

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

TESE DE DOUTORADO

O QUADRIVIUM NA OBRA DE ISIDORO DE SEVILHA

ARLETE DE JESUS BRITO

ORIENTADOR:

PROF. DR. ANTONIO MIGUEL

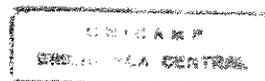
Este exemplar corresponde à redação
final da TESE defendida por
ARLETE DE JESUS BRITO
e aprovada pela Comissão Julgadora.
Data 03/11/1999
Assinatura: [Signature]
Orientador(a)

50410002

1999

Comissão Julgadora:

[Signature]
[Signature]
[Signature]
[Signature]



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	TI/UNICAMP
	B777q
V.	Ex.
TOMBO BC/	40111
PROC.	278/00
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	28/08/00
N.º CPD	

CM-001357B0-6

**CATALOGAÇÃO NA FONTE ELABORADA PELA BIBLIOTECA
DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP**

B777q

Brito, Arlete de Jesus

O quadrivium na obra de Isidoro de Sevilha / Arlete de Jesus
Brito. -- Campinas, SP : [s.n.], 1999.

Orientador : Antônio Miguel.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Educação.

1. Matemática. 2. Idade Média - História. 3. Crenças.
4. Educação matemática. I. Miguel, Antônio. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

*Aos futuros historiadores da matemática
e da educação matemática*

Agradecimentos

Algumas pessoas foram imprescindíveis à elaboração deste trabalho, pois me indicaram bibliografia, emprestaram livros, leram meu texto, sugeriram caminhos, colaboraram no esclarecimento de dúvidas, enfim, estiveram ao meu lado como interlocutores em todo este percurso. Por isso tudo, agradeço a:

Antonio Miguel (meu orientador)

Carlos Arthur R. do Nascimento

Claudio Bazzoni

Lafayette de Moraes

Maria Angela Miorim

Maria Inês Rosa

Milton José de Almeida

Pedro Alves Madeira

Rosa Fernanda L. Ferrão

Índice

Resumo e Abstract	6
Introdução	7
Capítulo I: Isidoro e sua época	13
1. As obras de Isidoro	17
2. A difusão da obra de Isidoro na Idade Média	24
Capítulo II: A matemática na obra de Isidoro	26
1. Aritmética	36
2. Aritmologia	69
3. Geometria	79
4. Música	104
5. Astronomia	123
6. Considerações finais	137
Bibliografia	143

Resumo

As Obras de Isidoro de Sevilha (c. 550 – 636) tinham finalidades pedagógicas, relativas à formação de clérigos ou da nobreza.

Tais obras foram difundidas em toda a Europa medieval.

Dentre estas obras, algumas dizem respeito ao conhecimento matemático.

Nesta pesquisa, analisamos quais os saberes matemáticos e quais os discursos acerca da matemática estão contidos na obra de Isidoro, bem como as crenças subjacentes a eles.

Abstract

Isidore of Seville (c. 550-636), general scholar, wrote books to provide some culture to clerics and nobility. His works have divulged into medieval Europe.

Isidore wrote some books about mathematics.

We researched the mathematical knowledge that compose the Isidore's mathematical works.

Introdução

*“Assim como a língua, a cultura oferece ao indivíduo
um horizonte de possibilidades latentes –
uma jaula flexível e invisível dentro da qual
se exercita a liberdade condicional de cada um”*

Carlo Ginsburg, *O queijo e os vermes*

Desde nossa dissertação de mestrado, tentar analisar as condições de formação das verdades¹ acerca da matemática que, historicamente, se colocaram, tem sido uma constante em nossas preocupações. Assim, durante nossa pesquisa de mestrado, percebemos a existência de uma determinada crença² medieval, sobre a formação do mundo, que nos levou ao desejo de pesquisar a matemática e seu ensino nesse período de tempo. Sendo assim, o projeto inicial desta pesquisa de doutoramento tratava das seguintes questões:

- 1) Como se constituíram as verdades acerca da matemática e de seu ensino? No período de tempo denominado Idade Média ocidental, o que se entendia por “matemática”?
- 2) Quais as condições de emergência destas verdades? Quais as relações destas verdades com outros acontecimentos anteriores ou simultâneos, discursivos ou não?
- 3) Como essas verdades acerca da matemática e de seu ensino participavam da formação do campo de possibilidades discursivas da época?

A imensa amplitude desta proposta de pesquisa foi observada, no exame de qualificação, pelos professores componentes da banca examinadora que apontaram para a necessidade de delimitá-la melhor. Uma sugestão foi limitar a pesquisa à análise da obra de Isidoro de Sevilha, a qual já havíamos iniciado superficialmente.

Alguns fatores determinaram minha opção de acatar a sugestão da banca. Um primeiro fator foi o estudo inicial do texto de Isidoro, pois mostrou-me saberes bastante estranhos à cultura matemática atualmente difundida no ensino

¹ Estamos entendendo “verdade” como os tipos de discursos que uma determinada sociedade acolhe e faz funcionar como verdadeiros, segundo definição de FOUCAULT (1984). Sendo assim, estamos denominando por “verdades acerca da matemática” aqueles discursos sobre a matemática, historicamente constituídos e aceitos. Gostaríamos de ressaltar que as “verdades acerca da matemática” são diferentes do que costumamos denominar por “verdades matemática”. Estas últimas são os teoremas e axiomas da matemática, também historicamente constituídos.

fundamental e médio, que tem se restringido à geometria grega da Antigüidade e à matemática produzida a partir do Renascimento. Os Parâmetros Curriculares Nacionais têm proposto a inclusão de discussões acerca dos números figurados pitagóricos nestes níveis de ensino, a título de recurso metodológico, e alguns autores de livros didáticos³ de matemática incorporaram tais discussões em suas coleções didáticas, buscando ampliar o conhecimento que nossos alunos têm da matemática grega, apesar de não termos notícia do grau de inclusão destes temas, pelos professores, em sala de aula. Porém, os saberes que compunham o quadrivium, bem como a história destes saberes, continuam estranhos em nossas escolas.

Os livros de história da matemática limitam-se a afirmar que os trabalhos de Isidoro, os de Cassiodoro, os de Beda e os de Rabanus Maurus consistiam de enciclopédias nas quais estava inserido algum conhecimento matemático (cf. BOYER, 1974, BOYER e MERZBACH, 1989, SMIYH, 1958, STRUIK, 1989). Ou seja, a inexistência de uma discussão acerca do quadrivium em nossas escolas de ensino fundamental e médio está relacionada, entre outros fatores, à falta de bibliografia disponível sobre tal assunto.

Outro fator que nos levou a este estudo foi a consciência da finalidade educacional da obra de Isidoro. Isidoro, bispo de Sevilha, é considerado um dos maiores compiladores da Alta Idade Média. Em seu trabalho de compilação, Isidoro fez escolhas para decidir quais trechos utilizaria dentre aqueles contidos nas obras que tinha a sua disposição. Com isto, acabou elaborando determinados saberes matemáticos e discursos sobre a matemática, escritos com finalidades educativas, que acabariam sendo veiculados nos meios de formação clerical e

² Segundo FERREIRA (1998, p. 36), crenças são “proposições de ordem avaliativa sobre a realidade física e social”. Conforme DUROZI e ROUSSEL (1993, apud FERREIRA, 1998, p. 21) a crença “pode corresponder a todos os graus de probabilidade, da opinião mais vaga à verdade científica que passou para a mentalidade comum (todo mundo ‘acredita’ hoje que a Terra é redonda), passando pela afirmação de uma transcendência cuja existência é racionalmente impossível de se decidir (crenças religiosas)”.

³ Veja-se, por exemplo, BIGODE, A. J. L. – Coleção Matemática Atual – Atual Editora – 1998.

nos de formação da nobreza visigótica, então no poder. Neste processo de difusão, deu-se a legitimação destes discursos⁴.

O fato de Isidoro ter elaborado um discurso sobre matemática com finalidades educativas, insere algumas de suas obras na história da educação matemática. Porém, nesta área de pesquisa, pouco ou quase nada se sabe sobre tais obras.

Deste modo, optamos por analisar a obra sobre matemática de Isidoro e, tendo em vista aquela nossa preocupação inicial, o foco de nossa investigação incidiu sobre as verdades sobre a matemática, bem como as crenças a elas subjacentes.

Um primeiro passo para nos aproximarmos desse foco foi realizar um levantamento bibliográfico sobre o assunto. Encontramos aí nossa primeira dificuldade: não localizamos nenhum autor que tratasse especificamente da matemática na obra do bispo sevilhano. As obras que analisam os trabalhos de Isidoro estão, todas, escritas em línguas estrangeiras e poucas estavam à disposição nas bibliotecas de nossas Universidades. A partir de um certo momento, tivemos acesso à obra de FONTAINE (1959) intitulada *Isidore de Seville et la culture classique dans l'Espagne visigotique*. Esse autor faz uma análise bastante exaustiva da obra do bispo sevilhano. Com Fontaine, conseguimos as indicações sobre as fontes utilizadas por Isidoro.

Nosso segundo passo foi localizar e obter tais fontes. Fontaine indica que muitas delas estavam inseridas na *Patrologia Latina* das edições Migne. Nosso segundo problema foi: onde encontrar a *Patrologia Latina*? Sabíamos, por pesquisa na Internet, que havia tal coleção na Biblioteca Nacional da França, mas onde encontrá-la em nosso país? Depois de muito procurar nas bibliotecas da USP, UNICAMP e do Mosteiro dos Dominicanos, chegamos, por indicação do Professor Dr. Carlos Arthur R. do Nascimento, à biblioteca da Faculdade de

⁴ Segundo FOCAULT, o discurso é “um conjunto de enunciados que provém de um mesmo sistema de formação” (1972, p. 135). Enunciado “é uma função de existência que pertence, em particular, aos signos, e a partir da qual pode-se decidir, em seguida, pela análise ou pela intuição, se ‘fazem sentido’ ou não, segundo que regra se sucedem ou se justapõem, de que são signo, e que espécie de ato se encontra efetivado por sua formulação (oral ou escrita)” (1972, p. 108-109)

Teologia do Ipiranga e aí tivemos acesso aos textos de Boécio, Cassiodoro e aos demais textos sobre matemática de Isidoro.

Mas, e as fontes pagãs? Os textos de Nicômaco de Gerasa e os de Aristóteles estão inseridos na coleção *Great Books* e havia uma edição, em língua inglesa, da enciclopédia de Marciano Capella. Essas fontes nos colocaram face a dois problemas metodológicos referentes ao processo desta investigação histórica: o primeiro, relativo ao uso do texto de Capella em inglês, o que dificultou, por várias vezes, nossas análises; o segundo foi não termos trabalhado com os textos de Isidoro a partir dos manuscritos, mas da edição que Migne fez deles, pois, como sabemos, as edições Migne possuem várias falhas de transcrição.

De posse de todos os textos, o passo seguinte foi, tendo como referência algumas orientações metodológicas relativas à pesquisa de natureza histórica contidas na obra de FOUCAULT (1972), analisar, comparativamente, os escritos de Isidoro e os textos que lhe serviram de fonte.

FOUCAULT (1972, p. 16) chama nossa atenção para o papel da “descontinuidade” como uma operação deliberada do historiador”, pois ele:

“deve, pelo menos a título de hipótese sistemática, distinguir os níveis possíveis de análise, os métodos que são próprios a cada um e as periodizações que lhes convêm. Ela é o resultado de sua descrição: pois o que ele empreende descobrir são os limites de um processo, (...). Ela é, enfim, o conceito que o trabalho não deixa de especificar.”

A idéia de descontinuidade nos permitiu levantar a hipótese da existência de crenças pitagóricas no discurso de Isidoro.

Neste processo de análise, atentamos, sobretudo, para as escolhas feitas por Isidoro, tentando determinar quais enunciados foram excluídos e quais foram admitidos em sua obra, e, sempre que possível, procurando estabelecer relações de tais admissões e exclusões com aquelas presentes em outras instâncias discursivas (e também não-discursivas), mas que, obviamente, acabaram

condicionando, orientando e modelando seu discurso. Assim, analisamos o papel que desempenha o discurso, que estávamos estudando, em relação aos que lhe eram contemporâneos, e também as relações de analogia, complementaridade ou oposição em relação a outros discursos.

Neste processo comparativo, buscamos observar a existência ou não de regularidades discursivas, não apenas nos discursos presentes na obra de Isidoro, mas em todas as obras com que estávamos trabalhando. Uma regularidade inferida foi a existência de uma determinada crença acerca da formação do mundo.

Paralelamente a esta análise discursiva comparativa de natureza axiológica, tentamos proceder ao exame da estrutura interna dos textos de Isidoro, isto é, observamos os termos utilizados, a conotação dada a tais termos, a seqüência das frases e a ordenação das disciplinas do quadrivium. Foi difícil realizar essa análise, pois a maior parte dos textos está escrita em latim.

Em alguns momentos do processo de investigação, fizemos um levantamento quantitativo das repetições de frases e idéias, o que, relacionado à obra de Isidoro como um todo, nos forneceu indicativos bastante interessantes.

Este processo investigativo sobre o discurso interno da obra de Isidoro mostrou-nos, não apenas congruências, mas também contradições. Segundo FOUCAULT (1972), no método arqueológico de pesquisa, não se busca o fim das contradições, porque elas não são problemas a se transpor.

Durante todo o tempo buscamos considerar nestas análises, o grupo social para o qual se destinavam as diferentes obras, o que nos permitiu extrair algumas conclusões acerca das relações entre teoria e prática na obra do bispo sevilhano.

Esta pesquisa está dividida em dois capítulos. O primeiro é uma breve narrativa sobre a vida e as obras de Isidoro, e sobre o contexto social em que viveu. O segundo capítulo traz a análise dos saberes matemáticos contidos na obra de Isidoro de Sevilha.

Capítulo I
ISIDORO E SUA ÉPOCA

*“Mais longe, em cada flama purpurina,
Beda, Isidoro então, Ricardo splende,
Que além do humano o pensamento afina.”*

Dante Alighieri (sec. XIV), *A Divina Comédia*

Apesar de Isidoro, em sua época, ser considerado uma das pessoas mais cultas da Espanha visigoda, pouco se sabe de sua vida. Segundo DIAZ (1982, p. 95) é curioso que nenhum de seus contemporâneos quisesse escrever a biografia do bispo sevilhano e talvez isso se deva ao fato das ações de Isidoro terem sido muito controvertidas, pois, se por um lado, ele teve uma produção literária respeitável e uma atuação eclesiástica admirável, por outro, sua ação política nem sempre foi a esperada por parte dos reis visigóticos. Assim, apesar de ser amigo do rei Sisebuto, se opôs às ações contra os judeus, levadas a cabo por este rei, bem como ao compromisso, que segundo Isidoro seria oportunista, firmado entre Sisebuto e seu sucessor. Com relação ao reinado de Suíntila (612-631), sucessor de Sisebuto, Isidoro escreveu, em sua *História Goda*, que tal governante era prudente e pai dos pobres. Depois, no concílio IV Toledano realizado no ano de 633, presidido por Isidoro, os bispos condenaram Suíntila por ter saqueado os pobres. Segundo DIAZ (1982, p. 33), ambos os juízos correspondem a uma certa realidade, pois tal rei, na tentativa de proteger os grupos mais indefesos, acabou por atacar duramente a nobreza e os bispos, granjeando a inimizade destes últimos.

Sabe-se que Isidoro faleceu em 636 em Sevilha e supõe-se que deva ter nascido por volta de 550, talvez em Cartagena ou Sevilha. Por estas datas, é possível concluir que Isidoro tenha presenciado diferentes situações político-sociais na Espanha: primeiro as guerras exteriores contra os francos, contra os suevos e aquela provocada pela tentativa de reconquista da Espanha por parte dos bizantinos, guerra esta que, provavelmente, levou a família de Isidoro a abandonar Cartagena e dirigir-se para Sevilha. Depois de relativamente estabilizada a situação política exterior, iniciou-se o reinado de Leovigildo, considerado um dos maiores reis visigóticos. Leovigildo reinou entre os anos de 572 e 587. Seu maior intento era conseguir a unificação do território. Para isto, anexou, por meio de guerra, o reino suevo em 585, conseguiu impedir que os bizantinos ampliassem sua conquista sobre o território de seu reino, apesar de

não conseguir tomar deles qualquer possessão territorial; também em 585, suas tropas, tendo seu filho Recaredo à frente, infligiram uma derrota aos francos que pretendiam apoderar-se de Narbonense. Com o intuito de regionalizar seu poder, Leovigildo dividiu seu reino em duas partes: uma constituída da região da Bética que seria governada por seu filho Hermenegildo, e outra que ocuparia as regiões de Carpetania e Levante para Recaredo. Leovigildo continuaria dispondo sobre a política geral. Porém, logo que instalado em seu território, na capital de Sevilha, Hermenegildo converteu-se ao catolicismo e proclamou-se rei independente, iniciando uma guerra civil. Em 584, Leovigildo conquistou Sevilha e Córdoba, aprisionou seu filho, retirou-lhe a dignidade régia e o desterrou. Finalmente, Isidoro conviveu com uma época de paz relativa quando Recaredo, sucessor de Leovigildo, converteu-se ao cristianismo, em 589, conseguindo a conciliação religiosa entre os católicos e os arianos.

Na Espanha, até o ano de 589, os cristãos, apesar de serem, numericamente, a maioria, tinham sido perseguidos pelos arianos. Neste ano, com a conversão do rei e de sua corte ao cristianismo, fixaram-se as bases da paz religiosa na Espanha, no concílio III Toledano, a partir de mútuas concessões entre católicos e arianos. Podemos citar, dentre as regras estabelecidas pelo acordo de arianos e católicos, a aceitação da unidade da Santíssima Trindade e a recitação obrigatória do credo nos ofícios dos domingos de manhã, por parte dos arianos; e a tripla imersão nos ritos de batismo, por parte dos católicos.

Uma das personagens de grande importância para a conversão religiosa do rei, foi Leandro, bispo de Sevilha e irmão mais velho de Isidoro. A cultura de Leandro, bem como os nomes das pessoas de sua família, levam a crer que Isidoro seria um hispano-romano: Severiano, o pai, Florentina, Fulgêncio e Isidoro, os irmãos. Apesar de não se ter certeza se a família de Isidoro pertencia à nobreza, alguns fatores levam a crer que sim. A família de Isidoro era uma das três ou quatro famílias episcopais que foram conhecidas entre o final do século VI e início do VII, já que Leandro, Isidoro e Fulgêncio foram bispos, os dois primeiros

em Sevilha e o último em Ecija, e Florentina tornou-se abadessa. Tais famílias episcopais eram, geralmente, bem enraizadas na região e de boa situação econômica.

Ao tornarem-se órfãos, quando Isidoro ainda era pequeno, Leandro encarregou-se da educação clerical de seus irmãos. Provavelmente, Isidoro esteve em um monastério antes de ingressar na escola episcopal de Sevilha (cf. DIAZ, 1982, p. 103, FONTAINE, 1959, p. 7 e RICÉ, 1995, p. 245).

Em 570, monges africanos, tendo a frente Donato fugindo das perseguições dos mouros ou dos bizantinos, refugiaram-se na Espanha e fundaram monastérios nas províncias de Mérida, Valência e Servitarum. Nessa fuga, levaram consigo uma grande quantidade de livros e os princípios intelectuais colocados por Agostinho em *A Doutrina Cristã*. Isidoro, em sua época de reclusão no monastério, deve ter tido contato com estes princípios, e com aqueles de uma formação moral desenvolvida com extremo rigor. Sobre a severidade do ensino nos monastérios atesta-nos a seguinte passagem de um decreto do concílio IV Toledano de 633:

“Aqueles [clérigos] que se opuserem a estas disposições, sejam reclusos em monastérios, para que seus espíritos inconstantes e pouco submissos sejam submetidos à repressão de uma disciplina mais severa.”⁵

Ao ingressar na escola episcopal de Sevilha, Isidoro teve acesso tanto a uma formação intelectual herdada das escolas municipais romanas, onde era priorizado o ensino das sete artes liberais (cf. DIAZ, 1982, p. 105), quanto à biblioteca episcopal de Sevilha, uma das maiores da época.

Não se tem ao certo o ano que Isidoro tornou-se bispo, mas, provavelmente, foi após o ano de 600, pois sabe-se que em 610 ele subscreveu um decreto do rei visigótico Gundemaro sobre a condição metropolitana de Toledo.

⁵ Conc. IV Toledano, c. 24 (VIVES, Concilios, p. 201: ML 84, 374): “Qui autem his praeceptis resultaverint, monasteriis deputentur ut vagantes animi et superbi severiori regula dstringantur.” (apud DIAZ, 1982, p. 76).

Em 1063, no reino de Fernando I de León, os bispos Alvito de León e Ordoño de Astorga foram a Sevilha recolher as relíquias de Isidoro, descobertas, segundo se diz, por indicação milagrosa do próprio Isidoro, que também teria comunicado, milagrosamente, que seus restos deveriam ser trasladados a León. Pouco a pouco, Isidoro entrou para a consciência do povo como Santo e, o templo dedicado a ele por Fernando I começou a tornar-se lugar de peregrinações.

1. As obras de Isidoro

Para compreendermos a importância da obra de Isidoro para a Idade Média, precisamos analisar, mesmo que brevemente, o contexto educacional e cultural no qual ela está inserida.

Nos primeiros séculos do Império romano do Ocidente, para que um jovem aprendesse a ler e escrever, deveria ser enviado a um gramático com o qual era iniciado no conhecimento das classes gramaticais, da ortografia, das regras da métrica, da leitura e compreensão dos textos dos autores clássicos. Segundo RICHÉ (1995, p. 10), para explicar os textos clássicos, os professores faziam uma análise que ia além da gramatical, pois faziam alusões históricas, jurídicas e científicas com o intuito de mostrar toda a riqueza documental do texto. Deste modo, os alunos eram iniciados em diferentes campos do saber antigo e eram introduzidos em uma cultura vasta e geral.

Para dar continuidade aos estudos, este jovem precisaria procurar um retor. Após cinco ou seis anos nesta escola, o jovem estaria de posse da arte da oratória. Para tal, ele necessitaria, neste tempo, estudar dialética e história.

Neste processo de escolarização abandonou-se o ensino do grego e com ele o acesso à cultura filosófica e científica grega. As artes liberais do quadrivium passaram a ser introduzidas neste processo de ensino apenas por ocasião de algum comentário que o gramático fazia quando explicava algum texto. Caso o aluno quisesse saber algo mais sobre estas artes para aumentar sua erudição,

deveria consultar os manuais nos quais se encontravam séries de informações sobre astronomia, astrologia, ciências naturais, etc. Desde o século IV, aumentou muito a quantidade de tais manuais.

Deste modo, a educação formal passou a ser compreendida como a aprendizagem da boa oratória, para a qual se necessitava o acúmulo de uma cultura vasta e pouco profunda, ideal muito diferente daquele encontrado em Platão, uma vez que, para este filósofo, o essencial na formação era aprender a bem pensar ao invés de acumular conhecimentos passageiros (cf. GANDILLAC, in FONTAINE et alii, 1966, p.12).

No tempo dos reis bárbaros, as escolas do gramático e do retor continuaram a existir, porém a maior parte destes reis resistia em dar a seus filhos este tipo de educação, preferindo formá-los guerreiros, conforme sua tradição. A aristocracia bárbara, entre os séculos IV e V, também não demonstrava muito interesse pela cultura latina, com exceção daqueles conhecimentos voltados para a prática, tais como a agrimensura, necessária para definir os limites das terras, a arquitetura e a medicina.

Entre os séculos V e VI, a aristocracia romana percebeu que sua cultura latina não lhe garantiria funções importantes nos afazeres públicos nos reinos bárbaros e acabou por adotar para seus filhos uma educação militar, tal qual aquela fornecida aos filhos dos bárbaros. Os gramáticos e os retores tornaram-se cada vez mais raros, assim como seus alunos. Por outro lado, os bárbaros, tanto os reis quanto os aristocratas, eram apaixonados por discussões religiosas, sendo a maioria deles arianos, dentre os quais podemos citar os germanos e os visigodos.

Com a conversão de Constantino ao catolicismo, no século IV, a Igreja cristã passou de "militante para triunfante" e viu-se na necessidade de reformular o ensino religioso com o objetivo de difundir a fé cristã entre os bárbaros e os pagãos romanos. Com este intuito, os cristãos começaram a adaptar seus escritos e seu discurso ao público popular, de modo a explicar as partes obscuras das Escrituras, o que levou ao desenvolvimento de estudos exegéticos da Bíblia.

A situação do ensino escolar não era muito melhor na Espanha visigoda que em outros reinos. Segundo DIAZ (1982, p. 58), nada indica que a maioria da população visigoda tivesse alguma instrução. Provavelmente, quando existia alguma, era reservada às classe elevadas, e tal qual em outras culturas bárbaras, tal educação limitava-se à formação militar. É provável, também, que o clero ariano tivesse alguma instrução.

Na Espanha, à época de Isidoro, a aristocracia hispano-romano ainda fornecia para seus filhos uma educação do tipo daquela existente nas escolas dos gramáticos e essa educação fazia-se, na maior parte das vezes, com um preceptor da família. Os hispano-romanos constituíam um grupo poderoso e com prestígio social, mas, apesar disso, suas escolas, caso houvesse alguma, eram ineficazes. No concílio II Toledano de 527, os bispos tiveram que propor a criação de centros de formação de clérigos. Não se sabe qual a eficácia de tal determinação, ou seja, se estas escolas chegaram ou não a funcionar, o caso é que no concílio IV Toledano de 633, presidido por Isidoro, ficou estabelecido terminantemente a obrigação dos bispos em criar escolas em suas sedes (cf, DIAZ, 1982). Boa parte da educação ficou a cargo dos mosteiros.

Com a conversão do rei e de sua corte, a aristocracia visigoda adotou o tipo de vida dos aristocratas romanos, passou a escolher para seus filhos nomes romanos, e abriu-se para a cultura literária. A partir de então, os reis visigóticos passaram a proteger os escritores e a lhes solicitar obras, como por exemplo, Sisebuto, rei em 612, que solicitou o *De natura rerum* a Isidoro (cf. FONTAINE, 1959, e DIAZ, 1982). Neste meio intelectual, o ideal da educação superior continuava a ser a formação da boa oratória e o acesso a uma cultura extensa, o que nos é atestado pela maneira como Isidoro expressava-se para caracterizar personagens ilustres: “eloqüente em sua expressão e profundo em seus conhecimentos” (apud DIAZ, 1982, p. 81). O conhecimento das sete Artes Liberais era o fundamento da formação intelectual.

Esta situação cultural em Espanha colocava um triplo desafio aos membros da Igreja cristã. O primeiro era a necessidade de propiciar aos membros da

nobreza, cuja maioria, provavelmente, era iletrada, o acesso a um conhecimento geral do saber produzido pelos gregos e romanos. Porém, este acesso precisaria ser feito de tal modo a não conduzi-los ao paganismo. O outro era fornecer aos clérigos um mínimo de cultura que lhes possibilitasse a exegese bíblica para a explicação das passagens do texto sagrado aos cristãos. O terceiro era fornecer aos clérigos uma cultura cristã que lhes possibilitasse a evangelização daqueles que ainda não eram cristãos.

Sobre a participação do conhecimento pagão, na formação dos clérigos, Isidoro afirmava que:

“os monges se guardem de ler os livros pagãos e os heréticos. É melhor, em efeito, ignorar seus preceitos perniciosos que cair, ao conhecê-los, em algum perigo de erro” (Regula, VIII, 3, apud RICHÉ, 1995, p. 244).

Segundo RICHÉ (1995, p. 245), Isidoro se colocava contra a leitura de obras pagãs por monges menos experientes. Tais obras estariam reservadas aos monges mais experientes que buscavam, por meio da leitura destas obras, aprofundar sua cultura e compreensão das obras sagradas. O uso de obras pagãs, por parte de Isidoro, na elaboração de suas obras, atesta esta observação de Riché. Agostinho foi o grande idealizador deste uso. Como sabemos, em *A doutrina Cristã*, o bispo de Hipona asseverava a importância do conhecimento pagão para a exegese bíblica e tentava uma síntese do conhecimento existente até então, mas esta síntese só foi conseguida realmente, pela primeira vez, com Cassiodoro.

Isidoro, imbuído do ideal de Agostinho, de posse de vários escritos pagãos e cristãos disponíveis na biblioteca episcopal, e, tendo em vista aquela necessidade de formação intelectual dos aristocratas visigóticos e dos clérigos, elaborou as seguintes obras⁶, consideradas as suas principais:

- 1) *As Diferenças (Differentiae)* – composta por dois livros, esta obra traz, no livro I, as diferenças entre as palavras utilizadas como sinônimos. No livro II dedica-

se à tarefa de distinguir conceitos próximos. *As Diferenças*, ao assentar os princípios lingüísticos e gramaticais e introduzir os problemas léxicos, tem por objetivo contribuir com a formação do clérigo de modo a fornecer um conhecimento profundo da língua como mecanismo de discurso e expressão, além de compreensão de textos.

- 2) *Os Proêmios* – primeira obra de Isidoro no campo bíblico. Composta por setenta e dois livros nos quais se encontra uma introdução geral ao cânon bíblico e breves prólogos a cada um dos livros da Bíblia.
- 3) *Sobre os personagens mencionados nas Escrituras* – este tratado foi elaborado, provavelmente, em conexão com *Os Proêmios*. Trata-se de uma coleção de biografias nas quais busca-se extrair conseqüências das atitudes morais das personagens. Parece que Isidoro quis fazer um resumo de fácil retenção para os clérigos, sobre os escritos que havia acerca de quase uma centena de personagens bíblicos.
- 4) *Livro dos ofícios eclesiásticos* – esta obra foi composta entre 610 e 615 e dedicada a seu irmão Fulgêncio. Consta de dois livros: o primeiro é uma história da liturgia, o segundo aborda os fundamentos das distintas categorias de fiéis e do clero, além da regra de fé e de alguns sacramentos. O êxito desta obra foi enorme, difundindo-se muitas cópias pela Península Ibérica e fora dela.
- 5) *Os sinônimos (Soliloquios)* - consta de dois livros: no primeiro, em uma espécie de introspeção, Isidoro reconhece seus próprios erros; o segundo se apresenta como uma incitação à dor do pecado, aos deveres morais e à conversão. Seu estilo literário consiste na técnica de repetição de uma proposição com as variantes conseguidas pela utilização de sinônimos, técnica esta utilizada no ensino superior de retórica. Estes livros tinham a finalidade de facilitar a aprendizagem e utilização de sinônimos.
- 6) *Sobre o Universo (De natura rerum)* – composto entre 612-620, este tratado foi escrito a pedido do rei Sisebuto. Um dos objetivos do livro era a luta contra as

⁶ Aqui seguimos a apresentação das obras de Isidoro, realizada por DIAZ (1982, p. 116-180). Segundo Diaz,

superstições acerca dos fenômenos naturais. Isidoro baseou-se na ciência profana para explicar tais fenômenos e, com isto, contribuiu para a difusão da fé cristã ao evitar as crenças populares, e demonstrou como os conhecimentos pagãos poderiam colaborar na correta interpretação dos mesmos.

- 7) *Livro dos números (Liber numerorum)* – neste tratado são oferecidas explicações aritmológicas sobre os números que são citados na Bíblia.
- 8) *Alegorias* – traz a tipologia e o significado alegórico de mais de duzentos e cinquenta personagens bíblicos tanto no Antigo quanto do Novo Testamento.
- 9) *Sobre os hereges* – consta de uma descrição sumária das heresias cristãs, judias e das seitas filosóficas, cujos erros ou doutrinas se resumem de maneira incompleta em alguns parágrafos sintéticos.
- 10) *Sentenças* – o título do livro alude ao modo de apresentação por meio de frases sentenciosas e ao objetivo educacional da obra. Trata-se de uma doutrina de conduta na vida cristã. É composta por três livros: o primeiro expõe uma síntese da fé cristã e os fundamentos da Igreja como caminho da salvação pessoal; o segundo aborda o processo de conversão, os pecados, os vícios e as virtudes; e o terceiro traz as dificuldades da vida cotidiana do cristianismo, bem como suas responsabilidades sociais e os deveres de cada situação e profissão.
- 11) *Crônicas* – nesta obra, Isidoro se propõe a narrar a história do mundo desde suas origens até o ano de 615. É oferecido ao leitor a referência cronológica para que ele possa saber “a soma dos tempos”. A história do mundo é dividida em “seis idades”, adotando uma teoria exposta por Agostinho em *A cidade de Deus*.
- 12) *Contra os judeus* – esta obra, dedicada a sua irmã Florentina, se inscreve no processo que desencadeia o rei Sisebuto ao tomar medidas políticas para obrigar os judeus hispanos a se converterem ao cristianismo. Isidoro opõe-se às medidas de força tomadas por Sisebuto, e coloca-se a favor dos recursos da apologética para alcançar tal conversão.

elas estão colocadas em ordem cronológica.

- 13) *Homens ilustres* – consta de trinta e três sucintas biografias que pretendem mostrar como, entre os cristãos, se encontrariam personagens de tão alto quilate intelectual quanto o dos escritores pagãos.
- 14) *Regra dos monges* – foi composta entre 615 e 618, em uma linguagem razoavelmente simples. Destinava-se à orientação dos monges de um mosteiro estabelecido perto de Sevilha. Nela são apresentadas normas de orientação à comunidade e a seus responsáveis.
- 15) *História Goda* - este texto possui duas versões. A primeira termina com a morte do rei Sisebuto em 619. A segunda, revista e ampliada, termina com o reinado de Suíntila, em 624. À *História Goda*, seguem-se *A História dos Vândalos e dos Suevos*.
- 16) *Questões* – consta de comentários sobre o Antigo Testamento, nos quais a interpretação alegórica suplanta o sentido histórico. Foi uma obra sobre exegese bíblica de notável influência na Idade Média.
- 17) *Etimologias* ou *Orígenes* – composta a partir de 615, é uma enciclopédia onde se encontram reunidos todos os campos do saber antigo, explicados mediante a justificação dos termos utilizados por estes saberes. Podemos considerar que o objetivo maior das *Etimologias* seria, como seu próprio título indica, buscar a origem do significado a partir da análise etimológica, de modo a explicar por processos lingüísticos tudo o que existe. Com esta obra, Isidoro buscava meios para ajudar a formação ou clerical ou geral de seus contemporâneos. Porém, as *Etimologias* não foram escritas para o público em geral, mas para um pequeno número de leitores que já possuíam uma formação básica na leitura e escrita.

Por estas obras, Isidoro é considerado um dos maiores compiladores de seu século. Porém, ao lermos suas obras, percebemos que seu trabalho vai além de uma simples compilação, pois Isidoro fez escolhas entre as passagens, conceitos e frases que tinha a sua disposição e ordenou-os de modo a lhes fornecer novos e, às vezes, inusitados significados, como veremos no próximo capítulo.

A difusão da obra de Isidoro na Idade Média

Segundo RICÉ (1995, p. 250), a maior parte das obras de Isidoro não teve muita repercussão no nível intelectual de seus contemporâneos. Dentre as que foram imediatamente difundidas, copiadas e utilizadas podemos citar o *Livro dos ofícios eclesiásticos* e as *Sentenças*, este último devido ao fato de ser lido freqüentemente nos refeitórios monásticos, o que favoreceu a multiplicação de suas cópias.

Somente com o renascimento carolíngio (sec. IX), as *Etimologias* foram redescobertas e a partir de então, até o início da Idade Moderna, tornaram-se um livro de referência fundamental. Segundo FONTAINE (in FONTAINE et alii, 1966, p. 57), as *Etimologias* foram um dos “clássicos” da educação medieval.

No século XII, as *Etimologias* foram um livro de base para a elaboração do *Didacalicon* (cf. FONTAINE, 1959, p. 13), que seria um manual com a apresentação das artes liberais e das regras de vida e estudo necessárias para a introdução dos monges na “arte” da leitura. O uso das *Etimologias* no *Didascalicon* está atestado pelo fato de ser Isidoro um dos autores mais citados por Hugo de Saint-Victor.

Conforme FONTAINE (in FONTAINE et alii, 1966, p. 59), os *Origenes* chegaram à Irlanda e os escrivães cristãos das missões irlandesas encarregaram-se de difundir esta obra na Alemanha, em Fulda e pelo norte da Itália. Porém, nem todos aqueles ligados à alta hierarquia eclesiástica achavam de bom tom inserir na formação dos clérigos as passagens de origem pagã contidas nas *Etimologias*. O abade de Fulda, Rabanus Maurus (sec. IX) tentou uma reorganização da enciclopédia de Isidoro, de modo a alegorizar suas passagens de origem pagã. Mas, apesar de Maurus, o texto original das *Etimologias* continuou a ser amplamente copiado durante a Idade Média. Segundo

GANDILLAC (in FONTAINE et alii, 1966, p. 22-23), a enciclopédia de Isidoro foi recopiada até o final da Idade Média e impressa logo que surgiu a tipografia.

Além disso, a função das *Etimologias* como texto mediador entre as culturas da Idade Média e da Moderna é incontestável se considerarmos que os conhecimentos do trivium e do quadrivium transmitiram-se intactos das escolas monásticas da Alta Idade Média para as Faculdades de Artes. (Cf. FONTAINE, 1959, p. 13)

O *Liber numerorum*, por sua vez, foi o primeiro tratado de aritmologia cristã de que se têm notícia, colocado à disposição dos exegetas. Nele, Isidoro conseguiu condensar os conhecimentos, tanto pagãos, quanto cristãos, sobre os números necessários à exegese bíblica em uma só obra, servindo de consulta para os clérigos e fornecendo à Idade Média preceitos que teriam grande sucesso.

O *De natura rerum* também foi muito difundido entre os clérigos letrados. Segundo DIAZ (1982, p. 129), em 850 este tratado já havia sido divulgado por toda a Europa e havia sido utilizado por Adhelmo de Malmesbury e por Beda.

Neste processo de difusão, os saberes elaborados por Isidoro acabaram por ser legitimados. Dentre tais saberes, alguns referiam-se à matemática e subjacentes a estes últimos havia algumas crenças. É destes saberes acerca da matemática que trataremos no próximo capítulo.

Capítulo II
A MATEMÁTICA NA OBRA DE ISIDORO

“A filosofia encontra-se escrita neste grande livro que continuamente se abre perante nossos olhos, isto é, o universo, que não se pode compreender antes de entender a língua e conhecer os caracteres com os quais está escrito. Ele está escrito na linguagem matemática...”

Galileu Galilei (sec. XVII), *Saggiatore*

Os historiadores em geral consideram que a obra sobre matemática de Isidoro de Sevilha, tanto quanto a dos escritores do medievo ocidental até o século XIII⁷, é de um nível bastante inferior em relação àquelas produzidas pelos sábios gregos da Antigüidade. Esta inferioridade se atestaria não só devido à inexistência de novos resultados na matemática medieval, mas também ao quase desaparecimento tanto do nível de rigor presente na matemática grega, quanto dos resultados matemáticos obtidos desde os pitagóricos, resultados estes presentes nos escritos de Euclides (sec III a. C.), nos de Arquimedes (sec. III a.C.) e nos de Diofanto (sec. III) (cf. SMITH, 1958 e BOYER and MERZBACH, 1989). Embora concordemos com essa avaliação, achamos que para compreendermos o significado da obra de Isidoro para a Idade Média, necessitamos inseri-la em seu contexto cultural, compará-la com as obras matemáticas da época e analisarmos a extensão de sua influência durante o medievo. Serão esses nossos objetivos neste capítulo.

Segundo FONTAINE (1959, p.341), desde o século III, o conhecimento matemático vinha sofrendo um lento declínio. Tal declínio pode ser explicado pela conjunção de alguns fatores, dentre os quais o autor cita o fato da cultura do império romano não ser dada a abstrações matemáticas, preferindo, à geometria pura, as técnicas tradicionais de medidas e contagens necessárias ao cadastro daquele Império, e o fato da ruptura lingüística crescente entre Oriente e Ocidente que inviabilizou, cada vez mais ao mundo romano do Ocidente, o acesso a obras gregas anteriores ao século III.

Esse desinteresse para com as abstrações matemáticas apontado por FONTAINE não se deu uniformemente em todo o império romano. Alexandria, o mais efervescente centro cultural do império romano entre os séculos III e V, é uma exceção que merece ser observada. De lá, provinham vários trabalhos científicos e filosóficos e para lá confluíam todos os desejosos por uma formação

⁷ Neste século temos por exemplo os trabalhos de Leonardo de Pisa (c. 1180-1250), o *Liber Abaci*, no qual os numerais indo-arábicos foram estudados pela primeira vez em uma obra de autoria de um europeu, e os de Jordanus Nemorarius, morto em 1237, sobre aritmética, geometria, astronomia e mecânica, entre outros.

filosófica. Entre os trabalhos matemáticos produzidos nesse período podemos apontar a *Arithmetica* de Diofanto de Alexandria (sec. III) voltada tanto para a teoria dos números quanto para a resolução de problemas computacionais; a *Coleção* de Pappus de Alexandria (c. 320) composta por oito livros nos quais pode-se encontrar relatos históricos de parte da matemática grega, demonstrações alternativas e lemas suplementares às proposições encontradas em Euclides, Arquimedes, Apolônio e Ptolomeu, além de novas descobertas e generalizações; e os trabalhos de Theon de Alexandria (c. 390) que desenvolveu um método de determinação da raiz quadrada a partir da soma de frações sexagesimais. De qualquer modo, os pensadores do império do Ocidente não tiveram acesso a essas obras, e entendemos que apenas a barreira lingüística não é uma explicação satisfatória para tal fato, pois os cristãos Clemente (c. 150-215) e Orígenes (c. 184), ambos formados em Alexandria, escreveram obras que influenciaram vários intelectuais cristãos do Ocidente durante toda a Idade Média, desde Agostinho (sec. IV) a Escoto Erígena (sec. IX).

Sendo assim, acreditamos que uma das maiores barreiras entre os trabalhos matemáticos anteriormente citados e aqueles dos pensadores cristãos do Ocidente seria a mudança no que se refere à função desses pensadores frente às novas necessidades estabelecidas pelo cristianismo, que os levou a desenvolver trabalhos, em um primeiro momento, para justificar a fé cristã, e em outro, para difundir essa fé, aproximando-os muito mais das questões teológicas do que das científicas. Contudo, podemos ainda citar outros três fatores que poderiam ter contribuído para o declínio do conhecimento matemático.

O primeiro foi o papel desempenhado pela Igreja no que se refere à produção, veiculação e manutenção das idéias e saberes no momento em que o domínio das habilidades de leitura e escrita tornou-se praticamente restrito ao clero, fazendo com que o acesso aos conhecimentos já existentes e a produção de novos conhecimentos passassem a ser quase que uma exclusividade do mesmo. Este quase monopólio da Igreja sobre os saberes determinou quais deles poderiam ser transmitidos e que tipo de conhecimento deveria ser

produzido. Muitos dos saberes greco-romanos foram apropriados para dar sustentação filosófica aos dogmas cristãos; neste processo, aqueles que não se coadunavam com tais dogmas foram ou excluídos, ou alegorizados, ou ainda reduzidos e adaptados de modo a não contradizerem as idéias religiosas. Os conhecimentos matemáticos produzidos pelos pagãos não escaparam desse processo. Enquanto Agostinho (sec. IV), em *A doutrina cristã*, asseverava a premência de serem escritas obras nas quais todos os conhecimentos necessários para a compreensão do texto das Escrituras estivessem contidos, acrescentando-se a isso uma explicação dos números que nelas apareciam, o que equivaleria propor que o motor da investigação matemática deixasse de ser a busca pelo conhecimento racional para tornar-se o estudo dos números a partir da aritmologia, Ambrósio⁸, dois séculos mais tarde, opunha a verdade da revelação cristã à do conhecimento matemático.

O segundo fator está relacionado com o enfoque da produção cristã, entre os séculos VI e VII, que recaiu sobre a criação não de novos conhecimentos, mas de manuais de estudo e ensino dos saberes já produzidos, de modo que a maioria das obras compreendidas nesse período restringem-se à tradução parcial de textos já existentes, como por exemplo, *A Aritmética* e *A Geometria* de Boécio, aos compêndios de teologia e aos manuais em que se tentava reunir o conhecimento das artes liberais considerado importante para a exegese bíblica. Dentre estes últimos podemos citar o *De artibus ac disciplini liberarium literarum* de Cassiodoro.

Um terceiro fator a ser apontado é a alteração das relações sociais e econômicas provindas do feudalismo, que tornou necessária para o cotidiano apenas uma matemática bastante elementar, utilizada no cálculo de calendários, na administração de mosteiros e propriedades feudais, em situações de negócios baseadas na troca, e nas técnicas de mensuração utilizadas na construção de templos e castelos. Isso não significa que as necessidades cotidianas determinem necessariamente o rumo do desenvolvimento da matemática. O pensamento

⁸ AMBROSIO, *De Abraham* (2, 11, 80) apud FONTAINE (1959, p. 349)

especulativo em algumas sociedades, como por exemplo a grega da Antigüidade, pode ser muito mais eficaz nesse sentido. Porém, em uma sociedade na qual a teoria era produto da teologia - como era o caso da medieval, no período em questão -, a falta de problemas gerados por situações práticas que exigissem para seu enfrentamento a produção de novos conhecimentos matemáticos ou o uso dos já existentes pode ter colaborado para que houvesse um desinteresse para com esses conhecimentos. Por outro lado, essas situações práticas da vida eclesiástica que requisitavam algum conhecimento matemático, mesmo que elementar, contribuíram para a inserção da matemática na obra isidoriana, como veremos mais adiante.

Segundo FONTAINE (1959, p. 343), se considerarmos a asfixia da curiosidade científica a partir do século III no Ocidente, perceberemos que o “renascimento ostrogodo”⁹ no século VI, refletido no domínio das matemáticas pelas traduções e adaptações de textos gregos realizadas por Boécio, teve um papel importante para a manutenção de algum conhecimento matemático, pois possibilitou ao reino visigótico da Espanha o acesso, mesmo que modesto, a esse conhecimento.

É neste contexto que se inserem os textos sobre matemática escritos por Isidoro, os quais são basicamente compilações de extratos retirados de fontes pagãs, cristãs e de manuais escolares da Antigüidade Tardia. A pesquisa sobre as fontes utilizadas por Isidoro é bastante complexa, pois, em algumas passagens, ele lança mão de reminiscências, às vezes confusas, de textos que participaram de sua formação intelectual; em outras, imputa indevidamente textos a algum autor; em outras ainda, cita trechos e não identifica o autor dos mesmos. Algumas pesquisas sobre as fontes utilizadas nas *Etimologias* confirmam esse fato. Kettner (apud GRANT, 1974) aponta 36 passagens citadas por Isidoro como sendo de Varrão (sec. I a. C.). Essas passagens não são devidas a este, pois,

⁹ Segundo RICHÉ (1995, p. 42) denomina-se de “renascimento ostrogodo” ao período de relativa paz entre os reinos bárbaros, compreendido entre 480 a 533, que possibilitou a Boécio e seu grupo, frente ao desaparecimento do grego e da cultura antiga, tentar uma restauração da cultura grega filosófica e literária por meio de traduções de obras gregas.

provavelmente, Isidoro não consultou os trabalhos de Varrão. Klussman (apud GRANT, 1974) encontrou perto de setenta passagens derivadas dos trabalhos de Tertuliano, que não foi citado por Isidoro. São utilizados vários excertos dos comentários de Servio sobre Virgílio, mas seu nome também é omitido. Porém, como poderemos observar mais adiante, as fontes primárias básicas usadas pelo sevilhano em seus textos sobre matemática foram *As núpcias de Mercúrio e da Filologia* do pagão Marciano Capella (sec. V); *De institutiones arithmetica* de Anicius Manlius Severinus Boécio (c. 480-524); as obras de Agostinho (354-430), e principalmente a *De artibus ac disciplinis liberarum literarum* de Magnus Aurelius Cassiodoro (c. 480- 575). Há entre algumas dessas obras uma filiação direta. *De institutione arithmetica* de Boécio é um resumo da obra *Introdução à Aritmética* do neopitagórico Nicômaco de Gerasa (sec. I). Capella também utilizou-se do texto do neopitagórico. Cassiodoro, para elaborar o livro “*Mathemática*” de seu *De artibus ac disciplinis liberarum literarum*, utiliza extratos da obra de Boécio. Tal filiação torna bastante difícil saber qual fonte foi utilizada por Isidoro em alguns trechos de sua obra.

O bispo sevilhano escreveu quatro obras que abordam assuntos referentes às matemáticas. O texto *Natura rerum* é composto por temas de astronomia; as *Diferenças* trazem algumas definições, tais como a de aritmética e de número; o *Liber numerorum* é um tratado de aritmologia cristã; as *Etimologias* incluem um apanhado geral dos conhecimentos matemáticos da época. O livro III da última obra citada é denominado “*De Mathematica*” e inicia-se com a seguinte definição:

“Chamamos em latim ‘matemática’ à ciência doutrinal que considera a quantidade abstrata. A quantidade abstrata é aquela que tratamos apenas com o raciocínio, após tê-la separado intelectualmente da matéria ou de outros acidentes - por exemplo, a noção de par e ímpar, ou noções deste tipo.”¹⁰

¹⁰ “*Latine dicitur doctrinalis scientia, quae abstractam considerat quantitatem. Abstracta enim quantitas est, quam intellectus a materia separantes vel ab allis accidentibus, ut est par, impar, vel ab allis huiusmodi in sola ratiocinatione tractamus.*” (*Etim.*, III, prefácio).

Essa definição, retirada com a única alteração de um verbo¹¹ da obra já citada de Cassiodoro, pode ser vista como uma síntese das considerações que Nicômaco de Gerasa teceu nos dois primeiros capítulos de sua *Introdução à Aritmética* acerca do conhecimento matemático, denominado por ele de “sabedoria”. Por ser um texto cujo objetivo não é ser um tratado científico, mas uma introdução à filosofia pitagórica, a *Introdução à Aritmética* traz uma aritmética elementar em que as propriedades dos números são apresentadas com uma retórica difícil, seguidas de exemplos numéricos explicativos e sem qualquer demonstração. O resultado de tal exposição é uma aritmética com uma aparência, ao mesmo tempo, racional e mágica. A geometria é subordinada à aritmética por meio dos números figurados e tudo isso ressalta a mística pitagórica. Para uma melhor compreensão da definição acima, inserida nas *Etimologias*, vamos transcrever e analisar as considerações sobre a matemática contidas nos dois primeiros capítulos da *Introdução à Aritmética*. Segundo Nicômaco:

“A sabedoria ele [Pitágoras] define como o conhecimento ou ciência da verdade nas coisas reais, sendo a ‘ciência’ uma apreensão firme e inabalável da substância subjacente, e ‘coisas reais’ são aquelas que continuam uniformemente as mesmas no universo e nunca se alteram, mesmo que brevemente, em sua existência. (...) As coisas materiais estão sempre envolvidas em contínua mudança, em imitação à qualidade natural e peculiar da matéria e da substância eternas que são mutáveis e variáveis desde o início. As coisas incorpóreas, no entanto, as quais nós concebemos em conexão com ou junto da matéria, tais como qualidades, quantidades, configurações, largura, tamanho, igualdade, relações, disposição, lugar, tempo, ou seja, todas as qualidades encontradas em cada corpo são imutáveis. A sabedoria concebe com tais coisas. (...)”

¹¹ Cassiodoro escreve “*Abstracta enim quantitas dicitur, qua intellectus a materia separantes vel ab allis accidentibus, ut est par, impar, vel ab allis huiuscemodi in sola ratiocinatione tractamus.*” (*Etim.*, III, prefácio) . enquanto Isidoro utiliza-se do verbo “ser” em sua redação, como podemos observar pela nota anterior.

Citando Platão em o Timeu, “o que é aquilo que sempre é e não tem nascimento, e aquilo que sempre está vindo a ser mas nunca é? O primeiro é apreendido por processos mentais, com o raciocínio; o outro pode ser conjecturado pela opinião em companhia do sentido não racional, algo que vem a ser e passa, mas nunca realmente é. Se considerarmos que o objetivo da vida é a felicidade e que esta é conseguida apenas por meio da filosofia e que a filosofia significa desejo pela sabedoria e a sabedoria é o conhecimento da verdade nas coisas (...) é razoável e necessário distinguir e sistematizar as qualidades acidentais das coisas. A sabedoria deve ser considerada o conhecimento da magnitude e da multitude.” (I, 1 e 2)

Uma vez que a matéria é mutável, e que a matemática é a ciência das coisas reais, ou seja, daquelas que não se alteram, nem a matéria, nem a substância que, segundo Aristóteles, é a matéria atuada, são objetos de estudo desse campo do conhecimento, mas as qualidades acidentais¹² que, para Nicômaco, são eternas e imutáveis. Segundo GARDIEL (1967, p. 32), na Física de Aristóteles, a quantidade, tanto a discreta quanto a contínua, goza de certa anterioridade com relação aos outros acidentes, pois ela seria o acidente primeiro. Nicômaco, ao afirmar que os acidentes que devem ser distinguidos e sistematizados são a multitude e a magnitude, vai ao encontro do pensamento de Aristóteles. Porém, enquanto para o Estagirita os dados qualitativos são percebidos pelos nossos sentidos e possuem uma realidade objetiva, para o neopitagórico, eles só podem ser apreendidos pela razão e acabam por adquirir uma realidade ideal, à maneira de Platão. Deste modo, Nicômaco faz uma interpretação filosófica do conhecimento matemático a partir de Aristóteles, porém a faz sob uma perspectiva platônica, como fica manifesto pela citação da qual se utiliza.

¹² “Chamo de qualidade àquilo em razão do que um ser é dito ser tal e qual” (ARISTÓTELES, *Categorias*, c. 8, 8b, 25). Segundo GARDEIL (1967, p. 32), para Aristóteles, a qualidade em sentido estrito designa as modificações acidentais - isto é, aquelas nas quais a matéria se mantém – que se acrescentam à substância já constituída em si mesma.

Apesar da definição da Introdução do livro III de Isidoro, citada anteriormente, ser derivada da de Nicômaco, não podemos afirmar, em um primeiro momento, se a concepção de matemática que a permeia está ou não relacionada ao platonismo ou a qualquer outra corrente filosófica, até porque a definição se utiliza de termos que não estão, naquele momento, especificados, como por exemplo a expressão “conhecimento doutrinal” (“*Chamamos em latim ‘matemática’ ao conhecimento doutrinal ...*”). Se retornarmos ao livro II das *Etimologias*, no capítulo “Sobre a definição da filosofia”, encontraremos o significado dessa expressão. Utilizando um excerto de Cassiodoro (3, 567, ML, 1168 b), Isidoro distingue as partes da filosofia, especulativa e prática. A especulativa é aquela que “*eleva-nos acima do visível, tornando possível contemplarmos as coisas divinas e celestiais, as quais só podem ser apreciadas com a mente, pois estão acima do corpo*” (*Etim.*, II, 24, 10). Esta parte da filosofia subdivide-se em natural, divina e doutrinal. Doutrinal é “*a que investiga a quantidade abstrata*” (*Etim.*, II, 24, 14) e está dividida em aritmética, música, geometria e astronomia. Dessas classificações, concluímos que a quantidade abstrata estaria entre “as coisas divinas e celestiais” que só podem ser contempladas com a mente, o que nos aproxima de um platonismo adaptado às idéias cristãs, como aquele de Santo Agostinho que no *De Ordine* afirma:

“Tudo o que se conhece com a mente, e não o que se percebe pelos sentidos, está com Deus. Atrevo-me ainda a dizer mais (...) quem se entrega à percepção das coisas sensíveis, não apenas está separado de Deus, mas também de si mesmo. (II, 2, 5) (...) Esta disciplina [matemática] é a mesma lei de Deus que, sempre permanecendo fixa e inabalável Nele, de certo modo se imprime nas almas dos sábios, de modo que tanto melhor sabem viver e com tanta maior elevação quanto mais perfeitamente a contemplam com sua inteligência e a guardam com sua vida” (II, 8, 25)

No entanto, a análise de uma definição não é suficiente para concluirmos o que Isidoro estava entendendo por “matemática”. Para chegarmos a uma

conclusão sobre esse assunto, necessitamos de uma análise tanto do conteúdo matemático, quanto do modo de exposição do mesmo na obra, pois um e outro podem nos indicar o que, para esse autor, deveria ser ressaltado desse saber e o que poderia ser excluído. Realizaremos essa análise a seguir.

A matemática na obra do sevilhano, seguindo uma tradição que vem desde os pitagóricos¹³, é composta pela aritmética, música, geometria e astronomia, conjunto de matérias que Boécio¹⁴ foi o primeiro a denominar por quadrivium. Isidoro ordena o quadrivium de duas maneiras em seus textos e elas podem nos dar indícios sobre os diferentes níveis de importância conferidos pelo autor para essas quatro artes liberais. Uma primeira seqüência - aritmética, música, geometria e astronomia - é encontrada em três passagens, quais sejam, na parte que discorre sobre as sete artes liberais do livro I, no primeiro momento que subdivide o conhecimento doutrinal no livro II e na introdução do III¹⁵ das *Etimologias*. Porém, quando discorre sobre a divisão que Platão fez da Física, na segunda vez em que classifica o conhecimento doutrinal no livro II, no desenvolvimento do livro III, na parte denominada "Sobre o princípio da medicina" do livro IV das *Etimologias*, no livro II do *Diferenças* e no *Liber Numerorum*, a disposição é aritmética, geometria, música e astronomia. Estas duas ordenações são encontradas em Boécio e Cassiodoro. Conforme FONTAINE (1959, p. 346), a primeira era a ordem mais utilizada correntemente na Antigüidade Tardia e é uma divisão das disciplinas matemáticas que remonta aos pitagóricos. É difícil saber o que teria levado o bispo de Sevilha a utilizar mais vezes a segunda ordenação, mas, como podemos notar, a aritmética e a astronomia possuem lugares fixos em ambas as seqüências. É interessante observar que a

¹³ Essa divisão já se encontrava no tratado *Sobre a harmonia* do pitagórico Arquitas de Tarento (c. 400 a. C.)

¹⁴ Segundo FONTAINE (1959, p. 345) Boécio talvez não tenha inventado o termo "quadrivium", mas repetido uma tradição escolar platônica de língua latina, já que o significado do quadrivium como sendo "o quádruplo caminho para a sabedoria" traz uma imagem utilizada no platonismo. SCHRADER (1968) é de opinião contrária. Segundo essa autora, Boécio foi o primeiro a utilizar o termo "quadrivium" nesse sentido. Como não temos notícia desse termo em nenhum texto anterior a Boécio, estamos nos coadunando com o parecer de SHARADER, que é o mais corrente entre os historiadores.

¹⁵ Segundo RETA e CASQUERO (1982), nesta passagem o manuscrito de Arévalo apresenta essas artes em ordem diferente, qual seja, aritmética, geometria, música e astronomia.

organização dada por Marciano Capella, qual seja, geometria, aritmética, astronomia e música e a de Agostinho no *De Ordine* – música, geometria, astronomia e aritmética - não foram utilizadas na obra de Isidoro, o que sugere uma escolha por colocar a aritmética como a primeira dentre as disciplinas do quadrivium e a astronomia como a última. Tal escolha não é casual, como veremos a seguir.

I. Aritmética

Encontramos quatro definições da aritmética na obra de Isidoro. São elas:

“A aritmética é a disciplina que estuda a quantidade numérica em si mesma” (Etimologias, II, 24, 15 e III, introdução).

“A aritmética é a ciência dos números” (Etimologias, III, 1, 1).

“A aritmética contém as causas e classificação dos números” (Etimologias, I, 2, 2).

“A aritmética é definida por constituir o cálculo e as classes de todos os números”¹⁶ (Diferenças, II, 39, 151).

A primeira delas é encontrada nas obras de Nicômaco, Boécio e Cassiodoro e só tem significado se recordarmos que, desde os pitagóricos, tanto a aritmética quanto a música tinham por objeto a quantidade discreta, porém enquanto na primeira o enfoque do estudo recaía sobre as propriedades dos números, tais como as de ser par ou ímpar, perfeito, primo ou composto, na segunda estudava-se os números a partir das relações existentes entre eles, como por exemplo as de ser múltiplo de, ser maior do que, ser menor do que, ser divisor de. O primeiro caso, Nicômaco (I, 3) e Boécio (I, 1) definem como o estudo do “número absoluto”, enquanto Cassiodoro (IV, Prefácio) refere-se ao

¹⁶ *“Arithmetica est disciplina quantitatis numerabilis secundum se”.*

“Arithmetica est disciplina numerorum”.

“Arithmetica quae continent numerorum causas et divisiones”.

“Arithmetica nanque est definitio per quam numerorum omnium ratio vel ordo consistit”.

estudo do “número segundo si mesmo”. Já o segundo caso, os três autores denominam de estudo do “número relativo”.

A segunda enunciação, devida a Isidoro, está inserida no capítulo cujo título é: “*De vocábulo arithmeticae disciplinae*” (Sobre a denominação “ciência aritmética”) e a frase subsequente àquela definição é: “*os gregos denominavam os números de arithmós*”¹⁷ (III, 1, 1). Tal seqüência de frases indica que, apesar de a enunciação “ciência dos números” parecer, em princípio, uma simplificação da anterior, na realidade representa a busca de Isidoro pelo sentido original da palavra “aritmética” por meio da análise etimológica (daí a preocupação com o significado de *arithmós*), ou seja, este modo de definir “aritmética” insere-se no propósito maior das *Etimologias*.

FONTAINE (1959, p. 354) indica que, provavelmente, a quarta definição é uma adaptação da passagem de Marciano Capella¹⁸, na qual a Geometria afirma que “*a primeira classe [a que é apreendida pelo intelecto] surge a partir das regras e cálculos dos números e é designada por minha irmã Aritmética*” (CAPELLA, VI, 706). Outra passagem de Capella, não citada por Fontaine, pode ter sido a origem da quarta definição; nela a Aritmética afirma: “*desde que eu já discuti as classes dos números e os cálculos entre eles, devo retornar às propriedades individuais dos mesmos*” (CAPELLA, VII, 768). Ao compararmos as duas últimas frases citadas com a quarta definição de Isidoro, percebemos redações diferentes, mas a utilização das mesmas palavras e a atribuição do mesmo sentido a elas, o que mostra que o sevilhano não copiou literalmente a passagem contida na obra de Capella, mesmo porque, caso tal definição proviesse da primeira passagem, a cópia poria em evidência sua origem pagã, pois nela a Aritmética é personificada. Essa definição é em parte contraditória com o conteúdo da aritmética na obra de Isidoro, em que, praticamente, não se contemplam a parte da matemática voltada ao cálculo numérico, denominada

¹⁷ “*Graeci enim numerum αριθμων dicunt*” (*Etimologias*, III, 1, 1).

¹⁸ No livro *As núpcias de Mercúrio e da Filologia*, Marciano Capella (sec. V) narra o enlace matrimonial de Mercúrio e da Filologia no Olimpo, durante o qual as sete Artes Liberais – Gramática, Dialética, Retórica, Geometria, Aritmética, Astronomia e Música – expõem seus respectivos objetos e métodos.

pelos gregos de logística¹⁹. No conjunto das obras do sevilhano encontramos a utilização do cálculo apenas na apresentação das médias aritmética, geométrica e harmônica (*Etimologias*, III, 8, 1 e 13, 1); no cômputo dos anos desde o início do mundo (*Etimologias*, V, 1) e na aplicação à aritmologia.

Notamos que a terceira definição, apesar de não estar explícita nem em Nicômaco, nem em Boécio, nem em Cassiodoro, é sugerida pelo plano da obra do primeiro e, conseqüentemente, das dos outros dois, já que, no decorrer dos respectivos textos, tentam definir o que são os números, qual sua importância e suas diferentes classificações. Contudo, provavelmente, Isidoro não teria elaborado aquele enunciado a partir da síntese da obra de algum desses autores, pois, como vimos, com raras exceções, a *Etimologias* é composta a partir de trechos retirados e/ou adaptados de outras obras; sendo assim, Isidoro deve tê-las recolhido de algum outro texto. Não conseguimos localizar um texto com base no qual pudéssemos, com maior segurança, afirmar ter sido ele a matriz desta definição. Talvez, ela derive do trecho de Capella, em que a Aritmética afirma: *“Eu vou agora indicar brevemente a natureza do número, que relações os números têm entre si e que formas eles representam (...) Há duas classes de inteiros ...”* (CAPELLA, VII, 743). No entanto, as redações e palavras utilizadas nessa passagem e naquela definição são bastante diferentes, o que nos leva a concluir que Isidoro, provavelmente, utilizou-se de uma outra fonte não especificada, o que dificultou nosso acesso e análise desta possível fonte. Mas, como já verificamos anteriormente, não são especificadas, na obra do sevilhano, as fontes utilizadas. Os únicos nomes citados por ele em toda a parte da Aritmética são os de Pitágoras, Nicômaco, Boécio e Apuleio:

“Entre os gregos, o primeiro que escreveu sobre a ciência do número foi Pitágoras e mais tarde Nicômaco lhe deu uma disposição mais

¹⁹ Em Capella, a personagem Aritmética só se utiliza do cálculo numérico na gematria dos nomes dos deuses e no estudo das propriedades dos números, como por exemplo, a de números primos entre si.

ampla. Entre os latinos, primeiro Apuleio²⁰ e depois Boécio foram os tradutores daquelas obras” (Etimologias, III, 2).

Provavelmente, Isidoro não teve acesso à obra de Nicômaco senão por meio da tradução de Boécio, e, com certeza, não leu qualquer obra de Pitágoras, pois, como sabemos, o sábio de Samos não deixou escritos, sendo seus ensinamentos transmitidos oralmente e guardados em segredo por seus primeiros discípulos que também não deixaram registros escritos. Os trabalhos de Pitágoras, como por exemplo a demonstração do famoso teorema, foram difundidos pelos pitagóricos, quando já não havia mais entre eles a exigência do segredo sobre o conhecimento veiculado nesta escola filosófica. Mas não é de se admirar que Pitágoras e Nicômaco sejam mencionados por Isidoro na parte de sua obra dedicada à aritmética. Boécio, Capella e Agostinho citam o primeiro relacionando-o à aritmética, enquanto Cassiodoro faz menção a ambos. Duas passagens de Cassiodoro, uma de Capella e outra de Agostinho podem ter levado Isidoro a chegar à conclusão da citação acima. Cassiodoro, no início do quarto capítulo do *De artibus ac disciplinis liberalium litterarum* afirma que “*Pitágoras teria louvado essa disciplina [a aritmética], porque tudo teria sido criado pela Divindade segundo o número e a medida*”²¹ (4, 584, ML 1204 c). Ao final desse mesmo capítulo há uma passagem na qual afirma que Nicômaco expôs a aritmética com diligência e que Apuleio e Boécio foram os primeiros a traduzir seus trabalhos (IV, 4, ML 1208 b). Capella descreve Pitágoras como um dos sábios da Antigüidade e o faz acompanhar a Aritmética quando esta vai expor, no Olimpo, seus objetos de estudo (VII, 729), o que confere ao sábio grego um lugar privilegiado entre aqueles que se dedicaram a essa disciplina. Agostinho, no *De Ordine* (L. 2, XX, 53), refere-se à aritmética como a disciplina de Pitágoras. Daí, é possível que Isidoro tenha concluído que Pitágoras tivesse sido o primeiro autor a

²⁰ RETA e CASQUERO (1982, p. 425) chamam atenção para o fato de que não é de todo exato afirmar que Apuleio foi o primeiro a realizar tal tradução, já que Varrão (sec. I) em seu *Disciplinarum libri IX*, já havia anteriormente se ocupado deste tema.

²¹ “*quam disciplinam Pythagoras sic laudasse probatur ut omnia sub numero et mensura*” (4, 584, ML 1204 c)

escrever algum tratado sobre aritmética e que Nicômaco, seu sucessor direto, tivesse ampliado esse trabalho.

FONTAINE (1959, p. 352) aponta que, ao cometer esse anacronismo, Isidoro instalou uma corte de tecnógrafos, iniciada com os “escritos” de Pitágoras, que por sua vez teriam sido ampliados por Nicômaco, traduzidos por Apuleio e Boécio, reorganizados por Cassiodoro e posteriormente por ele próprio. Não podemos saber se Isidoro sentia-se herdeiro direto desta corte de tecnógrafos, e não há qualquer sentido em imputar a Nicômaco o título de ampliador dos trabalhos de Pitágoras²²; há, porém, algum fundamento nesse encadeamento de autores, pois, como já tivemos a oportunidade de observar, Nicômaco era neopitagórico e algumas crenças acerca da matemática do neopitagorismo, como por exemplo aquela de que o universo teria sido organizado a partir de um princípio numérico, o que justificaria a superioridade da aritmética em relação à geometria, à música e à astronomia, podem ter chegado a Isidoro devido ao uso das traduções referidas acima. É isto que pretendemos analisar a seguir, começando por essa suposta superioridade da aritmética sobre a qual Isidoro assere o seguinte:

“Alguns escritores de temas profanos têm defendido que, das disciplinas matemáticas, a aritmética ocupa a primazia, porque não tem necessidade de nenhuma outra. Por outro lado, a música, a geometria e a astronomia lhe estão subordinadas, pois precisam dela para sua existência”²³ (Etimologias, III, 1,1 e 1,2)

O bispo sevilhano não afirma diretamente tal primazia, mas utilizando-se da mesma solução que Cassiodoro²⁴, de cuja obra retirou o trecho, escreve:

²² Segundo GRANT (1974, p. 17), a *Introdução à Aritmética* de Nicômaco tem por objetivo levantar no iniciante um interesse pelo estudo dos números, familiarizando-o aos resultados mais notáveis da época. Sendo assim, pouco ou nada desta obra é original e, exceto algumas definições e refinamentos de classificações, sua essência evidentemente provém dos primeiros pitagóricos.

²³ “Quam scriptores saecularium litterarum inter disciplinas mathematicas ideo primam esse voluerunt, quoniam ipsa ut sit nullam aliam indiget disciplinam. 2. Musica autem et Geometria et Astronomia, quae sequuntur, ut sint atque subsistant istius egent auxilium.” (Etimologias, III, 1,1)

²⁴ “Scriptores saecularium litterarum inter disciplinas mathematicas primam omnium arithmetica esse voluerunt, propterea quod musica, et geometria, et astronomia, quae sequuntur, indigent arithmetica ut virtutes suas valeant explicare.” (CASSIODORO, 3, 584, ML 1204 b, vol. 70)

“alguns escritores profanos” a tem afirmado. Nicômaco e Boécio asseveram, sem delongas, que a aritmética é a mais importante dentre as disciplinas matemáticas²⁵. Nicômaco após argumentar que a aritmética é anterior às demais na mente de Deus; que é necessária aos termos geométricos tais como triângulo, quadrilátero, etc, que possuem os números implicados em suas concepções; que as razões harmônicas da música são aritméticas; e que o movimento dos astros é governado por ciclos numéricos e quantitativos, acaba por concluir que a aritmética é:

“(...) a ciência naturalmente prioritária, mais honrosa, mais venerável e mãe e enfermeira das demais. (...) Tudo o que tem sido arranjado no universo por um método sistemático parece, tanto em suas partes como no todo, ter sido ordenado de acordo com o número, pelo pensamento e mente daquele que criou todas as coisas.” (VI, 1)

Capella, invertendo a proposição de Nicômaco, afirma que até Júpiter foi criado pela Aritmética. Diz Capella pela boca da Aritmética: *“E peço em particular a você, Jupiter, o primeiro de todos a surgir, que reconheça em mim a fonte de sua única e primordial natureza” (VII, 730).*

Nicômaco, Boécio e Capella não foram os únicos que viram na aritmética o princípio das matemáticas. Agostinho em seu *De Ordine* (L. 2, XIV e XV), de uma maneira indireta, submete as verdades da música, da geometria e da astronomia àquelas da aritmética. Proclo, neoplatônico que viveu no século V, escreveu que *“a geometria é parte da totalidade da matemática e ocupa o segundo lugar após a aritmética”* (apud SZABÓ, 1960:115), e o pitagórico Arquitas de Tarento (c. 400 a. C.) declarava que somente a aritmética era suscetível de provas satisfatórias, a geometria não.

²⁵ É interessante notar que Boécio, apesar de abraçar a fé cristã, não tem os pruridos de Cassiodoro que coloca “nos escritores pagãos” a crença na maior importância da aritmética em relação à música, à geometria e à astronomia. Boécio, resumindo Nicômaco, escreve de modo afirmativo: *“A aritmética é naturalmente prioritária e ergue-se magestosamente sobre as demais.”* (“ (...) prior arithmetica declaratur, quod quaecunque natura priora sunt, his sublati simul posteriora tolluntur”). (*De Arith.*, I, 1, ML 1082 a, Vol. 63)

Durante a Antigüidade, as matemáticas gregas não se desenvolveram como um bloco monolítico. As tendências práticas, isto é, a logística e a geodésia, e a teórica sempre caminharam lado a lado. As matemáticas voltadas para a prática eram utilizadas, entre outros, por artesãos, negociantes, navegadores, cartógrafos, e nos legaram, em comparação com aquelas voltadas para a teoria pura, poucos documentos, o que se deve basicamente a dois fatores: o primeiro é o fato de muitas vezes os saberes utilizados pelos artesãos serem guardados sob segredo, o que descartava a produção de registros escritos. O segundo, foi a desvalorização das atividades práticas em detrimento das teóricas na sociedade escravagista grega, o que colaborou com a perda, nesses vinte séculos que nos separam daquela civilização, de muitos textos relativos a situações de uso prático da matemática. Deste modo, a tendência teórica é mais conhecida entre nós e nela a aritmética e a geometria alteraram-se no lugar de principal disciplina entre as matemáticas.

Entre os primeiros pitagóricos, até a descoberta das grandezas incomensuráveis, era a aritmética e não a geometria que ocupava, na matemática grega, o lugar de ciência racional por excelência. Para os primeiros sábios gregos, a racionalidade da geometria apoiava-se sobre dados empíricos, já que a mesma teria nascido de problemas colocados pela medida de grandezas espaciais e, portanto, era considerada uma ciência natural. A descoberta da existência de grandezas incomensuráveis trouxe consigo a impossibilidade de exprimir certos resultados de medições como relações numéricas, entre os gregos, o que, juntamente com a busca de um maior nível de generalização nas demonstrações, acarretou uma transformação naquela matemática e a primazia dada à aritmética passou à geometria (cf. SZABÓ, 1960). Os *Elementos* de Euclides (séc. III a. C.) são o maior exemplo desta tendência geométrica na matemática grega.

Entre os séculos I e II, encontramos, basicamente, duas tendências, uma prática e outra teórica, voltada para a aritmética. Por um lado, os trabalhos de natureza prática deixam transparecer os problemas impostos pela construção

civil, pela navegação e pela organização e defesa dos territórios do império romano. Entre outros, podemos citar os seguintes autores voltados para a matemática aplicada: Herão de Alexandria (c. 100), que compôs manuais nos quais a questão da medida, seja ela derivada da óptica, da mecânica ou da geodésia era contemplada, e que chegou a inventar uma primeira máquina a vapor; Menelaus de Alexandria (sec I), que se interessava por astronomia e escreveu um tratado sobre a esfera; Marinus de Tyre (c. 150), considerado o fundador da antiga matemática voltada para a geografia; Claudius Ptolomeu (c. 150), que elaborou o tratado *Almagesto* sobre trigonometria, além de trabalhos de matemática aplicada à astronomia e à geografia; e Higinus (c. 120), também conhecido como “Gromático”, que escreveu trabalhos sobre a aplicação da matemática à agrimensura. Por outro lado, os trabalhos de aritmética, que, como já vimos, são de natureza teórica, voltavam-se ao estudo especulativo dos números, estudo este necessário à leitura dos textos de Platão. Dentre estes últimos podemos citar os escritos de Theon de Smyrna (c. 120), trabalho que é comumente conhecido em sua tradução latina como a *Expositio*; e os de Nicômaco de Gerasa que escreveu um tratado sobre música e os dois livros sobre aritmética já discutidos aqui.

Entre os séculos III e V foram produzidos trabalhos voltados à geometria, como aqueles de Pappus (c. III) e Theon de Alexandria (c. 390), bem como à aritmética, como os de Diofantus (sec. III), considerado o precursor da álgebra. Entretanto, como veremos mais adiante, são as duas tendências encontradas entre os séculos I e II as que estão presentes na obra de Isidoro, sendo que as concepções acerca da matemática do neopitagórico de Gerasa chegaram ao bispo sevilhano por meio de Boécio e Cassiodoro, o que não significa que de Nicômaco a Isidoro, elas não tenham mudado.

Como já tivemos a oportunidade de observar, Isidoro utiliza-se da frase “*alguns escritores profanos têm defendido que ...*”, para ressaltar que esta é uma crença pagã. Porém, quando expõe as razões pelas quais os números são considerados importantes, observamos que esta crença acabou por ser

incorporada àquelas de alguns pertencentes à hierarquia eclesiástica, pois a explicação metafísica dada por Nicômaco para legitimar a importância da aritmética, qual seja, *“tudo o que tem sido arranjado no universo por um método sistemático parece, tanto em suas partes como no todo, ter sido ordenado de acordo com o número, pelo pensamento e mente daquele que criou todas as coisas.”* (VI, 1), parece não contradizer as crenças cristãs acerca da criação do mundo por Deus, apesar de Nicômaco não estar se referindo ao Deus cristão nesta passagem.

Isidoro não só referenda esta crença, como também amplia a gama de justificativas daquela importância, conforme podemos observar pelo seguinte excerto:

“1. Não há dúvidas sobre a importância dos números. Em muitas passagens das Sagradas Escrituras é colocado em relevo quantos mistérios eles revelam. Por isso nos louvores a Deus se diz que ‘tudo foi criado em medida, número e peso.’ (Sab 11, 21). 2. Assim, o número seis, que é perfeito em suas partes, evidencia a perfeição do mundo. Do mesmo modo, sem o conhecimento dos números, não podemos compreender os quarenta dias que jejuaram Moisés, Elias e nosso Senhor. 3. Há também nas Sagradas Escrituras números que só compreende quem tem o conhecimento dessa arte. Em certo sentido, é evidente que vivemos sob a disciplina dos números, quando dizemos as horas, quando calculamos a passagem dos meses e quando conhecemos o cálculo dos anos. 4. Pelo número aprendemos a não ser enganados. Suprime o número de todas as coisas e tudo se extingue. Tira o cálculo do tempo e tudo será

*abarcado por cega ignorância, não nos diferenciaríamos dos animais que não têm o raciocínio do cálculo.*²⁶ (*Etimologias*, III, 4)

Isidoro concebe a importância dos números tanto a partir de uma mirada prática relacionada às atividades eclesiásticas e médicas, quanto do ponto de vista metafísico. As necessidades práticas são colocadas em relevo em quatro momentos. Em um deles, seguindo Cassiodoro (IV, 586) afirma que *“em certo sentido, é evidente que vivemos sob a disciplina dos números, quando dizemos as horas, quando calculamos a passagem dos meses e quando conhecemos o cálculo dos anos”*. A medida do tempo foi, durante o período em questão, um dos problemas mais freqüentes²⁷ no meio intelectual eclesiástico, pois dela dependiam o conhecimento das horas dos ofícios, que variavam segundo as estações, e a determinação da data da Páscoa. Sobre o ciclo da Páscoa, o sevilhano fornece no livro VI das *Etimologias* uma tabela devida a Cirilo, bispo de Alexandria, na qual constam as datas da festividade no período de noventa e cinco anos, mas, segundo FONTAINE (1959, p. 344), apesar desta tabela fornecida por Isidoro, esse problema continuou a preocupar os contemporâneos do bispo. Outro exemplo sobre o uso da aritmética no cômputo do tempo está no livro “Sobre as leis e os tempos” (V, 39) no qual Isidoro insere um cálculo realizado a partir das datas contidas na Bíblia para determinar qual a idade do mundo, concluindo por 5857 anos.

²⁶ “1. Ratio numerorum contemnenda nos est. In multis enim sanctarum scripturarum locis quantum mysterium habent elucet. Non enim frustra in laudibus Dei dictum est (Sap 11, 21): ‘Omnia in mensura et numero et pondere fecisti.’ 2. Senarius namque [numerus] qui partibus suis perfectus est, perfectionem mundi quadam numeri [sui] significatione declarat. Similiter et quadraginta dies, quibus Moyses et Helias et ipse Dominus ieiunaverunt, sine numerorum cognitione non intelleguntur. 3. Sic et alii in scripturis sacris numeri existunt, quorum figuras non nisi noti huius artis scientiae solvere possunt. Datum est etiam nobis ex aliqua parte sob numerorum consistere disciplina, quando horas per eam dicimus; quando de mensuum curriculo disputamus quando spatium anni redeuntis agnoscimus. 4. Per numerum siquidem ne confundamur instruiamur. Tolle numerum in rebus omnibus, et omnia pereunt. Adime saeculo conputum, et cuncta ignorantia caeca complectitur, nec differri potest a ceteris animalibus, qui calculi nesciunt rationem.” (*Etimologias*, III, 4)

²⁷ Por solicitação do imperador Júlio César, o problema do calendário foi resolvido pela primeira vez pelo astrônomo Sosígenes que propôs três anos consecutivos de 365 dias e o quarto ano bissexto. Em tal calendário a duração média do ano é superior à real em 11 minutos e 14 segundos. O problema do calendário perdurou durante toda a Idade Média. O calendário juliano, introduzido em 46 a.C., foi aperfeiçoado, no século XVI, pelo papa Gregório XIII. No calendário gregoriano, usado atualmente, a duração do ano é superior à real em 26 segundos. (cf. BESKIN, 1987, p. 18-19)

Em outro trecho do texto citado anteriormente, o sevilhano, novamente utilizando Cassiodoro (IV, 586) chama nossa atenção sobre o fato de que “*pelo número aprendemos a não ser enganados*”, referindo-se provavelmente a situações de ordem econômica. Segundo DIAZ (1982, p. 108), nas distintas sessões do concílio de Sevilha de 633, época em que Isidoro era bispo naquele episcopado, resolveram-se problemas relativos à conduta e outros de ordem econômica. Isto indica que situações de administração financeira também faziam parte do cotidiano da alta hierarquia eclesiástica.

A importância dos números para compreensão de passagens da Bíblia nas quais eles estão presentes, apontada tanto por Agostinho em *A doutrina cristã*, quanto por Cassiodoro (Prefácio, 558), é também assinalada por Isidoro, que escreveu o *Liber Numerorum* com o objetivo de atender à necessidade prática de ajudar os clérigos a explicar aos fiéis tais passagens. Segundo FONTAINE (1959, p. 372):

“A causa imediata da redação do tratado [Liber Numerorum] foi o desejo de criar um instrumento cômodo de consulta: uma ‘arte dos números’ adaptada às exigências de formação bíblica dos clérigos, suscetível de fornecer uma resposta rápida tanto aos monges aplicados à lectio divina, quanto aos predicadores embaraçados por um texto sagrado a explicar aos fiéis. Esta exigência pragmática foi acentuada pela dispersão da exegese aritmológica na obra mais ampla de Agostinho, pela raridade crescente de manuscritos e enfim pelo baixo nível intelectual dos clérigos.”

Uma última aplicação dos números surge em um trecho das *Etimologias* (IV, 13) quando Isidoro trata da importância das artes liberais para o exercício da medicina. A aritmética é necessária: “*no que se refere ao número de horas que duram os ataques febris e a periodicidade que apresentam*”²⁸. Sintetizando, as aplicações práticas para a aritmética indicadas na obra isidoriana são no cômputo do tempo, nas questões financeiras, na compreensão da Bíblia e na arte médica,

aplicações bastante elementares se comparadas com as de nossa sociedade. No entanto, elas foram importantes na época de Isidoro e colaboraram para a inserção de algum conhecimento matemático em sua obra.

Ao lado dessas preocupações pragmáticas, é ressaltada a necessidade do conhecimento dos números para a compreensão da essência da obra divina, pois *“em muitas passagens das Sagradas Escrituras é colocado em relevo quantos mistérios eles revelam”*. Para comprovar essa afirmação, Isidoro utiliza-se da autoridade, primeiro das Sagradas Escrituras, depois de Santo Agostinho. Citando a Bíblia, o sevilhano escreve que *“tudo foi criado em medida, número e peso”* (Sab 11, 21). Pelo que podemos analisar, esta passagem contida no livro da Sabedoria e também mencionada por Santo Agostinho (*Cidade de Deus*, XXX, 104), é, dentre as demais vezes que se usam nas Escrituras os vocábulos medida, peso e número²⁹, a que tem uma conotação mais intensamente pitagórica, estando as outras ou relacionadas à ética necessária para situações de negócio, ou à contagem de pessoas, ou ainda, referindo-se genericamente às medidas usadas por Deus. Uma explicação possível para o que acabamos de observar pode ser o fato de o livro apócrifo da Sabedoria, considerado o ponto alto da sabedoria judaica, ter sido escrito sob influência do pensamento grego, o que é demonstrado pela descrição da Sabedoria, que se utiliza da terminologia platônica, e pelas convicções do autor sobre a imortalidade da alma. Segundo DOUGLAS (1966, p. 94), apesar de o autor deste livro apócrifo ser desconhecido, é provável que sua origem seja alexandrina.

O segundo argumento utilizado por Isidoro para corroborar a relação entre os números e o milagre da criação relaciona-se ao número seis *“que é perfeito em suas partes, e cujo significado evidencia a perfeição do mundo”*. O significado

²⁸ “Sic et Atithmeticam propter numerum horarum in accessionibus et periodis dierum” (*Etimologias*, IV, 13, 2).

matemático de número perfeito, aquele cuja soma de seus divisores menores que ele é igual a ele mesmo, é encontrado em Cassiodoro (IV, 585), Boécio (I, 19), Capella (VII, 736) que também disserta sobre a importância desse número para as razões musicais (VII, 737), e Nicômaco, que definindo os números perfeitos, estabelece uma relação entre eles e a moderação, já que tais números não são nem maiores, nem menores que a soma de seus divisores. Apesar de encontrarmos nas *Etimologias* (III, 5) a definição científica de número perfeito, no capítulo sobre a importância dos números é ressaltado não o significado matemático dos mesmos, mas a interpretação mística que, como podemos observar, não provém de qualquer dos quatro autores que acabamos de mencionar. É em Agostinho (*Cidade de Deus*, XXX. 102) que encontramos a perfeição do número seis relacionada ao número de dias da criação:

“Toda esta narração tem um objetivo: a perfeição do número seis, que é um mesmo dia repetido seis vezes, completando-se a criação em seis dias. E isto não porque Deus tivesse necessidade do tempo, como se não pudesse criar simultaneamente todas as coisas, Ele que haveria de formar depois com movimentos congruentes os tempos, mas porque o número seis significa a perfeição das obras” (sic).

O texto restante do capítulo XXX do *Cidade de Deus* é dedicado a explicar porque o seis é um número perfeito. Para isso, Agostinho acorre ao conceito matemático de tais números, o que nos leva a concluir que, para o autor, o conceito matemático de número perfeito foi o que levou Deus a escolher o seis, primeiro número perfeito, para ser a quantidade de dias da criação, isto é, a perfeição da obra está subordinada à perfeição do número.

²⁹ Além da passagem citada, o termo medida é encontrado dezesseis vezes na Bíblia, quais sejam, Deuteronômio 25:14 e 25:15, Jó 11:9 e 28:25, Salmos 39:4, Provérbios 20:10, Isaías 40:12, Mateus 7:2, João 3:34, Romanos 12:3 e 12:6, 2 Coríntios 10:15, Efésios 4:7 e 4:13, e Apocalipse 6:6 e 21:17. A palavra número é utilizada em nove momentos, quais sejam, Deuteronômio 7:7; Salmos 71:15, 139:18 e 147:4; Oséias 1:10; Atos 11:21; Romanos 9:27; Apocalipse 13:17 e 13:18. O vocábulo “peso” pode ser encontrado oito vezes em Deuteronômio 25:13 e 25:15; Provérbios 11:1, 16:11 e 20:10; Eclesiastes 12:5; Sofonias 3:18; e 2 Coríntios 4:17 (*Bíblia de referência Thompson*, 3ª edição, Ed. Vida, Flórida, 1994, 1750 páginas).

Esses trechos da Bíblia e da *Cidade de Deus* utilizados por Isidoro demonstram como as crenças pitagóricas sobre um princípio numérico na formação do mundo acabaram por ser incorporadas e adaptadas às crenças cristãs de alguns pensadores da hierarquia eclesiástica, como, por exemplo, Agostinho e Isidoro. O modo como o bispo sevilhano finaliza seus argumentos sobre a importância dos números não deixa qualquer dúvida sobre essa crença. Citando Cassiodoro (IV, 586), ele conclui:

“Suprime o número de todas as coisas e tudo se extingue. Tira o cálculo do tempo e tudo será abarcado por cega ignorância, não nos diferenciaríamos dos animais que não têm o raciocínio do cálculo.”

Aqui, a contagem do tempo adquire uma dimensão mais ampla do que aquela ligada às necessidades práticas apontadas anteriormente, pois a própria humanidade do Homem estaria determinada pela possibilidade do cálculo do tempo. Agostinho também coloca o número como característica distintiva do ser humano e dos animais (*De Ordine*, XIX, 49), mas não a relaciona à contagem do tempo e sim à possibilidade do raciocínio numérico. Segundo ele, *“eu sou superior [aos animais] não por fabricar coisas proporcionais, mas por conhecer as proporções”*.

Tal importância dada ao número é demonstrada na obra de Isidoro não apenas por essas frases; ela também se encontra no *Liber numerorum* que é todo dedicado ao estudo dos números contidos na Bíblia, na Aritmética do livro III das *Etimologias* composta por nove capítulos e no último capítulo da Música, da mesma obra, dedicado aos números da harmonia musical. Vamos então analisar como se define número nos escritos do bispo sevilhano.

*“Número é uma multitude constituída a partir de unidades. O um não é número, mas a origem dos números. O nummus (dinheiro) deu origem ao número, impondo esse vocábulo por causa de seu freqüente emprego.”³⁰ (*Etimologias*, III, 3)*

³⁰ “Numerus autem est multitudo ex unitatibus constituta. Nam unum semem numeri esse, non numerum. Numero nummus nomen dedit, et sui frequentatione vocabulum indidit” (*Etimologias*, III, 3).

“Número é uma reunião de unidades, ou uma multitude desenvolvida a partir da unidade, cuja totalidade certamente é infinita, pois nunca termina”³¹. (Liber Numerorum, I, 2)

Alguns pontos chamam nossa atenção nessas definições. O primeiro é a maneira como se relacionam os termos “número” e “multitude”. Em Nicômaco encontramos uma diferenciação clara destes dois termos. Segundo ele:

“A sabedoria então deve ser considerada o conhecimento destas duas formas [multitude e magnitude³²] . Porém, desde que toda multitude e magnitude são por suas próprias naturezas infinitas (...) e desde que toda ciência é ciência de coisas limitadas e nunca de infinitas, é evidente que uma ciência que trate da magnitude per se ou com a multitude per se nunca poderá ser formulada. (...) A ciência portanto deve tratar com algo separado de cada uma delas, ou seja, com a quantidade, conjunto provindo da multitude e com o tamanho, conjunto provindo da magnitude”. e “Número é uma multitude limitada, ou uma combinação de unidades ou uma progressão da quantidade feita de unidades”. (I, 2, 5)

Como podemos observar, Nicômaco faz uma diferenciação entre a multitude genérica e o número que seria uma multitude limitada. Tal diferenciação já não mais se encontra em Cassiodoro (IV, 584), que confunde os dois termos definindo o número como *“uma multitude constituída a partir de unidades”³³*, nem em Isidoro que, como podemos observar, provavelmente retira deste autor a primeira definição dentre as citadas anteriormente, e, na segunda, empregando

³¹ “Numerus est congregatio unitas, vel ab uno progrediens multitudo, cujos quidem universitas infinita est, nec ulla potest multitudine terminari”. (Liber Numerorum, I, 2, ML, 179 b)

³² Nicômaco (II, 4) diferencia a magnitude, o conjunto das coisas contínuas, e a multitude, o conjunto das descontínuas. Segundo Proclo, os primeiros pitagóricos dividiam a matemática em quatro partes: duas correspondentes às quantidades discretas e outras duas correspondentes às quantidades contínuas (cf. VASCONCELOS, s/d, p. 158).

³³ “Numerus vero est ex monadibus multitudo composita” (Cassiodoro, IV, 584). Nos *Elementos* de Euclides (VII, def. 2) a definição de número está mais próxima da de Isidoro: “numerus est multitudo ex unitatibus composita”, o que pode indicar que Isidoro tenha se utilizado de alguma tradução latina dos *Elementos*, ou talvez de algum manual que trouxesse esta definição.

um trecho de Capella (VII, 743)³⁴, utiliza-se da expressão “*uma multitude desenvolvida a partir da unidade*” para definir o número. Esta não distinção leva-nos ao segundo ponto observável: a idéia de infinito numérico. Enquanto Nicômaco se refere ao infinito para afirmar a impossibilidade de conhecê-lo, e Boécio, Capella e Cassiodoro não fazem qualquer menção a progressões infinitas, Agostinho, em a *Cidade de Deus* (L. 2, II), afirma a infinidade do conjunto numérico, pois, segundo ele, o número “*tem início, mas não tem fim*”. Mas Isidoro vai além porque alude explicitamente ao infinito e não refere-se àquela impossibilidade apontada por Nicômaco, ao contrário, uma vez que “*Número é uma reunião de unidades, ou uma multitude desenvolvida a partir da unidade, cuja totalidade certamente é infinita*” e a aritmética é “*a ciência dos números*”, parece-nos que para o sevilhano não haveria qualquer contradição no estudo de uma seqüência infinita. Poderíamos conjecturar que esta aparente possibilidade de se conhecer o infinito deriva do modo enleado como o bispo relaciona multitude e número e não de uma concepção acerca do infinito, entretanto, no capítulo nove do livro III, esta conjectura cai por terra. Neste capítulo das *Orígenes* intitulado “Quanto ao fato de existirem números infinitos”, encontramos a seguinte explicação:

*“É algo absolutamente inegável que os números são infinitos, com efeito, qualquer número que imaginemos como último, não digo somente que se pode aumentar uma unidade, mas que por maior que seja tal número, por mais exorbitante que seja, a ciência dos números nos indica que não só podemos duplicá-los, mas multiplicá-lo. Cada número (...) é finito, mas considerados em seu conjunto são infinitos.”*³⁵

³⁴ “Number is a collection of monads or a multitude proceeding from a monad and returning to a monad”. (CAPELLA, VII, 743)

³⁵ “Numerus autem infinitus esse certissimum est, quoniam in quocumbe numero finem faciendum putaveris, idem ipse non dico uno addito augeri, sed quamlibet sit magnus, et quamlibet ingentem multitudinem continens, in ipsa ratione atque scientia numerorum non solum duplicari, verum etiam multiplicari potest. Ita vero suis quisque numerus (...) singuli quique finiti sunt, et omnes infiniti sunt” (*Etimologias*, III, 9).

Esta discussão estabelece não apenas que se pode ter números infinitamente grandes, como também que o conjunto dos números é infinito, e, em ambos os casos, encontramos a concepção aristotélica de infinito potencial. Segundo Aristóteles, não se pode negar a existência do infinito, pois é necessário que o tempo não tenha começo nem fim, que a série dos números seja infinita e que as grandezas se dividam ao infinito, mas como o infinito em ato (infinito atual) é impossível, devemos reconhecer-lhe uma existência potencial³⁶ (*Física*, III, 6, 206a, 10). Este aceite da possibilidade do conhecimento do infinito diferencia a aritmética exposta por Isidoro não apenas daquela encontrada entre os neopitagóricos, como observamos pelo excerto da obra de Nicômaco, mas também da existente entre os gregos da Antigüidade desde as críticas dos filósofos eleáticos.

A doutrina dos filósofos pré-socráticos de Eléa (sec. VI a.C.), teve como principais representantes Parmênides de Eléa e Zenão. Este último identificava a noção de infinito com a de indeterminado, como podemos observar pela seguinte passagem na qual discorre sobre os atributos de Deus:

“Já que [Deus] é eterno, um e esférico, ele não é nem infinito (ilimitado), nem limitado. Pois, a) ilimitado é o não ente; pois este não possui nem meio, nem começo, nem fim, nem uma parte – tal coisa é ilimitado. Como, porém, é o não-ente, assim não é o ente. O ilimitado é o indeterminado, o negativo, seria o não-ente, a supressão do ser (...)” (apud, SOUZA, 1985)

Esta mesma concepção está presente nos *Elementos* de Euclides, que evita, constantemente, o uso do termo “infinito”. Por exemplo, Euclides não afirmava que se pode prolongar as retas ao infinito, mas que se pode “*prolongar por continuidade em linha reta uma reta delimitada*” (def. 2). Segundo BACCA (1944, p. LXI), uma vez que os *Elementos* são compostos a partir da compilação

³⁶ Na obra de Aristóteles, as definições de “infinito potencial” e de “infinito atual” estão baseadas nos princípios de forma, privação da forma e matéria. São esses os princípios de todo o movimento (mutação). Se um ser está em uma forma, ele é um “ser em ato”, se está na privação dessa forma, é um “ser em potência”, ou seja, um “ser em potência” determina a possibilidade da transformação desse ser em uma forma. (Cf. GARDEIL, 1967, p. 19-21)

de quase toda a matemática grega anterior ao século III a.C., por meio de sua análise podemos inferir que a matemática grega, deste período, evitava a noção de infinito devido a essa identificação entre o infinito e o indefinido. A partir do advento do cristianismo, o pensamento ocidental passou a centrar todo o universo em um Ser infinito, qual seja, Deus, que não podia ser considerado indefinido e, deste modo, a idéia de infinito foi separada daquela de indefinido. A conseqüência para a matemática desta separação, apontada por Bacca, está expressa na obra de Isidoro, e reaparecerá em grande parte da matemática produzida posteriormente, por exemplo, no cálculo diferencial no século XVIII, nas geometrias não-euclidianas, no século XIX, e na teoria dos números transfinitos de Cantor, também no século XIX, teorias em que a noção de infinito desempenha um papel fundamental.

O terceiro ponto observável nas definições de número dadas por Isidoro tem a ver com o modo como ele se refere à unidade. Seguindo Boécio³⁷, que se utiliza exclusivamente da palavra “unitas” para referir-se à unidade, Isidoro utiliza pouco o termo “monada”. Se considerarmos toda as *Etimologias* e o *Liber numerorum*, a palavra “mônada” só é utilizada em dois capítulos da primeira obra, sendo “unitas” o vocábulo mais utilizado, enquanto Nicômaco, Cassiodoro e Capella, para aludir à unidade, utilizam apenas a palavra “mônada”. A mônada foi uma noção desenvolvida pelos primeiros pitagóricos e era considerada por eles a geradora não apenas dos números e dos entes geométricos, mas de todo o universo³⁸. Elas seriam os menores corpúsculos de extensão não nula existentes, os quais, reunidos, produziriam os corpos. Eram identificadas à unidade e ao ponto geométrico. A reta seria formada por mônadas separadas por espaços vazios. Zenão insurgiu-se contra a possibilidade de existência de tal mônada, contrapondo-a à crença pitagórica de que tudo possuía um número. Caraça (1978, p. 77, 78) narra do seguinte modo os argumentos de Zenão:

³⁷ “Unitatum collectio, uel quantitatis aceruus, ex utatibus profusus” (BOÉCIO, *De Arith.*, I, 3).

³⁸ O pitagórico Filolau de Crotona (sec. V a.C.) afirmava em seu tratado *Sobre a Natureza* que “A unidade é o princípio de todas as coisas” (apud SOUZA, 1985).

“Como querem que a reta seja formada por corpúsculos materiais de extensão não nula? Isso vai contra vossa afirmação fundamental de que todas as coisas têm um número. Com efeito, entre dois corpúsculos 1 e 2, deve haver um espaço – se estivessem unidos, em que se distinguiriam um do outro? – e esse espaço deve ser maior que as dimensões de um corpúsculo, visto que estas são as menores concebíveis; logo, entre os dois, posso intercalar um corpúsculo 3 e fico com dois espaços: um entre 1 e 2 e outro entre 2 e 3, nas mesmas condições. Posso repetir o raciocínio indefinidamente e fico, portanto, com a possibilidade de meter entre 1 e 2 quantos corpúsculos quiser. Qual é então o número que pertence ao segmento que vai de 1 a 2?”

Diante de tais críticas, os pitagóricos poderiam ou reformular seus princípios sobre a formação do universo a partir do número, ou sua concepção de mônada, ou ainda, acolher a contradição apontada por Zenão e não aceitar a lei do terceiro excluído (cf. SOUZA, 1996). Não temos como saber se os pitagóricos se colocaram essas três alternativas, mas apenas que o desfecho desta polêmica se deu com a reelaboração da noção de mônada, que passou a não mais ter extensão e a se identificar com a noção eleática de ser (cf. SZABÓ, 1960). A doutrina dos filósofos de Eléa defendia as teses de um ser imutável, único, absoluto e apreensível apenas pelo raciocínio³⁹. As mesmas características da noção eleática de ser passou a possuir a noção pitagórica de unidade, quais sejam, indivisível, imutável e assimilável apenas por meio do raciocínio; além disso, a mônada passou a constituir tanto os números, quanto os entes geométricos e, inclusive, todo o universo. A indivisibilidade do “um” evitava a contradição da unidade aparecer ao mesmo tempo como “um” e como “vários”. Esta busca pela não contradição relaciona-se com a adoção pelos sábios gregos da escola Itálica do método indireto de demonstração, o qual se baseia na

³⁹ As primeira e terceira destas teses levavam à necessidade de se demonstrar como o movimento era racionalmente incompreensível. Os paradoxos de Zenão (sec. V a.C.) tentam demonstrar, por absurdo, este fato.

impossibilidade da contradição, ou seja, no princípio lógico do terceiro excluído. Deste modo, a definição de número como sendo “um conjunto composto de unidades” excluía não apenas as frações como também a própria unidade.

No livro XIII das *Etimologias*, Isidoro, a partir de um trecho encontrado em Capella (IX, 971), utilizando a etimologia grega, define “átomo” como sendo o “não divisível”; a seguir, diferencia o “átomo temporal”, isto é, um tempo muito pequeno para ser medido, o “átomo numérico”, que seria a unidade, o “átomo geométrico”, que seria o ponto, e o “átomo material”, que, segundo o autor, seria uma partícula tão pequena que não poderia mais ser dividida. Ao realizar tal distinção e definir a unidade como o átomo numérico, afasta-se da noção pitagórica de mônada, conforme ela foi reelaborada após as críticas eleáticas. Por outro lado, ao afirmar que “o um não é número, mas a origem dos números”⁴⁰ (frase resultante do agrupamento de outras duas encontradas na obra de Capella⁴¹), e ao explicar que “a unidade é a menor parte do número, a qual é impossível dividir”⁴², volta a aproximar-se da “unidade” pitagórica. Portanto aqui, a noção de unidade, apesar de possuir alguns atributos daquela dos pitagóricos, não é mais idêntica à exposta na obra de Nicômaco, nem àquela encontrada em *As Núpcias de Mercúrio e da Filologia*, mesmo porque, na obra de Isidoro, ela já não possui mais a característica de geradora do universo, visto que o universo foi gerado por Deus.

Um último ponto que gostaríamos de observar é que o bispo sevilhano deriva etimologicamente a palavra número de nummus, que significa moeda ou dinheiro. Segundo FONTAINE (1959, p. 356), Isidoro inverte a relação tradicional que faz depender nummus de numerus e retira do concreto a etimologia do abstrato, pois “o nummus (dinheiro) deu origem ao número, impondo esse vocábulo por causa de seu freqüente emprego.” (*Etimologias*, III, 3).

⁴⁰ Esta mesma frase é encontrada também no *Liber Numerorum*: “Unus numerus non est, sed origo numerorum omnium est”. (ML, 191 b)

⁴¹ Segundo CAPELLA, “the monad is not a number” (VII, 745) e “the monad is the seminal force of all numbers” (VII, 731)

⁴² “Unitas est pars minima numerorum, quae secari non potest” (*Liber numerorum*. II, 4)

A aritmética pitagórica, da qual a obra de Nicômaco é um exemplo, não se refere a procedimentos de cálculo, mas ao estudo das propriedades, classificações e relações entre os números atualmente denominados por “naturais”; tal aritmética seria o que hoje denominamos de “teoria dos números”. Na obra de Isidoro, essa aritmética acaba por restringir-se a uma exposição bastante sintética das classificações dos números, sendo que o estudo das propriedades dos mesmos inexistente. Os capítulos cinco, seis e sete do livro III das *Etimologias* ocupam-se desta categorização. Do mesmo modo que Nicômaco, Boécio e Cassiodoro, é pela separação entre pares e ímpares que Isidoro inicia sua classificação dos números.

“O número par é aquele que pode ser dividido em duas partes iguais, como 2, 4 e 8. Ímpar é aquele que não pode ser dividido em duas partes iguais, pois, na metade, ou faltará ou sobrará uma unidade, por exemplo, 3, 5, 7, 9 etc”⁴³. (Etimologias, III, 5 e Liber numerorum, I, 3)

A mesma definição de número par é encontrada em Cassiodoro (IV, 584), em Euclides (VII, def. 3) e em Agostinho (*De Musica*, I, 12, 21) e os exemplos utilizados indicam que, provavelmente, foi o primeiro a fonte de Isidoro. Não encontramos uma definição que fosse igual a de número ímpar apresentada. Apesar de o texto de Agostinho⁴⁴ (*De Musica*, I, 12, 21) fazer referência a uma unidade que sobra ao meio na divisão dos números ímpares, as duas passagens sobre os números ímpares, que, amalgamadas, podem ter levado à de Isidoro, encontram-se em Boécio (I, 3) e (I, 6). Nas duas passagens, Boécio faz a seguinte interpretação das definições que Nicômaco (I, 7, 2) e (I, 7, 5) dá dos números ímpares:

⁴³ “Par numerus est qui in duabus aequis partibus dividi potest ut II, IV et VIII; impar vero numerus est, qui dividi aequis partibus nequit, uno medio vel deficiente, vel superante, ut III, V, VII, IX et reliqui.” (*Etimologias*, III, 5 e *Liber Numerorum*, I, 3)

⁴⁴ “[Par] non potest habere individuum medium sicut impar.” (*De Musica*, I, 12, 21)

*“Dizemos que número ímpar é aquele que difere do par por uma unidade, seja a mais ou a menos”.*⁴⁵

*“Número ímpar é aquele que não pode ser dividido em duas partes iguais porque ocorre a intervenção da unidade”.*⁴⁶

A segunda definição fica mais clara se considerarmos a de número par: *“aquele que pode ser dividido em duas partes iguais sem que a unidade permaneça entre elas”* (Boécio, I, 3 e Nicômaco, I, 7, 2).

Ao colocar a divisão dos números entre pares e ímpares como sendo a primeira, Isidoro está seguindo, provavelmente sem o saber, uma premissa pitagórica, pois tanto os pitagóricos como os neopitagóricos sustentavam que a primeira, e mais importante classificação dos números, era eles serem pares ou ímpares:

“Realmente o número tem duas formas particulares, ímpar e par (...)”
(Filolau de Crotona, sec. V a.C., apud SOUZA, 1985).

“(...) As espécies mais fundamentais dos números são duas que enlaçam a essência da quantidade (...), pares e ímpares.”
(Nicômaco, VI, 4).

Segundo SOUZA (1985, p. XVIII), ao estudar os números figurados resultantes das séries dos números pares e dos ímpares, os pitagóricos teriam concluído que a primeira sempre resultava em um retângulo, enquanto a segunda em um quadrado. Como o quadrado possui os lados congruentes, eles teriam associado o quadrado e os números ímpares à *identidade*, enquanto o retângulo e os números pares seriam a expressão da *alteridade*. A partir disso, a filosofia pitagórica passou a conceber todo o universo a partir da contraposição entre o Mesmo e o Outro, criando duas categorias de números, quais sejam, uma para os pares e outra para os ímpares, as quais englobariam princípios opostos. Em uma dessas categorias, a dos números ímpares, estariam o quadrado, o masculino, a

⁴⁵ “Dicetur imparem numerum esse, qui unitate differt a pari, vel incremento, vel diminutione” (BOÉCIO, *De Arith.*, I, 6, ML, 1085a, vol. 63).

⁴⁶ “Impar vero quem nullus in aequalia dividit quin in medio praedictus unus int ercidat” BOÉCIO (*De Arith.*, I, 3, ML, 1083d, vol. 63).

luz, etc; enquanto na outra, a do números pares, poderíamos encontrar o retângulo, o feminino, a obscuridade, etc. O que dava coesão a estas categorias fundamentais era a *harmonia*. No tratado *Sobre a Natureza*, Filolau de Crotona explica, como se segue, a importância da harmonia:

“Visto que estes princípios não são iguais, nem de iguais famílias, já seria impossível criar-se um cosmos com eles, se não se acrescentasse a harmonia, de qualquer maneira que ela tenha vindo a ser. As coisas iguais e de iguais famílias em nada precisam, pois, de harmonia; mas as desiguais, não de famílias iguais e não igualmente dispostas, são necessariamente fechadas em tal harmonia que se destinam a se conter numa ordem” (apud SOUZA, 1985).

Voltando à classificação dos números, naquela aritmética, os pares são subdivididos em duas categorias. A primeira é relativa à decomposição do número e determina se ele é parmente par, parmente ímpar ou imparmente par:

“3. O número parmente par é aquele cuja divisão resulta sucessivamente um número par, até chegar à unidade indivisível. Por exemplo, 64, cuja metade é 32 e a deste 16, a de 16 é 8, a de 8 é 4, a metade de 4 é 2 e a de 2 é 1 que é indivisível. O parmente ímpar é o que se divide em duas partes, mas estas não são divisíveis, como 6, 10, 38 e 50. Se dividirmos um destes números por 2, obteremos outro que não pode ser dividido por dois. O número é imparmente par quando suas partes podem também ser divididas, porém não se chega à unidade, como o 24. Este número, dividido por 2, resulta 12, e este, por sua vez, dá 6, cuja metade é 3, que não admite outra divisão, ou seja, antes de chegarmos à unidade,

*obtemos um número que não pode mais ser dividido.*⁴⁷ (*Etimologias*, III, 5)

O segundo modo de subdividir os números pares é em relação à soma de seus divisores; neste sentido, os números podem ser superabundantes, deficientes ou perfeitos:

“9. São superabundantes aqueles números cujas partes [divisores] somadas, superam-no, por exemplo 12 que tem 5 partes: a décima segunda que é 1, a sexta que é 2, a quarta que é 3, a terceira que é 4 e a metade que é 6; somando 1 e 2 e 3 e 4 e 6 resulta 16 que excede 12. O mesmo ocorre com outros números como o dezoito. São deficientes aqueles que, somadas suas partes, resulta um total menor que o número inicial; por exemplo, o 10, que possui as três partes [divisores] seguintes: a décima que é 1, a quinta que é 2 e a metade que é 5. Somando 1 e 2 e 5 obtemos 8, que é menor do que dez. O mesmo ocorre com o 8 e muitos outros. É perfeito o número que se reproduz como resultado da soma de suas partes, por exemplo, o 6, cujas três partes são: a sexta que é 1, a terceira que é 2 e a metade que é 3. Somando 1 e 2 e 3 obtemos o 6, inicialmente proposto. São números perfeitos o 6 dentro da primeira dezena, 28

⁴⁷ “3. Pariter par numerus est, qui secundum parem numerum pariter dividitur, quosque ad indivisibilem perveniat unitatem; ut puta LXIV habet medietate XXXII, hic autem XVI, XVI vero VIII, octonarius IV, quaternarius II, binarius unum, qui singularis indivisibilis est. 4. Pariter impar est, qui in partes aequas recipit sectionem, sed partes eis mox indissecables permanent, ut VI, X, et XXXVIII, L. Mox enim hunc numerum divideris, incurris in numerum quem secare non possis. 5. Impariter par numerus est, cuius partes etiam dividi possunt, sed usque ad unitatem non perveniunt, ut XXIV. Hi enim in medietatem divisi XII faciunt rursumque in aliam medietatem VI, diende in aliam tres, et ultra divisionem non recipit sectio illa, sed ante unitatem invenitur terminus, quem secare non possis.” (*Etimologias*, III, 5)

*entre a primeira centena e 496 entre o primeiro milhar.*⁴⁸
(*Etimologias*, III, 5)

Isidoro provavelmente retirou de Boécio essas classificações dos números pares e respectivas definições, pois os termos e exemplos utilizados por ambos são semelhantes. No entanto, as propriedades que ainda encontramos na obra de Boécio, tais como a que em uma seqüência de números parmente pares o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, e a que em uma seqüência de números parmente ímpares a soma dos meios é igual a soma dos extremos, não mais aparecem na obra do sevilhano. Esta omissão faz com que o núcleo central da matemática pitagórica se perca, pois se por um lado havia entre aqueles sábios gregos um misticismo numérico que, como veremos, ainda está presente na obra de Isidoro, por outro, este misticismo embasava-se nas propriedades dos números e nas relações entre eles, como por exemplo, a perfeição do seis, já discutida anteriormente.

Voltando à classificação dos números na obra do bispo, encontramos a categorização do número ímpar, subdividido em primo ou simples, segundo ou composto, terceiro ou intermediário e imparmente ímpar:

“6. Imparmente ímpar é o suscetível de ser medido com um número ímpar, como 25 e 49, que, sendo números ímpares, admitem a divisão entre partes [divisores] ímpares . Assim, 7 vezes 7 são 49, e 5 vezes 5 são 25. Os números ímpares podem ser simples, composto ou intermediário. São simples os que só têm como parte a unidade, como o 3 divisível só por 3; o cinco só por cinco e o sete só por sete. É a única partição que permitem. São compostos os que

⁴⁸ “Superflui sunt, quorum partes simul ductae plenitudinem suam excedunt, ut puta duodenarius. Habet enim partes quinque: duodecimam, quod est unum, sextam, quod duo, quartam, quod tria, tertiam, quod quattuor, dimidiam, quod sex. Vnum enim et duo et tria et quattuor et sex simul ducta XVI faciunt et longe a duodenario excedunt: sic et alii similis plurimi, ut duodevicesimus, , et multi tales. 10. Diminutivi numeri sunt qui partibus suis computati minorem summam efficiunt, ut puta denarius, cuius partes sunt tres: decima, quod est unum, quinta, quod duo, dimidia, quod quinque. Vnum enim et duo et quinque simul ducta octonarium faciunt, longe a denario minorem. Similis est huic octonarius, vel alii plurimi qui in partes redacti infra consistunt. 11. Perfectus numerus est, qui suis partibus adinpletur, ut senarius; habet enim tres partes, sextam, tertiam et dimidiam: sexta eius unum est, tertia duo, dimidia tres. Haec partes in summam

têm outra parte além da unidade, como o 9, 15 e 21, respectivamente, 3 vezes 3, 3 vezes 5 e 3 vezes 7. 8. São intermediários os que de um ponto de vista são simples e primos e, de outro, são compostos, por exemplo 9 em comparação com 25 é um número primo, porque não há nenhum divisor comum além da **mônada**, por outro lado, se compararmos 9 e 15 será composto porque ambos são divisíveis, além da **mônada**, por 3: com efeito, nove é medido por três vezes o três e quinze por três vezes o cinco.”⁴⁹ (*Etimologias*, III, 5, grifos nossos)

Tanto Boécio como Cassiodoro organizam essas definições fazendo a primeira classificação dos números pares, depois a dos ímpares e, por último, a segunda classificação dos pares, ou seja, a mesma organização dada por Isidoro. Das fontes utilizadas por Isidoro às quais tivemos acesso, o único autor que se refere aos números imparmente ímpar é Capella (VII, 772), no entanto, a redação sobre o que seriam esses números está bastante diferente daquela utilizada nas *Etimologias*. As definições de número primo, composto e intermediários são encontradas em Nicômaco, Boécio, Cassiodoro e Capella, porém, enquanto os três primeiros incorrem na imprecisão de considerar esses números apenas no conjunto dos números ímpares, o último, utilizando como fonte *Os Elementos* de Euclides, afirma que, com exceção do dois, os demais números primos são ímpares (VII, 772), e também não restringe os números compostos e os primos entre si ao conjunto numérico dos ímpares (VII, 750, 772 e 773). Considerando

ductae, id est unum et duo et tria simul eundem consummant perficiuntque, senarium. Sunt autem perfecti numeri intra denarium VI, intra centenarium XXVIII, intra millenarium CCCCXCVI.” (*Etimologias*, III, 5)

⁴⁹ “Imparmente ímpar est, qui ab impari numero impariter **mensuratur**, ut XXV, XLIX, qui dum sint impares numeri, ab imparibus etiam partibus dividuntur, ut septies septeni XLIX et quinquies quini XXV. Imparium numerorum alii simplices sunt, alii compositi, alii mediocres. 7. Simples sunt qui nullam aliam partem habent nisi solam unitatem, ut ternarius solam tertiam, et quaternarius solam quartam et septenarius solam septimam. His enim una pars sola est. Compositi sunt qui non solum unitate metiuntur, sed etiam alieno numero procreantur ut novem, XV et XXI. Dicimus enim ter terni, et septies terni, ter quini et quinquies quini (?). 8. Mediocres numeri sunt qui quoidammodo simplices et imcompositi esse videntur, alio vero modo et compositi [ut] verbi gratia, novem ad XXV dum comparatus fueri, primus est et imcompositus, quia non habet communem numerum nisi solum **monadicum**: ad quindecim vero si comparatus fuerit, secundus est et compositus quoniam enest illi communis numerus praeter **monadicum**, id est ternarius numerus, qui <a> novem **mensurat** ter terni, et quindecim ter quini.

que Isidoro teve acesso às obras de Boécio, Cassiodoro e Capella, podemos observar que ele fez uma escolha entre as definições providas de Nicômaco e as de Capella. Provavelmente, a escolha pelas primeiras deveu-se à autoridade de Boécio e Cassiodoro, no meio cristão, o que teria levado Isidoro a retirar de Cassiodoro (IV, 584-585) a definição de números primos.

Devido às semelhanças entre as definições e o mesmo uso de termos como “medida” para referir-se à comparação entre os números, podemos supor que Boécio teria sido a fonte dos excertos sobre números compostos, e intermediários. Porém, no caso destes últimos, o uso da palavra “mônada”, para referir-se à unidade e as redações bastante diferentes⁵⁰ das definições, pode indicar-nos que, talvez, tais trechos não tenham sido retirados da obra de Boécio, o que nos leva a crer, como no caso da quarta definição de “aritmética” já discutido anteriormente, que o bispo sevilhano teria se utilizado, nesta passagem, de uma outra fonte. FONTAINE (1959, p. 361) levanta a hipótese de que Isidoro talvez tenha se utilizado de partes de alguma versão africana dos *Elementos*, que estariam associadas pela tradição manuscrita à obra de Marciano. Segundo este autor, dois fatos corroboram esta hipótese: primeiro, as poucas referências que Isidoro fez a Boécio no conjunto de sua obra; e segundo, as afinidades entre a cultura da qual Isidoro fazia parte e a África.

Seguindo o plano da obra de Nicômaco, o sexto capítulo das *Etimologias*, intitulado “Da segunda divisão do número em geral”, expõe as relações entre os números tais como ser múltiplo, de ser submúltiplo, de serem superparticulares, superpartientes, subsuperparticulares e subsuperpartientes, múltiplo superparticulares, múltiplo superpartientes, submúltiplo subsuperparticulares, submúltiplo subsuperpartientes. Esta parte do texto é uma cópia literal de Cassiodoro (IV, 585 e 586) e apresenta-se como uma lista infundável de nomenclaturas, sem qualquer utilização ou referência posterior. Podemos observar que estas categorias referem-se aos números a partir da relação

⁵⁰ “Et tertia is qui quadam horum medietate conjunctus est, et ab utriusque cognatione aliquid naturaliter trahit, qui est per quidem secundus et compositus, sed ad alios comparatus, primus et incompositus invenitur” (Boécio, Livro I, XIII)

existente entre eles e, portanto, inserem-se na parte do quadrivium denominada música, segundo a divisão do quadrivium, já citada aqui. Boécio em seu *De Musica* retoma estas classificações e as relaciona com as proporções das notas musicais. Isidoro porém, parece não perceber qualquer relação entre estas e aquelas, apesar de ter definido a música como “*a disciplina dos números que se encontram relacionados aos sons*” (*Etimologias*, III, Prefácio). Deste modo, a classificação dos números em superparticulares, superpartientes, etc, na obra do bispo, acaba sendo apenas mais uma dentre as outras duas que compõem a aritmética, sem qualquer relação com a música.

O capítulo sete discorre “Sobre a terceira divisão dos números em geral”, como seu título indica. Nele são definidos números discretos, contínuos, lineares, planos e sólidos:

Os números são discretos e contínuos. Estes últimos se subdividem em linear, superficial e sólido. Número discreto é o que contém mônadas discretas, tais como 3, 4, 5, 6, etc. Número contínuo é aquele que contém mônadas conexas, 3 é contínuo quando empregado para fazer referência a uma magnitude, isto é, uma linha, superfície ou sólido. O mesmo pode-se dizer do 4 e do 5. O linear é o que, partindo da mônada, linearmente se traça ao infinito sem interrupção. Para designar a linha se usa a letra α , porque, para os gregos, essa letra representava o número um. É superficial o número contido, não só pela longitude, mas também pela latitude, como os números triangulares, quadrados, pentagonais, circulares, etc, que sempre estão no plano, isto é, na superfície. O número triangular é assim (ver figura abaixo), o quadrado é assim (idem), e o pentagonal é assim (ibidem). O circular é o número que, multiplicado por si mesmo, começa em si e a si se reverte, por exemplo, 5 vezes 5 são 25, assim (segue figura). É sólido o número que está contido pela longitude, latitude e altura, como as pirâmides que se elevam à maneira de uma chama, assim (segue a figura). Os cubos são como

*os dados (segue a figura). As esferas são aquelas figuras que apresentam uma redondez igual em todo o corpo, assim (segue a figura)⁵¹. Número esférico é aquele que, multiplicado por um número circular, se inicia em si mesmo e a si mesmo reverte. Cinco vezes 5 são 25. Este círculo, ao ser multiplicado por 5 dá lugar à esfera, já que 5 vezes 25 são 125”.*⁵² (*Etimologias*, III, 7)

A fonte deste excerto foi, sem dúvida alguma, Cassiodoro (IV, 586) a quem Isidoro copia sem alterar praticamente nada. Os números figurados de que trata este texto fazem parte da matemática dos primeiros pitagóricos e estão presentes na obra de Nicômaco (livro II). No entanto, nesta última, eles são apresentados na parte destinada ao estudo da geometria. Ao restringir a geometria ao estudo dos números figurados, o neopitagórico subordina a geometria à aritmética, pois o estudo daquela passa a limitar-se ao exame dos números que compõem as figuras. Boécio exclui os números figurados da geometria e coloca-os como parte da aritmética, caracterizando-os como a terceira divisão do número em geral. Cassiodoro também insere-os na parte dedicada à aritmética. Isidoro segue esta orientação e considera os números figurados exclusivamente como parte da aritmética, ou seja, apenas como mais uma classificação dos números, sem qualquer relação com a geometria. Deste modo, aquela subordinação da geometria à aritmética, discutida anteriormente, acaba por se tornar algo como uma formalidade, pois apesar de se afirmar que: *“a aritmética ocupa a primazia,*

⁵¹ Essas figuras não se encontram nos textos aos quais tivemos acesso.

porque não tem necessidade de nenhuma outra. Por outro lado, a música, a geometria e a astronomia lhe estão subordinadas, pois precisam dela para sua existência⁵³ (Etimologias, III, 1,1 e 1,2), efetivamente a aritmética e a geometria são independentes, pois os números figurados não fazem parte da geometria. Aqui Isidoro desvia-se da doutrina pitagórica por duas razões. Uma é a que acabamos de apontar e a outra é a exclusão das propriedades dos números figurados, presentes nas obras de Nicômaco (II, IV a XX) e Boécio (II, 5-39), mas ausentes na de Cassiodoro. Esta ausência descaracteriza a matemática pitagórica, do mesmo modo que a ausência das demais propriedades e relações entre os números.

Por outro lado, encontramos, no trecho sobre os números sólidos, uma passagem – “como as pirâmides que se elevam à maneira de uma chama” – que indica um resquício do platonismo. Platão, no *Timeu* (56, a), utilizando-se de analogias, conclui que “a forma de pirâmide é o elemento e o germe do fogo”. Esta conclusão insere-se na explicação de como o demiurgo teria construído o mundo a partir das razões musicais, e os quatro elementos a partir de triângulos que, compostos, teriam dado origem ao cubo, forma do elemento terra, ao tetraedro – fogo -, ao icosaedro, forma da água, ao octaedro, forma do ar e ao dodecaedro, forma relacionada a uma quintessência da vida. Estes são os cinco sólidos de Platão que, como veremos adiante, são desconhecidos por Isidoro.

⁵² Numeri aut discreti sunt, aut continentes. Iste dividitur sic: lineales, superficiosi, solidi. Discretus numerus est, qui a discretis monadibus continetur, ut verbi gratia III, IV, V, VI et reliqui. Continens numerus est, qui coniunctis monadibus continetur; verbi gratia ternarius numerus in magnitudine intellegatur, id est in linea, aut spatium aut solidum dicitur continens: similiter quaternarius et quinquarius numeri. Linealis numerus est, qui inchoans a monade linealiter scribitur usque ad infinitum. Vnde alpha ponitur pro designatione linearum, quoniam haec littera unum significat apud Graecos (sequitur figura). Superficialis numerus est, qui non solum longitudine, sed et latitudine continetur, ut trigonus, quadratus, quinqueangulus vel circulatus numeri, et ceteri, qui semper in plano pede, id est superficie continentur. Trigonus numerus est ita (seq. figura). Quadratus numerus est ita (seq. figura). Quinqueangulus ita (seq. figura). Circularis numerus est ita, qui dum similiter multiplicatus fuerit, a se inchoans ad se convertitur, ut verbi gratia quinquies quini XXV, ita (seq. figura). Solidus numerus est, qui longitudine et latitudine vel altitudine continetur, ut sunt pyramides, qui modum flammae consurgunt, ita (seq. figura). Cubus, ut sunt tesserae, ita (seq. figura). Sphaerae, quibus est aequalis undique rotunditas, ita (seq. figura). Sphaericus autem numerus est, qui a circulato numero multiplicatus a se inchoat et in se convertitur. Quinquies quini XXV. Hic circulus dum in se ipsum multiplicatus fuerit, facit sphaera, id est quinquies XXV CXXV. (Etimologias, III, 7)

Porém, quando, citando Cassiodoro, o bispo relaciona a pirâmide e a chama, está se referindo, provavelmente sem o saber, a uma crença platônica.

A definição de número circular - “o circular é o número que, multiplicado por si mesmo, começa em si e a si se reverte, por exemplo, 5 vezes 5 são 25” – e a de número esférico - “aquele que, multiplicado por um número circular se inicia em si mesmo e a si mesmo reverte” - parecem, devido aos exemplos, iguais às de número quadrado e cúbico. Mas havia uma diferenciação entre eles. Pelas definições de Nicômaco, podemos dizer que os números circulares e os esféricos são os resultados de potenciações nas quais ao elevarmos a base ao expoente quadrado ou ao cúbico respectivamente, a potência tem por algarismo final um numeral igual ao da base da potenciação; por isso a asserção de que cada um desses números “começa em si e a si se reverte”. Este é o caso do 5, pois 5^2 é igual a 25 e 5^3 é igual a 125 e do 6, pois 6^2 resulta 36, e 6^3 é 216. Assim, 25 e 36 são números circulares enquanto 125 e 216 são esféricos.

Não é apenas da compilação de outras obras que compõe-se a aritmética isidoriana. Perseguindo o objetivo maior das *Etimologias*, o bispo nos oferece um estudo etimológico dos nomes dos números, o qual, independente dos resultados obtidos, é interessante de ser analisado. Segundo o sevilhano:

“O um deriva seu nome do grego, os gregos ao um chamavam héna. O mesmo sucede com o dois e o três, que eles dizem duo e tria. O quatro tomou sua denominação da figura quadrada. O cinco recebeu seu nome, não por sua natureza, mas pelo livre arbítrio de quem impôs os nomes aos números. O seis e o sete derivam também do grego. Muitas palavras que em grego começam por aspiração, nós colocamos em lugar desta aspiração uma letra s. Daí que, em lugar de hex, dizemos seis e ao invés de heptá, sete, do mesmo modo que a erva conhecida por hérpyllon a chamamos serpullum. Oito se diz pela simples translação, pois a palavra é a mesma para eles e para

⁵³ *“Quam scriptores saecularium litterarum inter disciplinas mathematicas ideo primam esse voluerunt, quoniam ipsa ut sit nullam aliam indiget disciplinam. 2. Musica autem et Geometria et Astronomia, quae sequuntur, ut sint atque subsistant istius egent auxilium.”*

nós. Do mesmo modo, eles dizem ennéa e déka e nós, respectivamente, nove e dez. De acordo com a etimologia grega, o número dez é assim chamado porque compreende e aglutina a todos os demais números que o antecedem. Neste sentido, entre os gregos, desmós significa 'compreender', 'aglutinar'. Do mesmo modo que se diz vinte, porque o dez está "bi gerado", com uma simples mudança de b por v. Triginta, porque é três vezes gerado e assim sucessivamente até noventa. O cem deriva seu nome de canthus que significa 'círculo', duzentos de duas vezes cem e assim por diante até o mil. Por sua parte, mil deriva de 'multitude', donde provém 'milícia' como se disséssemos 'multicia', daí procede também 'militar', que entre os gregos, mudando uma letra, dizem 'miríada'.⁵⁴

(Etimologias, III, 3)

Isidoro recorre à correspondência entre os termos gregos e latinos para explicar a etimologia dos nomes da maioria dos números. Talvez, este fato se deva ao uso dos nomes gregos dos números no cotidiano do bispo. Segundo FONTAINE (1959, p. 357),

"É provável que as exigências da vida prática na Espanha, onde os comerciantes orientais pululavam há muito tempo, onde mercenários e funcionários bizantinos viveram até a reconquista visigótica de 584, mantiveram nos sevilhanos um conhecimento empírico das cifras gregas indispensáveis às manipulações monetárias. É natural ver

⁵⁴ "Vnus a Graeco nomen trahit; Graeci enim unum ενα dicunt: sic duo et tres, quos illi δυο et τρια apellant. Quattuor vero a figura quadra nomen sumpserunt. Quinque autem non secundum naturam, sed secundum placitum voluntatis vocabulum acceperunt ab eo, qui numeris nomina indidit. Sex autem et septem a Graeco veniunt. In multis enim nominibus quae in Graeco aspirationem habent, nos pro aspiratione habent, nos pro aspiratione S ponimus. Inde est pro εξ sex, et pro επτα septem, sicut pro herpillo herba serpillum. Octo vero per translationem, sicut illi et nos: ita illi εννεα, nos novem: illi δεχα, nos decem. Dicti autem decem a Graeca etymologia, eo quod ligent et coniungant infra iacentes numeros. Nam δεσμοζ coniungere vel ligare apud eos dicitur. Porro viginti dicti quod sint decem bis geniti, U pro B littera posita. Triginta, quod a ternario denario gignantur: sic usque ad nonaginta. Centum vero vacati a cantho, quod est circulum; ducenti a duo centum. Sic et reliqui usque ad mille. Mille autem a multitudine, unde et militia, quasi multitia: inde et milia, quae Graeci mutata littera myriada vocant. (Etimologias, III, 3)

Isidoro recorrer metódicamente ao grego para as cifras nas quais o parentesco lingüístico greco-latino era mais transparente”

Este uso dos nomes gregos dos números em transações monetárias ao qual se refere FONTAINE oferece-nos um possível porquê também para o fato de Isidoro ter recorrido à palavra “nummus” para dela derivar “número”: *“o nummus (dinheiro) deu origem ao número, impondo esse vocábulo por causa de seu freqüente emprego” (Etimologias, III, 3).*

As nomenclaturas de alguns números não são explicadas pela evocação ao grego, mas por alguma analogia com as figuras geométricas. Assim, o “quatro” teria seu nome derivado da figura quadrada. Esta origem do número quatro é encontrada também em Capella que afirma: *“o quatro é perfeito e chamado quadrado” (CAPELLA, II, 106)*, e pode ter sido daí que Isidoro retirou a idéia daquela procedência. O cem teria derivado de “canthus”, isto é, círculo. Segundo SANTOS (1964, p. 179, 180), o dez era, entre os povos da Antigüidade, simbolizado de diversas maneiras, quais sejam, por dez círculos tangenciando-se; por um triângulo equilátero dividido em outros nove triângulos equiláteros congruentes entre si, representação esta provinda dos pitagóricos; e também pelo círculo. Isidoro poderia estar se referindo a esta tradição, transferindo ao cem, um símbolo que era, na Antigüidade, associado ao dez, ou então a associação do círculo ao cem venha do fato de cem ser, pela definição vista anteriormente, um número circular.

A dificuldade de explicar a palavra “cinco” a partir do grego ou de sua aparência com alguma figura geométrica levou Isidoro a recorrer ao livre arbítrio humano que, segundo ele, pode ser a causa das denominações dadas às coisas, conforme lemos na seguinte passagem das *Etimologias* (I, 29):

“Não obstante, nossos antepassados não impuseram nome às coisas considerando a natureza das mesmas (...). Daí não ser possível determinar a etimologia de todas as palavras, pois muitas

*coisas não receberam seus nomes segundo as qualidades com que foram criadas, mas em virtude do livre arbítrio humano.*⁵⁵

Os números vinte e trinta tiveram seus nomes explicados a partir do verbo “gerar” - gignere – o que traz a idéia de geração dos números que, segundo FONTAINE (1959, p. 358) tem grande importância na tradição aritmética e na aritmológica. Ainda segundo este autor, o parentesco entre “mil” e “milícia” está associado a uma tradição gramatical já encontrada em Varrão.

Ao lado dessas classificações e definições, que poderíamos considerar científicas, encontramos, na obra de Isidoro, os números envolvidos pela mística, seja pagã ou cristã, isto é, a aritmologia se faz presente nesta obra, principalmente no *Liber numerorum*. É disto que trataremos a seguir.

II. Aritmologia

A aritmologia e a gematria podem ser consideradas como o estudo dos números a partir de um ponto de vista místico. A gematria, que consiste em um sistema criptográfico ao qual atribuem-se valores numéricos às letras, teve sua origem na Grécia antiga devido ao fato de as letras e números terem as mesmas representações, por exemplo, α tanto poderia ser a primeira letra do alfabeto como o número um. A aritmologia não teve uma procedência única. Segundo SANTOS (1964, p. 119), trabalhos de aritmologia podem ser encontrados nos Vedas, entre os egípcios, babilônicos e gregos, dentre esses últimos, os pitagóricos foram os primeiros a desenvolver uma mística numérica.

A busca por uma explicação racional para o universo foi uma constante entre os filósofos gregos da Antigüidade, dentre os quais, podemos citar Tales de Mileto (sec. VI a.C.), que via na água o princípio originário do mundo e Heráclito de Efeso (sec. VI a.C.), para quem este princípio era o fogo. A observação de que certos elementos que compõem o universo reproduzem figuras geométricas, as

⁵⁵ “Non autem omnia nomina a veteribus secundum naturam imposita sunt (...). Hinc est quod omnium nominum etymologiae non reperiuntur, quia quaedam non secundum qualitatem, quae genita sunt, sed iuxta arbitrium humanae voluntatis vocabula acceperunt.” (*Etimologias*, I, 29)

descobertas de que os intervalos musicais poderiam ser expressas por razões numéricas, e que, ao contrário do que se pensava, as trajetórias dos astros não eram irregulares, mas sim simples resultantes da composição de movimentos circulares, levou os pitagóricos a acreditarem que tudo o mais no universo poderia ser explicado por meio dos números, das formas geométricas e das relações entre eles, como podemos observar pela seguinte frase devida ao pitagórico Filolau (c. 450 a. C.):

“Causa de conhecimento é a natureza do número; capaz de dirigir e instruir todo homem, se qualquer coisa é duvidosa e ignorada. Pois não seria evidente a ninguém nenhuma das coisas, nem em relação consigo mesmas, nem relacionadas entre si, se não houvesse o número e sua essência” (apud SOUZA, 1985, p. 251).

A necessidade que se explicar o porquê dos astros possuírem movimentos regulares fez com que os pensadores da escola Itálica postulassem que os objetos celestes eram seres inteligentes e possuíam uma alma, conforme podemos observar pela seguinte passagem do livro X das *Leis* de Platão:

“O ATENIENSE: Presentemente, não é difícil responder que uma vez que a alma imprime a todo o Universo o movimento circular, é preciso convir necessariamente que as revoluções celestes são conduzidas e reguladas pela alma boa.

CLÍNIAS: Estrangeiro, sobre o que acaba de ser dito, eu não creio que seja lícito pensar senão que uma ou várias almas, excelentes em todo gênero de perfeições, presidem aos movimentos do céu”
(*As Leis*, X)

A crença na existência da “alma do mundo” somada àquela que pressupunha implicitamente a unicidade da essência dos entes matemáticos e da manifestação dessa essência, e que o conhecer era um identificar-se com essa essência unitária (cf. BACCA, 1944), levou os pitagóricos a acreditarem que o estudo dos números possibilitava não apenas um conhecimento racional do universo, mas uma identificação com a essência deste último. Daí a fusão entre o

átomo, o ponto, o instante, e a unidade numérica, todos assimilados pela mônada. Neste processo, os números deixaram de ser apenas quantidades e passaram a ser associados a qualidades, como por exemplo, números perfeitos, números amigos, números masculinos, etc. Os pitagóricos criaram convenções de modo a acomodar o universo a esta teoria qualitativa dos números. Deste modo, a aritmética e a aritmologia passaram a conviver nas teorias pitagóricas. Segundo CASSIRER (1989, p. 58-59),

“Quando os pitagóricos desenvolvem seu trabalho sobre a harmonia do universo, os significados simbólico e científico do conceito de número aparecem um ao lado do outro. Com efeito, quando estabelecem a relação dos intervalos sonoros, estão por completo na mentalidade que conduz à fundamentação das ciências naturais, mas quando, em sua cosmologia, adicionam ao fogo central, ao Sol, à Lua, à Terra e aos cinco planetas a ‘anti-Terra’ para completar com essa última o número dez (sagrado), então, se avança pela senda do pensar simbólico”.

A primeira sistematização aritmológica da exegese bíblica judeu-alexandrina foi realizada por Philon de Alexandria em seu tratado *Sobre os números* (cf. FONTAINE, 1959, p. 371), mas a referência à aritmologia e à gematria como reveladoras de sabedoria pode ser encontrada na própria Bíblia, como por exemplo, na seguinte passagem do Apocalipse (Ap. 13,18): *“Aqui há sabedoria. Aquele que tem entendimento, calcule o número da besta, pois é o número de um homem. O seu número é seiscentos e sessenta e seis”.* Dentre os padres cristãos, a aritmologia se fez presente constantemente, porém de uma maneira bastante difusa, na obra de Agostinho.

Encontramos a aritmologia em vários momentos da obra de Isidoro. Em um deles, já citado aqui, o bispo ressalta:

“Não há dúvidas sobre a importância dos números. Em muitas passagens das Sagradas Escrituras é colocado em relevo quantos mistérios eles revelam. Por isso nos louvores a Deus se diz que ‘tudo

foi criado em medida, número e peso.’ (Sab 11, 21)(...) Há também nas Sagradas Escrituras números que só compreende quem tem o conhecimento dessa arte”. (Etimologias, III, 4,1).

Como já vimos anteriormente, na passagem destacada acima, o autor estava se referindo à importância da “ciência do número”, isto é, da aritmética, sendo que uma das aplicações que referenda esta importância é seu uso para revelar os mistérios da criação, ou seja, uma das razões de ser da aritmética é sua aplicação à aritmologia. Não que o bispo tivesse presente esta diferenciação entre aritmologia e aritmética, ao contrário, por seu texto observamos que, para ele bem como para seus predecessores, tanto o estudo místico quanto o científico dos números eram objetos da aritmética.

É no *Liber numerorum* que Isidoro busca expor os mistérios dos números, concentrando em uma única obra a aritmologia que estava dispersa na obra de Agostinho. Nesse tratado são estudados todos os números das duas primeiras décadas, com exceção do dezessete, além dos números trinta, quarenta, quarenta e seis, cinqüenta e sessenta. Nele, Isidoro procura mostrar a existência intrínseca dos números tanto no macrocosmo quanto no microcosmo, de modo a ilustrar a passagem do livro da Sabedoria na qual se afirma que *‘tudo foi criado em medida, número e peso.’ (Sab 11, 21)*. Para tal, o bispo sevilhano utiliza-se não apenas de exemplos retirados das Sagradas Escrituras, mas também de uma extensa quantidade de exemplos de origem pagã.

Os números se fazem presentes no macrocosmo na unidade do mundo e do Sol, pois *“o mundo também é uno. Também o Sol que vemos a luz claramente é uno”*⁵⁶ (*Lib. Num, 2, 6, ML, 180, b e c*); nas fases da Lua já que o *“número sete completa a forma da Lua, (...) pois um mais dois mais três mais quatro mais cinco mais seis mais sete resulta em vinte e oito”*⁵⁷ (*Lib. Num., 8, 44, ML, 188 b*). Além

⁵⁶ “Mundus idenque unus. Solis etiam, quem cernimus, lumen unum.” (*Lib Num, ML, 180, b e c*)

⁵⁷ “Idem quoque septenarius numerus formam lunae complectitur” (*Lib. Num., 8, 44, ML, 188 b*)

disso, “[sete] são as esferas, os planetas no céu e também as transformações entre os elementos”⁵⁸ (*Lib. Num.*, 8, 45, *ML*, 188 b).

A quantidade também se faz presente nos pontos cardinais, na quantidade de elementos que então se cria que constituíam o mundo e nas estações do ano:

*“Nas coisas das criaturas, quatro são os rios do paraíso que circulam a orbe, quatro são as partes da terra, quatro as frentes do céu, Oriental, Ocidental, Setentrional e Meridional. Por outro lado, há quatro elementos no mundo que constituem o universo, quais sejam, fogo, ar, água e terra. O ano possui quatro estações, primavera, outono, inverno e verão.”*⁵⁹ (*Lib. Num.*, 5, 22 e 23, *ML*, 183 c).

Os números também participam do microcosmo, pois a natureza do ser humano, as fases de desenvolvimento do homem - denominadas desde a medicina da Antigüidade Tardia por “idades” -, e a estrutura anatômica do corpo humano também têm uma determinação numérica. Seguindo uma classificação feita por Agostinho (cf. FONTAINE, 1959, p. 377), Isidoro faz alusão às seis fases da vida do homem:

*“Em seis se consuma o curso das idades mortais: a primeira idade, a criança, a adolescência, a juventude, a maturidade e a velhice.”*⁶⁰ (*Lib. Num.* 7, 31, *ML*, 185 b; *Etím.*, XI, 2).

O quatro também seria um número presente na constituição do ser humano:

*“A natureza do homem possui quatro humores, isto é, cálido, frígido, úmido e seco”*⁶¹. (*Lib. Num.*, 5, 23, *ML*, 183 c).

⁵⁸ “Item tot sunt circuli, tot planetae coeli, (...) totque transfusiones elementorum” (*Lib. Num.*, 8, 45, *ML*, 188 b)

⁵⁹ “Quandam et quatuor sunt paradisi flumina, quae totum orbem circumfluunt. (...) In creaturis autem rerum quatuor sunt terrae partes, quatuor coeli frontes, Oriens, Occidens, Septentrio, sive Meridies. Quatuor etiam mundi elementa habentur, ex quibus universa subsistunt, ignis, era, aqua, et terra”.

⁶⁰ “Sex enim aetatibus cursus mortalium consummatur, hoc est, infantia, pueritia, adolescentia, juventute, senectute, senio.” (*Lib. Num.* VII, 31, *ML*, 185 b)
(*Lib. Num.*, 5, 22, *ML*, 183 c)

⁶¹ “Ipsa denique hominis natura ex quatuor est elementis concreta, ex calido et frigido, humido atque sicco”. (*Lib. Num.*, V, 23, *ML*, 183 c)

“As etapas da vida mortal são quatro: começo, crescimento, equilíbrio e declínio”⁶² (Lib. Num., 5, 24, ML, 184 a).

No entanto, apesar desta referência aos números seis e quatro no microcosmo, a leitura do *Liber Numerorum* sugere-nos que sete é por excelência o número do ser humano, pois:

“No homem, os aparatos dos sentidos na cabeça são sete orifícios: dois olhos, duas narinas, dois ouvidos e uma boca. Na criança pequena emergem os dentes aos sete meses, no sétimo ano eles mudam. Segundo a hebdômada, no décimo quarto ano entra-se na puberdade. No terceiro setenário surge a barba. No quarto a estatura está definida; no quinto o estado da juventude está plenamente perfeito. O sexto setenário é de defluxo e na sétima inicia a velhice.”⁶³ (Lib. Num., 8, 46, ML, 188 c).

Além de estar presente nos orifícios da cabeça e nas fases de desenvolvimento, o sete ainda seria a quantidade de vísceras, de partes do corpo, de meses para que o feto esteja pronto para o nascimento. Toda esta passagem sobre o sete na constituição do corpo e da vida humana, bem como aquela sobre as quatro etapas da vida mortal, Isidoro retirou de CAPELLA (VII, 734 e 739). Mas a passagem sobre o sete na vida do homem já se encontra presente em Theon de Smyrna (sec. II) (cf. VASCONCELLOS, 1922, p. 161) e está relacionada, portanto, a um misticismo numérico pagão que acabou sendo incorporado à aritmologia cristã. Segundo FONTAINE (1959, p. 378), o testemunho de Ambrósio mostra que no século IV o simbolismo do número sete estava presente em todas as escolas filosóficas.

No microcosmo, não apenas o físico possuiria uma determinação numérica, mas também a vida espiritual, pois, no ser humano, *“quatro são as virtudes:*

⁶² *“Mortalium quoque rerum quatuor vitae sunt, initium, augmentum, status et declinatio.” (Lib. Num., V, 24, ML, 184 a)*

justiça, prudência, força e temperança; e quatro também os vícios⁶⁴ (*Lib. Num.*, 5, 23, ML, 183 d, 184 a). Neste trecho a inspiração de Isidoro também proveio de CAPELLA (VII, 734).

A ligação entre o microcosmo e o macrocosmo é feita por meio dos números, principalmente pela contagem do tempo. Segundo FONTAINE (1959, p. 377):

“Os números estabelecem entre o microcosmo humano e o grande universo ligações facilmente demonstráveis, em particular por intermédio do cálculo astronômico do tempo que liga o destino do homem às revoluções naturais”.

Este elo estabelecido pelo tempo entre corpo humano e universo está expresso na seguinte passagem das *Etimologias*:

*“[na medicina] deve-se conhecer a Astronomia por meio da qual se examina o movimento dos astros e a evolução do tempo, porque alguns médicos sustentam que devido a tais variações nosso corpo também sofre alterações.”*⁶⁵ (*Etim.*, IV, 13, 4).

Como a aritmologia pagã só se refere aos dez primeiros números, a partir do número onze, o único exemplo que encontramos no tratado de Isidoro que não está relacionado a temas cristãos é o do ciclo da Lua em dezenove dias (*Lib. Num.*, 19, 87, ML, 196 a). Todos os demais excertos ligam-se a passagens bíblicas. Enquanto Capella é, para Isidoro, a principal fonte da aritmologia pagã, a Bíblia e as obras de Agostinho fornecem a substância com que se tentará alcançar o objetivo maior do *Liber Numerorum*, qual seja, compreender os números contidos nas Sagradas Escrituras. Para todos os números citados no

⁶³ “Ipse autem homo septem meatus, habet in capite sensibus praeparatuos, duos oculos, auresque, et nares totidem, et os unum. Parvulis etiam septimo mense dentes emergunt, septimo anno mutantur. Item secunda hebdomada, id est, quarto decimo anno infans pubescit, et possibilitatem gignendi accipit. Tertia vero lanuginem et florem genarum producit. Quarta incrementa staturae definiuntur, quinta juvenilis aetatis plena perfectio datur; sexta defluxio est, septima senectutis initiaum.” (*Lib. Num.*, 8, 46, ML, 188 c)

⁶⁴ “Virtutes quoque animi quatuor scribuntur, justitia, prudentia, fortitudo et temperantia; totidemque e contrario vitia” (*Lib. Num.*, 5, 23, ML 183 d e 184 a)

⁶⁵ “Postremo et Astronomiam notam habebit, per quam contempletur rationem astrorum et mutationem temporum. Nam sicut ait quidam medicorum, cum ipsorum qualitibus et nostra corpora communtatur.” (*Etim.*, IV, 13, 4)

tratado passagens, retiradas da Bíblia, são apresentadas. Nelas, tais números são referidos e/ou são relacionados a ofícios da hierarquia eclesiástica.

Nesta aritmologia cristã, a unidade ocupa um lugar distintivo:

*“[A unidade] Não se pode dividir em partes, porque é as partes e o todo e cujo exemplo é Deus uno; uno é Jesus Cristo, mediador entre os homens e Deus. O Espírito Santo é uno; una é a Igreja Mãe”⁶⁶.
(Lib. Num., 2, 5, ML, 180 b)*

É interessante observarmos que a negação da possibilidade de dividir a unidade não está mais relacionada, como entre os pitagóricos, à tentativa de evitar a contradição de ela ser ao mesmo tempo “um” e “muitos”, pois, para o sevilhano, a unidade é, ao mesmo tempo, o todo e as partes. Provavelmente esta mudança na forma de conceber a unidade deveu-se à associação, feita por Isidoro, entre a unidade, Deus, Cristo, Espírito Santo e a Igreja.

Os números três, relacionado à Trindade, e sete também possuem um lugar de destaque nesse tratado. Segundo Isidoro, o sete, formado pelo *“três que ilustra o mistério da Trindade e pelo quatro que ilustra as ações virtuosas”⁶⁷* (Lib. Num., 8, 35, ML, 186 b), significa o Espírito Santo e é um número sagrado, por isso Deus santificou sua obra no sétimo dia (cf. Lib. Num., 8, 38, ML, 187 a). São citadas, entre outras, as seguintes passagens da Bíblia, nas quais se usa o número sete: no Gênesis (2:1), (4:15), (4:24), (7:3), (7:10), (8:4); nos Salmos (119:164); no Êxodo (25:37); Josué (6:4); Isaías (30:26); sete são as cartas que Paulo escreveu às igrejas, quais sejam, Romanos, Coríntios, Gálatas, Efésios, Filipenses, Colossenses e Tessalonicenses; livro do Apocalipse (1:4), (1:16), (15:1).

Ao final da discussão sobre os primeiros dez números, encontramos a seguinte síntese:

⁶⁶ “ nec per ullas partes dividi potest, quia ubique pars est, ubique totus est, ad cuius exemplum unus est Deus, unus est mediator Dei et hominum Homo Christus Jesus. Paraclitus quoque Spiritus unus; una est Mater Ecclesia.” (Lib. Num., 2, 5, ML, 180 b).

⁶⁷ “Sed per tres Trinitatis mysterium, per quatuor virtutum actio illustratur” (Lib. Num., 8, 35, ML, 186 b)

“Até aqui estivemos voltados para as regras dos primeiros números que revelaram espécies e gêneros de diferentes perfeições. O um não é número, mas a origem de todos os números. O dois é o primeiro par, o três é o primeiro na ordem e na virtude, o quatro constitui-se por dois pares. Cinco é o número do gênio. Seis é perfeito na obra do mundo e é imparmente par. O sete é legítimo e por vezes está à frente da totalidade. O oito é parmente par. O nove é o perfeito imparmente par. O dez é perfeito e o último.”⁶⁸ (Lib. Num., 11, 59, ML, 191 b)

Para Isidoro, a existência dos números em tudo o que diz respeito tanto à vida material quanto à espiritual é explicada pela perfeição dos mesmos, ou seja, no mais puro espírito pitagórico, o bispo sevilhano tenta mostrar que o número é perfeito e por isso *‘tudo foi criado em medida, número e peso’* (Sab 11, 21). Esta visão pitagórica acerca do universo adaptada aos meios cristãos chegou a Isidoro, sem dúvida alguma, por meio de Agostinho que via na contemplação da aritmética um caminho para uma vida perfeita devido ao fato de esta arte ser quase divina:

“(...) Porque gradualmente se vai elevando a uma pureza de costumes e vida perfeita, não só pela fé mas também pelo guia da razão. Pois aquele que considera a potência e a força dos números lhe parecerá grande miséria (...) que sua vida e sua própria alma se deslize por caminhos tortuosos e que dê um estrondo discordante por dominar-lhe as paixões carnis e os vícios. Mas quando a alma se ordena e embelece fazendo-se harmônica e bela, pode contemplar a Deus, fonte de toda a verdade.” (De Ordine, II, 19, 50 e 51)

⁶⁸ “Haec est primi versus numerorum regula, haec sacramenia, genera et species differentiae perfectionis. (...) Unus numerus non est, sed orgo numerorum omnium est. Binarius prima pars est, ternarius ordine et virtute primus. Quaternarius duobus paribus constat. Quinarius sibi genius est. Senarius in opere mundi perfectus est, et ab imparibus par est. Septenarius legitimus est, et interdum pro toto est. Octonarius a paribus par est. Novenarius a perfectis imparibus impar est. Denarius perfectus atque finalis est.” (Lib. Num., 11, 59, ML, 191 b) *

“(...) Pois que não nos há introduzido, acaso, na venerável disciplina de Pitágoras, justamente estimada como quase divina?” (De Ordine, II, 20, 53)

Portanto, o que se busca com a reflexão sobre os números não é apenas a compreensão matemática do universo, mas a purificação da vida para com isso atingir a contemplação de Deus. Por isso, na obra de Isidoro, as aplicações da aritmética à aritmologia estão em primeiro lugar, enquanto as aplicações práticas são em menor número e ficam em um segundo plano. É o que testemunham o *Liber Numerorum* e a seguinte passagem, já citada aqui, das *Etimologias*:

“1. Não há dúvidas sobre a importância dos números. Em muitas passagens das Sagradas Escrituras é colocado em relevo quantos mistérios eles revelam. Por isso nos louvores a Deus se diz que ‘tudo foi criado em medida, número e peso.’ (Sab 11, 21). 2. Assim, o número seis, que é perfeito em suas partes, evidencia a perfeição do mundo. Do mesmo modo, sem o conhecimento dos números, não podemos compreender os quarenta dias que jejuaram Moisés, Elias e nosso Senhor. 3. Há também nas Sagradas Escrituras números que só compreende quem tem o conhecimento dessa arte. Em certo sentido, é evidente que vivemos sob a disciplina dos números, quando dizemos as horas, quando calculamos a passagem dos meses e quando conhecemos o cálculo dos anos. 4. Pelo número aprendemos a não ser enganados. Suprime o número de todas as coisas e tudo se extingue. Tira o cálculo do tempo e tudo será

*abarcado por cega ignorância, não nos diferenciaríamos dos animais que não têm o raciocínio do cálculo.*⁶⁹ (*Etimologias*, III, 4)

Deste modo, a aritmética se faz, na obra de Isidoro, a primeira e mais importante dentre as disciplinas do quadrivium.

3. Geometria

No livro III, a parte devotada à geometria é a menor de todas. Enquanto a aritmética e a música possuem nove “capítulos” cada e a astronomia quarenta e oito, a geometria possui apenas cinco.

Encontramos as seguintes definições de geometria na obra de Isidoro:

“A geometria é a disciplina da grandeza imóvel e das formas” (*Etim.*, II, 24)

“A geometria é a disciplina das grandezas e das formas” (*Etim.*, III, Prefácio)

“Geometria é a disciplina da grandeza e da figura marcada distintamente com a linha geométrica própria, ou seja, da forma” (*Dif.*, 39, 151, ML, 94 a)

“A geometria compreende as dimensões e as medidas da terra.” (*Etim.*, I, 2)

*“Geometria é a medida da terra, como o termo indica”*⁷⁰ (*Dif.*, 39, 151, ML, 94 a)

⁶⁹ “1. Ratio numerorum contemnenda nos est. In multis enim sanctarum scripturarum locis quantum mysterium habent elucet. Non enim frustra in laudibus Dei dictum est (Sap 11, 21): ‘Omnia in mensura et numero et pondere fecisti.’ 2. Senarius namque [numerus] qui partibus suis perfectus est, perfectionem mundi quadam numeri [sui] significatione declarat. Similiter et quadraginta dies, quibus Moyses et Helias et ipse Dominus ieiunaverunt, sine numerorum cognitione non intelleguntur. 3. Sic et alii in scripturis sacris numeri existunt, quorum figuras non nisi noti huius artis scientiae solvere possunt. Datum est etiam nobis ex aliqua parte sob numerorum consistere disciplina, quando horas per eam dicimus, quando de mensuum curriculo disputamus quando spatium anni redeuntis agnoscimus. 4. Per numerum siquidem ne confundamur instruiamur. Tolle numerum in rebus omnibus, et omnia pereunt. Adime saeculo computum, et cuncta ignorantia caeca complectitur, nec differri potest a ceteris animalibus, qui calculi nesciunt rationem.” (*Etimologias*, III, 4)

⁷⁰ “Geometrica est disciplina magnitudinis immobilis et formarum” (*Etim.*, II, 24, 15)

“Geometria est disciplina magnitudinis et formarum” (*Etim.*, III, Prefácio). No manuscrito de Arévalo ao invés de “magnitudinis et formarum” encontramos “magnitudinis formarum”.

A primeira definição é encontrada em Boécio (*De Arithmetica*, I, 1, ML, 1081 c) e em Cassiodoro⁷¹ (2, 567, ML 1168 d), mas, sem dúvida alguma, foi retirada do texto deste último, sem qualquer alteração. O enunciado “*ciência da grandeza imóvel e das formas*” só ganha significado se lembrarmos que, dentre as disciplinas do quadrivium, a geometria era considerada a ciência das grandezas imóveis, enquanto a astronomia tinha por estudo as grandezas móveis. Esta diferenciação é encontrada em Platão (*República*, VII, 528 d) e, segundo Proclo (sec. V), ela remonta a Pitágoras (cf. VASCONCELLOS, 1922, p. 158).

Pode ser que a segunda definição ou provenha da primeira ou tenha sido retirada do livro *De Geometriae* de Boécio⁷². Não conseguimos localizar a fonte da terceira definição. As duas últimas referem-se à etimologia da palavra e são encontradas em Cassiodoro (6, 588, ML, 1213 b) e em Boécio⁷³ (*De Geometriae*, II, ML, 1358 c) e, comparando os trechos presentes no texto de Isidoro com os daqueles autores, concluímos que provavelmente foi este último a fonte do bispo de Sevilha⁷⁴.

Nas *Etimologias*, Isidoro, utilizando-se de passagens retiradas dos textos de Boécio (*De Geom.*, II, ML, 1358 c) e de Cassiodoro (6, 588, ML 1213 b), faz o seguinte relato histórico da origem e do desenvolvimento da geometria:

“Conta-se que a disciplina geometria foi iniciada pelos egípcios, já que, ao transbordar o Nilo e encher-se de limo os campos, começou-

“Geometria est disciplina magnitudines et figurarum notis lineamentisque propriis distincta, vel formis.” (*Dif.*, II, 39, 151, ML, 94 a)

“Geometrica, quae mensuras terrae dimensionesque complectitur.” (*Etim.*, I, 2)

“Dicta autem Geometria a dimensione terrae, per quam, uniuscujusque termini delineari solent.” (*Dif.*, II, 39, 151, ML, 94, a)

⁷¹ “Geometrica est disciplina magnitudinis immobilis et formarum” (CASSIODORO, 2, 567, ML, 1168 d)

⁷² “Geometria est disciplina magnitudines et figurae”. (*De Geometriae*, II, ML, 1358 d)

⁷³ “Geometria nominata est a dimensione terrae, per quam, uniuscujusque termini declarari solent” (*De Geometriae*, II, ML, 1358 c)

⁷⁴ É interessante observar, por um lado, que “medida da Terra” é a definição de Geometria encontrada na grande maioria, senão em todos, os livros didáticos de matemática voltados para o ensino fundamental. Por outro lado, na época de nossa dissertação de mestrado perguntamos a dez alunos que cursavam o primeiro ano da licenciatura em matemática no IME-USP, qual o objeto de estudo da geometria e todos responderam “medidas e formas”. Esta resposta pode parecer destoante com os estudos atuais em Geometria, principalmente se considerarmos os trabalhos em grupos de transformação, no entanto ela demonstra uma maneira tradicional de se entender “Geometria” que, como acabamos de ver, já estava presente na obra de Isidoro.

se a delimitar, mediante linhas e medidas, as terras que deviam dividir-se. Mais tarde esta ciência chegou a tal altura que começaram também a medir-se os espaços marinhos, os do céu e do ar. Estimulados após conhecerem as dimensões da Terra, começaram a querer conhecer as dimensões do céu: quais as distâncias entre a Lua e a Terra e entre a Lua e o Sol, qual a medida até o vértice do céu, qual o número provável de estádios entre o céu e a orbe. Porém, esta disciplina teve sua origem na medição da terra e conservou o nome do que foi sua origem.” (Etim., III, 10, 1)

No livro *Diferenças*, utilizando um excerto de Boécio (*De Geom.*, II, ML, 1358 c), faz a seguinte narração:

“Os egípcios inventaram [a geometria] devido à necessidade de saber os limites da terra, os quais as inundações do Nilo confundiam temporariamente”.⁷⁵ (Dif., II, 39, 151, ML, 94 a)

Isidoro, seguindo uma tradição antiga que está presente em Proclo (cf. FONTAINE, 1959, p. 394), atribui aos egípcios a invenção da geometria a partir da necessidade de medição das margens do Nilo. A outra possível origem, citada por Cassiodoro, qual seja, a aplicação da geometria à astronomia para a medição do tempo, é transformada, por Isidoro, na causa do desenvolvimento posterior da disciplina, e isto, apesar de Cassiodoro⁷⁶ (6, 588, ML 1213 b), neste trecho, ter recorrido à autoridade de Varrão. Provavelmente, a escolha do bispo sevilhano pela hipótese da progênie egípcia da geometria deveu-se à autoridade de

⁷⁵ “Geometriae disciplina primum ab Aegyptiis reperta dicitur, quod, inundante Nilo et omnium possessionibus limo obductis, initium terrae dividendae per lineas et mensuras nomem arti dedit. Quae deinde longius acumine sapientium profecta et maris et caeli et aeris spatia metiuntur. Nam provocat studio sic coeperunt post terrae dimensionem et caeli spatia quaerere: quanto intervallo luna a terris, a luna sol ipse distaret, et usque ad verticem caeli quanta se mensura distenderet, sicque intervalla ipse caeli orbisque ambitum per numerum stadiorum ratione probabili distinxerunt. Sed quia ex terrae dimensione haec disciplina coepit, ex initio sui et nomem servavit.” (*Etim.*, III, 10, 1).

“Hanc primum Aegyptii invenerunt pro necessitate terminorum terrae, quos Nilus inundationis tempore confundebat. (*Dif.*, II, 39, 151, ML, 94 a)

⁷⁶ “Sed Varro peritissimus latinorum hujus nominis causam sic esistisse commemorat: dicens, prius quidem homines dimensiones terrarum terminis positus, vagantibus populis, parcis utilia praestitisse; deinde totis anni circulum menstruali numero fuisse partitos; unde et ipse menses, quod annum metiantur, dicit sunt” (CASSIODORO, 6, 588, ML, 1213 b)

Orígenes (c. 184), pois este autor afirmou tal origem, outorgando a ela a inclusão e uma grande aceitação na literatura cristã (cf. FONTAINE, 1959, p. 396). Ao aceitar a hipótese de Orígenes acerca da gênese deste campo do saber, o sevilhano conferiu à geometria uma origem empírica.

Como já vimos, até a descoberta das grandezas incomensuráveis, a relação com o elemento empírico fez com que a geometria estivesse, dentre as disciplinas que compunham a matemática, em um segundo lugar, após a aritmética. O empirismo na geometria não estava apenas relacionado a sua origem, mas também a seu objeto, qual seja, o espaço. Segundo SZABÓ (1977, p. 339-350), enquanto, na filosofia grega, o espaço esteve ligado apenas às sensações, a geometria possuiu o estatuto de um conhecimento empírico, em que a visualização possuía papel preponderante, já que se estudavam as linhas e formas traçadas. Platão (*República*, VI, 510 d) se colocou contra esta concepção de geometria e afirmou (*República*, VII, 527 a) que as expressões usadas pelos geômetras, tais como “construir sobre uma linha”, “quadrar”, etc., eram errôneas pois, segundo ele, a geometria trataria de realidades eternas. Tal “realidade eterna” seria o espaço que, a partir de Platão, passou a ser composto hibridamente, pois, se por um lado, os elementos existentes no espaço eram percebidos pelos sentidos, por outro, poderia se considerar o espaço abstratamente, sem os elementos nele contidos e tal espaço “puro” seria apreensível apenas pelo intelecto. Neste momento, a geometria passou a ser o conhecimento deste “espaço puro” e ganhou o estatuto de teórica. Apesar disso, o elemento empírico continuou a ser associado a ela, pois nove séculos após Platão, Proclo afirmava que

“muitos autores crêem que a geometria que nasceu da medida dos campos, foi inventada pelos egípcios porque necessitavam medi-los, já que as inundações do Nilo destruíam os limites das propriedades”
(*A Geometria como ramo da matemática*, apud VERA (org), 1970, p. 1154) e que

“é manifesto para todos que os números são mais imateriais e mais puros que as grandezas, e que o princípio dos números é mais simples do que aquele das grandezas.” (apud SZABÓ, 1977, P. 338)

Daí, sua conclusão que, nas matemáticas, a geometria ocupava um segundo lugar após a aritmética.

Nos textos de Isidoro, a geometria novamente revestiu-se de um caráter empírico devido a sua origem, a medição da terra. Com isto ela deixou de estar dentre as *“coisas divinas e celestiais, as quais só podem ser apreciadas com a mente, pois estão acima do corpo”* (*Etim.*, II, 24, 10), e talvez este seja um dos motivos do pouco espaço dado a esta disciplina em sua obra.

Outro motivo provável para a inclusão precária da geometria na obra de Isidoro seria a inexistência de escritos sobre esta disciplina para que ela pudesse se tornar compreensível. Segundo pesquisadores (cf. CLAGETT, 1953), há evidências da existência de apenas quatro traduções dos *Elementos* durante a Alta Idade Média, sendo três delas anteriores à época em que foi escrito o livro *Etimologias*: uma do século III devida a Censorinus e que se limitava ao livro I dos *Elementos*; outra do século IV que continha partes dos livros XII e XIII; uma última, atribuída a Boécio e conservada, em parte, por Cassiodoro, que contém trechos dos primeiros cinco livros. Além destas traduções, podemos citar a obra de Capella que traz algumas referências sobre a geometria euclidiana.

Podemos ter certeza apenas que Isidoro teve acesso às obras de Boécio, de Cassiodoro das quais, como já vimos, retirou excertos, e à de Capella. A tradução feita por Boécio da obra de Euclides contém os postulados, axiomas, definições e teoremas daquela geometria, e nenhuma demonstração das proposições. Porém, os dois livros do *De Geometriae* de Boécio não se limitam a esta tradução parcial dos *Elementos*. O livro I, além de tal tradução, ainda contém uma discussão sobre uma tábua de multiplicar que, segundo o autor, foi inventada pelos pitagóricos. O livro II traz considerações sobre as diferentes unidades de medida utilizadas na época, uma exposição a partir de exemplos acerca da determinação de áreas, outra sobre números figurados, um problema de

aplicação do conhecimento geométrico a partir da contenda entre dois vizinhos sobre a posse de uma determinada extensão de terra e um texto do tipo perguntas e respostas sobre o que é a geometria, um breve histórico desse campo do saber e uma discussão sobre sua importância. Na segunda dentre estas obras, ou seja, na de Cassiodoro, a geometria consta de vinte e quatro definições, dos cinco postulados euclidianos, dos cinco axiomas e de algumas asserções acerca da teoria das proporções. Na obra de Capella, a geometria é composta por um apanhado sobre astronomia; por uma grande parte de assuntos relativos a geografia; por algumas definições encontradas nos primeiro e décimo primeiro livros dos *Elementos*; pelos postulados e axiomas da geometria euclidiana; por uma discussão acerca das etapas envolvidas em uma demonstração; por alguns resultados da teoria das proporções, e por um breve trecho sobre a incomensurabilidade.

Podemos imaginar a dificuldade de se delimitar e compreender o objeto da geometria a partir destas fontes e tal fato pode ter colaborado para a pouca inserção da geometria na obra de Isidoro. Esta dificuldade está expressa em duas passagens, nas quais o bispo sevilhano tenta delinear quais assuntos trata esta disciplina:

“O conteúdo desta disciplina são as linhas, as distâncias, as grandezas e figuras, e nas figuras as dimensões e os números”
(*Etim.*, III, 10, 3)

*“As quatro partes em que se divide a geometria são: o plano, a grandeza numerável, a grandeza racional e as figuras sólidas”*⁷⁷
(*Etim.*, III, 11, 1)

O primeiro enunciado é resultante de dois trechos de Agostinho: um do *De Oratore* (I, 42, 187) que diz *“na geometria, as linhas, formas, distâncias e grandezas”* e outro do *De Ordine* (II, 15, 42) no qual se lê *“(…) advertiu que nada*

⁷⁷ *“Huis disciplinae ars continet in se lineamenta, intervalla, magnitudines et figuras, et in figuris dimensiones et numerus.”* (*Etim.*, III, 10, 3)

“Geometriae quadripertita divisio est, in planum, in magnitudinem numerabilem, in magnitudinem rationalem, et in figuras solidas.” (*Etim.*, III, 11, 1)

*lhe dava contentamento senão a beleza e na beleza as figuras, e nas figuras, as dimensões e nas dimensões os números*⁷⁸. A divisão da geometria em quatro partes é devida a Cassiodoro⁷⁹ (6, 589, ML, 1213 c) que, no entanto, refere-se não apenas às grandezas racionais, mas também às irracionais. Isidoro, apesar de não colocar as grandezas irracionais dentre as partes que compõem a geometria, define-as, utilizando para isto uma passagem de Cassiodoro (6, 589, ML, 1213 d): “*são grandezas racionais aquelas cujas medidas podemos conhecer e irracionais aquelas que não conhecemos as medidas que possuem*”⁸⁰ (*Etim.*, III, 11, 3).

Apesar desta menção a “grandezas irracionais”, não encontramos, na obra de Isidoro qualquer alusão à incomensurabilidade, diferentemente de Capella (VI, 718-720) que além de relacionar incomensurabilidade e números irracionais, também utiliza-se da definição euclidiana de grandezas comensuráveis e de incomensuráveis, qual seja, comensuráveis são aquelas que podem ser medidas por uma mesma unidade de medida e incomensuráveis aquelas que não possuem uma unidade de medida comum (*Elementos*, X, def. 1), e oferece alguns exemplos destas últimas.

Segundo SZABÓ (1977, p. 222), os gregos da Antigüidade representavam as grandezas incomensuráveis por segmentos de retas e diferenciavam as grandezas “enunciáveis” que seriam as aproximações dos números irracionais em questão e as “não enunciáveis” que seriam os próprios números irracionais. Deste modo, Platão (*Rep.*, VIII, 546 c) declarava que o número sete é a diagonal enunciável do quadrado de lado cinco, isto é, sete é a medida inteira aproximada de $\sqrt{50}$. Segundo Proclo, os pitagóricos mostraram que:

“Os quadrados das diagonais enunciáveis associadas às diagonais não enunciáveis são maiores ou menores em uma unidade que o

⁷⁸ “*ut in geometria liniamenta, formae, intervalla, magnitudines*” (*De Oratore*, I, 42, 187) e “*sensit nihil aliud quam pulchritudinem sibi placere, et in pulchritudine figuras, et in figuris dimensiones, in dimensionibus numerus*”. (*De Ordine*, II, 15, 42)

⁷⁹ “*Geometria dividitur: in planum; in magnitudinem numerabilem; in magnitudinem rationalem et irrationalem; in figuras solidas*” (CASSIODORO, 6, 589, ml, 1213 c)

dobro dos quadrados dos lados.” (*Platonis rem publi*, II, 23 apud SZABÓ, 1977, p. 222)

Isto significa que apesar de possuírem uma definição rigorosa (para os padrões euclidianos) de grandezas incomensuráveis, de representarem tais grandezas, de realizarem aproximações dos números irracionais, e de utilizarem tais números em situações práticas, como por exemplo o uso da razão áurea na arquitetura, os gregos da Antigüidade consideravam que os números envolvidos em grandezas incomensuráveis não eram conhecidos, ou “não enunciáveis”, e isto explica a definição de “grandezas irracionais” dada por Isidoro. Porém, tal definição acaba por acarretar um erro nas exposições do bispo acerca das médias geométricas. Em duas passagens de suas exposições (*Etim.*, III, 8 e 13), oferece uma definição aceitável de média geométrica: “o resultado da multiplicação (*multiplicata*) dos extremos é igual ao resultado da repetição, ou duplicação (*duplicata*) dos meios”⁸¹, no entanto, utiliza-se do seguinte exemplo: multiplicados 6 e 12, resulta 72, o que é o mesmo que multiplicar-se 8 e 9. Isto é, Isidoro não determina uma média geométrica – que no caso seria $\sqrt{72}$ – mas duas médias, 8 e 9. Deste modo, o que faz é determinar a seguinte proporção $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$, que não traduz uma média geométrica. GRANT (1974, p. 7) acredita que o bispo de Sevilha estava confuso sobre o significado de média geométrica, uma vez que seu exemplo não ilustra sua definição.

Poderíamos supor que esse erro adveio das fontes utilizadas por Isidoro, pois a obra de Boécio (*De Arith.*, II, 44, ML, 1150 b), apesar de referir-se à média geométrica apenas a partir de sucessões geométricas (1, 2, 4, 8, 16, 32 ou 1, 3, 9, 27, 81, e assim por diante), exemplifica-a tanto a partir de três termos daquelas sucessões ($\frac{8}{4} = \frac{4}{2}$), quanto a partir de quatro termos ($\frac{2}{8} = \frac{4}{16}$). Podemos notar que

⁸⁰ “Magnitudines rationales sunt, quorum mensuram scire possumus, irracionales vero, quorum mensurae quantitas cognita non habetur.” (*Etim.*, III, 11, 3) e (CASSIODORO, 6, 589, MI 1213 d)

⁸¹ “Secundum geometriam vero ita quaeris. Extrema multiplicata tantum faciunt, quantum et media duplicata, utputa VI et XII multiplicata facient septuagies dipondius, media VIII et IX multiplicata tantundem faciunt.” (*Etim.*, III, 8 e 13)

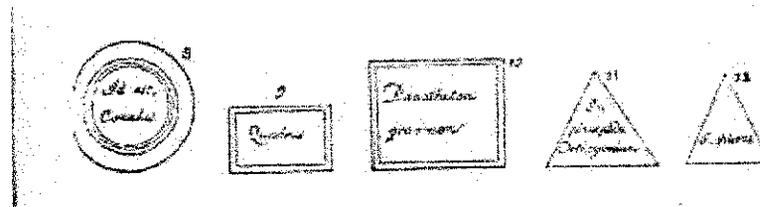
os exemplos de média geométrica fornecidos por Boécio e por Isidoro são diferentes, e que os números utilizados por Isidoro para exemplificar tal média não formam uma sucessão geométrica, portanto provavelmente não foi Boécio a fonte de Isidoro. Mas, por que não teria Isidoro utilizado outro exemplo, como aquele de Boécio, que dispensasse o uso de irracionais e mais especificamente do $\sqrt{72}$? Talvez, porque ele, ou o autor de onde talvez tenha retirado este trecho, quisesse utilizar os números 6, 8, 9 e 12 que geram uma sucessão de intervalos melódicos em uma oitava musical (cf. LAWLOR, 1996, p. 83), já que esses são os mesmos números com os quais exemplifica as médias harmônica e aritmética.

Isidoro define também as outras duas partes que compõem a geometria, quais sejam, as figuras planas e as sólidas. As figuras planas são definidas por serem delimitadas por duas dimensões, a latitude e a longitude. Essa definição corresponde àquela dada por Euclides à superfície (*Elementos*, I, 5); é encontrada em Boécio (*De Geom.*, I, 3, ML, 1308 a) quando este autor define “figura”, e corresponde literalmente àquela dada por Cassiodoro (6, 589, ML 1213 c) à “figura plana”, sendo portanto, este último a procedência do texto encontrado nas *Etimologias*. Após esta definição, segue-se uma classificação das figuras planas. Isidoro afirma que tais figuras,

“segundo Platão, são em número de cinco. (...) A primeira é o círculo, que é uma figura plana denominada por forma circular, cujo meio é um ponto ao qual todos os demais convergem, denominado geometricamente por centro e pelos latinos como ponto do círculo. A figura quadrilátera é no plano quadrada e se forma com quatro linhas retas. O dianatheton grammon é uma figura plana. Orthogonium é uma figura plana com um ângulo reto isto é, de fato, um triângulo e

tem um ângulo reto. Isopleuros é uma figura plana constituída sobre uma base (subter constituta)”⁸². (Etim., III, 11, 2 e 12, 1)

Os esquemas utilizados para representar cada uma dessas figuras, em alguns casos não colaboram para a compreensão dessas definições, e em outros, não correspondem a elas, como podemos observar a seguir.



A definição de círculo talvez seja um resumo da encontrada em Boécio, qual seja, “círculo é uma figura plana e de forma circular contida sob uma linha denominada por circunferência”⁸³ (*De Geom*, I, 3, ML 1308 b). A explanação sobre o centro da circunferência foi, provavelmente, retirada de Agostinho⁸⁴. Se, por um lado, o enunciado de Isidoro não define o que seria um círculo, sua representação consegue fazer-nos visualizar um círculo e colabora com a compreensão do que seria tal figura, o que não acontece necessariamente com as demais representações.

Na descrição da figura quadrilátera podemos compreender a expressão “no plano quadrada” em dois sentidos, pois podemos traduzir o termo “quadrata” de duas maneiras diferentes. A primeira tradução deste termo seria “quadrado”, e deste modo, a figura quadrilátera seria um quadrado no plano. Pode-se argumentar que não faria sentido dizer-se “quadrado no plano”, já que todo quadrado é uma figura plana, porém, segundo HANI (s/d, p. 33), na simbologia cristã do medievo não havia diferenciação entre cubo e quadrado, sendo assim,

⁸² “Planae figurae sunt quae longitudine et latitudine continentur, quae sunt iuxta Platonem numero quinque. (...) Quarum prima circulus est figura plana, quae vocatur circumducta, cuius in medio punctus est, quo cuncta convergunt, quod centrum Geometriae vocant, Latini punctum circuli nuncupant. Quadrilatera figura est in plano quadrata; quae sub quattuor rectis lineis iacet. Dianatheton grammon figura plana. Orthogonium id est rectiangulum figura plana. Est enim triangulum et habet angulum rectum. Isopleuros figura plana est, recta et subter constituta.” (*Etim.*, III, 11, 2 e 12, 1)

⁸³ “Circulus vero est figura quaedam plana et circumducta et sub una linea contenta, quae circumferentia vocatur.” (*De Geom.*, I, 3, ML 1308 b)

⁸⁴ “Ut enim in circulo quantumvis amplo unum est medium quo cuncta convergunt, quod centrum geometrae vocant.” (*De Ordine*, I, 2)

ao afirmar que o quadrado estava no plano, o intuito de Isidoro poderia ter sido o de especificar a figura à qual se referia, diferenciando o quadrado e o cubo pelo fato do primeiro estar contido no plano. Porém, a representação que dá de tal figura não é a de um quadrado, o que nos faz crer que a segunda possível tradução do termo “quadrata”, qual seja, traçada com esquadro, talvez seja mais pertinente nesta frase, pois a figura quadrilátera seria aquela “quadrada no plano a partir de quatro linhas retas”. Tal definição estaria de acordo com a representação apresentada, na qual a figura possui quatro ângulos retos, sem ser, no entanto, um quadrado, pois as medidas de seus lados são diferentes. Deste modo, a figura quadrilátera estaria sendo definida a partir do aspecto prático de sua construção. Tal aspecto também está presente na definição do isopleuros, ou seja, de triângulo equilátero. Como sabemos, para construirmos este triângulo basta, com um compasso, traçarmos os dois círculos que têm como centro cada uma das extremidades de um segmento de reta e cujo raio tenha medida igual a deste segmento, ou seja, o triângulo equilátero é “constituído sobre uma base”. O apelo ao modo de construção da figura para defini-la indica que, provavelmente, estes excertos foram retirados de algum texto sobre gramática. Outros dois aspectos que evidenciam tal procedência são apontados por FONTAINE (1959, p. 401). Um deles é o fato dos autores de obras sobre gramática utilizarem-se, nos textos latinos, termos gregos para expressarem conceitos, como ocorre nesta passagem das *Etimologias*, na qual são utilizadas as palavras gregas dianatheton grammon, orthogonium e isopleuros. Apesar da última ser utilizada por Capella (6, 712); e da penúltima ser encontrada em Boécio (*De Geom.*, I, ML, 1309 c) e em Cassiodoro (6, 589, ML, 1214 d) (apesar de estes dois autores referirem-se ao triângulo equilátero utilizando a terminologia latina), a primeira não se encontra em qualquer destes autores, o que indica o uso de outra fonte. A ausência de uma definição para o dianatheton grammon seria o outro aspecto apontado por FONTAINE, pois segundo ele, tal ausência é uma característica comum aos textos técnicos da época.

Sendo assim, podemos concluir que Isidoro, na composição de sua exposição sobre geometria, utilizou-se de textos técnicos, provavelmente voltados para a agrimensura. Isto explicaria o porquê da extensa explanação sobre medidas lineares e superficiais ter sido inserida, por Isidoro, no livro XV (“Acerca dos edifícios e dos campos”), capítulo 15 intitulado “Sobre as medidas dos campos”, o porquê da definição de ângulo também estar contida no livro XV, no capítulo 8 intitulado “Partes que compõem um edifício”, e o motivo de não haver qualquer menção a ângulo e medidas na parte dedicada à geometria do livro III, apesar deste ramo do saber ter sido definido como a *“disciplina das grandezas e das formas”*. Ou seja, Isidoro procede a separação do objeto da geometria em dois livros distintos. No livro III coloca as definições que, sob um primeiro olhar, dão a impressão de referirem-se a objetos teóricos, apesar de uma análise um pouco mais profunda evidenciar a presença de um aspecto empírico nestas definições, como já vimos. No livro XV são colocados os conhecimentos geométricos voltados para o uso prático de medição e construção. Esta separação pode indicar uma possível tentativa de Isidoro de não cometer a contradição de definir a geometria como um *“conhecimento doutrinal”* e ao mesmo tempo, atribuir-lhe objetos de ordem empírica. Mas, como vimos, apesar desta tentativa, ao usar textos técnicos para a composição de suas considerações acerca da geometria, Isidoro fez com que ela se tornasse, em sua obra, um conhecimento voltado para a prática, pois diferentemente da geometria concebida por Platão (*Rep.*, VII, 527 b), ela não trata de entes ideais ou de realidades eternas, mas de objetos empíricos, quais sejam da grandeza, objeto de trabalho dos agrimensores, e *“da figura **marcada** distintamente com a linha geométrica”*, isto é, da figura construída empiricamente. Ou seja, esta disciplina do quadrivium retoma sua característica duplamente empírica, tal qual era concebida antes da descoberta da incomensurabilidade, pois a origem que lhe é conferida é empírica e seu objeto também.

Há ainda mais duas observações que gostaríamos de fazer acerca das figuras planas apresentadas por Isidoro. Uma sobre o dianatheton grammon e

outra sobre o orthogonium. A definição de orthogonium é encontrada em Cassiodoro (6, 589, ML, 1214 d) e em Boécio⁸⁵ (*De Geom.*, I, ML, 1309 c) e o esquema de tal figura contradiz sua definição, pois o triângulo representado não possui qualquer ângulo reto. O dianatheton grammon pode ser traduzido como “lados opostos dois a dois” e a comparação dos esquemas desta figura e da figura quadrilátera não nos deixa entrever qualquer diferença entre elas. Porém, enquanto o critério de classificação desta última é a sua formação a partir de quatro ângulos retos, na primeira o critério seria a existência de “lados opostos dois a dois”, o que poderíamos compreender como uma referência ao paralelismo entre esses lados. Deste modo, o que estaria diferenciando essas figuras seria o critério de classificação utilizado em cada caso.

Enquanto nos *Elementos* são utilizados como critérios de classificação das figuras planas, o número de lados, paralelismo, medidas dos ângulos internos, congruência entre os lados, etc, podemos observar a dificuldade de Isidoro em encontrar um critério para sua classificação de tais figuras. Ao ter de escolher de quais figuras trataria, Isidoro optou por se referir a cinco, pois, para ele, este seria o número de figuras planas, segundo Platão. Parece-nos que, ao atribuir a Platão este número de figuras planas, o autor de *Etimologias* fez uma confusão com os sólidos regulares, também conhecidos como sólidos de Platão e que são realmente em número de cinco. Segundo FONTAINE (1959, p. 397), tal confusão pode ser proveniente de uma recordação deformada da passagem do *Timeu*, no qual Platão disserta sobre a constituição dos elementos a partir do tetraedro, do dodecaedro, do cubo, do icosaedro e do octaedro. A conjectura de Fontaine nos parece bastante plausível, principalmente porque, segundo MOLLAND (in GRANT, 1987:56), o trecho do *Timeu* que trata dos sólidos regulares não foi incluído na tradução latina de Calcidius e Aristóteles lançou um vigoroso ataque contra esta teoria. Deste modo, o caminho pelo qual o medievo teve

⁸⁵ “Orthogonium id est rectiangulum figura plana. Est enim triangulum et habet angulum rectum.” (*Etim.*, III, 12, 1). “Orthogonium id est rectiangulum quidem triangulum est, quod habet triangulum rectum” (CASSIODORO, 6, 589, ML, 1214 d). “Orthogonium, id est rectiangulum, triangulum quidem est quod habet angulum unum rerctum” Boécio (*De Geom.*, I, ML, 1309 c).

conhecimento dessa teoria foi apenas pelas críticas de Aristóteles. Esse comentário de MOLLAND nos faz supor que, provavelmente, Isidoro não teve conhecimento dos sólidos regulares, a não ser por comentários de Aristóteles, ou talvez por intermédio de comentários sobre tais comentários, o que pode tê-lo induzido a uma confusão entre sólidos de Platão e as figuras planas citadas. Outra possibilidade desta confusão seria que Isidoro estaria se referindo às figuras planas mencionadas no *Timeu* (53, d), quais sejam, triângulos retângulos escalenos, triângulos retângulos isósceles, quadrados, triângulos equiláteros e o círculo. Assim, poderíamos supor que as figuras planas citadas por Isidoro são estas citadas no *Timeu*, contudo, como podemos observar, as séries de figuras são diferentes e portanto, o mais provável, é que o bispo de Sevilha não tenha tido acesso à tradução do *Timeu*, e sim apenas a comentários sobre essa obra que geraram tal confusão. Esta conjectura é reforçada pelo fato de Isidoro não se referir aos sólidos regulares quando disserta acerca dos sólidos, mas apenas à esfera, ao cubo, ao cilindro, ao cone e à pirâmide.

Quatro destes sólidos citados por Isidoro estão no texto de Boécio (*De Arith.*, II, 4, ML, 119 c), quais sejam, o cubo, a esfera, a pirâmide e o cone. Há um quinto sólido mencionado por Boécio, denominado por *tigna*. Em Isidoro (*Etim.*, XIX, 19), *tigna* é definida como sendo os caibros que dão suporte ao telhado dos edifícios, sendo assim, imaginamos que tal sólido pode ser o que denominamos atualmente por paralelepípedo, ou, se os caibros tivessem, na época, o formato dos caules das árvores, então a *tigna* teria a forma aproximada de cilindro. No entanto havia uma terminologia própria para cilindro, pois Isidoro (*Etim.*, III, 12) usa o vocábulo "*cylindrus*". Portanto, o mais provável é que Boécio estivesse se referindo a paralelepípedos.

Daí, podemos concluir que, talvez, não tenha sido de Boécio que Isidoro tenha retirado os cinco sólidos mencionados em seu texto. Cassiodoro, ao referir-se aos sólidos, afirma apenas que eles são vários e não cita especificamente nenhum, mas é deste autor que Isidoro retirou a definição de "figuras sólidas"

como aquelas que têm longitude, latitude e altura⁸⁶. Em *Capella* (VI, 721, 722) encontramos os cinco sólidos em questão, no entanto, logo após estes, *Capella* cita também os prismas em geral, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro. Por que teria Isidoro escolhido por inserir em sua classificação apenas os cinco primeiros? Talvez, porque fossem os mais citados na literatura corrente, pois, como vimos, quatro deles estão presentes também na obra de Boécio e três deles, a pirâmide, o cubo e a esfera, já tinham sido mencionados anteriormente por Isidoro (*Etim.*, III, 7) quando expunha os números figurados e, sem dúvida alguma, aquela classificação dos números serviu de base para seu texto acerca dos sólidos, pois a analogia entre a pirâmide e o fogo está presente nestas duas passagens.

Se por um lado, a teoria dos números figurados serviu de base para a escolha dos sólidos citados, por outro, a aritmologia forneceu o fundamento para a determinação da quantidade de figuras citadas, isto é, cinco planas e cinco sólidos, ou seja, dez. Segundo FONTAINE (1959, p. 399), ao escolher apresentar dez figuras, Isidoro estaria tentando dar uma única explicação para a formação dos números e das figuras. Tal unificação estaria apoiada no método da exegese aritmológica, pois nele, qualquer número maior que dez se decompõe como a combinação dos dez primeiros números. Daí, um raciocínio por analogia teria feito com que o bispo de Sevilha concluísse que qualquer figura complexa poderia ser decomposta em figuras mais simples, que seriam em número de dez, pois “*além de tudo o que há, está o número dez*” (*Lib. Num.*, XI, 54, ML, 190 b). Ainda segundo FONTAINE, o uso da decomposição de figuras complexas em outras mais simples faz parte das técnicas utilizadas pelos agrimensores para o cálculo de áreas de superfícies, o que teria corroborado, para Isidoro, sua conclusão acerca de um método único de decomposição dos números e das figuras.

Ao final de sua exposição sobre as figuras, Isidoro conclui:

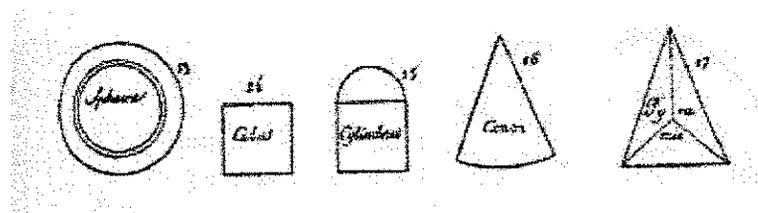
⁸⁶ “*Figurae solidae sunt, quae longitudine, latitudine et altitudine continentur.*” (*Etim.*, III, 12) e (*CASSIODORO*, 6, 589, ML 1213 d)

“Do mesmo modo que todos os números estão sob o dez, os contornos de todas as figuras estão contidos no círculo”. (*Etim.*, III, 12)

Em Capella (VI, 721) encontramos uma observação segundo a qual a esfera contém todas as outras figuras dentro de si e que ela própria consiste da composição de círculos. A partir disto, Isidoro pode ter concluído que todas as figuras estão contidas no círculo, relacionando-o, não mais com o cem, como fizera no momento em que analisava a etimologia dos nomes dos números, mas com o dez, quantidade de números a partir da qual qualquer número seria composto, e de figuras com as quais se poderia construir qualquer forma geométrica.

O apelo às técnicas presentes em textos sobre gramática aparecem novamente nas *Etimologias*, no momento em que se definem e esquematizam os sólidos geométricos, pois:

“A esfera é uma figura de forma arredondada igual em todas suas partes. O cubo é uma figura sólida contida pela longitude, latitude e altura. O cilindro é uma figura quadrada que apresenta, na parte superior, um semicírculo. O cone é uma figura que, a partir de uma base ampla, termina em um ângulo, como o triângulo retângulo. A pirâmide é uma figura que, igual ao fogo, se levanta a partir de uma base ampla até em uma ponta de lança, entre os gregos o fogo se chama πυρ.⁸⁷” (*Etim.*, III, 12)



⁸⁷ “Sphaera est figura in rotundum formata, partibus cunctis aequalis. Cubus est figura propria solida, quae longitudine, latitudine et altitudine continetur. Cylindrus est figura quadrata, habens superius semicirculum. Conon, figura quae ab amplo in angustum finit, sicut orthogonium. Pyramis est figura, quae in modum ignis ab amplo in acumen consurgit; ignis enim apud Graecos πυρ appellatur”. (*Etim.*, III, 12)

A maior parte dos enunciados a respeito dos sólidos é muito mais uma descrição do esquema de representação de cada um deles do que uma definição. Podemos observar que o cubo, como já havíamos discutido, tem a mesma representação que a de um quadrado, e a esfera a mesma que a de um círculo. A definição do cubo é igual a de “figura sólida” e a de esfera, por não esclarecer que se trata de um sólido, poderia muito bem ser aplicada ao círculo. O termo “*quadrata*” é novamente utilizado, porém não na definição do cubo, mas na do cilindro para referir-se à seção transversal do mesmo. Como nem sempre a seção transversal de um cilindro é necessariamente um quadrado, mas qualquer paralelogramo, e como provavelmente, na época, os cilindros oblíquos não eram muito comuns no cotidiano - como ainda hoje não o são no cotidiano extra escolar - o termo “*quadrata*” provavelmente significa qualquer retângulo, como já havíamos suposto por ocasião das definições das figuras planas.

Nos esquemas de representação do cubo e do cilindro notamos a ausência de uma técnica de representação em perspectiva. Segundo PANOFSKY (1993, p. 48), entre os séculos II e VI ocorreu um abandono gradual das técnicas de desenho em perspectiva existentes no período anterior a este. Neste processo de abandono, a sucessão aparente de formas que criava um sentido de profundidade foi dando lugar à sobreposição e à justaposição, fazendo com que as formas tendessem para o plano. É o que podemos observar no esquema do cilindro, pois a base do sólido é desenhada em justaposição e sobreposição à superfície lateral. Poderíamos também interpretar as representações do cilindro e do cone como sendo feitas a partir dos cortes transversais. Esta interpretação é confirmada pelas definições dadas às figuras: “*o cilindro é uma figura quadrada que apresenta, na parte superior, um semicírculo. O cone é uma figura que, a partir de uma base ampla, termina em um ângulo, como o triângulo retângulo*”. Tais definições não se referem aos sólidos em si, mas aos esquemas utilizados para representá-los. Novamente, as técnicas utilizadas pela prática de edificação se fazem presentes na obra de Isidoro.

É interessante observarmos que a pirâmide é desenhada em perspectiva. Este fato pode indicar a sobrevivência de algumas representações em perspectiva em textos a que Isidoro teve acesso. As definições de cone e de pirâmide são muito parecidas. Se observarmos que Euclides em sua definição de cone (*Elem.*, XI, def. 10) utiliza-se do termo “pirâmide” e faz referência ao triângulo retângulo, podemos supor que, talvez, Isidoro tenha retirado tais definições de algum manual escolar pertencente a uma tradição de cópias sucessivas de partes dos *Elementos*, cópias que tornaram as definições cada vez mais sintéticas, acabando por deformá-las. Deste modo, as definições euclidianas de pirâmide, cone, cilindro e esfera teriam se perdido, não estando, por isso, presentes nem na obra de Boécio, nem na de Cassiodoro e nem mesmo na de Capella que, dentre as três, é aquela na qual as proposições euclidianas estão mantidas mais integralmente. Caso Isidoro tenha mesmo utilizado um manual como o suposto acima, ele teria se deparado com as definições de quatro dentre os cinco sólidos que cita. O único sólido cuja definição ele não encontraria seria o cubo, pois este sólido não é definido no livro XI dos *Elementos*. Não nos parece coincidência que seja exatamente o cubo, o sólido que Isidoro, para definir, utiliza a mesma definição que a de “figura sólida” e aquele que, no capítulo sobre números figurados, não tem definição alguma.

Poderíamos supor que os números figurados serviram de base para Isidoro também na escolha de quais figuras planas citaria. Porém, no capítulo que trata de tais números são mencionados os números triangulares, os quadrados, os pentagonais e os circulares. Como o pentágono não está entre as figuras planas, a escolha de tais figuras deve ter sido feita a partir de outro critério. A observação dos sólidos relacionados por Isidoro pode nos fornecer uma possível explicação para tal escolha, pois as bases destes sólidos ou são quadriláteros, ou triângulos ou círculos. Esta determinação das figuras planas a partir dos sólidos pode ter sido proveniente de uma conclusão retirada a partir da passagem em que Capella afirma:

“As figuras sólidas estão baseadas sobre superfícies as quais são figuras planas, a pirâmide está colocada sobre um triângulo; o cone ou o cilindro sobre o círculo; o cubo sobre o quadrado, e assim por diante.” (CAPELLA, VI, 721).

Daí a conclusão que as figuras planas são o triângulo, o círculo e o quadrado. Porém, a escolha, por referir-se a cinco figuras planas, poderia ter levado o bispo de Sevilha a mencionar, em sua classificação, dois quadriláteros e dois triângulos.

Dentre as quatro partes que segundo Isidoro compõem a geometria, quais sejam, as figuras planas, as “figuras sólidas”, as grandezas racionais e as grandezas numeráveis, precisamos fazer algumas considerações sobre estas últimas. As “grandezas numeráveis” são *“aquelas que podem ser medidas com os números da aritmética”*⁸⁸ (*Etim.*, III, 11). A expressão “grandezas numeráveis” contradiz a classificação de matemática encontrada em Nicômaco, pois:

“A ciência portanto deve tratar com algo separado de cada uma delas, ou seja, com a quantidade, conjunto provindo da multitudine e com o tamanho, conjunto provindo da magnitude.(...) dois métodos científicos terão como objetivo tratar da completa investigação da quantidade; a aritmética tratará da quantidade discreta e a música da quantidade relativa. (...) Duas outras ciências tratarão da grandeza; geometria que tratará do que fica em repouso e a astronomia que estuda aquilo que se move”. (De Arith, I, 3)

Podemos observar uma separação clara entre grandeza e número. Segundo WALDEGG (1993, p. 116), na matemática teórica grega, as grandezas e a quantidade eram conjuntos disjuntos. Nos Elementos, os termos número e grandeza nunca são utilizados em um mesmo livro, com exceção da proposição cinco do livro X, *“as grandezas comensuráveis estão na mesma razão que dois números”*. Em Isidoro e, antes dele, em Cassiodoro, os dois termos são utilizados para expressar uma categoria de grandezas, as “grandezas numeráveis” que,

⁸⁸ *“Numerabilis magnitudo est, quae numeris Arithmeticae dividi potest”. (Etim., III, 11)*

juntamente com as “grandezas racionais” e as “irracionais” formam uma classificação tripartida das grandezas: aquelas cujas medidas podem ser expressas por números inteiros; as que as medidas não podem ser expressas por números inteiros, mas que são conhecidas; e aquelas que se ignoram a medida que possuem.

Após sua exposição sobre a geometria euclidiana, Isidoro apresenta as seguintes definições:

“A primeira figura geométrica é o ponto, cuja parte é nula. A segunda é a linha que, privada de latitude, só tem longitude. A linha reta assenta-se igualmente em todos os seus pontos. Superfície é o que possui somente longitude e latitude. Os limites da superfície são linhas, por isso sua forma não está nas dez figuras anteriormente propostas, porque entre elas se acha.”⁸⁹ (Etim., III, 12)

Nesta passagem, reconhecemos cinco definições euclidianas, quais sejam: a de ponto (*Elem.*, I, def. 1), a de linha (*Elem.*, I, 2), a de reta (*Elem.*, I, 4), a de superfície (*Elem.*, I, 5) e a de limites da superfície (*Elem.*, I, 6). Estas definições são encontradas também em Capella (VI, 708), Boécio (*Geom.*, I, ML, 1307 a) e em Cassiodoro (VI, 589, ML, 1214 a). A comparação dos textos nos leva a crer que as definições encontradas nas Etimologias são excertos daquelas apresentadas por Cassiodoro⁹⁰. A conclusão final de Isidoro, segundo a qual “os limites da superfície são linhas, por isso sua forma não está nas dez figuras anteriormente propostas, porque entre elas se acha”, pode estar relacionada a uma concepção de espaço. Segundo Aristóteles (*Física*, IV, 2, 209b), o espaço seria “o limite imóvel que abrange um corpo”, ou seja, ele seria um recipiente, mas

⁸⁹ “Prima autem figura huius artis punctus est, cuius pars nulla est. Secunda linea, praeter latitudinem longitudo. Recta linea est, quae ex aequo in suis punctis iacet. Superficies vero, quod longitudes et latitudes solas habet. Superficii vero fines lineae sunt, quorum formae ideo in superioribus decem figuris positae non sunt, quia inter eas inveniuntur.” (*Etim.*, III, 12)

⁹⁰ “Punctum est cui pars nulla est. Linea vero, praeter latitudinem longitudo: linea fines puncta sunt. Recta linea est, quae aequo in suis punctis iacet. Superficies vero, quod longitudinem ac latitudinem solas habet. Superficii finis linea sunt.” (CASSIODORO, 6, 589, ML 1214 a). Tanto em Cassiodoro quanto na *Geometria* de Boécio são encontradas as vinte e três definições do livro I dos *Elementos*.

“o recipiente não é parte da coisa a qual contém. Portanto, ele é separável desta coisa, ele não é a forma a qual contém, é diferente da matéria.” (Fís., IV, 2, 209b).

Do mesmo modo que o espaço aristotélico se encontra entre a matéria sem se confundir com ela, a superfície exposta por Isidoro também está entre as figuras sem, no entanto, ser qualquer uma delas, ou seja, tal superfície seria o limite das figuras e, por outro lado, as linhas das figuras seriam os limites da superfície. Assim, a conclusão de Isidoro pode ter sido gerada pela transposição, para a superfície, da característica do espaço tal como era concebido por Aristóteles.

Porém, naquela conclusão faz-se referência às **dez** figuras expostas anteriormente, o que pode parecer contraditório, pois cinco delas são sólidos e não estariam contidos na superfície. Podemos levantar duas conjecturas sobre tal inclusão dos sólidos entre as figuras planas. A primeira é que Isidoro poderia ter procedido a uma identificação entre superfície e espaço, referindo-se às figuras planas como se fossem espaciais, o que é possível devido à transferência das características do espaço para a superfície. Porém, tal conjectura é difícil de ser sustentada se levarmos em consideração que tal conclusão foi extraída logo após a exposição acerca das dimensões da superfície, quais sejam, *“somente longitude e latitude”*. A outra conjectura é que Isidoro estaria considerando os cinco sólidos como se fossem figuras planas, apesar de ter especificado, no início do capítulo doze, que os sólidos estão delimitados pela longitude, pela latitude e pela altura. A favor desta hipótese estão as definições dos sólidos expostas por Isidoro. Ao que tudo indica, havia uma grande dificuldade, por parte do bispo sevilhano, em conceber uma geometria espacial.

É interessante observarmos que, apesar de Boécio (Geom., I, ML, 1307 a), de Capella (VI, 724) e de Cassiodoro (VI, 589, ML, 1213 d) citarem o nome de Euclides, Isidoro não menciona nem uma só vez o geômetra grego, nem o de qualquer outro geômetra.

No capítulo nove, ao narrar a origem e desenvolvimento da geometria, Isidoro mencionou um elo de ligação entre a geometria e a astronomia existente desde a Antiguidade grega. O pitagórico Arquitas de Tarento (sec. IV a. C.), em seu tratado *Sobre a Harmonia*, afirmava que:

“Excelente discernimento parecem ter os matemáticos e não é de maneira alguma estranho que pensem corretamente sobre a natureza de cada uma das coisas. (...) De fato, sobre a velocidade dos astros, sua ascensão e declínio, transmitiram-nos claros conhecimentos; também sobre geometria, ciência dos corpos celestes, e não menos sobre música.” (apud SOUZA, 1985, P. 254).

Por esta passagem, podemos observar que a geometria era considerada a ciência dos corpos celestes. Isto deve-se a dois fatores: primeiro que as estrelas em suas conjunções formam determinadas figuras e, segundo, devido ao fato de o movimento dos astros ser explicado a partir da composição de movimentos circulares. Esta relação entre geometria e astronomia é retomada por Isidoro no capítulo quatorze. Após a explanação acerca das partes que compõem a geometria, nos deparamos com um capítulo⁹¹ sobre as oitos figuras que podem ser determinadas no movimento das estrelas, quais sejam, diametrais, quadradas, triangulares, hexagonais, inconexas, conjuntas, circunferentes, ou aquelas sacadas da superfície:

“São diametrais quando intervêm cinco signos. Tetragonais, quando intervêm dois. Hexagonais, quando intervêm um. Inconexas quando não intervêm nenhum. Conjuntas, quando se encontram na mesma seção. Circunferentes, quando sobressaltam o plano e apresentam uma medida de superfície. São sacadas da superfície quando sobressaem. Triangulares quando apresentam três médias. Deste ponto de vista, apresentam oito diferenças a saber; signo, partes,

⁹¹ Tal capítulo não está inserido em todas as famílias de manuscritos das *Etimologias*, no entanto, FONTAINE (1959, p. 405) argumenta a favor de que este trecho tenha sido escrito pelo próprio Isidoro, ou por sua escola, pois tal exposição encontra-se também no *De natura rerum*.

*limites, itinerário conjunto, retrógrado ou reto, latitude e longitude.*⁹²
(*Etim.*, III, 14).

A definição de figuras diametraes refere-se àquelas que estão nos extremos de um mesmo diâmetro no círculo zodiacal, a de tetragonais está relacionada ao ângulo reto que se forma na conjunção das estrelas de dois signos, quando entre elas estão outros dois signos, e assim por diante, ou seja, na obra de Isidoro, uma das ligações entre geometria e astronomia é a astrologia, já que um dos critérios de classificação das figuras geométricas citadas é a conjunção zodiacal. Isidoro justifica do seguinte modo o porquê das estrelas formarem figuras geométricas em suas conjunções:

“Tal questão pode nascer da seguinte colocação: dado que, em ordem numérica, oito é anterior a nove na Aritmética, então na Geometria oito é mais do que nove. Com efeito, oito é o cubo ou sólido que é o corpo que se mostrar mais não se pode. O nove é a superfície, que não é plena, e necessita de perfeição. Os dois cubos, ou dois sólidos, se compõem da seguinte forma: do 6 que é o primeiro número perfeito, pois se divide em números semelhantes a si, em sextas partes mediante a unidade e em terças partes mediante o dois. (...) e do 10 que é o primeiro número. Dez por ser o primeiro número é perfeito. Multiplicando o primeiro número anterior a 10 por seis, vemos que 6 vezes 9 são 54 e que 9 vezes seis são

⁹² “Diametra sunt quando quinque signa intersunt. Tetragona, quando duo. Hexagona quando uno. Asyndeton, quando nullum. Simul quando in eadem particula sunt. Superferens, quando supervenit aut actum facit. Superfertur quando antecedit. Trigona, quando tria media. Idem secundum rationem aliam sunt octo differentiae, id est: signum, partes, fines, conventu, retrogradu na recto itinere, latitudo etlongitudo.” (*Etim.*, III, 14)

54. *A teoria ensina a conhecer a obtenção de partes iguais a partir de 1, 2, 3, 4, 9, 8 e outros até 27.*⁹³ (*Etim.*, III, 14)

Ou seja, a justificativa da formação destas figuras reside na aritmética. Os números figurados são invocados para relacionar o oito ao cubo e o dezesseis a dois cubos. A exegese numérica da aritmologia é utilizada, nesta passagem, para explicar a formação do dezesseis pela soma de seis, número perfeito, e dez, também número perfeito. Os demais números citados encontram-se no *Timeu*, na passagem em que Platão (*Timeu*, 35 a) explica como o demiurgo formou a alma do mundo a partir da natureza da Existência, do Outro e do Mesmo, ou seja, do um, do dois e do três e, a partir deles, os números 4, 6, 9, 8 e 27. Tais números formam as razões musicais através das quais tentava-se explicar a “dança dos astros”, isto é, a racionalidade do movimento dos astros que acreditava-se ser uma resultante de movimentos circulares. A menção a tais números nas *Etimologias* indica que Isidoro pode ter utilizado de algum comentário do *Timeu* para compor este capítulo, ou talvez de algum texto sobre astrologia no qual este comentário estivesse contido.

Mas, se por um lado, a explicação fornecida por Isidoro às figuras celestes é caracteristicamente pitagórico-platônica, por outro há algumas diferenças básicas entre a teoria sobre as conjunções estelares dada por Isidoro e aquela de Platão, citada no *Timeu*. Primeiro, que nesta, trata-se da formação da “alma” do mundo e aquela refere-se à formação das figuras geométricas nas conjunções estelares. Segundo, que em Platão trata-se da formação do universo por um demiurgo e em Isidoro quem criou o universo foi Deus. Uma última diferença é que se no *Timeu* os números evidenciam a perfeição do mundo, nesta passagem das *Etimologias*, a presença do número nove, segundo Isidoro, imperfeito, na

⁹³ “Ratio interiores formae. Posset huius loci talis quaestio nasci. Cum in ordine numeri prius VIII sint, hic prius IX poisuit, quoniam in ratione Arithmeticae vel Geometricae plus sunt VIII quam IX. VIII enim cubus est vel solidum, id est corpus quod plus invenire non potest. IX vero superficies sunt, id est res quae plena non est, sed indigeat perfectionem. Hic duo cubi, id est duae soliditates, hoc modo inveniuntur. Senarius primus perfectus est; dividitur enim paribus numeris sic: sexta per as, in tertia per dupondios. (...) Inter primum in ordine, id est X, qui propter primum perfectum numerum cum primo versu multiplicans sexies noveni LIV, novies seni LIV. Facitque materia tot partes habuisse cognoscitur non inmerito duobus, quibus habet unum in tali ordine: I, II, III, IV, IX, VIII alios simul XXVII”. (*Etim.* III, 14)

seqüência numérica 6, 8, 9, 16 e 54 traz um caráter de imperfeição àquelas figuras.

Apesar de Isidoro, ao dissertar acerca da origem da geometria, ter afirmado que na medição da terra estaria a procedência de tal campo do saber e que o estudo dos astros levou a seu desenvolvimento posterior, podemos perceber, nas *Etimologias*, a divisão da geometria em duas, quais sejam, aquela das figuras marcadas empiricamente e a das formas celestes. O distintivo da geometria das grandezas e das formas resultantes da “medida da terra” seria sua origem e seu objeto empíricos. Tal geometria não teria qualquer ligação com a aritmética ou com a música.

A geometria, “ciência dos corpos celestes”, teria sua origem na aritmética e seu objeto seria as figuras formadas pelas conjunções zodiacais. Sua relação com a aritmética e com a música estaria embasada na astrologia, na teoria dos números figurados e na aritmologia.

Ao lado destas duas maneiras de entender a geometria, encontramos, nas *Etimologias*, uma terceira acepção. No livro V, ao expor a importância de cada uma das artes liberais para a medicina, Isidoro afirma que a geometria é necessária:

“no que se refere às qualidades das regiões e lugares adequados nos quais ensina-se que é necessário observar-se a cura.”⁹⁴ (Etim., V, 13)

Neste trecho, como na obra de Capella (VI, 609), há uma confusão entre geometria e geografia. Enfim, a geometria na obra de Isidoro, bem como nas dos autores que ele utilizou como fontes diretas, compõe-se a partir de conceitos e definições provindos da geometria euclidiana, da gramática, da astronomia, da astrologia e da geografia, e neste enleado de definições percebemos a presença constante de grandezas e de formas. Daí, a redução da geometria à “disciplina das grandezas e das formas”.

4. Música

Encontramos as seguintes definições de música na obra de Isidoro:

“A música é a disciplina que expressa os números, os quais intervêm no som.” (Etim., II, 24 e III, Prefácio).

“Música é a bela arte da voz e do gesto, tem em si a correta medida do número e do som, com o conhecimento da perfeita modulação. Ela consta do som, do verbo e do número.” (Dif., II, 39, ML, 94 b).

“Música é a perícia na modulação existente no som e no canto.” (Etim., III, 15).

“Música é a disciplina que consiste nos cantos e nos versos.”⁹⁵ (Etim., I, 2).

A primeira definição é encontrada em três passagens do texto de Cassiodoro⁹⁶ (3, 567, ML 1168 d; 3, 583, ML 1203 c, e 5, 587, ML, 1209 b).

A segunda enunciação parece ser proveniente da combinação de diferentes trechos encontrados em Capella, Agostinho e Cassiodoro. Capella (IX, 969) refere-se à música como a arte dos ritmos e afirma que o ritmo pode ser dividido em:

“movimento do corpo; nos princípios corretos do som e da melodia; e em palavras, que são agrupadas pelas proporções apropriadas que, quando combinadas, produzem o som perfeito. O ritmo na fala

⁹⁴ “Non aliter et Geometriam propter qualitates regionum et locorum situs, in quibus doceat quid quisque observare oporteat.” (Etim., V, 13)

⁹⁵ “Musica est disciplina quae de numeris loquitur qui ad aliquid sunt, his qui inveniuntur in sonis.” (Etim. II, 24 e III, Praefatio).

“Musica est ars spectabilis voce vel gestu, habens in se numerorum ac soni certam dimensionem cum scientia perfectae modulationis. Haec constat ex tribus modis, id est sono, verbis et numeris.” (Dif., II, 39, ML, 94 b).

“Musica est peritia modulationis sono cantuque consistens.” (Etim., III, 15).

“Musica, quae in carminibus cantibusque consistit.” (Etim., I, 2).

⁹⁶ “Musica est disciplina quae de numeris loquitur qui ad aliquid sunt, his qui inveniuntur in sonis.” (CASSIODORO, 3, 567, ML 1168 d; 3, 583, ML 1203 c, e 5, 587, ML, 1209 b).

*pública é dividido por sílabas; na modulação, por ársis e teses; e no gesto por padrões que determinam o movimento.*⁹⁷

Em uma passagem do *De Musica* (I, 3, 4), Agostinho afirma que:

*“A modulação é própria daqueles que cantam e não se perdem na medida das palavras e dos sons; a boa modulação pertence a esta disciplina liberal que é a música.”*⁹⁸

A referência à boa modulação também está presente no texto de Cassiodoro (5, 586, ML, 1209 a) e no de Agostinho (*De Musica*, I, 2, 2), que definem a música como a ciência da modulação correta⁹⁹. Esta definição da música a partir da noção de uma modulação correta está relacionada à tradição musical judaica. Segundo ALGAZI (in ROLLAND-MANUEL (org), s/d, p. 361-363), a Igreja cristã em seus inícios foi buscar na Sinagoga não apenas os hinos santos, mas também a maneira de os cantar. Na liturgia judaica consistia falta grave recitar os livros bíblicos, tais como o Pentateuco, o livro dos Profetas, os Salmos, o Cântico dos Cânticos, Jeremias, Ester, Ruth, Eclesiastes, etc, fora da modulação convencionada. Esta importância da modulação na leitura da Bíblia e sua relação com a tradição judaica está presente em duas passagens do livro VI das *Etimologias*, o qual trata dos livros e ofícios eclesiásticos. Na primeira, Isidoro afirma que:

“O livro dos Salmos se intitula Saltério em grego; Mabla em hebreu; e Organo em latim. Chamou-se livro dos Salmos porque um profeta o cantava com o acompanhamento de um saltério e o coro respondia

⁹⁷ “Rhythm involves the visual and auditory senses, these too may be divided into three types: into motion of the body; into proper regulation of sounds and melody; and into words, which are grouped by suitable proportions into measures and which, when combined, produce a perfect song. Rhythm in public speaking is divided by syllables; in modulation, by arsis and thesis; and in gesture by patterns and determinate motions.” (CAPELLA, IX, 969, tradução de STAHL, W. H. e BURGE, E. L).

⁹⁸ “Nam modulatio ad quemvis cantorem, tantum qui non erret in illis dimensionibus vocum ac sonorum; bona vero modulatio ad hanc liberarem disciplinam, id est ad musicam, pertinere arbitranda est.” (AGOSTINHO, *De Mus.*, I, 3, 4).

⁹⁹ “Musica quippe est scientia bene modulandi” (CASSIODORO, 5, 586, ML, 1209 a) e “Musica est scientia bene modulandi.” (AGOSTINHO, *De Mus.*, I, 2, 2).

em tom igual. O título hebraico que aparece nos Salmos é Séfer Tehil-lim, que se traduz por livro dos hinos.”¹⁰⁰ (Etim., VI, 2)

Na segunda passagem, Isidoro põe em relevo a importância da modulação na leitura dos Salmos:

“No canto se precisa de modulação. (...) Salmo se diz do canto entoado com acompanhamento do saltério.”¹⁰¹ (Etim., VI, 19)

Na segunda definição isidoriana de música, exposta acima, a música é composta pelo gesto, pelas palavras e pelo número. A tripartição da música é encontrada em Capella e em Agostinho, como vimos nas citações anteriores, e em Platão (*Rep.*, III, 398 a-d) que divide a música em discursos, canto e melodia; a melodia, por sua vez, em palavras (*logoi*), harmonia e número. Segundo TIBY (in ROLLAND-MANUEL (org), s/d, p. 390), na Antigüidade Clássica grega, a poesia, a música e a dança apresentavam-se como um todo nas diferentes formas da lírica coral. A música instrumental estava subordinada ao canto, de modo que o instrumento seguia a mesma linha melódica que a voz. Do mesmo modo, a dança e o gesto estavam em segundo lugar, após a voz, mesmo que esta estivesse sendo utilizada para cantar ou para recitar versos. Esta primazia musical da palavra encontra-se nos saberes acerca da música apresentados por Isidoro, de modo que das quatro definições dadas, três referem-se à palavra (verbo), esteja ela ligada ao canto ou aos versos. A última definição marca a música a partir, somente, do canto e dos versos e este fato, sem dúvida, está ligado à importância da prática da leitura bíblica na liturgia cristã. Esta ligação entre música e gramática, em Isidoro, pode também ser percebida pelo fato do bispo sevilhano colocar o estudo da métrica no livro II das *Etimologias*, dedicado à gramática.

Não encontramos a fonte dessa última definição de música apresentada por Isidoro (*“música é a disciplina que consiste nos cantos e nos versos”*), porém,

¹⁰⁰ “Psalmorum liber Graece psalterium, Hebraice nable, latine organum dicitur. Vocatus autem psalmorum [liber] quod, uno propheta canente ad psalterium, chorus consonando responderet. Titulus autem in psalmis Hebraicus ita est, Sepher Thehilim, quod interpretatur volumen hymnorum.” (*Etim.*, VI, 2).

¹⁰¹ “Illic [psalmus vel hymnus] enim modulatio. (...) Psalmus autem dicitur qui cantatur ad Psalterium.” (*Etim.*, VI, 19).

ela pode ser proveniente da terceira; ou de uma síntese realizada a partir do tratado *De Musica* de Agostinho, uma vez que nele, quatro dos seis capítulos tratam de analisar a importância da música para se escandir versos e frases bíblicas; ou do capítulo 14 do *De Ordine* intitulado “Musica et Poesia – Versus”, no qual Agostinho disserta sobre as relações entre música, verso e poesia, e narra a origem da palavra “verso” e o significado de “ritmo”. Outra possibilidade para a origem daquela definição isidoriana é a de que ela provenha de uma fonte que concebe a música como uma técnica necessária à prática do canto e da declamação de poesias. Isso explicaria as diferentes maneiras utilizadas pelo bispo de Sevilha para referir-se à música, quais sejam, “disciplina”, que, segundo Isidoro, teria o mesmo significado de arte, ciência e filosofia, e seria, portanto, algo que se apreende por meio do intelecto (*Etim.*, I, 1 e II, 24); e “perícia” (*peritia*) que seria o conhecimento adquirido pela experiência.

A outra definição de música que faz menção específica ao canto é a terceira. Conforme os tradutores da edição das *Etimologias*, sobre a qual trabalhamos, RETA e CASQUERO (1982, p. 442, nota 29), tal definição (“*Música é a perícia na modulação existente no som e no canto*”) está calcada naquela dada à música por Censorino (*De die natali*, 10,3) que é, por sua vez, uma adaptação daquela de Varrão.

Desde a Antigüidade, a música fazia parte do programa das artes liberais, porém, ora a tradição relacionava-a com a gramática, ora com as matemáticas. Cícero (*De Oratore*, I, 187 e III, 127 apud GILSON, 1995, p. 205) inseria a música na matemática. Para Quintiliano, a música deveria ser estudada como auxiliar da gramática (cf. GILSON, 1995, p. 207). Conforme já comentamos aqui, no *De Ordine*, Agostinho relacionava explicitamente a gramática e a música, intitulando o capítulo 14 do livro II de “Música e Poética – Versos”. Como vimos, esta associação entre música e gramática está presente também na obra de Isidoro e, apesar de este autor inserir esta arte no quadrivium, os números desempenham pequeno papel na parte do livro III das *Etimologias* dedicada à música. Esta relação se faz presente tanto na primeira como na segunda definições de música

apresentadas por Isidoro (*“A música é a disciplina que expressa os números, os quais intervêm no som.”* e *“Música é a bela arte da voz e do gesto, tem em si a correta medida do número e do som, com o conhecimento da perfeita modulação. Ela consta do som, do verbo e do número.”*), indicando uma tradição que, como vimos, remonta aos pitagóricos.

Tal tradição está presente na obra de Nicômaco (I, 3, 1) que define a música como “o estudo dos números ‘relativos’” e em Boécio (De Arithm, I, 1, ML, 1081 b) que, além de utilizar-se desta mesma definição, dedica os cinco livros de seu tratado *De Musica* ao estudo das relações numéricas existentes na harmonia musical. Mas, antes deles, Platão (*Rep.*, VII, 531 c), assim como os pitagóricos, colocava a música, ou seja, a ciência da harmonia, entre as matemáticas. No *Timeu* (35 a), encontramos uma explicação da importância do conhecimento deste campo do saber para a compreensão do universo, já que a alma do mundo teria sido criada do seguinte modo:

“Da combinação entre a substância do indivisível que, é sempre a mesma, e do divisível que nasce nos corpos, compôs a terceira. (...) Depois de aprestar uma unidade a estes três elementos, dividiu-a em tantas partes quantas era conveniente haver, cada uma constante de uma liga do Mesmo, do Outro e da Existência. Nesta divisão adotou o seguinte critério: inicialmente separou uma parte do conjunto, depois mais outra, o dobro da primeira, e uma terceira, uma vez e meia maior do que a segunda e o triplo da primeira; depois a quarta o dobro da segunda, e a quinta, o triplo da terceira, e mais a sexta, o óctuplo da primeira, e por último a sétima, vinte e sete vezes maior do que a primeira. De seguida, preencheu os intervalos duplos e triplos com outras porções que tirou da mistura original e as dispôs nos intervalos de forma que houvesse em cada intervalo duas mediedades, sendo que uma, a harmônica, ultrapassava um dos extremos e era ultrapassada por outro de igual fração dos extremos,

e a outra, a aritmética, ultrapassando cada extremo de número igual do que era ultrapassado pelo outro. (...)

Ou seja, a partir da natureza da Existência, que seria o 1, do Outro, isto é, o 2 e do Mesmo que seria o 3, formou-se uma liga, posteriormente dividida da seguinte maneira: uma primeira parte seria o 1; o dobro dela, 2; o triplo da primeira e uma vez e meia a segunda, isto é, 3; o dobro da segunda, 4; triplo da terceira, 9; oito vezes a primeira, 8; e por fim, vinte e sete vezes a primeira, 27. A partir destes números determinou as médias.

Vamos utilizar as definições de proporção aritmética e harmônica encontradas em Nicômaco para determinarmos quais seriam os números que deveriam ser interpolados nesta primeira série de números citada por Platão.

“Tem-se uma proporção aritmética quando três ou mais termos são ordenados em sucessão, ou seja, há uma mesma diferença entre dois termos sucessivos. Por exemplo, 1, 2, 3, 4, 5 (...)” (II, 23, 1).

“Tem-se uma proporção harmônica quando o maior termo está para o menor, assim como a diferença entre o maior e o termo médio está para a diferença entre o termo médio e o menor. Por exemplo, 3, 4 e 6”. (II, 25, 1).

Considerando tais definições e a série 1, 2, 3, 4, 8, 9 e 27, se estivermos buscando trabalhar apenas com números inteiros, o primeiro número a ser interpolado seria o seis, pois na série 2, 3, 4, 6, temos, por um lado uma média harmônica entre os extremos que seria, pela definição acima: $\frac{6-3}{3-2} = \frac{6}{2}$. Por outro lado, nesta mesma série, temos uma média aritmética, pois: $(4-2) = (6-4)$.

O próximo número a ser interpolado seria o 12, pois na série 6, 8, 9, 12, temos uma média harmônica, qual seja, 8, e uma aritmética que é o 9. Assim, a série inicial de Platão, transformou-se na seguinte: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12. Por esta forma de raciocínio poderíamos estender a série o quando quiséssemos, no entanto o que nos interessa agora é compreender o significado de tais séries.

Para tanto, vamos considerar o intervalo entre um e dois. Neste intervalo, teríamos as seguintes médias¹⁰²:

$$\text{Harmônica: } \frac{2 \cdot 1 \cdot 2}{1 + 2} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Aritmética: } \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2}$$

ou seja, estamos diante do harmonia musical pitagórica dó (1), fá ($\frac{4}{3}$), sol ($\frac{3}{2}$), dó (2). Isto significa que, se tivéssemos um monocórdio cuja corda medisse 6 cm, o som a partir da colocação da clave tanto em 6 cm quanto em seu dobro seria o dó, em $\frac{4}{3}$ de 6 cm, o fá, e em $\frac{3}{2}$ de 6 cm o sol. No caso das séries musicais teríamos sempre estas mesmas notas, o que nos leva a concluir que, para Platão, bem como para os pitagóricos, a alma do mundo teria surgido a partir desta harmonia musical¹⁰³. Por terem sido formados a partir de uma harmonia musical, seria inerente aos astros uma sucessão de sons determinada por relações numéricas. O conjunto dos sons de todos os astros era o que se denominava por "harmonia das esferas". Estas considerações indicam-nos como a aritmética, a música e a astronomia ganharam unidade na filosofia de Platão e, antes dele, nas teorias pitagóricas.

Entretanto, a concepção numérica de música não era hegemônica na Grécia antiga. Aristóxeno de Tarento (sec. IV a. C.), autor de tratados sobre a música, tais como os *Elementos Harmônicos* e os *Elementos Rítmicos*, divergia desta concepção e, para isto, apoiava-se na prática empírica dos artistas:

¹⁰² Nestes cálculos não utilizamos aquelas definições de média aritmética e harmônica expostas acima, mas as fórmulas de determinação destas médias. Dados dois extremos a e b:

$$\text{Média harmônica} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a + b}$$

$$\text{Média aritmética} = \frac{a + b}{2}$$

¹⁰³ Atualmente, entendemos por harmonia musical o resultado da ressonância simultânea de vários sons de alturas diversas, mas, para os gregos da Antigüidade, uma harmonia significava uma sucessão bem ordenada de sons num esquema modal. (cf. TIBY, in ROLLAND-MANUEL, s/d, p. 374)

“Nós provaremos por demonstrações que estão de acordo com os fenômenos e que se opõem àquelas dos teóricos que nos têm precedido. Alguns sustentam pontos de vista perfeitamente estranhos ao sujeito e descartam as sensações como inexatas: para isto, eles inventam causas que ressaltam o intelecto e dizem que a diferença da altura de tons repousa sobre determinadas relações de números e de velocidade.” (apud SZABÓ, 1977, p. 124).

Enquanto para Aristóximo a apreensão da música se fazia por meio dos sentidos, para Platão, o estudo da música não deveria apelar aos sentidos, mas apenas ao intelecto:

“SÓCRATES: Os seus cultores limitam esta ciência [música] à medida dos tons e consonâncias sensíveis, trabalho inútil como o dos astrônomos.

GLAUCO: É realmente ridículo, ouvir nossos músicos falarem continuamente em gamas diatônicas, em ouvidos atentos como para surpreender a conversa de seus vizinhos.” (Rep., VII, 531 a).

Segundo TIBY (in ROLLAND-MANUEL (org), s/d, p. 424), a luta entre estas duas tendências opostas perdurou não apenas na Antigüidade, mas também na Idade Média, não obstante os autores do medievo colocarem a música entre as disciplinas do quadrivium. É o que podemos observar nas obras de Agostinho. *De Musica* é composto por seis livros. Apesar de, no primeiro, ser feito um estudo sobre os números da música, os quatro livros seguintes são dedicados à análise das relações entre a música e os versos, e, no sexto livro, encontramos uma tentativa de se realizar a união do sensível e do inteligível no que se refere ao estudo da música. Um século depois de Agostinho, Boécio contrapõe em seu *De Musica* as teorias pitagóricas (livros I e II) e aquelas de Aristóximo (livro III).

Esta mesma divergência é encontrada na obra de Isidoro, pois se por um lado, Isidoro dá primazia às palavras em seus capítulos sobre música, por outro, coloca-a dentre as disciplinas do quadrivium, apesar de os números da harmonia musical pitagórica estarem contidos nas *Etimologias* em apenas três passagens.

6, 8, 9 e 12, como podemos observar pelo esquema acima. Determinando os números intermediários da série de Proclo, teremos o seguinte:

384 432 486 512 576 648 729 768

As razões entre números sucessivos desta seqüência numérica serão:

$\frac{432}{384} = \frac{486}{432} = \frac{576}{512} = \frac{648}{576} = \frac{729}{648} = \frac{9}{8}$, que segundo Isidoro, representa um tom musical.

As frações $\frac{512}{486}$ e $\frac{768}{729}$ representam semi-tons. Assim, aquela série numérica

pode ser expressa na seguinte seqüência de freqüências musicais:

tom tom semi-tom tom tom tom semi-tom, que é a estrutura do modo grego dórico. É importante lembrar que os gregos consideravam a escala musical sempre em sentido descendente, por isso os modos gregos começavam em notas diferentes das dos homônimos eclesiásticos¹⁰⁵.

A série numérica que podemos observar no esquema musical de Isidoro é:

432 486 512 576 648 729 768 864, ou seja, a seqüência musical:

tom semi-tom tom tom tom semi-tom tom, que corresponde ao modo grego frígio.

O núcleo do sistema musical grego da Antigüidade era o modo dórico, compreendido entre dois mi sucessivos, em uma escala descendente; acima dele estavam os modos hipolídio, constituído entre dois fá; hipsofrígio, compreendido entre dois sol; e hipodórico, entre dois lá; e abaixo dele o frígio, compreendido entre dois ré; o lídio, entre dois dó, e o mixolídio, entre dois si, sempre em escalas descendentes. Platão (*Rep.*, III, 398 e - 399 c), ao discutir qual seria a educação ideal para os guerreiros, assevera o seguinte sobre tais harmonias musicais:

“SOCRÁTES: Quais são as melodias efeminadas e em voga nos festins?”

GLAUCO: A jônica e a lídia que se chamam harmonias laxas.

SÓCRATES: De tais harmonias, meu amigo, podem advir benefícios aos guerreiros?

GLAUCO: Nenhum, e assim não nos restam outras que a dórica e a frígia.

SÓCRATES: Não conheço todas as harmonias pelos nomes, mas separa-me uma forte, que imite adequadamente o tom e os acentos másculos de um homem de valor (...) e outra mais calma, própria das ações pacíficas e sem violência, mas voluntariosa, e que convém ao homem que invoca a Deus e lhe faz preces, ou persuade aos homens por lições e conselhos, ou se mostra, ele próprio, sensível às preces, às lições e conselhos do próximo e, quando bem sucedido, jamais se enche de orgulho, antes se mostra moderado e sábio em toda sua conduta e contente com tudo o que lhe sucede. (...)

GLAUCO: As harmonias que me convidas a reservar são precisamente as duas últimas que acabo de nomear.”

Esta passagem da República nos deixa entrever a característica de alguns dos modos musicais gregos. Dentre eles, aqueles que nos interessam no momento, o modo dórico, apresentado na seqüência de Proclo e o frígio, encontrado na seqüência de Isidoro. Para Platão, deveria haver um controle sobre os modos musicais inseridos na educação do guerreiro.

A Igreja também buscava determinar qual deveria ser o tipo de música praticada entre os cristãos. Segundo CORBIN (in ROLLAND-MANUEL (org), s/d, p. 629) entre os séculos IV e VI a Igreja

¹⁰⁵ Segundo CORBIN (in ROLLAND-MANUEL, s/d, p. 640-653), a organização feita por Santo Ambrosio “do repertório milanês não se tratava, a princípio, de cantos litúrgicos, mas sim populares, não podendo a sua forma atual trazer alguma contribuição para a formulação de hipóteses acerca do repositório ritual.” Por outro lado, somente no ano de 770, a partir da busca de uma tradição única que se procurava dar força de autoridade, o repertório de Gregório passou a ser utilizado, e tal repertório não era o canto-plano que designamos, atualmente, “gregoriano”.

“não aceita a música senão como condição de aperfeiçoamento moral e como parte do culto divino. Não lhe interessa a música como arte; para ela, a Igreja, a melodia tem uma função muito característica, a função de firmar um texto, ou seja, uma doutrina. Quanto à música profana, proíbe-a expressamente: tem-na na conta de perigosa para os cristãos, mesmo fora do templo. (...) A Igreja Latina – e isto desde os seus princípios – determinou que a sua música fosse de caráter somente espiritual. (...) O que se pretende é moralizar: o recolhimento, a paz, o desapego do mundo visível e tudo o que seja terreno. Mais ainda: não é a perfeição das vozes que agrada a Deus; mas a candura das intenções, mesmo que o canto seja de pouca valia (isso foi escrito por S. Jerônimo, mas poderia subscrevê-lo qualquer liturgista).”

O modo frígio era o que melhor se adequava a essas limitações colocadas à música pela Igreja, conforme podemos notar pelos comentários tecidos sobre ele por Platão. A música que ficou característica da Igreja cristã naquele período foi o canto-chão, um canto no qual a solfa era submissa ao texto.

A mudança realizada por Isidoro no diagrama acima, do modo dórico para o modo em frígio, pode estar relacionada ao canto-chão e ao contexto de sua produção, mas também a uma passagem do texto de Boécio (*De Mus.*, I, 1, ML, 1170 b), no qual afirma que Pitágoras, ao examinar o curso das estrelas, compreendeu que elas foram colocadas em movimento pelo som do modo frígio. Tal passagem de Boécio demonstra uma adaptação das teorias pitagórico-platônicas aos ideais cristãos de música, uma vez que na obra do neoplatônico Proclo, a alma do mundo havia sido criada a partir do modo em mi.

Porém, se por um lado, Isidoro desenvolveu seu esquema explicativo da formação das figuras celestes a partir do modo em ré, mais adequado às exigências musicais cristãs, por outro lado, refere-se (*Etim.*, III, 20) aos quinze tipos diferentes de harmonia – desde o mais agudo que seria o hiperlídio ao mais grave, o hipodório – estabelecidos, segundo Isidoro, pelos músicos. Tal referência

foi feita apesar da proibição, pela Igreja, da música pagã. Mas, Isidoro, ao contrário de Cassiodoro (IV, 587, 588, ML, 1210,1211), não se alonga na explicação de como seria cada um desses modos.

Na análise etimológica, Isidoro, assim como Agostinho¹⁰⁶ (*De Ordine*, 14, 41) faz derivar “música” de “musa”:

“Chama-se música por derivar de ‘musa’. (...) Seus cantos, sendo coisas sensíveis, perdem-se no passado e se imprimem na memória. Por isso os poetas imaginam que as Musas sejam filhas de Júpiter e Memória, pois se os sons não se gravassem na memória se perderiam, uma vez que não podem ser escritos.”¹⁰⁷ (Etim., III, 15)

Dois pontos chamam nossa atenção nesta passagem. O primeiro é a declaração de ser a música uma “*coisa sensível*”, apesar de ela ter sido definida em três momentos anteriores como uma disciplina (*Etim.*, II, 24; III, Prefácio; e I, 2), o que nos remete, novamente, ao antagonismo entre sensível e inteligível na música. O outro ponto é a afirmação sobre a necessidade da memória para a sobrevivência da música, devido ao fato de esta última não poder ser escrita, naquela época. Tal passagem mostra-nos que Isidoro desconhecia qualquer notação musical. Segundo TIBY (in ROLLAND-MANUEL (org), s/d, p. 395), entre os gregos, desde o século V a. C. era utilizada uma notação musical denominada por notação alfabética, uma vez que era baseada em letras do alfabeto e sinais semelhantes. Porém, no período que vai de Alexandre a Augusto, tal notação foi se tornando, cada vez mais, conhecimento de uma minoria especializada, o que acarretou seu lento desaparecimento. No *De Musica* (IV, 3) de Boécio, encontramos uma longa explanação sobre esta notação grega, porém, ao que tudo indica, a cultura cristã medieval não a utilizou e isto talvez se deva à restrição da Igreja à música pagã. Somente no século IX foi desenvolvida a

¹⁰⁶ “Sonus autem quia sensibilis res est praeterfluit in praeterium tempus imprimiturque memoriae, rationabili mendacio iam poetis favente ratione (quaerendumne quid propagini similiter inesset?) Iovis et Memoriae filias Musas esse confictum est. Unde ista disciplina sensus intellectusque particeps musicae nomen invenit.” (*De Ordine*, 14, 41)

notação musical baseada nos *neumas*, que eram derivados dos acentos gramaticais. Sendo assim, Isidoro evidencia para nós uma música cristã de tradição oral, fundada na memória.

Em relação aos inventores da música, Isidoro (*Etim.*, III, 16) afirma que:

“Moisés diz que o inventor da arte da música foi Túbal, da estirpe de Caim que viveu antes do dilúvio. Por sua parte, os gregos afirmam que foi Pitágoras quem lançou os alicerces dessa arte, inspirando-se no som dos martelos e da percussão de cordas tensas. Outros sustentam que os primeiros a sobressair-se na arte musical foram o tebano Lino, Zeto e Anfión”¹⁰⁸.

A referência a Túbal como inventor da música é oriunda do Gênesis (4:21). A referência a Pitágoras e sua hipotética experiência com o som dos martelos e de cordas tensas é encontrada em Cassiodoro¹⁰⁹ (5, 586, ML, 1208 c). Segundo FOINTAINE (1959, p. 422), o trecho que cita os nomes de Lino, Zeto e Anfión foi retirado da *Crônica* de Eusébio (sec. IV), através da tradução latina de Jerônimo. Na apresentação dos possíveis inventores da música transparece a hierarquia entre o personagem bíblico e os demais.

Isidoro apresenta duas classificações para a música. Na primeira, a música é dividida em harmônica, ou seja, a parte da música que distingue os sons graves dos agudos; a rítmica, relacionada ao som das palavras; e a métrica que seria aquela que levaria em conta as diversas medidas da música. Esta classificação é encontrada em *Capella* (IX, 936) e em Cassiodoro (IV, 587, ML 1209 b) de quem Isidoro retirou aquela classificação e respectivas definições. É interessante observar que a rítmica, que em Agostinho (*De Musica*, III, 2, 2) é definida como os números da música e em *CAPELLA* (IX, 936) como a parte da música a qual

¹⁰⁷ “Musica per derivatione a Musis. (...) Quarum sonus, quia sensibilis res est, et praeterfluit impraeteritum tempus imprimiturque memoriae. Inde a poetis Iovis e Memoriae filias Musas esse confictum est. Nisi enim ab homine memoria teneantur soni, pereunt, quia scribi non possunt.” (*Etim.*, III, 15)

¹⁰⁸ “Moyses dicit repertorem musicae artis fuisse Tubal, qui fuit de stirpe Cain ante diluvium. Graeci vero Pythagoram dicunt huius artis invenisse primordia ex malleorum sonitu et chordarum extensione percursa. Alii Linum Thebaeum et Zetum et Amphion in musica arte primos claruisse ferunt”. (*Etim.*, III, 16)

¹⁰⁹ “Gaudenius quidam, de musica scribas, Pythagoras dicit hujus rei invenisse primordia ex malleorum sonitu et chordarum extensione percursa.” (CASSIODORO, 5, 586, ML, 1208 c).

pertence à métrica, nas *Etimologias* perde totalmente sua característica numérica, pois segundo Isidoro:

“Rítmica é a parte que requer o concurso das palavras e determina se o som se adapta bem ou mal a elas.”(Etim., III, 18)

A segunda divisão da música é em harmônica, que seria a formada pela modulação da voz; a orgânica que consistiria no som produzido pelo sopro; e a rítmica, produzida pela pulsação. Esta classificação é encontrada em *Capella* (IX, 936) e em *Agostinho (De Ordine, II, 14, 39)*.

Enquanto a primeira classificação tem a característica de ser mais teórica, a segunda está mais voltada para a prática musical. Enquanto a primeira limita-se ao capítulo 18, no qual as definições são expostas sucintamente, a segunda é composta por quatro capítulos, quais sejam, o dezanove, o vinte, o vinte e um e o vinte e dois, nos quais as características da música harmônica, da orgânica e da rítmica são extensamente exploradas, o que nos indica a prioridade da música prática em detrimento da teórica, na obra de Isidoro.

É interessante notar que das quatro partes que compõem a matemática, Isidoro refere-se à importância de apenas duas, quais sejam, a aritmética (III, 4) e a música (III, 17), sendo que o capítulo que trata da importância desta última intitula-se “Qual o poder da música” (*Quid possit Musica*). Ao referir-se a esse poder da música, Isidoro (III, 17) expressa-se da seguinte maneira:

“1. Em consequência, nenhuma disciplina pode ser perfeita sem a música, sem ela nada existe. Afirma-se que o mundo mesmo foi composto de acordo com uma certa harmonia de sons e que inclusive o céu gira sob a influência modular da harmonia. A música move os afetos e provoca diferentes sensações. 2. Nas batalhas, os acordes das trombetas excitam os combatentes, e quanto mais exaltado é seu som, tanto maior é o ardor no combate. O canto anima também os remadores, a música propicia o espírito para entregarem-se ao trabalho, as melodias atenuam a fadiga que provoca qualquer tipo de ocupação. A música aplaca os ânimos

excitados, como se lêem em David, quem por meio da arte musical, liberou a Saul do espírito imundo. As bestas mesmo, como as serpentes, as aves e os delfins se sentem atraídas pela música e escutam sua harmonia. E inclusive quando falamos, e também as íntimas pulsações de nossas veias mostram por seus ritmos cadenciados seu vínculo às virtudes da harmonia.”¹¹⁰

O início desta passagem nos faz recordar o trecho sobre a importância do número, em que Isidoro afirma “*suprime o número de todas as coisas e tudo se extingue*” (*Etim.*, III, 4) e pode ter sido retirada do excerto de Cassiodoro (5, 586, ML, 1209 a) no qual lemos:

O céu e a terra, bem como tudo o que neles de superior foi feito e distribuído não é nada sem a disciplina da música”¹¹¹

Após afirmar que sem a música nada existe, Isidoro utiliza a expressão “*Nam et ipse*” para introduzir a frase seguinte. Podemos dar a essa expressão o sentido de “isso é autenticamente demonstrado”, já que *nam* significa “na verdade, porque”, mas também, é uma conjunção explicativa ou demonstrativa e serve para introduzir uma justificativa e uma confirmação especial a uma afirmação geral. *Ipsa* pode significar “o próprio”, mas também é utilizado para demonstrar exatidão ou autenticidade. Como *nam* está ligado a *ipse* pela conjunção aditiva *et*, o melhor significado para *ipse* seria o segundo. Sendo assim, Isidoro, para demonstrar a veracidade do poder da música levanta uma série de exemplos que vão do macrocosmo ao microcosmo. O primeiro exemplo citado está relacionado ao discurso sobre composição do mundo e o do

¹¹⁰ Itaque sine Musica nulla disciplina potest esse perfecta, nihil enim sine illa. Nam et ipse mundus quadam harmonia sonorum fertur esse compositus, et caelum ipsud sub harmoniae modulatione revolvit. Musica movet affectus, provocat in diversum habitum sensus. 2. In proeliis quoque tubae concentus pugnantes accendit, et quanto vehementior fuerit clangor, tanto fit ad certamen animus fortior. Siquidem et remiges singulorum operum fatigationem modulatio vocis solatur. Excitos quoque animos Musica sedat, sicut de David legitur, qui ab spiritu immundo Saulem arte modulationis eripuit. Ipsas quoque bestias, necnon et serpentes, volucres atque delphinas ad auditum suae modulationis Musica provocat. Sed et quidquid loquimur, vel intrinsecus venarum pulsibus commovemur, per musicos rythmos harmoniae virtutibus probatur esse sociatum.” (*Etim.*, III, 17)

¹¹¹ “coelum quoque et terram, vel omnia quae in eis dispensatione superna peraguntur, non sunt sine musica disciplina.” (CASSIODORO, 5, 586, ML, 1209 a)

movimento do céu a partir da harmonia musical, discurso este pitagórico-platônico.

A seguir, Isidoro refere-se ao poder da música na dimensão psicológica, pois ela seria capaz de mover afetos, excitar os ânimos e acalmar a fadiga. A referência ao uso da música para incitar ao combate podem ser encontrados em Capella¹¹² (IX, 925), e na Bíblia, no livro de Josué¹¹³ (6:9), trombetas são tocadas por ocasião da batalha da tomada de Jericó. A referência ao canto para animar os remadores é uma alusão a uma prática utilizada entre os gregos da Antiguidade, pois segundo TIBY (in ROLLAND-MANUEL (org), s/d, p. 388), aquele povo marcava a cadência dos remadores, dos soldados e dos ginastas por meio do toque do instrumento musical denominado aulo.

Segundo Isidoro *“as melodias atenuam a fadiga que provoca qualquer tipo de ocupação. A música aplaca os ânimos excitados, como se lêem em David, quem por meio da arte musical, liberou a Saul do espírito imundo”*. No livro IV, Isidoro reitera o poder da música no tratamento de doenças, pois:

*“muitas são as doenças que, como pode ler-se nos livros, têm sido tratadas utilizando esta disciplina: assim se lê de David que, servindo-se da música, libertou a Saul do espírito imundo. Também o médico Asclepiades devolveu por meio dela o estado de saúde a um enfermo atacado de loucura.”*¹¹⁴ (Etim., IV, 13).

Este excerto, bem como o citado antes dele, são provenientes da passagem bíblica contida no livro de Samuel (16:23) e daquela contida na obra de Capella (IX, 926) na qual a Harmonia, em sua exposição no Olimpo, afirma que:

“Eu tenho freqüentemente recitado cantos os quais têm tido efeitos terapêuticos sobre mentes desarranjadas e corpos doentes; eu tenho acabado com a loucura e restaurado a saúde por meio da

¹¹² “And were not military campaigns and victories in all parts of de world accomplished through my [the Harmony] songs? (CAPELLA, IX, 926)

¹¹³ “Os homens armados iam adiante dos sacerdotes que tocavam as trombetas, e a retaguarda seguia após a arca, os sacerdotes sempre tocando as trombetas.” (Js, 6:9)

consonância, um tratamento que o médico Asclepiades aprendeu comigo.”¹¹⁵

Isidoro estende este poder da música sobre a mente dos homens à mente dos animais, pois *“as serpentes, as aves e os delfins se sentem atraídos pela música”*. É em *Capella*¹¹⁶ (IX, 927) que encontramos comentários acerca do poder da música sobre os animais.

O último exemplo utilizado por Isidoro pertence à dimensão fisiológica, qual seja, na pulsação de nossas veias encontram-se ritmos cadenciados. *Capella* (IX, 926), ao escrever que *“Herophilus checava o pulso de seus pacientes comparando ritmos”*, foi, provavelmente, a fonte do bispo sevilhano, nesta passagem.

Observamos que as duas fontes mais utilizadas por Isidoro para exemplificar o poder da música foram a Bíblia e *Capella* e é deste último que advém a crença pitagórica de que a música estaria presente desde a formação dos astros até a constituição íntima do corpo humano. A crença de que a música permearia o macrocosmo e o microcosmo está expressa na seguinte passagem das *Etimologias* (III, 23):

“Da mesma maneira que este princípio da harmonia tem no mundo sua origem – no movimento dos círculos – assim também, no microcosmo, possuem tão grande influência no que se refere ao som, que é impossível conceber que o homem careça da perfeição que entranha a harmonia.”¹¹⁷ (Etim., III, 23).

¹¹⁴ “Porro Musica incognita illi non erit, nam multa sunt quae in aegris hominibus per hanc disciplinam facta leguntur, sicut David legitur, qui ab spiritu immundo Saulem arte modulationes eripuit. Asclepiades quoque medicus phreneticum quedam per symphoniam sanitati restituit.” (*Etim.*, IV, 13)

¹¹⁵ “I have frequently recited chants that have had a therapeutic effect upon deranged minds and ailing bodies; I have restored the mad to health through consonance, a treatment which the physician Asclepiades learned from me.” (*CAPELLA*, IX, 926)

¹¹⁶ “it is common knowledge that birds are attracted by reed pipes and that rattles pacify crying infants; and string instruments have won dolphins over to the friendship of man. It is even reported that cobras are charmed by music and their bodies burst asunder from the effect. (*CAPELLA*, IX, 927-928)

¹¹⁷ “Sed haec ratio quemadmodum in mundo est ex volubilitate circularum, ita et in microcosmo in tantum praeter vocem valet, ut sine ipsius perfectione etiam homo symphoniiis carens non constet.” (*ISIDORO*, III, 23)

Esta última passagem está contida no capítulo intitulado “Sobre os números da música” que encerra o estudo da música dentro do quadrivium. Nele Isidoro, novamente, explica como determinar a seqüência numérica 6, 8, 9 e 12 a partir de 6 e 12. E aqui estes números estão explicitamente relacionados com o “movimento dos círculos”, ou seja, com o movimento dos astros.

Podemos concluir que a música, assim como a aritmética, está presente em circunstâncias cotidianas, pois ela:

“é utilizada não somente nas cerimônias religiosas, mas também em todo tipo de solenidade e em todas as circunstâncias alegres ou tristes. Pois do mesmo modo que se cantavam hinos nos cultos religiosos, assim também nas bodas se entoavam cantos de hinos e nos funerais, lamentos ao som da tibia. Nos banquetes, a lira ou a cítara passava de mão em mão e se organizava entre os comensais um canto do tipo convival.”¹¹⁸ (Etim., III, 16).

Nestas situações, a música estava relacionada à palavra e à poesia, isto é, à gramática, e teria muito pouco a ver com os números. Daí a importância de se conhecerem as regras de escanção de versos e de se utilizar a memória para que as músicas não sejam esquecidas.

Por outro lado, apesar dos capítulos sobre música relacionarem-na muito pouco aos números, é a concepção pitagórica numérica da música que explicaria seu “poder” fornecendo-lhe um caráter metafísico. Tanto quanto a ciência dos números, a música, para Isidoro, far-se-ia presente desde a constituição do corpo humano até aquela dos astros. As figuras formadas pelas conjunções zodiacais, ou seja, a geometria dos corpos celestes, deixar-nos-ia vislumbrar esta harmonia universal que teria sua origem nos números. O que estaria fornecendo unidade à aritmética, à geometria e à música seria a astronomia. É com a astronomia que

¹¹⁸ *Interponebatur autem non modo sacris, sed et omnibus sollemnibus, omnibusque laetis vel tristoribus rebus. Vt enim in veneratione divina hymni, ita in nuptiis hymenaei, et in funeribus threni, et lamenta ad tibias caneantur. In conviviis vero lyra vel cithara circumferebatur, et accubantibus singulis ordinabatur conviviale genus canticorum.”(Etim., III, 16).*

Isidoro encerra sua exposição sobre o quadrivium nas *Etimologias* e é sobre ela que discorreremos a seguir.

4. Astronomia

O estudo da astronomia ocupa um grande espaço dentre as obras de Isidoro que tratam do quadrivium. Quase metade do livro III das *Etimologias* é dedicado a esta disciplina, parte do livro XIII desta mesma obra expõe algumas noções astronômicas. Este livro XIII, intitulado “Acerca do mundo” é uma versão recomposta do tratado *De natura rerum*, escrito, como já havíamos comentado, a pedido do rei Sisebuto.

As definições de astronomia encontradas na obra isidoriana, procedem das de Cassiodoro¹¹⁹. São elas:

“A astronomia aborda as leis dos astros.” (Etim., I, 2).

*“Astronomia é a disciplina que **contempla** os cursos celestes de todas as figuras siderais e indaga, pela razão, as posições respectivas das estrelas em relação a si mesmas e em relação à terra.” (Etim., II, 24, grifo nosso).*

*“Astronomia é a disciplina que **contempla** o curso dos astros no céu, todas as suas figuras, e a posição das estrelas.” (Etim., III, Prefácio, grifo nosso).*

“Astronomia é a lei dos astros, a qual indaga, pela razão, o curso dos astros, suas figuras e as posições das estrelas em relação a si mesmas e em relação à terra.” (Etim., III, 24).

“Astronomia é a lei dos astros.”¹²⁰ (Dif., II, 39, ML, 94 b)

¹¹⁹ “Astronomia itaque dicitur, unde nobis sermo est, astrorum lex.” (CASSIODORO, 7, 590, ML, 1216 d)
 “Astronomia est itaque, sicut jam dictum est, disciplina quae cursus coelestium siderum et figuras contemplatur omnes, et habitudines stellarum circa se et circa terram indagabili ratione percurrit.” (CASSIODORO, 7, 590, ML 1217 a, e 3, 567, ML, 1109 a).

¹²⁰ “Septima astronomia, quae continet legem astrorum.” (Etim., I, 2).

A terceira definição, exposta acima, deriva da segunda. A quarta é uma composição da segunda e da primeira. Podemos observar que no segundo e terceiro enunciados, Isidoro, assim como Cassiodoro, utiliza o verbo “contemplar”. Em nenhuma outra definição das demais disciplinas que compõem o quadrivium este verbo foi utilizado. A contemplação seria, segundo Isidoro, uma característica de uma das partes da filosofia denominada “especulativa”:

“Especulativa ... porque, elevando-nos acima do visível, contemplamos, graças a ela, as coisas divinas e celestiais, as quais só podemos apreciar com a mente, pois estão muito acima de todo olhar corpóreo.” (Etim., II, 24)

A contemplação dos astros visaria, portanto, por meio da mente, a apreender a natureza divina e celestial dos mesmos. Esta natureza estaria determinada por uma “lei”, pois,

“Nas Sagradas Escrituras, ao céu se denomina ‘firmamento’, porque está afirmado pelo curso dos astros e por leis estabelecidas e imutáveis.”¹²¹ (Etim., XIII, 4).

Dáí a outra definição de astronomia como sendo a disciplina que aborda “a lei dos astros”. Porém, na última definição isidoriana, exposta acima, a astronomia se torna esta própria lei estabelecida e imutável. Conforme EASTWOOD (in GRANT, 1987, p. 142), Isidoro utiliza o termo “lei” com um significado de prática invariante, como a “lei romana”, não no sentido de “relações entre fenômenos naturais” que lhe é atribuído pela ciência atual.

Para alguns teólogos medievais, o estudo da astronomia visaria, tal qual aquele da aritmética, à contemplação de Deus, porém, enquanto nesta isto se faria pelo estudo dos números, naquela, tal objetivo seria alcançado pelo

“Astronomia est disciplina, que cursus caelestium siderumque figuras contemplatur omnes, et habitudines stellarum circa se et circa terram indagabili ratione percurrit.” (Etim., II, 24).

“Astronomia est disciplina quae cursus caelestium siderum atque figuras contemplatur omnes atque habitudines stellarum.” (Etim., III, Praefatio)

“Astronomia est astrorum lex.” (Dif., II, 39, ML, 94 b)

“Astronomia est astrorum lex, quae cursus siderum et figuras et habitudines stellarum circa se et circa terram indagabili ratione percurrit.” (Etim., III, 24)

conhecimento da criação, isto é, do universo. Esta crença pode ser encontrada nos escritos de teólogos, tais como Clemente de Alexandria (c. 150-215), para quem o verdadeiro saber é conhecer-se a si mesmo, porque quando se conhece, conhece-se a Deus; Gregório de Nissa (sec. IV), segundo o qual, é da criatura que se deve partir para se alcançar o conhecimento da natureza de Deus (cf. GILSON, 1995, p. 40-44 e 67-79); na própria Bíblia, em que, em mais de uma passagem, é afirmada a semelhança entre a criação e o Criador (Gn 1:26; Rm 1:20; Sb 13:1-9). Porém, para outros padres, Deus só poderia ser conhecido por Ele mesmo. Dentre estes últimos, podemos citar Atenágoras (sec. II) e Agostinho que, em seus Sermões (Sermão 68, apud FONTAINE, 1959, P. 541), lança um vigoroso ataque contra aqueles que, estudando os astros, *“buscam conhecer o Criador, que não está longe deles, porém não o encontram”*.

O objeto último das críticas de Agostinho, com relação ao estudo dos astros, são as práticas astrológicas pagãs, já reprovadas na Bíblia (Is 47:10), e muito em voga não apenas à época do bispo de Hipona, mas também à de Isidoro. Segundo DIAZ (1982, p. 46), as disposições conciliares do período em que Isidoro era bispo de Sevilha fazem alusão à grande expansão de crenças em adivinhos¹²² que eram consultados não apenas pelo povo, mas também por altos membros do clero, e tanto aquele como estes buscavam conhecer o futuro ou afastar influências maléficas. Ainda conforme DIAZ (1982, p. 46), *“as consultas aos astros estavam na ordem do dia e, em geral, se aceitava que estes jogavam papel importante na vida humana”*. É para se colocar contra estas práticas que Isidoro, nas Etimologias, diferencia “astronomia” e “astrologia”:

¹²¹ “Caelum autem in Scripturis sanctis ideo firmamentum vocatur, quod sit cursu siderum et ratis legibus fixisque firmatum.” (*Etim.*, XIII, 4)

¹²² Conc. II Bracarense, c. 71 (VIVES, *Concilios* p. 103, ML 84, 584): “si quis paganorum consuetudinem sequens divinos et sortilegos in domo sua introduxerit...”; *ibid.*, c. 72 (*ibid.*) “non liceat christianis tenere traditiones gentilium et observare et colere elementa”; Conc. Narbonense, c. 14 (VIVES, *Concilios* p. 149, ML 84, 612): “si qui viri aut mulieres divinatores, quos dicunt esse caragios atque sorticularios..., fuerint inventi aut quis ausus fuerit amodo in eorum vana carmina interrogare...”; Conc. IV Toletan, c. 29 (IBID, p. 203, ML 84, 375): “si episcopus qui aut presbyter sive diaconus vel quilibet ex ordine clericorum magos aut aruspices aut hariolos aut certe augures vel sortilegos... consultere fuerit deprehenus.” (apud DIAZ, 1982, p. 46)

*“O conteúdo da astronomia é o movimento circular do céu; o orto e o colocar-se em movimento dos astros; assim como a causa que os move. A astrologia é, por uma parte, natural, e por outra, supersticiosa. É natural enquanto estuda o curso do Sol e da Lua, e a posição que, em determinadas épocas, apresentam as estrelas. Porém, é supersticiosa quando os **matemáticos** tratam de encontrar agouros nas estrelas, e descobrir o que os signos dispõem sobre a alma e o corpo humano e predizer o caráter de um homem a partir de sua data de nascimento.”¹²³ (Etim., III, 27)*

Segundo FONTAINE (1959, p. 466), os termos “astrologia” e “astronomia” eram, na tradição clássica, intercambiáveis e Isidoro teria sido o primeiro autor a diferenciá-los. Esta separação entre astronomia e astrologia não é encontrada, por exemplo, em Agostinho que ora afirma:

“Tales de Mileto foi admirável principalmente porque, compreendidos os números da astrologia, pode predizer os eclipses do Sol e da Lua.” (Cid. Deus, VIII, 2, 8)

“[A razão] ordenou com definições e classificações todos os resultados, e inventou a astrologia, grandioso espetáculo para as almas religiosas, duro trabalho para os curiosos.” (De ord., II, 16, 42)
e, em outro momento:

*“Poseidônio, estóico, muito dado à astrologia, afirmava que [os gêmeos] nasceram e foram concebidos em uma mesma posição dos astros. (...) Sobre os intervalos de tempo pequenos que podem mediar o nascimento dos gêmeos, [astrólogos] consideram como uma de tantas insignificâncias, sobre as quais os **matemáticos** não explicam ao serem consultados.” (Cid. Deus, 2, 4 e 3,6)*

¹²³ “Nam Astronomia caeli conversionem, ortum, orbitus motusque siderum continet, vel qual ex causa ita vocentur. Astrologia vero partim naturallis, partim superstitiosa est. Naturalis, dum exequitur solis et lunae cursus, vel stellarum certas temporum stationes. Superstitiosa vero est illa quam mathematici sequuntur, qui stellis auguriantur, quique etiam duodecim caeli signa per singula animae vel corporis membra disponunt, siderumque cursu nativitates hominum et mores praedicare conantur.” (Etim., III, 27)

Mas Isidoro além de diferenciar astronomia e astrologia, ainda sugere origens diferentes para ambas, pois, segundo ele,

“Os primeiros que estudaram a astronomia foram os egípcios. Os iniciadores da astrologia foram os caldeus. O historiador Josefo asseverou que foi Abraham que transmitiu a astrologia aos egípcios.”¹²⁴ (Etim., III, 25)

A procedência egípcia da astronomia é afirmada por Capella (IX, 812). Cassiodoro (3, 584, ML, 1204 a) escreveu que Abraham teria ensinado astronomia aos egípcios. Segundo FONTAINE (1959, p. 466), seria no texto do Pseudo-Clemente que o personagem bíblico Abraham estaria colocado como o inventor de uma “astrologia” a qual teria sido posteriormente ensinada aos egípcios. Apesar de no texto do Pseudo-Clemente ainda não haver aquela diferenciação entre “astrologia” e “astronomia”, Isidoro teria, a partir dele, concluído que Abraham, um caldeu, seria o inventor da astrologia, procedendo, desta maneira, a separação das origens destes dois saberes.

Mas, se no livro III das Etimologias, Isidoro reprovava a prática da astrologia, no livro IV, dedicado à medicina, escreve:

“Conhecerá, enfim, a astronomia pela qual se examinam os movimentos dos astros e a evolução do tempo, pois, como sustentam alguns médicos, ao par das variações que se vão apresentando, nosso corpo experimenta igualmente alterações.”¹²⁵ (Etim., IV, 13)

Esta frase mostra-nos quão entranhadas, nos discursos e práticas da época, estavam as crenças no poder da astrologia.

A relação entre a astrologia e a matemática está expressa em duas das passagens aqui citadas anteriormente. Isidoro afirma que a astrologia é *“supersticiosa quando os matemáticos tratam de encontrar agouros nas estrelas”*

¹²⁴ “Astronomia primi Aegyptii invenerunt. Astrologiam vero et nativitatibus observatiam Chaldaei primi docuerunt. Abraham autem instituisse Aegyptios Iosephus auctor adseverat.” (Etim., III, 25)

¹²⁵ “Postremos et Astronomiam notam habebit, per quam contempletur rationem astrorum et mutationem temporum. Nam sicut ait quidam medicorum, cum ipsorum qualitibus et nostra corpora communtantur.” (Etim., IV, 13)

e Agostinho, por sua vez, assevera que há coisas sobre a astrologia “as quais os **matemáticos** não explicam ao serem consultados”. Estes dois excertos referem-se aos matemáticos como aqueles que praticam a astrologia para a previsão do futuro. Tal ligação entre matemática e astrologia encontra-se, novamente, na seguinte passagem das *Etimologias*:

“A observação dos signos, a confecção de horóscopos e outras superstições que estão vinculadas ao conhecimento dos astros, como a predição dos fatos, são contrárias a nossa fé e devem ignorá-las os cristãos que não devem nem escrevê-las. Mas, algumas pessoas atraídas pela beleza dos astros, caíram em falsa apreciação dos mesmos e tentaram predizer fatos por meio de cálculos, que recebem o nome de astrologia (**mathesis**)”¹²⁶ (*Etim.*, III, 71)

Em latim, a palavra “mathemática” pode tanto significar “matemática” quanto “astrologia”. Segundo SAINT-HUGO (*Didascalicon*, I, 3):

“*Mathesis* significa ‘ vaidade’ quando é escrita com ‘t’ não aspirado, e neste caso se refere à superstição daqueles que depositam o destino dos homens nas constelações. Por isso, esses tipos de indivíduos são chamados matemáticos. Quanto, porém, *Mathesis* é escrita com ‘t’ aspirado, significa doutrina”¹²⁷.

Em nota de sua tradução do *Didascalicon*, MARCHIONI (p. 17, nota 1), observa que no grego as duas palavras em questão são diferentes. Uma é μαθησις na qual o θ é um “t” aspirado e tal vocábulo significa “aprender”, “conhecimento”, referindo-se à matemática. A outra seria ματη ou ματαιος (“vão”, “sem fundamento”), neste caso teríamos o “t” não aspirado. Além da

¹²⁶ “Horum igitur signorum observationes, vel geneses, vel cetera superstitiosa, quae se ad cognitionem siderum coiungunt, id est ad notitiam fatorum, et fidei nostrae sine dubitatione contraria sunt, sic ignorari debent a Christianis, ut nec scripta esse videantur. Sed nonnulli siderum pulcritudine et claritate perlecti in lapsus stellarum caecatis mentibus conruerunt, ita ut per subputationes noxias, quae mathesis dicitur, eventus rerum praescire posse conentur.” (*Etim.*, III, 71)

¹²⁷ “*Mathesis* enim quando t habet sine aspiratione, interpretatur vanitas, et significat superstitionem illorum, qui fata hominum in constellationibus ponunt. Unde et huiusmodi mathematici appellati sunt. Quando autem t habet aspiratum, doctrinam sonat” (*Didascalicon*, I, 3, tradução MARCHIONI, A.).

parecença das palavras utilizadas para designar “matemática” e “astrologia”, Podemos supor uma outra relação entre estes dois tipos de “matemáticos”. Possivelmente os astrólogos na época de Isidoro, tal qual ocorre atualmente, utilizavam-se de cálculos na observação das conjunções zodiacais com a finalidade de predizer o futuro. Estes cálculos, muito provavelmente, eram aqueles apresentados nos antigos tratados gregos de astronomia, como por exemplo o *Almagesto* de Ptolomeu. Podemos supor que este seja um dos motivos que levaram Isidoro a expurgar de sua astronomia praticamente toda a referência aos cálculos matemáticos, principalmente se tirvermos em vista a expansão da astrologia na Espanha visigótica à época de Isidoro e o público alvo ao qual se dirigia as Etimologias, qual seja, algumas pessoas pertencentes à nobreza visigótica e outras pertencentes ao clero. Se por um lado, a maior parte destes leitores provavelmente não possuía a formação matemática necessária para a compreensão dos cálculos envolvidos na astronomia, por outro, para um leigo no assunto, qualquer inserção de cálculos na parte consagrada à astronomia poderia ser entendida, por estes leitores, como um estudo de astrologia. Talvez, o próprio Isidoro pensasse que os cálculos astronômicos teriam sido desenvolvidos e eram utilizados somente pela prática da astrologia.

Outro motivo que pode ter colaborado com o exíguo espaço reservado à matemática no texto sobre astronomia de Isidoro são as fontes utilizadas por ele na confecção de sua obra. Segundo FONTAINE (1959, p. 469), após a grande síntese de Ptolomeu acerca da astronomia,

“a educação helenística não inclui sob este título [astronomia] senão a exposição de uma cosmografia rudimentar, e sobretudo, a definição de um vocabulário de base, sem nenhuma precisão de ordem matemática. É possível seguir a transmissão desta tradição, à época imperial através das obras de Vitruvius, Theon, Censorinus, Marciano Capella e Calcídus”.

Deste modo, a matemática na astronomia isidoriana limita-se à exposição sumária do suposto tempo de rotação dos planetas ao redor da Terra (*Etim.*, III,

66 e *De Natura rerum*, 23, diagrama), e àquela sobre os números na constituição do universo, já discutida aqui por ocasião de nossa análise da geometria e da música na obra de Isidoro. Vejamos, pois, em que consiste a astronomia apresentada por Isidoro.

Segundo ele próprio (*Etim.*, III, 28), a astronomia consistiria na definição do que é o mundo, o céu, qual o lugar da esfera e seu curso, o que é o eixo do céu e da abóbada celeste, quais são as regiões do céu, qual o curso do Sol, da Lua, dos astros, etc. A partir desta delimitação do objeto da astronomia, Isidoro começa por definir o “mundo” que seria o nome dado ao conjunto composto pelo céu, pela terra, pelo mar e por todas as estrelas (*Etim.*, III, 29). No *De Natura rerum* (9, 1-2, ML, 977 c e 978 a), encontramos a seguinte exposição acerca do mundo:

*“O mundo é o universo todo, o qual consta do céu e da Terra. (...) Segundo o senso místico, o significado do mundo e do homem se correspondem, pois ambos são formados por quatro elementos concretos, e em ambos um temperamento consta de quatro humores. (...) Por isso os gregos chamam ao mundo de cosmos e ao homem de microcosmo, isto é, pequeno mundo; apesar das Escrituras declararem aos pecadores: **E o mundo não o conheceu.**”¹²⁸*

Se em outros momentos, Isidoro havia afirmado uma ligação entre o cosmos e o microcosmos devido a presença neles dos mesmos números ou das mesmas relações numéricas, nesta passagem, ele assevera um mesmo significado para ambos, uma vez que seriam constituídos dos mesmos elementos, ou seja, Isidoro procede a uma identificação entre o universo e o homem, revelando, assim, características do que CASSIRER (1989, p. 48) define por

¹²⁸ “Mundus est universitas omnis, quae constat ex coelo et terra. (...) Secundum mysticum autem sensum, mundus competenter homo significatur quia sicut ille ex quatuor concretus est elementis, ita et constat quatuor humoribus uno temperamento commistis. (...) Siquidem Graece mundus $\chi\omicron\sigma\mu\omicron\varsigma$, homo autem $\mu\iota\chi\rho\chi\omicron\sigma\mu\omicron\varsigma$, id est, minor mundus, est appellatus; licet et per mundum nonnunquam Scriptura peccatores insinuet, de quibus dictum est: *Et mundus eum non cognovit.*” (*De nat.*, 9, 1-2, ML, 977 c e 978 a)

pensamento místico. Porém, ao final do excerto, Isidoro cita uma passagem da Bíblia (1Co 1:21) para esclarecer que não é possível conhecer Deus por meio do conhecimento do mundo, pois “o mundo não o conheceu”.

Segundo Isidoro, o céu tem uma forma esférica, cujo centro é a Terra:

“Os filósofos dizem que o céu tem aparência de uma esfera e é convexo em todos os seus pontos, igual em todas as suas partes e que encerra a Terra como uma mola equilibrada no meio do cosmos. Afirmam também que se move e que com seu movimento giram, do oriente para o Ocidente, as estrelas fixas nele.” (Etim., XIII, 5)

“A perfeição da esfera ou círculo é refletida por vários argumentos, os quais são declarados pelo Construtor da obra do mundo em Platão. Primeiro que a esfera consta de uma só linha. Segundo que não tem início nem fim. Terceiro, tem um ponto central eficiente. Quarto, relativo ao movimento que possui. Quinto, não possui ângulos e inclui todas as outras figuras.”¹²⁹ (De nat., 12, 4, ML, 984 b e 985 a)

A teoria da esfericidade do céu com a Terra estacionada ao seu centro é encontrada em Capella¹³⁰ (IX, 814), mas tal teoria faz parte de uma antiga tradição na astronomia, presente nas Sagradas Escrituras (Prov., 8:27 e Jó, 26:10), e as teorias astronômicas que remontam aos pitagóricos, apesar de não colocarem a Terra no centro do universo, aludem à esfericidade do céu. Segundo HEATH (1981, p. 163), uma razão puramente estética teria levado Pitágoras a supor a esfericidade do universo, pois, para ele, a esfera seria o mais belo dentre os sólidos. Platão, no *Timeu* (33 b), também afirma a esfericidade do céu e

¹²⁹ “Nam philosophi dicunt caelum in sphaerae figuram undique esse convexum, omnibus partibus aequalem, concludentem terram in media mundi mole libratam. Hunc moveri dicunt, et cum motu eius sidera in eo fixa ab oriente usque ad occidentem circumire.” (Etim., XIII, 5).

“Cujus perfectionem sphaera vel circuli multis argumentationibus tractans, rationabile Plato Frabricatoris mundi opus insinuat. Primo, quod ex una linea constat. Secundo, quod a puncto efficitur. Denuo, quod motum ex se habeat. Deinde quod careat indicio angulorum, et quod in se caeteras figuras omnes includat.” (De nat., 12, 4, ML, 984 b e 985 a).

¹³⁰ “The universe is formed in the shape of a globe composed entirely of four elements. The heavens, swirling in a ceaseless and rotary motion, set the earth apart in a stationary position in the middle and the bottom.” (CAPELLA, IX, 814).

justifica tal fato também com argumentos que são antes de mais nada estéticos. Segundo ele, a esfera abrange todas as formas existentes, possui todos os pontos a igual distância do centro, é a mais perfeita das formas e mais semelhante a si mesma, e seu movimento seria circular, o que melhor condiz com a inteligência. Comparando os argumentos de Platão com os de Isidoro, perceberemos que apenas três deles não estão no *Timeu*, quais sejam, “a esfera consta de uma só linha”, “não tem início nem fim” e “não possui ângulos”. Segundo FONTAINE (1959, p. 477- 478), estes argumentos são encontrados nos comentários de Cícero, em sua tradução do *Timeu*, o que nos leva a crer que teria sido pela tradução de Cícero que Isidoro teria tido acesso àquele texto de Platão.

Na segunda destas duas passagens de Isidoro acerca do mundo, citadas mais acima, encontramos a identificação esfera/círculo que nos remete para duas possibilidades. A primeira, já comentada aqui, é a dificuldade de Isidoro em conceber uma geometria espacial, diferenciando-a da plana. A outra possibilidade refere-se ao nível simbólico, pois tal como o quadrado e o cubo, na simbologia medieval havia uma identificação também entre a esfera e o círculo que representavam o céu, o tempo e o círculo zodiacal (cf. HANI, s/d, p. 33).

Isidoro reporta-se a duas divisões da esfera celeste. Na primeira (*Etim.*, XIII, 6 e III, 44; *De nat.*, 10, 1)), em um trecho retirado de Capella (IX, 818), refere-se a cinco zonas ou círculos do céu que seriam: o *arktikós*, compreendido entre a Ursa Maior e a Menor; o *therinós tropikós*, porque nele, o sol alcança, no verão, os limites da constelação de Áquila; o *hemerinós* ou equinocial; o *antarktikós* que está contraposto ao ártico; e *cheimerinós tropkós* ou invernal. Segundo FONTAINE (1959, p. 486), a doutrina dos cinco círculos celestes era um dos lugares comuns mais difundidos da cosmografia antiga, sendo encontrada nos poemas de Virgílio e no livro *A Canção de Cipião* de Cícero, no qual, este autor atribui a invenção desta doutrina a Tales, Pitágoras e a sua escola.

O excerto que contém a outra divisão da esfera celeste, Isidoro atribui ao *Hexaemeron* de Ambrósio:

“Santo Ambrósio, no livro Hexaemeron disse (...) que os filósofos introduziram sete céus no mundo, que corresponderiam aos planetas juntamente com o movimento coordenado de seus globos e afirmam que tudo está conectado a suas órbitas, as quais, segundo crêem, ao estarem ligadas e inseridas entre si, voltam para trás e são arrastadas por um movimento contrário ao das restantes.”¹³¹ (Etim., III, 32 e De nat., 13, 1, ML, 985 b e 986 a).

Estes sete círculos celestes estariam ocupados pelos seguintes astros: a Lua estaria no primeiro, seguida de Mercúrio no segundo; no terceiro se encontraria Vênus; a seguir o Sol, depois Marte; no sexto círculo encontraríamos Júpiter e no último Saturno (*De nat.*, 23, 1-2). Podemos observar uma contradição entre a definição dos sete círculos, segundo a qual eles estariam ocupados por planetas, e os astros que estão distribuídos nos círculos, pois o Sol e a Lua não são planetas e nada no texto de Isidoro indica que ele os considerasse como tal. Os sete círculos celestes estão contidos no *Timeu* (41 b), no qual, Platão explica que tais círculos movimentam-se em sentido contrário uns dos outros devido à sua formação a partir da natureza do Mesmo e do Outro.

Segundo o bispo de Sevilha, o céu teria duas portas: uma no oriente, por onde nasce o Sol, e outra no Ocidente, por onde ele se oculta (*Etim.*, III, 40). O vocábulo “portas” para se referir aos locais onde o Sol nasce e se põe está relacionado à mitologia grega do deus grego Jano, guardião das portas do tempo. É interessante observarmos que em várias catedrais góticas esse deus de duas faces está representado, simbolizando os dois solstícios, o que conduz a uma alegorização¹³² por parte dos cristãos de uma mitologia pagã, pois quando

¹³¹ “Ambrosius sanctus, in libro Hexaemeron sic loquitur, dicens (...) Philosophi autem mundi septem caelos, id est planetas, globorum consono motu introduxerunt, quorum orbitus conexas memorant omnia, quos sibi innexos est velut insertos versati retro, et contrario ceteris motu ferri arbitrantur.” (*Etim.*, III, 32 e *De nat.*, 13, 1, ML, 985 b e 986 a). Nas Etimologias não há a referência a Santo Ambrósio.

¹³² A palavra alegoria deriva etimologicamente de *allos*, isto é, outro, e *agoreuein*, ou seja, falar na ágora, usar uma linguagem pública. Segundo BENJAMIN (1984, p. 37), “falar alegoricamente significa, pelo uso de uma linguagem literal, acessível a todos, remeter a outro nível de significação: dizer uma coisa para significar outra”.

referem-se às portas do céu ou quando representam Jano, o que querem exprimir é a passagem do tempo.

A relação entre astronomia e passagem do tempo está presente em outros momentos dos textos de Isidoro. No *De natura rerum* (6, 4) é observada a importância do estudo dos movimentos dos astros para a contagem do tempo e determinação da data da Páscoa, e nas *Etimologias*, encontramos o seguinte excerto:

“Porém, sejam quais forem as superstições forjadas pelos homens sobre elas [as estrelas], o certo é que são corpos celestes que Deus criou no princípio do mundo e os organizou para que se pudessem determinar o tempo.”¹³³ (Etim., III, 71).

Segundo VERDET (1991, p. 46) durante a Idade Média, utilizavam-se um instrumento denominado astrolábio planisférico que tinha a finalidade pedagógica de familiarizar os estudantes com as projeções estereográficas dos círculos da esfera celeste, e ajudá-los a resolver os problemas de determinação da hora do nascer ou do pôr de uma estrela determinada; de determinação da duração do dia, etc. Já comentamos anteriormente como a solução de tais problemas era imprescindível, no meio eclesiástico, para que se soubessem as horas dos ofícios.

Portanto, na obra de Isidoro, há uma utilidade prática para a astronomia, pois por meio dela pode-se discriminar as datas das festividades cristãs, as horas dos ofícios eclesiásticos e de outras atividades cotidianas. Mas, esta não seria a única aplicação da astronomia, pois, segundo Isidoro, ela também seria necessária para a exegese bíblica. Nas Escrituras, várias são as passagens nas quais são feitas referências a fenômenos astronômicos e são citados os nomes de estrelas de origem pagã, em Jó (38:31 e 38:32), por exemplo. Este é o exemplo utilizado por Isidoro para justificar a necessidade de se conhecer tais nomes, como podemos observar pelo seguinte trecho do *De natura rerum* (26, 2, ML, 998

¹³³ “Sed quolibet modo superstitionis haec ab hominibus nuncupentur, sunt tamen sidera quae Deus in mundi principio condidit, ac certo motu distinguere tempora ordinavit.” (Etim., III, 71)

b) formulado, segundo FONTAINE (1959, p. 542), a partir de outros dois contidos nos *Moralia* de Gregório, O Grande,:

*“Quando, na verdade, estes nomes [de origem pagã] são usados nas Sagradas Escrituras, isto não é feito porque são aprovadas fábulas vãs, mas, ao nomeá-los por meio da cognição, tornamos visíveis coisas invisíveis.”*¹³⁴ (*De nat.*, 26, 2, ML, 998 b).

Isidoro tenta explicar, por meio dos fenômenos naturais, os nomes das estrelas e das constelações, ao mesmo tempo em que expõe e critica a explicação mitológica, como, por exemplo, na exposição sobre capricórnio, peixes e aquários abaixo:

*“Fixaram entre as constelações a figura de Capricórnio, em honra à cabra de Júpiter. Deram à parte posterior de seu corpo a figura de um peixe, para indicar as chuvas desta época, que neste mês, freqüentemente, é desencadeada somente nos últimos dias. Do mesmo modo deram os nomes de Aquários e de Peixes, dado que se atravessam estes signos na época do inverno, quando se desencadeiam as maiores tempestades. É digna de admiração a insensatez dos gentis, que não só transladam ao céu peixes, mas também carneiros, cabritos, touros, ...”*¹³⁵ (*Etim.*, III, 71)

Segundo Isidoro, as estrelas estariam fixas no céu e seriam arrastadas pelo movimento deste, além de não terem luz própria e serem iluminadas pelo Sol (*Etim.*, III, 61-62 e *De nat.*, 24, 1, ML, 997 a). A existência de uma esfera celeste em que todas as estrelas estavam fixas era afirmada pela teoria de Eudoxo de Cnidus (sec. IV a.C.). Ainda segundo esta teoria, a explicação do movimento do

¹³⁴ “Quod vero eisdem nominibus sacra utitur Scriptura, non eorum idcirco vanas approbat fabulas, sed faciens ex rebus visibilibus invisibilium rerum figuras ea nomina pro cognitione ponuntur” (*De nat.*, 26, 2, ML 998 b)

¹³⁵ “Capricorni figuram ideo inter sidera finxerunt, propter capream Iovis nutricem; cuius posteriorem partem corporis in effigiem piscis ideo formaverunt, ut pluvias eiusdem temporis designarent, quas solet idem mensis plerumque in extremis habere. Porro Aquarium et Piscem ab imbribus temporum vocaverunt, quod hieme, quando in his signis sol vehitur, maiores pluviae profunduntur. Et miranda dementia gentilium, qui non solum pisces, sed etiam arietes et hircos et tauros ...in caelum transtulerunt.” (*Etim.*, III, 71)

Sol e da Lua exigiu a existência de três esferas para cada um, e a dos planetas, quatro, o que perfaz um total de vinte e sete esferas.

Na tradução latina que Cícero faz dos *Fenômenos* de Aratus a Musa Ucrânia declara:

“Quereis conhecer sob que signo se agitam as estrelas que os gregos chamam, erroneamente, errantes e cujo curso e carreira são, ao contrário, tão bem regulados?” (apud ROUGIER, 1991, p. 44).

Platão, no livro VII das *Leis* também insurge-se contra a idéia de que os planetas seriam astros errantes. Isidoro não aduz qualquer explicação para o movimento dos planetas, que segundo ele, *“seguem uma órbita errática, ainda que submetida a uma determinada precisão”*¹³⁶ (*Etim.*, III, 63; *De nat.*, 22, 1, ML, 994 b), o que nos indica ou o desconhecimento daquelas teorias sobre o movimento dos planetas, ou a incompreensão da mesma, pois alude vagamente a uma *“determinada precisão”* neste movimento.

Uma vez que as estrelas não teriam luz própria e seriam iluminadas pelo Sol, o Sol não seria uma estrela, porém Isidoro não nos informa que tipo de astro seria o Sol, mas nos científica que o tamanho do Sol supera em muito o da Terra e explica o fato de ele nos parecer pequeno, utilizando-se como argumento de um raciocínio que envolve grandezas inversamente proporcionais: quanto mais distante, menor nos parece (*Etim.*, III, 47). Além disso, tenta especificar a natureza deste astro: *“Sendo de fogo, o Sol aviva ainda mais seu calor por causa de seu vertiginoso movimento de rotação”* (*Etim.*, III, 49), mas também *“no sentido espiritual, o Sol é Cristo”* (*De nat.*, 15, 3, ML, 988 b e 17, 5, ML, 990 b). Temos aqui, lado a lado, uma tentativa de explicação da natureza física do Sol e a alegorização desta estrela. Não é apenas o Sol que é alegorizado na obra de Isidoro: o significado espiritual do céu seria a Igreja (*De nat.*, 12, 1, ML 981 b); o mundo teria sido criado à imagem da Igreja (*De nat.*, 17, 5, ML, 990 b); as

¹³⁶ “*Moventur vero quaedam [sicut] planetae, id est erraticae, quae cursus suos vagos certa tamen definitione conficiunt.*” (*Etim.*, III, 63). “*Ideo autem planetae, id est errantes dicuntur, quia per totum mundum vario motu discurrent.*” (*De nat.*, 22, 1, ML, 994 b)

Plêiades significariam as sete formas das virtudes (*De nat.*, 26, 7, MI 999 a); e a constelação de Órion significaria os mártires cristãos (*De nat.*, 26, 8, ML, 999 b).

Segundo FONTAINE (1959, p. 544), tal alegorização faz com que

“o céu se ofereça à contemplação cristã como uma outra Bíblia, cujo detalhe literal deve ser escrutado escrupulosamente versículo por versículo. O velho tema original do ‘livro do céu’ reaparece nesta nova perspectiva: mas as correspondências unem aqui o céu visível ao sobrenatural invisível, e não mais ao universo terrestre, como na astrologia oriental antiga.”

Ao afirmar que o mundo teria sido criado à imagem da Igreja¹³⁷, Isidoro inverte a ordem da criação, pois a Igreja seria um modelo preexistente à criação do mundo, o que nos conduz a um idealismo platônico adaptado às idéias cristãs. Neste caso, a astronomia seria a via de acesso à compreensão deste céu alegorizado e de contemplação deste modelo pré-existente do mundo.

Concluindo, podemos afirmar que, na obra de Isidoro, a astronomia tem importância por sua aplicação às necessidades práticas cotidianas dentre as quais podemos colocar a exegese bíblica, mas também, e principalmente, por possibilitar o acesso a um mundo sobrenatural cristão, do qual o mundo visível é apenas uma imagem.

6. Considerações finais

Vamos, finalmente, ressaltar alguns aspectos dos saberes acerca da matemática apreendidos da obra de Isidoro. Alguns destes aspectos foram destacados no texto anterior de maneira muito implícita, como por exemplo, as categorias utilizadas pelo bispo de Sevilha em sua exposição; outros já foram observados neste capítulo; porém gostaríamos de retomá-los para algumas considerações finais.

Como vimos, na obra de Isidoro, parte da matemática pagã, produzida na Antigüidade, está colocada lado a lado com os saberes cristãos, justificando-se

mutuamente. Por um lado, o conhecimento pagão é utilizado por Isidoro para explicar os fenômenos que seriam alvo de superstições pagãs já propagadas e, ao mesmo tempo, para desmistificá-los, como é o caso da astrologia. Por outro lado, a exegese da Bíblia justifica a necessidade de se conhecer os saberes pagãos.

Estes saberes pagãos são expostos a partir de categorias gramaticais, quais sejam, a diferença, a etimologia, a analogia e a explicação, sendo a etimologia a categoria mestra (cf. FONTAINE et alii, 1966, p. 55-57). Tais categorias mostram-nos uma ligação, mesmo que longínqua, com o ensino do gramático e do retor. As categorias lógicas da Antigüidade grega utilizadas para a elaboração do conhecimento matemático, tais como a regra da não contradição e a do terceiro excluído, bem como a forma lógico-dedutiva de organização do discurso matemático, estão ausentes deste modo de exposição, descaracterizando a matemática tal como fora concebida, organizada e apresentada pelos gregos antigos.

A unidade existente entre aritmética, música, geometria e astronomia, nas teorias pitagóricas, garantida pela noção de mônada, desaparece da matemática na obra do bispo de Sevilha. O que garantiria, para ele, alguma unidade a estes campos do saber seriam os números da harmonia musical, expressos pelas figuras celestes e presentes na constituição do mundo. A importância dada por Isidoro a esses números está expressa na quantidade de vezes que faz menção a eles no livro III das *Etimologias*: cinco vezes. A primeira vez, é no capítulo oito, intitulado “Da diferença entre aritmética, geometria e música”:

“A diferença entre a aritmética, a geometria e a música consiste em encontrar a média.”¹³⁸ (Etim., III, 8)

Após esta frase, Isidoro expõe, didaticamente, como se calculam as médias aritmética, geométrica e harmônica, utilizando como exemplo os números 6, 8, 9, 12, o que gera um erro no cálculo da média geométrica, como já discutimos

¹³⁷ “ad instar quippe Ecclesiae fabricatus est hic mundus.” (*De nat.*, 17, 5, ML, 990 b)

¹³⁸ “Inter Arithmetiam [autem] et Geometriam et Musicam hoc interest, ut meida invenias.” (*Etim.*, III, 8)

anteriormente. Esta passagem nos sugere que a única diferença entre estes três campos do saber seria, para Isidoro, o modo de calcular as médias.

O segundo momento em que estes números aparecem é no capítulo 13, intitulado “Sobre os números da geometria” e, novamente, o exemplo é: $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$ que não expressa uma média geométrica; porém seriam, segundo Isidoro, os números que explicariam a formação das figuras geométricas presentes no céu, como podemos observar pela exposição sobre as figuras geométricas no capítulo 14, bem como pelo diagrama inserido neste mesmo capítulo, os quais já discutimos anteriormente. A última vez que estes números são apresentados no livro III das *Etimologias* é no capítulo 23, cujo título é “Sobre os números da música”, que encerra a parte dedicada a esta arte no texto de Isidoro com a seguinte conclusão:

“Da mesma maneira que este princípio da harmonia tem no mundo sua origem – no movimento dos círculos – assim também, no microcosmo, possuem tão grande influência no que se refere ao som, que é impossível conceber que o homem careça da perfeição que entranha a harmonia.” (Etim., III, 26)

Esta importância dada aos números da harmonia musical e esta conclusão final de Isidoro nos indicam a incorporação das crenças pitagóricas e platônicas em seu texto acerca da matemática. Porém, essas crenças pitagórico-platônicas amoldaram-se relativamente bem à ideologia cristã, no momento em que o modelo sobrenatural do universo passou a ser a Igreja, como pudemos observar por sua exposição sobre a astronomia.

Concluindo, podemos afirmar que a unidade entre a aritmética, a geometria, a música e a astronomia estaria, na obra de Isidoro, fundamentada sobre uma crença baseada na interpretação mística da formação do universo.

As disciplinas do quadrivium, para Isidoro, seriam conhecimentos doutrinários, ou seja, objetos de ensino apreensíveis apenas por meio do raciocínio, a partir dos quais se alcançaria a contemplação das coisas divinas, mas também saberes importantes devido às suas utilizações práticas, tais como, o uso em

situações de negócio, na contagem do tempo, na medição de terras, na construção de templos e na exegese bíblica. Tal fato ressalta uma característica da obra de Isidoro, qual seja, a não separação entre teoria e prática nestas disciplinas, apesar de termos nos utilizado desta dicotomia em nosso texto para fins de análise. “Aritmética” é o termo que Isidoro utiliza tanto para a aplicação dos números no cômputo do tempo ou em situações de ordem financeira, quanto na exegese bíblica e na contemplação da obra de Deus; “geometria” é o vocábulo usado tanto nas situações de medição prática quanto naquelas de contemplação do céu; a música traz em si as características de perícia e de disciplina; a astronomia é utilizada tanto em situações práticas de contagem do tempo quanto nos momentos de contemplação. A separação antiga entre aritmética e logística, e entre geometria e geodésia, não está mais presente na obra de Isidoro.

O movimento do prático para o teórico, ou melhor, do prático para o metafísico é observado nas exposições de todas as disciplinas do quadrivium e não é casual, há uma finalidade educacional nele, como nos mostra a seguinte passagem que encerra o livro III das *Etimologias*:

“Esta ordem das sete disciplinas seculares, do mesmo modo que conduziu os filósofos aos astros, assim também deve levantar os espíritos entregues ao conhecimento humano das coisas terrenas, até situá-los na contemplação das que não são terrenas.”¹³⁹ (Etim., III, 71)

É nesta direção que Isidoro apresenta as disciplinas que compõem a matemática: aritmética – purificação da alma pela contemplação –, geometria – contemplação das figuras celestes –, música – compreensão das harmonias que formaram o mundo –, e por fim, astronomia – contemplação do modelo místico do mundo.

¹³⁹ “Ordo autem iste septem saeculareium disciplinarum ideo a philosophis usque ad astra perductus est, scilicet ut animos saeculari sapientia implicatos a terrenis rebus abducerent, et in superna contemplatione conlocarent.” (Etim., III, 71)

As características acima citadas, bem como aquelas que analisamos anteriormente no presente capítulo, formam um determinado discurso sobre a matemática bastante complexo e não definível em poucas linhas. Sua apreensão só se faz por meio do estudo da obra completa de Isidoro acerca da matemática, o que, considerando os leitores à época de Isidoro, nos leva a perguntar até que ponto tal saber teria sido difundido em toda sua complexidade.

Como vimos, no primeiro capítulo, as obras de Isidoro em geral foram escritas objetivando a formação cultural e cristã tanto de clérigos quanto de pessoas ligadas à aristocracia visigoda. Pelas características dos textos analisados neste capítulo, pudemos observar que alguns deles tais como, as *Etimologias* e o *De Natura Rerum*, foram escritos visando a uma educação de nível superior, o que pressupõe leitores com uma certa desenvoltura na leitura e compreensão de textos. Outros, como o *Liber Numerorum* e o *Diferenças* destinavam-se a leitores que não necessariamente tivessem um bom nível intelectual. O primeiro, para FONTAINE (1959, p. 372), foi escrito com a finalidade de ser um manual de rápida consulta, o qual todos os clérigos, inclusive os de pouca cultura, pudessem consultar por ocasião de suas explicações aos fiéis sobre os números contidos na Bíblia. O segundo, conforme DIAZ (1982, p. 116), buscava assentar os princípios lingüísticos e gramaticais de modo a subsidiar a oratória necessária à pregação. Tais características indicam-nos que o modo de exposição da matemática na obra de Isidoro atinge uma dupla finalidade. Por um lado, garante o acesso a um mínimo de conhecimento sobre a matemática pagã para alguns clérigos e para a aristocracia visigoda, e, por outro, fornece um material de fácil consulta para os clérigos no que se refere à exegese bíblica. O alcance de tais finalidades vai ao encontro das necessidades colocadas pelo momento de cristianização do reino visigótico, conforme discutimos anteriormente.

No processo de apropriação dos saberes matemáticos, elaborados por Isidoro, por estes diferentes leitores, como ocorre em todo processo de apropriação, tais saberes foram transformados. Seriam necessárias novas

pesquisas para esclarecer o modo como essa apropriação teria se dado e a natureza das transformações imprimidas aos saberes originalmente apropriados. Porém, a par desta transformação, uma crença subjacente a esses saberes provavelmente se manteve, qual seja, a de que Deus criou tudo “*com medida, número e peso*” (Sab., 11:21). Ao ajustar as premissas pitagórico-platônicas sobre a existência de um princípio numérico na constituição do mundo aos saberes cristãos, Isidoro acabou por consolidar e, posteriormente, difundir uma crença que se apresentava de modo fluido na obra de Agostinho e até mesmo na Bíblia. Esta crença persistirá não só durante a Idade Média, mas também na Idade Moderna.

Tal crença, juntamente com as condições político-econômico-sociais dos séculos XV e XVI, reinterpretada à luz dos ‘novos’ saberes tornados disponíveis aos europeus pelas traduções das obras matemáticas gregas, possibilitou o surgimento da revolução científica operada, entre outros, por Kepler (1571-1630), Galileu (1564-1642). Passagens de textos destes dois primeiros sábios indicam-nos como essa crença estava subjacente a seus trabalhos. Kepler buscava combinar o misticismo numérico e o rigor dos cálculos para decifrar os mistérios do universo, como nos mostra seu primeiro livro *Mysterium Cosmographicum*. Galileu, em seu *Saggiatore*, escreveu que o livro do universo estava escrito em linguagem matemática.

Apesar da crença pitagórico-platônica acerca da supremacia da aritmética sobre as demais disciplinas do quadrivium ter sido assimilada e exposta na obra de Isidoro, o suposto princípio numérico utilizado por Deus na formação do mundo, durante as Idades Média e Moderna, ora esteve relacionado à geometria, como nos escritos de Galileu, ora pendeu para a aritmética, como nos de Kepler. Tal crença só será abalada pela filosofia de Kant (sec. XVIII) e definitivamente contestada e abandonada com o surgimento das geometrias não-euclidianas no século XIX (cf. BRITO, 1995).

Bibliografia

- AGOSTINHO – A doutrina cristã - SP - Ed. Paulinas - 1991
- AGOSTINHO – De civita Dei - Edição bilingue latim/espanhol – Madrid – BAC – 1958
- AGOSTINHO – De Ordine – Edição bilingue latim/espanhol – Madrid – BAC – 1957
- AGOSTINHO – Dialogues Philosophiques – Vol 7: La musique – Edição bilingue latim/francês – Paris – Descleé, De Brouwer et cie - 1947
- AGOSTINHO – Psalmus – Edição bilingue latim/espanhol – Madrid – BAC – 1966
- AGOSTINHO – Sermões - Edição bilingue latim/espanhol – Madrid – BAC – 1950
- ALIGLIERI, D. – A Divina Comédia – SP – Atena Ed. – 1955
- ANDERY, M. A. et al. , Para compreender a ciência: uma perspectiva histórica - SP - EDUC - 1988
- ARISTOTELES – Physics – The Great Books – Vol. 8 – Chicago – University of Chicago Press – 1971
- AVERROES - Exposición de la “República de Platón - Madrid: Editorial Tecnos – 1994
- BACCA, J. G. – “Introduccion filosofica a los Elementos de Geometria de Euclides” in EUCLIDES, Elementos – Mexico – Universidad Autonoma do Mexico - 1944
- BELTRAN, M. H. R. - A arte química da gravura: pequena história da química e da gravura - artes dos séculos XVI e XVII - Dissertação de mestrado - FE - UNICAMP - Campinas - 1990.
- BENJAMIN, W. - A origem do drama barroco – SP - Ed. Brasiliense - 1988
- BENJAMIN, W. , et al., Textos escolhidos (Os Pensadores) - SP - Abril Cultural - 1975.
- BERNAL, J. D. - Ciência na história - Lisboa - Livros Horizonte - 1969

- BESKIN, N. – Frações contínuas – Tradução Pedro Lima – Moscou – Ed. MIR – 1987
- BÍBLIA DE REFERÊNCIA THOMPSON – 3ª edição - Tradução João Ferreira de Almeida – Flórida – Ed. Vida – 1994 – 1750 páginas
- BÍBLIA SAGRADA – Tradução Antonio P. de Figueiredo – SP – Novo Brasil Editora Ltda – 858 páginas.
- BIGODE, A. J. L. – Coleção Matemática Atual – Atual Editora – 1998.
- BLOCH, M. - La société féodale - Paris: Albin Michel - 1968
- BOÉCIO, A. M. S. – De Arithmetica – Patrologia Latina – Vol 63 – Paris – Ed. Migne – 1882
- BOÉCIO, A. M. S. – De Geometriae – Patrologia Latina – Vol 63 – Paris – Ed. Migne – 1882
- BOÉCIO, A. M. S. – De Musica – Patrologia Latina – Vol 63 – Paris – Ed. Migne – 1882
- BOUTROUX, P. , Lídeal científico des mathématiciens dans l'antiqueté et dans les temps modernes - Paris - Librairie Felix Alcan - 1920
- BOYER, C. B. , História da Matemática - SP - EDUSP - 1974
- BOYER, C. e Merzbach, U. C. - A history of mathematics - John Wiley & Sons Ed. - NY - 1989.
- BRITO, A. J., Geometrias não-euclidianas: um estudo histórico-pedagógico - Dissertação de Mestrado - FE - UNICAMP – 1995
- BUNT, L. N. H. et alii, The historical roots of elemental mathematics – 2ª ed. – New York: Dover Publications – 1988
- BUSARD, H. L. L. – The first latin translation of Euclid's Elements commonly ascribed to Adelard of Bath – Tortonto – Pontifical Institute of Medieval Studies – 1983
- CAJORI, F., A history of mathematics - NY - Chelsea Publishing Company - 1991
- CAPELLA, M. – The marriage of Philology and Mercury – NY – Columbia University Press – 1977
- CARAÇA, B. J. – Conceitos Fundamentais de Matemática – Lisboa - 1978

- CASSIODORO, A. – De Artibus ac Disciplinis Liberalium Litterarum – Patrologia Latina – tomo 70 – Paris - Ed. Migne – 1865
- CASSIRER, E. - Philosophy of symbolic forms - Vol II
- CASSIRER, E. e GERHARD, C. - Esencia y efecto del concepto de simbolo - Mexico - Fondo de Cultura Economica
- CHADWICK, H. – Boethius: The consolation of music, logic, theology and philosophy – Oxford – Clarendon Press – 1983
- CHARTIER, R. - “Text, symbols and Frenchness” in The Journal of Modern History - vol. 57, nº 4, december - p. 682-695 - University of Chicago - Chicago - 1985.
- CHARTIER, R. - A história cultural entre práticas e representações - Ed. Bertrand Brasil - RJ - 1990
- CHATEAUBRIAND, F. R., Genie du christianisme et defense du genie du christianisme - Paris - Garnier - 19..
- CIRYNO, H. – Matemática e gregos – Campinas: Ed. Átomo - 1986
- CLAGETT, M., “The medieval latin translations from Arabic of the Elements of Euclid, with special emphasis on the versions of Adelard of Bath” – Isis – Vol 44 – June, 1953
- COLE, A. - Perspective - London - Dorling Kindersley - 1992
- CROMBIE, A. C. - Historia de la ciencia: de San Agustín a Galileo - Vol I e II - Madrid: Alianza Editorial – 1993
- DAMISH - L'origine de la perspective - Paris: Flammarion - 1987
- DAVIS, P. J. e HERSH, R. , O sonho de Descartes - RJ - Francisco Alves – 1988
- DEBESSE, M. e MIALARET, G. (org) – Tratado das Ciências Pedagógicas – Vol 2 - Tradução Carlos Rizzi, Luiz D. Penna e J. B. Penna – SP: EDUSP - 1977
- DELSALLE, P. – La recherche historique en archives du moyen age – Paris – Ed. Ophrys – 1995
- DOUGLAS, J. D. (org.) – O novo dicionário da Bíblia – SP – Junta Editorial Cristã – 1966

- DUARTE Jr, J. F. , Fundamentos estéticos da Educação - Campinas - Papyrus - 1988.
- ESPANHA, A. M. - História das instituições: épocas medieval e moderna - Hespanha - Coimbra: Almedina - 1982
- EVANS, J. - La civilisation en France au Moyen Âge - Ed. Payot - Paris - 1930
- FEBVRE, L. - Michelet e a Renascença - Ed. Página Aberta - S. Paulo - 1995.
- FERREIRA, A. C. – Desafio de ensinar-aprender: matemática no curso noturno – Dissertação de Mestrado – FE – UNICAMP – Campinas - 1998
- FONTAINE, J – Isidore de Seville et la culture classique dans l’Espagne visigotique – Paris – 1959
- FONTAINE, J et alii – La pensée encyclopédique au moyen age – Neuchatel – Editions de La Baconnière – 1966
- FOUCAULT, M. – Microfísica do poder – RJ – Ed. Graal – 1984
- FOUCAULT, M., “Resposta a uma questão”- Revista Tempo Brasileiro - Jan-Março, RJ: Edições Tempo Brasileiro, 1972*
- FOUCAULT, M., A arqueologia do saber - RJ - Ed. Vozes – 1972
- GARDEIL, H. D. - Iniciação à filosofia de S. Tomás de Aquino - SP: Editora Duas Cidades - 1967
- GERASA, N. – Introduction to arithmetic – The Great Books – Vol IV – Chicago – William Benton Publisher – 1952
- GIILSON, E. – A filosofia na Idade Média – SP – Ed. Martins Fontes – 1995
- GINZBURG, C. - O queijo e os vermes - SP: Cia das Letras - 1995
- GINZBURG, C., A micro-história e outros ensaios - Lisboa - Difel - 1991.
- GOFF, J. – O imaginário medieval – Lisboa – Editorial Estampa – 1994
- GOMBRICH, E. H., A história da Arte - RJ - Ed. Guanabara - 1993
- GRANT, E. - Mathematics and its application to science and natural philosophy in Middle Ages - Cambridge: Cambridge University Press, 1987
- GRANT, E. (ed) - A source book in medieval science - Cambridge - Harvard University Press - 1974

- GRÜNEISEN, W. - "La perspective dans l'art archaïque oriental et dans l'art du haut moyen âge" - in Mélanges d'archéologie et d'histoire de l'École Française de Rome 3 - Paris - 1991
- GUZMAN, M., "Questiones fundamentales sobre la enseñanza de la matemática" in ACTAS - IIª Jornadas Andaluzas de profesores de matemáticas - 1985
- HANI, J. - O simbolismo do templo cristão - Lisboa: Ed. 70 - s/d
- HEATH, T. - A history of greek mathematics - Vol I - NY - Dover Publ. - 1981
- HEERS, J. - O mundo medieval - Lisboa: Atica - 1976
- HOLLINGDALE, S. - Makers of mathematics - London - Penguin Books - 1989
- HUNTLEY, H. E., A divina proporção - Brasília - Editora da UnB - 1985
- Instituto Nacional de Investigação Científica - Actas das II jornadas luso-espanholas de história medieval - Vol III - Porto - 1989
- ISIDORO - De natura rerum - Patrologia Latina - Tomo 83 - Paris - Ed. Migne - 1862
- ISIDORO - Etimologías - Vol. I e II - Edición bilingüe latim/espanhol - Version Española Jose O Reta y Manuel A. M. Casquero - Introdução general de DIAZ, M. C. D. - BAC - Madrid - 1983.
- ISIDORO - Etymologiarvm sive originvm - Tomvs I et II - Oxford - Oxford University Press - 1911
- ISIDORO - Liber Numerorum - Patrologia Latina - Tomo 83 - Paris - Ed. Migne - 1862
- ISIDORO - De Differentiis Rerum - Patrologia Latina - Tomo 83 - Paris - Ed. Migne - 1862
- JOSEPH, G. G. - The crest of the peacock: non european roots of mathematics - London - Penguin Books - 1990
- KARLSON, P. - A magia dos números - Porto Alegre - Ed. Globo - 1961
- KITTS, D. B. (org.) Iniciação à História da Ciência - SP: Ed. Cultrix - 1966
- KLEIN, J. - Greek mathematical thought and the origin of algebra - NY - Dover Publications - 1992
- KLINE, M., Mathematics in western culture - London - Penguin Books - 1990.

- KRISTEVA, J. – História da linguagem – Lisboa - Ed. 70 – 1969
- LAWLOR, R. – Geometria Sagrada – Tradução GVS – Madrid: Edições del Prado - 1996
- LAWLOR, R. – Sacred geometry – London – Thames and Hudson – 1984
- LINDBERG, D. (ed.) – Science in the Middle Ages – Chicago – The University Chicago Press – 1978
- LUZURIAGA, L. – História da Educação e da Pedagogia – Tradução Luiz D. Penna e J. B. Penna – SP: Companhia Editora Nacional - 1981
- MANACORDA, M. A. - História da Educação da Antiguidade aos nossos dias - S Paulo - Ed. Cortez – 1989
- MARCHIONI, A. – Didascalicon: da arte de ler – Tese de doutorado – IFCH - UNICAMP – Campinas – 1998
- MARROU, H. – Santo Agostinho e o agostinismo – RJ – Ed. Agir – 1957
- MATTHEW, D., Grandes Impérios e Civilizações: A Europa Medieval – Vol I – Madrid: Edições Del Prado – 1996.
- MIGUEL, A. , Três estudos sobre história e educação matemática - Tese de doutorado - FE - UNICAMP - Campinas - 1993
- MIORIM, M. A. - O ensino de Matemática: evolução e modernização - tese de doutorado - FE - UNICAMP - Campinas - 1995.
- MOHAMED, M. - "Mathematics in connection with Islamic religious significance - Actas do Encontro de História e Educação Matemática - Vol II -Braga - 1996
- MONROE, P. – História da Educação – 10ª Edição - Tradução Idel Becker – SP: Companhia Editora Nacional – 1972.
- MULLET, M - La cultura popular en la baja Edad Media - Barcelona: Editorial Critica - 1990.
- PANOFSKY, E. - Arquitecture gothique et pensée scolastique - Paris: Les Editions de Minuit - 1967
- PANOFSKY, E. - Essais d'iconologie - Paris: Gallimard - 1967
- PANOFSKY, E. , A perspectiva como forma simbólica - Lisboa - Ed. 70 - 1993.

- PANOFSKY, E., Idea: contribuição à história do conceito da antiga teoria da arte - SP - Martins Fontes - 1994.
- PLATÃO – La Republique – Edição bilíngue francês/grego – Paris – Société D'Édition 'Les Belles Lettres' - 1947
- PLATÃO – Timeu e Crítias – SP – Ed. Hemus – 1984
- PONCE, A. - Educação e luta de classes - SP - Ed. Cortez - 1994
- PRESTEL, R. R. L. - “Nuevos datos para el conocimiento de la Granada Ibero-Romana y Árabe - in Revista del Centro de Estudios Históricos de Granada y su Reino - nº 1- segunda época - Granada - 1987
- RIBEIRO, M. E. B. (org), A vida na Idade Média - Brasília: Ed. UnB - 1997.
- RIBEIRO, M. E. B. (ORG) – A Vida Na Idade Média – Brasília – Ed. UnB – 1997
- RICHÉ, P. – Éducation et culture dans l'Occident barbare VI^e – VIII^e siècle – Paris – Éditions du Seuil – 1995
- RIJK, L. M. – La philosophie au moyen âge – Leiden – E. J. Brill – 1985
- ROLLAND-MANUEL (org.) – Enciclopédia da Plêiade – A música das origens à atualidade – Vol I – Tradução Fernando Lopes Graça – Ed. Arcádia Ltda – Portugal – s/d
- ROLLER, D. et alii – Iniciação à história da ciência – SP – Ed. Cultrix – s/d
- ROUGIER, L. – A religião astral dos pitagóricos – Tradução Aydano Arruda – SP Edições IBRASA – 1991
- SAINT-VICTOR, H. – L'Art de lire: Didascalicon – Paris - Les Editions Du CERF – 1991
- SAITTA, A. – Guia crítica de la historia medieval – Mexico – Fondo de Cultura Economica – 1996
- SANTOS, M. F. – Tratado de simbólica – S Paulo: Ed. Logos Ltda - 1964
- SCHRADER, D. V. – “De Arithmetica, Book I, of Boethius – The mathematics teacher – Vol LXI, n. 6, outubro, 1968
- SEIDENBERG, A., The ritual origin of geometry - Archive for History of Exact Sciences
- SMITH, D. E. - A source book in mathematics - NY - Dover - 1959

- SOUZA, E. S. – Um estudo histórico-pedagógico das crenças de futuros professores acerca do ensino-aprendizagem da noção de número natural – Dissertação de mestrado – FE – UNICAMP – Campinas – 1996
- SOUZA, J. A. C. (org) – Pensamento Medieval – SP – Edições Loyola - 1983
- SOUZA, J. C. (org.) – Os pré-socráticos - Coleção Os Pensadores – 3ª ed. – São Paulo – Abril Cultural – 1985
- STEINER, H. G., “Aspectos filosóficos e epistemológicos da Matemática e suas interações com a teoria e a prática em Educação Matemática” - For the learning mathematics - 7,1 - fev/87
- STRUIK, D. J. - História concisa das matemáticas - Ed. Gradiva - Lisboa - 1989
- SZABÓ, A. – “The transformation of mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation on definitions na axioms” in Scripta Mathematica – Vol. XXVII – n. 2 – 1960 - p. 113 a 139
- SZABÓ, A. – Les Débuts des mathematiques grecques - Paris – Librairie Philosophique J. Vrin – 1977
- TAHAN, M. – Os números governam o mundo – RJ – EDIOURO – 1998
- THIEL, R. – E a luz se fez: o romance da astronomia – SP – Ed. Melhoramentos – s/d
- VASCONCELLOS, F. A. – História das matemáticas na Antiguidade – Paris, Lisboa – Livrarias Aillaud e Bertrand – 1922
- VERA, F. (ORG) – Científicos gregos – Madrid – Aguilar Ed. – 1970
- VERDET, J. P. – Uma história da astronomia – RJ – Zahar Ed. – 1990
- VITRUVIO, M. L. – Los diez libros de arquitectura – Barcelona – Obras Maestras – 1955
- WALDEGG, G. – “La notion du nombre avant l'établissement de la science analytique” in Actes de la première Université d'été européenne – Monptellier – IREM – 1993, p. 115 – 122
- WITTGENSTEIN - Philosophical investigations - NY : Macmillan – 1988