



Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia de Alimentos  
Departamento de Engenharia de Alimentos

## TESE DE DOUTORADO

# *Estudo Experimental dos Fundamentos do Transporte Hidráulico de Laranjas*

Autora: *Maria Elita Duarte Braga*

Orientador: *Prof. Dr. Carlos Alberto Gasparetto.*

9705796

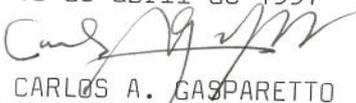
Tese submetida ao programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Alimentos - UNICAMP como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Alimentos.

### PARECER

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por MARIA ELITA DUARTE BRAGA e aprovada pela Comissão Julgadora em 10.04.97.

Abril de 1997

Campinas, 10 de abril de 1997

  
Prof. Dr. CARLOS A. GASPARETTO

Presidente da Banca



*Estudo Experimental dos Fundamentos do Transporte  
Hidráulico de Laranjas.*

por

*Maria Elita Duarte Braga*

Tese aprovada em 10 de ABRIL de 1997

**BANCA EXAMINADORA**



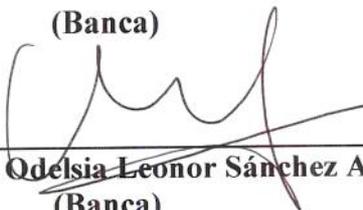
---

**Professor Dr. Carlos Alberto Gasparetto  
(Orientador)**



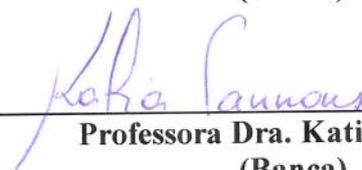
---

**Professor Dr. Eduardo Cleto Pires  
(Banca)**



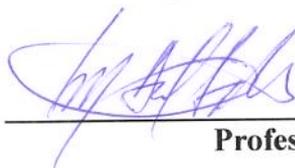
---

**Professora Dra. Odelsia Leonor Sánchez Alsina  
(Banca)**



---

**Professora Dra. Katia Tannous  
(Banca)**



---

**Professor Dr. Inácio M. Del Fabbro  
(Banca)**

---

**Professor Dr. Satoshi Tobinaga  
(Banca)**

---

**Professora Dra. Florencia Cecilia Menegalli  
(Banca)**

# Agradecimentos

*A Deus pela vida.*

*Ao programa PICD/CAPES pela bolsa de estudos.*

*À Faculdade de Engenharia de Alimentos da UNICAMP pela oportunidade concedida.*

*Ao Professor e Orientador Carlos Alberto Gasparetto pela orientação e auxílio prestados, pelo apoio na divulgação do trabalho e sobretudo pela sua amizade.*

*Ao amigo Mario Eduardo Cavalcanti Mata, pela ajuda em todas as fases deste trabalho, pela amizade e coleguismo tanto no âmbito profissional como no pessoal.*

*Ao meu esposo, Jorge, pela sua compreensão, apoio e paciência.*

*Ao meu filho, Dinart, pelo carinho, compreensão, pela companhia nas madrugadas e principalmente pelas perguntas.*

*Aos meus pais por tudo e algo mais.*

*Aos meus amigos Rossana e Alexandre pelo incentivo e pelas brincadeiras.*

*A todos os colegas do Laboratório de Medidas Físicas pelos momentos de descontração.*

*À Faculdade de Engenharia Agrícola pelo uso do Laboratório de Hidráulica.*

*Aos Professores Eduardo Cleto Pires, Odelsia Leonor Sánchez Alsina, Katia Jannous, Inácio M. Del Fabbro, Satoshi Jobinaga e Florencia Cecilia Menegalli, pela valiosa colaboração prestada a este trabalho.*

*Ao Sr. Luis Carlos Vichiato da Viki-Molas, pela colaboração prestada.*

*A todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para este trabalho.*

*Aos meus amigos.*

# Resumo

No presente trabalho estudou-se as propriedades hidrodinâmicas de laranjas, indispensáveis ao desenvolvimento de um sistema de transporte hidráulico para a fruta. Como a maioria das correlações desenvolvidas para relatar comportamento de partículas em meio fluido envolve sua geometria, estudou-se a princípio o tamanho médio da laranja em termos das medidas dos três diâmetros mutuamente perpendiculares, forma em termos do grau de esfericidade, peso, volume, densidade, área projetada e área superficial.

Tendo conhecimento prévio de que as indústrias de processamento de laranjas que implantaram o sistema hidráulico como meio para transportar seu produto fracassaram devido ao entupimento dos canais, procedeu-se neste trabalho um estudo detalhado do comportamento da fruta em água atentando-se para o problema ora apontado. Concluiu-se que a laranja estando sadia apresenta uma situação de equilíbrio padrão com um ângulo de orientação, entre a columela central e o nível d'água, compreendido entre 14 e 25° quando imersas em água e que frutas estragadas ficam totalmente submersas, sendo este o possível motivo das obstruções e entupimentos dos canais usados para o transporte. Dentre as características hidrodinâmicas da fruta determinou-se a velocidade terminal da laranja, no caso ascendente, no centro de um tubo cilíndrico de 0,25 m de diâmetro e 2,70 m de profundidade. A partir da velocidade terminal determinou-se o coeficiente de arraste e o efeito de parede segundo critério  $k_p$ , definido como a razão entre a velocidade terminal de uma esfera de diâmetro  $D_p$  em meio infinito e a velocidade terminal no centro de um tubo cilíndrico de diâmetro  $D_t$ .

Estudou-se ainda no presente trabalho o arraste de laranjas em condições diversas de escoamento num canal de seção retangular medindo 4,00 m de comprimento x 0,20 m de largura e profundidade variável em que mediu-se a força de arraste variando-se também a altura da lâmina de água no canal. Ainda no canal foi feito um estudo do comportamento de uma fruta isolada e de um grupo de 2 e 4 laranjas durante escoamento, para todas as velocidades estudadas.

# Summary

The physical characteristics and hydrodynamic properties of oranges which are indispensable for a water transport of the fruit have been studied in this work. As most correlations developed to report the behavior of particles in a fluid media involve their geometry, at first the average size of oranges was studied in terms of the sphericity, weight, volume, projected area and surface area.

Knowing beforehand that orange processing companies which implemented the hydraulic system as a means to transport their products have failed due to clogging of channels, a detailed study was conducted in this work on the behavior of the fruit in water, taking this problem into account. It was observed that, when oranges are healthy, they have a standard equilibrium situation with an orientation angle comprised between  $14$  and  $25^\circ$  when immersed in water and that spoiled fruit are totally submersed, which is probably the reason for blocking and clogging of the channels used for transportation. Among the hydrodynamic characteristics of the fruit, the terminal velocity of the orange, which in this case is ascending, was determined, in the center of a  $2.70$  m deep cylindrical tube with a  $0.25$  m diameter. From the terminal velocity, the drag coefficient was determined and the wall effect according to the criterion  $K_p$ , defined as the ratio between the terminal velocity of a sphere of diameter  $D_p$  in an infinite media and the terminal velocity in the center of a cylindrical tube of diameter  $D_t$ .

Also in this work the dragging of oranges was studied under several flow conditions in a channel of rectangular section with a length of  $4.00$  m X width of  $0.20$  m and variable depth, in which the dragging force was measured, while varying also the height of the water sheet in the channel. Another study was made in the channel on the behavior of a separate fruit and a group of 2 and 4 oranges during the flow, at all velocities studied.

# Nomenclatura

<i>Símbolo</i>		<i>Unidade</i>
a,b,c	parâmetros usados na definição dos raios de um elipsóide	m
$A_p$	área projetada da partícula	$m^2$
$A_s$	área superficial da partícula	$m^2$
B	empuxo	N
c	constante na equação 4.41b	-
C	circularidade	(%)
$C_D$	coeficiente de arraste	adimensional
$C_{DL}$	coeficiente de arraste da laranja	adimensional
$C_{DS}$	coeficiente de arraste da esfera	adimensional
D	diâmetro	m
$D_c$	diâmetro da menor circunferência que circunscribe a projeção do objeto	m
$D_i$	diâmetro da maior circunferência inscrita na projeção do objeto	m
$D_p$	diâmetro da esfera de igual volume da partícula	m
$D_t$	diâmetro do tubo	m
E	energia mecânica	J
$F_1$	fator de correção da velocidade	-
$f_D$	força de arraste	N
$\bar{f}$	contribuição cinética do vetor força resistiva exercida pelo fluido sobre a superfície da partícula sólida	N
$\bar{g}$	vetor aceleração da gravidade	$m/s^2$
g	aceleração da gravidade	$m/s^2$
H	altura da lâmina d'água	m
I	indicador dos efeitos da forma e tamanho	adimensional
K	constante de elasticidade da mola	N/m
k	parâmetro na Tabela 4.1	-
$k_1, k_2, m$	funções da esfericidade definidas por PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948)	adimensional
$k_p$	efeito ou fator de parede	adimensional

<i><b>Símbolo</b></i>		<i><b>Unidade</b></i>
L	dimensão da partícula	m
$l$	comprimento	m
n	índice de comportamento do fluido	adimensional
$N_f$	número de Froud	adimensional
p	pressão	$N/m^2$
$P-P_\infty$	pressão na superfície da esfera	$N/m^2$
$p_1, p_2$	pressão nas seções 1 e 2	$N/m^2$
r	coordenada radial	m
$r_1, r_2, r_3$	raios de curvatura	m
$r_a, r_b, r_c$	raios maior, médio e menor de um elipsóide	m
R	Raio da esfera	m
$Re$	número de Reynolds	adimensional
$Re_{Dp}$	número de Reynolds da partícula	adimensional
S	coeficiente de tamanho	adimensional
Sh	coeficiente de forma	adimensional
t	tempo	s
$U_r, U_\theta$	componentes radial e angular da velocidade do fluido	m/s
$\bar{U}$	velocidade média	m/s
$U_\infty$	velocidade no seio do fluido	m/s
U	velocidade média do fluido em escoamento monofásico e velocidade média do fluido em escoamento bifásico	m/s
$u', v', w'$	componentes de velocidade turbulenta	m/s
w	componente de velocidade	m/s
W	peso	N
$V_a$	velocidade terminal real	m/s
$V_{elip}$	volume do elipsóide	$m^3$
$V_1$	velocidade terminal da laranja	m/s
$V_{ol}$	volume da partícula	$m^3$
V	velocidade relativa	m/s
$\vec{V}$	vetor velocidade da partícula	m/s
$V_p$	velocidade da partícula	m/s

Símbolo		Unidade
$V_t$	velocidade terminal	m/s
$V_{t\infty}$	velocidade terminal da partícula isolada	m/s
$V_w$	velocidade da água	m/s
$v_r$	componente da velocidade radial	m/s
$v_\phi$	componente da velocidade angular	m/s
$v_n$	velocidade normal	m/s
$v_t$	velocidade tangencial	m/s
$x, y, z$	coordenadas cartesianas	--
$x_i$	qualquer variável	--

### Letras Gregas

Símbolo		Unidade
$\alpha$	ângulo de inclinação	graus
$\beta$	relação entre diâmetros	adimensional
$\delta$	espessura da camada limite	m
$\Delta_p$	diferença de pressão	N/m <sup>2</sup>
$\Delta_{xi}$	diferença entre dois valores da variável	--
$\varepsilon$	porosidade	(%)
$\phi$	coordenada angular	--
$\gamma$	peso específico	N/m <sup>3</sup>
$\gamma_p$	peso específico da partícula	N/m <sup>3</sup>
$\varphi$	esfericidade	(%)
$\varphi_s$	fator de esfericidade	(%)
$\theta$	coordenada angular	--
$\mu$	viscosidade dinâmica	kg/m.s
$\rho, \rho_f$	massa específica do fluido	Kg/m <sup>3</sup>
$\rho_p$	massa específica da partícula	Kg/m <sup>3</sup>
$\tau$	tensão de cisalhamento	N/m <sup>2</sup>
$\tau_{i,j}$	componentes do tensor extra $\delta$ , onde $i,j = r,\theta$	--
$\nu$	viscosidade cinemática ( $\mu/\rho$ )	m <sup>2</sup> /s
$\psi$	função corrente	m <sup>2</sup> /s
$\partial P/\partial x$	gradiente de pressão	N/m <sup>2</sup>

# Sumário

Resumo .....	iii
Summary .....	iv
Nomenclatura .....	v
<b>CAPÍTULO 1 - <i>Introdução e objetivos gerais</i></b>	
1.1 INTRODUÇÃO .....	2
1.1.1 Objetivos gerais .....	6
<b>CAPÍTULO 2 - <i>Características físicas de laranjas</i></b>	
2.1 INTRODUÇÃO .....	8
2.1.1 Objetivos .....	8
2.2 REVISÃO DA LITERATURA .....	9
2.2.1 Forma e tamanho .....	9
2.2.1.1 Volume .....	9
2.2.1.2 Densidade .....	10
2.2.1.3 Circularidade .....	10
2.2.1.4 Esfericidade .....	12
2.2.1.5 Área superficial .....	14
2.3 MATERIAIS E MÉTODOS .....	16
2.3.1 Volume .....	16
2.3.2 Densidade .....	16
2.3.3 Esfericidade .....	16
2.3.4 Área superficial .....	17
2.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	18
2.4.1 Tamanho e forma .....	18
2.5 CONCLUSÕES .....	22

### CAPÍTULO 3 - *Orientação de laranjas imersas*

3.1 INTRODUÇÃO .....	24
3.1.1 Objetivos .....	25
3.2 REVISÃO DA LITERATURA .....	26
3.2.1. Orientação .....	26
3.3 MATERIAIS E MÉTODOS .....	27
3.3.1 Orientação .....	27
3.3.2 Área superficial .....	28
3.3.3 Aspecto físico .....	29
3.3.4 Análise dos dados .....	30
3.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	30
3.5 CONCLUSÕES .....	43

### CAPÍTULO 4 - *Velocidade terminal de laranjas em água*

4.1 INTRODUÇÃO .....	45
4.1.1 Objetivos .....	45
4.2 REVISÃO DA LITERATURA .....	46
4.2.1 Equações que governam o sistema .....	46
4.2.1.1 Coeficiente de arraste .....	48
4.2.2 Fluidos Newtonianos .....	50
4.2.2.1 Fluidos Newtonianos e partículas esféricas .....	53
4.2.2.2 Fluidos Newtonianos e partículas não esféricas .....	54
4.2.3 Características hidrodinâmicas .....	62
4.2.4 Influência da presença de fronteira rígida .....	66
4.3 MATERIAIS E MÉTODOS .....	70
4.3.1 Velocidade terminal .....	70
4.3.1.1 Análise experimental .....	70
4.3.1.2 Procedimento .....	74
4.3.2 Análise teórica .....	74
4.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	77
4.4.1 Características físicas .....	77
4.4.2 Velocidade terminal .....	78
4.4.3 Efeito da presença de fronteira rígida .....	87

4.4.3 Efeito da rugosidade da superfície .....	88
4.5 CONCLUSÕES .....	91

## CAPÍTULO 5 - *Escoamento em canal retangular*

5.1 INTRODUÇÃO .....	94
5.1.1 Objetivos .....	95
5.2 REVISÃO DA LITERATURA .....	96
5.2.1 Efeito de parede .....	96
5.2.1.1 Escoamento laminar, de transição e turbulento .....	98
5.2.1.2 Escoamento paralelo próximo de uma esfera .....	99
5.2.1.3 Escoamento na entrada de um canal reto de paredes planas .....	101
5.2.1.4 Origem da turbulência .....	102
5.2.2 Coeficiente de arraste a altos números de Reynolds.....	104
5.2.3 Considerações sobre escoamento.....	105
5.3 MATERIAIS E MÉTODOS .....	107
5.3.1 Descrição da unidade de testes .....	107
5.3.2 Metodologia para obtenção dos dados .....	109
5.3.2.1 Ensaio de escoamento .....	109
5.3.2.2 Ensaios de força de arraste .....	110
5.3.2.3 Obtenção do coeficiente de arraste .....	111
5.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	112
5.4.1 Ensaios de escoamento.....	112
5.4.2 Ensaios de força de arraste .....	115
5.5 CONCLUSÕES .....	128

## CAPÍTULO 6 - *Comportamento de laranjas durante transporte em canal aberto*

6.1 INTRODUÇÃO .....	130
6.1.1 Objetivos .....	130
6.2 MATERIAIS E MÉTODOS .....	131
6.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	132

6.3.1 Movimentos de uma laranja em escoamento .....	132
6.3.2 Movimentos de duas laranjas em escoamento.....	135
6.3.3 Movimentos de quatro laranjas em escoamento .....	136
6.3 CONCLUSÕES .....	138
CONSIDERAÇÕES FINAIS. ....	139
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	141

# Lista de Figuras

Figura 1.1 - Recepção e armazenamento de frutas. ....	3
Figura 2.1a - Métodos de determinação da circularidade. ....	11
Figura 2.1b - Métodos de determinação da esfericidade. ....	13
Figura 2.2 - Esquema de cortes feitos na casca da fruta para determinação da área superficial. ....	17
Figura 3.1a - Corte Transversal e longitudinal, exibindo a columela central da laranja. ....	27
Figura 3.1b - Ângulo $\theta$ formado entre a columela central da laranja e o nível da água. ....	28
Figura 3.2 - Procedimento para determinação da porção de área superficial da fruta que permanece acima do nível da água. ....	29
Figura 3.3 - Percentuais de frutas impróprias para consumo que, segundo sua orientação, poderiam ser confundidas com frutas sadias. ....	36
Figura 3.4 - Percentuais de frutas sadias que, segundo sua orientação, poderiam ser selecionadas como frutas impróprias para consumo. ....	36
Figura 3.5 - Comportamento de uma laranja sadia quando imersa em água. ....	42

Figura 3.6 - Comportamento de uma laranja estragada quando imersa em água. ....	42
Figura 4.1 - Sistema de coordenadas usado na descrição do escoamento de um fluido sobre uma esfera rígida (Reproduzida a partir de BIRD <i>et alii</i> , 1982). ....	46
Figura 4.2 - Coeficiente de arraste para partículas com formas geométricas regulares (Reproduzida a partir de VENNARD, 1961). ....	52
Figura 4.3 - Correlações para $C_D$ de partículas esféricas em fluidos Newtonianos (Reproduzida a partir de MASSARANI, 1986). ....	59
Figura 4.4 - Correlações para $C_D$ de partículas com $\varphi = 0,8$ em fluidos Newtonianos (Reproduzida a partir de MASSARANI, 1986). ....	60
Figura 4.5 - Correlações para $C_D$ de partículas com $\varphi = 0,6$ em fluidos Newtonianos (Reproduzida a partir de MASSARANI, 1986). ....	61
Figura 4.6 - Gráfico do deslocamento em função do tempo para determinação da velocidade terminal de maçãs em água (MATTHEWS <i>et alii</i> , 1965). ....	64
Figura 4.7 - Esquema reproduzido do aparelho de testes utilizado por TENNES e STOUT (1968) para medir a velocidade terminal de cerejas. ....	65
Figura 4.8 - Equipamento utilizado para determinação da velocidade terminal. ....	71
Figura 4.9 - Modelos esféricos rugosos. ....	72

Figura 4.10 - Modelos esféricos lisos. ....	73
Figura 4.11 - Velocidade terminal das laranjas na água. ....	78
Figura 4.12 - Velocidade terminal de esferas rugosas de 71 mm na água. ....	79
Figura 4.13 - Velocidade terminal de esferas rugosas de 50 mm na água. ....	79
Figura 4.14 - Velocidade terminal de esferas rugosas de 41 mm na água. ....	80
Figura 4.15 - Velocidade terminal de esferas rugosas de 37 mm na água. ....	80
Figura 4.16 - Velocidade terminal de esferas lisas de 72 mm na água. ....	81
Figura 4.17 - Velocidade terminal de esferas lisas de 50 mm na água. ....	81
Figura 4.18 - Velocidade terminal de esferas lisas de 41 mm na água. ....	82
Figura 4.19 - Velocidade terminal de esferas lisas de 37 mm na água. ....	82
Figura 4.20 - Resultados <i>deslocamento (Y) x tempo (t)</i> para esferas lisas de quatro tamanhos diferentes. Ajuste de comportamento na forma $Y = at$ . ....	88
Figura 4.21a- Efeito da superfície rugosa de esferas com $D_p = 71$ mm na velocidade terminal em água. ....	89
Figura 4.21b - Efeito da superfície rugosa de esferas com $D_p = 50$ mm na velocidade terminal em água. ....	89

Figura 4.21c - Efeito da superfície rugosa de esferas com $D_p = 41$ mm na velocidade terminal em água. ....	90
Figura 4.21d - Efeito da superfície rugosa de esferas com $D_p = 37$ mm na velocidade terminal em água. ....	90
Figura 5.1- Distribuição de velocidade na camada limite (SCHLICHTING, 1960). ....	97
Figura 5.2 - Perfis de velocidade para escoamento numa placa plana onde $\partial p/\partial x > 0$ (SCHLICHTING, 1960). ....	97
Figura 5.3 - Camada limite no escoamento sobre uma placa plana (SCHLICHTING, 1960). ....	98
Figura 5.4 - Distribuição de pressão em torno de uma esfera no escoamento paralelo uniforme (SCHLICHTING, 1960). ....	100
Figura 5.5 - Linhas de corrente e distribuição de velocidade na solução de Stokes para uma esfera em escoamento paralelo. (SCHLICHTING, 1960). ....	101
Figura 5.6 - Distribuição de velocidade no escoamento laminar na secção de entrada de um canal. (SCHLICHTING, 1960). ....	102
Figura 5.7 - Curvas de velocidade constante para um canal aberto de secção retangular (SCHLICHTING, 1960). ....	103
Figura 5.8 - Esquema da unidade de testes. ....	107
Figura 5.9 - Montagem do ensaio de força de arraste. ....	110

Figura 5.10 - Dados de coeficiente de arraste em função do número de Reynolds obtidos com uma lâmina de 80 mm. ....	120
Figura 5.11 - Dados de coeficiente de arraste de laranjas em função do número de Reynolds, obtidos com uma lâmina de 140 mm. .	121
Figura 5.12 - Dados de coeficiente de arraste de laranjas e modelo esférico de igual volume, em função do número de Reynolds, obtidos com uma lâmina de 140 mm. ....	122
Figura 5.13 - Coeficiente de arraste de esferas obtidos com altura da lâmina, $H= 80$ mm. ....	123
Figura 5.14 - Coeficiente de arraste de esferas obtidos com altura da lâmina, $H= 140$ mm. ....	124
Figura 5.15 - Efeito da altura da lâmina no arraste de esferas com $D_p = 71$ mm. ....	126
Figura 5.16 - Efeito da altura da lâmina no arraste de esferas com $D_p = 50$ mm. ....	126
Figura 5.17 - Efeito da altura da lâmina no arraste de esferas com $D_p = 42$ mm. ....	127
Figura 5.18 - Efeito da altura da lâmina no arraste das 3 esferas estudadas.	127
Figura 6.1 - Sequência de movimentos de uma laranja em escoamento com velocidade $V_w = 0,12$ m/s e Reynolds do canal = 24000.	133

Figura 6.2 - Sequência de movimentos de uma laranja em escoamento com velocidade $V_w = 0,40$ m/s e Reynolds do canal = 80000	133
Figura 6.3 - Sequência de movimentos de uma laranja em escoamento com velocidade $V_w = 0,50$ m/s e Reynolds do canal = 100000	134
Figura 6.4 - Sequência de movimentos de uma laranja em escoamento com velocidade $V_w = 0,67$ m/s e Reynolds do canal = 134000	134
Figura 6.5 - Sequência de movimentos de duas laranjas escoando simultaneamente no canal.	136
Figura 6.6 - Sequência de movimentos de 4 laranjas escoando simultaneamente no canal, na velocidade de escoamento da água de 0,67 m/s.	137
Figura 6.7 - Sequência de movimentos de 4 laranjas escoando simultaneamente no canal, na velocidade de escoamento da água de 1,0 m/s.	137

# Lista de Tabelas

Tabela 2.1 - Características físicas de três variedades de cerejas ( TENNES e STOUT, 1968). .....	15
Tabela 2.2 - Características físicas de laranjas. ....	19
Tabela 2.3 - Teste-t aplicado em cada população de Características físicas medidas de laranjas variedade valência. ....	21
Tabela 2.4 - Teste ANOVA comparando as médias entre diâmetro médio de $(a+b+c)/3$ e diâmetros da esfera equivalente. ....	21
Tabela 3.1 - Comportamento de maçãs em água; orientação e ângulo de repouso. ....	26
Tabela 3.2 - Comportamento da fruta imersa, densidade, esfericidade, orientação, área superficial e aspecto físico. ....	31
Tabela 3.3 - Dados de densidade, esfericidade, orientação, e aspecto físico das frutas sadias e c/ parte ressecada (próprias para consumo). ....	37
Tabela 3.4 - Dados de densidade, esfericidade, orientação, e aspecto físico das frutas estragadas. ....	39
Tabela 3.5 - Dados de densidade, esfericidade, orientação, e aspecto físico das frutas murchas. ....	40
Tabela 3.6 - Resultado do Teste F aplicado às médias dos quatro tratamentos. ....	41

Tabela 4.1 - Resumo comparativo de equações de movimento de esferas, discos e cilindros circulares. (LAPLE, 1956). .....	57
Tabela 4.2 - Algumas características físicas de maçãs imersas n'água (MATTHES <i>et alii</i> , 1965; DEWEY <i>et alii</i> , 1966). .....	64
Tabela 4.3 - Velocidade terminal e coeficiente de arraste de cerejas (TENNES e STOUT, 1968). .....	66
Tabela 4.4 - Efeito de parede na queda livre de uma esfera de diâmetro $D_p$ ao longo do eixo de um tubo de diâmetro $D_t$ (MASSARANI, 1980). .....	67
Tabela 4.5 - Expressões para fator de parede a altos números de Reynolds (UHLHERR e CHHABRA, 1995). .....	69
Tabela 4.6 - Características físicas do material submetido aos testes de velocidade terminal. ....	77
Tabela 4.7 - Dados obtidos de regressão linear realizada segundo ajuste $y = at$ , para determinação da velocidade terminal dos corpos de prova. ....	83
Tabela 4.8 - Velocidade terminal e coeficientes de arraste para laranja. Cálculos feitos com base no diâmetro obtido da esfera equivalente, $D= 72,4$ mm	85
Tabela 4.9 - Velocidade terminal experimental e teórica e coeficiente de arraste calculados para modelos esféricos. ....	86

Tabela 4.10 - Efeito de parede na subida de laranja e modelos esféricos ao longo do eixo de um tubo de diâmetro $D_t = 250$ mm. ....	87
Tabela 5.1 - Resultados do ensaio de escoamento obtidos para laranja e modelos esféricos na lâmina de altura $H = 80$ mm. ....	113
Tabela 5.2 - Resultados do ensaio de escoamento obtidos para laranja e modelos esféricos na lâmina de altura $H = 140$ mm. ....	114
Tabela 5.3 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para laranja em diferentes velocidades de escoamento e lâmina d'água 80 mm. ....	115
Tabela 5.4 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para laranja em diferentes velocidades de escoamento e lâmina d'água 140 mm. ....	116
Tabela 5.5 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esferas com diâmetro 71 mm em diferentes velocidades de escoamento e lâmina d'água 80 mm. ....	116
Tabela 5.6 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esferas com diâmetro 71mm em diferentes velocidades de escoamento e lâmina d'água 140 mm. ....	117
Tabela 5.7 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esferas com diâmetro 50 mm em diferentes velocidades de escoamento e lâmina d'água 80 mm. ....	117
Tabela 5.8 - Força de arraste e coeficiente de raste obtidos para esferas com diâmetro 50 mm em diferentes velocidades de escoamento e lâmina d'água 140 mm. ....	118

Tabela 5.9 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esferas com diâmetro 42 mm em diferentes velocidades de escoamento e lâmina d'água 80 mm. ....	118
Tabela 5.10 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esferas com diâmetro 42 mm em diferentes velocidades de escoamento e lâmina d'água 140mm. ....	119
Tabela 5.11 - Força e coeficiente de arraste obtidos para esferas em diferentes alturas da lâmina - H. e velocidade de escoamento $V_w = 0,4$ m/s. ....	125
Tabela 6.1 - Velocidades de escoamento e número de Reynolds na lâmina com altura $H = 140$ mm. ....	132
Tabela 6.2 - Velocidades de escoamento e Reynolds para chegada da primeira de um grupo de duas laranjas, na lâmina com altura $H = 140$ mm. ....	135
Tabela 6.3 - Velocidades de escoamento e Reynolds para chegada da primeira de um grupo de quatro laranjas, na lâmina com altura $H = 140$ mm. ....	136

# Capítulo 1

*Introdução e objetivos gerais*

## 1.1 INTRODUÇÃO

A indústria cítrica no Brasil esmaga cerca de 210 milhões de caixas de laranjas (40,8 kg de frutas/caixa), correspondendo a 700 mil toneladas de suco concentrado a 65 °B por safra, fazendo com que o Brasil seja o maior produtor e exportador mundial deste produto.

Como em todo o sistema à medida que avança a tecnologia percebe-se que equipamentos que pareciam em determinado momento convenientes, em outros se apresentam ineficientes e alguns apresentam alto custo e elevado consumo energético. Não inovar neste caso significa onerar os custos e perder a competitividade da Indústria.

Considerando a estrutura atual para produção de suco concentrado de laranja podemos dizer que existem áreas que podem ser consideravelmente melhoradas, se pesquisas em profundidade e meios tecnológicos estiverem disponíveis no mercado. Dentro do sistema de produção de suco concentrado de laranja para se chegar a um produto de qualidade muitas etapas são envolvidas. Uma dessas etapas consiste na colheita manual das laranjas nos pomares e conseqüente transporte para a indústria em caminhão. Ao chegar na indústria o caminhão é posicionado em um ângulo de modo a fazer a descarga dessas laranjas em um sistema coletor de onde se encaminha para uma mesa de separação de materiais pequenos indesejáveis ao processamento da laranja como: frutas pequenas (25 mm), folhas, cabinhos e outros. As laranjas são conduzidas em seguida através de transportador de caneca até a primeira mesa de seleção onde as frutas impróprias para o processo são separadas manualmente, sendo os resíduos indesejáveis desviados para a fábrica de ração. O material selecionado segue por um transportador até as células de estocagem, onde fica aguardando para dar prosseguimento ao processo de produção de suco concentrado. (Figura 1.1). Todo este processo se constitui numa das pequenas etapas, mas não menos importante, por que passa o processamento da laranja para produção de suco concentrado, que pode ser melhorada.

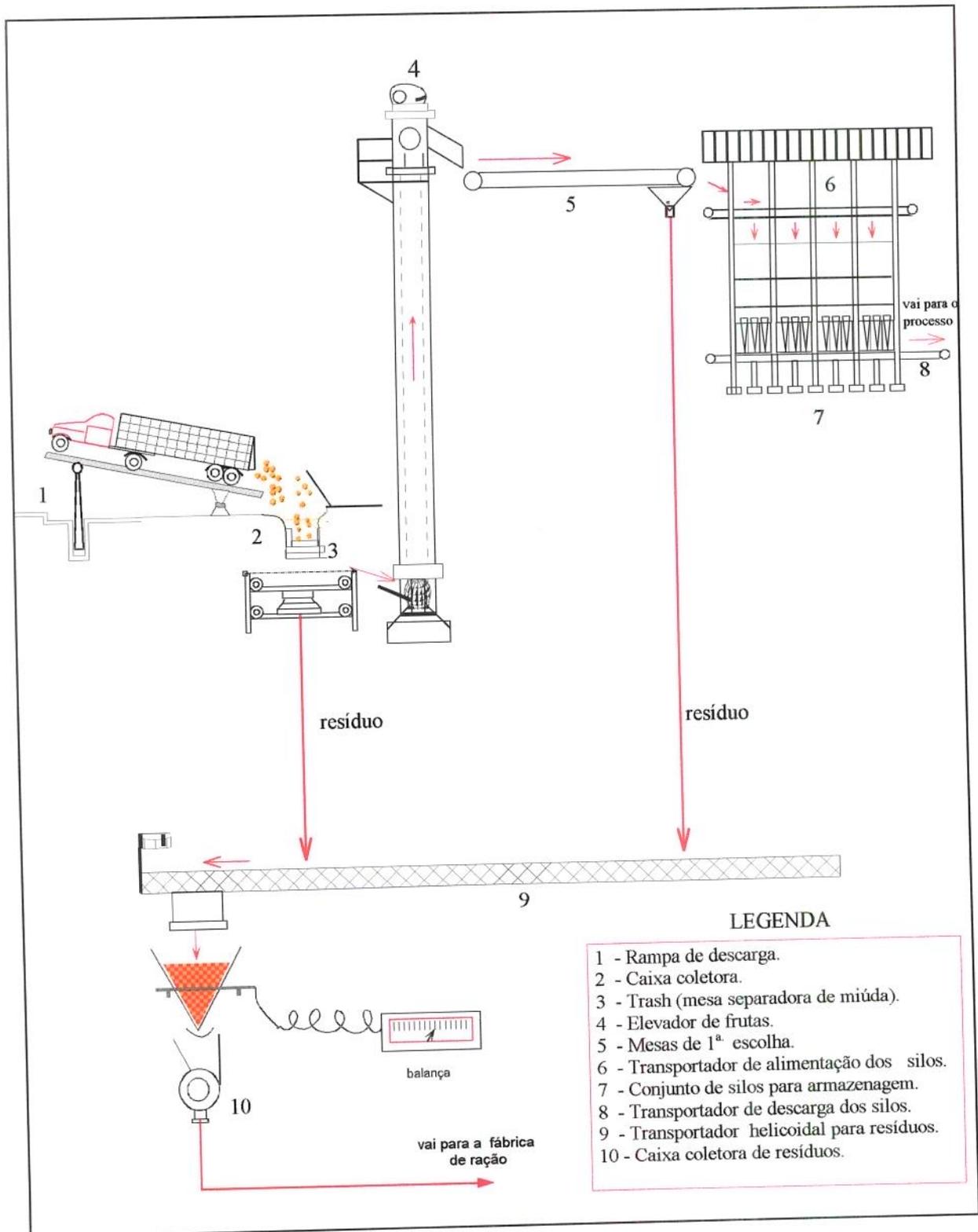


Figura 1.1 - Recepção e armazenamento de frutas.

O transporte, neste caso, da colheita à armazenagem dos frutos em unidades que antecedem o processamento pode ser feito, em algumas dessas etapas, por canais usando transporte hidráulico. Na realidade este tipo de transporte não é novo mas teve seu sistema desativado nas décadas passadas por falta de conhecimento dos conceitos fundamentais que o envolviam. Para algumas frutas ainda se utilizam este meio de transporte, como é o caso da maçã, onde se utiliza a água como meio para transportar este produto de um ponto a outro do sistema, de modo a suavizar os impactos sobre as frutas causadas pelo transporte. Neste caso, o sistema de transporte mecânico danifica sensivelmente os frutos, que perdem qualidade de modo a ser depreciado no mercado de venda “in natura”. Segundo o conceito até então aceito, no caso da laranja este efeito é desconsiderado já que os frutos são mais resistentes ao impacto e isto pouco afeta a qualidade do suco. No entanto, este conceito tem mudado nestes últimos anos, pois os subprodutos de uma indústria hoje já não são desprezados ou considerados produtos de segunda linha, na verdade, hoje eles fazem parte dos significativos lucros da empresa e em determinados casos recebem a mesma ou maior atenção que o produto principal. Atualmente na indústria de sucos a laranja é integralmente aproveitada e extratoras mais modernas estão sendo utilizadas fazendo com que durante a extração do suco, a laranja receba um jato atomizado de água de modo a carrear os óleos essenciais proveniente de sua casca por dois motivos: 1) Porque o principal óleo essencial é o delimoneno que é de alto valor comercial e é utilizado na indústria de produtos de limpeza, cosmética e de tintas, e 2) porque a incorporação deste óleo ao suco de laranja causa sabor indesejável. Desta forma os choques mecânicos causados à laranja durante todo o processo significam menor rendimento de óleos essenciais, pois os choques mecânicos provocam perda deste material para o ambiente.

Por tudo isto o transporte hidráulico de laranja pode ser uma opção para minimizar o custo na condução da fruta de um setor a outro, existindo ainda a possibilidade de, nesta condução, adotar procedimentos para separar impurezas e materiais indesejáveis, já que estes se comportam diferentemente dos frutos quando transportados em água.

Na etapa de transporte de laranja, acima mencionada, o transporte hidráulico pode servir para conduzir as frutas do campo à unidade de processamento via canais, inclusive adotando-se sistemas que possam, neste transporte, separar materiais indesejáveis. Desta maneira no esquema mostrado na Figura 1.1 o transporte por caminhão poderia, senão

inteiramente pelo menos parcialmente, ser eliminado e a primeira mesa de separação seria desnecessária.

O sistema de elevação (3) para colocar as laranjas nas Unidades de armazenagem (bins), poderia também ser feito elevando-se o nível de água utilizando-se tanques de flutuação, pois quando imersas em água a laranja mantém-se na superfície. Procedimento inverso a este poderia ser usado também para fazer com que a fruta desça suavemente evitando altos impactos.

Ao analisarmos os sistemas que poderiam ser desenvolvidos nos deparamos com a necessidade dos conhecimentos fundamentais do transporte hidráulico para laranja; no entanto, não se tem conhecimento da existência de literatura neste aspecto. A literatura trata da condução de partículas muito pequenas em meio fluido e de maneira geral em tubulações sob pressão e não em canal aberto, além do que a laranja possui propriedades físicas tais que quando colocadas em água uma grande parte fica imersa e outra, cerca de 15 %, fica acima da superfície.

Assim, para que se possa projetar um sistema de transporte de laranja em meio aquoso algumas respostas devem ser dadas como: que forma tem a laranja, qual o seu tamanho, sua esfericidade e sua densidade; qual é a velocidade ideal para o transporte de laranja em canal aberto; que lâmina de água deve ser utilizada e que força de arraste é envolvida no sistema; como se comporta essa laranja escoando em canal aberto.

Como estas respostas não estão na literatura este trabalho teve por finalidade contribuir na determinação de alguns parâmetros fundamentais com vistas a futuramente permitir dimensionar com segurança o transporte hidráulico de laranjas em canal retangular aberto.

Este trabalho foi escrito basicamente em cinco capítulos os quais tratam aspectos isolados da laranja. Cada capítulo contém os objetivos específicos, revisão bibliográfica, materiais e métodos, resultados e discussões e conclusões sobre os problemas abordados naquele capítulo.

### 1.1.1 Objetivos gerais

Os objetivos gerais deste trabalho foram:

- Determinar parâmetros dimensionais e fluidodinâmicos que permitam no futuro o projeto de sistemas de transporte hidráulico de laranjas (*Citrus sinensis*).

# Capítulo 2

*Características físicas da laranja*

## 2.1 INTRODUÇÃO

No campo da investigação do processamento de frutas, o conhecimento do tamanho e da forma são algumas das características físicas que devem ser estudadas, principalmente quando se deseja realizar o projeto de uma máquina ou de uma unidade de processamento, onde o volume de produto a ser manejado é o principal dado do projeto.

Nas pesquisas sobre transferência de calor e massa algumas soluções são apresentadas na literatura sob forma de cartas ou gráficos, no entanto para uso destas soluções torna-se necessário uma estimativa precisa da forma e dimensões do material. Como as frutas de modo geral não têm uma forma geométrica precisamente definido, muitas das soluções são analisadas supondo o produto como esférico, o que conduz a uma série de aproximações e erros.

### 2.1.1 Objetivos

Nesta fase da pesquisa, os objetivos foram determinar:

- a) As três dimensões principais, b) peso, c) volume, d) densidade, e) esfericidade e
- f) área superficial.

## 2.2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.2.1 Forma e Tamanho

A forma e o tamanho são características inseparáveis em um objeto e ambas são necessárias para descrever satisfatoriamente um objeto. Em certas aplicações onde a forma e o tamanho afetam o processo, a solução pode ser mostrada por uma simples relação bidimensional como segue:

$$I = f(\text{sh}, s) \quad (2.1)$$

onde,

I = indicador dos efeitos da forma e tamanho

sh = coeficiente de forma

s = coeficiente de tamanho

#### 2.2.1.1 Volume

MOHSENIN (1978) descreve um método no qual o volume é determinado pelo deslocamento de água, onde a fruta é primeiro pesada no ar em seguida é forçada para dentro de um recipiente graduado com água e então a segunda leitura é feita. A segunda leitura com a fruta submersa menos o peso do recipiente + água é o peso da água deslocada, o qual é usado na Equação 2.2 para o cálculo do volume. O uso do recipiente graduado permite a verificação da variação de volume, possibilitando fazer uma comparação com o resultado obtido por meio da medida da massa de água deslocada.

$$\text{Volume} = \frac{\text{massa de água deslocada}}{\text{peso específico da água}} \quad (2.2)$$

### 2.2.1.2 Densidade

O mesmo método utilizado para determinar o volume é usado para determinar a densidade diretamente pela relação:

$$\text{Densidade} = \frac{\text{peso no ar} \times \text{densidade da água}}{\text{peso da água deslocada}} \quad (2.3)$$

### 2.2.1.3 Circularidade

CURRAY (1951) estudando sobre a forma e o tamanho em petrografia conceituou circularidade e propôs dois modelos para este conceito. Segundo o autor citado por CAVALCANTI MATA (1984) a circularidade é um fator que nos indica o quão próximo está a área de um objeto de um círculo. As fórmulas descritas por CURRAY (1951) para circularidade são a seguir descritas, bem como a representação gráfica destas fórmulas (Figura 2.1a).

#### Método 1A

$$C = \frac{A_p}{A_c} \times 100 \quad (2.4)$$

Onde,

C = circularidade, em percentagem

$A_p$  = área projetada do produto

$A_c$  = área do círculo que circunscreve a projeção do produto

**Método 2A**

$$C = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N (r_i / R) \quad (2.5)$$

Onde,

$r$  = raio de curvatura, mostrado na Figura 2.a

$R$  = raio da maior circunferência inscrita na projeção do objeto

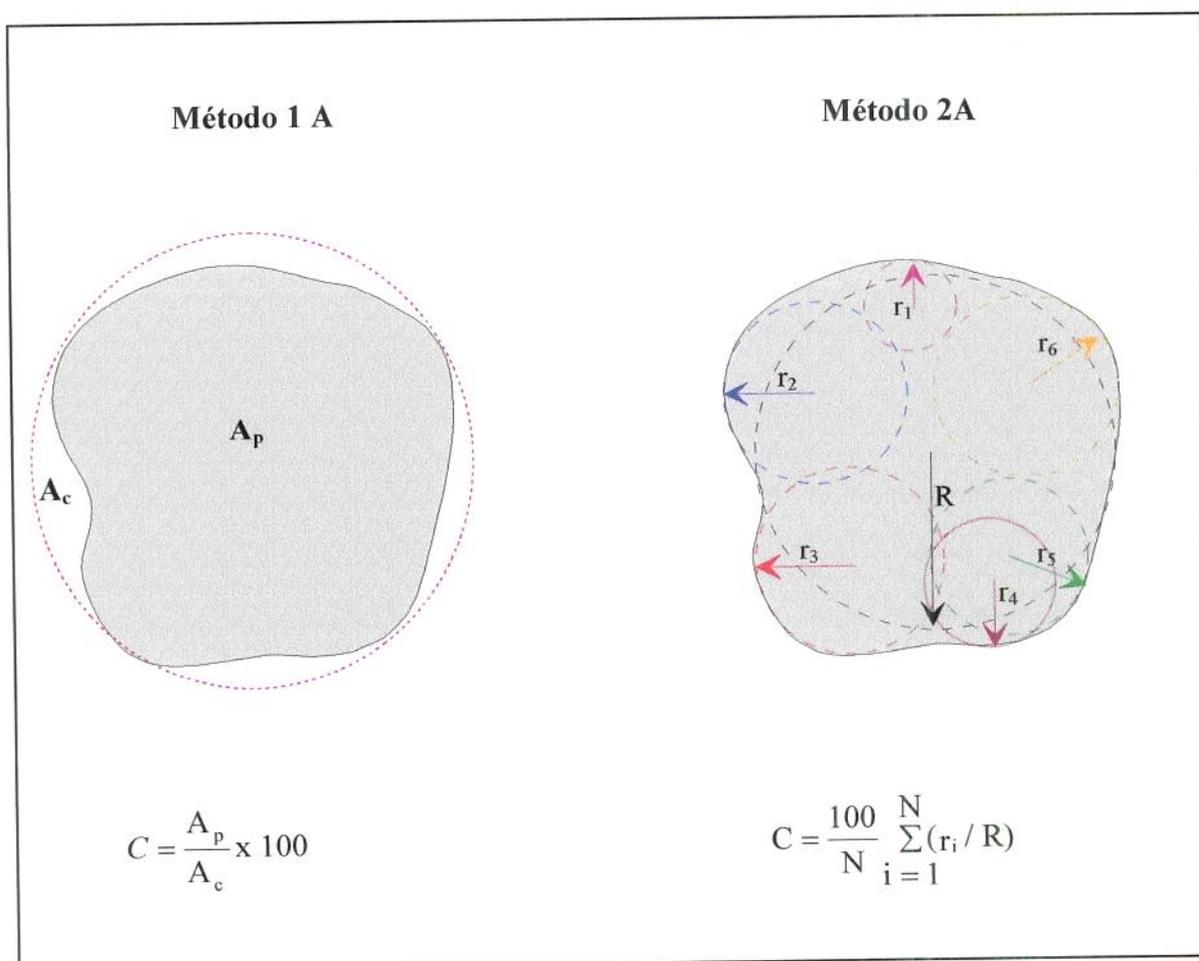


Figura 2.1a - Métodos de determinação da circularidade

### 2.2.1.4 Esfericidade

Segundo CURRAY (1951), o conceito de esfericidade pode ser entendido como a proximidade que um material está de uma esfera. Assim o autor descreve três maneiras de se determinar a esfericidade.

#### Método 1B

$$\varphi = \frac{D_p}{D_c} \times 100 \quad (2.6)$$

Onde,

$\varphi$  = esfericidade.

$D_p$  = diâmetro de uma esfera de volume igual ao objeto.

$D_c$  = diâmetro da menor circunferência que circunscribe a projeção do objeto.

#### Método 2B

Considerando o objeto como um elipsóide, como pode ser visto na Figura 2.1b, com volume a  $V_{elip} = 4\pi r_a r_b r_c / 3$ , onde  $r_a$  é o maior raio,  $r_b$  é o raio médio e  $r_c$  o menor raio.

Considerando ainda  $a = 2 r_a$ ,  $b = 2 r_b$ ,  $c = 2 r_c$ , tem-se:

$$\varphi = \left( \frac{\text{Volume do sólido}}{\text{volume da esfera circunscrita}} \right)^{1/3} \Rightarrow$$

$$\varphi = \frac{(abc)^{1/3}}{a} \quad (2.7)$$

**Método 3B**

Outra proposição de fórmula para a esfericidade, Figura 2.1b, é dada por:

$$\varphi = \frac{D_i}{D_c} \times 100 \quad (2.8)$$

onde,

$D_i$  = diâmetro da maior circunferência inscrita na projeção do objeto.

$D_c$  = menor diâmetro que circunscreve o objeto

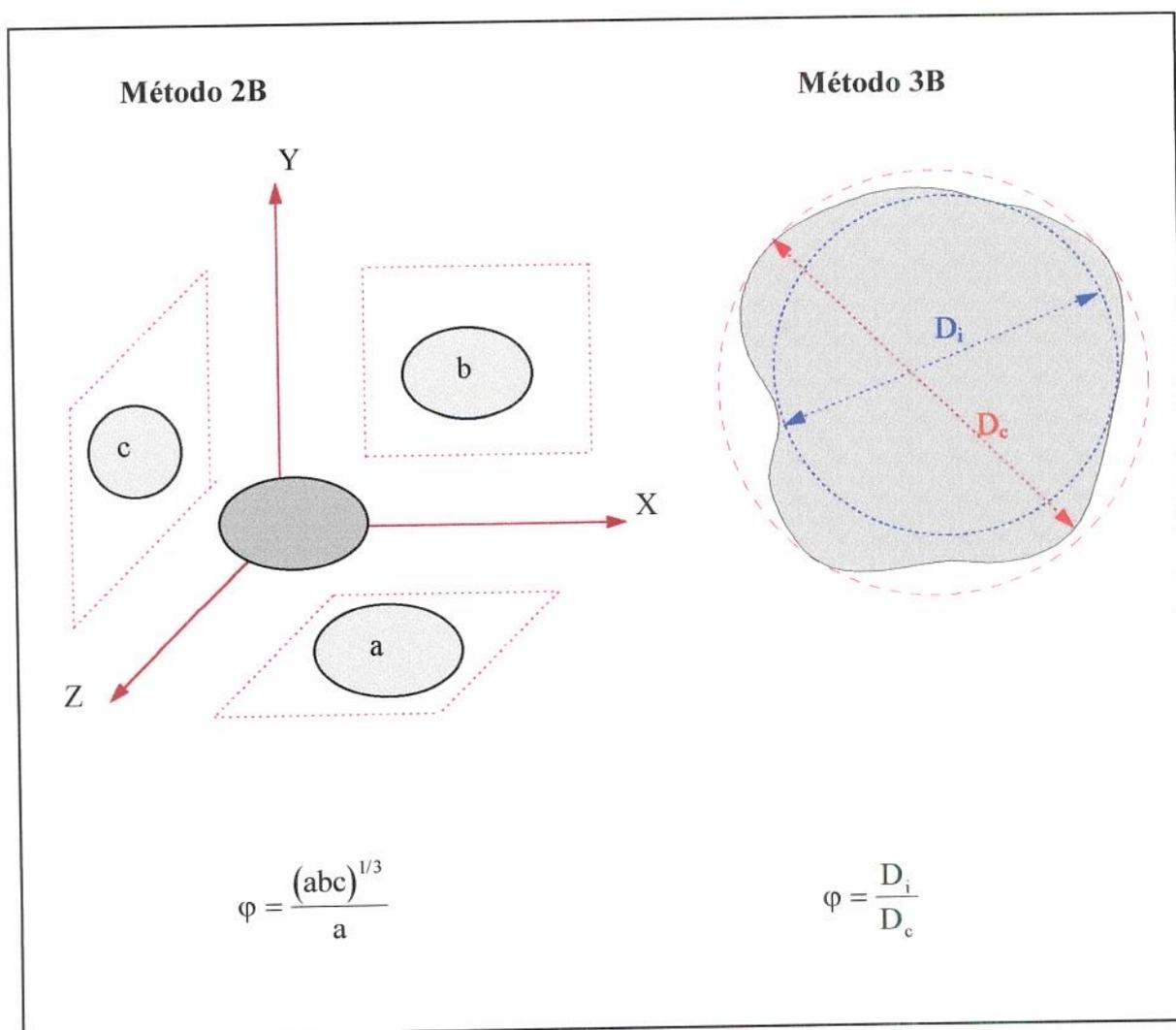


Figura 2.1b - Métodos de determinação da esfericidade

### 2.2.1.5 Área superficial

Nas investigações relatadas sobre transporte de frutas em meios fluidos, o conhecimento da área superficial é um dado fundamental no estudo da atuação de forças exercidas pelo fluido sobre a partícula e também para entender o comportamento da fruta imersa, ângulo de repouso e orientação.

Dentre os métodos relatados para medir área superficial MOHSENIN (1978) cita um método em que maçãs eram descascadas em finas tiras e a soma das áreas planimetradas, do traçado das tiras, foi considerada como a área superficial da maçã.

MILLER *et alii* (1959) relata alguns métodos para determinação da área superficial de hastes e folhas como: imprimir a superfície em um papel e medir a área com um planímetro, uso de um projetor fotográfico semelhante ao método usado para grãos por CURRAY (1951); método da interceptação luminosa e o uso de uma célula fotoelétrica para medir a luz interceptada. Ele constata que todas estas formas são confiáveis, no entanto JENKINS (1956) comparou os três métodos acima mencionados e encontrou que o do planímetro é o mais seguro e mais rápido.

TENNES e STOUT (1968) trabalharam com três variedades de cerejas e determinaram, entre algumas características físicas, o peso, densidade, diâmetros, volume e esfericidade. A esfericidade foi determinada pela Equação 2.9. Os resultados obtidos para características físicas de cerejas encontram-se na Tabela 2.1.

$$\varphi = \left( \frac{bc}{a^2} \right)^{1/3} \times 100 \quad (2.9)$$

Tabela 2.1 - Características físicas de três variedades de cerejas. (TENNES e STOUT, 1968)

CARACTERÍSTICAS FÍSICAS	VARIEDADES DE CEREJAS ESTUDADAS		
	<i>Napoleon</i>	<i>Windsor</i>	<i>Schmidt</i>
Peso X 10 <sup>3</sup> - g.	6,124	5,321	6,455
Diâmetro maior (a) - m	0,0226	0,0228	0,02423
Diâmetro menor (b) - m	0,0198	0,0183	0,02032
Diâmetro intermed. (c) - m	0,0225	0,0204	0,02111
Diâmetro méd. $[abc]^{1/3}$ - m	0,0216	0,0204	0,0218
Diâmetro méd. $\left(\frac{a+b+c}{3}\right)$	0,02164	0,0205	0,0219
Diâmetro méd. (esf. equiv) - m	0,0223	0,0214	0,0224
Volume p/ desl. d'água - m <sup>3</sup>	5,8338 x 10 <sup>-6</sup>	5,1455 x 10 <sup>-6</sup>	5,9321 x 10 <sup>-6</sup>
Esfericidade (%)	88,3	83,4	87,3
Densidade	1,053	1,043	1,094

## 2.3 MATERIAIS E MÉTODOS

Foram separadas, para testes, 25 laranjas (*Citrus sinensis*), variedade valência, adquiridas no comércio local, as quais foram pesadas e seus diâmetros foram medidos utilizando-se um paquímetro Mitutoyo de 0,02 mm de precisão.

### 2.3.1 Volume

O volume foi determinado pelo método da medida da massa de água deslocada a partir do qual se calcula o volume da água deslocada, utilizando a Equação 2.2.

$$\text{Volume} = \frac{\text{massa de água deslocada}}{\text{peso específico da água}} \quad (2.2)$$

### 2.3.2 Densidade

A densidade foi obtida diretamente pela Equação 2.3 :

$$\text{Densidade} = \frac{\text{peso no ar} \times \text{densidade da água}}{\text{peso da água deslocada}} \quad (2.3)$$

### 2.3.3 Esfericidade

A esfericidade de laranjas foi determinada pelo método citado por MOHSENIN (1978), em que a fruta é primeiro projetada na posição de repouso e sua esfericidade é então dada por:

$$\varphi = \frac{D_i}{D_c} \times 100 \quad (\%) \quad (2.4)$$

onde,

$\varphi$  = esfericidade

$D_i$  = diâmetro do maior círculo inscrito

$D_c$  = diâmetro do menor círculo circunscrito

Um valor de 100% indica que a partícula é exatamente esférica.

### 2.3.4 Área superficial

A determinação da área superficial de cada laranja, foi obtida pela soma das áreas planimetradas da casca, seccionada conforme Figura 2.2, método considerado mais rápido e mais seguro ( JENKINS, 1956)

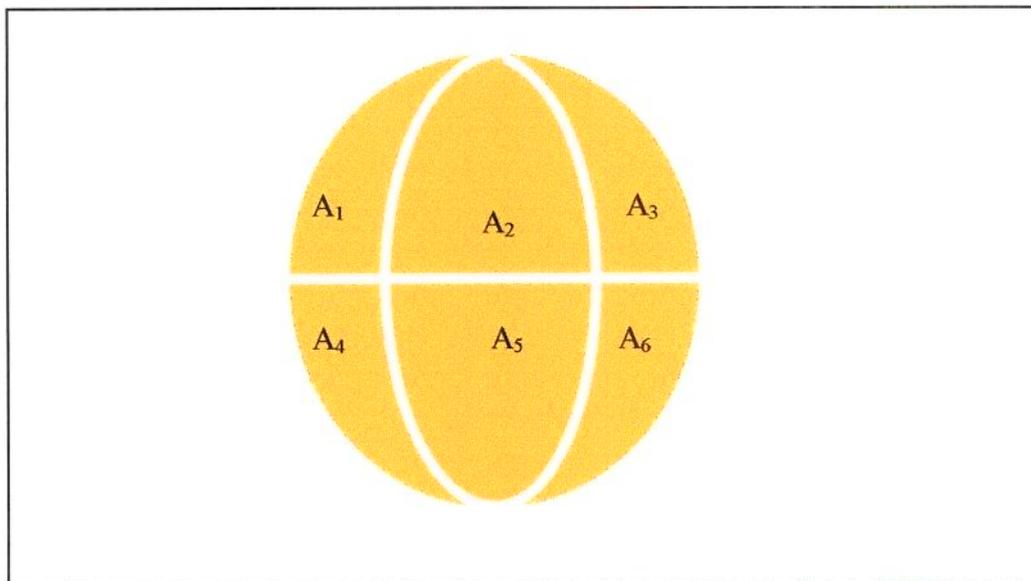


Figura 2.2 - Esquema de cortes feitos na casca da laranja para determinação da área superficial

## 2.4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 2.4.1 Tamanho e forma

Os resultados de peso, dos três diâmetros **a**, **b** e **c**, média dos diâmetros calculados de  $(a + b + c)/3$  e da esfera equivalente, volume por deslocamento d'água, densidade, esfericidade e área superficial obtidos para laranja encontram-se na Tabela 2.2.

Foi feita uma avaliação para cada população de propriedades analisando os parâmetros individuais de cada população em relação a sua média. Utilizou-se para tal fim o software MICROCAL ORIGIN. Não foi encontrada diferença significativa em nenhuma das populações de dados em relação a sua média. Os resultados do teste são apresentados na Tabela 2.3.

Foi feita, também, uma comparação entre as médias obtidas de diâmetro médio e o diâmetro da esfera equivalente. Os resultados são mostrados na Tabela 2.4.

Tabela 2.2- Características físicas de laranjas

CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DE LARANJAS										
LARANJA	PESO (g)	DIÂM. MAIOR (mm)	DIÂM. INTERM. (mm)	DIÂM. MENOR (mm)	DIÂM. MÉDIO $(a+b+c)/3$ (mm)	VOLUME (mm <sup>3</sup> )	DIÂM. DA ESFERA EQUIVALENTE (mm)	DENSIDADE	ÁREA SUPERFICIAL (mm <sup>2</sup> )	ESFERICIDADE (decimal)
1	190,34	76,8	74,0	73,2	74,7	200.460	72,6	0,945	14.581,5	0,93
2	188,97	77,6	72,0	71,8	73,8	200.760	72,6	0,941	14.875,5	0,87
3	190,78	75,6	74,4	74,0	74,7	204.840	73,1	0,931	14.919,5	0,97
4	181,77	76,2	72,4	72,0	73,5	199.830	72,5	0,910	14.881,0	0,91
5	185,20	77,8	74,4	74,4	75,5	201.380	72,7	0,920	15.359,5	0,92
6	193,18	78,0	74,0	74,0	75,3	205.590	73,2	0,963	15.074,5	0,90
7	189,59	76,6	73,6	73,0	74,4	200.650	72,6	0,945	14.628,0	0,92
8	197,49	79,6	76,4	76,4	77,5	212.600	74,0	0,929	15.679,0	0,92
9	169,95	73,0	68,0	67,8	69,6	177.300	69,7	0,958	13.234,5	0,87
10	183,95	75,8	73,0	72,8	73,9	190.050	71,3	0,968	14.157,0	0,94
11	174,01	75,4	70,4	70,0	71,9	187.100	71,0	0,930	13.712,0	0,93
12	153,80	68,3	63,3	63,0	64,9	162.750	67,7	0,945	12918,0	0,93
13	180,17	77,9	71,3	70,0	73,0	187.480	71,0	0,961	13.527,7	0,91
14	183,95	78,6	71,2	71,2	73,7	199.030	72,4	0,942	14.312,2	0,91
15	180,99	76,7	71,7	71,1	73,2	192.750	71,7	0,939	13.928,8	0,94

Continuação da Tabela 2.2

CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DE LARANJAS										
LARANJA	PESO (g)	DIÂM. MAIOR (mm)	DIÂM. INTERM. (mm)	DIÂM. MENOR (mm)	DIÂM. MÉDIO (a+b+c)/3 (mm)	VOLUME (mm <sup>3</sup> )	DIÂM. DA ESFERA EQUIVALENTE (mm)	DENSIDADE	ÁREA SUPERFICIAL (mm <sup>2</sup> )	ESFERICIDADE (decimal)
16	171,12	76,7	66,7	66,0	70,0	183.610	70,5	0,932	13.319,1	0,87
17	182,49	77,0	71,6	70,7	73,1	193.520	71,8	0,943	13.697,3	0,93
18	181,32	77,9	70,4	69,8	72,7	190.260	71,4	0,953	13.798,4	0,90
19	171,08	72,5	67,5	67,5	69,2	186.560	70,8	0,917	13.057,6	0,93
20	170,08	72,0	67,9	66,0	68,6	179.030	69,9	0,950	12.881,1	0,94
21	183,14	75,8	72,1	71,2	73,0	194.420	71,9	0,942	14.017,3	0,95
22	176,12	74,6	68,7	68,0	70,4	193.540	71,8	0,910	13.392,5	0,92
23	165,14	82,9	62,5	62,5	69,3	177.400	69,7	0,931	13.715,5	0,80
24	169,35	71,7	63,3	61,0	65,3	176.410	69,6	0,96	12.343,3	0,84
25	180,30	75,0	69,2	69,2	71,1	188.400	71,1	0,96	13.415,3	0,92
<b>TOTAL</b>	<b>4 494,28</b>	<b>1900</b>	<b>1760,0</b>	<b>1746,6</b>	<b>1802,3</b>	<b>4 785.720</b>	<b>1786,6</b>	<b>23,52</b>	<b>3 49.4261</b>	<b>22,70</b>
<b>MÉDIA</b>	<b>179,77</b>	<b>76,0</b>	<b>70,4</b>	<b>69,86</b>	<b>72,09</b>	<b>191.428,8</b>	<b>71,46</b>	<b>0,941</b>	<b>13.977,04</b>	<b>0,911</b>
<b>sd</b>	<b>9,97</b>	<b>2,92</b>	<b>3,69</b>	<b>3,90</b>	<b>3,07</b>	<b>11.289,74</b>	<b>1,41</b>	<b>0,016</b>	<b>8.512,74</b>	<b>0,037</b>
<b>se</b>	<b>1,99</b>	<b>0,58</b>	<b>0,74</b>	<b>0,80</b>	<b>0,61</b>	<b>2.257,0</b>	<b>0,28</b>	<b>0,003</b>	<b>1.702,55</b>	<b>0,007</b>

sd - desvio padrão

se -erro padrão

Tabela 2.3 - Teste - t aplicado em cada população de características físicas medidas de laranjas da variedade valência.

PARÂMETROS	MÉDIA	VARIÂNCIA	N	Nível de probabilidade	
Diam.maior (mm)	76,00	8,58	25	1	NS
Diam.interm (mm)	70,40	13,61	25	1	NS
Diam.menor (mm)	69,86	15,20	25	1	NS
Diâm.médio (mm)	72,09	9,41	25	1	NS
Diam.esf.equiv (mm)	71,46	2,01	25	1	NS
Peso (g)	179,771	99,316	25	1	NS
Volume (mm <sup>3</sup> )	191.429,8	127,458	25	1	NS
A. Superf. (mm <sup>3</sup> )	139.770,04	72,467	25	1	NS
Densidade	0,941	0,00027	25	1	NS
Esfericidade	0,911	0,00135	25	1	NS

NS = A diferença entre os valores individuais de cada conjunto de parâmetros e a sua média não são significativos ao nível de 1% de probabilidade.

Tabela 2.4 -Teste ANOVA aplicado às colunas diâmetro médio e diâmetro da esfera equivalente.

	MÉDIA	VARIÂNCIA	N
Diam. médio (mm)	72,09	9,407	25
Diam. esf.equiv. (mm)	71,46	2,009	25

$F = 0,86363$        $p = 0,35738$

As médias não são significativamente diferentes ao nível de 1%.

## 2.5 CONCLUSÕES

Os resultados médios obtidos para as características físicas de laranjas variedade valência foram:

- Peso 179,77 gramas ; diâmetros maior 76,0 mm, intermediário 70,4 mm e menor 69,9 mm; diâmetro equivalente ao da esfera de igual volume 71,46 mm; volume 191.428 mm<sup>3</sup>; densidade 0,94; área superficial 13.977 mm<sup>2</sup> e esfericidade 0,91.
- Nenhum valor individual dos parâmetros medidos apresentou diferença significativa em relação ao seu valor médio.
- Não houve diferença significativa na comparação entre as médias obtidas para diâmetro médio  $(a+b+c)/3$  e diâmetro da esfera equivalente, ao nível de 1% de probabilidade pelo teste de Tuckey.

# Capítulo 3

*Orientação de laranjas imersas*

## 3.1 INTRODUÇÃO

Na atualidade, a maioria dos sistemas de carga, descarga e transporte de frutas é feita de forma manual ou mecânica. No campo, o carregamento forçado permanece em uso, a maioria das pequenas casas de embalagens ainda transfere manualmente seus frutos do recipiente para a primeira linha de embalagem. Isto pode ser realizado cuidadosamente, com pequenos danos físicos para as frutas, mas pequenos descuidos resultam em escoriação e perfuração em frutos delicados.

Nos grandes terminais de embalagens e processamento de frutas o transporte é feito mecanicamente em esteiras e durante este processo é feita a seleção e classificação manual da fruta.

Na busca constante pela melhoria da qualidade do produto comercializado, outros tipos de sistemas para descarga e transporte de frutas que estão ganhando ênfase são os sistemas de flutuação. Estes sistemas apresentam inúmeras vantagens : são relativamente baratos uma vez que utilizam a água como meio de condução, dispendem pouco gasto com manutenção, minimizam os danos causados às frutas e permitem otimização do “layout”. O sistema de descarga hidráulico consiste basicamente de uma rampa inclinada na direção de um tanque de flutuação, onde estrados equipados com “roller” carregados com frutas são liberados. Quando o estrado está submerso as frutas começam a separar-se do estrado e se distribuir numa camada singular na superfície da água e daí podem ser conduzidas por canais até diversos pontos da unidade de processamento. Uma grande vantagem desse sistema é que diversas etapas do processamento podem ser incorporadas ao transporte com eficiência como por exemplo a lavagem e seleção de frutas.

Com base nos sistemas hidráulicos de transporte e considerando a escassez de pesquisas relacionando o comportamento de frutas em meios fluidos, decidiu-se incluir nesta pesquisa o estudo do comportamento da fruta imersa em água. Este estudo consiste em relacionar algumas características físicas da laranja com o seu aspecto interior ou seja condições de consumo, numa tentativa de investigar os fatores envolvidos no comportamento da fruta imersa que venham a contribuir como indicadores no processo de seleção durante o transporte hidráulico da fruta.

### 3.1.1 - Objetivos

a) Estudar o comportamento da laranja imersa em água e relacionar seu ângulo de repouso, esfericidade e densidade com o estado em que se encontra a fruta (sadia, murcha, estragada em parte, totalmente estragada).

b) Medir a parcela da área superficial da fruta que permanece acima do nível da água em cada caso.

## 3.2 REVISÃO DA LITERATURA

### 3.2.1 - Orientação

No movimento laminar a partícula geralmente mantém sua orientação inicial enquanto ocorre o assentamento. Alguns autores tomam a secção transversal mínima como a área frontal no escoamento laminar. Na região turbulenta do escoamento a partícula teoricamente assume a posição de máxima resistência (DAVIES, 1947). Em estudos aerodinâmicos de grãos, BILANSKI *et alii* (1962) e BILANSKI e LAL (1965) encontraram que grãos de trigo têm orientação ao acaso por algum instante e depois giram em torno de um eixo vertical com sua maior dimensão voltada para o plano horizontal. Esta rotação e inclinação é explicada pelo fato da força aerodinâmica no grão assimétrico não passar pelo centro de gravidade nem ser paralelo a velocidade de ar. Esta força pode ser considerada como a soma da força vertical através do centro de gravidade, uma força horizontal que provoca um torque o qual tende a girar o grão em torno de um eixo vertical, e um par no plano vertical o qual tende a mudar a inclinação do eixo mais longo do grão. Uma observação interessante foi que quando os grãos começaram a girar, eles subiram no túnel de ar numa região de velocidade do ar inferior. Em outras palavras, a rotação causou um maior arraste e menor velocidade terminal.

MATTHEWS *et al.* (1965) e DEWEY *et al.* (1966) estudaram o comportamento de maçãs em água com relação a orientação (talo para cima, talo para baixo, ou face para cima) e ângulo de repouso de maçãs submersas. Os resultados obtidos para orientação e ângulo de repouso em relação a horizontal são mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Comportamento de maçãs em água; orientação e ângulo de repouso

VARIEDADE DE MAÇÃS	ORIENTAÇÃO DE FLUTUAÇÃO (PERCENTAGEM)			ÂNGULO DE REPOUSO (GRAUS)
	Talo p/cima	Talo p/baixo	Face p/cima	
Jonathan	95	1	4	30
McIntosh	64	34	2	33
Delicious	71	2	27	36

### 3.3 MATERIAIS E MÉTODOS

Para o estudo de orientação de laranjas em água, 65 laranjas da variedade valência foram selecionadas propositadamente para que contivessem entre elas frutos sadios e frutos estragados. As características físicas de cada uma delas como volume, densidade e esfericidade, foram determinadas segundo técnicas descritas no Capítulo 2.

#### 3.3.1 Orientação

A orientação da fruta imersa foi obtida pela determinação do ângulo  $\theta$  formado entre a columela central da laranja e o nível da água. Inseriu-se uma fina haste superficialmente na região de inserção do talo da laranja, que corresponde à columela central, em seguida colocou-se a fruta em um recipiente com água e após esta ter atingido o repouso, procedeu-se a medida do ângulo utilizado-se um transferidor. Ver Figuras 3.1a e 3.1b.

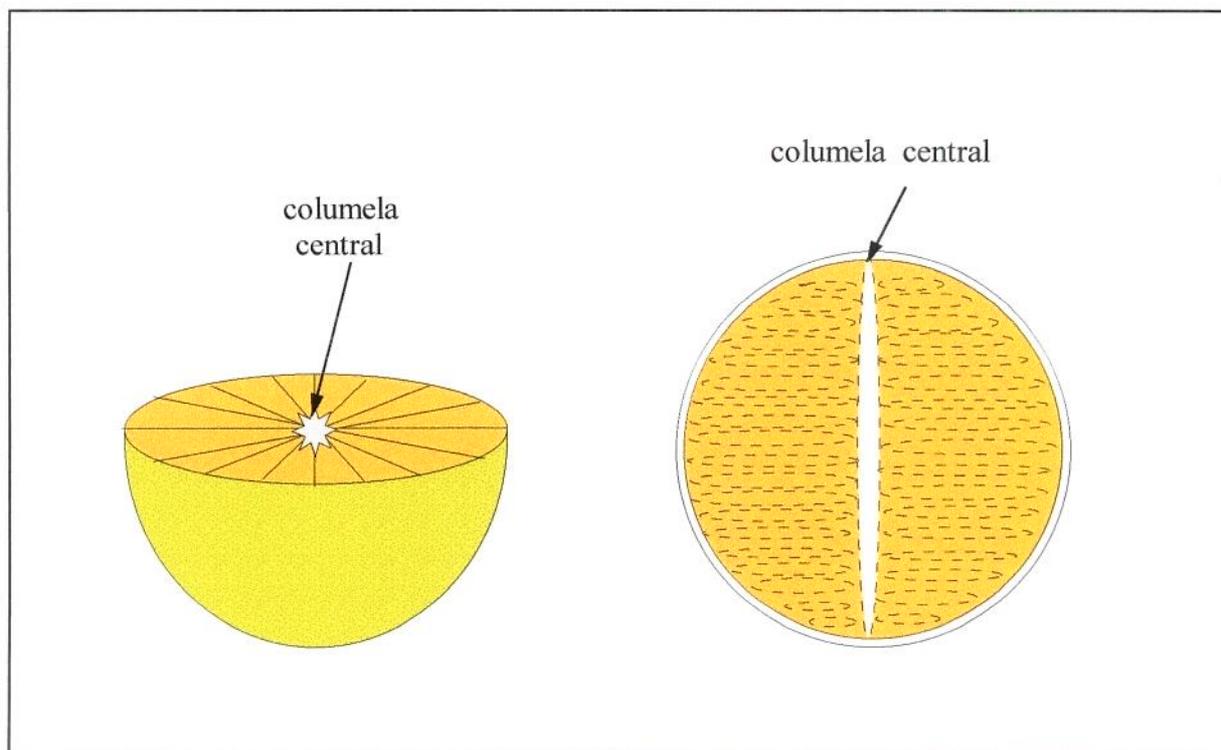


Figura 3.1a - Corte transversal e longitudinal, exibindo a columela central da laranja.

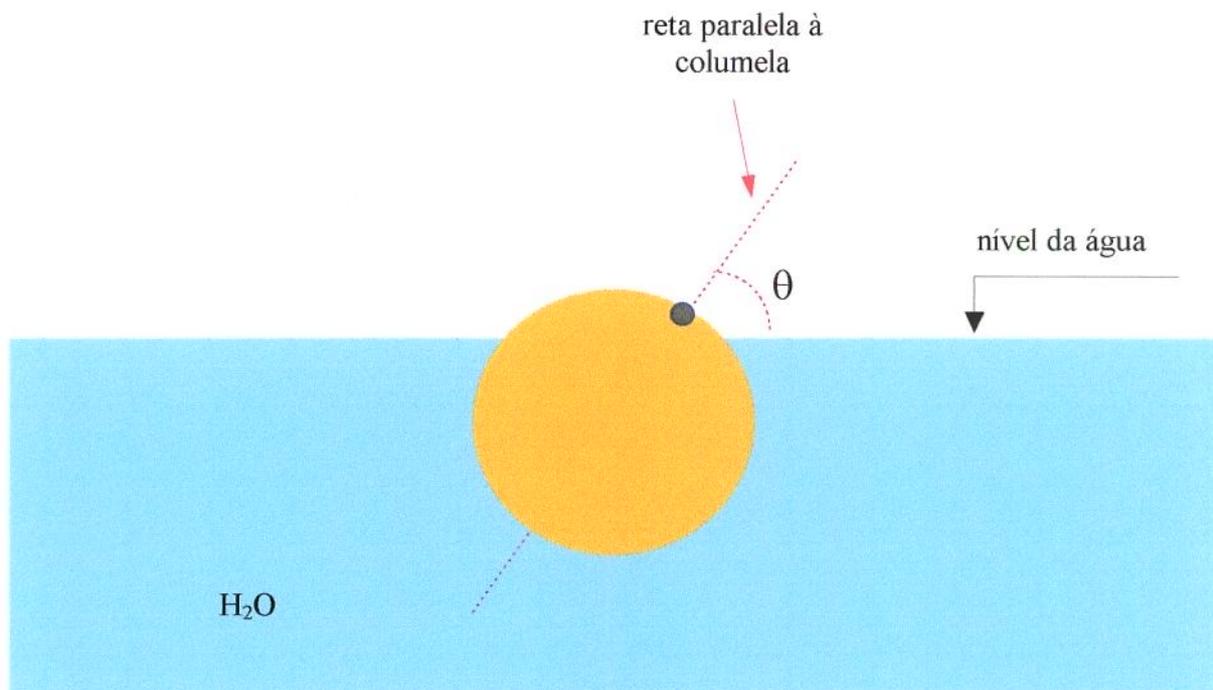


Figura 3.1b - Ângulo  $\theta$  formado entre columela central da laranja e o nível da água.

### 3.3.2 Área superficial

O seguinte procedimento foi adotado para medir a área superficial da fruta que permanecia acima do nível da água quando imersa:

Cada laranja foi imersa em água e a porção que permanecia acima da superfície da água foi delimitada com uma caneta apropriada, em seguida cobriu-se essa porção com papel alumínio e mediu-se a área do papel, adotada como  $A_s$ , área superficial livre como mostrado na Figura 3.2. Calculou-se então a percentagem de área acima da superfície livre em relação a área superficial total da fruta, medida segundo método descrito no Item 2.3.4 do Capítulo 2.

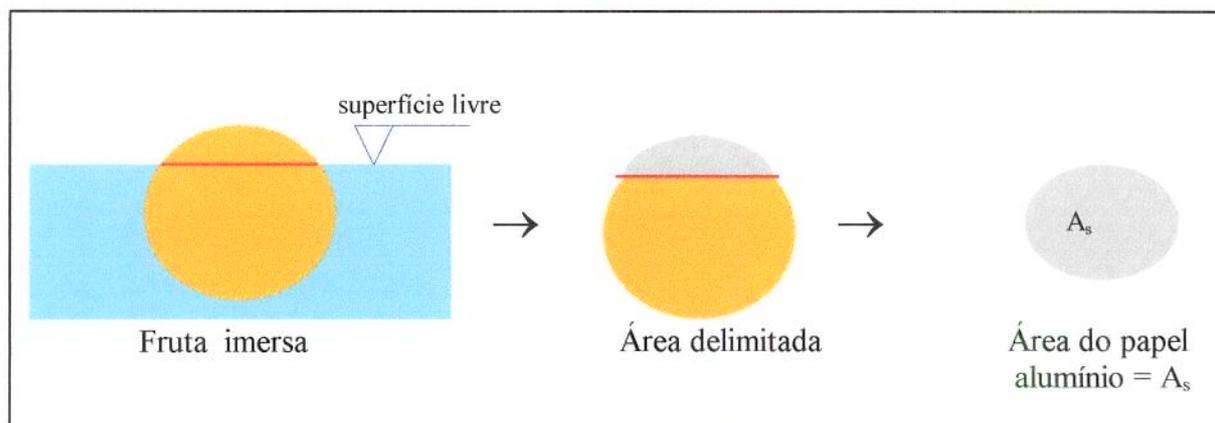


Figura 3.2 - Procedimento para determinação da porção de área superficial da fruta que permanece acima da superfície da água.

### 3.3.3 Aspecto físico

Após determinar as características físicas, descritas no Capítulo 2, foi analisado o aspecto interno mediante corte da fruta nos sentidos dos dois eixos maiores (cortes ortogonais entre si) e também o aroma da fruta. Assim as frutas foram caracterizadas como:

**Excelente:**

Fruta sadia. Aparência interna e aroma ótimos.

**Murcha:**

A fruta se apresenta desidratada, com menos água do que o comum, polpa com textura frouxa, pouco aromática.

**Com parte ressecada:**

É sadia e apresenta todas as características de uma fruta “excelente”. Alguma parte da fruta, superior ou inferior, apresenta células armazenadoras de suco preenchidas por fibras, estas são esbranquiçadas e secas.

**Em deterioração:**

A fruta está no início da deterioração, apresentando características desse estado numa região específica.

**Estragada:**

Fruta totalmente deteriorada, em decomposição, apresentando aroma característico mesmo sem corte.

### 3.3.4 Análise de dados

A partir dos dados de densidade obtidos para as várias laranjas, classificadas segundo Item 3.3.3, foi feita análise estatística, em blocos inteiramente casualizados, utilizando o programa ASSISTAT versão 5.1, desenvolvido por SILVA (1995).

## 3.4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Tabela 3.2 foi montada segundo uma ordem crescente do ângulo de orientação da fruta. Percebe-se nesse quadro que as laranjas apresentando aspecto físico “excelente” estão compreendidas, segundo sua orientação,  $\theta$ , entre  $14$  e  $25^{\circ}$ . Nota-se ainda que nessa faixa de orientação encontram-se apenas duas frutas impróprias para o consumo, no entanto, a parte afetada da laranja pode ter favorecido tal comportamento, veja Tabela 3.2. Uma delas se apresentava estragada no centro, o que pode ter contribuído para manter inalterado seu centro de gravidade. A outra fruta, estando estragada exatamente no local que normalmente se mantém para baixo quando a laranja é mergulhada na água, naturalmente manteve-se assim, uma vez que a densidade nesta parte da fruta (parte estragada) é maior.

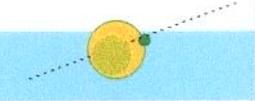
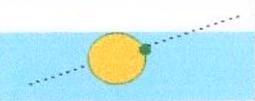
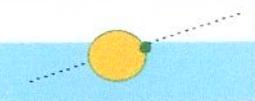
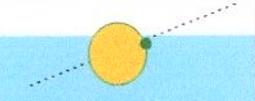
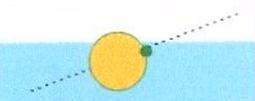
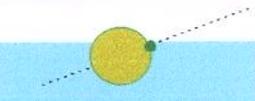
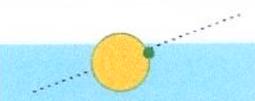
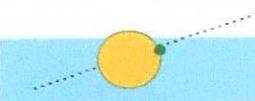
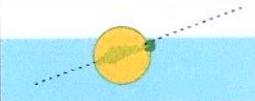
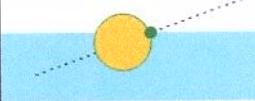
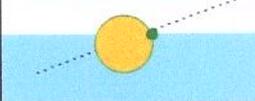
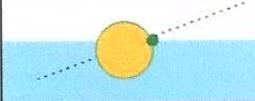
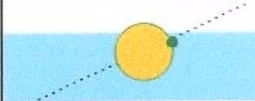
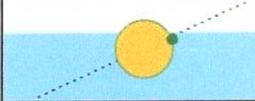
Tabela 3.2 - Comportamento da fruta imersa, densidade, esfericidade, orientação, área superficial livre e aspecto físico.

Fruta	Densidade	Esfericidade	Orientação e ângulo ( $\theta$ )	Área da fruta acima da superf. livre (%)	Aspecto físico
1	0,848	0,919	talo p/baixo -54°	34,12	murcha + parte estragada
2	0,858	0,954	talo p/baixo -51°	32,70	porção inferior ressecada
3	0,915	0,951	talo p/baixo -48°	21,16	murcha+ estragada
4	0,994	0,916	talo p/baixo -48°	8,76	estragada + resseca
5	0,973	0,928	talo p/baixo -43°	14,11	estragada
6	0,92	0,898	talo p/baixo -42°	21,51	ressecada
7	0,954	0,919	talo p/baixo -42°	18,70	excelente
8	0,951	0,891	face p/cima -5°	19,92	murcha
9	0,965	0,935	face p/cima -5°	15,18	porção ressecada
10	0,942	0,896	face p/cima -3°	19,96	murcha + estragada
11	0,960	0,934	face p/cima 3°	17,01	estragada + porção murcha
12	0,943	0,893	face p/cima 5°	19,13	murcha
13	0,930	0,899	face p/cima 5°	20,00	estragada
14	0,832	0,900	face p/cima 5°	35,00	murcha

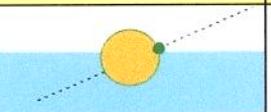
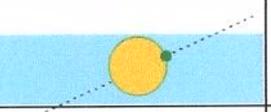
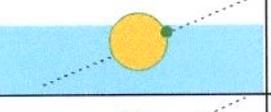
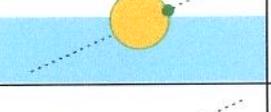
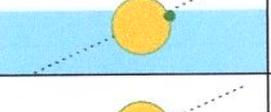
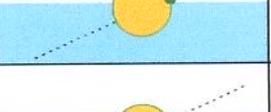
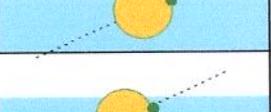
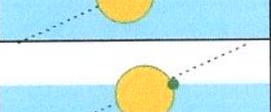
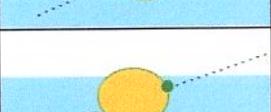
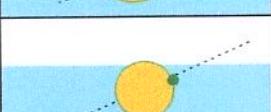
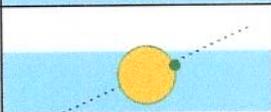
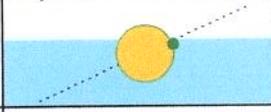
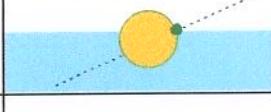
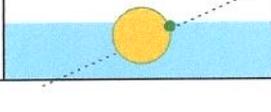
Continuação Tabela 3.2

Fruta	Densidade	Esfericidade	Orientação e ângulo ( $\theta$ )		Área da fruta acima da superf. livre (%)	Aspecto físico
15	0,819	0,795	face p/cima		37,00	excelente
16	0,903	0,940	face p/cima		20,13	murcha
17	0,835	0,936	face p/cima		36,12	murcha
18	1,000	0,930	face p/cima		0,00	entrando em estado de deterioração
19	0,959	0,799	face p/cima		15,31	excelente
20	0,767	0,893	face p/cima		45,31	murcha
21	0,987	0,940	face p/cima		8,12	murcha
22	0,996	0,911	face p/cima		5,31	maior parte estragada
23	0,972	0,884	face p/cima		14,52	excelente
24	0,993	0,940	face p/cima		5,81	excelente
25	0,937	0,931	face p/cima		19,94	murcha na parte superior
26	0,990	0,933	face p/cima		6,10	excelente
27	0,971	0,935	face p/cima		14,00	excelente
28	0,940	0,922	face p/cima		19,32	excelente
29	0,976	0,920	face p/cima		13,16	excelente

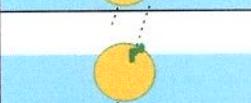
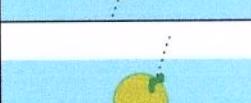
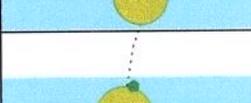
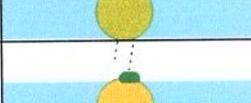
Continuação Tabela 3.2

Fruta	Densidade	Esfericidade	Orientação e ângulo ( $\theta$ )	Área da fruta acima da superf. livre (%)	Aspecto físico	
30	0,973	0,910	face p/cima 17°		14,00	maior parte estragada (metade inferior)
31	0,982	0,909	face p/cima 17°		11,92	excelente
32	0,966	0,927	face p/cima 18°		15,12	excelente
33	0,952	0,914	face p/cima 18°		18,82	excelente
34	0,986	0,918	face p/cima 18°		12,13	excelente
35	0,920	0,911	face p/cima 18°		21,12	totalmente estragada
36	0,988	0,909	face p/cima 18°		11,71	excelente
37	0,983	0,905	face p/cima 19°		12,71	excelente
38	0,991	0,870	face p/cima 19°		6,51	excelente
39	0,968	0,904	face p/cima 19°		15,12	estragada no centro (escurecido)
40	0,925	0,950	face p/cima 19°		21,17	excelente
41	0,973	0,913	face p/cima 19°		14,81	excelente
42	0,965	0,910	face p/cima 19°		15,16	excelente
43	0,977	0,922	face p/cima 20°		14,81	excelente
44	0,961	0,951	face p/cima 21°		15,08	excelente

Continuação Tabela 3.2

Fruta	Densidade	Esfericidade	Orientação e ângulo ( $\theta$ )	Área da fruta acima da superf. livre (%)	Aspecto físico	
45	0,974	0,910	face p/cima 21°		14,12	excelente
46	0,977	0,921	face p/cima 21°		12,15	excelente
47	0,969	0,964	face p/cima 21°		15,13	excelente
48	0,938	0,890	face p/cima 21°		20,51	excelente
49	0,979	0,960	face p/cima 21°		13,14	excelente
50	0,931	0,919	face p/cima 21°		20,76	excelente
51	0,980	0,911	face p/cima 22°		11,75	excelente
52	0,986	0,920	face p/cima 22°		7,54	excelente
53	0,937	0,890	face p/cima 23°		21,04	excelente
54	0,987	0,949	face p/cima 23°		7,91	excelente
55	0,993	0,936	face p/cima 23°		5,12	excelente
56	0,993	0,940	face p/cima 23°		4,91	excelente
57	0,956	0,892	face p/cima 24°		16,12	excelente
58	0,976	0,959	face p/cima 24°		14,02	excelente
59	0,968	0,960	face p/cima 25°		15,00	excelente

Continuação Tabela 3.2

Fruta	Densidade	Esfericidade	Orientação e ângulo ( $\theta$ )	Área da fruta acima da superf. livre (%)	Aspecto físico
60	0,769	0,918	talo p/cima 64°	 42,20	murcha + estragada
61	0,988	0,919	talo p/cima 81°	 8,00	ressecada na porção superior
62	0,986	0,913	talo p/cima 81°	 9,31	ressecada na porção superior
63	1,000	0,908	talo p/cima 83°	 0,00	entrando em deterioração
64	1,000	0,953	talo p/cima 86°	 0,00	entrando em deterioração
65	0,995	0,942	talo p/cima 87°	 3,14	ressecada na porção superior
<b>Total</b>	<b>61,822</b>	<b>59,639</b>			
<b>Média</b>	<b>0,9511</b>	<b>0,9175</b>			

Analisando a Tabela 3.2 percebe-se que a maioria das laranjas mantém um ângulo de orientação da columela central em relação a horizontal entre 14 e 25° ou seja, elas têm um comportamento padrão. Analisando sob o aspecto interior destas frutas percebeu-se que apenas 5,3 % apresentavam-se impróprias para consumo, Figura 3.3.

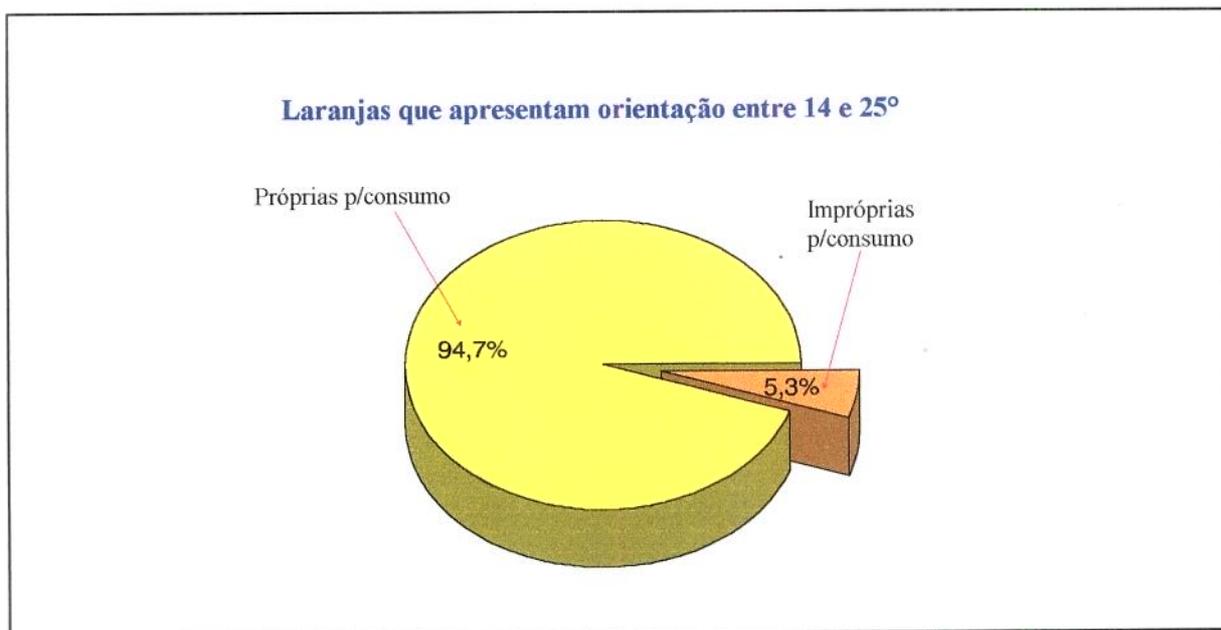


Figura 3.3 - Percentuais de frutas impróprias para consumo que, segundo sua orientação, poderiam ser confundidos com frutas sadias.

Foi feita uma análise das frutas que apresentaram um ângulo de orientação abaixo de 14° ou acima de 25°, nota-se que a grande maioria destas frutas apresentaram algum tipo de dano, 82,1% e apenas 17,8 % se apresentaram próprias para consumo.

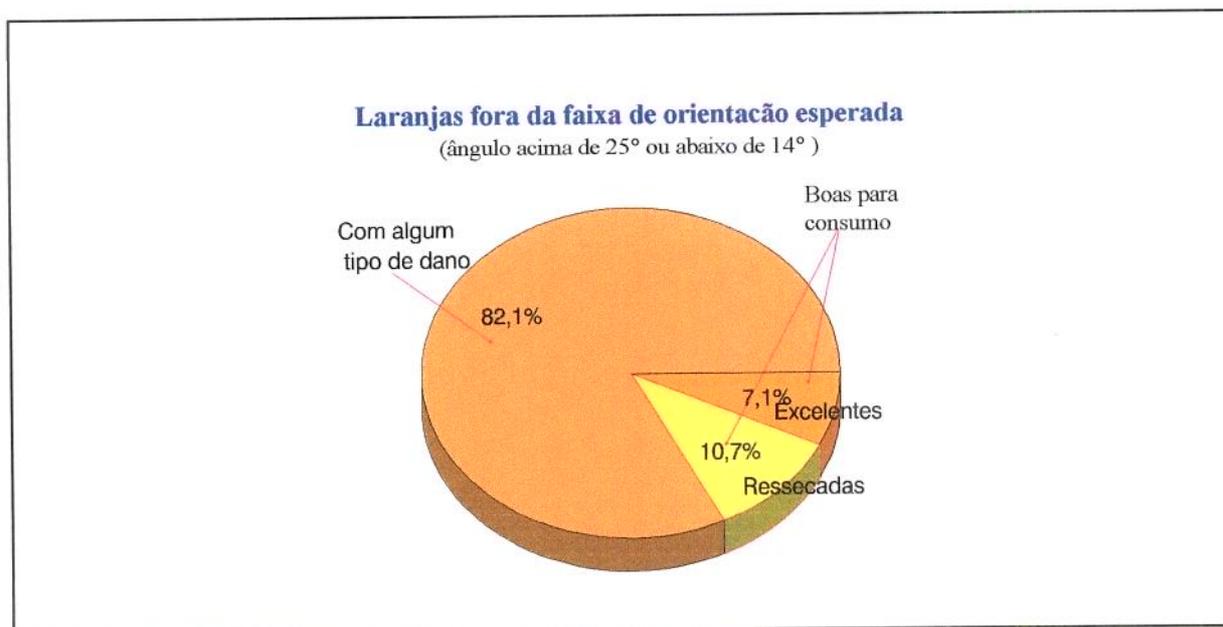


Figura 3.4 - Percentuais de frutas sadias que, segundo sua orientação, poderiam ser selecionadas como frutas impróprias para o consumo.

Na Tabela 3.3 estão apresentados os dados de densidade e esfericidade e suas respectivas médias, apenas para laranjas consideradas próprias para o consumo.

Tabela 3.3 - Dados de densidade, esfericidade, orientação e aspecto físico apenas das frutas sadias e com parte ressecada (frutas próprias para consumo).

<b>Fruta</b>	<b>Densid.</b>	<b>Esfericid.</b>	<b>Orient. (<math>\theta</math>)</b>	<b>Área acima do nível da água (%)</b>	<b>Aspecto Físico</b>
2	0,858	0,954	-51°	32,70	ressecada na parte inferior
6	0,920	0,898	-42°	21,51	ressecada na parte inferior
9	0,965	0,935	-5°	15,18	ressecada na parte inferior
15	0,819	0,795	5°	37,00	excelente
19	0,959	0,799	7°	15,31	excelente
23	0,972	0,884	13°	14,52	excelente
24	0,993	0,94	15°	5,81	excelente
25	0,937	0,931	16°	19,94	excelente
26	0,990	0,933	17°	6,10	excelente
27	0,971	0,935	17°	14,00	excelente
28	0,940	0,922	17°	19,32	excelente
29	0,976	0,92	17°	13,16	excelente
31	0,982	0,909	17°	11,92	excelente
32	0,966	0,927	18°	15,12	excelente
33	0,952	0,914	18°	18,82	excelente
34	0,986	0,918	18°	12,13	excelente
36	0,988	0,909	18°	11,17	excelente
37	0,983	0,905	19°	12,71	excelente
38	0,991	0,87	19°	6,71	excelente
40	0,925	0,95	19°	21,17	excelente
41	0,973	0,913	19°	14,81	excelente
42	0,965	0,91	19°	15,16	excelente
43	0,977	0,922	20°	14,81	excelente
44	0,961	0,951	21°	15,08	excelente

Continuação da Tabela 3.3

<i>Fruta</i>	<i>Densid.</i>	<i>Esfericid.</i>	<i>Orient. (<math>\theta</math>)</i>	<i>Área acima do nível da água (%)</i>	<i>Aspecto Físico</i>
45	0,974	0,91	21°	14,12	excelente
46	0,977	0,921	21°	12,15	excelente
47	0,969	0,964	21°	15,13	excelente
48	0,938	0,89	21°	20,51	excelente
49	0,979	0,96	21°	13,14	excelente
50	0,931	0,919	21°	20,76	excelente
51	0,980	0,911	22°	11,75	excelente
52	0,986	0,92	22°	7,54	excelente
53	0,937	0,89	23°	21,04	excelente
54	0,987	0,949	23°	7,91	excelente
55	0,993	0,936	23°	5,12	excelente
56	0,993	0,94	23°	4,91	excelente
57	0,956	0,892	24°	16,12	excelente
58	0,976	0,959	24°	14,02	excelente
59	0,968	0,96	25°	15,00	excelente
61	0,988	0,919	81°	8,00	ressecada na parte superior
62	0,986	0,913	81°	9,31	ressecada na parte superior
65	0,995	0,942	87°	3,14	ressecada na parte superior
<b>Total</b>	<b>40,479</b>	<b>38,527</b>		<b>603,83</b>	
<b>Média</b>	<b>0,963786</b>	<b>0,917310</b>		<b>14,38</b>	

Na Tabela 3.4 estão contidos os dados de densidade, esfericidade e respectivas médias, para laranjas parcial ou totalmente estragadas e na Tabela 3.5 estão os dados para as laranjas murchas.

Tabela 3.4 - Dados de densidade, esfericidade, orientação e aspecto físico apenas das frutas estragadas.

<i>Fruta</i>	<i>Densid.</i>	<i>Esfericid.</i>	<i>Orien- tação (<math>\theta</math>)</i>	<i>Área acima do nível da água (%)</i>	<i>Aspecto físico</i>
4	0,994	0,916	-48°	8,76	estragada + ressecada
5	0,973	0,928	-43°	14,11	estragada
13	0,930	0,899	5°	20,00	estragada
18	1,000	0,930	7°	0,00	entrando em deterioração
22	0,996	0,911	11°	5,31	maior parte estragada
30	0,973	0,910	17°	14,00	maior parte estragada (porção inferior)
35	0,920	0,911	18°	21,12	estragada totalmente
39	0,968	0,904	19°	15,12	estragado no centro (escurecido)
63	1,000	0,908	83°	0,00	entrando em deterioração
64	1,000	0,953	86°	0,00	entrando em deterioração
<b>Total</b>	<b>9,754</b>	<b>9,170</b>		<b>98,42</b>	
<b>Média</b>	<b>0,975</b>	<b>0,917</b>		<b>9,84</b>	

Tabela 3.5 - Dados de densidade, esfericidade, orientação e aspecto físico, apenas das frutas murchas.

<i>Fruta</i>	<i>Densid.</i>	<i>Esfericid.</i>	<i>Orien- tação (<math>\theta</math>)</i>	<i>Área acima do nível da água (%)</i>	<i>aspecto físico</i>
01	0,848	0,919	-54	34,12	murcha + estragada
03	0,915	0,951	-48	21,16	murcha + estragada
08	0,951	0,891	-5	19,92	murcha
10	0,942	0,896	-3	19,96	murcha + estragada
11	0,960	0,934	3	21,16	murcha + estragada
12	0,943	0,893	5	19,13	murcha
14	0,832	0,900	5	35,00	murcha
16	0,903	0,940	6	20,13	murcha
17	0,835	0,936	6	36,12	murcha
20	0,767	0,893	7	45,31	murcha
21	0,987	0,940	9	8,12	murcha
25	0,937	0,931	16	19,94	murcha na parte superior
60	0,769	0,918	64	48,20	murcha + estragada
Total	11,589	11,942		348,27	
Média	0,891	0,9186		26,80	

Analisando sob o ponto de vista da densidade, percebe-se pelas Tabelas 3.3, 3.4 e 3.5 que laranjas sadias apresentam densidade média em torno de 0,96 enquanto que as laranjas estragadas apresentam densidade média próxima de 0,98 e laranjas murchas 0,89. Isto se torna perfeitamente visível na laranja imersa, tal fato permite ainda uma identificação durante a seleção da fruta quando esta apresenta a mesma orientação da laranja sadia. Foi observado, durante o experimento, que as laranjas estragadas ficam quase ou totalmente submersas, as laranjas sadias permanecem com cerca de 14% da sua área superficial livre (acima da superfície) e as laranjas murchas permanecem com cerca de 27% da sua área superficial acima da superfície livre.

A Tabela 3.6 apresenta uma análise estatística comparativa entre médias de densidade para 4 tratamentos delineados das observações experimentais baseados na nomenclatura estabelecida no item 3.3.

Tabela 3.6 - Resultado do Teste F aplicado às médias dos quatro tratamentos

<i>Tratamentos</i>	<i>Médias</i>	<i>Medidas estatísticas</i>
Laranjas estudadas	0,9499 a	MG 0,9442
Laranjas sadias	0,9612 a	CV% 4,3758
Laranjas estragadas	0,9754a	DMS 0,0497
Laranjas murchas	0,8902b	

- *As médias seguidas pela mesma letra minúscula não diferem estatisticamente entre si ao nível de 1% de probabilidade pelo Teste Tukey.*

- *MG: Média geral*

- *CV: Coeficiente de variação*

- *DMS: Desvio mínimo significativo*

Verifica-se pela Tabela 3.6 que as densidades das laranjas murchas diferem estatisticamente ao nível de 1% de probabilidade pelo teste de Tukey. Apesar dos resultados mostrarem que as laranjas estragadas não diferem estatisticamente das laranjas sadias é possível diferenciá-las experimentalmente quando imersas em água.

As laranjas estragadas por apresentarem densidade próxima da unidade chegam a ficar totalmente submersas, enquanto que as laranjas sadias ficam com uma pequena percentagem de sua área acima da superfície da água, e dependendo da localização da porção estragada, havendo também mudança no ângulo de orientação. Este fato pode ser observado nas Figuras 3.5 e 3.6.

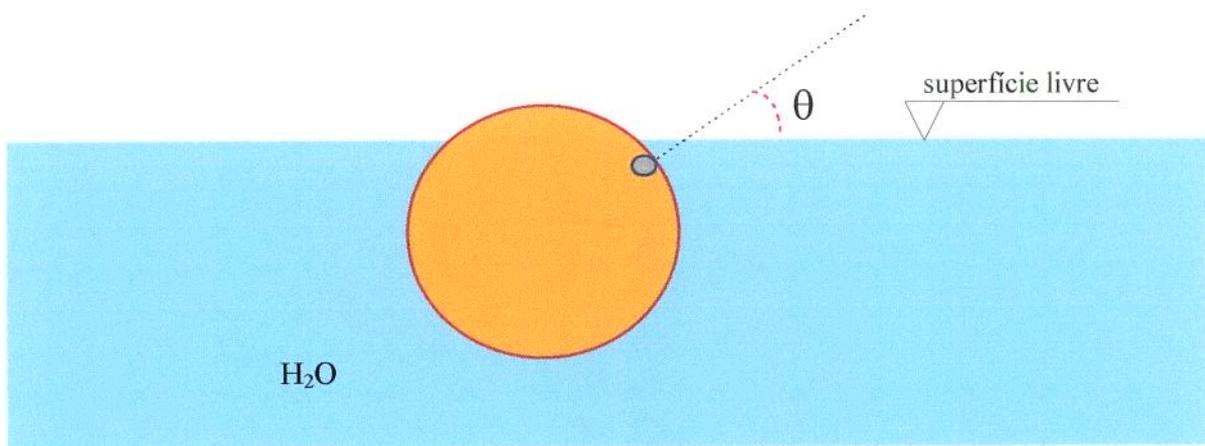


Figura 3.5 - Comportamento de uma laranja sadia quando imersa em água.

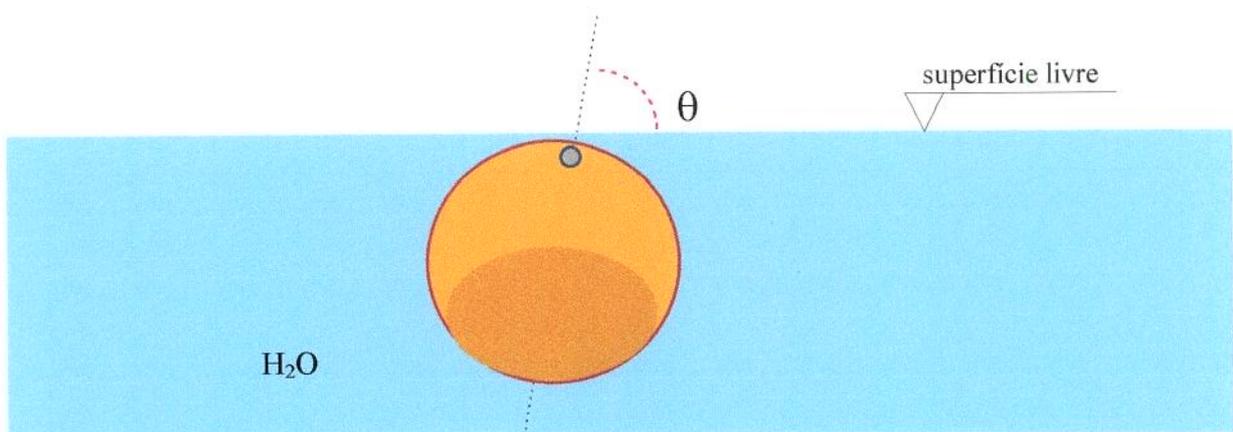


Figura 3.6 - Comportamento de uma laranja estragada quando imersa em água.

## 3.5 CONCLUSÕES

- Laranjas imersas em água tendem a uma situação de equilíbrio padrão.
- Frutas consideradas sadias mantêm-se consistentemente equilibradas e com ângulo de orientação compreendido entre 14 e 25° quando imersas em água.
- Mesmo estando sadias, as laranjas com esfericidade muito diferente da média fogem cerca de 8° do comportamento esperado.
- Quando murchas, as laranjas tendem a manter uma inclinação nula da columela central com relação ao nível da água, e permanecem com grande parte, 27%, da sua área superficial acima do nível da água.
- É possível distinguir uma laranja sadia com mesma orientação de uma laranja estragada pela percentagem de área superficial livre que esta apresenta. Laranjas estragadas ficam submersas.

# Capítulo 4

*Velocidade terminal de laranjas  
em água*

## 4.1 INTRODUÇÃO

No início da década de 60, quando o Brasil começou a expandir suas fronteiras agrícolas para outros produtos que não só o café e a cana-de-açúcar, a indústria de citrus usava inicialmente o transporte hidráulico de seus frutos em várias operações e processos, porém sempre em pequena escala. Contudo, com a modernização da indústria, a necessidade de operações mais rápidas e o aumento do volume, implantou-se em muitos desses processos o transporte por esteiras mecânicas, pois as tentativas de transporte hidráulico fracassaram devido ao desconhecimento total da dinâmica do escoamento e da interação laranja-água.

Hoje com a importância que se vem dando à qualidade dos produtos, existe uma tendência de se retomar as pesquisas sobre o transporte hidráulico de laranjas em canais. No entanto, o estudo econômico desse transporte, bem como o dimensionamento adequado e a sua otimização, ainda são respostas a serem dadas pelos pesquisadores, sendo ainda necessário conhecer em profundidade o comportamento dinâmico desses frutos em sistemas de transporte hidráulico. Nesse tipo de aplicação, uma variável de interesse relevante é a velocidade terminal da partícula. No caso, as frutas sadias tem densidade menor que 1, portanto a essa velocidade terminal no movimento devido ao efeito gravitacional ocorre no sentido ascendente.

### 4.1.1 Objetivos

- a) Determinar a velocidade terminal de laranja, de modelos esféricos lisos e também com a mesma rugosidade da fruta.
  
- b) Verificar o efeito da parede do conduto na subida dos frutos e modelos e a influência da forma e da rugosidade superficial.

## 4.2 REVISÃO DA LITERATURA

### 4.2.1 Equações que governam o sistema.

Na análise do escoamento de fluidos em torno de partículas sólidas, a configuração mais simples é a de uma esfera rígida, de raio  $R$ , caindo com velocidade constante e sob a ação do campo gravitacional em um meio fluido estacionário de dimensões infinitas, conforme ilustra a Figura 4.1. Este caso é tratado na maioria dos textos básicos de Mecânica dos Fluidos. Na análise desenvolvida por BIRD et alii (1982), três hipóteses são consideradas nesse caso:

- As grandezas envolvidas não são funções da coordenada  $\phi$ .
- O escoamento é isotérmico
- O escoamento é incompressível

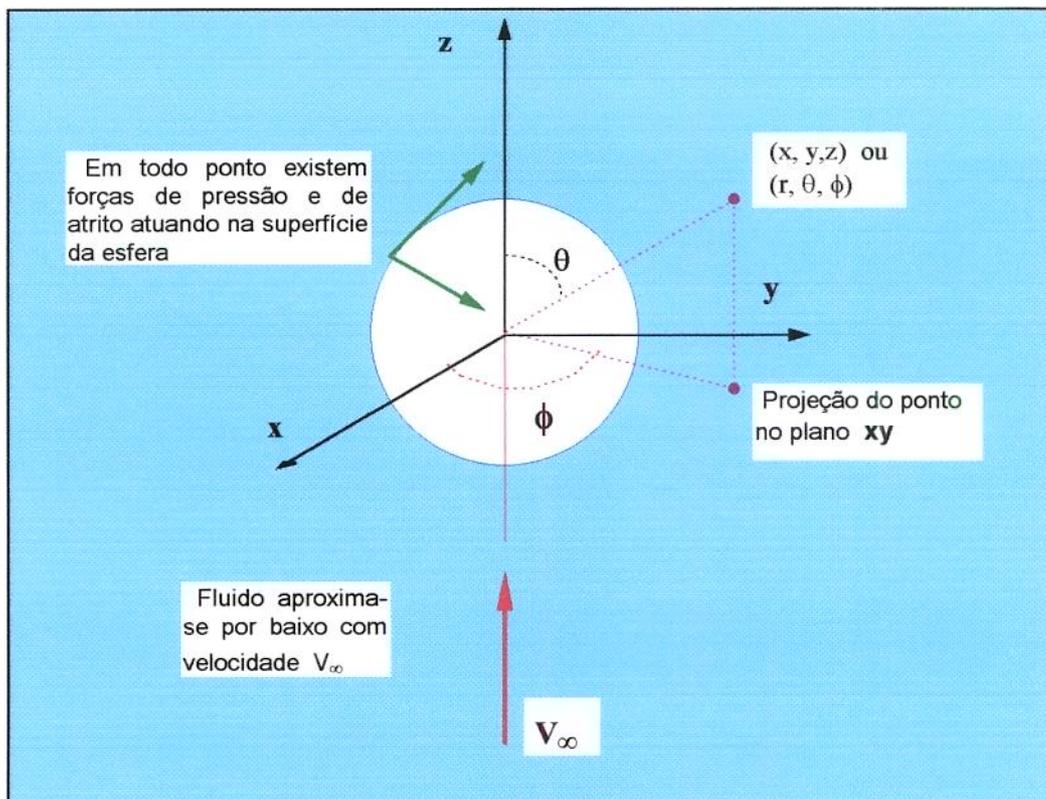


Figura 4.1 - Sistema de coordenadas usado na descrição do escoamento de um fluido sobre uma esfera rígida. (Reproduzida a partir de BIRD *et alii*, 1982).

Sob estas hipóteses, as equações que regem o sistema, segundo BIRD *et alii* (1982), são:

Equação da Quantidade de Movimento

**Componente r:**

$$\rho \left( U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} - \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{rr}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{r\theta} \sin \theta) - \frac{\tau_{\theta\theta} + \tau_{\phi\phi}}{r} \right] \quad (4.1)$$

**Componente  $\theta$ :**

$$\rho \left( U_r \frac{\partial U_\theta}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r U_\theta}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{\theta\theta} \sin \theta) + \frac{\tau_{r\theta} - \tau_{\phi\phi} \cot \theta}{r} \right] \quad (4.2)$$

**Equação da continuidade**

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 U_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (U_\theta \sin \theta) = 0 \quad (4.3)$$

A função corrente  $\psi$ , é definida como :

$$U_r = -\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (4.4)$$

$$U_\theta = +\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (4.5)$$

Considerando não haver escorregamento na superfície sólida tem-se:

$$\text{CC1: } U_r = 0 \quad \text{e} \quad U_\theta = 0 \quad \text{quando } r = R$$

$$\text{CC2: } U_r = -U \cos\theta \quad \text{e} \quad U_\theta = U \sin\theta \quad \text{quando } r \rightarrow \infty$$

Para uma dada equação constitutiva do comportamento do fluido as Equações de 4.1 a 4.5 podem ser trabalhadas juntamente com as condições de contorno para obter expressões para  $\psi$ ,  $U_{0r}$ ,  $U_r$ ,  $p$ ,  $\tau_{r\theta}$ ,  $\tau_{rr}$ ,  $\tau_{\theta\theta}$  e  $\tau_{\phi\phi}$ , as quais permitirão a integração da expressão da força resistiva dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = & \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (-P|_{r=R} \cos\theta) R^2 \sin\theta d\theta d\phi + \\ & + \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\tau_{r\theta}|_{r=R} \sin\theta) R^2 \sin\theta d\theta d\phi \end{aligned} \quad (4.6)$$

Em cada ponto da superfície esférica existe uma pressão sobre o sólido que atua perpendicularmente à superfície. A componente  $z$  desta pressão é  $-p \cos\theta$ . O produto desta pressão local pela área da superfície  $R^2 \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi$  sobre a qual ela atua e integrada em toda a superfície esférica fornece a componente  $z$  da força resultante de resistência ao movimento devida aos esforços normais. Em adição a estas forças, normais à superfície do corpo, há uma força de cisalhamento  $\tau$  agindo tangencialmente na superfície na direção do escoamento e resultante do efeito do atrito que é representado pelo segundo termo da Equação 4.6. Esta é o resultado da integração sobre cada ponto da superfície esférica do componente  $-\tau_{r\theta}$  do tensor tensão extra, na direção  $z$ . A soma dessas duas resultantes leva à Expressão 4.6 da força resistiva  $\mathbf{f}$ .

### 4.2.1.1 Coeficiente de arraste.

Geralmente, nas aplicações, o objeto fica livre para adotar sua própria orientação. Considerando ainda o mesmo sistema definido na seção 4.2.1, a equação do movimento da partícula será:

$$\rho_s \frac{d\vec{V}}{dt} = (\rho_s - \rho)\vec{g} + \frac{\vec{f}}{Vol} \quad (4.7)$$

onde:

$\vec{V}$  = vetor velocidade da partícula

$Vol$  = volume da partícula

O coeficiente de arraste,  $C_D$ , é definida de tal forma que:

$$\vec{f} = \frac{1}{2} \rho |\vec{U} - \vec{V}|^2 A_p C_D \frac{(\vec{U} - \vec{V})}{|\vec{U} - \vec{V}|} \quad (4.8)$$

onde  $A_p$  é a área projetada definida como:

$$A_p = \frac{\pi D_p^2}{4} \quad (4.9)$$

Para situação de regime permanente de escoamento, as Equações 4.7 e 4.8, em concordância com a 2ª-Lei de Newton, resultam na seguinte expressão para o coeficiente de arraste:

$$C_D = \frac{4}{3} g \frac{D_p (\rho_s - \rho)}{(\vec{U} - \vec{V})^2 \rho} \quad (4.10)$$

A Equação 4.10 é comumente estendida às partículas não esféricas de geometrias isométricas.

explicitando  $(U - V)$  na Equação 4.10 obtém-se:

$$|\vec{U} - \vec{V}| = \sqrt{\frac{4}{3} g \frac{D_p (\rho_s - \rho)}{C_D \rho}} \quad (4.11)$$

onde:

$$C_D = f(R_e, \varphi)$$

e

$$R_e = \frac{\rho \left| (\vec{U} - \vec{V}) \right| D_p}{\mu}$$

Conhecendo-se a expressão para  $C_D$  é possível através da Equação 4.11 prever o valor da velocidade terminal  $V_t$ .

## 4.2.2 Fluidos Newtonianos

Os estudos envolvendo fluidos Newtonianos em particular água e ar têm merecido muita atenção. Para esses fluidos, já são conhecidos os resultados da integração dos perfis de velocidade ao redor da esfera para escoamento axissimétrico permanente e a baixos números de Reynolds (BIRD *et alii*, 1982). Para o sistema definido na seção 4.2.1, as equações constitutivas do comportamento dos fluidos Newtonianos podem ser expressas em termos da função corrente utilizando as Equações 4.4 e 4.5. A substituição das equações resultantes nas Equações do movimento 4.1 e 4.2, resulta:

$$E^4 \psi = \left[ \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial E^2 \psi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial E^2 \psi}{\partial r} \right) - \frac{2E^2 \psi}{r^2 \sin \theta} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \cos \theta - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \sin \theta \right) \right] \frac{\rho}{\mu} \quad (4.12)$$

onde:

$$E^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

Analisando a Equação 4.12 percebe-se que o segundo termo do lado direito tem comportamento não linear, tornando assim muito difícil obter uma solução exata. Considerando porém, o regime laminar de escoamento, as forças inerciais podem ser desprezadas. Dessa forma pode-se escrever:

$$E^4 \psi = 0 \quad (4.13)$$

A equação acima foi resolvida por Stokes a 145 anos atrás, resultando em expressões para  $U_\theta$ ,  $U_r$ ,  $p$  e  $\tau_{r\theta}$  que substituídas na Equação 4.6 da força resistiva tornam possível a integração da mesma, chegando então na seguinte expressão:

$$F = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g + 6\pi \mu R U_\infty \quad (4.14)$$

Nesta expressão o termo  $6\pi \mu R U_\infty$  representa a tão conhecida equação de Stokes.(STOKES, 1851).

A equação de Stokes, segundo SLATTERY (1962) pode ser obtida integrando-se o termo de dissipação de energia, da equação da energia mecânica, em todo o volume do fluido:

$$U_\infty f = - \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_R^\infty (\tau : \nabla \bar{U}) r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi \quad (4.15)$$

onde:

$$(\tau : \nabla \bar{U}) = \sum_i \sum_j \tau_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} U_i$$

e

$$i, j = r, \theta$$

Inserindo a equação obtida por Stokes na Equação 4.8 com  $\bar{U} = 0$  obtém-se uma forma mais conhecida, dada por:

$$C_D = \frac{24}{R_c} \quad (4.16)$$

Com a substituição da Equação 4.16 na Equação 4.11, obtém-se:

$$U = g \frac{D_p^2 (\rho_s - \rho)}{18\mu} \quad (4.17)$$

Para números de Reynolds maiores do que 0,1 foi constatado que a Equação 4.16 apresenta desvio em relação aos pontos experimentais que cresce à medida que aumenta o número de Reynolds. Na faixa  $0,1 < \text{Reynolds} < 1,0$  os valores experimentais de  $C_D$  vão se tornando cada vez maiores, em relação à curva teórica, na medida em que Reynolds aumenta, como pode ser visto na Figura 4.2.

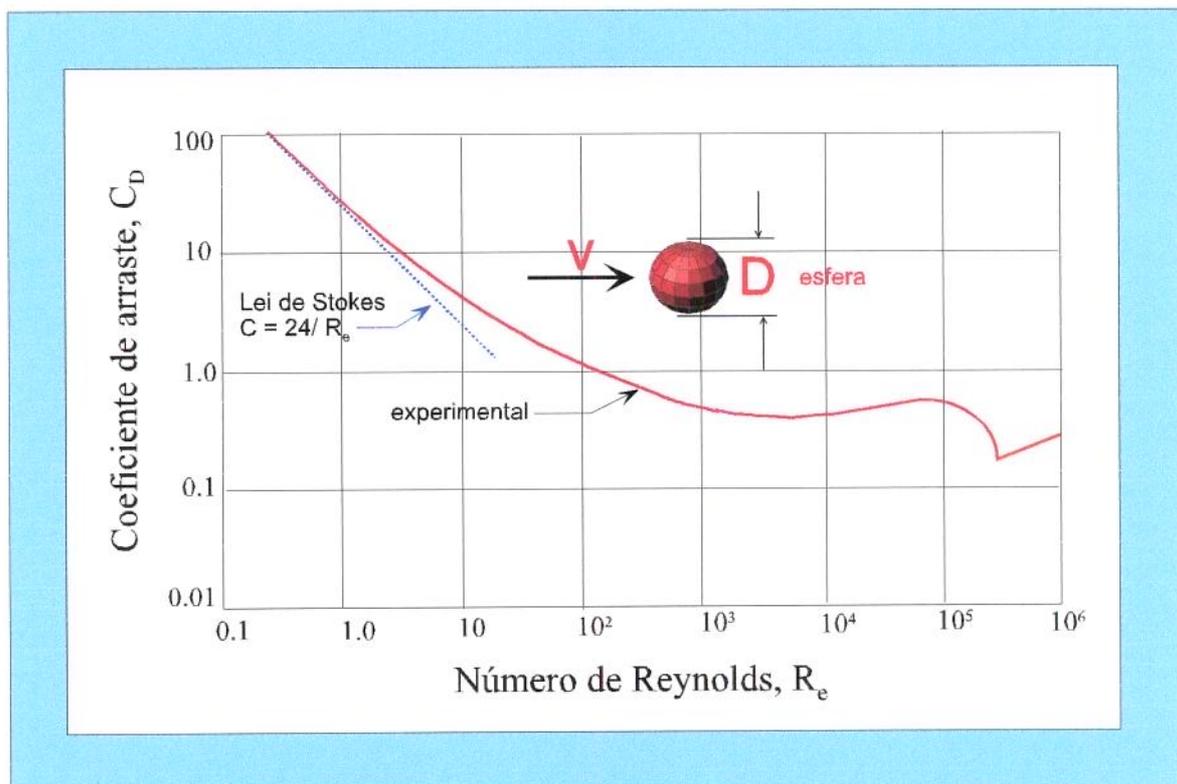


Figura 4.2 - Coeficiente de arraste para partículas com formas geométricas regulares. (Reproduzida a partir de VENNARD, 1961)

JENSON (1959) empregando o Método de Diferenças Finitas obteve solução aproximada para números de Reynolds maiores do que a unidade, onde os efeitos

inerciais adquirem considerável importância. No entanto para  $R_e > 400$  os resultados são essencialmente empíricos como verificado por CHHABRA (1986).

### 4.2.2.1 Fluidos Newtonianos e partículas esféricas

Stokes provou que para  $R_e < 1$ , quando as forças inerciais podem ser desprezadas, considerando-se apenas as forças viscosas, o escoamento se fecha atrás do objeto esférico e o arraste é composto principalmente do arraste por atrito. Para uma esfera de diâmetro  $D_p$ , movendo-se numa velocidade  $V$  através de um fluido de viscosidade  $\mu$ , a Lei de Stokes dá a força de arraste por:

$$F_D = 3\pi\mu V d_p \quad (4.18)$$

Combinando esta equação com a Equação 4.8 obtida para a força de arraste e considerando  $A_p = \pi/4 D_p^2$ , o coeficiente de arraste será dado por:

$$C_D = 24/R_e \quad (4.19)$$

Para  $R_e > 1$ , a Lei de Stokes não é mais aplicável porque o escoamento se abre atrás do objeto e o coeficiente de arraste é uma combinação do arraste por atrito e arraste devido a pressão numa faixa de até  $R_e = 1000$  (MOHSENIN, 1978).

OSEEN (1927), estendeu a faixa de aplicação da solução de Stokes para a condição onde além das forças viscosas existe algum efeito de natureza inercial atuando sobre a partícula, chegando então a uma equação válida para  $R_e < 2$ , dada por:

$$C_D = \frac{24}{R_e} \left[ 1 + \frac{3}{16} R_e \right] \quad (4.20)$$

Surgiram depois dessa, várias soluções empíricas para explicar os efeitos viscosos e inerciais:

Allen citado por GOVIER (1972) :

$$C_D = \frac{30}{R_e^{0.625}}, \text{ válida para } 1 < R_e < 10^3 \quad (4.21)$$

BIRD *et alii* (1982):

$$C_D = \frac{18.5}{R_e^{0.6}}, \text{ válida para } 2 < R_e < 500 \quad (4.22)$$

Na região da "Lei de Newton do Movimento", ou seja, na faixa onde há predominância de efeitos inerciais, o coeficiente de arraste é aproximadamente constante. Nesta região, a força de resistência que atua sobre a esfera é aproximadamente proporcional ao quadrado da velocidade do fluido que escoar em torno da esfera e o coeficiente de arraste é dado por:

$$C_D \cong 0,44, \text{ válida para } 5 \times 10^2 < R_e < 2 \times 10^5 \quad (4.23)$$

### 4.2.2.2 Fluidos Newtonianos e partículas não esféricas

As relações obtidas para partículas esféricas foram modificadas para não esféricas correlacionando fatores de forma como esfericidade. Desse modo a velocidade terminal de

uma partícula esférica isométrica isolada, em regime de Stokes, é dada pela Equação 4.24 (PETTYJOHN & CHRISTIANSEN, 1948).

$$V_t = \frac{K_1 g (\rho_s - \rho)}{18\mu} D_p^2 \quad (4.24)$$

Válida para  $Re < 0,1$

Onde ,

$K_1$  = função empírica da esfericidade  $\varphi$  e é dada por:

$$K_1 = 0,843 \log \left[ \frac{\varphi}{0,065} \right] \quad (4.25)$$

$\varphi$  = esfericidade dada por:

$$\varphi = \frac{\pi D_p^2}{\text{area superf. da partícula}} \quad (4.26)$$

Para condições de escoamento turbulento, numa região onde há predominância de efeitos inerciais, temos:

$$V_t = \left[ \frac{4g(\rho_s - \rho)D_p}{3\rho K_2} \right]^{1/2} \quad (4.27)$$

Válida para  $Re > 10^3$

onde,

$K_2$  = função da esfericidade dada por:

$$K_2 = 5,31 - 4,88\varphi \quad (4.28)$$

Uma combinação das Equações 4.24 com 4.17 e 4.27 com 4.10, conduz a rescrever as Equações 4.24 e 4.27, como segue:

$$C_D = \frac{24}{k_1 R_e}, \text{ válida para } R_e < 0,1 \quad (4.29)$$

$$C_D = k_2, \text{ válida para } R_e > 10^3 \quad (4.30)$$

Muitos outros resultados para partículas não esféricas foram apresentados por diversos autores. MOHSEIN (1978), fornece uma tabela com equações comparativas para esferas e outros objetos com formas geométricas regulares, Tabela 4.1. Ele ainda ressalta que poucos trabalhos foram feitos com partículas de formas irregulares as quais são particularmente complicadas devido a sua orientação ao acaso e a variedade de métodos para expressar tamanho e dimensões a serem usados no cálculo do número de Reynolds e área frontal.

CLIFT *et alii* (1978), apresentaram, nos casos específicos de esferóides de formas oblatas e prolatas com eixos **2a** e **2b**, diversas expressões da força de arraste em função da relação de aspecto  $\varphi = \mathbf{b/a}$ .

Tabela 4.1 - Resumo comparativo de equações de movimento de esferas, discos e cilindros circulares. (LAPLE, 1956)

	<i>Esfera (direção do escoamento)</i>	<i>Disco fino (normal à superfície)</i>	<i>Disco fino (paralelo à face)</i>	<i>Cilindro circular infinito (normal ao eixo)</i>
<i>N. de Reynolds</i>	$D_p V \rho_f / \mu$	$D_p V \rho_f / \mu$	$2LV \rho_f / \mu$	$D_p V \rho_f / \mu$
<i>Área frontal</i>	$(\pi/4) D_p^2$	$(\pi/4) D_p^2$	$(D_p)L$	$(D_p)L$
<i>Massa <math>m_p</math></i>	$\rho_p (\pi/6) D_p^3$	$\rho_p (\pi/4) D_p^2 L$	$\rho_p (\pi/4) D_p^2 L$	$\rho_p (\pi/4) D_p^2 L$
<i>Arraste laminar: <math>Re \leq 0.2</math> <math>F_D = C_D Re</math></i>	$3\pi\mu V D_p$ 24	$8\mu V D_p$ $64/\pi$	$(16/3)\mu V D_p$ $64/3$	$(4\pi/k)\mu V L$ $8\pi/k$
<i>Esc. turbulento: <math>C_D</math>(médio) <math>Re</math> (intervalo)</i>	0,44 $1 \times 10^3 - 2 \times 10^5$	1.12 >1000	-- --	1.2 $1 \times 10^2 - 2 \times 10^5$
<i>Vel. terminal (<math>V_t^2</math>)</i>	$\frac{4gD_p(\rho_p - \rho_f)}{3C_D\rho_f}$	$\frac{2gL(\rho_p - \rho_f)}{C_D\rho_f}$	$\frac{gD_p\pi(\rho_p - \rho_f)}{2C_D\rho_f}$	$\frac{gD_p\pi(\rho_p - \rho_f)}{2C_D\rho_f}$

$L$  = Espessura de disco, altura do cilindro ou altura do prato plano ao longo da direção do escoamento ou movimento

$$k = 2.002 \ln(Re)$$

MASSARANI ( 1986) utilizando os resultados experimentais obtidos por Pettyjohn e Christiansen e o método proposto por Churchill, para correlacionar dados experimentais, obteve uma correlação válida em todos os regimes de escoamento , Figuras 4.3, 4.4, 4.5, tal correlação é dada por:

$$C_D = \left[ \left( \frac{24}{k_1 R_e} \right)^m + k_2^m \right]^{1/2} \quad (4.31)$$

onde,  $k_1$  e  $k_2$  são funções da esfericidade desenvolvidas por PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948) e  $m$  que também é função de  $\varphi$ , foi ajustado com partículas na faixa de  $0,6 \leq \varphi \leq 1,0$  sendo:

$$\begin{aligned} m &= 0,9 && \text{para } 0,6 \leq \varphi \leq 0,9 \\ m &= 3,15 - 2,50\varphi && \text{para } 0,9 \leq \varphi \leq 1,0 \end{aligned}$$

Observando as Figuras 4.3, 4.4 e 4.5, verifica-se que existe boa concordância dos dados experimentais de Pettyjohn e Christiansen com a correlação obtida por Massarani, para sedimentação de partículas de várias formas em fluidos Newtonianos.

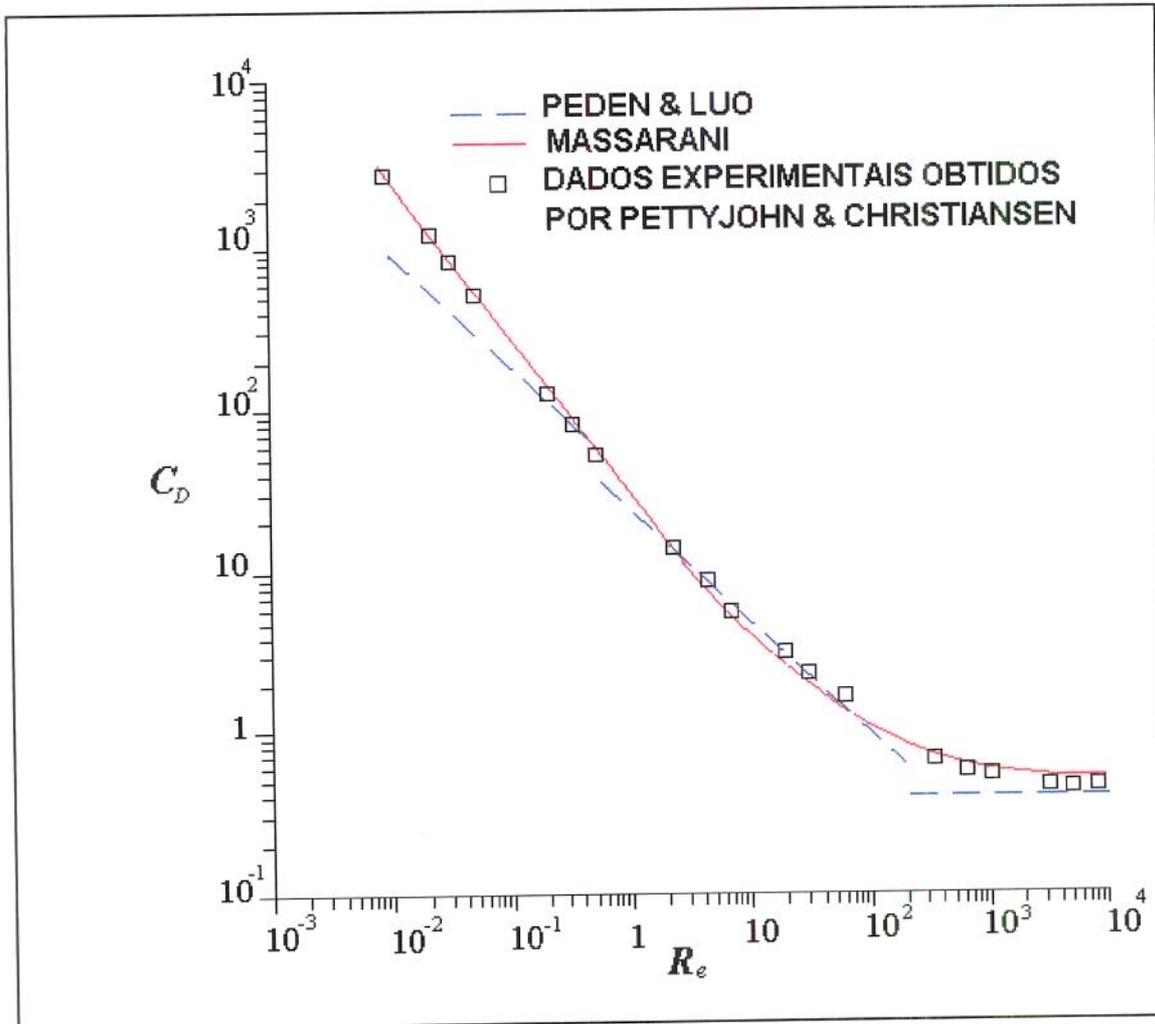


Figura 4.3 - Correlações para  $C_D$  de partículas esféricas em fluidos Newtonianos (Reproduzida a partir de MASSARANI, 1986).

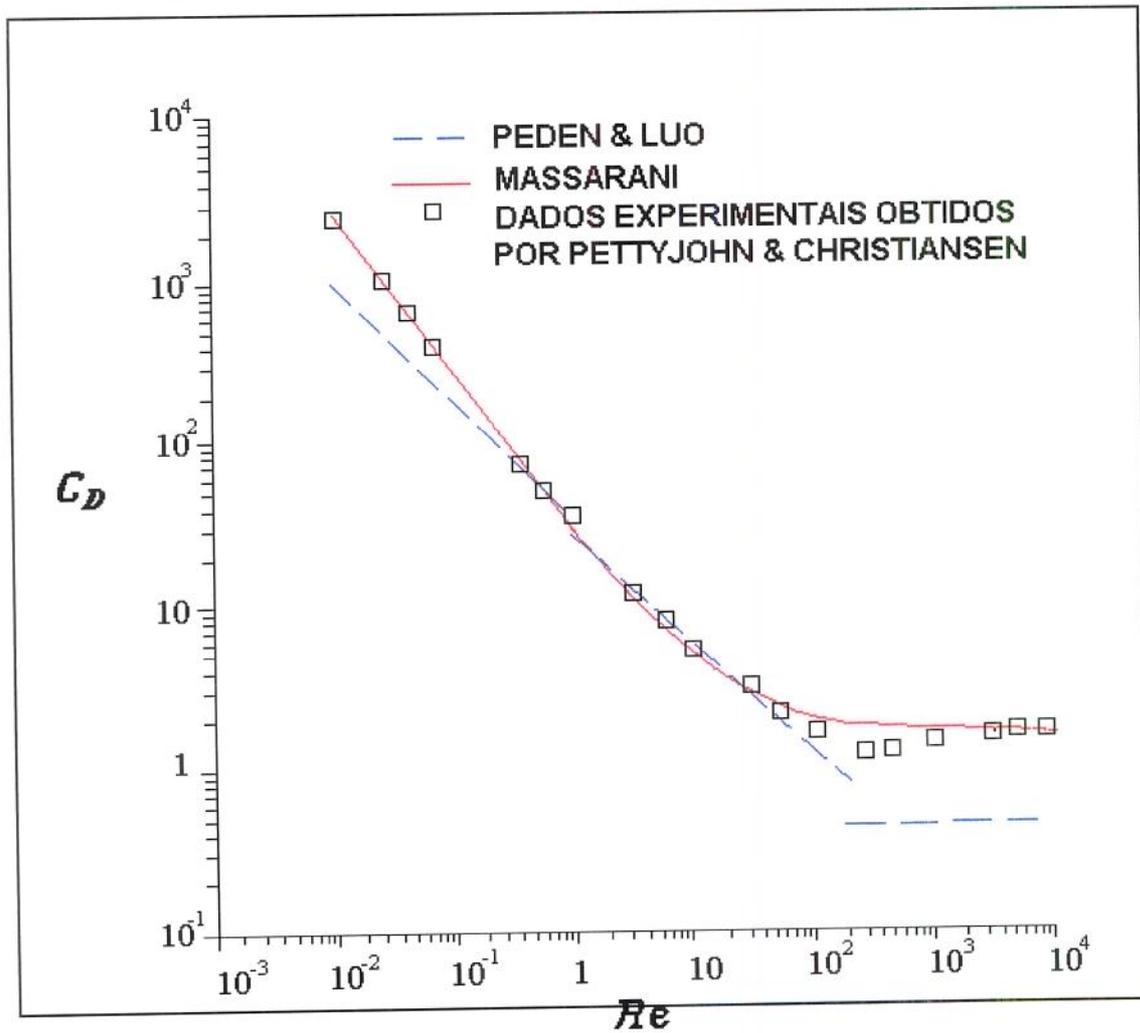


Figura 4.4 - Correlações para  $C_D$  de partículas com  $\phi = 0,8$  em fluidos Newtonianos (Reproduzida a partir de MASSARANI, 1986).

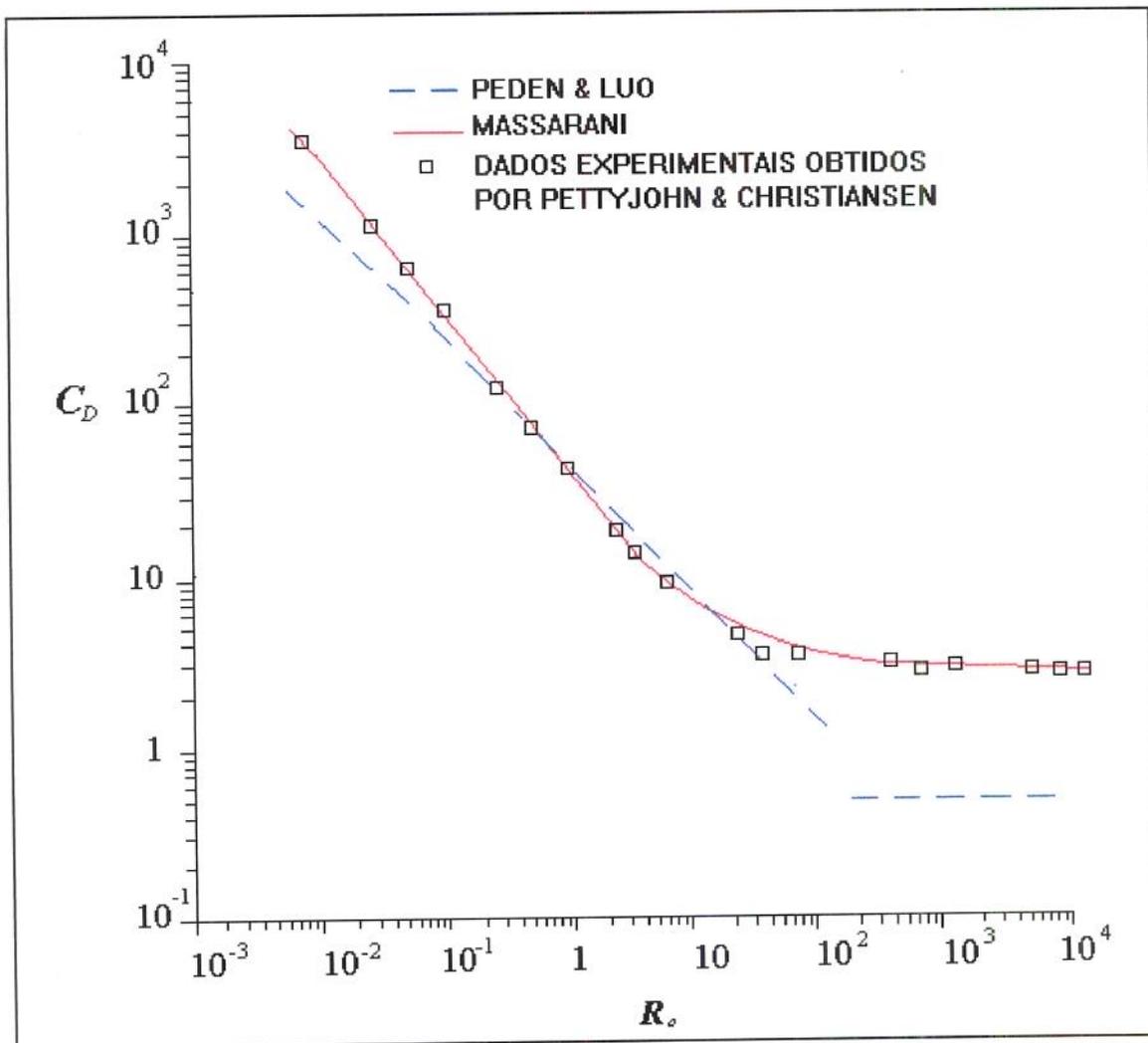


Figura 4.5 - Correlações para  $C_D$  de partículas com  $\phi = 0,6$  em fluidos Newtonianos (Reproduzida a partir de MASSARANI, 1986).

### 4.2.3 Características hidrodinâmicas

Muitas publicações foram feitas sobre escoamento de misturas sólidas desde 1950. Algumas dessas informações foram revisadas nos trabalhos de LEVA (1959), ZENS e OTHMER (1960), ORR (1966), SOO (1967), DAVIDSON e HARRISON (1967), COULSON e RICHARDSON (1970) e BRODKEY (1971). Apesar da extensiva literatura, muitas das correlações usadas são inteiramente empíricas e os resultados têm uma pobre precisão quando aplicados a sistemas que não aqueles para os quais as correlações foram desenvolvidas.

McKAY e DABBAGHZADEH (1987), estudaram o comportamento de discos e cilindros de cenoura em um leito fluidizado. Foram estabelecidas queda de pressão, velocidade terminal e relações de forma usando cilindros de cenoura, PVC e Nylon 6.6. Na fluidização mínima foi verificado que grandes cilindros não se comportaram como sólidos esféricos ou próximos de uma esfera. A equação abaixo, relacionando fator de atrito a número de Reynolds e porosidade foi obtida para cilindros com esfericidade na faixa de 0.73 a 0.87:

$$\log f_v = 1.439 + 0.53 \log \frac{R_{eD_p}}{(1 - \varepsilon)} \quad (4.32)$$

onde,

O coeficiente de arraste foi relacionado com a esfericidade por:

$$\log C_D = 0.77 + 4.75 \log \phi \quad (4.33)$$

Foi verificado que quando a razão  $L/D_p$  aumentou, ou seja, a esfericidade decresceu, o arraste da partícula foi reduzido. Isto é o inverso do seu comportamento de assentamento e mostra que o coeficiente de resistência medido em condições de assentamento não pode ser usado para prever o comportamento de fluidização de cilindros tendo razão  $L/D_p$  grande.

Desse estudo eles concluíram ainda que na fluidização e transporte hidráulico de cenoura e cilindros plásticos, a velocidade de transporte pode ser predita pelo gráfico do  $\log(\text{velocidade})$  em função do  $\log(\text{porosidade})$  e extrapolando a curva para  $\log(\text{porosidade} = 1)$ , e que a diferença de densidade fluido-partícula foi o efeito mais pronunciado nas características de fluidização e transporte.

MATTHEWS *et alii* (1965) e DEWEY *et alii* (1966) estudaram comportamento de maçãs em água, e determinaram parâmetros como orientação (inserção do talo para cima, para baixo, etc), velocidade terminal, ângulo de repouso de maçãs submersas, efeito da pressão hidrostática sobre danos nas cascas das frutas, e profundidade de água necessária para amortecer a queda da fruta. A velocidade terminal foi determinada pela liberação da fruta do descanso do fundo de um recipiente de 15 polegadas de diâmetro e o movimento foi filmado. Deste filme foi feito um gráfico do deslocamento versus tempo possibilitando assim a determinação da velocidade terminal, Figura 4.6. A Tabela 4.2 mostra os valores experimentais obtidos para velocidade terminal, os quais foram bem mais baixos do que os valores calculados. Os autores atribuem tal diferença ao efeito de parede do recipiente usado para determinação, cujo o diâmetro era de apenas 15 polegadas. Todavia, devido a profundidade limitada do recipiente, é possível que a fruta não tenha alcançado sua velocidade terminal.

Os valores das velocidades experimentais na Tabela 4.2 estão multiplicados por um fator de 1,06 que, segundo os autores, foi usado para corrigir o efeito da parede obtido com base em experimentos feitos com uma bola de borracha. Em condição de escoamento turbulento, um coeficiente de arraste de 0,44 o qual é apropriado para uma esfera, foi utilizado para o cálculo da velocidade terminal. Os autores atribuíram o resultado de um maior coeficiente de arraste ao fato da maçã não ser esférica

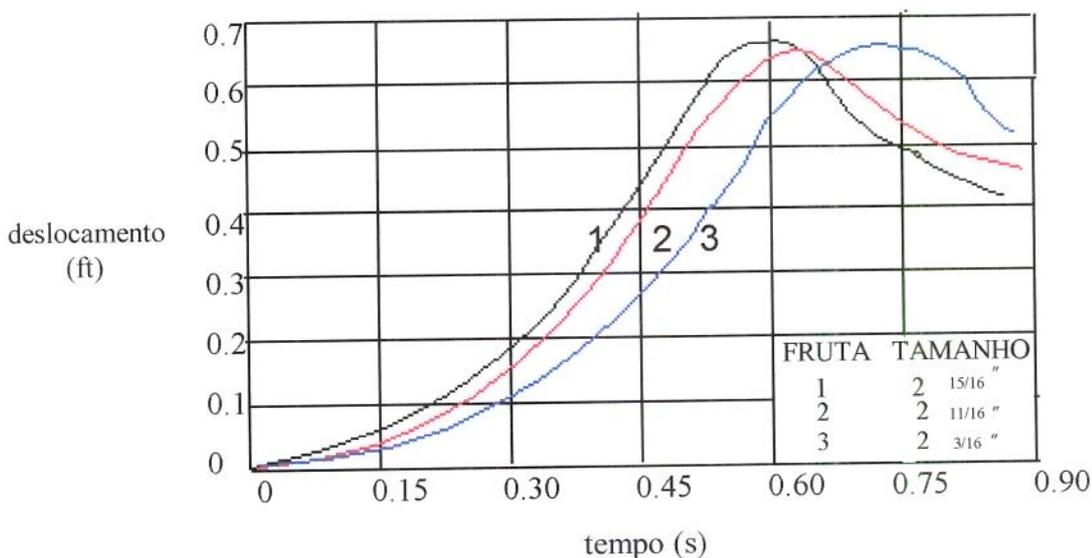


Figura 4.6 - Gráfico do deslocamento em função do tempo para determinação da velocidade terminal de maçãs em água. ( Figura reproduzida a partir de MATTHEWS *et alii*, 1965 )

Tabela 4.2 - Algumas características físicas de maçãs imersas n'água (MATTHEWS *et alii*, 1965; DEWEY *et alii*, 1966)

Variedade de maçãs	Orientação de flutuação com relação a inserção do talo (%)			ângulo de repouso (graus)	maior diâmetro. (m)	grau de esfericidade	Velocidade terminal de flutuação		
	p/cima	p/baixo	ao acaso				velocidade experimental (m/s)	velocidade corrigida (m/s)	velocidade calculada (m/s)
Jonathan	95	1	4	30	0,075	0,76	0,56	0,59	0,71
McIntosh	64	34	2	33	--	--	--	--	--
Delicious	71	2	27	36	0,072	0,82	0,48	0,51	0,59

TENNES e STOUT (1968) determinaram a velocidade terminal de cerejas em água usando um aparelho que consistia em um recipiente de vidro com as seguintes dimensões: diâmetro igual a 0,38 metros, profundidade 0,61m metros contendo água até uma altura de 0,56 metros . Ao lado do recipiente foi colocado uma escala e um grande cronômetro, como pode ser visto na Figura 4.7 . Quando as cerejas eram soltas do topo do recipiente sua queda e seu comportamento durante a queda eram acompanhados por uma câmara fotográfica automática de 8 mm, com velocidade de 32 chapas por segundo. Da análise do filme foi montada a curva tempo x deslocamento. Determinaram também a velocidade terminal teórica de três diferentes formas; usando a média dos diâmetros medidos, o diâmetro da esfera equivalente e o diâmetro obtido da média geométrica. Os resultados obtidos neste experimento encontram-se na Tabela 4.3.

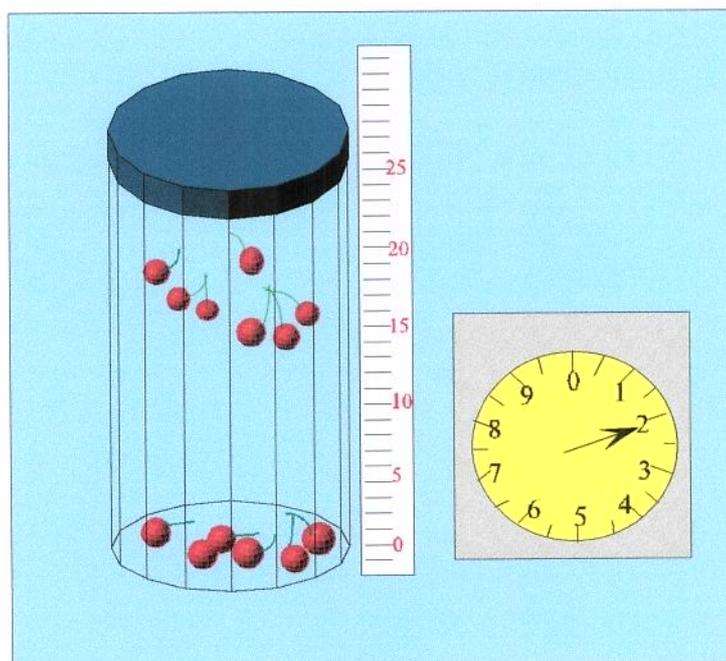


Figura 4.7 - Esquema reproduzido do aparelho de testes utilizado por TENNES e STOUT (1968) para medir a velocidade terminal de cerejas.

Tabela 4.3 - Velocidade terminal e coeficiente de arraste obtidos para duas variedades de cerejas.(TENNES e STOUT, 1968)

Variedade de cereja	$D_p$ (esfera equivalente) (m)	$V_t$ (experimental) (m/s)	CONSIDERANDO UMA FORMA ESFÉRICA					
			$C_D$	$V_t$ (m/s)	$C_D^*$	$V_t$ (m/s)	$C_D^{**}$	$V_t$ (m/s)
Napoleon	0,0166	1,38	0,40	4,41	4,16	1,37	1,57	2,21
Windsor	0,0214	1,40	0,44	5,16	4,16	1,60	1,57	2,72

\* O valor de 4,16 para o coeficiente de arraste foi obtido por relacionar a velocidade terminal da cereja com a velocidade terminal obtida para uma esfera.

\*\* O valor 1,57 para o coeficiente de arraste foi obtido usando a Equação desenvolvida por PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948):  $C_D = 5,31 - 4,88(\varphi)$

O diâmetro da esfera equivalente obtido pelos autores para as duas variedades de cerejas variou entre 0,0166 metros e 0,0214 metros, em que usaram um diâmetro do cilindro de testes  $D_t = 0,38$  metros, acreditando com isto terem descartado a possibilidade da ocorrência de efeito de parede para situações em que  $Re > 1000$  ou seja, no regime de Newton. Sendo assim atribuíram o baixo valor da velocidade terminal experimental à forças causadas pelo efeito da rotação da fruta durante sua descida.

### 4.2.4 Influência da presença de fronteira rígida na velocidade terminal de partículas

MASSARANI (1980) relata sobre o efeito de fronteiras rígidas na velocidade terminal de partículas esféricas quando prevalece o regime de Stokes e ressalta a equação de Faxen e Emersleben para a queda livre da esfera ao longo do eixo de um tubo de diâmetro  $D_b$ ,

$$K_p = \frac{V_t}{V_{t\infty}} = \frac{1}{1 + 2,104\beta} \tag{4.34}$$

válida quando a relação entre diâmetros  $\beta = D_p/D_t$  é inferior a 0,05. Na Equação 4.34, a velocidade terminal da partícula isolada  $V_{t\infty}$  é, neste caso,

$$V_{t\infty} = \frac{g(\rho_s - \rho)D_p^2}{18\mu} \tag{4.35}$$

As correlações empíricas reunidas na Tabela 4.4 foram apresentadas por MASSARANI (1980) visando estender o resultado expresso pela Equação 4.34 para condições em que  $\beta > 0,05$  e situações fora do regime de Stokes.

Tabela 4.4 - Efeito de parede na queda livre de uma esfera de diâmetro  $D_p$  ao longo do eixo de um tubo de diâmetro  $D_t$ . (MASSARANI, 1980)

VALIDADE		EFEITO DE PAREDE
$Re_\infty$	$\beta = D_p/D_t$	$k_p = V_t/V_{t\infty}$
<0,5	<0,8	$k_{p1} = 1,25 / [1 + 0,25 \exp(6,51\beta)]$
>10 <sup>3</sup>	-	$k_{p2} = (1 - \beta^2) / (1 + \beta^4)^{1/2}$
-	<0,8	$k_{p3} = \frac{\left\{ \left[ k_{p1} \frac{C_D R_e^2}{24} \right]^{-6/5} + \left[ k_{p2} \left( \frac{C_D R_e^2}{0,44} \right)^{1/2} \right]^{-6/5} \right\}^{-5/6}}{20,52 \left\{ \left[ 1 + 0,0921 (C_D R_e^2)^{1/2} \right]^{1/2} - 1 \right\}^2}$

O autor comenta que a relação entre diâmetro do tubo e diâmetro da esfera para que o efeito de parede não se faça sentir, dentro do critério  $k_p \geq 0,99$ , deve ser superior a 200 no regime de Stokes (condições em que  $Re < 1$ ) e apenas 4 no regime de Newton (condições em que  $Re > 1000$ ). Sendo assim, a influência da parede, segundo o autor, se faz sentir de modo particularmente agudo quando prevalece o regime de Stokes.

UHLHERR & CHHABRA (1995) estudaram o efeito de esferas em tubos cilíndricos a altos números de Reynolds. Eles usaram esferas de PVC, aço, nylon, poliestireno, chumbo e vidro com massa específica variando de 1049 a 11913 kg/m<sup>3</sup> e diâmetros de 1,59 a 19,05 mm, onde mediram velocidade terminal, coeficiente de arraste e números de Reynolds. O efeito de parede foi medido em termos do fator de parede  $k_p$ , definido como a razão entre as velocidades terminais:

$$K_p = V/V_m$$

onde  $V$  é a velocidade terminal de uma esfera de diâmetro  $D_p$  em um meio infinito e  $V_m$  é a velocidade terminal da mesma esfera medida no eixo de um tubo cilíndrico de diâmetro  $D_t$ . A Tabela 4.5, fornecida pelos autores, contém as expressões usadas para o cálculo do fator de parede.

Tabela 4.5 - Expressões para fator de parede a altos números de Reynolds.  
UHLHERR & CHHABRA (1995)

AUTOR	FATOR DE PAREDE	CONDIÇÕES /COMENTARIOS
Munroe (1888/89)	$k_p = \frac{1}{1 - (D_p / D_t)^{0,5}}$	$0,1 \leq D_p/D_t \leq 0,8$ $943 \leq R_{em} \leq 11000$
Lunnon (1929)	$k_p = \frac{1}{1 - 0,23D_p / D_t}$	$D_p/D_t \leq 0,3$ $2200 \leq R_{em} \leq 24000$
Barr (1931)	$k_p = \frac{1}{1 - \left[ (D_p / D_t)^2 \right] \left[ 1 - 0,5(D_p / D_t)^2 \right]^{0,5}}$	Derivado por Newton, considerando arraste $\propto V^2$
Mott (1951)	$k_p = [1 + 3,2(D_p / D_t)^2]^{0,5}$ $k_p = [1 + 16(D_p / D_t)^4]^{0,5}$	Baseado em dados de Lunnon (1928) $0,15 \leq D_p/D_t \leq 0,5$ Baseado em dados de Lunnon (1928) $0,44 \leq D_p/D_t \leq 0,5$ $2200 \leq R_{em} \leq 24000$

## 4.3 MATERIAIS E MÉTODOS

### 4.3.1 Velocidade terminal de laranjas em água

#### 4.3.1.1 Análise experimental

##### Equipamento

A velocidade terminal de laranjas, variedade valência, foi determinada utilizando-se um equipamento construído a partir de um tubo de PVC de 250 mm de diâmetro e 3m de comprimento, no qual foram construídas janelas medindo 120 x 50 mm distanciadas de 200 mm com exceção feita à primeira janela, que está a apenas 150 mm da janela inicial (ponto zero). O tubo tem janelas transparentes nos dois lados ou seja cada janela corresponde a uma outra no lado oposto. Na abertura inferior do tubo foi colocado um cap, para vedação, onde adaptou-se um tubo de 100 mm o qual serviria de reservatório para alojar os corpos de prova como mostrado na Figura 4.8. No tubo de 100 mm foram adaptadas 2 válvulas, sendo que a válvula N° 1 conduz o corpo de prova seguinte até a posição de liberação e a válvula N° 2 libera. Ao abriremos a válvula N° 2 a laranja é liberada e sua subida é registrada por uma câmera de vídeo. Nas janelas posteriores foram colocadas lâmpadas para iluminação do trajeto dos corpos de prova. Da análise do filme construiu-se gráficos do **deslocamento (y) X tempo (t)** e então a velocidade foi obtida pela inclinação da curva.

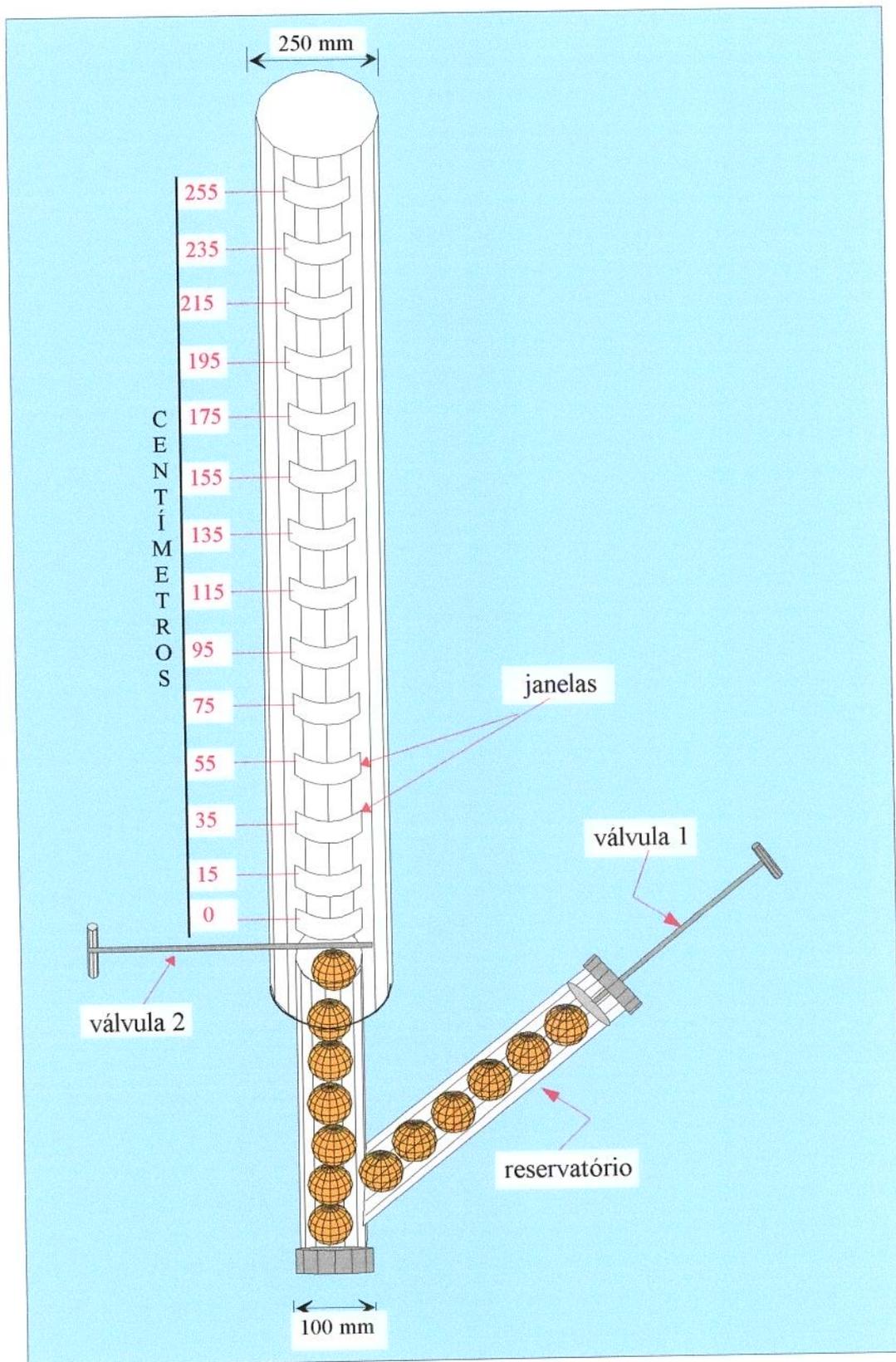


Figura 4.8 - Equipamento utilizado para determinação da velocidade terminal de laranjas.

## Modelos

Os modelos foram construídos utilizando-se esferas plásticas ocas. Através de um orifício aberto em sua superfície estas foram preenchidas com farinha de mandioca e depois injetou-se água até se atingir o peso que fornecesse a densidade desejada. Usou-se a farinha de mandioca após vários testes com outros produtos (esponja, silicone e pó de serragem de madeira) devido ao fato desta apresentar uma baixa massa específica aparente e por apresentar a propriedade de absorver com facilidade e uniformidade, após algum tempo, a água injetada e se expandir não deixando vácuo, ou seja regiões preferenciais de repouso na água. Desta forma foram construídos 8 modelos esféricos de 4 tamanhos com 3 repetições e dois tipos de superfície, uma que apresenta a rugosidade da casca da laranja, Figura 4.9, e outra lisa, Figura 4.10.

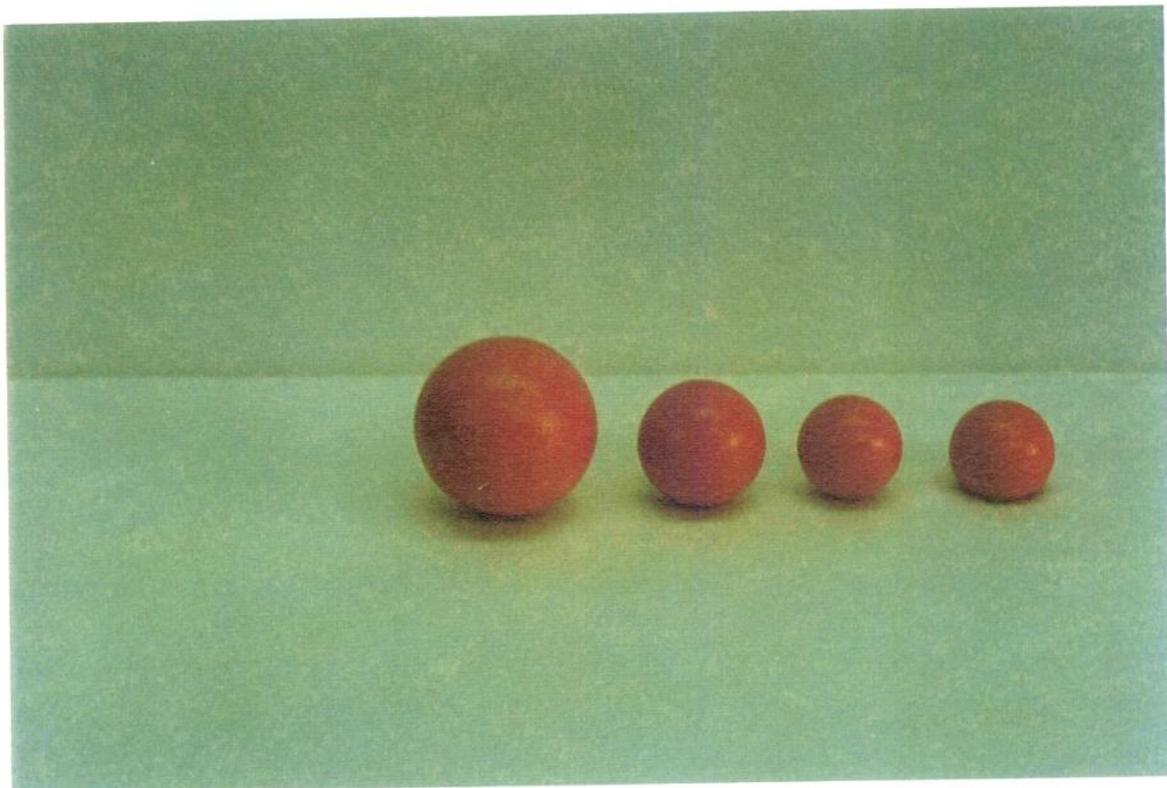


Figura 4.9 - Modelos esféricos rugosos

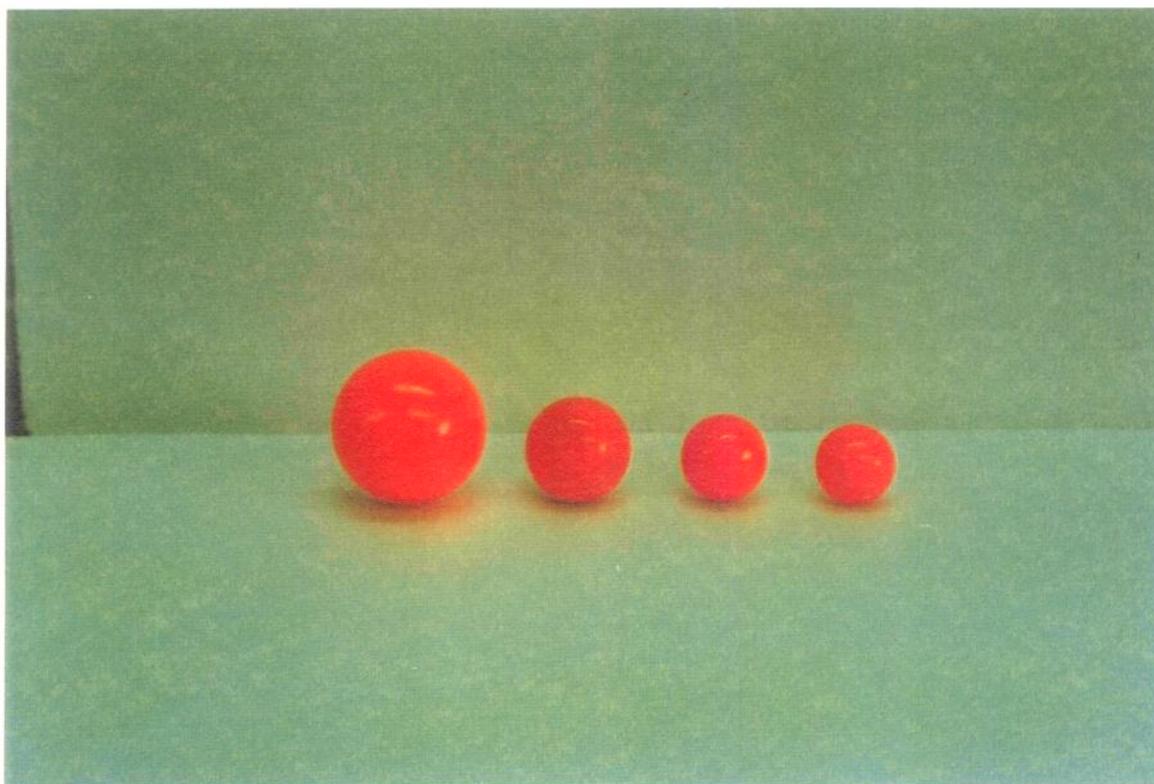


Figura 4.10 - Modelos esféricos lisos

No quadro abaixo estão especificados os modelos confeccionados.

<b>MODELOS ESFÉRICOS CONSTRUÍDOS</b>		
<i>Díâmetro - <math>D_p</math> (mm)</i>	<i>Rugosos</i>	<i>Lisos</i>
71	3	3
50	3	3
42	3	3
37	3	3

Após o fechamento do orifício com resina, os modelos passaram por uma pintura com esmalte sintético. Aqueles que teriam a superfície rugosa receberam várias camadas de tinta para facilitar o efeito rugoso dado a sua superfície, o qual foi obtido pelo pressionamento da própria casca da laranja sobre a superfície com tinta semi-fresca.

### 4.3.1.2 Procedimento

Foram utilizadas 10 laranjas para este experimento, cada teste foi realizado em 5 repetições. As frutas foram pesadas e seus diâmetros medidos. O volume e a densidade foram determinados pelo método da medida da massa de água deslocada e sua esfericidade obtida através da projeção da fruta usando um retroprojetor. Em seguida a fruta era liberada do fundo do tubo e seu movimento acompanhado por uma câmara Panasonic NV-M2200PN (VHS), este teste foi realizado com 5 repetições para cada fruta. As leituras eram retiradas do filme com o auxílio de um cronômetro digital e utilizando o recurso de congelamento de imagem. Assim era possível determinar a posição exata em que a fruta se encontrava no tempo registrado. Este processo foi repetido até a obtenção de pelo menos 4 resultados iguais. O mesmo procedimento foi repetido utilizando os modelos esféricos.

### 4.3.2 Análise teórica

Uma partícula em queda livre alcançaria uma velocidade de estado-estacionário que depende das características da partícula, do fluido no qual ela está caindo, e da aceleração da gravidade. A força líquida atuando numa partícula na direção vertical é a soma da força de arraste devido ao atrito, do peso e empuxo assim, conforme equação abaixo:

$$M \frac{dV}{dt} = B - W + f_D \quad (4.36)$$

Onde,

$V$  = velocidade relativa ( $V_w - V_p$ )

Por definição, a força de arraste é

$$f_D = \frac{C_D V_t^2 \rho_f A_p}{2g} \quad (4.37)$$

Supondo-se que a esfera alcance a velocidade terminal, tem-se  $dV/dt = 0$  e nesta condição, da Equação 4.36 obtém-se

$$V_{ol}(\rho_p - \rho_f) = \frac{C_D \rho_f A_p V_t^2}{2g} \quad (4.38)$$

onde,

$$A_p = \frac{\pi D_p^2}{4}$$

Supondo-se ainda que as frutas sejam esferas de diâmetro  $D_p$ , devido a proximidade de unidade dos valores obtidos para esfericidade, da Equação 4.36 obtém-se:

$$V_t = \left| \frac{4gD_p(\rho_p - \rho_f)}{3\rho_f C_D} \right|^{1/2} \quad (4.39)$$

O coeficiente de arraste foi obtido utilizando-se a curva clássica  $C_D$  em função do número de Reynolds,  $Re = \frac{VD_p\rho}{\mu}$ , dada por VENNARD (1961).

As seguintes metodologias foram seguidas para o cálculo da velocidade terminal:

### Método 1

Usando a média dos diâmetros calculados da esfera equivalente e adotando valores para  $C_D$  no diagrama  $C_D$  em função do Reynolds, cálculos foram feitos para velocidade terminal utilizando a Equação 4.38 e testando com  $C_D$  obtido da curva clássica através do cálculo do número de Reynolds.

Método 2

Considerando valores obtidos para esfericidade de laranjas conforme Tabela 4.4 e substituindo na Equação 4.40 desenvolvida por PETTYJOHN E CHRISTIANSEN (1948), valores foram obtidos para o coeficiente de arraste  $C_D$  e nova velocidade terminal foi calculada pela Equação 4.39.

$$C_D = 5,31 - 4,88(\varphi) \quad (4.40)$$

Método 3

Utilizou-se ainda para resolver o coeficiente de arraste a seguinte equação desenvolvida por MATHEWS (1963).

$$V_t F_1 = V_r \quad (4.41)$$

O coeficiente de arraste e velocidade são relatados pela Equação 4.41a.

$$V_t = \sqrt{\frac{4gD_p(\rho_p - \rho_f)}{3\rho_f C_D}} \quad (4.41a)$$

a qual se reduz para

$$V_t = \sqrt{\frac{c}{C_D}} \quad (4.41b)$$

Utilizou-se a Equação 4.41b para comparar a velocidade da laranja com o resultado obtido para uma esfera, a qual fornece:

$$\frac{V_p}{V_r} = \frac{\sqrt{\frac{c}{C_{DL}}}}{\sqrt{\frac{c}{C_{DS}}}} = \sqrt{\frac{C_{DS}}{C_{DL}}} \quad (4.41c)$$

## 4.4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.4.1 Características físicas

Os resultados de densidade, diâmetro médio, diâmetro da esfera equivalente, volume, esfericidade e área superficial obtidos para o grupo de 10 laranjas e para modelos esféricos encontram-se na Tabela 4.6.

Tabela 4.6- Características físicas do material submetido aos testes de velocidade terminal.

CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA							
MATERIAL	PESO (g)	VOLUME (mm <sup>3</sup> )	DENSIDADE	ÁREA SUPERFICIAL (mm <sup>2</sup> )	ESFERICIDADE	DIÂMETRO DA ESFERA EQUIVALENTE (mm)	DIÂMETRO MÉDIO (a+b+c)/3 (mm)
Laranja	187,12	19,935 x 10 <sup>4</sup>	0,94	14,739 x 10 <sup>3</sup>	0,94	72,4	76,7
Esfera rugosa (D <sub>p</sub> = 71,0 mm)	175,71	18,740 x 10 <sup>4</sup>	0,94	15,394 x 10 <sup>3</sup>	1,0	71,0	—
Esfera rugosa (D <sub>p</sub> = 50,0 mm)	61,91	6,545 x 10 <sup>4</sup>	0,94	7,853 x 10 <sup>3</sup>	1,0	50,0	—
Esfera rugosa (D <sub>p</sub> = 42,0 mm)	36,42	3,879 x 10 <sup>4</sup>	0,94	5,542 x 10 <sup>3</sup>	1,0	42,0	—
Esfera rugosa (D <sub>p</sub> = 37,0 mm)	24,98	2,652 x 10 <sup>4</sup>	0,94	4,304 x 10 <sup>3</sup>	1,0	37,0	—
Esfera lisa (D <sub>p</sub> = 72,0 mm)	184,78	19,543 x 10 <sup>4</sup>	0,94	16,559 x 10 <sup>3</sup>	1,0	72,0	—
Esfera lisa (D <sub>p</sub> = 50,0 mm)	62,35	6,545 x 10 <sup>4</sup>	0,95	7,853 x 10 <sup>3</sup>	1,0	50,0	—
Esfera lisa (D <sub>p</sub> = 42,0 mm)	36,39	3,879 x 10 <sup>4</sup>	0,94	5,542 x 10 <sup>3</sup>	1,0	41,0	—
Esfera lisa (D <sub>p</sub> = 37,0 mm)	25,01	2,652 x 10 <sup>4</sup>	0,94	4,304 x 10 <sup>3</sup>	1,0	37,0	—

## 4.4.2 Velocidade terminal

### Velocidade terminal experimental

Pela análise do filme do experimento foram obtidas as curvas de deslocamento ( $y$ ) em função do tempo ( $t$ ) onde a velocidade é indicada pela inclinação da reta, como pode ser visto nas Figuras 4.11 a 4.19. Essas retas foram obtidas por regressão linear feita utilizando o programa computacional Estatistical 5.0. A reta em azul representa a curva posição em função do tempo, prevista pela Equação 4.39 com  $C_D = 0,44$ . Os dados na Tabela 4.7 representam os resultados de regressão para os valores de velocidade terminal de cada corpo de prova, segundo ajuste  $y = at$ , cuja velocidade terminal é representada pelo parâmetro  $a$ .

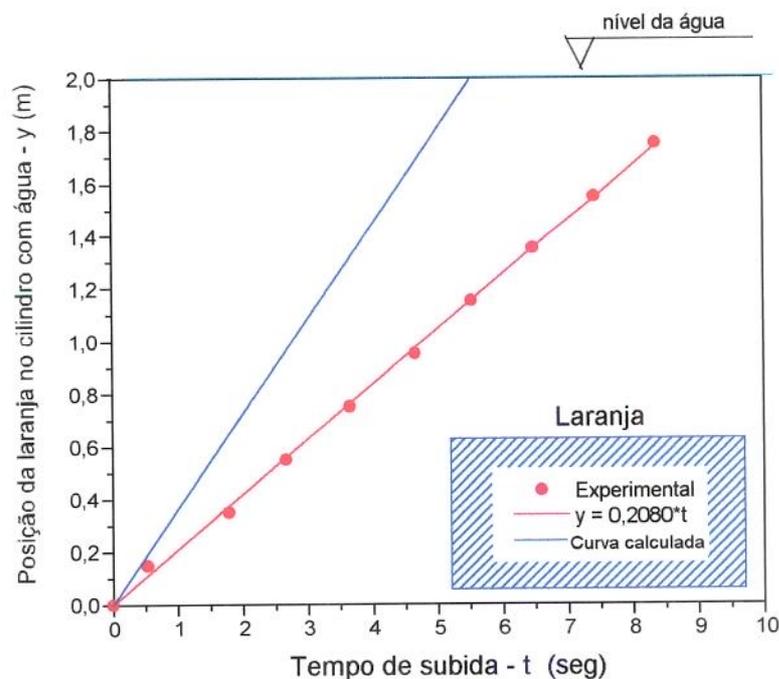


Figura 4.11 - Velocidade terminal das laranjas na água.

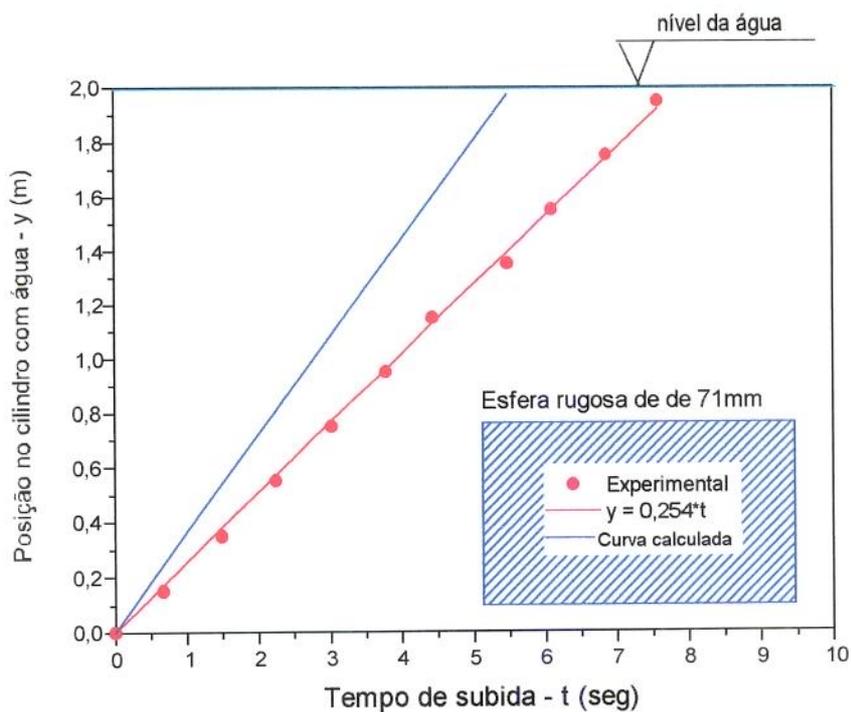


Figura 4.12 - Velocidade terminal de esferas rugosas de 71 mm na água.

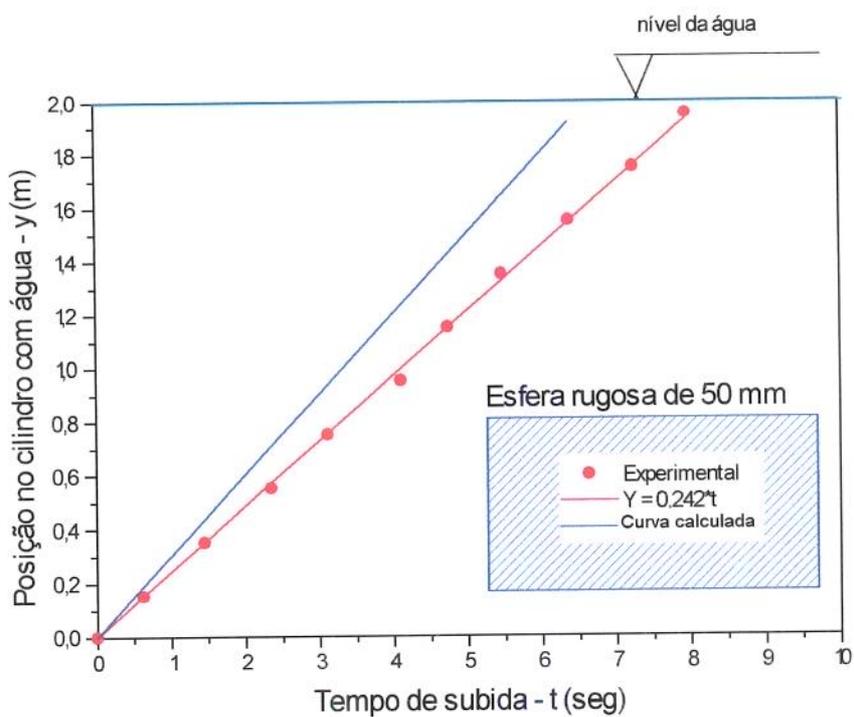


Figura 4.13 - Velocidade terminal de esferas rugosas de 50 mm na água.

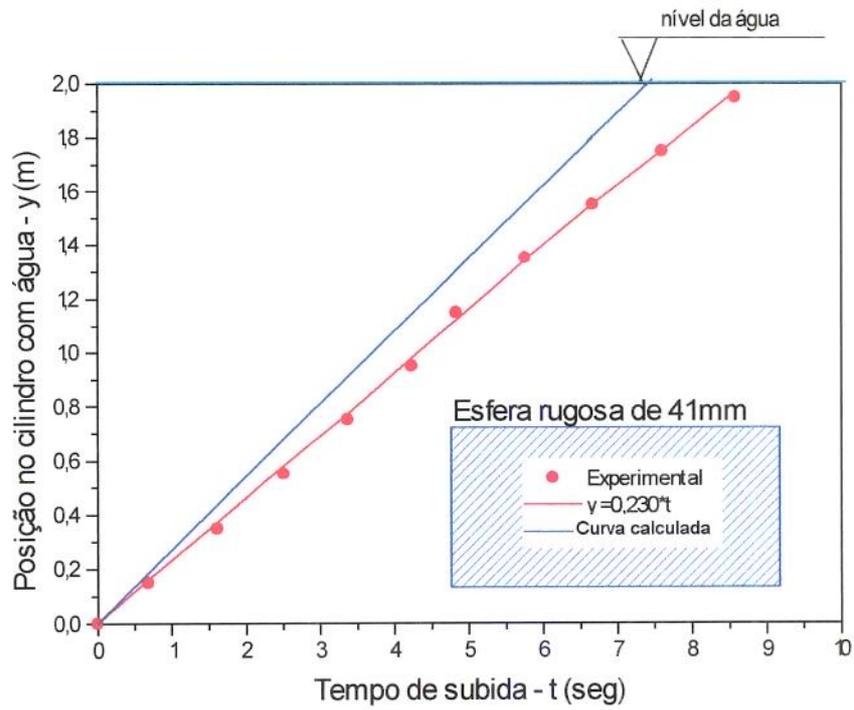


Figura 4.14 - Velocidade terminal de esferas rugosas de 41 mm na água.

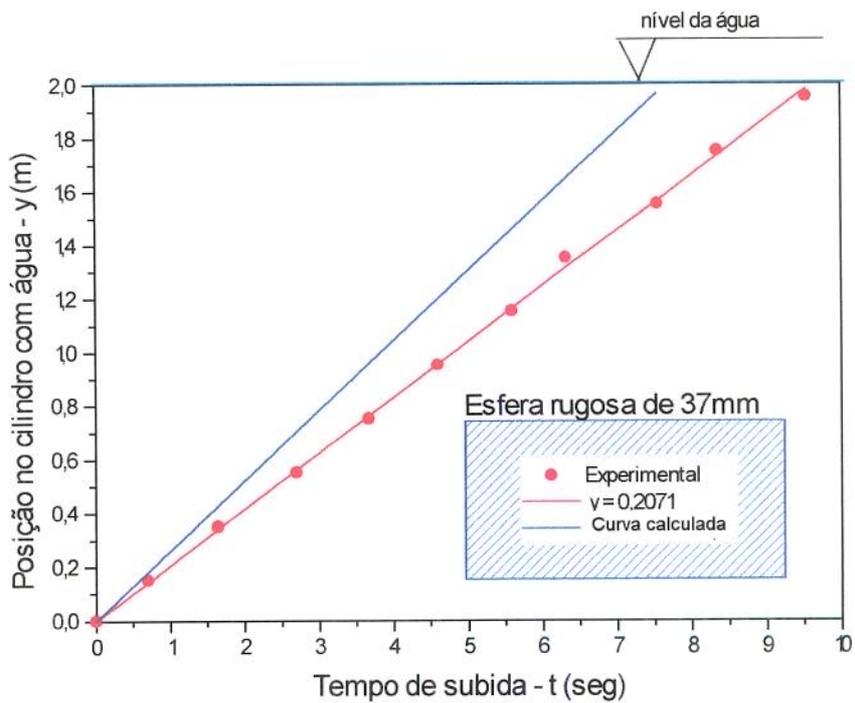


Figura 4.15 - Velocidade terminal de esferas rugosas de 37 mm na água.

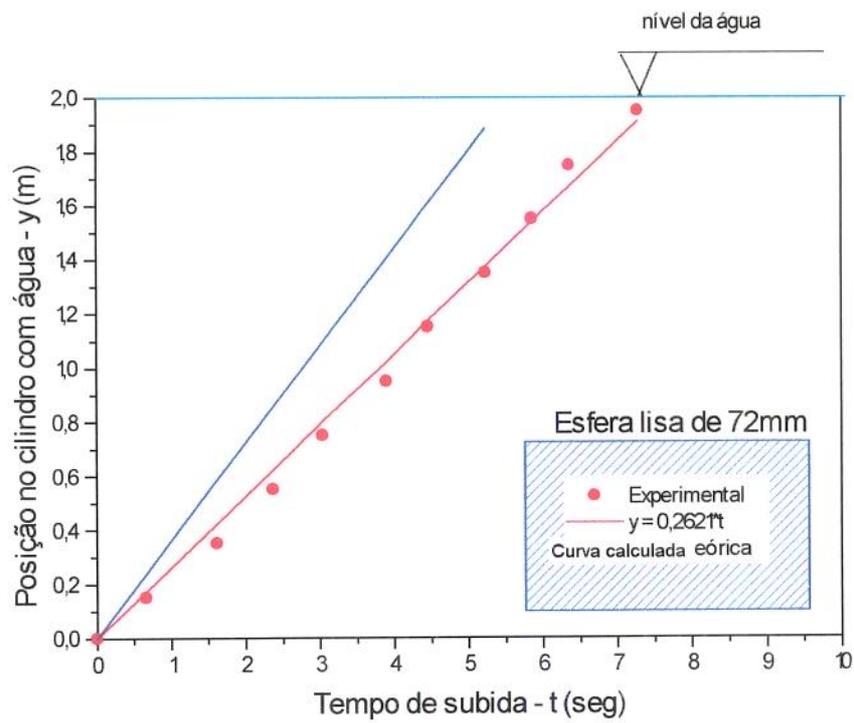


Figura 4.16 - Velocidade terminal de esferas lisas de 72 mm na água.

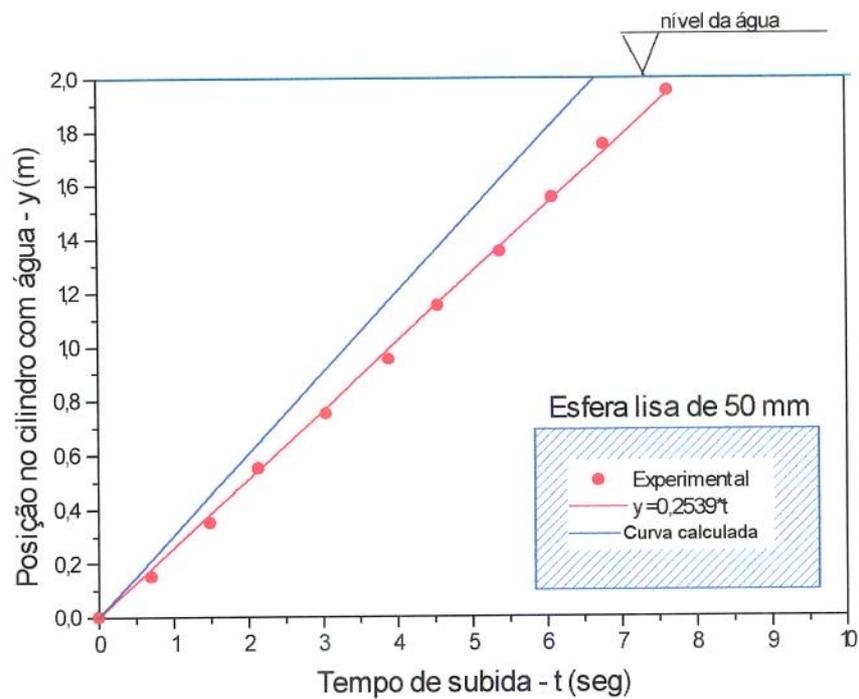


Figura 4.17 - Velocidade terminal de esferas lisas de 50 mm na água.

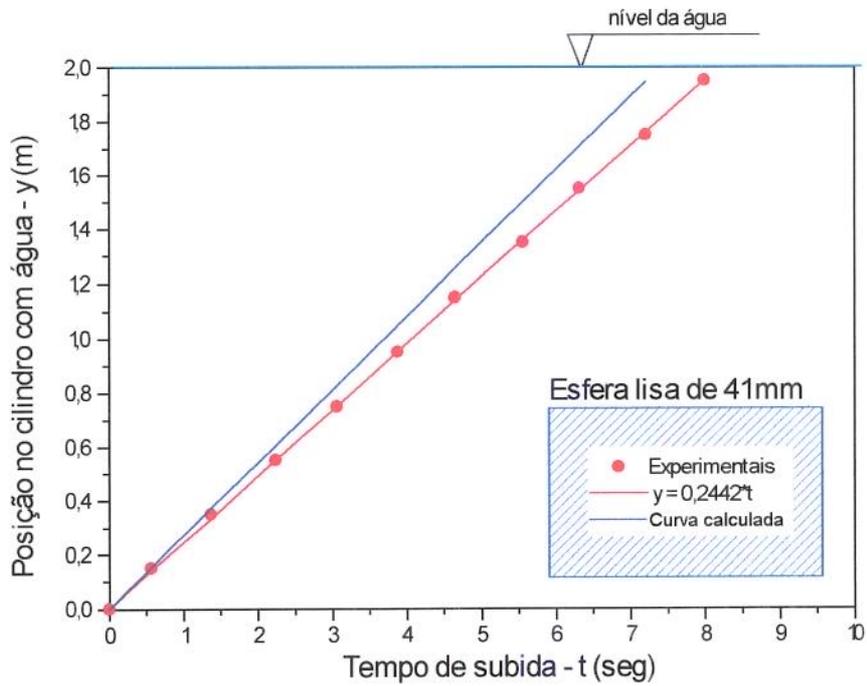


Figura 4.18 - Velocidade terminal de esferas lisas de 41 mm na água.

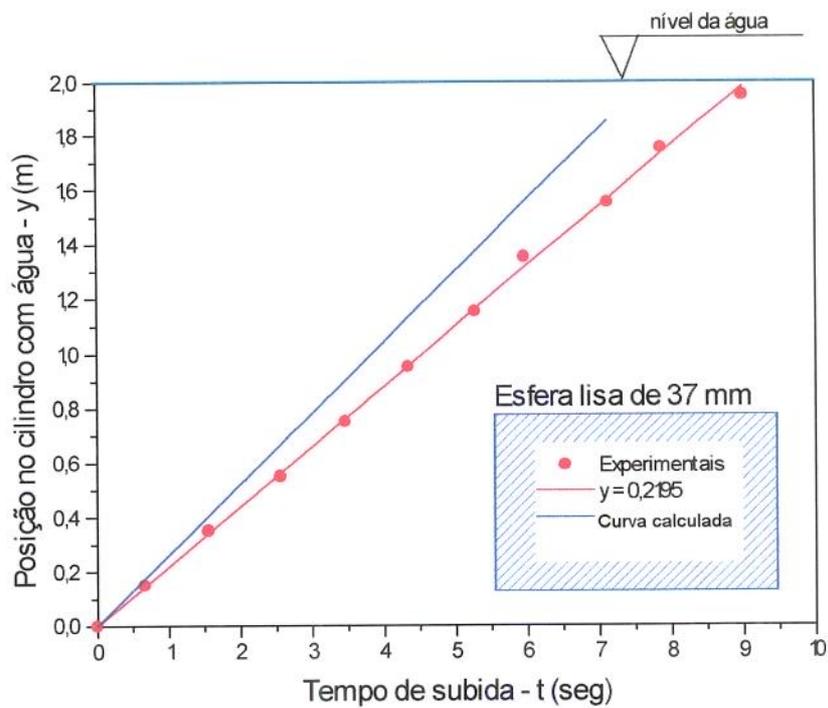


Figura 4.19 - Velocidade terminal de esferas lisas de 37 mm na água.

Tabela 4.7 - Dados obtidos de regressão linear realizada segundo ajuste  $y = at$ , para determinação da velocidade terminal dos corpos de prova.

Parâmetros				
Corpos de prova	$a$ (m/s)	$R$	$R^2$	$N$
Laranja	0,208	0,9996	0,9991	10
Esfera rugosa - 71,0 mm	0,254	0,9994	0,9988	11
Esfera rugosa - 50,0 mm.	0,242	0,9996	0,9993	11
Esfera rugosa - 41,0 mm	0,230	0,9988	0,9994	11
Esfera rugosa - 37,0 mm	0,207	0,9996	0,9992	11
Esfera lisa - 72,0 mm	0,262	0,9967	0,9934	11
Esfera lisa - 50,0 mm	0,254	0,9994	0,9987	11
Esfera lisa - 41,0 mm	0,244	0,9999	0,9998	11
Esfera lisa - 37,0 mm	0,220	0,9999	0,9999	11

### Velocidade terminal teórica (método 1)

Para o estudo de velocidade terminal foi feita a hipótese que as laranjas eram esferas devido à proximidade dos dados obtidos para a esfericidade,  $\phi$  na Tabela 4.6. Desta hipótese, os valores para  $C_D$  foram tomados na curva de  $C_D$  X Reynolds dada por VENNARD (1961).

Pela Equação 4.39, e supondo  $C_D = 0,44$  obtivemos:

$$V_t = \left| \frac{4(9,8) \times 0,0724(1,00 - 0,94)}{3C_D \times 1} \right|^{1/2} \Rightarrow V_t = 0,36 \text{ m/s} \quad (4.42)$$

Com este resultado obteve-se  $R_e = 26.064$ . Da curva clássica obteve-se  $C_{D \text{ suposto}} = C_{D \text{ calculado}}$ , então adotou-se  $C_D = 0,44$  para o cálculo da velocidade terminal, sendo estes resultados apresentados na Tabela 4.8. O mesmo procedimento foi seguido para todos os modelos esféricos conforme mostrado na Tabela 4.9.

### Velocidade terminal teórica (método 2)

Utilizando o valor médio da esfericidade,  $\phi = 0,94$  obtido para laranja e substituindo este valor na relação desenvolvida por PETTYJOHN E CHRISTIANSEN (1948) obteve-se um coeficiente de arraste  $C_D = 0,72$  e um novo cálculo da velocidade terminal pela Equação 4.39 fornece  $V_t = 0,28$  m/s como pode ser visto na Tabela 4.8.

### Velocidade terminal teórica (método 3)

Através da relação obtida por MATHEWS (1963), representada pela Equação 4.41, o valor médio do fator de correção  $F_1$  obtido para laranjas é:

$$0,36 F_1 = 0,28 \Rightarrow F_1 = 0,78 \quad (4.43)$$

e levando na Equação 4.41c, que compara a velocidade da fruta com o resultado obtido para uma esfera, tem-se:

$$\frac{V_L}{V_s} = \sqrt{\frac{C_{DS}}{C_{DL}}} \Rightarrow \frac{1(0,78)}{1} = \sqrt{\frac{C_{DS}}{C_{DL}}} \Rightarrow \quad (4.44)$$

$$C_{DL} = 1,69 C_{DS}$$

Supondo o coeficiente de arraste para esfera  $C_D = 0,44$  na faixa  $1000 < Re < 2 \times 10^5$ , o valor calculado para o coeficiente de arraste da laranja é  $C_{DL} = 1,69 (0,44) = 0,74$  que é muito próximo ao valor de  $C_D = 0,72$  obtido com a correção da esfericidade pela Equação 4.40. Quando o valor calculado do coeficiente de arraste  $C_{DL} = 0,74$  foi levado à Equação 4.39 os valores obtidos para velocidade terminal mostraram-se de acordo com os resultados obtidos devido à correção da esfericidade, porém ainda é superior àquele obtido experimentalmente, conforme se verifica na Tabela 4.8. A aproximação existente entre estes dois métodos indica

que outros fatores além da esfericidade estão afetando o coeficiente de arraste dessas laranjas. Supõe-se com isto que o efeito de parede somado a outros fatores antes mencionados, pode ter causado um retardamento na velocidade terminal das laranjas. Isto fica evidente quando observamos a Tabela 4.9, pois a velocidade terminal obtida com o modelo esférico rugoso de mesmo volume da laranja se aproxima bem da velocidade terminal da laranja quando se corrige a esfericidade mas ainda é inferior ao valor teórico clássico.

MATHEWS et alii (1965) e DEWEY et alii (1966) obtiveram, para duas variedades de maçãs, resultados experimentais de velocidade terminal bem inferiores aos valores teóricos. Eles atribuíram essa diferença ao efeito de parede (relação  $D_p/D_t = 0,2$ ) e ainda enfatizam que devido à pequena profundidade do recipiente, suas frutas possivelmente não tenham alcançado a velocidade terminal.

TENNES e STOUT (1968) em seu estudo com cerejas encontraram uma velocidade terminal teórica maior que duas vezes a velocidade experimental. Com a correção da esfericidade a velocidade terminal teórica ainda se apresentou superior a velocidade experimental. Eles atribuíram esta diferença a forças causadas pelo movimento rotacional da fruta durante a sua descida. Segundo estudo feito por TIETJENS (1934) as forças devido ao movimento rotacional de uma esfera em um fluido, em muitos casos, é maior do que a força de arraste causada pelo movimento de descida.

Tabela 4.8 - Velocidade terminal e coeficientes de arraste para laranjas. Cálculos feitos com base no diâmetro obtido da esfera equivalente,  $D_p = 72,4$  mm

MÉTODOS USADOS PARA OBTENÇÃO DA VELOCIDADE TERMINAL E COEFICIENTE DE ARRASTE DE LARANJAS .										
		<i>Método 1</i>			<i>Método 2</i>		<i>Método 3</i>			
		Velocidade terminal experimental (Fig.4.11)	Considerando valores p/ $C_D$ e testando na curva de $C_D \times Reynolds$		Eq. (4.40) para $C_D$ Eq. (4.39) para $V_t$		Equação (4.41) Equação (4.41c) Equação (4.39)			
MATERIAL	$C_D^*$	$V_t$ (m/s)	$C_D$	$V_t$ (m/s)	$C_D$	$V_t$ (m/s)	$C_D$	$V_t$ (m/s)	$C_D$	$V_t$ (m/s)
Laranja	1,28	0,21	0,44	0,36	0,72	0,28	0,74	0,28		

$C_D^*$  - Coeficiente de arraste calculado através da velocidade terminal experimental

Tabela 4.9 - Velocidade terminal experimental e teórica e coeficiente de arraste calculados para modelos esféricos.

<i>Esferas rugosas (Diâmetro -mm)</i>	<i>Velocidade experimental (Figs. 4.12 a 4.15)</i>	<i>Considerando valores p/ <math>C_D</math> e testando na curva de <math>C_D</math> x Reynolds</i>	
	$V_t$	$C_D$	$V_t$
71	0,25	0,44	0,36
50	0,24	0,44	0,30
42	0,23	0,44	0,27
37	0,21	0,44	0,26
<i>Esferas lisas (Diâmetro -mm)</i>	<i>Velocidade experimental (Figs. 4.16 a 4.19)</i>	<i>Considerando valores p/ <math>C_D</math> e testando na curva de <math>C_D</math> x Reynolds</i>	
	$V_t$	$C_D$	$V_t$
72	0,26	0,44	0,36
50	0,25	0,44	0,30
42	0,24	0,44	0,27
37	0,22	0,44	0,26

O valor da velocidade experimental inferior ao calculado pode ser devido ao movimento irregular da fruta durante sua subida. Movimento esse devido a muitos fatores, entre eles, efeito de parede e distribuição variável de forças devido a forma irregular da fruta. Considerando ainda que o escoamento acontece em regime turbulento, como pode ser visto pelo número de Reynolds calculado para laranja na Tabela 4.10, é provável a ocorrência de esteiras de vórtices que também contribuem para o movimento irregular da fruta durante a subida.

Ainda em relação à velocidade terminal, de laranjas e modelos esféricos, foi feita uma segunda tomada de dados, na tentativa de se verificar o ponto em que esta era alcançada. Considerando o ponto de liberação do corpo de prova do descanso, na Figura 4.8, como o primeiro ponto de leitura, mediu-se o tempo que este gastava para chegar ao último ponto. Em seguida mediu-se do segundo ponto até o último, e assim sucessivamente. Verificou-se que a laranja e seu modelo esférico de mesmo tamanho, alcançaram velocidade constante, numa profundidade de aproximadamente 0,8 m e os demais modelos a 0,6 m de profundidade. Obteve-se ainda, a confirmação das velocidades obtidas segundo regressões lineares, mostradas no início do item 4.4.2.

### 4.4.3 Efeito da presença de fronteira rígida

Aplicando a Equação 4.35 que calcula o critério  $k_p$ , o qual permite analisar o efeito de parede na subida de esferas obteve-se os resultados mostrados na Tabela 4.10.

Tabela 4.10 - Efeito de parede na subida de laranja e modelos esféricos ao longo do eixo de um tubo de diâmetro  $D_t = 250$  mm

DIÂMETRO DA ESFERA (mm)	$V_T$ (EXPERIMENTAL) (m/s)	$R_E$ $VD_p\rho/\mu$	$\beta = D_p/D_t$	$k_p = V/V_\infty$ $k_p = (1-\beta^2)/(1+\beta^4)^{1/2}$
72,4 *	0,21	15204	0,2896	0,9129
72,0	0,26	18720	0,2840	0,9139
50,0	0,25	12500	0,2000	0,9608
42,0	0,24	10080	0,1680	0,9714
37,0	0,22	8140	0,1480	0,9779

\* O valor  $D_p = 72,4$  mm é o diâmetro da esfera de volume equivalente ao da laranja.

Analisando-se a Tabela 4.10 percebe-se que existe efeito de parede e que este tende a anular-se a partir  $\beta = 0,2$  dentro do critério  $k_p \geq 0,99$  como dito por MASSARANI (1990). De fato foi observado um movimento “zig-zag” durante a subida da fruta e de seus modelos esféricos. A laranja chegou a golpear entre 5 e 8 vezes contra a parede do tubo e o mesmo aconteceu com as esferas de 72 mm. As esferas de 50 mm golpearam no máximo 3 vezes contra a parede. As esferas de 42 mm golpearam uma ou nenhuma vez na parede mas sempre apresentavam desvio em seu percurso. Apenas o modelo de 37 mm seguiu seu curso sem desvios e subiu todo o tempo pelo centro do tubo.

Na Figura 4.20 estão reunidas as curvas de velocidade terminal das 4 esferas lisas. Percebe-se que os pontos experimentais estão abaixo das curvas teóricas, sendo esta diferença maior para as esferas de 72 mm e 50 mm, onde além de outros efeitos, o efeito devido à parede é também maior. Analisou-se as esferas lisas para eliminar a hipótese de influência da rugosidade da superfície da esfera na velocidade terminal.

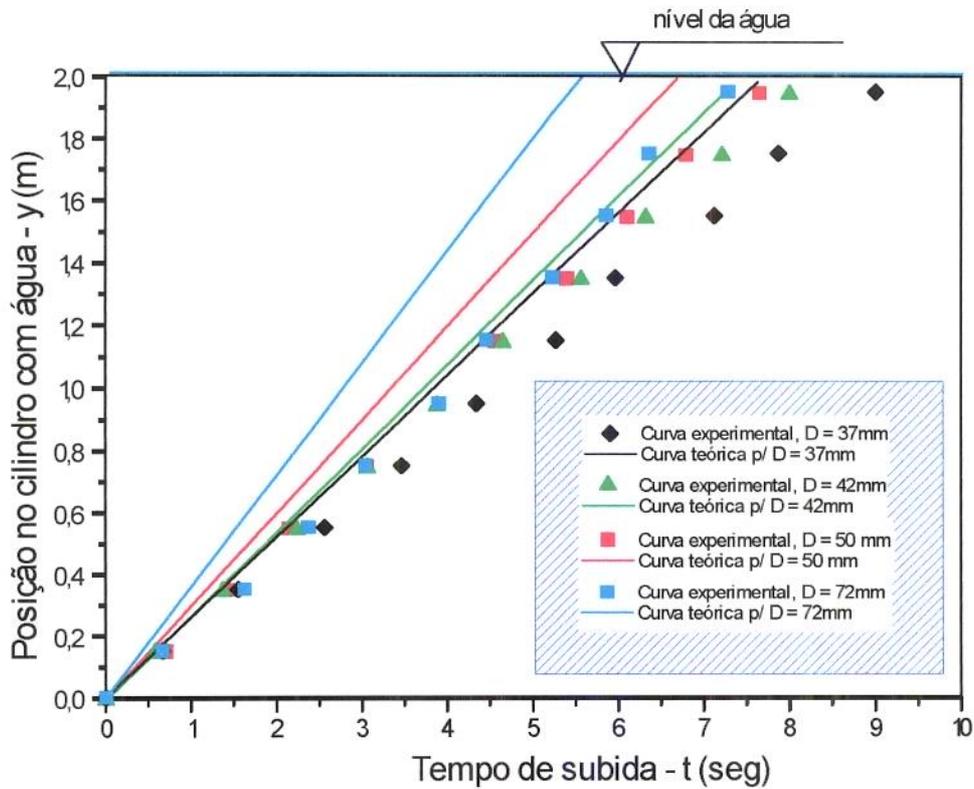


Figura 4.20 - Resultados *deslocamento (Y) x tempo (t)* para esferas lisas de quatro tamanhos diferentes. Ajuste de comportamento na forma  $y = at$ .

#### 4.4.4 Efeito da rugosidade da superfície

Com relação a superfície (lisa e rugosa) não foi encontrado efeito significativo, pelo menos para este nível de rugosidade, apenas foi verificado uma suave tendência de maior velocidade em modelos de superfície lisa, isto pode ser visto nas Figuras 4.21a, 4.21b, 4.21c e 4.21d.

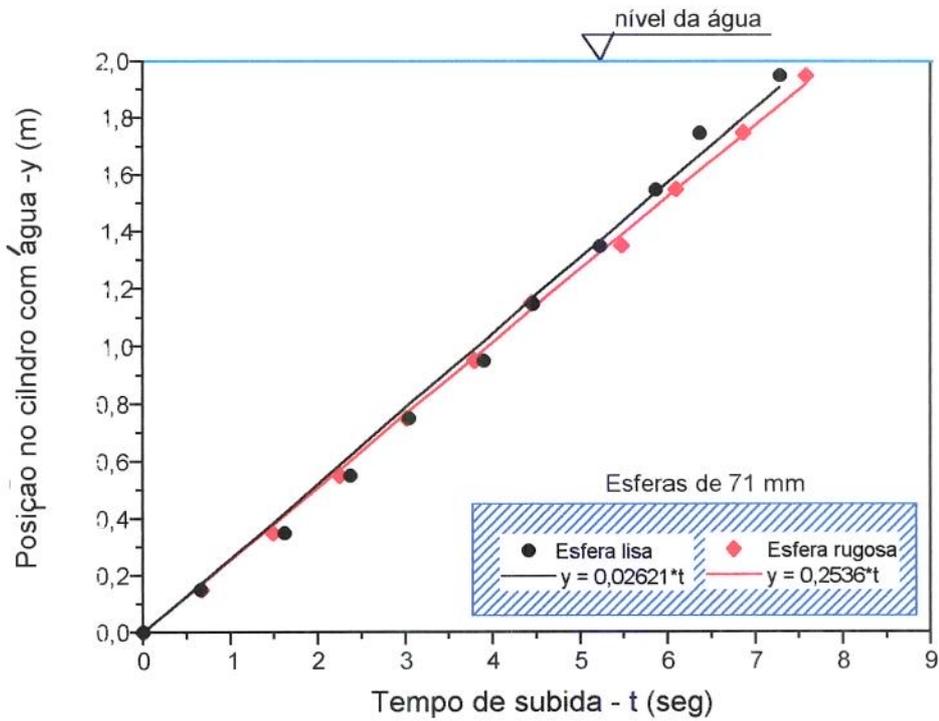


Figura 4.21a - Efeito da superfície rugosa de esferas com  $D_p = 71$  mm na velocidade terminal em água.

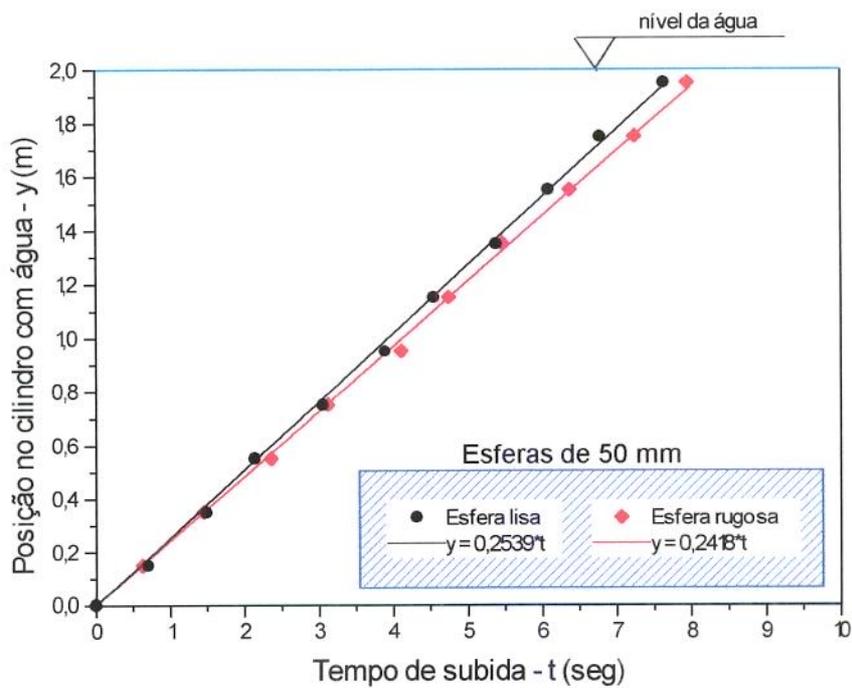


Figura 4.21b - Efeito da superfície rugosa de esferas com  $D_p = 50$  mm na velocidade terminal em água.

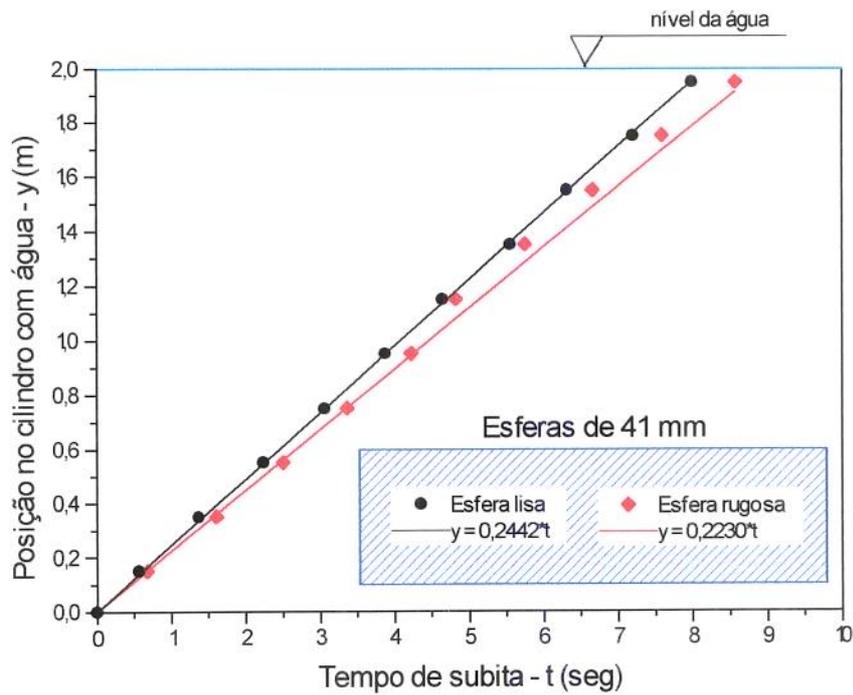


Figura 4.21c - Efeito da superfície rugosa de esferas com  $D_p = 41$  mm na velocidade terminal em água

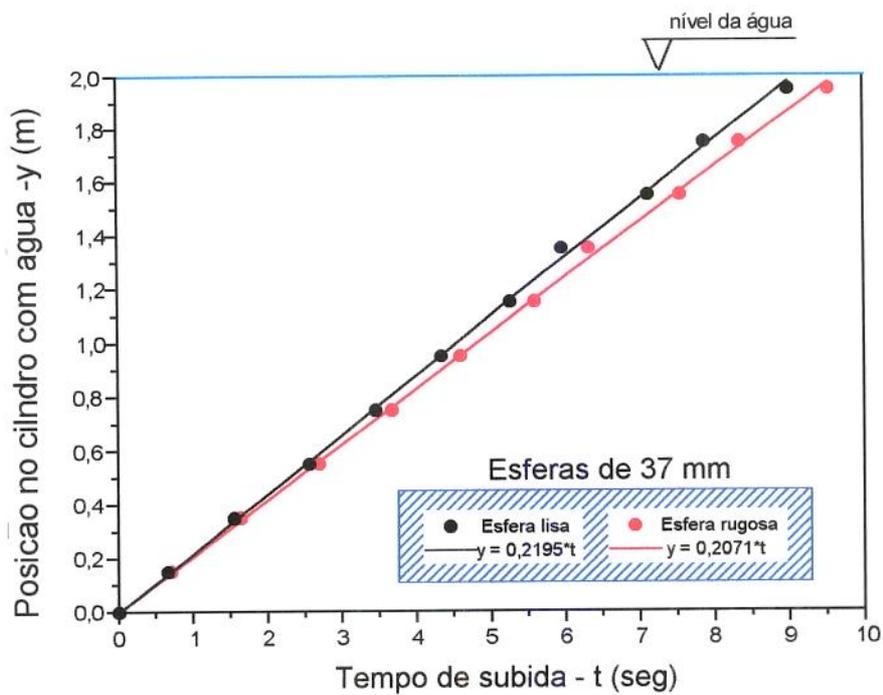


Figura 4.21d - Efeito da superfície rugosa de esferas com  $D_p = 37$  mm na velocidade terminal em água.

## 4.5 CONCLUSÕES

- As laranjas apresentaram as seguintes características físicas médias: densidade 0,94; área superficial 14739 mm<sup>2</sup>; esfericidade 0,94; diâmetro da esfera de igual volume 72,4 mm e média dos três diâmetros 76,7 mm.
- A velocidade terminal obtida experimentalmente para laranjas foi de  $V_t = 0,21$  m/s e foi menor do que os valores experimentais obtidos para seu modelo esférico de mesma rugosidade  $V_t = 0,25$  m/s e também inferior a de seu modelo esférico liso que foi  $V_t = 0,26$  m/s.
- Mesmo apresentando esfericidade próxima da unidade, comete-se erro no cálculo da velocidade terminal de laranjas ao considerá-las esféricas. Além da esfericidade, foi verificado a presença de efeito de parede influenciando na velocidade terminal de laranjas em água, porém não foi possível quantificá-lo.
- A rugosidade da casca da laranja não exerceu influência significativa na sua velocidade terminal.
- Valores experimentais de velocidade terminal obtidos para esferas de 4 tamanhos foram inferiores aos valores teóricos. Fato que comprova a existência de outros fatores influenciando na velocidade terminal de laranjas em água, além da esfericidade e do efeito de parede.
- A velocidade terminal de laranjas e de seus modelos esféricos de mesmo tamanho, determinada em tubo cilíndrico de diâmetro  $D_t = 250$  mm, é alcançada a cerca de 0,8 m de profundidade, enquanto que modelos com diâmetros de 50,0 ; 41,0 e 37,0 mm alcançam a velocidade terminal um pouco antes, numa profundidade de aproximadamente 0,6 m.

- O coeficiente de arraste estimado para laranjas é de aproximadamente  $C_D = 0,74$  ou seja 1,69 vezes maior do que o obtido para a esfera pela curva clássica  $C_D \times Reynolds$ .
- O coeficiente de arraste de laranjas, calculado através da velocidade terminal obtida experimentalmente foi  $C_D = 1,28$ . Cerca de 3 vezes o valor teórico para esferas.

# Capítulo 5

*Escoamento em canal retangular*

## 5.1 INTRODUÇÃO

O transporte de pequenos sólidos ( $D_p < 1,0 \text{ mm}$ ) é uma técnica bem conhecida e tem sua teoria bem estabelecida. No entanto, muitas indústrias manuseiam sólidos maiores e necessitando usar tubos de transporte para seus materiais encontram apenas informações limitadas na literatura. No passado sugeriu-se que a velocidade mínima de operação e consequente pressão perdida no sistema de transporte de grandes partículas poderia também ser alto para uma operação econômica. Todavia tais predições foram baseadas em experimentos com pequenas partículas em tubos de pequenos diâmetros e pouquíssimos resultados foram aproveitados para partículas maiores que 1 mm. (McKAY & DABBAGHZADEH, 1987)

Analisando-se os custos dos métodos existentes para transportes de partículas grandes, admitiu-se que o transporte destas partículas como por exemplo, de frutas cítricas por canais se tornaria economicamente atrativo. O transporte hidráulico por canais apresenta vantagens adicionais aos demais transportes, o sistema pode funcionar por gravidade podendo a velocidade ser controlada pela inclinação do canal, a água pode ser tratada e reutilizada, minimizando ainda os danos mecânicos provocados nos frutos. Somam-se ainda a estas vantagens o fato de que o canal é de fácil instalação e manutenção, fácil operação e apresenta maior possibilidade de controle automático. Em alguns casos existe a possibilidade de unir outras áreas do processamento ao transporte da fruta. A lavagem e a seleção são exemplos de etapas que podem ser incorporadas com eficiência durante o transporte da fruta.

Sabe-se que algumas indústrias nacionais implantaram canais para transportar laranjas, no entanto não se tem conhecimento de algum destes sistemas que estejam funcionando. Seu fracasso se deve à falta de informações que levem a um dimensionamento preciso do sistema. Para tanto algumas questões devem ser avaliadas para que as características específicas de projeto possam ser determinadas, entre elas: comportamento da fruta imersa, velocidade máxima admissível para evitar danos para o produto, velocidade e lâmina mínimas para transportar o produto com eficiência e evitar obstrução do canal.

### 5.1.1 Objetivos

- a) Determinar o coeficiente de arraste de laranjas durante escoamento em canal aberto para diferentes velocidades de escoamento e verificar influência da altura da lâmina no arraste.
  
- b) Determinar o coeficiente de arraste de modelos esféricos de mesma densidade da laranja e diferentes tamanhos, diâmetros sob diversas condições de escoamento e lâminas d'água.
  
- c) Verificar o efeito da relação  $D_p/H$ , no arraste das esferas.

## 5.2 REVISÃO DA LITERATURA

No transporte hidráulico de frutas o escoamento do fluido ocorre em torno dos sólidos e o problema envolve a ação das forças exercidas pelo fluido nesses sólidos, sendo assim é necessário ter um conhecimento das propriedades físicas que afetam o comportamento hidrodinâmico, ou seja estudar partículas dinâmicas em termos de coeficiente de arraste e velocidade terminal. No Capítulo 4 foi feita revisão sobre estas propriedades a qual se aplica, também, a este capítulo. Segue-se com uma breve revisão sobre efeito de parede, como um dos fatores que afetam o transporte de partículas em meios fluidos e algumas considerações sobre o uso de adimensionais na análise do escoamento.

### 5.2.1 Efeito de parede

PRANDTL (1904) sugeriu que o movimento do fluido em torno de objetos deveria ser dividido em duas regiões: uma fina região próxima ao objeto onde os efeitos do atrito são importantes (camada limite) e uma outra onde o atrito pode ser desprezado (escoamento potencial). As características básicas que devem ser estudadas no escoamento com atrito são: (1) o tamanho da camada limite, (2) a distribuição de velocidade resultante, (3) a distribuição de pressão, e (4) a força exercida pelo fluido na superfície sólida.

Não existe nenhuma divisão precisa entre a camada limite e escoamento potencial, mas geralmente define-se camada limite como aquela região onde a velocidade do fluido (paralela a superfície) é menor que 99% da velocidade da corrente livre a qual é descrita pela teoria do escoamento potencial. A espessura da camada limite,  $\delta$ , cresce ao longo da superfície (sobre a qual o fluido está escoando) da borda principal, como esquematizado na Figura 5.1. Na borda principal de uma placa plana a espessura é zero, mas na frente do corpo rígido, existe uma espessura finita sempre alinhada ao ponto de estagnação (HUGHES E BRIGHTON, 1967).

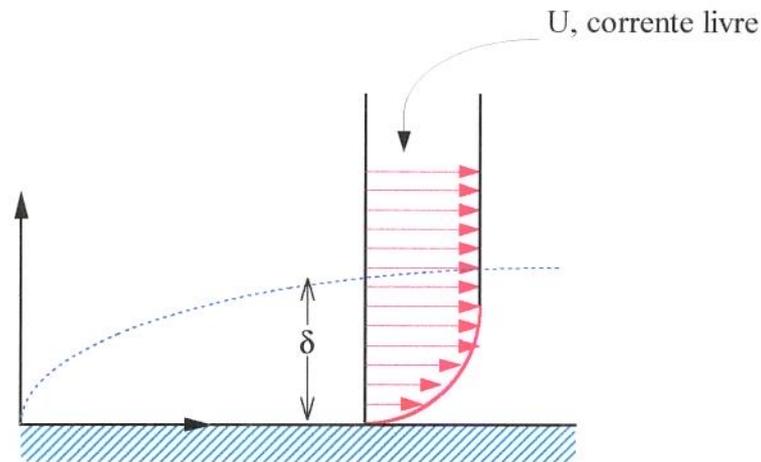


Figura 5.1 - Distribuição de velocidade na camada limite. (SCHLICHTING, 1960)

A forma do perfil de velocidade e a taxa de crescimento da espessura da camada limite,  $\delta$ , depende do gradiente de pressão,  $\partial p/\partial x$ . Se a pressão aumenta na direção do escoamento, a espessura da camada limite cresce rapidamente e o perfil de velocidade será como mostrado na Figura 5.2. Se este gradiente de pressão adverso é suficientemente grande, então ocorrerá separação seguida por uma região de escoamento reverso (o ponto de separação é definido como o ponto onde  $\partial u/\partial y|_{y=0} = 0$ ). Se a pressão decresce na direção do escoamento, a espessura da camada limite cresce vagarosamente (SCHLICHTING, 1960).

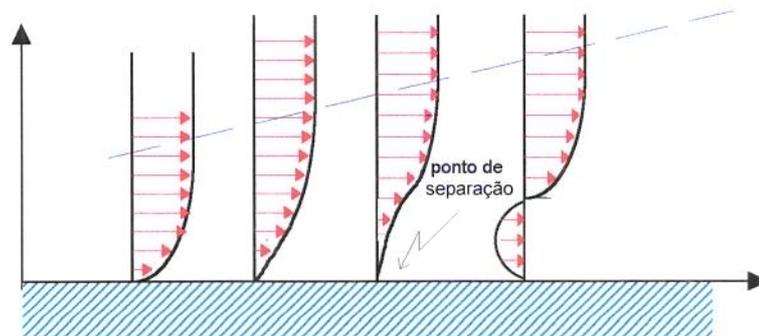


Figura 5.2 - Perfis de velocidade para escoamento numa placa plana onde  $\partial p/\partial x > 0$  (SCHLICHTING, 1960)

### 5.2.1.1 Escoamento laminar, de transição e turbulento

O escoamento sobre uma placa plana é característico de escoamento externo em geral, a espessura da camada limite é zero no início da superfície e aumenta com a distância ao longo da superfície. A porção inicial da camada limite é laminar mas pode ser seguida por uma região de transição onde o escoamento muda de laminar para turbulento (Figura 5.10. Essa turbulência não tem localização fixa, move-se continuamente. Assim a região de escoamento laminar é estável e bidimensional e as regiões de transição e turbulenta são instáveis e tridimensionais (Figura 5.3.)

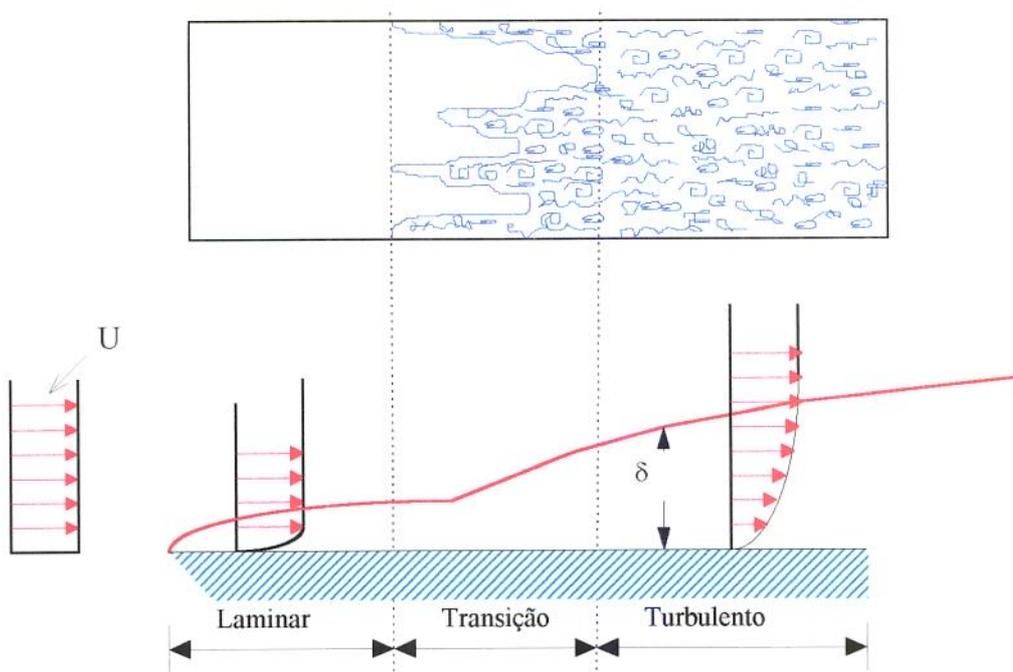


Figura 5.3 - Camada limite no escoamento sobre uma placa plana. (SCHLICHTING, 1960)

### 5.2.1.2 Escoamento paralelo próximo de uma esfera

SCHLICHTING (1960) fornece a solução das Equações Navier-Stokes para o caso de uma esfera de raio  $R$ , com centro coincidindo com a origem e localizada numa corrente paralela de velocidade uniforme  $U_\infty$ , ao longo do eixo  $x$ . Tal solução é representada pelas seguintes equações para as componentes de pressão e velocidade:

$$u = U_\infty \left[ \frac{3}{4} \frac{R x^2}{r^3} \left( \frac{R^2}{r^2} - 1 \right) - \frac{1}{4} \frac{R}{r} \left( 3 + \frac{R^2}{r^2} \right) + 1 \right] \quad (5.1)$$

$$v = U_\infty \frac{3}{4} \frac{R x y}{r^3} \left( \frac{R^2}{r^2} - 1 \right) \quad (5.2)$$

$$w = U_\infty \frac{3}{4} \frac{R x z}{r^3} \left( \frac{R^2}{r^2} - 1 \right) \quad (5.3)$$

$$p - p_\infty = -\frac{3}{2} \frac{\mu U_\infty R x}{r^3} \quad (5.4)$$

A pressão na superfície é dada por:

$$p - p_\infty = -\frac{3}{2} \mu \frac{x}{R^2} U_\infty \quad (5.5)$$

A máxima e mínima distribuição de pressão ocorrem nos pontos  $P_1$  e  $P_2$ , respectivamente, seus valores são:

$$p_{1,2} = -\frac{3}{2} \mu \frac{U_\infty}{R} \quad (5.6)$$

A distribuição ao longo do meridiano da esfera bem como ao longo da abscissa,  $x$ , é apresentada na Figura 5.4.

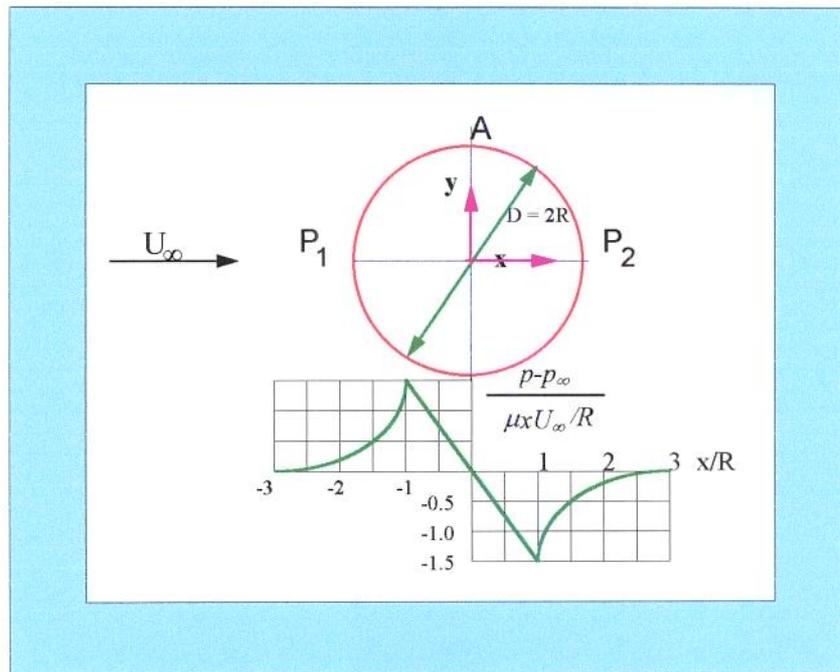


Figura 5.4 - Distribuição de pressão em torno de uma esfera no escoamento paralelo uniforme (SCHLICHTING, 1960).

O maior valor da tensão de cisalhamento ocorre no ponto  $A$  e seu valor é,

$$\tau = \frac{3}{2} \mu U_\infty / R \quad (5.7)$$

O arraste total é:

$$C_D = 6\pi\mu R U_\infty \quad (5.8)$$

A Figura 5.5 contém todos os perfis de velocidade em várias secções transversais. A esfera arrasta-se com uma camada muito larga de fluido a qual estende-se sobre o diâmetro de ambos os lados. Se o número de Reynolds é muito alto esta camada limite torna-se muito fina. SCHLICHTING (1960).

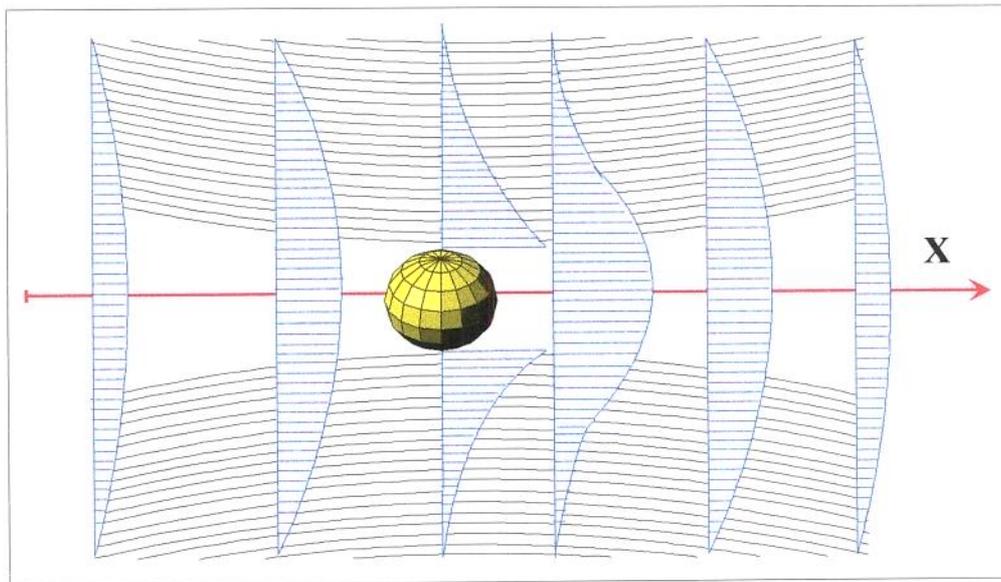


Figura 5.5 - Linhas de corrente e distribuição de velocidade na solução de Stokes para uma esfera em escoamento paralelo ( SCHLICHTING ,1960).

### 5.2.1.3 Escoamento na entrada de um canal reto de paredes planas

Segundo MEKSYN (1961) sendo a velocidade  $U_0$  uniformemente distribuída sobre uma profundidade  $2a$ , as camadas limite seriam formadas em ambas paredes e sua amplitude seria aumentada na direção do escoamento devido ao atrito viscoso. O perfil de velocidade resultante consistiria de dois perfis de camada limite nas duas paredes unidas no centro por uma linha de velocidade constante. Assim o volume de escoamento deve ser o mesmo para toda secção, o decréscimo na taxa de escoamento próximo à parede, o qual é devido ao atrito,

poderia ser compensado por um correspondente acréscimo próximo ao eixo. Para uma maior distância da secção de entrada as duas camadas limite, gradualmente se fundem, e finalmente o perfil de velocidade é transformado assintoticamente numa distribuição parabólica do escoamento de Poiseuille (Figura 5.6).

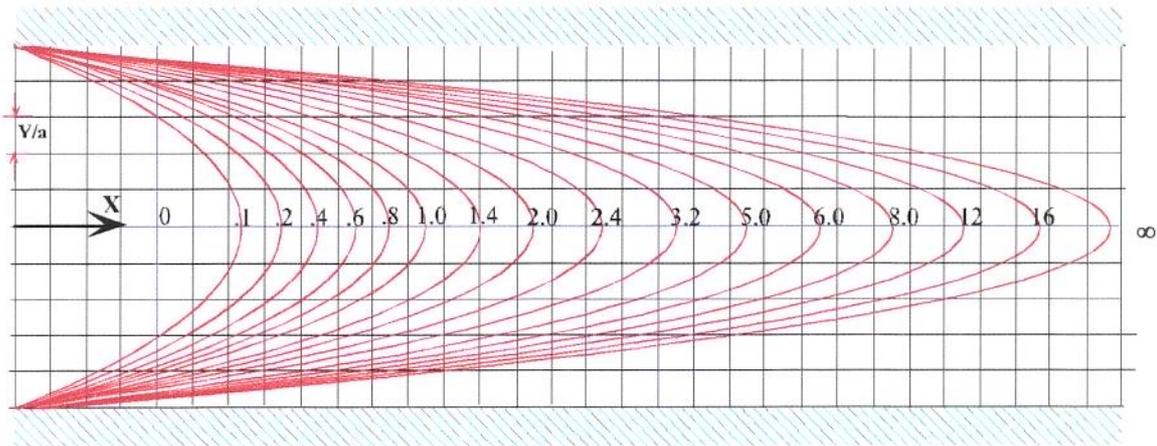


Figura 5.6 - Distribuição de velocidade no escoamento laminar na secção de entrada de um canal ( SCHLICHTING ,1960).

#### 5.2.1.4 Origem da turbulência

O movimento laminar torna-se turbulento a números de Reynolds suficientemente altos. O número de Reynolds que inicia a instabilidade é chamado de número de Reynolds crítico. No caso de escoamento entre paredes planas esta instabilidade teoricamente se inicia com Reynolds em torno de 5.000 ao passo que o valor experimental fica em torno de 2.000 (SCHLICHTING, 1960; MEKSYN, 1961).

Schubauer e Klebanoff citados por SCHLICHTING (1960), afirmam que em canais com paredes planas, o escoamento na camada limite é reproduzido com grande precisão, quando aproximado ao escoamento paralelo porque a dependência da velocidade  $U$  da coordenada  $x$ , no escoamento principal, é muito menor do que da coordenada  $y$ .

A Figura 5.7 apresenta as curvas de velocidade constante para um canal aberto de secção retangular, no escoamento de transição, segundo estudo de Nikuradse citado por SCHLICHTING (1960). O autor verificou que a velocidade máxima não ocorre próximo a superfície livre mas em torno de  $1/5$  do fundo do canal, e o escoamento na superfície livre não é ao todo bidimensional como era esperado.

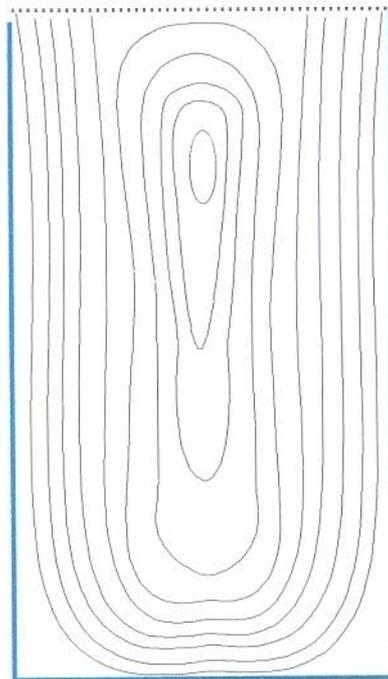


Figura 5.7 - Curvas de velocidade constante para um canal aberto de secção retangular (Nikuradse citado por SCHLICHTING ,1960).

## 5.2.2 Efeito de parede para altos números de Reynolds

Fidleris e Whitmore (1961) citados por UHLHERR e CHHABRA (1995) sugeriram, baseando-se em experiências disponíveis com altos números de Reynolds, que o fator de parede independe do número de Reynolds, dependendo apenas da relação entre diâmetros e que tal afirmação é consistente com as conclusões alcançadas por outros, inclusive Mott (1951), Lunnon (1928), Barr (1931). Os autores ainda afirmam que existem vários estudos a respeito desta questão, no entanto existem à disposição, relativamente poucos dados experimentais.

UHLHERR e CHHABRA (1995) obtiveram extensivos resultados experimentais a respeito da queda constante de esferas em uma variedade de tubos cilíndricos para verificar o efeito de parede numa ampla gama de valores do número de Reynolds. O efeito de retardamento devido à presença de parede foi quantificado em termos de um fator de parede, definido como uma relação de velocidades. Os autores concluíram que o fator de parede também é função do número de Reynolds na região intermediária e que é função apenas da relação de diâmetros para pequenos e altos números de Reynolds.

Segundo UHLHERR e CHHABRA (1995), alguns estudos foram relatados a respeito dos efeitos de parede para esferas sendo carregadas por fluidos, e citam Achenbach (1974), Johansson (1974), Dudukovic e Koncar-Durdjevic (1981). Entretanto, os autores afirmam, que devido à presença de um perfil de velocidade não uniforme, e às diferenças na definição do número de Reynolds, tais resultados não são diretamente comparáveis aos obtidos em queda livre através de fluidos estacionários.

### 5.2.3 Considerações sobre escoamento

HENDERSON (1966) estudando a teoria da análise dimensional admite dois principais campos de aplicação: a consideração de argumentos envolvendo um grande número de parâmetros físicos, e o desenvolvimento de critérios que governam a similaridade entre duas situações de escoamento as quais são geometricamente semelhantes mas diferentes no tamanho.

O autor relata que, em problemas de escoamento de fluidos existe pelo menos quatro parâmetros envolvidos,  $\Delta p$ ,  $V$ ,  $L$  e  $\rho$ , onde  $L$  é uma característica de dimensão de comprimento e  $\Delta p$  é uma diferença de pressão, a qual pode ser substituída em alguns casos por uma diferença  $\Delta h$  de profundidade ou uma perda de energia  $\Delta H$ . Qualquer que seja sua exata forma, tais termos estão sempre presentes. Assim três quantidades fundamentais estão envolvidas, esses quatro termos dão origem a  $4-3 = 1$  número adimensional, a saber  $\Delta p/\rho V^2$ . A adição de mais parâmetros, introduz outro número adimensional para cada novo parâmetro adicionado; o mais importante do ponto de vista desse tema é a aceleração da gravidade,  $g$ , a qual é envolvida se o escoamento tem uma superfície livre. Este resultado importante pode ser deduzido por considerar primeiro um sistema de fluido completamente fechado, tal como circuito fechado no qual o líquido está sendo conduzido por uma bomba. Energia é concedida ao líquido por uma bomba impelidora e dissipada pela resistência do circuito. Contanto que o líquido continue um líquido, a gravidade nada faz para ajudar ou retardar este processo básico, o qual procederia assim efetivamente.

Se a pressão é livre para assumir algum valor por completo (o qual é verdadeiro em um sistema fechado), então a gravidade meramente afeta o tamanho relativo de  $p$  e  $\gamma z$  sem afetar o total ( $p + \gamma z$ ). A distribuição desta quantidade final permaneceria a mesma qualquer que seja esse circuito hipotético (HENDERSON, 1966).

Quando a gravidade é um fator significativo, o adimensional apropriado é o bem conhecido número de Froude.

$$N_f = \frac{v^2}{gL} \quad (5.9)$$

Se a viscosidade  $\mu$  merece maior atenção, este fato introduz o número de Reynolds.

$$R_c = \frac{VL\ell}{\mu} \quad (5.10)$$

Desde que o escoamento seja em canal aberto sobre toda uma superfície livre, o autor considera que o número de Froude é essencial na equação de escoamento apropriada. O número de Reynolds tem uso um tanto limitado na teoria de canal aberto, particularmente quando o escoamento é em larga escala. Desde que o número de Reynolds é uma medida inversa do efeito da viscosidade, ele tem menos influência quando muito grande.

## 5.3 MATERIAIS E MÉTODOS

### 5.3.1 Descrição da unidade de testes

O sistema esquematizado na Figura 5.8 é composto por um canal de declividade variável, equipados com medidores de vazão e de velocidade. A água é utilizada em circuito fechado a partir de um reservatório. O canal possui dimensões e controles que permitem grandes facilidades experimentais e suas laterais são transparentes permitindo total visualização do experimento.

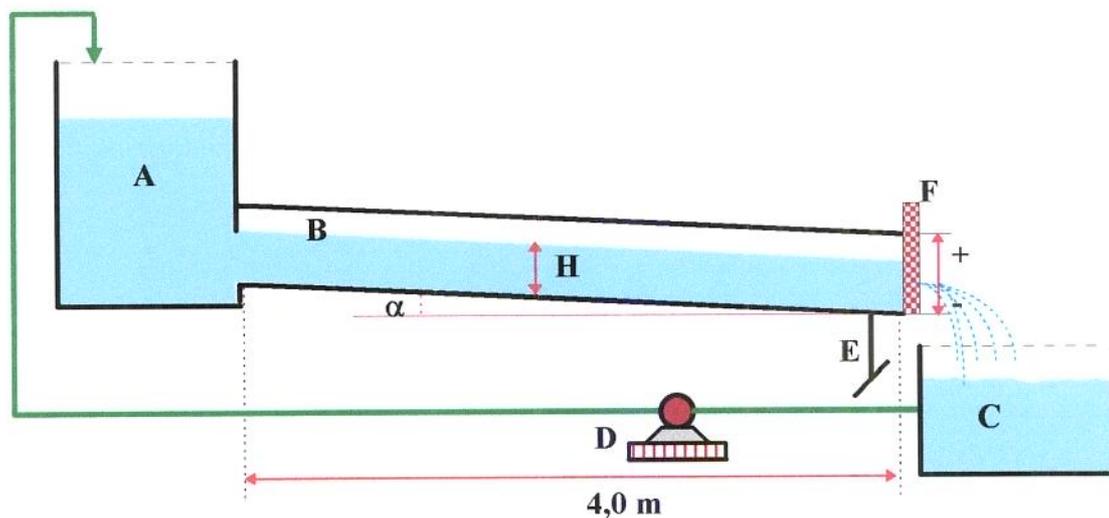


Figura 5.8 - Esquema da unidade de testes.

A água do tanque A é conduzida para o canal B, onde a lâmina d'água pode ser controlada pela comporta F. A alavanca de apoio E pode ser ajustada para dar a inclinação desejada do canal. A água no tanque C é bombeada pela bomba D até o tanque A onde o processo continua.

## *Acessórios da Unidade de Testes*

*A unidade é equipada com os seguintes acessórios:*

- 1 (um) vertedor retangular de parede fina,
- 1 (um) vertedor triangular de parede fina,
- 1 (um) vertedor de parede espessa,
- 1 (uma) comporta de fundo ajustável,
- 1 (um) venturi medidor de vazão,
- 3 (três) diafragmas medidores de vazão,
- 1 (um) limnómetro,
- 1 (um) tubo de Prandtl,
- 1 (um) tubo de Pitot,

### *Dados Técnicos da Unidade*

#### *Bomba hidráulica:*

Potência .....	7,5 HP
Vazão .....	80 m <sup>3</sup> /h
Pressão .....	15 mca
Rotação .....	1710 rpm

#### *Canal:*

Comprimento .....	4.000 mm
Largura .....	200 mm
Profundidade .....	400 mm

*Duto de alimentação:*

Material .....	PVC rígido
Comprimento .....	2,0 m
Diâmetro .....	78 mm (3 pol.)

*Medidor Venturi:*

Material .....	latão
Relação de áreas ....	0,45
Coef. de vazão .....	1,067

## 5.3.2 Metodologia para obtenção dos dados

### 5.3.2.1 Ensaios de escoamento

Os ensaios foram realizados inicialmente com duas lâminas d'água: 8,0 e 14,0 cm e 6 velocidades de escoamento no canal: 0,12; 0,20; 0,4; 0,5; 0,67 e 1 m.s<sup>-1</sup>. Com a regulagem do registro do duto de alimentação, altura da comporta e inclinação do canal, conseguia-se ajustar a altura da lâmina e a velocidade. A medida da velocidade superficial era conferida de duas formas, com tubo de Pitot e deslocamento de uma partícula. Por conseguinte soltava-se o corpo de prova no início do canal e acompanhava-se seu deslocamento com uma câmara de vídeo modelo Panasonic NV-M2200PN (VHS). Pela análise do filme do experimento e utilizando os recursos da câmara, obteve-se a velocidade de escoamento com erro estimado em 4%.

Para este experimento utilizou-se as mesmas laranjas e modelos esféricos caracterizados conforme Tabela 4.6 do Capítulo 4.

### 5.3.2.2 Ensaio de força de arraste

Para determinar a força de arraste montou-se um equipamento na região central do canal que consistia basicamente de uma haste fixa e uma mola presa à sua extremidade como mostra a Figura 5.9. Na extremidade livre da mola prendia-se o corpo de prova e media-se o deslocamento,  $\Delta x$ , alcançado em cada velocidade do escoamento. Três molas foram confeccionadas para este fim, as quais, segundo calibração, forneceram as seguintes constantes de elasticidade:  $K_1 = 0,638 \text{ N/m}$ ,  $K_2 = 2,48 \text{ N/m}$  e  $K_3 = 4,39 \text{ N/m}$ , estas eram substituídas conforme solicitação:  $K_1$  foi usada na faixa de deslocamento compreendida entre 0 e 0,25 m;  $K_2$  para faixa compreendida entre 0,25 e 0,50 m e  $K_3$  para deslocamentos maiores do que 0,50 m. Atribuiu-se ao escoamento uma velocidade qualquer, superior a máxima velocidade relativa obtida nos ensaios de escoamento e procedeu-se, gradativamente, a diminuição desta velocidade, medindo-se assim o alongamento da mola correspondente às velocidades relativas obtidas no ensaio de escoamento.

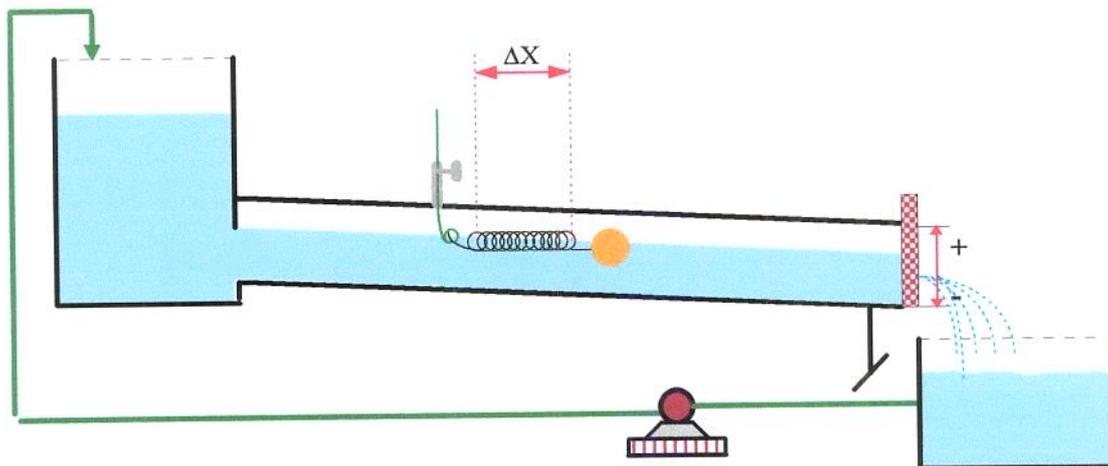


Figura 5.9- Montagem dos ensaios de força de arraste

### 5.3.2.3 Obtenção do coeficiente de arraste

Com os valores de deslocamento da mola,  $\Delta x$ , obteve-se a força de arraste pela lei de Hooke:

$$f_D = K \cdot \Delta x \quad (5.11)$$

O coeficiente de arraste foi obtido pela Equação 5.12

$$f_D = \frac{C_D \rho V^2 A}{2} \quad (5.12)$$

ou na forma;

$$C_D = \frac{f_D / A_p}{1/2 \rho V^2} \quad (5.13)$$

Onde,

$V = |V_w - V_p|$ , velocidade da água menos velocidade da partícula

Os resultados de coeficiente de arraste obtidos para laranja foram corrigidos pela Equação 5.14, dada por PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948) que leva em consideração a esfericidade:

$$C_D = 5,31 - 4,8\phi \quad (5.14)$$

## 5.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.4.1 Ensaio de escoamento

Os resultados de velocidade de escoamento obtidos para laranjas e modelos esféricos, encontram-se nas Tabelas 5.1 e 5.2 .

Estes resultados foram importantes para analisar o comportamento da fruta e seus modelos e tomar tais observações como base para se proceder o ensaio de coeficiente de arraste. Observou-se que em velocidades de escoamento maiores do que 0,4 m/s os corpos de prova sofriam grande influência da boca de saída da caixa d'água, devido a formação de turbilhões naquela região. Para minimizar tais efeitos, montou-se o experimento de arraste a partir do centro do canal. Os resultados dos testes de escoamento estão ilustrados no Capítulo 6 com maiores detalhes.

Tabela 5.1 - Resultados do ensaio de escoamento obtidos para laranja e modelos esféricos na lâmina de altura  $H = 80$  mm

<b>ESCOAMENTO COM ALTURA DA LÂMINA <math>H = 80</math> mm</b>		
$V_w$ (m/s)	$V_p$ (m/s)	$V = V_w - V_p$ (m/s)
<b>LARANJAS (<math>D_p = 72,4</math> mm)</b>		
0,12	0,113	0,007
0,20	0,184	0,016
0,40	0,370	0,030
0,50	0,441	0,059
0,67	0,550	0,120
1,00	0,917	0,083
<b>MODELOS ESFÉRICOS (<math>D_p = 71,0</math> mm)</b>		
0,12	0,113	0,004
0,20	0,184	0,018
0,40	0,370	0,023
0,50	0,441	0,051
0,67	0,550	0,079
1,00	0,917	0,083
<b>MODELOS ESFÉRICOS (<math>D_p = 50,0</math> mm)</b>		
0,12	0,117	0,003
0,20	0,179	0,021
0,40	0,346	0,054
0,50	0,431	0,069
0,67	0,573	0,097
1,00	0,930	0,070
<b>MODELOS ESFÉRICOS (<math>D_p = 42,0</math> mm)</b>		
0,12	0,108	0,012
0,20	0,179	0,021
0,40	0,343	0,057
0,50	0,423	0,077
0,67	0,577	0,093
1,00	0,917	0,083

Tabela 5.2 - Resultados do ensaio de escoamento obtidos para laranja e modelos esféricos na lâmina de altura  $H = 140$  mm

<b>ESCOAMENTO COM ALTURA DA LÂMINA <math>H = 140</math>mm</b>		
$V_w$ (m/s)	$V_p$ (m/s)	$V = V_w - V_p$ (m/s)
<b>LARANJAS (<math>D_p = 72,4</math> mm)</b>		
0,12	0,114	0,006
0,20	0,189	0,014
0,40	0,375	0,025
0,50	0,444	0,056
0,67	0,534	0,136
1,00	0,792	0,208
<b>MODELOS ESFÉRICOS (<math>D_p = 71,0</math> mm)</b>		
0,12	0,117	0,003
0,20	0,189	0,011
0,40	0,383	0,017
0,50	0,454	0,046
0,67	0,553	0,117
1,00	0,789	0,211
<b>MODELOS ESFÉRICOS (<math>D_p = 50,0</math> mm)</b>		
0,12	0,112	0,008
0,20	0,180	0,020
0,40	0,378	0,022
0,50	0,441	0,059
0,67	0,559	0,111
1,00	0,800	0,200
<b>MODELOS ESFÉRICOS (<math>D_p = 42,0</math> mm)</b>		
0,12	0,112	0,011
0,20	0,177	0,023
0,40	0,369	0,031
0,50	0,436	0,064
0,67	0,566	0,104
1,00	0,807	0,193

### 5.4.2 Ensaios de força de arraste

Os resultados de coeficiente de arraste experimental e teóricos, obtidos para laranja e seus modelos, encontram-se nas Tabelas 5.3 a 5.10.

Tabela 5.3 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para laranja na lâmina d'água  $H = 80,0$  mm.

<b>FORÇA DE ARRASTE E COEFICIENTE DE ARRASTE DE LARANJAS</b>							
<b><math>D_p = 72,4</math> mm NA LÂMINA <math>H = 80</math> mm</b>							
velocidade de escoamento $V_w$ (m/s)	$\Delta X$ (m)	K(mola) (N/m)	$f_D$ $\frac{K \cdot \Delta X}{(N)}$	$Re$ $\frac{V_w D_p \rho}{\mu}$	$C_D$ $\frac{f_D / A_p}{1/2 \rho V_w^2}$	$C_D$ teórico curva $C_D \times Re$	$C_D = 5,31 - 4,88\phi$ ( $Re > 1000$ )
0,12	0,028	2,480	0,069	8688	2,34	0,44	0,72
0,20	0,149	0,632	0,094	14480	1,14	0,44	0,72
0,40	0,215	2,480	0,533	28960	1,62	0,44	0,72
0,50	0,320	2,480	0,794	36200	1,54	0,44	0,72
0,67	0,242	4,390	1,062	48508	1,15	0,44	0,72
1,00	0,296	4,390	1,299	72400	0,63	0,44	0,72

Tabela 5.4 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para laranja na lâmina d'água  $H = 140,0$  mm.

<b>FORÇA DE ARRASTE E COEFICIENTE DE ARRASTE DE LARANJAS</b>							
<b><math>D_p = 72,4</math> mm NA LÂMINA <math>H = 140</math> mm</b>							
velocidade de escoamento $V_w$ (m/s)	$\Delta X$ (m)	K(mola) (N/m)	$f_D$ K. $\Delta X$ (N)	$R_e$ $\frac{V_w D_p \rho}{\mu}$	$C_D$ $\frac{f_D/A_p}{1/2\rho V_w^2}$	$C_D$ teórico curva $C_D \times R_e$	$C_D = 5,31 - 4,88\phi$ ( $R_e > 1000$ )
0,12	0,034	0,632	0,021	8688	0,71	0,44	0,72
0,20	0,115	0,632	0,073	14480	0,89	0,44	0,72
0,40	0,062	4,390	0,272	28960	0,83	0,44	0,72
0,50	0,090	4,390	0,395	36200	0,77	0,44	0,72
0,67	0,153	4,390	0,672	48508	0,73	0,44	0,72
1,00	0,342	4,390	1,503	72400	0,73	0,44	0,72

Tabela 5.5 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esfera de 71,0 mm na lâmina d'água  $H = 80,0$  mm.

<b>FORÇA DE ARRASTE E COEFICIENTE DE ARRASTE DE ESFERAS COM</b>						
<b><math>D_p = 71,0</math> mm NA LÂMINA <math>H = 80</math> mm</b>						
velocidade de escoamento $V_w$ (m/s)	$\Delta X$ (m)	K(mola) (N/m)	$f_D$ K. $\Delta X$ (N)	$R_e$ $\frac{V_w D_p \rho}{\mu}$	$C_D$ $\frac{f_D/A_p}{1/2\rho V_w^2}$	$C_D$ teórico curva $C_D \times R_e$
0,12	0,0785	0,632	0,0496	8520	1,79	0,44
0,20	0,127	0,632	0,0803	14200	1,02	0,44
0,40	0,192	2,480	0,4762	28400	1,52	0,44
0,50	0,278	2,480	0,6894	35500	1,41	0,44
0,67	0,200	4,390	0,8780	47570	1,00	0,44
1,00	0,235	4,390	0,0317	71000	0,53	0,44

Tabela 5.6 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esfera de 71,0 mm na lâmina d'água H = 140,0 mm.

<b>FORÇA DE ARRASTE E COEFICIENTE DE ARRASTE DE ESFERAS COM</b>						
<b><math>D_p = 71,0 \text{ mm NA LÂMINA } H = 140 \text{ mm}</math></b>						
velocidade de escoamento $V_w(\text{m/s})$	$\Delta X$ (m)	K(mola) (N/m)	$f_D$ K. $\Delta X$ (N)	$Re$ $\frac{V_w D_p \rho}{\mu}$	$C_D$ $\frac{f_D/A_p}{1/2\rho V_w^2}$	$C_D$ teórico curva $C_D \times Re$
0,12	0,025	0,632	0,016	8520	0,56	0,44
0,20	0,109	0,632	0,069	14200	0,88	0,44
0,40	0,092	2,480	0,228	28400	0,72	0,44
0,50	0,139	2,480	0,346	35500	0,70	0,44
0,67	0,132	4,390	0,579	47570	0,65	0,44
1,00	0,190	4,390	0,834	71000	0,42	0,44

Tabela 5.7 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esfera de 50,0 mm na lâmina d'água H = 80,0 mm.

<b>FORÇA DE ARRASTE E COEFICIENTE DE ARRASTE DE ESFERAS COM</b>						
<b><math>D_p = 50,0 \text{ mm NA LÂMINA } H = 80,00 \text{ mm}</math></b>						
velocidade de escoamento $V_w(\text{m/s})$	$\Delta X$ (m)	K(mola) (N/m)	$f_D$ K. $\Delta X$ (N)	$Re$ $\frac{V_w D_p \rho}{\mu}$	$C_D$ $\frac{f_D/A_p}{1/2\rho V_w^2}$	$C_D$ teórico curva $C_D \times Re$
0,12	0,027	0,632	0,0174	6000	1,23	0,44
0,20	0,054	0,632	0,0341	10000	0,87	0,44
0,40	0,224	0,632	0,1416	20000	0,90	0,44
0,50	0,100	2,480	0,2480	25000	1,01	0,44
0,67	0,130	2,480	0,3224	33500	0,73	0,44
1,00	0,160	2,480	0,3968	50000	0,40	0,44

Tabela 5.8 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esfera de 50,0 mm na lâmina d'água  $H = 140,0$  mm.

<b>FORÇA DE ARRASTE E COEFICIENTE DE ARRASTE DE ESFERAS COM</b>						
<b><math>D_p = 50,0</math> mm NA LÂMINA <math>H = 140,00</math> mm</b>						
velocidade de escoamento $V_w$ (m/s)	$\Delta X$ (m)	$K$ (mola) (N/m)	$f_D$ $K \cdot \Delta X$ (N)	$Re$ $\frac{V_w D_p \rho}{\mu}$	$C_D$ $\frac{f_D / A_p}{1/2 \rho V_w^2}$	$C_D$ teórico curva $C_D \times Re$
0,12	0,016	0,632	0,0099	6000	0,70	0,44
0,20	0,044	0,632	0,0278	10000	0,71	0,44
0,40	0,149	0,632	0,0942	20000	0,60	0,44
0,50	0,210	0,632	0,1330	25000	0,54	0,44
0,67	0,109	2,480	0,2703	33500	0,61	0,44
1,00	0,110	4,390	0,4909	50000	0,50	0,44

Tabela 5.9 - Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esfera de 42,0 na lâmina d'água  $H = 80,0$  mm.

<b>FORÇA DE ARRASTE E COEFICIENTE DE ARRASTE DE ESFERAS COM</b>						
<b><math>D_p = 42,0</math> mm NA LÂMINA <math>H = 80,00</math> mm</b>						
velocidade de escoamento $V_w$ (m/s)	$\Delta X$ (m)	$K$ (mola) (N/m)	$f_D$ $K \cdot \Delta X$ (N)	$Re$ $\frac{V_w D_p \rho}{\mu}$	$C_D$ $\frac{f_D / A_p}{1/2 \rho V_w^2}$	$C_D$ teórico curva $C_D \times Re$
0,12	0,011	0,632	0,0070	5040	0,70	0,44
0,20	0,026	0,632	0,0160	8400	0,60	0,44
0,40	0,105	0,632	0,0665	16800	0,60	0,44
0,50	0,035	2,480	0,0866	21000	0,58	0,44
0,67	0,060	2,480	0,1488	28140	0,48	0,44
1,00	0,100	2,480	0,2480	42000	0,36	0,44

Tabela 5.10 -Força de arraste e coeficiente de arraste obtidos para esfera de 42,0 mm na lâmina d'água H = 140,0 mm.

<b>FORÇA DE ARRASTE E COEFICIENTE DE ARRASTE DE ESFERAS COM</b>						
<b><math>D_p = 42,0 \text{ mm}</math> NA LÂMINA <math>H = 140,00 \text{ mm}</math></b>						
velocidade de escoamento $V_w(\text{m/s})$	$\Delta X$ (m)	K(mola) (N/m)	$f_D$ K. $\Delta X$ (N)	$Re$ $\frac{V_w D_p \rho}{\mu}$	$C_D$ $\frac{f_D/A_p}{1/2\rho V_w^2}$	$C_D$ teórico curva $C_D \times Re$
0,12	0,007	0,632	0,0698	5040	0,70	0,44
0,20	0,054	0,632	0,0215	8400	0,78	0,44
0,40	0,115	0,632	0,0727	16800	0,66	0,44
0,50	0,178	0,632	0,0935	21000	0,54	0,44
0,67	0,059	2,480	0,1463	28140	0,47	0,44
1,00	0,095	4,390	0,3260	42000	0,47	0,44

Analisando-se a Tabela 5.3, percebe-se que os valores obtidos experimentalmente para laranja se distanciam da curva teórica clássica para esfera. Quando utiliza-se a Equação 5.14, a qual corrige a curva teórica através do uso da esfericidade, os dados experimentais se aproximam mais da curva teórica porém ainda persiste uma diferença notável. É também notável que os pontos experimentais não obedecem a um valor de  $C_D$  constante, como previsto pela curva teórica para Reynolds acima de 1000. Pode-se concluir que existem outros fatores influenciando no arraste da laranja, provavelmente o efeito de fundo é um deles, visto que estes resultados foram obtidos com uma lâmina de 80 mm, ou seja, muito próximo do diâmetro equivalente da fruta que é 72,4 mm porém não foi possível quantificar esse efeito. Este fato pode ser observado no filme do experimento, pois a laranja toca o fundo do canal e toma impulso para cima o que causa um maior deslocamento da mola e um possível aumento na força de arraste medida. Na Figura 5.10 pode-se observar os fenômenos relatados.

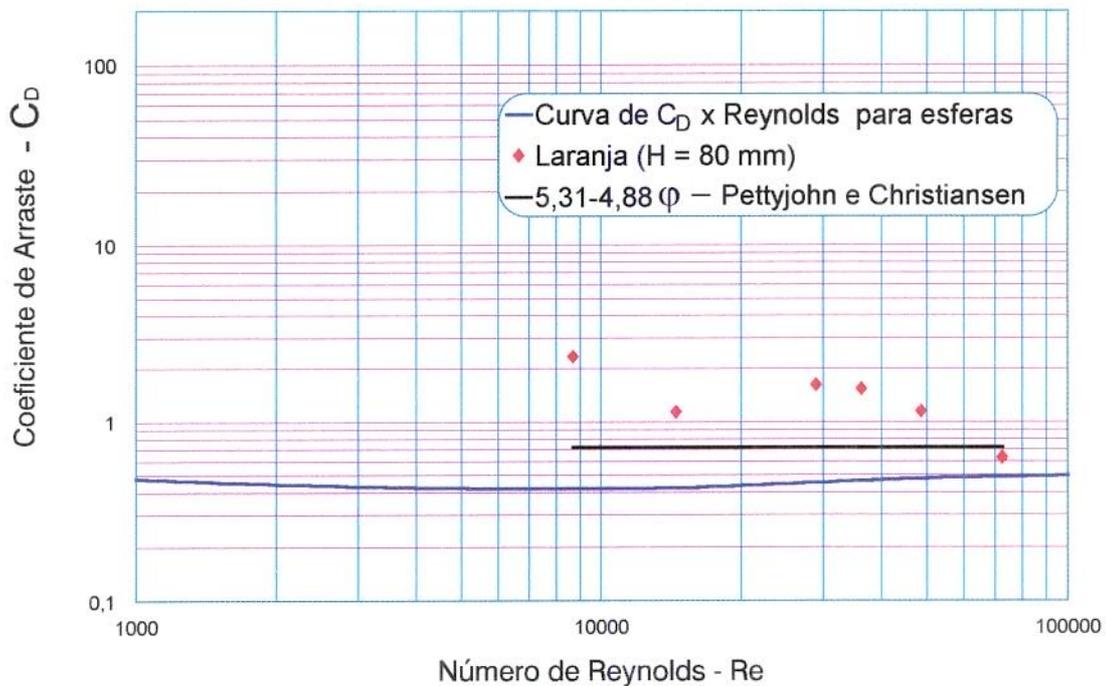


Figura 5.10 - Dados de coeficiente de arraste de laranjas em função do número de Reynolds obtidos com uma lâmina de 80 mm.

Observa-se na Tabela 5.4 que os dados obtidos de coeficiente de arraste para laranjas, com a lâmina de 140 mm distanciam-se daqueles obtidos ao considerar a fruta esférica, entretanto se aproxima bem da curva corrigida com o fator de forma e também apresentam a tendência esperada. Os valores variaram entre 0,73 e 0,89 e o valor constante corrigido para  $\varphi = 0,94$  nesta faixa de Reynolds vale 0,72. Estes fatos podem ser observados na Figura 5.11.

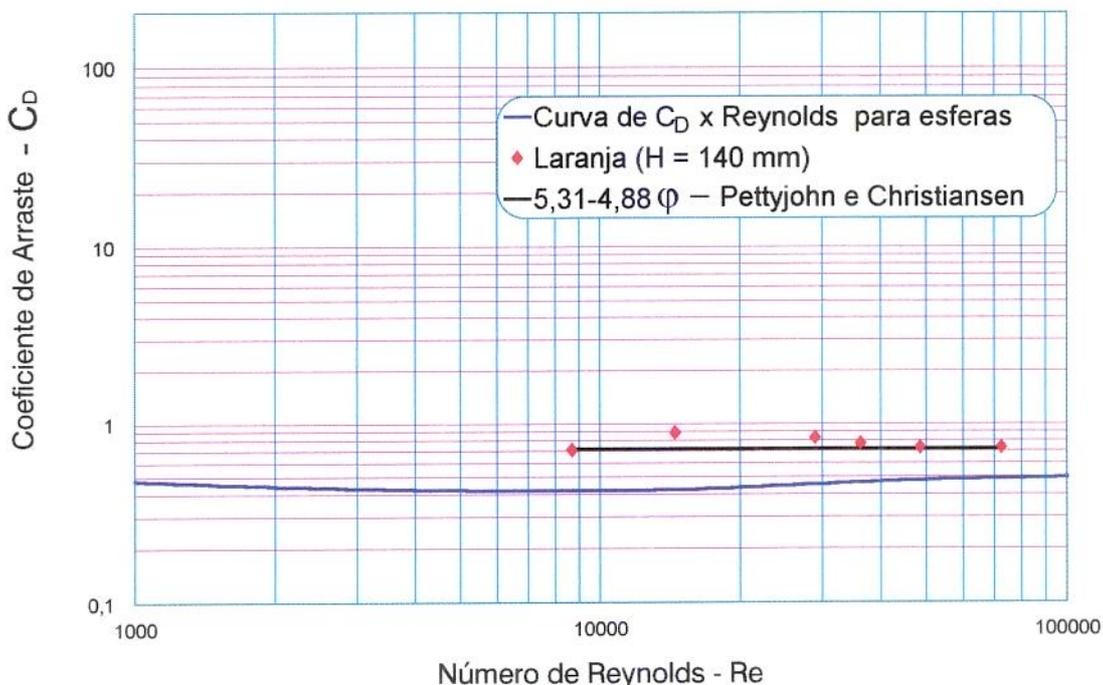


Figura 5.11 - Dados de coeficiente de arraste de laranjas em função do número de Reynolds, obtidos com uma lâmina de 140 mm.

Com o intuito de verificar o efeito da forma no coeficiente de arraste de laranjas para o caso de esta ser esférica -  $\varphi = 1$  - construiu-se modelos esféricos conservando a densidade e volume médios da fruta. Os modelos foram submetidos a testes sob mesmas condições que a laranja. Os valores de coeficiente de arraste obtidos para o modelo esférico, com diâmetro  $D_p = 71$  mm, na lâmina de altura  $H = 140$  mm estão apresentados na Tabela 5.6. Estes resultados estão representados na Figura 5.12 juntamente com os valores obtidos para laranja. Verifica-se que os valores obtidos com a esfera equivalente apresentam uma aproximação ligeiramente maior da curva teórica do que aqueles obtidos para laranja, certifica-se, portanto, que não apenas a esfericidade contribuiu para o deslocamento da curva experimental verifica-se com isto, além de outros fatores, a presença mencionado efeito de fundo.

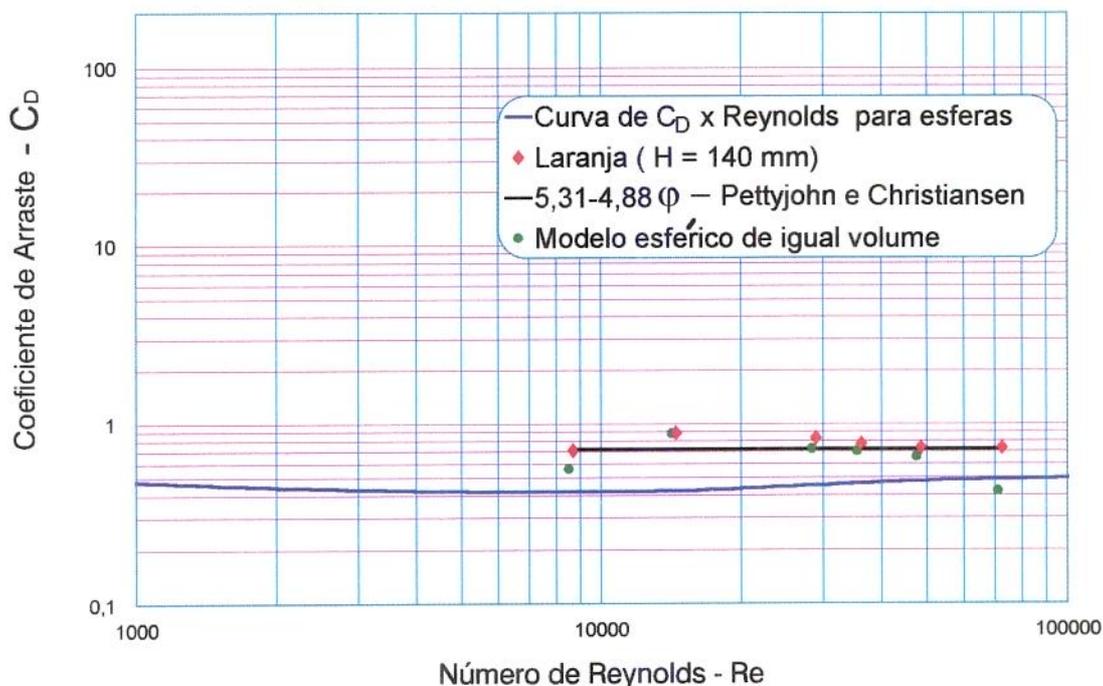


Figura 5.12 - Dados de coeficiente de arraste de laranja e modelo esférico de igual volume em função do número de Reynolds, obtidos com uma lâmina de 140 mm.

A Figura 5.13 contém os valores de coeficiente de arraste para esferas de 71 mm, 50 mm e 42 mm obtidos com a lâmina de 80 mm. Percebe-se que os valores de  $C_D$  das esferas de 71 mm e 50 mm se distanciam da curva teórica, enquanto que os valores obtidos para a esfera de 42 mm se aproximam da curva teórica e também apresentam a tendência esperada para faixa de  $Re > 1000$ . Como neste caso a altura da lâmina é da ordem de duas vezes o diâmetro da esfera de 42 mm, conclui-se com isto que o comportamento verificado para as esferas maiores pode ser, em parte, devido ao efeito de fundo e das paredes laterais do canal.

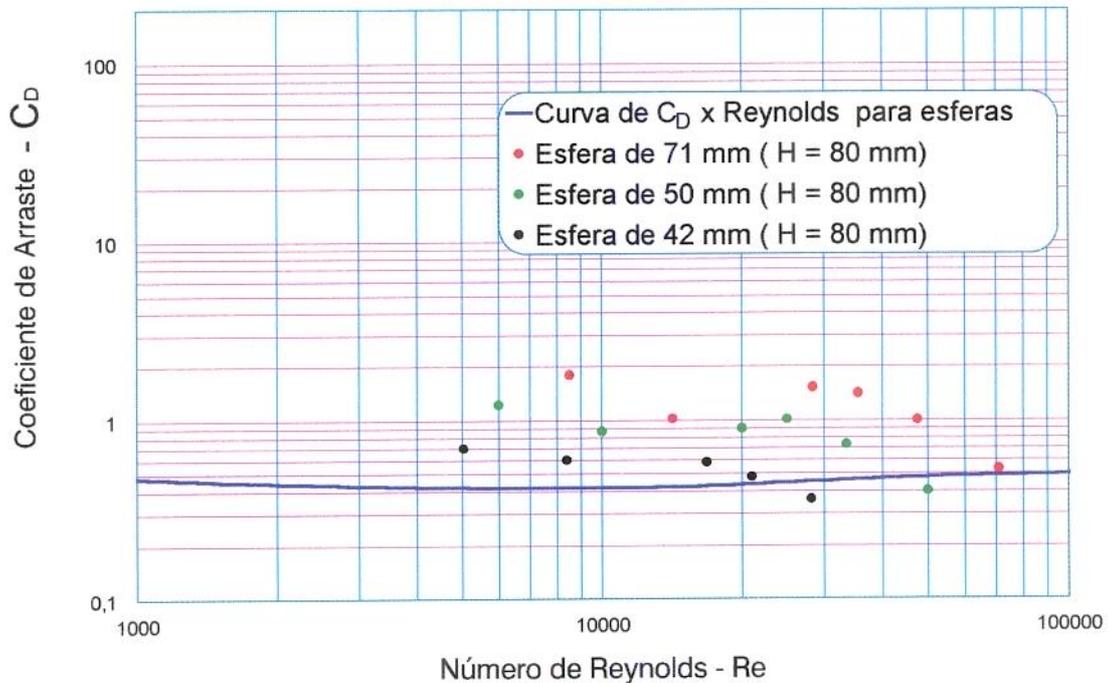


Figura 5.13 - Coeficiente de arraste de esferas em função do número de Reynolds, obtidos com altura da lâmina, **H = 80 mm**.

Os valores de coeficiente de arraste para esferas de 71 mm, 50 mm e 42 mm obtidos com a lâmina de 140 mm estão representados na Figura 5.14. É possível verificar que apenas os valores de coeficientes de arraste obtidos para a esfera de 71 mm apresentam uma ligeira distância da curva teórica, no entanto este efeito é bem menor do que na lâmina de altura **H = 80 mm** e percebe-se ainda que os valores apresentam o comportamento esperado.

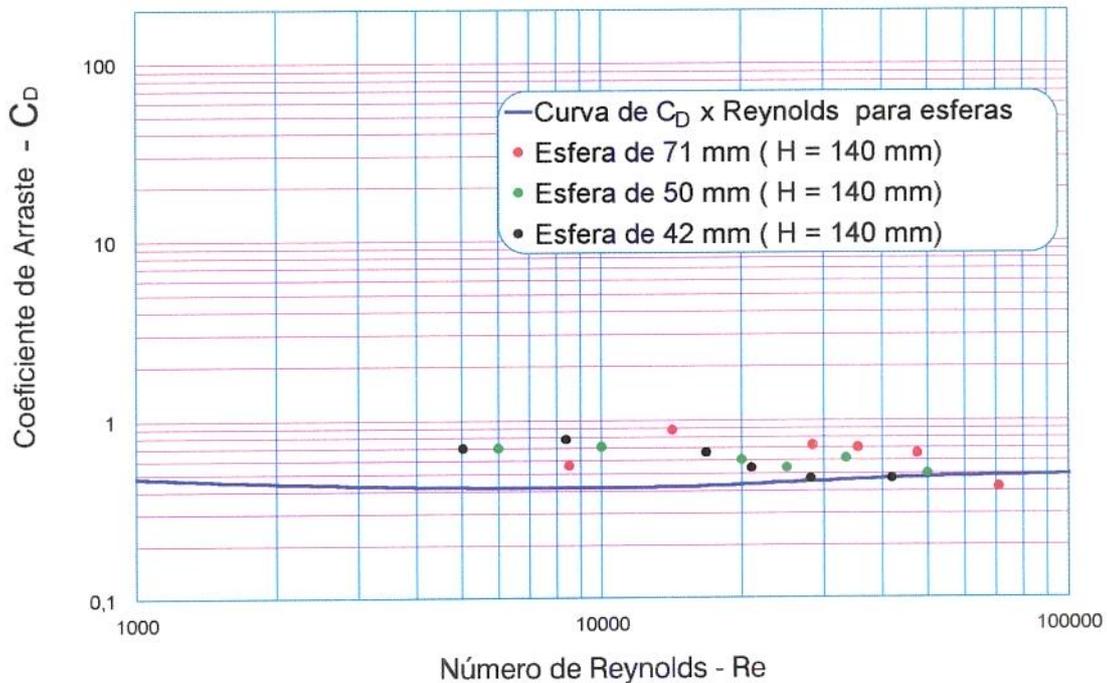


Figura 5.14 - Coeficiente de arraste de esferas em função do número de Reynolds, obtidos com altura da lâmina,  $H = 140$  mm.

### 5.4.2 Efeito da altura da lâmina de água

A Tabela 5.11 contém os valores de força de arraste e coeficientes de arraste obtidos para lâminas de diversas alturas:  $H = 80$ ,  $100$ ,  $120$ ,  $140$  e  $160$  mm e velocidades variáveis. Os valores de  $C_D$  em função da relação  $D_p/H$  são mostrados nas Figuras 5.15, 5.16 e 5.17. Verifica-se nestas figuras que o efeito de fundo tende a anular-se a partir de  $D_p/H < 0,5$ .

Tabela 5.11 - Força e coeficiente de arraste obtidos para esferas em diferentes alturas da lâmina - H e velocidade do escoamento  $V_w = 0,4$  m/s.

DIÂMETRO (mm)	Altura da lâmina - H (mm)	$Re$ $V_w D_p \rho / \mu$	$f_D$ (N)	$C_D =$ $\frac{F/A}{1/2 \rho V_w^2}$	$C_{D \text{ teórico}}$ (CURVA)
71	80	1656	28400	1,52	0,44
50	80	2700	20000	0,90	0,44
42	80	2394	16800	0,60	0,44
71	100	1846	28400	0,95	0,44
50	100	2450	20000	0,83	0,44
42	100	2184	16800	0,62	0,44
71	120	1491	28400	0,95	0,44
50	120	1950	20000	0,62	0,44
42	120	1596	16800	0,60	0,44
71	140	1224	28400	0,70	0,44
50	140	1100	20000	0,60	0,44
42	140	1302	16800	0,66	0,44
71	160	1349	28400	0,71	0,44
50	160	1008	20000	0,58	0,44
42	160	1344	16800	0,60	0,44

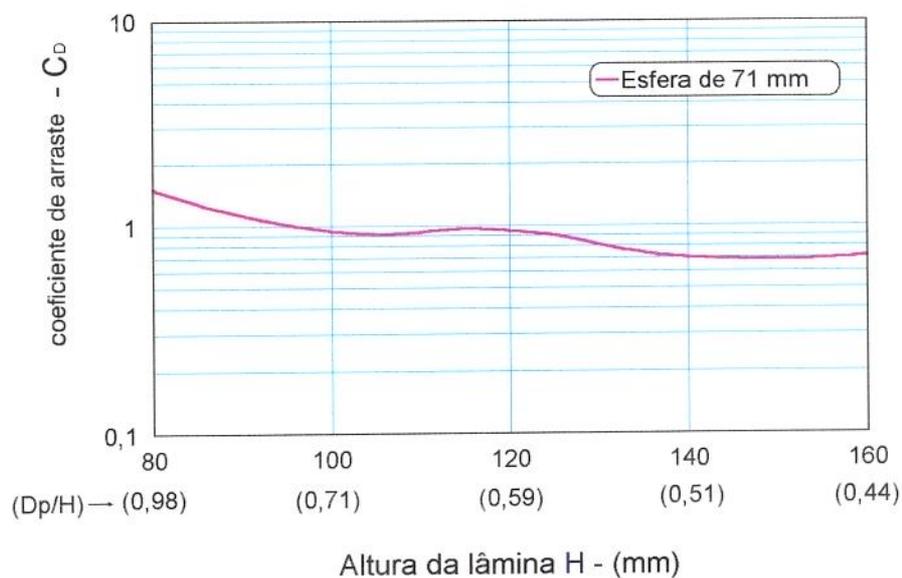


Figura 5.15 - Efeito da altura da lâmina no arraste de esferas com 71 mm.

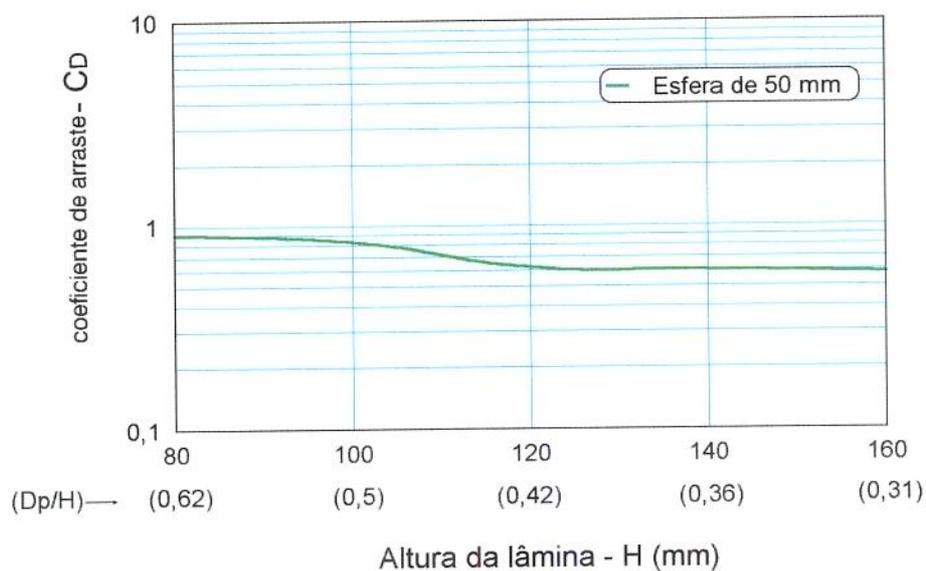


Figura 5.16 - Efeito da altura da lâmina no arraste de esferas com  $D_p = 50$  mm.

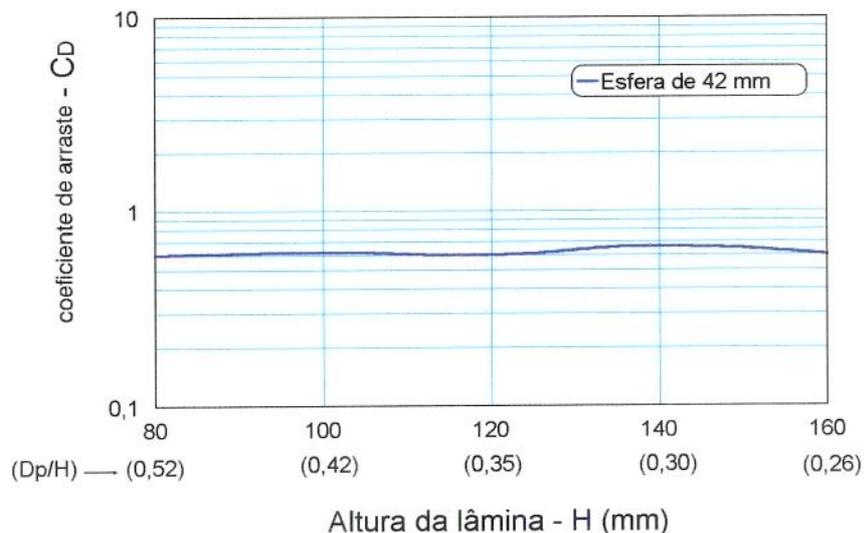


Figura 5.17 - Efeito da altura da lâmina no arraste de esferas com  $D_p = 42$  mm.

Os coeficientes de arraste das três esferas estudadas em função da altura da lâmina estão representados na Figura 5.18. Percebe-se que a partir da altura  $H = 140$  mm as curvas das 3 esferas se tornam constantes em torno de um valor médio.

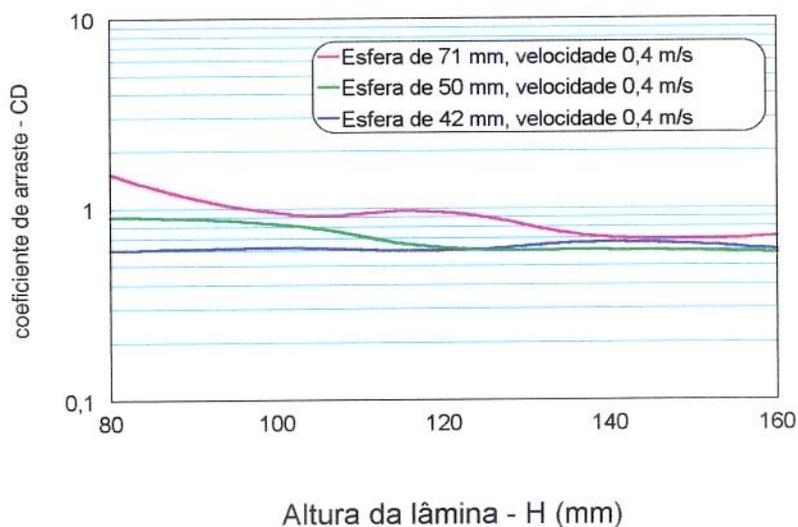


Figura 5.18 - Efeito da altura da lâmina no arraste das 3 esferas estudadas.

## 5.5 CONCLUSÕES

- Com a lâmina  $H = 80$  mm, da ordem de grandeza da laranja, os valores de  $C_D$  são variáveis, não mantendo uma pequena variação em torno do valor médio como se esperava, com base na curva clássica .
- Quando utilizou-se a lâmina com altura próxima de duas vezes o tamanho médio da fruta, os valores de  $C_D$  obtidos para laranja, são próximos àqueles teóricos corrigidos e também são quase constantes, como é de se esperar nessa faixa de Reynolds.
- Os valores de coeficiente de arraste obtidos em testes realizados com esferas de três diferentes tamanhos, para lâmina de altura  $H = 80$  mm, apresentaram desvio da curva teórica, sendo este efeito maior nas esferas com  $D_p = 71$ mm e  $D_p = 50$  mm respectivamente.
- Os valores de coeficiente de arraste, obtidos em testes realizados com a lâmina de altura  $H = 140$  mm, aproximam-se da curva teórica e mantêm a tendência esperada para faixa de  $Re > 1000$ . Apenas a esfera maior, com  $D_p = 71$ mm apresenta ligeiro desvio da curva teórica porém conserva o comportamento esperado.
- Os valores de  $C_D$  estudado para esferas de 3 diferentes tamanhos, mantêm-se constantes em torno de um valor médio a partir de lâminas com altura superior a 140 mm, ou seja,  $D_p/H < 0,5$ .

# Capítulo 6

*Comportamento de laranjas durante  
transporte em canal*

## 6.1 INTRODUÇÃO

Os trabalhos utilizando canais para transporte hidráulico de frutas mostram uma grande escassez de dados experimentais, necessitando o assunto de um tratamento que permita uma formulação mais completa atentando-se para o fator econômico e de melhoria tecnológica do sistema. A análise do comportamento individual de uma partícula sólida num meio fluido tem contribuído com valiosas informações. São numerosas as pesquisas relacionadas ao comportamento de partículas sólidas em meios fluidos, em que se estudam o efeito do tamanho da partícula, a geometria envolvida, a rotação da partícula, o efeito de população etc. (McKAY e DABBAGHZADEH, 1987; LEVA, 1959; ZENS e OTHMER, 1960; ORR, 1966; SOO, 1967; DAVIDSON e HARRISON, 1967; COULSON e RICHARDSON, 1970; BRODKEY, 1971; UHLHERR e CHHABRA, 1995). No entanto todos os trabalhos, ou sua grande maioria, tratam de partículas minúsculas quando comparadas com frutas tal como a laranja.

### 6.1.1 Objetivos

Estudar o comportamento de uma e de um grupo de laranjas durante escoamento em canal aberto, em diferentes velocidades de escoamento.

## 6.2 MATERIAIS E MÉTODOS

Para analisar o comportamento durante o escoamento utilizou-se a unidade de testes descrita no item 5.3 do Capítulo 5. A laranja já caracterizada fisicamente, quanto a forma e ao tamanho era colocada no canal com uma lâmina d'água de aproximadamente 140 mm. Variando-se a inclinação do canal e controlando a comporta conseguíamos obter várias velocidades de escoamento. O movimento da laranja até o final do trajeto foi acompanhado com uma câmera de vídeo para observação detalhada do transporte, este ensaio foi realizado com 5 repetições. O mesmo ensaio foi realizado para grupos de duas e quatro frutas, sendo liberadas simultaneamente no canal.

Uma vez regulada a velocidade de escoamento no canal, a fruta era suavemente depositada no canal e então procedia-se a medida da velocidade, tomada a partir do centro do canal. Tal procedimento foi utilizado para minimizar a influência da saída da caixa d'água para o canal, devido a formação de “turbilhões”, em velocidades  $V_w$  acima de 0,4 m/s .

## 6.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 6.3.1 - Movimentos de uma laranja em escoamento

Na Tabela 6.1 encontram-se os resultados obtidos, no ensaio de escoamento, para uma laranja em 6 velocidades de escoamento, com uma lâmina de altura  $H = 140$  mm.

Tabela 6.1 - Velocidades de escoamento e números de Reynolds na lâmina com altura  $H = 140$  mm.

$V_w$ (m/s)	$V_L$ (m/s)	$V = V_w - V_L$ (m/s)	$R_e$ $VD_p\rho/\mu$ (laranja)	$R_e$ $V_w D_p\rho/\mu$ (escoamento)	$R_e$ $V_w L\rho/\mu$ (canal)
0,12	0,114	0,006	434	8688	24000
0,20	0,189	0,014	1014	14480	40000
0,40	0,375	0,025	1810	28960	80000
0,50	0,444	0,056	4054	36200	100000
0,67	0,534	0,136	9846	48508	134000
1,00	0,792	0,208	15059	72400	200000

$L = 0,20$  m (largura do canal)

Nesta etapa do experimento foram feitas as seguintes observações:

- Na velocidade  $V_w = 0,12$  m/s, a fruta se manteve durante todo o trajeto com a orientação natural, apresentou poucos movimentos de rotação, cerca de 3 giros em torno do seu próprio eixo e seguiu sempre no centro do canal, como esquematizado na Figura 6.1.

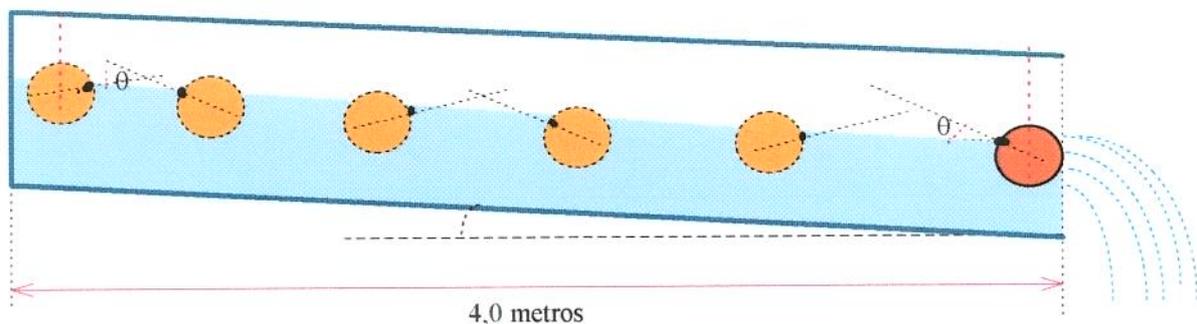


Figura 6.1 - Sequência de movimentos de uma laranja em escoamento com velocidade  $V_w = 0,12$  m/s e Reynolds do canal = 24000.

- Com a velocidade da água 0,20 m/s, a laranja apresentou comportamento semelhante ao anterior, mas durante seu percurso apresentou maior rotação em torno do seu próprio eixo, cerca de 6 giros, sem nenhuma alteração do ângulo de orientação.

- Na velocidade 0,4 m/s obtive-se um comportamento diferente, a fruta apresentou movimentos oscilatórios durante o primeiro metro do seu trajeto, logo alcançou regime estável com pouquíssimos movimentos de rotação, apenas uma volta de  $360^\circ$  em torno do seu próprio eixo. A fruta manteve na maior parte do tempo o ângulo de orientação característico, como mostrado na Figura 6.2

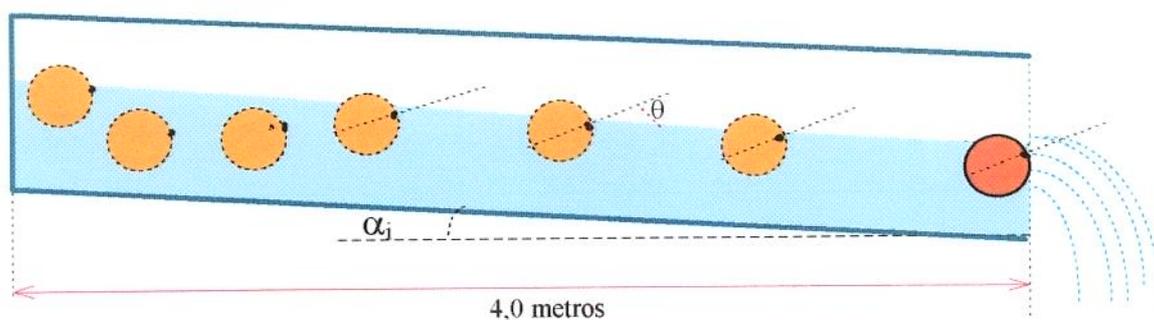


Figura 6.2 - Sequência de movimentos de uma laranja em escoamento com velocidade  $V_w = 0,40$  m/s e Reynolds do canal = 80000.

- Com a velocidade  $V_w = 0,5$  m/s, a fruta apresentou bastante movimentos oscilatórios, ficando submersa a maior parte do tempo nos primeiros 2,0 metros do trajeto. A partir deste ponto, apresentou movimento estável e manteve sua orientação padrão, sem movimentos de rotação e sempre no centro do canal.

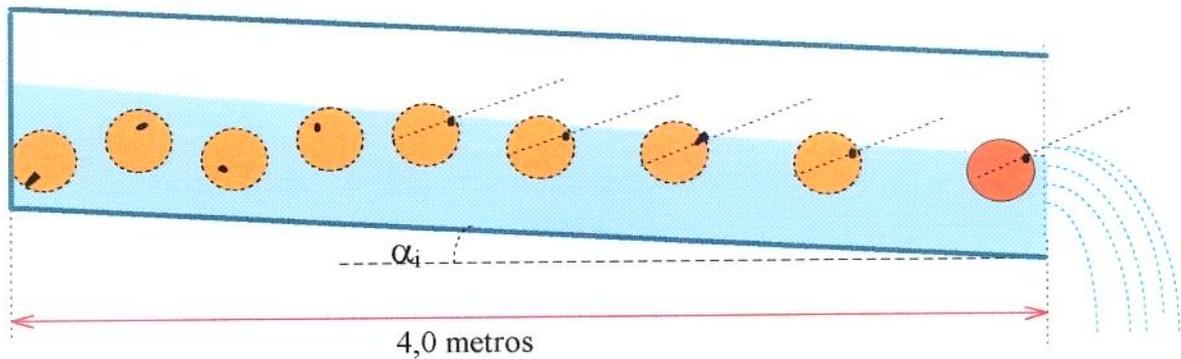


Figura 6.3 - Sequência de movimentos de uma laranja em escoamento com velocidade  $V_w = 0,50$  m/s e Reynolds do canal = 100000.

- Com a velocidade  $V_w = 0,67$  m/s, observou-se constantes movimentos oscilatórios, ora a fruta apontava na superfície ora estava totalmente submersa. Observou-se também movimentos de rotação do eixo da fruta até uma distância de 3,0 metros, deste ponto em diante a fruta seguiu mantendo sua orientação característica, sem movimentos de rotação, como mostrado na Figura 6.4. Todos estes fatos observados ocorreram sempre no centro do canal.

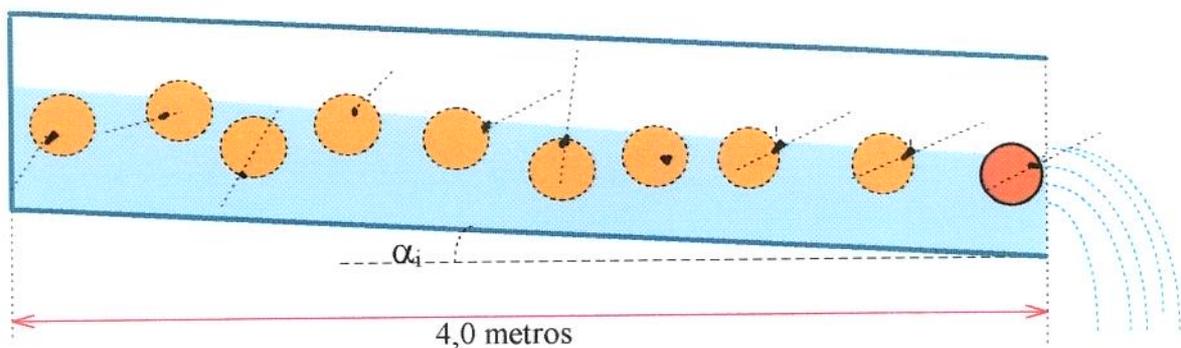


Figura 6.4 - Sequência de movimentos de uma laranja em escoamento com velocidade  $V_w = 0,67$  m/s e Reynolds do canal = 134000

- Na velocidade  $V_w = 1,0$  m/s, obteve-se uma desorientação total da fruta com movimentos de rotação contrários ao seu eixo. Observou-se ainda constantes oscilações, ora a fruta apontava na superfície ora estava totalmente submersa. Em nenhum momento foi possível definir sua orientação. Todos os movimentos foram na região central, a fruta não tocou as laterais do canal.

### 6.3.2 - Movimentos de duas laranjas em escoamento

Na Tabela 6.2 encontram-se os resultados obtidos no ensaio de escoamento para 2 laranjas, onde registrou-se a velocidade de chegada da primeira fruta, na lâmina de altura  $H = 140$  mm.

Tabela 6.2 - Velocidades de escoamento e Reynolds para chegada da primeira de um grupo de duas laranjas, na lâmina com altura  $H = 140$  mm.

$V_w$ (m/s)	$V_L$ (m/s)	$V = V_w - V_L$ (m/s)	$Re = VD_p\rho/\mu$
0,12	0,103	0,009	651
0,20	0,183	0,017	1231
0,40	0,342	0,058	4199
0,50	0,442	0,058	4199
0,67	0,570	0,100	7240
1,00	0,839	0,161	11656

Verificou-se comportamentos semelhantes nas velocidades de 0,12; 0,20; 0,40; 0,50 e 0,67 m/s para um grupo de duas laranjas. As frutas se alinharam na linha central do canal e mantiveram uma distância  $x$  entre si até o final do trajeto, como esquematizado na Figura 6.5.

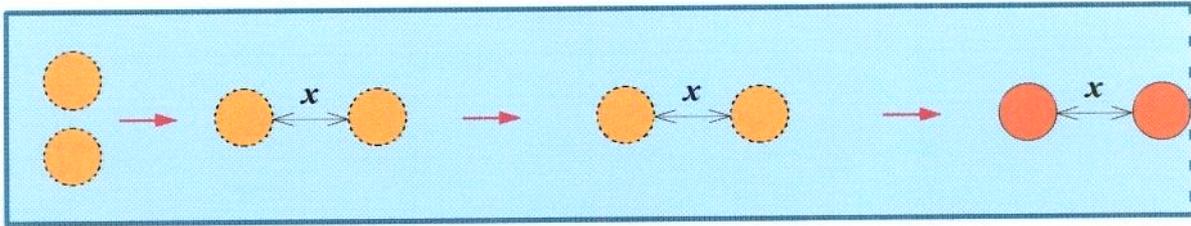


Figura 6.5 - Sequência de movimentos de duas laranjas escoando simultaneamente no canal.

Na velocidade de escoamento de 1 m/s as frutas seguiram juntas separando-se apenas a 1m do final do canal.

### 6.3.3 - Movimentos de quatro laranjas em escoamento

Na Tabela 6.3 encontram-se os resultados obtidos no ensaio de escoamento, na lâmina de altura  $H = 140$  mm, para um grupo de 4 laranjas, onde registrou-se a velocidade de chegada da primeira.

Tabela 6.3 - Velocidades de escoamento e Reynolds para chegada da primeira de um grupo de quatro laranjas, na lâmina com altura  $H = 140$  mm.

$V_w$ (m/s)	$V_L$ (m/s)	$V = V_w - V_L$ (m/s)	$Re = VD\rho/\mu$
0,12	0,112	0,008	579
0,20	0,189	0,011	796
0,40	0,342	0,058	4199
0,50	0,459	0,041	2968
0,67	0,534	0,136	9846
1,00	0,832	0,168	12163

Com um grupo de 4 laranjas o comportamento não foi diferente daquele relatado para duas frutas. As laranjas tomavam a linha central do canal e seguiam. Na velocidade  $V_w = 0,67$  as frutas só conseguiram se alinhar no final, há 0,40 metros do final do canal, como esquematizado na Figura 6.6.

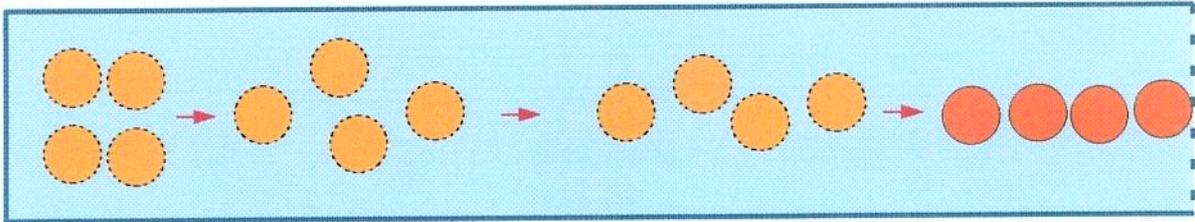


Figura 6.6 - Sequência de movimentos de 4 laranjas escoando simultaneamente no canal, na velocidade de escoamento da água de 0,67 m/s.

Na velocidade de escoamento de 1 m/s as frutas não conseguiram se alinhar embora a tendência fosse esta, como mostrado na Figura 6.7. Acredita-se que em velocidades altas o comprimento de 4,0 metros não seja suficiente para se alcançar um regime estável, devido também a boca de saída do canal que provoca uma certa turbulência e que certamente é o que causa os movimentos oscilatórios da fruta.

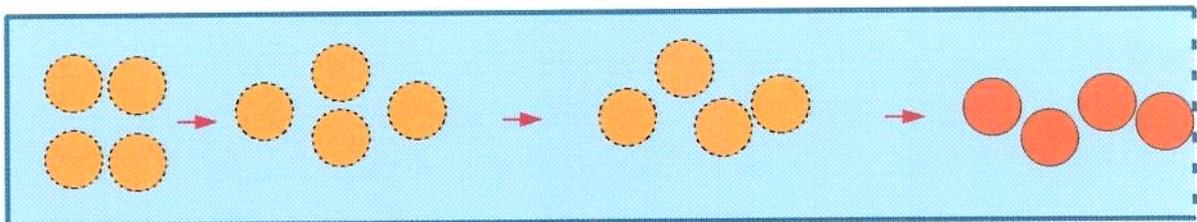


Figura 6.7 - Sequência de movimentos de 4 laranjas escoando simultaneamente no canal, na velocidade de escoamento da água de 1,0 m/s.

## 6.4 - CONCLUSÕES :

- Laranjas escoando em canal mantêm seu ângulo de orientação, mesmo apresentando movimentos de rotação em torno de seu eixo de repouso.
- Com base no item anterior é possível adotar um método de seleção de laranjas durante o transporte hidráulico da fruta, adotando-se sua orientação como parâmetro até uma certa velocidade de escoamento.
- Durante escoamento as laranjas seguem na linha central do canal.
- Para Reynolds no canal muito elevados ( $Re > 100000$ ), registrou-se movimentos de oscilação e rotação na direção do eixo de repouso da fruta.
- Para uma única fruta escoando, não existe movimento da fruta em direção as paredes laterais do canal.
- Grupos de duas e de quatro laranjas, liberadas agrupadas, transladam em direção ao centro do canal e seguem alinhadas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho foi elaborado basicamente com o objetivo de determinar parâmetros dimensionais e fluidodinâmicos de laranja (*Citrus sinensis*) que possam, no futuro, conduzir ao projeto de sistemas hidráulicos de transporte. Procurou-se estruturar esta pesquisa de modo a dar um suporte inicial para tal fim, para tanto, necessitou-se conhecer algumas propriedades físicas de laranja, seu comportamento quando imersa em água e alguns parâmetros fluidodinâmicos como: velocidade terminal em água, coeficiente de arraste e comportamento da fruta durante escoamento em canal aberto.

Constatou-se, no estudo do comportamento de laranjas imersas, que estas tendem a uma situação de equilíbrio padrão, mantendo-se consistentemente equilibradas, com um ângulo de repouso entre 14 e 25° quando sadias. Quando estragadas as laranjas ficam submersas, sendo este, um dos principais motivos causadores das obstruções de canais de transporte de laranja, nas indústrias de processamento. Considerando tal fato e dependendo da velocidade de transporte, concluiu-se que existe a possibilidade de elaborar um sistema de seleção e de coleta desses frutos, numa das etapas anteriores ao processamento da fruta.

Do estudo da velocidade terminal, concluiu-se que laranjas, com as características estudadas, quando liberadas do repouso, em tubo cilíndrico com diâmetro  $D_t = 250$  mm, atingem uma velocidade terminal  $V_t = 0,21$  m/s, e que esta é atingida a cerca de 0,8 m de profundidade. Constatou-se ainda um efeito retardador na velocidade da laranja devido à proximidade das paredes do cilindro e à forma não esférica da fruta.

Estudando o transporte em canal retangular aberto, analisou-se o coeficiente de arraste da fruta em diferentes lâminas e velocidades de água no canal. Os dados obtidos foram relacionados ao número de Reynolds, utilizando-se a curva clássica  $C_D \times$  Reynolds. Concluiu-se que com lâminas de água superiores a duas vezes o diâmetro da fruta, os valores encontrados de coeficiente de arraste, apresentam a tendência esperada, enquanto aqueles obtidos com lâminas inferiores, mostraram-se variáveis, não mantendo a tendência esperada.

Entretanto se faz necessário uma avaliação em torno dos recursos disponíveis na literatura para se expressar dados desta natureza. Segundo UHLHERR e CHHABRA (1995), alguns estudos foram relatados sobre o transporte de partículas em fluido, mas afirmam que devido à presença de um perfil não uniforme de velocidade, e às diferenças na definição do número de Reynolds, tais resultados não são diretamente comparáveis aos obtidos em queda livre, através de fluidos estacionários. HENDERSON (1966) considera o número de Reynolds com uso um tanto limitado na teoria de canal aberto e afirma que por ser uma medida inversa da viscosidade, tem menos influência quando muito grande e recomenda o uso do número de Froude, como adimensional apropriado. Enfim, deste estudo, pode-se concluir ainda que, uma lâmina maior que duas vezes a dimensão da fruta, deve ser adotada no transporte de laranjas por canal, e que em velocidades superiores 0,5 m/s, o sistema de seleção, baseado no comportamento da fruta imersa, não tem efeito.

Portanto a continuidade deste trabalho parece importante e para que possa ser implantado com êxito, recomenda-se dar sequência em alguns tópicos não abordados nesta pesquisa. Assim recomenda-se para futuros trabalhos:

- Desenvolver um sistema de seleção baseado no comportamento da fruta imersa, com a devida avaliação do produto final.
- Determinar a velocidade terminal usando tubos com maiores diâmetros.
- Usar canais de maiores dimensões e seções diferentes, para avaliar as características de transporte.
- Estudar comportamento de laranjas em canais contendo curvas.
- Avaliar o transporte com o canal repleto de laranjas.
- Calcular o coeficiente de arraste para menores velocidades de escoamento.
- Tentar fazer uso de outros adimensionais para expressar os parâmetros de transporte.
- Estudar se o comportamento ora apresentado, também se verifica em outras variedades de laranjas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BILANSKI, W.K.; COLLINS, S.H.; CHU, P. Aerodynamic Properties of Seed Grains. *Agricultural Engineering* 43(4): 216-219. 1962.
- BILANSKI, W.K.; LAL, R. The Behavior of Threshed Materials in a Vertical Wind Tunnel. *Trans. of the ASAE*. 411-413, 416. 1965
- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. - Fenómenos de Transporte, España, Editorial Reverté S.A., 1982.
- BRODKEY, R. S. - The Phenomena of Fluid Motions, Addison-Wesley, 1971.
- CAVALCANTI MATA, M.E.R.M.; MARTINS, J.H.; SANTANA, E.F. Estudo da Forma e Tamanho de Sementes de Feijão Mulatinho. **Revista Nordestina de Armazenagem**. Campina Grande - PB. a.1 - n.2, p.41-55. 1984.
- CHHABRA, R. P. - Steady Non-Newtonian Flow About a Rigid Sphere, *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, Editor: Gulf Publishing Company, vol. 1, chapter 30, 1986.
- CLIFT, R; GRACE, J. R.; WEBER, M.E. - Bubbles, Drops and Particles, Academic Press, New York, 1978.
- CONDOLIOS, E.; CHAPUS E. E. - Transporting Solid Materials in Pipelines. *Chemical Engineering* 40 (june 24): 93-98, 1963a.
- COULSON, J. M.; RICHARDSON, J. F. - *Chemical Engineering*, vol. 1, 2nd. edn, Pergamon Press, 1970.

- CURRAY, J.K. Analysis of Sphericity and Roundness of Quartz Grains. M. S. Thesis in Minerology. The Pennsylvania State, University Park, Pa. 1951.
- DAVIDSON, J. F.; HARRISON, D. - Fluidisation, Academic Press, Reading, MA., 1967.
- DAVIES, C.N. Symposium on Particle Size Analysis. Inst. Chem. Engrs. & Soc. Chem. Ind., London. 1947.
- DEWEY, D. H.; STOUT, B. A.; MATTHEWS, R.H. and BAKKER-ARKEMA, F. W. Development of a Hydrohandling System for Sorting and Sizing Apples for Storage in Pallet Boxes, Marketing Research Reporting No.743 STD, UDFS. 1966.
- GOVIER, G.W.; AZIZ, K. - The Flow of Complex Mixtures in Pipes, Liton Educational Publishing Inc., New York City, pp. 4-13, 1972.
- HENDERSON, F. M. - Open Channel Flow. New York. Mac Millan. (1966).
- HUGHES, W. F.; BRIGHTON, J. A. - Theory and Problems of Fluid Dynamics. McGraw-Hill Book Company. New York, 1967.
- JENSON, V. G. - Viscous Flow Around a Sphere at Low Reynolds Number ( $<40$ ), Proc. Roy. Soc., 249A, pp. 346-366, 1959.
- LAPPLE, C. E. Dust and Mist Collection, in Chemical Engineers Handbook (ed. by J. H. Perry). McGraw-Hill, Third Edition, P. 1018. New York, 1950.
- LAPPLE, C. E. - Fluid and Particle Mechanics. University of Delaware, Newark., 1956.
- LEVA, M - Fluidisation, McGraw-Hill, 1959.

- MASSARANI, G. - Alguns Aspectos da Separação Sólido-Fluido, Tópicos Especiais em Sistemas Particulados, vol. 2, cap. 1, 1986.
- MASSARANI, G. - Fluidodinâmica da Partícula Sólida; Tópicos Especiais em Sistemas Particulados. Vol.3, p. 117-160, 1990.
- MATTHEWS, F. V.; STOUT, B. A.; DEWEY, D. D. and BAKKER-ARKEMA. Hydrohandling of Apple Fruits. ASAE Paper No. 65-130. Am. Soc. of Agr. Engrs., St. Joseph, Michigan, 1965.
- MATTHEWS, F. V. - Hydrohandling for Presorting and Presizing Apple Fruits. ASAE Paper No. 80 - 61. Am. Soc. of Agr. Engrs., St. Joseph, Michigan, 1963.
- McKAY, W. R. M.; DABBAGHZADEH, S. J.- Fluidisation and Hydraulic Transport of Carrot Pieces. Department of Chemical Engineering, Journal of Food Engineering 6(1987). 377-399. 1987.
- MEKSYN, D. - New Methods in Laminar Boundary-Layer Theory, Pergamon Press. 1961.
- MILLER, E.E.; SADBOLT, C.A.; HOLM, L. Use of an Optical Planimeter for Measuring Leaf Area. Plant Physiology. 31(6): 484-496. 1959.
- MOHSEIN, N. N. - Physical Properties of Plant and Animal Materials. New York; Gordon and Breach Science Publishers, 734p. 1978.
- MOHSEIN, N. N. - Physical Properties of Plant and Animal Materials (A Teaching Manual). New York; Gordon and Breach Science Publishers, 734p. 1984.
- ORR, C. Jr. - Particle Technology, Macmillan, New York, 1966.

- OSEEN, C. W. - Neuere Methoden und Ergebnisse in der Hydrodynamik, Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 1927.
- PETTYJOHN, E. S.; CHRISTIANSEN, E. B. - Effect of Particle Shape on Free-Settling Rates of Isometric Particles. C.E.P., 44, 156, 1948.
- SCHLICHTING, H. - Boundary Layer Theory. McGraw-Hill Book Company, New York, 1960.
- SCHLICHTING, H. - The Laminar Boundary Layer. ZAMM 14, 368. 1934.
- SILVA, F. A. S. - **Software Assistat Versão 5.1-** (1995). Departamento de Engenharia Agrícola (CCT/UEPB) - CEP 58.109 - 970, Campina Grande - PB.
- SLATTERY, J. C. Approximations to the drag force on a sphere moving slowly through either an Ostwald-De Waele or a sisko fluid, A.I.Ch.E. Journal, vol. 8 No.5, pp. 663-667. November 1962.
- SOO, S. L. - Fluid Dynamics of Multiphase Systems, Blaisdell, Waltham, MA. 1967.
- STOKES, G. G. - On the Effect of the Internal Friction of Fluids on The Motion of Pendulums, Trans. Cam. Phil. Soc., 9, pp. 8-27, 1851.
- TENNES, B.R.; LEVIN, J.H.; STOUT, B.A. - Sweet Cherry Properties Useful in Harvesting and Handling Equipment Design, Transactions of the ASAE 68-348, pp. 710-714. June 1968
- TIETJENS, O.B. - Applied Hydro - and - Mechanics. Dover publication, inc., N. Y. 1934

UHLHERR, P. H. T.; CHHABRA, R. P - Wall Effect for the Fall of Spheres in Cylindrical Tubes at High Reynolds Number. The Canadian Journal of Chemical Engineering, vol.73, pp. 918-923, December, 1995.

VENNARD, J.K. - Fluid Mechanics. 4th Ed. John Wiley and Sons, Inc., New York. 1961.

ZENZ, F. A.; OTHMER, D.F. - Fluidisation and Fluid Particle Systems, Reinhold Publishing Corp. 1960.