MEDIDA DA INFLUÊNCIA DO PROVADOR NO DELINEAMENTO QUADRADO LATINO VxV COM S REPETIÇÕES E DIFERENÇAS ENTRE TRATAMENTOS , NA ANÁLISE SENSORIAL.

YARA TOSELLO

TESE DE MESTRADO APRESENTADA À
FACULDADE DE TECNOLOGIA DE ALIMENTOS
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Orientador - *Prof. Rubens Murillo Marques*
Fevereiro de 1972.

ÍNDICE

Medida da Influência do Provador no Delineamento Quadrado Latino r x r com s repetições e Diferenças entre tratamentos, na Análise Sensorial.

1. Objetivo do Trabalho

Escolhemos o assunto porque notamos que a influência do provador nos delineamentos estatísticos aplicados à análise sensorial parecia-nos ser significativa, embora considerássemos em todos os delineamentos, médias dos provadores, sem portanto verificar o efeito provador e eliminando-o pela média.

Êste trabalho tem a finalidade de mostrar que o efeito provador existe, isto é, é significativo, portanto deve ser considerado nos delineamentos. Mostraremos que isto é verdade para um delineamento simples que é o Quadrado Latino, usando a repetição como efeito de provador. Consideramos importante êste estudo, pois com efeito de provador poder-se-á distinguir diferênças entre tratamentos com maior precisão, o mesmo acontecendo para linhas e colunas.
Poderemos assim distinguir diferenças que não seriam notadas se aplicássemos, o método sem repetição. O quadrado latino de r x r com s repetições tem muitas aplicações dentro da análise sensorial, que poderão ser estudadas em teabalhos posteriores.

2. Material e Método

2.1. Método - Descrição e desenvolvimento do método teórico da análise de variância para o Quadrado Latino de r x r com s repetições.

Modêlo a ser desenvolvido:

$$x_{ijkq} = \mu + u_i + u_j + u_k + u_q + u_{iq} + u_{jk} + u_{kq} + \varepsilon_{ijkq}$$

$$\xi_{ijkq} = \mu + u_i + u_j + u_k + u_q + u_{iq} + u_{jk} + u_{kq}$$

$$x_{ijkq} = \xi_{ijkq} + \varepsilon_{ijkq}$$

Vamos supor nêste modêlo, que:

$$\sum_i u_i = 0 \qquad \sum_j u_j = 0 \qquad \sum_k u_k = 0 \qquad \sum_q u_q = 0$$

$$\sum_q u_{iq} = 0 \qquad \sum_q u_{jq} = 0 \qquad \sum_q u_{kq} = 0$$

$$\sum_i u_{iq} = 0 \qquad \sum_j u_{jq} = 0 \qquad \sum_k u_{kq} = 0$$

x_{ijkq} → elemento amostral pertencente à i ésima linha, j ésima coluna, k ésimo tratamento, q ésima repetição.

ε_{ijkq} → variável aleatória normalmente distribuída com média zero e variância T^2 índice i refere-se a linhas e varia de um até r (i= 1,2,3,...r)

índice j refere-se a colunas e (j= 1,2,3...r)
índice k refere-se a tratamentos e (k= 1,2,3...r)
índice q refere-se a repetições e (q= 1,2,3...s)

2.1.1. - Estimador da média geral e dos efeitos de linha, coluna, tratamentos, repetições e interação pelo método dos mínimos quadrados.

O método dos mínimos quadrados consiste em minimizar a soma dos quadrados dos êrros, que é uma função $\varphi(\mu, \mu_i, \mu_j, \mu_k, \mu_q, \mu_{iq}, \mu_{jq}, \mu_{kq})$ dos efeitos de linha, coluna, tratamento, repetição, interação e média geral.

$$\varepsilon_{ijkq} = x_{ijkq} - \mu - \mu_i - \mu_j - \mu_k - \mu_q - \mu_{iq} - \mu_{jq} - \mu_{kq}$$

$$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (\varepsilon_{ijkq})^2 = \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (x_{ijkq} - \mu - \mu_i - \mu_j - \mu_k - \mu_q - \mu_{iq} - \mu_{jq} - \mu_{kq})^2 = \varphi(\mu, \mu_i, \mu_j, \mu_k, \mu_q, \mu_{iq}, \mu_{jq}, \mu_{kq})$$

min de $\varphi($

é calculado resolvendo-se o seguinte sistema de equações:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\mu} = 0, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\mu_i} = 0 \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\mu_j} = 0 \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\mu_k} = 0 \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\mu_q} = 0$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\mu_{iq}} = 0 \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\mu_{jq}} = 0 \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\mu_{kq}} = 0$$

Então, teremos:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\mu} = -2 \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (x_{ijkq} - \mu - \mu_i - \mu_j - \mu_k - \mu_{iq} - \mu_{jq} - \mu_{kq})$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\mu} = 0 \Longrightarrow \hat{\mu} = \frac{\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}}{r^2 s} = \bar{x}_{....}$$

$$\frac{\delta\varphi}{\delta u_i} = -2\sum_q\sum_k\sum_j \left(x_{ijkq} - u - u_i - u_j - u_k - u_q - u_{iq} - u_{jq} - u_{kq}\right)$$

$$\frac{\delta\varphi}{\delta u_i} = 0 \Longrightarrow \hat{u}_i = \frac{\sum_q\sum_k\sum_j x_{ijkq}}{r\times s} - \hat{u} = (\bar{x}_{i\ldots} - \bar{x}_{\ldots})$$

$$\frac{\delta\varphi}{\delta u_j} = 0 \Longrightarrow \hat{u}_j = \frac{\sum_q\sum_k\sum_i x_{ijkq}}{r\times s} - \hat{u} = (\bar{x}_{.j..} - \bar{x}_{\ldots})$$

$$\frac{\delta\varphi}{\delta u_k} = 0 \Longrightarrow \hat{u}_k = \frac{\sum_q\sum_k\sum_i x_{ijkq}}{r\times s} - \hat{\mu} = (\bar{x}_{..k} - \bar{x}_{\ldots})$$

$$\frac{\delta\varphi}{\delta u_q} = -2\sum_j\sum_i\sum_k \left(x_{ijkq} - u - u_i - u_j - u_k - u_q - u_{iq} - u_{jq} - u_{kq}\right)$$

$$\frac{\delta\varphi}{\delta u_q} = 0 \Longrightarrow \hat{u}_q = \frac{\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}}{r^2} - \hat{\mu} = (\bar{x}_{.q} - \bar{x}_{\ldots})$$

$$\frac{\delta\varphi}{\delta u_{iq}} = -2\sum_k\sum_j \left(x_{ijkq} - u - u_i - u_j - u_k - u_q - u_{iq} - u_{jq} - u_{kq}\right)$$

$$\frac{\delta\varphi}{\delta u_{iq}} = 0 \Longrightarrow \hat{u}_{iq} = \frac{\sum_k\sum_j x_{ijkq}}{r} - \hat{u} - \hat{u}_i - \hat{u}_q$$

$$\hat{u}_{iq} = \frac{\sum_k\sum_j x_{ijkq}}{r} - \frac{\sum_q\sum_k\sum_j x_{ijkq}}{r\times s} - \frac{\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}}{r\times s} + \hat{\mu}$$

$$= (\bar{x}_{i..q} - \bar{x}_{i\ldots} - \bar{x}_{..q} + \bar{x}_{\ldots})$$

$$\frac{\delta \varphi}{\delta u_{jq}} = -2 \sum_k \sum_i \left(x_{ijkq} - u - u_i - u_j - u_k - u_q - u_{iq} - u_{jq} - u_{kq} \right)$$

$$\frac{\delta \varphi}{\delta u_{jq}} = 0 \implies \hat{u}_{jq} = \frac{\sum_k \sum_i x_{ijkq}}{r} - \hat{u} - \hat{u}_j - \hat{u}_q - \hat{u}_{jq}$$

$$= \frac{\sum_k \sum_i x_{ijkq}}{r} - \frac{\sum_q \sum_k \sum_i x_{ijkq}}{r \times s} -$$

$$- \frac{\sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}}{r \times s} + \hat{\mu} = \left(\bar{x}_{\cdot j \cdot q} - \bar{x}_{\cdot j \cdot \cdot} - \bar{x}_{\cdot \cdot \cdot q} + \bar{x}_{\cdot \cdot \cdot \cdot} \right)$$

$$\frac{\delta \varphi}{\delta u_{kq}} = -2 \sum_j \sum_i \left(x_{ijkq} - u - u_i - u_j - u_k - u_q - u_{iq} - u_{jq} - u_{kq} \right)$$

$$\frac{\delta \varphi}{\delta u_{kq}} = 0 \implies \hat{u}_{kq} = \frac{\sum_j \sum_i x_{ijkq}}{r} - \frac{\sum_q \sum_j \sum_i x_{ijkq}}{r \times s} -$$

$$- \frac{\sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}}{r z} + \hat{\mu}$$

$$\hat{u}_{kq} = \left(\bar{x}_{\cdot \cdot kq} - \bar{x}_{\cdot \cdot k \cdot} - \bar{x}_{\cdot \cdot \cdot q} + \bar{x}_{\cdot \cdot \cdot \cdot} \right)$$

2.1.2. Análise da Variação Total

Variação Total = $\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (x_{ijkq} - \mu)^2$

que é uma forma quadrática de característica $r^2 s - 1$

$$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \left[\mu_i + \mu_j + \mu_k + \mu_q + \mu_{iq} + \mu_{jq} + \mu_{kq} + \varepsilon_{ijkq} \right]^2 =$$

$$= \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_i^2 + \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_j^2 + \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_k^2 + \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_q^2 +$$

$$+ \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_{iq}^2 + \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_{jq}^2 + \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_{kq}^2 + \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \varepsilon_{ijkq}^2$$

$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_i^2 = r \times s \sum_i \mu_i^2$ Variação entre linhas

$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_j^2 = r \times s \sum_j \mu_j^2$ Variação entre colunas

$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_k^2 = r \times s \sum_k \mu_k^2$ Variação entre tratamento.

$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_q^2 = r \times s \sum_q \mu_q^2$ Variação entre repetições

$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_{iq}^2 = r \sum_i \sum_q \mu_{iq}^2$ Variação entee interação linha x repetição

$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_{jq}^2 = r \sum_j \sum_q \mu_{jq}^2$ Variação entre interação coluna x repetição

$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \mu_{kq}^2 = r \sum_k \sum_q \mu_{kq}^2$ Variação entre interação tratamento x repetição

$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (\varepsilon_{ijkq})^2 = \sigma^2$ Variação do Erro

2.1.3. Estimativa da Variação total e demais variações.

Variação Total estimada = $\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (x_{ijkq} - \bar{x}_{....})^2 =$

$$= \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (x_{ijkq})^2 - \frac{\left[\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}\right]^2}{r^2 s}$$

$$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (x_{ijkq} - \bar{x}_{....})^2 = \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \Big[(\bar{x}_{i...} - \bar{x}_{....}) + (\bar{x}_{.j..} - \bar{x}_{....})$$
$$+ (\bar{x}_{..k.} - \bar{x}_{....}) + (\bar{x}_{...q} - \bar{x}_{....}) + (\bar{x}_{i..q} - \bar{x}_{i...} - \bar{x}_{...q} + \bar{x}_{....})$$
$$+ (\bar{x}_{.j.q} - \bar{x}_{.j..} - \bar{x}_{...q} + \bar{x}_{....}) + (\bar{x}_{..kq} - \bar{x}_{..k.} - \bar{x}_{...q} +$$
$$\bar{x}_{....}) - (\bar{x}_{..kq} - \bar{x}_{.j.q} - \bar{x}_{i..q} + 2\bar{x}_{...q} + x_{ijkq})\Big]^2$$

Variação entre linhas estimada , é uma forma quadratica de característica (r-1).

$$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (\bar{x}_{i...} - \bar{x}_{....})^2 = \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (\bar{x}_{i...})^2 - 2 \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i$$
$$(\bar{x}_{i...})(\bar{x}_{....}) + \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (\bar{x}_{....})^2 = \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i (\bar{x}_{i...})^2$$
$$- 2 r^2 s (\bar{x}_{....})^2 + r^2 s (\bar{x}_{....})^2 = r \times s \sum (\bar{x}_{i...})^2 -$$
$$r^2 s (\bar{x}_{....})^2 = \frac{\sum_i \left[\sum_q \sum_k \sum_j x_{ijkq}\right]^2}{r \times s} - \frac{\left[\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}\right]^2}{r^2 \times s}$$

Variação entre colunas é uma forma quadrática de caracteristica (r-1).

$$\sum_q \sum_h \sum_j \sum_i (\bar{x}_{.j..} - \bar{x}_{....})^2 = \sum_q \sum_h \sum_j \sum_i (\bar{x}_{.j..})^2 - r^2 s (\bar{x}_{....})^2 =$$

$$= \frac{\sum_j \left(\sum_q \sum_h \sum_i x_{ijhq}\right)^2}{r\,r\,s} - \frac{\left[\sum_q \sum_h \sum_j \sum_i x_{ijhq}\right]^2}{r^2 s}$$

Variação entre tratamentos é uma forma quadrática de caractерística (r-1).

$$\sum_q \sum_h \sum_j \sum_i (\bar{x}_{..h.} - \bar{x}_{....})^2 = r \times s \sum_h (\bar{x}_{..h.})^2 - r^2 s (\bar{x}_{....})^2 =$$

$$= \frac{\sum_h \left[\sum_q \sum_j \sum_i x_{ijhq}\right]^2}{r \times s} - \frac{\left[\sum_q \sum_h \sum_j \sum_i x_{ijhq}\right]^2}{r^2 s}$$

Variação entre repetições é forma quadrática de característica (s-1).

$$\sum_q \sum_h \sum_j \sum_i (\bar{x}_{...q} - \bar{x}_{....})^2 = \sum_q \sum_h \sum_j \sum_i (\bar{x}_{...q})^2 - r^2 s (\bar{x}_{....})^2 =$$

$$= r^2 \sum_q (\bar{x}_{...q})^2 - r^2 s (\bar{x}_{....})^2 = \frac{\sum_q \left[\sum_h \sum_j \sum_i x_{ijhq}\right]^2}{r^2} -$$

$$- \frac{\left[\sum_q \sum_h \sum_j \sum_i x_{ijhq}\right]^2}{r^2 s}$$

Interação linha x repetição é uma forma quadrática de caracte rística (r-1) (s-1)

$$\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}\left[\bar{x}_{i..q}-\bar{x}_{i...}-\bar{x}_{...q}+\bar{x}\right]^2=\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}$$

$$(\bar{x}_{i..q})^2+\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}(\bar{x}_{i...})^2+\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}(\bar{x}_{...q})^2+$$

$$+\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}(\bar{x}_{....})^2-2\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}(\bar{x}_{i..q})(\bar{x}_{i...})-$$

$$-2\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}(\bar{x}_{...q})(\bar{x}_{....})-2\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}$$

$$(\bar{x}_{i...})(\bar{x}_{....})-2\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}(\bar{x}_{i..q})(\bar{x}_{...q})$$

$$+2\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}(\bar{x}_{i..q})(\bar{x}_{....})$$

$$+ 2\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\bar{x}_{j\cdots})(\bar{x}_{\cdots q}) = r\sum_i\sum_q(\bar{x}_{i\cdot q})^2 +$$

$$+ r \times s\sum_i(\bar{x}_{i\cdots})^2 + r^2\sum_q(\bar{x}_{\cdots q})^2 + r^2 s(\bar{x}_{\cdots})^2 -$$

$$2/r\sum_i\sum_q\left[\sum_k\sum_q x_{ijkq}\right]^2 - 2/r^2\sum_q\left[\sum_j\sum_k\sum_i x_{ijkq}\right]^2 -$$

$$2/r \times s\sum_i\left[\sum_j\sum_k\sum_q x_{ijkq}\right]^2 - 2/r\sum_q\sum_i\left[\sum_k\sum_j x_{ijkq}\right]^2 +$$

$$+ 2/r\sum_q\sum_i\left[\sum_k\sum_j x_{ijkq}\right]^2 = \frac{1}{r}\sum_i\sum_q\left[\sum_j\sum_k x_{ijkq}\right]^2 -$$

$$\frac{1}{rs}\sum_i\left[\sum_k\sum_j\sum_q x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r^2}\sum_q\left[\sum_j\sum_i\sum_k x_{ijkq}\right]^2 +$$

$$+ \frac{1}{r^2 s}\left[\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right]^2$$

Interação coluna x repetição, forma quadrática de característica (r-1) (s-1)

$$\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\bar{x}_{\cdot j\cdot q} - \bar{x}_{\cdot j\cdots} - \bar{x}_{\cdots q} + \bar{x}_{\cdots})^2 = \frac{1}{r}\sum_q\sum_j\left[\sum_k\sum_i x_{ijkq}\right]^2 -$$

$$-\frac{1}{r^2}\sum_q\left[\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r \times s}\sum_j\left[\sum_k\sum_i\sum_q x_{ijkq}\right]^2 + \frac{1}{r^2 s}\left[\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right]^2$$

Interação tratamento x repetição, forma quadrática de característica (r-1) (s-1)

$$\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \left(\bar{x}_{.jq} - \bar{x}_{..k.} - \bar{x}_{...q} + \bar{x}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{r} \sum_q \sum_k \left[\sum_j \sum_i x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r \times s} \sum_k$$

$$\left[\sum_i \sum_j \sum_k x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r^2} \sum_q \left[\sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}\right]^2$$

$$+ \frac{1}{r^2 s} \left[\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}\right]^2$$

Erro, forma quadrática de característica

$(r^2 - 3r + 2)\, s$

$$\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i \left(x_{ijkq} - \bar{x}_{..kq} - \bar{x}_{.j.q} - \bar{x}_{i..q} + 2\bar{x}_{...q}\right)^2 =$$

$$\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i (x_{ijkq})^2 + 1/r \sum_q\sum_k \left[\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right]^2 + \frac{1}{r}\sum_q\sum_j \Big\{$$

$$\left(\sum_k\sum_i x_{ijkq}\right]^2 + \frac{1}{r}\sum_q\sum_i \left[\sum_k\sum_j x_{ijkq}\right]^2 + 4/r^2 \sum_q \left[\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right]^2$$

$$- \frac{2}{r}\sum_q\sum_k \left[\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right]^2 - 2/r \sum_q\sum_j \left[\sum_k\sum_i x_{ijkq}\right]^2 + 2/r^2 \sum_q \left[\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right]^2 -$$

$$- 4/r^3 \sum_q\sum_k\sum_j\sum_i \left[\sum_k\sum_i x_{ijkq}\right]\left[\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right] - 4/r^2 \sum_q \left[\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right]^2$$

$$+ \frac{4}{r^2}\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq} \sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq} - \frac{4}{r^3}\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i \left[\sum_i\sum_j x_{ijkq}\right]$$

$$\left[\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right] - \frac{4}{r^2}\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i \left[\sum_k\sum_i x_{ijkq}\right]\left[\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right] -$$

$$- \frac{2}{r}\sum_q\sum_i \left[\sum_k\sum_j x_{ijkq}\right]^2 + \frac{2}{r^2}\sum_q \left[\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right]^2 + \frac{2}{r^2}\sum_q \left[\sum_j\sum_k\sum_i x_{ijkq}\right]^2$$

$$= \sum_q\sum_k\sum_j\sum_i (x_{ijkq})^2 - \frac{1}{r}\sum_q\sum_j \left[\sum_i\sum_k x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r}\sum_q\sum_i \left[\sum_j\sum_k x_{ijkq}\right]^2 -$$

$$- \frac{1}{r}\sum_q\sum_k \left[\sum_i\sum_j x_{ijkq}\right]^2 + \frac{2}{r^2}\sum_q \left[\sum_k\sum_j\sum_i x_{ijkq}\right]^2$$

Então , podemos escrever o quadro da Análise de Variância.

Causas de Variação	Graus de Liberd.	Somas dos quadrados
Entre linhas	(r-1)	$\dfrac{\sum_i \left[\sum_j \sum_k \sum_q x_{ijkq}\right]^2}{r \times s} - \dfrac{\left[\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}\right]^2}{r^2 \times s}$
Entre colunas Colunas	(r-1)	$\dfrac{\sum_j \left[\sum_i \sum_k \sum_q x_{ijkq}\right]^2}{r \times s} - \dfrac{\left[\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}\right]^2}{r^2 \times s}$
Entre tratamento	(r-1)	$\dfrac{\sum_k \left[\sum_i \sum_j \sum_q x_{ijkq}\right]^2}{r \times s} - \dfrac{\left(\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}\right)^2}{r^2 \times s}$
Entre repetições	(s-1)	$\dfrac{\sum_q \left[\sum_i \sum_j \sum_k x_{ijkq}\right]^2}{r \times s} - \dfrac{\left(\sum_q \sum_k \sum_j \sum_i x_{ijkq}\right)^2}{r^2 \times s}$

cont.

Causas de Variação	Graus de Liberd.	Soma dos quadrados
Interação linha x repetição	(r-1) (s-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i}\sum_{q}\left[\sum_{j}\sum_{k} x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r \times s}\sum_{i}\left[\sum_{k}\sum_{j}\sum_{q} x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r^2}\sum_{q}\left[\sum_{j}\sum_{i}\sum_{k} x_{ijkq}\right]^2 + \frac{1}{r^2 s}\left[\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i} x_{ijkq}\right]^2$
Interação coluna x repit.	(r-1) (s-1)	$\frac{1}{r}\sum_{q}\sum_{j}\left[\sum_{k}\sum_{i} x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r^2}\sum_{q}\left[\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i} x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r \times s}\sum_{j}\left[\sum_{k}\sum_{i}\sum_{q} x_{ijkq}\right]^2 + \frac{1}{r^2 s}\left[\sum_{q}\sum_{j}\sum_{i}\sum_{k} x_{ijkq}\right]^2$
Interação tratam. x repet.	(r-1) (s-1)	$\frac{1}{r}\sum_{q}\sum_{k}\left[\sum_{j}\sum_{i} x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r \times s}\sum_{k}\left[\sum_{i}\sum_{j}\sum_{q} x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r^2}\sum_{q}\left[\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i} x_{ijkq}\right]^2 + \frac{1}{r^2 s}\left[\sum_{q}\sum_{j}\sum_{i}\sum_{k} x_{ijkq}\right]^2$
Erro	$(r^2\ 3r + 2)s$	$\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}\left[x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r}\sum_{q}\sum_{j}\left[\sum_{i}\sum_{k} x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r}\sum_{q}\sum_{i}\left[\sum_{j}\sum_{k} x_{ijkq}\right]^2 - \frac{1}{r}\sum_{q}\sum_{k}\left[\sum_{i}\sum_{j} x_{ijkq}\right]^2 + \frac{2}{r^2}\sum_{q}\left[\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i} x_{ijkq}\right]^2$
Total	$(r^2 s - 1)$	$\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i}\left[x_{ijkq}\right]^2 - \frac{\left[\sum_{q}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{i} x_{ijkq}\right]^2}{r^2 s}$

2.1.4. Cálculo das Esperanças

$$E \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \left(\bar{x}_{i\ldots} - \bar{x}_{\ldots}\right)^2 = \bar{x}_{i\ldots} = \frac{1}{rs} \sum_j \sum_k \sum_q \left[\mu + \mu_i + \mu_j + \mu_k + \mu_q \right.$$

$$\left. + \mu_{iq} + \mu_{jq} + \mu_{kq} + \varepsilon_{ijkq}\right] = \mu + \mu_i + \bar{\varepsilon}_{i\ldots}$$

$$\bar{x}_{\ldots\ldots} = \mu + \bar{\varepsilon}_{\ldots\ldots}$$

$$E \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \left(\bar{x}_{i\ldots} - \bar{x}_{\ldots}\right)^2 = E \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \left(\mu + \mu_i + \bar{\varepsilon}_{i\ldots} - \mu - \bar{\varepsilon}_{\ldots}\right)^2 =$$

$$= r \times s \sum_i \mu_i^2 + \sigma^2 (r-1)$$

$$E \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \left(\bar{x}_{.j..} - \bar{x}_{\ldots}\right)^2 = \bar{x}_{.j..} = \frac{1}{rs} \sum_i \sum_k \sum_j \sum_q \left[\mu + \mu_i + \mu_j + \mu_k + \mu_q + \mu_{iq} \right.$$

$$\left. + \mu_{jq} + \mu_{kq} + \varepsilon_{ijkq}\right] = \mu + \mu_j + \bar{\varepsilon}_{.j..}$$

$$\bar{x}_{\ldots\ldots} = \mu + \bar{\varepsilon}_{\ldots\ldots}$$

$$E \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \left(\mu + \mu_j + \bar{\varepsilon}_{.j..} - \mu - \bar{\varepsilon}_{\ldots\ldots}\right)^2 = r \times s \sum_j \mu_j^2 + \sigma^2 (r-1)$$

$$E \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \left(\bar{x}_{..k.} - \bar{x}_{\ldots\ldots}\right)^2 = \bar{x}_{..k.} = \frac{1}{rs} \sum_i \sum_j \sum_k \left(\mu + \mu_i + \mu_j \right.$$

$$\left. + \mu_k + \mu_q + \mu_{iq} + \mu_{jq} + \mu_{kq} + \varepsilon_{ijkq}\right)$$

$$\bar{x}_{..k.} = \frac{1}{rs} \sum_i \sum_j \sum_q \left(\mu + \mu_i + \mu_j + \mu_k + \mu_q + \mu_{iq} + \mu_{jq} + \mu_{kq} + \varepsilon_{ijkq}\right)$$

$$\bar{x}_{..k.} = \mu + \mu_k + \bar{\varepsilon}_{..k.}$$

$$E \sum_q \sum_k \sum_j \sum_i \left(\mu + \mu_k + \bar{\varepsilon}_{..k.} - \mu - \bar{\varepsilon}_{\ldots\ldots}\right)^2 = r \times s \sum_k \mu_k^2 + \sigma^2 (r-1)$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\bar{x}_{\cdots q}-\bar{x}_{\cdots\cdot})^2$$

$$\bar{x}_{\cdots q}=\frac{1}{r^2}\sum_k\sum_j\sum_i(\mu+\mu_i+\mu_j+\mu_k+\mu_q+\mu_{iq}+\mu_{jq}+\mu_{kq}+\varepsilon_{ijkq})$$

$$\bar{x}_{\cdot\cdot q}=\mu+\mu_q+\bar{\varepsilon}_{\cdots q}$$

$$\bar{x}_{\cdots\cdot}=\mu+\bar{\varepsilon}_{\cdots\cdot}$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\bar{x}_{\cdot\cdot q}-\bar{x}_{\cdots})^2=E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\mu+\mu_q+\bar{\varepsilon}_{\cdot\cdot q}-\mu-\bar{\varepsilon}_{\cdots})=$$

$$=r^2\sum_q\mu_q^2+\sigma^2(s-1)$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\bar{x}_{i\cdot\cdot q}-\bar{x}_{i\cdots}-\bar{x}_{\cdot\cdot q}+\bar{x}_{\cdots})^2=\bar{x}_{i\cdot\cdot q}=\frac{1}{r}\sum_j\sum_k(\mu+\mu_i+$$

$$\mu_j+\mu_k+\mu_q+\mu_{iq}+\mu_{jq}+\mu_{kq}+\varepsilon_{ijkq})$$

$$\bar{x}_{i\cdot\cdot q}=(\mu+\mu_i+\mu_q+\mu_{iq}+\bar{\varepsilon}_{i\cdot\cdot q})$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\bar{x}_{i\cdot\cdot q}-\bar{x}_{i\cdots}-\bar{x}_{\cdot\cdot q}+\bar{x}_{\cdots})^2=E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\mu+\mu_i+\mu_q+$$

$$\mu_{iq}+\bar{\varepsilon}_{i\cdot\cdot q}-\mu-\mu_i-\bar{\varepsilon}_{i\cdots}-\mu-\mu_q-\bar{\varepsilon}_{\cdot\cdot q}+\mu+\bar{\varepsilon}_{\cdots})^2=$$

$$=E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\mu_{iq}+\bar{\varepsilon}_{i\cdot\cdot q}-\bar{\varepsilon}_{i\cdots}+\bar{\varepsilon}_{\cdots}-\bar{\varepsilon}_{\cdot\cdot q})^2=r\sum_i\sum_q\mu_{iq}^2+$$

$$+\sigma^2(r-1)(s-1)$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\bar{x}_{\cdot j\cdot q}-\bar{x}_{\cdot j\cdot\cdot}-\bar{x}_{\cdots q}+\bar{x}_{\cdots})^2=\bar{x}_{\cdot j\cdot q}=\mu+\mu_j+$$

$$+\mu_q+\mu_{jq}+\bar{\varepsilon}_{\cdot j\cdot q}$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\bar{x}_{.j.q}-\bar{x}_{.j..}-\bar{x}_{...q}+\bar{x}_{....})^2=$$

$$=E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(u+u_j+u_q+u_{jq}+\bar{\varepsilon}_{.j.q}-u-u_j-\bar{\varepsilon}_{.j..}-$$

$$u-u_q-\bar{\varepsilon}_{...q}+u+\bar{\varepsilon}_{....})^2=E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(u_{jq}+$$

$$+\bar{\varepsilon}_{.j.q}-\bar{\varepsilon}_{.j..}-\bar{\varepsilon}_{...q}+\bar{\varepsilon}_{....})^2=r\sum_j\sum_q u_{jq}^2+$$

$$\sigma^2(r-1)(s-1)$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\bar{x}_{..kq}-\bar{x}_{..k.}-\bar{x}_{...q}+\bar{x}_{....})^2=\bar{x}_{..kq}=$$

$$=\frac{1}{r}\sum_i\sum_j\left[u+u_i+u_j+u_k+u_q+u_{iq}+u_{jq}+u_{kq}+\varepsilon_{ijkq}\right]$$

$$\bar{x}_{..kq}=\frac{1}{r}(r\mu+ru_k+ru_q+ru_{kq}+(\bar{\varepsilon}_{..kq})r$$

$$\bar{x}_{..kq}=u+u_k+u_q+u_{kq}+\bar{\varepsilon}_{..kq}$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(\bar{x}_{..kq}-\bar{x}_{..k.}-\bar{x}_{...q}+\bar{x}_{....})^2=E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(u+$$

$$+u_k+u_q+u_{kq}+\bar{\varepsilon}_{..kq}-u-u_k-\bar{\varepsilon}_{..k.}-u-u_q-\bar{\varepsilon}_{...q}+u+\bar{\varepsilon}_{....})^2$$

$$=E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i(u_{kq}+\bar{\varepsilon}_{..kq}-\bar{\varepsilon}_{..k.}-\bar{\varepsilon}_{...q}+\bar{\varepsilon}_{....})^2=r\sum_q\sum_k u_{kq}^2+\sigma^2(r-1)(s-1)$$

Esperânça do Erro

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i\left(x_{ijkq}-\bar{x}_{..kq}-\bar{x}_{.j.q}-x_{i..q}+2\bar{x}_{...q}\right)^2=$$

$$=E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i\left(u+u_i+u_j+u_k+u_q+u_{iq}+u_{jq}+u_{kq}+\right.$$

$$+\varepsilon_{ijkq}-u-u_k-u_q-u_{kq}-\bar{\varepsilon}_{..kq}-u-u_j-u_q-u_{jq}-$$

$$\left.\bar{\varepsilon}_{.j.q}-u-u_i-u_q-u_{iq}-\bar{\varepsilon}_{i..q}+2u+2u_q+2\bar{\varepsilon}_{...q}\right)^2=$$

$$=\sigma^2(r^2-3r+2)s$$

Sob a hipótese H_0

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i\left(\bar{x}_{i...}-\bar{x}_{....}\right)^2=\sigma^2(r-1)$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i\left(\bar{x}_{.j..}-\bar{x}_{....}\right)^2=\sigma^2(r-1)$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i\left(\bar{x}_{..k.}-\bar{x}_{....}\right)^2=\sigma^2(r-1)$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i\left(\bar{x}_{...q}-\bar{x}_{....}\right)^2=\sigma^2(s-1)$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i\left(\bar{x}_{i..q}-\bar{x}_{i...}-\bar{x}_{...q}+\bar{x}_{....}\right)^2=\sigma^2(r-1)(s-1)$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i\left(\bar{x}_{.j.q}-\bar{x}_{.j..}-\bar{x}_{...q}+\bar{x}_{....}\right)^2=\sigma^2(r-1)(s-1)$$

$$E\sum_q\sum_k\sum_j\sum_i\left(\bar{x}_{..kq}-\bar{x}_{..k.}-\bar{x}_{...q}+\bar{x}_{....}\right)^2=\sigma^2(r-1)(s-1)$$

Esperanças dos Quadrados Médios

Quadrados Médios	Esperanças
$Q_1/(r-1)$	$E_1 = \sigma^2 + \frac{r \times s}{r-1} \sum_i u_i^2$
$Q_2/(r-1)$	$E_2 = \sigma^2 + \frac{r \times s}{r-1} \sum_j u_j^2$
$Q_3/(r-1)$	$E_3 = \sigma^2 + \frac{r \times s}{r-1} \sum_k u_k^2$
$Q_4/(s-1)$	$E_4 = \sigma^2 + \frac{r^2}{s-1} \sum_g u_g^2$
$Q_{14}/(r-1)\ (s-1)$	$E_{14} = \sigma^2 + \frac{r}{(r-1)(s-1)} \sum_i \sum_g u_{ig}^2$
$Q_{24}/(r-1)\ (s-1)$	$E_{24} = \sigma^2 + \frac{r}{(r-1)(s-1)} \sum_j \sum_g u_{jg}^2$
$Q_{34}/(r-1)\ (s-1)$	$E_{34} = \sigma^2 + \frac{r}{(r-1)(s-1)} \sum_k \sum_g u_{kg}^2$
Q_5	$E_5 = \sigma^2$

2.1.5. Hipóteses para serem testadas

$$\begin{cases} H_{i,0} \text{ — } u_i = 0 \quad \forall_i \\ H_{i,1} \text{ — } u_i \neq 0 / (\exists_i) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{j,0} \text{ — } u_j = 0 \quad \forall_j \\ H_{j,1} \text{ — } (\exists_j) / u_j \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{k,0} \text{ — } u_k = 0 \quad \forall_k \\ H_{k,1} \text{ — } (\exists_k) / u_k \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{q,0} \text{ — } u_q = 0 \quad \forall_q \\ H_{q,1} \text{ — } (\exists_q) / u_q \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{iq,0} \text{ — } u_{iq} = 0 \quad \forall_{iq} \\ H_{iq,1} \text{ — } u_{iq} \neq 0 / (\exists_{iq}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{jq,0} \text{ — } u_{jq} = 0 \quad \forall_{jq} \\ H_{jq,1} \text{ — } (\exists_{jq}) / u_{jq} \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{kq,0} \text{ — } u_{kq} = 0 \quad \forall_{kq} \\ H_{kq,1} \text{ — } (\exists_{kq}) / u_{kq} \neq 0 \end{cases}$$

De acôrdo com as esperanças dos quadrados médios calculadas em 1.4; o teste de $H_{i,0}$ contra $H_{i,1}$, isto é, o teste do efeito linha será feito através da estatística.

$$F = \frac{Q_1/(r-1)}{Q_5/(r^2 - 3r + 2) S}$$

que terá distribuição F com $(r-1)$ e $r(r^2 - 3r + 2) S$ grâus de liberdade. (Ver Mood Graybill - Introduction to the theory of statistics - pg.231).

Da mesma forma, o teste de $H_{j,0}$ contra $H_{j,1}$: teste de efeito coluna será feito através da estatística .

$$F = \frac{Q_2/(r-1)}{Q_5/(r^2 - 3r + 2) S}$$

que terá distribuição F com $(r-1)$ e $(r^2 - 3r + 2) S$ grâus de liberdade.

O teste de $H_{k,0}$ contra $H_{k,1}$: teste de efeito tratamento, será feito através da estatística

$$F = \frac{Q_3/(r-1)}{Q_5/(r^2 - 3r + 2) S}$$

que terá distribuição F com $(r-1)$ e $(r^2 - 3r + 2) S$ grâus de liberdade.

O teste de Hq,0 contra Hq,1 ; teste de efeito repetição será feito através da estatística.

$$F = \frac{Q_4/(s-1)}{Q_5/(r^2\ 3r + 2)\ s}$$

que será distribuição F com (s-1) e $(r^2\ 3r + 2)\ s$ grãus de liberdade.

O teste de Hiq,0 contra Hiq,1 ; teste de interação linha x repetição será feito através da estatística .

$$F = \frac{Q_{14}/(r-1)\ (s-1)}{Q_5\ /(r^2\ 3r + 2)\ s}$$

que terá distribuição F com (r-1) (s-1) e $(r^2\ 3r + 2)s$ grãus de liberdade.

O teste de Hjq,0 contra Hjq,1 ; teste de interação coluna x repetição será feito através da estatística.

$$F = \frac{Q_{24}/(r-1)\ (s-1)}{Q_5\ /(r^2\ 3r + 2)\ s}$$

que terá distribuição F com (r-1) (s-1) e $(r^2 3r + 2)$ s grãus de liberdade.

O teste $H_{kq,0}$ contra $H_{kq,1}$, teste de interação tratamento x repetição será feito através da estatística

$$F = \frac{Q_{34}/(r-1)\ (s-1)}{Q_5\ /(r^2 - 3r + 2)\ s}$$

que terá distribuição F com $(r-1)\ (s-1)$ e $(r^2 - 3r + 2)\ s$ grãus de liberdade.

2.2. Material

A análise proposta foi aplicada ao seguinte material:

(1º) Exemplo

A - Feijão Rosinha - antes da secagem

B - Feijão Bico de Ouro - antes da secagem

C - Feijão Rosinha - com umidade inicial antes do armazenamento.

D - Feijão B.co de Ouro - com umidade inicial antes do armazenamento.

Objetivo : Avaliar sensorialmente amostras de feijão de duas variedades , antes da secagem e com umidade inicial (antes do armazenamento).

Método sensorial - usamos uma escala de 1 a 10 para avaliar o sabor.

Sorteio do Delineamento Quadrado Latino 4x4 (retirado da tabela de Fisher and Yates)

B C A D
C B D A
A D C B
D A B C

(2º) Exemplo

Congelamento de manga em pedaços -
época 90 dias - Variedade Extrema
Método sensorial - Escala de 1 a 9 para medida de sabor.

Amostras

A - 40º brix - 0.1% ácido ascórbico - 0.07% $CaCl_2$
B - 40º brix
C - 50º brix - 0.1% ácido ascórbico - 0.07% $CaCl_2$
D - 50º brix

Sorteio do quadrado latino 4x4

D B A C
B D C A
C A D B
A C B D

3. Resultados

3.1. Análise sem repetição

B	C	A	D
24	24	21	21
C	B	D	A
25	21	25	22
A	D	C	B
25	21	21	18
D	A	B	C
18	19	25	25

Total dos tratamentos
A - 87
B - 88
C - 95
D - 85

Total de linhas	Total de Colunas
L(1) - 90	C (1) - 92
L(2) - 93	C (2) - 85
L(3) - 85	C (3) - 92
L(4) - 87	C (4) - 86

Total Geral 355

Análise de Variância

Causas de Variação	Graus lib.	S Quadrados	QM	F
Entre tratamentos	3	14.1875	4.7291	0.44
Entre linhas	3	9.1875	3.0625	0.28
Entre colunas	3	10.6975	3.5625	0.33
Erro	6	64.3550	10.7275	
Total	15	98.4375		

3.1.2. Análise com repetição

1ª repetição (provador Maria)

B	C	A	D
6	8	7	6
C	B	D	A
8	6	7	7
A	D	C	B
8	7	6	6
D	A	B	C
5	6	7	8

Total Geral - 108

Total dos tratamentos

A - 28

B - 25

C - 30

D - 25

2ª repetição (provador ALzira)

B C A D
9 9 8 9
C B D A
9 9 9 9
A D C B
9 9 9 8
D A B C
9 9 9 9

Total Geral - 142
Total dos tratamentos

A - 35
B - 35
C - 36
D - 36

3ª Repetição (provador Candido)

B C A D
9 7 6 6
C B D A
8 6 9 6
A D C B
8 5 6 4
D A B C
4 4 9 8

Total Geral - 105
Total dos tratamentos

A - 25
B - 28
C - 29
D - 24

Total de linhas
L(1) - 90
L(2) - 93
L(3) - 85
L(4) - 87

Total de colunas
C (1) - 92
C (2) - 85
C (3) - 92
C (4) - 86

Total de tratamentos
A - 87
B - 88
C - 95
D - 85

Total de tratamentos dentro de Repetição

(28-25-30-25) (35-35-36-36) (24-28-29-24)

Total de linhas dentro de Repetição

(27-28-27-26) (35-36-35-36) (28-24-23-25)

Total de colunas dentro de Repetição

(27-27-27-27) (36-36-35-35) (29-22-30-34)

Análise de Variância

Causas de Variação	Grãus de lib.	Soma Quadrados	QM	F
Entre linhas	3	3.0625	1.0208	0.5268
Entre colunas	3	3.5625	1.1875	0.6129
Entre tratamentos	3	4.7292	1.5764	0.8136
Entre repetições	2	52.7917	26.3958	*13.6237
Interação Rep x linha	6	3.3750	0.5625	0.2903
Interação Rep x coluna	6	7.8750	1.3125	0.6774
Interação Rep x tratam.	6	5.2083	0.8680	0.4480
Resíduo	18	34.8750	1.9355	
Total	47	115.4800		

3.2. 2º Exemplo

3.2.1. Análise sem repetição

Quadro da Variância

Causas de Variação	G.Lib.	SQ	QM	F
Tratamentos	3	11.06	3.69	7.69
Linhas	3	1.285	0.43	0.89
Colunas	3	2.03	0.68	1.42
Erro	6	2.895	0.48	
Total	15			

3.2.2. Análise com repetição

(Análise do Quadrado Latino 4x4 com 6 repetições)

1ª repetição (provador Alzira)

D B A C
5 5 5 7 22
B D C A
5 5 7 3 20
C A D B
7 3 7 7 24
A C B D
3 1 5 3 12
20 14 24 20

Total Geral 78
A - 14
B - 22
C - 22
D - 20

2ª repetição (provador Lígia)

D	B	A	C	
7	5	9	5	26
B	D	C	A	
5	9	7	5	26
C	A	D	B	
9	7	5	7	28
A	C	B	D	
7	9	5	9	30
28	30	26	26	

Total Geral 110

A - 28
B - 22
C - 30
D - 30

3ª repetição (provador Célia)

D	B	A	C	
9	5	3	7	24
B	D	C	A	
7	5	3	3	18
C	A	D	B	
3	5	7	3	18
A	C	B	D	
3	7	3	5	18
22	22	16	18	

Total Geral 78
A - 14
B - 18
C - 20
D - 26

4ª repetição (provador Maria)

D	B	A	C	
9	5	7	3	24
B	D	C	A	
7	9	5	3	24
C	A	D	B	
9	5	7	3	24
A	C	B	D	
7	9	5	3	24
32	28	24	12	

Total Geral 96
A - 22
B - 20
C - 26
D - 28

5ª repetição (provador Gomide)

D	B	A	C	
7	3	5	7	22
B	D	C	A	
3	3	9	5	20
C	A	D	B	
7	3	1	7	18
A	C	B	D	
5	9	1	3	18
22	18	16	22	

total Geral 78

A - 18

B - 14

C - 32

D - 14

6ª repetição (provador Iovaldo)

D	B	A	C	
3	3	5	7	18
B	D	C	A	
3	5	7	3	18
C	A	D	B	
7	3	5	3	18
A	C	B	D	
3	5	3	5	16
16	16	20	18	

total geral 70

A - 14

B - 12

C - 26

D - 18

Análise da Variância

Causas de Variação	Grãus liberdade	Soma Quadrado	QM	F
Tratamentos	3	65.4583	21.81	**6,68
Linhas	3	7.1250	2.375	0,72
Colunas	3	12.1250	4,0416	1,24
Repetições	5	69.8750	13.975	4,28**
Interação Rep x linha	15	26.6250	1.775	0,54
Interação Rep x coluna	15	75.6250	5.0416	1,54
Interação Rep x tratam.	15	68.2950	4.55	1.39
Erro	36	117.4967	3.2637	
Total	95	442.6250		

4. Conclusões

No 1º exemplo não houve diferença significante entre linhas, colunas ou tratamentos ao nível de 5% de probalilidade no método sem repetição . O valor de F da tabela para 3 e 6 grãus de liberdade é 4.76.

Para o método com repetição também não houve diferença significante a 5% entre tratamentos, linhas ou colunas . O valor de F para 3 e 18 grãus de liberdade é 3.16.
Houve diferença significante a 1% entre provadores .O valor de F a 5% para 2 e 18 grãus de liberdade é 3.55 , valor de F a 1% para 2 e 18 grãus de liberdade : 6,01.
Nenhuma das interações foi significativa .
O valor de F a 5% para 6 e 18 grãus de liberdade é 2.66.

No 2º exemplo houve diferença significante a 5% entre tratamentos no método sem repetição. O valor de F para 3 e 6 grãus de liberdade ,a nível de 5% de probabilidade é 4.76, a nível de 1% de probalilidade é 9.78 . Não houve diferença entre linhas ou colunas.

No método com repetição houve diferença significante a 1% entre os tratamentos .
O valor de F para 3 e 36 grãus de liberdade a nível de 1% de probabilidade é 4.38 . O valor de F para 3 e 36 grãus de liberdade a nível de 5% de probalidade é 2.86 . Não houve diferença entre linhas ou colunas.
Houve diferença a 1% entre repetições .
O valor de F para 5 e 36 grãus de liberdade ao nível de 1 % de probabilidade é 3.58.

Nenhuma das interações foi significativa o valor de F para 15 e 36 grãus de liberdade ao nível de 5% é de 1.98.

Nos dois casos analizados ficou evidente a necessidade da consideração do efeito "provador" (repetição) quando de estudos sensoriais.

5. Bibliografia Consultada

5.1. Revistas

1. Sidney Addelman , Foual and Proporcional Frequency Squares. American Statistical Association Journal , March/1967.

   Neste artigo,o autor se refere ãs relações entre Quadrados latinos, Greco-Latinos , quadrados Hyper-greco-latino. Um quadrado vxv para o qual t tratamentos ocorrem k vêzes em cada linha e coluna, isto ē, v=t , definido como quadrado de frequencia igual. As propriedades dêste quadrado são comparadas com as do quadrado simples. Um quadrado vxv, com t tramentos ocorrem em cada linha, e coluna com frequências proporcionais ao número de vêzes que êles ocorrem no quadrado todo, ē definido como um quadrado de Frequência Proprocional.
   A anãlise de variância para êste tipo de quadrado com Frequência proporcional ē discutida com exemplos.

2. G.H. Freeman, Some non orhhogonal, partitions a 4x4, 5x5 and 6x6 latin squares, Biometrics - March/1965.

   Partições não ortoganais de um quadrado latino nxn em (n+1) ou (n-1) grupos podem ser ūteis quando mais tratamentos devem ser adicionados aos quadrados latinos. São discutidos os mētodos para a partição de quadrados latinos 4x4, 5x5, 6x6. Demonstra-se qua a partição em (n+1) grupos ē possīvel quando o quadrado latino tem uma diretriz e a partição em (n-1) grupos quando o quadrado latino tem ou não uma diretriz.
   Êste artigo dā uma amostra do partições de um quadrado

latino 4x4 em 3 grupos ou 5 grupos e também de um quadrado latino 5x5 em 6 grupos .

3. G.H, Freeman , The addition of further treatments to latin Square Designs. Biometrics - December /1964 / volume 20.

Uma solução para adicionar mais tratamentos a um quadrado latino nxn é usar um quadrado greco-latino, se êle existir . Esta solução nunca é possível para n=6 e pode ser impossivel para outros valores de n . Então, os métodos de análise para se adicionar (n+1) e)n-1) tratamentos são discutidos nêste artigo. Para um quadrado 6x6, qualquer número de tratamentos de 3 a 8, excepto 6 pode ser adicionado.
Exemplos numéricos e práticos são dados e os resultados são discutidos.

4. M.B. Wilk and Oscar Kempthorne . Nom additivities in a latin- Square Design . Journal of the Americam Statistical Association - Volume 52/1957.

É dado um breve histórico sôbre o quadrado latino e os estudos já apresentados. Definição de tratamentos e unidades experimentais. Diferença entre tratamentos e unidade experimental, modêlo populacional do quadrado latino e calculo das esperanças matemáticas.
Comparação do quadrado latino com blocos casualizados .

5. B.Rojas and R.F. White. The modified Latin Square . Journal of the Royal Statistical Society - 1957/1958- Volume 19/20.

Discute-se nêste artigo o quadrado latino modificado. Calculam-se as esperanças matemáticas e desenvolve-se a natureza do êrro. Um estimador não viciado do êrro de uma comparação de tratamentos é calculado . É dada uma fórmula para se obter a eficiência do quadrado latino modificado relativo aos blocos casualizados . Os dados são aplicados à fórmula . Discute-se ainda a análise de variância de um grupo de experimentos de quadrado latino modificado .

6. S.C. Pearce. Alternatives to a Latin- Square . Biometrics, September - 1968.

Nêste artigo , se discute um problema de pulverização de árvores de pera contra uma peste de insetos.
Havia um número de alternativas para a resolução do problema. Todos os delineamentos possíveis são considerados e analizados aqui :

(1) Um quadrado latino simples

(2) Um quadrado latino com uma diretriz dada sôbre o contrôle.

(3) Um quadrado latino com repetições casualizada nos lugares onde estavam primeiramente o contrôle.

(4) Um quadrado latino com o tratamento padrão A duplicado e o contrôle omitido .

(5) Um quadrado latino com quatro lugares no qual o tratamento contrôle foi substituído pelo padrão A.

A análise de Variância é discutida para cada caso.

7. A. Hedeyat and W.T. Federen . An easy method of constructing parcially replicated Latin Squares Designs of Order n for all n 2. Biometrics, June 1970- volume 26(nº2).

Descreve-se aquí um simples procedimento para a construir quadrados latinos com transversais tais quadrados são utilizados para a construção de quadrados latinos com repetições parciais , do tipo Yondern an Hunter . O processo tem aplicação na construção de conjuntos de quadrados latinos mutuamente ortogonais de ordem n, para todo n 10.

8. Tom R. Houston. Sequencial Counterbalancing in Latin Squares . Annals of Mathematical Statistics.- volume 37 (1966)

Nêste artigo o autor discorre sôbre a definição de quadrado cíclico. Teorema sôbre o quadrado latino cíclico sequencialmente balanceado. Definições de quadrados latinos de ordem K complementares. Teorema sôbre quadrados latinos complementares e ortogonais .

5.2. Livros

Cochran and Cox - Experimental Designs.

Nêste livro, o autor descreve o Quadrado Latino simples e o modo de casualizar o delineamento. Dá a análise de variância do Quadrado Latino Simples e a estimativa do êrro padrão da diferença entre as médias de dois tratamentos. Uma breve discussão sôbre o delineamento com repetição mas não calcula a análise da variância.

Frederico Pimentel Gomes - Curso de Estatística Experimental.

O autor descreve o método do Quadrado Latino simples e a análise estatística dando exemplos de experimentos' agrônomicos nos quais se utiliza o Quadrado Latino. Exemplos com parcelas perdidas e quadrados latinos com linhas, colunas ou tratamentos perdidos.

Sixto Rios - Métodos Estatísticos

Generalidades sôbre a Análise de Variancia . Análise de Variância para um modêlo simples .

$$x_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

Análise de Variância para um modêlo duplo.

$$x_{ij} = \mu + \lambda_i + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

Análise de Variância para um modêlo triplo.

Jerome L. Myers - Fundamental of Experimental Designs.

O autor descreve o quadrado latino simples.Comparação entre um delineamento fatorial 3^3 com o quadrado latino. Discute o modêlo não aditivo para o quadrado latino e a análise de variância . Dá um exemplo numérico . Discute a modificação de um quadrado latino simples e a análise de variância .
No capítulo de Análise de Variância para o **delineamento** completamente casualizado de três fatores, o autor discute os efeitos de interações e calcula a variância para um exemplo numérico.

Henry Scheffr - The Analysis of Variance

O autor descreve a quadrado Latino simples e a análise de Variância , os efeitos de interações para a não aditividade nos quadrados .
Define quadrados latinos ortogonais . Define também quadrados latinos parcialmente repetidos .

Elza Berquó e Rubens Murillo Marques - Análise de Variância - Curso 5.2.

Os autores definem formas quadráticas e transformações ortogonais . Análise de Variância a um critério de classificação . Modêlo Fixo e Aleatório . Análise de Variância a dois critérios de classificação .

..oOo..

Agradecimentos

Somos muito gratos à FACULDADE DE TECNOLOGIA EE ALIMENTOS DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, pela oportunidade que nos proprocionou e ao INSTITUTO DE TECNOLOGIA DE ALIMENTOS pela colaboração dada para a realização dêste trabalho, expecialmente representado pelos colégas da Seção de Análise Sensorial e seu corpo de provadores.

Ao ilustre Professor Rubens Murillo Marques, pela sua honrosa participação como orientador. À eminente Professora Dona Elza S. Berquó pelas valiosas sugestões e inestimável auxilio.

oOo

Datilografado e Impresso na
FUNDAÇÃO CENTRO TROPICAL DE PESQUISAS E TECNOLOGIA
DE ALIMENTOS - CAMPINAS