>[07]</sup>/1997 (item 8.3.1), que trata de projetos de estruturas em madeira, recomenda que as ligações com dois ou três pinos sejam consideradas deformáveis, permitindo-se o seu emprego exclusivamente em estruturas isostáticas. No entanto, no projeto são calculadas como rígidas. Por outro lado, as ligações com quatro ou mais parafusos são consideradas rígidas quando houver pré-furação em até o diâmetro do parafuso acrescido de 0,5mm, caso contrário, (folga>0,5mm) as ligações serão consideradas como deformáveis (item 8.3.2 da NBR7190<sup>[07]</sup>). Dessa forma, sendo a ligação flexível, devem ser computados os deslocamentos da ligação.

O catálogo de construções em madeira ENGINEERED WOOD SYSTEMS<sup>[56]</sup> (1996), mostra que dentre os vários tipos ligações, também, podem ser aplicadas chapas dentadas para a união entre peças de madeira. Na Fig. 13 pode ser vista uma dessas uniões. Porém, caso as chapas dentadas não sejam suficientemente rígidas para fazer corretamente a transmissão dos esforços entre os elementos, podem ocorrer acréscimos de deslocamentos não previstos no projeto.



Figura 13 União de peças de madeira através de chapa dentada  
Adaptado de ENGINEERED WOOD SYSTEMS<sup>[56]</sup> (1996).

Um outro tipo de ligação foi apresentado por HOYLE Jr<sup>[27]</sup> (1975), onde se estudou a interação entre fitas de aço dentadas e laminados de madeira conectadas

mecanicamente. Constatou-se que a parcela correspondente à fita tem grande significado, porém, os resultados sofrem significativas alterações que dependem do vão, das propriedades da madeira e do tipo de aço. Assim, a alteração nos deslocamentos apresenta uma parcela que depende da flexibilidade da ligação.

Para se quantificar a relação entre deslocamentos relativos entre as partes de uma estrutura composta utiliza-se um parâmetro “K” chamado módulo de deslizamento. Esse relaciona a carga de cisalhamento determinada indiretamente a partir da carga axial aplicada às peças da ligação e o respectivo deslizamento provocado. Admitindo-se um comportamento elástico-linear da ligação estabelece-se, assim, a seguinte relação:

$$\delta = \frac{P}{K} \dots\dots\dots(01)$$

Onde:

P = força de cisalhamento na ligação;

K = módulo de deslizamento da ligação;

$\delta$  = deslizamento provocado.

Desse modo, quanto mais flexível for a ligação, maior a interferência nos deslocamentos verticais e, por outro lado, quanto maior a rigidez da ligação mais os deslocamentos verticais tendem a ser aqueles da peça trabalhando monoliticamente.

Para se estudar o comportamento mecânico da viga de seção mista, um método analítico baseado nas equações de equilíbrio foi desenvolvido por GIRHAMMAR & GOPU<sup>[25]</sup> (1993) e HÁ<sup>[26]</sup> (1993), cujos autores se basearam em estudos elaborados por MÖHLER (1956) *apud* SANTANA<sup>[50]</sup> (1997), dentre outros pesquisadores, sendo que esses consideram pequenos deslocamentos da teoria de flexão.

Segundo SANTANA<sup>[50]</sup> (1997) algumas hipóteses básicas devem ser adotadas para a aplicação desse método analítico:

a) que a ligação seja deformável:

Presume-se que a ligação permita um deslocamento relativo longitudinal (deslizamento) entre seus elementos, quando essa é submetida a um cisalhamento longitudinal.

Nos modelos modernos, o conceito de ligação envolve não apenas os conectores, mas também o material no entorno dos mesmos. Assim, uma ligação na qual os conectores sejam praticamente rígidos pode, apesar disso, ser uma ligação deformável por causa da deformação do material do entorno do conector;

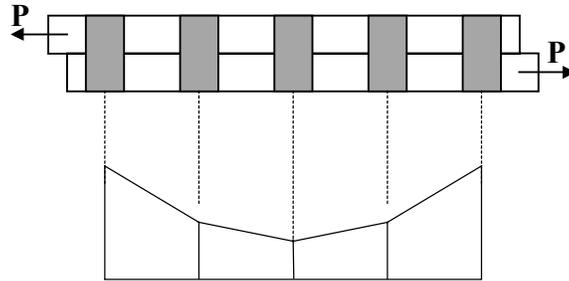
b) a ligação tenha comportamento elástico-linear:

Essa hipótese refere-se à relação entre a carga de cisalhamento e o deslocamento, sendo o parâmetro de rigidez denominado módulo de deslizamento.

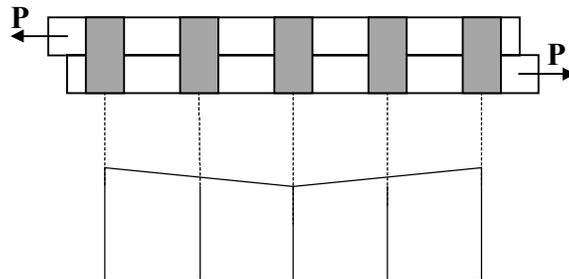
Um outro fator importante no estudo de estruturas mistas é apresentado por SÁLES<sup>[49]</sup> *et alli* (1994), onde se considera que a distribuição da força externa entre diversos parafusos de uma estrutura seja igual entre eles. Essa distribuição é, todavia, estatisticamente indeterminada, pois isso depende da folga existente entre o parafuso e o furo.

Se os parafusos estiverem perfeitamente ajustados nos furos, em comportamento elástico, os primeiros parafusos “em carga”, ou seja, os da extremidade, são carregados primeiramente (Fig. 14a). Aumentando-se a força externa, os parafusos mais solicitados sofrem deformações plásticas, redistribuindo os esforços para os intermediários, menos solicitados. Nisso resulta uma distribuição aproximadamente uniforme (Fig. 14b).

Por hipótese, supõe-se que a carga seja distribuída igualmente entre todos os parafusos do conjunto. Isso é razoável, tendo-se em vista que na análise no estado limite último, ou seja, nas proximidades da ruptura se tenha:



a) Distribuição dos esforços na fase elástica



b) Redistribuição dos esforços na fase plástica

Figura 14 Distribuição de esforços entre parafusos na fase elástica e plástica

Fonte: Adaptado de SÁLES<sup>[49]</sup> *et alli* (1994), p.36

$$F_p = \frac{P}{n} \dots\dots\dots(02)$$

Sendo:

$F_p$  = força cortante por parafuso;

$P$  = força aplicada na chapa;

$n$  = número de parafusos;

c) a carga é aplicada uniformemente na largura da seção:

Essa hipótese garante que o carregamento seja fisicamente aplicado sobre cada um dos elementos de modo uniforme, não havendo em nenhuma parte da seção descontinuidade em relação às tensões em cada material;

d) a curvatura devida à flexão é a mesma para os elementos:

Essa hipótese garante que o momento fletor externo seja distribuído a cada elemento participante da viga mista proporcionalmente à sua rigidez à flexão. Por outro lado, assegura-se que a linha elástica será a mesma para os elementos da viga composta.

Admitindo-se que a viga mista trabalhe de forma monolítica e que seções planas permaneçam planas, as deformações podem variar linearmente com a altura da seção transversal. Assim sendo, as tensões normais advindas da flexão são determinadas em função da rigidez do material. Logo, se as chapas de aço tiverem rigidez maior do que a da madeira, as tensões normais podem ser distribuídas como segue:

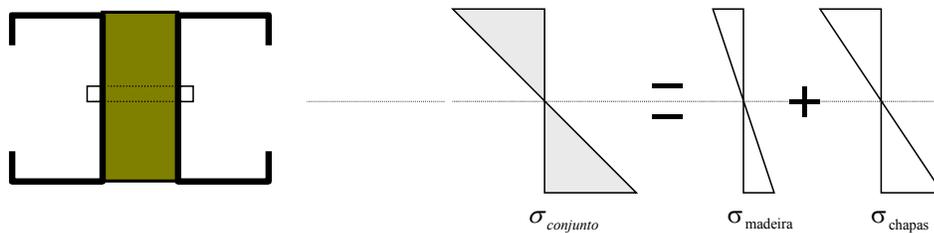


Figura 15 Tensões normais na seção mista em chapas de aço e madeira serrada

De maneira geral, se as ligações forem rígidas (Fig.15) os deslocamentos não sofrem interferência das ligações, já que essas transmitem integralmente as forças de cisalhamento de uma peça para outra.

Caso a ligação seja flexível, ou melhor, havendo um deslizamento na interface da conexão, ocorrerão deslocamentos na viga mista que serão maiores do que aqueles com ligação rígida;

e) os deslocamentos são pequenos:

Como os deslocamentos da viga são muito menores que suas dimensões, então pode-se admitir que num pequeno deslocamento angular  $\theta$  tem-se:  $\text{tg}\theta \cong \theta$ .

A partir das hipóteses simplificadoras é possível determinar modelos matemáticos que representem o comportamento mecânico das vigas mistas em chapa dobrada e madeira serrada, objeto principal desse estudo.

## 2.1 EQUAÇÃO DIFERENCIAL DA LINHA ELÁSTICA DA VIGA MISTA COM COMPOSIÇÃO PARCIAL

Na equação diferencial da linha elástica da viga mista pode-se levar em conta o efeito isolado do momento ou do cisalhamento. Será tratado, em primeiro lugar, o efeito do momento fletor nos deslocamentos da viga mista, e posteriormente, o efeito do cisalhamento.

### 2.1.1 FLEXÃO E FLUXO DE CISALHAMENTO

Seja a seção transversal da viga mista em chapa dobrada e madeira serrada com o seguinte sistema de coordenadas:

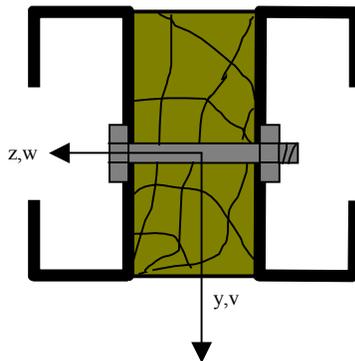


Figura 16 Sistema de coordenadas

Admitindo-se a curvatura igual para todos os elementos, permite-se então, escrever a seguinte equação diferencial da linha elástica:

$$\frac{d^2 v_{(x)}}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \dots\dots\dots(03)$$

Com relação ao momento atuante nas chapas e na madeira é possível afirmar que são proporcionais à rigidez, ou:

$$M_s = \frac{E_s I_s}{EI} M \dots\dots\dots(04)$$

$$M_w = \frac{E_w I_w}{EI} M \dots\dots\dots(05)$$

Considere agora que a viga mista esteja sob a ação de carregamentos externos através de uma carga uniformemente distribuída “q” ao longo do seu comprimento, como mostra a Fig. 17.

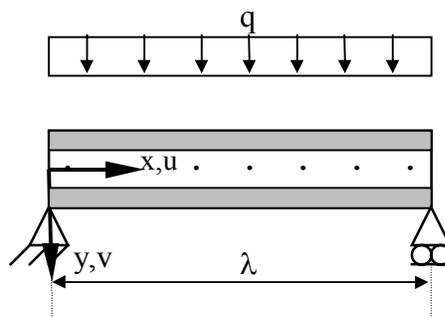


Figura 17 Carregamento sobre viga mista

Sendo assim, o elemento diferencial de corpo livre da viga mista pode ser visto na Fig. 18.

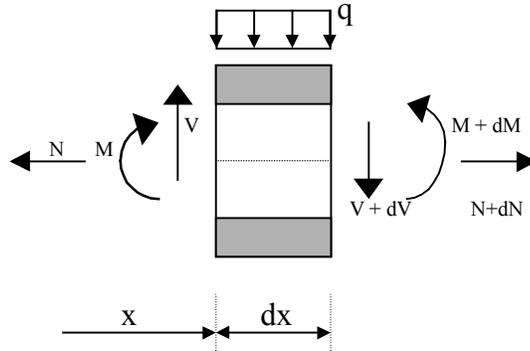


Figura 18 Elemento de corpo livre da viga mista

No equilíbrio estático do elemento diferencial da viga de seção composta sujeito a carregamento transversal, permitem-se escrever as seguintes relações já conhecidas através da Resistência dos Materiais:

$$\frac{dV}{dx} = -q \dots\dots\dots(06)$$

$$\frac{dM}{dx} = V \dots\dots\dots(07)$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -q \dots\dots\dots(08)$$

Admitindo-se que a ligação entre os elementos da viga composta por chapas metálicas e a madeira serrada (Fig.16) seja flexível, haverá um escorregamento relativo entre os elementos provocado pelo fluxo de cisalhamento entre as peças.

A partir da Fig.19 podem ser obtidas as forças normais resultantes das tensões normais na zona comprimida das chapas nas seções transversais “A” e “B que podem ser calculadas pelas condições de equilíbrio estático. Como as forças normais resultantes nas duas seções transversais não são iguais, resulta que a diferença entre elas corresponda a uma força infinitesimal “dN<sub>s</sub>“, que, quando dividida pelo segmento “dx” é denominada de fluxo de cisalhamento.

Por outro lado, da Fig.19, verifica-se que o fluxo de cisalhamento é dividido em duas chapas metálicas.

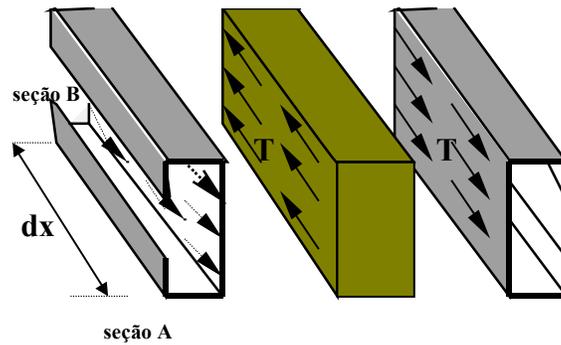


Figura 19 Fluxo de cisalhamento horizontal entre as peças.

Dessa forma, estabelece-se a seguinte relação:

$$T_{(x)} = \frac{1}{2} \frac{dN_s}{dx} \dots\dots\dots(09)$$

Por outro lado, analisando-se a Fig.19 e a expressão (01), o fluxo de cisalhamento na direção horizontal é escrito através da seguinte expressão:

$$T_{(x)} = K \cdot \delta_{(x)} \dots\dots\dots(10)$$

Entretanto, as forças horizontais na direção da chapa e da madeira estão em equilíbrio. Portanto, as equações (09) e (10) são iguais. Logo, conclui-se que:

$$\delta_{(x)} = \frac{1}{2K} \frac{dN_s}{dx} \dots\dots\dots(11)$$

Observando-se o desenho mostrado na Fig.20, é possível afirmar que se não existisse escorregamento relativo entre as peças, ou seja, se estas estivessem ligadas rigidamente, o deslocamento horizontal correspondente seria somente a  $\frac{h}{2} \frac{dv}{dx}$ .

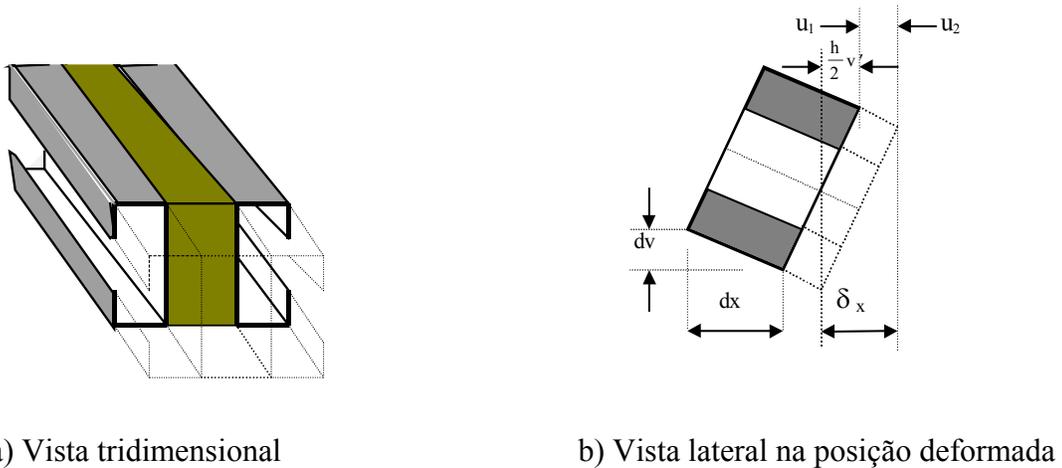


Figura 20 Configuração deformada

A partir da Fig.20 uma equação de compatibilidade de deslocamentos<sup>2</sup> pode ser escrita como sendo:

$$\delta_{(x)} = u_{2(x)} - u_{1(x)} + \frac{h}{2} \frac{dv}{dx} \dots\dots\dots(12)$$

<sup>2</sup> Neste texto os deslocamentos são admitidos como pequenos, conforme item 2

Derivando-se em relação a “x” (expressão 12), chega-se a:

$$\frac{d\delta_{(x)}}{dx} = \varepsilon_{2(x)} - \varepsilon_{1(x)} + \frac{h}{2} \frac{d^2v}{dx^2} \dots\dots\dots(13)$$

Da Fig.20b) constata-se que o incremento de deformação é denotado pela diferença entre as posições 1 e 2. Dessa forma, permitem-se escrever as seguintes expressões:

$$\varepsilon_{s(x)} = \frac{N_s}{E_s A_s} \dots\dots\dots(14)$$

$$\varepsilon_{w(x)} = \frac{N_w}{E_w A_w} \dots\dots\dots(15)$$

$$\varepsilon_{w(x)} = \varepsilon_{s(x)} \dots\dots\dots(16)$$

Considerando-se as expressões (14), (15) e (16), a diferença de deformação entre as posições 1 e 2 pode ser escrita a partir da relação entre a força normal “N” que age na seção transversal e a rigidez axial através de:

$$\varepsilon_{2(x)} - \varepsilon_{1(x)} = \frac{N}{EA} \dots\dots\dots(17)$$

Sendo que:

$$\frac{1}{EA} = \frac{1}{E_w A_w} + \frac{1}{E_s A_s} \dots\dots\dots(18)$$

Ou ainda:

$$EA = \frac{E_s A_s E_w A_w}{E_s A_s + E_w A_w} \dots\dots\dots(19)$$

Onde :

- E = módulo de elasticidade;
- s = subscrito que indica chapa de aço;
- w = subscrito que significa se tratar da madeira;
- A = área da seção transversal.

Substituindo-se a eq. (17) em (13), obtém-se:

$$\frac{d\delta_{(x)}}{dx} = \frac{N}{EA} + \frac{h}{2} \frac{d^2 v_{(x)}}{dx^2} \dots\dots\dots(20)$$

Introduzindo-se a eq. (03) em (20), pode-se escrever que:

$$\frac{d\delta_{(x)}}{dx} = \frac{N}{EA} - \frac{h M}{2 EI} \dots\dots\dots(21)$$

Derivando-se a expressão (11), tem-se:

$$\frac{d\delta_{(x)}}{dx} = \frac{1}{2K} \frac{d^2 N_s}{dx^2} \dots\dots\dots(22)$$

Igualando-se as expressões (21) e (22) é obtido a seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^2 N_s}{dx^2} - 2K \left( \frac{1}{EA} \right) N = - \frac{Kh}{EI} M \dots\dots\dots(23)$$

A partir das eqs. (09) e (23), a equação diferencial do fluxo de cisalhamento na viga mista vale:

$$\frac{d^2 T_{(x)}}{dx^2} - 2K \left( \frac{1}{EA} \right) T_{(x)} = - \frac{Kh}{EI} \left( \frac{V}{2} \right) \dots\dots\dots(24)$$

Observando-se a expressão anterior, nota-se que caso a rigidez (K) da ligação tenda a zero, ou seja, não existindo nenhuma ligação, o fluxo de cisalhamento entre as peças será zero. Por outro lado, se a expressão (24) for dividida por “K” e esse tender a infinito (K = ∞), o fluxo de cisalhamento tende a ser o valor máximo a ser contabilizado entre as peças  $\left( T_{\max} = \frac{EAhV}{4EI} \right)$ . Todavia, se a rigidez (K) da ligação estiver numa fase intermediária (0 < K < ∞), haverá portanto, um fluxo de cisalhamento na interface entre a chapa metálica e a madeira que poderá ser determinado através da equação (24).

Rearranjando-se a expressão (24), permite-se escrever a seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^2 T_{(x)}}{dx^2} - \alpha^2 T_{(x)} = -\alpha^2 \frac{EAh}{2EI} \left( \frac{V}{2} \right) \dots\dots\dots(25)$$

O coeficiente “α” será definido logo a seguir. Utilizando-se novamente a eq.(23), quando comparada com a eq.(03) pode-se escrever uma nova equação diferencial para deslocamentos da viga mista como sendo:

$$\frac{d^4 v_{(x)}}{dx^4} - \alpha^2 \frac{d^2 v_{(x)}}{dx^2} = \alpha^2 \frac{M}{EI} - \frac{1}{E_s I_s} \frac{d^2 M}{dx^2} \dots\dots\dots(26)$$

Lembrando-se que “EI” é a soma das rigidezes das chapas e da madeira, ou seja:

$$EI = E_w I_w + E_s I_s \dots\dots\dots(27)$$

O coeficiente  $\alpha$  equivale a:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2K}{EA}} \dots\dots\dots(28)$$

Introduzindo-se a expressão (19) em (28), o coeficiente  $\alpha$  corresponde a:

$$\alpha^2 = 2K \left( \frac{E_s A_s + E_w A_w}{E_s A_s E_w A_w} \right) \dots\dots\dots(29)$$

Dividindo-se a equação (26) por  $\alpha^2$ , e fazendo a rigidez da ligação “K” tender a infinito a equação torna-se:

$$\frac{d^2 v_{(x)}}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \dots\dots\dots(30)$$

A expressão (30) é a mesma, considerando-se a composição total segundo à teoria de flexão. Nesse caso, não é admitido, portanto, nenhum escorregamento relativo entre as peças que provoque acréscimos de deslocamentos. Por outro lado, se na equação (26) a rigidez da ligação tender a zero, obtém-se somente os deslocamentos das chapas, ou seja:

$$\frac{d^4 v_{(x)}}{dx^4} = -\frac{d^2 M}{E_s I_s dx^2} \dots\dots\dots(31)$$

Através da resolução analítica da equação diferencial proposta em (26) é obtida a solução para a linha elástica da viga mista. Este resultado pode ser obtido manualmente ou através de um programa computacional para resolver equações diferenciais. Basta se estabelecer as condições de contorno a que está sujeita a viga mista.

Normalmente, os deslocamentos mais importantes são provocados pelo momento fletor. Todavia, deslocamentos provocados pela cortante, às vezes, são significativos. Segundo LAHR<sup>[28]</sup> (1983), para materiais cujo valor de módulo de elasticidade transversal “G” tenha valor até  $\frac{E}{5}$ , sendo “E” o módulo de elasticidade longitudinal, os deslocamentos por cortante podem ser desprezados. De outro modo, deve ser analisado a interferência nos deslocamentos verticais por cortante da estrutura em questão.

As estruturas de aço segundo a NBR 8800<sup>[08]</sup>/1986 têm um módulo de elasticidade transversal igual a  $\frac{E}{2,60}$ , ou seja, 0,385E. Já no caso da madeira, o módulo de elasticidade transversal varia muito de espécie para espécie. MASCIA<sup>[34]</sup> (1991), mencionou que este gira em torno de  $\frac{E}{10}$ . A madeira é, portanto, mais sensível a deslocamentos por força cortante do que o aço.

Nesse aspecto, cabe uma análise de deslocamentos por cortante para as vigas mistas, visto que, nesse tipo de estrutura, às vezes, a madeira pode ser o material de maior rigidez na composição e os deslocamentos por cisalhamento podem ter significativa incidência. Esse assunto será tratado a seguir.

## 2.1.2 ANÁLISE DO CISALHAMENTO EM VIGAS MISTAS

De acordo com LAHR<sup>[28]</sup> (1983), na análise de estruturas em madeira é importante ressaltar que a força cortante pode determinar deslocamentos verticais significativos quando a relação entre o vão e sua altura for bem menor que 21 vezes. Já no caso da chapa de aço, a interferência do cisalhamento no deslocamento vertical é bem menor.

Neste aspecto, ao se considerar no comportamento da viga mista os deslocamentos verticais provocados por cortante pode, às vezes, ser importante dependendo do vão, mesmo que essa incidência seja em maior escala em um material que noutro.

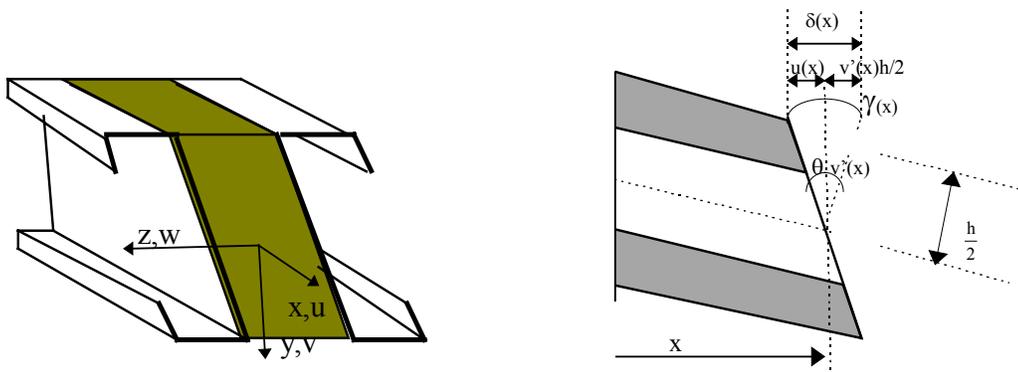


Figura 21 Deslocamentos angulares na situação deformada

Segundo estudos elaborados pelos pesquisadores Há<sup>[26]</sup> (1993) e SANTANA<sup>[50]</sup> (1997), para melhor entender o trabalho da força cortante em vigas compostas, deve-se analisar o ângulo de distorção devido ao carregamento da viga acrescido do incremento angular “ $\theta$ ” advindo da deslocabilidade da ligação.

Observando, portanto, a Fig.21 é possível obter a seguinte equação de compatibilidade para deslocamentos angulares:

$$\gamma_{(x)} = \frac{dv_{(x)}}{dx} + \theta_{(x)} \dots\dots\dots(32)$$

Sendo que :

$$\theta_{(x)} = \frac{u_{(x)}}{\frac{h}{2}} \dots\dots\dots(33)$$

$$\gamma_{(x)} = \frac{\delta_{(x)}}{\frac{h}{2}} \dots\dots\dots(34)$$

$$\delta_{(x)} = u_{(x)} + \frac{dv_{(x)}}{dx} \frac{h}{2} \dots\dots\dots(35)$$

Derivando-se a equação (35) e inserindo-se a eq.(03), obtém-se:

$$\frac{d\delta_{(x)}}{dx} = \frac{N}{EA} - \frac{h}{2} \frac{M}{EI} \dots\dots\dots(36)$$

Por outro lado, a tensão de cisalhamento total na seção transversal pode ser escrita em função da tensões existentes em cada elemento, ou seja:

$$\tau_{(x)} = \tau_{w(x)} + \tau_{s(x)} \dots\dots\dots(37)$$

Sendo que:

- w = subscrito que representa madeira;
- s = subscrito que representa chapa de aço;
- $\tau$  = tensão de cisalhamento.

A expressão (37) pode ser denotada a partir da força cortante, ou:

$$\tau_{(x)} = \frac{V_w}{A_w} + \frac{V_s}{A_s} \dots\dots\dots(38)$$

Onde:

- V = força cortante;
- A = área da seção transversal;

As expressões (04) e (05) com (07) denotam que a força cortante também pode ser escrita proporcionalmente à rigidez total. Da mesma forma, a expressão (38) pode ser reescrita como:

$$\tau_{(x)} = \frac{E_w I_w}{E I A_w} V + \frac{E_s I_s}{E I A_s} V \dots\dots\dots(39)$$

Considerando que:

$$\beta = \frac{E_s I_s}{E I} \dots\dots\dots(40)$$

Reescrevendo-se a expressão (39) em função de (40), tem-se:

$$\tau_{(x)} = \left( \frac{(1-\beta)}{A_w} + \frac{\beta}{A_s} \right) V \dots\dots\dots(41)$$

A equação diferencial da força cortante pode ser escrita por:

$$V = -EI \frac{d^3 v(x)}{dx^3} \dots\dots\dots(42)$$

Todavia, neste trabalho, a distribuição de tensões de cisalhamento nas chapas metálicas, quanto na peça de madeira, por simplificação, será considerada uniformemente distribuída. Assim, a relação entre o módulo de elasticidade transversal “G” e o ângulo de distorção “γ” pode ser escrito por:

$$\tau_{(x)} = G\gamma \dots\dots\dots(43)$$

Juntando-se as expressões (41) e (43), chega-se ao ângulo de distorção da seção transversal conjugada como:

$$\gamma_{(x)} = \left( \frac{(1-\beta)}{G_w A_w} + \frac{\beta}{G_s A_s} \right) V \dots\dots\dots(44)$$

Através das expressões (40), (42) e (44) permite-se escrever que:

$$\gamma_{(x)} = \left( \frac{E_w I_w}{G_w A_w} + \frac{E_s I_s}{G_s A_s} \right) \frac{d^3 v(x)}{dx^3} \dots\dots\dots(45)$$

Igualando-se as expressões (34) e (45), derivando-se uma vez, vem que:

$$\frac{\delta_{(x)}}{dx} = \frac{h}{2} \left( \frac{E_w I_w}{G_w A_w} + \frac{E_s I_s}{G_s A_s} \right) \frac{d^4 v(x)}{dx^4} \dots\dots\dots(46)$$

Comparando-se a equação (46) com (22) verifica-se que é possível reescrevê-la em função da força normal, ou seja:

$$\frac{\delta_{(x)}}{dx} = \eta \frac{d^2 N_{(x)}}{dx^2} \dots\dots\dots(47)$$

Igualando-se as equações (47) e (36), uma nova expressão pode ser escrita:

$$\eta \frac{d^2 N_{(x)}}{dx^2} - \frac{N_{(x)}}{EA} = -\frac{h M}{2 EI} \dots\dots\dots(48)$$

Ou ainda :

$$\frac{d^2 N_{s(x)}}{dx^2} - \frac{1}{\eta} \frac{N_{(x)}}{EA} = -\frac{1}{\eta} \frac{h M}{2 EI} \dots\dots\dots(49)$$

Onde:

$$\frac{1}{\eta} = \left[ \frac{h}{2} \left( \frac{E_w I_w}{G_w A_w} + \frac{E_s I_s}{G_s A_s} \right) \right]^{-1} \dots\dots\dots(50)$$

A eq. (49) é semelhante à eq. (23). Sendo assim, a solução em termos de deslocamentos verticais, também é semelhante à equação (26), ou seja:

$$\frac{d^4 v_{(x)}}{dx^4} - \alpha^2 \frac{d^2 v_{(x)}}{dx^2} = \alpha^2 \frac{M}{EI} - \frac{d^2 M}{E_s I_s dx^2} \dots\dots\dots(51)$$

Onde:

$$\alpha^2 = \left( \frac{E_s A_s + E_w A_w}{E_s A_s E_w A_w} \right) \left[ \frac{h}{2} \left( \frac{E_w I_w}{G_w A_w} + \frac{E_s I_s}{G_s A_s} \right) \right]^{-1} \dots\dots\dots(52)$$

A equação (51) difere da equação (26) apenas no valor do parâmetro  $\alpha^2$ , pois, na segunda, o referido parâmetro “ $\alpha$ ” considera o efeito da flexão somado ao deslocamento provocado pela ligação, enquanto que, na primeira, considera o deslocamento provocado pelo cisalhamento. Todavia, a solução geral para as eqs. (26) e (51) são idênticas.

Para considerar o efeito do cisalhamento e da flexão na deslocabilidade da ligação o referido parâmetro  $\alpha^2$  pode ser escrito como:

$$\alpha^2 = \left( \frac{E_s A_s + E_w A_w}{E_s A_s E_w A_w} \right) \left[ \frac{1}{2K} + \frac{h}{2} \left( \frac{E_w I_w}{G_w A_w} + \frac{E_s I_s}{G_s A_s} \right) \right]^{-1} \dots\dots\dots(53)$$

## 2.2 SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

A solução de equações diferenciais para viga mista em chapa dobrada e madeira serrada, tanto para cálculo de deslocamentos verticais quanto para o fluxo de cisalhamento entre as peças é apresentada neste capítulo. Foi utilizado o programa “SCIENTIFIC WORK PLACE”<sup>[57]</sup> versão 3.0 (1998), para resolução das equações diferenciais.

A linha elástica, proposta nas equações diferenciais (26) e (51), foi resolvida para os seguintes casos selecionados:

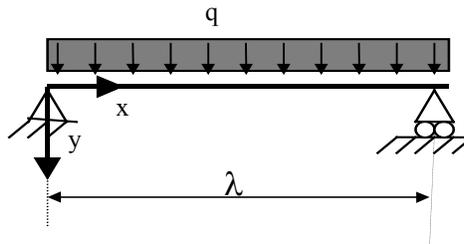


Figura 22 Viga bi-apoiada com carregamento uniformemente distribuído.

Considerando-se a Fig.22 como uma viga bi-apoiada com carga uniformemente distribuída, obtém-se a seguinte solução para a elástica da viga mista:

$$v_{(x)} = \frac{q}{24EI} (x^4 - 2x^3\lambda + x\lambda^3) + \frac{q(E_w I_w)}{2\alpha^4 (EI)(E_s I_s)} \left[ -\alpha^2 x^2 - 2 + \lambda x \alpha^2 + 2 \frac{(e^{\alpha(\lambda-x)} + e^{\alpha x})}{e^{\alpha\lambda} + 1} \right] \dots (54)$$

Para  $x = \frac{\lambda}{2}$ , tem-se o deslocamento máximo igual a:

$$v_{\max} = \frac{5q\lambda^4}{384EI} + \frac{q(E_w I_w)}{8\alpha^4(EI)(E_s I_s)} \left[ \alpha^2 \lambda^2 - 8 + 16 \frac{e^{\frac{\alpha\lambda}{2}}}{e^{\alpha\lambda} + 1} \right] \dots\dots\dots(55)$$

Tendo em vista o fluxo de cisalhamento para carregamento uniformemente distribuído (eq.24) e a Fig.22, tem-se que:

Para  $0 \leq x \leq \lambda$ ,

$$T_{(x)} = \frac{EAhq}{8EI} \left[ \lambda - 2x + 2 \frac{e^{-\alpha(\lambda-x)} - e^{-\alpha x}}{\alpha(1 + e^{-\lambda\alpha})} \right] \dots\dots\dots(56)$$

O fluxo de cisalhamento máximo entre a chapa metálica e a peça de madeira para o carregamento uniformemente distribuído, vale:

$$T_{\max} = \frac{EAhq}{8EI} \left[ \lambda + 2 \frac{e^{-\alpha\lambda} - 1}{\alpha(1 + e^{-\lambda\alpha})} \right] \dots\dots\dots(57)$$

Considerando-se agora uma carga concentrada e viga bi-apoiada, mostrada na Fig.23, a solução entre  $0 \leq x \leq a$ , admitindo-se  $a \geq b$  tem a seguinte solução:

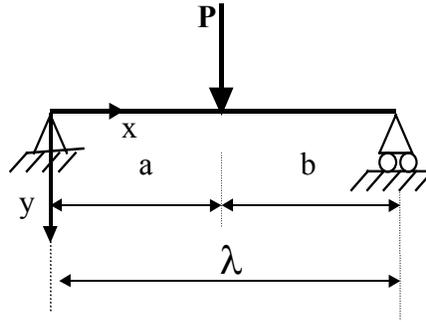


Figura 23 Viga simplesmente apoiada sob carregamento concentrado.

$$v_{(x)} = \frac{Pb}{6EI\lambda} [(\lambda^2 - b^2)x - x^3] + \frac{Pb(E_w I_w)}{(EI)(E_s I_s)\lambda\alpha^3} \left[ \alpha x + \alpha x e^{-\frac{2\alpha}{3}\sqrt{3(\lambda^2 - b^2)}} - e^{\left(-\frac{\alpha}{3}\sqrt{3(\lambda^2 - b^2)} + 3x\right)} + e^{-\frac{\alpha}{3}\sqrt{3(\lambda^2 - b^2)} - 3x} \right] \frac{1}{\left(1 + e^{-\frac{2\alpha}{3}\sqrt{3(\lambda^2 - b^2)}}\right)} \dots (58)$$

O deslocamento para uma carga concentrada no meio do vão, ou seja, quando “b” igual a  $\frac{\lambda}{2}$  tem-se:

$$v_{(x)} = \frac{P}{48EI} x(3\lambda^2 - 4x^2) + \frac{P(E_w I_w)}{2\alpha^3(EI)(E_s I_s)} \left[ \frac{(1 + e^{-\alpha\lambda})\alpha x - e^{\frac{\alpha}{2}(2x-\lambda)} + e^{-\frac{\alpha}{2}(2x+\lambda)}}{(1 + e^{-\alpha\lambda})} \right] \dots (59)$$

De outro modo, se na expressão (59) a distância sendo a distância “x” também igual a  $\frac{\lambda}{2}$ , tem-se a flecha máxima no meio do vão como sendo:

$$v_{\max} = \frac{P\lambda^3}{48EI} + \frac{P(E_w I_w)}{4(EI)(E_s I_s)\alpha^3} \left[ \frac{(\alpha\lambda + 2)e^{-\lambda\alpha} + \alpha\lambda - 2}{1 + e^{-\lambda\alpha}} \right] \dots\dots\dots(60)$$

Com relação ao fluxo de cisalhamento (eq.24) entre a chapa de aço e a madeira considerando carregamento concentrado, chega-se a:

sendo  $0 \leq x \leq a$ :

$$T_{(x)} = \frac{P(EA)h}{8(EI)} \frac{b}{\lambda} \left[ \frac{\left( e^{-\alpha x} + e^{-\alpha(\lambda+x)} - e^{-\frac{\alpha\lambda}{2}} - e^{-\frac{\alpha}{2}(\lambda+4x)} \right) e^{\alpha x}}{(1 + e^{-\lambda\alpha})} \right] \dots\dots\dots(61)$$

Considerando-se a carga concentrada no meio do vão, ou seja  $b = \frac{\lambda}{2}$ , a equação torna-se:

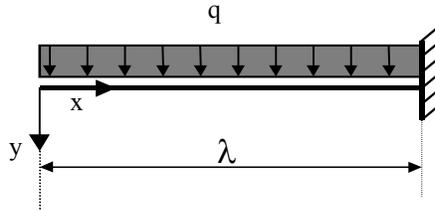
Para  $0 \leq x \leq a$  ;

$$T_{(x)} = \frac{P(EA)h}{8(EI)} \left[ \frac{\left( e^{-\alpha x} + e^{-\alpha(\lambda+x)} - e^{-\frac{\alpha\lambda}{2}} - e^{-\frac{\alpha}{2}(\lambda+4x)} \right) e^{\alpha x}}{(1 + e^{-\lambda\alpha})} \right] \dots\dots\dots(62)$$

O fluxo de cisalhamento máximo para a carga concentrada (eq.62) ocorre quando a distância “x” for igual a zero, ou:

$$T_{\max} = \frac{P(EA)h}{8(EI)} \left( 1 - 2 \frac{e^{-\frac{\alpha\lambda}{2}}}{(1 + e^{-\lambda\alpha})} \right) \dots\dots\dots(63)$$

Caso seja uma viga em balanço com carregamento uniformemente distribuído como mostra a Fig.24, a solução da equação diferencial para o intervalo  $0 \leq x \leq \lambda$  ; os deslocamentos podem ser escritos como sendo:



24 Viga em balanço sob carregamento uniformemente distribuído.

$$v_{(x)} = \frac{q}{24EI} (x^4 + 3\lambda^4 - 4x\lambda^3) + \frac{q(E_w I_w)}{2\alpha^4 (EI)(E_s I_s)(e^{2\lambda\alpha} + 1)} \left[ -x^2\alpha^2(e^{\alpha 2\lambda} + 1) + (\lambda^2\alpha^2 - 2\lambda\alpha)e^{2\lambda\alpha} - 4e^{\lambda\alpha} + \lambda^2\alpha^2 + 2\lambda\alpha + 2e^{\alpha x} + 2\lambda\alpha e^{\alpha(x+\lambda)} - 2\lambda\alpha e^{\alpha(\lambda-x)} + 2e^{\alpha(2\lambda-x)} \right] \quad (64)$$

Para o caso da Fig.24, o deslocamento máximo corresponde à distância “x” igual a zero, logo:

$$v_{\max} = \frac{q\lambda^4}{8EI} + \frac{q(E_w I_w)}{2(EI)(E_s I_s)\alpha^4} \left[ \frac{(\lambda^2\alpha^2 - 2\lambda\alpha + 2)e^{2\lambda\alpha} - 4e^{\lambda\alpha} + \lambda^2\alpha^2 + 2\lambda\alpha + 2}{e^{2\lambda\alpha} + 1} \right] \quad (65)$$

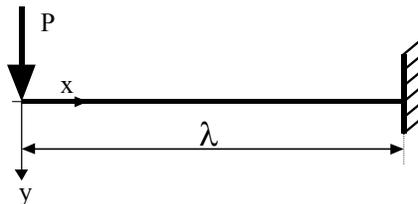
Por outro lado, o fluxo de cisalhamento para a viga em balanço vale:

$$T_{(x)} = \frac{q(EA)h}{2(EI)} \left( \frac{\alpha x(1 + e^{2\lambda\alpha}) + e^{\alpha(\lambda-x)} - e^{\alpha(\lambda+x)}}{\alpha(e^{2\lambda\alpha} + 1)} \right) \dots\dots\dots(66)$$

Se no caso da expressão (66) o coeficiente “ $\alpha$ ” tender a infinito o fluxo de cisalhamento tende a ser o máximo possível para viga em balanço, ou seja  $\frac{q(EA)hx}{2(EI)}$ .

Por outro lado, a regra geral para o fluxo de cisalhamento máximo (eq.66) para a viga em balanço ocorre quando “ $x$ ” for igual a “ $\lambda$ ”, dessa forma, obtém-se:

$$T_{(max)} = \frac{q(EA)h}{2(EI)} \left( \frac{\alpha\lambda(1 + e^{2\lambda\alpha}) - e^{2\alpha\lambda} + 1}{\alpha(e^{2\lambda\alpha} + 1)} \right) \dots\dots\dots(67)$$



25 Viga em balanço sob carregamento concentrado.

Todavia, se para a viga mista em balanço houver uma carga concentrada na extremidade conforme Fig.25, a equação da linha elástica vale:

$$v_{(x)} = \frac{P}{6EI} (x^3 - 3x\lambda^2 + 2\lambda^3) + \frac{P(E_w I_w)}{\alpha^3 (EI)(E_s I_s)} \left[ \frac{\lambda\alpha + 1 - \alpha x + (\lambda\alpha - \alpha x - 1)e^{2\lambda\alpha} + e^{\alpha(\lambda+x)} - e^{\alpha(\lambda-x)}}{e^{2\lambda\alpha} + 1} \right] \quad (68)$$

No caso da Fig.25 o deslocamento máximo se dá quando “x” é igual a zero, logo a expressão (68) pode ser escrita da seguinte forma:

$$v_{(max)} = \frac{P\lambda^3}{3EI} + \frac{P(E_w I_w)}{\alpha^3 (EI)(E_s I_s)} \left[ \frac{\lambda\alpha + 1 + (\lambda\alpha - 1)e^{2\lambda\alpha}}{e^{2\lambda\alpha} + 1} \right] \dots\dots\dots (69)$$

Já o fluxo de cisalhamento (eq.24 Fig.25), tem a seguinte expressão:

$$T_{(x)} = \frac{P(EA)h}{2(EI)} \left( \frac{e^{2\lambda\alpha} - e^{\alpha x} - e^{\alpha(2\lambda-x)} + 1}{1 + e^{2\lambda\alpha}} \right) \dots\dots\dots (70)$$

Para “x” igual ao comprimento total, obtém-se o fluxo de cisalhamento máximo como:

$$T_{(max)} = \frac{P(EA)h}{2(EI)} \left( \frac{e^{2\alpha\lambda} - 2e^{\alpha\lambda} + 1}{1 + e^{2\alpha\lambda}} \right) \dots\dots\dots (71)$$

Havendo diferentes tipos de carregamento é possível a determinação dos deslocamentos verticais ou do fluxo de cisalhamento sobrepondo-se os efeitos de cada uma das cargas aplicadas.

O estudo da flexão elaborado até aqui é particularmente importante para se conhecer o comportamento das vigas mistas quanto a esse tipo de solicitação. Dessa forma, é possível prever a participação das ligações nesse contexto.

Se as vigas mistas forem utilizadas como parte de uma estrutura ou mesmo como pilares ou na forma de reforço de pilares, passa a ser interessante conhecer o comportamento das vigas mistas sob a ação de cargas axiais. A partir dessa premissa, vamos estudar a seguir o comportamento das vigas mistas sujeitas à compressão.

## 2.2 SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

A solução de equações diferenciais para viga mista em chapa dobrada e madeira serrada, tanto para cálculo de deslocamentos verticais quanto para o fluxo de cisalhamento entre as peças é apresentada neste capítulo. Foi utilizado o programa “SCIENTIFIC WORK PLACE”<sup>[57]</sup> versão 3.0 (1998), para resolução das equações diferenciais.

A linha elástica, proposta nas equações diferenciais (26) e (51), foi resolvida para os seguintes casos selecionados:

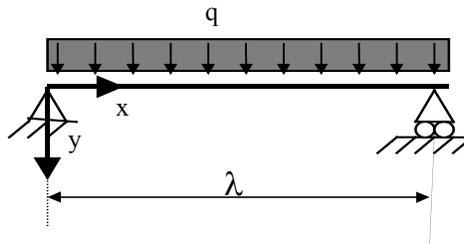


Figura 22 Viga bi-apoiada com carregamento uniformemente distribuído.

Considerando-se a Fig.22 como uma viga bi-apoiada com carga uniformemente distribuída, obtém-se a seguinte solução para a elástica da viga mista:

$$v_{(x)} = \frac{q}{24EI} (x^4 - 2x^3\lambda + x\lambda^3) + \frac{q(E_w I_w)}{2\alpha^4 (EI)(E_s I_s)} \left[ -\alpha^2 x^2 - 2 + \lambda x \alpha^2 + 2 \frac{(e^{\alpha(\lambda-x)} + e^{\alpha x})}{e^{\alpha\lambda} + 1} \right] \dots (54)$$

## 2.3 ESTUDO DA CARGA CRÍTICA DE VIGA-COLONA<sup>3</sup>

Segundo BEER e JOHNSTON<sup>[12]</sup> (1996), a principal preocupação ao se dimensionar uma coluna é sua capacidade de suportar uma carga sem sofrer uma mudança em sua configuração de equilíbrio. Desse modo, seu estado limite último seria atingido por perda de estabilidade.

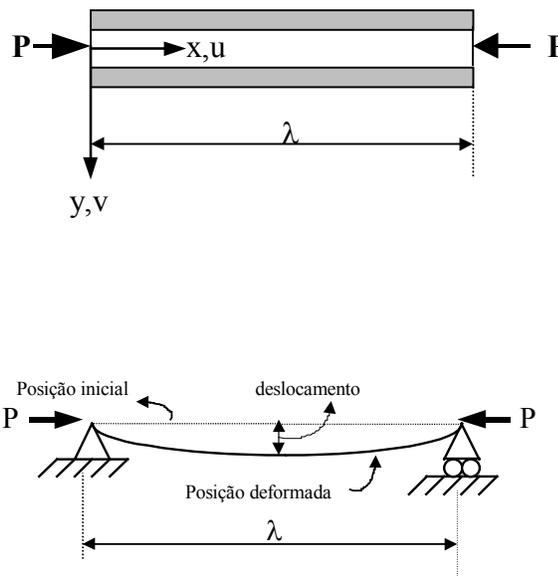


Figura 26 Uma viga mista sob carga de compressão

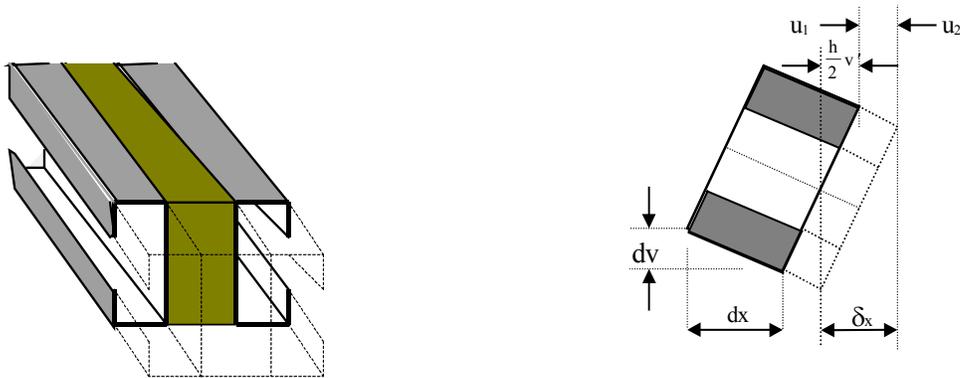
<sup>3</sup> Define-se viga-coluna, a estrutura com carga axial de compressão sujeita também a cargas transversais. Aqui só foi considerado cargas axiais.

Por outro lado, em vigas sujeitas a cargas transversais, geralmente, o estado limite é alcançado por perda de resistência e deslocamentos excessivos.

Há de se observar que vigas esbeltas podem também atingir um estado limite por instabilidade lateral, ou local das mesas e alma.

Na Fig.26 pode ser observado uma viga-coluna com seção transversal mista sujeita a carregamentos axiais. Considerando que haja pequenos deslocamentos as forças internas são equivalentes às forças externas.

Considerando-se que a força aplicada no conjunto chapa metálica e madeira (Fig.26), sendo as ligações flexíveis, os deslocamentos entre as peças podem ser vistos na Fig.27, onde um referente a deslocabilidade das ligações e outro devido às forças normais. Dessa forma, a seguinte compatibilidade de deslocamentos pode ser escrita:



a) Vista tridimensional

b) Vista lateral na posição deformada

Figura 27 Configuração deformada

$$\delta_{(x)} = u_{2(x)} - u_{1(x)} + \frac{h}{2} \frac{dv_{(x)}}{dx} \dots\dots\dots(72)$$

Derivando-se a expressão (72), inserindo-se (17), resulta em:

$$\frac{d\delta_{(x)}}{dx} = \frac{N_{(x)}}{EA} + \frac{h}{2} \frac{d^2v_{(x)}}{dx^2} \dots\dots\dots(73)$$

Da Fig.26, na viga fletida admite-se que o momento externo amplia a curvatura da barra. Por sua vez, o momento interno gerado pelas tensões tende a retificar a barra.

Esse aspecto, segundo SCHIEL<sup>[51]</sup> (1984) e POPOV<sup>[45]</sup> (1990), pode ser melhor entendido considerando-se um sistema onde uma barra rígida submetida à carga axial, conforme Fig.28, adquire o equilíbrio elástico. Essa condição ocorre quando há equilíbrio entre o efeito de mola chamado de momento “restaurador” da barra e o momento “tombador” que ocorre em sentido contrário e é provocado pela força “P”.

Sendo o ângulo obtido muito pequeno (teoria de pequenos deslocamentos) pode-se afirmar que  $\phi \cong \text{tg}\phi \cong \text{sen}\phi$ , logo o deslocamento horizontal oposto ao ângulo (Fig.28b) é conhecido e tem o valor “ $\lambda\phi$ ”.

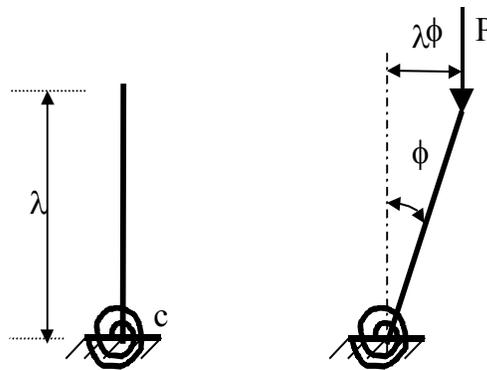


Figura 28 Comportamento de uma barra rígida submetida a carga axial  
Adaptado de POPOV<sup>[45]</sup> (1990) pag. 578

Sendo que :

$c$  = coeficiente de mola;

$\phi$  = ângulo obtido;

$P$  = carga aplicada.

Através da Fig. 28b) pode-se concluir que:

$$M_R = c\phi \dots\dots\dots(74)$$

$$M_T = P\lambda\phi \dots\dots\dots(75)$$

Onde :

$M_R$  = momento restaurador;

$M_T$  = momento tombador.

Dessa forma, podem ocorrer três situações, que segundo SCHIEL<sup>[51]</sup> (1984), são as seguintes:

Equilíbrio Instável:  $M_R < M_T \therefore EIv'' < Pv_{(x)}$

Equilíbrio Estável:  $M_R > M_T \therefore EIv'' > Pv_{(x)}$

Equilíbrio Indiferente:  $M_R = M_T \therefore EIv'' = Pv_{(x)}$

A carga determinada na mudança de configuração de equilíbrio, é designada por carga crítica ou carga de flambagem. Portanto, considerando-se a Fig.26, a barra que originalmente era reta, com a aplicação da carga axial “P”, deforma-se. A equação diferencial da linha elástica da barra pode ser escrita por :

$$\frac{d^2 v_{(x)}}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{Pv_{(x)}}{EI} \dots\dots\dots(76)$$

Combinando-se as expressões (22) e (73) e depois substituindo-se a expressão (76), vem que:

$$\frac{d^2 N_{s(x)}}{dx^2} - 2K\left(\frac{1}{EA}\right)N_{(x)} = \frac{Kh}{EI}Pv_{(x)} \dots\dots\dots(77)$$

Analogamente à equação (26) a expressão (77) pode ser escrita tomando-se como referência (76). Dessa forma permite-se escrever uma nova equação em termos da elástica da viga-coluna mista como:

$$\frac{d^4 v_{(x)}}{dx^4} - \alpha^2 \frac{d^2 v_{(x)}}{dx^2} = \alpha^2 \frac{Pv_{(x)}}{EI} - \frac{Pd^2 v_{(x)}}{E_s I_s dx^2} \dots\dots\dots(78)$$

Rearranjando-se a equação (78), resulta em:

$$\frac{d^4 v_{(x)}}{dx^4} - \left(\alpha^2 - \frac{P}{E_s I_s}\right) \frac{d^2 v_{(x)}}{dx^2} - \alpha^2 \frac{Pv_{(x)}}{EI} = 0 \dots\dots\dots(79)$$

A solução geral da equação (79) pode ser escrita na seguinte forma:

$$v_{(x)} = C_1 e^{xd_2} + C_2 e^{xd_1} + C_3 e^{-xd_2} + C_4 e^{-xd_1} \dots\dots\dots(80)$$

Onde :

$$d_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \left( \alpha^2 - \frac{P}{E_s I_s} \right) + \sqrt{\left( \alpha^2 - \frac{P}{E_s I_s} \right)^2 + 4 \frac{\alpha^2 P}{EI}} \right)} \dots\dots\dots(81)$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \left( \alpha^2 - \frac{P}{E_s I_s} \right) - \sqrt{\left( \alpha^2 - \frac{P}{E_s I_s} \right)^2 + 4 \frac{\alpha^2 P}{EI}} \right)} \dots\dots\dots(82)$$

Entretanto, as constantes de integração não podem ser encontradas uma vez que a curvatura utilizada para a construção da função (76) foi a curvatura aproximada<sup>4</sup>. Ficando assim indeterminadas as flechas (Fig.26). Por outro lado, é possível determinar a carga crítica.

Com relação ao momento de inércia, admitindo que este esteja entre  $0 < \frac{E_s I_s}{EI} < 1$  nas equações (81) e (82), a seguinte afirmação pode ser considerada:

$$\left[ \left( \alpha^2 - \frac{P}{E_s I_s} \right)^2 + 4 \frac{\alpha^2 P}{EI} \right]^{\frac{1}{2}} > \left( \alpha^2 - \frac{P}{E_s I_s} \right) \dots\dots\dots(83)$$

Logo, a partir de (83) é possível afirmar que na equação de (81) obtém-se valores reais, ao contrário de (82) cujos os valores obtidos são imaginários, visto que:

$$e^{di} = \cos d + i \operatorname{sen} d \dots\dots\dots(84)$$

---

<sup>4</sup> Para a determinação da curvatura exata deve-se considerar que  $\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$  em vez da

$$\left[ 1 + \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}$$

curvatura aproximada, ou seja  $\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$

Desse modo, a raiz imaginária da função (80) fornece a carga crítica da coluna. Segundo GIRHAMMAR e GOPU<sup>[25]</sup> (1993), o valor imaginário é intrínseco às funções trigonométricas e define a carga crítica, ocorrendo quando:

$$d_{\text{critico}} = \frac{\pi}{\mu\lambda} \dots\dots\dots(85)$$

Sendo:

- $\mu = 1$  para extremidades articuladas;
- $\mu = 2$  para uma extremidade livre e outra engastada;
- $\mu = 0,7$  para uma extremidade engastada e a outra articulada;
- $\mu = 0,5$  para extremidades duplamente engastadas.

Portanto, igualando a eq.(82) à eq.(85), obtém-se a carga crítica da viga-coluna mista em função de “ $\alpha$ ”, ou seja:

$$P_{\text{cr}} = \frac{E_s I_s EI \pi^2}{\lambda_e^2} \frac{\pi^2 + \lambda_e^2 \alpha^2}{EI \pi^2 + \lambda_e^2 \alpha^2 E_s I_s} \dots\dots\dots(86)$$

Sendo  $\lambda_e = \mu\lambda$

Caso não haja ligação entre a chapa metálica e a madeira na composição da viga mista, ou seja, “ $\alpha$ ” igual a zero em (86), obtém-se a carga crítica conhecida pela Resistência dos Materiais para as chapas de aço e denominada como *fórmula de Euler*<sup>5</sup>, escrita por:

---

<sup>5</sup> Matemático suíço Leonhard Euler (1747 - 1783)

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_s I_s}{\lambda_e^2} \dots\dots\dots(87)$$

Se por outro lado “α” tender a infinito em (86), a carga crítica se resume a:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{\lambda_e^2} \dots\dots\dots(88)$$

Outra forma de visualizar a expressão (86) é rearranjando-a da seguinte forma:

$$P_{cr} = \frac{\frac{\pi^2 EI}{\lambda_e^2}}{\frac{\frac{EI}{E_s I_s} - 1}{1 + \frac{\frac{\alpha^2}{\pi^2}}{\lambda_e^2}}} = \frac{\pi^2}{\lambda_e^2} \frac{EI}{\frac{\frac{EI}{E_s I_s} - 1}{1 + \frac{\alpha^2}{\pi^2}}} \dots\dots\dots(89)$$

Da expressão (89) nota-se que a rigidez da viga-coluna depende do comportamento da ligação, pois “α” é diretamente proporcional à rigidez da ligação (eq.29) .

A equação diferencial (79) pode também ser resolvida admitindo-se inicialmente que a solução do problema possa ser descrita por:

$$y = a \operatorname{sen} \frac{\pi}{\lambda} x + b \operatorname{cos} \frac{\pi}{\lambda} x \dots\dots\dots(90)$$

A expressão (90) deve satisfazer a equação(79). Ou seja, derivando-a quatro vezes e substituindo-se as parcelas correspondentes, admitindo-se que a carga máxima para a

barra fletida (momento máximo) ocorrerá para  $x = \frac{\lambda}{2}$ , chega-se à mesma carga crítica mostrada pela expressão (86) que já foi anteriormente vista. Porém, observa-se que não é possível determinar a equação da linha elástica baseando-se na expressão (79), pois foi utilizada a curvatura aproximada. Logo, também nesse caso, não é possível determinar as constantes de integração.

De outra maneira, é possível estabelecer os deslocamentos da coluna. Para isto, se deve utilizar a curvatura exata em vez da curvatura aproximada. Assim, a equação (76) pode ser reescrita por:

$$-\frac{M}{EI} = -\frac{Pv_{(x)}}{EI} = \frac{\frac{d^2v_{(x)}}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots(91)$$

Escrevendo a equação (77) em função de (92), postulamos que:

$$\begin{aligned} & 3 \frac{v_{(x)}^2 \left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right)}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right)^2}\right)^3} - 3 \frac{v_{(x)}^3 \left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right) \left(\frac{d^2v_{(x)}}{dx^2}\right)}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right)^2}\right)^5} - 6 \frac{\left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right) \left(\frac{d^2v_{(x)}}{dx^2}\right) \left(\frac{d^3v_{(x)}}{dx^3}\right)}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right)^2}\right)^5} + \\ & 15 \frac{\left(\frac{d^2v_{(x)}}{dx^2}\right)^3 \left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right)^2}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right)^2}\right)^7} - 3 \frac{\left(\frac{d^2v_{(x)}}{dx^2}\right)^3}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right)^2}\right)^5} - \alpha^2 \frac{\left(\frac{d^2v_{(x)}}{dx^2}\right)}{\left(1 + \left(\frac{dv_{(x)}}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \alpha^2 \frac{Pv_{(x)}}{EI} - \frac{P}{E_s I_s} \left(\frac{d^2v_{(x)}}{dx^2}\right) \end{aligned} \quad (92)$$

Considerando-se que a solução da equação diferencial mostrada em (92) possa ser também resolvida por (90), a qual derivada quatro vezes e substituídos os respectivos valores e ainda considerando  $x = \frac{\lambda}{2}$  para uma barra bi-rotulada, obtém-se:

$$P = \frac{E_s I_s E I \pi^2}{\lambda_e^2} \left[ \frac{3a^2 \pi^4 + \alpha^2 \lambda_e^4}{\lambda_e^2 (E I \pi^2 + \lambda_e^2 \alpha^2 E_s I_s)} \right] \dots \dots \dots (93)$$

A constante “a” em (93) corresponde ao deslocamento máximo da coluna conforme Fig.29.

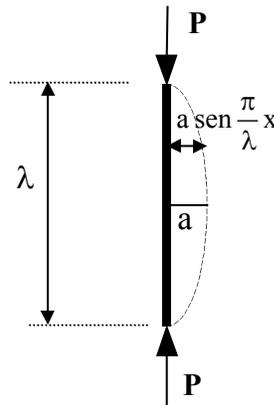


Figura 29 Deslocamentos para uma coluna articulada nos bordos

Fonte: Adaptado de FUSCO<sup>[22]</sup> (1981).

Se o coeficiente “ $\alpha$ ” tender a zero obtém-se a carga crítica das chapas metálicas, enquanto que, se o coeficiente “ $\alpha$ ” tender a infinito (eq.93), a carga da viga-coluna mista é a mesma já encontrada na equação (88) em que se destaca a carga crítica da viga composta por chapa metálica dobrada e madeira serrada.

Com relação aos deslocamentos da viga coluna (eq.93), ao admitir-se que para a Fig.29 a condição de contorno  $x = 0$ , vem que  $y = 0$ , logo a constante “b” será igual a zero na eq.(90). Assim, os deslocamentos podem ser escritos a partir de uma curva senoidal, como segue:

$$y = a \operatorname{sen} \frac{\pi}{\lambda} x \dots\dots\dots(94)$$

Igualando-se as equações (86) e (93) determina-se o valor do deslocamento máximo para a carga crítica da viga-coluna mista, ou seja:

$$a_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{3\pi} \lambda = 0,18378\lambda \dots\dots\dots(95)$$

Se o deslocamento máximo eq.(95) for substituído em (94) e “α” tender a infinito, obtém-se a mesma expressão para a carga crítica das chapas metálicas indicada na equação (87).

Considerando-se ainda as expressões (86) e (94) e a Fig.29, pode-se calcular os valores intermediários de “a” segundo a carga aplicada na coluna mista , ou seja:

$$a = \frac{\sqrt{3}}{3\pi} \lambda \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}} \dots\dots\dots(96)$$

Onde  $P \leq P_{cr}$  .

Assim, obtendo-se os valores da carga crítica para colunas mistas é possível conhecer as tensões críticas de flambagem. Esse estudo será abordado no item a seguir.

## 2.4 TENSÃO CRÍTICA DE FLAMBAGEM DA VIGA-COLUNA

A equação correspondente à carga crítica da viga coluna (eq.85) pode ser escrita em função da tensão crítica de flambagem. Segundo a Resistência dos Materiais, pode-se ter que:

$$I = Ai^2 \dots\dots\dots(97)$$

Sendo:

$I$  = momento de inércia do eixo em referência;

$A$  = área da seção transversal;

$i$  = raio de giração.

Por outro lado, na viga de seção mista (Fig.27) cada material está vinculado ao seu respectivo módulo de elasticidade. Portanto, é possível definir o raio de giração da peça composta em aço e madeira da seguinte forma:

$$i = \sqrt{\frac{E_s I_s + E_w I_w}{E_s A_s + E_w A_w}} \dots\dots\dots(98)$$

Onde:

$E$  = módulo de elasticidade;

$s, w$  = subscritos que significam aço e madeira respectivamente.

O índice de esbeltez “ $\lambda$ ” para a peça composta equivale a:

$$\lambda = \frac{\lambda_e}{i} \dots\dots\dots(99)$$

Subtraindo-se da eq. (86) a carga crítica da peça em madeira, obtém-se a carga crítica das chapas metálicas acrescida de uma parcela correspondente à peça de madeira. Dessa forma, a carga crítica corresponde a:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_w I_w}{\lambda_e^2} + \frac{\pi^2 E_s I_s}{\lambda_e^2} \left( \frac{\lambda_e^2 \alpha^2 E_s I_s}{EI\pi^2 + \lambda_e^2 \alpha^2 E_s I_s} \right) \dots\dots\dots(100)$$

Dividindo-se a expressão (100) pela área pertinente a cada material, levando-se em consideração as equações (97) e (99) , pode-se escrever a tensão crítica como:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_w}{\lambda_w^2} + \frac{\pi^2 E_s}{\lambda_s^2} \left[ \frac{\lambda^2 \alpha^2 E_s I_s}{EA\pi^2 + \lambda^2 \alpha^2 E_s I_s} \right] \dots\dots\dots(101)$$

Onde:

$\lambda_s$  = índice de esbeltez das chapas igual a  $\frac{\lambda_e}{i_s}$  ;

$\lambda_w$  = índice de esbeltez da madeira igual a  $\frac{\lambda_e}{i_w}$  ;

$\lambda$  = índice de esbeltez do conjunto igual a  $\frac{\lambda_e}{i}$  ;

$I_s$  = momento de inércia das chapas de aço;

$E_s$  = módulo de elasticidade das chapas;

$E_w$  = módulo de elasticidade da madeira;

$\alpha$  = denotado pela expressão (29);

$EA$  = denotado pela expressão (19).

Na expressão (101), se “ $\alpha$ ” tender a zero tem-se a tensão crítica da peça de madeira, enquanto que, se “ $\alpha$ ” tender a infinito a carga crítica será a soma da carga crítica das chapas e da peça madeira.

De maneira geral, os diagramas tensão x deformação do aço e a madeira, podem ser vistos concomitantemente na Fig.30.

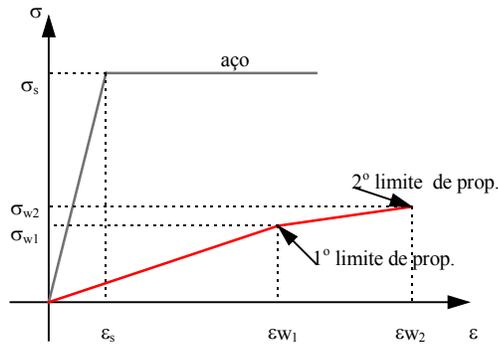


Figura 30 Comparação entre a relação tensão x deformação para o aço e a madeira

De modo geral, na sua fase elástica a madeira permite uma deformação maior do que o aço como mostra o gráfico da Fig. 30. Dessa forma, é importante ressaltar que as deformações no conjunto aço-madeira devem, portanto, ser limitadas às deformações das chapas de aço. Isso se deve ao fato de que, neste estudo, não abordaremos os materiais trabalhando na fase plástica, ficando esta etapa para outra fase futura da pesquisa.

A tensão elástica limite da coluna mista pode ser determinada a partir da lei de Hooke:

$$\sigma_e = E_s \varepsilon_s + E_w \varepsilon_w \dots\dots\dots(102)$$

Considerando-se a expressão (102) e que as deformações da chapa e da madeira são iguais, é possível escrever que:

$$\sigma_e = (E_s + E_w)\varepsilon_s \geq \sigma_{cr} \dots\dots\dots(103)$$

As expressões encontradas neste capítulo procuram prever o comportamento das vigas mistas em chapa dobrada e madeira serrada quanto ao fluxo de cisalhamento, os deslocamentos verticais e a carga crítica. Porém, é necessário, também, analisar as ligações, pois, essas têm fundamental importância no comportamento global das vigas mistas.

As ligações entre elementos estruturais sempre implicaram em preocupações e, conseqüentemente, tem sido tema de muitas pesquisas nas estruturas em geral. Assim, de nada adiantaria projetar adequadamente uma viga mista com alta capacidade à flexão, se suas ligações não estão dimensionadas corretamente. Neste sentido, apresenta-se no próximo item um estudo sobre o dimensionamento das ligações.

### 3. DIMENSIONAMENTO DAS LIGAÇÕES.

O conhecimento do comportamento mecânico das vigas mistas formadas por chapa metálica dobrada e madeira serrada, passa, necessariamente, pela influência da deformação da ligação, podendo essa interferência ser significativa ou não nos deslocamentos globais. Neste item abordaremos os principais aspectos que interferem no dimensionamento das ligações.

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS LIGAÇÕES

Ao se aplicar uma carga axial nos elementos com o mostrado na Fig.31, e medindo-se os deslocamentos relativos entre eles, constrói-se a curva que relaciona a carga aplicada pelo deslizamento. Obtendo-se a reta tangente àquela curva, seu coeficiente angular determina o módulo de deslizamento da ligação.

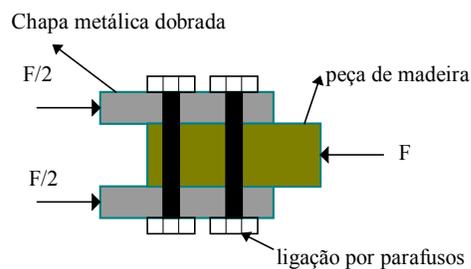


Figura 31 Modelo de corpo de prova

SORIANO & MASCIA<sup>[53]</sup> (2000) analisaram experimentalmente vigas em forma de “T” compostas por concreto armado na mesa e madeira na alma unidas por pregos. Nesse estudo, encontraram coeficiente de deslizamento “K” da ligação em torno de 63kN/cm. Por outro lado, ALVIM<sup>[04]</sup> (2000), trabalhou com piso misto de madeira e concreto, considerando ligação por pregos. A rigidez da ligação encontrada foi de 147kN/cm.

MATTHIESEN<sup>[35]</sup> (2000) também pesquisou vigas de seção “T” com madeira e concreto utilizando três tipos de madeiras diferentes, considerando-se que a união era elaborada por parafusos atarrachantes. Os estudos mostraram que a rigidez da ligação variou de 150kN/cm a 170kN/cm, sendo que esse índice se alterou basicamente em função do tipo de madeira e diâmetro do parafuso utilizado.

Entre os diversos pesquisadores que estudaram outros tipos de estruturas compostas citamos SANTANA<sup>[50]</sup> (1997) que analisou vigas de madeira composta com almas de compensado. Através de ensaios com corpos de provas semelhantes aos das vigas dos modelos reais chegou-se a um valor médio de 26,68kN/cm para o módulo de deslizamento.

De maneira geral, a investigação experimental da rigidez da ligação para as vigas mistas também deve ser analisada. Os prováveis parâmetros que interferem no escorregamento relativo são: tipo de material da viga, tipo de ligação, diâmetro do parafuso.

Já no caso de dimensionamento das ligações parafusadas, a NBR 8800<sup>[08]</sup>/1986 especifica que para parafusos submetidos à força cortante deve-se considerar a seguinte resistência de cálculo:

$$R_{dv} = \phi_v R_{nv} \dots\dots\dots(104)$$

Sendo que:

$\phi_v = 0,65$  para parafusos ASTM A325 e ASTM A490;

$\phi_v = 0,60$  para demais parafusos.

Segundo PFEIL<sup>[42]</sup> (1986), para parafusos A325 (tensão admissível 450MPa) e A490 (tensão admissível 570MPa) quando o plano de corte passa pela rosca e demais parafusos (comuns) para qualquer plano de corte, vale:

$$R_{nv} = 0,42 A_p f_u \dots \dots \dots (105)$$

Para parafusos A325 e A490 quando o plano de corte não passa pela rosca tem-se:

$$R_{nv} = 0,60 A_p f_u \dots \dots \dots (106)$$

Caso utilizemos parafusos comuns para o dimensionamento das ligações, a resistência de cálculo dos parafusos numa situação mais desfavorável possível é descrita como:

$$R_{dv} = 0,60 (0,42 A_p f_u) \dots \dots \dots (107)$$

Onde:

$R_{dv}$  = força resistente de cálculo ao esforço cortante para um parafuso;

$A_p$  = área bruta baseada no diâmetro nominal “d” do parafuso;

$f_u$  = resistência à tração do material do parafuso (anexo A da NBR 8800);

$R_{nv}$  = resistência nominal ao cisalhamento por plano de corte.

Segundo SÁLES<sup>[49]</sup> *et alli* (1994) os parafusos comuns são fabricados a partir de barras redondas laminadas de aço de baixo carbono.

Nos Estados Unidos utiliza-se normalmente o aço ASTM A307, com resistência mínima à ruptura  $f_u = 415$  MPa. Já no Brasil, além do ASTM A307, o tipo de aço mais empregado nos parafusos é o de qualidade comum que comercialmente são denominados de “parafusos pretos”, de classificação SAE 1010 a 1020, podendo-se considerar a resistência de 380 MPa.

A distância máxima do centro do parafuso a qualquer borda de uma parte ligada não deve exceder a 12 vezes sua espessura, nem 150mm segundo a NBR 8800<sup>[08]</sup>/1986.

Quanto às chapas metálicas, ao serem solidarizadas à madeira, é recomendado uma distância mínima entre as linhas de centros dos furos dessas, não inferior a  $2,7d$ , onde “d” é o diâmetro nominal do parafuso e sua distância até a borda conforme indicado na Tabela 1.

Por outro lado na Tabela 2, apresentam-se algumas características para aços utilizados na confecção de parafusos.

As quatro primeiras especificações da tabela 2 se referem a parafusos e as duas últimas especificações às barras rosqueadas.

Tabela 1 Distância mínima entre a linha de centro de um furo à borda da chapa

Fonte: AÇOMINAS<sup>[01]</sup> (1980), pág. 19

Diâmetro (mm)	Distância do furo à borda (mm)	
Diâmetro nominal do rebite ou parafuso	Borda cortada com serra ou tesoura	Borda laminada ou cortada a maçarico
13	26	20
16	29	22
19	32	25
22	38	28
25	44	31
28	50	37
32	58	42
>32	1,75 x diâmetro	1,25 x diâmetro

Tabela 2 Parafusos e barras redondas rosqueadas.

Fonte NBR 8800<sup>[08]</sup> anexo A pág. 114

Especificações	Limite de escoamento (MPa)	Resistência à tração (MPa)	Diâmetro máximo (mm)	Tipo de Material (B)
ASTM A 307	-	415	100	C
ISO 898 Classe 4.6	235	390	36	C
ASTM A 325	635	825	12,7 ≤ d ≤ 25,4	C,T
(A)	560	725	25,4 < d ≤ 38,1	
ASTM A 490	895	1035	12,7 ≤ d ≤ 38,1	T
ASTM A 36	250	400	100	C
ASTM A 588	345	485	100	ARBL RC

Sendo que:

(A) → Disponíveis também com resistência à corrosão atmosférica ;

(B) → C = carbono ;

T = temperado;

ARBL RC = Alta resistência e baixa liga, resistente à corrosão.

Por outro lado, na expressão (01) ficou definido que o módulo de deslizamento relaciona a carga de cisalhamento na ligação e o deslizamento desta, de tal forma que:

$$P = K\delta \dots\dots\dots(108)$$

Considerando-se que duas ligações sofram o mesmo deslizamento estando sujeitas ao mesmo carregamento pode-se afirmar que estas são equivalentes independentemente do número de uniões em cada uma. Essa situação pode ser observada na Fig. 32.

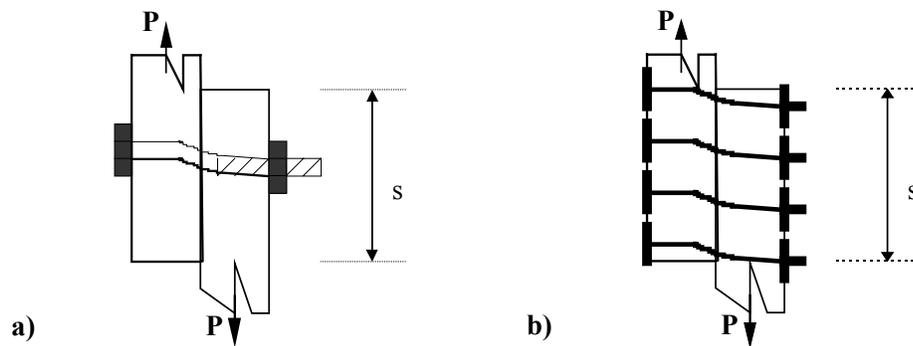


Figura 32 Duas ligações equivalentes

Então é possível afirmar que em ambas as ligações (Figs.32a e 32b), existe na interface um fluxo de cisalhamento “T”, tal que:

$$P = T_s \dots\dots\dots(109)$$

Igualando-se (108) com (109) sendo que nessas ligações o comprimento é unitário e o deslizamento aquele correspondente, pode-se estabelecer a seguinte relação:

$$T = \bar{K}\delta \dots\dots\dots(110)$$

SANTANA<sup>[50]</sup> (1997), propôs que o módulo de deslizamento específico ou equivalente da ligação tenha uma relação linear definida por:

$$\bar{K} = K \frac{n}{s} \dots\dots\dots(111)$$

Sendo:

$\bar{K}$  = módulo de deslizamento específico da ligação;

K = módulo de deslizamento da ligação;

n = número de fileiras de conectores da ligação;

s = espaçamento entre pregos na mesma fileira na ligação.

O módulo de deslizamento equivalente é particularmente importante porque torna possível uma correlação entre carga por unidade de comprimento, não importando a carga total na ligação.

Obtido o fluxo de cisalhamento, considerando-se que a carga de cisalhamento na ligação seja igual à resistência admissível ao cisalhamento do conector, define-se o espaçamento dos parafusos através da seguinte relação:

$$s \leq \frac{R_{dv}}{T} \dots\dots\dots(112)$$

Como o fluxo de cisalhamento na viga normalmente não é constante, o espaçamento dos conectores ao longo da viga seriam variados. Essa situação, entretanto, é impraticável nas construções, sugerindo-se que na montagem das peças opte-se por espaçamentos constantes e determinados pelo fluxo máximo de cisalhamento.

Segundo a NBR 7190<sup>[07]</sup>/1997, para as ligações em estruturas de madeira o parafuso deve ter uma resistência mínima de 240MPa. Para a determinação da sua resistência deve ser levado em conta a resistência de embutimento e a espessura deste, enquanto que, para o parafuso se considera a resistência de escoamento e o seu diâmetro. Observamos que muitos desses estudos tiveram a contribuição de ALMEIDA<sup>[02]</sup> (1990).

A NBR 7190<sup>[07]</sup> considera que o embutimento do parafuso na madeira ou a flexão deste se dá através do seguinte parâmetro:

$$\beta = \frac{t}{d} \dots\dots\dots(113)$$

Sendo :

t = espessura da madeira;

d = diâmetro do parafuso.

Para a situação limite ( $\beta_{lim}$ ) deve ter a seguinte relação:

$$\beta_{lim} = 1,25 \sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{ed}}} \dots\dots\dots(114)$$

Onde:

$f_{yd}$  = resistência de cálculo no escoamento do parafuso;

$f_{ed}$  = resistência de cálculo de embutimento da madeira.

No valor de cálculo da resistência de um parafuso correspondente a uma seção de corte e pode ser considerada duas situações, a saber:

Para  $\beta \leq \beta_{lim}$  ( embutimento da madeira)

$$R_{vd,1} = 0,40 \frac{t^2}{\beta} f_{ed} \dots\dots\dots(115)$$

Para  $\beta > \beta_{lim}$  ( flexão do pino)

$$R_{vd,1} = 0,625 \frac{d^2}{\beta_{lim}} f_{yd} \dots\dots\dots(116)$$

$$\text{com } f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \text{ e } \gamma_s = 1,1$$

No item 7.2 da NBR 7190<sup>[07]</sup> é indicado que a resistência de embutimento da madeira seja determinada através de ensaio padronizado. Todavia, na falta de determinação experimental pode-se admitir que:

$$f_{e0,d} = f_{c0,d} \dots\dots\dots(117)$$

A NBR 8800<sup>[08]</sup>/1986 indica que as dimensões máximas para os furos devem ser aqueles indicados na Tabela 3.

Tabela 3 Parafusos e barras redondas rosqueadas.

Fonte: Adaptado da NBR 8800<sup>[08]</sup> anexo A pág. 114

	Diâmetro nominal do parafuso ou barra rosqueada “d”	Diâmetro do furo padrão
Diâmetro	$\leq 24$	d + 1,5
em	27	28,5
mm	$\geq 30$	d + 1,5

### 3.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE A CHAPA METÁLICA

A chapa dobrada no Brasil é fabricada e distribuída por várias empresas. Sendo esta estampada na forma de perfil por prensagem em dobradeiras de chapas fornecidas em comprimentos de até 6 metros ou produzida através da perfilagem que é a conformação a frio em mesa de roletes por processo contínuo na própria indústria.

As chapas finas dobradas a frio têm cantos arredondados e obedecem a raios mínimos para se evitar a fissuração a fim de que não se comprometa a sua durabilidade e sua aplicação. Em geral, as espessuras encontradas no mercado são usualmente fornecidas em bitolas MSG (Manufacturer's Standard Gauge).

PFEIL<sup>[43]</sup> (1989) relacionou as seguintes bitolas fornecidas pela CSN (Volta Redonda) para chapas finas:

MSG nº	9	10	11	12	13	14	15	16
Espessura (mm)	3,80	3,42	3,04	2,66	2,28	1,90	1,71	1,52

Segundo MALITE<sup>[31]</sup> (1993), o comportamento de ligações parafusadas em estruturas constituídas por perfis de chapa dobrada apresenta algumas diferenças com relação às estruturas de perfis laminados e soldados, uma vez que, nas primeiras as espessuras das partes conectadas são bem menores. Para elementos de chapas finas os tipos básicos de falha podem ser observados na Fig.33.

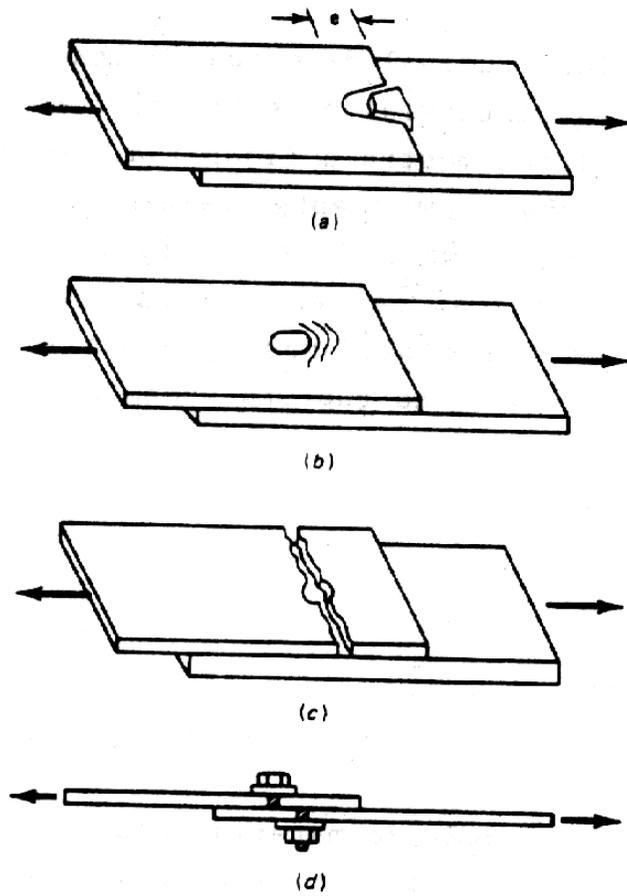


Figura 33 Tipos de falha em ligações parafusadas

Fonte: Adaptado de MALITE<sup>[31]</sup> (1993).

Os modos de falha apresentados na Fig. 33 são descritos como segue:

- a) rasgamento entre furo e borda;
- b) esmagamento da chapa junto ao parafuso;
- c) ruptura da chapa na seção líquida;
- d) cisalhamento do corpo do parafuso.

Quando a espessura das chapa dos perfis for maior que 4,75mm o dimensionamento deve seguir as recomendações da NBR 8800<sup>[08]</sup>, caso contrário a norma brasileira para perfis de chapa dobras à frio (Projeto de Norma de Revisão da NB-143/2001<sup>[58]</sup>) especifica os critérios para o devido dimensionamento das chapas metálicas, sendo que, as vigas mistas estão inserida neste contexto, pois geralmente a espessura das chapas é de 2,65mm. Assim, apresentamos a seguir as principais recomendações dessa norma para as chapas metálicas.

As dimensões dos furos para introdução dos parafusos não devem exceder às especificadas na tabela 4.

Tabela 4 - Dimensões máximas de furos (mm)

Fonte: Adaptado da NB-143/2001<sup>[58]</sup>

Diâmetro nominal do Parafuso (d)	Diâmetro do furo padrão	Diâmetro do furo alargado	Dimensões do Furo pouco alongado	Dimensões do furo muito alongado
< 12,5	d+0,8	d+1,5	(d+0,8)x(d+6)	(d+0,8)x(2,5d)
≥ 12,5	d+1,5	d+5	(d+1,5)x(d+6)	(d+1,5)x(2,5d)

A distância livre entre as bordas de dois furos adjacentes não deve ser inferior a  $2d$ , e a distância da borda de um furo à extremidade do elemento conectado não deve ser inferior a  $d$ , onde  $d$  é o diâmetro nominal do parafuso.

A força resistente de cálculo ao rasgamento  $F_{Rd}$ , deve ser calculada por:

$$F_{Rd} = \frac{tef_u}{\gamma} \dots\dots\dots(118)$$

Onde:

$\gamma$  vale 1,35;

$f_u$  é a resistência à ruptura do aço (metal base);

$t$  é a espessura do elemento conectado analisado;

$e$  é a distância, tomada na direção da força, do centro do furo padrão à borda mais próxima do furo adjacente ou à extremidade do elemento conectado.

A força resistente de cálculo ao esmagamento  $F_{Rd}$ , deve ser calculada por:

$$F_{Rd} = \frac{2,4dtf_u}{\gamma} \dots\dots\dots(119)$$

Onde:

$\gamma$  igual a 1,35;

$d$  é o diâmetro nominal do parafuso;

MALITE<sup>[31]</sup> indica que as tensões de ruptura da chapa metálica na seção líquida quando se utilizarem arruelas podem ser determinadas da seguinte forma:

Para  $d/s \leq 0,3$

$$\sigma_n = \left[ 1 - 0,9r + 3r \left( \frac{d}{s} \right) \right] f_u \dots\dots\dots(120)$$

$$\sigma_n \leq f_u \dots\dots\dots(121)$$

Para  $d/s > 0,3$

$$\sigma_n = f_u \dots\dots\dots(122)$$

Onde:

$\sigma_n$  = tensão de ruptura da chapa na seção líquida;

$d$  = diâmetro nominal do parafuso;

$s$  = espaçamento entre parafuso, medido na direção perpendicular à força transmitida. No caso de um único parafuso, “ $s$ ” é igual à largura da chapa;

$r$  = relação entre a força transmitida por parafuso ou parafusos na seção considerada dividida pela força aplicada no elemento;

$f_u$  = resistência à tração do material base.

Caso não sejam especificadas arruelas para as ligações, ou houver somente uma arruela, a tensão de ruptura na seção líquida se resume à seguinte expressão:

$$\sigma_n = \left[ 1 - r + 2,5r \left( \frac{d}{s} \right) \right] f_u \leq f_u \dots\dots\dots(123)$$

A norma brasileira para perfis de chapa dobrada à frio (Projeto de Norma de Revisão da NB-143/2001<sup>[58]</sup>) recomenda que a utilização de aços pouco conhecidos para perfis não devem ser adotados no projeto valores superiores a 180MPa e 300MPa para a resistência ao escoamento  $f_y$  e a resistência à ruptura  $f_u$ , respectivamente, sendo que, se os perfis forem esbeltos, deve ser considerada a redução de sua resistência provocada pela flambagem local e que o índice de esbeltez das barras comprimidas não deve exceder 200.

Tendo em vista as considerações aqui apresentadas, faz-se necessário a análise experimental das vigas mistas tanto do ponto de vista das ligações quanto do seu comportamento global.

## 4 AVALIAÇÃO DAS SOLUÇÕES DIFERENCIAIS

Neste item, são analisadas, numa primeira etapa, as soluções das equações diferenciais e, posteriormente, a influência das ligações no comportamento mecânico da viga mista através da comparação de resultados de deslocamentos obtidos teórico e experimentalmente.

No entanto, para se fazer esta análise, é necessário, em primeiro lugar determinar algumas propriedades de elasticidade dos materiais da viga mista.

### 4.1 CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E MECÂNICAS DOS MATERIAIS EMPREGADOS NA VIGA MODELO

MASCIA & BATISTA<sup>[32]</sup>, (1996) analisaram experimentalmente as vigas mistas em chapa de aço e madeira, utilizando um modelo similar àqueles empregados por uma empresa fabricante<sup>6</sup> de equipamentos para cimbramentos metálicos. Geralmente, essas peças são usadas como vigas principais do cimbramento metálico cujo modelo avaliado tem seção transversal apresentada na Fig.34. Sendo que, neste caso não foi considerada a redução proposta pela NB-143<sup>[58]</sup>.

A obtenção de resultados experimentais inerentes às chapas se fez necessário, pois numa consulta junto aos principais fabricantes das vigas mistas evidenciou-se que

---

<sup>6</sup> Cofix Moldes e Escoramentos Metálicos Ltda

não existia nenhuma informação a respeito da chapa de aço empregada na fabricação das peças.

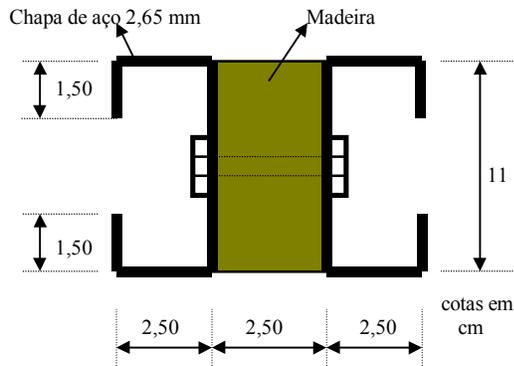


Figura 34 Características geométricas de uma viga selecionada para análise encontrada no mercado de cimbramentos metálicos

Sendo:

$$I_{z(s)} = 155,13\text{cm}^4;$$

$$I_{z(w)} = 277,29\text{cm}^4;$$

$$I_{y(s)} = 49,56\text{cm}^4$$

$$I_{y(w)} = 14,32\text{cm}^4$$

$$\lambda = 230\text{cm de vão};$$

$$A_w = 27,50\text{cm}^2;$$

$$A_s = 9,51\text{cm}^2;$$

$$G_s = 0,385 E_s \text{ (NBR 8800}^{[08]}/1986);$$

$$G_w = 0,10 E_w \text{ (MASCIA}^{[34]}, 1991);$$

Espessura da chapa 2,65mm.

Os subscritos “s” e “w” significam aço e madeira respectivamente.

O aço normalmente apresenta resultados bastante uniformes. Assim, em geral, seu módulo de elasticidade é conhecido e vale 205.000MPa. Todavia, essa investigação é necessária, pois ao se trabalhar com resultados próximos do real, maior a precisão na determinação dos deslocamentos e nos demais valores que se fizerem necessários.

O ensaio utilizado para a determinação do módulo de elasticidade das chapas metálicas foi o de tração simples. Foram retiradas amostras de chapas dos próprios modelos fornecidos pela empresa fabricante das chapas dobradas na fabricação das vigas mistas.

Nesse tipo de ensaio foi utilizada uma máquina universal de ensaio HECKERT com capacidade de aproximadamente 200kN como mostra a Fig.35.

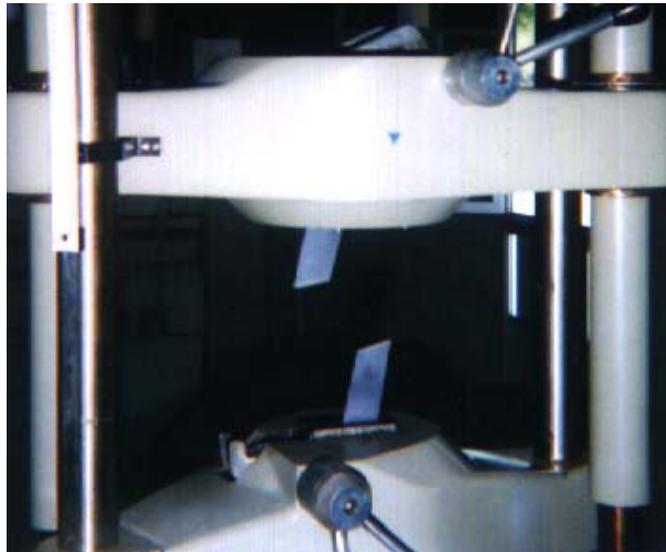


Figura 35 Foto de um detalhe do ensaio da chapa no momento da ruptura.

Os deslocamentos foram medidos através de relógios comparadores com precisão de milésimos de milímetro.

Os corpos de provas utilizados foram em número de 3 (três), contendo as seguintes dimensões: 5cm de largura, 40cm de comprimento e 0,265cm de espessura. A partir dos resultados obtidos foi calculada a média aritmética e construído o gráfico apresentado na Fig. 36.

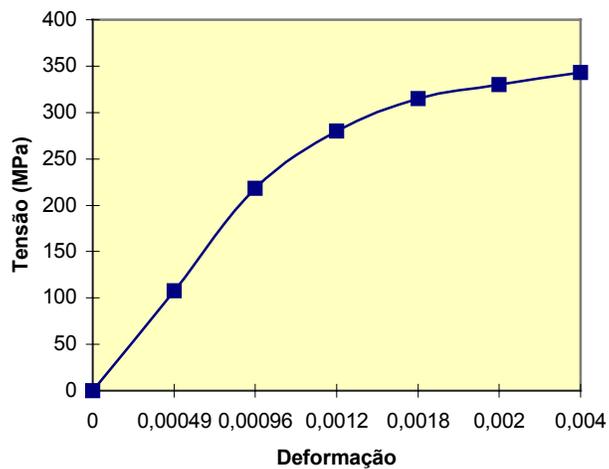


Figura 36 Diagrama tensão x deformação da chapa de aço.

Da curva tensão x deformação (Fig.36), conclui-se que o aço empregado é da classe B, pois seu patamar de escoamento não está bem definido. Do gráfico e dos ensaios pôde-se destacar que:

$$f_y = 237\text{MPa (tensão de escoamento);}$$

$$f_{rup} = 362\text{MPa (tensão de ruptura);}$$

$$E_s = 217.005\text{MPa.}$$

Esses valores são muito próximos daqueles encontrados na literatura para o aço.

No caso da peça de madeira o ensaio empregado foi o de compressão paralela às fibras, visto que, geralmente, o módulo de elasticidade da madeira na compressão é menor do que na tração.

Foram selecionados 3 (três) corpos-de-prova da madeira do próprio protótipo, cujas dimensões adotadas foram: 10cm de largura, 20cm de comprimento e 5cm de espessura.

Observa-se que a NBR 7190<sup>[07]</sup>/1997, recomenda que sejam um mínimo de 6 exemplares, sendo que não foi possível estabelecer essa meta devido ao número limitado de exemplares disponíveis. Além disso, a norma brasileira também especifica que os corpos-de-prova sejam de seção quadrada de 5cm com comprimento de 15cm. O carregamento no ensaio deve ser aplicado em dois ciclos de carga e descarga de acordo com a Fig.37, monitorando-se a intensidade de carga em função do tempo.

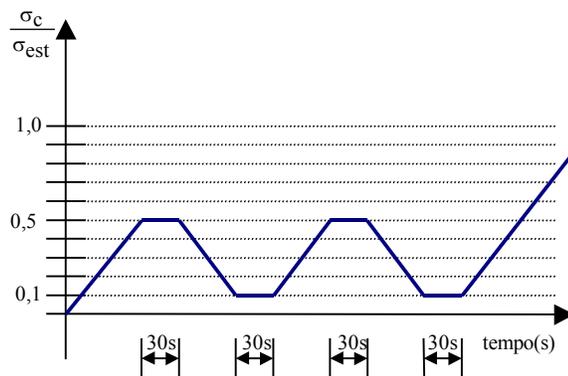


Figura 37 Procedimento de carregamento para testes à compressão

Fonte: Adaptado da NBR 7190<sup>[07]</sup> (1997) p.53

Na Fig.38, pode-se verificar a realização de um ensaio do corpo-de-prova e o momento de sua ruptura.

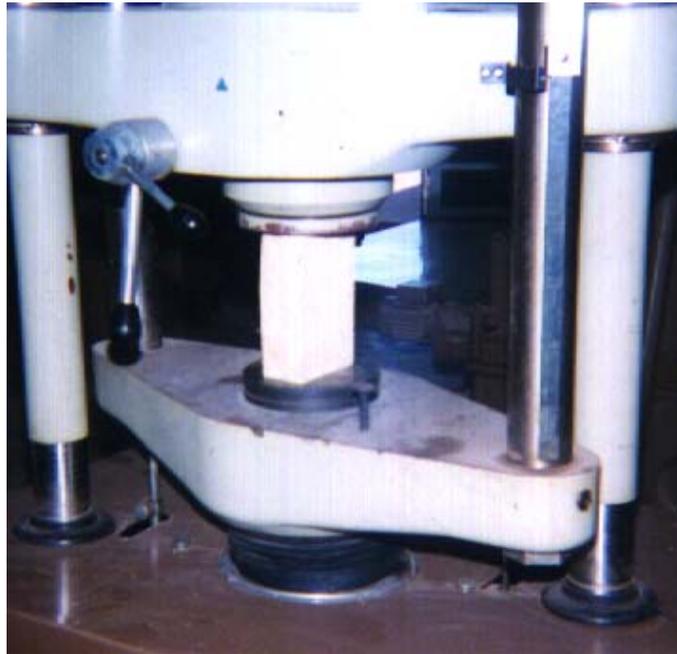


Figura 38 Foto de um corpo de prova em madeira no momento da ruptura

A espécie de madeira constatada pelo laudo técnico realizado pelo LaMEM (Laboratório de Madeira e Estruturas de Madeiras )/EESC-USP, foi “Pinus Oocarpa”.

Dos resultados obtidos nesse ensaio foi tomada a média das três verificações e os resultados foram plotados no diagrama tensão x deformação mostrado na Fig.39.

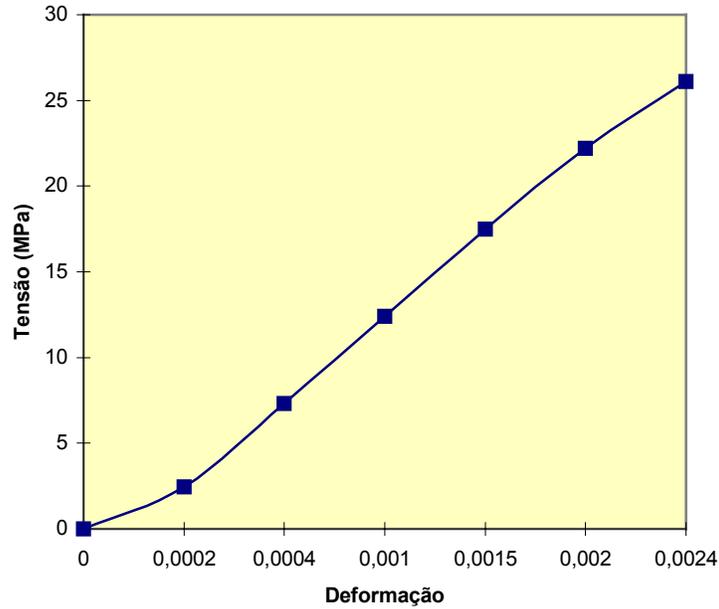


Figura 39 Diagrama tensão-deformação para a madeira utilizada.

A NBR 7190<sup>[07]</sup> recomenda que o módulo de elasticidade seja determinado através da seguinte expressão:

$$E_{co} = \frac{\sigma_{50\%} - \sigma_{10\%}}{\varepsilon_{50\%} - \varepsilon_{10\%}} \dots\dots\dots(124)$$

O módulo de elasticidade foi determinado através da inclinação da reta secante à curva tensão-deformação definida pelos pontos correspondentes a 10% e 50% da resistência à compressão das fibras medidas no ensaio. Aplicando a expressão (124), o módulo de elasticidade da madeira encontrado foi de 14.613MPa.

Com os respectivos valores dos módulos de elasticidade e as características das peças apresentadas na Fig.(34), será possível agora estudar a influência das ligações nos deslocamentos, no fluxo de cisalhamento e na capacidade de carga das vigas mistas sujeitas à compressão segundo o equacionamento proposto neste trabalho.

## 4.2 INFLUÊNCIA DO MÓDULO DE DESLIZAMENTO NO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DAS VIGAS MISTAS

Com a seção transversal da Fig.28, considere, por exemplo, uma viga mista com um carregamento uniformemente distribuído de 6kN/m ou uma carga concentrada de 10kN, com vão de 230cm (razão vão/altura  $\geq 21$ ). Nessas condições são apresentadas neste item algumas investigações sobre a influência das ligações no comportamento estrutural das vigas mistas.

Para a determinação dos deslocamentos máximos foram utilizadas as equações (55), (60), (65) e (69), sendo a parcela correspondente às ligações designada aqui de segunda parcela. O coeficiente “ $\alpha$ ” utilizado nessa série é o mesmo da eq.(29), , ou seja:

$$\alpha^2 = 2K \left( \frac{E_s A_s + E_w A_w}{E_s A_s E_w A_w} \right)$$

Dessa forma, o gráfico que relaciona a interferência da ligação com o deslocamento da viga pode ser visto na Fig.40.

Se forem utilizados carregamentos com diferentes valores, obtêm-se gráficos similares ao da Fig. 34, indicando neste caso que a relação entre 2ª parcela e o deslocamento total é sempre proporcional ao carregamento se se considerar a mesma condição de apoio.

### Influência do módulo de deslizamento nos deslocamentos

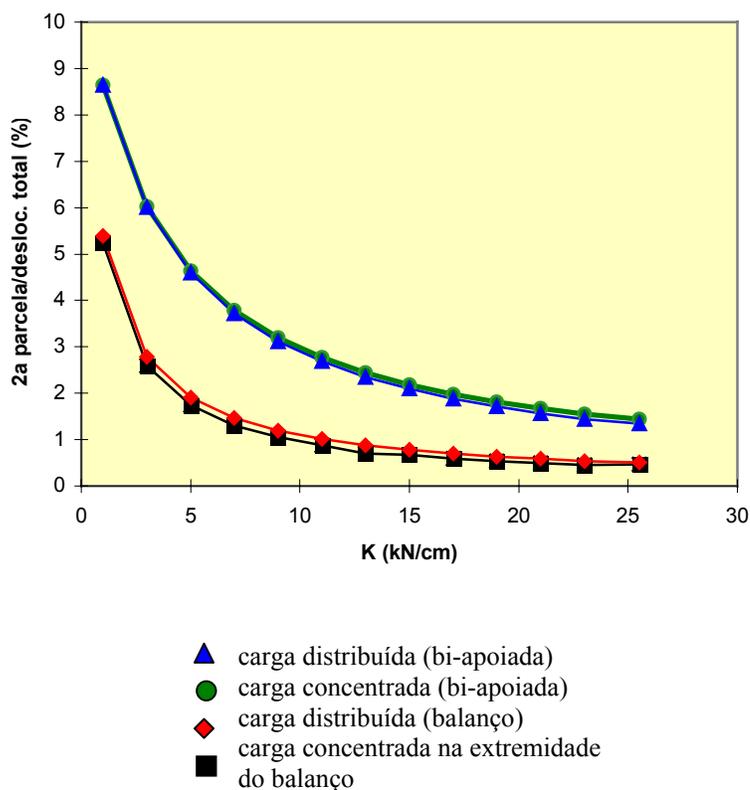


Figura 40 Relação entre o módulo de deslizamento e o deslocamento provocado pela ligação em relação ao deslocamento máximo total da viga

Da Fig.40 observa-se que quanto menor a rigidez da ligação, maior a interferência da ligação nos deslocamentos globais da viga. Além disso, pode-se verificar que os deslocamentos verticais variam com o tipo de vinculação, no entanto, não interfere no comportamento da ligação.

Outra investigação comparativa interessante que pode ser estudada é a relação entre o vão da viga e a influência do escorregamento relativo entre as peças.

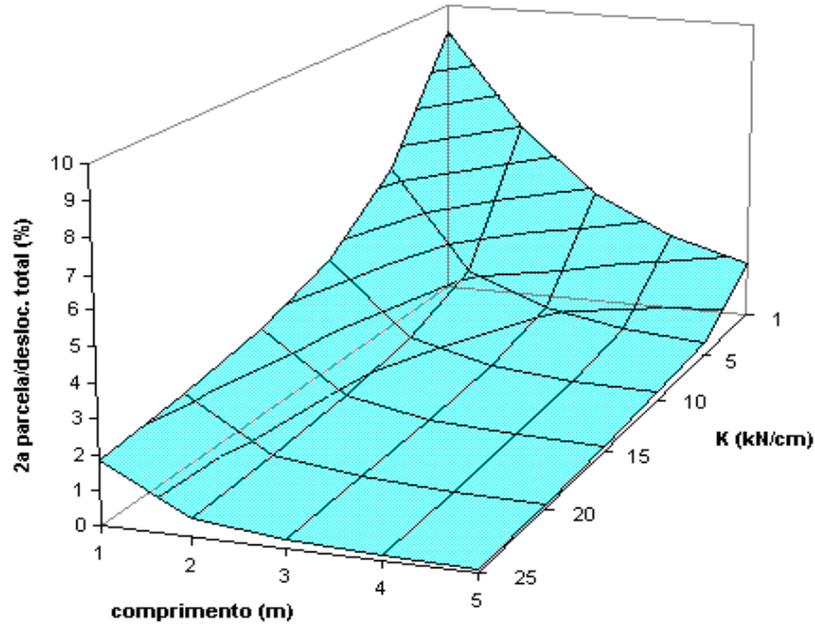
Assim, variando-se o parâmetro “K” e o comprimento da peça, admitindo-se também, uma viga em balanço, construiu-se o gráfico mostrado na Fig.41a), onde se pode comparar uma superfície de deslocamentos para a viga mista com carga concentrada na extremidade com 10kN e com outra carregada uniformemente com 6kN/m.

Já no caso da viga ser simplesmente apoiada considerou-se, também, carregamento concentrado de 10kN no meio da peça e comparou-se com o carregamento uniformemente distribuído de 6kN/m. Observa-se que é possível construir gráficos similares se alterar os carregamentos da viga.

A partir das Figs. 41 e 42, concluímos que quanto menor a rigidez da ligação, concomitantemente ao comprimento da viga, maiores perturbações do deslocamento das ligações no contexto global da estrutura. Todavia, existe diferença no comportamento das ligações para vigas bi-apoiadas e vigas em balanço, sendo que os deslocamentos das ligações têm maiores interferências nas primeiras que nas segundas.

Também, pode-se notar que quanto menor o escorregamento relativo, maiores os deslocamentos provocados pelas ligações. Por outro lado, os deslocamentos também decrescem com relação ao vão, o que implica em maior influência para vigas mistas com pequenos vãos.

**Superfície de deslocamentos para carregamento concentrado na extremidade do balanço**



**Superfície de deslocamentos para viga mista em balanço com carregamento uniformemente distribuído**

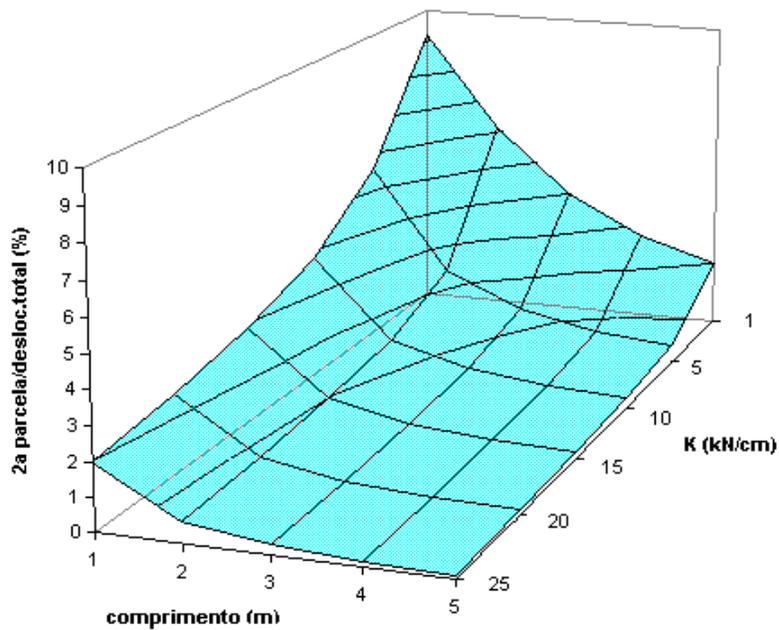
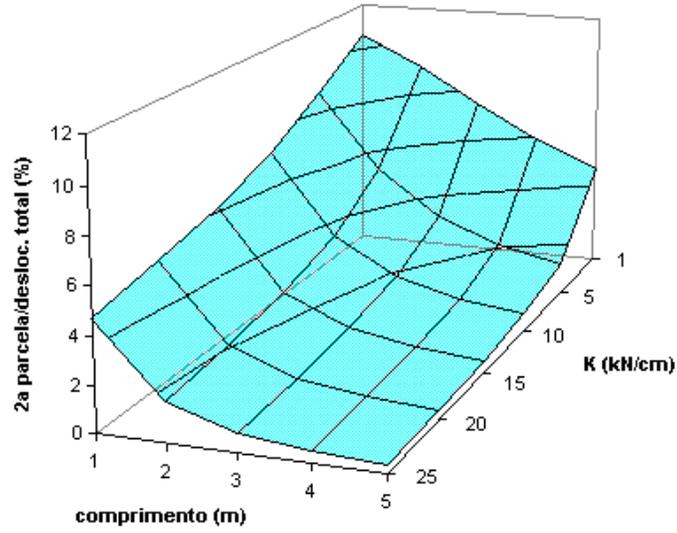


Figura 41 Influência do comprimento da viga, da rigidez da ligação e da relação entre o deslocamento da ligação e seu deslocamento total numa viga em balanço.

**Superfície de deslocamentos para  
carregamento uniformemente distribuído em  
viga mista simplesmente apoiada**



**Superfície de deslocamentos para viga mista  
simplesmente apoiada com carregamento  
concentrado no meio do vão**

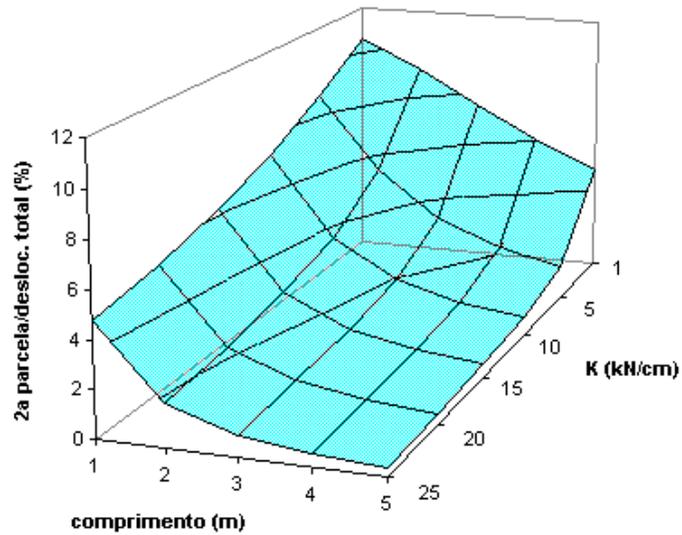


Figura 42 Influência do comprimento da viga, da rigidez da ligação e da relação entre o deslocamento da ligação e o deslocamento total em viga simplesmente apoiada.

## 4.3 ANÁLISE DOS DESLOCAMENTOS VERTICAIS

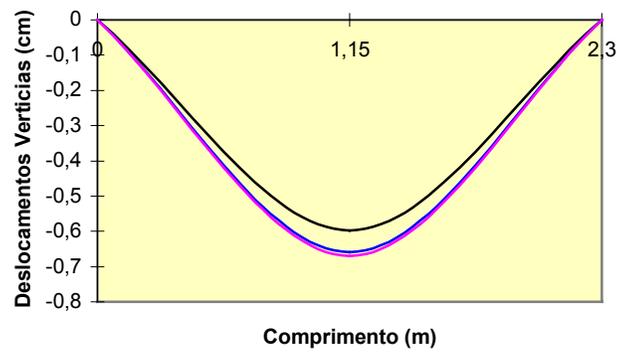
Com o objetivo de se avaliar a influência da ligação nos deslocamentos verticais consideramos que quando o coeficiente de rigidez (K) tender a infinito, teremos uma composição total, enquanto que, para outros valores de “K” se considera, efetivamente, a influência da ligação nos deslocamentos. Neste caso temos uma composição parcial.

Ainda, na composição parcial será analisado, o efeito na flexão do momento fletor e da força cortante. Para tal finalidade serão utilizadas as expressões (55), (60), (65) e (69). Os coeficientes “ $\alpha$ ” a serem utilizados nas simulações serão os da eqs. (29) e (53) respectivamente, sendo que a primeira considera os efeitos do momento fletor, enquanto que na segunda, é acrescido também a força cortante cujas equações estão representadas novamente a seguir:

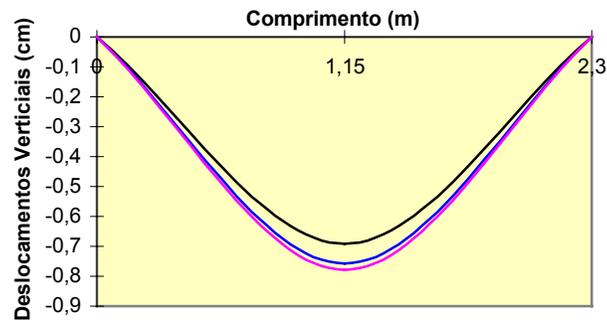
$$\alpha^2 = 2K \left( \frac{E_s A_s + E_w A_w}{E_s A_s E_w A_w} \right) \text{ para momento fletor;}$$

$$\alpha^2 = \left( \frac{E_s A_s + E_w A_w}{E_s A_s E_w A_w} \right) \left[ \frac{1}{2K} + \frac{h}{2} \left( \frac{E_w I_w}{G_w A_w} + \frac{E_s I_s}{G_s A_s} \right) \right]^{-1} \text{ para momento fletor e força cortante .}$$

Dessa forma, serão adotadas as mesmas informações e características da Fig.34, e construídos os gráficos indicados pelas Figs. 43 e 44, onde para a idealização dos mesmos foi adotado como referência um escorregamento relativo da ligação igual a 1kN/cm, ou seja, de uma ligação bastante flexível.



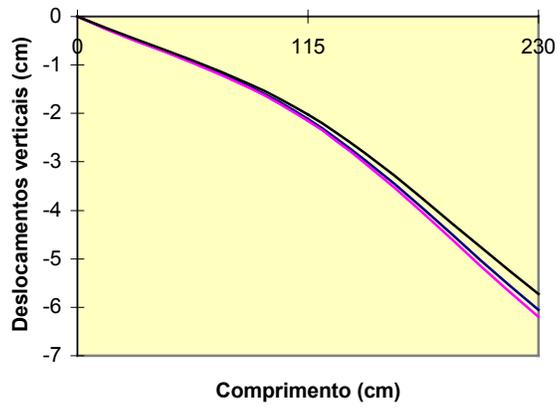
a) carregamento uniformemente distribuído.



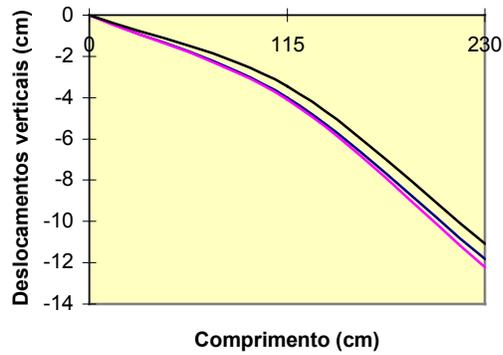
b) Carregamento concentrado no meio do vão.

- Composição total ( $K \rightarrow \infty$ )
- Composição parcial (momento)
- Composição parcial (momento e cortante)

Figura 43 Comparação entre linhas elásticas de viga mista simplesmente apoiada



a) Carregamento uniformemente distribuído.



b) Carregamento concentrado na extremidade

- Composição total ( $K \rightarrow \infty$ )
- Composição parcial (momento)
- Composição parcial (momento e cortante)

Figura 44 Comparação entre linhas elásticas de viga mista em balanço

A partir dos gráficos mostrados nas Figs. 43 e 44 pode-se concluir que os deslocamentos provocados na ligação pelo efeito do momento fletor tem bem mais importância do que aqueles encontrados em que se considera também a força cortante, pois esta acrescenta aos deslocamentos globais pouco menos que 1% da flecha total, mesmo se considerando uma rigidez da ligação muito baixa, de acordo com os gráficos. Portanto, os deslocamentos da ligação provocados pela força cortante podem ser desprezados para as vigas mistas em chapa dobrada e madeira serrada solidarizadas por parafusos.

Assim, vale ressaltar que, para as vigas mistas é mais importante a determinação correta do coeficiente de rigidez da ligação, experimentalmente, do que a consideração do cisalhamento nos deslocamentos globais.

Igualmente, importante ao estudo da influência da rigidez da ligação é a verificação da variação do fluxo de cisalhamento ao longo da viga e o dimensionamento da ligação de um modo adequado.

## 4.4 ANÁLISE DO FLUXO DE CISCALHAMENTO

Considerando-se novamente a Fig.34 e suas características físicas e geométricas e os mesmos carregamentos de 6kN/m para carga uniformemente e de 10kN para uma carga concentrada no meio do vão, pode-se comparar o gráfico do fluxo de cisalhamento da viga em função de alguns valores do parâmetro “K”. Dessa forma, utilizando-se o mesmo esquema estático anterior e as expressões (56), (62), (66) e (70), verifica-se que:

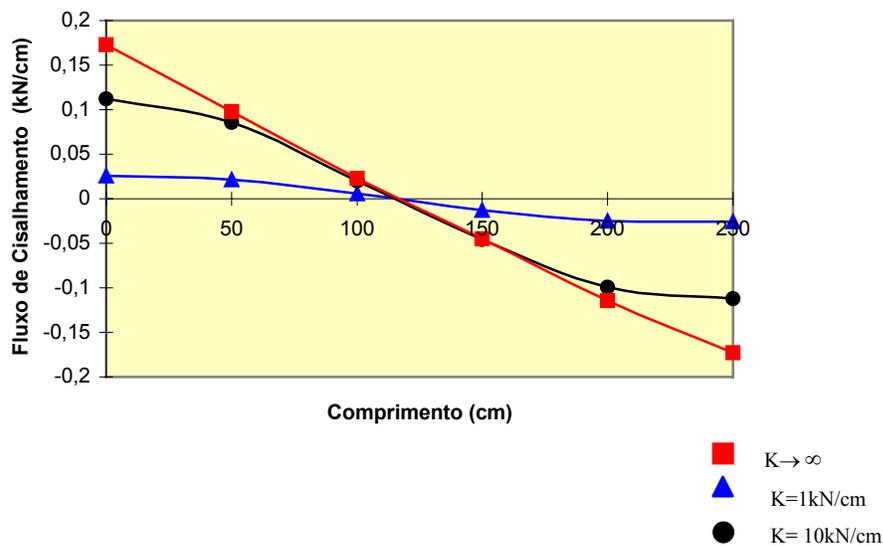


Figura 45 Comparação entre curvas de fluxo de cisalhamento para uma viga mista simplesmente apoiada sob carregamento uniformemente distribuído.

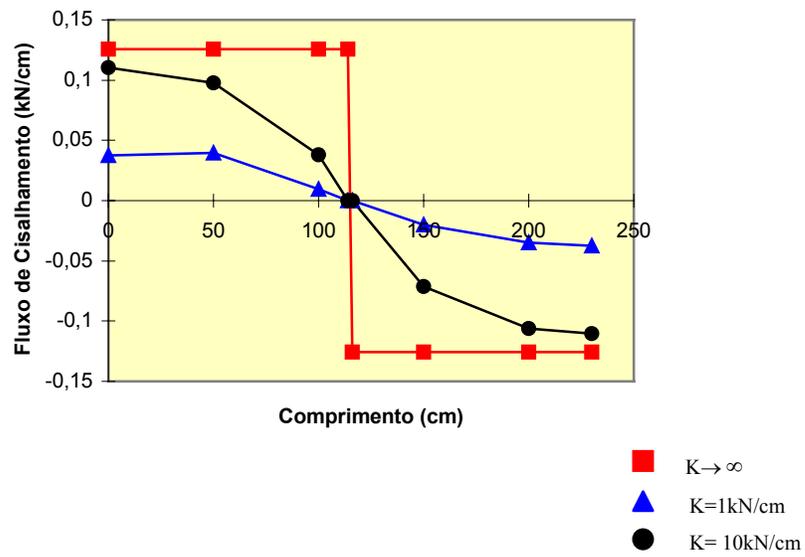


Figura 46 Comparação entre curvas de fluxo de cisalhamento para uma viga mista simplesmente apoiada sob carregamento concentrado no meio do vão

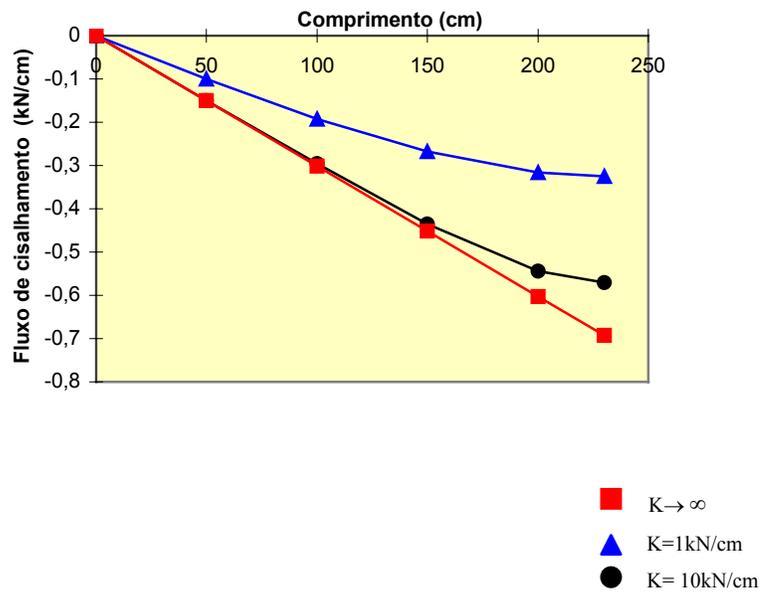


Figura 47 Comparação entre curvas de fluxo de cisalhamento para uma viga mista em balanço sob carregamento uniformemente distribuído.

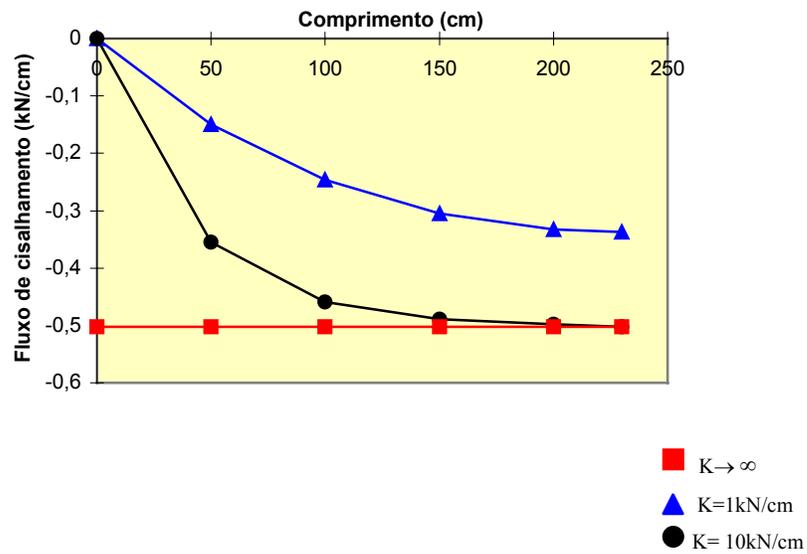


Figura 48 Comparação entre curvas de fluxo de cisalhamento para uma viga mista em balanço sob carregamento concentrado na extremidade.

Analisando-se as curvas das Figs.45 a 48, pode-se concluir que quanto maior a rigidez da ligação, mais solicitada ela passa a ser .

No caso da Fig. 46, o fluxo de cisalhamento é descontínuo. Isso ocorre por este ser diretamente proporcional à força cortante e à rigidez da ligação conforme visto na equação (25).

Eventualmente, como a viga mista pode vir a trabalhar também como coluna, é interessante avaliar a influência das ligações nessa situação.

## 4.5 ANÁLISE DA CARGA CRÍTICA DA VIGA-COLUNA

A partir das expressões (29) e (86) é possível se a carga crítica para a coluna mista, escrevendo-se o módulo de deslizamento em função dos respectivos eixos como:

$$P_{cr} = \frac{E_s I_s EI \pi^2}{\lambda_e^2} \frac{(EA)\pi^2 + 2K\lambda_e^2}{(EA)(EI)\pi^2 + 2K\lambda_e^2 (E_s I_s)} \dots\dots\dots(125)$$

Utilizando-se as mesmas características da Fig. 34 para a viga mista, considerando-se que o comprimento de flambagem valha 230cm, construímos o gráfico da interferência do módulo de deslizamento na capacidade de carga da coluna mista sujeita à compressão, utilizando-se a expressão (125), ou seja:

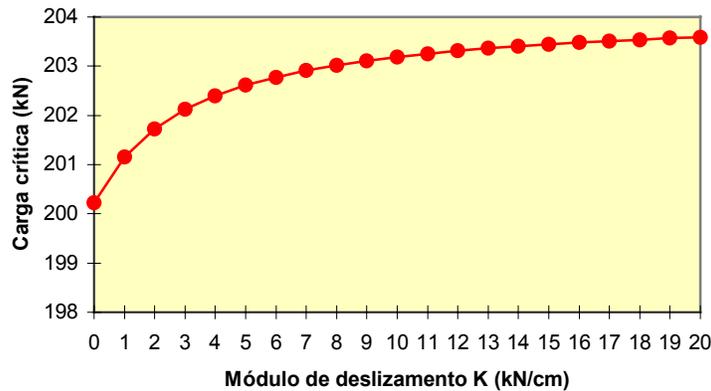


Figura 49 Relação entre carga e rigidez da ligação em coluna sujeita à compressão

Para o gráfico acima (Fig. 49) verificamos que para “K” igual a zero equivale justamente à capacidade de carga das chapas metálicas, enquanto que, se a rigidez da ligação tender a infinito, a carga crítica vale a soma das cargas críticas das peças

individuais. Isso evidencia mais uma vez que a rigidez da ligação interfere diretamente na capacidade de carga da viga mista ou da viga-coluna.

Entretanto, é importante salientar que uma análise pura e simples da carga crítica não é suficiente para se afirmar que a capacidade de carga da peça composta é válida. Devem-se, também, analisar as tensões de serviço e verificar se estão de acordo com os parâmetros e os limites dos materiais que compõem a viga mista.

## 4.6 ANÁLISE DA TENSÃO CRÍTICA EM FUNÇÃO DO ÍNDICE DE ESBELTEZ

Considere-se uma viga- coluna mista sujeita a cargas axiais, onde as chapas metálicas podem ser tratadas como uma peça múltipla formada pela união de duas peças simples ligadas entre si pelo parafuso como mostra a Fig. 50.

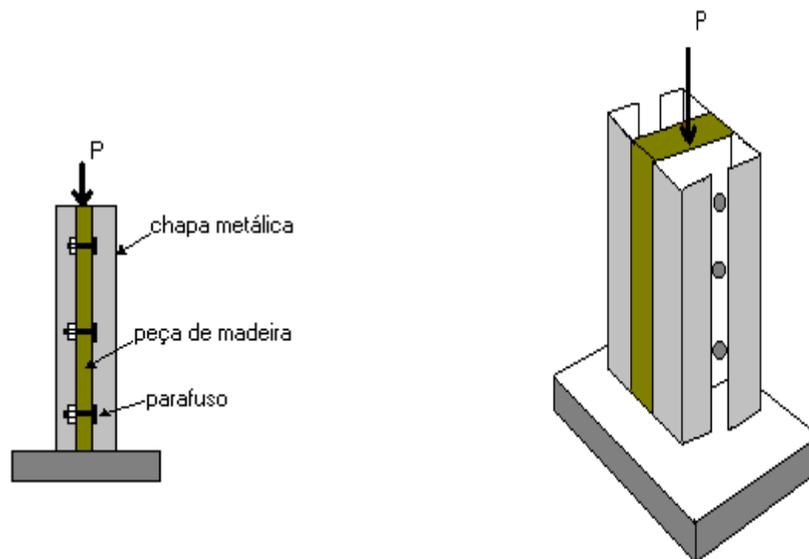


Figura 50 Viga-coluna mista parafusada sob cargas axiais

Através da Fig.50 nota-se que os parafusos também atuam como travejamentos intermediários para as chapas quando estas trabalham na viga mista como coluna. Isso implica em uma diminuição do índice de esbeltez dos elementos e em um conseqüente aumento da tensão de flambagem da peça composta.

Em relação ao modelo apresentado na Fig. 50, pode-se calcular a força de cisalhamento no elemento de travejamento, que no caso é representado pelo parafuso. Para tal, tomaremos como referência a Fig. 51.

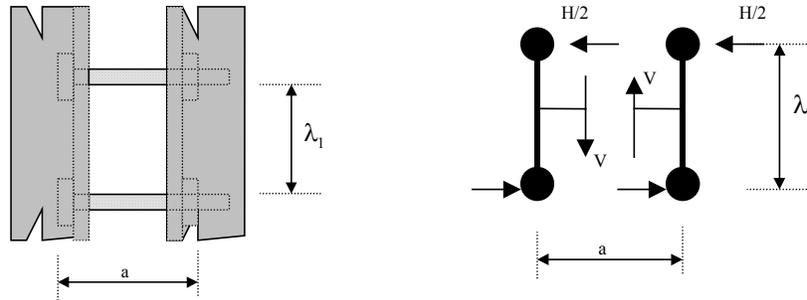


Figura 51 Esforços atuantes em relação aos nós de travejamento

Fonte: Adaptado de PFEIL<sup>[42]</sup> (1986) pag. 237

Nas condições da Fig.51 tem-se que :

$$V \frac{a}{2} = \frac{H}{2} \lambda_1 \dots\dots\dots(126)$$

O esforço horizontal ideal “H” é determinado de acordo com a seguinte expressão(PFEIL<sup>[42]</sup>, 1986):

$$H = A \times \sigma \dots\dots\dots(127)$$

Onde “A” é a área da seção transversal do travejamento e “σ “ é a tensão de referência, cujo valor é de 2 MPa. .

Entretanto, a força horizontal ideal é citada pela norma americana AISC (American Institute of Steel Construction), apud PFEIL<sup>[42]</sup> (1986), como sendo de 2% da

compressão axial, enquanto que, a norma AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials), prescreve uma fórmula empírica na determinação do esforço horizontal que vale:

$$H = \frac{F}{100} \left( \frac{100}{\frac{\lambda}{i} + 10} + \frac{\frac{\lambda}{i}}{\frac{23000}{f_y}} \right) \dots\dots\dots(128)$$

Sendo “i” o raio de giração do perfil composto em relação a um eixo perpendicular ao plano do travejamento e “F” a carga .

Através da expressão (126) é possível se obter a carga de cisalhamento no parafuso que deverá ser comparada com (107), que é a carga resistente segundo a NBR8800<sup>[08]</sup>/1986.

‘

No estudo de flambagem de peças múltiplas, adota-se um índice de esbeltez ideal. Pode-se citar o método de ENGESSER (GIORDANO<sup>[24]</sup>, 1964) para cálculo do índice de esbeltez de peças múltiplas, compostas por várias peças simples iguais. O índice de esbeltez ideal do perfil “C” é calculado através das seguintes expressões:

$$\lambda_x = \sqrt{\lambda_x^2 + \frac{m}{2} \lambda_{1x}^2} \dots\dots\dots(129)$$

$$\lambda_y = \sqrt{\lambda_y^2 + \frac{m}{2} \lambda_{1y}^2} \dots\dots\dots(130)$$

Onde:

$m$  = número de elementos da peça composta;

$\lambda_x$  e  $\lambda_y$  = os índices de esbeltez ideais em torno dos eixos x e y da peça composta;

$\lambda_{1x}$  e  $\lambda_{1y}$  = os índices de esbeltez das peças isoladas, em torno dos eixos que passam pelo seu centro de gravidade e são paralelos aos eixos x e y respectivamente.

As vigas mistas (Fig.34), geralmente, apresentam maior momento de inércia em relação ao eixo “x” do que em “y”, portanto, este último é o eixo em que ocorrerá a flambagem. Dessa forma, inserindo-se as expressões (29), (129) e (130) em (101) e igualando-se à tensão elástica da viga mista (eq.103), obtém-se a tensão crítica da viga mista como sendo:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_w}{\left(\frac{\lambda_e}{i_w}\right)^2} + \frac{\pi^2 E_s}{\left(\frac{\lambda_e}{i_s}\right)^2 + \frac{m}{2} \left(\frac{\lambda_1}{i_{1(s)}}\right)^2} \left[ \frac{2K\lambda^2 E_s I_s}{(EA)^2 \pi^2 + 2K\lambda^2 E_s I_s} \right] \leq (E_s + E_w) \epsilon \dots\dots (131)$$

Onde “ $\lambda_1$ ” corresponde ao espaçamento entre parafusos. Todavia, PFEIL<sup>[42]</sup> (1986), recomenda que o índice de esbeltez de um elemento isolado entre pontos de ligação ficando condicionado a:

para barras submetidas a cargas móveis:  $\lambda_1 \leq \frac{1}{2} \mu \lambda$ ;

para barras sem cargas móveis:  $\lambda_1 \leq \frac{1}{2} \mu \lambda \left( 4 - 3 \frac{N}{A \bar{\sigma}_{fy}} \right)$ , onde:

“EA” é denotado pela expressão (19) igual a:

$$EA = \frac{E_s A_s E_w A_w}{E_s A_s + E_w A_w}$$

- N = carga aplicada no elemento;
- $\mu = 1$  para extremidades articuladas;
- $\mu = 2$  para uma extremidade livre e outra engastada;
- $\mu = 0,7$  para uma extremidade engastada e a outra articulada;
- $\mu = 0,5$  para extremidades duplamente engastadas;
- $\lambda_e = \mu\lambda$  comprimento efetivo de flambagem.

O índice de esbeltez “ $\lambda$ ” do conjunto chapa de aço-madeira formando a viga mista pode ser escrito em função das expressões (27), (98) e (99) como sendo:

$$\lambda = \lambda_e \sqrt{\frac{(E_s A_s + E_w A_w)}{(E_s I_s + E_w I_w)}} \dots\dots\dots(132)$$

Nas equações (131) e (132) devem ser consideradas as características geométricas adotando-se como referência o eixo de menor inércia da viga-coluna.

A partir da eq. (103) em que  $\sigma_e = E_s \varepsilon_s + E_w \varepsilon_w$ , dos resultados experimentais das chapas de aço (Fig.30) cujo módulo de elasticidade vale 217.005MPa e da peça madeira (Fig.33) com 14.613MPa, considerando-se também, que a deformação máxima para a viga mista é de  $\varepsilon = \varepsilon_s = 0,11\%$ , obtém-se que a tensão para o limite elástico da viga composta vale  $25,50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ .

Através da expressão (131) considerando-se também a seção transversal da viga mista conforme Fig.34, é possível se estabelecer o desempenho da peça em função do índice de esbeltez global e do aumento de rigidez da ligação. No gráfico da Fig.52 pode ser vista esta relação, sendo que neste caso foi fixada a distância entre parafusos em cinquenta centímetros.

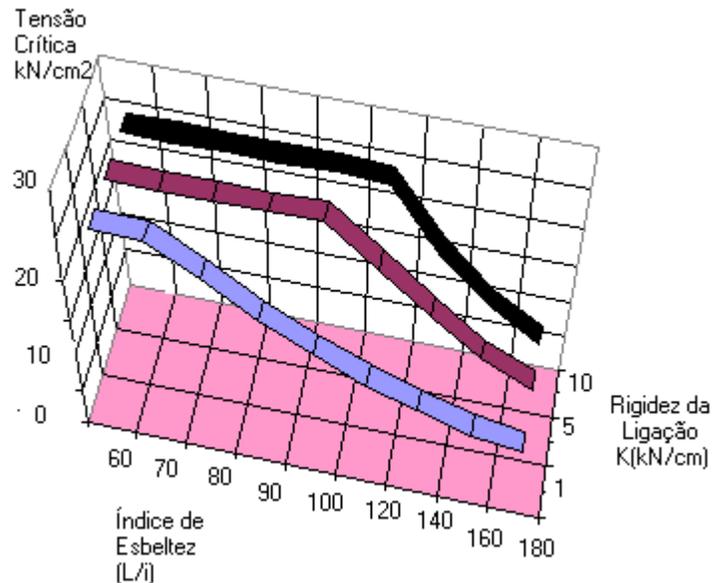


Figura 52 Relação entre índice de esbeltez, rigidez da ligação e tensão crítica da viga mista

Nota-se no gráfico da Fig.52 que a peça apresenta pior desempenho se o módulo de deslizamento for baixo, indicando assim, que o módulo de deslizamento da ligação é um elemento importante na capacidade de carga da coluna mista.

Além disto, um outro gráfico pode ser construído, a partir da expressão (131), fixando-se a rigidez da ligação igual a 1kN/cm. Desse modo, alterando-se o espaçamento dos parafusos e o índice de esbeltez, nota-se que há uma influência da distância entre conectores na tensão crítica, e isto é apresentado na Fig. 53.

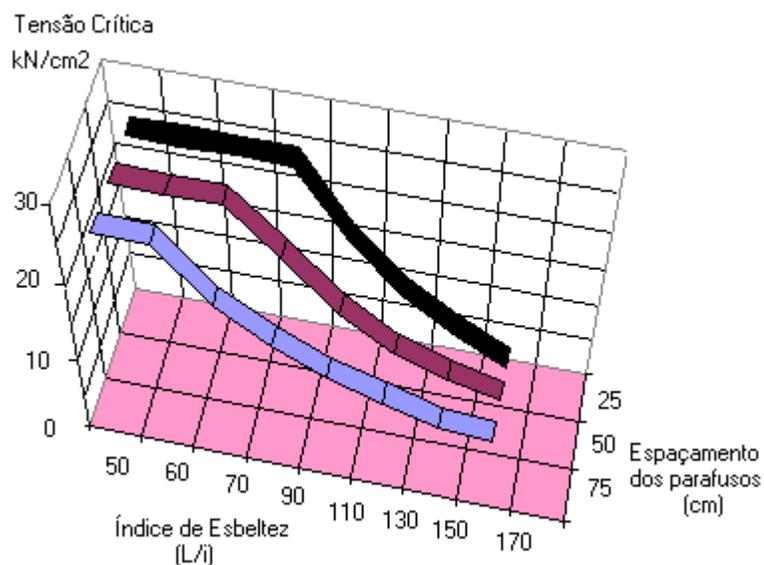


Figura 53 Relação entre tensão crítica, índice de esbeltez e espaçamento dos parafusos para rigidez da ligação igual a 1kN/cm

Da Fig.53, nota-se que para tensões abaixo da tensão elástica limite, o índice de esbeltez varia conforme o espaçamento dos parafusos. Se for alterada a rigidez da ligação, há ligeira mudança no índice de esbeltez no ponto de limite de elástico da viga mista.

Fixando-se a tensão elástica para a viga mista ( $25,5\text{kN/cm}^2$ ) e o espaçamento dos parafusos em cinquenta centímetros, pode-se traçar um gráfico onde variamos o índice de esbeltez ( $\lambda$ ) em relação ao módulo de deslizamento (K), conforme a Fig. 54.

Observa-se que, neste caso, (Fig.54) quanto mais esbelta for a peça menor a interferência da ligação nos resultados. Por outro lado, quando a rigidez da ligação ultrapassa a aproximadamente 10kN/cm o índice de esbeltez varia pouco, enquanto que, para valores menores é bastante significativo a participação do módulo de deslizamento no índice de esbeltez da peça composta.

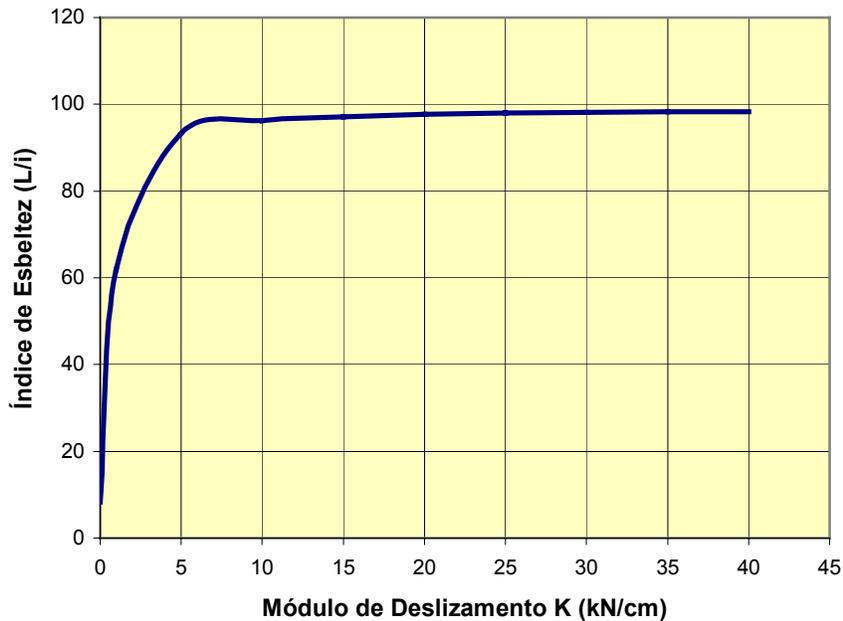


Figura 54 Variação da rigidez da ligação em função do índice de esbeltez considerando-se a tensão elástica limite na viga-coluna mista.

Em linhas gerais, pode-se apontar para o fato de que a rigidez da ligação interfere nas tensões da peça composta trabalhando como coluna. Os valores ora encontrados para o caso do modelo estudado (Fig.34) não são mais expressivos pelo fato de que a peça de madeira deveria ter maior rigidez na seção composta.

No caso do índice de esbeltez a NBR 8800<sup>[08]</sup>/1986 que trata de estruturas de aço recomenda-se que:

$\lambda \leq 240$  para peças consideradas principais,

$\lambda \leq 300$  para peças consideradas secundárias,

Enquanto que a NBR 7190<sup>[07]</sup>/1997, orienta que para o dimensionamento de peças esbeltas deve ter um índice de esbeltez de até  $\lambda \leq 140$ .

Baseando-se na análise das expressões apresentadas até aqui verificamos que a ligação interfere, diretamente, no comportamento das vigas mistas parafusadas em chapa dobrada e madeira serrada. Entretanto, pode-se estabelecer que em linhas gerais, quando a rigidez da ligação tender a mais de 25kN/cm, diminui, significativamente, a influência da ligação no comportamento global da viga ou coluna.

## **5. ESTUDO EXPERIMENTAL**

Neste capítulo estão descritos os procedimentos referentes à parte experimental deste trabalho. São apresentados os ensaios utilizados nas vigas mistas e nas ligações com o intuito de se conhecer e de se avaliar seu comportamento mecânico.

### **5.1 DESCRIÇÃO DO ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE DESLIZAMENTO**

Com o objetivo de se determinar as características de rigidez da ligação utilizada nos modelos, idealizou-se um ensaio no qual foi possível quantificar a carga transmitida pela ligação e o deslocamento longitudinal relativo entre elementos, sendo que foram extraídos corpos de prova dos modelos reais para essa finalidade.

O ensaio realizado pode ser visto na Fig. 55, e na Fig.56 verifica-se o corpo de prova após o ensaio.

Utilizamos três relógios comparadores com precisão de 0,01mm, um deles foi posicionado na peça de madeira e dois outros nas chapas metálicas, afim de medir o deslocamento dos elementos. O escorregamento relativo consistiu em medir a diferença entre os deslocamentos da peça de madeira e da chapa metálica.

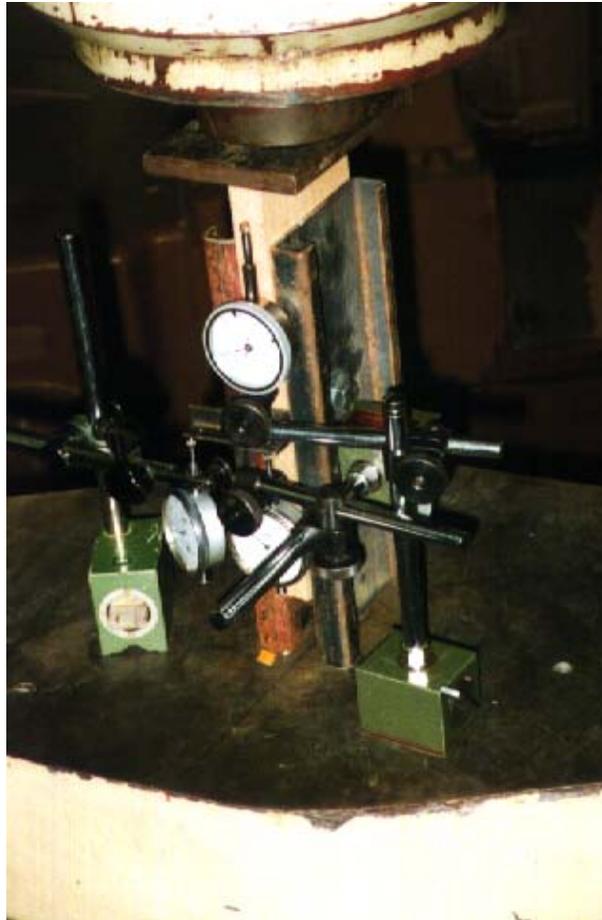


Figura 55 Fotos de um ensaio sendo realizado



Figura 56 Corpo de prova após o ensaio onde houve o embutimento do parafuso na madeira.

A carga foi aplicada em intervalos regulares para a realização das leituras até a ruptura do modelo, no qual continha somente um parafuso ligando a chapa de aço e a peça de madeira.

Cada amostra possuía 30cm, com um espaçamento de 5cm entre os elementos. No diagrama carga x deslocamento longitudinal relativo foi ajustada uma reta no trecho linear e através de seu coeficiente angular obteve-se o módulo de deslizamento da ligação.

Os ensaios foram realizados com dois diâmetros de parafusos diferentes a saber: 6mm ou 12mm. Os resultados dos ensaios estão mostrados nas Figs. 57 e 58, sendo que a carga de ruptura média foi de 11kN para a conexão com diâmetro de 6mm e de 13kN para os parafusos de 12mm. Nesses ensaios, a ruína para ambos os casos ocorreu por embutimento do parafuso na peça de madeira.

Considerando-se os diagramas da Fig. 57, os módulos de deslizamento da ligação são de aproximadamente, 83kN/cm, 94kN/cm e 100kN/cm respectivamente. Portanto, a média aritmética é de 92kN/cm considerando parafuso com diâmetro de 6mm.

Por outro lado, da Fig. 58 obtém-se um o módulo de deslizamento da ligação de 166kN/cm, 133kN/cm e 150kN/cm respectivamente. Sendo que, a média aritmética de 150kN/cm considerando o parafuso com diâmetro de 12mm na ligação.

Observando-se os gráficos das Fig. 57 e 58 é verificada a existência de uma primeira fase em que a ligação tem uma rigidez bastante elevada. Em seguida, após 2,5 a 3kN, o parafuso completa o trabalho de transferência dos esforços de cisalhamento por contato com maior intensidade. Assim, a rigidez da ligação diminui acentuadamente, pois os esforços existentes ultrapassam a resistência de atrito creditada pelo aperto.

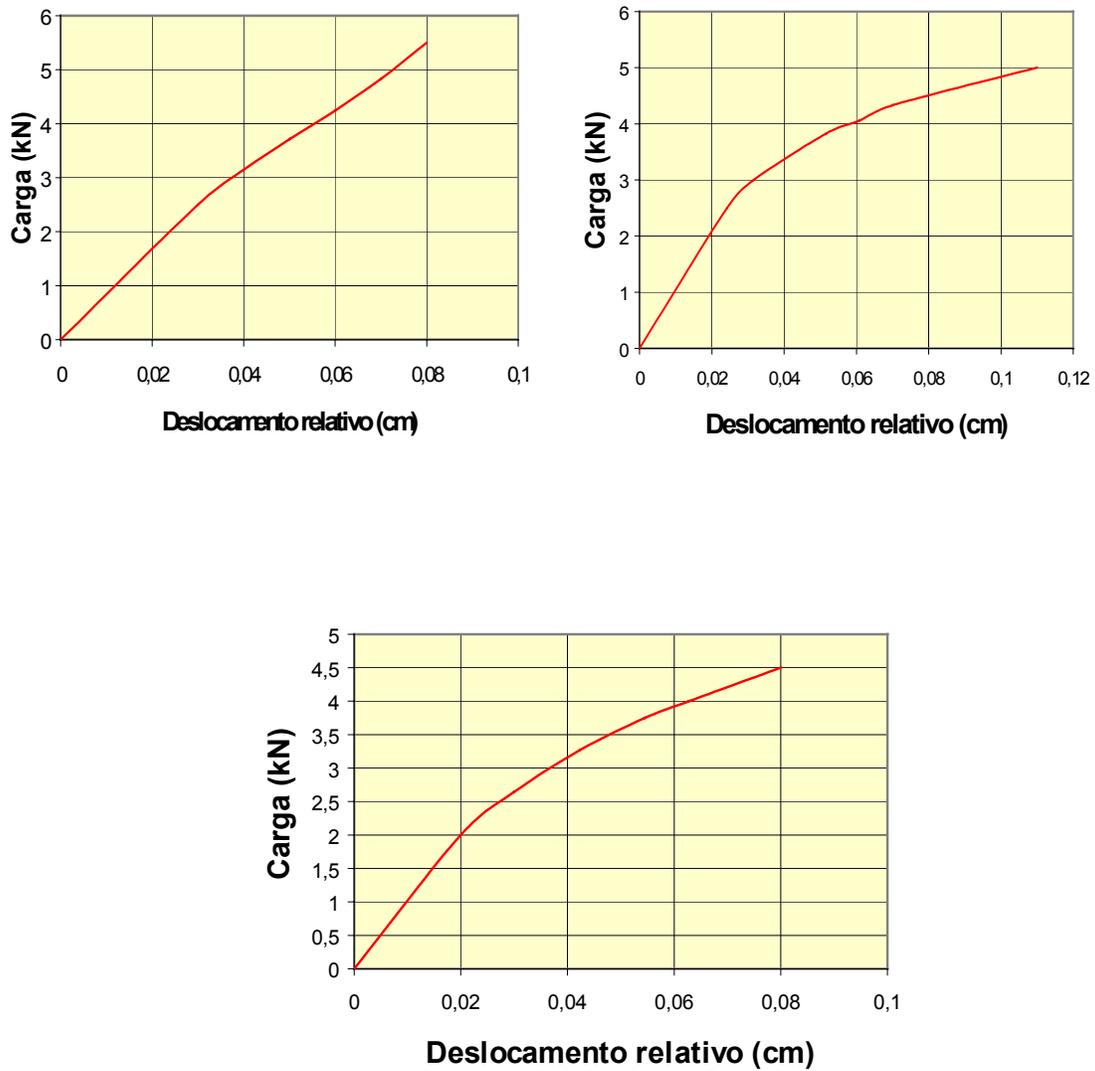


Figura 57 Diagrama carga x deslocamento relativo dos corpos de prova com duas chapas metálicas e uma peça de madeira em Pinus conectada com parafuso de diâmetro 6mm na ligação

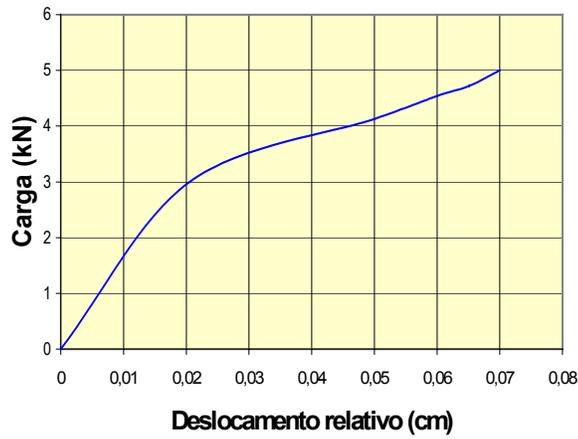
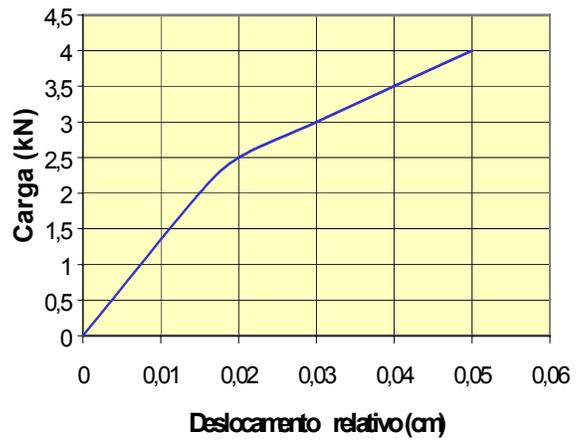
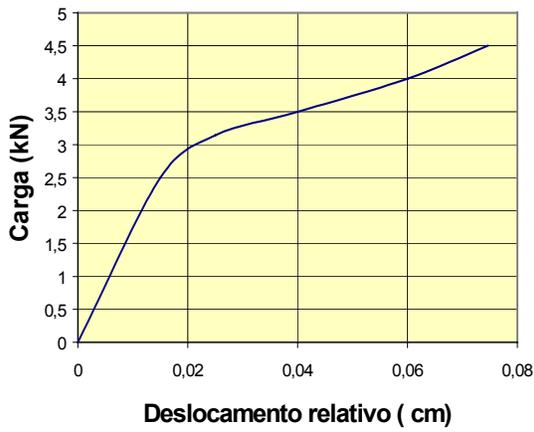


Figura 58 Diagrama carga x deslocamento relativo na ligação dos corpos de prova com duas chapas metálicas e uma peça de madeira em Pinus conectada com parafuso de diâmetro 12mm na ligação.

## 5.2 DESCRIÇÃO DO ENSAIO DE FLEXÃO NAS VIGAS MISTAS

Neste item adotou-se como referência, inicialmente, as vigas mistas utilizadas pelas empresas de cimbramentos, fazendo-se algumas alterações quanto à disposição e diâmetro dos parafusos. Posteriormente, foram elaboradas vigas mistas com seção transversal diferentes daquelas encontradas no mercado da construção e avaliado seu desempenho estrutural através de ensaios de flexão.

Como ponto de partida, foram utilizados os ensaios realizados por BATISTA<sup>[11]</sup> (1996) que considerou o método da seção transformada para a análise dos resultados. Entretanto, a este trabalho acrescentamos a análise do efeito do escorregamento relativo nos deslocamentos verticais e foram novamente verificadas as ligações, considerando-se agora o fluxo de cisalhamento.

Os protótipos ensaiados tinham 2,50m de comprimento e as mesmas características apresentadas na Fig.34, bem como, o módulo de elasticidade das chapas metálicas e da peça de madeira, já estudadas experimentalmente. Na Fig. 59, são vistos os elementos que compõem a peça utilizada pela empresa fabricante das vigas mistas ensaiadas. Esse tipo de viga é denominada pelo fabricante de viga principal do cimbramento metálico.

a) Vigas comerciais

A solidarização dessas vigas mistas foi feita com 3 (três) parafusos de diâmetro 12mm, com distância entre eles de 115cm, alinhados na alma, o que é recomendado pela empresa fabricante.



Figura 59 Foto dos elementos da viga e os respectivos parafusos.

Na Fig. 60 pode ser vista a distribuição geral dos parafusos na peça. O furo para passagem dos parafusos era de 14mm aproximadamente.

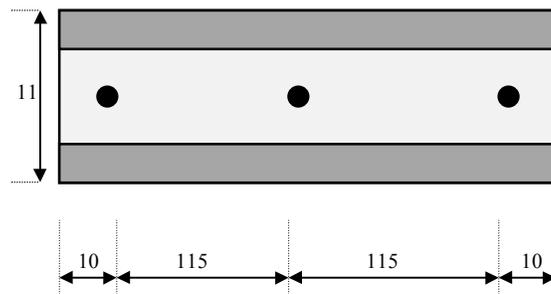


Figura 60 Vista longitudinal da disposição dos parafusos na viga mista  
(Cotas em centímetro)

Para execução do ensaio de flexão da viga mista foi usado um pórtico com capacidade de carga de 400kN aproximadamente, conforme Fig.61.



Figura 61 Foto do pórtico de carga aplicada à viga mista com três parafusos no momento do carregamento.

A determinação dos deslocamentos foi feita utilizando-se relógios comparadores sob a viga, conforme mostra a Fig.62.

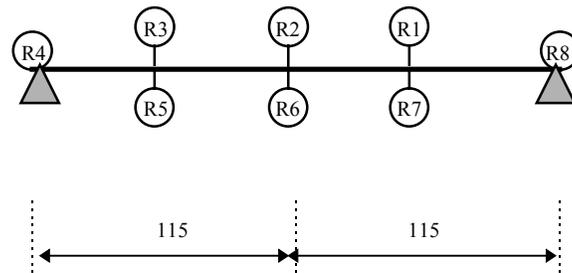


Figura 62 Disposição longitudinal dos relógios comparadores

Os relógios, representados pela letra “R” que estão acima do eixo da viga no desenho, foram posicionados sob a peça de madeira (R1, R2, R3). Enquanto que, os inferiores (R5, R6, R7) estavam sob a chapa de aço e os relógios R4 e R8 ficavam posicionados na lateral da viga para a verificação de um possível giro nos apoios. A distância entre os relógios foi de 57,5cm ao longo do comprimento.

O ensaio foi realizado aplicando-se uma carga concentrada no meio do vão da viga. Os resultados obtidos a partir do ensaio de flexão de 2 (dois) protótipos, tomada a média aritmética, estão reunidos na Tabela 5.

Observa-se nesta tabela que, através da leitura dos relógios R4 e R8, que não houve giros significativos nos apoios.

Para se traçar um diagrama comparativo entre deslocamentos experimentais e deslocamentos teóricos e se fazer uma comparação entre as curvas é necessário conhecer o fluxo de cisalhamento máximo e a partir daí, verificar o espaçamento máximo necessário para os parafusos.

**Tabela 5 Carga x Deslocamento de viga mista com 3 (três) parafusos de 12mm alinhados na alma**

<b>CARGA (kN)</b>	<b>R1 (mm)</b>	<b>R2 (mm)</b>	<b>R3 (mm)</b>	<b>R4 (mm)</b>	<b>R5 (mm)</b>	<b>R6 (mm)</b>	<b>R7 (mm)</b>	<b>R8 (mm)</b>
2	2,32	3,17	2,22	0,41	2,31	3,37	2,00	0,33
4	3,26	5,09	3,54	0,44	3,43	5,06	3,76	0,56
6	5,09	7,99	5,50	0,62	5,50	8,11	5,96	0,80
8	6,44	10,00	6,89	0,62	6,88	10,13	7,35	0,89
10	7,44	11,62	7,96	0,60	7,95	11,74	8,42	0,87

Assim, da teoria de flexão de vigas tem-se que:

$$M = \frac{\varepsilon(EI)}{y} \dots\dots\dots(133)$$

Onde “EI” é a soma das rigidezes das chapas e da peça de madeira.

Dos resultados experimentais da Fig.36, tem-se a deformação máxima para a viga mista como sendo  $\varepsilon = \varepsilon_s = 0,11\%$ , que combinada com a eq. (27) e considerando-se também os resultados experimentais da Fig. 39, tem-se que o momento fletor máximo que a viga pode suportar vale 754kN.m.

Para uma carga concentrada no meio do vão de uma viga simplesmente apoiada, tem-se:

$$M_{\max} = \frac{P\lambda}{4} \dots\dots\dots(134)$$

Sendo o comprimento “ $\lambda$ ” igual a 230cm e o momento máximo ( $M_{\max} = 754\text{kN.m}$ ), determina-se a carga “P” máxima na expressão (134), que equivale a 13,11kN.

Através da expressão (63) e sabendo-se que a rigidez da ligação é igual a 150kN/cm (conector 12mm), é possível determinar o fluxo de cisalhamento máximo entre as peças, que é equivalente a 16,08kN/m.

O parafuso utilizado para a solidarização das vigas mistas foi do tipo comum com resistência à tração de 380MPa. Seu diâmetro nominal é de 12mm e a carga resistente ao cisalhamento escrita segundo a expressão (107) equivale a aproximadamente 11kN.

Logo, com os valores da resistência do parafuso ao cisalhamento e o valor do fluxo de cisalhamento entre as peças, pode-se determinar o espaçamento dos conectores através da expressão (112), cujo espaçamento máximo é de 68cm entre eles. O espaçamento permitido é inferior ao espaçamento entre parafusos do modelo a ser analisado, que é de 115cm. Desse modo, os conectores receberão uma carga maior do que aquela prevista.

A partir dos resultados experimentais da tabela 5 e os dados da Fig. 34, permite-se construir o seguinte gráfico:

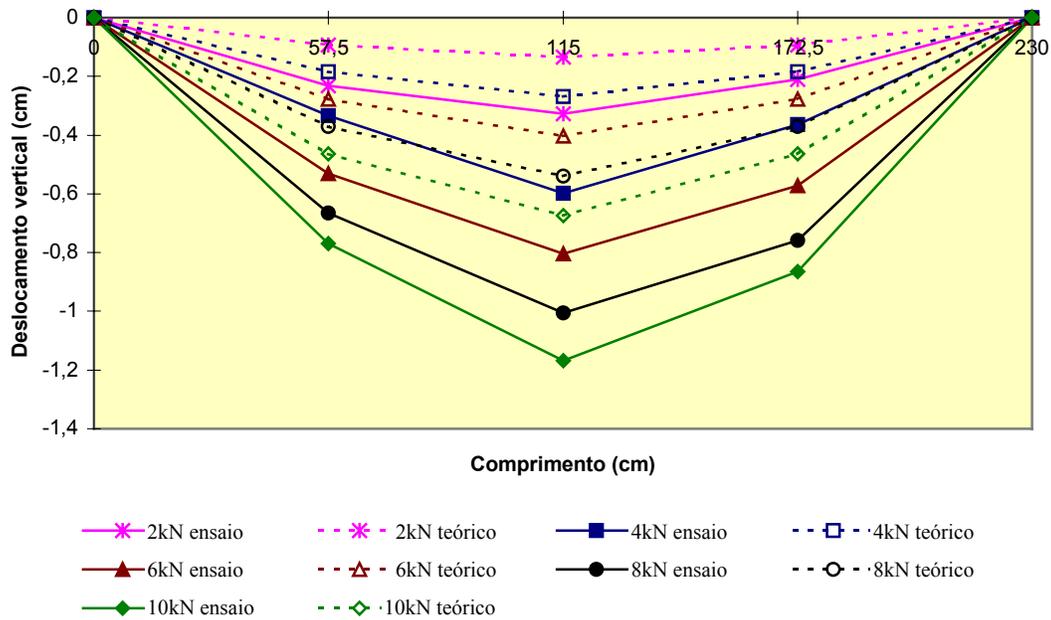


Figura 63 Diagrama da seqüência dos deslocamentos verticais teóricos e experimentais para a viga mista com 3 parafusos de diâmetro 12mm alinhados na alma.

Em geral, observa-se da Fig. 63 que o comportamento experimental apresentou deslocamentos verticais máximos médios de cerca de 51% maiores que os da curva teórica, indicando que a ligação foi pouco eficiente considerando os espaçamentos indicados para a conexão.

A ruína da peça ocorreu quando esta foi submetida a um carregamento progressivo, ocorrendo flambagem da chapa, como mostra a Fig. 64. A carga de ruptura média dessa viga foi de 16kN.



Figura 64 Foto da ruptura do modelo com 3 parafusos de 12mm de diâmetro.

#### b) Vigas comerciais com alteração da disposição dos parafusos

A partir do modelo da Fig. 60, optou-se por construir um novo modelo, alterando-se a disposição dos parafusos para se verificar, com isso se, a eficiência da viga poderia ser melhorada.

Foram utilizadas vigas mistas com a mesma seção transversal (Fig.34) e o mesmo comprimento anterior, ou seja 250cm no total.

Dessa forma, o número de parafusos exigido para a solidarização era de cinco parafusos com diâmetro de 12mm, sendo utilizados nos ensaios das vigas os mesmos

equipamentos dos ensaios anteriores. O pórtico e relógios comparadores estavam na mesma posição indicada na Fig.62. A Fig. 65, pode-se ver um desses ensaios:



Figura 65 Foto da viga mista com 5 parafusos de diâmetro 12mm alinhados na alma no momento do carregamento.

A distribuição dos parafusos na alma obedeceu aos seguintes espaçamentos adotados e inferior àquele máximo permitido que é de 68cm calculado anteriormente:

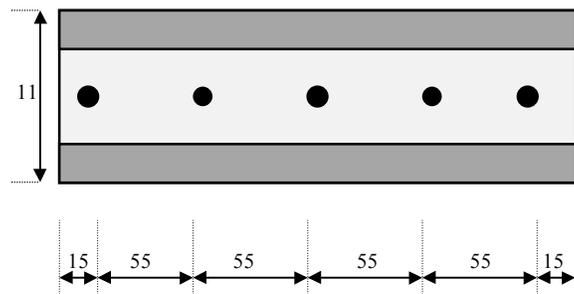


Figura 66 Vista longitudinal da disposição dos parafusos na viga mista com 5 parafusos de 12mm. (Cotas em centímetros)

Segundo este modelo (Fig.66) foram ensaiadas 2 peças, cujos resultados médios estão apresentados na tabela 6.

**Tabela 6 Carga x deslocamentos dos ensaios da viga com 5 (cinco) parafusos de diâmetro 12mm**

<b>CARGA</b> <b>(kN)</b>	<b>R1</b> <b>(mm)</b>	<b>R2</b> <b>(mm)</b>	<b>R3</b> <b>(mm)</b>	<b>R4</b> <b>(mm)</b>	<b>R5</b> <b>(mm)</b>	<b>R6</b> <b>(mm)</b>	<b>R7</b> <b>(mm)</b>	<b>R8</b> <b>(mm)</b>
2	0,76	2,96	0,67	0,12	1,81	2,64	1,83	0,16
4	2,12	4,44	2,98	0,14	3,16	4,6	3,56	0,28
6	3,40	6,20	3,65	0,17	4,40	6,44	4,40	0,40
8	4,46	7,72	4,66	0,19	5,58	8,05	5,48	0,49
10	5,54	9,29	5,68	0,20	6,61	9,72	6,58	0,55

Traçando-se o diagrama dos deslocamentos verticais em função da posição, conforme a Tabela 6 em relação ao resultado teórico, tem-se o diagrama da Fig. 67. Verificamos que na média os valores máximos dos deslocamentos verticais experimentais foram de 37% maiores que os da curva teórica. Embora esse desempenho não seja satisfatório, é melhor do que o modelo com 3 conectores. Isso indica que a eficiência da viga mista está relacionada com o número de parafusos, interferindo assim, no comportamento da linha elástica da peça.

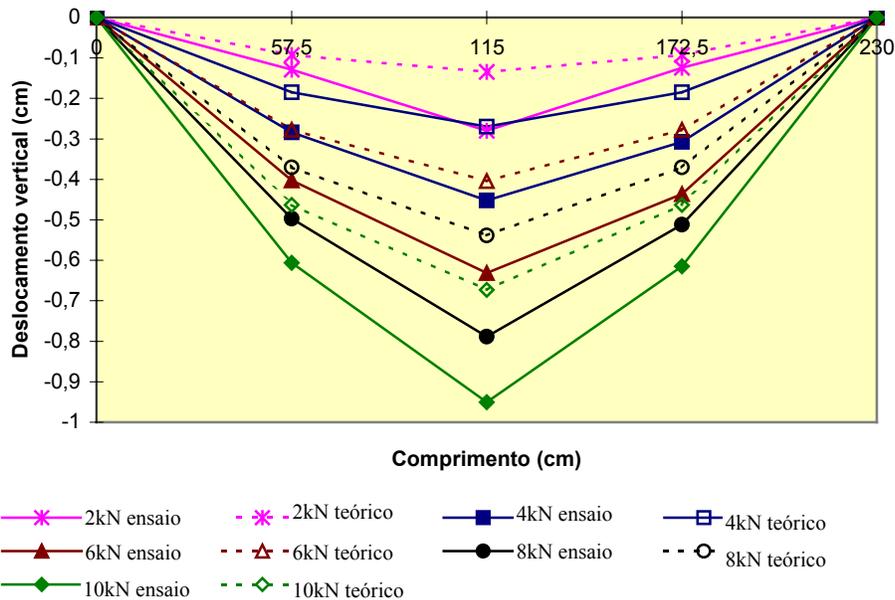


Figura 67 Diagrama do deslocamento vertical e experimental em função da evolução dos carregamentos para viga mista com 5 parafusos de 12mm.

Nesse ensaio, obteve-se uma carga de ruptura média de 21kN, da Fig.68. Observou-se que a ruptura ocorreu por flambagem local da mesa (chapas metálicas).

Da tabela 6 verificou-se, também, através da leitura dos relógios R4 e R8 que não haviam giros significativos nos apoios.

Quanto ao modelo com cinco parafusos, se comparado com o modelo com três parafusos, nota-se que a carga de ruptura para o primeiro foi de 31% maior, mostrando-se que a quantidade e o diâmetro do parafuso interferiram também no limite último da viga mista.

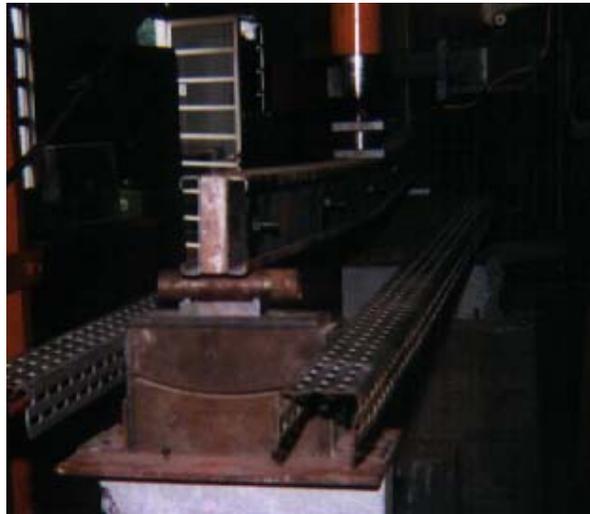


Figura 68 Foto da ruptura da viga com 5 parafusos de 12mm.

Após esses ensaios, procurou-se estabelecer uma nova distribuição das ligações buscando a sua melhor eficiência. Dessa forma, foram alterados o diâmetro dos parafusos do modelo para 6,0mm.

Admitindo-se que a viga seja simplesmente apoiada e o módulo de deslizamento experimental da viga mista de 92kN/cm (parafuso de 6mm de diâmetro), permite-se calcular através da expressão (63), que reescrevemos novamente:

$$T_{\max} = \frac{P(EA)h}{8(EI)} \left( 1 - 2 \frac{e^{-\frac{\alpha\lambda}{2}}}{(1 + e^{-\lambda\alpha})} \right)$$

Assim, o fluxo de cisalhamento máximo foi de 16,07kN/m.

O fluxo de cisalhamento entre as peças calculado utilizando parafusos de 12mm (16,08kN/cm) ou 6mm (16,07kN/cm) é praticamente o mesmo.

Considerando-se que o fluxo de cisalhamento máximo da viga mista calculado através da expressão (63) possa ser dividida em duas parcelas, tem-se:

$$T_{\max} = \frac{P(EA)h}{8(EI)} B \dots\dots\dots(135)$$

$$B = \left( 1 - 2 \frac{e^{-\frac{\alpha\lambda}{2}}}{(1 + e^{-\lambda\alpha})} \right) \dots\dots\dots(136)$$

A expressão (135) leva em conta as características físicas e mecânicas do material que é multiplicada por um fator denominado de “B” representado pela equação (136) que

varia entre  $0 \leq B \leq 1$ . O coeficiente “ $\alpha$ ” é aquele denotado pela expressão (23) e reescrita novamente como:

$$\alpha^2 = 2K \left( \frac{E_s A_s + E_w A_w}{E_s A_s E_w A_w} \right)$$

Posto isto, introduzindo-se o coeficiente “ $\alpha$ ” na equação (136) é possível traçar um gráfico relacionando o coeficiente “B” e o escorregamento relativo da viga considerando a seção transversal da Fig.34, ou seja:

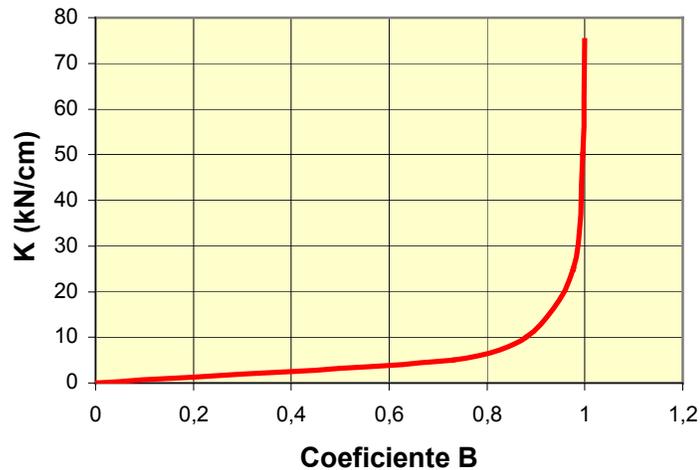


Figura 69 Relação entre escorregamento relativo e coeficiente B

O gráfico da Fig.69 mostra que quando o escorregamento relativo ultrapassa a aproximadamente 40kN/cm, o coeficiente “B” é praticamente unitário. Dessa forma, a expressão (135) somente sofre interferência significativa se o escorregamento relativo entre as peças for muito baixo.

Com relação à nova distribuição dos parafusos é necessário conhecer a carga admissível do parafuso quanto ao cisalhamento e que vale 2,7kN, sendo calculado através da expressão (107). Para tal, admitiu-se que o parafuso de 6mm tinha uma resistência à tração de 380MPa indicado pela empresa fabricante das vigas mistas.

Considerando-se a equação (112), o espaçamento máximo entre parafusos será de 17cm. Na Fig.70 é vista a distribuição adotada para a ligação.

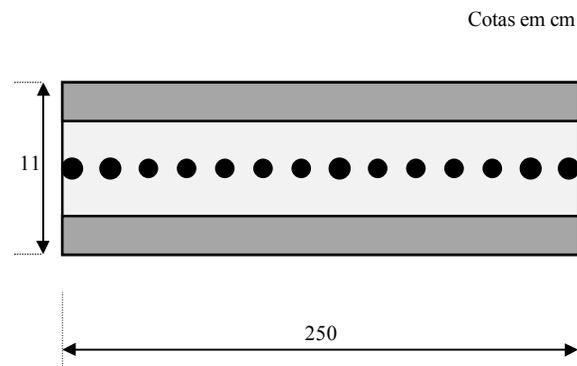


Figura 70 Vista longitudinal da disposição de parafusos de 6mm de diâmetro com espaçamento máximo de 17cm aplicados na linha neutra.

Neste ensaio foram utilizados os mesmos equipamentos do ensaio anterior, e a mesma seção transversal da Fig.34, alterando-se, portanto, exclusivamente o diâmetro dos parafusos e a sua distribuição.

A realização do experimento pode ser visto através da Fig.71 onde se observa uma viga mista carregada com parafusos de 6mm de diâmetro. O furo passante para o parafuso foi de 7mm aproximadamente.

Segundo esse modelo foram ensaiadas 2 peças e os resultados são apresentados na tabela 7.

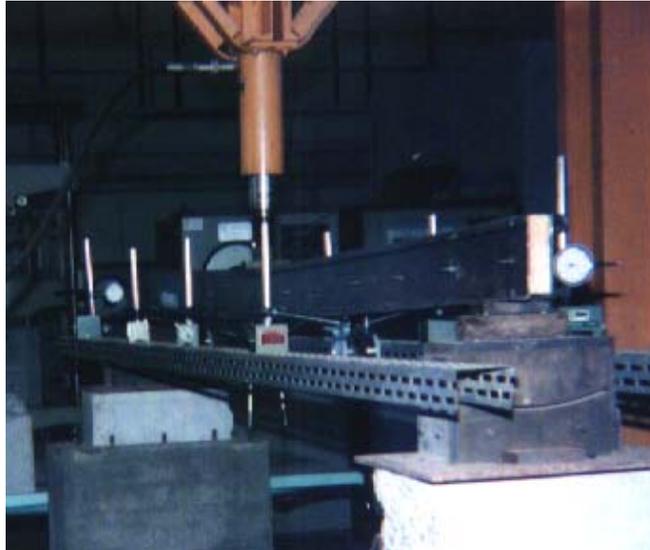


Figura 71 Foto do ensaio da viga mista com parafusos de 6mm alinhados na linha neutra no momento do carregamento.

Plotando-se agora o diagrama relativo aos dados de deslocamentos da tabela 7 e o diagrama dos resultados teóricos, é possível construir a Fig. 72, onde se tem o gráfico comparativo do comportamento da viga mista.

**Tabela 7 Carga x Deslocamentos de viga mista com parafusos de diâmetro 6mm.**

<b>CARGA (kN)</b>	<b>R1 (mm)</b>	<b>R2 (mm)</b>	<b>R3 (mm)</b>	<b>R4 (mm)</b>	<b>R5 (mm)</b>	<b>R6 (mm)</b>	<b>R7 (mm)</b>	<b>R8 (mm)</b>
2	0,74	1,04	0,70	0,10	0,70	1,06	0,75	0,08
4	1,69	2,33	1,55	0,19	1,58	2,36	1,66	0,14
6	2,75	3,80	2,53	0,32	2,63	3,91	2,72	0,23
8	3,89	5,44	3,72	0,46	3,72	5,46	3,76	0,25
10	5,26	7,40	4,93	0,55	4,91	7,23	4,95	0,26

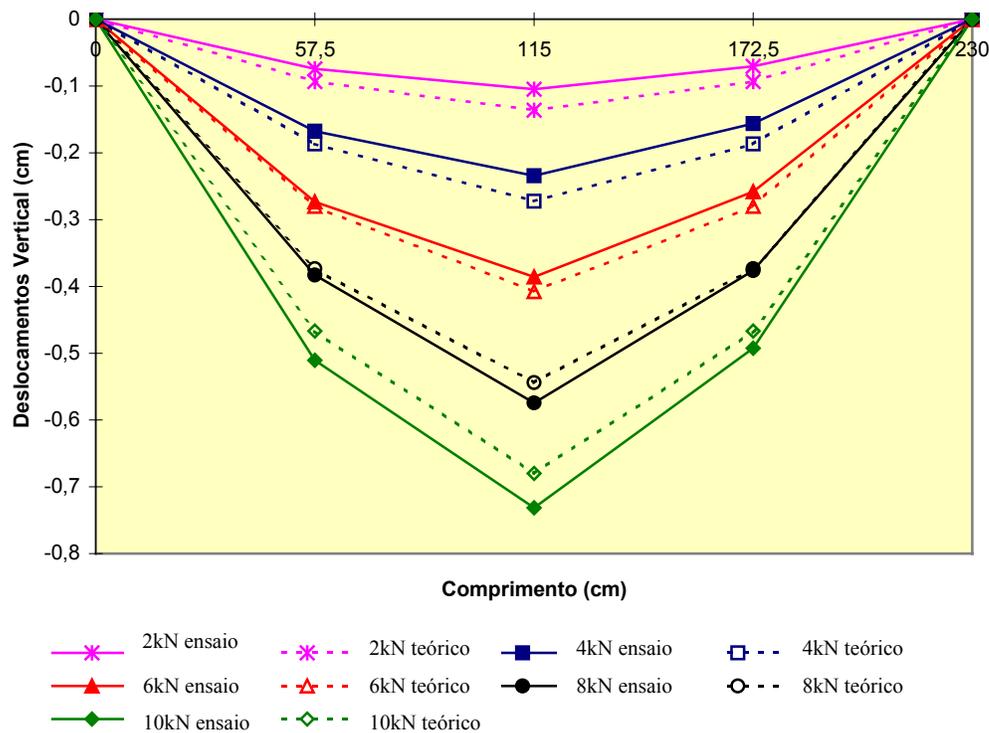


Figura 72 Deslocamentos verticais teóricos e experimentais para uma viga mista com parafusos de 6mm de diâmetro alinhados na linha neutra.

O gráfico da Fig. 72 evidencia o fato de que os resultados das curvas teóricas e experimentais para os variados carregamentos são próximos. Em termos percentuais não variam além de 8% entre as curvas experimental e teórica para deslocamentos máximos. Esses resultados são bastante satisfatórios de um modo geral.

Da tabela 7 notou-se, também, através dos relógios R4 e R8 que não haviam giros significativos dos apoios.

A ruína da viga neste caso ocorreu com 23kN, e se configurou como é mostrado esquematicamente na Fig.73, além de ter havido também a perda de alinhamento longitudinal.

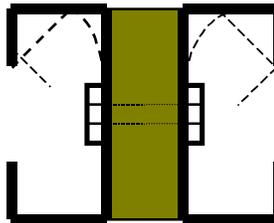


Figura 73 Forma de ruptura da viga na sua parte central usando parafusos de diâmetro 6mm.

Comparando-se esse modelo (Fig.70) com os dois anteriores (Fig. 60 e 66), nota-se que não se obtém o mesmo efeito quando se utilizam parafusos com distribuição mais uniforme em vez de parafusos com diâmetros maiores, fazendo o mesmo papel de um conjunto de parafusos. Isso leva a afirmar que é, sensivelmente, melhor o desempenho da viga mista quanto a deslocamentos e carga de ruptura ao se usar espaçamentos menores entre os parafusos.

Neste momento, pode-se colocar a seguinte questão: parafusos posicionados fora da linha neutra conduzem aos mesmos resultados de parafusos nela posicionados? Para responder a essa questão, foram necessários ensaios com modelos que contemplem parafusos fora da linha neutra. MASCIA & BATISTA<sup>[33]</sup> (1996), estudaram esse assunto levando-se em conta o método da seção transformada e obtiveram bons resultados.

Já nos experimentos realizados por BATISTA<sup>[11]</sup> com parafusos fora da linha neutra não foram considerados efeitos do escorregamento relativo entre as peças. Assim, completaremos esses estudos acrescentando-se o efeito das ligações nos resultados.

Independentemente da posição das ligações, é plausível pressupor, a princípio, que o fluxo de cisalhamento entre as peças continua sendo o mesmo. Dessa forma, pode-se adotar a mesma quantidade anterior de parafusos, apenas rearranjando-os. Portanto, a distribuição proposta foi a seguinte:

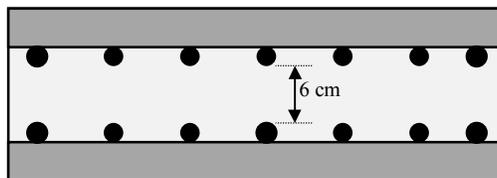


Figura 74 Vista longitudinal da disposição dos parafusos na viga mista com 14 parafusos de 6mm de diâmetro alinhados próximos às mesas.

Neste ensaio foram utilizados os mesmos equipamentos e procedimentos anteriores.

A distribuição de parafusos mostrada na Fig. 74 foi a mais próxima possível das bordas superior e inferior. Não foi possível alcançar posição mais adequada devido ao fato de que as abas enrijecedoras da chapa metálica impediam uma outra posição mais próxima das mesas.

Segundo esse modelo ( Fig.74) foram ensaiadas 2 peças, sendo um dos ensaios mostrado na Fig.75 e os resultados na tabela 8. A distribuição dos relógios comparadores também obedeceram à mesma posição dos ensaios anteriores.

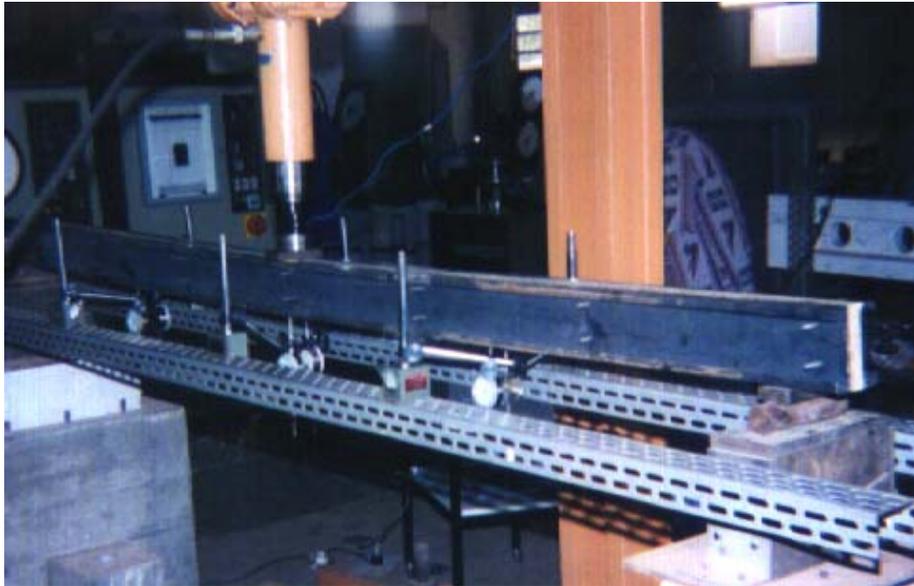


Figura 75 Foto do pórtico de carga aplicada à viga mista com parafusos de 6mm alinhados próximos às mesas no momento do carregamento.

**Tabela 8 Carga x Deslocamentos de viga com parafusos de diâmetro 6mm alinhados próximos às mesas da viga mista.**

CARGA (kN)	R1 (mm)	R2 (mm)	R3 (mm)	R4 (mm)	R5 (mm)	R6 (mm)	R7 (mm)	R8 (mm)
2	1,12,5	1,58	1,12,5	0,11	1,09	1,65	1,18	0,02
4	2,26	3,18	2,21	0,18	2,01	3,29	2,34	0,01
6	3,20	4,43	3,06	0,18	3,07	4,60	3,25	0,01
8	4,10	6,37	3,89	0,18	4,01	5,96	4,22	0,01
10	5,09	7.08	4,86	0,20	5,01	7,45	5,25	0,01

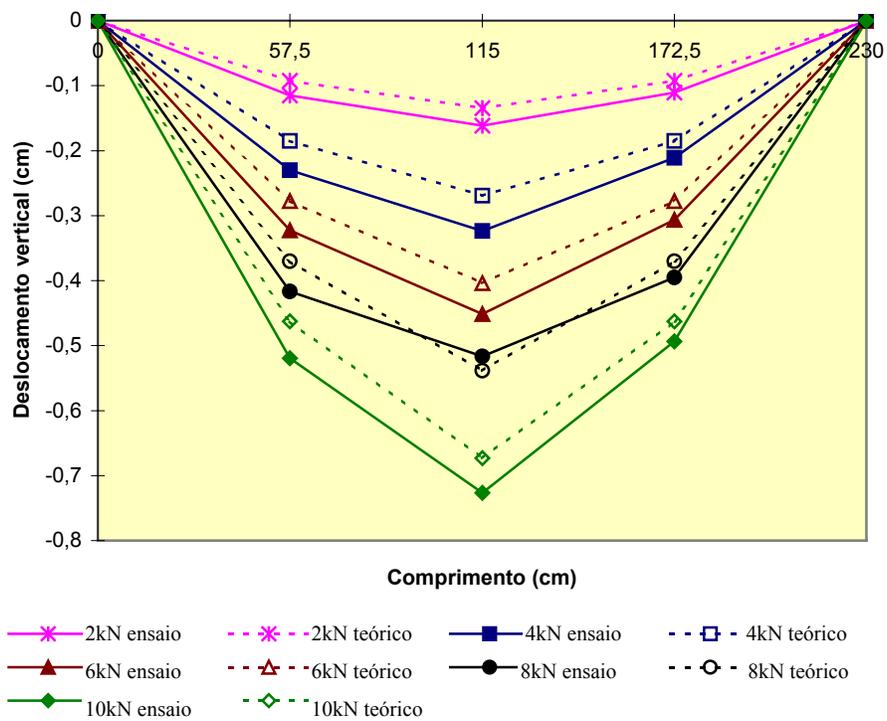


Figura 76 Deslocamentos verticais teórico e experimentais com parafusos de diâmetro 6mm alinhados próximos às mesas.

Na Fig.76 estão representados os gráficos teóricos e a média dos resultados experimentais da Tabela 8. A viga mista apresentou um comportamento em relação ao

deslocamento vertical experimental praticamente igual ao caso anterior, sendo os valores dos deslocamentos máximos cerca de 8% maiores que a curva de resultados teóricos.

A carga de ruptura desse experimento corresponde à 24kN, estando muito próxima do valor da carga de ruptura do caso anterior que foi de 23kN. Entretanto, a ruína foi ocasionada por instabilidade da chapa, a partir da parte central. A Fig.77 apresenta a viga entrando em colapso.



Figura 77 Foto no momento de ruptura de uma viga mista com parafusos de 6mm alinhados próximos à mesa calculados pelo fluxo de cisalhamento.

A partir do caso anterior ( Fig.74), foi também estudada outra possibilidade para a distribuição dos parafusos na viga. Ou seja , intercalados entre as linhas na forma de ziguezague (Fig.78).

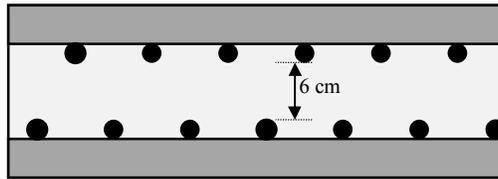


Figura 78 Vista longitudinal da disposição dos parafusos na viga mista com parafusos de 6mm de diâmetro alinhados próximos às mesas em forma de zigzag.

Nesse caso, foram utilizados os mesmos equipamentos e procedimentos anteriores alterando-se apenas a distribuição dos parafusos. Na Fig. 79 observa-se um desses ensaios.

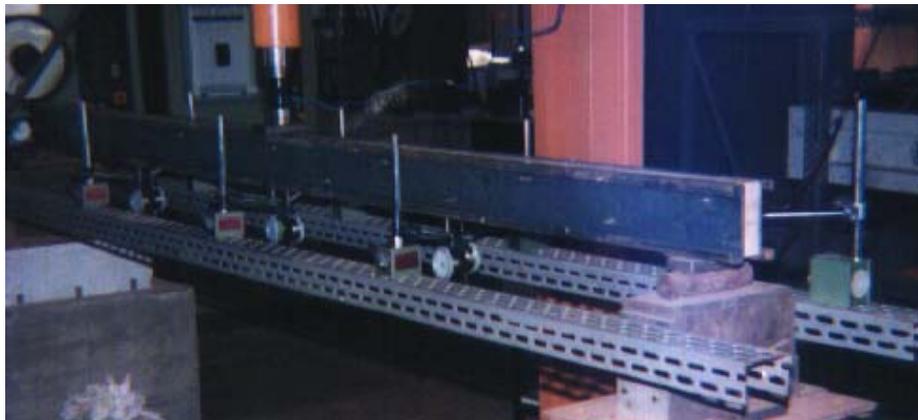


Figura 79 Foto do pórtico de carga aplicada à viga mista com parafusos de 6mm alinhados próximos à mesa em forma de zigzag no momento do carregamento.

De acordo com esse modelo (Fig78) foram ensaiadas 2 peças e os resultados estão reunidos na tabela 9.

**Tabela 9 Carga x Deslocamento de viga com parafusos de 6mm de diâmetro alinhados próximos às mesas em forma de ziguezague.**

<b>CARGA</b> <b>(kN)</b>	<b>R1</b> <b>(mm)</b>	<b>R2</b> <b>(mm)</b>	<b>R3</b> <b>(mm)</b>	<b>R4</b> <b>(mm)</b>	<b>R5</b> <b>(mm)</b>	<b>R6</b> <b>(mm)</b>	<b>R7</b> <b>(mm)</b>	<b>R8</b> <b>(mm)</b>
2	1,54	1,84	1,56	0,02	1,64	2,29	1,71	0,05
4	2,39	3,02	2,33	0,03	2,43	3,49	2,57	0,04
6	3,25	4,23	3,12,5	0,04	3,15	4,67	3,45	0,08
8	4,14	5,46	3,92	0,06	4,00	5,97	4,40	0,09
10	5,09	6,85	4,77	0,09	4,95	7,07	4,96	0,09

O diagrama de resultados médios teóricos e experimentais referente ao comportamento mecânico na flexão da viga mista pode ser visto através da Fig. 80. Ali verificou-se que a distribuição em forma de ziguezague é bastante eficiente, com aproximadamente 7% de diferença entre a curva teórica e a curva experimental. Os relógios R4 e R8, como já observado nos ensaios anteriores, também não registraram giros significativos nos apoios.

A ruptura da viga com parafusos distribuídos em forma de ziguezague se deu com 24kN, resultado similar aos dois experimentos realizados anteriormente, e ocorreu por instabilidade da chapa a partir da parte central da viga.

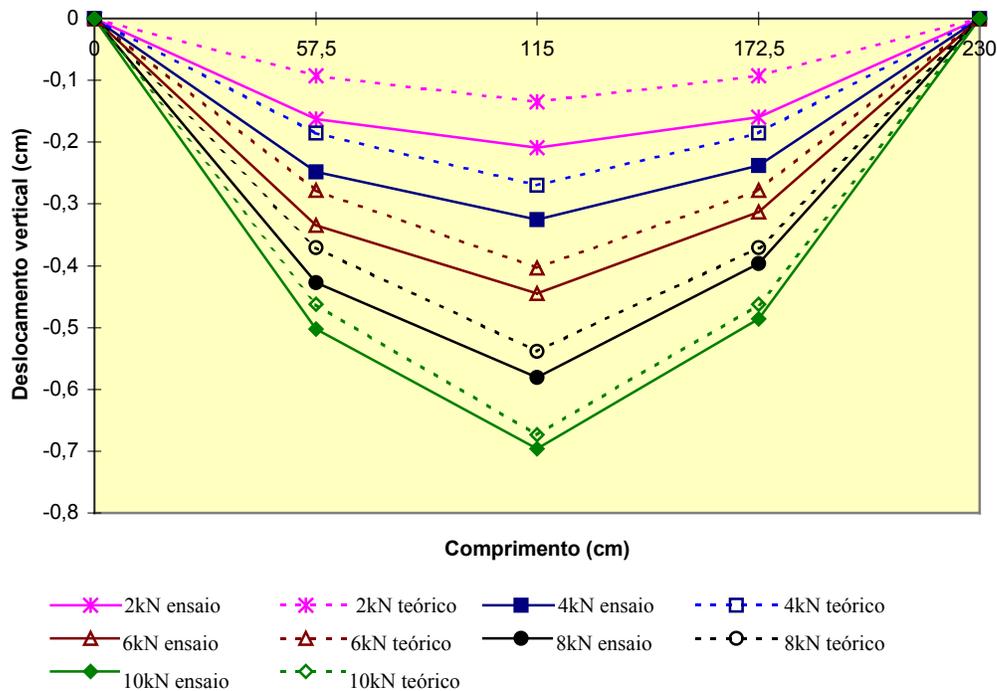


Figura 80 Deslocamento vertical teórico e experimental com parafusos de diâmetro 6mm alinhados próximos às mesas em forma de ziguezague dimensionados através do fluxo de cisalhamento .

Comparando-se os três últimos ensaios, ou seja, parafusos de 6mm de diâmetro na linha neutra, alinhados próximos às mesas ou intercalados em forma de ziguezague, conclui-se que a eficiência quanto a deslocamentos verticais praticamente foi a mesma. Com relação à carga de ruptura também não houve diferença significativa em termos de resultados experimentais.

A partir dos resultados dos ensaios ficou evidente que a distribuição dos parafusos na ligação interfere no comportamento da viga mista, tendo em vista os valores teóricos e experimentais de deslocamentos verticais.

Ainda nesse sentido, se por um lado, pode-se constatar que o diâmetro do parafuso deve ser pequeno, por outro lado, a quantidade de parafusos interfere nos deslocamentos e não, prioritariamente, somente o espaçamento entre esses.

Observa-se também que há um aumento no limite último da viga quando se utiliza parafusos com diâmetro de 6mm, uma vez que, a carga de ruptura da viga é maior por estes estarem mais próximos, evitando-se a flambagem das peças individuais.

Um outro fato a ser destacado refere-se a avaliação da contribuição da madeira no comportamento mecânico da viga. Assim, uma análise importante a ser elaborada é avaliar uma viga mista considerando-se uma seção transversal com maior contribuição da peça de madeira na rigidez global.

Esse assunto será melhor discutido no capítulo seguinte, onde se pretendeu alterar as características da madeira e sua contribuição no conjunto chapa de aço dobrada e madeira serrada solidarizada por parafusos.

## 5.3 INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL NA VIGA MISTA

Esse estudo experimental tem o objetivo de se verificar o desempenho mecânico de vigas mistas com seção diferente daquelas ensaiadas anteriormente. A seção transversal proposta para ser analisada pode ser vista na Fig.81.

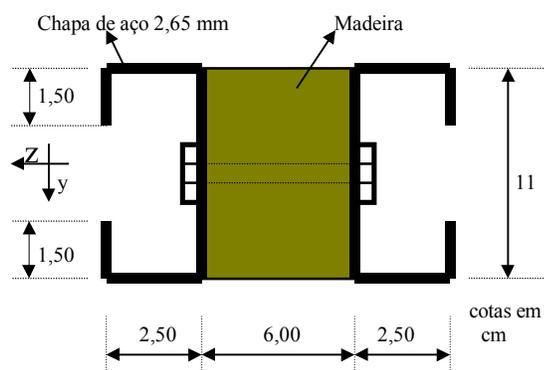


Figura 81 Características geométricas da viga

Sendo que:

$$I_{z(s)} = 155,13\text{cm}^4;$$

$$I_{z(w)} = 665,50\text{cm}^4;$$

$$I_{y(s)} = 49,56\text{cm}^4;$$

$$I_{y(w)} = 216\text{cm}^4 ;$$

$$\lambda = 230\text{cm de vão};$$

$$A_w = 66\text{cm}^2;$$

$$A_s = 9,51\text{cm}^2 ;$$

$$G_s = 0,385E_s \text{ (NBR 8800}^{[08]}/1986);$$

$$G_w = 0,10E_w \text{ (MASCIA}^{[34]}, 1991);$$

$$E_s = 217.005\text{MPa};$$

Espessura da chapa 2,65mm.

Na composição da viga mista considerou-se para as chapas metálicas os mesmos resultados do módulo de elasticidade experimental já determinado anteriormente.

A peça de madeira da viga mista fornecida pela empresa Madenor<sup>7</sup> e era da espécie “Cambará”. O ensaio empregado para a caracterização do módulo de elasticidade da madeira foi o de compressão paralela às fibras, sendo o carregamento aplicado a uma taxa de 10MPa por minuto.

Foram extraídos três corpos de prova da peça de madeira, cujas dimensões eram: seção quadrada de 5cm e comprimento de 15cm. As demais recomendações determinadas pela NBR 7190<sup>[07]</sup>/1997 para a determinação do módulo de elasticidade da madeira na compressão foram respeitadas. Estimou-se, também, uma carga de ruptura de 40kN.

O carregamento foi aplicado em dois ciclos de carga e descarga de acordo com a Fig.31. A leitura dos deslocamentos foi feita por relógios comparadores posicionados em duas faces opostas do corpo-de-prova. Um dos ensaios pode ser visto na Fig.82, onde se mostra o momento da ruptura.

---

<sup>7</sup> Madenor Fôrmas e Escoramentos Metálicos Ltda sediada na Cidade de Guarulhos-SP

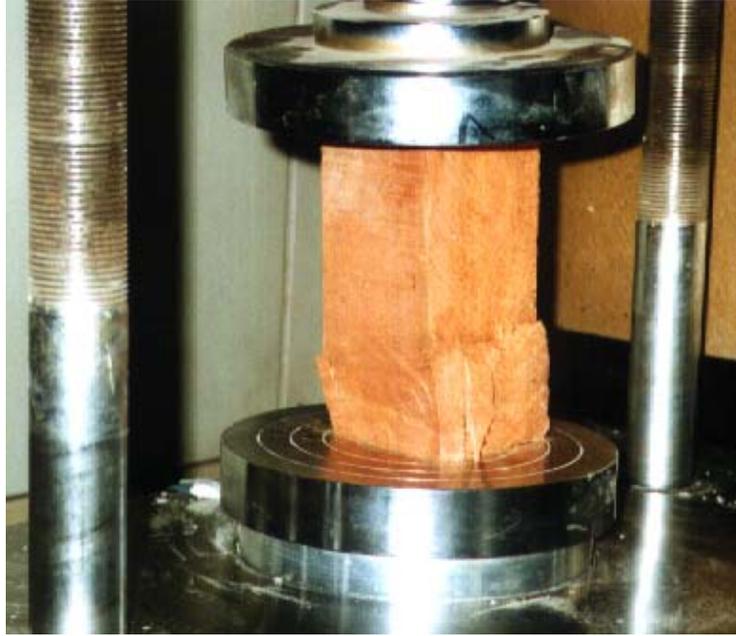


Figura 82 Foto de um corpo de prova de madeira no momento da ruptura

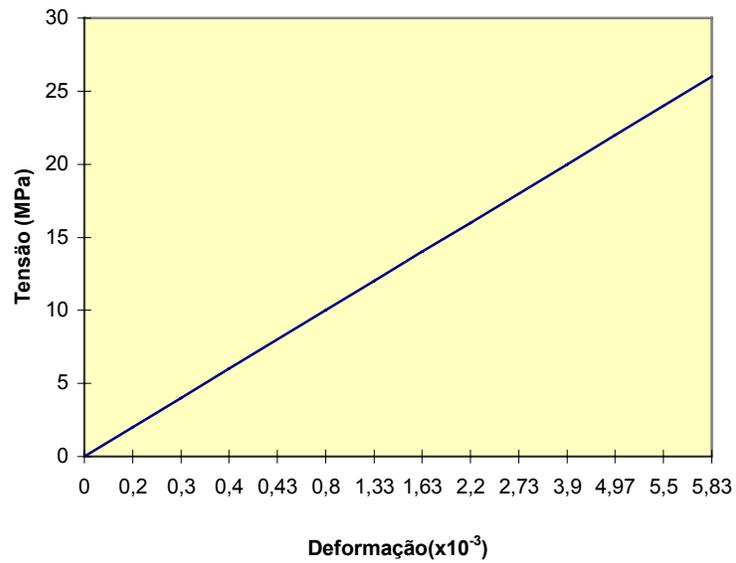


Figura 83 Diagrama tensão x deformação para a madeira ensaiada .

A partir dos resultados médios construiu-se o diagrama tensão x deformação da Fig.83. A partir da expressão (124), determinou-se o seguinte módulo de elasticidade da madeira: 7000MPa. A tensão de ruptura dessa espécie de madeira foi de 44MPa.

Para a determinação do módulo de deslizamento da seção proposta (Fig.81) foram planejados novos experimentos de laboratório. Para isto, foi possível obter dos modelos um total de três corpos-de-prova com 30cm de comprimento, considerando-se uma diferença de 5cm entre a madeira e a chapa metálica para se avaliar o escorregamento relativo da viga mista.

Na Fig.84 verifica-se um desses ensaios, enquanto que, na Fig.85, pode-se ver o corpo de prova ao final do ensaio.



Figura 84 Fotos de um ensaio da ligação contendo chapa metálica e madeira com parafuso



Figura 85 Foto do corpo de um corpo-de-prova após o ensaio

Para a determinação do módulo de deslizamento da ligação considerou-se o diagrama carga x deslocamento relativo, onde ajustou-se uma reta e calculou-se seu coeficiente angular.

Com relação à aplicação da carga, esta foi aplicada em intervalos regulares para a realização das leituras. Quando esta atingiu aproximadamente 70% da carga prevista para a ruptura foram retirados os relógios comparadores, levando o modelo até a ruptura.

Foram ensaiados dois tipos de ligação, sendo uma com parafuso de 6mm e outra com 12mm de diâmetro. Os resultados desse experimento para os três modelos ensaiados de cada tipo encontram-se nas Figs.86 e 87, respectivamente.

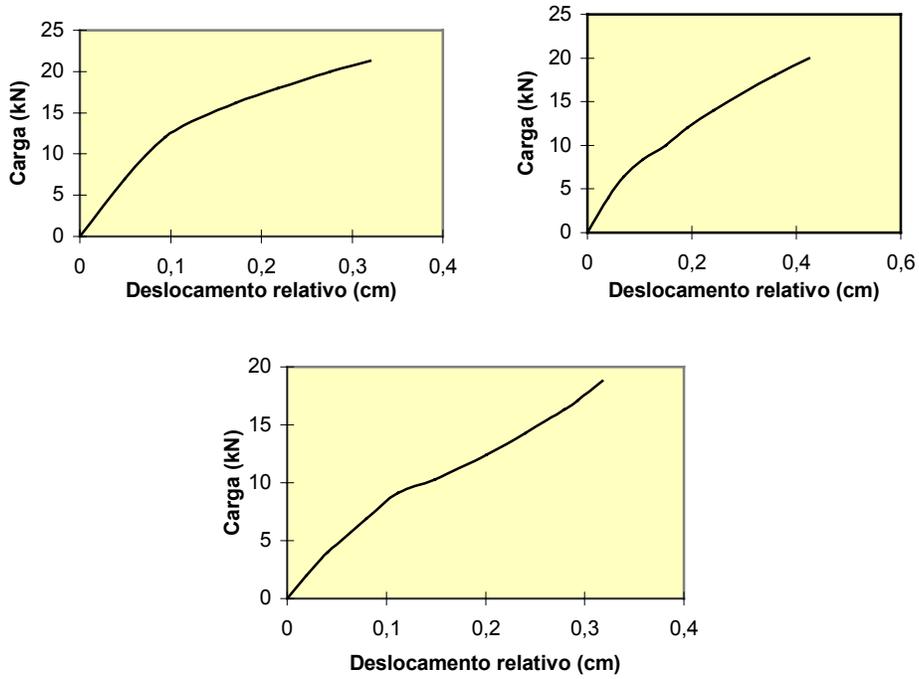


Figura 86 Diagrama carga x deslocamento dos três ensaios de ligação com parafuso de 6mm de diâmetro.

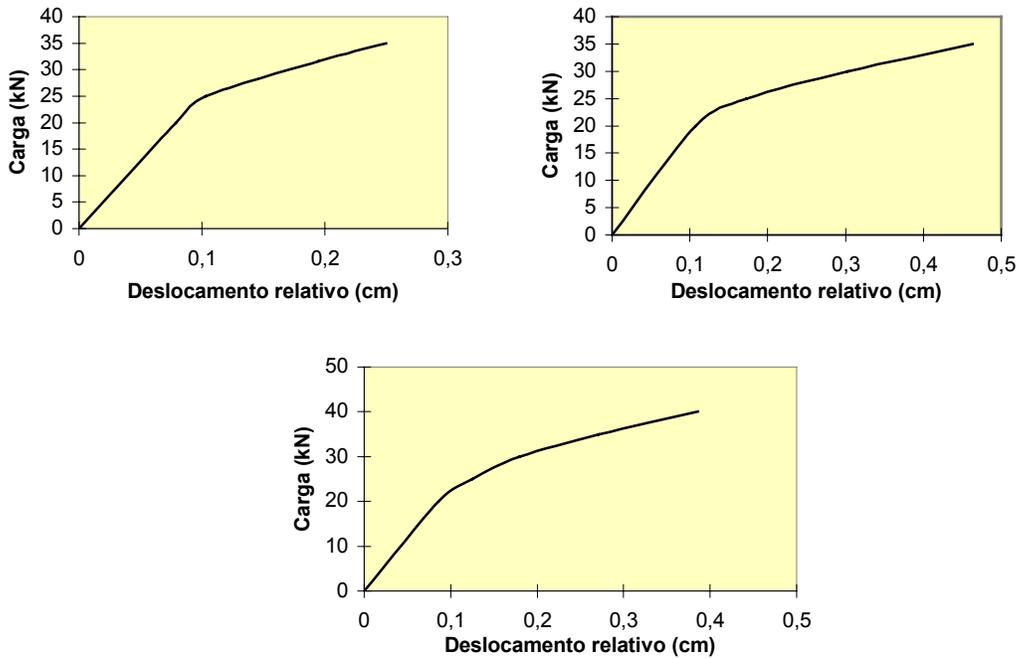


Figura 87 Diagrama carga x deslocamento dos três corpos-de-prova com parafuso de 12mm de diâmetro.

A carga de ruptura média foi de 33kN e 57kN no primeiro e segundo ensaio, respectivamente, e ocorreu por embutimento e flexão do parafuso. Em alguns casos houve o fendilhamento da madeira, como é mostrado na Fig.88.

A partir da Fig. 86, o coeficiente de rigidez da ligação de cada ensaio usando o parafuso com 6mm de diâmetro foi de 150kN/cm, 100kN/cm e 97kN/cm, respectivamente, sendo a média aritmética de 115kN/cm.



Figura 88 Foto da ruptura do parafuso e fendilhamento da madeira.

Já no caso do gráfico da Fig.87, o coeficiente de rigidez da ligação utilizando o parafuso de 12mm de diâmetro em cada experimento foi de 250kN/cm, 187kN/cm e 230kN/cm, respectivamente, obtendo-se assim, a média aritmética de 222kN/cm,.

A forma de ruptura da ligação, de maneira geral, ocorreu por embutimento e flexão do parafuso, como é visto na Fig. 89.



Figura 89 Ruptura da ligação por embutimento e flexão do parafuso

A partir das expressões (133) e (134), calculou-se a carga máxima para a viga mista que atingiu 13,3kN, considerando-se o mesmo esquema estático dos experimentos anteriores, ou seja, viga simplesmente apoiada, porém com vão de 2,30 m. Assim, através da expressão (63) o fluxo de cisalhamento máximo entre as peças foi de 18kN/m.

A influência da rigidez da ligação da seção estudada (Fig.73) no fluxo de cisalhamento máximo pode ser analisado através das expressões (135) e (136). O fator “B” em função do escorregamento relativo é mostrado no gráfico da Fig.90.

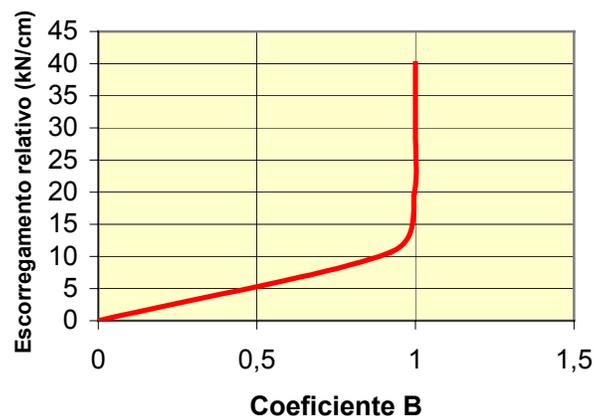


Figura 90 Relação entre escorregamento relativo e coeficiente B

Analisando-se a Fig.90 nota-se que se o escorregamento relativo ultrapassa o valor de aproximadamente 15kN/cm. O fator “B” converge para o valor unitário, indicando que, a partir daí, o fluxo de cisalhamento máximo não é afetado pelo escorregamento relativo.

Com os resultados obtidos nessa fase foram realizados ensaios de flexão em vigas mistas com a seção proposta (Fig.81) utilizando-se dois relógios comparadores com precisão de 0,01mm. Um dos defletômetros foi posicionado na peça de madeira, enquanto

que o outro foi colocado na chapa metálica afim de se medir os deslocamentos máximos no meio do vão.

A viga mista foi constituída por parafuso com 12mm de diâmetro de resistência mínima à tração de 380MPa.

Através da expressão (107) se obteve a capacidade de carga da ligação (11kN) quanto ao cisalhamento. Reportando à equação (112), e sabendo-se que o fluxo de cisalhamento máximo vale 18kN/m, determinou-se o espaçamento máximo entre parafusos como sendo de 61cm. Na Fig.91 é mostrada a vista geral do espaçamento adotado.

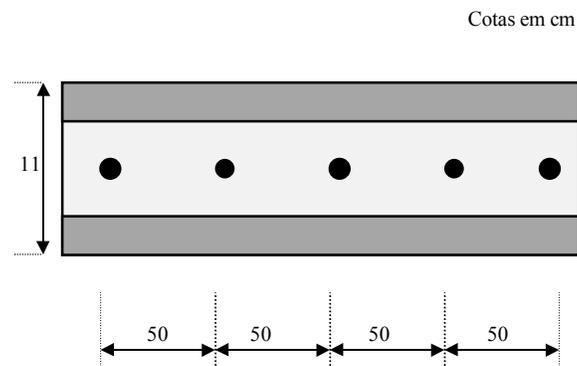


Figura 91 Vista longitudinal da disposição dos parafusos de 12mm de diâmetro com espaçamento máximo de 61cm aplicados na linha neutra.

Foram ensaiadas 3 peças segundo esse modelo, sendo que, os resultados experimentais encontram-se nas tabelas 10, 11 e 12.

Os relógios R1 e R3 foram posicionados nas chapas metálicas, enquanto que, o relógio R2 foi posicionado sob a peça de madeira conforme desenho da Fig. 92.

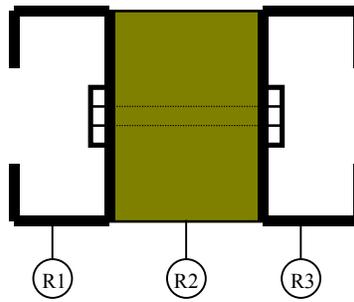


Figura 92 Seção transversal com a posição dos relógios comparadores

Os relógios comparadores R4 e R5 foram posicionados na lateral das vigas na região dos apoios para verificar se haveria rotações nos mesmos. Na Fig.93 tem-se uma vista geral da disposição dos relógios comparadores e na Fig.94 verifica-se um ensaio sendo realizado.

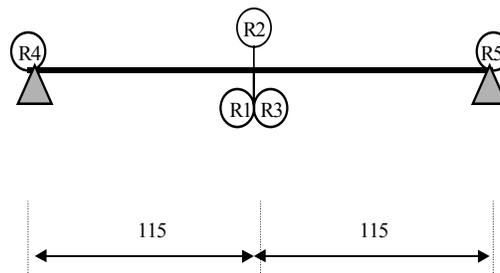


Figura 93 Esquema estático longitudinal e a posição dos defletômetros



Figura 94 Viga mista sendo ensaiada no pórtico de cargas e os relógios comparadores posicionados.

**Tabela 10 Carga x Deslocamento do primeiro ensaio com a viga mista contendo parafusos de diâmetro 12mm e peça de madeira 6x11.**

CARGA (kN)	R1 (mm)	R2 (mm)	R3 (mm)	R4 (mm)	R5 (mm)
2,5	2,18	2,05	2,06	0	0,05
5	4,17	4,01	5,03	0,29	0,08
7,5	6,03	5,84	5,89	0,40	0,11
10	7,85	7,66	7,73	0,46	0,13
12,5	9,80	9,58	9,65	0,50	0,16
15	11,73	11,51	11,57	0,52	0,18
17,5	13,91	13,68	13,80	0,55	0,21
20	16,77	16,53	16,65	0,57	0,24

**Tabela 11 Carga X Deslocamento do segundo ensaio da viga mista contendo parafusos de diâmetro 12mm e peça de madeira 6x11.**

CARGA (kN)	R1 (mm)	R2 (mm)	R3 (mm)	R4 (mm)	R5 (mm)
2,5	1,94	1,78	1,83	0,03	0
5	3,74	3,54	3,60	0,12	0,32
7,5	5,56	5,33	5,39	0,17	0,43
10	7,77	7,09	7,16	0,22	0,47
12,5	9,04	8,78	8,84	0,26	0,50
15	10,99	10,75	10,79	0,28	0,53
17,5	13,03	12,76	12,84	0,29	0,55
20	15,64	15,39	15,44	0,36	0,57

**Tabela 12 Carga x Deslocamento do terceiro ensaio da viga mista contendo parafusos de diâmetro 12mm e peça de madeira 6x11.**

CARGA (kN)	R1 (mm)	R2 (mm)	R3 (mm)	R4 (mm)	R5 (mm)
2,5	2,51	1,36	2,24	0,04	0,04
5	4,23	2,96	3,90	0,02	0,04
7,5	6,20	4,82	5,81	0,02	0,31
10	8,02	6,56	7,57	0,06	0,36
12,5	9,90	8,37	9,38	0,10	0,41
15	11,72	10,13	11,15	0,13	0,46
17,5	13,69	12,04	13,06	0,16	0,52
20	16,12	14,31	15,42	0,20	0,61

Das Tabelas 10, 11 e 12 constatou-se que os deslocamentos da peça de madeira são ligeiramente menores do que os da chapa quando se considera o mesmo carregamento. Isso pode ser justificado pela acomodação do parafuso ao furo na peça de madeira e, principalmente, pela não interação total entre a peça de madeira e as chapas de aço.

Os relógios R4 e R5 que medem os giros nos apoios mostraram que, de maneira geral, esses deslocamentos não foram significativos.

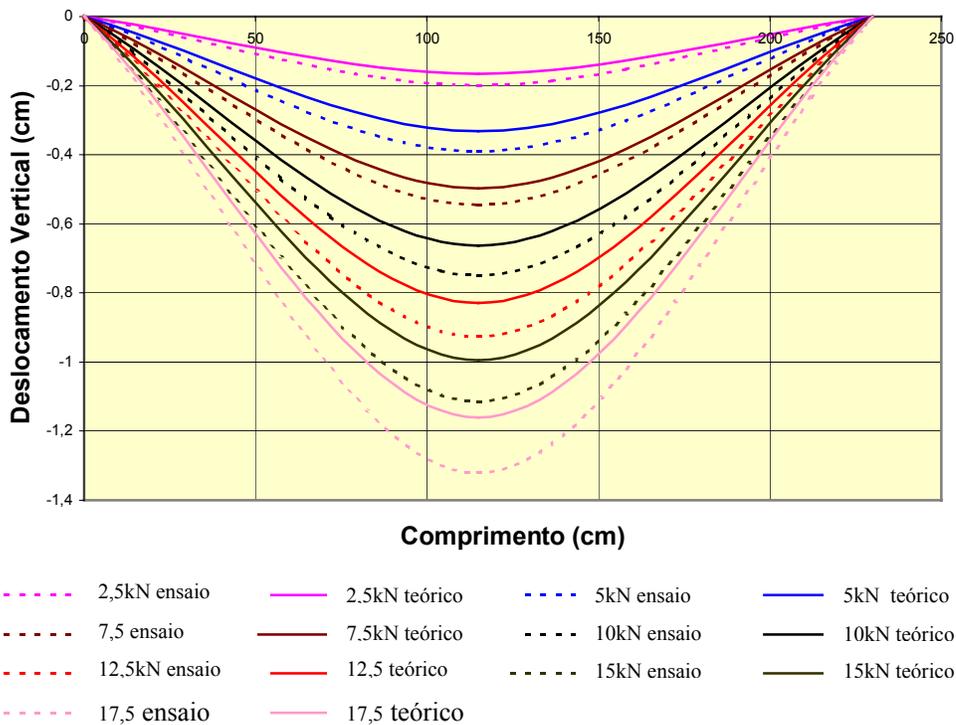


Figura 95 Deslocamento vertical teórico e experimental para uma viga mista com parafusos de 12mm de diâmetro.

Os resultados médios encontrados através das Tabelas 10,11 e 12 registrados pelos relógios R1, R2 e R3 foram comparados com os resultados teóricos baseados na equação (60). Esses valores foram inseridos no gráfico mostrado na Fig. 95 em que se

verifica a linha elástica teórica e experimental da viga mista para os diversos carregamentos aplicados.

Comparando-se os deslocamentos verticais máximos entre as curvas teórica e experimental da viga mista mostrados na Fig.95 constatou-se que a diferença entre deslocamentos máximos da viga corresponde a menos de 8% entre curva teórica e experimental, concluímos que o dimensionamento da ligação foi adequado.

Analisando-se as Figs. 66 e 91 verificou-se que os espaçamentos e os diâmetros dos parafusos são os mesmos. No entanto, a eficiência da segunda é bem melhor que da primeira. Assim, para que se tenha esta melhor eficiência mecânica deve existir uma razão entre o comprimento do parafuso e a espessura da peça de madeira.

Em todos os experimentos realizados foi verificado que a rigidez da ligação só interfere significativamente nos resultados quando esta for muito baixa. Por outro lado, para efeitos práticos, caso a rigidez da ligação seja alta, pode-se indicar, para a verificação do comportamento das vigas mistas, o método da seção transformada, sem implicar em maiores imprecisões. Este encontra-se descrito conforme ANEXO “A”.

Uma questão que ficou bastante evidente nos ensaios refere-se ao dimensionamento das ligações. Observa-se que não tem o mesmo efeito considerar um grupo de parafusos ou um parafuso. Assim, a relação entre a espessura da peça de madeira e o diâmetro do parafuso influencia o desempenho das vigas mistas.

O dimensionamento de ligações indicado pela NBR 7190<sup>[07]</sup>/1997 (Eqs. 113 a 117), também é recomendado pelos pesquisadores CALIL Jr & BARALDI<sup>[16]</sup> (1997), onde se considera que a relação entre o parafuso e a largura da madeira deve ser contemplada.

Nos cinco primeiros ensaios realizados sobre as vigas mistas utilizou-se “Pinus Oocarpa” com resistência ( $f_{c0,k}$ ) de 43,6MPa. Considerando-se a madeira de primeira

categoria, a resistência de cálculo ( $f_{c0,d}$ ) resulta em 34,25MPa. Assim, através da NBR7190<sup>[07]</sup>/1997 o dimensionamento da ligação (eqs. 113 a 117) para a seção transversal da Fig.32 com parafusos (tensão de 380MPa) de diâmetro de 12mm (Figs. 60 e 66) ou 6mm (Figs. 70, 74, 78) tem o seu espaçamento mostrado na tabela 13.

**Tabela 13 Espaçamento dos parafusos considerando a peça de madeira em Pinus Oocarpa com espessura de 2,5cm de espessura**

Diâmetro do parafuso (mm)	$\beta = \frac{t}{d}$	$\beta_{lim} = 1,25 \sqrt{\frac{f_{y'}}{f_{ex}}}$	$\beta \leq \beta_{lim}$ ou $\beta > \beta_{lim}$	$R_{vd1} = 0,40 \frac{t^2}{\beta} f_{ed}$ ou $R_{vd1} = 0,625 \frac{t^2}{\beta_{lim}} f_{yd}$	Espaçamento entre parafusos
12	2,08	3,17	$\beta \leq \beta_{lim}$ Embutimento da madeira	4,12kN	27cm
6	4,17	3,17	$\beta > \beta_{lim}$ Flexão do pino	3,39kN	21cm

Para o caso da seção transversal da Fig. 81, o diâmetro do parafuso utilizado na viga mista ensaiada foi de 12mm. Considerando-se a peça de madeira (6 x 11 e  $f_{c0} = 44$ MPa) e parafuso também com tensão de 380MPa, o espaçamento das ligações segundo à NBR7190<sup>[07]</sup> está indicado na tabela 14.

**Tabela 14 Espaçamento dos parafusos considerando a peça de madeira 6x11cm na composição da viga mista**

Diâmetro do parafuso (mm)	$\beta = \frac{t}{d}$	$\beta_{lim} = 1,25 \sqrt{\frac{f_{y'}}{f_{et}}}$	$\beta \leq \beta_{lim}$ ou $\beta > \beta_{lim}$	$R_{vd1} = 0,40 \frac{t^2}{\beta} f_{ed}$ ou $R_{vd1} = 0,625 \frac{t^2}{\beta_{lim}} f_{yd}$	Espaçamento entre parafusos
12	5,0	4,1	$\beta > \beta_{lim}$ Flexão do pino	8,3kN	47cm

Avaliando-se os espaçamentos (Tabelas 13 e 14) dimensionados de acordo com a NBR 7190<sup>[07]</sup>, se comparados com aqueles calculados de acordo com o fluxo de cisalhamento, nota-se que quando há flexão do pino os espaçamentos coincidem com os da norma brasileira e se obtêm elásticas experimentalmente próximas dos valores teóricos.

Nesse aspecto, os parafusos devem, portanto, ser mais flexíveis, pois geralmente as ligações muito rígidas propiciam o embutimento deste na madeira, não sendo aconselháveis para o caso das vigas mistas formadas por duas chapas lado a lado e madeira serrada.

Pode-se ressaltar, também, que para os parafusos posicionados na linha neutra, com diâmetro de 6mm, é requerido pela NBR 7190<sup>[07]</sup> um espaçamento de 21cm e pelo cálculo através do fluxo de cisalhamento o espaçamento recomendado é de 17cm. Entretanto, quando os parafusos foram posicionados próximos às mesas, alinhados ou em forma de ziguezague, obteve-se experimentalmente, o mesmo resultado utilizando-se o dobro do espaçamento entre pinos. Justifica-se isto observando-se que os parafusos estão alinhados próximo às mesas, tem-se na seção transversal o dobro da área de parafusos, diferentemente de ligações posicionadas na alma. Logo, como o fluxo de cisalhamento

horizontal a ser absorvido é o mesmo, o espaçamento entre as conexões pode ser dobrado.

Para se evitar que os espaçamentos da ligação sejam grandes MALITE<sup>[31]</sup> (1993), recomenda a norma americana AISI (American Iron and Steel Institute) que indica um espaçamento entre conexões próximas às mesas, para chapas finas, que estes sejam de no máximo  $\frac{\lambda}{6}$ . Assim sendo o espaçamento máximo recomendado para os ensaios realizados seria de 38cm (num vão de 230cm).

Cabe ainda uma verificação da estabilidade lateral da viga mista considerando-se que a peça trabalhe como um conjunto monolítico. Esta verificação foi considerada no ANEXO B, onde verificou-se que não havia nenhum problema nesse sentido. Além disso, em todos os experimentos realizados não se observou nenhum problema de instabilidade lateral do elemento, concluindo-se que esse parâmetro não motiva preocupação no estudo do comportamento mecânico das vigas mistas.

## 6 SOBRE A DURABILIDADE DAS VIGAS MISTAS

Quando se propõe utilizar uma viga mista formada por chapa metálica lado a lado e uma peça de madeira serrada na parte central, uma possível indagação que provavelmente se formula diz respeito à sua durabilidade.

De um modo geral, tanto a madeira, quanto o aço são suscetíveis, principalmente, à umidade. Quando isso ocorre, propiciam a ação de fungos, bactérias, etc. que atacam a madeira, além de provocar a oxidação no aço. Assim, um procedimento preservativo objetivando-se a durabilidade deve ter ação contra agentes físicos, químicos e biológicos. DEMARZO<sup>[19]</sup> (1998) coloca que, no caso da madeira, os piores agentes são os fatores biológicos, chamados de biodeterioradores, que merecem maior atenção, pois, em geral são os maiores causadores de prejuízos à utilização da madeira.

Ressalta-se que, de acordo com a Lei N<sup>o</sup> 4797<sup>[55]</sup> de 20 de outubro de 1965, é obrigatório o uso de madeira preservada em serviços de utilidade pública em todo o território nacional. Assim, não se trata apenas de uma condição necessária, mas sobretudo de algo obrigatório.

A durabilidade natural da madeira, segundo BERALDO<sup>[13]</sup> *et alli* (1991), é uma característica muito relativa. Dependendo da espécie, região da peça e das condições do meio ambiente onde a madeira será utilizada, pode ocorrer o ataque de organismos específicos, tais como: fungos, bactérias ou insetos.

Os elementos ideais para a proliferação e penetração de fungos e bactérias na madeira são a umidade, ar, alimento e temperatura conveniente. Caso se conseguisse conservar a madeira seca, sem umidade como é o caso dos móveis, madeiramento de telhados, etc., ela duraria indefinidamente. No caso da temperatura, é difícil seu controle,

especialmente, quando a peça deve ficar exposta às condições do meio ambiente como é o caso das pontes, por exemplo.

Um processo para proteger a madeira de ataques, proposto por BERALDO<sup>[13]</sup> *et alli* (1991), é a carbonização parcial, que consiste na formação de uma capa protetora carbonizada, ao redor da peça, ou na região em contato com o solo. Entretanto, neste caso, existe a desvantagem da perda de seção transversal da madeira.

CARNEIRO<sup>[17]</sup> (1981) afirmou que um tratamento bastante eficaz para a madeira consiste em revestir a sua superfície com pintura de creosoto ou asfalto. Após sua aplicação, a peça deve ser aquecida, previamente, para diluir as substâncias nos poros da madeira que irão protegê-la. O método mais eficaz é o mergulho das extremidades da peça que ficarão em contato direto com o solo em uma lata contendo a solução de creosoto ou asfalto. A parte da madeira que não sofreu imersão é pintada ou pulverizada.

Segundo CARNEIRO<sup>[17]</sup>, pode-se produzir também um efeito tóxico na peça de madeira com pinturas ou banhos de sulfato de cobre(1%), de solução de cal (5%), de bicarbonato de mercúrio(sublimado corrosivo -  $1\text{HgCl}_2$  : 150 de água), de fluoreto de sódio, de cloreto de zinco, de creosoto ou de óleo creosotado. Entretanto, os banhos de sulfatos de cobre não devem ser aplicados em madeiras que tem pregos ou parafusos. A situação ideal para as pontes é a utilização das substâncias que não sejam solúveis em água, para não haver perda das substâncias através das chuvas, favorecendo-se a conseqüente deterioração da peça com o tempo.

A empresa MONTANA QUÍMICA S/A<sup>[36]</sup> (1991), especializada em tratamento de madeiras, classificou os preservativos da seguinte forma: oleossolúveis, hidrossolúveis e inseticidas. Um resumo dos tipos de tratamentos praticados por essa empresa está reunido na Tabela 15.

Segundo DEMARZO<sup>[20]</sup> (1998), os quatro preservativos responsáveis por 80% da madeira tratada no mundo são : Creosoto, Pentaclorofenol, CCA e ACA.

Tabela 15 Tipos de preservativos

Fonte: Adaptado de MONTANA QUÍMICA S.A.<sup>[36]</sup>, 1991

	Proteção temporária		Proteção prolongada
Oleosolúveis			Creosoto/Carbolineum, TBFTBT, Pentaclofenol, Quelato, TBTO, Naftenatos
Hidrossolúveis	Fungicida	Inseticida*	CCA CCB ACA
	Penta Na + Bórax	Heptacoloro	
	Cobre8 ** Quinolinolato + Bórax Na	Clorpirifós	
	Tribronofenato de Na	Piretóides	

Onde:

\* emulsionável em água

\*\* em suspensão de micropartículas em água.

Um estudo mais detalhado sobre a proteção das chapas nos possibilita a escolha do produto mais indicado para a proteção da madeira, uma vez que, além de proteger a madeira, esse não deverá atacar as chapas metálicas ou os parafusos da viga mista.

As chapas metálicas estão sujeitas à corrosão. Esse é um dos maiores problemas das estruturas metálicas de maneira geral e deve ser controlado, caso contrário, podem ocorrer sérias conseqüências de redução de seção e o conseqüente colapso da peça.

A corrosão apresenta-se mais acentuada quando o aço está exposto à umidade. QUEIRÓS<sup>[46]</sup> (1991) afirmou que quando a umidade do ar ultrapassa a 60% ocorre grande aceleração da corrosão. Além disso, a poluição ambiental, construções próximas a rios poluídos, orlas marítimas (presença do sal), piscinas (devido ao cloro), chuvas ácidas ou vapores ácidos, principalmente, derivados de enxofre, derivados de cloro, etc., provocam aceleração acentuada da corrosão no aço.

As chapas metálicas e os parafusos estudados neste trabalho são de aço-carbono. Portanto, é importante que esses recebam uma proteção superficial para evitar a corrosão. Pode-se sugerir dois tipos de proteção, a saber : a pintura ou a galvanização.

GENTIL<sup>[23]</sup> (1996) recomendou que a aplicação de uma pintura geral dever ter a seguinte seqüência:

- a) limpeza da superfície metálica;
- a) aplicação de tinta de fundo ou “*primer*” – As tintas de fundo são aplicadas por uma ou demais demãos e são responsáveis pela proteção anti-corrosiva e aderência do sistema de pintura ou substrato;
- b) tinta intermediária ou “*tie-coat*” – auxiliam na proteção aumentando a espessura e podem melhorar, também, a aderência da tinta de acabamento;
- c) aplicação da tinta de acabamento – as tintas de acabamento são aplicadas em uma ou demais demãos. A tinta de acabamento funciona como uma primeira barreira, sendo portanto, conveniente que as películas de tais tintas sejam bastante impermeáveis.

Para garantir a proteção anticorrosiva, essa deve apresentar uma espessura mínima que está indicada na Tabela 16 em que se relaciona o meio a que a peça está submetida e a espessura desejada.

Tabela 16 Espessura mínima da película  
Fonte: Adaptado de GENTIL<sup>[23]</sup> (1996), pag. 260.

Tipo de ambiente	Espessura da película
Atmosfera altamente agressiva	250 $\mu\text{m}$
Imersão permanente (água salgada)	300 $\mu\text{m}$
Superfícies aquecidas	75 a 120 $\mu\text{m}$
Atmosfera com agressividade média	160 $\mu\text{m}$
Atmosfera pouco agressiva	120 $\mu\text{m}$

No caso de ligações, uma providência importante deve ser a galvanização de parafusos. A pintura não seria um bom método de proteção, porque quando do alojamento do parafuso no furo da viga mista, o atrito com as chapas metálicas e/ou a peça de madeira facilitaria o rompimento da camada protetora, causando assim, pontos para possíveis ocorrências de corrosões e futuras patologias. Além disso, atualmente é fácil a aquisição comercial de parafusos já galvanizados e não se onerando muito o seu custo final.

Como as chapas metálicas são muito sensíveis ao cloro, vapores ácidos, derivados de enxofre, sulfatos de cobre, etc., devem-se evitar esses produtos na madeira da viga mista, que por conseqüência, atacariam as chapas de aço.

Dessa forma, no tratamento da vigas mistas indicamos para a peça de madeira os produtos do grupo dos oleossolúveis, as soluções de óxido estanho tributílico- TBTO, os quelatos de cobre e os óleos creosotos que oferecem menor agressividade às chapas metálicas. Dos hidrossolúveis, o mais indicado parece ser o ACA – Arseniato de cobre amoniacal por atacar em menor proporção o aço, além do CCA- Arseniato de cobre cromatado, CCB – Borato de cobre cromatado, dentre outros. Já para a proteção das chapas metálicas recomendamos que seja feita uma camada de zarcão e outra de pintura à óleo.

Se a viga mista estiver sob proteção das intempéries, o tratamento se torna simples. Citamos uma construção de uma cobertura instalada na cidade de São Paulo onde foram instaladas 4 (quatro) vigas mistas trabalhando como vigas principais e sobre estas foram fixadas telhas de fibrocimento, ficando cerca de 50cm da viga mista sob um beiral, como mostra a Fig. 96. A única proteção recebida foi uma imersão de zarcão aplicado às chapas metálicas, enquanto que a peça de madeira não obteve nenhuma proteção. Após 7 anos, observou-se que, no beiral, as chapas metálicas praticamente não foram atacadas, apresentando apenas pequenos pontos de oxidação por falta de manutenção.

Na parte interna, da construção, ou seja na parte coberta, tanto as chapas metálicas quanto a madeira não apresentam sintomas patológicos que demonstrem qualquer anomalia ou oxidação, mantendo-se os materiais aço e madeira preservados, na época da inspeção visual (Fig.96).



Figura 96 Inspeção das vigas mistas aplicadas em cobertura após 7 anos.

Observa-se, por fim, que caso a estrutura seja protegida das intempéries aconselha-se que haja no mínimo uma proteção através de produtos que tenham a finalidade inseticida para preservação da madeira, sendo que estes devem conter as mesmas recomendações anteriores, ou seja, procurar evitar, principalmente, os produtos que contenham cloros e ácidos que ataquem o aço.

## 7 VIABILIDADE ECONÔMICA DAS VIGAS MISTAS

Neste item serão analisados apenas os custos diretos quando do emprego das vigas mistas. Assim, os custos dessa peça (viga mista) serão comparados com as vigas em madeira, estrutura metálica e concreto armado. Dessa forma, estabelecemos como parâmetro de comparação, vigas simplesmente apoiadas, de comprimento entre 1 a 4m com carga concentrada de 10kN conforme esquema estático mostrado na Fig. 17.

Na composição das vigas mistas pode ser considerado qualquer espécie de madeira. Neste aspecto, selecionaremos três espécies para se verificar a influência da peça de madeira nos custos da viga mista.

Na Tabela 17 estão apresentadas informações técnicas sobre três espécies de madeiras e os respectivos custos pesquisados na região de Campinas-SP. Nesta tabela (tab.17) não está incluído o tratamento e conservação da madeira.

Já na Tabela 18 estão reunidas informações sobre a rigidez transversal necessária para se vencer os vãos escolhidos, independentemente do material da viga, considerando-se que há uma limitação da flecha máxima em  $\frac{\lambda}{300}$ .

Tabela 17 características de peças de madeiras comerciais e custo.

Fonte: Madeireira Marinho<sup>8</sup> (Agosto/2000).

Nome comum	Seção	Peso (Kg/m)	Momento de Inércia (cm <sup>4</sup> )	Módulo de Elasticidade Longitudinal (kN/cm <sup>2</sup> )	Rigidez transversal (kNcm <sup>2</sup> )	Custo Unitário R\$/m
Eucalipto Grandis	6x12	4,61	864	1281,30	1.107.043,20	2,24
Eucalipto Grandis	6x16	6,14	2048	1281,30	2.624.102,40	3,06
Cupiúba	6x12	6,03	864	1362,70	1.177.372,80	2,65
Cupiúba	6x16	8,04	2048	1362,70	2.790.809,60	3,61
Cambará	6x12	3,60	864	929	802.656	3,10
Cambará	6x16	4,80	2048	929	1.902.592	4,22

Tabela 18 Comparação das seções transversais necessárias utilizando madeira, aço ou concreto armado para um carregamento de 10kN.

Vão	Rigidez transversal necessária (kNcm <sup>2</sup> )	Quantidade de peças e seção em madeira comercial Cupiúba	Quantidade de peças e seção em madeira comercial de Eucalipto Grandis	Quantidade de peças e seção em madeira Cambará	**Perfil de aço de seção "I" (bxh)xpeso/m)	*Seção em concreto armado
100cm	390.625	6x12	6x12	6x12	(5,92x7,62)x8,45	12x20
200cm	3.125.000	3(6x12)	3(6x12)	2(6x16)	(6,76x10,16)x11,4	12x30
300cm	10.546.875	4(6x16)	4(6x16)	6(6x16)	(7,62x12,79)x14,8	12x35
400cm	25.000.000	9(6x16)	10(6x16)	14(6x16)	(10,16x20,32)x27,3	12x40

O número à frente do parênteses indica a quantidade de peças e a seção em centímetros indicada em parênteses.

\* Considerado-se fck de 15MPa com módulo de elasticidade de 25707MPa e armadura de flexão com 2 ferros de diâmetro 10mm, porta estribo com 8mm e estribo com ferro diâmetro 6,3mm cada 20cm;

\*\* Extraído de ARRIVABENE<sup>[05]</sup> (1994).

<sup>8</sup> CEP 13250-000 Caixa Postal 45 Itatiba-SP/http://www.madeireiramarinho.com.br

Na tabela 18 para as vigas de concreto armado foi considerado o módulo de elasticidade determinado pela NB1/78, ou seja:

$$E_c = 0,9 \times 21000 \sqrt{f_{ck} + 35} \text{ (kgf / cm}^2\text{)} \dots\dots\dots(137)$$

Já o momento de inércia da viga de concreto armado (Fig.97) foi determinado de acordo com MORENO Jr.<sup>[37]</sup> (1993) através da seguinte expressão:

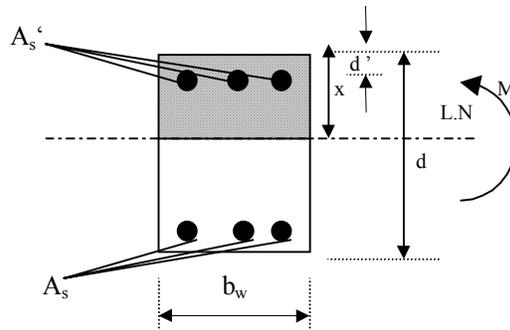


Figura 97 Viga de concreto armado.  
Adaptado de MORENO Jr.<sup>[37]</sup> (1993).

$$x = -\alpha_e \frac{(A_s - A_s')}{b} + \left[ \left[ \alpha_e \frac{(A_s - A_s')}{b} \right]^2 + 2 \frac{\alpha_e}{b} (dA_s + dA_s') \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(138)$$

$$I = \frac{bx^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x)^2 + \alpha_e A_s' (x - d')^2 \dots\dots\dots(139)$$

onde  $\alpha_e$  é a relação entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto.

As seções das vigas mistas para o mesmo vão e rigidez estabelecidos (Tabela 18), admitindo-se, também, chapas metálicas de espessura 2,65mm como nas peças ensaiadas neste trabalho (Figs. 44 e 81), serão constituídas, uma por vez por três espécies de

madeiras que podem ser vistas na Tabela 19. Na Fig. 98 é mostrado a seção transversal de vigas compostas com largura da peça de madeira de 6cm, alterando-se somente na altura.

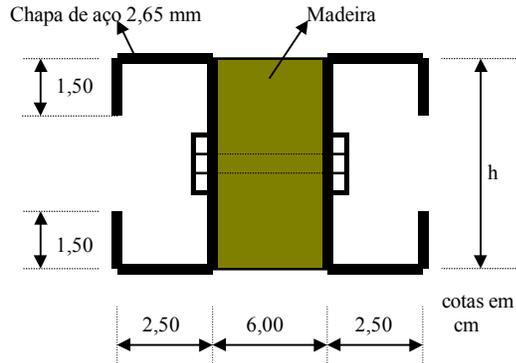


Figura 98 Seção transversal de vigas mistas compostas mostradas na Tabela 19

Tabela 19 Altura e quantidade de vigas mistas para o e vão requerido

Vão	Rigidez transversal necessária (kNcm <sup>2</sup> )	Viga mista com peça de madeira em Cupiúba	Viga mista com peça de madeira em Eucalipto Grandis	Viga mista com peça de madeira em Cambará
100cm	390.625	h = 5cm	h = 5cm	h = 5cm
200cm	3.125.000	h = 10cm	h = 10cm	h = 10cm
300cm	10.546.875	2(h= 12cm)	2(h= 12cm)	3(h=11cm)
400cm	25.000.000	3(h=15cm)	3(h=15cm)	4(h=13cm)

Adotando-se como referência as chapas metálicas utilizadas anteriormente (Figs.34 e 81), cuja espessura foi 2,65mm ( $E_s = 217.005\text{MPa}$ ), a composição de custos das vigas mistas considerando-se as peças de madeira propostas na Tabela 17, tem o seguinte custo por metro linear:

Tabela 20 Custo linear de três vigas mistas com peças de madeira de diferentes espécies.

Altura da viga mista (cm)	*Custo Unitário das chapas dobradas (R\$/metro de viga)	Custo da peça de madeira em Cupiúba (R\$/m)	Custo da peça de madeira em Eucalipto Grandis (R\$/m)	Custo da peça de madeira em Cambará (R\$/m)	*Custo parafusos (R\$/m)	*Mão de obra para montagem (R\$/m)	Custo da viga mista com madeira Cupiúba	Custo da viga mista com Eucalipto	Custo da viga mista com madeira Cambará
5	3,10	1,33	1,12	1,55	0,20	0,50	5,13	4,92	5,35
10	4,30	2,65	2,24	3,10	0,20	0,50	7,65	7,24	8,10
11	4,50	2,65	2,24	3,10	0,20	0,50	7,85	7,44	8,30
12	4,75	2,65	2,24	3,10	0,20	0,50	8,10	7,69	8,55
13	5,00	3,61	3,06	4,22	0,20	0,50	9,31	8,76	9,92
15	5,45	3,61	3,06	4,22	0,20	0,50	9,76	9,21	10,37

\* Preços fornecidos pela empresa Madenor Formas e Escoramentos metálicos Ltda.

Considerando-se as Tabelas de 17 a 20, é possível construir uma planilha de comparação entre os custos das vigas compostas pelos diferentes materiais em comparação com as vigas mistas (Tabela 21).

Analisando-se a Tabela 21, nota-se que se as peças de madeira levam grande vantagem em relação aos custos para vãos pequenos, enquanto que, as peças de concreto armado têm mais vantagens para vãos relativamente grandes. As estruturas metálicas também seguem a mesma tendência. As vigas mistas em chapa dobrada e madeira serrada têm vantagens em custos para vãos intermediários, entretanto, mantêm a tendência de custo compatível com os das estruturas em aço para vãos maiores. Todavia, as vigas mistas se mostraram mais interessantes para os vãos de 2 a 3m para a carga proposta.

Tabela 21 Comparação de custos entre os diferentes materiais

Vão	Rigidez transversal (kNcm <sup>2</sup> )	Custo somente em madeira Cupiúba (R\$/m)	Custo somente em Eucalipto Grandis (R\$/m)	Custo somente em madeira Cambará (R\$/m)	Custo somente em Perfil I de aço (R\$/m)	*Custo da viga de concreto armado (Fôrma + concreto +aço) (R\$/m)	Custos da viga mista com peça de madeira em Cupiúba (R\$/m)	Custos da viga mista com peça de madeira em Eucalipto (R\$/m)	Custos da viga mista com peça de madeira em Cambará (R\$/m)
100cm	390.625	2,65	2,24	3,10	8,45	6,97	5,13	4,92	5,35
200cm	3.125.000	7,95	6,72	8,44	11,40	9,46	7,65	7,24	8,10
300cm	10.546.875	14,44	12,24	25,32	14,80	10,70	16,20	15,38	24,90
400cm	25.000.000	32,49	30,60	59,08	27,30	11,95	29,28	27,63	39,68

\* Custos extraídos da Revista CONSTRUÇÃO<sup>[18]</sup> 14/08/2000

Outro aspecto que merece ser comentado (Tabela 21) é o de que a peça de madeira deve apresentar rigidez alta. Para pequenos vãos não há grandes diferenças de custos. No entanto, para vãos maiores quando esse aspecto quando não for atendido, pode tornar a viga mista inviável quanto a custos.

Comparando-se as Tabelas 18 e 19, nota-se que há uma boa vantagem das vigas mistas quanto à mão-de-obra para seu posicionamento em relação aos outros materiais, o que também as viabilizam. Com relação às peças de madeira, pois, enquanto se posiciona uma viga mista, deverão ser posicionadas de 3 ou mais vigas de madeira para se obter a mesma eficiência estrutural.

Por outro lado, há de se observar que uma desvantagem das vigas mistas está no custo adicional a ser computado nos tratamentos empregados para chapas e na peça de madeira.

Se, todavia, as vigas mistas forem protegidas quanto às intempéries, basta que as chapas tenham a proteção com zarcão e pintura comum e a madeira esteja protegida por um inseticida e envernizada para se evitar o contato da peça com a umidade. Isso não implica em grandes custos a serem agregados às vigas mistas, viabilizando sua aplicação do ponto de vista econômico.

Além disso, o uso de vigas mistas propicia uma estrutura mais leve, por estas terem baixo peso por metro linear, com conseqüente redução do peso próprio da estrutura, economizando-se desse modo em fundações e em outros serviços.

De maneira geral , pode-se concluir que as estruturas mistas aço-madeira quando comparadas com estruturas feitas de outros materiais como madeira, concreto e o aço são competitivas do ponto de vista econômico, além de serem do ponto de vista técnico, consoante com todas as colocações apresentadas nesta pesquisa.

## 8 CONCLUSÕES

O comportamento mecânico das vigas mistas pôde ser avaliado neste trabalho. Do estudo teórico, comprovado pela investigação experimental, ficou evidente que no dimensionamento das vigas mistas se deve considerar a influência da deslocabilidade das ligações para se ter uma avaliação global do seu desempenho estrutural.

A partir da revisão bibliográfica, investigação teórica e comprovação experimental, podem ser destacadas as seguintes conclusões:

- 1) ficou evidenciado que as ligações por parafusos têm influência no comportamento das vigas formadas por chapa dobrada e madeira serrada, justificando-se sua inclusão de a análise teórico-experimental desse trabalho;
- 2) os resultados experimentais evidenciaram que há interferência das ligações no comportamento das vigas mistas. Somente quando a rigidez da ligação for muito grande, a interferência das ligações deve ser desprezada na verificação dos deslocamentos verticais e fluxo de cisalhamento e, nesse caso, pode ser usado o método da seção transformada, obtendo-se resultados satisfatórios;
- 3) a influência do cisalhamento nos deslocamentos verticais das ligações pode ser desprezada, pois esta acrescenta menos de 1% ao deslocamento total. Assim, para as vigas mistas é mais importante a determinação correta do coeficiente de rigidez da ligação, experimentalmente, do que a consideração do cisalhamento nos deslocamentos globais;

- 4) o módulo de deslizamento da ligação influi de maneira mais significativa à medida que o vão da viga decresce e somente quando a rigidez da ligação é muito pequena passa a ser importante considerá-lo;
- 5) Para os casos estudados, no mesmo tipo de carregamento a ligação tem o mesmo comportamento independentemente do tipo de vinculação;
- 6) os resultados experimentais indicaram que a eficiência da viga mista está diretamente relacionada com o número de parafusos usados, a espessura da madeira e da distância entre parafusos;
- 7) ) o uso da viga de seção composta em estruturas à luz dos resultados alcançados é plenamente viável, pois, o uso de vigas mistas propicia uma estrutura mais leve, economizando-se com fundações e outros serviços;
- 8) não se obtém o mesmo efeito quando se utiliza parafusos de um determinado diâmetro e distribuição por parafusos com diâmetros maiores (mais rígidos), buscando-se realizar papel de um conjunto de parafusos. Assim, a utilização de parafusos rígidos, implica em espaçamento entre parafusos muito grande. Nesse sentido, o uso de parafusos flexíveis fornecerá deslocamentos muito mais próximos do valor teórico;
- 9) a distribuição dos parafusos pode ser aplicada na alma ou na linha neutra, desde que, obedecida a distância máxima entre parafusos determinada através do fluxo de cisalhamento.;
- 10) a melhor eficiência com relação ao comportamento das vigas mistas, de maneira geral, acontece quando se dá a flexão do pino. As ligações devem, portanto, ser mais flexíveis, pois, geralmente, as ligações muito rígidas propiciam o seu embutimento na madeira não sendo aconselháveis para o caso das vigas formadas por duas chapas lado a lado e madeira serrada;

- 11) as ligações para as vigas mistas devem ser parafusadas e trabalhar somente por contato (“bearing-type”), não devendo se levar em conta atrito (“friction-type”) entre a chapa e a peça de madeira. É muito difícil a manutenção e controle do atrito devido ao comportamento de forma diferente entre o aço e da peça de madeira sob ação da umidade, retração, etc.
- 12) a ruptura das vigas mistas, geralmente, não ocorre na ligação, sendo que essa plastifica-se. A partir dos ensaios realizados concluiu-se que por ter a peça de madeira um menor módulo de elasticidade, essa permite maiores deformações, além de estar contida lateralmente no conjunto e, assim, a madeira rompe por último ao contrário das chapas metálicas que rompem após atingir um estado limite por instabilidade;
- 13) no caso de vigas utilizadas em cimbramentos metálicos, grande parte da rigidez da viga mista pode ser creditada às chapas de aço. Nesse caso, a madeira tem importância no conjunto pela sua grande flexibilidade e contribuição para o travamento das formas em concreto de obras de construção civil, que por, propriamente, contribuir com a rigidez da peça. Porém, cabe ressaltar que a madeira é muito importante para a fixação das fôrmas, e sem ela, seria quase impossível se ter a fixação no escoramento;
- 14) as vigas mistas são competitivas do ponto de vista técnico e econômico quando comparadas com peças de madeiras;
- 15) do ponto de vista econômico as vigas de madeira têm excelente desempenho estrutural para pequenos vãos, enquanto que, para grandes vãos o concreto armado e as estruturas metálicas têm melhor desempenho. Todavia, em vãos intermediários, ou seja, de 3 a 6 metros as vigas mistas com a seção transversal ensaiada tem boa “performance” mecânica e econômica, sendo muito competitivas;

16) a próxima etapa deste trabalho será a construção de um galpão para o Laboratório de Estruturas de Madeiras da Unicamp utilizando vigas mistas. A constituição de um pórtico em viga mista para o galpão pode ser encontrado no ANEXO C.

17) por fim, esperamos que este texto possa contribuir para os profissionais que atuam na análise estrutural e, especificamente, naqueles interessados na utilização das vigas mistas como um material alternativo para as construções civis do país.

## 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1) AÇO MINAS GERAIS S.A.-ACOMINAS SIDERBRAS, Elementos Estruturais e Ligações, Belo Horizonte, Aço Minas Gerais S.A-AÇOMINAS, vol. III, 161 p., 1980.
- 2) ALMEIDA, P. A. O., Estruturas de grande porte de madeira composta, São Paulo, PEF-EPUSP, Tese de Doutorado, 1990.
- 3) ALMEIDA, P. A. O.; FUSCO, P. B.; RODRIGUES Jr., M. S., Fundamentos do Método para a Determinação das Resistências das Ligações Pregadas ou Parafusadas em Estruturas de Madeira In V EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol. II, 1995, Belo Horizonte, Anais: do V Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFMG, p. 315-326, 1995.
- 4) ALVIN, R. C., VLELOSO, L. A. C. M., SOUZA Jr., H. O., ALMEIDA, P. A. O., Piso misto de madeira-concreto para uma edificação residenciais In: VII EBRAMEM- ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, cd-room, 2000, São Carlos –SP, Anais do VII Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, USP-EESC, 2000.
- 5) ARRIVABENE, V., Resistência dos Materiais, São Paulo, Makron Books do Brasil Editora Ltda., 400p., 1994.
- 6) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Forças devidas ao vento em edificações (NB 599), Rio de Janeiro, 84 p., 1987.

- 7) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Projeto de Estruturas de Madeira (Projeto NBR 7190/1197), Rio de Janeiro, 107 p., 1997.
- 8) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios (NBR 8800/1986), Rio de Janeiro, 220 p., 1986.
- 9) BATISTA, A. M., MASCIA, N. T., Cimbramentos metálicos: Sintomas patológicos, In IV CONGRESSO IBEROAMERICANO DE PATOLOGIA, VI CONGRESSO DE CONTROLE DE QUALIDADE, vol. I, 1997, Porto Alegre-RS, Anais: do IV congresso Iberoamericano de patologia, VI congresso de controle de qualidade, UFRS, p. 467-474.
- 10) BATISTA, A. M., MASCIA N. T., TANAAMI, R. G. Um panorama sobre a evolução das fôrmas e dos sistemas de fôrmas para concreto armado no Brasil In: 40º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO-REIBRAC, cd-room, 1998, Rio de Janeiro, 40º Congresso brasileiro do concreto- Reibrac, 1998.
- 11) BATISTA, A. M., Um estudo sobre as vigas de seção mista em chapa de aço dobrada e madeira serrada, Campinas, FEC- UNICAMP, Dissertação de mestrado, 1996.
- 12) BEER, F. B., JOHNSTON JR., E. R., Resistência dos Materiais, Tradução Celso Pinto Morais Pereira, São Paulo, Makron Books do Brasil Editora Ltda., 3ª Ed., 1255p., 1996.
- 13) BERALDO, A. L., NÄÄS, I. A., FREIRE, W.J. Construções Rurais-Materiais, São Paulo, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 167 p., 1991.
- 14) BERALDO, A. L., PIMENTELA L. L., LIMA, I. L., BARCHET, V. G., Efeito de Tratamentos Físico-Químicos sobre a Resistência à Compressão de Compósitos Madeira-Cimento, In: VI EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM

- MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol. 4, 1998, Florianópolis, Anais do VI Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFSC, p. 261-271, 1998.
- 15) CALI Jr., C., DIAS, A. A., LAHR, F. A. R., A Maior Passarela Pênsil em Madeira do Hemisfério Sul, Revista Técnica, Editora Pini, São Paulo, n.34, p.50-52, Mai/Jun, 1998.
- 16) CALIL Jr., C., BARALDI, L. T., SET 406–Estruturas de Madeira (NBR 7190/1996), São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos/USP, publicação interna, 90 p., 1997.
- 17) CARNEIRO, O., Construções Rurais, São Paulo, Livraria Nobel S.A, 719 p., 1981.
- 18) CONSTRUÇÃO, São Paulo, Revista Pini semanal, nº 2740 ano LIII, 182p., 14/08/2000.
- 19) DEMARZO, M.A., A Deterioração da Madeira, Campinas, Unicamp/Faculdade de Engenharia Civil/Departamento de construção Civil, publicação nº. P-PR-614-400, 10p., 1998.
- 20) DEMARZO, M.A., Preservação de Madeiras, Campinas, Unicamp/Faculdade de Engenharia Civil/Departamento de construção Civil, publicação nº. P-PR-614-800, 10p., 1998.
- 21) FRUCHTENGARTEN, J., Dimensionamento de Estruturas de Aço, EPUSP- FDTE-COSIPA, Núcleo de tecnologia da construção, 339 p.
- 22) FUSCO, P. B., Estruturas de Concreto- Solicitações Normais Estados Limites Últimos Teoria e Aplicações, Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois S.A., 1981, p. 154-161.

- 23) GENTIL, V., Corrosão, Rio de Janeiro, LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora, 3ª edição, 345p., 1996.
- 24) GIORDANO, G., La moderna tecnica delle costruzioni in legno, 3ª edição, Ed. Hoepli, Milano, 1964.
- 25) GIRHAMMAR, U. A., GOPU, V. K. A., Composite beam-columns with interlayer slip - exact analysis. In: Journal of Structural Engineering, Vol. 119, nº4, abril, p. 1265- 1282, 1993.
- 26) HA, K.H., Stiffness Matrix for Exact Solution of Sandwich Beam and Frame Systems. Journal of Structural Engineering, v. 119, n.4, p. 1265-1282. Apr. 1993.
- 27) HOYLE Jr.,R. J., Steel-Reinforced Wood Beam Design In: Forest Products Journal, vol. 25, nº 4, abril, 1975.
- 28) LAHR, F. A. R., Sobre a Determinação de Propriedades de Elasticidade da Madeira, São Carlos, Tese de Doutorado, 1983.
- 29) LANGENDONCK, T. V., Resistência dos Materiais- Deformações II, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda. e Editora da Universidade de São Paulo, 293 p.
- 30) LASSANCE, M., Técnicas Construtivas de Baixo Custo, Rio de Janeiro, Faculdade da Cidade, 1982, 86 p.
- 31) MALITE, M., Estruturas de Aço Constituídas por Perfis de Chapa Dobrada: Dimensionamento de Ligações, São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos/USP, publicação nº. 022/93, 49 p., 1993.
- 32) MASCIA, N.T, BATISTA, A. M., Vigas de seção mista: Chapa de aço dobrada + madeira, Revista Técnica, Editora Pini, São Paulo, n.25, p.50-52, nov/dez, 1996. 1998.

- 33) MASCIA, N.T, BATISTA, A. M., A study about the stiffness of sandwich beams with wood and steel section In: INTERNATIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, New Orleans, Louisiana, 1996, Anais do International wood engineering conference, Louisiana State University, 1996.
- 34) MASCIA, N.T. Considerações a Respeito da Anisotropia na Madeira, São Carlos, Tese de Doutorado - Escola de Engenharia São Carlos /USP, 295 p., 1991.
- 35) MATTHIESEN, J. A., Estudo da ligação Madeira-concreto com parafusos autotarrachantes comerciais, In: VII EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, cd-room, 2000, São Carlos – SP, Anais do VII Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, USP-EESC, 2000.
- 36) MONTANA QUÍMICA S/A, Departamento de Apoio e desenvolvimento técnico-DATE e Treinamento e desenvolvimento comercial- TDC), Biodeterioração e Preservação de Madeira, 70p., 06/1991.
- 37) MORENO Jr., A. L., Cálculo de vigas em edifícios de concreto armado, Campinas, Unicamp/Faculdade de Engenharia Civil/Departamento de construção Civil, publicação n°. P-GR-802-400, 74p., 1993.
- 38) NEWMARK, N.M., SEISS, C. P., VIEST, I. M., Tests and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction, Proceedings of Society for Experimental Stress Analysis, v.9,n. 1, p. 75-52, 1951.
- 39) PARKER, H., Diseño Simplificado de Estructuras de Madera, México, Editorial Limusa - Wiley, 311p., 1978.
- 40) PEREIRA, F.M., Construções Rurais, São Paulo, Livraria Nobel S.A, 331 p., 1987.

- 41) PFEIL, W. Estruturas de aço. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 483 p., 1976.
- 42) PFEIL, W. Estruturas de aço. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 4ª edição, 284 p., 1986.
- 43) PFEIL, W. Estruturas de aço. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 302 p., 1989.
- 44) PFEIL, W., Cimbramentos. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 431 p., 1987.
- 45) POPOV, E.P., Engineering Mechanics of Solids-, New Jersey, Prentice Hall, 1990, p. 578-580.
- 46) QUEIROZ, G.. Elementos das Estruturas de Aço. 3ª edição, Belo Horizonte, CNPQ, pag. 90-92, 1991.
- 47) ROVERE, H.L., Aplicações do Método de Homogeneização da Seção a Vigas de Madeira Laminada Colada, In: VI EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol. 1, 1998, Florianópolis, Anais do VI Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFSC, p. 389-400, 1998.
- 48) SÁLES, J. J., MALITE, M., GONÇALVES, R. M. Ação do vento nas edificações, São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos/USP, publicação n°. 079/94, 111 p., 1994.
- 49) SÁLES, L. S., MALITE, M., GONÇALVES, R. M., Ligações em Estruturas de Aço, Escola de Engenharia de São Carlos /Departamento de Estruturas (publicação interna No. 080/95), 1994, 126 p.

- 50) SANTANA, C. L. O., Vigas de Madeira de Seção Composta com Alma em Chapa de Compensado, Campinas, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil - Universidade Estadual de Campinas, 201 p., 1997.
- 51) SCHIEL, F., Introdução à Resistência dos Materiais. São Paulo, Editora Harper & Row do Brasil Ltda., p. 298-301., 1984.
- 52) SORIANO, J., DINTEN, C.M., MASCIA, N.T., PINTO Jr., N.O., Análise Teórico-Experimental de Uma Viga “T” em Concreto-Madeira, In: VI EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol 4, 1998, Florianópolis, Anais do VI Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFSC, p. 283-294, 1998.
- 53) SORIANO, J., MASCIA, N. T., Comportamento mecânico de ligações flexíveis em vigas mistas de concreto-madeira, In: VII EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, cd-room, 2000, São Carlos –SP, Anais do VII Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, USP-EESC, 2000.
- 54) TIMOSHENKO, S.P. Resistência dos Materiais. Tradução Domício Falcão Moreira, vol. 2, Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 518 p., 1975.
- 55) Lei Nº 4797 de 20 de outubro de 1965. Torna obrigatório o uso de madeira preservada em serviços de utilidade pública em todo território nacional.
- 56) Catálogo técnico ENGINEERED WOOD SYSTEMS, Contemporary Construction Applications, APA, The Engineered Wood Association, 63 p. , 1996.
- 57) Scientific Work Place, versão 3.0, TCI Software Research, 1998.

58) Projeto de Norma de Revisão da NB-143, Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados à frio, São Carlos, 78 p., Maio/2001.

## 10 BIBLIOGRAFIA

- AÇO MINAS GERAIS S.A.-ACOMINAS SIDERBRAS, Elementos Estruturais e Ligações, Belo Horizonte, Aço Minas Gerais S.A-AÇOMINAS, vol. III, 161 p., 1980.
- AGOSTINI, L. R. S., CATTO, A. J., STAMATO, M. C., Ligações de peças de pinho do Paraná e de eucalipto Citriodora com parafusos de aço, São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos /USP, Publicação nº. 160, 42 p., 1971.
- ALMEIDA, P. A. O.; FUSCO. P. B.; RODRIGUES Jr., M. S., Fundamentos do método para a determinação das resistências da ligações pregadas ou parafusadas em estruturas de madeira In V EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol. II, 1995, Belo Horizonte, Anais: do v Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFMG, p. 315-326,1995.
- ALMEIDA, P. A. O., Estruturas de grande porte de madeira composta, São Paulo, PEF-EPUSP, 1990, Tese de Doutorado, 1990.
- ALVIN, R. C., VLELOSO, L. A. C. M., SOUZA Jr., H. O., ALMEIDA, P. A. O., Piso misto de madeira-concreto para uma edificação residenciais In: VII

EBRAMEM- ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, cd-rom, 2000, São Carlos –SP, Anais do VII Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, USP-EESC, 2000.

- AMERICAN INSTITUTE OF TIMBER CONSTRUCTION. Timber construction manual, USA, AITC, John & Wiley, 181 p., 1974.
- ARRIVABENE, V., Resistência dos Materiais, São Paulo, Makron Books do Brasil Editora Ltda, 400p., 1994.
- ASSAN, A. E., Seções Delgadas Abertas - Centros de Cisalhamento, Campinas, Unicamp- Departamento de Construção Civil, 37 p., 1988.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Forças devidas ao vento em edificações (NB 599), Rio de Janeiro, 84 p., 1987.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Projeto de Estruturas de Madeira (Projeto NBR 7190/1197), Rio de Janeiro, 107 p., 1997.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios (NBR 8800/1986), Rio de Janeiro, 220 p., 1986.

- BARBATO, R. L. A., Flexão Simples Normal - Linha Elástica , São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos /USP, Publicação n°. 004/95, 16 p., 1993.
  
- BATISTA, A. M., MASCIA, N. T., Cimbramentos metálicos: Sintomas patológicos, In IV CONGRESSO IBEROAMERICANO DE PATOLOGIA, VI CONGRESSO DE CONTROLE DE QUALIDADE, vol. I, 1997, Porto Alegre-RS, Anais: do IV congresso Iberoamericano de patologia, VI congresso de controle de qualidade, UFRS, p. 467-474.
  
- BATISTA, A. M., MASCIA N. T., TANAAMI, R. G. Um panorama sobre a evolução das fôrmas e dos sistemas de fôrmas para concreto armado no Brasil In: 40º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO-REIBRAC, cd-rom, 1998, Rio de Janeiro, 40º Congresso brasileiro do concreto- Reibrac, 1998.
  
- BATISTA, A. M., Um estudo sobre as vigas de seção mista em chapa de aço dobrada e madeira serrada, Campinas, FEC- UNICAMP, Dissertação de mestrado, 1996.
  
- BEER, F. B., JOHNSTON JR., E. R., Resistência dos Materiais, Tradução Celso Pinto Morais Pereira, São Paulo, Makron Books do Brasil Editora Ltda, 3ª Ed., 1255p., 1996.
  
- BERALDO, A. L., NÄÄS, I. A., FREIRE, W.J. Construções Rurais-Materiais, São Paulo, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 167 p., 1991.

- BERALDO, A. L., PIMENTELA L. L., LIMA, I. L., BARCHET, V. G., Efeito de Tratamentos Físico-Químicos sobre a Resistência à Compressão de Compósitos Madeira-Cimento, In: VI EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol. 4, 1998, Florianópolis, Anais do VI Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFSC, p. 261-271, 1998.
  
- BLACK, P. Strength of materials, Oxford, Pergamon Press, 453 p., 1966.
  
- BODIG; J.; JAYNE, B. A. Mechanics of wood and wood composites, New York, Van Nostrand Reinold, 712 p.1982.
  
- CALI Jr., C., DIAS, A. A., LAHR, F. A. R., A Maior Passarela Pênsil em Madeira do Hemisfério Sul, Revista Técnica, Editora Pini, São Paulo, n.34, p.50-52, Mai/Jun, 1998.
  
- CALIL Jr, C.; PFISTER, G., Treliças de madeira para coberturas, São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos /USP, Publicação n°. 054/95 reimpressão, 79 p., 1995.
  
- CALIL Jr., C., BARALDI, L. T., SET 406–Estruturas de Madeira (NBR 7190/1996), São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos/USP, publicação interna, 90 p., 1997.

- CARNEIRO, O., Construções Rurais, São Paulo, Livraria Nobel S.A, 719 p., 1981.
  
- CARRASCO, E. V. M., Análise de vigas de madeira laminada colada : uma contribuição ao estado da arte, parte I In : V EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol I, 1995, Belo Horizonte, Anais: do V Ebramem - Encontro Brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFMG, p. 475-496, 1995.
  
- CARRASCO, E. V. M., Análise de vigas de madeira laminada colada : uma contribuição ao estado da arte, parte II In : V EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol I, 1995, Belo Horizonte, Anais: do V Ebramem - Encontro Brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFMG, p.497-515,1995.
  
- CHEN, W. F., SALEEB, A., Constitutive Equations for Engineering Materials. New York, John Wiley e Sons, vol 1 : Elasticity and Modeliing , p. 1-181, 1982.
  
- CONSTRUÇÃO, São Paulo, Revista Pini semanal, n° 2740 ano LIII, 182p., 14/08/2000.
  
- DEMARZO, M.A., A Deterioração da Madeira, Campinas, Unicamp/Faculdade de Engenharia Civil/Departamento de construção Civil, publicação n°. P-PR-614-400, 10p., 1998.

- DEMARZO, M.A., Preservação de Madeiras, Campinas, Unicamp/Faculdade de Engenharia Civil/Departamento de construção Civil, publicação n°. P-PR-614-800, 10p., 1998.
  
- FRUCHTENGARTEN, J., Dimensionamento de Estruturas de Aço, EPUSP- FDTE-COSIPA, Núcleo de tecnologia da construção, 339 p.
  
- FUSCO, P. B., Estruturas de Concreto- Solicitações Normais Estados Limites Últimos Teoria e Aplicações, Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois S.A., 1981, p. 154-161.
  
- GALAMBOS, T. V., Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, New York, John Wiley & Sons, 4th edition, 786p.,1976.
  
- GENTIL, V., Corrosão, Rio de Janeiro, LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora AS, 3ª edição, 345p., 1982.
  
- GIORDANO, G., La moderna tecnica delle costruzioni in legno, 3ª edição, Ed. Hoepli, Milano, 1964.

- GIRHAMMAR, U. A., GOPU, V. K. A., Composite beam-columns with interlayer slip - exact analysis. In: Journal of Structural Engineering, Vol. 119, n°4, abril, p. 1265- 1282, 1993.
- GURFINKEL, German. Wood engineering. New Orleans, Southern Forest Products Association, 537 p.,1973.
- HA, K.H., Stiffness Matrix for Exact Solution of Sandwich Beam and Frame Systems. Journal of Structural Engineering, v. 119, n.4, p. 1265-1282. Apr. 1993.
- HASHIN, Z. Plane anisotropic beams. Journal of Applied Mechanics Transactions of the ASME, p. 257 - 262, jun 1967.
- HOYLE Jr., R. J., Steel-Reinforced Wood Beam Design In: Forest Products Journal, Vol 25, n° 4, abril, 1975.
- JOHN, C.; CHILVER, A. H., Strength of materials and structures. London, Edward Arnold, second edition, 404 p.,1961.
- KULAK,I. G. L.,FISHER, J.W., STRUIK, J. H. A., Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints, New York, John Wiley & Sons, second Edition, 333 p.,1987.

- LAHR, F. A. R., Sobre a Determinação de Propriedades de Elasticidade da Madeira, São Carlos, Tese de Doutorado, 1983.
  
- LAIER, J. E.; BARREIRO, J. C. , Complementos de resistência do materiais , São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos /USP, Publicação n°. 073/92 reimpressão , 208 p., 1983.
  
- LANGENDONCK, T. V. Resistência dos Materiais- Deformações I, Rio de Janeiro, Editora Científica, 252 p.,1960.
  
- LANGENDONCK, T. V., Resistência dos Materiais - Tensões, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda e Editora da Universidade de São Paulo, 286 p.,1971.
  
- LANGENDONCK, T. V., Resistência dos Materiais- Deformações II, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda e Editora da Universidade de São Paulo, 293 p.
  
- LASSANCE, M., Técnicas Construtivas de Baixo Custo, Rio de Janeiro, Faculdade da Cidade, 1982, 86 p.
  
- LEKHNITSKII, S. G., Theory of elasticity of an anisotropic body. Moscu, Mir, p. 10-98, 1981.

- LISBOA, C. R., Ligação de peças estruturais de madeira por parafusos , São Carlos, Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia São Carlos /USP, 105 p., 1991.
- LUCHESE, J.A., STAMATO, M. C., Ligações de peças de peroba rosa com parafusos de aço, São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos /USP, Publicação n°. 147, 42 p., 1967.
- MALITE, M., Estruturas de aço constituídas por perfis de chapa dobrada : Dimensionamentos de ligações , São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos /USP, publicação n°. 022/93, 49 p., 1993.
- MALLICK, P. K. Fiber-Reinforced Composites: Material, Manufacturing, and Design, Ed. Marcel Dekker Inc., New York, 469 p., 1988.
- MASCIA, N. T., FURLANI, J. E., Sobre o coeficiente de Poisson da madeira In V EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol. II, 1995, Belo Horizonte, Anais: do V Ebramem - Encontro Brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFMG, p. 205-214, 1995.
- MASCIA, N.T, BATISTA, A. M., A study about the stiffness of sandwich beams with wood and steel section In: INTERNATIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, New Orleans, Louisiana, 1996, Anais do International wood engineering conference, Louisiana State University, 1996.

- MASCIA, N.T, BATISTA, A. M., Vigas de seção mista: Chapa de aço dobrada + madeira, Revista Técnica, Editora Pini, São Paulo, n.25, p.50-52, nov/dez, 1996. 1998.
- MASCIA, N.T. Considerações a respeito da Anisotropia na madeira, São Carlos, Tese de Doutorado - Escola de Engenharia São Carlos /USP, 295 p., 1991.
- MASCIA, N. T. Sobre viga de seção composta tipo caixão com alma de compensado. In: ENCONTRO REGIONAL EM MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, 1, 1993, São Paulo, Anais: do I Encontro Regional de madeiras e estruturas de madeira de São Paulo: EPUSP/PEF, 1993. p. 201-233.
- MASCIA, N. T., AQUINO,P.C. de, OIVEIRA, H.E.S., Estudo comparativo entre vigas com alma de madeira e vigas com alma de Compensado In 11º CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS, 1994, Águas de São Pedro Anais: do 11o Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, EPUSP, 1994, p. 1337-1339.
- MATTHIESEN, J. A., Estudo da ligação Madeira-concreto com parafusos auto-tarrachantes comerciais, In: VII EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, cd-room, 2000, São Carlos – SP, Anais do VII Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, USP-EESC, 2000.

- MERRITT, S. F., LOUCKS, R. D., “Connections” In : Structural Steel Designers Handbook, New York, 1972, p. 5.81 a 5.85.
- MONTANA QUÍMICA S/A, Departamento de Apoio e desenvolvimento técnico-DATE e Treinamento e desenvolvimento comercial -TDC), Biodeterioração e Preservação de Madeira, 70p., 06/1991.
- MORENO Jr., A. L., Lançamento da estrutura de um edifício: posicionamento e pré-dimensionamento dos seus elementos estruturais, Itatiba-SP, caderno de curso de especialização, Universidade São Francisco, 1993.
- NEWMARK, N.M., SEISS, C. P., VIEST, I. M., Tests and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction, Proceedings of Society for Experimental Stress Analysis, v.9,n. 1, p. 75-52, 1951.
- PARKER, H., Diseño Simplificado de Estructuras de Madera, México, Editorial Limusa - Wiley, 311p., 1978.
- PASSOS, M. E. M., Madeira : Vigas de seção composta T, tendo o parafuso como elemento de solidarização, Belo Horizonte, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais - Escola de Engenharia , 126 p., 1992.

- PEREIRA, F.M., Construções Rurais, São Paulo, Livraria Nobel S.A, 331 p., 1987.
  
- PFEIL, W. Estruturas de aço. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 483 p., 1976.
  
- PFEIL, W. Estruturas de aço. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 4ª edição, 284 p., 1986.
  
- PFEIL, W. Estruturas de aço. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 302 p., 1989.
  
- PFEIL, W., Cimbramentos. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 431 p., 1987.
  
- PFEIL, W., Estruturas de Madeira. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 252p.,1985.
  
- POPOV, E. P., Introdução à mecânica dos sólidos, Tradução: AMORELLI, M. O. C., São Paulo, Editora Edgard Blucher Ltda, 521 p.,1913.
  
- POPOV, E.P., Engineering Mechanics of Solids-, New Jersey, Prentice Hall, 1990, p. 578-580.

- Projeto de Norma de Revisão da NB-143, Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados à frio, São Carlos, 78 p., Maio/2001.
- QUEIROZ, G.. Elementos das Estruturas de Aço. 3ª edição, Belo Horizonte, CNPQ, pag. 90-92, 1991.
- RACHID, M; MORI; D. D., Instabilidade: conceitos - aplicação na flambagem por flexão , São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos /USP, Publicação n°. 49/89, 130 p., 1989.
- RICARDO, O. G. de S., Teoria das Estruturas, São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 669 p.,1922.
- ROVERE, H.L., Aplicações do Método de Homogeneização da Seção a Vigas de Madeira Laminada Colada, In: VI EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol 1, 1998, Florianópolis, Anais do VI Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFSC, p. 389-400, 1998.
- SÁLES, J. J., MALITE, M., GONÇALVES, R. M. Ação do vento nas edificações, São Carlos, Escola de Engenharia São Carlos/USP, publicação n°. 079/94, 111 p., 1994.

- SÁLES, L. S., MALITE, M., GONÇALVES, R. M., Ligações em Estruturas de Aço, Escola de Engenharia de São Carlos /Departamento de Estruturas (publicação interna No. 080/95), 1994, 126 p.
- SALMON, C. G., JHONSON, J.E., Steel Structures Design and Behavior, Scranton, Intext Educational Publishers, 946 p., 1971.
- SANTANA, C. L. O., Vigas de Madeira de Seção Composta com Alma em Chapa de Compensado, Campinas, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil - Universidade Estadual de Campinas, 201 p., 1997.
- SCHIEL, F., Introdução à Resistência dos Materiais. São Paulo, Editora Harper & Row do Brasil Ltda, p. 298-301., 1984.
- SORIANO, J., DINTEN, C.M., MASCIA, N.T., PINTO Jr., N.O., Análise Teórico-Experimental de Uma Viga “T” em Concreto-Madeira, In: VI EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, vol 4, 1998, Florianópolis, Anais do VI Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, UFSC, p. 283-294, 1998.
- SORIANO, J., MASCIA, N. T., Comportamento mecânico de ligações flexíveis em vigas mistas de concreto-madeira, In: VII EBRAMEM - ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, cd-room, 2000, São

Carlos –SP, Anais do VII Ebramem - Encontro brasileiro em madeiras e em estruturas de madeiras, USP-EESC, 2000.

- STRAUCH, C. E. M., Resistência ao momento fletor de vigas I simétricas não esbeltas, Salvador, Centro Editorial e Didático da UFBA, p 125-139, 1990.
- TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N., Teoria da Elasticidade, Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois S.A., 3a. edição, 545p., 1980.
- TIMOSHENKO, S.P. Resistência dos Materiais. Tradução Domício Falcão Moreira, vol. 1, Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1971.
- TIMOSHENKO, S.P. Resistência dos Materiais. Tradução Domício Falcão Moreira, vol. 2, Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 518 p., 1975.
- UGURAL, A. C., FENSTER, S. K., Advanced Strength and Applied Elasticity, New York,, Elsevier Science Publishing C. O., Inc, second edition, New Iork, 471 p. 1987.
- VALENCIANI, Chapas de aço e Ligações, Revista Construção Metálica, São Paulo, n.14, p.(15-20), Dez/1977.

- WILLIAMS, D. C.; HARRIS, C. E., Structural Design in Metals, New York, The Ronald Press Company, Second Edition, 655 p.,1987.
  
- YU, Wei-Wen, Cold-Formed Steel Structures - Design Analysis Construction, New York, McGraw-Hill Book Company, 463 p., 1973.
  
- Catálogo técnico ENGINEERED WOOD SYSTEMS, Contemporary Construction Applications- APA –The Engineered Wood Association, 63 p. , 1996.
  
- Lei N° 4797 de 20 de outubro de 1965. Torna obrigatório o uso de madeira preservada em serviços de utilidade pública em todo território nacional.
  
- Scientific Work Place, versão 3.0, TCI Software Research, 1998.

## **11 ANEXOS**

## ANEXO A

### MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA

O método da seção transformada é utilizado, freqüentemente, no dimensionamento estrutural por considerar a diferença mecânica de materiais que compõe uma seção. Neste método a seção real é convertida, para efeito de cálculo, em outra equivalente, composta de apenas um material, imaginando-a homogênea, tais quais os eixos principais de inércia da seção permaneçam na mesma posição.

Para usar o método da seção transformada é necessário adotar um material como referência. A seção transformada terá o módulo de elasticidade desse material. O parâmetro utilizado, a relação entre módulos de elasticidade (E), é chamado de razão modular, ou seja:

$$n_i = \frac{E_i}{E_m} \dots\dots\dots(140)$$

Onde

$E_i$  = módulo de elasticidade do material “i”;

$E_m$  = módulo de elasticidade do material base “m”.

Assim, a largura de cada elemento da viga composta é multiplicada pela razão modular do material.

Os princípios do método podem ser encontrados em BEER & JOHNSTON<sup>[12]</sup> (1996). A Fig. 99 ilustra um diagrama de tensões calculado para a seção transformada.

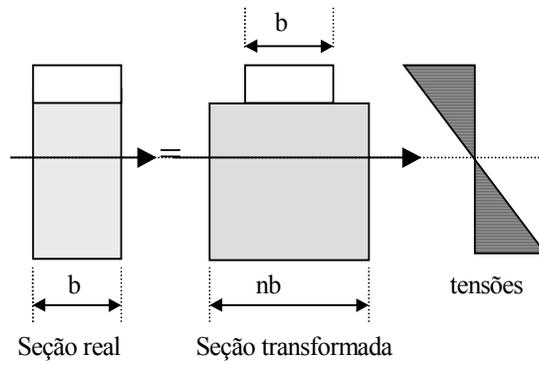


Figura 99 Seção transformada e a distribuição de tensões

## ANEXO B

# ESTABILIDADE LATERAL DAS VIGAS MISTAS

Nos experimentos realizados, observou-se que as chapas metálicas foram as que apresentaram maior instabilidade e conseqüentemente ruína do conjunto, principalmente, por causa da distância entre parafusos.

Segundo PFEIL<sup>[41]</sup> (1976), existem dois tipos diferentes de comportamento ou resistência das seções sob o efeito da torção, ou seja: comportamento à torção pura e por empenamento.

A torção pura, também chamada de Saint Venant, é produzida por momentos torçores aplicados nas extremidades, sem impedimento às deformações na direção longitudinal. Isso ocorre no caso de peças circulares que, sob rotações, as seções permanecem planas devido a sua geometria polar. Dessa forma, é possível formular expressões baseadas na geometria das deformações.

No caso de outros tipos de seções transversais sob o efeito de momentos torçores, ao se deformarem, as seções não permanecem planas. Dessa forma, impõem uma resistência e impedimento às deformações longitudinais. Essa parcela de impedimento adicional ao momento de torção é denominada de resistência ao empenamento. Na Fig.100 está ilustrado um exemplo.

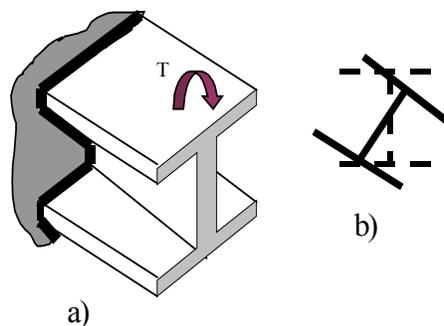


Figura 100 Viga em torção por empenamento

Fonte: Adaptado de PFEIL<sup>[41]</sup> (1976)

Considerando a Fig. 100a), o engastamento impede as deformações. Quando a seção gira ( Fig.100b), os flanges deslocam lateralmente, produzindo flexão das chapas dos flanges horizontais, gerando uma resistência ao empenamento. Assim, a resistência à torção é composta da resistência ao empenamento acrescida da resistência à torção pura.

No caso de uma viga sujeita à flexão pura, a estabilidade na configuração deformada é admitida e o equilíbrio é estável. Para que a peça não tenha flambagem lateral, dependerá do grau de restrição ao empenamento nas extremidades, da rigidez à torção, da rigidez à flexão em torno do eixo “y” e da contenção ou travamento lateral da viga.

Entretanto, o Projeto de Norma de Revisão da NB-143/2001<sup>[58]</sup> que trata de estruturas metálicas formadas por chapa dobrada a frio recomenda que para não haja flambagem local das chapas metálicas comprimidas totalmente ou parcialmente é necessário haver reduções da resistência da peça através da largura efetiva que é a largura de um elemento reduzida para efeito de projeto.

Segundo a Norma Brasileira para as chapas dobradas utilizadas nas vigas mistas deve-se considerar as abas enrijecedoras como elemento AL e os demais como AA, ou seja:

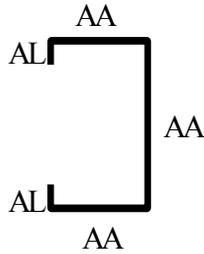


Figura 101 Elementos da chapa metálica segundo a NB-143/2001<sup>[58]</sup>

Portanto, segundo a NB-143/2001<sup>[58]</sup>, todos os elementos AA e os elementos AL podem ser calculados por:

$$b_{ef} = b \frac{(1 - 0,22/\lambda_p)}{\lambda_p} \leq b \dots\dots\dots(141)$$

Onde:

b é a largura do elemento;

$\lambda_p$  é o índice de esbeltez reduzido do elemento, definido da seguinte forma:

Quando ocorrer de  $\lambda_p \leq 0,673$  a largura efetiva é a própria largura do elemento, onde:

$$\lambda_p = \frac{\frac{b}{t}}{\sqrt{0,95 \left( \frac{kE}{\sigma} \right)}} \dots\dots\dots(142)$$

Onde:

$t$  é a espessura do elemento;

$k$  é o coeficiente de flambagem local, conforme descrito pela NB-143/2001<sup>[58]</sup>, que para tensão uniforme na mesa  $k$  é igual a 4.

Para cada elemento totalmente ou parcialmente comprimido,  $\sigma$  é a máxima tensão de compressão, calculada para a seção efetiva, que ocorre quando a seção atinge o escoamento.

No caso do momento fletor resistente de cálculo referente à flambagem lateral com torção, tomando-se um trecho compreendido entre seções contidas lateralmente, deve ser calculado por:

$$M_{Rd} = \frac{\rho_{FLT} W_{c,ef} f_y}{\gamma} \dots\dots\dots(143)$$

Sendo que:

$\gamma$  igual a 1,1

$W_{c,ef}$  é o módulo de resistência elástico da seção efetiva em relação à fibra comprimida, calculado com base nas larguras efetivas dos elementos;

$\rho_{FLT}$  é o fator de redução associado à flambagem lateral com torção, calculado por:

para  $\lambda_0 \leq 0,6$ :  $\rho_{FLT} = 1,0$

para  $0,6 < \lambda_0 < 1,336$ :  $\rho_{FLT} = 1,11(1 - 0,278\lambda_0^2)$

para  $\lambda_0 \geq 1,336$ :  $\rho_{FLT} = 1/\lambda_0^2$

Por sua vez, tem-se:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{W_c f_y}{M_e}} \dots\dots\dots(144)$$

Sendo que:

$W_c$  é o módulo de resistência elástica da seção bruta em relação à fibra comprimida;  
 $M_e$  é o momento fletor de flambagem lateral com torção, em regime elástico, que para barras com seção duplamente simétrica ou monossimétrica sujeitas à flexão em torno do eixo de simetria (eixo x) vale:

$$M_e = \sqrt{C_b r_0 (N_{ey} N_{et})} \dots\dots\dots(145)$$

Para barras com seção fechada (caixão), sujeitas à flexão em torno do eixo x a expressão se resume a :

$$M_e = \sqrt{C_b r_0 (N_{ey} GI_t)} \dots\dots\dots(146)$$

Dessa forma levar em conta duas considerações, ou seja:

a) força normal de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo principal y:

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \dots\dots\dots(147)$$

b) força normal de flambagem elástica por torção:

$$N_{et} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(K_t L_t)^2} + GI_t \right] \dots\dots\dots(148)$$

Onde:

$C_w$  é a constante de empenamento da seção;

$E$  é o módulo de elasticidade;

$G$  é o módulo de elasticidade transversal;

$I_t$  é o momento de inércia à torção uniforme;

$K_y L_y$  é o comprimento efetivo de flambagem por flexão em relação ao eixo  $y$ ;

$K_t L_t$  é o comprimento efetivo de flambagem por torção. Quando não houver garantia de impedimento ao empenamento, deve-se tomar  $K_t$  igual a 1,0.

$r_0$  é o raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de torção, dado por:

$$r_0 = \sqrt{[r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2]} \dots\dots\dots(149)$$

$r_x$  ;  $r_y$  são os raios de giração da seção bruta em relação aos eixos principais de inércia  $x$  e  $y$ , respectivamente;

$x_0$  ;  $y_0$  são as coordenadas do centro de torção na direção dos eixos principais  $x$  e  $y$ , respectivamente, em relação ao centróide da seção.

$C_b$  é o coeficiente de equivalência de momento na flexão, que a favor da segurança pode ser tomado igual a 1,0 ou calculado pela seguinte expressão:

$$C_b = \frac{12,5M_{\max}}{2,5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \dots\dots\dots(150)$$

Para balanços com a extremidade livre sem contenção lateral e para barras submetidas à flexão composta,  $C_b$  deve ser tomado igual a 1,0.

$M_{\max}$  é o máximo valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no trecho analisado;

$M_A$  é o valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no 1º. quarto do trecho analisado;

$M_B$  é o valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no centro do trecho analisado;

$M_C$  é o valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no 3º. quarto do trecho analisado.

## ANEXO C

### GALPÃO COM ESTRUTURA EM VIGAS MISTAS

Este projeto destina-se a um galpão a ser edificado em prol do Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeiras da Unicamp em terreno alto e plano.

A construção será constituída por pórticos posicionados a cada 3 (três) metros, em viga mista, calculado de acordo com as equações propostas neste trabalho. As paredes serão feitas em alvenaria com esquadrias em madeira/metálicas com vidros. Uma descrição geral em planta e das principais características do material a ser utilizado é vista a seguir:

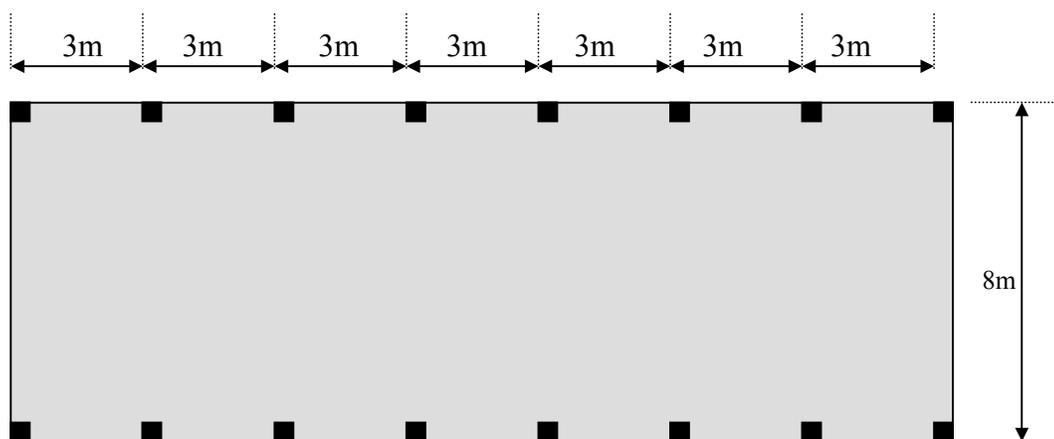


Figura 102 Planta do galpão  
Situação sem escala

Tipo de estrutura: pórtico em vigas mistas composta por chapa de aço dobrada e madeira serrada solidarizada por parafusos;  
vão livre: 8m;  
espaçamento entre pórticos 3m;  
beiral: 60cm;  
terças: viga mista;  
declividade do telhado  $\geq 30^0$  ;  
telha em madeira aluminizada com dimensão 2,20x 1,00 m;  
peso da telha de  $45\text{N/m}^2$ ;  
 $E_{\text{chapa de aço}} = 217.050\text{MPa}$ ;  
 $f_y = 237\text{MPa}$  (tensão de escoamento das chapas);  
 $f_{\text{rup}} = 362\text{MPa}$  (tensão de ruptura das chapas) ;  
 $\rho_{\text{chapa}} = 77\text{kN/m}^3$ ;  
peça de madeira da viga mista: Eucalipto cloeziana;  
 $E_{\text{madeira}} = 12813\text{MPa}$ ;  
 $f_{c0}(\text{madeira}) = 51,8\text{MPa}$ ;  
 $\rho_{\text{ap(madeira)}} = 8\text{kN/m}^3$ ;  
umidade (U) = 12%.

O esquema estático geral do pórtico é indicado na Fig. 103 a seguir:

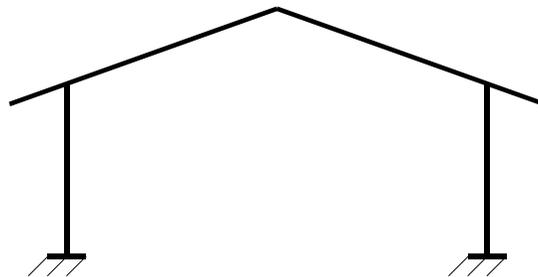


Figura 103 Esquema estático proposto

## CARGAS ESTÁTICAS NO PÓRTICO

As cargas permanentes atuantes no pórtico podem ser vistas na Fig. 104

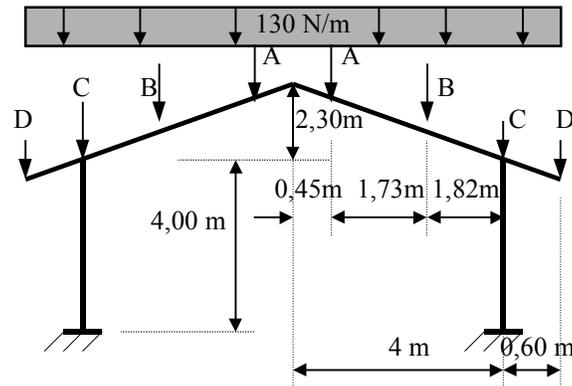


Figura 104 Cargas permanentes atuantes no pórtico em viga mista

Sendo que :

### Carga A

Perfil secundário 7,5cm altura ( 60N/m x 3,00m )	= 180N
Telha madeira 45N/m <sup>2</sup> x 1,00m x 3m	= <u>135N</u>
Total	= 315N

### Carga B

Perfil secundário 7,5cm altura ( 60N/m x 3,00m )	= 180 N
Telha madeira 45N/m <sup>2</sup> x 2,05m x 3m	= <u>276,8N</u>
Total	= 456,8N

### Carga C

Perfil secundário 7,5cm altura ( 60N/m x 3,00m )	= 180 N
Telha madeira 45N/m <sup>2</sup> x 1,35m x 3m	= <u>182,2N</u>
Total	= 362,2N

## Carga D

Caibro (0,06 x 0,075) m x 8000N/m <sup>3</sup> x 3,00m	= 108,0N
Telha madeira 45N/cm <sup>2</sup> x 0,30 x 3m	= <u>40,5N</u>
Total	= 148,5N

A carga correspondente ao peso próprio do pórtico por metro linear equivale a:

Madeira (0,06m x 0,11m x 8000N/m <sup>3</sup> )	= 52,8 N/m
Chapa metálica (2,65mm x 19cm x 7700N/m <sup>3</sup> x 2 chapas)	= <u>77,5 N/m</u>
Total	= 130,30N/m

Os esforços nas extremidades das barras estão indicadas na Fig. 105 e são os seguintes:

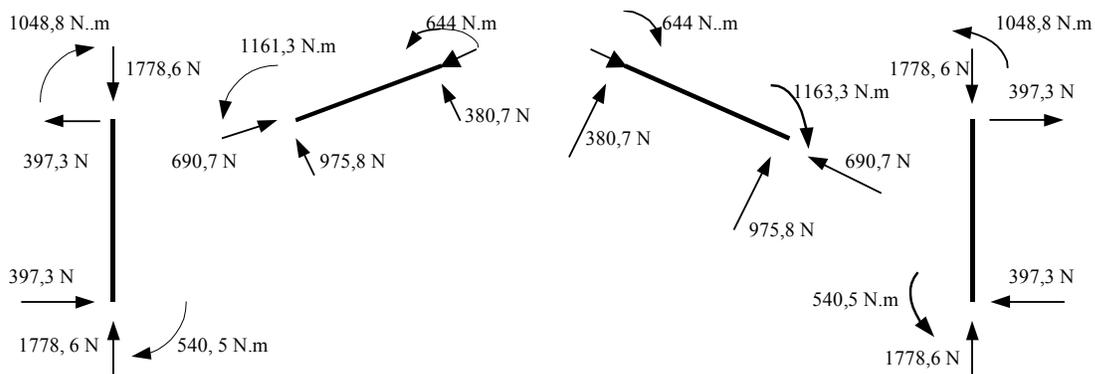


Figura 105 Reações de apoio das barras mistas devido à ação permanente

Analisaremos, também, a seguir, a ação do vento no pórtico, uma vez que, a estrutura é muito leve e esse tipo de ação, geralmente, é a mais importante na estrutura.

# VERIFICAÇÃO DO VENTO NA ESTRUTURA SEGUNDO A NB 599/78<sup>(06)</sup>

## DETERMINAÇÃO DA PRESSÃO DINÂMICA “q”

Considerando-se o gráfico das isopletas de velocidades básica ( $V_0$ ) na região de Campinas-SP, pode-se considerar que:

$$V_0 = 35 \text{ m/s}$$

A velocidade característica do vento “ $V_k$ ” para edificação em consideração vale:

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3 \dots\dots\dots(147)$$

Sendo:

$S_1$  = fator topográfico que leva em consideração as grandes variações locais na superfície do terreno;

$S_2$  = fator que leva em consideração a rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno;

$S_3$  = fator estatístico que considera o grau de segurança requerido e vida útil da edificação.

Segundo a NB 599 <sup>[06]</sup> /1987	$S_1 = 1,00$
	$S_2 = 1,06$
	$S_3 = 1,00$

Logo  $V_k = 37,1 \text{ m/s}$

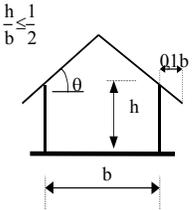
Segundo SALES<sup>[48]</sup> *et alli* (1994), a pressão dinâmica do vento será:

$$q = 0,613 V_k^2 = 843,74 \text{N/m}^2$$

### DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE PRESSÃO (Ce)

Consultando-se a NB599<sup>[06]</sup>, para telhados com duas águas, simétricos, para edificação de planta retangular encontram-se as seguintes indicações (Tabela 23):

Tabela 23 Valores do coeficiente de pressão  
Fonte:NB599<sup>[06]</sup>/78

Altura relativa	$\theta$	Valores de Ce para			
		$\alpha = 90^\circ$		$\alpha = 0^\circ$	
	0°	-0,8	-0,4	-0,6	-0,4
	5°	-0,9	-0,4	-0,8	-0,4
	10°	-1,2	-0,4	-0,8	-0,6
	15°	-1,0	-0,4	-0,7	-0,6
	30°	0	-0,4	-0,7	-0,6
	45°	+0,3	-0,5	-0,7	-0,6
	60°	+0,7	-0,6	-0,7	-0,6

Onde:

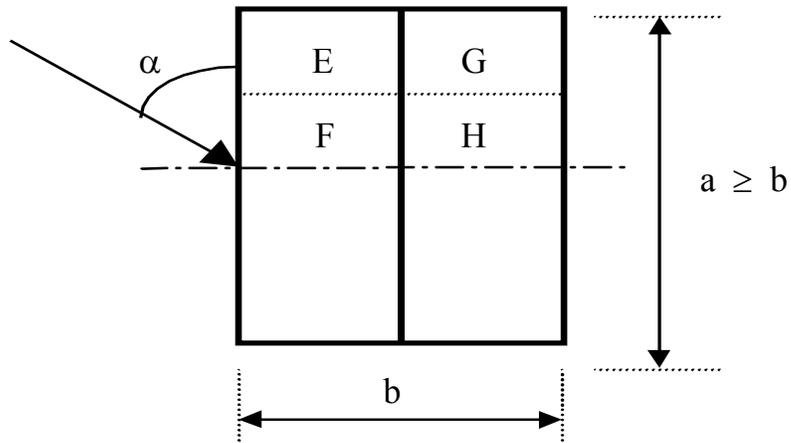


Figura 106 Situação em planta da edificação

O coeficiente de pressão externa  $C_e$  é descrito em função da direção do vento (Fig. 106), assim, sendo “ $\alpha$ ” igual a  $90^\circ$  os maiores coeficientes encontrados são:

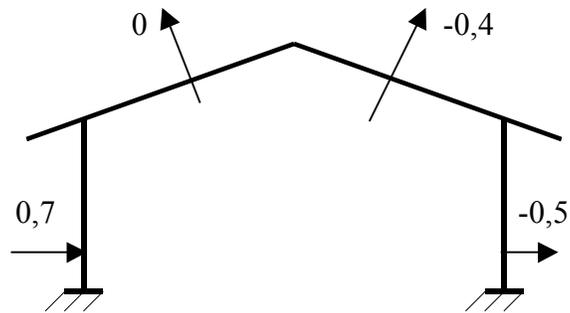


Figura 107 Coeficientes de pressão para direção do vento a  $90^\circ$

Caso “ $\alpha$ ” seja igual a  $0^\circ$ , os maiores coeficientes de pressão encontrados são:

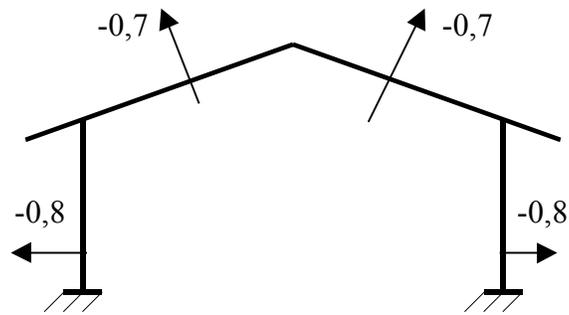


Figura 108 Coeficientes de pressão para direção do vento a 0°

A carga “F” que atua nas paredes e no telhado, admitindo-se a situação mais crítica pode ser escrita por:

$$F = (C_e) q \dots\dots\dots(148)$$

**CARGAS ATUANTES NA ESTRUTURA CONSIDERANDO AS AÇÕES DO VENTO**

O esquema estático é igual ao caso anterior da Fig.103. As cargas atuantes nos nós considerando o vento será considerado para duas situações .

a) Primeira situação: considerando o vento a 90°

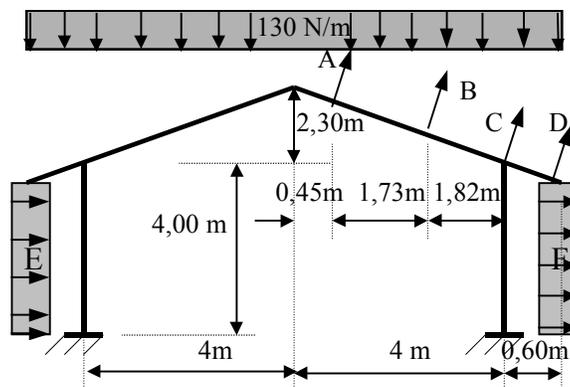


Figura 109 Cargas nos nós considerando a ação do vento a 90°

#### Carga A

Perfil secundário 7,5cm altura ( 60N/m x 3,00m )	= 180 N
Telha madeira 45N/m <sup>2</sup> x 1,52m x 3m	= 205,2N
Sucção $-(0,4 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m} \times 1,52\text{m}$	= <u>-1538,98N</u>
Total	= -1153,78N

#### Carga B

Perfil secundário 7,5cm altura ( 60N/m x 3,00m )	= 180 N
Telha madeira 45N/m <sup>2</sup> x 2,05m x 3m	= 276,75 N
Sucção $-(0,4 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m} \times 2,05\text{m}$	= <u>-2075,60N</u>
Total	= -1618,85N

#### Carga C

Perfil secundário 7,5cm altura ( 60N/m x 3,00m )	= 180 N
Telha madeira 45N/m <sup>2</sup> x 1,35m x 3m	= 182,25N
Sucção $-(0,4 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m} \times 1,20\text{m}$	= <u>-1214,98N</u>
Total	= -852,73N

#### Carga D

Caibro( 6x7,5)cm x 8000N/m <sup>3</sup> x 3,00m	= 108,0N
Telha madeira 45N/m <sup>2</sup> x 0,30m x 3m	= 40,50N
Sucção $-(0,4 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m} \times 0,30\text{m}$	= <u>-303,75N</u>
Total	= -155,24 N

#### Carga E

$(0,7 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m}$	= -1771,85N/m
---	---------------

## Carga F

$$(0,5 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m} = -1265,61\text{N/m}$$

A Carga correspondente ao peso próprio do pórtico por metro linear vale:

Madeira (0,06m x 0,11 m x 8000N/m <sup>3</sup> )	= 52,8 N/m
Chapa metálica (2,65mm x 19cm x 7700N/m <sup>3</sup> x 2 chapas)	= <u>77,5 N/m</u>
Total	= 130,30N/m

Os resultados das reações nas barras considerando, portanto, o vento atuando a 90° em relação à edificação são os seguintes (Fig.110):

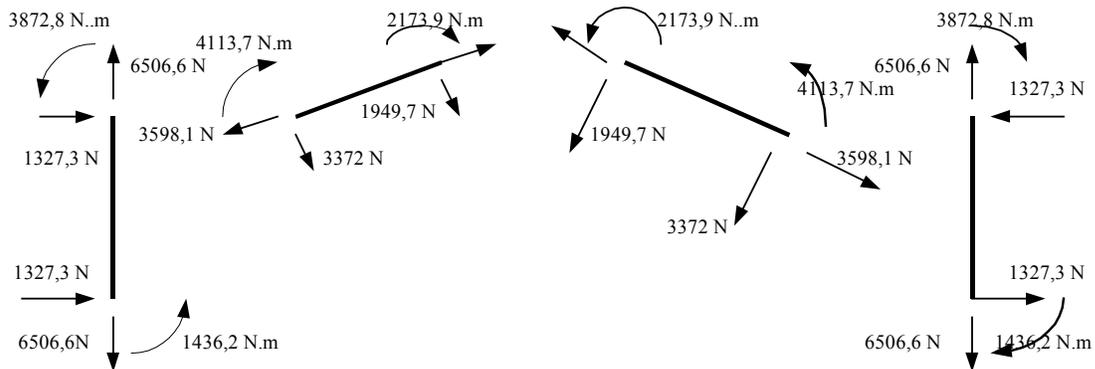


Figura 110 Reações de apoio das barras mistas devido à ação do vento a 90°

b) Considerando o vento a 0° os carregamentos (Fig. 111) são:

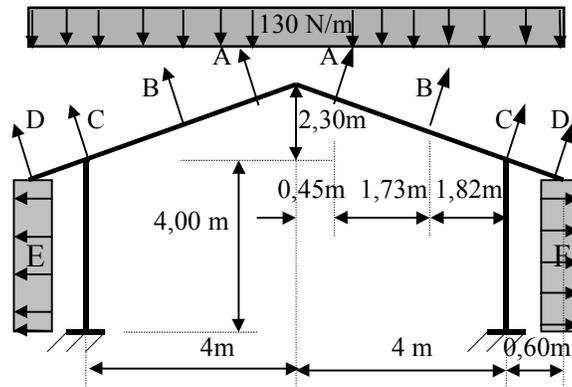


Figura 111 Cargas nos nós considerando a ação do vento a  $0^\circ$

### Carga A

Perfil secundário 7,5cm altura ( $60\text{N/m} \times 3,00\text{m}$ )	=	180 N
Telha madeira $45\text{N/m}^2 \times 1,52\text{m} \times 3\text{m}$	=	205,2N
Sucção $-(0,8 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m} \times 1,52\text{m}$	=	<u>-3077,96N</u>
Total	=	-2692,76N

### Carga B

Perfil secundário 7,5cm altura ( $60\text{N/m} \times 3,00\text{m}$ )	=	180,00N
Telha madeira $45\text{N/m}^2 \times 2,05\text{m} \times 3\text{m}$	=	276,75N
Sucção $-(0,8 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m} \times 2,05\text{m}$	=	<u>-4151,20N</u>
Total	=	-3694,45N

### Carga C

Perfil secundário 7,5cm altura ( $60\text{N/m} \times 3,00\text{m}$ )	=	180,00N
Telha madeira $45\text{N/m}^2 \times 1,35\text{m} \times 3\text{m}$	=	182,25N
Sucção $-(0,8 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m} \times 1,20\text{m}$	=	<u>-2429,97N</u>
Total	=	-2067,72N

### Carga D

Caibro( 6x7,5)cm x 8000N/m <sup>3</sup> x 3,00m	=	108,00N
Telha madeira 45N/m <sup>2</sup> x 0,30m x 3m	=	40,50N
Sucção – (0,8 x 843,74N/m <sup>2</sup> )x 3,00m 0,30m	=	- <u>607,49N</u>
Total	=	- 458,99 N

### Carga E

$$(0,8 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m} = - 2024,98\text{N/m}$$

### Carga F

$$(0,8 \times 843,74\text{N/m}^2) \times 3,00\text{m} = - 2024,98\text{N/m}$$

A carga correspondente ao peso próprio do pórtico por metro linear vale:

Madeira (0,06m x 0,11 m x 8000N/m <sup>3</sup> )	=	52,8 N/m
Chapa metálica (2,65mm x 19cm x 7700N/m <sup>3</sup> x 2 chapas)	=	<u>77,5 N/m</u>
Total	=	130,30N/m

Os resultados das reações encontrados em cada barra considerando-se o vento atuando a 0° (Fig.112) são:

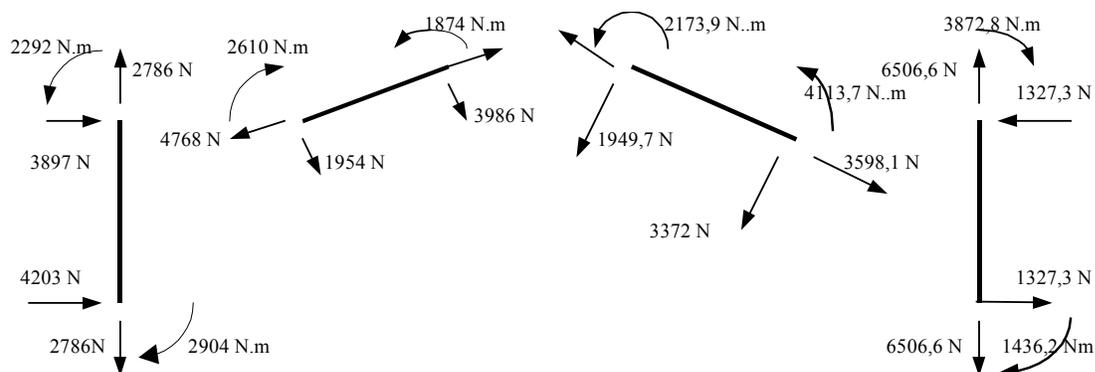


Figura 112 Reações de apoio das barras mistas devido à ação do vento a 0°

As barras compostas por vigas mistas utilizadas no pórtico serão posicionadas da seguinte forma:

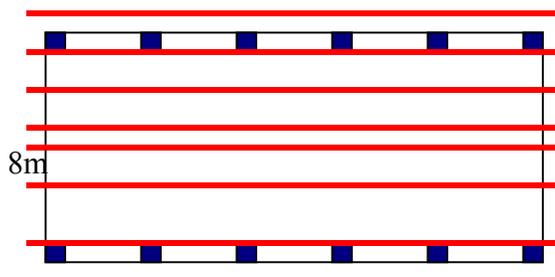
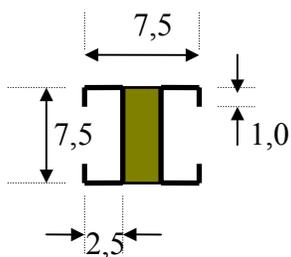


Figura 113 Distribuição das vigas mistas transversinas que recebem as telhas.

As vigas mistas para apoio das telhas terão as seguintes características:



cotas em cm

espessura da chapa de aço 2,65mm;  
 módulo de elast. chapa 210000MPa;  
 peça de madeira (2,50 x 7,50)cm;  
 módulo de elast. da madeira 11000MPa;  
 $I_w = 87,89\text{cm}^4$ ;  
 $I_s = 53,57\text{cm}^4$ .

A carga que atua na viga mista, aqui denominada de transversina é aquela advinda das telhas acrescida de seu peso próprio, sendo o esquema simplesmente apoiado (Fig.114) ou:

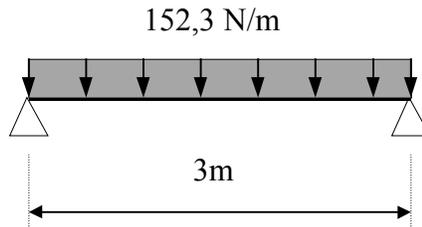


Figura 114 Carregamento e esquema estático das transversinas

A carga que atua nas transversinas vale:

$$q = 45\text{N/m}^2 \times 2,05\text{m} + 60\text{N/m} = 152,3\text{N/m}$$

O deslocamento vertical calculado para o carregamento proposto acima é de 0,13cm. Limitando-se a flecha máxima em  $L/300$ , ou seja, deslocamento máximo de 1,00cm, assim, está dentro dos limites permitidos.

Todavia, se forem considerados os carregamentos de sucção de valor 5,906MPa, se multiplicado pela área de influência de 2,05m e depois suprimir o carregamento permanente de 152,3N/m, a carga a carga “q” será de -1058,4N/m. Sendo assim, as transversinas terão flechas máximas de -0,91cm, ainda estando dentro do limite máximo estabelecido para a flecha.

## VERIFICAÇÃO DAS VIGAS MISTAS QUE COMPÕEM OS PÓRTICOS

Os pórticos serão distribuídos como segue, sendo que o beiral avança a partir do nó do pórtico somente em madeira aparelhada e envernizada aproveitando-se o visual arquitetônico formado pela peça de madeira.

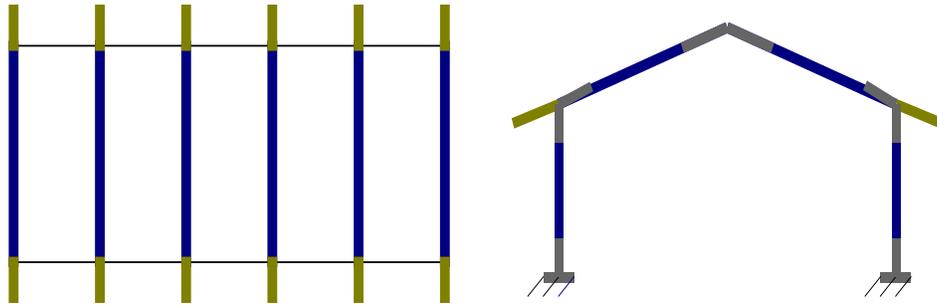
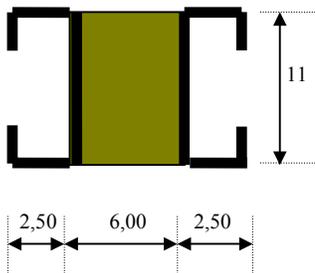


Figura 115 Planta e vista do pórtico de carga

Os maiores resultados de cada tipo esforço encontrado em todas as análises, ou seja, ações do vento e cargas permanentes são: Tração de 6506,6N, Compressão de 1778,6N e Momento fletor de 4113,7 N.m. Dessa forma, as vigas mistas que compoem o pórtico terão as seguintes características:



$$A_s = 13,78\text{cm}^2$$

$$A_w = 66\text{cm}^2$$

espessura da chapa de aço 2,65mm

módulo de Elast. chapa 210000MPa

madeira (6 x 11)

módulo de elast. Madeira 11000MPa

$$I_x (\text{madeira}) = 665,50\text{cm}^4$$

$$I_y (\text{madeira}) = 198\text{cm}^4$$

$$I_x (\text{chapa}) = 188,77\text{cm}^4$$

$$I_y (\text{chapa}) = 95,18\text{cm}^4$$

$$\bar{\sigma}_{\text{madeira}} = 10\text{MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{\text{chapa}} = 140\text{MPa}$$

$$\bar{M}_{\text{viga mista}} = 5802,2\text{N.m}$$

Parafusos de 12mm de diâmetro

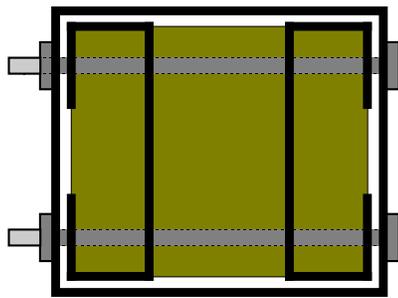
Comparando-se a solicitação de 4113,7N.m com o valor de  $m_{\text{máximo admissível}}$  de 5802,2N.m, verifica-se que a viga mista está dimensionada com folga com relação às tensões de flexão.

Além disso, somente as chapas metálicas suportam uma carga de tração de 130070N, entretanto, a maior solicitação de tração encontrada no pórtico é de 6506,6N, atendendo satisfatoriamente à solicitação, estando assim, com folga.

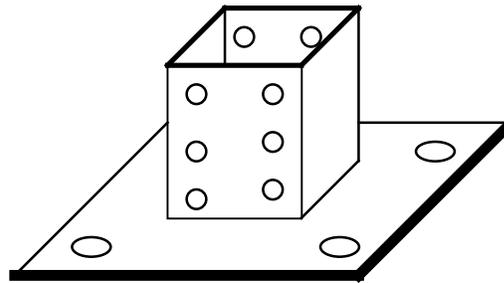
No caso da compressão a carga crítica da viga mista vale 136.700N, enquanto que, a solicitação máxima é de 1.778,6N, estando esta última inferior à capacidade da viga-coluna.

## **DETALHE DOS ENCAIXES E EMENDAS ENTRE OS ELEMENTOS**

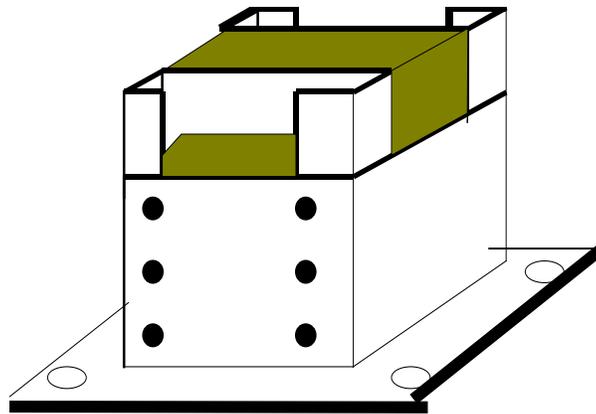
Os pilares se fixarão em chapas que serão também parafusadas na fundação. O dimensionamento dessas conexões seguem as recomendações da NBR 8800<sup>[08]</sup>/1986. Na Fig.116 é mostrado o detalhe da fixação na coluna e na fundação.



Planta da peça metálica de fixação



vista geral



Vista do encaixe na fundação

Figura 116 Fixação dos pilares na fundação

Já no caso das emendas nos nós entre vigas e colunas, essas foram elaborados conforme mostra a Fig. 117.



Figura 117 Vistas geral e lateral do encaixe entre viga e pilar.

As emendas entre vigas na cumeeira segue a Fig. 118.

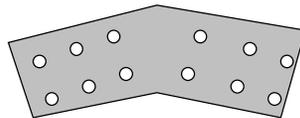


Figura 118 Emendas entre vigas no nó que está na cumeeira

As peças de madeira foram tratadas com um produto imunizante (Pentox da MONTANA QUÍMICA S/A<sup>[36]</sup>) e depois envernizadas. As chapas metálicas foram protegidas com mergulho em zarcão amarelo e a solidarização elaborada com parafusos galvanizados.

Em seguida foram montadas as vigas mistas. Nas fotos seguintes pode-se ver o tratamento da peça de madeira (Fig.119), detalhes das peças usadas para a confecção dos encaixes(Fig.120), montagem e furação (Figs.121), vigas montadas (Fig.122), introdução dos elementos de encaixe nas vigas mistas (Fig.123) e o detalhe de um pilar após a montagem (Fig.124) como preparo para a futura montagem.



Figura 119 A peça de madeira é lixada e aplicado imunizante e depois envernizada.



Figura 120a) Detalhe das chapas dobradas para a produção das peças de encaixe.



Figura 120b) Detalhe da montagem de uma sapata de encaixe da fundação.



Figura 121 Detalhe da furação para a confecção das ligações

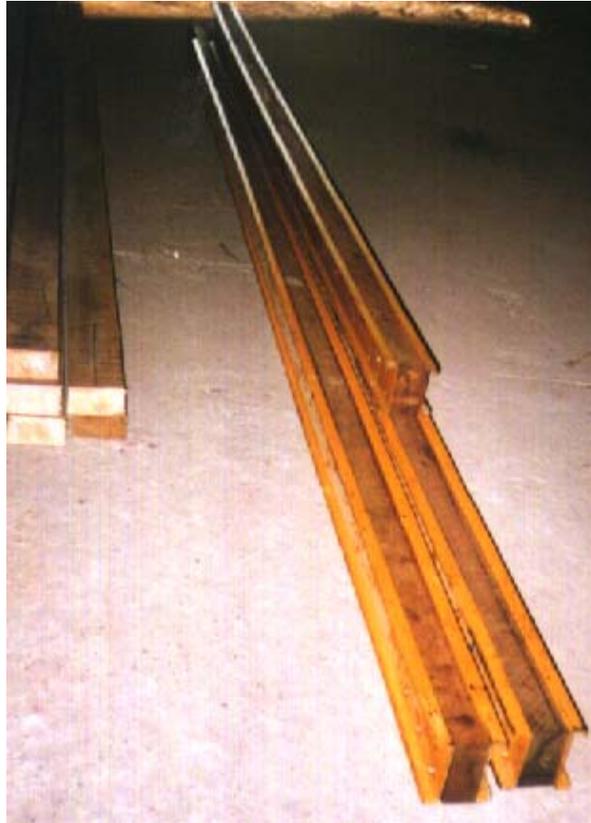


Figura 122 Detalhe das vigas após a montagem .



Figura 123 Detalhe da colocação da peça de encaixe entre um pilar e uma viga.



Figura 124 Detalhe de um pilar do pórtico após a montagem.