UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

O conhecimento numérico de jovens e adultos alfabetizandos na (re)criação do conceito de número

DULCE MARIA BRITTO ABREU

Campinas/SP
1999

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

O conhecimento numérico de jovens e adultos alfabetizandos na (re)criação do conceito de número

DULCE MARIA BRITTO ABREU
ORIENTADORA: PROFª DRA. ANNA REGINA LANNER DE MOURA

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação de mestrado defendida por DULCE MARIA BRITTO ABREU e apreciada pela Comissão Julgadora.

Data: ____/____/____

Orientadora: ________________________

COMISSÃO JULGADORA:

____

____

____

____

Campinas/SP
1999

CATALOGAÇÃO NA FONTE ELABORADA PELA BIBLIOTECA
DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP

Ab86c

Abreu, Dulce Maria Britto.
O conhecimento numérico de jovens e adultos alfabetizandos na (re) criação do conceito de número / Dulce Maria Britto Abreu. -- Campinas, SP : [s.n.], 2000.

Orientador : Anna Regina Lanner de Moura.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Educação matemática. 2. Simbolismo numérico. 3. Matemática - Estudo e ensino. 4. Alfabetização de adultos. 5.*Desenvolvimento conceitual. I. Moura, Anna Regina Lanner. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do Título de MESTRE em EDUCAÇÃO na Área de EDUCAÇÃO MATEMÁTICA à Comissão Julgadora da Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP.

À minha mãe e à Luana Lira, minha filha, por me ensinarem o significado real do amor.

Minha gratidão e admiração à Profa. Dra. Anna Regina, pela orientação firme, dialógica e amiga, contribuindo decisivamente no fortalecimento de minhas convicções.

Agradecimentos

A realização deste trabalho somente foi possível graças à colaboração direta e indireta de muitas pessoas. Manifesto minha gratidão a todas elas e de forma particular:

À Profa. Anna Regina Lanner de Moura, por sua dedicação e seriedade profissionais;

Ao mestre Luciano Castro Lima por todas as suas criações intelectuais;

Aos Professores Sônia Giubilei, Antonio Miguel e Adair Nacarato que me sugeriram um novo olhar sobre a pesquisa por ocasião do exame de qualificação;

Aos alunos da Escola "Raimundo Correia" que me possibilitaram esta aprendizagem;

À Coordenação da Escola Municipal de Ensino Fundamental, onde foi desenvolvida a pesquisa, e à Professora Cleide, pelo incentivo e apoio, fundamentais para a realização deste trabalho;

Às companheiras Maria do Carmo Sousa e Raquel Viviani Silveira que tantas vezes me acudiram com amizade e boa vontade;

Às amigas Ana Maria Toledo, Elizabeth Polimeno, Sônia Maria de Melo, pela prontidão e desprendimento para auxiliar-me nos trabalhos de digitação;

À Professora Rosa Maria da Silva Britto Brunello, pela disponibilidade e dedicação nos trabalhos de correção de texto e na tradução para o inglês;

Às Professoras Vera Maria de Souza e Érica Maria Toledo Catalani, coordenadoras da Escola, por acreditarem na possibilidade deste trabalho;

Ao Grupo "Bento de Jesus Caraça" pelas discussões valiosas que fizemos;

À minha mãe, por sua dedicação e envolvimento incondicionais;

A meu pai, pela paixão de viver e de aprender;

Aos meus tios, Rose, Césare, Celina e Fernando, por cederem suas casas para eu trabalhar;

A meus irmãos, Neide, Jô, Vera e Wil, por todos os incentivos, material e moral;

Ao José, pai da Luana, por compreender imprevistos decorrentes das dificuldades de se fazer uma pesquisa.

Resumo

Neste trabalho, estudamos as manifestações de jovens e adultos, não-escolarizados, sobre o conceito de número, quando envolvidos em atividades interativas de ensino e pesquisa. O conhecimento numérico que possuem e as elaborações, a partir dele, são analisados através de situações-problema de contagem cuja solução envolve abstrações elementares do conceito de número natural enquanto não-sistematizado pela representação escrita. Para a elaboração das atividades, fundamentamo-nos na dinâmica histórica do número numa abordagem conceitual de ensino-aprendizagem.

Trata-se de um estudo de caso numa pesquisa de intervenção onde atuamos como professora e pesquisadora. Fazemos uma análise interpretativa das noções que são manifestadas em "episódios" de ensino transcritos de registros em audio e, também, de registros escritos.

Os dados evidenciaram que os adultos e os jovens pesquisados, embora tenham um conhecimento numérico de uso não apresentaram o domínio das abstrações mais elementares do conceito de número.

Abstract

This study is concerned with young people and adults, in their first years of schooling, about the concept of number, in situations of interactive teaching and research. The knowledge of number they have and their elaborations, starting from this knowledge, are analysed through situations of counting. The solution to this involves elementary abstractions of natural number concept not systematized by written representation. To the elaboration of these activities, we are based on the historical evolution of number in a conceptual approach of teaching and learning.

In this study we have the role of a researcher-teacher. We have made an interpretative analysis of notions shown up in "episodes" which have been either written or recorded..

From this analysis, it was possible to make clear that the adults and young people who have been studied don't show the domain of the most elementary abstractions of number concept but, on the other hand, they have a knowledge of number in daily use.

Sumário

Introdução

Foi o contato, como professora, com jovens e adultos trabalhadores não-escolarizados e as constantes reflexões sobre Educação que desencadearam a necessidade e o desenvolvimento deste trabalho.

No nosso envolvimento diário com os educandos fomos aprendendo sobre a importância do conhecimento na transformação da visão de mundo e de homem daquele que o constrói. Fomos percebendo com eles a necessidade de fazer uma pedagogia que contribua para uma efetiva mudança de consciência sobre a capacidade humana de criar e interferir na realidade, de transformar a realidade, transformando-se junto com ela como sujeitos cada vez mais criadores e ativos.

Partindo deste princípio, nossas reflexões se dirigiram para o ensino da matemática e mais especificamente para o ensino da linguagem numérica. Qual o papel da aprendizagem numérica no sentido de contribuir para a desalienação daquele que aprende?

Sabíamos da necessidade de mudar a abordagem deste tema e acreditávamos que novas estratégias poderiam resolver o problema. Mas surge então outra questão: De que aprendizagem numérica estamos falando? O contato com uma proposta de ensino com enfoque conceitual abordando a gênese dos conceitos mostrou-nos que a aprendizagem numérica não se restringe à compreensão da lógica operacional de um conceito de número mas pressupõe a apreensão de um modo de pensar, aquele que exige a síntese criadora de abstrações numéricas.

Ao analisarmos a história pré-científica do número que localizamos nos avanços da linguagem numérica em vista de uma maior eficiência às exigências da produção humana e do avanço comercial das diferentes épocas, vemos que existe uma dinâmica de formação do conceito que passa por fases de abstração que absorvem todo o processo criativo da ação de contar a realidade externa ao homem. Dessa forma, o número se torna um ente abstrato despido das categorias de espaço e de tempo. Portanto, se encerra nele a contradição de, por ser um ente abstrato, ter-se tornado intelectualmente versátil a ponto de responder a todas as necessidades numéricas do homem, ao mesmo tempo, por esse motivo, se constituir a negação do processo criativo que o construiu. Esta contradição, colocada numa sociedade calculista como a nossa, não se evidencia como tal. Somente um de seus movimentos é reforçado, o número versátil e facilmente manipulável, enquanto que o outro aspecto, o de sua criação, é relegado à obscuridade, porque não se faz necessário à utilidade numérica.

Deste modo, a aprendizagem numérica a que nos referimos neste trabalho implica no desenvolvimento conceitual partindo de sua lógica histórica de criação. A reconstrução do conhecimento numérico pelo aluno exige a sua participação na (re)criação de cada momento, de cada nível de abstração numérica. Nesses momentos de (re)criação, o aluno se vê obrigado a superar as resistências da repetição do que já está estabelecido.

Procurando nos aproximar do que entendemos por dinâmica da história conceitual do número, fundamentada em Lima (1993, 1994, 1998), elaboramos atividades de ensino e pesquisa com a intenção de desencadear manifestações sobre o conceito de número que os jovens e adultos envolvidos já possuem e sobre suas elaborações, a partir dele, em situações-problema cuja solução supõe abstrações elementares que compõem o conceito de número natural. Procuramos analisar o conceito numérico manifestado por jovens e adultos, num estudo de caso, e o modo como lidam com determinadas situações de contagem não sistematizada pela representação escrita, tendo como referência a formação do conceito segundo Lima (1993), Kopnin (1978) e Caraça (1963).

Guiamo-nos pela seguinte questão: "*De que modo o conhecimento numérico que possuem participa na elaboração criativa das abstrações elementares que compõem o conceito de número natural em situações de contagem não sistematizada pela representação escrita?*" Decidimos restringir o tema da investigação para o conceito de número enquanto sistema de numeração enfocando a correspondência biunívoca e o agrupamento como as abstrações elementares do número não-sistematizado pela representação escrita.

Das análises dos dados é possível constatar que os adultos e os jovens pesquisados não mostraram domínio sobre as abstrações mais elementares do conceito de número, mas por outro lado demonstraram possuir um conhecimento numérico utilitário.

A reprodução escolar do total desconhecimento do movimento criativo do número pode estar contribuindo para a estagnação desse conhecimento, para a impossibilidade de pensar criativamente o número e portanto de pensar criativamente a matemática escolar. Frente a acelerada evolução tecnológica a que se sujeitou a humanidade, no século XX, nos é colocado o desafio de recriarmos o ensino da matemática, recuperando a capacidade de pensar, criando idéias, e não apenas de repetir e reproduzir por onde o fascínio da máquina pode nos atolar.

Os primeiros três capítulos do nosso trabalho apresentam as bases teóricas que orientam este estudo. Procuramos, no primeiro capítulo, discutir sobre o que entendemos por educação de jovens e adultos e o papel da escola nesta perspectiva. O objetivo do segundo capítulo é situar o leitor sobre o que consideramos como conceito e abstração procurando esclarecer sobre a teoria de aprendizagem conceitual e sua abordagem no ensino. O aspecto histórico assumido será apresentado no capítulo 3, onde pontuamos os níveis elementares de abstração dentro do que entendemos por dinâmica histórica do número. As atividades de ensino e pesquisa que selecionamos para este estudo foram organizadas em episódios. Sua descrição e análise compõem o capítulo 4 do texto.

Tendo como enfoque de investigação as manifestações orais e escritas dos jovens e adultos sobre o conceito de número e suas elaborações numéricas em atividades de ensino e pesquisa intencionalmente organizadas para desencadear e registrar essas manifestações, este estudo situa-se no âmbito da pesquisa de intervenção.

Decidimos atuar como professora e pesquisadora pois consideramos que as nossas convicções sobre o ensino dificilmente se transfeririam para outro profissional. O desafio de construir uma nova abordagem de pesquisa foi também o que nos levou a decidir pelo binômio professor-pesquisador. A perspectiva de que a dimensão desta nova abordagem possa ser elemento de formação do professor no sentido de ele se tornar um pesquisador de sua prática e de ele poder teorizar a prática em pesquisa, explica nossa opção.

As atividades foram desenvolvidas com os alunos matriculados no 2° termo do ciclo inicial no curso de Suplência I do Ensino Fundamental, em uma escola municipal situada na zona leste do município de São Paulo. O número de alunos presentes em sala de aula durante essas atividades foi, em média, de 36 alunos.

Registramos em áudio e por escrito os dados referentes a três grupos de 4 alunos, cada, cuja configuração foi feita segundo os critérios idade e assiduidade. Essa metodologia permitiu que a pesquisa abrangesse jovens e adultos numa faixa etária de 17 a 50 anos.

Elaboramos as atividades de ensino e pesquisa fundamentando-nos na proposta desenvolvida por Lima (1994) que tem por referência o Desenvolvimento Conceitual. Todas as atividades foram desenvolvidas por nós, em sala de aula, cada uma tendo duração não superior a um período diário de aula.

Na primeira leitura dos dados, buscamos localizar momentos onde estavam explícitas a situação-problema bem como tentativas de solução. Estes momentos denominamos de episódios baseando-nos em Moura (1995). Procuramos dividir cada episódio em cenas de modo que a discussão de cada estratégia de solução apresentada pelos grupos pesquisados pudesse ser analisada. A leitura e releitura que fizemos do material acumulado, registros escritos por nós, transcrições de atividades gravadas em áudio e registros escritos dos alunos, procurando chegar ao que Michelat denomina de impregnação do conteúdo (André et alii, 1986: 48), levou-nos a definir, a partir das atividades, 4 episódios:

1. "O que é número?"
2. "Quem inventou o número?"
3. "Como controlar a quantidade de ovelhas?
4. "Como contar com menos grãos?

As duas primeiras atividades propõem reflexões através de questões sobre o conceito de número enquanto que as duas últimas propõem situações-problema de contagem cuja solução supõe sínteses abstrativas elementares, aquelas que possibilitaram as noções elementares de número enquanto movimento conceitual de número natural.

A partir do que Moura (1995) observa sobre a leitura dos episódios em sua pesquisa, procuramos reunir as expressões escritas e orais que possam contribuir para explicar os significados das estratégias e ações que o aluno constrói para responder às questões das atividades Educação de Jovens e Adultos.

Capítulo I: **Educação de Jovens e Adultos**

O caráter desta pesquisa nos remete à educação de jovens e adultos. Cabe aqui fazermos algumas considerações iniciais a que educação de jovens e adultos estamos nos referindo.

Entendemos que educação, no sentido amplo, acontece a todo momento, em todas as relações dentro da sociedade e de qualquer sociedade. Será que o homem, enquanto ser social, pode não se educar? Conforme explica Pinto (1997: 69), o fato de o homem ser membro de uma comunidade implica estar sempre em processo de se educar. Isto porque, segundo o autor, os desafios colocados pela sociedade no indivíduo vão se modificando em conteúdo e significado pelo desenvolvimento orgânico e psicológico que lhe confere distintas capacidades de ação e de trabalho a cada etapa de sua existência.

Pelo trabalho humano, segundo Lima (1993), o homem produz idéias e abstrações, bens materiais e culturais transformando a realidade e, por isso, a si mesmo; pela educação, segundo Manacorda (1989), a humanidade elabora a si mesma. Desta forma, educação e trabalho são atividades indissociáveis. O movimento da educação acontece em correspondência ao movimento do trabalho humano.

Referimo-nos a trabalho não como uma atividade puramente física de transformação da natureza mas como um conceito amplo que inclui dois elementos fundamentalmente humanos, a linguagem e a construção de planos de ação. Fazer planos coletivos para uma ação futura mediados pela linguagem é uma conquista exclusiva da espécie humana. Em sua evolução, o trabalho deixa de ser pré-humano e torna-se humano na medida em que vai sendo guiado por planos mais abstratos perdendo seu caráter puramente animal de luta pela sobrevivência (Lima, 1993). Seu desenvolvimento acontece pela interação entre o plano de ação, a linguagem e a ação, orientada pelo interesse coletivo.

Nesta dinâmica, a linguagem vai se diversificando em linguagens mais específicas, como a linguagem musical, a linguagem numérica, a linguagem literária, a linguagem técnica, etc., dando lugar a planos cada vez mais complexos que ampliam a ação sobre a realidade. O desenvolvimento da ação conjunta, por sua vez, exige uma linguagem cada vez mais complexa que permite a construção de imagens abstratas e planos de ação cada vez mais profundos e diversificados.

A produção de idéias e de bens materiais pelo trabalho humano apresenta uma tendência geral que, ao olhá-la enquanto dinâmica histórica, para além da intencionalidade consciente, se caracteriza como um movimento que poupa o homem do esforço exclusivamente físico. Pelo movimento das forças produtivas esse esforço vem sendo delegado ao trabalho da máquina. Deste ponto de vista, a elaboração crescente de planos de ação cada vez mais abrangentes implica na diminuição cada vez mais intensa do esforço puramente físico na realização da ação prática (Lima, 1993). As idéias e abstrações que o homem elabora ao planejar a ação prática e após realizá-las, ampliam sua capacidade de conhecimento e de transformação da natureza ao mesmo tempo em que colocam para o homem a necessidade de preservar esse conhecimento e essa ação prática no tempo e no espaço.

É no movimento do trabalho humano que a educação se realiza. O trabalho produz cultura e conhecimento, além de bens materiais, e seu desenvolvimento se deve à possibilidade de transmissão, pela linguagem, das abstrações construídas por uma geração à seguinte. A preservação das abstrações criadas é o que permite sua posterior ampliação através do tempo e do espaço e isto se faz como processo educativo num movimento de acumulação crescente. Desta forma, a educação é o processo intrínseco ao trabalho humano que permite a participação do homem nesse movimento concebido como uma unidade dinâmica entre produção de idéias e esforço físico. Podemos dizer, assim, que por ela o homem se humaniza, desenvolvendo sua capacidade de abstrair integrado ao movimento do trabalho humano.

A educação, seja formal ou informal, é o modo de preservação da natureza "humanizadora" dessa unidade. Se for subtraído ao homem um dos elementos constitutivos desta unidade reduzindo sua participação a apenas um dos aspectos do trabalho humano, seja à ação enquanto realização inconsciente do plano, seja à produção de idéias sem vincular-se aos interesses coletivos, fica comprometida a preservação da natureza humanizadora dessa unidade.

Sob este ponto de vista, a educação de jovens e adultos pode ser compreendida como o processo pelo qual todos os indivíduos de uma sociedade, num determinado período de suas vidas, integram-se ao movimento do trabalho humano. Seja pela educação formal, a instrução intelectual que institucionalizou-se historicamente - a escola (Manacorda, 1989), seja pela educação informal, todos se educam humanizando-se ou desumanizando-se na sociedade em que estão inseridos.

A educação desumanizadora, cujos resultados são evidentes na nossa sociedade, denuncia a natureza estrutural desta sociedade que antagoniza os elementos de unidade dinâmica do trabalho causando uma ruptura social.

Sabemos, porém, que são dadas à expressão "Educação de Jovens e Adultos" outras conotações que não esta enunciada acima. Em nossa sociedade, a brasileira, é comum entender que a expressão se refere à educação no Ensino Fundamental para os jovens e os adultos que, em idade apropriada, foram excluídos do sistema escolar regular, normalmente, pela precária condição sócio-econômica em que vivem. Esta conotação denuncia o caráter não-democrático de nossa sociedade. Concordamos com Giubilei (1993) quando nos chama a atenção sobre este aspecto e acrescenta que ser democrático é garantir o acesso e a permanência na escola de todas as crianças na faixa etária apropriada. Decorre daí que ser democrático é fazer com que a "Educação de Jovens e Adultos" deixe de ser necessária (Giubilei, 1993:5). Porém, quando pensamos em escola nos referimos à instituição onde o conhecimento não se fundamenta na ruptura da unidade dinâmica do trabalho humano.

A sociedade brasileira é um exemplo para o que afirma Pinto (1997). Segundo ele,

> *a sociedade onde imperam desigualdades nas oportunidades, pela força de seu estado presente de desenvolvimento e de seus interesses, está continuamente procedendo a um julgamento de seus elementos humanos, destinando uns à educação sistematizada, escolarizada, erudita; e outros à educação informal, livre, não letrada (Pinto 1997: 47).*

Podemos acrescentar, ao que diz o autor, outro aspecto que aprofunda a diferença de educação entre os grupos no Brasil. A educação escolarizada inclui indivíduos da classe trabalhadora e da classe dominante, no entanto, sabemos que ela acontece de forma diferenciada entre os grupos. Segundo Werebe (1994), a população das classes menos favorecidas, obteve um *simulacro* da escola freqüentada pela classe mais favorecida (Werebe, 1994: 261).

Tanto a educação formal quanto a informal, no nosso entender, não propicia à classe trabalhadora, aos jovens e adultos trabalhadores, a sua participação efetiva na aprendizagem das linguagens nos vários campos da ciência e da cultura. Deste modo, "analfabeto" não é somente aquele que não sabe ler ou escrever, mas aquele que não está integrado ao movimento de produção de idéias do trabalho humano. A manutenção das massas trabalhadoras analfabetas, no sentido mencionado acima, é, segundo Lima (1993), inerente ao processo de apropriação privada do conhecimento e da cultura por uma classe dominante. Isto acontece como decorrência evolutiva da ruptura da sociedade em duas classes fundamentais- a dos proprietários e a dos expropriados.

> *Quando os meios de produção- a terra, os instrumentos e ferramentas e mais modernamente, as indústrias, etc.- passam a ser propriedade privada de um dono, enquanto os trabalhadores que os acionam nada possuem, vendendo sua força de trabalho para o dono (sendo, às vezes, inclusive expropriados de sua força de trabalho, como aconteceu no escravagismo) uma ruptura radical acontece na combinação daqueles dois elementos que constituem o trabalho (Lima, 1993: 9).*

O movimento do trabalho humano perde, assim, sua dinâmica original pela ruptura radical entre seus dois elementos constitutivos, a construção de abstrações e o esforço físico da ação concreta. Conforme explica Lima, *quando o trabalhador era ele próprio proprietário dos meios de produção que ele mesmo acionava, o plano de ação e o esforço físico da ação aconteciam numa mesma unidade. Isto é, era o próprio trabalhador ou o conjunto de trabalhadores que planejava a ação e que a executava. Porém, com o surgimento da propriedade privada, esta unidade é rompida (Lima, 1993: 9)*. De um lado, a construção da abstração fica como atividade exclusiva do proprietário; de outro lado, o esforço físico fica como atividade exclusiva do trabalhador, sem direito à criação e à abstração. Esta polarização estabelece formas "*anti-humanas*" de trabalho. Por um lado, o trabalhador fica submetido a uma atividade que permite apenas a empírica abstração originária da atividade mecânica que exerce; por outro lado, os proprietários e seus representantes diretos, apesar de detentores do aspecto humano do trabalho, tornam a produção do pensamento abstrato, que é coletiva, uma propriedade de poucos. Nas palavras do autor,

> *um plano de ação que é produzido coletivamente, que abre uma perspectiva coletiva e que possui múltiplas dimensões, objetivos e implicações, é reduzido a um único aspecto, o de enriquecer e aumentar o poder de uma classe minoritária sobre o coletivo trabalhador. Esta redução do caráter amplo e coletivo do plano de ação à estreita apropriação da classe proprietária nega o caráter humano do plano de ação (Lima, 1993: 10).*

A alienação do trabalho humano manifesta-se, assim, pela inconsciência da ação transformadora por parte daqueles que fazem e, pela elaboração dos planos de ação sem visar o interesse coletivo, por parte daqueles que decidem. Segundo o mesmo autor, esta alienação é levada ao seu ponto máximo no atual estágio de desenvolvimento do trabalho humano pela forma capitalista.

Dentro dessa perspectiva, nosso estudo se situa na educação escolar de uma parcela da classe "expropriada", daqueles que vivem agudamente a condição de expropriados, de desumanizados pela inconsciência do trabalho mecânico repetitivo que executam sem participação nos planos de ação. Não diferenciamos sua educação escolar por sua exclusão do sistema regular. Educação de Jovens e Adultos é, para nós, o processo educativo escolar que permite todos os jovens e adultos da classe trabalhadora humanizarem-se pelo conhecimento participando do processo criativo e coletivo de idéias na apreensão dos conceitos da ciência e da cultura no movimento do trabalho humano.

Entendemos que essa educação deva contribuir para que todos tenham acesso ao pensamento científico. Não estamos nos referindo à aprendizagem mecânica dos resultados da ciência, ou seja, à compreensão da lógica operacional de seus conceitos, simplesmente. Nosso estudo faz alusão ao termo como o processo educativo escolar que propicia a apreensão dos conceitos pela lógica da criação dada pela dinâmica histórico-conceitual. O educando deve incorporar os conceitos em sua atividade subjetiva, transformando sua visão de mundo e enriquecendo sua capacidade de fazer conexões e de produzir idéias em todo o campo científico, cultural e artístico.

Este trabalho de pesquisa parte, na verdade, do mesmo princípio que norteou a nossa prática pedagógica no Curso de Suplência da rede pública municipal de São Paulo e do ensino particular. Princípio este descoberto no nosso próprio processo de "fazer-se educadora". Neste sentido, Educação de Jovens e Adultos é aquela que permite aos educandos qualificarem-se sempre mais como seres humanos pelo processo educativo escolar.

Concordamos com Pinto (1997) quando afirma que a finalidade da educação escolar não se limita à comunicação do saber formal, científico, técnico, artístico, etc. Esta comunicação é indispensável, porém, *o que se intenta por meio dela é a mudança da condição humana do indivíduo que adquire o saber (Pinto, 1997: 49).* A finalidade essencial da educação é tornar o ser humano, aquele que adquire o saber, um elemento transformador de seu mundo. Cabe à escola contribuir para a humanização daqueles que dela participam potencializando-os na sua natureza transformadora. Isto significa assumir, no âmbito escolar, a natureza contraditória do processo educativo, no sentido geral do termo, buscando recuperar o aspecto "humanizador" do trabalho humano.

> *A educação é por natureza contraditória, pois implica simultaneamente conservação (dos dados do saber adquirido) e criação, ou seja, crítica, negação e substituição do saber existente. Somente desta maneira é proficua, pois do contrário seria a repetição eterna do saber considerado definitivo e a anulação de toda possibilidade de criação do novo e do progresso da cultura (Pinto, 1997:34).*

Para nós, essa possibilidade encontra-se na aprendizagem conceitual pela instrução intelectual no aspecto da criação das idéias, das abstrações, além da transmissão do saber adquirido.

A escola vem preparando somente para um aspecto do trabalho humano, para a produção dos bens materiais. Constituiu-se historicamente na instância de preservação dos conhecimentos sistematizados, considerados científico-técnicos, dentro do processo educativo (Manacorda, 1989), priorizando o conhecimento aplicado ao trabalho produtivo. O conhecimento criativo foi perdendo a importância e as áreas valorizadas ligam-se à tecnologia. Esta lógica operacional, no ensino, deve ser superada retomando o movimento da contradição entre seus dois elementos dessa unidade- conservação e criação, e não aprofundando a polarização entre eles.

Outro argumento que minimamente nos mostra a necessidade de romper e superar o ensino mecânico na escola é a mudança acontecida na sociedade pela automação de todos os seus setores. Considerando que a escola se constrói atrelada às características e exigências das relações econômicas da sociedade, a era já não é mais industrial, quando o "saber- fazer" era necessário e suficiente para o mercado de trabalho. A máquina vem finalmente liberar o ser humano do trabalho repetitivo e mecânico, como explica Lima (1998):

> *Até então os processos mentais repetitivos, a mecânica do pensamento, não podiam ser externalizados e transformados em equipamentos extracorpóreos, em prolongamentos objetivos do nosso corpo. Agora, com as transformações tecnológicas qualitativas que criaram mecanismos que propiciam esta objetivação, não há mais nenhum mecanismo do pensamento que não possa ser retirado do corpo humano e, particularmente, do nosso cérebro (Lima, 1998: 4).*

Se anteriormente o trabalho físico mecânico já havia sido transferido para a máquina, atualmente o trabalho mental em seus procedimentos lógico-dedutivos pode ser transferido também. Sendo assim, não há mais sentido a aprendizagem dos conceitos da ciência e da cultura senão como conseqüência do desenvolvimento de um modo de pensar criador de abstrações, criativo, do "saber-pensar", aquele que somente o ser humano pode desenvolver.

Na verdade, o argumento vai bem além: se a humanidade perder o processo pelo qual chegou à máquina, certamente perderá não a máquina, mas pior, o princípio humano que a produziu. Perde a capacidade de se humanizar criando máquinas. No caso específico do conhecimento matemático, quando entendido em seu processo de sucessivas abstrações, a partir de necessidades que liberam o homem das tarefas repetitivas, esse conhecimento contribui para a humanização do próprio homem.

Estas são idéias a serem aprofundadas posteriormente por outras pesquisas porque são as que mais dizem respeito à educação escolar desses jovens e desses adultos.

Assumir a escolarização do jovem e do adulto como processo educativo que possibilite mais elementos para a seu aperfeiçoamento humano, bem como do educador que nele interage, significa permitir que se insiram no processo de aprendizagem dos conteúdos escolares com suas concepções de mundo, de sociedade e de homem que têm elaborado ao longo de suas vidas. Partindo desse princípio, cabe ao ensino possibilitar o desenvolvimento da subjetividade, do aspecto emocional e cultural dos sujeitos, investindo na capacidade exclusivamente humana de criar abstrações de modo que a apreensão dos conceitos da ciência e da cultura seja dela decorrente.

Este pressuposto nos exime de colocarmos como preocupação fundamental do trabalho de sala de aula a provável "carência cultural escolar" ou o baixo nível de auto-estima que os alunos jovens ou adultos possam ter em decorrência de muitos fracassos já enfrentados, dentre eles a exclusão da escolarização regular. A capacitação para uma colocação profissional no mercado de trabalho também deixa de ser um objetivo.

Nesta pesquisa que aborda o ensino de matemática no ciclo inicial, dentro do que normalmente é intitulado como "Alfabetização de Jovens e Adultos", nos propomos considerar as experiências numéricas que o aluno já têm elaboradas em seu meio, não a partir de um levantamento prévio destas, mas possibilitando que se manifestem na elaboração dos diferentes níveis de abstração do número, cuja evolução nos é dada pela dinâmica da história do conceito. Entendemos que a partir do processo de elaboração desses níveis o aluno possa questionar, rever suas experiências numéricas sob o lastro cultural do uso do número. O conhecimento pelo uso do número nem sempre lhe permite (re)criar o pensamento numérico sob essa dimensão. A apropriação do número, em seu nível de máxima abstração, ou seja, na sua forma atual de elaboração, pode velar ou não dar acesso à atividade cultural própria das relações humanas que o criaram. Poderíamos dizer que quanto mais se acentua esse uso mecânico pela lógica operacional do número mais distante se está de pensá-lo, de intuí-lo criativamente, com a participação do sujeito "sócio-cultural-afetivo" que o intui.

Consideramos o conhecimento construído pelo exercício do número, para o qual os jovens ou adultos não precisam da escola, como um nível de conhecimento matemático que os qualifica como usuários do número. Usamos a conotação de usuário e consumidor como aquele que aplica o número para suas necessidades diárias sem ter consciência da dinâmica de sua construção ou seja, de sua forma de pensar a realidade. Sendo assim, não negamos esse tipo de conhecimento mas não partimos dele especificamente, ou seja, com a propriedade de um conhecimento cuja elaboração lhes tenha proporcionado uma participação enquanto ser cultural, criador de idéias numéricas, mas, apenas enquanto usuários, consumidores de um conhecimento historicamente construído pela humanidade. Partimos da subjetividade dos educandos o que abrange toda a experiência cultural dos mesmos. O conhecimento que o adulto e o jovem possuem entram nessa dimensão, como cultura, mas em termos do conceito de número que buscamos ele precisa ser ampliado, restabelecendo os nexos que compõem o conceito numérico enquanto movimento de aproximação da realidade.

Procuramos, com esta pesquisa, trazer elementos que possam contribuir para a redefinição da educação matemática no âmbito escolar para o jovem e adulto e avaliação do papel desempenhado pelo conhecimento numérico adquirido no cotidiano na aprendizagem histórico-conceitual do número.

Capítulo 2: Desenvolvimento Conceitual: uma abordagem no ensino

Nos últimos anos, propostas apresentadas para o ensino de matemática como a de Resolução de Problemas, a Interdisciplinaridade e a contextualização da matemática mostram a necessidade de se fazer da escola um espaço de criação de idéias. A busca tem sido no sentido de recuperar, no ensino, a dimensão humana desta área do conhecimento deixando de abordar apenas o seu aspecto mecânico. Dentro desse caminho encontra-se a proposta de desenvolvimento conceitual abordada por Lima (1993, 1998). Sua teoria de aprendizagem, fundamentada em Kopnin (1978), Childe (1966, 1981) e Marx (1988), fundamenta nosso trabalho de ensino e pesquisa.

Toda aprendizagem humana é fundamentalmente conceitual. O ser humano é o único animal capaz de aprender sem que para isto seja imprescindível a experiência concreta imediata. (Lima, 1993). Enquanto que os homens, animais racionais, aprendem pela linguagem imaginando uma ação futura sem ter de realizá-la, os irracionais aprendem pelo condicionamento à ação executada e ao exemplo. Segundo Childe (1981), a aprendizagem pelo método imitativo, pelo exemplo, própria do animal irracional, seria fatalmente lenta para o caso das crianças por sua condição delicada e indefesa, por sua debilidade prolongada em comparação com a de outros animais. As sociedades humanas desenvolveram, por fatores decorrentes dessa condição, a aprendizagem pela explicação, aperfeiçoando instrumentos de comunicação entre seus membros. Isto significa que somente os humanos têm a possibilidade de aprender pela abstração e pela generalização.

A aprendizagem de um conceito acontece quando o aprendiz desenvolve a sua capacidade de abstração construindo imagens mentais a partir da interferência do conceito incorporado na sua subjetividade (Lima, 1993). Aprender, desta forma, supõe integrar o salto qualitativo do conceito na sua concepção acerca do mundo, incorporar o conceito modificando sua maneira de pensar a realidade.

Através das duas primeiras atividades de ensino e pesquisa - episódios 1 e 2 – pudemos registrar o modo como os jovens e adultos envolvidos nesta pesquisa manifestam sua concepção de mundo e de homem pelo conceito de número que possuem.

O conceito, segundo Kopnin (1978), se manifesta como resultado e não como um momento básico do conhecimento. Ele é resultante de uma determinada etapa do conhecimento adquirido anteriormente. O conceito de número que se diz que o aluno usuário do número tem não se constitui conceito nesta acepção se não for resultado de elaboração das abstrações numéricas elementares.

Kopnin discute que o conceito não é o reflexo do universal e essencial do objeto, como se o conceito estivesse elaborado enquanto tal na realidade objetiva, e sua apreensão sensorial fosse possível na relação direta do sujeito com o objeto; não é também um predicado do sujeito, mas é uma forma de apreensão da essência dos fenômenos. Sob este aspecto o conceito da coisa e a realidade desta caminham juntos aproximando-se constantemente um do outro sem nunca coincidir. A diferença entre um e outro está justamente em o conceito não ser a realidade e, por sua vez, a realidade não encerrar em si o conceito. Deste modo, o conceito não é idêntico à realidade e, por outro lado, não é ficção em relação a ela, mas desse ou daquele aspecto a incorpora ao seu conteúdo.

O conceito não é ficção em relação a realidade, mas enquanto elaborado pela singularidade do sujeito envolve imaginação, criação, e intuição. Também sob este aspecto encontramos no conceito, a ligação entre o universal e o singular, o singular do sujeito que o cria, inserido numa determina realidade cultural e social.

O conceito enquanto o modo de apreensão do universal da realidade é forma e conteúdo, é representação (forma) do movimento abstrativo (conteúdo).

Ainda segundo Kopnin, o conceito enquanto forma humana de apreensão da realidade é universal, e é singular ao supormos que a universalidade do conceito tem fundamentos objetivos, ou seja, a existência de propriedades gerais no próprio mundo objetivo. A dinâmica de interação do mundo objetivo com o pensamento humano possibilita definir leis do movimento desta interação. Do fato de se constituir como uma forma de apreensão do universal, da essência dos fenômenos, em hipótese alguma, no conceito, se perde a ligação do universal com o singular.

A forma de apreensão da essência da realidade, o conceito, se elabora por meio da abstração. Podemos ilustrar a apreensão por meio da abstração lançando mão de um exemplo dado por Kopnin. Os processos que se desenrolam no núcleo do átomo não podem ser apreendidos pela contemplação viva, no entanto o homem os conhece através do pensamento abstrato e aplica na prática os conhecimentos adquiridos. *É justamente nessas abstrações que se expressa a essência dos processos que ocorre no núcleo* (Kopnin 1978:159).

Na abstração, portanto, o principal é descobrir as propriedades, aspectos, indícios e relações que constituem a essência do objeto, por trás do sensorial, do perceptível e não simplesmente, isolar indícios sensorialmente perceptíveis. A abstração busca descobrir novos aspectos no objeto que traduzam a relação de essência.

O conceito é *uma abstração sintetizadora e generalizadora de um conjunto anterior de abstrações mais simples inicialmente desconexas* (Lima, 1993: 15). Esta abstração torna-se um conceito quando é generalizada a aplicação da abstração inicialmente criada, e convencionada socialmente. Tiram-se conclusões a partir de sua lógica e sua simplificação, etapa final do conceito, resultando em operações mentais e em sua formalização pelos algoritmos.

Cada momento do conceito, dentro de seu desenvolvimento, significou, no movimento do trabalho humano, uma construção explicativa da realidade, tornando-se, posteriormente, um subconceito necessário para a sua ampliação. Um conceito atual é decorrente de todos os anteriores. Embora os oculte por tornar-se mais amplo, mais substancial, não os nega, incluindo de forma modificada todas as abstrações mais simples. Para que a aprendizagem conceitual aconteça é necessário que o conceito seja apreendido em todos os elementos que o compõem enquanto processo evolutivo, nas suas sucessivas abstrações, de modo que se possa realmente ampliar o conhecimento que se tem da realidade.

O movimento conceitual compreende momentos de criação de abstrações, geradores de subconceitos. Esses momentos são desencadeados por necessidades sociais e pelo reconhecimento da existência de um problema cuja solução exige, inevitavelmente, mudança na forma de pensar, o estabelecimento de novos nexos na malha conceitual existente. Quando a aplicação da abstração inicialmente criada é generalizada e aceita coletivamente torna-se um novo conceito, um conceito ampliado que supera o anterior sem negá-lo mas modificando-o. As conclusões, deduções lógicas e a sua operacionalização algorítmica permitem tornar-se uma operação mental. A evolução dessas abstrações criadas não é linear, nem hierárquica mas uma abstração supõe outra integrando e modificando a malha conceitual.

O momento de criação mobiliza todo o conhecimento cultural, a intelectualidade, incluindo a emoção, de quem o cria, toda a sua subjetividade. O momento de criação, segundo Lima (1998), é caracterizado por processo de intuição intensa onde a lógica, a coerência de raciocínio, o processo lógico-dedutivo, não é fator preponderante. O ato criador é de natureza intuitiva e se dá principalmente como trabalho do inconsciente humano. O momento de criação revela-se como elemento principal no desenvolvimento humano.

Temos, portanto, como pressuposto, que a aprendizagem conceitual escolar acontece pelo movimento de (re)criação do conceito. A apropriação do ato de criação de abstrações do conceito, e não apenas de sua lógica final, torna-se essencial no ensino. A vivência de criação de abstrações na (re)criação dos conceitos pelos educandos é colocada, assim, como momento fundamental da aprendizagem matemática (Lima, 1993).

O ensino de matemática, dentro dessa perspectiva educacional, tem como meta o desenvolvimento da capacidade dos alunos de criar idéias participando do movimento de criação conceitual dado por sua dinâmica histórica. Além disso, se o desenvolvimento conceitual é, historicamente, parte integrante do desenvolvimento do trabalho humano, na escola, o elemento propulsor da aprendizagem conceitual será a história do trabalho humano deste conceito. Desenvolver um modo de pensar, aquele que possibilita a criação de idéias tendo como impulso inicial o envolvimento dos educandos no movimento histórico-conceitual do trabalho humano, torna-se o objetivo principal do ensino.

Não estamos nos referindo ao ato de fazer abstrações, mas ao ato de criar abstrações. Existe uma diferença qualitativa entre estas duas formas de pensar. Fazer abstrações é um ato rotineiro, em maior ou menor grau. Estamos nos reportando ao movimento de criar abstrações participando de momentos de criação conceitual onde a intuição atua intensamente, decisivamente. Referimo-nos a intuição não como algo místico, desvinculado da experiência e do pensamento mas como saltos de pensamento.

A intuição, como diz Kopnin (1978), exige a tensão de todas as faculdades cognitivas do homem, da imaginação à sutileza e nela se deposita toda a experiência do desenvolvimento social e individual antecedente do homem, sendo perfeitamente explicável tendo-se em vista toda a complexidade da inter-relação teórica e prática do sujeito concreto com o objeto (Kopnin, 1978: 149). Vivenciando momentos de criação é possível transformar-se junto, desfazendo a malha conceitual para em seguida ampliá-la incorporando-se o novo conceito integrando-se significativamente sujeito e conceito. Isto possibilita uma aprendizagem de natureza diferente daquela que o torne simplesmente usuário e aplicador da lógica formal do conceito. É preciso que o ato criativo se torne conteúdo escolar. A aprendizagem conceitual acontece com uma grande dose de intuição aquela que permitirá a elaboração individual da síntese necessária para a modificação da rede de abstrações a partir da qual se construirá coletivamente o novo conceito. Esta criatividade exige síntese cultural de cada ser humano que participa dela- a intuição criadora e ativa. A aprendizagem dos resultados do conhecimento matemático, advindos da sistematização e formalização do conceito, suas aplicações e seus algoritmos, deve ser decorrente do modo de pensar adquirido desta forma, deste "saber-pensar".

O movimento criativo gera tensão entre permanecer na lógica do conceito já criado, ficar na regra existente, e criar partindo da ausência de regra. Há oposição entre duas formas de pensar- a mecânica e a criativa. Segundo Lima (1998), esta antítese é própria do pensamento humano. Significa que a presença de uma das formas de pensar já supõe a ausência da outra.

As intervenções em sala de aula devem problematizar o saber de forma a propiciar esses momentos de tensão. A tensão é gerada pela necessidade de solução de um problema e pela falta de regra para solucioná-lo. A busca de um novo modo de pensar se traduzirá em desassossego, inquietação, e deve mobilizar toda a bagagem cultural e artística do educando, além de sua sensibilidade, de modo que a intuição possibilite o salto, qualitativamente superior, na forma de pensar, e a criação da abstração necessária.

Nas atividades de ensino e pesquisa sobre (re)criação do número natural pudemos encontrar elementos sobre os processos de apreensão do conceito de número próprios dos jovens e adultos quando envolvidos em situações de contagem não sistematizadas pela representação escrita. Esses elementos não foram encontrados nos diálogos desenvolvidos a partir das questões "O que é número!" e "Quem inventou o número?" que relatamos nos episódios.

Embora o conceito seja um desdobramento do movimento de abstração de uma área do conhecimento, está em constante interação com o movimento de outros conceitos de outras áreas, condicionando-se mutuamente. *O desenvolvimento de cada um impulsiona o desenvolvimento de todos os outros* (Lima, 1993: 15). Os conceitos matemáticos devem, assim, ser entendidos como movimento e esse movimento como parte integrante de uma totalidade em movimento permanente.

Podemos citar um exemplo, dado por Lima (1993), que nos esclarece sobre o movimento do conceito. Trata-se da descrição da dinâmica histórica de desenvolvimento do conceito de número natural. O homem agindo sobre o movimento da variação quantitativa da natureza passa a vivenciar uma determinada tensão criativa pois precisa dominar aquele movimento mas não possui instrumento para isto. Imaginemos um pastor de ovelhas tendo como problema que lhe tensiona a criação abstrata, a necessidade de saber se todas as ovelhas que vão pastar retornam para o curral. Com tal tensão, passa a elaborar idéias, a planejar sua ação, no sentido de controlar a variação quantitativa. Surgem as contagens feitas com pedrinhas, com marcas numa madeira, nós em cordas, etc. Criam-se, assim, as abstrações mais simples, o ponto de partida para a construção do conceito. Estas primeiras abstrações criadas para casos específicos começam a se generalizar como aplicações. Passa-se a contar não apenas ovelhas, mas também búfalos, homens, mulheres, abóboras, ... Com esta generalização, a tensão de criação abstrata também se generaliza. A contagem com objetos passa a ser penosa, trabalhosa. *A necessidade de simplificação leva o homem a inventar a escrita numérica, uma generalização e aprofundamento da abstração inicial. A abstração que constituía o ponto de partida sofre uma transformação mais ampla que lhe dá mais respostas às necessidades de criação de planos de ação* (Lima, 1993: 15-16). E assim, movimentos de ampliação da abstração inicial vão se sucedendo, movimentos estes que ocorrem sob a contradição entre a necessidade concreta e a ausência de plano de ação.

O conceito matemático, enquanto objeto de aprendizagem, deixa de ser concebido como algo pronto, acabado, mas como *a aproximação permanente do conhecimento humano sobre um determinado movimento objetivo da realidade* (Lima, 1998: 94). O conceito, como processo de criação, é determinado pelo movimento do conhecimento na superação do conceito anterior. Isto significa tomar o conceito em identidade com a dinâmica histórica de sua criação. Nas palavras do autor, *o próprio movimento de criação passa a fazer parte do conceito como seu aspecto mais importante. O conceito não é mais um código sem sentido real, sem vivência: é agora uma síntese de um momento histórico de criação humana e sua aprendizagem implica não apenas a apropriação da sua lógica final, mas a apropriação do próprio ato de criação intelectual* (Lima, 1998: 93). Se o conceito foi criado em outro momento histórico ele precisa ser recriado para que o conhecimento que se elabora da realidade esteja cada vez mais próximo dela.

O movimento dos conceitos matemáticos refere-se ao movimento real e objetivo das variações quantitativas e das formas. Presente em todos os movimentos da natureza, a quantidade é indissociável da qualidade que a gera. Esta é a razão de ser do movimento dos conceitos matemáticos, razão pela qual permite a interação profunda da ciência matemática com toda a ciência. *Esse vínculo indissolúvel da quantidade com a qualidade- a quantidade como atributo da qualidade- é, na verdade, uma concepção aguda, sutil e profunda da ciência matemática, que a libera do formalismo vazio e abstrato, em que é tratada como um misterioso e estéril exercício do pensamento puramente quantitativo, totalmente distanciado das "impurezas" reais (Lima, 1998: 95).*

A abstração que permite conhecer a realidade sem desvincular o aspecto quantitativo das outras qualidades é aquela que, por trás do sensorial, do perceptível, descobre as propriedades, aspectos, indícios e relações que constituem a essência do objeto. Sem separar os indícios sensorialmente perceptíveis, busca descobrir novos aspectos que traduzam a relação de essência da realidade.

Isto não significa que a explicação de um movimento deva ser qualitativa. Lima esclarece, a partir de Caraça (1963):

> *Apesar de a quantidade ser um "atributo da qualidade", a explicação de um movimento deve ser feita sob o "primado da*

> *explicação quantitativa". Isso porque a explicação qualitativa apresenta sempre o perigo do "verbalismo".*
>
> *Cada conceito que compõe o movimento conceitual deverá ser "aprendido"(ou melhor, apreendido) a partir da qualidade da qual é atributo, mas deve-se transformar numa explicação principalmente quantitativa dos movimentos reais* (Lima, 1998: 95).

A aprendizagem conceitual deve, portanto, partir da finalidade que gerou o conceito. Somente assim o educando poderá compreender e apreender o conceito, integrando-se no movimento do trabalho humano pela apropriação de um modo de pensar o mundo.

A evolução do conceito é processo desencadeado por problemas colocados pela vida. As bases sociais e históricas determinam o desenvolvimento conceitual: o movimento de expansão, de sua aplicação generalizada e de sua superação tornando-se um subconceito, ponto de partida para novos conceitos. Mas a história do conceito não coincide com o movimento do conceito, lembra Lima (1993). O movimento do conceito é uma abstração criada a partir da história do conceito. *A história do conceito nos dá a matéria prima a partir da qual identificamos o ponto de partida do movimento do conceito, as abstrações sucessivas em seus momentos significativos e que compõem o movimento do conceito enquanto "escravo do concreto" e o ponto do salto qualitativo, no qual o plano de ação, ainda um "pré-conceito", torna-se um conceito* (Lima, 1993: 21).

Esse movimento de ampliação e aprofundamento destas abstrações com a consciência do movimento geral do trabalho humano é o caminho que os educandos devem percorrer no sentido da criação do conceito. É a compreensão da história do trabalho humano que dará o impulso inicial da criação de todo conceito.

Este é o aspecto dinâmico do conceito dado por sucessivas abstrações que em seu processo numérico evolutivo libera gradativamente o homem do esforço físico de contar. Entendemos que este processo não se dá intencionalmente e de forma linear nos indivíduos e nas civilizações que dele participam. O movimento histórico do homem de liberação do trabalho mecânico vem evidenciando essa tendência que trataremos no próximo capítulo.

Capítulo 3: A dinâmica da história conceitual de número

O que é número?

A resposta a esta pergunta pode parecer óbvia, lidamos com número a todo momento. Como já dizia Hogben, há 40 anos atrás,

> *Vivemos imersos num oceano de números- receitas culinárias, horários de trens, estatísticas de desempregados, multas, impostos, dívidas de guerra, salários de hora-extra, limites de velocidade, apostas de jogo, "cores" de bilhar, calorias, talas de peso de crianças, temperaturas clínicas, índices pluviométricos, horas de sol, recordes de automóveis, índices de potência, leituras de medidores de gás, taxas bancárias, fretes, descontos, juros, loterias, comprimentos de onda e pressão dos pneumáticas* (Hogben, 1958: 22).

E hoje, com a revolução tecnológica e informatização de todos os setores da sociedade, essa característica se acentua ainda mais. A introdução do cálculo operatório na máquina faz "transbordarem" as informações numéricas numa rapidez surpreendente.

Neste trabalho, buscamos responder a esta questão nos restringindo a um enfoque histórico-cultural.

É possível que a primeira imagem de número que venha à mente seja 1,2,3,4...Evidentemente, a resposta dependerá da pessoa a quem for dirigida a pergunta. Uma professora de Educação Artística respondeu que "número é um símbolo que usamos para representar quantidades". Percebemos em sua definição ênfase no aspecto simbólico do número. Pois é justamente a linguagem simbólica que confere *uma "estrutura tangível" aos conceitos matemáticos abstratos e um meio particularmente simples de realizar operações com eles* (Aleksandrov et alii, 1988: 29). O número não é o símbolo, mas se materializa nele como manifestação do pensamento. Representado por uma linguagem simbólica- o numeral- abstrai e traduz o mundo no seu aspecto quantitativo. Como explica Aleksandrov, *O conceito de número, como o de qualquer outro conceito abstrato, não tem uma imagem imediata; não pode ser exibido, mas somente concebido na mente. Mas o pensamento se formula na linguagem e isto faz com que sem nomes não possa haver conceitos. O símbolo é também um nome exceto que não é oral mas escrito e se apresenta à mente em forma de uma imagem visível. Por exemplo, se digo "sete", o que imagina o leitor?, provavelmente não um conjunto de sete objetos de uma ou outra classe, mas o símbolo "7", que forma uma espécie de marco tangível para o número abstrato "sete"* (ibid.: 28).

A definição feita pela professora mostra a importância dada a uma grande conquista humana- a linguagem numérica. Seu aspecto tangível permitiu caracterizar quantidades inimagináveis e operacionalizar o cálculo de forma quase mecânica. Como diz Aleksandrov, *sem símbolos convenientes para os números a aritmética não poderia fazer muitos progressos* (ibid.: 29). Ao mesmo tempo, mostra uma noção de número estático, pronto e acabado, distante da qualidade da qual foi atributo. O número, na sua forma constituída, é síntese; ao mesmo tempo, pela facilidade de manuseio e aplicação, não deixa transparecer o processo histórico milenar de evolução do conceito e sua dimensão humana de criação. Esse movimento conceitual de número compreende momentos de hesitações e de grande intuição na criação de abstrações que pudessem resolver problemas da vida surgidos pelo esgotamento do conceito anterior. Como resultado lógico formal, fica o conceito estéril e não aquele advindo de inúmeras experiências práticas na busca de maior conhecimento da realidade. Conforme Lima, *se a realidade objetiva é uma totalidade em movimento permanente, a compreensão que dela criamos é, também, um movimento* (Lima, 1998: 94). O movimento do conceito de número, a partir das considerações de Lima, é a aproximação permanente do conhecimento humano sobre o movimento das variações quantitativas da realidade. O movimento desse conceito integra um movimento maior- o do trabalho humano.

A questão da quantidade e da sua variação está presente em todos os movimentos da natureza e com ela o homem se defronta a todo instante e em todo o lugar.

> *Conhecê-la (no sentido da aproximação crescente do real) para poder dominá-la e assim atuar sobre os seus diferentes aspectos passou a ser uma necessidade humana, que desembocou na criação do conceito numérico e, assim, de toda a matemática.*(ibid.: 94)

Antes de tornar-se conteúdo matemático, ou seja, objeto de sistematização, de generalização, de uma teoria dos números, o número, até os racionais, como natural, inteiro ou fracionário, foi ferramenta criada por homens e mulheres anônimos, para responder necessidades sociais, a problemas colocados pela vida, por distintos povos, em diferentes épocas. Sob esta concepção, o número surgiu para responder a necessidades de controlar variações quantitativas. Aleksandrov (1988) nos dá uma clara explicação da interação entre a experiência prática e o conhecimento teórico da aritmética:

> *Vimos como os povos aprenderam a contar e chegaram ao conceito de número, e como as necessidades da vida, planejando problemas mais difíceis, requereram a introdução de símbolos numéricos. Em uma palavra as forças que conduziram ao desenvolvimento da aritmética foram as necessidades práticas da vida social. Estas necessidades práticas e o pensamento abstrato que surgiu delas exerceram uns sobre outros uma constante interação. Os conceitos abstratos constituíram em si uma valiosa ferramenta para a vida prática e foram constantemente melhoradas devido a suas muitas aplicações (Aleksandrov, 1988: 37).*

Sua explicação sobre o conceito de número aproxima-se do movimento do conceito, segundo Kopnin (1978), no qual nos fundamentamos enquanto teoria de conhecimento.

Hoje, como diz Caraça (1963), para o homem de nossa civilização e escolarizado, o número é visto como um ente puramente aritmético desligado do aspecto cultural que lhe deu origem. Derivado de um estágio avançado de formalização matemática, sua generalização permite aplicá-lo abstraído de qualquer experiência prática que lhe deu origem, relacionado à vida real somente quando de sua aplicação. Na escola, a pergunta sobre o que é número dificilmente surge por parte do aluno. Inserido numa sociedade cada vez mais mergulhada em números, ele não sente necessidade de fazer esse tipo de pergunta. Por um lado, porque seus primeiros contatos com a idéia de número, que se dá pelos numerais, acontecem desde muito cedo. Aprende, na infância, a reconhecê-los, e a distinguí-los, oral e visualmente, seja na convivência familiar, seja pelas relações no meio social em que vive, seja pelos meios de comunicação. Torna-se, desta forma, um usuário do número. O hábito e o contato permanente com os numerais tornam o número como um ente tangível e muito comum. Tão natural que parece ser inato ao ser humano. Por outro lado, na escola, a abordagem deste conceito não provoca a necessidade de uma reflexão a respeito do que é número. Com isto ela contribui para a perda inestimável da dimensão humana de sua construção. A escola privilegia a compreensão dos resultados aritméticos do conceito, seu aspecto lógico-formal e suas aplicações. Considerado assim, intrínseco ao ser humano não há porque perguntar. Não é preciso pensar o conceito para utilizá-lo, basta saber manipulá-lo, utilizar-se de seus resultados. Não é preciso saber o que é para sobreviver. É preciso apenas saber usá-lo. Então, para que perguntar-se o que é número?

> *Para entender essa relação fecunda entre a realidade e a matemática é necessário recorrer, por um lado, à própria história da matemática que nos desvenda esse processo de emergência da matemática no tempo e, por outro lado, às aplicações da matemática que nos torna patente a fecundidade e a potência desta ciência. Com isto, se torna óbvio como a Matemática tem procedido de forma muito semelhante às outras ciências, por aproximações sucessivas, por experimentos, por tentativas, algumas as vezes frutíferas e outras estéreis até que vai alcançando uma forma mais madura, ainda que sempre possível de ser aperfeiçoado. Nosso ensino ideal deveria tratar de refletir este caráter profundamente humano da matemática, ganhando com isso exequibilidade, dinamismo, interesse e atrativo. (Pérez et alii, 1993: 101)*

Mas a idéia número não se restringe àquela que resulta da contagem de quantidades organizadas em unidades inteiras, naturalmente separadas- o natural. Também é aquela que vem da necessidade de medir fazendo a contagem de quantidades não organizadas em unidades naturais e que portanto, para contá-las, é preciso criar a unidade. Assim surge, segundo Caraça (1963), o número fracionário. A idéia numérica abrange movimentos contrários, o número negativo, e atinge o infinitamente pequeno reconhecendo o que é incomensurável, o irracional. Desta forma, o número se configura como o resultado de sucessivas abstrações permitindo o controle de variações quantitativas discretas e contínuas.

Como nosso enfoque é a observação do número como natural e seu desenvolvimento como linguagem numérica, ao fazer esse corte, temos presente que, em termos de teoria de número, estamos nos restringindo ao aspecto mais experimental do número que na história da matemática ainda não requeria, segundo Ribinikov (1987), a criação de uma teoria matemática. O autor afirma que uma das causas da criação de teorias matemáticas foi o descobrimento da irracionalidade. Quando, na matemática, se introduzia o conceito tal que representa, em essência, uma abstração matemática tão complexa que não tem suficiente sustentação firme na experiência pré-científica. Essa idéia do autor é corroborada pela posição de Caraça (1963) quando, na crítica do problema da medida, coloca que esse pode ser encarado do ponto de vista prático e do ponto de vista teórico.

Com relação ao ponto de vista prático, diz o autor, respondemos ao problema de medidas, em nível experimental, chegando sempre a um comprimento mínimo de forma que a grandeza a ser medida seja um número inteiro de vezes desse comprimento. Sob o aspecto prático, a numeralização do contínuo, a medida, é representada pela forma fracionária portanto "número instrumento". O outro aspecto do problema da medida, o ponto de vista teórico do problema da medida, escapa ao experimento e sua elaboração teórica consiste no problema da irracionalidade.

A criação da irracionalidade não se deu de uma vez. Durou quase um milênio para se chegar à superação do conceito limitado de racional. Segundo Lima,

> *A sociedade escravista grega, o império romano, a economia fechada da idade média feudal não possuíam dinâmica que solicitasse a resolução do problema da imensurabilidade.*
>
> *Apenas a sociedade capitalista nascente no período do Renascimento, com o tremendo impulso que deu à produção humana, com a intensa interação e intercâmbio que provocou*

> *entre todos os rincões do planeta conseguiu mobilizar a força de criação humana para iniciar o segundo momento da criação, a negação da negação inicial, que naquele momento, esterilizava a produção de idéias (Lima, 1998: 98-99).*

O autor, desta forma, atribui a criação do conceito de número irracional a um movimento mais geral de concepção da realidade definido pelo desenvolvimento das forças produtivas. E como Caraça (1963), interpreta esse movimento pelas categorias da dialética.

Não pretendemos definir o que é número. Através do pensamento desses autores, buscamos compreender o seu desenvolvimento histórico-conceitual como *idéia criada pelo homem para administrar e controlar os movimentos quantitativos envolvidos na produção e de forma mais geral, que acontecem na natureza humana* (Lima et alli, 1994: 7) e desse modo reconstruir, com base na concepção de realidade que temos, a dinâmica histórica que levou ao desenvolvimento do número e de suas operações. Queremos mostrar não só o aspecto lógico-formal do número mas o aspecto lógico-dialético de criação do conceito e de seus subconceitos por uma história não-factual mas aquela que contextualiza o problema que gerou a necessidade de criação do novo conceito, destacando as condições ou limitações do conceito anterior e como essas limitações se manifestaram. Desta forma, entendemos que a dinâmica histórica contempla não só o aspecto lógico-formal, mas o aspecto dialético.

Essa contextualização não deixa de ser uma interpretação das condições que deram origem ao conceito, a partir de concepções atuais de superação de dificuldades. Mesmo porque, os documentos de que dispomos não alcançam uma visão contínua dos fatos.

Segundo Moura (1995),

> *Apesar de as informações que se tem de documentos históricos serem descontínuas e escassas comparativamente ao acúmulo de conhecimentos construídos durante milênios, pode-se inferir a partir delas, algumas leis que sempre atuaram na construção contextualizada dos conhecimento matemáticos. Para defini-las nos inspiramos na síntese apresentada por Ribnikov (1987) e que elaboramos conforme segue:*

. As matemáticas têm origem em problemas práticos que envolvem a necessidade de cálculos aritméticos, medidas e construções geométricas;

. Pouco a pouco estes problemas se desprendem da natureza específica da realidade em que surgem e dão lugar às abstrações numéricas e geométricas com a qualidade de um ramo independente do conhecimento humano;

. Em decorrência destas abstrações, forma-se um sistema lógico que possibilita uma nova interpretação e aplicação destas abstrações a problemas práticos (Moura, 1995: 66).

Quando mencionamos o aspecto dialético, nos referimos ao movimento apontado por Ribnikov (1987) até atingir a formação do sistema lógico do conceito que possibilita a imediata aplicação e nova interpretação da realidade. O conceito de número a que nos referimos abrange a lógica histórica do conceito, além da lógica- formal. É verdade que em todo movimento do conceito a lógica dedutiva está presente, mas no momento da criação dos subconceitos, mergulhado num problema que emerge de uma necessidade social, não é fator preponderante.

Dentro de nossa pesquisa, sob o ponto de vista desse movimento histórico, buscamos localizar o que estamos chamando de fase pré-formal do número onde a experimentação e a intuição são os elementos mais recorrentes no movimento do conceito.

Transpondo para o ensino de matemática, essa elaboração, onde a experimentação e a intuição contribui com mais força de criação do que a repetição da forma lógica do conceito, é nossa suposição que o aluno vivencia em sua subjetividade um momento mais criativo do pensamento numérico.

Não estamos querendo defender que para recriar o conceito de número o aluno deva passar automaticamente pelas fases históricas de construção do número. Isto levado a uma interpretação radical é impossível acontecer pois a nossa cultura já está impregnada do número que é, na verdade, uma síntese de seu desenvolvimento histórico.

O número natural

Procuramos aqui descrever momentos históricos do subconceito numérico natural que possam ilustrar o movimento conceitual de número e resgatar aspectos da dinâmica de criação do subconceito. Vamos dissertar sobre os dois supostos níveis de abstração que são observados nas atividades de ensino e pesquisa. A partir de Lima (1998) e Ifrah (1996), entendemos que essas abstrações possibilitaram a criação da escrita numérica, sendo os níveis mais simples de abstração numérica. São elas, a correspondência biunívoca e o sistema por agrupamento.

A lógica não foi o fio condutor dessa história, ressalta Ifrah (1996) ao falar dos algarismos. *Foram as preocupações de contadores, mas também de sacerdotes, de astrônomos- astrólogos e somente em último lugar de matemáticos, que presidiram à invenção e à evolução dos sistemas de numeração* (Ifrah, 1996: 12.).

Os números surgiram da necessidade da contagem e sua criação é bem posterior à origem do homem. Conforme Caraça (1963), o homem primitivo de 20.000 anos atrás não tinha destes números o mesmo conhecimento que temos hoje. Por estudos feitos sobre o modo de viver de povos atuais primitivo é possível confirmar que a idéia de número é fruto da criação humana, do trabalho humano. E o conhecimento mais amplo e abstrato desse conceito tem relação com o grau de complexidade da vida econômica de um povo. Como diz Caraça (1963),

> *A idéia de número natural não é resultado puro do pensamento, independente da experiência; os homens não adquiriram primeiro os números naturais para depois contarem; pelo contrário, os números naturais foram se formando lentamente pela prática diária de contagens (Caraça, 1963: 4).*

Ifrah afirma que houve um tempo em que o ser humano não sabia contar. Pesquisas sobre culturas não numeralizadas existentes hoje no mundo- a dos zulus e dos pigmeus, da África; a dos aranda e dos kamilarai, da Austrália; a dos aborigines das ilhas Murray e a dos botocudos, do Brasil- mostram que *um, dois... muitos constituem as únicas grandezas numéricas desses indígenas* (Ifrah, 1996: 15). Segundo o autor,

> *o número não é concebido por eles sob o ângulo da abstração. É "sentido", de modo um tanto qualitativo, um pouco como percebemos um cheiro, uma cor, um ruído ou uma coisa independente da abstração humana. O número se reduz, no espírito deles, a uma noção global bastante confusa- a "pluralidade material"- e assume o aspecto de uma realidade concreta indissociável da natureza dos seres e dos objetos em questão. Isto significa que estes indígenas não têm consciência, por exemplo, de que um grupo de cinco homens, cinco cavalos, cinco carneiros, cinco bisões, cinco dedos, cinco cocos ou cinco canoas apresentam uma característica comum que é precisamente 'ser cinco'.* (Ibid., 16)

O número, ou melhor, a quantidade é percebida como sensação- o senso numérico- *numa apreciação global do espaço ocupado pelos seres e pelos objetos vizinhos* (ibid., 17). Esta capacidade inata do ser humano e de outros animais possibilita perceber até quatro elementos dispostos desorganizadamente. Isto significa que de um conjunto de quatro objetos ou seres, a retirada ou acréscimo de um ou mais elementos pode ser imediatamente notada pela modificação de sua configuração visual sem que, para isto, se utilize da faculdade abstrata de contar. O limite do senso numérico não é conclusivo. Karlson (1961) menciona que os índios caraíbas sabiam contar até seis. Ultrapassando esse número, a quantidade era considerada, *para aqueles habitantes dos trópicos, infinitamente grande, e para indicá-lo eles agarravam os cabelos num gesto significativo*. (Karlson, 1961: 5). Esse conhecimento numérico depende do modo de vida dessas populações. Os botocudos, por exemplo, *designavam o número um pela palavra põgik- dedo, o número dois pela palavra Krã-põ- dedo duplo. Tudo que excedesse estes números tinha o nome de uruhu- muito* (Ibid, 5).

Certamente, para estas tribos, assim como para outras de outras épocas e lugares, que viviam basicamente da coleta e da caça, onde o modo de vida não exigia o controle de quantidades muito grandes, o senso numérico era suficiente. *Vivendo em tribos nômades encontrava na coleta sua forma de sobrevivência. Para sobreviver limitava-se a colher o que lhe era possível conseguir. A coleta não colocava para o homem a necessidade da contagem* (Lima, 1997: 3).

Mas para outros povos, há milhares de anos atrás, impossível precisar a época, esse conhecimento assim como tantos outros tornou-se insuficiente por não responder mais a todos os problemas econômicos. A economia humana passava por sua primeira revolução, possibilitando ao homem abastecer-se de alimentos.

A transformação significou o controle maior da natureza, tornando o homem produtor de sua vida. Segundo Lima (1997),

> *As primeiras atividades produtivas do homem primitivo estavam efetivamente relacionadas a sua sobrevivência imediata. A agricultura e a pecuária, que substituem a coleta e a caça, passam a ser as atividades que mais ocupam os homens e as que mais problemas colocam. Na superação destes problemas o homem vai criando instrumentos e uma complexa rede de idéias que passam a fazer parte de sua forma de compreender o mundo, de sua humanidade.*
>
> *Foi tornando-se produtor de sua vida que o homem deu os primeiros grandes passos na criação do conhecimento. Como produtor o homem viu-se frente a maiores e diversos problemas. E são esses problemas que se colocam como condição potencializadora e motivadora do desenvolvimento do trabalho humano* (Lima, 1997: 3).

A idéia numérica surge, segundo o autor, como decorrência da produção humana. A pecuária e a agricultura provocam a necessidade de controlar e administrar variações quantitativas.

> *Aqueles que guardavam rebanhos de carneiros ou de cabras, por exemplo, precisavam ter certeza de que, ao voltar do pasto, todos os animais tinham entrado no curral. Os que estocavam ferramentas ou armas, ou que armazenavam reservas alimentares parar atender a uma vida comunitária, deviam estar aptos a verificar se a disposição dos víveres, armas ou instrumentos era idêntica à que eles haviam deixado anteriormente. Aqueles afinal, que mantinham relações de inimizades com grupos vizinhos necessitavam saber, ao final de cada expedição militar, se o efetivo de seus soldados estava completo ou não. Os que praticavam uma economia de troca direta deviam estar aptos a "avaliar" para poder trocar um gênero ou mercadoria por outro* (Ifrah, 1996: 25).

Como saber se a quantidade de ovelhas que saem para pastar é a mesma na volta? A criação da mente humana que resolveu este problema foi o passo de abstração decisivo para a idéia numérica assim como o desenvolvimento de uma área do conhecimento humano - a Matemática.

A idéia permite "carregar a quantidade" sem carregar, por exemplo, as ovelhas, fazendo corresponder uma pedra ou um entalhe num pedaço de osso, um dedo, um nó, uma semente, uma concha, um pauzinho, um risco na areia, etc. a cada ovelha que saísse para pastar. Assim, cada ovelha que retornasse se associaria novamente a cada pedra do monte. Assim a pedra assume o significado ovelha, e vice-versa. Ao retornarem as ovelhas a associação de cada ovelha a uma das pedras permitirá, ao final de haver passado a última ovelha, saber se voltaram todas, se faltaram ou se há ovelhas a mais.

A operação de "fazer corresponder" é, segundo Caraça (1963:7), *uma das operações mentais mais importantes e que na vida de todos os dias utilizamos constantemente.* A idéia de correspondência foi uma das *idéias basilares da Matemática*, afirma o autor. A associação mental se dará entre 2 entes- um como antecedente e o outro como conseqüente de tal forma que *ao pensar no antecedente desperta o pensar no conseqüente* (Ibidem). Se a cada antecedente corresponder apenas um conseqüente e vice-versa, numa correspondência um-a-um então, *as duas coleções de entidades se podem por em correspondência biunívoca* (Ibidem:8). Desta forma, o conjunto das ovelhas em correspondência biunívoca com o conjunto de dedos são equivalentes-equivalentes em número. Surge assim o número, no movimento conceitual do número natural, como número concreto.

A idéia de correspondência significou uma mudança qualitativa na forma de pensar. Abstraiu-se o aspecto quantitativo da qualidade que lhe é atributo. Na contagem um-a-um de ovelhas usando o numeral dedo, Karlson (1961) comenta: *Duas coisas que nada têm a ver uma com a outra são relacionadas sem mais nem menos: o rebanho de ovelhas e os dedos. Transpõe-se o conjunto das ovelhas sobre o conjunto auxiliar dos dedos; une-se como que por um laço uma ovelha depois da outra a um dedo (Karlson, 1961: 7).* Mais adiante acrescenta: *E o elo espiritual entre os dois conjuntos é constituído pelos números. Não as palavras que designam os números, bem entendido* (ibid.)!

O número é dito natural pois o conjunto a ser contado vem em unidades naturalmente organizadas e para numeralizá-lo, pela correspondência biunívoca, o "conjunto que conta" deve se apresentar em unidades. O "conjunto que conta" será a forma de registrar o número natural (inicialmente como número concreto), será o numeral.

O ser humano resolveu, assim, o problema da necessidade de controle do movimento quantitativo das unidades naturalmente organizadas criando o número natural. A anatomia de nosso corpo influiu decisivamente no desenvolvimento conceitual. Os dedos tornaram-se instrumentos de contagem, numerais. Segundo Caraça (1963), a criação dos números naturais que se arrastou por muitos séculos emergiu das condições da vida social e também das condições humanas individuais.

> *Em primeiro lugar, o maneira como a contagem se faz; para pequenas coleções de objetos, é habitual contar-se pelos dedos, e este fato teve grande influência no aparecimento dos números; não é verdade que o nome dígito, que designa os números naturais de 1 a 9, vem do latim digitus que significa dedo ? Mas há mais: - a base do nosso sistema de numeração é 10, número de dedos das duas mãos (*). Nos povos primitivos de hoje, essa influência é tão grande que, em certos nomes dos números, figuram partes do corpo humano- alguns dizem duas mãos em vez de 10, um homem completo em vez de 20 (significando que, depois de esgotar os dedos das mão, se conta com os pés), etc. Noutros, ainda, nem sequer existem nomes de números- quando se quer exprimir uma quantidade, fazem-se gestos com as mãos (Caraça, 1963: 5).*

Essa apreciação do número obtida sem recorrer à contagem é feita até hoje. Quando entramos num ônibus, por exemplo, é possível saber, pelo procedimento da correspondência um-a-um, se o conjunto dos assentos e o conjunto dos passageiros comportam ou não 'o mesmo número' de elementos. Outros casos, além deste, são citados por Ifrah (1996).

Nesta etapa de desenvolvimento do conceito, o número "está preso" ao conjunto que conta. Para se conceber o número é preciso apresentar todos os elementos do "conjunto que conta", simultaneamente. Karlson (1961) ilustra isto com uma passagem contada por Menninger, o autor de "Números e Algarismos":

> *Menninger relata: um chefe de tribo da África foi condenado pelo tribunal colonial à entrega de 20 búfalos. Alguém manifestou sua estranheza sobre o rigor do castigo. Muito admirado perguntou o chefe da tribo: 'mas é tanto assim' ? e ao mesmo tempo tirou de sua bolsa 20 grãos de café, cada um correspondendo a um búfalo. Dando-se conta assim, no sentido mais verdadeiro, da quantidade exigida, ficou horrorizado com o castigo imposto.*
>
> *Este exemplo evidência, de uma maneira clara, como o conjunto auxiliar serve para tornar imaginável o número sem isto, inconcebível* (Karlson, 1961:8).

Embora a criação do "numeral-objeto" tenha permitido "carregar" a quantidade sem ter de carregar o conjunto a ser contado de modo que *tempo e espaço não oferecem mais obstáculos para os números* (Karlson, 1961: 9), o conceito de ordinalidade ainda não existe e *a unidade é pensada sempre isolada* (Lima, 1993:9) impedindo de pensar em grandes quantidades. Ifrah (1996), ao descrever a técnica corporal de controlar quantidades tocando sucessivamente, um por um, dedos e outras partes do corpo, mostra uma prática onde o número não se constitui na sua ordinalidade- *a simples designação a uma destas partes não basta para caracterizar uma certa quantidade de seres ou de objetos, se não for acompanhada pela série de gestos correspondentes (Ifrah, 1996: 31,32).*

O conceito de número, como é concebido hoje, pressupõe dois aspectos intrinsecamente ligados- a cardinalidade, com o reconhecimento de o número ser umas construção abstrata que traduz a pluralidade de um conjunto pela equiparação; e a ordinalidade com o reconhecimento de um número como uma sucessão.

A invenção da base surge inicialmente com "numerais-objeto" dedo, pedra, concha, pauzinho, entalhe, nó, para resolver o problema do controle de grandes quantidades com o mínimo de símbolos possível. Estes ancestrais da contagem por escrito, segundo Ifrah (1996), apresentavam-se como sistema onde a diferenciação se fazia por algum aspecto sensorial. No caso de *contas-pedra*, tomavam-se pedras de dimensões variadas: uma pedrinha para a unidade, uma um pouco maior para a dezena, e assim por diante. O autor observa que este sistema prático, apresentando a dificuldade de se encontrarem pedras de tamanho e formas regulares, foi aperfeiçoado pela substituição das pedras por *terra mole,* as denominadas fichas, de argila (Ifrah, 1996: 132). O autor comenta que o sistema não foi suficiente para satisfazer às exigências criadas pela atividade cada vez maior da criação de animais e da cultura, pelo progresso do artesanato e pelas trocas comerciais desencadeando a necessidade de conservar de maneira duradoura os registros.

O autor cita um fato mais recente, de pastores da região ocidental da África, para comentar a contagem pela base dez. O sistema de contagem se constituía de conchas que se enfiavam em fios de lã de cores diferentes para contar ovelhas. Descreve, o autor, que as ovelhas passavam em fila e que a cada animal se enfiava uma concha num fio de lã branca, *após o segundo uma outra concha, e assim por diante até dez. Nesse momento desmanchava-se o colar e se introduzia uma concha numa lã azul, associada às dezenas (Ifrah, 1996: 53).* E assim por diante até o término da contagem dos animais.

A base dez foi a base mais comum devido a anatomia das nossas duas mãos. A origem antropomórfica explica também porque houve povos que agruparam de cinco em cinco, outros de doze em doze (devido às falanges dos quatros dedos excetuando-se o polegar) e de vinte em vinte. Estas informações reforçam a importância do papel do corpo humano na história dos números e do sistema de numeração.

A intensificação da comunicação entre os grupos para a troca de produtos fez surgir a necessidade de um sistema relativamente estável de avaliação e de equivalências fundado em um princípio semelhante ao da base de um sistema de numeração com unidade padrão.

> *Foi desta forma que, ao aprender a contar abstratamente e a agrupar toda sorte de elementos segundo o princípio da base, o homem aprendeu a estimar, avaliar e medir grandezas diversas. De igual maneira, ele aprendeu a atingir e conceber números cada vez maiores antes mesmos de conseguir dominar a idéia do infinito* (Ifrah, 1996 :33).

Partindo das pedras, dos dedos, de nós em cordas, talhes em madeiras até a invenção de contadores mecânicos- verdadeiras máquinas de calcular, como ábaco (latim), soroban (japonês), scotchy (russo), etc., os vários povos desenvolveram modos similares de registrar e de calcular apoiados no agrupamento e na posição. Esta evolução foi *por muito tempo independente da história das numerações escritas* .(Ibid.)

É interessante notar que a invenção de uma representação de números para a escrita originou-se de uma necessidade de ordem comercial e administrativa com a finalidade de auxiliar a memória, sem intenção de efetuar cálculos (exceção feita aos egípcios). Os mais antigos algarismos da história datam do séc. XXXII a.C., dos sumérios e dos elamitas, representações bastante parecidas com as fichas numéricas que lhe deram origem. De modo semelhante, outros povos inventaram suas representações escritas dos números pelas repetição de algarismos bastante semelhantes na sua configuração com os "numerais objeto". As sucessivas transformação da escrita numérica provocadas por necessidade de redução de erros na leitura e agilidade na notação, levaram a criação de símbolos numéricos cada vez menos repetitivos e assim, mais abstratos.

No entanto, apesar da economia de símbolos, os sistemas ainda exigiram grandes esforços de memória. O princípio aditivo das numerações escritas antigas (excetuando-se a chinesa) limitava a capacidade de escrever os números com um número limitados de símbolos e impossibilitava o cálculo operatório. Foi a criação do princípio de posição (numeração hindu) e do zero que tornou possível a operacionalização da escrita tornando o cálculo acessível *aos espíritos mais obtusos* (Ifrah, 1996: 234).

Ao analisarmos a história pré científica do número que localizamos nos avanços da linguagem numérica em vista de uma maior eficiência às exigências da produção humana e do avanço comercial das diferentes épocas, vemos que existe uma dinâmica de formação do conceito que passa por fases de abstração que absorvem todo o processo criativo da ação de contar a realidade externa ao homem. Dessa forma, o número se torna um ente abstrato despido das categorias de espaço e de tempo. Portanto, se encerra nele a contradição de, por ser um ente abstrato, ter-se tornado intelectualmente versátil a ponto de responder a todas as necessidades numéricas do homem, hoje, e, ao mesmo tempo, por esse motivo, se constituir a negação do processo criativo que o construiu. Esta contradição, colocada numa sociedade calculista como a nossa, não se evidencia, como tal. Somente um de seus movimentos é reforçado, o número versátil e facilmente manipulável, enquanto que o outro aspecto, o de sua criação, é relegado à obscuridade, porque não se faz necessário à utilidade numérica.

A reprodução escolar do total desconhecimento do movimento criativo do número pode estar contribuindo para a estagnação desse conhecimento, para a impossibilidade de pensar criativamente o número e portanto de pensar criativamente a matemática escolar.

Frente à acelerada evolução tecnológica a que se sujeitou a humanidade, no século XX, nos é colocado o desafio de recriarmos o ensino da matemática, recuperando a capacidade de pensar e de criar e não apenas de repetir e reproduzir por onde o fascínio da máquina pode nos atolar.

Procurando nos aproximar do que entendemos por dinâmica da história conceitual do número, fundamentada em Lima (1993, 1994, 1998), elaboramos atividades de ensino e pesquisa com a intenção de desencadear e investigar um processo de (re)criação numérica.

Vimos, pela breve revisão da história, que fizemos, que a realidade objetiva numérica é uma totalidade em movimento permanente. Supomos que a compreensão que dela criamos é, também, um movimento que se constitui de momentos de hesitações perante a intuição na criação de abstrações que possam resolver situações-problema de contagem.

Capítulo 4 :

EPISÓDIO 1: **O que é número?**

Esta atividade tem por objetivo conhecer o conceito de número que os alunos já possuem antes de desenvolvermos as atividades de (re)criação das abstrações do conceito de número.

A partir de uma discussão sobre a necessidade humana de contar, propomos à classe que imaginem a chegada de um ser que mora fora da Terra, em outro planeta. Os alunos devem explicar ao "E.T." o que significa ***número***. Pedimos que discutam em seus grupos a fim de elaborarem uma explicação por escrito. A pergunta feita por escrito é: "O que é número?"

(Nas sete primeiras cenas, o grupo participante é composto por Caio, Fá, Carmem, Silvia e Jô.)

Cena 1:

Professora: O que é número?
Jô: O que é número?
Professora: É.
Jô: O número é...Eu acho que número é tudo que é prá contar tem que ter ... precisa ter número, né? Suponhamos, essas mesas aqui tem que contar por número. (Inaudível) O relógio... não tem um relógio (Inaudível) o número, que ele conta, né?
Professora: E aí? Quando a gente perguntou o que era o número, você... mostrou a classe. Você falou assim, você mostrou aqui , assim com a mão (apontando para todos os alunos da mesma forma como o aluno havia feito), falou : "Ah, é aqui! Aqui é número!"
Jô: É número!
Professora: Aqui tem número, né? (repetindo o que o aluno falou)
Jô: Número de pessoas. Não é verdade? Tem que ter (Inaudível). Eu acho que tem que ter número, né? Tem... número em... ,tipo de pessoas, (inaudível)

Professora: O tempo...
Jô: Tempo é número, também.
Professora: O tempo são números? Então (é interrompida pelo aluno)
Jô: (Inaudível).
Professora: Por quê?
Jô: Porque... se a gente vai contar de número vai contar "um, dois, três", vai dar número também.
Professora: Então... . E você vai contar? Contar prá quê?
Jô: Prá saber.... Se a gente vai contar quantas (inaudível) tem que contar.
Professora: O que contar tem a ver com número?
Jô (rindo): Tem não?
Professora: Não! Eu só estou perguntando.
Jô: Contar tem a ver com número, sim. Porque se a gente não contar não vai existir o número.
Professora: Se não contar não vai existir o número?
Jô: Não vai existir o número. Não é verdade? Eu acho que se eu ficar aqui só contando ***um, um, um, um*** não vai dar nada!
Professora: Ah!
Jô: Só dá um, só! Então se a gente vai contar "um, dois, três, quatro", aí vai dar número. Ia dar uma porção de número, já.
Caio: Tá falando do número, né? Se contar "um, um, um" não dá nada.

Análise:

O aluno Jô manifesta, nesta cena, a idéia de que o número origina-se da ação de contar. Embora não defina o que é contar, dá um exemplo de como gerar um número contando. De seu exemplo, poder-se-ia dizer que contar é, para ele, atribuir nomes aos elementos seguindo uma ordem preestabelecida. Ao dizer que "tudo que é prá contar tem que ter..., precisa ter número" e que as mesas "tem que contar por número", entendemos, pela análise de suas falas em toda a cena, que está se referindo a número como um nome. Deste modo, para contar é necessário ter os nomes dos numerais senão não é contar. Além disso, cada elemento do tipo mesa precisa de um nome de número diferente que o distinga dos outros elementos ***mesa***.

O mesmo aluno refere-se ao tempo como sendo número. "Tempo é número, também." Embora, não explique o que está querendo dizer com isso, parece, pelas falas anteriores, estar se referindo à marcação do tempo pelo relógio onde se podem ver os símbolos numéricos. Parece que o fato de ser possível ver os numerais do relógio compõe a definição do que é número. Há uma outra consideração a fazer a partir da expressão que "tempo é número". Poderia indicar uma dificuldade de descrever outros aspectos da idéia tempo, de abordar tempo em outros aspectos que não seja o símbolo que traduz tempo no seu aspecto quantitativo. O fato de identificar o numeral representativo de tempo não é suficiente para compreender, para recuperar os elementos que permitem saber sobre a origem da relação dos símbolos numéricos com tempo. O nível complexo de abstração do símbolo, o fato de ser muito abstrato, por isso mesmo ser genérico, não revela nada mais sobre o tempo, nem sobre o modo pelo qual se originou esse tipo de quantificação que se apresenta no relógio. Essa objetividade não permite por si só compreender o significado além do aspecto funcional.

Perguntamos o que contar tem a ver com número. Jô sorri e diz que, se não contar, não vai existir número. A idéia de que o número origina-se da ação de contar parece ser tão óbvia para ele que sua reação diante da pergunta foi de riso. Para Jô, sem nomear ordenando não vai existir número e se contar "***um, um, um, um,*** não vai dar nada, só vai dar um". Poderíamos entender que estivesse referindo-se a contagem por correspondência um-a-um, mas ao acrescentar que "só vai dar um", mostra estar se referindo a número como aquele que resulta da nomeação dos elementos de um conjunto de modo que o último nome informa a quantidade de elementos do conjunto. O fato de a contagem pela correspondência um-a-um não evidenciar a ordinalidade numérica, poderia explicar a sua afirmação de que tal procedimento não resultaria "número" algum, sendo que na enunciação de uma seqüência ordenada este aspecto é perceptível.

A correspondência um-a-um não é reconhecida, por Jô, como uma possibilidade de controle da quantidade. Parece existir, para ele, apenas um modo de controlar, somente pelo numeral atual. Não explicita qualquer relação com subconceitos que compõem esse conceito atual, as idéias subjacentes a esse conceito, a de equiparação entre conjuntos, a de agrupamento ou de inclusão hierárquica.

Sua última colocação parece confirmar que, durante todo o diálogo, o aluno explicita apenas a noção de número como uma série de nomes, sem fazer referência, nem mesmo, à relação de ordem: ***um***, como o primeiro, ***dois***, como o segundo, etc. Em sua última frase, Jô fala que contando ***um, dois, três, quatro*** vai dar "uma porção de número, já.", como se, ao final de uma contagem, resultasse mais de um número. Seguindo seu raciocínio, podemos entender que está se referindo às palavras que nomearam os elementos, e não, ao número resultante da contagem. Isto confirma que o aluno, durante todo o diálogo, explicita a noção de número como uma série ordenada de nomes, não abordando o conceito como quantificação de uma coleção. Manifesta somente o aspecto utilitário do número na sua forma atual. É o "saber- fazer" e a lógica do uso. Neste aspecto não chega a abordar nem a lógica destas idéias.

Sua explicação do que é número se resume na ação de contar, ou seja, na ação que vai resultar impreterivelmente em um ou muitos números. Como os significados que constrói do número estão restritos ao uso do número envolvendo ações do cotidiano, é provável que número só tenha explicação pela ação de contar coisas, pessoas, acontecimentos, valores. Desta forma só existe na sua aplicação, acompanhado da qualidade que quantifica, número de mesas, número do arroz, número de tempo. Como se conta singularmente cada objeto atribuindo-lhes um numeral da seqüência ordenada, número é esta seqüência. Sua explicação fica ao nível de como fazer para "numeralizar" a quantidade, atribuindo nomes para saber o último nome, como uma ferramenta que deste modo funciona.

Em seus exemplos aparece uma relação de contagem com o número enquanto natural sem fazer referência ao número decimal e o inteiro que também fazem parte da contagem cotidiana; nem definir um conceito independente de suas aplicações.

Cena 2:

Professora: Arroz.
Jô: Arroz?
Professora: Tem número, prá arroz?
Fá: Tem.
Aluna A: Tem.
Aluna B: Tem sim, o número um, dois.
Professora: Arroz?
Aluna: É.
Professora: Como assim, "o número um, dois"?
Carmem: O tipo do arroz!
Aluna: Tem o primeiro e o segundo.
Jô: O tipo do arroz.
Professora: Ah! O tipo do arroz?
Aluna: É.
Professora: Só no tipo do arroz?
Fá: No quilo, também, do arroz. Um quilo de arroz.
Professora: O que é o quilo do arroz? Para que serve o quilo?
Fá: É prá saber a quantidade de...grãos ou de...sei lá! Tem que ter um número, né, prá ver se lê a quantidade de arroz. É um quilo ou dois quilos, três quilos...
Jô: Jamais havia condições... A pessoa vai ver um peso ali em cima, vamos supor..., vamos supor um caderno desse aqui. Ele... ele sabe o peso que ele tem. Se não vai saber o peso que ele tem... Peso de um quilo de arroz, um quilo de arroz, você bota num saco aonde ele não sabe, se ele não souber o peso dele, aí, aí, diz assim: "Não vai comprar nada, que aqui a gente não sabe que está um quilo!".
Professora: Sei.
Jô: Comprar um quilo aqui, então ele tem que...e é por isso que já tem um número ali, entendeu?, um quilo, que ele é um quilo de arroz. Às vezes tem um pacote de arroz com cinco quilo, que não tem o número, a pessoa vai dizer : "Não. Aqui não tem cinco quilo, não.". E a pessoa vai
Aluna: Fica em dúvida, né?
Jô: Vai ficar em dúvida.

Professora: E na água? Na água, existe número?
Jô: Água?
Professora: Água.
Fá: Acho que é a mesma coisa do arroz, né?
Jô: É um litro de água.
Fá: Um litro d'água, dois litro d'água, mil litro d'água. Se às vezes precisa saber o litro.

Análise:

O "número" que dizem "ter no arroz" é o relacionado ao tipo do arroz. Os alunos referem-se ao símbolo, **1** ou *2*, que aparece impresso nas embalagens industrializadas. Sabemos que os símbolos usados na classificação do arroz não significam o número na sua cardinalidade. A "qualidade" do arroz poderia ser representada por letras, ***A*** ou ***B***. Já que a intenção é classificar e ordenar a intensidade de um conjunto de qualidades (mais puro, grãos mais inteiros, mais macio, etc....), a "qualidade", a ordem alfabética seria suficiente. Parece que, ao se falar de número, os alunos buscaram em suas experiências a imagem que traduz o conceito abstrato de número no seu aspecto tangível, o símbolo escrito e sua oralidade, o numeral hindu-arábico. Manifestaram uma idéia de número em identidade com o respectivo símbolo atual, o número como sendo o "numeral" em si mesmo. O uso diário do número, apreendendo-o por sua forma, o numeral hindu-arábico, mediante o hábito de fazer corresponder uma expressão oral que sugere um conteúdo operacional ao correspondente numeral escrito, faz com que o aluno não se pergunte sobre a constituição numérica para além desse significado imediato, não pensam numericamente a realidade.

No decorrer da discussão, demonstram reconhecer que no quilo do arroz também tem "número". Fá manifesta esta idéia associando-a, inicialmente, à quantidade de grãos de arroz. Reconhece, imediatamente, que sua explicação é equivocada mas não elabora outra no lugar. A aluna sabe de quantos quilos precisa para suprir a necessidade alimentar de sua família, por outro lado, demonstra desconhecer o significado do número como resultado da medição do peso em relação à unidade ***quilo***. Fá termina sua reflexão dizendo que "tem que ter um número, prá ver se lê a quantidade de arroz". Manifesta a necessidade do número como símbolo que precisa existir para ser lido. Jô concorda com Fá salientando sobre a importância de haver o numeral escrito na embalagem para "saber" o peso, para não ficar em dúvida. ***Saber*** está, para ele, como sinônimo de ***ler***. Quando perguntamos para o caso da água, Fá diz: "Acho que é a mesma coisa do arroz, né?". Para ela, "existe número na água" da mesma forma que existe para o arroz, para "ler" a quantidade. E depois exemplifica: "Um litro d'água, dois litros d'água, (...)". Sabemos que 1 litro não tem o mesmo significado que 1 quilo , mas para ela tem porque o resultado de ambas as medições se expressa pelos mesmos numerais.

Cena 3:

Professora: É... afinal, então, prá que serve o número?
Aluna: Prá tudo.
Jô: Prá tudo.
Professora: Serve prá quê? Serve prá comer?
Jô: Não.
Aluna: Não.
Carmem: Não. Não serve prá comer mas serve pro dinheiro.
Professora: Então, mas serve como? Como é que é isso, "serve pro dinheiro"? Fala, Carmem.
Carmem: Sem o dinheiro, a gente não compra nada.
Professora: Espera aí. O número serve pro dinheiro (repetindo o que a aluna falou). O que quer dizer isso, "o número serve pro dinheiro"?
Silvia: Que é prá contar.
Professora: Fala, Silvia.
Silvia: O número serve não é prá contar?
Professora: Serve prá contar (repetindo o que a aluna falou). E prá que é que a gente conta?
Silvia: Prá saber as quantidade.
Professora: Prá saber a quantidade (repetindo o que a aluna falou).
Silvia: Das pessoas...
Val: Prá quando, quando tivesse devendo dez, você não pagar vinte.

Análise:

Nesta cena, a professora pergunta para que serve o número. Carmem, Silvia e Val manifestam o reconhecimento da utilidade do número no dia-a-dia dizendo que o número "serve prá tudo".

Carmem diz que o número "não serve prá comer mas serve pro dinheiro". Mais adiante, ela acrescenta: "Sem o dinheiro a gente não compra nada.". Supomos que a aluna esteja raciocinando a respeito de que sem o número não se poderia operar com o dinheiro para comprar comida. Pode-se concluir que, para ela, sem o número não se vive. Segundo Val, o número permite controlar os gastos de modo que "quando tivesse devendo dez, você não pagar vinte.".

Cena 4:

Professora: Não tem um outro modo de saber a quantidade sem ser com "número"?
Caio: Tem, escrevendo, né?
Professora: Escrevendo?
Caio: É.
Professora: Escrevendo o quê?
Caio: Um exemplo, tem..., um exemplo, tem vinte pessoa aqui na sala, né? A pessoa chega: vinte pessoas.(Fala pausadamente a palavra vinte).
Professora: Ah, então... Isso é diferente? Isso já não é número?
Caio: É. Não é número, mas dá prá saber, né, que é vinte pessoas aqui.
Professora: Escrever em português?
Caio: É.
Professora (dirigindo-se ao grupo): Olha lá. Gente, o Caio está falando que também tem ...Sem número, também dá pá saber a quantidade. Por exemplo, se você colocar no papel, escrever. Isso daí é saber a quantidade?
Val: Como é que vai saber que tem vinte pessoas aqui dentro?
Professora: Ele está falando que se escrever "vinte pessoas" em português, já não tem número.
Carmem: Prá saber que tem vinte pessoas, tem que contar, né?
Professora (repetindo o que a aluna falou): Prá saber que tem vinte pessoas, tem que contar. Agora, se ele escreve em português **vinte**, isso aí, quer dizer que, agora, aí já não tem mais número; se ele escrever vinte em português? É isso?
Carmem: É. Já não tem mais número.

Professora: Não tem mais número? Aí já não é mais número?
Val: Aí já não é mais número.
Caio: Pode ter alguma coisa a ver com número, né, mas a gente não está usando.
Professora: É?
Caio: A gente não está usando.
Professora: Quando escreve em português vinte, já não é mais número. É isso?
Jô: Escrevendo ele é o nome do número.
Aluna: (Inaudível)
Professora: E é número?
(Não respondem)

Análise:

Nas cenas anteriores, é possível observar que os alunos associam a palavra número ao desenho do numeral hindu-arábico. Nesta cena, a intenção da pergunta feita por nós é possibilitar que os alunos manifestem sua idéia sobre outro modo de controlar a quantidade sem usar o numeral atual.

Caio propõe escrever em português. Para ele, escrevendo a quantidade em português é possível ler a quantidade e, assim, "saber" a quantidade. Parece estar se baseando numa possível informação implícita na sua interpretação da pergunta: se o número, como imagem, representação gráfica, permite saber a quantidade, "outro modo de saber" significa outro meio que permita ver ou ler.

As perguntas feitas por Carmem e Val mostram reconhecerem a necessidade de controlar a quantidade para, posteriormente, ser possível escrever. No entanto, não propõem outro modo que não seja a contagem pelo numeral atual. Escrever, para eles, já não é mais número, "é o nome do número.".

Cena 5:

Professora: Quando a gente olha prá essa...Vocês contaram a quantidade de vidros que tinha na janela (relembrando a atividade anterior). Tem número aqui? (Apontando para a janela.)

Jô: Não.
Carmem: Não.
Professora: Não tem número aqui na janela (repetindo o que a aluna falou). Onde é que tem número?
Silvia: Na mente. No pensamento, né?
Professora: No pensamento tem número? Você acha que o número está no pensamento?
Silvia: Está.
Jô: A gente só vamos fazer o número que vai contar.
Carmem: A gente vê o objeto e conta.
Professora: E conta. E aí o número está onde? Está no objeto?
Fá: Não, está dentro da gente, né? A gente já sabe, sabe contar, então a gente vê o objeto e conta.
Professora: É..."está na cabeça da... da gente". Se você olhar pr'ali, ali (aponta para a porta).... Eles mostraram (referindo-se a outro grupo) o número da sala como número, né? Falaram lá: "Ó, tem número lá na sa..., na porta da sala."(referindo-se ao numeral 5). Olhando lá, é... o número está lá ou está na cabeça?
Carmem: Não está lá porque o número não está lá, né? E aqui (apontando para a janela) não tem número, aqui tem o... só o... janela, né? Só que janela tem.
Silvia: Conta na mente. Porque, vamos supor, aí não tem número (referindo-se à janela). Prá gente... contar, a gente tem que... abrir a boca e vir na mente, vir na mente, né?, quantos vidros tem aí, eu tenho o número. Ali (apontando para a porta) ali já tem o número, né, ali já é diferente, tem o número.
Professora: Aí, ali, não está mais na mente?
Silvia: Ali, não está mais na mente. Já está ali, né?
Carmem: Ali, a gente olha e já vê, que a gente vê (é interrompida por Val)
Val: Está na mente também porque se você não tem noção quanto que tem ali, você não vai saber também!
Aluna: É verdade.(Riu)
Professora: Como você chama?
Val: Val.
Professora: O Val está achando que aquele número da porta, "cinco", ele não está só na porta, está na mente.
Val: Está na mente porque se você não tem noção de quanto que está ali você também não vai saber. Se você olhar e você não souber quanto é que tem ali, não adianta nada. É a mesma coisa do objeto, da..., você não sabe prá que serve. Tem que estar na mente. Você tem que saber quanto é que é, também.
Fá: Se a gente não conhecesse o número, né, mas, quem

conhece sabe que ali é cinco então a gente olha e vê que ali é cinco. Com as janela, não.
Professora (dirigindo-se ao Val): Fala.
Val: Se só escrever **vinte** pessoas...aí não dá. Então, fala, então, escreve aí, quantas pessoas tem aqui (referindo-se a todas as pessoas na sala), sem contar! Não tem condições!
Jô: Mas eu falei que tem que contar.
Val: Tem que contar!
Caio: Eu estava querendo saber ali. Que eu contava sem usar os número. Eu usava, só na minha mente, sabe? Usava os número na minha mente. Então porque... aqui não é um número muito alto, dá prá pessoa... qualquer um que chega está na mente sem..., só pensando. Sem estar nem abrindo a boca prá falar e nem escrever. Dá prá contar.
Val: É exatamente essa é a função prá saber quanto tem.
Jô: Mas a mente tem que funcionar, né?

Análise:

Nesta última cena com o grupo, a discussão acontece em torno de uma questão filosófica proposta por nós. Os alunos manifestam suas opiniões refletindo se ***número*** é uma elaboração mental ou algo externo aos sujeitos.

Para o caso da janela, Carmem fala que não há número, há somente janela. Entendemos que está querendo dizer que não há nenhuma imagem de número mas há a imagem dos vidros. Todos concordam que, neste caso, o número está no pensamento. Saber contar é o que explica, segundo Fá, o fato de o número estar "dentro da gente". Conforme explicita Silvia: "a gente tem que abrir a boca e vir na mente". Para Jô, "a gente só vamos fazer o número que vai contar". Os alunos manifestam sua noção de número como uma imagem visual e, também, mental do numeral, sem comentarem a respeito do seu conteúdo operacional. Mais uma vez, parece manifestarem uma compreensão apenas sintática do número.

No caso do numeral 5 afixado na porta, Silvia diz que o número não está mais na mente, está na porta. Carmem parece concordar com esta idéia quando diz que "ali, a gente olha e já vê". O numeral escrito, de tão conhecido, parecendo manipulável, é o que mais imediatamente se percebe. Mas Val derruba esta hipótese quando diz que precisa estar na mente. A sua colocação contribui para a discussão retomando o significado mais amplo da palavra ***saber*** que, no caso, pressupõe a noção de quantidade. Segundo o aluno, olhar não é suficiente para saber. Fá parece não compreender a fala de Val. Ela retoma a questão esclarecendo que *ver* o número para quem sabe o que é número significa reconhecer. Ela entende que a afirmação de Val somente se refere a pessoas que não conhecem o número. Para o caso deles, basta olhar e ver que é cinco, porque já sabe que é 5. Além disso, retoma o conceito para o caso da janela onde, deduzimos, não é possível olhar e ver o número.

Embora avancem na reflexão abordando o aspecto quantitativo, não esclarecem, por exemplo, sobre o que significa o 5 na porta. O número não é concebido por eles como abstração resultante da interação entre o sujeito e a realidade. Ora ele é concebido como um conhecimento externo ora produzido internamente. Novamente, a explicação que dão é que para saber é preciso contar, e contar, para eles, é enunciar "palavras-número" .

Caio retoma a questão discutida, na cena anterior, e vem confirmar que estava se referindo ao ato de contar silenciosamente.

Cena 6:

A resposta elaborada por escrito pelo grupo, após as cenas aqui registradas, foi a seguinte:

Numero é uma familha que nunca tem fi vem da nosa mente e sinão
contar nos não saberia.

(Durante a socialização das respostas dadas pelos grupos, a aluna Fá explicou,oralmente)

Fá: Eu acho que a família foi uma das forma que a gente encontrou de ser comparada com o número porque a família é o seguinte: nasce um, vai morrendo, vai nascendo, vai morrendo, vai nascendo, vai morrendo e assim vai! Nunca acaba. Sempre vai continuar, ter uma continuidade.

Análise:

Os alunos reafirmam a concepção de que o número vem da mente. A analogia que tentam fazer mostra uma necessidade de explicar perceptivelmente a idéia de infinito. Eles fazem uma abstração a partir da experiência real. Aplicando esta idéia poderíamos pensar numa sucessão de números formando um conjunto onde um número surge depois do outro e o antecessor deixa de existir em determinado momento; esta sucessão acontecendo ininterruptamente. De certo modo, é verdade, pois o conjunto dos números naturais ao qual se referem é uma sucessão e esta, infinita. Por outro lado, o exemplo de que se utilizam reafirma a idéia de que um número não inclui o anterior. Colocam um número independente do anterior, os números aparecem e morrem como símbolos. São constatações empíricas possivelmente feitas pela observação dos numerais escritos numa sucessão. Não abordam a inclusão hierárquica, onde o sucessor supõe seus antecessores. Embora não cheguem a expressar uma generalização formalmente matemática, abordam aspectos do número enquanto puramente aritmético sem explicar como se passa de um número para o seguinte, que seria juntando-lhe uma unidade. Talvez o conjunto dos naturais pudesse ser comparado à uma gestação onde cada ser gerado permanecesse no útero e se tornasse um gestante de modo que o antecessor incluísse todos os seus sucessores dentro de si. De qualquer forma, estas manifestações mostram que os alunos estão afastados da origem histórica do número e do conceito como movimento de aproximação da realidade.

(As cenas seguintes acontecem no grupo cujos participantes são: Maria, Erê, Conceição, Bartolo e Iraci.)

Cena 7:

Professora: O que é número, hein? Vamos ver, Maria.
Maria: Eu penso assim, quando você vai contar, né.... Ó, eu coloquei esses número aqui e depois escrevi: "Número não tem fim."!
(Maria nos mostra o que escreveu como resposta à pergunta "O que é número ?"):

1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-
Número não tem fim.

Professora: Não tem fim (repetindo o que a aluna disse). E... aí? O que mais? Você tem que explicar pro E.T. o que é número. Mas, só isso é suficiente prá ele compreender o que é número?
Maria: O número não é assim, você contar ***um, dois, três, quatro, cinco, seis***...? Número não é isso?
Professora: É você que está falando o que é.
Maria: Então! Eu vejo assim!

Análise:

Maria define o número como a seqüência ordenada dos numerais atuais. Sua tentativa de explicar ao "ET" o que é número foi escrevendo os numerais hindu-arábicos. Embora não explicite, supomos que, ao registrar por escrito a seqüência, a aluna tenha percebido que não seria possível mostrar todos os números, concluindo que número "não tem fim". Parece que a aluna buscou repensar sobre o que é número a partir das ações que lhe permitem, na prática, expressar "os números". Ela define *número* pela ação de contar e termina sua explicação sem abordar outros elementos do conceito. O conceito numérico manifesto parece ser o que ela possui de mais elaborado e consciente até agora.

Cena 8:

Professora: Conceição, o que você acha?
Conceição: Bom, o número... eu escrevi assim: "Número é uma contagem de qualquer coisa que se conta".
Professora: Número é uma contagem de qualquer coisa que se conta (repetindo o que a aluna falou) ....e se conta prá quê?
Conceição: Se conta prá saber a quantidade que tem! E...de qualquer coisa, objetos, animais...
Professora: E prá saber a quantidade, só, ahn... só com número ?
Maria: Só com número mesmo.
Conceição: Só com número.

Análise:

Contagem é, para Conceição, o resultado do que se conta. A aluna explicita um aspecto abstrato do conceito, aquele que possibilita saber a quantidade de "qualquer coisa", independendo da qualidade que está sendo quantificada. Saber a quantidade, para ela, somente é possível com os numerais hindu-arábicos.

Cena 9:

Professora: Bartolo, o que mais você fez prá explicar o que é número?
Bartolo: É o seguinte, eu pensei assim, ó, pelo fato da gente contar os..., vai o mês, a data....Eu acho que isso é o número.
(O aluno escreveu várias datas como resposta à pergunta "O que é número?"):

(ilegível) 4maio 5juho 2agosto 6setembro 7outubro 8novenbo 14dezebro.

Professora: Serve prá contar o mês, a data.... Serve prá contar o que mais?
Maria: Tudo! Contar as pessoas....Tudo tem que contar!. Contar os tempo...
Professora: Contar os dedos?
Maria: Você conta o dia inteiro, não conta? Você fala assim: "Ah, eu vou usar quatro...". Então, você contou, né? Vamos supor, né, a casa tem cinco pessoas, eu "vou lavar cinco pratos". Então tudo você conta! "Vou lavar cinco panela". Tudo você conta, né?

Análise:

Conforme Bartolo, número é contar. Os alunos explicam o conceito pela ação de contar. Reafirmam o fato de o número permitir contar tudo a partir de aplicações em casos particulares de contar as pessoas, contar o tempo, os pratos e as panelas. O fato de Bartolo ter escrito números relativos a dias dos meses mostra a necessidade de explicar o que é número pela aplicação do conceito.

Cena 10:

A explicação, por escrito, apresentada por este grupo, durante a socialização das respostas, no coletivo da classe, foi:

1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24
25 numero não tem fim
numero é uma contagem de qulque coisa que se conta

Análise:

O conteúdo do texto mostra aspectos decorrentes da ação de contar, na acepção dos alunos, atribuindo nomes, os numerais, numa seqüência ordenada infinita de nomes. Sentem a necessidade de mostrar os numerais como entes visíveis, perceptíveis, para explicar o que vem a ser número.

Análise geral do episódio:

Os alunos, neste episódio, manifestam a noção de número através de expressões como: "tem que contar prá ter a noção de quanto tem", "se não contar não vai existir número", "é a contagem de qualquer coisa que se conta", "contar ***um, dois, três, quatro***", "serve prá contar". Para eles, o número surge da ação de contar como resultado desta ação. Ao mesmo tempo, manifestam que contar só é possível com o número, como uma sequência de nomes dos numerais hindu-arábicos atribuídos aos elementos de uma série. Pela atribuição de "números", resultará um número. O número surge como resultado da ação de evocar o número que está na mente. Explicam o número pela contagem, assim entendida, e a contagem pelo número. É como se surgisse magicamente da mente para auxiliar na contagem. Durante todo o episódio, explicam o número por este procedimento algorítmico de seu conceito. O fato de não complementarem essa explicação abordando outros elementos do conceito mostra uma inconsciência que os leva a concluir que o número é resultado exclusivo da mente humana, uma idéia, conforme Caraça (1963), *cômoda mas falsa.* O autor nos chama atenção sobre isso ao se referir à idéia de número natural a qual *não é resultado puro do pensamento, independentemente da experiência; os homens não adquiriram primeiro os números naturais para depois contarem; pelo contrário, os números naturais foram-se formando lentamente pela prática diária de contagens (Caraça, 1963: 4).*

Os alunos manifestam seu conceito sobre número como uma imagem, mental ou visual, do numeral: "tem que abrir a boca e vir na mente", "prá ver se lê a quantidade". É possível observar que a expressão numérica é o que manifestam do conhecimento. Parece que, ao se falar de número, os alunos buscam em suas experiências a imagem do símbolo que, na verdade, é um *marco tangível* para o conceito de número abstrato. O conceito não pode ser exibido, somente concebido na mente (Aleksandrov et alii, 1988). É o símbolo escrito e sua oralidade, como numeral hindu-arábico, enquanto nome, enquanto linguagem, que permite o pensamento se formular. No entanto, quando os alunos reconhecem número no "tipo do arroz" sem abordarem o aspecto conceitual que o diferencia nessa utilização, mostram uma idéia de número em identidade com o respectivo símbolo atual, o número como sendo o "numeral" em si mesmo. O uso diário do número, apreendendo-o por sua forma, o numeral hindu-arábico, mediante o hábito de fazer corresponder uma expressão oral que sugere um conteúdo operacional ao correspondente numeral escrito, faz com que o aluno não se pergunte sobre a constituição numérica para além desse significado imediato.

Nas cenas 1e 2, o número, como resultado da medição do tempo, do peso e do volume, é reconhecido como aquele que informa a quantidade sem identificarem a qualidade que está sendo quantificada, nem a unidade de medida. A imagem do número, sendo a mesma, 1 hora, 1 quilo, 1 litro, 1 vidro, naturaliza grandeza e unidade e não diferencia os aspectos contínuo e descontínuo da realidade.

Para Fá, 1 litro assume o mesmo significado que 1 quilo, ambos reconhecidos pela sua utilidade no controle da quantidade para consumo. Parece que isto se deve também ao fato de o resultado de ambas as medições se expressar pelos mesmos símbolos, os numerais lidos são os mesmos. A aluna está enfocando o símbolo gráfico sem consciência do fato de ser uma unidade criada pelo homem. Ela aborda esse aspecto sem abordar o significado quantitativo. Fá, assim como Jô, sem compreenderem o que deu origem aos numerais que vêem escritos nas embalagens, acabaram dando um significado para esses "rótulos", pelo uso diário, após erros e acertos. O número impresso na embalagem assume um significado de uso. Se não estiver impresso, podemos supor que a única maneira de avaliar a "quantidade" será pela sensação de grandeza, pela percepção visual. Não apresentarão outro modo mais preciso para avaliar.

Os alunos manifestam reconhecer a utilidade e a necessidade do número no cotidiano: "tem que ter um número", "serve prá tudo". Além disso, o caráter genérico do conceito que permite, hoje, ser o mesmo na sua representação simbólica, o numeral hindu- arábico, independente da qualidade que está sendo numeralizada, inclusive, do fato de ser de natureza contínua ou discreta, é expressado pelos alunos quando dizem, por exemplo, que "tudo você conta". Eles se utilizam desse resultado do conceito diariamente. Sabemos que, pelo sistema decimal atual, torna-se possível representar com os mesmos símbolos qualquer unidade natural e qualquer unidade artificial. O conceito atual é tão amplo que sua representação por si só não permite qualquer identificação dos aspectos qualitativos ou particulares do que está sendo numeralizado.

Os jovens e adultos pesquisados manifestam esse conhecimento como uma constatação empírica a partir do seu uso, seja a partir dos símbolos numéricos, referindo-se a horário, arroz, água, data, seja pela ação de contar alunos, dinheiro, objetos ou animais, dia do mês, pratos ou panelas. No entanto, durante todo o episódio, não manifestam reconhecer esse caráter abstrato e genérico do número, somente a sua eficiência de uso. O numeral está em tudo, perdendo-se o processo pelo qual se formou o número. Esse fato parece explicar sua inconsciência numérica como usuários que são do número.

É com o aspecto operacional do conceito atual de número que estão lidando, aquele que é possível de ser compreendido sem necessariamente ter de modificar-se para isto (Lima, 1994). Trata-se de uma abstração empírica que não exige participação ativa da subjetividade daquele que a faz. O resultado desse tipo de abstração não lhe traz elementos para ampliar a sua explicação sobre a realidade, no sentido de modificar o seu conceito numérico, na definição de conceito dada por Kopnin (1978), modificar a sua forma de apreender a essência dos fenômenos "sob o primado da explicação quantitativa"(Caraça, 1963). Essa compreensão numérica da realidade envolve a aprendizagem conceitual que discutimos nesta pesquisa.

O conhecimento numérico que possuem é utilitário e superficial contribuindo para uma visão ingênua, por exemplo, de que o domínio algorítmico possibilita não ser enganado em transações que envolvem dinheiro, como se ilustra pela cena 4. Nesta cena, Carmem e Val estabelecem uma relação direta entre dois conceitos abstratos- número e dinheiro. O aspecto operacional de ambos possibilita controlar a quantidade de cédulas de dinheiro, sem necessariamente ter de compreender o significado numérico nem financeiro de tal ato. A respeito do dinheiro, Kosik (1976) comenta:

> *Os homens usam o dinheiro e com ele fazem as transações mais complicadas, sem ao menos saberem, nem serem obrigados a saber, o que é o dinheiro. Por isso, a praxis utilitária imediata e o senso comum a ela correspondente colocam o homem em condições de orientar-se no mundo, de familiarizar-se com as coisas e manejá-las mas não proporcionam a compreensão das coisas e da realidade.* (Kosik, 1976: 14).

Da mesma forma, o número, compreendido, apenas, no significado manifesto da sintaxe do símbolo, entendendo aqui por sintaxe as regras que constróem o numeral, permite sua utilização sem exigir, para isto, que se compreenda a totalidade do conceito numérico. Não é preciso compreender todo o seu significado matemático para usá-lo com eficiência. Freqüentemente, sobretudo na Educação de Adultos, essa eficiência é confundida com domínio do conceito de número.

Para nós, o domínio pelo uso consiste na apropriação do aspecto mecânico do número, da sua forma totalmente objetivada, independente das significações numéricas do sujeito que o usa e portanto não construído por ele. O exemplo dado por Val traduz a utilidade do número, para ele, numa transação comercial para não ser enganado. Se tivesse um conhecimento mais complexo aumentaria sua consciência no sentido de não se deixar enganar pelo outro numa relação de exploração mais geral. Provavelmente se os alunos entendessem o dinheiro enquanto medida questionariam o padrão de medida usado para o sistema monetário. Mas o dinheiro parece inquestionável sob sua representação numérica. É questionado somente num sentido, aquele tornado óbvio pelas transações do dia-a-dia, ou seja, ter mais dinheiro, ter trabalho para ter dinheiro, ter dinheiro para poder viver. Será que aprender número, aprendendo a operar com o salário, aprendendo a operar com compras, a operar com estoque, etc. , se estaria elaborando com nossa subjetividade/historicidade o conceito de número?

Os alunos manifestam sua noção de número como um instrumento manipulável, como se tivessem uma idéia pronta na mente bastando evocá-la. Em nenhum momento relacionam com a sua subjetividade. O número parece mesmo não estar no pensamento como um conceito incorporado à intelectualidade. Sabem que é aplicável, é lógico-operacional, é algorítmico. Ao mesmo tempo, vem de dentro pela contagem, está no pensamento. Esta existência dual do número, tem, porém, uma qualidade comum, ele está pronto tanto no pensamento quanto fora dele. Ele não tem origem, nasce magicamente, tem existência em si mesmo. Os alunos demonstram saber o que devem fazer "prá saber a quantidade" mas não explicam o seu significado numérico, não pensam numericamente a realidade.

As respostas que os alunos dão, durante todo o episódio, mostram que o uso mecânico já elaborado não possibilita criar situações de contagem por correspondência um-a-um, ou seja, de abordar criativamente os elementos constitutivos do conceito numérico.

EPISÓDIO 2: **Quem inventou os números?**

O objetivo é conhecer o conceito numérico que possuem através das suposições que fazem a respeito da origem dos números.

Perguntamos para os alunos quem eles imaginam ter inventado os números. Após conversarem a respeito com seu colega, em duplas, fazemos um painel de socialização das respostas a fim de elaborarem uma resposta do grupo-classe. Neste momento propusemos o debate embora a falta de prática dos alunos neste tipo de dinâmica restringiu sua participação ao ouvir.

(Há pessoas que participam deste episódio que também participaram do anterior. São elas: Maria, Jô e Caio.
Na 1ª cena, a conversa acontece entre as alunas e nós. Nas seguintes, a discussão é com o grupo- classe, socializando as respostas de várias duplas.)

Cena 1:

Alminda: Eu acho que o número vem da própria natureza. O mundo já vem com os números.
Celma: Prá saber a quantidade.
Professora: Quem já vem com os números? A gente ou a natureza?
Alminda: A própria natureza.
Celma: Todas as coisas já vêm com a quantidade de número, já vêm...já foi inventado desde que o mundo é mundo.
Professora: Explica um pouco mais isso daí, da natureza.
Alminda: Eu acho que desde o tempo que Deus criou o mundo, criou tudo, né, foi ele que criou. Então já criou o número.
Professora: Então já existia...Por exemplo, pensar numa árvore, ela tem número, é isso?
Alminda: A árvore tem número de folhas, né? A gente não sabe. Dentro tem o número, quer dizer, uma coisa que foi criada por Deus, pela própria natureza. Eu acho, né?
Professora: O que você acha, Celma?
Celma: Eu acho que só ele sabe assim...a quantidade, né,

de coisa que ele pôs no mundo, que significa o número.

Análise:

Para Alminda, Deus criou os números quando criou o mundo, a natureza, pois os números, segundo ela, já vêm junto com a natureza. Nós perguntamos se são os seres humanos que já vêm com os números ou se é a natureza que já vem com eles. Em sua resposta: "A própria natureza.", parece não incluir os seres humanos na categoria **natureza.** Podemos entender que a aluna está se referindo a número como algo que está na natureza não-humana, como algo externo aos sujeitos. Qual o significado que Alminda estaria dando à palavra número? A princípio, não parece estar se referindo aos símbolos numéricos, pois caso o fosse, não os reconheceria diretamente na "natureza".

Como vimos no episódio anterior, para os alunos que dele participaram, a tendência foi afirmar que o número está na mente. Seria preciso contar para evocar a imagem de número que vem da mente. No caso de Alminda, porém, o número já vem junto com a natureza não- humana. O número de folhas, por exemplo, está dentro da árvore. Estas afirmações nos permitem compreender que ambas, a de que o número está na mente e a de que o número está na natureza, referem-se ao número como uma criação divina.

A princípio, parece ser uma afirmação que contradiz a idéia citada acima. São as intervenções de Celma que nos esclarecem a esse respeito. A aluna menciona número associando, a todo o momento, a quantidade. No final da cena, Celma diz que a quantidade de coisa que Deus pôs no mundo significa o número e Alminda parece concordar. Deste modo, podemos deduzir que Alminda refere-se a número como sinônimo de quantidade.

Subjaz a esse diálogo a seguinte lógica, Deus colocou as quantidades na natureza, mas número e quantidade são uma identidade, então foi ele que, também, colocou os números na natureza. Frente a essa lógica, poderíamos suspeitar que estamos diante de uma visão bíblica de criação dos números. Assim como Deus criou o sol, a lua e as estrelas, e todos os elementos do universo, criou também o número. Criou todos os números de uma só vez.

O aspecto quantitativo está, para elas, como uma característica intrínseca das coisas, perceptível, independente de quem as observa. Não está abordando, assim, o conceito como elaboração mental resultante de um processo interativo entre o ser humano e o meio. Não estão reconhecendo número como construção humana.

Cena2:

Professora: Vocês aqui. Quem inventou os números?
Nelson: Acho que foi o mesmo homem que inventou a escola.
Professora: O Nelson acha que foi o mesmo homem que inventou a escola. Então ele está querendo dizer o quê com isso? Que o número saiu da escola, né?
Nelson: É.
Professora: Que veio junto com a escola, é uma invenção da escola?
Nelson: Da escola. Sem a escola não ia ter número porque (é interrompido pela professora)
Professora: Sem a escola não tem número?
Nelson: Não tem porque como você vai aprender sem a escola? Então se teve a capacidade de inventar o número então poderia inventar a escola também. Eu acho que foi o mesmo homem que inventou a escola, né?(1)
Professora: Olha, se tem a capacidade de inventar o número...tem a capacidade de inventar a escola.(Traduzindo a fala do aluno.)
Nelson: A escola.
Professora: Ele acha que o mesmo homem que inventou a escola é o homem que inventou os números.
Nelson: Bom, a minha opinião é essa.
Professora: Então! Eu estou levantando a questão. A Geni também acha isso?
Geni: Acho.

(1) Em conversa anterior, durante a aula, o aluno esclareceu que se refere a ***homem*** como "um homem só".

Análise:

Nesta cena, Geni e Nelson reconhecem que os números são criação humana e atribuem esta invenção a um único homem. Segundo Nelson, foi o mesmo homem que inventou a escola. Como ele mesmo diz: "como você vai aprender sem a escola?" Está argumentando, assim, que é preciso aprender os números e isto só é possível na escola. Continuando seu raciocínio, para que isso aconteça alguém deve ter inventado a escola para ensinar os números. Com a capacidade para inventar o número, é possível criar a escola, então pode ter sido o mesmo homem. Para ele, "sem a escola não ia ter número".

Os alunos consideram que o número sempre foi assim já que não fazem distinção do termo ***número*** quando se referem ao passado. Os números foram criados do modo como eles são, hoje.

Cena 3:

Maria: Eu acho que foi um escritor.(Ri)
Professora: Maria acha que foi um escritor. Foi um escritor que inventou o número. Fala um pouco mais, Maria, o porquê.
Maria: (Maria ri)
Professora: Por que você acha que é um escritor? Fala, é só falar.
Maria: Ah, porque antigamente não existia, assim, computador, né, porque, hoje em dia, tudo é computador, né? Então foi um escritor!

Análise:

Maria também é da opinião de que o número é obra humana; imaginando o inventor do número como sendo um escritor, alguém que escreve. Podemos supor que o número, para ela, foi inventado sob a forma escrita. Seu conceito de número está preso ao numeral escrito. Sua suposição leva-nos a pensar que o símbolo numérico define o conceito para ela. A aluna deixa transparecer em sua conjectura que o registro numérico escrito é intrínseco ao conceito de número que possui. Seu desconhecimento sobre a gênese do número revela um conceito numérico que não traz consigo o movimento histórico de sua criação. Mostra uma inconsciência histórica de evolução conceitual do número imaginando apenas que foi criação anterior à do computador.

Cena 4:

Alminda: Ah, eu falei que eu acho que o número foi inventado pela própria natureza. Ele já vem da natureza. Tudo que já vem já vem junto.
Professora: A Celma vai esclarecer um pouco mais sobre essa idéia, que o número já vem junto com a natureza.
Celma: Eu também acho, né, porque eu acho que Deus sabe a quantidade de coisa que ele deixou no mundo, né? Significa o número. Eu entendo assim.
Professora: Você falou da quantidade. Como é que é?
Celma: Eu acho que só Deus é que sabe a quantidade de coisa que ele botou no mundo, então isso significa o número.

Análise:

Esta parece ser uma cena já vista. Acontece com as mesmas alunas mas em momento posterior, de socialização das idéias de cada grupo ou dupla. O que podemos observar é o fato de as alunas estarem ouvindo as idéias dos outros grupos, registradas pelas cenas anteriores, e não modificarem a sua conjetura, registrada inicialmente. Novamente, Alminda, em nenhum momento, usa a palavra quantidade. Ao dizer "Tudo que já vem já vem junto" parece estar querendo dizer que todas as coisas "já vêm com número junto" ou "já vêm" com a quantidade fazendo parte delas, porém não menciona a palavra **quantidade**.

Cena 5:

Jô: Eu acho que quem inventou os números, prá dizer melhor, quem criou os números, foi Deus, né, porque foi ele que fez, que usou (inaudível) então ele sabe a quantidade que tem e aí a quantidade, aí, veio um outro que inventou o número, gente com conhecimento, também.
Professora: Espera aí. Então a quantidade foi ele que fez, foi Deus? Tá. E aí, liga (você) com número. Como é?
Jô: Todos os número está...que todos os número que ele (Deus) sabe, a gente...então nesse ponto a gente pode entender que o número foi criado por Deus, né? Assim como ele criou o número, criou todas as coisas, né, então...como ele sabe quantos grão de areia que tem no

mar, eu acho que tudo é número que ele tem, então eu acho que quem criou o número foi Deus. Homem nenhum aqui na Terra tem condição de criar o número, né?
Professora: Caio, quer falar mais alguma coisa?
Caio: Eu acho que ele está certo. Eu estava pensando a mesma coisa aqui.

Análise:

Podemos observar, na cena, que Jô vai reelaborando suas idéias, concluindo, no final, que o número é criação de Deus. Inicialmente, ele diz que a criação é de Deus ao mesmo tempo em que levanta a possibilidade de ser uma invenção de "gente com conhecimento, também". Após nossa intervenção, o aluno parece reelaborar suas idéias dizendo que Deus é o criador do número por saber todos os números. Segundo ele, se Deus sabe a quantidade de grãos de areia do mar é porque "ele tem número". Para saber a quantidade só com número. Em seguida, faz uma afirmação conclusiva descartando a possibilidade de ser criação humana. O aluno parece raciocinar da seguinte forma, se nenhum homem é capaz de saber a quantidade de coisas que há na Terra então o número não pode ser criação humana. Para ele, Deus sabe a quantidade de coisas. Como Deus vai saber a quantidade de coisas sem o número? Saber a quantidade, segundo Jô, somente é possível pelo número. Sendo enorme a quantidade de coisas criadas, somente Deus prá saber esse número enorme. Para ele, nenhum ser humano tem condições de criar o número e Caio manifesta concordar com ele.

Cena 6:

Professora: Fala, Cid.
Cid: Quem inventou os números fomos nós...Quem inventou os número foi um grupo de pessoas.
Professora: Olha lá. Ele acha que quem inventou os números foi um grupo de pessoas.
Cid: Eu acho, né, não sei se está certo.
Professora: Tem gente achando que o número está na natureza, tem gente achando que foi Deus, então, que criou os números. Você acha que foi um grupo de pessoas que criou. Por quê? Explica um pouco mais. Você quer falar mais alguma coisa? Por que você acha isso?
Cid: É, porque... sempre é gente que faz os números. É

gente que coloca os números, então é...jogado por essa questão que é das pessoas, os números, né?
Professora: Vem da cabeça das pessoas?
Cid: Da cabeça das pessoas que inventam os números. A pessoa sabe. As pessoas, tem gente que inventa tudo. Os números foram inventados por umas pessoas. Não foi por...
Professora: E, não, por uma?
Cid: Não, por uma (não foi inventado por uma única pessoa.).

Análise:

Cid argumenta que os números são sempre feitos, usados, por seres humanos e, como ele mesmo diz, "tem gente que inventa tudo", por isso ele supõe ser criação humana. Fica explícito em sua fala o seu reconhecimento da possibilidade humana de inventar. É o único aluno, durante todo o episódio, que manifesta a suposição, de que a criação do conceito numérico foi coletiva. Não diferencia o número, em sua época de criação, do número atual, o que demonstra estar se referindo a um conceito estático. Podemos supor que, para ele, o "número" não muda, é o mesmo desde sua criação.

Cena 7:

Cleide: Eu acho que quem inventou foi o homem.
Professora: Foi o homem? "O homem" no sentido de ser humano?
Cleide: Ser humano.
Professora: Não foi Deus?
Cleide: Não. Deus deu a capacidade para o homem criar o número.
Professora: Foram os homens e mulheres?
Cleide: Não. Não. Foi o homem, ser humano. Minha opinião é essa.

Análise:

A aluna manifesta sua idéia de o número ter sido criado pelo homem. Segundo ela, não foi Deus, esclarecendo que a Deus coube dar a capacidade para o homem criar o número. A princípio, Cleide esclarece que está se referindo a homem como ser humano. No entanto, quando perguntamos se o termo significa "homens e mulheres", ela nega dizendo tratar-se de "homem, ser humano". Sua última fala deixa dúvidas quanto ao sentido que está dando para a palavra **homem**. De qualquer modo, sabemos que, na sua opinião, o número foi invenção humana e não, divina. Ao entender como criação do homem em geral apresenta diferença com relação ao parecer do colega que atribui a criação numérica a um homem.

Cena 8:

Reinaldo: Eu acho o seguinte. Eu acho que, na minha opinião, primeiro Deus, né, e segundo, eu acho que foi o mesmo que descobriu o Brasil.
Professora: Primeiro Deus?
Reinaldo: Aí ele (Deus) deu a capacidade prá que o que descobriu o Brasil descobrisse o número, que é o Pedro Álvares Cabral, né? Então, eu acho que foi ele.
Professora: É? Por que o Pedro Álvares Cabral?
Reinaldo: Ah, não sei, porque ele que descobriu o Brasil. Ele descobriu o Brasil sem saber que estava...? Então eu acho que ele que descobriu o número.
Professora: Pelo menos, ele tinha que saber, né?
Reinaldo: Claro. Só se tinha alguém antes dele, né? Porque era Deus, então aí, depois vinha um outro antes dele.
Professora: E vocês, acham isso? (Dirigindo-se aos outro membros do grupo)
Aluno: Acho.
Professora: Não existia ninguém antes de Pedro Álvares Cabral?
Reinaldo: No Brasil não tinha. Só Deus, né?

Análise:

Reinaldo diz que a criação do número não é, diretamente, obra divina. Segundo ele, os números foram descobertos pelo mesmo homem que descobriu o Brasil. Quando procura justificar esta suposição dá a entender que não é possível alguém descobrir terras e não saber sobre número. Outro aspecto importante é o fato de dizer que os números foram descobertos. Refere-se à invenção dos números como uma descoberta semelhante à descoberta do Brasil, como algo que foi encontrado por acaso. Parece estar querendo dizer que os números não foram inventados, mas, sim, encontrados prontos, da mesma forma como Pedro Álvares Cabral encontrou estas terras. No meio da cena, ele diz: "Só se tinha alguém antes dele.". A princípio entendemos que está considerando Pedro Álvares Cabral como o primeiro ser humano a habitar o mundo; o que nos poderia fazer concluir que o mundo significaria o que hoje chamamos de Brasil. Mais adiante verificamos que não faz referência ao mundo, mas somente ao Brasil. Para eles, Cabral foi o primeiro habitante humano destas terras e, por ser o primeiro, foi ele quem "descobriu" o número. Podemos concluir que situam a "descoberta" do número no Brasil.

Análise geral do episódio:

Os alunos, neste episódio, ao manifestarem suas conjecturas sobre a origem do número, deixam transparecer aspectos importantes do conhecimento numérico que possuem.

Na cena 1, outro dado que podemos obter da conversa, é com relação à visão de mundo revelada em suas reflexões. Para Alminda e Celma, o número está na árvore. De acordo com elas, "dentro tem o número" que "a gente não sabe". Assim, podemos supor que, para elas, toda transformação por que passa uma árvore é determinação divina. Para elas, a quantidade das coisas do mundo, "desde que o mundo é mundo", é definida por Deus. Subjaz a esse diálogo a seguinte lógica, Deus colocou as quantidades na natureza, mas número e quantidade são uma identidade, então foi ele que, também, colocou os números na natureza. Frente a essa lógica, poderíamos suspeitar que estamos diante de uma visão bíblica de criação dos números. Assim como Deus criou o sol, a lua e as estrelas, e todos os elementos do universo, criou também o número. Criou todos os números de uma só vez.

Essa visão é compartilhada por Caio e Jô. Estes alunos e as alunas referem-se a número como algo imutável, existindo desde a origem do mundo da mesma forma como se apresenta hoje. É mágico. Deus pôs uma quantidade de coisas no mundo, pôs de uma vez, e todo o resto é previsível somente por ele, não, por nós. Podemos deduzir que toda invenção humana da qual os alunos não tiverem consciência de sua gênese, concluirão que é definição divina, cabendo aceitar do modo como elas acontecem e descobrí- las.

O conhecimento numérico que possuem parece não contribuir para uma visão de movimento de construção de abstrações numéricas. Não estão de posse do conceito como um movimento permanente de criação humana. Além disso, a compreensão de um mundo estático se reafirma pelo conceito de número que possuem, pois este não se contrapõe a ela. O conceito que detêm parece ser tão definitivo, imutável, quanto, para eles, tudo o que há no mundo. O conhecimento numérico não está presente como um movimento de aproximação crescente do conhecimento humano sobre a realidade, não como quadro explicativo da realidade onde quem faz o recorte é o ser humano na sua relação com o meio.

A princípio, a posição de Nelson e de Geni parece se diferenciar dessa, de que Deus criou o número dentro das coisas, criou as coisas associadas concomitantemente ao número. Para eles, o conceito é uma elaboração mental tanto de quem inventou, que para isso, precisa ter "a capacidade de inventar o número", quanto por parte dos outros seres humanos que precisam aprender, compreender o conceito. A outra posição, de o número ser criação divina, encara número indissociável das coisas, como se ver as coisas fosse suficiente para saber número, como se estivesse fora da mente humana, não sendo uma elaboração mental.

Podemos observar que ambas as posições consideram a criação do número advinda de um único ser possuidor de uma capacidade especial para tal feito. Significa dizer que, para ambas, o ser humano comum não seria capaz de inventá-lo. Não explicam o motivo de tal invenção. Além disso, ambas estão supondo que o conceito numérico não depende da aceitação pelos seres humanos. Trata-se de uma imposição feita por um homem ou por um deus e não, de uma convenção social. Trata-se de uma lei determinada por um homem ou por um deus, ou mesmo pela natureza.

Dentre os alunos participantes deste episódio, somente Cid manifesta claramente a idéia de o número ser uma invenção coletiva humana. "Quem inventou o número fomos nós...", diz ele, reconhecendo-se como um igual àqueles que inventaram. Sua explicação, baseada numa constatação empírica, possivelmente, levanta uma possibilidade não mencionada pelos demais, com exceção de Cleide que parece concordar com Cid. Porém, em nenhum momento, nem mesmo Cid e Cleide, manifestam suposições a respeito da possibilidade de o número ser diferente em outras épocas. Os alunos não reconhecem a invenção do número como um longo processo de sucessivas sínteses onde a cada uma delas novos elementos vão reconstruindo o conceito ampliando-o e modificando-o. Todos os alunos manifestam um conceito estático, pronto e acabado de número.

Portanto, a consciência histórica não é um aspecto do conceito de número dos alunos. A aprendizagem conceitual a qual nos referimos nesta pesquisa supõe o desenvolvimento dessa consciência, no trabalho em sala de aula, como objetivo a ser perseguido juntamente ao desenvolvimento da capacidade criativa dos alunos.

O conceito, entendido como *síntese de um momento histórico de criação humana* (Lima, 1998: 51), deve, assim, ser abordado como conteúdo escolar. Sua aprendizagem implica estar o aluno se situando, sempre que possível, no movimento geral da história humana de sua criação, aquele que dará impulso à vivência de recriação do conceito.

EPISÓDIO 3: **Como controlar a quantidade de ovelhas?**

O objetivo desta atividade é propor uma forma de controlar a variação de quantidade sem o uso do numeral hindu-arábico.

Iniciamos a atividade com uma leitura e discussão sobre o momento histórico do trabalho humano. Os homens e as mulheres, já não vivendo somente da coleta de alimentos, haviam aprendido a plantar, a criar animais, a construir seus próprios instrumentos de trabalho gerando, assim, um aumento na produção de alimentos aumentando suas populações por sua relativa fixação na terra. A situação colocada para a classe é a respeito de um pastor primitivo que guardava ovelhas. Todas as manhãs, soltava as ovelhas para que pastassem e no final da tarde as recolhia no curral. Não sabendo contar pela forma atual, fazia uso apenas do senso numérico para controlar a variação da quantidade no rebanho. No entanto, o rebanho foi aumentando e o pastor foi percebendo que seu senso já não era mais suficiente para lhe "avisar" sobre a ausência de alguma ovelha ou a presença de uma nova. Diante desta situação, perguntamos à classe: "Como o pastor poderia fazer para saber se a quantidade de ovelhas que saem é a mesma na volta?"

Cada aluno recebe uma folha com ilustração sobre a história. A classe é dividida em grupos onde os alunos discutem suas idéias para posterior debate e escolha de soluções que o grupo- classe achar mais adequadas.

Cabe aqui observar que "senso numérico" já havia sido abordado em aulas anteriores quando os alunos experimentaram a sua própria sensação numérica e sua limitação no controle da variação de quantidades superiores.

(Os alunos participantes deste episódio são Maria, Conceição, Erê, Cid e Iraci. Maria e Cid participam de episódios anteriores.)

Cena 1:

Professora: Pode falar, Erê.
Erê: Só uma palavrinha, só. Acho que ele carimbava com ferro, né, porque (é interrompido por nós)

Professora: Aí, ó, uma idéia dele: carimbar com ferro quente. Fogo tem, né?
Erê: É. Quem tem fazenda de gado, eles ferram com... com ferro quente.
Professora: Tá bom. Então vamos pensar isso daí: Como é que seria prá controlar, prá saber que a quantidade que saiu é a mesma que voltou, com ferro quente? Tá bom. Então o que é que você vai fazer?
Maria: Mas acho que mesmo com ferro quente ele não vai sanar ainda, né?
Erê: Vai.
Professora: Então explica. Fala. Fala como é que é, Maria. Explica um pouco.
Maria: Ele não vai saber.
Professora: Explica um pouco, né?
Maria: Porque ó: se ele não sabe contar, se o senso numérico não adianta, então como é que ele vai saber, mesmo marcado, quantos tinha, quantos saíram e quantos voltaram? Ele não vai saber!
Erê: (Tenta falar. Inaudível)
Conceição: Eu acho que não.
Professora: Fala, Erê.
Erê: (Inaudível)são diferentes, cada um (Inaudível)
Professora: Olha lá.
Conceição: Então...então, vai...vai uma... quantidade, vamos supor, umas cem ovelhas. Ele soma cem ovelhas, vamos supor, uma comparação, né, e no meio dessas cem, vai dez com o chocalho, prá fazer aquele barulhinho, né?
Professora: Espera aí, espera aí. Vamos pegar, primeiro, a idéia do Erê. O Erê está falando de ferrar, de marcar. Olha aqui...então, as ovelhas estão onde, Erê?
Erê: Estão no pasto.
Professora (Fala concomitante à fala do aluno): Estão no cercado.
Erê: Aí já estão marcadas, já.
Professora: Estão marcadas (repetindo o que o aluno falou). Tá. À tarde, elas voltam. E aí?
Erê: Aí elas vai ir pros ferro. Aí ele vai mandar pros ferro.
Professora: Como assim?
Erê: (Inaudível), vamos supor.
Professora: O que precisa acontecer? O que é que ele espera que aconteça?
(Silêncio).
Professora: O que ele espera que aconteça?
Maria: Que elas voltem todas.
Professora: Que elas voltem todas.
Maria: Não fica nenhuma lá fora.
Professora: Como é que vai conferir se elas voltam todas, com o ferro marcado?
Erê: Justamente.
Professora: Como é que é? Tá. Então, é só prá pensar junto, né. Podem

ir, então, falando. Vocês têm que falar em grupo, né? Como é a história do Erê? Erê está achando que marcando com ferro ....então aí... Iraci (procurando envolver a aluna na discussão), sai cada ovelha com uma marca e aí na hora de voltar, como é que ele vai saber a (interrompe)
Aluna: Não dá não.
Professora: Não dá, né, Erê? Porque se sobrar uma por perto e (inaudível) ele não vai perceber. Mesmo que mude a marca. Como é que é, muda a marca e aí? O que é que tem que acontecer prá que a...é... a mesma quantidade que saiu tem que voltar?
(Silêncio)

Análise:

Erê propõe marcar as ovelhas com ferro quente para solucionar o problema. A marca nas ovelhas poderia evitar que alguém as levasse embora e também facilitaria a devolução de alguma ovelha perdida. Sabe-se que a marca é uma forma de identificar o proprietário do animal.

A prática de marcar os animais é muito comum e habitual dos criadores de animal. Erê demonstra conhecer esta prática e é a partir deste conhecimento que tenta solucionar o problema. Nesta situação, ele justapõe um conhecimento, não o reelabora adaptando-o ao problema. Sua idéia parece traduzir uma tentativa de evitar a perda, extinguindo-se a possibilidade de variação na quantidade de ovelhas e consequentemente, do surgimento do problema. No entanto, sabemos que a marca nas ovelhas não evita a perda, por exemplo, por morte ou acidente. É possível, assim, haver perdas e, portanto, variação na quantidade de ovelhas, o que nos leva à questão colocada inicialmente pelo problema.

A proposta de Erê é refutada por Maria ao argumentar que se o pastor não sabe contar e "se o senso numérico não adianta", ele não vai saber, pelas marcas, "quantos tinha, quantos saíram e quantos voltaram". Maria reconhece a insuficiência do uso do senso numérico sem, no entanto, propor outra forma de controle da quantidade. Para ela, parece não existir outra forma que não seja contando pelo número do modo como ele se constitui hoje, o número atual. Sendo assim, sem o uso do número no seu estágio mais abstrato e sem o uso da sensação numérica, para ela, fica difícil saber como o pastor vai controlar a quantidade. Ela não propõe uma nova idéia de solução, mas recupera as condições em que se coloca o problema.

Mesmo assim, Erê parece não se convencer da inadequação de sua idéia para o controle das quantidades e quando a professora pergunta como vai conferir se elas voltam todas, marcadas a ferro, Erê diz: " Justamente.", dando a entender que está convencido da eficiência de marcar com ferro. Erê não reconhece que mesmo ferrando, a ausência de uma ovelha não seria constatada.

Percebemos, neste episódio, que Conceição não participa da discussão sobre a idéia de Erê. Enquanto o diálogo transcorre, ela se concentra em sua idéia.

Cena 2:

Professora: Ela tem uma idéia. Fala a sua idéia, Conceição.
Conceição: Uma idéia que eu acho é a seguinte: tem uma quantidade de ovelhas, umas cem ovelhas, né? Ele soltou umas cem ovelhas. No meio dessas cem tem dez com chocalho, né, a gente coloca nelas para elas ir pro mato, né? Prá quando a gente for procurar elas , antes da gente chegar onde está elas, a gente já escuta de longe. Aí já sabe onde é que elas estão. Aí, no meio dessas cem, aí vai voltar ...vai...vai voltar umas... umas cento e cinco no meio daquelas. Não! No meio daquelas noventa e cinco, às vezes, está faltando cinco com...com o chocalho, né, tá vindo só cinco com o chocalho e noventa sem chocalho. Não sei.
Professora: Se não vierem? Se vierem todos com chocalho e não vierem as que... as sem chocalho?
Conceiçao: Aí... aí complicou! (Riu)
Professora: E se você, ao invés de pendurar o chocalho
Erê: No pescoço?
Professora: usar o chocalho perto de si. O "cara" segurar o chocalho.
Maria: Aí balança e elas vêm?
Professora: Não. Não.

Análise:

A idéia da Conceição é colocar chocalho em algumas ovelhas. Ela mesma explica que o som do chocalho permite localizar a ovelha de longe, "antes da gente chegar onde está elas". Supondo ela que cem ovelhas saíssem para pastar, dez estariam com chocalho e noventa sem o mesmo. Noventa e cinco ovelhas retornariam do pasto e as cinco faltantes, ela supõe, estariam com chocalho.

O fato de os chocalhos irem junto com as ovelhas não permite o controle da variação quantitativa. O desaparecimento de uma ovelha, encontrando-se esta a uma distância que impossibilitasse o controle pela audição ou pela visão, por exemplo, dificilmente seria notado já que o chocalho correspondente também desapareceria por estar preso à ovelha. Somente seria possível a ciência do fato se os chocalhos ficassem em poder do pastor quando as respectivas ovelhas saíssem para pastar pois, ao retornarem os animais, pela correspondência um-a-um, pela equivalência entre conjuntos, o pastor conseguiria saber se a quantidade era a mesma. Esta idéia é sugerida por nós. Significaria mudar a regra- chocalhos, que usualmente avisam o local onde se encontram os animais, estariam servindo de conjunto auxiliar de contagem. No entanto, os alunos não demonstram compreender nossa sugestão. A pergunta feita por Maria, " Aí balança e ela vem?", mostra sua tentativa de compreensão mas ainda no sentido de controlar as ovelhas e não somente o seu aspecto quantitativo. Isto pode demonstrar uma apreensão da realidade onde o aspecto quantitativo não se desprende do aspecto qualitativo que lhe é atributo.

Cena 3:

Professora: Pode ser a fita, a fita que você falou. Essa função da fita, quem teve a idéia de falar...de fazer com a fita? (Referindo-se a uma idéia sugerida no grupo)
Maria: Então! Pode colocar uma fitinha no pescoço! Em cada uma!
Professora: E daí? Cada fita...
Conceição: Cada fita é cada cor
Erê: em cada ovelha (continuando a frase da colega).
Professora: E aí? E aí se não vier alguma, como é que ele vai saber? Pode estar num buraco, né?
Conceição: Se vier alguma com alguma fita de uma cor...
Professora: Então, como é que ele vai saber que não veio?...
Conceição: Ai, Jesus!

Análise:

Maria manifesta uma idéia que havia sido sugerida pelo grupo em momento anterior ao episódio. Sugere colocar uma fita no pescoço de cada ovelha à que Conceição acrescenta, como sugestão, a idéia de atribuir cores diferentes para as fitas. Intervimos neste momento levantando a hipótese de não voltar uma ovelha , quando

Conceição manifesta estar ainda imaginando a sua idéia na prática. Embora não tenha completado seu pensamento, é possível compreender que se trata de uma tentativa de controlar a variação de ovelhas e não, a variação da quantidade do rebanho, cores diferentes para ovelhas diferentes. Na verdade, o que faz com esta idéia é acrescentar mais um aspecto diferenciador à ovelha além de tantas outras próprias de seu fenotipo. A proposta original, de amarrar uma fita no pescoço de cada ovelha, também não soluciona o problema; permite, apenas, diferenciar as ovelhas deste rebanho de ovelhas de outros rebanhos que ocasionalmente possam surgir. Ao final da cena, Conceição diz: "Ai, Jesus!". Esta expressão é entendida por nós como manifestação de desassossego por ainda não ter encontrado uma solução para o problema.

Cena 4:

Cid: Professora, vem cá. Tudo bem que ele não sabe contar. E marcando? Cada um ...soltou uma, vamos supor
Professora: E marcando?...
Cid: Não dá prá descobrir se faltou, se não faltou?
Professora: Então! Não dá prá descobrir?...marcando?...
Cid: Marcar (inaudível) ela volta...certo? Dá, não dá?
Professora: É uma boa idéia.
Cid: Ôi?
Professora: É uma boa idéia.
Cid (mostrando a anotação feita no caderno): É, porque, se não me engano, ele vai marcando aqui, ó.
Professora: Olha aí, ó. Olha a idéia dele, ó, marcar no próprio pau, não é isso?. Marca no próprio pau. Como é a sua idéia? Como é que você chama?
Cid: Cid. Ó, ele marcou aqui, ó. Ele liberou a ovelha no pasto e marcou um aqui,ó. Libera mais uma, marca mais um, dão dois, né?, no pau. Então libera, libera, libera até ele liberar tudo. Ele marca tudo. Na volta ele sabe re... se...na hora que for de recolher, ele sabe se está...como é que está, pelos pau.
Professora: Como é que ele vai descobrir, na volta, se está faltando ou se tem a mesma quantidade?
Cid: É porque está marcado, no caso, né ? Então se, vamos supor, se ele for conferir a marcação e não tiver o total certo, sabe que está faltando!
Professora: Mas como é que... não, como é que vai ficar a marcação? E... na contagem dele, como é que vai ficar a marcação? Vai...vai faltar pauzinho?
Cid: Vai sobrar pauzinho.

Professora: Vai sobrar pauzinho.

Análise:

Cid propõe marcar em um pedaço de madeira. Isto significa fazer entalhes no cajado que o pastor usa para controlar as ovelhas. Sua fala: "(...) Tudo bem que ele não sabe contar (...)" parece indicar que sua proposta é de controlar a quantidade sem usar o numeral hindu-arábico:

Cid explica que, ao liberar uma ovelha para o pasto, o pastor deve marcar "no próprio pau", referindo-se ao sulco que poderia ser feito no próprio cajado utilizado pelo pastor. Então a cada ovelha que saísse para pastar ele faria uma marca no cajado. Ele associa um traço a cada ovelha, utilizando-se da idéia de correspondência biunívoca no seu sentido mais abstrato que estabelece a relação de equivalência entre os dois conjuntos. Um traço, que usualmente, não tem nenhuma relação com ovelha, está com ela relacionada como instrumento auxiliar de contagem. Cid confirma a sua idéia de fazer uma equiparação termo a termo entre os elementos dos 2 conjuntos, as ovelhas e as marcas no cajado, ao dizer: "(...) Então libera, libera, libera até ele liberar tudo. Ele marca tudo.(...)". Depois esclarece que, para saber se voltaram todas, o pastor deve conferir com a marcação. O aluno supõe que "se não tiver o total certo", o pastor saberá "que está faltando" ovelha, dando a entender que não havendo correspondência biunívoca, a relação de equivalência não se reestabelece entre os dois conjuntos anteriormente equivalentes, por dedução, haverá perda ou ganho de ovelha. Ele não explicita sobre a possibilidade de voltarem mais ovelhas do que aquelas que saíram. Parece que a "não-generalização" pode ter sido induzida pela professora quando, ao perguntar, não colocou todas as possibilidades. Mas supomos que este tipo de atividade proporcionou-lhe uma elaboração explicativa e lógica do pensamento de equivalência, o que não aconteceria se lhe fossem oportunizadas atividades de exercício numérico somente ao nível formal. De qualquer forma, o caso que expõe traduz coerência interna: se está faltando ovelha, vai sobrar "pauzinho". A idéia de número no seu estágio inicial foi sugerida por Cid. O aluno manifesta a idéia de fazer de uma marca um numeral, um *numeral- objeto*. Trata- se de uma idéia bem situada nas condições do problema que o soluciona satisfatoriamente. Não podemos afirmar que tenha criado a idéia neste momento em que ocorre o episódio.

Cena 5:

Maria: Ó, Conceição, aqui está escrito que ele criou o próprio instrumento, né? Está aqui ó: "ele aprendeu, aprendeu a lidar com pedras e madeiras para cortar...cortar..."
Conceição: "E quebrar".
Maria: "E quebrar. Inventou, então, seus próprios instrumentos de trabalho."... Será que ele não marcou com uma pedra numa árvore, assim, fazendo risquinho? Pode ser também, né? Né, Erê? Será que...Aqui está escrito, ó, que ele criou seu próprio instrumento.
Iraci: Vamos supor, quando a ovelha saiu, ele pegou a pedra e marcou na árvore?
Maria: Então! Mas se ele não sabe contar!?
Iraci: Aí como é que faz?
Maria: Que ele criou o próprio instrumento dele, né? Então ele pegaria essa pedra aqui e marcava na árvore, né?
Aluna: (inaudível)
Aluna: (inaudível)
Maria: Compreendeu, Erê? Prá eles saberem se voltaram todas, eles foram junto! Né? Prá eles saberem se voltaram todas, acho que eles foram junto com elas, tá vendo? E esse negócio deles ir junto (inaudível). (Riu) Eu acho que prá eles saberem.... Professora!(chama- nos por estarmos conversando com outro grupo).... Eu acho que eles foram junto com as ovelhas.
Conceição: Então eles coloca um pau assim registrado na fitinha... na cabeça, né?... Né, Maria? Eles coloca um pau assim registrado na cabeça deles, (inaudível), né?
Erê: Eu acho que eles foram junto com elas, né?
Maria: Eu acho que eles foram junto.

Análise:

Esta cena acontece sem a nossa presença. Maria e o grupo estão lendo o texto distribuído a todos os alunos da classe onde se contextualiza o momento histórico do trabalho humano desencadeador deste tipo de problema de contagem. A aluna manifesta refletir sobre a idéia de Cid a partir das informações do texto sugerindo à colega fazer sulcos na árvore com uma pedra. Iraci dá continuidade à idéia explicitando a ação de fazer corresponder um sulco a cada ovelha que saísse para pastar, no entanto, não sustenta esta idéia quando a mesma é refutada por Maria. "Mas se ele não sabe contar!?", diz ela. Para a aluna, o controle pelas marcas não é suficiente para saber quantos animais saíram e quantos voltaram. Para ela, saber a quantidade, ou contar, somente é possível pelo número atual. Sua opinião parece ser compartilhada por todos do grupo, já que não se manifestam em contrário. Descartada a idéia inicial, Maria propõe "ir junto" das ovelhas. Supomos que a aluna esteja raciocinando que ao acompanhar as ovelhas, no pasto, é possível controlá-las pela visão de modo que qualquer modificação no rebanho possa ser percebido pelo pastor. Sua solução, na verdade, é de manter um controle qualitativo, pelo senso numérico com a qual Erê manifesta concordar.

A idéia sugerida por Conceição de fazer um traço na fita ou na cabeça de cada ovelha, parece ter surgido a partir da sugestão de Cid de fazer marcas no cajado. No entanto, diferentemente da proposta original, sua idéia se restringe ao controle de propriedade das ovelhas sem solucionar o problema de variação quantitativa no rebanho.

O que fica claro nas manifestações, nesta cena, é o fato de Maria, Erê, Conceição, nem mesmo Iraci, terem aceitado a proposta de Cid, ou seja,não interagem reelaborando significativamente a idéia de equivalência elaborada por Cid..

Análise geral do episódio:

A marcação com ferro quente é uma prática conhecida e freqüente, na zona rural, para garantir o selo de propriedade. Erê se utilizou deste conhecimento na tentativa de resolver o problema, no entanto, não o reelaborou buscando adaptá-lo às condições do problema. Sua atenção deveria se voltar ao aspecto quantitativo do rebanho para o qual a ação de marcar com ferro não visa responder. Isto exigiria, para o caso das marcas, atribuir outro significado às mesmas. A marca não controla a variação da quantidade. Ao invés de se marcar a rês, poderia marcar o chão, ou a argila mole, de modo que a cada ovelha que saísse do curral se fizesse corresponder uma marca. Seria preciso, assim, criar a partir do seu conhecimento, uma nova idéia. A marca, não mais como selo de propriedade, assumiria um significado numérico.

Na cena 2, Conceição apresenta uma proposta que se apóia na percepção auditiva para controlar a variação de quantidade. Na verdade, não está ainda controlando a quantidade pelo estabelecimento de uma relação de equivalência entre o conjunto chocalho e o conjunto ovelhas.mas as ovelhas. Muito embora, o fato de o som de um chocalho despertar a lembrança de uma ovelha, o chocalho está pendurado no pescoço da ovelha tornando-se parte da mesma. Será que os chocalhos poderiam formar um conjunto auxiliar de contagem? É verdade que a cada ovelha corresponde o som de um chocalho. Há uma associação mental entre 2 entes: a ovelha e o som do chocalho. Pensar no som do chocalho desperta o pensar na ovelha. Conceição está se apoiando numa idéia de correspondência biunívoca. Aquela que Lima (1993) denomina de correspondência biunívoca complementar. Esta forma de correspondência relaciona elementos evidentemente relacionados, cada chocalho com sua ovelha assim como se relacionaria cada mulher à sua bolsa. No entanto, como Lima (1993:54) esclarece, este tipo de correspondência é uma forma particular. A outra, que é universal, abstrata e que confere com a definição matemática de correspondência biunívoca, é aquela que relaciona entes da natureza em que não há evidência de relacionamento, como dedos da mão com a coleção de ovelhas. Não há nada que relacione os dedos da mão com aquela dada coleção a não ser a nossa capacidade mental de provocar e realizar relações abstratas de equivalência. Sendo assim, Conceição não chega a criar um conjunto auxiliar de contagem mas um conjunto auxiliar de controle das ovelhas, não da variação quantitativa do rebanho.

Os chocalhos poderiam se tornar um conjunto auxiliar de contagem se, a cada ovelha que saísse para pastar, um chocalho ficasse junto do pastor, e não mais preso à ovelha. A finalidade seria outra, de contar. Esta idéia, sugerida por nós, na cena, significa mudar a regra. Os chocalhos, que usualmente avisam o local onde se encontram os animais, estariam servindo, agora, de conjunto auxiliar de contagem. A idéia de correspondência biunívoca no seu sentido amplo e abstrato é a que permitiria criar a idéia do chocalho como instrumento de contagem e afastar-se do conjunto a ser contado.

Todas as propostas apresentadas, com exceção àquela que soluciona o problema, mostram a necessidade de fazer algo próximo do animal como se o controle fosse possível somente pelos percepção sensorial. Este fato é tão forte que mesmo na última cena, já tendo sido apresentada uma idéia solucionando o problema, Maria propõe ir "junto com elas", as ovelhas. A correspondência um-a-um é a abstração que permitiria afastar-se do rebanho e mesmo assim, controlar a sua variação quantitativa. Essa possibilidade de saber a quantidade sem ter que "carregar as ovelhas" não é abordada pelos alunos, excetuando-se o caso de Cid. Os alunos apresentam um nível de abstração onde a correspondência biunívoca não lhes é familiar. Isto pode estar indicando uma apreensão da realidade onde a quantidade não se desprende da qualidade como atributo desta.

Suas propostas de solução para o problema, de ferrar as ovelhas, usar chocalho, amarrar uma fita ou fazer marcas no cajado, mostram que os alunos buscam resolver a situação a partir de um conhecimento mais geral adquirido de suas experiências de vida. É possível perceber que esses conhecimentos culturais construídos em outro momento e lugar são modificados na tentativa de responderem ao problema. Erê propõe marcar com ferrete quente os animais, o que é uma prática comum, mas acrescenta a idéia de fazer marcas diferentes em cada ovelha, o que não se configura como uma ação usual na criação de animais. A idéia dos chocalhos parece, também, ter sido adaptada quando Conceição sugere pendurar em algumas ovelhas. Esse tipo de criatividade também surge ao proporem uma fita amarrada no pescoço de cada ovelha, uso nada habitual. No entanto, nenhuma destas três idéias são modificadas no seu significado conhecido. Ferrar continua no sentido de identificar a posse, o chocalho não perde a sua função de servir como aviso e a fita amarrada ao pescoço mantém sua característica de possibilitar distinção pela aparência. A criação conceitual à qual nos referimos, nesta pesquisa, supõe a mudança da regra que, no caso deste episódio, se explicitaria pelo uso do ferrete, do chocalho ou da fita como contadores, assim como Cid propôs para o uso do cajado.

O episódio mostra um problema de contagem que os despe do único recurso que eles possuem para contar. O caso de Maria é um exemplo claro. A aluna manifesta reconhecer a insuficiência do uso do senso numérico e manifesta não conceber outra forma de controle da quantidade que não seja contando, usando o número do modo como ele se constitui hoje, o número atual. Sendo assim, sem o uso do número no seu estágio mais abstrato e sem o uso da sensação numérica, para ela, fica difícil saber como o pastor vai controlar a quantidade. Os elementos de cujo conceito é síntese não são de propriedade dos alunos. Por não terem elaborado o conceito desta forma, não conseguem criar com autonomia.

EPISÓDIO 4: **Como contar a mesma quantidade com menos grãos?**

Esta atividade tem como objetivo colocar para os alunos uma situação de contagem onde o controle da quantidade pela correspondência um-a-um não satisfaz as condições do problema. Contamos uma história contextualizada numa sociedade indígena, uma cultura imaginária que não tenha atingido nosso estágio numérico.

Num primeiro momento, o grupo-classe é levado a repensar sobre a contagem um-a-um e suas limitações. A problematização se faz através da história do Guaraci, um índio encarregado de guardar as espigas de milho colhidas pela tribo, e seu amigo Kikiô. O diálogo, lido pela Professora Cleide, titular da classe, e por nós, mostra que Guaraci não está sabendo como dizer ao chefe quantas espigas há para que o chefe possa ter noção- se é um muito ou pouco. Os alunos, em grupo, discutem soluções para o problema. Cada grupo elege uma que é registrada por escrito. Dessa forma retoma-se a contagem pelo numeral-objeto que supõe a correspondência um-a-um como forma de "levar só a quantidade e não levar as espigas", como manifestam alguns alunos da sala.

Comentamos o fato de esse tipo de contagem exigir a apresentação de toda a quantidade para que se possa ter idéia da quantidade, se é muito ou pouco- está "preso no um sozinho". Se o índio levasse, por exemplo, somente o grão que contou a última espiga, o chefe não iria ter noção da quantidade toda.

No momento seguinte, os grupos são levados a superar o conceito de correspondência biunívoca. O movimento é provocado pela dramatização de outro episódio da história envolvendo Guaraci e o chefe da tribo.

Para Guaraci levar para o chefe da tribo uma quantidade de espigas, era costume o chefe lhe mostrar o pedido em quantidade de grãos de milho. Certo dia, o chefe entrega a Guaraci uma grande quantidade de grãos pedindo que trouxesse o correspondente em espigas. No entanto, quando o rapaz leva as espigas, o chefe não reconhece a quantidade como correspondente ao total pedido. Sendo muitos grãos, o chefe não consegue controlar a quantidade visualmente e passa a desconfiar de que a quantidade de espigas não corresponde à pedida. Guaraci mostra ao chefe que a quantidade de grãos é igual à quantidade de espigas mas isto não convence o chefe que levanta a possibilidade de o rapaz ter perdido grãos durante o trabalho. Desta forma, o rapaz vê-se obrigado a refazer o trabalho várias vezes. Colocamos então o problema: Como o Guaraci pode fazer para contar a mesma quantidade de espigas com menos grão?

Os grupos passam a discutir e tiram propostas de solução para o problema. Chamamos, então, o grupo composto por Vânia, Leda e Geni e Sandra para explicar a outro grupo a sua idéia de solução para o caso de serem quatorze espigas. Colocamos quatorze colheres, como sendo as espigas, sobre uma mesa, além de vários grãos de milho, para que possam explicar melhor. O grupo que se prontificou a ouvir e discutir a solução encontrada é composto por Carmem, Mário e Maria.

Cena 1:

Professora: Bom, a gente está aqui com as espigas de milho e os grãos. Agora... Ô pessoal, explica então qual é a idéia para diminuir os grãos de milho... para o Guaraci não ter que carregar tanto grão porque cai no caminho, deu aquele problema lá - vai e volta - que a quantidade que ele está levando (não)está certa, né? Então vai. A Vânia vai falar, a Leda..., a Geni. Eu gostaria que vocês explicassem e que vocês (o outro grupo) tirassem dúvidas com elas, tá bom?
Vânia : Tem que explicar e mostrar?
Professora :Isso.
(O grupo separa dez espigas colocando-as sobre uma mesa e, em seguida coloca mais quatro, em separado.)
Vânia : Cada...
Maria: Ah isso aí eu entendi já!
Vânia: Entendeu?
Professora: Não, vai. Então como que é? Fala aí. Fala, Vânia.
Vânia: Cada dez espigas um grão...ou cada um grão corresponde a dez espigas...
Professora: Normal! Pode falar como quiser, vai.
Maria : Não, só uma só e...
Professora : O problema estava em controlar os dez, não é isso? Como vai saber que é dez?
Vânia : Usando os dedos. (Passa a fazer corresponder cada dedo a uma espiga até completar as 2 mãos)
Professora : Então...Geni está colocando cada espiga a cada dedo até completar 2 mãos.
Carmem : Aí quando chegar lá ele vai demonstrar tudo!
Professora : A idéia qual que é? Então essa quantidade você vai

levar como ? (mostrando as dez "espigas")
Vânia : Dez...
Professora : Vai levar quantos grãos?
Vânia : Um grão.
Professora : Vai levar um grão.
Vânia : Para dez dedos, dez espigas, sei lá!

Cena 2:

Vânia : E aqui...(olhando para o restante das espigas- as quatro.)
Geni: Quatro...leva quatro milho!
Professora : Olha aí! A Geni falou: "leva quatro grãos".
Maria : Ah, então pode levar um só também, né?
Professora : Então você está falando para levar só um?..
Maria : É. Pode levar um só também!
Professora : Pode levar um só? Pode levar um só, pessoal?
Aluna : Pode.
Vânia : Se dividir um em quatro partes ! Mas aí, como vai explicar?
Maria : Não! Eu falo assim, ó: pode tirar esses aqui (retirando 3 grãos e deixando 1 grão para 4 espigas) e você sabe que um desse corresponde a esses quatro aqui.
Vânia : Um grão corresponde a quatro...
Maria : É!...
Vânia : E aí? Não vai complicar, não ? Dez espigas corresponde a um grão e aqui quatro espigas corresponde a um grão. Não vai complicar muito?
Maria : Aí eu acho que não vai complicar porque está na sua mente, né? Você está pensando assim!
Professora : Vocês acham que não vai dar problema? Qual vai ser o problema?
Leda: O problema é que um...
Vânia : Eu acho que tem que manter uma quantidade só. Se um grão corresponde a dez espigas não tem como ser cinco ou quatro, três... Acho que...
Maria : Então tem que botar mais espigas!
Professora : Não, mas a quantidade de espigas é essa!

Cena 3:

Vânia : Eu acho assim ó. Aqui (mostrando o grão na mão esquerda) o grão está correspondendo a dez espigas. Sobrou quatro.
Leda: Será que não é melhor...
Vânia : Mostrando os quatro grãos (colocando quatro grãos na

mão direita) para o chefe, ele vai entender ! Ele vai saber! Ó! (mostrando a mão com os 4 grãos) que são quatro. Se um é dez, quatro...
Carmem : Dá quarenta!
Professora : Cadê os dez? (Cadê os de dez?)
Vânia : Ó, porque um está correspondendo...
Professora : O que é que você vai levar para o chefe? Você está mostrando quatro grãos. O que é que você vai levar para o chefe? São esses quatro?
Vânia : Não. Eu levo assim: um em uma mão está correspondendo dez- e os quatro na outra mão!
Professora : O que vocês acham?
Carmem : De qualquer jeito vai dar...vai dar... (demora)
Professora : Ele vai entender, o chefe? É bom? Diminui o número de grãos, ou não?
Maria : Melhor é ...
Professora : O que é que você acha dessa explicação? Entendeu? Funciona? Não funciona?

Cena 4:

Carmem : Eu acho que ...como é que ele vai saber que tem bastante, só vendo esses dez assim? Vai levar uma aqui... tá valendo dez, outra aqui valendo dez. E os outros?
Vânia : Aqui cada um está valendo um (mostrando a mão direita). São quatro espigas. E aqui está valendo dez (mostrando o grão na mão esquerda). Um grão está valendo dez.
Vânia : E aqui quatro- cada um está valendo um.
Maria : Se ele não sabe contar como é que ele vai explicar isso?
Vânia : Ele vai ficar sabendo! É uma maneira dele contar. Nós não estamos usando um-dois-três-quatro!...
Maria : Como? Se ele não sabe o que é contar!
Vânia : Mas ele não está contando. Aqui está se falando de grão e de espigas. Não está se usando ***um-dois-três-quatro***!
Leda: Ele vai falar que a espiga tem mais.
Vânia : Nós é que estamos falando...(***um-dois-três-quatro***)
Leda: Mas ele vai falar, mesmo assim, que aqui tem mais. Cadê o restante daqui?
Vânia : Aqui, está...Aqui? (mostrando a mão esquerda)
Leda: É!
Vânia : Aqui é um grão. Só que aqui é dez (mostrando a mão esquerda)
Leda: Isso!
Vânia : Ele vai saber que aqui está correspondendo. Que esse número um está correspondendo dez (referindo-se ao grão na mão esquerda).

Leda: Sim, mas (é interrompida pela colega)
Vânia : É a maneira deles contar!
Leda: Então por (é interrompida)
Professora : Fica combinado, né?
Vânia : Fica combinado.

Professora : É uma combinação.
Vânia : Isso! Então (inaudível) não tem o nosso número hoje?

Cena 5:

Carmem : Professora.
Professora : Ôi? (atendendo a Carmem)
Carmem : Se fosse a mesma quantia aqui, né?... É... um grão vale dez. Como que esses quatro grãos aqui vai valer quatro? (supondo que em cada mão levasse quatro grãos).
Vânia : Porque cada um vale um. Aqui eu posso mostrar (mostrando a mão direita com os quatro grãos) seis, oito, ó. (vai colocando mais grãos na mão)
Professora : Volta para os quatro. Tem quatro na mão... numa mão da Vânia e tem um na outra mão da Vânia.
Carmem : Sim, professora, mas veja bem, se um grão desses vale dez, né?
Professora : Não.
Carmem : Então! Por que só nessa mão, se está tudo somando ?
Vânia : Porque é para diminuir!
Professora : Como é que dá para saber que esse é de dez (apontando para a mão esquerda da Vânia) e esse não é?
Carmem : Então?!
Professora : Como é que você (dirigindo-se à Vânia) está fazendo para ele saber que aqui não é de dez cada grão e esse grão é de dez?
(Não responderam)
Professora : Como é que ela está fazendo...?
Carmem : Sendo que é o mesmo
Professora :...sendo que é o mesmo grão? Onde é que está a diferença?
Vânia : Ué, eu acho que se tiver quatro...
Mário: Ele está usando para diminuir mais, né, a quantidade, né? Então se é para diminuir, a Vânia está falando isso, porque aqui é quatro. Ele consegue controlar isso daqui porque é pouco, entendeu? Isso aqui, só, é um (apontando para a mão esquerda da Vânia) então ele consegue controlar muito. Porque se ele está diminuindo a quantidade então isso aqui vai corresponder esses dez mesmo. Isso aqui dá para ele controlar - que é pouco! Agora se for colocar dez (dez grãos), isso aqui (mostrando dez grãos

numa mão) vai ficar ruim para ele controlar.

Professora : Mas o problema da Carmem é o seguinte: ela não está entendendo como é que ele vai saber o que é que é dez e o que é que não é, qual que é de dez e qual que é de um.

Professora : Como é que ela está fazendo a diferença?

Leda: Que na cabeça dele não tem como significar dez, é isso.

Vânia : Ah! Tá!... Eu não posso levar a espiga? Eu só posso levar o grão?...

Professora : Pode. Mas para mostrar para ele já está combinado- que o grão vale dez- certo? Agora, o problema é: se os grão têm a mesma cara, como é que você sabe que esse (mostrando a mão esquerda da Vânia) é o de dez e esse (mostrando a mão direita da Vânia) é o de um?

Vânia : Ah porque vai ser muito difícil bater a mesma quantidade.

Professora : Olha aqui, ó. Onde está a diferença ? (tempo)

(falam ao mesmo tempo):

Professora : É a mão ! **Carmem**: Olha aí, todos os milhos (grãos) são igual, tá vendo?

Professora : Mas é a mão!

Carmem: É a mão porque...só se isso aqui valer cinco! Com cinco da mão dela, dez!...

Professora : Mas ela não pode combinar que vale dez?

Aluna: É o cinco da mão.

Professora : Mas ela pode combinar que seja dez. Pode ser cinco também. Pode combinar: "cinco"! Agora como é que sabe que aqui é de um e aqui é de dez?

(tempo)

Professora : Ela fez uma diferença no corpo. Como é que ela fez a diferença?

(tempo)

Professora : Como é...onde é que estão as de um, na contagem um-a-um?

Aluna: Aqui. (apontando a mão direita da Vânia)

Professora : E na contagem de dez em dez?

Aluna: Aqui (apontando para a mão esquerda)

Professora : Como é que vocês sabem?

Aluna: Pela mão dela.

Carmem: Porque está na mão de lá e outros está na mão de cá dela.

Maria: Ela usou a mão.

Professora : Então pode combinar com o chefe? Combinar: "olha, se estiver aqui desse lado está contando

Aluna: De dez em dez.

Professora :De "mãos em mãos". E esse aqui está contando de um em um.

Cena 6:

Carmem : Professora, se for muita coisa? Ele vai levar aqui...
Professora : Se for muita coisa aí vai ter que começar a inventar outra maneira de realmente controlar
Vânia : Porque a maneira que ela (a professora) fez primeiro para gente não era mais complicado ? (contagem um-a-um)
Aluna: Era.
Vânia : Não tinha que ter mais grãos para controlar?
Aluna: É.
Professora : Naquele caso, ele está pegando que tipo de quantidade? Se for uma quantidade muito grande aí realmente (Inaudível)
Mas a idéia é de que com esse tipo de quantidade, aqui, diminui os grãos? Você acha que o chefe, olhando para isso daqui, vai ficar com mais certeza? Quando ele entregar para ela a quantidade que ela quiser ele também vai entregar desse jeito, certo? Aí ela fala: "ah é isso mesmo, eu lembro !
Carmem : E se não lembrar ? Ele vai achar que esses quatro da mão dela tem mais do que o de cá!
Vânia : Ele pode achar... tipo assim, ó (colocando quatro grãos na mão esquerda), quatro em cada mão, certo? Aí ele pode (inaudível) qual será que está correspondendo dez e qual será que está correspondendo um. Só que vai ser muito difícil acontecer.
Professora : É problema saber a mão? Aqui (neste caso)?
Vânia : Não. Saber a mão não dá problema.
Professora : Não, mas mesmo que (inaudível) a mão é problema? Aqui é quatro e aqui é quatro.
Aluna: (inaudível)
Professora : (inaudível)
Vânia : Isso!
Carmem : Eu acho assim: a de dez teria que ter uma coisinha maior. Aí que dava para saber mais fácil!

Análise do episódio:

Este episódio se inicia com a proposta de Vânia de "fazer um grão corresponder a dez espigas.". Ao colocar em prática a idéia, para o caso de quatorze espigas, observam que sobram quatro espigas. Surge, então, na cena 2, novo problema: como representar a quantidade de espigas que sobram? A partir deste momento o grupo se detém na ampliação do problema e nos faz entender que, para eles, a solução de Vânia satisfaz a primeira dimensão do problema. Trabalhando na solução da segunda dimensão do problema- como representar as sobras- Geni propõe levar quatro grãos colocando-os na mesa junto às quatro espigas. "Pode levar um só também!", propõe Maria ao observar a representação de Geni.

O grupo, orientado por nós, passa a discutir a proposta de Maria. A idéia é fazer corresponder um grão às quatro espigas de modo semelhante ao que se fez com as dez espigas. Na mesa, há um grão para as dez espigas e 3 grãos são retirados ficando um grão para representar quatro.

☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒   ☒ ☒ ☒ ☒

o   o

Vendo isto, Vânia diz: "Não vai complicar muito?". O "complicar" para ela parece consistir em o mesmo grão representar quantidades diferentes sem nenhuma outra diferenciação mais perceptível, como tamanho, por exemplo.Com a sua dúvida está colocado o problema de como resignificar o mesmo grão que já representa dez. Se um grão corresponde a dez espigas "não tem como ser cinco ou quatro, três...", **um grão** e **um grão** é o que está na mesa. Suponho que Vânia esteja raciocinando a partir do fato que quando retirar da mesa os dois grãos, restará apenas **um grão** e **um grão** desaparecendo a representação visual da mesa que relaciona cada grão a um grupo quantitativo diferente e então vai confundir, talvez porque nenhuma diferença visual "carrega", significa aquela relação. Um aspecto muito menos perceptível que ela não demonstra reconhecer como forma de diferenciação. Um grão para quatro espigas só se "dividir um em quatro partes!". Vânia quer, de alguma forma, diferenciar um grão que representa dez de um que representa quatro, então lança mão da divisão do grão em 4 partes. (Pode-se confirmar isto mais adiante) Esta colocação parece confirmar a necessidade de diferenciar. A diferença estaria na quantidade percebida visualmente e segundo Ifrah (1996), como "pluralidade material" - a quantidade como uma qualidade sentida - uma espécie de qualidade do grão.

O argumento dado por Maria parece sustentar a validade dessa solução: "Não vai complicar porque está na sua mente. Você está pensando assim!". Ela reconhece a possibilidade de ora pensar no grão representando dez ora pensá-lo representando quatro. Na verdade a sua proposta tem como objetivo solucionar o problema inicial; arranjar uma forma de contagem que evite carregar consigo (em grãos) toda a quantidade contada biunivocamente. Na verdade, ela tenta se ajustar à proposta do problema de contar com menos grãos. A proposta é colocada intencionalmente para que, ao criar os símbolos numéricos, se pense no princípio da economia que está na criação de todo artefato humano e que, segundo Lima (1993), tem como meta diminuir o esforço físico para libertar o homem da tarefa mecânica da repetição. Mas será mesmo que Maria fez esta abstração? Sua resposta para a solução do problema pode ter sido um ato mecânico - se representa dez então um pode representar quatro também! Ela pode estar usando a regra, enunciada no grupo, mas não estar pensando com ela.

A proposta de solução pôs à tona a dificuldade de dar significado diferente para um símbolo que já significava dez. Pela evolução do problema parece estar aceita a convenção de um equivaler dez. Suponho essa ser uma dificuldade de abstração que se mostra pela necessidade de caracterizar a diferença recorrendo a um aspecto visual imediato. Esta dificuldade também aparece na cena 3, quando Vânia sugere outra solução para o problema das sobras.

"Mostrando os quatro grãos pro chefe, ele vai entender!", Vânia retoma a idéia sugerida por Geni de fazer corresponder um grão a cada espiga. Ela coloca 1 grão em sua mão esquerda e 4 grãos em sua mão direita. No entanto, a diferenciação pela mão não é conscientemente compreendida. Esta diferenciação parece ser sentida fisicamente no gesto de estender uma mão e outra enquanto fala. Vânia usa as mãos como símbolo para distinguir o valor dos grãos mas não abstrai o fato como sendo uma forma de diferenciação possível de ser estabelecida- a posição relativa, estar na mão esquerda vale 10, e estar na mão direita vale 1. A solução que propõe fica no nível da percepção de sentir a diferença no próprio corpo. Como seria sua interpretação se os grãos estivessem em mãos de outrem? Essa suposição pode ser confirmada pelo fato de Vânia não se contrapor a Carmem quando esta contra argumenta a sua solução.

Para Carmem, se um grão vale dez quatro "dá quarenta". Esta fala pode estar expressando uma argumentação do tipo: como pode ter um outro significado quantitativo se é o mesmo grão? Supostamente continuando seu pensamento, não importa estar numa mão e noutra, o grão é sempre igual, é sempre o mesmo grão. Esta suposição é confirmada mais adiante com a afirmação: "Olha aí, todos os milhos são igual, tá vendo?" E ainda quando, na cena 5, pergunta: "Então! Por que só nessa mão, se está tudo somando?", Carmem mostra estar se apoiando no princípio aditivo, reconhece um grão como representando dez e é nessa nova regra de contagem em que se apóia. Tanto é desta forma que quatro grãos valem, pela mesma regra, quarenta. Reconhece a dezena como uma unidade de contagem e não abstrai a posição como nova convenção que possibilita distinguir duas representações para o grão.

É interessante notar que até quase o final do episódio não se manifestou, no grupo, preocupação em testar a solução para outras situações de contagem de forma a verificar a eficiência da convenção criada. Se o tivessem feito teriam percebido que o problema das sobras continuaria existindo. Para o caso de dezesseis espigas, por exemplo, dez seriam representadas por um grão, quatro por outro grão surgindo novamente o problema das sobras para duas espigas e assim indefinidamente. Para cada caso ter-se-ia que criar sempre novas convenções. Esta preocupação com a generalização da solução, não acontece neste momento mas se manifesta mais no final do processo como veremos nas palavras de Carmem.

Durante toda a discussão a idéia de estabelecer o valor pela posição, estar à direita, estar à esquerda, não é elaborada, apenas sentida. Mesmo Vânia que faz a sugestão, não manifesta fazer esta abstração: "Eu levo assim: um em uma mão- está correspondendo dez- e os quatro na outra!". Visualmente, teríamos: o o . Ela usa as mãos, ela explica oralmente mas quando é solicitada a explicar a diferença não formaliza a regra da posição. Isto nos leva a deduzir que quando os grãos estiverem nas mãos de outro, ela não saberá dizer qual vale dez e qual vale um. Parece se apoiar muito mais na diferença de quantidade, como expressa em seguida, do que na generalização de valor posicional. Tanto que quando retornamos à questão perguntando: "Se os grãos têm a mesma cara, como é que você sabe que esse é o de dez e esse é o de um?" Vânia responde: "Ah, porque vai ser muito difícil bater a mesma quantidade". Dá uma explicação que evidencia estar entendendo que todos os casos de contagem serão semelhantes a este: sempre haverá quantidades diferentes nas duas mãos.

Análise geral do episódio:

Este episódio mostra como o grupo, envolvido no problema, vai buscando solução para o mesmo sentindo necessidade de se libertar de um nível de percepção dificilmente carregável, na configuração física- estar na mesa- para um outro nível de percepção mais abstrato que o anterior- estar na posição das mãos. O problema inicial de arranjar uma forma de representar em grãos a quantidade de espigas contadas sem carregar a totalidade de grãos que representa a totalidade de espigas é solucionado. Mas permanece na elaboração sensorial não se elaborando enquanto regra formalizada: estar na mão direita significa dez e estar na esquerda significa quatro, um nível que permitiria ser compreendido quando posicionado independente de quem os pegue. Todos os alunos, inclusive Vânia, demonstraram dificuldade em reconhecer a relação de posição entre os grãos abstraída das mãos. A proposta de Carmem, ao final do episódio, é bastante elucidativa sobre isso, ao mostrar a necessidade de perceber a diferença de significado numérico dos grãos pelo sentido da visão. Diz ela: "Eu acho assim: a de dez teria que ter uma coisinha maior. Aí que dava para saber mais fácil.".

Essas argumentações representam diferentes níveis de abstração que cada indivíduo vai elaborando ao se envolver com as soluções propostas a contagem. A eficiência da solução construída está nas argumentações e contra-argumentações das propostas que surgem no grupo.

Conclusão

As manifestações dos jovens e adultos pesquisados, nesses dois episódios, não evidenciam o reconhecimento do número como uma construção humana que foi se modificando lentamente, em forma e conteúdo, através dos tempos, pela prática diária de contagem. Os educandos se manifestam como usuários do número pelo numeral abstrato hindu-arábico e sua oralidade sem apresentarem elementos próprios do número atual enquanto síntese de abstrações numéricas mais elementares. Deste ponto de vista, conjecturamos que não tenham elaborado o conceito segundo a concepção de Kopnin (1978).

O conceito que possuem os permite "manipular o número" na sua forma abstrata atual pelo procedimento algorítmico de contar enunciando a sequência ordenada de nomes, os numerais, e pela compreensão lógico-utilitária da expressão numérica, validados pela utilização cotidiana do número. Trata-se de um conhecimento mecânico de número construído a partir do aspecto operacional do conceito atual. Suas explicações sobre o que vem a ser número mostram um conceito que não os permite criar situações de contagem sem o uso do numeral atual.

Em nenhum momento explicam o conceito por elementos constitutivos de sua formação como a equiparação entre conjuntos pela correspondência um-a-um, a inclusão hierárquica e o agrupamento. O uso do número na sua fase mais elaborada não traz consigo os elementos formativos do pensamento que originariamente permitiram o surgimento do conceito atual (Lima, 1994). A síntese, ou melhor dizendo, as sínteses embrionárias do desenvolvimento conceitual são geradoras de mudanças na visão de mundo daquele que as faz. Assim é a dinâmica histórica de criação conceitual, baseando- nos em Lima (1993), Aleksandrov (1988), Kopnin (1978), Caraça (1963) e outros, assim deve ser atualmente a aprendizagem humana para que se possa pensar com o conceito equipando-nos para sermos criadores de idéias, para que possamos pensar cada vez mais próximos do que pensa a Ciência hoje, e ir além.

O fato de estes alunos identificarem quantidade como sinônimo de número pode ser mais um indicador de que se apropriaram de um conhecimento numérico que não propicia uma "leitura numérica do mundo" como um movimento de aproximação constante do conhecimento humano sobre um determinado movimento real e objetivo das variações quantitativas presente em todos os movimentos da natureza (Lima, 1998). Nem toda quantidade é traduzível por uma expressão numérica. Quantidade, como definimos neste estudo, é atributo da qualidade que pode admitir graus diferentes de intensidade (Caraça, 1963). A coragem, citada por Caraça (1963), é um exemplo simples e loquaz de qualidade da qual se pode fazer juízos de "mais que", "maior","menos que", "menor", admitindo graduações de intensidade sem, no entanto, ser possível representar sua quantidade numericamente. A possibilidade de medição, como explica Caraça (1963), *é uma questão que depende, acima de tudo, do grau de conhecimento momentâneo dos homens; não é de modo nenhum, uma questão que possa pôr-se em absoluto (Caraça, 1963: 116).* A evolução do conceito numérico é uma confirmação da não identidade entre quantidade e número. O mundo numeralizado não coincide com o mundo sob o primado da explicação quantitativa. Os alunos, olhando o mundo pelas "lentes" da operacionalidade do número atual, sem distinguir esses dois conceitos, quantidade e número, restringem-se a uma leitura "filtrada" da realidade aquela já numeralizada e discretizada. A quantidade será identificada onde houver "número", onde for possível contar pelo numeral ou ler o numeral, no entendimento dos alunos. Este fato mostra que o aspecto quantitativo encontra-se desvinculado da qualidade que lhe dá origem sem compreendê- lo como elemento integrante da unidade qualidade-quantidade. O conhecimento numérico que os alunos possuem dirige o entendimento da realidade às quantidades numeralizadas e os iludem, restringindo a sua compreensão da vida. O número, enquanto conceito construído numa unidade dinâmica de criação e operacionalização, é uma idéia criada para apanhar o aspecto quantitativo da realidade sem dissociar da qualidade que o gera.

A numeralização é resultante da ação humana sobre um movimento qualitativo pela criação abstrativa dentro do movimento conceitual numérico. Os alunos, colocando a origem do número em Deus ou em seres humanos especiais criadores de idéias, mostram que a aprendizagem matemática que fizeram contribui para que tenham a visão de mundo estático, de submissão a um ser especial criador das idéias, de aceitação da vida do modo como ela se apresenta onde a explicação mágica sobre a origem das coisas é aceita como plausível. O conhecimento numérico que possuem não os permitiu imaginar o número como possibilidade criativa de qualquer ser humano, incluindo a eles.

O que fica evidenciado nestes dois episódios é a não apreensão do conceito como movimento de sínteses que permite estabelecer novos nexos sem desvincular quantidade de qualidade. O conceito que possuem reafirma a visão de mundo mágico, estático, sem origem no homem, sem processo dinâmico e contraditório. Esse conhecimento não contribui para mudanças de concepções. A visão colocada pela Ciência ainda fica como um "saber dizer" sem de fato pensar. A idéia de mudança permanente, evolução, ampliação, não está na concepção de número que manifestam.

O episódio 3 mostra um problema de contagem que os despe do único recurso que eles possuem para contar. O caso de Maria é um exemplo claro. A aluna manifesta reconhecer a insuficiência do uso do senso numérico e manifesta não conceber outra forma de controle da quantidade que não seja contando, usando o número do modo como ele se constitui hoje, o número atual. Sendo assim, sem o uso do número no seu estágio mais abstrato e sem o uso da sensação numérica, para ela, fica difícil saber como o pastor vai controlar a quantidade. Os elementos de cujo conceito é síntese não são de propriedade dos alunos. Por não terem elaborado o conceito desta forma, não conseguem criar com autonomia outras formas de controle de movimentos quantitativos que não o número.

Este trabalho nos mostrou que, se o ensino do número, para quem já tem deste um conhecimento de uso, considerar este como domínio numérico inicial para construir um conhecimento mais elaborado, pode estar acentuando o conhecimento mecânico inicial.

O ensino assim pressuposto estará subtraindo ao aluno, mesmo que não intencionalmente, sua capacidade de (re)criar o pensamento numérico que estará contribuindo para uma leitura mais dinâmica de mundo, diferenciada daquela que decorre de um domínio mecânico do conhecimento.

Referências bibliográficas

ALEKSANDROV, A.D. et alii. *La Matemática: su contenido, métodos y significado.* Madri, Alianza Editorial, 1988.

CARAÇA, B.J. *Conceitos fundamentais da Matemática.* Portugal, Bertrand (Irmãos), 1963.

CHILDE, G. *Evolução Cultural do Homem.* 5ª edição (Tradução de Waltensir Dutra). Rio de Janeiro, 1978.

CHILDE, G. *O que aconteceu na história.* 5ª edição. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1981.

ANDRÉ, M.E.D.A. & LUDKE, M.- *Pesquisa em Educação: abordagem qualitativa.* São Paulo: EPV, 1986.

GIUBILEI, S. *Trabalhando com adultos, formando professores.* Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1993.

HOGBEN, L. *Maravilhas da Matemática*- 2ª edição (Tradução de Paulo Moreira da Silva et alii) Porto Alegre, Ed.Globo, 1970.

IFRAH, G. *Os números: história de uma grande invenção.* (Tradução de Stella Mª. de Freitas Senra). 8ª edição. São Paulo, Globo, 1996.

KARLSON, P. *A magia dos números.* Tradução: Henrique Carlos Pfeifer et alii .Rio Grande do Sul, Ed. Globo 1961.

KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento.* Rio de Janeiro: editora Civilização Brasileira, 1978.

KOSIK, K. *Dialética do concreto.* 2ª edição. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

LIMA, L.C. *A dialética do conceito: a Pedagogia como Socialização da Ciência, da Cultura e da Arte.* São Paulo: Dantas Galhardo, 1993.

LIMA, L.C. *Da Mecânica de pensamento ao pensamento emancipado da mecânica.* São Paulo, PEC- pólo 3/ SEE- UMC (texto não publicado), 1998.

LIMA, L.C. *A teoria dos Campos Numéricos- a longa marcha da criação numérica.* São Paulo, CEVEC/ CIARTE, 1997.

LIMA, L.C. *A formação do professor para a educação matemática conceitual.* In: Educação Continuada- a experiência do Pólo 3. Mogi das Cruzes, UMC/FAEP/LITTERIS, 1998.

LIMA, L. et MOISÉS, R.P. *A fração: repartindo o universo.* São Paulo, CEVEC- CIART, 1998.

LIMA, L. et MOISÉS, R.P *Do pequeno mundo às estrelas.* São Paulo, mimeo.

LIMA, L. et MOISÉS, R.P. *Momento de criar matemática- contando com coisas- 1º livro.* São Paulo, CEVEC/ CIARTE, 1994.

LIMA, L, MOISÉS, R.P. et **TAKASAKI, M.** C*ontando com o corpo.* São Paulo, mimeo, 1993.

MANACORDA, M. A..*História da Educação: da Antiguidade aos nossos dias.* São Paulo, Cortez & Autores Associados, 1989, Trad. Gaetano Lo Monaco (Coleção Educação Contemporânea. Série Memória da Educação).

MOURA, A.R.L. *A medida e a criança pré-escolar.* Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP- Campinas, 1995

PÉREZ, D.G. E OZÁMIZ, M.G.- *Enseñanza de las Ciências y la Matemática- Tendencias e innovaciones.* Madrid, Editorial Popular, S.A, 1993.

PINTO, A. V. *Sete lições sobre Educação de Adultos.* São Paulo, Cortez, 1997.

RIBNIKOV, K. *História de las Matemáticas.* (Tradução em espanhol). Moscú, Editorial Mir, 1987.

WEREBE, M. J. G. *Grandezas e Misérias do Ensino no Brasil.* São Paulo, Ática, 1994.

Bibliografia Consultada

AÇÃO EDUCATIVA, ASSESSORIA, PESQUISA E INFORMAÇÃO. *Educação Básica de Jovens e Adultos:Projeto Curricular.* São Paulo, Ação Educativa, 1995.

BEDNARZ, N.; GARNIER, C. e ULANOVSKAYA, I. e colaboradores. *Após*

Vygotsky e Piaget - perspectivas social e construtivista - escolas russa e ocidental. Artes médicas, 1990

BORBA, S. C. *A problemática do analfabetismo no Brasil* .Rio de Janeiro, Ed. Vozes, 1984.

BRANDÃO, C. R. et alii. *A questão política da educação popular*. São Paulo, Ed. Brasiliense, 1982.

CARRAHER, T. N. *Na Vida Dez na Escola Zero.* S.P., Cortez, 1988.

CARVALHO, C. P. *Ensino Noturno: realidade e ilusão.* São Paulo, Cortez editores, 1984.

CARVALHO, D. L. *A educação Matemática dos jovens e adultos nas séries iniciais do ensino básico.* Revista Alfabetização e Cidadania. No6 São Paulo, RAAAB, 1997.

CASTILLO, A et LATAPI, P. *Educação de Adultos na América Latina.*São Paulo, Papirus, 1985.

CEDI. *Educação de Jovens e adultos: subsídios para elaboração de políticas públicas municipais. Série Documentos.* São Paulo, CEDI, 1990.

DANTZIG, T. *Número, a linguagem da ciência.* R.J., Zahar, 1970.

Di ROCCO. *Educação de Adultos: uma contribuição para seu estudo no Brasil.* São Paulo, Ed. Loyola, 1979.

FIORENTINI, D.- *Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática* no *Brasil.* UNICAMP, São Paulo. Revista Zetetiké, Unicamp, São

Paulo, 1996.

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido.* Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1982.

KAMII, C *A criança e o número. Campinas*, Papirus, 1984.

KAMII, C. *Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget.* Tradução de Marta Rabioglio e Camilo F. Ghorayeb. Sãp Paulo, Papirus, 1995.

LÉON, A. *Psicopedagogia dos adultos*; tradução de Ione de Andrade e Maria Elisa Mascarenhas. São Paulo, Ed. Nacional, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1977.

PAIVA, V. P. *Educação Popular e Educação de Adultos: contribuição à história da Educação Brasileira.* São Paulo, Ed. Loyola, 1973.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta Curricular de Matemática. São Paulo, SE/CENP, 1988.

VYGOTSKY, L.S. *A Formação Social da Mente.* S.P. Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1984.

Estandares Curriculares y de Evaluacion para la Educacion Matematica National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Sevilla S.A. em Thales, 1991.

STRUIK, D. J. *História Concisa das Matemáticas.* Trad. do original inglês de 1948. Lisboa, Gradiva Publicações, Ltda., 1989.

THIOLENT, M. J .M. *Crítica metodológica, Investigação Social e Enquete Operária.* 3ª edição, Coleção Teoria e História-6-Editora Polis.

WITTER, G.P. et alii. *Educação de Adultos: textos e pesquisas.* Rio de Janeiro, Achiamé, 1983.