Errata

Na **página 9**, **linha 13**, onde se lê **capítulo dois**, leia-se **capítulo três**

Na **página 21**, **linha 9**, onde se lê **coordenação vísuo-motora**, leia-se **coordenação viso-motora**

Na **página 52**, **linha 18**, onde se lê **modelo**, leia-se **molde**

Na **página 67**, **linha 8**, onde se lê **quadro 2**, leia-se **quadro 3**

Na **página 68**, **linha 8**, onde se lê **quadro 2**, leia-se **quadro 3**

Na **página 101**, **linha 19**, onde se lê **modelo**, leia-se **molde**

Nos **quadros das páginas 103 a 108**, onde se lê:
F1, leia-se **TA1**
T1, leia-se **TA2**
M1, leia-se **TA3**
G2, leia-se **TE1**
S2, leia-se **TE2**
M2, leia-se **TE3**
F3, leia-se **TT1**
D3, leia-se **TT2**
C3, leia-se **TT3**

Na **página 109**, **linha 14**, onde se lê **modelo**, leia-se **molde**

Na **página 118**, **linha 28**, onde se lê **Thorton et al.**, leia-se **Thorton et al. (1983), citado em English e Warren (1995)**

LUDMILA TAMEGA FERREIRA DE OLIVEIRA

HABILIDADES ESPACIAIS SUBJACENTES ÀS ATIVIDADES DE DISCRIMINAÇÃO E COMPOSIÇÃO DE FIGURAS PLANAS UTILIZANDO O TANGRAM E O TEGRAM

Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Educação

1998

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIDADE BC
N.º CHAMADA:
T/UNICAMP
OL4h
V.
EX.
TOMBO BC/ 35683
PROC. 395/98
C [ ] D [X]
PREÇO R$ 11,00
DATA 04/12/98
N.º CPD

CM-00118129-5

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP

OL4h

Oliveira, Ludmila Tamega Ferreira de.
Habilidades espaciais subjacentes às atividades de discriminação e composição de figuras planas utilizando o Tangram e o Tegram / Ludmila Tamega Ferreira de Oliveira. -- Campinas, SP : [s.n.], 1998.

Orientador : Márcia Regina Ferreira de Brito.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Geometria. 2. Capacidade matemática. 3. Percepção espacial. 4. Tangram. I. Brito, Márcia Ferreira de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação defendida por Ludmila Tamega Ferreira de Oliveira e aprovada pela Comissão Julgadora.

Data: 5 de Agosto de 1998

Assinatura: Márcia Regina S. do Brito

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do Título de MESTRE EM EDUCAÇÃO na Área de Concentração de *Educação Matemática* à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação da Profa. Dra. *Márcia Regina Ferreira de Brito*.

Comissão Julgadora:

Márcia Regina F. de Brito

_____

_____

_____

DEDICATÓRIA

A meus pais, a quem devo

o valor e o significado

da minha vida.

A minhas irmãs,

minhas alegrias.

A meu noivo,

meu viver.

AGRADECIMENTOS

Às Profas. Dras. Dione Lucchesi de Carvalho, Maria Dolores Ceccato Mendes e Afira Viana Ripper pelas valiosas sugestões no exame de qualificação.

À minha orientadora, Profa. Dra. Márcia Regina Ferreira de Brito por aceitar esse desafio, contribuindo para a concretização dessa pesquisa.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa em Psicologia em Educação Matemática, em especial à Cláudia por compartilhar comigo esse caminhar.

À Conceição, pelo incansável e constante apoio para vencer essa etapa de minha vida; pela amizade e pelo exemplo de competência profissional.

À Magda, dona Lenira, sr. Miltom, Cleide e Bisi, por me acolherem como um membro de sua família.

À amizade e ao aprendizado de vida que tive da Celi, da Valéria e da Sandra. Entre esses aprendizados estão a pureza e o valor de uma amizade. Obrigada.

À força e amizade dos amigos Jairo, Beth, Mauro, Rosana, Regina, Passinho, Cármen, Guilhermo, Ana Cristina, Renata, Suelaine e Patrícia.

À minha prima Daniella, pela amizade e pela ajuda com os desenhos.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Finalmente, aos meus pais Telmo e Sandra, minhas irmãs Cristiane e Maiara e ao Evandro pelo encorajamento e pelo apoio de sempre estarem ao meu lado.

"Constatando que existo hoje no mundo, creio que sempre existirei, sob uma forma ou outra; e, apesar das inconveniências a que está sujeita a vida humana, não me oporei a uma nova edição de mim mesmo, esperando, porém, que os erros da edição anterior sejam corrigidos."

Benjamin Franklin

RESUMO

O presente trabalho pretende contribuir para uma melhor compreensão dos processos pelos quais habilidades espaciais são requisitadas e/ou desenvolvidas na execução de certas atividades.

Para isso, procurou-se identificar e analisar a percepção espacial envolvida nos procedimentos utilizados para solução de problemas de discriminação e composição de figuras geométricas. Os sujeitos da pesquisa foram nove estudantes de 6ª série do ensino fundamental, distribuídos em três grupos, conforme os instrumentos que lhes seriam oferecidos para a resolução desses problemas: apenas as peças do Tangram em papel cartão; apenas o sistema computacional Tegram; ou ambos os instrumentos.

O conceito de habilidade aqui assumido toma como referencial o trabalho de V. A. Krutetskii (1976) e os trabalhos de Del Grande (1988, 1990), sendo este último utilizado para estabelecer as categorias de análise referentes à percepção espacial.

ABSTRACT

The aim of this work is to contribute to a better understanding of the processes through which spatial abilities are required and/or developed while students are carrying out certain tasks.

We tired to identify and analyse the spatial perception involved in the procedures used to solve problems of discrimination and composition of geometric figures. The subjects of the research were nine students of the 6th grade distributed in three groups, according to the materials they would be offered to solve those problems, that is, Tangram shapes in cardboard paper; only the computer system Tegram; or both materials.

The concept of ability used in this work has as a reference the work of V. A. Krutetskii (1976) and the works of Del Grande (1988, 1990) having the latter been used to establish the analysis categories regarding spatial perception.

Sumário

CAPÍTULO I	3
INTRODUÇÃO À ÁREA GERAL DO PROBLEMA	3
Problema de pesquisa	5
CAPÍTULO II	7
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
CAPÍTULO III	14
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
Habilidade matemática	16
Percepção espacial	20
O uso do material manipulativo em sala de aula	26
Tangram	28
O uso do computador na educação	31
Sistema computacional Tegram	39
CAPÍTULO IV	45
MATERIAIS, MÉTODO E PROCEDIMENTO	45
Materiais	45
Os materiais Tangram e Tegram no contexto dessa investigação	46
O método de "pensar em voz alta"	47
Sujeitos e ambiente da pesquisa	49
Procedimento para escolha da escola	49
Procedimento para escolha dos sujeitos	50
Procedimento	52
O estudo piloto	52
Descrição das atividades	52
Soluções esperadas	62
CAPÍTULO V	65
ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADO	65
Resultados da caracterização dos sujeitos	65
Resultados dos procedimentos dos sujeitos	69
Análise comparativa dos procedimentos	101
CAPÍTULO VI	118
CONCLUSÃO E IMPLICAÇÕES DO ESTUDO	118
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	120
ANEXOS	126

ÍNDICE DE FIGURAS

1. As sete peças que formam o Tangram 29
2. Janela inicial apresentada ao sujeito para a execução da atividade 1 57
3. Apresentação da disposição das peças para as atividades de 2 a 9 dos grupos TE e TT 58
4. Janela de apresentação do sistema TEGRAM 129
5. Primeira janela de identificação do sistema TEGRAM 130
6. Segunda janela de identificação do sistema TEGRAM 131
7. Janela de definição do Tangram. 132
8. Janela da atividade QUADRADO_2_PEÇAS 133
9. Estudante clicou o *button* Pronto da atividade QUADRADO_2_PEÇAS 134

ÍNDICE DE QUADROS

1. Síntese comparativa das características das sessões por grupo 61
2. Caracterização dos sujeitos selecionados de acordo com o questionário 66
3. Resumo esquemático do desempenho de cada sujeito 67
4a. Solução dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 1 103
4b. Resumo esquemático dos componentes da percepção espacial na execução da atividade 1 103
5a. Solução dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 2 104
5b. Resumo esquemático dos componentes da percepção espacial na execução da atividade 2 104
6a. Solução dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 3 105
6b. Resumo esquemático dos componentes da percepção espacial na execução da atividade 3 105
7a. Solução dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 4 106
7b. Resumo esquemático dos componentes da percepção espacial na execução da atividade 4 106
8a. Solução dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 5 107
8b. Resumo esquemático dos componentes da percepção espacial na execução da atividade 5 107
9a. Solução dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 6 108
9b. Resumo esquemático dos componentes da percepção espacial na execução da atividade 6 108

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo I – Questionário de identificação dos alunos 127
Anexo II – Carta aos pais 128
Anexo III – Atividade do Tegram 129

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO À ÁREA GERAL DO PROBLEMA

As habilidades básicas da matemática têm sido assunto de relevância em diversos trabalhos na área da Educação Matemática (Hoffer (1981), Sherard III (1981), Young (1991), Fuys e Liebov (1993), English e Warren (1995)).

Em trabalhos dessa natureza, o ensino de geometria é sempre apontado como um ponto crítico justamente porque requer e pode desenvolver muitas habilidades, especialmente habilidades espaciais. Lidar com o resgate e o desenvolvimento de tais habilidades é, geralmente, um desafio para os professores.

Como resposta a esse desafio, muitos recursos didáticos têm sido direcionados para o ensino de geometria: de recursos milenares, como o Tangram, que têm sido redescobertos ou a eles se atribuem novos enfoques, a recursos inovadores, advindos do desenvolvimento de novas tecnologias, que também prestam sua contribuição como material instrucional ou complementar para os alunos (CABRI Geometry, MPP, Geometer's Sketchpad, Logo, Tegram). Tais recursos são introduzidos nas situações de ensino-aprendizagem na escola, justamente porque desenvolvem (ou supõem) certas habilidades espaciais de seus usuários.

De fato, é cada vez maior o número de trabalhos e propostas envolvendo o ensino de geometria. Encontram-se no banco[1] de teses do "EDUMAT"—CEMPEM/DEME da FE[2] da UNICAMP—trezentas e trinta e nove[3] teses e dissertações sobre Educação Matemática, sendo aproximadamente 13% defendidas nos anos setenta, 40% nos anos oitenta e 47% na primeira metade da década de noventa.

---

[1] Esse banco de teses apresenta as referências das teses de pesquisadores brasileiros, no período de 1970 a 1995, que se encontram nas revistas Zetetiké (1993), nº 1 e Zetetiké (1995), nº 4

[2] "EDUMAT" :Educação Matemática. CEMPEM: Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. DEME: Departamento de Metodologia de Ensino. FE: Faculdade de Educação.

[3] Dessas 339 teses e dissetações, 22 foram produzidas por brasileiros no exterior.

Num levantamento das temáticas centrais desses trabalhos, pode-se constatar um aumento significativo daqueles que se referem à geometria. Nos anos 70, apenas 4,3% se relacionam ao ensino da geometria, nos anos 80, 7,4% e de 1990 a 1995 já são 10%.

Esta preocupação com o ensino de geometria se justifica pelo reconhecimento da importância do papel que ela desempenha na formação do aluno. Em 1978, o *National Council of Supervisors of Mathematics* (NCSM) estabeleceu que, entre as dez áreas de habilidades básicas na matemática, estaria incluída, com certeza, a geometria.

Sherard III (1981) busca responder por que a geometria é básica na formação do aluno. Ele argumenta que a geometria:

- é um importante auxílio para comunicação, pois em relação à fala e à escrita os indivíduos usam termos geométricos, por exemplo: ponto, linha, plano, curva, ângulo, paralelo, perpendicular, círculo, quadrado, retângulo e triângulo;
- tem aplicações importantes para problemas da vida real;
- tem aplicações importantes em tópicos da matemática básica (aritmética, álgebra e conceitos estatísticos);
- fornece valiosa preparação para cursos superiores de matemática e para uma variedade de carreiras que **requerem habilidade matemática**[4];
- fornece oportunidade de **desenvolver a percepção espacial**;
- pode servir de veículo **para estimular e exercitar habilidades de pensamento e de solução de problemas**, fornecendo aos estudantes oportunidades de olhar, medir, estimar, generalizar e abstrair;
- e finalmente, a geometria é básica, já que há valores culturais e estéticos para serem derivados partindo desse estudo.

Em 1989, o *National Council of Theachers Mathematics* — (NCTM) — (cf. Fuys e Liebov (1993)) volta a destacar a importância da geometria no currículo escolar e que "o currículo de matemática deve incluir a geometria de duas e três dimensões com os quais os estudantes podem":

- descrever, modelar, desenhar e classificar as figuras;

---

[4] Neste capítulo, o que está em negrito é grifo nosso.

- investigar e predizer os resultados de combinação, subdivisão e mudanças de figuras;
- desenvolver o **sentido espacial**;
- relatar idéias geométricas inseridas em números e medidas;
- reconhecer e apreciar a geometria no seu mundo.

Se a diversidade das habilidades que a geometria requer e pode desenvolver justifica a sua abordagem no Ensino Fundamental, por outro lado, talvez exerça sobre o professor um efeito inibidor, uma vez que este profissional, sem uma orientação adequada para tal, se vê em um campo onde ele não trafega com segurança.

Problema de Pesquisa

O presente trabalho pretende contribuir para uma melhor compreensão dos processos pelos quais tais habilidades são requisitadas e/ou desenvolvidas na execução de certas atividades geométricas realizadas pelos alunos. Com isso, espera-se auxiliar o professor no processo de elaboração e interpretação de atividades geométricas e incentivá-lo a ampliar as possibilidades da inserção da geometria em seu trabalho pedagógico.

Nessa perspectiva, a questão que se pretendeu investigar foi: ***como se processa o pensamento dos alunos quando solucionam problemas geométricos envolvendo discriminação e composição de figuras.*** Para tanto, procuraram-se identificar e analisar ***habilidades de percepção espacial dos alunos envolvidas no processo por eles empreendido para a solução de problemas de discriminação e composição de figuras geométricas, utilizando o Tangram e/ou Tegram***.

A partir de trabalhos que identificam a preocupação dos educadores em relação ao ensino da geometria, faz-se no segundo capítulo uma revisão bibliográfica sobre os materiais de apoio no processo de ensino-aprendizagem dessa área, quer de caráter manipulativo quer de recursos da informática e de sua contribuição e repercussões no ensino escolar. Encontra-se ainda, neste capítulo, uma revisão da literatura que trata de estudos realizados nas duas últimas décadas, com o objetivo de contribuir para a

compreensão dos processos pelos quais habilidades espaciais se manifestam na execução de atividades geométricas realizadas por crianças e adolescentes.

A fundamentação teórica, apresentada no terceiro capítulo, reporta-se a estudos sobre sentido espacial, como uma introdução para a análise dos componentes da percepção espacial, incluídos nessa pesquisa, no quadro das habilidades matemáticas. O conceito de habilidade, aqui assumido, toma como referencial o trabalho de V. A. Krutetskii. Ainda neste capítulo, discutem-se os papéis desempenhados pelos materiais manipulativos e sistemas computacionais em processos educativos e faz-se uma apresentação dos instrumentos Tangram e Tegram de forma a inseri-los no contexto dessa investigação. Finalmente, discute-se o método de "pensar em voz alta", adotado como um dos recursos para a coleta de dados.

No quarto capítulo é descrita a metodologia adotada para a coleta de dados, cujos resultados são apresentados e discutidos no quinto capítulo. A conclusão e implicações desse estudo, se encontram no sexto capítulo.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Há uma grande preocupação dos educadores em relação ao ensino de geometria. Visando o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem desse conteúdo, verifica-se hoje uma maior inserção, no espaço escolar, da utilização de instrumentos de apoio a esse ensino. No entanto, tal inserção é, ainda, bastante restrita. Apesar do incentivo das orientações oficiais para o ensino da matemática, é relativamente discreto o uso de materiais manipulativos e limitada, por questões de acesso, custo e preparação dos profissionais, a utilização de computadores, vídeos e outros artefatos tecnológicos.

O tema da importância da preparação dos futuros professores no uso dos materiais manipulativos em sala de aula é destacado em Trueblood (1986). A pesquisa é baseada na preparação de alunos do curso de Educação Matemática na Pennsylvania State University. Ele ocorre num laboratório de educação matemática que tem o objetivo de ensinar, aos futuros professores, o uso de uma variedade de manipulativos para representar os conceitos, as relações e as operações matemáticas. O autor analisa a preparação dos alunos para o uso dos manipulativos dentro de uma abordagem diagnóstica para ensinar matemática. O resultado desse trabalho mostra que a abordagem diagnóstica usada ajuda os futuros professores na melhora do entendimento da matemática e sua atitude em relação à mesma. Alerta, ainda, que experiências diagnósticas do ensino têm, também, ajudado a reduzir a ansiedade associada ao uso de manipulativos em atividades com crianças.

Entre os materiais de apoio no processo de ensino-aprendizagem de geometria, o Tangram tem sido utilizado como um recurso didático bastante rico nas aulas de matemática e outras, e para envolver os alunos com atividades lúdicas. Esse jogo tipicamente chinês, requer argúcia, engenhosidade, destreza e paciência.

Bayliffe, Brie e Oliver (1993) sugerem algumas atividades de matemática para o aluno com a participação da família. As atividades envolvem tecnologia e gráficos, dinheiro, matemática mental, raciocínio e imagem mental. Em uma das atividades, utiliza-se o Tangram para a exploração de padrões e relações espaciais, sugerindo que pais e filhos

manipulem as peças para criar figuras lúdicas, formadas a partir de um modelo ou formas livres. Depois dessa atividade com os "blocos", sugere-se a utilização de *software* com Tangram: "Patterns and Shapes" (para rotacionar, transladar e reflexionar blocos padronizados para preencher uma figura na tela do computador) e outro programa similar a este, o "Hands-On Math". Também é destacado o uso de materiais manipulativos para ajudar pais e filhos a internalizarem os conceitos matemáticos. O papel dos materiais auxiliares já era salientado no estudo de Heidbreder, citado em Engen (1953), que destaca a importância do manuseio dos objetos na formação de conceitos.

A exploração do Tangram não é encontrada somente na área da matemática. Um exemplo disso é o trabalho de Day (1988), com seus alunos de 4ª e 5ª séries da escola elementar. O autor criou um "Mundo Tangranimal", através do qual os alunos manipulavam as peças do Tangram com a finalidade de formar variedades de animais reais e imaginários. E, juntamente com o entretenimento, os alunos escreviam poemas e estórias listando fatos sobre os animais criados. Com isso, os alunos eram envolvidos, indiretamente, nas áreas de redação e da ciência e, depois de trabalhar com seus grupos, socializavam suas produções com outras classes.

Ao lado das discussões sobre a utilização dos materiais manipulativos nos processos educativos, em particular para o ensino da matemática, vêm tomando vulto os estudos sobre a introdução da informática como recurso didático de instrução ou de apoio.

Em relação ao tema informática e educação, Monteiro e Gomes (1993) selecionam dezesseis artigos nacionais, publicados entre 1986 e 1991, que discutem o impacto da informática na educação, abordando, entre outros, aspectos técnicos, pedagógicos, psicológicos, políticos e sociológicos da introdução do computador na educação. Os artigos tratam mais da preocupação, não mais com a introdução ou não do computador na escola, mas sim da maneira como inseri-lo, quais as vantagens e perigos, o papel do professor, aspectos sociológicos e a reflexão da informática educativa na escola pública brasileira. Entre as principais questões discutidas nos artigos figuram: 1) informática educativa e sociedade; 2) informática educativa e ensino público; 3) aspectos técnicos da informática educativa; 4) informática e currículo; 5) informática educativa e desenvolvimento cognitivo; 6) aspectos filosóficos e informática educativa; 7) resultado de pesquisas e experiências; 8) o professor e o computador e 9) o computador como um mito na educação.

A implementação e a difusão do uso da tecnologia computacional nas escolas do Brasil são também, temas da pesquisa de Frant (1993). Procuraram-se identificar e analisar

os fatores que facilitaram ou dificultaram essa implementação e essa difusão. Especificamente, Frant analisa projetos como EDUCON, FORMAR e PRONIFE. A autora descreve cada um dos programas, seus objetivos e seus desenvolvimentos, e analisa qual foi a missão de cada projeto, como eles foram executados, qual foi a extensão do seu sucesso (ou deficiência) e quais foram os fatores que conduziram para o sucesso ou fracasso dos Projetos. Uma vez que um dos meios de introdução da tecnologia nas escolas foram os projetos citados acima, a autora procurou estudar a origem, influências no mundo escolar, apresentando uma análise relevante para possíveis melhorias no temário tecnologia e educação.

Turine (1994), com o objetivo de auxiliar o processo de ensino-aprendizagem de conceitos relacionados à geometria plana, desenvolveu um sistema computacional chamado Tegram baseado no Tangram, para ser utilizado por estudantes do ensino fundamental. Esse sistema computacional será descrito, detalhadamente, no capítulo dois.

Além de estudos sobre alternativas para o ensino de geometria, a reflexão sobre as estruturas cognitivas e os processos de aprendizagem da geometria têm sido contemplados de maneira pródiga na produção científica, na área da psicologia da Educação Matemática.

Em particular, encontram-se na literatura diversos estudos realizados nessas duas últimas décadas, com o objetivo de contribuir para uma melhor compreensão dos processos pelos quais habilidades se manifestam na execução de atividades geométricas realizadas pelos alunos.

O trabalho de Hoffer (1981) parte de um levantamento, realizado todos os anos, com estudantes do 1° ano da Universidade de Oregon, que resultou em uma lista dos assuntos de matemática de que eles mais e menos gostaram na escola elementar. O tópico geometria é, com acentuada freqüência, citado como o menos agradável para esses estudantes. As respostas foram analisadas e concluiu-se que os alunos relacionam ou definem o estudo da geometria como "provas de teoremas", "memorização das provas", "demonstrações". Para o autor, é difícil separar a geometria de suas provas e demonstrações, mas há outras **habilidades de natureza geométrica** que podem ser igualmente importantes para os estudantes. O artigo discute as habilidades na geometria, os níveis de desenvolvimento mental na geometria (níveis de Van Hiele) e fornece uma estrutura, com exemplos, de como se podem conectar as habilidades com os níveis de desenvolvimento. Entre as **habilidades na geometria**, destacam-se cinco áreas de **habilidades básicas,** que podem ser desenvolvidas no ensino elementar: habilidade visual, verbal, de desenho, lógica e aplicada.

No estudo de Boulter e Kirby (1994) foram examinadas as estratégias usadas por estudantes nas identificações e ilustrações das transformações das figuras geométricas em tópicos de matemática da sétima e oitava séries. Para esses autores, as estratégias dos estudantes na solução de problemas geométricos, envolvendo transformações, são caracterizadas em duas amplas categorias: holística e analítica. As duas estratégias podem depender de habilidades espaciais distintas: a holística, que está relacionada à habilidade de "orientação espacial" (avaliada por rotação mental, tarefas em que imagens das figuras devem ser rotacionadas rigidamente e comparadas com outras figuras), e a analítica, que se refere à habilidade de "visualização espacial" (avaliada por tarefas espaciais em que o sujeito deve analisar e ajuntar as figuras). Participaram de tal investigação dez sujeitos e utilizou-se como procedimento a técnica do "pensar em voz alta", verificando, ainda, a familiaridade dos sujeitos com os termos associados às transformações geométricas (rotação, translação e reflexão). Nesse estudo, a estratégia analítica foi a mais utilizada pelos sujeitos pesquisados e, para os autores, é possível que o seu uso reflita maior desenvolvimento cognitivo, pois as crianças vão das abordagens holísticas para as analíticas. Considera-se, nesse contexto, que as estratégias holísticas sejam mais básicas que as analíticas.

Num esforço de sistematização de suas experiências pedagógicas, Franchi et al. (1992) apresentam e discutem atividades de sala de aula que, explorando materiais de fácil construção como o Tangram, pentaminós e triângulos, dirigem seu enfoque para a construção de conceitos e fórmulas de áreas. Os comentários sobre essas atividades explicam procedimentos de resolução observados em seus alunos e exemplificam os princípios metodológicos discutidos no final da obra. O trabalho desses autores contempla os aspectos cognitivos envolvidos na construção do conceito de área, baseando-se em trabalhos recentes da psicologia cognitiva bem como os aspectos matemáticos subjacentes às atividades descritas. A partir dessa reflexão, Franchi et al. explicitam os princípios metodológicos orientadores do trabalho do Centro de Estudos Matemáticos (CEM), nos quais se destaca a importância de se contemplar as atividades de transformações geométricas e favorecer a percepção e análise de movimentos tais como translação, rotação em torno de um ponto, rotação em torno de um eixo, que fazem parte da experiência diária de todas as pessoas e são de aplicação, freqüentemente, em outros domínios do conhecimento.

Thorton et al. (1983), destacados em English e Warren (1995), acreditam que há uma relação íntima entre muitos aspectos do aprendizado de matemática e a habilidade de

conceitualizar formas geométricas planas visualmente. O artigo ressalta o papel da ação dos educadores no sentido de contribuir para que seus alunos adquiram e apliquem conceitos e habilidades geométricas. O objetivo do trabalho de English e Warren (1995) foi investigar o desempenho das crianças em tarefas espaciais que envolviam a conceitualização e a manipulação de uma forma geométrica plana desconhecida dos sujeitos, no caso o trapézio retangular. Foram acompanhados vinte sujeitos, dez meninos e dez meninas, divididos em cinco grupos etários, num intervalo de 4 anos e 6 meses a 11 anos e 10 meses. A cada criança foi ministrada uma série de oito tarefas, a respeito do trapézio retangular. Uma das oito tarefas se referia a resolver quebra-cabeças que envolvem a "forma especial". Essa quinta tarefa estava relacionada com a investigação do grau de flexibilidade dos sujeitos, que era uma das categorias de análise, abordando a situação de solução do problema proposto. Algumas crianças moviam e rodavam as peças continuamente, de modo sistemático, enquanto outras pareciam não saber por onde começar e como proceder. Outras, ainda, ficavam presas a um método particular e eram relutantes em tentar estratégias alternativas. A análise dos dados revelou que tanto a percepção visual de uma forma quanto a abordagem à solução da tarefa proposta influenciam o desempenho das crianças no reconhecimento das formas. Mostrou, ainda, que a dificuldade no reconhecimento das formas seria devida às limitações da percepção visual e também à falta de vontade para experimentar visualmente e fisicamente essas formas.

Jalles (1995), por sua vez, trabalhando com crianças de pré-escola, pesquisou se instruções metacognitivas melhoram o desempenho dessas crianças em atividades de resolução de problemas geométricos. Essa pesquisa investigou trinta crianças distribuídas aleatoriamente em dois grupos: experimental e controle, submetidos a um pré e pós-teste. O resultado das análises comparativas entre o número de erros do pré e do pós-teste, mostraram diferenças significativas para o grupo experimental, concluindo que estratégias metacognitivas melhoram o desempenho dessas crianças em atividades de resolução de problemas geométricos.

Matos e Gordo (1993) enfatizaram a necessidade de se desenvolverem atividades que envolvam, de alguma maneira, as habilidades espaciais da criança, pois isto poderá facilitar a aprendizagem da geometria. De acordo com esses autores, muitos educadores estão preocupados com essa interação — entre as habilidades e a aprendizagem da matemática —, com o propósito de ultrapassar as dificuldades perceptuais dos alunos na compreensão de desenhos de figuras tridimensionais, na interpretação de representações visuais de

conceitos matemáticos e no estudo dos processos relacionados com a imaginação de transformações de entidades matemáticas.

Segundo Young (1991), um dos papéis dos objetivos do uso da atividade geométrica seria desenvolver as habilidades espaciais dos estudantes. Para o autor, as habilidades espaciais estão envolvidas, sob muitos aspectos, nas ações de interpretar o meio ambiente, tais como: interpretar e fazer desenhos, formar imagens mentais e visualizar movimento ou mudar aquelas imagens. Young destaca, ainda, que a atividade mental é essencial no desenvolvimento de habilidades espaciais, mais especificamente de visualização. O artigo apresenta algumas atividades geométricas que professores podem usar para fornecer a seus alunos experiências que irão influenciar em suas habilidades espaciais. O objetivo dessas atividades é aumentar as habilidades espaciais-visuais por meio da interpretação de informação pictórica, transformação mental da informação e organização da informação de acordo com os padrões de organização selecionados (tal como a simetria). Encontra-se, entre as atividades, o uso de quebra-cabeças (Tangram) para desenvolver habilidades para reconhecer e recordar mentalmente a forma dos objetos. Nessa atividade, os estudantes devem ser encorajados a tentar imaginar se a peça se encaixará, antes de ser usada, relembrando que, para o autor, a atividade mental é essencial no desenvolvimento das habilidades espaciais.

Focalizando as representações baseadas na percepção, Anderson (1995) investiga o modo como a informação é processada após ter sido percebida e integrada ao sistema cognitivo, o que, para ele, depende do modo como a informação é representada no sistema. Estudando essas diferentes representações do conhecimento, o autor focaliza a imagem mental, destacando, entre as mais influentes pesquisas em imagens mentais, a longa série de experimentos sobre rotação mental realizados por Roger Shepard e seus colaboradores.

Atividades que introduzem as crianças aos conceitos geométricos produzem, para Russel e Bologna (1982), experiências que as ajudam a desenvolver e reforçar as percepções espaciais. As autoras ressaltam a utilização do material Tangram para prover numerosas experiências matemáticas interessantes para as crianças. Como uma ferramenta de auxílio ao ensino, contém duplo benefício: ele não apenas oferece aos professores um simples, mas excitante, meio de introdução aos conceitos matemáticos, como também é um excelente veículo para os estudantes e professores se empenharem em tarefas que alimentam a visualização espacial. O artigo direciona os leitores a atividades como: construção do Tangram com perguntas sobre as relações entre as formas geométricas que o

compõem e os diversos tipos de Tangram; atividades de visualização espacial; atividades que envolvem medidas; e descobrir o teorema de Pitágoras.

O conjunto de artigos selecionados para a presente revisão apontaram na mesma direção sinalizada por Hoffer (1977, 1981) que, no final da década de 70 e início dos anos oitenta, estudando a identificação e caracterização das habilidades geométricas em geral, e de percepção visual em particular, investigaram, ainda, sua relação com a resolução de atividades de geometria. Essa insistência pode ser interpretada como indício da relevância dessa temática para aprendizagem da geometria.

CAPÍTULO III

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para estudar o processo de pensamento do aluno diante de certos problemas geométricos, faz-se necessária a investigação de determinados fatores subjacentes a esse pensamento geométrico, entre eles o sentido espacial[5], e, mais especificamente as habilidades espaciais.

Estudos sobre o sentido espacial têm sido um ponto de convergência dos interesses de psicólogos e educadores matemáticos. Del Grande (1990) lembra que, há tempos, psicólogos estudam fatores espaciais e que, recentemente, os educadores matemáticos passaram a direcionar seus estudos para esse campo de investigação.

Também, no presente trabalho, procurar-se-ão relacionar os enfoques da matemática e da psicologia para o estudo das habilidades espaciais envolvidas na solução de problemas de geometria.

Fuys & Liebov (1993) apontam a capacidade de desenvolver o sentido espacial como um dos aspectos relevantes do ensino da geometria no currículo escolar. Esses autores assumem o conceito do sentido espacial adotado no *National Council of Theachers Mathematics*, de 1989 (NCTM): "o sentido espacial é um sentir intuitivo de um sujeito sobre o espaço à sua volta e os objetos que estão nesse espaço" (p.202). Esses autores ressaltam que, para desenvolver o sentido espacial, as crianças devem ter muitas experiências que focalizam relações geométricas: direção, orientação e perspectivas de objetos no espaço, a forma relativa e os tamanhos de figuras e objetos e como uma mudança na forma está relacionada à mudança no tamanho.

> "*Os estudantes descobrem as relações e desenvolvem o sentido espacial construindo, desenhando, medindo, visualizando, comparando, transformando e classificando figuras geométricas. Discutir idéias, fazer conjecturas e testar*

---

[5] Trabalhos sobre o sentido espacial se encontram, por exemplo, na revista *Arithmetic Teacher*,. v.37, nº6. fev.

hipóteses precede o desenvolvimento de proposições mais formalizadas. No processo, as definições tornam-se significativas, as relações entre as figuras são entendidas e os estudantes são preparados para usar essas idéias para desenvolver argumentos informais. A exploração informal da geometria pode ser excitante e matematicamente produtiva para os estudantes das séries intermediárias. Neste nível a geometria focaliza a investigação e o uso das idéias geométricas e suas relações muito mais que a memorização de definições e fórmulas." (NCTM, Standard 12, p.112).

Wheatley (1990) enfatiza que os autores do NCTM referem-se ao sentido espacial como o conjunto daquilo que tem sido rotulado como visualização espacial, raciocínio espacial, percepção espacial e imagem visual para rotação mental. O autor sugere que se pense sentido espacial em termos da produção de imagens. Concordando com Kosslyn, Wheatley esclarece que a produção de imagens envolve a construção, representação e transformação de imagens auto-geradas. Mais uma vez, vê-se a manifestação do sentido espacial traduzida no desenvolvimento de habilidades espaciais.

Matos e Gordo (1993) destacam que o sentido espacial pode ser visto como facilitador da aprendizagem da geometria, sendo ao mesmo tempo desenvolvido pelas experiências geométricas em sala de aula. O conjunto de habilidades que os estudantes de geometria devem possuir poderia estar relacionado com a forma como eles percebem o mundo que os rodeia e, a sua capacidade de interpretar, modificar e antecipar as transformações dos objetos.

Os estudos acima sugerem, portanto, a existência de um caminho do sentido espacial que vai da intuição à representação e à ação. Assim, a manifestação e o desenvolvimento do sentido espacial far-se-ão através de sua tradução em ações que requerem esse sentido para obter êxito. De fato, como descrito na introdução da revista *Arithmetics Teacher* (1990), v.37, nº6:

> *"Sem sentido espacial e o vocabulário para descrever relações, nós não podemos nos comunicar sobre posições ou as relações de dois ou mais objetos. Nós não podemos dar e receber direções para encontrar localizações e completar simples tarefas. Nós não podemos retratar mudanças que resultam quando figuras são divididas, combinadas, ou movimentadas no espaço. Nós poderíamos dificultar em nossas habilidades a análise das figuras e as relações de suas partes."* (p.4)

Krutetskii (1976) não usa o termo sentido espacial, mas se reporta ao trabalho de Thurstone que lista, originalmente, doze fatores de grupo – comuns a um certo grupo de testes – chamados de "habilidades mentais primárias", entre as quais ele inclui a habilidade espacial (habilidade de operar com relações geométricas, manipular formas) e a habilidade perceptual (habilidade de intuir e/ou imprimir velocidade e auferir a exatidão da percepção visual), ao lado das habilidades: computacional ou numérica, verbal, de "fluência" verbal e de memória associativa.

É preciso destacar ainda que, além do sentido espacial estar inserido em um conjunto geométrico, também está presente nos conjuntos numéricos. Wheatley (1990) corrobora esse enfoque, exemplificando que linhas numéricas, eixos de coordenadas e gráficos são meios de pensar sobre padrões numéricos e que frações podem ser pensadas em termos de regiões geométricas. Para o autor, a relação dos padrões numéricos com os geométricos envolve, geralmente, algum tipo de construção de imagens. Daí, a importância crescente do uso da geometria nas escolas e a necessidade de os educadores matemáticos conhecerem o "mundo da visualização espacial":

> "*Sentido espacial é indispensável para dar significado à nossa experiência Matemática. Promover a necessária mudança (*no enfoque dado à Geometria nos currículos de Matemática da escola elementar) *requer um dedicado e concentrado esforço da parte de todos nós. Vamos dar ao sentido espacial um lugar de destaque nos programas escolares de Matemática*".(p.11)

Assim, é de fundamental importância o desenvolvimento do sentido espacial e, conseqüentemente, do pensamento espacial, indispensável a muitas das atividades profissionais (Yakimanskaia, 1991).

Habilidade Matemática

V. A. Krutetskii foi chefe da seção de habilidades do Departamento de Psicologia Educacional do Instituto de Psicologia da Academia de Ciências Pedagógicas da URSS. Suas pesquisas se concentraram no estudo dos componentes e na formação das habilidades matemáticas.

Ele censurava os psicólogos não comunistas ("burgueses") por assumirem que as habilidades são inatas, relativamente estáveis e mensuráveis através dos testes de inteligência. Esse tipo de teste era muito usado por educadores americanos e ingleses e Krutetskii criticava sua utilização, pois eram estes testes que decidiam a série na qual as crianças se adequariam. Embora a psicologia soviética tenha abolido o uso dos testes psicológicos, a escola manteve o uso dos testes de desempenho (provas).

Krutetskii acreditava que indivíduos bem dotados em Matemática, ao nascerem já trazem inclinações matemáticas as quais ele denomina "qualidade matemática da mente", isto é, uma tendência a interpretar o mundo matematicamente. Apresentou, ainda, três tipos básicos desta inclinação: o tipo analítico — que tende a pensar em termos lógico-verbais; o tipo geométrico — que tende a pensar em termos visuais-pictóricos e o tipo harmônico — que combina as características dos dois primeiros tipos. Essa inclinação biológica, para ele, é necessária mas não suficiente para o desenvolvimento subseqüente de uma habilidade; as habilidades são criadas e desenvolvidas apenas através de atividades específicas. Para Krutetskii não são as habilidades que são inatas, apenas certas inclinações estão presentes no nascimento.

A pesquisa de Krutetskii estava fundamentada numa teoria geral das habilidades matemáticas. Habilidades, para o autor, são sempre o resultado do desenvolvimento. É durante a execução de uma atividade, instrução e treinamento que as habilidades são evidenciadas, ou seja, "se nós analisarmos a atividade do ponto de vista das características psicológicas de uma pessoa que são favoráveis ao seu domínio, nós estaríamos fazendo uma análise da habilidade" (p.74).

Para a psicologia soviética: "habilidades não podem ser inatas; apenas inclinações para habilidade - certas características anatômicas e fisiológicas do sistema nervoso do cérebro - estão presentes no nascimento" (Krutetskii, 1976).

Neumann (1995) elencou seis pontos em relação à teoria das habilidades de Krutetskii: 1) habilidades são específicas; elas sempre são habilidades para uma determinada classe de atividade; 2) habilidade é um conceito dinâmico. Não aparece e existe apenas em uma atividade, mas é criada e até mesmo desenvolvida na atividade; 3) há alguns períodos na vida dos indivíduos que são mais favoráveis para o desenvolvimento de uma habilidade, sendo que algumas habilidades são transitórias ou provisórias; 4) o progresso e o sucesso na execução de uma atividade dependem de um complexo de habilidades e não de uma habilidade tomada isoladamente; 5) um alto desempenho em uma

atividade pode estar condicionado por diferentes combinações de habilidades. Então, em princípio, pode-se falar de diferentes *tipos* de habilidade, incluindo habilidades matemáticas; 6) dentro de certos limites muito amplos, uma deficiência em uma habilidade pode ser compensada por uma outra habilidade.

Habilidades, para Krutetskii, são características psicológicas individuais que respondem às exigências de uma atividade complexa. Ele enfatiza, ainda, que habilidades incluem características individuais dos processos mentais – percepção, atenção, memória, imaginação, pensamento etc. . E recusa quaisquer críticas que considerem que sua investigação não tome como objeto a atividade matemática mas diferenças individuais na percepção, pensamento, memória e imaginação que se evidenciam nos processos da atividade matemática (p.75).

Ele insiste que o procedimento usado (e possível) em muitos estudos das habilidades para tipos específicos de atividades é isolar os componentes para fins de estudo.

Neumann (1995) ressalta que Krutetskii:

> *"...trata as habilidades como estruturas mentais complexas que constituem uma síntese das propriedades e qualidades da mente, que incluem diversos aspectos desenvolvidos durante a execução adequada de uma atividade. As habilidades são totalidades, cujos componentes não podem funcionar de forma isolada. A identificação e análise de cada componente em separado é elaborada apenas com objetivo de pesquisa, mas, na execução da atividade, o conjunto destes elementos interagem formando uma única estrutura."* (p.67)

Krutetskii apresenta alguns exemplos que esclarecem sua posição, fazendo menção a trabalhos de diversos estudiosos das habilidades.

> *"Entre os componentes de habilidade musical nós encontramos uma habilidade para representação auditiva (Teplov, 411); entre os componentes de habilidade de atividade pictórica nós encontramos integridade de percepção, memória visual, e uma apreciação de relações entre luz e sombra (Kireenko, 168); entre os componentes da habilidade literária nós encontramos pensamento que contém imagem e imaginação criativa (V. P. Yagunkova, 468); e entre os componentes de habilidade na engenharia nós encontramos uma habilidade para conceitualização espacial e pensamento técnico (V. N. Kolbanovskii, 176 a; P. M. Yakobson, 472)".* (p.75)

Para Krutetskii, portanto, a habilidade estaria associada a um fazer complexo: a habilidade musical, por exemplo, estaria associada ao fazer do músico que se compõe de atividades complexas como a leitura de partituras, reconhecimento e procedimento para afinação, composição, regência, tocar um instrumento.

Sobre as estruturas das habilidades matemáticas, Krutetskii (1968), citado em Dubrovina (1992), desenvolveu uma investigação minuciosa, tendo como sujeitos crianças em idade escolar. Para ele, habilidades no estudo da matemática significa:

> *"características psicológicas individuais que atendem as necessidades do trabalho escolar em matemática e que trazem sucesso – outras condições sendo iguais – na aprendizagem criativa da matemática na escola: em particular, um domínio rápido, prático e profundo do conhecimento, habilidades, e destrezas em matemática.* (p.5)

Dubrovina (1992) aponta os componentes básicos identificados por Krutetskii na estrutura das habilidades matemáticas:

> *1. "Uma aptidão para percepção formalizada do material matemático e para compreensão da estrutura formal de um problema.*
>
> *2. Uma aptidão para generalização rápida das entidades, relações e operações matemáticas.*
>
> *3. Uma habilidade para encurtar o processo do raciocínio matemático e o sistema de operações correspondentes. Uma habilidade para pensar em estruturas encurtadas.*
>
> *4. Flexibilidade do processo de pensamento em atividade matemática.*
>
> *5. Uma capacidade para reestruturação rápida e livre da direção do processo mental, para desviar de uma direção para uma série reversa de pensamento.*
>
> *6. Um esforço para clareza, simplicidade, economia, e racionalidade em soluções.*
>
> *7. Memória matemática (uma memória generalizada para relações matemáticas, esboços de argumentos e provas, métodos de solução de problema e os princípios pelos quais os problemas são atacados)".* (p.5)

A habilidade matemática pode ser explicada a partir de seus componentes geométricos, algébricos, aritméticos, de cálculo, por exemplo.

Por outro lado, Hoffer (1981) fala de habilidades geométricas, enfatizando as habilidades de percepção espacial. Como habilidades matemáticas, as habilidades de percepção espacial estão sendo aqui tomadas como uma "formação mental que é complexa na estrutura" (Krutetskii, 1976, p.76), e que pode ser considerada como uma "síntese única de propriedades, uma qualidade integral da mente, incluindo diversos aspectos mentais e desenvolvida durante o processo da atividade matemática" (p.76).

A percepção espacial é um componente da habilidade matemática que permite lidar com as relações espaciais. E o lidar com relações espaciais é um fazer cuja complexidade pode variar de um nível extremamente simples a um alto nível de sofisticação.

Embora reconhecendo-a como "um todo único e distinto" essa pesquisa adota (para o estudo da habilidade espacial) o mesmo procedimento de Krutetskii, ao procurar identificar e se debruçar sobre a análise daqueles que se julgam ser componentes (ou habilidades particulares) desta habilidade.

Percepção Espacial

A respeito da definição de percepção espacial, Del Grande[6] (1988) salienta sua não universalidade, pois o estudo dessa percepção tem raízes na psicologia, na filosofia e na física e, sua definição pode ter, portanto, "alterações conforme a tarefa que se tenha em mãos" (p.156).

O autor define a percepção espacial como uma "faculdade de reconhecer e discriminar estímulos no espaço e a partir do espaço; e interpretar esses estímulos associando-os a experiências prévias". Ele acrescenta, ainda, que "uma compreensão clara das habilidades de percepção espacial tornará possível preparar os programas de geometria e selecionar atividades que irão melhorar a percepção visual dos alunos."

---

[6] Existe esse texto traduzido para o português e se encontra na referência: DEL GRANDE, J. J. (1994.) Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST, M. M. & SHULTE, A. P. (Orgs.). *Aprendendo e ensinando geometria*; tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual.

O estudo de Hoffer, citado por Del Grande (1990), sugeriu sete "habilidades de percepção visual" ou tarefas categóricas. Em seu artigo, Del Grande (1990), discute estas sete habilidades que poderiam ser consideradas (para utilizar a denominação de Krutetskii) componentes das habilidades espaciais. Segundo o autor, essas habilidades foram selecionados por terem relevância no estudo da Matemática e, em particular da Geometria. Em outro artigo, "Spatial Perception and Primary Geometry", Del Grande (1988) volta a tratar os componentes espaciais como habilidades espaciais e aqui serão tomadas como categorias de análise.

① **coordenação vísuo-motora:** é a capacidade para coordenar a visão com os movimentos do corpo.

Quando a coordenação viso-motora ainda está pouco desenvolvida, qualquer atividade motora torna-se um problema tão grande que a criança não consegue apreender qualquer outra coisa enquanto a executa. Hoffer (1977) exemplifica: "se os alunos têm dificuldades para ligar pontos no papel, ou construir estruturas com blocos de madeira, é provável que eles não percebam ou entendam idéias ou conceitos (geométricos) nos vários níveis de abstração" (p.14), pois só o esforço motor já é suficiente para absorvê-los completamente. Somente quando esta coordenação se torna habitual, a criança é capaz de apreender ou perceber objetos exteriores e suas relações, sendo, pois, esta habilidade indispensável para o aprendizado da matemática e, de modo particular, para o aprendizado da geometria, no qual as relações espaciais têm um papel de especial destaque.

② **percepção de figuras em campos:** é o ato visual de identificar uma figura específica (o foco) num quadro (o campo). Esta percepção é, às vezes, descrita como "distinguir a frente do fundo" (Del Grande, 1990). Para focalizar a atenção numa figura (e distingui-la do campo), é preciso desconsiderar todos os marcos que poderiam ser estranhos à caracterização da figura como tal e não se distrair com estímulos visuais irrelevantes para essa caracterização. Del Grande (1988) destaca o estudo de Vurpillot (1976), que discute "em que medida crianças de quatro a sete anos de idade são capazes de decompor unidades de percepção em seus componentes e voltar a juntá-las em novas formas como problemas de figuras embutidas". E o trabalho de Vurpillot conclui que 70% das crianças de quatro anos de idade conseguem identificar figuras sobrepostas.

Del Grande (1988) elenca algumas atividades de percepção de figuras em campos: interseção de retas, interseção de figuras, figuras ocultas, figuras sobrepostas, finalização de figuras, reunião de partes de uma figura, semelhanças, diferenças e inversão de uma figura

ou campo. E, em seus exemplos, se encontram as atividades de reunir partes de figuras, envolvendo o preenchimento de uma figura com o uso de muitas figuras geométricas.

③ **constância de percepção:** pode-se identificar a constância de percepção como a percepção da constância da forma e do tamanho de um objeto. Neste caso, a constância perceptual seria a capacidade de reconhecer que um objeto tem propriedades invariáveis, como tamanho e forma, apesar das várias impressões que pode causar conforme o ponto do qual é observado (Del Grande, 1988). Pode-se ainda, ampliar o conceito de constância perceptual identificando-a com a percepção da constância da forma não mais vinculada a um determinado objeto, mas envolvendo o reconhecimento de certas figuras geométricas apresentadas em uma variedade de tamanhos, sombras, texturas e posições no espaço e sua discriminação de figuras geométricas semelhantes (Del Grande, 1990).

Esse termo – constância perceptual – foi, também, utilizado por Piaget e Inhelder em 1956, ao se referirem à forma e ao tamanho dos objetos (Del Grande, 1988).

Frostig e Horne (1964), citados em Del Grande, 1988), ressaltam que a constância de percepção depende em parte "da aprendizagem e de experiências que são fornecidas por atividades de natureza geométrica" (p.159). Mais uma vez, vê-se a importância de se promoverem atividades dessa natureza, que oportunizem a percepção da qualidade de permanência dos objetos em detrimento de sua aparente mudança contínua, à medida que se movem em relação ao observador, qualidade esta que é o que dá estabilidade ao mundo no qual a criança está inserida, permitindo a ela condições de adequação ao meio.

④ **percepção da posição no espaço:** permite ao sujeito determinar a posição de um objeto no espaço em relação a si próprio. Na investigação desse componente, é importante considerar que a criança percebe a si mesma como o centro do seu universo perceptivo, de forma que sua percepção da posição dos objetos no espaço se estabelece tomando sempre ela mesma como referencial.

Atividades envolvendo percepção da posição no espaço lidam com a discriminação de rotações e reversões de figuras. Isto é requerido quando a orientação de um objeto é relevante para sua identificação, ou seja, quando "o mesmo" significa "congruente e com a mesma orientação" como, por exemplo, na distinção entre as letras b e d. Neste caso, o sujeito precisa reconhecer que apesar da forma ser idêntica, o fato de a figura ter sofrido uma reflexão altera sua identidade. Entretanto, a percepção da posição no espaço também é requerida quando a orientação não é relevante para identificação, como é o caso da congruência de figuras. Neste caso, o sujeito precisa perceber a posição para poder concluir

que, com exceção das transformações (rotação, reflexão e translação), as figuras são idênticas.

Podem-se destacar aqui alguns estudos que, voltados para a apreensão das transformações geométricas, analisam a rotação mental. Para Jalles (1997), a rotação mental é a capacidade de rotacionar figuras bi ou tridimensionais. Os estudos que se dedicam à análise desta capacidade, em geral, levam em conta o desempenho e o tempo na execução dos giros dessas figuras para a realização de certas tarefas.

Anderson (1995) inclui os experimentos sobre rotação mental entre os experimentos sobre imagens mentais. Para ele, rotação mental é o processo de transformar continuamente a orientação de uma imagem mental. Entre as pesquisas por ele consideradas mais influentes sobre imagens mentais, Anderson destaca os experimentos sobre rotação mental desenvolvidos por Robert Shepard e seus colaboradores. Os experimentos de Shepard e Metzler (1971) mostraram que o processo de rotação mental de uma figura mantém uma relação direta com as rotações físicas que se lhe devem imprimir.

Jalles (1997) ressalta, entretanto, que há estudos que mostram que quando a tarefa faz parte de uma outra tarefa mais complexa, os sujeitos podem utilizar-se de processos analíticos para perceber a rotação ou imprimi-la ao objeto, ao invés do processo de representação do todo. Assim, processos diferentes seriam usados conforme o tipo de complexidade da tarefa.

O sucesso na execução de tarefas de rotação de figuras pode ser ainda, segundo Rosser et al. (1984), citados em Jalles (1997), afetado por duas características: o número de pistas de orientação contidas no estímulo e a localização de tais pistas (internas ou externas).

Franchi et al. (1992) relatam a importância de se contemplarem nos currículos escolares atividades envolvendo as transformações geométricas (translação, rotação e reflexão), uma vez que tais movimentos fazem parte da experiência diária de todos nós e são aplicados em outros domínios do conhecimento. Além disso, o desenvolvimento da visualização de uma figura em diferentes posições ou a previsão de conseqüências da aplicação de determinados movimentos é de grande relevância para a compreensão do espaço em que a criança está imersa, sua localização nele e suas atividades relacionais neste contexto.

⑤ **percepção das relações espaciais:** capacidade de um sujeito ver dois ou mais objetos em relação a si próprio ou em relação um ao outro.

As atividades envolvendo essa percepção incluem: relacionar as posições de dois ou mais objetos, notar semelhanças e diferenças, encontrar um caminho mais curto para um determinado objetivo, completar uma figura, completar uma seqüência e reunir partes.

Del Grande (1988) adverte que a percepção das relações espaciais está estritamente ligada com a percepção da posição no espaço, para algumas tarefas. Por exemplo, se uma pessoa vê que duas figuras são congruentes, quando uma é imagem da outra por meio de um deslizamento, uma rotação ou uma reflexão, essa pessoa consegue perceber as relações espaciais que lhe permitem observar a congruência (que é uma relação entre as duas figuras). Entretanto, a possibilidade de identificar a congruência supõe a capacidade de executar (mentalmente) sobre cada uma das peças transformações geométricas (rotação mental), que permitem inferir a identidade das peças.

Também para executar um encaixe, o sujeito precisa lançar mão de sua capacidade de percepção das relações espaciais para determinar que peça (e em que posição) completará a figura desejada, a partir da(s) peça(s) já colocada(s). Uma vez identificada a peça e sua posição, esse sujeito precisará dispor da percepção da posição no espaço para decidir que transformação geométrica deverá imprimir, na peça selecionada, para que ela fique na posição que ele definiu anteriormente. Se a identificação da transformação geométrica é prevista sem a necessidade da ação física, pode-se inferir que o sujeito dispôs de sua rotação mental.

⑥ **discriminação visual:** capacidade de identificar as diferenças entre dois ou mais objetos. Ressalta-se que, enquanto a percepção da posição no espaço e a percepção das relações espaciais estão altamente conectadas com a posição de um objeto no espaço, a discriminação visual é independente da posição.

Para Del Grande (1988), "as atividades de escolher e classificar objetos e formas geométricas tal como faz com blocos de atributos podem ajudar as crianças a aprender a discriminar visualmente".

Na classificação dos objetos ou das formas geométricas a pessoa pode valer-se do recurso do desenho ou das abstrações, à medida que desenvolve sua discriminação.

⑦ **memória visual:** capacidade de relembrar precisamente objetos que não estão mais à vista, relacionando suas características com outros objetos presentes ou ausentes. Como a

maioria das pessoas consegue reter na memória, a curto prazo, apenas pequenas quantidades de informação, e por períodos de tempo relativamente curtos são necessários, para memorizar, mais elementos ou informações, lançar mão das abstrações e do pensamento simbólico. Esse recurso é largamente usado nas atividades geométricas, dada a natureza da organização do conhecimento geométrico, fundamentada na identificação de características a princípio visuais mas que logram definir-se como conceitos e relações abstratas.

O uso do material manipulativo na sala de aula

Encontram-se, na literatura, nomeações diversas para objetos ou modelos físicos que são usados como material de apoio ao processo de aprendizagem: material manipulativo (Trueblood, 1986; Bright, 1986); objeto (Pais, 1996); materiais físicos (Kaput, 1992); concreto (Castelnuovo, 1973). Este trabalho utilizará o termo material manipulativo, pois considera mais adequado, tendo em vista que o material Tangram permite ao aluno manuseá-lo durante a solução do problema.

A literatura mostra a preocupação constante com a maneira e o momento em que se devem utilizar os materiais manipulativos, bem como a preparação dos professores em exercício (ou dos futuros professores) para essa utilização em sala de aula, com o objetivo de levar o professor a trabalhar mais voltado para a motivação dos alunos, sem correr o risco de comprometer o desenvolvimento da aprendizagem.

Bright (1986) alerta que o uso descuidado dos materiais manipulativos pode levar os alunos a pensar que existem dois mundos matemáticos, o simbólico e o manipulativo, e não relacionar os dois. Ao contrário, é necessário enfatizar que no ensino com materiais manipulativos "os símbolos e os manipulativos devem sempre refletir o mesmo conceito"(p.4).

No ensino da matemática, merece destaque a utilização dos materiais manipulativos no ensino de geometria, pois "pode ser associado um objeto à maioria das noções geométricas com as quais o aluno tem contato já no programa da escola de primeiro grau" (Pais, 1996). Para este autor, pode surgir um problema com o uso desses materiais, pois "sua natureza contrasta frontalmente com a generalidade e a abstração dos conceitos visados", havendo, assim, "a necessidade de se transpor sua própria materialidade". Ele salienta ainda, a não condenação do uso dos objetos em sala de aula e sim a necessidade de "reconhecer que a aprendizagem somente vai desencadear-se a partir do momento que o aluno conseguir fazer uma leitura geométrica da representação envolvida" (p.67).

Mais uma vez, encontra-se a necessidade da preparação do professor na utilização do material manipulativo em sala de aula. Isso é enfatizado em Trueblood (1986), para quem essa preparação é uma tarefa multidimensional. Nessas dimensões, inclui não só a seleção e o uso de manipulativos que representem corretamente os conceitos matemáticos que os professores devem ensinar, como também a avaliação do processo de pensamento da

criança "como elas usam os manipulativos para formar imagens mentais dos conceitos matemáticos" (p.48) e o planejamento e gerenciamento de instruções matemáticas que envolvam os manipulativos.

Referindo-se a suas experiências na preparação de futuros professores para a utilização do manipulativo em sala de aula, Trueblood destaca dois fatores de resistência dos professores para essa utilização, fatores esses que estão vinculados à "falta de confiança em sua própria habilidade para usar materiais manipulativos corretamente" e à "crença de que as crianças se tornarão dependentes desses materiais, e assim, não dominarão os algoritmos básicos computacionais e os conceitos relacionados a eles" (p.51).

De fato, há problemas de ordem operacional, na utilização dos materiais manipulativos, que podem ser agravados por condições físicas adversas, representadas pela super lotação das classes, mobiliário inadequado, indisponibilidade de material para todos os alunos, custo dos materiais, escassez de tempo disponível do professor para preparação das aulas e do tempo escolar, premido por exigências de cumprimento de programas curriculares. Há, entretanto, questões muito mais profundas que se referem à falta de confiança do professor em sua própria competência para orientar seus alunos na transição do concreto para o abstrato, que tem raízes, muitas vezes, nas limitações de seus conhecimentos em matemática, restringindo sua capacidade de ampliar as possibilidades de abordagem dos conceitos.

No entanto, a disposição para trabalhar com materiais manipulativos, alimentada por um envolvimento tal que lhe provoque a reflexão sobre suas possibilidades pedagógicas, pode munir o professor de instrumentos interessantes e riquíssimos para não só motivar o aluno, mas lhe dar oportunidade para percorrer trajetórias decisivas para a produção e organização do conhecimento matemático.

No caso da exploração de conceitos e habilidades geométricas, o Tangram, um quebra-cabeça milenar, tem sido redescoberto e apresentado uma variedade enorme de possibilidades de exploração pedagógica e lúdica à disposição de professores e alunos.

Tangram

O Tangram é um material que pode ser utilizado como um recurso didático bastante rico, nas aulas de matemática, e envolver os alunos com atividades lúdicas. Ele fornece um grande número de atividades que estimula os estudantes na assimilação de conceitos de geometria plana[7]:

- identificação de formas geométricas;
- composição e decomposição de figuras;
- relações entre os elementos de uma figura;
- exploração do conceito de área;
- problemas envolvendo o teorema de Pitágoras;
- relações área-perímetro etc. .

A origem do Tangram foi na China e é conhecido desde o império da família Chu, que governou esse país no período de 740 a.C. a 330 a.C. Seu inventor não é conhecido, mas encontram-se muitas histórias a respeito de sua origem. Os chineses conhecem o Tangram por "Tch'i Tch'iao pan", que significa "*As sete tábuas das argúcia (habilidade, destreza)*". Ele servia de passatempo para as pessoas de todas as idades. É um jogo tipicamente chinês, pois requer, como indica o próprio nome, argúcia, habilidade, destreza e paciência.

O Tangram é um quebra-cabeça formado por sete peças, que têm formas geométricas bastante conhecidas: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Todas estas peças são originadas da decomposição de um quadrado ABCD, conforme apresenta a Figura 1.

---

[7] Essas atividades podem ser encontradas em trabalhos como: Turine(1994), Kriegler (1991), Russel e Bologna (1982), Dunkels (1990).

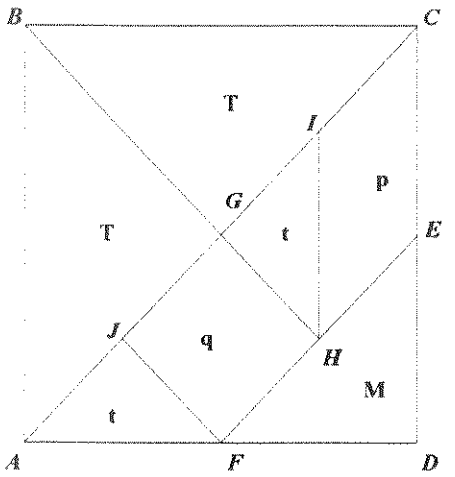


Figura 1: As sete peças que formam o Tangram.

As sete peças do Tangram são obtidas da seguinte forma:

a) $\overline{AC}$ é diagonal.

b) E é ponto médio de $\overline{CD}$.

c) F é ponto médio de $\overline{AD}$.

d) $\overline{EF}$ é paralelo a $\overline{AC}$.

e) $\overline{BH}$ é segmento da diagonal $\overline{BD}$.

f) $\overline{HI}$ é paralelo a $\overline{CD}$.

g) $\overline{FJ}$ é perpendicular a $\overline{AC}$.

É importante destacar que, pela maneira como o Tangram é construído, os cinco triângulos são retângulos e isósceles. Turine (1994) chama ainda a atenção para os dois triângulos menores (**t**) serem denominados triângulos básicos, pois todas as outras peças do Tangram podem ser compostas por eles.

Turine (1994) realiza um excelente levantamento sobre as várias atividades que se podem propor com o Tangram, distinguindo o que ele chama de atividades lúdicas das atividades envolvendo conceitos matemáticos.

Na parte relacionada às atividades envolvendo conceitos matemáticos, Turine ressalta a importância do uso pedagógico do material Tangram nas aulas de Matemática. Entre essas atividades destacam-se:

a) Relações entre as peças do Tangram;

b) Construção de figuras geométricas;

c) Classificação de figuras geométricas planas;

d) Congruência entre figuras geométricas;

e) Semelhança entre figuras geométricas;

f) Área;

g) Cálculo da área de figuras;

h) Sistemas de equações;

i) Perímetro;

j) Teorema de Pitágoras;

k) Comprimento dos lados das figuras;

l) Relação entre área e perímetro de figuras;

m) Frações e equivalência de frações e

n) Simetria.

Entre as atividades lúdicas, as mais famosas são as de composição de figuras decorativas, com uma variedade enorme de possibilidades, sendo uma oportunidade fértil de exercício da imaginação.

Refletindo sobre o mundo de ontem, o de hoje e imaginando o de amanhã, pode-se verificar um componente mutável gerado e gerador de nossa sociedade: a tecnologia. A tecnologia está relacionada com o intercâmbio de informações rápidas providas pela relação sociedade-comunicação-desenvolvimento, gerando um novo perfil do homem, capaz de usufruir novos artefatos tecnológicos. Estes artefatos podem permear todos os segmentos da sociedade, fornecendo condições de existência com qualidade e permitindo ao homem exercer um trabalho digno, se houver uma reestruturação das condições do ensino.

Para que estas condições existam, é necessário que o homem tenha oportunidade de conhecer e utilizar essa tecnologia, não só quando essa for requisitada, por exemplo, em uma seleção de trabalho, mas também para sua própria evolução, juntamente com a sociedade.

Analisando textos que discutem o impacto da tecnologia na sociedade e especificamente na educação, encontra-se uma freqüente analogia entre a revolução de informação e a revolução industrial.

Levine (1995) ressalta a importância do *tiro* tecnológico para a educação, comparando seu impacto com o da prensa de Gutemberg. O autor acredita que a multimídia interativa (informática) pode desempenhar o papel catalisador para alimentar uma revolução educacional e, assim, enquadrar a situação educacional na sociedade de informação.

Como participantes dessa "sociedade tecnológica", os educadores matemáticos preocupam-se com a inserção da tecnologia no mundo escolar. E a Educação Matemática também faz parte dessa sociedade e interage com ela, já que recebe constantemente as conseqüências da tecnologia e retorna seus resultados para o avanço da mesma. Estendendo essa reflexão, deve-se ponderar que toda a sociedade afeta e é afetada pela tecnologia. Sendo a escola parte dessa sociedade, infere-se a necessidade da conscientização dos integrantes do ensino, principalmente professor e aluno, sobre a atual revolução de informação.

Como característica dessa revolução, são verificadas as mudanças decorrentes de crises ou instabilidades de valores, conhecimentos, habilidades, instituições, o que acarreta a procura de novos caminhos políticos, econômicos e culturais da sociedade.

Direcionando essa reflexão para a educação, percebe-se que é fundamental "...trabalhar pela transmissão do novo conhecimento e transformar-se a si mesmo pela adoção de novos métodos e novas técnicas de ensino..." (Barros, 1988: p.28).

É necessário que o homem esteja preparado, atento e crítico às conseqüências dessa revolução tecnológica pois, "em toda revolução tecnológica, começamos a formar a tecnologia de informação — multi/mega mídia — e agora ela está nos formando" (Levine, 1995: p. 246). É como um ciclo em que, no começo, "criamos" os recursos tecnológicos para nossa necessidade e, ao criá-los e usufruir deles, concedemos a esses recursos um papel destacado na modulação do caminhar da sociedade.

Como a informática é um dos instrumentos de evolução da sociedade e a educação é o veículo efetivo da evolução social, relacionam-se esses dois componentes — educação e informática — no âmbito escolar, sendo o computador um dos recursos didáticos para essa relação.

Para Lobo Neto (1996), não cabe aos educadores criar a relação educação e informática, mas sim registrar sua existência e "compreendê-la para melhor utilizá-la em benefício do ser humano, da pessoa e do grupo social humano". (Lobo Neto, 1996: p.46). Muitos se preocupam somente com a inserção ou não da tecnologia na educação. Porém, como todos os indivíduos estão inseridos nessa revolução de informação tecnológica, é mais relevante "*debater e investigar "de que maneira" e "para quê" a Educação vai orientar sua interação com a Tecnologia*". (Lobo Neto, 1996: p.46).

Assim, os educadores devem estar conscientes e preparados para a inserção desse recurso tecnológico — computador — no trabalho escolar pois:

> *"O computador não é um fim em si mesmo, mas um meio, um recurso instrucional a mais, cuja eficácia dependerá da capacidade daqueles que o utilizam"*. (Barros, 1988: p.29).

Discutindo sobre o computador na educação, Mansutti (1993) ressalta alguns pontos para discussão, entre eles:

- *"a presença dos computadores, na sala de aula, assim como de calculadoras ou outros materiais, não provoca, por si, eficiência na aprendizagem;*

- *uso de computadores na sala de aula requer formação especial de professores;*
- *a Informática, enquanto campo de conhecimento, ainda não forneceu informações conceituais sobre suas relações com os processos cognitivos e formas de ensino;*
- *a produção de softwares educativos, de qualidade, depende de conhecimentos sobre Matemática, Psicologia, Didática e Informática por parte de quem os concebe".* (p.27)

Diante dessas reflexões, conclui-se que o professor deverá ser um organizador da aprendizagem e ter uma relação facilitadora e interativa com o aluno, podendo, muitas vezes, vir a "descobrir" outros caminhos de aprendizagem através dessa relação aluno-computador-professor.

Também é crescente o número de pesquisas em todo país, onde já não se discute mais se as escolas devem ou não utilizar computadores, e sim sobre a melhor forma de utilizar o computador como novo recurso, até a validade pedagógica de sua adoção.

O objetivo fundamental da utilização do computador no processo educacional é o de fazer com que o computador seja uma ferramenta complementar, de aperfeiçoamento e de possível melhoria na qualidade do ensino.

Com esse instrumento em mãos, os professores não devem utilizá-lo apenas como repassador de conteúdos – pois isso o computador pode fazer por si só – e sim como um facilitador para o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem, com um objetivo central: o aluno.

Para isso, o professor tem que ter a consciência da utilidade do uso do computador como recurso pedagógico. Não temer que o aluno, com suas freqüentes experiências tecnológicas, venha um dia a saber mais do que ele, mas sim, ser um mediador da aprendizagem:

> *"O professor tem a função de interlocutor do aluno para verificar o seu caminho e, ainda, de intervir com seus conhecimentos para suprir as lacunas que percebe no aluno e em sua estrutura cognitiva".* (Taille, 1990, citado por Gonçalves, 1992).

Jolly (1995), em seu estudo sobre o computador na escola, se direciona ao processo de ensino-aprendizagem, citando o trabalho desenvolvido por Mattos, em 1984, em que ele

propõe a utilização do computador para:

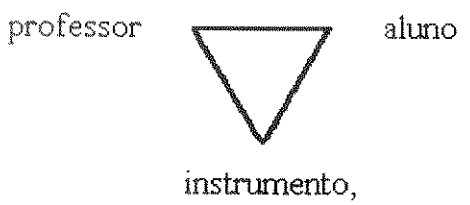
> *"(1)garantir a motivação numa etapa inicial do desenvolvimento de certo conteúdo, através de jogos e exploração da novidade; (2) conceituação: permitindo ao aluno "operar no computador" e descobrir regras, relações e até o próprio conceito; (3) fixação: atividades a serem memorizadas podem ser repetidas de formas variadas com feedback imediato e (4) generalização e ampliação da aprendizagem."* (Mattos, 1984, citado por Joly, 1995: p.76).

O objetivo fundamental da utilização do computador no processo educacional é fazer com que este seja uma ferramenta complementar, de aperfeiçoamento e de possível melhoria na qualidade de ensino.

Nessa mesma perspectiva, Miskulin (1994), ao postular o uso do computador na educação, mostra que a informatização assumiu um papel inovador e transformador nas sociedades dos países do primeiro mundo. Hoje, com o advento de novas tecnologias, o computador tornou-se uma ferramenta de uso comum e indispensável para a sociedade.

No caso brasileiro, para a autora, a queda das barreiras protecionistas nos levará a um incremento ainda maior no uso de tal tecnologia. Assim, com um atraso no tempo, nossa sociedade caminha para seus benefícios e, sem dúvida, quem dela se valerá em primeiro lugar será a classe dominante. (p.10)

Conforme Marques et al. (1986), o emprego do computador na escola deve favorecer a renovação do ensino e deve ser, para o professor e o pedagogo, um recurso problematizador da relação, expressa pelo diagrama abaixo:



Em outras palavras, o computador deve ser um agente dinamizador da reflexão sobre os objetivos e a metodologia da educação.

A área de informática aplicada à educação parece ser freqüentemente solicitada a mostrar resultados a curto prazo. Resultados estes que levem à melhoria do desempenho do estudante dentro do currículo tradicional. Ao contrário da posição de Levine (1995), para Valente (1993) o computador não pode ser visto como um catalisador de mudanças na

educação. O aproveitamento da tecnologia do computador é desejado do ponto de vista psicopedagógico, pois possibilita um melhor entendimento do processo de aprendizagem. O computador funciona como se fosse uma nova lente para analisar o sistema cognitivo do sujeito. É este o papel que será atribuído ao sistema computacional Tegram nesta pesquisa, tomando-o como um instrumento que gera possibilidades de manifestações mais explícitas da intencionalidade das ações dos sujeitos, de modo a facilitar a análise das habilidades que lhes são subjacentes.

Deve-se ressaltar que existem várias maneiras de classificar os *softwares* usados na educação. Como indica Valente (1993), Taylor (1980) classifica os *softwares* educativos em tutor (o *software q*ue instrui o aluno), tutorado (*software* que permite o aluno instruir o computador) e ferramenta (*software* com o qual o aluno manipula a informação).

Já outros autores preferem classificar os *softwares* educativos de acordo com a maneira como o conhecimento é manipulado: geração de conhecimento, disseminação de conhecimento e gerenciamento da informação (Knezek, Rachlin e Scannell, 1988, citados por Valente, 1993).

A utilidade de cada tipo de *software* deve ser analisada sob o foco de suas características próprias e suas vantagens e desvantagens, entendendo que cada um será adequado às situações que lhe convierem.

No "mundo dos *softwares*", encontram-se vários tipos de sistemas que possibilitam usos diferentes do computador na educação. Valente (1993) classifica-os como:

– Tutor, como a instrução programada, possui um programa pronto que tem a finalidade de transmitir algum conteúdo específico. Suas vantagens são citadas por Valente (1993): apresenta o material com outras características que não são possíveis no papel como: animação, som, manutenção do controle da *performance* do aprendiz, facilitando o processo de administração das lições e possíveis programas de remediação, além do processo de depuração[8]. Este processo é muito importante na construção do conhecimento, pois através dele o sujeito analisa o seu próprio processo de raciocínio, refletindo sobre seus erros e acertos, isto é, sobre a sua própria maneira de pensar.

[8] Processo de depuração é um termo específico da área da computação que significa rastrear, analisar o processo realizado.

– Tutor inteligente, sendo uma nova sub área da Inteligência Artificial (IA), categorizando-se como um programa computacional destinado a auxiliar o processo de ensino-aprendizagem. Utiliza técnicas e métodos de IA para representar todo o conhecimento e para conduzir a interação com o estudante.

– Tutorado, tendo como principal representante Seymor Pappert e sua linguagem computacional *Logo*. Nesse contexto, o aluno programa o computador, o professor deve atuar como orientador do processo de aprendizagem do aluno e o computador é um recurso para que esse processo ocorra (Papert,1986).

Miskulin (1994) aborda o aspecto educacional da linguagem *Logo* e, nesse sentido, esclarece que:

> *"O Logo propicia um ambiente no qual o professor desenvolve uma educação diferente da educação tradicional. Assim, o ensino dos conhecimentos matemáticos e geométricos ocorre através de situações-problema, nas quais o professor não é mais encarado como o professor tradicional, "detentor do saber", e sim o professor-pesquisador. Além disso, passa a ser o agente que desequilibra seus alunos através de solicitações e instigações que geram conflitos cognitivos importantes, envolvendo dessa forma os alunos em um processo de busca e investigação para resolvê-los. Esse é um ambiente poderoso e propício para se "fazer matemática"."* (p.84)

Esta mesma autora, explicitando a Geometria da Tartaruga, inerente ao sistema computacional *Logo*, toma o texto de Harold Abelson e Andrea diSessa, em seu livro *Turtle Geometry: The Computer as a Medium for Exploring Mathematics* (1981), para ressaltar que:

> *"a Geometria da Tartaruga é definida como sendo uma Matemática distinta da Matemática tradicional, pois observa-se que a Matemática como é tratada nas escolas de um modo geral, é "ensinada" como uma ciência pronta, com conteúdos estanques, desvinculados totalmente da realidade e, mais ainda, com grande formalismo e abastração. Assim, a Matemática, não cumpre o seu grande objetivo como Ciência, qual seja, desenvolver o pensamento humano em todos os sentidos e direções, ou ainda, desenvolver e transformar a própria concepção de mundo do indivíduo".* (p.93)

No contexto da informática educacional, destacam-se os trabalhos de Seymor Papert, na introdução e disseminação das idéias sobre a utilização do computador na educação.

O referido autor, em seu livro *Logo: computadores e educação*, aponta a pobreza dos ambientes computacionais em recursos que estimulem as crianças a pensar, a aprender a falar sobre o que estão pensando e testar suas próprias idéias através da exteriorização das mesmas.

> *"O acesso aos computadores pode mudar completamente essa situação. Até mesmo o mais simples trabalho com a Tartaruga pode abrir novas oportunidades para tornar mais acurado nosso ato de pensar sobre o pensar: programar a Tartaruga começa com a reflexão sobre como nós fazemos o que gostaríamos que ela fizesse; assim, ensiná-la a agir ou "pensar" pode levar-nos a refletir sobre nossas próprias ações ou pensamento"*. (p.45)

No âmbito da Educação Matemática, vários trabalhos de pesquisas, dissertações e teses têm sido publicados, nos quais se ressalta a importância dos computadores no processo ensino-aprendizagem da Matemática. (Noss e Hoyles, 1996; Ernest, 1991).

Dentre esses, destacam-se os estudos desenvolvidos na Universidade de Londres, por Richard Noss e Celia Hoyles, as pesquisas desenvolvidas pelo grupo de pesquisadores do "Media Laboratory do MIT[9] (Abelson e diSessa, 1981) , o grupo de pesquisadores do NIED[10], entre outros.

Considerando os diferentes usos do computador na educação, atualmente existe uma crescente busca de sistemas computacionais que possam auxiliar como um recurso psicopedagógico o trabalho do professor na sala de aula. Entre esses sistemas, a inteligência artificial (IA), juntamente com a educação, a psicologia e a comunicação oferecem uma nova visão para a construção de tais sistemas.

A IA é uma área multidisciplinar, voltada para o desenvolvimento de *software* inteligente. Nos últimos anos, a IA tem avançado muito, e hoje existem resultados importantes em áreas de aplicação tão diversas quanto a visão robótica, a prova automática de teoremas, o controle industrial, o processo de linguagem natural, a diagnose e o tratamento de infecções, a solução de problemas e outros programas de diversas naturezas.

Esta área é "alimentadora" da transformação dos programas de Instrução Auxiliada por Computador (CAI) em Sistemas Tutores Inteligentes (STI), este diferindo do primeiro

---

[9] Institute of Tecnology of Massachusetts, Cambridge, USA

[10] Núcleo de Informática em Educação – Unicamp

pelo uso de ferramentas de IA. Tem, ainda, a qualidade de investigar *o que*, *a quem* e *como* transferir o conhecimento do sistema computacional ao usuário.

Algumas características para que os sistemas computacionais sejam classificados como sistemas inteligentes são: possuir o conhecimento tanto do domínio a ser ensinado quanto das estratégias de ensino, representados de maneira explícita e em módulos separados; diferenciar o estudante que utiliza o sistema; compartilhar o controle da interação com o estudante; saber justificar as respostas (geração de explicação), ou seja, possuir capacidade de prover explicações sobre seu comportamento aos usuários; saber interromper os estudantes no momento certo.

O sistema tutor inteligente é uma ferramenta de suporte ao processo de ensino-aprendizagem, ajustada às necessidades de revisão, diversificação, flexibilidade, solução de problemas, progresso nos conteúdos, entre outras. Com sua utilização, o estudante poderá determinar o andamento no qual o conhecimento deve ser apresentado.

Turine (1994), em sua dissertação, aponta algumas vantagens e desvantagens da utilização dos sistemas tutores inteligentes. Reporta-se ao trabalho de Gilmore e Self (1988), que afirmam que para um STI "alcançar um ensino mais individualizado é necessário compreender e classificar os métodos de raciocínio utilizados pelos estudantes, ..." (p.26). Porém, eles ainda ressaltam que "os estudantes têm métodos idiossincráticos de solução de problemas e mesmo sistemas sofisticados, conhecedores de vários métodos, não podem compreender todas as possibilidades" (p.26).

Para Turine, essas críticas ao uso dos STIs são muito importantes, mostrando que há muitas polêmicas nesta área e a necessidade de ter "cuidado quando se comentam os objetivos pelos quais os STIs são construídos".

O estudo de sistemas desse tipo deve conter a participação de profissionais de diferentes áreas: educação, computação, psicologia, além da participação específica do domínio a ser trabalhado pelo sistema computacional, particularmente a matemática.

No campo da educação e informática, o sistema tutor inteligente corresponderia a programas capazes de acompanhar o raciocínio do aluno e fazer intervenções inteligentes, como se fosse um tutor individual.

O sistema computacional Tegram, utlizado nesta pesquisa como um instrumento, é um sistema tutor com algumas características requeridas pelos STIs. Esse sistema será apresentado na próxima sessão.

Ressalta-se que o objetivo de tecer considerações sobre a importância e as diferentes maneiras de se utilizar os computadores na educação se deu pelo fato de contextualizar a inserção do sistema computacional Tegram nesta investigação.

Sistema Computacional Tegram[11]

O sistema computacional ***Tegram*** é um sistema tutor criado por Turine (1994), com o objetivo de auxiliar o processo de ensino-aprendizagem de conceitos relacionados à geometria plana, podendo ser utilizado por estudantes do ensino fundamental, mesmo não atendendo a todos os requisitos de um STI.

A arquitetura do sistema Tegram, inicialmente, segue a arquitetura básica dos STIs, constituindo-se de uma base modular que se divide em quatro componentes[12]:

- módulo do domínio: composto pelas redes de conceitos, atividades e definições, enfim, pelo conhecimento do que será ensinado.
- modelo do estudante: contém informações sobre o estudante que utilizou ou está utilizando o sistema e o caminho que este percorreu (base do estudante).
- módulo tutorial: contém as estratégias e as técnicas de ensino que são selecionadas e combinadas dinamicamente em relação às ações do estudante.
- módulo de comunicação de atividades: é o componente responsável pelo gerenciador dos conceitos e atividades que serão propostos pelo sistema; enfim, ele administra a interação do sistema com o usuário.

Através dessa arquitetura "o sistema tenta auxiliar o processo de ensino-aprendizagem incorporando técnicas de Inteligência Artificial (IA) de modo a fazê-lo capaz de saber o quê ensinar, a quem ensinar e como ensinar". (Turine, 1994: p.93).

---

[11] Ressalta-se que o sistema computacional é um protótipo e o ambiente de desenvolvimento utilizado para implementá-lo é o "Borland C++ para Windows"

[12] Para detalhes do sistema ver Turine(1994).

O sistema Tegram não utiliza técnicas de IA que fazem o sistema agir com característica inteligente, como por exemplo, detectar o momento de aprendizado do estudante e, a partir dessa informação, mudar a estratégia de ensino.

As atividades exploradas pelo sistema se baseiam nas peças do Tangram (triângulos, quadrado e paralelogramo) com o intuito de estimular o interesse do aluno em resolvê-las, pois o material Tangram envolve os estudantes desde a parte lúdica até o desafio de resoluções de problemas.

Turine (1994) enfatiza a valorização do raciocínio, utilizado pelo estudante na solução de problemas, quando utiliza o Tangram e, mais especificamente, a importância da análise do processo de pensamento do estudante, ou seja, a seqüência de suas ações:"... nestas atividades o processo para se chegar a um determinado resultado é muito mais importante que o próprio resultado". (Santos e Imenes,1987, citados por Turine, 1994)

Nessa perspectiva, faz-se necessário salientar a relevância do sistema Tegram ao permitir ao aluno "buscar" suas ações (e, para tanto, premeditá-las), através dos *buttons* e ícones[13] existentes no sistema. Permite também ao professor analisar a seqüência dessas ações na solução das atividades propostas pelo sistema.

O Tegram é composto por diversas atividades, que envolvem:

1. reconhecimento das figuras geométricas referentes às peças do Tangram.
2. composição das peças do Tangram para formar figuras geométricas.
3. identificação de polígonos de três e quatro lados.
4. cálculo da área das peças do Tangram, dada a medida de uma delas.
5. montagem do quebra-cabeça.

Após as telas de apresentação, o sistema exibe uma tela com uma barra de ferramentas onde figuram os tópicos existentes. Dentro desses tópicos encontram-se as atividades, e o usuário escolherá as atividades que fará. Mas, o sistema tem um controle misto de iniciativa: ele não restringe o estudante a uma seqüência fixa, nem o deixa tão

---

[13] Turine distingue os *buttons* (botões contidos na Janela B da tela da atividade referentes ao: "Pronto", "Dicas", "Conceitos", "Sobre Botão" e "Sair") dos ícones (botões relacionados às transformações geométricas: translação, rotação e reflexão). Neste trabalho, será usado o termo botão ou ícone tanto para os *buttons* como para os ícones.

livre para esconder um plano de seqüência razoável, necessário para o desenvolvimento das atividades. (Turine, 1994)[14].

No Anexo III encontram-se as telas de apresentação do sistema para um sujeito que nunca o utilizou (novato) e a apresentação de uma atividade, no caso a atividade referente a formar quadrado utilizando-se duas peças do Tangram.

Nas atividades referentes à identificação e composição de figuras geométricas, a sua tela de apresentação é dividida em duas janelas: janela A e janela B. Na janela A, encontram-se a proposição da atividade, bem como as peças do Tangram. A outra janela, janela B, contém um espaço em branco para ser ocupado pela resolução da atividade proposta. Ressalta-se que a atividade relacionada ao cálculo da área das figuras geométricas e a do quebra-cabeça não possuem essa divisão.

Essas janelas possuem vários componentes, utilizados de acordo com a necessidade do estudante na solução das atividades.

No lado esquerdo da tela situam-se os botões referentes às transformações geométricas: translação, rotação e reflexão. E, no lado direito inferior, a tela possui o *menu* da atividade, composto pelos botões "pronto", "dicas", "conceitos", "sobre botão" "e "sair". Cada um dos botões tem uma finalidade:

- "pronto": utilizado sempre que o usuário fornecer uma resposta.

- "dicas": tem o objetivo de fornecer algumas dicas para a resolução da atividade. Turine (1994) ressalta que, neste protótipo do sistema Tegram, essas dicas estão limitadas, sendo estáticas, e que a "situação ideal seria aquela em que o sistema acompanhasse o estudante na resolução do problema e, à medida que ele sentisse dificuldades, o sistema interromperia a atividade e proporia uma sugestão de como resolvê-lo". (p.76).

[14] A parte da apresentação do sistema Tegram se encontra no Anexo III, descrito por Turine (1994).

- "conceitos": acionando esse botão, o usuário terá à sua disposição um *menu* de conceitos relacionados à atividade em que se encontra.

- "sobre botão": esse botão explica a função de cada ícone, de movimentos possíveis das peças, ou seja, as transformações geométricas.

Os ícones referentes às transformações geométricas são seis:

1°) Botão de movimentação: ele permite ao estudante "clicar" a peça desejada e arrastá-la.

2°) Botão de rotação: ele irá rotacionar a peça desejada no sentido horário.

3°) Botão de rotação: é semelhante ao segundo botão, com a diferença do sentido, que será anti-horário.

4°) Botão de reflexão: "clicando" na peça com esse botão acionado, a peça será refletida sobre um eixo de reflexão horizontal.

5°) Botão de reflexão: a peça será refletida sobre um eixo de reflexão vertical.

6°) Botão de entrada de dados: este botão é usado apenas nas atividades referentes ao cálculo de área, pois é através dele que o usuário do sistema fornecerá o valor da área da peça desejada.

O sistema também possui janelas denominadas "avaliação do resultado" e "avaliação final". A janela "avaliação do resultado" é apresentada para cada resultado fornecido pelo usuário do sistema computacional mediante o acionar do botão "pronto". Ela contém mensagens do tipo: "Parabéns, você movimentou um quadrado para a Janela B"; "Parabéns, você construiu um triângulo utilizando duas peças: os dois triângulos grandes"; "Você movimentou dois triângulos para a Janela B. Será que não há outros?"; "Deixe na Janela B somente os triângulos. Sugiro que você clique o botão 'conceitos' da atividade".

A janela referente a "avaliação final" é fornecida quando o usuário "clica" o botão "sair" da atividade. Entre as mensagens estão: "Parabéns, você movimentou o único quadrado da Janela A para a Janela B"; "Você ainda não movimentou todos os triângulos da Janela A para a Janela B"; "Você construiu um triângulo com duas peças. Esta solução não é única. Vamos continuar?" (e, nesse caso, fornece o desenho da solução encontrada pelo usuário).

E se, mesmo com todas as mensagens, o usuário quiser sair da atividade, ou porque não conseguiu fazê-la ou por não tentar, o sistema fornece uma última janela, denominada "revisão", com, por exemplo, a mensagem: "Você não encontrou a solução. Sugiro que você peça ajuda ao Professor responsável e faça uma revisão".

Essas colocações acima visam fornecer um aspecto geral do sistema computacional Tegram. É importante ressaltar que o trabalho de Turine (1994) apresenta "propostas de trabalhos futuros", salientando que o Tegram é um protótipo e que é necessário uma continuação desse trabalho, tanto para melhorias do sistema, quanto implementações, como, por exemplo: construção de um help, "explicando seu funcionamento, os menus e todos os recursos utilizados pelo sistema que necessitam de uma explicacão para o usuário (estudante)" (p.95). Turine ainda ressalta que "Com a finalização deste trabalho, surgiram novas idéias de projetos que necessitam de mais pesquisas e investigações". Alerta também para a importância de uma fase experimental, destacando que "As formas pelas quais o

estudante pode participar ainda precisam ser largamente pesquisadas e aspectos cognitivos não podem deixar de ser considerados". (p.96)

CAPÍTULO IV

MATERIAIS, MÉTODO E PROCEDIMENTO

Neste capítulo, apresentam-se os procedimentos adotados para a coleta de dados: serão descritos os materiais utilizados, o método de "pensar em voz alta", os procedimentos para a seleção dos sujeitos, aplicação do piloto, as atividades tais como foram propostas aos três grupos de sujeitos e as soluções esperadas para tais atividades.

Materiais

Foram utilizados os seguintes materiais:

- questionário (Anexo I) semi-estruturado, para seleção dos sujeitos que se identificam com os requisitos estabelecidos para a realização da pesquisa;
- Filmadora e gravador para as sessões, para cuja utilização foi solicitada a permissão dos sujeitos. Foi necessário, ainda, dispor de um profissional de filmagem;
- Tangram confeccionado em papel cartão;
- *Software* Tegram.

O jogo Tangram pode ser confeccionado em diversos tamanhos e materiais. O material utilizado para a execução dessa pesquisa foi o papel cartão.

As peças do Tangram continham as mesmas cores das peças do Tegram. Ou seja, houve a preocupação de manter a igualdade das cores das peças devido a possibilidade do uso das peças do Tangram durante a execução das atividades do 3° grupo. Este grupo iniciava as atividades pelo Tegram e recorria ao Tangram quando quisesse ou precisasse.

O sistema computacional Tegram é um protótipo desenvolvido por Turine (1994). O ambiente de desenvolvimento utilizado para implementá-lo foi o "Borland C++ para Windows".

Os materiais Tangram e Tegram no contexto dessa investigação

O sistema Tegram focaliza a utilização das sete peças do jogo Tangram em algumas atividades de discriminação e composição de figuras geométricas, representadas na tela do computador.

A presente pesquisa utilizou como instrumentos para coleta de dados tanto o Tangram manipulativo como o *software* Tegram, com o objetivo de contemplar o uso de um mesmo material em diferentes representações, podendo levar o sujeito a manifestar de diferentes formas as diversas habilidades espaciais às quais ele recorreu.

Um dos recursos que o Tegram apresenta e que difere a ação do sujeito que o utiliza daquele que trabalha com o Tangram é a necessidade de uma ação deliberada do aluno durante o procedimento da execução das atividades, expressa ao "clicar" os botões relativos ao ícones de movimentos, que podem suscitar uma reflexão que anteceda e distinga da ação. Em outras palavras, o usuário estará antecipando sua ação quando utiliza o Tegram e o "leque" de opções de movimentos das peças está disponível e explícito através de uma barra de ferramentas que auxilia esse usuário a refletir sobre a operação que irá realizar.

Essa reflexão facilita ao aluno falar sobre suas ações o que, nessa pesquisa, favorece o processo do "pensar em voz alta" na explicitação da ação do sujeito para executar a atividade, oferecendo mais elementos para a análise da presença da percepção espacial, utilizada pelo sujeito nas estratégias usadas durante a atividade.

No Tangram, ao contrário, o sujeito pode virar a peça e "encaixá-la porque encaixou", sem estar, necessariamente, refletindo sobre que tipo de operação ele realizou sobre a peça para que ela se encaixasse. A rapidez e a diversificação dos movimentos possíveis de serem executados, sobre as peças no Tangram, podem dificultar a identificação e análise dos componentes da percepção espacial, ao passo que o Tegram possui maior grau de rigidez dos movimentos, que podem ser executados passo a passo, como, por exemplo, a

reflexão só se faz pelo eixo vertical e horizontal e não permite fazer reflexão e rotação em apenas um passo. No Tangram isso é tão possível quanto muito utilizado pelos sujeitos, dificultando um pouco a percepção de todos os movimentos realizados pelos sujeitos sobre a peça e se há uma conscientização desses movimentos.

As peças do material Tangram, confeccionadas para essa investigação, possuíam uma face colorida e outra não. Isso poderia inibir o uso da reflexão por parte dos sujeitos. Houve, portanto, a preocupação de deixar claro para o sujeito a possibilidade dessa ação. Mas optou-se por distinguir as faces para facilitar a percepção do uso dessa transformação geométrica durante o procedimento e/ou resultado da atividade, quando da análise dos vídeos das sessões. Já no Tegram, isso não era visível, pois, realizada a reflexão sobre a peça desejada, essa permanecia com a face colorida; entretanto, a pesquisadora poderia registrar a utilização do ícone de reflexão.

Os sujeitos que trabalharam com o Tangram tinham à sua disposição as sete peças sobre a mesa, em posições aleatórias. Por outro lado, para os que utilizaram o Tegram, as peças estavam sempre dispostas, na janela A (janela na qual se encontram a proposição da atividade e as peças do Tangram), em uma mesma disposição, com pelo menos um lado na posição horizontal, impedindo que se distinguissem, nas respostas, se o sujeito as posicionava deliberadamente sobre a horizontal ou se o fazia apenas por economia de passos.

O método de "pensar em voz alta"

Essa pesquisa utilizou o método do "pensar em voz alta" com a finalidade de registrar e analisar a descrição que o sujeito faz de seu processo de pensamento geométrico, nas atividades referentes à discriminação e composição de figuras que lhe foram propostas.

Na utilização desse método, para que o sujeito encontre caminhos alternativos e mais produtivos, se necessário, o pesquisador poderá intervir, a fim de nortear os caminhos para a execução das atividades e facilitar seu desenvolvimento, para que o sujeito "pense em voz alta", ao executá-las. Assim, os processos de solução do problema serão captados e descritos em protocolos.

Uma metodologia em que essa ênfase se encaixa é o "experimento de ensino" (*teaching experiment*), de Cobb e Steffe, utilizado em Borba (1994), focalizando a intervenção do pesquisador como positiva, mas não diretiva a ponto de ofuscar ou direcionar insistentemente o pensamento do sujeito.

A técnica de incentivar o aluno a "pensar em voz alta" é salientada em Sternberg (1992):

> *"...com o advento da ciência da informática e suas noções e técnicas associadas de simulação do comportamento humano pelos computadores (Newell et al., 1958), os psicólogos interessaram-se principalmente pela realização de rigorosas investigações dos processos básicos de solução de problemas. A técnica usada era a de fazer com que um indivíduo pensasse "em voz alta" enquanto solucionava um determinado problema. Este protocolo de solução de problemas é gravado em fita, transcrito e depois minuciosamente analisado para descobrir-se exatamente como o sujeito tentou solucionar o problema ..."*(p. 254).

Krutetskii (1976) ressalta a importância de uma instrução para o "pensar em voz alta", realizando uma atividade prévia com o sujeito, explicando ao mesmo que não se está interessado na decisão final da solução, nem no tempo da tarefa, mas sim no processo. Adverte ainda que o pesquisador tem que estar preparado para "clarear" o examinado e incentivá-lo a falar sobre o que está pensando: *"O que está causando-lhe problemas? Explique o que você está fazendo e por quê."*(p.92).

É Krutetskii ainda que adverte quanto à dificuldade do emprego da técnica do "pensar em voz alta" uma vez que os alunos, em sala de aula, não praticam essa técnica. De fato, "pensar em voz alta" não é um ato natural para os alunos como o pensar sozinhos o é. O ato de "pensar em voz alta" "não significa completar o raciocínio, desde que ele possa ser reduzido, mas completar a verbalização do atual processo de pensamento"(p.92).[grifo nosso]

Apesar das dificuldades, Moreira (1995) afirma que "a análise de protocolos e o uso de informações verbais do sujeito como fonte de dados têm sido, provavelmente a técnica mais usada para investigar a cognição humana". Salienta que, na análise de protocolos, as verbalizações são consideradas como dados a ser explicados por teorias, não um ato de introspecção, pois, nele, as verbalizações já se constituem em teoria acerca de seus próprios processos de pensamento.

O mesmo autor destaca que há várias maneiras de fazer com que as pessoas gerem protocolos verbais, entre elas o ato de "pensar em voz alta", diferenciando protocolos concorrentes dos retrospectivos. Os protocolos concorrentes, que esta pesquisa utiliza, são gerados quando a pessoa pensa em voz alta enquanto desempenha uma tarefa como, por exemplo, solucionar um problema. Já os protocolos retrospectivos são obtidos através do ato do sujeito dizer tudo o que consegue lembrar sobre a solução de um problema imediatamente após tê-la obtido.

Sujeitos e ambiente da pesquisa

Procedimento para escolha da escola

Inicialmente, foram identificadas algumas escolas particulares de Campinas que não utilizavam o material Tangram nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Essa informação foi obtida através dos coordenadores de Matemática de 1ª a 4ª séries e de 5ª série.

A partir dessa identificação, foram feitos contatos com essas escolas. Alguns obstáculos foram encontrados, pois havia necessidade de um trabalho individual com cada sujeito e isto obrigava a escola a conceder um espaço físico reservado para a realização das atividades. Além disso, a maioria das escolas não aceitava a possibilidade da realização das atividades no período normal de aulas e para trabalhar em horário extra-escolar seria necessário o consentimento e colaboração dos pais.

Uma escola particular de Campinas permitiu a realização da pesquisa durante o período de aulas normais, ou seja, um aluno a cada terça-feira, no horário da aula de educação física, estaria disponível para a realização da sessão de coleta de dados . Os pais dos sujeitos receberam uma carta explicando o objetivo da pesquisa e pedindo permissão para a participação de seu(ua) filho(a) na mesma. Esta escola possui três 6as séries no período da tarde e o coordenador pedagógico de 5ª a 8ª série abriu espaço para realizar a pesquisa em duas delas.

Procedimento para escolha dos sujeitos

A investigação foi feita, submetendo-se nove sujeitos, alunos de uma 6ª série do ensino fundamental de uma escola particular de Campinas, a uma sessão individual de nove atividades envolvendo questões de discriminação e composição de figuras geométricas.

Alguns pontos da escolha dos sujeitos devem ser ressaltados:

- possuir conhecimento prévio do uso do computador, ressaltando que a pesquisa não tinha por objeto o impacto do uso do mesmo em situação escolar mas, sim, o processo cognitivo dos sujeitos em relação à percepção espacial, utilizando o computador como um dos instrumentos para resolução dos problemas.
- ser principiante na utilização do Tangram e do sistema tutor inteligente Tegram, pois o fato do sujeito ter intimidade com os instrumentos poderia produzir um viés no resultado.

A presente pesquisa não utilizou sujeitos de 1ª a 4ª séries, pois queria garantir que os alunos já tivessem ultrapassado o nível básico da visualização, em que os alunos são capazes de reconhecer as formas geométricas com base apenas na sua aparência física como um todo (Crowley, 1991). Assim, desejava-se que os sujeitos selecionados pudessem ser capazes de identificar, analisar e operar a partir das propriedades das figuras.

Entretanto, evitou-se tomar como sujeitos alunos que já tivessem sido submetidos a uma abordagem de caráter mais dedutivo da geometria, como se começa a fazer tradicionalmente na 7ª série do ensino fundamental. Dessa forma, optou-se por selecionar sujeitos dentre alunos que cursavam a 6ª série.

Assim, foi aplicado o questionário a 57 alunos, nas duas classes de 6ª série da escola escolhida, constatando-se que, deste total, 34 atendiam a todos os critérios estipulados para a seleção dos sujeitos.

Em um segundo momento, foram enviadas cartas (Anexo II) a todos os pais, pedindo a autorização para a participação de seus filhos na pesquisa. Após o retorno das cartas, foi realizado um sorteio dentre os alunos cujos pais haviam autorizado a participação nesta pesquisa, resultando na seleção dos nove sujeitos.

Após a seleção por sorteio, os sujeitos foram distribuídos em três grupos com três estudantes cada. A cada grupo foram dadas as mesmas atividades, diferindo os instrumentos de trabalho e, por causa deles, o enunciado das instruções:

- grupo TA: resolução das atividades utilizando o Tangram.
- grupo TE: resolução das atividades mediante o uso do sistema computacional Tegram.
- grupo TT: resolução das atividades tendo ambos os instrumentos à sua disposição.

Tal distribuição procurou contemplar a utilização de diferentes representações de um mesmo material – Tangram: material manipulativo e Tegram: sistema computacional, o que poderia levar o aluno a recorrer e manifestar habilidades espaciais diferentes.

Essa divisão dos grupos tem o objetivo de, diversificando os instrumentos à disposições dos sujeitos, estudar as habilidades espaciais inerentes à resolução de certas atividades geométricas, num leque mais amplo de possibilidades de procedimentos para manifestação dessas habilidades, onde o aluno é solicitado a solucionar os mesmos problemas a partir de diferentes materiais.

Todos os alunos eram da 6ª série do ensino fundamental vespertino. Os integrantes dos grupos não eram todos da mesma classe, sempre existia um de classe diferente – resultado do sorteio realizado. Todos os integrantes do grupo TA eram do sexo feminino. No grupo TE e grupo TT havia duas meninas e um menino.

Em um estudo anterior, desenvolvido no grupo de Psicologia em Educação Matemática da Faculdade de Educação – Unicamp, por Pirola (1995) foi salientada a importância de atividades utilizando-se as figuras de triângulos e paralelogramos, advertindo-se que muitos alunos, ao chegarem ao término do ensino fundamental, têm grande dificuldade em identificá-las e conceituá-las em termos de seus atributos definidores[15].

Com base nos resultados obtidos nesse estudo foram propostas aos sujeitos as atividades que envolvem a identificação e composição das seguintes figuras: quadrado, triângulo e paralelogramo.

---

[15] Atributos definidores são considerados como as propriedades.

É hoje quase um consenso atribuir as dificuldades à inadequação com que os conceitos dessas figuras são tratados no ensino fundamental. Entretanto, as reflexões não avançam muito no que diz respeito a em que consistiria tal inadequação.

Ao contemplar tais atividades para a investigação da percepção espacial a elas subjacentes, essa pesquisa parte da suspeita de que tais atividades envolvem uma gama de habilidades cuja gerência, por parte do sujeito, é menos trivial do que se possa pensar.

Procedimento

O estudo piloto

Antes das sessões com os sujeitos selecionados, foi realizado um estudo piloto, com uma aluna de 6ª série de outra escola, a fim de verificar questões de ordem metodológica, principalmente a preparação da pesquisadora, no que diz respeito:

- ao aproveitamento dos instrumentos da pesquisa e dos materiais, como a filmadora;
- às questões que envolvem a interação do pesquisador com o sujeito, mais especificamente na instrução do "pensar em voz alta" para o sujeito;
- à apresentação do sistema computacional para o sujeito.

Descrição das atividades

As atividades trabalhadas nessa pesquisa podem ser caracterizadas em três blocos:

Bloco 1: Atividade de composição de figuras por sobreposição das peças ao modelo (quebra-cabeça).

Atividade 1: montagem do chinezinho

Observação: o objetivo dessa atividade foi o de familiarizar o sujeito com os movimentos possíveis de ser realizados sobre as peças e os recursos que os viabilizavam.

Bloco 2: Atividade de identificação de figuras

Atividade 2: identificação dos quadrados

Atividade 3:identificação dos triângulos

Atividade 4: identificação dos paralelogramos

Bloco 3: Atividade de composição de figuras identificadas por um modelo conceitual ou por um modelo físico (e não mais um molde).

Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças

Atividade 6:composição de quadrado utilizando três peças

Atividade 7: composição de triângulo utilizando duas peças

Atividade 8: composição de triângulo utilizando três peças

Atividade 9: composição de paralelogramo utilizando duas peças

Para a aplicação dos instrumentos Tangram e Tegram foi utilizada a seguinte seqüência, para todos os grupos: recepção do sujeito, apresentação do instrumento e proposição das atividades.

A recepção dos sujeitos foi trabalhada igualmente para todos os grupos:

- a escola estabeleceu o mesmo horário das terças-feiras das 16h 15 min às 17h 45 min, para entrevista com cada sujeito;
- cada sujeito era informado por um funcionário da escola de que fora sorteado para o experimento minutos antes de ser encaminhado para a sessão.

Eram feitos alguns esclarecimentos que constavam das seguintes informações: ele fora sorteado através do questionário respondido anteriormente, para trabalhar algumas atividades; o que o aluno fizesse não teria nota.

Era ressaltada ainda a importância de o aluno falar, expor o processo de solução, mesmo se achasse que estivesse errado, ou seja, incentivava-o a utilizar o método do "pensar em voz alta": "*Preciso que você fale tudo que está pensando e fazendo durante a*

resolução das atividades. Fale tudo que lhe vem à cabeça durante a resolução, ou seja, o caminho. "Pense em voz alta". Você já fez isso quando estava resolvendo algum problema em sua casa? É isso que preciso que você faça aqui".

Embora as tarefas fossem as mesmas, a apresentação do instrumento e a proposição das atividades eram diferentes para cada grupo, segundo as características dos materiais à disposição dos sujeitos.

Grupo TA (os sujeitos dispunham do material Tangram para a execução das atividades).

Apresentação do instrumento

O Tangram foi apresentado, pela pesquisadora, em papel cartão – "*O Tangram é um jogo chinês, obtido pela divisão de um quadrado em sete peças*", e mostrou peça por peça, "*triângulo amarelo, triângulo marrom, triângulo vermelho, triângulo rosa, triângulo roxo, quadrado azul e paralelogramo verde*". Forneceu, também, a informação dos movimentos possíveis com as peças do Tangram – "*Você pode arrastar a peça, rodar ou rotacioná-la no sentido horário e anti-horário, virar a peça*".

Proposição das atividades. Os enunciados eram apresentados aos sujeitos escritos numa ficha. A cada enunciado apresentado, o sujeito executava imediatamente a atividade proposta.

Atividade 1: Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram

Atividade 2: Selecione todos os quadrados e coloque-os na folha branca

Atividade 3: Selecione todos os triângulos e coloque-os na folha branca

Atividade 4: Selecione todos os paralelogramos e coloque-os na folha branca

Atividade 5: Forme um quadrado usando duas peças, sem sobrepor as peças

Atividade 6: Forme um quadrado usando três peças, sem sobrepor as peças

Atividade 7: Forme um triângulo usando duas peças, sem sobrepor as peças

Atividade 8: Forme um triângulo usando três peças, sem sobrepor as peças

Atividade 9: Forme um paralelogramo usando duas peças, sem sobrepor as peças

Para a execução de todas as atividades, as peças do Tangram ficaram dispostas sobre a mesa em posição aleatória, mas com a face colorida para cima.

Grupo TE (os sujeitos dispunham do sistema computacional Tegram para a execução das atividades).

Apresentação do instrumento

O Tegram era apresentado como um sistema computacional criado com as peças do Tangram, contendo algumas atividades relacionadas ao mesmo. A apresentação do Tangram era feita pelo Tegram através de animação, mas seguindo a ordem e mostrando as figuras e suas cores (o mesmo procedimento do grupo TA). As informações dos movimentos das peças eram fornecidas ao aluno durante a apresentação de cada botão referente às transformações geométricas (translação, rotação e reflexão). O aluno tinha que recorrer ao botão correspondente à transformação geométrica necessária.

Proposição das atividades

Atividade 1: Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram

A figura 2 mostra a tela inicial apresentada ao sujeito para a execução da atividade 1.

Atividade 2: Movimente todos os quadrados da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto

Atividade 3: Movimente todos os triângulos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto

Atividade 4: Movimente todos os paralelogramos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto

Atividade 5: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

Atividade 6: Movimente três peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

Atividade 7: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um triângulo e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

Atividade 8: Movimente três peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um triângulo e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

Atividade 9: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um paralelogramo e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

Para as atividades de 2 a 9, dos **grupos TE e TT**, as peças estavam sempre dispostas na janela A do sistema computacional, conforme mostra a figura 3.

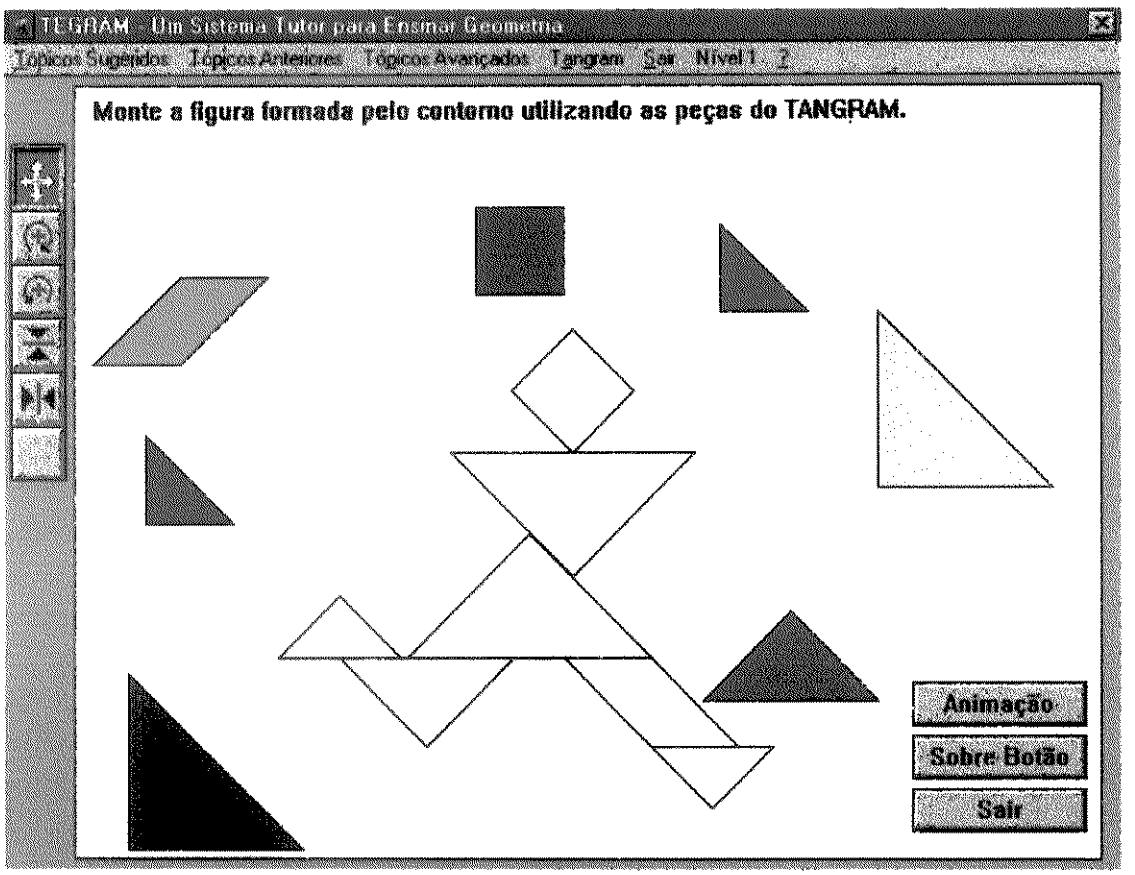


Figura 2: Janela inicial apresentada ao sujeito para a execução da atividade 1

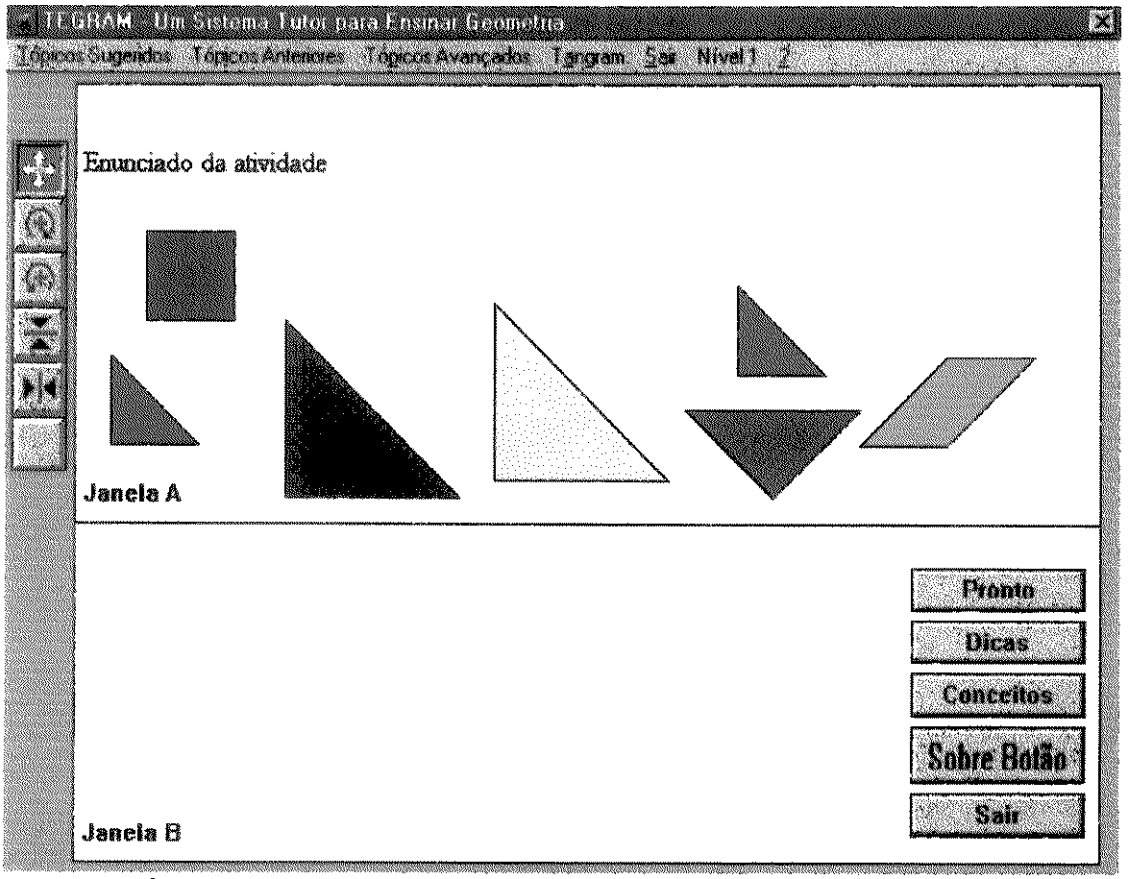


Figura 3: apresentação da disposição das peças para as atividades de 2 a 9 dos grupos TE e TT.

Grupo TT (os sujeitos dispunham do sistema computacional Tegram e do material Tangram para a execução das atividades).

Apresentação do instrumento

Como o integrante desse grupo tinha à sua disposição ambos os instrumentos – Tegram e Tangram – a pesquisadora mostrava o Tangram, em papel, mas a apresentação das peças do Tangram era feita através do Tegram. Logo após, a pesquisadora ressaltava: "*As atividades estarão escritas na tela do computador e você pode utilizar tanto o Tegram quanto o Tangram para resolvê-las, sempre contando o que está pensando e fazendo, e qual o motivo da mudança, se houver, de material*".

Proposição das atividades

Atividade 1: Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram.

Na realização dessa atividade, os sujeitos não dispunham do molde do quebra-cabeça para o encaixe das peças de papelão.

Atividade 2: Movimente todos os quadrados da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto

Atividade 3: Movimente todos os triângulos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto

Atividade 4: Movimente todos os paralelogramos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto

Atividade 5: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

Atividade 6: Movimente três peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

Atividade 7: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um triângulo e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

Atividade 8: Movimente três peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um triângulo e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

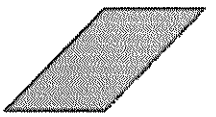
Atividade 9: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um paralelogramo e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

O quadro abaixo refere-se a uma síntese comparativa das características das sessões por grupo.

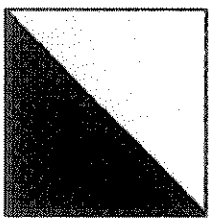
	Grupo TA Tangram	Grupo TE Tegram	Grupo TT Tegram e/ou Tangram
Material	Peças confeccionadas em papel cartão	Sistema Computacional	Peças confeccionadas em papel cartão e Sistema Computacional
Apresentação do material	Feita pela pesquisadora	Feita pelo *software*	Feita pelo *software*
tividades solicitadas	Em fichas	Na tela do computador	Na tela do computador
Informações sobre Transformações Geométricas – ovimentos possíveis nas peças	Fornecidas pela pesquisadora	Acessadas pelo ícone "Sobre Botão" do *software*	Acessadas pelo ícone "Sobre Botão" do *software*
Dicas	Fornecidas pela pesquisadora	Acessadas pelo ícone "Dicas"	Acessadas pelo ícone "Dicas"
nformações sobre os conceitos	Fichas à disposição do sujeito	Acessadas pelo ícone "Conceitos"	Acessadas pelo ícone "Conceitos
Marca do "fim da atividade"	O sujeito diz "Pronto"	O sujeito "clica" o ícone "Pronto"	O sujeito "clica" o ícone "Pronto" e/ou diz "Pronto"
Validação da (s) resposta (s)	Comparação com respostas fornecidas em fichas	"Avaliação" fornecida pelo *software* a cada resposta do sujeito	"Avaliação" fornecida pelo *software* a cada resposta do sujeito ou fichas

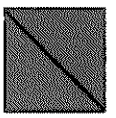
Quadro 1: síntese comparativa das características das sessões por grupo.

Atividade 4: identificação dos paralelogramos



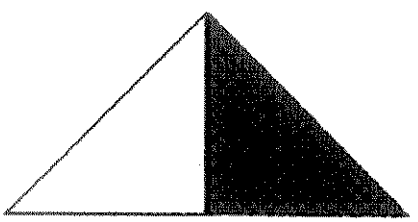
Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças

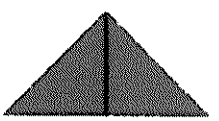




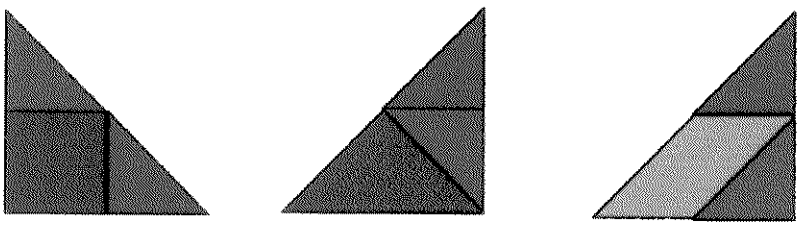
Atividade 6:composição de quadrado utilizando três peças

Atividade 7: composição de triângulo utilizando duas peças

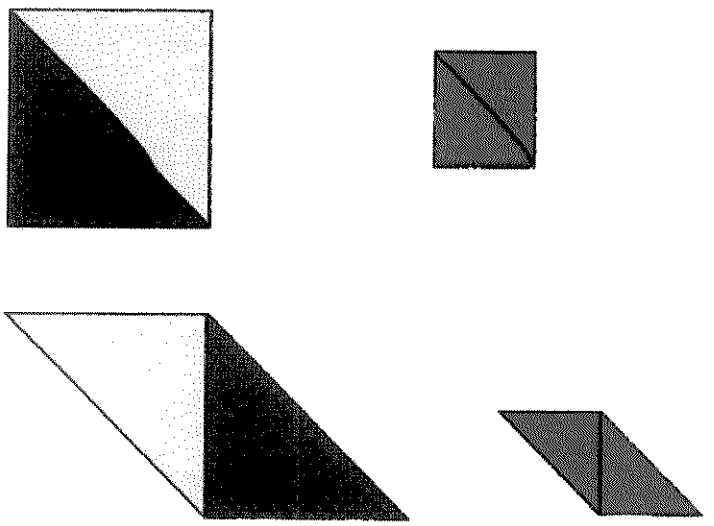




Atividade 8. composição de triângulo utilizando três peças



Atividade 9: composição de paralelogramo utilizando duas peças



Todas as sessões foram gravadas em vídeos, a partir dos quais seria efetuada a análise dos dados.

Foi solicitado o auxílio de quatro juízes, que deveriam identificar nos vídeos cada um dos componentes especificados por Del Grande (1988, 1990). Dois desses juízes não concluíram a tarefa, por motivos diversos, e dois deles só analisaram o global da tarefa, o que acabou invalidando o uso dos juízes. Assim, foi identificado cada um dos componentes por trechos dos vídeos e pelos protocolos.

CAPÍTULO V

ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS

Resultados da caracterização dos sujeitos

Os dados obtidos por intermédio do questionário (Anexo I) mostraram que dos nove sujeitos estudados todos usam o microcomputador para trabalhos escolares e para jogos. Do total de sujeitos, dois responderam que aprenderam a usar o microcomputador na escola, quatro com amigos e três assinalaram o item correspondente a "sozinhos".

Quando questionados se gostariam de participar da pesquisa, todos os nove responderam sim, tendo sido este um dos critérios de inclusão no grupo investigado.

No quadro 2, procuraram-se caracterizar os sujeitos selecionados para esta investigação em relação a idade, série e turma.

Os sujeitos de cada grupo serão identificados por letras, relativas ao grupo que pertencem, e um número de sua identificação dentro do grupo:

- TA1: sujeito 1 do grupo que utilizou o Tangram;
- TE3: sujeito 3 do grupo que utilizou o Tegram;
- TT2: sujeito 2 do grupo que tinha ambos os instrumentos à disposição (misto).

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

	Idade	Sexo	Série/Turma
TA1	13	F	6ª G
TA2	12	F	6ª G
TA3	12	F	6ª F
TE1	12	M	6ª G
TE2	13	F	6ª F
TE3	12	F	6ª G
TT1	12	F	6ª G
TT2	12	M	6ª F
TT3	13	F	6ª G

Quadro 2: caracterização dos sujeitos selecionados de acordo com o questionário.

Embora existissem sujeitos de sexo masculino e feminino no grupo pesquisado, os resultados não mostraram diferenças no desempenho.

O quadro 3 apresenta um resumo esquemático do tempo que cada sujeito gastou na execução de cada atividade, se acertou, errou ou forneceu soluções incompletas, bem como se sua solução foi dada espontaneamente ou por intervenção da pesquisadora ou da mensagem de advertência do sistema computacional, informando a existência de outra (s) solução possível / soluções possíveis ou sugerindo consulta no botão referente ao conceito.

	Tempo					Acerto Erro Incompleto							Solução espontânea Solução com intervenção						
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A1	A2	A3	A4	A5	A6	
A1	5'19	1'09	0'32	10'07	8'08	2'34	A	A	A	I	E	E	SE	SE	SE	SI	SI	SI	
A2	6'50	0'55	0'42	8'57	8'06	10'15	A	E	A	I	E	E	SE	SI	SE	SI	SI	SI	
A3	3'59	0'50	1'28	9'18	15'04	2'59	A	A	A	I	A	E	SE	SE	SE	SI	SE	SI	
E1	8'36	2'58	0'51	5'13	2'33	14'57	A	A	A	I	A	E	SE	SE	SE	SI	SE	SI	
E2	9'05	5'27	1'36	9'08	3'33	14'14	I	E	I	I	A	E	SI	SI	SI	SI	SE	SI	
E3	10'27	2'48	0'35	9'30	3'20	16'22	A	A	A	I	A	E	SE	SE	SE	SI	SE	SI	
												Ta Te						Ta	Te
T1	10'22	4'03	2'00	5'15	3'40	12'16	A	A	A	I	A	A E	SE	SE	SE	SI	SE	SE	SI
T2	12'02	1'15	1'25	11'04	4'01	22'20	A	A	A	I	A	E N	SE	SE	SE	SI	SE	SI	N
T3	9'09	5'25	0'43	7'11	4'24	9'57	A	A	A	I	A	A A	SE	SE	SE	SI	SI	SE	SE

Quadro 3: resumo esquemático do desempenho de cada sujeito em relação ao tempo de execução de cada atividade, acerto, erro ou soluções incompletas e solução espontânea ou por intervenção.

Faz-se necessário observar que o tempo gasto na solução das atividades refere-se ao tempo desde o início da leitura do problema até sua conclusão e início do problema seguinte. O acerto ou erro refere-se ao acerto ou erro do problema, na primeira tentativa, sem nenhuma outra contingência. Quando o sujeito não atingia todas as soluções possíveis, o problema era considerado incompleto. A solução espontânea refere-se à solução do problema sem intervenção e a solução com intervenção refere-se à solução apresentada após o fornecimento de "pista" ou "esclarecimento", por parte da pesquisadora. Ainda no quadro 2, as colunas referentes ao acerto/erro/incompleto e solução espontânea ou com intervenção foram subdivididas para o grupo TT, indicando a que material os sujeitos desse grupo recorreram nessa atividade.

Como aos sujeitos TT não foi solicitado que resolvessem os problemas com ambos os materiais, mas que os utilizassem como quisessem, TT2 optou por executar a atividade 6

apenas no Tangram, motivo pelo qual na coluna Te[17] desta atividade consta N (não fez) para este sujeito.

Krutetskii afirma que "um bom desempenho em uma atividade pode estar condicionado por diferentes combinações de habilidades" (p.65), mas que a duração da execução da atividade não é um fator que tem relação direta com a habilidade. Então, se um sujeito demorou muito tempo para completar uma atividade isso não implica que ele não possui ou não utilizou habilidades para a execução dessa atividade.

O que se pode relatar sobre o fator tempo apresentado, no quadro 2, é que na atividade 1 (montagem do chinezinho) os sujeitos dos grupos TE e TT demoraram mais para executá-la, devido à necessidade da explicação dos botões referentes às transformações geométricas do sistema computacional Tegram. Isso não ocorria no grupo TA, pois os sujeitos deste grupo faziam essas transformações geométricas sobre as peças manualmente, sem necessariamente recorrer a uma reflexão antecipada sobre o que e em que seqüência fazer.

Semelhantemente, observa-se essa diferença de tempo nos grupos TE e TT para o grupo TA, na execução da atividade 2 (identificação dos quadrados), pois, para os grupos que utilizavam o Tegram, houve a necessidade de explicar os botões que não apareciam na atividade 1, entre eles os botãos "pronto", "dicas", "conceitos".

Para todos os sujeitos, exceto para TT2, o tempo de execução da atividade 3 é substancialmente reduzida em relação ao tempo dispendido na atividade 2, devido, provavelmente, a uma maior intimidade com a tarefa ("selecionar", "identificar") quando da realização da atividade 3, conquistada na execução da atividade 2.

A demora na execução da atividade 4 (identificação dos paralelogramos) é explicada pelo fato de os sujeitos terem necessitado recorrer à ficha, ou botão, referente ao conceito de paralelogramo para, posteriormente, selecionar também o quadrado como resposta.

Na atividade 5 (formar quadrados com duas peças), pode-se observar uma significativa redução na duração da atividade, quando executada pelos sujeitos que tinham à sua disposição o sistema computacional Tegram (TE e TT). Uma explicação possível pode residir na disposição dos triângulos (grandes e pequenos) que, na tela, encontram-se

[17] Te e Ta contidos no quadro 3 correspondem aos materiais Tegram e Tangram, respectivamente.

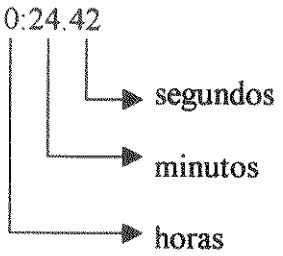
numa posição que facilita a visualização do encaixe para a formação do quadrado e, no papel cartão, encontram-se dispostos aleatoriamente.

A atividade 6 (formar quadrados com três peças) continha uma única solução, mas foi a mais demorada para os sujeitos dos grupos TE e TT. Essa demora pode ser atribuída à dificuldade dos sujeitos não só na identificação de quais peças do Tangram compunham um quadrado, mas também na sua composição, dada a necessidade de relacionar a peça com o movimento necessário sobre ela para compor o quadrado. Devido a essa dificuldade, os sujeitos do grupo TT optaram por utilizar o material Tangram para depois recorrer ao Tegram, justificando a troca dos materiais informando verbalmente (como pode ser verificado no protocolo) que no Tangram era "*mais fácil*": "*é que aqui eu vejo mesmo com a peça com a minha mão*" – TT1; "*tem diferença porque aqui* (Tegram) *você tem que ir lá, "clicar" lá, para virar a peça. Aqui* (Tangram) *é mais fácil. É que você pode girar mais rápido assim*" – TT3. TT1 e TT3, tendo encontrado a solução no Tangram, voltaram ao Tegram para retomar a atividade. O sujeito TT2 formou o quadrado com três peças no material Tangram (papel cartão) mas não quis fazer no Tegram.

Resultados dos procedimentos dos sujeitos

Os dados coletados nas sessões realizadas com os nove sujeitos selecionados serão apresentados a seguir, na seqüência dos grupos (caracterizados segundo os recursos à disposição dos sujeitos para a execução das atividades – grupo TA: Tangram, grupo TE: Tegram e o grupo TT: Tegram e/ou Tangram) que corresponde, também, à seqüência cronológica da realização das sessões. As intervenções verbais da pesquisadora serão identificadas pela letra P.

Na descrição, será informado, ainda, o horário correspondente ao início de cada atividade ou de algum episódio ao qual de deu particular destaque nessa descrição. Essa indicação tem por objetivo facilitar o acesso às imagens das sessões que foram gravadas em vídeo, motivo pelo qual procurou-se obedecer à marcação de tempo do contador do vídeo cassete. Por exemplo:



Neste sentido, cabe alertar que para filmar o grupo TA foram utilizadas fitas de duração menor que as utilizadas nos demais grupos. Devido a isso, além da indicação do horário, constará também o número da fita.

Grupo TA: Tangram

Sujeito TA1

Atividade 1: montagem do chinezinho.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:05.53 (Fita1): Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram.

0:06.11 – Inicialmente TA1 movimentou a peça verde (paralelogramo), não conseguindo encaixá-la. Desistiu e só retornou a ela após encaixar as demais.

Só então, (0:08.15) TA1 rodou (no ar) a peça verde e a refletiu, encaixando-a: "*Ah! É que desse lado (*face colorida da peça) *eu troquei de lado (*face não colorida da peça). *É que daí vira, muda. É que assim* (e voltou a peça com a face colorida para cima) *tinha que tá desse lado* (apontando um dos lados da face verde e desenhando com o dedo seu contorno diferente do que estava), *tinha que tá pra cá* (apontando os lados do paralelogramo no contorno do Chinezinho). *É esse aqui tá assim, então eu tive que mudar*". Fazendo isso, completou a atividade.

Atividade 2: identificação dos quadrados.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:11.12: Selecione todos os quadrados e coloque-os na folha branca.

TA1 começou a selecionar os triângulos e de repente, lendo novamente o que a atividade requisitava falou: "*Ah! É só pra colocar o quadrado*". Colocou a peça azul sobre a folha branca (folha de resposta).

Atividade 3: identificação dos triângulos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:12.21: Selecione todos os triângulos e coloque-os na folha branca.

Os triângulos estavam dispostos sobre a mesa em diversas posições. Para colocar esses triângulos sobre a folha branca, TA1 colocou os triângulos grandes (amarelo e marrom) – que são retângulo isósceles – com sua base na posição horizontal. Os triângulos pequenos estavam sobre a mesa com sua base na posição horizontal mas com um vértice

para baixo, TA1 os colocou sobre a folha branca como estavam. Colocou o triângulo médio (roxo) na mesma posição dos triângulos grandes e trocou a posição dos pequenos. Ou seja, deixou todos os triângulos com sua base na posição horizontal e vértices do ângulo reto para cima.

Atividade 4: identificação dos paralelogramos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:12.53: Selecione todos os paralelogramos e coloque-os na folha branca.

TA1 selecionou, rapidamente, a peça verde como resposta, dizendo que havia acabado.

A pesquisadora pediu que TA1 dissesse o que era um paralelogramo. TA1 respondeu que não se lembrava. Então a pesquisadora pediu para que ela olhasse a peça selecionada e justificasse sua escolha. TA1 respondeu aos 0:13.40: "*Porque isso aqui é um triângulo, esse é o quadrado, então só tinha aquele*".

Então foi sugerida, pela pesquisadora, a utilização da ficha de conceitos, referente ao paralelogramo. Depois de comparar todos os exemplos e não-exemplos com a definição, TA1 retornou à atividade e selecionou a peça azul (o quadrado) também como resposta.

Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças.

Enunciado proposto aos sujeitos – 0:23.00: Forme um quadrado usando duas peças, sem sobrepor as peças.

0:24.09: TA1 uniu as hipotenusas dos dois triângulos pequenos posicionados de forma que elas estivessem na vertical ("posição de um balão") sem se dar conta de que já resolvera o problema proposto, pois não conseguiu reconhecer o quadrado uma vez que nenhum de seus lados estavam na horizontal. Fez o mesmo utilizando os dois triângulos grandes.

A pesquisadora, então, perguntou o que era um quadrado. Em sua resposta, TA1 destacou apenas que a figura tinha que ter quatro lados; insistiu ainda que não conseguia formar um.

O sujeito utilizou a ficha de conceitos (onde constam apenas o exemplo e não-exemplo) referente ao quadrado e repetiu que para ser um quadrado tinha que ter quatro

lados. Nesse momento, a pesquisadora perguntou se para ser quadrado tinha que ter só essa característica e TA1 respondeu que não sabia.

A pesquisadora selecionou, para estudar as características de um quadrado, um exemplo dessa figura e um retângulo, contidos na ficha de conceitos, e perguntou o que tinha de diferença entre essas figuras. Como TA1 não conseguia elaborar sua resposta, a pesquisadora aconselhou-o a observar o comprimento dos lados. Finalmente, TA1 concluiu que um quadrado tinha quatro lados iguais.

Início da Fita 2

0:00.32 – TA1 selecionou os dois triângulos pequenos e, primeiramente, forneceu a solução do quadrado na "posição de um "balão" e, em seguida, a colocou com um dos lados na posição horizontal. A pesquisadora, nesse momento, interveio, perguntando se havia diferenças nessas soluções e TA1 respondeu: "*Só muda o lado é ... o jeito de ficar assim na mesa, mas assim* (balão) *é ... continua o mesmo tamanho das laterais*". Em seguida TA1 forneceu outra solução, utilizando os dois triângulos grandes formando um quadrado com um lado na posição horizontal dizendo (0:00.54): "*Assim parece mais* (um quadrado). *Porque a gente vê ah, assim ah, sempre que as pessoas falam de quadrado, é assim desse formato, nunca é assim, assim, desse jeito* (foi girando a figura)".

Atividade 6: composição de quadrado utilizando três peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:01.40: Forme um quadrado usando três peças, sem sobrepor as peças

TA1 selecionou os dois triângulos pequenos (rosa e vermelho). Ficou girando os triângulos até uni-los pelos catetos; depois uniu os catetos que formaram a base do novo triângulo à hipotenusa do triângulo médio (roxo) e disse (0:02.30): "*Consegui. Porque eu peguei essa peça que juntando duas dá o mesmo tamanho* (dois triângulos pequenos), *daí vai ficar como se fosse três peças separadas*".

O sujeito forneceu a resposta na posição de um "balão", sem se preocupar em colocar o quadrado na posição horizontal. Declarou, ainda, que, para chegar a essa solução, pensou em um quadrado e foi fazendo até achar. (0:04.14)

Sujeito TA2

Atividade 1: montagem do chinezinho.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:04.30 (Fita1): Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram.

0:05.06 – TA2 colocou sobre o molde (Chinezinho) as peças referentes ao quadrado e os dois triângulos pequenos. Selecionou a peça verde e perguntou o nome dessa peça; refletiu-a, dizendo que do outro jeito que estava não ia dar certo para encaixar. Depois disso, encaixou os dois triângulos restantes sem problemas (triângulos grandes).

Atividade 2: identificação dos quadrados.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:11.20: Selecione todos os quadrados e coloque-os na folha branca.

TA2 não sabia o que era selecionar. Após o esclarecimento do termo, identificou corretamente o quadrado.

Atividade 3: identificação dos triângulos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:12.15: Selecione todos os triângulos e coloque-os na folha branca.

TA2 colocou todos os triângulos, na folha de resposta, tendo o cuidado de posicioná-los sempre com a base na horizontal.

Atividade 4: identificação dos paralelogramos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:12.57: Selecione todos os paralelogramos e coloque-os na folha branca.

TA2 selecionou a peça verde como paralelogramo, justificando sua escolha por exclusão: "*Porque ele é diferente do triângulo e do quadrado. O único que tinha de diferente era esse*". Incentivado a consultar a ficha de conceitos referente a paralelogramo, e comparar cada exemplo e contra exemplo com a definição, TA2 identificou a peça azul

(quadrado) também como paralelogramo. Comentou então, que já havia visto isso na 5ª série (que quadrado era um paralelogramo): "*Eu tinha visto na quinta*".

Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:21.54: Forme um quadrado usando duas peças, sem sobrepor as peças.

Primeiramente, T colocou a peça azul (quadrado) sobre a folha branca (folha de resposta), perguntando se podia ser considerada como resposta: "*Pode pôr esse aqui?*".

A pesquisadora pediu que comparasse as instruções das atividades anteriores com a dessa atividade. TA2, então, pegou, rapidamente, os dois triângulos grandes (0:23.16) e os uniu, formando um quadrado. Observa-se pelo vídeo (0:23.19) que TA2 forneceu a resposta na posição de um "balão" e girou a figura até resultar em um quadrado com um lado na posição horizontal. Nesse momento a pesquisadora intervém perguntando o que estava acontecendo e então TA2 respondeu: "*Porque aqui tinha formado um balão e aqui um quadrado*" (0:23.37).

Depois que a pesquisadora perguntou se havia outras soluções, TA2 mostrou, rapidamente, os dois triângulos pequenos. Novamente, o quadrado foi formado "na posição de um balão" que depois foi girado até ter um lado na posição horizontal (0:24:46).

Atividade 6: composição de quadrado utilizando três peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:00.15 (Fita 2): Forme um quadrado usando três peças, sem sobrepor as peças

0:02.30 – TA2 formou um retângulo utilizando os dois triângulos pequenos e o triângulo médio e disse que faltava a outra parte: "*Formei um retângulo*". Após tentar formar um quadrado, utilizando três peças, sem sucesso, TA2 disse: "*Não sei*".

A pesquisadora sugeriu o uso de um modelo do quadrado e que pensasse como na atividade 1. Então, TA2 uniu os dois triângulos grandes (amarelo e marrom), formando um quadrado, e disse que ele seria o seu modelo. Pegou o triângulo roxo (médio) fazendo parte do triângulo amarelo. Uniu a ele os dois triângulos pequenos, mas colocou um dos triângulos numa posição fixa e só girou o outro triângulo, dizendo que não dava para encaixar, sem pensar em girar o triângulo que estava fixo.

Depois de muito tentar (0:07.05) TA2 conseguiu encaixar as peças escolhidas, fornecendo a resposta com um dos triângulos pequenos refletido (parte da peça sem cor para cima). TA2 comparou sua solução com a fornecida pela pesquisadora, em forma de ficha, e disse que podia ser do jeito da ficha de resposta. (0:10.30)

Sujeito TA3

Atividade 1: montagem do chinezinho.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:05.11 (Fita1): Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram.

0:05.30 – TA3 montou o chinezinho sem dificuldade, rotacionando cada uma das peças (exceto a verde) e encaixando-as devidamente. TA3 tentou encaixar, por último, a peça verde, rotacionando-a. Percebendo que não dava certo, TA3 refletiu essa peça, encaixando-a corretamente: "*Precisou virar ao contrário, se não, não dava certo*".

Atividade 2: identificação dos quadrados.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:09.10: Selecione todos os quadrados e coloque-os na folha branca

TA3 selecionou, corretamente, a peça azul como resposta.

Atividade 3: identificação dos triângulos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:10.00: Selecione todos os triângulos e coloque-os na folha branca.

TA3 colocou todos os triângulos, na folha de resposta, posicionando-os com a base na horizontal. A pesquisadora pediu para que TA3 desse as características de um triângulo. TA3 respondeu: "*Ah, ele é um quadra... Eh, umas linhas, né? Umas linhas inclinadas, duas linhas inclinadas e uma reta*".

Atividade 4: identificação dos paralelogramos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:11.28: Selecione todos os paralelogramos e coloque-os na folha branca.

TA3 selecionou a peça verde como resposta, justificando sua escolha: "*Ah, porque ele tem uma forma diferenciada das outras, né? Ele é dois retângulos só que um lado dele*

é maior que outro". "*: Aqui, pra cá e pra cá. Retângulo não, triângulo*". Disse, também, que o paralelogramo era composto por dois triângulos.

A pesquisadora sugeriu o uso da ficha de conceitos. Depois de verificar o conceito de paralelogramo e compará-lo com seus exemplos e não-exemplos, TA3 retornou à atividade e selecionou, também, a peça azul como resposta.

Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:20.46: Forme um quadrado usando duas peças, sem sobrepor as peças

(0:21.55) – TA3 juntou dois triângulos pequenos e colocou "na posição de um balão". Olhou a peça azul (quadrado) que estava com um de seus lados na posição horizontal, e girou a figura que havia feito para ficar na mesma posição que o azul. Este trecho ilustra o momento em que o sujeito explica sua ação desenvolvida: "*Eu vi o quadrado e depois um triângulo. Assim, né? Eu vi dois triângulos*". A pesquisadora perguntou: "*Por que você está girando?*" TA3 respondeu: "*Pra formar um quadrado, porque conforme a posição... Forma um quadrado*".

(0:23.10) – A pesquisadora perguntou se tivesse deixado como anteriormente ("balão") seria um quadrado. TA3 respondeu: "*Ah, eu acho que não, porque se você olhar assim, se olhar de frente, parece mais um retângulo* (sic). *Não sei como é que chama, como é que chama isso aqui?*" (apontando para o quadrado na "posição de balão" que ele, provavelmente, queria identificar como losango). E o próprio sujeito responde: "*Pra mim é tipo um balão assim*".

TA3 forneceu as duas soluções possíveis utilizando duas peças, sempre posicionando o quadrado na posição horizontal.

Atividade 6: composição de quadrado utilizando três peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:05.50: Forme um quadrado usando três peças, sem sobrepor as peças

Primeiramente, TA3 disse que não dava para formar. Então , a pesquisadora sugeriu o uso de um modelo.

TA3 selecionou o triângulo médio (roxo) e os dois triângulos pequenos, (vermelho e rosa) para trabalhar. E, com os dois triângulos pequenos ficou tentando formar um triângulo que iria, junto com o triângulo médio, formar o quadrado.

"P: *O que você está pensando?*

TA3: *Formar... Outro desse aqui* (triângulo roxo)... *são do mesmo tamanho?*

P: *Você pode testar, são do mesmo tamanho?*

TA3: *São.*

P: *São do mesmo tamanho. Sendo do mesmo tamanho, o que você está tentando?*

TA3: *Tentando formar um lado.*

P: *E aí, você está tentando formar...?*

TA3: *Quadrado, um quadrado.*

TA3 formou o quadrado com o triângulo médio (roxo) e os dois triângulos pequenos (vermelho e rosa). Só que a peça rosa estava refletida, ou seja, estava aparecendo a parte de baixo do papel cartão. Então a pesquisadora perguntou:

P: *Dessa solução que você fez agora podia ser todos virados da mesma cor, ou não?*

TA3: *Teria que ser virado, se não ficaria assim, do lado oposto.*

P: *E o rosinha pra cima, pode?*

TA3 respondeu, imediatamente, que não, sem tentar fazê-lo. Pouco depois, desvirou a peça e rotacionou-a até encaixar. (0:08.49)

Sujeito TE1

Atividade 1: montagem do chinezinho.

Enunciado proposto ao sujeito – (0:08.32): Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram.

0:12.00 – TE1 encaixou, primeiramente, a peça verde, utilizando o botão referente à reflexão. Para encaixar as demais peças, antes de utilizar os botões de rotação no sentido horário ou anti-horário, TE1 observava qual dos dois era "*mais fácil*".

Atividade 2: identificação dos quadrados.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:17.08: Movimente todos os quadrados da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

TE1 selecionou a peça azul (quadrado) como solução. E (0:19.07), apontando com a flecha do sistema computacional os dois triângulos pequenos e os dois triângulos maiores, disse que também dava para formar um quadrado usando essas peças.

Atividade 3: identificação dos triângulos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:20.06: Movimente todos os triângulos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

Selecionou os triângulos rapidamente, utilizando o botão referente à translação, deixando, dessa forma, os triângulos na mesma posição que estavam na janela A da tela do computador.

Atividade 4: identificação dos paralelogramos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:20.57: Movimente todos os paralelogramos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

TE1 selecionou a peça verde como solução. "Clicando" no botão "pronto", o sistema computacional forneceu a mensagem sobre sua resposta, perguntando se não havia outro

paralelogramo. Nesse momento, a pesquisadora perguntou a TE1 por que ele havia selecionado a peça verde como resposta. TE1 justificou dizendo que um paralelogramo era uma figura que tinha quatro lados inclinados.

A pesquisadora sugeriu que TE1 utilizasse o botão de conceitos do sistema computacional referente ao paralelogramo. Após ler a definição de paralelogramo, e observar, rapidamente, seus exemplos e não-exemplos, TE1 disse que um paralelogramo não precisava sempre ter lados inclinados. Retornou à atividade e selecionou a peça azul (quadrado), também, como resposta.

Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:26.10: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto.

0:26.52 – TE1 trabalhou com ângulos nessa atividade: identificou o ângulo de 90° graus de cada triângulo grande; unindo as hipotenusas dos triângulos, obteve um quadrado, que ele justificou nesse diálogo com a pesquisadora:

"O: *Então, o que que você tá pensando em fazer?*

TE1: *Com essas duas peças formar um quadrado.*

P: *E por que essas duas peças juntas formam um quadrado? Tem algum, você olhou alguma coisa? Devido a que você bateu o olho e pegou as duas? Tem alguma explicação? Algum motivo?*

TE1: *É. Elas tem, cada uma delas tem um lado* (sic) *de noventa graus* (apontando com a flecha do computador o ângulo reto de cada triângulo grande). *Daí dá pra formar*".

0:28.00 – Depois de unir os dois triângulos grandes, resultando um quadrado, o sujeito TE1 uniu os dois triângulos pequenos, justificando: "*São iguais esses. Os anteriores ..., só que um pouco menor*".

Atividade 6: composição de quadrado utilizando três peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:32.00: Movimente três peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto.

0:33.00 – TE1 uniu o triângulo amarelo com o roxo e disse que precisava de mais um igual ao roxo para dar certo.

0:34.50 – Formou um quadrado com quatro peças, o triângulo marrom, o roxo e os dois pequenos. TE1 voltou o marrom para a janela A e selecionou a peça verde e disse que não conseguia formar um quadrado com três peças. Então, a pesquisadora sugeriu o uso de um modelo. Com o "mouse", TE1 apontou a peça azul e disse que já havia pensado em um quadrado anteriormente. Mesmo assim, não conseguia visualizar no quadrado três peças e sim, quatro. Formou, novamente, um quadrado, utilizando quatro peças, o triângulo marrom, os dois pequenos e a peça verde. Após muitas tentativas, ele conseguiu pensar numa divisão da peça azul (quadrado) em três triângulos e disse: "*...dois triângulos menores assim, um grande, aqui* (apontando com a flecha do "mouse" uma parte do quadrado) *desse lado, e dividindo assim* (dividindo com a flecha a peça azul pela diagonal), *dois menores*". Depois teve dificuldades em formar esse quadrado. A pesquisadora perguntou o que estava dificultando, TE1 respondeu: "*A posição que está o triângulo*", TE1 fazia a hipotenusa do triângulo rosa coincidir com parte da hipotenusa do triângulo médio (roxo) e não conseguia encaixar o triângulo vermelho. Só conseguiu com o auxílio da pesquisadora, que o orientou a fazer passo a passo, comparando com a divisão que ele panejara na peça azul. Aos poucos, e com dificuldade, TE1 foi relacionando a posição de cada peça para compor o quadrado. (0:46.57)

Sujeito TE2

Atividade 1: montagem do chinezinho.

Enunciado proposto ao sujeito –0:07.23: Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram.

0:10.07 – TE2 começou a atividade tentando encaixar a peça verde: utilizou várias vezes o botão de rotação e reflexão mas disse que não dava para encaixar. TE2 utilizava esses movimentos muito rapidamente. Ela "clicava" os botões de rotação e reflexão, sem se dar o tempo necessário para verificar se a transformação empreendida lhe daria a solução desejada. Foi necessária a intervenção da pesquisadora, que a orientou a prestar atenção e refletir sobre que "parte" da peça encaixaria corretamente no molde, para que TE2 conseguisse rotacionar corretamente a peça verde e encaixá-la (após sucessivas reflexões e rotações a peça já estava sobre a face correta para o encaixe). Depois, conseguiu encaixar o restante das peças sem problemas.

Atividade 2: identificação dos quadrados.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:16.28: Movimente todos os quadrados da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto

0:18.20 – TE2 começou a atividade formando um quadrado, utilizando as peças correspondentes aos dois triângulos maiores. Lendo novamente a atividade, entendeu que não era para compor figuras, mas aparentemente restringiu sua atenção ao "movimentar todos" (0:19.21): "*Ah, é só pra mim movimentar pra cá*". E forneceu, como resposta, todas as peças. O sistema computacional "avaliou" sua resposta: "*Deixe na janela B somente os quadrados. Sugiro que você "clique" o botão "conceitos" da atividade*". TE2 comentou sua atitude: "*Ah, porque eu movimentei todas as peças*" (0:20.12). "*E só está pedindo o quadrado*". Nesse momento TE2 selecionou só a peça azul como resposta.

Atividade 3: identificação dos triângulos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:21.41: Movimente todos os triângulos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

Antes de transladar os triângulos da Janela A para a Janela B, TE2 realizou uma rotação no sentido horário sobre o triângulo grande (amarelo), que estava com um dos catetos na horizontal, até o mesmo ficar com a base na posição horizontal, dizendo: "*... se eu movimentar assim* (deixando na posição horizontal) *o amarelo, vai ficar um triângulo*". A pesquisadora perguntou se na posição anterior era um triângulo. TE2 disse: "*Não. Ele é um triângulo mas...*". Diante da hesitação de TE2, a pesquisadora pediu que o sujeito falasse as características de um triângulo. TE2 respondeu: "*Três pontos. Três lados*". E com indecisão foi selecionando todos os triângulos da janela A, aos quais o sujeito já tinha imprimido rotações aparentemente aleatórias, e transladando-as para a janela B, na posição em que estavam.

Atividade 4: identificação dos paralelogramos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:23.17: Movimente todos os paralelogramos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

TE2 selecionou a peça verde como resposta da atividade. Perguntado sobre as características de um paralelogramo, TE2 respondeu: (0:24.24) "*Porque pelo que eu saiba, um paralelogramo tem assim* ...(movimentando a mão mostrando retas) *em cima e embaixo, paralelos, e os lados são inclinados*"

Incentivado pelo sistema computacional a consultar o conceito de paralelogramo (uma vez que não havia fornecido a resposta completa), TE2 olhou os exemplos e não-exemplos do paralelogramo. E, justificando um não-exemplo de paralelogramo, que no caso era um trapézio retângulo, TE2 disse: "*Porque esse daqui é grandão* (apontando um dos lados) *e esse daqui pequenininho* (lado oposto ao indicado). *Tem que ser do mesmo tamanho*".

Depois de estudar os exemplos e não-exemplos, TE2 selecionou o quadrado como resposta, também. A pesquisadora perguntou, no final da atividade, se TE2 já tinha ouvido falar, por exemplo, na escola, do paralelogramo. TE2 respondeu: "*Eu nunca vi todas as características dele. Eu sabia que paralelogramo tinha esse* (apontando a peça verde) *formato, mas ...*".

Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:32.25: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto.

TE2 disse que unindo os dois triângulos grandes resultaria um quadrado. Uniu-os, fornecendo a primeira solução. Depois disse: "*Dá pra formar com esses dois* (apontando os dois triângulos pequenos)". Uniu esses dois triângulos, fornecendo a outra solução possível.

TE2 não teve nenhuma dificuldade nessa atividade: apresentou os quadrados com um dos lados na horizontal mas não teceu qualquer comentário.

Atividade 6: composição de quadrado utilizando três peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:35.58: Movimente três peças da Janela A para a Janela B a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto.

TE2 uniu peças aleatoriamente, sem sucesso, na formação de um quadrado com três peças e disse que não havia soluções: "*Não tem jeito*".

0:44.52 – TE2 formou um quadrado utilizando os dois triângulos grandes para, a partir dele, pensar quais três peças faziam parte dele. Nesse momento TE2 formou esse quadrado em uma posição na qual um de seus lados não estava na posição horizontal, e então arrumou triângulo por triângulo, a fim de deixar o quadrado na horizonatal. A pesquisadora perguntou o que TE2 estava fazendo. E, então, TE2 respondeu:

TE2: *Arrumar o meu quadrado.*

P: Você vai arrumar? Daquele jeito que tava, não ficava certo?

TE2: *Não. Tava ruim.*

P: *Por quê? O que que é esse ruim? O que que significa?*

TE2: *Tava um balãozinho.*

Depois TE2 concordou que era, também, um quadrado, mas insistiu que ficava ruim a posição inicial: "*Ah, tava ruim. Ficava ruim. Tem que ser certinho*".

A pesquisadora sugeriu o uso de um modelo como na atividade 1 do quebra-cabeça. Mesmo assim TE2 teve dificuldades e ficou muito tempo tentando, sem sucesso, encaixar peças para resultar em um quadrado. Só com o auxílio, novamente, da pesquisadora, TE2 disse que viu no "quadradão", formado pelos triângulos grandes, dois triângulos pequenos e um maior. Só que depois de selecionar o triângulo médio (roxo) e os dois triângulos pequenos (vermelho e rosa) não conseguiu relacionar a posição dos dois triângulos pequenos, com a posição de suposta divisão do quadrado tomado como modelo.

Só depois, com a ajuda do dedo na tela do computador (TE2 usou muito esse recurso para se auxiliar na posição das peças) (0:48.00), dividiu um dos triângulos que fazia parte do "quadradão" e rotacionou os triângulos pequenos, e assim completou a atividade. (0:50.12)

Sujeito TE3

Atividade 1: montagem do chinezinho.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:09.00: Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram.

0:12.34 – TE3 começou a montar a figura pela peça azul. O sujeito TE3 encaixou, rapidamente, a peça verde, depois de movimentar a cabeça no sentido direita-esquerda como se quisesse com o movimento da cabeça enxergar a peça refletida, para então utilizar-se do botão de reflexão com o eixo vertical: "*Eu tava pensando se eu virasse, se eu ia encaixar aqui*". Depois, encaixou as demais peças, sem dificuldade, utilizando somente o botão de rotação.

Atividade 2: identificação dos quadrados.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:19.27: Movimente todos os quadrados da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto

0:20.38 – Depois de ter movimentado a peça azul para a janela de resposta, TE3 também falou em montar o quadrado apontando com o cursor do computador os dois triângulos pequenos: "*Mas, e aí vou ter que montar um quadrado pra colocar lá?*"

A pesquisadora devolveu-lhe a pergunta indagando sobre o que se pedia no enunciado. TE3 "clicou" o botão "pronto", dando por encerrada a atividade.

Atividade 3: identificação dos triângulos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:22.15: Movimente todos os triângulos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

TE3 selecionou todos os triângulos, rapidamente, na mesma posição em que estavam na janela A.

Atividade 4: identificação dos paralelogramos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:22.50: Movimente todos os paralelogramos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

TE3 perguntou, apontando a peça verde: "*É esse daqui que é o paralelogramo?*" (a pesquisadora lhe devolveu a pergunta).

O sujeito selecionou a peça verde e disse: "*Porque eu acho que esse aqui é um paralelogramo, eu não sei direito o que que é. ... eu vi todos. Só que esse aqui é triângulo e esse aqui é quadrado. E esse aqui é paralelogramo.*" A pesquisadora pediu que o sujeito descrevesse as características de um paralelogramo, então TE3 respondeu: "*São duas linhas verticais. Verticais não. Duas inclinadas e duas horizontais. E aí, forma um retângulo, só que inclinado.*"

TE3 "clicou" o botão de conceitos referentes ao paralelogramo, leu a definição, olhou os exemplos e não-exemplos e retornou à atividade, selecionando o quadrado e dizendo: "*Tem esse aqui também. Acho que é.*" Mas acrescentou que nunca tinha visto que o quadrado era um paralelogramo.

Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:30.30: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto.

0:31.25 – TE3 escolheu os dois triângulos grandes e disse: "*Esses aqui* (triângulos grandes) *têm o mesmo tamanho. Aí eu vou virar eles e vai encaixar direitinho aqui*". E fez da mesma forma utilizando os dois triângulos pequenos.

Atividade 6: composição de quadrado utilizando três peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:33.50: Movimente três peças da Janela A para a Janela B a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, clique no botão pronto.

0:36.54 – O sujeito TE3 uniu o triângulos marrom (grande) e roxo (médio). Disse que precisava de outro triângulo, mas o grande era muito grande e o pequeno muito pequeno.

0:37.20 – TE3 substituiu o triângulo marrom pelo triângulo roxo, só que em outra posição, e justificou sua ação: "*Ah, é porque já ocupou metade do quadrado aqui. Só que aí tem que pegar a outra parte, eles são com três peças, não é?*"

0:38.00 – Colocou uniu o triângulo roxo com um triângulo pequeno (vermelho) e disse que não dava certo.

0:40.05 – Mudou de peças, no lugar do roxo colocou o amarelo (só que refletido) e uniu com o roxo.

Nesse momento TE3 disse: "*Mas aí, vai ter que ficar assim, usando metade do quadrado.*" "*É que não pode ficar assim com a ponta pra baixo, que vai dar na mesma. Eu fiz besteira*".

A pesquisadora perguntou se TE3 estava se referindo à ponta do triângulo não poder ficar para baixo. Então, TE3 respondeu: "*Não, pode. Só que vai dar na mesma. Mesma coisa ficar assim ou trabalhar assim pra baixo.*" Dizia isso em relação à resposta que ele tinha dado anteriormente (0:36.54)

0:42.20 – A pesquisadora sugeriu dividir o quadrado e visualizar que peças se obtêm nessa divisão.

0:42.46 – TE3 disse: "*Aí, acho que eu sei. Eu vi... Eu vi três triângulos. Um triângulo grande aqui* (apontando uma parte do quadrado obtida pela divisão pela diagonal) *e aqui eu corto e ficam dois pequenos*".

0:44.14 – "*Se eu pegar esse aqui* (roxo) *como maior e os dois pequenos como menores*".

0:45.10 – TE3: "*Eu vou virar* (triângulo vermelho) *ele aqui pra encaixar aqui, como se tivesse cortado aqui* (apontando uma divisão na parte do quadrado obtida pela primeira divisão) *também, pra ele ficar assim, um triângulo de lado. Agora sobrou esse*" (triângulo rosa). Encaixou o triângulo rosa no espaço que faltava para completar o quadrado. (0:46.46)

Sujeito TT1

Atividade 1: montagem do chinezinho.

Enunciado proposto ao sujeito – Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram.

0:13.10 – TT1 encaixou sem dificuldade todas as peças, exceto a verde. TT1 movimentou os botões referentes à rotação nos sentidos horário e anti-horário sobre a peça verde, várias vezes, e, só então, experimentou usar o botão de reflexão pelo eixo vertical (0:16.40): "*Tem que virar a ponta dele, deixa eu tentar fazer uma coisa. Não, acho que essa parte fica pra cima. Será que é isso? Deixa eu ver*". Feita a reflexão, TT1 completou o quebra –cabeça.

Atividade 2: identificação dos quadrados.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:19.32: Movimente todos os quadrados da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto

0:21.46 – TT1 selecionou a peça azul (quadrado) como solução e também pensou em formar quadrados com outras peças. A pesquisadora indagou sobre o que se pedia na atividade. TT1 repetiu sua interpretação do enunciado mas insistiu na possibilidade de montagem dos quadrados: "*Pra passar todos os quadrados pra janela B. Só que pode montar o quadrado, ou não?*" 0:22.27 – "*Outro, não* (não existe outro quadrado). *Mas daria pra montar. Eu acho que com esses dois aqui* (triângulos grandes)."

TT1 apenas apontou as peças (os triângulos) mas deixou apenas a peça azul na janela B e "clicou" o botão "pronto".

Atividade 3: identificação dos triângulos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:23.35: Movimente todos os triângulos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

TT1 selecionou um triângulo pequeno, os dois grandes e o médio e (0:23.55) perguntou se podia ver os conceitos referentes à atividade. TT1 justificou seu pedido: "*Não,*

é pra ver se o triângulo tinha... os três lados são diferentes. É, acho que pode porque aqui...(apontou o exemplo de um triângulo escaleno)". Retornou à atividade e, apontando o triângulo vermelho, disse: "*Esse aqui é triângulo, não é? Só que... não é... aí não é. É esse mesmo* (triângulo vermelho)" e perguntou sobre os lados do triângulo vermelho: "*Os dois lados mudam de tamanho? Então, aí, pode passar, né?*". Nesse momento, a pesquisadora perguntou ao sujeito se essa peça era um triângulo e ele respondeu: "*É porque... não sei. É um triângulo irregular, alguma coisa assim. A professora de educação artística falou assim, só que não me lembro muito*".

Deixando todos os triângulos na janela B na mesma posição em que estavam na janela A, TT1 "clicou" o botão "pronto".

Atividade 4: identificação dos paralelogramos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:25.35: Movimente todos os paralelogramos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

TT1 selecionou a peça verde como resposta ,justificando sua escolha: *Aí, deve ser esse daqui, né? Porque já usou o quadrado e o triângulo. Só tem esse daqui que é diferente.*

Incentivado pelo sistema computacional a consultar o conceito de paralelogramo, pois a solução que o sujeito havia dado não era a única, TT1 disse que para ser um paralelogramo tinha que ter quatro lados. A pesquisadora perguntou se para ser um paralelogramo a peça tinha apenas que ter quatro lados, ou tinha outra característica. O sujeito respondeu que só tinha que ter quatro lados e foi mostrando cada exemplo e dizendo que eles tinham quatro lados. Até se confrontar com um não–exemplo que tinha quatro lados, mas seus lados opostos não eram paralelos. TT1 leu a definição novamente e disse que os lados opostos da peça tinham que ser paralelos. Retornou na Janela A e selecionou, rapidamente, o quadrado, como resposta.

Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:30.50: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

TT1 escolheu os dois triângulos grandes. Para justificar sua escolha, usou os dedos sobre a tela do computador, dividindo o quadrado pela diagonal: "*Que um quadrado cortado no meio dá dois triângulos*". Feito isso, TT1 formou um quadrado com os dois triângulos grandes. Depois selecionou os dois triângulos pequenos, mas teve dúvida se eram iguais. Para verificar, TT1 os colocou um do lado do outro na mesma orientação: "*Colocando assim do lado eu acho que é, mas agora eu vou virar pra ver...tentar encaixar*". Rotacionou o triângulo vermelho, encaixou com o rosa, fornecendo a outra solução possível dessa atividade.

Atividade 6: composição de quadrado utilizando três peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:34.30: Movimente três peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto.

0:34.42 – TT1 pediu para ver os conceitos: "*Três peças? Aí eu acho que... deixa eu ver. Posso ver aqui no conceito também?*" Olhou, rapidamente, os exemplos e não – exemplos do quadrado e disse: "*Esse daqui* (conceito) *eu já sei. É o quadrado, né? Que é que são os lados de mesma medida, que pode estar com a posição assim, assim* (apontando os exemplos)".

Retornou à atividade e disse: "*Três peças? Teria que ser três triângulos. Não, três triângulos não. Talvez*".

Nesse momento TT1 muda de instrumento, mexendo nas peças do Tangram para mostrar o que falou. Pegou o triângulo roxo (médio) e o rosa. Colocou o rosa em uma posição que não iria dar certo, e disse: "*É, só que aí, eu acho que não dá certo. Seria assim, só que aí faltaria uma parte aqui*". E, conversando com a pesquisadora do porquê de não dar certo, o sujeito foi girando o rosa e, de repente, deu certo o encaixe, sobrando um espaço que ele facilmente reconheceu como espaço para o encaixe de outro triângulo pequeno.

A pesquisadora perguntou a TT1 o porquê da troca dos instrumentos e o sujeito respondeu:

TT1: "*Porque aqui (Tangram), aí eu mexo pra ver como que poderia ficar.*

P: *Você podia também mexer aqui* (Tegram)*?*

TT1: *É. Podia.*

P*: Podia também?*

TT1: *Podia* (Tegram), *só que aqui* (Tangram) *eu acho mais fácil, entendeu?*

P: *Ah, tudo bem.*

TT1: *É que aqui eu vejo mesmo com a peça, com a minha mão.*

Depois de ter formado o quadrado no instrumento Tangram, o sujeito resolveu transferir sua resposta para o Tegram. No entanto, para fazer no Tegram o sujeito posicionou o triângulo amarelo (grande), o roxo, na resolução do Tangram, e tentou encaixar o rosa. Concluiu que o amarelo tinha que ser menor. Olhando o quadrado no Tangram, disse: "*Duas peças do mesmo tamanho* (apontando os triângulos pequenos) *dá... junto dá do mesmo tamanho que essa* (triângulo roxo – peça roxa). *Aí teria que dar dois triângulos ... juntos dá o mesmo tamanho que essa (*apontando o triângulo roxo) *pra formar um quadrado*". Mas não conseguiu formar (apesar das peças nos dois instrumentos terem a mesma cor).

Foi perguntado por que TT1 escolheu o triângulo amarelo: "*Não, eu escolhi, porque do outro quadro* (formar quadrado com duas peças) *que a gente fez, era do mesmo tamanho que esse* (marrom*), então...*". O sujeito se referia ao que havia feito na atividade de formar quadrado com duas peças, isto é, para formar um quadrado com duas peças foram necessários duas partes iguais (no caso, o triângulo amarelo e o marrom).

Ao se defrontar com o questionamento sobre o uso do triângulo amarelo, no entanto, atentou para a necessidade do triângulo maior, usado para a composição do quadrado, ser igual ao composto pelos dois triângulos pequenos "*Esse aqui* (amarelo) *não é aqui, é esse aqui* (roxo). *Esse aqui* (rosa), *aqui, esse aqui* (roxo) *acho que é aqui. Porque esse dois aqui* (rosa e vermelho) *eu acho que dá o tamanho desse* (roxo). *Deixa eu ver*". "*Porque aqui é roxo e também porque esse quadrado... esse é menor e esses dois* (triângulos pequenos) *ia ficar sobrando* (apontou os dois triângulos pequenos junto com o marrom), *se é menor* (roxo)." Assim, TT1 completou a atividade. (0:42.23)

Sujeito TT2

Atividade 1: montagem do chinezinho.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:09.43: Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram.

0:13.50 – TT2 encaixou os triângulos amarelo, vermelho e roxo. Em seguida, tentou encaixar a peça verde no molde, não conseguiu, desistiu e a deixou para encaixar por último. Depois de encaixar o quadrado e os triângulos rosa e marrom, conseguiu encaixar a peça verde, usando o botão de reflexão pelo eixo vertical, até o momento não utilizado pelo sujeito, concluindo a atividade.

Atividade 2: identificação dos quadrados.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:21.45: Movimente todos os quadrados da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

TT2 identificou os triângulos, corretamente, e os transladou da janela A para a janela B, sem imprimir rotação.

Atividade 3: identificação dos triângulos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:23.00: Movimente todos os triângulos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

Identificou todos os triângulos, corretamente.

Atividade 4: identificação dos paralelogramos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:24.25: Movimente todos os paralelogramos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

0:25.05 – Antes de iniciar a atividade, TT2 "clicou" o botão referente aos conceitos, justificando: "*Eu achei melhor pra depois não errar. Eu fui olhar antes pra...Pra mim ficar sabendo pra passar o paralelogramo pra janela B*".

0:26.20 – Olhou, rapidamente, a tela referente ao conceito de paralelogramo e retornou à atividade, selecionando a peça verde como resposta.

0:27.25 – Depois do sistema computacional dar um retorno de sua resposta, TT2 descreveu as características de um paralelogramo, incentivado pela pesquisadora: "*Ela* (paralelogramo) *não pode ser um quadrado mas tem que ter quatro pontas*". "*Ela não pode ser... As quatro pontas tem que ter uma distância diferente*". Voltou à janela de conceitos e leu a definição do paralelogramo e olhou os exemplos e não-exemplos. Após um longo tempo estudando esses exemplos e não-exemplos, TT2 retornou à atividade e selecionou o quadrado, também, como resposta.

Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:35.29: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

Após olhar fixamente todas a peças contidas na janela A, TT2 selecionou os dois triângulos grandes e disse o que estava pensando fazer: "*pegar essas duas peças*(triângulos grandes), *é... essa daqui* (triângulo amarelo), *eu vou virar essa peça* (triângulo amarelo) *e pôr aqui* (junto com o triângulo marrom)". "*Eles são dois triângulos iguais, se você juntar os dois, ele dá um quadrado*". Depois de formar um quadrado utilizando os dois triângulos grandes, TT2 formou com os dois triângulos pequenos: "*Como esses dois triângulos* (triângulos pequenos) *são iguais, aí dava pra formar um quadrado*".

Atividade 6: composição de quadrado utilizando três peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:39.30: Movimente três peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto.

0:40.49 – TT2 ficou olhando para a tela do computador, compenetradamente, e então se dirigiu ao instrumento Tangram.

0:42.27 – TT2 movimentou as peças do Tangram aleatoriamente. A pesquisadora perguntou o que ele estava pensando fazer e TT2 respondeu: "*Eu tô mudando pra tentar adivinhar quais peças que dá pra formar o quadrado*".

0:42.41 – TT2 "clica" o botão "dicas" do Tegram, lendo que não podia sobrepor as peças e voltou para as peças do Tangram.

0:44.40 – TT2 selecionou os triângulos roxo e vermelho, mas colocou o vermelho em uma posição tal que não seria possível encaixar o triângulo rosa e conseguir o quadrado desejado. Então ele disse que faltou a outra parte e que a peça roxa era metade do quadrado. Mas desistiu dessas peças, unindo outras peças, por tentativa e erro.

0:46.49 – Voltou ao Tegram, selecionou o triângulo amarelo e disse: "*Eu queria mudar pra mexer no computador*".

A pesquisadora sugeriu o uso de um modelo como na atividade 1 (chinezinho), mas mesmo assim TT2 unia as peças aleatoriamente.

0:54:00 – TT2 formou um retângulo, com o triângulo roxo (médio) e os dois triângulos pequenos (rosa e vermelho), e disse: "*Não formou um quadrado*". A pesquisadora perguntou quais eram as características de um quadrado , e TT2 respondeu: "*Todos os lados tem que ter o mesmo tamanho*".

TT2 respondia pouco às perguntas da pesquisadora, muitas vezes, apenas balançava a cabeça.

0:56.28 – TT2 perguntou à pesquisadora se podia sobrepor as peças do Tangram. A pesquisadora respondeu que a resposta não podia ser dada com peças sobrepostas, mas poderia sobrepô-las durante o processo da atividade.

0:58.50 – O sujeito não conseguiu fazer a atividade, então a pesquisadora sugeriu que ele imaginasse dispor de uma tesoura para recortar um quadrado, de tal forma que resultassem três peças do Tangram.

1:00.00 – Então, TT2 repartiu a peça azul (quadrado) passando o dedo pela diagonal, tendo muita dificuldade de expressar seu pensamento em voz alta. TT2 falou sobre a repartição do quadrado:

P: *E você recortando assim, o que que vai te dar? Que figura, que peça que vai te dar?*

TT2: *É, um triângulo.*

P: *Aonde que deu um triângulo?*

TT2: *Aqui* (apontou as duas partes do quadrado dividido) *e duas peças.*

P: *E duas...?*

TT2: *Peças.*

P: *Essas duas peças são como? São o quê?*

TT2: *Triangulares.*

1:01.00 – Conseguiu fazer a atividade utilizando os triângulos roxo, vermelho e rosa no material do Tangram, mas não quis transportar essa solução para o Tegram. (1:01.50)

Sujeito TT3

Atividade 1: montagem do chinezinho.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:09.58: Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram.

0:14.00 – TT3 encaixou, primeiramente, todas as peças, exceto a verde, usando somente os botões referentes à rotação e translação. Teve dificuldade com a peça verde: TT3 a refletia e rotacionava várias vezes, sem conseguir combinar as duas ações de forma a perceber a possibilidade de encaixe e fazê-lo. A pesquisadora sugeriu que TT3 trouxesse a peça para mais perto do molde. A proximidade ajudou, possibilitou-a perceber que movimento faltava para que a peça ficasse na posição de encaixe. Assim, TT3 concluiu a atividade.

Atividade 2: identificação dos quadrados.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:19.07: Movimente todos os quadrados da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

Depois que selecionou a peça azul como sendo um quadrado, o sujeito falou que estava pensando em fazer um quadrado. A pesquisadora perguntou o que se pedia na atividade. TT3: "*Pra tirar os quadrados da janela A... mas não pode formar?*" (0:23.40)

0:23.25 – Selecionou os dois triângulos grandes para formar um quadrado, mas depois voltou essas peças para a janela A, dizendo que havia terminado a atividade.

Atividade 3: identificação dos triângulos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:24.32: Movimente todos os triângulos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

TT3 movimentou corretamente todos os triângulos da janela A para a janela B, sem imprimir a rotação.

Atividade 4: identificação dos paralelogramos.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:25.15: Movimente todos os paralelogramos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto.

0:25.23 – TT3 selecionou a peça verde como resposta, por exclusão: "*Porque era a única diferente*", dizendo que não conhecia essa figura.

Consultou o conceito de paralelogramo e disse: "*Eu entendi que o paralelogramo é um quadrado assim, só que é puxado*" (0:27.03). Depois de olhar a definição, os exemplos e não-exemplos dos paralelogramos, TT3 retornou à atividade e selecionou a peça azul também como resposta.

Atividade 5: composição de quadrado utilizando duas peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:32.26: Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto

TT3 selecionou os dois triângulos grandes e formou o quadrado com essas peças. Selecionou a peça azul, também, e fez um quadrado com os dois triângulos pequenos. "Clicou" o botão "pronto" e o sistema o advertiu de que ele, TT3, havia colocado cinco peças na janela B (o que é incompatível com a tarefa, já que na solução só se poderia usar um número par de peças). Então, TT3 retornou à atividade (o sistema retorna com as peças para a janela A) e formou os quadrados, novamente, usando só os triângulos. Em seguida, justificou a escolha dos dois triângulos pequenos: "*Porque eles são iguais* (apontando os dois triângulos grandes) *só que menores.*"

Atividade 6: composição de quadrado utilizando três peças.

Enunciado proposto ao sujeito – 0:36.50: Movimente três peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto.

0:37.57 – TT3 selecionou o triângulo marrom (grande) e o roxo (médio).

0:38.24 – Mudou de peça. No lugar do roxo (médio), colocou o amarelo (grande). Depois retornou ao roxo, não conseguindo se explicar.

0:40.47 – TT3 perguntou se podia mexer com as peças do Tangram.

0:41.15 – A pesquisadora solicitou uma justificativa da troca dos instrumentos, então TT3 respondeu: "*Tem* (diferença) *porque aqui* (Tegram) *você tem que ir lá, "clicar" lá pra virar a peça. Aqui* (Tangram) *é mais fácil. É que você pode girar mais rápido assim*".

0:41.44 – No Tangram, TT3 escolheu o triângulo marrom (grande) para começar, dizendo: "*Porque já é metade de um quadrado*".

0:42.42 – TT3 juntou o triângulo marrom, o amarelo e o roxo, ou seja dois triângulos grandes e o médio. Depois, colocou o roxo com os dois triângulos pequenos: "*Porque esses dois* (triângulos pequenos) *são do mesmo tamanho. E dá certinho pra mim, esse daqui* (triângulo roxo). *Tem. Esses* (triângulos pequenos) *juntos é igual a esse daqui* (triângulo roxo)."

TT3 transferiu essa resposta para o Tegram, com facilidade. (0:46.47)

Análise comparativa dos procedimentos

Os dados obtidos foram analisados e comparados de forma comparativa, não buscando enfatizar as diferenças entre os materiais, mas sim o desempenho dos sujeitos e os procedimentos de pensamento utilizados.

Além da análise comparativa, mostrada anteriormente, as sessões com os alunos foram analisadas com a intenção de identificar, na realização das atividades, a manifestação dos sete componentes da habilidade de percepção espacial, apontados por Del Grande (1990 e 1994) e descritas no presente trabalho no capítulo III.

① coordenação viso-motora;

② percepção de figura em campos;

③ constância perceptual;

④ percepção da posição no espaço;

⑤ percepção das relações espaciais;

⑥ discriminação visual;

⑦ memória visual.

Das nove atividades realizadas por cada sujeito foram selecionadas as seis primeiras para proceder à análise das habilidades de percepção espacial subjacentes.

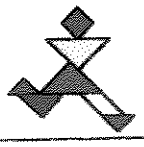
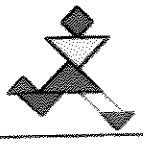
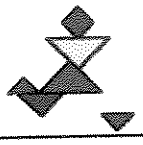
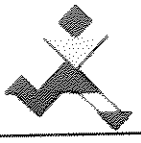
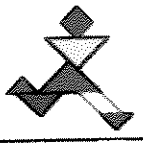
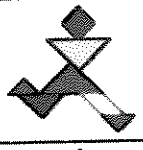
Nessas seis atividades estavam já contemplados os três tipos de atividades, a saber: composição de figuras por sobreposição das peças ao modelo, identificação de figuras e composição de figuras identificadas por um modelo conceitual ou por um modelo físico (mas não um molde). Além disso, nas demais foram flagradas algumas interferências de natureza diversa das que se propunham investigar que poderiam comprometer a identificação e análise das habilidades de percepção espacial.

Para cada uma das atividades foram montados dois quadros, o primeiro deles constando das soluções espontâneas e após intervenção ou confronto com respostas diferentes, apresentadas pelos sujeitos, e o outro, contendo um resumo esquemático dos componentes das habilidades de percepção espacial identificados no procedimento de cada sujeito para solução das atividades propostas. Esses componentes serão ali indicados pelo número correspondente segundo a listagem acima.

O asterisco na segunda coluna do primeiro quadro e na segunda linha do segundo quadro indica que, tendo o aluno apresentado espontaneamente a (s) solução/soluções esperada (s), não houve intervenção da pesquisadora ou da mensagem de advertência do sistema computacional, informando a existência de outra (s) solução/soluções possível (s) ou sugerindo consulta no botão referente ao conceito.

A peça verde nas soluções dos sujeitos do grupo TA, ao serem refletidas, apresentaram a face sem a cor do papel cartão. Para os dos grupos TE e TT, a face refletida é idêntica à face colorida (o sistema computacional Tegram não faz diferença de cor na peça quando refletida). Nos quadros em que serão apresentadas as soluções dos alunos a peça, desenhada apenas em seu contorno, indicará que houve a transformação geométrica referente à reflexão. No caso do grupo TA, esse contorno é em preto e nos grupos TE e TT, é em verde.

Atividade 1 - Montagem do Chinezinho
Quadro 4a - Solucao dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 1

	Solução Espontânea	Solução após intervenção ou confronto com respostas diferentes
F1		*
T1		*
M1		*
G2		*
S2		
M2		*
F3		*
D3		*
C3		*

Quadro 4b - Resumo esquemático dos componentes da percepçaõ da percepção espacial na execução da atividade 1

	F1	T1	M1	G2	S2	M2	F3	D3	C3
Solução Espontânea	⑥① ④⑤	⑥① ④⑤	⑥① ④⑤	⑥① ④⑤	⑥① ④⑤	⑥① ④⑤	⑥① ④⑤	⑥① ④⑤	⑥① ④⑤
Solução após Intervençao	*	*	*	*	④⑤	*	*	*	*

①coordenação viso motora; ② percepção figura em campos; ③ constância de percepcao; ④ percepção da posição no espaço; ⑤ percepção das relações percepção; ⑥ discriminação visual ⑦ memória visual

Atividade 2 - Identificação dos quadrados

Quadro 5a - Solução dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 2

	Solução Espontânea	Solução após intervenção ou confronto com respostas diferentes
F1		*
T1		
M1		*
G2		*
S2		
M2		*
F3		*
D3		*
C3		*

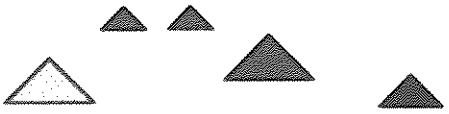
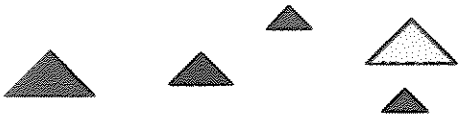
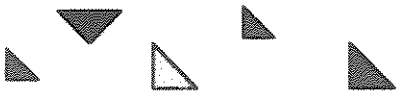
Quadro 5b - Resumo esquemático dos componentes da percepção da percepção espacial na execução da atividade 2

	F1	T1	M1	G2	S2	M2	F3	D3	C3
Solução Espontânea	①⑥⑦		①⑥⑦	①⑥⑦	①	①⑥⑦	①⑥⑦	①⑥⑦	①⑥⑦
Solução após Intervencao	*	①⑥⑦	*	*	①⑥⑦	*	*	*	*

①coordenação viso motora; ② percepção figura em campos; ③ constância de percepcaoj ④percepção da posição no espaço; ⑤percepção das relações percepçaoj ⑥ discriminação visual ⑦memória visual

Atividade 3 - Identificação dos triângulos

Quadro 6a - Soluçaò dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 3

	Solução Espontânea	Solução após intervenção ou confronto com respostas diferentes
F1		*
T1		*
M1		*
G2		*
S2		
M2		*
F3		
D3		*
C3		*

Quadro 6b - Resumo esquemático dos componentes da percepçaõ da percepção espacial na execução da atividade 3

	F1	T1	M1	G2	S2	M2	F3	D3	C3
Solução Espontânea	①⑥⑦④	①⑥⑦④	①⑥⑦④	①⑥⑦	①④	①⑥⑦	①	①⑥⑦	①⑥⑦
Solução após Intervencao	*	*	*	*	①⑥⑦	*	①⑥⑦	*	*

①coordenação viso motora; ② percepção figura em campos; ③ constância de percepcaoj ④percepção da posição no espaço; ⑤ percepção das relações percepçaoj ⑥ discriminação visual ⑦ memória visual

Atividade 4 - Identificação dos paralelogramos

Quadro 7a - Solucao dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 4

	Solução Espontânea	Solução após intervenção ou confronto com respostas diferentes
F1		
T1		
M1		
G2		
S2		
M2		
F3		
D3		
C3		

Quadro 7b - Resumo esquematíco dos componentes da percepcao da percepção espacial na execução da atividade 4

	F1	T1	M1	G2	S2	M2	F3	D3	C3
Solução Espontânea	①⑥	①⑥	①⑥	①⑥	①⑥	①⑥	①⑥		①⑥
Solução após Intervencao	①⑥	①⑥	①⑥	①⑥	①⑥	①⑥	①⑥	①⑥	①⑥

①coordenação viso motora; ② percepção figura em campos; ③ constância de percepcao; ④ percepção da posição no espaco; ⑤ percepção das relações percepção; ⑥ discriminação visual ⑦ memória visual

Atividade 5 - Composição de quadrado utilizando duas peças

Quadro 8a - Solucao dos sujeitos espontaneamente ou após intervencão na atividade 5

	Solução Espontânea	Solução após intervenção ou confronto com respostas diferentes
F1		
T1		
M1		*
G2		*
S2		*
M2		*
F3		*
D3		*
C3		

Quadro 8b - Resumo esquematíco dos componentes da percepcão da percepção espacial na execução da atividade 5

	F1	T1	M1	G2	S2	M2	F3	D3	C3
Solução Espontânea		① ⑥ ⑦	① ④ ⑥ ② ⑦ ⑤ ③	① ④ ⑥ ② ⑦ ⑤ ③	① ④ ⑥ ② ⑦ ⑤ ③	① ④ ⑥ ② ⑦ ⑤ ③	① ④ ⑥ ② ⑦ ⑤ ③	① ④ ⑥ ② ⑦ ⑤ ③	① ④ ⑥ ② ⑦ ⑤ ③
Solução após Intervencao	① ④ ⑥ ② ⑦ ⑤ ③	① ④ ⑥ ② ⑦ ⑤	*	*	*	*	*	*	*

①coordenação viso motora; ② percepção figura em campos; ③ constância de percepcao; ④percepção da posição no espaço; ⑤ percepção das relações percepção; ⑥ discriminação visual ⑦ memória visual

Atividade 6 – Composição de quadrado utilizando três peças

Quadro 9a – Solucao dos sujeitos espontaneamente ou após intervenção na atividade 6

	Solução Espontânea	Solução após intervenção ou confronto com respostas diferentes
F1		*
T1		
M1		
G2		
S2		
M2		

	Tangram	Tegram	Tangram	Tegram
F3			*	
D3				
C3			*	*

Quadro 9b – Resumo esquemático dos componentes da percepcao da percepção espacial na execução da atividade 6

	F1	T1	M1	G2	S2	M2	F3	D3	C3
Solução Espontânea	①⑥⑦ ② ④⑤						①⑥⑦ ② ④⑤		①⑥⑦ ② ④⑤
Solução após Intervencao	*	①⑥⑦ ② ④⑤	①⑥⑦ ② ④⑤	①⑥⑦ ② ④⑤	①⑥⑦ ② ④⑤	①⑥⑦ ② ④⑤	*	①⑥⑦ ② ④⑤	*

①coordenação viso motora; ② percepção figura em campos; ③ constância de percepcao; ④percepção da posição no espaço; ⑤ percepção das relações percepção; ⑥ discriminação visual ⑦ memória visual

Como já mencionado no capítulo de fundamentação teórica, essa pesquisa se baseia na definição das habilidades de Krutetskii, destacando que as habilidades são sempre habilidades para um tipo de atividade. Sendo assim, é importante ressaltar que a análise das habilidades (ou componentes) será feita tomando como base cada atividade.

Deve-se destacar, ainda, que, como Krutetskii, este trabalho considera as habilidades como estruturas mentais complexas "que constituem uma síntese das propriedades e qualidades da mente, que incluem diversos aspectos desenvolvidos durante a execução adequada de uma atividade". Embora se tomem as habilidades como totalidades, cujos componentes não podem funcionar de forma isolada, para os fins dessa pesquisa optou-se pela identificação e análise de cada componente (da percepção espacial) em separado, sabendo-se, no entanto que, "na execução da atividade, o conjunto destes elementos interagem formando uma única estrutura".

Bloco 1: Atividades de composição de figuras por sobreposição das peças ao modelo.

Atividade 1: "*Monte a figura formada pelo contorno, utilizando as peças do Tangram*". A figura a ser formada foi denominada "chinezinho".

Essa atividade teve como objetivo primeiro familiarizar o sujeito com os possíveis movimentos utilizados sobre as peças do Tangram – tanto em sua apresentação em papel cartão quanto em sua versão estampada na tela do computador – ou seja, com as transformações geométricas (translação, rotação e reflexão).

Para a execução dessa atividade, o sujeito teria que identificar qual peça se encaixaria adequadamente nas figuras que compunham o chinezinho, o que supõe, naturalmente, uma habilidade de discriminação visual. O sujeito teria que dispor essas peças de modo a preencher o molde do chinezinho, sobrepondo a ele as várias peças do Tangram.

Todos os sujeitos investigados apresentaram a coordenação viso-motora, embora a maioria tenha mais dificuldade na percepção da necessidade da reflexão. Pode-se observar, na estratégia utilizada por TE3 (meneando a cabeça de forma a "enxergar" a peça refletida), a necessidade desse artifício, acoplado à sua coordenação viso-motora, que auxiliasse seu procedimento de rotação mental de forma a perceber a posição de figuras no espaço que atenderia às exigências para o encaixe da peça verde, determinadas a partir de sua percepção das relações espaciais.

A percepção de figuras em campos não pôde ser identificada de maneira explícita nessa atividade, uma vez que o molde trazia destacado cada uma das peças que compunham a figura, não exigindo, portanto, que o sujeito reconhecesse a figura do chinezinho, desconsiderando "estímulos visuais irrelevantes" para percepção da figura por completo, no caso o contorno de cada peça. (cf. Del Grande, 1990).

Poder-se-ia utilizar, entretanto, para investigação da percepção de figura em campos, o quebra-cabeça em que o molde traz, tão-somente, o contorno externo da figura. Na elaboração das sessões com os sujeitos optou-se, no entanto, por utilizar o quebra-cabeça em que as peças são identificadas no molde, uma vez que o seu objetivo principal ali era a familiarização dos sujeitos com os movimentos possíveis de serem realizados sobre as peças (correspondentes às transformações geométricas) e os recursos que os viabilizavam (o movimento manual das peças no caso do grupo 1 e os botões de rotação, translação e rotação, no sistema computacional Tegram). Nesse sentido, era, pois, mais recomendável lançar mão de uma atividade em que a atenção do aluno se concentrasse nas transformações geométricas que deveria realizar sobre as peças.

Bloco 2: Atividades de discriminação visual.

Atividade 2: "*Selecione todos os quadrados e coloque-os na folha branca*" (grupo TA). "*Movimente todos os quadrados da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto*" (grupos TE e TT).

O objetivo dessa atividade era que o sujeito discriminasse entre as peças existentes qual ou quais delas era um quadrado.

Antes de serem analisados os componentes da percepção espacial subjacentes a essa atividade, faz-se necessário tecer alguns comentários sobre a influência da compreensão do enunciado na *performance* dos sujeitos. Essa influência pode ser percebida em três níveis: no que diz respeito ao conhecimento do vocabulário ("*o que é selecionar?*"), em relação à atenção dedicada a uma instrução veiculada por escrito (vários sujeitos precisaram voltar ao enunciado para se certificarem do que era solicitado), e no que se refere ao estranhamento dos sujeitos em relação à trivialidade da tarefa proposta, o que fez com que quatro dos nove sujeitos aventassem a possibilidade da composição de um quadrado.

Em relação às habilidades requeridas nessa atividade, para que os sujeitos transladassem a(s) peça(s) selecionada(s) para a folha ou janela de resposta, foi necessária, naturalmente, a utilização de níveis elementares de coordenação viso-motora.

Essa atividade é, ainda, um exemplo típico de tarefa que requer dos sujeitos a discriminação visual. Entretanto, como a atividade lança mão do conhecimento do termo quadrado, sem que durante a realização da atividade esteja presente um modelo do que seria um quadrado, foi requerida a utilização da memória visual, de modo que o sujeito resgatasse seu conhecimento prévio adquirido da forma quadrada, provavelmente, durante sua experiência escolar pregressa, ou, no mínimo, quando da apresentação das peças que formavam o Tangram, feita no início da sessão.

É interessante notar que todos os sujeitos apresentaram como resposta o quadrado "assentado" sobre uma base horizontal.

Atividade 3: "*Selecione todos os triângulos e coloque-os na folha branca*" (grupo TA). "*Movimente todos os triângulos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto*" (grupos TE e TT).

O objetivo dessa atividade era que o sujeito discriminasse, entre as peças do Tangram, qual ou quais delas eram triângulos.

O grupo 1 tinha as peças sobre a mesa em diversas posições. Nos grupos TE e TT as peças estavam dispostas na Janela A do sistema computacional, sendo que os triângulos grandes e os pequenos tinham um de seus catetos na posição horizontal e o ângulo reto no vértice da esquerda deste cateto, e o triângulo médio tinha a hipotenusa na posição horizontal e o vértice oposto posicionado abaixo dela. Convém lembrar que todos os triângulos eram retângulos isósceles.

Igualmente à atividade anterior, para deslocarem os triângulos da janela A para a B, os sujeitos dispuseram da coordenação viso-motora e, para executá-la com sucesso, houve a necessidade de se utilizarem da habilidade de discriminação visual.

Não se observam na execução dessa atividade, dificuldades com a compreensão do enunciado como na atividade anterior, uma vez que os sujeitos já tinham se familiarizado com a tarefa, que era da mesma natureza da atividade 2.

Entretanto, a atividade tornava-se mais complexa do que a anterior, na medida em que a concepção das figuras geométricas poderia ainda estar, para vários sujeitos, calcada na imagem visual. No caso do quadrado, por tratar-se de uma figura regular, a demanda para a memória visual para o reconhecimento do que seja um quadrado é muito menor (todos os quadrados são semelhantes) do que no caso dos triângulos, que podem apresentar uma ampla variedade de formas.

Em relação à memória visual, é importante destacar o episódio em que o sujeito TT1 recorre ao botão referente ao conceito e, para se certificar se a peça que ele intencionava selecionar era ou não um triângulo, ele observa os modelos (e não a definição) de triângulos apresentados na tela.

Todos os sujeitos do grupo TA apresentaram como resposta os triângulos com a base na posição horizontal (todos os triângulos eram triângulos retângulos isósceles). O sujeito TA3 chega a caracterizar o triângulo como sendo "*duas linhas inclinadas e uma reta*", permitindo supor que, para ele, a posição (com a base na posição horizontal = "*reta*") é parte integrante da caracterização do triângulo. Da mesma forma, para TE2, era necessário rotacionar o triângulo até que sua base estivesse na posição horizontal, para ele "*ficar um triângulo*".

É interessante notar que as intervenções, que ampliaram as concepções de triângulo para TE2 e TT1, atuaram de maneira diversa. TE2, confrontado com a definição de triângulo, percebeu que a posição era irrelevante para a classificação da figura como triângulo. TT1 consultou, espontaneamente, a janela de conceitos mas baseou-se nos exemplos, e não na definição, para concluir que poderiam existir triângulos "*irregulares*", como a professora de educação artística já havia dito.

Para TA1 e TA2, não se pode dizer, pelo simples fato de terem colocado os triângulos sobre a base horizontal, que eles acreditem que a posição faça parte da caracterização dos triângulos (diferentemente de TA3, que declarou isso). A preocupação de TA2 e TA1 pode ter sido meramente estética. A diferença de sua atitude em relação à dos sujeitos TE1, TE3, TT2 e TT3, que não se deram ao trabalho de rotacionar os triângulos e deixaram-nos na mesma posição em que se encontravam na janela A, pode ser atribuída ao fato de estarem lidando com instrumentos diferentes: a ação de rotacionar as peças no computador supõe uma intenção deliberada ("clicar" o botão de rotação), ao passo que a translação das peças manualmente possibilita uma rotação simultânea.

Na declaração de TE2, quando afirma *que "se movimentar assim o amarelo vai ficar um triângulo"*, evidencia-se um equívoco em relação ao conceito de triângulo: que posicionar-se sobre uma base horizontal faz parte da caracterização de um triângulo. No entanto, trata-se de um flagrante da utilização da percepção da posição no espaço, uma vez que, na concepção de triângulo de TE2, a orientação da figura é relevante para sua identificação como triângulo.

De qualquer maneira para TA1, TA2, TA3 e TE2 pode-se afirmar que eles tiveram a intenção manifesta de rotacionar as peças (ou uma delas, no caso de TE2) e apresentá-las com a base na posição horizontal, para o que lançaram mão da percepção da posição no espaço, executando com sucesso esta tarefa particular que se propuseram, embora a atividade não a solicitasse.

Atividade 4: *"Selecione todos os paralelogramos e coloque-os na folha branca"* (grupo TA). *"Movimente todos os paralelogramos da Janela A para a Janela B. Quando terminar, "clique" o botão pronto"* (grupos TE e TT).

Também essa atividade, tal como foi proposta, supunha uma ação de discriminação de figuras. Entretanto, como a(s) peça(s) requisitada(s) era(m) paralelogramo(s) e, para a maior parte dos sujeitos, o paralelogramo não era familiar, a atividade exigiu que lançassem mão da discriminação visual não para a identificação de uma peça, cuja forma lhes era conhecida e que já havia sido selecionada em atividades anteriores, mas para identificação de peças que não tinham as formas que eles sabiam identificar.

A pouca intimidade com o paralelogramo, pela freqüência muito menor com que essa figura é apresentada aos alunos, em relação ao quadrado e ao triângulo, não permitiu que se estabelecessem características de posição como relevantes para sua discriminação, motivo pelo qual os sujeitos não se preocuparam em rotacionar e refletir a peça verde.

Não se pode afirmar, também, que a seleção do quadrado, após a intervenção da pesquisadora ou do sistema computacional, seja um indício de que o sujeito tenha abandonado a sua concepção, ainda pictórica, do paralelogramo, em favor de uma definição que o levasse a abstrair suas características. É mais provável que os sujeitos tenham-se apoiado, antes, na listagem de exemplos da tela de conceitos onde figurava o quadrado.

Mais uma vez, dada a solicitação da translação, os sujeitos utilizaram a coordenação viso-motora.

Bloco 3: Atividade de composição de figuras identificadas por um modelo conceitual ou por um modelo (e não mais um molde).

Atividade 5: *"Forme um quadrado usando duas peças, sem sobrepor as peças"* (grupo TA). *"Movimente duas peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto"* (grupos TE e TT).

Essa foi a primeira atividade de composição de figuras: o sujeito deveria compor um quadrado utilizando duas peças.

Qualquer atividade de composição de figuras lida, necessariamente, com a natureza da atividade, com a percepção de figuras em campos, pois exige que os sujeitos sejam capazes de *"decompor unidades de percepção em seus componentes e voltar a juntá-las"*. (Vurpillot, 1976, citado em Del Grande, 1988).

A memória visual é naturalmente requerida, uma vez que se exige que o sujeito reconheça a forma de um quadrado. Todos os sujeitos mostram-se capazes disso, muito embora, em sua idéia de quadrado, pareça estar incluída a posição como característica relevante.

Foi observado que todos os sujeitos apresentaram suas soluções posicionando os quadrados formados com um lado na horizontal. Os motivos que os levaram a optar por essa orientação podem estar associados à concepção que têm de quadrado ou a uma escolha de caráter estético. Seja como for, não se pode negar a influência que a memória visual exerce nessa opção, uma vez que é, provavelmente, por ter visto, por diversas vezes (ou todas as vezes), o quadrado posicionado sobre um lado horizontal, que o sujeito ou inclui essa orientação entre as características do quadrado ou, instintivamente, os posiciona dessa forma, a exemplo do que ele sempre se acostumou a ver: *"sempre que as pessoas falam de quadrado, é assim desse formato* (na posição horizontal), *nunca é assim desse jeito* (girando a figura)" (TA1).

Em relação à constância de percepção, merecem discussão dois episódios: o primeiro deles ocorre com TA2, em que esse componente é obscurecido pela preocupação com a

posição para a caracterização do quadrado, o que leva o sujeito a afirmar que o mesmo objeto, se olhado de pontos de vista diferentes, será figuras diferentes. Por outro lado, com o sujeito TT3, a utilização da constância de percepção é explícita, quando declara que o processo utilizado para formar o quadrado com os dois triângulos pequenos seria o mesmo do já utilizado com os dois triângulos grandes, reconhecendo, embora não utilize o termo, que as figuras são semelhantes. (A percepção dessa mesma relação aparece na justificativa do sujeito TT3: "*Porque eles são iguais, só que menores*").

Assim, para TA2, vê-se, ainda, uma insegurança no reconhecimento da forma como propriedade invariável do objeto, enquanto que TE1 apresenta a constância de percepção não apenas vinculada a um determinado objeto, mas envolvendo o reconhecimento de uma mesma figura geométrica apresentada em tamanhos diferentes (no caso triângulos semelhantes não congruentes).

Para resolver essa atividade, o sujeito precisa, conhecendo a forma do quadrado, relacionar uma peça com a outra, de forma a perceber em que posição relativa o encaixe é possível e eficiente, fazendo portanto uso da percepção das relações espaciais. Tanto TE3 quanto TT2 antecipam esse procedimento em sua descrição do que tencionam fazer: "*Esses aqui* (triângulos grandes) *têm o mesmo tamanho. Aí eu vou virar eles e vai encaixar direitinho aqui*"; "*Eu vou virar essa peça e pôr aqui (...) se você juntar os dois ele dá um quadrado*".

Essa atividade supõe, ainda, a execução de tarefas que requerem a discriminação visual (selecionar determinadas figuras), coordenação viso-motora (para execução de transformações geométricas) e percepção da posição no espaço (para previsão dessas transformações), a exemplo do que foi descrito para as atividades anteriores.

Atividade 6: "*Forme um quadrado usando três peças, sem sobrepor as peças*" (grupo TA). "*Movimente três peças da Janela A para a Janela B, a fim de formar um quadrado e sem que essas peças sejam sobrepostas. Sempre que encontrar uma solução, "clique" o botão pronto*" (grupos TE e TT).

Essa atividade propunha a composição de um quadrado utilizando três peças. Para compor esse quadrado, o sujeito deveria unir os dois triângulos pequenos pelos catetos e o

outro cateto de cada um assentar-se sobre a hipotenusa do triângulo médio, sendo que esta solução é única (com exceção das de reflexões e/ou rotações).

Apesar dessa atividade ser uma atividade de composição de figuras, a estratégia mais utilizada pelos sujeitos (espontaneamente ou por sugestão da pesquisadora) foi de decomposição de um modelo de quadrado, para o que muitos se valeram da experiência da atividade anterior, de composição dos quadrados a partir de dois triângulos. Para decompor a unidade de percepção (quadrado) em seus componentes, para posteriormente voltar a juntá-las, os sujeitos se valeram da sua percepção de figuras em campos.

Essa atividade requer, ainda, o uso da percepção das relações espaciais muito mais acurada do que na atividade anterior, o que pode ser inferido observando-se a dificuldade muito maior para que os sujeitos conseguissem encaixar as peças.

Uma vez estabelecido que o quadrado seria formado por dois triângulos, um dos quais decomposto em outros dois, cabia ao sujeito posicionar os triângulos menores de forma a completar no vértice agudo do triângulo maior (na composição), um ângulo reto e deixar um espaço para o encaixe da outra peça na forma de um triângulo.

No encaixe da terceira peça, que o sujeito já havia identificado ser um triângulo pequeno, foi necessário, ainda, lançar mão da percepção da posição no espaço para decidir que transformação geométrica ele deveria imprimir neste triângulo para que a posição fosse adequada ao encaixe. É interessante notar que os sujeitos TA2 e TA3 optam pela reflexão, ao invés da rotação.

Essa atividade, como a anterior, também supõe a execução de tarefas parciais que requerem a habilidade de discriminação visual (seleção dos triângulos) e coordenação viso-motora (para execução das transformações geométricas). Na estratégia adotada por vários sujeitos, de se valerem da experiência adquirida na composição de quadrado com duas peças, recorrendo à imagem do quadrado dividido pela diagonal para elaborar a solução da composição com três peças, identificou-se a presença da habilidade de memória visual, fornecendo-lhes subsídios para a execução da nova tarefa proposta.

Nessa atividade, visivelmente mais complexa que a anterior, os sujeitos do grupo 3 que, até então, haviam executado as atividades usando somente o Tegram, passam a recorrer ao material manipulativo. As justificativas apelam para a materialidade do objeto ("*é que aqui eu vejo mesmo com a peça com a minha mão*" – TT1) ou para a presteza com que o instrumento responde às ações sobre as peças ("*tem diferença porque aqui* (Tegram)

você tem que ir lá, "clicar" lá, para virar a peça. Aqui (Tangram) *é mais fácil. É que você pode girar mais rápido assim*" – TT3).

Tratando-se de uma atividade para cuja solução o sujeito ainda não tem um plano de ação definido, presteza e materialidade trazem vantagens para o sujeito, uma vez que a estratégia de tentativa e erro começa a se apresentar como alternativa preferencial.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO E IMPLICAÇÕES DO ESTUDO

Este trabalho procurou tratar e analisar os dados coletados a partir da observação dos procedimentos de nove sujeitos na resolução de seis atividades, selecionadas com o objetivo de permitir a identificação e a discussão dos componentes da percepção espacial subjacente a atividades de discriminação e composição de figuras, utilizando Tangram ou Tegram. Assim, mais do que apenas identificar as habilidades manifestadas nas ações ou declarações dos sujeitos quando da execução das tarefas propostas, este trabalho procurou discuti-las a partir das formas como essas manifestações se deram.

As dificuldades enfrentadas para essa análise residem em diversos pontos: à própria sutileza das categorias que se propuseram para análise, dada a natureza, muitas vezes elementar, da percepção, tornando sua utilização tão instintiva que em várias oportunidades era difícil flagrá-la manifestando-se explícita e/ou intencionalmente; à combinação necessária dos diversos componentes da habilidade, distinguidos aqui apenas por uma questão metodológica, mas, que se sabe, absolutamente vinculados; às limitações interpostas pelas condições de realização da investigação (limites de tempo, restrições orçamentárias, condições impostas pela escola onde se realizaram as sessões, limitações técnicas da aparelhagem utilizada, limitações da pesquisadora – dada sua inexperiência em investigações dessa natureza) que determinaram a adoção de certos procedimentos, nem sempre ideais, mas que foram estabelecidos, procurando-se sempre reduzir a sua interferência sobre os resultados.

A análise dos procedimentos adotados pelos sujeitos dessa pesquisa mostrou que mesmo as atividades aparentemente simples envolvem uma grande variedade de componentes de percepção espacial. Essa diversidade de componentes da percepção espacial, envolvidos em cada uma dessas atividades, provoca um questionamento da aparente trivialidade que se poderia atribuir a elas e é um incentivo à sua utilização em situações didáticas nas quais se pretenda focalizar e desenvolver a percepção espacial.

Portanto, assim como os trabalhos de Thorton et al., Matos e Gordo (1993), Young (1991), Russel e Bologna (1982) e Franchi et al. (1992), esta pesquisa reforça a importância de se oferecer, aos alunos do ensino fundamental, oportunidade de realizar atividades,

especialmente planejadas, para que eles executem e/ou identifiquem as transformações geométricas para o desenvolvimento da percepção espacial.

De fato, apesar das ações da vida cotidiana demandarem a todo momento movimentos de transformações geométricas que são executados de forma quase automática (executados sem uma reflexão), quando diante de uma utilização intencional dessas transformações os alunos revelam dificuldades no planejamento de ações eficazes para a execução de atividades.

Isso se torna particularmente evidente nos procedimentos e nas dificuldades apresentadas pelos sujeitos dos grupos TE e TT quando da solução das atividades propostas, uma vez que esses sujeitos, por agirem sobre as peças por meio de acionamento dos botões referentes às transformações geométricas, viam-se obrigados a antecipar suas ações e premeditar seus efeitos.

Finalizando, com relação à pergunta inicial do presente trabalho, *como se processa o pensamento dos alunos quando solucionam problemas geométricos envolvendo discriminação e composição de figuras*, a análise dos dados obtidos mostrou que o processo de pensamento dos alunos varia de acordo com o processo solicitado. Assim, nas atividades de discriminação o tempo gasto foi menor e o número de acertos foi maior, enquanto na atividade que envolvia composição de figuras o tempo gasto foi maior e os sujeitos necessitaram de um maior número de intervenções da pesquisadora. Isso pode ser atribuído ao fato de a composição de figuras envolver um maior número de transformações geométricas, tais como: translação, rotação e reflexão.

A análise dos componentes da percepção espacial responde à segunda parte da pergunta, *habilidades de percepção espacial dos alunos envolvidas no processo por eles empreendido para a solução de problemas de discriminação e composição de figuras geométricas, utilizando o Tangram e/ou Tegram*, porque, da mesma amneira que nas atividades referentes à primeira parte do problema, a composição de figuras evidenciou, de maneira significativa, os componentes da percepção espacial e suas interligações.

Cumpre acrescentar que as fitas, com as sessões em que os sujeitos realizaram essas seis atividades e, ainda, outras três atividades não analisadas no presente trabalho, estão à disposição de pesquisadores que almejem aprofundar a discussão aqui realizada, ou enveredar por outras análises para as quais o acesso a este material possa contribuir.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABELSON, H. e diSESSA, A. A. (1981). *Turtle geometry: the computer as a medium for exploring mathematics*. Cambridge: MIT. Press.

ANDERSON, J. R. (1995). *Cognitive psychology and its implications*. 4ª ed.. N. Y.: Freeman and Company.

BARROS, J. P. D. (1988). Informática: um novo desafio educacional. In: BARROS, J P.D. e D'AMBRÓSIO U. *Computadores, escola e sociedade*. Editora Scipione.

BAYLIFFE, J., BRIE, R. e OLIVER, B. (1993). Family math enhanced through technology. *Arithmetic Teacher*. Nov.

BORBA, M. C. (1994).Computadores, representações múltiplas e a construção de idéias matemáticas. *Bolema*, ano 9, especial 3. UNESP, Rio Claro.

BOULTER, D. R. e KIRBY, J. R. (1994). Identification of strategies used in solving transformational geometry problems. *Journal of Educational Research*, v.87, nº.5.

BRIGHT, G. W. (1986). Using manipulatives. *Arithmetic Teacher*. v.33. nº6, p.4.

CASTELNUOVO, E. (1973). Didáctica de la matemática moderna. México: Editorial Trillas.

CROWLEY, M. L. (1991). O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, M. M. & SHULTE, A. P. (Orgs.). *Aprendendo e ensinando geometria*; tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual.

DAY, S. (1988). From the file: Tangram fun. *Arithmetic Teacher*. v.35, nº.8,abril, p.51.

DEL GRANDE, J, J. (1988). Spatial perception and primary geometry. In: *Learning and teaching geometry, K – 12*. 2ª ed. Virginia: National Council of Theachers Mathematics.

_____ (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*. v.37, nº.6, fevereiro.

DUBROVINA, I. V. (1992). A study of mathematical abilities in children in the primary grades. In: *Soviet Studies in Mathematics Education*, v. 8. Reston, VA: NCTM.

DUNKELS A. (1990). Making and exploring Tangrans. *Arithmetic Teacher*. v.37, nº.6, fevereiro.

ENGEN, V. H. (1953). The formation of concepts. In*: The learning of mathematics. Its theory and pratice*. Washington, D.C. National Council of Theachers Mathematics.

ENGLISH, L. e WARREN, E. (1995). Facility with plane shapes: a multifaceted skill. *Educational Studies in Mathematics*. v. 28, pp.365-383.

ERNEST, P. (1991). *Mathematics teaching: the state of the art*. New York: The Falmer Press.

FOULQUIÉ, P. (1965). *La Psychologie Contemporaine*. Tradução de Haydée Camargo Campos. SP: Companhia Editora Nacional.

FRANCHI, A. et al. (1992). *Considerações metodológicas. Geometria no 1º Grau: da composição e da decomposição de figuras às fórmulas de área*. Coleção Ensinando Aprendendo. São Paulo: CLR Balieiro, v.7.

FRANT, J. B. (1993). *Educational computer technology in Brazil: the diffusion and implementation of an educational innovation*. New York. Program in Mathematics Education Department of Teaching and Learning. (Tese de Doutorado em Filosofia)

FUYS, D. J. e LIEBOV, A. K.(1993). Geometry and spatial sense. In: JENSEN, R. J. (ed.) *Research ideas for the classroom* — Early Childhood Mathematics. Reston, VA: National Council of Theachers Mathematics.

GONÇALVES, C. L (1992). Ensaio sobre o lugar do computador na educação. Resenha. *Revista Faculdade de Educação*, 18 (2), 291-299. jul/dez.

HOFFER, A. L. (1977). *Mathematics resource project: geometry and visualization*. Palo Alto, Calif.: Creative Publications.

_____.(1981). Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*. Jan.

JALLES, C. M. C. R. (1997). *O efeito de instruções sobre estratégias metacognitivas de crianças pré-escolares em solução de problema geométrico: um estudo exploratório*. Campinas. Faculdade de Educação da Unicamp. (Dissertação de Mestrado em Educação)

JOLY, M. C. R. A (1995). O resgate histórico dos computadores na educação: fundamentos para pesquisa e aplicação enquanto tecnologia educacional. In: DIAS, R. (org.) *Estudos*

interdisciplinares numa visão contemporânea. Editora da Universidade São Francisco. EDUSF.

KAPUT, J. J. (1992). Technology and mathematics education. In: GROUWS, D. A. (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning – a project of the National Council of Theachers Mathematics*. N. Y.: Macmillan Publishing Company.

KLAUSMEIER. (1977). *Manual de psicologia educacional – aprendizagem e capacidades humanas*: Harper e Row. Traduzido por Maria Célia Teixeira Azevedo de Abreu.

KRIEGLER, S. (1991). The Tangram — it's more than an anciente puzzle. *Arithmetic Teacher*. Maio.

KRUTETSKII, V. A. (1976). *The psicology of mathematical abilities in schoolchidren*. Traduzido do Russo por Joan Teller. Chicago: University of Chicago Press.

LEVINE, H. (1995). The technological tigger: fostering educational revolution. *Journal of Science Education and Technology*, v.4, n.3, pp.245-254.

LOBO NETO, F. J. S. (1996). Tecnologia Educacional: perspectivas de utilização no processo de renovação educacional. *Tecnologia Educacional*, v.25, pp.43-45.

MANSUTI, M. A. (1993). Concepção e produção de materiais instrucionais em Educação Matemática. Ano 1, setembro. *Revista de Educação Matemática da SBEM* – SP.

MARQUES, C.P.C.; MATTOS, M.I.L. e TAILLE, Y.L (1986). *Computadores e ensino: uma aplicação à língua portuguesa*. São Paulo: Editora Ática, p.96.

MATOS, J. M. (1992). Acomodando a teoria de van Hiele a modelos cognitivos idealizados. *Quadrante I*, pp.93 – 112.

MATOS, J. M. e GORDO, M. F. (1993). Visualização espacial: algumas atividades. *Educação e Matemática*, n. 26, 2º sem. .

MISKULIN, R. G. S. (1994). *Concepções teórico-metodológicas baseadas em Logo e em solução de problemas para o processo ensino-aprendizagem da geometria*. Campinas. Faculdade de Educação da Unicamp. (Dissertação de Mestrado em Educação)

MONTEIRO, E. B. e GOMES, F. R. dos S. (1993). Informática e Educação – panorâmica da área, segundo artigos e periódicos nacionais de educação. *Tecnologia Educacional*, v.22, pp. 42-49.

MOREIRA, M. A. (14 de junho de 1997). *Modelos mentais*. Moreira.htm em www.if.ufrgs.br.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1989). *Curriculum and evaluation satandards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

NEUMANN, V. J. G. (1995). *Um estudo exploratório sobre as relações entre o conceito de automatismo da teoria do processamento de informações de Sternberg e o conceito de pensamento resumido na teoria das habilidades matemáticas de Krutetskii*. Campinas. Faculdade de Educação da Unicamp. (Dissertação de Mestrado em Educação)

NOSS, R. e HOYLES, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: learning cultures and computers*. Klumer Academic Publishers.

PAIS, L. C. (1996). Intuição, experiência e teoria geométrica. *Zetetiké*. Campinas, v.4, nº.6, pp.65-74.

PAPERT, S. (1986). *Logo: computadores e educação*. São Paulo: Editora Brasiliense.

PIROLA, N. A. (1995). *Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulo e paralelogramo em alunos de 1º grau*. Campinas. Faculdade de Educação da Unicamp. (Dissertação de Mestrado em Educação).

RUSSELL, D. S. & BOLOGNA, E. M. (1982). Teaching geometry with Tangrams. In: HILL, J. M. (Ed.) *Geometry for grades K-6: reading from the Arithmetic Teacher*. Reston, VA: National Council of Theacher Mathematics.

SHERARD III, W. H. (1981). Why is geometry a basic skill? *Mathematics Teacher*. Janeiro

SILVA, M. G. M (1992). *Informática na educação. mudança de atitudes dos professores: Uma realidade?*. Campinas: Faculdade de Educação da Unicamp. (Dissertação de Mestrado).

SLEEMAN, D.H. e BROWN, J.S. (1982). *Intelligent tutoring systems*. Orlando: Academic Press.

STERNBERG, R. (1992). *As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informações*. Tradução Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas. 285 p. .

SYER, H. W. (1953). *Sensory learning applied to mathematics in The learning of mathematics — its theory and pratice*. NCTM. Washington: D.C.

TRUEBLOOD, C.R. (1986). Hands on: help for teachers. *Arithmetic Teacher*. v.33, nº6, pp.48-50.

TURINE, M. A. S. (1994). *Tegram: um sistema tutor de geometria plana baseado no Tangram*. São Carlos: Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos. (Dissertação de Mestrado)

VALENTE, J. A. (1991).Usos do computador na educação. In: VALENTE, J. A., (ed). *Liberando a mente: computadores na educação especial*. Campinas: UNICAMP, pp. 16-31.

_____ (1993) (org.). *Computador e conhecimento: repensando a educação. Diferentes usos do computador na educação*. Campinas: UNICAMP.

WHEATLEY, G. H. (1990). Spatial sense and mathematics learning. *Arithmetic Teacher*. v.37, n.6, fevereiro.

YAKIMANSKAIA, I. S. (1991). The development of spatial thinking in schoolchildren. In: *Soviet Studies in Mathematics Education*, v. 3. Reston, VA: NCTM.

YOUNG, J. L. (1991). Improving spatial abilities with geometric activies. In: HILL, J. M. (ed.) *Geometry for grades K-6: readings from the Arithmetic Teacher*. 3ª.ed Reston, VA: National Council of Theachers Mathematics.

"Eu quase que nada sei mas desconfio de muita coisa".

Guimarães Rosa

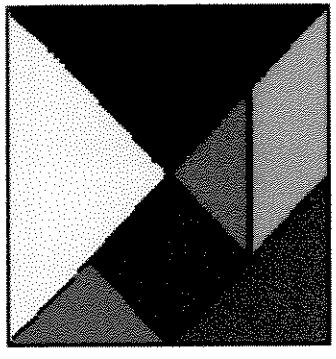
Anexos

IDENTIFICAÇÃO DO ALUNO

Nome:_____
Idade:_____
Sexo: ( ) F ( ) M
Série:_____

1. Em 1996, você estudava na escola:
   Nome:_____
   Cidade:_____
   Essa escola é: ( ) particular
   ( ) estadual
   ( ) municipal

TANGRAM



2. Você já trabalhou com o Tangram?

   ( ) não

   ( ) sim, na disciplina .....

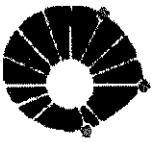
   outros: .....

3. Existe microcomputador em sua casa?
   ( ) Sim ( ) Não

4. Você usa microcomputador para:
   ( ) trabalhos escolares
   ( ) jogos
   ( ) internet
   ( ) outros:.....
   ( ) não uso microcomputador

5. Você aprendeu a usar o microcomputador:
   ( ) na escola
   ( ) em cursos especializados
   ( ) através de livros e revistas especializados
   ( ) com amigos
   ( ) sozinho
   ( ) não aprendi a usar

6. Você gostaria de conhecer e participar de algumas atividades envolvendo o Tangram e o microcomputador?
   ( ) Sim ( ) Não



Unicamp
1997

Prezados pais:

Seu filho (a) está sendo convidado (a) a colaborar em uma pesquisa cujo objetivo principal é identificar as habilidades espaciais utilizadas pelos alunos na solução de problemas geométricos.

O motivo desta é solicitar sua autorização para tal participação.

A pesquisa se baseia no trabalho com atividades geométricas utilizando o sistema computacional Tegram e o material Tangram.

Dentre os alunos autorizados serão sorteados alguns para que cada um participe de uma sessão individual que será realizada no horário de uma aula, de comum acordo com a escola.

A referida pesquisa está vinculada à Faculdade de Educação – Unicamp, mais especificamente à área de concentração em Educação Matemática.

A ética acadêmica será mantida durante a realização da sessão e na redação da dissertação.

Desde já agradecemos sua compreensão e colaboração de seu filho (a).

Atenciosamente,
Ludmila T. F. de Oliveira

Eu _____ responsável pelo

aluno (a) _____, autorizo-o (a) a

participar da referida pesquisa.

Campinas,____ de setembro de 1997.

_____
Assinatura

Anexo III – Atividade do Tegram

Executando o sistema Tegram a primeira janela apresentada ao estudante é a de apresentação do sistema, conforme mostra a Figura 4.

Logo a seguir, para identificar o usuário, ou seja, o estudante que irá interagir com o sistema, é apresentada a primeira janela de identificação do sistema (Figura 5). Nela o sistema pede ao estudante que digite o seu nome completo. Feito isso, o sistema faz uma pesquisa na base de estudantes para verificar se este nome está presente ou não. Em caso negativo, este estudante é considerado novato no sistema. Caso contrário, o estudante não é novato, ou seja, já existe um histórico seu na base de estudantes do sistema.

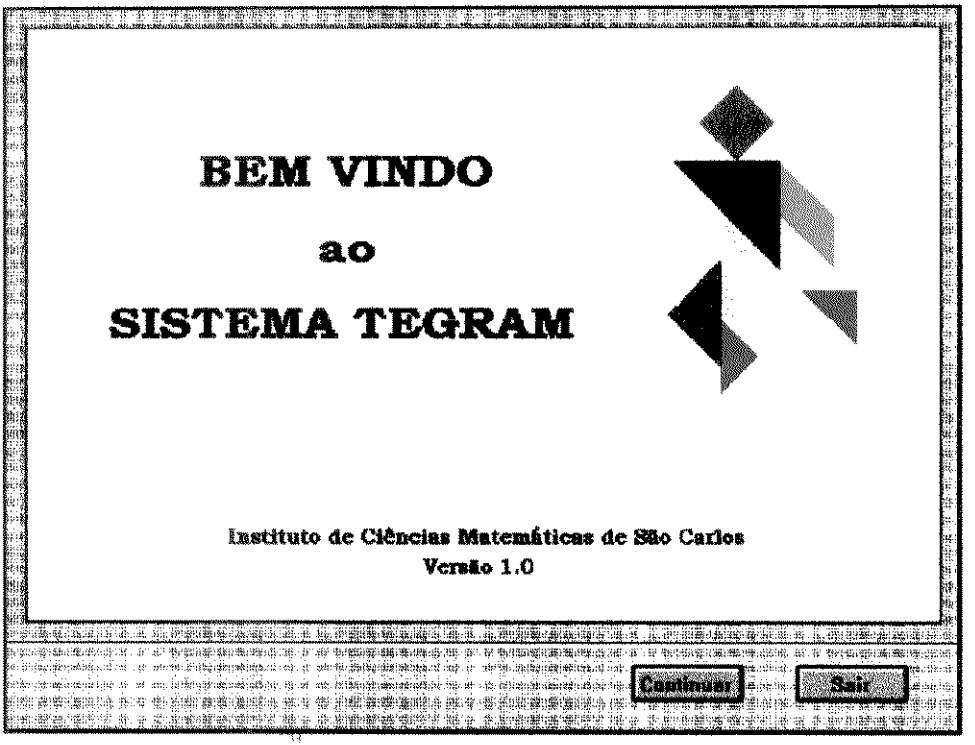


Figura 4: janela de apresentação do sistema Tegram.

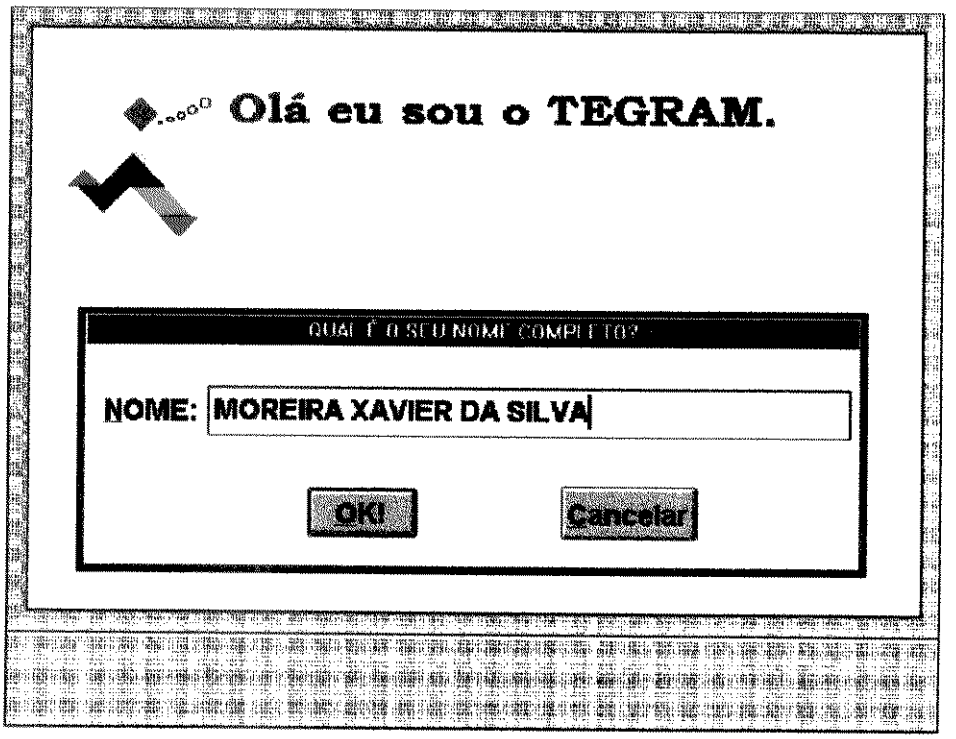


Figura 5: primeira janela de identificação do sistema Tegram.

Supondo que o estudante seja considerado novato no sistema, o sistema apresenta a segunda janela de identificação (Figura 6). Nela o sistema pede ao estudante que digite a senha de acesso ao sistema e a série escolar que está cursando. A partir deste momento e durante toda a interação, o sistema constrói e/ou atualiza o modelo deste estudante.

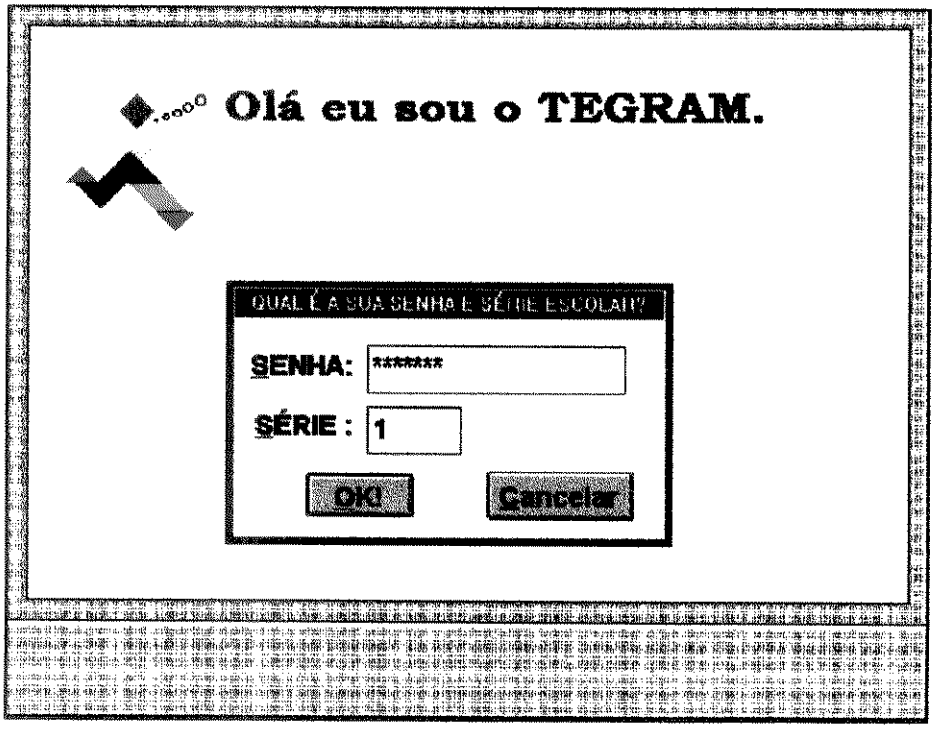


Figura 6: segunda janela de identificação do sistema Tegram.

Como o estudante é considerado novato no sistema, é apresentada também a janela de definição do Tangram (Figura 7). Através dela o sistema define o Tangram e os passos necessários para sua construção. Esta janela é fundamental para o estudante conhecer o Tangram, pois todas as atividades propostas pelo sistema vão utilizar as sua sete peças. Ela é apresentada pelo sistema somente quando o estudante é novato.

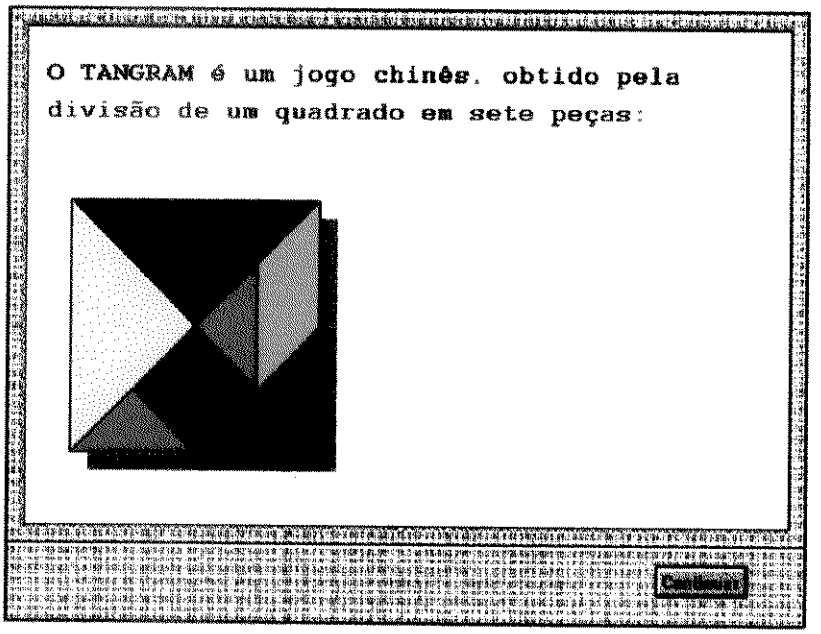


Figura 7: janela de definição do Tangram.

APRESENTAÇÃO DE UMA ATIVIDADE

Durante a interação com o sistema, o estudante pode selecionar a atividade que resolverá, explorando um conceito específico, como por exemplo o quadrado.

A Figura 8 apresenta a atividade FORMAR QUADRADO COM 2 PEÇAS, que propõe ao estudante formar os possíveis quadrados na Janela B, utilizando duas das sete peças do Tangram, situados na Janela A.

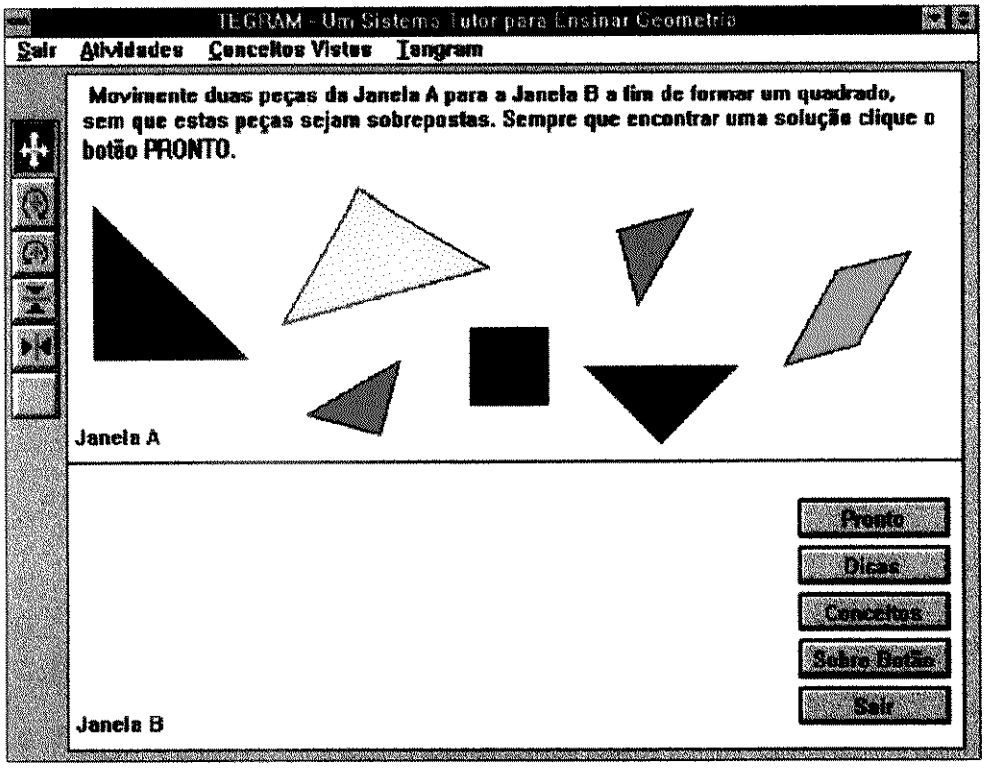


Figura 8: janela da atividade QUADRADO_2_PEÇAS.

As janelas A e B possuem vários componentes, utilizados de acordo com a necessidade do estudante na solução das atividades.

No lado esquerdo da tela situam-se os ícones relacionados às transformações geométricas: translação rotação e reflexão. E no lado direito inferior a tela possui o menu da atividade, composto pelos *buttons*: "pronto", "dicas", "conceitos", "sobre botão "e "sair".

Supondo que o estudante tenha construído um quadrado na Janela B, a Figura 9 mostra o *feedback* fornecido pelo sistema, depois que o estudante clicou o *buttom* "pronto". É exibida a informação de que ele construiu um quadrado corretamente com duas peças.

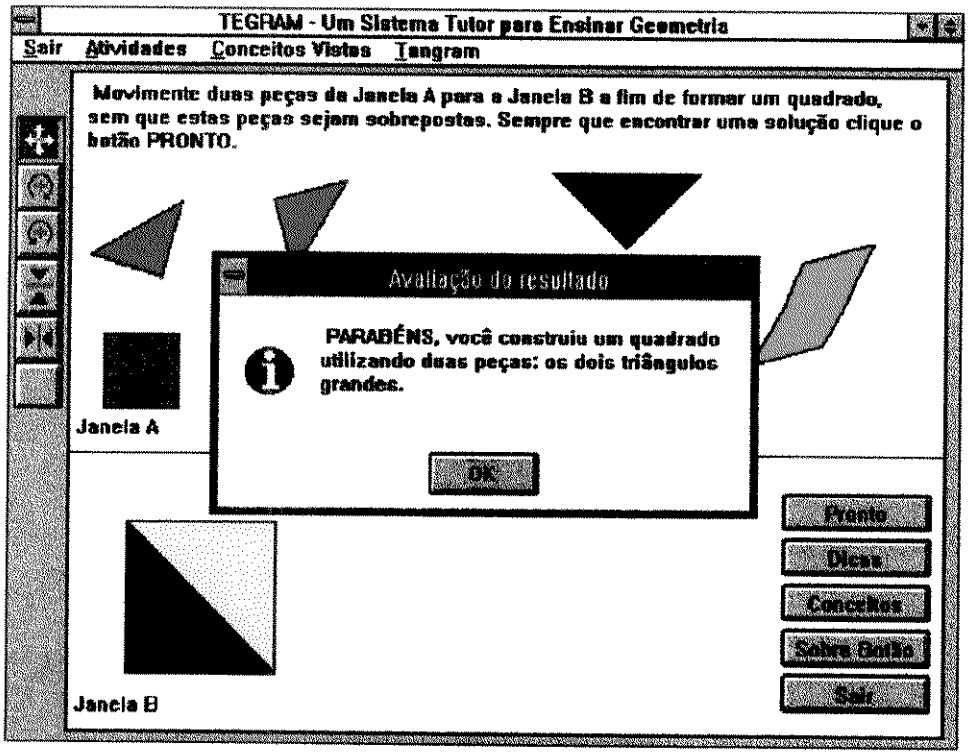


Figura 9: estudante clicou o *button* Pronto da atividade QUADRADO_2_PEÇAS.