

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Projeto OEA/PREMEN/IMECC

Uma alternativa para melhorar o processo
ensino-aprendizagem de Matemática, atra-
vês do método da descoberta.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
BIBLIOTECA CENTRAL

Heloisa Sirio Simon

Orientador: Alejandro Engel Bratter

Dissertação apresentada como
requisito parcial para obten-
ção do grau de Mestre em En-
sino de Ciências e Matemática

Campinas - São Paulo

1981

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Classif. T

Autor SC 53a

V.

Ex.

Tombo BC/ 4452

UB000018770

Título: Uma alternativa para melhorar o processo ensino-aprendizagem de Matemática, através do método da descoberta.

Autora: Heloisa Sírío Simon

Orientador: Alejandro Engel Bratter

Banca Examinadora

Campinas - 1981

Agradecimentos:

Ao Mestre Palmeron Mendes, por sua valiosa colaboração, cujos conselhos nos foram bastante uteis na realização deste trabalho.

Aos meus pais João e Iracema a quem muito devo e que sempre me apoiaram.



- Aplicação da estratégia.....	44
- Processo de coleta de dados.....	49
- Hipóteses estatísticas.....	50
- Tratamento estatístico.....	51

CAPÍTULO V - DESCRIÇÃO DOS RESULTADOS

- Resultados do pré e pós-teste.....	52
- Resultados dos testes e resumos.....	56
- Resultados da pesquisa sobre atitudes dos alunos.....	57
- Resultados da pesquisa sobre a opinião dos alunos.....	58

CAPÍTULO VI - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

- Discussão do pré e pós-teste.....	61
- Discussão dos testes e resumos.....	62
- Discussão do resultado da pesquisa sobre as atitudes dos alunos.....	62
- Discussão do resultado da pesquisa sobre a opinião dos <u>a</u> lunos.....	63
- Comentários gerais sobre os resultados.....	64

CAPÍTULO VII - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

- Conclusões.....	66
- Recomendações.....	67
- Planos futuros.....	68

Bibliografia.....	69
-------------------	----

ANEXOS

Anexo I

- Fichas de atividades.....	73
-----------------------------	----

Anexo II

- Pré e pós-teste.....	125
- Testes de avaliação.....	125

Anexo III

- Ficha de registro de dados.....	150
-----------------------------------	-----

ÍNDICE

Índice das Tabelas.....	vi
Índice dos Gráficos.....	vi
Introdução.....	viii
CAPÍTULO I - SITUAÇÃO PROBLEMA	
- Possíveis causas do problema.....	1
- Formulação do problema.....	7
- Limitações do trabalho.....	7
CAPÍTULO II - ALTERNATIVA DE SOLUÇÃO	
- Justificação do estudo.....	8
- Solução proposta.....	9
- Objetivos do estudo.....	9
- Característica da clientela.....	10
CAPÍTULO III - REVISÃO DA LITERATURA: APRENDIZAGEM PELA DESCOBERTA	
- Necessidade de se usar métodos ativos na educação.....	13
- Precursores do método de aprendizagem pela descoberta....	16
- Estudos atuais sobre o método da descoberta.....	17
- Trabalhos sobre aprendizagem pela descoberta.....	22
- Algumas vantagens e desvantagens do emprego do método da descoberta na aprendizagem.....	27
- Desvantagens do método da descoberta.....	29
- Funções do material didático.....	31
CAPÍTULO IV - DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO	
- Instrumentos utilizados.....	34

ÍNDICE DAS TABELAS

<u>Tabela nº 1</u>	
Resultados do Instituto de Educação de Goiás.....	4
<u>Tabela nº 2</u>	
Resultado do Colégio "Murilo Braga".....	5
<u>Tabela nº 3</u>	
Resultados do Colégio "Bezerra de Menezes".....	5
<u>Tabela nº 4</u>	
Resultado do teste psicológico.....	11
<u>Tabela nº 5</u>	
Número de alunos por objetivos alcançados.....	54
<u>Tabela nº 6</u>	
Médias dos alunos no pré e pós-teste.....	55
<u>Tabela nº 7</u>	
Resultados dos testes e resumos.....	56
<u>Tabela nº 8</u>	
Resultados da pesquisa sobre atitudes dos alunos.....	57
<u>Tabela nº 9</u>	
Resultados da pesquisa de opinião dos alunos sobre a metodologia usada.....	59

ÍNDICE DOS GRÁFICOS

Gráfico nº 1	
Resultados do teste psicológico.....	12
Gráfico nº 2	
Objetivos alcançados pelos alunos no pré e pós-teste.....	53

ÍNDICE DOS QUADROS

Quadro nº 1	
Distribuição das fichas por objetivos.....	36
Quadro nº 2	
Representação gráfica dos cartões coloridos.....	41

INTRODUÇÃO

Neste trabalho descreve-se o problema que suscitou o estudo em questão, bem como seu desenvolvimento avaliação e os resultados encontrados.

Trata-se de uma experiência de ensino em Matemática, onde o aluno foi parte ativa e não passiva no processo ensino-aprendizagem. Realizado no ano de 1979, nas 5^{as} séries do Colégio de Aplicação da UFGO, tendo como objetivo uma tentativa de melhorar o ensino de Matemática, a nível de 1º grau.

O assunto estudado foi escolhido aleatoriamente - Frações Ordinárias. A metodologia desenvolvida poderá ser aplicada a outros conteúdos de matemática.

A fixação e a aquisição de conhecimentos tornou-se mais efetiva e isso talvez possa ser atribuído ao fato do estudo ter sido feito através de atividades onde o aluno foi participante ativo do processo.

Teoricamente fundamenta-se em Bruner, Shulman, Keisler, Piaget e outros que são favoráveis ao uso do método de ensino através da descoberta pelos próprios alunos.

Este trabalho é o início de uma pesquisa de ensino usando o método da descoberta, onde os elementos envolvidos fazem parte de nossa realidade educacional. Deverá ser ampliado e desenvolvido futuramente.

Os resultados encontrados nesta 1^a etapa afiançam um prosseguimento satisfatório deste trabalho.

Capítulo I

SITUAÇÃO PROBLEMA

Possíveis Causas do Problema

Atualmente o processo educativo, de modo geral, passa por uma fase difícil, recebe crítica em todos os aspectos, quer pedagógico, filosófico ou sociológico. Ouve-se a todo instante de pessoas direta ou indiretamente ligadas a este setor que o processo ensino-aprendizagem não vai bem, que os alunos não estudam ou não gostam de estudar, que professores ensinam mal, que os métodos usados não estão de acordo com as reais necessidades dos alunos, etc.

Há sempre professores de um nível culpando o nível anterior, quando os alunos apresentam dificuldades de aprendizagem em decorrência de um ensino deficiente feito anteriormente.

Situar e caracterizar bem os motivos pelos quais o ensino não vai bem, é trabalho de uma pesquisa científica a longo prazo, que deve ser feito por técnicos especializados. Entretanto, pode-se supor que as possíveis causas desta situação são atribuídas aos alunos, professores, situação escolar e sociedade de um modo geral.

Podem-se destacar alguns aspectos das causas atribuídas

aos alunos:

- falta de hábito de estudar;
- mudanças constantes de escola em um mesmo grau;
- desinteresse nas atividades da escola;
- falta de comunicação com o professor;
- desnutrição ou má alimentação;
- baixa capacidade intelectual.
- situação sócio-econômico da família;

aos professores:

- falta de especialização adequada;
- baixo nível de remuneração;
- falta de tempo suficiente para planejamento das aulas;
- uso de uma metodologia que não atende as necessidades reais dos alunos.

à escola e à sociedade:

- programas e currículos geralmente feitos por técnicos em gabinetes, fugindo dos interesses da escola;
- falta de pessoal técnico especializado, como, diretor, orientador, supervisor, outros;
- ensino dado a todos os alunos de um único modo e com a mesma velocidade;
- grande número de alunos em uma sala de aula;
- escolas localizadas distante dos alunos fazendo com que estes percam tempo em tomar condução para ter acesso a elas;
- más acomodações das escolas;
- pessoas envolvidas no processo ensino-aprendizagem acomodadas com a situação;
- processo de avaliação deficiente.

Estes fatores contribuem, em variados graus, para que o produto da escola sofra as conseqüências que podem ser evidenciadas por: um grande número de repetência, mau relacionamento professor-aluno, baixo nível do rendimento escolar e evasão dos alunos que desanimam no meio do caminho, interrompendo seus estudos, antes de terminar, muitas vezes, por falta de estímulos.

Ao se consultar os arquivos de três colégios da rede estadual em Goiânia, no que se refere à aprovação, reprovação, evasão escolar nas 5^{as} séries, verifica-se um alto índice de repetência, com maior incidência em Matemática.

Estes três colégios foram escolhidos aleatoriamente entre os colégios que estão próximos da clientela-alvo desse trabalho.

As tabelas 1, 2 e 3 contêm os resultados nos anos letivos de 1977, 1978 e 1979 dos colégios pesquisados.

A maior incidência de reprovação por disciplina se dá em Matemática, primeiro por estar inserida no contexto escolar e sofrer, também, as conseqüências do processo a que nos referimos nos parágrafos anteriores. Além destes, supõe-se que outros fatores diretamente ligados ao ensino da Matemática podem interferir na aprendizagem dos alunos nesta disciplina, tais como:

- É encarada pela maioria dos alunos como uma disciplina teórica e muito difícil de ser assimilada.

- Muitos são os alunos que não gostam da disciplina, sentimento esse que nasce na maioria das vezes em casa, transmitido pela família, e encontra campo de expansão nas escolas, à medida em que os estudandes deparam com as primeiras dificuldades relacionadas com aprendizagem, especialmente no que diz respeito à retenção e transferência dos conhecimentos adquiridos.

- Rigor da linguagem matemática, exigindo precisão absoluta em seus enunciados, fazendo do professor de Matemática uma pessoa exigente que vive a todo instante cobrando algo dos seus alunos, provocando um mau relacionamento professor-aluno.

TABELA Nº 1

Resultados do "Instituto de Educação"

Distribuição percentual dos alunos de 5.^a série - Instituto de Educação de Goiás nos 3 turnos segundo aprovação, reprovação, evasão escolar e reprovação em Matemática.

ANO	M		D		F(M-D)		A		R		RM		REM	
	Nº	% (1)	Nº	% (1)	Nº	% (2)	Nº	% (3)	Nº	% (4)	Nº	% (5)	Nº	% (6)
1977	443	97	21,89	346	78,10	273	78,9	73	21,0	65	18,78	62	17,91	
1978	479	77	16,07	402	83,92	302	75,12	100	24,87	97	32,11	88	29,13	
1979	331	48	14,50	283	85,49	219	77,38	64	29,22	61	27,85	55	25,11	

M - alunos matriculados (1) (D/M)100
 A - alunos aprovados (2) (E/M)100
 R - alunos reprovados (3) (A/F)100
 D - alunos desistentes (4) (R/F)100
 RM - alunos reprovados em Matemática (5) (RM/F)100
 REM - alunos reprovados exclusivamente em matemática (6) (REM/F)100

TABELA Nº 2

Resultados do Colégio "Murilo Braga"

Distribuição percentual dos alunos da 5ª série do colégio Estadual "Murilo Braga" segundo aprovação, reprovação, evasão escolar e reprovação em Matemática.

ANO	M		D		F=(M-D)		A		R		RM		REM	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%
1977	340	28,52	243	71,47	194	79,83	49	20,16	49	20,16	40	16,4	40	16,4
1978	415	22,16	323	77,83	219	67,8	104	47,48	84	26,00	63	28,76	63	28,76
1979	415	23,13	319	76,86	220	68,96	99	31,03	75	23,51	69	21,63	69	21,63

TABELA Nº 3

Resultados do Colégio "Bezerra de Menezes"

Distribuição percentual dos alunos da 5ª série do Colégio Estadual de 1º grau "Bezerra de Menezes" segundo aprovação, reprovação, evasão escolar e reprovação em Matemática.

ANO	M		D		F=(M-D)		A		R		RM		REM	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%
1977	78	15,38	66	84,61	56	84,84	10	15,15	10	15,15	10	15,15	10	15,15
1978	148	6,7	138	93,24	83	60,14	55	39,85	46	33,33	42	30,43	42	30,43
1979	205	15,12	174	84,87	128	73,56	46	26,43	32	18,39	28	16,09	28	16,09

- Os conteúdos, geralmente, são considerados desnecessários pelos estudantes, uma vez que muitos deles são utilizados como instrumento da própria Matemática ou de outra ciência, estando, assim, distantes das experiências reais dos alunos.

- Boa parte dos professores de Matemática utilizam métodos tradicionais de ensino, fazendo com que o aluno seja um receptor e decorador de fórmulas. Desta feita, o aluno não desenvolve a capacidade de raciocinar, de procurar outras alternativas para a solução de problemas que lhe são propostos, ficando sempre na dependência do professor, à espera que este lhe dê as fórmulas, as indicações, o caminho a seguir.

Estas dificuldades são notadas em todas as séries do 1º e 2º Graus e, inclusive, nos alunos dos cursos superiores que tenham Matemática em seus currículos.

Outro ponto a se considerar é o fato dos professores de outras disciplinas, como física, química, estatística e outras, criticarem os alunos, acusando-os de incapazes de resolver problemas em suas disciplinas, por falta de conteúdo de Matemática. O que ocorre, muitas vezes, não é falta de saber a fórmula certa ou tê-la disponível para se fazer uso dela, mas, simplesmente, o aluno não sabe usar os seus conhecimentos, as suas ferramentas, para resolver um problema na área de Matemática ou em outra área de estudo. Falta-lhe a habilidade de tentar, de buscar alternativas de solução, isto pode ocorrer não por falta de material, ou seja, de conhecimento, mas pela falta de treino ou de hábito de utilizar o que já sabe, para aprender outras coisas. O aluno conhece o conteúdo, as fórmulas, o conceito, mas não sabe como empregá-lo na solução de outros problemas. Falta-lhe a habilidade de fazer tentativas, de pensar, ou seja, descobrir como utilizar os seus conhecimentos disponíveis.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Solucionar todas estas questões é trabalho que requer tempo, equipe de pessoal especializado, além de muitos outros fatores que não estão ao nosso alcance no momento.

Entretanto pode-se tentar melhorar alguns aspectos, principalmente no que diz respeito à aprendizagem do aluno, o relacionamento professor-aluno, o nível do rendimento escolar, através de uma metodologia na qual se exija a participação ativa do aluno nas atividades diárias.

A partir da análise destes aspectos, formula-se o seguinte problema:

Como usar uma metodologia no ensino de Matemática, na qual o aluno possa ser agente ativo no processo de aprendizagem, obtendo um bom rendimento escolar e diminuindo a resistência em relação à Matemática?

Da realização desse estudo, espera-se que resultem: um bom rendimento escolar, uma mudança de atitudes em relação aos estudos e que os alunos sintam mais interesse no estudo de Matemática. Ao serem evidenciados esses resultados terão sido alcançados os objetivos propostos.

LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Este estudo foi realizado com alunos de 5.^a séries do 1.^o grau, fase em que muitos começam a sentir ou tomar consciência das dificuldades em relação à Matemática.

Quanto ao conteúdo escolhido, números racionais, pertence ao programa oficial da disciplina para a 5.^a série do 1.^o grau em Matemática.

Não foi possível, desenvolver este estudo em colégios da rede oficial do Estado, o mesmo foi realizado no Colégio de Aplicação da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Goiás. É um colégio experimental, por excelência, que satisfaz as condições necessárias para implantação de experiência na área de ensino de 1º grau. Os alunos envolvidos no estudo possuem muitas características em comum com os alunos da rede oficial, tais como: estão na mesma faixa etária, possuem o mesmo nível de escolaridade, classe bastante heterogênea quanto ao nível sócio-econômico e ao rendimento escolar etc.

Sentiu-se falta de uma estrutura básica de apoio ao professor quanto a uma equipe com datilógrafo, mecanógrafo e mesmo professores, para confeccionar o material necessário.

Capítulo II

ALTERNATIVA DE SOLUÇÃO

Justificação do Estudo

Ao se considerar que causas relevantes do baixo rendimento escolar são, em parte, atribuídas ao professor e à metodologia usada, e, como essas estão mais ao alcance de controle, se decidiu planejar e levar à prática esse trabalho, tentando aplicar um método que garanta aos estudantes um melhor rendimento escolar, bem como efetivar a predisposição dos alunos para aprender e descobrir novos caminhos, uma vez que, na instrução convencional, o aluno é um simples receptor, (um ouvinte) sempre recebendo instruções do professor, incapaz de por si só de buscar como aprender.

Neste estudo, o aluno também depende do professor para se desenvolver, mas de uma maneira diferente, pois ele participa não apenas como ouvinte, mas num processo de interação en-

tre professor-aluno e aluno-aluno, em que todos falam e todos ouvem.

A importância desse estudo está relacionada com a tentativa de melhorar o ensino e oferecer subsídios que podem levar a uma reflexão em torno de problemas do ensino e aprendizagem pela descoberta, nas escolas.

Ele não constitui um exemplo fixo que deve ser seguido, poderá ser adaptado e enriquecido, de modo que possa ser usado em outras situações, proporcionando, uma aprendizagem mais eficiente e produtiva.

Solução Proposta

Como proposta de solução, pretende-se usar uma metodologia tal que o aluno adquira, através de esforço próprio, um método de estudo em que ele se sinta útil com sua participação na elaboração dos conceitos, das fórmulas e regras. Uma metodologia na qual o aluno saiba fazer uso daquilo que aprendeu ou já sabe, para fazer novas aprendizagens.

Objetivos do Estudo

Estabeleceu-se, como objetivo geral do estudo, desenvolver o uso de uma metodologia na qual o aluno participa como agente ativo no processo de aprendizagem em Matemática, em função de um bom rendimento escolar de alunos de 5ª série do 1º grau, em Matemática, e como objetivos específicos:

- a) Elaborar um conjunto de atividades relacionadas a números racionais, a nível de 5ª série, usando uma metodologia que dá ênfase ao trabalho ativo do estudante;
- b) Verificar a aprendizagem do aluno, quando é usada uma metodologia onde ele é participante ativo;

- c) Evidenciar possíveis mudanças de opinião dos alunos a respeito da Matemática, após o uso do método da descoberta, para o ensino de conceitos e regras em Matemática;
- d) Ensinar conceitos matemáticos relativos a números racionais, através da utilização de materiais concretos, com uma técnica da descoberta utilizada nas atividades dos alunos;
- e) Verificar se houve, por parte dos alunos, a aceitação da metodologia usada.

Característica da Clientela

O presente trabalho foi realizado com alunos do Colégio de Aplicação da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Goiás.

O Colégio possui 500 alunos aproximadamente, distribuídos em 8 turmas, com uma média de 32 alunos em cada uma, de 5ª a 8ª séries do 1º grau, e 7 turmas com o mesmo número de alunos no 2º grau.

O estudo foi realizado com 64 alunos das 5as séries A e B - funcionando no turno vespertino. Os alunos envolvidos são de ambos os sexos, com idade variando de 10 a 14 anos.

São alunos da comunidade, provenientes de vários estabelecimentos de ensino da rede estadual e particular selecionados pelo colégio, através de sorteio especial, feito pela Loteria Estadual. Pelo critério de seleção usado, resultou uma clientela bastante heterogênea quanto ao grau de instrução. Foram distribuídos em duas turmas que são homogêneas uma com a outra quanto ao nº de alunos, sexo, idade e nivelamento intelectual e sócio-econômico.

Foi usada a mesma metodologia, as mesmas atividades, ou seja, o mesmo tratamento para as duas turmas.

Nas turmas havia alunos de vários níveis de instrução. Dos 64 alunos, 16 deles mal sabiam ler e tiveram que se submeter a uma recuperação especial em leitura.

Em um teste psicológico sobre nível mental aplicado pelo S.O.E (Serviço de Orientação Educacional) do Colégio, cujos resultados estão na tabela nº 4, ficou evidenciado que a maioria dos alunos está concentrada entre os níveis médio inferior e médio. Estes fatos demonstram que nem todos os alunos estavam em um mesmo nível e que não se poderia esperar um rendimento igual para todos. Os alunos que estão no nível inferior em raciocínio e exatidão em cálculos certamente são os mesmos que tiveram dificuldades em trabalhar com o método de aprendizagem pela descoberta, uma vez que essa metodologia requer raciocínio de indutivo da parte de quem a utiliza.

A porcentagem dos alunos que não conseguiram atingir um resultado satisfatório (10%) no estudo realizado é menor que a porcentagem de alunos que evidenciaram no teste psicológico um nível inferior. Apesar desses alunos estarem em condições inferiores em relação à turma, alguns deles ainda conseguiram, ao final do ano, um rendimento médio satisfatório e este aproveitamento pode ser entre outras causas, creditado à metodologia adotada.

Tabela nº 4

Resultados do teste psicológico

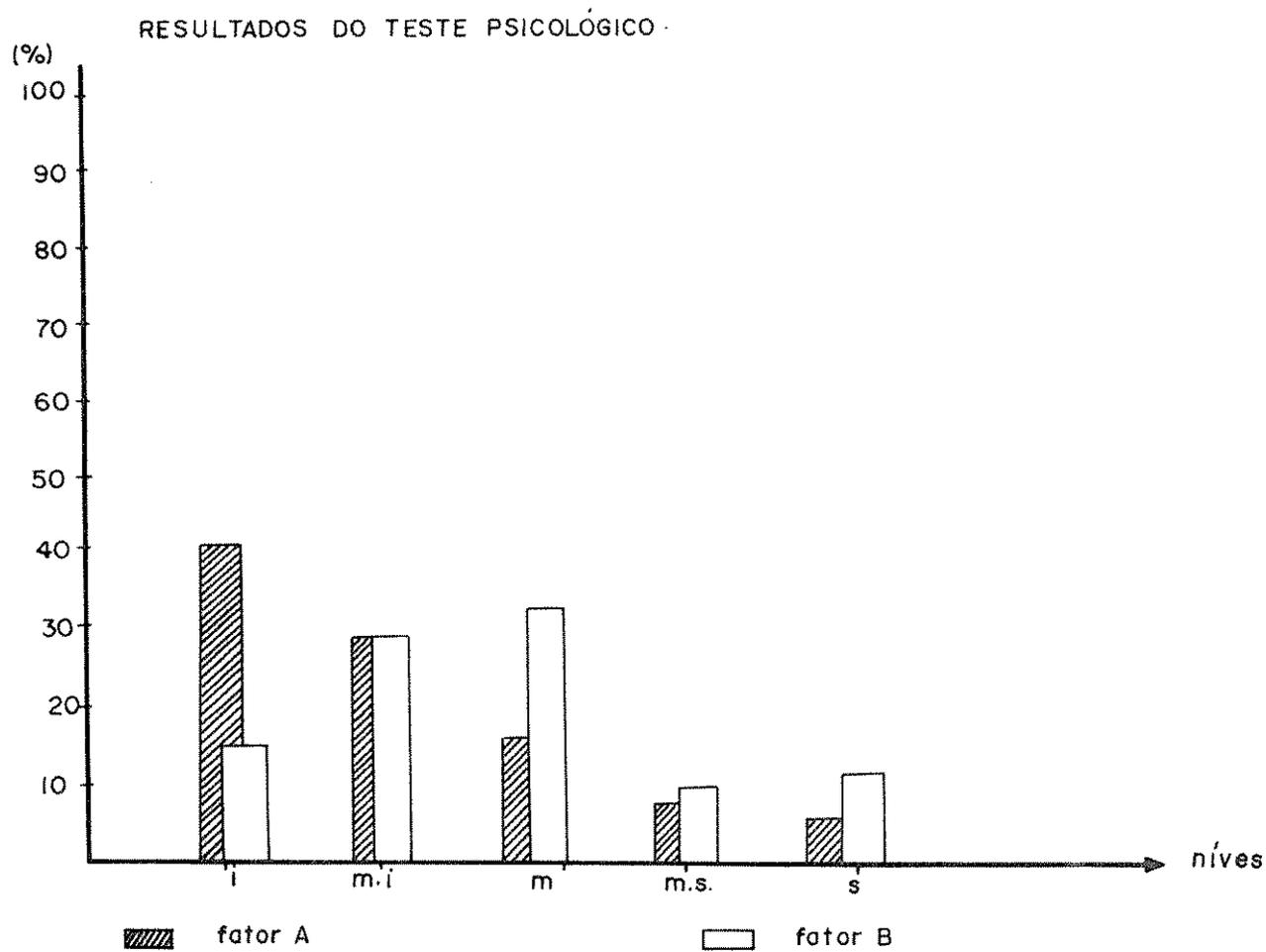
Fatores	i	mi	m	m.s	s
	%	%	%	%	%
A	41,38	29,31	15,52	8,6	5,71
B	15,52	29,31	32,76	10,34	12,04

A - Raciocínio abstrato (indutivo - dedutivo)

B - Rapidez e exatidão de cálculos (aptidão numérica)

i - inferior

m.i - médio inferior
m - médio
m.s - médio superior
s - superior

GRÁFICO Nº 01

Capítulo III

REVISÃO DA LITERATURA: APRENDIZAGEM PELA DESCOBERTA

Necessidade de se usar Métodos Ativos na Educação

Atribui-se à Educação, nos últimos tempos, a tarefa primordial de solucionar problemas de ordem política, econômica, social, etc. Devido a isso, muitos educadores, psicólogos e professores vêm continuamente pesquisando e estudando como melhorar a qualidade da Educação, para formar indivíduos capazes de contribuir com seu trabalho, para o desenvolvimento de uma melhor sociedade.

O uso cada vez maior da tecnologia, para melhorar a comunicação, obriga a trocar métodos convencionais por outros mais ágeis, para alcançar as metas da educação.

Por isso, já é tempo, como afirma Lefranc, de:

"...pensar de una manera diferente de enseñar ciencias ..., conviene condenar todo tipo de enciclopedismo en nuestra enseñanza, ya que conduce a una limitación del espíritu, que resulta incompatible con la idea de progreso... Em segundo lugar, ya no es el momento de hacer de las ciencias un conocimiento puramente espiritual. Es necesario enseñar ciencia real, el saber qué se usa, y dar a nuestros educandos una idea de lo que es posible y de lo que no lo es. La ciencia debe ser una entrada que permita el acceso al mundo del mañana. El alumno tiene que aprender, no sólo un conjunto de conocimientos, sino también y sobre todo, adquirir un método de trabajo (Lefranc p.233)

Para que o aluno possa adquirir um método próprio de trabalho, faz-se necessário o uso, nas escolas, de uma didática ativa, na qual

"...la investigación tiene la posición central que en la didáctica tradicional ocupaba la simple impresión de imágenes. Y parece llegado el momento de ir abandonando los conceptos de esa didáctica tradicional. Si quisiéramos aplicar a la didáctica, la psicología de J. Piaget, deberíamos partir de la tesis según la cual el pensamiento no es un conjunto de términos estáticos, una colección de contenidos de conciencia, de imágenes, etc., sino un juego de operaciones vivientes y actantes: "Pensar es actuar", y el maestro debe considerar, a partir de esto, la importancia de la tarea de crear situaciones psicológicas especiales para que el alumno pueda construir por sí mismo las nuevas operaciones... por ende ... en un método activo el alumno realiza actividades de investigación y creación, no de pura repetición". (Zavaleta, p.115)

A educação moderna exige hoje em dia um ensino:

- científico, pois o indivíduo precisa aplicar o pensamento, baseado na experimentação, às ciências sociais, com o fim de melhorar a vida das instituições, bem como às ciências naturais, pois esta deve ter como principal objetivo: melhorar as condições de vida.
- em que se aprendam métodos científicos, ou pelo menos aprenda-se a ver os resultados, compreender-lhes a essência e a acreditar em suas conclusões.
- que desenvolva um espírito crítico, uma mentalidade liberal, para ver e ouvir sugestões sobre o que é novo, e uma mentalidade crítica correspondente, para poder julgar.

"Se o mundo moderno possui alguma superioridade, não é graças ao poder da dialética mas sim ao princípio que

Galileu introduziu ao demonstrar que o pensamento, para ser aceitável, precisa ser comprovado em suas conseqüências práticas". (Kilpatrick, p.17)

De acordo com Lauro de Oliveira Lima:

"Ninguém informa Ninguém; o indivíduo informa-se cada vez mais, a psicologia social mostra que o processo de compreender, persuadir, ensinar não depende das habilidades do "agente", mas da atividade do paciente": quem se informa não é, pois, um paciente mas um agente". (Lima, p. 37)

Nos métodos convencionais de ensino, o aluno, com o decorrer dos tempos, esquece o que aprendeu, mas tem ao menos a satisfação de háver exercitado a inteligência. Não importa que o aluno não saiba fórmulas matemáticas, definições ou datas importantes da história, o importante é tê-las conhecido. Os partidários dos métodos ativos argumentam que fica realmente pouco daquilo que se aprendeu por encomenda, então, o importante não é o volume dos programas, mas a qualidade do trabalho.

"Conquistar por si mesmo um certo saber, com a realização de pesquisas livres e por meio de um esforço espontâneo, levará a retê-lo muito mais, isso possibilitará sobre tudo a aquisição de um método que lhe será útil por toda a vida e aumentará permanente a sua curiosidade, sem o risco de estancá-la; quando mais não seja ao invés de deixar que a memória prevaleça sobre o raciocínio ou submeter a inteligência a exercícios' impostos de fora, aprenderá ele a fazer por si mesmo funcionar a sua razão e construirá livremente suas próprias noções" (Piaget, p.15)

Existem vários métodos ativos de ensino que podem levar o aluno a desenvolver ou criar hábitos de estudo, através de esforço próprio com orientação do professor, desde que sejam levados em consideração os passos que a tecnologia Educacional requer de cada um.

Pode-se citar como exemplos a instrução programada, as técnicas audiovisuais, resolução de problemas, ensino pela descoberta, etc.

Precursos do método de aprendizagem pela descoberta

As raízes das modernas tendências de usar método de aprendizagem pela descoberta se encontram em certos movimentos dentro da filosofia e psicologia da educação.

Dentre os vários filósofos e educadores que incluíram a aprendizagem por descoberta nos métodos de ensino que propuseram, pode-se citar: Sócrates, Rousseau, Montessori, Decroly, Freinet, Cousinet, Dewey, Neill e outros.

Através de Platão (429-347 a. de C.) se conhece o método usado por Sócrates: a Maiêutica, no qual interroga seu interlocutor até que haja luz, ou seja, até que ele chegue a mostrar aquilo que se quer dele.

Segundo Rousseau:

"A verdadeira educação, insiste, é feita menos de preceitos do que de prática. Não dê a seu aluno lições verbais; ele deve aprender pela experiência apenas. (...) As aulas devem consistir de ações e não de palavras. Em qualquer estudo, os símbolos não têm valor sem a idéia das coisas simbolizadas. Como regra geral, nunca substitua coisa simbolizada pelo símbolo, a menos' que seja impossível mostrar a própria coisa, pois a atenção da criança fica tão ocupada com o símbolo que ela esquece o que este significa". (Adler, p.14)

Rousseau era a favor de que coloque os problemas diante do aluno e deixe-o resolvê-los por si mesmo. Não permita que aprenda alguma coisa porque você lhe deu a informação, mas porque a descobriu por si mesmo. Não lhe ensine ciência, deixe-o descobri-la.

Rousseau valoriza também o trabalho de laboratórios e de campo, pelas oportunidades que oferecem de treinamento físico e desenvolvimento de habilidade manual.

Na sua teoria a aprendizagem baseia-se no interesse da criança, ele prestou grande serviço à Educação ao acentuar a importância de despertar o interesse na criança.

Maria Montessori (1912-1917) foi precursora de um movimento no qual insistia na liberdade da criança para escolher problemas e materiais que quer estudar. Enfatiza que o professor deve dar poucas orientações verbais para a criança, como também deve reforçar, através de sorrisos palavras e outros tipos de reforços verbais ou sociais.

Essa educadora, com seu interesse em observar a conduta da criança e introduzir reformas nas aulas, a partir de suas observações diretas, muito colaborou para produzir inovações na prática e nos pensamentos educacionais.

Dewey (1910) produziu mudanças na educação neste século por sua preferência pela solução de problemas, trabalho de laboratório e o método científico. Em sua teoria sobre aprendizagem, ele:

"Sugería la experiencia concreta, los proyectos de resolver problemas, las respuestas activas y el aprendizaje de 'hágalo usted mismo' Aunque insistía en la interacción social y la solución de problemas como caminos para el aprendizaje,..." (Shulman p.56)

Estudos atuais sobre o método da descoberta

Robert Gagné interpreta o termo descoberta como:

"... algo que el estudiante ejecuta, además de estar sentado en su lugar poniendo atención. Lo que hace el estudiante, o mejor dicho, los hechos que se originam

en su interior, tienen una importancia decisiva en el aprendizaje". (Shulman, p.159)

Constantemente, seres humanos deparam com inúmeros problemas e são solicitados a solucioná-los. Estes problemas são vários e podem ocorrer a qualquer instante e não apenas na sala de aula. Diz-se que uma pessoa enfrenta um problema, quando a situação em si apresenta um conteúdo a ser descoberto, e ela deve voltar-se "intencionalmente" para o problema, utilizando proposições ou princípios que estão presentes em sua estrutura cognitiva e transformando-os em novas proposições que geram um tipo de aprendizagem que é denominada solução de problemas.

A solução de problemas pode ser interpretada como sendo a reorganização de uma série de princípios que o ser humano já possui em sua estrutura cognitiva e os utiliza deliberadamente para alcançar um determinado objetivo (Gagné p.141)

Após solucionar um problema, o sujeito passa a apresentar proposições novas, que são resultantes de transformações já existentes, ocorrendo, portanto, uma nova experiência.

"O que resulta a resolução de problemas é um princípio de ordem superior, que daí por diante, se torna parte do cabedal do indivíduo. Assim quando a pessoa enfrenta novamente o mesmo tipo de situação, obtém respostas com muito maior facilidade por meio da evocação e não mais a encara como um problema, portanto deve ser considerada em caráter definitivo como uma das formas de aprendizagem". (Gagné p.141)

Robert Glaser ao definir aprendizagem pela descoberta diz que:

"... el ... aprendizaje por descubrimiento, se le suele definir como la enseñanza de una asociación, un concepto, ou una regla en que la interviene el 'descubrimiento de la asociación, el concepto, o la regla". (Shulman p.28)

Na aprendizagem pela descoberta, Glaser ainda faz duas colocações diferentes quanto à forma de se fazer a descoberta, uma se refere a uma seqüência de aprendizagem que intervém na indução e a outra consiste em diminuir o número de informações de uma seqüência relativamente carente de informação à qual o aluno agrega sua própria estrutura.

A primeira pode ser caracterizada por uma seqüência indutiva, a qual fornece ao aluno um princípio e em seguida casos particulares que se encaixam com o tal princípio. E como Glaser afirma:

"... se trata de um procedimiento antiguo, reconocido por su gran efectividad en la sociedad: el aprender ' conceptos y principios por medio de la presentaci3n de casos concretos, que permiten (al que aprende) hacer la generalizaci3n entre casos concretos de una misma clase y discriminar entre los casos que son y los que no son de esa clase (Shulman, p.31)

No segundo, a característica que diferencia a aprendizagem pela descoberta está no mínimo de orientação que se dá ao aprendiz e, em conseqüência, muitos erros nas respostas que cometem os estudantes, quando descobrem coisas por si mesmos. Donde vem o nome de aprendizagem por ensaio e erro ou aprendizagem com erros. Nesta situação, o aluno, no processo de aprender, se mete muitas vezes em becos sem saídas, comete erros e tem tanta possibilidade de errar como de acertar.

Já Bruner (1960), ao enfatizar a aprendizagem pela descoberta, preocupa-se em introduzir uma participação ativa do aprendiz no processo de aprendizagem. Em sua teoria a solução de problemas depende de uma situação ambiental que se apresenta como um desafio constante à inteligência do aprendiz, levando-o a resolver problemas e, mais que isso, promover o fim último de qualquer processo instrucional, qual seja, a transferência de aprendizagem.

Ele se refere a uma transferência não específica, na qual o aluno aprende uma idéia geral que lhe servirá de base na

solução de problemas posteriores, como casos especiais da idéia adquirida.

Outro ponto que ele considera importante é a estrutura dos currículos, de modo que possam "ser aplicados por professores comuns a alunos comuns" e ao mesmo tempo reflitam claramente os princípios básicos e fundamentais de vários campos de investigação. Ele insiste que se devem ordenar materiais básicos e refazer os recursos de ensino, de forma que as idéias e atitudes sejam o tema principal; bem como na adequação desse ensino com a capacidade dos estudantes.

Gagné, ao tecer comentários sobre aprendizagem pela descoberta, no que se refere a prática educativa, diz:

"La primera es la idea de que el descubrimiento constituye un proceso integral de varias especies de aprendizaje. No es una panacea para hacer efectivo el aprendizaje, ni tampoco una condición esencial de todas las variedades del aprendizaje. Pero sí se le encuentra en muchas situaciones escolares. En segundo lugar, cuando hay descubrimiento, depende evidentemente de los hechos internos que se producen en el que aprende. Esto significa que si se quiere promover el descubrimiento con el fin de alcanzar algún objetivo de la educación, es menester verificar que se han establecido las capacidades previas. En otras palabras, se tiene que atender ampliamente la fase de preparación de la instrucción, si se quiere que el descubrimiento tenga lugar". (Shulman, p.175)

Para a prática educativa, Gagné (1974) expõe sobre as implicações da descoberta nas diversas situações de aprendizagem. Analisando os fatos, conclui que as funções da descoberta não são as mesmas nas diversas variedades da aprendizagem.

Shulman (1968) diz que Bruner "não inventou o método da descoberta. Ele, mais que ninguém, captou-lhe o espírito, deu-lhe fundamentação teórica e o divulgou. Não se trata do descobridor da descoberta - ele é o seu profeta".

Não se pode afirmar com certeza que a aprendizagem pela descoberta seja a melhor maneira de ensinar uma criança, mas Bruner afirma que:

"... hay una sola cosa que parece ser componente necesario del aprendizaje humano y es semejante al descubrimiento, a saber: a oportunidade de explorar una situación". (Shulman, p.123)

Bruner sugere seis maneiras possíveis de ajudar o aluno a descobrir coisas por si mesmo; pois ele critica o tipo de ensino pelo qual, na idade escolar, as crianças acostumam-se a esperar dos adultos solicitações arbitrárias e sem sentido, como resultado em geral do fato do adulto não conseguir traduzir as tarefas em problemas de significação intrínseca para os alunos" (Bruner 1966, p. 177)

As seis sugestões referem-se aos problemas de:

1. Atitude: Na aprendizagem o aluno deve adquirir a atitude de usar a informação de que ele já possui. Na aprendizagem pela descoberta, o que se faz não é tanto conduzir o aluno para que se descubra de fora, senão o que ele já tem em sua própria cabeça.
2. Compatibilidade: A criança deve usar materiais novos que aprende a ajustá-lo em seu próprio sistema. Usar as informações compatíveis com ela própria.
3. Ativação da criança: Ela experimenta sua própria capacidade de resolver problemas; ela se sente recompensada com seu exercício de pensar.
4. Atitudes relacionadas com soluções de problemas: A criança pratica as atitudes relacionadas com o emprego de informações e solução de problemas.

"... y el gran problema de esto consiste en la manera de hacer con que el niño pratique la utilización de esas aptitudes, por que suele suceder que el estudiante no la amplexa com mucha afectueidade (por mas que se exponga idea generalis), a menos que tenga la oportunidade de usarlas". (Shulman, p.124)

5. Autociclo: De uma classe especial que Bruner chama de "problema del autociclo". Consiste no fato da criança não ser capaz de descrever coisas, mas não sabe convertê-las em uma notação compacta que possa ser conservada em sua mente. Quando a criança começa a se dar conta do que fala, ela começa a voltar-se para si mesma e faz descoberta por meio de sua consciência.
6. A capacidade de manipular facilmente a informação de maneira que a criança possa empregá-la na solução de problemas. Quando o aluno explora coisas contrastantes, ele tem mais possibilidades de organizar seus conhecimentos e descobrir um critério para escolher entre duas possibilidades, podendo fazer descobertas em situações particulares que se apresentam como fato a ser descoberto.

Trabalhos sobre aprendizagem pela descoberta.

Em 1952, a Universidade de Illinois começou a preparar materiais e professores para melhorar o nível de ensino de Matemática nas escolas secundárias.

Tinha como objetivos: a) precisão da linguagem usada no texto e pelo professor; b) descoberta de generalizações pelos próprios estudantes.

O conjunto de materiais elaborado pelo comitê de matemáticas escolares da Universidade de Illinois (University of Illinois Committee on School Mathematics - U.I.C.S.M) tem acentuado a importância da descoberta como recurso auxiliar no ensino. Muito se tem feito na idealização de métodos que permitam ao aluno descobrir por si mesmo a generalização existente por detrás de uma operação matemática particular, abordagem esta que se opõe ao método de asserção e prova.

Na preparação de provas e experimentação contou-se com a colaboração do Departamento de Matemática, o College de Educación e High School da Universidade.

Como conduto terminal dos estudantes que participaram e terminaram o programa, indica que se tem alcançado melhoras no ensino de matemática nas escolas secundárias.

O SMGS (School Mathematics Study Group), financiado pelo National Science Foundation, realiza um trabalho com característica de aprendizagem pela descoberta desde 1958. Os textos e materiais preparados pelo grupo se caracterizam pela cuidadosa graduação dos conteúdos e uma estruturação dos conceitos matemáticos fundamentais (por exemplo: numeração, sistemas numéricos, geometria plana e intuitiva), além de introduzir o estudante na descoberta dos conceitos matemáticos.

A aprendizagem pela descoberta não fica restrito apenas no campo da matemática e ciência, como costumam pensar. Como exemplo, pode-se citar um programa que estuda materiais educativos de Química que, desde 1963, vem preparando uma série de experimentos de laboratórios com filmes, livros textos e manuais de laboratórios. Através da experimentação, os estudantes descobrem as idéias fundamentais do curso.

Existe também outro projeto do American Institute of Biological Sciences - AIBS - para o ensino de Biologia que adota os procedimentos da aprendizagem pela descoberta.

Avaliar as dimensões que esses novos projetos em sua aplicação produzem no aluno é muito difícil. O êxito desses programas não apóia e nem refuta a afirmação de que a aprendizagem pela descoberta é importante para aprender a matéria de estudo, para aprender resolver problemas ou para qualquer outro objetivo da educação.

Exemplos do que se tem feito como experiências, sobre aprendizagem pela descoberta, em crianças, realizadas pelo professor Davis no projeto Madison:

No projeto Madison de ensino, Robert Davis faz uma lista de objetivos que deseja obter. Entre os objetivos intelectuais citamos apenas dois que se referem a aprendizagem pela descoberta.

- 1) "Queremos que los estudiantes tengan experiencia en el descubrimiento de estructuras en situaciones abstractas".
- 2) Queremos que los estudiantes tengan impresión realista de la historia de las matemáticas, en parte debido a haber sido testigos oculares de descubrimientos matemáticos (o participantes en ellos)" (Shulman, p.149)

Dos objetivos emocionais ou de valores pode-se citar:

- 1) "Queremos que los estudiantes se enteren de que se pueden descubrir realmente las matemáticas (esto es algo que poca gente cree)
- 2) Como parte de la tarea del conocerse a sí mismo, queremos que cada estudiante evalúe de manera realista su propia capacidad personal para descubrir hechos matemáticos.

Deseamos que los estudiantes den al debido valor a la "intuición educada"

Queremos que los estudiantes den al debido valor al análisis racional abstracto.

Deseamos que los estudiantes sepan (hasta donde sea posible) cuándo deben perseverar y cuando deben ser flexibles.

Queremos que los estudiantes tengan la impresión de que las matemáticas son divertidas y emocionantes, y que valem la pena". (Shulman, p.150)

Dentre os vários exemplos do que se tem feito a título de experiências na aprendizagem pela descoberta pode-se citar:

Primeiro exemplo, uma experiência, do projeto Madison, realizada com crianças com deficiências culturais e de QI baixo, que cursavam o sétimo grau com idade superior ao normal desta faixa.

A experiência consiste em encontrar pares de números inteiros que satisfazem equações lineares do tipo:

$$(\square \times 3) + 2 = \Delta$$

Como resultado quase todos os alunos descobriram que há uma estrutura linear simples dos pontos obtidos. Muitos alunos seguiram por vários dias estudando o problema e indo mais a lêm.

Davis em sua conclusão quanto ao resultado da experiência diz:

"Deduzco que el aspecto importante de esto consiste en la combinaci3n del logro de realizar su pr3prio descubrimiento, la gratificaci3n competitiva que procede del contraste con compa1eros que no hicieran el descubrimiento, la autonomía de haberse propuesto la tarea a sí mismos una recompensa intrínseca de carácter estético o de clausura y la existencia de una verificaci3n que no dependía del maestro"..... por medio de su propio descubrimiento, encontraban algo que realmente funcionaba. Si se hacía la prueba, la comprobaci3n arrojaba resultados perfectos". (Shulman, p.137)

O segundo exemplo é realizado com estudantes do terceiro ao nono grau, e consiste em adquirir alguma experiência com as variáveis e a aritmética dos números com sinal. Tinha como princípio proporcionar atividades matemáticas que tenham sentido e quando possível de forma que permitam ao estudante fazer pelo menos uma descoberta interessante.

No início desta experiência, o estudante tinha um único método que era o de ensaio e erro. Se o aluno não faz descoberta, pelo menos se beneficia com a parte fundamental da questão, que era usar variáveis e números com sinais, dentro de situação que não considera sua atividade como exercício mecânico.

A descoberta não é o objetivo principal da questão, se acontece é como um prêmio para aqueles que descobrem.

Nos dois exemplos anteriores, usa-se uma técnica chamada "torpedo". Depois que os estudantes fazem as descobertas, suas conclusões, partindo de problemas ou situações simples, vão gradativamente aumentando o grau de dificuldade na formulação de novas questões sob forma de perguntas. É uma técnica que pretende familiarizar o estudante com os fenômenos históricos importantes, através da experiência, ele terá muito mais facilidade em entender a história da matemática quando passar pela experiência de errar, fracassar, ter êxitos temporários, revisar pontos de vista, concluir, etc.

Terceiro exemplo: consiste em um problema:

"Existe una matriz que haga las veces del numero racional uno" (Shulman, p.141)

Esse é diferente dos outros dois, nos primeiros os estudantes descobriram as estruturas e guardavam os resultados para si próprios a fim de solucionar problemas com prontidão e facilidade. Nesse caso todos se dirigem ao problema central e, quando encontram a solução, a anunciam de imediato.

Quarto exemplo chamado "aritmética personal de Kye"

Kye é um aluno que durante uma aula na qual o professor ensinava um algoritmo para resolver subtrações, ele descobre uma maneira totalmente diferente daquela que o professor estava ensinando. O professor observa como ele faz e o encoraja, valoriza seu trabalho, sendo que o comum, num caso semelhante, seria o professor chamar atenção do aluno para o processo comum e usual de subtrair.

Outros exemplos de fazer o aluno descobrir:

Em uma classe, ao introduzir os conceitos de integração e diferenciação, foi feita a seguinte experiência:

Apresenta-se aos estudantes um filme do PSSG sobre cinemática retilínea, no qual se faz uma exposição de temas relacionados com velocidade e aceleração. Os alunos podiam ver a pe

sencialmente em saber dar respostas ao aluno. Outra tendência já considera a educação como crescimento e afirma que o único conhecimento real e valioso é aquele no qual o aluno o formula a partir de sua própria experiência.

As pessoas que são partidárias desta segunda posição da aprendizagem pelo método "halago usted mismo" vêm, durante os trinta anos, trabalhando para determinar o domínio do professor, de acordo com a capacidade do aluno. Devido a isto, vem-se sentindo uma falta quase que completa de estudos confiáveis que delimitem e definam o problema, bem como implicações e aspectos parciais dos resultados.

Muitos daqueles que são a favor da aprendizagem pela descoberta estão de acordo que:

- produz a transferência de aprendizagem a situações novas pela prática de resolução de problemas;
- é intrinsecamente motivadora, pois constitui sua própria recompensa;
- ajuda no amadurecimento do aluno, quando ele adquire um comportamento indutivo e científico;
- atende as diferenças individuais, e o aluno aprende a usar seus próprios recursos;
- o aluno aprende a produzir e não a reproduzir respostas e conhecimentos.

Segundo Kagan as vantagens de usar o método da descoberta são:

O método requer a participação ativa do aluno de modo que ele deve dar mais atenção ao que está fazendo. Esta estratégia consiste em produzir ação e em consequência atenção máxima.

Na descoberta, a criança atribui mais valor em sua tarefa, em função do esforço que ela faz para conseguir a solução. É o valor psicológico que o aluno atribui a sua tarefa pelo próprio esforço em realizá-la.

Aumenta a expectativa do aluno em relação a sua capacidade de solucionar problemas. O método conduz o aluno a pensar de uma maneira autônoma, proporcionando-lhe segurança, con-

lúcida quantas vezes quisessem. Foi-lhes dada também uma caixa, contendo equipamento do PSSG para utilizarem na realização das experiências sugeridas pelo filme. Fizeram seus experimentos em casa e depois, na sala de aula, a tarefa realizada pelos alunos ultrapassava o nível normal de trabalho escolar.

Outra técnica também usada consiste em apresentar aos alunos um aparelho físico e perguntar a eles quais são as perguntas matemáticas adequadas que valem a pena estudar em relação ao aparelho. O importante está no fato dos estudantes reconhecerem se as perguntas são adequadas.

Algumas vantagens e desvantagens do emprego do método da descoberta na aprendizagem

Segundo Wittrock, na psicologia educativa se faz afirmações radicais em torno de aprendizagem pela descoberta, porém quase nunca vêm acompanhadas de provas empíricas e muitas vezes nem sequer de experimentos claros (Shulman, p.47)

Atualmente, o estado de investigação sobre aprendizagem pela descoberta não tem proporcionado meios ou resultados definitivos, para se tirar conclusões sobre ensino e aprendizagem pela descoberta. O que se tem publicado até agora em português a respeito de aprendizagem pela descoberta não passa de simples resumo.

Os estudos existentes são feitos isoladamente, às vezes os procedimentos são incompletos e grosseiros e evidenciam apenas preferências e suposições do investigador.

Verificar os problemas fundamentais a respeito de aprendizagem pela descoberta é uma das maneiras de melhorar a educação, ainda são poucos os conhecimentos acerca das vantagens que oferecem e em quais condições se obtêm estas vantagens.

Será muito difícil fazer uma pesquisa sobre o ensino pela descoberta, onde e como fazê-la, visto que a educação é tida como transmissora de cultura e a função do mestre consiste

fiança em sua capacidade em resolver problemas intelectuais.

O método favorece a criança quanto à amplitude e liberdade em relação à dependência entre professor e aluno. Ele ajuda o aluno que tem conflitos de dependência com o professor.

Bruner falando sobre descoberta afirma que:

"For if man's intellectual excellence is the most his own among his perfections, it is also the case that the most uniquely personal of all that he knows is that which he has discovered for himself". (Bruner, p. 22)

Bruner fala também que a descoberta de uma regra, princípio ou uma relação feita por uma criança é essencialmente idêntica - enquanto processo - à descoberta que um cientista faz em seu laboratório.

Polya em seu livro "Como Plantear e Resolver Problemas" demonstra seu interesse no método de resolver problemas. Faz uma vasta exposição de como aplicá-lo. Apresenta a técnica, faz sugestões, cita vários exemplos e maneiras, de como deve ser usado, bem como um breve dicionário de heurística onde esclarece alguns termos usados na metodologia.

Desvantagens do método da descoberta

Kagan apresenta também as desvantagens quanto ao uso do método.

O método da descoberta não é muito adequado para alunos pouco motivados para trabalhar na resolução de problemas.

Não deve ser utilizado em crianças com pouca idade, uma vez que elas ainda não estão preparadas e nem motivadas para este tipo de estratégia. Os pré-adolescentes já conhecem a alegria de descobrir e também já tem condições de fazer inferências.

Crianças muito impulsivas costumam tirar conclusões a pressadas e se equivocam nas respostas, ficando vulneráveis ao desenvolvimento de sentimentos de importância intelectual. Em situações que exigem uma reflexão maior, geralmente os alunos impulsivos costumam dar respostas erradas e isso às vezes pode gerar um sentimento de incapacidade.

Skinner, ao criticar o método da descoberta, diz que ele "traz elementos reforçadores e tem conseqüências benéficas na aprendizagem e na retenção. Entretanto, o método da descoberta não é uma solução dos problemas da educação, tendo em vista que uma cultura é tão forte quanto sua capacidade de se autodestruir e é para isso que a educação foi instituída". Skinner vai mais além e conclui o pensamento:

"É quase impossível ao estudante descobrir por si mesmo qualquer parte substancial da sabedoria de sua cultura e nenhuma filosofia da educação propõe isso como seu sistema." (Oliveira p. 47)

O Committee on School Mathematics e o Arithmetic Project da Universidade de Illinois com base nos resultados dos programas de ensino relacionados com métodos da descoberta afirma que:

"...seria muito demorado para aprender tudo quanto um aluno deve aprender em matemática. O equilíbrio adequado entre os dois métodos não é nada simples e estão se desenvolvendo pesquisas para elucidar o assunto, mas ainda há muito a ser feito". (Bruner, p.19)

O fator tempo é importante e pode ser visto em dois aspectos distintos:

- a) quando se tem determinado programa a cumprir, realmente aprender pela descoberta é mais demorado que com outros métodos tradicionais;
- b) quando o objetivo é levar o aluno a adquirir uma técnica da descoberta, o tempo gasto nessa aquisição é logo compensado pelos benefícios que o próprio método proporciona.

Outro fato a considerar é que, ao descobrir, o aluno aprende realmente e terá mais condições no futuro de se desenvolver, ao passo que de outra forma o aluno aprende porque ouviu falar e logo depois esquece. Levando em conta que, muitas vezes, as experiências são realizadas com um determinado assunto e em uma única disciplina, e que, geralmente, leva-se pouco tempo na experiência. Talvez se o aluno tivesse que trabalhar usando essa metodologia, durante um período de tempo maior, e em várias disciplinas, ou em todas ele adquirisse mais destreza e habilidade com o método e a demora em alcançar os resultados fosse diminuída.

Funções do Material Didático

Na aprendizagem pela descoberta, o material didático assume um importante papel, principalmente a nível de 1º grau. Através da manipulação do material concreto, o aluno começa a sentir, a perceber os dados do problema e pode encontrar a solução com os materiais que está manuseando, que pode pegar, sentir e não apenas imaginar.

Dessa forma, torna-se necessário elaborar um material didático, que seja próprio para a aprendizagem pela descoberta, que tenha as características funcionais típicas do método.

Jairo Bezerra alinha algumas

- "1) Auxiliar o professor a tornar o ensino mais atrativo e acessível, muito especialmente para aqueles que têm maior dificuldade de compreensão.
- 2) Ilustrar a matéria de forma a acabar com o medo da Matemática, que, criado por alguns professores e alimentado por pessoas que não gostam de Matemática, está aumentando a dificuldade dessa matéria
- 3) Interessar maior número de alunos no estudo dessa ciência, a fim de poder aumentar o número de técnicos e de pessoas com relativa cultura científica em nosso País.

- 4) *Facilitar as atividades reflexas do aluno que o levam a estabelecer progressivamente as operações que, interiorizadas, se coordenam em estruturas e preparam o rigor dedutivo ulterior (Bezerra, pag. 27)".*

Dienes (1975), defensor do uso de material concreto no ensino, estabelece as etapas da aprendizagem que também são características do método da descoberta e pelas quais o aluno deverá passar para que exista aprendizagem real. São estas as etapas:

1) Jogo livre - consiste na adaptação do indivíduo ao seu meio.

2) Jogos estruturados - jogos que contêm um princípio, regras e um objetivo. O aluno manipula o material de acordo com as limitações de uma situação.

3) o indivíduo percebe a estrutura comum dos jogos estruturados já realizados.

4) a estrutura comum é representada de uma forma gráfica qualquer.

5) Inventa uma linguagem para registrar as propriedades da abstração conquistada.

6) Elabora um número mínimo de descrições que constituem os axiomas. O procedimento de deduzir outros chama-se demonstração e as propriedades posteriores chamam-se teoremas.

"Na pedagogia tradicional, trabalha-se exatamente em sentido inverso. Introduce-se o sistema formal por meio de símbolos. Percebe-se que a criança não está apta a compreender tal sistema e por isso se lança mão de meios áudio-visuais para fazê-la compreender. Isto quer dizer que a partir do simbolismo passa-se a etapa da representação. Descobre-se ainda que a criança não está apta a aplicar os conceitos mesmo depois dos recursos áudio-visuais, conseqüentemente torna-se necessário ensinar-lhes as aplicações na realidade. Chega-se finalmente à realidade de onde deveria ter partido. (Dienes, p.72)".

Como já foi mencionado anteriormente para que haja descoberta ou resolução de problemas é necessário atender o aluno quanto às diferenças individuais, bem como fornecer subsídios e informações, para que o aluno possa, com maior proveito e economia de tempo, fazer descobertas no processo de aprendizagem.

Existem fatores culturais que interferem na aprendizagem, daí ser necessário grande número de experiências reais ou abstratas, para atender as necessidades reais de cada um.

A nova tendência do ensino tem feito com que muitos professores levem em conta que:

"Los estudiantes varían enormemente en su habilidad de percepción y aprendizaje; por lo tanto, en los requerimientos didácticos individuales. Algunos aprenden fácil e rápidamente a través de informaciones orales o impresas y con un mínimo de experiencias más directas. Otros requieren experiencias más concretas que incluyan los medios audiovisuales. La mayoría de los alumnos requiere de una combinación de los diferentes métodos de aprendizaje.

La nueva organización del contenido de las asignaturas aconseja una mayor participación del alumno en el aprendizaje mediante los métodos activos de investigación y experimentación". (Kemp, p.6)."

Adler em seu livro "Matemática e desenvolvimento mental" se mostra favorável ao uso de material concreto no ensino, e afirma que:

"Para aprender eficazmente, a criança precisa participar de acontecimentos ao invés de ser apenas espectadora. Para desenvolver conceitos de números e espaço, não basta que olhe para os objetos. Precisa também tocar as coisas, movê-las, virá-las, reuni-las. Quando desejamos que a criança adquira um novo conceito devemos começar com alguma ação importante que ela possa realizar" (Adler, p.50).

Continuando, Adler acha que se deve criar oportunidades para que a criança torne-se cada vez mais independente da ação física, até que esta se torne completamente interiorizada como operação mental. A ação física não passa de um fundamento para que a operação mental se desenvolva.

Sobre material didático, Bruner diz que, além dos materiais concretos manuseáveis, existem outros que são chamados dispositivos, que podem ser usados para levar o aluno a perceber a estrutura conceitual das coisas que observa.

"O melhor meio de caracterizá-los é, talvez, chamá-los "programas seqüenciais". Há certas ordens de apresentação de materiais e idéias em qualquer assunto que têm melhores probabilidades do que outras de fazer com que o aluno chegue a idéia principiapl". (Bruner, p.78)

Capítulo IV

DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO

Instrumentos Utilizados

Para se desenvolver o presente trabalho houve a necessidade de confeccionar um material didático apropriado, tanto para efetivar a aprendizagem dos conceitos propostos pelo método da descoberta, como para fornecer e registrar os resultados obtidos.

Ao se construir o material levou-se em conta a natureza do trabalho, o nível da turma e a seqüência programática do colégio, no que diz respeito à matemática.

É um material de fácil confecção e pouco dispendioso, foi elaborado pelo professor autor do trabalho e consiste em:

pré-teste, fichas com atividades, cartões coloridos, testes de avaliação, ficha de observação de atitudes, pós-teste, questionários e outros materiais concretos.

No final do trabalho encontra-se anexado um exemplar de cada material.

Pré-teste: Elaborado de acordo com o programa oficial do colégio. Conteúdo escolhido: frações. O pré-teste teve por finalidade verificar antes o nível de entrada em que os alunos se encontravam.

Na sua execução contou-se com a colaboração da Coordenadora da disciplina Matemática da Faculdade de Educação da UFG.

Esse pré-teste consiste em 33 questões sobre frações ordinárias e decimais e se encontra no anexo 2.

Fichas com atividades: Essas fichas, em número de 20, foram feitas em papel chamex, reproduzidas em mimeógrafo. Contêm pequenas perguntas ou exercícios que são elaborados de modo a fornecer subsídios para que o aluno possa gradativamente ir adquirindo elementos para, ele próprio formular o conceito ou regra que lhe foi proposto. Os objetivos e os conteúdos de cada ficha estão explícitos no quadro nº 1 e as fichas, estão no final do trabalho (anexo 1).

Na elaboração das fichas foram consultados os livros de matemática da 5.^a série usados na rede de ensino, Frações-Fichas de Trabalho do Dienes e Rational Number With Integers and Real de John F. Leblanc.

Essas fichas eram entregues aos alunos pelo professor, logo após o período em que estes manipulavam o material concreto. Era dada uma ficha para cada aluno, a fim de que estes resolvessem, estudassem e discutissem o que havia sido pedido. A solução e conclusão encontradas eram registradas nessa mesma ficha.

Apesar de ser dada uma ficha para cada aluno, estas podiam ser resolvidas individualmente ou em grupo, de acordo com

o tratado. Se na fase oral os alunos demonstravam ter compreendido os exercícios, então estas eram resolvidas individualmente, caso contrário se reuniam em pequenos grupos para encontrar a solução.

Após a resolução de cada ficha, essas eram corrigidas na sala de aula pelos próprios alunos com a supervisão do professor.

Era solicitado a 4 ou 5 alunos que lessem ou falassem o que haviam feito ou concluído.

Desse modo os alunos completavam os trabalho e fixavam o que havia sido aprendido.

QUADRO Nº 1

DISTRIBUIÇÃO DAS FICHAS POR OBJETIVOS

O B J E T I V O S	F I C H A	C O N T E Ú D O
1) Identificar e representar graficamente, um meio, um terço, um quarto, um quinto de uma região.	nº 1 e 2	Frações: conceito terminologia e representação
2) Contar e identificar partes de uma região, como metade, terço, quarto, quinto, décimo, etc.	nº 3	
3) Identificar numerador e denominador de uma fração e dar o seu significado.	nº 4	
4) Identificar e representar frações próprias como: dois terços, três quartos, etc.	nº 5	
5) Ler e escrever símbolos para frações assinaladas em um região da da.	nº 6	

O B J E T I V O S	F I C H A	C O N T E Ú D O
6) Representar e identificar frações maiores que a unidade usando objetos e desenhos.	nº 7	
7) Escrever frações maiores que a unidade como uma fração mista ou aparente.	nº 8	
8) Classificar frações: mistas, própria, imprópria, decimal e aparente.	nº 8	
9) Representar com objetos frações equivalentes a $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$, etc.	nº 7	Equivalência e Ordenação de frações
10) Ordenar pares de frações usando os símbolos $>$, $<$ e $=$	nº 9	
11) Escrever frações equivalentes a outra cujo denominador seja determinado.	nº 10	
12) Transformar um grupo de frações dadas de denominadores diferentes em frações de denominadores iguais, usando material concreto.	nº 11	
13) Transformar frações de denominadores diferentes em frações de denominadores iguais.	nº 11	
14) Representar usando material concreto a adição de duas frações de mesmo denominador, inclusive frações mistas.	nº 12	Adição e Subtração de frações.

O B J E T I V O S	F I C H A C O N T E Ú D O	
15) Somar frações com denominadores iguais.	nº 12	
16) Representar com material concreto a subtração de frações inclusive de frações mistas.	nº 13	
17) Subtrair frações com denominadores iguais.	nº 14	
18) Somar e subtrair frações com denominadores diferentes.	nº 14	
19) Multiplicar números inteiros por uma fração, primeiro usando material concreto e depois apenas os símbolos.	nº 15	Multiplicação e divisão de frações. Potenciação.
20) Representar com material concreto ou desenho gráfico a multiplicação de fração por outra fração.	nº 15, 16 e 18	
21) Multiplicar frações incluindo números inteiros.	nº 16 e 17	
22) Escrever uma potência em forma de produto.	nº 17	
23) Identificar os termos de uma potência.	nº 17	
24) Verificar que uma divisão se transforma numa multiplicação da 1ª fração pelo inverso da 2ª	nº 18	
25) Dividir uma fração por um número inteiro usando material concreto ou desenho gráfico.	nº 18,19 e 20	

O B J E T I V O S	F I C H A	C O N T E Ú D O
26) Dividir um número inteiro por uma fração.	nº 19	
27) Dividir uma fração por um número inteiro.	nº 18	
28) Dividir frações	nº 20	
29) Resolver expressões em que haja combinações das operações: adição, subtração e multiplicação.	nº 16	
30) Resolver problemas que envolvam frações ordinárias.	nº 16 e 20	

Cartões coloridos: Elaborados especificamente para atender as necessidades geradas pela metodologia usada no trabalho. São cartões de várias cores, de forma retangular e representam frações. Cada cor corresponde a uma fração de um inteiro que por sua vez é representado por um cartão branco de forma retangular.

A medida, a cor e a fração que cada cartão representa são:

- 1 inteiro - representado por 1 cartão de cor branca de 16 cm x 24 cm.
- $\frac{2}{2}$ - representado por 2 cartões de cor azul de 16 cm x 12 cm
- $\frac{3}{3}$ - representado por 3 cartões de cor verde-claro de 16 cm x 8 cm.
- $\frac{4}{4}$ - representado por 4 cartões de cor rosa-claro de 8 cm x 12 cm
- $\frac{6}{6}$ - representado por 6 cartões de cor vermelha de 8 cm x 8 cm.

- 20 - representado por 20 cartões de cor preta de 4 cm x
20 4,8 cm
- 24 - representado por 24 cartões de cor rosa-choque de
24 4 cm x 4,0 cm
- 30 - representado por 30 cartões de cor amarela de 2,66
30 cm x 4,8 cm.

No início do estudo, todos os alunos receberam uma coleção desses cartões, acondicionados em sacos plásticos. Esse material era usado em quase todas as atividades, tanto na sala de aula como em atividades extra-classe, como material concreto básico do estudo.

Esse material consiste de 100 cartões coloridos, estão esquematizados graficamente no quadro nº 2. A escala usada para redução das figuras é de $\frac{1}{400}$.

Teste de Avaliação: Durante todo o estudo foram realizados quatro testes de avaliação com as finalidades de acompanhar o processo, verificar o desempenho do aluno e coletar dados para avaliação do aluno e do estudo.

Elaborados e aplicados pelo professor, eram resolvidos pelos alunos em situação normal de sala de aula. Foram resolvidos individualmente.

Os testes foram aplicados em quatro momentos diferentes e de acordo com o conteúdo a ser desenvolvido.

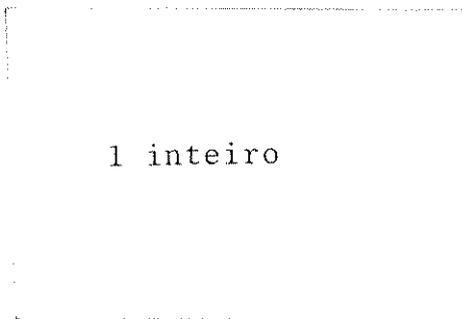
Ficha de observação de atitudes: Elaborado pelo professor com a finalidade de colher e registrar dados sobre o desenvolvimento de atitudes demonstrada pelos alunos durante a realização dos trabalhos em grupo.

Preenchida pelos alunos quando estes realizavam atividades em grupo. As respostas eram submetidas à apreciação do grupo do qual o aluno participou durante a execução do trabalho.

Essa ficha está no anexo 3, no final do trabalho.

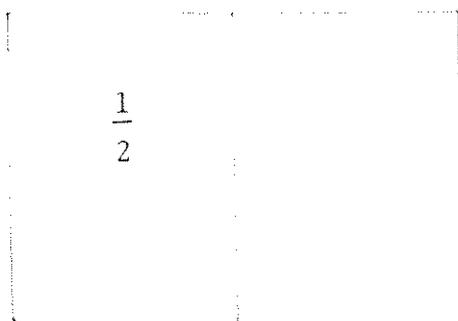
QUADRO Nº 2

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS CARTÕES COLORIDOS

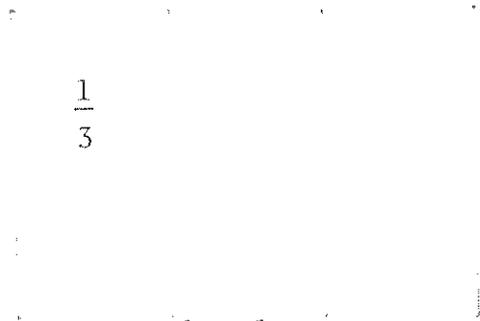


1 inteiro

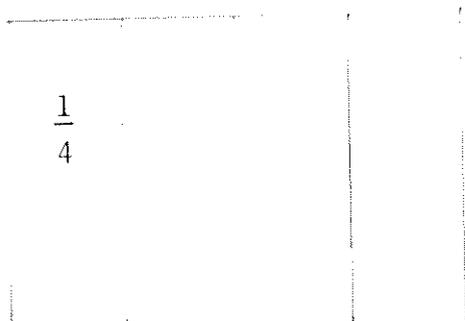
branco

 $\frac{1}{2}$

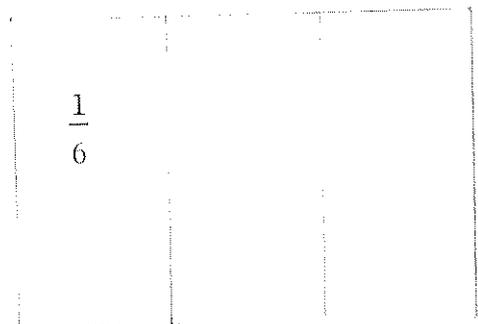
azul

 $\frac{1}{3}$

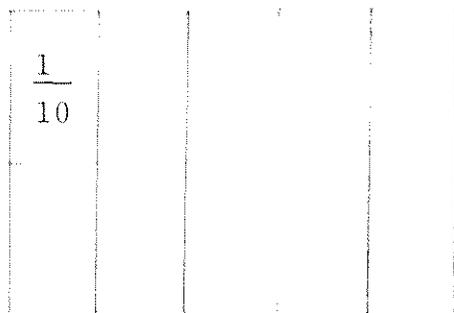
verde claro

 $\frac{1}{4}$

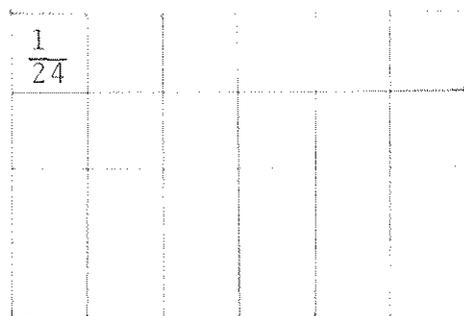
rosa-claro

 $\frac{1}{6}$

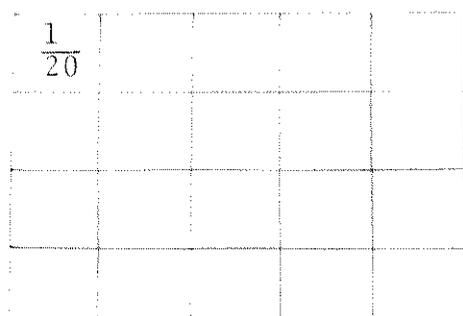
vermelho



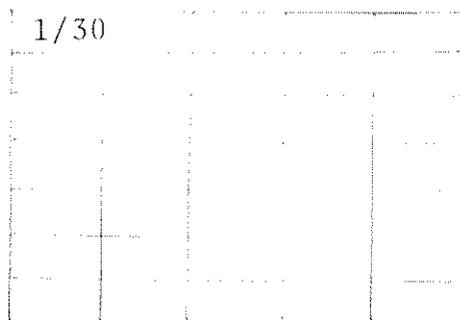
verde escuro



rosa-choque



preto



amarelo

Escala $\frac{1}{400}$

Pós-teste: Foi no mesmo pré-teste suprimindo-se apenas algumas questões sobre os conteúdos que não foram lecionados. O pré-teste consistia de 33 questões e o pós-teste de apenas 24 questões.

Foi aplicado no final do estudo com a finalidade de verificar e colher dados sobre os alunos, após o estudo realizado, um exemplar faz parte do anexo 2.

Resumos: Com o próprio nome indica, os alunos no final de cada bimestre, apresentavam um pequeno relato do conteúdo visto naquele período, dando regras, conceitos, exemplos e explicações de como chegaram àquela conclusão.

Feito individualmente pelo próprio aluno em sala de aula, podendo para tanto consultar os apontamentos das fichas, ou trocar idéias com os colegas.

Teve a finalidade de verificar se os alunos estavam atingindo os objetivos propostos, além de dar oportunidade a eles de expressar por escrito aquilo que haviam aprendido.

Observou-se, na correção dos resumos, o volume de conhecimentos apresentado, bem como a compreensão, a profundidade e a coerência dos fatos apresentados.

Materiais concretos complementares: São materiais concretos trazidos de casa pelos alunos ou fornecidos pelo professor.

Esse material consiste em pedaços de barbante, tiras de papel (sobras de papel das gráficas), grãos ou objetos pequenos que formam uma coleção.

São usados na realização das atividades propostas com a finalidade de diversificar o material concreto utilizado pelos alunos, além, é claro, dos demais objetivos próprios de uso de materiais concretos no ensino.

Pesquisa de opinião sobre a realização dos trabalhos: Observações feitas pelos próprios alunos, a pedido do professor sobre o andamento das aulas. Nesta pesquisa cada aluno expunha' seus pontos de vista sobre a aula em grupo, sobre as dificuldades encontradas na realização das tarefas, se gostaria ou não de continuar com essa metodologia no próximo ano, etc.

Nessa pesquisa aparecem as mais diversas opiniões. Foram então selecionadas aquelas opiniões que tiveram maior frequência e desprezadas as demais. Os dados foram classificados e organizados em um ficha onde se podem registrar os resultados para uma avaliação. Essa pesquisa de opinião foi feita no final do ano letivo.

Aplicação da Estratégia

Esse trabalho foi realizado no período de setembro a novembro de 1979, sendo utilizadas 45 aulas de 45 minutos cada uma. Estavam distribuídas em 4 aulas semanais no período vespertino, seguindo o horário normal da escola.

Para que fosse executado o plano de trabalho fez-se uma reunião do corpo docente da escola com os pais dos alunos envolvidos, para esclarecer o tipo de trabalho que seria desenvolvido, nesta oportunidade justificou-se que não seria adotado um livro texto e, quando fosse necessário o uso desse instrumento, os alunos deveriam recorrer à biblioteca do C.A., que possui uma bibliografia ampla e bastante diversificada neste ramo.

Ficou também explicado o tipo de material e a metodologia usada durante aquele período.

O início dessa experiência efetivou-se com a aplicação de um pré-teste, com dupla finalidade: primeiro, verificar o nível de entrada da turma, a fim de estabelecer os conteúdos a ser trabalhados e, segundo, colher dados para servirem de termo de comparação na avaliação final do processo.

Após a elaboração do pré-teste, como já foi mencionado no capítulo anterior, fez-se a aplicação do mesmo nas turmas escolhidas. Foi utilizada uma aula dupla, ou seja, duas aulas de 45 minutos, em que, cada aluno, de posse do seu texto, resolvia, individualmente, de acordo com sua capacidade.

Feita a correção das questões, o critério escolhido na avaliação foi o de resolver, acertadamente, mais de 60% das questões. Houve uma média de questões resolvidas corretamente em torno de 19,58%

Com base no resultado do pré-teste selecionamos os seguintes conteúdos:

- Conceito de frações
- Equivalência de frações
- Ordenação de frações
- Operações com frações:
 - a) Adição
 - b) Subtração
 - c) Multiplicação
 - d) Potenciação
 - e) Divisão
- Problemas
- Números decimais:
 - a) Notação
 - b) Operações

Esse último item não foi ministrado aos alunos, por falta de tempo, o processo aprendizagem pela descoberta é demorado, requer mais tempo para alguns alunos.

A execução desse trabalho se deu observando os seguintes passos:

- a) Manipulação do material concreto;
- b) Resolução das atividades propostas nas fichas;
- c) Apresentação dos resultados - (correção das atividades);
- d) Recuperação.

Esse passos eram seguidos todas as vezes em que era iniciada a execução de uma ficha que continha um conceito ou regra a ser determinado.

a - Manipulação do material concreto

De início, distribui-se para cada aluno uma coleção de cartões coloridos e outros materiais como pedaços de babante, papéis, etc. e um saco plástico. Foram feitas pelo professor recomendações sobre o cuidado que se deveria ter com o material, uma vez que esse seria usado durante todo o processo. Ficaria sempre com o aluno, para que ele pudesse trabalhar em casa com os objetos.

Para resolver cada ficha, ou seja, as atividades nelas contidas, era feito um trabalho oral com os alunos, antes de receber a ficha. Estas eram entregues, uma de cada vez, à medida em que se desenvolvia o conteúdo.

Como exemplo de uma aula, podemos citar as atividades manuais realizadas pelos alunos, sugeridas oralmente pelo professor, antes de passar à resolução da ficha.

Nesse exemplo pretendia-se que os alunos obtivessem a noção de um meio e de como conseguí-lo.

De posse do material, cada aluno passava a atender o professor quando esse lhe dizia:

- Tome sua tira de papel (já fornecida pelo professor);
- Dobre-a em duas partes iguais;
- Cada parte representa o que da tira?
- Em quantas partes a tira foi dividida?
- Separe uma das partes;
- Existe algum símbolo matemático que você possa usar para representar cada um desses pedaços?

Repete-se essa atividade com outros materiais, desenho gráfico e exemplos sugeridos pelos próprios alunos, até eles

concluírem que, para se obter um meio, deve-se dividir o inteiro em duas partes iguais.

Isso é feito oralmente, com toda a turma, aproveitando opiniões dos alunos, fazendo-os também refletir sobre suas respostas.

Os alunos tinham mais facilidade de expressar oralmente do que por escrito as suas respostas, e isto facilitava a formulação da regra, do conceito ou da simples conclusão pretendida nessa fase.

b) Resolução de Atividades Propostas nas Fichas

Na mesma aula, após terem formulado oralmente o conceito, os alunos recebiam uma folha mimeografada contendo atividades ou perguntas semelhantes às que foram feitas na fase oral. Essas têm a finalidade de exercitar e fixar o que foi concluído oralmente. A descrição das fichas já foi feita anteriormente.

Essas fichas eram resolvidas individualmente ou em pequenos grupos, de acordo com a necessidade dos alunos.

Quando os alunos demonstravam através de dúvidas que não compreenderam o que se pretendia com a ficha ou quando esta continha exercícios de fixação cujas respostas eram simples, mas em que podiam se enganar nos cálculos, então, as fichas eram resolvidas em grupos. Caso contrário, eram resolvidas individualmente.

Em ambos os casos, todos os alunos tinham que apresentar seus resultados individualmente.

c) Apresentação dos Resultados (correção das fichas)

Após a resolução de cada ficha, passava-se à correção das mesmas. Essa correção era feita na sala de aula, quando todos haviam terminado de resolver as fichas.

Nessa etapa fazia-se um grande círculo na sala com todos os alunos, pedia-se a quatro ou cinco alunos que lessem em

voz alta a sua primeira resposta. E à medida em que estes iam lendo fazia-se a correção. Se todos estavam de acordo com a resposta do colega, passava-se a questão seguinte, caso contrário, discutiam em cima daquele resultado até chegarem a um ponto comum. As respostas eram dadas pelos alunos com a supervisão do professor que, além de observar e corrigir as respostas, cuidava para que todos ficassem atentos à correção. Este só intervenha na discussão quando percebia que ela estava tomando outro rumo ou quando os alunos estavam sentindo dificuldade em expressar ou concluir suas respostas. Nessa oportunidade aqueles que não conseguiram resolver suas questões tinham o auxílio dos colegas para resolvê-las e, se a dúvida persistisse, havia aula de recuperação para sanar essas dificuldades.

No final fazia-se também um resumo da atividade desenvolvida e formalizavam o conceito ou regra descoberta.

d) Recuperação

Recurso usado pela escola para atender alunos que demonstram em um determinado período dificuldade de aprendizagem' em qualquer disciplina ou, em caráter obrigatório, para aqueles que não atingiram no final da escala (ou bimestre) um conceito igual ou superior a 60%. Geralmente é feita uma vez por semana, fora do horário normal das aulas, previamente marcada e ministrada pelo professor ou pelos alunos-mestres que estiverem estagiando naquela disciplina.

O atendimento aos alunos foi feito individualmente, nesta ocasião refaziam as atividades feitas em sala de aula. O material usado era o mesmo das aulas normais. As atividades de recuperação são desenvolvidas durante todo o processo. Muitos alunos só se conscientizavam da necessidade de aulas de recuperação após os testes, quando não atingiam o conceito mínimo. Mas, na metodologia usada, os alunos tinham mais oportunidade de verificar sua necessidade de recuperação no final da aula ou da resolução da ficha, pois, durante sua correção que era feita na sala de aula, essa necessidade era evidenciada pelas respostas e perguntas dos alunos.

Após as atividades de recuperação os alunos eram submetidos a uma outra avaliação, seu conceito substituído por essa nova avaliação. Isto para alunos que recorriam à recuperação quando não haviam conseguido os conceitos exigidos. Em caso de dúvidas, incapacidade de resolver o exercício ou falta às aulas, a avaliação era feita pelo professor através de observação do comportamento do aluno, pois neste caso não havia um conceito a ser substituído.

Processo de Coleta de Dados

Os dados para avaliação foram coletados durante o decorrer do trabalho, em função dos objetivos propostos e para testar as hipóteses levantadas.

Os instrumentos necessários utilizados para o registro dos dados foram os seguintes: pré-teste, testes intermediários, resumos, questionários, fichas de avaliação, pesquisa de opinião e pós-teste.

Os resultados do pré e pós-teste foram registrados na ficha nº 1 (Anexo 3), computados os dados em função do número de objetivos atingidos por cada aluno.

Os testes intermediários foram aplicados em quatro momentos distintos, sendo utilizados os testes T_1 , T_2 , T_3 e T_4 para cada etapa respectivamente. Os resultados dos testes e dos resumos foram agrupados e registrados, utilizando-se para esse registro os conceitos A, B, C e D que são usados na avaliação, no colégio onde se realizou a experiência. Esses conceitos foram convertidos em valores numéricos para o tratamento estatístico sendo que cada conceito foi atribuído o valor do ponto médio do intervalo correspondente. Os resultados estão na ficha nº 2, (anexo 3).

A - varia de 9 a 10; ponto médio = 9,5

B - varia de 8 a 8,9; ponto médio = 8,5

C - varia de 6 a 7,9; ponto médio = 7,0

D - varia de 0 a 5,9; ponto médio = 3,0

Na ficha nº 3 (anexo 3) foram registrados os resultados da ficha de observação das atitudes dos alunos nos trabalhos realizados em atividades em grupo, considerando duas categorias: atitudes positivas e atitudes negativas.

O resultado da pesquisa sobre a opinião dos alunos a respeito das aulas de Matemática, depois de agrupados, foram registradas em uma ficha nº 4 (anexo 3). Depois de selecionadas as opiniões, registrou-se o número de alunos que opinaram favoráveis, não favoráveis.

Hipóteses estatísticas

Para o desenvolvimento desse estudo, foram consideradas as seguintes hipóteses estatísticas:

1) Não há diferença significativa no rendimento médio dos alunos em Matemática entre os resultados do pré-teste e do pós-teste.

\bar{x}_1 - média do pré-teste

\bar{x}_2 - média do pós-teste

Hipótese nula

$$H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$$

Hipótese alternativa

$$H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$$

2) As atitudes positivas e negativas apresentadas pelos alunos durante os trabalhos em grupo não apresentam diferença significativa

\bar{x}_p - média dos pontos positivos

\bar{x}_n - média dos pontos negativos

Hipótese nula

$$H_0 : \bar{x}_p = \bar{x}_n$$

Hipótese alternativa

$$H_1 : \bar{x}_p \neq \bar{x}_n$$

3) Não há diferenças significativas entre o número de alunos que opinaram favoráveis e não favoráveis quanto ao desenvolvimento do trabalho aplicado.

Opiniões favoráveis $\rightarrow O_f$

Opiniões não favoráveis $\rightarrow Onf$

Hipótese nula

$$H_0 : O_f = Onf$$

Hipótese alternativa

$$H_1 : O_f \neq Onf$$

Observação: esta hipótese se aplica a cada item do levantamento.

Tratamento Estatístico

Comparou-se o resultado do pré-teste como o pós-teste, usando o teste "t" de Student para a diferença entre os pontos obtidos no pré e no pós-teste, em vista da amostra ser a mesma nas duas situações e ser relativamente pequena.

Para verificar se seriam significativas as diferenças entre os valores obtidos no pré e pós-teste e para testar a hipótese nula, adotou-se o nível de 0,05 de significância.

Para os testes intermediários e resumos, calculou-se para cada momento a média dos resultados obtidos, o desvio padrão e o coeficiente de variação, a fim de verificar se em cada etapa ou momento de avaliação houve um aproveitamento significativo da turma.

Nos dados referentes à atitude dos alunos na sala de aula, durante os trabalhos de grupo, aplicou-se o teste "t" às diferenças entre os pontos positivos e negativos observados. Para a testagem da hipótese levantada adotou-se o nível de 0,05 de significância.

Quanto aos dados levantados sobre a opinião dos alunos à respeito do trabalho desenvolvido, aplicou-se o teste do qui-quadrado para cada opinião levantada, a fim de testar a hipótese nula. Para comprovar se seriam significativas as diferenças entre o número de alunos que opinaram favoráveis adotou-se também o nível de 0,05 de significância.

Capítulo V

DESCRIÇÃO DOS RESULTADOS

Resultados do Pré e Pós-Teste

No início da aplicação dos trabalhos, aplicou-se um pré-teste para verificar o nível de entrada dos alunos. Foi aplicado, após a realização do estudo, o pós-teste. Os resultados encontrados nos testes em relação aos objetivos alcançados pelo grupo estão no gráfico nº 2.

GRÁFICO Nº 02

OBJETIVOS ALCANÇADOS PELOS ALUNOS NO PRÉ E PÓS-TESTE

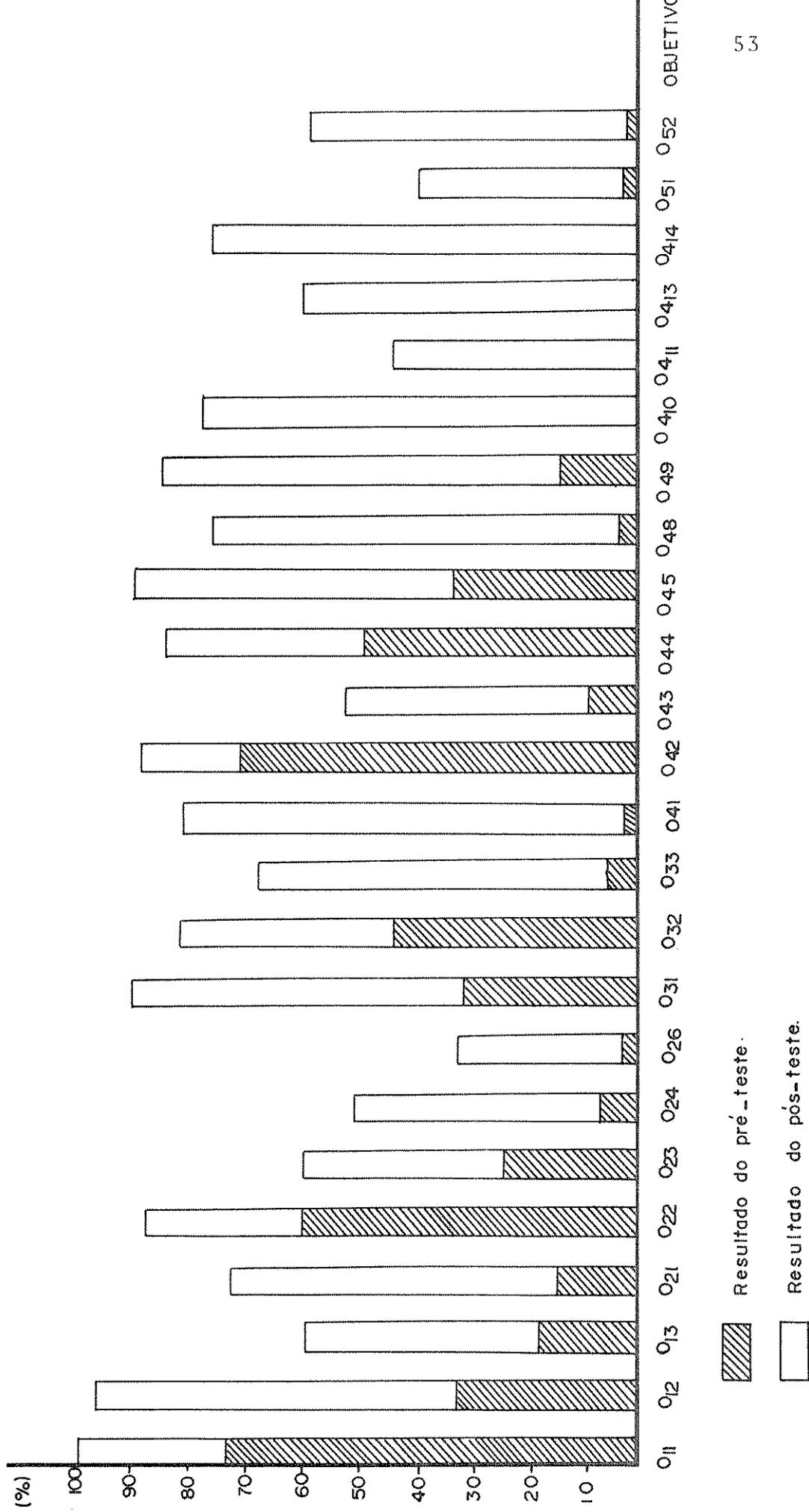


Tabela nº 5

Número de alunos por Objetivos Alcançados

Objetivos	P ₁		P ₂		Objetivos	P ₁		P ₂	
	F	%	F	%		F	%	F	%
O ₁₁	46	71,88	63	98,44	O ₄₅	21	32,81	57	89,06
O ₁₂	20	31,25	61	95,31	O ₄₆	0	-	*	-
O ₁₃	11	17,19	37	57,81	O ₄₇	0	-	*	-
O ₂₁	9	14,06	46	71,88	O ₄₈	2	3,13	48	75,00
O ₂₂	38	59,38	55	85,94	O ₄₉	9	14,06	54	84,38
O ₂₃	15	23,44	38	59,38	O ₄₁₀	0	-	49	76,56
O ₂₄	4	6,25	32	50,00	O ₄₁₁	0	-	28	43,75
O ₂₅	1	1,56	*	-	O ₄₁₂	0	-	*	-
O ₂₆	1	1,56	20	31,25	O ₄₁₃	0	-	38	59,38
O ₃₁	19	29,69	57	89,06	O ₄₁₄	0	-	48	75,00
O ₃₂	27	42,19	51	79,69	O ₄₁₅	0	-	*	-
O ₃₃	3	4,69	42	65,63	O ₄₁₆	0	-	*	-
O ₄₁	2	3,13	51	79,69	O ₄₁₇	0	-	*	-
O ₄₂	45	70,31	56	87,50	O ₄₁₈	0	-	*	-
O ₄₃	6	9,38	33	51,56	O ₅₁	1	1,59	25	39,06
O ₄₄	31	48,44	54	84,38	O ₅₂	1	1,59	37	57,81
					O ₅₃	0	-	*	-

Observação:

* - Objetivos que não foram verificados no pós-teste.

P₁ - pré-testeP₂ - pós-teste

F - frequência

As médias, o desvio padrão dos resultados obtidos pelos alunos, no pré e pós-teste, bem como a média da diferença entre os dois resultados encontram-se na tabela nº 6.

Tabela nº 6

Médias dos alunos no pré e pós-teste

	Nº alunos	\bar{x}	%	δ
Pré	64	4,70	19,58	
Pós	64	16,97	70,71	
Dif.	64	12,26	51,08	3,32

\bar{x} - média

δ - desvio padrão

Dif - diferença entre o pós e pré-teste

Escore considerado: 60%; média = 14,4

Comparando-se os resultados encontrados no pré e pós teste através da diferença entre as médias encontradas por meio do teste "t", verificou-se que, em base ao valor encontrado ($t = 29,54$), as diferenças são significativas a nível de 0,05.

Média da diferença - $\bar{x}_d = 12,26$

Desvio padrão da diferença - $\delta_d = 3,32$

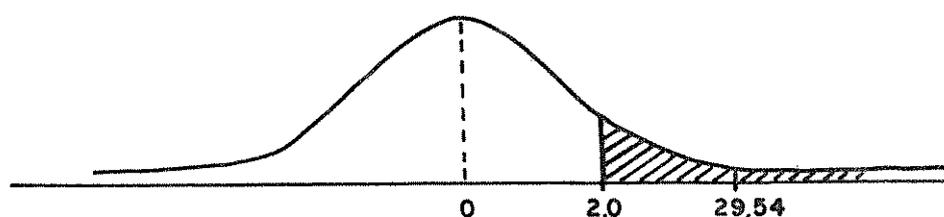
Número de elementos da amostra - $n = 64$.

$$t = \frac{\bar{x}_d}{\frac{\delta_d}{\sqrt{n}}} = \frac{12,26}{\frac{3,32}{\sqrt{64}}} = \frac{12,26}{0,415} = 29,54$$

$$t_{0,05} = 2.$$

gl. = 64 - 1 = 63 (graus de liberdade)

t = 29,5



Como o t da tabela foi 2,0 (Baquero, Geodoro, 1973, tabela de t p. 189) e o t encontrado foi maior, t = 29,54, rejeitou-se a hipótese nula a nível de 0,05.

Resultados dos testes e resumos

Para verificar o rendimento da turma, durante a realização do estudo foram aplicados os testes T_1 , T_2 , T_3 e T_4 e recolhido e avaliado os resumos R_1 e R_2 elaborados pelos alunos. Os resultados dos testes e dos resumos são apresentados na tabela nº 7.

Tabela nº 7

Resultados dos testes e resumos

CONCEITO	T_1	T_2	T_3	T_4	R_1	R_2
A = 9,5	9	17	15	5	7	12
B = 8,5	20	23	17	21	23	24
*C = 7,0	25	17	20	28	28	22
D = 3,0	10	7	12	10	6	6
\bar{x}	7,2	7,7	7,23	7,00	7,44	7,66
δ	2,01	1,91	2,24	1,93	1,67	1,76
c.v.	28%	25%	31%	27%	22%	23%

*escore critério.

\bar{x} - média

δ - desvio padrão

c.v.- coef. de variação

$$\bar{x} = \frac{\Sigma A + \Sigma B + \Sigma C + \Sigma D}{64}$$

Verifica-se em cada avaliação, que a média da turma ficou acima da média escore e esse resultado é significativo, pois o coeficiente de variação dos conceitos é pequeno.

Resultados da pesquisa sobre atitudes dos alunos

O levantamento feito sobre atitudes dos alunos observados durante os trabalhos em grupo obteve-se o seguinte resultado, expresso na tabela nº 8:

Tabela nº 8

Resultado da pesquisa sobre atitudes dos alunos

Distribuição dos alunos quanto a atitudes positivas e negativas

ALUNOS		POSITIVOS	NEGATIVOS	D = P - N
Nº	%			
19	29,69	11	0	11
20	31,25	10	1	9
5	7,81	9	2	7
10	15,63	8	3	5
4	6,25	7	4	3
4	6,25	6	5	1
2	3,13	5	6	-1
Total	64	596	108	488
\bar{x}		9,31	1,69	7,63
δ				3,47

\bar{x}_d = - média da diferença

δ_d = - desvio padrão da diferença

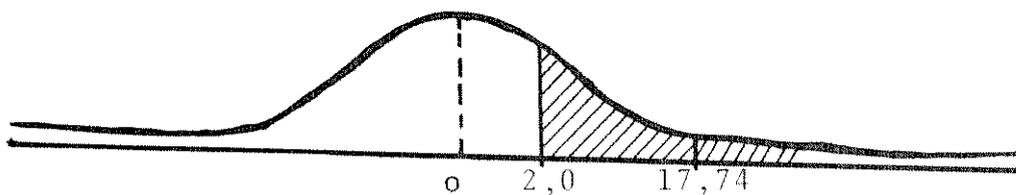
n = - número de elementos da amostra

$$t = \frac{\bar{x}_d}{\frac{\delta_d}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x}_d}{\frac{\delta_d}{\sqrt{64}}} = \frac{7,63}{0,43} = \frac{7,63}{0,43} = 17,74$$

$$t_{0,05} = 2$$

$$gl = 64 - 1 = 63 \text{ (graus de liberdade)}$$

$$t = 17,74$$



Comparamos os resultados encontrados dos pontos positivos e negativos das atitudes dos alunos nos trabalhos em grupo, através da média das diferenças encontradas. Verificou-se por meio do teste de Student, em base no valor de t encontrado ($t = 17,74$), que a diferença é significativa a nível de $0,05$.

Resultados da pesquisa sobre opinião dos alunos

Realizaou-se um levantamento onde os alunos espontaneamente expressavam opiniões a respeito das aulas de Matemática. Os resultados foram agrupados e organizados em uma tabela onde foram categorizados em opiniões: favoráveis e não favoráveis. Os resultados estão na tabela nº 9.

Tabela nº 9

Resultado da pesquisa de opinião dos alunos sobre a metodologia usada.

OPINIÕES	A.F.		A.N.F.	
	Nº	%	Nº	%
A - Gostaram de trabalhar com o material (cartões, fichas e outros)	24	37,5	9	14,06
B - A favor do trabalho em grupo com esse material	43	67,19	4	6,25
C - Gostariam de continuar estudando Matemática dessa forma no próximo ano	44	68,75	-	-
D - Encontraram dificuldades na realização das tarefas	14	21,8	36	56,25
E - Tiveram mais facilidade em aprender Matemática	32	50	-	-
F - Precisa raciocinar para aprender	5	7,81	-	-
G - Dessa forma estão entendendo as aulas de Matemática	7	10,93	-	-
H - Gosto de Matemática	10	15,63	-	-

A.F. - alunos favoráveis

A.N.F. - alunos não favoráveis

Comparamos os resultados e aplicamos o teste do qui-quadrado (χ^2) a nível de significância de 0,05 para cada item do levantamento.

Ao opinarem sobre o uso do material, item A, o qui-quadrado encontrado, $\chi^2 = 6,8$ é maior que o qui-quadrado da tabela $\chi^2_{0,05} = 3,84$. Diante desse resultado observa-se que é significativa a diferença entre os favoráveis e não favoráveis.

No item B, quando opinaram a respeito do trabalho em grupo, em base do valor encontrado $\chi^2 = 32,2$ que é maior que $\chi^2_{0,05} = 3,84$ da tabela, pode-se considerar significativas as diferenças entre os favoráveis, não favoráveis.

No item C a respeito de continuar no próximo ano trabalhar da forma como trabalharam, este ano, com base no qui-quadrado encontrado $\chi^2 = 44$ bem maior que o da tabela, podem-se considerar significativas as respostas favoráveis a trabalhar nesta metodologia no próximo ano.

No item D, sobre dificuldades encontradas na realização das tarefas, em vista do resultado do teste encontrado $\chi^2 = 9,68$ é significativo o número de alunos que não encontraram dificuldades na realização das tarefas.

No item E, sobre mais facilidade em aprender Matemática, o número de alunos que opinaram favoravelmente é significativo em base ao resultado do qui-quadrado encontrado, $\chi^2 = 32,01$, ser maior que o qui-quadrado da tabela.

Em certos itens o número de alunos que não opinaram é maior que os optantes. Deve-se levar em conta que estas opiniões foram dadas espontaneamente e não através de um questionário onde ele pudesse lembrar de todos os itens. Nesse caso, os não optantes em cada item fizeram observação e optaram sobre outro item que lhe interessava no momento.

Entre várias opiniões que não foram computadas em seqüência do critério de seleção usado, ou seja, aquelas de poucas freqüências podemos citar algumas, consideradas importantes por terem sido dadas espontaneamente por crianças de 10 a 12 anos. Cinco alunos concluíram que para aprender Matemática é preciso raciocinar. Outros 7 atentaram para o fato de que "agora" estão entendendo Matemática. Esse "agora" significa a forma com que estavam estudando no momento.

Capítulo VI

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Discussão do resultado do pré e do pós-teste

Em vista do resultado encontrado no teste estatístico sobre o pré e pós-teste pode-se concluir que a diferença entre estes testes é significativa a nível de confiança de 5% e que o resultado apresentado pelos alunos na realização do pós-teste foi de 70,71% bem superior à média do pré-teste que ficou em torno de 19,58%.

Observando o resultado do pós-teste, através do gráfico n° 2 pag. 53 pode-se notar que somente três objetivos (O_{26} , O_{41} , O_{51}) estão abaixo de 50% do nível de acerto, apesar de sua diferença entre o pré e o pós-teste estar na faixa dos 30%. A causa desses objetivos não terem sido atingidos com um bom resultado pode ser atribuída à falta de melhor desenvolvimento do conteúdo, de baixa frequência de acerto por parte dos alunos.

Sugere-se que em uma nova aplicação seja revista esta parte quanto ao conteúdo e seu desenvolvimento.

Os outros objetivos tiveram um acerto acima de 50% com um resultado satisfatório, tendo em vista que alguns quase atingiram a faixa dos 100%. Os objetivos O_{41} , O_{410} , O_{414} no pré-teste apresentam uma baixa frequência ou frequência nula, mas tiveram no pós-teste uma boa porcentagem de acerto, isto é, acima de 60%.

Tendo por base esses resultados encontrados, pode-se' concluir que houve aproveitamento por parte dos alunos e que os objetivos propostos nas fichas, ou seja, no quadro nº 1 pag. 36 são considerados como atingidos.

Discussão do resultado dos testes e resumos

A avaliação feita, usando como instrumento testes de conteúdo e resumos, apresenta um resultado (tabela nº 7) satisfatório em vista dos dados encontrados. Em cada avaliação feita em condições normais de aula, com um grau muito grande de exigência sobre a correção e avaliação dos testes e resumos, pode-se verificar que houve um bom número de alunos que estão acima de 60% de acerto (escore critério escolhido) e uma pequena minoria em torno de 10% não conseguiram alcançar o índice pré-estabelecido. A média de aproveitamento em cada avaliação é igual ou superior a 7,0 na escala de 0 a 10. Este resultado pode ser considerado bom em vista do desvio padrão encontrado e do coeficiente de variação ser pequeno, como mostra a tabela nº 7.

Discussão do resultado da pesquisa sobre as atitudes dos alunos

Com base no resultado encontrado, ou seja o valor de $t = 17,74$, verificou-se que a diferença apresentada entre os positivos e negativos é significativa a nível de confiança de 5%. Pode-se, em base a este resultado, concluir que os alunos apresentaram durante os trabalhos de grupo atitudes positivas em relação ao estudo. Surgiram algumas dificuldades ao se iniciar este trabalho, pois os alunos alvos estão numa faixa etária de 10 a 12 anos, idade em que ainda conservam um bom grau de exclusivismo. Mas, aos poucos, certos problemas foram superados e pôde-se alcançar um resultado considerado satisfatório.

Discussão do resultado da pesquisa
sobre opinião dos alunos

Considerando os resultados encontrados nos testes aplicados a cada item do levantamento, pode-se verificar que:

- No item A a diferença entre as opiniões favoráveis e não favoráveis ao uso do material adequado na metodologia usada é bastante significativa e conclui-se que os alunos gostaram de trabalhar com o material nas atividades de matemática.

- No item B, quando os alunos opinaram a favor do trabalho em grupo, a diferença a nível de confiança de 5% é significativa entre as opiniões favoráveis e não favoráveis, concluindo-se que os alunos ficaram satisfeitos ao trabalharem em grupo. Este item confirma o resultado da pesquisa sobre as atitudes dos alunos na realização dos trabalhos em grupo, em que eles apresentaram mais atitudes positivas que negativas.

- No item C, a respeito de no próximo ano continuar a trabalhar usando esta metodologia adotada neste estudo, pode-se, em vista do resultado encontrado $\chi^2 = 44$, verificar que é satisfatório o número de opiniões favoráveis e concluir que a metodologia usada foi aceita pelos estudantes.

- No item D, a respeito das dificuldades encontradas na realização das tarefas, com base no resultado do teste encontrado, $\chi^2 = 9,68$ maior que o $\chi^2_{0,05}$ da tabela, pode-se considerar significativa a diferença entre os alunos que opinaram favoráveis e não favoráveis e pode-se concluir também que esse grupo de alunos teve facilidade em realizar as tarefas.

- No item E, sobre mais facilidade em aprender matemática, o número de alunos que opinaram favoravelmente pode ser considerado significativo com base no resultado do teste aplicado ou seja $\chi^2 = 32,01$. De acordo com o resultado pode-se inferir que essa metodologia resulta mais fácil a aprendizagem da matemática.

Comentários gerais sobre os resultados

Durante o desenvolver do estudo, pôde-se observar que os alunos trabalhavam descontraidamente. A aula de Matemática ' deixou de ser uma aula em que, durante o tempo todo, os alunos deveriam estar sentados, pensando ou prestando atenção ao professor. Houve modificações no comportamento dos alunos em relação às aulas, muitos afirmavam que as aulas de Matemática não eram as mais difíceis do curso e que estavam preferindo estudar Matemática a outra disciplina.

O fato deles manusearem o material concreto faz com que visualizem melhor o fato apresentado, além de transformar a aula em uma atividade menos cansativa e mais agradável.

A matemática começa a fazer sentido uma vez que, primeiro, eles percebem o problema e, depois, buscam a solução, mas tudo com o material concreto em mãos. Só depois de solucionada a questão é que passam para a forma abstrata, ou seja, representam aquela situação. Ao contrário do que eles estão acostumados: primeiro, as fórmulas; depois, o exercícios.

As perguntas e as questões sempre pequenas e de resposta imediata facilitam a solução e estimulam o aluno a procurar concluir suas tarefas da melhor forma.

A maior dificuldade sentida pelos alunos consistia no fato deles terem que resolver atividades propostas por escrito. Pela clientela do trabalho, tornou-se difícil detectar claramente a causa dessa dificuldade. Dos 64 alunos, 16 deles, considerados os casos mais críticos, tiveram, por sugestão do grupo de professores da turma, que submeter-se a uma recuperação especial em leitura e compreensão de texto, pois apresentavam uma defasagem muito grande em relação ao grupo. Montou-se no colégio uma equipe especial de professores para trabalhar com esses alunos, pois, do contrário, eles não conseguiriam acompanhar a turma em qualquer disciplina. Além das atividades de recuperação especial, criou-se uma estratégia nas aulas de Matemática para facilitar o trabalho. Para que houvesse maior compreensão do que

estava escrito na ficha de atividades, antes de executá-las, os alunos deveriam passar pelas seguintes etapas:

- 1) leitura em voz alta, por um aluno da sala;
- 2) leitura silenciosa, em que cada um deveria assinalar os termos desconhecidos;
- 3) explicação oral para toda a turma dos termos desconhecidos e assinalados pelos alunos. Isto era feito por eles próprios, com orientação do professor;
- 4) Em seguida, fazia-se nova leitura silenciosa;
- 5) Três ou quatro alunos da sala interpretavam o que estava nas fichas.

Com estes mecanismos melhoraram as condições de execução do trabalho. Dos 16 alunos, apenas 6 não conseguiram, no final do ano letivo, se recuperar, os outros 10 foram recuperados. Mas isto só pôde ser constatado no final do ano, com as aulas de recuperação especial e os mecanismos na própria aula de Matemática. Sentiu-se uma melhora nesse grupo, mas assim mesmo não foram sanadas todas as dificuldades dos alunos, uma vez que esta recuperação deve ser feita a longo prazo e não em poucos meses.

Usando a metodologia da aprendizagem pela descoberta, muitos alunos encontraram sentido naquilo que estavam fazendo. Perceberam, depois de manusear várias vezes o material e resolver alguns exercícios, que poderiam elaborar uma "lei" para resolver certos casos. E que as regras e leis são feitas dessa forma. Não foi possível comprovar este fato com dados estatísticos mas, fica como sugestão para um próximo trabalho. Quase todos os alunos pensam que, primeiro, se faz a regra e em função desta criam-se os exemplos, e não o contrário.

Devido a diversas estratégias utilizadas, teve-se oportunidade de se trabalhar em grupo e individualmente. As atividades desenvolvidas em grupo favorecem a socialização, quando um colega auxilia o outro na resolução dos trabalhos, além de ser também uma forma de aprendizagem, pois, como é sabido aprende-se mais quando se ensina.

Estas estratégias usadas favorecem o atendimento individual aos alunos que têm mais dificuldades. Enquanto os alunos trabalham em grupo, o professor pode dispor do tempo para atender alunos individualmente.

Quando o aluno encontra por si mesmo a solução de questões, esse fato faz com que aumente sua segurança em relação à disciplina, diminuindo, assim, a ansiedade provocada pelo sentimento de incapacidade criado pelas dificuldades encontradas nas aulas de Matemática.

Capítulo VII

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Conclusões

Dos resultados encontrados e com base nos fatos observados conclui-se que a aprendizagem pela descoberta; tal qual foi aplicada:

- 1 - possibilita ao professor atender as dificuldades individuais dos alunos;
- 2 - desenvolve a leitura e compreensão do texto, bem como análise e crítica;
- 3 - favorece a socialização quando aplica trabalho em grupo;
- 4 - demonstra um aumento na qualidade do ensino e na aprendizagem efetuados;
- 5 - atesta que a validade da metodologia está em conseguir que o aluno realize a descoberta dos conceitos e regras por si mesmo;

- 6 - exerceu influência positiva no comportamento e no rendimento da aprendizagem dos alunos;
- 7 - evidencia mais facilidade do aluno aprender Matemática;
- 8 - diminui o grau de ansiedade dos alunos em relação à Matemática, quando eles mesmos encontram solução para as atividades propostas, sentindo-se mais encorajados a estudar, diminuindo a sensação de incapacidade;
- 9 - leva o aluno a criar hábitos de estudo, nos quais ele busca meios para solução dos problemas.

Recomendações

Em vista das conclusões apresentadas e das condições' em que se realizou o estudo, recomenda-se:

- 1 - Sejam analisadas as possibilidades e as limitações do estudo em outras situações de ensino;
- 2 - Sejam realizados experimentos semelhantes para que se possa comprovar a eficácia da aprendizagem pela descoberta em outras áreas de estudo;
- 3 - Seja feita antes uma seleção na turma, a fim de tentar uma homogeneidade quanto ao grau de instrução;
- 4 - Sejam feitas algumas modificações na organização' da Escola quanto à flexibilidade dos programas; aulas com maior duração, ou seja, aulas duplas; maior disponibilidade de tempo para o professor preparar o material de ensino.

PLANOS FUTUROS

- 1 - Pretende-se usar essa metodologia em outras séries do 1º e 2º Graus por um período maior de tempo, a fim de verificar os resultados e o comportamento dos alunos após o uso da metodologia;
- 2 - Pretende-se ainda trabalhar com o material didático usado no estudo, a fim de corrigir as possíveis falhas e torná-lo acessível a outros;
- 3 - Pretende-se também reaplicar o estudo na rede estadual de ensino, para verificar sua eficiência, assim como a viabilidade de sua aplicação por outros professores.

BIBLIOGRAFIA

- ADLER, Irving. *Matemática e Desenvolvimento Mental*. Trad. por Anita Rondon Berardinelli. São Paulo, Cultrix, 1970.
- ALMEIDA, Paulo Nunes. *Ensino Globalizante em Dinâmica de Grupo*. São Paulo, Saraiva, 1973.
- ALVARADO, Jesuita B. *Diseno Instrucional Basado en la metodologia "Aprendizaje para el Dominio"*. Aplicación y Evaluación de Módulos, con Enfoque en Química a Estudiantes del Liceo Vicente Lachener S. Cartago Costa Rica, Tese de Mestrado, Unicamp, 1980.
- BEZERRA, Manoel Jairo e outros. *Guia Metodológico para Cadernos MEC*. Rio de Janeiro, FENAME, 1977.
- BRASIL, Luís Alberto S. *Aplicações da Teoria de Piaget ao Ensino da Matemática*, com a colaboração de Lauro de Oliveira Lima. Rio de Janeiro, Forense Universitário, 1977.
- BRUNER, Jerome Seymour. *O Processo da Educação*. Tradução de Lólio de Oliveira. 6ª edição São Paulo, Editora Nacional, 1976.
- BRUNER, Jerome Seymour. *Uma Nova Teoria da Aprendizagem*. Tradução por Norah Levy Ribeiro. 4ª edição, Rio de Janeiro, Edições Bloch, 1976.
- BRUNER, Jerome Seymour. *The Act Of Discovery*. Harvard Educational Review 31, 21-32.
- BRITO, Marcia Regina Ferreira de. *Estudo Comparativo entre Aprendizagem Significativa por Tentativa e Erro*. Tese de Mestrado, UNICAMP, 1977.

- CUNHA, Maria Auxiliadora Versiani. *Didática Fundamentada na Teoria de Piaget*. 2ª edição. Rio de Janeiro, Forense, 1973.
- DEWEY, John. *Experiência e Educação*. 2ª Edição, São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1976.
- DEWEY, John. *Vida e Educação*. Tradução por Anísio Teixeira. 11ª edição, São Paulo, Edições Melhoramentos, 1978.
- DIENES, Zoltan Paul. *As seis Etapas do Processo de Aprendizagem em Matemática*. Tradução por Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo, EPU/MEC, 1975.
- DIENES, Zoltan Paul. *O Poder da Matemática*. Tradução: Irineu Bicudo, Maria Aparecida Viggiani Bicudo e Ieda C. Tetzke. São Paulo, EPU; Brasília, INL, 1975.
- DIENES, Zoltan Paul. *Frações*. Tradução Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo, EPU; Brasília, INL, 1975.
- DIENES, Zoltan Paul. *Frações - Fichas de Trabalho*. Tradução: Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo, EPU; Brasília INL, 1975.
- DUTTON, Wilbur H. *Como Evoluar el Aprendizaje de la Matemática*. Buenos Aires, Angel Estrada y Cia S.A.
- GODEARDO, Miguel Baquero. *Métodos de Pesquisa Pedagógica*. São Paulo, Edições Loyola, 1973.
- GAGNE, Robert M. *Como se realiza a Aprendizagem*. Tradução: Teresinha Maria Ramos. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A./MEC, 1974.
- HUNTER, Madeline. *Ensino para a transferência: Um Livro Programado*. Tradução: Nadja do Couto Valle. 2ª edição Petrópolis, Vozes, 1975.
- KEMP, Jerrold E. *Planificación e Producción de Materiales Audio-visuales*. Tradução Maria Luiza Sigg Vega - México. ILCE - Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa, 1973.
- KILPATRICK, William Heard. *Educação para uma Civilização em Mudança*. Tradução: Nemy Rudolfer. 14ª edição, São Paulo. Ed -

- ções Melhoramentos, 1977.
- LEBLANC, John F. *Rational Numbers With Integers and Reals*. Massachusetts Addison - Wesley Publishing Company.
- LEFRANC, Robert. *Las Técnicas Audiovisuales al Servicio de La Enseñanza*. Buenos Aires Editorial El Ateneo, 1969.
- LIMA, Lauro de Oliveira. *Mutações em Educação Segundo Mc Luhan*. 13.^a edição, Petrópolis. Editora Vozes Ltda, 1980.
- LINDGREN, Henry Clay. *Psicologia na Sala de Aula - volume I*. Rio de Janeiro, Livros Tecnicos e científicos Editora S.A. 1975.
- NICK, Eva e Kellner, Sheilah R de O. *Fundamentos de Estatística para Ciências do Comportamento*. 2.^a edição, Rio de Janeiro Editora Renes, 1971.
- OLIVEIRA, João Batista Araujo e. *Tecnología Educacional: Teorías da Instrução*. 6.^a edição; Petrópolis, Editora Vozes, 1978.
- PENTEADO, Wilma Millan Alves. *Psicología e Ensino*. São Paulo, Papelivros, 1980.
- PIAGET, Jean. *Para Onde vai a Educação?* Tradução: Ivete Braga. 5.^a edição. Rio de Janeiro, Livraria José Olímpio Editora/ Unesco, 1977.
- POLYA, George. *Como Plantear e Resolver Problemas*. México Editorial Trillas, 1975.
- REVUZ, Andre. *Matemática Moderna, Matemática Viva*. Tradução: A. Simões Neto. Rio de Janeiro, Editora Fundo de Cultura.
- SALOMAN, Delcio Vieira. *Como Fazer uma Monografia: Elementos de Metodologia do Trabalho Científico*. 5.^a edição, Belo Horizonte, Interlivros, 1977.
- SHULMAN, Lee S. e KREISLAR, Evan R. *Aprendizaje por Descubrimiento*. Ricardo Vinós Cruz-Lopes. México, Editorial Trillas. 1974.
- SUND, Robert. e PICARD, Anthony. *Objetivos Comportamentais e Medidas de Avaliação*. Tradução Célia Augusta Teixeira Marques' e George B. Sperber. São Paulo, EPU, 1978.

SPIEGEL, Murray R. *Estatística*. Tradução: Pedro Cosentino. Rio de Janeiro, Editora Mc Graw-Hill do Brasil Ltda, 1971.

TORENZOS, Fausto I. *Enseñanza de La Matemática*. Buenos Aires, Editorial Kopelusy.

TRIVERS, Robert M. W. *Second Handbook of Research on Teaching*. Chicago, Rand Mc Nally College Publishing Company, 1973.

UNESCO. *Educação Matemática en las Américas* volume IV.

UNESCO. *Nuevas Tendencias de la Educación Matemática*, volume III

ZAVALETA, Ester. *Evaluación de Materiales Audiovisuales para la Enseñanza*. Buenos Aires, EUDEBA, 1972.

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 1

01. Tome uma tira de papel e reparta-a em várias partes. ' Cada pedaço é o que da tira?

02. Parta a fruta que você trouxe, dando um pedaço para cada colega do grupo.

- Que nome recebe o pedaço que cada um recebeu? Escreva esses nomes.

- Alguém recebeu mais que o outro?

- Qual sua sugestão para que todos recebam quantias iguais? Escreva-a.

03. Tome seus cartões amarelos e separe-os em vários grupos ou partes.

- Os grupos são iguais? Se não são iguais faça novos grupos que tenham a mesma quantidade.

- Quantos cartões têm em cada grupo? _____

04. Passe um traço pelo meio do quadro.



Qual o nome de cada parte do quadro?

A N E X O I

FICHAS DE ATIVIDADES

05. Pegue o barbante

- Como obter o "meio" do barbante?

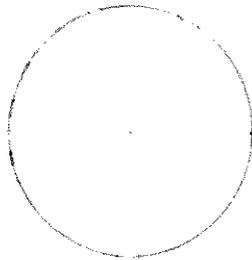
- Como obter a "metade" do barbante?

06. Assinale uma metade do segmento de reta.

- Quantas partes você obteve? _____



07. Colorir a metade da figura. Quantas partes existem?



08. João tinha 12 bolas. Faça um círculo na metade das bolas.



09. Tome seus cartões pretos. Ordene-os em forma de um retângulo.

- Agora vire a metade dos cartões deixando a parte branca para cima.

10. Nos dois últimos exercícios o que você pode dizer do número de elementos de cada metade? _____

11. Tome uma tira de papel, dobre-a ao meio e separe em duas partes iguais.

- Quando a tira estava inteira, qual o número que a representava? _____

- Depois que você partiu, ela não é mais inteira, que símbolo você pode usar para representar cada parte.-
-

12. Tome o barbante.

- Ele inteiro representa _____ barbante.
- Ele dobrado ao meio representa a _____ do barbante.
- Quais os números que você pode usar para representar o barbante?
-

13. Faça um círculo na figura que representa a metade de um inteiro.



COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 2

01. Para você encontrar a metade dos cartões verde, o que você deve fazer?

02. Coloque a letra A no meio do segmento de reta.

- Quantas partes você obteve? _____

- Qual o nome que você pode dar para cada pedaço ou parte do segmento? _____



03. Marque a metade do segmento de reta

- Quantas metades existem? _____

- Quantas você marcou? _____

- Quais os símbolos matemáticos que você pode usar para representar uma metade? _____



04. O que um cartão azul é em relação a todos os cartões rosa? (Tente cobrir o azul com os rosas)

05. Colore a metade de cada figura e responda:

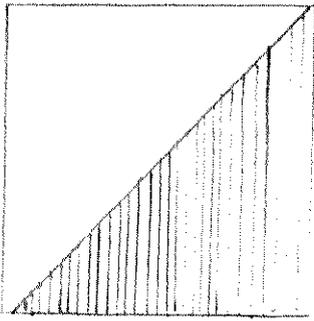
- Quantas partes você coloriu? _____

- Quantas partes possui cada figura? _____

- Qual o símbolo matemático que representa essa metade?



06. A parte hachurada representa um meio da figura.



Qual o significado do algarismo 1 e do algarismo 2 em $1/2$.

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

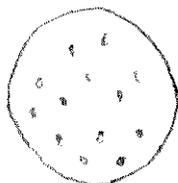
NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 3

01. Tome 12 cartões rosa, Separe-os em 3 sub-grupos iguais. Vire um grupo deixando a parte branca para cima. Os cartões virados representam um terço dos cartões rosa.

02. Tome a tira de papel, dobre em três partes iguais. Corte uma das partes. A parte cortada representa, _____ da tira.

03. Circule um terço dos pontos:



04. Assinale um terço do retângulo:



05. Tome o cartão branco e os cartões azul.

- Quantos cartões azul são necessário para cobrir o branco? _____

- Que o cartão azul é em relação ao branco? _____

- Escreva o numeral que representa o cartão branco e um cartão azul. _____

06. Compare o cartão branco com os cartões verde-claro.

- Quantos cartões verde-claro formam um branco? _____

- O que um cartão verde-claro representa em relação ao branco? _____

- Escreva o numeral que representa um cartão verde-claro? _____

07. Tome uma tira de papel de 10 cm e cole $\frac{1}{3}$ dessa tira neste espaço.

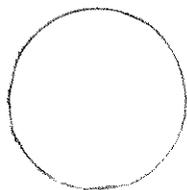
08. Tome um barbante qualquer ou linha de 20 centímetros. Cole neste espaço um quarto do seu barbante.

09. Que você fez ou deve fazer para encontrar um quarto de qualquer inteiro? _____

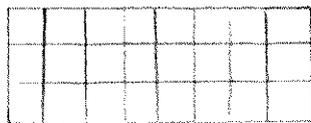
10. Assinele com lápis vermelho um quarto do segmento de reta.



11. Reparta o círculo em 4 partes iguais e assinale um quarto.



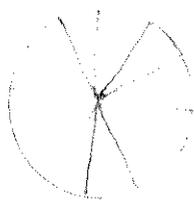
12. Assinale um quarto dos quadrinhos.



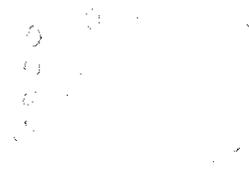
13. Eis um conjunto de círculo, separado em sub-conjuntos. Em quantas partes o conjunto está dividido? _____
- a) Que parte deles está escurecida? _____
- b) Que parte não está escurecida? _____
- c) Qual o numeral que representa a parte escurecida e a não escurecida do conjunto?



14. Dado os conjuntos, divida-os em cinco sub-conjuntos. Cada sub-conjunto representa que parte do conjunto?



15. Assinale um quarto das figuras.



16. Para se obter um quinto dos quadrados, quantos sub grupos você deve fazer? Assinale um quinto. _____



17. Tome uma tira de 20 centímetros e divida-a em 5 partes. Cole um quinto da tira neste espaço.

- Escreva o numeral que indica quantas partes você tomou e colou. _____

- Escreva o numeral que indica em quantas partes foi dividida a tira. _____

- Escreva a fração que representa o pedaço colado. _____

18. Escreva um símbolo que representa a parte hachurada de cada figura.



NOME: _____ DATA: ____/____/____

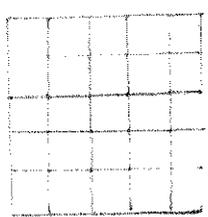
ATIVIDADE Nº 4

01. Tome dez cartões rosa choque.

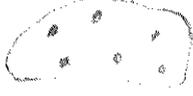
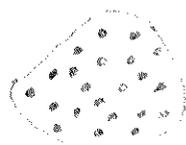
- Separe-os em 5 sub-grupos.
- Cada sub-grupo é um quinto dos cartões.
- Quantos cartões tem em cada quinto? _____
- Escreva o numeral que representa um quinto. _____

02. Assinale um quinto dos quadrinhos.

- O que você deve fazer para encontrar um quinto de qual-
quer coisa? _____



03. Faça um círculo em torno do que se pede e escreva o símbolo matemático que representa a fração circulado.

- | | | | |
|--|-------------|---|-------------|
| a)  | um meio = | b)  | um terço = |
| c)  | um quinto = | d)  | um quarto = |
| e)  | um décimo = | f)  | um nono = |

04. Represente o que se pede:

a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{1}{6}$

c)  $\frac{1}{9}$

d)  $\frac{1}{3}$

05. Tome os cartões amarelos. Ache um décimo dos cartões.
Quantos cartões representam $\frac{1}{10}$? _____

06. Quais e quantos cartões que representam:

a) um meio do branco? _____

b) um terço do branco? _____

c) a metade do azul? _____

d) um sexto do branco? _____

e) um trinta avos do branco? _____

07. Que fração representa:

a) Um cartão azul em relação ao branco? _____
por que? _____

b) Um cartão rosa claro em relação ao branco? _____

c) Um cartão verde claro em relação ao branco? _____
por que? _____

d) Um cartão rosa choque em relação ao branco? _____
por que? _____

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

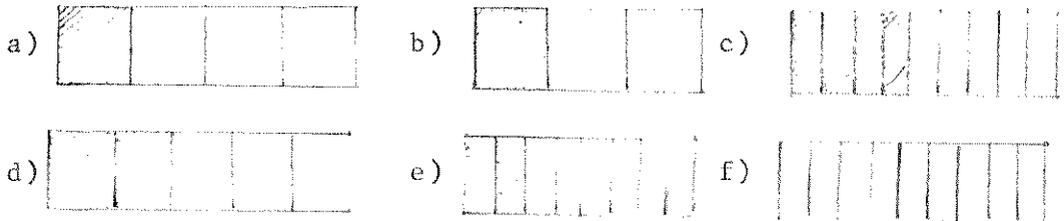
ATIVIDADE Nº 5

ATIVIDADE EM GRUPO

01. Tome 15 palitos. Separe um quinto.

- O que se faz para encontrar um quinto?
- Quantos quintos sobraram?

02. Identifique escrevendo ao lado de cada desenho a fração hachurada e a não hachurada.



03. Tome 20 objetos e encontre:

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{10}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{20}$

Quantos objetos representa cada fração?

- a) _____ b) _____ c) _____ d) _____

Qual a operação que você fez para encontrar os itens acima?

04. Assinale em cada segmento a fração pedida:

- a) _____ dois terços b) _____ três quartos
c) _____ dois quintos d) _____ quatro quintos
e) _____ três décimos f) _____ sete nonos

Descreva com suas palavras a operação que você fez para resolver o exercício acima, item "f".

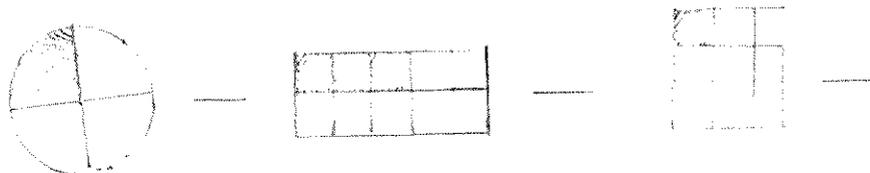
05. Tome 16 objetos e divida-os em quatro partes, dê três quartos ao seu colega.

- Escreva um símbolo que representa a fração dada _____
- Escreva um símbolo que representa a fração não dada _____

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 6

01. Observe os desenhos:



- a) Escreva a fração assinalada
- b) Porque o número 4 e o número 1 no 1º desenho? _____

- c) Porque o número 10 e o número 3 no 2º desenho? _____

- d) Porque o número 9 e o número 1 no 3º desenho? _____

- e) Qual o significado do traço na fração? _____

- f) Que nome se dá ao número colocado acima do traço? _____

- g) Que nome se dá ao número colocado abaixo do traço? _____

02. De acôrdo com os desenhos escreva o denominador de cada fração.



- Baseado em que você escolheu ou escreveu os denominadores pedidos? _____

03. O que você entende por numerador e denominador de uma fração? _____

04. Represente em cada figura a fração pedida.

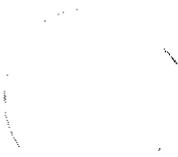
a) $\frac{2}{4}$



b) $\frac{1}{8}$



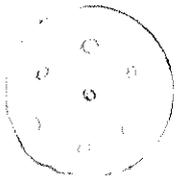
c) $\frac{2}{3}$



d) $\frac{1}{2}$



e) $\frac{2}{5}$



f) $\frac{3}{4}$



g) $\frac{1}{5}$



h) $\frac{3}{5}$



i) $\frac{1}{4}$



05. Ligue os desenhos com as frações correspondentes, faça todo o tipo de ligação que for possível.

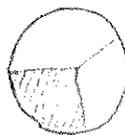
$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{10}$$



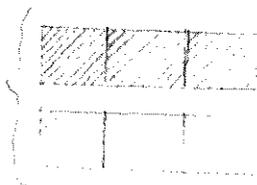
$$\frac{2}{4}$$



$$1 \frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{5}$$



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{3}{2}$$



$$\frac{4}{3}$$

$$1 \frac{1}{3}$$



COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 7OBSERVAÇÃO: $\langle \rightleftharpoons \rangle$ símbolo de equivalência

01. Usando os cartões, complete as setenças:

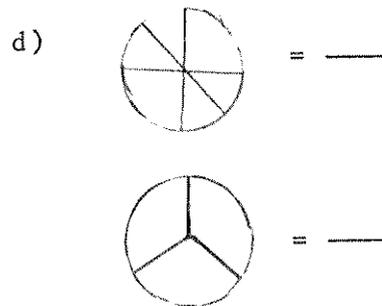
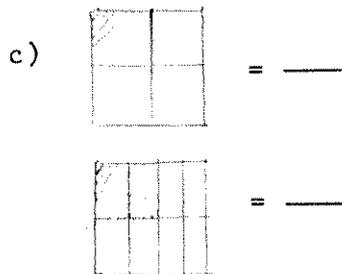
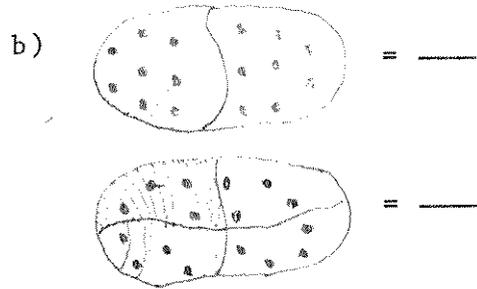
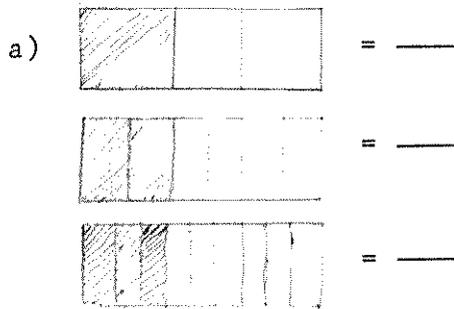
- a) $\frac{1}{2}$ do verde-claro $\langle \rightleftharpoons \rangle$ _____ do vermelho
- b) $\frac{2}{4}$ do rosa-claro $\langle \rightleftharpoons \rangle$ _____ do amarelo $\langle \rightleftharpoons \rangle$ _____ do preto
- c) $\frac{3}{6}$ do vermelho $\langle \rightleftharpoons \rangle$ _____ do preto $\langle \rightleftharpoons \rangle$ _____ do amarelo
- d) 1 do branco $\langle \rightleftharpoons \rangle$ _____ do vermelho $\langle \rightleftharpoons \rangle$ _____ do verde escuro
- e) $\frac{5}{10}$ do verde escuro $\langle \rightleftharpoons \rangle$ _____ do vermelho $\langle \rightleftharpoons \rangle$ _____ do amarelo
- f) $\frac{1}{4}$ do rosa-claro $\langle \rightleftharpoons \rangle$ _____ do rosa-choque

02. Faça dois conjuntos com 12 elementos cada um:

- assinale $\frac{1}{2}$ do primeiro $\frac{3}{6}$ do segundo.

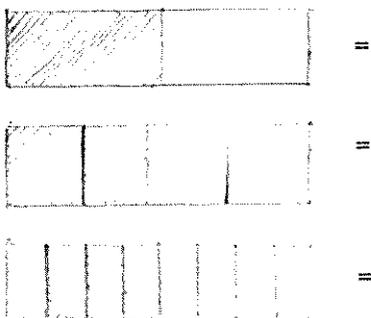
- Compare a quantidade de elementos nos dois conjuntos e escreva o que você concluiu. _____

03. Nas figuras abaixo, escreva as frações assinaladas:



- Em cada ítem o que você nota em relação ao tamanho ou na quantidade de elementos? _____

04. Escreva na frente de cada figura a fração hachurada. Qual das frações representa a maior porção? _____



05. Um cartão azul equivale a dois cartões rosa. Escreva a sentença matemática correspondente.

06. Quantos cartões você pode usar para tornar verdadeira as seguintes equivalências.

a) $\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{6}$ _____

b) $\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{4}$ _____

c) $\frac{3}{3} \Leftrightarrow \frac{24}{24}$ _____

d) $\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{3}{6}$ _____

e) $\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{6}{24}$ _____

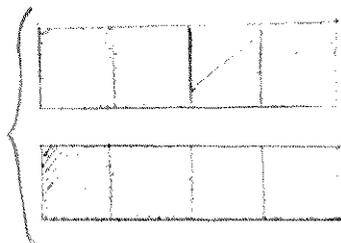
f) $\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{10}{20}$ _____

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 8

01. Tome 3 cartões azul e forme um conjunto. Cada cartão represente qual fração? _____
 Os três juntos representam qual fração? _____
 Existe outra maneira de representar esta fração? _____
02. Tome 9 cartões rosa-claro e faça o mesmo que você fez para o exercício nº 1.
03. Maria ganhou 2 chocolates inteiros e um pela metade. Qual a fração que representa o que Maria ganhou? _____
 Quantas metades existem? _____
04. Represente 3 bananas e um terço de uma banana. Qual a fração representada? _____
 Quantos terços pode-se usar para esta representação? _____
05. Quantos quartos assinalados existem em:



06. Quantos quartos existem em um inteiro e dois quartos?

07. Quantos quintos existem em:

- a) 3 inteiros e 2 quintos? _____
- b) 5 inteiros e 3 quintos? _____
- c) 4 inteiros e 4 quintos? _____
- d) 1 inteiro e 1 quinto? _____

08. Como são chamadas as frações que possuem uma parte inteira e outra fracionária? _____

09. Responda:

- a) quantos quartos há em um inteiro? _____
- b) quantos décimos há em um inteiro? _____
- c) quantos vinte e quatro avos há em um inteiro? _____
- d) quantos meios há em dois inteiros? _____
- e) quantos terços há em quatro inteiros? _____
- f) quantos quartos há em dois inteiros e meio? _____

10. Tome:

- a) 24 cartões rosa escuro _____
- b) 30 cartões amarelo _____
- c) 40 cartões preto _____
- d) 8 cartões rosa claro _____

Represente cada uma dessas frações. Que nome recebe esse tipo de fração? _____

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 901. Separe os cartões que representam: $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{4}$.

Qual a fração que representa maior porção? Faça desenhos representando as frações.

02. Separe os seguintes grupos de frações e para cada item responda:

- qual a maior fração?
- qual fração representa a menor fração?
- coloque em ordem começando pela menor como se chama 'essa ordem'?
- escreva estas frações em ordem usando os sinais (menor) e (maior).

a) $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{2}{10}$; $\frac{1}{10}$

c) $\frac{4}{20}$; $\frac{6}{20}$; $\frac{10}{20}$

d) $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{3}{6}$

e) $\frac{4}{30}$; $\frac{2}{30}$; $\frac{10}{30}$; $\frac{6}{30}$

03. Observe os grupos acima e diga o que cada grupo possui em comum?

Tente fazer uma lei ou regra que determina a maior ou menor fração.

04. Tome os cartões que representam as frações abaixo:

a) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{30}$; $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{20}$; $\frac{2}{10}$; $\frac{2}{3}$

c) $\frac{4}{6}$; $\frac{4}{10}$; $\frac{4}{24}$

d) $\frac{5}{30}$; $\frac{5}{24}$; $\frac{5}{10}$

Observe os cartões e responda para cada item qual a maior.

Coloque em ordem crescente começando pela menor e escreva as frações nesta ordem usando os sinais ,

05. Cada item acima possui alguma coisa em comum, Descubra essa propriedade e tente escrever como se determina a maior e a menor fração.

06. Escreva em ordem crescente e decrescente as seguintes frações:

a) $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{9}$

b) $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{5}$

c) $\frac{4}{10}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{4}{9}$

d) $\frac{1}{20}$; $\frac{2}{20}$; $\frac{6}{20}$; $\frac{3}{20}$

07. Diga como se determina qual a maior e a menor fração.

08. Escreva a fração mista correspondente a:

a) $\frac{9}{4} =$

b) $\frac{6}{2} =$

c) $\frac{12}{5} =$

d) $\frac{13}{4} =$

e) $\frac{11}{3} =$

f) $\frac{20}{6} =$

09. Escreva a fração imprópria correspondente:

a) $2 \frac{1}{5} =$

b) $9 \frac{1}{4} =$

c) $3 \frac{1}{9} =$

d) $2 \frac{1}{6} =$

e) $4 \frac{1}{5} =$

f) $1 \frac{1}{3} =$

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 10

01. Tome um cartão verde claro e um cartão rosa claro, Procure encontrar cartões de uma só cor que sejam equivalentes aos cartões verde claro e rosa claro.

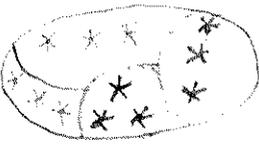
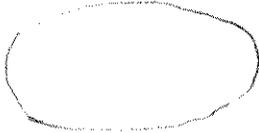
02. Faça um desenho gráfico no quadro ao lado de uma fração que seja equivalente a fração dada.

a)  

b)  

c)  

03. Dados os conjuntos, faça para cada um, dois conjuntos equivalentes e escreva a fração correspondente em baixo de cada desenho.

a)  $\frac{2}{4} =$  —  —

b)  $\frac{1}{3} =$  —  —

Observe as frações acima. Entre aquelas que você escre-

veu existe frações com denominadores iguais? _____

04. Dados as frações, escreva frações equivalentes que tenham o mesmo denominador.

a) $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{3}$

c) $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{7}$

d) $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 11

01. Dê frações equivalentes as frações dadas que possuem o mesmo denominador:

a) $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{5}$

c) $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{6}$

d) $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{7}$

02. Para escolher a maior ou menor fração, estas precisam ter o mesmo numerador ou o mesmo denominador. Qual sua sugestão para determinar a maior ou menor quando numeradores são diferentes. _____

Ex.: $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{3}$

03. Escreva em ordem crescente as seguintes frações usando o sinal $<$ e explique como foi determinado a maior fração.

a) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{9}$

b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$

c) $2 \frac{1}{9}, \frac{3}{9}$

d) $\frac{4}{5}, \frac{1}{5}, \frac{9}{5}$

e) $\frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{2}{6}$

f) $1 \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, 3 \frac{4}{9}$

04. Escreva frações equivalentes as frações dadas que possuem denominadores iguais.

a) $\frac{1}{8}$ e $\frac{2}{4}$

b) $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{5}$

c) $\frac{4}{6}$ e $\frac{1}{5}$

d) $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{10}$

05. Encontre uma fração irredutível que seja equivalente as frações dadas.

a) $\frac{20}{30} =$

b) $\frac{4}{6} =$

c) $\frac{10}{12} =$

d) $\frac{8}{10} =$

$$e) \frac{9}{18} =$$

$$f) \frac{3}{6} =$$

06. Faça desenho gráfico das seguintes frações e assinale um círculo a maior.

$$a) 2 \frac{1}{3} \text{ e } \frac{2}{3}$$

$$b) \frac{2}{5} \text{ e } 1 \frac{1}{5}$$

$$c) \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, 2 \frac{1}{4}$$

$$d) 3 \frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{2}$$

$$e) 3 \frac{2}{10} \text{ e } \frac{9}{10}$$

(Faça os desenhos nas costas e escreva uma fórmula que determine a maior e menor fração).

07. Escreva a fração imprópria correspondente a:

$$a) 4 \frac{1}{20}$$

$$b) 9 \frac{3}{10}$$

$$c) 5 \frac{1}{5}$$

08. Determine quantos inteiros existem em:

$$a) \frac{9}{2} =$$

$$b) \frac{15}{4} =$$

$$c) \frac{16}{7} =$$

$$d) \frac{210}{100} =$$

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 12

01. Tome os cartões vermelho. Eles representam _____ sextos. Peça ao seu colega um dos cartões vermelho dele que representa _____ sextos.

Com quanto sextos você ficou? Qual a operação que você efetuou?

02. Tome 2 cartões verde-claro. Eles representam _____ Adicione com o cartão que representa um terço. Quantos terços você obteve?

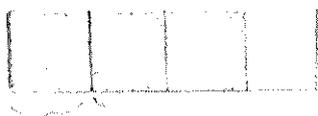
03. Observe os desenhos abaixo e escreva a fração correspondente a cada um deles.



O que essas frações tem em comum?

Se você juntar os desenhos, obterá um novo desenho, da seguinte forma

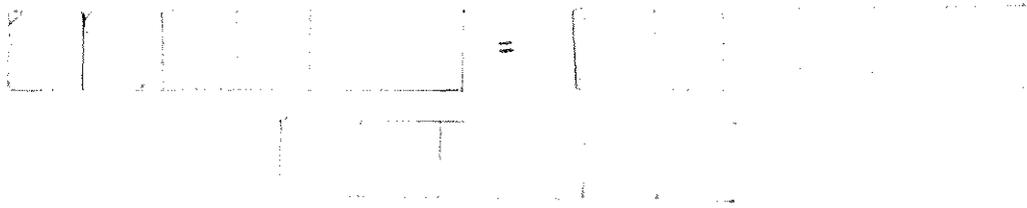
Que fração você obteve?



$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{2}{4}$$

04. Procure fazer com os desenhos abaixo, o mesmo que foi feito acima.



05. Efetuar as seguintes frações abaixo:

a) $\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{\quad}{3}$

b) $\frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{\quad}{\quad}$

Posso concluir que para somar frações de mesmo denominadores, basta _____ os numeradores e colocar os resultados sobre o mesmo _____.

06. Agora você já pode resolver os exercícios abaixo:

a) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} =$

b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} =$

c) $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} =$

d) $\frac{6}{7} + \frac{3}{7} + \frac{2}{7} =$

e) $\frac{4}{12} + \frac{1}{12} =$

f) $\frac{1}{10} + \frac{3}{10} + \frac{5}{10} =$

g) $\frac{7}{6} + \frac{3}{6} + \frac{1}{6} =$

h) $\frac{1}{9} + \frac{4}{8} =$

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 13

01. Tome 4 cartões verde e um azul.

Escreva as frações correspondentes e faça a adição desses termos.

Você pode somar estas frações como elas estão? Qual a sua sugestão para a solução?

02. O que se pode fazer para somar um cartão verde-claro com um cartão vermelho. Qual a cor resultante? _____

Escreva as frações que representam cada cartão.

03. Para efetuar a operação abaixo, você precisa substituir $\frac{1}{3}$. Faça a substituição.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \text{---} + \frac{1}{6} = \text{---}$$

04. Substitua a fração assinalada por outra para que as frações fiquem com denominadores iguais.

$$\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} = \text{---} + \frac{1}{4} =$$

$$\left(\frac{2}{10}\right) + \frac{1}{20} = \text{---} + \text{---}$$

$$\left(\frac{4}{24}\right) + \frac{1}{6} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{4}{24} + \left(\frac{1}{6}\right) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

05. Escreva a lei para somar frações com denominadores diferentes.

- Dê dois exemplos.

06. Efetue as seguintes adições e escreva o resultado em forma de fração mista.

a) $\frac{2}{4} + \frac{5}{4} + \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\frac{3}{30} + \frac{20}{30} + \frac{1}{30} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\frac{4}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $\frac{3}{20} + \frac{4}{10} + \frac{2}{5} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

07. Efetue as adições e transforme o resultado na forma mais simples.

a) $\frac{1}{10} + \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\frac{1}{10} + \frac{5}{30} + \frac{4}{15} = \underline{\hspace{2cm}}$

08. Efetue:

a) $3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{5} + \frac{2}{3} =$

b) $3\frac{2}{5} + \frac{1}{6} + \frac{2}{4} =$

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 14

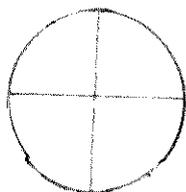
01. Tome 20 cartões rosa escuro e escreva a fração correspondente. Desses vinte tira 5.

- Quantos ficaram? _____

- Qual a operação realizada? _____

- Arme e efetue a operação realizada. _____

02. Na figura abaixo você tem ____ assinaladas, pinte de vermelho $\frac{2}{4}$. Quantos quartos ficaram sem pintar? Arme e efetue a operação realizada.



03. Efetue as seguintes subtrações

a) $\frac{4}{24} - \frac{1}{24} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\frac{13}{30} - \frac{10}{30} = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\frac{14}{10} - \frac{4}{10} - \frac{2}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\frac{10}{2} - \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$

04. Escreva uma regra para subtrair frações. _____

05. Efetue as seguintes subtrações.

a) $\frac{4}{15} - \frac{1}{10} =$

b) $\frac{6}{10} - \frac{4}{20} =$

c) $\frac{1}{5} - \frac{1}{15} =$

d) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} =$

e) $\frac{5}{18} - \frac{1}{36} =$

06. Escreva uma fórmula para subtrair frações com denominadores diferentes. _____

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 15

01. A parte hachurada representa _____ da figura. Ela foi desenhada _____ vezes.



Podemos dizer que temos _____ vezes _____ ou temos _____ terços.

Como se chama esta operação?

02. Escreva em baixo de cada figura a fração assinalada.



A fração _____ foi repetida _____ vezes

Podemos dizer que temos _____ meios

03. Em cada figura temos _____ assinalados.



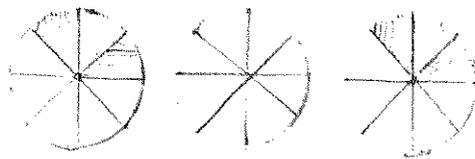
A fração _____ foi repetida _____ vezes.

Então podemos afirmar que temos 2 vezes $\frac{3}{4}$ ou

$$2 \times \frac{3}{4} = \underline{\quad\quad} \text{ ou } 1 \underline{\quad\quad}$$

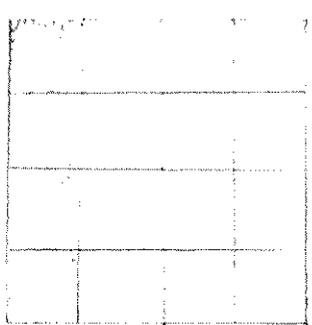
Esta operação chama-se _____

04. Escreva você agora a sentença matemática correspondente a cada grupo de figuras.

a)  $3 \times \frac{3}{8} = \underline{\quad\quad} \text{ ou } 1 \frac{1}{8}$

b)  $2 \times \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad} \text{ ou } \underline{\quad\quad}$

c)  $\underline{\quad\quad} \times \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad} \text{ ou } \underline{\quad\quad}$

d)  $\underline{\quad\quad} \times \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad} \text{ ou } \underline{\quad\quad}$

05. Se você ganha $\frac{1}{4}$ (um quarto) da $\frac{1}{2}$ (metade) de um bolo, você ganha $\underline{\quad\quad}$ do bolo. Assinale na figura a parte que você recebe.



06. Assinale nas figuras as frações pedidas

a) $\frac{1}{2}$ de 

b) $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ de 

c) $\frac{1}{4}$ de 

d) $\frac{1}{10}$ de



e) $\frac{1}{5}$ da metade de 20 (faça uma representação gráfica)

06. As preposições "de", "da", "do" substituem o sinal da multiplicação.

Escrevam as sentenças matemáticas do exercício anterior usando o sinal da multiplicação.

a) $\frac{1}{2} \times 1 =$

b) $\frac{1}{2} \times \underline{\quad} \times 1 =$

c)

d)

e)

07. Escreva a parte que se pede das frações assinaladas e complete:

a) $\frac{1}{2}$ de



_____ de $\frac{1}{3} =$ _____

b) $\frac{1}{3}$ da



$\frac{1}{3}$ da $\frac{1}{2} =$ _____

c) $\frac{1}{4}$ de



$\frac{1}{4}$ de _____ = _____

d) $\frac{1}{2}$ de



_____ de _____ = _____

e) $\frac{1}{2}$ de



_____ de _____ = _____

f) $\frac{1}{5}$ de  $\frac{1}{5}$ - _____ = _____

g) $\frac{1}{3}$ da  $\frac{1}{3}$ da _____ de _____ = _____

08. Escreva em ordem crescente as seguintes frações:

$$\frac{1}{5}, \frac{3}{20}, \frac{2}{4}, \frac{4}{10}, 2 \frac{1}{3}$$

09. Efetue as seguintes operações e transforme o resultado na forma mais simples possível.

a) $\frac{1}{10} + \frac{3}{10} + \frac{9}{10} =$

b) $\frac{6}{20} - \frac{4}{20} =$

c) $\frac{1}{5} + \frac{3}{6} + \frac{3}{4} =$

d) $\frac{1}{4} - \frac{6}{30} =$

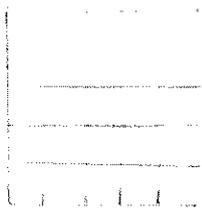
COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 16

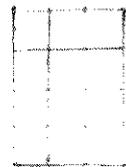
01. Assinale nas figuras os produtos que se pede:

a)



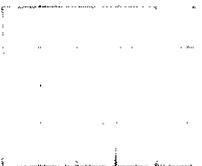
$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

b)



$$\frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

c)



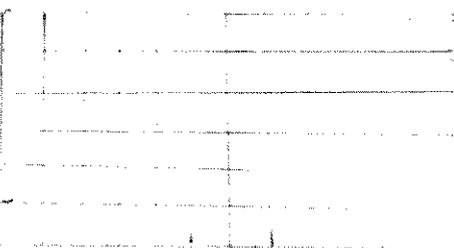
$$\frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

d)



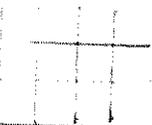
$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

e)

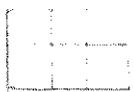


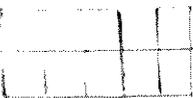
$$\frac{5}{12} \times \frac{3}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$$

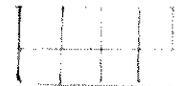
f)



$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

g)  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$

h)  $\frac{3}{4} \times \frac{2}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$

i)  $\frac{4}{4} \times \frac{2}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$

02. Faça figuras representando os seguintes produtos:

a) $\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} =$

c) $\frac{2}{4} \times \frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\frac{4}{3} \times \frac{2}{3} =$

d) $\frac{2}{10} \times \frac{3}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

03. Efetue os seguintes produtos e quando puder simplifique e extraia os inteiros.

a) $\frac{1}{4} \times \frac{4}{3} =$

d) $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} =$

b) $\frac{1}{9} \times \frac{4}{5} =$

e) $\frac{6}{2} \times \frac{3}{4} =$

c) $\frac{2}{3} \times \frac{7}{21} =$

f) $\frac{8}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} =$

04. Escreva uma lei para multiplicar frações: _____

05. Efetue os produtos:

a) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} =$

c) $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} =$

b) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} =$

d) $\frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} =$

Nos produtos acima tem alguma característica especial?
Qual é?

06. Maria tinha Cr\$ 50,00. Gastou $\frac{2}{5}$ do seu dinheiro. Quanto gastou Maria e quanto ainda lhe resta?
07. Juca tinha 30 lápis e perdeu $\frac{1}{10}$. Que fração representa os lápis que restaram? Quantos lápis foram perdidos?
08. Em uma granja havia 500 aves. $\frac{4}{10}$ foram vendidas. Pergunta-se:
- que fração representa todas as aves?
 - que fração representa as aves que restaram?
 - quantas aves foram vendidas?
 - quantas aves restaram?
09. Em uma sala de aula haviam 35 alunos, $\frac{1}{4}$ dos alunos foram reprovados. Pergunta-se:
- que fração representa a classe toda?
 - que fração representa os alunos que foram aprovados?
 - quantos alunos foram aprovados?
 - quantos alunos foram reprovados?
10. Resolva:
- $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{8} =$
 - $\frac{1}{9} + \frac{1}{10} - \frac{1}{90} =$
 - $\frac{2}{3} - \frac{3}{10} - \frac{1}{20} =$

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 17

01. Resolva os seguintes produtos simplificando antes de multiplicar:

a) $\frac{2}{5} \times \frac{4}{6} \times \frac{5}{3} =$

b) $\frac{4}{8} \times \frac{8}{5} =$

c) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} =$

d) $\frac{4}{5} \times \frac{5}{3} \times \frac{2}{10} =$

e) $\frac{10}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} =$

f) $\frac{1}{4} \times \frac{4}{6} =$

02. Efetue os produtos abaixo e complete:

a) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} =$ _____

Os fatores deste produto são todos A fração foi repetida vezes. Um produto onde os fatores são iguais chama-se e pode ser representado por $(\frac{3}{4})^3$ onde $\frac{3}{4}$ chama-se .. e o número 3 escrito acima da fração chama-se

03. Escreva os produtos das seguintes potências

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$d) \left(\frac{2}{10}\right)^5 =$$

$$b) \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$e) \left(\frac{a}{b}\right)^3 =$$

$$c) \left(\frac{4}{5}\right)^3 =$$

$$f) \left(\frac{3}{2}\right)^4 =$$

04. Efetue os produtos: simplifique e extraia os inteiros

$$a) 3 \times \frac{1}{4} =$$

$$b) \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} =$$

$$c) \frac{2}{4} \times 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} =$$

$$d) 2 \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} \times 2 \times \frac{1}{2} =$$

$$e) \frac{1}{2} \times \frac{10}{5} \times \frac{3}{4} =$$

$$f) \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} =$$

$$g) 1 \times \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} =$$

$$h) 2 \times \frac{4}{6} \times \frac{6}{4} =$$

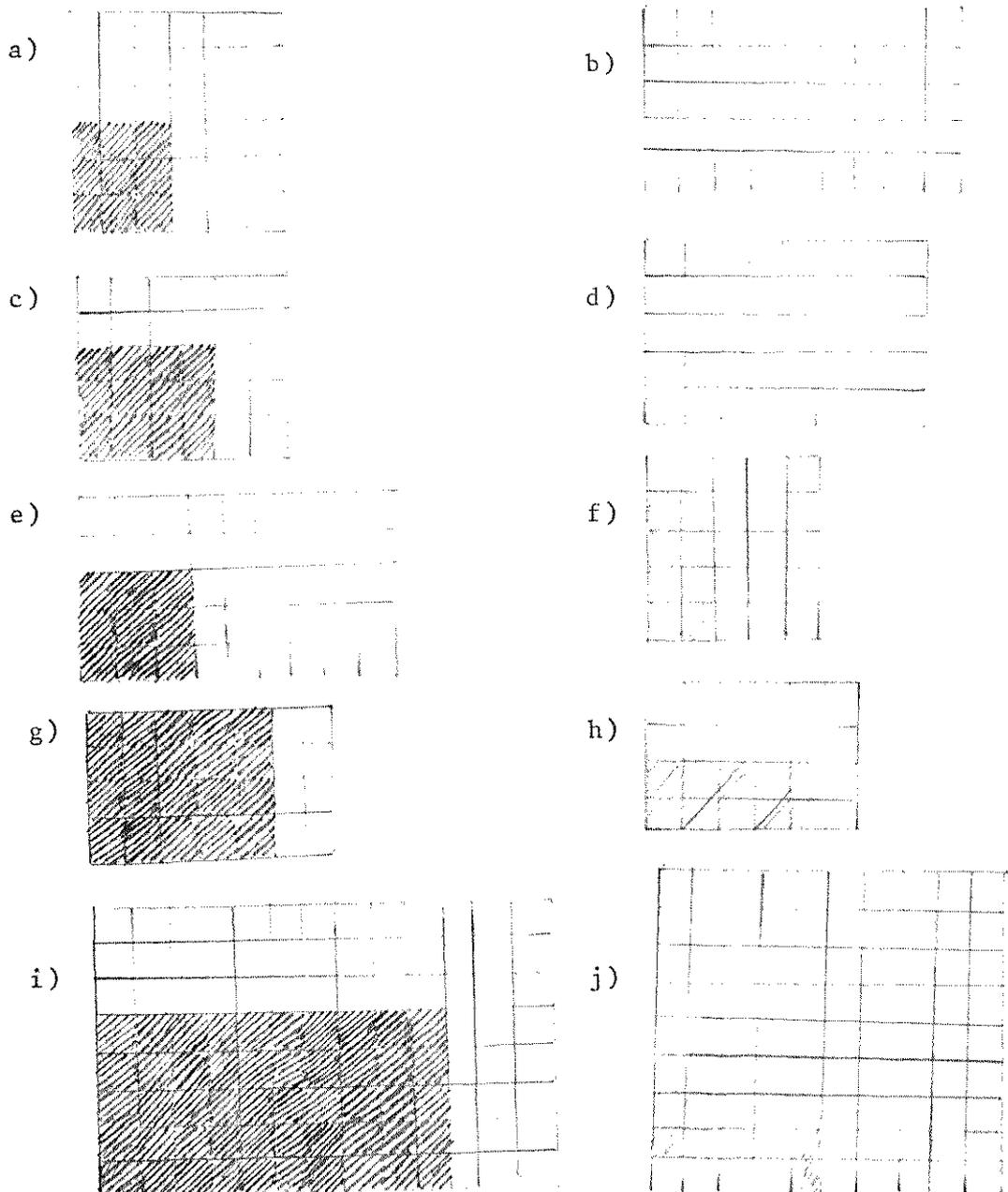
05. Que é potência de um número? Dê exemplo.

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 18

01. De acordo com o desenho descreva o produto representado:



02. Faça figuras representando os seguintes produtos:

a) $2 \times \frac{3}{4}$

c) $3 \times 1 \frac{1}{2}$

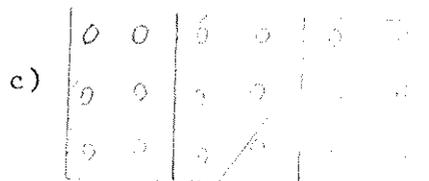
b) $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$

d) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{6}$

03. Tome uma tira de papel. Dobre-a ao meio e separe uma metade. Tome cada metade e divida-a por 2.

Em quantas partes você dividiu a tira toda? _____

04. Assinale a metade de cada área hachurada.



05. Escreva usando a simbologia própria a operação feita acima.

a)

b)

c)

06. Que parte do inteiro representa a parte que você assinalou em cada figura.

a)

b)

c)

07. Efetue a operação do exercício 3 e compare o resultado com a parte que você assinalar.

a) $\frac{1}{2} : 2 =$

b) $\frac{2}{4} : 2 =$

c) $\frac{1}{3} : 2 =$

08. Faça figuras representando as seguintes divisões:

a) $\frac{1}{4} : 3 =$

b) $\frac{2}{6} : 2 =$

c) $\frac{4}{5} : 3 =$

d) $\frac{2}{3} : 4 =$

09. Cada uma das partes que você assinalou representa qual parte do inteiro.

a) _____

b) _____

c) _____

d) _____

10. Efetue as operações do exercício 8 e compare os resultados.

11. Escreva com suas palavras o que você teve que fazer para efetuar

$\frac{1}{4} : 3 =$

12. Efetue as seguintes divisões:

a) $\frac{1}{3} : 3 =$

e) $\frac{6}{8} : 2 =$

b) $\frac{1}{4} : 2 =$

f) $\frac{10}{12} : 4 =$

c) $\frac{6}{3} : 2 =$

g) $\frac{20}{25} : 4 =$

d) $\frac{1}{10} : 10 =$

h) $\frac{1}{5} : 10 =$

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 19

01. Efetue as seguintes divisões e multiplicações: e compare os resultados.

a) $12 : 3 =$

a) $12 \times \frac{1}{3} =$

b) $14 : 2 =$

b) $14 \times \frac{1}{2} =$

c) $15 : 3 =$

c) $15 \times \frac{1}{3} =$

d) $16 : 4 =$

d) $16 \times \frac{1}{4} =$

e) $20 : 5 =$

e) $20 \times \frac{1}{5} =$

f) $100 : 5 =$

f) $60 \times \frac{1}{12} =$

g) $60 : 12 =$

g) $60 \times \frac{1}{4} =$

h) $60 : 4 =$

02. Transforme as divisões de dois números inteiros em um produto de número inteiro por uma fração.

a) $16 : 4 = 4$

$16 \times \frac{1}{4} = \frac{16}{4} = 4$

b) $12 : 3 =$

c) $10 \times 2 =$

d) $12 : 4 =$

e) $15 : 3 =$

f) $14 : 7 =$

g) $18 : 6 =$

h) $12 : 6 =$

i) $60 : 10 =$

03. Juca tem um chocolate e quer distribuí-lo em partes iguais entre seus três irmãos. Quanto recebe?

04. Eu tenho 2 cruzeiros. Se eu os trocar por moedas de 50 centavos, quantas moedas eu obtenho?

05. Quantos $\frac{2}{3}$ existem em um inteiro?



06. Quantos $\frac{3}{4}$ existem em 2 inteiros?



07. Faça desenhos representando as seguintes divisões, responda as perguntas e escrevam as sentenças matemáticas correspondente.

a) quantos meios existem em um inteiro:

existem 2 meios 1: $\frac{1}{2} = 2$ meios

b) quantos terços existem em um inteiro

c) quantos quartos existem em um inteiro

d) quantos quartos existem em 2 inteiros

e) quantos quintos existem em um inteiro

f) quantos meios existem em 2 inteiros

NOME: _____ DATA: ____/____/____

ATIVIDADE Nº 20

01. Faça desenho representando as seguintes divisões e escreva a sentença matemática correspondente.

a) quantos $\frac{3}{4}$ existem em 2 inteiros

b) quantos $\frac{2}{3}$ existem em 4 inteiros

c) quantos $\frac{1}{2}$ existem em 3 inteiros

d) quantos $\frac{1}{3}$ existem em $\frac{1}{2}$

e) quantos $\frac{1}{2}$ existem em $\frac{3}{2}$

f) quantos $\frac{1}{2}$ existem em $\frac{1}{2}$

g) quantos $\frac{1}{2}$ existem em $\frac{3}{5}$

h) quantos $\frac{1}{4}$ existem em $\frac{1}{2}$

i) quantos $\frac{1}{2}$ existem em $\frac{1}{4}$

j) quantos $\frac{2}{3}$ existem em $\frac{1}{3}$

02. Juca tinha 10 frutas, comeu $\frac{1}{5}$ das frutas.

- Quantas frutas ele comeu?

- Quantas ainda têm?

- Qual a fração que representa todas as frutas? E qual a fração que representa as que restaram?

03. Eu tinha Cr\$ 320,00, gastei $\frac{1}{10}$ na compra de um caderno e depois $\frac{1}{8}$ de meu dinheiro na compra de um chocolate.

- Quanto gastei ao todo?

04. Efetue as seguintes operações, extraia os inteiros e simplifique os resultados.

a) $4 \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{9} =$

b) $\frac{3}{4} + 2 \frac{1}{5} + \frac{1}{10} =$

c) $\frac{3}{4} \times \frac{7}{8} \times \frac{16}{5} =$

d) $\frac{9}{10} - \frac{1}{24} =$

e) $\frac{3}{5} : \frac{1}{2} =$

f) $2 \frac{1}{3} : \frac{2}{3} =$

g) $\frac{1}{4} : \frac{1}{2} =$

05. Faça 2 divisões para cada figura do exercício 1 da atividade nº 18.

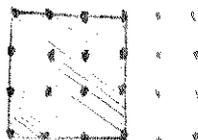
A N E X O II

PRÉ E PÓS TESTE
TESTE DE AVALIAÇÃO

NOME: _____ DATA: ____/____/____

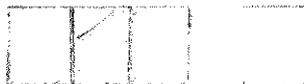
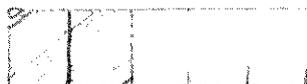
PRÉ-TESTE - FRAÇÕES

01. Escreva ao lado de cada desenho a fração correspondente a área hachurada.

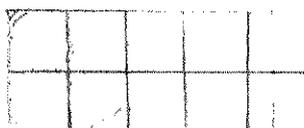


02. Assinale a maior fração:

a)



b)



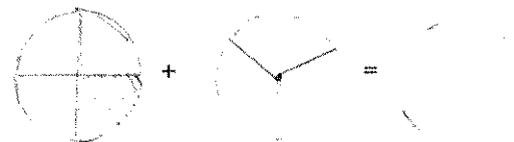
03. Represente no gráfico o que se pede:

a) $\frac{1}{10}$ deb) $\frac{1}{3}$ dec) $\frac{1}{4}$ da $\frac{1}{2}$ de

d)



e)



04. Escreva a fração que representa:

- a) 2 meses do ano
- b) uma turma do seu colégio
- c) dois centésimos
- d) meia dúzia de laranjas.

05. Dê dois exemplos de frações equivalentes a:

a) $\frac{2}{3} =$

b) $\frac{5}{20} =$

06. Coloque na reta numerada os seguintes números racionais:

0,5 $\frac{2}{2}$, 3, 2,5, $\frac{1}{2}$



07. Una as colunas da direita com a esquerda as frações representam a mesma quantidade:

a) $\frac{1}{2}$

a) $\frac{2}{3}$

b) $3 \frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{10}$

c) 0,3

c) 0,5

d) $\frac{10}{100}$

d) 0,1

e) $\frac{4}{6}$

e) $\frac{13}{4}$

08. Escreva as frações em ordem crescente:

a) $\frac{9}{5}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}$

b) $\frac{2}{4}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}$

c) $\frac{1}{9}, 0,3, \frac{3}{4}$

d) 0,5, 0,6, 0,12

09. Efetue e reduza o resultado à expressão mais simples:

a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$

b) $\frac{6}{9} - \frac{4}{9} =$

c) $0,3 + 2,5 + 1,032 =$

d) $10,495 - 6,32 =$

e) $\frac{1}{4} + \frac{4}{5} + \frac{3}{2}$

f) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$

g) $\frac{2}{3} : \frac{1}{5}$

h) $\frac{4}{5}$ de 10

i) 0,4 de 50

j) $\frac{1}{2} + 2$

k) $2 : \frac{1}{3}$

- 1) $0,64 \times 0,3$
- m) $2,125 \times 2$
- n) $432 : 0,2$
- o) $1,64 : 4$
10. Determine uma fração equivalente a $\frac{9}{21}$ cujo denominador é 7.
11. Juca tinha 12 lápis e ganhou $\frac{1}{3}$ do que possuía. Quantos lápis tem agora?
12. Em uma caixa havia 50 maçãs, $\frac{1}{5}$ estavam estragadas e $\frac{1}{10}$ foram roubadas. Quantas ficaram na caixa?
13. Lúcia foi fazer compras e levou 1.000,00. No super-Mercado gastou Cr\$ 195,00, na loja comprou 2,5m de tecido a Cr\$ 80,50 o m, e na sapataria comprou uma sandália por Cr\$ 350,00. Quanto gastou Lúcia?

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA - T₁

01. Assinale nas figuras abaixo a fração pedida:

a)

$\frac{1}{3}$

b)

$\frac{2}{5}$

c)

$\frac{4}{10}$

d)

$\frac{2}{15}$

02. Faça um conjunto com 20 elementos e assinale $\frac{2}{4}$ dos elementos. Quantos elementos foram assinalados?

03. Faça conjuntos com 30 elementos e assinale:

a) $\frac{1}{3} =$

b) $\frac{4}{6} =$

c) $\frac{3}{10} =$

d) $\frac{4}{5} =$

04. Responda, o que você entende por

a) fração

b) numerador

c) denominador

05. Usando os cartões, encontre frações equivalentes a:

a) $\frac{1}{2}$ do azul

b) $\frac{3}{10}$ do verde escuro

c) $\frac{1}{6}$ do vermelho

d) $\frac{6}{24}$ do rosa choque

06. Dê duas frações equivalentes a:

a) $\frac{6}{10}$ \leftarrow _____

b) $\frac{7}{8}$ \leftarrow _____

07. Faça um desenho representando uma fração equivalente a fração assinalada e escreva as frações equivalentes.



COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

TESTE DE MATEMÁTICA - T₂

01. Efetue:

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} =$

b) $\frac{1}{10} + \frac{3}{10} + \frac{9}{10} =$

02. Encontre uma fração equivalente a $\frac{3}{5}$ cujo numerador seja 120.

03. Escreva em ordem crescente as seguintes frações:

a) $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{9}, \frac{1}{10}, \frac{4}{10}$

04. Encontre uma fração equivalente a:

a) $\frac{4}{10}$ cujo denominador seja 20.

b) $\frac{40}{50}$ cujo numerador seja 4.

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

TESTE DE MATEMÁTICA - T₃

01. Resolva os seguintes produtos simplificando antes de multiplicar:

a) $\frac{2}{5} \times \frac{4}{6} \times \frac{5}{3} =$

b) $\frac{4}{8} \times \frac{8}{5} =$

c) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} =$

d) $\frac{4}{5} \times \frac{5}{3} \times \frac{2}{10} =$

e) $\frac{10}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} =$

f) $\frac{1}{4} \times \frac{4}{6} =$

02. Efetue os produtos abaixo e complete:

a) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} =$ _____

Os fatores deste produto são todos A fração _____ foi repetida _____ vezes. Um produto onde os _____ fatores são iguais chama-se _____ e pode ser representado por $(\frac{3}{4})^3$ onde $\frac{3}{4}$ chama-se _____ e o número 3 escrito acima da fração chama-se _____.

03. Escreva os produtos das seguintes potências.

a) $(\frac{1}{2})^3 =$

d) $(\frac{2}{10})^5 =$

b) $(\frac{2}{3})^2 =$

e) $(\frac{a}{b})^3 =$

c) $\left(\frac{4}{5}\right)^3 =$

f) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

04. Efetue os produtos, simplifique e extraia os inteiros

a) $3 \times \frac{1}{4} =$

b) $\frac{4}{5} \times \frac{3}{3} \times \frac{1}{3} =$

c) $\frac{2}{4} \times 2 \frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$

d) $2 \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} \times 2 \frac{1}{2} =$

e) $\frac{1}{2} \times \frac{10}{5} \times \frac{3}{4} =$

f) $\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} =$

g) $1 \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4}$

h) $2 \frac{4}{6} \times \frac{6}{4} =$

05. Que é potência de um número? Dê um exemplo.

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFG

NOME: _____ DATA: ____/____/____

TESTE DE MATEMÁTICA - T₄

01. Efetue, extraia os inteiros e simplifique as frações:

a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{8}{5} =$

b) $\frac{4}{5} + \frac{1}{6} + 2\frac{1}{3} =$

c) $\frac{9}{10} - \frac{4}{10} =$

d) $\frac{4}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} =$

e) $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \frac{4}{6} =$

02. Escreva em ordem crescente as frações

a) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} =$

b) $\frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6} =$

03. Dê uma fração equivalente a

a) $\frac{4}{20}$ cujo numerador seja 60

b) $\frac{50}{120}$ cujo denominador seja 12

04. Assinale nas figuras o que se pede

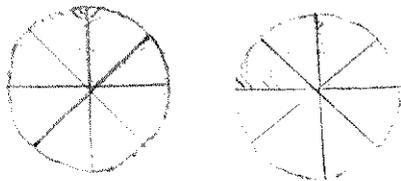
a) $\frac{1}{4}$ de



b) $\frac{1}{5}$ de



05. Indique os seguintes produtos

a)  = $\frac{2}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{\quad}{\quad}$ ou $\frac{\quad}{\quad}$

b)  $\frac{1}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{\quad}{\quad}$ ou $\frac{\quad}{\quad}$

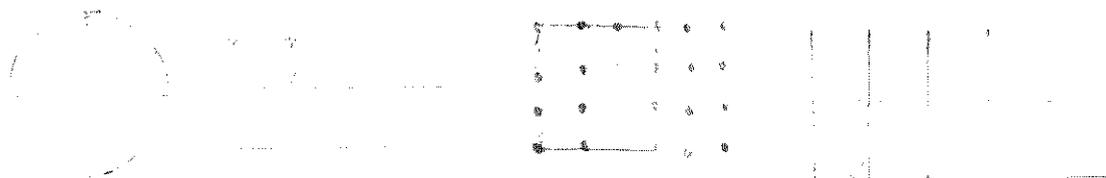
06. Representa na figura abaixo a fração que representa a metade de um chocolate. $\frac{1}{3}$



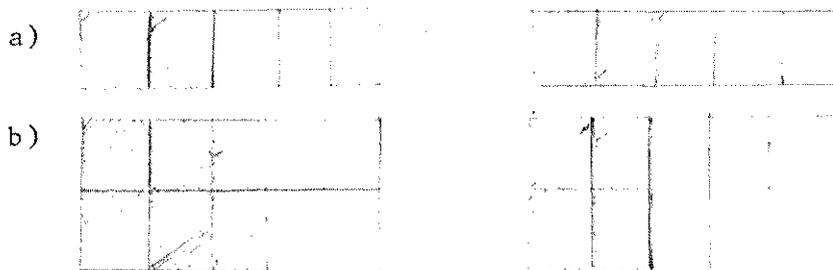
NOME: _____ DATA: ____/____/____

PÓS-TESTE: Frações

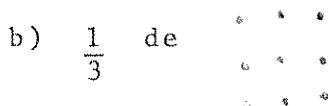
01. Escreva ao lado de cada desenho a fração correspondente a área hachurada.



02. Assinale a maior fração:



03. Represente no gráfico o que se pede:



04. Escreva a fração que representa:

- a) cinco meses do ano
- b) três dias da semana
- c) dois centésimos
- d) meia dúzia de laranjas

05. Dê exemplos de frações equivalentes a:

a) $\frac{2}{3} =$

b) $\frac{5}{20} =$

06. Coloque na reta numerada os seguintes números racionais:

0,5 $\frac{3}{2}$, 3 2,5 $\frac{1}{2}$



07. Una a coluna da direita com a esquerda as frações que representam a mesma quantidade:

a) $\frac{1}{2}$

a) $\frac{2}{3}$

b) $3 \frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{10}$

c) 0,3

c) 0,5

d) $\frac{10}{100}$

d) 0,1

e) $\frac{4}{6}$

e) $\frac{13}{4}$

08. Escreva as frações em ordem crescente:

a) $\frac{9}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$

b) $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$

$$c) \frac{1}{9}, \frac{3}{10}, \frac{3}{4}$$

09. Efetue e reduza o resultado à expressão mais simples:

$$a) \frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$$

$$b) \frac{6}{9} - \frac{4}{9} =$$

$$c) \frac{1}{4} + \frac{4}{5} + \frac{3}{2}$$

$$d) \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$$

$$e) \frac{2}{3} : \frac{1}{5}$$

$$f) \frac{4}{5} \text{ de } 10$$

$$g) \frac{1}{2} : 2$$

$$h) \frac{3}{5} : \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$$

$$i) \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{4} : \frac{1}{4}$$

10. Determine uma fração equivalente a $\frac{9}{21}$ cujo denominador é 7.

11. Em uma caixa havia 50 maçãs, $\frac{1}{10}$ estavam estragadas e $\frac{1}{10}$ da caixa foram roubadas. Quantas ficaram na caixa?

12. Juca tinha 12 lápis e ganhou $\frac{1}{3}$ do que possuía. Quantos lápis tem agora?

13. Em uma sala de aula houve 10 reprovações que representam $\frac{1}{5}$ dos alunos da turma. Pergunta-se:

a) Quantos alunos foram aprovados?

- b) Qual a fração que representa os alunos aprovados?
- c) Quantos alunos têm essa classe?

A N E X O III

FICHAS DE REGISTRO DE DADOS

FICHA Nº 1

FICHA DE REGISTRO DOS OBJETIVOS ALCANÇADOS PELOS ALUNOS NO
PRÉ E PÓS-TESTE

N O M E	Nº DE OBJETIVOS DO PRÉ-TESTE		Nº DE OBJETIVOS DO PÓS-TESTE	
	Nº	%	Nº	%

FICHA Nº 2

FICHA DE ACOMPANHAMENTO DOS RESULTADOS DOS TESTES E RESU-
MOS

Nº	N O M E	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	R ₁	R ₂

T₁; T₂; T₃; T₄ = Testes

R₁ , R₂ = Resumo

FICHA Nº 3FICHA DE REGISTRO DAS ATITUDES DOS ALUNOS NOS TRABALHOS
EM GRUPO

Nº	N O M E	ATITUDES POSITIVAS	ATITUDES NEGATIVAS

FICHA Nº 4

RESULTADOS DA PESQUISA DA OPINIÃO DOS ALUNOS

OPINIÕES	FREQUÊNCIA

