UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

GRUPO DE PESQUISA: CEMPEM - PRÁTICA
PEDAGÓGICA EM MATEMÁTICA

UM ESTUDO SOBRE O DISCURSO E PRÁTICA PEDAGÓGICA EM GEOMETRIA: REPRESENTAÇÕES SOCIAIS

PAULO CÉSAR OLIVEIRA

CAMPINAS, 1997

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP

Oliveira, Paulo César

OL4e Um estudo sobre o discurso e prática pedagógica em geometria : representações sociais / Paulo César Oliveira. – Campinas, SP : [s.n.], 1997.

Orientador : Maria do Carmo Domite Mendonça.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Geometria - Estudo e ensino. 2. Psicologia social. 3. Prática de ensino 4. Ambiente de sala de aula. I. Mendonça, Maria do Carmo Domite. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do Título de MESTRE EM EDUCAÇÃO na Área de Concentração de *Educação Matemática* à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação da Profª. Drª. *Maria do Carmo Domite Mendonça.*.

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação defendida por

Paulo Cesar Oliveira

e aprovada pela Comissão Julgadora.

Data: 27. 08. 97

Assinatura: [signature]

Comissão Julgadora:

Oferecimento

À minha esposa, por ter dedicado boa parte do seu cotidiano para comigo partilhar o processo de construção deste trabalho.

Agradecimentos

A todos aqueles que contribuiram para que eu pudesse experimentar inúmeros sentimentos na construção deste trabalho.

À profª Drª Maria do Carmo por ter acompanhado todas as etapas deste trabalho, ter acreditado e incentivado a investigação do cotidiano escolar.

À Rosana, minha esposa e fiel companheira, por acreditar na construção deste trabalho, e pelo valioso préstimo na formatação dos textos.

À Profª Maria Aparecida pelo trabalho realizado na correção dos textos.

Aos membros do Grupo de Pesquisa: CEMPEM - Prática Pedagógica em Matemática pelas valiosas contribuições oferecidas nas apresentações de seminários.

Ao meu ex-aluno Rodrigo, por prestar sua valiosa contribuição para com os registros videográficos.

À Renata por ter sido prestativa em diversas necessidades referentes a elaboração deste trabalho de pesquisa.

Aos meus amigos Beto e César pelo apoio dado e préstimos na orientação para a formatação dos textos.

Aos profs. Drs. Ubiratan, Ana Luiza Smolka e Ana Regina, que me orientaram e mostraram os rumos para a continuidade desta pesquisa.

Ao prof. Dr. Dario Fiorentini por ter prestado ao papel de co-orientador deste trabalho.

Ao prof. Dr. Antônio Miguel que contribuiu, de modo significativo, para clarear meu caminho na pós-graduação.

À profª., sujeito de estudo da nossa pesquisa, por ceder suas aulas para coleta e análise de dados, assim como, à concessão da entrevista para nosso material empírico.

Resumo

Este trabalho tem por objetivo a interpretação das representações sociais de uma professora no que se refere ao ensino de geometria. Neste sentido, elaboramos o seguinte problema: "quais são as possíveis relações identificáveis nas representações sociais presentes no discurso e subjacentes a prática pedagógica em geometria?"

Assumimos para nossa pesquisa o estudo de caso de modo a buscar na relação representação-ação os mecanismos cognitivos e afetivos das representações – o sujeito de investigação é uma professora de 8ª série da rede pública de ensino.

As vivências em sala de aula foram coletadas por meio do registro videográfico e o discurso da professora sobre sua prática, foi intermediado/captado por meio de uma entrevista.

Da análise do material empírico, entre outros, destacamos que a forma como a professora, em seu discurso, concebe o ensino da geometria – naturalmente produzido por significações/representações sócio-historicamente construídas – apresenta elementos conflituosos quando comparados com o exercício da sua prática pedagógica.

Abstract

This paper is aimed at a teacher`s interpretation of the social representation as far as the teaching of geometry is concerned. In this sense, we elaborated the following problem: "What are the possible relations that can be identified in the current social representation lecture and subjacent in the performance of pedagogy in geometry?"

We assume for our research of this case´s study, to try to obtain the cognitive mechanism and affective of the representation in relation to representation-action – the subject of research is a 8th grade teacher of a public school.

The experience of the classroom were gathered through a camcorder and the teacher`s lecture, about her/his practice, was intermediated/captured in a interview.

Analyzing the empiric material, among other things, we outstand the way on which the teacher ideates the teaching of geometry in her/his tecture – naturally it is produced by meanings/representations sociohistorically constructed – it shows conflicted principles when they are compared to her/his pedagogic practices.

ÍNDICE **pág.**

1. <u>INTRODUÇÃO</u>:

1.1 O caminhar rumo à pesquisa

O presente trabalho inicia-se a partir das lembranças e reflexões do autor sobre a sua própria caminhada profissional a qual, naturamente instigou-o a realização de um curso de Pós-graduação.

A história de minha jornada profissional, como docente, foi demarcada pelo ingresso no ensino de 2º grau da rede pública do Estado de São Paulo. Contratado como professor nível PII, em regime de substituição – licença gestante – comecei a ministrar aulas no município de Indaiatuba.

Ainda era discente do curso de Licenciatura Plena de Matemática da PUCCAMP, quando iniciei minhas atividades de docência. O exercício prematuro da prática pedagógica em consignação com o processo de formação docente, inevitavelmente, produzia a necessidade de inúmeras reflexões sobre questões educacionais, as quais parecem ter sido abordadas superficialmente nas disciplinas direcionadas à formação docente, cujas ementas atenderam, somente de modo parcial, as minhas expectativas.

Tais insatisfações instigaram-me a participar de cursos, palestras, congressos, entre outros, por acreditar que as atividades extra-curriculares constituiam um espaço propício de trocas de experiências profissionais, por meio das reflexões acerca do cotidiano escolar e da busca contínua de novas alternativas teórico-metodológicas de ensino.

No término da graduação, comecei a almejar a realização de um curso de Pós-graduação, por considerá-lo de suma importância no meu aprimoramento profissional. Neste sentido, optei cursar em 1994 – como estudante especial – duas disciplinas oferecidas pela Pós-graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica - UNICAMP na área de Matemática Aplicada.

No decorrer dos cursos, observei que os conteúdos eram ministrados segundo um enfoque essencialmente teórico, técnico, desvinculado de possíveis aplicabilidades. Tal situação foi determinante para a procura de novos rumos para um curso de Pós-graduação.

Neste período, estava muito envolvido com a formação de professores, pois lecionava a disciplina Instrumentação de Ensino na Faculdade de Ciências, Letras e Filosofia "Nossa Senhora do Patrocínio" e coordenava o programa de estágio de futuros professores de Matemática da mesma instituição, o que motivou-me a conhecer o programa de mestrado com área de concentração em Educação Matemática oferecido pela Faculdade de Educação - UNICAMP. O apoio e o estímulo que recebi de docentes e colegas pós-graduandos da FE-UNICAMP foram decisivos no direcionamento de minha Pós-graduação, cujo ingresso ocorreu em 1995.

A esse respeito, ressalto que o exercício de docência no nível de terceiro grau foi gratificante no sentido de emergir situações significativas, cujas reflexões contribuiram para com o meu envolvimento com a Educação Matemática. Porém, foram, especificamente as aulas de Instrumentação de Ensino que proporcionaram maiores reflexões sobre o cotidano escolar, a problemática do ensino de matemática e as complexas relações existentes na sala de aula – abordagens estas que demandavam muitos questionamentos e a necessidade crescente de um conhecimento teórico-metodológico em Educação Matemática.

Embora o ementário do curso onde lecionava visasse o estudo da proposta curricular do Estado de São Paulo, os relatórios de meus estagiários e os debates promovidos sobre as suas atividades desenvolvidas no programa de estágio, geralmente realizado nas escolas públicas, denunciavam uma prática pedagógica especialmente convencional. Do mesmo modo, a postura pedagógica dos futuros professores era contraditória quando comparada com a proposta de ensino delineada para as aulas de Instrumentação de Ensino. A necessidade de refletir sobre as contradições apontadas quanto à postura pedagógica desses futuros prefessores, também, contribuiu de modo significativo no meu envolvimento com os problemas e tendências em Educação Matemática.

De fato, as situações-problemas que vivenciei na prática pedagógica do terceiro grau, adicionada à frustação dos cursos realizados na Faculdade de Engenharia Elétrica - UNICAMP, proporcionaram-me muitas reflexões e a convicção de que, após o ingresso no programa de Mestrado da FE-UNICAMP, dar-se-ia o início de uma nova caminhada acadêmica em busca da construção de um referencial teórico-metodológico que permitisse a investigação de elementos disparadores de possíveis incoerências identificadas em docentes, quando confrontados o discurso e o exercício da prática pedagógica.

1.2 O delineamento da questão de investigação

A escola é uma instituição contextualizada, isto é, sua realidade, seus valores, sua configuração são delineadas de acordo com as condições histórico-sociais que a envolvem. O professor, por sua vez, historicamente situado no âmbito escolar, influencia e é influenciado no seu modo de agir e ser, de acordo com as confluências de fatores que determinam o perfil de tal ambiente. Assim como a escola apresenta realidades diferentes quando analisada em diversos momentos históricos, o professor, também, num ato de reflexão sobre si mesmo, sua trajetória profissional, seus valores e suas crenças, reelabora suas representações sociais ao longo do tempo.

É nesse jogo de relações entre escola e sociedade que se dá o processo ensino-aprendizagem como ato socialmente situado, inserido numa cultura, em um momento histórico-político, mediado pela interferência de fatores internos da escola e articulado pelo professor que, por sua vez, também é um ser político, historicamente contextualizado.

Diante de tais considerações, elegemos o professor, condicionado pela suas circunstâncias histórico-sociais como foco de estudo desta pesquisa. O delineamento deste estudo e suas implicações tem como alicerce as representações sociais, cuja escolha fundamenta-se no pressuposto de que esta teoria centra seu olhar sobre a relação sujeito-objeto. Ao fazer isso, ela recupera um sujeito que, por meio de sua atividade, na relação com o objeto-mundo constrói tanto o mundo como a si próprio e rejeita qualquer forma de teorizar a dialética entre o sujeito individual e sua sociedade – o indivíduo e a sociedade não se reduzem um ao outro.

Assim sendo, sob o ponto de vista das relações pedagógicas, constituídas na prática de cada sala de aula, consideramos que, uma pedagogia centrada na relação professor-aluno deve ser coerente com o pensamento de Becker[1]:

> *"Uma pedagogia centrada na relação tende a desabsolutizar os polos da relação pedagógica, dialetizando-os. Nenhum dos polos dispõe de hegemonia prévia. O professor traz sua bagagem, o aluno também. São bagagens diferenciadas que entram em relação. Nada, a rigor, pode ser definido previamente."*

A dinâmica das interações sociais na sala de aula em busca da produção de significados presumidamente partilhados pelos elementos constituintes deste cenário – professor-aluno e aluno - aluno – estará sendo contemplada, quando focalizamos o professor como objeto de estudo. Neste sentido, a escolha das representações sociais suporta a abordagem de fenômenos consideravelmente mais complexos, ou mais instáveis – como é o caso da sala de aula, de acordo com Moscovici[2]:

> *"Para que uma teoria possa perdurar é necessário que ela seja suficientemente elástica e complexa. Estas qualidades lhe permitem modificar-se em função da diversidade dos problemas que ela deve resolver e dos fenômenos novos que ela deve descrever ou explicar. Somente sob tal condição (...) pode-se assegurar a generalidade de uma teoria, não como um desejo poderoso, mas como um valor prático."*

Um outro dado importante, advindo do foco de estudo de nossa pesquisa, faz-se com a seguinte indagação: a investigação do professor, no exercício de sua função docente, dar-se-á sob a óptica de algum conhecimento matemático específico?

---

1 Becker, F. (1994). *Epistemologia do professor* (o cotidiano da escola). Petrópolis, RJ.:Vozes, p.10.
2 Moscovici, S. (1995). *Prefácio*. In: Guareschi, P. & JOVCHELOVITH, S. (org.). *Textos em representações sociais*. Rio de Janeiro: Vozes, p. 13.

O fenômeno das representações sociais diz respeito à construção de saberes sociais de um modo geral, sem delimitar a natureza do objeto de investigação. Assim, decidimos assumir como objeto de conhecimento matemático a geometria. Os motivos que nos levaram a essa escolha residem em observações de práticas pedagógicas de professores que reservam um "período especial" do ano letivo para abordar geometria, assim como no contato que tivemos com literaturas que denunciavam o abandono do ensino de geometria e suas implicações na formação do indivíduo.

O direito reservado às escolas de decidir sobre as ementas das diferentes disciplinas que compõem a grade curricular, com a promulgação da Lei 5692/71, possibilitou[3],

> *"... por um lado, a exclusão da geometria por parte de muitos professores que se sentiam inseguros em trabalhar com este objeto de conhecimento matemático e, por outro lado, os professores que continuaram a ensiná-la, reservaram o final do ano letivo para sua abordagem em sala de aula – talvez numa tentativa, mesmo que inconsciente, de justificar a falta de tempo como argumento para a realização insatisfatória de um projeto pedagógico em geometria."*

A descaracterização do ensino de geometria, em nossas escolas, remete-nos a indagar «se fragmentarmos uma visão integradora da matemática, ou seja, se privarmos os alunos do estudo de geometria, estaríamos comprometendo sua formação?» ou ainda «a falta do ensino de geometria produz limitações na formação intelectual do aluno e no desenvolvimento da capacidade de raciocinar?».

A especificidade da geometria como objeto de investigação para a teoria das representações sociais direcionou nosso olhar para a necessidade da construção deste saber social. Deste modo, optamos por elaborar um texto a partir das concepções de Eves, H. & Gerdes, P[4]. – dignos representantes reflexivos da natureza da geometria

[3] Pavanello, R.M. (1993). O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. In: *Zetetiké*. Campinas, 1(1), 7-17.

[4] Consultamos diversas obras dos referidos autores para a elaboração dos constructos envolvendo a natureza da geometria, enquanto campo de conhecimento. As referências bibliográficas estão citadas neste trabalho.

enquanto campo de conhecimento – de modo articulado e intrinsicamente relacionado com as diversas propriedades da teoria em questão[5]: **1)** no nível da forma das representações sociais, há um consenso em considerar a representação como um saber, ou uma forma particular de conhecimento; **2)** o conteúdo das representações sociais refere-se a um conhecimento que se encontra entre a percepção e o conceito; **3)** no que diz respeito às funções da representação social, destacamos a manutenção do objeto que ela representa e a permissão de apropriação da realidade social e exterior.

Exposto o modo que concebemos a construção de nosso referencial teórico, estamos, assim, em condições de, finalmente, apresentar a questão de investigação de nossa pesquisa, sob a seguinte formulação: *"quais as possíveis relações identificáveis nas representações sociais presentes no discurso e subjacentes na prática pedagógica em geometria?"*

---

[5] Florin, A. & BERNOUSSI, M. (1995). La notion de représentation: de la pychologie genérale à la psychologie sociale et la psychologie du développement. In: *Enfance*, 1, pp. 77-78.

2. GEOMETRIA: aspectos estruturais e educacionais

2.1 Considerações Preliminares

No terreno filosófico são inúmeras as diretrizes a serem seguidas na elaboração de um texto educacional acadêmico no que se refere à geometria; entretanto, faremos somente uma breve explanação dos fatos relevantes que pretendemos abordar.

Do ponto de vista pedagógico acreditamos ser de consenso entre os educadores matemáticos a visão de que o movimento da Matemática Moderna gerou um processo de descaracterização do ensino de geometria, o qual foi quase abandonado em sala de aula. De fato, se analisarmos a distribuição dos conteúdos e as respectivas abordagens apresentadas na maioria dos livros didáticos de matemática disponíveis no mercado, notaremos pelo menos duas características significativas: os conteúdos pertencentes à geometria são aglutinados de forma isolada no final de cada livro e, de um modo geral, são apresentados sob a óptica da lógica dedutiva, sem a preocupação de motivar o educando para o levantamento de questões do tipo geométrico e, muito menos, de envolvê-lo em situações-problema que poderiam levá-lo a entrelaçar a matemática escolar com experiências do cotidiano.

Em relação às críticas aos conteúdos geométricos apresentados nos livros didáticos Albernaz[6] argumenta:

> *"O ensino da Geometria vive há alguns anos uma crise aguda que se reflete nos livros didáticos de 1° e 2° grau: seus capítulos referentes à Geometria justapõem muitas vezes idéias conflitantes, fragmentárias ou confusas sobre os conceitos e objetivos desta disciplina, sugerindo procedimentos didáticos de valor duvidoso que desnorteiam alunos e professores, quando não provocam mesmo certo mal-estar."*

Na verdade, a problemática educacional decorrente das consequências do movimento da Matemática Moderna instigou a comunidade de educadores matemáticos a reavaliar o contexto da geometria no âmbito escolar. Porém, Fiorentini & Miguel &

[6] Albernaz, J.M.(s/d). Mudanças Históricas da Geometria e Conflito entre Teorias Psico-pedagógicas: algumas consequências didáticas. In: *RCP-Universo Pedagógico*. UFES: Centro Pedagógico, 1(3), p.21.

Miorim[7] divulgaram dados significativos de estudos realizados no Brasil que mostram que poucas pesquisas tem se ocupado com o estudo da geometria:

> *"Se, inicialmente, voltarmos a nossa atenção para os aspectos quantitativos desta produção, e mais particularmente para os trabalhos ditos de pesquisa, veremos que dentre as mais de 150 teses e dissertações de mestrado ou doutorado produzidas no Brasil entre 1972 e 1990, tendo como objetivo de pesquisa a Educação Matemática, 9 têm como preocupação básica o ensino da Aritmética, 8 o ensino da Geometria e nenhuma o ensino da Álgebra Elementar."*

Os fatos apontados instigaram a investigação de possíveis elementos formadores da natureza da geometria enquanto campo do conhecimento, assim como a necessidade de reflexões acerca da importância do processo ensino-aprendizagem de geometria na formação do indivíduo.

2.2 Natureza

Na busca da compreensão sobre a natureza da geometria – o que ela significa como área de conhecimento, defrontamo-nos com a necessidade de refletir sobre os primórdios da elaboração do pensamento geométrico. No entanto, esta pesquisa não visa a uma discussão de caráter epistemológico acerca dos distintos modos de pensar geometria, mas, sim, à apreensão de modo reflexivo, da gênese da construção geométrica. Assim, optamos por dois autores, – Eves e Gerdes – dignos representantes reflexivos da natureza deste ramo do conhecimento, para fundamentar esta etapa da nossa dissertação.

A diversidade geométrica presente tanto na regularidade de formas existentes no tecer das teias de aranha quanto na arquitetura de cidades produzidas pela criatividade humana, é naturalmente instigante, o que desperta-nos o pensamento geométrico.

No caso da dinâmica desse tipo de pensamento podemos atentar para a perspectiva de fazer emergir algumas raízes históricas do nascimento e desenvolvimento da geometria. Neste sentido, consideramos como ponto de partida a

7 Miguel, A. & FIORENTINI, D. & MIORIM, M.A. (1992). Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? In: *Rev. Pro - Posições*. São Paulo, Cortez ed., vol. 3, nº 1(7), p. 39.

indagação de Coolidge[8] «a geometria teve alguma vez o início?». Essa pergunta provocadora aparece implicitamente em sua obra, cuja resposta elaborada pelo autor consiste no argumento de que, independente de qualquer definição atribuída ao Homo Sapiens, este teria tido algumas idéias geométricas. Em sentido amplo, Coolidge[9] ressalta que a geometria é externa ao homem e suas atividades, através do seguinte argumento:

> *"... qual o exemplo mais antigo de uma construção geométrica intencional? Talvez a feitura de uma cela de colméia, se evitarmos dificuldades metafísicas respeitantes ao problema da liberdade do querer. Não, a abelha só otimiza, mas o geômetra mais capaz no seio dos animais é, com certeza, a aranha, que tão belas teias tece".*

Das raízes históricas em exame, a geometria aponta, por um lado, para um caráter não-científico à medida que este é incorporado à existência do Universo e, por outro, revela que todas as pessoas podem perceber formas geométricas, ou seja, a competência para a geometria parece ser partilhada por todos.

Esse caráter atribuído à percepção das formas geométricas, presentes na natureza, parece elucidado por meio do tratamento histórico elaborado por Eves[10]. Em suas palavras:

> *" A geometria se iniciou, provavelmente, muito antes que a história escrita, como uma acumulação gradual de noções subconscientes acerca do espaço físico e das formas, conteúdos e relações espaciais de objetos físicos situados num determinado espaço. Estas noções se originaram em simples observações provenientes da capacidade humana para reconhecer a forma e comparar figuras e tamanhos. Este aspecto muito primitivo da geometria, devido ao seu modo de desenvolvimento, pode ser chamado de geometria subconsciente"*

A concepção de Eves parece-nos, até o momento, de caráter empirista. De fato, segundo ele, a geometria chegou a ser uma vasta coleção de regras empíricas gerais e de

---

[8] El Tom, N, (org) (1979). Developing mathematics in Third World countries, proceedings of the International Conference held in Khartoum, March 6-9, 1978, North-Holland Publiishing Company, Amsterdan.

[9] apud Gerdes, P. (1992). *Sobre o despertar do pensamento geométrico*. Curitiba. Universidade Federal do Paraná, p. 18.

[10] Eves, H. (1969). *Estudo de Las Geometrias* (Trad. de Susana B. de Siperstein). Union Tipografica Editorial Hispano Americana, vol. I, p. 433.

resultados de laborátorio (alguns precisos e outros somente aproximados) relativos a áreas, volumes e relações de diversas figuras sugeridas por objetos físicos. Este período de descobertas geométricas, denominado por Eves[11] de *geometria científica*, está bem demarcado:

> *"quando a inteligência humana foi capaz de extrair de relações geométricas concretas uma relação abstrata geral que contêm a primeira como um caso particular (...). Com esta capacidade, a geometria tem a vantagem de ordenar problemas práticos em grupos, tais que os problemas de um podem ser resolvidos pelo mesmo procedimento geral. Se chegou, pois, a noção de uma lei ou regra geométrica. Por exemplo, quando se comparou o comprimento da circunferência com o diâmetro, chegou-se depois de algum tempo, à lei geométrica de que a razão da circunferência e seu diâmetro é uma constante".*

Historicamente, parece-nos que Eves retratou, de forma harmoniosa, a transposição da geometria subconsciente para a geometria científica. Na verdade, o autor não explicita elementos constitutivos da capacidade de extrair relações geométricas por meio da percepção de objetos. Neste sentido, nosso referencial é determinado pelos constructos elaborados e descritos por Gerdes[12]:

> *"... para geometrizar são necessários não só objetos geometrizáveis, mas também já a capacidade de na percepção destes objetos, abstrair de todas as demais propriedades, para além da sua figura – e esta capacidade é o resultado de um longo desenvolvimento histórico das experiências humanas ".*

Posteriormente, com a civilização grega, os conhecimentos geométricos transcenderam em muito os resultados empíricos ou técnicas operatórias desconexas, acumulados durante milênios em diversas culturas. A obra euclidiana contém a sistematização de todo um conhecimento acumulado, convertendo a geometria sistemática – assim denominada por Eves – em um estudo, dedutivo e idealizado, do espaço físico e das formas, tamanhos e relações de objetos físicos nesse espaço. Com efeito, esse período de sistematização das idéias geométricas garante a este ramo do conhecimento um caráter rigorosamente científico.

---

[11] Eves, H. (1969). *Estudo de Las Geometrias* (Trad. de Susana B. de Siperstein). Union Tipografica Editorial Hispano Americana, vol. I, p. 433.

[12] Gerdes, P. (1992). *Sobre o Despertar do Pensamento Geométrico*. Curitiba. Universidade Federal do Paraná, p.21.

A possibilidade de continuarmos resgatando a evolução do conhecimento geométrico configura-se num desvio a ser evitado, tendo em vista os objetivos de nosso trabalho. No entanto, consideramos significativo ressaltar determinados pontos de convergência e divergência entre os autores envolvidos, com o objetivo de finalizarmos o delineamento das raízes históricas da geometria como área de conhecimento.

É fácil reconhecer pontos de comum acordo entre esses dois autores. Ambos concordam, por exemplo, que o contorno circular do Sol e a superfície plana de um lago, entre outros, estiveram sempre presentes e ofereceram, por assim dizer, ao Homem a possibilidade de observar. No entanto, na natureza nunca existiram círculos, retas ou triângulos exatos, e é este fato que irá desencadear as diferentes concepções entre Eves e Gerdes: o primeiro concebe a natureza de forma estática, à medida que as propriedades comuns a objetos diferentes são de caráter imediatamente visível, enquanto Gerdes concebe-a de forma dinâmica, a partir do momento em que os homens gradualmente produziam objetos com forma cada vez mais regulares, em função de suas necessidades diárias.

Na verdade, a produção de objetos cada vez mais regulares permitiu ao homem compará-los uns aos outros e, consequentemente, a capacidade de reconhecer a *forma em si* dos corpos permitiu aos homens fabricar produtos de melhor qualidade que, de novo, contribuiu para a elaboração mais precisa do conceito abstrato de forma. Nessa perspectiva, segundo Gerdes[13], a relação dialética entre vida ativa e pensamento abstrato é o "motor" do desenvolvimento da geometria.

Sem dúvida, a concepção de Gerdes reside no fato de que o conhecimento geométrico nasce da necessidade do homem em transformar e adequar seu habitat de acordo com suas pretensões, ou seja, as atividades geométricas são produto dos indivíduos culturalmente situados. Ao nosso ver, as conquistas geométricas provenientes da realização de atividades pertinentes à cada civilização assim como o exercício da arte imbuída de valores/costumes/crenças e permeadas por elementos geométricos, constituem-se o alicerce para o despertar do pensamento geométrico.

[13] Gerdes, P. (1992). *Sobre o Despertar do Pensamento Geométrico*. Curitiba. Universidade Federal do Paraná.

De fato, a diversidade de práticas culturais influenciou de forma significativa o nascimento da geometria e, consequentemente, o desenvolvimento da matemática. O seguinte trecho de Gerdes[14] fortifica a nossa afirmação:

> *"o centro do desenvolvimento da ciência matemática coincide em cada fase da história com o centro do desenvolvimento da cultura, quer dizer, onde o sistema social é mais avançado, também a matemática se desenvolve mais, onde as relações de produção são mais avançadas, também a matemática avança mais".*

2.3 Rumos psico-sócio-educativos do ensino de geometria

De modo geral, é possível observar que as atividades geométricas presentes em nossas escolas são impregnadas de um caráter essencialmente euclidiano, apesar da mudanças sofridas pela geometria clássica a partir do século XVII. De acordo com Machado[15]:

> *"... quando se considera o ensino da geometria, o grande prestígio da sistematização euclidiana tem-se prestado no entanto mais a desvios ou a incompreensões do que a uma exploração consequente".*

Na verdade, o caráter axiomático dedutivo da geometria clássica parece ter adquirido uma supremacia sobre todas as etapas da aquisição do conhecimento, em desacordo com a proposta curricular do Estado de São Paulo[16], que salienta:

> *"Pode-se estudar GEOMETRIA tendo como meta primordialmente a aprendizagem da lógica, da organização do conhecimento, partindo-se de pontos, retas e planos para somente ao final do percurso tratar de objetos tridimensionais. Pode-se ainda considerar o eixo para o ensino da geometria o estudo de certas classes de transformações e das propriedades que elas preservam, desde as mais gerais que são as topológicas até as mais específicas que são as métricas, passando pelas propriedades projetivas. Ou pode-se partir da manipulação dos objetos, do reconhecimento das formas mais frequentes, de sua caracterização através das propriedades, da passagem dos relacionamentos entre objetos para o*

[14] Gerdes, P. (1980). *A Ciência Matemática*. Maputo. Moçambique: Inst. Sup. Pedagógica, p. 32.
[15] Machado, N.J.(1991). *Matemática e Língua Materna* (Análise de uma impregnação mútua). São Paulo: Cortez ed., p. 139.
[16] Cenp. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, Secretaria do Estudo da Educação, São Paulo. (1991). *Proposta Curricular para o ensino de matemática no 1º grau*, p. 11.

encadeamento de propriedades, para somente ao final do percurso aproximar-se de uma sistematização. Aqui a opção pelo último percurso citado se evidencia desde os primeiros contatos".

A diretriz adotada nesta proposta curricular[17] para abordagem de conteúdos da geometria ressalta que o papel do professor no processo educacional não se restringe em observar "apenas a sequência dos temas e sua interdependência, mas também a participação ativa dos alunos na descoberta e assimilação de idéias matemáticas".

Do ponto de vista da aprendizagem, a finalidade do ensino de geometria delineada na proposta curricular apresenta-se da seguinte maneira:

"...pretende-se que o aprendizado de MATEMÁTICA tenha essencialmente o significado de uma alfabetização nos aspectos quantitativos da realidade, na classificação das formas, nos rudimentos da razão, na lógica da articulação dos significados, no desenvolvimento da capacidade de projetar, de arquitetar soluções para os problemas envolvendo grandezas. Tal opção deixa em segundo plano preocupações que se caracterizam muito mais como uma organização do conhecimento já construído do que com o efetivo processo de construção".

O alicerce estabelecido para o ensino de matemática, especialmente em geometria, parece ter atenuado a apresentação de conteúdos em ordem crescente de dificuldade (entes primitivos, ângulos, triângulos, entre outros), além de sugerir que o estudo da geometria inicie a partir da exploração do espaço – manipulação de objetos tridimensionais – e, em última instância, o desenvolvimento da parte dedutiva da disciplina.

Na verdade, a prática escolar parece divergir dos objetivos da proposta curricular no que se refere ao processo de construção de conhecimentos geométricos. Há uma conversão imediata do espaço tridimensional, predominantemente estudado nas séries iniciais, para o espaço unidimensional a ser enfatizado a partir da 5ª série, com o objetivo de estudar a geometria numa perspectiva estrutural lógica. A respeito de uma melhor compreensão desta prática escolar em exercício, Machado[18] explicita:

---

[17] Cenp - Coordenadoria de estudos e Normas Pedagógicas, Secretária do Estado da Educação, São Paulo. (1991). *Proposta corricular para o ensino de matemática no 1º grau*, p. 12.
[18] Machado, N.J. (1991). *Matemática e Língua Materna* (Análise de uma impregnação mútua). São Paulo: Cortez ed., p. 140.

"É interessante notar que, nas quatro séries iniciais, os alunos tem contato com objetos tridimensionais, como cubos, primas, esferas, cilindros, cones; já nas séries seguintes, a realidade cede quase que completamente às representações planas, em geral de figuras planas, como um estágio preparatório no caminho para a unidimensionalidade de uma formalização que quase nunca se completa na escola. É como se o estágio perceptivo inicial estivesse destinado exclusivamente a atividades infantis, conduzindo, depois, a uma ruptura tal que possibilitaria a caracterização da geometria tendo em vista apenas seu conteúdo lógico".

De certa forma, as distorções abordadas neste trabalho sobre o ensino de primeiro grau parece-nos decorrentes de deficiências existentes no ensino superior, em cursos de licenciatura, devido à pouca relevância que é dada a este ramo do conhecimento – inclusive à geometria abordada por meio do enfoque euclidiano. Com efeito, muitos professores distantes do referencial euclidiano estão despreparados para oferecer outras alternativas para o ensino de geometria.

Além do despreparo do professor, devemos salientar a presença de mais um aliado nesta problemática educacional: a permanência de um currículo de primeiro grau desatualizado. A este respeito, Imenes[19] declara que:

"A imensa maioria dos alunos deste país suporta um ensino de matemática baseado num currículo velho de meio século. Construtivistas ou não, seguidores ou opositores dos guias curriculares (...), tradicionalistas ou modernistas, os professores acabam ensinando as frações na 4ª série (repetindo tudo igualzinho na 5ª série), as proporções na 6ª, os radicais na 8ª. Ou seja, procuram-se aproximar o mais que podem das determinações desse currículo tradicional que, sendo tão antigo, surge a nossos olhos como se fossem uma planície ou um rio, algo tão natural que não se explica nem se questiona, apenas se atravessa ou se percorre".

De fato, quando pensamos no ensino/aprendizagem dos conteúdos matemáticos, na perspectiva de um currículo de matemática mais convencional, reconhecemos o distanciamento acentuado entre o saber escolar e o saber produzido como atividade humana no cotidiano de um determinado contexto cultural. Na verdade, este processo educacional é um modo de contemplar o conhecimento como conteúdo, uma informação a ser transmitida ao aluno com a garantia de aprendizagem, que neste caso significa averiguar se o aluno sabe dizer/mostrar o que lhe foi ensinado. Tal modelo

[19] Imenes, L.M.P. & LELLIS, M. (1994). O currículo tradicional e a Educação Matemática. *Educação Matemática em Revista*. Blumenau/SC, SBEM, 1 (2), P. 6.

educacional parece conceber o sistema de aprendizagem do educando como um receptor de informações, cujo armazenamento se dá na memória. Daí, então, um ensino resultante de informações não consegue, naturalmente, motivar o educando a pensar com curiosidade e raciocínio próprio e, muito menos, pode inserir nessa prática de ensino questões dos alunos geradas no meio social a que pertence.

No que se refere ao conhecimento matemático, Bishop[20] afirma que, até o início da década de 80, o conhecimento matemático era considerado independente do meio cultural. Este paradigma, sustentado por proposições como: *a soma dos ângulos internos de um triângulo em qualquer parte do mundo totaliza 180°* , de acordo com este autor[21], confunde a " « universalidade da verdade » das idéias matemáticas, com a base cultural desse conhecimento".

Na verdade, o propósito da discussão não é submeter a natureza do conhecimento matemático a um processo de refutação, mas sim reconhecer que, de modo análogo, dentro de um contexto de dogmas, as idéias religiosas, por exemplo, podem não ser diferentes, todavia encontramos religiões distintas em diferentes culturas. Dentro dessa linha de pensamento é possível perguntar: *será possível reconhecer a existência de diferentes matemáticas?* O reconhecimento da pluralidade matemática é ressaltado por Bishop[22]:

> *"Recentemente tem-se esclarecido de forma convincente, a partir de investigações antropológicas e estudos comparativos de diferentes culturas, que as matemáticas que nós conhecemos são um fato cultural, e que outros grupos culturais tem criado idéias que claramente são « outras matemáticas »(...). É dizer, que todos os grupos culturais desenvolvem matemáticas, igual que todos desenvolvem linguagem, religião, jogos e artes."*

Este movimento de grupos culturais, que desenvolve suas próprias matemáticas, tem atingido, de forma lenta, o currículo escolar conforme declarações de Bishop[23]:

---

[20] Bishop, A.J. (1988). Aspectos Sociales y culturales de La Educacion Matemática. In: *Enseñanza de Las Ciências*, 6(2), 121-125.
[21] Idem 20, p. 123.
[22] Bishop, A.J. (1988). Aspectos Sociales y culturales de La Educacion Matemática. In: *Enseñanza de Las Ciências*, 6(2), p. 123.
[23] Idem 22.

"Nos centros escolares de muitos países, o currículo escolar reflete, como consequência de determinadas pressões, a natureza multicultural de suas sociedades, e tem sido geralmente reconhecida a necessidade de reavaliar a experiência acadêmica em seu conjunto, tendo em conta o fracasso educativo de muitas crianças que originam-se de comunidades étnicas minoritárias".

Embora comprometido com a interpretação da matemática enquanto conhecimento intrinsicamente associado à cultura, contrapondo-se à concepção da mesma como ciência livre de valores, Bishop[24] ressalta as dificuldades de encontrar os caminhos para um currículo de matemática denominado, por ele, de « multicultural »:

"A dificuldade se centra no fato de que as matemáticas e o currículo escolar não tem sido até agora consideradas como um fato escolar, e por isso, para dirigir-se em direção a um « multiculturalismo » devemos tratar primeiro de « culturalizá-las»".

Na verdade, não há como ignorar as possíveis formas de apropriação de conceitos matemáticos, ou seja, não há como manejar quantidade e consequentemente números, formas e relações geométricas, medidas, classificações, em resumo, tudo o que é pertinente ao campo da matemática elementar. Essa diversidade cultural está presente no âmbito escolar com o ingresso das crianças, cada uma imbuída de um sistema de valores, crenças, normas, referências, entre outros, sobre a qual D' Ambrósio[25] argumenta:

"Nesse momento, todo o passado cultural da criança deve ser respeitado. Isso não só lhe dará confiança em seu próprio conhecimento, como também lhe dará uma certa dignidade cultural ao ver suas origens culturais sendo aceitas por seu mestre e desse modo saber que esse respeito se estende também à sua família e à sua cultura".

Além do mais, a utilização de conhecimentos que a criança e seus familiares configuram por meio de práticas sociais oferece-lhe segurança e o reconhecimento de que ela tem valor por si mesma e por suas decisões.

Assim, por um lado, estamos retratando a cultura como um sistema de representação social de valores, crenças, entre outros, em permanente mudança, o qual

---

[24] Bishop, A.J. (1988). Aspectos Sociales y culturales de La Educacion Matemática. In: *Enseñanza de Las Ciências*, 6(2), p. 124.
[25] D'ambrósio, U. (1990). *Etnomatemática*. São Paulo: Ática, p. 17.

se trasforma através das interações entre indivíduos e entre diferentes grupos. Por outro lado, de acordo com Carraher[26], cultura é produto, entre outras coisas, da mente humana. Segundo a autora:

> *"...a cultura direciona o desenvolvimento da mente de diversas maneiras: aprendemos a língua falada por aqueles que nos cercam, organizamos nossas operações com números de forma consistente com o sistema de numeração usado em nossa cultura, classificamos objetos, pessoas e acontecimentos de acordo com as categorias significativas em nossa sociedade".*

Na verdade, o direcionamento seguido por nossa mente não é único; pois se formos inseridos em outra cultura, provavelmente apropriaríamos de outros valores, como por exemplo a língua, para que pudéssemos neste novo contexto, manifestar novas práticas sociais. No entanto, Carraher[27] aponta:

> *"... crescemos usando esses instrumentos culturais – língua, sistema de numeração – e somos cercados por pessoas que também os utilizam. Nossa tendência termina por considerá-los como naturais e não-culturais (...). Quando a escola transmite maneiras particulares de falar, calcular e categorizar – e, especialmente, quando a escola adota a nossa maneira – ficamos ainda mais convictos da perfeição de nossos instrumentos culturais e da inferioridade de outros modos de adaptação às tarefas de representação, comunicação e raciocínio (...). Freqüentemente terminamos por chegar à infeliz conclusão de que as pessoas que usam os recursos intelectuais privilegiados pela escola são, elas próprias, privilegiadas intelectualmente; os outros são, por extensão do mesmo raciocínio, inferiores".*

Podemos perceber que o modo de sugerir/orientar a prática pedagógica em geometria e que a relação sócio-histórica presente neste processo apresentam contradições quando comparados com discursos de educadores e com as diretrizes estabelecidas na proposta curricular. De modo geral, os discursos que visam à transformação do ensino de geometria procuram incentivar o aprimoramento e a discussão de novas propostas metodológicas. Para tanto pregam a superação do tratamento euclidiano imposto à geometria, além de privilegiar o espaço escolar como lugar de construção do conhecimento elaborado pelo educando, assim como o lugar de difusão do exercício da pluralidade cultural.

---

[26] Carreher, T. N. et alii (1988). *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: cortez ed., p. 143.
[27] Idem 26, p. 143-144

Essa expectativa, no entanto, deverá aguardar condições mais favoráveis de realização, o que poderia vir a ser um novo trabalho pedagógico em geometria. No presente momento estamos em busca dos objetivos enunciados acima, em especial, no tocante ao segundo, que almeja conciliar o conhecimento da geometria com o contexto sócio-histórico-cultural.

3 CONSTRUCTOS SOBRE A TEORIA DAS REPRESENTAÇÕES SOCIAIS

3.1 Representação: aspectos preliminares

O termo representação, de acordo com Florin & Bernoussi[28] é uma noção utilizada nos diferentes domínios da psicologia, tanto nas questões estritas que concernem à resolução de problemas, assim como, nas discussões muito mais amplas a propósito da comunicação ou da educação. Neste sentido, o exercício de elaboração de nosso entendimento sobre a representação social e a análise do conhecimento matemático como tal, dá-se início a partir do ato de representar que, segundo Jodelet[29], "constitui o nível elementar da representação social".

Quanto à noção de representação, Jodelet[30] salienta de modo positivo, o fato de que até nas representações mais elementares há um processo de elaboração cognitiva e simbólica que orienta os comportamentos e, neste sentido, a noção de representação constitui uma inovação com relação a outros modelos psicológicos, já que relaciona os processos simbólicos com as condutas.

Ainda a esse respeito, a análise do ato de representar elaborado por Jodelet[31] permite-nos sintetizar suas principais caracterísiticas: **1)** a representação refere-se a um objeto, uma vez que o ato de representação é um ato de pensamento por meio do qual um sujeito se relaciona com um objeto;[32] **2)** tem um caráter de imagem e a propriedade de poder interrelacionar o sensível e a idéia, a percepção e o conceito, ou seja, a representação não é um puro reflexo do mundo exterior, assim como não é a reprodução passiva de um exterior em um interior, concebidos como radicalmente distintos; **3)** tem um caráter simbólico e significante; **4)** tem um caráter construtivo desde que o sujeito não seja somente um organismo, sede de processos psicobiológicos,

---

[28] Florin, A. & BERNOUSSI, M. (1995). La notion de représentation: de la psychologie générale à la psychologie sociale et la psychologie du développement. In: *Enfance*, 1.
[29] Jodelet, D. (1985). *La representación social: fenómenos, concepto y teoria*. In: MOSCOVICI, S. (ed). *Psicologia Social*. Barcelona: Paidós, p. 475, v.2.
[30] Idem 29.
[31] Idem 29.
[32] De acordo com os estudos de M.Denis (1979) apud Jodelet, D. (1985). *La representación social: fenómenos, concepto y teoria*. In: MOSCOVICI, S. (ed). *Psicologia Social*. Barcelona: Paidos, p. 477, v.2., as correntes mais recentes da psicologia cognitiva têm elaborado reflexões sobre as distinções que existem entre imagem e representação, assim como o fato de considerar a imagem como uma das espécies do gênero representação, junto às representações de linguagem e de relações.

pelo contrário, desde que seja um sujeito social, cuja atividade seja tanto simbólica como cognitiva; **5)** tem um caráter autônomo e criativo; **6)** a representação comporta algo social, desde que as categorias que a estruturam e a expressam sejam emergentes de um fundo comum de cultura. De um modo geral, estas categorias são próprias da produção de linguagem.

Ao nosso ver, a representação mental/social não somente restitui, de modo simbólico, algo ausente, mas como pode também substituir o que está presente. É o objeto-mundo re-apresentado pelo sujeito sob forma de representações que, por sua vez, é também re-apresentado pela relação do sujeito - mundo.

3.2 Conhecimento X representação mental: a busca por um entendimento.

Na verdade, a compreensão do conhecimento como representação mental é um paradigma que vem se constituindo a partir da negação de pontos de vista dos associacionistas/empiristas/behavioristas de que ele é produto direto do meio/experiência. As correntes cognitivas mais recentes, segundo Abreu[33], caracterizam a atividade intelectual do indivíduo em termos de representações mentais cuja elaboração é, na verdade, a síntese que caracteriza a psicologia cognitiva moderna.

No contexto da discussão sobre o papel, o significado e o valor da representação mental na formação do conhecimento, faz-se presente uma questão que pode separar as teorias cognitivistas atuais sob diferentes categorias. Com efeito, a questão pode ser assim formulada: *quando o indivíduo interage com o mundo exterior e com o seu sistema de aprendizagem em contínua construção/formação, ele o faz de modo mais isolado ou mais compartilhado?* A busca de respostas a esta questão orienta a discussão que vem a seguir.

Na tentativa de esclarecer a indagação proposta, tomamos as perspectivas piagetiana e vygotskyana como diretrizes para nossa discussão. Neste sentido, interessou-nos, especialmente, o fato de Piaget e Vygotsky partilharem da mesma

[33] Abreu, G. (1995). A teoria das representações sociais e a cognição Matemática. *Quadrante*, Lisboa, 4(1), 25-41.

concepção de que o ser humano não nasce com uma inteligência pré-formada uma vez que, o desenvolvimento intelectual é um processo construtivo do sujeito em suas interações com o meio.

No que se refere à perspectiva piagetiana, a apreensão da realidade sempre envolve relações múltiplas entre as ações cognitivas, conceitos e significados que estas ações expressam na sua organização, condicionadas em uma relação de valores/meios para ideais/fins, independente de sua natureza. Nesta perspectiva, uma ação inteligente é resultado do intercâmbio com o sistema de relações entre elementos ou com a totalidade de ações do qual o sujeito faz parte.

Piaget fundamentou-se nas invariantes funcionais básicas para caracterizar a construção espontânea e gradual das estruturas de inteligência, que são a organização e adaptação. Os processos de adaptação e organização são complementares, já que, de um lado, a adaptação pressupõe uma coerência subjacente e, de outro lado, as organizações são criadas através de adaptações. Segundo Piaget[34]:

> *"... o "acordo do pensamento com as coisas" e "o acordo do pensamento consigo mesmo" expressam esta invariante funcional dupla de adaptação e organização. Estes dois aspectos do pensamento são indissolúveis: é se adaptando às coisas que o pensamento se organiza e é ao se organizar que ele se estrutura às coisas".*

Neste sentido, a inteligência humana, de acordo com Piaget[35], pode ser caracterizada como um sistema cognitivo cujo processo de assimilação é o próprio funcionamento do sistema, pois toda ação inteligente pressupõe uma interpretação de um objeto da realidade externa. Adaptar-se intelectualmente à realidade é assimilar esta realidade de acordo com alguma organização cognitiva existente no indivíduo e acomodar, por sua vez, é modificar o objeto em função da ação e do ponto de vista propriamente ditos.

---

[34] Piaget, J. (1952) apud Flavell, H.J. (1988). *A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget* (trad. de Maria H.S.Patto). São Paulo: Pioneiras, p. 47.

[35] Piaget, J. (1975). *A formação do símbolo na criança.* (trab. de Álvaro Cabral). Rio de Janeiro: Zahar Editores.

Nas diversas pesquisas desenvolvidas com o apoio de um método clínico elaborado pelo próprio Piaget[36], esse autor mostra que conhecimento é o resultado da ação do sujeito e explica que o processo evolutivo da inteligência, pelo qual o sujeito constrói estruturas cognitivas, permite-lhe compreender a realidade em que vive. O conhecimento é construído a partir da relação sujeito-objeto, cujo processo de assimilação de novas situações depende das estruturas já constituídas assim como as novas estruturas dependem das assimilações, tratando assim de um processo recíproco.

O desenvolvimento e a transposição desses conjuntos de estruturas podem ser compreendidos por meio de quatro fatores: maturação, experiência, transmissão social e equilibração. Com efeito, enfatizamos o fator de equilibração, considerado por Piaget o mais fundamental.

Há duas razões que nos levam ao fator de equilibração. Segundo este autor[37], uma delas refere-se ao fato de que, desde que tenhamos os três primeiros fatores, eles devem de alguma maneira estar equilibrados é aí o equilíbrio age a título de coordenação necessária entre os fatores elementares, que não são isoláveis. A outra razão é que, no ato do conhecimento, o sujeito é ativo e, consequentemente, diante de uma pertubação externa há um desequilíbrio no sistema cognitivo, o qual é superado, ou seja, atinge novamente o equilíbrio, quando o sujeito constrói outras estruturas cognitivas – o processo de equilibração promove o estado de reversibilidade.

As constantes reestruturações ou reequilibrações são caracterizadas por uma sucessão de etapas – os estágios do desenvolvimento. No entanto, compreende-se que passar por processos de desequilíbrios e por diferentes níveis de desenvolvimento não é um destino pré-programado de cada sujeito, pois é a solicitação do meio que instigará "reações" no sistema cognitivo, de modo a construir estruturas mentais superiores.

Como se sabe, a sucessão de níveis de equilíbrio obedece a uma determinada sequência. Não é possível atingir o segundo nível antes que o equilíbrio tenha sido atingido no primeiro nível e, assim, sucessivamente. Cada nível é determinado como o

---

[36] Piaget, J. (1995). *A formação do símbolo na criança*. (Trad. de Álvaro Cabral). Rio de Janeiro: Zahar Editores.
[37] Piaget, J. & BETH, W. E. & MAYS, W. (1974). *A epistemologia genética e a pesquisa psicológica* (trad. Equipe da Livraria Freitas Bastos). São Paulo: Livraria Freitas Bastos S.A.

mais provável se o nível precedente foi atingido. Neste sentido, Piaget & Inhelder[38] afirmam que, no decorrer do segundo ano de vida, surge um conjunto de condutas que supõe a evocação representativa de um objeto ou de um acontecimento ausente, o que envolve, consequentemente, a construção ou o emprego de significantes diferenciados – o gesto imitativo é o princípio – visto que devem poder referir-se tanto a elementos que se encontram presentes, assim como aqueles atualmente perceptíveis.

De fato, segundo Piaget & Inhelder[39] ,nos primeiros níveis de desenvolvimento, a criança apresenta os processos elementares de representação das suas ações, assim como, no curso deste período, devemos considerar pelo menos cinco conjuntos de condutas distintas, de aparecimento mais ou menos simultâneo: **1)** a imitação diferida que constitui o início de representação; **2)** o jogo simbólico no qual há nitidez na representação e o gesto imitativo (significante diferenciado) aparece acompanhado de objetos que vão tornando-se simbólicos; **3)** o desenho ou imagem gráfica – intermediário entre o jogo e a imagem mental; **4)** a imagem mental como imitação interiorizada, ou seja, um sistema de significantes que lidam não só com os conceitos mas também com os objetos como tais e com toda a experiência perceptiva passada do sujeito e **5)** a linguagem nascente que permite a evocação verbal de acontecimentos não atuais.

O processo contínuo de aprimoramento das formas de representação atinge o estágio das operações concretas no que diz respeito a seu aspecto lógico. Um dos momentos que separam este nível do precedente é, segundo Piaget[40], o da abstração reflexiva que extrai das estruturas inferiores aquilo com que elaborar as estruturas superiores de pensamento: por exemplo, é ressaltado que a ordenação que constitui a seriação é obtida das ordenações parciais que intervêm já na elaboração de pares, trios ou séries empíricas.

A abstração reflexiva comporta dois aspectos inter-relacionados: de um lado, a projeção para um nível superior daquilo que é advindo de um plano inferior – por

---

[38] Piaget, J. & INHELDER, B. (1995). *A psicologia da criança* (trad. de Octavio M. Cajado). Rio de Janeiro: Ed. Bertrand.
[39] Idem 38.
[40] Piaget, J. (1972). *A epistemologia genética* (trad. de Nathanael C. Caixeiro). Rio de Janeiro: Ed. Vozes.

exemplo, da ação à representação – e, por outro lado, o comando do ato mental na reconstrução e reorganização deste plano superior.

As alternâncias ininterruptas de intervenção e a construção de novas formas estruturais consagram as abstrações reflexivas – que elaboram operações sobre operações – ao interiorizarem as operações lógico-matemáticas do sujeito.

Do ponto de vista piagetiano, as operações lógico-matemáticas derivam das próprias ações, pois são o produto de uma abstração procedente da coordenação das ações e não dos objetos. Segundo Piaget[41] essas elaborações de construções mentais não são apenas ações interiorizadas. Para que haja operações, é preciso, além disso, que estas se tornem reversíveis e se coordenem em estruturas de conjuntos exprimíveis em termos gerais de álgebra: "agrupamentos", "grupos", etc.

Deste modo, como interpreta Mendonça[42], a concepção de conhecimento como representação mental está diretamente relacionada com a capacidade humana de estabelecer relações e, por isso, diretamente ligada às construções lógico - matemáticas. Todo o conhecimento matemático é resultado de relações que se dão no interior do indivíduo (pensamento) e, por isso, passa por uma interpretação pessoal (elaboração), segundo recursos cognitivos próprios.

Em suma, a perspectiva piagetiana e a análise do ato de representar, propostas por Jodelet[43], convergem para o fato de que as representações permitem o domínio das atividades simbólicas e cognitivas e também o domínio do espaço das construções humanas sobre o real, onde a realidade pode ser expandida, redefinida e eventualmente transformada por sujeitos sociais – segundo a elaboração de estruturas cognitivas. O símbolo, de acordo com Piaget[44] é um signo – como a palavra ou signo verbal – mas é um signo elaborado sem o recurso dos outros e muitas vezes compreendido pelo indivíduo, já que a imagem se refere a lembranças, estados, intímos e pessoais.

[41] Piaget, J. (1987). *Seis estudos de psicologia* (trad. de Maria Alice M. D'amorim & Paulo Sérgio L. Silva). Rio de Janeiro: Ed. Forense - Universitária.
[42] Mendonça, M.C.D. (1993). *Problematização: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática*. Campinas: FE - UNICAMP. Tese de Doutorado.
[43] Jodelet, D. (1985). *La representación social: fenómenos, concepto y teoria*. In: MOSCOVICI, S. (ed.). Psicologia social. Barcelona: Paidóss, p. 469-494, v.2.
[44] Idem 41.

No que se refere à perspectiva vygotskyana[45], signos e palavras constituem para as crianças "primeiro e acima de tudo, um meio de contato social com outras pessoas". Com a elaboração histórica da espécie humana (processo denominado filogênese), as representações da realidade fazem com que os signos não sejam mantidos como fatores externos isolados, referentes a objetos avulsos, nem como símbolos usados por indivíduos particulares, mas transformados em processos internos de mediação – um mecanismo de mudança também denominado internalização.

É importante notar que a mediação – conceito central na compreensão do desenvolvimento humano como um processo sócio-histórico – inclui dois aspectos complementares. Por um lado, envolve o processo de representação mental, ou seja, à capacidade do ser humano produzir relações mentais na ausência dos objetos, situações e eventos do mundo real, enfim, a capacidade de transcender o espaço e o tempo presentes. Por outro lado, o processo de desenvolvimento do ser humano, marcado por sua inserção num determinado grupo cultural, faz com que a relação interpessoal com membros do seu meio possibilite a aquisição de formas culturais fornecedoras de sistemas simbólicos de representação da realidade e, por meio deles, o universo de significações que permite construir uma ordenação, uma interpretação dos dados do mundo real.

Assim, se, para Jodelet[46], representação comporta sempre algo social por meio de categorias de linguagem emergentes de um determinado meio cultural, de forma que, mesmo nas mais elementares representações, há todo um processo de elaboração cognitiva e simbólica que orienta os comportamentos, o que converge, de modo coerente, para os pressupostos teóricos da teoria de Vygotsky. Nesta perspectiva, a atividade de representação simbólica é uma função organizadora específica que invade o processo do uso de signos e produz formas fundamentalmente novas de comportamento – é um processo enraizado nas ligações entre história individual e história social do indivíduo.

---

[45] Vygotsky, L. (1994). *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, p. 38.
[46] Jodelet, D. (1985). *La representación social: fenómenos, concepto y teoria*. In: MOSCOVICI, S. (ed.). Psicologia social. Barcelona: Paidós, p. 469-494, v.2.

Segundo Vygotsky[47], a fala desempenha um papel importante na formação da organização do pensamento devido à maneira como ela é utilizada na interação social entre indivíduos sendo, pois, uma representação completa e abstrata, aos planos individual e social. Há uma interiorização progressiva das direções verbais fornecidas a criança que naturalmente está imersa num contexto culturalmente situado. À medida que as crianças crescem, elas interiorizam a ajuda externa que vai-se tornando desnecessária devido ao fato dos significados das palavras construirem formações dinâmicas e não estáticas, modificando à medida que a criança se desenvolve e também de acordo com as várias formas pelas quais o pensamento funciona.

O pensamento infantil, amplamente influenciado pela fala, pelo comportamento de indivíduos e pelo emprego de símbolos culturalmente situados, gradativamente adquire a capacidade de se auto-regular. Segundo Vygotsky[48]:

> *"a relação entre o pensamento e a palavra é um processo vivo: o pensamento nasce através das palavras. Uma palavra desprovida de pensamento é uma coisa morta, e um pensamento não expresso por palavras permanece uma sombra. A relação entre eles não é, no entanto, algo já formado e constante; surge ao longo do desenvolvimento e também se modifica".*

Ao internalizar instruções, ou seja, reconstruir internamente a atividade externa, o sujeito modifica suas funções psicológicas em prol da construção de funções superiores. É nesta perspectiva que formas historicamente determinadas e socialmente organizadas de operar com informação influenciam o conhecimento individual, a consciência de si e do mundo.

Confirmado os pressupostos de Vygotsky[49] sobre a psicologia moderna, Bruner salienta que:

---

[47] Vygotsky, L. (1995). *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes
[48] Vygotsky , L. (1994). *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, p. 38.
[49] Vygotsky, L. (1995). *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, p. IX.

"dado um mundo pluralista onde cada indivíduo chega a um acordo com o meio ambiente a seu próprio modo, a teoria do desenvolvimento de Vygotsky é também uma descrição dos muitos caminhos para a individualidade e a liberdade".

Outro aspecto importante na teoria de Vygotsky[50] é o fato de que "os problemas encontrados na análise psicológica do ensino não pode ser corretamente resolvidos ou mesmo formulados sem nos referirmos à relação entre o aprendizado e o desenvolvimento em crianças em idade escolar". A perspectiva vygotskyana concebe que o aprendizado das crianças tem início muito antes do período escolar e, consequentemente, o confronto com situações de aprendizagem escolar deve levar em conta essa história prévia.

O contato com um aprendizado sistematizado, segundo Vygotsky[51], produz algo fundamentalmente novo no desenvolvimento da criança e, portanto, as medidas tradicionais do desenvolvimento, que se utilizam de situações isoladas ou de testes padronizados, focalizam apenas aquilo que as crianças são capazes de realizar sozinhas.

Na verdade, Vygotsky propõe que não devemos limitar-nos à determinação de níveis de desenvolvimento, se o que se deseja é descobrir as relações reais entre o processo de desenvolvimento e a capacidade de aprendizado. Com efeito, a elaboração de dimensões do aprendizado escolar dar-se-á com a contextualização do conceito de zona de desenvolvimento proximal que, segundo Vygotsky[52]:

"é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes".

---

[50] Vygotsky, L. (1994). *A fomação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, p. 103
[51] Idem 50.
[52] Vygotsky, L. (1994). *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, p. 112.

Deste ponto de vista, é possível afirmar que crianças, que apresentam a mesma idade mental com relação aos ciclos de desenvolvimento já completados, podem ser completamente diferentes, quando se considera os aspectos do desenvolvimento que ainda precisam ser construídos, ou seja, os processos de maturação que estão em estado de formação. O que a criança pode fazer hoje sob a orientação de adultos ou em colaboração com outras crianças, amanhã ela será capaz de fazer sozinha.

Desse modo, diante do que foi analisado da teoria de Vygotsky, os processos de desenvolvimento não coincidem com os processos de aprendizado, pois os mesmos nunca são realizados em igual medida ou em paralelo. Em geral, não acompanham o aprendizado escolar, no entanto, cada assunto tratado na escola tem a sua própria relação específica com o curso de desenvolvimento da criança, relação essa que varia à medida que a criança vai de um estágio para outro.

No mesmo sentido, para Piaget[53], o desenvolvimento cognitivo da criança e a aprendizagem são processos independentes: o primeiro é um processo espontâneo, que se apóia predominantemente no biológico, enquanto o segundo é encarado como um processo mais restrito, puramente externo e que não está envolvido ativamente no desenvolvimento.

Em síntese, podemos ressaltar que, na perspectiva piagetiana, a aprendizagem é vista como um processo individual subordinado ao desenvolvimento de estruturas e marginalmente influenciado pelo contexto sócio-cultural, enquanto, na perspectiva vygotykyana, a construção do conhecimento é visto como um processo inerentemente sócio-cultural. Desse modo, uma possível resposta a pergunta elaborada no início dessa discussão pode ser assim delineada: numa perspectiva vygotsyana a produção de significados, as representações e mudanças intelectuais do indivíduo e seu próprio desenvolvimento estão fortemente influenciados pelo meio sócio-cultural em que está inserido e por isso, a interação do indivíduo com o sistema de aprendizagem é fortemente compartilhado com o mundo exterior. Já numa perspectiva piagetiana esse processo de elaboração das representações pelo indivíduo se faz de modo mais isolado com o meio exterior.

[53]Piaget, J. & BETH, W. E. & MAYS, W. (1974). *A epistemologia genética e a pesquisa psicólogica.* (Trad. Equipe da Livraria Freitas Bastos). São Paulo: Livraria Freitas Bastos S.A.

3.3 Representação mental e cognição matemática

O enfoque teórico de Vygotsky, de acordo com Abreu[54], aplicado na perspectiva da cognição matemática, influenciou estudos que visam investigar como sistemas de representação pertencentes a um grupo cultural específico medeiam o pensamento. Entre as diversas pesquisas que exemplificam esta abordagem, podemos destacar os trabalhos desenvolvidos por Saxe[55] com crianças vendedoras de doces no nordeste do Brasil que, segundo ele[56]:

> *"descobriu que os vendedores apresentavam uma matemática interessante, diferente daquela que as crianças aprendem na escola. Além disso, a matemática dos vendedores não poderia ser adequadamente compreendida sem uma análise detalhada da organização de sua prática e das condições sociais e culturais nas quais ocorriam incluindo as interações das crianças".*

Nessas pesquisas, o pressuposto central de Saxe assim como os enfoques construtivistas de Piaget e Vygotsky baseiam-se na concepção de que o desenvolvimento conceitual da criança está entrelaçado com as atividades desenvolvidas que têm o propósito consciente de alcançar uma finalidade. Neste sentido, as interações entre as crianças estão inter-relacionadas com a emergência de objetivos matemáticos e estes, por sua vez, influenciados por outras crianças, oferecem um contexto para que cada sujeito construa novas compreensões lógico-matemáticas.

De fato, esses trabalhos são desenvolvidos na perspectiva de que o desempenho do mesmo indivíduo, em termos de acertos bem como determinadas categorias de erros cometidos, é relacionado com o sistema utilizado como mediador na resolução dos problemas.

---

[54] Abreu , G. (1995). A teoria das Representações Sociais e a Cognição Matemática. *Quadrante*, Lisboa, 4(1), 25-41.

[55] Saxe, G.B. "Transfer of learning across cultural practices". Cognition and Instruction 6(4), 1989, pp. 325-330.

________ "Culture and cognitive developpment: studies in mathematical umderstanding". Hillsdale, New Jersey, Lawrence Erlbaum & Associates, Inc. 1991 a.

[56] Saxe, G.B. et alii. (1993) A interação de crianças e o desenvolvimento das compreensões lógico-matemáticas: uma nova estrutura para a pesquisa e a prática educacional. In: DANIELS, H. (org.). *Vygotsky em foco: pressuposto e desdobramentos*. Campinas: Papirus, p. 172.

Ainda a respeito da tendência em cognição matemática, parece-nos relevante ressaltar que, de um modo geral, a maioria dos estudiosos da Psicologia Cognitiva admitem a interpretação representacional do conhecimento matemático, entendendo-a como um conjunto de representações internas elaboradas na mente que podem ser modificadas pelas representações instrucionais externas oferecidas pelo pedagogo - essa representação instrucional externa pode ser um material de manipulação, um desenho, a explicação oral de um professor, entre outros.

No que se refere às representações instrucionais, Cobb & Yackel & Wood[57] definem-nas como simbólicas pois " são tipicamente desenvolvidas para simbolizar as interpretações matemáticas presumidamente partilhadas numa sociedade mais ampla", ou seja, tais representações se caracterizam pela sua função simbolizante na atividade matemática coletiva ou individual. No entanto, entre alguns estudiosos da Psicologia Cognitiva, a visão do conhecimento/aprendizagem como representação mental é de um processo operatório no qual o educando passa de uma determinada representação mental interna anterior à uma posterior. Naturalmente, esta re-criação é um processo operatório, uma transformação que só seria possível se a criação/produção original tivesse deixado alguma marca para orientar a re-construção.

Ainda no campo da Psicologia Cognitiva, mas já estabelecendo uma relação com as pesquisas sobre a aprendizagem e o ensino da matemática, Cobb & Yackel & Wood[58], embora considerem o conhecimento matemático como uma representação mental de construção individual, enfatizam-no também, fundamentalmente, como uma prática social. Desse modo, estes autores romperam as fronteiras da visão representacional, analisando a aprendizagem matemática como resultado de um processo interativo entre alunos e também entre a comunidade da sala de aula com o professor, num exercício contínuo de negociação implícita e explícita de significados matemáticos.

[57] Cobb, P.& YACKEL, E & WOOD, T. A. (1992). A Constructivist Alternative to the Representational View of Mind in Mathematics Education. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), p.22.
[58] Cobb, P.& YACKEL, E & WOOD, T. A. (1992). A Constructivist Alternative to the Representational View of Mind in Mathematics Education. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), 2-33.

Na verdade, segundo Bauersfeld & Krummheuer & Voigt[59], aprendizagem é uma construção coletiva, um processo que frequentemente pode ser desencadeado quando os alunos buscam a solução dos problemas que emergem na vivência das práticas matemáticas em sala de aula. Aí, então, podem se dar as tais negociações que, em geral, levam os alunos e professor a elaborarem a realidade matemática "presumidamente partilhada", a qual constitui o motor/apoio para uma comunicação progressiva entre os participantes de um grupo.

Desse modo, ao caracterizar a aprendizagem da matemática como resultado da produção de significados "presumidamente partilhados", Cobb, Yackel & Wood[60] transcendem, como já ressaltamos, a visão de conhecimento matemático como representação mental, atribuindo-lhe uma característica antropológica. O enfoque antropológico aqui tratado explica a aprendizagem matemática como um processo de aculturação, na medida em que se desenvolve uma cultura no ambiente pré-estruturado da sala de aula. Essa noção de aculturação, relacionada à produção de conhecimento, é também por eles apontada e discutida quando algo se torna naturalmente aceito e valorizado por um grupo de professores/educadores/pesquisadores da educação matemática. Nas palavras de Cobb & Yackel & Wood[61] ilustraremos a interpretação de uma produção coletiva desenvolvida dentro da cultura de um grupo da educação matemática:

> *"A convicção de que os blocos de Dienes[62] são claras representações externas do valor posicional não é simplesmente produto de construções individuais sofisticadas, mas deriva de construções nossas em compatibilidade com a de outros que seriam considerados estudiosos da matemática. Cada um de nós, em particular, tem experienciado o valor posicional do nosso sistema de numeração de um modo*

---

[59] Cobb, P.& YACKEL, E & WOOD, T. A. (1992). A Constructivist Alternative to the Representational View of Mind in Mathematics Education. In: *Journal for Research in Mathematics Education,*, 23(1), 2-33.

[60] Idem 59.

[61] Cobb, P.& YACKEL, E & WOOD, T. A. (1992). A Constructivist Alternative to the Representational View of Mind in Mathematics Education. In: *Journal for Research in Mathematics Education,*, 23(1), p. 4.

[62] Esse material de manipulação é, também, largamente usado pelos professores brasileiros, conhecido pelo nome de material dourado ou material Montessori, pois foi criado por maria Montessori. Dienes, com base na teoria piagetiana, defendendo veementemente a relação funcional entre a ação sobre os objetos e a construção do conhecimento matemático, analisou profundamente o uso dos blocos, pela criança, na construção das regras que regem o nosso sistema de numeração. Este material foi denominado por este autor de material multibase, sendo também criado em outras bases, como em representações planas e espaciais.

público, o qual pode ser ressaltado e discutido sem maiores problemas quando interagimos com outras pessoas. Como conseqüência, nós experienciamos o valor posicional como um fator objetivo dos bloqueios existentes entre as pessoas, independentemente de sua atividade matemática coletiva ou individual. Daí, por conta disso, a clareza experienciada das representações instrucionais é conseqüência de nossa própria aculturação matemática no decorrer da qual cada um de nós constrói ativamente concepções relativamente sofisticadas que tornam possível a nossa participação nas práticas matemáticas socialmente partilhadas".

Notadamente, a discussão dos aspectos sociais e cognitivos do saber matemático tem-se desenvolvido numa tentativa de coordenar três pontos de referências: as formas de conhecimentos matemáticos pessoais de cada aluno, as práticas matemáticas presumidamente partilhadas pela comunidade da sala de aula e as práticas matemáticas provenientes de uma sociedade mais ampla, mas também presumidamente partilhada. Neste contexto, a aprendizagem da matemática está sócio-culturalmente situada no processo construtivo/evolutivo de apreender.

No intuito de destacar as possíveis relações e implicações entre a representação mental e a aquisição do saber matemático, deixamos de demarcar nosso ponto de vista com relação ao desenvolvimento e à aquisição deste saber. Neste sentido, utilizamos das palavras de Ponte[63] para expressar que:

"... não é o envolvimento do indivíduo o único fator que condiciona o desenvolvimento do saber matemático. Outros fatores constituem igualmente seus condicionantes, incluindo mais gerais de ordem cultural, de ordem social (classe social, família, micro-grupo a que pertence o indivíduo), de ordem institucional (escola e outros espaços de aprendizagem da matemática), e as capacidades de ordem individual".

Da nossa parte, no presente trabalho, ressaltamos que o conhecimento matemático – perspectiva da matemática como produto – pode ser interpretado como um corpo de conhecimento constituído por um conjunto de teorias bem determinadas ou como uma atividade constituída por um processo de construção mas que, tanto

[63] Ponte, J.P. (1992). *Concepções dos professores de matemática e processos de formação*. In: BROWN, M. et alii. *Educação Matemática: temas de investigação*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, p. 203.

produto quanto processo, são igualmente importantes, os quais fazem sentido se equacionados em conjunto.

3.4 Contextualização de representação social

A dinâmica social impregnada por uma diversidade de palavras, imagens e discursos re-elaborados a partir dos vários campos científicos, instiga-nos a conjecturar indagações da seguinte ordem: «Como os indivíduos se apropriam e utilizam informações transmitidas pela ciência ou pelo senso comum?» A perspectiva de análise para a questão direciona-se, segundo Moscovici[64], ao paradoxo de que "tudo contribui para fazer da ciência uma parte integrante da nossa visão da vida cotidiana. A ciência é inseparável da nossa vida intelectual e de nossas relações sociais".

A compreensão desse paradoxo obriga-nos a questionar a razão do pensamento dos indivíduos acerca da vida cotidiana. Neste sentido, ocorre um esforço para explicitar a diferença entre o ideal de um pensamento, conforme a ciência e a razão, e a realidade do pensamento no mundo social. Esta explicação passa pela teoria das representações sociais[65] que, a princípio, foi concebida para estudar como o jogo da ciência se converte, em parte, no jogo do senso comum.

Na verdade, parece-nos evidente que a difusão de conhecimentos científicos torna-se cada vez mais um "bem de consumo" disponível e explorado em diversos meios de comunicação. Com relação à expectativa de que os motivos que conduzem o indivíduo a incluir conhecimentos científicos no seu pensamento cotidiano, segundo os estudos realizados por Moscovici[66], derivam de que a:

> *"necessidade de adquirir uma competência adequada na sociedade em que vive ; compreender «de que se trata», «como funcionam as coisas», o que são as coisas na realidade, dar um*

---

[64] Moscovici, S.& HEWSTONE, M. (1985). *De la ciencia al sentido común.* In: Moscovici, S. (ed).*Psicologia Social.* Barcelona: Paidós, p. 679.
[65] Idem 64, pp. 679-710.
[66] Moscovici, S.& HEWSTONE, M. (1985). *De la ciencia al sentido común.* In: Moscovici, S. (ed).*Psicologia Social.* Barcelona: Paidós, p. 684.

sentido à vida e controlá-la, uma curiosidade pelos problemas das origens da vida do homem, do universo e pelas grandes questões: «o que é a vida?», «o que é matéria?», a fim de chegar a uma visão unificada do homem e da natureza".

Naturalmente, cada sociedade é regida por um conjunto de normas, condutas e valores próprios. No entanto, a diversidade cultural existente nos grupos sociais propicia distintas interpretações dos conhecimentos científicos difundidos, de acordo com as necessidades, percepções e concepções de cada um. Na verdade, esse processo de re-elaboração e transposição do saber científico para um saber do senso comum merece ser analisado do ponto de vista cognitivo, ou seja, é importante analisar como o indivíduo re-apresenta o conhecimento científico na forma de conhecimento do senso comum.

Na perspectiva teórica de Moscovici, a cognição, a princípio, se baseia na informação e constitui um paradigma cuja implicação reflete na aquisição de conhecimento, que se dá reconhecendo e selecionando elementos de informação provenientes do mundo exterior. No entanto, o pensamento e a linguagem fundamentam-se em significados os quais não estão determinados pela clareza das percepções, ou pela exatidão das inferências, ou mesmo pelos fatos ou pelos elementos de informação, mas sim eles dependem, em grande parte, de compromissos e relações anteriores com um sistema conceitual, uma ideologia, uma ontologia e pontos de vista.

Na verdade, a atividade cognitiva, tal como foi concebida, parece-nos epistemologicamente frágil devido ao papel secundário dos signos no processo cognitivo. Assim, Moscovici[67] acredita ser relevante compreender a construção dos sistemas conceituais na sociedade, ao invés de entender a forma como é tratada a informação ou como os indivíduos realizam inferências.

Naturalmente, se desejarmos saber o mecanismo pelo qual as atividades cognitivas exercidas pelo indivíduo dão forma ao conhecimento do senso comum, é preciso distinguirmos a capacidade do homem para aprender e a capacidade para representar, pois aprendemos, principalmente, o que somos capazes de representar. No

[67] Moscovici, S. & HEWSTONE, M. (1985). *De la ciencia al sentido común*. In: Moscovici, S. (ed.). *Psicologia Social*. Barcelona: Paidós, p. 679-710

que se refere a aprender, este designa um trabalho mental destinado à apropriação dos conhecimentos absorvidos pelos sentidos e percebidos no mundo exterior. Quanto ao ato de representar, este refere-se, por um lado, à reelaboração mental de objetos ausentes, fictícios ou estranhos em forma de objetos presentes, reais ou conhecidos; por outro lado, refere-se às atividades por meio das quais reproduzem uma ou outra modalidade – as palavras por imagens, os discursos por idéias, as emoções por conceitos, entre outros – assim como os diferentes conhecimentos obtidos atráves de outra pessoa e da realidade física.

Neste sentido, analisar as representações sociais intrínsecas no discurso do professor e confrontá-las com a sua prática escolar cotidiana, implica em realizar um estudo do momento em que o docente está vivendo, numa determinada época e local, numa circunstância em que as teorias científicas, convertidas em representações do senso comum, fazem com que uma ciência introduzida numa cultura tenha outra estrutura, outra racionalidade e outro impacto que aqueles que possuem em sua instituição de origem e nos círculos profissionais.

Segundo Moscovici[68] as noções de representação social e cognição, por sua vez, tiveram muita dificuldade em ser aceitas e sofreram muita resistência devido às críticas que lhe foram atribuídas e pelo fato de que essa teoria "não oferece definições claras, não estabelece relações simples entre suas proposições, ou ainda que ela não enuncia hipóteses que possam ser submetidas à verificação".

Para que se torne mais clara a questão que se analisa, Moscovici, propõe levarmos em conta quatro grandes pontos que são, muitas vezes, mal compreendidos e por isso combatidos. Em síntese, são eles: **1)** o papel que a teoria das representações sociais confere à racionalidade da crença coletiva e sua significação; **2)** a repugnância do dualismo do mundo individual e do mundo social; **3)** a complexidade e elasticidade da teoria e, finalmente, **4)** o fato que a mesma não é experimental e não permite fazer previsões experimentais. Sobre o último ponto, Moscovici[69] declara:

---

[68] Moscovici, S. (1995). *Prefácio*. In: Guareschi, P. & JOVCHELOVITH, S. (org.). *Textos em Representações Sociais*. Rio de Janeiro: Ed. Vozes, p. 10.
[69] Idem 68, p. 14

"Eu sou fundamentalmente contra a tendência de feitichizar um método específico. Fazer do método experimental, ou dos métodos não-experimentais, uma garantia de via régia para se chegar ao conhecimento, é tão pernicioso como qualquer outro feitichismo. (...) Se minha preferência se relaciona com os métodos de observação e de análise qualitativa, como ilustrados pelos trabalhos de Jodelet, Parker ou Palmonari, isso é problema de escolha pessoal, e não problema epistemológico. Em suma, eu sou o metodólogo politeísta, e não monoteísta".

É importante ressaltar que as críticas referentes à fundamentação teórica das representações sociais influenciaram, mas somente de modo parcial os rumos de nossa pesquisa, pois partimos do estudo do professor no seu cotidiano, tendo-o como ser histórico e socialmente contextualizado. Assim, o contato com a prática escolar do docente parece-nos o modo mais adequado para observar/analisar/compreender a dinâmica das representações sociais, as quais são reelaboradas de acordo com a interação existente entre a comunidade escolar e o objeto de conhecimento.

3.5 Representação social e conhecimento matemático

Sem dúvida este segmento do trabalho tem como objetivo delinear nosso entendimento sobre o campo das representações, em especial, sobre as representações sociais. No entanto, como a nossa pesquisa visa identificar as possíveis relações existentes entre o discurso e o fazer pedagógico do professor de geometria, finalizaremos esta etapa do trabalho almejando a perspectiva de contextualizar o conhecimento matemático em termos de representações sociais.

Neste sentido, Abreu[70] argumenta que os educadores que seguem uma perspectiva sócio-construtivista, ou seja, "uma perspectiva em que todo o conhecimento tem suas raízes no contexto sócio-cultural no qual é gerado, distribuído e utilizado" é possível definir o conhecimento matemático em termos de representações sociais.

Na verdade, de acordo com a fundamentação teórica empregada em nosso trabalho, consideramos de suma importância assumir a interpretação da matemática enquanto conhecimento intrinsicamente associado à cultura, assim como o fato da

[70] Abreu, G. (1995). a teoria das representações e a cognição matemática. *Quadrante*, Lisboa, 4(1), 25-41.

teoria das representações sociais em compreender a forma como o conhecimento é representado na sociedade e compartilhado por seus membros, além de reconhecer que representações múltiplas de um mesmo fenômeno coexistem dentro dos grupos sociais.

De fato, o nosso posicionamento permite-nos ser condizente com a definição de Restivo[71] a respeito da matemática como representação social. Segundo ele:

> *"O conhecimento matemático, assim como todas as outras formas de conhecimento, representa as experiências materiais de pessoas interagindo em ambientes, culturas, períodos históricos particulares".*

De fato, a idéia de conceber o conhecimento matemático como representação social tem vários adeptos na comunidade de educadores matemáticos[72]. Matos[73] propõe o uso desta noção para englobar simultaneamente os domínios afetivo, cognitivo e social, conforme os argumentos a seguir:

> *"... a "representação mental dos alunos sobre matemática inclui a noção de que esta é rigorosa?" "A representação mental dos alunos sobre matemática pode incluir muitas outras coisas, algumas do domínio afetivo (rejeição, ansiedade, segurança...), outras do domínio cognitivos ("em matemática aprendem-se equações") e outras no domínio social ("a matemática é uma tarefa individual", a "matemática só serve para selecionar os alunos"). Pode até incluir outros elementos dificilmente classificáveis nalgum daqueles domínios ("para mim quando me falam em matemática parece-me uma aula em que o professor explica coisas que ninguém entende")".*

Os exemplos oferecidos por Mattos levam-nos a reconhecer que tanto o professor como o aluno têm representações de natureza sócio-cultural sobre o campo de conhecimento matemático e suscitam reações de natureza afetiva (conscientes ou não). Isso mostra-nos que qualquer sentença matemática dada, fato, ou proposição representa a organização e os interesses sociais assim como os objetivos de um pensamento matemático coletivo.

---

[71] apud Abreu, G. (1995). A teoria das representações sociais e a cognição matemática. *Quadrante*, Lisboa, 4(1), p. 73.
[72] Consultamos, entre outros, MATOS, J. F. (1992), MATOS, J.M. (1992) e Ponte, J. P. (1992).
[73] Matos, J. M. (1992). *Conhecimento, sociedade e afectividade*. In: BROWN, M. et alii. *Educação Matemática: temas de investigação*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, p. 181.

Neste sentido, Moscovici[74] aponta que as representações de conhecimentos científicos situadas no interior do senso comum, reconhecidas como um protótipo dos fenômenos sociais em geral, implicam numa alteração profunda do conteúdo assim como da estrutura cognitiva.

Para a compreensão do processo das alterações das estruturas cognitivas, vale novamente ressaltar que há diferenças notáveis de interpretações entre alguns estudiosos, sobretudo quanto à origem desses processos. Por exemplo, na teoria piagetiana, o indivíduo, num intensivo processo de abstração reflexiva, propicia à construção de um número cada vez maior de formas, as quais podem determinar a elaboração de novas estruturas/organizações mentais de ordem superior do pensamento formal. Já, as pesquisas de Cobb & Yackel & Wood[75] enfatizam o conhecimento matemático como resultado da produção de significados presumidamente partilhados, embora considerem o conhecimento matemático como atividade de construção individual.

[74] Moscovici, S. HEWSTONE, M. (1985). *De la ciencia al sentido común*. In: Moscovici, S. (ed.). Psicologia Social. Barcelona: Paidós, p. 679-710.
[75] Cobb, P. &. YACHEL, E. & WOOD, T.A. (1992). A constructivist Alternative to the Representational View of Mind in Msthematcs Education. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), 2-33.

4. A PESQUISA

4.1 Aspectos metodológicos

A pesquisa, ao nosso ver, envolve um período especial em que reúne-se o pensamento de uma pessoa ou grupo, empenhados na elaboração do conhecimento de aspectos de uma determinada realidade que deverão fazer parte da investigação do problema de pesquisa – o qual, eleito pelo pesquisador, limita a atividade da pesquisa a uma porção do saber que ele se compromete a construir num determinado espaço de tempo.

De modo geral, a atividade de pesquisa neste âmbito, inserida numa corrente de pensamento acumulado, remete-nos ao caráter social da pesquisa. Nesse sentido, como qualquer atividade humana e social, a pesquisa expressa valores, interesses e princípios que, ao serem contextualizados, orientam o pesquisador, ao mesmo tempo que reflete valores e princípios privilegiados pelo grupo social, na época de sua realização.

Assim concebida, dada a peculiaridade da natureza de nossa questão de investigação, encaminhamo-nos à pesquisa qualitativa. Na busca de reconhecer a história da vida profissional de uma professora de matemática, adentramos no seu cotidiano escolar com o objetivo de registrar o seu discurso no exercício da prática pedagógica e fora desta para, posteriormente, identificar possíveis relações advindas da interpretação das representações sociais presentes nesse discurso e subjacentes ao ato pedagógico.

A natureza do conceito de representação social, segundo Wagner[76] é multifacetado, ou seja,

> *"por um lado, ela é concebida como um processo social que envolve comunicação e discurso, ao longo do qual significados e objetos*

[76] Wagner, W. (1995). *Descrição, explicação e método na pesquisa das representações sociais.* In: Guareschi, P. & JOVCHELOVITH, S. (org.). *Textos em Representações Sociais.* Rio de Janeiro: Vozes, p. 149.

sociais são construídos e elaborados. Por outro lado, (...) as representações sociais são operacionalizadas como atributos individuais – como estruturas individuais de conhecimentos, símbolos e afetos distribuídos entre as pessoas em grupos ou sociedades."

Deste modo, o enfoque qualitativo é um encaminhamento adequado ao contexto do nosso problema de investigação por desenvolver-se numa situação natural – âmbito escolar – através de um plano aberto e flexível, uma vez que, de acordo com Lüdke & André[77], possibilita focalizar a realidade de forma complexa e contextualizada.

O interesse em aprofundar os estudos sobre um dos elementos integrantes do contexto escolar – o professor – sem, com isso, desfazer-se dos demais, constitui-se numa investigação que, segundo Spink[78] apresenta inúmeras dificuldades devido à complexidade do fenômeno, uma vez que:

"no decorrer da deconstrução, no nível teórico, da falsa dicotomia entre o individual e o coletivo e do pressuposto daí decorrente de que não basta apenas enfocar o fenômeno no nível intra-individual (como o sujeito processa a informação) ou social (as ideologias, mitos e crenças que circulam em uma determinada sociedade). É necessário entender, sempre, como o pensamento individual se enraíza no social (remetendo, portanto, às condições de sua produção) e como um e outro se modificam mutuamente."

O conflito existente entre o individual e o coletivo pertence ao domínio do convívio social. As diversas culturas possuem em suas sociedades instituições e regras que conduzem, de um lado, à individualização e, de outro, à socialização.

Deste modo, a perspectiva de construção das representações sociais, de acordo com Florin & Bernoussi[79], pode ser exclusivamente individual quando o sujeito acessa

[77] Lüdke, M. & ANDRÉ, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: E.P.U.
[78] Spink, M. J. P. (1993). *O estudo empírico das representações sociais*. In: Spink, M.J.P. (org.). *O conhecimento no cotidiano*. São Paulo: Ed. Brasiliense, p. 89.
[79] Florim, A. & BERNOUSSI, M. (1995). La notion de representation: de la psuchologie générale á la psychologie sociale et la psychologie du développement. *Enfance* 1, 71-87.

as condições de produção selecionando os aspectos puramente cognitivos e sócio-cognitivos. Há, também, a possibilidade de ser individual e também de ser integrante à inserção social do sujeito quando a construção das representações sociais emergir da prática social do indivíduo ou for originária dos esquemas de pensamento. Finalmente, as representações sociais podem ser coletivas, se forem enfatizados os aspectos significantes dessa construção ou se elas forem interpretadas sob a forma de prática discursiva ou, ainda, terem como origem as relações entre os grupos sociais.

Assim situadas as várias formas de construção das representações sociais, o contexto da questão de investigação remeteu-nos a contemplar este complexo fenômeno para nossa pesquisa como construções emergentes com caráter expressivo, cujas elaborações são de sujeitos sociais sobre objetos socialmente valorizados.

Deste modo, assumimos a interpretação das representações sociais, elegendo como sujeito social da nossa pesquisa uma professora da rede pública de ensino e como objeto socialmente valorizado, a geometria.

Enquanto instituição social de transmissão de cultura, a escola delega ao professor o papel de mediador do saber institucionalizado. Nesta vertente, as representações sociais elaboradas pelo professor orientam suas ações no cotidiano da sala de aula e no processo de interação social com os alunos. Deste modo, as formas de conhecimentos são partilhadas e confirmam suas identidades coletivas.

A partir deste contexto, nossa escolha fundamenta-se nas palavras de Spink[80] que sugere como perspectiva metodológica o "estudo de casos únicos para buscar na relação representação-ação os mecanismos cognitivos e afetivos da elaboração das representações".

A proposta de leitura da prática docente em uma determinada sala de aula, de acordo com a natureza do estudo de caso, nas palavras de Lúdke & André[81], significa:

[80] Spink, M. J. P. (1995). *Desvendando as teorias implícitas: uma metodologia de análise das representações sociais*. IN: Guareschi, P. & JOVCHELOVITH, S. (org.). *Textos em Representações Sociais*. Rio de Janeiro: Vozes, p. 124.
[81] Lúdke, M. & ANDRÉ, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: E.P.U., p.21.

"que o objeto estudado é tratado como único, uma representação da realidade que é multidimensional e historicamente situada. Desse modo a questão sobre o caso ser ou não "típico", isto é, empiricamente representativo de uma população determinada, torna-se inadequada, já que o caso é tratado como tendo um valor intrínseco."

Tendo como pressuposto de que a aprendizagem da matemática é resultado de um processo interativo que envolve os alunos entre si assim como entre professor - aluno(s), num exercício contínuo de negociação implícita e explícita de significados matemáticos, encontramos dificuldades no registro de todas as relações ocorridas na sala de aula durante o processo de ensino-aprendizagem. Para contornar tal situação, apropriamo-nos da videografia que, segundo Meira[82], apresenta-se como uma ferramenta impar para a investigação microgenética de processos psicológicos complexos, possibilitando o resgate da densidade de ações comunicativas e gestuais.

Porém, a presença de câmeras na realidade escolar, nas palavras de Meira[83], é "tão intrusa quanto a presença do próprio investigador", além de que o "vídeo é também menos sensível e seletivo que o ouvido humano". De todo modo, embora o uso desta tecnologia em pesquisa apresente alguns aspectos negativos, uma vantagem do vídeo, segundo o mesmo autor[84], é "que as reações dos sujeitos investigados terão sido registradas em detalhes".

De acordo com Meira[85], as questões comumentes levantadas sobre as vantagens e desvantagens do uso de tal ferramenta, assim como o fato de que "a videografia não produz por si própria um registro completo e final da atividade investigada" fez com que selecionássemos o uso desta tecnologia com foco centralizado em dois aspectos distintos da sala de aula: o primeiro relaciona-se ao período em que o professor aborda o conteúdo matemático frente à comunidade escolar; o segundo refere-se aos momentos de interação entre professor-aluno frente ao objeto de conhecimento matemático.

---

[82] Meira, L. (prelo). *Análise Microgenética e Videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva.* Recife: Universidade Federal de Pernambuco, p. 3.
[83] Idem 82.
[84] Meira. L. (prelo). *Análise Microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva.* Recife: Universidade Federal de Pernambuco, p.4.
[85] Idem 84.

O conteúdo dessas filmagens permitirá captar as diferentes relações dialógicas ocorridas na sala de aula possibilitando, assim, a interpretação de como as representações elaboradas pelo professor são socializadas e partilhadas com seus alunos.

Nesta pesquisa, utilizamos também a entrevista com o professor por ser considerada, segundo Spink[86], a forma mais comum de acessar as representações. A mesma autora[87] afirma que:

> *"o emprego de entrevistas abertas conduzidas a partir de um roteiro mínimo permite dar voz ao entrevistado, evitando impor as preconcepções e categorias do pesquisador, permite eliciar um rico material, especialmente quando este é referido às práticas sociais relevantes ao objeto da investigação e às condições de produção das representações em pauta".*

A harmonia existente na escolha dos instrumentos de coleta de dados fez-se necessário para que pudéssemos ser coerentes com a interpretação das representações sociais construídas no discurso do professor e subjacentes ao exercício da prática pedagógica.

4.2 A coleta de dados

Dada a natureza do problema de investigação, surge a necessidade de encontrar uma unidade escolar que viabilizasse o desenvolvimento de nossa pesquisa. Passado um certo período de busca, conseguimos a colaboração espontânea de uma professora, para nosso trabalho de campo. Assim, a pesquisa foi realizada, em comum acordo, com uma professora de matemática da rede pública de ensino do distrito de Barão Geraldo.

É importante novamente ressaltar que a nossa pesquisa pretende contribuir para com o avanço de perspectivas para o trabalho pedagógico no primeiro grau. Neste

---

[86] Spink, M. J.P. (1993). *O estudo empírico das representações sociais*. In: Spink, M.J.P. (org.). *O conhecimento no cotidiano*. São Paulo: Ed. Brasiliensse.
[87] Idem 86.

sentido, procuramos uma professora de primeiro grau para ser o foco de nosso estudo. Optamos, então, por realizar a coleta dos dados em uma 8ª série do período matutino, com 34 alunos, na faixa etária de 14 anos de idade, residentes, em sua maioria, nas proximidades da escola.

Logo de início explicamos os objetivos de nossa pesquisa à professora e informamos o nosso interesse por videografar as aulas de geometria. Com grande satisfação e disposta a contribuir para com o nosso trabalho, ela apresentou-nos o planejamento da 8ª série para o ano letivo de 1995. Notamos que os conteúdos relacionados à geometria haviam sido planejados para ser trabalhados somente no 4º bimestre.

Nesse sentido, no início de outubro do referido ano, procuramos novamente a professora para iniciarmos a negociação de uma data apropriada para a filmagem. Em tal encontro, ressaltamos que, se possível, fosse escolhido um dia que estivesse iniciando as primeiras noções de determinado conteúdo geométrico. Esta expectativa fundamenta-se na concepção de que a construção do conhecimento atravessa inúmeras mediações – os movimentos entre o conhecimento sistematizado, o saber cotidiano e a vivência, entre outros – e, portanto, tínhamos o desejo de videografar o processo, como um todo, da construção de determinado conceito.

Novamente, a professora prontamente atendeu-nos. Combinamos de filmar as aulas referentes a volume de sólidos geométricos. Na data de 09/11/95, conforme acordo, coletamos o registro videográfico de duas horas-aulas na 8ª série do período matutino.

A utilização da videografia, como instrumento de coleta de dados, é bastante apropriada para o contexto de nossa pesquisa, devido a sua capacidade de capturar, segundo Roschelle & Jordan & Greeno & Katzsenberg & Del Carlo[88]:

> *"... múltiplas pistas visuais e auditivas que vão de expressões faciais a diagramas no quadro-negro, e do aspecto geral de uma*

[88] apud Meira, L. (prelo). *Análise Microgenética e Videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, p.3.

atividade a diálogos entre professor e alunos. [O vídeo] é menos sujeito ao viés do observador que faz anotações baseadas em observações, simplesmente porque ele registra informações em maior densidade".

De fato, os registros das ações comunicativas e gestuais, ocorridas no âmbito da sala de aula, tornam-se imprescindíveis na interpretação das representações sociais, as quais são imbuídas de fatores de ordem afetiva, cognitiva e social. Na verdade, esses são fatores constitutivos da própria noção de representação social.

No que se refere ao nosso foco de pesquisa – a fonte e os canais que alimentam as elaborações de uma professora de matemática – é importante ressaltar que o fenômeno das representações sociais, impregnados na produção sócio-histórica de significados matemáticos elaborados pela comunidade escolar, e a teoria que se ergue para explicá-lo, segundo Guareschi[89]:

> *"diz respeito à construção de saberes sociais e, nessa medida, ele envolve a cognição. O caráter simbólico e imaginativo desses saberes traz à tona a dimensão dos afetos, porque quando sujeitos sociais empenham-se em entender e dar sentido ao mundo, eles também o fazem com emoção, com sentimento e com paixão. A construção da significação simbólica é, simultaneamente, um ato de conhecimento e um ato afetivo."*

Além da videografia utilizamos em nossa pesquisa o recurso da entrevista, cujas características delineadas por Lüdke & André[90], frequentemente podem propiciar: **1)** uma relação de interação entre pesquisador e pesquisado; **2)** uma captação imediata e corrente da informação desejada; **3)** correções, esclarecimentos e adptações, de modo a oferecer significativa eficiência na obtenção das informações desejadas.

---

[89] Guareschi, P.A. & JOVCHELOVITCH, S. (1995). *Indrodução*. In: Guareschi, P.A. & JOVCHELOVITCH, S. (org.). *Textos em Representações Sociais*. Rio de Janeiro: Vozes, p. 20.
[90] Lüdke, M. & ANDRÉ, M. (1986). *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: E.P.U.

No momento da entrevista com a professora (início do ano letivo de 1996), apresentamos um roteiro de questões dispostas de modo flexível para que a entrevistada pudesse discorrer sobre os temas propostos, com base nas informações detidas pela mesma, segundo seus valores e sua bagagem cultural. Tal performance adotada para a entrevista – denominada por Thiollent[91] de semi-estruturada – propicia um clima de motivação e espontaneidade entre os envolvidos, de forma a dar liberdade à manifestação do entrevistado.

Na verdade, este instrumento possibilita registrar de forma significativa a prática discursiva da professora sobre as elaborações de seu trabalho docente – de modo geral, continuamente construído a partir da sua história de vida estudantil, acadêmica e profissional – constituindo um material empírico extremamente rico na interpretação das representações sociais, sob a óptica de produto e processo de uma atividade mental, pela qual a docente reconstitui a sua prática pedagógica e atribui-lhe uma significação específica e historicamente situada.

Os procedimentos adotados nesta coleta de dados justificam-se pelo interesse de nossa pesquisa em associar o material videográfico com a entrevista semi-estruturada fornecida pela professora. Tal interesse relaciona-se ao nosso desejo de apreendermos as representações sociais que a professora tem construído acerca do seu trabalho docente em geometria e analisarmos o mesmo numa dupla dimensão: discurso/palavra da professora e ação/prática pedagógica da mesma.

No decorrer do processo de interpretação das representações sociais identificáveis no material empírico, procuraremos fazer emergir possíveis categorias de análise envolvendo basicamente o objeto de conhecimento matemático e a interação professora-aluno(s).

4.3 Descrição do material empírico

A partir de fragmentos da história de vida de nossa protagonista, procuramos expor o teor do material empírico a ser analisado.

[91] Thiollent, M. (1987). *Crítica metodológica, investigação social e enquete operária*. São Paulo: Polis.

A protagonista, cujo nome será preservado, cursou Licenciatura e Bacharelado em Matemática pela UNESP. De acordo com suas próprias palavras:

> "Fiz quatro anos de matemática bacharelado, não tendo concluído o curso de bacharelado. E, aí como eu estava interessada na licenciatura também, mas não estava a fim de ficar mais tempo em São José do Rio Preto, eu mudei para licenciatura. Então eu fiz uma boa carga de bacharelado e fiz todas as pedagógicas da licenciatura."

Aproveitei o momento em que a professora expôs o fato de ter cursado "todas as pedagógicas da licenciatura" para questionar-lhe sobre a possibilidade de conversarmos a respeito das disciplinas pedagógicas que cursara. Uma expressão facial de quem estava organizando o pensamento foi o sinal verde para a explanação:

> "...eu tive prática de ensino em matemática (120h o ano todo), prática de ensino em desenho geométrico, também o ano todo, psicologia da educação, didática, e o que eu me lembro de pedagógico, só."

Insisti para que a professora comentasse sobre o curso de prática de ensino em matemática. Obtive a seguinte resposta:

> "O de matemática foi muito bom! Inclusive eu fiz um estágio fora do curso..."

Onde e como foi o programa de estágio?, indaguei-lhe:

> "Na própria Faculdade, mesmo. E era assim, nós fazíamos apostilas de como ensinar equação do 2º grau, por exemplo. No tempo em que fiquei no estágio, foi esta apostila que a gente conseguiu montar. Depois, eu tive que sair, porque peguei estágio de álgebra linear e aí coincidiu o horário, eu tive que escolher."

Perguntei-lhe, então: mas este estágio de álgebra linear era o quê? Monitoria?

> "Não, não. Era estágio nível I também (60h). Tinha que apresentar seminários, a gente estudava matéria/coisas que a gente não via num curso normal de álgebra linear."

No decorrer da entrevista, a professora explicou-me que o estágio de nível I era uma modalidade de estágio – havia também o nível II, entre outros.

Quanto a sua vivência como docente, a protagonista contou-me que iniciou sua prática pedagógica em matemática na rede pública de ensino do Estado de São Paulo em 1994 – numa unidade escolar do município de Paulínia. Embora tenha participado do programa de estágio oferecido pela Universidade, onde cursara a graduação, ela relatou-me a falta de oportunidade de fazer um estágio em que pudesse vivenciar a realidade escolar pois:

> "a época que eu me formei infelizmente não deu para fazer um estágio assim, em sala de aula para ver como é que estava o ensino de matemática, para ver como é que eu ia fazer."

Neste sentido, a professora iniciou a carreira docente sem um conhecimento prévio do que seria o cotidiano de uma sala de aula. Em suas palavras, observamos a situação problemática:

> "Então me via assim, caí na sala de aula e vamos lá, vamos trabalhar e, então, eu peguei os livros e ... vamos lá, comecei assim mesmo".

Desde então, leciona somente na rede pública de ensino. No ano de 1995, a professora começou a lecionar matemática numa unidade escolar situada no Distrito de Barão Geraldo. Foi nesta escola, que houve o contato com a professora para realização da pesquisa – mais especificamente, no mês de agosto do referido ano.

A coleta de dados em sala de aula, com o auxílio do registro videográfico, permitiu-me, como esperávamos, reconhecer o nosso sujeito como um ser histórico e socialmente contextualizado. Neste sentido, a reunião de ações, palavras, gestos e interações sociais são imprescindíveis na análise das representações sociais da professora, ou seja, no modo de partilhar, com sua comunidade escolar, os resultados da sua construção a respeito dos saberes matemáticos e conhecimentos culturais acumulados de acordo com a sua história de vida.

A partir deste momento, parece-nos propício a descrição do material videográfico – duas horas-aulas de geometria ministradas numa 8ª série.

Na manhã do dia 24/11/95...

A professora inicia a aula realizando um controle de frequência de seus alunos. Após a chamada, ela se dirige à lousa, registra « Cap. 17 p. 120»[92], mantém um rápido diálogo com os alunos a respeito de assuntos aleatórios ao conteúdo escolar e finalmente anuncia:

Profª: Gente, então terminando, aí, estes três capítulos ficam para a prova, tá? Já marquei a prova?

Alunos: Não!

Maria[93]: Que dia que é?

Profª: Até o final da aula eu marco.

José: Que dia é hoje?

Profª: (registra a informação na lousa) Hoje é 24.

Mário: Quantas provas vão ser?

Profª: Duas provas! Como sempre, né?

Isabelle: Quinta-feira a prova?

Gabriel: Ah! Marca já!

Cristina: Arruma um jeitinho, né?

Há muitas vozes ao mesmo tempo, o que impossibilitou-nos a transcrição de algumas falas.

[92] A professora adotou o seguinte livro didático : Bongiovanni, V. et. alii (1990). *Matemática e Vida*. São Paulo: Ática, 8ª série/1º grau.
[93] Os nomes utilizados para os alunos são fictícios.

Profª: Até o final dessa aula eu marco. Gente, é o seguinte, (elevando o tom de voz) no capítulo 15[94], (diminui o número de vozes) a gente começou a estudar unidades de comprimento e viu como é que faz essas passagens (fazendo os seguintes registros) de km para hm dam m dm cm mm (os alunos formam um coro, acompanhando a fala da profª). (...)[95] Neste caminho (apontando os registros no sentido esquerdo-direito) basta multiplicar por 10. Caminho contrário, divide por 10, certo? Aí no capítulo 16[96], conseguimos estudar área. Então, por exemplo, a novidade que surgiu foi a área do círculo, tudo bem? (esboça uma circunferência na lousa). Tá um círculo isso daqui, não é ? A área é πr^2 (registra na lousa) e agora vamos estudar volume. (Aponta para o esboço da circunferência) Tem sentido estudar volume do círculo?

Matheus: Não.

Profª: Por que? Cabe alguma coisa dentro desse círculo? Por exemplo, dá para encher esse círculo (pensativa) de água, por exemplo?

Matheus: Não dá!

Profª: Dá para encher uma bola de água. Bom, tem sentido estudar o volume?

Ricardo: Tem...

Os alunos Matheus e Ricardo exageram no rítmo das gargalhadas. Assim, a professora interrompe a aula, aponta para o pesquisador e diz:

Profª : Apresento para você as duas beldades... essas maravilhas...

Alunos: (coro) Eee... (há várias gargalhadas).

Profª: (centraliza o olhar em Ricardo e Matheus) Pronto, já deram o show. Então gente, tem sentido estudar volume de esfera, de pirâmide...

Paulo: Cubo!

Profª: Volume de um cone, tá certo? (faz um esboço de um cone e de um cilindro).

Carlos: Ah, lá! Olha a Iracema... (não consegui entender o contexto desta fala).

Profª: E daí como é que fica a transformação, a passagem de uma unidade para outra? (apontando os registros anteriormente descritos: km hm dam m dm cm mm). No caso que a gente estudou a área, a gente tinha (registra na lousa) km^2 hm^2 dam^2 . Potência 1, expoente 1 (registra km^1) eu ia de 10 em 10. Neste caso, eu multíplico por 100 (aponta

[94] Bongiovanni, V. et alii (1990). *Matemática e Vida*. São Paulo: Ática, 8ª série/1° grau.
[95] (...) Este sinal indica uma pequena pausa no discurso.
[96] Bongiovanni, V. et alii (1990). *Matemática e Vida*. São Paulo: Ática, 8ª série/1° grau.

km^2 (× 100) dam^2). Em volume, tá envolvendo, como eu estou com uma terceira dimensão. Terceira dimensão, eu vou ter sempre ao cubo. km^3 hm^3 dam^3 m^3 dm^3 cm^3 mm^3 (registrando na lousa).E aí eu volto para multiplicar por 1000 (registra km^3 (× 1000) hm^3 (× 1000) m^3). E caso contrário, divido por 1000 (registra km^3 (÷ 1000) hm^3).

Matheus: O primeiro caso (mencionando a escala de unidade de comprimento) eu multiplico por 10, o segundo (referindo-se à escala de unidade de área) por 100.

Profª: Tudo bem.

Matheus: Dá na mesma.

Profª: Expoente 1, 1 zerinho. Expoente 2, 2 zerinhos.

Matheus: No terceiro (referindo às unidades de volume) eu multiplico por 3.

Profª: Não! Não é por 3.

Matheus: Não! Eu entendi.

Profª: Essa é a sequência que você tem que saber. Tudo bem? (apagando parcialmente a lousa). Bom, ainda falando um pouquinho mais de unidade, uma caixa é um cubo, certo?

Ricardo: Nem sempre é!

Profª: A minha caixa é um cubo (fazendo um esboço do sólido e enfatizando suas dimensões) ela tem profundidade, comprimento e largura. Minha caixa é um cubinho. Só sei desenhar assim... Então tem sentido eu estudar? (referindo ao estudo de capacidade). Claro! Quantos litros de água cabe nesta minha caixa, dado que ela tem 1m por 1m por 1m? (registrando os dados no esboço do sólido). Então quer dizer, na verdade o volume dela seria $1m^3$ e daí $1m^3$ cabe quantos litros de água? Vamos lá, tá muito agitado (reclamando da intensidade de conversas entre os alunos).

Matheus: 1000L d`água, dona.

Profª: Cabe 1000L. Um litro dá para encher o filtro lá de casa (risos). (Fazendo uma pequena pausa, pega o livro e fala) então, gente, ó vamos dar uma lidinha bem rápido[97]:

> "Os sólidos ocupam lugar no espaço. Comparando um sólido com outro, tomado como unidade, obtemos o número, que é chamado *volume do sólido*.
>
> Para medir o volume de um sólido, usamos as unidades do sistema métrico decimal.

[97] Bongiovanni, V. et alii(1990). *Matemática e Vida*. São Paulo: Ática, 8ª série/ 1° grau, p. 120.

Também podemos expressar medidas de volume muito grandes ou muito pequenas, usando a notação científica.
Vamos tomar como exemplo o Sol, uma bola de gás incandescente, que dá luz e calor à Terra."

Após a leitura, a profª registra na lousa o volume do Sol anunciado no livro: 1412000000000000000km³.

Profª: Este é o volume do Sol, aproximadamente. Vamos utilizar em notação científica (contando o número de zeros e registra $1{,}412\times10^{18}$ km³). Aqui, no caso, transformaríamos km³ para m³ (registrando km³ hm³ dam³ m³ dm³ cm³ mm³). Tá certo? Então, 1km³ para passar para hm³ eu multiplico por 1000? Vamos lá? O que aconteceu? Este número aqui (apontando o valor $1{,}412\times10^{18}$km³ = $1{,}412\times10^{8}$) 1km equivale a quantos metros?

Ricardo: A 1000 (a profª registra $1{,}412\times10^{18}$km³ = $1{,}412\times10^{8}\times(1000)$).

Profª: É a mesma coisa que... Gente, é dez elevado a dezoito (corrigindo o erro e apresentando um novo registro: $1{,}412\times10^{18}$ km³ = $1{,}412\times10^{18}\times(1000)$).

Matheus: Ah, bom! Era isso que eu ia perguntar!

Profª: É a mesma coisa que... Ah, sim! Só que tem um porém, a gente tá passando de km³ para m³. É isso? De km³ para hm³ multiplico por 1000 (registrando). Faço a passagem novamente, de hm³ para dam³ multiplico por 1000. É a mesma coisa que dez elevado a três, seis, nove. E, aí, usando a propriedade da potência, conservo a base e somo os expoentes, (registrando $1{,}412\times10^{18\times}10^{9}$m³ = $1{,}412\times10^{27}$m³) certo? (...) Alguma dúvida, meu bem? (dirigindo-se à Gabriel) Bom, continuando... (apagando parcialmente a lousa).

Após uma pequena pausa, novamente pega o livro que está sobre uma mesa e anuncia o próximo tópico:

Profª: Calculando o volume do cilindro reto, isto significa o seguinte[98]: (passa a ler a definição de cilindro reto) "Um cilindro reto é também chamado de *cilindro de revolução*. Isso porque podemos imaginá-lo sendo obtido pela rotação, ou seja, pelo giro de um retângulo em torno de um de seus lados". Então, ã... alguém tem alguma

---

[98] Bongiovanni, V. et allii (1990). *Matemática e Vida*. São Paulo: Ática, 8ª série/1º grau, p. 121.

coisa retangular aí? (voltando-se para a lousa, e pega o apagador – cuja forma é retangular – e apresenta-o para a classe). Por exemplo, esse apagador, eu teria que girar muito depressa (risos) para vocês perceberem que aqui formaria um cilindro. Imagina esse apagador girando, girando numa velocidade legalzinha, maior que 0,5km/h... 0,5km/h daria?

Cássia: (Emprestando para a professora um cartão retangular) serve?

Profª: Serve, mas o problema nosso é girar isso rapidamente (gira o cartão). Dá para imaginar?

Matheus: (o aluno solicita à profª o empréstimo do cartão, para que ele possa também girá-lo) empresta?

Profª: Sim, sim.

Matheus: É, dá para formar um cilindro.

Profª: (O aluno devolve-lhe o cartão e ela imprime um novo giro) quer dizer, girando do modo que eu fiz, a figura que descreve o movimento é um cilindro. A base é um círculo e acima também, de mesmo raio e girando sobre o mesmo eixo. (Larga o cartão, retoma o livro) gente, é interessante esta experiência que ele conta aqui[99]: "Experimentalmente, podemos obter a fórmula do volume de um cilindro, construindo um cilindro e um prisma com bases de mesma área e com mesma altura. Enchendo o cilindro de areia, por exemplo e despejando-a no prisma, observaremos que este ficará totalmente cheio e que não sobrará nada no cilindro". (Após a leitura da experiência) quer dizer, no caso, o volume do cilindro é igualzinho ao volume do prisma de mesma base e mesma altura.

Patrícia: Mesmo sendo hexagonal?

Profª: Mesmo sendo hexagonal.

Ricardo: Como assim, profª?

Profª: Aqui ele disse que se, por exemplo, eu encher o cilindro de areia... Tá cheio de areia, certo?

Ricardo: Tá!

Profª: Quer dizer, o volume da areia é justamente o volume do cilindro. Cobriu o cilindro de areia. Aí ele disse: despejo toda essa areia do cilindro no prisma e não sobra nem um montinho. Quer dizer, o volume do prisma é igual o do cilindro.

Ricardo: Como?

Profª: Considerando que ele não despejou nada, não houve nenhuma perda.

Ricardo: Considerando uma circunferência e um hexágono aqui dentro...

---

[99] Bongiovanni, V. et alii (1990). *Matemática e Vida*. São Paulo: Ática, 8ª série/1ºgrau, p. 121.

Profª: As áreas são diferentes.

Ricardo: E, se as alturas são iguais, vai sobrar um pouquinho.

Matheus: Vai sobrar um pouco de areia.

Profª: Na verdade precisaríamos fazer isso para conhecer... Eu não fiz essa experiência ainda, mas a gente poderia fazer para confirmar utilizando uma lata de óleo, que é um cilindro, e fazer um prisma hexagonal.

Ricardo: Com papel.

Profª: Papel cartão. Alguém dispõe a fazer?

Ricardo: Eu faço, dona.

Profª: Legal! Gostei!... (inaudível)[100]. Então amanhã você traz para a gente. Agora você gostou da idéia?

Ricardo: Claro!

Profª: (Dirige-se a lousa e registra) vamos para o cilindro, então? O volume do cilindro é dado por área da base vezes a altura (registrandro $V=A_b \times h$). A base de um cilindro descreve que figura?

Ricardo: Um círculo.

Profª: Então a área, no caso o volume do cilindro, fica como? A área é πr^2, onde "r" é o raio da base e altura é essa altura do cilindro (fazendo um esboço do sólido, aponta a referida dimensão). A altura, é importante dizer isso: ela sempre forma com a base um ângulo de...

Ricardo: 90°.

Profª: 90°.

Carmem: Sempre?

Profª: Sempre... Sempre... (inaudível). Então vamos ver aí...

A profª pega o livro e apresenta para a classe o exemplo a seguir[101].

Profª: (lê em voz alta para os alunos): "Achar o volume aproximado de um cilindro, cuja base é uma circunferência de 10cm de raio e cuja altura é de 20cm". O volume do cilindro é ... Qual é o raio da base? Perdão!

Lúcia: 10.

---

[100] Inaudível: Neste contexto quer dizer que há múltiplas vozes ao mesmo tempo, as quais não foram possíveis de serem transcritas.
[101] Bongiovanni, V. et alii (1990). *Matemática e Vida*. São Paulo: Ática, 8ª série/1° grau, p. 121.

Profª: Dez e altura é 20. Utilizando $\pi = 3,14$ temos $3,14\times10^2\times 20$ (regintrando). E aí?

Ricardo: $31,4\times20$.

Profª: Dez ao quadrado é cem, certo? $3,14\times100$ ando com a vírgula duas casinhas. Certo ou errado? 314×20 (apresentando o seguinte raciocínio: 314 vezes 2 é 628).

Ricardo: 6280.

Profª: 6280 centímetros.

Matheus: Cúbicos (a profª registra $V = 3,14\times10^2\times20 = 314\times20 = 6280\ cm^3$).

Profª: Centímetros cúbicos. Sempre a área é dada em centímetros quadrados e altura é dada em centímetros. Potência de mesma base: conserva-se a base e soma os expoentes, cm^3. Confirma que volume é sempre... A unidade é sempre ao cubo, tá?

A profª apaga a lousa toda, retoma o livro e faz menção ao paralelepípedo.

Profª: Vamos ver aí (aumentando o tom de voz devido à intensidade da conversa dos alunos). O volume do paralelepípedo é ... (fazendo um esboço do sólido). Volume de um paralelepípedo...

Ricardo: Da geladeira. (a profª ri e este questiona)

Ricardo: Ué, a geladeira não tem o mesmo tipo de lado?

Profª: Sim! Claro! Muito bem! Então vamos lá. Eu tenho um altura que vou chmar de "a".

Matheus: E a base?

Profª: A base é composta de dois lados que vou chamar de "b" e "c", lados diferentes, "b" e "c". Então o volume é $a \times b \times c$. Área da base vezes altura (registrando).

Matheus: Por que?

Profª: O prisma retangular tem que ter uma base retangular. Considerando um bloco retangular, se é bloco retangular, a base é um retângulo, certo?

Daniel: E se eu mudar a base? Pode?

Profª: Pode. É eu que quero que seja um retângulo.

Daniel: Ah, tá bom!

Profª: A figura da base pode ser o que você quiser.

Matheus: Não entendi.

Profª: Vamos ver a coisa assim... Área da base vezes altura. Então o que acontece? O livro dá essa idéia: Área da base vezes a altura. A base é um retângulo, então a área de um retângulo é lado vezes lado ($b \times c$). Altura, no caso é "a", então vezes "a".

Daniel: Não é $a \times b$?

Profª: Não, neste caso é $b \times c$ (esboçando um cubo cujas dimensões é "b" e "c" – base – e altura "a").

Profª: Altura, no caso, é "a", então vezes "a" (registrando $V=b\times c\times a$). A ordem dos fatores não altera o produto. Está claro? Agora, por exemplo, eu quero "a" do cubo. Vamos desenhar um cubinho... Então o que eu tenho? Esse cubo tem altura e base. Gente, se é um cubo as arestas tem todas as medidas iguais?

A profª interrompe a explicação, chama a atenção de Daniel e pede para que o mesmo aproxime-se mais da primeira fileira.

Profª: Volume do cubo é $A_b \times h$ (registrando) novamente! A base, como é um cubo, todas as arestas têm mesma medida. (Interrompe a explicação) gente, hoje vocês estão prestando menos atenção que todas as outras vezes! Elizandra, seu lugar é aí?

Elizandra: É que eu tou sem livro!

Alunos: Humm!!

Profª: Não, tudo bem! Pode ficar aí, mas...

Após pequena pausa e risos dos alunos, a profª altera o tom de voz e retoma a explanação:

Profª: Se é um cubo, todas as arestas têm mesma medida e então posso chamar de "a", "a", "a" (esboçando um cubo, registra as referidas dimensões). Se é um cubo, todas as arestas são iguais. A base é um quadrado?

Walter: É...

Profª: Se ele tem lado "a", então a área da base é...

Alunos: a^2.

Profª: a^2 ou $a\times a$. E a altura? A altura, como é um cubo, tem todos os lados iguais, então é também "a" (registrando: $V = A_b\times h = a\times a\times a = a^3$).

Ricardo: Mas aí, é um quadrado, então...

Profª: A base é um quadrado?

Ricardo: Mas a altura vai ser igual à base?

Profª: Não é igual! Se é um cubo, todas as arestas são iguais. Já que são iguais, eu chamo de "a", "a" e "a". Se eu tiver um cubo (pega a caixa de giz para exemplificar as dimensões do cubo). Essa caixinha, não é um cubo, concorda? Tá meio desmantelada, mas... se fosse um cubo, você vai imaginar o quê? Um quadrado em todas as faces.

Aguinaldo: Então num sólido, eu vou é... multiplicar a base pela altura.

Profª: Um cubo, você fala? Por que é assim... Essa fórmula é geral (apontando o registro $V = A_b \times h$). Se é um cubo, necessariamente as arestas são iguais, certo? Vou dar um exemplo: vamos supor que eu tenha um cubo de aresta, um cubinho, um dadinho de 1cm de lado, tá? Eu quero saber o volume deste dadinho, o volume. Como é um cubo, basta eu dizer $1cm^3$, um ao cubo. Quando as medidas são diferentes, você tem que fazer a área da base vezes a altura. Pega as três medidas que você tem: altura, comprimento e largura...

Após pequena pausa a profª retoma a leitura[102]*:*

Profª: "Você sabe o que é *aqualung*? É uma espécie de pulmão aquático, um cilindro de ar que o homem leva preso às costas quando vai mergulhar. Esse aparelho permite que o mergulhador se mova na água com liberdade. O tempo que o mergulhador pode permanecer submerso depende da capacidade de seus cilindros de ar. Um cilindro normal de aqualung pode conter $1,7m^3$ de ar comprimido."

No decorrer desta leitura, os alunos estavam muito desatentos:

Profª: Então como eu disse para mim, $1m^3$ vale como parâmetro para mim na medida que eu quero converter de decímetro para litro, metro para litro... Como é um parâmetro, eu não vou me preocupar, basta lembrar que $1m^3$ cabe 1000L (registrando: $1m^3 = 1000L$ e $1dm^3 = 1L$).

Robson: E um mililitro?

[102] Bongiovanni, V. et alii (1990). *Matemática e Vida*. São Paulo: Ática, 8ª série/ 1º grau, p. 122

Profª: 1cm³ é igual a 1mL. Vou dar um exemplo agora: gente... (retomando o livro, anuncia) exemplo da pág. 122[103]

A profª interrompe a aula e chama a atenção de Gustavo e Fernando, num clima de descontração.

Profª: Qual o motivo para tal reunião?

Gustavo: Já perdi a vontade!

Profª: Chama a atenção, ele fica vermelho (referindo-se ao Gustavo).

A profª retoma a explanação do conteúdo e pretende efetuar a leitura do exercício mencionado anteriormente.

Profª: "O volume interno de um cilindro é de 6.280cm³. Quantos litros comporta esse cilindro? Dê essa medida em mililitros." (Após a leitura) gente... um litro tem quantos mililitros, hein?

Alunos: 1000.

Profª: 1L = 1000mL (registrando). Então aqui fica assim: (aponta V = 6.280cm³) essa medida que é dada está em cm³ e quer que passa para...

André: Para mililitro.

Profª: Tá ok? (dirigindo-se ao André) Daí, ó... Se eu conseguir passar para metro cúbico, eu passo para litro? Concorda? Ricardo, você! (ela pede para que o aluno resolva o exercício na lousa).

Ricardo: Eu, profª? (o aluno fica surpreso).

Profª: É! Vem...

Rafael: Alá... Professor?... Professor....

Profª: (dirigindo-se ao Rafael) qual é o problema aí? Deixa ele terminar ali... (referindo-se ao exercício que Ricardo está resolvendo).

Matheus: Dá 6,28 ooo... espertão?

Ricardo: (Parece irritado com as palavras de Matheus) ô profª eu não vou fazer não! Pede para o Matheus fazer. Ele é muito esperto (usando um tom irônico para referir-se ao colega).

---

[103] Bongiovanni, V. et alii (1990). *Matemática e Vida.* São Paulo: Ática, 8ª série/ 1° grau, p. 122.

Ricardo dirige-se à lousa e registra: $V=6.280cm^3 = 6,28L = 6.280mL$. A profª dirige-se á solução descrita na lousa por Ricardo e faz comentários para a classe sobre os cálculos empregados.

Profª: $1cm^3$ tem 1mL, não tem? $6.280cm^3$ é 6.280mL. E aí, depois ele passou de mililitros para litros (pequena pausa). Certo? Então, dividido por mil: 1L = 1000mL, o caminho contrário, divide por mil.

Um aluno assobia intensamente de modo que não foi possível transcrever uma pergunta de um aluno.

João: Eu vou por cm^3 para passar para litro...

Profª: Ele pede para passar de mililitro para litro. Então você tem aqui: (dirigindo-se aos registros da lousa) $1cm^3$ não tem 1ml? Então, se você tem 6280 cm^3 é 6280 ml e daí um litro não tem 1000ml? Eu quero saber se eu passar de mililitro para litro, é o que eu quero. Então, ó, mililitro tem um milésimo do litro. Então de mililitro para litro divido por mil. Legal?

Há uma agitação simultânea entre os alunos, pois neste momento tocou o sinal para o recreio. Após o recreio, os alunos tinham novamente aula de matemática. Quando os alunos retornaram à sala e acomodoram-se nos seus respectivos lugares, a professora anuncia:

Profª: Turminha, vamos ver os exercícios[104]? (Dá-se início à leitura da definição de massa[105]) "Quando queremos saber a quantidade de matéria de um corpo, estamos interessados em sua *massa*. Para trabalhar com *massa*, usamos o quilograma (Kg). 1 quilograma = 1kg = 1000g"

A profª interrompe a aula e chama, de forma severa, a atenção de Luís que conversava exaustivamente com os colegas ao seu redor.

104 Bongiovanni, V. et alii (1990). *Matemática e Vida*. São Paulo: Ática, 8ª série/1° grau, pp. 123-124.
105 Idem 104.

Profª: Vou pôr logo para frente (referindo-se ao Luís). Voltando... uma tonelada tem mil quilos. Gente, eu tenho que falar de arroba. Mas uma arroba tem quantos quilos?

Rafaela: 15 kg.

Marcos: São... (pensativo).

Profª: 1 arroba = 15 kg (registrando).

Profª: (Recomeça a leitura da referida página) "A massa da Terra é de aproximadamente 6×10^{24}kg, enquanto a massa de um elétron é de aproximadamente 9×10^{-31}kg". Bom, farei o item "a" para vocês com exemplo e ficam para vocês até o quarto[106].

Marcos: Até o quarto?

Profª: Exercício 1a) (registrando).

Profª: Bom e aí? "Use $\pi \cong 3{,}14$ e calcule o volume aproximado de um cilindro que mede 10cm de altura, sendo o raio da base igual a 1 cm."

Após a leitura, a profª faz um esboço de um cilindro, na lousa, e representa os respectivos dados da questão.

Profª: Então, como eu calculo o volume? Área da base veze altura. É um cilindro! Então a base descreve que figura? Oh gente, a base do cilindro descreve que figura? Você sabe, Kleber?

Kleber: Não sei!

Profª: Gente, alguém sabe?

Alunos: Círculo.

Profª: Gente, uma lata de óleo, a base é um círculo, um círculo.

João: Porra!

Profª: Então, área de um círculo. Área da base é πr^2 (registrando). Alguém tem aí um cilindro?

Rafaela empresta um objeto circular – tubo de cola escolar – para a profª apresentá-lo á classe. A profª ao devolver o objeto diz:

[106] A fala da professora refere-se aos exercícios propostos no livro didático: Bongiovanni, V. et alii. (1990). *Matemática e Vida*. São Paulo: Ática, 8ª série/ 1° grau, pp. 123-124.

Prof^a: Legal, obrigado viu! Então o volume é dado pela área da base πr^2 e vezes a altura (registrando). Então o volume é... Use π, aproximadamente 3,14; o raio da base é 1. As unidades estão compatíveis? Sim, a altura é dada por cm e o raio da base também, então não precisa transformar. E a altura é 10. Então (registrando $3{,}14\times10$) multiplicando o número por 10...

A prof^a chama a atenção de Wellington.

Prof^a: Wellington, olha aqui! Multiplicando o número por 10, eu vou andar com a vírgula para a direita. Qualquer dúvida, quando eu estou dividindo é para a esquerda. Agora faz do 1 ao 4, página 123. Gente, vamos fazer uma chamadinha aí, gente! (novamente há o controle de frequência dos alunos).

Enquanto a prof^a faz o controle de frequência, observo pouquíssimos alunos iniciarem a resolução dos exercícios. Há múltiplas vozes simultaneamente e no momento que a prof^a dirigiu-se junto à Marlene para esclarecer dúvidas do 1º exercício – cujo diálogo não consegui transcrever devido à bagunça dos alunos – interrompe o diálogo com a aluna, aponta para Wellington e ordena que o mesmo se retire da sala de aula.

Neste sentido, o aluno é acompanhado pela prof^a até a diretoria. Enquanto isso, permaneci em sala de aula juntamente com o meu auxiliar técnico e com os alunos à espera da prof^a. Na ausência da prof^a, os alunos continuaram a bagunça – formavam pequenos grupos para conversar assuntos aleatórios ao conteúdo ministrado. Depois de alguns minutos, a prof^a retorna à sala e, na presença da mesma, os alunos, por sua vez, acomodaram-se nos seus lugares. A prof^a começou a percorrer as carteiras para averiguar o desenvolvimento dos exercícios e, quando solicitada, esclarecia as dúvidas dos alunos.

Num dado momento, Valéria solicita a presença da prof^a:

Valéria: Prof^a, não entendi esse (apontando o ex. 2, p. 123) "Um tanque de petróleo é um cilindro de 10m de altura e 10m de raio da base (medidas internas). Usando $\pi \cong 3{,}141593$, quantos litros de petróleo comporta esse tanque? (Lembre-se: $1m^3 = 1000L$)"

A profª, por sua vez, inicia o diálogo explicitando a partir do enunciado os dados envolvidos com sólido geométrico.

Profª: Você tem um cilindro de 10m de altura e 10m de raio de base.

Valéria: Raio da base é 10?

Profª: É. É tudo 10. Então usando $\pi = 3{,}141593$ (olhando no livro, pronuncia o valor de π descrito), quantos litros de petróleo comporta este tanque? (utilizando o dedo indicador, ela prossegue) Metro com metro quadrado dá metro cúbico, então você vai obter volume em metros cúbicos.

Valéria: Então, não vou ter que transformar unidade?

Profª: Não são todas compatíveis. Então o único jeito de obter o volume é $3{,}141593 \times 10^2 \times 10$ (registrando).

Valéria: É mil.

Profª: Vezes 3,141593, certo? Tá bom? Vou ter que usar π vezes 1.000. Uma, duas, três, (apontando a caneta esferográfica no caderno num gesto de caminhar com a vírgula três casas decimais) $3{,}141593\text{m}^3$ (registrando).

Valéria: (a aluna parece não compreender a multiplicação de um número inteiro por um número decimal). Não é vezes 10?

Profª: Não é. O raio é 10, certo? Dez ao quadrado vezes dez é o mesmo que mil. Então você vai multiplicar esse número (apontando no caderno 3,141593) por mil. Você está multiplicando esse número por 1000, a vírgula vai andar três casas. Certo? (inaudível[107])... (Após o registro das operações) a resposta é em metro cúbico?

Valéria: É

Profª: Então 1m^3 equivale a 1000 litros? Quer dizer, 3141,593 (lendo a quantidade) metros cúbicos dá (...) Para passar em litros, como você faria?

Valéria: Vezes mil (parece estar pensativa e atenciosa na explicação e questionamento da professora).

Profª: Logo, o resultado é (registra 3141593 litros).

Enquanto registramos isoladamente o diálogo entre a profª e a Valéria, não conseguimos os registros das demais interações ocorridas entre os integrantes da sala de aula. Neste aspecto, fragmentamos os diálogos, privilegiando a videografia para

[107] Devido a presença de múltiplas vozes, as vezes, há alteração de tom e som, o que prejudicou a transcrição das falas.

interações sociais emergentes entre professor-aluno – isto deve-se ao fato de desejarmos interpretar as representações sociais da profª frente ao objeto de conhecimento matemático.

O fato de muitos alunos dialogarem simultaneamente acarretou certas dificuldades para a transcrição dos registros das referidas interações sociais – apesar de dedicarmos atenção exclusiva ao envolvimento da professora com os respectivos alunos que a requisitava.

De volta à dinâmica de nossos protagonistas, salientamos que a atitude da professora percorrer as fileiras dos alunos havia tornado-se uma constante.

Neste movimento, flagramos a vez de Irene pedir-lhe auxílio na resolução de um exercício cujo enunciado é: "Um tanque de petróleo é um cilindro de 10m de altura e 10m de raio da base (medidas internas). Usando π = 3,141593, quantos litros de petróleo comporta esse tanque? (Lembre-se: $1m^3 = 1000L$)"

Profª: A altura é 10?

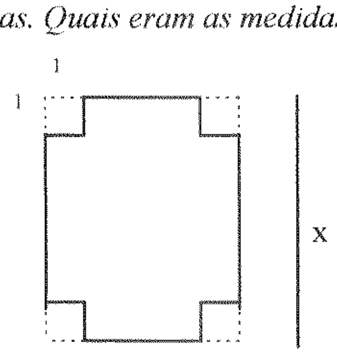
Irene: É.

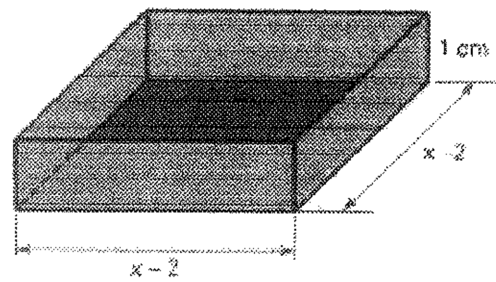
Profª: O raio é 10?

Irene: É.

Profª: As unidades são compatíveis? São. A altura do cilindro é definida, o raio também é 10 e tá também em centímetros. Agora você pode fazer dez ao quadrado vezes dez vezes π (a aluna registra $10^2 \times 10 \times 3{,}141593$ e faz as operações de acordo com as indicações da professora).

Quase no término desta aula, conseguimos o último registro videográfico, cuja interação social entre a professora e Matheus travou-se com relação ao seguinte exercício: "A partir de um papelão quadrado, Giuliano construiu uma caixa de $16cm^3$ de volume. Cortou quadrados de $1cm^2$ nos cantos e dobrou os lados, conforme mostram as figuras. Quais eram as medidas do papelão original?





Já com este aluno, parece-nos que a suas dúvidas centralizavam-se na formulação de uma equação que representasse o cálculo do volume da caixa de papelão em função de suas dimensões. De acordo com a fala dos protagonistas, podemos conferir:

Profª: Cada canto não é um quadrado de lado 1? O que é que ele quer saber?

Matheus: Ele quer saber a área do quadrado pintado com a do pontilhado também. Certo? Daí ...

Profª: É (...). Ele quer saber a medida, o valor do papelão, a medida do papelão.

Matheus: É ... (parecendo haver concordância com a professora). E, então... quer saber quanto vale a medida do papelão (apontando com a lapiseira todo o contorno da figura).

Profª: Não é a área.

Matheus: Então, é ... Se faz x + 2 porque tira 1cm aqui (apontando um dos cantos quadrado do papelão), certo? Aqui (apontando a altura da caixa) é 1cm de altura, daí ...

Profª: É (x-2).(x-2).1. É dado que o volume é 16...

Matheus: Não é isso (...). É que fiz ao contrário. Tô fazendo a operação ao contrário (parece compreender o equívoco na formulação da equação).

Profª: Mas não é interessante fazer ao contrário, porque você não tem o papelão, você quer saber as medidas do papelão.

Matheus: É, mas, se eu fizer dividido por 1? (questiona com um leve sorriso).

Profª: Um número divido por 1 é ele mesmo, continua no mesmo resultado.

Matheus: Então... mais... Ué... mais... É... porque altura, então altura não multiplico, não é? A altura não multiplico?

Profª: Não!

Matheus: Então (...), então vou passar dividindo.

Profª: Não!

Matheus: Oh, aqui eu não diminuí de 1cm para conseguir dobrar e fazer o quadrado.

Profª: Certo...

Matheus: Então, agora eu estou somando.

Profª: Ele diz..., ele diz o que? Você tira um daqui e um daqui (referindo-se aos cantos do papelão), tudo isso é x - 2. Então ele diz o seguinte "o volume desta caixinha que tem estas dimensões x - 2, x - 2 e 1 é 16." Então você tem que 16 é igual a quem? Ao volume desta caixa, logo (x -2). (x - 2). 1 = 16 (registrando).

Matheus: Ah..., depois como é que vou fazer... Como é que vou fazer...

Profª: Aplica a distributiva e monta uma equação do segundo grau e resolve "x". Entendeu, ou não?

Matheus: Não (parece não identificar a equação do 2° grau a partir do processo de fatoração).

Profª: (Auxiliando o aluno a representar no livro a equação do volume) entendeu o que você escreveu agora?

Matheus: Sim!

Profª: Sim, ela dá o volume desta caixa.

Matheus: Tá, e o que eu faço com isso (referindo-se à equação do volume), vou multiplicar?

Profª: Sim, a única incógnita é o x, que você precisa encontrar.

Matheus: Aiaiai! (reclamando de ter que resolver a equação do 2° grau).

A partir dessa fala, encerrou-se o conteúdo do material videográfico, pois havia tocado o sinal para a troca de professores e os alunos, por sua vez, começaram a ficar muito inquietos devido ao término da aula e a possibilidade de poderem levantar de suas cadeiras e se amontoarem na porta e /ou corredor à espera do próximo professor.

Rapidamente, agradeci à professora e a seus alunos pela oportunidade da coleta desse material empírico. Nesse mesmo dia, marcamos – nós e a professora – previamente uma data para que a mesma concedêsse-nos mais uma entrevista, segundo padrão semi-estruturado proposto por Thiollent[108].

[108] Thiollent, M. (1987). *Crítica metodológica, investigação social e enquete operária*. São Paulo: Polis.

Imbuídos também do pressuposto que Lüdke & André[109] consideram que a entrevista "ganha vida ao ser iniciar o diálogo entre o entrevistador e o entrevistado", apresentamos o roteiro elaborado para nossa entrevista e na sequência a transcrição detalhada dos diálogos.

4.3.1 Roteiro da entrevista

1) Com relação a sua formação, como e quais foram os cursos destinados a prática pedagógica de matemática?

2) O que você considera primordial no ensino de geometria?

3) Qual o valor, para você, do educando aprender geometria, ou seja, qual a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico?

4) O que você acha da utilização de situações-problemas para apresentar e discutir conceitos geométricos?

5) Como você elabora um plano de ensino de geometria? Sempre há um objetivo definido para cada classe? Você desvia às vezes do seu plano de ensino? Em que circunstâncias?

6) Como você descreveria os tipos de perguntas que você tem formulado para desenvolver a aprendizagem de geometria? Como você acha que lida com as respostas dos alunos?

7) Como você atende as diferenças individuais entre os alunos? E a falta de pré-requisitos?

8) O que significa, para você, aprender geometria?

9) Qual é a sua visão sobre a necessidade de ensinar geometria em nossas escolas?

---

[109] Lüdke, M & ANDRÉ, M. (1986). *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.

10) O que você têm pensado sobre o papel do professor de geometria em sala de aula?

11) Você têm refletido em relação a sua maneira de atuar em sala de aula? Em caso afirmativo, como é o processo desta reflexão?

12) A reflexão sobre o seu ensino de geometria têm provocado mudanças no modo de como ensinar geometria? Em caso afirmativo, de que forma essas mudanças têm influenciado a sua prática pedagógica?

13) Como você verifica a aprendizagem de seus alunos em geometria? E com relação à avaliação, qual o seu posicionamento?

14) Você têm observado a prática pedagógica de outros profissionais? Em caso afirmativo, a observação é feita com o propósito de melhorar o seu ensino?

15) Quais são as principais barreiras/dificuldades que você encontra para ensinar geometria?

16) Qual a função do livro didático em suas aulas?

17) Qual sua opinião sobre o uso de materiais pedagógicos (concretos ou manipulativos) no processo ensino-aprendizagem?

4.3.2 Transcrição da entrevista

1) Com relação a sua formação, como e quais foram os cursos destinados a prática pedagógica de matemática?

Prof^a^: Então, an... eu tive prática de ensino em matemática (120h o ano todo), prática de ensino em desenho geométrico também o ano todo, psicologia da educação, didática, e o que eu me lembro de pedagógico... só. O curso de desenho foi meio bagunçado porque – o que me recordo – a gente tinha aulas aos sábados de quinze em quinze dias, de manhã (duas aulas).

Pesq: *E como era feito o curso?*

Profª: A sala era muito numerosa, muitos alunos fazendo o curso, e era dividida assim: durante o ano todo a gente ia aos sábados para assistir outros grupos darem seminários.

Pesq: *E o de matemática?*

Profª: O de matemática foi muito bom! Inclusive eu fiz um estágio fora do curso, né, um estágio do tipo nível I, né.

Pesq: *O que é nível I?*

Profª: Nós montamos uma apostila de como ensinar equação do 2° grau.

Pesq: *E o que é esse nível I?*

Profª: É o estágio que você faz... Tem nível II e por aí...

Pesq: *E onde você praticou este estágio?*

Profª: Na própria faculdade, mesmo. E era assim, nós fazíamos apostilas de como ensinar equação do segundo grau, como por exemplo. No tempo em que fiquei no estágio, foi esta apostila que a gente conseguiu montar. Depois, eu tive que sair porque peguei estágio de álgebra linear e aí coincidiu o horário e eu tive que escolher.

Pesq: *Mas este estágio de álgebra linear era o que? Monitoria?*

Profª: Não, não. Era estágio nível I também (60h). Tinha que apresentar seminários, a gente estudava matéria/coisas que a gente não via num curso normal de álgebra linear.

Pesq: *E a sua formação? É em...*

Profª: Matemática licenciatura. Fiz quatro anos de matemática bacharelado não tendo concluído o curso de bacharelado. E aí, como eu estava interessada na licenciatura também, mas não estava a fim de ficar mais tempo em São José do Rio Preto, eu mudei para licenciatura. Então eu fiz uma boa carga de bacharelado e fiz todas as pedagógicas da licenciatura.

2) O que você considera primordial no ensino de geometria?

Profª: O que eu acho um problema é que os livros didáticos, por exemplo, na sua grande maioria - não conheço todos - traz a geometria no final do livro. Então precisa alterar o curso para não deixar a geometria para o final – ela fica no final e nunca é dada. Então «o que acontece?» o aluno de 5ª série não viu nada de geometria, na 6ª série nada de geometria, sabe... quando vai sobrar um tempo é para o professor dar geometria na 7ª ou 8ª, ou às vezes, viu na 5ª, não vê na 6ª, só na 7ª vê ou só na 8ª. Então precisava ter uma continuidade e que o curso fosse visto aos poucos pois, você chega com um aluno no colegial que não sabe o que é ângulo.

Pesq: *Mas em termos de ensino, tirando o problema do currículo, o que é central para você?*

Profª: Conhecer figuras planas e espaciais (profª está pensativa).

3) Qual o valor, para você, do educando aprender geometria, ou seja, qual a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico?

Profª: Eu acredito que no sentido de visualização, né? O aluno precisa amadurecer a visualização, precisa visualizar, por exemplo, um problema. Às vezes, você quer... mesmo trabalhando com porcentagem, por exemplo, ele não visualiza o problema, não consegue... Eu acho que a palavra diz tudo: visualização.

Pesq: *Tanto de objeto, como uma ajuda para a interpretação de problemas?*

Profª: Perfeito.

4) O que você acha da utilização de situações-problemas para apresentar e discutir conceitos geométricos?

Profª: É o ideal. Embora eu, infelizmente trabalhei dois anos com matemática, trabalhei com supletivo. Tive uma clientela bem variada, e a gente depara com muitas dificuldades de conceitos básicos, falta de conceitos básicos, falta de pré-requisitos quase que total. Então o curso anda devagar e eu até hoje não trabalhei legal assim, com a geometria.

Pesq: *O que você acha que é trabalhar "legal"?*

Profª: É conseguir desenvolver um curso de geometria inteiro. Eu até hoje utilizei pouca coisa de geometria, não consegui dar aula praticamente. O melhor é que fosse uma disciplina até a parte, porque dentro de matemática tendo que trabalhar com álgebra, tendo tanta coisa para trabalhar também, ou o professor tem um enfoque de «não, vamos trabalhar com geometria, trabalhar só com geometria», ou se tiver que trabalhar outras coisas, sabe...

Pesq: *Você acha que não dá para conciliar álgebra com geometria?*

Profª: Dá, dá sim! Mas assim...

Pesq: *Mas você nunca conseguiu!*

Profª: Não, eu trabalhei, mas eu acredito que trabalhei pouco com geometria.

Pesq: *Suas aulas ficaram mais com álgebra?*

Profª: É. No início do ano, para montar os conteúdos programáticos eu, por exemplo, pego a proposta da CENP. Ela trabalha com geometria, mas também é no final e sem contar que eu acho a proposta ótima. Mas, assim, é muito difícil de trabalhar com a proposta da CENP, eu acho que a clientela não tem base para trabalhar com aquilo.

Pesq: *Então você não consegue adaptar a proposta?*

Profª: Então na proposta teria que fazer uma coisa assim..., nossa é muito difícil.

Pesq: *Você não consegue adaptar? Já tentou?*

Profª: Tentei, tentei quando comecei a trabalhar no Estado.

Pesq: *Você entrou no Estado em 1994?*

Profª: Nossa! Eu achei impossível..., eu achei impossível e... o que ia falá... ih, esqueci (risos).

5) Como você elabora um plano de ensino de geometria? Sempre há um objetivo definido para cada classe? Você desvia, às vezes, do seu plano de ensino? Em que circunstâncias?

Profª: Bom, ah... o que tem acontecido hoje, eu sinto, embora não tenha pegado aula de matemática este ano, é que é assim, o ano passado nós decidimos, optamos pela coleção Matemática e Vida. Então, eu percebo que hoje o professor quando for fazer o plano de ensino, ele faça em cima deste livro que a gente adotou porque os alunos têm, porque a escola já têm.

Pesq: *Você fala isto em relação à esta unidade escolar?*

Profª: Sim.

Pesq: *E como é que foi decidida a escolha do livro?*

Profª: Então, foi no início do ano (1995) quando a gente se encontra para o início do planejamento. Eu não tenho hábito de adotar livros né, não tenho.

Pesq: *Por qual motivo?*

Profª: Acho que; primeiro, os alunos vão comprar o livro e eu me sinto na obrigação de cumprir o livro, sabe? Eu fico preocupada de não terminar o livro e eu, por exemplo, por não... Eu trabalho há pouco tempo né, não tenho aquela experiência boa no sentido de..., tem professor que pega o livro e faz o 1º capítulo, o segundo não acha interessante, pula. Eu não, eu quero ver tudo. Então, eu vou todos os exercícios e nossa (risos)... é difícil, e eu não consegui terminar o livro, os outros já terminaram, tinha a Valéria e o professor Romano aqui e eles terminaram o livro. Eu não sei, eu acho que se eu adoto um livro, eu quero seguir do começo ao fim, eu acho que ele tem uma... tem um porquê da sequência que o autor colocou, a sequência dos tópicos daquela maneira. Sabe, eu acho que tem um porquê!

Pesq: *Portanto, o teu planejamento de geometria, no caso de você ter adotado livro, seria a sequência dos tópicos apresentados?*

Prof^a: É, e junto com a proposta da CENP no sentido dos porquês dos tópicos, objetivos a serem atingidos.

Pesq: *Você utiliza a proposta da CENP como se fosse um material de pesquisa?*

Prof^a: É.

6) Como você descreveria os tipos de perguntas que você têm formulado para desenvolver a aprendizagem de geometria? Como você lida com as respostas dos alunos?

Prof^a: Atualmente é a apresentação de problemas. Agora na hora de apresentar a teoria né, na hora de introduzir um assunto, a gente dá uma sondada na turma para saber de onde partir. Quanto às respostas depende..., por exemplo, têm alunos que dá uma resposta praticamente já perguntando alguma coisa e então dá um segmento a tua conversa. Agora tem aluno que não..., e aí a gente tem que ficar citando, por exemplo, falar de lata de óleo para trabalhar com cone, para mostrar uma forma cilíndrica, um objeto com forma cilíndrica, e aí a gente têm que ensinar uma coisa assim para que ele lance...

7) Como você atende as diferenças individuais entre os alunos? E a falta de pré-requisitos?

Prof^a: Essa parte a gente lida muito na hora de resolução de exercícios que, aí você vai de carteira em carteira e é preciso tempo para isso. Graças a Deus que com matemática a gente tem um número bom de aulas e dá para fazer isso, no máximo você dá duas aulas de teoria, no máximo – eu digo assim – porque às vezes você fala, introduz a teoria, discute um pouco a respeito de conceitos, a visão que eles têm a respeito disso, o que falta e aí, na outra aula você dá um exemplo, discute mais um pouco, um exemplo, dois ou até três bem diferentes e aí, pra depois começar uma aula de exercícios e aí, é que você vai resolver...

Pesq: *Esses exemplos seriam exercícios modelos?*

Prof^a: É, mas o que não impede de aparecer exercícios diferentes, que fuja daquilo, e sempre aparece. Por isso que eu gosto de trabalhar todos os exercícios de um livro, todos, porque é um crescendo e eu gosto deste crescendo, porque vai instigando o aluno a passar nos outros, e aí se você pula, já cortou uma idéia, uma coisinha que faltou para ele resolver, que pode faltar para ele resolver outro exercício – por isso é que eu gosto de resolver todos.

Pesq: *E a falta de pré-requisito?*

Profª: Olha, isso aparece mais em prova, mais em prova, porque é onde o aluno trabalha mesmo, mostra realmente o que sabe. Infelizmente, eu tenho aluno muito recatado, que não faz nada em sala de aula... O que acontece é assim, graças a Deus, eu digo isso por que esta turminha do ano passado (8ª série de 1.995), o pessoal perguntava bem. Na hora da resolução dos exercícios, se eu estava em minha mesa, eles vinham e rodeavam a mesa e aí, o pessoal que não pergunta, que fica quietinho, aqueles que não fazem, deixavam para fazer na prova e aí você acaba não tendo contato de como eles estão indo, só vai ter na prova. Com isso, o que eu comecei a fazer era dar o diagnóstico na prova.

Pesq: *Como que funcionava isso?*

Profª: Aquele exercício que os alunos não estava legal, muitas vezes acrescentava na outra prova. Eu escrevia na prova, comentava isso, isso, isso..., ou seja, os pontos que precisava estudar mais. Eu comecei a fazer isso e não consegui seguir isto até o final do ano, porque era muita prova, muita aula, eu perdia muito tempo corrigindo prova e aí, chegava a hora do conselho, a hora de entregar as notas, eu atrasava porque ainda tinha prova para corrigir e eu ainda queria... Eu ainda não consigo corrigir prova só vendo o resultado, eu me sinto assim... eu já tentei. Ah, com este trabalho não vai dar para corrigir tudo, eu vou ver só o resultado. Ah, mais eu... Ai, Paulo, sinceramente, até eu não queira ser assim, porque eu pego... O Clécinho (marido da professora) vai dormir e tô eu lá, três e meia da madrugada corrigindo prova. Então... eu não consigo, eu fico... com um peso na consciência. Não sei se é bom, ou se é ruim – eu acho bom, no sentido de... que olha, eu..., você vê mesmo quem faz, quem não faz, quem copiou, quem colou. Olha, é incrível, incrível, gente, aí eu coloco um bilhete «Cópia de num sei quem, prova de num sei quem, cópia de fulano». Às vezes eu nem tiro ponto, pois na hora eu não peguei, mas que eu coloco, eu coloco, para eles se tocarem que eu vi, que eu percebi. E como isso é horrível, e como isso é horrível...

8) O que significa, para você, aprender geometria?

Profª: Eu acho que é... amadurecer uma visão de mundo (risos), assim como o ensino da matemática de um modo geral, o trabalho com a abstração, o trabalho com o concreto, eu acho que tudo isso amadurece uma visão de mundo... Quando falo de abstração para eles é no sentido, no sentido... Álgebra trabalha bem com isso, com a abstração e eu acho que isso que amadurece o aluno, eu até acho no sentido de você comprar um vídeo, chegar em casa e poder ler o manual, estar entendendo tudo e conseguir fazer ele funcionar a partir do momento que você está lendo o manual.

Pesq: *E você vê abstração na geometria?*

Profª: Tem sim, tem sim... é claro que numa geometria mais elaborada. Eu acredito que esta geometria do ensino é básica, até se tem abstração, por exemplo, quando se trabalha, um pouco com essa coisa de porcentagem em geometria, eu acho que tem uma abstração, entende? Agora, não é aquela geometria de conceitos, de geometria básica de 5ª série, mas tem sim.

Pesq: *E o concreto?*

Profª: O concreto com a geometria? O concreto é basicamente aquela parte básica de 5ª série, parte de ângulo, parte de montagem de figuras planas, acho que isso já trabalha mais no concreto.

9) Qual é a sua visão sobre a necessidade de ensinar geometria em nossas escolas?

Profª: Olha, hum... Eu acho que... primeiro, que os alunos não se dão bem na parte de geometria, justamente porque eles não tem geometria. Agora, eu acho que é uma parte assim, que eles deveriam gostar muito, entendeu, se tivesse. Iam gostar mais de matemática se vissem mais geometria – é isso que eu quero dizer. É uma parte gostosa de trabalhar, dá para trabalhar com recorte, embora nunca trabalhei geometria desta forma, eu vejo que dá para trabalhar, trabalhar com recortes, com formação de figuras mesmo, espaciais mesmo.

Pesq: *Você não trabalhou porque?*

Profª: Na verdade, então, eu trabalhei um pouquinho com geometria o ano passado (1995). Como eu disse antes para você, os livros na sua maioria, eles trazem a geometria no final e eu entrei assim, comecei a dar aula, comecei, eu nunca tinha dado aula, não tinha... a época que eu me formei infelizmente não deu para fazer um estágio assim, em sala de aula para ver como é que estava o ensino de matemática, para ver como é que eu ia fazer. Então eu me vi assim, caí na sala de aula e vamos lá, vamos trabalhar e então, eu peguei os livros e... vamos lá, comecei assim mesmo. Na época eu pirava porque eu tentava trabalhar com a apostila do objetivo – o Clécinho dava aula no Objetivo e eu queria utilizar a apostila dele também. Só que eu acho que eles tinham geometria... não, não tinham separado, eles tinham laboratório de geometria e aí muita coisa paupável, não tinha condição de fazer, de ter o material... e não era muito fácil de montar e então eu não trabalhei, trabalhei um pouco, pouco com geometria. Como a geometria ficava nos finais dos livros, a gente não via tudo, quando você vai entrar em geometria, já era. Então não trabalha legal com geometria e este ano (1996) peguei física e então vou dizer assim, que falta tempo para eu fazer um trabalho do jeito que eu queira, um trabalho que eu possa dizer «Nossa, é o ideal!», esse é um tipo de trabalho que eu quero fazer, falta tempo ainda, mas ainda vai rolar, eu acho que tou começando agora...

10) O que você têm pensado sobre o papel do professor de geometria em sala de aula?
Profª: Hum... olha, ensina-se pouca geometria! O porquê, eu não sei! Mas eu acho que isso mostra... aquela avaliação do Estado diz bem isso; os alunos partem de geometria, nossa Senhora, a porcentagem de acertos foi muito baixa. No geral mesmo, no Estado mesmo, então eu acho que isso mostra que o ensino de geometria tá fraco, não só aqui, mas de um modo geral... Inclusive eles tiraram a geometria, hoje têm educação artística e era uma hora de pegar a geometria em matemática que não dá tempo de ver e colocar em educação artística, já que tiraram o desenho geométrico. E aí não..., o professor de educação artística não tem muita base de desenho geométrico, então ele começa a trabalhar o que..., é importante também, nossa é importante, mas é que..., puxa, geometria é tão legal e os alunos precisam disso e precisam também da parte de álgebra, precisam de outras partes também, da matemática também. Só que a geometria é super esquecida, se o professor de educação artística quiser dar, tudo bem, mas a maioria deles pelo que eu vejo – pelo menos aqui na escola – o pessoal não trabalha direitinho, trabalha pintura, trabalha um pouquinho de arte musical, mas geometria não.

11) Você têm refletido em relação a sua maneira de atuar em sala de aula? Em caso afirmativo, como é o processo desta reflexão?
Profª: Muito! muito! muito!... Às vezes eu chego em casa e «Ah meu Deus, eu não nasci pra coisa» (risos) porque... olha, não é fácil estar na sala de aula, lá na frente lidando assim, com cabeças assim... Tem salas que é engraçada que ainda tem uma... tem salas que são homogêneas, sabe, você tem uma palavra para definir aquela turma, sabe. Mas tem turmas que não, tem turmas que é uma defasagem de... Por exemplo, a noite acontece muito disso, tem um pessoal, aqueles aluninhos bagunceiros, que não

agüentaram o curso de manhã, que acha que é mais difícil e vem para a noite, trabalha o dia inteiro e aí, o "neguinho" chega aqui a noite a fim de bagunçar, zonear, o sangue fervendo, aquelas coisas de juventude mesmo e tem outros que não, que trabalha o dia inteiro, que tem uma família, que deixa o filho em casa e que vêm para a escola com aquela preocupação de «tô precisando aprender, tô precisando»... Às vezes, nem tem muitas preocupações também, mas aquela de... «eu preciso ter um diploma de 2° grau, ter meu historicozinho completo de 1° grau, preciso disso» para melhorar meu emprego. Então, mas pelo menos vem para a escola assim, é outra preocupação, é diferente. E aí coloca esta turma toda numa sala de aula, num espaço limitado desse, turmas com propósitos diferentes, nossa não é fácil de trabalhar. Então, muito desta reflexão vem da dificuldade talvez da disciplina e da clientela super heterogênea. Eu acho que comigo, o que acontece é muito isso, eu vou para casa com muita decepção e falo «ai, não dá, não dá...». Agora (...) quando você tem uma turma que trabalha, que dá um retorno, eu adoro trabalhar com supletivo por isso, é um pessoal na maioria, pelo menos em Paulínia, onde trabalhei um ano. Eu tive uma sala assim, a maioria eram adultos mesmo, senhores, tinha família na sala de aula, casais na sala de aula e é diferente, olha, é tão jóia, tão jóia. Quando saí de lá, eles ligavam para cá, para eu ir lá dar aula para eles de sábado porque eles não tavam conseguindo aprender e aí fui lá, e dei aulas aos sábados para eles – turmas muito legais, legais mesmo.

Pesq: *Como você vê a questão da indisciplina?*

Profª: Olha, eu acho que o ensino poderia ser – já me disseram que o ensino da UNICAMP é assim – não sei se é o ensino supletivo que é em módulos, eu acho que deveria ser assim, os alunos poderiam vir a escola para tirar dúvida, quem não estivesse a fim, não viria. É difícil você tendo que trabalhar um conceito difícil e tendo que trabalhar disciplina ao mesmo tempo, aula particular flui muito bem. «Porque flui bem?», é você ali, você e o aluno, ele mostrando... é aquela coisa assim, o retorno é imediato, você está vendo o que ele está aprendendo, ele vai perguntando, você está vendo ele fazendo exercício, está vendo o que ele está errando, então é muito mais, muito mais... tranquilo do que trabalhar com uma sala de aula. Ah, outro dia eu dando aula e um aluno ah... ah..., ele cuspia num papelzinho e grudava nos outros, estava no 1° colegial – quinze anos tem a peça rara e está nessa.

Pesq: *E do período noturno?*

Profª: Não, de manhã. Sabe, não é fácil, então é complicado e ao mesmo tempo não sei, eu não sou assim rigorosa, sabe, é horrível, hoje normalmente eu tenho duas aulas por turma e, se for ficar... ponho aluno para fora... Essa energia que se perde, você tem que interromper a aula, colocar fulano pra fora que às vezes responde e não quer ir, é um saco, quebra o clima de aula, o "neguinho" que não tem nada a ver, fica ouvindo merda por causa de fulano, quer dizer, isso é horrível, é horrível, quebra todo um esquema... Você que estava num pique, que entrou com pique na sala de aula, às vezes você tinha uma coisa interessante para falar, algum exercício legal para mostrar. Eu o ano passado trazia exercícios desafios para eles, tinha desafios legais, eles gostavam, sabe, eu colocava o exercício na lousa e eles ficavam resolvendo e aí, nossa, o pessoal vinha perguntar (alguns) e os que não estavam a fim, começam a zonear demais até que chegava uma hora que eu falava: «oh gente, não vou mais, não vou», sabe, isso é horrível, corta o barato. Então... e é duro sabe, você, (...), infelizmente a gente até tem esse tipo de problema aqui, você coloca o aluno para fora e então fica por isso mesmo, e o que deveria ser uma punição acaba sendo um prêmio para ele ir para fora. Eu até não me preocupo muito com isto, porque eu falo «o importante é minha sala de aula, o importante é minha turma que ficou, alguém que foi, tchau!», mas aí a pessoa vêm no dia seguinte na sala de aula, zoneando, pentelhando. O que se perde com isso sabe, isso é que é ruim, a energia que se perde para pôr um aluno pra fora, pra mim, é terrível. As vezes você sai com um humor legal de casa, que nada te abate, mas às vezes não, muitas vezes não... Eu lembro que eu tinha um professor na faculdade – interessante isso, eu acho até interessante – ele... acho que duzentos anos que ele lecionava aquela disciplina e o clima dele era sempre esse: ele entrava na sala de aula, apagava a lousa, assim, assim... (gestos com a mão) e depois ia apagando linha por linha, dividia a lousa em quatro, colocava três pontinhos, recordando (risos), lá no cantinho esquerdo (risos) e aí colocava as fórmulas anteriores, alguma coisa assim, resumindo a aula anterior e aí enchia a lousa de coisa, descascava a bala lá, chupava a bala enquanto a gente copiava, coitado... (pensativa em suas recordações). Aí, às vezes até você sentia que perguntas que você fazia pra ele, ele respondia uma coisa que não tinha nada a ver, mas não respondia a tua pergunta, porque acho que ele... sei lá (risos) o que acontecia e (...), mas uma coisa boa que eu captava da aula dele é que ele não trazia o emocional para a sala de aula, ele não era uma pessoa que você sentia que um dia estava bem, um dia não estava bem, a aula dele era aquilo o ano inteiro, sabe, então a pessoa não trazia o emocional, agora, eu acho que isso pra efeito de aula foi bom. Agora eu não sou assim, por exemplo, eu sou super emotiva e se um dia você está bem, você chega na sala de aula e tudo bem, tudo feliz, tudo jóia, às vezes até um pentelho, você consegue responder pra ele de tal maneira que você deixa o cara na pior e aquilo nem te abalou e a aula continua num ritmo legal mas, às vezes não, às vezes não, às vezes você não está legal, entra na sala de aula e depara com a criatura xarope e aquilo já te deixa pra baixo e aquilo te atrapalha as aulas todas do dia, sabe, isso é... (pensativa). Agora, é claro que eu não queira ser como esse professor; que entra, que todo dia a aula é a mesma coisa e que não traz o emocional para a sala de aula, eu não sei, eu gosto, acho que o jeito que eu sou, tá bom! Acho legal, porque humm... O carinho que rola entre a gente assim, entre os alunos, sabe, é bem engraçado. Esses dias eu estava dando aula lá em cima na sala, e eu estava na lousa e aí um aluno «professorinha, num sei quê, né» e eu «oh, querido» Como Professorinha, fala de novo! (gargalhadas) Ah, criatura. Então é legal porque eles não estão acostumados com carinhos, com essas coisas de chamar de querido, de abraçar, de conversar com aluno e ver como ele está, colocar a mão assim (gestos) no ombro dele. Tem aluno que estranha, que não tem esse contato e dá dó sabe, esses dias eu estava conversando, também com um aluno do 1° ano (colegial)..., ele disse que vem à escola «ah, professora, olha» – duas vezes já aconteceu isso – e aí, tô passando na sala de aula e aí Sérgio «como é que tá o exercício aí?» «ah professora, ó, tá tudo aqui no caderno, cupio tudo, mas não me pergunta nada, porque eu não sei nada». Olha, ele deve ter os seus... (pensando) talvez beirando os seus trinta, sabe, aí (...), eu estranhei, entendeu «como você não faz nada?» aí eu logo olhei e falei pra ele «não! Ih..., vou te avisar que eu não olho caderno, não dou nota pro caderno, para mim, o importante é o que tá aqui», falei pra ele. Aí passou..., esta situação passou, veio outro aluno e perguntou outra coisa e a situação passou, ficou por aí. Outro dia também fui entregar nota, fui entregar as provas, A,C... «nossa! tirei C» saiu pulando pela sala de aula – eu fiquei olhando, achei aquilo assim..., não soou legal para mim sabe, como uma certa ironia assim, né. Aí outro dia, que eu fui conversar com ele falei «Sérgio, você copia a matéria e tal, você vem na escola pra quê?» – conversando com ele na boa aí ele «ah professora, eu moro sozinho, moro lá no Guanabara sabe, eu venho na escola mesmo porque eu trabalho o dia inteiro e é onde eu... tenho contato com gente, que eu posso conversar, posso descontrair, por isso é que eu venho pra escola». Aí eu falei pra ele «ah, então tá bom, você pelo menos tem um propósito de estar aqui, legal», agora vê se com isso você consegue conciliar... com essa vontade, com esse fato de você estar aqui, deste papel social seu, é interessante que tenha também o propósito no sentido de «o que eu vou levar da escola, dos professores, das matérias, o que eu vou tirar disso, o que vai ser bom pra mim?» Conversei com ele na boa, e eu sinto que ele melhorou sabe, dei trabalho em grupo, e senti que no grupo dele era ele que vinha perguntar as coisas sabe, e é um aluno que atira "pedra" em professores porque «ah, não, não tou a fim, não quero», mas achei que foi... (sorriso). Às vezes é importante você chegar perto do aluno e saber um pouquinho da história dele sabe, isto muda tanto pra ele. Às vezes você não pode ajudar, você não fala nada, mas só pelo fato de chegar e querer saber um pouco, isso muda tanto, muda tanto na relação com o aluno. Às vezes, um aluno-problema ele fica legal com você por isso, porque só falta um toquezinho, então eu acho... nem lembro mais da pergunta (risos).

12) A reflexão sobre o seu ensino de geometria tem provocado mudanças no seu modo de ensinar geometria? Em caso afirmativo, de que forma estas mudanças tem influenciado a sua prática pedagógica?

Profª: (pensativa) Olha, eu acho que esta pergunta está em cima da motivação do aluno, por exemplo, quando você está na mão com alguma coisa que de certa forma está chato para o aluno, maçante, e aí aqueles "tristes" começam a ficar inquietos com aquilo, e aí é hora talvez da motivação. Agora, essa parte é complicada sim, porque... já aconteceu – não sei se eu vou responder – mas já que eu falei no sentido fértil da motivação, vou entrar por aí e depois a gente vê se responde. (pensativa) Eu acho assim; essa coisa de motivação anda difícil hoje, porque às vezes a gente fala «ah, a professora não motiva o aluno e por isso fulano é daquele jeito», isso é complicado porque o processo de aula é uma coisa que não parte só do professor, mas parte do a..., tem que ter um retorno do aluno, senão a conversa não flui, não é mesmo? Como você vai sentar para conversar, tendo um diálogo com uma pessoa e ela só fala «sim/não, sim/não», chega uma hora que a conversa não vai, não tem mais, acabou. Então... hum... eu acho que aula se dá assim também, o aluno tem que perguntar, tem que... e aí você vai vendo conforme o interesse dos alunos é que você vai saber o que vai trabalhar e... já aconteceu de eu preparar uma aula, achar que aquilo vai ser legal e chegar na hora de apresentar e eles num... (expressão de desmotivação) Aquele tesão que você teve, nossa! eles vão curtir e tal, na verdade eles não tão nem aí e é um balde de água fria na cabeça. É aí que muitas vezes você acaba não trazendo mais coisas que você acha interessante para a sala de aula. É claro que – ainda bem – não guardo rancor, não sei se é esta a palavra certa, não que isso «ah, então eu não preparo mais aula, eu não preparo mais», acabou... Vire e mexe, quando você vê alguma coisa que vai ser interessante, que vai ser legal, você acaba trazendo porque uma hora... para uma turma pode não ser estimulante, para outra é, isso varia muito, varia muito...

Pesq: *Existe uma maneira própria de trabalhar com cada turma?*

Profª: (pensativa) Basicamente não. O que vem aí depende mais das perguntas, do interesse deles mesmos e aí, às vezes, dá uns insiste assim, sabe. É... eu chamo de insite porque, às vezes você prepara uma aula assim, super simples, chega na sala de aula com aquela aulinha e aí começam a aparecer perguntas e perguntas (risos) ...

13) Como você verifica a aprendizagem de seus alunos em geometria? E com relacão a avaliação, qual o seu posicionamento?

Profª: Então, é a aprendizagem envolvida como um todo que você está perguntando para mim? Então, isso é coisa de exercício mesmo, de ir em carteira por carteira em aula de exercício, e conforme eles vão tirando as dúvidas, eu verifico o que eles captaram, como tá indo, e eu tenho o hábito de sempre antes de dar a prova, de um aluno fazer uma prova, eu gosto de muito de vê-los discutindo em grupo, sabe, então eu gosto de dar exercícios em grupo. Preparo tipo dez exercícios, tiro xerox das listas, chego na sala de aula «gente – marco antes – ó, dia tal voceis vão fazer trabalho em grupo, ninguém falte» e aí eles vem, podem discutir em grupo, eles já estão sabendo o trabalho que vai acontecer, aí eu distribuo, eles tem consulta e ficam discutindo dentro do grupo os exercícios. Então é super legal, porque quando tem tempo para fazer isso né, ah... (...) se eles não terminam naquela aula, não tem problema, a gente continua depois – eu quero que termine. Eu acho que eu já tive tanto problema em não ter tempo de fazer prova e precisar de mais tempo e ter que entregar, que eu acho isso um absurdo. Eu não admito que um aluno não tenha tempo de fazer uma prova como eu, se ele sabe, ele vai ter tempo para terminar, nem que eu tiver que levá-lo para outra sala. Então, voltando ao caso do trabalho, eu divido em grupo e eu até começo andar de grupo em grupo para ver como é que eles estão discutindo o trabalho, como eles se organizaram no trabalho, tem grupo que «ah... um exercício pra você, um prá você, um prá você, um prá você, um prá você», outros tem dez, tem cinco no grupo, dois para cada um e um não tem contato com o exercício do outro, isso é ruim porque acaba sendo um exercício individual, cada um fez dois, grampeou e entregou. Quando a gente tem tempo de fazer isto, eu peço para que eles discutam os exercícios um a um comigo e aí você começa a saber como é que eles estão pensando sabe, começa a ver a matéria no caderno «ah, mas lembra, pô, nessa aula foi aquela aula que rolou tal coisa, oh, até

notei» que não tá na teoria, que não foi passado em lousa e isso é legal, porque você começa a ver como é que eles prestam atenção na aula, o que eles captaram e eu procuro sempre dar um trabalho mais difícil que a prova, entende? Então no trabalho, eu dou exercício que eu não dei em sala de aula, que eu peguei de outras bibliografias que não tem a ver com a nossa, para ver o enfoque que outros autores dão pra este assunto, aí eu passo uns exercícios mais cabreiros, quando não tem, eu elaboro alguns exercícios. Depois, depois disso, eles entregam o trabalho e aí o ideal em matemática – ainda bem que dá tempo de fazer isso – é..., eu corrijo o trabalho em sala de aula para eles ficarem sabendo o que erraram, o que acertaram, pensaram e tal, corrijo exercício por exercício, todos, e depois eu passo a aula para outro assunto. Aí na prova, eu posso pegar alguns exercícios do trabalho, não igualzinho, pegar exercício igualzinho nunca, mas posso pegar exercícios parecidos. Tem vezes que eu chego a pegar um exercício e mudo os números, a figura, na prova dei retângulo e aqui dou um círculo e às vezes eu dou sugestão para resolver, quando o exercício é diferente dos exercícios da lista.O ano passado (1995) dava tempo de dar exercício extra na prova, para o aluno que tinha tempo, terminava a prova e ainda sobra tempo para ele pensar em cima...
Pesq: *Como é esse exercício extra em relação ao todo da prova?*
Profª: Então, não tem nada a ver com o contexto da prova, é exercício desafio, não tem nada a ver.

14) Você têm observado a prática pedagógica de outros profissionais? Em caso afirmativo, a observação é feita com o propósito de melhorar o seu ensino?
Profª: Então, a única pessoa – você já sabe até quem é (gargalhadas) – que eu tenho contato com o trabalho é o Clécio, meu marido, porque eu vejo as provas que ele elabora, ele trabalha com matemática, só com matemática e vire e mexe eu vejo as provas que ele elabora, se tá..., se tá assim..., para ver como é o nível da moçadinha, o que eles tão aprendendo, e inclusive porque na época que eu fazia faculdade ele dava aulas aqui, inclusive nesta escola, eu vinha aqui e assistia aulas dele, então eu fazia estágio aqui. Não era muitas aulas pra dizer assim, como estágio, mas eu vinha assistir aula e isso é ... nossa, com o propósito de melhorar minha aula. Porque, eu tenho um defeito ou qualidade, não sei, de nunca estar feliz comigo mesma no sentido de tar satisfeita com a aula que tou dando, nunca, nunca. E eu falo assim, porque talvez isso seja qualidade no sentido de tar procurando o melhor, melhorar sempre e talvez seja defeito, no sentido de que essas coisas me tornam muito pessimista, muito exigente. Eu

chego a não enxergar como estou, tipo assim, se um aluno falar «oh professora, legal nossa, aprendi», dependendo eu posso ver aquilo como uma ironia e às vezes o aluno tá sendo sincero.

15) Quais são as principais barreiras, dificuldades que você enfrenta para ensinar geometria?
Prof^a: Olha, para ser bem sincera é o tempo, o tempo de aula, de preparação de aula sabe, são muitas aulas, são muitas turmas diferentes, então a dificuldade que a gente tem é de preparar coisas diferentes para trazer para sala de aula. O ideal seria – eu vejo assim – que à toda teoria viesse uma prática para instigar o aluno a pensar sobre aquilo, coloca-se o problema hoje, o aluno vai pensar em cima dele e tentar ilustrá-lo para o pessoal, para eles sentirem necessidade da teoria. Então eu sinto isso, a minha dificuldade maior é essa! A Organização Mundial da Saúde diz que é saudável até 20 aulas por semanas, que professor que dá 20 aulas na semana e consegue sobreviver? Ninguém! E no Estado, nossa, muito menos ainda porque R$2,50 não é preço de aula, pelo amor de Deus. Os alunos da gente que trabalha de empacotador no supermercado ganham R$2,50 fácil, fácil e a gente no entanto, leva 50 minutos para ganhar isso e então você tem que pegar muitas aulas, o tempo de preparo de aulas fica desse tamainho, e aí infelizmente eu sei que esta resposta já se torna até rotineira, no sentido de que todo mundo fala disso, mas é a realidade. Eu acho que é essa dificuldade de que eu sinto de preparar também aula para dar, embora, nossa vou dizer, eu preparo aula todo dia. Eu... meu marido acorda quinze para cinco da manhã, eu acordo junto com ele, ele vai trabalhar, eu fico preparando aula até a hora deu vir dar aula, aí quando é seis e meia e tal, troco e venho para escola e fora o fim de semana... fora... Então, realmente eu preparo aula porque eu preciso disso, é uma segurança que eu tenho pra dá aula.

16) Qual a função do livro didático em suas aulas?
Prof^a: A minha preocupação com o livro didático é de terminar, de ver o livro todo. Agora, eu acho que ele auxilia muito, muito, muito, muito, sempre me auxiliou enquanto aluna, enquanto estudante, o livro didático já me auxiliava. Às vezes o professor adotava um livro e eu tinha em casa outro e este era mais fácil de entender do que aquele um. Então, eu pegava o livro, sentava, abria e lia, começava lendo a teoria desde o início, e a cada linha, cada palavra, cada letra que eu não entendia eu anotava

com asterisco para depois eu perguntar. Então, eu sempre fui assim, eu acho que..., eu até falo para meus alunos, não estão entendendo, pega um livro qualquer que você tem em casa, senta, abre o livro, e começa a ler desde o início e o que não entender marca, mas de verdade mesmo, não é, de repente você leu a página inteira «ai, o que fala mesmo?» Não. É sentar, ler linha por linha, não está entendendo os parágrafos, fale para você mesmo o que você leu, para ver o que você interpretou, porque se você não conseguir interpretar é porque você não leu e aí volta a ler de novo e tenta entender, se não entender, não conseguir interpretar, marca um asterisco «professora, não entendi este símbolo aqui». Matemática tem muito símbolo, então eles vão ler e vão tentar entender, ler um livrinho de matemática. É claro que têm muito símbolo, mas nos livros de ginásio até que não tem muito não, quando tem, ele explica lê-se de tal maneira, entre parênteses. Agora... eu acho o livro didático, muito importante, sabe. Eu acho que se o professor não adotar um livro didático, que ele trabalhe com textos para que o aluno leia, para que o aluno tenha teoria no caderno, para que ele tenha condições de ir em busca da matéria desde o começo, pra que não fique «ah, só tem exercício no meu caderno, não tem teoria nenhuma, não sei».

17) Qual sua opinião sobre o uso de materiais pedagógicos (concreto ou manipulativo) no processo ensino-aprendizagem?

Profª: Acho jóia, auxilia tanto quanto o livro didático, tanto quanto um texto para se ler e ainda dá esta parte de visualização, e do «porque professora, eu estou aprendendo isso?». Você, trazendo alguma coisa para sala de aula, nossa, como isso faz com que os alunos «nossa, porque que estou aprendendo isso?», mesmo que aquilo não tenha a ver com o dia-a-dia dele porque hoje, olha, acho que a escola infelizmente, sabe, a vida é uma coisa e a escola está totalmente fora do que o aluno vive. Tá mesmo, e sempre foi assim, sempre foi assim. Eu acho que inclusive se fosse para ah... eu acredito que hoje os cursos, a escola poderia ser basicamente cursos profissionalizantes, eu acho, marcenária, profissionalizante, sabe. Porque para que tivesse alguma ligação com que o aluno trabalha, com que ele mexe no dia-a-dia, porque não tem e então essa parte de trazer alguma coisa para sala de aula, um objeto para introduzir um assunto, nossa, isso é legal! Não tem a ver com o dia-a-dia dele, mas pelo menos ele está ali, «nossa! que legal, então é isso», porque que é assim. Nem que você conte uma historinha «gente, vou contar por que alvéolo tem aquela forma hexagonal, porque é daquele jeito, porque não é redondo, porque não é circular, por que não é quadradinho», essas historinhas, isso já é uma coisa legal, e traz um alvéolo para ele vê como é tudo igualzinho, tudo bonitinho, «vamos ver se a gente consegue medir ângulo», porque isso é muito legal e mostra que a matemática está aí mesmo, está no mundo, está na natureza, se eles verem isso, é tão bom. Falar de números aúreo – eu nunca consegui falar – mas qualquer dia, quem sabe eu consiga falar de número aúreo, no sentido das coisas terem uma certa simetria na natureza e porque o nariz fica aqui, porque que não fica mais pra cima, porque que não fica mais pra baixo, porque o umbigo fica aqui. Então, são pontos aúreos no nosso corpo, e que é uma coisa legal de falar também. Nossa! eu tou faminta (risos)... Aiaiai...

5. ANÁLISE DO MATERIAL EMPÍRICO

5.1 Considerações preliminares

A proposta de interpretarmos o contexto das reprsentaçãoes sociais elaboradas pela professora, partilhadas com sua comunidade escolar, exige-nos uma atenção especial no tocante à forma como o fala é articulada na interação social com os alunos. A reunião das ações, palavras e gestos proferidos entre os protagonistas contribui significativamente para com a interpretação, em maior densidade, das representações da professora quanto à matemática, especificamente, quanto à geometria e à forma de ensiná-la.

De acordo com as considerações já estabelecidas, ressaltamos, novamente, os diferentes momentos registrados que constituem a dinâmica em sala de aula: exposição dos conteúdos feitos pela professora, discussão de questões resolvidas em lousa com a participação dos alunos, assim como os momentos de interação direta entre professora-aluno. Desta prática educativa escolar, destacamos que o registro da resolução dos exercícios, momento este que situa-se a disposição da professora em esclarecer individualmente as dúvidas dos alunos, foi determinante para a escolha dos episódios que contêm as relações dialógicas a serem analisadas.

A opção em analisar a trama envolvendo os protagonistas, professora-aluno, numa relação direta e isolada no cenário da sala de aula, frente ao objeto de conhecimento matemático, justifica-se pela possibilidade de interpretarmos minuciosamente como os gestos, postura, expressões faciais, entre outros, incorporados à fala/palavra da professora são partilhados com o aluno na busca da produção de significados matemáticos e no desenvolvimento dos conceitos sistematizados. Tais registros videográficos, destacados para a análise, constituem episódios, ou seja, fragmentos relativos ao processo interativo ensino- aprendizagem.

A videografia contém as representações sociais construídas pela professora naquele momento sócio-histórico, enquanto que a entrevista pode conter elaborações de representações sociais que ainda estão apenas no plano do discurso, ou seja, dissociadas do exercício da prática pedagógica. Deste modo, a análise dos episódios a seguir será vinculada aos conteúdos da entrevista para que posssamos interpretar as representações sociais existentes e apontar perspectivas para a elaboração de novas representações que, neste momento histórico, são apenas contempladas no discurso.

5.2 Episódio A

Este episódio refere-se ao seguinte exercício[110]: "Um tanque de petróleo é um cilindro de 10m de altura e 10m de raio de base (medidas internas). Usando $\pi \cong 3{,}141593$, quantos litros de petróleo comporta esse tanque? (Lembre-se: $1m^3 = 1000L$)".

A professora baseia-se no enunciado para destacar, por meio do diálogo, os elementos do referido sólido geométrico, conforme aparece no vídeo, transcrito anteriormente:

"Profª: Você tem um cilindro de 10m de altura e 10m de raio de base.

Valéria: Raio da base é 10?

Profª: É. É tudo 10. Então usando $\pi = 3{,}141593$ (olhando no livro, pronuncia o valor de π descrito) no enunciado, quantos litros de petróleo comporta este tanque? (utilizando o dedo indicador, ela prossegue) Metro com metro quadrado dá metro cúbico, então você vai obter volume em metros cúbicos.

Valéria: Então, não vou ter que transformar unidade?

Profª: Não são todas compatíveis. Então o único jeito de obter o volume é $3{,}141593 \times 10^2 \times 10$ (registrando).

Valéria: É mil.

Profª: Vezes 3,141593, certo? Tá bom? Vou ter que usar π vezes 1.000. Uma, duas, três, (apontando a caneta esferográfica no caderno num gesto de caminhar com a vírgula três casas decimais) $3{,}141593m^3$ (registrando).

Valéria: (a aluna parece não compreender a multiplicação de um número inteiro por um número decimal). Não é vezes 10?

[110] O "problema do tanque" está anunciado na transcrição do material empírico, cap. IV, p. 61-62.

Profª: Não é. O raio é 10, certo? Dez ao quadrado vezes dez é o mesmo que mil. Então você vai multiplicar esse número (apontando no caderno 3,141593) por mil. Você está multiplicando esse número por 1000. a vírgula vai andar três casas. Certo? (inaudível[111])... (Após o registro das operações) a resposta é em metro cúbico?

Valéria: É

Profª: Então $1m^3$ equivale a 1000 litros? Quer dizer, 3141,593 (lendo a quantidade) metros cúbicos dá (...) Para passar em litros, como você faria?

Valéria: Vezes mil (parece estar pensativa e atenciosa na explicação e questionamento da professora).

Profª: Logo, o resultado é (registra 3141593 litros)."

5.2.1 Análise do episódio A

Para uma melhor compreensão da análise, dividimos este episódio em cinco partes, as quais denominamos de cenas. Intercalaremos à cada cena, a ser analisada, um fragmento da entrevista de modo a contemplar o objetivo da nossa pesquisa.

cena 1

"Profª: Você tem um cilindro de 10m de altura e 10m de raio de base.
Valéria: Raio da base é 10?"

fragmento da entrevista

"Pesq: Mas em termos de ensino, tirando o problema do currículo, o que é central para você?
Profª.: Conhecer figuras planas e espaciais...
Pesq.: Qual o valor, para você, do educando aprender geometria, ou seja, qual a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico?
Profª.: Eu acredito no sentido de visualização. O aluno precisa amadurecer a visualização, precisa visualizar, por exemplo, um problema. Às vezes, você quer.... mesmo trabalhando com

[111] Devido a presença de múltiplas vozes, as vezes, há alteração de tom e som, o que prejudicou a transcrição das falas.

porcentagem por exemplo, ele não visualiza o problema, não consegue... Eu acho que a palavra diz tudo – visualização.
Pesq: Tanto de objeto, como uma ajuda para a interpretação de problemas?
Profª: Perfeito".

A maneira como a professora reage frente às dificuldades apresentadas por Valéria parece levá-la a recorrer aos valores métricos atribuídos às dimensões do cilindro, como um argumento facilitador da compreensão das relações métricas envolvidas no cálculo do volume do cilindro.

A concepção de que o ensino de geometria deve ser direcionado por meio da visualização, conforme o relato da professora, parece não estar de acordo com as suas elaborações mentais pois, por um lado, a percepção/configuração do sólido geométrico é representada apenas pelos valores métricos fornecidos pelo enunciado da questão – "você tem um cilindro de 10m de altura e 10m de raio de base". Por outro lado, a visualização, no seu modo de ver, também é compreendida como a própria interpretação do problema – "visualizar por exemplo, um problema" – e, neste sentido, ela faz opção por anunciar os dados referentes ao cilindro – "10m de altura e 10m de raio de base".

Logo, é possível inferir que a reação de Valéria – "raio da base é 10?" – trata-se de uma tentativa de apreender as explicações da professora para apropriar-se dos elementos geométricos que compõem o referido solido geométrico.

cena 2

"Profª: É. É tudo 10. Então usando $\pi = 3,141593$ (olhando no livro, pronuncia o valor de π descrito) no enunciado, quantos litros de petróleo comporta este tanque? (utilizando o dedo indicador, ela prossegue) Metro com metro quadrado dá metro cúbico, então você vai obter volume em metros cúbicos.
Valéria: Então, não vou ter que transformar unidade?"

fragmento da entrevista

"Pesq: O que você acha da utilização de situações - problemas para apresentar e discutir conceitos geométricos?

Profª: É o ideal. Embora eu, infelizmente trabalhei dois anos com matemática, trabalhei com supletivo. Tive uma clientela bem variada, e a gente depara com muitas dificuldades de conceitos básicos, falta de conceitos básicos, falta de pré-requisitos quase que total. Então o curso anda devagar, e eu até hoje, não trabalhei legal assim, com a geometria".

A resposta da professora – "é tudo 10" – parece revelar, pelo menos, duas interpretações: uma forma de sistematizar os valores métricos do cilindro e/ou um modo de expressar o aspecto tridimensional do sólido. A sequência – "metro com metro quadrado dá metro cubico" – permite-nos inferir que a manipulação dessas unidades métricas compatíveis faz emergir o conceito de volume sob a óptica de seu caráter tridimensional – "você vai obter volume em metros cúbicos".

Ao questionar a professora a respeito da compatibilidade das unidades – "então não vou ter que transformar a unidade?" – Valéria parece revelar que suas elaborações tendem a incorporar o raciocínio explicitado nesta cena pela professora. Nossa interpretação se justifica pela ênfase dada pela professora ao conceito de volume via procedimentos aritméticos.

Embora a professora considere que a utillização de situações–problemas seja o "ideal" para a discussão e aquisição de conceitos geométricos, ela parece não encontrar, nas interlocuções estabelecidas na sala de aula, um espaço adequado para a aplicação desse recurso metodológico e, talvez assim, poder contribuir com Valéria na produção de próprio conhecimento matemático.

Vale aqui ressaltar que é possível reconhecer, a partir do relato da professora, que o seu tempo de exercício do magistério – "infelizmente, trabalhei dois anos com matemática, trabalhei com supletivo" – associado à falta de pré-requisitos dos seus alunos, ou seja, a bagagem restrita de conteúdos escolarizados por parte dos mesmos, constituem-se fatores prejudiciais ao desenvolvimento qualitativo das suas aulas – "então o curso anda devagar, e eu até hoje, não trabalhei legal assim, com a geometria".

Das declarações destacadas, parece-nos que a professora têm uma representação social de ensino, muito vinculada ao acúmulo de saberes escolares por parte de sua clientela, ou seja, um "bom ensino" dar-se-á com "bons" alunos. Ao contrário dessa perspectiva, consideramos que o processo ensino – aprendizagem como ato socialmente situado, inserido numa cultura, em um momento histórico-político, é articulado e influenciado pelo modo de agir do grupo, professor e alunos, de acordo com as características que determinam o perfil de determinado âmbito escolar.

As manifestações da professora quanto à natureza da geometria apresentam pontos de convergência com as concepções de Eves que atribui um caráter estático à percepção das formas geométricas. Nesse sentido, as relações geométricas são provenientes da capacidade humana em reconhecer a forma e comparar figuras e tamanhos. Deste modo, Valéria está submetida a uma prática pedagógica de geometria que delimita tal ramo do conhecimento à medida que suas propriedades e conceitos comuns como, por exemplo, o volume para sólidos distintos, são de caráter imediatamente visível.

<u>cena 3</u>

"Profª: Não são todas compatíveis. Então o único jeito de obter o volume é $3,141593 \times 10^2 \times 10$ (registrando).

Valéria: É mil.

Profª: Vezes 3,141593, certo? Tá bom? Vou ter que usar π vezes 1.000. Uma, duas, três, (apontando a caneta esferográfica no caderno num gesto de caminhar com a vírgula três casas decimais) $3,141593 m^3$ (registrando)".

<u>fragmento da entrevista</u>

"Pesq: Portanto, o teu planejamento de geometria, no caso de você ter adotado livro, seria a sequência dos tópicos apresentados?

Profª: É, e junto com a proposta da CENP no sentido dos porquês dos tópicos, objetivos a serem atingidos.

Pesq: Você utiliza a proposta da CENP como se fosse um material de pesquisa?

Profª: É".

A confirmação, por parte da professora, da compatibilidade das unidades métricas e a explicação dos procedimentos aritméticos que envolvem o volume do cilindro contribui, mais uma vez, para com a nossa interpretação no que diz respeito à representação dela da noção de volume a partir da articulação dos valores métricos na forma de produto – "então o único jeito de obter o volume é $3,141593 \times 10^2 \times 10$".

A concepção de conhecimento matemático em forma de produto, interpretado como um corpo de conhecimento constituído por um conjunto de teorias bem determinadas, assim como interpretado como uma atividade constituída por um processo de construção entre professor-aluno e alunos-aluno, revela-nos que tanto produto quanto processo são igualmente importantes se equacionados em conjunto.

Tais considerações confrontam-se com a nossa concepção sobre a aprendizagem, uma vez que os diálogos presentes nesta cena parecem não tratá-la como uma construção coletiva, um processo em que a aluna vai à busca da solução do problema emergente na vivência da prática matemática em sala de aula. Nos diálogos destacados deste episódio, observamos que a aluna parece elaborar suas representações observando o modelo apresentado pela professora em suas explicações.

No que se refere ao processo educacional, salientamos que, embora a professora admita utilizar a proposta curricular como material de pesquisa e de apoio para o desenvolvimento de suas aulas – "a proposta da CENP no sentido dos porquês dos tópicos, objetivos a serem atingidos" – parece haver comflitos no exercício da prática pedagógica.

Sabe-se que o ensino de geometria pode ser abordado, pelo menos, sob três pontos de vista: a geometria desenvolvida a partir de postulados e teoremas para que no término do processo atinja o espaço tridimensional, ou o ensino de geometria por meio de classes de transformações ou ainda a partir da manipulação de objetos, do reconhecimento de formas e assimilação das propriedades, para que somente no final do percurso se faça uma sistematização da mesma. A proposta curricular assume a última perspectiva, sendo esta adotada, também pela professora ao afirmar que se utiliza da propota curricular como material de pesquisa. Todavia, quando comparamos as relações dialógicas estabelecidas com Valéria, percebemos que sua postura diverge do ponto de vista da CENP.

Por um lado, no que se refere à concepção de geometria da professora, é possível inferir que suas elaborações estão impregnadas do caráter euclidiano – o seu enfoque baseia-se em relacionar a figura geométrica com seus respectivos elementos. Por outro lado, apesar da professora aproximar-se de Valéria procurando ajudá-la na solução do exercício e na compreensão do conceito de volume, o caminho linear designado por ela parece não propiciar oportunidades para que a educanda faça a transposição, através de recursos próprios, da percepção/configuração do sólido para a sistematização do conceito de volume – na verdade, a aluna encaminha a solução do exercício por meio das significações da professora.

cena 4

"Valéria: (a aluna parece não compreender a multiplicação de um número inteiro por um número decimal). Não é vezes 10?
Profª: Não é. O raio é 10, certo? Dez ao quadrado vezes dez é o mesmo que mil. Então você vai multiplicar esse número (apontando no caderno 3,141593) por mil. Você está multiplicando esse número por 1000. a vírgula vai andar três casas. Certo? (inaudível)..."

fragmento da entrevista

"Pesq: Como você lida com as respostas dos alunos?
Profª: Atualmente é a apresentação de problemas. Agora na hora de apresentar a teoria né, na hora de introduzir um assunto, a gente dá uma sondada na turma para saber de onde partir. Quanto as respostas depende..., por exemplo, tem alunos que dá uma resposta praticamente já perguntando alguma coisa e então dá um segmento a tua conversa. Agora tem aluno que não..., e aí a gente tem que ficar citando, por exemplo, falar de lata de óleo para trabalhar com cone, para mostrar uma forma cilindrica, um objeto com forma cilindrica, e aí a gente tem que ensinar uma coisa assim, para que ele lance..."

Na sequência, Valéria reage, manifestando duvidas que ainda revelam dificuldades na sistematização do conceito e cálculo do volume – "não é vezes 10?" Este questionamento parece indicar um raciocínio centralizado na aritmetização de valores adimensionais, ou seja, o numeral 10 parece dissociado de uma grandeza linear que, no caso, é a medida da altura ou do raio da base do cilindro.

A professora parece perceber esta lacuna, mas não propicia uma interlocução favorável de modo que a aprendiz reveja seus conhecimentos e possa reelaborá-los. Ao contrário, ela retoma a explicação sobre os valores envolvidos no produto, partindo do pressuposto de que a quantidade dez refere-se necessariamente ao raio da base do sólido – "o raio é 10, certo?"

Tal explicação não provoca questionamentos em Valéria. Por isso, a professora continua suas explicações retomando os valores aritméticos que desencadeiam o valor do volume e deste objeto tridimensional. Nessa dinâmica, a intervenção da professora justifica-se pelo fato dela supor que Valéria está subentendendo os elementos geométricos correspondentes aos valores métricos.

As representações construídas pela professora a respeito do ensino de geometria parecem conflituosas com as diretrizes estabelecidas pela proposta curricular do Estado de São Paulo, pois, esta sugere que deixemos em segundo plano as preocupações que só caracterizam muito mais como uma organização do conhecimento já construído do que com o efetivo processo de construção. Ao contrário desta proposta, notamos que o encaminhamento proposto pela professora, na busca da solução do exercício, parece constituir-se de procedimentos lógicos enraizados à expressão que denota o cálculo do volume do cilindro.

<u>cena 5</u>

"Profª: (Após o registro das operações) a resposta é em metro cúbico?

Valéria: É

Profª: Então $1m^3$ equivale a 1000 litros? Quer dizer, 3141,593 (lendo a quantidade) metros cúbicos dá (...) Para passar em litros, como você faria?

Valéria: Vezes mil (parece estar pensativa e atenciosa na explicação e questionamento da professora).
Profª: Logo, o resultado é (registra 3141593 litros)".

<u>fragmento da entrevista</u>

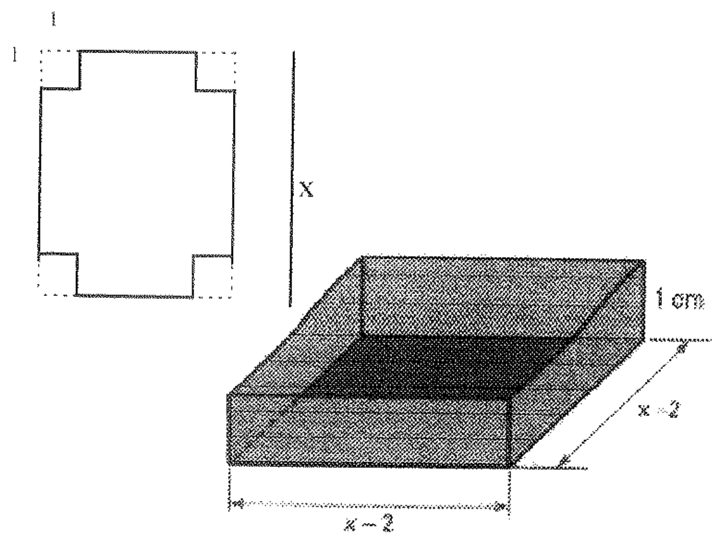
"Profª: (...) no máximo você dá duas aulas de teoria, no máximo – eu digo assim – porque às vezes você fala, introduz a teoria, discute um pouco a respeito de conceitos, a visão que eles têm a respeito disso, o que falta e aí, na outra aula você dá um exemplo, discute mais um pouco, um exemplo, dois ou até três bem diferentes e aí pra depois começar uma aula de exercícios, e aí é que você vai resolver...
Pesq: *Esses exemplos seriam exercícios – modelos?*
Profª: É, mas o que não impede de aparecer exercícios diferentes, que fuja daquilo, e sempre aparece. Por isso que eu gosto de trabalhar todos os exercícios de um livro, todos, porque é um crescendo e eu gosto deste crescendo, porque vai instigando o aluno a passar nos outros, e aí se você pula, já cortou uma idéia, uma coisinha que faltou para ele resolver, que pode faltar para ele resolver outro exercício – por isso é que eu gosto de resolver todos".

Parece natural ressaltar que, em relação à unidade métrica tridimensional e sua conversão para litros, as elaborações feitas por Valéria, no decorrer da apresentação do conceito de volume, por meio de cálculos aritméticos disponíveis no livro didático – " lembre-se que $1m^3 = 1000L$" – parecem ser suficientes para a produção de significados quanto à conversão das unidades.

Há um interesse da professora para que a aluna entenda cada passo da solução do problema; no entanto, a professora parece ter a idéia de que o mais importante é a forma como o educador apresente o conhecimento e explicita-o. As intervenções da professora por meio de pergunta-resposta, sendo que a maioria das respostas é ela própria quem fornece, proporcionam pouco espaço para Valéria se manifestar, o que denota uma representação de ensino sobre a qual o aluno aprende pela via das "explicações" e isso significa repetir o modelo apresentado pela professora.

5.3 Episódio B

O episódio a seguir está relacionado com o seguinte exercício[112]: "A partir de um papelão quadrado, Giuliano construiu uma caixa de $16cm^3$ de volume. Cortou quadrados de $1cm^3$ nos cantos e dobrou os lados, conforme monstram as figuras. Quais eram as medidas do papelão original?"



Profª: Cada canto não é um quadrado de lado 1? O que é que ele quer saber?

Matheus: Ele quer saber a área do quadrado pintado com a do pontilhado também. Certo? Daí ...

Profª: É (...). Ele quer saber a medida, o valor do papelão, a medida do papelão.

Matheus: É ... (parecendo haver concordância com a professora). E, então... quer saber quanto vale a medida do papelão (apontando com a lapiseira todo o contorno da figura).

Profª: Não é a área.

Matheus: Então, é ... Se faz $x + 2$ porque tira 1cm aqui (apontando um dos cantos quadrado do papelão), certo? Aqui (apontando a altura da caixa) é 1cm de altura, daí ...

Profª: É $(x-2).(x-2).1$. É dado que o volume é 16...

[112] O problema da "caixa de papelão" está anunciado no material empírico, cap. IV, p. 64-65.

Matheus: Não é isso (...). É que fiz ao contrário. Tô fazendo a operação ao contrário (parece compreender o equívoco na formulação da equação).

Profª: Mas não é interessante fazer ao contrário, porque você não tem o papelão, você quer saber as medidas do papelão.

Matheus: É, mas, se eu fizer dividido por 1? (questiona com um leve sorriso).

Profª: Um número divido por 1 é ele mesmo, continua no mesmo resultado.

Matheus: Então... mais... Ué... mais... É... porque altura, então altura não multiplico, não é? A altura não multiplico?

Profª: Não!

Matheus: Então (...), então vou passar dividindo.

Profª: Não!

Matheus: Oh, aqui eu não diminuí de 1cm para conseguir dobrar e fazer o quadrado.

Profª: Certo...

Matheus: Então, agora eu estou somando.

Profª: Ele diz..., ele diz o que? Você tira um daqui e um daqui (referindo-se aos cantos do papelão), tudo isso é x - 2. Então ele diz o seguinte "o volume desta caixinha que tem estas dimensões x - 2, x - 2 e 1 é 16." Então você tem que 16 é igual a quem? Ao volume desta caixa, logo (x -2). (x - 2). 1 = 16 (registrando).

Matheus: Ah..., depois como é que vou fazer... Como é que vou fazer...

Profª: Aplica a distributiva e monta uma equação do segundo grau e resolve "x". Entendeu, ou não?

Matheus: Não (parece não identificar a equação do 2° grau a partir do processo de fatoração).

Profª: (Auxiliando o aluno a representar no livro a equação do volume) entendeu o que você escreveu agora?

Matheus: Sim!

Profª: Sim, ela dá o volume desta caixa.

Matheus: Tá, e o que eu faço com isso (referindo-se à equação do volume), vou multiplicar?

Profª: Sim, a única incógnita é o x, que você precisa encontrar.

Matheus: Aiaiai! (reclamando de ter que resolver a equação do 2° grau).

5.3.1 Análise do episódio B

Tal episódio foi dividido em seis cenas. Usaremos o mesmo procedimento adotado anteriormente.

cena 1

"Profª: Cada canto não é um quadrado de lado 1? O que é que ele quer saber?
Matheus: Ele quer saber a área do quadrado pintado com a do pontilhado também. Certo? Daí ...
Profª: É (...). Ele quer saber a medida, o valor do papelão, a medida do papelão".

fragmento da entrevista

"Pesq.: Qual é a sua visão sobre a necessidade de ensinar geometria em nossas escolas?
Profª: Olha, hum... Eu acho que... primeiro, que os alunos não se dão bem na parte de geometria, justamente porque eles não têm geometria. Agora, eu acho que é uma parte assim, que eles deveriam gostar muito, entendeu, se tivesse. Iam gostar mais de matemática, se vissem mais geometria – é isso, que eu quero dizer. É uma parte gostosa de trabalhar, dá para trabalhar com recorte, embora nunca trabalhei geometria desta forma, eu vejo que dá para trabalhar, trabalhar com recortes, com formação de figuras mesmo não, espaciais mesmo".

Semelhante ao episódio A, nesse episódio a professora inicia sua explanação a partir da identificação dos dados fornecidos pela questão. A professora não provoca, num primeiro momento, uma interlocução com Matheus de modo a avaliar sua interpretação, mas parte do pressuposto de que, se o aluno solicitou-a, é porque há falta de entendimento quanto à questão proposta.

No momento em que o aluno diz "ele quer saber a área do quadrado pintado com a do pontilhado" e, na sequência, em que parece querer organizar e encaminhar suas explicações – "daí ..." –, tem sua fala truncada pela voz da professora que se coloca no sentido de expressar sua interpretação da questão – "Ele quer saber a medida..., o valor do papelão, a medida do papelão".

No entanto, apesar da professora argumentar no sentido de, talvez, expressar antecipadamente o possível raciocínio elaborado por Matheus, o papel desempenhado pelo aluno em fornecer elementos para a discussão é importante para desencadear continuamente o processo de compreensão do exercício.

As interlocuções destacadas nesta cena parecem, por um lado, apontar para a construção do pensamento geométrico elaborada por Matheus através de recursos próprios. Por outro lado, as intervenções da professora parecem orientar o aluno para a sua estratégia de raciocínio.

A aparente dissociação dos diálogos quanto à construção de um conhecimento matemático comum fundamenta-se no conflito vivido pela professora frente a sua prática pedagógica, pois, ao relatar que geometria "é uma parte muito gostasa de trabalhar" em razão da possibilidade de utilizar, entre outros, o recurso de recortes e montagens de figuras geométricas, seu próprio discurso aponta que, na prática, não ocorre o uso deste recurso pedagógico – "nunca trabalhei com geometria desta forma".

Ainda a respeito dos diálogos considerados, é importante salientar que, enquanto Matheus associa a medida linear do papelão com a área ocupada pela planificação da caixa – "ele quer saber a área do quadrado pintado com a do pontilhado também" – a professora apresenta a versão correta para a indagação do exercício – "Ele quer saber a medida..., o valor do papelão, a medida do papelão". Portanto, a sobreposição da fala da professora à de Matheus não favorece uma interlocução de modo a desfazer o equívoco de Matheus quanto à interpretação do exercício.

<u>cena 2</u>

"Matheus: É ... (parecendo haver concordância com a professora). E, então... quer saber quanto vale a medida do papelão (apontando com a lapiseira todo o contorno da figura).

Profª: Não é a área.

Matheus: Então, é ... Se faz x + 2 porque tira 1cm aqui (apontando um dos cantos quadrado do papelão), certo? Aqui (apontando a altura da caixa) é 1cm de altura, daí ...
Profª: É (x-2).(x-2).1. É dado que o volume é 16..."

fragmento da entrevista

"Pesq: O que significa, para você, aprender geometria?
Profª: Eu acho que é... amadurecer uma visão de mundo (risos), assim como o ensino da matemática de um modo geral, o trabalho com a abstração, o trabalho com o concreto, eu acho que tudo isso amadurece uma visão de mundo..."

A controvérsia existente na interpretação do contexto do problema parece adquirir novas proporções nestas falas pois, embora Matheus aceite a afirmação da professora em detrimento à sua, parece também haver uma falta de compreensão no significado atribuído pela professora quanto à medida do papelão. Tudo indica que o gesto de Matheus, ao apontar com a lapiseira o contorno da figura, mostra que, para ele, a expressão da medida do papelão está relacionada à noção de perímetro e não a uma dimensão linear da caixa. Por sua vez, a professora, parece não entender o significado atribuído por Matheus, pois ela parece compreender que o modo como foi manipulado a lapiseira, em relação à planificação da caixa, estava relacionado à noção de área – "Não! É a área!".

Desta vez, é Matheus quem dá continuidade ao diálogo com o propósito, talvez, de reelaborar suas considerações – "Então, é...". A descrição escolhida por Matheus, para apontar aspectos de suas representações mentais na construção da caixa de papelão, parece caminhar para a sistematização do conhecimento que, neste caso, corresponde à apresentação de uma equação envolvendo a capacidade volumétrica da caixa em função de suas dimensões – "Se faz (x + 2) por que tinha 1cm aqui (...). Aqui é 1cm de altura (...) Daí..."

A professora parece perceber este estágio de compreensão de Matheus, mas não interage com o aluno questionando-o sobre o raciocínio utilizado na apresentação do binômio (x + 2) como uma das medidas lineares da caixa. Todavia,a professora sobrepõe sua fala à de Matheus anunciando implicitamente o binômio (x - 2) como representante de uma das dimensões do sólido que, já incorporada com outros fatores, designam juntos o volume desejado – "É (x - 2)×(x - 2)×1. É dado que o volume é 16..."

Na verdade, a sobreposição da fala pode ser compreendida em função da professora vivenciar, mais uma vez, o conflito na apreensão da realidade por parte de Matheus, pelo fato desta sempre envolver relações múltiplas entre as ações cognitivas, condicionada em uma relação que, no caso em questão envolve a percepção e representação da imagem mental de um objeto ausente, o prisma retangular.

cena 3

"Matheus: Não é isso (...). É que fiz ao contrário. Tô fazendo a operação ao contrário (parece compreender o equívoco na formulação da equação).

Profª: Mas não é interessante fazer ao contrário, porque você não tem o papelão, você quer saber as medidas do papelão".

fragmento da entrevista

"Pesq: Quais são as principais barreiras, dificuldades que você enfrenta para ensinar geometria?

Profª: Olha, para ser bem sincera é o tempo, o tempo de aula, de preparação de aula, sabe, são muitas aulas, são muitas turmas diferentes, então a dificuldade que a gente tem é de preparar coisas diferentes para trazer para sala de aula. O ideal seria – eu vejo assim – que à toda teoria viesse uma prática para instigar o aluno a pensar sobre aquilo, coloca-se o problema hoje, o aluno vai pensar em cima dele e tentar ilustrá-lo para o pessoal, para eles sentirem necessidade da teoria. Então eu sinto isso, a minha dificuldade maior é essa!"

O contato com a expressão que designa o volume do sólido produziu manifestações em Matheus que, num primeiro momento, parece ter abdicado de suas elaborações mentais – "Não é isso! É que fiz ao contrário. Tô fazendo a operação ao contrário!" Embora, a fala de Matheus pareça, não proporcionar subsídios para compreendermos o significado atribuído por ele à expressão – "é que fiz ao contrário"–, o mesmo não acontece com a professora que, envolvida na relação dialógica, utiliza-se de recursos cognitivos próprios, para atribuir um significado à expressão em questão – "mas não é interessante fazer ao contrário (...)".

Nesta etapa, a professora interfere a alertando Matheus de que a maneira que ele relaciona as informações, na busca de solução, poderia não ser bem sucedida – "você não tem o papelão, você quer as medidas do papelão".

O discurso da professora parece indicar uma representação de ensino de geometria – "o ideal seria (...) que à toda a teoria viesse uma prática para instigar o aluno a pensar sobre aquilo" – em que o saber escolar e o cotidiano estão interligados de modo que o aluno, como um ser inerentemente social, possa construir seu próprio conhecimento matemático. Todavia, a maneira da professora orientar o processo ensino-aprendizagem parece, ainda, fortemente influenciado por um modelo educacional que privilegia a transmissão de informações/explicações, com recursos metodológicos para um ensino de boa qualidade.

Talvez, o conflito vivido pela professora, neste momento histórico, pode ser melhor compreendido se remetermos às suas condições de trabalho, remuneração, entre outros – "são muitas aulas, são muitas turmas diferentes, então a dificuldade que a gente tem, é de preparar coisas diferentes para trazer para a sala de aula". O desabafo da professora constitui-se em obstáculos no que se refere às suas inovações pedagógicas.

<u>cena 4</u>

"Matheus: É, mas, se eu fizer dividido por 1? (questiona com um leve sorriso).
Profª: Um número divido por 1 é ele mesmo, continua no mesmo resultado.
Matheus: Então... mais... Ué... mais... É... porque altura, então altura não multiplico, não é? A altura não multiplico?
Profª: Não!
Matheus: Então (...), então vou passar dividindo.
Profª: Não!"

fragmento da entrevista

"Pesq: A reflexão sobre o seu ensino de geometria tem provocado mudanças no seu modo de ensinar geometria? Em caso afirmativo, de que forma estas mudanças tem influenciado a sua prática pedagógica?

Prof[a]: (pensativa) Olha, eu acho que esta pergunta está em cima da motivação do aluno, por exemplo, quando você está na mão com alguma coisa que de certa forma está chato para o aluno, maçante, e aí aqueles "tristes" começam a ficar inquietos com aquilo, e aí é hora talvez da motivação. Agora, essa parte é complicada sim, porque... já aconteceu – não sei se eu vou responder – mas já que eu falei no sentido fértil da motivação, vou entrar por aí e depois a gente vê se responde. (pensativa) Eu acho assim; essa coisa de motivação anda difícil hoje, porque às vezes a gente fala «ah, a professora não motiva o aluno e por isso fulano é daquele jeito», isso é complicado porque o processo de aula é uma coisa que não parte só do professor, mas parte do a..., tem que ter um retorno do aluno, senão a conversa não flui, não é mesmo? Como você vai sentar para conversar, tendo um diálogo com uma pessoa e ela só fala «sim/não, sim/não», chega uma hora que a conversa não vai, não tem mais, acabou. Então... hum... eu acho que aula se dá assim também, o aluno tem que perguntar, tem que... e aí você vai vendo conforme o interesse dos alunos é que você vai saber o que vai trabalhar e..."

Na busca pela compreensão da expressão que permite o cálculo da medida do papelão, o aluno expõe um procedimento aritmético – "se eu fizer dividido por 1" – na tentativa de conseguir o valor desejado. No entanto, a professora contra-argumenta o procedimento do aluno, avaliando-o sob uma óptica adimensional, ou seja, por meio de uma propriedade operatória – "um número dividido por 1 é ele mesmo". Na verdade ela está atenta somente ao número 1 como elemento neutro da multiplicação, não valorizando este número, no contexto do problema geométrico, como a medida da altura do prisma retangular.

O aluno parece captar que seu procedimento aritmético é incoerente, voltando suas atenções para o formato geométrico da caixa. Com base na noção de volume, ele procura o sentido lógico para poder inserir a medida da altura no cálculo do volume – "altura não multiplico?"

O monossílabo «não» proferido pela professora, duas vezes, parece indicar que a mesma não percebe que a dimensão altura associada às demais – "(x - 2) e (x - 2)" – através de um produto, designa a expressão do volume. Por sua vez, o aluno não questiona as representações da professora, apenas aceita o modelo de solução para o problema e isto resulta em um novo argumento – "então vou passar dividindo" –, o qual parece originário de um ato de pensamento sobre as possibilidades de operar aritmeticamente com a expressão do volume.

Ao direcionar um modelo de solução e usar, por duas vezes, o monossílabo "não" frente aos argumentos de Matheus, numa perspectiva de acertos e erros, a professora parece não instigar a capacidade do aluno para extrair relações geométricas por meio da percepção do objeto. De acordo com a concepção de Gerdes, para geometrizar são necessários não só objetos geometrizáveis, mas também a capacidade de, na percepção destes objetos, abstrair propriedades, para além da sua figura.

As interlocuções estabelecidas entre a professora e Matheus parecem visar, de acordo com a concepção de Gerdes, à sistematização da expressão algébrica para volume, a partir da percepção e configuração do prisma retangular. A dinâmica de perguntas e respostas, empregadas pela professora assim como a sua representação de que a receptividade do aluno em sala de aula implica na motivação da professora – "essa coisa de motivação anda difícil hoje (...), isso é complicado porque o processo de aula é uma coisa que não parte só do professor (...), tem que ter um retorno do aluno, senão a conversa não flui" – parecem ser os elementos indispensáveis para a aquisição de conhecimento – "aulas se dá assim também, o aluno tem que perguntar, tem que ... e aí você vai vendo conforme o interesse dos alunos é que você vai saber o que vai trabalhar".

<u>cena 5</u>

"Matheus: Oh, aqui eu não diminuí de 1cm para conseguir dobrar e fazer o quadrado.

Profª: Certo...

Matheus: Então, agora eu estou somando.

Profª: Ele diz..., ele diz o que? Você tira um daqui e um daqui (referindo-se aos cantos do papelão), tudo isso é x - 2. Então ele diz o seguinte "o volume desta caixinha que tem estas dimensões x - 2, x - 2 e 1 é 16." Então você tem que 16 é igual a quem? Ao volume desta caixa, logo (x -2). (x - 2). 1 = 16 (registrando)".

<u>fragmento da entrevista</u>

"Pesq: O que significa, para você, aprender geometria?

Prof[a]: Eu acho que é... amadurecer uma visão de mundo (risos), assim como o ensino da matemática de um modo geral, o trabalho com a abstração, o trabalho com o concreto, eu acho que tudo isso amadurece uma visão de mundo... Quando falo de abstração para eles é no sentido, no sentido... Álgebra trabalha bem com isso, com a abstração e eu acho que isso que amadurece o aluno, eu até acho no sentido de você comprar um vídeo, chegar em casa e poder ler o manual, estar entendendo tudo e conseguir fazer ele funcionar a partir do momento que você está lendo o manual."

Observamos que o aluno procura expor seu raciocínio, de modo a compreender a transposição do espaço bidimensional para o tridimensional. Porém, quando Matheus diz "então, agora eu estou somando", a professora, por sua vez, parece não interagir com o mesmo a partir das representações que este tenta formular.

Neste sentido, o tratamento linear próprio de suas explicações parece contradizer com as suas representações quanto à aprendizagem de geometria, ao afirmar que a mesma "amadurece uma visão de mundo, assim como o ensino de um modo geral". O ato de aprender contitui-se, numa perspectiva moscoviciana, como um trabalho destinado à apropriação dos conhecimentos absorvidos pelos sentidos e percebidos no mundo exterior.

A atitude da professora em conduzir o pensamento matemático, de acordo com seu modo de pensar, parece não contribuir para com a reelaboração mental do educando quanto à configuração e transformação desse objeto geométrico. Segundo a óptica da capacidade de representar, segundo Moscovici, aprendemos, principalmente, o que somos capazes de representar.

A concepção dela de que abstrair "amadurece o aluno", até no sentido de "você comprar um vídeo, chegar em casa e poder ler o manual, estar entendendo tudo e conseguir fazer ele funcionar a partir do momento que você está lendo o manual" mostra que a professora parece associar o conhecimento escolar com o conhecimento espontâneo do aluno. No entanto, o aluno mostra dificuldades quanto à reelaboração mental dos objetos ausentes – papelão e a caixa – em forma de objetos presentes, assim como quanto à sistematização da expressão do volume em função da variável x (medida do papelão).

As intervenções da professora – perguntando e, ao mesmo tempo respondendo – deixando, assim, pouco espaço para Matheus reagir, denotam uma representação de ensino que trata o conhecimento como conteúdos, informações, fatos a serem transmitidos. No que se refere à representação de aprendizagem, podemos inferir que, para a professora, aprender significa saber expressar ou repetir o que foi ensinado.

Nas falas descritas, Matheus parece reelaborar suas representações a partir da explicação da professora sobre as etapas que conduzem a solução do problema. A falta de espaço para a reação de Matheus – "Então você tem que 16 é igual a quem? Ao volume desta caixa, logo $(x - 2)\times(x - 2)\times 1 = 16$" – parece não lhe propiciar a possibilidade de sistematizar o seu conhecimento. A expressão "logo $(x - 2)\times(x - 2)\times 1 = 16$" denota um conhecimento sistematizado, na forma de produto pronto e acabado, que inpossibilita definir esse conhecimento matemático em termos de representação social pois, de acordo com Abreu, tal possibilidade sugere que os educadores assumam uma postura sócio-construtivista, ou seja, uma perspectiva em que todo o conhecimento tenha suas raizes no contexto sócio-cultural no qual é gerado, distribuído e utilizado.

<u>cena 6</u>

> "Matheus: Ah..., depois como é que vou fazer... Como é que vou fazer...
> Profª: Aplica a distributiva e monta uma equação do segundo grau e resolve "x". Entendeu, ou não?
> Matheus: Não (parece não identificar a equação do 2º grau a partir do processo de fatoração).

Profª: (Auxiliando o aluno a representar no livro a equação do volume) entendeu o que você escreveu agora?
Matheus: Sim!
Profª: Sim, ela dá o volume desta caixa.
Matheus: Tá, e o que eu faço com isso (referindo-se à equação do volume), vou multiplicar?
Profª: Sim, a única incógnita é o x, que você precisa encontrar.
Matheus: Aiaiai! (reclamando de ter que resolver a equação do 2° grau)".

<u>fragmento da entrevista</u>

"Pesq: O que você acha da utilização de situações - problemas para apresentar e discutir conceitos geométricos?
Profª: É o ideal. Embora eu, infelizmente trabalhei dois anos com matemática, trabalhei com supletivo. Tive uma clientela bem variada, e a gente depara com muitas dificuldades de conceitos básicos, falta de conceitos básicos, falta de pré-requisitos quase que total. Então o curso anda devagar, e eu até hoje, não trabalhei legal assim, com a geometria.
Pesq: *O que você acha que é trabalhar "legal"?*
Profª: É conseguir desenvolver um curso de geometria inteiro. Eu até hoje utilizei pouca coisa de geometria, não consegui dar aula praticamente. O melhor é que fosse uma disciplina até a parte, porque dentro de matemática tendo que trabalhar com álgebra, tendo tanta coisa para trabalhar também, ou o professor tem um enfoque de «não, vamos trabalhar com geometria, trabalhar só com geometria», ou se tiver que trabalhar outras coisas, sabe...
Pesq: *Você acha que não dá para conciliar álgebra com geometria?*
Profª: Dá, dá sim! Mas assim...
Pesq: *Mas você nunca conseguiu!*
Profª: Não, eu trabalhei, mas eu acredito que trabalhei pouco com geometria.
Pesq: *Suas aulas ficaram mais com álgebra?*
Profª: É".

Após a sistematização da expressão referente ao volume da caixa de papelão, Matheus parece não vislumbrar técnicas operatórias que possibilite determinar o valor da variável x. Tal atitude parece revelar que as construções algébricas de Matheus não foram significativas, principalmente ao que se refere à equação do segundo grau, embora, segundo a professora, o maior número de aulas tinham sido destinadas à abordagem de conteúdos de álgebra – "eu até hoje trabalhei pouca coisa de geometria, não consegui dar aula praticamente".

Apesar do empenho da professora em explicar os passos da solução do exercício, sua intervenção se reduz à retomada de alguns procedimentos aritméticos já explicitados anteriormente – "aplica a distributiva e monta uma equação do segundo grau e resolve x". O aluno, por sua vez, aparentemente concorda com as técnicas operatórias a serem aplicadas na equação; no entanto, ele parece expressar resistência ou insegurança na continuidade do caminho delineado pela professora para solução do problema – "Aiaiai".

5.4 O episódio C e sua análise

Este episódio, devido ao reduzido número de falas, não será divido por cenas. O enunciado do exercício que desencadeou as próximas relações dialógicas trata-se de[113]: "Um tanque de petróleo é um cilindro de 10m de altura e 10m de raio da base (medidas internas). Usando π = 3,141593, quantos litros de petróleo comporta esse tanque? (Lembre-se: $1m^3 = 1000L$)"

> Profª: A altura é 10?
> Irene: É.
> Profª: O raio é 10?
> Irene: É.
> Profª: As unidades são compatíveis? São. A altura do cilindro é definida, o raio também é 10 e tá também em centímetros. Agora você pode fazer dez ao quadrado vezes dez vezes π (a aluna registra $10^2 \times 10 \times 3{,}141593$ e faz as operações de acordo com as indicações da professora).

[113] O "problema do tanque" está anunciado na transcrição do material empírico, cap. IV, pag. .....

fragmento da entrevista

"Pesq: *Suas aulas ficaram mais com álgebra?*

Profª: É. No início do ano, para montar os conteúdos programáticos, eu, por exemplo, pego a proposta da CENP. Ela trabalha com geometria, mas também é no final e sem contar que eu acho a proposta ótima. Mas, assim, é muito difícil de trabalhar com a proposta da CENP, eu acho que a clientela não tem base para trabalhar com aquilo.

Pesq: *Então você não consegue adaptar a proposta?*

Profª: Então na proposta teria que fazer uma coisa assim..., nossa é muito difícil.

Pesq: *Você não consegue adaptar? Já tentou?*

Profª: Tentei, tentei quando comecei a trabalhar no Estado.

Pesq: *Você entrou no Estado em 1994?*

Profª: Nossa! Eu achei impossível..., eu achei impossível e... o que ia falá... ih, esqueci (risos)".

Conforme podemos notar na análise dos episódios em questão, a professora parece tratar seus alunos de forma homogênea, ou seja, parece não levar em consideração que cada indivíduo, como um ser único, reage diferente às situações do mundo que o cerca, construindo uma bagagem cultural própria – naturalmente essa apropriação se dá no coletivo, no convívio social ao qual está inserido.

Vale aqui ressaltar que a atitude explicativa da professora se repete na relação dialógica com Irene. Logo de início, após a concordância, entre ambas, da identificação dos elementos que envolvem a questão, a professora apresenta, de forma contínua, os passos aritméticos necessários para a obtenção do valor do volume do sólido.

A dificuldade e o pouco espaço encontrados por Irene para questionar as explicações verbais que lhe foram apresentadas, fazem com que a aluna somente participe da troca de significados com a professora, no momento em que foi possível efetuar os cálculos necessários – "agora você pode fazer dez ao quadrado vezes dez vez π".

É notável nesta etapa que a proposta da CENP serve tanto como material de apoio para a professora na elaboração do planejamento do ano letivo, quanto como um fator de inovação na sua prática pedagógica. Embora a professora admita que esse matérial é de boa qualidade – "eu acho a proposta ótima" – ela faz uma ressalva negativa quanto à sua aplicabilidade em sala de aula – "é muito difícil trabalhar com a proposta da CENP, eu acho que a clientela não tem base para trabalhar com aquilo".

Ao ser questionada sobre a possibilidade de adaptar a proposta à sua realidade escolar, a professora parece não encontrar alternativas para tal adaptação – "então na proposta teria que fazer uma coisa assim..., nossa é muito difícil."

De modo a justificar o uso da proposta curricular, a professora revela representações construídas a partir de sua visão, de certo modo pessimista, quando a competência dos alunos – "a clientela não tem base". Mais adiante, o seu discurso revela a dificuldade em viabilizar um trabalho pedagógico com este material – "eu achei impossível".

De fato, tantos os obstáculos apresentados pela professora na construção de uma perspectiva pedagógica diferenciada, quanto as relações dialógicas com Irene parecem-nos revelar uma representação de ensino, onde a sistematização do conhecimento é desvinculada da produção de significados partilhados entre os protagonistas da trama em questão.

É válido apresentar aqui um equívoco da professora ao afirmar que a proposta curricular "trabalha com geometria, mas também é no final". De acordo com a estrutura delineada para a proposta curricular – trabalhar com três grandes temas: números, geometria e medida – pretende-se que, ao longo das séries do primeiro grau, os três temas sejam tratados de modo simultâneo, sempre que possível, desenvolvendo um trabalho que destaque a construção de conceitos e não os conteúdos em si. Portanto, a proposta não visa, conforme anuncia a professora, a um "período especial" do ano letivo para abordar, exclusivamente, o ensino da geometria.

Finalmente, é importante ressaltar que tanto na lousa, como frente à sala de aula, quanto no atendimento individual, conforme percebemos nos três episódios analisados, a professora se mostra, especialmente, presente e atuante na intercomunicação com o grupo ou cada aluno individualmente. É inegável a prédisposição da professora para atender os alunos, embora ela se coloca numa posição mais unilateral comparada à bilateralidade ativa, esperada numa relação dialógica.

6 . REFLEXÕES SOBRE O PERCURSO DESTA PESQUISA

Provavelmente, num primeiro momento, a palavra "reflexões" não seja a mais apropriada para denominar nossas considerações. Desejamos, pois retomar determinados aspectos teóricos relevantes ao ensaio interpretativo das representações sociais de nossa professora frente a sua prática pedagógica em geometria.

Primeiramente, ressaltamos que a interpretação das representações sociais intrinsecamente relacionadas à geometria – objeto de conhecimento matemático – sustentou-se devido ao consenso de considerar representação como uma porção do saber, assim como o fato de seu conteúdo referir-se a um conhecimento que se encontra entre a percepção e o conceito – no caso, o volume de sólidos geométricos. Outro fator importante é que as representações, além de manterem a natureza e estrutura dos objetos, permitem a apropriação da realidade social e exterior.

A geometria foi discutida, inicialmente, a partir da apreensão de modo reflexivo, da gênese da construção geométrica. Nesta etapa, procuramos resgatar as raízes históricas do nascimento e desenvolvimento da geometria.

Este movimento inicialmente fundamentou-se no tratamento histórico eleborado por Eves, sintetizado basicamente pelos seguintes aspectos: **a)** provavelmente, a geometria iniciou muito antes que a história escrita, por simples observações provenientes da capacidade humana para reconhecer a forma e comparar figuras e tamanhos; **b)** quando a inteligência humana fora capaz de extrair de relações geométricas concretas uma relação abstrata geral, contendo a primeira como um caso particular, chegou-se a noção de lei ou regra geométrica.

A dificuldade em compreender, historicamente, o desenvolvimento do pensamento geométrico retratado por Eves (1969) fez com que continuássemos à procura de pressupostos e explicações. Os constructos elaborados por Gerdes (1980) contribuiram significativamente para o nosso entendimento sobre a gênese desta construção. Esse autor concebeu a relação dialética entre a vida ativa do ser humano e o pensamento abstrato como o "motor" do desenvolvimento da geometria, ou seja, as atividades geométricas são produtos dos indivíduos culturalmente situados.

A natureza da geometria, delineada pelas representações sociais dos autores destacados, mostrou-nos que esta teoria centra o seu olhar sobre a relação sujeito-objeto. Nesse sentido, na relação com o objeto-mundo, o autor constrói tanto o mundo como a si próprio.

Tal relação também foi considerada no contexto escolar. Neste aspecto abordamos, entre outros, que a perspectiva de um currículo mais convencional acentua o distanciamento entre o saber escolar e o saber produzido como atividade humana no cotidiano de um determinado contexto cultural. Com consequência, um processo educacional nestes moldes contempla o conhecimento como conteúdo, informação a ser transmitida ao aluno.

Essa concepção, naturalmente, não consegue motivar o educando a pensar com curiosidade e raciocínio próprio e, muito menos, pode inserir nessa prática de ensino questões dos alunos geradas no meio social a que pertencem.

Abordamos, também, as perspectivas de Piaget, Vygotsky, Cobb & Yackel & Wood para compreendermos seus constructos sobre conhecimento, ensino de matemática e representação mental.

Na perspectiva piagetiana, o conhecimento é o resultado da ação do sujeito e o processo evolutivo da inteligência, pelo qual o sujeito constrói estruturas cognitivas, é que permite-lhe compreeender a realidade em que vive. Da perspectiva vygotskyana, a produção de significados, as representações e mudanças intelectuais do indivíduo e seu próprio desenvolvimento estão fortemente influenciados pelo meio sócio-cultural em que estão inseridos e, por isso, a interação do indivíduo com o sistema de aprendizagem e fortemente compartilhada com o mundo exterior.

Já os trabalhos Cobb & Yackel & Wood contribuem significativamente para compreendermos as dimensões atribuídas à relação envolvendo aprendizagem e ensino da matemática. Para esses autores, o conhecimento matemático é, fundamentalmente, resultado de uma prática social – as instruções ou intervenções do professor têm, assim como para Vygotsky, um papel primordial na construção individual pelo aluno. Deste modo, Cobb & Yackel & Wood romperam as fronteiras da visão representacional, que entende o conhecimento matemático, como um conjunto de representações internas elaboradas na mente que podem ser modificadas pelas representações instrucionais externas oferecidas pelo pedagogo – essa representação instrucional externa pode ser um material de manipulação, um desenho, a explicação oral do professor, entre outros.

O avanço de suas pesquisas reflete no fato da aprendizagem matemática a ser analisada como resultado de um processo interativo entre alunos e também entre a comunidade na sala de aula com o professor, num exercício contínuo de negociação implícita e explícita de significados matemáticos. Portanto, aprendizagem da matemática como resultado da produção de significados presumidamente partilhados transcede a visão de conhecimento matemático como representação mental, atribuindo-lhe uma característica antropológica – a aprendizagem da matemática é um processo de aculturação, na medida em que se desenvolve uma cultura no ambiente pré-estruturado da sala de aula.

Remetendo tais considerações para o âmbito de nossa pesquisa, percebemos que professora e alunos têm representações de natureza sócio-cultural sobre o campo do conhecimento matemático, ou seja, qualquer sentença matemática dada, fato ou proposição representa a organização e os interesses sociais assim como os objetivos de um pensamento matemático coletivo.

Neste sentido, reconhecemos que as relações dialógicas entre a professora e seus alunos, estabelecidas nos episódios analisados, denotam, entre outros, representações sociais sistematizadas do seguinte modo:

— A visão da professora no que se refere à percepção das formas geométricas tem, de acordo com a concepção de Eves (1969), um caráter essencialmente estático. As representações sociais da professora delimitam a natureza do conhecimento geométrico, à medida que os elementos e as características utilizadas para definir o volume dos sólidos são de caráter imediatamente visível.

— O conhecimento matemático, para a professora, é visto como um corpo de conhecimento contituído por um conjunto de teorias bem determinadas, embora o seu discurso revele uma pedagogia dinâmica e interativa. Nessa perspectiva de ensino, a professora espera não se restringir apenas a transmissão de informações, diretamente voltada aos conteúdos, mas também tornar-se um mediador na construção de significados matemáticos por parte dos alunos.

— O ensino de geometria, para a professora, está impregnado do caráter euclidiano devido à relação direta que ela estabelece entre a figura geométrica e seus respectivos elementos, embora o seu discurso revele um ensino a partir da manipulação dos objetos, do reconhecimento das formas mais frequentes, de sua caracterização através das propriedades, da passagem dos relacionamentos entre objetos para o encadeamento de propriedades, para somente ao final do percurso aproximar-se de uma sistematização – diretriz da proposta curricular do Estado de São Paulo (1991).

— A relação dialógica da professora com seus alunos está direcionada pela visão de que o aprendizado é dado por meio de suas significações, ou seja, o aluno aprende pela via das "explicações" repetindo o modelo apresentado pela professora.

— De modo geral, as elaborações mentais da professora no que se refere à visualização do sólido geométrico, não são partilhadas com seus alunos. Esta atitude unilateral contraria os pressupostos que fundamentam nosso trabalho. Numa perspectiva vygostskyana, a construção de uma ordenação, interpretação do conceito e cálculo do volume será possível desde que o educando, numa interação com o professor, tenha a possibilidade de apropriar-se de sistemas simbólicos de representação da realidade.

— Na relação com o fazer pedagógico, é evidente a tentativa de atitudes coerentes, por parte da professora, entre o que ela faz e o que ela pensa. No entanto, observamos que a professora não elabora uma análise reflexiva de sua prática. O seu fazer é muito intuitivo, por isso é que, diversas vezes, ela não estabelece relações claras entre a prática e os pressupostos teóricos que a embasam – a proposta curricular é um exemplo. A prática tende a repetir a prática.

— A professora é a principal fonte do conhecimento sistematizado – a ênfase na exposição oral demonstra tal afirmação. Neste sentido, inferimos que a professora conpartilha uma perspectiva de ensino que tem no docente o centro do processo ensino-aprendizagem. Assim, o aprendiz, em termos, tende a aceitar passivamente a explicação da professora como "verdade absoluta", na medida em que ele constrói a imagem do professor como aquele que sabe – o detentor do saber.

Compreendo e gostaria de partilhar claramente a idéia de que este é um estudo localizado, que tem por objetivo estabelecer relações entre certas representações sociais de uma professora interpretadas a partir do contexto histórico que lhe é dado.

Percebemos em nossa investigação que as interpretações elaboradas frente ao material empírico apresentam um caráter relativo devido à natureza de nosso problema de investigação. Na verdade, as representações sociais desta professora que envolvem a geometria como saber escolar são regidas por um conjunto de condutas, normas e valores especialmente próprios.

O contato com outros profissionais da área assim como às pressões da sociedade e o aparecimento de situações não previstas propiciam, de modo consciente ou não, a necessidade de construir novas interpretações dos conhecimentos científicos, de acordo com as necessidades, percepções e concepções de cada um.

A reelaboração das representações sociais frequentemente pode propiciar à nossa professora a construção contínua de sua própria história de vida profissional, a partir da vivência de seu cotidiano.

O contato com as teorias que constituiram o suporte teórico para o ensaio interpretativo do material empírico levou-nos a observar um primeiro passo essencial para a formação de professores: refletir, primeiramente, sobre a prática pedagógica da qual o docente é sujeito. A partir daí, então, levá-los a interargir com uma teoria capaz de produzir reflexões acerca da sua trajetória profissional para posteriormente vislumbrar caminhos para a re-construção das representações sobre o seu fazer pedagógico.

A realização deste trabalho não teve qualquer intenção de construir um novo paradigma de avaliação do desenpenho do professor. Pensamos que estudá-lo dsta maneira pode contribuir muito para observar/analisar/compreender as formas de interlocuções elaboradas entre o professor e seus alunos na construção de um saber comum à comunidade escolar.

Apesar deste trabalho ter propiciado a oportunidade de elaborarmos conjecturas sobre a prática pedagógica de um determinado docente, não foi possível encaminhar um processo de reelaboração das representações sociais, discutindo/re-interpretando, junto com a professora os registros videográficos de suas aulas.

Ressaltamos que este não era o nosso objetivo nesta pesquisa. Além do mais, tal meta não poderia ser realizada tendo em vista o limite determinado pelo próprio período de coleta de dados – final de ano letivo – e pelas mudanças ocorridas no exercício da prática pedagógica de nossa profesora – no ano seguinte, ela ministrou somente aulas de física.

A partir deste trabalho, acreditamos que haja a posssibilidade de darmos continuidade à pesquisa observando/analisando os possíveis fatores que contribuem no processo de reelaboração de suas representações sociais a partir de seu próprio fazer pedagógico.

7. BIBLIOGRAFIA

Abreu, G. (1995). A teoria das Representações Sociais e a Cognição Matemática. *Quadrante*, Lisboa. 4 (1), 25-41.

Albernaz, J.M. (s/d.). Mudanças Históricas da Geometria e Conflito entre Teorias Psico-pedagógicas: Algumas consequências didáticas. In: *RCP-Universo Pedagógico*. UFES: Centro Pedagógico, 1(3), 21 - 29.

Becher, F.(1993). *A epistemologia do Professor; o cotidiano da escola*. Rio de Janeiro: Ed. Vozes.

Bishop, A. J. (1988). Aspectos Sociales y Culturales de La Educacion Matemática. *Enseñanza de Las Ciencias*, 6 (2), 121-125.

Castelnuovo, E. (1989). Panorama de la ensenãnza matemática en el tiempo y en el espacio. *Educacion Matemática*, 1(3), 24 - 29.

Carraher, T. N. et alii. (1993). *Na Vida Dez, na Escola Zero*. São Paulo: Cortez ed.

________ (org.). (1983). *Aprender pensando*. Rio de Janeiro: Editora Vozes.

Cunha, M. I.(1995). *O bom professor e sua prática*. Campinas: Papirus.

Cenp - Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, Secretaria do Estado da Educação, São Paulo (1991). *Proposta Curricular para o ensino de matemática no 1º grau*.

Cobb, P. & YACKEL, E. & WOOD, T. (1992). A Constructivist Alternative to the Representational View of Mind in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23 (1), 2-33.

D'ambrósio, U.(1990). *Etnomatemática*. São Paulo: Ed. Ática.

____________ (1996). *Educação Matemática; da teoria à prática*. Campinas: Papirus.

Eves, H. (1969). *Estudo de Las Geometrias* (Trad. de Susana B. de Siperstein). Union Tipografica Editorial Hispano Americana, Vol. I & II.

Ezpeleta, J. & ROCKWELL, E.(1986). *Pesquisa Participante*. São Paulo: Cortez ed.

Fazenda, I. (org.). (1989). *Metodologia da pesquisa educacional*. São Paulo: Cortez ed.

________(org). (1992). *Novos enfoques da pesquisa educacional*. São Paulo: Cortez ed.

Flavell, H. J. (1988). *A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget* (Trad. de Maria H.S. Patto). São Paulo: Pioneira.

Florin, A. & BERNOUSSI, M.(1995). La notion de représentation: de la psychologie générale á la psychologie sociale et la psychologie du développement. *ENFANCE*,1, 71-87.

Freire, P. & SHOR, I. (1986). *Medo e ousadia; o cotidiano do professor* (Trad. de Adriana Lopez). Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Geraldi, C. M. G. (1993). *A produção do ensino e da pesquisa na educação: estudo sobre o trabalho docente no Curso de Pedagogia - FE UNICAMP*. Campinas: FE-UNICAMP. Tese de Doutorado.

Gerdes, P. (1986). *Sobre o Despertar do Pensamento Geométrico*. Curitiba: Universidade Federal do Paraná.

__________(1980). *A Ciência Matemática*. Maputo. Moçambique: Instituto Superior Pedagógico.

__________(1991). *Etnomatemática: cultura, matemática, educação*. Maputo. Moçambique: Instituto Superior Pedagógico.

Imenes, L.M. (1989). *Um estudo sobre o fracasso no ensino e da aprendizagem da matemática*. Dissertação de Mestrado. Rio Claro : IGCE - UNESP.

__________& LELLIS, M. (1994). O currículo tradicional e a Educação Matemática. *Educação Matemática em Revista*. Blumenau/SC, SBEM, 1 (2), 5-12.

Jodelet, D. (1985). *La representación social: fenómenos, concepto y teoria*. In: MOSCOVICI, S. (ed). *Psicologia Social*. Barcelona: Paidós, p. 469-494.

Kaleff, A. M. (1994) Tomando o ensino de geometria em nossas mãos... *Educação Matemática em Revista*. Blumenau/SC, SBEM, 1 (2), 19-25.

Lindquist, M.M. & SHULTE, A. P. (1994). *Aprendendo e Ensinando Geometria* (Trad. de Hygino H. Domingues). São Paulo: Atual Ed.

Lüdke, M. & ANDRÉ, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.

Machado, N. J. (1991). *Matemática e Língua Materna* (Análise de uma impregnação mútua). São Paulo: Cortez ed.

__________ N. J. (1987). *Matemática e Realidade*. São Paulo: Cortez ed.

Matos, J. M. (1992). *Conhecimento, sociedade e afectividade*. In: Brown., M. et alii. *Educação Matemática: temas de investigação*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, p. 177 - 183.

Meira, L. (prelo). *Análise Microgenética e Videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

__________(1993). O "mundo-real" e o dia-a-dia no ensino de matemática. *Educação Matemática em Revista*. Blumenau/SC, SBEM, 1(1), 19-27.

Mendonça, M. C. D. (1993). *Problematização: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática*. Campinas: FE-UNICAMP. Tese de Doutorado.

Miguel, A. & FIORENTINI, D. & MIORIM, M. A.(1992). Àlgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? *Revista Pro-Posições*. São Paulo,Cortez ed., vol. 3, n. 1(7), 39-54.

____(1993). Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. *Zetetiké*, Campinas, 1 (1), 19-39.

Mocovici, S. & HEWSTONE, M. (1985). *De la ciencia al sentido común*. In: Moscovici, S. (ed.). *Psicologia Social*. Barcelona: Paidós, p. 679-710.

___________(1995). *Prefácio*. In: Guareschi, P. & JOVCHELOVITCH, S. (orgs.). *Textos em Representações Sociais*. Rio de Janeiro: Ed. Vozes, p. 7-16.

Oliveira, M. K. (1993). *Vygotsky, Aprendizado e Desenvolvimento, um Processo Sócio-histórico*. São Paulo: Editora Scipione.

Pavanello, R. M. (1989). *O abandono da geometria: uma visão histórica*. Campinas: FE-UNICAMP. Dissertação de Mestrado.

______________(1993). O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. In: *Zetetiké*. Campinas, 1 (1), 7 - 17.

Penin, S.T.S. (1994). *A aula: espaço de conhecimento, lugar de cultura*. Campinas: Papirus.

Piaget, J. (1976). *A construção do real na criança* (Trad. de Álvaro Cabral). Rio de Janeiro: Zahar Editores.

________(1972). *A epistemologia genética* (Trad. de Nathanael C. Caixeiro). Rio de Janeiro: Ed. Vozes.

________(1975). *A formação do símbolo na criança* (Trad. de Álvaro Cabral). Rio de Janeiro: Zahar Editores.

________(1976). *A equilibração das estruturas cognitivas; o problema central do desenvolvimento* (Trad. de Marion M.S. Penna). Rio de Janeiro: Zahar Editores.

________(1987). *Seis estudos de psicologia* (Trad. de Maria Alice M. D'Amorim & Paulo Sérgio L. Silva). Rio de Janeiro: Ed. Forense-Universitária.

________& INHELDER, B. (1995). *A psicologia da criança* (Trad. de Octavio M. Cajado). Rio de Janeiro: Ed. Bertrand.

________& W.E. BETH & W. MAYS (1974). *A epsitemologia génetica e a pesquisa psicológica* (Trad. Equipe da Livraria Freitas Bastos). São Paulo: Livraria Freitas Bastos S.A.

Pino, A. (1994). *A questão da significação: perspectiva histórico-cultural.* Campinas, UNICAMP, II Congresso Brasileiro de Neuropsicologia.

Ponte, J.P. (1992). *Concepções dos professores de matemática e processo de formação.* In: BROWN, M. et alii. *Educação Matemática: temas de investigação.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, p. 185-239.

Ramozzi - Chiarottino, Z.(1984). *Em busca do sentido da obra de Jean Piaget.* São Paulo: Ed. Ática.

____________________(1987). *Psicologia e Epistemologia Gemética de Jean Piaget.* São Paulo: E.P.U.

Saxe, G. B. et alii (1993). *A interação de crianças e o desenvolvimento das compreensões lógico-matemática:uma nova estrutura para a pesquisa e prática educacional.* In: Daniels, H. (org.) *Vygotsky em foco: pressupostos e desdobramentos.* Campinas, Papirus, p. 169-218.

Smolka, A.L.B.(1991a). A prática discursiva na sala de aula: uma perspectiva teórica e um esboço de análise. *Caderno CEDES*, Campinas: Papirus, (24), p. 51-65.

Spink, M. J.P.(1993). *O estudo empírico das representações sociais.* In: Spink, M. J. P. (org.). *O conhecimento no cotidiano.* São Paulo: Ed. Brasiliense, p. 85-108.

__________(1995). *Desvendando as teorias implícitas: uma metodologia de análise das representações sociais.* In: Guareschi, P. & JOVCHELOVITH, S . (orgs.). *Textos em Representações Sociais.* Rio de Janeiro: Vozes, p. 117-145.

Taxa, F.O.S. (1996). *Estudo sobre a resolução de problemas verbais aritméticos nas séries iniciais.* Campinas: FE-UNICAMP, Dissertação de Mestrado.

Thiollent, M.(1987). *Crítica metodológica, investigação social e enquete operária.* São Paulo: Polis.

Vygotsky, L.(1994). *A formação social da mente.* São Paulo: Martins Fontes.

__________(1995). *Pensamento e Linguagem.* São Paulo: Martins Fontes.

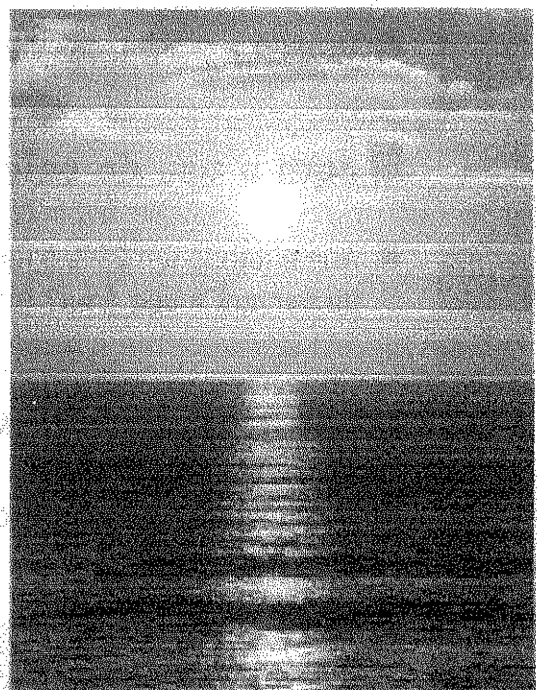
Wadsworth, B. J.(1994). *Piaget para o professor da pré-escola e 1º grau* (Trad. de Marília Zanella Sanvincente). São Paulo: Pioneira.

Wagner, W. (1995). *Descrição, explicação e método na pesquisa das representações sociais.* In: Guareschi, P. & JOVCHELOVITH, S. (orgs.). *Textos em Representações Sociais.* Rio de Janeiro: Vozes, p. 149-186.

ANEXOS

Trabalhando com volume, capacidade e massa

1. Definindo volume



Os sólidos ocupam lugar no espaço. Comparando um sólido com outro, tomado como unidade, obtemos um número, que é chamado de *volume do sólido*.

Para medir o volume de um sólido, usamos as unidades do sistema métrico decimal.

Também podemos expressar medidas de volume muito grandes ou muito pequenas, usando a notação científica.

Vamos tomar como exemplo o Sol, uma bola de gás incandescente, que dá luz e calor à Terra.

O volume do Sol é de, aproximadamente,

$1\ 412\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ km^3$.

Em notação científica:

$1\ 412\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 1{,}412 \cdot 10^{18}\ km^3$.

Para escrever o volume do Sol em metros cúbicos, basta fazer:

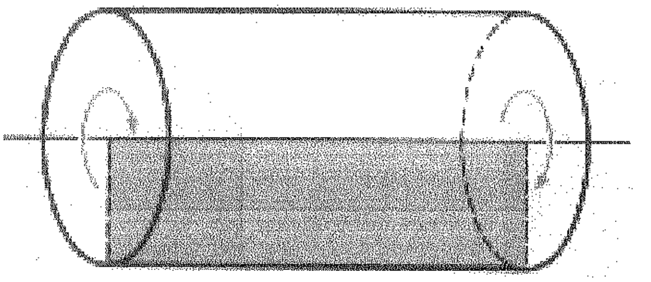
$$1{,}412 \cdot 10^{18}\ km^3 = 1{,}412 \cdot 10^{18} \cdot (1\ km)^3 = 1{,}412 \cdot 10^{18} \cdot (10^3\ m)^3 = 1{,}412 \cdot 10^{18} \cdot 10^9\ m^3$$

Portanto, o volume do Sol é de aproximadamente $1{,}412 \cdot 10^{27}\ m^3$.

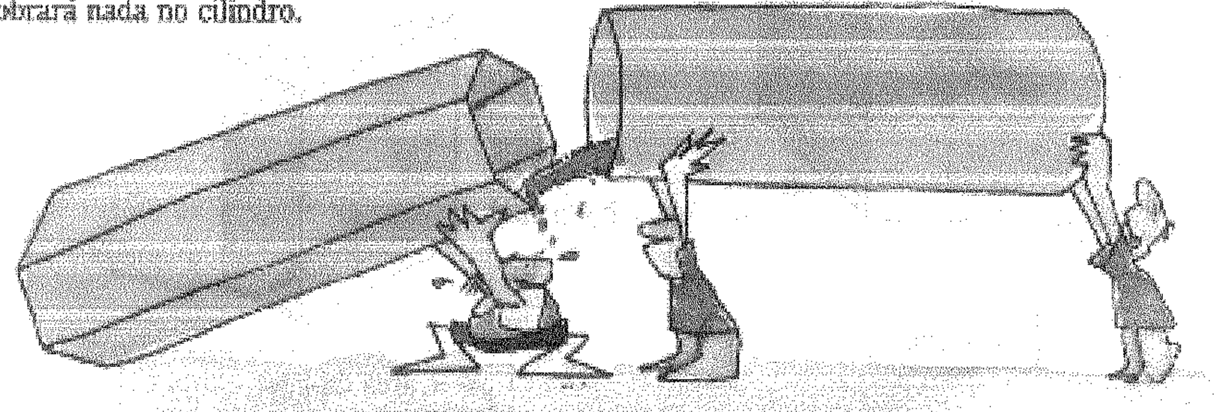
2. Calculando o volume do cilindro circular reto

Um lápis, um poste, um cano de água são exemplos de cilindro circular reto:

Um cilindro reto é também chamado de *cilindro de revolução*. Isso porque podemos imaginá-lo sendo obtido pela rotação, ou seja, pelo giro de um retângulo em torno de um de seus lados.



Experimentalmente, podemos obter a fórmula do volume de um cilindro, construindo um cilindro e um prisma com bases de mesma área e com a mesma altura. Enchendo o cilindro de areia, por exemplo, e despejando-a no prisma, observaremos que este ficará totalmente cheio e que não sobrará nada no cilindro.

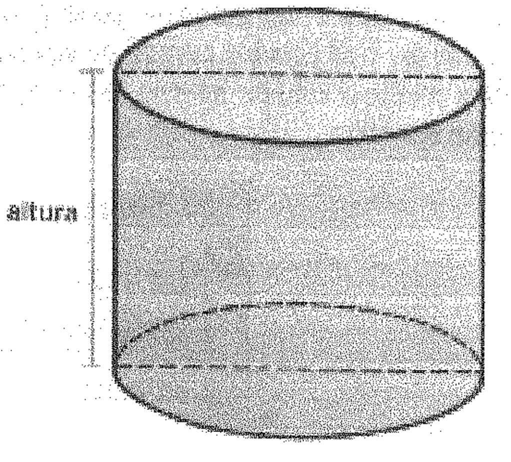


Essa experiência sugere, e os matemáticos provam, que a fórmula para calcular o volume do cilindro é a mesma do prisma. Ou seja:

$$\boxed{\text{Volume do cilindro} = \text{área da base} \cdot \text{altura}}$$

Exemplo:

Achar o volume aproximado de um cilindro, cuja base é uma circunferência de 10 cm de raio e cuja altura é de 20 cm:



Solução:

- *Área da base*

Como a base é uma circunferência, temos:

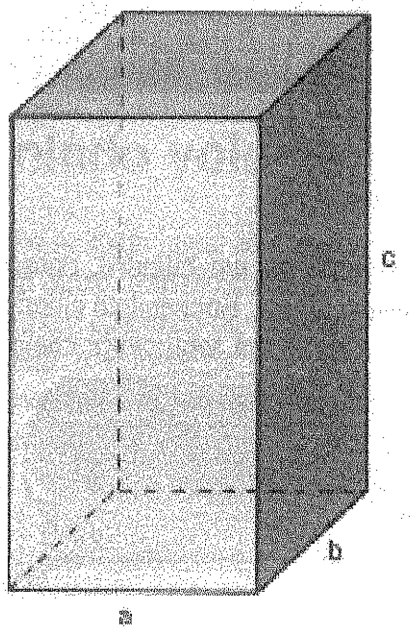
$A = \pi r^2$ → $A \cong 3{,}14 \cdot 10^2$ → $A \cong 314\ cm^2$

- *Cálculo do volume*

$V =$ área da base $\cdot$ altura → $V = \pi \cdot 10^2 \cdot 20$ → $V \cong 6\ 280\ cm^3$

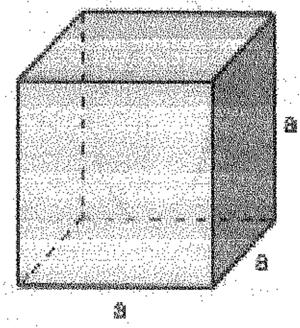
Revendo o volume de alguns sólidos

- *Bloco retangular*



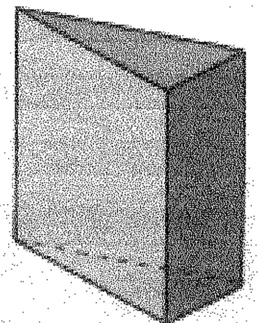
$\boxed{V = abc}$

- *Cubo*



$\boxed{V = a^3}$

- *Prisma reto*



$\boxed{V = \text{área da base} \cdot \text{altura}}$

3. Capacidade

Você sabe o que é *aqualung*?

É uma espécie de pulmão aquático, um cilindro de ar, que o homem leva preso às costas quando vai mergulhar. Esse aparelho permite que o mergulhador se mova na água com liberdade.

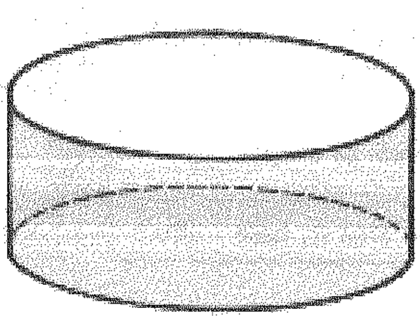
O tempo que o mergulhador pode permanecer submerso depende da capacidade de seus cilindros de ar. Um cilindro normal de *aqualung* pode conter 1,7 m^3 de ar comprimido.

Para medir o volume interno, ou seja, a capacidade de um recipiente, usamos as unidades de volume e o litro:

1 ℓ (litro) = 1 dm^3 = 1 000 cm^3
1 cm^3 = 1 ml
1 ℓ = 1 000 ml
1 kℓ (quilolitro) = 1 000 ℓ
1 ml (mililitro) = $\frac{1}{1\,000}$ ℓ

Exemplo:

O volume interno de um cilindro é de 6 280 cm^3. Quantos litros comporta esse cilindro? Dê essa medida também em mililitros:



Solução:

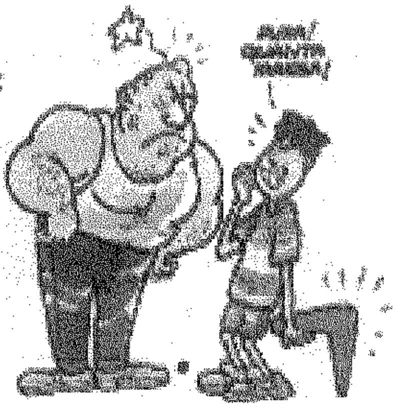
6 280 cm^3 = 6 280 ml = 6,28 ℓ

4. Massa

Quando queremos saber a quantidade de matéria de um corpo, estamos interessados em sua *massa*. Para trabalhar com *massa*, usamos o *quilograma* (kg).

1 quilograma = 1 kg = 1 000 g

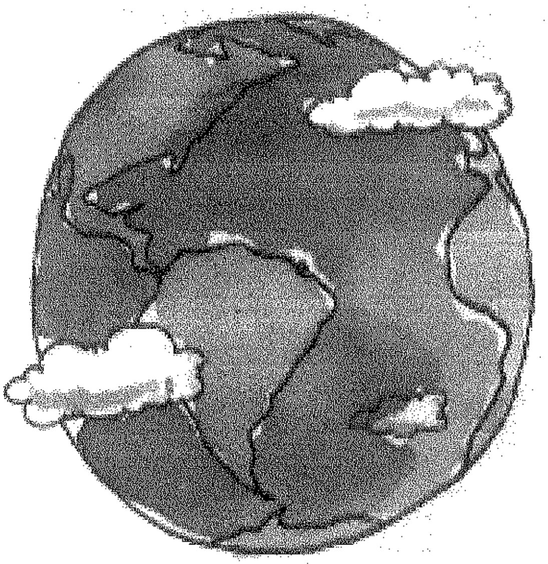
Os múltiplos e os submúltiplos do quilograma mais usados são:

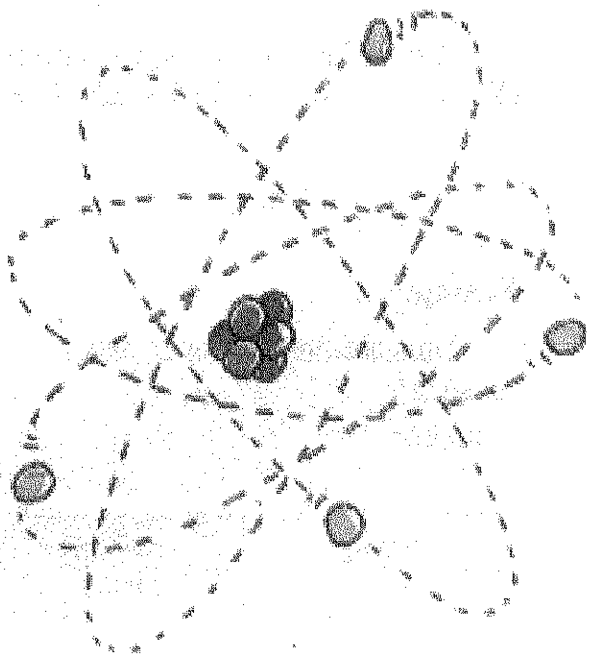


1 tonelada = 1 t = 1 000 quilogramas = 1 000 kg = 10^3 kg
1 grama = 1 g = 0,001 kg = $\frac{1}{1\,000}$ kg = $\frac{1}{10^3}$ kg = 10^{-3} kg
1 miligrama = 1 mg = $\frac{1}{1\,000}$ g = 10^{-3} g

Exemplo:

A massa da Terra é de aproximadamente $6 \cdot 10^{24}$ kg, enquanto a massa de um elétron é de aproximadamente $9 \cdot 10^{-31}$ kg:





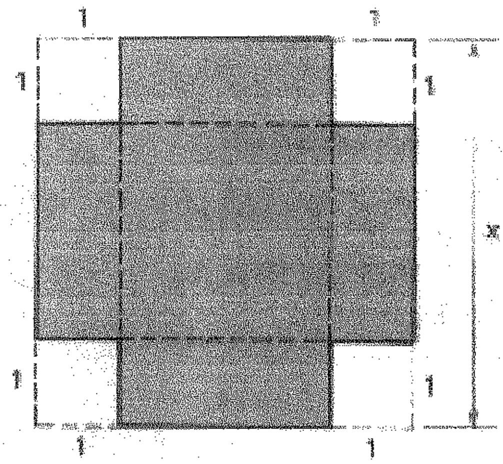
Fazendo você aprende

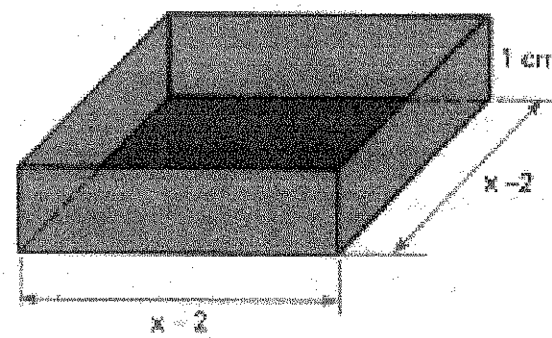
- Use $\pi \cong 3{,}14$ e calcule o volume aproximado de um cilindro que mede 10 cm de altura, sendo o raio da base igual a:
  a) 1 cm 31,4 cm³ b) 10 cm 3 140 cm³

- Um tanque de petróleo é um cilindro de 10 m de altura e 10 m de raio da base (medidas internas). Usando $\pi \cong 3{,}141593$, quantos litros de petróleo comporta esse tanque? (Lembre-se: 1 m³ = 1 000 ℓ.) 3 141 593 ℓ

- Um poço da fazenda de Robson tem a forma de um cilindro. Quantos litros de água aproximadamente comporta esse poço, se o seu diâmetro mede 2 m e a sua profundidade é de 6 m? (Use $\pi \cong 3{,}14$.) 18 840 ℓ

■ A partir de um papelão quadrado, Giuliano construiu uma caixa com 16 cm^3 de volume. Cortou quadrados de 1 cm^2 nos cantos e dobrou os lados, conforme mostram as figuras. Quais eram as medidas do papelão original? 6 cm de lado





Densidade de um corpo

A densidade de um corpo é o quociente entre a sua massa (**m**) e o seu volume externo (**V**). Assim, chamando de **d** a densidade de um corpo, temos:

$$\boxed{d = \frac{m}{V}}$$

Exemplo:

Uma bola tem 0,5 kg de massa e 4 000 cm^3 de volume. Achar a densidade dessa bola em g/cm^3.

Solução:

$$d = \frac{0{,}5\ kg}{4\,000\ cm^3} \Rightarrow d = \frac{500\ g}{4\,000\ cm^3} \Rightarrow d = 0{,}125\ g/cm^3$$

■ Um cubo maciço de ferro tem 2 cm de aresta. Qual é a sua massa, sabendo que a densidade do ferro é de 7,8 g/cm^3? 62,4 g

■ A densidade de uma amostra de madeira é de 0,5 g/cm^3. Qual é a massa de 1 m^3 dessa madeira? 500 000 g

Treinando em casa

■ Um tambor de óleo tem a forma de um cilindro, com 50 cm de raio da base e 1,20 m de altura. Quantos litros de óleo cabem nesse tambor, aproximadamente? 942 000