

Universidade Estadual de Campinas

Sônia Bessa da Costa Nicacio

**Relação Entre Desenvolvimento Cognitivo, Psicogênese do
Conhecimento Aritmético de Multiplicação e Desempenho
Escolar.**

Campinas 2003

Universidade Estadual de Campinas

**Faculdade de Educação
Dissertação de Mestrado**

**Relação Entre Desenvolvimento Cognitivo, Psicogênese do
Conhecimento Aritmético de Multiplicação e Desempenho
Escolar.**

Sônia Bessa da Costa Nicacio

**Projeto de Dissertação de
Mestrado apresentado à
Faculdade de Educação da
Universidade Estadual de
Campinas, como parte dos
requisitos para obtenção do
título de Mestre em Educação.]**

**Orientadora:
Dra. Orly Zucatto Mantovani de
Assis.**

Agradecimentos

Em primeiro lugar a Deus, por se mostrar tão presente em minha vida e por me presentear com dádivas tão preciosas, como minhas filhas Rebeca e Ana Júlia, que me ajudaram a entender melhor a teoria de Piaget.

Ao meu marido Levi, pelo apoio sempre presente.

À Profa. Dra. Orly com sua orientação segura, competente e amorosa, andou ao meu lado durante todo o tempo e nos momentos mais difíceis teve a sensibilidade de me carregar no colo.

À Profa. Dra. Rosely Palermo Brenelli, por orientações valiosas em suas aulas e por ocasião do exame de qualificação.

À Profa. Dra. Maria Inês Fini por gentilmente ter aceitado participar de nossa banca.

À Talita pelo seu desprendimento por tantas vezes atender às minhas solicitações.

Às queridas amigas e amigos que tanto me ajudaram com material, incentivo, conselhos e orientações: Elnaque, Telma, Roberta, Sandra Special, Lia, Ester, Eliane Saravali, Eliane Cristina, Nitinha, Adriana, Luciene, Dinara, Luíza, Valéria, Jussara, Eliete, Alfredo, Ricardo, Rita, Carmem, Mara, Odana, Ivaneide, Renata, Célia, enfim... a todos aqueles que de forma direta ou indireta colaboraram para a conclusão deste trabalho.

Muito obrigada.

Sônia Bessa da Costa Nicacio

**Relação Entre Desenvolvimento Cognitivo, Psicogênese do
Conhecimento Aritmético de Multiplicação e Desempenho
Escolar.**

Dissertação apresentada à Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação.

Banca Examinadora

Profa. Dra. Rosely Palermo Brenelli
Universidade Estadual de Campinas – Unicamp

Profa. Dra. Maria Inês Fini
Universidade Estadual de Campinas - Unicamp

Profa. Dra. Orly Zucatto Mantovani de Assis
Orientadora
Universidade Estadual de Campinas - Unicamp

RESUMO

Os objetivos da presente pesquisa consistiram em identificar o nível das estruturas lógicas elementares dos sujeitos que constituíram a amostra a fim de estabelecer relação com a noção de multiplicação e relacionar os estágios de construção da noção de multiplicação dos sujeitos com o desempenho escolar em aritmética.

Foram estudados 91 sujeitos provenientes de classes de 2^a e 4^a séries do ensino fundamental de uma rede de escolas particulares da grande São Paulo.

Verificou-se que existe uma significativa correlação linear entre a performance dos sujeitos nos níveis de operatoriedade e nos níveis obtidos na noção de multiplicação. Sujeitos operatórios apresentam altos níveis nas noções de multiplicação. Já a correlação linear entre os níveis apresentados de operatoriedade e o desempenho escolar é baixa. Não existe associação linear estatisticamente significativa entre o desempenho escolar e os níveis obtidos nas noções de multiplicação medidos, isto significa que o desempenho escolar não é um bom preditor do conhecimento do aluno com relação a noção de multiplicação, porque sujeitos com altas performances no desempenho escolar não necessariamente apresentaram melhores noções de multiplicação. Então, a fim de prever se um sujeito tem uma boa noção de multiplicação é mais recomendável verificar o nível de operatoriedade em que o sujeito se encontra.

Summary

The objectives of the present research had consisted to identify the level of the elementary logical structures of citizens that had constituted the sample in order to establish relation with the multiplication notion, and relate the periods of training of construction of citizens multiplication notion with the performance school in arithmetic.

91 citizens of the classrooms (2° and 4° degrees from the basic education of particular school of the great Sao Paulo) were studied. It was verified that a significant linear correlation exists among the performance of the citizens in the levels of operatoriedade and the levels gotten in the multiplication notion.

Operatorios citizens present high levels in the multiplication notion. Already the linear correlation among the presented levels of operatoriedade and the performance school is low. Linear association between the performance school and the levels gotten in the measured multiplication notion not exist significant statistic it means that the performance school is not a good predictor of the knowledge of the student with regard to multiplication notion, because citizens with high performances in the performance school had not necessarily presented better ideas of multiplication.

Then, in order to predict if a citizen it has a good multiplication notion is more recommendable to verify the operatoriedade level where the citizen find himself than his performance.

Índice Geral

Introdução.....	01
1 – Teorias Educacionais.....	04
1.1 Construtivismo e Educação.....	08
2 – Construção do Conhecimento.....	11
2.1 Os Períodos.....	12
3 – A Equilibração.....	25
4 – O Conhecimento Lógico Matemático	30
4.1 A Gênese do Número	30
4.2 Os processos de Abstração	34
4.3 E a Matemática?	38
4.4 Noção de Multiplicação.....	42
5 – Relações Entre Aprendizagem e Desenvolvimento	49
5.1 Desempenho Escolar	54
6 - Metodologia	58
Apresentação e Discussão dos Resultados	63
Considerações Finais	109
Referências	116
Anexos.....	122

Introdução

Segundo a teoria de Jean Piaget, cujo referencial teórico estaremos nos baseando neste trabalho, a criança vai, no decorrer do processo de seu desenvolvimento, criando várias relações entre os objetos e coordenando, de forma cada vez mais complexa, essas relações, o que lhe permite construir os conceitos matemáticos, ou seja, raciocinar empregando princípios lógicos.

Essa capacidade se manifesta pela presença das noções de conservação, seriação e classificação no comportamento da criança, as quais são necessárias para a compreensão da adição, multiplicação, divisão e subtração.

Essas noções evidenciam a presença das estruturas lógicas elementares no pensamento do sujeito, que são considerados por Piaget essenciais não só para aprendizagem de noções aritméticas, mas também outros conteúdos que constituem o currículo escolar.

No entanto, em nosso trabalho, seja como Coordenadora Pedagógica, administradora ou professora sempre deparamos com grandes desafios, principalmente no que se refere ao ensino de matemática, e em especial a adição, subtração, multiplicação e divisão. Hoje se fala muito em construção do conhecimento, aluno ativo, escola construtivista, no entanto, nem sempre os professores conseguem incorporar estes conceitos e modificar a situação atual. No caso da matemática ainda predomina a ênfase no ensino apoiado na verbalização do professor, explicando na lousa, e após a explicação sugere aos alunos que resolvam problemas e exercícios, seguindo os livros didáticos.

Quando os educadores desconhecem os processos fundamentais e a relação entre o desenvolvimento e a aprendizagem, todo o processo educativo pode ficar comprometido e muitas vezes de forma irremediável para a vida dos educandos.

Quanto ao fracasso escolar, este é facilmente percebido por professores que constatam que em sua classe há alunos que não aprendem, embora não apresentem nenhuma patologia e nenhum déficit mental. Este fracasso poderá estar relacionado a construção das estruturas do pensamento.

As dificuldades em lidar com esse fracasso podem surgir pela insuficiente formação dos professores no que diz respeito aos conhecimentos sobre a psicologia do desenvolvimento, sobre o desenvolvimento cognitivo e construção do conhecimento matemático ou pela ineficácia da escola, ou ainda dificuldades de aprendizagem dos alunos em decorrência da desvinculação dos conteúdos com a realidade.

No presente trabalho, serão tratados de forma mais específica os processos implicados na construção da noção de multiplicação, relacionando os estágios de construção com o desempenho escolar em aritmética, bem como será identificado o nível das estruturas lógicas elementares das crianças que constituíram a amostra, a fim de estabelecer relação com a noção de multiplicação.

Este trabalho foi organizado da seguinte maneira:

Capítulo 1 – Teorias Educacionais – Neste capítulo abordaremos as três principais linhas filosóficas e pedagógicas e seus pressupostos subjacentes na prática pedagógica. O empirismo, o inatismo e o construtivismo. No primeiro tópico - construtivismo e educação é apresentado de forma sucinta às contribuições da teoria psicogenética para a educação, a visão de Piaget quanto à necessidade de um método ativo e suas reflexões sobre a educação.

Capítulo 2 – Construção do Conhecimento - É Apresentado o processo de construção do conhecimento na perspectiva da psicologia genética, a questão dos estágios e os agrupamentos.

Capítulo 3 – A Equilibração – Para Piaget a equilibração é o fator central do desenvolvimento mental. Foram abordadas, de forma detalhada, a equilibração e a correlação com as estruturas lógico matemáticas de classificação, conservação e seriação .

Capítulo 4 – Conhecimento Lógico-Matemático – Neste capítulo intentamos percorrer um caminho desde a gênese do número até a construção da noção de multiplicação através de 3 tópicos: a gênese do número, onde foi incluída a abordagem referente às abstrações empírica e reflexiva, a matemática e as estruturas lógicas e por fim, a noção de multiplicação.

Capítulo 5 – Relação Entre Desenvolvimento e Aprendizagem - neste capítulo é feita uma ponte entre a aprendizagem e o desenvolvimento. No tópico desempenho escolar são discutidas as possíveis causas do fracasso escolar.

Finalmente, a apresentação e discussão dos resultados e as considerações finais.

É na busca de dar mais uma contribuição que surge este trabalho, tendo como quadro teórico geral o construtivismo genético de Jean Piaget.

Nas pesquisas de Piaget, encontramos cientificidade e coerência; podemos obter também contribuições capazes de esclarecer e nortear as práticas pedagógicas em sala de aula, no sentido de possibilitar mudanças no processo que ainda impera, tornando possível a todo cidadão o acesso a este conhecimento tão necessário.

Para a obtenção dos dados que a pesquisa necessita, este referencial valeu-se do método clínico elaborado por Piaget, para uma análise qualitativa das respostas dos sujeitos pesquisados. Situações problemas foram colocadas de maneira a oportunizar ao sujeito falar livremente e interagir com a experimentadora, sem que sofresse a influência da mesma e garantindo ao mesmo tempo a cientificidade desejada.

Essa pesquisa busca conhecer o nível de operatoriedade de sujeitos egressos da segunda e quarta séries, com idades entre 8 e 12 anos, bem como a noção que têm do conteúdo aritmético da multiplicação e o desempenho escolar na disciplina de matemática.

Os dados nos darão condições para analisarmos as prováveis relações existentes entre eles e como utilizam este conteúdo aritmético.

Foram aplicadas individualmente seis provas piagetianas, utilizando o método clínico de Piaget e a prova da Noção de multiplicação e divisão aritméticas elaboradas por Granell (1983) em 91 crianças regularmente matriculadas em sete colégios de uma rede particular de ensino, situados na grande São Paulo.

A análise dos dados desta pesquisa será realizada do ponto de vista quantitativo e também qualitativamente, favorecendo levantar as possíveis relações, que estarão somando às já existentes, para discussões e reflexões; caminhos que acreditamos, sejam os mais viáveis para uma conscientização da realidade que poderão impulsionar para o avanço constante.

Capítulo 1

Teorias Educacionais

Todo sistema pedagógico, toda forma de ensinar carregam implícitos, queiramos ou não, uma prática educativa que se apóia nas idéias que os professores têm sobre como se aprende, como funciona a inteligência e qual o desenvolvimento intelectual dos alunos. A maneira de ensinar revela qual o sistema teórico e a filosofia aceita pelo professor.

Muitas vezes os professores fazem um apanhado de sugestões práticas, julgando estarem caminhando rumo às metas, as quais, sua filosofia propõe, desconhecendo a teoria subjacente a cada uma delas. Estas teorias que estão implícitas acabam por desvirtuar os objetivos propostos.

Delval (1996) explica as duas principais correntes pedagógicas que influenciam direta e indiretamente os professores:

O empirismo e o inatismo são duas posições extremas sobre como é produzido o conhecimento. O empirismo sustenta que a nossa mente é uma tábula rasa sobre a qual a experiência vai se escrevendo. Nega, portanto, a existência de idéias inatas, e todo o nosso conhecimento seria produto da experiência sobre um mundo determinado e externo a nós. O inatismo situa-se na situação oposta e afirma que nossa mente possui conhecimentos a priori ou inatos. Sem os quais seria impossível conhecer. Naturalmente, os inatistas não costumam afirmar que todos os conhecimentos são inatos e, geralmente, aceitam alguma possibilidade de adquirir conhecimentos por meio da experiência, mas tais conhecimentos estariam sempre mediados por idéias inatas. (Delval. 1996 p.94).

O empirismo admite que o conhecimento provém de uma informação sensorial transmitida do exterior para o interior do sujeito por meio dos sentidos.

Todo o nosso conhecimento é tido como produto da experiência sobre um mundo determinado e externo a nós. O mundo externo está inteiramente separado do indivíduo, apesar de conter o próprio corpo do indivíduo. Qualquer conhecimento objetivo parece ser o simples resultado de um conjunto de registros perceptivos, associações motoras, descrições verbais e etc.

A mente da criança ao nascer é considerada uma espécie de cera virgem, na qual, as impressões captadas através dos sentidos seriam progressivamente impressas. O pressuposto básico do empirismo é: “*Nada há na inteligência que não tenha passado antes pelos sentidos*” (Aristóteles).

Quanto ao aspecto pedagógico para o empirismo, o objetivo é oferecer dados sensíveis à percepção e à observação dos alunos para que eles cheguem à abstração. O objetivo é provocar impressões na mente dos alunos. O professor realiza a atividade e os alunos acompanham a demonstração que lhes é feita, representando mentalmente as ações que se passam diante de seus olhos.

Os procedimentos didáticos, baseados no empirismo, tratam isoladamente, cada noção, para que estas não sejam confundidas com as outras. Em Língua Portuguesa, por exemplo, estuda-se primeiramente o sujeito e em seguida, um a um, os outros elementos que formam uma oração. Ao isolar artificialmente as coisas que deveriam estar relacionadas, tais procedimentos impedem a criança de compreender, obrigando-a a recorrer à memorização.

Ao contrário do empirismo, o racionalismo ou inatismo admite a existência de idéias inatas. A experiência propicia apenas a oportunidade de se manifestarem. As noções de número, espaço, tempo, causalidade são pré-formados no sujeito e não dependem da experiência para serem elaboradas. Parte-se do pressuposto de que a nossa mente possui conhecimentos a “*priori*” ou inatos, sem os quais seriam impossíveis conhecer. Esses conhecimentos se organizam em categorias, formas ou estruturas do pensamento, que são inatas e se impõem à experiência na qualidade de condições prévias do conhecimento. É aplicando essas categorias ou estruturas à experiência que o sujeito organiza e conhece a realidade.

No processo ensino-aprendizagem, a ênfase é colocada sobre a transmissão das verdades do professor ao aluno. Via de regra, o professor pensa que o aluno aprendeu o conteúdo quando responde corretamente a pergunta que lhe foi feita. O princípio pedagógico mais comum decorrente da interpretação racionalista se reflete nos métodos que se fundamentam na idéia de que para ensinar basta que o professor enuncie um fato ou um princípio e que para ter aprendido é suficiente que o aluno seja capaz de repeti-lo. Os procedimentos pedagógicos que se fundamentam na interpretação racionalista negligenciam o papel das constatações empíricas, como se elas fossem desnecessárias para o raciocínio dedutivo; atêm-se à linguagem como a fonte principal da aquisição do conhecimento.

A fim de descobrir qual a epistemologia em que o trabalho docente do professor é fundamentado, Becker (1998) realizou uma pesquisa com 34 professores, por meio da qual, analisou a fala dos professores sobre o seu papel contrapondo-a à sua fala sobre o papel do aluno a fim de descobrir qual a epistemologia do professor. O que Becker constatou foi a predominância de uma epistemologia com bases empiristas, implicando, por sua vez, no processo ensino-aprendizagem centrado na atividade do professor e na receptividade do aluno. Percebeu-se que por falta de reflexão

epistemológica o professor acaba assumindo as noções do senso comum. O mesmo autor afirma a existência de três formas de representar a relação ensino/aprendizagem: a pedagogia diretiva, pedagogia não diretiva e a pedagogia relacional, sendo que estes três modelos estão relacionados com os modelos epistemológicos, biológicos, psicológicos e sociológicos conforme o quadro a seguir de Becker (2001).

Epistemologia		Pedagogia	
Teoria	Modelo	Modelo	Teoria
Empirismo	$S \leftarrow O$	$A \leftarrow P$	Diretiva
Apriorismo	$S \rightarrow O$	$A \rightarrow P$	Não-Diretiva
Construtivismo	$S \leftrightarrow O$	$A \leftrightarrow P$	Relacional

Biologia		Psicologia		Sociologia	
Modelo	Teoria	Modelo	Teoria	Modelo	Teoria
$Or \leftarrow M$	Lamarckismo	$R \leftarrow E$	Associac. Behaviorismo	$I \leftarrow Ms$	Positivismo
$Or \rightarrow M$	Darwinismo neo- Darwinismo	$R \rightarrow E$	Gestalt Carl Rogers	$I \rightarrow Ms$	Idealismo
$Or \leftrightarrow M$	Biologias Relacionais	$R \leftrightarrow E$	Psicologia Genética	$I \leftrightarrow Ms$	Dialética

Onde:

Or = Organismo

M = Meio

R = Resposta

S = Sujeito

A = Aluno

E = Estímulo

I = Indivíduo

Ms = Meio Social

O = Objeto

P = Professor

Construtivismo Piagetiano

Piaget chegou a uma terceira interpretação: as estruturas mentais, específicas para conhecer, que constituem a inteligência não estão pré-formadas no indivíduo e nem são determinadas exclusivamente pelo meio. Piaget se refere à organização das estruturas que se constroem, progressivamente, por coordenações das ações do sujeito sobre o mundo exterior e em contínua interação, com as muitas estimulações provenientes desse meio. A novidade da posição construtivista é que pretende se situar de forma equidistante das do empirismo e do racionalismo, defendendo uma unidade do sujeito e do objeto.

Mostrando-se terminantemente contrário a uma harmonia pré-estabelecida, Piaget (1987) ressalta que “*é adaptando-se às coisas que o pensamento se organiza e é organizando-se que estrutura as coisas.*” (p.19) Existe efetivamente uma atividade organizadora contínua, ligando a adaptação orgânica à adaptação intelectual por meio dos esquemas sensório-motores mais elementares, esquemas tais como o da sucção do polegar e da língua, a apreensão de objetos vistos, a coordenação do ouvido da vista e etc., jamais surgem “ex abrupto”, mas constituem, outrossim, o ponto de chegada de um longo esforço de assimilação e acomodação gradual. É esse esforço que anuncia a própria inteligência. (idem p. 138).

Piaget diz que o mundo exterior e o eu jamais são conhecidos independentemente um do outro: o meio é assimilado à atividade do sujeito, ao mesmo tempo que esta se acomoda àquele. Por outras palavras, é por meio de uma construção progressiva que as noções do mundo físico e do eu interior vão ser elaboradas em função uma da outra e os processos de assimilação e acomodação são os mecanismos dessa construção, sem que representem jamais o próprio resultado dessa elaboração. (ibidem p.137).

Portanto, para Piaget, o ponto de partida da construção do conhecimento corresponde às coordenações gerais das ações que são de natureza orgânica e utilizam como instrumentos preliminares os reflexos que comportam uma programação hereditária, porém é necessário compreender que a passagem dos reflexos à inteligência não envolve herança, no que diz respeito às características estruturais. As estruturas cognitivas não são herdadas, embora Piaget admita que elas são de origem biológica. Estas são construídas pelo indivíduo no decorrer do seu desenvolvimento, através de um funcionamento cujas características constituem uma herança biológica.

O funcionamento mental permanece constante durante toda a vida, apresentando propriedades fundamentais invariantes que são as mesmas encontradas na atividade biológica do organismo, ou seja, a adaptação e a organização. É por esta razão que Piaget (1987) admite a existência de uma continuidade entre os dois processos - o cognitivo e o biológico. “A *organização é inseparável da adaptação: são os dois processos complementares de um mecanismo único, sendo o primeiro o aspecto interno do ciclo do qual a adaptação constitui o aspecto exterior.*”(p.18).

Assim, todo o ser vivo procura adaptar-se ao seu ambiente e possui propriedades de organização que podem ser consideradas como totalidades ou sistemas de relações entre os elementos que possibilitem a adaptação. A vida seria, segundo Piaget, uma criação contínua de formas, cada vez mais complexas, e de sua progressiva adaptação ao meio exterior. Na realidade, a inteligência consiste na capacidade individual de acomodação ao meio e, desta forma, o processo cognitivo teria início nos reflexos fortuitos e difusos do recém nascido, desenvolvendo-se progressivamente.

O funcionamento das estruturas cognitivas está agregado ao do sistema nervoso e é, visto por Piaget, como um prolongamento altamente especializado deste último.

1.1 Construtivismo e educação

Embora Piaget não tenha apresentado nenhum modelo pedagógico piagetiano ou construtivista, as implicações pedagógicas existem e emergem porque os seus estudos objetivam explicar como o sujeito, a partir da interação com o meio, é capaz de construir paulatinamente estruturas do conhecimento cada vez mais ricas e melhor elaboradas. Piaget também destinou várias de suas obras à educação como: Para Onde vai a Educação (1948/1973) Psicologia e Pedagogia (1969/1988).

As escolas cometem falhas graves ao negligenciar a formação dos alunos no tocante a experimentação; não àquela em que o professor realiza os experimentos e os alunos assistem, esta

forma de experimento só é útil para a aprendizagem do professor. Ao aluno deve-se conferir uma parte cada vez maior:

À atividade e às tentativas dos alunos, assim como à espontaneidade das pesquisas na manipulação de dispositivos destinados a provar ou invalidar as hipóteses que houverem podido formular por si mesmos para a explicação de tal ou tal fenômeno elementar. (Piaget. 1973 p.20)

Pois uma experiência que não seja realizada pelo próprio aluno com plena liberdade de iniciativa, deixa de ser, por definição, uma experiência, transformando-se em simples adestramento, destituídos de valor formador por falta de compreensão suficiente dos pormenores das etapas sucessivas, porque compreender é inventar, ou reconstruir, através da reinvenção.

Piaget propõe um método ativo que permite ao sujeito conhecer os objetos e agir sobre ele e transformá-los, ao mesmo tempo em que ele vai apreendendo os mecanismos desta transformação vinculados com a ação transformadora. Esta ação é cognitiva e dependendo do conteúdo tratado e do nível de desenvolvimento do educando, pode implicar, ou não, na utilização de objetos materiais. Mantovani de Assis (1976) diz que:

Conhecer depende de saber fazer; este consiste numa forma prática de conhecimento através da ação. A passagem desta forma prática de conhecimento para o pensamento se efetua através da tomada de consciência, que ocorre quando os esquemas de ação se transformam em noções e operações...para chegar a realizar uma operação, o sujeito precisa tê-la realizado anteriormente na ação. (p. 53)

Um dado ou um objeto de conhecimento nunca encontra um sujeito passivo, pronto a receber aquele conhecimento. O dado é assimilado aos esquemas previamente disponíveis ao sujeito e que são ativados durante o processo de assimilação.

Quando o professor faz demonstrações esperando que o aluno constate a verdade sobre um determinado dado, ele estará fazendo uso dos aspectos figurativos (diz respeito às percepções ou imagens mentais presentes no sujeito, frente a uma demonstração), pensando que estes implicarão em uma cópia fiel do demonstrado. Na realidade, o que estes métodos fornecem aos alunos são representações imagéticas centradas nos resultados e não no processo que as possibilita. Piaget denomina estes métodos de intuitivos porque se baseiam apenas nas representações figurativas e ele concebe o conhecimento como resultado de um processo operativo, implicando não na cópia, mas na transformação do real. (Piaget 1988 p.79)

Mantovani de Assis (1976) diz que:

para aprender os conceitos matemáticos mais simples, como o conceito de número e as operações fundamentais de adição, subtração, multiplicação e divisão, a criança precisa estar de posse das estruturas adequadas, que lhe permitam descobrir, por si mesma, as operações de reunião e de intersecção dos conjuntos, bem como os produtos cartesianos. (p.9)

Se aos 7 anos de idade a criança ao entrar na escola, não tiver construídas as estruturas de que necessita, ela não terá condições de assimilar os conteúdos matemáticos e o seu desempenho escolar vai ser explicado através da memorização. Desta forma, essa poderia ser a causa não só das aprendizagens não duradouras, como também dos insucessos que grande parte das crianças apresentam nessa disciplina.

Mantovani de Assis admitiu que uma possível solução para o problema seria oferecer às crianças uma educação que propiciasse a construção de tais estruturas.

A pesquisadora buscou verificar em crianças entre 7 e 9 anos, que cursavam as séries iniciais do ensino fundamental, com que idade estas atingiam o estágio das operações concretas.

Verificou que dentre os 324 alunos investigados na faixa etária de 7 a 9 anos, 3,7% haviam atingido o estágio operatório concreto 31,8% estavam no estágio de transição e 64% ainda eram pré-operatórias, indicando um atraso no ritmo do desenvolvimento intelectual.

Mantovani de Assis concluiu que somente os 12 sujeitos que estavam na estágio das operações concretas teriam condições de compreender os conteúdos que a escola lhes ensinava e que a compreensão desses conteúdos era inacessível a 209 crianças que eram pré-operatórias. E que aos 103 sujeitos que se encontravam em transição, a compreensão dos mesmos poderia ser possível, em parte.

Capítulo 2

Construção do Conhecimento

A epistemologia é um ramo da filosofia que estuda problemas relativos ao método científico e as garantias que este oferece de promover um conhecimento verdadeiro. Como existem várias ciências, cada uma apresentando objetos e métodos diferentes, é possível existir uma epistemologia da Física, outra da Psicanálise, outra ainda da Sociologia ou mesmo da Matemática, e assim por diante. Entretanto, mesmo considerando esta diversidade de áreas e de suas singularidades respectivas, alguns problemas de fundo permanecem: O que é conhecimento? Como ele é possível? Como é produzido? Etc. Estas são questões que dizem respeito ao homem e não mais a um ou outro especialista. Foram justamente essas questões epistemológicas que interessaram Piaget.

Ferreiro (2001) ao escrever sobre a epistemologia genética explica que:

Piaget pretende constituir a epistemologia como ciência, independente da filosofia. Para isso, deverá proceder como as demais ciências, formulando perguntas verificáveis. Ele propõe, então, substituir a pergunta metafísica “o que é o conhecimento em si?” por uma pergunta verificável: “como se passa de um estado de menor conhecimento para um estado de maior conhecimento?” (p.122)

Piaget descobriu que a lógica não é inata e que se desenvolve pouco a pouco. Encontra então, uma espécie de embriologia da inteligência, percebendo toda uma relação com sua formação de biólogo.

Eu estava convencido, desde o início, que o problema das relações entre o organismo e o meio circundante, situava-se também no domínio do conhecimento, apresentando-se então como o problema das relações entre o sujeito atuante e pensante e os objetos de sua experiência. Era-me propiciada oportunidade de estudar esse problema em termos de psicogênese. (apud Dolle, 1995, p.18).

2.1 Os Períodos

Piaget é muito conhecido pela sua teoria dos estágios. De forma breve, estaremos pontuando cada um deles e o período que abrange. Daremos ênfase no estágio das operações concretas por estar relacionado diretamente com os sujeitos de nossa pesquisa e nos demais estágios estaremos ressaltando apenas os aspectos diretamente relacionados com o tema em estudo.

O período chamado por Piaget sensório motor é compreendido entre 0 e 2 anos aproximadamente. É conhecido como o período ou estágio da inteligência sensório motora, antecede ao desenvolvimento da linguagem e se estende aproximadamente até aos 18 meses. O período entre 2 e 11 anos é o de preparação e de organização das operações concretas, este é dividido em 2 subperíodos: o pré operatório que vai de 2 a 7- 8 anos e o das operações concretas que abrange entre os 7 - 11 anos aproximadamente. O pré operatório começa a partir do aparecimento da linguagem, o Piaget chama de função simbólica tornando possível sua aquisição, é um período que se estende até perto de quatro anos e desenvolve-se um pensamento simbólico e pré conceitual. De 4 até 7 - 8 anos aproximadamente, constitui-se, uma espécie de continuidade do estágio precedente, ou seja, um pensamento intuitivo, cujas articulações progressivas conduzem ao limiar das operações. Entre 7 - 8 até 11 - 12 anos, organizam-se o que Piaget chama de operações concretas, são os grupamentos operatórios do pensamento, recaindo sobre os objetos manipuláveis ou que possam ser intuídos.

O terceiro período é o das operações formais que abrange as idades entre 11 e 15 anos, durante a adolescência é que elabora-se finalmente o pensamento formal, cujos grupamentos caracterizam a inteligência reflexiva.

Esses períodos não são lineares, um está implícito no outro, de forma complementar e majorante, obedecem uma ordem seqüencial necessária, verificando-se em cada um deles o aparecimento de estruturas de conjunto que caracterizam as novas formas de comportamento que surgem. Essas estruturas apresentam ainda um caráter integrativo, visto que, são preparadas por aquelas que as precedem e se integram nas que as sucedem. Assim sendo, as estruturas que permitem o aparecimento das coordenações dos esquemas sensório-motores são seguidas pelas estruturas pré-operatórias ou intuitivas, as quais, por sua vez, são seguidas pelas operatórias ou lógico concretas e

depois pelas estruturas operatórias formais ou lógico formais. Como essa ordem de sucessão é invariável, as estruturas operatórias concretas só se cristalizam depois das estruturas pré-operatórias ou intuitivas e as estruturas operatórias formais só se constroem na fase final do desenvolvimento.

Essas estruturas constituem a condição para que ocorra conhecimento, porém elas não se encontram pré formadas no sujeito, nem são adquiridas pela experiência ou influência social. Resultam de um processo de construção lento e gradual. Essa construção se faz a partir das interações entre o sujeito e o meio, obedecendo a uma hierarquia, elas se constroem num processo temporal, desde as organizações práticas, sensório-motoras até as hipotéticas dedutivas.

Essa seqüência é determinada, mas não se pode dizer o mesmo quanto à sua cronologia, pois verificou-se que existem variações entre indivíduos, dependendo da solicitação do meio. Piaget admite que o meio social “*pode acelerar ou retardar o aparecimento de um estágio ou mesmo impedir a sua manifestação*”. (1975, p. 363).

O processo de construção da inteligência é resultante das mudanças estruturais que se realizam gradualmente no decorrer dos 3 períodos mencionados, ou seja: período sensório motor, o período pré operatório, operações concretas e o período das operações formais ou proposicionais.

Período sensório motor

Estudando a natureza da inteligência sensório-motora, Piaget constatou a existência de uma lógica de coordenação das ações, e que os esquemas sensório-motores se organizam segundo certas leis que são isomorfas às leis da lógica.

É essa lógica que permite ao sujeito conceber a si e aos objetos que o rodeiam, construir ao nível das ações, os conceitos do objeto permanente, espaço, tempo e causalidade, que serão reelaborados no nível das representações nos estágios posteriores.

Piaget admite que a evolução mental inicia-se no nascimento do bebê, com o uso dos reflexos. Estes reflexos apresentam uma atividade funcional que acarreta a formação de esquemas de assimilação, tais como: o de sugar, agarrar, puxar, sacudir, etc. Esses esquemas se organizam dentro de uma lógica das ações, eles não permanecem independentes ou isolados, ocorrem encaixamentos de esquemas, encadeamentos de ações e assimilações recíprocas. Essa lógica das ações é mais profunda que a lógica ligada à linguagem, e surge bem antes desta. Portanto, não é a linguagem que explica a interiorização das ações e o aparecimento do pensamento. A origem das operações lógicas encontra-se nas coordenações gerais da ação que controlam todas as atividades, inclusive a própria linguagem.

De fato, os esquemas sensório-motores já prefiguram alguns aspectos das estruturas de classes e relações. Quando o bebê aplica sucessivamente todos os esquemas de que dispõe ao objeto, ele passa a defini-lo pelo uso.

O fato de o bebê fazer uso de todos os seus esquemas para conhecer o objeto evidencia o prenúncio da classificação dos objetos. Os esquemas, por outro lado, comportam uma grande variedade de relacionamentos, que seria o prenúncio da lógica das relações.

Na coordenação entre meios e fins, a ação que serve de meio deve necessariamente anteceder a ação final. Por exemplo, quando o bebê afasta a almofada para pegar o objeto que se esconde atrás, ou, quando puxa o suporte para aproximá-la de si. Essas relações podem ser compreendidas como seriações sensório-motoras que são esboços da seriação operatória.

No período sensório motor, podemos ver as futuras noções de conservação e a futura reversibilidade operatória na mais elementar forma de conservação, que é o esquema do objeto permanente constituindo a primeira invariante em ligação com o grupo prático dos deslocamentos – organização dos próprios movimentos e dos deslocamentos do objeto em que já se evidencia um início observável de reversibilidade prática.

A inteligência sensório motora é totalmente prática e se refere à manipulação de objetos, valendo-se apenas das percepções e dos movimentos organizados em esquemas de ação, e aparecem antes da linguagem. Este período é marcado por um importante e rápido desenvolvimento mental. Piaget considera ser este período em que as aquisições são mais numerosas.

No final do período sensório motor, a criança começa a manifestar um início de representação mental, sua inteligência passa das ações sensório-motoras e explícitas para as manipulações internas e simbólicas da realidade, o que lhe possibilita transpor os limites entre o período sensório-motor e o período pré-operatório.

Período Pré operatório

A criança sensório-motora não possui representação porque ainda não é capaz de evocar, enquanto a pré operatória, por sua vez, é capaz de evocar e representar. A inteligência prática vai paulatinamente dando lugar à representativa. Surge a função simbólica que é fundamental para a evolução das estruturas operatórias posteriores e a criança torna-se capaz de estabelecer um sistema de

significações. Ela pode, então, representar qualquer objeto (um significado) por meio de um significante específico (linguagem, desenho, gesto, etc.)

Por estar ausente a relação entre espaço, tempo e causalidade; a criança se vale do conjunto de significantes que estão à sua disposição para evocar apenas realidades particulares. O seu raciocínio é transdutivo, e a sua compreensão dos fenômenos é intuitiva. O pensamento intuitivo, Piaget (1984) considera “*a forma de pensamento mais adaptada ao real que a criança conhece*” (p.29), ele chama a intuição de “*lógica da primeira infância*” (idem p.29) no entanto, esta ainda está submetida ao primado da percepção.

Piaget (1984) chama de:

esquemas perceptivos ou esquemas de ação, esquema sensório-motores, mas transpostos ou interiorizados como representações. São imagens ou imitações da realidade, a meio caminho entre a experiência efetiva e a experiência mental, não se constituindo ainda em operações lógicas passíveis de serem generalizadas e combinadas entre si. (p.35)

O que falta a estas intuições para se tornarem operatórias é “*prolongar a ação já conhecida do sujeito nos dois sentidos de maneira a tornar estas intuições móveis e reversíveis.*”(p.36), porque até então elas são rígidas e irreversíveis, por isso continuam ainda pré-operatórios. Piaget (1984) ressalta que se “*comparada à lógica, a intuição, do ponto de vista do equilíbrio, é menos estável, dada a ausência de reversibilidade; mas em relação aos atos pré verbais, representa uma autêntica conquista.*” (p.37).

Durante o período pré-operatório, as ações simples de sentido único levam a criança a raciocinar somente sobre os estados, não percebendo as transformações. São intuições limitadas e deformadas, por não ter ainda atingido a reversibilidade, a criança centra-se apenas nos aspectos figurativos do real, ou seja, percepção e imagem mental, e ao se defrontar com situações que envolvem transformações, ela se vê diante de um conflito entre a lógica e a percepção e estes conflitos são resolvidos sempre, levando-se em consideração a percepção. Posteriormente, a criança passa por uma fase de transição em que há uma grande flutuação em suas respostas: ora ela responde baseada na percepção, ora pela lógica. Na realidade, isto demonstra que a criança está passando por um estado de desequilíbrio, tentando alcançar um nível superior de pensamento. Esta situação conflitante só será superada a partir do momento em que a criança envidar esforços construtivos, ou seja, realizar coordenações compensatórias que levam às operações. Somente então a criança poderá conceber uma

transformação como a passagem reversível de um estado a outro que modifica as formas, mas deixa a quantidade invariável, o que indica a construção da noção de conservação.

Segundo Piaget (1977) a compreensão da reversibilidade:

Manifesta-se por uma espécie de equilibração sempre rápida e, por vezes súbita, que altera o conjunto das noções de um mesmo sistema, e que se trata de explicar em si mesma. (...) e de uma espécie de degelo das estruturas intuitivas, e da súbita mobilidade que anima e coordena as configurações até então rígidas em graus diversos, não obstante suas articulações progressivas. (p.142)

Isto é algo que pode ocorrer em situações experimentais, em que o sujeito, até então, centrado em um aspecto, torna-se repentinamente capaz de coordenar, simultaneamente, todas as relações em jogo. Surge um sentimento de necessidade lógica. A atitude do sujeito se modifica e ele demonstra espanto que lhe tenha sido proposto algo tão óbvio. No entanto, isto só pode ocorrer se o sujeito se encontrar bem próximo do nível operatório.

A semelhança do período sensório motor observa-se no período pré-operacional, esboços sucessivos do que virão a ser as classificações e seriações operatórias. A criança atinge apenas as classificações, sem quantificação da inclusão – as coleções figurais e as seriações empíricas através de tentativas e erros.

As estruturas rígidas, estáticas e irreversíveis que caracterizam a organização do pensamento pré-operacional, descentradas, tornam-se, paulatinamente, mais flexíveis, móveis e sobretudo, reversíveis em seu funcionamento, à semelhança dos esquemas de ação no quarto estágio do sensório motor. Assim após uma fase que pode ser chamada de transição, o pensamento da criança atinge um estado de equilíbrio que se define pela reversibilidade, o que lhe permite ultrapassar o nível da representação pré-operacional e ingressar no período das operações concretas.

Período das Operações Concretas

No período anterior a função simbólica ou o pensamento representativo foi o seu apogeu, neste é a possibilidade de reversibilidade. Este estágio ocorre por volta de 7-8 anos aproximadamente e as

ações da criança transformam-se em operações, isto é, ações interiorizadas passíveis de serem executadas no pensamento, mas imbuídas de reversibilidade.

Ao contrário da criança pré-operatória que se baseia na percepção imediata das coisas como sendo a realidade única e acabada, a criança operatório-concreta tem a atenção voltada tanto para as transformações, quanto para os estados e com a coordenação das ações reversíveis. Ela se torna capaz de perceber uma transformação como parte de um sistema de transformações possíveis, relacionada com uma transformação potencial que a anula.

É esta reversibilidade que permite à criança compreender invariantes como a conservação de quantidades contínuas (líquido e massa) quando transformadas e descontínuas ou discretas, quando modificadas as configurações espaciais.

A reversibilidade operatória reveste o raciocínio de lógica que possibilita a utilização do método ascendente para proceder às inclusões de classe, o que Piaget chama de reversibilidade por inversão ou negação (classificação), é um método sistemático de procura do menor ou maior elemento dentre todos, e assim sucessivamente, para a construção de uma ordem serial, o que Piaget chama de reversibilidade por reciprocidade - seriação. (Piaget 1984 p.115).

A reversibilidade aparece nesta etapa do desenvolvimento como uma propriedade das ações do sujeito, que agora podem ser exercidas em pensamento. Esta mobilidade permite que ações interiorizadas no período anterior possam se desenrolar nos dois sentidos. A ação do sujeito pode ser anulada em pensamento por uma ação orientada em sentido inverso, ou ser compensada por ações recíprocas que podem voltar ao ponto de partida, anulando a diferença.

Segundo Piaget (1975), a reversibilidade completa que caracteriza os mecanismos operatórios permite uma organização de estruturas em totalidades ou sistemas de conjunto, o que confere à inteligência a possibilidade de raciocinar, não somente sobre os estados, mas sobre as transformações sucessivas que conduzem de uma configuração a outra.(p. 376) O aspecto operativo do pensamento é relativo às transformações e se dirige, assim, a tudo o que modifica o objeto, a partir da ação até às operações.

Piaget (1975) chama de operações:

As ações interiorizadas (ou interiorizáveis), reversíveis (no sentido de poderem se desenrolar nos dois sentidos e conseqüentemente de comportarem a possibilidade de uma ação inversa que anula o resultado da primeira e se coordenando em estruturas, ditas operatórias que apresentam lei de composição caracterizando a estrutura em sua totalidade, como sistema. (...) é necessário compreender, com efeito, que uma operação não é representação de uma transformação: ela é em si mesma, uma transformação do objeto, mas que pode ser executada simbolicamente, o que não é absolutamente a mesma coisa. (p.376).

A criança torna-se capaz de estabelecer relações mais objetivas entre os fenômenos. Essa mudança ocorre também do ponto de vista pessoal. Ela já considera o ponto de vista de outrem, sem contradizer-se, seu pensamento, ora descentralizado, alcança o nível da lógica, pois já é capaz de considerar simultaneamente os vários aspectos de um mesmo fenômeno.

No entanto, estas noções adquiridas abrem espaço para estruturas ainda incompletas, o que leva a criança a operar apenas direta e exclusivamente sobre os objetos. Piaget (1984) diz que a criança chega:

À constituição de uma lógica e de estruturas operatórias que chamaremos “concretas”. Este caráter “concreto” por oposição ao formal é particularmente instrutivo para a psicologia das operações lógicas em geral. Significa que neste nível, que é o dos primórdios de uma lógica propriamente dita, as operações ainda não repousam sobre proposições e enunciados verbais, mas sobre os próprios objetos que elas se limitam a classificar, a seriar, a colocar em correspondência, etc... em outras palavras, a operação nascente ainda está ligada à ação sobre os objetos e à manipulação efetiva. (p.114)

As operações próprias deste período são chamadas de concretas, porque as duas formas de reversibilidade que se apresentam não são coordenadas entre si e compõem, por isso, totalidades distintas. Este fato impõe ao raciocínio da criança limitações, encerrando-o no plano concreto.

A partir do momento em que estas duas formas de reversibilidade se coordenem entre si, emerge no pensamento a lógica formal baseada em operações intraproposicionais.

Para Piaget a operação seria qualquer ação representativa que seja parte de uma rede ou sistema organizado de atos relacionados, existindo, assim, diversos tipos de operações: operações lógicas, dentro do sistema de classes e relações, infralógicas relativas a espaço, tempo, quantidade, mensuração, etc, de sistemas de valores e de relações interpessoais. Exemplo: agrupar elementos em categorias ou classes, a partir de determinado ponto de vista; combinar as classes somando-as logicamente para formar uma classe superior; reconstituir as classes originais pela subtração lógica, dissociando-as da classe superior. Da mesma forma pode-se propor relações assimétricas e combiná-las na forma de novas relações. (Flavell p. 167-176)

Piaget (1975) ressalta que este período é fértil para o aparecimento das operações lógicas, matemáticas e físicas, e que na maior parte das crianças, isso ocorre espontaneamente desde 6-7 anos e são completadas desde 11-12 anos por operações formais, tornando possível o pensamento hipotético dedutivo do adolescente. (p.376).

As operações pressupõem sistemas estruturados que abrangem outras operações relacionadas, de tal forma que uma vez construída uma estrutura, é possível determinar todas as operações que englobam. Segundo Piaget, uma operação não ocorre sem a existência de todo um sistema de

operações potenciais (de classe, por exemplo), ou seja: só é possível considerar determinados objetos como membros de uma determinada classe, se existir uma orientação classificatória mais geral. É necessário que se tenha uma capacidade mais geral de propor outras classes, de somar várias para formar classes superiores, subtrair uma de outra. Não é possível adquirir o conceito de classe, sem a compreensão que um sistema de classificação requer, pois, a classe isolada é apenas uma abstração do sistema total.

As operações por serem partes integrantes de um sistema organizado de atos relacionados, transformam os dados perceptivos em um sistema coerente de relações cada vez mais objetivas. É graças a reversibilidade completa que o sujeito poderá antecipar as perturbações e compensá-las mentalmente sem que seja necessário executar a ação materialmente para verificar os resultados, e é este aspecto de auto-correção mental que constitui a lógica das operações. (Piaget 1975 p. 145 e 260)

As operações são construídas em duas etapas que se sucedem e que marcam o término do desenvolvimento das funções cognitivas. A primeira que vai de 7-8 anos até por volta de 11-12 anos, onde são elaboradas as operações concretas que consistem em agir diretamente sobre os objetos através de manipulações reais. Esta é uma lógica ligada às classes, às relações e aos números e não ainda às proposições, que só se constituirão numa etapa posterior, por volta de 11-12 anos, ou ainda, em idade posterior a esta.

Quanto às duas formas de reversibilidade, estas são paralelas durante o período das operações concretas. O modelo que Piaget usou para explicar os sistemas característicos dessas operações é o agrupamento de classes e de relações, que ora se apóia sobre a reversibilidade por inversão (classes) ou sobre a reversibilidade por reciprocidade (relações), no entanto, nesse período ainda não reúnem as inversões e as reciprocidades em um sistema único de transformações; por esse motivo Piaget acrescentou que *“do ponto de vista lógico, o agrupamento é uma estrutura de conjunto de composições limitadas.”* (Piaget e Inhelder 1995 p.86). E que é peculiar a essas estruturas constituir encadeamentos progressivos, que comportam composições de operações diretas, inversas, idênticas, tautológicas e parcialmente associativas.

Piaget diz que as operações consistem em transformações reversíveis, mas que não modificam tudo ao mesmo tempo, pois se assim fosse seria sem retorno, isso significa que elas repousam em invariantes. Uma transformação operatória será sempre relativa a uma invariante e essa invariante de um sistema de transformação é a conservação, (ibidem p.82) e equivale no plano do pensamento, ao esquema do objeto permanente no plano da ação prática. É neste sentido que Piaget ressalta os padrões de comportamento que caracterizam os diferentes períodos e estes se sucedem de maneira

linear: o objeto permanente, que é o ponto de partida das futuras noções de conservação, é uma conduta inteligente, que uma vez desencadeada, não prossegue em linha reta num único e mesmo plano. Somente após uma ampla reconstrução da noção de permanência do objeto no plano da representação é que a noção de conservação é adquirida.

Piaget observou que alguns conteúdos são mais facilmente estruturados enquanto outros parecem oferecer mais resistência à essa estruturação, por exemplo, as noções de conservação não são todas elaboradas ao mesmo tempo. Há defasagens na aquisição destas noções porque uma mesma operação, aplicada a conteúdos diferentes, vai exigir reequilibrações sucessivas ao longo do desenvolvimento (Piaget 1975 p. 149)

Estas defasagens foram constatadas por Inhelder, Bovet e Sinclair (1977). Elas concluíram que as noções de conservação de quantidade se adquirem segundo uma ordem cronológica constante e que as noções se formam na seguinte ordem: conservação de quantidades discretas, de quantidades físicas contínuas (líquido, matéria) de comprimentos, o que pode variar são os intervalos temporais. (p.239)

E também pelo próprio Piaget: (1996)

A inteligência impõe ao real uma série de noções de conservação, cuja formação necessária pode ser seguida no curso dos 12 primeiros anos de desenvolvimento da criança: conservação da quantidade de matéria, por ocasião do transvasamento de um líquido (cerca de 7 anos) ou da mudança de forma de um sólido (cerca de 8 anos), conservação do peso nas mesmas circunstâncias (9-10 anos) ou do volume físico (11-12 anos) conservação dos comprimentos e superfícies, dos conjuntos (7-9 anos), etc., sem falar da elaboração científica dos princípios da conservação, dos quais se sabe que reaparecem sob novas formas em todas as escalas (inclusive na relatividade e na microfísica) quando as formas anteriores não bastam mais para organizar os dados da experiência. (p.176-177)

Piaget e Inhelder (1975) na etapa III, comprovaram que a criança ainda afirma a invariância da substância e do peso, mas acreditando nas variações de volume quando de cada deformação da bolinha ou de cada seccionamento, já no curso da subetapa IV ocorre o contrário, a conservação do volume se afirma em certos casos e, no decurso da subetapa posterior, o volume da bolinha se conserva tanto quanto seu peso e sua matéria.

Piaget comprovou que apesar dessas defasagens cronológicas, a criança emprega corretamente os mesmos argumentos para justificar estas conservações sucessivas, ou seja, a identidade, a reversibilidade por inversão ou reversibilidade por reciprocidade. A criança faz, inclusive uso das mesmas expressões: “só alongamos” (a bolinha em cobrinha), “você não tirou e nem pôs massa, tem o mesmo tanto”. Piaget (1975) afirmou que este é um indício de que tais noções não dependem da

linguagem. (p.395). Portanto, o mesmo raciocínio que uma criança de 7-8 anos acaba de elaborar para demonstrar a conservação de substância, ainda não é aplicado ao peso. Piaget (1975) confirma dizendo que:

As mesmas operações concretas não se aplicariam a não ser com decalagens cronológicas a conteúdos diferentes: é assim que a conservação das quantidades, a seriação, etc., e mesmo a transitividade das equivalências só vem a ser dominadas no caso do peso por volta de 9-10 anos e não aos 8 anos como para os conteúdos simples, porque o peso é uma força e seu dinamismo causal cria obstáculos a essas estruturas operatórias: e, no entanto, uma vez efetuadas estas, com os mesmos métodos e os mesmos argumentos com que se dão as conservações, seriações ou transitividade de 7 a 8 anos. (p.149)

Atribui esta defasagem aos caracteres intuitivos da substância, do peso e do volume, que facilitam ou retardam as composições operatórias: uma mesma forma lógica ainda não é, portanto, antes dos 11 a 12 anos, independente de seu conteúdo concreto (Piaget 1977 p.149), e ao fato que as estruturas das operações concretas em sua composição procedem por aproximação sucessiva e não conforme combinações de qualquer tipo. (1975 p.149). Estas defasagens podem ser chamadas de horizontais quando apresentam-se durante o mesmo período e verticais quando se referirem a períodos diferentes. (1977 p.150).

Os três tipos de argumentos: a saber, desde os 7 - 8 anos, a criança dirá: “é a mesma água”, “ela só foi despejada em outro copo”, “não se tirou e nem se juntou nada” são os argumentos de identidade simples ou aditivas, “é só colocar a água naquele copo” (onde havia água antes) é o argumento de reversibilidade por inversão, ou ainda se ela responder “é mais alto, mas é mais estreito, por isso é a mesma coisa” ocorreu a compensação ou reversibilidade por reciprocidade das relações. Estas três espécies de argumentos utilizados para justificar as conservações são interdependentes, ou seja, a identidade não precede necessariamente a reversibilidade, mas dela resulta implícita ou explicitamente. (Piaget e Inhelder p. 84-85).

Referindo-se ainda às conservações, convém destacar que a transitividade é outra propriedade solidária em todas as estruturas operatórias. A transitividade das igualdades ou dos encaixamentos das relações ($A = B = C$, logo, $A = C$) ou ainda das diferenças (se $A < B < C$, logo $A < C$), acompanha a mesma ordem de desenvolvimento das noções de conservação e está ligada ao fechamento dos sistemas. Piaget (1975) se expressou da seguinte maneira ao mencionar a transitividade e a conservação: “no que concerne às conservações, que constituem o melhor índice da formação de estruturas operatórias, elas estão estritamente ligadas ao mesmo tempo à transitividade e ao fechamento das estruturas.”(p.146). A transitividade acompanha a mesma ordem de desenvolvimento das conservações. Por volta de 7 - 8 anos, a criança admite a igualdade de duas quantidades de massa,

iguais a uma terceira, que são iguais entre si, esta mesma relação não admite no caso dos pesos, na mesma idade.

Os Agrupamentos

As operações concretas se coordenam em estruturas de conjunto que são os agrupamentos. Estes são os modelos apresentados por Piaget para explicar o comportamento operatório. Piaget (1995) diz que do ponto de vista lógico, o agrupamento é uma estrutura de conjunto de composições limitadas que pode ser por contigüidade ou por composição gradativa, o agrupamento é aparentado ao “grupo”, mas não é um grupo porque não apresenta associatividade completa, é vizinho da “rede” mas em forma de meio ripado (p.86-87). O agrupamento é uma noção mais elementar e geral que a de grupo (Piaget 1984 p. 56). É no decorrer da segunda infância que ocorre a construção de agrupamentos e grupos, e as noções e relações constituem organizações de conjuntos, nas quais todos os elementos são solidários e se equilibram entre si. Essas estruturas de conjunto se coordenam.

O agrupamento não é encontrado em crianças pré-operatórias, porque Piaget (1977) afirma que *“onde houver grupamento haverá conservação de um todo, (...) por ele afirmada como uma certeza de seu pensamento”* (p.143)

Piaget e Inhelder (1995) fazem referência a oito agrupamentos, sendo que quatro deles são as classes e os outros quatro as relações. A noção de número aparece, intrinsecamente, relacionada com os agrupamentos de classes e de relações, mas constituindo uma síntese da seriação e da inclusão. É uma ligação estreita mais original e nova (p.90)

Segundo Piaget, os agrupamentos caracterizam a organização do pensamento da criança no período operatório concreto e duram o restante da vida, sendo amplamente usados pelo sujeito ao lidar com toda espécie de problemas concretos que lhe sejam apresentados. Classificar, seriar, comparar, ordenar no tempo e no espaço, etc. são os procedimentos utilizados pelos seres humanos desde a infância, a fim de organizar o seu pensamento.

São oito os agrupamentos a que Piaget se refere:

1 - Agrupamento I – (Aditivo assimétrico) – composição aditiva de classes. Este agrupamento descreve a organização de um conjunto de classes, no qual cada uma está incluída na seguinte, que por sua vez está incluída em outra maior e assim por diante até que se chega à classe maior que inclui todos os membros de todas as outras classes. Este agrupamento tem a estrutura de um reticulado. Esta

estrutura é formada por um conjunto de elementos (por exemplo: classes) e de uma relação (por exemplo de inclusão) que incide sobre esses elementos.

2 - Agrupamento II – Adição secundária de classes – O agrupamento I comporta as relações de inclusão de classes numa classe superior que as contém, trata-se, pois, de uma adição hierárquica de classes. O agrupamento II consiste na composição de duas subclasses numa classe de maior extensão que se mantém sempre a mesma, embora as subclasses que nela estão incluídas variem. Assim, por exemplo, a classe A1 dos cães e a classe A1' de não cães estão incluídas na classe dos mamíferos. Ora, essas duas subclasses A e A' são equivalentes a outras tais como, A2 gatos e A2' não gatos, A3 cavalos e A3' não cavalos etc. Cada soma resulta sempre a classe completa dos mamíferos. Essas equações são denominadas vicariâncias, pois é possível substituir os seus dois termos sem que o resultado se altere.

3 – Agrupamento III – Multiplicativo biunívoco – Além de subtraídas, as classes podem ser multiplicadas e divididas. Uma vez construídas duas hierarquias de classes é possível multiplicar, logicamente, uma subclasse de uma delas por outra subclasse de outra. O resultado desta multiplicação é o produto lógico também denominado intersecção, ou seja a classe mais ampla que contém os atributos que definem, ao mesmo tempo ambas as classes.

4 – Agrupamento IV – Multiplicativo counívoco – O agrupamento IV comporta a multiplicação counívoca (um para muitos) de classes, na qual uma subclasse de uma hierarquia é multiplicada por muitas subclasses de outra hierarquia. Este agrupamento implica num raciocínio bastante evoluído e é encontrado no fim do pensamento concreto

5 – Agrupamento V – (aditivo assimétrico) relações assimétricas transitivas. O agrupamento V refere-se as relações assimétricas (A é menor que B, A é mais moreno que B etc.) cujas composições são transitivas, ou seja, se $A < B$ e $B < c$ então $A < C$. As relações assimétricas indicam diferenças ordenadas entre os elementos de uma série. Tais diferenças são ordenadas porque ocorrem numa determinada direção.

Quanto à reversibilidade e identidade geral, estas assumem formas diferentes dos agrupamentos I e II. A reversibilidade característica do agrupamento V é a reciprocidade e não a inversão (negação). No agrupamento V a identidade geral não é a ausência de relação, mas uma relação de equivalência ou de ausência de diferenças.

6 – Agrupamento VI – (aditivo simétrico) O agrupamento VI refere-se às composições aditivas simétricas, como por exemplo, aquelas encontradas numa hierarquia genealógica.

7- Agrupamento VII – (multiplicativo biunívoco) O agrupamento VII comporta as relações existentes entre os elementos de uma série que são ordenados assimetricamente em relação a dois atributos ao mesmo tempo, por exemplo, tamanho e tonalidades de uma mesma cor.

8 – Agrupamento VIII – (multiplicativo counívoco) o agrupamento VIII refere-se à multiplicação counívoca de relações numa hierarquia genealógica.

A partir do momento que a criança atinge as operações concretas, a estrutura de agrupamento passa a caracterizar não somente a organização de suas ações lógicas, individuais, mas também a organização de suas relações interpessoais. No dizer de Piaget (1995) “*A evolução afetiva e social da criança obedece às leis desse mesmo processo geral. Visto que, os aspectos afetivos, sociais e cognitivos da conduta são de fato indissociáveis*” (p. 97), na realidade o agrupamento das operações intelectuais situa os diversos pontos de vista, até então intuitivos em um conjunto reversível, desprovido de contradições.

Assim quando a criança se liberta de seu ponto de vista imediato para ‘grupar’ as relações, o espírito atinge um estado de coerência e de não contradição, paralelo à cooperação no plano social. (Piaget.1984. 56)

Da mesma forma que a criança utiliza as operações mentais para manipular objetos, também as aplica às relações sociais: assim como os objetos podem ser reunidos, dissociados, ordenados, postos em correspondência, etc., as trocas sociais consistem em reunir informações, colocá-las em correspondência, estabelecer reciprocidades, etc., se baseiam em co-operação, são efetuadas em comum. As operações são comuns a todos os indivíduos do mesmo nível mental e intervêm, não somente nos raciocínios individuais, como também nas trocas sociais. O mesmo é verdade com relação as noções de adição e multiplicação, a criança operatório-concreta vai se apropriando dos elementos comuns às operações de adição de unidades, dezenas e centenas. A criança apreende (por meio da abstração reflexiva) na ação concreta com os objetos que $3 + 3 + 3$ é a mesma coisa que 3×3 ou ainda que $(9 - 3) - 3$ é equivalente a 9 dividido por 3 e assim sucessivamente.

Capítulo 3

A Equilibração

Para Piaget (1996) a equilibração é o fator central do desenvolvimento mental (p.49).

Piaget admite que o conhecimento não advém nem da experiência e nem é inato, mas resulta de construções sucessivas, com elaborações constantes de estruturas novas. Conhecer consiste em agir sobre os objetos e modificá-los. Este processo por meio do qual se dá a construção do conhecimento, Piaget denomina de Equilibração. No seu livro *A Equilibração das Estruturas Cognitivas: problema Central do Desenvolvimento* (1976) ele destaca a equilibração como idéia central e que, independente dos fins desejados pela ação e pelo pensamento, o sujeito procura certas formas de equilíbrio. Estas formas são alcançadas relativamente, pois surgem novos problemas, possibilitando ao sujeito construir sobre as formas já existentes. *“E por isso que falaremos de equilibração enquanto processo e não somente de equilíbrios e, sobretudo de equilibrações majorantes que corrigem e completam as formas precedentes de equilíbrios.”* (p. 9).

Esse processo de equilibração será diferente nos diversos níveis, e dependerá de desequilíbrios e reequilibrações.

As reequilibrações não constituem senão em certos casos, retornos ao equilíbrio anterior: aqueles que são os mais fundamentais para o desenvolvimento consistem ao contrário, em formações não somente de um novo equilíbrio, mas ainda, em geral, de um melhor equilíbrio, o que nos fará falar de equilibrações majorantes e o que levantará a questão da auto organização.” (Idem p. 11.)

Em todo esse processo de desequilíbrio e reequilibrações existe uma conservação mútua, tanto do objeto, quanto dos esquemas. No início da vida o bebê parte dos esquemas reflexos. O esquema reflexo não conhece o objeto, o que vai conhecer o objeto é o esquema de ação, mas ele teve o seu início nos esquemas reflexos. A partir desta estrutura reflexa, o funcionamento começa a formar os

esquemas, os esquemas começam a se coordenar, depois há uma coordenação entre todos os subsistemas. Estas coordenações começam a ser regidas pelas leis da totalidade que constituem as estruturas de conjunto.

Os esquemas vão se constituindo fundamentados numa estrutura anterior; vai se modificando paulatinamente, e se reorganizando em função das reequilibrações, até que este todo se constitui e se fecha numa estrutura de conjunto. Uma estrutura supõe um conjunto de elementos e uma relação entre eles, tal que as seguintes características estejam sempre presentes: totalidade, transformação e auto-regulação; totalidade (ou estabilidade), porque a relação entre os elementos nunca resulta em outro elemento estranho ao conjunto; transformação, porque os elementos estão sempre se relacionando dinamicamente entre si; e auto-regulação, porque uma estrutura nunca pode ser regulada por outra.

A adaptação é constituída por dois componentes fundamentais no processo da equilibração: a assimilação e a acomodação. A assimilação é utilizada, no sentido de integração, nas estruturas anteriores, conferindo significação ao que é percebido; a acomodação ocorre quando os esquemas de assimilação são modificados devido a influência de situações exteriores às quais se aplicam. Piaget também se refere a assimilação recíproca, quando dois esquemas ou dois subsistemas se aplicarem aos mesmos objetos (por exemplo, olhar e pegar) ou se coordenarem sem mais necessidade de conteúdo atual.

A assimilação demonstra a importância da atividade do sujeito e a acomodação destaca a necessidade de um equilíbrio entre assimilação e acomodação. A partir da assimilação e da acomodação pode-se explicar como ocorre o processo de equilibração. A equilibração se efetua sob três formas: A primeira ocorre quando há assimilação e acomodação dos esquemas de ação aos objetos, a segunda forma garante as interações entre os subsistemas e a terceira forma é a que se refere às relações entre os subsistemas e a totalidade. Na segunda forma temos a equilibração por diferenciação e na terceira temos a equilibração pela integração.

Na equilibração entre o sujeito e o objeto, o sujeito vai incorporar as características dos objetos, vai interpretar, vai dar significação e se acomodar às particularidades dos objetos. A equilibração entre os subsistemas, já é de outra forma, de uma ordem superior, porque ele está trabalhando com assimilações e acomodações recíprocas e na terceira forma de equilibração que é entre as diferenciações e a integração, tudo o que foi diferenciado passa a ser integrado.

O organismo caminha para uma espécie de estabilidade, uma regulação. Essas regulações são processos, por meio dos quais, o sujeito reage a uma perturbação. No processo de equilibração intervêm os aspectos positivos e os aspectos negativos. Quando há a correspondência exata entre

afirmações e negações, temos então as equilibrações majorantes. Quando não se dá esta correspondência e também quando os esquemas do sujeito não são suficientes para assimilar o objeto, ocorrem as perturbações e, conseqüentemente, os desequilíbrios. Estes podem ser considerados como fontes de progresso no desenvolvimento, pois atuam como desencadeadores, mas a fonte real do progresso está na procura de um novo equilíbrio.

Quando as afirmações prevalecem sobre as negações, o que acontece regularmente nos estágios mais elementares, encontra-se então, a razão dos desequilíbrios. A equilibração sempre vai estar ligada a construção das negações. Então o papel das negações sempre será um papel fundamental porque o que faz com que surjam desequilíbrios é uma assimetria entre as afirmações e as negações. Toda negação vai levar a reversibilidade que consiste em um resultado operatório dessas coordenações entre as afirmações e as negações.

Além das regulações (processos por meio dos quais o sujeito reage a uma perturbação, sendo que a recíproca não é verdadeira) que podem ser automáticas ou ativas, Piaget utiliza um outro mecanismo para explicar o processo de equilibração denominado de compensações, estas dizem respeito a uma ação de sentido contrário que tende a neutralizar um determinado efeito, sendo que os “feedbacks” negativos atuam como instrumentos de correção.

As compensações podem ser por inversão (consiste na anulação da perturbação) e as compensações por reciprocidade (que diferenciam o esquema, para acomodá-lo, ao elemento inicialmente perturbador) e levam a reversibilidade. A compensação é a capacidade do sujeito retornar ao ponto de partida da mesma ação

Ainda é necessário considerar os observáveis e as coordenações. Piaget faz diferença entre os que seriam observáveis e os que seriam coordenações. Os observáveis são o que a experiência permite notar por uma leitura imediata dos próprios fatos. Então o observável é aquilo que o sujeito acredita constatar e não o que é constatável. Estes observáveis tanto podem ser da ação do sujeito (por exemplo, alongar a massa) como pode ser observável que o sujeito realiza no objeto (observar que a massa foi alongada). É insuficiente definir os observáveis apenas por seus caracteres perceptíveis, porque o sujeito crê perceber, o que na realidade, não percebe.

Numa situação de conservação de substância quando a bolinha de argila é transformada em salsicha, temos os observáveis do sujeito e da ação. Do objeto é o alongamento e do sujeito quando ele amassa a bolinha e transforma na ação de alongar. Quando a bolinha é transformada em salsicha é a observação da ação de alongar relativa ao observável do sujeito ou observáveis da ação do

alongamento é aquilo que o eu constata no objeto. Há uma distinção entre os observáveis constatados pelo sujeito em suas ações e os observáveis registrados nos objetos.

As coordenações implicam em inferências implícitas ou explícitas necessárias e que constroem novas relações, ultrapassando a fronteira dos observáveis. As coordenações podem ser entre as ações, que são pré-operações ou operações do sujeito; as coordenações entre objetos que se caracterizam por operações atribuídas aos objetos, portanto de modelo causal e a coordenação que recai sobre as propriedades dos objetos, mas neles introduzidas pelo sujeito, por exemplo, quando o sujeito, na prova clássica de conservação das quantidades discretas, ordena as fichas, colocando-as termo a termo. É o sujeito que faz esta correspondência e não o objeto em si. As coordenações também dizem respeito as inferências necessárias ou pseudo necessárias, estas não são generalizações indutivas, elas são produzidas por generalizações completivas, ou construtivas, pois são oriundas da abstração reflexiva.

Quanto ao funcionamento das compensações, Piaget fala em três etapas: Alfa, Beta e Gama. As etapas de compensação vão mostrar quais são as modificações que ocorrem no sistema. Quando há uma compensação, não significa que há uma busca de equilíbrio.

As compensações podem ser completas e parciais, por isso que Piaget divide entre alfa, beta e gama, estas formas de compensações. As compensações de nível alfa trazem uma modificação muito elementar no sistema ou, geralmente, faz uma modificação muito pequena. Então, se o sujeito sofre uma perturbação, a compensação alfa muda alguma coisa, mas muito próxima ao ponto de equilíbrio anterior, ou então ele anula aquela perturbação.

As compensações em alfa são importantes e levam ao progresso, mas as modificações que elas trazem são muito pequenas e a perturbação ainda não é integrada.

As compensações em beta são aquelas em que a perturbação é integrada, há uma modificação em termos dos subsistemas, mas não uma modificação total, a compensação ainda não é total, é parcial, mas já houve a modificação no interior do sistema. Os dados podem ser explicados por estas formas de compensação.

Se o sujeito faz modificações parciais é porque houve o desequilíbrio, houve uma compensação, e esta compensação não conseguiu mudar tudo, mas mudou parte. Exemplo: Quando a criança faz ensaio e erro, para encaixar vários objetos de tamanhos diferentes um dentro do outro, faz modificações.

As compensações de nível gama são de forma superior, porque o sujeito antecipa as possibilidades de perturbações e já compensam antes que elas surjam. Na verdade, a compensação gama é aquela que mudam os sistemas.

A compensação gama é superior porque antecipação e retroação são virtuais o sujeito é capaz de prever. Ele faz retroação e antecipação ao nível simbólico.

Piaget distingue um progresso do primeiro tipo de conduta até o último, não como forma de estágios, mas que essas condutas se encontrem em todos os níveis do desenvolvimento.

Piaget estabelece uma união íntima entre as construções e as compensações. Haverá sempre, a partir do processo de compensação, a procura de um novo equilíbrio, que por sua vez, está aberto também para novas construções.

Capítulo 4

Conhecimento Lógico Matemático

4.1 - A gênese do número na criança:

A noção de número aparece intrinsecamente relacionado com os agrupamentos de classes e de relações, constituindo uma síntese da seriação e da inclusão. É uma ligação estreita mais original e nova (Piaget e Inhelder 1995 p.90)

A fim de compreender as relações lógico matemáticas, é necessário compreender o estágio sensório motor. Partindo do pressuposto de que tais relações possibilitam a assimilação das coisas à organização intelectual e à construção das implicações (Piaget 1987 p.22).

É justamente no quarto estágio do sensório motor que surgem as relações lógico-matemáticas. É a constituição do esquema do objeto permanente e do grupo prático dos deslocamentos que prenunciam, ou como diz Piaget (1995), prefiguram a reversibilidade e as conservações operatórias, no entanto, ainda é necessário esperar 7 ou 8 anos para que se realize esta conquista, mas se quisermos apreender a natureza complexa das operações é *“mister compreender as razões deste atraso”* (p.80)

Piaget e Inhelder (1995), inclusive, denominam o período pré-operatório como um período de organização e preparação comparável aos estádios I e III (ou IV) do desenvolvimento sensório motor, enquanto que o período de 7-8 a 11-12 anos é o remate das operações concretas, comparável aos estádios IV, V e VI da construção dos esquemas sensório-motores. (p.83-84)

Quando a criança alcança a idade entre 8 e 12 meses, ela passa a aplicar esquemas conhecidos a novas situações, e é somente nessa ocasião que os meios se dissociarão definitivamente dos fins, podendo um mesmo esquema servir de meio para fins diferentes. As reações circulares secundárias que surgem neste período anunciam a inteligência prática porque elaboram um conjunto de relações quase intencionais entre as coisas e a atividade do sujeito. A criança percebe que um objeto é algo para sacolejar, esfregar, bater, isso é o equivalente funcional da operação de classificação, que é própria do pensamento conceptual. Segundo Piaget (1987) *“tal como a lógica das classes é correlativa da das*

relações, também os esquemas secundários implicam uma relação consciente das coisas entre si.” (p. 178)

Piaget deixa claro que por muito empírica que essas relações se mantenham, elas não deixam de constituir, do ponto de vista formal, o começo de um sistema distinto do das “classes” Além disso, tal elaboração elementar das relações conduz logo, como a lógica das relações próprias da inteligência refletida, à descoberta de relações quantitativas distintas das simples comparações qualitativas inerentes à classificação como tal.

Sabe-se que, se os conceitos ou classes só estruturam a realidade em função das semelhanças ou diferenças qualitativas dos seres assim classificados, as relações pelo contrário, implicam a quantidade e levam à elaboração das séries matemáticas. Mesmo as relações de conteúdo qualitativo, tais como mais escuro do que ou irmão de, constituem, de fato, uma seriação de um tipo diferente das relações de pertencimento ou de inferência, e supõem, assim, noções de mais e menos que são francamente qualitativas, ou uma discriminação e uma ordenação dos indivíduos envolvendo o número.” (Piaget 1987 p.179)

O mesmo acontece no plano sensorial, assim que a criança percebe e elabora as primeiras relações. Por exemplo, a criança que percebe que quando puxa a corda do móvel provoca um som, ela o fará sucessivas vezes, produzindo cada vez mais intensamente o som. Descobriu uma relação quantitativa intrínseca, quanto mais puxar a cordinha mais som emitirá o móvel.

A função implicativa comporta as duas invariantes funcionais que encontramos em todas as fases: a síntese de qualidades – as classes (conceitos ou esquemas) e a síntese das relações (quantitativas ou numéricas).

Lembrando-se que :

nenhuma estrutura espaço temporal objetiva e causal é possível sem uma dedução lógico matemática, constituindo-se assim essas duas espécies de realidades em sistemas solidários de totalidades e de relações. (Piaget 1987 p.23)

O mesmo é verdade com respeito às outras categorias da construção do real, Piaget (1987) deixa bem claro que as classes e os números não poderiam ser construídos sem conexão com as séries, espaço temporais inerentes aos objetos e às suas relações causais. Ele afirma que “*Todo e*

qualquer ato de inteligência supõe um sistema de implicações mútuas e de significações solidárias.”
(p. 19)

Segundo Piaget a construção do número é correlativa ao desenvolvimento da própria lógica e que ao nível pré-lógico, corresponde um período pré numérico. O número se organiza etapa após etapa, em solidariedade estreita com a elaboração gradual dos sistemas de inclusões (hierarquia das classes lógicas) e de relações assimétricas (seriações qualitativas), com a sucessão dos números constituindo-se, assim, em síntese operatória da classificação e da seriação.

Piaget assegurou que tanto as operações lógicas como as aritméticas aparecem como um único sistema total e psicologicamente natural e que as operações aritméticas são o resultado da generalização e da fusão das operações lógicas, sob seus dois aspectos complementares da inclusão de classes e da seriação de relações, mas com eliminação da qualidade. (Piaget e Inhelder 1975 p.12)

Quando o sujeito aplica este sistema operatório aos conjuntos definidos pelas qualidades de seus elementos, torna-se então necessário considerar à parte as classes, que repousam sobre as equivalências qualitativas desses elementos, e as relações assimétricas que exprimem as diferenças seriáveis, donde o dualismo da lógica das classes e da lógica das relações assimétricas. Mas quando o mesmo sistema se aplica a conjuntos fazendo-se abstração dessas qualidades, então se realiza a fusão da inclusão e da seriação dos elementos numa totalidade operatória formada de classes e de relações assimétricas reunidas, e essa totalidade constitui, sem mais nada, a série dos números inteiros finitos, indissociavelmente cardinais e ordinais. (idem p.12 e 13)

Com base nestas afirmações, percebe-se que a gênese do número envolve três conceitos básicos: o de seriação, que é a compreensão de uma ordem implícita nas relações entre os elementos: o de classificação, a inclusão de um elemento num outro mais amplo que o contenha. No caso dos números, classificar significa incluir um elemento em outro mais amplo que o contenha, implica em reunir elementos em classes de acordo com suas semelhanças e em incluir duas ou mais classes em uma outra de maior extensão. E por fim, o de conservação, ou seja, quando a criança adquire esta noção ela passa a afirmar a invariância quantitativa dos objetos, apesar de transformações que eles possam sofrer em suas dimensões, como por exemplo, cor, forma, ou posição. A criança passa a compreender que dimensões, tais como quantidade, peso, número, etc.; permanecem invariantes a despeito de certas transformações, como, o deslocamento de objetos ou de partes destes no espaço, mudança de forma do objeto etc. (a conservação já é identificada desde o sensorio motor quando a criança constrói o objeto permanente).

Sendo que:

...a classe, a relação assimétrica e o número são, os três, manifestações complementares da mesma construção operatória aplicada, seja às equivalências e diferenças reunidas. Com efeito, é no momento em que a criança, havendo conseguido tornar móveis as avaliações intuitivas dos primórdios, atinge assim o nível da operação reversível, ela se torna simultaneamente capaz de incluir, seriar e enumerar. (Piaget 1971, p.253)

Para que a criança chegue ao conceito de número, é necessário compreender o princípio da conservação de quantidades e os conceitos de seriação e de classificação, porque o conceito de número se constitui na síntese entre as noções de inclusão de classe e de relação de ordem, estes são conceitos lógicos que sustentam os conceitos matemáticos. Porém, isso não significa necessariamente que essa síntese do número ocorra somente após a aquisição das estruturas de classificação e seriação. Porque por volta de 1 ½ a 2 anos a criança já é capaz de construir uma torre por meio de cubos cujas diferenças dimensionais são imediatamente perceptíveis ou mesmo de realizar classificação, por que esta tem suas raízes no sensorio motor à semelhança da seriação.

Piaget propõe que, quando se dão às crianças de 3 a 12 anos objetos para classificar, observam-se 3 grandes etapas: os mais novos principiam por coleções figurais – dispõem os objetos segundo as suas semelhanças e diferenças individuais e justapondo-as espacialmente em fileiras, quadrados, círculos etc., a segunda etapa com crianças maiores, são as coleções não figurais em que pequenos conjuntos sem forma espacial podem diferenciar-se em subconjuntos, mas ainda revela lacunas na extensão. “*esse encaixe das classes em extensão é conseguido cerca dos 8 anos e caracteriza, então, a classificação operatória*” (Piaget e Inhelder 1995 p. 88 e 89).

A construção do número ocorre na mesma idade, em sua forma operatória. Até os 6-7 anos, já existem números ‘figurados’ para as pequenas coleções, mas sem as características de conservação, próprias à operação. (Piaget 1984 p.115).

Quanto à conservação, vejamos o exemplo citado por Piaget: após colocar 6 fichas vermelhas em correspondência termo a termo com 6 fichas azuis - inicialmente a criança se limita a construir uma fileira do mesmo comprimento, sem correspondência – bastará comprimir ou espaçar uma das coleções para que o sujeito de 5-6 anos não creia mais na equivalência. Por volta dos 7 anos, dá-se o contrário, a criança constitui a seqüência de números, graças às operações, que consistem simultaneamente adicionar, de maneira inclusiva (classe), e em ordenar (seriação) com a operação inversa. A classe fornece a conservação do todo e a seriação fornece o meio de distinguir uma unidade

da seguinte. “O número inteiro pode ser, assim, concebido como síntese da classe e da relação assimétrica (ordem), de onde vem seu caráter, simultaneamente ordinal e cardinal.” (idem p.115)

Conservar significa compreender que determinada quantidade permanece a mesma, mesmo que sua disposição espacial seja modificada (princípio da invariância); é compreender que existe uma ordem implícita nas relações entre os elementos de um determinado grupo, de acordo com suas diferenças ordenadas. Numa seriação por tamanho, um elemento intermediário da série seja considerado, ao mesmo tempo, como maior que os anteriores e menor que os posteriores.

Numa situação de seriação com 10 pequenas régua de 9 a 16 cm e um jogo de régua de dimensões intermediárias para serem intercaladas na série constituídas, foram encontradas por Piaget 3 fases de seriação.

No primeiro momento a criança pequena experimenta fracasso com a colocação dos elementos ao acaso. Podendo ocasionalmente formar pares ou trios, mas sem coordená-los entre si.

Já a criança um pouco maior conseguirá montar a série por meio de tentativas empíricas e só chegará a intercalar os elementos após novas tentativas, e eventualmente, recomeçando tudo.

A criança operatória construirá a série de maneira sistemática, identificando primeiro o maior ou menor de todos, depois o maior ou menor dos que restam e assim sucessivamente. Esse comportamento operatório indica a transitividade e engendra o encadeamento de relações assimétricas transitivas. O caminho percorrido pelas crianças até chegar a seriação operatória é: nenhum ensaio de seriação, pequenas séries sem coordenação, êxito por tentativas, êxito pelo método operatório.

Portanto, somente a partir de 7-8 anos, ou seja, quando se encontrar no período das operações concretas, é que o raciocínio da criança se tornará reversível a ponto de possibilitar a aquisição do conceito de número pela criança.

Contudo para que esta construção ocorra de forma satisfatória, é necessário a ação do sujeito sobre os objetos (compreendendo como objeto o não eu). Porque para Piaget (1977) o conhecimento se origina na ação do sujeito sobre o objeto. “Para conhecer os objetos o sujeito deve agir sobre eles e portanto transformá-los: deve deslocá-los, ligá-los, combiná-los, dissociá-los e reuni-los novamente” (p.72)

4.2 - Os Processos da Abstração Empírica e Reflexiva

Quando o sujeito age sobre o objeto (experiência física) ele extrai informação desse objeto o que Piaget (1977) chama de simples processo de abstração.

“Esta abstração consiste em dissociar uma propriedade recentemente descoberta de outras e em desprezar estas últimas. É assim que a experiência física permite que a criança descubra o peso, desprezando a cor do objeto, etc., ou que descubra que os objetos da mesma natureza tem um peso maior à medida que seu volume aumenta, etc.” (p.98)

Além da experiência física, existe a experiência lógico-matemática. Piaget diz que esta última desempenha uma parte importante em todos os níveis do desenvolvimento cognitivo e aparece todas as vezes que o sujeito se defronta com problemas, nos quais deve descobrir novos instrumentos dedutivos. O conhecimento derivado da experiência lógico matemática *“não é baseado nas propriedades físicas dos objetos , mas nas propriedades das ações que foram exercidas sobre eles.”* (p.99)

A experiência física não pode ser construída sem um quadro lógico-matemático. As propriedades físicas dos objetos não podem ser abstraídas sem um referencial de relações, classes, medidas ou soma. Uma propriedade do objeto descoberta recentemente, é sempre colocada em relação com conhecimentos anteriores.

A experiência física permite a abstração daquilo que é próprio dos objetos e a experiência lógico matemático enriquece o objeto de ligações que emanam do indivíduo. Ou seja, o indivíduo cria mentalmente relações entre os objetos e as aplica de forma a poder compará-los. Estes dois tipos de experiências ocorrem de forma simultânea, são adquiridas no momento da interação, sem que haja uma ordem temporal específica, mas para abstrair as propriedades do objeto, é necessário inseri-los num sistema lógico-matemático, como dissemos acima.

Para referir-se a estes dois tipos de experiência Piaget distingue dois tipos de abstração: a empírica, para a abstração de propriedades de objetos e a abstração reflexiva envolve a construção de uma relação entre os objetos. Piaget (1995) chama abstração empírica a que se apóia sobre os objetos físicos ou sobre os aspectos materiais da própria ação, tais como movimentos, empurrões, (p.5). Esses dois tipos de abstrações caminham juntos, pois para o refinamento e objetividade da abstração empírica é imprescindível a abstração reflexiva. Piaget (1995) diz que a:

abstração empírica tira suas informações dos objetos como tais, ou das ações do sujeito sobre suas características materiais, de modo geral, pois, dos observáveis. Enquanto que a abstração reflexiva apóia-se sobre as coordenações das ações do sujeito (p. 274).

Contudo é importante que se compreenda que:

(...) mesmo sob suas formas mais elementares, este tipo de abstração não poderia consistir em puras leituras, pois para abstrair a partir de um objeto qualquer propriedade, como seu peso ou sua cor, é necessário utilizar de saída instrumentos de assimilação (estabelecimento de relações, significações, etc.), oriundos de esquemas sensório-motores ou conceptuais não fornecidos por este objeto, porém construídos anteriormente pelo sujeito. (ibid p.5).

Porém, mesmo os esquemas sendo extremamente necessários para a abstração empírica, Piaget deixa claro que não se refere aos esquemas, mas “o dado que lhe é exterior, isto é, visa a um conteúdo em que os esquemas se limitam a enquadrar formas que possibilitarão captar tal conteúdo.” (idem p.5) Ou seja, a abstração empírica tira as informações dos objetos, dos quais são consideradas certas propriedades, que existem antes de qualquer constatação por parte do sujeito, portanto, as características dos observáveis. A abstração empírica busca um conteúdo e os esquemas englobam as formas que permitem captar o conteúdo.

Na abstração empírica, a informação é retirada dos objetos e dos observáveis (os observáveis são o que a experiência permite notar por uma leitura imediata dos próprios fatos) enquanto que na abstração reflexiva a informação é retirada a partir das coordenações de ações.

Quanto a abstração reflexiva, existem dois aspectos solidários e inseparáveis dessa abstração são eles: o “reflexionamento” (réfléchissement) é uma espécie de projeção - no sentido de espelhar - sobre um patamar superior, o que é retirado do nível inferior (por exemplo saindo da ação até chegar a representação) e a “reflexão” que é essa reorganização comportando uma reconstrução dos elementos que foram transferidos do plano inferior para um novo patamar. Estes dois desdobramentos constituem o progresso e a fonte da construção das estruturas lógico-matemáticas; porque engendram o mecanismo de abstração reflexiva, e são responsáveis pela formação de novidades. A “união da reflexão e do reflexionamento é, portanto, essencialmente formadora dos patamares sucessivos e não somente fonte das passagens (projeções) ou generalizações que conduzem de um a outro”. (Piaget 1995 p.276)

A formação de cada um dos patamares acarreta novas reflexões, pois trata de reconstruir sobre o novo plano o que foi projetado a partir do precedente. Por exemplo, a coordenação de duas ações não é da mesma natureza que a de suas representações conceitualizadas, a qual exige uma reconstrução. (Piaget equipara este processo a uma espiral – reconstrói-se em um novo patamar, a partir do que se tem no anterior). Sendo que todo patamar novo traz uma diferença de grau e também uma diferença

qualitativa, torna-se a reflexão e o reflexionamento responsável pela passagem dos patamares e também pela formação deles.

Existe também a abstração pseudo-empírica que embora resulte da coordenação das ações como acontece na abstração reflexiva, o sujeito apóia-se nos objetos e a leitura é feita sobre os observáveis. Não se trata de abstração empírica porque as informações são abstraídas a partir das coordenações das ações, no entanto, o sujeito se utiliza ainda de objetos manipuláveis. Ocorre “*Quando o objeto é modificado pelas ações do sujeito e enriquecido por propriedades tiradas de suas coordenações (por ex., ao ordenar elementos de um conjunto).*” (Piaget 1995 p.274).

O que Piaget chama de abstração refletida surge quando o sujeito é capaz de fazer coordenações, sem vê-las nos objetos, “*é o resultado de uma abstração reflexiva, assim que se torna consciente, e, isto, independente do seu nível.*” (Idem p.274) isto é, tomar consciência e, para que ocorra tomada de consciência é necessário uma ação praticada, em qualquer nível que seja.

As abstrações apresentam um quadro evolutivo, mas permanecem da mesma natureza. Manifestam-se desde as etapas mais elementares do desenvolvimento, quando há apenas a passagem da ação à sua representação, até os níveis superiores, nos quais a reflexão se exerce por ela própria. Castro (1996) diz que:

As condições de atividade reflexiva vão evoluindo, mas o processo é sempre da mesma natureza. Inclui uma progressiva conceptualização na passagem de uma atividade física a uma representação mental, distingue entre a forma e o conteúdo de um conceito, caracteriza a reconstituição da seqüência das ações, intervém no processo de comparação e culmina com forma de reflexão em 2º Grau e processos mais avançados de reorganização de esquemas nas atividades de criação e invenção.” (p.24)

No período sensório motor, a abstração empírica retira as informações dos objetos e das características materiais ou observáveis da ação, sendo que, para seu funcionamento são necessários esquemas assimiladores, e a abstração reflexiva retira as informações das coordenações dos esquemas, tendo por função elaborar os quadros assimiladores.

Quando no patamar superior da representação, a abstração reflexiva passa a engendrar as funções e as operações, apoiadas nas abstrações pseudo empíricas. As reflexões, que ocorrem enquanto processo de abstração reflexiva, são mais elementares, inicialmente para irem tornando-se cada vez maiores. Piaget (1995) ressalta que existe uma alternância ininterrupta de reflexionamentos reflexões reflexionamentos; e(ou) de conteúdos formas conteúdos reelaborados, novas formas, etc. de domínios cada vez mais amplos. (p.277)

Partindo desse pressuposto, o desenvolvimento da abstração reflexiva ocasiona a formação de novas formas em relação aos conteúdos, que podem dar origem à elaboração das estruturas lógico-matemáticas.

É muito importante distinguir os dois tipos de abstrações, porque a experiência lógico matemática é estruturada a partir da abstração reflexiva. Mantovani de Assis (1996) nos diz que o conhecimento lógico matemático tem três características principais. A primeira é que não pode ser ensinado diretamente, porque se constrói a partir das relações que a própria criança cria entre os objetos. A segunda característica do conhecimento lógico matemático é ser ele unidirecional e irreversível, porque se constrói na direção de uma coerência cada vez maior, sem que haja possibilidade de regressões. A terceira característica é a de que uma vez construído, o conhecimento lógico matemático jamais será esquecido. Quando, por exemplo, a criança adquire a noção de conservação da substância, nunca mais esquecerá que a quantidade de líquido se conserva apesar de seu transvazamento para recipientes diferentes. (p.33)

São muitas as implicações pedagógicas que os tipos de experiências e as abstrações pressupõem, e estes pressupostos teóricos foram tratados até aqui porque o objeto deste trabalho está diretamente relacionado com as estruturas lógico matemáticas. Estruturas estas que requerem para o seu desenvolvimento uma construção gradativa, e são as operações lógicas que garantem em última análise, a compreensão da matemática elementar.

Piaget afirma que as pesquisas psicológicas acerca da construção de noções fundamentais, que são subjacentes a todo e qualquer conhecimento, fornecem dados importantes para a pedagogia. Torna-se importante conhecer a psicogênese de noções, saber a evolução do pensamento pela qual a criança passa ao construí-lo, consolidando-as pelo funcionamento de suas estruturas cognitivas.

Becker (2001) afirma que por mais importantes que sejam as ações práticas, elas não constituem o alvo de Piaget. Interessa-lhe as ações sobre essas ações práticas, ou seja, as ações sobre as coordenações das ações ou ainda ações de segunda potência. Esse princípio fundamenta todo trabalho humano, toda percepção humana, todo conhecimento humano, essa é a explicação da origem da lógica e da matemática. (p.38)

4.3 – E a Matemática?

No contexto da educação matemática, as contribuições da teoria piagetiana são significativas e extremamente importantes, porque Piaget admitiu o desenvolvimento como sendo uma construção espontânea e gradual das estruturas lógico matemáticas. E *“a origem dessas estruturas lógico-*

matemáticas deveria ser procurada nas atividades do sujeito, isto é, nas formas mais gerais das coordenações de suas ações.” (Piaget 1977 p.76)

A matemática, no decorrer dos anos, tem sido o fantasma a assustar alunos e pais, e muitas vezes até a professores, e gerado os problemas mais cruciais de fracasso escolar na escola pública brasileira, chegando a ser causa de terror para um bom número de alunos, mas paradoxalmente goza de grande valorização por parte de pais, alunos e educadores. É considerado inteligente o aluno que consegue ir bem em matemática, o que sabe de cor a tabuada e é capaz de resolver um número grande de contas.

Se a matemática é tão importante, porque constatamos tantos fracassos escolares relacionados a essa disciplina? É possível que muitas dessas dificuldades sejam explicadas pela ausência de instrumentos psicológicos, que possibilitem a aprendizagem de tal conteúdo, ou como disse Piaget é a

“passagem demasiado rápida da estrutura qualitativa dos problemas (por simples raciocínios lógicos, mas sem a introdução imediata das relações numéricas e das leis métricas) para a esquematização quantitativa ou matemática” (Piaget 1973 p.17)

É tanto a falta de conhecimento por parte do educador da construção das estruturas do conhecimento, como o uso de métodos inadequados. E a escola nem sempre tem propiciado condições de desenvolvimento pleno aos alunos, e acaba sendo um dos responsáveis pelo insucesso dessa criança.

O senso comum, via de regra, atribui as diferenças entre os alunos a aptidões individuais. Estas diferenças se acentuam com a idade fazendo uma enorme separação entre os bens sucedidos e os fracassados. As muitas pesquisas realizadas por Piaget e seus colaboradores vieram mostrar uma realidade bem diferente da comumente aceita:

as supostas aptidões diferenciadas dos ‘bons alunos’ em matemática ou física etc., em igual nível de inteligência, consistem principalmente na sua capacidade de adaptação ao tipo de ensino que lhes é fornecido; os ‘maus alunos’ nessas matérias que entretanto são bem sucedidos em outras, estão na realidade perfeitamente aptos a dominar os assuntos que parecem não compreender, contanto que estes lhes cheguem através de outros caminhos. (Piaget 1973 p.17)

Também é necessário que o educador esteja bem informado a respeito das peculiaridades do desenvolvimento psicológico da inteligência da criança ou do adolescente, e não fundamentar sua prática na simples transmissão de conhecimentos. Se o professor conhecer como se constrói a noção de número na criança, ele certamente irá selecionar suas estratégias de tal maneira que possa propiciar atividades adequadas à construção dessa noção.

Piaget sustenta serem as matemáticas um sistema de construções que, apoiado de início nas coordenações das ações e operações do sujeito, faz-se em uma seqüência de abstrações reflexionantes de níveis sempre progressivos. Independente da escola e da família, Piaget admitiu que havia um desenvolvimento real e espontâneo das noções lógicas e matemáticas, e uma vez conhecendo estes dados, a escola deveria realizar todo um ajustamento dos métodos didáticos aos dados psicológicos do desenvolvimento real, e sob este ponto de vista, uma considerável intensificação dos apelos à atividade autônoma da criança. (Piaget 1973. P. 67)

Piaget atribui a passividade do aluno à insuficiente dissociação entre as questões de lógica e as considerações numéricas ou métricas. É uma passagem muito rápida do qualitativo ao quantitativo numérico. Enquanto não estiver solidamente assegurada a estrutura lógica do problema, as considerações numéricas permanecem destituídas de significado. Este é mais um exemplo dos erros que se corre o risco de cometer, ao considerar a lógica como inerente à criança, quando na realidade ela se constrói passo a passo, em decorrência de suas atividades. (1973 p.65) Todas as noções de matemática principiam por uma construção qualitativa, antes de adquirirem caráter numérico.

Pesquisadoras como Sastre & Moreno em 1980, Carmem Granel em 1983 e Constance Kamii (1985-86) realizaram estudos que demonstram como as crianças assimilam as noções aritméticas elementares quando não possuem as estruturas intelectuais necessárias para assimilá-las. Sastre & Moreno (1984) afirmam que se os conteúdos não consideram:

a gênese da aquisição dos conhecimentos fazem o papel de uma superestrutura imposta, não integrada ao universo de possibilidades e ação do indivíduo: eles (os conteúdos) estão intimamente ligados a seu contexto de aprendizagem e são indissociáveis...portanto, a aprendizagem escolar se satisfaz muito freqüentemente com resultados enganosos e diferentes daquilo que refletem ou seja a miragem – do pensamento adulto que – como narciso – vê com satisfação a imagem de seu raciocínio se refletir à superfície da conduta intelectual da criança. (p.3)

Os processos de ensino e aprendizagem, em sua maioria, não possibilitam indagações, descobertas, e principalmente o diálogo entre professor e aluno, no qual, o professor não deve impor o seu próprio ponto de vista. As crianças devem ser dadas as oportunidades de formular questões, encontrar soluções, e assim construir o conhecimento.

Para Sastre & Moreno e Granel, os ensinamentos transmitidos pela escola não são aproveitados por que estão fora do contexto escolar, o que não permitem reconhecer diante do problema a similaridade dos dados concretos que os configuram, com os dados teóricos aprendidos.

Em pesquisa desenvolvida na década de 80 por Sastre na Espanha, verificou-se que as operações de adição, que já haviam sido aprendidas e bem trabalhadas no ambiente escolar, não são reconhecidas pelo sujeito como uma atividade possível de se realizar fora da sala de aula. A noção que está implícita, como reunir e juntar, não é compreendida pelo aluno. O significado da adição se restringe apenas à descrição do algoritmo. A pesquisadora concluiu que o aluno, mesmo sendo capaz de solucionar as operações propostas na sala de aula, não consegue estabelecer relações entre este conteúdo apresentado na escola com atividades concretas, realizadas num contexto prático, a partir das ações do próprio sujeito.

As autoras mostraram, através de seus estudos, que a escola trata a aprendizagem da matemática como sendo mera transmissão do professor, sem considerar o desenvolvimento intelectual do aluno. Analisando os resultados obtidos com alunos da primeira série, elas perceberam que a aritmética não pode ser compreendida, quando limitada a memorização, sem compreensão. São estas situações que levam as crianças a não relacionarem o saber escolar com os problemas cotidianos, reduzindo as operações aritméticas à reprodução gráfica.

Carraher & Carraher e Schliemann (1982) apresentam os resultados de um estudo realizado com crianças que foram submetidas testes informais e formais de matemática. Foram apresentadas aos sujeitos questões em condição de teste informal (no local de trabalho dos sujeitos – feira pública) e questões formais. As questões propostas para a situação do teste formal estavam relacionadas com aquelas que foram utilizadas no teste informal.

Os pesquisadores puderam observar que os sujeitos tiveram melhor desempenho na situação de teste informal que no formal. Os sujeitos não conseguiram realizar as questões de teste formal com o mesmo desempenho que fizeram no informal. Os autores concluíram que o fracasso escolar aparece como fracasso da escola, incapaz de aferir a real capacidade da criança, no desconhecimento dos processos naturais que levaram as crianças a adquirir tais conhecimentos.

Pesquisas como estas demonstram quão imperativo é que o aluno reinvente ou reconstrua os saberes. Para que isso aconteça, o educador precisa manter-se bem informado quanto a sua especialidade, e ao desenvolvimento psicológico da inteligência da criança.

Os estudos de Kamii (1992-94-1995) mostraram que é preciso repensar o ensino da matemática. A autora acredita em uma transformação capaz de considerar o desenvolvimento intelectual dos alunos, propor mais desafios às crianças, permitindo a estas, através de suas experiências descobertas, passar da ação a operação e assim construir os seus conhecimentos. Em assim fazendo, a matemática saíria de

um plano mecânico com ênfase na memorização para procedimentos capazes de garantir uma construção.

A autora ressalta a necessidade dos educadores permitirem às crianças verificarem suas hipóteses, que testem estas hipóteses, questionem e inventem novas formas de chegar a um mesmo conteúdo, “errem” porque as “idéias erradas das crianças não são erros a serem eliminados, mas relações a serem coordenadas de forma melhor no nível seguinte.”(Kamii 1994 p.57)

Nogueira (2002) estudou o desenvolvimento das noções matemáticas na criança, em particular a de número, segundo a epistemologia genética e analisou como os resultados de Piaget têm sido utilizados no contexto escolar. Ela observou que diversas sugestões metodológicas para o ensino do número, mesmo baseadas na teoria de Jean Piaget, apresentam o inconveniente de sugerir uma seqüência linear para a construção do conceito de número, no sentido de aparecer primeiro a classificação, depois a seriação e, finalmente, como síntese, o número. Idéias como estas induzem à falsa idéia de que no desenvolvimento das noções lógico matemáticas na criança existiria um estágio eminentemente lógico antecedendo ao número, e induziu ao abandono de atividades numéricas na educação infantil.

Em sua pesquisa Nogueira (2002) tomou como base o livro de Piaget, *A Gênese do Número na Criança* constatou que o número emerge como síntese da classe e da série, porém num imbrincamento constante, solidário e sincrônico, e que a construção do número não se dá de forma linear. A obra de Piaget não dá margem a outras interpretações, que não a da construção solidária e sincrônica dos números, das classes e das séries. Não existe uma fase anterior à organização numérica e nem um pré-requisito necessário para a construção do número. Atividades numéricas, segundo a autora, podem e devem ser realizadas sincronicamente com as de caráter lógico, o que significa levar em conta as competências numéricas iniciais dos alunos, lembrando que, mesmo sem ter completado a construção do número, a criança pode empregá-lo parcialmente e deve ser estimulada a usar seus conhecimentos e discutir com seus pares os resultados encontrados.

4.4 - A Noção de Multiplicação.

Tanto as operações aditivas quanto as multiplicativas, se acham implícitas no número como tal, pois “*um número é uma reunião aditiva de unidades e a correspondência termo a*

termo entre duas coleções envolve a multiplicação.” (Piaget 1971 p.223). E do mesmo modo que a construção do número é indissociável da construção das classes e das relações lógicas, assim, também o manejo das operações numéricas é solidário ao das operações quantitativas. Sendo que a criança passa por fases evolutivas no decorrer da construção da multiplicação.

Na primeira fase, a criança não consegue realizar a correspondência termo a termo, fazendo somente uma “*comparação global*” (p.290). “*Em vez de pensar numa duplicação precisa, os sujeitos dessa fase, sentem simplesmente a necessidade de aumento global e limitam-se a tentar, ao acaso, um número qualquer*” sendo incapaz de julgar que duas coleções correspondem-se entre si quando correspondem a uma terceira. Não realizando assim a multiplicação numérica. “*se limitam a uma avaliação arbitrária do aumento e falta-lhes a consciência da duplicação*”. (ibid p.292)

Na Segunda fase, as crianças já sabem efetuar uma correspondência termo a termo, mas sem por isso acreditar na equivalência durável das coleções correspondentes, se limitam a constatar intuitivamente. Até chegam a resolver o problema da duplicação, mas não por operação. “*tateiam e descobrem o resultado pela própria correspondência, a qual são pouco a pouco levados a tornar múltipla.*” (ibid p.293)

Na terceira fase ocorre a composição correta das relações de equivalência e a compreensão imediata das relações de correspondência múltipla e por sua generalização sob a forma de operações multiplicativas. As crianças tornam-se capazes de compor as equivalências e compreendem por combinação das relações. (ibid p.297)

Em se tratando das operações multiplicativas, bem como, das adições, estas se constituem no plano operatório concomitantemente com o número

Não existe uma fase de multiplicação lógica e uma fase de multiplicação aritmética: no decurso de uma primeira fase, nenhuma dessas composições é possível; no decorrer da Segunda, ambas se esboçam num plano intuitivo, mas sem conclusão operatória e, no decurso da terceira, ambas se constituem em operações propriamente ditas...e a generalização imediata da multiplicação, assim que é descoberta (Piaget 1971 p.299)

No entanto, Piaget (1986), quando compara a operação de adição com a de multiplicação, admite que o “*desenvolvimento das multiplicações é muito mais complexo*” e que, no caso da multiplicação, as partes devem ser iguais entre si e conter o mesmo número de elementos iguais entre si, enquanto que na adição simples, a determinação do todo não exige a igualdade, nem das partes e nem mesmo dos elementos, o que torna a multiplicação mais complexa e comportando

quantificações implícitas mais numerosas. (p.72 e 73). Ele diz que: “*parece ser incontestável que a compreensão da multiplicação numérica é bem menos natural que a da adição*” (1995 p.30)”.

Piaget (1995) assegura que:

não obstante a aprendizagem escolar das operações aritméticas, a criança, em geral, somente consegue com bastante lentidão assimilar as relações de inversão que caracterizam a adição e a subtração e, sobretudo a multiplicação e a divisão, mesmo que freqüentemente se trate apenas do dobro ou da metade.(p.43).

A princípio, a multiplicação parece reduzir-se a uma adição de adições, mas estas são sintetizadas numa composição simultânea, ao invés de serem efetuadas sucessivamente. O sujeito pode tomar duas atitudes ou adiciona os resultados da adição e há aí uma conduta aditiva, ou toma consciência do número dessas adições de adições, enquanto número de operações, e esse número torna-se, por isso, um multiplicador. (idem p. 88), ou seja, sem o processo da abstração reflexiva o sujeito não chega a construção da noção de multiplicação. Porque esta noção é lógico-matemática e se cristaliza por sucessivas abstrações reflexivas.

Ao pesquisar os processos que levam a construção da noção de multiplicação e divisão aritméticas, Granell (1983) constatou que um número acentuado de crianças apresenta dificuldades para descobrir esse multiplicador a que Piaget se referiu. E foi esse o objeto de sua pesquisa, tanto estudar estas dificuldades como as estratégias, que as crianças elaboravam para resolvê-las, ou seja, as provas de multiplicação e divisão aritméticas.

Essa prova é realizada da seguinte maneira: sobre uma mesa, o experimentador dispõe objetos comestíveis, simulando uma loja. Cada objeto tem à sua frente um cartão com preço que varia de 1 a 9 reais. Numa caixa ficam várias fichas que correspondem ao dinheiro. O experimentador combina com a criança que cada ficha vale 1 real e que o preço marcado no cartão corresponde ao preço de cada objeto. Em seguida, pede-se a criança que constate o preço dos objetos e lhe é proposto brincar de comprar e vender, sendo ela o comprador e o experimentador, o vendedor.

Primeira Situação:

O experimentador pede à criança que coloque o dinheiro necessário para comprar um objeto. Em seguida, põe vários objetos do mesmo tipo sobre a mesa e pede a ela que coloque o dinheiro

necessário para comprá-los. Importante notar que não se enumera a quantidade de objetos. Repete-se o procedimento variando os objetos e a quantidade dos mesmos.

Segunda Situação:

O experimentador entrega para a criança uma determinada quantidade de moedas e pergunta-lhe quantos objetos de um determinado tipo podem ser comprados com aquele dinheiro (por exemplo: quantos objetos podem ser comprados com 18 moedas). Se a criança chegar a uma conclusão correta, ser-lhe-á proposto que pense se, com as mesmas moedas poderá comprar algum outro objeto dentre os existentes na loja, de maneira que não lhe sobre ou falte moedas. A criança será avisada que todos os objetos que poderá comprar deverão ser do mesmo tipo.

Para Granell, enquanto a criança não descobrir o papel do “operador multiplicativo”, não se pode considerar a multiplicação, mesmo que a criança realize adições sucessivas dos conjuntos. A compreensão da noção da multiplicação envolve de forma simultânea a compreensão da divisão pressupondo o pensamento reversível, possibilitando a coordenação das três variáveis: ou seja, multiplicando, multiplicador e o resultado final. Considerando que existe duas aquisições imprescindíveis para a compreensão da multiplicação, ou seja, a presença do operador multiplicativo que permite antecipar o número de conjuntos e a capacidade de realizar uma compensação exata entre o número de vezes ou de conjuntos, e o número de elementos de cada conjunto.

Partindo destes estudos de Granell conforme a descrição da prova acima, verificou-se como as crianças utilizavam estratégias para resolverem situações de multiplicação e divisão. Os procedimentos utilizados pelas crianças podem revelar o processo de construção dessas noções, que é diferente da habilidade de realizar operações de multiplicação e divisão por meio de mecanismos aprendidos por repetições sucessivas.

Para avaliar os níveis de construção da noção de multiplicação, Granell adotou 4 (quatro) condutas:

Conduta I – Corresponde às crianças que estabelecem correspondência termo a termo, igualando na resposta final o número de fichas ao número de objetos que poderiam ser comprados.

Conduta II – Corresponde às crianças que aumentam em algumas unidades o resultado final devido a uma consideração intuitiva da correspondência múltipla, não se importando com a quantificação exata ainda.

Conduta III – Corresponde às crianças que chegam a um resultado correto por procedimentos aditivos mediante adições sucessivas, sem nenhuma antecipação do número de ações a fazer. Para isso correspondem os conjuntos de fichas (preço dos objetos) a cada objeto a ser comprado (correspondendo muitos para cada um a cada elemento sucessivamente), chegando ao resultado final correto por meio de adições sucessivas.

Conduta IV – Corresponde às crianças cujos procedimentos mostram antecipação da quantidade de fichas que seriam necessárias, sem nenhuma verificação empírica, alcançando o resultado final mentalmente.

Para a Segunda situação a noção da divisão Granell também apresentou 4 condutas:

Conduta I - Corresponde às crianças que afirmam não poder comprar nenhuma outra coisa, ou somente objetos que custam 1 real, não admitindo a possibilidade de fazer diferentes composições, nem mesmo com conjuntos equivalentes.

Conduta II – a criança tenta operar com conjuntos equivalentes, mas ainda não existe uma compensação exata entre o número de conjuntos e o número de elementos de cada conjunto dentro do mesmo todo. Parece haver um início de tomada de consciência de que se comprar mais objetos, tem que ser mais baratos e vice-versa, sem que se chegue a uma quantificação exata. A criança não percebe a necessidade de coordenação entre as três variáveis: multiplicando, multiplicador e resultado final.

Conduta III – a criança não é capaz de fazer antecipações corretas, mas chega a uma solução por meio de tentativas que podem começar desde um tateio assistemático, compreendendo algumas propriedades, até um tateio sistemático, com todas as possibilidades de distribuição do todo.

Conduta IV – Corresponde às crianças que antecipam as possíveis composições do todo com os respectivos conjuntos equivalentes por meio de operações mentais, sem necessariamente se basear em comprovações empíricas.

Granell concluiu que as crianças passam por creodos, como ficou evidenciado nas quatro condutas de evolução, tanto na construção da noção de multiplicação quanto na de divisão aritmética. Esta noção não é compreendida pela criança, sem que antes ela passe por uma construção lenta e gradual envolvendo a idéia de operador multiplicativo, o que indica o número x que um conjunto se repete e que possibilita a criança antecipar o número de operações a serem realizados. Faz-se necessário também que a criança compreenda que um número x de elementos pode ser dividido em

conjuntos equivalentes, mantendo-se a compensação necessária entre o número de elementos de cada parte, o que implicaria na compreensão da noção de divisão e, portanto, na reversibilidade do pensamento.

Ela acredita que conceber a multiplicação como forma abreviada da adição é um processo bastante lógico para o adulto, mas não é a relação que a criança faz quando está construindo tal operação. A autora mostrou que a conceitualização da multiplicação comporta mecanismos de construção ligados ao processo de abstração reflexiva, envolvendo níveis cada vez maiores de complexidade, ao invés de ser vista somente como uma operação de simples processos aditivos.

Segundo Granell (1983):

Duas aquisições são fundamentais para a compreensão da multiplicação. Uma delas é a possibilidade de a criança constatar a presença deste 'operador' multiplicativo, o que lhe permitirá fazer antecipações de número "n" de conjuntos. Outra aquisição é a capacidade de realizar uma compensação exata entre as duas variáveis: 'n' (número de vezes ou de conjuntos) e 'x' (número de elementos de cada conjunto). (p.133)

Outra conclusão a que Granell chegou foi a de que as crianças eram capazes de recitar a tabuada, falam sobre as propriedades da multiplicação, no entanto, elas eram incapazes de relacionar esse conhecimento com as situações do dia a dia.

Baseado nos estudos de Granell descritos acima, Saravali (1995) desenvolveu uma pesquisa sobre a psicogênese da noção de multiplicação. Ela testou 25 crianças com idades entre 7 e 11 anos, dividindo a amostra em dois grupos: Grupo A de crianças que revelaram possuir a noção de multiplicação e Grupo B de crianças que não tinham construído a idéia de operador multiplicativo. Foram aplicados pré e pós-testes, utilizando a prova de multiplicação e divisão aritméticas de Granell conforme descrita acima. Para as crianças que ainda não haviam construído esta noção foi realizada uma intervenção pedagógica baseada no processo de solicitação do meio desenvolvido por Mantovani de Assis (1976), utilizando atividades lógico-matemáticas e os jogos – pontos coloridos, tira e põe, e jogo de buraco.

Os resultados mostraram que a intervenção pedagógica foi eficaz na construção da noção de multiplicação aritmética pelas crianças que não a possuíam.

Guimarães (1998) desenvolveu uma pesquisa a fim de verificar se uma intervenção pedagógica, via jogo de regras, seria favorável à construção da noção de multiplicação em crianças e buscar as relações entre abstração reflexiva e construção da noção de multiplicação. Foram estudados 17 sujeitos e aplicados pré e pós-testes, ela utilizou a prova da noção de multiplicação e divisão de

Granell e a construção de múltiplos comuns de Piaget. Verificou-se que, concernente, a relação entre a abstração reflexiva e a construção da noção de multiplicação, o nível IIA de abstração permite alcançar níveis mais complexos quanto à construção da multiplicação, no entanto, os sujeitos que apresentaram os níveis IIB e III na prova de abstração reflexiva, alcançam um nível mais elevado na construção da multiplicação.

Os sujeitos que foram submetidos a intervenção via jogos, apresentaram expressivos progressos, quanto à noção de multiplicação.

Kamii (1995), estudando o pensamento hierárquico através da construção do número, analisa as relações existentes entre a estrutura aditiva e a estrutura multiplicativa das crianças Kamii ressalta que a criança consegue resolver a adição porque essa situação está inserida num mesmo nível de abstração, ou seja, no nível de abstração da adição, a criança cria unidades de um: $4 = 1 + 1 + 1 + 1 =$ e o total dessas unidades de um (4) para resolver um cálculo. Paralelamente, Kamii lembra que enquanto estrutura operatória de pensamento a multiplicação depende dos níveis de abstração envolvidos e do número de relações de inclusão que a criança faz, considerando que esses processos acontecem simultaneamente.

Capítulo 5

Relações entre Aprendizagem e Desenvolvimento.

Para que ocorra a aquisição do conhecimento, Piaget admite duas fontes distintas e, ao mesmo tempo, interdependentes. São elas o desenvolvimento e a aprendizagem. Referindo-se a aprendizagem Mantovani de Assis (1993) nos diz que:

Piaget diferencia o desenvolvimento intelectual do processo de aquisição de comportamentos específicos através da aprendizagem. O desenvolvimento da inteligência não pode ser reduzido a uma soma de comportamentos aprendidos porque a própria aprendizagem está sujeita às leis que o regulam.” (p.20).

Veamos um exemplo que o próprio Piaget (1987) nos dá: quando a mão se retira da presença do fogo ou o pé se ergue na presença do degrau de uma escada, a precisão das acomodações sensório-motoras que constituem essas condutas depende inteiramente do significado que o sujeito atribui à chama ou à escada; é essa relação ativa entre o sujeito e os objetos carregados de significações que gera a associação e não a associação que cria essa relação. (p.133) Em outras palavras, o significado gera a associação e não a associação gera o significado. O ponto de partida de toda a atividade individual consiste, de fato, na existência de um ou vários reflexos já organizados hereditariamente: não existem hábitos elementares que não se enxertem em reflexos, isto é, numa organização preexistente, mas que é suscetível de acomodação ao meio e de assimilação do meio para o seu próprio funcionamento. (idem p.133).

É notório que tudo está dentro de um contexto de assimilação, acomodação e organização. Piaget ressalta que pelo fato de a assimilação e acomodação progredirem sempre em conjunto e paralelamente, o mundo exterior e o eu jamais são conhecidos independentemente um do outro: o meio é assimilado à atividade do sujeito, (...) é por uma construção progressiva que as noções do mundo físico e do eu interior vão ser elaboradas em função uma da outra, e os processos de assimilação e de acomodação apenas são instrumentos dessa construção, sem que representem jamais o próprio resultado dessa elaboração.(idem p.137) Vai ocorrendo paulatina e simultaneamente a passagem do biológico ao psicológico. “*existe uma atividade organizadora contínua, ligando a adaptação orgânica à adaptação intelectual por intermédio dos esquema sensório-motores mais elementares.*” (ibidem p.138). É a concordância do pensamento com as coisas e a concordância do pensamento consigo mesmo, exprimindo esta dupla invariante funcional da adaptação e da organização.

Piaget concebe que a atividade intelectual, partindo de uma relação de interdependência entre o organismo e o meio, ou de indiferenciação entre o sujeito e o objeto progride simultaneamente na conquista das coisas e na reflexão sobre si própria (p.29). Desde os seus primórdios, a inteligência está integrada, em virtude das adaptações hereditárias do organismo, numa rede de relações entre este e o meio. A inteligência nada tem de absoluto independente, é uma relação entre outras, entre o organismo e as coisas. Se a inteligência prolonga assim uma adaptação orgânica que lhe é anterior, o progresso da razão consiste, sem dúvida, numa conscientização cada vez mais profunda da atividade organizadora inerente à própria vida. “*Em resumo, a união da acomodação e da assimilação pressupõe uma organização*” (p.143)

A necessidade de conhecer é o principal motor da atividade intelectual. Piaget admite que quanto mais a inteligência se desenvolve e afirma, mais a assimilação do real ao funcionamento do indivíduo se transforma em compreensão real, convertendo-se, assim, o motor principal da atividade intelectual em necessidade de incorporar as coisas aos esquemas próprios do sujeito.

Ele acredita que é esse caráter supletivo das necessidades que transcendem incessantemente para ultrapassar o plano puramente orgânico, parece-nos mostrar também que o fato primordial não é a necessidade como tal, mas, outrossim, o ato de assimilação que engloba num todo a necessidade funcional, a repetição e essa coordenação entre o sujeito e o objeto que anuncia a implicação e o julgamento,(...) a existência de uma totalidade organizada, que se conserva assimilando o mundo

exterior, suscita, de fato, toda a problemática da vida (...) ele garante que a organização vital e a organização mental constituem, com efeito, uma só e mesma coisa. (Pg. 55)

Piaget afirma que a assimilação impõe-se como um fator primordial, cuja análise psicológica deve revelar e pôr em destaque as conseqüências genéticas. Ele coloca três circunstâncias que impelem a considerar a assimilação como dado fundamental do desenvolvimento psíquico.

A primeira é que a assimilação constitui um processo comum à vida orgânica e à atividade mental, logo, uma noção comum tanto à fisiologia como à psicologia. Um órgão se desenvolve funcionando e quando este órgão influi no comportamento externo do sujeito, esse fenômeno de assimilação funcional apresenta um aspecto fisiológico e um aspecto psicológico indissociáveis, em outras palavras, o universo é englobado na atividade do sujeito.

Em segundo lugar a assimilação explica a repetição, ou seja, por mais alto que o sujeito suba na escala do comportamento, ele sempre vai reproduzir toda a sua experiência vivida, porque tem significado funcional e reveste-se de valor para o indivíduo; e em terceiro lugar a noção de assimilação engloba a coordenação entre o novo e o antigo, que anuncia o início do processo de julgamento.

Com efeito, Piaget (1996) diz que a reprodução própria do ato de assimilação implica sempre a incorporação de um dado atual a um determinado esquema, sendo esse esquema constituído pela própria repetição. Ele cita o seguinte exemplo:

Falaremos de um esquema de reunião para comportamentos como o de um bebê que amontoa blocos, de uma criança de mais idade que reúne objetos, procurando classificá-los. Encontraremos este esquema em inumeráveis formas até em operações lógicas, como a reunião de duas classes (os “pais” mais as “mães” = todos os “genitores”, etc.). Igualmente, reconheceremos “esquemas de ordem” nos comportamentos mais discordantes, como utilizar certos meios “antes” de atingir o fim, arrumar os blocos por ordem de grandeza, construir uma série matemática, etc.”(p. 16).

Funcionalmente falando, a acomodação, a assimilação e a organização dos primeiros esquemas adquiridos são plenamente comparáveis aos esquemas móveis de que a inteligência sensório-motora fará uso e mesmo aos conceitos e relações empregados pela inteligência refletida. (Idem p.144).

As mesmas funções de acomodação, assimilação e organização descritas, a propósito do exercício de um mecanismo reflexo, vão ser reencontrados no decurso das fases ulteriores e vão adquirir uma importância progressiva.

Para que ocorra aprendizagem é necessário a existência de um quadro de desenvolvimento, como o descrito acima, considerando a assimilação como fator primordial desse desenvolvimento,

uma vez que *“nenhum conhecimento, mesmo perceptivo, constitui uma simples cópia do real, porque contém um processo de assimilação a estruturas anteriores.”* (Piaget 1996 p. 13) Mesmo no nível da percepção, “a leitura” não é nunca um registro, mas supõe em toda situação uma esquematização no sentido de uma assimilação do dado à esquemas, comportando uma atividade do sujeito e por conseguinte uma parte de inferência ou de pré-inferência.” (Piaget 1974 p. 39)

A aprendizagem, portanto, vai estar subordinada ao desenvolvimento. O esquema resulta do desenvolvimento e se consolida pela aprendizagem. Ver e pegar são esquemas de ações resultantes do desenvolvimento e também geram condições para que ocorra aprendizagem. Nesse caso a aprendizagem é um dos fatores do desenvolvimento, mas atua nesse processo como condição necessária e não suficiente. Mantovani (1993) diz que

“a aprendizagem só se realiza quando há assimilação ativa, a qual implica a existência de estruturas anteriores capazes de incorporar o dado a ser aprendido. A Aprendizagem interfere no desenvolvimento modificando as estruturas, porém sem dar origem às novas estruturas... se a aprendizagem implica a existência de estruturas anteriores e se essas estruturas se constroem durante o processo de desenvolvimento, isso significa que a aprendizagem depende do desenvolvimento e não o contrário.” (p. 20)

Piaget explica que a adaptação hereditária nenhuma aprendizagem comporta fora de seu próprio exercício, enquanto a adaptação adquirida, implica numa aprendizagem relativa aos novos dados do meio externo. A aprendizagem vai ocorrer em função dos objetos, que por sua vez, estão no meio exterior, porque todo funcionamento é relativo ao meio, ou seja, só vai ocorrer situações de aprendizagem se houver interação do sujeito com o meio.

Como explica Piaget, os conhecimentos não partem com efeito, nem do sujeito, nem do objeto, mas das interações entre o sujeito e objeto, portanto os conhecimentos orientam-se em duas direções complementares, apoiando-se, constantemente, nas ações e nos esquemas de ação. O conhecimento está ligado às ações e o desenrolar das ações supõe a coordenação delas.

Piaget (1996) explica, claramente, como isso ocorre, ele diz que *“todo conhecimento contém sempre e necessariamente um fator fundamental de assimilação, o único a conferir significação ao que é percebido ou concebido”* (p.14-15), portanto, a importância da noção de assimilação é dupla. De um lado, implica, como acabamos de ver, a noção de significação, o que é essencial, pois todo conhecimento refere-se a significações, por outro lado exprime o fato fundamental de que todo conhecimento está ligado a uma ação e que conhecer um objeto ou acontecimento é utilizá-los,

assimilando-os à esquemas de ação, agindo sobre eles e os transformando, realizando todas as transformações possíveis, e não somente as reais, seja em ação ou operações. Porque:

“Se todo conhecimento, em todos os níveis, está assim ligado a ação, compreende-se o papel da assimilação. As ações com efeito não se sucedem ao acaso, mas se repetem e se aplicam de maneira semelhante a situações comparáveis.” (Idem p.16)

A assimilação confere significação que seria a mesma coisa de dizer que conhecer um objeto implica incorporá-lo a esquemas de ação, e isto é verdade, desde as condutas sensório-motoras elementares até as operações lógico matemáticas superiores.

Piaget (1996) dá um exemplo bastante esclarecedor: reunir objetos para formar um monte, depende de um esquema aditivo, o qual depende, por sua vez, dos poderes do organismo e não unicamente das propriedades desses objetos. Antes de serem reunidos não constituíam uma coleção e o ato de reuni-los não resulta só deles, mesmo que se deixem levar. Ordenar objetos em uma fileira consiste em introduzir ordem nos objetos e não em tirá-la deles, porque não estavam alinhados. Mesmo que o sujeito percebesse objetos, já formando um monte, ou já ordenados linearmente, é preciso ainda que o olhar reúna estes elementos em um todo, ou os siga um a um, ou alguns deles, depois de outros, para perceber que há totalidade ou fileira. (p. 19)

É necessário conhecer este processo de desenvolvimento e a correlação com a aprendizagem para que se crie condições favoráveis para que este ocorra em sua plenitude, a fim de se possibilitar a construção do sujeito integral. Há de se considerar a relevância do sujeito e do meio no processo de desenvolvimento, há de se considerar, tanto os fatores próprios do desenvolvimento espontâneo e interno do indivíduo, como os fatores coletivos ou culturais específicos do ambiente considerado.

Todo o universo de pesquisa de Piaget se deteve em estudar a importância do desenvolvimento das funções mentais ou gênese das estruturas do pensamento. Ele não viu este desenvolvimento de forma estanque, pelo contrário, é um processo que começa quando nascemos, e termina na idade adulta, a qual ele compara ao crescimento orgânico:

Como este, orienta-se, essencialmente, para o equilíbrio. Da mesma maneira que um corpo está em evolução até atingir um nível relativamente estável, - caracterizado pela conclusão do crescimento e pela maturidade dos órgãos - também a vida mental pode ser concebida como evoluindo na direção de uma forma de equilíbrio final, representada pelo espírito adulto. (Piaget 1984 p. 11).

No início da evolução mental, a adaptação intelectual é mais restrita do que a adaptação biológica, “*mas, prolongando-se esta, aquela supera-a infinitamente*” (Piaget. 1987 p.16). Ou ainda falando de outra forma “*a atividade intelectual partindo de uma relação de interdependência entre o organismo e o meio, ou de indiferenciação entre o sujeito e o objeto, progride simultaneamente na conquista de coisas e na reflexão sobre si mesma.*” (idem pg. 29)

Por esse motivo, para Piaget é tão importante pensar no desenvolvimento enquanto processo. Ele foi estudando a natureza dos processos pelos quais a criança adquire o conhecimento, assimilando os objetos ou acontecimentos da realidade aos seus esquemas, construindo relações entre eles por abstrações reflexivas e acomodando os seus esquemas às limitações impostas pelo meio que Piaget chega às relações entre o desenvolvimento e a aprendizagem.

Ele define aprendizagem como “*um processo adaptativo se desenvolvendo no tempo, em função das respostas dadas pelo sujeito a um conjunto de estímulos anteriores e atuais.*” (Piaget 1974 p.40). A aprendizagem, portanto, é subordinada ao desenvolvimento das estruturas do conhecimento. O desenvolvimento não é visto como um acúmulo de sucessivas aprendizagens, mas pelo contrário, o desenvolvimento das estruturas explica e determina o processo da aprendizagem. Enquanto o desenvolvimento é um processo espontâneo ligado a embriogênese, a aprendizagem ocorre por situações externas provocadas.

O desenvolvimento é um processo que se refere à totalidade das estruturas do conhecimento enquanto que a aprendizagem é um processo limitado a um problema singular ou a uma estrutura singular. O desenvolvimento é um processo essencial a cada elemento da aprendizagem e ocorre em função desse desenvolvimento.

Na realidade, toda aquisição de aprendizagem está sujeita às restrições impostas do estágio de desenvolvimento em que o sujeito se encontra. Ou seja, a aprendizagem depende dos mecanismos de desenvolvimento e parece tornar-se estável somente à medida que utiliza os aspectos do desenvolvimento.

Piaget (1974) faz a distinção entre aprendizagem “*lato sensu*” e “*stricto sensu*”. A primeira fala da aprendizagem das estruturas lógicas comportando os mecanismos internos do processo de equilíbrio. Portanto, este tipo de aprendizagem é a união das aprendizagens do tipo “*stricto sensu*” e dos processos de equilíbrio. A aprendizagem “*stricto sensu*” baseia-se em experiências físicas. Esta fornece ao sujeito somente a constatação dos fatos, e refere-se à compreensão imediata dos fatos

mediante a experiência. Piaget ressalta que uma aprendizagem só se torna significativa ao sujeito, quando essa fizer uso de auto regulação interna. Esta auto regulação levará o sujeito a reagir às perturbações que lhes são impostas, a partir das suas interações com o meio físico e social. (p.54).

5.1 - Desempenho Escolar

O Governo Federal na gestão do Ministro Paulo Renato, no final da década de 90, implantou o Programa de Aceleração da aprendizagem para corrigir as distorções entre idade e série freqüentada pelo aluno. Este programa foi implantado após a divulgação dos resultados do Saeb (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) que mostrou o caráter nocivo da repetência. Quanto mais o aluno repetia e quanto maior a idade, pior o seu rendimento. Para um aluno “deslocado”, até o livro didático incomodava. Foram criadas classes especiais para alunos com a idade acima do recomendável para a série que freqüentavam. Isso não só evitou o abandono e a evasão, como permitiu ao aluno avançar rapidamente nos estudos, atingindo a série compatível com sua idade.

Hoje cerca de 1,2 milhão de alunos freqüentam essas salas especiais e, em 2000, só na 3ª séries dessas classes, 270 mil alunos estavam matriculados. O programa Recomeço – Supletivo de Qualidade, que tem por objetivo atender alunos com 15 anos ou mais, atendeu em 2000 1,2 milhão de jovens e adultos e duplicou este número para 2,4 milhão em 2002.

Esses números são testemunhos silenciosos do fracasso. Ainda crê-se que o fato do aluno repetir irá ajudá-lo a progredir em seus estudos.

Num número acentuado de salas de aulas, encontramos crianças com dificuldades relacionadas a uma determinada disciplina ou a várias outras. Estas dificuldades redundam em níveis baixos de desempenho escolar, gerando um número alto de repetentes e evasão escolar. O índice de repetência nas séries iniciais, principalmente na primeira série do Ensino Fundamental ainda é assustador e retrata uma realidade de descaso, uma cultura da repetência, apesar dos esforços para as mudanças desse quadro.

Mas, e quanto às explicações encontradas para o fracasso escolar? Collares e Moysés (1996) realizaram uma pesquisa em que analisaram as concepções de diretores, professores e profissionais ligados a área. Segundo as respostas apontadas, as causas centram-se na criança, na família, no professor, na escola e no sistema escolar.

A explicação para o fracasso escolar recai sobre os alunos e os seus pais: crianças não aprendem porque são pobres, são negras, são nordestinas ou provenientes da zona rural, são imaturas, preguiçosas; não aprendem porque seus pais são analfabetos, alcoólatras, as mães trabalham fora, e não ensinam aos filhos.(p.26)

Sendo que as causas do fracasso estão centradas no aluno ou na família, o aluno não aprende porque tem problemas de saúde, porque é imaturo, por questões emocionais, vive desmotivado, não tem prontidão ou não frequentou a pré-escola, ou porque os pais não colaboraram.

Mantovani de Assis (1976) relaciona cinco situações que leva ao fracasso escolar: a) A escola não considera o estágio de desenvolvimento em que os alunos se encontram. b) Não se preocupa em ensinar conteúdos que levem em conta as necessidades e interesses das crianças. c) Transmite conhecimentos prontos e acabados como verdades que não precisam ser comprovadas pelos alunos. d) Submete o aluno a uma passividade intelectual, pois não propicia situações para que ele próprio elabore e construa os conhecimentos. e) Não considera a psicogênese do conhecimento ao planejar os conteúdos que serão ensinados.

A mesma autora parte do pressuposto de que os insucessos escolares em matemática poderiam ser explicados pela falta das estruturas lógicas elementares na criança, uma vez que a escola contribuisse para que o aluno alcance mais rapidamente o estágio de desenvolvimento das operações concretas, estaria diminuindo o fracasso escolar. Porque para construir os conceitos matemáticos mais simples, a criança precisa estar de posse de estruturas que lhe permitam construir tal conceito e realizar essas operações.

As pesquisas de Sastre & Moreno (1980), Granell (1983), Brenelli (1993) e Leite (2002) mostraram que o que a escola ensina é pouco aproveitado, porque geralmente o aluno não vê similaridade do que é apresentado na escola com o seu dia a dia. A aritmética não tem relação com a vida fora do ambiente escolar.

A prova da noção de multiplicação de Granell utilizada nessa pesquisa evidencia os sujeitos que não detêm a compreensão clara da multiplicação, embora apresentem resultados satisfatórios quanto ao “desempenho escolar”

Vinh Bang (1990) esclarece que se existem dificuldades e insucessos dos alunos é preciso determiná-los e remediá-los a partir da própria produção dos alunos. Estas dificuldades devem ser procuradas também nos conteúdos transmitidos e na metodologia de trabalho do professor. E a fim de

mudar o quadro, dever-se-á proceder a um processo de intervenção que poderia ocorrer em três níveis diferentes:

1 – Ao nível individual do aluno, onde ele desempenha um papel ativo, sendo o agente principal da aquisição do saber.

2 – Ao nível coletivo da classe

3 – Ao nível da escola.

Certamente que o desempenho escolar está relacionado ao tipo de aprendizagem do sujeito. Se for propiciado ao aluno situações desafiadoras, situações de questionamentos, situações de dúvidas que são provocadas pelo professor, não somente na relação professor aluno ou aluno professor, mas também na relação aluno-aluno haverá aprendizagem. Bem como é necessário considerar a atividade do sujeito, ou como disse Piaget, um método ativo que privilegie a ação do aluno porque o ser humano aprende por força das ações que ele mesmo pratica, ou ainda como diz Becker (2001) aprende-se porque se age para conseguir algo novo; num segundo momento, para apropriar-se dos mecanismos dessa ação primeira. Aprende-se porque se age e não por que se ensina” (p.39) se não houver a possibilidade dessa ação, não haverá a possibilidade de um retorno sobre si mesmo mediante uma tomada de consciência.

É necessário levar em conta as construções cognitivas do educando, instaurar a fala do aluno, observando o fazer do aluno, organizar ações, inventar situações experimentais para facilitar a invenção do aluno, considerar o erro como instrumento analítico, colocar o aluno em interação com a ciência, a arte, os valores, superar a repetição com a construção.

Quando o professor conjugar a aprendizagem “stricto sensu” e “lato sensu”, poderá efetivamente ocorrer maiores possibilidades de sucesso escolar. Ou como diz Mantovani de Assis (1976):

Conhecer depende de saber fazer; este consiste numa forma prática de conhecimento através da ação. A passagem desta forma prática de conhecimento para o pensamento se efetua através da tomada de consciência, que ocorre quando os esquemas de ação se transformam em noções e operações...para chegar a realizar uma operação, o sujeito precisa tê-la realizado anteriormente na ação. (p. 53)

Enfim, bem mais do que um elenco de atividades que possam favorecer a construção do número e dos conceitos matemáticos, o mais importante é a postura do professor, quanto a prover uma interação adequada entre a criança e o meio.

Capítulo 6

Metodologia

Para tornar possível determinar o nível de psicogênese da noção de multiplicação aritmética foram utilizadas as situações experimentais propostas por Granel (1983), denominada de Prova da Noção de Multiplicação Aritmética, como descrita no capítulo anterior.

A fim de identificar o comportamento operatório dos sujeitos, foram utilizadas as provas piagetianas do comportamento operatório relativas ao período das operações concretas. As provas aplicadas foram em número de seis: conservação de quantidades discretas, conservação de líquidos, conservação de massa, inclusão de classes (frutas e flores) e seriação de bastonetes

Objetivos

- 1) Identificar o nível das estruturas lógicas elementares das crianças que constituíram a amostra, a fim de estabelecer relação com a noção de multiplicação.
- 2) Estudar os processos cognitivos implicados na construção da noção de multiplicação.
- 3) Relacionar os estágios de construção da noção de multiplicação dos sujeitos com o desempenho escolar em aritmética.

Procedimentos da Coleta de Dados

A coleta de dados foi realizada durante todo o mês de fevereiro de 2000 desde o dia 01 de fevereiro até o dia 29, totalizando 91 crianças. A experimentadora desenvolveu o trabalho com as crianças de 3^a e 5^a séries de acordo com a disponibilidade dos alunos, de 3^a ou de 5^a segundo os horários das escolas, que funcionavam ora com o ensino fundamental pela manhã, ora pela tarde. A amostra foi colhida em 7 escolas. Sendo que a rede adventista dessa regional possui 14 escolas, no entanto, as demais escolas não foram incluídas porque, de alguma forma, já possuíam alguns profissionais que trabalharam ou trabalhavam com a proposta do PROEPRE, ou mesmo que haviam feito o curso do PROEPRE. As escolas selecionadas eram completamente tradicionais em sua prática pedagógica. E qualquer contato com o curso poderia, de certa forma, influenciar no resultado da amostra.

As escolas selecionadas foram as seguintes: Escola Adventista de Americanópolis, Colégio Adventista do Brooklin, Colégio Adventista de Cotia, Colégio Adventista da Lapa, Colégio Adventista da Liberdade, e Colégio Adventista de Santos.

Todas estas escolas têm o Ensino fundamental completo e algumas têm o Ensino Médio.

A partir do dia 01 de fevereiro, no início da aula, ou seja, às 7:15 a experimentadora dava início à coleta de dados. As provas do comportamento operatório eram aplicadas no primeiro momento, seguidas das provas da noção de multiplicação. A conclusão do trabalho diário ocorria por volta de 18 horas. Foi necessária a intensificação da coleta de dados em fevereiro para que não ocorresse a influência do ambiente escolar.

Desenvolvimento cognitivo – refere-se às operações mentais específicas realizadas pela criança que refletem o nível de desenvolvimento cognitivo. Para a avaliação dessa variável, aplicaram-se as provas piagetianas do comportamento operatório relativas ao período das operações concretas. As provas aplicadas foram em número de seis: conservação de quantidades discretas, conservação de líquidos, conservação de massa, inclusão de classes (frutas e flores) e seriação de bastonetes.

Os níveis evolutivos considerados em cada uma das provas e sua pontuação na avaliação geral do desenvolvimento cognitivo foram: não operatórios (ausência da noção equivalendo a 0 pontos), transição (intermediário – equivalendo 0,5 pontos) e o operatório concreto (domínio da noção equivalendo a 1.0 ponto. Ou seja, uma pontuação de 0 a 6.0

Desempenho Escolar - Refere-se à promoção do aluno para a série seguinte, ou seja, 3ª série e 5ª série do fundamental. Trata-se de uma variável que representa o aproveitamento global do aluno em matemática na respectiva série e está representada por números de 0 a 10.

Nível da psicogênese da Noção de multiplicação. – foi aplicada a prova da noção de multiplicação de Carmen Granell como descrita anteriormente. O objetivo desta prova foi verificar em que níveis se encontravam as crianças na construção das noções de multiplicação e divisão. Para Granell, enquanto a criança não compreender o papel do “operador multiplicativo”, não se pode considerar que tenha construído a noção de multiplicação, mesmo que a criança realize adições sucessivas dos conjuntos. A compreensão da noção da multiplicação envolve de forma simultânea a compreensão da divisão, pressupondo o pensamento reversível e possibilitando a coordenação das três variáveis: multiplicando, multiplicador e o resultado final. Considerando que existe duas aquisições imprescindíveis para a compreensão da multiplicação, ou seja, a presença do operador multiplicativo que permite antecipar o número de conjuntos e a capacidade de realizar uma compensação exata entre o número de vezes ou de conjuntos, e o número de elementos de cada conjunto.

Partindo destes estudos de Granell conforme a descrição da prova, verificou-se como as crianças utilizavam estratégias para resolverem situações de multiplicação e divisão. Os procedimentos utilizados pelas crianças podem revelar o processo de construção dessas noções, que é diferente da habilidade de realizar operações de multiplicação e divisão por meio de mecanismos aprendidos por repetições sucessivas.

Para avaliar os níveis de construção da noção de multiplicação adotaram-se as quatro condutas propostas por Granell, ou seja:

Conduta I – Corresponde às crianças, que estabelecem correspondência termo a termo, igualando na resposta final o número de fichas ao número de objetos que poderiam ser comprados.

Conduta II – Corresponde às crianças, que aumentam em algumas unidades o resultado final devido a uma consideração intuitiva da correspondência múltipla, não se importando com a quantificação exata ainda.

Conduta III – Corresponde as crianças, que chegam a um resultado correto por procedimentos aditivos mediante adições sucessivas, sem nenhuma antecipação do número de ações a fazer. Para isso correspondem os conjuntos de fichas (preço dos objetos) a cada objeto a ser comprado (correspondendo muitos para cada um a cada elemento sucessivamente), chegando ao resultado final correto por meio de adições sucessivas.

Conduta IV – Corresponde às crianças, cujos procedimentos mostram antecipação da quantidade de fichas que seriam necessárias, sem nenhuma verificação empírica, alcançando o resultado final mentalmente.

Para a segunda situação a noção da divisão também Granell apresentou quatro condutas:

Conduta I - Corresponde às crianças que afirmam não poderem comprar nenhuma outra coisa, ou somente objetos que custam 1 real, não admitindo a possibilidade de fazer diferentes composições nem mesmo com conjuntos equivalentes.

Conduta II – a criança tenta operar com conjuntos equivalentes, mas ainda não existe uma compensação exata entre o número de conjuntos e o número de elementos de cada conjunto dentro do mesmo todo. Parece haver um início de tomada de consciência de que se comprar mais objetos tem que ser mais baratos e vice-versa, sem que se chegue a uma quantificação exata. A criança não percebe a necessidade de coordenação entre as três variáveis: multiplicando, multiplicador e resultado final.

Conduta III – a criança não é capaz de fazer antecipações corretas, mas chega a uma solução por meio de tentativas que pode começar desde um tateio assistemático, compreendendo algumas propriedades, até um tateio sistemático, com todas as possibilidades de distribuição do todo.

Conduta IV – Corresponde às crianças que antecipam as possíveis composições do todo com os respectivos conjuntos equivalentes por meio de operações mentais, sem necessariamente se basear em comprovações empíricas.

O resultado da prova, bem como as condutas encontradas, poderemos ver a seguir, conforme tabela em anexo.

Hipóteses e questões a investigar.

No processo de seu desenvolvimento, a criança vai, criando várias relações entre os objetos e coordenando, de forma cada vez mais complexa, essas relações, o que lhe permite construir os conceitos matemáticos, ou seja, raciocinar empregando princípios lógicos.

Essa capacidade se manifesta pela presença das noções de conservação, seriação, e classificação no comportamento da criança, os quais são necessários para a compreensão da adição, multiplicação, divisão e subtração.

Essas noções evidenciam a presença das estruturas lógicas elementares no pensamento do sujeito que são considerados por Piaget, essenciais para aprendizagem de noções aritméticas e outros conteúdos existentes na escola fundamental.

Portanto uma das nossas hipóteses é que existe relação entre o nível de operatoriedade e a construção da noção de multiplicação.

O fracasso escolar é facilmente percebido por professores que constatarem que em sua classe há alunos que não aprendem, embora não apresentem nenhuma patologia e nenhum déficit mental. Este fracasso está, em grande parte, relacionado a gênese da noção de multiplicação e a construção das estruturas do pensamento.

Portanto a nossa segunda hipótese é a de que o desempenho escolar não reflete o nível de operatoriedade das crianças e nem tampouco a noção de multiplicação.

Problema:

Podemos indagar existir relação entre o pensamento operatório e o desempenho escolar? Ou ainda entre o desempenho escolar e a noção de multiplicação?

O fato de alguns educadores não levarem em conta a psicogênese das operações aritméticas elementares nem tão pouco os processos cognitivos pode fazer diferença na aquisição da noção de multiplicação e qual a influência sobre o desempenho escolar se existir?

E quanto a noção de multiplicação. Qual a relação desta com a operatoriedade? Existe correlação?

E qual a correlação que existe entre o desempenho escolar, o comportamento operatório e a noção de multiplicação? Será que sujeitos com alto nível de operatoriedade, alcançam também altos níveis de noção de multiplicação? E alto nível de desempenho escolar?

Estas são algumas perguntas que pretendemos responder com esta pesquisa

Apresentação e discussão dos resultados.

Parte I – Análise quantitativa:

Após a aplicação das provas piagetianas para determinação do comportamento operatório e a prova da noção de multiplicação e divisão de Granel, realizou-se uma análise qualitativa dos resultados. Um dos nossos interesses é saber se existe uma relação significativa entre: Nível de psicogênese da noção de multiplicação, desempenho escolar e desenvolvimento cognitivo. Para isso foi realizada a análise estatística, considerando os alunos em geral e por série que teve por objetivos.

A análise consiste nos seguintes itens, considerando os alunos em geral e por série:

- a) Analisar a correlação linear entre Desempenho Escolar, Noção de Multiplicação e Comportamento Operatório.
- b) Analisar o desempenho escolar versus operatoriedade.

1. Gráfico para o desempenho escolar por classificação da operatoriedade.
 2. Teste da diferença média para o desempenho escolar nas duas classificações.
- c) Analisar o desempenho escolar versus noção de multiplicação.
1. Gráfico para o desempenho escolar por classificação da noção de multiplicação
 2. Teste da diferença média para o desempenho escolar nas classificações da noção de multiplicação.
- d) Analisar o nível de operatoriedade versus noção de multiplicação.
1. Tabela apresentando a distribuição das crianças nos diversos níveis da noção de multiplicação e seu nível de operatoriedade.
 2. Teste da associação entre os níveis da noção de multiplicação e o nível de operatoriedade.
- e) Analisar a noção de multiplicação segundo as situações 1 e 2.
1. Tabela apresentando a distribuição das crianças nos diversos níveis da noção de multiplicação nas duas situações.
 2. Teste da associação entre os níveis da noção de multiplicação nas duas situações.

Na tabela a seguir, estão registrados os dados referentes à caracterização do nível intelectual, da noção de multiplicação e do desempenho escolar de todas as crianças. Esta visa apresentar dados que comprovem ser a operatoriedade condição necessária, para a conquista da noção de multiplicação. A avaliação do desenvolvimento cognitivo foi realizada com as provas de conservação de quantidades descontínuas (fichas) e contínuas (massa e líquido), de classificação (coleção de flores e frutas) e de seriação (ordenação de bastonetes). A avaliação da noção de multiplicação foi realizada através da situação 1 (multiplicação) e situação 2 (divisão).

Na última coluna, aparece o desempenho escolar, cujo registro corresponde à média anual em matemática.

1.0 Caracterização do Comportamento Operatório, da Noção de Multiplicação e do Desempenho Escolar.

Tabela 1

PROVAS PARA O DIAGNÓSTICO OPERATÓRIO									RESULTADO BRUTO			AVALIAÇÃO NOÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO		DESEMPENHO ESCOLAR
Sujeitos	Idade	Serie	CQC	CQD LÍQUIDO	CQD MASSA	CLASSE FRUTAS	CLASSE FLORES	Seriação	Pré-Opera-tório	Tran-sição	Operatório Concreto	Situação 1	Situação 2	
1- CAR	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	4,5
2 – IOL	12	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
3 – SAM	12	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	3	10
4 – DEB	8	3ª	T	+	+	+	+	+		T 5.5		3	3	4,5
5 – CAT	9	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
6 – EDU	8	3ª	T	+	+	+	+	-		T4.5		3	3	8,3
7 – JUL	9	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	7,8
8 – PRI	11	5ª	+	+	T	+	+	+		T5.5		3	3	7,3
9 – ALA	12	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	3	8,3
10 – MAR	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	7
11 – EMY	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	6,3
12 - DHI	12	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	4	7
13 – CAI	8	3ª	+	+	T	+	+	+		T5.5		3	4	10
14 – ROD	9	3ª	T	+	+	T	T	T		T4		2	2	10
15 – NAT	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	8,3
16 – MAR	12	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	9
17 – DEB	8	3ª	+	+	+	+	+	T		T5.5		4	4	10
18 – JOA	9	3ª	+	T	+	+	+	T		T5		3	3	9
19 – PAM	9	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	10
20 – REN	8	3ª	T	-	-	-	-	-		T0.5		1	0	7
21 – CAR	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	9,5
22 – CRI	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	4	10
23 – ERI	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	4	10
24 – JES	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	10
25 – DIE	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
26 – MAR	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	7
27 – REN	8	3ª	-	-	-	-	-	-	0			1	0	5
28 – ALE	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	10
29 – ANT	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	3	9,2

30 – CLA	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	9,2
31 – ANE	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
32 – FAB	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	10
33 – ROB	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
34 – FER	9	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	10
35 – DAN	9	3ª	T	+	+	-	-	+		T3,5		3	3	10
36 – FEL	9	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	10
37 – DAY	11	5ª	+	+	T	+	+	+		T5,5		4	3	9
38 – ETI	12	5ª	+	+	+	+	+	T		T5,5		4	4	8,8
39 – HEL	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
40 – DEB	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	8,5
41 – SAM	9	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	10
42 – FEL	8	3ª	+	+	T	+	+	+		T5,5		3	3	9,5
43 – KAU	9	3ª	+	+	+	T	T	T		T4,5		3	3	9,5
44 – RAF	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	10
45 – ERI	9	3ª	+	+	T	+	+	+		T5,5		4	3	10
46 – FAB	10	5ª	T	+	T	+	+	+		T5		3	4	10
47 – TAL	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	3	4	10
48 – CLA	11	5ª	+	+	T	+	+	+		T5,5		4	4	4,5
49 – BAR	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
50 – HEL	9	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
51 – DEY	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
52 – ANG	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	3	10
53 – JOS	9	3ª	T	+	T	+	+	+		T5		3	3	8,8
54 – ING	9	3ª	T	+	+	-	-	T		T3		4	4	1,0
55 – GLE	10	5ª	T	+	T	+	+	+		T5		4	3	9,5
56 – MAR	10	5ª	T	+	+	+	+	+		T5,5		4	4	7,5
57 – JON	11	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
58 – MAR	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	9,5
59 – AND	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	3	9,5
60 – LUC	10	5ª	+	+	+	-	-	T		T3,5		4	4	9,2
61 – PAU	11	5ª	T	+	T	+	+	T		T4,5		3	3	9,2

62 – DAN	11	5ª	+	+	+	-	-	T		T3,5		4	4	10
63 – RAQ	10	5ª	+	+	+	T	T	+		T5		4	4	10
64 – MAR	11	5ª	T	+	+	+	+	+		T5,5		4	3	10
65 – ALI	8	3ª	+	+	+	-	-	+		T4		4	4	10
66 – JAQ	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
67 – ICA	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	6,0
68 – EDU	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	6,0
69 – RAF	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	10
70 – ROS	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	3	7,2
71 – WIL	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	9,6
72 – ALI	8	3ª	+	+	+	-	-	T		T3,5		3	2	9,6
73 – BRU	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	9,9
74 – TAT	8	3ª	+	+	T	+	+	T		T5		4	3	2,0
75 – CAR	10	5ª	T	+	+	+	+	T		T5		4	4	6,3
76 – DOU	10	5ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	6,8
77 – JUL	8	3ª	T	+	+	+	+	+		T5,5		3	4	9,5
78 – YAS	9	3ª	T	T	T	+	+	T		T4		3	3	7,5
79 – ROG	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	3	8,5
80 – GUS	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	4	7,3
81 – MAY	9	3ª	+	+	T	+	+	T		T5		4	4	9
82 – CAR	9	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	9,5
83 – WIL	10	5ª	T	+	+	+	T	T		T4,5		3	4	10
84 – JES	10	5ª	+	+	+	+	+	T		T5,5		4	4	10
85 – BRI	8	3ª	T	+	+	-	-	T		T3		4	3	10
86 – FER	8	3ª	T	+	+	T	T	-		T3,5		3	3	10
87 – CAR	8	3ª	T	+	+	+	+	+		T5		3	3	10
88 – TAM	11	5ª	T	+	T	+	+	+		T5		4	4	10
89 – AMA	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	4	3	10
90 – IGO	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	9,5
91 – BIA	8	3ª	+	+	+	+	+	+			6	3	3	10

Legenda: + = 1; CQC = Conservação das quantidades Contínuas; CQD = Conservação das quantidades Descontínuas;
 - = 0; Classe = Classificação Frutas – Flores

Obs.: Na situação 1 e 2 da noção de multiplicação, a numeração abrange os níveis de 1 ao 4 sendo $1 < 2 < 3 < 4$

A tabela anterior apresenta os resultados de todos as crianças quanto ao diagnóstico operatório, a avaliação da noção de multiplicação e o desempenho escolar. Na tabela 2 estes mesmos dados são classificados quanto à idade.

Tabela 2

IDADE	NÍVEL INTELECTUAL					NOÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO								DESEMP. ESCOLAR			TOT AL
	Pré- Oper.	Transição			Oper. Conc.	SITUAÇÃO 1				SITUAÇÃO 2				NOTAS			
		T1	T2	T3		I	II	III	IV	I	II	III	IV	-5	5 a 7	8 a 10	
8 - 9	1			14	15	2	0	13	14	0	1	15	11	1	5	24	30
9 - 10	0			7	9	0	1	11	5	0	1	12	4	0	1	15	16
10 - 11	0			8	13	0	0	6	15	0	0	3	18	0	5	16	21
11 - 12	0			6	12	0	0	9	9	0	0	12	6	2	3	13	18
12 - 13	0			1	5	0	0	1	5	0	0	2	4	0	1	5	6
Total	1			36	54	2	1	40	48	0	2	44	43	3	15	73	91
%	1			40	59	2	1	44	53	0	2	49	48	3	16	80	
					91				91				89			91	

Do total de crianças 59% são operatórias enquanto 40% estão em transição e somente 1% é pré-operatório. A maioria das crianças em transição ou operatórias encontra-se na idade entre 8 e 9 anos, totalizando 31% das crianças, seguida de 23% entre 10 e 11 anos, 19% entre 11 e 12 anos, 17% entre 9 e 10 anos, e somente 6% das crianças operatórias ou em transição estão entre 12 e 13 anos, sendo que nesta faixa etária somente 1 criança se encontra em transição.

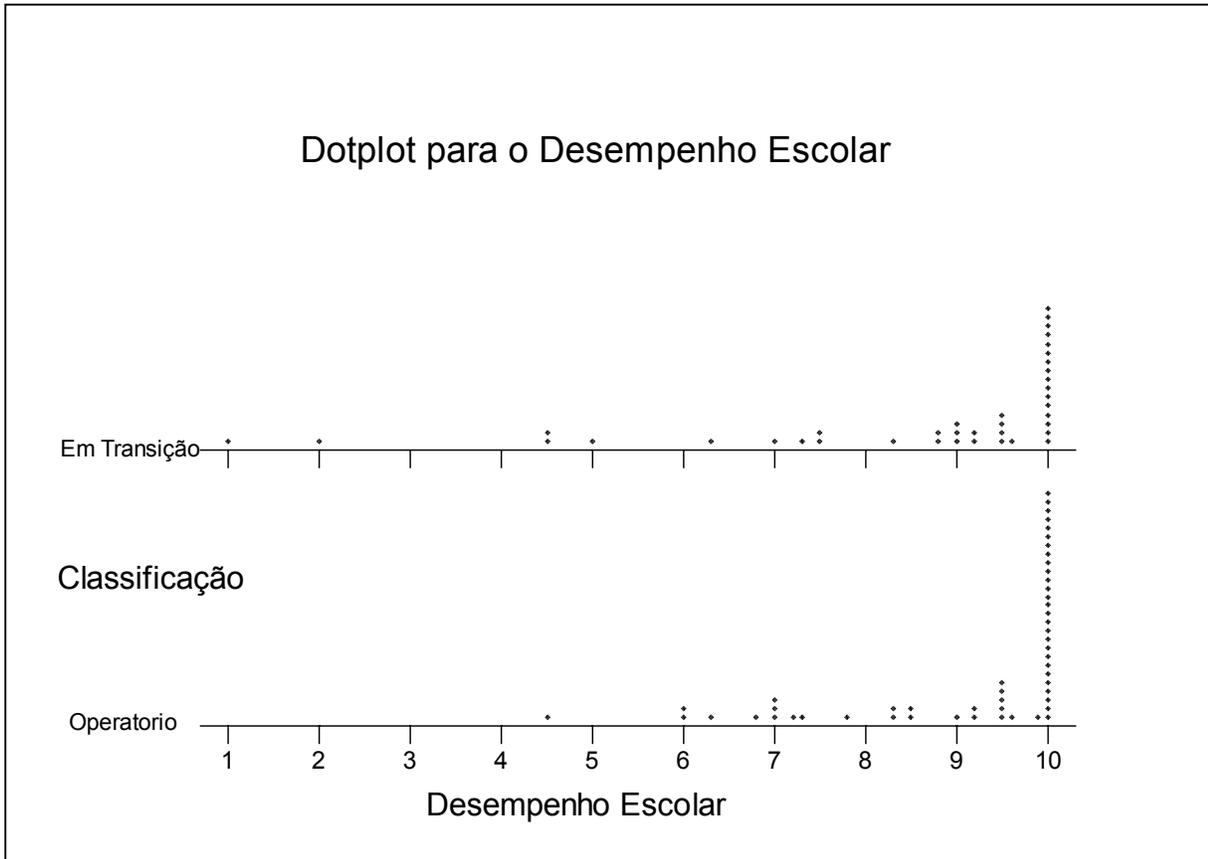
Quanto ao desempenho escolar 80% das crianças têm notas entre 8 e 10, 15% tem notas entre 5 e 7 e apenas 3% têm notas menores que 5. A maioria demonstra sucesso.

2.0 Análise do desempenho escolar e a operatoriedade

Pela observação do gráfico 1 Dotplot (Gráfico de Pontos), é possível visualizar a relação entre desempenho escolar por classificação da operatoriedade.

O desempenho escolar é semelhante nas duas classificações de operatoriedade (Em Transição e Operatório)

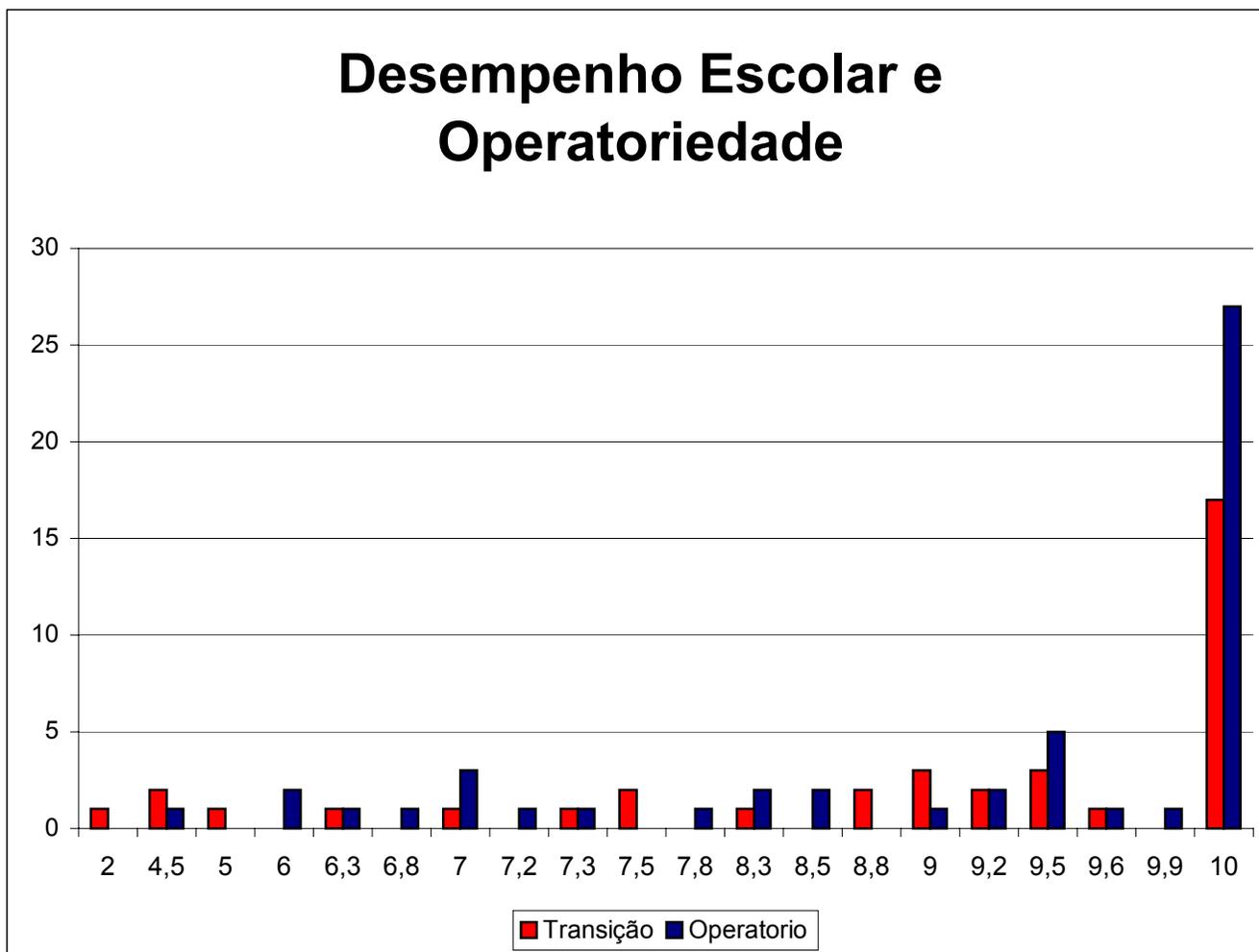
Gráfico 1



Cada ponto acima no gráfico representa uma criança, podemos notar que as crianças se concentram basicamente nos mais altos níveis de desempenho escolar nos dois grupos. A tabela 2 apresenta o desempenho médio em cada classificação e por série, indicando não haver diferenças significativas entre as crianças que se encontram em cada uma das classificações.

O mesmo gráfico acima quando transformado em gráfico de barras apresenta a seguinte configuração.

Gráfico 2



No gráfico 2 aparecem as informações quanto à operatoriedade e ao desempenho escolar.

O desempenho escolar é semelhante nas duas classificações de operatoriedade (em transição e operatório). Esses dados talvez possam ser explicados pelo fato de a escola não considerar os processos cognitivos envolvidos na construção do conhecimento os quais, geralmente, são confundidos com o que o aluno é capaz de reter na memória. Ora, a capacidade mnemônica é quase igual nas crianças em transição e operatórias. Se a escola só faz apelo aos dados retidos na memória, é muito provável que essas crianças apresentem desempenhos semelhantes.

3.0 Desempenho escolar por nível da noção de multiplicação na situação 1 (multiplicação)

Na tabela 3, encontram-se os resultados do Teste da diferença média para o desempenho escolar nas classificações da noção de multiplicação. Observando-se a referida tabela, verifica-se que considerando-se a totalidade das crianças, não existe diferença significativa (t -student = 0.70 ; p -valor= 0.48) entre o desempenho médio escolar das crianças que se encontravam no nível 3 (média=9.0) e nível 4 (média=8.7) das noções de multiplicação. Isto ocorreu também (não há diferença) ao analisarmos separadamente o comportamento das crianças da 3ª série (t -student = 0.59 ; P -Valor= 0.56) e 5ª Série (T -Student = 0.10 ; P -Valor= 0.92).

Tabela 3

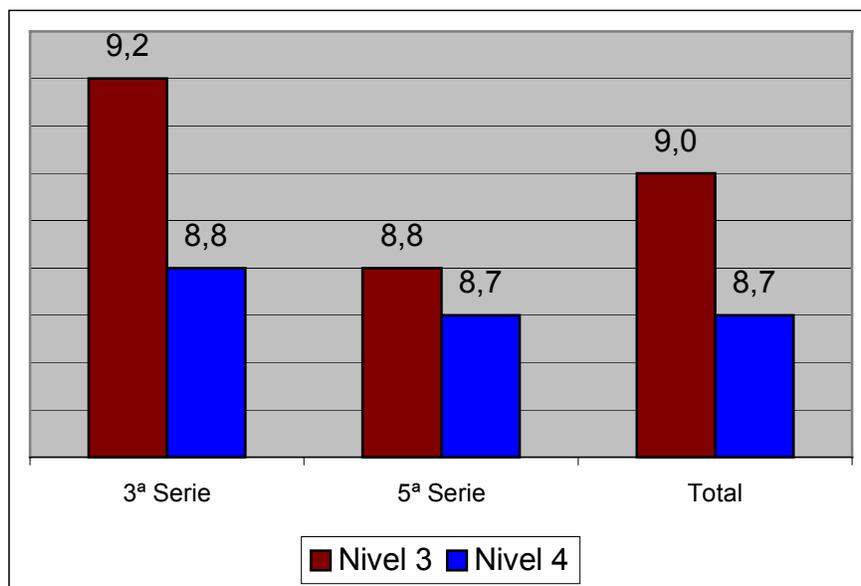
NÍVEL DA NOÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO		3ª	5ª	TOTAL
Nível 3	<u>Média</u>	9.2	8.8	9.0
	D.P.	1.3	1.6	1.4
NÍVEL 4	MÉDIA	8.8	8.7	8.7
	D.P.	2.7	1.6	2.1
TOTAL	MÉDIA	8.9	8.7	8.8
	D.P.	2.1	1.6	1.8

D.P. = DESVIO PADRÃO+

Obs: foram excluídas as três crianças que estavam nos níveis 1 e 2, porque não são representativas do ponto de vista estatístico.

Não existe associação entre o desempenho médio escolar das crianças estudadas e o nível obtido por elas nas noções de multiplicação (situação 1). Essa mesma tabela transformada apresentada em gráfico de barras apresenta a seguinte configuração.

Gráfico 3



Se considerarmos a totalidade das crianças, não existe diferença significativa entre o desempenho médio escolar das crianças que se encontravam no nível 3 cuja média = 9.0 e nível 4 com média = 8.7 das noções de multiplicação. Isto ocorreu também quando foi analisado separadamente o comportamento das crianças da 3ª série. Sendo que o nível 3 é uma conduta que antecede o nível 4, os alunos têm um desempenho médio superior. Isso parece indicar que a escola concebe a multiplicação separada dos processos de abstração reflexiva, uma vez que na conduta 3 predomina as compensações Beta, em que o tipo de abstração embora seja reflexiva, se apóia na constatação empírica.

A partir destes, concluímos que não existe associação entre o desempenho médio escolar dos sujeitos estudados e o nível obtido por elas na noção de multiplicação (situação I).

4.0 Desempenho escolar por nível da noção de multiplicação na situação 2 (divisão)

A tabela 4 expressa os resultados do Teste da Diferença Média para o desempenho escolar nas classificações da noção de multiplicação.

Considerando a totalidade das crianças da amostra, diferença significativa (t-student = -0.13 ; p-valor= 0.90) entre o desempenho médio escolar das crianças que se encontravam no nível 3 (média=8.8) e nível 4 (média=8.9) das noções de multiplicação. Isto ocorreu também (não há diferença) ao analisarmos separadamente o comportamento das crianças da 3ª série (t-student = -0.07 ; p-valor= 0.94) e 5ª série (t-student = -0.40 ; p-valor= 0.69).

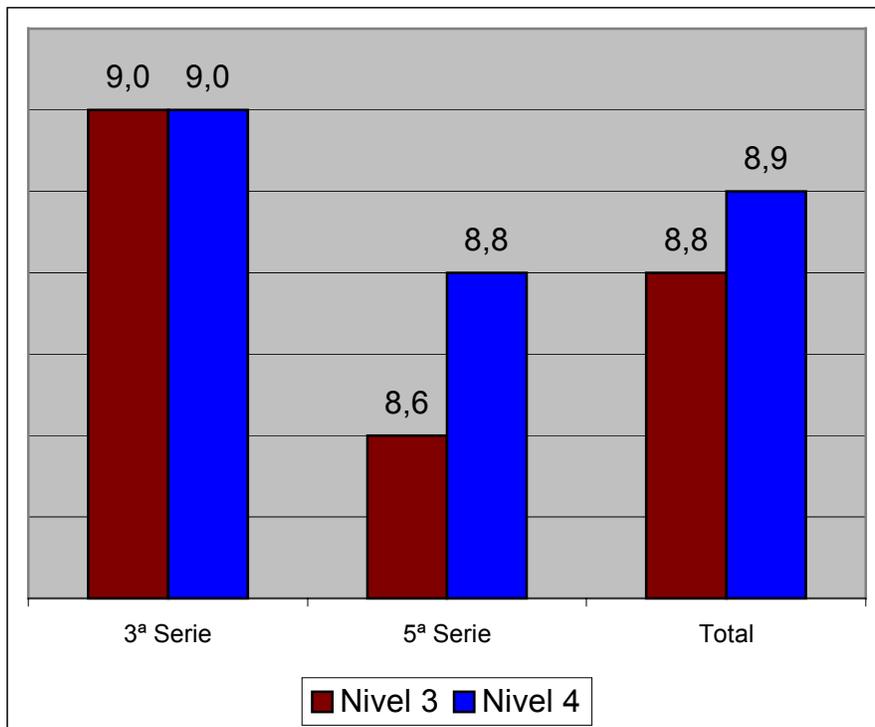
A partir desses dados conclui-se que não existe associação entre o desempenho médio escolar das crianças estudadas e o nível obtido por elas nas noções de multiplicação na situação 2.

Tabela 4

NÍVEL DA NOÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO		3 ^{AS} SÉRIES	5 ^{AS} SÉRIES	TOTAL
Nível 3	<u>Média</u>	9.0	8.6	8.8
	D.P.	1.9	1.5	1.7
NÍVEL 4	MÉDIA	9.0	8.8	8.9
	D.P.	2.4	1.7	2.0
TOTAL	MÉDIA	8.9	8.7	8.8
	D.P.	2.1	1.6	1.8

D.P. = DESVIO PADRÃO

Gráfico 4.



obs. Foram excluídas as quatro crianças que estavam nos níveis 0 e 2, porque não são representativas do ponto de vista estatístico.

5.0 Desempenho escolar das crianças por nível de operatoriedade e séries.

O desempenho escolar por nível de operatoriedade e séries foi comprovado pelo Teste da diferença média entre o desempenho escolar nas duas classificações. Não existe, na totalidade das crianças, diferença significativa ($t\text{-Student} = 1.35$; $p\text{-valor} = 0.18$) entre o desempenho escolar médio das crianças com nível de operatoriedade em transição (média = 8.5) e aquelas já com nível operatório (média = 9.1). Isto pode ser observado também nas crianças que se encontram na quinta série.

Já entre as crianças da terceira série, há uma performance significativamente menor ($t\text{-Student} = 2.11$; $p\text{-valor} = 0.045$) entre o desempenho escolar médio das crianças com nível de operatoriedade em transição (média = 8.3) e aquelas já com nível operatório (média = 9.5).

No geral o desempenho escolar das crianças estudadas, não difere entre as séries, nem por nível de operatoriedade (operatório ou em transição). Podemos dizer então, neste caso, que não existe associação entre o desempenho escolar medido e a operatoriedade, provavelmente devido a uma incorreta medição no desempenho escolar.

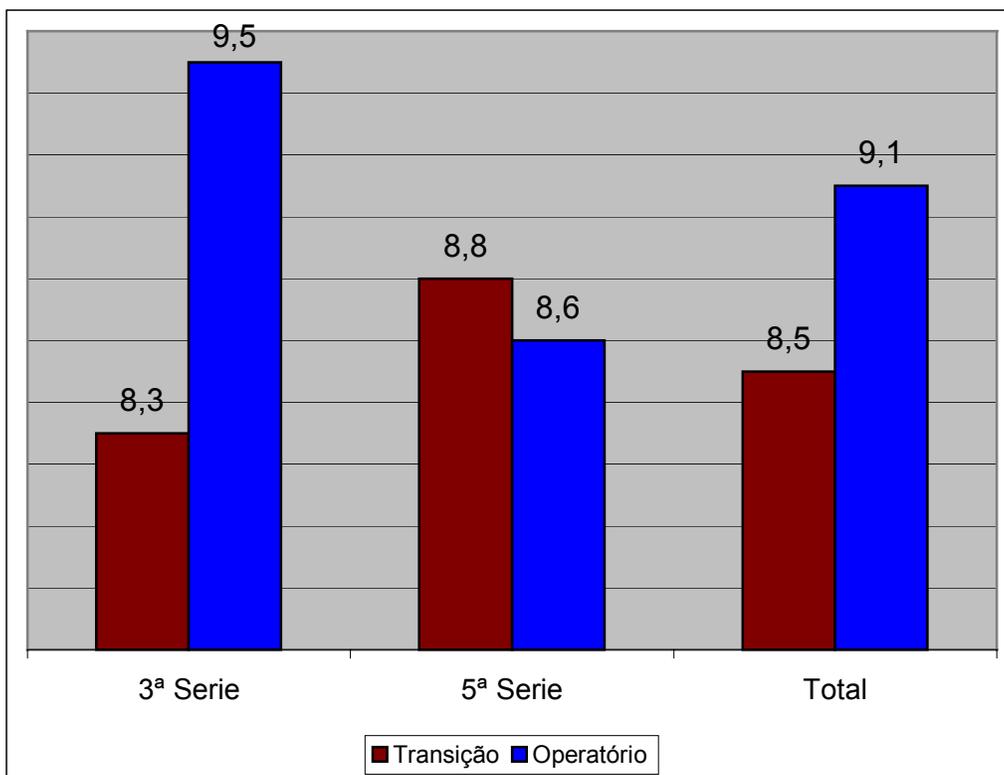
O que observamos é que o desempenho escolar dos sujeitos estudados não difere entre as séries, nem mesmo por nível de operatoriedade seja em transição ou operatório.

Tabela 5

NÍVEL DE OPERATORIEDADE		3 ^{AS} SÉRIES	5 ^{AS} SÉRIE	TOTAL
Em Transição	<u>Média</u>	8.3	8.8	8.5
	D.P.	0.9	1.6	2.3
OPERATÓRIO	MÉDIA	9.5	8.6	9.1
	D.P.	2.6	1.6	1.4
TOTAL	MÉDIA	8.9	8.7	8.8
	D.P.	2.1	1.6	1.8

D.P. = DESVIO PADRÃO

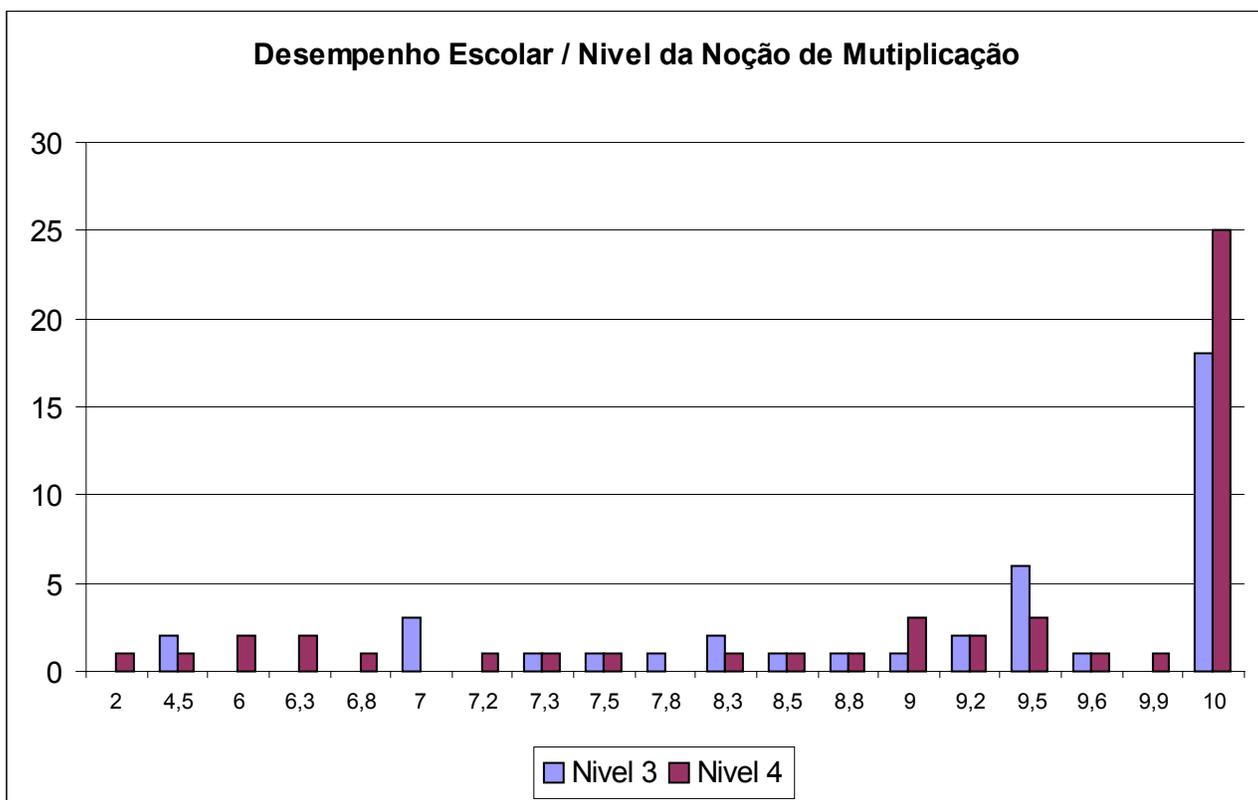
Gráfico 5



6.0 Desempenho escolar por nível de classificação na noção de multiplicação (situação 1 multiplicação).

Pela observação do gráfico 6, pode-se constatar que salvo três sujeitos que se encontravam nos níveis 1 e 2, todos os demais encontravam-se nos níveis 3 e 4 das noções de multiplicação e com desempenhos escolares semelhantes. A concentração maior de alunos está nas notas acima de 8, sendo que predomina a nota 10, tanto nos alunos que estão no nível 3, como os que estão no nível 4.

Gráfico 6

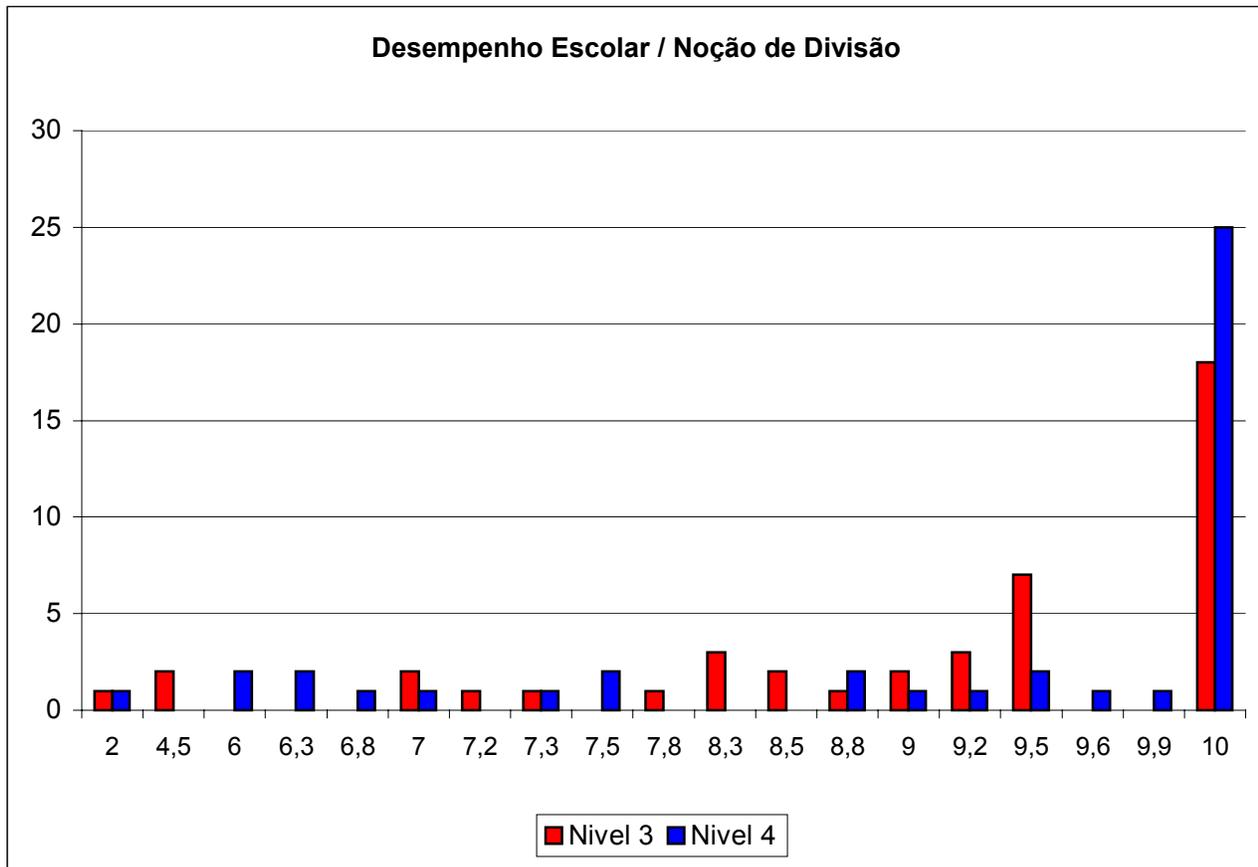


7.0 Desempenho escolar por nível de classificação na noção de multiplicação – (situação 2 Divisão)

Pelo gráfico 7 apresentado a seguir, podemos verificar que salvo 4 sujeitos que se encontravam nos níveis 1 e 2, todos os demais encontravam-se nos níveis 3 e 4 das noções de multiplicação e com desempenhos escolares bem semelhantes.

A semelhança da multiplicação, os alunos se concentram nas maiores notas.

Gráfico 7



8.0 Análise da Operatoriedade e a Noção de Multiplicação:

O gráfico 8 e a tabela 6 abaixo apresentam a distribuição dos sujeitos nos diversos níveis da noção de multiplicação e o nível de operatoriedade.

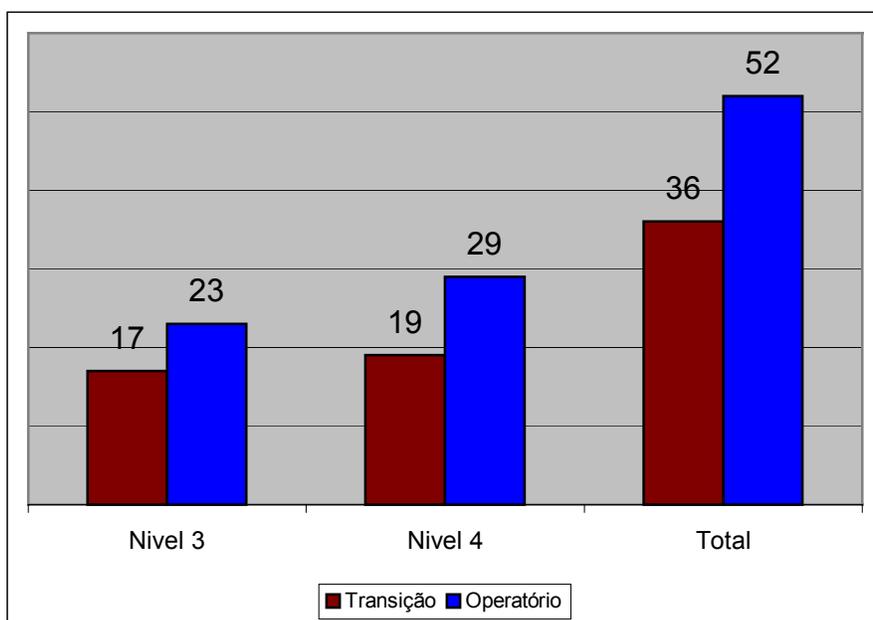
Situação 1 (Multiplicação)

Tabela e gráfico apresentando a distribuição dos sujeitos nos diversos níveis da noção de multiplicação (situação 1) e seu nível de operatoriedade.

Tabela 6

NÍVEL DE OPERATORIEDADE	Noção de Multiplicação (situação 1)		
	NÍVEL 3	NÍVEL 4	TOTAL
<i>Em transição</i>	17	19	36
OPERATÓRIO	23	29	52
TOTAL	40	48	88

Gráfico 8



Os resultados do Teste Qui-quadrado (teste $\chi^2 = 0.08$; p-valor = 0.78) demonstram que não existe associação entre a classificação da operatoriedade e as noções de multiplicação (situação 1).

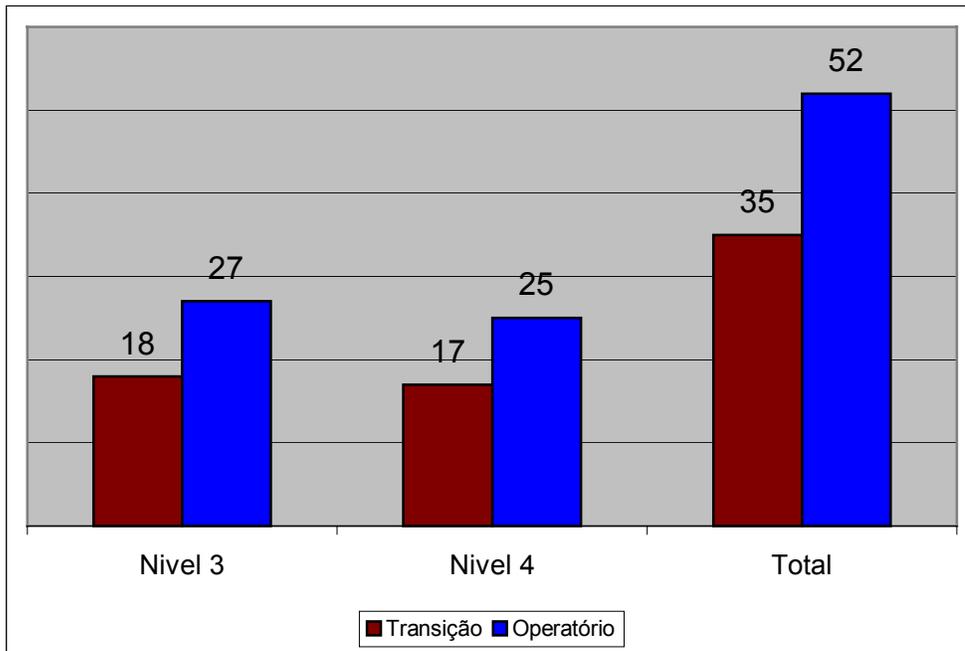
Situação 2 (divisão)

A tabela 7 e o gráfico 9 apresentam a distribuição dos sujeitos nos diversos níveis da noção de multiplicação (situação 2) e seu nível de operatoriedade. O teste Qui-quadrado indica que a hipótese de nulidade não deve ser rejeitada (teste $\chi^2 = 0.002$; p-valor = 0.964. Isso significa que não existe associação entre a classificação da operatoriedade e as noções de multiplicação (situação 2)

Tabela 7

NÍVEL DE OPERATORIEDADE	Noção de Multiplicação (situação 2)		
	NÍVEL 3	NÍVEL 4	TOTAL
<i>Em transição</i>	18	17	35
OPERATÓRIO	27	25	52
TOTAL	45	42	87

Gráfico 9



Um número significativamente maior de sujeitos em transição e operatórios, 88 na situação 112 e 87 na situação 2, chegou aos níveis mais altos da noção de multiplicação, ou seja, as condutas 3 e 4. As crianças operatórias representam um número maior na conduta 4, tanto na situação 1, como na situação 2. Conclui-se, portanto, que o nível de operatoriedade é decisivo para os níveis mais altos da noção de multiplicação, evidenciando que a operatoriedade é condição necessária para a aquisição da noção de multiplicação. Piaget (1995) assegura que:

não obstante a aprendizagem escolar das operações aritméticas, a criança, em geral, somente consegue com bastante lentidão assimilar as relações de inversão que caracterizam a adição e a subtração e, sobretudo a multiplicação e a divisão.(p.43).

9.0 Análise da noção de multiplicação segundo as duas situações:

Nas tabela 8 e gráfico 10 pode-se observar o caso dos quatro sujeitos que apresentaram níveis baixos na noção de multiplicação e destes, 3 também apresentaram baixa performance na situação 1.

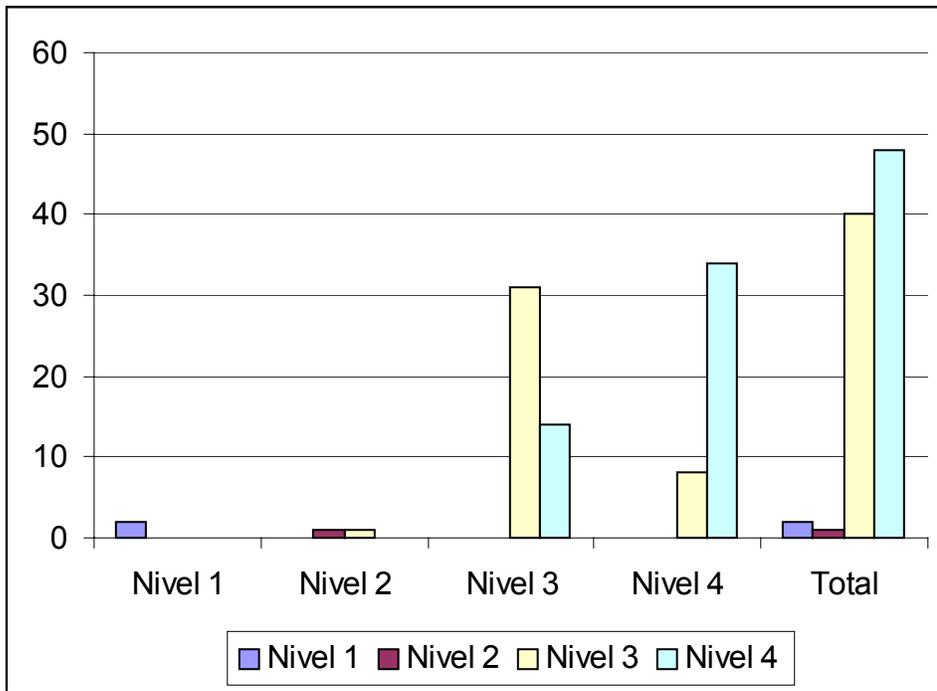
Pela tabela, verifica-se que existe associação entre a performance das crianças nas duas situações, ou seja, sujeitos com alto nível de noção de multiplicação numa situação, tendem a ter alto nível na outra situação.

A partir dos resultados do teste estatístico empregado verificamos, que existe associação ($\chi^2=21.8$; p-valor < 0.001) entre a performance das crianças nas duas situações, isto é, crianças com alto nível de noção de multiplicação numa situação tende a ter alto nível na outra situação.

Tabela 8

NOÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO (SITUAÇÃO 1)	Noção de Multiplicação (situação 2)				
	NÍVEL 0	NÍVEL 2	NÍVEL 3	NÍVEL 4	TOTAL
Nível 1	2	0	0	0	2
NÍVEL 2	0	1	0	0	1
NÍVEL 3	0	1	31	8	40
NÍVEL 4	0	0	14	34	48
TOTAL	2	2	45	42	91

Gráfico 10



10.0 Conclusão geral da análise estatística

O desempenho escolar demonstrou não ser um bom preditor do conhecimento do aluno com relação a noção de multiplicação, ou seja, sujeitos com altas performances no desempenho escolar não necessariamente apresentaram melhores noções de multiplicação. Os níveis de operatoriedade se mostraram estatisticamente significativos associados a melhores noções de multiplicação. Ou seja, a fim de prever se uma criança tem a noção de multiplicação é recomendável verificar o nível de operatoriedade em que a criança se encontra, que sua performance escolar.

Foi verificado que existe uma significativa correlação linear entre a performance dos sujeitos nos níveis de operatoriedade e nos níveis obtidos na situação 1 da noção de multiplicação. Isto é, sujeitos com altos níveis de operatoriedade apresentam altos níveis nas noções de multiplicação, tanto na situação 1 como na situação 2. A correlação linear entre os níveis apresentados de operatoriedade e o desempenho escolar é baixa. Não existe associação linear estatisticamente

significante entre o desempenho escolar e os níveis obtidos nas noções de multiplicação medidos na situação 1 e situação 2

Conclui-se, pois, que os níveis de operatoriedade funcionam como preditores dos níveis obtidos nas noções de multiplicação, ou seja, crianças com altos níveis de operatoriedade tendem a obter altos níveis nas noções de multiplicação e vice-versa. Enquanto que o desempenho escolar não serve como preditor dos níveis nas noções de multiplicação, pois temos crianças com alto desempenho escolar e baixíssima performance nas noções de multiplicação, assim como crianças com baixo desempenho escolar e alta performance nas noções de multiplicação.

Parte II – Análise qualitativa:

Para verificar em que níveis se encontravam as crianças de nossa pesquisa quanto a noção de multiplicação e divisão, foi aplicada a prova de Granell. Ao construir essa noção a criança passa por fases evolutivas, como veremos a seguir.

1 - Na primeira fase a criança não consegue realizar a correspondência termo a termo, fazendo somente uma “*comparação global*” (Piaget 1971 p.290). “*Em vez de pensar numa duplicação precisa, os sujeitos dessa fase, sentem simplesmente a necessidade do aumento global e limitam-se a tentar, ao acaso, um número qualquer*”, sendo incapaz de julgar que duas coleções correspondem-se entre si quando correspondem a uma terceira. Não realizando assim a multiplicação numérica. “*Se limitam a uma avaliação arbitrária do aumento e falta-lhes a consciência da duplicação*” (idem p.292).

Podemos verificar esta realidade em um dos sujeitos de nossa pesquisa.

REN (8,11)A experimentadora disse: coloque na frente do brinquedo a quantia de dinheiro suficiente, para comprá-lo. Em (4 pentes) **colocou 3 fichas**. Quanto tem aí? **R\$3,00** Mas eu gostaria de te vender todos estes pentes (4 ao todo) **colocou 5 fichas**. Quanto tem aí? **5 reais**. E com este dinheiro você compra quantos pentes? **4**. Eu quero te vender este ioiô.(custa 4,00) quanto ele custa? **4**. Eu quero te vender todos estes ioiôs. Coloque o dinheiro suficiente para comprar todos estes ioiôs. (5 ioiôs) **colocou 8 fichas**. Quanto de dinheiro você colocou? **R\$8 reais**. Com 8 reais você compra quantos ioiôs? (**Parou, olhou.....contou**.) **5**. Quanto de dinheiro você tem? **8**. Quanto custa cada ioiô? **4**. agora eu gostaria de te vender este apito. Quanto ele custa? **1 real**. Eu gostaria de te vender todos estes apitos. Quanto dinheiro você precisa colocar? **9**

reais E quanto dinheiro você colocou aí? **10**. Agora o que você gostaria de comprar? **Uma motoca**. Ponha o dinheiro suficiente. (**colocou uma ficha**). Quanto custa esta motoca? **9**. E quanto dinheiro você colocou aí? **1**. Esse dinheiro é suficiente para pagar esta motoca? **Não**. Então se você quiser coloque o dinheiro suficiente para pagá-la. Quanto você pôs aí? **9 reais**. Eu gostaria que você colocasse dinheiro suficiente para comprar todas estas motocas (4 ao todo) **12 reais**. Porque você acha que 12 reais é suficiente para comprar todas estas motocas? **porque 9 reais dá para comprar 12 motocas**. E você tem quanto aí? **11 reais**. Com 11 reais você compra quantas motocas? **Não sei**. Quantas motocas você tem aqui? **4 motocas**. E quanto custa cada uma? **9**. Quanto dinheiro você tem? **11 reais**. Eu gostaria de te vender este copo (2) quanto ele custa? **2 reais**. Então ponha o dinheiro suficiente para comprar todos estes (3 ao todo)? **colocou 4 fichas**. Quanto dinheiro tem aí? **4 reais**. e dá para você pagar todos estes copos? **dá**. Eu vou colocar o dinheiro e você me diz quanto precisa pôr, mas basta falar, não precisa colocar o dinheiro. Se você fosse comprar este ioiô, quanto dinheiro precisaria colocar? **4** E todos estes (5)? **12**. porque? **Porque são 5 ioiôs**. Como você fez para descobrir que você precisa de 12 reais? **não sei**. Tem mais alguma coisa que você gostaria de comprar? **Este skate (7)** E todos estes skates (5)? **12**. E o que mais? **este carinho (8 reais)** E todos estes carrinhos? (6)**14**. E o que mais? **Estas bonecas (5 reais)** E todas estas (7)? **13**. E todos estes piões (6 reais)? **12**.

REN obteve êxito quando teve de fazer corresponder um conjunto de moedas a um único objeto, mas fracassou quando tentou corresponder “n” conjuntos de moedas a vários objetos, cujo preço era o mesmo. Nesse caso ele realizou a correspondência termo a termo ao invés de fazer corresponder “muitos para um” aos demais objetos. Ele fez a equivalência do conjunto de objetos ao conjunto de moedas sem chegar a um valor real. Ele agiu conforme a descrição de Piaget, se limitou a uma avaliação arbitrária do aumento. Somava ao número de objetos colocados o valor do objeto. Se o objeto custava 7 reais e era colocado 4 objetos sobre a mesa, ele simplesmente somava $7 + 4$ e dava 11 como resultado.

Ren está na 3ª série e o seu aproveitamento escolar na segunda série foi de 7 como média global, no entanto, percebemos que ele está preso ao objeto, não conseguiu desprender-se da ação apoiando-se sobre o aspecto figurativo e valendo-se de procedimentos empíricos. Embora esteja na terceira série e com bom rendimento acadêmico ele é pré-operatório, não coordena as ações sobre os observáveis e não tem reversibilidade de pensamento. Isso mostra que a escola não percebeu que o seu “desempenho” é mecânico, destituído de compreensão, embora ele já tenha “estudado” conteúdos

aritméticos envolvendo adição, multiplicação e divisão. Ou seja, o fazer não levou ao compreender, não ocorrendo tomada de consciência. Certamente que o seu conhecimento de multiplicação restringia-se a habilidade de efetuar operações gráficas de multiplicação e divisão por meio de mecanismos aprendidos e fixados por sucessivas repetições porque segundo Piaget (1975) a reversibilidade completa, que caracteriza os mecanismos operatórios, permite uma organização de estruturas em totalidades ou sistemas de conjunto, o que confere à inteligência a possibilidade de raciocinar, não somente sobre os estados, mas sobre as transformações sucessivas que conduzem de uma configuração a outra. (p. 376) O aspecto operativo do pensamento é relativo às transformações e se dirige, assim, a tudo o que modifica o objeto, a partir da ação até às operações.

2 - Na Segunda fase, as crianças já sabem efetuar uma correspondência termo a termo, mas nem por isso acreditam na equivalência durável das coleções correspondentes, se limitam a constatar intuitivamente. Até chegam a resolver o problema da duplicação mas não por operação. *”Tateiam e descobrem o resultado pela própria correspondência, a qual são pouco a pouco levados a tornar múltipla.”(Piaget 1971 p.293)*

Por exemplo:

JOA (9,7) a experimentadora pediu-lhe: Coloque o dinheiro suficiente para comprar este ioiô (4) **colocou 4 fichas**) E se eu quiser te vender todas estes ioiôs (4 ioiôs)? **contou 4 fichas fez um montinho na frente dos ioiôs e falou: 4 desses, depois 4 desses, 4 desses.** Quanto de dinheiro tem aí? **(ele olhou, contou separou 2 ioiôs, pensou.... 8.....12.....16.....20.** como você fez para descobrir que este dinheiro é suficiente? **Eu fiz a conta..** Que conta? **conta de mais.** Como? **Fiz na mente. Fiz 4,8,12, contou novamente.....20.** Agora eu quero te vender este pente (3,00) E todos estes (6 pentes)? **Como havia feito anteriormente foi colocando as fichas na frente dos pentes.** Quanto tem aí? **18.** E como você descobriu que era 18? **Contando.** O que você gostaria de comprar? **Pião.** Eu quero te vender todos estes. Quanto dinheiro você precisaria por? **pensou.....pensou.....foi contando nos dedos... separou os piões e respondeu: 18.** Como você sabe que são 18? **Eu contei.** Que conta você fez? **de mais.** E se fosse comprar todos estes skates? **(Nossa.....Foi contando e separando os skates, contando com os dedos, e com a boca, ao mesmo tempo que ia separando os skates,) 42,00** Como você sabe? **Eu fiz a conta.** Que conta? **de mais.** Que outra coisa você gostaria de comprar? **as motos.** E todas estas quanto custam? **(9 mais 9 é 18.....) 25** Como você fez para descobrir? **Conta de mais.** Além da conta de mais haveria outra conta? **Não.**

O mesmo foi verificado na situação 2 (divisão). JOA continua preso ao material e descobre o resultado pela correspondência muito para um, quer diante de um só elemento, quer para mais de um, por meio de tateios empíricos. JOA realizou adições sucessivas dos conjuntos, mas o fez por adições sucessivas sem nenhuma antecipação e não descobriu o papel do operador multiplicativo. Ele ainda não tomou consciência do número “n” dessas adições de adições. Conforme Piaget (1986) admite: o desenvolvimento das multiplicações é muito mais complexo, porque na multiplicação as partes devem ser iguais entre si e conter o mesmo número de elementos iguais entre si, enquanto que na adição simples, a determinação do todo não exige a igualdade, nem das partes e nem mesmo dos elementos, o que torna a multiplicação mais complexa e comportando quantificações implícitas mais numerosas.(p.72 e 73)

JOA teve compensações do nível Beta, ele integrou a perturbação, houve modificações dentro dos subsistemas, ou seja, na adição, no entanto, a compensação ainda não foi total, pela ausência da reversibilidade de pensamento. A compensação permaneceu parcial. Na realidade JOA chega aos resultados corretos por meio de tentativas, mas não conseguiu realizar operações mentais sem se basear nas comprovações empíricas, portanto, valeu-se de uma abstração pseudo-empírica, para saber o número de skates ele recorreu ao material, contou, separou em montes, até chegar ao resultado.

Situação 2

JOA (9,7) A experimentadora perguntou: O que você gostaria de comprar? **olhou.....separou 2 motocas.** Dá para comprar? **Olhou as motocas, e as fichas e resolveu contar novamente as fichas.** Que outro produto daria para você comprar? **Olhou.....Quanto custa os copos? 2,00. (Parou de olhar para os copos e foi separando as fichas em conjunto de 4) ah! não dá.** Depois **foi separando as fichas de duas em duas. Separou por duas vezes, parou mais uma vez e foi contando. Finalmente respondeu: Dá para comprar apitos. 18.** Será que tem mais alguma coisa? **Não.**

O mesmo quadro encontrado na situação 1 repete-se na situação 2.

Este é um exemplo que ilustra que o sujeito chegou aos resultados corretos por meio de procedimentos empíricos, sem nenhuma antecipação. Certamente que este procedimento é bem mais evoluído do que o descrito anteriormente de REN, porém distante ainda de constituir uma operação de multiplicação. JOA não conseguiu passar da ação à conceituação.

JOA não chegou ao “operador multiplicativo” que indica o número de vezes ou o número de operações a realizar, nas duas situações ela valeu-se do processo aditivo com ajuda do procedimento empírico e contagem nos dedos. Ela chegou a realizar a correspondência um para muitos, quer diante de um só elemento, quer para mais de um, por meio de tateio empíricos; chegando desta forma, por adições sucessivas, ao resultado final; mas sem realizar antecipações.

3 - Na terceira fase, ocorre a composição correta das relações de equivalência e a compreensão imediata das relações de correspondência múltipla e por sua generalização sob a forma de operações multiplicativas. As crianças tornam-se capazes de compor as equivalências e compreendem por combinação as relações. (Piaget 1971 p.297)

Vejamos o exemplo abaixo:

Situação 1

ROB (10,11) A experimentadora disse: Eu gostaria de te vender todos estes skates quanto de dinheiro você precisa? (4 skates). **Foi contando as moedas e amontoando num monte só. 28,00.** Como você descobriu que precisava de 28. **4 X 7 ou 7 X 4.** agora eu gostaria de te vender todos estes ioiôs? (**colocou as fichas em duas pilhas.**) **24,00.** Como você fez para descobrir que dava 24. **6 X 4 ou 4 x 6.** Fiz a pergunta com mais 4 brinquedos e deu-me sempre a mesma resposta. Agora eu quero te vender estas motocas (9,00) 5 motos. Diga-me quanto eu preciso ter? **45.** Como você descobriu? **Eu fiz de um jeito diferente. Aqui tem 9 ,9,9,9,9 ou de outro jeito diferente. Como aqui tem 5 eu faço 50-5 que dá 45. Mas só quando é 9, porque vai ficar faltando 1, como é 5 é 50 – 5.** **Esse é um jeito rápido de fazer.**

Situação 2

A experimentadora perguntou: Qual brinquedo você poderia comprar da loja sem sobrar e nem faltar nenhuma ficha? **Copos.** Quantos você compraria? **9 brinquedos.** Como você fez para descobrir? **Aqui tem 18 moedas e cada copo custa 2, então é 2 X 9 que dá 18.** E o que mais você compraria? **2 motocas.** E o que mais? **6 escovas.** E o que mais? **3 piões.** Como você descobriu? **3 X 6** Daria para comprar mais alguma coisa? **os pentes.** E os skates? **não dá, porque 2 X 7 são 14 e 3 X 7 são 21 que passa de 18.**

ROB demonstrou a reversibilidade de pensamento e coordenou as 3 variáveis: multiplicando, multiplicador e resultado final. Em suas respostas, ele realizou uma compensação exata entre o número de vezes (conjuntos) e o número de elementos de cada conjunto. ROB demonstrou através dos procedimentos adotados que fazia antecipações e utilizava-se da multiplicação ao mesmo tempo. Ele chegou ao resultado correto mentalmente e ao ser perguntado como sabia, respondeu utilizando a operação de multiplicação por meio dos processos de abstração reflexiva. Antecipou sistematicamente os resultados sem necessidade de tateios. Observa-se a antecipação presente e o resultado sendo explicados pelos processos multiplicativos.

A reversibilidade de pensamento também se mostrou evidente quanto à situação 2, pois a compreensão da noção de multiplicação envolve simultaneamente a compreensão da divisão. O que ficou evidenciado na tabela 7 e no gráfico 8 onde crianças com alto nível de noção de multiplicação na situação 1 tende a ter alto nível na situação 2. A reversibilidade aparece nesta etapa do desenvolvimento como uma propriedade das ações do sujeito, que agora pode ser exercida em pensamento, esta mobilidade permite que ações interiorizadas no período anterior possam se desenrolar nos dois sentidos. A ação do sujeito pode ser anulada em pensamento por uma ação orientada em sentido inverso, ou ser compensada por ações recíprocas que pode voltar a ponto de partida, anulando a diferença, e foi exatamente isso que ROB fez. Ele antecipou a possibilidade de perturbação e compensou antes que ela surgisse, ou seja ele realizou uma compensação gama, foi capaz de prever e fez a retroação e a antecipação ao nível simbólico. ROB realizou antecipações sistemáticas por processos aditivos e multiplicativos, isso fica claro na seguinte fala: ***Eu fiz de um jeito diferente. Aqui tem 9,9,9,9,9 ou de outro jeito diferente. Como aqui tem 5 eu faço 50-5 que dá 45. Mas só quando é 9, porque vai ficar faltando 1, como é 5 é 50 - 5.***

Quando fazemos uso dessa prova da noção de multiplicação de Granel e consideramos os pressupostos piagetianos, é possível perceber que os procedimentos utilizados pelos sujeitos podem revelar o processo de construção da noção de multiplicação e divisão, como pôde ser visto nos três exemplos citados. É possível também questionar a habilidade de realizar operações de multiplicação e divisão por meio de mecanismos aprendidos por repetições sucessivas, ou se ocorreu compreensão.

Quando Granel elaborou esta prova, ela tinha por objetivo submeter os sujeitos a situações em que eles pudessem demonstrar a compreensão do processo de multiplicação, bem como, compreender os processos cognitivos que estão presentes na construção da noção de multiplicação e divisão aritméticas.

A compreensão da multiplicação implica na compreensão da divisão, e portanto, na reversibilidade de pensamento, e é esta que permite ao aluno coordenar o multiplicando, o multiplicador e o resultado final.

Análise qualitativa situação 1 (multiplicação)

A situação 1 envolve a multiplicação aritmética, o aluno demonstra por meio de suas respostas se tem conhecimento do operador multiplicativo.

Para avaliar o nível de construção da noção de multiplicação, adotou-se as condutas propostas por Granell (1983).

Conduta I

Corresponde aos sujeitos que estabelecem correspondência termo a termo, igualando na resposta final o número de fichas ao número de objetos que poderiam ser comprados.

Nesta conduta foram encontrados apenas dois casos dos 91 estudados, que talvez não deveriam nem sequer ser enquadrados na conduta 1, Vejamos o caso de REN (8,11)

REN (8,11) A experimentadora perguntou: o que você gostaria de comprar? - **Uma motoca.** - Ponha o dinheiro suficiente. Quanto você colocou aí? **1.** Esse dinheiro é suficiente para comprá-la? (**colocou uma ficha**). - Quanto custa esta motoca? **9.** E você colocou dinheiro suficiente para pagá-la? **Não.** Então ponha o dinheiro suficiente para pagá-la. **9 reais.** E para comprar todas estas motocas (4 ao todo)? **12 reais.** Porque você acha que 12 reais é suficiente para comprar todas estas motocas? **Porque 9 reais dá para comprar 12 motocas.** Quanto você tem? **11 reais.** Com 11 reais você compra quantas motocas? **Não sei.**

Embora apresentasse alguma evolução durante a prova REN não conseguiu chegar sequer a correspondência “muitos para um”. E limita-se a fazer a correspondência termo a termo ao invés de fazer corresponder “muitos para um” aos demais objetos. Por não haver apresentado um quadro satisfatório na situação 1 suprimimos a situação 2, aparecendo na coluna das condutas desta situação 89 sujeitos. Convém destacar que o referido sujeito é pré-operatório, no entanto apresenta um desempenho escolar com 5,0 como média anual.

Conduta II

Quanto à conduta II que corresponde aos sujeitos que aumentam em algumas unidades o resultado final devido a uma consideração intuitiva da correspondência múltipla, não se importando com a quantificação exata, encontramos apenas 1 sujeito ROD (8,5).

ROD (8,5) A experimentadora perguntou: E se eu fosse vender estas bonecas para você levar para sua irmã? Quanto custaria cada uma? **4,00** E todas estas (5)? **separou as bonecas foi olhando e contando com os dedos, demonstrando muito esforço. Separou mais uma boneca e juntou ao grupo de 3 e por fim separou todas de um lado e respondeu: 31,00** Como você descobriu que precisa de 31,00? **Porque duas bonecas é 8, aí eu contei.** Como? **8 + 8.** E deu quanto? **31 reais.** E o que mais você gostaria de comprar? **O pente.** E quanto ele custa? **7,00** E se eu fosse vender todos estes (4)? **14,00** Quantos pentes você tem aí? **4.**

Quanto à situação 2 (divisão aritmética) a conduta foi a mesma, ou seja, 2. O sujeito tenta operar com conjuntos equivalentes, mas ainda não existe compensação exata entre o número de conjuntos e o de elementos de cada conjunto dentro do mesmo todo. Não consegue realizar antecipações.

A experimentadora falou: Eu vou te dar as moedas e gostaria que você comprasse um produto mas que não sobrasse e nem faltasse nenhuma moeda. **ROD Nem sequer contou as moedas e foi logo pegando uma motoca.** Separou as 9 moedas de um lado e as outras 9 do outro. (Ele não acertou foi ao acaso, escolheu a motoca porque era o brinquedo que ele mais gostava). E além das motocas o que mais você poderia comprar? **O skate.** Quanto custa cada? **7 reais.** Quantos você compraria? **Ficou pensando..... e nada respondeu.**

Rod não realizou nenhum tipo de antecipação, ele pode até chegar a resultados corretos, mas por meio de procedimentos empíricos, sem nenhum tipo de antecipação.

Conduta III

A Conduta III da primeira situação corresponde às crianças que chegam a um resultado correto por procedimentos aditivos mediante adições sucessivas, sem nenhuma antecipação do número de ações a realizar. Para isso correspondem os conjuntos de fichas (preço dos objetos) a cada objeto a ser comprado (correspondendo muitos para cada um a cada elemento sucessivamente), chegando ao

resultado final correto por meio de adições sucessivas. Do total de 91 sujeitos estudados, 40 sujeitos foram classificados nesta conduta.

Vejamos um exemplo:

CLA (11,8) a experimentadora diz: Eu quero te vender este pente. Coloque o dinheiro suficiente para comprá-lo. **3 reais.** Gostaria de te vender todas estas pentes (7). **Cláudia foi separando as moedas e colocando montes de 3 fichas na frente dos pentes.** Quanto tem aí? **3,6,9,12,15.....18.....21.** E todos estes skates (cada um custava 7,00)? **Foi separando os skates,e falou: 7, 14.....21.....35.** Como você sabe que dá 35? **Eu contei. 7 mais 7 é 14 com mais 7 dá 21, depois com mais 1,2,3,4,5,....28 mais 1,2,3,4,5,6,7,.....35.** E todas estas motocas? (5) uma custava 9,00. **Parou pensou.....9,10,11,12,13,14,15,16,17,18..... separou duas e foi contando todas até chegar a 45. Contava de 9 em 9 até chegar a 45.**

Cla só consegue chegar a solução por procedimentos aditivos e verificação empírica, isso significa que ele não faz antecipação nenhuma.

Conduta IV

Corresponde às crianças, cujos procedimentos mostram antecipação da quantidade de fichas que seriam necessárias, sem nenhuma verificação empírica, alcançando o resultado final mentalmente.

Dos 91 sujeitos estudados, 48 se classificaram nesta conduta.

Vejamos alguns procedimentos:

DAY (11,01) A experimentadora diz: Eu quero te vender todos estes piões.**(olhou, contou nos dedos) 36.** Como você sabe? **Por que cada um custa 6 reais e 6 x 6 custa 35.** E todos estes carros (8,00) 5 carros? **40,00** Como você descobriu? **8 x 5.** E estas motocas (4) 9,00? **36 reais.**

DAY não tem dificuldade em responder, faz mentalmente os cálculos e chega ao resultado correto, sem necessidade de constatação empírica. Chega por abstração reflexiva. Embora nosso objetivo não fosse classificar o nível de abstração reflexiva, é impossível não perceber com clareza os momentos em que acontecem. Porque sem o processo da abstração reflexiva o sujeito não chega a construção da noção de multiplicação. Porque esta noção é lógico matemática e se cristaliza por sucessivas abstrações reflexivas.

Análise qualitativa situação 2 (divisão)

A noção de divisão aritmética encontra-se relacionada aos aspectos fundamentais da compreensão da operação de multiplicação. O objetivo de Granel, com esta prova, foi verificar quais recursos os sujeitos utilizavam para estabelecer diferentes partições de um mesmo todo, considerando que a tomada de consciência das relações de reciprocidade, estabelecidas entre as variáveis “n” (número de vezes ou número de conjuntos) e “x” (número de elementos de cada conjunto) implica a operação aritmética de divisão.

Os procedimentos utilizados pelos alunos ao estabelecerem diferentes partições ou composições de um mesmo todo, mantendo a equivalência das partes, além de demonstrar a descoberta de um operador multiplicativo, revelaria o processo de construção conceptual da operação de divisão necessária para as relações de compensação entre número de partes “n” e o número de elementos “x” de cada parte bem como a quantificação exata desta compensação.

Para a análise dos resultados da Segunda situação, ou seja, a noção da divisão Granel apresentou quatro condutas:

Conduta I

Corresponde às crianças que afirmam não poder comprar nenhuma outra coisa, ou somente objetos que custam 1 real, não admitindo a possibilidade de fazer diferentes composições, nem mesmo com conjuntos equivalentes.

Para esta conduta em nosso estudo não tivemos nenhum caso. Os dois casos de conduta I na situação 1, como mencionamos anteriormente, preferimos não coletar nenhum procedimento.

Conduta II

A criança tenta operar com conjuntos equivalentes, mas ainda não existe uma compensação exata entre o número de conjuntos e o número de elementos de cada conjunto dentro do mesmo todo. Parece haver um início de tomada de consciência de que, se comprar mais objetos tem que ser mais baratos e vice-versa, sem que se chegue a uma quantificação exata. A criança não percebe a necessidade de coordenação entre as três variáveis: multiplicando, multiplicador e resultado final.

No nosso estudo só encontramos dentre os 91, 2 crianças.

Vejamos os procedimentos:

A experimentadora deu a ROD(8,3) as fichas e disse: Eu vou te dar as moedas e gostaria que você comprasse um produto, mas que não sobrasse e nem faltasse nenhuma moeda. **Nem sequer contou as moedas e foi logo pegando uma motoca (Custava 9,00). Separou as 9 moedas de um lado e as outras 9 do outro.** E além das motocas o que mais você poderia comprar? **O skate.** Quanto custa cada um? **7 reais** Quantos você compraria? **Ficou pensando..... e nada respondeu.**

Conduta III

A criança não é capaz de dar antecipações corretas, mas chega a uma solução por meio de tentativas que podem começar desde um tateio assistemático, compreendendo algumas propriedades até um tateio sistemático, com todas as possibilidades de distribuição do todo.

Nesta conduta foram classificados 44 crianças representando quase 48% das crianças, a semelhança da conduta 3 da situação 1. Vejamos algumas respostas no exemplo que se segue:

PAM (9,2) A experimentadora deu-lhe as fichas e perguntou: será que tem alguma coisa que dá para você comprar? **(separou as moedas de 2 em 2) copos.** Quantos? **contou as moedas (fez os montinhos) 9 copos.** Mais alguma coisa? **2 motocas.** E o que mais compraria? **(separou as fichas em grupos de 3, olhou...depois separou em grupos de 6) 3 piões.** E o que mais? **(separou em grupos de 3) 6 pentes.**

PAM chegou a todas as possibilidades possíveis, porém manteve-se presa ao material, valendo-se de uma abstração pseudo empírica. A criança não realizou operações mentais sem se basear em comprovações empíricas. Organizou os grupos com as moedas de acordo com o valor de cada objeto.

Pam chegou ao resultado correto por constatação empírica e não chegou a esgotar todas as possibilidades de partições. Não conseguiu chegar ao resultado final mentalmente.

O exemplo abaixo é um caso em que pode ser constatado a construção do “operador multiplicativo”

JES (9.4) Experimentadora: Eu quero te vender esta boneca coloque o dinheiro suficiente para pagá-lo. **2,0** E se eu for te vender todas estas. **(4)** Quanto dinheiro você terá que por aí na frente do produto? **colocou o dinheiro num monte junto.** Quanto você pôs aí? **8.** Como você fez para descobrir que precisava de 8,00?

Porque cada boneca custa 2 reais então é $2 + 2 + 2 + 2$ que vai dar 8 reais. (enquanto falava apontava para as bonecas). Agora eu quero te vender todos estes cachimbos (3 reais) (foi fazendo montinhos separados de 3 em 3. Quanto dinheiro você pôs aí? **12 reais.** Como você fez para descobrir que você precisa de 12 reais? **3 desse mais 3 desse, mais 3 desse..... e foi separando os brinquedos enquanto falava.** Agora Jes. Eu quero te vender todos estes pentes.(5) Ponha o dinheiro suficiente. (basta falar não precisa colocar o dinheiro). **pensou.....25.** Como você descobriu que era 25. **porque 5×5 dá 25;** E agora para comprar todos estes cachimbos? **pensou, olhou para os cachimbos.....contou 21** Como você descobriu? eu fui contando $3 + 3 + 3 + 3 + 3.....21$. E se você fosse comprar este ioiô? (8 ioiôs cada um custava 7 reais) Contou os ioiôs parou e pensou.... foi separando os ioiôs para um lado. 40 e alguma coisa. Como você sabe que é 40 e alguma coisa. Eu fui colocando assim..... e para saber ao certo o que você precisaria fazer? **Uma conta de vezes.**

Divisão.

Jes. Recebeu as fichas contou uma por uma. E aí o que você pode comprar? **Olhou e separou dois skates.** como você descobriu que dava para comprar 2 skates? **Porque 2×9 é 18.** Além do skate o que mais dá para você comprar? **Foi pegando os pentes que custavam 5 reais mais desistiu.** Não dá para comprar os pentes porque? **Não vai dar.** E daria para comprar estes apitos? **Dá para comprar 18 apitos.** e o que mais daria para comprar? foi separando as moedas em grupos e de 2 - **9 bonecas** E o que mais. **Separou as fichas em grupos de 3 e contou os grupos. - 6 cachimbos.** E os carrinhos será que daria para comprar? Foi separando as fichas em montinhos e viu que não dava, pois sobrava. Será que daria para comprar os ioiôs? (Separou as moedas). **Não.**

As antecipações realizadas por JES prenderam-se em alguns momentos às soluções explicadas por meio do processo aditivo e também ao processo multiplicativo. Isso ocorreu nas duas situações, embora ela voltasse ao processo aditivo de forma predominante. A evolução mais significativa de JES está na capacidade de antecipar, no entanto as suas respostas sugerem a idéia do “operador multiplicativo” se encontrar em construção.

Conduta IV

Corresponde às crianças que antecipam as possíveis composições do todo com os respectivos conjuntos equivalentes por meio de operações mentais, sem necessariamente se basear em comprovações empíricas.

Dos 91 crianças estudadas 47% se classificaram nesta conduta. Vejamos o exemplo de HEL (10,7)

HEL (10,7) A Experimentadora pergunta: O que você poderia comprar de tal maneira que não sobrasse e nem faltasse nenhuma moeda. **(recebeu as fichas e contou) dá para comprar 9 copinhos.** E além dos copos o que mais você compraria? **18 apitos.** E o que mais? **2 motocas.** Como você fez para descobrir que dava para comprar 2 motocas? **Porque 2×9 são 18** Como você sabe? **Porque na tabuada do 3 tem 18.** E o que mais? **3 piões.** Como você sabe? **Porque na tabuada do 6 tem 18.**

ANE (10,5) A experimentadora pergunta: O que você gostaria de comprar? **duas motocas.** Quantas? **2.** E além das motocas? **3 piões** E o que mais? **6 pentes.** Como você descobriu? **eu fiz uma conta.** Qual? **6×3 ou então 18 dividido por 6.** E o que mais daria para você comprar? **9 copos.** Como você descobriu? **eu dividi .** Será que teria mais alguma coisa? **18 apitos.** E como você sabe que daria para comprar 18 apitos? **Eu dividi 1 por 18.**

Podemos observar que tanto um como o outro tiveram procedimentos multiplicativos chegando inclusive a justificar pela operação de divisão. Fizeram antecipações das possíveis partições do todo, por meio de deduções. As duas crianças acima apresentaram condutas evoluídas concluindo por dedução as possíveis composições do todo, encontrando os conjuntos equivalentes. A compreensão da noção de multiplicação implica na compreensão da divisão e, portanto, na reversibilidade de pensamento, que permite à criança coordenar as variáveis: Multiplicando, multiplicador e resultado final, em outras palavras, as crianças passam a ser capazes de operar com conjuntos equivalentes, realizando uma compensação exata entre o número de conjuntos e o número de elementos de cada conjunto dentro de um mesmo todo, de tal forma a realizar todas as composições possíveis, conservando o todo.

ANE e HEL mantiveram a equivalência das partes “n” e perceberam ou melhor tomaram consciência da necessidade de compensação entre o número de partes “n” e o número de elementos “x” de cada parte, e fizeram a quantificação exata desta compensação.

Análise Qualitativa– Prova da Conservação da Substância – Quantidades contínuas e descontínuas.

Quanto à conservação das quantidades contínuas, das 91 crianças estudadas 76% são conservadores, 22% estão em transição e somente 2% não conserva. Na prova de Conservação de Quantidades Descontínuas (líquidos) dos 91 crianças estudadas, 94% são conservadores, 2% estão em transição e 2% não conservam. Na prova de conservação de quantidades descontínuas (massa) 82% são conservadores, 2% não conservam e 16% estão em transição. Quando é dada esta prova, encontramos segundo Piaget, quatro condutas ou níveis que vão de I a IV

No nível I não ocorre conservação o sujeito centra-se somente no comprimento do cilindro de massa não considerando as outras dimensões. Os observáveis do sujeito são as ações de alongar num sentido único e o Observáveis do Objeto é o aumento do comprimento. Quanto a coordenação sujeito/objeto, avalia por comparação dos estados iniciais e finais reduzindo-se a própria ação a produzir uma mudança qualitativa de estado. O sujeito neste nível não realiza antecipações ou retroações, apresenta condutas do tipo alfa, ou seja: O cilindro volta ao estado inicial quando ele considera a igualdade. Não constata a transformação. Não lida com as negações, só percebe o aspecto positivo, ou seja, o sujeito está centrado na ação de esticar, só leva em consideração a adição final, sem se preocupar com a subtração correspondente inicial, porque ele prima pelos elementos positivos sobre as negações.

REN (8.11) Após estabelecer a igualdade a experimentadora deu um espaço entre uma das fileiras e perguntou: e agora qual das duas fileiras tem mais fichas? **esta (apontando para a que havia sido separada)** Por que? **Porque você separou as fichas.** Então quando eu separo as fichas, aumenta a quantidade? **Sim.** Mas um garoto me falou que como eu não tirei e nem coloquei nenhuma ficha e só separei, não mudou nada. Ele está errado, ou certo? **errado. Porque aqui tem mais a minha fileira é pequena e a sua é maior.** Juntou novamente - E agora onde tem mais? **Agora está igual.** Mas você falou antes que esta tinha mais? **Mas agora está igual.** Separei as fichas dele. E agora quem tem mais? **Eu tenho mais.** Por que? **porque você colocou separado. Agora eu tenho mais e**

você tem menos. Juntei novamente as fichas e estabeleci a igualdade. E agora quem tem mais? **Agora está igual.**

No caso de REN não existe perturbações. Ele considera o aumento de quantidades como o alongamento das fileiras mesmo que este aumento seja mínimo. REN não consegue fazer antecipações ou retroações, ele não constata a transformação, ele avalia comparando os estados iniciais e finais. Só leva em consideração a adição final, sem se preocupar com a subtração correspondente inicial. Ele prima pelos elementos positivos sobre as negações.

Ele só percebe as ações simples de sentido único, que levam a raciocinar somente sobre os estados, não percebendo as transformações. São intuições limitadas e deformadas. Por não ter ainda atingido a reversibilidade, ele centra-se apenas nos aspectos figurativos do real, ou seja, percepção e imagem mental, e ao se defrontar com a situação que envolve transformações, ele se vê diante de um conflito entre a lógica e a percepção, e estes conflitos são resolvidos sempre, levando-se em consideração a percepção

O mesmo se verificou quanto a conservação das quantidades discretas (massa).

A Experimentadora faz uma salsicha com uma das bolas e pergunta: E agora onde tem mais? - **aqui (salsicha)** – Por que? **Porque está larga.** Mas antes as bolas não eram iguais? **Porque aqui você esticou.** Mas aquele menino me disse que eu só fiz uma salsicha com uma das bolas e que eu não tirei e não coloquei mais massa. Você acha que ele está certo ou errado? **Errado.** Se ele chegasse aqui agora e você tivesse que convencê-lo que aqui tem mais o que você iria dizer para ele? **ele está errado. Você esticou e eu fiquei com a bolinha então você tem mais do que eu.** Restabelecendo a igualdade. E agora? **Está igual.** Fiz com uma das bolas um disco. E agora onde tem mais no disco ou na bola? **no disco. Porque aqui você abriu mais.** Mas antes as duas bolas não eram iguais? **Mas agora você esticou a massa.** Aquele garoto me disse que aqui tem a mesma quantidade porque eu só mudei a forma. Ele está certo ou errado? **Errado. Porque aqui é maior e este é menor.**

REN conclui pelo alongamento da bolinha que houve aumento de quantidade, ele não se dá conta da diminuição do diâmetro. Ele centralizou-se na configuração estática da substância que resulta da alteração da forma, por isso que dá respostas como: porque amassou, porque

esticou, você abriu mais. Ren não considera a ação que modificou a forma da bolinha de massa. Ele baseia-se só na percepção sem considerar a espessura, o comprimento ou o diâmetro.

No nível I e II da conservação o deslocamento de um móvel não exclui seu alongamento, permanece a inferência de um aumento de quantidade porque o sujeito não realizou antecipação e retroação.

No Nível III quanto ao observável do sujeito a ação de esticar se torna solidária com a de afilar. Prever corretamente que ao alongar o cilindro ele torna-se comprido e fino. Faz antecipação já lida com a negação. Observável do objeto (afilamento) age em retorno sobre o observável do sujeito. Essa solidariedade ocorre em função dos resultados observados no objeto.

Este nível fica bem claro nos procedimentos de:

PRI (11.03) A experimentadora diz: se eu ganhar esta bola e você ganhar essa aí. Qual de nós duas vai ganhar mais massa? **nenhuma das duas, porque tem a mesma quantidade.** Como você sabe? **por que tem o mesmo tanto.** A experimentadora fez com uma das bolas uma salsicha. E agora onde tem mais massa? Na bola ou na salsicha? **nenhuma das duas, porque você não aumentou e nem diminuiu a massa, você só modificou.** Mas Pri olha como esta massa está tão fininha será que aqui não tem mais? **Não. Mas é a mesma quantidade. Você não tirou nem diminuiu, você só transformou a bola em salsicha.** Restabelecendo a igualdade inicial e em seguida fez um disco de pizza com uma das bolas E agora onde tem mais? **Tem a mesma quantidade.** Aquela menina disse que aqui tem mais porque é bem maior que a bola. O que você diria para ela? **você só transformou a massa, você não colocou nem mais nem menos. você só modificou.** Estabeleceu a igualdade e fez um poste com uma das bolas e colocou ao lado da bola em pé. E agora onde tem mais massa? **Em nenhuma das duas.** Mas olhe a altura desse aqui. É bem maior. **você só fez um poste, mas vai ter a mesma quantidade sempre, a não ser que você coloque mais massa.**

PRI prevê corretamente que ao alongar o cilindro ele torna-se comprido e fino, ela percebe que a ação de afilar provoca transformação, na realidade quando a massinha é afilada e torna-se fina é o observável do objeto e o observável do sujeito. PRI faz a coordenação sujeito/objeto e os alongamentos não são mais vistos como modificações sucessivas sem relações entre si, mas sim como efeitos solidários provenientes simultaneamente de uma mesma e única ação.

A ação para PRI não é mais de sentido único, ela antecipa, mas ainda não faz compensação quantitativa entre o aumento e a diminuição. No entanto não mais se limita a uma comparação estática entre o estado inicial e o final, compreende a transformação dupla. Faz inferências de reversibilidade das ações em questão. Pode prevê a conservação, mas ainda não justifica, porque ainda não ocorreu tomada de consciência, não regulou as negações, mas já faz certas compensações.

Uma outra perturbação vai ser engendrada pelo novo observável do objeto. O cilindro se afina ao mesmo tempo que se alonga. As correções ou regulações coordenam os dois fatos de forma solidária. Esta dupla exigência que leva a seguir, a corresponder às partes acrescentadas (positivo) à extremidade do cilindro o que é retirado (aspectos negativos) da bolinha inicial, e aos aumentos de comprimento (aspectos positivos) e diminuição do diâmetro (aspectos negativos). A negação é percebida quando a criança admite a diminuição do diâmetro. As compensações aqui são progressivas e de natureza incompletas.

No nível IV quanto ao observável do objeto e do sujeito tanto o alongamento, como o afilamento são previstos, como efeitos da ação de esticar. As transformações de alongamento e afilamento são concebidas como se compensando quantitativamente - abstração reflexiva - (Observável do sujeito e do objeto). É uma inferência necessária, portanto, lógico-matemática, ultrapassando a fronteira dos observáveis e conduzindo a conservação da quantidade de matéria. Ocorre a conservação da soma das partes, apesar de sua mudança de posição. Nada se tirou e nada se acrescentou, não se fez senão alongar, é a mesma quantidade de massa. É o que exprime o sujeito por meio do primeiro dos argumentos que se obtém sempre como justificativa da conservação. Admite as negações no plano do pensamento o que não ocorria nos níveis anteriores.

Vejamos o exemplo de (PAM 9.4)

A Experimentadora diz: Se eu beber toda esta água e você beber toda esta água. Qual de nós duas vai beber mais água? **vamos beber igual.** em seguida a experimentadora passou a água de um dos copos para um copo alto e fino. E agora onde tem mais água? **continua igual.** Mas olha como o nível da água aqui está tão alto e aqui tão baixo? Será que aqui não tem mais água? **Este é mais fino e a água fica mais alta e este é mais grosso e cabe mais água, mas tem a mesma quantidade.** Restaurou a igualdade e transvazou a água de um dos copos para uma tigela. E agora Pam onde tem mais água? **Tem a mesma quantidade.** Certa vez quando eu fiz esta brincadeira com outra criança ela me disse que aqui tinha mais água. Se esta criança chegasse aqui agora e você tivesse que explicar para ela que tem a mesma quantidade o que você

diria para ela? **Que este copo é bem mais largo. O que dá aqui na altura, cabe aqui na largura, na lateral.**

Até então já ocorria abstração reflexiva, porque sem as sucessivas abstrações a criança não chegaria a este estágio, no entanto no nível IV ocorre a abstração reflexiva com tomada de consciência. A tomada de consciência marca o ponto mais alto, o ponto de chegada de um processo de abstração reflexiva. No nível III percebe-se que ainda não ocorreu tomada de consciência pelos procedimentos do sujeito, vejamos a fala de PRI: **“Mas é a mesma quantidade. Você não tirou nem diminuiu, você só transformou a bola em salsicha”**. Falta-lhe admitir as negações no plano do pensamento. Esta resposta é bem diferente da resposta de PAM: **“O que dá aqui na altura, cabe aqui na largura”**, ou seja, as compensações progressivas chegam à comutabilidade (aquilo que se acrescenta a um lado do objeto que foi retirado do outro) ou a vicariância (equivale admitir que quaisquer que sejam as repartições e independentemente de suas disposições espaciais, tornamos a encontrar o mesmo todo) e aos correspondentes inversos de relações.

PRI realizou uma compensação por inversão enquanto PAM fez uma compensação por reciprocidade. Ou seja, uma compensação do tipo Beta e do tipo Gama respectivamente.

O mesmo ocorre quanto à natureza das negações, consistindo o que caracteriza a comutabilidade numa subtração de partida que permite a adição à chegada do trajeto, enquanto na vicariância a negação exprime a diferença entre uma parte e as outras.

Mas a isto se acrescentam as características positivas e negativas concernentes às formas sucessivas do objeto, pois as partes ou pedaços deslocados pela ação do alongamento não são naturalmente descontínuos e quando o sujeito chega a compreender a compensação entre os que ele tira de um lado para colocar em outro, não se trata senão do que é empurrado ou puxado pelos dedos, mas no meio de um todo contínuo: é assim na forma de conjunto, logo no afilamento correlativo do alongamento que estes deslocamentos são reconhecidos porque também suas modificações conduzem a conclusão de que os aspectos positivos compensam os aspectos negativos, segundo as dimensões.

A necessidade inferencial é o índice do fechamento de uma estrutura operatória e por outro lado, a conservação do todo é a invariante comum dos agrupamentos, de que as operações essenciais comportam precisamente a identidade e a reversibilidade, ou seja, a compensação completa das negações e das afirmações. Portanto a comutabilidade, a vicariância e a compensação das relações em aspectos positivos e em aspectos negativos, constituem os resultados de mecanismos reguladores que

conduzem a estas estruturas. Podemos observar claramente estas questões nas experiências com a conservação das substâncias. Segundo Piaget é de fato surpreendente constatar como a principal das perturbações que provocam as regulações, isto é, a descoberta do afilamento do cilindro, evolui segundo estas três etapas da compensação. No nível I ela é simplesmente ignorada por uma espécie de repressão deste observável, bastante perceptível, o que constitui uma conduta do tipo alfa. Após as flutuações do nível II, o afilamento se torna, no nível III, solidário com o alongamento e constitui não mais uma perturbação, mas uma variação integrada ao sistema, o que é uma conduta de tipo beta. Enfim, no nível IV esta variação se torna dedutivelmente necessária, em conexão com o conjunto do sistema e com suas operações inversas (conduta gama) que asseguram uma exata correspondência entre as negações e as afirmações, mas ao tempo de uma longa equilibração por regulações, cuja reversibilidade constitui o resultado e não o motor.

Essas construções das conservações dos níveis I a IV fazem parte de um processo geral. O sujeito sai de comparações predicativas entre o estado inicial e o estado final (nível I) e chega a inferências que recaem nas transformações, como pudemos ver nos exemplos de nossa pesquisa citados aqui. A passagem dos estados (nível I e II) às transformações é obra das regulações. Os feedbacks obrigam a retroações que ultrapassam as centrações do pensamento sobre as modificações do objeto em sua continuidade.

Análise Qualitativa - Prova da Inclusão de Classes - Flores e frutas

Nesta prova das 91 crianças estudadas, quatro estavam em transição, 9% não fazem inclusão de classes e 86% realizam a classificação de flores e frutas.

Dada a prova das classificações e da quantificação da inclusão encontramos à semelhança das conservações, quatro condutas ou níveis que vão de I a IV. Em todos estes níveis constatamos de forma clara a presença das leis da equilibração, as regulações, as compensações, os observáveis do sujeito e do objeto, as condutas alfa, beta e gama, as perturbações, as retroações e antecipações, as coordenações inferenciais, as afirmações e as negações, inferências causais e lógico matemática, etc.

Se todos os problemas de classificação se reduzem a questões de coordenação entre as semelhanças e as diferenças, não é menos claro que as diferenças consistem em negações virtuais ou pelo menos as implicam, é então interessante procurar se as regulações em questão e as compensações

progressivas que elas tendem a estabelecer vão centrar-se nesta construção das negações e sob que formas sucessivas.

No Nível I que vai de dois anos e meio a 5 anos, o que predomina é a coleção figural baseada na semelhança dos objetos. O sujeito junta os objetos apenas por seu aspecto figural sem um critério específico. A assimilação tem um papel fundamental na elaboração dos conceitos. As diferenças correspondem a perturbações anuladas ou menosprezadas. Não se dá lugar às antecipações ou retroações, a conduta é do tipo alfa.

No Nível II o sujeito começa a ter comportamentos classificatórios, usando conceitos como cor ou forma, formam-se subclasses. Inicia-se equilíbrio entre semelhanças e diferenças, as perturbações começam a atuar e a regulação compensadora reforça as semelhanças deixando de incluir todos os elementos numa mesma propriedade. Esse segundo nível é conhecido como nível de transição.

Nos níveis I e II não foram encontrados nenhuma das 91 crianças de nossa pesquisa, todos se classificaram nos níveis 3 e 4.

O nível III é marcado por coleções não figurais e com subdivisões destas em subclasses. A regulação compensa as diferenças que se mantém entre as pequenas coleções, porém falta ainda a abstração da negação e a operação inversa (subtração), a criança não consegue assim fazer a quantificação da inclusão, ou seja, compreender a relação entre classes e subclasses.

Vejamos o exemplo de DAN (9.2) na prova de inclusão com frutas e depois com Flores.

DAN (9.2) A Experimentadora perguntou: o que tem mais sobre a mesa, frutas ou bananas? **mais bananas.** Por quê? **porque tem 2 maçãs e 5 bananas.** Um garoto me disse que tem mais frutas porque tudo são frutas? **mas tem mais bananas, porque tem 5 bananas e 5 é maior que o 2.** E o que tem mais sobre a mesa frutas ou bananas? **Bananas.** Por quê? **porque aqui tem mais bananas. Tem muito mais bananas que maçãs.** Inclusão – flores. O que tem mais margaridas ou flores? **margaridas.** Por quê? **Porque tem 2 margaridas e 1 rosa.** Aquele garoto me disse que tinha mais flores porque tanto a margarida como a rosa são flores. Que você acha disso? **Ele está errado. Porque se ele soubesse contar ele ia ver que tem mais margarida que rosa. (Ele respondia com convicção que tinha mais margaridas).**

Pelos procedimentos de Dan percebe-se que ele não consegue abstrair a operação inversa, bem como a abstração da negação. Ele percebe as duas classes, mas não consegue fazer a correspondência necessária entre as operações diretas e inversas.

Percebe-se que Dan se prende ao objeto sem perceber as suas transformações.

É muito comum entre os educadores haver confusão entre os aspectos figurativos com os operativos, com predominância dos aspectos intuitivos ou figurativos sobre os operativos. Durante o período pré-operatório os objetos e eventos são assimilados às ações e pontos de vista do próprio sujeito e as possíveis acomodações ainda consistem em fixações de aspectos figurativos da realidade, ou seja, são aspectos referentes a estados e não a transformações, e assim o equilíbrio não é conseguido. Somente a partir dos 7 a 8 anos com o aparecimento das operações reversíveis, ocorrerá uma harmonia estável entre a assimilação e a acomodação, já que ambas, agora, além de agirem sobre transformações, podem também agir sobre estados. (Piaget 1977 p.81) Piaget chama figurativas aquelas atividades que tentam somente representar a realidade tal como aparece sem procurar transformá-la. O aspecto figurativo se relaciona às configurações apoiando-se nas percepções, na imitação no sentido lato – incluindo a imitação gráfica ou desenho – e figurações da imagem mental. (p.92) Ele chama de operatórias as atividades do sujeito que tentam transformar a realidade, ou seja, o conjunto de todas as ações e as próprias operações. Ele nos diz que só obteremos um quadro completo do desenvolvimento mental quando considerarmos não somente o aspecto operatório das funções cognitivas, mas também seu aspecto figurativo. (p.92)

Se a aprendizagem de determinados conteúdos implica na disponibilidade por parte do sujeito de estruturas lógicas solicitadas para sua compreensão, o desempenho escolar relaciona-se com o desenvolvimento cognitivo, uma vez que este implica na aprendizagem ou não dos conteúdos apresentados nas respectivas séries.

No nível IV a classificação é formada por classes lógicas subdivididas em subclasses e com quantificação da inclusão. Ocorre a equilibração entre semelhanças e diferenças.

Vejam os procedimentos de CAI (8.3)

A Experimentadora pergunta: E o que tem mais sobre a mesa, tem mais frutas ou tem mais bananas? **fruta e banana são a mesma coisa.** Mais o que tem mais? **Frutas.** Porque? **Porque as bananas também fazem parte das frutas.** Mas eu encontrei um garoto da sua idade que me falou que aqui tem mais bananas que frutas você acha que ele está certo ou errado? **Errado. Porque as bananas fazem parte das frutas.** Retirando 4 bananas. E agora o que tem mais maçãs ou frutas? **Frutas.** Como você sabe? **Porque as maçãs e as bananas são frutas. E a maçã só são duas e em geral são 3 tem uma a mais.**

INCLUSÃO – Flores. E o que tem mais sobre a mesa. Mais rosas ou mais flores? **Mais flores.** Como você sabe? **Porque as rosas só são**

estas e as flores são todas estas. Mas olha como tem tantas rosas, será que não tem mais rosas? **As rosas só são estas,5, e flores são tudo isso em geral.** Retirou 4 rosas. E agora o que tem mais sobre a mesa? Mais margaridas ou mais flores? **Mais flores. Porque tudo isso são flores. São estas 3 e as margaridas só estas duas.**

CAI pelas respostas que deu demonstrou refletir a presença de uma estrutura de classificação operatória, apresentando argumentos lógicos da quantificação da inclusão de classes, por exemplo quando afirmou existir, mais frutas que bananas, “porque todas são frutas, e há mais flores, porque todas são flores”.

Diferenças conduzem às negações parciais ($A' = B - A$) e a comparação torna-se rigorosa na forma de correspondências necessárias entre operações diretas e inversas. Encontramos neste nível as compensações do tipo gama podendo cada transformação ser inteiramente anulada por seu inverso ou invertida por sua recíproca.

Ocorre uma compensação gradual dos caracteres positivos e negativos. As negações perturbadoras são integradas ao sistema, as diferenças começam a ser consideradas. As diferenças conduzem às negações parciais ($A' = B - A$) e a comparação torna-se rigorosa na forma de correspondências necessárias entre operações diretas e inversas, ou seja, o nível gama.

Análise Qualitativa - Prova de seriação – bastonetes.

Dada a prova da seriação de bastonetes encontramos 5 condutas ou níveis, ou seja, Nível I Nível II A, nível IIB, Nível de transição II-III, e o nível III. Em todos estes níveis constatamos de forma clara a presença das leis da equilibração, as regulações, as compensações, os observáveis do sujeito e do objeto, as condutas alfa, beta e gama, as perturbações, as retroações e antecipações, as coordenações inferenciais, as afirmações e as negações inferências causais e lógico matemática, etc.

Na seriação a compensação das propriedades positivas e negativas é mais específica. Se trata de considerar semelhanças maiores e menores.

Se fizermos a criança arrumar em série uma dezena de bastonetes de tamanhos diferentes, ele deve admitir simultaneamente que grande significa não pequeno e reciprocamente, mas que maior equivale a menos pequeno e que um mesmo termo B pode ser qualificado de mais ou menos grande ou pequeno, segundo for comparado a A ou a C (se $A < B < C$) em vez de ser caracterizado de modo absoluto por pertencer a uma classe K ou K' (=+ não-K). Em outros termos não se tratará mais de considerar semelhanças e diferenças enquanto categorias opostas, mas sim semelhanças maiores ou

menores que são, por isso mesmo, diferenças menos ou mais pequenas. Por esse motivo quando o sujeito consegue seriar é como se ele conseguisse um degrau a mais que classificar

No nível 1 a criança coloca os bastonetes mais ou menos em paralelas e sem ordenação, ou seja, a criança despreza a diferença e insiste na gradação do menor ao maior.

Apresenta uma conduta do tipo alfa, as diferenças não são retidas e o positivo, bem como o negativo, não são considerados, ocorre uma dupla eliminação de fatores perturbadores.

No nosso estudo das 91 crianças apenas 2 se classificaram neste nível. Vejamos os procedimentos:

REN (8.11) Ao receber os pauzinhos teve muita dificuldade em arrumá-los de forma organizada, depois de muitas tentativas e ensaios deixa como está. Tentou várias vezes, mas não conseguiu. A experimentadora pergunta: Como você fez para escolher estes pauzinhos? **ah..... não sei.** Como você fez, então, para arrumar? **porque está certo.** Certo como? **Porque está tudo igual.**

(Ren 8.11) Quando solicitado que fizesse uma escadinha Ren foi pegando os palitos aleatoriamente, embora nos primeiros conseguiu uma ordem até o quinto palito, colocou um maior e viu que era muito grande, tirou fora, mas não conseguiu fazer ordem nenhuma. Ficou os 5 primeiros em ordem, 2 maiores e dois menores e o maior por último.

OBS - Os dois sujeitos são gêmeos.

No Nível IIA ocorre uma pequena evolução, os pares são justapostos um grande e um pequeno, sem religação por conexão interpares.

No nível IIB a criança organiza trios desordenados entre si, como se fossem pequenos conjuntos de 3 elementos.

Das 91 crianças estudadas nenhuma se classificou no nível IIA e nem no nível IIB

Já no período de transição II e III a série é interrompida sem preocupação com as bases. A criança desenha a série tal como vai construí-la, mas fracassa na construção.

A diferença é aceita como uma negação ao positivo é “o pequeno versus o grande”, ou seja, duas classes: “todos os pequenos e todos os grandes” ou um elemento totalmente oposto ao outro. É um processo semelhante ao nível II das conservações quando começa a ocorrer um caminho progressivo. O progresso se manifesta na divisão do todo em três.

Os pares são justapostos onde as perturbações derivam da desordem pela não semelhança dos pares entre si.

No nível III a série inteira é obtida empiricamente por ensaios, com erros locais e correções fora de tempo. Ainda não ocorre a transitividade, o sujeito não consegue intercalar objetos na série pronta, na ausência do todo o sujeito não realiza a atividade.

Pode ser percebida certa desordem em decorrência dos ensaios de comparação das semelhanças. Ocorre visíveis correções e regulações devido a construção de séries completas empiricamente. Podemos ver no procedimento de JOA (9.7) conforme descrito abaixo.

Das nossas 91 crianças, 17 delas estavam nesse nível, vejamos alguns dos procedimentos destas crianças.

Deb.(8.5) Quando foram entregue os bastonetes, DEB foi colocando os bastonetes em ordem. Pegou os dois maiores e foi acrescentando os outros. Começou do maior para o menor. Alcançando êxito sistemático. A experimentadora perguntou: Como você fez para escolher estes bastonetes? **do menor para o maior.** E por que você colocou este aqui? **porque ele é o maior de todos.** E este? **E o menor de todos.** E este? **Porque ele faz parte da escada para combinar.** E como ele é? **De tamanho normal.**

Intercalação

Na intercalação foi lhe dado um bastonete de tamanho médio, ela começou a testar o encaixe a partir dos menores. Foi lhe dado um maior e ela começou a encaixar a partir dos maiores. Ficou dois fora do encaixe mas ela não se preocupou em arrumar. Foi colocando os últimos nos espaços restantes. Alcançando êxito parcial.

Contraprova

Pegou os bastonetes e deu o maior deles, segurou os demais em suas mãos, não arrumou e em seguida entregou o menor. E depois entregou o segundo maior. Sem um critério específico. A experimentadora perguntou-lhe: Como ele é perto dos que estão comigo? **forma uma escada torta.** Mas, vamos fazer uma escada bonita? **Então coloca onde ele caiba.** E este perto dos que estão com você? **É maior.** E este? **É menor.** Foi me dando na ordem do maior para o menor. E este perto dos que estão comigo? **Menor.** E perto dos que estão com você? **Maior.** Nesse momento entregou um dos menores. Onde eu ponho este? **Silenciou.....** Como ele é perto dos que eu tenho aqui? **Menor.** E perto dos que você tem aí? **Um pouco grande.** Me deu um grande. Como ele é perto dos que você tem aí? **Maior.** E perto dos que estão comigo? **um pouco grande.** E este? **Um pouco grande.** E este perto dos que você tem aí na mão? **Menor.**

DEB alcançou êxito parcial e não admitiu a transitividade.

JOA (9.7) é outro caso de sucesso na seriação e êxito parcial na contraprova e na intercalação dos bastonetes. Mas chama atenção pela evolução apresentada durante a prova. JOA quando solicitado para fazer novamente ele teve um desempenho bem superior, mostrou claramente a coordenação das ações, quando colocou os 4 últimos bastonetes em ordem e começou a perceber um início de transitividade. Este é um exemplo visível de abstração reflexiva.

Vejamos o exemplo:

(JOA 9.7) Após seriar com sucesso a experimentadora perguntou-lhe: como você fez para escolher os bastonetes? **Colocando um ao lado do outro.** O que você observou na hora de colocar? **Que um era maior que o outro.** E o que você fez? **Eu pus junto.** Por que você pôs este? **Para fazer a escada.** E este? **Para fazer a escada.** E este? **Para fazer a escada.** Como é este perto dos outros? **pequeno.** E este? **Grande.** E este? **Médio.** E o que é médio? **um negócio que tem um grande e depois vem um pequeno.**

Intercalação.

Foi-lhe dado um bastonete grande e ele foi testando à partir dos menores até encaixá-lo. Idem com o grande à partir dos grandes. Quando o que lhe foi dado era muito discrepante o tamanho, ele ia procurando o encaixe, quando a diferença não era tão grande no primeiro encaixe que ele achava que estava bom, parava, não fez encaixes criteriosos. Se sobrasse muito e ficasse visível ele ia tentando achar o melhor lugar, mas se o encaixe não ficasse tão diferente, ele parava ali. Obtendo assim êxito parcial.

Contraprova

Quando pegou os pauzinhos não se preocupou em separá-los por ordem de tamanho, foi entregando aleatoriamente. A experimentadora perguntou-lhe: Por que você me deu este?

porque está no fim. Deu-me um dos maiores e antes havia me dado um dos menores. Como ele é perto dos que você tem aí? **(pegou de volta) grande.** E quando ele está perto dos que estão comigo? **Grande também.** Por que você me deu este? **Porque ele está perto da altura dos que te dei. Quase igual.** E como ele é perto dos que estão aí com você? **Um pouco menor.** E perto dos que estão comigo? **Um pouco menor.** E Este perto dos que você tem aí? **Um pouco menor.** E perto dos que estão comigo? **menor.** E este? **Igual ao que eu te dei.** E perto dos que você já havia me dado? **não sei eu acho que ele é um pouco maior.** E este? **É menor.** E perto dos que você já me deu? **Menor.** E perto dos que estão aí? **Menor.** Então ele é menor o tempo todo? **É. Só restavam 4 palitos ele mediu e colocou em ordem.** E este como é perto dos que estão comigo? **Maior.** E perto dos que estão com você? **Menor.** E este perto dos que estão comigo? **Maior.** E perto dos que estão com

você? **Menor.** E este (já era o penúltimo pauzinho)? **É menor que e maior que.**

Somente no nível IV a transitividade é alcançada, a criança usa um método sistemático da busca do maior de todos e domina a reversibilidade: $E > D, > C, > B, > A$; as operações tornam-se reversíveis as diferenças e semelhanças adquirem valores quantificáveis em termos positivos e negativos.

Das 91 crianças estudadas 72 se classificaram no nível IV.

Neste nível a criança admite a transitividade de forma simultânea, não apresenta dificuldade na seriação, na intercalação ou na contraprova. E quando perguntado como é o bastonete perto dos outros, prontamente os sujeitos deste nível respondem: maior que e menor que. Isto acontece porque ocorre uma compensação exata entre os aspectos positivos e negativos, com a equivalência das regulações na mesma direção e na direção inversa. A criança constrói a série sem ensaios. Quando entregue os bastonetes não tem nenhuma dificuldade em seriá-los e quando há intercalação, mesmo que não coloque em ordem os bastonetes, ele entrega-os na ordem correta, porque faz mentalmente a série.

A evolução da seriação caminha para dois tipos de compensações progressivas a partir de desequilíbrios iniciais:

1) Entre semelhanças e diferenças.

2) Entre as características positivas e suas negações. Nota-se a conduta gama. O que era perturbador é inteiramente interiorizado sob a forma de operações diretas e inversas, a estrutura se torna operatória com a compensação das equivalências mais ou menos semelhantes e mais ou menos diferentes.

Considerações Finais

Os resultados obtidos e expostos neste trabalho revelaram não existir relação entre o desempenho escolar, comportamento operatório e noção de multiplicação.

A análise mostra que tanto os sujeitos em transição como os operatórios alcançaram altos níveis de desempenho escolar, o que sugere não existir discriminação nessa classificação. Não existindo diferença significativa entre o desempenho dos sujeitos tanto na situação 1 quanto na 2 da noção de multiplicação. A correlação linear entre os níveis apresentados de desempenho cognitivo e escolar é baixa. Enquanto a correlação entre a noção de multiplicação e a operatoriedade é bastante alta. 100% dos alunos operatórios e 96% dos que estavam em transição chegaram aos níveis mais altos da noção de multiplicação. O mesmo é verdade para os alunos de 3^a e de 5^a séries.

Outro fato curioso e relacionado com desempenho está na tabela I. Observamos que o sujeito 20 e 27, um pré operatório e o outro com baixo nível de transição respectivamente, apresentam o desempenho escolar satisfatório, enquanto os sujeitos 01, 04, 48, e 74 embora apresentem altos níveis de operatoriedade e de noção de multiplicação apresentando as condutas 3 e 4 nas situações 1 e 2, apresentam um desempenho escolar bem abaixo do esperado.

A correlação entre desenvolvimento cognitivo, noção de multiplicação, operatoriedade e desempenho escolar dos alunos tem pouca relação com a noção de multiplicação enquanto os níveis de operatoriedade se mostraram significativamente associados a melhores noções de multiplicação, ou seja, para verificar se uma criança tem noção de multiplicação o melhor a fazer é verificar o nível de operatoriedade porque o desempenho escolar se mostrou alheio ao desenvolvimento cognitivo das crianças.

Diante dos dados estatísticos resultantes da amostra coletada, alguns pontos poderiam ser questionados: Qual a origem destes níveis de desempenho escolar tão altos, se estes não apresentam correlação entre desenvolvimento cognitivo e noção de multiplicação?

Porque não existe relação entre desempenho cognitivo e desempenho escolar?

Esse aparente “sucesso” (altos índices de desempenho escolar) de onde procede?

Quais os critérios utilizados por estas escolas para classificar as crianças com bom nível de desempenho escolar?

Quais tipos de atividades são desenvolvidas?

Foi considerado o papel da teoria da equilíbrio? E as compensações e regulações? Que tipo de regulação foi considerado? E como as crianças reagiram às perturbações? Será que foi considerada a equilíbrio entre os subsistemas?

Na teoria de Piaget a aprendizagem de determinados conteúdos, implica na disponibilidade por parte da criança de estruturas lógicas solicitadas para sua compreensão. O desempenho escolar deveria, portanto, estar em consonância com o desempenho cognitivo. Este deve ser considerado satisfatório somente quando a criança está em busca de um novo equilíbrio resultante de perturbações e desequilíbrios anteriores.

Os dados coletados e a discrepância observada entre o desempenho escolar, a noção de multiplicação e o desenvolvimento cognitivo, parecem indicar que nas escolas as quais os sujeitos pertenciam não foram avaliados os mecanismos subjacentes à ação, implícitos em todo processo de equilíbrio que possibilita a construção de conhecimentos. Além disso, a escola parece também não considerar a compreensão, os processos de abstração, bem como a construção de conceitos. Sem dúvida que a desconsideração desses fatores leva a resultados tão contrastantes como os verificados neste trabalho.

Esses dados vêm ao encontro da perspectiva teórica de Piaget, segundo a qual, a aprendizagem está subordinada aos mecanismos do processo de equilíbrio responsável pela construção das estruturas cognitivas, ou seja, pelo desenvolvimento das estruturas do conhecimento.

O desempenho escolar deveria refletir a teoria da equilíbrio. É o resultado de um sujeito ativo que compensa as perturbações resultantes de sua interação com o meio integrando-as em seus sistemas cognitivos de modo a ultrapassá-lo. Os alunos precisam agir sobre os objetos de forma a levantar suas hipóteses, construir seus procedimentos, errar, deparar-se com contradições, coordenar observáveis, e cabe ao professor solicitar explicações a respeito dos porquês das ações, bem como a justificativa, a comparação de suas ações, a fim de favorecer a tomada de consciência e o aluno

ultrapassar o plano da ação e atingir o plano da compreensão. Quando isso não acontece de fato esse desempenho escolar quanto aos seus resultados é duvidoso e carece de uma melhor definição.

Mantovani de Assis (1976) ao falar sobre o fracasso escolar, afirma que este pode também ser chamado de fracasso inaparente porque, além do fracasso do aluno que não aprende por não dispor de estruturas cognitivas necessárias para a aquisição de conteúdos propostos pela escola, há também o fracasso que embora exista, esconde-se atrás de boas notas. Trata-se de um fracasso inaparente porque o desempenho do aluno que permite sua aprovação de uma série para a outra é baseada simplesmente utilização de mecanismos de memorização para responder à solicitação escolar, sem que haja compreensão de sua própria resposta.

Pais, educadores, instituições tendem a considerar o sucesso de um estudante baseado no desempenho escolar, no entanto, desempenhos altos sem relação com a noção de multiplicação e a operatoriedade demonstram fracasso e não sucesso escolar. Os dados desse trabalho sugerem que existe um equívoco quanto à definição de sucesso escolar se este estiver relacionado ao desempenho escolar, desconsiderar a operatoriedade e sem efeito a noção de multiplicação. Altos índices de desempenho escolar não garantem a aquisição da noção de multiplicação, porque esta só é construída pelos processos de equilibração e abstração reflexiva.

As tabelas 6, 7 e 8 mostram as correlações entre a noção de multiplicação e a operatoriedade. Observa-se que 100% dos sujeitos operatórios e 96% dos que estavam em transição apresentaram níveis mais altos de compreensão da noção de multiplicação, e todos os sujeitos que pré-operatórios não demonstraram possuir sequer a conduta 1 e 2 da noção de multiplicação. Isto, sem dúvida nenhuma, confirma as nossas hipóteses.

Esses resultados são explicados pela teoria de Piaget porque para a construção da noção de multiplicação a operatoriedade é condição necessária. Mas quando comparados com o desempenho escolar esses dados mostram pequena relação, chegando mesmo a ser até contraditórios. É como se os professores e as escolas desconhecem esses processos. Talvez um dos motivos dessas discrepâncias seja o fato de a maioria dos alunos nas aulas de matemática serem convidados a receber de fora uma disciplina intelectual já inteiramente organizada, enquanto que numa situação de atividade autônoma, ele seja solicitado a descobrir por si mesmo as correlações e as noções e assim recriá-las. A matemática é um sistema de construções que, apoiado de início nas coordenações das ações e operações do sujeito, faz-se em uma seqüência de abstrações reflexivas de níveis sempre progressivos.

A compreensão lógica dos conhecimentos incluindo a noção de multiplicação é função direta da construção de estruturas mentais. Essa construção obedece a uma seqüência invariável, mas pode

ocorrer em velocidades diferentes, as quais resultam da qualidade ou frequência das solicitações provenientes dos adultos e das atividades espontâneas das próprias crianças. Quando as solicitações são pobres e inadequadas, o desenvolvimento dessas estruturas poderá ser retardado. Ou em caso contrário acelerado, ou ainda mascarados pelos altos índices de desempenho escolar.

Como já vimos anteriormente as tabelas mostraram que não existe associação entre o desempenho escolar medido e a operatoriedade. Resultados semelhantes a estes já foram detectados por Vidumsky (1987) Grossman (1988), Franco Camargo (1990) e Leite Camargo (1997). A hipótese levantada por Vidumsky foi a de que os critérios usados pelos professores diferirem dos propostos por Piaget. Para Grossman o motivo seria explicado pelo fato de que os alunos por não apresentarem instrumentos cognitivos necessários à aprendizagem, se valeriam de outros recursos como a memorização para mostrarem os resultados esperados pelos professores e assim seriam considerados bons alunos, mesmo sem compreenderem o que realizavam. Segundo Franco Camargo, a avaliação do bom e do mau aluno não estaria vinculada à possibilidade de aprender, mas ao comportamento. Leite Camargo atribui ao fato de a avaliação escolar considerar somente as respostas dos alunos, e estes, a partir da memorização e não da compreensão dos conteúdos terem apresentado um bom aproveitamento escolar.

Os resultados do presente trabalho vêm juntar-se a esses e a outros que discutem e enfatizam a necessidade da escola repensar o processo de ensino aprendizagem e em especial o desempenho escolar. Há muito educadores comprometidos levantam dúvidas e até desconfianças sobre qual a relação entre o desempenho escolar a noção de multiplicação e a operatoriedade. O presente trabalho vem mostrar que fazer adições sucessivas não significa realizar multiplicações, mesmo sendo o resultado final igual e que a compreensão é o resultado da coordenação das três variáveis – multiplicador, multiplicando e resultado final e que as mudanças de nível na construção dessa noção só podem ser explicadas pelos processos de equilibração e abstração reflexiva, sendo que esta última tem um papel fundamental na construção de novas formas. Os conhecimentos de um patamar, (por exemplo nível 3) projetados num patamar superior (pela projeção ou *réfléchissement*), e a reorganização destes elementos retirados anteriormente, por um processo de reflexão no patamar superior, (nível 4) permitiram novas formas, ou seja, novos níveis de construção da noção de multiplicação. E à luz da psicologia genética é possível pensar num desempenho escolar coerente com os processos de desenvolvimento.

A partir da análise e dos dados coletados lançamos a preocupação com o enfoque metodológico e a importância da ação educativa, uma vez que o conhecimento lógico matemático incluindo a noção

de multiplicação não é algo que se adquire por memorização de regras, mas sim, como já foi dito construído por meio do mecanismo de abstração reflexiva.

Também é necessário que o educador esteja bem informado a respeito das peculiaridades do desenvolvimento da inteligência da criança ou do adolescente, e não que sua prática não se fundamente na simples transmissão de conhecimentos. Se o professor conhecer como os alunos constroem as noções matemáticas, ele certamente irá selecionar suas estratégias de tal maneira que possa propiciar atividades adequadas à construção dessas noções. A orientação metodológica que o professor utilizará vai depender da interpretação do processo de aquisição das operações e das estruturas lógico-matemáticas. E certamente a análise dos dados do presente trabalho contribuirão e para essa orientação.

Ao professor é demasiado importante que compreenda como ocorre a psicogênese das operações lógico-matemáticas. Essa compreensão permitirá ao educador compreender, ver que existe uma convergência muito grande entre as principais operações usadas espontaneamente pela criança. A partir dos 7-8 anos, as crianças descobrem por si mesmas operações de reunião e de intersecção dos conjuntos, assim como produtos cartesianos, e a partir dos 11-12 anos chegam à partição dos conjuntos. Mas Piaget (1973) deixa bem claro que *“uma coisa porém é inventar na ação e assim aplicar praticamente certas operações, outra é tomar consciência das mesmas para delas extrair um conhecimento reflexivo e sobretudo teórico.”* (p.19)

Os resultados encontrados confirmaram as hipóteses levantadas e, a partir destes resultados, podemos relacionar algumas implicações para a educação:

É necessário levar em conta o desenvolvimento cognitivo, dos alunos, bem como, rever os sistemas de avaliação escolar, os conceitos de ensino aprendizagem e conhecimento, à luz da teoria piagetiana.

Piaget deixa claro que para que ocorram mudanças significativas e de base na educação é necessário rever, urgentemente, o modo como o aluno aprende. O aluno precisa reinventar o conhecimento a ser adquirido, deve-se exigir do aluno que toda verdade a ser adquirida seja, por ele, reinventada, não pode ser transmitida em forma de adestramento. Sobretudo levar a criança a reinventar aquilo de que é capaz, ao invés de se limitar a ouvir e repetir.

Ao educador é requerido que crie situações e arme dispositivos capazes de suscitar problemas úteis à criança, e organize contra-exemplos que levem o sujeito à reflexão e tomada de consciência. Que o educador abdique do seu papel de conferencista e estimule a pesquisa e o esforço, ao invés de se

contentar com a transmissão de soluções já prontas. (Piaget 1973 p.18). O professor sob a perspectiva construtivista passa a ser um orientador, um provedor de desafios interessantes, para que seus alunos tenham uma aprendizagem significativa no sentido da compreensão, do domínio do conhecimento e do próprio processo de conhecer.

O desconhecimento da psicogênese das operações aritméticas elementares e dos processos cognitivos contribui para que a criança aprenda matemática através de exercícios individuais e de informações dadas pelo professor. Tal prática tem levado a criança a repetir e memorizar uma série de operações sem compreendê-las e sem conseguir relacioná-las com as situações vividas no seu cotidiano.

É provável que a escola freqüentada por estas crianças se valha de métodos de ensino que visem transmitir ao aluno um infundável número de conhecimentos, obrigando-o a repetir mecanicamente exercícios gráficos até armazená-los na memória. Por isso, bem sucedidos são aqueles alunos que conseguem repetir as respostas corretas por ocasião das provas e exames.

As pesquisas de Sastre & Moreno (1980) e Granell (1983) Brenelli (1993) e Leite (2002) mostraram que o que a escola ensina é pouco aproveitado, porque geralmente o aluno não vê similaridade do que é apresentado na escola com o seu dia a dia, a aritmética não tem relação com a vida fora do ambiente escolar.

A prova da noção de multiplicação de Granell utilizada nessa pesquisa evidencia os sujeitos que não detêm a compreensão clara da multiplicação, embora apresentem resultados satisfatórios quanto ao “desempenho escolar”.

Certamente que o desempenho escolar está relacionado ao tipo de aprendizagem do sujeito. Se for propiciado ao aluno situações desafiadoras, situações de questionamentos, situações de dúvidas que são provocadas pelo professor, não somente na relação professor aluno ou aluno professor, mas também na relação aluno-aluno, haverá aprendizagem. É necessário considerar a atividade do sujeito, ou como disse Piaget, um método ativo que privilegie a ação do aluno porque o ser humano aprende por força das ações que ele mesmo pratica, ou ainda como diz Becker (2001) aprende-se porque se age para conseguir algo novo; num segundo momento, para apropriar-se dos mecanismos dessa ação primeira. Aprende-se porque se age e não por que se ensina” (p.39) se não houver a possibilidade dessa ação, não haverá a possibilidade de um retorno sobre si mesmo mediante uma tomada de consciência.

É necessário levar em conta as construções cognitivas do educando, instaurar a fala do aluno observando o fazer do aluno, organizar ações, inventar situações experimentais para facilitar a invenção do aluno, considerar o erro como instrumento analítico, colocar o aluno em interação com a ciência, a arte, os valores, superar a repetição substituindo-a pela construção.

Quando o professor conjugar a aprendizagem “stricto sensu” e “lato sensu”, poderá efetivamente ocorrer maiores possibilidades de sucesso escolar. Ou como diz Mantovani de Assis (1976):

Conhecer depende de saber fazer; este consiste numa forma prática de conhecimento através da ação. A passagem desta forma prática de conhecimento para o pensamento se efetua através da tomada de consciência, que ocorre quando os esquemas de ação se transformam em noções e operações...para chegar a realizar uma operação, o sujeito precisa tê-la realizado anteriormente na ação. (p. 53)

Enfim, bem mais do que um elenco de atividades que possam favorecer a construção do número e dos conceitos matemáticos, o mais importante é a postura do professor, quanto a prover uma interação adequada entre a criança e o meio. Certamente em vez de pusilânimes educados, as instituições de ensino poderão produzir homens fortes para agir e pensar, homens que sejam senhores e não escravos das circunstâncias, homens que possuam amplidão de espíritos, clareza de pensamento, e coragem nas suas convicções.

Referências

- BECKER, Fernando. A Epistemologia do Professor: O Cotidiano da Escola, Petrópolis-RJ: Vozes, 1993.
- BRENELLI, R.P. Intervenção Pedagógica, via Jogos Quilmes E Cilada, Para Favorecer a Construção de Estruturas Operatórias e Noções Aritméticas em Crianças com Dificuldades de Aprendizagem. (Tese de doutorado) Campinas Unicamp. 1993.
- PIAGET, Jean. A Teoria de Jean Piaget, in CARMICHAEL. Manual de Psicologia da Criança. Organizado por Paul H. mussen. São Paulo: E.P.U. Editora da Usp. 1977. Vol. IV, p. 71 a 116.
- CAMARGO, Ricardo Leite. O Desenvolvimento Cognitivo e o Desempenho Escolar.(Dissertação de mestrado). Campinas:, Unicamp. 1996.
- CAMPOS, G.C.E. Estágios do Desenvolvimento Cognitivo e suas Relações com Os Determinantes Sócio Econômicos. (tese de doutorado) Campinas. Unicamp 1989.
- CASTRO, A. D. (1996) Educação e Epistemologia Genética. In Sisto, F.F. (org) Atuação Psicopedagógica e Aprendizagem escolar. Editora Papirus Campinas 1996.
- COLLARES, Cecília A.L. MOISÉS, M. Aparecida A. Preconceitos no Cotidiano Escolar; Ensino e Medicalização, Campinas-SP: Cortez, 1996.

- DOLLE, Jean Marie. Para Compreender Piaget. Tradução: Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1995. (publicado originalmente em 1974)
- FLAVEL, JOHN H. A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget, 4ª ed., São Paulo: Pioneira, 1992 (publicado originalmente em 1965).
- FRAGATA, Cássia. Investindo na Cidadania: O Avanço da Educação no Brasil. – São Paulo: Prêmio Editorial, 2002.
- FERREIRO, Emilia. Atualidade de Jean Piaget. Trad. Ernani Rosa. Editora ArtMed. Porto Alegre 2001.
- GUIMARÃES, K.P. Abstração Reflexiva e Construção da Noção de Multiplicação, via jogos de Regras: em Busca de Relações. (Dissertação de Mestrado) Campinas: Universidade Estadual de Campinas. 1998
- GRANELL, Carmem G. Processos Cognitivos em Aprendizagem de La Multiplicación. In: Montserrat Moreno y Equipo del Imipae. *La Pedagogía Operatória – um enfoque constructivista de la educación*. Barcelona: Editorial Laia, 1983.
- GROSSMAN, Sara. Desenvolvimento das Estruturas Lógicas e Desempenho Escolar. (Dissertação de Mestrado) Campinas. Unicamp. 1988.
- INHELDER, Barbel. Magali Bovet e Hermine Sinclair. Aprendizagem e Estruturas do Conhecimento. Tradução Maria Aparecida Rodrigues Cintra. São Paulo. Editora Saraiva, 1977. (publicado originalmente em 1974)
- KAMII, Constance. A criança e o Número. Tradução: Regina de Assis. Campinas. Papyrus, 1990.
- _____ e DECLARK, Georgia. Reinventando a Aritmética: Implicações da Teoria de Piaget. Campinas – SP.: Papyrus. 1994
- KAMII, Constance. JOSEPF, Linda, L. Aritmética: Novas Perspectivas – implicações da teoria de Piaget. Tradução: Marcelo Lellis, Marta Ravioglio, Jorge José de Oliveira. Campinas: Papyrus, 1993. (publicado originalmente em 1985)

KAMII, Constance; DEVRIES Rheta. Piaget Para a Educação Pré-Escolar. 2ª ed., Tradução: Maria B. Danesi. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992 .

LOPES., S.V. A. Relações entre a Abstração Reflexiva e o Conhecimento Aritmético de Adição e Subtração em Crianças do Ensino Fundamental. (Dissertação de Mestrado). Campinas Unicamp.

MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. Conhecimento Físico, Social e Lógico Matemático. 1981. F.E. – UNICAMP. Texto mimeografado.

_____. A Solicitação do Meio e a Construção das Estruturas Lógicas Elementares na Criança, Tese de Doutorado, Campinas: Unicamp, 1976.

_____. Uma Nova Metodologia de Educação pré escolar. 7ª Edição Editora Pioneira de Ciências Sociais. São Paulo. 1993

MORENO, Montserrat y Equipo de IMPAE Ayuntamiento de Barcelona. La Pedagogia Operatória. Capallades : Spain, 1983.

MORENO, Montserrat. O Que é Pedagogia Operatória? In: *La Pedagogia Operatória – un enfoque constructivista de la educacioón*. Barcelona: Editorial Laia, 1987.

MORGADO, Luísa. O Ensino da Aritmética – perspectiva construtivista. Coimbra: Livraria Almedina, 1993.

MORO, M.L.F. Aprendizagem Construtivista da Adição/Subtração e Interações sociais. O percurso de três Parceiros. Vol. 1 (Tese para o Concurso de Professor Titular de Educação) Universidade Federal do Paraná. 1998,

NAVES, M. L. P. Estudo sobre a Relação entre a Reversibilidade de Pensamento e a Conceitualização da Língua Escrita na Criança. (Dissertação de Mestrado) Campinas Unicamp. 1992.

NOGUEIRA, Clélia M. I. O Desenvolvimento das Noções Matemáticas na Criança e seu Uso no Contexto Escolar: O Caso Particular do Número.(Tese de Doutorado) Marília 2002.

PIAGET, Jean. A Representação do Mundo na Criança. Tradução: Rubens Fuíza. Rio de Janeiro: Record, cultural. 1979. (publicado originalmente em 1926)

_____. A Equilibração das Estruturas Cognitivas. Problema Central do Desenvolvimento. Trad. Marion Merlone Penna. Zahar Editores. Rio de Janeiro 1976. (Publicado originalmente em 1975).

_____. A Epistemologia Genética. Tradução: Nathanael C. Caixeiro In Os Pensadores. Editora Abril Cultural. São Paulo 1975. (publicado originalmente em 1970).

_____. A Teoria de Jean Piaget, in CARMICHAEL. Manual de Psicologia da Criança. Organizado por Paul H. Mussen. São Paulo: E. P.U. Editora da USP. 1977. Vol IV, p. 71 a 116.

_____. Para Onde Vai a Educação? Tradução Ivette Braga. Rio de Janeiro. Editora: Livraria José Olympio Editora Unesco. 1973. Publicado originalmente em 1948 e 1972.

_____. Psicologia e Pedagogia, 8ª Edição, Rio de Janeiro: editora Forense, 1988. (publicado originalmente em 1969).

_____. Abstração Reflexionante: Relações Lógico-Aritméticas e Ordem das Relações Espaciais. Tradução: Fernando Becker e Petronilha Beatriz Gonçalves da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas. 1995. (publicado originalmente em 1977)

_____. Psicologia da Inteligência. Tradução Nathanael C. Caixeiro. Zahar Editores Rio de Janeiro 1977 (publicado originalmente em 1967).

_____. O Raciocínio na Criança. Tradução Valerie Rumjanek Chaves 2ª Edição Editora Record Cultural Rio de Janeiro. 1967. (publicado originalmente em 1967).

_____. O Possível e o Necessário Vol. I Trad. Bernardina Machado de Albuquerque. Editora Artes Médicas. Porto Alegre 1985. (Publicado Originalmente em 1981).

_____. O Possível e o Necessário Vol. 2 . Evolução dos Necessários na Criança. Trad. Bernardina Machado de Albuquerque. Editora Artes Médicas. Porto Alegre 1986. (publicado originalmente em 1983)

_____. O Nascimento da Inteligência na Criança. Trad. Alvaro Cabral. 4ª Edição. Editora Guanabara Rio de Janeiro 1987. (Publicado originalmente em 1966).

_____. O Desenvolvimento do Pensamento-Equilíbrio das Estruturas Cognitivas. Trad. Por Alvaro de Figueiredo. Publicações Dom Quixote. Lisboa 1977

_____. Seis Estudos de Psicologia. Tradução Maria Alice Magalhães D Amorim 12ª Edição Editora Forense Universitária Ltda Rio de Janeiro 1984 (publicado originalmente em 1964).

_____. Biologia e Conhecimento. Tradução Francisco M. Guimarães 2ª Edição. Editora Vozes. Petrópolis 1996. (publicado originalmente em 1967).

_____.e GRECO P. Aprendizagem e Conhecimento. Tradução Equipe da Livraria Feitas bastos. Livraria Freitas Bastos, 1974 (publicado originalmente em 1959).

_____.INHELDER. B. Gênese das Estruturas Lógicas Elementares. Trad. Alvaro Cabral. 2ª Edição Zahar Editores. Rio de Janeiro 1975. (Publicado originalmente em 1959).

_____.SZEMINSKA. A Genese do Número na Criança. Trad. Christiano Monteiro Oiticica. Zahar Editores. Rio de Janeiro 1971 (Publicado originalmente em 1964).

_____.INHELDER, SINCLAIR E BOVET. Aprendizagem e Estruturas do Conhecimento. Trad. Cintra e Cintra. Editora Saraiva 1977 (publicado originalmente em 1974).

_____. INHELDER. B. A Psicologia da Criança, Trad. Octavio Mendes cajado 14^a ed., Editora Bertrand Brasil Rio de Janeiro 1995.

RAMOZZI-CHIAROTINO, Zélia. Psicologia e Epistemologia Genética de Jean Piaget. São Paulo: EPU, 1988.

SARAVALI, Eliane Giachetto, Influência da Intervenção Pedagógica na Psicogênese da Noção de Multiplicação. Campinas – Unicamp 1995.

SASTRE, Genoveva; MORENO, Montserrat. Descubrimiento y Construcción de Conocimientos. Espanha”Gedisa, 1980.

_____.Representação Gráfica da Quantidade. Traduzido por Carmem Scriptori de Souza (org) Mantovani de Assis e Mucio Camargo. I Encontro nacional de Professores do Proepre. 1984.

_____. Aprendizaje y Desarrollo Intelectual. Espanha: Gedisa, 1983.

_____. Ciências Lógico-matemáticas. In Enciclopedia práctica de pedagogía. Pp 93 a 110

SOUZA., C.S. Um Dois...Feijão com Arroz...três, Quatro...Feijão no prato... A Matemática na Pré escola. (Dissertação de Mestrado) Campinas Unicamp. 1988.

Anexo 1

Prova – Multiplicação e Divisão Aritmética

Granell, 1983, p.129-147)

Objetivo:

Estudar as dificuldades encontradas na construção das noções de multiplicação e divisão e as estratégias que as crianças desenvolvem para superarem estas dificuldades.

Descrição:

Sobre uma mesa, o experimentador dispõe objetos mini brinquedos, simulando uma loja. Cada objeto tem à sua frente um cartão com preço que varia de 1 a 9 reais. Numa caixa ficam várias fichas que correspondem ao dinheiro. O experimentador combina com a criança que cada ficha vale 1 real e que o preço marcado no cartão corresponde ao preço de cada objeto. Em seguida, pede-se a criança que constate o preço dos objetos e lhe é proposto brincar de comprar e vender, sendo ela o comprador e o experimentador, o vendedor.

Há duas situações que são propostas aos sujeitos que envolvem compra e venda.

Primeira Situação – multiplicação aritmética

Objetivo:

Por meio desta situação é possível verificar se o sujeito apenas faz antecipações ou se tem a idéias do operador multiplicativo.

Procedimento:

O experimentador pede à criança que coloque o dinheiro necessário para comprar um objeto. Em seguida, põe vários objetos do mesmo tipo sobre a mesa e pede a ela que coloque o dinheiro necessário para comprá-los. Importante notar que não se enumera a quantidade de objetos. Repete-se o procedimento variando os objetos e a quantidade dos mesmos.

Para avaliar os níveis de construção da noção de multiplicação, Granell adotou 4 (quatro) condutas:

Conduta I – Corresponde às crianças que estabelecem correspondência termo a termo, igualando na resposta final o número de fichas ao número de objetos que poderiam ser comprados.

Conduta II – Corresponde às crianças que aumentam em algumas unidades o resultado final devido a uma consideração intuitiva da correspondência múltipla, não se importando com a quantificação exata ainda.

Conduta III – Corresponde às crianças que chegam a um resultado correto por procedimentos aditivos mediante adições sucessivas, sem nenhuma antecipação do número de ações a fazer. Para isso correspondem os conjuntos de fichas (preço dos objetos) a cada objeto a ser comprado (correspondendo muitos para cada um a cada elemento sucessivamente), chegando ao resultado final correto por meio de adições sucessivas.

Conduta IV – Corresponde às crianças cujos procedimentos mostram antecipação da quantidade de fichas que seriam necessárias, sem nenhuma verificação empírica, alcançando o resultado final mentalmente.

Situação 2: Divisão Aritmética

Objetivo

Verificar a construção da compensação necessária entre as variáveis.

Procedimento

O experimentador entrega para a criança uma determinada quantidade de moedas e pergunta-lhe quantos objetos de um determinado tipo podem ser comprados com aquele dinheiro (por exemplo: quantos objetos podem ser comprados com 18 moedas). Se a criança chegar a uma conclusão correta, ser-lhe-á proposto que pense se, com as mesmas moedas poderá comprar algum outro objeto dentre os existentes na loja, de maneira que não lhe sobre ou falte moedas. A criança será avisada que todos os objetos que poderá comprar deverão ser do mesmo tipo.

Para a Segunda situação a noção da divisão Granell também apresentou 4 condutas:

Conduta I - Corresponde às crianças que afirmam não poder comprar nenhuma outra coisa, ou somente objetos que custam 1 real, não admitindo a possibilidade de fazer diferentes composições, nem mesmo com conjuntos equivalentes.

Conduta II – a criança tenta operar com conjuntos equivalentes, mas ainda não existe uma compensação exata entre o número de conjuntos e o número de elementos de cada conjunto dentro do mesmo todo. Parece haver um início de tomada de consciência de que se comprar mais objetos, tem que ser mais baratos e vice-versa, sem que se chegue a uma quantificação exata. A criança não percebe a necessidade de coordenação entre as três variáveis: multiplicando, multiplicador e resultado final.

Conduta III – a criança não é capaz de fazer antecipações corretas, mas chega a uma solução por meio de tentativas que podem começar desde um tateio assistemático, compreendendo algumas propriedades, até um tateio sistemático, com todas as possibilidades de distribuição do todo.

Conduta IV – Corresponde às crianças que antecipam as possíveis composições do todo com os respectivos conjuntos equivalentes por meio de operações mentais, sem necessariamente se basear em comprovações empíricas.

Referência Bibliográfica:

GRANELL, C.G. (1983). Procesos Cognoscitivos en el aprendizaje de la multiplicacion. In Montserrat Moreno y equipo del Imipae. La pedagogía operatoria, Laia Editorial, p.

129-47