

UMA CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DA ZONA DE COMPRESSÃO  
NA SEDIMENTAÇÃO EM BATELADA

por

04/92

ANTONIO PASQUEL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS - UNICAMP  
Faculdade de Engenharia de Alimentos - FEA  
Departamento de Engenharia - DEA

UMA CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DA ZONA DE COMPRESSÃO  
NA SEDIMENTAÇÃO EM BATELADA

Parecer

Este exemplar corresponde  
a redação final da tese  
defendida por Antônio  
Pasquel Ruiz e aprovada

pela Comissão

ANTONIO PASQUEL

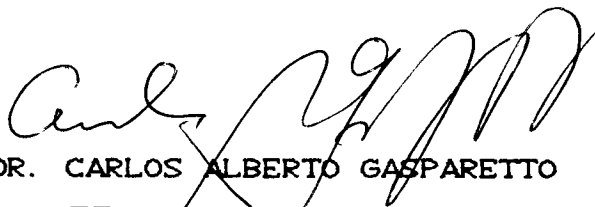
Julfeitoria e

06.02.92.

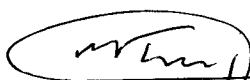
Tese orientada pelo Prof. Dr. Carlos A. Gasparetto, e apresentada  
no Departamento de Engenharia da Faculdade de Engenharia de  
Alimentos da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), como  
parte dos requisitos, para a obtenção do título de MESTRE EM  
ENGENHARIA DE ALIMENTOS.

Campinas, SP, Brasil fevereiro de 1992

BANCA EXAMINADORA



PROF. DR. CARLOS ALBERTO GASPARETTO  
FEA / UNICAMP  
**PRESIDENTE**



PROF. DR. SATOSHI TOBINAGA  
FEQ / UFSCar  
**MEMBRO TITULAR**



PROFA. DRA. SANDRA CRISTINA DOS SANTOS ROCHA  
FEQ / UNICAMP  
**MEMBRO TITULAR**



PROF. DR. RANULFO MONTE ALEGRE  
FEA / UNICAMP  
**MEMBRO SUPLENTE**

**Campinas-SP-Brasil, fevereiro de 1992**

## DEDICATÓRIA

Parafraseando o velho e inesquecível Marx, direi que esta Tese tem dois valores; um que é evidente e se relaciona com o seu uso como documento técnico, e um outro valor que não fica em evidência mas que para mim como pessoa, como homem, interessa-me muitíssimo mais; pois este outro valor, chamemo-lo de **valor afetivo**, origina-se dos quase dois anos de difícil, dolorosa e forçosa separação familiar que foram investidos na realização de meu mestrado. E ao invés do dizer de Jules Michelet de que "feliz o homem que desde criança aprende a neutralizar os sentimentos românticos da vida", acredito que esse **valor afetivo** só pode ser apreendido quando estabelecidos no canto sentimental e romântico das nossas vidas.

Esse outro valor, esse valor maior, o **valor afetivo** deste estudo, eu dedico de todo coração a minha leal, sofrida e amante-companheira de vida **DORIS MERCEDES**, e a nosso querido primogênito **WLADIMIR ANTONIO**, o nosso pequeno e travesso **DIRIO**, que com seus quase vinte e seis meses de vida constitui pilar fundamental das nossas existências.

Para ELA e para ELE, todo meu amor e dedicação.

ANTONIO PASQUEL

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor **Carlos Alberto Gasparetto** por ter aceito me orientar neste trabalho, bem como pelas facilidades outorgadas para se obter um relacionamento horizontal bem além de um tradicional orientador-orientado.

Aos membros da Banca Examinadora e em especial ao Professor Doutor **Satoshi Tobinaga** pelas valiosas sugestões feitas e pelos importantes esclarecimentos prestados ao autor.

Às minhas inesquecíveis companheiras nesse mestrado, **Fabiana Queiroz (a Bia)** e **Eliane Aparecida Souza (a Lili)**, bem como a meu companheiro **Oscar Zalla Sampaio Neto**, pela paciência, receptividade, colaboração e elevado grau de companherismo com que me distinguiram no nosso dia-a-dia destes quase dois anos de convivência.

A todos os demais colegas pós-graduandos do Departamento de Engenharia da FEA, pelo seu companherismo.

Ao **Walter Zamalloa**, compatriota, colega mestrando, e grande companheiro, pela sua solidariedade e apoio em todas as circunstâncias presentes nestes vinte e três meses.

Aos meus colegas docentes da *Facultad de Ingeniería en Industrias Alimentarias de la Universidad Nacional de la Amazonía Peruana (UNAP)*, em Iquitos (Perú), pelo apoio e cooperação.

Ao **Carlos Vaz**, Pesquisador da EMBRAPA-NPDIA de São Carlos (SP) pela sua desinteressada ajuda na parte experimental do trabalho.

Ao Professor Doutor **Silvio Crestana** pelas facilidades

outorgadas para o uso do equipamento de atenuação de raios gama do EMBRAPA-NPDIA de São Carlos (SP).

À Associação Brasileira das Indústrias de Alimentos (ABIA) pelas cópias xerográficas desta Tese.

Às funcionárias e aos funcionários do Departamento de Engenharia da FEA, e em especial ao pessoal do Microcentro, pelas facilidades no dia-a-dia e pelo elevado espírito de colaboração que me mostraram.

ANTONIO PASQUEL

## CONTEÚDO

	<u>Pág.</u>
RESUMO.	3
SUMMARY.	4
1. - INTRODUÇÃO.	5
2. - PROCESSO DE SEDIMENTAÇÃO EM BATELADA.	7
2.1. - Queda de uma partícula esférica num fluido infinito.	7
2.2. - Formas de sedimentação.	8
2.3. - Teoria da sedimentação de Kynch.	9
2.4. - Aperfeiçoamento da teoria de Kynch.	12
3. - ZONA DE COMPRESSÃO NA SEDIMENTAÇÃO EM BATELADA.	17
3.1. - Modelo de Shirato.	18
3.2. - Modelo compressivo de Tiller.	21
3.3. - Modelo de Concha e Bustos.	24
3.4. - Modelo de Auzerais.	26
3.4. - Modelo de Silva.	28
4. - MEDIDA DA CONCENTRAÇÃO NA ZONA DE COMPRESSÃO.	31
4.1. - Técnica de atenuação de raios gama para sedimentos incompressíveis.	31
4.2. - Técnica de atenuação de raios gama para sedimentos compressíveis.	36
5. - METODOLOGIA EXPERIMENTAL.	38
5.1. - Caracterização da suspensão.	38
5.2. - Preparação da suspensão e condições de operação.	41
5.3. - Testes de sedimentação em batelada.	42
5.4. - Medida das concentrações na zona de compressão.	43

6. - RESULTADOS E DISCUSSÕES.	49
6.1. - Curvas de sedimentação.	49
6.2. - Perfís de concentrações.	58
6.3. - Estimativas de Silva.	71
7. - CONCLUSÕES E SUGESTÕES.	72
BIBLIOGRAFIA.	75
APÊNDICE A	79
Tabela A1: Posição da interface descendente das suspensões de $\text{CaCO}_3$ em água destilada	80
APÊNDICE B	83
Tabela B1: Contagem de fótons para o cálculo do tempo morto do equipamento.	84
Tabela B2: Contagem de fótons para o cálculo do coeficiente de atenuação da água.	84
Tabela B3: Contagem de fótons para o cálculo do coeficiente de atenuação do $\text{CaCO}_3$ .	85
Tabela B4: Concentração a 4 mm da base na suspensão de 70 g/l.	86
Tabela B5: Concentração a 30 mm da base na suspensão de 70 g/l.	88
Tabela B6: Concentração a 55 mm da base na suspensão de 70 g/l.	90
Tabela B7: Concentração a 4 mm da base na suspensão de 100 g/l.	93
Tabela B8: Concentração a 38 mm da base na suspensão de 100 g/l.	95
Tabela B9: Concentração a 83 mm da base na suspensão de 100 g/l.	97



## RESUMO

Foram usadas suspensões de carbonato de cálcio (precipitado seco) em água destilada para caracterizar o comportamento da concentração na zona de compressão da sedimentação em batelada.

Observou-se que o carbonato de cálcio em água destilada sedimenta na forma de agregados de partículas, que se comportam de forma similar aos flocos descritos por MICHAELS & BOLGER<sup>15</sup>; e que a sedimentação de suspensões com concentrações iniciais maiores que 61 g/l não apresentam zona de transição, pois a concentração aumenta súbitamente sem mostrar um aumento gradativo que caracterizaria essa zona intermediária.

Mediante a técnica de atenuação de radiação gama, de 60 keV, emitida por uma fonte radioativa de Amerício 241 de 100 milicuries (mCi) de atividade, foi determinada a concentração na zona de compressão, em função do tempo, para diversas posições previamente escolhidas. Foram propostas equações de ajuste para o cálculo da concentração na zona de compressão em função do tempo, com base nas medidas tomadas a 4,00 mm, 38,00 mm e 83,00 mm, a partir da base, com a suspensão de 100 g/l de concentração inicial.

Foram analisadas, com base nos resultados experimentais, a dependência da concentração na zona de compressão com a altura, para suspensões de 70 g/l e 100 g/l de concentração inicial e propostas equações de ajuste para representar esse comportamento.

## SUMMARY

Suspensions of Calcium Carbonate Precip Anhydrous in distilled water were used to study the behaviour of the solids contents within the compression region in batch sedimentation.

Experiments showed sedimentation in aggregate form that behaved as the flocs described by MICHAELS & BOLGER<sup>15</sup>. Suspensions with start concentration higher than 61 g/l did not present a transition zone because concentration in the sediment increased rapidly without showing a gradual increase that defines this intermediate region.

Measurements of concentration were conducted through a  $\gamma$ -ray technique, using 60 keV radiation, from a source of Am 241 of 100 mCi. Experiments were conducted in order to determine the concentration as a function of time and height. Equations were proposed that describe the behaviour of height, within the compression zone, as a function of time, and coefficients were determined to fit experimental data obtained at positions, measured from the bottom, of 4.00 mm, 38.00 mm and 83.00 mm.

The relationship between concentration and height, within the compression zone, were analysed through experimental data and equations describing such behaviour were produced.

## 1.- INTRODUÇÃO

A grande aplicação na engenharia de processos de sistemas nos quais acontecem movimentos relativos entre um fluido e partículas sólidas suspensas, faz necessária a continuação de estudos para melhor compreensão da fenomenologia desses processos.

A sedimentação de partículas sólidas num fluido viscoso é um processo industrial bastante comum nas diversas áreas da engenharia envolvida com o desenvolvimento de processos (indústria de alimentos, química, metalúrgica, sanitária, petroleira, etc.).

Muitas indústrias tem que trabalhar com grandes quantidades de suspensões de partículas. Em muitos casos os volumes excedem a capacidade para serem tratados pelos métodos convencionais de separação como centrifugação, filtração sob pressão, etc. A separação é então realizada mediante processos nos quais a gravidade proporciona a força necessária, produzindo a sedimentação gravitacional.

A chave para compreender esse processo é conhecer o comportamento dos materiais envolvidos. Por exemplo, alguns materiais sedimentam na forma de suspensões particuladas dando origem a sedimentos que constituem meios porosos incompressíveis, enquanto outros sedimentam na forma de suspensões floculadas e cujo sedimento é compressível.

Com base nessas considerações, este trabalho focalizou o seu interesse numa parte do processo da sedimentação em batelada, isto é, na zona de compressão de maior concentração que se forma a partir da base do recipiente, e sobe até se encontrar com a suspensão que está descendo. Objetivou-se caracterizar o comportamento da concentração em função do tempo e da posição dentro dessa zona de compressão, durante o tempo todo de duração do processo da sedimentação.

Com a finalidade de se ter um padrão de referência do

comportamento da suspensão, já que para o comportamento da zona de compressão quase não existem dados experimentais, foram utilizadas suspensões de carbonato de cálcio em água destilada.

Para se determinar os perfis de concentrações foi utilizada uma técnica de raios gama, baseada no fato de que a quantidade de radiação absorvida ou transmitida, por um dado material, é proporcional à quantidade desse material presente no meio.

## 2.- PROCESSO DA SEDIMENTAÇÃO EM BATELADA

### 2.1 QUEDA DE UMA PARTÍCULA ESFÉRICA EM UM FLUIDO INFINITO.

O problema hidrodinâmico de uma partícula esférica sedimentando em um fluido infinito, foi resolvido por STOKES que obteve a conhecida expressão da resistência viscosa

$$F_D = 3. \pi. \mu. u_s. d = 2\pi\mu u_s d + \pi\mu u_s d \quad (2.1)$$

= resistência por atrito +  
resistência pela forma

onde  $F_D$  é o arraste viscoso  
 $\mu$  é a viscosidade do fluido  
 $u_s$  é a velocidade de Stokes  
 $d$  é o diâmetro da partícula

A força gravitacional efetiva sobre a partícula sendo

$$\pi. d^3 (\rho_s - \rho) g / 6 ,$$

igualando-a à equação (2.1), tem-se a velocidade terminal da partícula esférica

$$u_s = d^2 (\rho_s - \rho) g / 18 \mu \quad (2.2)$$

onde  $\rho_s$  é a densidade da partícula sólida  
 $\rho$  é a densidade do fluido

É muito comum expressar o arraste viscoso da equação (2.1) nos termos de um coeficiente adimensional da forma

$$C_D = 8 F_D / \pi \rho u_s^2 d^2 = 24 / Re \quad (2.3)$$

onde  $Re = \rho u_s d / \mu$ , é o número de Reynolds da partícula

As equações precedentes são conhecidas como a **Lei de Stokes** e tem validade para  $Re \leq 0,1$  ; sendo que para  $Re = 1$ , o arraste predito já é cerca de 10% menor<sup>3</sup>.

## 2.2 FORMAS DE SEDIMENTAÇÃO.

Em 1916, COE & CLEVINGER<sup>4</sup> publicaram um, hoje clássico, trabalho sobre a sedimentação de lamas metalúrgicas. Eles observaram que as partículas coloidais agregavam-se rapidamente formando flocos, os quais subsequentemente separavam-se do líquido por sedimentação gravitacional.

Na sedimentação em batelada os autores identificaram a existência de quatro zonas claramente diferenciadas:

- uma camada superior de líquido claro;
- a suspensão propriamente dita;
- uma camada de concentração constante, sedimentando com velocidade uniforme e;
- o sedimento formado na base.

Na camada superior, os flocos movimentam-se essencialmente sob a influência das forças de gravidade e do arraste hidrodinâmico, embora COE & CLEVINGER<sup>4</sup>, tenham reconhecido a peculiaridade da estrutura entrelaçada da polpa floculada, que origina pontos de contato entre os flocos nessa zona.

A partir daí foram identificados dois tipos de comportamento da sedimentação:

Tipo 1: quando a espessura da terceira zona é muito pequena;

Tipo 2: quando a espessura dessa terceira zona é uma fração significativa da altura total da suspensão.

Em 1986, RHEE *et alii*<sup>apud1</sup> consideraram concentrações iniciais uniformes diferentes, e identificaram três tipos essencialmente diferentes de comportamento da sedimentação em batelada:

Tipo a; uma zona de concentração constante desce com

velocidade constante, até se encontrar com o sedimento que está se formando;

Tipo b; uma zona de variação contínua da concentração, que separa o sedimento da zona de concentração constante; conseqüentemente a velocidade de descida dessa zona diminui antes de completar a sedimentação;

Tipo c; uma zona similar à segunda, exceto que a descontinuidade na concentração desenvolve-se entre a região de concentração variável e a região de concentração constante.

Outras formas para descrever o comportamento da sedimentação em batelada podem ser encontradas em WALLIS<sup>apud1</sup> e em McROBERTS & NIXON<sup>14</sup>.

### 2.3 TEORIA DA SEDIMENTAÇÃO DE KYNCH<sup>13</sup>.

O problema da sedimentação de muitas partículas a partir de uma suspensão só foi tratado matematicamente por KYNCH<sup>13</sup>, não obstante os trabalhos pioneiros de COE & CLEVINGER<sup>4</sup>, MISHLER<sup>apud10</sup> e WORKS & KOHLER<sup>apud10</sup>.

A teoria de KYNCH<sup>13</sup> é puramente cinemática e descreve a sedimentação gravitacional de partículas sólidas rígidas num fluido, como um fenômeno de propagação de onda. A sua hipótese principal é que a velocidade de queda das partículas num ponto, depende unicamente da concentração dessas partículas naquele ponto. O processo de sedimentação é então determinado inteiramente a partir da equação da continuidade,

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial t} + V(\phi_s) \frac{\partial \phi_s}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

onde  $V(\phi_s) = - \frac{dS}{d\phi_s}$  (2.5)

é a velocidade de sedimentação ou velocidade de descida da

interface descendente

- $\phi_s$  é a fração volumétrica dos sólidos na suspensão  
 $t$  é o tempo,  
 $z$  é a variável espacial com a origem na base do recipiente  
 $S$  é o "fluxo" de partículas sólidas,  $v_s \phi_s$   
 $v_s$  é a velocidade de uma partícula sólida que varia de  $u_s$  a um valor finito definido

sendo que KYNCH<sup>13</sup> supôs que perto de  $z = 0$ , existe um rápido incremento contínuo da concentração inicial  $\phi_{s0}$ , até a máxima concentração possível  $\phi_{s\infty}$ ; portanto, as condições de contorno consideradas foram

$$\phi_s(z, 0) = \phi_{s0} \quad 0 \leq z \leq H_0 \quad (2.6a)$$

$$\phi_s(0, t) = \phi_{s\infty} \quad 0 < t \quad (2.6b)$$

onde  $H_0$  é a altura inicial da suspensão.

Uma solução geral da equação (2.4) foi apresentada na forma da função

$$\phi_s = f(z_0 + Vt)$$

onde  $(z_0 + Vt)$  são as linhas características<sup>26</sup> que sobem a partir da base; ou seja, valores particulares de concentração constante, propagados para cima através da suspensão, com uma velocidade  $V$  dada pela equação (2.5) (vide Fig 2.1).

A equação (2.4) é interpretada num gráfico da altura  $z$  pelo tempo  $t$ , como a existência de curvas que são traçadas através de pontos de igual concentração. As coordenadas  $(z, t)$  e  $(z + \Delta z, t + \Delta t)$  de dois pontos adjacentes sobre a curva, são relacionadas pela equação

$$\phi_s(z + \Delta z, t + \Delta t) = \phi_s(z, t)$$



isto é,

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial z} dz + \frac{\partial \phi_s}{\partial t} dt = 0 \quad (2.7)$$

Combinando as equações (2.4) e (2.7), a inclinação da curva é dada por

$$\frac{dz}{dt} = V(\phi_s) = -v_s(\phi_s) \quad (2.8)$$

Como  $\phi_s$ , e portanto  $V$ , é constante então a curva deve ser uma reta.

Num gráfico de  $z$  em função  $t$ , a concentração é constante ao longo das linhas retas cujas inclinações dependem somente do valor da concentração. Cada uma destas retas passa através de um ponto, e numa região onde a concentração é contínua (HoOB da Fig.2.1), duas retas nunca se interceptarão. Este resultado simples forma a base da análise de KYNCH<sup>13</sup> usando o diagrama  $z-t$ .

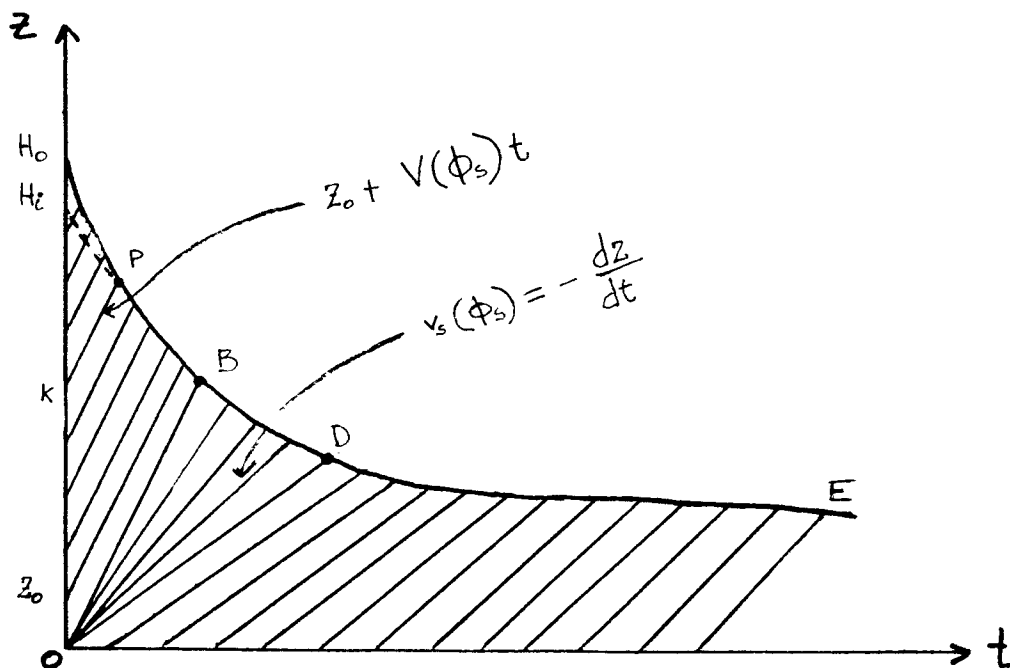


Figura 2.1. Gráfico ilustrativo da teoria de Kynch

Onde a premissa de  $V(\phi)$  é válida, KYNCH<sup>13</sup> mostrou que a

relação entre velocidade de sedimentação e concentração de sólidos pode ser deduzida de observações da descida do topo da suspensão, o que o permitiu estabelecer que

$$\phi_s = \phi_{s0} H_0 / H_i \quad (2.9)$$

a partir de um gráfico similar à Fig.2.1.

## 2.4 APERFEIÇOAMENTO DA TEORIA DE KYNCH.

Segundo CONCHA & BUSTOS<sup>5</sup>

" ...embora a teoria de KYNCH<sup>13</sup> não seja aplicável aos problemas comumente encontrados na sedimentação industrial, o procedimento de cálculo de TALMAGE & FITCH<sup>23</sup> e conhecido como método de Kynch para projeto de sedimentadores, é muito utilizado até hoje..."

Esse procedimento geralmente dá resultados muito diferentes do método mais exato de COE & CLEVINGER<sup>4</sup>. O problema origina-se do fato que os lodos industriais são sempre compressíveis, em maior ou em menor grau, e o método de Kynch não considera esta compressibilidade.

A simplicidade do método de Kynch para o cálculo de sedimentadores, induziu pesquisas orientadas a encontrar um método similar; isto é, baseado na teoria de KYNCH<sup>13</sup> mas sem desprezar os efeitos da compressibilidade.

TILLER<sup>24</sup>, FITCH<sup>10</sup> e FONT<sup>11</sup>, propuseram procedimentos gráficos alternativos para determinar a concentração da suspensão, bem como a correspondente velocidade de sedimentação, considerando os efeitos do sedimento formado na base dos recipientes de sedimentação; ao passo que CONCHA & BUSTOS<sup>5</sup> tentaram descrever a sedimentação de suspensões flocoadas modificando a segunda condição de contorno usada por KYNCH<sup>13</sup> na resolução da equação (2.4)(vide seção 3.3 deste trabalho).

## 2.4.1 Proposta de Tiller<sup>24</sup>.

Ao contrário do KYNCH<sup>13</sup>, que ignorou os efeitos do sedimento formado na base do recipiente, e supôs que as linhas características  $z = z_0 + Vt$  (vide Fig.2.1), originam-se na origem das coordenadas (altura vs. tempo) durante o período de transição; TILLER<sup>24</sup> estabeleceu que essas características nascem na superfície do sedimento (Fig.2.2),

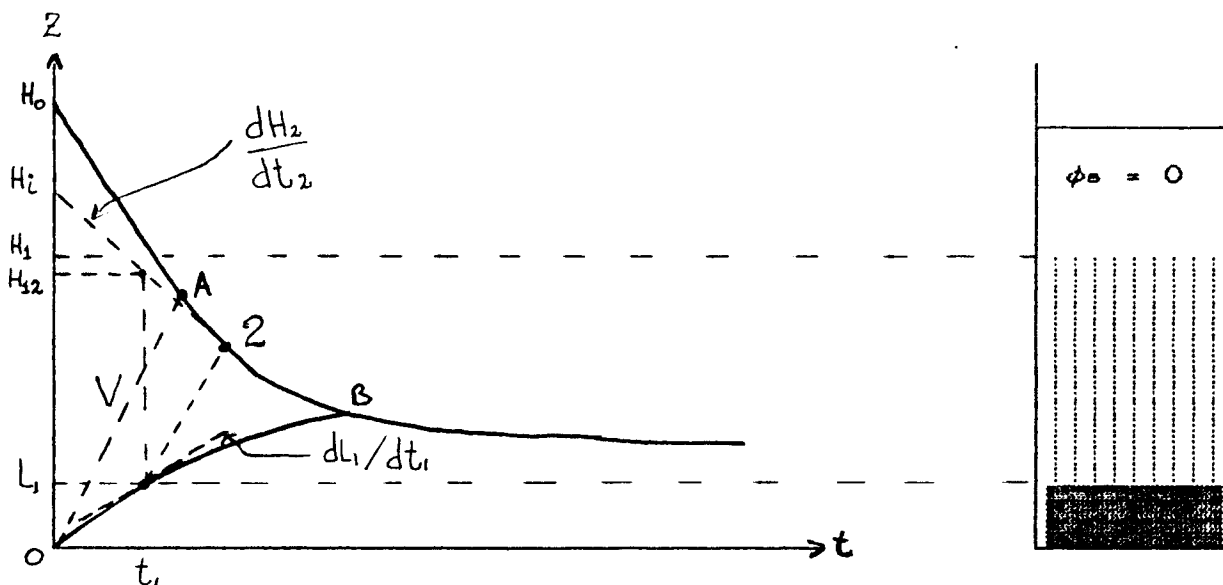


Figura 2.2. Gráfico do método de Tiller para o cálculo das concentrações acima a superfície do sedimento.

e que a equação (2.4) controla unicamente a região OAHo da Fig.2.2 A região OAB requer o uso simultâneo da equação (2.4) e da equação diferencial parcial não linear de segunda ordem (vide seção 3.2 deste trabalho para dedução)

$$\frac{d\varepsilon}{d\sigma_s} \frac{\partial \sigma_s}{\partial t} + \frac{k(1-\varepsilon)}{\mu} \frac{\partial^2 \sigma_s}{\partial z^2} + \frac{1}{\mu} \frac{d}{d\sigma_s} [k(1-\varepsilon)] \left[ \frac{\partial \sigma_s}{\partial z} \right]^2 + \frac{g \Delta \rho}{\mu} \frac{d}{d\sigma_s} [k(1-\varepsilon)^2] \frac{\partial \sigma_s}{\partial z} = 0 \quad (2.10)$$

onde  $\varepsilon$  é a porosidade no sedimento

$\sigma_s$  é a pressão efetiva (compressiva) dos sólidos

$k$  é a permeabilidade do sedimento ao escoamento do líquido  
 $\mu$  é a viscosidade da fase líquida  
 $\Delta\rho = \rho_s - \rho$   
 $\rho_s$  é a densidade dos sólidos  
 $\rho$  é a densidade da fase líquida

e a concentração, em qualquer ponto 2 acima da superfície do sedimento, é então calculada num processo de tentativa e erro pela equação

$$\phi_{s2} = \frac{\phi_{s0} H_0}{H_{12} - L_1} \exp \left[ \int_0^{t_1} \frac{dH_2/dt_2 - dL_1/dt_1}{H_{12} - L_1} dt_1 \right] \quad (2.11)$$

Se  $L_1 = 0$ , as características nascem da origem na Fig.2.2.  $H_{12}$  será igual a  $H_1$  da Fig.2.1, e portanto a equação (2.11) será igual à equação (2.9).

Após o ponto B na Fig.2.2, é a equação (2.10) que controla a solução do processo.

#### 2.4.2 Proposta de Fitch<sup>9</sup>.

Após constatar que o procedimento desenvolvido por TILLER<sup>24</sup> para atender às omissões da teoria de KYNCH<sup>13</sup> era muito complicado; FITCH<sup>9</sup> sugeriu sua substituição por uma construção geométrica simples, onde uma linha característica hipotética é traçada do eixo z à curva  $L_1 = f(t_1)$  como mostra a Fig.2.3. FITCH faz uso de uma relação derivada da própria teoria de KYNCH<sup>13</sup>, e ignorada por TILLER<sup>24</sup>, de que qualquer característica que sobe da superfície do sedimento, deverá fazê-lo tangencialmente a essa curva L.

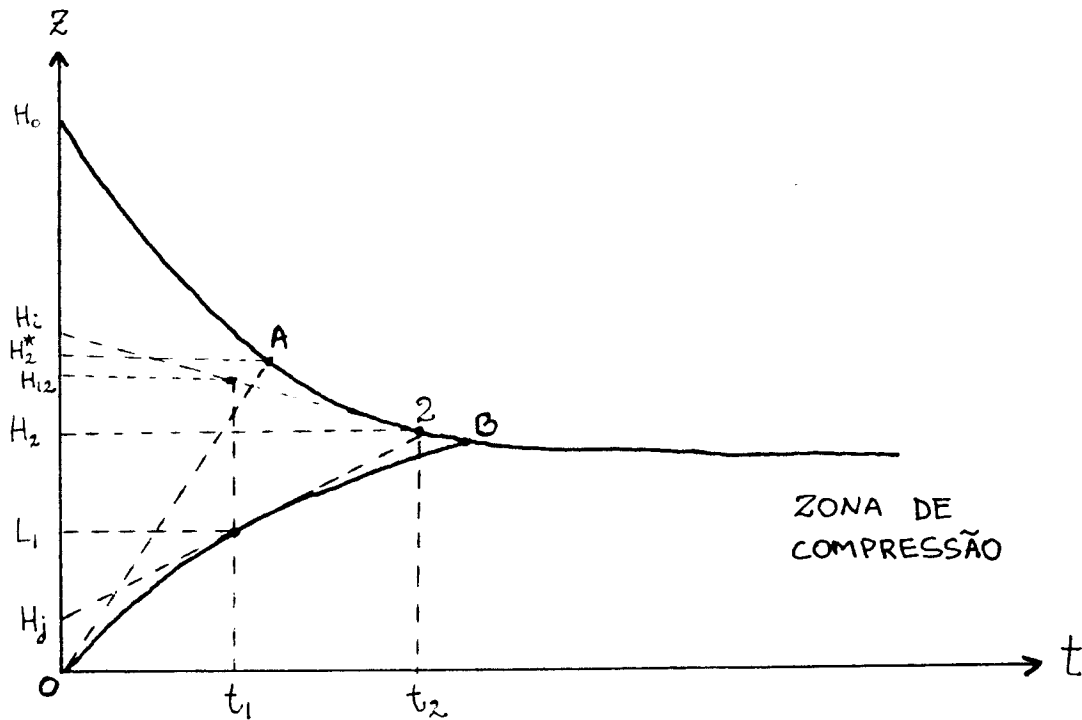


Figura 2.3. Gráfico explicativo dos modelos de Fitch e de Font

A partir destas considerações FITCH<sup>9</sup> propôs as seguintes correlações para calcular a concentração e a velocidade de sedimentação, em qualquer ponto 2 acima da superfície do sedimento formado na base do recipiente

$$\phi_{s2} = \phi_{s0} [(H_0 - H_j) / (H_i - H_j)] \quad (2.12)$$

$$v_z = (H_i - H_2) / t_2 \quad (2.13)$$

#### 2.4.3 Proposta de Font<sup>11</sup>.

FONT<sup>11</sup> utilizou o mesmo raciocínio elaborado por FITCH<sup>9</sup>, relacionado às linhas características tangenciais ao sedimento, para simplificar a equação proposta por TILLER<sup>24</sup> (eq. 2.11), utilizada no cálculo da concentração da suspensão acima da superfície do sedimento; e propôs a seguinte correlação substitutiva (vide Fig.2.3),

$$\phi_{s2} = \frac{\phi_{s0} H_0}{H_{12} - L_1} \exp \left[ - \int_0^{t_1} \frac{1}{t_2 - t_1} dt_1 \right] \quad (2.14)$$

bem como uma outra para prever a concentração de sólidos na superfície do sedimento na forma

$$c_{s1} = \phi_{s0} H_0 / H_2^* \quad (2.15)$$

### 3.- ZONA DE COMPRESSÃO NA SEDIMENTAÇÃO EM BATELADA

A suposição do KYNCH<sup>13</sup> de que o sedimento formado na base do recipiente é incompressível, é claramente irreal se se considera que todos os lodos industriais são compactáveis em maior ou em menor grau, sob a ação da gravidade e na medida que a altura do sedimento aumenta. Embora as tensões envolvidas sejam muito menores, a situação é matematicamente análoga à consolidação dos solos drenados, originalmente tratados por TERZAGHI<sup>apud14</sup>.

MICHAELS & BOLGER<sup>15</sup> estudaram suspensões flocculadas e supuseram que a compactação acontece devido à influência conjunta da força de gravidade, força de arraste sólido-líquido, e tensões transmitidas entre as partículas da fase sólida; sendo que essas tensões bem como a resistência ao escoamento do fluido dependem só da concentração dos sólidos.

Trabalhando também com suspensões flocculadas, KOS<sup>12</sup> estudou o processo de consolidação pelo modelo de um meio poroso com pontos de contato entre as partículas, o que permite obter uma forma geral dos balanços de massa e de quantidade de movimento. Para definir completamente o meio, desenvolveu um modelo que descreve as propriedades de deformação e de filtração. Ele usou uma forma modificada da equação de Darcy, com a condutividade  $K$  sendo função não só da concentração, mas também da tensão de cisalhamento  $\tau$  do líquido sobre a superfície dos sólidos (condições de escoamento); e para descrever o comportamento compressivo (deformação), sugeriu uma relação constitutiva da fase sólida do meio na forma de

$$d\epsilon_s = a d\sigma_s + b d\tau \quad (3.1)$$

sendo que  $a$  e  $b$  são parâmetros compressivos em função da concentração, e  $\sigma_s$  é a pressão efetiva (compressiva) dos sólidos. KOS<sup>12</sup> reconhece, porém, que após sua sugestão, a pergunta óbvia é: ... "como medir essas características de filtração e consolidação para uma dada suspensão? . E no momento, não existe muita

experiência com essas medidas".

Intuitivamente, FONT<sup>11</sup> sugeriu linhas curvas de concentração constante (como imaginadas por CONCHA & BUSTOS<sup>5</sup> (vide seção 3.3 deste trabalho), equidistantes na curva OB da Fig. 2.3

Considere-se uma situação hipotética. Supor que à medida que o sedimento está se formando na base do recipiente, as concentrações de sólidos nas camadas desse sedimento são as máximas possíveis, de acordo com a compressão transmitida pelas camadas superiores. Nessa hipotética situação,  $\epsilon_s$  depende unicamente da massa de sólidos acima da camada considerada. Isto equivale a admitir que a velocidade de sedimentação é infinita, quando a compressão transmitida é maior que a máxima que seria suportada sem originar a descida da camada, e que a velocidade de sedimentação é zero, quando a compressão transmitida é igual à máxima permitida para evitar essa descida da camada. Portanto, nesse caso extremo as linhas de concentração constante no sedimento, são equidistantes à curva  $L = f(t)$  num gráfico de altura em função do tempo, e consequentemente  $\epsilon_s$  é função só da distância à superfície do sedimento<sup>11</sup>.

Existem outros trabalhos que receberam um maior tratamento matemático e que portanto alcançaram um grau superior de desenvolvimento. Esses trabalhos serão tratados a seguir, na forma de modelos existentes hoje para o estudo da zona de compressão.

### 3.1 MODELO DE SHIRATO<sup>20</sup>.

YAGI & YAMAZAKI<sup>apud 20</sup> mostraram a razoável aplicabilidade da teoria de consolidação de solos de TERZAGHI<sup>apud 20</sup> ao processo da compactação de sedimentos; porém, no seus procedimentos matemáticos supuseram que o coeficiente de consolidação permanece constante como na teoria original, quando na verdade esse coeficiente pode variar muito em relação ao valor inicial.



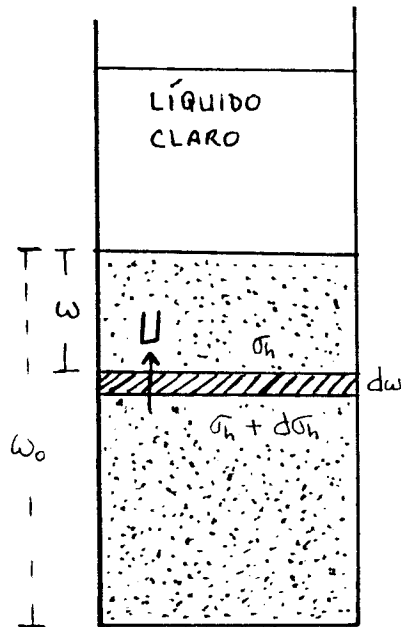


Figura 3.1. Esquema do elemento de volume de SHIRATO *et alii*<sup>20</sup>

Da Fig.3.1 observa-se que a força motriz para o escoamento do líquido através das redes particuladas que formam o sedimento em compactação, é o excesso da pressão hidráulica  $\sigma_h$  causado pela força da gravidade das partículas que ficam acima.

SHIRATO *et alii*<sup>20</sup> derivaram uma equação diferencial parcial básica para o excesso da pressão hidráulica  $\sigma_h$ , a partir da equação de Darcy na forma

$$U = v_e - v = -k \frac{(1 - \epsilon)}{\mu} \frac{\partial \sigma_h}{\partial \omega} = -k_1 \frac{\partial \sigma_h}{\partial \omega} \quad (3.2)$$

onde  $\omega$  é o volume de sólidos por unidade de área na distância  $z$  a partir da origem na superfície do sedimento.

$k_1$  é o coeficiente modificado da permeabilidade.

Eles sugeriram que a variação da velocidade relativa  $U$  pode se relacionar à variação com o tempo da relação de porosidade  $e = \epsilon / (1 - \epsilon)$ , mediante uma equação diferencial básica da forma

$$\frac{\partial e}{\partial t} = - \frac{\partial U}{\partial \omega} \quad (3.3)$$

Se o peso das partículas acima do elemento diferencial (Fig. 4) é sustentado pelo excesso da pressão hidráulica  $\sigma_h$  e pela pressão compressiva dos sólidos  $\sigma_s$ , e desprezando os efeitos do atrito entre as partículas e as paredes do recipiente, tem-se

$$\sigma_h + \sigma_s = g (\rho_s - \rho) w \quad (3.4)$$

Derivando a equação (3.2) com relação a  $w$ , e considerando que  $k_1 = k_1(\sigma_h)$ , aplica-se a regra da cadeia na sua variação com  $w$ , obtendo-se

$$\frac{\partial U}{\partial w} = - k_1 \frac{\partial^2 \sigma_h}{\partial w^2} - \frac{dk_1}{d\sigma_s} \frac{\partial \sigma_s}{\partial w} \frac{\partial \sigma_h}{\partial w} \quad (3.5)$$

e substituindo a equação acima na equação (3.3) tem-se

$$\frac{\partial e}{\partial t} = k_1 \frac{\partial^2 \sigma_h}{\partial w^2} + \frac{dk_1}{d\sigma_s} \frac{\partial \sigma_s}{\partial w} \frac{\partial \sigma_h}{\partial w} \quad (3.6)$$

Supor que a relação de porosidade "e" também é função só da pressão compressiva  $\sigma_s$ , de modo que

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{de}{d\sigma_s} \frac{\partial \sigma_s}{\partial t}$$

e portanto, combinando as equações (3.4) com (3.6) e rearranjando

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial t} = - k_1 \frac{d\sigma_s}{de} \frac{\partial^2 \sigma_h}{\partial w^2} + \frac{dk_1}{de} \left[ \left( \frac{\partial \sigma_h}{\partial w} \right)^2 - g (\rho_s - \rho) \frac{\partial \sigma_h}{\partial w} \right] \quad (3.7)$$

A equação acima pode ser expressa na forma adimensional fazendo as seguintes combinações de variáveis,

$$\Phi = \sigma_h / w_0 [(\rho_s - \rho)g] \quad (3.8a)$$

= excesso da pressão hidráulica reduzida.

$$C_1 = - k_1 (d\sigma_s / de) \quad (3.8b)$$

= coeficiente de consolidação do sedimento.

$$C_2 = (dk_1 / de) \omega_0 (\rho_s - \rho) g \quad (3.8c)$$

= coeficiente modificado de consolidação.

$$C_1^* = \text{valor de } C_1 \text{ na base do sedimento } (\omega = \omega_0) \text{ em } T = \infty$$

$$x = \omega / \omega_0 \quad (3.8d)$$

= distância adimensional modificada, expressa na forma de fração de sólidos.

$$T = C_1^* t / \omega_0^2 \quad (3.8e)$$

= fator tempo.

A equação (3.7) é reescrita então, na forma

$$\frac{\partial \Phi}{\partial T} = \frac{C_1}{C_1^*} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{C_2}{C_1^*} \left[ \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right]^2 - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] \quad (3.9)$$

A solução da equação (3.9) para a sedimentação em batelada tem as seguintes condições de contorno

$$\begin{array}{ll} \text{i) } \Phi = 0 & \text{em } x = 0 : \text{ superfície do sedimento} \\ \text{ii) } \partial \Phi / \partial x = 0 & \text{em } x = 1 : \text{ base do sedimento} \end{array}$$

e a condição inicial

$$\Phi = x \quad \text{em } T = 0$$

### 3.2 MODELO COMPRESSIVO DE TILLER<sup>24,25</sup>.

De forma similar à equação (2.4) deduzida por KYNCH<sup>13</sup>; TILLER<sup>24</sup> formulou as equações da continuidade para o componente sólido do sedimento como sendo

$$\frac{\partial \epsilon_s}{\partial t} + \frac{\partial (v_s \epsilon_s)}{\partial z} = 0 \quad (3.10)$$

bem como para o componente líquido

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (v \varepsilon)}{\partial z} = 0 \quad (3.11)$$

sendo que  $\varepsilon_s$  é a fração volumétrica de sólidos no sedimento,  
 $\varepsilon$  é a fração volumétrica de espaços vazios ou porosidade no sedimento,  
 $v_s$  é a velocidade média de sedimentação dos sólidos,  
 $v$  é a velocidade média do líquido,

Considerando que  $\varepsilon_s + \varepsilon = 1$ , e somando as duas equações anteriores, tem-se

$$\frac{\partial (v_s \varepsilon_s)}{\partial z} + \frac{\partial (v \varepsilon)}{\partial z} = 0 \quad (3.12a)$$

ou

$$\frac{\partial q_s}{\partial z} + \frac{\partial q}{\partial z} = 0 \quad (3.12b)$$

onde  $q_s$  e  $q$  são os "fluxos" superficiais de sólido e de líquido, respetivamente.

A integração da equação (3.12) para  $t$  constante dá<sup>7</sup>

$$v_s (1 - \varepsilon) + v \varepsilon = q_s + q = h(t) \quad (3.13)$$

onde  $h(t)$  é uma função arbitrária do tempo, a ser determinada a partir das condições de contorno.

Supondo que o movimento das partículas sólidas para baixo é compensado pelo escoamento do líquido para cima, então  $q_s = -q$  ou  $h(t) = 0$  na equação (3.13).

A partir da equação do movimento, e desprezando os efeitos inerciais estabelece-se que

"...a pressão efetiva sobre cada camada de partículas (sólidas) é o resultado da força exercida para baixo pela

massa das partículas que ficam acima dela, menos a força de fricção exercida para cima, devido ao escoamento Darciano do líquido entre os poros do sedimento"<sup>24</sup>.

Na forma diferencial, a derivada da pressão efetiva,  $\sigma_e$ , é dada por

$$\frac{\partial \sigma_e}{\partial z} = -(\rho_s - \rho)(1 - \epsilon) g + \frac{\mu \epsilon}{k} (v - v_e) \quad (3.14)$$

sendo que  $k$  é a permeabilidade do sedimento, e  $\mu/k$  a resistência hidráulica específica ao escoamento.

Usa-se a equação (3.13) para eliminar  $v_e$  na equação (3.14) e reescrevê-la na forma

$$v = \frac{k(1 - \epsilon)}{\mu \epsilon} \frac{\partial \sigma_e}{\partial z} + \frac{k(1 - \epsilon)^2}{\epsilon} \frac{(\rho_s - \rho) g}{\mu} \quad (3.15)$$

Da equação (3.13) com  $h = 0$ , tem-se que  $v = v \epsilon / \epsilon_s$ , que ao ser substituído na equação (3.10), e aplicando a regra da cadeia na variação da porosidade com o tempo e com a posição após essa substituição, fornece

$$\frac{d\epsilon}{d\sigma_e} \frac{\partial \sigma_e}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial v}{\partial z} + v \frac{d\epsilon}{d\sigma_e} \frac{\partial \sigma_e}{\partial z} = 0 \quad (3.16)$$

Substituindo a equação (3.15) em (3.16), tem-se a equação que controla o sedimento formado na base do recipiente

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon}{d\sigma_e} \frac{\partial \sigma_e}{\partial t} + \frac{k(1 - \epsilon)}{\mu} \frac{\partial^2 \sigma_e}{\partial z^2} + \frac{1}{\mu} \frac{d}{d\sigma_e} [k(1 - \epsilon)] \left[ \frac{\partial \sigma_e}{\partial z} \right]^2 \\ + \frac{g \Delta \rho}{\mu} \frac{d}{d\sigma_e} [k(1 - \epsilon)^2] \frac{\partial \sigma_e}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde  $\epsilon$  é a porosidade no sedimento

$\sigma_e$  é a pressão efetiva (compressiva) dos sólidos

$k$  é a permeabilidade do sedimento ao escoamento do líquido

$\mu$  é a viscosidade da fase líquida  
 $\Delta\rho = \rho_s - \rho$   
 $\rho_s$  é a densidade dos sólidos  
 $\rho$  é a densidade da fase líquida

### 3.3 MODELO DE CONCHA E BUSTOS<sup>5</sup>.

Convencidos de que os trabalhos de TILLER<sup>24</sup> e de FITCH<sup>9</sup> contrariavam os fundamentos da teoria de KYNCH<sup>13</sup>, embora sejam de grande valor prático; em 1987, CONCHA & BUSTOS<sup>5</sup> propuseram que todas as condições estipuladas por KYNCH eram válidas na sedimentação de lodos reais, com concentrações menores ou iguais a uma concentração crítica  $\phi_{sc}$ , isto é, a mais elevada concentração que pode ser obtida por testes iniciais de sedimentação (eq. 2.9).

O sedimento formado na base do recipiente, com uma concentração igual a  $\phi_{sc}$ , mantém uma certa quantidade de água que é retirada do sedimento só por compressão. O peso dos sólidos que estão sedimentando comprime as camadas inferiores, aumentando as suas concentrações. Para considerar esse fenômeno deve-se modificar a segunda condição de contorno utilizada por KYNCH (equação 2.6b).

Na sedimentação em batelada, a velocidade  $v_s$  das partículas sólidas e a velocidade  $v$  do fluido na base do recipiente ( $z=0$ ) são nulas. Portanto, desprezando as forças inerciais, um balanço de quantidade de movimento aplicado ao constituinte sólido dá

$$\partial\sigma_s / \partial z = -(\rho_s - \rho)(1 - \epsilon)g \quad (3.17)$$

em  $z = 0$ . A força hidrodinâmica é também zero em  $z = 0$ , pois que é uma função da velocidade relativa sólido - fluido. Supondo que a pressão dos sólidos é função apenas da concentração, os autores usaram a seguinte relação constitutiva

$$\sigma_s = a e^{b\epsilon_s} \quad (3.18)$$

e aplicando a regra da cadeia

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial z} = \left( \frac{d\sigma_s}{d\epsilon_s} \right) \left( \frac{\partial \epsilon_s}{\partial z} \right) \quad (3.19)$$

Combinando as equações (3.17) e (3.19) tem-se

$$\frac{\partial \epsilon_s}{\partial z} = - \frac{(\rho_s - \rho) \epsilon_s g}{d\sigma_s / d\epsilon_s} = g_s(0,t) \quad 0 < t \quad (3.20)$$

em  $z = 0$ . Essa equação (3.20) seria a nova condição de contorno que substitui (2.6b) na solução da equação de KYNCH (eq. 2.4).

O novo sistema foi resolvido numericamente usando o método das diferenças finitas e, considerando as seguintes relações constitutivas para o fluxo de sólidos  $f_s$  e a pressão compressiva  $\sigma_s$ ,

$$f_s = u_s \phi_s (1 - \phi_s)^{n+1} \quad 0 \leq \phi_s < \phi_{sc} \quad (3.21)$$

$$\sigma_s = a e^{b\phi_s} \quad \phi_{sc} < \phi_s \leq \phi_{so} \quad (3.22)$$

CONCHA & BUSTOS<sup>5</sup> ao contrário do TILLER<sup>24</sup>, FITCH<sup>9</sup>, e FONT<sup>11</sup>; acreditam na validade da teoria de KYNCH<sup>13</sup> no caso de suspensões compressíveis, até que a concentração de sólidos alcance o valor crítico de  $\phi_{sc}$ , isto é, até o ponto B das Figs. 2.2 e 2.3. Após essa concentração crítica  $\phi_{sc}$ , eles acham que o "fluxo" de partículas sólidas  $f_s$  não é função apenas da concentração  $\epsilon_s$ , e portanto a equação (3.21) já não seria válida. Dito de uma outra forma, a equação (2.4) da teoria de KYNCH ainda seria válida, mas não a relação constitutiva para o fluxo dos sólidos dada pela equação (3.21), nem qualquer outra similar. Porém, CONCHA & BUSTOS<sup>5</sup> acreditam ser desnecessário postular outras relações constitutivas para  $f_s$  desde que, conhecendo a concentração em todos os pontos  $(0,t)$  e usando a condição de contorno modificada (eq. 3.20), pode-se calcular a concentração e o fluxo de sólidos em todos os outros pontos.

Do ponto de vista matemático, o fim do período de sedimentação

segundo KYNCH<sup>13</sup> é representado pelas curvas características, na forma de linhas retas, saindo da abcisa para  $t > 0$  (região ODE na Fig.2.1), com inclinações dependentes da curva de fluxo na máxima concentração. CONCHA & BUSTOS<sup>5</sup> argumentam a partir disso, que se se pretende que a teoria de KYNCH<sup>13</sup> inclua os efeitos da compressão, as linhas características para  $\phi_s > \phi_{sc}$  que saem da abcisa em  $t > 0$ , deveriam ser linhas retas com inclinação decrescente de  $\varepsilon_{sc}$  até a concentração final  $\varepsilon_{\infty}$ .

Espera-se que o modelo proposto represente razoavelmente bem a sedimentação de suspensões com baixa compressibilidade, onde pode-se antecipar que para  $\varepsilon_s > \phi_{sc}$ , as linhas características serão aproximadamente linhas retas. Porém, se a compressibilidade da suspensão é maior, as características serão linhas curvas, e então o modelo já não será representativo do fenômeno<sup>5</sup>.

### 3.4 MODELO DE AUZERAIS<sup>1</sup>.

Em 1988, AUZERAIS *et alii*<sup>1</sup> desenvolveram uma teoria fenomenológica da sedimentação e consolidação de suspensões concentradas, cujos resultados dependem basicamente da possibilidade de se escrever os balanços de quantidade de movimento contendo a força de inércia, força de arraste, e tensões interpartículas.

Para o caso de suspensões estáveis de partículas esféricas rígidas, sugeriram a seguinte equação adimensional da continuidade

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial X} \left[ U(\phi_s) \left[ \phi_s - \frac{d\sigma_s / d\phi_s}{(\rho_s - \rho) g H} \frac{\partial \phi_s}{\partial X} \right] \right] = 0 \quad (3.23)$$

sendo que  $X = z / H$

$\theta = t u_s / H$

$U = v_s / u_s$

$H =$  profundidade inicial da suspensão

$u_s =$  velocidade terminal de uma partícula sólida

$v_s =$  velocidade de sedimentação



A velocidade de sedimentação  $v_s$  poderia ser calculada a partir da seguinte correlação empírica

$$v_s = (1 - \phi_s)^p \quad (3.24)$$

com  $5,8 \leq p \leq 6,6$ .

Para dispersões estáveis de pequenas partículas, a tensão entre sólidos seria equivalente à pressão osmótica  $\Pi$ , porém, essa pressão osmótica de um soluto ou de uma partícula coloidal é diretamente proporcional ao potencial químico do solvente; de modo que para uma esfera de raio  $r$  pode-se escrever<sup>1</sup>

$$\sigma_s = \Pi = [3kT / 4\pi r^3] \phi_s Z(\phi_s) \quad (3.25)$$

$$Z(\phi_s) = 1,85 / (0,64 - \phi_s) \quad (3.26)$$

onde  $Z(\phi_s)$  é o fator de compressibilidade

$kT$  é a energia térmica

Combinando as equações (3.23), (3.24), (3.25), e (3.26), obtém-se a equação que governa o processo integral da sedimentação de partículas esféricas rígidas

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial X} \left[ (1 - \phi_s)^{6,55} \left[ \phi_s - \frac{1}{Pe} \frac{1,184}{(0,64 - \phi_s)^2} \frac{\partial \phi_s}{\partial X} \right] \right] = 0 \quad \dots\dots\dots(3.27)$$

com as seguintes condições de contorno

$$\partial \phi_s / \partial X = Pe \phi_s (0,64 - \phi_s)^2 / 1,184 \quad \text{em } X = 0 \quad X = 1$$

onde  $Pe = (4/3) \pi r^3 [(\rho_s - \rho) g H / kT]$

é a taxa do potencial gravitacional à pressão osmótica. É portanto maior quando a tensão transmitida é pequena e vice-versa.

Para o caso de suspensões flocculadas tem-se que a equação que governa a consolidação do sedimento é

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X} \left[ \frac{(2 - 3\phi_s)^2}{3\phi_s + 4 + (8\phi_s - 3\phi_s^2)^{1/2}} \left[ \phi_s - \frac{d\sigma_s / d\phi_s}{(\rho_s - \rho) g H} \frac{\partial \phi_s}{\partial X} \right] \right] = 0$$

.....(3.28)

### 3.5 MODELO DE SILVA<sup>21,22</sup>

Em 1985, usando as equações dos balanços de massa e momento linear, obtidos da teoria das misturas da mecânica dos meios contínuos, SILVA<sup>22</sup> faz uma análise do movimento da mistura, dividindo-a em três regiões: sedimentação livre, transição, e compressão ou compactação; bem como um sistema de equações

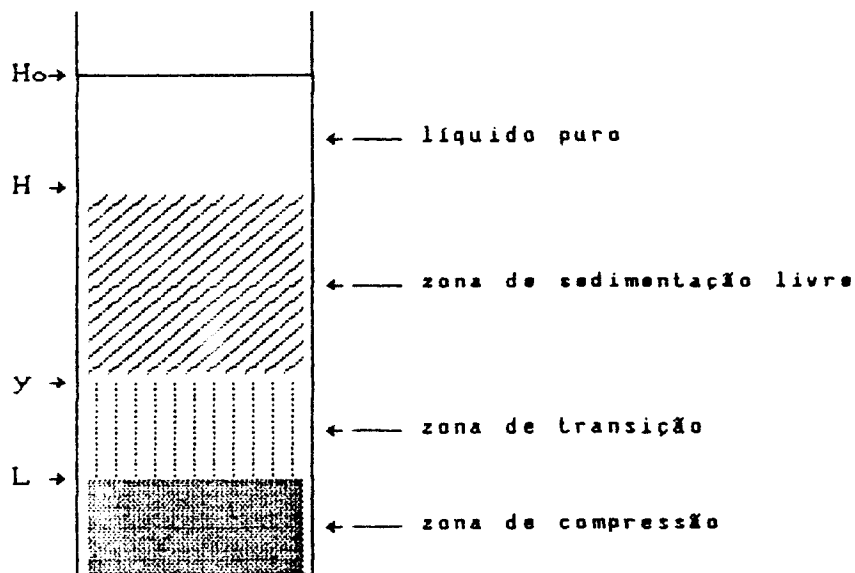


Figura 3.2. Esquema de sedimentação de SILVA

diferenciais válido para cada zona ocupada pela suspensão em todo tempo maior que zero:

$$v_s (1 - \epsilon) + v \epsilon = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} - \frac{\partial [(1 - \epsilon) v_s]}{\partial z} = 0 \quad (3.30)$$

$$\rho_s a_s - \rho a = B \frac{\partial \epsilon}{\partial z} - \frac{R v_s}{\epsilon^2} - (\rho_s - \rho) g \quad (3.31)$$

onde

$$a_s = \partial v_s / \partial t + v_s (\partial v_s / \partial z) \quad (3.32)$$

$$a = \partial v / \partial t + v (\partial v / \partial z) \quad (3.33)$$

$$B(\epsilon) = [1 / (1 - \epsilon)] (d\rho_s / d\epsilon) - 1/\epsilon (d\rho / d\epsilon) \quad (3.34)$$

sendo que  $\epsilon$  é a porosidade do sedimento

$a_s$  é a aceleração das partículas sólidas

$a$  é a aceleração do líquido

$B$  é a compressibilidade

$R$  é a resistividade

Para a zona de compressão a altura varia de acordo com os intervalos

$$\begin{array}{ll} 0 \leq z \leq H & 0 \leq t \leq t_c \\ 0 \leq z \leq L & t_c < t < \infty \end{array}$$

onde  $H$  é a altura da interface superior descendente

$L$  é a altura da interface inferior ascendente

$t_c$  é o instante de encontro das interfaces descendente e ascendente

e no fundo do recipiente, representado por  $z = 0$ , para todo tempo maior que zero usa-se as condições de contorno

$$v(0, t) = v_s(0, t) = 0 \quad 0 \leq t < \infty \quad (3.35)$$

$$B (\partial \epsilon / \partial z) - (\rho_s - \rho) g = 0 \quad 0 < t < \infty \quad (3.36)$$

Considere-se também que em um tempo infinito  $v_s = v = 0$  em qualquer ponto, sendo que em uma equação tipo Darcy

$$B (d\epsilon / dz) = (\rho_s - \rho) g \quad 0 \leq z \leq L_\infty \quad (3.37)$$

onde  $L_\infty$  é a altura final do sedimento formado na base do recipiente.

O conjunto de equações de (3.29) a (3.37) formam um problema de valor inicial e de contorno para as funções porosidade  $\epsilon$  e velocidade na zona de compressão  $v$ , e que foi definido aqui como o modelo de SILVA para a zona de compressão ou compactação.

SILVA<sup>22</sup>, baseado no fato que as velocidades na zona de compressão são muito pequenas, fez simplificações que permitem a obtenção de uma solução exata, válida numa vizinhança adequada do fundo do recipiente<sup>21</sup>. Com essas simplificações resolveu o modelo geral e derivou uma função velocidade da forma

$$W(z,t) = (u_s z) / [2 (H_0 - z) - u_s t] \quad (3.38)$$

que permite determinar o ponto de encontro  $t_c$ ,  $z_c$ , das interfaces descendente e ascendente ( $H$  e  $L$  na Fig.3.2), como sendo aquele ponto onde ocorre o mínimo  $W$ . Determinou também uma equação para prever a concentração média na zona de compressão na forma

$$\bar{\epsilon}_s(t) = \phi_{s0} H_0 / z \quad (3.39)$$

sendo que quando  $z(t)$  é a altura final do sedimento, essa equação prediz a concentração final média.

#### 4.-MEDIDA DA CONCENTRAÇÃO NA ZONA DE COMPRESSÃO.

Dada a natureza particulada instável da zona de compressão, qualquer técnica de medida da concentração em função do tempo e da posição, deverá considerar como premissa fundamental a necessidade de evitar alterar a ordem de acomodação das partículas. A técnica de atenuação de feixes energéticos cumpre com este requerimento básico, pois atravessam a amostra sem afetar o arranjo espacial das partículas.

O cálculo da concentração de sólidos a partir da atenuação de um feixe de energia não é novo. Segundo citado em AUZERAIIS *et alii*<sup>2</sup>, que recentemente usou tomografia computadorizada de raios X para medir perfís de concentração em todas as etapas do processo de sedimentação, em 1958 GAUDIN & FUERSTENAU utilizaram técnicas de absorção de raios X para medir as concentrações locais em sedimentos de caulim, como uma função do tempo e da distância; e em 1978 ONDEYKA *et alii* monitoraram partículas de minerais sedimentando em líquidos opacos, em elevadas temperaturas e pressões, usando raios X.

##### 4.1 TÉCNICA DE ATENUAÇÃO DE RAIOS GAMA PARA SEDIMENTOS INCOMPRESSÍVEIS.

Quando a densidade aparente das partículas permanece constante em todo tempo e posição, diz-se que esse é um sedimento incompressível.

O método não destrutivo de determinação da concentração, consiste em se medir a fração atenuada pela amostra, da intensidade do feixe monoenergético de radiação gama. É necessário portanto, distinguir-se entre a fração atenuada pela amostra e aquela atenuada por outros meios existentes entre a fonte e o detector, e que constituem constantes do problema.

A atenuação de um feixe monoenergético de radiação gama é

descrita pela lei de Lambert-Beer

$$I = I_1 \cdot e^{-\alpha X} = I_1 \cdot e^{-\eta \rho X} \quad (4.1)$$

onde  $I$  é a intensidade do feixe emergente, cpm

$I_1$  é a intensidade do feixe incidente, cpm

$\alpha$  é o coeficiente de atenuação linear do meio,  $L^{-1}$

$\eta$  é o coeficiente de atenuação de massa do meio,  $L^2 M^{-1}$

$\rho$  é a densidade do meio,  $ML^{-3}$

$X$  é a espessura do meio absorvedor, L

Segundo FERRAZ<sup>8</sup>, um esquema de trajetória do fóton através de uma suspensão é mostrado na Fig. 4.1.

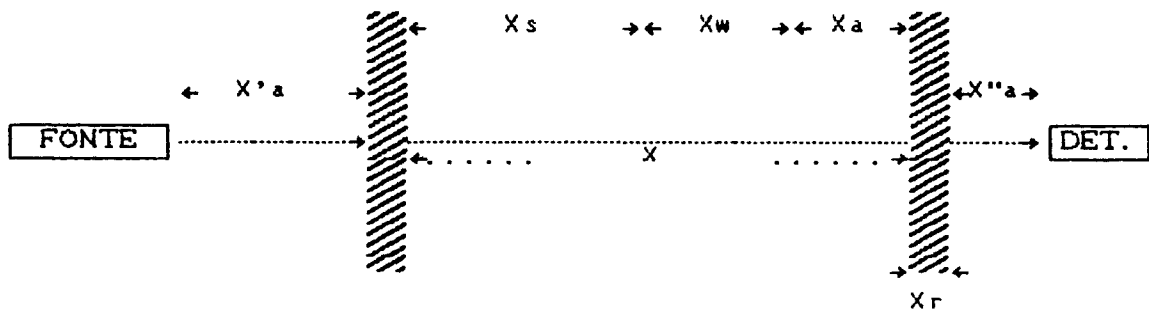


Figura 4.1. Trajetória de um fóton através de uma amostra.

sendo que,

$X'a$  é a espessura da camada de ar entre a fonte e o recipiente.

$X''a$  é a espessura da camada de ar entre o recipiente e o detector.

$Xs$  é a espessura do conjunto das partículas sólidas dentro da suspensão.

$Xw$  é a espessura do componente fluido dentro da suspensão.

$Xa$  é a espessura do ar dentro da suspensão.

$Xr$  é a espessura das paredes do recipiente.

$X...$  é a espessura total do meio.

Segundo PASQUEL *et alii*<sup>16</sup>, a partir da equação (4.1), considerando o esquema da Fig.4.1 para um recipiente de material (r) cheio com água (w), e desprezando os efeitos das camadas de ar entre o recipiente e a fonte bem como entre o recipiente e o detector, tem-se a fração do feixe atenuado pelos absorvedores constantes da geometria.

$$I_v = I_1 \cdot e^{-(\alpha_r X_r + \alpha_w X_w + \alpha_a X_a)}$$

sendo que  $X_w + X_a$  é igual a  $X$ . Desprezando  $X_a$  tem-se que  $X_w$  é igual a  $X$ , portanto

$$I_v = I_1 \cdot e^{-(\alpha_r X_r + \alpha_w X)} \quad (4.2)$$

Para o caso de um recipiente contendo uma suspensão de partículas sólidas (s) em água, tem-se

$$I_{sus} = I_1 \cdot e^{-(\alpha_r X_r + \alpha_w X_w + \alpha_s X_s + \alpha_a X_a)}$$

sendo que  $X_w + X_s + X_a = X$ . Desprezando os efeitos atenuantes do ar dentro da suspensão tem-se que  $X_w + X_s = X$ ; e portanto

$$I_{sus} = I_1 \cdot e^{-(\alpha_r X_r + \alpha_w X_w + \alpha_s X_s)} \quad (4.3)$$

Dividindo as equações (4.3) e (4.2), membro a membro, tem-se

$$I_{sus} / I_v = e^{(\alpha_w X - \alpha_w X_w - \alpha_s X_s)}$$

ou na forma de logaritmos,

$$\ln \left[ \frac{I_{sus}}{I_v} \right] = \alpha_w (X - X_w) - \alpha_s X_s$$

$$\text{mas } X_s \cdot \rho_s = X_c, \quad X - X_w = X_s, \quad \eta_{sp} \rho_s = \alpha_s$$

portanto,

$$= \frac{XC}{\rho_s} (\alpha_w - \eta_s \rho_s) = -XC (\eta_s - \alpha_w / \rho_s)$$

a partir de onde,

$$C = \frac{\ln (I_w / I_{eue})}{X (\eta_s - \alpha_w / \rho_s)}, \quad \text{ML}^{-3} \quad (4.4)$$

ou na forma exponencial,

$$I_{eue} = I_w \cdot e^{-XC(\eta_s - \alpha_w / \rho_s)} \quad (4.5)$$

onde  $I_{eue}$  é a intensidade do feixe que atinge o detector após ser atenuado pela amostra

$I_w$  é a intensidade do feixe que atingiria o detector na ausência das partículas sólidas da amostra

$C$  é a concentração de sólidos na amostra

$\eta_s$  é o coeficiente de atenuação de massa das partículas sólidas da amostra

$\alpha_w$  é o coeficiente de atenuação linear da água da amostra

$\rho_s$  é a densidade das partículas sólidas da amostra

A partir das deduções de WATT & LAWTHER<sup>apud B</sup>, mostra-se que o erro nas medidas pode ser calculado da equação (4.5), como a variação fracional da intensidade  $dI_{eue}/I_{eue}$ , causada por pequenas variações de concentração  $dC$  ou de espessura  $dX$ . A equação (4.5) pode ser expressada como

$$\ln (I_{eue}) = \ln (I_w) - XC (\eta_s - \alpha_w / \rho_s)$$

cuja diferenciação dá

$$dI_{eue}/I_{eue} = - (\eta_s - \alpha_w / \rho_s) \cdot d(CX) \quad (4.6)$$

WHITEHOUSE & PUTMAN<sup>apud B</sup>, mostraram que em uma medida de contagem de eventos  $N$ , a incerteza da medida, ao nível de 68% de probabilidade será igual à raiz quadrada de  $N$ . Assim, em uma



medida onde se desprezam todas as causas de erro, exceto as estatísticas, a imprecisão diferencial da medida é

$$dI_{eus} / I_{eus} = 1 / \sqrt{N} \quad (4.7)$$

A partir desta equação (4.7), e substituindo a contagem de eventos  $N$  pela intensidade  $I$  da equação (4.5), para uma suspensão de partículas sólidas em água, pode-se escrever

$$\frac{dI_{eus}}{I_{eus}} = \frac{1}{\sqrt{I_v \cdot e^{-XC} (\eta_s - \alpha_w / \rho_s)}} \quad (4.8)$$

Substituindo a equação (4.6) na equação (4.8) tem-se

$$- (\eta_s - \alpha_w / \rho_s) d(XC) = \frac{1}{\sqrt{I_v \cdot e^{-XC} (\eta_s - \alpha_w / \rho_s)}}$$

Dividindo por  $XC$  e rearranjando dá

$$\frac{d(XC)}{XC} = - \frac{e^{-XC} [XC (\eta_s - \alpha_w / \rho_s)] / 2}{XC (\eta_s - \alpha_w / \rho_s) (I_v)^{1/2}} \quad (4.9)$$

Esta variação pode ser considerada como sendo o erro na determinação da concentração.

Adicionalmente às causas estatísticas do erro, existe uma outra proveniente das características eletrônicas do sistema de detecção e contagem, pois um certo número de pulsos não são contados, o que é chamado de *tempo morto* do equipamento.

A contagem lida deve então ser corrigida segundo a fórmula abaixo

$$C_c = C_l / [1 - C_l \tau / t] \quad (4.10)$$

onde  $C_c$  é a contagem corrigida  
 $C_l$  é a contagem lida  
 $\tau$  é o tempo morto  
 $t$  é o tempo de exposição

#### 4.2 TÉCNICA DE ATENUAÇÃO DE RAIOS GAMA PARA SEDIMENTOS COMPRESSÍVEIS.

No caso da sedimentação com sedimentos compressíveis, tem-se, para cada posição e tempo, uma concentração e uma densidade aparente das partículas.

Baseados no trabalho de FERRAZ<sup>8</sup> para a determinação simultânea da umidade e a densidade de solos, pode-se utilizar duas fontes de raios gama para calcular a concentração de sólidos no sedimento, bem como a densidade das partículas que formam esse sedimento, em qualquer posição e em qualquer tempo.

A equação (4.4) pode ser rearranjada e reescrita na forma logarítmica, substituindo a densidade constante da partícula  $\rho_p$  pela densidade variável  $\rho_f$ ,

$$\ln (I_v / I_{sus}) = X (C \eta_s - \alpha_v C / \rho_f) \quad (4.12)$$

Usando dois feixes de energia tem-se

$$\ln (I_v / I_{sus})_1 = X (C \eta_{s1} - \alpha_{v1} C / \rho_f) \quad (4.13a)$$

$$\ln (I_v / I_{sus})_2 = X (C \eta_{s2} - \alpha_{v2} C / \rho_f) \quad (4.13b)$$

sendo que os subscritos 1 e 2 denotam os coeficientes e as intensidades para cada energia.

Das equações (4.13a) e (4.13b) obtém-se

$$C = \frac{\alpha_{v2} \text{Ln} (I_v / I_{sus})_1 - \alpha_{v1} \text{Ln} (I_v / I_{sus})_2}{X (\eta_{e1} \alpha_{v2} - \eta_{e2} \alpha_{v1})} \quad (4.14)$$

$$\rho_f = \frac{\alpha_{v2} \text{Ln} (I_v / I_{sus})_1 - \alpha_{v1} \text{Ln} (I_v / I_{sus})_2}{\eta_{e1} \text{Ln} (I_v / I_{sus})_2 - \eta_{e2} \text{Ln} (I_v / I_{sus})_1} \quad (4.15)$$

Portanto, através da técnica de atenuação de dois feixes de raios gama, e usando as equações (4.14) e (4.15), pode-se determinar simultaneamente os perfis de concentração de sólidos, bem como os perfis de densidade aparente das partículas no sedimento formado por suspensões compressíveis.

## 5.- METODOLOGIA EXPERIMENTAL

A sedimentação é aqui definida como sendo um processo no qual são separadas partículas sólidas contidas numa suspensão líquida. Na sedimentação gravitacional, que é o nosso caso, a força motriz que origina a separação é a força da gravidade. Todas as etapas do processo são profundamente afetadas por fenômenos interfaciais, de modo que se as forças de Van der Waals ou de London são maiores que as repulsões eletrostáticas (potencial  $Z$ ), ou que no cisalhamento fluidodinâmico, as partículas tendem a se aderir, formando aglomerados, ao entrarem em contato umas com as outras<sup>10</sup>.

### 5.1 CARACTERIZAÇÃO DA SUSPENSÃO.

Antes de apresentar o tipo de suspensão utilizada neste trabalho, é interessante definir três tipos de suspensões, que abrangem a maioria dos casos práticos de interesse tecnológico.

O termo suspensão particulada refere-se a uma suspensão de partículas rígidas isoladas, com densidade constante, sendo que, portanto, a unidade sedimentável é constituída por cada uma dessas partículas, pois é sobre elas individualmente que age a força motriz da sedimentação.

Numa suspensão floculada as unidades sedimentáveis não são as partículas primárias, e sim pequenos agregados de partículas (contendo líquido preso) chamados flocos<sup>15</sup>; porém, mesmo quando a densidade desses agregados pode variar com o tempo e com a posição, espera-se que a densidade das partículas contidas nele permaneçam constantes, pois a variação da densidade dos agregados acontece pela maior ou menor quantidade de líquido preso entre as partículas primárias.

Já numa suspensão compressível a densidade da partícula primária não é mais constante, e essa suspensão pode ser ou não floculada.

Com base na análise de SCOTT<sup>18</sup> pressupõe-se que as partículas primárias de carbonato de cálcio, utilizadas neste trabalho, são partículas esféricas ou que tem um grau de esfericidade muito próximo de 1. A curva de sedimentação apresentada na Fig.5.1, relaciona a altura da interface descendente em função do tempo, para o caso de partículas esféricas rígidas, conforme descrito por SCOTT<sup>18</sup>.

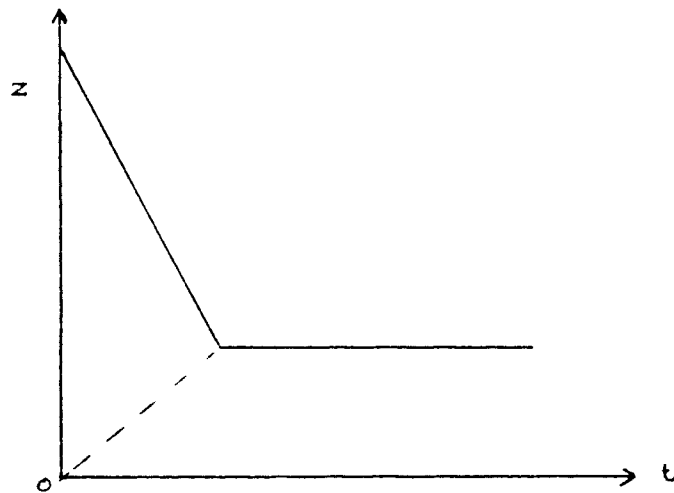


Figura 5.1. Curva de sedimentação de partículas esféricas rígidas

Ao compará-la com as curvas de sedimentação da Fig.6.1, obtidas experimentalmente neste trabalho, percebe-se que não é um caso similar. Conclui-se daqui que as curvas experimentais só podem ser explicadas, como sendo a sedimentação de agregados de partículas, com propriedades similares aos flocos descritos por MICHAELS & BOLGER<sup>15</sup>. Tem-se, portanto, suspensões não particuladas e sim floculadas. Interessa aqui saber que o tamanho dos agregados não é uma propriedade fundamental de uma suspensão floculada, embora seja uma propriedade dinâmica que depende da relação entre a formação dos agregados pela colisão das partículas, e a destruição desses agregados pelas forças de cisalhamento viscoso, conforme análise apresentada por MICHAELS & BOLGER<sup>15</sup>.

Uma vez caracterizada a suspensão utilizada como sendo uma suspensão floculada, considera-se agora que a velocidade de descida da interface líquido claro - suspensão é representada adequadamente pela equação de RICHARDSON & ZAKI<sup>17</sup> e posteriormente

modificada por MICHAELS & BOLGER<sup>15</sup>.

$$v = u_a (1 - V_a \phi_s)^{4,65} \quad (5.1)$$

onde  $v$  é a velocidade de descida da interface líquido claro-suspensão,

$u_a$  é a velocidade de Stokes dos agregados,

$V_a$  é a relação das frações volumétricas entre os agregados e as partículas primárias de carbonato de cálcio,

$\phi_s$  é a fração volumétrica das partículas primárias secas

A equação (5.1) pode ser rearranjada na forma

$$v^{1/4,65} = u_a^{1/4,65} - V_a \phi_s u_a^{1/4,65} \quad (5.2)$$

de modo que se se considera que a velocidade  $v$  da interface descendente é representada pela inclinação das curvas de sedimentação ( $z$  em função de  $t$ ) no período de sedimentação constante (parte reta das curvas), é perfeitamente lícito construir o gráfico de  $v^{1/4,65}$  em função da fração volumétrica de sólidos  $\phi_s$ , que deve ser de uma linha reta se  $u_a$  e  $V_a$  forem constantes. Da interseção da reta com a ordenada determina-se o valor da velocidade de Stokes dos agregados, e da tangente do ângulo formado determina-se  $V_a$ .

Admitindo a validade da equação (5.1) e fazendo as hipóteses restritivas de que o diâmetro e a densidade dos agregados não variem durante o período de velocidade de sedimentação constante, e que ao mesmo tempo sejam independentes da concentração inicial, de um balanço de matéria para o carbonato de cálcio, segue que

$$\rho_{sus} - \rho = \phi_a (\rho_a - \rho) = \phi_s (\rho_s - \rho) \quad (5.3)$$

donde

$$(\phi_a / \phi_s) = V_a = (\rho_s - \rho) / (\rho_a - \rho)$$

$$\rho_a = [(\rho_s - \rho) / V_a] + \rho \quad (5.4)$$

onde  $\rho_a$  é a densidade dos agregados;  
 $\rho$  é a densidade do líquido (água destilada neste caso);  
 $\rho_s$  é a densidade das partículas sólidas primárias;  
 $\rho_{sus}$  é a densidade da suspensão;  
 $\phi_a$  é a fração volumétrica dos agregados;  
 $\phi_s$  é a fração volumétrica das partículas sólidas primárias.

A equação (5.4) determina, portanto, a densidade média dos agregados a partir das medidas experimentais das densidades da partícula sólida e da água, e do valor de  $V_a$  determinado graficamente.

Na equação (2.2), substituindo-se a velocidade de Stokes de uma partícula  $u_s$ , pela velocidade de Stokes de um agregado  $u_a$ , e a densidade da partícula  $\rho_s$  pela densidade do agregado  $\rho_a$ , tem-se que

$$d_a = \sqrt{(18 \mu u_a) / (\rho_a - \rho) g} \quad (5.5)$$

onde  $d_a$  é o diâmetro dos agregados  
 $\mu$  é a viscosidade do líquido

## 5.2 PREPARAÇÃO DA SUSPENSÃO E CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO.

O sólido utilizado nos experimentos de sedimentação foi carbonato de cálcio (precipitado seco),  $\text{CaCO}_3$ , com peso molecular 100.09, densidade de  $2,70 \text{ g/cm}^3$ , e o seguinte grau de impurezas, segundo o fornecedor (CETUS Indústria e Comércio de Produtos Químicos Ltda.):

	<b>% em peso</b>
- insolúveis em HCl diluído	0,010%
- precipitado pelo $\text{NH}_4\text{OH}$	0,050%
- cloreto (Cl)	0,001%

- substâncias oxidantes como NO <sub>3</sub>	0,005%
- sulfato (SO <sub>4</sub> )	0,030%
- amônio (NH <sub>4</sub> )	0,004%
- bário (Ba)	0,001%
- metais pesados como Pb	0,001%
- ferro (Fe)	0,003%
- magnésio (Mg)	0,020%
- potássio (K)	0,010%
- sódio (Na)	0,100%
- strôncio (Sr)	0,100%
<b>total</b>	<b>0,335%</b>

Foram preparadas oito suspensões em água destilada com as seguintes concentrações iniciais de sólidos,

15 g/l	$\phi_{so} = 0,0056$
20 g/l	$\phi_{so} = 0,0074$
30 g/l	$\phi_{so} = 0,0111$
40 g/l	$\phi_{so} = 0,0148$
50 g/l	$\phi_{so} = 0,0185$
70 g/l	$\phi_{so} = 0,0259$
100 g/l	$\phi_{so} = 0,0370$
120 g/l	$\phi_{so} = 0,0444$

Utilizou-se recipientes retangulares com dimensões médias de 74,0 mm de largura, 40,0 mm de espessura, e 320,0 mm de altura, feitas a partir de placas de acrílico de 2,00 mm de espessura. A temperatura durante os testes foi de 21 °C ± 2 °C, o que implica em variações na densidade do líquido, menores que 3%. Portanto essa variação não foi levada em conta nos cálculos.

### 5.3 TESTES DE SEDIMENTAÇÃO EM BATELADA.

Foram preparadas as oito suspensões citadas acima, em quantidades de 750 ml para cada. As suspensões contidas nos recipientes retangulares foram agitadas vigorosamente com a finalidade de uniformizar a concentração antes de dar início aos



testes de sedimentação.

Foram feitas as leituras, em função do tempo, da descida da interface líquido claro - suspensão, até que essa altura ficasse constante. Foram feitas três repetições para cada teste mas sem usar a mesma suspensão, de modo que o teste com cada uma das concentrações iniciais em estudo demandou o uso de três suspensões iguais.

#### **5.4 MEDIDA DAS CONCENTRAÇÕES NA ZONA DE COMPRESSÃO.**

Dada a natureza particulada instável dessa região de compressão, qualquer técnica de medida da concentração em função do tempo e da distância, deverá considerar como premissa fundamental a necessidade de evitar alterar a ordem de acomodação das partículas. A técnica de atenuação de raios gama cumpre com este requerimento básico, pois os raios atravessam a amostra sem afetar o arranjo espacial das partículas em qualquer tempo.

Aqui foi utilizada uma técnica de atenuação de raios gama, baseada no fato de que a quantidade de radiação absorvida ou transmitida, por um dado material, é proporcional à quantidade desse material presente, conforme descrito na seção 4.1 deste trabalho.

Foram realizadas três repetições das medidas da contagem de fótons, durante 24 horas e com intervalos de dez segundos, e em três alturas diferentes da zona de compressão, feitas durante a sedimentação das suspensões com 70 g/l e 100 g/l de concentração inicial de sólidos.

A Fig. 5.2 mostra o esquema de montagem do equipamento utilizado.

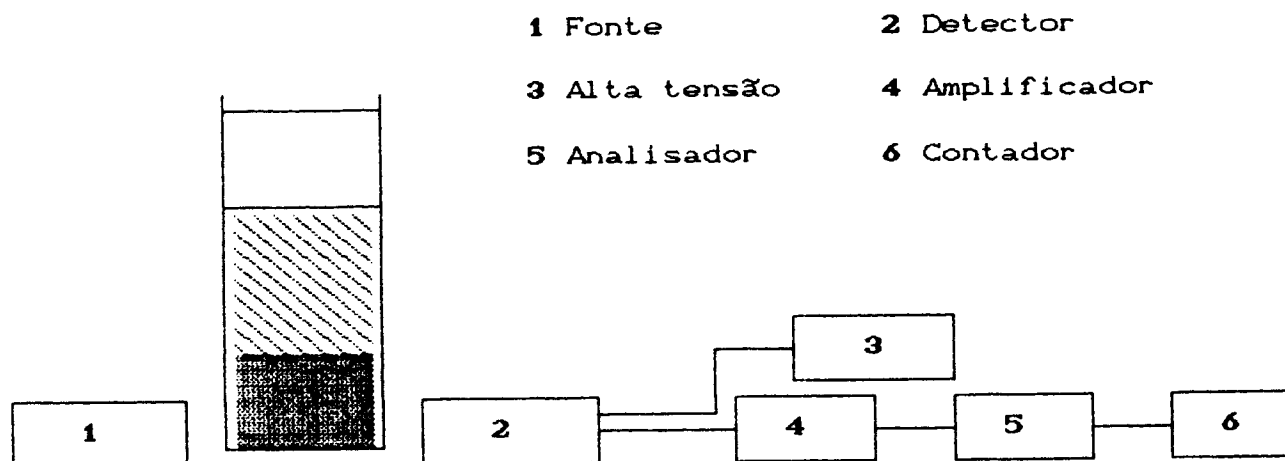


Figura 5.2. Esquema da montagem experimental

A radiação gama utilizada foi a de 60 keV, emitida por uma fonte radioativa de Amerício 241 de 100 milicuries (mCi) de atividade. O detector de cintilação utilizado é constituído de um cristal de Iodeto de Sódio dopado com Tálcio, Na I (Tl) (unidade 2 na Fig. 5.2).

O alinhamento dos colimadores de feixes monoenergéticos entre a fonte e o detector foi feita com um sistema laser. Os colimadores feitos de chumbo eram de fendas retangulares de 2 mm de altura por 10 mm de largura. O uso de feixes com geometrias retangulares foi decidido a partir da hipótese de que a sedimentação acontece na forma de camadas de concentração constante, de modo que um feixe retangular, se comparado com um feixe circular, entra em contato com uma maior quantidade da suspensão de igual concentração, aumentando assim a área de integração bem como a representatividade das leituras.

Considerando que a largura interna do recipiente é de aproximadamente 74,0 mm, um feixe centralizado de 10 mm ficará suficientemente longe das paredes de modo a amparar a suposição de que essas paredes não afetam as medidas da concentração.

Como observado na Fig 5.2, o recipiente contendo a suspensão a sedimentar foi colocado entre a fonte e o detector, separado de

ambos por aproximadamente 0,5 cm. No presente caso, a radiação era atenuada pelo ar, pelas paredes do recipiente, pela água e pelo carbonato de cálcio, e atingia o detector acoplado às unidades 3, 4, 5, e 6 (Fig.5.2), que forneciam a intensidade da radiação atenuada.

Utilizando o recipiente vazio foram feitas dez leituras das contagens de fótons, com intervalos de dez segundos, em cada um dos três pontos onde a concentração seria determinada, denominando-se essas leituras como  $I_r$ . O procedimento repetiu-se para medir  $I_v$  com o recipiente contendo água destilada, para medir  $I_{cc}$  com o recipiente contendo o carbonato de cálcio, e para medir  $I_f$  ou a radiação de fundo, com a fonte radioativa isolada. A partir dessas leituras todas, os coeficientes de atenuação são calculados substituindo os valores médios das leituras na equação

$$\alpha = \eta \rho_m = (1 / X) \text{Ln} [(I_r - I_f) / (I_m - I_f)] \quad (5.6)$$

onde  $\alpha$  é o coeficiente de atenuação linear do meio,  $L^{-1}$   
 $\eta$  é o coeficiente de atenuação de massa do meio,  $L^2 M^{-1}$   
 $\rho_m$  é a densidade do meio absorvedor,  $ML^{-3}$   
 $X$  é a espessura do meio absorvedor,  $L$

sendo que  $I_m$  é  $I_v$  ou  $I_{cc}$  segundo as circunstâncias.

Uma vez conhecido o valor dos coeficientes de atenuação do carbonato de cálcio e da água, fez-se a leitura nos pontos previamente estabelecidos, da contagem da radiação não atenuada pela suspensão que está sendo sedimentada, isto é, as suspensões de 70 g/l e 100 g/l de concentração inicial de carbonato de cálcio em água. Essa leitura foi feita durante 24 horas a intervalos de dez segundos de exposição com três repetições e identificando-se como sendo  $I_{sus}$ .

Com as leituras médias de  $I_{sus}$  das três repetições foram calculadas as concentrações, em função do tempo e/ou do espaço,

usando a equação (4.4)

$$C = \frac{\ln(I_v/I_{v0})}{X(\eta_s - \alpha_w/\rho_s)} \text{ , } \text{ML}^{-3} \quad (4.4)$$

onde  $I_{v0}$  é a intensidade do feixe que atinge o detector após ser atenuado pela amostra  
 $I_v$  é a intensidade do feixe que atingiria o detector na ausência das partículas sólidas da amostra  
 $C$  é a concentração de sólidos na amostra  
 $\eta_s$  é o coeficiente de atenuação de massa das partículas sólidas da amostra  
 $\alpha_w$  é o coeficiente de atenuação linear da água da amostra  
 $\rho_s$  é a densidade das partículas sólidas da amostra

Da equação (4.4) é possível calcular a fração volumétrica de sólidos através da relação  $\phi_s = C / \rho_s$ . Porém, antes de substituir os dados obtidos na equação (4.4), e mesmo antes de usar a equação (5.6) que calcula os coeficientes de atenuação, todas as medidas feitas foram corrigidas dos efeitos do tempo morto do equipamento usando a equação (4.10)

$$C_c = C_l / [1 - C_l \tau / t] \quad (4.10)$$

onde  $C_c$  é a contagem corrigida  
 $C_l$  é a contagem lida  
 $\tau$  é o tempo morto  
 $t$  é o tempo de exposição

O tempo morto  $\tau$  do equipamento foi determinado usando o método de GARDNER *et alii* (1972)<sup>apud B</sup>. Para isso foram utilizadas duas pequenas placas de alumínio, de idênticas espessuras, como absorvedores. Foram feitas leituras da contagem a cada 10 segundos com

- i) sem nenhum absorvedor ( $R_0$ ),
- ii) com cada absorvedor em separado e depois calculada a

média ( $R_1$ ) e.

iii) com os dois absorvedores juntos ( $R_2$ ).

O tempo morto do equipamento foi então calculado pela equação

$$\tau = \frac{R_1^2 - R_0R_2}{R_1^2 (R_0 + R_2) - 2R_0R_1R_2} \quad (5.7)$$

Deve-se lembrar que para a escolha da fonte radioativa é importante considerar que o espectro de radiação deve possuir picos de energia bastante pronunciados e distintos uns dos outros para que não ocorram interações, pois na maioria dos experimentos emprega-se o detector de NaI(Tl) cintilante, que embora possua alta eficiência possui baixa resolução. Considerar também que a meia vida do radioisótopo utilizado deve ser muito maior do que o tempo de duração dos experimentos programados, de forma a evitar correções decorrentes dos decaimentos.

Além dos fatores citados acima, FERRAZ (1983)<sup>apud 6</sup> recomenda cuidados com outros dois fatores na escolha da fonte radioativa:

Atividade. - A atividade total e a atividade específica da fonte são importantes, devido à natureza caótica (*aleatória*) da desintegração radioativa. Um grande número de fótons deve alcançar o detetor, sendo que o número real de fótons contados é uma função da atividade da fonte, da atividade específica, da geometria e da colimação. Em geral, uma fonte com 100 a 200 mCi é usada para produzir um feixe colimado no laboratório, mas certos pesquisadores usam fontes mais fortes (maiores que 250 mCi). A alta atividade fornece altos valores de intensidade do feixe, e isto embora seja bom para a estatística de contagem, por outro lado aumenta os erros provenientes do tempo "morto" do equipamento eletrônico.

Energia. - A espessura da amostra, sua densidade e a energia da radiação gama determinam as condições ótimas de

experimentação. O produto da densidade pela espessura determina a melhor energia a ser usada."

## 6.- RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 6.1 CURVAS DE SEDIMENTAÇÃO.

Na Fig. 6.1 observa-se as curvas de sedimentação, altura da interface líquido claro - suspensão, em função do tempo, traçadas

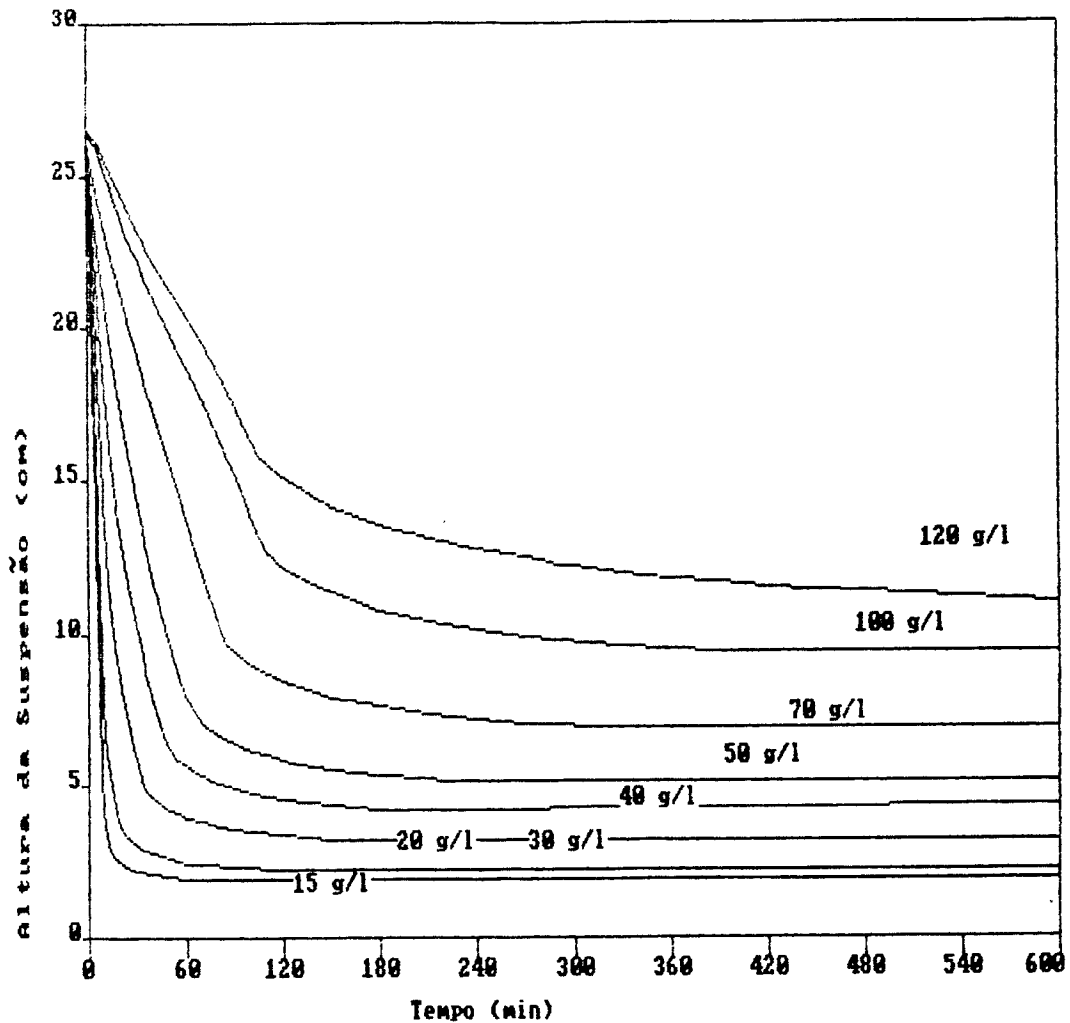


Figura 6.1: Curvas de sedimentação de carbonato de cálcio em água.

a partir dos dados contidos na Tabela A1 do Apêndice A. Como já foi assinalado no item 5.1, pelas formas não retilíneas dessas curvas (compará-las com a Fig 5.1), percebe-se claramente que não

estamos perante a sedimentação de uma suspensão constituída por partículas esféricas rígidas, e que portanto uma explicação lógica é que as partículas primárias de carbonato de cálcio, formam agregados que contém água retida, sendo que as unidades básicas de sedimentação são esses agregados, conforme já descrito anteriormente por MICHAELS & BOLGER<sup>15</sup> e SCOTT<sup>18</sup>.

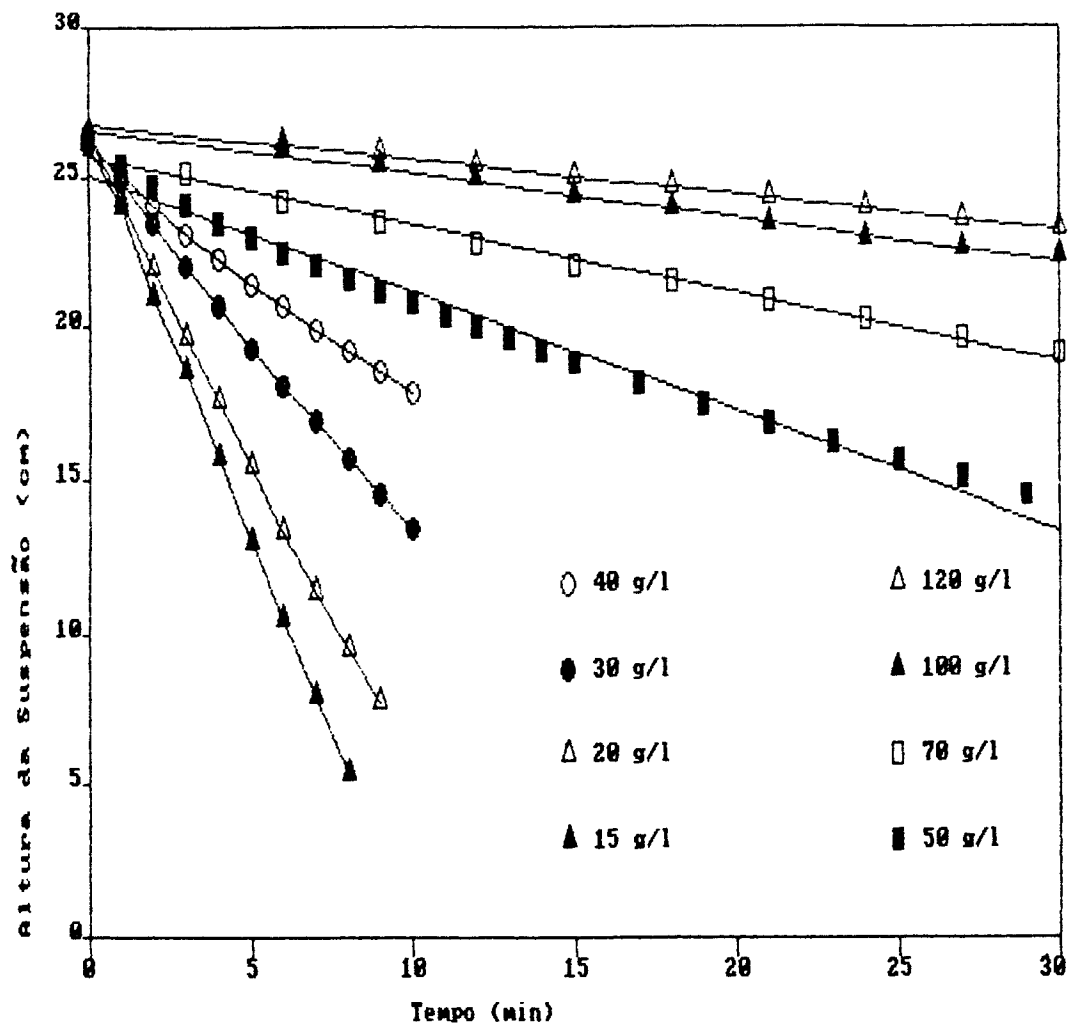


Figura 6.2: Período de velocidade de sedimentação constante do  $\text{CaCO}_3$  em água destilada.

A Fig. 6.2 mostra uma ampliação da parte reta das curvas da Fig. 6.1, isto é, o período estimado em que a velocidade de sedimentação é constante. As inclinações dessas retas (com coeficientes de correlação -0,9998, -0,9993, -0,9988, -0,9973,



-0,9919, -0,9958, -0,9964, e -0,9986, para as concentrações de 15, 20, 30, 40, 50, 70, 100, e 120 g/l respectivamente) representam as velocidades constantes com que desce a interface líquido claro - suspensão para cada caso. Esses valores das velocidades da interface descendente estão na Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Velocidade da interface descendente

Concentração		Velocidade da interface	
g/l	$\phi_0$	$v$ (cm/min)	$v^{1/4,65}$
15	0,0056	2,625	1,2307
20	0,0074	2,089	1,1717
30	0,0111	1,290	1,0563
40	0,0148	0,8186	0,9579
50	0,0185	0,3886	0,8161
70	0,0259	0,2261	0,7263
100	0,0370	0,1473	0,6624
120	0,0444	0,1157	0,6289

Com base na equação (5.2) é traçada a Fig. 6.3 que é um gráfico da quarta coluna  $v^{1/4,65}$  em função da segunda coluna  $\phi_0$  da Tabela 6.1, isto é, a velocidade constante de cada suspensão elevada a um expoente de  $1/4,65$ , em função da fração volumétrica de sólidos inicial dessa suspensão. Observa-se nessa Fig. 6.3 que a hipótese de  $u_a$  e  $\phi_0$  constantes na equação (5.2) é obedecida apenas até a concentração de 40 g/l ( $\phi_0 = 0,0148$ ), de modo que ao determinar a inclinação dessa parte reta da curva encontra-se que

$$u_a^{1/4,65} = 1,393 \quad \text{e} \quad u_a = 4,67 \text{ cm/min}$$

sendo que a interseção com a ordenada é

$$V_a u_a^{1/4,65} = 29,7 \quad \text{e} \quad V_a = 21,32$$

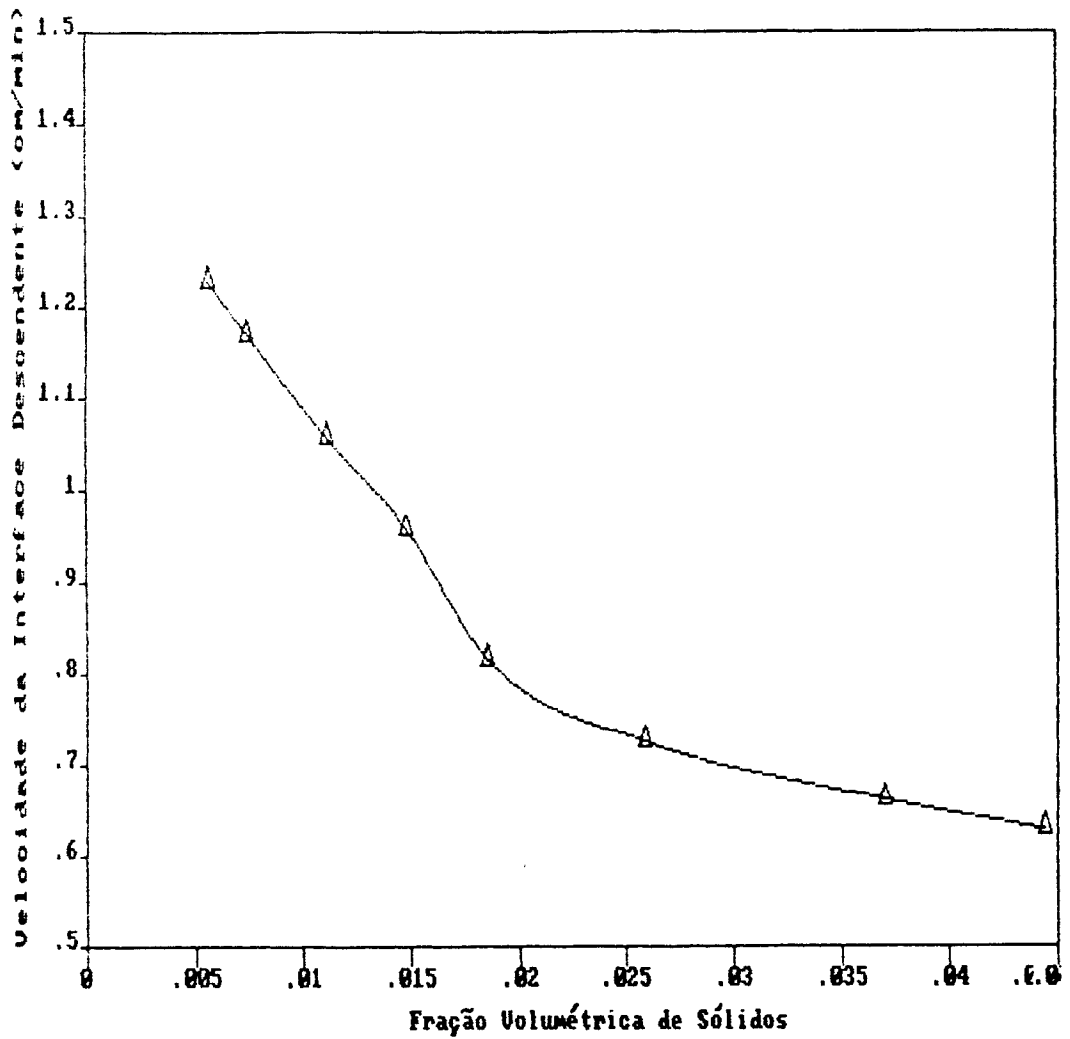


Figura 6.3: Curva de sedimentação dos agregados de  $\text{CaCO}_3$  em água destilada.

Tabela 6.2: Valores de  $u_a$  e  $V_a$  para  $\text{CaCO}_3$

Referências	$u_a$ (cm/min)	$V_a$
Este trabalho	4,67	21,32
TORY (1961) <sup>apud B</sup>	6,20	10,80
COMINGS (1940) <sup>apud B</sup>	2,10	7,30
HASSETT (1964-65) <sup>apud B</sup>	1,40	7,10

Se o tamanho dos agregados no caso de suspensões de caulim em água, é uma propriedade dinâmica relacionada com o grau de agitação<sup>15</sup>; e considerando que isso também é válido para as suspensões de carbonato de cálcio em água destilada, é lícito pensar que as diferenças de  $u_0$  e  $V_0$  em relação a outros pesquisadores (principalmente TORY, 1961<sup>apud B</sup>), estariam explicadas pelo grau de agitação das suspensões antes de començar os testes de sedimentação, o que originaria diferenças nos tamanhos dos agregados e portanto diferenças nas velocidades de Stokes desses agregados.

Usando as equações (5.4) e (5.5) respectivamente, calcula-se a densidade média  $\rho_a$  e o diâmetro médio  $d_a$  dos agregados

$$\begin{aligned}\rho_a &= 1,080 \text{ g/cm}^3 \\ d_a &= 400 \text{ }\mu\text{m}\end{aligned}$$

Ao fazer uma analogia entre a equação (5.1) e a equação inicial de RICHARDSON & ZAKI<sup>17</sup>

$$v = u_0 \phi^{4,65} = u_0 (1 - \phi_0)^{4,65} \quad (6.1)$$

ve-se que o fator  $V_0 \phi_0$  das equações (5.1) e (5.2) não é outra coisa mais que a fração volumétrica dos agregados, ou seja  $21,32\phi_0$ .

Uma outra forma de mostrar que as suspensões de carbonato de cálcio não sedimentam como partículas esféricas rígidas é usando a Fig. 6.4, onde estão graficadas as velocidades reduzidas  $v_0$  dos agregados em função da fração de agregados  $21,32\phi_0$ .

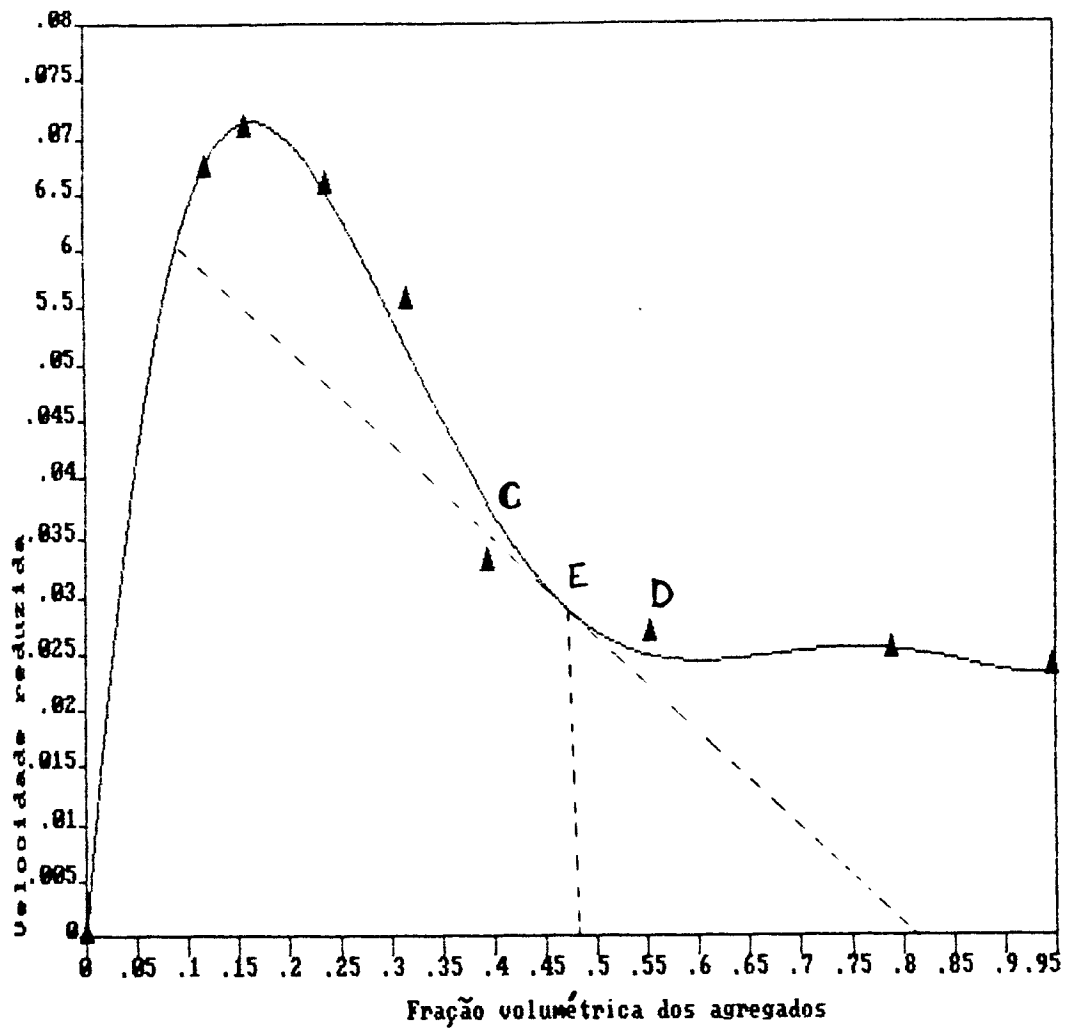


Figura 6.4: Velocidade dos agregados em função da concentração.

De SCOTT<sup>18</sup> tem-se que a velocidade reduzida dos sólidos de uma suspensão é

$$s = v/u_s (1 - \phi) \quad (6.2)$$

porém da equação (5.2) tem-se que

$$v/u_s = (1 - V_a \phi_s)^{4,65} \quad (6.3)$$

de modo que é fácil perceber que  $\phi$  da equação (6.2) é igual a

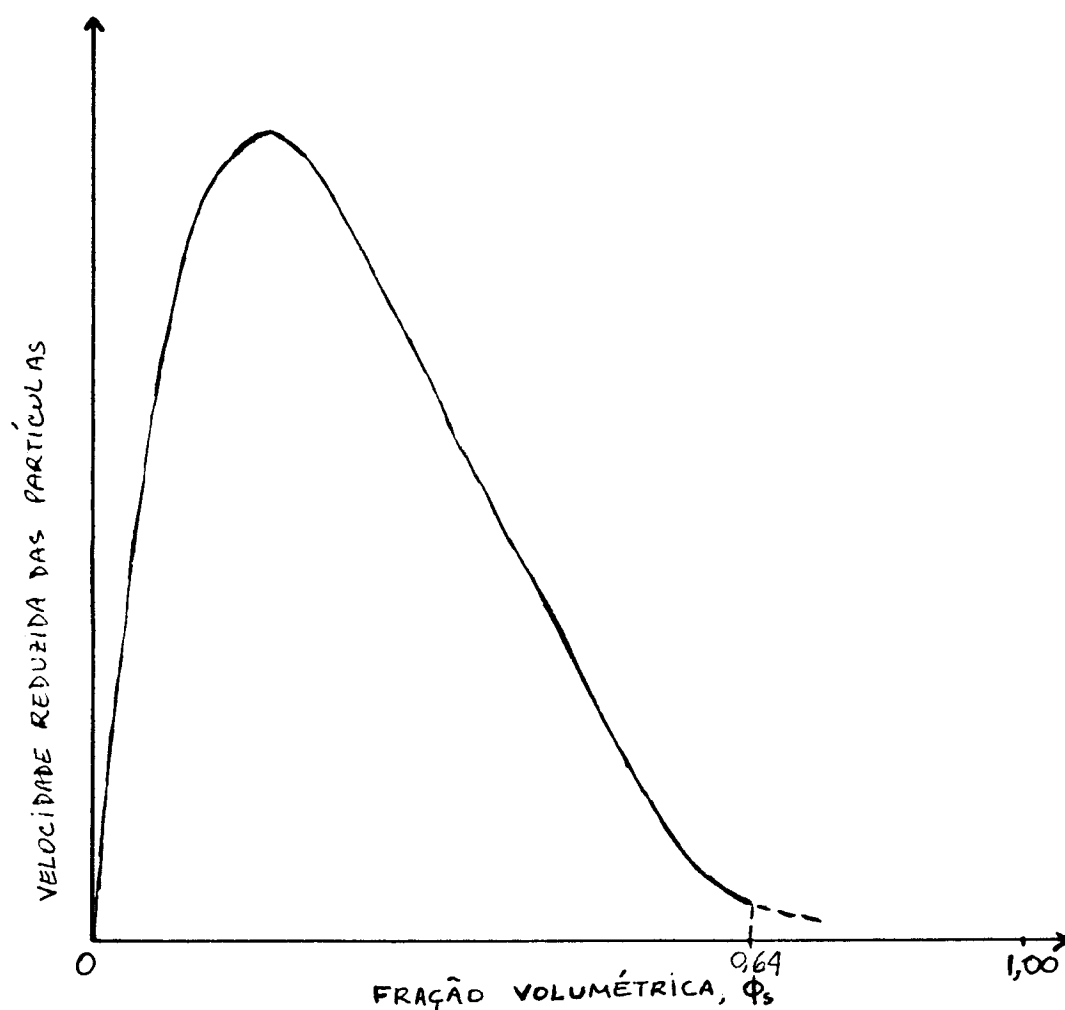


Figura 6.5: Velocidade de partículas esféricas rígidas em função da concentração.<sup>18</sup>

Tomando as duas suspensões mais diluídas (15 g/l e 20 g/l) e graficando uma curva de sedimentação (Fig.6.6), ve-se, como já foi ressaltado, que as partículas não se comportam como esferas rígidas e que a seção AB de ambas as curvas pode ser relacionada com a seção CD da Fig.6.4. Em ambos os casos, essas partes das curvas podem significar uma zona intermédia ou zona de transição, com uma fração de agregados da ordem de 0,48 (tangente no ponto E da Fig.6.4), ou  $\phi_e = 0,48 / 21,32 = 0,0225$  ou 61 g/l. Isso significa que a sedimentação com suspensões mais concentradas que 61 g/l não devem apresentar essa zona de transição, o que se

## 6.2 PERFÍS DE CONCENTRAÇÕES.

A partir dos dados das Tabelas B1, B2 e B3 do Apêndice B e usando as equações (5.7), (5.6) e (4.10) obtém-se os seguintes resultados:

- tempo morto do equipamento  $\tau = 4,53 \times 10^{-6} \text{ s}$
- coeficiente de atenuação linear da água  $\alpha_v = 0,1941 \text{ cm}^{-1}$
- coeficiente de atenuação de massa das partículas de  $\text{CaCO}_3$   $\eta_{cc} = 0,4344 \text{ cm}^2/\text{g}$

Das tabelas 6.4 e 6.5 observa-se que os valores de  $\alpha_v$  e de  $\tau$  obtidos neste trabalho estão em concordância com aqueles obtidos por outros pesquisadores.

Tabela 6.4: Coeficientes de atenuação linear da água a 60 keV

Referência	$\alpha_v$ (1/cm)
Este trabalho	0,1941
FERRAZ (1975)	0,20015
STROOSNYDER & SWART (1974)*	0,1989
OLESSEN (1973)*	0,1935
REGINATO (1973)*	0,1970
MANSELL, HAMMOND, & McCURDY (1973)*	0,2012
GARDNER, CAMPBELL & CALISSENDORFF (1972)*	0,2036
COREY, PETERSON & WAKAT (1971)*	0,20493
GROENEVELT & CISLER (1969)*	0,1960
CISLER, THONY & VACHAUD (1969)*	0,1788
Valores teóricos de HUBELL (1967)*	0,2050

\*FERRAZ (1975)

Tabela 6.5: Tempo morto para 60 keV

Referência	$\tau$ (s)
Este trabalho	$4,53 \times 10^{-6}$
FERRAZ (1975) <sup>B</sup>	$4,89 \times 10^{-6}$
STROONYDER & SWART (1974) <sup>apud B</sup>	$4,75 \times 10^{-6}$
GROENEVELT, SWART & CISLER (1969) <sup>apud B</sup>	$3,50 \times 10^{-6}$
FRIT TOM (1969) <sup>apud B</sup>	$5,00 \times 10^{-6}$

Nas Tabelas B4 - B9 do Apêndice B apresentam-se as concentrações em três alturas diferentes da zona de compressão, na sedimentação de suspensões de carbonato de cálcio em água destilada, a partir de duas concentrações iniciais: 70 g/l e 100 g/l.

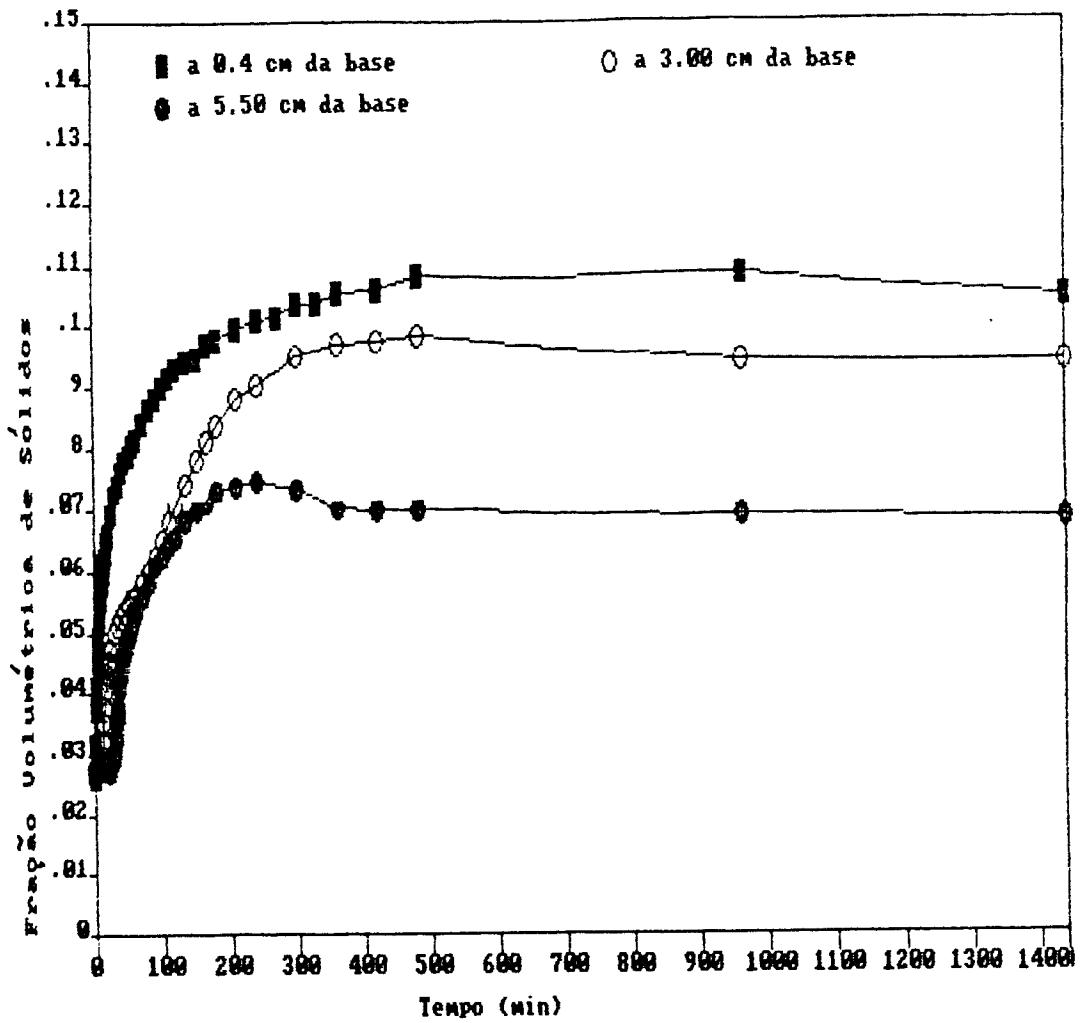


Figura 6.7: Perfil de concentração em função do tempo na zona de compressão de uma suspensão inicial de 70 g/l de  $\text{CaCO}_3$  em água destilada.



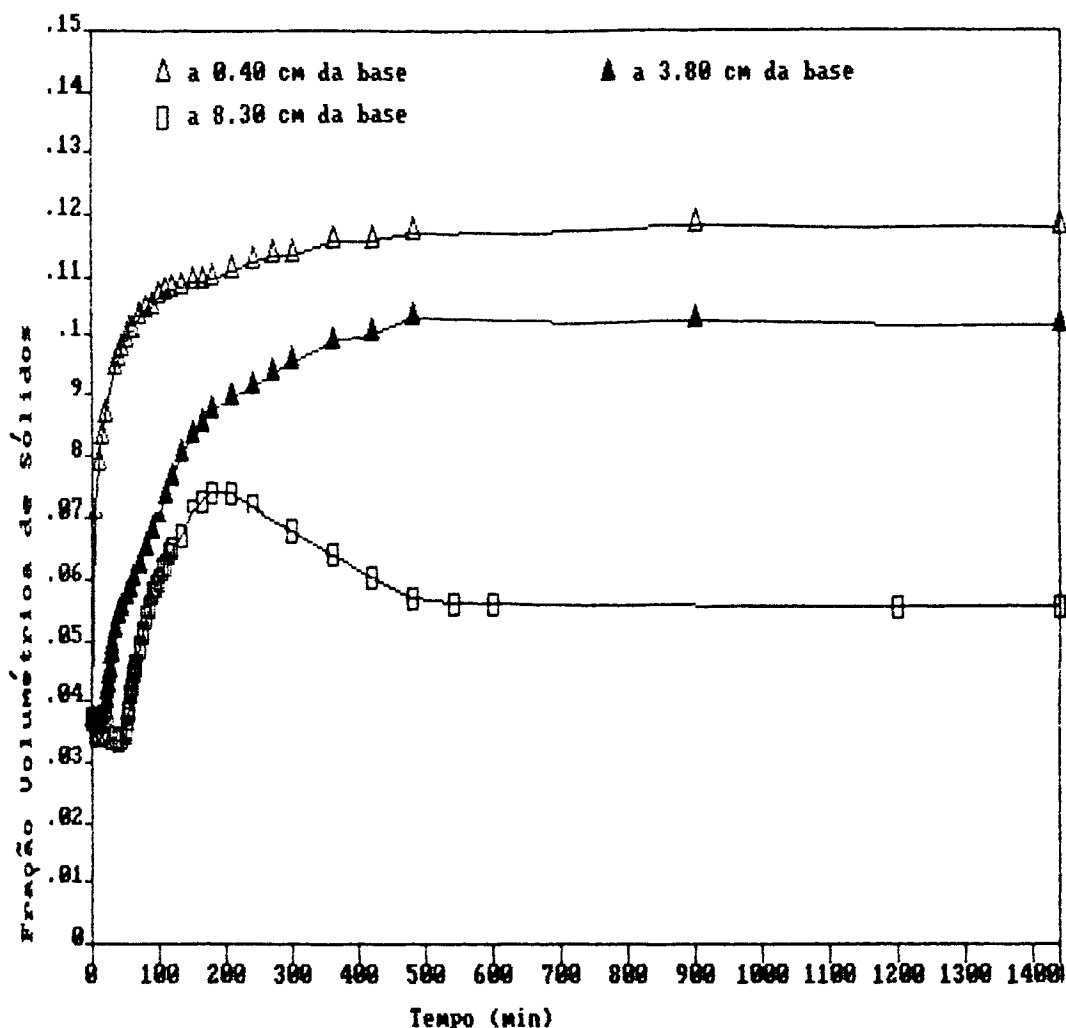


Figura 6.8: Perfil de concentração em função do tempo na zona de compressão de uma suspensão inicial de 100 g/l de  $\text{CaCO}_3$  em água destilada.

Observa-se das Fig.6.7 e Fig.6.8, e mais claramente das Fig.6.9 e Fig.6.10, que a concentração aumenta subitamente de valores próximos à concentração inicial da suspensão, para valores maiores próprios da zona de compressão, sem ter um incremento suave e gradativo que caracterizaria a existência de uma zona de transição.

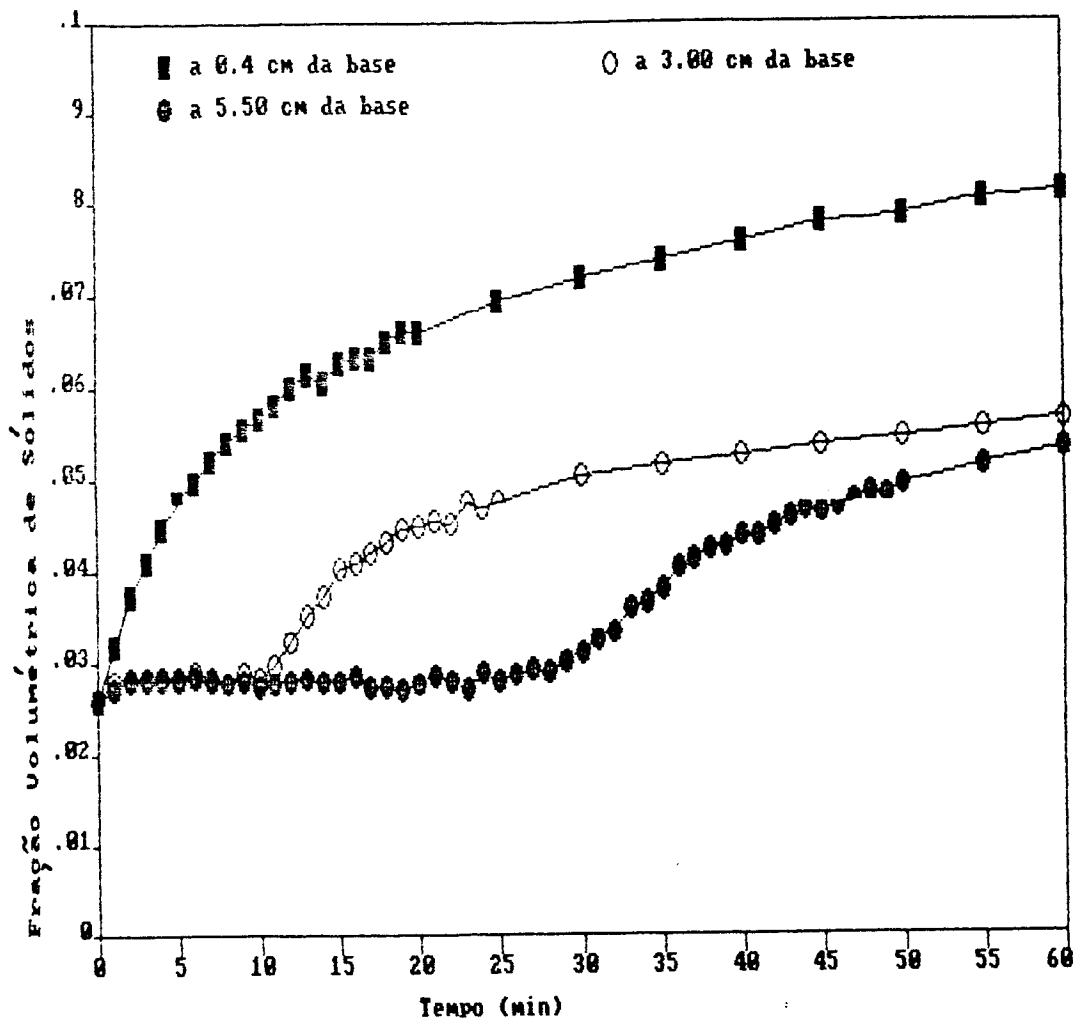


Figura 6.9: Formação da zona de compressão na sedimentação de suspensões com concentração inicial de 70 g/l de  $\text{CaCO}_3$  em água destilada.

A não existência dessa zona de concentração intermediária confirma a hipótese da seção anterior, no sentido de que dadas as características da curva de velocidade reduzida em função da **fracção de agregados** (Fig.6.4), a sedimentação de suspensões com concentrações iniciais acima de um valor da ordem de 61 g/l de  $\text{CaCO}_3$  em água destilada, não deverão apresentar zona de transição.

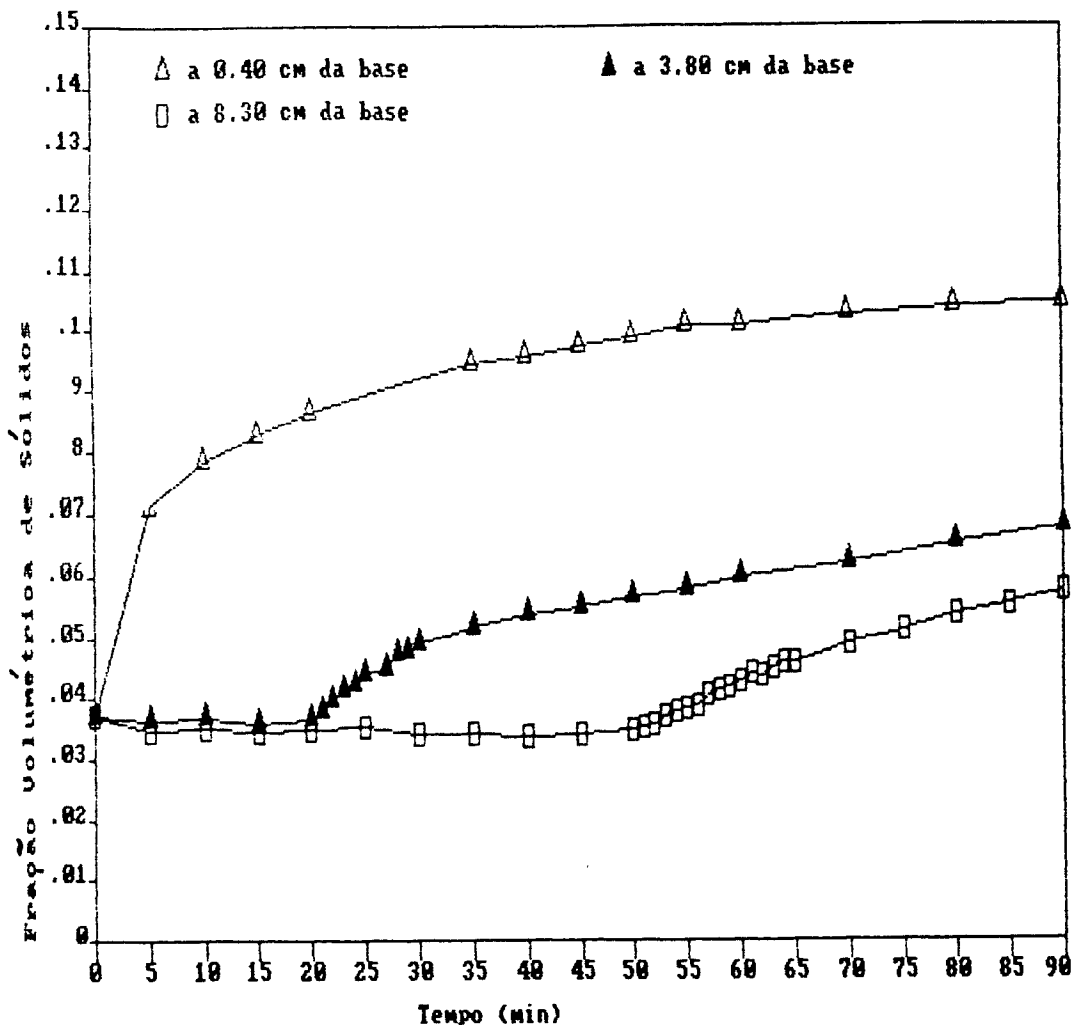


Figura 6.10: Formação da zona de compressão na sedimentação de suspensões com concentração inicial de 100 g/l de  $\text{CaCO}_3$  em água destilada.

Para a suspensão de 100 g/l de concentração inicial, foram medidas as concentrações em três pontos a partir da base do recipiente: 4,0 mm; 38,0 mm; e 83,0 mm; sendo que a altura final do sedimento após 6,5 horas de testes foi de 94,0 mm (Tabela A1 do Apêndice A). No caso das leituras a 4,0 mm da base do recipiente, observa-se que a zona de compressão forma-se já no primeiro instante, e que a partir daí a concentração aumenta com o tempo, durante as seguintes oito horas de teste, a partir do que a concentração tende a se manter quase constante num valor da ordem

de 315 g/l ou  $\epsilon_s = 0,1167$ .

A curva  $\log \epsilon_s$  função de  $\log t$  da Fig.6.11, para a suspensão de concentração inicial de 100 g/l, no ponto de altura 4,00 mm da base, pode ser expressa pela equação

$$\log \epsilon_s = -\log A + B \log t + C (\log t)^2 - D (\log t)^3 \quad (6.5)$$

sendo que  $\log A = 1,4320$        $\log B = 0,6428$        $\log C = 0,3366$

$\log D = 0,4814$

t em minutos

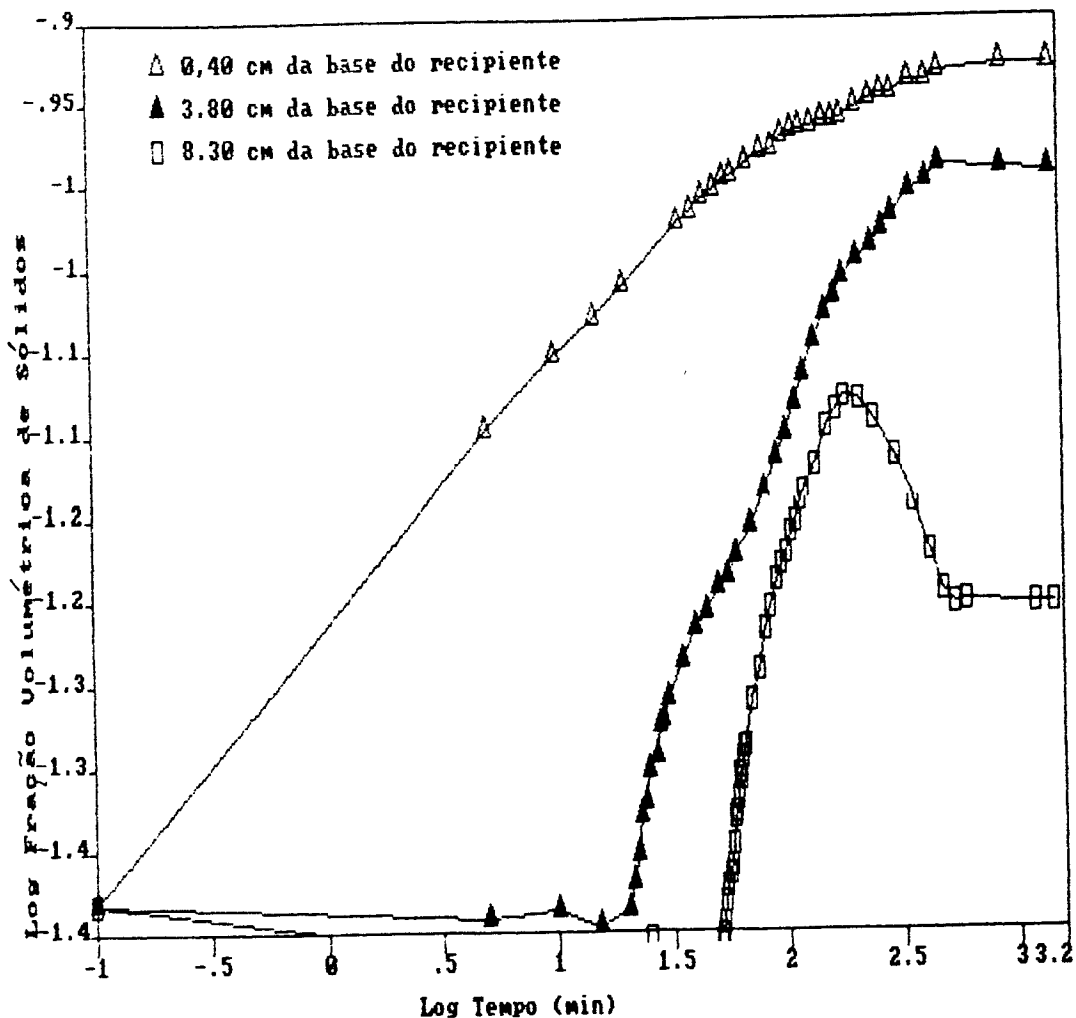


Figura 6.11: Perfil (log log) da concentração na zona de compressão da suspensão inicial de 100 g/l de  $\text{CaCO}_3$  em água destilada.

No segundo ponto de medida, a 38,0 mm da base do recipiente, a zona de compressão começa logo após os 20 minutos de testes, isto é, até esse instante as concentrações são próximas do valor da concentração inicial de 100 g/l, e partir dos 21 minutos a concentração sobe até quase se estabilizar na oitava hora, num valor da ordem de 275 g/l ou  $\epsilon_s = 0,1020$ . Nesse ponto, também, o comportamento da concentração em relação ao tempo segue uma forma quadrática (Fig. 6.11)

$$\log \epsilon_s = -\log A + B \log t - C(\log t)^2 \quad (6.6)$$

sendo que  $\log A = 3,282$

$$B = 4,767$$

$$C = 2,469$$

t em minutos

No terceiro ponto de estudo, a 83,0 mm da base do recipiente ou a 11,0 mm da superfície do sedimento final, o comportamento da concentração com o tempo é similar. A zona de compressão inicia-se ao redor do tempo de 55 minutos de testes e aumenta até a terceira hora aproximadamente, obedecendo a uma equação do tipo (Fig. 6.11)

$$\log \epsilon_s = -\log A + B \log t \quad (6.7)$$

sendo que  $\log A = 2,405$

$$B = 0,5838$$

t em minutos

portanto a equação (6.7) pode ser reescrita na forma

$$\epsilon_s = (1/A) t^B = 0,4158 t^{0,5838} \quad (6.7a)$$

A partir desse instante (terceira hora) e durante os próximos 60 minutos deve acontecer uma acomodação dos agregados, antes da concentração começar a descer durante as seguintes cinco horas, similar à equação (6.7) porém com a inclinação em sentido contrário, até quase se estabilizar na oitava hora num valor da

ordem de 150 g/l ou  $\epsilon_s = 0,556$ .

Observa-se então, nessa suspensão de concentração inicial de 100 g/l, que o instante de estabilização ou quase estabilização da concentração em relação ao tempo, é independente da posição dentro da zona de compressão. Observa-se também que embora o sedimento tenha alcançado a sua altura definitiva às 6,5 horas de testes, a concentração continua variando dentro dele; tanto é assim, que a diminuição da concentração no terceiro ponto de estudo vai da terceira até a oitava hora. isto é, 1,5 horas após o sedimento ter se estabilizado a concentração ainda está diminuindo nas camadas superiores e aumentando nas camadas inferiores, fenômeno que acontece devido à redução de tamanho (com perda de água) dos agregados dessas camadas inferiores.

Esse comportamento da zona de compressão a partir de uma suspensão com concentração inicial de 100 g/l, repete-se para o caso de uma suspensão com concentração inicial de 70 g/l, mudando porém, como é lógico supor, os diferentes parâmetros envolvidos.

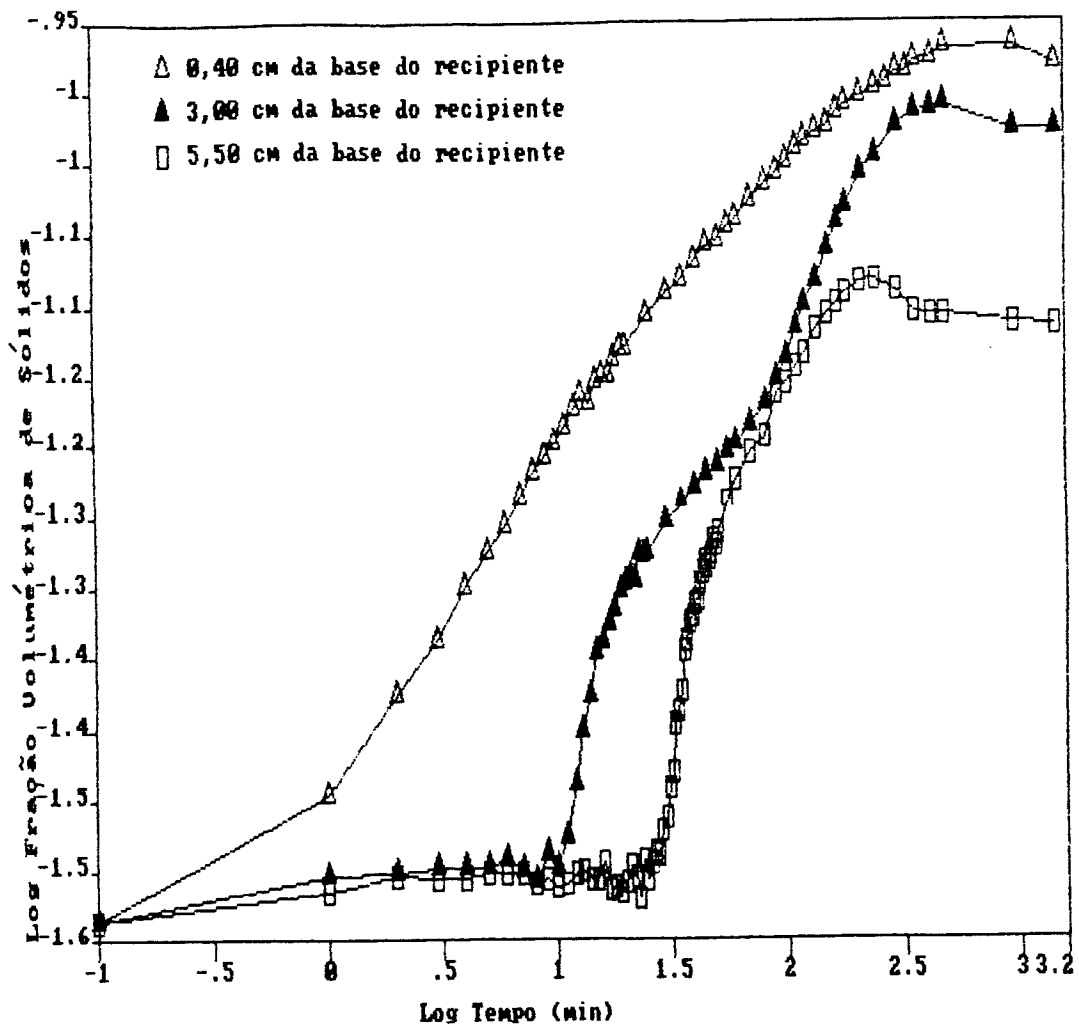


Figura 6.12: Perfil (log log) da concentração na zona de compressão da suspensão inicial de 70 g/l de  $\text{CaCO}_3$  em água destilada.

A única diferença ressaltável no comportamento da zona de compressão com o tempo, das suspensões utilizadas (70 g/l e 100 g/l), está no fato de a curva de diminuição da concentração perto da superfície final do sedimento ser bem menor no caso da suspensão de 70 g/l quando comparada com a suspensão de 100 g/l, isto apesar de abarcar períodos de tempo similares. Esse fato não deve iludir no sentido de pensar que ao se usar concentrações ainda menores que 70 g/l, possa desaparecer essa diminuição da concentração nas camadas superiores da zona de compressão; pois é

bem mais lógico supor que esse comportamento diferenciado é efeito da posição de leitura só. Enquanto na suspensão de 100g/l a terceira leitura foi feita num ponto (83,0 mm) que representa o 88% da altura final do sedimento (94,0 mm); na suspensão de 70 g/l a terceira leitura foi feita num ponto (55,0 mm) que representa apenas o 78% da altura final do sedimento (70,0 mm); de modo que esse terceiro ponto de estudo obedece ao comportamento que deveria ter uma curva que passa num ponto entre os 38,0 mm e 83,0 mm no caso da suspensão de 100 g/l.

Nas Fig.6.13 e Fig.6.14 são mostradas as curvas concentração na zona de compressão em função da posição. A linha reta representa em ambos os casos o ponto de compressibilidade, igual ao ponto de virada da concentração nos pontos mais próximos da superfície final do sedimento no caso das Fig.6.7 e Fig.6.8.

Observa-se das Fig.6.13 e Fig.6.14 que para ambas suspensões, antes do ponto de compressibilidade, isto é, abaixo da linha reta, a concentração varia quadráticamente de acordo com a seguinte equação quadrática

$$c_s = A - B z + C z^2 \quad (6.8)$$

No ponto de compressibilidade, isto é, após três horas de sedimentação no caso da suspensão de 70 g/l, e após quatro horas no caso da suspensão de 100 g/l, a concentração varia com a posição segundo a seguinte correlação linear

$$c_s = A - B z \quad (6.9)$$

Após o ponto de compressibilidade a variação da concentração com a posição obedece uma outra equação quadrática:

$$c_s = A - B z - C z^2 \quad (6.10)$$



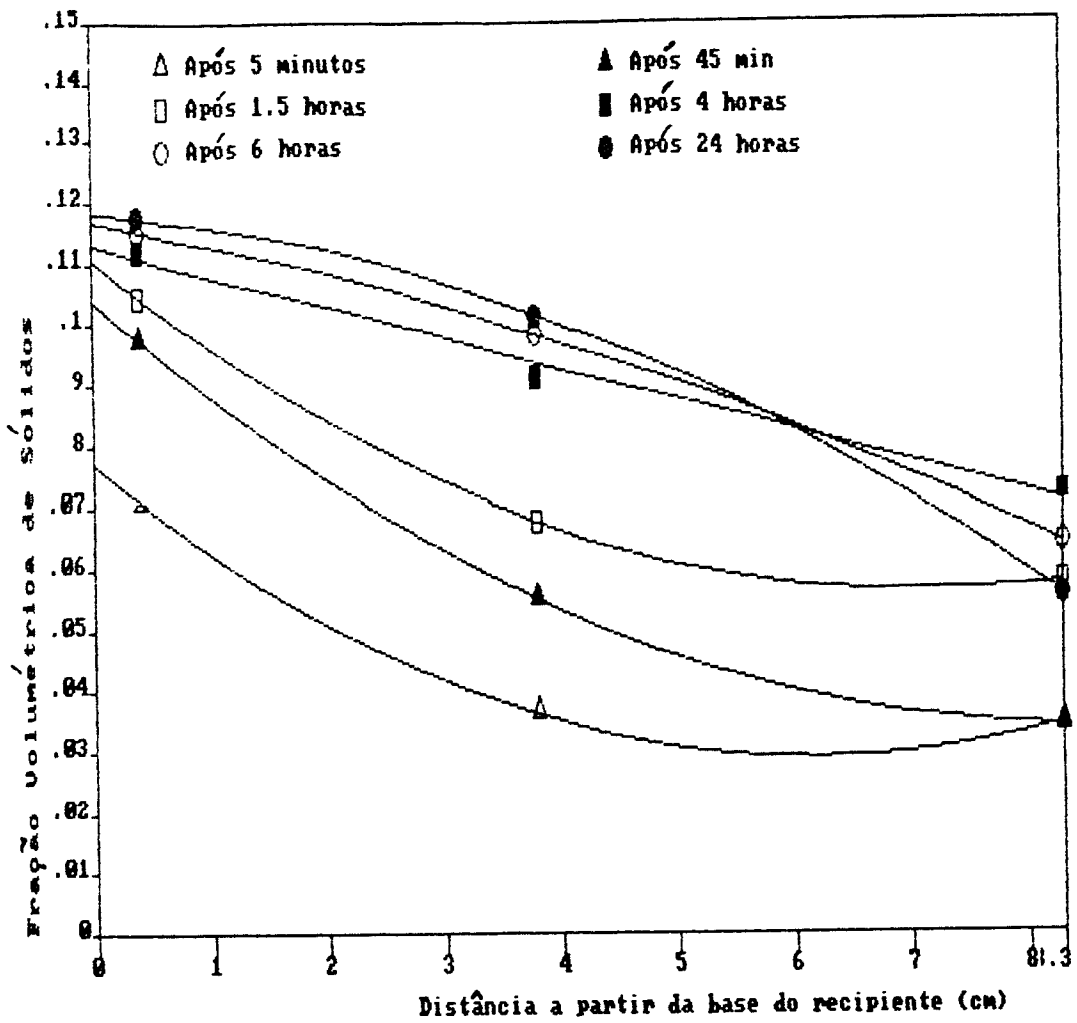


Figura 6.13: Concentração e posição em 100 g/l

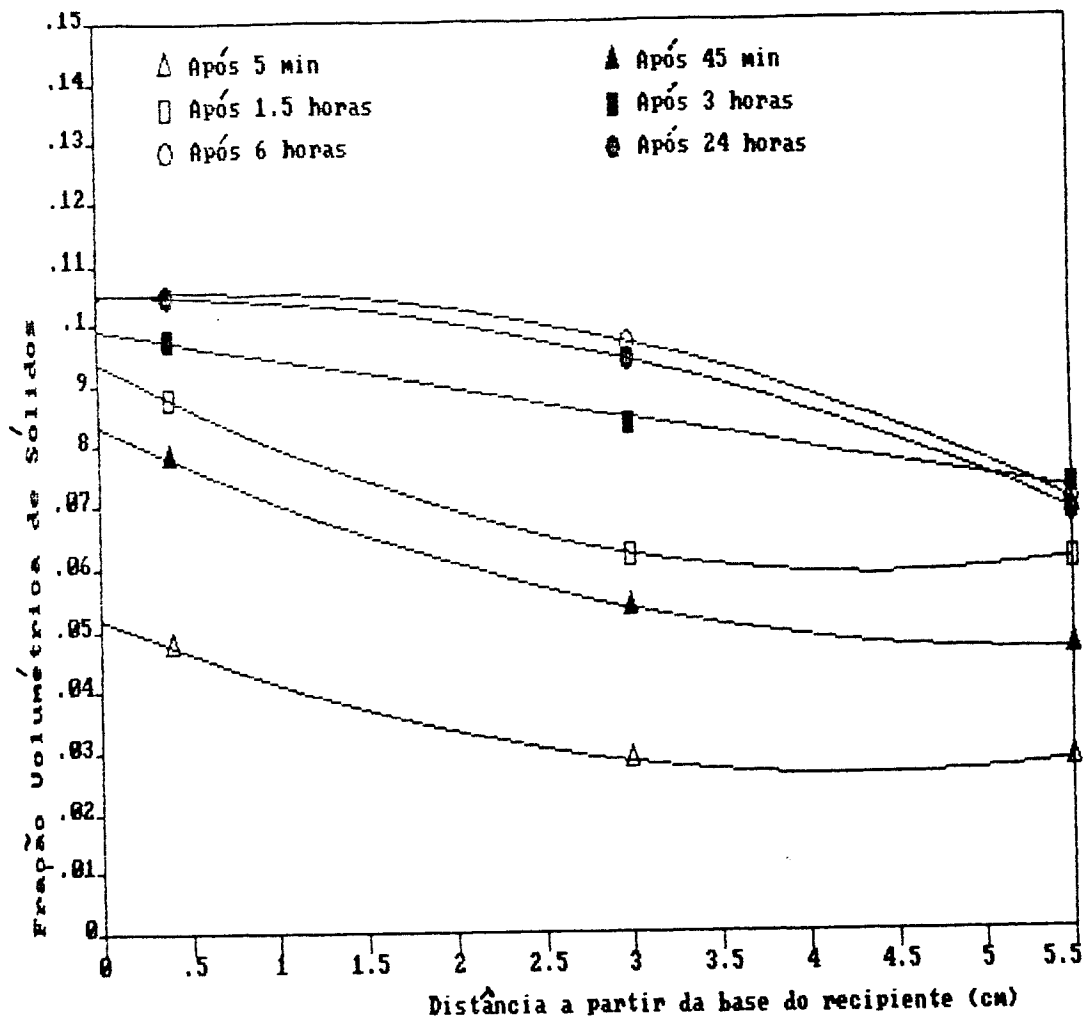


Figura 6.14: Concentração e posição em 70 g/l.

#### 6.4 ESTIMATIVAS DE SILVA.<sup>21,22</sup>

O uso da equação (3.38) permite estimar o ponto de encontro das interfaces ascendente e descendente apresentados na Tabela 6.6

A equação (3.39) estima uma concentração final média quando a altura do sedimento alcança sua posição definitiva, desconsiderando as variações que acontecem após esse instante.

Tabela 6.6: Função velocidade mínima e ponto de encontro das interfaces descendente e ascendente em oito concentrações iniciais diferentes de  $\text{CaCO}_3$  em água destilada.

g/l	$W_{min}$ (mm/min)	$t_c$ (min)	$z_c$ (mm)
15	5,20	10	37,0
20	7,40	12	57,5
30	9,50	17	92,0
40	10,46	23	117,0
50	2,34	66	72,5
70	1,61	87	95,5
100	1,67	115	124,5
120	1,92	120	151,0

## 7.- CONCLUSÕES E SUGESTÕES

- 7.1 A hipótese adotada na seção 5.1 deste trabalho, no sentido de que a não coincidência do comportamento das curvas apresentadas nas Fig.5.1 e Fig.6.1 se deveria ao fato de que o sistema experimental é uma suspensão flocculada, está confirmada pela Fig.6.4. Nessa Fig.6.4 percebe-se que em concentrações volumétricas acima de 0.64 (limite onde termina o movimento no caso de suspensões de partículas esféricas rígidas), o movimento ainda continua, devendo portanto alcançar a velocidade zero em concentrações muito mais elevadas. Isto é possível pelo fato de que os agregados, na medida em que são comprimidos, perdem a água contida entre as partículas, aumentando desse modo sua concentração de sólidos.
- 7.2 A diferença entre as velocidades de Stokes, conforme se verifica ao comparar os trabalhos de TORY (1961), COMINGS (1940) e HASSETT (1964-65) segundo citação de SCOTT<sup>18</sup>, com os resultados deste trabalho, poderia ser explicada pela diferença na intensidade e no tempo de agitação a que foram submetidas as suspensões antes de iniciar os testes de sedimentação e ao fato de usar uma mesma suspensão para mais de uma corrida, o que acumula tempo de agitação. Embora essa informação não esteja contida nos trabalhos acima citados, chega-se a essa conclusão baseando-se nos resultados de MICHAELS & BOLGER<sup>15</sup>, que trabalhando com suspensões de caulim em água, concluíram que a maior agitação forma agregados maiores e portanto mais pesados, de modo que as velocidades de Stokes também serão maiores.
- 7.3 Confirmando a dedução feita a partir de dados da posição da interface descendente, de que a sedimentação de suspensões de carbonato de cálcio em água destilada, com concentrações iniciais maiores que 61 g/l não apresentariam zonas de transição, viu-se que as suspensões de 70 g/l e 100 g/l não apresentam essa zona intermediária, conforme pode ser observado das Fig.6.9 e Fig.6.10.

- 7.4 A partir dos perfis de concentrações determinados nas zonas de compressão da sedimentação, das suspensões com concentração inicial de 70 g/l e 100 g/l de carbonato de cálcio em água destilada; pode-se generalizar que a variação da concentração com o tempo na camada mais próxima da superfície, obedece a uma equação cúbica da forma da equação (6.5), e que ela tende a um ponto em que essa variação obedece a uma equação do tipo da equação (6.7), aproximadamente na metade da altura final do sedimento. A partir desse ponto tem um aumento e em seguida diminuição da concentração em função do tempo, como pode ser visto nas Fig. 6.7 e Fig. 6.8.
- 7.5 Na equação (4.9), aceitando que a espessura  $X$  bem como as outras propriedades do meio atenuante permanecem constantes, tem-se que o erro no cálculo da concentração varia inversamente com essa. Isto se verifica nos valores da coluna do extremo direito das Tabelas B4 - B9 do Apêndice B. Para a suspensão de 70 g/l o erro diminui de cerca de 3,8% (Tabela B6: começo do teste) até cerca de 1% (Tabela B4: final do teste). Para a suspensão de 100 g/l esses valores são de aproximadamente 3% (Tabela B9: começo do experimento) e cerca de 0,99% (Tabela B7: fim do experimento).
- 7.6 Supondo que a força compressiva entre os sólidos ( $\sigma_s$ ) seja função apenas da concentração, então, utilizando os perfis de concentração em função da posição para um tempo infinito ou a variação da concentração com o tempo numa posição próxima a  $z = 0$  e, usando uma equação de Darcy com as velocidades nulas (equação 3.20), pode-se determinar uma relação constitutiva da compressibilidade em função da concentração. Essa nova relação constitutiva poderia ser utilizada em trabalhos posteriores para testar modelos matemáticos existentes na literatura, como o de AUZERAIS *et alii*<sup>1</sup> por exemplo, e que na primeira vez que foi usada pelo próprio AUZERAIS *et alii*<sup>2</sup>, não teve sucesso devido aparentemente à inadequação do modelo constitutivo usado para representar essa força de compressibilidade.

7.7 Mesmo quando não foi possível caracterizar experimentalmente o ponto de encontro das interfaces descendente e ascendente, percebe-se que os valores preditos pela equação (3.38) superestimam a altura e subestimam o tempo. O uso da equação (3.39) é mais restrito ainda, pois considerando a forma como varia a concentração com o tempo e com a posição, a utilidade dessa equação vê-se restringida a dar apenas dar uma idéia da ordem de grandeza da concentração.

7.8 Uma segunda etapa do estudo da zona de compressão, deve ser a aplicação dos modelos matemáticos existentes na literatura (vide seções 3.1 - 3.5) às condições utilizadas neste trabalho experimental, com a finalidade de conferir se as predições resultantes correlacionam com os perfis de concentração em função do tempo e da posição aqui caracterizados.

7.9 No caso de testes com partículas sólidas de densidade variável, ou mesmo no caso em que a densidade do sólido seja constante porém de difícil medição, pode-se usar a técnica de atenuação de raios gama com dois feixes de diferentes energias descrito na seção 4.2 deste trabalho.

## BIBLIOGRAFIA

1. - AUZERAIS, F.M., JACKSON, R., RUSSEL, W.B. The resolution of shocks and the effects of compressible sediments in transient settling. Journal of Fluid Mechanics, Cambridge (Great Britain), v.195, p.437-462, October, 1988
2. - AUZERAIS, F.M., JACKSON, R., RUSSEL, W.B., MURPHY, W.F. The transient settling of stable and flocculated dispersions. Journal of Fluid Mechanics, Cambridge (Great Britain), v. 221, p.613-630, December, 1990
3. - BIRD, R. Byron, STEWART, Warren E., LIGHFOOT, N. Edwim. Transport phenomena. John Wiley & Sons, Singapore, 1960, p.59-60
4. - COE, H.S., CLEVINGER, G.H. Methods for determining the capacities of slime-settlings tanks. Transactions of the American Institute of Mining Engineers, New York, v.55, p.356-384, 1917
5. - CONCHA, Fernando, BUSTOS, M.C. A modification of the Kynch theory of sedimentation. AIChE Journal, New York, v.33, n.2, p.312-315, February, 1987
6. - CRESTANA, Silvio. A tomografia computadorizada como um novo método para estudos da física da água no solo. Tese (Doutorado em Física Aplicada) - Instituto de Física e Química de São Carlos, USP, 1985
7. - D'AVILA, J.S., SAMPAIO, R. Algumas considerações sobre o problema da sedimentação. In: ENCONTRO SOBRE ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS, VI, 1978, Rio Claro. Anais ... Rio Claro: IGCE / UNESP, 1978. v.1, p.12.1-12.8

8. - FERRAZ, Epaminondas Sansigolo de Barros. Determinação simultânea de densidade e umidade de solos por atenuação de raios gama do  $^{137}\text{Cs}$  e  $^{241}\text{Am}$ . Tese (Livre Docência do Departamento de Física e Meteorologia) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", USP, 1974
9. - FITCH, Bryant. Kynch theory and compression zones. AIChE Journal, New York, v.29, n.6, p.940-947, November, 1983
10. - FITCH, Bryant. Sedimentation of flocculent suspensions: state of art. AIChE Journal, New York, v.25, n.6, p.913-930, November, 1979
11. - FONT, R. Compression zone effect in batch sedimentation. AIChE Journal, New York, v.34, n.2, p.229-238, February, 1988
12. - KOS, P. Fundamentals of gravity thickening. Chemical Engineering Progress, New York, v.73, n.11, p.99-105, November, 1977
13. - KYNCH, G.J. Theory of sedimentation. Transactions of the Faraday Society, Aberdeen (Great Britain), v.13, n.3, p.294-310, 1952
14. - McROBERTS, E.C., NIXON, J.F. A theory of soil sedimentation. Canadian Geotechnical Journal, Ottawa, v.13, n.3, p.294-310, August, 1976
15. - MICHAELS, Alan S., BOLGER, Justin C. Settling rates and sediment volumes of flocculated kaolin suspensions. I & EC Fundamentals, Washington D.C., v.1, n.1, p.24-33, February, 1962



16. - PASQUEL, Antonio. GASPARETTO, Carlos A., VAZ, Carlos M.P.  
 Perfil de concentrações na região de compressão da  
 sedimentação em batelada. In: ENCONTRO SOBRE ESCOAMENTO EM  
 MEIOS POROSOS, XIX, 1991, Campinas.
17. - RICHARDSON, J.F., ZAKI, W.N. Sedimentation and fluidization:  
 Part 1. Transactions of the Institution of Chemical  
 Engineers, London, v.32, n.1, p.35-53, 1954
18. - SCOTT, Keith J. Thickening of calcium carbonate slurries:  
 comparison of data with results for rigid spheres. I & EC  
 Fundamentals. Washington D.C., v.7, n.3, p.484-490, August,  
 1968
19. - SHANON, P.T., STROUPE, E., TORY, E.M. Batch and continuous  
 thickening: basic theory. I & EC Fundamentals. Washington  
 D.C., v.2, n.3, p.203-211, August, 1963
20. - SHIRATO, Mompei, KATO, Hiroo, KOBAYASHI, Kazumasa, SAKAZAKI,  
 Hiroo. Analyses of settling of thick slurries due to  
 consolidation. Journal of Chemical Engineering of Japan,  
 Tokyo, v.3, n.1, p.98-104, January, 1970
21. - SILVA, Antonio Santos. Meio poroso com restrição de  
 incompressibilidade e sua aplicação em sedimentação. In:  
 J.T. Freire. J.C. Gubulin, eds., Tópicos especiais em  
 sistemas particulados. São Carlos: UFSCar, 1990, v.3,  
 p.1-60
22. - SILVA, Antonio Santos. Um modelo matemático para a  
 sedimentação em batelada pelo uso da teoria das misturas.  
 Tese (Doutorado em Ciências) - Programa de Engenharia  
 Química da COPPE / UFRJ, 1985
23. - TALMAGE, W.P., FITCH, Bryant. Determining thickener unit  
 areas. Industrial and Engineering Chemistry, Washington  
 D.C., v.47, n.1, p.38-41, January, 1955

24. - TILLER, Frank M. Revision of Kynch sedimentation theory.  
AIChE Journal, New York, v.27, n.5, p.823-829, September,  
1981
25. - TILLER, Frank M., D'AVILA, J. Zona de compressão em  
sedimentação. In: ENCONTRO SOBRE ESCOAMENTO EM MEIOS  
POROSOS. VIII, 1980, Curitiba. Anais ... Curitiba: 1980.  
v.2, p.270-297
26. - ZWILLINGER, Daniel. Handbook of differential equations. San  
Diego: Academic Press, 1989, p.325-330

## APÊNDICE A

TABELA A1. Posição da interface descendente das suspensões de  $\text{CaCO}_3$  em água destilada.

Tempo (min)	Altura da interface líquido claro-suspensão (cm)							
	15g/l	20g/l	30g/l	40g/l	50g/l	70g/l	100g/l	120g/l
0	26,00	26,35	26,40	26,10	26,10	26,10	26,40	26,60
1	24,00	24,30	24,90	25,15	25,40	-	-	-
2	21,00	22,00	23,50	24,05	24,70	-	-	-
3	18,50	19,70	22,10	23,15	24,10	25,15	26,12	26,30
4	15,70	17,60	20,70	22,30	23,50	-	-	-
5	13,10	15,40	19,35	21,45	23,00	-	-	-
6	10,50	13,40	18,10	20,70	22,50	24,20	25,90	26,10
7	7,90	11,40	16,90	19,95	22,10	-	-	-
8	5,40	9,50	15,75	19,25	21,60	-	-	-
9	4,25	7,80	14,60	18,55	21,20	23,45	25,35	25,75
10	3,70	6,80	13,50	17,85	20,80	-	-	-
11	3,40	6,20	12,60	17,25	20,40	-	-	-
12	3,10	5,75	11,75	16,65	20,00	22,75	24,90	25,35
13	2,95	5,35	11,10	16,10	19,65	-	-	-
14	2,85	5,00	10,50	15,55	19,25	-	-	-
15	2,75	4,70	10,00	15,00	18,90	22,10	24,35	25,00
16	-	4,40	9,60	14,55	18,50	-	-	-
17	2,65	4,10	9,20	14,15	18,15	-	-	-
18	-	3,85	8,87	13,75	17,80	21,50	23,95	24,60
19	-	3,70	8,55	13,35	17,50	-	-	-
20	2,50	3,60	8,25	13,00	17,15	-	-	-
21	-	-	-	12,65	16,85	20,90	23,40	24,25
22	-	3,45	7,70	12,32	16,50	-	-	-
23	2,40	-	-	12,00	16,25	-	-	-
24	-	3,35	7,12	11,70	15,95	20,30	22,95	23,90
25	-	-	-	11,42	15,65	-	-	-
26	2,30	3,25	6,60	11,15	15,35	-	-	-
27	-	-	-	10,87	15,05	19,70	22,55	23,60
28	-	-	6,12	10,60	14,80	-	-	-
29	-	-	-	10,35	14,50	-	-	-
30	2,25	3,10	5,70	10,10	14,25	19,15	22,30	23,25
31	-	-	-	9,85	14,00	-	-	-

(Continuação)

TABELA A1.

Tempo (min)	Altura da interface líquido claro-suspensão (cm)							
	15g/l	20g/l	30g/l	40g/l	50g/l	70g/l	100g/l	120g/l
32	-	-	5,30	9,55	13,75	-	-	-
33	-	-	-	9,32	13,50	18,55	-	22,90
34	-	-	5,05	9,10	13,20	-	-	-
35	-	2,95	-	8,85	12,95	-	21,65	-
36	-	-	4,85	8,65	12,70	18,00	-	22,60
37	-	-	-	8,40	12,50	-	-	-
38	-	-	-	8,20	12,25	-	-	-
39	-	-	-	8,00	12,00	17,50	-	22,30
40	2,10	2,80	4,65	7,80	11,75	-	21,05	-
41	-	-	-	7,60	11,50	-	-	-
42	-	-	-	7,40	11,30	16,95	-	22,05
43	-	-	-	7,22	11,10	-	-	-
44	-	-	-	7,05	10,85	-	-	-
45	-	-	4,40	6,90	10,60	16,40	20,50	21,80
48	-	-	-	-	10,00	15,85	-	-
51	-	-	-	6,15	9,40	15,35	-	-
54	-	-	-	-	8,85	14,80	-	-
57	-	-	-	-	8,35	14,30	-	-
60	1,90	2,50	4,00	5,70	7,90	13,75	18,80	20,50
63	-	-	-	-	-	13,25	-	-
66	-	-	-	-	7,25	12,65	-	-
69	-	-	-	-	-	12,10	-	-
72	-	-	-	-	-	11,60	-	-
75	-	-	-	5,25	-	11,10	17,05	19,10
78	-	-	-	-	-	10,60	-	-
81	-	-	-	-	-	10,10	-	-
84	-	-	-	-	-	9,75	-	-
87	-	-	-	-	-	9,55	-	-
90	1,90	2,35	3,60	4,95	6,40	9,40	15,15	17,40
95	-	-	-	-	-	9,15	14,50	16,80
100	-	-	3,50	4,80	6,20	9,00	13,80	16,20
105	-	-	-	-	-	-	13,20	15,80

(Continuação)

TABELA A1.

Tempo (min)	Altura da interface líquido claro-suspensão (cm)							
	15g/l	20g/l	30g/l	40g/l	50g/l	70g/l	100g/l	120g/l
110	-	-	-	-	6,05	-	12,70	15,55
115	-	-	-	-	-	-	12,45	-
120	1,90	2,30	3,40	4,60	5,90	8,50	12,20	15,10
150	1,90	2,30	3,30	4,40	5,60	7,95	11,35	14,15
180	1,90	2,30	3,30	4,25	5,40	-	10,80	13,60
210	1,90	2,30	3,30	4,25	5,30	7,40	10,40	13,15
240	1,90	2,30	3,30	4,25	5,20	-	-	12,80
270	1,90	2,30	3,30	4,25	5,20	7,10	9,90	12,50
330	1,90	2,30	3,30	4,25	5,20	7,00	9,60	12,00
390	1,90	2,30	3,30	4,25	5,20	7,00	9,40	11,70
600	1,90	2,30	3,30	4,25	5,20	7,00	9,40	11,00
1440	1,90	2,30	3,30	4,25	5,20	7,00	9,40	11,00

## APÊNDICE B

Tabela B1. Contagem de fótons para determinação do tempo morto do equipamento (tempo de exposição de 10 s)

Leituras	R <sub>0</sub>	R <sub>1</sub>		R <sub>2</sub>
		abs. 1	abs. 2	
1	497707	329443	350473	225449
2	495716	328287	350037	224716
3	497444	328687	350389	225065
4	497415	328092	350916	225151
5	497846	329206	350257	225323
6	497337	328347	350678	226117
7	496101	328833	350919	226074
8	496370	327810	351134	225846
9	496231	329124	350526	225694
10	497540	329637	349935	226007
<b>média</b>	<b>496991</b>	<b>339637</b>		<b>225535</b>

Tabela B2. Contagem de fótons para determinação do coeficiente de atenuação da água (tempo de exposição de 10 s)

Leitura	Recip. vazio			Recip. com água dest.		
	1a.	2a.	3a.	1a.	2a.	3a.
1	474338	475695	474515	134401	135099	134564
2	474162	475291	475782	134530	134716	134288
3	474983	475746	475595	134958	135437	134828
4	474791	474690	475290	135229	135514	135050
5	475263	474879	475445	134571	135547	135500
6	474983	475482	474838	134860	135401	135157
7	474486	475066	476344	134246	134969	134526
8	475684	476255	474975	135507	134535	135368
9	475161	476126	474742	134934	135813	135631
10	474711	476006	475124	134199	135699	134853
<b>média</b>	<b>474861</b>	<b>475587</b>	<b>475265</b>	<b>134744</b>	<b>135273</b>	<b>134977</b>
<b>média das médias corrigida pelo tempo morto</b>		<b>604519</b>			<b>143729</b>	



Tabela B3. Contagem de fótons para a determinação do coeficiente de atenuação do  $\text{CaCO}_3$  (tempo de exposição de 10 s)

massa = 159,4 g

volume = 387,5  $\text{cm}^3$

conc. = 0,411  $\text{g/cm}^3$

Leitura	Recip. com $\text{CaCO}_3$ seco		
	1a.	2a.	3a.
1	152853	150598	148540
2	152284	150663	148998
3	151810	150253	148374
4	151776	150321	148609
5	151957	150719	148369
6	152832	150865	148564
7	152496	150504	148402
8	151648	150842	147972
9	152152	150405	147797
10	151391	151063	148974
<b>média</b>	152120	150623	148460
<b>média das médias corrigida por <math>\tau</math></b>			
<b>161319</b>			

Tabela B4. Perfil de concentração na zona de compressão da suspensão de 70 g/l numa altura de 4 mm.

$$I_v = 137228$$

$$C = 4.4098 - 0.3728 \ln(I_{sus})$$

$$\% \text{ Erro Conc.} = - [e^{1.3413 \epsilon_s} / 994 \epsilon_s] * 100$$

Tempo (min)	$I_{sus}$	Concen. g/l	Concen. $\epsilon_s$	% Erro da Conc.
0		70,0	0,0259	
1	108940	85,6	0,0318	-3,301
2	104536	101,2	0,0375	-2,821
3	102004	110,4	0,0409	-2,598
4	99212	120,7	0,0447	-2,390
5	97335	127,9	0,0474	-2,262
6	95812	133,7	0,0495	-2,172
7	94310	139,6	0,0517	-2,086
8	92869	145,4	0,0538	-2,010
9	91945	149,1	0,0552	-1,963
10	91186	152,2	0,0564	-1,924
11	90095	156,7	0,0580	-1,875
12	88999	161,2	0,0597	-1,826
13	88073	165,1	0,0612	-1,784
14	88710	162,4	0,0602	-1,812
15	87276	168,5	0,0624	-1,753
16	86966	169,8	0,0629	-1,740
17	86916	170,1	0,0630	-1,738
18	85752	175,1	0,0648	-1,694
19	85063	178,1	0,0660	-1,665
20	85179	177,6	0,0658	-1,670
25	82955	187,4	0,0694	-1,591
30	81501	194,0	0,0719	-1,541
35	80533	198,5	0,0735	-1,511
40	79264	204,4	0,0757	-1,471
45	78063	210,1	0,0778	-1,435

Tabela B4. (continuação)

Tempo (min)	I <sub>esu</sub>	Concen. g/l	Concen. ε <sub>e</sub>	% Erro da Conc.
50	77644	212,1	0,0786	-1,422
55	76657	216,9	0,0803	-1,395
60	76166	219,3	0,0812	-1,382
70	74639	226,8	0,0840	-1,340
80	73593	232,1	0,0860	-1,313
90	72599	237,2	0,0878	-1,289
100	71805	241,3	0,0894	-1,269
110	70773	246,7	0,0914	-1,244
120	70162	249,9	0,0926	-1,230
135	69536	253,2	0,0938	-1,216
150	69268	254,7	0,0943	-1,211
165	68110	261,0	0,0966	-1,186
180	67585	263,8	0,0977	-1,174
210	66881	267,7	0,0992	-1,158
240	66164	271,8	0,1007	-1,144
270	65888	273,3	0,1012	-1,139
300	64989	278,4	0,1031	-1,121
330	64864	279,2	0,1034	-1,118
360	64019	284,0	0,1052	-1,101
420	63911	284,7	0,1054	-1,099
480	62950	290,3	0,1075	-1,081
960	62780	291,3	0,1079	-1,078
1440	62260	282,6	0,1047	-1,106

Tabela B5. Perfil de concentração na zona de compressão da suspensão de 70 g/l numa altura de 30 mm.

$$I_v = 135692$$

$$C = 4,4056 - 0,3728 \ln(I_{sus})$$

$$\% \text{ Erro Conc.} = - \left[ e^{1,3413\epsilon_s} / 998\epsilon_s \right] * 100$$

Tempo (min)	$I_{sus}$	Concen. g/l	Concen. $\epsilon_s$	% Erro da Conc.
0		70,0	0,0259	
1	110794	75,4	0,0279	-3,728
2	110681	75,7	0,0281	-3,703
3	110457	76,5	0,0283	-3,678
4	110458	76,5	0,0283	-3,678
5	110452	76,5	0,0283	-3,678
6	110176	77,5	0,0287	-3,628
7	110574	76,1	0,0282	-3,690
8	111006	74,7	0,0277	-3,754
9	110003	78,0	0,0289	-3,604
10	110500	76,4	0,0283	-3,678
11	109367	80,2	0,0297	-3,511
12	107222	87,6	0,0324	-3,230
13	104983	95,5	0,0354	-2,968
14	103356	101,3	0,0375	-2,810
15	101365	108,5	0,0402	-2,631
16	100866	110,4	0,0409	-2,588
17	99919	113,9	0,0422	-2,513
18	99246	116,4	0,0431	-2,463
19	98201	120,3	0,0446	-2,385
20	97849	121,7	0,0451	-2,360
21	97460	123,2	0,0456	-2,336
22	97649	122,5	0,0454	-2,346
23	96184	128,1	0,0474	-2,253
24	96328	127,5	0,0472	-2,262
25	96210	128,0	0,0474	-2,253

Tabela B5. (continuação)

Tempo (min)	I <sub>abs</sub>	Concen. g/l	Concen. εe	% Erro da Conc.
30	94444	134,9	0,0500	-2,143
35	93677	137,9	0,0511	-2,100
40	92793	141,5	0,0524	-2,051
45	92020	144,6	0,0536	-2,009
50	91492	146,7	0,0543	-1,985
55	90823	149,5	0,0554	-1,948
60	90362	151,4	0,0561	-1,926
70	89068	156,7	0,0581	-1,864
80	87838	161,9	0,0600	-1,810
90	86322	168,4	0,0624	-1,746
100	84873	174,7	0,0647	-1,689
110	83026	182,9	0,0678	-1,619
120	81196	191,2	0,0708	-1,556
135	79615	198,6	0,0735	-1,505
150	77309	209,5	0,0776	-1,433
165	75479	218,5	0,0809	-1,381
180	74160	225,0	0,0833	-1,345
210	71888	236,6	0,0876	-1,286
240	70676	243,0	0,0900	-1,256
300	67287	261,3	0,0968	-1,179
420	67098	262,3	0,0972	-1,174
480	66809	263,9	0,0978	-1,168
960	68650	253,8	0,0940	-1,209
1440	68692	253,6	0,0939	-1,210

Tabela B6. Perfil de concentração na zona de compressão da suspensão de 70 g/l numa altura de 55 mm.

$$I_v = 133941$$

$$C = 4.3772 - 0,3708 \ln(I_{sus})$$

$$\% \text{ Erro Conc.} = - [e^{1,3484\epsilon_s} / 987\epsilon_s] * 100$$

Tempo (min)	$I_{sus}$	Concen. g/l	Concen. $\epsilon_s$	% Erro da Conc.
0		70,0	0,0259	
1	109830	73,4	0,0272	-3,864
2	109298	75,2	0,0279	-3,771
3	109385	74,9	0,0278	-3,784
4	109407	74,9	0,0278	-3,784
5	109169	75,7	0,0280	-3,758
6	109124	75,8	0,0281	-3,745
7	109204	75,6	0,0280	-3,758
8	109532	74,4	0,0276	-3,810
9	109403	74,9	0,0278	-3,784
10	109686	73,9	0,0274	-3,837
11	109518	74,5	0,0276	-3,810
12	109189	75,6	0,0280	-3,758
13	109036	76,1	0,0282	-3,732
14	109317	75,2	0,0278	-3,784
15	109385	74,9	0,0278	-3,784
16	108733	77,2	0,0286	-3,682
17	109788	73,6	0,0273	-3,850
18	109694	73,9	0,0274	-3,837
19	109807	73,5	0,0272	-3,864
20	109470	74,7	0,0277	-3,797
21	108856	76,7	0,0284	-3,707
22	109247	75,4	0,0279	-3,771
23	110029	72,8	0,0270	-3,892
24	108675	77,4	0,0287	-3,670
25	109333	75,1	0,0278	-3,784

Tabela B6. (continuação)

Tempo (min)	I <sub>aus</sub>	Concen. g/l	Concen. εe	% Erro da Conc.
26	108815	76,9	0,0285	-3,694
27	108392	78,3	0,0290	-3,633
28	108449	78,1	0,0289	-3,645
29	107798	80,4	0,0300	-3,517
30	106988	83,2	0,0308	-3,429
31	105831	87,2	0,0323	-3,276
32	105203	89,4	0,0331	-3,201
33	103089	96,9	0,0359	-2,962
34	102568	98,8	0,0366	-2,908
35	101618	102,3	0,0379	-2,813
36	99759	109,1	0,0404	-2,648
37	99264	110,9	0,0411	-2,606
38	98256	114,7	0,0425	-2,525
39	98125	115,2	0,0427	-2,513
40	97373	118,1	0,0437	-2,459
41	97281	118,4	0,0439	-2,449
42	96392	121,8	0,0451	-2,387
43	95764	124,3	0,0460	-2,343
44	95240	126,3	0,0468	-2,306
45	95534	125,1	0,0464	-2,325
46	95054	127,0	0,0470	-2,297
47	94786	128,1	0,0474	-2,279
48	94171	130,5	0,0483	-2,239
49	94493	129,2	0,0479	-2,256
50	93660	132,5	0,0491	-2,205
55	92245	138,1	0,0512	-2,120
60	91049	143,0	0,0530	-2,053
70	89300	150,2	0,0556	-1,964
80	88052	155,4	0,0576	-1,901
90	85827	164,9	0,0611	-1,801
100	85186	167,7	0,0621	-1,774
110	84116	172,3	0,0638	-1,731
120	83281	176,0	0,0652	-1,697

Tabela B6. (continuação)

Tempo (min)	I <sub>aus</sub>	Concen. g/l	Concen. %	% Erro da Conc.
135	81680	183,2	0,0679	-1,635
150	80568	188,3	0,0698	-1,595
180	79159	194,9	0,0722	-1,547
210	78452	198,2	0,0734	-1,524
240	78185	199,5	0,0739	-1,515
300	78903	196,1	0,0726	-1,539
360	80372	189,2	0,0701	-1,589
420	80642	188,0	0,0696	-1,599
480	80663	187,9	0,0696	-1,599
960	81078	186,0	0,0689	-1,614
1440	81275	185,1	0,0686	-1,620



Tabela B7. Perfil de concentração na zona de compressão da suspensão de 100 g/l numa altura de 4 mm.

$$I_v = 140933$$

$$C = 4,4198 - 0,3728 \ln(I_{\text{aus}})$$

$$\% \text{ Erro Conc.} = - [e^{1,3413 \varepsilon_s} / 1007 \varepsilon_s] * 100$$

Tempo (min)	$I_{\text{aus}}$	Concen. g/l	Concen. $\varepsilon_s$	% Erro da Conc.
0		100,0	0,0370	
5	84239	191,7	0,0710	-1,538
10	79747	212,2	0,0786	-1,404
15	77210	224,2	0,0830	-1,337
20	75254	238,8	0,0866	-1,288
35	71073	255,1	0,0945	-1,193
40	70392	258,7	0,0958	-1,179
45	69519	263,3	0,0975	-1,161
50	68837	267,0	0,0989	-1,147
55	68091	271,0	0,1004	-1,132
60	67896	272,1	0,1008	-1,128
70	66964	277,3	0,1027	-1,110
80	66337	280,8	0,1040	-1,098
90	66024	282,6	0,1046	-1,092
100	65142	287,6	0,1065	-1,076
110	64864	289,2	0,1071	-1,070
120	64585	290,8	0,1077	-1,065
135	64365	292,0	0,1082	-1,061
150	64048	293,9	0,1088	-1,056
165	63971	294,3	0,1090	-1,054
180	63842	295,1	0,1093	-1,052
210	63083	299,5	0,1109	-1,039
240	62594	302,4	0,1120	-1,030
270	62100	305,4	0,1131	-1,022
300	62092	305,4	0,1131	-1,022
360	61103	311,4	0,1152	-1,006

Tabela B7. (continuação)

Tempo (min)	Isua	Concen. g/l	Concen. %	% Erro da Conc.
420	61150	311,1	0,1152	-1,006
480	60675	314,0	0,1163	-0,998
900	60010	318,2	0,1178	-0,987
1440	60107	317,6	0,1176	-0,989

Tabela B8. Perfil de concentração na zona de compressão da suspensão de 100 g/l numa altura de 38 mm.

$$I_v = 143463$$

$$C = 4,4626 - 0,3758 \ln(I_{\text{eus}})$$

$$\% \text{ Erro Conc.} = - \left[ e^{1,3304 \varepsilon_e} / 1008 \varepsilon_e \right] * 100$$

Tempo (min)	$I_{\text{eus}}$	Concen. g/l	Concen. $\varepsilon_e$	% Erro da Conc.
0		100,0	0,0370	
5	110780	97,6	0,0361	-2,883
10	110378	98,9	0,0366	-2,846
15	111027	96,7	0,0358	-2,906
20	110527	98,4	0,0365	-2,853
21	109376	102,4	0,0379	-2,753
22	108029	107,0	0,0396	-2,641
23	106497	112,4	0,0416	-2,520
24	105849	114,7	0,0425	-2,470
25	104440	119,7	0,0443	-2,375
27	103822	121,9	0,0452	-2,331
28	102351	127,3	0,0472	-2,238
29	102030	128,5	0,0476	-2,220
30	101006	132,3	0,0490	-2,161
35	99118	139,4	0,0516	-2,059
40	97452	145,7	0,0540	-1,974
45	96566	149,2	0,0552	-1,934
50	95288	154,2	0,0571	-1,875
55	94597	156,9	0,0581	-1,845
60	93466	161,4	0,0598	-1,796
70	91794	168,2	0,0623	-1,730
80	89971	175,8	0,0651	-1,662
90	88139	183,5	0,0680	-1,597
100	86556	190,3	0,0705	-1,546
110	84833	197,9	0,0733	-1,492
120	82898	206,5	0,0765	-1,436

Tabela B9. Perfil de concentração na zona de compressão da suspensão de 100 g/l numa altura de 83 mm.

$$I_v = 138518$$

$$C = 4,3314 - 0,3659 \ln(I_{sue})$$

$$\% \text{ Erro Conc.} = - [e^{1,3666\epsilon_e} / 1017\epsilon_e] * 100$$

Tempo (min)	$I_{sue}$	Concen. g/l	Concen. $\epsilon_e$	% Erro da Conc.
0		100,0	0,0370	
5	107338	92,9	0,0344	-2,996
10	107028	94,0	0,0348	-2,963
15	107212	93,3	0,0346	-2,979
20	107044	93,9	0,0348	-2,963
25	106734	95,0	0,0352	-2,931
30	107546	92,2	0,0341	-3,021
35	107791	91,4	0,0338	-3,047
40	107873	91,1	0,0337	-3,055
45	107575	92,1	0,0341	-3,021
50	106890	94,4	0,0350	-2,947
51	106611	95,4	0,0353	-2,923
52	106145	97,0	0,0359	-2,877
53	105416	99,5	0,0369	-2,803
54	104665	102,1	0,0378	-2,739
55	104152	103,9	0,0385	-2,692
56	103810	105,1	0,0389	-2,666
57	102738	108,9	0,0404	-2,572
58	101759	112,4	0,0416	-2,502
59	101469	113,5	0,0420	-2,479
60	100874	115,6	0,0428	-2,436
61	99880	119,3	0,0442	-2,363
62	100175	118,2	0,0438	-2,383
63	99149	121,9	0,0452	-2,314
64	98645	123,8	0,0459	-2,281
65	98432	124,6	0,0461	-2,272

Tabela B9. (continuação)

Tempo (min)	I <sub>abs</sub>	Concen. g/l	Concen. %	% Erro da Conc.
70	96335	132,5	0,0491	-2,142
75	94882	138,0	0,0511	-2,063
80	92861	145,9	0,0540	-1,960
85	91753	150,4	0,0557	-1,905
90	90337	156,0	0,0578	-1,841
95	89527	159,3	0,0590	-1,806
100	88947	161,7	0,0599	-1,782
105	87781	166,5	0,0617	-1,734
110	87056	169,5	0,0628	-1,706
115	85925	174,3	0,0646	-1,663
120	85543	176,0	0,0652	-1,649
135	83976	182,7	0,0677	-1,593
150	81895	191,9	0,0711	-1,524
165	80835	196,7	0,0728	-1,492
180	80068	200,2	0,0741	-1,468
210	80180	199,6	0,0739	-1,472
240	81328	194,4	0,0720	-1,507
300	83576	184,5	0,0683	-1,581
360	86107	173,6	0,0643	-1,670
420	88676	162,8	0,0603	-1,771
480	90872	153,8	0,0570	-1,865
540	91572	151,0	0,0559	-1,899
600	91471	151,4	0,0561	-1,892
1200	91683	150,6	0,0558	-1,902
1440	91683	150,6	0,0558	-1,902

