

MARIA LÚCIA S. LUJAN

ESTE EXEMPLAR
CORRESPONDE À REDAÇÃO
FINAL DA DISSERTAÇÃO
DEFENDIDA POR
MARIA LÚCIA LUJAN E
APROVADA PELA COMISSÃO
JULGADORA

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

Faculdade de Educação - FE

Área de Concentração: Educação Matemática

A GEOMETRIA NA 1ª SÉRIE DO 1º GRAU

UM TRABALHO NA PERSPECTIVA DE

VAN HIELE

Campinas, SP
1997



9808165

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA
DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP**

L968g Lujan, Maria Lúcia Sansígolo.
A geometria na 1ª série do 1º grau : um trabalho na perspectiva de van Hiele / Maria Lúcia Sansígolo Lujan. --
Campinas, SP : [s.n.], 1997.

Orientador : Lucila Diehl Tolaine Fini.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Educação.

1. Hiele, Pierre M. van. 2. Geometria - Estudo e ensino
(Primeiro grau). 3. Educação matemática. 4. Psicologia
educacional. I. Fini, Lucila Diehl Tolaine. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do Título de MESTRE em EDUCAÇÃO na Área de Concentração: Educação Matemática à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação Prof(a) Dr(a) Lucila Diehl Tolaine Fini.

Comissão Julgadora

Clayson de Jesus

Márcia Regina F. de Brito

Luiz Carlos

Ao meu neto Xandinho, que me
ajudou a compreender a gênese do
conhecimento.

Aos meus filhos, Alexandre e
Guilherme, que me introduziram no
mundo dos computadores.

AGRADECIMENTOS

Ao terminar este trabalho quero agradecer a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, colaboraram para que ele se tornasse realidade. Meu agradecimento especial :

- à Prof^a Dr^a Lucila Diehl Tolaine Fini, que me orientou com amizade e paciência;
- aos professores integrantes da banca examinadora do Exame de Qualificação, Prof^{as} Dr^{as} Márcia Regina Ferreira Brito e Orly Zucato Mantovani de Assis, cujas sugestões pertinentes e valiosas e indicações de leitura contribuíram para a elaboração final deste trabalho;
- ao Prof Dr. Sérgio Lorenzato pelo interesse e acompanhamento durante o desenvolvimento deste trabalho;
- aos Prof^s Dr^s Antonio Miguel, Dario Fiorentini e Maria do Carmo Domitê Mendonça, pelas interessantes e sugestivas aulas sobre Problemas e Tendências em Educação Matemática, que enriqueceram a elaboração desta dissertação;
- à Lilian Nasser, pela atenção e valiosa contribuição;
- à diretora, professoras e funcionários da escola onde a coleta de dados foi realizada, pela presteza e atenção com que me atenderam e, principalmente
- às crianças que participaram deste trabalho, que me recebiam com alegria e pela valiosa cooperação;
- aos colegas da Pós-Graduação pelo incentivo e trocas de experiências;
- aos funcionários da Pós-Graduação pela solicitude no atendimento;
- aos demais professores e alunos, que me apoiaram neste trabalho;
- ao CNPQ pela ajuda financeira.

RESUMO

A GEOMETRIA NA 1ª SÉRIE DO 1º GRAU: UM TRABALHO NA PERSPECTIVA DE VAN HIELE

Esta pesquisa teve como fundamento o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e apoiou-se na Psicologia Genética de Piaget. Foram investigadas algumas atividades geométricas em alunos em início de escolarização. Utilizou-se, para isso, materiais não industrializados e confeccionados especialmente para este trabalho. Foram sujeitos desta pesquisa 44 crianças da 1ª série do 1º grau de uma escola da rede oficial do Estado de São Paulo, que constituíram o grupo experimental e o grupo de controle. Esses sujeitos foram submetidos ao pré-teste, intervenção pedagógica e pós-teste. Os resultados indicaram que os sujeitos do grupo experimental, e que foram submetidos a um trabalho de intervenção pedagógica, apresentaram um desempenho significativamente melhor no pós-teste que o grupo de controle que não participou do trabalho de intervenção pedagógica. A pesquisa mostrou, também, que alunos de 1ª série, podem adquirir conceitos geométricos, como os estudados nesta pesquisa, se a proposta de trabalho pedagógico for condizente ao nível cognitivo dos educandos.

ABSTRACT

THE GEOMETRY IN THE FIRST GRADE OF THE ELEMENTARY SCHOOL: A WORK IN THE VAN HIELE'S PERSPECTIVE

This research had as basis the geometric thought development model of van Hiele and was assisted by the Piaget's genetic psychology. A few geometrical activities of students in the elementary school were investigated. For this purpose non-industrialized materials were used and made specially for this work. For this research 44 children first graders (elementary school) from an official school of the São Paulo State formed the experimental and the control groups. Those students were submitted to an initial test, pedagogical intervention and a post test. The results indicated that the students from the experimental group, who were submitted to pedagogical intervention, presented a significantly better performance in the post test than the control group, who did not participate of the pedagogical intervention. This research has also shown that students of the first grade of the elementary school can acquire geometrical concepts, as those used in this work, only if the proposed pedagogical work was adequate for their cognitive level.

ÍNDICE

◆	Introdução	1
◆	Capítulo I	10
•	As dificuldades no ensino da Matemática e da Geometria	10
◇	Geometria: Um pouco de história	19
◆	Capítulo II	31
•	Tendências em Educação Matemática	31
◇	A Psicologia Genética e a Educação Matemática	41
◇	A teoria de van Hiele	55
◆	Capítulo III	64
•	Metodologia	64
◇	1 - Sujeitos	65
◇	2 - Procedimento e Material	66
◇	2.1 - Procedimento para o pré-teste	66
◇	2.2 - Pós-teste	68
◇	2.3 - Intervenção Pedagógica	68
◇	2.4 - Material	70
◇	3 - Análise dos dados	80
◆	Capítulo IV	82
•	Resultados, Análise e Discussão dos Dados	82
◇	1 - Resultados e análise do pré-teste	82
◇	1.1 - Análise dos dados obtidos no pré-teste	83
◇	1.2 - Análise dos dados obtidos no pós-teste	85
◇	2 - Análise do número de acertos por sujeitos.	87
◇	2.1 - Análise dos dados observados no grupo experimental	89
◇	2.2 - Análise dos dados observados no grupo controle	89
◇	2.3 - Comparação entre os grupos controle e experimental no pré-teste	91
◇	2.4 - Comparação entre os grupos controle e experimental no pós-teste	92
◇	3 - Observações sobre a intervenção pedagógica	94
◆	Capítulo V	105
•	Considerações Finais	105
◇	Pensando o ensino de Geometria na 1ª série	112
◆	Bibliografia	122
◆	Anexos	

ÍNDICE DAS FIGURAS

Figura 1 - Bingo Geométrico	71
Figura 2 - Sólidos Geométricos	72
Figura 3 - Pintando figuras	73
Figura 4 - Quebra cabeça	73
Figura 5 - Todo e partes	74
Figura 6 - Todo e partes	74
Figura 7 - Medindo quadrados e retângulos	75
Figura 8 - Baralho do "Mico" geométrico	75
Figura 9 - Figuras sobrepostas	76
Figura 10 - Pintando intersecção de figuras	76
Figura 11 - Polígonos e círculos	77
Figura 12 - Pintando figuras	78
Figura 13 - Formando ladrilhos	78
Figura 14 - Pintando figuras	79
Figura 15 - Simetria das figuras básicas	79
Figura 16 - Completando figuras	80
Figura 17 - Outras atividades	81

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Número total de acertos dos sujeitos nos grupos de controle e experimental, no pré-teste, por questão	84
Tabela 2 - Número total de acertos dos sujeitos nos grupos de controle e experimental, no pós-teste, por questão	86
Tabela 3 - Número de acertos dos sujeitos nos grupos de controle e experimental, no pré e pós-teste	88
Tabela 4 - Prova de Wilcoxon para duas amostras relacionadas (pré e pós-teste)	89
Tabela 5 - Prova de Mann-Whitney para duas amostras independentes (pré e pós-teste)	91
Tabela 6 - Média, intervalo de $\pm 1,96$ desvios padrões e de ± 1 desvio padrão em torno da média do número de acertos dos sujeitos dos grupos de controle experimental, no pré e pós-teste	93
Tabela 7 - Mediana, valores mínimos e máximos, percentis P_{25} e P_{75} do número de acertos dos sujeitos dos grupos de controle e experimental, no pré e pós-teste	93

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Número de acertos dos sujeitos do grupo experimental, no pré e pós-teste	90
Gráfico 2 - Número de acertos dos sujeitos do grupo controle, no pré e pós-teste	90
Gráfico 3 - Número de acertos dos sujeitos no pré-teste, por grupo	91
Gráfico 4 - Número de acertos dos sujeitos no pós-teste, por grupo	92
Gráfico 5 - Mediana, valores mínimos e máximos, percentis P_{25} e P_{75} do número de acertos dos sujeitos dos grupos de controle e experimental, no pré e pós-teste	94
Gráfico 6 - Média, intervalo de $\pm 1,96$ desvios padrões e de ± 1 desvio padrão em torno da média do número de acertos dos sujeitos dos grupos de controle experimental, no pré e pós-teste	95

**Se se deseja, como necessariamente
se faz cada vez mais sentir, formar
indivíduos capazes de criar e de trazer
progresso à sociedade de amanhã, é
claro que uma educação ativa
verdadeira é superior a uma educação
consistente apenas em moldar os
assuntos do querer pelo já
estabelecido e os do saber pelas
verdades simplesmente aceitas.**

(Piaget, 1976, p. 34)

INTRODUÇÃO

A Geometria é parte intrínseca do nosso universo físico; o ensino da Geometria faz parte do currículo das escolas de todos os países do mundo.

A importância do ensino da Geometria é reconhecida na formação do educando, embora se possa constatar a existência de controvérsias sobre o lugar que a Geometria deveria ocupar na educação perante os demais temas.

Infelizmente, estudiosos e pesquisadores têm assinalado que o ensino da Geometria, sob a influência do movimento da Matemática Moderna, ao longo dos anos 60, foi sendo reduzido nas escolas de 1º e de 2º graus. Nas 1ªs até as 4ªs séries, na verdade, praticamente, desapareceu.

O estudo da Geometria, entretanto, pode ser muito rico e agradável e possibilitar inúmeras atividades interessantes e desafiadoras que requerem um tipo de “pensamento geométrico”.

Analisando-se documentos oficiais, constata-se que a Coordenadoria de Ensino e Normas Pedagógicas (CENP/SP), órgão da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, como orientação para o 1º grau, definiu três grandes temas na “Proposta Curricular para o ensino de Matemática - 1º grau” - de 1992: Número, Geometria e Medidas. Definiu também, metas para o ensino de Matemática, enfatizando explicitamente “as aplicações

práticas e o desenvolvimento do raciocínio lógico” (p.19), como um caminho para a compreensão de conceitos matemáticos. Portanto, ao lado de Número e Medidas, a Geometria figura claramente como um dos temas do ensino de Matemática.

A CENP/SP, cabe lembrar, é um órgão criado para dar apoio à atualização da prática docente e está diretamente ligado às discussões sobre a qualidade de ensino oferecido pelas escolas públicas. No período que antecedeu o ano de 1992, esse órgão coordenou um processo de elaboração de propostas curriculares para a rede de ensino. Essas propostas foram embasadas em dados fornecidos pelos professores sobre os problemas em sala de aula; em questões apontadas e enumeradas em reuniões e discussão sobre a metodologia de ensino das diferentes disciplinas escolares, as quais abrangem o núcleo comum e a parte diversificada do currículo e também na análise e crítica dos Guias Curriculares anteriormente publicados pela Secretaria de Educação.

Por meio dos Guias Curriculares a CENP/SP propõe definir uma orientação geral e apresentar sugestões norteadoras para o trabalho do professor em sala de aula, assim como precisar um grau de flexibilidade e autonomia para as escolas e professores que possibilitasse o desenvolvimento do trabalho no ensino de 1º e 2º graus, no Estado de São Paulo.

Por sua vez, a Proposta Curricular de Matemática para o Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério (CEFAM), e Habilitação Específica para o Magistério, (HEM), da rede pública do Estado de São Paulo, (1990), tem como objetivo principal “caracterizar melhor a Matemática que deve estar presente na formação dos professores das séries iniciais.” (p.11).

Essa proposta preconiza que o ensino de Geometria nos cursos de formação para o magistério, desenvolva-se junto com os demais temas em aulas de Matemática. O texto da proposta, quanto à Geometria sugere que “seu estudo distribua-se ao longo de todo o curso em pelo menos uma aula por semana - se

constarem da grade três aulas de Matemática, pelo menos uma deve ser de Geometria.” (p.119).

No entanto, quando se analisa a grade curricular da HEM, é possível constatar que, na maioria delas, são previstas 4 aulas de Matemática, distribuídas semanalmente ao longo do ano letivo durante todo o curso.

Pergunta-se: dentre essas quatro aulas semanais de Matemática, o professor dedica ao menos uma para Geometria?

A experiência tem mostrado que a Geometria é abandonada pelos professores, tanto no 1º grau quanto nos demais cursos. Em encontros, cursos e reuniões de planejamento com professores em exercício, pode-se constatar que não se tem nem ao menos uma aula de Geometria por semana nas salas de aula.

Essa situação é no mínimo lamentável, dada a importância da Geometria no ensino da Matemática, importância essa destacada por estudiosos como Pavanello (1995), Miguel e outros (1992), e Lorenzato, (1995).

Cabe ainda lembrar que a Proposta Curricular para o Magistério (1990), sugere que um processo constante de integração entre o espaço e o plano é essencial, e propõe o modelo de van Hiele como fundamentação teórica para subsidiar o trabalho docente. Porém, em encontro de professores de Matemática de 1º grau, da rede pública do Estado de São Paulo, realizada em 1994, cujo tema era Geometria, a grande maioria dos participantes expressava dificuldades nas discussões sobre tópicos geométricos, indicando que esses professores nunca, ou pouco haviam estudado sobre esse assunto e que desconheciam o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, destacado na proposta do CEFAM e da HEM (1990).

Apesar de a orientação para os cursos de formação para o magistério estabelecer conteúdos, abordagem e metodologia para o ensino de Geometria, em nossas escolas esse ensino é quase inexistente, e quando

eventualmente ocorre, o trabalho do professor não segue as diretrizes indicadas. Trabalhos como os de Pavanello (1989) e de Peres (1991), confirmam o abandono do ensino de Geometria pelas escolas.

Essas considerações remetem para algumas indagações: nas séries iniciais do 1º grau, nossos alunos estão aprendendo Geometria?; se os alunos dos cursos de magistério não aprendem Geometria como poderão ensinar seus futuros alunos no 1º grau?

Especificamente, nas classes de 1^{as} até as 4^{as} séries do 1º grau, quando o professor focaliza a Geometria, limita-se a aspectos superficiais das figuras planas, apenas como uma preparação para o cálculo do perímetro e área do quadrado e do retângulo.

A prática docente tem mostrado que os alunos dos cursos de magistério têm dificuldades em relação à Geometria e, além do mais, não se encontra, com facilidade, trabalhos que auxiliem o professor das séries do 1º grau a trabalhar com Geometria em sala de aula.

Essas questões requerem especial atenção pois dizem respeito a formação de profissionais que irão atuar ou estão atuando no 1º grau, segmento básico da escola, que implica em grande responsabilidade, já que as experiências vivenciadas nesse período são marcantes na vida dos alunos.

A Proposta Curricular para o CEFAM (1990), anteriormente citada define para a Matemática a função de “estimular as habilidades de observação, síntese, análise, decisão, argumentação e de generalização” (p.11), e à Geometria, “as habilidades de observação, percepção espacial, argumentação, representação gráfica, habilidades lógicas.” (p.117).

Essas habilidades são importantes para os indivíduos, e por meio delas pode-se identificar relações entre muitos conceitos matemáticos, como por

exemplo: valor posicional, algoritmo das operações, seqüências, seriação e conceitos espaciais.

Considerando a situação atual do ensino, constata-se uma tendência nítida de abandono do ensino da Geometria nas escolas. Essa situação está relacionada a controvérsias sobre esse tema, e também a falhas nos cursos de formação para o magistério. A escola, possivelmente, não está habilitando professores em condições de realizar a relevante função de ensinar crianças em geral, e especificamente, não está capacitando professores para ensinar Geometria.

A preocupação com a formação de professores das séries iniciais é refletida na Indicação CEE/SP, (Conselho Estadual de Educação do Estado de São Paulo), nº 15/87, aprovada em 16-12-87, onde se lê:

Entendemos que a má formação de professores de 1º grau é decorrente de dois problemas: falta de uma política integrada da formação de Magistério e desvalorização social e profissional do professor.

Sobre a formação de professores, Piaget (1976), afirma:

A verdade é que a profissão de educador, nas nossas sociedades, não atingiu ainda o *status* normal a que tem direito na escala dos valores intelectuais... o mestre-escola não chega a ser considerado pelos outros - e, o que é pior, nem por ele mesmo - como um especialista, quer do ponto de vista, das técnicas, quer do da criação científica. Apenas aparece como um simples transmissor de um saber ao nível de cada um. (p.19, 20).

A Deliberação CEE/SP nº 30/87, que versou sobre a Habilitação Específica de 2º grau para o Magistério, e que pretendeu possibilitar o resgate da especificidade do curso com nova organização, comprometida com a formação

integral do futuro professor das séries iniciais, entre outras providências, define no Artigo 8º:

A escola incluirá na Parte Diversificada do seu currículo, obrigatoriamente, os seguintes componentes: Conteúdo e Metodologia de Língua Portuguesa, com especial ênfase à Alfabetização; Conteúdo e Metodologia de Estudos Sociais; Conteúdo e Metodologia de Ciências e Matemática.

A partir de 1989, trabalhando com o componente curricular Conteúdo e Metodologia de Matemática, num curso de Habilitação Específica para o Magistério de 1º grau, constatou-se dificuldades especiais nos alunos em relação a um trabalho com Geometria. Nesse curso procurava-se equilibrar o trabalho relacionado ao estudo teórico e as atividades práticas.

Na Indicação CEE/SP nº 15/87, no item 4.5 - Acréscimos instituídos pelo CEE/SP, lê-se:

O importante, em relação a estes componentes, é que sejam organizados e programados tendo em vista que experiências de aprendizagem a serem transmitidas aos professorandos o sejam em forma de Atividades, categoria curricular com a qual terão que trabalhar. (grifo nosso).

Por isso, nesses componentes, além do conteúdo a ser transmitido, é necessário que os alunos vejam exatamente como se faz. (grifo nosso).

As aulas desse curso, levando em conta a orientação citada acima, eram desenvolvidas a partir do estudo do conteúdo específico correspondente a cada item da Proposta Curricular para o ensino de Matemática - 1º grau e do estudo de teorias que subsidiavam os tópicos matemáticos estudados. Em seguida, os alunos deviam realizar atividades práticas correspondentes a um conteúdo determinado, considerando as sugestões das "Atividades Matemáticas" (material didático-pedagógico, publicado em quatro volumes e destinados às 1^{as}

até as 4^{as} séries do 1º grau, decorrente do resultado do trabalho desenvolvido a partir de 1981, em algumas escolas estaduais de 1º grau da Região Metropolitana da Grande São Paulo. Esse trabalho foi desenvolvido pela CENP/SP, que semanalmente entregava as atividades matemáticas aos professores que, por sua vez, trabalhavam com os alunos e colhiam informações quanto ao desenvolvimento das mesmas, enquanto elementos da equipe da CENP/SP faziam observação do trabalho dos alunos em sala de aula, coletando dados sobre os procedimentos e desempenho dos alunos durante as atividades).

É interessante destacar algumas expressões dos alunos que surgiam após o trabalho prático com material concreto: "só agora compreendi porque *vai um* na adição", ou então "só agora entendi o *emprasta um em cima e devolve em baixo* na subtração; ou ainda, "ah! é essa a operação do *escorrega um*."

Quando o tópico Geometria foi abordado, surgiram exclamações: *para que ensinar Geometria? Geometria é difícil? Como ensinar Geometria às crianças? O que é Geometria?*

Foi possível perceber, nesse trabalho, que a Geometria era vista como uma disciplina sem importância, complicada, difícil e até desconhecida. A maioria desses alunos, futuros professores, não possuía conceitos geométricos e, quando os possuía, eram confusos.

A preocupação com o ensino de Geometria para crianças nas séries iniciais do 1º grau, que veio desencadear este trabalho, surgiu ao trabalhar com esses alunos do curso de formação para o magistério e foi reforçada em discussões em cursos promovidos pela CENP/SP e em cursos de extensão promovidos pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), nos quais, a situação do ensino de Geometria nas escolas, a relevância desse ensino e os problemas a ele relacionados, foram discutidos, analisados e destacados.

O trabalho pedagógico que se tem desenvolvido com alunos do curso de Magistério tem mostrado as dificuldades desses futuros professores em relação à Geometria e, mostra, ao mesmo tempo, as possibilidades de conseguir-se que eles tenham uma outra perspectiva sobre o assunto, de maneira geral, e sobre o tópico Geometria e especificamente nas primeiras séries.

Considerando a importância da prática pedagógica dessa disciplina nas séries iniciais do 1º grau e considerando a situação atual do ensino de Geometria, este trabalho procura desenvolver a idéia de que, por meio de atividades e resoluções de problemas geométricos, a aprendizagem poderá ser agradável, produtiva e efetiva. Procura-se, também, investigar e discutir algumas possibilidades metodológicas para resgatar o ensino de Geometria, acreditando que tal procedimento poderá auxiliar o processo ensino-aprendizagem de conceitos geométricos e aritméticos nas séries iniciais e subseqüentes.

Destacando o aspecto lúdico da Geometria, pretende-se investigar uma forma alternativa e diferenciada de ensino em que possa existir espaço para o aluno pensar, refletir, criar, comparar, analisar, concluir e aplicar.

Neste trabalho, pretende-se investigar com cuidado e rigor as possibilidades dessas propostas em relação ao ensino de Geometria na 1ª série do 1º grau.

Este trabalho fundamenta-se no modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico que emergiu da teoria de van Hiele e apoia-se nas contribuições de Piaget sobre o desenvolvimento cognitivo do ser humano e, também, em considerações derivadas dos trabalhos desse pesquisador sobre educação e construtivismo.

A opção pelo modelo citado como fundamentação teórica, prende-se ao fato de ser um modelo que combina sugestões de estratégias pedagógicas com as estruturas cognitivas na aprendizagem de geometria.

A teoria de Piaget, embora não seja uma teoria de aprendizagem, oferece elementos e explicações a respeito da relação entre sujeito e conhecimento e, por esta razão, dá apoio a este estudo.

Na primeira parte deste trabalho são apontados alguns problemas em relação ao ensino de Matemática e de Geometria, mencionando-se o aspecto histórico da Geometria e sua importância.

Em continuidade, na segunda parte, pretende-se situar o ensino de Geometria em relação às tendências contemporâneas no ensino de Matemática. É mencionada a aplicação, cada vez maior, da Psicologia na Educação Matemática e são destacadas: a Psicologia Genética, no campo da Educação Matemática e a teoria de van Hiele, no ensino de Geometria.

A terceira parte apresenta a metodologia utilizada e descreve os procedimentos durante as sessões de intervenção pedagógica.

Na quarta parte são apresentados os resultados e a análise de dados desta pesquisa.

Na quinta parte, então, são apresentadas as considerações finais, as conclusões e as possíveis implicações pedagógicas.

Capítulo I

AS DIFICULDADES NO ENSINO DA MATEMÁTICA E DA GEOMETRIA

A análise do ensino de Geometria insere-se no quadro mais amplo da Matemática, que não é simples, e tem sido investigada por inúmeros estudiosos sob diferentes ângulos. Dificilmente um professor de 1º ou de 2º grau deixa de defrontar-se com as dificuldades no ensino da Matemática.

A preocupação com o ensino de Matemática é mundial, o que é evidenciado pela literatura especializada assim como em congressos, conferências e encontros, nacionais e estrangeiros.

Durante o 5º Congresso Internacional de Educação Matemática, (ICME), realizado na Austrália em 1984, Steiner (1993), organizador do tema "Teoria da Educação Matemática", afirmava que a Educação Matemática é um campo caracterizado por extrema complexidade que envolve o fenômeno "Matemática", em todo seu desenvolvimento histórico e atual, e, na interrelação com as outras ciências, considerando a prática, a tecnologia e a cultura.

A situação do ensino da Matemática é analisada por D'Ambrosio (1993), que destaca o importante papel da Matemática na vida humana e assinala três aspectos que considera críticos, entre outros: reprovação intolerável, terminalidade discriminatória e programas obsoletos.

A reprovação, como mostra a prática docente, é uma experiência dolorosa para o aluno, que fica marginalizado pela turma e ainda é marginalizado por muitos professores; é onerosa para um país, como o nosso que tem um índice muito elevado de retenção escolar; é ineficaz para a aprendizagem escolar pois a tendência de grande parte dos alunos repetentes é formar um conceito desfavorável de si próprio, e, em geral, torna-se apático ou rebelde e desinteressado pelas aulas. Tais alunos, conseqüentemente, apresentam problemas disciplinares em relação ao rendimento escolar.

A terminalidade discriminatória, citada por D'Ambrosio, (*opus cit.*) significa que a Matemática é organizada de tal forma que só será útil depois de oito anos, caso o aluno não seja reprovado em algum ponto do percurso escolar. O ciclo completo inexistente e tal fato é extremamente negativo para alguns países, inclusive no nosso, onde as estatísticas apontam elevados índices de evasão escolar, já que os alunos não chegam a concluir o curso de 1º grau.

D'Ambrosio (1993), critica o programa de Matemática obsoleto e desvinculado da realidade, que não permite a formação do aluno para viver na nova forma de sociedade que está emergindo, em decorrência do avanço tecnológico, e que está exigindo um novo estilo de trabalhador.

O programa de Matemática previsto para ser desenvolvido atualmente em nossas escolas, é extenso, exige uma carga horária maior do que a de outras disciplinas. Muito tempo é gasto com estudo de fórmulas e técnicas, enquanto conceitos importantes ficam esquecidos.

Guzman (1985), em sua análise das questões fundamentais sobre o ensino de Matemática, comenta que a primeira grande perplexidade é o fato de a Matemática, a mais antiga das ciências, ainda não ter encontrado paradigmas de transmissão estáveis e inquestionáveis. O autor aponta como um dos problemas de base, o desconhecimento dos objetivos gerais e específicos do ensino de Matemática por parte de inúmeros professores.

Em nossas escolas, muitas vezes, programas e planos de ensino são elaborados sem que sejam considerados os objetivos, a longo e curto prazo, os formativos e os utilitários, e aqueles de atitudes e habilidades favoráveis à aquisição de conceitos matemáticos, que devem estar presentes em todo planejamento. A utilização de uma metodologia adequada e acessível aos diferentes estágios de desenvolvimento cognitivo dos alunos não é considerada.

A definição de objetivos e a clareza dos mesmos são elementos importantes no processo ensino-aprendizagem, já que os objetivos devem refletir os pontos de chegada da educação escolar. Devem ser definidos a partir das necessidades do educando e do compromisso técnico-político do grupo de educadores. A definição de objetivos do projeto pedagógico implica na clareza de fundamentos de educação, dos pressupostos assumidos pelos educadores e pela escola. O objetivo escolar implica em objetivos sociais e requer muito do profissional que, na verdade, representa um conjunto de aspirações sociais.

Com frequência constata-se que falhas na formação do professor dificultam uma atuação mais consistente e eficiente, desde a elaboração do planejamento, a definição dos objetivos e da atividade docente, propriamente dita. Essas falhas que são constatadas em relação ao ensino de Geometria no 1º grau, neste trabalho, referem-se tanto ao conhecimento específico quanto à formação pedagógica. A prática do professor é o resultado da experiência de ensino pelo qual ele passou. Daí a necessidade de rever-se o ensino na universidade e nos cursos de magistério.

A prática na escola, assim como a literatura especializada têm mostrado que são inúmeros os problemas relacionados à formação do professor em cursos de Magistério (2º grau), ou em cursos de licenciatura (3º grau).

No entanto, cabe assinalar que um educador atento e responsável não pode deixar de se preocupar com o profissional que chega às salas de aula devendo assumir a responsabilidade de ensinar Matemática, em especial a Geometria, para as crianças nas séries iniciais do 1º grau.

Muitos professores em exercício são meros repetidores de informações que receberam e não são capazes de trabalhar os conteúdos de forma que atendam às necessidades e interesses do aluno, apresentando deficiências tanto em relação à maneira de trabalhar quanto em relação aos pressupostos e fundamentos da prática educativa.

A esse tipo de ensino, Macedo (1994), chama de “visões não-construtivistas” do conhecimento em que a linguagem é valorizada (predominância de aulas expositivas), em detrimento da aprendizagem que considera o processo de conhecimento do educando. Entretanto, é possível trabalhar com aulas expositivas, dentro da idéia de “construção do conhecimento, dependendo da idade do sujeito .

O processo de construção do conhecimento, é individual, porém se realiza coletivamente. Segundo Becker (1996), “cabe pois ao professor a tarefa de aprender cognitivamente o seu aluno como condição de legitimidade de sua tarefa de ensinar”. (p.71). Isso ocorre mediante o resgate da fala do aluno porque, para “aprender” o aluno, é necessário que o professor o ouça e o observe.

O professor deve ter em mente que a criança não é um adulto em miniatura, não é uma “folha de papel em branco”, onde o professor escreve as lições que ela precisa aprender, seja de Aritmética ou de Geometria. Pesquisas sobre o desenvolvimento cognitivo mostram que a criança é um sujeito cognoscente que procura compreender, ativamente, o mundo que a rodeia. Dentro dessa perspectiva pedagógica o educando é o sujeito da aprendizagem, criador e reconstrutor do conhecimento.

Infelizmente, na maioria de nossas escolas predomina o ensino expositivo: o professor “explica” o assunto, apresenta oralmente alguns “exemplos” de exercícios e indica procedimentos de como resolvê-los. Em seguida o aluno resolve inúmeros exercícios ou problemas semelhantes aos exemplos.

Os conteúdos são trabalhados mecanicamente, sem uma discussão crítica; os alunos repetem o saber transmitido em aulas e as mesmas ações em testes, provas ou práticas, com uma regularidade que em nada se parece com o ritmo natural de sua vida. (Santos, citada por Oliveira, 1994,p.36).

O aluno é um simples receptor de conhecimentos já prontos e o professor perpetua modelos preestabelecidos. Em nossas salas de aula, é raro encontrar alunos resolvendo situações-problema que exija dele o refletir e o criar e, mais difícil ainda, é encontrar professores dispostos a desenvolver um trabalho no qual a base está apoiada na ação do aluno, com atividades de resoluções de problemas com os quais certamente ele se defrontará no seu dia-a-dia.

É essencial na formação do professor, o estudo da Psicologia Educacional, que o ajudará a compreender os processos do desenvolvimento psicológico e os processos da aprendizagem na criança.

Considerar as diferenças apresentadas pelos alunos em diferentes momentos do desenvolvimento auxilia o professor a planejar melhor a ação docente. O professor, além de preocupar-se com a promoção do desenvolvimento do aluno, deve preocupar-se também com a aprendizagem de conteúdos específicos, dentre eles a Matemática, levando em conta mecanismos, processos e fatores da construção do conhecimento.

Em relação ao ensino de Matemática, Peres (1995), cita Pitombeiras:

Nem todos utilizarão Matemática de alto nível em sua vida. Mas um bom ensino de Matemática, acessível a todos, independentemente de *status* econômico-social, permitirá aos que têm talento e vocação para profissões que utilizam a Matemática, encontrar seu caminho profissional. Um fraco ensino somente permitirá que pessoas descubram ser

impossível a sua utilização plena, pela sociedade, devido a deficiências básicas em sua formação matemática. (p.28).

Se, de fato, pretende-se que o ensino de Matemática, em nível de 1º e 2º graus, corresponda de modo satisfatório às expectativas da sociedade, deve-se estabelecer uma integração entre o saber matemático escolar, o saber matemático aplicado e o saber matemático do dia-a-dia. Carraher e outros pesquisadores do grupo de Recife têm mostrado a importância da Matemática do cotidiano na construção do conhecimento para o aluno. (Carraher, 1988).

Em nossas escolas, pode-se encontrar professores que não consideram a Matemática adquirida pelo aluno no seu dia-a-dia e que traz consigo para a sala de aula, e, também os estímulos psicológicos nas diferentes etapas do desenvolvimento do aluno ao exigir dele atividades matemáticas incompatíveis com seu desenvolvimento cognitivo.

Muitos professores definem seu trabalho escolar, tomando por base o conteúdo de um livro didático, sem levar em conta as orientações sugeridas pela CENP/SP, distribuindo "os capítulos" ao longo dos bimestres do ano letivo e consideram estar assim pronto o planejamento curricular. O livro didático adotado passa, então, a constituir-se no próprio currículo, e, as aulas de Matemática são efetivadas a partir de ordens dadas pelo professor: "abram o livro em tal página e resolvam tais exercícios".

O professor que adota esse procedimento, transforma seu papel de educador, alguém com mais experiência das realidades sociais, em um simples guia de atividades prontas, mantendo seus alunos dentro da sua visão desarticulada do mundo.

Na verdade, o livro didático deve ser um ponto de apoio para o professor, e a sua utilização em sala de aula deve estar de acordo com a sua função e com o que realmente representa no processo de ensino.

Dentre outros fatores desfavoráveis para um bom trabalho do professor, pode-se citar também: ausência de incentivos para a carreira; remuneração insuficiente, o que acarreta em uma sobrecarga horária; metodologia inadequada; atribuição de aulas e classes na rede pública estadual (entendida como uma simples organização administrativa, sem considerar as necessidades do aluno mas o interesse do professor); remoção de professores, entre outros.

Todos esses fatores apontados interferem no processo ensino-aprendizagem de Matemática: o professor não atua satisfatoriamente e o aluno vai-se desinteressando pelas aulas. E, no entanto, o ensino de Matemática pode ser muito agradável pois é um campo muito rico e oferece diversas formas de abordagens que podem tornar a aprendizagem significativa.

A Matemática é uma atividade muito produtiva e variada e cada tema a ser tratado admite diversas formas de aproximação. No entanto, o professor não é capaz de selecionar a metodologia mais adequada aos seus alunos, não consegue estabelecer equilíbrio entre os diversos polos da atividade matemática. O aspecto lúdico da Matemática não é evidenciado e o processo ensino-aprendizagem ocorre por meio da memorização de regras, fórmulas e técnicas sem significado para o aprendiz.

A teoria piagetiana revela que o desenvolvimento determina, em grande parte, o modo pelo qual a aprendizagem pode ocorrer. Sendo assim, atividades diferenciadas devem ser propostas a fim de atender essas diferenças.

Não existe preocupação e nem interesse, por parte de muitos professores, em considerar essas diferenças individuais para melhorar a compreensão e o desempenho dos alunos, contribuindo assim para elevados índices de fracasso escolar.

O fracasso escolar é extremamente negativo para o nosso sistema educacional, que revela, também, a baixa capacidade de trabalhar, em especial, com alunos menos privilegiados economicamente.

O fracasso escolar é negativo, também, porque aumenta os custos da sociedade e representa desperdício de verbas, que poderiam ser melhor aproveitadas. É prenúncio de exclusão, uma vez que o aluno que é reprovado numa primeira vez, numa segunda vez, pode concluir que a escola não é para ele; limita as oportunidades educacionais para algumas crianças e, acima de tudo, produz fracassados sociais, indivíduos condenados a subempregos, com baixos salários, à margem da cidadania.

O fracasso escolar, repetido, especialmente em Matemática, provoca medo, e o esforço do aluno cai no vazio, sem retorno, o que vai se transformar em desinteresse, que repercute no professor, o qual passa a se desinteressar também, criando um círculo vicioso.

As causas do fracasso escolar são diversas: familiares, sociais, econômicas e da própria estrutura na qual está assentado o sistema educacional. Ainda assim, mesmo que incorretamente, a causa do fracasso escolar tende a ser atribuída ao aluno.

Com freqüência a Matemática aparece como responsável pelo fracasso escolar, já que é essa disciplina que determina o aluno que será reprovado e o que será aprovado. Além disso, a tendência é culpar o aluno por esse fracasso diante da Matemática, apontando fatores como: “para aprender Matemática é preciso ter inteligência superior”, ou, “o aluno não consegue ler direito”, ou, “o aluno lê, mas não consegue interpretar a questão”.

Como consequência, surge o medo da Matemática, que é produzido ao longo do 1º grau e, à medida que os alunos avançam nas séries, esse sentimento tende a criar o que John Allen Paulos (1994), chama de “analfabeto matemático”, aquele indivíduo que tenta justificar-se com argumentos do tipo

“gosto de pessoas e não de números”; “eu sempre odiei Matemática”; “Matemática sempre foi a pior matéria para mim”. Entretanto, pesquisas de Brito, (1996), e a maioria da literatura revista, mostram que isso parece não ocorrer.

Gonzalez (1995) trata da marginalização da Matemática e destaca que experiências pedagógicas adequadas permitirão o desenvolvimento de atitudes positivas em relação a ela.

Na Revista Nova Escola (1990), na reportagem “Eu detesto Matemática”, encontra-se:

A pesquisa da Fundação Carlos Chagas, realizada entre os alunos que freqüentam o último ano do 2º grau nos cursos de formação para o Magistério, ajuda a explicar o fracasso do ensino de Matemática nas séries iniciais do 1º grau. Foi ali, entre os futuros professores da 1ª a 4ª série, que se verificou o pior desempenho dos alunos pesquisados no 2º grau. (p.13).

Isso representa um sério problema, considerando que esses professores irão trabalhar com a formação de conceitos matemáticos básicos nas séries iniciais, indispensáveis para a continuidade da aprendizagem matemática posterior.

O fracasso escolar em Matemática pode acarretar bloqueios psicológicos importantes, que têm início nos primeiros anos de escolarização, em consequência do despreparo do professor. De acordo com Guzman (1985),

A incubação de tais bloqueios em alguns alunos, assim como a atitude de entusiasmo e alegria que se percebe em outros é, em grande parte, responsabilidade dos professores dos primeiros anos.(p.20).

É grande, portanto, a responsabilidade dos professores das séries iniciais.

Um elemento extremamente negativo no ensino de Matemática é o desaparecimento do ensino de Geometria em nossas escolas. Para compreender como isso ocorreu é preciso retroceder no tempo e no espaço. Para tanto, Boyer (1974) e Davis e Hersh (1985), oferecem suas notáveis obras sobre a história da Matemática.

Geometria: Um pouco de história

Desde Platão, a Geometria era o exemplo maior de certeza no conhecimento humano. O significado da Matemática para os gregos era a Geometria e a filosofia da Matemática, para Platão e Aristóteles era a filosofia da Geometria.

A missão da filosofia platônica era “descobrir o conhecimento verdadeiro por trás do véu da opinião e da aparência, das mudanças e ilusões do mundo temporal”, (Davis e Hersh, 1985, p.336).

A Matemática tinha um papel central nessa missão, pois o conhecimento matemático era exemplo notável de autonomia da experiência dos sentidos, verdades e conhecimentos eternos e necessários.

Para Platão, o mundo real era representado por entidades, as Formas ou as Idéias, “modelos ideais dos objetos do mundo físico ou das situações ideais às quais o homem deveria esforçar-se por atingir”, (Machado, 1987, p. 19).

As idéias de “um”, “dois”, “três”, etc., são chamadas Formas Aritméticas e as idéias de “ponto”, “reta”, “círculo”, etc., de Formas Geométricas.

As idéias de “bem” são chamadas de Formas Morais, sendo que posteriormente essas Formas foram restritas à duas classes: Matemáticas e Morais.

A Matemática, segundo Platão, refere-se às entidades com existência objetiva fora da mente do matemático, e independente de qualquer verificação empírica.

Na visão de Aristóteles, a Matemática seria “o estudo das abstrações matemáticas elaboradas pelos matemáticos a partir dos objetos do mundo da percepção sensível”, (Machado, 1987, p. 21).

Aristóteles não só recusa a distinção platônica entre o mundo das Formas e o da experiência sensível como reabilita o mundo empírico e também o trabalho do matemático.

A concepção dos resultados matemáticos como representações do mundo empírico conduz Aristóteles à estrutura das teorias matemáticas. Sua concepção dessas teorias matemáticas pode ser considerada como uma espécie de profecia da existência das geometrias não-euclidianas.

Além de adaptar os pontos de vista de Platão a uma metafísica que não descarta o mundo empírico a favor da realidade das Formas, Aristóteles deu mais atenção às demonstrações e também à estrutura lógica dos sistemas de proposições matemáticas.

Para Platão, a Geometria era o elemento-chave em sua concepção de mundo. Para os matemáticos e outros, o ramo mais firme e confiável do conhecimento também era a Geometria e, por isso, até boa parte do século XIX, o mito de Euclides (conhecimento certo, objetivo e eterno), foi o maior suporte da filosofia, que procurava estabelecer certezas *a priori* sobre a natureza do universo (filosofia metafísica).

Alguns filósofos racionalistas como Spinoza, Descartes e Leibnitz, concordavam com Platão: “a Matemática partia de verdades evidentes por si próprias e prosseguia por raciocínios cuidadosos para descobrir verdades ocultas. As verdades da Geometria tinham como objeto formas ideais cuja existência era evidente à mente”, (Davis e Hersh, p.368).

Com os empiristas, a observação e a experimentação tornaram-se os únicos meios legítimos de obter conhecimento; eles afirmavam que todo conhecimento provinha da observação, excetuando a Matemática. Geralmente não tentavam explicar como se dá o conhecimento matemático, à exceção de Mill, ao propor uma teoria empírica do conhecimento matemático, em que a Matemática é uma ciência natural, nada diferente das demais.

Nessa controvérsia filosófica entre o racionalismo e o escolasticismo, depois entre o racionalismo e as novas correntes radicais do empirismo e do materialismo, a Geometria nunca foi questionada; estava isenta de problemas, enquanto todos os outros conhecimentos eram problemáticos.

Nas discussões entre o racionalismo e o empirismo, a Matemática sempre esteve presente, desempenhando papel especial. O ponto alto da filosofia clássica aparece no fim do século XVIII, com Kant, na tentativa de harmonizar as duas tradições conflitantes, a do racionalismo e a do empirismo.

Na busca da certeza e da imutabilidade no conhecimento humano, herança de Platão, Kant tenta refutar as críticas de Hume sobre a possibilidade da certeza no conhecimento humano.

Influenciado por Hume, Kant vai questionar e reconsiderar sua posição. A preocupação de Kant era, ainda, o conhecimento *a priori* (conhecimento independente do tempo e da experiência). Ele distinguiu dois tipos de conhecimento *a priori*: “*a priori* analítico” (verdadeiro pela análise lógica e pelo exato significado dos termos usados), e “*a priori* sintético” (intuição do tempo e do espaço, propriedades inerentes ao espírito humano).

Nosso conhecimento do tempo é sistematizado na Aritmética e nosso conhecimento do espaço na Geometria. As intuições do tempo e do espaço são objetivas no sentido de que são válidas, universalmente, para todas as mentes humanas.

Na filosofia kantiana, o mito de Euclides sempre foi o elemento central e o dogma do *a priori* exerceu influência dominante na Matemática até o começo do século XX.

As três escolas que surgiram na segunda metade do século XIX, (logicismo, intuicionismo e formalismo), e que pretendiam oferecer uma sólida e definitiva fundamentação à Matemática, tentaram sustentá-la nessa posição. Devido à ligação do formalismo com o positivismo lógico, na Matemática do século XX, pode-se observar a predominância da filosofia do formalismo.

Um exemplo é a obra do grupo chamado Nicolas Bourbaki, que se propôs a reestruturar toda a Matemática formalizada e que deu origem ao Movimento da Matemática Moderna, na década de 60. A “Matemática Moderna”, movimento educacional de renovação curricular de Matemática, surgiu desse movimento e teve muita repercussão no Brasil e grande influência na Educação Matemática.

Durante um longo período, anterior ao Movimento da Matemática Moderna, existiu um “equilíbrio enciclopédico” (Miguel *et alii*, 1992), entre os três campos fundamentais da Matemática: Aritmética, Álgebra e Geometria. De acordo com os autores, razões ideológicas e históricas geraram um dualismo metodológico distinto e independente entre a Geometria e a Álgebra. Na tentativa de superar esse dualismo metodológico, o Movimento da Matemática Moderna tenta unificar os três campos fundamentais da Matemática na década de 60, o que não foi possível, pois os pontos de vista dos matemáticos eram divergentes.

Diante de todas as controvérsias das diferentes correntes de pensamento matemático, estabeleceu-se um consenso em relação ao ensino de Geometria: a Geometria Euclidiana clássica deveria ser substituída por outras mais atualizadas e rigorosas*.

Dessa forma, segundo Miguel et alii, (1992), em consequência do movimento moderno, a Geometria deixa de ser vista pela sua capacidade intrínseca e pelo seu valor cultural e os seus conteúdos "passam a desempenhar papel de meios, úteis mas não indispensáveis para a construção e desenvolvimento das estruturas mentais básicas da inteligência, uma vez que se acreditava - e Piaget havia dado suporte para essa crença - serem essas estruturas isomorfas às estruturas básicas da nova Matemática." (p.48,49).

O novo enfoque da Geometria descaracteriza a abordagem axiomática-dedutiva e caracteriza-se como uma abordagem eclética.

O caráter eclético que passa a assumir o ensino de Geometria - decorrente, em grande parte, do descrédito no papel que se acreditava estar ela desempenhando até então no ensino e da incompreensão do novo papel e do novo enfoque que deveria passar a desempenhar - acaba relegando-a a um segundo plano e, gradativamente passa a configurar-se um quadro no qual a Geometria não ocupa um lugar significativo no currículo escolar. (Miguel et alii, 1992, p. 48).

No final da década de 70 são identificados distorções relacionadas à influências dos modelos americanos e franceses no ensino de Matemática. Uma delas, mais apontada, foi o esvaziamento do ensino de Geometria. Configurou-se um quadro de descaso para com a Geometria em nossas salas de aula e, conseqüentemente, o abandono do ensino de Geometria em nossas escolas.

* Para aprofundamento sobre o assunto, consultar: Miguel A., Fiorentini, D. e Miorim, M.A.: Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? in *Pro-posições* - vol. 3 - 1 {7} março de 1992, p.39-54.

A consideração da importância da Geometria em pesquisas e propostas oficiais, no entanto, não significa que foi alterado o trabalho em sala de aula, como apontam Miguel e outros, (1992).

A preocupação com o ensino de Geometria pode ser verificada na publicação do National Council of Teachers of Mathematics (NTCM) de 1987, importante órgão dos Estados Unidos, que engloba vinte artigos sobre Geometria de especialistas na área, onde são abordados tópicos, metodologias e dificuldades no ensino de Geometria.

Para justificar o abandono do ensino de Geometria no Brasil, é comum encontrar declarações como: “a Geometria está ultrapassada”; “o conteúdo de Matemática é muito e não dá tempo de ensinar Geometria”.

Como assinala Lorenzato (1995), são inúmeras as causas do abandono da Geometria, e duas delas influenciam fortemente a omissão geométrica em sala de aula. A primeira é a falta de conhecimentos geométricos apresentada por muitos professores, talvez resultado da má formação que tiveram.

Com muita frequência a Geometria é considerada pelos professores das séries iniciais do 1º grau como uma disciplina difícil e desinteressante.

As construções feitas com compasso e régua e as demonstrações exaustivas a partir da 7ª série, deixam de lado as relações entre a Geometria e os outros ramos da Matemática e as aplicações da Geometria à Física, à Astronomia e à outras ciências.

Muitos professores da pré-escola ensinam geometria e conceitos de figuras geométricas como o quadrado, o triângulo e o círculo, da mesma forma mecânica que ensinam leitura e escrita, por exemplo. Os professores das séries subseqüentes limitam-se ao ensino das figuras planas como o quadrado e o retângulo, uma simples preparação para o cálculo do perímetro e da área dessas figuras, porque constam do programa. Tal fato é profundamente influenciado

pela Geometria que eles tiveram nos cursos de formação de professores: pouca ou nenhuma.

A segunda causa considerada por Lorenzato, é o papel exagerado que desempenha o livro didático. Sem dúvida, um dos fatores que contribui para o descaso com o ensino da Geometria parece ser a questão do livro didático. A maioria dos livros didáticos prestigia os temas aritméticos enquanto os geométricos são abordados de forma abstrata e mecânica, sendo apresentados nos capítulos finais, desvinculados dos demais e da realidade do aluno.

Usiskin (1994), afirma que:

Embora a Geometria derive do mundo físico, suas ligações com esse mundo são ignoradas na grande maioria dos textos escolares elementares. E, mesmo quando encontramos nesses livros, as ligações da Geometria com o mundo real parecem não ter uma direção precisa. Ordenar essas ligações é um problema curricular não resolvido. (p.33).

O professor que, para a elaboração de seu planejamento curricular toma por base o livro didático, deixa o ensino dos tópicos geométricos para o último bimestre do ano letivo, porque a Geometria só aparece nos capítulos finais do livro e, geralmente, conclui que “o tempo é curto para ensinar Geometria”, ou “a Geometria não é tão importante assim, senão apareceria nos primeiros capítulos”.

Nas palavras de Lorenzato (1995):

...o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão...(p.3).

O desenvolvimento de um programa de Matemática que não inclui a Geometria, principalmente nas séries iniciais, apresenta sérias lacunas que irão

refletir na dificuldade de aprendizagem, notadamente nas 7^{as} e 8^{as} séries do 1º grau, quando consta do conteúdo programático de Geometria a verificação experimental, as demonstrações e aplicações do Teorema de Pitágoras e do Teorema de Tales (início da formalização em linguagem matemática).

Castilho (1989), escreve:

É importante trabalhar com números, tanto quanto as formas; e da integração entre estes dois campos surgem os conceitos de medida, que podem ser considerados o núcleo dos aspectos sociais de um programa de Matemática. (p. 24)

Uma vez que o objetivo geral do ensino de Matemática é preparar o cidadão para atuar em uma sociedade moderna cada vez mais complexa e com o desenvolvimento tecnológico acelerado, o National Council of Teachers of Mathematics (NTCM), recentemente elaborou uma lista de objetivos com os quais o ensino de Matemática poderá contribuir para a preparação do cidadão. Carvalho (1994), em seu artigo "Avaliação e perspectivas da área de ensino de Matemática no Brasil", em tradução livre, lista os objetivos do NTCM, dos quais destacam-se dois, diretamente relacionados com o ensino de Geometria:

saber utilizar os conceitos fundamentais de medidas em situações concretas.

conhecer as propriedades das figuras geométricas planas e sólidas, relacionando-as com os objetos de uso comum , no dia-a-dia e no trabalho.(p. 81).

As dificuldades que os alunos apresentam nos tópicos geométricos, poderiam ser amenizadas se o ensino de Geometria realmente acontecesse em nossas escolas de maneira pedagogicamente cuidada, levando-se em consideração, as idades dos alunos, as características de seu desenvolvimento cognitivo, assim como também o processo de aprendizagem, respeitando-se os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, propostos, pelo casal van Hiele.

A compreensão do universo visual é resultado de um processo lento e gradual que cria um mundo de objetos semelhantes ou diferentes, interdependentes e significativos. A Geometria oferece um vasto campo para a criança visualizar e compreender o seu mundo.

Guzman (1985), em sua análise sobre os objetivos gerais e específicos da Matemática, levanta vários pontos a ser discutidos, entre eles, o lugar e o tipo de Geometria no ensino. Para ele, o critério mais importante para adequar o ensino primário e o secundário, consiste na introdução fácil e natural do conteúdo matemático, com problemas atraentes, profundos e estimulantes. Tais características, prossegue, “se dão eminentemente em temas como a Geometria”.

Hans Freudenthal descreve a Geometria como a experiência e a interpretação do espaço no qual a criança vive, respira e se move. Nessa maneira de ver, as crianças começam a aprender Geometria no momento em que são capazes de ver, sentir e se movimentar no espaço que ocupam. À medida em que vão crescendo, elas começam a perceber as características dos objetos desse espaço, tais como forma, tamanho, posição e movimentos. Essas habilidades de percepção são importantes no início da vida escolar.

Não se pode negar que a Geometria desempenha papel importante na Matemática e em outras disciplinas. Ela é necessária também nos problemas da vida prática, aos profissionais das mais diversas áreas da atividade humana, desde o mais simples operário da construção civil, passando pelas Artes, até a mais sofisticada tecnologia. Na construção civil a Geometria é necessária quando o operário assenta os tijolos para levantar uma parede e utiliza o prumo para verificar se essa parede está alinhada pelas coordenadas horizontal e vertical; nas Artes, têm-se exemplos famosos de pintores que usaram a Geometria em suas pinturas, tais como Pablo Picasso em sua fase cubista; na tecnologia sofisticada, pode-se citar os *chips* usados nos computadores, onde o

desempenho dos dispositivos é fortemente dependente das dimensões geométricas adotadas pelo projetista

Muitas situações escolares vão requerer percepção espacial. Uma criança que vê o espaço apenas numa perspectiva topológica não consegue enxergar algumas pequenas diferenças em determinados momentos. Uma criança sem conceitos espaciais euclidianos não consegue estabelecer as diferenças entre as letras **b** e **d**, **p** e **q**, necessárias para a aprendizagem da leitura e da escrita. Em Matemática, uma criança sem tais conceitos, dificilmente compreenderá o algoritmo das operações, o valor posicional dos numerais, das seqüências, das medições.

A resolução de problemas relacionados à Física de Estado Sólido (também chamada de Física da Matéria Condensada), principalmente Cristalografia, requer percepção espacial. Einstein, na sua Teoria da Relatividade, utiliza a Geometria na descrição do espaço e do tempo em conjunto.

Alguns conceitos geométricos, tais como noção de ponto, distorção, eixo, inclinação, são essenciais para a computação gráfica.

A Geometria faz-se necessária, ainda, na interpretação de mapas, gráficos estatísticos, medidas. Constitui-se, assim, em apoio para outras disciplinas.

A Geometria está presente também no desenho, na arquitetura, na topografia, na produção industrial. Ela representa um aspecto importante no estudo dos elementos da Natureza, fornece um conhecimento geométrico indispensável na orientação espacial, na estimativa sobre forma e distância e cálculos sobre a distribuição dos objetos no espaço.

Segundo Lorenzato (1995),

A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem ao das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificadas pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (p.6 e 7).

Pesquisas recentes em Educação Matemática, apoiadas na Psicologia, confirmam que a imagem, o desenho, a representação gráfica, a manipulação de objetos concretos são elementos importantes na formação de conceitos, na aprendizagem de propriedades e princípios geométricos pois permitem que a criança construa, ativamente, o seu conhecimento o qual passa a ter significado para ela.

Sobre a importância do ensino de Geometria, Lorenzato (1995), afirma:

Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão matemática torna-se distorcida. (p. 5).

Piaget (1993), atribuiu grande importância à intuição geométrica e sempre destacou o papel privilegiado do espaço. Segundo ele, as noções espaciais podem ser intuídas precocemente, antes mesmo do aparecimento da linguagem pois, os significantes simbólicos visuais são da mesma natureza do seu significado. A imagem de um círculo é um círculo, no entanto, a palavra “círculo” nem sempre, para a criança, corresponde ao círculo. A denominação é de caráter arbitrário, é um conhecimento social ao qual se tem acesso por informação.

As intuições geométricas também revelam-se importantes e necessárias à criança porque permitem a ela enxergar, explorar e interagir com o mundo que a rodeia.

A intuição geométrica, que é principalmente de natureza operatória, pode permitir êxito em todos os tipos de atividades e problemas, desde que sejam adequados ao nível cognitivo da criança, pois existe homogeneidade entre os significantes simbólicos visuais e os significados espaciais.

A Geometria é um campo da Matemática que proporciona grande número de situações em que o aluno pode agir espontaneamente sobre os objetos e o meio e desenvolver seu conhecimento; é também o ramo da Matemática mais adequado para o desenvolvimento das capacidades intelectuais como a criatividade, a percepção espacial e o raciocínio hipotético-dedutivo.

Como ajudar os alunos a alcançar um nível mais elevado de pensamento geométrico?

O papel da Geometria no desenvolvimento e formação do aluno e o papel que ela desempenha no dia-a-dia, evidenciam a importância de se retomar o seu ensino em nossas escolas e analisar possíveis propostas de trabalho em sala de aula.

Capítulo II

TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Como explicar em alguns períodos a atenção ao ensino de Geometria e em outros o desconhecimento da mesma nas atividades docentes? Como pode-se analisar as mudanças de orientações no ensino da Matemática que mostram as oscilações de ênfase ora na Álgebra, ora no Cálculo?

Vivemos numa sociedade em constantes transformações, numa mobilidade cada vez mais acelerada. Será que todos os setores da sociedade evoluem num ritmo compatível? A educação, por exemplo, acompanha todo esse processo de evolução? Tendo em vista as exigências da nova sociedade emergente, quais são as tendências do ensino da Matemática?

A preocupação com o ensino de Matemática não é muito recente, e é mundial; isso fica evidente na literatura especializada, em relatos de congressos, conferências e comissões internacionais.

No Brasil, constata-se que cresce o número de pesquisas em Matemática e consolida-se uma nova comunidade de profissionais comprometidos com a renovação do seu ensino em universidades e centros de pesquisas, em especial. A área de Educação Matemática tem envolvido matemáticos, psicólogos, filósofos, sociólogos, pedagogos, entre outros, que buscam destacar o seu papel essencial no campo da educação, e, estudar as possibilidades de melhoria do ensino dessa ciência.

Dentre os estudiosos envolvidos com a Educação Matemática, Carvalho (1994), destaca como precursor Euclides Roxo, na década de 30, seguido por vários pioneiros como: Martha Souza Dantas, Mello e Souza, Ubiratan D'Ambrosio, entre outros, inclusive Luiz Alberto Brasil, um dos primeiros brasileiros a reconhecer a importância dos trabalhos de Piaget para o ensino dessa disciplina.

Desde o final da década de 40, pode-se identificar movimentos para a renovação do ensino da Matemática, os quais caminham em duas direções convergentes: a preocupação com a aprendizagem tende a ser significativa e cada vez mais interessa compreender como pensa o aluno, o que faz e o que pode fazer.

Dentre as tendências em Educação Matemática destacam-se a tendência heurística, a solução de problemas, a etnomatemática, entre outras.

Uma tendência que se inicia nos anos 40 e que hoje retorna com muita força, é a tendência heurística, a aprendizagem matemática por descobrimento, cujo precursor foi Puig Adam, (Jimenez,1989). Adam acredita que a criança pode ser levada a descobrir sua Matemática e pode interessar-se espontaneamente pelo objeto do conhecimento matemático, porque ela tem uma curiosidade inata e um interesse muito grande em descobrir e saber sobre as coisas.

O movimento heurístico deu origem à tendência conhecida hoje como resolução de problemas, que teve sua origem na Psicologia da Gestalt e bastante enfatizada na Psicologia da aprendizagem.

Hans Freudenthal também se situa nessa linha heurística e defende uma perspectiva histórica e fenomenológica em Educação Matemática. Segundo ele, o educador, antes de ser apenas um transmissor de culturas, deve ser um iniciador de atividades culturais, pois o aluno é capaz de recapitular o processo

de aprendizagem da humanidade e no processo de aprendizagem “os conceitos devem ser reinventados”.

Outro grande defensor da aprendizagem heurística, de renome internacional, é G. Pólya. Para ele, a heurística moderna “trata de compreender o método que conduz à solução de problemas, em particular as operações mentais tipicamente úteis a este processo, tendendo à generalidade, ao estudo de métodos independentes da questão tratada e se aplica a problemas de todo tipo.” (*in* Jimenez, 1989, p. 14).

Devido a sua grande importância, a resolução de problemas hoje é muito pesquisada e estudada por educadores matemáticos, pedagogos e psicólogos no mundo todo.

Um marco importante em Educação Matemática foi a criação da Comissão Internacional para Estudo e Melhoramento do Ensino das Matemáticas (CIEAEM), talvez a primeira comunidade científica de pedagogos em Matemática.

Nessa comissão participaram cientistas famosos, como os pedagogos da Matemática W. Servais, E. Castelnuovo, J.L. Nicolet, T.J. Fletcher, os matemáticos J. Dieudonné, G. Choquet, A. Lichnerowicz, E. Beth (lógico-matemático), e ainda J. Piaget e C. Gattegno.

Os trabalhos dessa comissão rompem com o ensino clássico e estabelece uma corrente liderada por Gattegno, que abandona a noção de intuição no sentido contemplativo platônico e adota o sentido kantiano de intuição como construção. Consideram que a aprendizagem deve ser ativa e que noções e conceitos são adquiridos por intermédio de um processo dinâmico: a manipulação de objetos, que permitirá ao aluno apreender a “forma”, no sentido gestaltista, em que as estruturas perceptivas constituem o protótipo de todas as demais, inclusive as racionais. Segundo Gattegno, “trata-se de apreender o que é invariável em situações dadas”.

Na atualidade, o ensino que enfatiza mais a memória e o automatismo é criticado e, em substituição, acena-se com um trabalho docente que respeite os processos de construção do conhecimento. Os movimentos para a renovação do ensino de Matemática caminham em direções que acentuam a preocupação com a aprendizagem significativa, destacando o interesse por compreender os processos cognitivos, como o aluno pensa, o que faz e o que pode fazer. Também, nota-se nas discussões sobre o ensino de Matemática, cada vez mais, a presença da Psicologia, agora ao lado da preocupação de ordem filosófica, antropológica e sociológica.

Por se tratar de uma ciência que estuda o ser humano em todos os seus aspectos sociais, emocionais, afetivos, a Psicologia não pode ser desconsiderada na análise do processo de ensino-aprendizagem, podendo oferecer subsídios à educação escolar por meio de diferentes ramos, tais como: a Psicologia do Desenvolvimento, a Psicologia da Aprendizagem e a Psicologia Social. Mais recentemente, cabe destacar, dentre outras influências importantes, a Psicologia Genética de Jean Piaget, que tem influenciado de maneira marcante, as discussões e os trabalhos em Educação Matemática.

A análise da influência da Psicologia na educação mostra inicialmente que muitos estudos e discussões foram feitos sobre a importância e o papel da Psicologia Educacional no processo de ensino-aprendizagem.

Em seu artigo "Psicologia e Educação Matemática", Brito (1993), acentua a "Psicologia Educacional que serve como fundamento da Educação Matemática e é um de seus sustentáculos." (p.32). Apresenta, também, os antecedentes históricos da Psicologia, cita o trabalho de Juan Vives em 1538 e comenta:

Vemos, assim, que após mais de 450 anos de estudos e discussões sobre a Psicologia Educacional, alguns dos princípios norteadores propostos por Vives continuam vivos e atuais. (p.33)

Citando outras contribuições, Brito (1993), faz referência a Edward L. Thorndike, que ainda se faz sentir no ensino de Matemática da atualidade pois “muitos educadores usam os mesmos princípios e regras propostos por ele, e alguns, com novas roupagens, são os que mais atraem os educadores nos dias de hoje.” (p. 38).

Além dele cita a teoria clássica da Gestalt que enfatiza a resolução de problemas pela tendência em compreender os fenômenos como um todo.

Assinala que nos anos 50, numa tentativa de romper com o ensino tradicional, Skinner elaborou sua teoria de aprendizagem e colocou em prática suas “máquinas de ensinar” introduzindo a concepção de ensino programado: nessa perspectiva, para aprender, o aluno deve seguir uma série de pequenos passos, os quais devem ser vencidos um a um, repetindo-se o ritmo individual.

Para os comportamentistas (behavioristas), a experiência é a base do conhecimento. O comportamento humano modelado ou reforçado, por meio de treinamento, segundo objetivos pré-fixados, conduz à aprendizagem. Com os estímulos, a manipulação dos elementos presentes no ambiente, é possível controlar o comportamento, razão pela qual se dá à concepção ambientalista, uma visão do indivíduo como um ser extremamente reativo à ação do meio. As mudanças de comportamento podem ser provocadas pelo reforço, em consequência de um comportamento positivo, ou pela punição, em consequência de um comportamento negativo. Um comportamento associado a um estímulo tende a reaparecer na presença de estímulos semelhantes. A esse fenômeno dá-se o nome de generalização.

A introdução de teorias ambientalistas na educação chamou a atenção dos educadores para a importância do planejamento de ensino, valorizou o papel do professor acentuando a importância e a responsabilidade de organizar, planejar e executar as situações de aprendizagem. Essa orientação foi criticada e identificada como tecnicista, (por enfatizar a técnica),

desconsiderando a prática pedagógica e a reflexão sobre o sentido e os alvos da educação, (Jimenez, 1989).

De acordo com Brito (1993), no início deste século observa-se, cada vez mais, a aproximação entre a Psicologia Educacional e a Educação Matemática, o que vem favorecer notavelmente o ensino de Matemática pois uma das importantes contribuições da Psicologia Educacional é "aumentar, através da pesquisa, o entendimento sobre como as pessoas aprendem a Matemática". (p. 47). Inúmeras contribuições são destacadas como pesquisas e estudos de Freudenthal, Polya, Poincaré, Hadamard, sobre o raciocínio matemático, têm sido importantes para a Educação Matemática. Mais recentemente, aumenta-se o rol dessas contribuições com as pesquisas e estudos de Klausmeier (formação de conceitos), e Stenberg (metacognição e abordagens de processamento de dados). Além desses autores, as pesquisas de Piaget e do grupo de Genebra (Psicologia Genética), vêm despertando papel relevante no desenvolvimento da "Psicologia do Raciocínio Matemático", como uma área de pesquisa, (p. 48).

A extensa obra de Piaget, na qual ele analisa a sistemática da gênese das noções básicas do pensamento, o funcionamento mental e também faz a descrição das estruturas lógico-matemáticas, que caracterizam o pensamento concreto e formal do ser humano em diferentes fases de desenvolvimento, faz supor que novas perspectivas em aprendizagem escolar poderão concretizar-se, tendo por base essa teoria.

Como comenta Coll (1995):

A análise sistemática da gênese das noções básicas do pensamento racional - espaço, tempo, causalidade, acaso, lógica das classes, lógica das relações, etc. - assim como a descrição das características do pensamento concreto e formal e das estruturas lógico-matemáticas que os caracterizam, fazem surgir grandes esperanças sobre a possível utilização destes conhecimentos no campo educacional e, concretamente, na aprendizagem escolar. (p.172)

É importante assinalar que a teoria piagetiana não é uma teoria de aprendizagem e nem o autor centrou sua preocupação na atuação do professor.

Da teoria do desenvolvimento cognitivo, Piaget apresenta a epistemologia genética e daí surgiu a concepção construtivista, sendo Dienes, educador matemático, um de seus divulgadores.

O construtivismo vê a Matemática como um construto resultante da interação dinâmica do sujeito com o meio ambiente, quando as estruturas são apreendidas mediante as relações entre objeto e ação.

Para Fiorentini, (1994):

A principal finalidade do ensino da Matemática para esta corrente é de natureza formativa. Os conteúdos passam a desempenhar papel de meios úteis, mas não indispensáveis, para a construção e desenvolvimento das estruturas básicas da inteligência. Ou seja, o importante não é aprender isto ou aquilo, mas sim aprender a aprender e desenvolver o pensamento lógico-formal. (p. 46)

A presença do construtivismo no Brasil faz-se sentir a partir das décadas de 60 e 70 e, atualmente é a mais importante orientação no ensino de Matemática.

O ensino por diagnóstico, que consiste em identificar e evidenciar os erros, com o objetivo de expô-los, de criar situações de conflito cognitivo e incorporar novos conhecimentos corrigidos, é outra tendência do ensino de Matemática, radicalmente oposta ao ensino tradicional e não muito difundida, (Jimenez, 1989).

Nessa tendência, os erros e os acertos são fundamentais para o professor analisar e elaborar novas atividades que favoreçam a evolução do aluno no desenvolvimento de concepções mais complexas e superação de falhas. Ao mesmo tempo, a análise das resoluções corretas e incorretas é, para o aluno, uma tomada de consciência na sua trajetória de aprendizagem.

Consistentes tendências têm sido discutidas nos Congressos Internacionais sobre Educação Matemática (ICME), em que a Matemática aparece vinculada a novos campos, como as modernas tecnologias e a informática.

O uso de calculadoras, quando utilizadas adequadamente, é um instrumento valioso no ensino de Matemática. Porém, requer cuidado e preparo do professor, a fim de proporcionar aos alunos, atividades que estimulem o raciocínio e não apenas o "apertar botões".

Os computadores estão, cada vez mais, sendo usados no ensino de Matemática. Há grupos que desenvolvem programas de Instrução Assistida por Computadores, cujo ensino por treino e teste é enfatizado. Há, também, os grupos que estão usando a informática para desenvolver um trabalho que baseia-se numa linha psicológica construtivista de aprendizagem. Nessa linha, situa-se o LOGO (com origem na psicologia e epistemologia genética de Piaget), e o "Geometric Supposer".

Papert, criador da "filosofia LOGO", incorpora o princípio genético da atividade, mediante a identificação da criança com a "tartaruga". Ao comandar a "tartaruga", é a própria criança que, simbolicamente, realiza a ação, dentro de um universo pensado, no qual ela vai interagir, (micro-mundo).

O "Geometric Supposer" é um programa onde o aluno explora fenômenos geométricos, levanta hipóteses e conjecturas e parte, em seguida, para a demonstração.

Neste tipo de abordagem, a Matemática deixa de ser um conhecimento pronto a ser transmitido e o aluno faz parte integrante no processo de construção de seu conhecimento.

As raízes socioculturais também são vistas como um fator de grande importância na justificativa da Educação Matemática, pois é certo que grupos sociais diferentes têm maneiras diferentes de habilidade matemática e isso deve ser levado em consideração na escola. Nessa perspectiva, surge a etnomatemática, a Matemática associada a formas culturais distintas.

Para Ubiratan D'Ambrosio (1993):

A etnomatemática se situa numa área de transição entre a antropologia cultural e a matemática que chamamos academicamente institucionalizada, e seu estudo abre caminho ao que poderíamos chamar de uma matemática antropológica. (p. 18)

Essa orientação está associada com o trabalho que alguns pesquisadores vêm desenvolvendo, tendo a História da Matemática como motivação para o ensino de Matemática.

A proposta de trabalho numa perspectiva histórica salienta que o estudo da construção da História da Matemática conduz a uma melhor e maior compreensão do desenvolvimento do conceito matemático. Destaca, também, as dificuldades epistemológicas inerentes ao conceito que está sendo estudado, presentes, muitas vezes, nos alunos durante o processo de aprendizagem.

Na tentativa de quebrar a dicotomia existente entre a Matemática formal da escola e a sua utilização na vida prática, surge a modelagem matemática, tendência de ensino que procura conscientizar o aluno da presença e utilidade da Matemática no dia-a-dia.

Como se vê, são muitas e diferentes as linhas metodológicas de trabalho para o ensino de Matemática, que evidenciam a importância da construção de conceitos matemáticos pelos alunos que se tornam sujeitos ativos da própria aprendizagem e deixam de ser passivos, simples sujeitos receptivos de informações acabadas, prontas.

Essas tendências sugerem que o ensino de Matemática deve basear-se em um conteúdo adequado ao nível do desenvolvimento psíquico do educando, envolver metodologias diversificadas e coerentes na fundamentação psicopedagógica.

Observa-se, a partir de literatura especializada, que o papel da Psicologia Educacional na Educação Matemática é cada vez mais importante uma vez que o professor deverá possuir conhecimentos da Psicologia do Desenvolvimento e da Psicologia da Aprendizagem.

Especificamente em relação ao ensino de Geometria, uma tendência que está surgindo e considerada de grande interesse é a teoria elaborada pelo casal Dina van Hiele-Geldof e Pierre Marie van Hiele, educadores holandeses.

Segundo os autores, fundamentada na Psicologia Genética (da qual tomam a noção de níveis), e na Gestalt (da qual tomam as noções de estrutura), essa teoria baseia-se na definição de vários níveis de desenvolvimento mental em Geometria, (Jimenez, 1989).

O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico emergiu do trabalho de doutoramento de Dina. Como ela faleceu um pouco depois de finalizar sua tese, Pierre continuou o trabalho de sua esposa, esclarecendo e aperfeiçoando a teoria.

Por ser uma teoria que se originou em sala de aula, vem despertando muito interesse, pois seus estudos mostram que um procedimento

adequado pode favorecer a aprendizagem de Geometria. A organização do curso, o método, o conteúdo de ensino e o material a ser utilizado pelo professor são preocupações refletidas no trabalho de Van Hiele, de grande valia para educadores.

A Psicologia Genética e a Educação Matemática

No presente e com frequência, fala-se muito em construtivismo, teoria de Piaget, teoria e Psicologia Genética. Muitas escolas e muitos professores intitulam-se construtivistas e, no entanto, observa-se a ausência de informações básicas necessárias à prática docente de fundamento construtivista.

O que é o construtivismo? De onde surgiu o termo construtivista? O que significa ser construtivista em educação?

Estudos e pesquisas de Piaget sobre o desenvolvimento cognitivo e processos e mecanismos de aquisição do conhecimento pelo ser humano, têm influenciado fortemente o ensino de Matemática, no que diz respeito à perspectiva construtivista de ensino.

O trabalho docente, em especial considerando-se a responsabilidade de atender alunos nos primeiros estágios do desenvolvimento, implica que os professores tenham uma base psicológica sólida. No caso, a teoria de Piaget apresenta uma contribuição de importância indiscutível. A caracterização dos estágios do desenvolvimento cognitivo tem sido destacada com frequência. No entanto, a contribuição mais relevante da obra de Piaget foi a de auxiliar a compreender como o ser humano constrói o conhecimento na sua interação com o mundo.

Os trabalhos de Piaget e de seus seguidores abriram perspectivas importantes para o ensino de Matemática, por exemplo, ao mostrar que concepções de espaço e tempo são construídas pelo ser humano em um processo lento e gradual.

Piaget mostrou as tendências gerais de desenvolvimento cognitivo. No caso da construção do espaço, em relação às idades, esse pensamento pode ser de valia para entender-se como os alunos pensam e assim orientar adequadamente o trabalho docente. Porém, mostrou também que não existe uma idade precisa para cada fase do desenvolvimento e que o professor pode levar em conta as características dos alunos, e tornar as atividades em sala de aula, estímulos para o desenvolvimento cognitivo.

A teoria de Piaget parte da concepção de que o desenvolvimento envolve um processo contínuo de trocas entre o organismo vivo e o meio ambiente; o conhecimento é construído pelo próprio sujeito do conhecimento.

Por estrutura, sem muito rigor, entende-se “um conjunto de elementos relacionados entre si de tal forma que não podem definir ou caracterizar os elementos independentemente destas relações”, (Ramoszi-Chiarottino, 1988, p.13).

As construções, como demonstra Ramoszi-Chiarottino, (1988), são sucessivas, com elaborações de estruturas novas e cada vez mais aprimoradas, as quais constituem a base das aprendizagens conceituais presentes no processo educacional. Essas construções são resultantes da relação do sujeito com o meio, por intermédio de suas ações com o objeto, as quais irão garantir a edificação das estruturas mentais que possibilitam a construção do conhecimento. A troca organismo-meio, ocorre por meio do processo de adaptação, com seus dois polos, assimilação e acomodação, e acontece em diferentes níveis, desde os mais elementares até os mais complexos. A adaptação do ser humano ao meio faz-se por intermédio da ação, elemento nuclear da teoria e responsável pela interação organismo-meio.

A partir da ação, a criança constrói o que Piaget chama de esquema motor, noção básica de sua teoria. Graças à atividade motora, (esquemas reflexos), a criança age no mundo, organizando, estruturando e construindo as estruturas mentais.

As ações do sujeito nem sempre ocorrem em perfeita harmonia com o meio e isso causa desequilíbrio, o que obriga o sujeito a buscar adaptação e readaptação para restabelecer o equilíbrio.

A noção de equilíbrio é o outro ponto central da Teoria de Piaget. Para ele, analisando o funcionamento mental paralelamente ao funcionamento biológico, todo organismo vivo procura manter um estado de equilíbrio ou de adaptação com seu meio e, para isso, as ações praticadas procuram sempre superar as interferências nas relações estabelecidas com o meio. Ao mesmo tempo, Piaget chama a atenção, também, para a adaptação mental.

Segundo Piaget, a equilibração inclui dois elementos indispensáveis: a assimilação e a acomodação.

A assimilação envolve a incorporação de elementos do meio às estruturas em processo de conclusão ou já completas e a acomodação é qualquer modificação da estrutura assimilatória, ou de um esquema, em função das modificações do meio, (Dolle, 1995).

Através da assimilação e, a partir de experiências anteriores, o organismo desenvolve ações para atribuir significações aos elementos do ambiente com os quais interage. A acomodação vai tentar restabelecer um equilíbrio superior com o meio ambiente. Assimilação e acomodação são processos distintos porém ocorrem ao mesmo tempo. No entanto, ao longo do desenvolvimento cognitivo, existem momentos em que um desses mecanismos pode predominar sobre o outro, (Flavell, 1992).

Em princípio, parece claro que uma teoria que explique como a criança elabora seu conhecimento, desperte interesse na educação, pois uma das preocupações da escola é a aprendizagem dos seus alunos.

Coll (1995), comenta:

A teoria genética, por sua natureza intrínseca e pelo período histórico em que foi elaborada, deu lugar a uma ampla gama de aplicações educacionais no campo da aprendizagem escolar...(p. 164).

Uma das grandes contribuições de Piaget para a aprendizagem escolar foi, sem dúvida, a classificação do desenvolvimento das estruturas da inteligência em estágios, assim definidos segundo Flavell (1992):

1 - Estágio sensório-motor: subdividido em seis estágios, corresponde a idade desde o nascimento até 2 anos. Neste estágio as ações desenvolvidas pela criança baseiam-se em percepções sensoriais e em esquemas motores que são construídos a partir de reflexos inatos, como o de sucção, por exemplo. Os esquemas vão sendo modificados com a experiência e gradativamente diferenciados, tornando-os mais complexos o que permite estabelecer ligações entre as ações. Os esquemas iniciais, assim, dão origem a esquemas conceituais (inteligência interiorizada), que pressupõem pensamento, noções. Esquemas cada vez mais complexos são construídos até dar origem à função simbólica, ou seja, à capacidade de representar eventos futuros (conquista da liberdade do universo restrito e presente da criança). O aparecimento da função simbólica (capacidade de diferenciar significantes de significados), anuncia uma nova fase, a pré-operatória.

2 - Estágio pré-operatório: diz respeito à criança em idade pré-escolar, dos 2 anos até 7, aproximadamente. Este estágio é marcado pelo aparecimento dos esquemas representativos ou simbólicos. A linguagem oral passa a ser usada pela criança que até então, estava atada às ações motoras. Tal fato intervém no desenvolvimento psicológico de forma decisiva, pois enriquece as relações interindividuais, antes restritas à imitação de sons e de gestos. Na passagem da

ação à representação e na construção dos conceitos, intervêm dois mecanismos: a abstração (que pode ser empírica, reflexiva e refletida), e a generalização. O pensamento pré-operatório indica inteligência capaz de ações interiorizadas, isto é, ações mentais (ainda não reversíveis), diferentes do pensamento adulto pois, a criança centra o pensamento em si mesma. É o egocentrismo, uma das característica do pensamento infantil neste estágio. Outras características do pensamento da criança neste estágio são: animismo (atribuição de "alma" às coisas e animais), antropomorfismo (atribuição de uma forma humana a objetos e animais), e transdutividade (entendimento de um fato do particular para o particular).

3 - Estágio operatório concreto: dos 7 aos 11 ou 12 anos, neste período observa-se grandes modificações, como a predominância do pensamento lógico, objetivo. As ações interiorizadas vão-se tornando cada vez mais reversíveis, portanto, móveis e flexíveis. O egocentrismo da criança cede lugar para um pensamento mais compatível com o mundo que a rodeia. O real e o fantástico não se misturam mais em sua percepção. O pensamento baseia-se mais no raciocínio que na percepção. Nesse período, a inteligência é chamada de operacional concreta, porque a criança depende de recursos visuais concretos que utiliza em suas ações. Não existe ainda o pensamento abstrato, mas a criança pode seriar, ordenar, classificar, enfim, pode realizar operações lógico-matemáticas elementares.

4 - Estágio operatório-formal: a criança chega a este estágio por volta dos 12 anos. Neste estágio, quando a criança está terminando o 1º grau e ingressando no 2º, o pensamento avança em direção a raciocínios formais e abstratos. Libertada do pensamento concreto, a criança-adolescente poderá pensar e trabalhar com a realidade possível, utilizando hipóteses. A construção típica do estágio das operações formais é o raciocínio hipotético-dedutivo, que possibilitará, ao adolescente, ampliar seu pensamento, infinitamente.

Os critérios estabelecidos por Piaget para os estágios do desenvolvimento cognitivo, levam em conta que: os níveis sucedem-se numa

seqüência constante; cada seqüência pode ser caracterizada por uma estrutura de conjunto; as estruturas integram-se reciprocamente, de acordo com a seqüência do desenvolvimento.

Segundo Dolle (1995), a partir de seus estudos sobre defasagens, a repetição ou a reprodução do mesmo processo formador em idades diferentes, Piaget reduz os quatro estágios em três grandes períodos. O primeiro deles, “período sensório-motor” vai desde o nascimento até os 2 anos; é um período de preparação e de organização das operações concretas, e culmina com a construção da primeira estrutura intelectual ou “grupos” sensório-motores. O segundo período tem início por volta dos 2 anos indo até os 12 anos; é o “período da inteligência representativa”, que tem seu ponto alto com a construção das estruturas operatórias concretas. O terceiro período, dos 12 anos até 15 ou 16, aproximadamente, é o das “operações formais” (raciocínio hipotético-dedutivo), (Dolle, 1995, p. 43).

A organização das ações e operações do sujeito (equilíbrio), estão presentes em cada estágio e são descritas mediante uma estrutura lógico-matemática.

Na teoria de Piaget, o conhecimento é concebido como uma construção, explicada pelo processo de abstração reflexionante. No processo de abstração reflexionante, estão presentes dois aspectos inseparáveis, o reflexionamento (*réfléchissement*), e a reflexão.

O reflexionamento (Becker, 1993), é a “projeção sobre um patamar superior daquilo que foi tirado do patamar inferior”, como acontece com a passagem da fase sensório-motor à fase representativa. Nesse processo de abstração, a passagem de um patamar a outro, faz-se por meio do “material” retirado por reflexionamento dos observáveis e dos não-observáveis. Os observáveis referem-se às ações do sujeito com o objeto (abstração empírica); os não-observáveis referem-se às coordenações das ações do sujeito (abstração reflexionante).

A reflexão é, assim, entendida “como um ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi assim transferido do inferior”, (Becker, 1993, p. 43).

A abstração reflexionante acontece sempre por intermédio desses dois processos complementares: o reflexionamento e a reflexão. No entanto, conforme Becker, (1993), a abstração é limitada, pois depende do esquema de assimilação disponível (síntese de experiências anteriores) do sujeito no momento da abstração. O esquema de assimilação é sempre modificado quando se torna insuficiente para dar conta das solicitações do nível posterior. A acomodação, dessa forma, ocorre: os esquemas são refeitos, produzindo transformações estruturais para manter o estado de equilíbrio num nível superior. Isso vai ocorrer mediante a necessidade ou a motivação.

Becker (1993), comenta:

A necessidade ou motivação, para Piaget, não é algo estranho ao esquema ou à estrutura das ações. Ao contrário, constituem elas o aspecto cognitivo ou afetivo de ação. (p.44)

A importância das contribuições de Piaget e de seus colaboradores para o ensino de Matemática fica evidente em suas inúmeras obras que tratam especificamente desse assunto .(Piaget e Inhelder, 1975; Piaget e Inhelder, 1993; Piaget, Inhelder e Szeminska, 1964 ;Piaget e Szeminska, 1995).

A leitura dessas obras indica que os conteúdos matemáticos nas séries iniciais deveriam conduzir “naturalmente” à aprendizagem de conceitos por meio da ação “porque a atividade com objetos é indispensável à compreensão das relações aritméticas ou geométricas, principalmente no caso de alunos mais jovens”, (Pavanello, 1995, p.75).

A introdução das idéias de Piaget na sala de aula das classes das séries iniciais, foi feita por Aebli e seguida por inúmeros estudiosos, como Kamii, Assis e outros. Segundo Aebli, a teoria genética pode proporcionar os elementos necessários às metodologias e aos conteúdos nos quais se deve basear o ensino das principais disciplinas, (Aebli, 1973).

Quando trata da Educação Matemática, Piaget adverte sobre o fracasso de tentar ensinar-se Matemática às crianças pequenas utilizando-se métodos arcaicos e ultrapassados com base no verbalismo do professor e com uso prematuro do formalismo. Considera um grave erro priorizar a linguagem e não o papel das ações.

Pelo contrário, nos alunos jovens, a ação sobre os objetos resulta totalmente indispensável para a compreensão não só das relações aritméticas, como também das geométricas. (Piaget, 1986, p.220-221. Trad. da autora).

Por essa razão, o problema central do ensino de Matemática reside no fato de que não existe um ajustamento entre as estruturas operatórias da inteligência e o programa ou métodos de ensino, (Piaget, 1976).

Educadores e pedagogos, hoje, buscam, nas obras de Piaget e de seus seguidores, inspiração para a reformulação de métodos de ensino a partir de uma compreensão mais ampla do desenvolvimento cognitivo.

Em relação às dificuldades dos alunos no estudo de Matemática, Piaget comenta ser difícil entender porque os alunos bem dotados “na elaboração e na utilização das estruturas lógico-matemáticas espontâneas da inteligência sejam carentes de qualquer vantagem na compreensão de um ensino que incide exclusivamente sobre o que se pode tirar de tais estruturas.” (Piaget, 1976, p. 51)

Sobre os materiais concretos usados durante as atividades matemáticas, alerta para os riscos de que a sua utilização pelo professor possa levar à prioridade das configurações (percepção, imitação e imagem), e não às

operações (ações, operações). Os materiais são excelentes, diz Piaget (1976), "enquanto possibilitam as manipulações ativas e as descobertas pelas próprias crianças, na linha do seu desenvolvimento operatório espontâneo." (p. 56).

Do ponto de vista da Educação Matemática os resultados das experiências e da extensa obra piagetiana, permite concluir que é inegável o valor das contribuições de Piaget e do Grupo de Genebra para o ensino de Matemática.

As inúmeras pesquisas de Piaget sobre a percepção (Piaget estudou as relações entre a percepção e a inteligência) e as representações espaciais em crianças são de grande valor tanto para compreender-se a apreensão e desenvolvimento de conceitos espaciais quanto para possíveis aplicações pedagógicas no ensino de Geometria.

Ao estudar o processo de "construção do espaço" pela criança, Piaget mostra que o espaço infantil, nos dois primeiros estágios do desenvolvimento, é topológico; não há constâncias perceptivas das formas e grandezas.

Do espaço topológico derivam o espaço métrico ou euclidiano, e o espaço projetivo, a partir dos 7 anos. A criança constrói paralelamente o espaço métrico ou euclidiano, e o espaço projetivo, independentemente um do outro.

A partir dos 7 anos é possível verificar que as crianças constroem sistemas de conjunto, em relação aos quais reúnem as multiplicidades de figuras em função de um jogo de perspectivas, ou seja, de eixos de coordenadas.

Piaget concluiu que no desenvolvimento de conceitos espaciais existe uma ordem definida próxima da ordem lógica: as noções topológicas precedem às noções euclidianas e projetivas, ao contrário da ordem histórica (euclidiana, projetiva e topológica).

Sobre este aspecto, Pulaski (1986), comenta:

Curiosamente, escreve Piaget, essa ordem psicológica está muito mais próxima da sequência da construção dedutiva ou axiomática da Geometria moderna do que a sequência histórica dos descobrimentos. Ela proporciona mais um exemplo da proximidade entre a construção psicológica e a elaboração lógica da própria ciência. (p.159)

De acordo com Piaget, uma criança pequena é capaz de fazer distinção entre figuras fechadas e abertas, região interna e externa. Aproximadamente aos 3 anos de idade, se solicitada a reproduzir um quadrado ou um triângulo, desenhará um círculo fechado; contudo, será capaz de reproduzir, de modo bastante adequado, a figura de um círculo, com um círculo menor dentro ou fora dele, ou ligado a ele.

As representações espaciais têm início com as ações motoras e formam-se a partir de “ações” realizadas com o objeto no espaço.

Nas palavras de Flavell (1992):

A princípio o espaço da criança parece ser constituído de “espaços” separados, cada um deles inteiramente centrados na própria atividade da criança. (p. 136)

A organização do universo espacial não é dada desde o início, mas construída no decorrer de evoluções complexas, e requer por parte da criança uma grande preparação.

As representações espaciais se formam através da organização de ações realizadas com objetos no espaço, inicialmente ações motoras e mais tarde ações interiorizadas que se convertem em sistemas operacionais. (Flavel, 1992, p. 334)

Ao discorrer sobre o desenvolvimento do espaço, Piaget toma a noção de "grupos de deslocamentos" elaborada por Poincaré. Tal noção é fundamental na teoria piagetiana; é um ponto de referência para a análise da estrutura das cognições, desde a infância até a adolescência, como também para descrever as etapas do desenvolvimento do espaço sensório-motor.

Flavell (1992), define grupo como "um sistema ou estrutura abstrata que possui certas propriedades bem definidas." (p.136). Para Dolle (1995), "do ponto de vista puramente psicológico ... pode-se considerar como grupo todo o sistema de operações suscetível de permitir um retorno ao ponto de partida."(p. 74).

O desenvolvimento sensório-motor espacial resume-se em três tipos de grupos espaciais : "o grupo prático" (o espaço é uma propriedade da ação), "o grupo objetivo" (o espaço é uma propriedade dos objetos), e "o grupo subjetivo" (o espaço intermediário entre os dois grupos anteriores).

Culminando o espaço sensório-motor, constitui-se o espaço representativo com o estabelecimento da representação das relações espaciais entre os objetos e os deslocamentos do próprio corpo. Neste período, a criança, que até então só tinha a percepção dos cinco sentidos nas suas ações, tem acesso à linguagem.

A passagem da percepção à representação espacial apoia-se em um sistema de significações que compreende a diferenciação entre o significante e o significado, que Piaget chama de função simbólica, na qual a imagem mental vai desempenhar papel relevante.

Enquanto a linguagem é um sistema de signos convencionais sem nenhuma relação entre o significante e o significado, a imagem mental desempenha papel importante pois "a criança trata as imagens como verdadeiros substitutos do objeto e pensa, efetuando relações entre imagens", (Dolle, 1995, p. 95).

As operações constitutivas do espaço são acompanhadas de imagens mentais com relativa adequação. O papel da imagem no espaço é relevante, mas isso não significa que ela seja o principal fator da intuição geométrica.

O período representativo (pensamento), comporta dois aspectos (maneiras de apreender o real): o aspecto figurativo e o aspecto operativo.

No aspecto figurativo intervêm a "percepção", que funciona na presença do objeto; a "imitação", que pode dispensar o objeto e a "imagem mental", que é a imitação interiorizada.

O aspecto operativo, a partir da ação até às operações (ações interiorizadas), relaciona-se com as transformações, isto é, tudo o que modifica o objeto. Essas ações dão mobilidade às imagens e permitem a representação de suas transformações.

A distinção que se estabelece entre os elementos figurativos e os operativos, permite chegar a conclusão da natureza operatória presente na intuição geométrica.

As ações incidem sobre os objetos físicos e efetuam-se por meio da experiência que, na distinção feita por Piaget, são de dois tipos: a experiência física e a experiência lógico-matemática.

A experiência física consiste em agir sobre os objetos para extrair deles as suas propriedades, dadas pelo próprio objeto mediante uma abstração "simples", que ocorre por intermédio da percepção (informações perceptivas, tais como: descobrir o peso de objetos de diferentes tamanhos e volumes).

A experiência lógico-matemática diz respeito às próprias ações do sujeito e não dos objetos como tais; decorre da coordenação das ações do sujeito

sobre o objeto, extraindo dele elementos que não são dados, como por exemplo : a soma de alguns objetos (pedrinhas, tampinhas, palitos), não é atributo dos objetos mas algo que foi introduzido pela ação. (A elaboração das estruturas espaciais depende desses dois tipos de experiências).

Piaget considera essas operações como as mais importantes nos níveis de desenvolvimento cognitivo, nos quais a dedução lógica e o cálculo ainda não são possíveis.

Se as operações lógico-matemáticas partem dos objetos, agrupando-os, enumerando-os, dispondo-os em séries ou reunindo-os em classes, as operações espaciais requerem o objeto contínuo, como figuras ou planos, que se decompõem em partes e voltam a reunir-se de maneiras diferentes ou voltam a compor o todo novamente. Essas operações são chamadas infralógicas, e, são isomorfas às operações lógico-matemáticas, porém em escala inferior, (Dolle, 1995).

Para demonstrar como essas operações infralógicas se constituem e como as crianças pequenas têm dificuldade para discriminar e coordenar perspectivas espaciais, no trabalho de Piaget e Inhelder *A representação do espaço na criança*, encontram-se inúmeros e valiosos experimentos. Nessa obra, os autores tratam do estudo da categorização das aquisições espaciais de acordo com a presença de conceitos topológicos, projetivos e euclidianos. Os resultados dos experimentos realizados são analisados e constituem a confirmação da hipótese de Piaget, de que a construção do espaço topológico precede ao euclidiano e ao projetivo. Esses resultados também demonstram que só a partir dos 7 anos a criança tem acesso aos espaços euclidiano e projetivo. Para a Educação Matemática essa obra representa uma das mais significativas de Piaget e de seus colaboradores: a discussão a respeito da intuição matemática, tão importante na elaboração do conhecimento matemático.

O espaço projetivo supõe uma coordenação entre objetos distintos uns dos outros no plano espacial; ele começa quando o objeto passa a ser

considerado segundo o ponto de vista do sujeito, do outro sujeito. Sobre esse aspecto, Piaget também realizou inúmeros experimentos relatados em seu livro citado acima.

Paralelamente à construção do espaço projetivo, “constrói-se uma coordenação dos objetos como tais, culminando no espaço euclidiano: a construção das paralelas, dos ângulos, das proporções ou semelhanças que efetuam a transição entre os dois”, (Dolle, 1995,p.120-121).

O espaço euclidiano coordena os objetos entre si em relação a um sistema estável de referência que desde o início exige a conservação das distâncias e superfícies.

Em, *The Child's Conception Of Geometry*, (Piaget, Inhelder e Szeminska, 1964), tratam de descrever a construção e a capacidade infantil para conservar e medir distâncias, comprimentos, área, volume, ângulos e coordenadas retilíneas.

Assim que a criança domina essas operações forma uma representação coerente do mundo tridimensional em que vive e onde se movimenta.

Suas pesquisas mostram também que só a partir dos 4 anos a criança consegue distinguir formas retilíneas e formas curvas. Nessa mesma idade já existe distinção entre o quadrado, o triângulo e a elipse. Somente mais tarde, por volta dos 5 - 6 anos, a criança distingue o losango.

Piaget, portanto, fornece elementos preciosos que poderão auxiliar educadores na elaboração de programas de ensino de Geometria, como também sugere metodologias adequadas às atividades geométricas nas séries iniciais.

A teoria de van Hiele

Enquanto Piaget estuda a construção da noção do espaço, o casal van Hiele estuda a problemática do ensino de noções geométricas em sala de aula.

O baixo rendimento em Geometria dos alunos do curso secundário, desencadeou a atenção do casal van Hiele, que passou a dedicar-se ao estudo desse problema.

O casal van Hiele, educadores holandeses, mostra em seus estudos, que um procedimento didático adequado pode favorecer a aprendizagem de conceitos geométricos e apresenta um “modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico”, caracterizado por cinco níveis de compreensão geométrica, que serão descritos mais adiante.

O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico originou-se dos trabalhos de doutoramento de Dina van Hiele Geldof e Pierre Marie van Hiele, em 1975, “Teoria de van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio em Geometria”, Universidade de Utrech, sob a orientação de Hans Freudenthal. O casal van Hiele investigou o desenvolvimento mental em Geometria. Todavia, como Dina van Hiele Geldof faleceu logo após ter publicado seus trabalhos, foi seu esposo, Pierre Marie van Hiele quem reformulou e desenvolveu a teoria, (ver Nasser, 1992).

A teoria de van Hiele demorou a ser conhecida, provavelmente por ter sido escrita em holandês, o que dificultou a sua divulgação.

Sabe-se que na União Soviética, na década de 60, o currículo de Geometria foi reformado tendo em vista a aplicação do modelo de van Hiele em sala de aula. Porém, os resultados não foram reconhecidos uma vez que não são mencionados em revisões de pesquisa sobre o ensino de Geometria, (Crowley, 1994)

Nos últimos vinte anos, a teoria de van Hiele tem estado presente em inúmeros trabalhos relacionados ao ensino-aprendizagem de Geometria.

Nos anos 70, o professor norte-americano Isaak Wirszup começou a divulgar o modelo, ao mesmo tempo que Hans Freudenthal, professor dos van Hiele, em sua obra *Mathematics as an Educational Task* (1973), chamava a atenção para o trabalho do casal.

Nos Estados Unidos, o interesse pela pesquisa e contribuições dos van Hiele cresceu a partir da década de 80, quando algumas traduções para o inglês foram feitas, divulgando os seus principais trabalhos por Geddes, Fuys e Tischler, em 1984.

Pesquisas desenvolvidas no Brooklyn College por Geddes e outros em 1985, com crianças na *middle-school* e na *junior high-school*, correspondendo aos níveis 1 e 2, sugerem atividades em Geometria, tais como dobraduras, quebra-cabeças geométricos, trabalhos em quadriculados, entre outros, que podem ser utilizados por professores das séries iniciais.

Em Portugal, Matos (1992), em seu artigo "Acomodando a teoria de van Hiele a modelos cognitivos idealizados", que emergiu do seu trabalho de doutoramento pela Universidade da Geórgia, analisa, discute e faz comentários sobre a teoria de van Hiele. Segundo o autor, algumas mudanças são necessárias na teoria de van Hiele, como "mudanças na teoria cognitiva implícita e mudanças na caracterização dos níveis", (p.110).

No Brasil, pesquisas que utilizam o modelo de van Hiele estão começando, e pode-se citar alguns trabalhos: "Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: Modelo de van Hiele", de Henriques, Almir de Souza e outros, sob a orientação de Kaleff, Ana Maria M.R., apresentado no II Congresso Nacional de Iniciação Científica em Matemática, do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, em julho de 1989. Mais recentemente, de Lillian

Nasser, "A teoria de van Hiele : pesquisa e aplicação", apresentado no Primeiro Seminário Internacional de Educação Matemática, UFRJ, (1993), no qual a autora relata parte do seu trabalho de doutoramento, concluído em 1992, na Universidade de Londres. Nesse trabalho, a autora faz descrição da teoria, revisão de pesquisas, citando alguns trabalhos desenvolvidos nos Estados Unidos; tece comentários sobre os resultados desses trabalhos e ressalta algumas críticas que surgiram, como por exemplo, a enumeração dos níveis, o número de níveis, continuidade ou não dos níveis, o lugar de inclusão de classes na teoria, dependência das estratégias de ensino.

A autora, em palestra na Unicamp (1996), relatou o Projeto Fundação, em andamento em algumas escolas do Rio de Janeiro. Nesse Projeto, coordenado por Nasser, os professores envolvidos são treinados para aplicar o modelo de van Hiele em salas de aula do 1º grau, desde as séries iniciais.

Em consulta à ANPED, em relação a trabalhos desenvolvidos no Brasil com fundamentação na teoria de van Hiele, não mostra trabalhos específicos de Geometria nas séries iniciais de 1º grau. Em consulta ao sistema UNIBLIB, foram encontrados alguns trabalhos com Geometria em que a teoria de van Hiele é citada, mas não fundamenta os trabalhos.

Pirola (1995), entretanto, investigou a formação de conceitos geométricos em alunos de 5ª a 8ª séries do 1º grau, com apoio na teoria de Klausmeier e de van Hiele. Nesse trabalho, Pirola descreve o Projeto Oregon, desenvolvido por Burger, Hoffer, Mitchel e Shaughnessy, de 1979 a 1982 (p.28 e 29), que tinha como objetivo investigar a validade dos níveis propostos no modelo de van Hiele.

Diferentemente da teoria de Piaget, que define faixas de idade aproximada para níveis de desenvolvimento cognitivo, os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele não dependem da idade ou maturidade biológica, mas sim da instrução recebida. Métodos, materiais utilizados e conteúdos propostos são elementos importantes no

processo ensino-aprendizagem de Geometria e devem ser cuidadosamente selecionados, de acordo com os níveis em que se encontram os alunos.

Os estudos de van Hiele são baseados em três elementos: "uma forte base estruturalista" (as estruturas estão presentes em toda sua visão de mundo e na sua visão de organização da cognição "a influência da Psicologia da Gestalt" (que fornece uma base para a análise da percepção e interpretação cognitiva dessas estruturas), e finalmente, "a preocupação com a didática da Matemática" (especialmente no desenvolvimento do *insight* em sala de aula).

Pierre van Hiele não define estrutura, mas descreve as espécies e as propriedades das estruturas, e dá exemplos de estruturas mentais.

As espécies de estruturas propostas por Pierre seguem a distinção entre três mundos elaborada por Popper: as estruturas do "mundo 1", que são as estruturas do mundo em que vivemos ; as estruturas do "mundo 2", que são as estruturas na nossa mente e as estruturas do "mundo 3", que são as estruturas do mundo do conhecimento humano comum.

As propriedades das estruturas, retiradas da Psicologia da Gestalt são descritas no modelo: 1ª) as estruturas podem ser ampliadas; 2ª) cada estrutura pode ser vista como parte de uma estrutura mais fina ; 3ª) uma estrutura pode ser vista como uma estrutura mais inclusiva; e 4ª) uma estrutura pode ser isomorfa a outra estrutura. A primeira e a quarta propriedade revelam-se diretamente, envolvem atividades inatas; a segunda e terceira propriedades, segundo van Hiele, devem ser ensinadas, (Matos, 1992).

Como exemplo de estruturas Pierre van Hiele cita: "estruturas de ação" que são ações automáticas que não se podem tornar explícitas (essas estruturas estão muito próximas dos padrões estímulo-resposta, e van Hiele questiona se elas poderão ser consideradas estruturas mentais); "estruturas visuais", que são as estruturas construídas na mente e reagem mediante as

estruturas do mundo 1; e “estrutura global de atuação”, terminologia utilizada por Pierre van Hiele para designar imitação. (Matos, 1992)

Van Hiele propõe que “a aprendizagem é um processo recursivo, que progride recursivamente através de níveis de pensamento descontínuos - saltos na curva de aprendizagem - (van Hiele & van Hiele-Geldof, 1958, p. 75), que pode ser melhorado por um procedimento didático adequado.” (*ibid.* p. 97-98).

Fundamentado na teoria em que o desenvolvimento mental está ligado às mudanças cognitivas dos alunos e em experiências educacionais, os van Hiele elaboraram o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico, que abrange cinco níveis de compreensão que descrevem as características do processo de raciocínio em Geometria.

Nível 1 - Visualização: Neste nível inicial o espaço é percebido pelo aluno como algo que existe em torno dele. As figuras geométricas são reconhecidas e avaliadas pela sua aparência, isto é, pela sua forma como um todo e não por suas partes ou propriedades. Um aluno neste nível pode identificar formas específicas, reproduzir figuras dadas e consegue aprender um vocabulário geométrico.

Nível 2 - Análise: Neste nível o aluno começa a discernir as características das figuras por meio de uma análise informal de suas partes, utilizando, para isso, a observação e a experimentação para estabelecer propriedades que serão usadas para formar conceitos de classes e formas e para resolver problemas. Entretanto, neste nível, o aluno ainda não entende definições, não consegue explicar relações entre propriedades e não vê inter-relações entre figuras.

Nível 3 - Dedução informal: Neste nível o aluno consegue estabelecer inter-relações de propriedades dentro de figuras e entre figuras; é capaz de deduzir propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras. As definições e a inclusão de classes são compreendidas, porém o aluno não compreende o

significado da dedução como um todo ou a função dos axiomas, mas pode elaborar provas formais sem, contudo, construir uma prova a partir de premissas diferentes.

Nível 4 - Dedução: Neste nível o aluno analisa e compreende o processo dedutivo e as demonstrações, os axiomas, os postulados, as definições e a inter-relação e o papel de termos indefinidos. Consegue, também, construir provas, memorizá-las e enxergar a possibilidade de desenvolver uma prova de maneiras diferentes.

Nível 5 - Rigor: Neste nível o aluno já é capaz de trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos. A Geometria é entendida de forma abstrata. Este último nível foi menos desenvolvido nos estudos dos van Hiele. Em 1985, Pierre van Hiele, em comunicação pessoal a Alan Hoffer, admitiu que estaria mais interessado nos três primeiros níveis.

O modelo van Hiele apresenta algumas propriedades (Crowley, 1994), que fornecem recomendações sobre o ensino: as atividades geométricas não devem reduzir o nível do conteúdo geométrico; o material deve preparar a aprendizagem posterior; a linguagem é importante no desenvolvimento e na avaliação da compreensão geométrica. As propriedades do modelo são particularmente significativas para os educadores na orientação da prática docente:

1 - Seqüencial: não é possível atingir um nível posterior sem dominar todos os níveis anteriores.

2 - Avanço: A progressão (ou não), de um nível para outro depende mais dos métodos de ensino e do conteúdo do que da idade ou da maturação biológica.

3 - Intrínseco e extrínseco: os objetos implícitos num nível tornam-se explícitos no nível seguinte.

4 - Lingüística: Cada nível tem sua própria linguagem e um conjunto de relações interligando-os.

5 - Combinação inadequada: Professor e aluno raciocinando em níveis diferentes não podem compreender-se mutuamente. Portanto, professor, conteúdo, material didático, vocabulário, devem estar compatíveis com o nível do aluno.

A organização do curso, o método, o conteúdo e o material a ser usado, são preocupações pedagógicas refletidas no trabalho dos van Hiele, que propuseram cinco fases seqüências de aprendizado, que fornecem “orientações sobre a seqüência e a distribuição das atividades de Geometria dentro de um nível”, (Crowley, 1994, p.16).

A seguir, são descritas as fases seqüenciais do modelo:

Fase 1 - Interrogação/informação: Professor e aluno conversam e são propostas atividades sobre os objetivos do estudo do respectivo nível. São feitas observações, perguntas são formuladas e o vocabulário específico do nível é introduzido. Esta fase pode ser interpretada como uma preparação para estudos posteriores, no nível seguinte. No caso de crianças nas séries iniciais, a exploração de elementos geométricos no ambiente da sala de aula é uma excelente atividade para introduzir-se termos geométricos como “quadrado”, “triângulo”, “círculo”, “retângulo”.

Fase 2 - Orientação dirigida: Atividades são desenvolvidas para explorar gradualmente as estruturas características do nível. Para isso, os alunos devem explorar o tópico de estudos por meio de materiais selecionados pelo professor, com o fim de suscitar respostas específicas. Muitos e variados materiais podem ser apresentados como por exemplo, uma coleção de polígonos para que as crianças observem as figuras quanto às formas e quanto ao número de lados, fazendo comparações.

Fase 3 - Explicação: O papel do professor nesta fase é somente orientar o aluno no uso da linguagem apropriada. A partir de suas experiências anteriores, os alunos revelam seus pensamentos, modificam seus pontos de vista sobre as estruturas trabalhadas e observadas. Com crianças de 1ª série, o professor poderá utilizar-se da fase 1, fazendo perguntas para orientar os alunos para expressarem seus pensamentos.

Fase 4 - Orientação livre: Diante de tarefas mais complexas, os alunos procuram soluções próprias que podem ser concluídas de maneiras diferentes e problemas em aberto. Uma atividade interessante para crianças em início de escolaridade, é dar a elas um conjunto de triângulos equiláteros e pedir que formem triângulos maiores, quadrados, retângulos.

Fase 5 - Integração: Com o objetivo de formar uma visão geral do novo sistema de objetos e relações, o aluno revê e resume o que foi aprendido e alcança, assim, um novo nível de pensamento. O raciocínio antigo é substituído por um novo e o aluno está pronto para repetir as fases de aprendizado no nível seguinte.

O trabalho de Geometria com crianças pequenas pode ser desenvolvido nos níveis 1 e 2, sendo que neste último, reconhece-se como corretas afirmações como “o quadrado tem quatro lados iguais”, ou “o triângulo tem três lados”.

Em crianças pequenas não se considera, no nível 2, o rigor da linguagem geométrica formal. No entanto, a terminologia padronizada deve ser introduzida gradualmente e deve-se também estimular a criança a utilizá-la porque, o fato de uma criança usar determinada palavra, como por exemplo “pontudo” para triângulo, não significa que seu ouvinte atribua este mesmo significado para triângulo.

A linguagem e os materiais devem ser criteriosamente escolhidos para as atividades porque desempenham importante papel no desenvolvimento do raciocínio geométrico.

Considerando a análise da problemática e tendências do ensino de Matemática e a preocupação delineada anteriormente, em relação ao ensino de Geometria, optou-se por desenvolver esta pesquisa tendo como apoio o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, porque esse modelo combina estruturas pedagógicas e cognitivas na aprendizagem de Geometria e oferece, por esta razão, algumas sugestões de grande valor para a didática de Geometria em sala de aula.

Capítulo III

METODOLOGIA

Este trabalho teve por objetivo avaliar uma proposta pedagógica por meio de jogos e atividades com material concreto, para o ensino de Geometria, fundamentada no modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e com apoio na teoria de Piaget, para alunos das 1^{as} séries do 1º grau.

Para sua realização optou-se por estudar dois grupos de crianças segundo o modelo 10 de Campbell e Stanley - delineamento com grupo de controle não equivalente. Nesse modelo, os grupos constituem coletivos naturalmente reunidos, neste caso, duas classes de 1ª série. (Campbell e Stanley, 1979). Este trabalho foi realizado seguindo o modelo citado e envolveu um grupo experimental e um grupo de controle. Ambos os grupos foram submetidos ao pré-teste e ao pós-teste, e, o grupo experimental, a um trabalho de intervenção de ensino.

Para avaliar o resultado da intervenção pedagógica foram selecionados alguns conceitos geométricos tendo como objetivos o reconhecimento das figuras geométricas básicas (e também o retângulo e os três tipos de triângulos), a percepção de figuras inteiras e suas partes

correspondentes, a intersecção de figuras planas, a posição no espaço (rotação), a simetria, a análise de diferenças e as semelhanças entre objetos e figuras geométricas parecidas. As atividades foram desenvolvidas em sala de aula e foram organizadas tendo em vista a perspectiva construtivista de ensino*.

Os dados desta pesquisa foram colhidos entre os meses de abril e novembro de 1996.

1 - Sujeitos

Os alunos envolvidos neste trabalho são 44 crianças de ambos os sexos, na faixa etária entre 6 anos e meio e 10 anos e 8 meses de idade, cursando a 1ª série (Ciclo Básico I - CB I) do 1º grau, de uma Escola Estadual de Primeiro Grau de Campinas, Estado de São Paulo, situada em bairro da periferia do município.

A maioria da população deste bairro é formada por famílias oriundas de outros estados, muitos com o 1º grau incompleto e alguns analfabetos, com baixa renda familiar. Sendo assim, os alunos dessa escola podem ser considerados economicamente desfavorecidos e são tidos, pelas suas professoras, como crianças dóceis, disciplinadas, porém com algumas dificuldades na aprendizagem.

O grupo experimental foi formado por 21 alunos do CB I B e o grupo controle por 23 alunos do CB I A.

A escolha das classes que formaram o grupo experimental e controle foi, num primeiro momento, por conveniência (as classes foram indicadas pelo diretor da escola), e num segundo momento a escolha da classe

* As atividades, assim como as sessões de intervenção pedagógica, estão descritas em Intervenção Pedagógica. (p. 68)

para o grupo experimental foi intencional. Para formar o grupo experimental foi levado em conta o resultado do pré-teste da classe que apresentou maior índice de erros (E) e que foi verificado no CB I B.

2 - Procedimentos e Material

O trabalho foi desenvolvido em sala de aula com os dois grupos (experimental e controle) os quais foram avaliados em dois momentos (pré-teste e pós-teste). Para o grupo experimental foram realizadas sessões de intervenção pedagógica e pós-teste imediato para avaliação da aprendizagem.

Para a elaboração das questões do pré-teste e pós-teste, assim como a seleção de conceitos e objetivos a serem trabalhados na intervenção pedagógica, foram considerados o conteúdo de Geometria da Proposta Curricular para o ensino de Matemática - 1º grau (1992), as orientações da CENP/SP e publicações especializadas destinadas aos alunos de 1ª série do 1º grau (ver Anexo I).

A hipótese com que se trabalhou foi a de que, apesar desses alunos apresentarem um índice insatisfatório no pré-teste, após a intervenção pedagógica, proposta neste trabalho, poderiam apresentar desempenho satisfatório. (Considera-se como índice insatisfatório os erros (E) obtidos pelos alunos no resultado do pré-teste).

2.1- Procedimento para o pré-teste

Para o pré-teste foram elaboradas 15 questões, envolvendo os conceitos descritos nas páginas 64 e 65, distribuídas aos alunos em papel sulfite, instruindo-os, inicialmente, para que quem soubesse escrever seu nome

que o escrevesse na primeira linha da folha. Os alunos que ainda não sabiam escrever seu nome foram auxiliados pelo professor da classe e pelo pesquisador.

As instruções para a realização das questões do pré-teste foram dadas pelo pesquisador em voz alta e clara, em sala de aula, sempre tendo o cuidado de utilizar uma linguagem adequada ao nível da compreensão infantil, mesmo que isso exigisse a necessidade de abrir mão do rigor da linguagem matemática formal. Tomou-se, também o cuidado de dar tempo suficiente para as crianças executarem as ordens, além de verificar se todos haviam finalizado a atividade para depois continuar com as demais questões, como mostra o exemplo da questão 1:

“Peguem o lápis de cor vermelha.” (Esperava-se um pouco e verificava-se se todos alunos tinham o lápis vermelho em mãos).

“Agora, vamos pintar o quadrado de vermelho. Mostrava-se as quatro figuras, - triângulo, quadrado, retângulo e círculo -, que compunham esta questão e dava-se tempo para que as crianças pudessem completar a tarefa. A seguir, verificava-se se todos já haviam finalizado esta primeira parte e dava-se prosseguimento:

“Agora, peguem o lápis de cor azul. Vamos pintar o retângulo de azul.

O mesmo procedimento, relatado acima, era feito para o reconhecimento do triângulo.

As demais questões do pré-teste seguiam o mesmo tipo de instruções.

2.2 - Pós-teste

As questões para a realização do pós-teste foram as mesmas do pré-teste. Para a realização do pós-teste, levou-se em conta os mesmos procedimentos adotados durante a realização do pré-teste.

2.3 - Intervenção Pedagógica

Tendo por embasamento teórico o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e apoio na Psicologia Genética de Piaget, tomando por base o conteúdo e os objetivos do ensino de Geometria da Proposta Curricular para o ensino de Matemática - 1º grau (1992) e levando-se em conta os resultados obtidos na realização do pré-teste foram elaboradas diversas atividades destinadas às crianças do grupo experimental que caracterizaram as sessões de intervenção pedagógica, todas realizadas pelo pesquisador.

Paralelamente aos elementos apontados acima, três variáveis relevantes - o nível do desenvolvimento dos sujeitos, o tipo de estratégia de ensino utilizado e a natureza do material a ser aprendido -, foram consideradas na elaboração das atividades e material utilizados durante a intervenção pedagógica. (Considerou-se o nível aproximado de desenvolvimento dos sujeitos, levando-se em conta a faixa etária dos alunos, e não a aplicação de provas piagetianas).

Foram realizadas vinte sessões de intervenção pedagógica coletiva com as crianças que compunham o grupo experimental. Cada sessão durava em média 50 minutos e visava especificamente proporcionar aprendizagem dos conceitos geométricos selecionados para este trabalho. Todos os procedimentos de intervenção e as reações dos sujeitos eram registradas imediatamente após a realização das mesmas, para posterior análise.

Tomou-se o cuidado de proporcionar situações tais em que as crianças pudessem trabalhar ativamente, agindo sobre os objetos e o meio.

Como assinala Dolle, (1995):

Se a criança adquire as estruturas lógicas do pensamento, sobretudo pelo efeito de sua própria ação sobre o meio, a pedagogia está na obrigação de favorecer essa construção progressiva. (p. 162)

A questão metodológica deve favorecer um clima de liberdade. Piaget defende e acredita que a criatividade e a redescoberta, "princípios metodológicos incentivados pelo movimento das escolas novas desde seus primórdios", sejam objetivos da educação, (Castro, 1974, p.113).

Segundo Castro (1974), importante é:

A disposição de dar oportunidades ao aluno para explorar coisas ou idéias. A tentativa de levá-lo a descobrir, redescobrir e inventar. Que o professor esteja tão envolvido no processo quanto o aluno animando-o a prosseguir, a fazer outras tentativas, e também desafiando-o mediante a apresentação de dificuldades que ele deve superar. (p. 132)

Em todas as sessões de intervenção tomou-se o cuidado de utilizar uma linguagem adequada e acessível ao nível do desenvolvimento cognitivo das crianças para que houvesse compreensão das atividades ou jogos.

Quanto à utilização de materiais concretos durante as sessões de aprendizagem das noções geométricas, cabe destacar que Piaget considera os materiais excelentes enquanto possibilitam as manipulações ativas e as descobertas espontâneas pelas crianças. Ele adverte, porém, para os riscos inerentes a sua utilização, quando, por exemplo, é utilizado pelo adulto nas demonstrações diante da criança. Neste caso, embora possibilite maior compreensão do que os métodos verbais-expositivos, seu emprego pode dar

prioridade às configurações e não às operações, isto é, os aspectos figurativos (percepção, imitação e imagem) sobressaem mais do que os aspectos operativos (ações e operações), (Piaget, 1976).

Sempre que a atividade solicitava o uso de material concreto, permitia-se que os alunos tomassem um contato inicial com o material construindo livremente, brincando à vontade, conversando com os colegas e observando as suas construções, trocando idéias e tentando soluções para realizar uma construção igual a do colega. Somente após este contato inicial os alunos eram orientados para o uso do material segundo os objetivos da atividade.

Todas as sessões foram desenvolvidas nos dois primeiros níveis (visualização e análise) do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e utilizando-se as fases seqüenciais do modelo, descritos no capítulo II. (p. 60)

Em cada uma das sessões de intervenção, tantas perguntas eram formuladas quantas necessárias, com apoio na primeira fase seqüencial de Van Hiele (interrogação/informação). Ficava-se atento aos procedimentos, resoluções e resultados alcançados nas atividades trabalhadas e, ao mesmo tempo ou imediatamente após eram feitos os registros para análise posterior.

2.4 Material

Utilizou-se material simples, alguns jogos não industrializados confeccionados com papel cartão e *color-set* coloridos, papel sulfite, lápis de cor, barbante e também elementos encontrados na sala de aula.

Antes de começar cada atividade, conversava-se com as crianças sobre a mesma e sobre jogos e brincadeiras, em geral. A seguir, era

apresentado o jogo ou material; perguntava-se quem o conhecia e explicava-se como jogar ou como utilizar o material.

Os jogos e os materiais são descritos a seguir.

1- Bingo Geométrico: Com o objetivo de reconhecer as figuras geométricas básicas, este jogo (fig. 1) é constituído por uma cartela feita com papel cartão colorido, contendo as figuras do quadrado, triângulo, círculo e retângulo e sete fichas com as mesmas figuras e no mesmo tamanho das figuras contidas na cartela. Ao aluno cabe a tarefa de preencher a sua cartela com suas fichas à medida que forem solicitadas. Sobrará uma no final do jogo e a criança deverá dizer seu nome.

Cada aluno recebeu seu material e após uma conversa inicial, foi apresentado o jogo e perguntou-se quem o conhecia. Explicou-se que o “bingo geométrico” era um bingo diferente e que eles iriam jogar preenchendo a cartela com a ficha correspondente à medida que fossem sendo solicitadas.

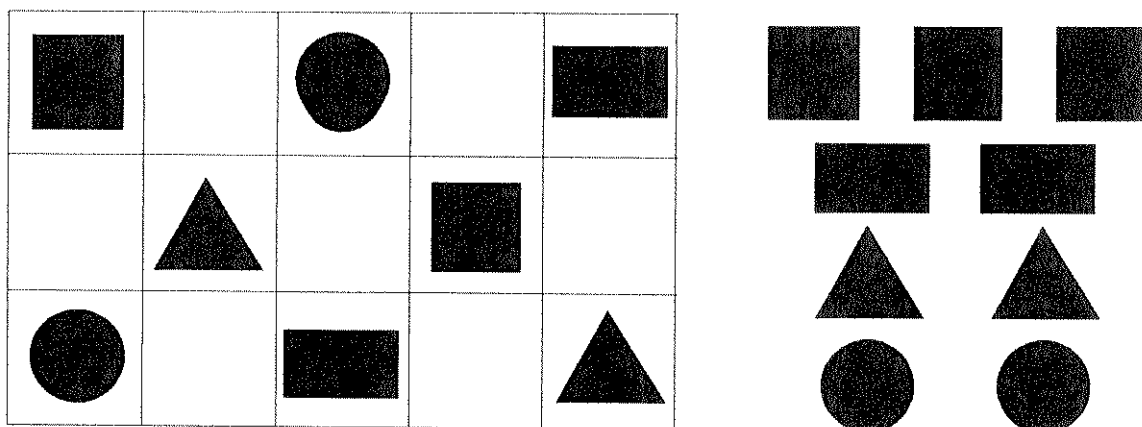


Figura 1 Bingo Geométrico

2- Sólidos geométricos : alguns poliedros, cilindro, cone , construídos com papel *color-set*, esfera (de isopor), são utilizados para o reconhecimento das faces dos sólidos correspondentes ao quadrado, triângulo e retângulo, (fig.2).

Inicialmente as crianças tomaram contato com o material, brincando livremente. A seguir foi solicitado que elas diferenciasssem os sólidos que rolam dos que não rolam.

Posteriormente, cada grupo recebeu uma folha de papel sulfite na qual desenharam as faces dos sólidos à medida que eram solicitados.

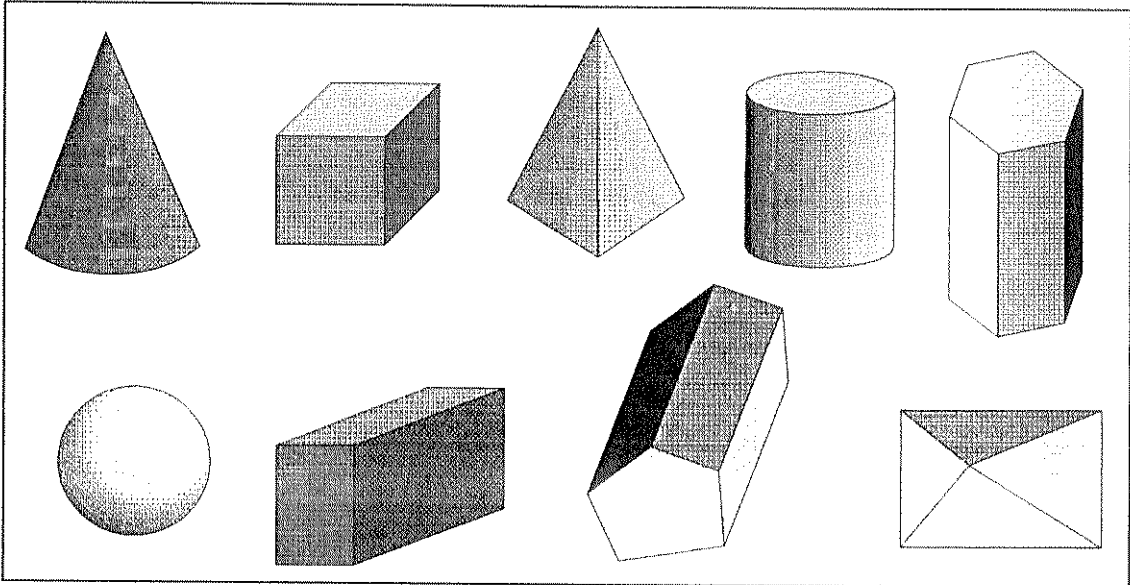


Figura 2 - Sólidos Geométricos

3 - Explorando formas geométricas - Os materiais utilizados nesta atividade são encontrados em sala de aula, com o objetivo de levar os alunos ao reconhecimento das formas geométricas existentes no ambiente escolar.

4- Pintando figuras: Utilizando papel sulfite e lápis de cor, as atividades propostas devem levar o aluno a reconhecer as figuras do quadrado, círculo, retângulo e triângulo, já introduzindo os triângulos eqüilátero, isósceles e escaleno, para que a criança perceba outras formas de triângulos, sem, no entanto nomeá-las. Uma segunda atividade leva o aluno a visualizar e identificar figuras específicas dentro de um quadro, percepção de figuras em campos, (fig. 3). Os alunos, nesta atividade, pintam as figuras nas cores solicitadas.

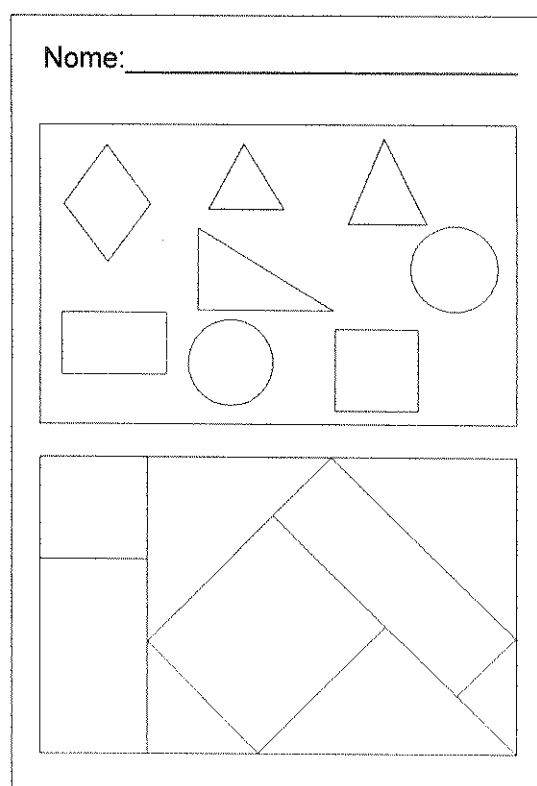


Figura 3 - Pintando figuras

5- Quebra-cabeças: feitos com papel cartão, com as figuras do quadrado, retângulo, círculo e triângulo, com duas peças e três peças. Tem como objetivo favorecer o desenvolvimento da percepção espacial das partes e do todo, (fig. 4). Cada figura tem cinco jogos de quebra-cabeças, ou seja, o quebra-cabeça do quadrado com duas peças tem dez peças; o quebra-cabeça do quadrado com três peças, tem quinze peças.

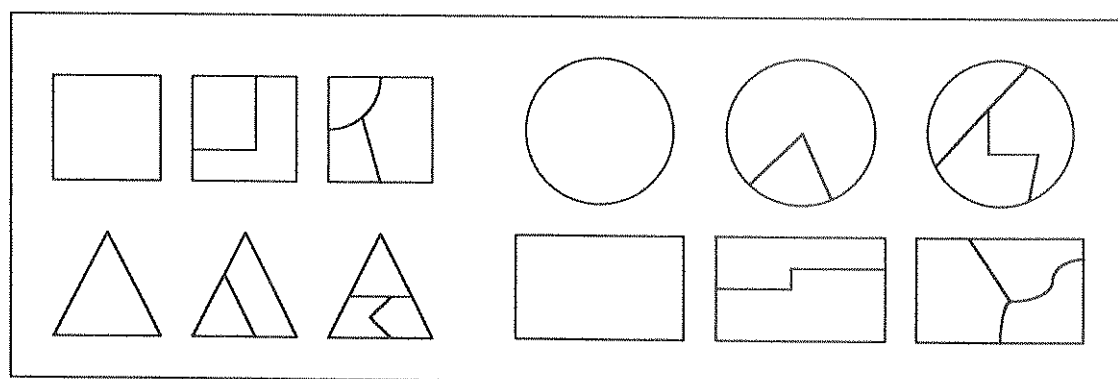


Figura 4 - Quebra cabeça

6- Todo e partes: um conjunto de figuras (quadrado, triângulo, círculo), e suas partes, em papel *color-set*, para os alunos reconhecerem as partes que compõem a figura inteira, (fig. 5).

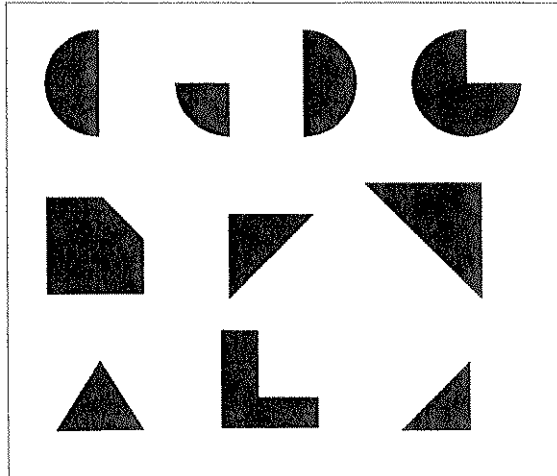


Figura 5 - Todo e partes

7- Pintando figuras: lápis de cor e uma folha de papel sulfite com figuras geométricas inteiras e suas partes, (fig. 6). Nesta atividade as crianças devem reconhecer e marcar com um X as partes da figura que formam o todo.

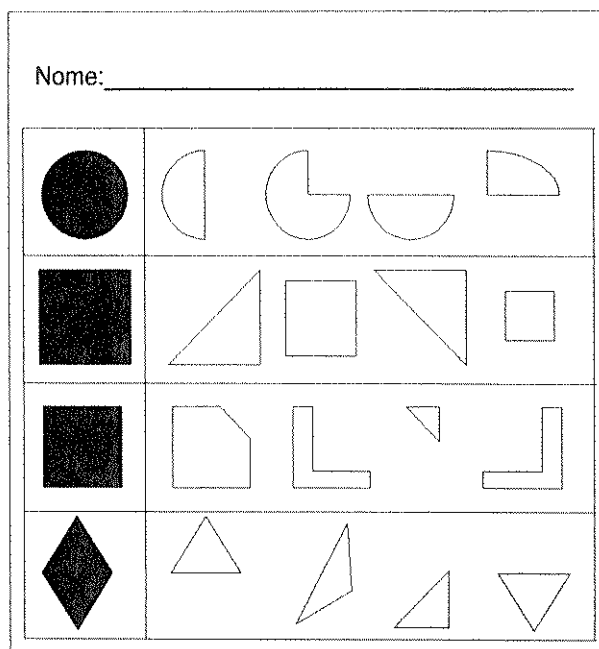


Figura 6 - Todo e partes

8- Medindo quadrados e retângulos: este material é composto de um quadrado e quatro “regüinhas” na medida dos lados do quadrado, um retângulo e quatro “regüinhas” com as medidas dos lados do retângulo, ou seja, duas maiores e duas menores, feitos com papel cartão colorido (fig. 7). O objetivo desta atividade é proporcionar condições às crianças para estabelecerem as diferenças e semelhanças entre o quadrado e o retângulo.

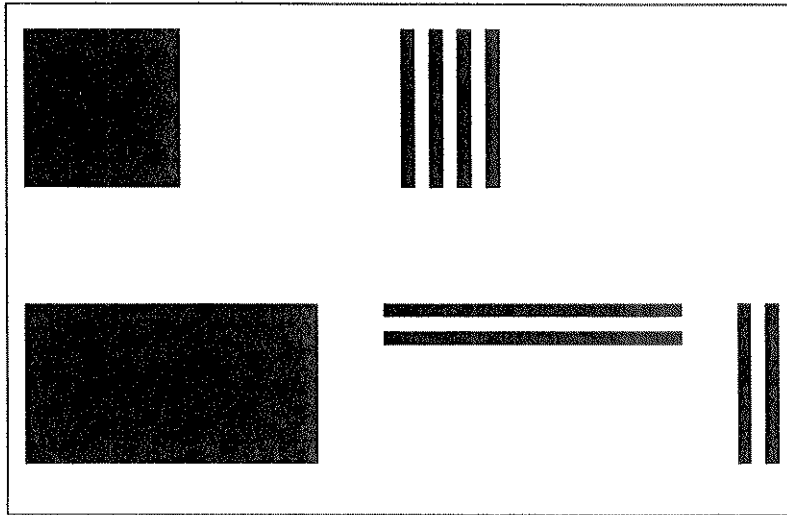


Figura 7 - Medindo quadrados e retângulos

9- Baralho do “mico” geométrico: formado por um conjunto de 22 cartas com figuras geométricas (fig. 8), este jogo segue as regras do “mico” do baralho comum e tem por finalidade o reconhecimento das figuras básicas, dos três tipos de triângulos, posição, semelhanças e diferenças.

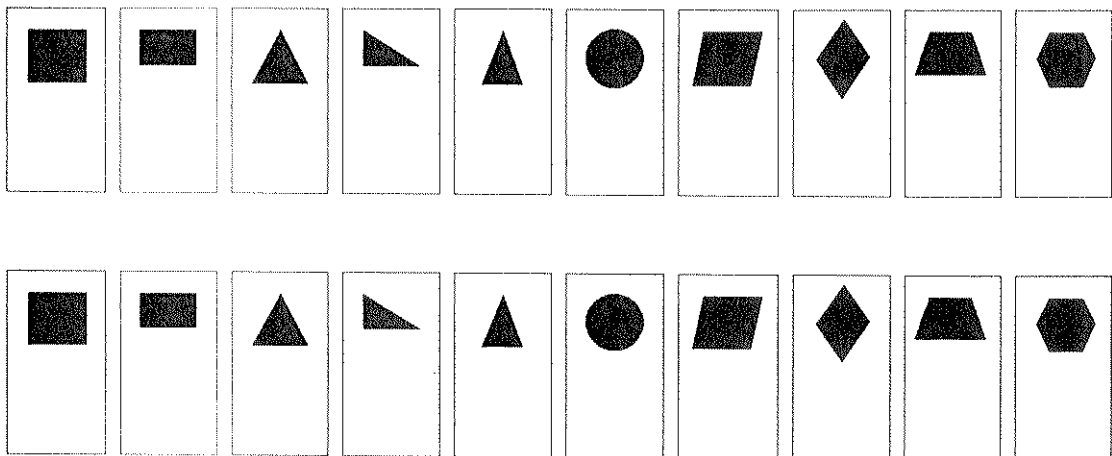


Figura 8 - Baralho do “Mico” geométrico

10 - Figuras sobrepostas: consiste em figuras geométricas confeccionadas em papel colorido e plástico transparente, (fig. 9). Este material foi utilizado pelo pesquisador com o objetivo de explorar com as crianças a intersecção de figuras, ou seja, as partes das figuras que se pertencem simultaneamente.

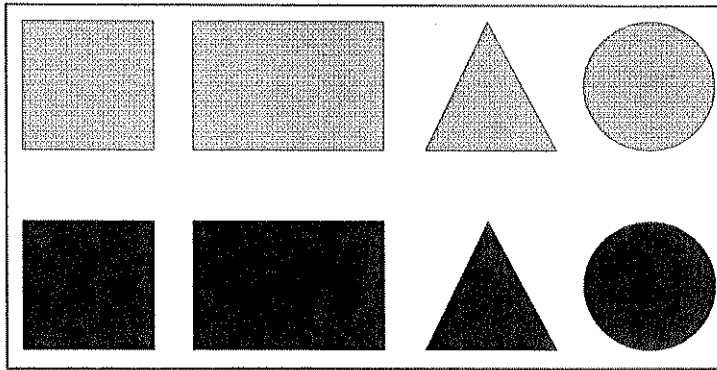


Figura 9 - Figuras sobrepostas

11- Pintando intersecção de figuras: lápis de cor e uma folha de papel sulfite com figuras geométricas sobrepostas, nas quais os alunos deverão pintar a intersecção das figuras, (fig. 10).

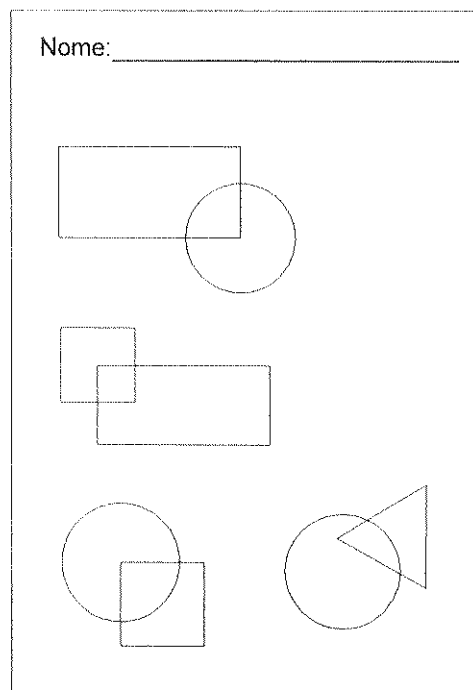


Figura 10 - Pintando intersecção de figuras

12 - Polígonos e círculos: um conjunto de polígonos e círculos confeccionados com papel cartão colorido com o qual os alunos devem classificar conforme o número de lados, (fig.11).

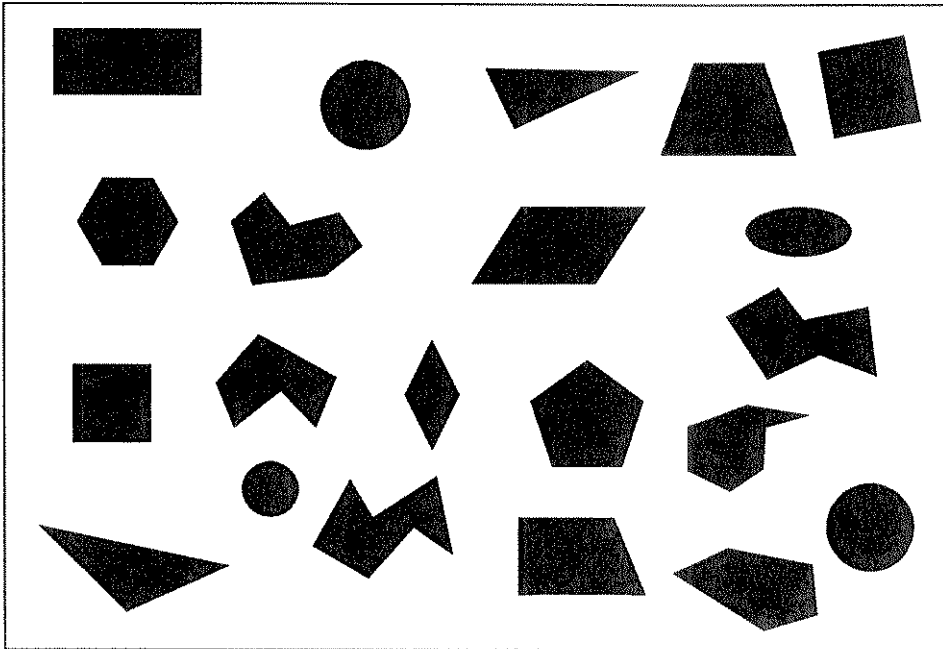


Figura 11 - Polígonos e círculos

13 - Pintando figuras: lápis de cor e uma folha de papel sulfite com alguns polígonos e círculos desenhados, (fig. 12), na qual as crianças devem reconhecer os triângulos e os quadriláteros e pintá-los na cor solicitada, atividade para verificação de aprendizagem.

14- Formando ladrilhos: um conjunto de triângulos isósceles coloridos feitos com papel *color set* e um modelo, (fig.13). A tarefa das crianças é reproduzir o modelo dado, identificando, assim, a posição correta da figura segundo o modelo.

Nome: _____

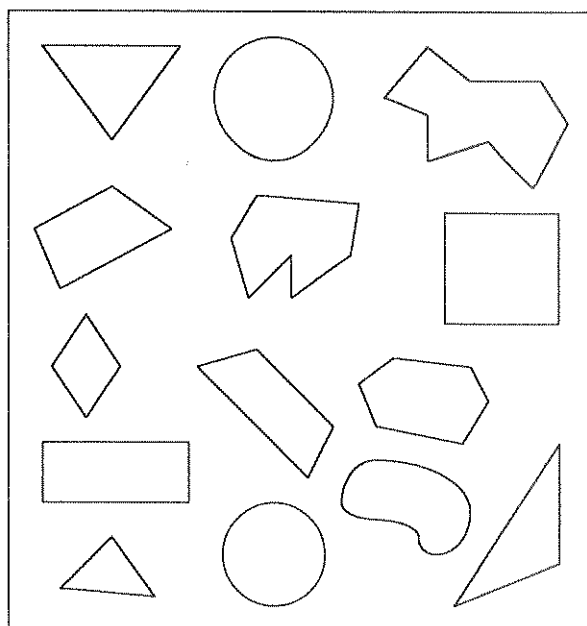


Figura 12 - Pintando figuras

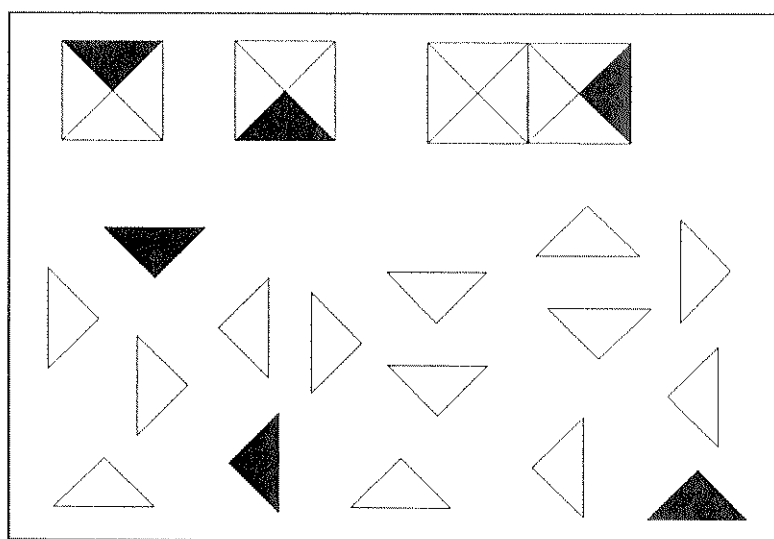


Figura 13 - Formando ladrilhos

15- Pintando figuras: uma folha de papel sulfite com figuras desenhadas na qual as crianças devem pintar as figuras de acordo com o modelo, (fig. 14).

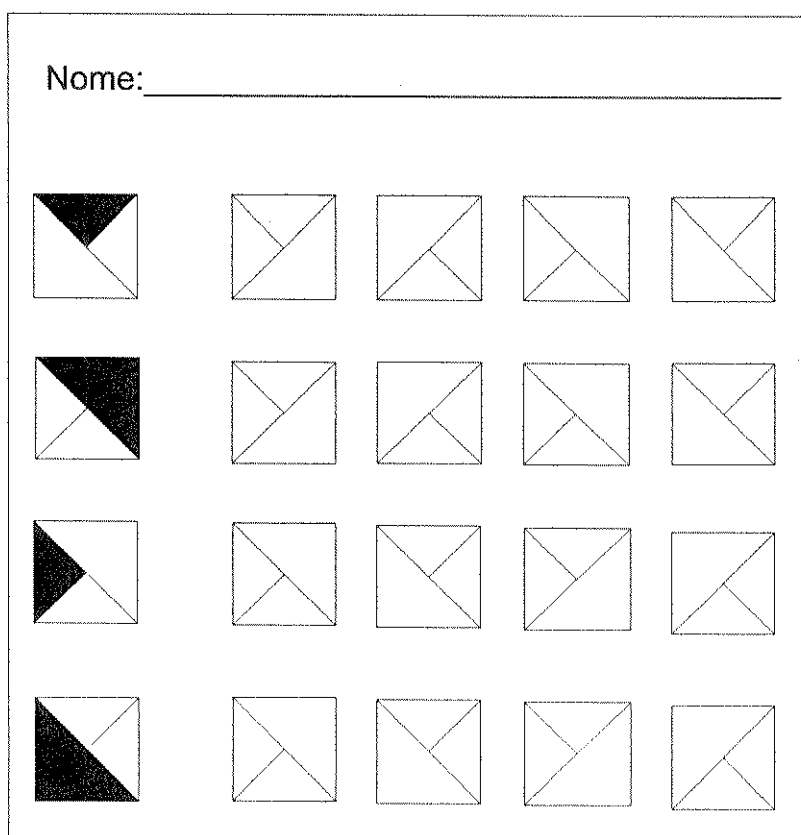


Figura 14 - Pintando figuras

16- Simetria das figuras básicas: folhas de papel sulfite com as formas do quadrado, retângulo, triângulos e círculo e algumas figuras não simétricas, para serem dobradas com o objetivo de verificar se são simétricas ou não, (fig. 15).

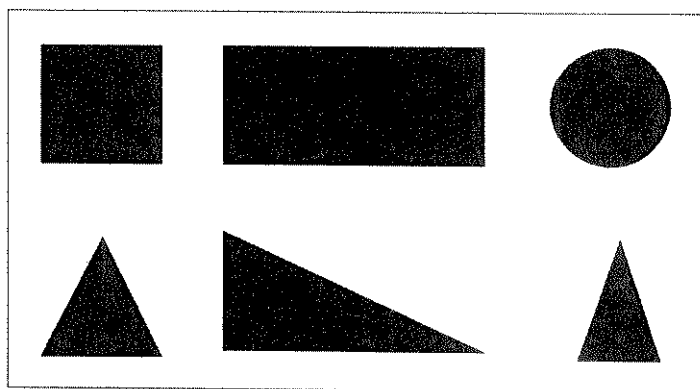


Figura 15 - Simetria das figuras básicas

17- Completando figuras: lápis e papel sulfite. Nesta atividade de aprendizagem os alunos completam as figuras de modo que as partes fiquem iguais, (fig. 16).

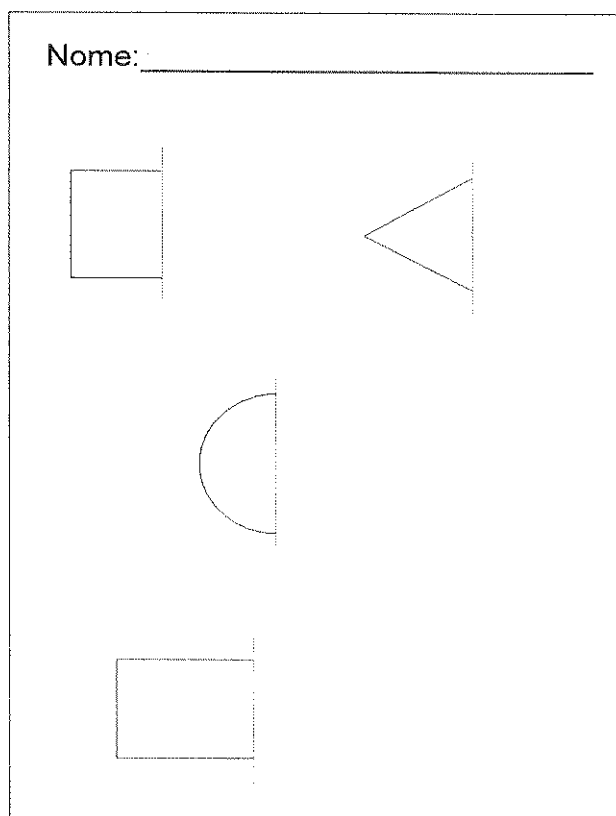


Figura 16 - Completando figuras

18- Outras atividades: malha triangular, pontilhada e quadriculada para as crianças desenharem as figuras geométricas, (fig. 17).

3 - Análise dos dados

Os dados foram analisados na perspectiva da teoria de van Hiele e na Psicologia Genética de Piaget.

Para a análise quantitativa utilizou-se a estatística não paramétrica e as provas de Cochran, Wilcoxon e Mann-Whitney.

Nome: _____

Nome: _____

Nome: _____

Figura 17 - Outras atividades

Capítulo IV

RESULTADOS, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste trabalho foram coletados dados de 44 crianças, alunos de duas classes de 1.^a série do Ciclo Básico do 1.º grau, conforme previsto no capítulo III.

1 - Resultados e análise do pré-teste

Às questões do pré-teste foram atribuídos 1 ponto para os acertos e 0 (zero) ponto para os erros.

Na análise do número de acertos agrupados por questões, verificou-se a existência de diferença significativa entre as 15 questões (amostra relacionadas), na porcentagem de respostas certas obtidas pelos sujeitos, por meio da prova não paramétrica Q de Cochran que se aplica neste caso.

A prova Q de Cochran foi aplicada para os grupos de controle e experimental no pré-teste, cujos resultados estão apresentados a seguir.

1.1 - Análise dos dados obtidos no pré-teste

Por intermédio da prova Q de Cochran pode-se afirmar que a porcentagem de acertos difere significativamente entre as 15 questões aplicadas no pré-teste, tanto para o grupo controle (Q = 72,44) quanto para o grupo experimental (Q = 155,24).

Como mostra a Tabela 1, para a questão 1*, que solicitava o reconhecimento do quadrado, do triângulo e do retângulo, o grupo controle (GC) e o grupo experimental (GE) apresentaram o seguinte resultado: o melhor desempenho verificado nesta questão foi o reconhecimento do quadrado 95,65% de acertos para o GC e 90,48% para o GE; apenas 1 erro no grupo controle e 2 no grupo experimental. No reconhecimento do retângulo, o GC apresentou resultado melhor (52,17%) que o GE (42,86%); no reconhecimento do triângulo verificou-se o seguinte resultado: 56,52% para o GC e 42,86% para o GE.

No caso da questão 2, que solicitava o reconhecimento de figuras em posições diferentes no espaço, pedia-se aos alunos: "Ligue as figuras iguais". O resultado verificado nos dois grupos foi além do esperado pois em geral as crianças têm dificuldade em reconhecer figuras iguais quando estas mudam de posição: 95,65% para o GC e 61,90% para o GE.

A questão 3 requeria "raciocínio espacial". Os alunos deveriam assinalar as partes das figuras que compunham o todo. Essa questão, usualmente é mais difícil visto que é raro encontrar professores trabalhando com atividades que requeiram percepção espacial. O resultado foi insatisfatório para os dois grupos, especialmente o que foi verificado no grupo experimental, com 100% de erros, conforme a Tabela 1.

O conceito de simetria, solicitado na questão 4 "complete as figuras de modo que as *metades* fiquem iguais" assinala um resultado negativo para o grupo experimental com 4,76% de acertos nas questões 4A, 4B, 4C e 4D.

* Todas as questões do pré-teste se encontram no Anexo I.

O total de quatro acertos é atribuído a um aluno, tido por seus professores, como "forte" neste grupo.

TABELA 1 NÚMERO TOTAL DE ACERTOS DOS SUJEITOS NOS GRUPOS DE CONTROLE E EXPERIMENTAL, NO PRÉ-TESTE, POR QUESTÃO

N.º da Questão	Questão	N.º de acertos no pré-teste					
		Grupo Controle			Grupo Experimental		
		Soma Pontos	% Erros	% Acertos	Soma Pontos	% Erros	% Acertos
1A	Pintar o quadrado de vermelho	22	4,35	95,65	19	9,52	90,48
1B	Pintar o retângulo de azul	12	47,83	52,17	9	57,14	42,86
1C	Pintar o triângulo de verde	13	43,48	56,52	9	57,14	42,86
2	Ligar as figuras iguais	22	4,35	95,65	13	38,10	61,90
3A	Fazer um X nas partes que cobrem o círculo preto	10	56,52	43,48	0	100,00	0,00
3B	Fazer um X nas partes que cobrem o quadrado preto	6	73,91	26,09	3	85,71	14,29
4A	Desenhar a outra metade da figura (quadrado)	16	30,43	69,57	1	95,24	4,76
4B	Desenhar a outra metade da figura (círculo)	18	21,74	78,26	1	95,24	4,76
4C	Desenhar a outra metade da figura (retângulo)	13	43,48	56,53	1	95,52	4,76
4D	Desenhar a outra metade da figura (losango)	13	43,48	56,52	1	95,24	4,76
5	Intersecção de figuras	4	82,61	17,39	0	100,00	0,00
6A	Desenhar um quadrado e um círculo	19	17,39	82,61	18	14,29	85,71
6B	Pintar a região interna do círculo	14	39,13	60,87	16	23,81	76,19
6C	Desenhar dois triângulos na região externa ao quadrado	14	39,13	60,87	5	76,19	23,81
7	Assinalar a figura que diferente das demais	17	26,09	73,91	14	33,33	66,67

Na questão 5, "intersecção de figuras", os alunos deveriam contornar na cor vermelha os numerais que estavam escritos dentro do quadrado e na cor azul os que estavam escritos dentro do círculo para, em seguida, encontrar o numeral que estava na intersecção dessas figuras, o numeral contornado em vermelho e azul. O resultado foi 100% de respostas erradas para

os dois grupos. Entretanto, foram considerados quatro acertos para alunos do grupo controle, levando em consideração apenas a resposta certa (o numeral na intersecção das figuras) e desconsiderando o fato de que esses alunos não circularam os numerais dentro das figuras com as cores determinadas.

A questão 6, requeria, novamente, o reconhecimento do quadrado, do círculo e do triângulo. As crianças deveriam desenhar as figuras, pintar a região interna de uma figura e desenhar dois triângulos na região externa da outra. O resultado obtido foi mais satisfatório: 82,61% para o GC e 85,71% para o GE (Tabela 1). Nota-se nos dois grupos, maior número de acertos na questão 6A (desenhar um quadrado e um círculo); diminui o número de acertos na questão 6B (pinte a região interna do círculo), e diminui mais ainda na questão 6C (desenhe dois triângulos na região externa do quadrado). Tal resultado pode ser atribuído ao fato de que a figura menos reconhecida pelas crianças foi o triângulo.

Na questão 7 os alunos deveriam assinalar uma pequena diferença entre figuras semelhantes, o que fizeram com relativa facilidade: 73,91% de acertos para o CG e 66,67% para o GE, como mostra a Tabela 1.

1.2 - Análise dos dados obtidos no pós-teste

Por intermédio da prova Q de Cochran pode-se afirmar que a porcentagem de acertos difere significativamente entre as 15 questões aplicadas no pós-teste, tanto para o grupo controle ($Q = 114,625\%$), quanto para o grupo experimental ($Q = 44,96\%$). Ver Tabela 2 a seguir.

Como mostra a Tabela 2, na questão 1A do pós-teste (reconhecimento do quadrado), o GE apresentou 100% de acertos. Na questão 1B (reconhecimento de retângulo), o resultado obtido foi de 71,43% para o GE e 82,61% para o GC. O resultado do número de acertos da questão 1C (reconhecimento do triângulo), foi de 71,43% para o GE e 73,91% para o GC.

TABELA 2

**NÚMERO TOTAL DE ACERTOS DOS SUJEITOS NOS
GRUPOS DE CONTROLE E EXPERIMENTAL, NO PÓS-TESTE,
POR QUESTÃO**

N.º da Questão	Questão	N.º de acertos no pré-teste					
		Grupo Controle			Grupo Experimental		
		Soma Pontos	% Erros	% Acertos	Soma Pontos	% Erros	% Acertos
1A	Pintar o quadrado de vermelho	22	4,35	95,65	21	0,00	100,00
1B	Pintar o retângulo de azul	19	17,39	82,61	15	28,57	71,43
1C	Pintar o triângulo de verde	17	26,09	73,91	15	28,57	71,43
2	Ligar as figuras iguais	22	4,35	95,65	21	0,00	100,00
3A	Fazer um X nas partes que cobrem o círculo preto	6	73,91	26,09	18	14,29	85,71
3B	Fazer um X nas partes que cobrem o quadrado preto	9	60,87	39,13	18	14,29	85,71
4A	Desenhar a outra metade da figura (quadrado)	14	39,13	60,87	17	19,05	80,95
4B	Desenhar a outra metade da figura (círculo)	13	43,48	56,52	17	19,05	80,95
4C	Desenhar a outra metade da figura (retângulo)	10	56,52	43,48	16	23,81	76,19
4D	Desenhar a outra metade da figura (losango)	11	52,17	47,83	10	52,38	47,62
5	Contornar em vermelho, os n.º que estão dentro do quadrado	0	100,00	0,00	15	28,57	71,43
6A	Desenhar um quadrado e um círculo	18	21,74	78,26	21	0,00	100,00
6B	Pintar a região interna do círculo	20	13,04	86,96	20	4,76	95,24
6C	Desenhar dois triângulos na região externa ao quadrado	8	65,22	34,78	17	19,05	80,95
7	Assinalar a figura que diferente das demais	18	21,74	78,26	20	4,76	95,24

A Tabela 2 mostra ainda 100% de acertos para o GE, na questão 2 “ligar as figuras iguais” e 95,65% para o GC.

O resultado da questão 3 “todo e partes”, a questão 3A mostra porcentagem menor de acertos no pós-teste para o GC, 26,09% (43,48% no pré-teste); para o GE o número de acertos verificado no pós-teste foi de 85,71% para esta questão (100% de erros no pré-teste). Na questão 3B, para o GC o resultado foi de 39,13% e para o GE, 85,71%.

O GE apresentou 4,76% de acertos nas questões 4A, 4B, 4C e 4D “desenhar a outra metade das figuras” no pré-teste. Como mostra a Tabela 2, no pós-teste houve um aumento considerável no número de acertos para estas questões: nas questões 4A e 4B o resultado verificado foi de 80,95%; na questão 4C, 76,19% e na questão 4D, 47,62%. O CG apresentou um índice menor em relação ao pré-teste (ver Tabela 1). No pós-teste, o GC apresentou o seguinte resultado: na questão 4A, 60,87%; questão 4b, 56,52%; questão 4C, 43,48% e na questão 4D, 47,83%.

Na questão 5 “intersecção de figuras”, o GE apresentou 71,43% de acertos (nesta questão, no pré-teste, o resultado de erros verificado para o GE foi de 100%). O GC apresentou 100% de erros no pós-teste (no pré-teste apresentou 17,39% de acertos).

A questão 6A “desenhar um quadrado e um círculo”, apresentou o seguinte resultado: para o GE, 100% de acertos e para o GC, 78,26%. A questão 6B “pintar a região interna do círculo”, apresentou 95,24% de acertos para o GE e 86,96% de acertos para o GC. Na questão 6C “desenhar dois triângulos na região externa ao quadrado” o resultado verificado foi de 80,95% de acertos para o GE e 34,78% de acertos para o GC, porcentagem menor do que a que foi apresentada no pré-teste (60,87%).

O resultado verificado na questão 7 “assinalar a figura que é diferente das demais”, foi de 95,24% para o GE e 78,26% para o GC, conforme Tabela 2

2 - Análise do número de acertos por sujeitos.

O número de acertos obtidos pelos sujeitos nos grupos controle e experimental, no pré e pós-teste estão apresentados na Tabela 3 e nos gráficos 1, 2, 3 e 4, a seguir.

Comparando os resultados obtidos no pré-teste entre o GE e o GC, constata-se um aumento considerável de acertos por sujeitos do GE (Tabela 3), o que também é mostrado nos gráficos 1 e 2.

No caso do GC, é interessante observar que alguns sujeitos apresentam um maior número de erros no pós-teste. É difícil, no trabalho, chegar a uma conclusão sobre as razões que acarretaram esse fenômeno.

TABELA 3 PONTUAÇÃO DOS SUJEITOS NOS GRUPOS DE CONTROLE E EXPERIMENTAL, NO PRÉ E PÓS-TESTE

Sujeito	Número de Acertos			
	Grupo controle		Grupo experimental	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
01	11	9	4	10
02	11	9	0	13
03	8	7	4	13
04	8	7	5	8
05	6	7	7	12
06	8	13	6	13
07	8	9	4	12
08	9	11	7	10
09	11	11	10	13
10	10	13	5	13
11	9	12	5	12
12	13	7	6	13
13	15	7	8	15
14	9	11	6	15
15	7	7	5	11
16	10	6	0	9
17	9	14	7	15
18	13	11	9	15
19	11	10	2	13
20	3	6	4	13
21	6	3	3	13
22	7	12	-	-
23	11	5	-	-

A análise estatística feita através do teste T de Wilcoxon, teste não paramétrico utilizado para comparar duas amostras relacionadas, como

neste caso, comprova a diferença de resultados existentes entre os grupos controle e experimental. O resultado dos testes está apresentado a seguir:

TABELA 4

**PROVA DE WILCOXON PARA DUAS AMOSTRAS
RELACIONADAS (PRÉ E PÓS-TESTE)**

Amostras relacionadas	N.º de sujeitos	"T" de Wilcoxon	"Z" da normal	Nível P
Controle pré e controle pós	23	110,5000	0,173788	0,862033
Experimental pré e experimental pós	21	0,00	4,014509	0,000060

2.1 - Análise dos dados observados no grupo experimental

Pode-se observar que no grupo experimental há uma diferença significativa entre o número de acertos no pré e no pós-teste (gráfico 1), observa-se também que o número de acertos no pós-teste em alguns momentos é superior ao número de acertos no pré-teste.

Este resultado é confirmado pelo teste T de Wilcoxon, cujo resultado mostra que no grupo experimental existe diferença significativa entre os dados obtidos no pré e pós-teste ($T = 0$; $p = 0,00006$), conforme Tabela 4.

2.2 - Análise dos dados observados no grupo controle

Pode-se observar que no grupo controle não há diferença significativa entre o número de acertos no pré-testes (Gráfico 2), observa-se também que o número de acertos no pré-teste, em alguns momentos, é até inferior ao número de acertos no pós-teste.

Este resultado é confirmado pelo teste T de Wilcoxon, cujo resultado mostra que no grupo controle não existe diferença significativa no pré e pós-teste ($T = 110,50$; $p = 0,86$) conforme Tabela 4.

GRÁFICO 1

NÚMERO DE ACERTOS DOS SUJEITOS DO GRUPO EXPERIMENTAL, NO PRÉ E PÓS-TESTES

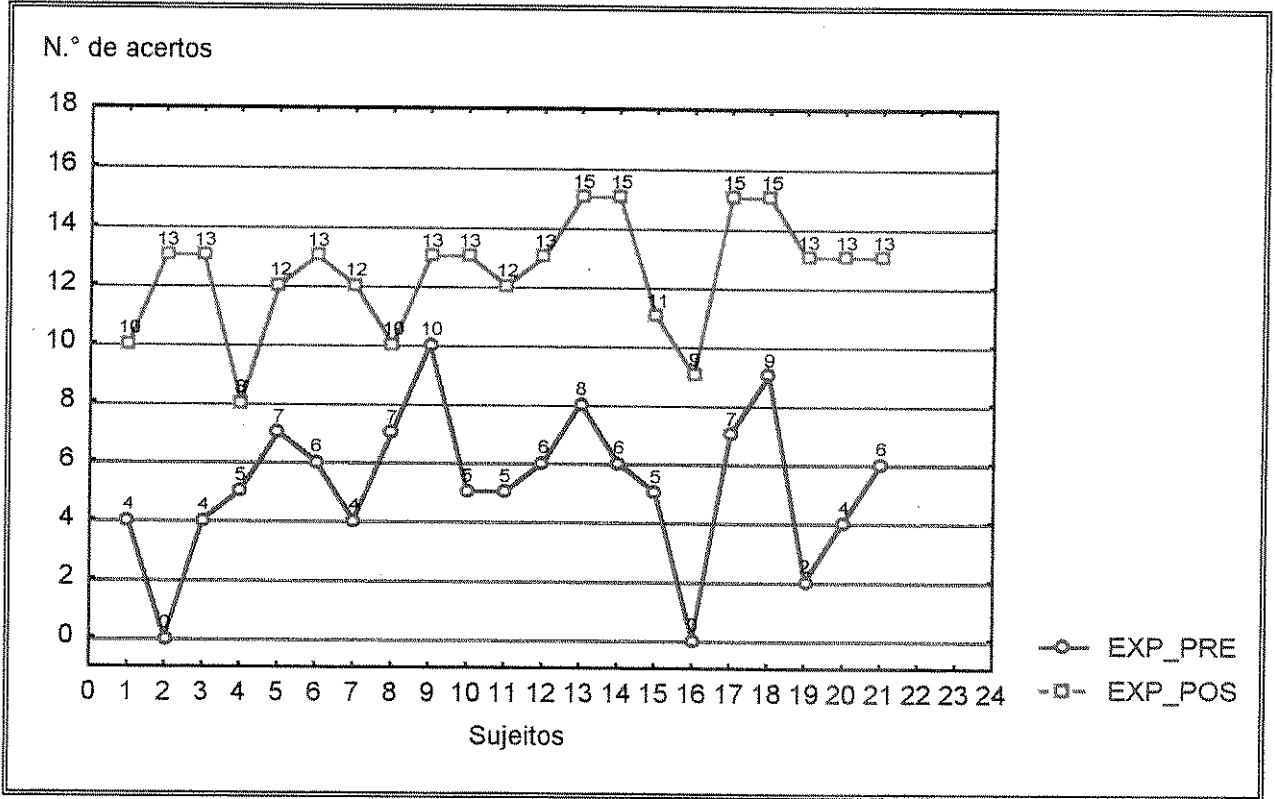
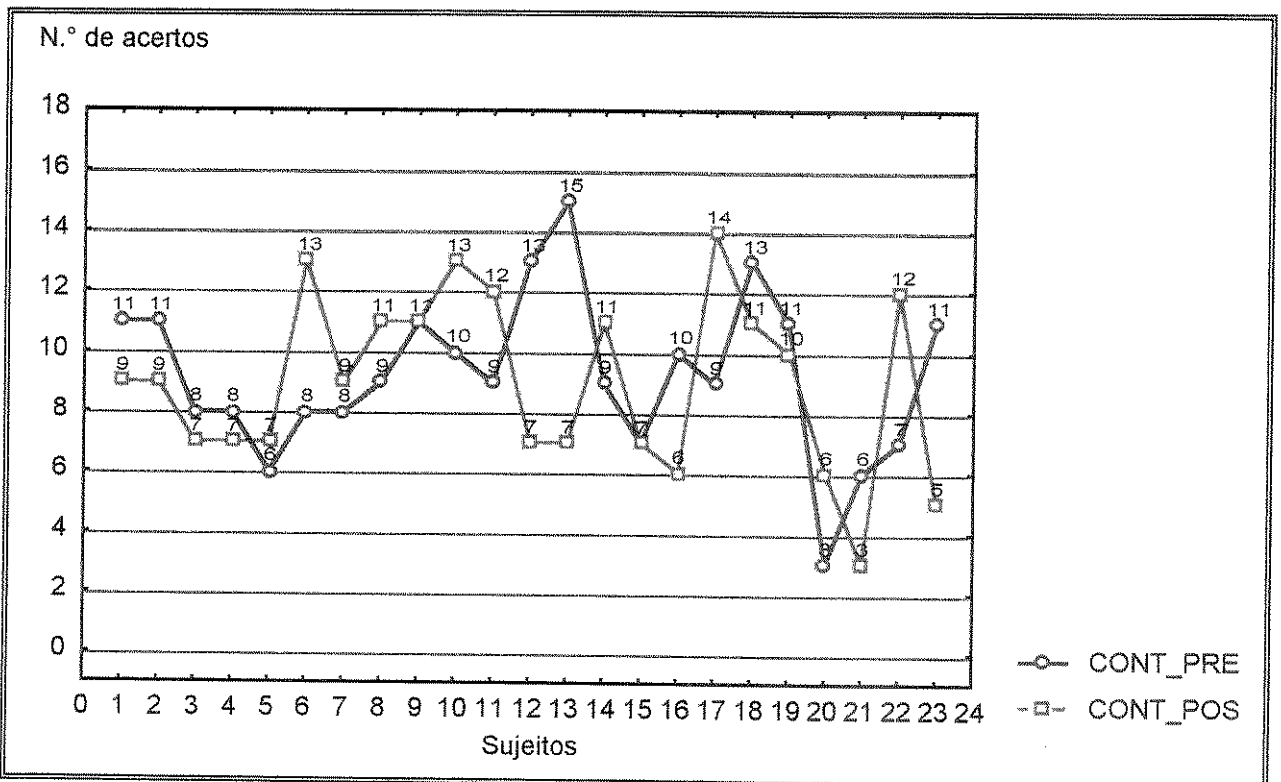


GRÁFICO 2

NÚMERO DE ACERTOS DOS SUJEITOS DO GRUPO CONTROLE, NO PRÉ E PÓS-TESTE



2.3 - Comparação entre os grupos controle e experimental no pré-teste

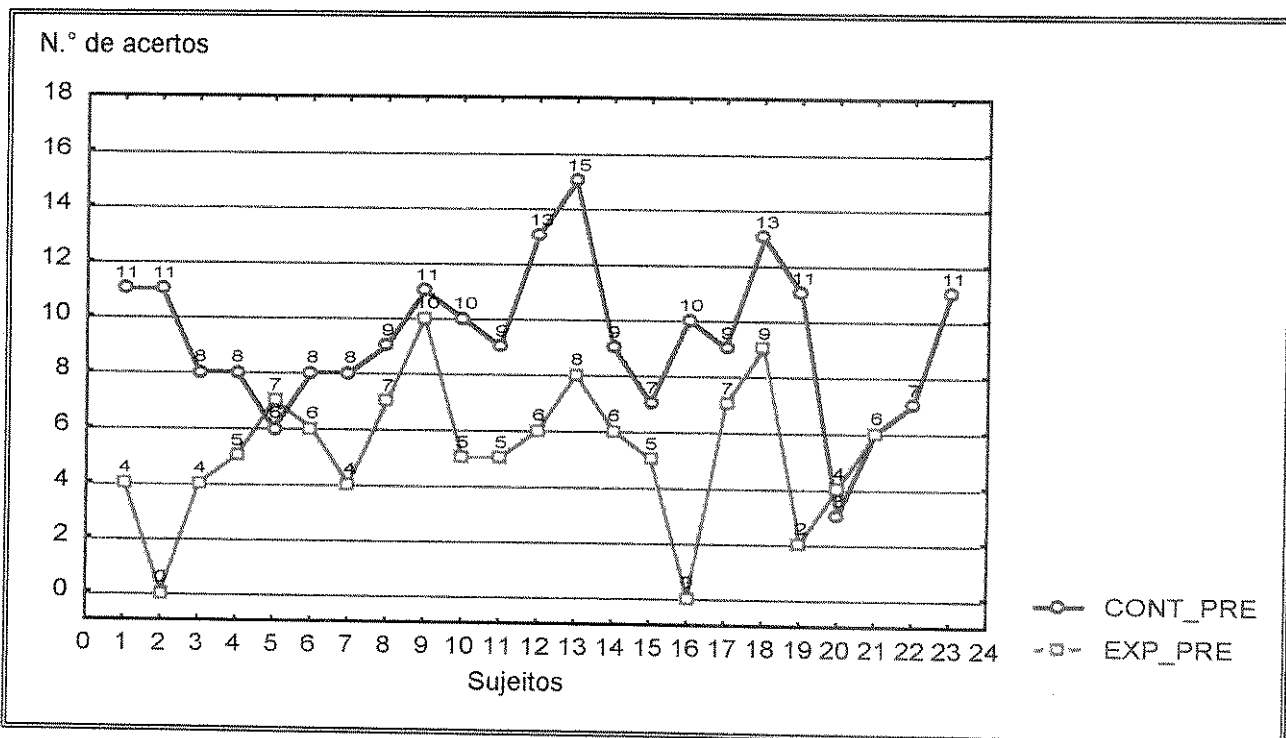
Neste caso, pode-se aplicar o teste de Mann-Whitney para comparar duas amostras independentes (controle e experimental), cujo resultados estão apresentados na TABELA 5, a seguir.

TABELA 5 PROVA DE MANN-WHITNEY PARA DUAS AMOSTRAS INDEPENDENTES (PRÉ E PÓS-TESTE)

Amostras independentes	Soma postos controle	Soma postos Exper.	"U" de Mann-Whitney	"Z" da normal	Nível p
Pré-teste	699,00	291,00	60,00	-4,26469	0,000020
Pós-teste	356,50	633,50	80,50	-3,78300	0,000155

Pode-se observar que no pré-teste o grupo experimental teve um número de acertos menor que o grupo controle para quase 100% dos sujeitos (ver Gráfico 3) e que há uma diferença significativa entre o número de acertos obtidos pelos dois grupos analisados ($z = -4,26$; $p = 0,00002$), conforme TABELA 5.

GRÁFICO 3 NÚMERO DE ACERTOS DOS SUJEITOS NO PRÉ-TESTE, POR GRUPO

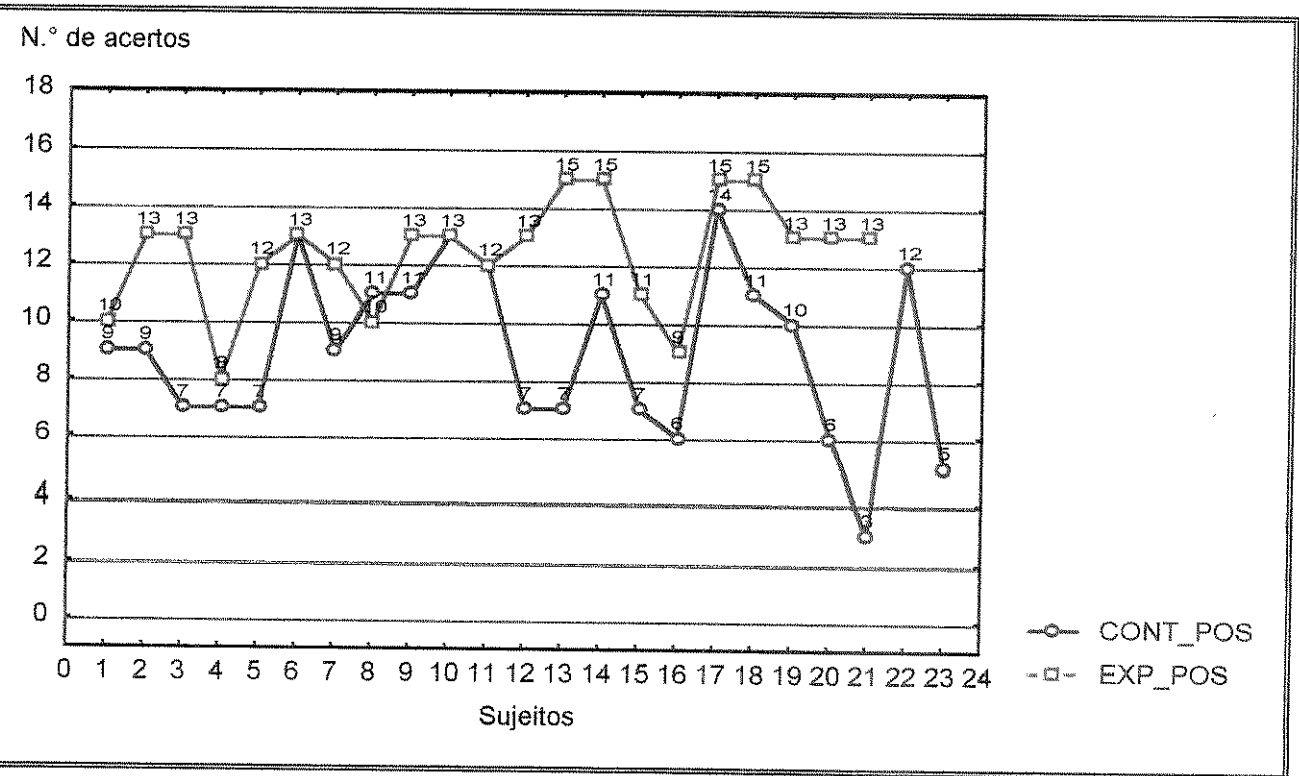


2.4 - Comparação entre grupos controle e experimental no pós-teste

Pode-se observar que no pós-teste o grupo experimental teve um número de acertos maior que o grupo controle, invertendo a situação observada no pré-teste (ver Gráfico 4) e que há uma diferença significativa, embora menor que a do pré-teste, entre o número de acertos obtidos pelos dois grupos analisados ($z = -3,78$; $p = 0,000155$), conforme Tabela 5.

GRÁFICO 4

NÚMERO DE ACERTOS DOS SUJEITOS NO PÓS-TESTE, POR GRUPO



A TABELA 6 mostra que a média do GC, tanto no pré-teste, quanto no pós-teste, não tem variabilidade, 9,261 no pré-teste e 9,000 no pós-teste, enquanto que para o GE a média varia em torno de 5,238 no pré-teste e 12,429 no pós-teste.

TABELA 6

MÉDIA, INTERVALO DE $\pm 1,96$ DESVIOS PADRÕES E DE ± 1 DESVIO PADRÃO EM TORNO DA MÉDIA DO NÚMERO DE ACERTOS DOS SUJEITOS DOS GRUPOS DE CONTROLE E EXPERIMENTAL, NO PRÉ E PÓS-TESTE

Grupo	Teste	Número de acertos				
		Média -1,96 DP	Média -1 DP	Média	Média +1 DP	Média +1,96 DP
Controle	Pré	4,068	6,611	9,261	11,910	14,454
	Pós	3,301	6,062	9,000	11,908	14,699
Experimental	Pré	0,283	2,710	5,238	7,766	10,193
	Pós	8,629	10,490	12,429	14,368	16,228

A TABELA 7 mostra que não houve variabilidade da mediana do número de acertos para o GC: 9 no pré e pós-teste. O GE apresenta variabilidade: 5 no pré-teste e 13 no pós-teste.

TABELA 7

MEDIANA, VALORES MÍNIMO E MÁXIMO, PERCENTIS P_{25} E P_{75} DO NÚMERO DE ACERTOS DOS SUJEITOS DOS GRUPOS DE CONTROLE E EXPERIMENTAL, NO PRÉ E PÓS-TESTES

Grupo	Teste	Número de acertos				
		Valor mínimo	25° percentil	Mediana	75° percentil	Valor máximo
Controle	Pré	3,0	8,0	9,0	11,0	15,0
	Pós	3,0	7,0	9,0	11,0	14,0
Experimental	Pré	0,0	4,0	5,0	6,5	10,0
	Pós	8,0	11,0	13,0	13,0	15,0

Pode-se perceber com maior clareza os resultados nos Gráficos 5

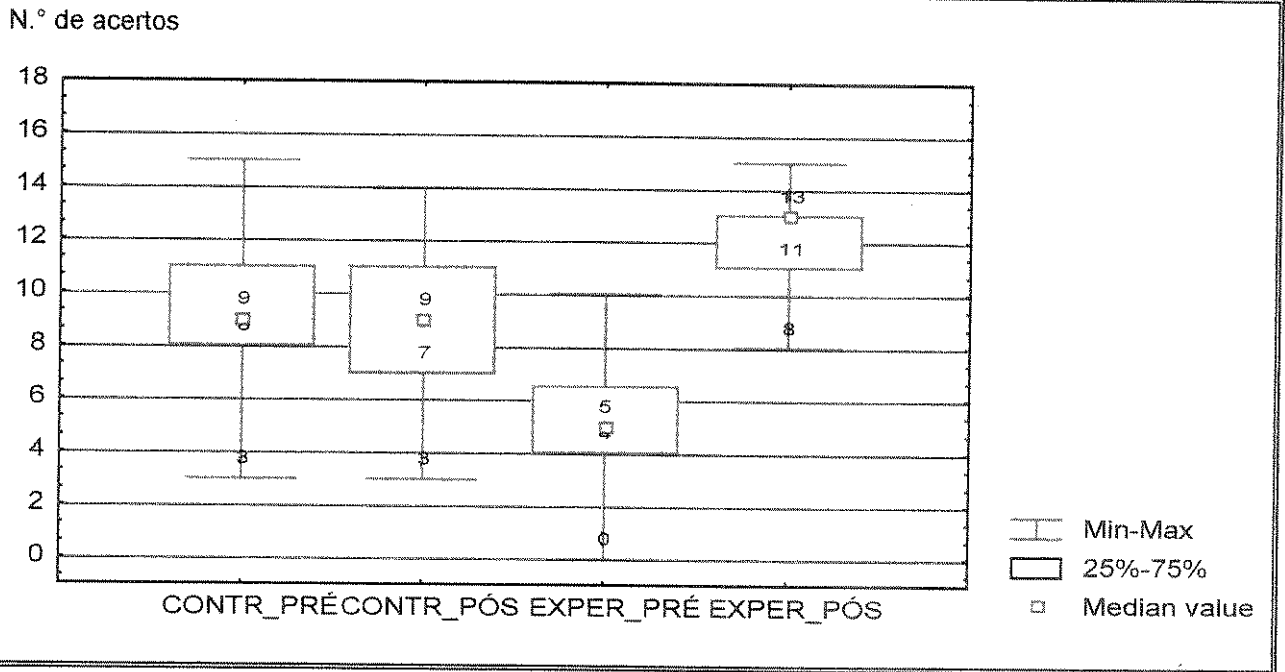
e 6.

Pode-se observar no Gráfico 5, tanto no pré quanto no pós-teste, 50% dos dados do GC estão dentro dos limites próximos, observando-se ainda, que possuem a mesma mediana, isto é, 50 % do número de acertos são menores ou iguais a 9.

No caso do GE, pode-se observar que a mediana é bem diferente: 5 no pré-teste e 13 no pós-teste embora a variabilidade em torno da mediana não seja muito diferente.

GRÁFICO 5

MEDIANA, VALORES MÍNIMO E MÁXIMO, PERCENTIS P_{25} E P_{75} DO NÚMERO DE ACERTOS DOS SUJEITOS DOS GRUPOS DE CONTROLE E EXPERIMENTAL, NO PRÉ E PÓS-TESTE



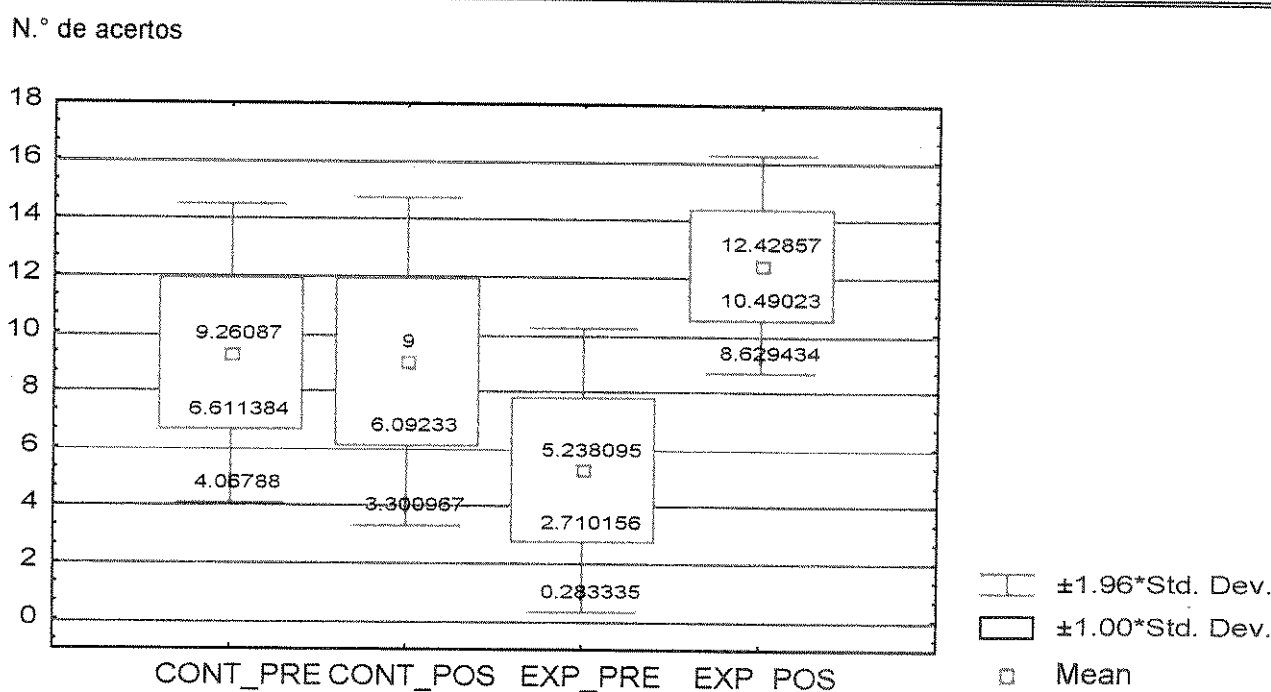
3 - Observações sobre a intervenção pedagógica

A observação que se fez durante as sessões de intervenção pedagógica mostrou que as alunos demonstraram muito interesse nas atividades e jogos; ouviam com muita atenção as explicações do pesquisador, não se dispersavam durante as atividades e sempre buscavam realizar as tarefas da melhor maneira possível, empenhando-se nas tarefas. De início, em geral, notou-se que os alunos ficavam quietos, parados e silenciosos, mostrando-se constrangidos, o que foi diminuindo no decorrer das sessões, tornando o ambiente propício para a aprendizagem. Criou-se um clima agradável de cooperação entre pesquisador e sujeitos, o que deve ter contribuído muito para o resultado geral deste trabalho, pois, os alunos, antes tímidos, depois

perguntavam, participavam, ajudavam os colegas, e o pesquisador. O pesquisador era recebido em sala de aula com expressões de alegria e os alunos mostravam disposição para as atividades.

GRÁFICO 6

MÉDIA, INTERVALO DE $\pm 1,96$ DESVIOS PADRÕES E DE ± 1 DESVIO PADRÃO EM TORNO DA MÉDIA DO NÚMERO DE ACERTOS DOS SUJEITOS DOS GRUPOS DE CONTROLE E EXPERIMENTAL, NO PRÉ E PÓS-TESTE



As sessões de aprendizagem, portanto, eram trabalhadas em clima de entusiasmo, interesse e cooperação.

Durante este trabalho, foram observados e registrados alguns procedimentos dos alunos que são descritos a seguir.

No jogo do "Bingo geométrico" (descrito no capítulo III, p. 71), por ser a primeira atividade, notou-se que a maioria das crianças ficava quieta e quase não participava, ficando a realização do jogo por conta dos mais "espertos". Observou-se, entretanto, que aqueles alunos mais tímidos demonstravam vontade de participar porque acompanhavam o jogo com evidente interesse, apesar de não saber realizar o jogo e precisar da ajuda do colega. No entanto, no decorrer da atividade, os mais tímidos participaram e todos cooperaram na intervenção.

O jogo iniciava com o pesquisador solicitando aos alunos que cobrissem a cartela com a figura solicitada e mostrada às crianças. Numa segunda etapa o pesquisador apenas dizia o nome da figura, sem mostrá-la e as crianças iam completando suas cartelas.

No final do jogo sobrava uma ficha para cada criança que deveria procurar, entre seus colegas, quem possuía a mesma figura. (Nesta parte do jogo, notou-se que as crianças não tinham desembaraço para movimentar-se em sala de aula e, por esta razão insistia-se com os mais tímidos para que fossem procurar o colega que possuía a mesma figura.)

A seguir eram formuladas perguntas: qual é o nome da sua figura? quantos lados tem essa figura? (Algumas crianças que não sabiam a resposta eram auxiliadas por aqueles que sabiam e ajudadas na contagem do número de lados da figura). Outras perguntas eram formuladas: a sua figura (triângulo, por exemplo), é igual à figura (quadrado) do Fab.? Os lados do quadrado são iguais ou diferentes? Por que a sua figura chama-se triângulo? ou quadrado? No caso do triângulo, a maioria das crianças respondia porque é pontudo. No caso do quadrado a resposta era porque é, simplesmente.

Nesse jogo, por ser o primeiro, precisou-se insistir muito para que as crianças participassem, mas isto não impediu um resultado satisfatório, pois, aos poucos, as crianças participavam e queriam ajudar os colegas nas respostas. Observou-se que as crianças são muito prestativas umas com as outras.

Na utilização dos "Sólidos geométricos" realizada em grupo, as crianças inicialmente brincaram com os sólidos, empilhando-os para "fazer um prédio" ou enfileirando-os para "fazer um trem". Aproveitou-se esse momento para perguntas: Quantos vagões tem o trem? Qual trem é mais comprido, o da Gis. ou o da Ros.? Quantos andares tem o seu prédio? E o do Gus.? Qual é o mais alto? Será que dá para colocar uma bolinha (esfera) em cima do prédio? As crianças fizeram tentativas sem êxito. Mar. disse que "a bolinha não pára em cima do prédio porque ela rola". Mais perguntas: quais os sólidos que rolam? Vamos separar os sólidos que rolam dos que não rolam?

Concluída a classificação dos sólidos que rolam e dos sólidos que não rolam, os grupos foram orientados para contornar as faces dos sólidos numa folha de papel sulfite (Anexo 2). Foi determinado a cada grupo a face do sólido que deveriam contornar. No grupo que contornou os sólidos que possuíam a face circular (cone e cilindro), a aluna Val. pediu uma "bolinha" (esfera de isopor) para contornar o círculo. Val. fez várias tentativas para contornar o círculo com a esfera, sem êxito. Desanimada, disse: "Assim não dá". O pesquisador explicou para os demais grupos o que Val. estava fazendo e pediu sugestões: O que fazer para que Val. consiga contornar o círculo? Será que tem um meio de se fazer isto com a esfera? Nenhuma resposta. Perguntou-se: Se cortarmos a "bolinha" ao meio, será que dá para contorná-la? Alguns "apostaram" que não dava para contornar a "bolinha" cortada, outros "apostaram" que dava para contorná-la. Cortou-se, então, a esfera ao meio e colocou-se a metade da esfera cortada em cima da carteira com a face seccionada voltada para cima. Val. ainda tentou contornar o círculo da mesma maneira que havia feito antes de se cortar a esfera ao meio. Luc. então disse para Val. que virasse a esfera do outro lado (com a metade seccionada tocando o papel). Val. assim o fez e contornou o círculo. As outras crianças do grupo também contornaram o círculo com a esfera cortada ao meio.

A proposta dessa atividade em grupo fez surgir alguns contratempos, pois muitos não sabiam como participar no grupo. O fato de o

material ser distribuído por grupo e não por aluno causou algumas discussões, pois cada elemento do grupo queria o material para si. Explicou-se, então como eles deveriam comportar-se, foi dito que o material pertencia a todos do grupo e que todos iriam participar, apesar de ser um material só para todo o grupo.

Notou-se que devagar as crianças iam tendo um comportamento social de grupo, pois colaboravam uns com os outros, ajudando os colegas do grupo e também os colegas dos outros grupo.

A atividade "Explorando elementos geométricos encontrados em sala de aula" contou com uma participação integral das crianças. Todas procuravam elementos geométricos e queriam falar ao mesmo tempo. Foi preciso esclarecer que todos iriam mostrar as "figuras" encontradas, mas que cada uma iria ter o seu tempo para falar. Notou-se muito interesse nessa atividade. As crianças foram descobrindo figuras em quase todos os objetos encontrados na sala de aula. Wel. fez uma observação sobre o ventilador da sala: "se eu amarrar uma cordinha nas pontas, em duas das pás do ventilador fica um triângulo". Mar. observou o porta notas da professora que estava em cima da mesa, pegando-o e desdobrando-o disse: "a carteira da tia é igual ao 'tijolinho' (retângulo) e *abrindo ela* fica um quadrado". Aproveitou-se esse momento para formular-se mais perguntas: Qual a forma do caderno? Abrindo o caderno ao meio fica um quadrado? As crianças compararam as formas de vários cadernos. Algumas chegaram facilmente a resposta: "abrindo a carteira da tia fica o quadrado, mas o caderno não fica". Outras, porém, tiveram necessidade de medir os lados do caderno com barbante, para chegar à mesma resposta.

Nessa atividade, fez-se muitas perguntas sobre a forma dos objetos encontrados na sala de aula, como por exemplo, a forma da janela, da porta, do apagador, da lousa, etc., explorando ao máximo os objetos escolares. Foram feitos desafios às crianças para que procurassem objetos parecidos com o quadrado, o retângulo, o círculo e o triângulo. Ao mesmo tempo, era solicitado às crianças que dissessem nomes de objetos encontrados em suas casas que

tinham a mesma forma dos objetos encontrados em sala de aula. Durante essa atividade os alunos apelidaram o retângulo de “tijolinho”, em virtude das paredes da sala serem construídas com tijolos a vista.

Nessa atividade todos alunos participaram, com a exceção de um, talvez o mais tímido da classe, mas que logo foi solicitado, pelos próprios colegas, para encontrar as formas estudadas no ambiente da sala de aula. Apesar da timidez, Gil. participou com prazer e interesse.

Na atividade 4, “Pintando figuras”, na primeira parte, os alunos pintaram os quadrados em vermelho, os triângulos em azul, os retângulos em amarelo e os círculos em verde. Na segunda parte pediu-se que descobrissem as figuras do quadrado, do retângulo e do triângulo que estavam “escondidos” e os pintassem com as mesmas cores solicitadas na primeira parte da atividade.

Observou-se que o fato de os alunos precisarem procurar a figura escondida no desenho (Anexo 3), despertou muito interesse entre as crianças. A atividade que começou a ser feita individualmente, acabou sendo realizada em duplas ou trios, cada um ajudando o colega. No final da atividade, os alunos fizeram comparações com seus colegas sobre o número de “pontudos” (triângulos) quadrados e retângulos que encontraram escondidos.

Foi interessante observar que uma atividade de colorir, quando acrescida de um desafio, no caso procurar a figura escondida no desenho, pode ser mais atrativa para a criança do que o simples colorir figuras determinadas.

A verificação da aprendizagem mostra que 14 alunos coloriram as figuras corretamente. Estavam presentes em classe, neste dia, 27 alunos.

No caso da atividade “Todo e partes”, as crianças deram o nome de “pizza” ao círculo e brincaram de “pizzaria”. Nesse momento aproveitou-se para sugerir às crianças que verificassem qual pedaço de “pizza” era maior ou menor. Viv. sugeriu que brincassem também de “pizza quadrada”. Alguns alunos, com

folhas de papel sulfite, recortaram outras formas de "pizza" e brincaram de "pizza" com formas de triângulos e retângulos.

Foi interessante observar que essa atividade, realizada com material concreto, foi melhor compreendida a partir da transformação das figuras em "pizzas".

O resultado da verificação da aprendizagem (Anexo 4) mostra que, dos 23 alunos presentes em sala de aula nesse dia, 15 alunos acertaram as quatro questões, 6 alunos tiveram êxito em três questões e apenas 2 alunos erraram as quatro questões.

Cabe destacar que, durante a realização dessa atividade no pré-teste foi explicado às crianças que as figuras inteiras pintadas em preto eram "bolachinhas" e as partes que não estavam pintadas eram pedacinhos da "bolachinha" e que elas deveriam encontrar os dois pedacinhos que formariam a "bolachinha inteira".

Durante o trabalho com a atividade "Medindo quadrados e retângulos" após as crianças terem recebido o material (um quadrado e quatro "regüinhas" com a mesma medida dos lados do quadrado), foram feitas perguntas sobre a figura que tinham em mãos: "Qual é o nome desta figura? Quantos lados tem o quadrado? Todos os lados do quadrado são iguais?" Foi dado tempo para as crianças verificarem se as "regüinhas" tinham o mesmo comprimento, se eram iguais ou não. (Neste caso eram iguais). Visto que as "regüinhas" tinham o mesmo comprimento, pediu-se às crianças que medissem os lados do quadrado. Trabalhando em grupo, elas mediram os lados do quadrado e verificaram que os lados do quadrado eram iguais. Foram feitas comparações entre os grupos: as crianças verificaram o comprimento da "regüinha" e o comprimento do lado do quadrado. Foram feitas perguntas à classe: "Quantos lados tem o quadrado? Os lados do quadrado são iguais?" Em seguida as crianças foram solicitadas a descrever o quadrado (dar algumas propriedades do quadrado), numa tentativa de aproximá-las do nível 2 - análise do modelo de desenvolvimento do

pensamento geométrico de van Hiele. Por tratar-se de alunos iniciantes em aprendizagem escolar, aceitou-se como resposta correta: "o quadrado é uma figura com quatro lados iguais".

O mesmo procedimento foi adotado para medir o retângulo. Foram feitas perguntas para estabelecer algumas semelhanças e diferenças entre o quadrado e o retângulo: "O retângulo é igual ao quadrado? Por que? Os lados do retângulo são iguais?" Essas perguntas foram feitas repetidas vezes, ao mesmo tempo em que o se solicitava que as crianças mostrassem o quadrado ou o retângulo e comparassem as duas figuras, induzindo as crianças à resposta: "O retângulo é uma figura com lados diferentes". Após essa resposta foi solicitado às crianças que explicassem as diferenças dos lados do retângulo: "um lado do retângulo é *mais grande*. Novamente foram feitas outras perguntas encaminhando as crianças para uma descrição mínima do retângulo: "o retângulo é uma figura que tem os lados diferentes, ou o retângulo é uma figura que tem dois lados *mais grande* e dois lados *mais pequeno*."

Terminada esta atividade, as crianças também mediram, com pedaços de barbante, suas carteiras, seus cadernos, a mesa da professora, os "tijolinhos" da parede, enfim, todos os elementos possíveis encontrados na sala de aula. Fizeram, a seguir, comparações sobre tamanho, forma, semelhanças e diferenças.

A medição feita com barbante suscitou muito interesse nos alunos, que fizeram comparações entre seus cadernos para ver "qual era o mais comprido". Sempre nas medições dos elementos encontrados em sala de aula, era solicitado ao aluno que dissesse o nome da forma do objeto medido.

Para o jogo com o "Baralho do mico geométrico", a classe foi dividida em dois grupos. Um aluno de cada grupo foi chamado para jogar e, poderia ser ajudado pelos seus colegas do mesmo "time". Foi retirada uma carta do baralho que representava o "mico". Aos alunos que estavam jogando à frente da classe, cabia a tarefa de combinar os pares de figuras iguais. Finalizada esta

parte do jogo, com as cartas restantes, cada jogador tirava uma carta do companheiro e procurava combinar o par com as cartas que tinha em mãos. Cada vez que era tirado o quadrado, ou o retângulo, ou o triângulo, o jogador deveria dizer a propriedade delas (na linguagem infantil, descrever a figura como por exemplo, "o triângulo tem três lados"). Nesse momento os colegas do mesmo "time" podiam ajudar o jogador. Cada acerto valia um ponto. Ganhava o jogo o "time" que fizesse mais pontos. Os jogadores eram trocados a cada partida.

Observou-se que esta atividade não despertou tanto interesse como as outras, talvez pelo fato de só duas crianças jogarem. A atividade seria mais interessante se todas as crianças jogassem em duplas ou trios simultaneamente.

Para o estudo de "Intersecção de figuras", o material era único e foi utilizado pelo pesquisador. Inicialmente o material foi mostrado às crianças, fazendo com que elas percebessem que um conjunto de figuras era transparente e o outro não. A seguir foram feitos arranjos de figuras sobrepostas, por exemplo, um quadrado branco transparente e um círculo não transparente amarelo para que as crianças "vissem" a intersecção formada pela parte colorida das duas figuras. Perguntou-se o que tinha acontecido. Um aluno disse: "Ficou metade". Arrumou-se novamente as figuras sobrepostas de modo que ficasse uma pequena intersecção e perguntou-se: "E agora, o que ficou?" Resposta: "Agora não ficou metade, ficou só um pedacinho". Foram feitos vários arranjos com outras figuras sobrepostas, sempre fazendo perguntas com a finalidade de levar as crianças a perceberem que os "pedacinhos" sobrepostos formavam uma região comum às duas figuras e, para isso, utilizou-se as cores das figuras: "Qual é a cor do quadrado? E do círculo? O que aconteceu ao círculo (não transparente) quando foi colocado o quadrado (transparente) em cima dele?" As perguntas foram repetidas várias vezes com outros arranjos de figuras sobrepostas, até se obter a resposta: "Mudou de cor". Explicou-se que o pedacinho que mudou de cor pertencia às duas figuras. A seguir foi feito, na lousa, o desenho dessas figuras sobrepostas e pediu-se às crianças: "Quem sabe pintar o pedacinho desta figura que mudou de cor?" Foram feitos outros desenhos e as crianças foram chamadas para pintá-los. Foi explicado às crianças

que o “pedacinho que muda de cor” pertence às duas figuras ao mesmo tempo. Como alguns alunos disseram que sabiam fazer um desenho com “pedacinhos que mudam de cor”, foram chamados para serem os “professores”. Vários desenhos foram feitos por várias crianças.

Na verificação de aprendizagem do conceito intersecção de figuras, (Anexo 5), dos 25 alunos presentes, 22 alunos pintaram corretamente as intersecções das figuras.

A atividade “Polígonos e círculos” despertou muito entusiasmo nas crianças por ser uma forma lúdica de aprendizagem. Todas as crianças participaram e notou-se muito empenho entre elas em ajudarem-se mutuamente.

Após receberem uma coleção de polígonos com número de lados variados, as crianças eram solicitadas a virem à frente da classe com as figuras que tinham em mãos com o mesmo número de lados, por exemplo, “Venham à frente as crianças que tiverem a figura com quatro lados”. As crianças verificavam seu conjunto de polígonos, escolhiam a figura solicitada e mostravam-na aos colegas. Aproveitou-se este momento para que as crianças percebessem que existem figuras diferentes do quadrado que tem quatro lados. Perguntou-se, por exemplo, quem tinha o quadrado e quem tinha outra figura de quatro lados que não era o quadrado.

Na verificação de aprendizagem (Anexo 6) observou-se que, dentre os 26 alunos presentes nesse dia, 22 alunos pintaram acertadamente os quadriláteros e os triângulos nas cores solicitadas.

“Formando ladrilhos”, atividade para as crianças construírem quadrados com dois triângulos isósceles, quando a construção do quadrado com dois triângulos era nesta posição  era o quadrado, mas quando o quadrado era formado nesta posição  era “um balão”. O pesquisador insistiu nessas duas formações, mudando a posição das figuras para que as crianças “vissem” que mudando a posição do quadrado a figura permanecia a mesma. Foi interessante

notar que, embora algumas crianças tivessem dificuldades na compreensão deste conceito utilizando material concreto, quando solicitadas para ligar figuras iguais, mas em posições diferentes, tiveram êxito, (vide resultado do pré-teste à pag. 84 do capítulo IV).

Tal fato poderá ser explicado, talvez, pela imposição dos livros didáticos ou exercícios mimeografados, tão comumente utilizados na pré-escola, do tipo “ligue as figuras iguais”, sem um prévio trabalho com material concreto.

No trabalho com dobradura na atividade “Simetria de figuras”, foi verificado que as crianças, em geral, tiveram dificuldade com dobraduras, mas o resultado da verificação de aprendizagem com a atividade “Completando figuras” (Anexo 7) demonstrou que entre os 25 que realizaram essa tarefa, 22 alunos obtiveram sucesso.

“Outras atividades” foi bem aceita pelos alunos que demonstraram interesse em formar “quadrinhos”, “pontudos” e “tijolinhos” na malha quadrangular, triangular e pontilhada (Anexo 8 e 9). Tais atividades deveriam ser melhor exploradas em sala de aula, principalmente nas 1^{as} séries pois, além de desenvolver a atenção é um excelente exercício de coordenação motora.

O trabalho de intervenção pedagógica realizado e as observações feitas durante todo esse processo de aprendizagem, mostraram que as atividades propostas neste trabalho são simples e fáceis de aplicar-se em sala de aula. Além disso, mostrou também que muitas situações não previstas podem ocorrer durante o desenvolvimento das sessões de intervenção pedagógica ou mesmo no dia-a-dia escolar, como no caso da esfera que Val. queria contornar ou a brincadeira de professor com a intersecção de figuras. Esses são momentos preciosos, que o educador não deve deixar de aproveitar. Ao contrário, o educador deve sempre dar oportunidade aos alunos de falar, expor suas idéias, trocar opiniões, e até mesmo sugerir brincadeiras como no caso de Nat., ao dizer: “Tia, eu sei fazer o desenho de figuras com pedacinhos que mudam de cor. Posso ser a professora, agora?”

Capítulo V

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Algumas considerações

Este trabalho foi desenvolvido tendo por fundamento teórico o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e também, as contribuições da Psicologia Genética Piagetiana e de seus seguidores que, posteriormente, vieram a discutir possíveis implicações dessa teoria na prática docente.

O trabalho de van Hiele fundamenta-se na teoria de que o desenvolvimento mental está ligado às mudanças cognitivas dos alunos e em experiências educacionais, e, está baseado em três elementos: a influência da Psicologia da Gestalt, uma forte base estruturalista e a preocupação com a didática da Matemática.

Apoiando-se nesse quadro teórico, investigou-se atividades geométricas, explorando-se material concreto, e observando-se a evolução do desenvolvimento do pensamento geométrico dos sujeitos desta pesquisa, segundo os níveis identificados por van Hiele, do básico (visualização) à proximidade do nível análise. Na intervenção, utilizou-se um conjunto variado de materiais pedagógicos, assim como alguns jogos, especialmente confeccionados para este trabalho, descritos no capítulo III, p. 71. Para a elaboração do material, seleção de atividades e maneiras de solicitar as atividades aos alunos, levou-se em conta os dois primeiros níveis do modelo de desenvolvimento do pensamento

geométrico de van Hiele e as fases seqüenciais de aprendizagem desse modelo, descritos no capítulo II, p. 60.

É conveniente, também, lembrar que não foram aplicados testes de van Hiele ou provas piagetianas para selecionar os sujeitos deste trabalho. Levou-se em consideração o resultado do pré-teste, e foi intencionalmente escolhida a classe que apresentou menor índice de acertos no pré-teste para compor o grupo experimental.

Estudou-se, especificamente, as reações das crianças ao uso de material variado e procurou-se verificar se o conhecimento permanecia retido após um certo tempo.

A análise dos resultados gerais deste trabalho mostrou que, ao final do processo de intervenção, os sujeitos do grupo experimental apresentaram modificações nítidas em relação aos níveis de van Hiele, enquanto que os sujeitos do grupo controle não apresentaram evolução nas questões do pós-teste e, alguns até mesmo apresentaram um desempenho inferior ao verificado no pré-teste, indicando dessa forma a vantagem da intervenção baseada em van Hiele.

Os dados mostram que o processo de intervenção não atingiu igualmente todos os sujeitos. Isto é compreensível, mesmo porque o processo educativo é de grande complexidade, envolvendo inúmeras variáveis dentre as quais o nível cognitivo dos alunos, suas experiências anteriores e também as condições socioeconômicas em que vivem.

No decorrer da intervenção, no entanto, verificou-se que as dificuldades apresentadas pelos sujeitos, foram sendo gradualmente superadas. A análise dos dados indica que o uso de material concreto, possibilitando que a criança manipule e explore de diversas maneiras, constitui um elemento importante para a construção dos conceitos.

A análise de dados coletados na pesquisa e relatada neste trabalho, representa uma pequena contribuição para a ampliação dos conhecimentos existentes sobre o ensino-aprendizagem de Geometria e possíveis implicações pedagógicas que possam advir a nível da Educação Matemática.

Os resultados do grupo experimental mostraram-se significativamente melhores do que os do grupo controle. As modificações positivas na evolução dos sujeitos do grupo experimental parecem reforçar a hipótese de van Hiele quanto à utilização de materiais concretos e intervenção pedagógicas no processo ensino-aprendizagem de Geometria.

Os dados obtidos na aplicação do pré-teste e durante a intervenção, mostraram que muitos sujeitos não haviam alcançado o nível básico (visualização), identificado por van Hiele, visto que não reconheciam as figuras básicas. Essa situação caracterizava-se, principalmente, pela troca dos nomes das figuras. As trocas mais comuns eram: a troca do triângulo pelo retângulo e vice-versa. Além disso, nem sempre compreendiam a diferença entre o quadrado e o retângulo. Notou-se que o quadrado, era a figura mais conhecida e o triângulo a menos reconhecida.

Embora não tenha sido o foco desta pesquisa, foi possível observar que as crianças, em grupo, interagiam de maneira significativa, completando as idéias umas das outras e discutindo respostas. Uma hipótese a ser investigada, é a de que, talvez, pelo fato de ter-se realizado o trabalho, em grupo, com os materiais, tenha favorecido a troca de experiências contribuindo assim para a aquisição do conhecimento geométrico, como mostra o trabalho de Moro (1987), sobre conceitos matemáticos.

A interação entre as crianças representa um elemento muito importante, talvez mais importante do que a apresentada entre a criança e o adulto. Quando o adulto atua pedagogicamente, ao desenvolver os trabalhos de intervenção planeja as atividades, procurando criar as melhores situações que

possam permitir a construção do conhecimento. Quando a criança interage com outras, de idade aproximada à sua ou da mesma idade, não se constrange em discutir idéias, compreende o outro, sai de si mesma (egocentrismo), toma consciência e consegue situar-se no grupo descobrindo a sua personalidade e a de cada elemento do grupo.

Piaget, na maioria de suas publicações, tratou do aspecto cognitivo, particularmente do desenvolvimento operatório. No entanto, em seus primeiros trabalhos, enfatiza a importância das trocas interindividuais, no sentido de que é fundamental, desde a infância, o confronto de pontos de vista para a elaboração do pensamento lógico. É claro, entretanto, que a figura do professor é indispensável nas orientações, principalmente com crianças em início de escolarização. A interação social com o adulto é indispensável para o desenvolvimento do pensamento e a intervenção é necessária porque, a partir dos estímulos provocados pelo professor, a criança será capaz de refletir sobre suas ações, explicar os fatos observados e caminhar em direção da estruturação do conhecimento. (Assis, 1984).

Partindo dessas colocações, o trabalho de intervenção foi realizado.

Após um trabalho inicial com o reconhecimento das figuras do quadrado, retângulo, triângulo e círculo, as demais atividades foram desenvolvidas, tendo uma maior participação e interesse dos alunos, como descrito no capítulo IV.

O trabalho com o "Todo e partes" de figuras, mostrou que algumas crianças utilizavam um conceito já formado de inteiro e parte; outras, no entanto, tiveram algumas dificuldades no início da atividade pois não percebiam a relação entre a figura inteira e suas partes, compreensível, dada a faixa etária que compreende crianças entre o período pré-operatório e operatório concreto. Analisando o trabalho de intervenção, foi possível verificar que ao trabalhar com objetos do dia-a-dia das crianças, como no caso de discutir-se a divisão do todo

de uma “pizza” em partes ou “pedaços de pizza” para que todos comessem, a idéia do inteiro tornou-se mais clara para os sujeitos.

Com relação ao estudo de “Posição de figuras no espaço”, constatou-se que a maioria dos sujeitos, em suas construções com o material concreto, (triângulos isósceles), asseguravam que duas construções iguais, mas colocadas em posições diferentes tinham nomes diferentes, como por exemplo, no caso do quadrado e do “balão”. Para esses sujeitos, houve necessidade de trabalhar-se mais atividades com material concreto que os levassem a reconhecer que uma figura permanece a mesma apesar de colocadas em posições diferentes.

Tal fato, poderá ser explicado, talvez, pela imposição dos livros didáticos ou exercícios mimeografados tão comumente utilizados na pré-escola, sem um prévio trabalho com material concreto.

A teoria de Piaget explica que, em crianças pequenas não existe uma organização simultânea de relações projetivas e métricas”. Reconhecer duas figuras iguais colocadas em posições diferentes “implica uma correspondência projetiva entre duas perspectivas distintas, e, uma correspondência métrica: lados e ângulos iguais, (Piaget e Inhelder, 1993).

Quanto ao trabalho com “Simetria a dificuldade encontrada foi o fato de algumas crianças não possuir habilidade manual com dobraduras de papel. Tais crianças foram auxiliadas pelos colegas, e o pós-teste imediato e o pós-teste, revelaram que esse trabalho com dobraduras foi eficiente. A possibilidade de iniciar-se um trabalho com simetria nas séries iniciais, com o objetivo de levar as crianças a perceberem a existência de figuras simétricas e não simétricas, contribuindo para a abertura de novos possíveis, sugeridas por Pavanello (1995), portanto, pode ser válida.

Em relação ao resultado da atividade com “Intersecção de figuras”, o trabalho desenvolvido em conjunto com a classe toda foi satisfatório. Tal

resultado pode abrir a possibilidade de utilizar-se o conceito de intersecção de figuras em atividades aritméticas, como as sugeridas adiante, na página 120 .

Os dados indicam, também, que é importante um maior investimento em pesquisas em relação ao ensino de Geometria, levando em conta a contribuição de van Hiele, especialmente nas séries iniciais, base de todo o processo educativo posterior. Este trabalho mostra, ainda, que existem possibilidades interessantes em atividades semelhantes as desenvolvidas nesta pesquisa que podem subsidiar o ensino de Geometria no 1º grau.

Essas considerações, em resumo, mostram que um educador preocupado e interessado na evolução cognitiva de seus alunos, não pode apenas restringir-se ao conhecimento do conteúdo a ser desenvolvido em sala de aula. Ao invés de transmitir o conhecimento pronto é necessário buscar estratégias de ensino que favoreçam o interesse e a motivação dos alunos, que estimulem a reflexão além de desafios que tornem a aprendizagem significativa e agradável.

Algumas atividades e jogos utilizados nesta pesquisa podem, eventualmente, ser considerados simples e pueris em demasia. Além disso, pode-se imaginar que são idéias freqüentemente apresentadas e defendidas nas publicações especializadas em ensino de 1º grau e que todos os professores as conhecem. A simplicidade das atividades, no entanto, correspondem às características do pensamento e da idade dos alunos.

Pode ocorrer a alguns que todos os professores têm conhecimento de tais idéias ou, por outro lado, que não são atividades importantes e que não podem substituir uma atuação docente mais usual. Entretanto, criar situações de encorajamento em sala de aula, que leve a criança a buscar respostas para suas perguntas requer muita habilidade por parte do professor. O que a experiência e pesquisas têm mostrado, como já assinalado aqui, é que muitos professores desconhecem as orientações defendidas neste trabalho e que deixam de ensinar Geometria no 1º grau por considerarem-na muito difícil.

Muitos professores também temem fazer alguma mudança no trabalho em sala de aula, em especial quando se trata de optar pela atividade dos alunos quanto a utilização de métodos ativos de ensino, em parte por não estarem convictos de suas possibilidades na prática pedagógica. Mesmo quando chegam a estudar a teoria psicológica de desenvolvimento cognitivo de Piaget, os professores podem não ter muita clareza sobre como trabalhar na sala de aula tomando essa teoria como fundamento.

Analizando cuidadosamente a obra de Piaget, vê-se que suas descobertas sobre o desenvolvimento cognitivo das crianças, refletem-se no campo pedagógico e podem servir de base para orientação do processo educativo. Piaget não prescreve orientações para a sala de aula ainda que muitos de seus seguidores (Kamii, De Vries, Inhelder, entre outros), já tenham começado a discutir possibilidades de trabalho com base construtivista na escola.

Cabe lembrar também que, em se tratando de alunos de Magistério, futuros professores das séries iniciais, as aulas de Conteúdo e Metodologia de Matemática, especialmente no tópico Geometria, devem ser preparadas de maneira que os alunos reconheçam a importância da Geometria no dia-a-dia de cada um e percebam a relevância do seu estudo em nossas escolas.

Deve-se levar em conta que a Geometria oferece um vasto campo para atividades lúdicas e recreativas e existem muitas alternativas para desenvolver-se um trabalho variado e rico e que o conhecimento geométrico pode ser usado em outras áreas de estudo.

Ao estudar Geometria no componente curricular citado, os alunos de Magistério devem conhecer os objetivos da disciplina nas séries iniciais. Deve ser dada a eles, oportunidade de conhecer diversos aspectos do conteúdo geométrico, por intermédio de propostas de ensino básico e conhecimento amplo e consistente dos conteúdos geométricos que deverão ensinar a seus alunos. As propostas metodológicas para o trabalho docente deverão conduzir os alunos

para a prática de atividades com materiais didáticos e possibilitar que aprendam a elaborá-los com materiais simples e acessíveis, como os descritos neste trabalho.

Um trabalho de coordenação pedagógica na escola (do pedagogo), ou mesmo as escolhas do professor em relação a seu trabalho, podem ser facilitados por resultados de pesquisas que avaliem, em especial se, puderem comprovar, as possibilidades de diferentes orientações.

É importante que as propostas sejam avaliadas de maneira mais sistemática para que fique mais claro se têm validade para a educação. Em especial, seria interessante que os próprios professores se convencessem da importância de dedicarem-se à experimentação em sala de aula, verificando cientificamente os resultados do trabalho pedagógico.

O conhecimento e a compreensão de fundamentos de Psicologia, dentre outros fundamentos da educação, como a Sociologia e a Filosofia, pode proporcionar ao professor uma visão mais clara e abrangente do seu trabalho docente, evitando incoerências entre teoria e prática, permitindo-lhe uma maior compreensão do processo ensino-aprendizagem de conceitos geométricos e, conseqüentemente, maior compreensão das dificuldades nele envolvidas, inclusive a que diz respeito à importância do ensino de Geometria nas séries iniciais, como também nas séries subseqüentes.

Pensando o ensino de Geometria na 1^a série

Alunos das séries iniciais tendem a ter idades que correspondem, aproximadamente, ao período pré-operatório e/ou operatório concreto de desenvolvimento cognitivo, como demonstrou Piaget, quando o pensamento ainda está bastante ligado aos objetos e ao perceptual, dependente de atividades, e, todo ato de pensar desenvolve-se da coordenação de ações.

A Psicologia tem influenciado a educação e tem dado valiosas contribuições nesse sentido, ao propor os métodos ativos para o ensino.

Os métodos ativos são excelentes pois contribuem para o desenvolvimento da personalidade, como também a relação social. Os métodos ativos dão ênfase à atividade espontânea da criança mas não anulam o papel do professor. Ao contrário, o professor é indispensável para orientar as atividades e criar situações-problema que levem a criança a pensar e refletir.

O contexto da interação social é condição necessária ao desenvolvimento cognitivo individual e representa o surgimento de habilidades de comparação, imitação, discussão, que podem favorecer o desenvolvimento da inteligência. Só há aprendizagem quando o aluno integra em sua estrutura lógica e cognitiva os dados da realidade exterior, com avanços e retrocessos.

Nesse sentido, a atuação do professor é sempre importante, implicando na seleção de material e organização de atividades. A mediação do professor durante a intervenção pedagógica também é necessária nas coordenações e orientações das atividades.

Kamii e De Vries (1992), oferecem alguns princípios pedagógicos em relação ao desenvolvimento socioemocional e cognitivo, com fundamento na teoria de Piaget. Dentre eles destacam-se: animar a criança a ser curiosa, independente e valente em seus esforços (este aspecto do desenvolvimento é importante uma vez que leva a criança à autonomia); favorecer a interação entre as crianças (as obrigações sociais das crianças entre si podem desenvolver seu potencial de cooperação, participação e respeito mútuo que irão ajudá-la a superar seu egocentrismo, tanto intelectual como socioemocional); cooperar com a criança no mesmo nível de igualdade (a mediação do adulto durante a intervenção pedagógica deve ocorrer num diálogo claro e compreensível às crianças); situar a aprendizagem no contexto do jogo (o jogo oferece muitas oportunidades para discussão de procedimentos e condutas, modificações de

atitudes diante de regras elaboradas, propicia condições de descentração, estimula a exploração e a solução de problemas contribuindo para o desenvolvimento infantil); aceitar tanto as respostas incorretas como as corretas (as respostas incorretas devem ser analisadas pois oferecem um referencial importante sobre os pontos que devem ser reelaborados no processo de aprendizagem); ensinar de acordo com os tipos de conhecimento em questão (por ex., conhecimento físico, social e lógico-matemático); ensinar tanto conteúdos como processos (dar oportunidade ao aluno de pensar nos procedimentos utilizados durante a atividade e incentivá-lo a encontrar outras alternativas de solução).

Nas séries iniciais, o enfoque construtivista baseia-se na teoria científica de como as crianças aprendem, e acentua que os professores devem pensar no ponto de vista de como as crianças aprendem e constroem o conhecimento e não como devem se comportar, do ponto de vista do adulto, conforme assinalam Kamii e DeClark (1988). Os resultados desta pesquisa mostraram que uma proposta de ensino de Geometria, inspirado no enfoque construtivista de base piagetiana pode ser uma orientação segura e valiosa.

Uma organização do trabalho didático que convida o aluno ao raciocínio, à capacidade de descobrir, que lance desafios para o aluno buscar outras estratégias de soluções dentro das possibilidades de cada um, deveria ser preocupação da escola.

Um trabalho docente que não consegue motivar os alunos, despertar seus interesses e curiosidades, dificilmente chega a proporcionar uma aprendizagem significativa. É preciso encontrar condições pedagógicas que correspondam às necessidades dos alunos, tendo em vista seus interesses e a motivação adequada de cada um, a fim de proporcionar uma aprendizagem significativa e duradoura.

Para tanto, a atividade lúdica e o trabalho em grupo produzem motivação, além de promover situações didáticas aproveitáveis tais como: interação e cooperação entre alunos, interesse e participação.

Em uma concepção construtivista de aprendizagem, o aluno não deve ser visto como aquele que aprende a repetir técnicas e fórmulas, mas o construtor de seu próprio conhecimento, elaborando sua própria forma de pensamento através de um longo processo de maturação.

A maior parte do conhecimento infantil sobre Geometria é pré-lingüístico, uma vez que os primeiros contatos exploratórios da criança com o meio, ocorrem sem a linguagem e sim por meio de experiências de ouvir, ver, mexer, mover, isto é, de suas percepções espaciais.

Nesse sentido, os conceitos geométricos e a habilidade de percepção visual podem ser aprendidos simultaneamente, porque o estudo de Geometria, no início da escolarização, exige que o aluno reconheça figuras, suas propriedades e suas relações.

As próprias atividades geométricas, pela sua natureza, são excelentes meios para aquisição de habilidades de percepção visual tais como: discriminação visual, coordenação visual-motora, percepção de figuras em campos, percepção da posição no espaço e das relações espaciais.

Nas séries iniciais, na fase pré-operacional e operacional concreta, qualquer aprendizagem, inclusive a geométrica, deverá ser rica e variada em atividades em que a criança possa manipular objetos diversos, jogar, brincar.

A Geometria elementar deve desenvolver a intuição espacial espontânea, oferecer uma base intuitiva quanto ao conhecimento das figuras e suas relações, dar compreensão das propriedades do espaço e das relações métricas entre as formas, e, desenvolver a lógica geométrica concreta.

Por essa razão, materiais variados devem ser utilizados pelas crianças durante as atividades geométricas. Van Hiele (*Structure and Insight*, 1986), destaca a importância dos materiais no ensino de Geometria.

Cabe ressaltar porém, que o importante não é o material em si, mas o desafio do que fazer com ele. O professor poderá fazer muitas perguntas e solicitar as crianças para a aprendizagem desejada. Não se trata de mexer em objetos aleatoriamente, mas dar oportunidade à criança de pensar sobre os objetos e ações. Ao adquirir conhecimento sobre os objetos e ações (experiência física), a criança estará pensando, estabelecendo relações e abstraindo conhecimento sobre os objetos e ações (experiência lógica).

A experiência mostra que as atividades com materiais manipulativos podem auxiliar o desenvolvimento da linguagem matemática porque os alunos podem discutir e trocar idéias enquanto trabalham com o material. Por isso, as atividades com materiais são indicadas especialmente nos trabalhos em grupos.

Um material tem tanta aplicação e é tão útil quando a partir dele pode-se desenvolver novos tópicos geométricos ou matemáticos e dar oportunidade ao aluno de aplicar conhecimentos que ele já possuía, em outros contextos. Sua seleção deve, portanto, ser cuidadosa e permitir o envolvimento do aluno com as noções geométricas ou matemáticas desejadas.

A pesquisa mostra que o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, que descreve a evolução do pensamento em Geometria, que os três primeiros níveis (visualização - básico -, análise e dedução informal), parecem ser interessantes para as séries iniciais.

As fases seqüenciais de aprendizagem desse modelo podem servir para orientar professores no processo ensino-aprendizagem de Geometria, como por exemplo, na aprendizagem do conceito de quadrado e retângulo:

Na fase interrogação/informação, fase 1 de van Hiele, o professor deve fazer muitas perguntas e deixar os alunos perguntarem e opinarem também: “O que é um quadrado? E um retângulo? O que existe de diferente entre o quadrado e o retângulo? E de semelhante?” O professor mostra o quadrado, informa o que é um quadrado, explica as diferenças e semelhanças entre essas duas figuras.

Na fase 2, orientação dirigida, o professor pode acompanhar e orientar os alunos na dobradura de um quadrado ao meio (ou outras figuras geométricas), para verificar o que ocorreu; construir um retângulo com diagonais maiores ou menores do modelo dado.

Na fase exploração, fase 3, por meio do diálogo entre professor e alunos, baseados nas experiências anteriores, os alunos trocam opiniões e podem discutir as propriedades que emergem das atividades trabalhadas: “O quadrado é uma figura que tem quatro lados iguais; o retângulo é uma figura que tem dois lados maiores e dois lados menores.” Tratando-se de alunos de 1ª série, as afirmações acima podem ser aceitas como propriedades das figuras, uma vez que as crianças ainda não dominam um vocabulário geométrico correto e, nesta etapa de escolaridade ainda estão no nível básico -visualização- (se estiverem). Nesta fase o professor também deve auxiliar os alunos, fazendo perguntas para induzi-los às respostas.

Na fase orientação, fase 4, tarefas mais complexas e com vários passos são propostas; os alunos orientam-se e ajudam-se mutuamente. Como exemplo, trabalhando com fichas quadradas pode-se perguntar: “Que figura surge se juntarmos dois quadrados iguais? E se juntarmos três? Quatro?” Dobrar uma folha de papel retangular ao meio e perguntar: “O que aconteceu? “O que acontecerá se dobrarmos essa folha mais uma vez?” (medidas para formar quadrados e retângulos menores)

Na fase 5, integração, o professor deve fazer revisão e resumo do conceito e algumas propriedades do quadrado, que poderão ser feitos por

intermédio de muitas atividades. No nível básico (visualização), o papel quadriculado, a malha triangular e a malha pontilhada oferecem inúmeras opções de atividades, como por exemplo: pintar quadradinhos para formar um quadrado maior; formar um quadrado com quatro quadradinhos; formar um quadrado com 16 quadradinhos; pintar quadradinhos para formar um retângulo; pintar 2, 3, 4, 5, 6, etc., quadradinhos para formar retângulos.

Atividades que exigem o colorir e dobrar figuras geométricas auxiliam os alunos, pois, além do conhecimento que estão construindo, favorecem a coordenação motora e a atenção.

A construção de figuras geométricas com materiais tais como fichas quadradas ou triangulares, palitos de fósforos, etc., podem estimular o interesse, a motivação e a participação do aluno, especialmente se o professor lançar desafios do tipo: "Pode-se construir um círculo com palitos de fósforos? Por quê?" As solicitações do professor explorando o material são muito importantes na construção do conhecimento.

Outra possibilidade seria dobrar o quadrado ao meio e perguntar que figura se obteve. (O mesmo procedimento poderá ser feito com as figuras do retângulo, círculo e triângulos).

Atividades de identificação de figuras geométricas em conjuntos de desenho simples, como por exemplo, dado um conjunto de triângulos diferentes, quadrado e retângulo, o aluno deverá identificar os triângulos, são sugestões em que o aluno irá reconhecendo as diferenças ou semelhanças entre figuras geométricas. Esta sugestão poderá ser ampliada para outras atividades: dada uma coleção de fichas coloridas e com um numeral escrito, pedir ao aluno para escolher entre elas a ficha que contém "o círculo vermelho com o numeral 3".

Atividades que exigem o medir e contar podem ser realizadas com fichas variadas na forma, como por exemplo: achar a área da carteira ou do caderno utilizando fichas quadradas, retangulares ou triangulares; medir com

barbante o perímetro da carteira, do caderno, da mesa do professor. Observar o comprimento dos lados: "São iguais? São diferentes? Os lados do caderno são iguais? E os lados da mesa do professor? Da carteira?"

Em atividades de classificação, alguns exemplos: dado um conjunto de polígonos e círculos, classificar os que têm linhas retas e os que têm linhas curvas ou dado um conjunto de polígonos, classificá-los quanto ao número de lados.

Outras atividades podem ser propostas, utilizando-se pistas visuais para identificação da figura geométrica, como por exemplo, cartões onde aparecem partes da figura e a figura inteira, para que os alunos descubram qual é a figura a partir da menor parte dela, ou da seguinte. Uma variação desta atividade pode ser feita a partir de descrição oral: a figura possui quatro lados ou, tem quatro lados iguais ou, tem três lados ou, os lados opostos são iguais ou, é formada por uma linha curva simples fechada.

Um conjunto de fichas de propriedades (4 lados, 2 lados maiores, os lados são iguais, três lados iguais, os lados são diferentes, etc.) podem ser utilizadas, por exemplo na identificação da propriedade do quadrado.

Outras atividades como atividades de percepção de figuras em campos são interessantes e desafiadoras ao mesmo tempo, e podem ser elaboradas com figuras ocultas ou sobrepostas, finalização de figuras, intersecção de retas, intersecção de figuras, reunião de partes de uma figura, inversão de figura, descobrir semelhanças e diferenças entre figuras num campo.

Atividades de percepção de posição no espaço é um excelente auxílio no caso de o aluno inverter letras ou numerais. Essas atividades requerem mudança de posições de detalhes, inversões e rotações de figuras inteiras e reflexões segundo o modelo em espelho.

A percepção de relações espaciais incluem atividades do tipo notar diferenças e semelhanças, relacionar, reunir partes, encontrar o caminho mais curto para determinado objeto, completar figuras, ligar pontos.

É possível, em diferentes situações, tornar o ensino de Geometria bastante agradável nas séries iniciais e, além disso, auxiliar a aprendizagem em outras áreas como a alfabetização, por exemplo. Ao estudar a simetria das figuras, o professor poderá estender esse estudo para as letras do alfabeto: quais letras são simétricas e quais não são. Para tanto, por exemplo, um conjunto de letras do alfabeto, confeccionado em papel dobradura, que as crianças podem ter oportunidade de manusear e dobrar para verificar a simetria das letras, ou utilizar um “espelho”. O mesmo procedimento poderá ser adotado para a aprendizagem dos numerais.

Trabalhando com ângulos (“esquinas” é um termo muito usado nas séries iniciais), o professor poderá propor atividades tais como: “Quantas esquinas tem a letra A? E o numeral 1?”

A intersecção de figuras poderá auxiliar o estudo das operações matemáticas, tornando-o agradável ao se utilizar atividades desafiantes. O professor pode registrar números diferentes dentro de figuras e na intersecção delas e elaborar situações-problema, solicitando cálculo mental a partir deles como por exemplo: qual é a soma dos numerais que estão na intersecção do quadrado e do círculo? ou, subtraindo-se o numeral que está na intersecção do triângulo com o quadrado e o numeral que está no quadrado, que numeral obtemos? ou, multiplicando os numerais da intersecção do círculo com o quadrado, que numeral obtemos? ou, qual é o resultado da divisão do numeral da intersecção das figuras por 2?

É importante assinalar que os materiais para o desenvolvimento destas atividades poderão ser confeccionados pelos próprios alunos auxiliados pelo professor que a partir dessas construções, poderá aproveitar o momento

para desenvolver a compreensão de alguns conceitos, como por exemplo na construção do quadrado que deverá ter quatro lados iguais.

O trabalho nas séries iniciais com os conceitos das figuras geométricas é importante e se constitui em uma base para o desenvolvimento de outros conceitos que posteriormente serão trabalhados nas séries subseqüentes. Devem ser trabalhados significativamente de modo que conduza a uma aprendizagem efetiva.

As atividades apresentadas são apenas algumas sugestões que poderão servir de base para a criação de inúmeras outras que o professor pode criar utilizando materiais disponíveis na escola, de acordo com o desenvolvimento cognitivo e o desenvolvimento do pensamento geométrico segundo o modelo de van Hiele.

Com esses exemplos, o professor pode criar outros, variando as dificuldades conforme o nível de desenvolvimento de seus alunos. Em toda a situação deve estar atento para explorar as possibilidades do material, apresentando perguntas e comentando as respostas dos alunos.

É importante, também, que o professor defina os conteúdos geométricos tomando por base as habilidades em relação às técnicas, métodos e estratégias de ensino e, além disso, analisar os diferentes níveis de conhecimento sobre Geometria que podem ter os alunos.

Sabe-se que são inúmeras as dificuldades que incidem sobre o sistema educacional. No entanto, a formação teórica e prática do professor, principalmente os das séries iniciais, base de todo o processo educativo posterior, se bem estruturado, no que diz respeito aos conteúdos e maneiras de ensiná-los, e, pedagogicamente cuidados, podem contribuir para a formação do aluno-futuro-professor e elevação da qualidade de ensino.

BIBLIOGRAFIA

AEBLI, H. **Didática psicológica**. Buenos Aires, Kapelusz, 1973.

ASSIS, Orly Zucatto Mantovani de. **Uma nova metodologia de Educação pré-escolar**. SP. Biblioteca Pioneira de Ciências Sociais, 1984.

BATTRO, Antonio M. **El pensamiento de Jean Piaget**: Psicología e epistemología. Buenos Aires. EMECE Editores S.A., 1971.

BECKER, Fernando. Construtivismo e Pedagogia. Piaget, Jean - Teoria e Prática, **Anais do IV Simpósio Internacional de Epistemologia Genética**, 1996.

BECKER, Fernando. Modelos Pedagógicos e Modelos Epistemológicos, in **Educação e Realidade**, Porto Alegre, n° 19(1):1-164, jan./jun.1994.

BECKER, Fernando. Ensino e Construção do conhecimento: o processo de abstração reflexionante. in **Educação e Realidade**, Porto Alegre, 18(1) : 43-52, jan/jun.1993.

BERTONHA, R.A. **O ensino de Geometria e o dia-a-dia na sala de aula**. Campinas, SP, Faculdade de Educação da UNICAMP, 1989. 175 p. (Dissertação, Mestrado em Metodologia de Ensino).

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Trad. de Gomide Elza F., SP, E. Blucher, 1974.

BRITO, Marcia R. Ferreira de. Psicologia e Educação Matemática. in **Revista de Educação Matemática da SBEM** - SP, Ano 1, Nº 1, setembro 1993

Um estudo sobre as atitudes em relação à Matemática em estudantes de 1º e 2º graus. Tese de livre docência, FE/UNICAMP, 1996

CAMPBELL, Donald T. e STANLEY, Julian C. **Delineamentos Experimentais e quase experimentais de pesquisa.** E.P.U. Edusp, 1979.

CARRAHER, Terezinha Nunes (org.). **Aprender Pensando** - Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação. 2ª Ed. Petrópolis, Vozes, 1986.

CARVALHO, João Pitombeira de. Avaliação e Perspectivas na área de ensino de Matemática no Brasil. in **Em Aberto**, Brasília, ano 4, nº 62, abr/jun, 1994.

CASTILHO, Sonia F.da Rocha. Geometria, até onde a vista alcança. in **AMAE Educando** nº 203, maio, 1989.

CASTRO, Amélia Domingues. **Piaget e a Didática:** ensaios. Editora Saraiva, SP, 1974.

COLL, César. As contribuições da Psicologia para a educação: teoria genética e aprendizagem escolar. in **Piaget e a Escola de Genebra.** 3ªed. São Paulo, Cortez Editora, 1995.

COLL, César, PALÁCIOS, Jesus e MARCHESI, Alvaro (org.). **Desenvolvimento Psicológico e Educação** - Psicologia da Educação. Vol. 2, Artes Médicas, Porto Alegre 1996.

CROWLEY, Mary L. O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. in **Aprendendo e ensinando Geometria.** Lindquist, Mary Montgomery e Shulte, Albert P. (org), trad. de Hygino H. Domingues, São Paulo, Atual 1994.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar Matemática hoje? in **Temas e Debates**, SBEM, Ano II, nº 2, 1989.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática.** São Paulo, Ed. Ática, 1993.

- DAVIS, P.J. & HERSH, R. **A experiência Matemática**. Trad. João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro, Francisco Alves 1985.
- DOLLE, Jean-Marie. **Para compreender Piaget**. RJ, Editora Guanabara Koogan S.A. 1995.
- FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática**. Campinas, SP, Faculdade de Educação da UNICAMP, 1994. 301 p. cap. 1. (Tese, Doutorado em Metodologia de Ensino).
- FLAVELL, John H. **A Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget**. SP. Ed. Livraria Pioneira, 1992.
- FRARE, J.L. Eu detesto Matemática. in **Nova Escola**. Ano V, nº 39, maio 1990.
- FURTH, Hans G. e Wachs Harry. **Piaget na prática escolar**. São Paulo, Ibrasa, 1979.
- FURTH, Hans, G. **Piaget na Sala de Aula**. Trad. de Garschagen D.M. Rio de Janeiro, Companhia Editora Forense, 1972.
- _____. **Piaget e o conhecimento**. Trad. de Rumjanek, Valerie. Rio de Janeiro, Forense Universitária, 1974.
- GILLIÈRON, Christiane. Da Epistemologia Piagetiana a uma Psicologia da Criança em idade pré-escolar., in **Piaget e a Escola de Genebra**, Leite, Luci Benks (org.), São Paulo, Cortez Editora, 1993.
- GONÇALEZ, Maria Helena Carvalho de Castro. **Atitudes (des) favoráveis em relação à Matemática**. Campinas, SP, Faculdade de Educação da UNICAMP, 1995. 127 p. (Dissertação, Mestrado em Psicologia Educacional).
- GUZMAN, Miguel de. Questões fundamentais sobre o ensino de Matemática **Thales - Actas**, 1985.
- HOLLOWAY, G.E.T. **Concepcion del espacio en el niño segun Piaget**. Buenos Aires, Editorial Paidós 1969.

JIMENEZ,A.P. Tendências atuais no ensino da Matemática. **Thales - Actas**, 1989.

KAMII, Constance e JOSEPH,Linda Leslie. **Aritmética: novas perspectivas: Implicações da teoria de Piaget**. Editora Papirus, SP 1993.

KAMII, Constance, DECLARK, Georgia. **Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. SP. Editora Papirus, 2ª edição, 1988.

LEITE, Luci Banks,(org.) **Piaget e a Escola de Genebra**. SP , 3ª ed.,Cortez Editora,1995.

LORENZATO,Sérgio A. Por que não ensinar Geometria? in **A Educação Matemática em Revista - SBEM**, nº 4, 1º Semestre 1995.

LORENZATO,Sérgio A., VILA,M.C. Século XXI: qual Matemática é recomendável? in **Zetetiké**, vol. 1, março 1993.

MACEDO,Lino de. **Ensaio Construtivistas** SP.Coleção Psicologia e Educação, Casa do Psicólogo, 1994.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e Realidade**. Cortez Editora,1987.

MATOS, J.M. Acomodando a teoria de van Hiele a modelos cognitivos idealizados. In **Quadrante I**, 1992.

MIGUEL,A.,FIORENTINI,D. e MIORIM,M.A. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? in **Pro-posições** - Vol 3 Nº 3 - [7] março de 1992.

MORO,Maria Lúcia Faria. **Aprendizagem operatória**; a interação social da criança. SP. Cortez Autores Associados, 1987.

MUGNY, Gabriel, DOISE, William. **La construcción social de la inteligencia**. Editorial Trilhas, México, 1983.

NASSER, Lilian. **A Teoria de van Hiele: pesquisa e aplicação**. Trabalho apresentado no 1º Seminário Internacional de Educação Matemática. UFRJ, 1993.

- NASSER, Lilian. **Using the van Hiele theory to improve secondary school Geometry in Brazil**. London, Iniversity of London, 1992, 354 p. (Tesis for the PhD degree)
- OLIVEIRA, Ana Cristina B. de. **Qual a sua formação, professor?** Papirus Editora, 1994.
- PATTO, M.Helena S. **A produção do fracasso escolar**. SP.T.A.Queiroz, 1990.
- PAULOS, John A. **O analfabetismo matemático e suas conseqüências**. Ed. Nova Fronteira, 1994.
- PAVANELLO, R.M. **O abandono do Ensino de Geometria: uma visão histórica**. Campinas, SP, Faculdade de Educação da UNICAMP, 1989. 196 p. (Dissertação, Mestrado em Metodologia do Ensino).
- PAVANELLO, Regina M. **Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas**. Campinas, SP, Faculdade de Educação da UNICAMP, 1995. 166 p. (Tese, Doutorado em Metodologia do Ensino).
- PERES, Geraldo: **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de Geometria para as camadas populares**. Campinas, SP, Faculdade de Educação da UNICAMP, 1991. 2 vol. (Tese, doutorado em Metodologia do ensino).
- PERES, Geraldo. Competência e compromisso na formação do professor de Matemática. SBEM, **Temas e Debates**, Ano VIII, Edição 7, 1995
- PIAGET, Jean, INHELDER B. e SZEMINSKA. **The Child's Conception of Geometry**. Trad. by E.A.Lunzer, London, Routledge and Kegan Paul, 1960
- PIAGET, Jean. **Psicologia e Pedagogia**. RJ. Forense Universitária, 1976.
- _____. **Para onde vai a educação?** Trad. de Ivete Braga RJ, José Olympio Editora, 6ª ed., 1978.

Seis estudos de Psicologia. Trad. D'Amorim M. Alice e Silva, Paulo Sérgio. 21ª ed. Rio de Janeiro, Forense Universitária, 1995.

PIAGET, J.; Choquet, G.; Dieudonné, J.; Thom, R. otros. **La enseñanza de las Matemáticas Modernas**, Alianza Universidad, S.A., Madrid, 1986.

PIAGET, Jean. e Inhelder, B. **A representação do espaço na criança**. Porto Alegre, Artes Médicas, 1993.

PIROLA, Nelson Antonio. **Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulo e paralelogramo em alunos de 1º grau**. Campinas, SP, Faculdade de Educação da UNICAMP, 1995. 108 p. (Dissertação, Mestrado em Psicologia Educacional).

PULASKI, Spencer Mary Ann. **Compreendendo Piaget**. RJ. Editora Guanabara, 1986.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Zélia. **Psicologia e Epistemologia Genética de Jean Piaget**. São Paulo, EPU, 1988.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria de Educação, Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o ensino de Matemática - 1º grau**. São Paulo, SE/CENP, 1992.

Secretaria de Educação, Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular de Matemática para o CEFAM e HEM/SP**. São Paulo, SE/CENP, 1990.

Secretaria de Educação, Conselho Estadual de Educação, **Deliberação CEE/SP**, nº 30/87 SP, SE, 1987.

Secretaria de Educação, Conselho Estadual de Educação, **Indicação CEE/SP** nº 15/87, aprovada em 16/12/87, SP, SE, 1987.

SIEGEL, Linda S. e Brainerd, Charles J. **Alternativas a Piaget**. Ediciones Pirámide, S.S. - Madrid, 1978.

- SIEGEL, Sidney. **Estatística no paramétrica aplicada a las ciencias de la conduta**. Editorial Trillas, México, 1974.
- SILVA, J.I. A educação do educador. in **Cadernos Cedes**, SP, Editora Cortez, Autores Associados, nº 2, Ano 1.p.39-46.
- STEINER, H.G. Teoria da Educação Matemática (TEM), uma introdução.in **Quadrante**, vol. 2, nº 2, 1993.
- RÉCIO, Angel Martinez, RIVAYA, Francisco Juan (coord.) e otros. **Una metodologia activa e ludica de enseñanza de la Geometria Elemental**. Editorial Sintesis, Madrid, 1996.
- USISKIN, Zalman. Resolvendo os dilemas da geometria escolar.in **Aprendendo e ensinando Geometria**, Lindquist, M.M. e Shulte, A.P., trad. de Hygino H. Domingues, São Paulo, Atual, 1994.
- VAN HIELE, Pierre M. **Structure and Insight**. Academic Press - 1986.
- WADSWORTH, Barry J. **Piaget para o professor da pré-escola e 1º grau**. SP. Livraria Pioneira Editora , 1984.

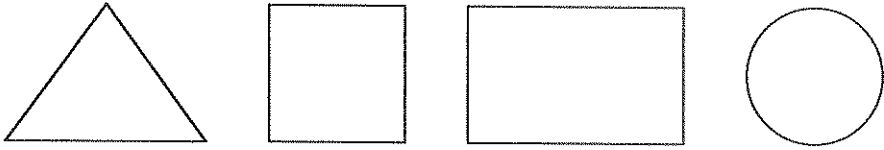
ANEXO 1

Pré-Teste e Pós-Teste

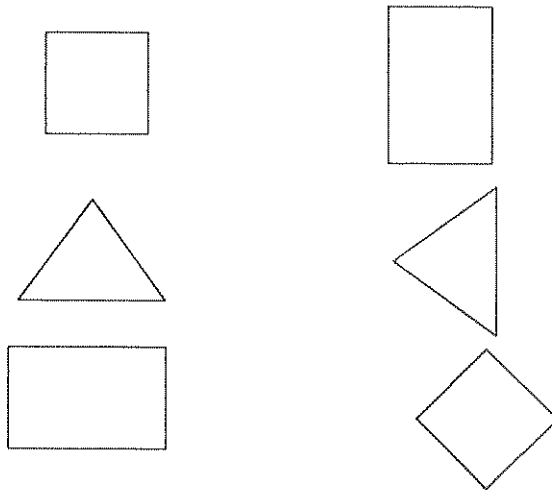
Atividades - 1ª série

1 - Pintar:

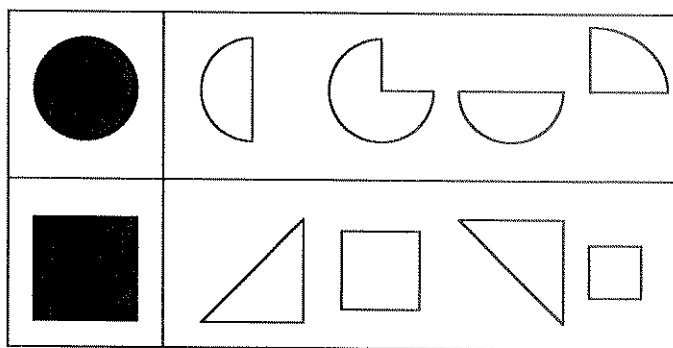
- o quadrado de vermelho;
- o retângulo de azul;
- o triângulo de verde;



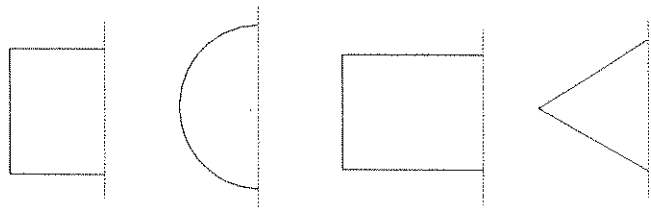
2 - Ligue as figuras iguais:



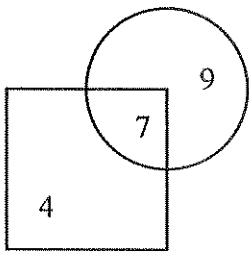
3 - Faça um x nas partes das figuras que colocadas sobre a figura preta, cobrem-na totalmente:



4 - Cada figura abaixo está desenhada só pela metade. Desenhe a outra metade.

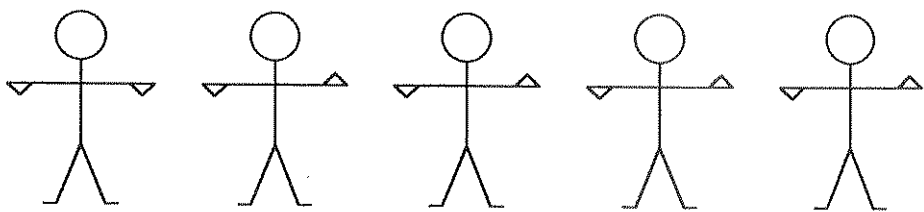


5 - Contorne, em vermelho, o numeral que está dentro do quadrado
Contorne, em azul, o numeral que está dentro do círculo.
O meu numeral está contornado em vermelho e azul.
O meu numeral é _____



6 - Desenhe um quadrado e um círculo.
a - Pinte a região interna do círculo,
b - Desenhe dois triângulos na região externa ao quadrado.

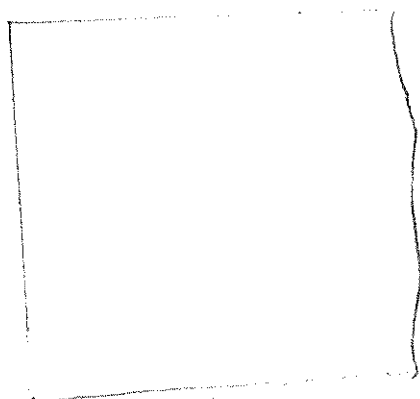
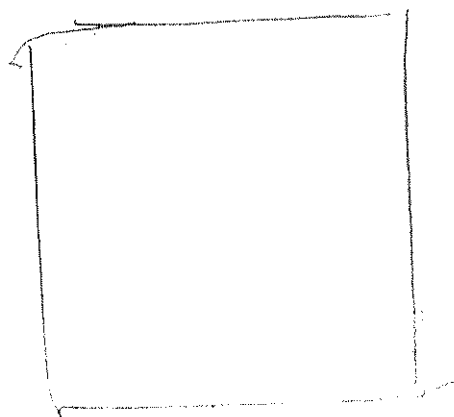
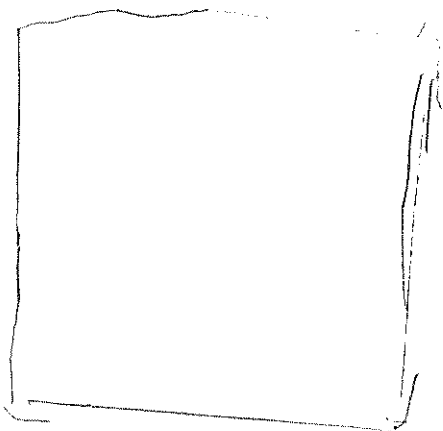
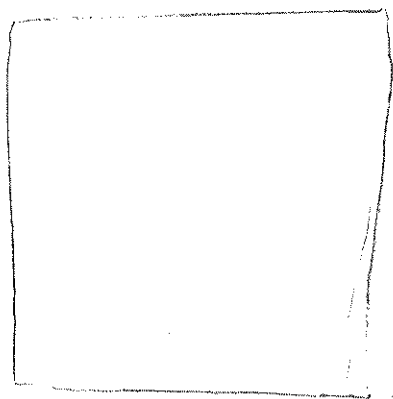
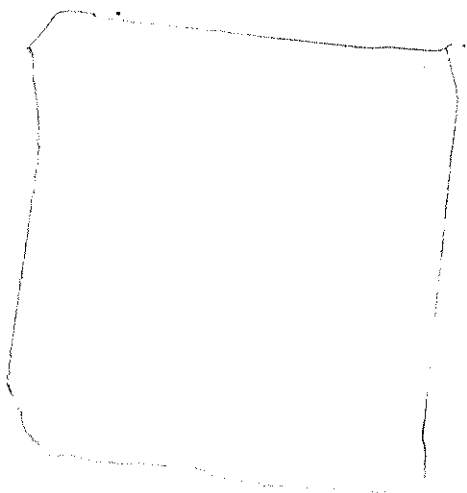
7 - Uma das figuras é diferente das demais. Assinale-a com um X.



ANEXO 2

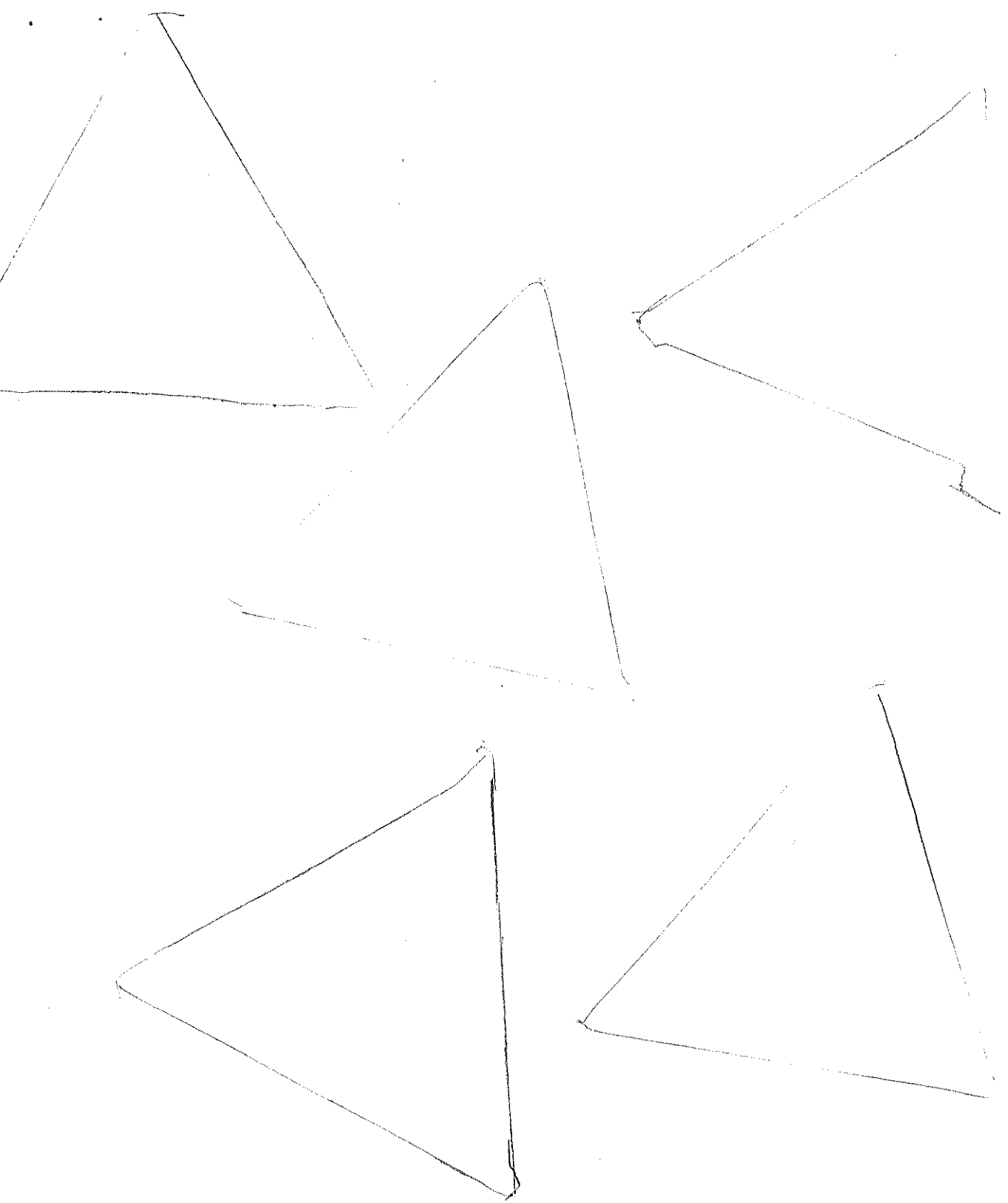
Contornando as faces dos sólidos geométricos

Nome: LUCIANA FABRICIO GISLAINE FA



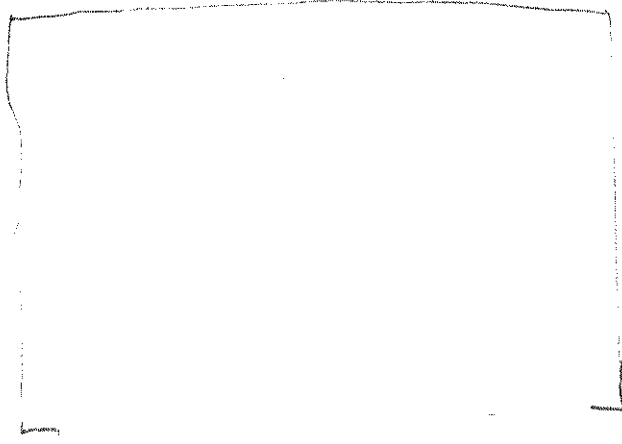
(triangles)

Nome: Elgina-Rosellene - Rosana Lag. / Angelica



(Relinquish)

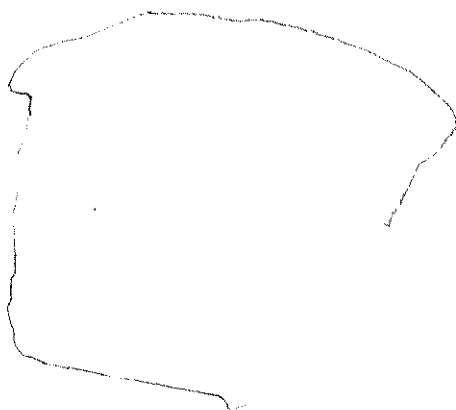
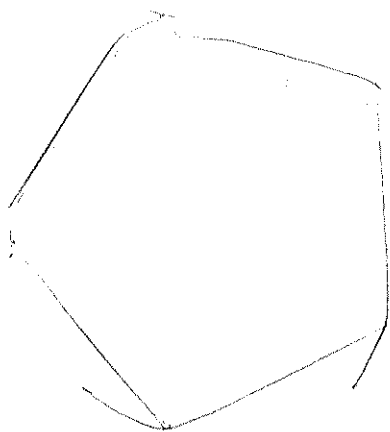
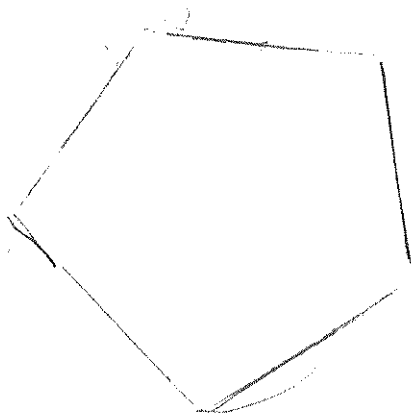
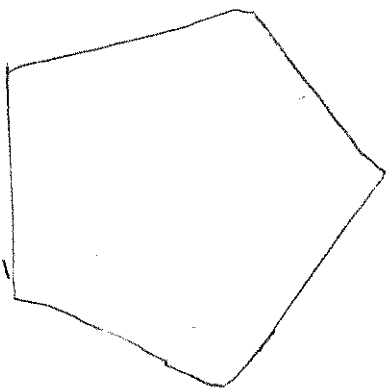
AB Nome: paricia micheline michelle Arianne



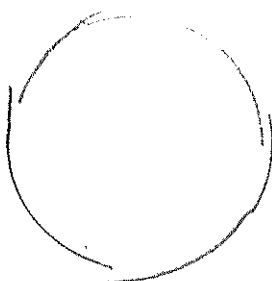
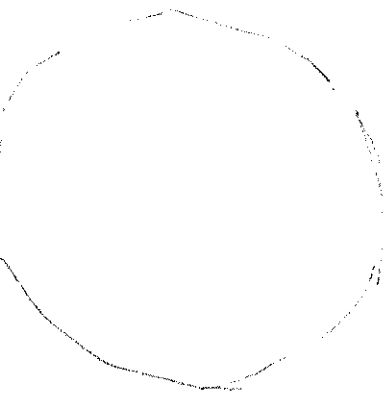
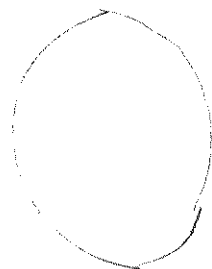
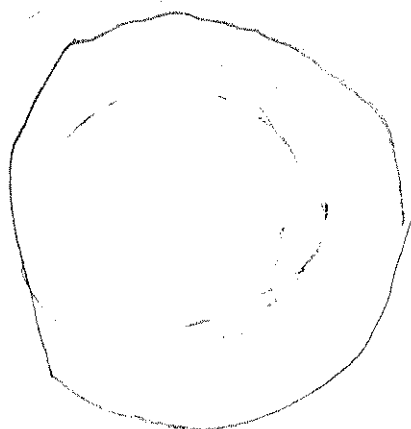
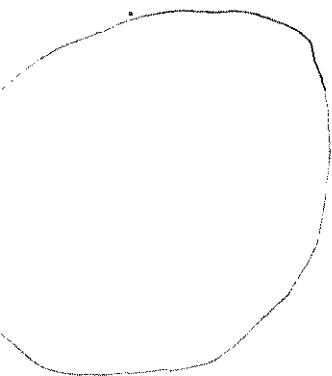
Arianne
CBI D 247996

michelle

Nome: Evolution; Luca; carbon; marin. 6/9/21



Nome: LUCIANA FABRICIO GILHINE VA L.

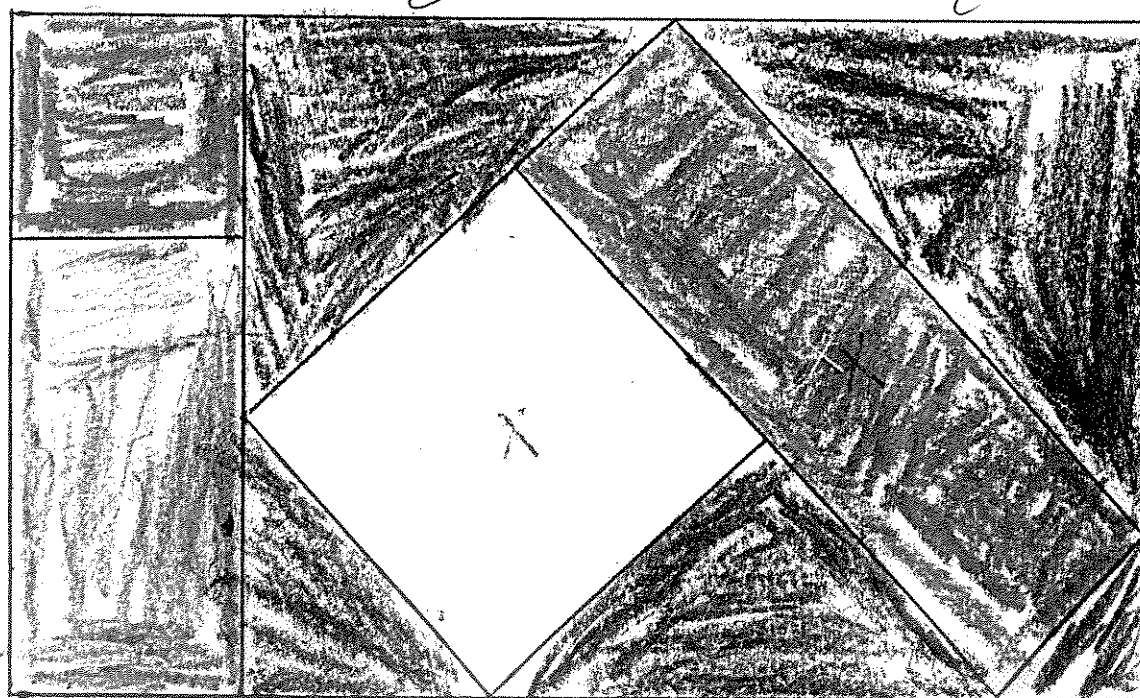
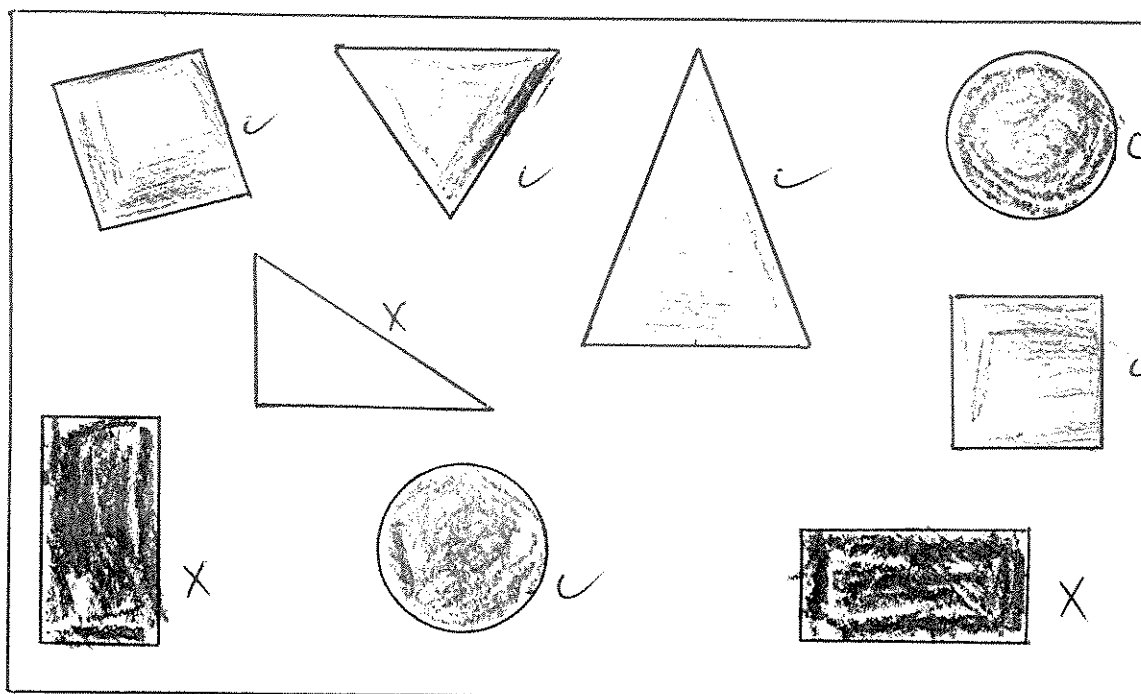


ANEXO 3

Pintando figuras

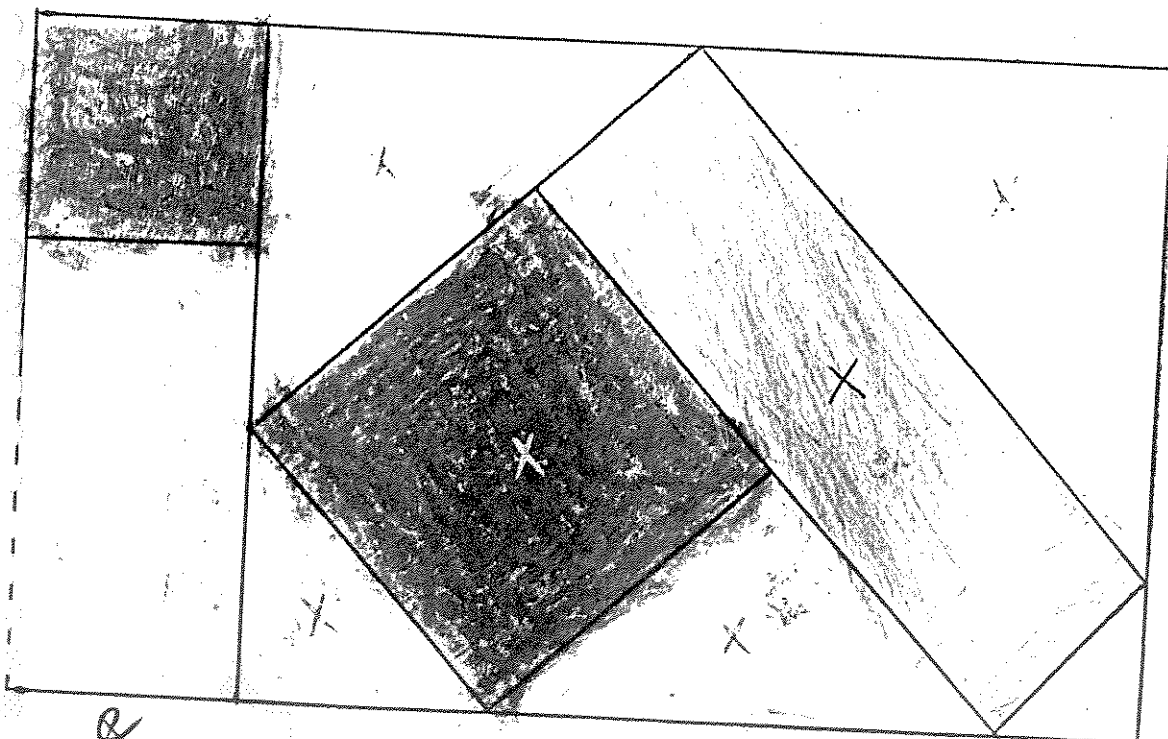
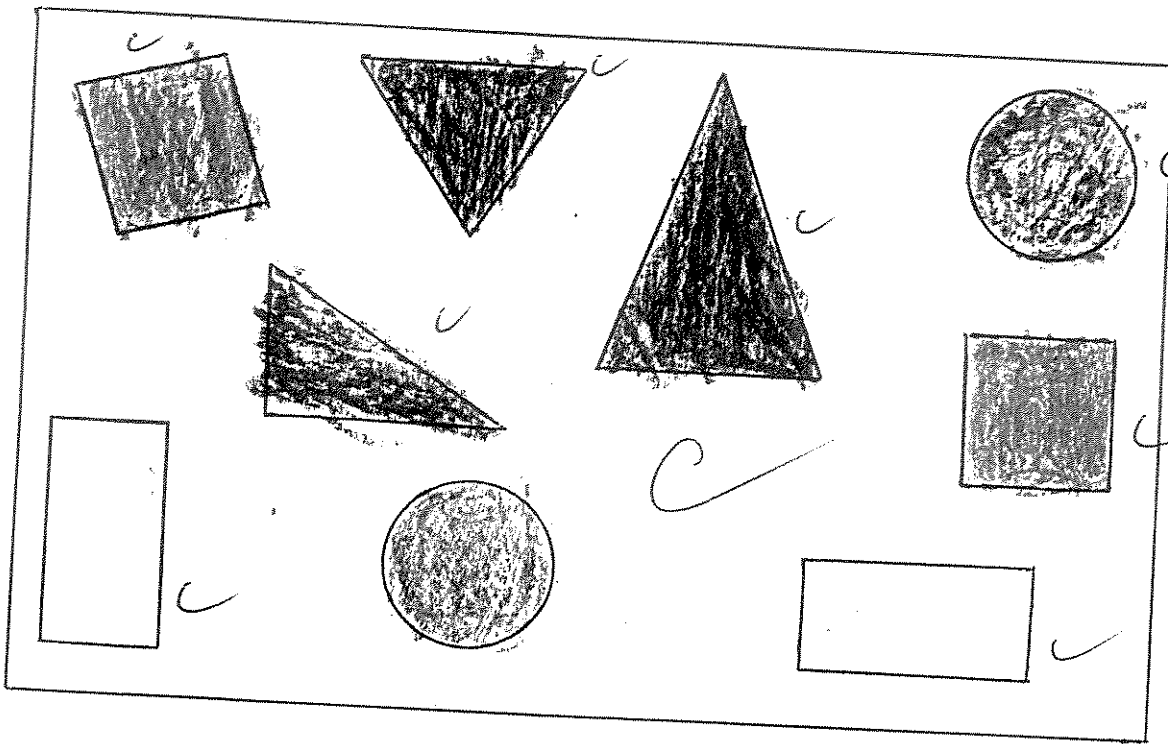
Pintar:

- a) o quadrado de vermelho
- b) o triângulo de azul
- c) o retângulo de amarelo
- d) o círculo de verde



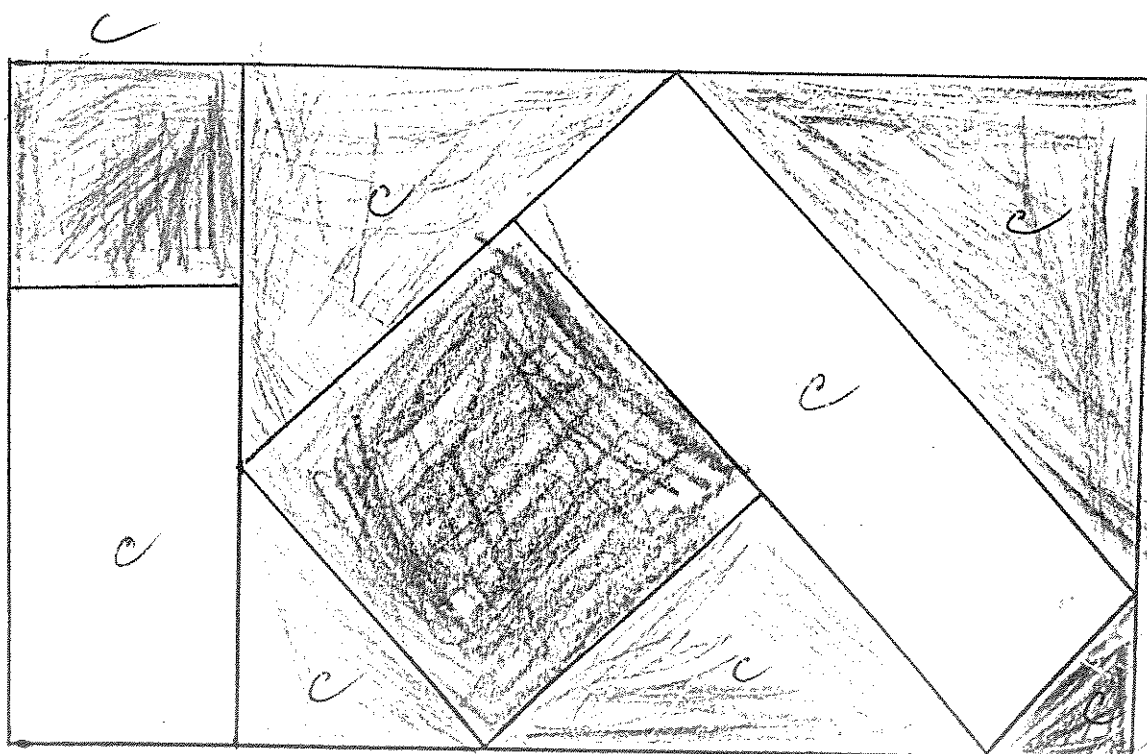
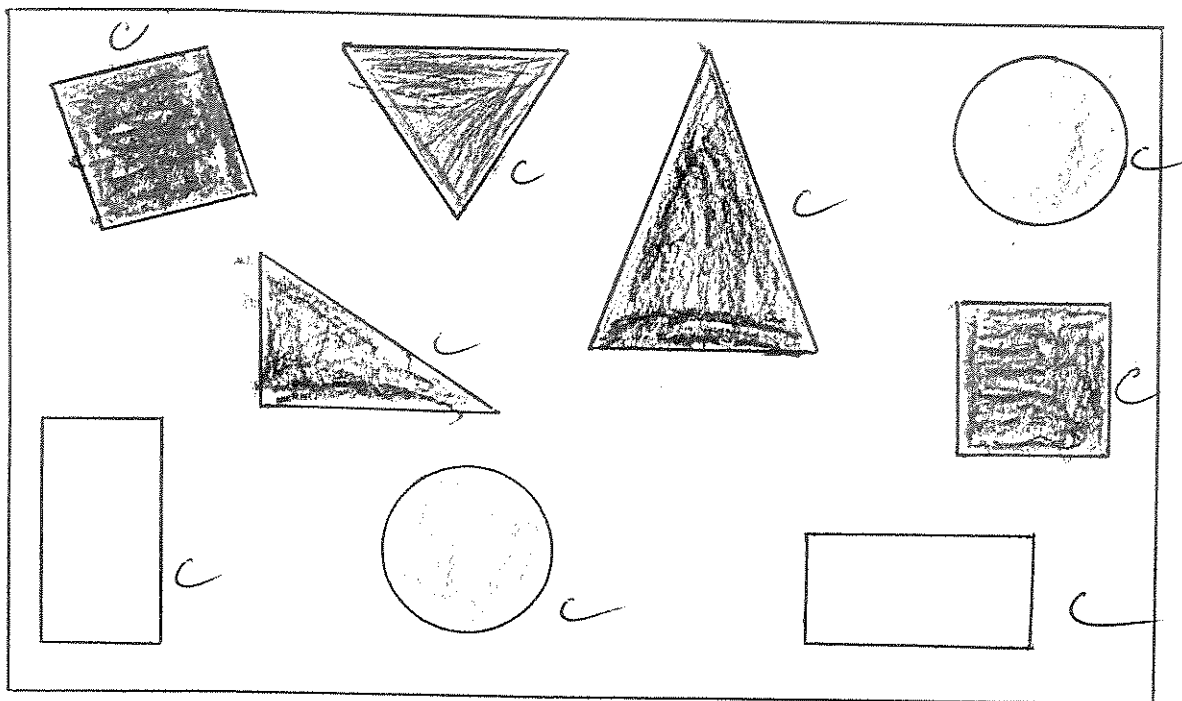
Pintar:

- a) o quadrado de vermelho
- b) o triângulo de azul
- c) o retângulo de amarelo
- d) o círculo de verde



Pintar:

- a) o quadrado de vermelho
- b) o triângulo de azul
- c) o retângulo de amarelo
- d) o círculo de verde

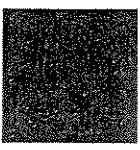
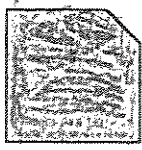
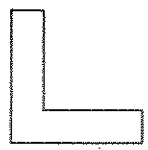
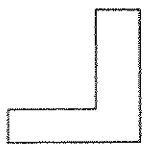
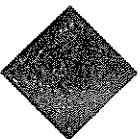
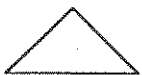


ANEXO 4

Todo e partes

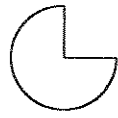
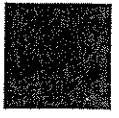
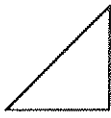
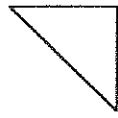
Nome: Mayara

Faça um x nas figuras que colocadas sobre a figura preta, cobrem-na totalmente:

✓

✓

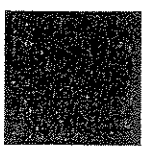
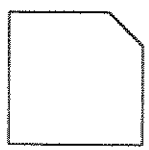
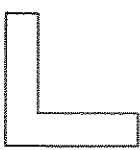
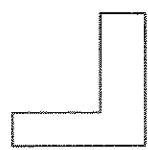
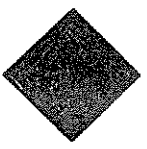
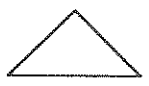
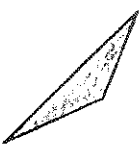
				
				

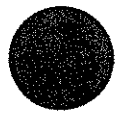
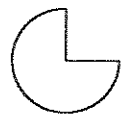
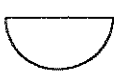
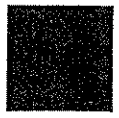
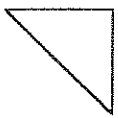
✓

✓

Nome: EVILIO

Faça um x nas figuras que colocadas sobre a figura preta, cobrem-na totalmente:

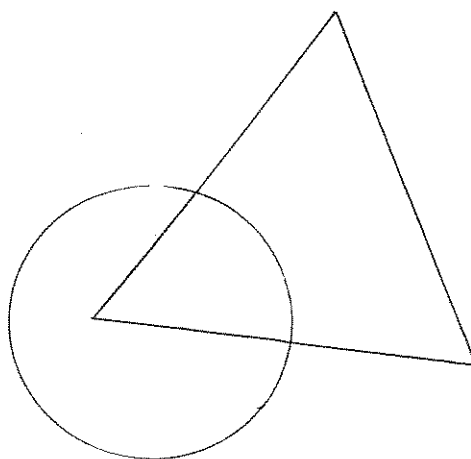
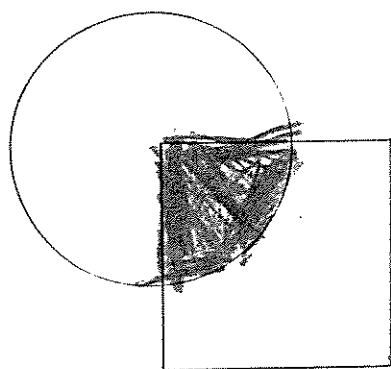
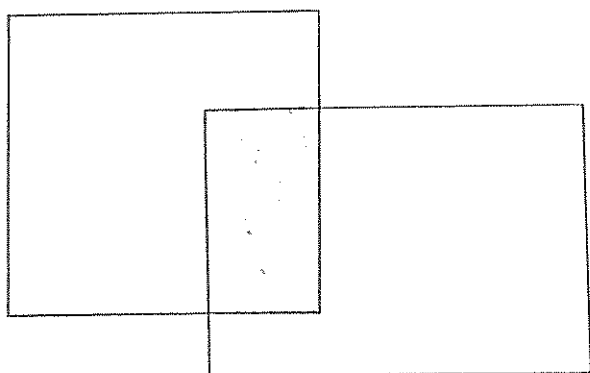
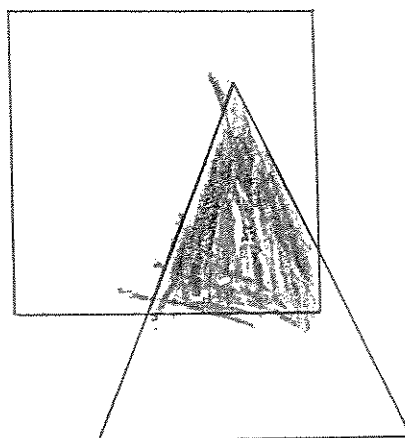
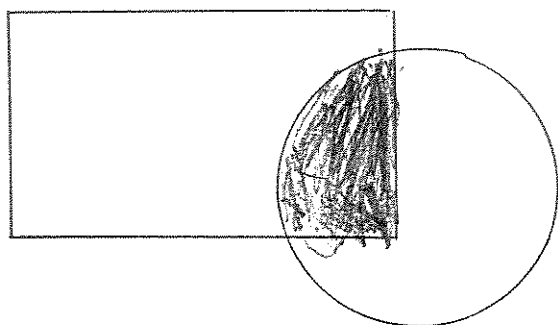
	   	X
	   	✓

	   	X
	   	X

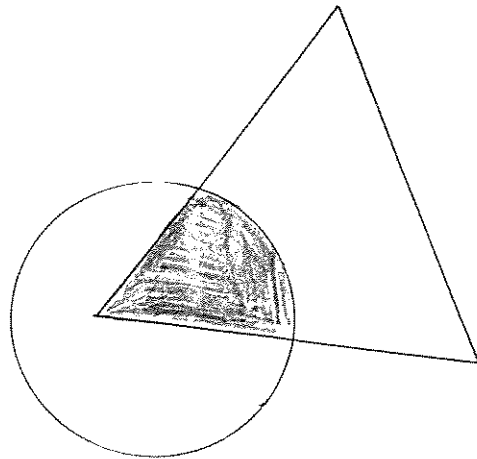
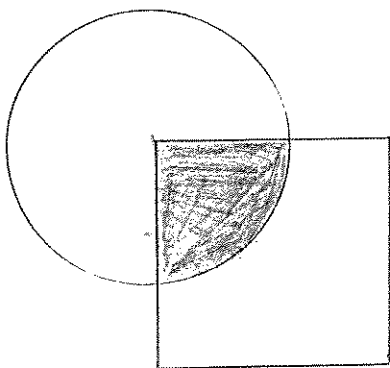
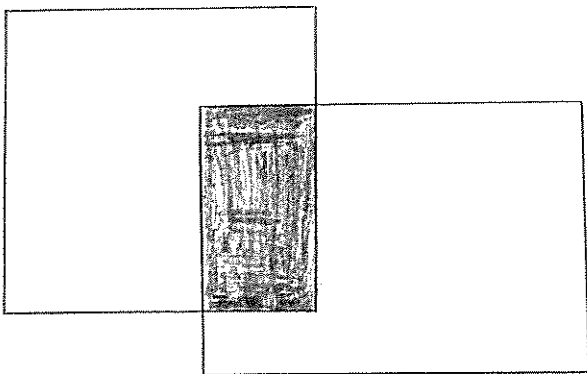
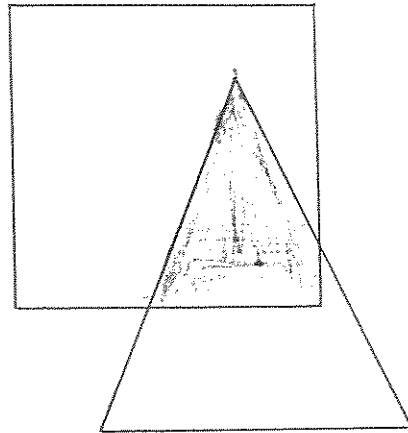
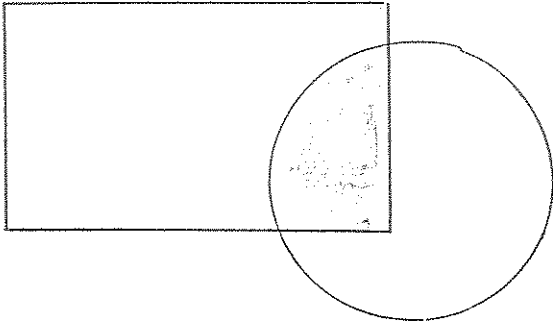
ANEXO 5

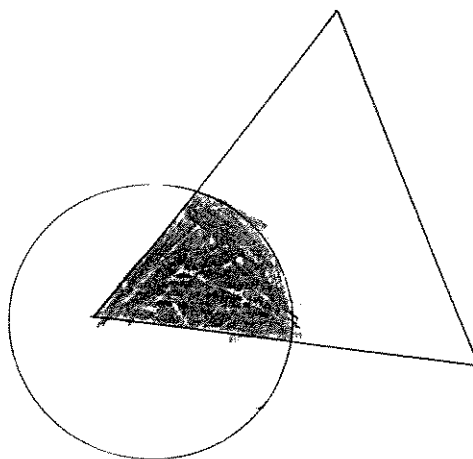
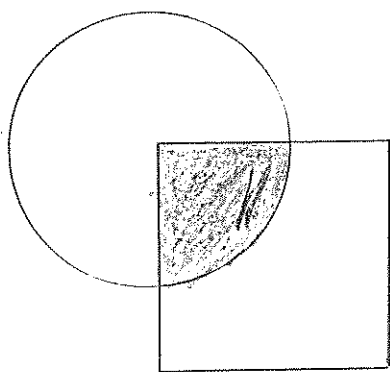
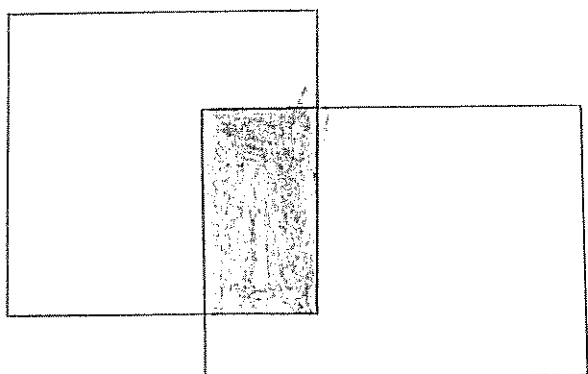
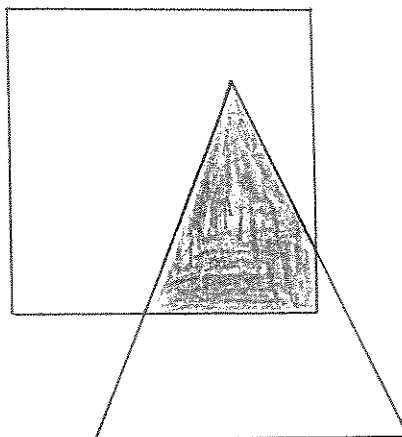
Pintando intersecção de figuras

Nome: Gilson



Nome: patricia



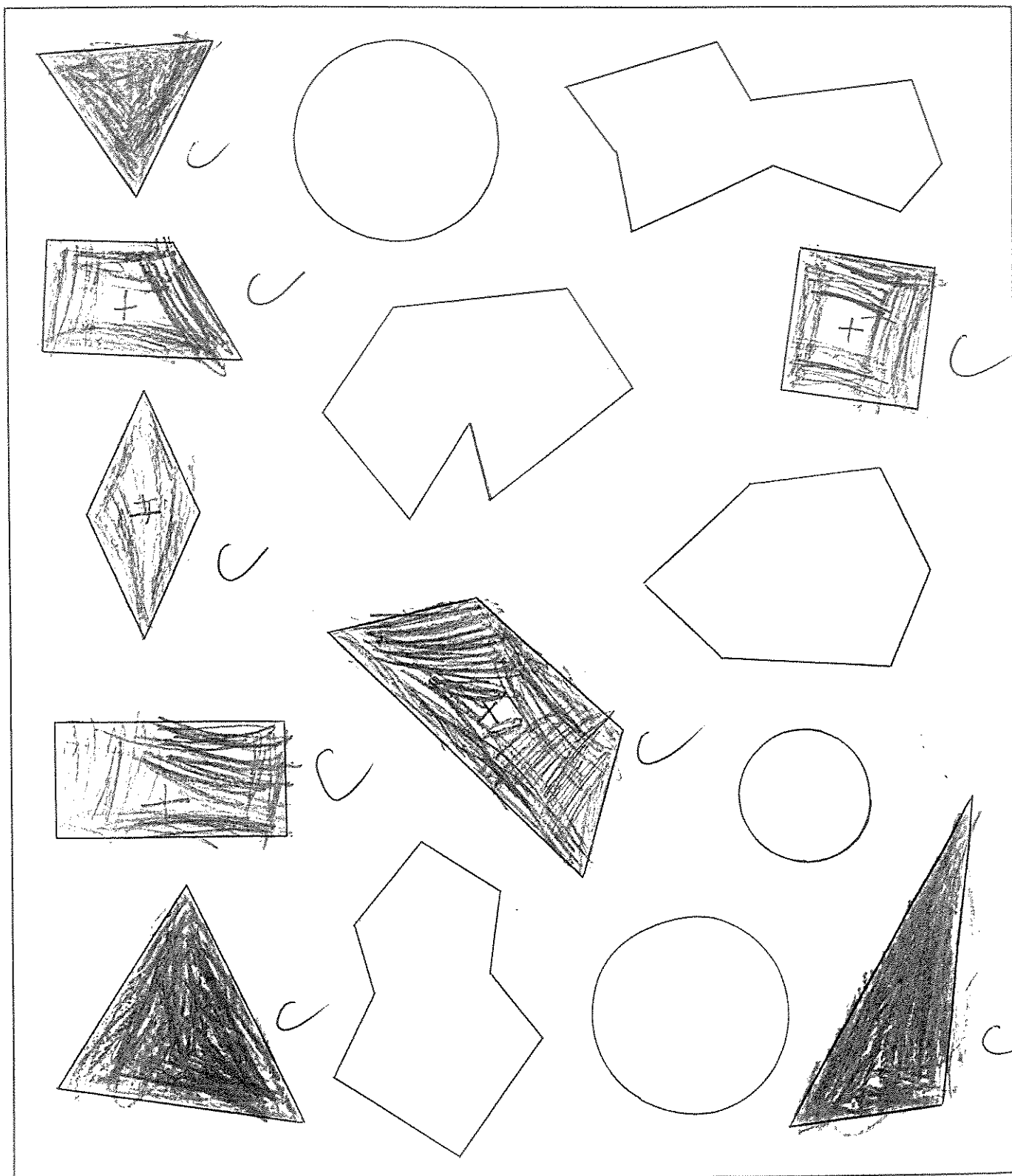


ANEXO 6

Pintando triângulos e quadriláteros

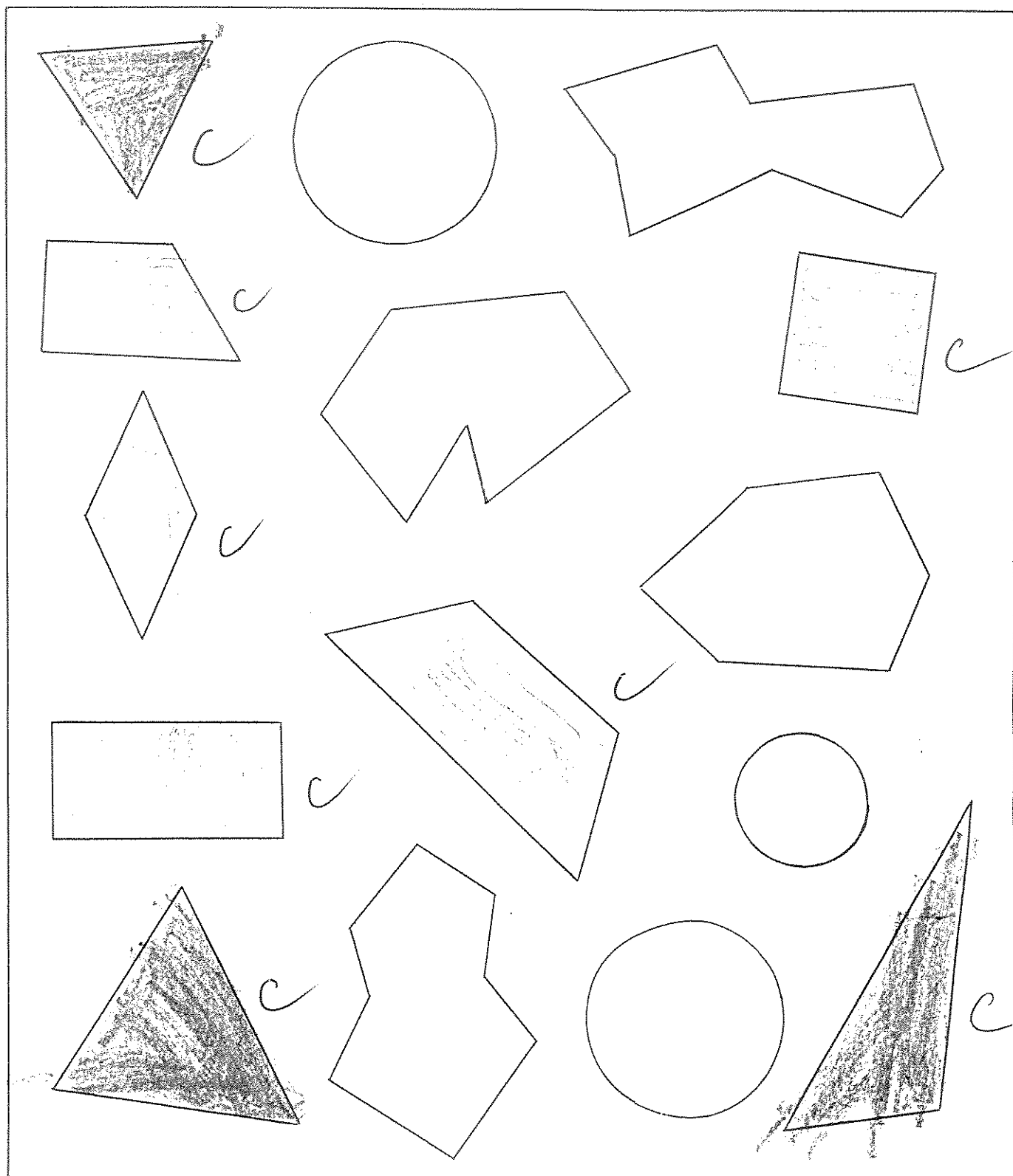
Nome: Martalia

Pintar os triângulos em vermelho e os quadriláteros em azul.



Nome: WELLINGTON

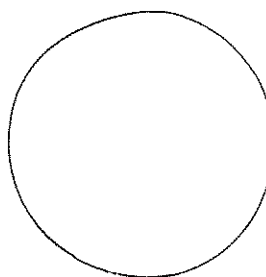
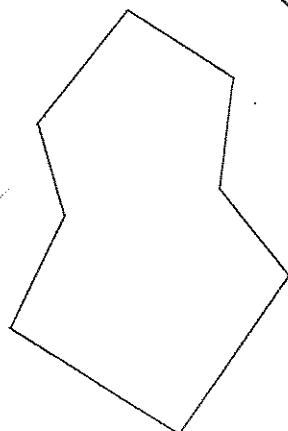
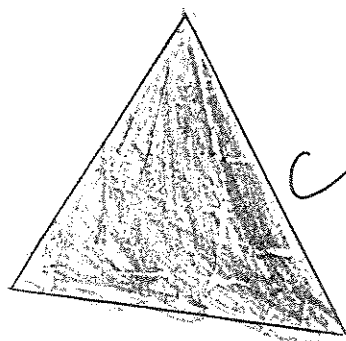
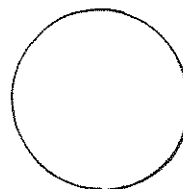
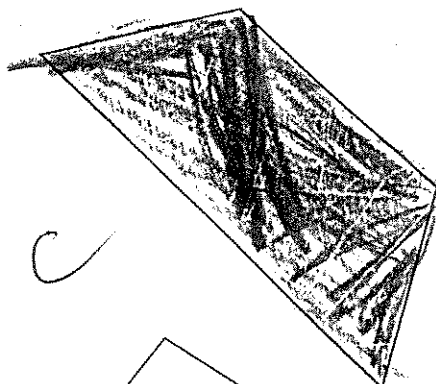
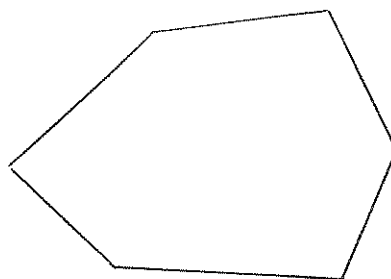
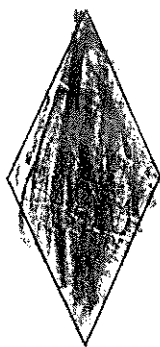
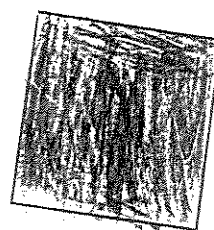
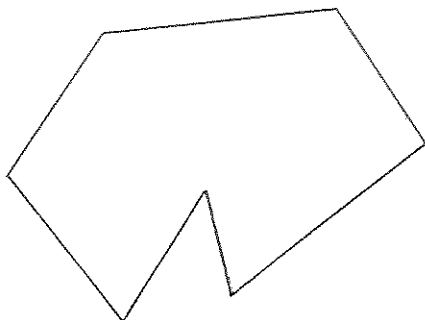
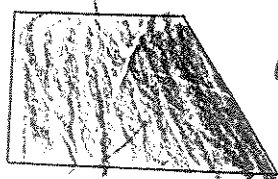
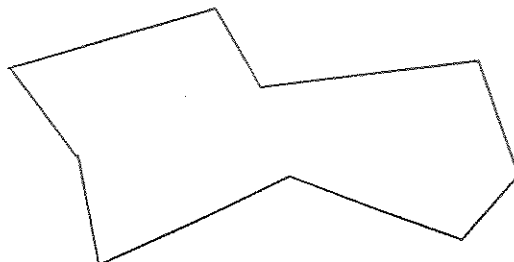
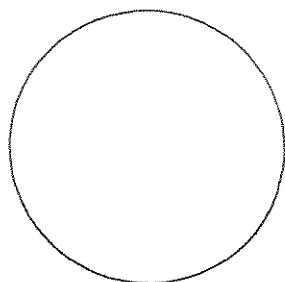
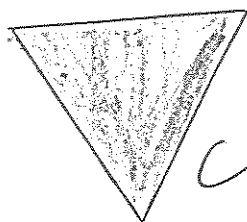
Pintar os triângulos em vermelho e os quadriláteros em azul.



Nome: _____

FÁRIO

Pintar os triângulos em vermelho e os quadriláteros em azul.

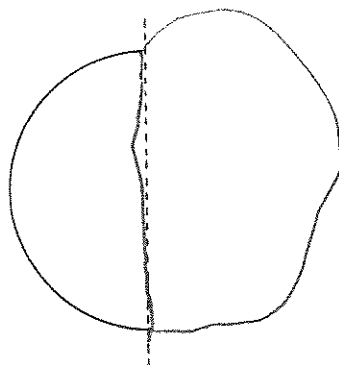
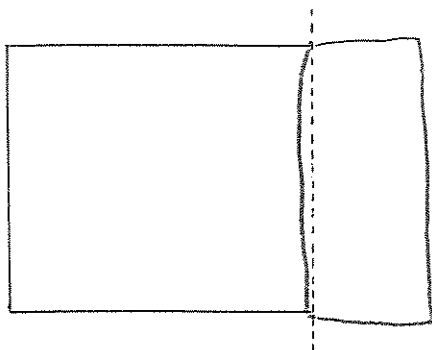
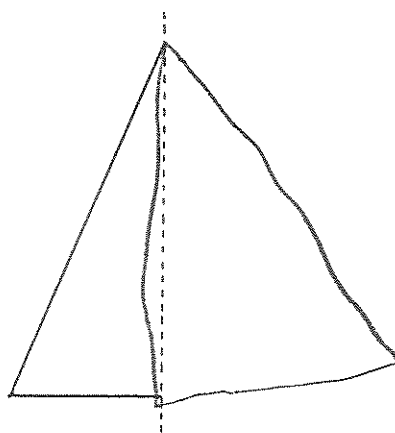
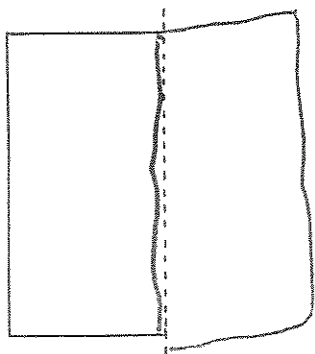


ANEXO 7

Simetria

Nome: V F E R I A

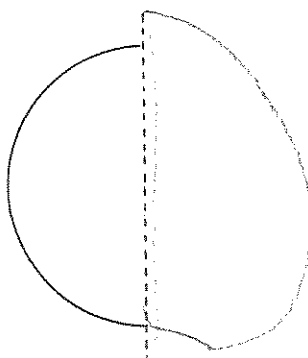
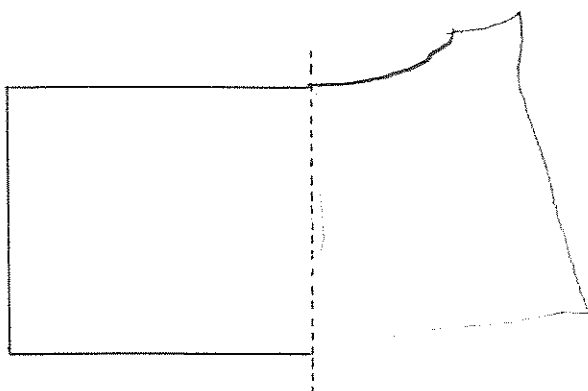
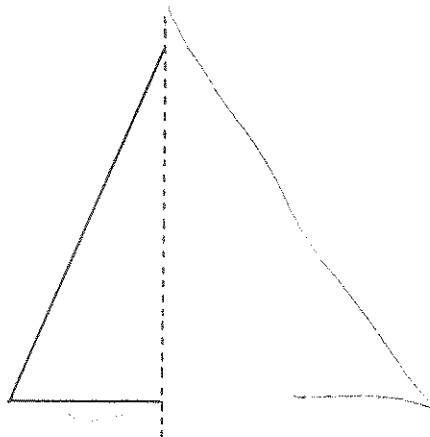
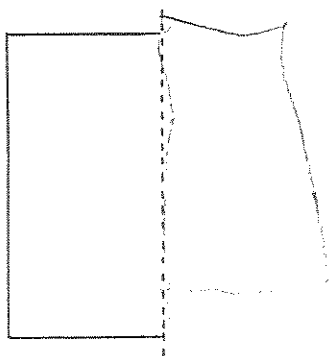
Complete as figuras de modo que “as metades” fiquem iguais:



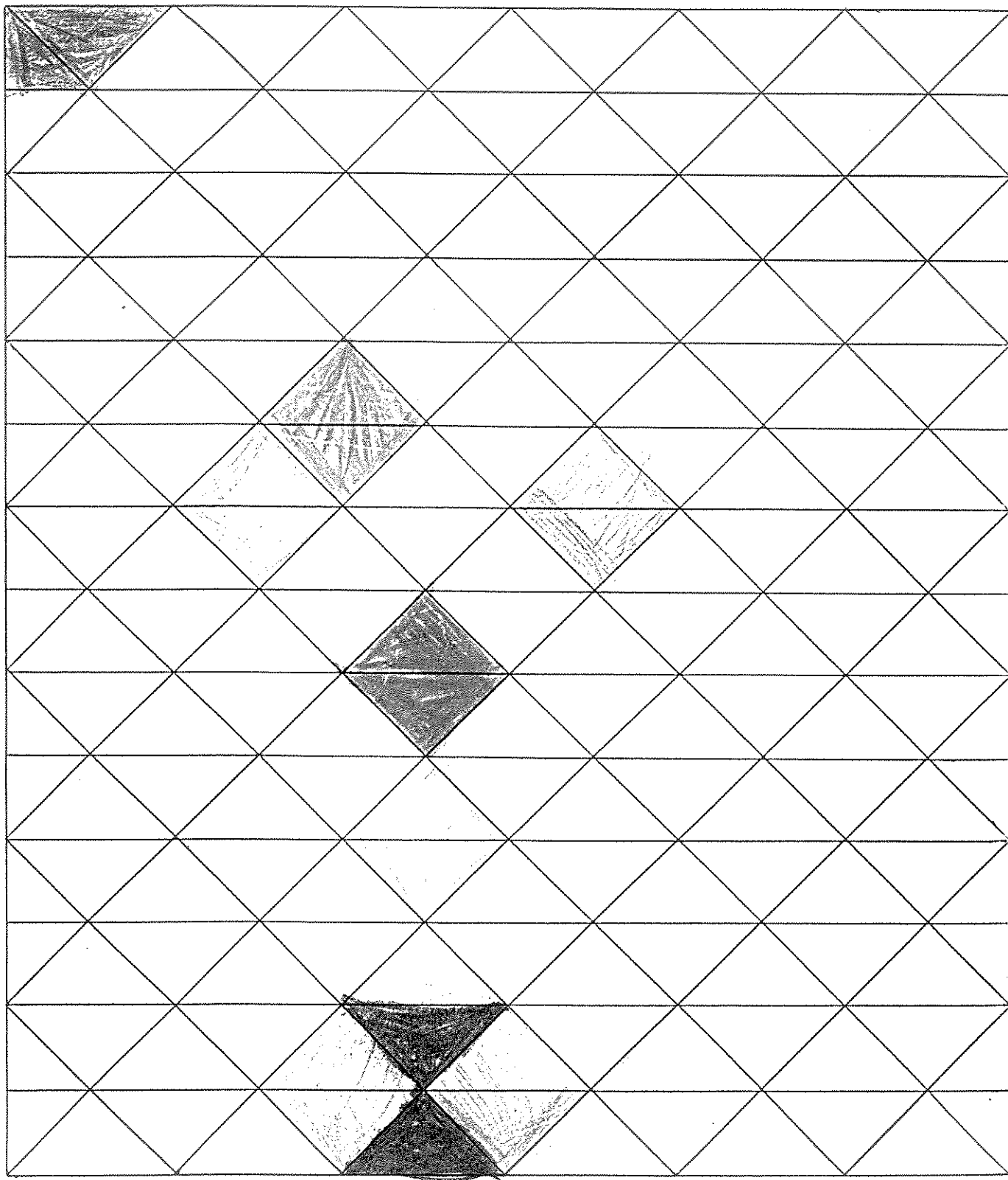
Nome: _____

A 7 8 A

Complete as figuras de modo que “as metades” fiquem iguais:



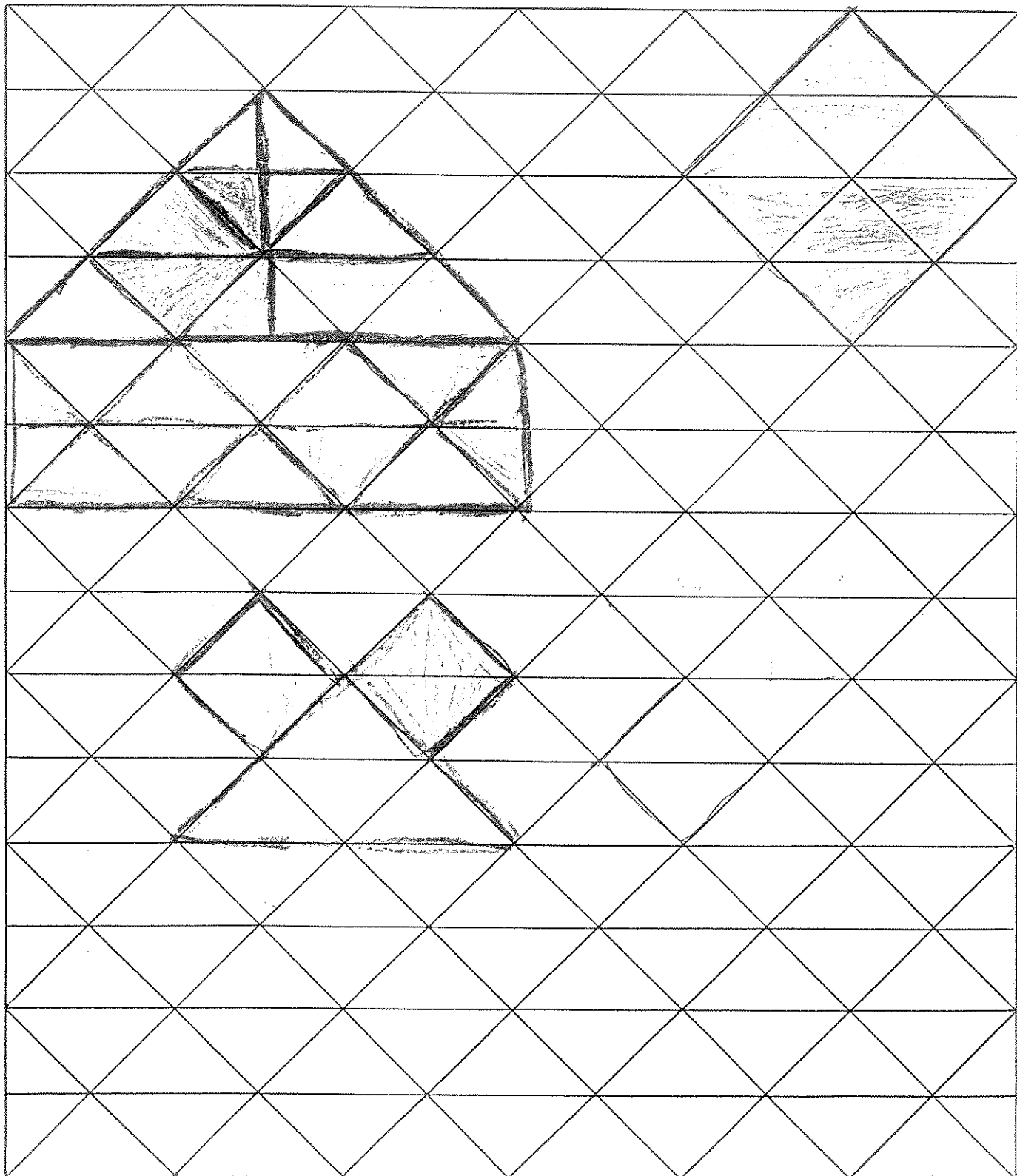
Nome: Rosilene Roddeney



ANEXO 8

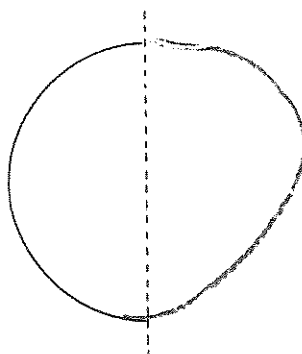
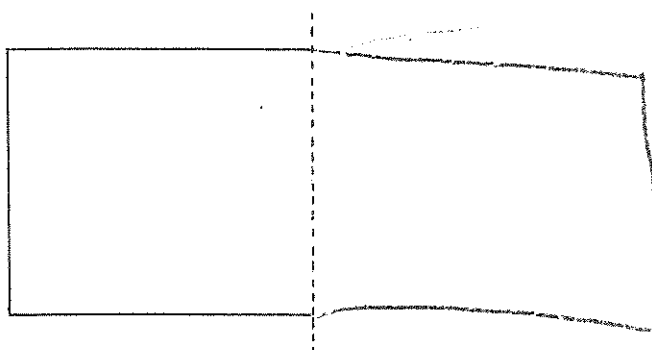
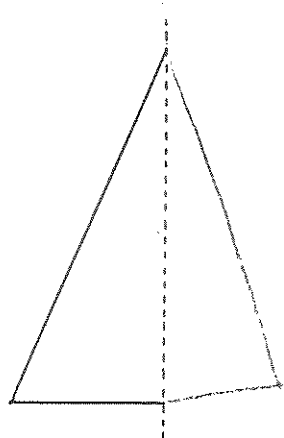
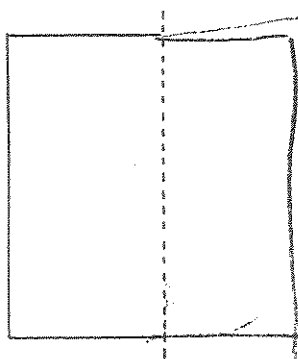
Malha triangular

Nome: Angélica Angelina



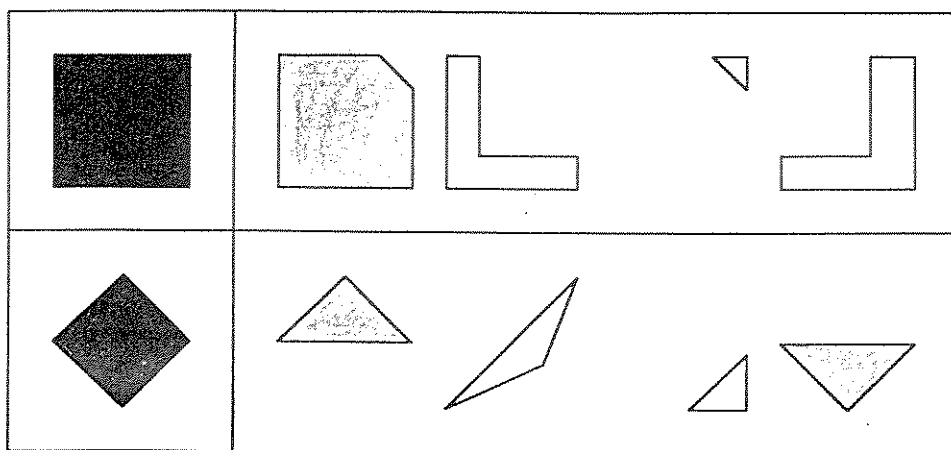
Nome: Rafael B. 7/10/96

Complete as figuras de modo que "as metades" fiquem iguais:



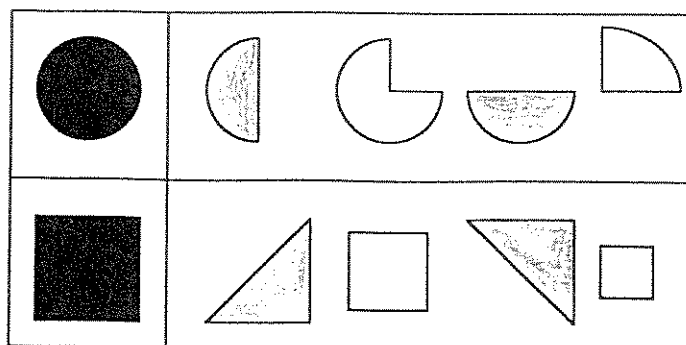
Nome: Gislaine -

Faça um x nas figuras que colocadas sobre a figura preta, cobrem-na totalmente:



X

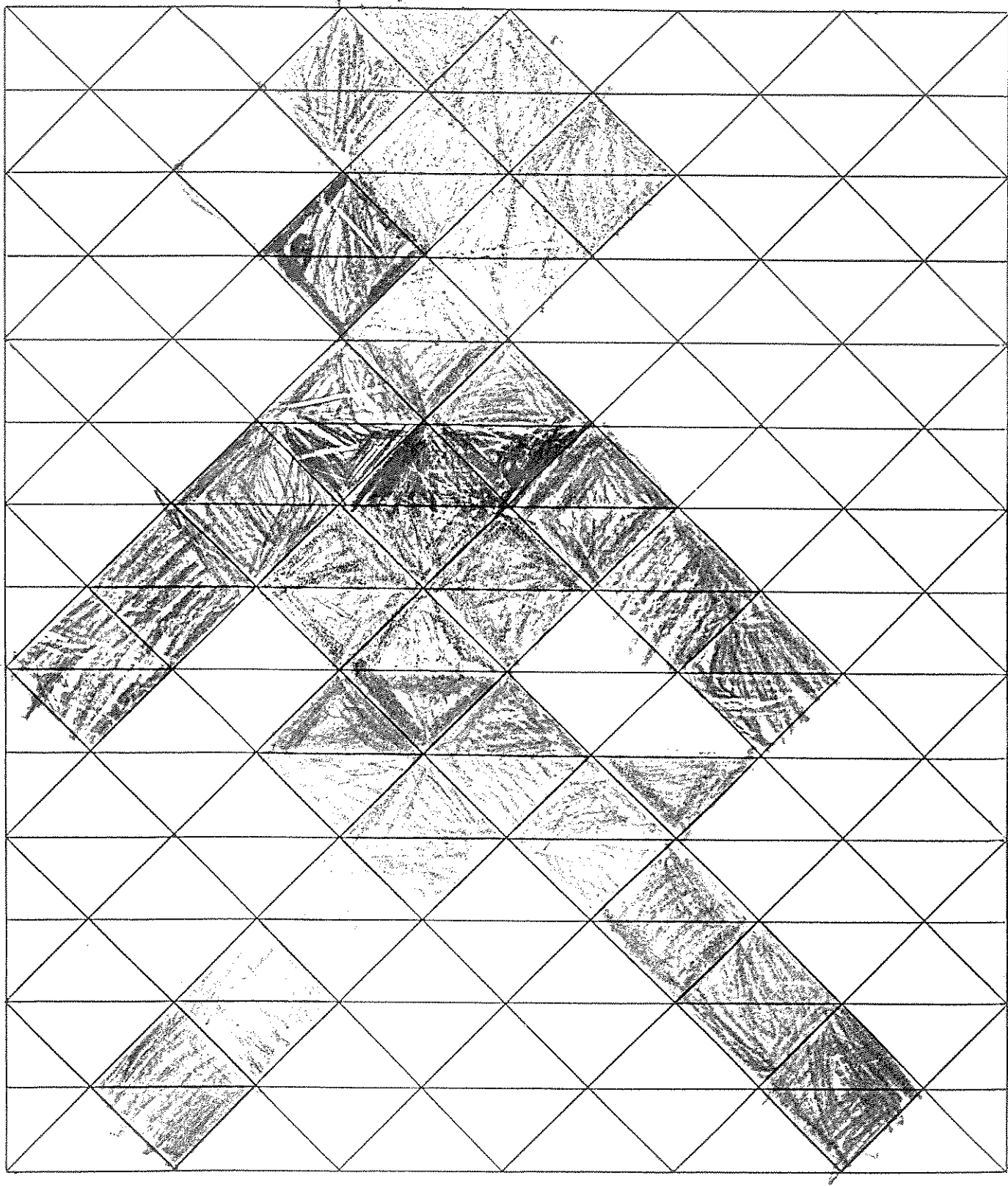
✓



✓

✓

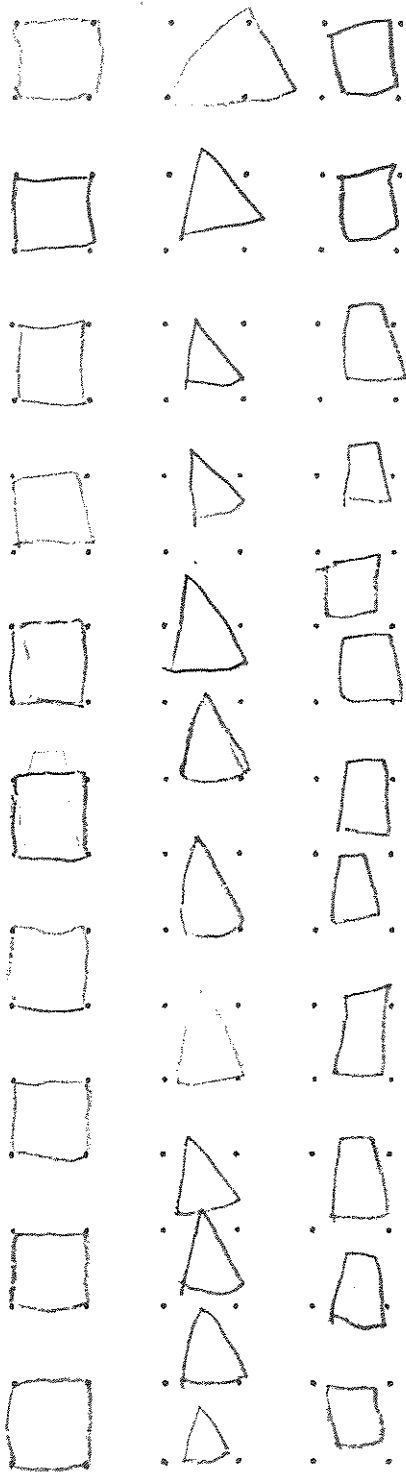
Nome: Everton



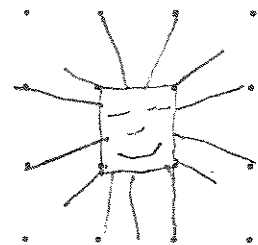
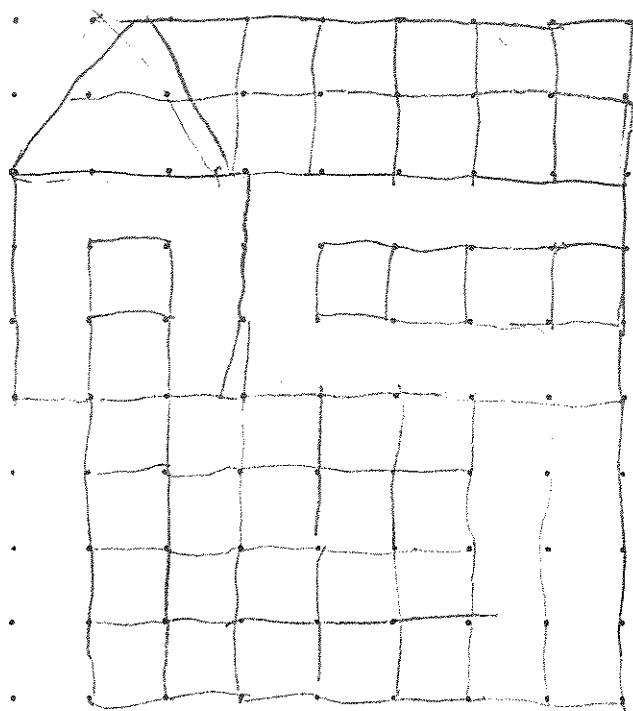
ANEXO 9

Malha pontilhada

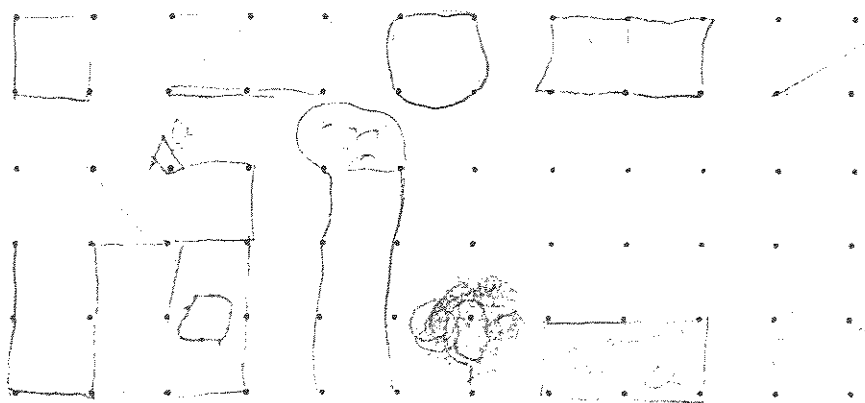
Nome:



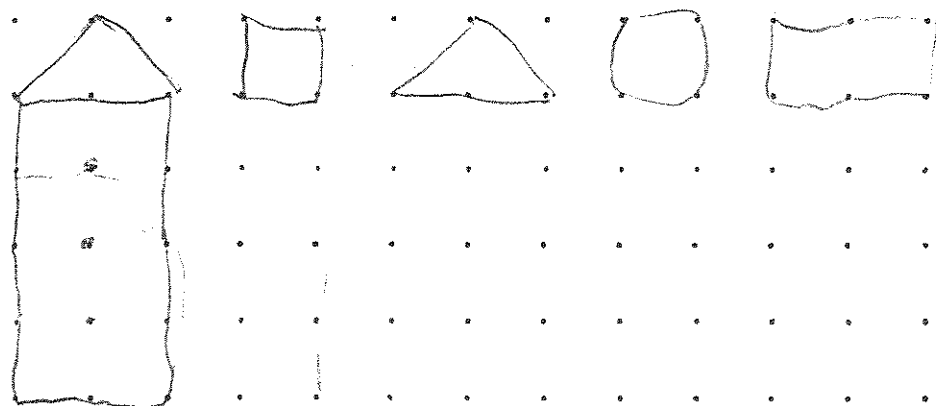
Nome: Micheline



Nome: Roberto



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17



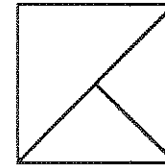
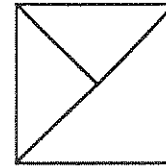
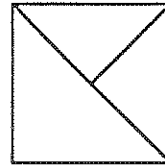
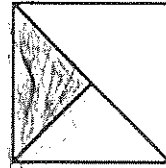
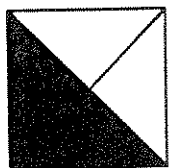
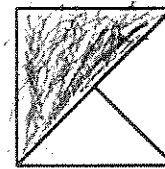
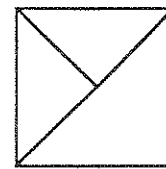
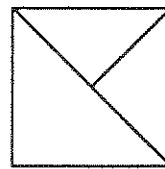
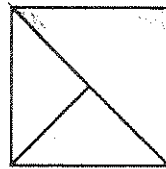
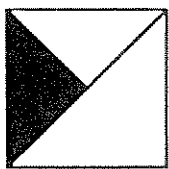
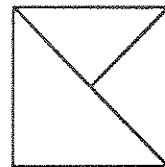
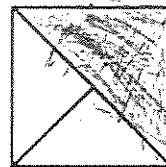
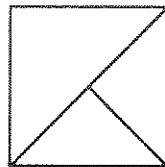
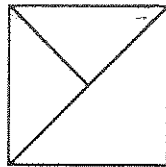
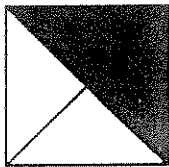
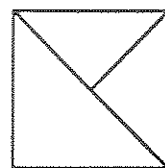
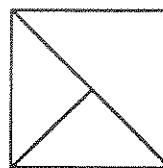
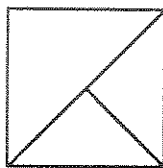
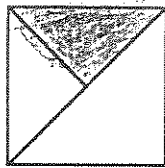
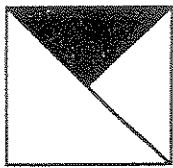
ANEXO 10

Pintando como o modelo

6 05 1 A 00

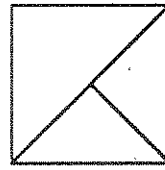
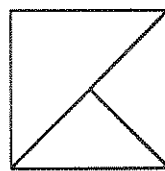
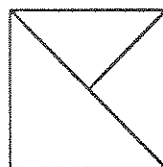
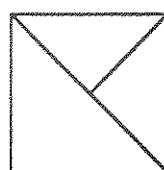
Nome: _____

Veja o modelo. Encontre a figura igual e pinte-a como no modelo:



9. K e n n e d y

Veja o modelo. Encontre a figura igual e pinte-a como no modelo:



Nome: _____

Veja o modelo. Encontre a figura igual e pinte-a como no modelo:

