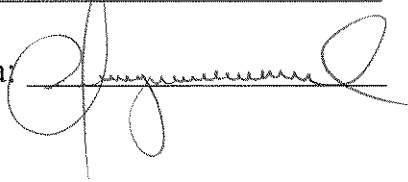


**Um Estudo Histórico-Pedagógico das Crenças de Futuros  
Professores Acerca do Ensino-Aprendizagem da Noção de  
Número Natural**

ELIANA DA SILVA SOUZA

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação defendida por Eliana da Silva Souza e aprovada pela Comissão Julgadora.

Data: 29.08.96

Assinatura: 

7518196



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	T) UNICAMP
	So89e
V.	Ex.
TOMBO BC	28901
PROC.	667196
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	30/10/96
N.º CPD	

CM-00093703-5

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP

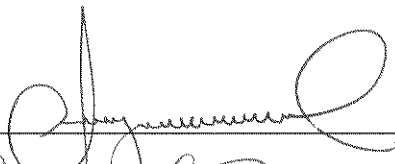
So89e Souza, Eliana da Silva  
Um estudo histórico-pedagógico das crenças de futuros professores do ensino fundamental acerca do ensino-aprendizagem da noção de número natural / Eliana da Silva Souza. – Campinas, SP : [s.n.], 1996.

Orientador : Antonio Miguel.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de educação.

1. Professores - Formação. 2. Ensino-aprendizagem. 3. Teoria dos números - História. 4. Educação matemática. 5. Matemática - História. I. Miguel, Antonio. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do Título de MESTRE em EDUCAÇÃO na Área de Concentração de **Educação Matemática** à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, sob orientação do Prof. Dr. Antonio Miguel

Comissão Julgadora:

  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.



*Dedico este trabalho às  
minhas alunas e alunos.*

## AGRADECIMENTOS

Muitos foram, nesta árdua e fascinante viagem, os companheiros, sem os quais seria impossível completá-la. E com certeza essas e outras pessoas fizeram muito mais do que é possível registrar aqui.

Ao Antônio Miguel por ser um companheiro constante e incansável desta jornada, pelo entusiasmo com que recebia meus pequenos avanços, pelo respeito com que tratou minhas limitações e com que fazia suas críticas, por tudo que fez (e não foi pouco) por mim e por este trabalho.

À Corinta por ser a pessoa especial que é, pelo carinho com que sempre trata a mim e tratou este trabalho, por ter me tornado uma professora-pesquisadora e por acreditar em minha capacidade de realizar este e outros trabalhos, muitas vezes mais do que eu.

Ao Dario pelo incentivo constante, pelas sugestões e bibliografias.

Ao Wanderley pela leitura, sugestões e pela atenção que me dedicou, mesmo após uma dura jornada de trabalho.

Ao Prof. Luiz Carlos Freitas, ao Edmilson e à Sandra por terem diretamente me auxiliado na editoração deste trabalho.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

À Adriana pela imensa contribuição a este trabalho.

Ao grupo de pesquisa, em especial à Renata, pelas reflexões e trocas.

Ao Neude, João Miguel, Ângelo, Eduardo e Péricles pela leitura e observações.

Ao Prans pelos livros emprestados e pelas músicas que escutamos juntos que, além de ajudar-me a descontrair, deram-me dicas valiosas.

Ao Zé Luís pelo apoio e pela leitura deste trabalho.

À Cláudia pelo carinho com que me recebeu nas longas estadias em sua casa.

Ao Zan pelo carinho.

À Júlia, Bianca, Bruna, Bárbara e Betina pelos momentos de ludicidade que me proporcionaram.

À Vanilda, Cibele, Rosângela, Marisa e Elizete pela disposição durante os momentos imprescindíveis de coleta de dados para esta pesquisa.

À Cacilda, Sandra, Denise e à minha mãe - pessoa muito especial que admiro e a quem devo grande parte da minha caminhada em busca do conhecimento - por compreenderem minhas opções e saberem ajudar-me a realizá-las.

À Dirce pela pessoa especial que é em minha vida diária, pelo carinho com que tratou meus momentos de desespero, por acreditar em minha capacidade, por me fazer sentir capaz de arriscar grandes voôs, pela leitura deste trabalho...

## SUMÁRIO

1. BREVE HISTÓRICO.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
3. O PROBLEMA E A CONJECTURA.....	18
4. PROCURANDO TER ACESSO ÀS CRENÇAS.....	28
5. ESTUDO HISTÓRICO-PEDAGÓGICO: AS MATRIZES DAS PRÁTICAS CONSTITUTIVAS DA TRADIÇÃO SENSUALISTA-EMPIRISTA DO ENSINO- APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE NÚMERO NATURAL.....	46
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	140

## *I. BREVE HISTÓRICO*

*A árvore que não dá frutos  
É xingada de estéril. Quem  
Examina o solo ?*

*O galho que quebra  
É xingado de podre, mas  
Não havia neve sobre ele ?*

*Do rio que tudo arrasta  
Se diz que é violento,  
Ninguém diz violentas  
As margens que o cerceiam.*

Bertolt Brecht

A pesquisa desenvolvida nesta dissertação teve seu objeto de investigação construído no interior do processo de trabalho que vivi como professora de *Conteúdo e Metodologia da Matemática* em turmas de terceiros e quartos anos de um curso de magistério noturno, da E.E.P.S.G. “Deputado Jamil Gadia”, na cidade de Campinas.

Ao longo desse processo de trabalho pude compreender que os alunos elaboram concepções do que é a matemática e de como devem ensiná-la, antes mesmo de estudarem a disciplina *Conteúdo e Metodologia de Matemática e Ciências*, que na grade curricular do curso de magistério, começa no terceiro ano. Além disso, entendi que pesquisa em educação matemática, envolve simultaneamente aspectos epistemológicos, psicológicos, históricos, filosóficos e políticos, tanto da Matemática quanto da Educação.

Percebi também que o processo de pesquisa não é linear, uma vez que ele não se desenvolve segundo etapas previamente definidas e bem comportadas, e nem o pesquisador é aquele que conhece ‘a priori’ todos os desdobramentos da problemática abordada, isto é, não é o dono da situação. Neste sentido, o pesquisador não pode ocultar suas hesitações e nem deve excluir do trabalho “*a inquietação e a dificuldade que se apresentam ao sujeito de ter de pensar a complexidade dos fenômenos sociais*”. (Santos, 1980, p. 10-11). Santos, em seu livro *Desregulagens*, faz uma discussão interessante a respeito do método de pesquisa. Segundo ele, o “*método não passa de uma ‘codificação a posteriori’ da démarche da pesquisa*”, e também desconfia de uma ‘condição a posteriori’ bem sucedida demais, “*pois o que o método deve silenciar é, no mínimo, tão importante quanto o que se diz*” (Santos, 1991, p.7). Propõe que o pesquisador, ao invés de ignorar essas dificuldades e perplexidades, faça delas o eixo de seu trabalho. E é com este propósito que tento traçar este breve histórico.

Na busca das origens do meu trabalho percebi que este começara em São Carlos, em 1986, quando entrei em contato com o Projeto de Alfabetização de Funcionários (PAF) da Universidade Federal de São Carlos, ou mais especificamente, com os professores Newton Duarte e Betty Oliveira que coordenavam o referido projeto. Nesta época cursava uma das habilitações da Pedagogia (Administração Escolar) e, ao mesmo tempo, já trabalhava como professora de Didática em um curso de magistério. O professor Newton Duarte trabalhava com a educação matemática no referido projeto. Ao entrar no projeto, tomei contato com toda sua trajetória anterior, com o porque dos procedimentos adotados, com as referências teóricas e procurei saber até onde o projeto havia chegado (1986). Esse trabalho já foi publicado (Duarte, 1989).

Do projeto desenvolvido, o mais interessante e novo foi exatamente a alfabetização matemática. Foram muitas e longas conversas procurando compreender a matemática e sua importância no processo de alfabetização de adultos. Graças ao acúmulo desenvolvido neste projeto, optei por trabalhar no curso de magistério com a disciplina *Conteúdo e Metodologia da Matemática*.

Ingressei em uma escola da rede pública na qual havia alguns professores interessados em iniciar um trabalho coletivo.<sup>1</sup>

Como professora desta disciplina realizei algumas investigações assistematicamente, com o propósito de obter uma melhor compreensão dos

---

<sup>1</sup> Este trabalho foi extinto pela recente (1995) reorganização da rede pública do Estado de São Paulo.

vários problemas com os quais me defrontei em minha prática pedagógica, tais como a falta de conhecimento por parte dos alunos (futuros professores) do significado de determinadas técnicas operatórias e a resistência ao uso de uma metodologia diferente da comumente utilizada nas classes de primeiro grau.

Minha proposta de trabalho buscava reverter a situação vivida como professora de primeira série, durante a qual constatei a aversão de muitas professoras ao ensino de Matemática. Acreditava que, trabalhando de maneira diferente com futuros professores, modificaria a atitude deles em relação ao ensino desta disciplina, **bastando para isso explicar-lhes os conceitos de forma clara.**

Após idas e vindas, o trabalho mostrou-se mais complexo do que eu previa inicialmente. Percebi que havia desconsiderado a história de vida escolar de meus alunos. Tratava-os como tábula rasa na qual se inscreviam as metodologias alternativas, ou seja, ignorava a enorme influência de suas formações incidentais.

*“Pensar que basta uma boa explicação... para transformar as concepções iniciais, é uma idéia relativamente simplista.”*(Giordan y Vecchi, 1988, p. 190).<sup>2</sup>

Pude compreender que os alunos, antes de estudarem a disciplina *Conteúdo e Metodologia de Ciências e Matemática*<sup>3</sup>, que na grade curricular do curso de magistério começa no 3º ano, já haviam ‘elaborado’ um conjunto de crenças sobre o que é a matemática e sobre como ensiná-la. Tais crenças, nem sempre expressas de forma explícita, parecem se constituir num amálgama muito forte e enraizado.

Procurei organizar o trabalho pedagógico no sentido de conhecer a formação incidental<sup>4</sup> dos alunos do terceiro ano do magistério com os quais trabalharia. No 1º dia de aula (3º magistério, 1994), pedi a eles que se imaginassem formados e necessitando elaborar um plano de matemática para a 1ª série do 1º Grau, para uma semana. Sugeri que eles tentassem fazer este plano. Após fazer a proposta, assim os alunos se manifestaram:

*“- Ah! Não sei fazer isto não!  
- Não tenho a mínima idéia!*

---

<sup>2</sup> A tradução é minha como as que se seguem.

<sup>3</sup> O propósito desta disciplina é trabalhar com o conteúdo programático de Ciências e Matemática previstos desde as séries iniciais do ensino do primeiro grau.

<sup>4</sup> Refere-se àquela que ocorre sem que os envolvidos no processo tenham **propósito** de adquiri-la ou formá-la.

*- É muito difícil!"*

Mesmo assim, consegui convencê-los a tentarem. Ao ler os planos confirmei minha hipótese: eles já tinham expresso, mesmo sem terem consciência disso, o modo como concebiam a matemática e o seu processo de ensino. Exemplos:

*"- Faremos números até 100 e a prática dos mesmos" (Terezinha).*

*"- Pedirei para escrever números de 1 a 50, três vezes, pulando linha" (Rosilda).*

*"- Darei continhas de mais e de menos, todos os dias: para exercitar" (Silvia).*

*"- 1º dia: nº 1 O Fazer 3 linhas*

*2º dia: nº 2 OO Fazer 3 linhas*

*3º dia: nº 3 OOO Fazer 3 linhas" (Henriqueta).*

De fato, a esses depoimentos estão subjacentes crenças a respeito da matemática e de seu processo de ensino-aprendizagem tais como: a aprendizagem se restringe ao treinamento e à mecanização; quanto mais se exercita mais se aprende; o conteúdo matemático é estático, pronto e acabado; seus princípios e regras são absolutos no tempo e no espaço; os conteúdos matemáticos estão aí para serem apreendidos, absorvidos.

Neste momento senti a necessidade de sair do isolamento e ir ao encontro de pessoas que sentissem as mesmas contradições que estava vivendo. Encontrei um grupo de pesquisa (FE/UNICAMP) que estudava o cotidiano da escola o que buscava.

Percebi que precisava buscar explicações sobre as concepções prévias. Como elas se formam? Como mudam? A expressão 'mudança conceptual' tem sido usada para designar a substituição/transformação das concepções prévias dos alunos por outras idéias (socialmente e cientificamente aceitas). Encontrei nos trabalhos de Schnetzler, Gil/Carrascosa/Furió/Torregrosa, Posner, Driver, a teoria da mudança conceptual. Sinteticamente, estes trabalhos dizem que os alunos já chegam às aulas com idéias sobre vários fenômenos e conceitos científicos as quais, geralmente, são distintas daquelas que queremos ensinar. Muitas vezes, essas concepções prévias são tão resistentes à mudança que acabam comprometendo a aprendizagem das idéias que ensinamos. De fato, segundo Gil et al,

*"...esses conhecimentos prévios:*

*- parecem dotados de certa coerência interna (tanto que autores como Driver falam de 'esquemas*

*conceptuais'e não de simples pré-concepções isoladas);*

*- são comuns a estudantes de diferentes níveis e idades;*

*- apresentam certa semelhança com concepções que estiveram vigentes ao longo da história do pensamento;*

*- são persistentes, isto é, não se modificam facilmente mediante o ensino habitual, inclusive reiterado" (Gil et al, 1991, p. 58-9).*

Na teoria da mudança conceptual é importante o papel do 'conflito' para que ocorra a substituição/transformação das concepções prévias, isto é, entende-se que é necessário colocar o aluno diante de uma situação-problema, a qual o aluno não consegue resolver com a concepção que possui ('conflito'). De fato, segundo Schnetzler,

*"... para que o aluno se sinta insatisfeito com sua idéia prévia, ele precisa se sentir em conflito. Isto porque este é considerado um motor que favorece a conceituação, já que pode fazer com que o aluno duvide de suas próprias idéias, levando-o a buscar outras concepções mais pertinentes" (Schnetzler, 1993, p. 20).*

Embora as buscas tivessem assumido uma direção clara, minhas dúvidas estavam apenas parcialmente resolvidas, pois saber da existência das pré-concepções, identificá-las, entender o papel do conflito, não bastava para tentar modificá-las. Passei a notar a amplitude do problema.

As questões inicialmente formuladas eram:

- É possível romper com as crenças a respeito do ensino-aprendizagem da matemática que alunos de magistério trazem de sua história de vida escolar? Em que medida isso se dá ? De que modo? Como essas crenças foram construídas ?

Apesar de entender que essas questões a questão me remetiam aos aspectos epistemológicos, históricos , políticos e filosóficos da educação matemática, a ansiedade em 'resolver' os problemas do dia-a-dia da sala de aula cegava-me em relação à direção a ser dada a um eventual estudo que contemplasse essas questões. A sensação de paralisia e impotência face a elas, fazia-me acreditar na possibilidade de dar a elas respostas satisfatórias através de uma simples mudança de métodos.



## RESUMO

Com base nas crenças mais freqüentes e persistentes de futuros professores do ensino fundamental acerca do ensino-aprendizagem da noção de número natural, este trabalho tem por objeto a realização de um estudo histórico-pedagógico com o triplo propósito de: reconstituir as matrizes das práticas constitutivas da tradição sensualista-empirista no ensino-aprendizagem da noção de número natural; ilustrar uma concepção do papel do professor numa situação de ensino-aprendizagem que visa à mudança conceptual de seus alunos; ilustrar um modo do conceito baktiniano de ‘polifonia’ operar no terreno da educação matemática, para a realização de uma ‘psicanálise’ (no sentido gramsciano do ‘conhecer-te a ti mesmo’) das crenças dos alunos: condição necessária, ainda que não suficiente, para a promoção da mudança conceptual.

Ignorava, assim, a teia que enreda o problema. Aos poucos, percebi o quão equivocada era essa posição. Esse meu novo estado bem poderia ser caracterizado pelas seguintes palavras de Paulo Freire:

*“Mais uma vez os homens, desafiados pela dramaticidade da hora atual, se propõem a si mesmo como problema. Descobrem que pouco sabem de si, de seu ‘posto no cosmos’, e se inquietam por saber mais. Estará, aliás, no reconhecimento do seu pouco saber de si uma das razões desta procura. Ao se instalarem na quase, senão trágica descoberta do seu pouco saber de si, se fazem problema a eles mesmos. Indagam. Respondem, e suas respostas os levam a novas perguntas”* (Freire, 1988, p.29).

Então, voltei-me à procura de estudos sobre as concepções de ensino e aprendizagem de matemática de professores e de futuros professores.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Inicialmente fiquei decepcionada, devido à quase inexistência de estudos nesta área. Encontrei alguns estudos recentes preocupados com a atual situação dos cursos de formação de professores. Esses estudos ora analisam currículos, ora verificam como está se dando essa formação. Mas estão sempre preocupados com a mudança da atual situação e, muitas vezes, apresentam condições para que a mudança ocorra (Alves, 1992 ; Freitas, 1992; Moura, 1993; Shön, 1992). Esses trabalhos são os que primeiro vão apresentar uma nova perspectiva a respeito da organização de um curso de formação de professores, e também são os que primeiro vão referir-se às concepções de professores acerca de ensino-aprendizagem.

Em um desses trabalhos, o de Manoel Oriosvaldo de Moura (1993), intitulado *Professor de Matemática: a Formação como Solução Construída*, encontrei uma referência a um outro estudo- Furió et al (1992)- o qual fazia um tratamento parcial das concepções. Alívio.

O estudo de Furió et al (1992) propõe-se a realizar uma análise da formação do professor do ensino secundário. Nele, percebe-se uma preocupação com a reformulação dos sistemas de formação hoje existentes a partir das investigações em educação realizadas nas últimas décadas, mais especificamente daquelas realizadas em didática das ciências. Tendo em vista essa preocupação, os autores apresentam o corpo de conhecimentos que julgam necessários para “*promover uma docência de qualidade*” (p. 8), sintetizado em grandes blocos.

O primeiro bloco refere-se ao conhecimento profundo da matéria a ser ensinada. O segundo bloco- apontado como essencial em um processo de revisão do curso de formação de professores, mas que tem sido sistematicamente negligenciado-, refere-se a aquilo que os autores denominam de “*pensamento espontâneo do professor*”. Neste sentido, citam o estudo de Tobin y Espinet (1989) o qual alerta:

*“...a segunda maior dificuldade para uma atividade docente inovadora e criativa procede daquilo que os professores já sabem (mesmo que de forma inconsciente), daquilo que constitui o ‘pensamento docente de sentido comum’...que os professores têm idéias, atitudes e comportamentos sobre o ensino, devido a*

*uma longa formação 'ambiental' durante o período em que foram alunos. A influência desta formação incidental é enorme porque responde a experiências reiteradas e se adquire de forma não reflexiva como algo natural, óbvio, de 'sentido comum', que escapa à crítica e se converte em um verdadeiro obstáculo.*

*Estas idéias e comportamentos docentes espontâneos influem sobre aspectos essenciais do ensino - desde as concepções acerca de como se aprende, acerca da avaliação, passando pelo clima da aula, pelas diferenças de rendimento entre meninos e meninas e pelo tipo de atividade que os alunos podem realizar (Gil, 1991)- e obrigam a conceber a formação dos professores como uma mudança didática (Gené y Gil, 1988)" (Furió et al, 1992, p.9).*

Acreditam os autores que o trabalho coletivo dos professores ou futuros professores em torno de problemas de interesse ajuda a questionar este *pensamento espontâneo*, fazendo com que estes professores se apropriem de uma nova forma/corpo de conhecimentos.

A meu ver, o limite do estudo em questão consiste no fato de apenas colocar a discussão relativa ao pensamento espontâneo do professor, sem efetivamente aprofundá-la. Não apresenta indícios de como caracterizar este pensamento (este corpo de conhecimento estaria filiado a algum sistema teórico? Seria um conjunto desconexo de idéias? Seria possível inferir que ele está vinculado a uma prática retrógrada?).

O mérito do estudo consiste em levantar a discussão referente às concepções dos professores, colocando o foco de atenção no aspecto da formação incidental dos mesmos, pois os estudos anteriores preocupavam-se somente com a formação intencional dos mesmos.

O trabalho de Santos (Nasser e Santos, 1994) também encaminha-se no mesmo sentido do estudo de Furió et al. Interessadas em saber de que modos cursos de treinamento, especialização/aperfeiçoamento e projetos de pesquisa podem contribuir para o crescimento profissional de professores, as autoras analisam o processo de mudança das concepções dos professores através da participação dos mesmos em pesquisas (especificamente naquelas desenvolvidas junto ao Projeto Fundação<sup>5</sup>).

---

<sup>5</sup> Projeto da Universidade Federal do Rio de Janeiro. O grupo de pesquisas em Educação Matemática do Instituto de Matemática ( IM ) foi criado em 1980, por iniciativa da professora Maria Laura Mousinho Leite Lopes . Interessado na integração da universidade com o ensino de primeiro, segundo e terceiro graus, preocupa-se com a formação e a valorização do professor de matemática e com o papel do educador do professor em geral. Atua nas linhas de extensão, pesquisa e ensino, todas ligadas à formação de professores, inicial e continuada ( Bastos, 1994 ).

Entendem que pouco se tem pesquisado a respeito de como futuros professores e professores em exercício pensam sobre os modos de se ensinar matemática. Citam estudos que indicam a necessidade de investigação dos processos de pensamento, das atitudes e das concepções de futuros professores: Dorfler (1988), Dossey, Dossey & Parmantie (1990). Neste sentido, colocam:

*“As teorias implícitas de professores (Clark & Peterson, 1986) e as concepções (Thompson, 1984) sobre a matemática escolar são importantes e não devem ser investigadas apenas enquanto os professores estão engajados em sua prática didática, mas também durante a formação educacional de matemática do professor (Sowder, 1989)”* (Nasser e Santos, 1994, p. 42).

Como o referido estudo deseja analisar o impacto da participação de professores e futuros professores em projetos de pesquisa em educação matemática, tendo por propósito a mudança da postura dos envolvidos, é possível inferir que as autoras assumem implicitamente o pressuposto de que a postura por eles apresentada inicialmente não era desejável<sup>6</sup>. Apresentam um projeto cujas influências sobre o crescimento profissional dos professores em serviço e em formação, desejam verificar e analisar (Id. Ibid., p. 47).

Um estudo realizado muito recentemente (1995) com alunos de um curso de magistério é o de Carmem Lúcia Brancaglioni Passos, que intitula-se *As Representações Matemáticas dos Alunos do Curso de Magistério e suas Possíveis Transformações: Uma Dimensão Axiológica*. Neste trabalho, a autora propõe-se:

*“Investigar as possíveis transformações das representações matemáticas por que passaram os alunos da turma de 1989 do CEFAM/Campinas, tendo por base a identificação e análise dos mitos que sustentam essas representações”* (Passos, 1995, p. 16).

Apesar do título do trabalho sugerir uma determinada orientação, o trabalho segue outra. De fato, a autora objetiva a superação dos **mitos** construídos ao longo da trajetória escolar dos estudantes, como podemos ver nesta passagem:

---

<sup>6</sup> Como as autoras não deixam explícito, no artigo que analisei, qual seria a postura desejável a ser desenvolvida pelos professores, e ao mesmo tempo falam em mudanças, fica-se sem saber aquilo que, de fato, esperam dos envolvidos. Trata-se-ia de uma postura reflexiva frente ao conhecimento matemático, mais condizente com as epistemologias contemporâneas? Trata-se-ia da adoção de uma atitude didático-metodológica condizente com os desenvolvimentos recentes do terreno da psico-pedagogia? Trata-se-ia da adoção de uma postura política progressista, condizente com as recentes teorias sobre a relação entre escola e sociedade?

*“...constitui-se como objetivo desta pesquisa elucidar a possível superação dos mitos advindos das representações dos estudantes, com vistas à sua futura ação pedagógica”* (Id. Ibid., p. 16).

Neste sentido, apresenta as transformações por que passaram ou não três professores em relação aos mitos: ‘matemática é para poucos’, ‘matemática como verdade absoluta’ e ‘matemática como fator político social e cultural’<sup>7</sup>. Cabem aqui as mesmas colocações já feitas ao trabalho de Santos, referido anteriormente.

O mérito dos estudos que até o momento analisei reside no fato de iluminarem, de um certo modo, um importante aspecto da formação de professores que, até então, permanecia obscurecido, levantando questões que antes não se colocavam. Mas esses estudos, em geral, baseiam-se, implícita ou explicitamente, no pressuposto de que a mera apresentação de um novo modelo/ um novo método de ensino aos professores seria suficiente para alterar suas concepções. Penso que aí se encontra o limite destes estudos. Acredito que a busca de novos métodos, além de não ser suficiente, não se constitui num ponto de partida promissor de um trabalho que vise à mudança de atitudes e concepções.

Uma outra conclusão a que cheguei é que, dentre os estudos que analisei, muitos deles apontam para a necessidade de investigação- e com menos freqüência efetivamente investigam- a respeito das concepções de matemática e de ensino de matemática dos professores e futuros professores. Além disso, a maioria dos estudos aos quais tive acesso referem-se a futuros professores de matemática que atuam de quinta a oitava séries.

O primeiro trabalho que encontrei acerca das concepções dos professores de matemática foi o de João Pedro da Ponte (Brown et al, 1992), apresentado no Seminário da Investigação em Educação Matemática, realizado em maio de 1992 na Ericeira, Portugal.

Neste trabalho, Ponte se propõe discutir questões como: a relação entre as concepções dos professores e as dos alunos; a relação entre concepções e práticas; o modo como os professores vêem a matemática e o modo como julgam que se aprende matemática; o modo como as concepções se formam e o modo como mudam.

Ponte entende que os estudos sobre concepções partem do pressuposto de que elas jogam um papel determinante no pensamento e na

---

<sup>7</sup> A forma como a autora coloca deixa a impressão de que a matemática como fator político, social e cultural também é um mito.

ação, e aí reside o interesse por investigar as concepções de professores (ou as de outros profissionais). Entende que elas:

*“Atuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, atuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de atuação e compreensão.*

*...Formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros). Assim, nossas concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que nos habituamos a reconhecer como tal e também pelas representações sociais dominantes”*(Brown et al, p. 186).

Para discutir as questões apresentadas inicialmente, Ponte parte primeiramente da discussão a respeito da natureza do conhecimento: o que é saber e que relação guarda com o conceber. Entende que a questão da natureza do conhecimento pode ser entendida de diferentes formas. Apresenta para isso a visão inatista, a visão empirista e a posição construtivista. Aborda os méritos e insuficiências de cada abordagem, entendendo que a natureza do conhecimento não parece passível de uma solução definitiva. Adota uma *“perspectiva mais eclética”*.

Antes de abordar a questão das concepções dos professores, Ponte fala-nos sobre tipos de conhecimento, a saber: o profissional, o científico e o comum, sendo que, para ele, em todo conhecimento intervêm necessariamente crenças.

*“Podemos ver as crenças como uma parte do conhecimento relativamente ‘pouco elaborada’, em vez de ver como dois domínios disjuntos. Nas crenças predominaria a elaboração mais ou menos fantasista e a falta de confrontação com a realidade empírica. No conhecimento mais elaborado de natureza prática predominariam os aspectos experenciais. No conhecimento de natureza teórica predominaria a argumentação racional”* (Id. *ibid.*, p. 195-6).

As concepções constituiriam, neste contexto, quadros conceptuais que organizariam os conceitos e condicionariam a forma de abordagem das tarefas.

Enquanto Ponte entende crenças como aquela parte do conhecimento pouco elaborada, pouco fundamentada, Sartre, em sua obra intitulada *A imaginação*, já não faz esta distinção, atribuindo à crença um outro sentido, o de ‘fascínio’, ‘aquilo pelo qual nos deixamos seduzir’, quer seja esse poder de sedução consciente ou não, explicado ou não, fundamentado ou não. Posteriormente, retornarei a esta distinção, mas adianto que, neste trabalho, tendo a aproximar-me mais do sentido dado à palavra crença por Sartre.

Após realizar a discussão a respeito do saber em geral, Ponte debruça-se no saber matemático, apresentando seus elementos constitutivos, as concepções filosóficas acerca desse saber, as concepções dos professores sobre a matemática e as concepções dos professores sobre o ensino-aprendizagem da matemática.

Nesta incursão, levanta uma razoável bibliografia, fazendo uma síntese dos estudos acerca de cada tema.

Apesar de considerar este estudo a melhor síntese acerca das investigações já realizadas no campo das concepções dos professores, entendo que ele não é suficiente para esclarecer as origens e o papel desempenhado pelas concepções. Ele não consegue dar conta destas questões, e nem poderia, uma vez que, além de não ser esta a sua intenção<sup>8</sup>, as vozes dos sujeitos envolvidos nas pesquisas não aparecerem e também inexistente a tentativa de estabelecer conexão entre as vozes dos sujeitos e as vozes de outros sujeitos do presente e do passado.

Bakhtin, em seus trabalhos (1992 e 1992a), entende que o homem só pode ser estudado como um sujeito que tem voz, nunca como uma coisa ou objeto e, nesse sentido, o conhecimento só pode ter caráter dialógico. O ouvinte está presente de algum modo na voz do falante, assim como todas as vozes que antecederam aquele ato de fala. O conceito de ‘polifonia’ desenvolvido por Bakhtin é muito apropriado para o estudo desenvolvido nesta dissertação.

Um outro trabalho acerca das concepções de matemática de professores é o de Dione Lucchesi de Carvalho, intitulado *A Concepção de Matemática do Professor Também se Transforma*, o qual procura identificar a concepção de matemática de professores das quatro séries iniciais do

---

<sup>8</sup> A intenção deste trabalho é lançar um conjunto de perspectivas e interrogações que poderiam estimular futuros esforços na área.



primeiro grau e explicitar subsídios para propostas de ensino transformadoras, orientadas por uma concepção crítico-social da matemática e de seu ensino. Primeiro, apresenta as concepções de matemática historicamente sistematizadas, procurando sempre identificar a epistemologia subjacente às correntes de pensamento apresentadas. Em seguida, apresenta os depoimentos das professoras.

Encontrei também dois estudos que se propõem analisar as interações entre os aspectos filosóficos e epistemológicos da matemática e a sua pedagogia. Um é o de Steiner (1987) e o outro o de Ernest (1991).

No artigo em que expõe sua análise, Steiner mostra como posições filosóficas/epistemológicas relativas à matemática acabam influenciando (ou contendo de modo implícito) teorias sobre o ensino e a aprendizagem da matemática. E também a relação inversa, isto é, que concepções sobre o ensino e a aprendizagem da matemática baseiam-se em visões filosóficas e epistemológicas da matemática. Tendo por propósito a análise dessas relações, Steiner apresenta neste estudo seis teses, sendo que as duas primeiras são as colocadas acima. O que nos interessa particularmente é a segunda dessas teses, pois, como afirma o próprio Steiner:

*“Uma área em que a pesquisa recente tem dado um suporte particular à tese dois é a pesquisa a respeito das concepções e crenças que os professores mantém sobre a matemática e o ensino da matemática, sobre a origem dessas concepções e sobre o modo como elas se relacionam com o trabalho dos professores e com a prática instrucional”* (Steiner, 1987, p 8).

Acredita ser verdadeira a afirmação de Thom de que toda pedagogia da matemática assenta-se sobre uma filosofia da matemática.

*“Tais ‘filosofias’ podem consistir de uma opinião ‘privada’ de um professor a respeito da natureza da matemática e do conhecimento matemático (frequentemente adquirida indiretamente através de seus próprios estudos acadêmicos) e de suas reflexões sobre o modo como essa opinião se relaciona com o seu ensino e com a aprendizagem de seus alunos”* (Steiner, 1987, p.7).

Como exemplo da segunda tese cita o trabalho de Alba G. Thompson (1984). O trabalho de Thompson é um estudo de caso que se propõe investigar as concepções de matemática e ensino de matemática de

três professores de matemática da escola secundária, bem como examinar as conexões entre essas crenças e as práticas instrucionais desses professores, isto é, se essas práticas refletem ou não, respectivamente, as crenças de cada um. Mais especificamente, procura responder as seguintes questões:

*“1. Existem incongruências entre o comportamento instrucional do professor e as concepções de matemática e de ensino de matemática por ele professadas ?*

*2. Como podem ser explicadas as incongruências entre as concepções professadas pelos professores e suas práticas instrucionais?*

*3. As diferenças entre as práticas instrucionais desses professores estariam relacionadas com as diferenças entre suas crenças e visões sobre a matemática e o ensino da matemática?”* (Thompson, 1984, p. 107).

Para investigar estas questões, a autora cuidou em separar as observações das aulas (duas primeiras semanas da pesquisa) e as entrevistas (duas últimas semanas). Ela apresenta razões para adotar este procedimento. Chamo a atenção para uma delas:

*“Este procedimento pretendia evitar a influência potencial que as visões professadas pelos professores poderiam ter na sensibilidade do investigador em relação aos diferentes eventos observados”* (Id. Ibid., pp. 107-8).

Esse estudo apresenta o modo como os professores vêem a matemática e entendem o seu ensino, ou seja, as vozes dos sujeitos pesquisados aparecem. A pesquisadora conclui que as crenças acerca da matemática e de seu ensino (conscientes ou não) têm um papel significativo no comportamento instrucional dos professores (Id. *ibid.*, p. 124), fato esse que mostra a importância dos estudos sobre concepções para a atual formação de professores.

Publicações posteriores da autora (1988 e 1992) não foram aqui analisadas, pois uma delas é a síntese da pesquisa aqui referida e a outra trata do ensino da matemática através da resolução de problemas, o que não interessa aos propósitos deste estudo.

O estudo de Paul Ernest (1991) tem o propósito de estabelecer a relação entre filosofias pessoais da matemática e da educação- consideradas como teorias privadas e implícitas, e não como um sistema de pensamento

completo e acabado, afirmado explicitamente e tornado público- e as filosofias públicas- explicitamente afirmadas e expostas ao debate público (Ernest, 1991, p.111). Além disso, o autor propõe-se também explicitar as ideologias subjacentes a essas filosofias e os grupos sociais aos quais essas ideologias se vinculam. Paul Ernest esclarece que o sentido atribuído à ideologia não é aquele que Marx e Engels utilizaram em *Ideologia Alemã* (1984), isto é, como falsa idéia do real, mas aquele que Marx utilizou posteriormente, isto é, como um “*amplo sistema interligado de idéias e crenças*”<sup>9</sup>. Ele esclarece:

*“...o modo como as ideologias serão aqui tratadas enfatiza os aspectos epistemológicos, éticos e educacionais, e, subseqüentemente, elas deverão referir-se aos interesses sociais, poder e dominação”*  
(Id. ibid., p. 111).

Ernest utiliza a teoria de Perry, que é uma teoria psicológica, para o exame das filosofias pessoais da matemática. Esta teoria estabelece estágios de desenvolvimento das posturas epistemológicas e éticas dos indivíduos. Estes estágios são os seguintes: 1.dualismo- dicotomia entre o verdadeiro e o falso; 2.multiplicidade- não existe uma base racional para a escolha das múltiplas alternativas; 3.relativismo- pluralidade de respostas e escolhas dependentes do contexto. Em relação às filosofias públicas da matemática, Ernest utiliza-se da distinção entre a visão absolutista, a qual defende que o conhecimento matemático é certo e que existem bases racionais para aceitá-lo ou rejeitá-lo, e a falibilista, a qual afirma que o conhecimento matemático está sempre aberto à crítica e refutações (p. 114). A partir da organização e combinação dessas estruturas, Ernest apresenta um modelo composto por cinco ideologias: absolutismo dualista, absolutismo multiplicista, absolutismo relativista independente, absolutismo relativista conectado e falibilismo relativista. A seguir, com base em uma revisão do trabalho de Williams, faz corresponder a essas ideologias os cinco seguintes grupos sociais que as sustentam: o dos instrutores industriais, o dos pragmatistas tecnológicos, o dos velhos humanistas, o dos educadores progressistas e o dos educadores públicos. Finalmente, apresenta o modelo

---

<sup>9</sup> O termo ideologia tem sido motivo de controvérsia. O fato do grupo social dominante impor sua visão de mundo, seus valores, não significa que outras visões de mundo não estejam presentes ( do grupo social dominado ). Para Gramsci, são as contra-ideologias, e para Chauí, o conceito de ideologia refere-se somente aos valores a serviço dos interesses da classe dominante. Entendo que Paul Ernest, quando refere-se às ideologias como sistemas rivais de crenças, aproxima-se do conceito gramsciano.

proposto por Meighan, o qual estabelece as seguintes categorias através das quais se pode analisar uma ideologia da Educação Matemática:

- Epistemologia
- Filosofia da Matemática
- Conjunto de Valores Morais
- Teoria da Criança
- Teoria da Sociedade
- Objetivos da Educação
- Objetivos da Educação Matemática
- Objetivos do Conhecimento Matemático Escolar
- Teoria da Aprendizagem Matemática
- Teoria da Avaliação da Aprendizagem da Matemática
- Teoria dos Recursos para a Educação Matemática
- Teoria da Aptidão Matemática
- Teoria da Diversidade Social em Educação Matemática

Como se percebe, Ernest constrói um modelo bastante sistematizado e complexo para aplicá-lo, posteriormente, às crenças apresentadas pelos sujeitos concretos. De fato, é o próprio Ernest quem põe em evidência o sentido ‘construção teórica→aplicação prática’ do modelo que propõe quando afirma que:

*“Essa visão (dualista) tem sido identificada em pesquisa empírica a respeito das crenças de professores (Cooney e Jones, 1988; Ernest, 1989; Oprea e Stonewater, 1987 e Thompson, 1984)”* (Id. Ibid., p.114).

Esse movimento pretendido por Ernest parece-me artificial e pouco promissor, uma vez que o modelo pode funcionar como uma ‘camisa de força’ (como muitas vezes funciona), e o pesquisador acaba tentando encaixar a realidade empírica no modelo construído ‘a priori’. Este não é o movimento pretendo realizar nesta dissertação.

Finalizando, e tendo em vista a análise dos estudos levantados, concluo que, por desconsiderarem em maior ou menor grau (ou por não darem a devida importância) que as concepções têm origem histórica, a maior parte desses estudos assumem implicitamente que os indivíduos têm as concepções que têm por razões de ordem estritamente subjetiva ou psicológica. Ora, esta havia sido a hipótese inicialmente assumida por mim e que agora acho que deveria ser descartada porque equivocada.

Além disso, tais estudos referem-se às concepções de maneira geral, isto é, não ligadas a um tema específico de ensino e aprendizagem da

matemática, o que me leva a inferir que assumem implicitamente que as concepções são homogêneas em relação aos diferentes tópicos da matemática e que, por essa razão, influenciam a prática pedagógica de modo idêntico. Entendo ser este um falso pressuposto e, possivelmente, um obstáculo ao avanço destes estudos.

Por essa razão, resolvi selecionar um tópico do programa da disciplina *Conteúdo e Metodologia de Ciências e Matemática: “o ensino aprendizagem da noção de número natural”*. A escolha desse tópico deve-se primeiro, à relevância dele no programa da escola fundamental, e, segundo, por ser um dos primeiros tópicos do programa no qual constatei a presença de crenças prévias...

### *3. O PROBLEMA E A CONJECTURA*

A análise realizada anteriormente das investigações e estudos no terreno das concepções, procurando evidenciar os seus objetivos, os seus pressupostos, os seus resultados e as suas limitações, possibilitou-me uma maior clareza em relação à delimitação do problema que deveria constituir-se em objeto de investigação desta dissertação.

Inicialmente, algumas questões me ocorreram:

Como futuros professores entendem que devem ensinar a noção de número natural?

Por que, aparentemente, determinadas opiniões acabam-se impondo com maior frequência do que outras, atingindo a população a ser estudada de forma quase que consensual?

Por que, ainda que muitas vezes aparentemente infundadas, essas opiniões adquirem o poder de sedução de uma crença?

Em que medida as concepções acerca do ensino-aprendizagem do conceito de número natural, que começaram a se evidenciar no trabalho com futuros professores, estariam relacionadas com as concepções dominantes sobre este tema que se manifestaram ao longo da história da Educação Matemática?

Como a historicidade do cotidiano estaria relacionada com a história do movimento social?

Percebi que essas questões, de algum modo, me remetiam ao passado, isto é, exigiam de mim um movimento de retorno. Parecia não mais fazer sentido qualquer iniciativa irrefletida e impulsiva de transformação das condições presentes desligada de um conhecimento mais detalhado, criterioso e fundamentado do processo que conduziu ao estado presente.

Passei, então, a considerar o pressuposto de que as tais concepções **só podiam ser enfraquecidas e, eventualmente, modificadas (sempre que isto fosse desejável), quando se procedesse, no plano pedagógico, a uma ‘psicanálise’ das crenças que estariam sustentando as representações sociais dos sujeitos, na tentativa de buscar suas filiações, de estudar, analisar e criticar compreensivamente os sistemas dos quais essas crenças constituíssem fragmentos remotos inconscientes e inconsistentes, porque dissociadas do todo de que faziam parte.**

Não bastava provocar o **conflito** se os sujeitos não pudessem percebê-lo. Nenhum **conflito** poderia ser ‘superado’ se não se percebesse a natureza do conflito. Por sua vez, a possibilidade de percepção da natureza do **conflito** passava, necessariamente, pela necessidade de um resgate histórico-pedagógico de toda uma polêmica na qual os conflitos deveriam se manifestar.

Neste sentido, Marx, em uma de suas obras clássicas das ciências sociais, *O 18 Brumário de Luís Bonaparte*, na qual se propõe narrar e interpretar os acontecimentos que culminaram em um ‘Golpe de Estado’ na França, já observava:

*“Os homens fazem sua própria história, mas não a fazem como querem; não a fazem sob circunstâncias de sua escolha e sim sob aquelas com que se defrontam diretamente, legadas e transmitidas pelo passado. A tradição de todas as gerações mortas oprime como um pesadelo o cérebro dos vivos”*  
(Marx, 1978, p. 17, grifos meus).

Também Grasmci, na tentativa de caracterizar o processo de elaboração de uma concepção de mundo crítica e coerente, apresenta, em sua obra intitulada *Concepção Dialética da História*, argumentos que, de certo modo, reforçam meu pressuposto conjectura. Diz ele:

*“Quando a concepção de mundo não é crítica e coerente, mas ocasional e desagregada, pertencemos simultaneamente a uma multiplicidade de homens-massa, nossa própria personalidade é composta de uma maneira bizarra: nela se encontram elementos dos homens das cavernas e princípios da ciência mais moderna e progressista; preconceitos de todas as fases históricas passadas, grosseiramente localistas, e intuições de uma futura filosofia que será própria do gênero humano mundialmente unificado. Criticar a própria concepção do mundo, portanto, significa torná-la unitária e coerente e elevá-la até o ponto atingido pelo pensamento mundial mais desenvolvido. Significa, portanto, criticar, também, toda a filosofia até hoje existente, na medida em que ela deixou estratificações consolidadas na filosofia popular. O início da elaboração crítica é a*

*consciência daquilo que somos realmente, isto é, um ‘conhece-te a ti mesmo’ como produto do processo histórico até hoje desenvolvido, que deixou em ti uma infinidade de traços recebidos sem benefício no inventário. Deve-se fazer, inicialmente, este inventário”* (Gramsci, 1978, p. 12, grifos meus).

Esse novo pressuposto abriu para mim a possibilidade de perceber uma nova forma de pôr o problema a ser investigado nesta dissertação. Trata-se então de tentar **reconstituir as matrizes das práticas constitutivas das crenças que sustentam as representações individuais de futuros professores das séries iniciais acerca do ensino-aprendizagem do conceito de número natural, às quais se pode ter acesso através da leitura do imaginário pedagógico desses futuros professores.**

Esse problema requer algumas considerações a fim de que se torne mais explícito o referencial teórico no qual busco me movimentar.

Devido à polissemia que envolve as expressões, ‘práticas’, ‘crenças’, ‘representações sociais’ e ‘imaginário pedagógico’, procurarei a seguir explicitar os sentidos que estou atribuindo a cada uma dessas expressões e o modo como elas se relacionam na configuração do problema.

A expressão ‘matrizes das práticas’ merece ser elucidada uma vez que ela nos remete à discussão em torno do sentido da palavra ‘prática’. Utilizaremos ‘prática’ no sentido marxista de ‘práxis’ e não no sentido pragmático usual. O significado predominante no uso cotidiano é estritamente utilitário e voltado exclusivamente para os interesses imediatos. *“A redução do prático ao utilitário implica em uma eliminação do aspecto humano, subjetivo em face do objeto. De tal modo, que as coisas são vistas como se significassem por si mesmas, independente dos atos humanos. É justamente essa visão imediata e ingênua que a práxis marxista supera, no plano da consciência filosófica, ao acentuar criticamente os condicionantes sociais, econômicos, ideológicos-históricos, portanto- que resultam da ação dos homens”* (Barata, in: Vázquez, 1968, orelha do livro).

Preferi utilizar o termo ‘crenças’ a ‘concepções’. Entendo por concepção uma opinião consistente, estruturada, sistematizada e fundamentada a respeito de um assunto, isto é, uma opinião que resiste racionalmente a uma contra-argumentação racional. E, observando os primeiros depoimentos dos sujeitos que esta pesquisa envolve, acredito que o termo ‘crença’ seria mais apropriado para os fins que tenho em vista.



Não estou, porém, utilizando a palavra ‘crença’ no sentido de um conhecimento pouco elaborado, isto é, como o oposto de concepção. Crença e concepção nem se identificam nem se opõem. Utilizo a palavra crença num sentido bem próximo ao de ‘fascínio’, aquilo pelo qual nos deixamos seduzir, independentemente do fato desse poder de sedução ser consciente ou não, explicado ou não, fundamentado ou não. Entre ‘crença’ e ‘concepção’ a diferença é mais afetiva do que propriamente racional, o que não descarta a possibilidade do racional ser afetivamente explicado e o afetivo ser racionalmente explicado. A seguinte passagem de Sartre (1940, p. 277) oferece uma boa aproximação daquilo que estou entendendo por crença:

*“a leitura é um gênero de fascinação. Quando leio um romance policial, eu creio nisso que leio. Mas isso não significa que eu cesse de considerar as aventuras de um romance policial como imaginário. E eu me deixo fascinar por ele. É esse gênero de fascinação, sem posição de existência, que eu chamo de crença”.*

Entendo que mesmo tendo atribuído este sentido à palavra crença, os futuros professores podem considerar concepção o que estou chamando de crença.

No que se refere à terceira das expressões que aparece no enunciado do problema, podemos dizer que o termo ‘representação’ é bastante freqüente em textos de Ciências Sociais, e tem Emile Durkheim e Marcell Mauss como precursores. A noção de representação permeia também a literatura antropológica e sociológica, manifestando-se sob diversas denominações e abordagens. No terreno da Psicologia Social e da Psicanálise vários autores, além de Freud e Lacan, têm abordado esse conceito, dentre eles, Moscovici, Hewstone, DeConchy, Jodelet, Nicolaidis, Garcia-Roza, etc. Mais recentemente, esse conceito aparece no terreno da Psicologia Genética. Em Educação, ele aparece freqüentemente por ocasião das discussões que enfatizam as concepções espontâneas por oposição às sistematizadas da ciência instituída e também nas pesquisas que envolvem o estudo das concepções de estudantes e professores. O conceito também aparece no terreno da História, com Roger Chartier e outros. De fato, Vidigal afirma que:

*“...esta problemática, levantada por Durkheim e desenvolvida por Moscovici, numa recuperação para a psicologia do conceito de ‘representação coletiva’, desenvolveu-se na Europa a partir dos mais diversos ‘objetos’ e metodologias” (Vidigal, 1995, p. 5-6).*

Não se trata aqui, é claro, de se proceder a uma recuperação exaustiva dos diferentes sentidos com que o termo foi e vem sendo utilizado e, muito menos, de tentar dedicar-se à tarefa impossível de compatibilizar todos eles, mas tão somente de tentar explicitar o sentido com que o utilizo neste trabalho.

Antes de mais nada, é importante caracterizar o que, para mim, uma representação não é. Para isso, utilizo e concordo com a seguinte passagem do artigo de Denise Jodelet, intitulado *La Representacion Social: fenómenos, concepto y teoria*:

*“Contrariamente ao que colocam certas teorias psicológicas clássicas, a representação não é um puro reflexo do mundo exterior, uma pegada que se imprime e se integra mecanicamente ao espírito. Não é a reprodução passiva de um exterior em um interior, concebidos como radicalmente distintos, como poderiam fazer pensar certos empregos da noção de imagem que a associam à idéia de ‘cópia perfeita’, espécie de ‘sensação mental’, ‘átomo cognitivo’. Os estudos sobre representação empregam o termo imagem em um sentido totalmente diferente, quer como ‘figura’, ‘conjuntos figurativos’, isto é, constelação de aspectos de caráter concreto, ou então, em suas acepções que fazem entrar em jogo a intervenção especificante do imaginário, individual ou social, ou da imaginação. Além disso, em suas correntes mais recentes, a psicologia cognitiva tem refletido sobre as distinções que existem entre imagem e representação, e tem tendido a considerar a imagem como uma das espécies do gênero representação, junto às representações de linguagem e de relações” (Jodelet, 1986, pp.476-77).*

Esta passagem é duplamente esclarecedora para os propósitos que tenho em vista neste trabalho, uma vez que, além de pôr em evidência uma concepção anti-mecanicista e anti-sensualista-empirista da representação, e da qual compartilho, contrasta duas noções que, muitas vezes, são tomadas como sinônimas: as noções de ‘representação’ e de ‘imagem’. Segundo Jodelet, entre essas duas noções subsiste não uma relação de identidade, mas de inclusão, uma vez que a ‘imagem’ é considerada uma das espécies do

gênero ‘representação’. Jodelet, baseando-se em Moscovici, acrescenta um outro aspecto à estrutura da representação- o aspecto simbólico:

*“O aspecto da imagem, isto é, o aspecto figurativo da representação, é inseparável de seu aspecto significante. A estrutura de cada representação, diz Moscovici, aparece desdobrada, tem duas faces tão pouco dissociáveis como a frente e o verso de uma folha de papel: a face figurativa e a face simbólica. A representação faz com que a toda figura corresponda um sentido e a todo sentido uma figura”* (Id. idib., p. 476).

Uma vez estabelecidas tais distinções, o termo ‘representação’ será aqui utilizado no mesmo sentido com que o faz Jodelet, isto é, como uma *“forma de saber prático”*.

Se a representação é ‘uma forma de saber prático’ do sujeito sobre um objeto, isso significa que podem existir diferentes representações de um mesmo objeto, segundo diferentes sujeitos. Significa também que a representação de um mesmo objeto varia com o tempo, isto é, não é fixa e imutável. Mas é preciso ainda ressaltar o sentido que estou atribuindo à palavra ‘saber’ quando concebo a representação como uma ‘forma de saber prático’. Utilizo a palavra ‘saber’ no mesmo sentido a ela atribuído por Carmo d’Orey, professor da Departamento de Filosofia da Universidade de Lisboa, na Introdução do livro *Modos de fazer mundos* de Nelson Goodman:

*“devido à diversidade dos sistemas de símbolos através dos quais construímos versões de mundo e à alteração dos critérios de aceitabilidade daí resultantes, a concepção do saber deve ser repensada. Não pode consistir no conhecimento uma vez que este está associado à linguagem verbal literal e, além disso, tal como é entendido na filosofia contemporânea, implica as exigências de verdade, crença e justificação que, como sabemos hoje, nem a ciência pode satisfazer. Torna-se então necessária uma concepção do saber que possa incluir aquele que é obtido através de sistemas não-verbais e através da parte dos sistemas não-verbais que não consiste em asserções ou que, como a poesia e a ficção, usa a linguagem metafórica”* (Goodman, 1995, p. 16).

Um outro aspecto a assinalar é que, para a maioria dos autores, nem todas as representações são sociais. Para Moscovici, por exemplo:

*“Uma representação é social quando é defendida por um grupo de indivíduos, isto é, quando resulta de uma interação e, sobretudo, quando sua função é contribuir para os processos formadores de orientação das comunicações e dos comportamentos sociais”* (apud Vidigal, 1995, p. 8).

Para Jodelet, a representação só se caracteriza como social quando for:

*“...uma forma de conhecimento socialmente elaborado e partilhado com objetivo prático tendo em vista a construção de uma realidade comum ao conjunto social”* (apud Vidigal, 1995, p. 8).

Para Gilly, pode ser designada de social:

*“...toda representação individual sobre um objeto determinado, pessoa ou coisa, desde que pressuponha, entre produto e processo uma interação sujeito/objeto, sob influência de fatores sociais diversos”* (apud Vidigal, 1995, p. 9).

Não vejo nenhuma vantagem em estabelecer tal distinção. Por essa razão, compartilho com o ponto de vista de J. C. Abric, segundo o qual:

*“Toda representação é social no sentido em que é diretamente influenciada pelo conjunto das condições históricas, ideológicas e econômicas da sua produção e elaboração. As representações sociais visam a refletir a realidade de modo a formar um conjunto coerente e estruturado em que o ‘real’ construído se articula com as experiências anteriores do sujeito, com as suas atitudes e com a situação social. Elas são resultado de um processo de mediação ou equilíbrio entre as forças e estrangimentos sociais e as forças de mecanismos psicológicos. (...) uma representação social é o produto e o processo de uma atividade mental através da qual um indivíduo ou grupo reconstitui o real com o qual se confronta atribuindo-lhe um significado específico. A representação é então um conjunto organizado de opiniões, atitudes, crenças*

*e informações que se referem a um objeto ou uma situação, sendo determinada quer pelo sujeito (a sua história, o vivido), quer pelo sistema social e ideológico, quer ainda pela natureza das relações que o sujeito mantém com o sistema social” (apud Vidigal, 1995, p.9 e p.13).*

Penso que a representação é sempre representação de ‘algo’, isto é, de um ‘objeto’, entendido no sentido mais genérico possível, inclusive como ‘situação’. Então, não faz sentido, a meu ver, falar-se em a ‘representação’, mas de um conjunto de representações, cada uma referente a um determinado objeto. Assim, variando o objeto podem variar as representações de um mesmo sujeito. E mesmo não variando o objeto, a representação do sujeito pode desse objeto pode variar com o tempo.

Finalmente, farei algumas considerações em relação à noção de ‘imaginário’ que também se apresenta no enunciado do problema. Adotarei o mesmo procedimento que tive em relação ao modo de abordar a noção de representação, ou seja, tentarei caracterizar o que, para mim, o imaginário não é.

Neste trabalho, o imaginário não será entendido como mundo oposto ao mundo real, isto é, como mundo ilusório, mundo da aparência ou mundo falso. Nem como o oposto disso, isto é, como o único real verdadeiro. Também não vou adotar o ponto de vista de Bachelard segundo o qual o imaginário se apresenta como mundo fantástico de imagens que o indivíduo cria como possibilidade de evasão para longe das preocupações cotidianas, de modo que o acesso a esse mundo faria o indivíduo experimentar o devaneio, o sonho, a utopia (apud Barbier, 1994, p. 21). Da mesma forma, não adotarei, finalmente, a concepção que tem Castoriadis do imaginário enquanto mundo dos produtos da criatividade humana, o qual só existe por existir uma força criadora própria à imaginação humana (Castoriadis, 1982, p. 13).

Mas, se o imaginário não é nem real, nem irreal, nem irracional, nem refúgio fantástico, nem um mundo metafísico, o que será ele então?

Vou adotar aqui uma concepção personalizada segundo a qual **o imaginário é entendido como a ‘versão atual de mundo’ construída pelo sujeito, isto é, como mundo subjetivo atual das versões associadas-consciente ou inconscientemente pelo sujeito - à memória do vivido ou às idealizações projetivas das vivências e ações futuras. Dessa forma, o imaginário aparece simultaneamente como mundo vivido, revivido, de forma simbólica, em sua ausência, e como mundo projetado (pelo sujeito) vivido antecipadamente, de forma simbólica e idiossincrática.**

Um exemplo dessa forma de entender o imaginário simultaneamente como mundo revivido e como mundo projetado, encontra-se no verso da poesia/música *João e Maria* de Chico Buarque de Holanda: “*Agora eu era herói...*”.

Acredito que esta concepção de imaginário é compatível com uma outra que o concebe como uma instância mediadora entre um sujeito A e a representação que um sujeito B tem de algo.

De acordo com esta segunda concepção, o imaginário cumpre uma função semelhante àquela atribuída por Vygotsky ao brinquedo, isto é, ‘ao faz de conta’. Vygotsky em sua obra *A formação social da mente*, observa que o brinquedo, isto é, a necessidade de brincar, manifesta-se quando surgem tendências e desejos não possíveis de serem realizados de imediato (Vygotsky, 1991, p. 105-118). É o caso, por exemplo, da criança que finge ser mãe de uma boneca. Conversando com ela e comportando-se diante dela como se fosse sua mãe, a criança está vivendo (antecipadamente) uma situação (projetada) que ainda não pode ser vivida ser mãe - mas, ao mesmo tempo, o faz à memória do vivido: com sua mãe, ou com outras mães.

Desse modo, a leitura desse ‘imaginário’ poderia nos fazer ter acesso à representação que uma criança faz do objeto ‘ser mãe’ e também às crenças, isto é, ao conjunto de valores, que estariam sustentando essa representação.

A concepção de imaginário como mediação mostra-se importante neste trabalho pois entendendo o imaginário deste modo, é possível chegar **indiretamente** às crenças que sustentam as representações de um sujeito e de ‘forma mais fidedigna’, dada a dificuldade de se ter acesso a essas crenças diretamente.

Feitas estas considerações, gostaria de levantar uma conjectura sobre o problema a ser investigado nesta dissertação. Pressuponho que **as crenças que sustentam as representações acerca do ensino e da aprendizagem do conceito de número natural, às quais se pode ter acesso através da ‘leitura’ do imaginário pedagógico de futuros professores das séries iniciais, constituem fragmentos involuntariamente extraídos de sistemas elaborados por matemáticos-filósofos, psicólogos-pedagogos e/ou extraídos acriticamente de manuais didáticos de forte penetração em nosso meio educacional, nos quais esses fragmentos acabaram sendo, bem ou mal, sintetizados e veiculados.**

É essa conjectura que deverá guiar - ainda que, ao final, o estudo a ser realizado venha mostrar a necessidade de revê-la ou mesmo negá-la - a reconstituição das matrizes dessas crenças.



#### ***4. PROCURANDO TER ACESSO ÀS CRENÇAS***

Os problemas educacionais foram estudados, por muito tempo, de acordo com os mesmos procedimentos metodológicos utilizados na investigação dos fenômenos físicos e naturais. Durante muito tempo acreditou-se na possibilidade de decompô-los em suas variáveis básicas, cujo estudo analítico, e se possível quantitativo, levaria ao conhecimento e esclarecimento total e definitivo dos problemas levantados.

A tradição positivista legou à modernidade o mito da racionalidade científica, com base na exigência de idéias claras e crença na existência de uma rígida linha de demarcação entre as idéias oriundas dos sentidos e da imaginação e aquelas obtidas por uma via exclusivamente racional (Ferreira e Eizirik, 1994, p. 5).

Ultimamente, tem-se criticado a importância atribuída, por essa tradição, aos documentos, concebidos estritamente dentro do âmbito dos ‘registros escritos’ aos quais estaria associada uma única e verdadeira possibilidade de interpretação científica.

Na verdade, entendo que os fatos “*não se revelam gratuita e diretamente aos olhos do pesquisador*”; nem os dados estão dados. O pesquisador, por sua vez, não os enfrenta desarmado de todos os seus princípios e pressuposições (Lüdke e André, 1986, p. 4).

Entendo também que esta tradição metodológica não tem dado conta da complexidade e da dinâmica do problema educacional, distinto em seus fundamentos, em seus objetos e em seus fins do estudo dos fenômenos naturais.

O objetivo deste capítulo é mostrar o modo como tentei apreender, configurar e classificar as crenças referentes ao ensino-aprendizagem de número natural, mediante a leitura do imaginário pedagógico dos alunos que se constituíram em sujeitos desta pesquisa. A penetração nesta ‘realidade’ complexa, multifacetada e polifônica do imaginário dos sujeitos foi feita com base nos seguintes indicadores:

**1. Depoimentos escritos dos alunos que se constituíram em sujeitos desta pesquisa. (Anexo 1)**



Propus a eles uma situação hipotética que consistia em supor supondo que eles (os alunos) não pudessem continuar o curso de magistério, e surgisse uma situação em que precisassem começar a atuar na profissão imediatamente. Solicitei que escrevessem o que eles fariam para ensinar às crianças a noção de número natural, com o conhecimento que possuíam até o momento. Pedi que escrevessem com o máximo de detalhes possíveis.

Constituíram sujeitos desta pesquisa, inicialmente, todos os alunos do quarto ano de magistério da E.E.P.S.G. “Jamil Gadia”<sup>10</sup>, localizada na cidade de Campinas. São 33 alunos, sendo 32 mulheres e um homem. Os alunos, em sua maioria, são trabalhadores adultos que não realizaram seus estudos no tempo previsto. Trabalhei com esta classe durante três anos. Ministrei as disciplinas *História da Educação*, quando estavam no segundo ano, *Conteúdo e Metodologia de Ciências e Matemática* no terceiro e quarto anos. Durante este tempo, criou-se um laço de confiança e afetividade entre nós. Posteriormente, também constituíram sujeitos desta pesquisa, os alunos de 6 classes de terceiro ano de magistério da E.E.P.S.G. “Carlos Gomes”, localizada na cidade de Campinas. São 200 alunos, em sua maioria mulheres.

## **2. Entrevistas com 5 alunas do quarto ano de magistério da E.E.P.S.G. “Jamil Gadia”.**

Durante as entrevistas<sup>11</sup>, utilizei as primeiras produções escritas dos alunos, às quais me referi no item 1, como textos orientadores, explorando-os nos seguintes aspectos:

- se a aluna entrevistada havia aprendido da mesma forma como pensava ensinar hoje;

- se não, descrever como foi o seu processo de aprendizagem e de onde havia retirado aquelas idéias diferentes;

- para detalhar e esclarecer algumas partes do texto.

Ao longo das entrevistas também mostrei às alunas algumas atividades previamente selecionadas (Anexo 2) e pedi para que respondessem:

- se as utilizariam em suas aulas;

- se sim, em que momento da aprendizagem as utilizariam e por que razões;

- se não, explicar porque.

---

<sup>10</sup> O curso de magistério desta escola foi extinto pela recente reorganização da rede pública do Estado de São Paulo, conforme já me referi anteriormente.

<sup>11</sup> Antes de mais nada, esclareci o motivo e o interesse da entrevista, deixando claro que o importante era que as respostas retratassem o que o entrevistado realmente pensava a respeito do ensino e da aprendizagem da noção de número natural.

Perguntei-lhes, por último, sobre os valores que acreditavam serem importantes que as crianças adquirissem através do ensino-aprendizagem da matemática.

As atividades que constituem o anexo 2 foram selecionadas tendo por objetivo dar conta do que se tem proposto e do que já foi proposto para o ensino de número natural. São atividades que, geralmente, aparecem e/ou apareceram em livros didáticos, propostas oficiais e textos referentes à didática da matemática. Dentre as atividades propostas aparecem: uma atividade que explora a noção de classificação, duas referentes à noção de seriação, duas à noção de simbolização, duas à noção de inclusão hierárquica, uma à noção de invariância da quantidade em relação às disposições espaciais dos elementos do conjunto a ser contado, uma à noção de contagem, uma à noção de conjunto, uma à noção de correspondência biunívoca e uma atividade que envolve coordenação motora.

### **3. Extratos de diário de campo da professora/pesquisadora e autora deste estudo, representativos de interações aluno-aluno ou professor-aluno no contexto real de sala de aula.**

O processo de análise desses indicadores foi extremamente complexo, envolvendo procedimentos e decisões que não se limitaram a um conjunto de regras a serem seguidas. Isso porque, penso que analisar não é senão aprender a pensar na esteira deixada pelo pensamento do outro.

Sentia-me como Palomar, personagem de Ítalo Calvino, querendo descrever objetivamente ‘a onda’. *“Palomar- homem nervoso que vive num mundo frenético e quer manter suas sensações sob controle- quer observar uma onda, somente uma, sem sensações vagas. Estabelece um objetivo definido e limitado. Acontece que isolar a onda começa a ficar impossível pelo movimento próprio do mar e o texto todo vai produzindo reflexões sobre o intento de Palomar e as ‘peças’ que as ondas lhe pregam, até que perde a paciência”* (Geraldi, 1993, p. 437).

Um primeiro aspecto que gostaria de ressaltar é que o produto das entrevistas resulta de um processo de interação entrevistado-entrevistador-objeto. O entrevistado trabalha produzindo significações, e é nesse trabalho que ele se constrói como entrevistado, e a entrevistadora/pesquisadora também como tal. Suas experiências prévias, suas histórias, estão presentes como condição de seu trabalho de entrevistado, ou seja, a palavra do entrevistado não é algo que fiz (enquanto pesquisadora) “brotar”, algo que estava escondido, imóvel e imutável. A

palavra se revela no momento de sua expressão e é determinada pelas posições ideológicas, pela situação e pelas imagens que os interlocutores se fazem (Smolka, 1991). Resulta de uma análise que faz a aluna do que ouviu, viveu, sentiu e que produziu neste processo interativo (entrevista) do qual participou. Ou como diz Pino:

*“De uma forma geral, pode-se dizer que o Interpretante é o que o signo evoca na mente do intérprete a respeito do Objeto. Ele não é, propriamente, o significado imediato do Signo, a relação lógica Signo↔Objeto tal como supostamente chegaria ao intérprete, mas a relação que este estabelece na sua mente em função da experiência pessoal dele com o objeto (Peirce o chama de interpretante ‘dinâmico’). Isso quer dizer que a significação (que não se confunde com o ‘significado’ instituído) não é algo já pronto que circule através dos signos e que seja captada e internalizada diretamente pelos indivíduos sem maiores problemas. Ela é, permanentemente, objeto de re-elaboração em função de condições históricas próprias a cada pessoa ou grupo cultural” (Pino, 1994, p. 9).*

Ou ainda, como diz Geraldi:

*“Quando compreendemos o outro, fazemos corresponder à sua fala uma série de palavras nossas; quando nos fazemos compreender pelos outros, sabemos que às nossas palavras eles fazem corresponder uma série de palavras suas, como ensina Bakhtin” (Geraldi, 1993, p. 10).*

Consegui compreender com Bakhtin que o discurso, forma histórica e falante, faz-se ouvir através de inúmeras vozes, dirige-se a um interlocutor e exige uma atitude dialógica, a fim de que os vários sentidos, distribuídos entre vozes, possam aflorar. Entendi que na voz de cada um desses alunos, sujeitos dessa pesquisa, há vozes.

*“O próprio locutor como tal é, em certo grau, um respondente, pois não é o primeiro locutor, que rompe pela primeira vez o eterno silêncio de um mundo mudo, e pressupõe não só a existência do sistema da língua que utiliza, mas também a*

*existência dos enunciados anteriores - emanantes dele mesmo tudo como uma resposta a enunciados anteriores ou do outro - aos quais seu próprio enunciado está vinculado por algum tipo de relação (fundamenta-se neles, polemiza-se com eles), pura e simplesmente ele já supõe conhecidos do ouvinte. Cada enunciado é uma cadeia muito complexa de outros enunciados”*(Bakhtin, 1992, p. 291).

*“Nossa fala, isto é, nossos enunciados (que incluem as obras literárias), estão repletos de palavras dos outros, caracterizadas, em graus variáveis, pela alteridade ou pela assimilação, caracterizadas, também em graus variáveis, por um emprego consciente e decalcado. As palavras dos outros introduzem sua própria expressividade, seu tom valorativo, que assimilamos, reestruturamos, modificamos”* (Bakhtin, 1992, p. 314).

*“O enunciado deve ser considerado acima de tudo como uma resposta a enunciados anteriores dentro de uma dada esfera (a palavra ‘resposta’ é empregada aqui no sentido lato): refuta-os, confirma-os, completa-os, baseia-se neles, supõe-nos conhecidos e, de um modo ou de outro, conta com eles”* (Bakhtin, 1992, p. 316).

*“Na realidade, como já dissemos, todo enunciado, além do objeto de seu teor, sempre responde (no sentido lato da palavra), de uma forma ou de outra, a enunciados do outro anteriores. O locutor não é um Adão, e por isso o objeto de seu discurso se torna, inevitavelmente, o ponto onde se encontram as opiniões de interlocutores imediatos (numa conversa ou numa discussão acerca de qualquer acontecimento da vida cotidiana) ou então as visões do mundo, as tendências, as teorias, etc.(na esfera da comunicação cultural). A visão do mundo, a tendência, o ponto de vista, a opinião têm sempre sua expressão verbal. É isso*

*que constitui o discurso do outro (de uma forma pessoal ou impessoal), e esse discurso não pode deixar de repercutir no enunciado”*(Bakhtin, 1992, p. 319-20).

O ponto de vista expresso nas passagens citadas de Bakhtin mostrou-se pertinente aos propósitos que tenho em vista nesta pesquisa.

Arrisco dizer que o movimento pretendido na análise dirige-se para o que Blikstein aponta:

*“Suportado por toda uma intertextualidade, o discurso não é falado por uma única voz, mas por muitas vozes, geradoras de muitos textos que se entrecruzaram no tempo e no espaço, a tal ponto que se faz necessária toda uma escavação ‘filológico-semiótica’ para detectar toda a rede de isotopias que governam as vozes, os textos e, finalmente, o discurso”* (Blikstein, 1994, p. 45).

Após essas considerações de natureza teórica vou passar a considerar o modo como elas influíram no mapeamento das crenças que se manifestaram através da leitura do imaginário pedagógico dos sujeitos envolvidos na pesquisa.

A leitura analítica dos indicadores mostrou que nas falas das alunas há um jogo polifônico de vozes, no qual:

- ora sobressaem espontaneamente *vozes de outros e de outros tempos*, algumas das quais eles reiteram e outras refutam;

- ora sobressaem *vozes que aparecem apenas após a intervenção da professora- pesquisadora e que, aparentemente, são incorporadas sem resistência pelos sujeitos*;

- ora se manifestam vozes inesperadas e não diretamente relacionadas com o objeto e objetivo da pesquisa.

Para ilustrar essa última categoria vou selecionar duas passagens das entrevistas de duas alunas. Na primeira, a aluna denuncia a matemática como instrumento de discriminação do aprendiz, deixando marcas e lembranças amargas que ainda têm forte ressonância no presente. A segunda, revela o impacto negativo de uma reprovação para a aluna e que contribui para reforçar uma representação negativa da matemática por parte da mesma.

*“Eu, na terceira série , eu tive uma professora que foi a mesma professora da primeira série. Ela era assim um ídolo prá mim. Aí eu fui prá terceira*

série e ela foi ensinar, é, como eu diria, número decimal...não é número decimal, sabe... é decâmetro, hectômetro, não é número decimal, como é que fala? Eu sei que ela fazia uma escadinha assim (faz um gesto representando uma escada com a mão), então você tinha que transformar o número. E eu não estava conseguindo entender...eu não conseguia entender. Não sei se é porque eu estava tendo problemas na minha casa, né, com meus pais e eu dormia muito pouco à noite e às vezes meu pai bebia muito... Então, eu estava tendo problemas em casa, bom sempre tive, né, mas, nesse dia em que ela explicou isso eu não assimilei, mas não tinha jeito prá eu entender como é que eu ia passar a vírgula prá lá ou passar a vírgula prá cá é... e eu fiquei assim perdida. Conclusão: ela dividiu a classe, é, dividiu...mudou a posição das carteiras em diagonal (faz o gesto com a mão), assim, mudou... Então, uma fileira bem pequenininha que ficou no canto eram aqueles que não tinham entendido e eu fui parar naquela fileira que não tinha entendido, que não tinha conseguido fazer (começa a enrolar na mão um papel que estava na mesa aparentando nervosismo). Foram uns quatro alunos...nós ficamos sem recreio, sem tomar lanche, e nós não saímos da classe, nós ficamos sozinhos lá, tentando fazer. E por mais que eu tentasse eu não conseguia (os olhos enchem de lágrimas). Então eu...não sei se é um trauma (emocionada), se pode ser chamado um trauma, mas eu num...passei a não gostar muito de matemática, eu achei que eu não ia conseguir mais. Eu decorei, eu n...., eu decorei e consegui ser aprovada tal mas...." (Vanilda, Anexo 1, p. 6).

"A - Eu acho que foi numa outra época. Eu acho que foi... Porque eu fui de 1ª a 5ª série, aí a 5ª série eu

*repeti. Eu não tive assim... ou mesmo pela mudança de mundo, mudança de escola, mudança de um monte de coisas. Eu tive muita dificuldade em tudo. Não me lembro de um professor, eu me lembro de pouquíssimas pessoas. Eu me lembro que em matemática eu tive muita dificuldade. Eu lembro que era aquele negócio de bi, biunívoco. Então para mim ficou uma coisa muito mal resolvida porque eu não me lembro nem o que era isto. Nos conjuntos, eu lembro que tinha uns triangulozinhos dentro dos conjuntos. Eu tinha...*

*P - Então foi lá na 5ª série que você foi ver isto? Esta idéia de conjunto.*

*A - Isto, isto. E talvez, por ter sido uma experiência ruim para mim porque eu repeti de ano e meu pai me tirou da escola. Tinha francês, português..., do resto eu não me lembro nada. O que eu mais me lembro é de matemática e desta coisa de conjunto.*

*P - Pertence, não-pertence; contido, não-contido.*

*A - Isto, isto...Eu me lembro dos sinaizinhos e me lembro do livro.*

*P - Lembra do livro!*

*A - Aquele do Osvaldo Sangiorgi, acho que é. Era um livro que tinha uma capa dura e verde e tem um monte de conjuntinhos assim” (Cibele, Anexo 1, p. 38).*

Essas vozes inesperadas que trazem subjacentes crenças em relação à matemática e ao ensino-aprendizagem da matemática foram por mim descartadas, não por não serem relevantes por si mesmas, mas por não fazerem parte do objeto e do objetivo desta pesquisa. Destaquei-as aqui apenas com o intuito de ilustrar a imensa teia que compõe a memória dessas futuras professoras.

É importante ressaltar ainda que eu estava, desde o início, convicta de que vozes relativas a concepções construtivistas da noção de número natural fossem, de algum modo, se manifestar. Surpreendentemente, essas vozes não se manifestaram, nem nos depoimentos escritos e nem durante as entrevistas.

Para ilustrar esse fato, vou destacar alguns trechos das entrevistas realizadas, nos quais, toda vez que atividades relativas a uma

concepção operatória do número - geralmente defendida por propostas pedagógicas de natureza construtivista - foram apresentadas às alunas para que tomassem uma decisão em relação à importância das mesmas para a apreensão da noção de número por parte das crianças, as alunas ou demonstraram uma não-compreensão da própria atividade ou uma não-compreensão dos objetivos que essas atividades poderiam vir a cumprir num trabalho pedagógico com a noção de número.

(1)

*P e A- (Leitura da atividade 4)*

*“A- Ah, sequência lógica.*

*P- Tá. Você daria esta atividade?*

*A- Eu acho que não.*

*P- Por que não?*

*A- Porque tudo que é repetitivo, cansa. Agora, qual a finalidade disto aqui? Eu não sei em que poderia ajudar.*

*P- Você não acha que ajuda?*

*A- (balança com a cabeça negativamente)*

*P e A- (Leitura da atividade 3).*

*P- Entendeu a atividade? Este tipo de atividade você acha importante para aprender número? Você daria?*

*A- É uma atividade diferente. Para entender número?*

*P- Para a criança aprender número.*

*A- Mas o que a criança tá aprendendo? Não consegui entender a atividade para relacionar com número isto.*

*P- Ah, então se não tem nenhuma relação, tudo bem.*

*A- Não tem”. (Rosângela, Anexo 1, p. 19).*

(2)

*P e A- (Leitura da atividade 7)*

*“A- Acho interessante porque é a partir de símbolos que a criança fala que eu sei ler. Eu acho que o símbolo para ela...*

*P- E para entender os números? É importante entender símbolos ou não? Entender o que é um símbolo?*



A- Não tem a ver com símbolos.

P- Para língua portuguesa, para alfabetização e linguagem você acha importante?

A- Acho que sim.

P- Mas, pra noção de número, não?

A- Não.

(...)

P e A- (Leitura de atividade 2).

P- Entendeu? Então coloca uma figurinha sobre a mesa, a segunda figurinha vai ter que ter pelo menos uma coisa igual à primeira. Ou ela vai ter que ter braço, ou ter este estampadinho. Tá certo? Uma coisa igual para ir montando a sequência.(continua a ler). Entendeu a atividade?

Você acha isto importante ou não acha?

A- Não. Isto aqui vai trabalhar... Eu não consigo ver algo de interessante aqui não”(Elizete, Anexo 1, p. 14-15).

A aluna demonstra que procura encontrar uma razão para a atividade no trabalho pedagógico com a noção de número, mas conclui: “não consigo ver algo de interessante aqui não”.

(3)

P e A- (Leitura da atividade 1).

“P-Entendeu a atividade?

A- Não. Eles vão pintar, fazer uma cara de palhaço no círculo e no chapéu?

P- Vai ter que ter o mesmo tanto de chapéu para o mesmo tanto de palhaço.

A- Eles vão virar a folha.

P- Pode ser. Eles vão ter que descobrir um jeito de fazer uma correspondência, entendeu?

A- Mas sem olhar?

P- Como eles podem fazer? Eles podem ir virando a folha, ou arrumar outro jeito.

A- Não, não entendi a atividade.

P- A questão é a seguinte: vai tá de um lado da folha os chapéus e de outro da folha, os palhaços.

A- Ah, entendi. Eles vão estar com a folha aqui e fazer numa outra folha.

*P- Tem várias alternativas. Você daria? Acha uma atividade importante? Ou não acha?*

*A- (começa a ler) Ah, de repente até.... Pode ser.*

*P- Você acha que ela desenvolve algum conceito importante?*

*A- De 'mais' e de 'menos'. A quantidade de menor haveria..*

*P- E porque haveria? Você acha esta idéia uma idéia importante, então tente colocar melhor.. a idéia, ou o porquê da dúvida.*

*A- O por quê de eu ficar em dúvida? Porque eu não sei se a criança saberia relacionar. Como fazer isto sem tá ligando um com o outro.*

*P- Ela não poderia achar uma outra solução, contando, etc., etc. A sua preocupação é com que a criança não saiba?*

*A- É. Ela pode contar. É que eu achei a minha solução... Eu achei que ela não fosse (achar a solução). Ela pode contar, sei lá... desenhar. Eu acho que dá. Porque aí ela vai ter a noção de mais e menos.*

*P- É importante, então?*

*A- É (meio em dúvida)*

*P- Fala.*

*A- É (meio em dúvida). É porque ela precisa saber, ter a noção de maior e menor.*

*P- Você não daria este tipo de atividade mas trabalharia com esta idéia?*

*A- Com esta idéia...talvez, ou não?... não. Não com este tipo de atividade” (Rosângela, Anexo 1, p. 20).*

Vemos que a aluna entrevistada demonstra uma não-compreensão dos objetivos que esta atividade poderia cumprir no trabalho pedagógico com a noção de número, apesar da ‘insistência’ da professora/entrevistadora. As vozes relativas à concepção operatória do número não emergem. Essa emergência era por mim esperada uma vez que essas vozes faziam parte do referencial que já havia sido trabalhado com os alunos. Embora este referencial pudesse constituir-se de um conjunto de informações disponíveis na memória dos alunos, mas não chega na verdade a constituir ‘contra-palavras’ na interpretação da atividade proposta pela

entrevistadora, pois “quando nos fazemos compreender pelos outros, sabemos que às nossas palavras eles fazem corresponder uma série de palavras suas” (Geraldi, 1993, p. 10).

Pelo fato de crenças relativas a uma concepção operatória do ensino-aprendizagem de número natural não terem se manifestado, mesmo após a intervenção esclarecedora da professora-entrevistadora, resolvi deixar à margem desta pesquisa a reconstituição das matrizes históricas dessas crenças, uma vez que crenças que não se manifestam têm pouco poder de interferir e direcionar a prática pedagógica dessas futuras professoras.

Uma vez justificado o abandono dessas duas categorias de vozes, as demais categorias devem ser consideradas. Para que pudesse ter maior clareza em relação à delimitação do problema a ser investigado, achei conveniente desdobrar a noção de imaginário a fim de que ela pudesse se conformar a essa nova ‘realidade’ que esta análise me ‘revelou’. Desse modo, falarei de *imaginário retroativo obsoleto* para demarcar a ‘região’ de crenças de outros tempos sem ressonância entre as alunas; de *imaginário retrospectivo atualizado* para demarcar a ‘região’ das crenças de outros tempos com ressonância entre as alunas e, por isso, assumidas por elas; e de *imaginário interativamente ampliado* para demarcar a ‘região’ referente às crenças que parecem adquirir ressonância entre as alunas apenas após a intervenção da professora-pesquisadora.

A fim de ilustrar essas três categorias, selecionei algumas passagens extraídas das entrevistas com as alunas, as quais que esclarecem a classificação realizada.

## IMAGINÁRIO RETROATIVO OBSOLETO

As passagens seguintes referem-se à ‘região’ das crenças de outros tempos, sem ressonância entre as alunas. Frequentemente, são experiências vivenciadas por elas relativas ao procedimento de escrever os números várias vezes.

(1)

*“P- E por que você não ensinaria dessa mesma maneira que você aprendeu?”*

*A- É, eu acho muito cansativo, muito repetitivo, uma criança pegar o caderno e ficar escrevendo o número 1 a semana inteira, o número 2 a semana inteira, ele..., tá certo, ele...” (Vanilda, Anexo 1, p.2).*

*(2)*

*“P-Por que hoje, você não ensinaria deste jeito?”*

*A- Porque não foi legal como eu aprendi.*

*P- Por que não foi legal?*

*A- Porque foi muito massante, muito cansativo, porque não chamava a atenção das crianças.. E hoje você pode trabalhar de várias maneiras brincando que eles estão aprendendo.*

*P- Você acha que as crianças aprendem desta maneira aí que você aprendeu?*

*A- Aprende. Pode até aprender. Acho até que pode aprender, só que ....*

*(...)*

*P- Esta atividade ( 13)*

*A- Coisa chata.*

*P- Ótimo. Coisa chata. Por que coisa chata?*

*A- Porque acho que na vida da criança, em tudo o que ela faz, ela está desenvolvendo sua coordenação. Por que ficar massacrando a criança para fazer estes risquinhos, passar em cima.*

*P- Você acha que isto é importante para entender o que é número?*

*A- Acho que não*

*P- Não? Isto aqui estava num livro de matemática. Você acha que não é importante?*

*A- Eu não daria isto aqui não.*

*P- Por que não?*

*A- Porque antes eu achava que isto aí, que foi da maneira como eu aprendi, era importante, era essa aí a maneira, mas hoje eu já acho que não é assim” (Elizete, Anexo 1, p. 11-2).*

E, mesmo quando a situação outrora vivenciada é revivida positivamente em sua ausência, isso não significa que as crenças a ela associadas não pertençam também à 'região' daquelas que não encontram ressonância entre as alunas, como mostra o depoimento a seguir:

*"P- Como você aprendeu?"*

*A- Eu aprendi escrevendo o número 1 várias vezes, o número 2 várias vezes.*

*P- Você se lembra disto?"*

*A- Pouco, mas lembro. Eu aprendi..., quando eu entrei na escola eu já sabia os números.*

*P- Você sabia como?"*

*A- Eu aprendi com meu pai.*

*P- Como que ele fazia?"*

*A- Ele escrevia no caderno e pedia para eu copiar.*

*P- E tudo bem?"*

*A- E eu gostava.*

*P- Gostava?"*

*A- Gostava.*

*P- E quando você entrou na escola? Você continuou a escrever número 1, número 2, né? E você continuou gostando?"*

*A- Ah, eu gostava de fazer os números. Como eu gostava de estar escrevendo. Não me importava em fazer porque eu já sabia fazer. Se eu tivesse que fazer 10 vezes o número 2, eu fazia porque...*

*P- Então, não foi uma experiência ruim? Por que você não faria assim?"*

*A- Porque nem todo mundo pode fazer assim. Para outras pessoas eu sei que foi uma experiência ruim. Meu primeiro dia de aula eu nunca vou esquecer. Eu fui para a escola achando que eu ia escrever muito mais do que eu já sabia porque o que eu já sabia escrever por exemplo, se uma pessoa me falasse para eu escrever setembro, eu escrevia e a pessoa tinha que falar s-e-t.. Soletrar. Eu fui para a escola achando que eu ia escrever diferente. Mas eu cheguei a professora desenhou um sapo com um monte de risquinho e pediu que a gente passasse por cima do traçado.*

*Então não teve graça, porque eu queria escrever. Isso para mim não foi bom. Não foi uma experiência boa. Eu acho que esta questão de fazer muitas vezes o número 1 para mim não foi ruim, mas para outras crianças são” (Rosângela, Anexo 1, p. 19).*

## IMAGINÁRIO INTERATIVAMENTE AMPLIADO

Refere-se a crenças que encontram ressonância apenas após a intervenção da professora-pesquisadora.

*“P- Esta atividade (atividade 1) seria importante ou não? Você entendeu a atividade?”*

*A- Eu não entendi muito bem.*

*P- Eles terão que pintar o mesmo tanto de chapéu com o mesmo tanto de carinha de palhaço que encontrarem aqui, certo? Só que isto aqui vai estar no verso, e eles vão ter que fazer algum jeito de ver se tem um chapéu para cada palhaço, certo? É importante?”*

*A- É importante só que precisa ver se as crianças, no caso, já souberem contar. Porque...”*

*P- Tá, e se elas souberem...”*

*A- Porque aqui tem 32 triângulos, se ela sabe contar 32 e depois somar isto com isto. Entedeu? Então eu tenho 32 triângulos e 30 círculos, eu tenho 2 triângulos a mais. Precisa ver se ela vai conseguir fazer esta relação. Muitas vezes, o que elas fazem? Elas fazem a relação aqui, mas como elas vão ter que virar o papel....ou então, a não ser que ela divida em grupos né?”*

*P- Ela teria que achar um jeito de conseguir.*

*A- Ela pode achar um jeito.*

*P- É importante este tipo de atividade para ela desenvolver a noção de número?”*

A- É importante, para que ela consiga, porque se ela não consegue contar até 10 por exemplo. Ela tem um grupo de 10 mais um de 10.

P- Isto você daria?

A- Daria”(Elizete, Anexo 1, p. 15).

## IMAGINÁRIO RETROSPECTIVO ATUALIZADO

Refere-se a crenças de outros tempos com ressonância entre as alunas, e, por isso, assumidas por elas, como mostram os seguintes depoimentos.

“P- Como você ensinaria número hoje?

A- Primeiro eu vou ter que conhecer a classe aqui. Eu disse que eu já levaria cartazes, gravuras, eu tentaria conhecer a classe de uma maneira geral, ver o que eles sabem de matemática, porque de repente, vêm alunos com e... da escolinha ou com pré-escola, que têm o conceito de número e outros não, talvez até começasse por aqui, mas eu preciso ver a classe primeiro, eu elaborei a aula sem conhecer a classe, acho que eu até poderia começar com gravuras, com material concreto, mas...

P- Você acha importante gravura, por quê?

A- Porque visualiza. O aluno, ele visualiza o que está vendo, e é mais fácil o contato ele está tendo contato, e contato mesmo com aquilo que ele está fazendo.

P- O material concreto, você fala é o que?

A- Ah! Desde palitos, palitos de sorvete e bola de gude, ou que mais que poderia ser? Tampinhas e... ou mesmo é... gravuras com quantidades. Não o numeral, mas é... como que eu vou explicar... representação! Representação do número em desenhos, por exemplo, laranjas, frutas, flores, sei lá...” (Vanilda, Anexo 1, p. 1).

Uma vez ilustradas essas três categorias de crenças, resolvi reconstituir as matrizes históricas apenas daquelas que se manifestaram na categoria denominada ‘imaginário retrospectivo atualizado’.

Essa delimitação não me parece gratuita tendo em vista que:

- as crenças pertencentes à categoria do ‘imaginário retrospectivo obsoleto’, justamente pelo fato de não terem mais ressonância entre as alunas, ainda que não se tenha conhecimento das razões e motivos do abandono das mesmas, não interferem de modo significativo na prática pedagógica projetada;

- as crenças pertencentes à categoria do ‘imaginário interativamente ampliado’, pelo fato das matrizes históricas destas crenças fazerem parte da bibliografia contemporânea em circulação e também pelo fato de seu sentido ter sido construído na interação da própria entrevista. Ainda que esses argumentos, por si só, não justifiquem plenamente a exclusão desta categoria do estudo histórico pedagógico que realizei, resolvi optar pela reconstituição das matrizes históricas apenas da categoria seguinte, devido à impossibilidade de fazer a reconstituição das crenças vinculadas às duas categorias dentro do tempo limitado de que dispunha.

Contrariamente a essas duas categorias de crenças, acredito que aquelas pertencentes à categoria do ‘imaginário retrospectivo atualizado’, por se mostrarem persistentes e estáveis, não só oferecem uma maior resistência à crítica e à mudança como também têm um poder bastante significativo de interferir e direcionar a prática pedagógica projetada desses futuros professores.

Uma vez delimitado o problema do modo como o fizemos, resta ainda levantar a questão relativa à **natureza** das crenças pertencentes à categoria do ‘imaginário retrospectivo atualizado’.

Ainda que dentro dessa categoria coexistam crenças filiadas a tradições pedagógicas distintas relativas ao ensino-aprendizagem da noção de número natural, tais como à tradição mecanicista e à formalista-estrutural, a análise revelou que as crenças mais frequentes e com um maior poder de sedução entre os sujeitos filiam-se a uma tradição pedagógica denominada ‘ensino intuitivo’, o qual tem as suas bases epistemológicas e psicológicas no movimento do sensualismo-empirismo. Não destacarei essas crenças neste momento uma vez que elas aparecerão ao longo do estudo histórico pedagógico temático.

Por essa razão, optei por reconstituir preponderantemente as matrizes das práticas constitutivas das crenças ligadas a essa última tradição.



Ainda que, na atualidade, os debates teóricos no terreno da investigação em Educação Matemática se façam mais no sentido de se fazer avançar ou superar uma concepção operatório-construtivista do ensino-aprendizagem da noção de número, esta pesquisa apontou que, para os formadores de futuros professores da escola fundamental, o desafio, na verdade, é outro. Trata-se de exorcizar e polemizar com tradições pedagógicas mais antigas que ainda revelam uma resistência secular e um poder surpreendente de atrair adeptos.

Resta ainda assinalar que a reconstituição das matrizes das crenças ligadas à tradição sensualista-empirista será feita através do que denominamos 'estudo histórico-pedagógico temático'<sup>12</sup>.

Não pretendo aqui deter-me exaustivamente na concepção de um estudo histórico-pedagógico temático. Quero apenas ressaltar que algumas características de um estudo dessa natureza são as seguintes:

- é uma reconstituição histórica de um tema ou tópico específico da matemática ou da educação matemática, mas com fins estritamente pedagógicos;

- é uma reconstituição orientada por finalidades pedagógicas de natureza preponderantemente não-tecnicista;

- é uma reconstituição que tenta viabilizar uma participação orgânica da história nas aulas de matemática;

- é uma reconstituição orientada segundo uma concepção de história-problema;

- é um trabalho de pesquisa que se constitui no âmbito da interação de, pelo menos, quatro áreas do conhecimento: a educação, a matemática, a história e a filosofia.

---

<sup>12</sup> Para uma caracterização mais completa da concepção de um estudo histórico-pedagógico temático consultar o artigo *Estudos histórico-pedagógicos temáticos e história-problema* de Antonio Miguel, publicado nas páginas 43-49 do volume II das actas do Congresso 'História e Educação Matemática' realizado no período de 24 a 30 de julho de 1996 em Braga, Portugal.

## ***5. ESTUDO HISTÓRICO-PEDAGÓGICO: AS MATRIZES DAS PRÁTICAS CONSTITUTIVAS DA TRADIÇÃO SENSUALISTA-EMPIRISTA DO ENSINO-APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE NÚMERO NATURAL***

### **5.1. Considerações iniciais**

O estudo histórico-pedagógico temático interativo que apresentamos a seguir está a meio caminho entre um diálogo real e um diálogo fictício. Isso porque, se por um lado ele não ocorreu de fato, por outro lado, as motivações e o fio condutor que serviram de substrato concreto para a sua construção foram, todos, obtidos tanto a partir do exercício efetivo da prática pedagógica quanto a partir de vestígios e indicadores de diversas naturezas:

- depoimentos escritos dos alunos que se constituíram em sujeitos desta pesquisa;
- entrevistas com alguns das alunos que se constituíram em sujeitos desta pesquisa;
- conversas informais com ex-professores;
- extratos de diário de campo da professora/pesquisadora e autora deste estudo, representativos de interações aluno-aluno ou professor-aluno no contexto real de sala de aula;
- livros didáticos de vários períodos nos quais se acha tematizada a questão relativa ao ensino-aprendizagem da noção de número natural;
- livros e artigos relativos à história e filosofia da matemática, à história e filosofia da educação, à história e filosofia da educação matemática, à didática da matemática, etc., os quais, de algum modo, contribuíram para o resgate histórico-pedagógico do problema relativo ao ensino-aprendizagem da noção de número natural.

O propósito do estudo histórico-pedagógico temático não é de servir de camisa de força à prática pedagógica e, nesse sentido, não deve

ser entendido como uma ‘proposta a ser aplicada’ ou como uma ‘proposta a ser testada’ e, posteriormente, ‘confirmada’ ou ‘refutada’ pela prática. Isso porque, a relação teoria-prática não é aqui concebida em quaisquer dos sentidos unilaterais dos quais ela se reveste na pesquisa em ciências naturais, isto é, nem entendemos a teoria como uma construção ‘a posteriori’ que ‘explica’ um conjunto de ‘fatos’ previamente ‘observados’, e nem entendemos a prática como momento ou instância de realização de ‘experiências corroboradoras’ ou de ‘experimentos cruciais’ com o objetivo de ‘confirmar’ ou ‘refutar’ determinada conjectura ou teoria à qual se chegou por via exclusivamente racional e dedutiva (Miguel, 1996).

Diferentemente das ciências naturais ou formais, a prática educativa é uma prática social intencional que se estabelece no âmbito das interações humanas e, por essa razão, direcionada por valores e convicções dos quais não se deseja abrir mão desde o início do processo. Isso faz com que a interferência da prática na teoria se processe até um certo limite: aquele relativo às fronteiras da dimensão político-teleológica e axiológica que todo ato educativo comporta. Quando a revisão sugerida pela prática chega às fronteiras dessa dimensão, a tendência natural não é a de se efetuar ajustes na teoria para se conseguir o ‘sucesso a qualquer preço’, mas, ao contrário, a de manter a teoria ‘apesar das evidências práticas contrárias’. Nesse sentido, toda prática pedagógica comporta necessariamente uma dimensão utópica que a torna única e singular. O estudo histórico-pedagógico temático que se segue procura, justamente, explorar e tirar partido dessa dimensão utópica do ato educativo, e, nesse sentido, deve ser encarado como referência a toda prática pedagógica em matemática que toma como *pressuposto valorativo* a importância da problematização do saber para o exercício da cidadania e da imaginação (Miguel, 1996).

Alguns dos propósitos declarados do estudo histórico-pedagógico temático são:

1. Reconstituir as matrizes das práticas constitutivas da tradição sensualista-empirista no ensino-aprendizagem da noção de número natural.
2. Ilustrar a concepção que tenho do modo como concebemos o papel do professor numa situação de ensino-aprendizagem que visa a propiciar a mudança conceptual por parte de seus alunos;
3. Ilustrar um modo do conceito bakhtiniano de ‘polifonia’ operar no terreno da educação matemática, para a realização de uma ‘psicanálise’ (no sentido gramsciano do ‘conhece-te a ti mesmo’) das crenças dos alunos: condição necessária, ainda que não suficiente, para a promoção da mudança conceptual.

5.2. Inicia-se um diálogo entre a professora Eliana(E) e as alunas Cibele(C), Helizete(H), Marisa(M), Rosângela(R) e Vanilda(V) a respeito do ensino-aprendizagem da noção de número natural.

1ª aula

trabalhando com visual


- apresentando objetos / material concreto (manipulável) para que a criança inicialmente compreenda ou identifique a quantidade através ou a partir do que ela vê, e que a professora esteja falando e mostrando;

ex: mostrar um objeto (1 lápis)

profª fala: aqui temos 1 lápis.

... e assim até n.º 5

- daí começar a executar a escrita.
- cartazes (apresentar cartaz com 1 figura com número e quantidade correspondente).
- folha mimeografada com:

 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1

meia folha + as - menos

daí a criança já deverá saber escrever o número sozinho.

- continuar outros exemplos ou modelos trabalhando números.

E - O que você colocou a respeito de como ensinar números para crianças no início da escolarização?

C - Coloquei que era importante trabalhar com o visual, porque a criança identifica quantidade a partir do que ela vê.

E - Então, em seu modo de entender, para se aprender números, o importante seria chamar atenção das crianças para o aspecto visual, isto é, para a visualização dos mesmos.

C - É isso mesmo.

M- Eu também penso assim. Em primeiro lugar mostraria às crianças todos os números de 0 a 9 para uma melhor visualização, e colocaria como exemplo fazer uma visualização em cores numa cartolina e isopor. E além da visualização, acho importante colocar a criança em contato direto com o número através do toque.

E- Toque ?

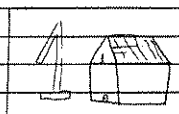
M- Sim, passar o dedo em cima do número escrito em uma lixa, para que a criança pudesse sentir o formato dos números.

E- Ah! Entendi.

Atividade 1

Objetivo: trabalhar a noção de quantidade, a noção de zero e a noção de um a um de cada vez, em várias aulas até serem aprendidas. Exemplo:

- Fazer uma visualização de cinco numa cartolina e isopor;
- Atividade de visualização: colocar a cartolina em contato direto (através da lixa).

Exemplo: 

Quantas casas tem aqui?  
R: 1 (uma)

Quantas que fazem dez, com letras fáceis e médias difíceis e quantas que fazem a noção de cinco?  
R: 10x. Quantas casas você tem aqui?  
R: 2

Trabalhar tendo letras pentadas e as outras com intenção profunda:

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9

Passar desenhos de moedas e moedas ou outra qual que figura se transformando num número ou coisa parecida.  
Passar exercícios que as crianças possam fazer de qualquer jeito, cada número que fazer aprendida.

Para começar a ensinar matemática sem experiência nenhuma, o 1º passo seria procurar um livro que me desse pelo menos uma noção de como trabalhar, mas acredito que começar a trabalhar com números, poderia começar trazendo um cartão com o número de 1 a 9 e as respectivas quantidades que estes números representam por ex: o número 1 e o desenho de 1 grão de feijão

- 1 - ○
- 2 - ○○
- 3 - ○○○
- 4 - ○○○○

e assim por diante, pois a criança tendo noção de quantidade, relacionada com o número fica mais fácil compreender e gravar a imagem e a grafia do número. Para avaliar esta aula eu faria brincadeiras com as crianças, por exemplo:

- Criar fichas com números embaralhados para que ela achasse o número que pediria.
- Ligar números a quantidades desenhadas em balde, miniogreladas.
- Pegar latas vazias ou a embalagem que vem com ovos, desenhava números fora da lata ou dentro de cada biscoito da embalagem e trazer poquinhos em quantidade suficiente para o grupo e eles teriam que colocar a quantidade de cada número desenhado nos biscoitos da embalagem e nos latas.

V- É importante gravar a imagem e a grafia do número. É importante também identificar as quantidades a partir do que ela vê.

Quando estudei a professora desenhou figuras na lousa representando os números. Exemplo:

O nº 2 ela explicava que parecia um patinho e o nº 4 parecia com uma bordadeira e assim por diante.

A professora ensinava também a recitar versos quando íamos acompanhando os números.

Penso que com isso ela queria fixar em nossas mentes.

Foi um trabalho visual para chamar a atenção das crianças. Cuido que deu certo.

Eu faria o mesmo e complementar com objetos que tivessem contato manual para que as crianças tivessem uma concepção real das formas.

Números desenhados com madeira ajuda muito nesse tipo de trabalho.

H- É é isso mesmo. Eu me lembro que, quando fui alfabetizada, a professora nos ensinava recitar versos nos quais a seqüência dos números estava presente. E a gente recitava muitas vezes os mesmos versos. E a gente não se cansava pois, talvez, o ritmo e a sonoridade agradável das rimas nos distraía, nos divertia. Penso que, com isso, ela queria fixar a seqüência dos números em nossas mentes.

E- Talvez, ao assim proceder, o modo de sua professora ensinar acabava refletindo a concepção redutora que tinha de número natural, a qual quase que o reduzia à palavra numérica arbitrária e convencional criada com o propósito de comunicação social, isto é, a um som que o ouvido acusa ou percebe e a mente automaticamente grava ou registra.

H- É, acho que sim... Mas a gente, de fato, gravava.

E- Hans Aebli, ao falar do ensino intuitivo, ...

M- Hans o quê ? Eu nunca ouvi falar desse sujeito.

E- Hans Aebli, pedagogo e pesquisador de nosso século no terreno da psicologia educacional, e ilustre professor da Escola Normal Superior de Zurique, foi um dos pioneiros na tentativa de transpor para o plano pedagógico as idéias de Piaget e seus colaboradores.

C- Você falava de Hans Aebli e do ensino intuitivo...

E- Pois é, dando então prosseguimento àquilo que eu estava dizendo, Aebli, na tentativa de caracterizar o que se costuma chamar de **ensino intuitivo** em Matemática, apresenta, em sua obra intitulada *Didática Psicológica: aplicação à Didática da Teoria de Jean Piaget*, um exemplo relativo ao ensino de frações. De acordo com esse exemplo, *“durante as aulas de introdução, dar-se-á realce quer ao estudo de superfícies e de linhas (círculos, retângulos, retas, etc.), quer ao de objeto (maças, etc.), divididos em número variável de setores. Estes dados sensíveis são observados, descritos, copiados, coloridos, etc. Todas estas normas didáticas tendem a criar uma impressão durável no espírito da criança (...) É como se os dados sensíveis tivessem que ser observados, copiados, coloridos, e com isto se garantiria uma impressão durável na mente da criança (...) Seu aspecto característico (do método intuitivo) é oferecer, na medida do possível, dados sensíveis à percepção e à observação dos alunos”* (Aebli, 1974, p. 7-8).

V- A gente não leu esse cara, mas acredito que é isto que a maioria de nós acha.

E- Mas ele não acha isso. Na verdade, a sua intenção é de, ao mesmo tempo, mostrar o valor e os limites do chamado **ensino intuitivo**.

C- O seu exemplo referiu-se ao ensino de fração. Mas, já que o tema que aqui está em discussão diz respeito ao ensino-aprendizagem da noção de número natural, será que você não nos poderia fornecer um exemplo de como o chamado **ensino intuitivo** encara o ensino dessa noção?

E- O próprio Aebli vai buscar um tal exemplo na didática de W.A. Lay, a qual, segundo ele, *“baseia-se em duas descobertas psicológicas que se tornaram notórias por volta do fim do século XIX; a do **arco reflexo** e a da **sensação cinestésica**. O arco reflexo, isto é, a reação total que consiste*

na percepção de um excitante sensorial e na resposta motora a esse excitante, constitui, segundo Lay, a unidade natural da vida psíquica” (Aebli, 1974, p. 18). Com base nesse pressuposto de natureza psicológica - pressuposto este inadequado, segundo Aebli -, Lay propõe a sua ‘teoria pedagógica do número natural’ em um livro intitulado *Führer durch den Rechenunterricht der Unterstufe*. Segundo essa teoria, a seqüência dos números naturais deveria ser apresentada à criança por meio do seguinte recurso visual de natureza geométrica:



A função desse esquema visual é, segundo Aebli, “criar, no sujeito, as representações intuitivas dos números elementares” (Aebli, 1974, p. 22).

R- E como Aebli encara essa teoria pedagógica do número de Lay?

E- Aebli afirma que, para Lay, “tal representação é adquirida, como qualquer outra imagem mental, por impressão sensorial e passiva. É verdade que ele acentua a importância das sensações tácteis em complemento das sensações visuais e a das sensações cinestésicas que se produzem quando a criança toca, segura e manipula as fichas com que representa os números. De qualquer forma, as representações intuitivas dos números se formam por uma espécie de impressão no espírito da criança. Na realidade, Lay diz que a noção de número supõe um ato do sujeito e que é uma ‘construção da razão’, mas quando examinamos de perto em que consiste essa atividade, vemos que nada mais é do que um ‘reconhecimento’ (Anerkennung), do que uma “tomada de consciência” da coexistência de elementos singulares na coleção numérica. Não se percebe muito bem em que seria ativo tal reconhecimento ou tomada de consciência (...) Ao contrário, a psicologia de Lay exige que primeiro se criem as representações intuitivas dos números na criança, que ela olhe, toque, desenhe os ‘Zahlbilder’ (forma dos números) e somente depois, sejam deduzidas as operações” (Aebli, 1974, p. 22-23).

E- Não sei se concordo com o ponto de vista de Aebli. Estou confusa. Ao criticar Lay ele parece defender o número como ‘construção da razão’. Mas o que significa isso? Seria negar o papel dos sentidos na construção desse conceito por parte da criança? Se for isso eu discordo. Tudo depende dos sentidos. Sem eles não é possível qualquer elaboração mental. O sujeito só passa a ser ativo após os sentidos terem feito a sua parte.



C- Essas colocações me fazem lembrar da seguinte afirmação que já ouvi ou li não sei onde e nem quando: “...*não há nada na inteligência que não tenha estado, antes, nos sentidos*”.

E- Essa máxima é, na verdade, o pressuposto fundamental de toda concepção empirista radical em teoria do conhecimento. E foi também o ponto de partida do movimento sensualista-empirista em psicologia durante o século XIX. Esse modo de entender o acesso ao conhecimento em geral e, particularmente, ao conhecimento matemático, por parte de quem aprende, foi defendido pela psicologia sensualista-empirista.

C- O nome ‘psicologia sensualista-empirista’ me parece bastante adequado.

M- Concordo. É um nome bastante sugestivo, criado por O. Wichmann, para caracterizar toda tendência psicológica que parte dos pressupostos de que a origem de todas as idéias está na experiência sensível e de que a mente da criança é, originalmente, como uma tábua rasa na qual, através dos sentidos, são gravadas as impressões.

E- Esses pressupostos do sensualismo-empirismo me fizeram lembrar de um influente empirista inglês do século XIX chamado Stuart Mill (1806-1876). Eu gostaria de introduzi-lo em nosso debate, dando-lhe a palavra, uma vez que esse pensador, além de ter escrito sobre economia política, lógica e religião, refletiu e escreveu também sobre o tema que estamos aqui discutindo. Em uma obra intitulada “*Sistema de lógica indutiva e dedutiva*”, Mill afirma que: “*As verdades fundamentais desta ciência (a ciência dos números) repousam todas no testemunho dos sentidos. Provamo-las fazendo ver e tocar que um determinado número de objetos, dez bolas, por exemplo, podem, diversamente separadas e dispostas, oferecer a nossos sentidos todos os grupos de números cujo total é igual a dez (...)* Hoje quando se deseja fazer com que o espírito da criança participe do estudo da aritmética, quando se quer ensinar os números e não simplesmente algarismos, procede-se como acabamos de dizer pelo testemunho dos sentidos” (apud Aebli, 1978, p. 9).

M- Esse tal de Stuart Mill falou mais rebuscado, mas acho que é o mesmo que a maioria de nós pensa, ou, pelo menos, pensava.

H- Eu não penso e nem pensava assim.

E- Não? O que você pensa então a respeito dessa discussão?

H- Bem, eu acho que os sentidos só conseguem captar as impressões provenientes dos objetos físicos, isto é, as propriedades desses objetos tais como a cor, a textura, a forma, etc. Mas os números não são propriedades de nenhum objeto particular e nem mesmo propriedade de uma

única coleção de objetos. E como eu acho que estou com a razão, é legítimo levantar a seguinte questão: qual seria, então, o poder dos sentidos na aprendizagem dos números? No meu modo de entender, eles poderiam, no máximo, desempenhar um papel na memorização e fixação dos numerais e das palavras numéricas, mas nunca na aprendizagem significativa do conceito de número natural.

M- Ah, mas que arrogância! Lá vem você com essa história boba de distinguir número de numeral. Eu já vi este filme não sei bem onde e nem quando. Já ouvi falar desta distinção. Ouvi, mas não entendi.

H- Na verdade, o seu feliz depoimento nada mais é do que um argumento à minha suposta arrogância. Se você **ouviu** mas não **entendeu** é porque o ouvido, definitivamente, não é o canal que assegura o entendimento. O mesmo poderia ser dito da visão, do tato e dos sentidos em geral.

E- Bem, vamos tentar manter o nível da discussão. Eu sou da opinião de que não é necessário que haja um consenso entre nós. Vamos respeitar as opiniões divergentes e o direito de qualquer um defender o seu ponto de vista. Parece que, a partir da fala da Helizete instaurou-se entre nós uma polarização. De um lado, aqueles que entendem que o conceito de número natural é uma construção mental que nada tem a ver com o mundo dos sentidos e da experiência; de outro lado, aqueles que, ao contrário, entendem que o papel que joga os sentidos na constituição desse conceito é decisivo. Eu completaria a fala da Helizete acrescentando que, tendo em vista os depoimentos escritos feitos por vocês, o segundo grupo é amplamente majoritário.

M- Professora, eu sugiro que a gente acabe logo com essa polêmica. Quem afinal está com a razão?

E- Resolveria se eu dissesse que a razão está com A ou com B? Ou, talvez, com nenhum dos dois? Ou, talvez, ainda, com ambos? Vocês se contentariam com um simples argumento de autoridade?

C- Bem, eu acho que a professora tem razão. No meu modo de entender, uma atitude mais condizente com o espírito científico seria não a de **decretar** o término da polêmica, mas de tentar restabelecer a sua história ouvindo as diferentes 'vozes' que dela participaram. Quem sabe se após esse resgate nós saíamos mais preparados para formular e defender o nosso próprio ponto de vista?

R- Eu acho a proposta da Cibele bastante sensata.

E- E acima de tudo pedagógica. Afinal, não são propósitos explícitos de um curso de formação de professores a construção do espírito

crítico e a conquista da autonomia? A autonomia não se atinge por decreto, mas por meio do debate esclarecido.

R- Professora, existe alguma possibilidade de tentarmos recuperar aqui essa polêmica?

E- Eu acho que todos nós poderíamos nos preparar para isso buscando novas informações, nova bibliografia. Vocês topam?

Todas- Claro!

E- Bem, eu estou entendendo que essa concordância unânime decorre do fato de vocês terem percebido um fato de extrema importância pedagógica: o de que as nossas concepções, crenças e pontos de vista, quaisquer que tenham sido as circunstâncias ou as razões pelas quais nós temos as concepções que temos, interferem de forma decisiva em nossa prática pedagógica. E daí, qualquer mudança consciente e fundamentada da prática pedagógica está condicionada a uma mudança efetiva no plano de nossas concepções e convicções. É essa constatação que deverá motivar a nossa busca. Mas, para que todos possam trazer a sua contribuição para a continuidade deste debate eu gostaria de expressar em novos termos a natureza da polêmica que aqui se estabeleceu a respeito do ensino-aprendizagem da noção de número natural. Na verdade, o primeiro ponto que precisa ser esclarecido é que a polarização que aqui se estabeleceu entre as concepções de número enquanto ‘construção mental’ e enquanto ‘produto dos sentidos’ poderia ser encarada como um caso particular da polêmica filosófica mais geral em torno da questão do sensível versus o inteligível. Um segundo esclarecimento a ser feito é que essa polêmica não é recente. Ela tem, pelo menos, uns 2500 anos.

M- 2500 anos ?

V- Por que a surpresa, Marisa? Afinal, se essa afirmação da professora for verdadeira nós temos que reconhecer que nós não somos assim tão originais... Mas desculpe a interrupção professora.

E- Bem, um terceiro ponto a ser esclarecido é que a matemática foi, talvez, o primeiro campo do conhecimento no qual essa polêmica teve uma ressonância imediata, significativa e vital.

M- Pelo que entendi, se quisermos conhecer o início da polêmica em torno da questão do número nós devemos recuar 2500 anos no tempo. Mas para que local do globo terrestre devemos ir?

R- Como todos os caminhos levam à Grécia...

E- Embora nem todos os caminhos levem à Grécia, no nosso caso, ela parece ser um ponto de partida interessante. Isso porque, se estamos supondo que essa polêmica se constituiu a partir de algum momento, devemos

também pressupor que, antes desse momento, ela não existia. Isto é, a separação entre o sensível e o inteligível nem sempre existiu.

H- Bem se eu puder dar minha humilde opinião, eu sugeriria que raciocinásemos por analogia.

M- Não entendi a sua proposta. Por favor, seria possível esclarecê-la?

H- Bem, eu penso que o mesmo motivo que gerou a polêmica entre nós poderia também ter gerado a polêmica entre os gregos.

V- O que você quer dizer com isso? Que os gregos do V século antes de Cristo estavam preocupados com questões de natureza pedagógica? (Risos...)

R- Eu não entendi o motivo dos risos. É claro que os gregos do V século antes de Cristo preocupavam-se com questões pedagógicas. Basta consultar qualquer manual de História da Educação...

C- Tudo bem. Mas os egípcios, os babilônios e qualquer outra civilização da antiguidade também preocuparam-se, de algum modo, com a questão da educação. Essa constatação, por si só, em nada reforça a analogia feita por Helizete. A afirmação que está por trás da proposta da Helizete pode ser sugestiva, mas pode também não ser verdadeira. Ela não dá conta de responder porque essa polêmica se originou entre os gregos, e não entre os egípcios ou babilônios ou outro povo qualquer, ainda que todos tenham se envolvido com questões de natureza pedagógica.

E- Na verdade, Cibele tem razão. Existe unanimidade entre os historiadores da matemática de que a matemática desenvolvida em solo grego, a partir de um certo momento, assumiu características totalmente diferentes daquela desenvolvida pelas civilizações pré-helênicas. A uma matemática de natureza prático-empírica e utilitária desenvolvida desde tempos pré-historicos por várias civilizações, os gregos opuseram uma matemática de natureza teórico-dedutiva, sistemática e postulacional. E só após ter-se configurado a possibilidade de construção de uma matemática de natureza distinta é que se teve também a percepção da possibilidade de se propor e de se pôr em prática uma educação matemática de natureza anti-ilustrativa, anti-empírica e anti-pragmática.

M- Quer dizer professora que seria mais provável que o inverso da proposta da Helizete tivesse ocorrido?

E- É isso mesmo. Pelo menos, é o que defende Szabó, um dos poucos historiadores da matemática que se dedicaram a estudar mais profundamente esse momento histórico no qual ocorreu uma primeira mudança qualitativa no desenvolvimento da matemática. O que podemos

inferir dos estudos de Szabó é que não foi nem uma motivação de natureza pedagógica e nem mesmo uma motivação propriamente matemática que originou a cisão entre o sensível e o inteligível no terreno da matemática e da educação matemática, mas sim uma necessidade de ajuste interno a que os matemáticos tiveram que recorrer a fim de manter a integridade de sua disciplina diante de uma crítica de natureza filosófica. Eu sugiro a vocês que leiam o texto de Szabó a fim de que nós possamos aqui recuperar apenas aquilo que julgamos estritamente necessário para a continuidade do nosso debate em torno da questão do número. Leiam também o capítulo IV do livro *Conceitos Fundamentais da Matemática* de Bento de Jesus Caraça.

\* \* \* \* \*

E- Em nosso último encontro estávamos falando de uma crítica de natureza filosófica que levou os matemáticos gregos do V século a.C. a tentarem efetuar um ajuste em suas teorias.

C- E ao ler os textos que você recomendou a gente pode dizer que essa crítica partiu de um membro da escola eleática chamado Zenão de Elea e foi endereçada contra as crenças de uma outra escola, a dos pitagóricos.

M- Isso eu entendi. Mas não consegui compreender bem a natureza dessa crítica.

E- Bem, para que essa crítica se torne inteligível para nós, na atualidade, é preciso, antes de mais nada, que a gente tente se colocar no contexto da discussão intelectual daquela época. Naquele momento, não havia ainda uma ciência constituída, tal como nós a conhecemos hoje. Os chamados filósofos pré-socráticos - dentre eles incluídos os eleáticos e os pitagóricos, aos quais já fizemos referência - foram os primeiros a tentarem basear as suas explicações dos fenômenos, não mais no misticismo ou em quaisquer outros expedientes que tivessem que recorrer às divindades e ao terreno do sobrenatural. Ao contrário, procuraram dar explicações naturalísticas aos fenômenos naturais. Talvez, uma das maiores preocupações desses filósofos pré-socráticos era com a inteligibilidade do universo, isto é, em dar uma explicação racional ao mundo. Procuravam compreender os fenômenos, descobrir suas razões e ligações internas e verificar se existia (perante a diversidade da natureza) um princípio único, ao qual tudo se reduzisse, isto é, que fosse a causa primeira da ocorrência dos mesmos. As primeiras respostas foram dadas pelos filósofos das colônias jônicas da Ásia Menor. Para Thales de Mileto, por exemplo, seria a água esse elemento original. Para Anaxímenes de Mileto seria o ar. Já para Heráclito o mundo não era de permanência da matéria e sim um mundo dinâmico baseado na

transformação incessante, sendo que a essência da realidade seria a transformação, devido à ação do fogo, que as coisas estariam sofrendo permanentemente. A resposta dada por Pitágoras, ou melhor, pela escola pitagórica foi bastante original: para tudo deveria existir um número, isto é, o número seria a chave para a explicação de tudo que ocorre no universo e o princípio ao qual tudo se reduz.

R- Puxa! A explicação dos pitagóricos era mesmo bastante original.

E- Nos dias de hoje ela até parece trivial, uma vez que a ciência dos números é indispensável e amplamente utilizada por quase todas as demais ciências que têm algum aspecto da natureza a explicar. Mas concordo com você que, para a época, era uma explicação bastante ousada. E essa crença reforçava-se cada vez mais, à medida que o comportamento de um novo fenômeno comportasse uma explicação baseada no número.

R- Correto. Vejam que interessante a seguinte passagem do texto do Caraça (1978, p. 71) que nós lemos: *“Como Pitágoras deve ter vibrado de entusiasmo ao verificar como até as relações de coisa tão sutil e incorpórea como o som -a matéria por excelência, da harmonia- se traduziam em relações numéricas simples!”*

M- Bem, toda essa conversa está muito interessante mas eu gostaria de tentar estabelecer uma relação entre ela e o tema que estávamos discutindo. Então, acho que seria plenamente justificável perguntar qual a concepção que os pitagóricos tinham de número.

C- Pelo que eu consegui entender, a sua pergunta Vanilda está respondida pela seguinte passagem do Caraça que afirma que, para os pitagóricos, *“toda a matéria era formada por corpúsculos cósmicos, de extensão não nula, embora pequena, os quais, reunidos em certa quantidade e ordem, produziam os corpos; cada um de tais corpúsculos -mônada- era assimilado à unidade numérica e, assim, os corpos se formavam por quantidade e arranjo de mônadas como os números se formam por quantidade e arranjo de unidades”*(Id. ibid., p. 72-3).

M- Isso significa que o número era concebido como um conjunto de mônadas e que a unidade numérica era identificada com uma mônada?

E- Sim!

M- E também que a mônada possuía extensão?

E- Não só possuía extensão como também era considerada pelos pitagóricos como a menor extensão que se poderia conceber.

V- Estou começando a ficar confusa. Eu não li os textos que a professora propôs, mas gostaria de participar da discussão. Onde vocês

querem chegar? E o que isso tem a ver com a questão da polêmica entre o sensível e o inteligível?

C- Posso tentar explicar?

E- Claro!

C- Bem, para isso, é preciso fazer entrar em cena um filósofo pertencente à escola eleática, chamado Parmênides, e que foi um dissidente da escola pitagórica. Ele possuía uma preocupação idêntica à dos filósofos que o precederam mas, diferentemente deles, defendia a necessidade de se fazer uma distinção radical entre o que era objeto da **razão** - que Parmênides identificava como sendo a verdade - e o que era dado pela observação e pelos **sentidos** - o que ele identificava com a opinião. E Zenão de Elea, discípulo de Parmênides e defensor das mesmas idéias, vai tentar pôr em cheque a crença fundamental da escola pitagórica de que para tudo existia um número, através da estratégia de incompatibilizar essa crença com a teoria pitagórica das mônadas, isto é, através da estratégia de mostrar que o ousado princípio redutor baseado no número contradizia a própria concepção de número que tinham os pitagóricos. A argumentação utilizada por Zenão, foi, de acordo com Caraça (Id. *ibid.*, pp.77-8), mais ou menos a seguinte: *“como querem que a recta seja formada por corpúsculos materiais de extensão não nula? Isso vai contra vossa afirmação fundamental de que todas as coisas têm um número. Com efeito, entre dois corpúsculos 1 e 2, deve haver um espaço -se estivessem unidos, em que se distinguiriam um do outro? - e esse espaço deve ser maior que as dimensões de um corpúsculo, visto que estas são as menores concebíveis; logo, entre os dois posso intercalar um corpúsculo 3 e fico com dois espaços: um entre 1 e 3 e outro entre 3 e 2, nas mesmas condições. Posso repetir o raciocínio indefinidamente e fico, portanto, com a possibilidade de meter entre 1 e 2 quantos corpúsculos quiser. - Qual é então o número que pertence ao segmento que vai de 1 a 2?”*. Com esta argumentação, Zenão mostra que de duas uma: ou os pitagóricos admitem que todas as coisas têm número ou que as coisas são formadas por mônadas da maneira como as definiram.

E- Muito bem, Cibele! Mas eu gostaria de chamar a atenção de vocês para o tipo de raciocínio empregado por Zenão para pôr em evidência a contradição gerada pela concepção pitagórica de número. Esse tipo de raciocínio recebe o nome de ‘raciocínio por absurdo’ ou ‘demonstração indireta’. Nesse tipo de demonstração, quando se quer mostrar que duas afirmações aparentemente compatíveis são, na verdade, contraditórias, admite-se, temporariamente, a veracidade de uma delas e mostra-se que os

desdobramentos dessa admissão nos leva a uma incompatibilidade com a outra afirmação, isto é, a um absurdo de natureza lógica.

M- E de acordo com o texto que lemos, Szabó defende que foram os próprios eleáticos, e não os pitagóricos ou outros matemáticos, que utilizaram pela primeira vez esse tipo de argumentação.

E- Exato!

V- E qual foi a reação dos pitagóricos diante dessa crítica de Zenão?

R- Pelo que li, entendi que os pitagóricos levaram a sério a crítica de Zenão e, para livrar-se dela, tentaram reelaborar a teoria pitagórica das mônadas, ou o que dá no mesmo, a sua concepção de número, de modo a afastar a contradição que ela gerava.

H- Você tem razão. Mas teria sido essa a única saída para os pitagóricos? Depois de muito pensar eu cheguei à conclusão de que não seria necessário modificar a teoria das mônadas para livrarem-se da contradição. Bastaria renunciar àquela pretensiosa crença cósmica de que para tudo existiria um número.

M- Mas que idéia mais maluca essa da Helizete. Só poderia ter partido dela que adora criar um caso, mesmo quando ele não se faz necessário. Além do mais, não foi isso o que, de fato, ocorreu.

E- Eu acho que você está enganada, Marisa. A Helizete tem razão. A opção feita pelos pitagóricos de rever a sua concepção de número não era a única possível. Isso significa que não havia uma **necessidade de natureza lógica** na base de tal opção.

M- Então, por que fizeram essa opção?

E- Acontece que a outra opção que lhes restava- a de renunciar à tal crença cósmica- implicaria um altíssimo custo aos pitagóricos.

M- Por quê ?

E- É que *“essa crença dava sustentação à dominação política de natureza conservadora exercida pela escola pitagórica. E a queda dessa crença abria a possibilidade das pessoas questionarem essa dominação. O que estava em jogo não era mais a ciência, mas o poder. Um poder do qual os pitagóricos não queriam abrir mão”* (Miguel, 1993, p. 34.; Upinsky, 1989, p.75).

V- Deixe-me ver se entendi bem o que você disse. Quer dizer que uma razão de natureza política ou ético-política pode interferir nos rumos internos da própria matemática?

E- É isso mesmo! Não só pode como, de fato, interferiu.



C- Eu estou até meio com vergonha de dizer... mas depois dessa discussão toda me ocorreu uma idéia ainda mais maluca do que a de Helizete.

M- Diga logo, Cibele. Estou morrendo de curiosidade!

C- Bem, a dúvida é a seguinte: por que razão havia **apenas duas alternativas** para os pitagóricos, isto é, ou rever a crença cósmica ou rever a concepção de número? Eu acho que teria existido uma terceira.

M- Uma terceira?

V- Como assim 'teria existido'? Significa que 'existia' antes mas que não mais existiria agora?

M- Fale logo, Cibele. Eu estou mais curiosa ainda.

C- Sim eu defendo que existia uma outra alternativa e que é a seguinte: os pitagóricos bem que poderiam ter mantido tanto a sua crença cósmica quanto a sua concepção de número e simultaneamente, ter defendido a possibilidade de existência de contradição na matemática. O que haveria de errado com essa alternativa?

V- (tumulto generalizado!) Professora, eu sugiro que você interne a Cibele. Ela 'pirou' de vez.

E- Silêncio por favor! Não há nada de errado com a proposta da Cibele.

V- Como assim, 'não há nada de errado'? Isso não é nem ao menos uma demonstração por absurdo; é uma tentativa de demonstrar o próprio absurdo!

E- Não, Vanilda! Você está sendo injusta. Em primeiro lugar porque concordar com a legitimidade de uma argumentação por absurdo, como aquela construída por Zenão, significa aceitar, **sem discussão**, o princípio de que 'dentre duas afirmações contraditórias uma delas é, **necessariamente**, verdadeira'. Aceitar, sem discussão, esse princípio significa também aceitar que entre o ser e o não-ser não se pode, nem ao menos, abster. Não haveria, nem ao menos, uma terceira alternativa; seria aceitar também que ao nosso pensamento só seria permitido mover-se dentro do quadro estrito de uma **lógica binária**, o que, atualmente, é manifestamente questionado. Em segundo lugar, a recusa da possibilidade de existência de uma contradição lógica no pensamento, embora seja hoje encarada por muitos como uma espécie de dogma ou de fato incontestável, não foi - e continua não sendo, em determinadas circunstâncias e para a interpretação de determinados fenômenos - uma lei eterna e inviolável do pensamento. Ela decorre também, ainda que não somente, da aceitação prévia e sem discussão dessa lógica binária baseada no tal '**princípio do terceiro excluído**'. Do mesmo modo como a colocação sob suspeita de tal princípio tem uma origem histórica,

também a sua defesa e introdução no terreno da matemática pode ser explicada com base na história.

M- Seria possível que você nos explicasse então porque razão esse princípio passou, a partir de certo momento, a ser encarado como uma verdade incontestável?

E- Para isso precisamos retornar aos eleáticos e, sobretudo, a Parmênides. Talvez, vocês não tenham prestado a devida atenção à seguinte passagem do texto de Szabó: “ *A questão da origem da forma indireta de demonstração em matemática seria para sempre insolúvel se quiséssemos deduzí-la de formas de pensamento matemático historicamente mais primitivas e que ignoravam esse processo de demonstração. A forma indireta de demonstração não foi criada por matemáticos, nem foram eles os primeiros a usá-la; os pitagóricos do sul da Itália tomaram-na, já pronta, dos filósofos eleáticos que também ali viveram por volta do início do século V a.C. (...) Não há dúvida que, de acordo com o nosso conhecimento atual, o método de demonstração indireta foi primeiramente usado entre os gregos por Parmênides. Eram os eleáticos que ‘provavam suas afirmações através da prova da impossibilidade da tese contrária’. Foram Parmênides e os eleáticos que, claramente, ‘fizeram da ausência de contradição’ o critério de verdade de uma afirmação*” (Szabó, 1960, pp. 45-46).

M- Ah, quer dizer que, embora os pitagóricos tivessem tido a opção de manter tanto a sua crença cósmica quanto a sua concepção de número, preferiram rever esta última e alinhar-se ao espírito da doutrina eleática?

E- É isso mesmo, Marisa. E isso teve uma implicação significativa para o desenvolvimento posterior da matemática. Significou nada mais nada menos, segundo Szabó, do que a ruptura com a tendência prático-empírica e ilustrativa em matemática, uma vez que os filósofos eleáticos usavam o método de demonstração indireta para provar apenas aquelas afirmações que flagrantemente feriam a experiência do senso comum. Não foi Zenão quem provou indiretamente a impossibilidade do movimento que a experiência e a ilustração mostravam ser real ?

V- Mas, como? Eles não acreditavam que as coisas se movimentam? Que existe o movimento?!

E- Não é bem assim! Seria errado supor isso. Os eleáticos não negavam o movimento real, visível. Eles entediavam que o movimento era impensável, que nossa razão não o pode compreender, que ele não era compatível com qualquer explicação que se pudesse dar sobre o Universo. Zenão **‘demonstrou’** como a admissão do pluralismo (isto é, a existência do

‘muitos’ e não apenas do ‘uno’) e do movimento (como o fizeram inicialmente os pitagóricos) geraria contradições. Para Zenão e os eleáticos só o não-contraditório era pensável e, portanto, verdadeiro. E como só ao ‘pensável’ era atribuído o estatuto de ‘existente’, o ‘existente’ deveria, portanto, possuir as seguintes características: unidade, homogeneidade, continuidade, imobilidade e eternidade, e todos os atributos que contrariassem estes seriam relegados ao plano da opinião.

C- A absorção positiva do impacto da crítica eleática sobre a doutrina pitagórica pode ser encarada, portanto, como a razão mais fundamental da primeira percepção da possibilidade de construção de uma matemática teórica, isto é, não-empírica, não-sensível, não-pragmática, baseada unicamente em princípios fundamentais e na argumentação exclusivamente racional. É claro que essa mesma razão fornece também a explicação do surgimento de uma concepção não-sensível, isto é, inteligível, de número natural.

R- Seria correto supor que essa concepção ‘trans-sensorial’ de número natural surgiu através da correção que os pitagóricos se viram obrigados a fazer em sua teoria das mônadas?

E- Sim.

R- E quais foram essas correções e que nova concepção delas resultou?

E- Duas foram as alterações essenciais. A primeira foi declarar que as mônadas não possuíam extensão.

M- Como assim ‘não possuíam extensão’? Tudo na realidade possui extensão. Como é possível pressupor algo que, na realidade, não existe?

E- Bem, eu acho que a única resposta possível à sua pergunta é que quando se está empenhado em afastar a contradição e quando se considera isso uma tarefa essencial, tudo o que dela decorre passa a ser aceitável, concebível, ainda que inexista uma contrapartida real dessa decorrência. A partir disso, torna-se não apenas aceitável como também necessário que se efetue um desdobramento do real: de um lado, o real vivido - o sensível - e, de outro, o real concebido - o inteligível. Desse modo, os sentidos nos dariam acesso ao real vivido, e somente a ele; o acesso ao real concebido estaria franqueado apenas e tão somente ao pensamento.

M- Ah, finalmente chegamos ao ponto que gerou toda a polêmica entre nós. Agora fica mais claro que a distinção entre o sensível e o inteligível não foi fruto do capricho de uma mente desocupada. Foi uma resposta

histórica possível - dentre outras - a problemas que realmente faziam sentido em uma certa época e num certo contexto.

E- Justo! E torna-se também compreensível que os números passassem a ocupar, gradativamente, o 'status' de 'objetos do pensamento'. De fato, aproximadamente um século após o surgimento da escola pitagórica, Platão, no Livro VII de *A República* irá declarar: "*os números não são corpos visíveis nem tangíveis; são meros elementos do pensamento não acessíveis de nenhum outro modo a não ser ao pensamento*" (Platão, 1989, p. 63). Platão sistematizou esta distinção dizendo que a realidade não está nas coisas sensíveis, isto é, no mundo sensível - o real sensível - no qual se desenrolam as experiências prático-empíricas, mas no mundo das Idéias ou Formas- o real concebível-, não sendo as coisas sensíveis mais do que imagens ou cópias das Formas. Por essa razão, para ele, a verdade não pode ser adquirida através dos sentidos, mas apenas pelo pensamento puro. Vejam que, desta forma, ele tentava 'salvar' a teoria pitagórica das mônadas, não a original, mas a revista após as críticas de Zenão.

V- Quer dizer que nós poderíamos dizer que, em relação à polêmica que estamos discutindo, existe uma continuidade epistemológica entre os eleáticos, os pitagóricos e Platão?

E- Em certo sentido sim. Mas não apenas entre eles. Entre eles e Euclides também. Eu falo em Euclides, o grande sistematizador da matemática que viveu aproximadamente um século após Platão, isto é, no século III a.C. Mas é preciso ter cuidado. Quando falamos em 'continuidade epistemológica', isso não significa 'identidade de pontos de vista'. Por exemplo, quando comparamos os eleáticos e Platão em relação ao problema que estamos discutindo, é possível afirmar que, embora Platão, tal como os pitagóricos, tenha absorvido positivamente as críticas dos eleáticos, não retirou as mesmas conclusões que estes em relação à polêmica entre o sensível e o inteligível. Ao insistirem na exigência de não-contraditoriedade, os eleáticos acabaram tirando a conclusão de que as nossas experiências sensoriais eram errôneas. "*Mas, se na perspectiva racionalista radical dos eleáticos a afirmação da racionalidade do real traz como consequência a exclusão de tudo quanto se possa revelar inacessível ao pensamento, na perspectiva racionalista moderada de Platão, o primado do inteligível sobre o sensível não traz como consequência a negação do sensível. Elimina-se a contradição desdobrando-se o real: o real sensível e o real inteligível. É neste último, isto é, é no mundo das Idéias, onde habita o conhecimento matemático*" (Miguel, 1993, pp. 138-139). Mas é em Euclides que percebemos o desfecho temporário dessa polêmica. Contrariamente aos

primeiros pitagóricos, que defendiam uma visão integrada entre o domínio dos números e o das figuras e que, em decorrência dessa visão, desenvolveram, de fato, toda uma teoria a respeito dos ‘números figurados’, Euclides, nos 13 livros que compõem os seus *Os Elementos*, irá separar em dois compartimentos estanques os livros dedicados à Geometria daqueles dedicados à Teoria dos Números (Livros VII, VIII e IX). A abordagem dos ‘números figurados’, dentro do estilo pitagórico de se conceber a forma geométrica como um conjunto contável de pontos ou mônadas, desaparece. Mas não desaparece de todo o apelo à visualização e à geometria, uma vez que o ‘número genérico’ é representado nos Elementos por um segmento de reta. Apesar dessas inovações, é possível perceber também em Euclides o impacto da crítica eleática e a tentativa de ‘salvar’ a teoria pitagórica das mônadas. A grosso modo, todas as afirmações que se fazem nos Elementos poderiam ser divididas em dois tipos: as demonstráveis e as não-demonstráveis. As demonstráveis são chamadas de ‘teoremas’. Dentre as não-demonstráveis estão as definições, os postulados e os axiomas, sendo que as demonstráveis só o são a partir das não-demonstráveis. Pois bem, vocês sabem qual é a primeira definição que aparece no Livro I dos Elementos?

V- Eu nunca vi nenhum desses livros que compõem os Elementos.

E- É a definição de ponto. “*Ponto é aquilo que não tem partes*”. É essa a primeira definição dos Elementos.

R- Ah, é a tal da **mônada retificada** dos pitagóricos?

E- É isso mesmo.

M- É a tal da **coisa sem extensão** com a qual se constrói todas as **coisas extensíveis**?

C- É o tal do **inteligível** com o qual se constrói o **sensível**?

E- É isso tudo. E, segundo Szabó, a afirmação de que ‘o ponto não tem partes’ é proveniente de Zenão de Elea que falava de ‘extensão sem partes’. A ‘extensão sem partes’, na terminologia de Zenão, quando referida ao espaço, denotava o mesmo que a palavra ‘agora’ usada por ele em relação ao tempo. Zenão dividia o curso do tempo em momentos, isto é, em ‘agoras’ sem duração. Era esse o modo como ele provava a contraditoriedade dos conceitos de movimento, tempo e espaço (Szabó, 1960, Parte II, p. 126).

C- E o número? Ele é também definido por Euclides?

E- Trata-se da primeira definição do Livro VII dos Elementos, o primeiro livro sobre Teoria dos Números. Ela diz o seguinte: “*Um arithmos é uma multitude de unidades chamadas mônadas*”, ou seja, o número é um conjunto de unidades.

C- Mas que coisa estranha. Essa definição parece não estar de acordo com o modo como Euclides **representava** o número genérico. Você não havia dito, professora, que Euclides utilizava um segmento de reta, isto é, uma **linha contínua**, para representar um número qualquer?

E- É isso mesmo, Cibele. Após a definição de ‘ponto’ ou ‘mônada’ dada por Euclides no Livro I, o mais natural seria esperar que a ‘linha’ fosse definida como um ‘conjunto de pontos’, do mesmo modo como o ‘número’ é definido como ‘conjunto de unidades’.

M- E não é isso o que acontece?

E- Na realidade, não. A definição de ‘linha’ que aparece nos Elementos é a seguinte: “Linha é um comprimento sem largura”. Segundo Szabó, os gregos antigos acabaram evitando essa definição ‘mais natural’ de linha porque ela acabaria realçando ainda mais o caráter contraditório dos fundamentos da geometria (Szabó, 1960, Parte II, p. 126). Em outras palavras, embora as construções geométricas e as demonstrações contidas nos Elementos tratem as linhas como conjunto de pontos, elas não são **definidas** como tal, o que significa dizer que, na verdade, embora Euclides tenha **percebido** a contradição, ele nem a levanta e nem a resolve de fato; procura apenas **camuflá-la**.

H- Mas professora, essas definições falam em ‘ponto’, ‘mônadas’ e ‘unidades’. Essas palavras têm todas o mesmo significado para Euclides?

E- A rigor sim. Na própria definição de número Euclides identifica ‘mônadas’ e ‘unidades’. Como a geometria é tratada independentemente da Teoria dos Números, Euclides não vê a necessidade de identificar o ponto com as mônadas ou com as unidades, ou melhor, não o faz, novamente, para evitar que uma outra contradição, já presente na teoria pitagórica das mônadas e também levantada pelos eleáticos, reaparecesse.

C- Outra contradição? Se não me engano, nós aqui só falamos de uma: a da extensibilidade das mônadas, a qual foi devidamente reparada através da definição de ponto.

E- Você tem razão. Mas há uma segunda contradição que apareceu no decorrer do debate em torno da teoria pitagórica das mônadas ou, o que dá no mesmo, em torno da concepção de número natural. Essa contradição estava relacionada com a questão da **divisibilidade das mônadas**. Segundo os eleáticos, a admissão da pluralidade e da divisibilidade também geraria contradições, pois se **num mundo de coisas visíveis** a unidade for dividida, então, ela é substituída por muitas coisas. E o um não mais seria **visto** apenas como um, mas também como o seu contrário, o ‘*não-*

*um*', isto é, muitos. Conseqüentemente, a idéia do um ser divisível geraria contradição no pensamento, e, portanto, não poderia ser verdadeira.

M- Puxa! Isso é verdade! Eu nunca havia pensado nisso. Realmente, se eu divido uma maçã em partes, o que era visualmente 'um' passa a ser visualmente 'muitos'.

R- Muitos 'pedaços de maçãs' e não 'muitas maçãs'!

E- Tudo bem! Mas ainda que essa crítica possa, a nós, parecer frágil ou ingênua, dentro do contexto epistemológico em que se movimentavam os gregos antigos, ela fazia sentido. Não podemos perder de vista que o que os eleáticos contestavam era o conceito de 'muitos' como forma concreta de existência do mundo palpável, sensível, perceptível. Tão pertinente essa crítica foi encarada pelos gregos antigos que ela acabou tendo uma enorme repercussão. Os eleáticos acabaram impondo o seu ponto de vista. Prova disso é que, um século mais tarde, um comentário sobre essa aparente contradição em torno da questão da divisibilidade aparece na seguinte passagem do diálogo entre Sócrates e Glauco em *A República* de Platão:

*Sócrates: Pois bem, penso agora, depois do que foi dito sobre esta ciência dos números, o quanto ela é bela e de quantos modos ela é útil ao nosso objetivo, desde que a estudemos com vistas ao conhecimento e não com vistas ao comércio.*

*Glauco: Por quê ?*

*Sócrates: Pelo que acabamos de dizer, pois ela eleva a alma com vigor e a obriga a raciocinar sobre os próprios números, sem permitir que sejam introduzidos, em tais raciocínios, números que tenham corpos visíveis ou palpáveis. Tu sabes como são aqueles matemáticos terríveis: se intentamos, num raciocínio, dividir a 'unidade', riem de nossa atitude e não a admitem; ao contrário, se tu a divides, eles multiplicam porque temem que a unidade venha a aparecer não como unidade, mas como uma multiplicidade de partes...Supõe agora que alguém lhes perguntasse: 'Ó sábios admiráveis, que números são esses sobre os quais vós falais? Onde estão estas unidades cuja existência vós postulais, considerando-as perfeitamente iguais e indivisíveis?' Que pensas que responderiam? Na*

*minha opinião, responderiam que falam de números que podem ser concebidos, mas que não podem ser manuseados de nenhum outro modo” (Platão, 1989, p. 63).*

R- Professora, Euclides, em sua definição de número usou a palavra ‘unidade’. Ele chegou a definir o que entende por isso?

E- É exatamente a esse ponto que eu queria chegar. Não só definiu ‘unidade’, como definiu-a dentro do espírito da filosofia eleática do seguinte modo: “*Um é a unidade em relação à qual cada coisa é dita ser uma*”.

V- Nossa que definição mais estranha, indecisa e redundante.

E- Você tem razão. Essa definição é totalmente ininteligível se não é vista dentro do contexto epistemológico da polêmica que se estabeleceu entre pitagóricos e eleáticos em torno da divisibilidade do um. Embora Euclides não faça referência a essa polêmica, a sua definição atesta-nos que, de fato, ele acabou incorporando o ponto de vista dos eleáticos sobre a divisibilidade. Além disso, aquilo que, na realidade, foi o término de uma polêmica, isto é, a opção dos gregos antigos para pôr término a uma polêmica, aparece, nos Elementos, como o início de todo um processo de construção de uma teoria, no caso, a teoria dos números.

H- Mas, professora, na prática o um não era divisível? A gente não pode trabalhar com os números fracionários? Eu pergunto isso porque já li não sei onde que os egípcios e os babilônios, isto é, que algumas civilizações pré-helênicas não só conheciam como também trabalhavam com as frações.

E- Boa observação, Helizete! Eu acrescentaria à sua observação que, na prática, também os mercadores, arquitetos e engenheiros gregos usavam frações em seus cálculos, ou seja, dividiam a unidade. Porém, quando consultamos os três livros de Euclides dedicados à Teoria dos Números, em nenhum deles aparecem frações. Isso não nos deve surpreender, pois os Elementos devem ser vistos não como a única matemática ou como toda a matemática que se fazia na época, mas como a matemática vista através de um ponto de vista teórico, não-pragmático, isto é, como a matemática vista segundo a concepção pitagórico- eleático-platônica. O mesmo pode ser dito em relação à Aritmética, é claro.

M- Então, havia duas matemáticas e, conseqüentemente, duas aritméticas?

R- Se é assim, seria possível dizer que havia dois tipos distintos de Educação Matemática?



E- É quase isso! Bem, eu vou explicar melhor. Podemos dizer que a tradição matemática teórica, ligada aos filósofos gregos, culminou com o trabalho de Euclides. Mas, paralelamente a esta tradição, é claro que já existia uma aritmética prática constituída, elaborada e aprimorada ao longo de milhares de anos pelas civilizações pré-helênicas, e da qual os gregos foram herdeiros. Dessa aritmética prática - denominada **logística** pelos gregos - temos, infelizmente, poucos vestígios. Mas eles existem.

M- Você poderia nos fornecer exemplos?

E- Alguns papiros egípcios, notadamente o chamado papiro de Rhind, provavelmente escrito por um escriba chamado Ahmés, trazem muitas informações sobre o modo como a civilização egípcia realizava as quatro operações elementares, tanto com os números naturais quanto com as frações. O mesmo ocorre com alguns tabletas de barro deixados pelas civilizações que viveram na região da antiga Mesopotâmia, os quais nos fornecem informações a respeito do modo como esses povos realizaram seus cálculos.

V- E quais eram as características dessa Aritmética Prática?

E- Seria, talvez, mais apropriado falarmos em Aritméticas Práticas.

M- Por quê?

E- Isso porque, o modo de se conceber as diferentes operações com números naturais e as técnicas e procedimentos empregados para a realização das mesmas variavam bastante de acordo com a civilização considerada.

M- Não entendi.

E- Por exemplo, entre os egípcios a subtração era concebida como complemento do subtraendo até que se atingisse o minuendo; a multiplicação era concebida como duplicações reiteradas de um dos fatores; a divisão como duplicações reiteradas do quociente. Já, entre os babilônios, a subtração era concebida como extração do subtraendo do minuendo; a multiplicação, como adição de produtos parciais obtidos distributivamente e a divisão, como multiplicação do dividendo pelo inverso do divisor (Bunt, Jones e Bedient, 1988)

R- Professora, mas por que razão isso acontecia?

E- Em parte isso pode ser explicado pelo fato de cada povo ter construído um tipo diferente de sistema de numeração. Esses sistemas revelavam não apenas as necessidades e possibilidades materiais de cada contexto, como também a complexidade das operações comerciais e financeiras e o nível de maturidade computacional atingido por essas civilizações.

C- Quer dizer que não havia um único sistema de numeração?

E- Não só existiam vários sistemas, como também era possível que, um mesmo povo, possuísse mais de um sistema de numeração. Além disso, esses diferentes sistemas possuíam numerais distintos, como também distintas eram as bases empregadas para a contagem e registro das quantidades. O mais antigo sistema de numeração empregado pelos egípcios - o sistema hieroglífico - por exemplo, possuía 6 numerais distintos e a base empregada para a contagem e registro das quantidades era a base 10. Já o sistema dos babilônios possuía apenas dois numerais e operava na base 60. Além disso, entre o sistema egípcio e o babilônio existia uma outra diferença fundamental: apenas o segundo era um sistema posicional, o que significa que os numerais do sistema não possuíam um valor fixo, mas valores variáveis em função da posição que ocupavam no registro das quantidades.

C- Quer dizer que não havia um único sistema e nem um único conjunto de regras para a realização de operações que fossem universalmente aceitos por todos os povos?

E- Não.

M- Ah, agora eu entendi o que você quis dizer com a expressão 'Aritméticas Práticas'!

C- Mas não havia nada em comum entre essas aritméticas?

E- Havia pelo menos duas características comuns entre elas. A primeira é que as operações aritméticas básicas nunca eram realizadas com os próprios algarismos ou numerais dos sistemas como o fazemos atualmente. A função única que cumpria um sistema de numeração era a de ser um meio eficaz para o registro visual das quantidades. A totalidade deles - por várias razões tais como: não serem posicionais, desconhecerem o zero, serem ambíguos, serem incompletos, etc. - não era, na verdade, **sistemas operatórios**.

C- Mas se esses sistemas não se prestavam à realização das operações, como os povos antigos deram conta de efetuá-las?

E- A resposta à sua pergunta traduz a segunda característica comum às aritméticas práticas ou logísticas dos povos antigos: a utilização de **técnicas digitais** e/ou de uma ou outra forma de **ábaco**.

V- Técnicas digitais? Ábaco? Não sei a que você está se referindo professora.

E- Técnicas digitais são procedimentos de contagem e cálculo manuais utilizados por diversos povos antigos. Diz Ifrah a esse respeito: "*Maravilha de mobilidade e de eficácia, a mão do homem é o mais antigo e difundido dos acessórios de contagem e de cálculo para os povos*

*através dos tempos. Na Oceania ou na África, na Europa ou na Polinésia, na Mesopotâmia ou no Iraque atual, no Islã ou no Egito dos faraós, em Roma ou na Grécia antiga, na China ou na América pré-colombiana, na Índia ou em nosso Ocidente medieval, arqueólogos, historiadores, etnólogos e filósofos encontram vestígios de seu uso em todas as regiões do mundo”*(Ifrah, 1992, p. 79). Parece que a prática era muito difundida. Veja este trecho de Quintiliano (35-95 d.c.), um dos mais respeitados pedagogos romanos, em “*Intistuição Oratória*”:

*“Não é só o orador que precisa conhecer os números, mas todo aquele que domina as primeiras letras. Eles são freqüentemente usados na barra do tribunal, e um advogado que hesita a respeito de um total, ou que apenas demonstra incerteza ou falta de habilidade no modo de contar com os dedos, causa má impressão!”* (apud Ifrah, 1989, p. 88-9)

E existiram abácos de diversos tipos, mas os mais comuns foram *“tábuas ou pranchas com divisões em diversas linhas ou colunas paralelas separando as diferentes ordens de numeração. Para representar números ou para efetuar operações, ali se colocavam pedras ou fichas valendo uma unidade simples cada uma. Peças que os gregos chamavam de psephoi e os romanos, de calculi”* (Ifrah, 1992, p. 118).

M- Que provas existem para atestar que os povos do passado, de fato, recorreram a expedientes dessa natureza ?

E- Talvez, os vestígios mais contundentes e persuasivos sejam os de natureza iconográfica, embora, como veremos mais adiante, eles não sejam o único tipo de documento que atesta que a prática abacista, de fato, reinou exclusiva, isto é, sem rivais, por um largo período de tempo. Vejam, por exemplo, essas gravuras que eu selecionei.



Um calculador profissional, efetuando operações com as fichas de seu ábaco.  
Ilustração europeia da Renascença.

(IFRAH, 1989, p.305)

# Algorithm<sup>o</sup> linea

lis cū pulchris cōditōib<sup>9</sup> Regule  
de tri: septē fractionū: reglis socia  
lib<sup>9</sup>. & semp exēplis idoneis Recte  
sicut in scolis Nurnbergen. arithmeticozū docet  
In florentissimo studio Lipsenzi nup edit<sup>9</sup> Ad  
minus litteris eruditis q̄ Mercatoribus vtilis &  
maxime incipientibus.

## Lectrozi

Aurea succincte pateat tibi regula detri  
frangere quo valess queq; minuta<sup>9</sup> vaser  
A socijs dicas quo possis pcedere, normas  
Huius vilescant non tibi dona libri  
Hijis nurnberga nitet numerandi insignis ab arte  
Huic arti multum contulit illa boni

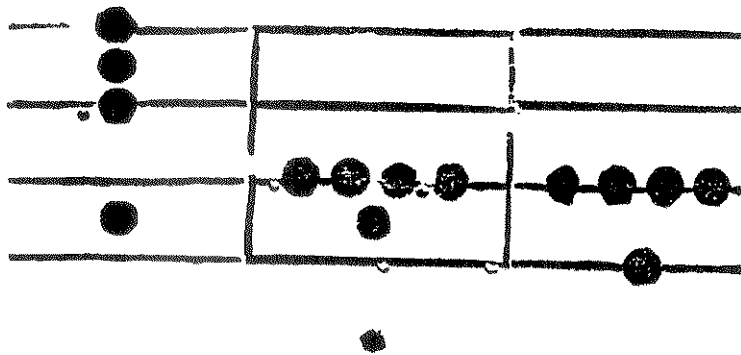


FIG. 40. TITLE PAGE OF LIGHT

(Smith, 1970, p.69)

Esta é a página título da aritmética de Baltazar Licht, que é uma síntese das regras do ábaco.

Zun Nery geordnet Rech  
en biechlin auf den linien  
mit Rechen pfeninggen: den  
Jungen angenden zu heif  
lichem gebrauch vnd hend  
eln leychtlich zu lernen  
mit figuren vnd exempeln  
Volgethernach klär  
lichen angezaigt.



FIG. 56. TITLE PAGE OF KÖBEL'S *Rechenbiechlin* (1514)  
(Smith, 1970, p.103)

Esta é a página título da aritmética de Jakob Köbel. “Esta é uma aritmética estritamente comercial, contendo todas as operações feitas pelos calculadores como era de costume em grande parte da Alemanha” (Smith, 1970, p.106).

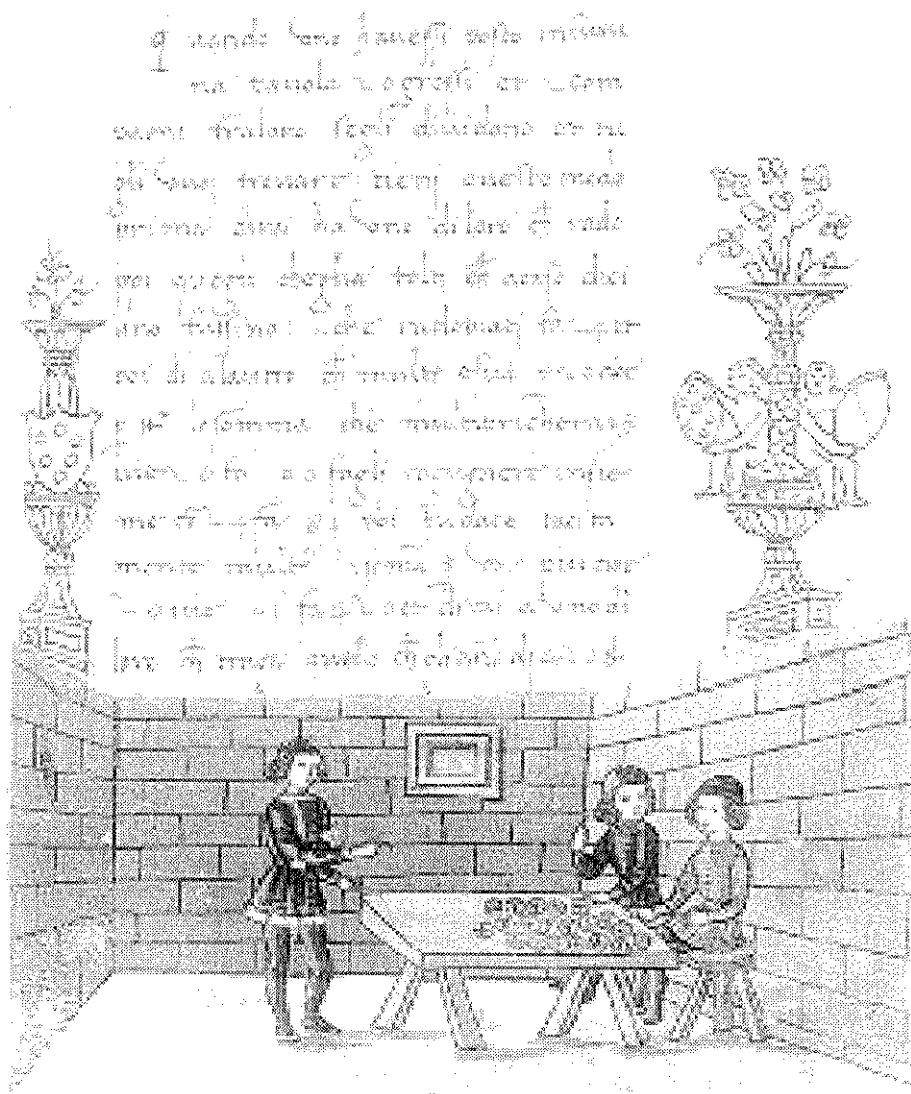


Ilustração contida na Aritmética de Philippo Calandri, um aritmético florentino do século XV. Ilustração extraída de Cahiers d'Art, nº 1, p.151.



“Frontispício de Gregor Reisch, *Margarita philosophica* (1503). Ao redor da figura de três cabeças no centro, estão agrupadas as sete artes liberais, com a aritmética sentada no meio e segurando um ábaco.”

(Boyer, 1974, p. 199)





*“Bastante antigo, este gestuário (referente à contagem manual) foi provavelmente muito conhecido desde a mais remota antiguidade. Os habitantes do Egito faraônico parecem tê-lo empregado desde o Antigo Império (séc XXVIII a XXIII aC), como aparentemente comprovam diversas pinturas funerárias.”*

(Ifrah, 1989, p. 88)

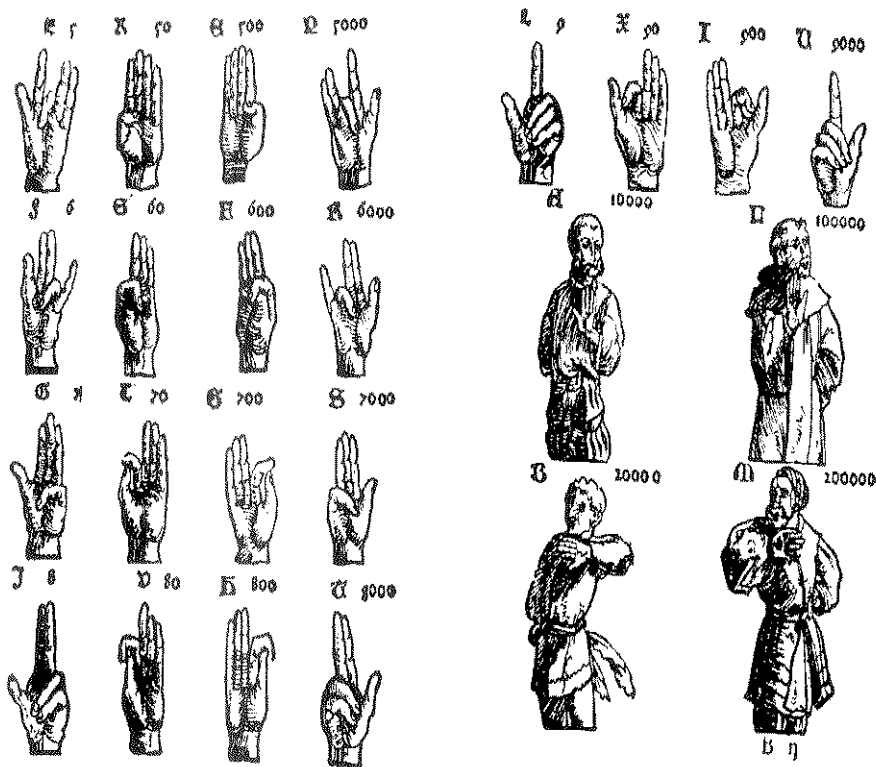


FIG. 74. FINGER SYMBOLISM FROM AVENTINUS

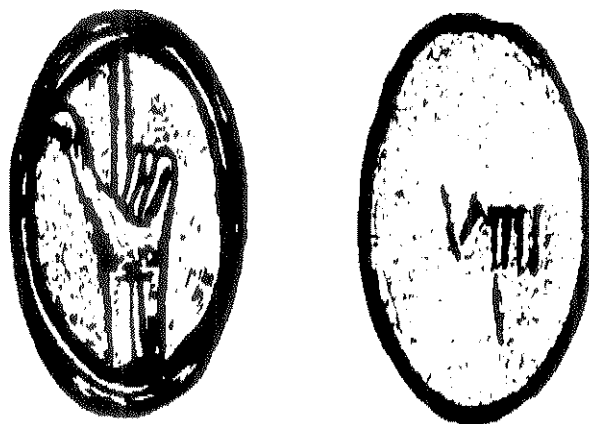
ADAM RIESE. Ed. pr. 1522.

Leipzig, 1538.

(Smith, 1970, p.138)

Esta é uma página da aritmética de Johannes Aventinus. “O livro é primeiramente um tratado sobre o simbolismo numérico com dedos, e contém a mais completa explicação sobre o assunto existente. Ela traz ilustrações que mostram as representações de números acima de um milhão por meio de dedos e braços. Este simbolismo com dedos, achado no trabalho de Beda, foi praticado no Leste e no Oeste durante a Idade Média, e é muito mencionado pelos aritméticos do século XVI” (Smith, 1970, p.138).





**Téssera romana do século I, mostrando o gesto correspondente a 9.**

(Ifrah, 1989, p.88)

*“Os antigos romanos utilizavam igualmente este sistema de contagem manual, como comprova uma grande quantidade de tésseras numéricas, exumadas em escavações arqueológicas, datando em sua maioria do início da era cristã. São pequenas contas de osso ou de marfim representando, cada uma, certa soma de dinheiro, e que os cobradores de impostos romanos davam aos contribuintes a título de ‘recibo’; elas geralmente comportam num lado uma das figuras digitais do sistema precedente e no outro a formulação em algarismos romanos do valor correspondente” (Ifrah, 1989, p.88)*

Praticamente todos os povos antigos utilizaram um, outro ou ambos os tipos de expedientes; para a realização de contagens e cálculos recorriam-se aos dedos e ao ábaco e, para registrar visualmente e de forma duradoura os resultados das contagens e das operações, recorriam-se ao sistema visual de numeração. Até a invenção e adoção de um sistema de numeração que fosse simultaneamente adequado tanto para o registro de quantidades quanto para a realização de operações, essas duas histórias se processaram de forma distinta e paralela.

M- Que duas histórias?

E- Por um lado a história do desenvolvimento dos sistemas visuais de numeração e a do desenvolvimento de técnicas de contagem e, por outro, a da realização de operações.

C- Eu não consigo entender como isso foi possível. Como uma civilização como a grega, que desenvolveu um nível de argumentação tão sutil e avançado e uma matemática teórica tão profunda não conseguiu perceber uma coisa tão elementar como a possibilidade de se realizar operações aritméticas utilizando-se os símbolos de seu próprio sistema de numeração?

E- Na verdade, essa percepção não era tão óbvia quanto nos parece hoje. Isso porque, antes de mais nada, essa percepção era dependente da possibilidade de construção de um sistema de numeração que fosse simultaneamente completo, não-ambíguo, posicional e que dispusesse de um símbolo para representar a quantidade nula. E um sistema com tais características só se tornou historicamente disponível aproximadamente a partir do século VI d.C., quando os hindus não apenas conseguiram realizar tal façanha como também iniciaram a história de construção de algoritmos para a realização das operações básicas com os números naturais. Mas então, já estamos no início da Idade Média.

H- Mas essa sua explicação não é incompleta professora? Ela me parece muito mais uma forma diferente de dizer a mesma coisa do que uma verdadeira explicação. Isso porque, se os gregos não conseguiram realizar operações sobre os próprios numerais do seu sistema de numeração pelo fato de não terem conseguido criar um sistema de numeração adequado para isso, a gente não poderia continuar perguntando por que razão eles não conseguiram criar um sistema com tais características?

E- Você tem razão! Na verdade, a opinião de Ifrah (1989, p. 264) é que se um sistema com tais características **tivesse surgido** entre os gregos, ou mesmo se eles tivessem tido conhecimento de um tal sistema, muito provavelmente eles teriam reconhecido o seu valor e o teriam adotado. Mas

por que um tal sistema não surgiu? Segundo Kline (1992, tomo I, p. 80), “... a ciência grega clássica foi qualitativa... Quanto aos usos práticos dos números, os intelectuais da época se limitaram às atividades filosóficas e científicas e não se ocuparam nem do comércio nem dos ofícios; o homem cultivado não se interessava pelos problemas práticos(...) O pensamento matemático se viu assim separado das necessidades práticas e os matemáticos não encontraram motivação para melhorar as técnicas aritméticas e algébricas. Quando as barreiras entre as classes cultivadas e os escravos se tornaram menos estreitas no período alexandrino ( do século 300 a.C a 600 d.C aproximadamente) e os homens cultos passaram a se interessar por assuntos práticos, a ênfase se deslocou para o conhecimento quantitativo e para o desenvolvimento da aritmética e da álgebra”.

V- Mas professora, a gente até entende as razões pelas quais os filósofos e as classes cultivadas deixaram de dar a devida importância, ainda que não ignorassem, a aritmética prática ou logística. Mas e as outras camadas da população que tinham que recorrer aos expedientes desse tipo de aritmética, porque não a fizeram avançar?

M- O que você está querendo insinuar com **outras camadas da população**? É verdade, professora, que o povo em geral recorria a esses expedientes?

E- Existem vários indícios de que, na verdade, apenas uma pequena camada da população dominava, de forma competente, essas técnicas operatórias realizadas com o ábaco.

H- Então, acho não apenas possível como também bastante pertinente levantar a conjectura de que esse avanço no sentido de criação de um sistema de numeração que fosse, de fato, operatório não ocorreu justamente pelo fato do domínio dessas técnicas operatórias ter se restringido, durante muito tempo, a uma pequena casta de especialistas; não era, na verdade, uma prática democratizada.

C- Bem, antes da gente poder analisar se a sua conjectura é ou não pertinente, eu gostaria que a professora nos falasse sobre os tais indícios a respeito do uso restrito de tais técnicas abacistas e porque razões isso acontecia.

E- Em primeiro lugar, é preciso esclarecer que a realização das operações no ábaco eram extremamente complicadas e morosas. Por essa razão, o seu domínio requeria muito tempo de estudo e dedicação. Segundo Dantzig (1970, p.35), “a dificuldade de tais regras pode ser visualizada pelo grande respeito com que se encarava os cálculos naqueles dias. Acreditava-se que um homem perito em tal arte possuísse poderes quase sobrenaturais.

*Isso pode explicar porque, desde os tempos imemoriais, a Aritmética foi tão assiduamente cultivada pelos sacerdotes*". Isso explica porque razão os especialistas gozavam de privilégios. Que a realização das operações através do ábaco não estava ao alcance de todos, alguns vestígios o comprovam, tal como o seguinte:

*“Conta-se que um rico mercador da Idade Média suficientemente rico para dar uma instrução comercial ao seu filho, foi um dia consultar um eminente especialista para saber a qual instrução confiar o jovem. A resposta do profissional parecerá certamente espantosa ao homem médio do século vinte: ‘Se você se contenta em fazer aprender a prática das adições e subtrações, qualquer universidade alemã e francesa resolverá o problema; mas, se você faz questão de que a instrução do seu filho chegue à multiplicação e à divisão (se ele for capaz de aprender isso!), então será preciso mandá-lo para as escolas italianas”* (Ifrah, 1989, p. 304).

Embora o fato a que Ifrah se refere tenha se passado na Idade Média, essa situação perdurou ainda por um longo tempo. A aceitação por parte dos europeus dos símbolos e das técnicas de calcular (hindu-arábicos) que hoje utilizamos demorou muito tempo (mais de um milênio após a sua invenção). Mesmo no século XVI, o seguinte depoimento do aristocrático Montaigne (1533-1592), um dos pensadores mais cultos e representativos do humanismo francês, atesta a pouca disseminação das técnicas de calcular:

*“Nasci e fui criado nos campos, em meio à lavoura; tenho trabalho e família desde que aqueles que me antecederam na posse dos bens que desfruto deixaram-me seu lugar. Ora, não sei calcular nem por meio de fichas nem por escrito”* (Montaigne, apud Ifrah, 1989, p. 295).

Uma outra história, agora do século XVII, extraída do diário de um homem chamado Samuel Pepys, deverá reforçar esse mesmo fato. Segundo Ifrah, Samuel Pepys

*“era um funcionário da Marinha de Guerra britânica que acabava de sair da Universidade de Cambridge, tendo sido nomeado para o*

*Secretariado do Almirantado e recebido, em 1662, a responsabilidade pelas trocas com os fornecedores. Dotado de uma instrução adequada, este 'encarregado das atas' era completamente incapaz de efetuar os cálculos necessários à verificação das compras de madeira concluídas pela Marinha inglesa!*

*Para aprender a dominar o cálculo, este funcionário resolveu voltar para a escola, ou melhor, percorrer a Europa. Como nas administrações inglesas as operações só eram feitas nas tábuas de fichas, durante muito tempo ele foi obrigado a se levantar às quatro horas da manhã para estudar e assimilar as regras correspondentes.*

*Quando finalmente conseguiu vencer esta dificuldade, levou sua mulher a este aprendizado. Eis o que escreveu então no seu diário no ano da graça de 1663: "minha mulher agora é capaz de efetuar sem dificuldades adições, subtrações e até multiplicações. Mas não ousei ainda perturbá-la com a prática das divisões" (Ifrah, 1989, p. 305-6).*

V- Mas por que os europeus demoraram tanto para adotar o sistema que utilizamos hoje, uma vez que, tendo ele surgido no século VI d.C e sendo ele o primeiro sistema de fato operatório, revelava-se superior aos demais existentes para a realização dos cálculos?

E- Ifrah e Dantzig nos apresentam os percalços passados pelos números hindu-arábicos antes de serem aceitos na Europa. Em primeiro lugar, vamos lembrar que a Europa ocidental era predominantemente cristã enquanto que os povos islâmicos, mulçumanos.

M- Ah! Acho que eu estou começando a entender o problema que isto vai causar.

E- Percebem? Bem, para começar, os árabes tiveram conhecimento do sistema de numeração e da aritmética hindu através das relações comerciais que mantinham com a Índia e, percebendo, desde o primeiro momento, a sua praticidade e simplicidade, acabaram adotando tal sistema e regras de operar, de modo que, no final do século IX já tinham, até mesmo, contribuído para o desenvolvimento e aperfeiçoamento desse sistema. Um dos matemáticos que se destacou nessa tarefa foi Mohammed Ibn Mussa al-Khowarizmi. A importância deste matemático na divulgação do sistema



hindu pode ser atestada pelo fato de que o nome de al-Khowarizmi latinizado transformou-se, posteriormente, em **algoritmo**. Inicialmente, o termo designou o cálculo escrito realizado diretamente sobre os numerais do sistema hindu. Atualmente, designa qualquer processo de solução de um problema que possui um número finito e definido de etapas. Al-Khowarizmi escreveu o primeiro livro árabe no qual aparecem detalhes dos procedimentos de cálculo à maneira hindu.

V- Nossa! Eu já tinha ouvido falar de números hindu-arábicos, mas não nunca havia prestado muita atenção em seu significado.

M- E aí professora, estou curiosa! Por que razão os árabes perceberam de imediato a importância do sistema hindu-arábico e os europeus não? Os europeus, por acaso, só chegaram a ter conhecimento desse sistema muito tempo depois dos árabes?

E- Parece que a coisa não foi bem assim. Não se trata, em primeiro lugar, dos europeus não terem tido contato com esse sistema ou mesmo de não terem percebido a sua importância. De um certo modo, o contato dos cristãos com os muçulmanos produzido pelas guerras santas, possibilitou que os primeiros aprendessem o modo de calcular dos muçulmanos. Além disso, esse contato também se viabilizou através dos árabes que ocuparam o território espanhol a partir do século VIII. Sabemos que, mais precisamente, no ano 711 da era cristã, os muçulmanos do norte da África ocuparam territórios hoje pertencentes à Espanha e Portugal. Como a Espanha, a partir do século XI, começou a se destacar pela sua produção cultural, um número crescente de europeus ia até a Espanha em busca desta produção. E em 1202, o matemático italiano Leonardo de Pisa (c. 1175-1250), conhecido como Fibonacci, escreveu uma obra intitulada *Liber abaci*, que em português significa *Tratado do Ábaco*, no qual explicava, entre outras coisas, as regras de cálculo baseadas no sistema hindu-arábico. A obra tornou-se referência para os algoristas (defensores do cálculo ao modo hindu-arábico) que foram tornando-se cada vez mais numerosos.

H- Mas professora, não lhe parece estranho que uma obra que se propõe a explicar os processos algoristas se intitule *Tratado do Ábaco*?

E- Ótima observação Elizete! Para entendermos a razão dessa contradição devemos, antes, assinalar que esse modo alternativo de se registrar o operar com os números foi prontamente proibido pelas autoridades eclesiásticas cristãs.

M- Mas por que razão?

E- Bem, na Idade Média, como sabemos, o cálculo era propriedade de uma casta de especialistas, os chamados abacistas. Quase todos eles pertenciam ao clero.

V- Ah, já estou começando a entender...

M- Eu ainda não entendi.

E- Sendo mais explícita, para as autoridades eclesiásticas cristãs da época, admitir a superioridade de outro modo de calcular que não aquele realizado através do ábaco, e incorporar o sistema hindu-arábico em sua totalidade, abria a possibilidade do reconhecimento da superioridade da religião muçulmana a qual se combatia. Politicamente, isso significava não apenas perder o monopólio do saber mas, sobretudo, o monopólio do poder que a Igreja Católica ainda detinha. Para não perder esse poder, a Igreja lançou mão de alguns de seus constumeiros e ameaçadores *recursos*. De acordo com Ifrah (1989, p. 317): “...*determinadas autoridades eclesiásticas espalharam o boato de que, sendo tão fácil e tão engenhoso, o cálculo árabe devia ter algo de mágico ou até de demoníaco: só podia vir do próprio Satanás! Para mandar os discípulos excessivamente dedicados de Fibonacci à mesma fogueira que as feiticeiras e os heréticos faltou um passo, que certos inquisidores não esperaram para dar.(...)Desse modo, os algarismos arábicos ainda ficam proibidos por algum tempo. Os amadores do cálculo moderno são obrigados a usá-los escondidos, como se fosse um código secreto*”.

M- Quer dizer que o Fibonacci foi para a fogueira?!?

E- Não! Felizmente isso não ocorreu. Talvez pelo fato de Fibonacci, em vez de posicionar-se explicitamente em favor de um dos polos dessa polêmica, preferiu assumir uma posição aparentemente consonante com a dos abacistas. Isso explica a contradição levantada pela Elizete. Segundo Ifrah (1989, p. 314), “*seu autor (Fibonacci) curiosamente denominou ‘Tratado do Ábaco’ , com certeza para evitar a ira daqueles que detinham então o monopólio do domínio numérico e que preconizavam antes de tudo o cálculo no ábaco de fichas!*”

E- Para não parecer que nossa análise seja unilateral, eu gostaria de registrar que, antes de Fibonacci, um monge francês chamado Gerbert d’Aurillac, o qual se tornou papa no ano de 999, foi um dos primeiros a tentar introduzir os algarismos hindu-arábicos na Europa.

V- Um monge?!? Que se tornou papa?!? Justo um da Igreja?

E- É. Segundo Ifrah (1989, p. 307), há muitas lendas a respeito de como ele, provavelmente, teria tomado conhecimento dos algarismos e do modo hindu-arábico de se calcular: “*Conta-se a lenda que, para se tornar o*

*futuro papa do ano 1000, ele (Gerbert) teria ido até Sevilha e Córdoba, introduzindo-se nas universidades árabes sob o disfarce de um peregrino muçulmano - o que não é inteiramente impossível. Mas é mais provável que o futuro papa tenha ficado mesmo na Espanha cristã, no monastério de Santa Maria de Ripoll. Esta pequena cidade catalã era um intermediário célebre entre os mundos cristão e mulçumano, onde nosso monge podia certamente encontrar os professores de que necessitava(...) uma coisa é certa: de volta à França, Gerbert já dominava toda ciência necessária”.*

M- Ah, após todo esse desvio consegui entender porque o sistema de numeração decimal e as técnicas algoristas demoraram tanto tempo para serem incorporadas pelos europeus!

E- Que bom! De acordo com Dantzig (1970, p. 41), *“a luta entre os abacistas, que defendiam as velhas tradições, e os algoristas, que defendiam a reforma, durou do século XI ao XV, atravessando as etapas usuais de obscurantismo e reação. Em alguns lugares, os numerais arábicos foram banidos dos documentos oficiais; em outros, a arte foi inteiramente proibida. E, como sempre, a proibição não culminou na abolição, mas simplesmente serviu para espalhar a clandestinidade, de que encontramos amplas evidências no século XIII, em arquivos da Itália, onde, ao que se parece, os mercadores usavam os numerais arábicos como uma espécie de código secreto”.*

R- Professora, você nos mostrou anteriormente alguns documentos iconográficos sobre a prática de uma aritmética abacista. Existiriam vestígios dessa mesma ou de outra natureza a respeito da prática de uma aritmética algorista?

prominent in business circles. In the same way Paciolo's treatment of

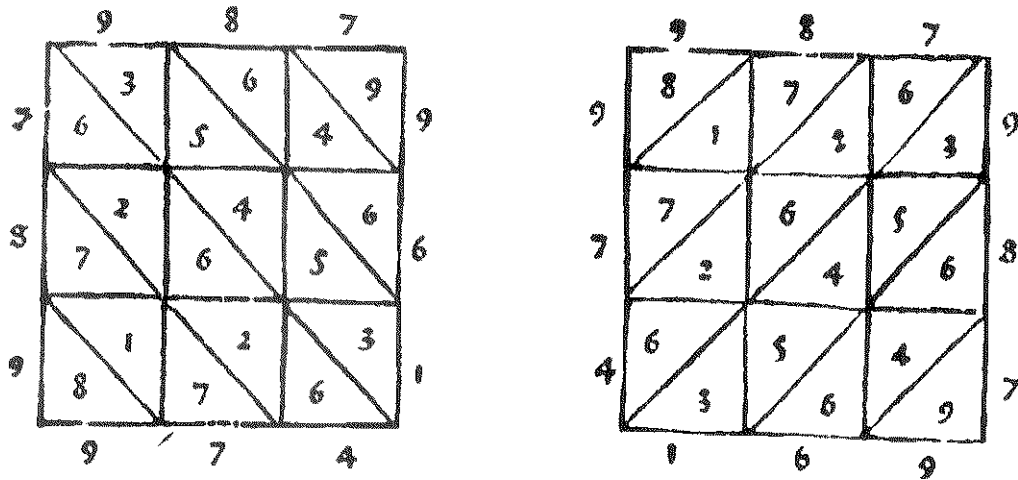


FIG. 34. GELOSIA MULTIPLICATION, 1494 PACIUOLO

(Smith, 1970, p.56)

Esta é uma página da aritmética de Luca Paciolo, de Borgo San Sepolcro. Esta figura dá um exemplo do método de multiplicação em gelosia. “Não se sabe quando e onde a multiplicação em gelosia apareceu, mas a Índia parece ser a fonte mais provável; foi usada lá pelo menos desde o século doze, e onde parece ter sido levada à China e à Arábia. Dos árabes passou para a Itália nos séculos quatorze e quinze e lá o nome gelosia lhe foi associado por causa da semelhança com os gradeados colocados em frente às janelas em Veneza e outros lugares”(Boyer, 1974, p.158).

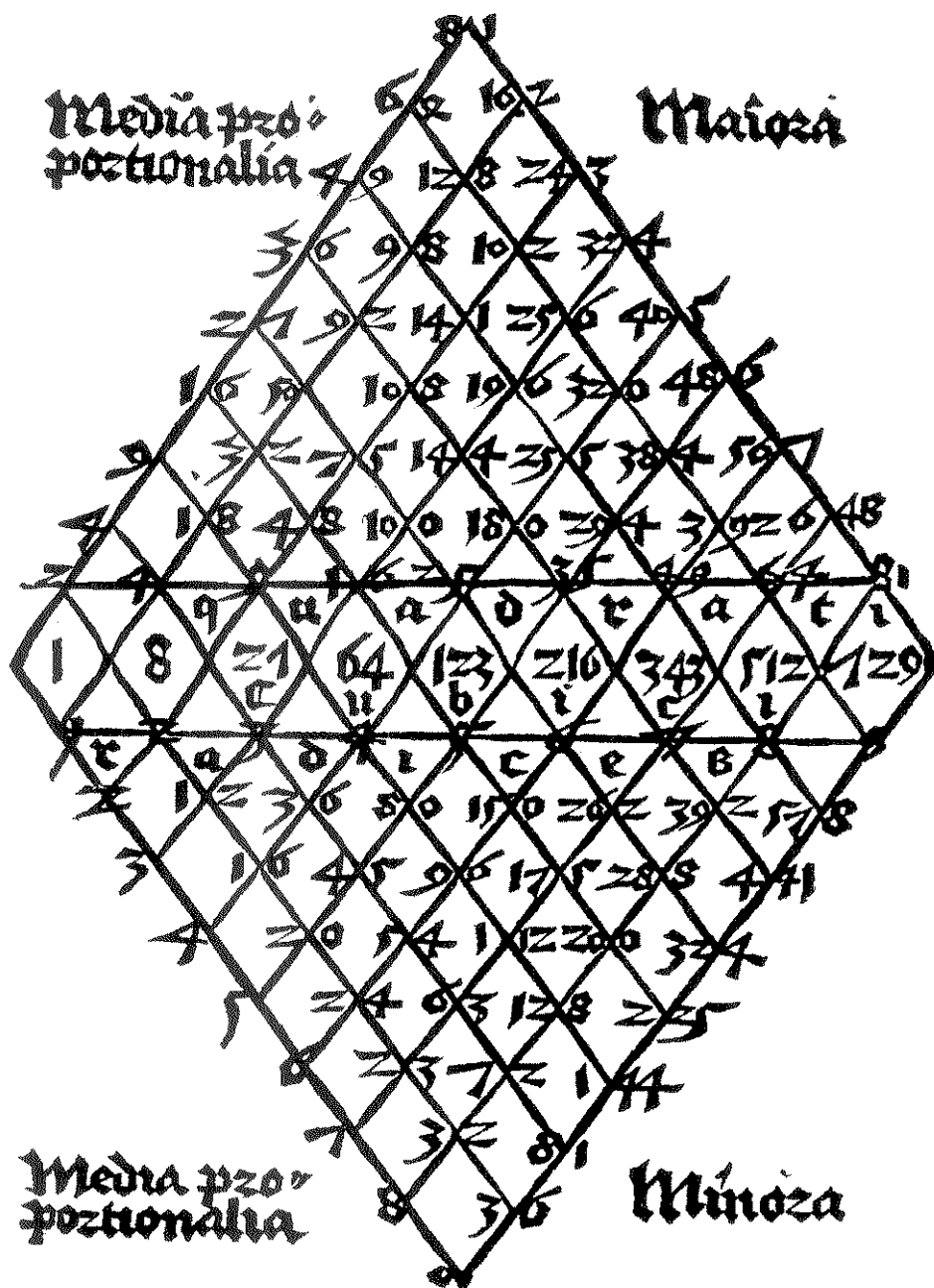


FIG. 49. FROM THE 1507 *Algorithmus*

(Smith, 1970, p.88)

Esta é uma página de uma Aritmética de 1507 escrita por um autor anônimo. A figura refere-se a um algoritmo de multiplicação.

**Voglio però che tu intendi che sono altri modi de  
multiplicare per scachiero: li quali lassaro al studi  
o tuo: mettendo li exempli soi solamente in forma,  
come potrai vedere qui sotto**

**Oz togli de fare lo predi:to scachiero. 302.3 i 4.  
fis. 9 3 4. e nota de farlo per li quatro modi come  
qui da sotto.**

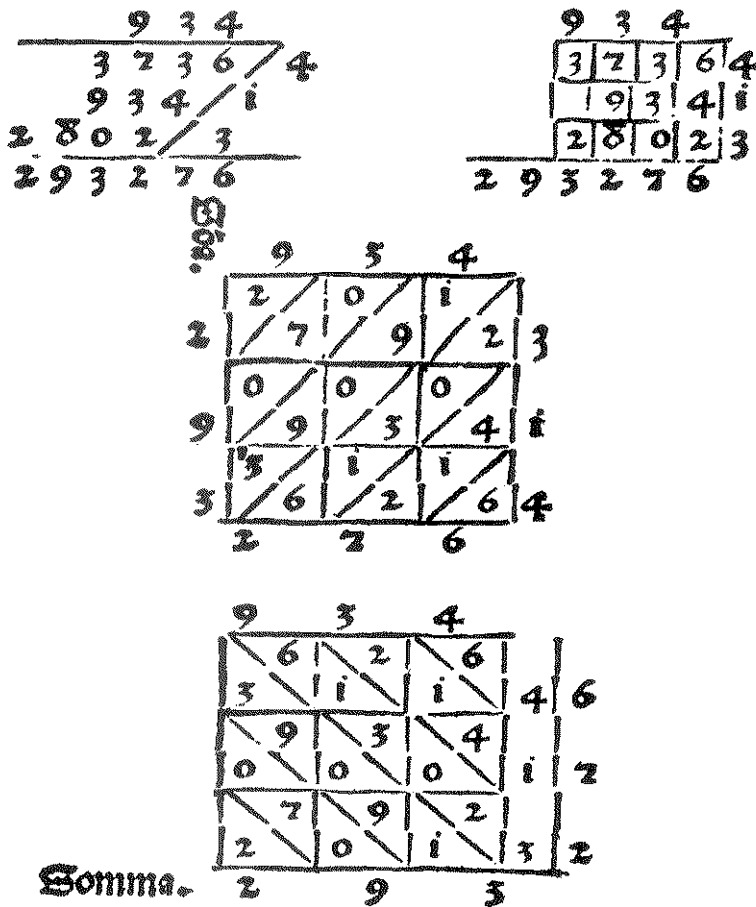


FIG. 2. FROM THE TREVISO ARITHMETIC, SHOWING VARIOUS FORMS OF MULTIPLICATION

(Smith, 1970, p.5)

*“O autor do livro é desconhecido, mas nas primeiras linhas de abertura do livro parece que ele foi um professor de aritmética em Treviso.”* (Smith, 1970, p.3)

Smith classifica a aritmética de Treviso como uma aritmética ‘algorista’ pois utiliza os símbolos hindu-arábicos.

**Ein New geordnet Rech  
en buechlin mit den zyffern  
den angenden schülern zu nutz In  
haltet die Siben species Algorith-  
mi mit sampt der Regel de Try/vnd sechs regeln d  
prlich/vñ der regel Justi mit vil andern guten fras  
gen den künden zum anfang nutzbarlich durch  
Joann Böschensteyn von Esslingen priester  
neulich auß gangen vnd geordnet.**



FIG. 55. TITLE PAGE OF THE 1514 BÖSCHENSTEYN

(Smith, 1970, p.101)

Esta é a página-título da aritmética de Johann Böschensteyn. “É uma aritmética de caráter mercantil, e apresenta resumidamente as formas essenciais de aritmética de negócios”(Smith, 1970, p.100)



A querela entre os "abacistas", defensores do cálculo por fichas na tábua de contar, e os "algoristas", defensores do cálculo com pena por meio de "algarismos arábicos". Ilustração de uma obra inglesa do século XVI.

(Ifrah, 1989, p.314)





Gravura em madeira queorna a Margarita Philosophica de Gregorius Reish (Freiburg, 1503): a Aritmética (simbolizada pela mulher de pé ao centro) parece decidir o debate que opõe “abacistas” e “algoristas”; ela olha na direção do calculador que usa os algarismos arábicos (com os quais sua roupa está enfeitada) simbolizando assim o triunfo do cálculo moderno na Europa ocidental.

(Ifrah, 1989, p.319)



*“Frontispício de uma edição (1529) de um dos Rechenbücher de Adam Riese, o célebre Recheinmeister. Representa uma competição entre um algorista e um abacista”*

(Boyer, 1974, p.205)

R- Professora, você realmente nos mostrou vários vestígios iconográficos sobre a prática abacista, a prática algorista e sobre a disputa que, a partir de um certo momento, entre elas se estabeleceu. Mas estou ainda curiosa...Eu sei que é difícil, mas existem outros tipos de vestígios que apóiem o fato de que os alunos aprendiam as operações através do ábaco?

E- Na verdade, eu também fiquei curiosa sobre como se realizava, em outros tempos, o ensino relativo ao número. Fui à procura de tais vestígios e... encontrei alguns no livro *História da Educação* (1989) do italiano Mario Manacorda, o qual dedicou-se ao trabalho de recuperar o 'fio condutor' da história da Educação com base em vários documentos. Vou ler algumas passagens que têm a ver com o tema que estamos estudando. Veja, por exemplo, a seguinte imagem que Horácio, nos fornece de uma criança indo para a aula:

*“Pendurada ao braço esquerdo leva a caixinha com as pedrinhas para fazer as contas e a tabuinha para escrever”* (apud Manacorda, 1989, p. 92).

Um outro vestígio é um documento florentino, uma memória de Donato Velluti, na qual este fala sobre a instrução e sobre o trabalho profissional de um filho seu nascido em 1342:

*“Coloquei-o na escola; tendo ótimas aptidões, memória e inteligência, aprendeu a ler ..., e em pouco tempo tornou-se um bom gramático; passei-o para o ábaco e logo tornou-se habilíssimo no cálculo...”* (Manacorda, 1989, p. 170).

Outro documento florentino, relativo ao início do século XV, acerca do comerciante Giannozzo Manetti diz o seguinte:

*“Messer Giannozzo Manetti nasceu no ano de 1393...O pai..., Bernardo, mandou-o, ainda de poucos anos, segundo o costume da cidade, a aprender a ler e a escrever: tendo aprendido em pouco tempo quanto é necessário para um bom mercador, passou-o para o ábaco...”* (Manacorda, 1989, p.171).

O depoimento seguinte diz respeito ao testamento de Simon Valentinis, no qual este expressa seus desejos sobre os estudos de seus filhos:

*“Sejam os meus filhos mandados às escolas, a fim de que saibam falar e escrever bem segundo as letras; sejam enviados a aprender o ábaco para que*

*saibam se ocupar do comércio”* (Manacorda, 1989, p.171).

C- Puxa! Essa nossa discussão está me convencendo de que a história, de fato, é cheia de reviravoltas. Geralmente, o modo como a história nos é contada nos dá a falsa impressão de que tudo ocorreu de uma maneira tranqüila e harmoniosa, tal qual a seqüência dos tópicos presentes no índice de um livro-texto. Ao contrário, vimos que a história não é um processo contínuo e progressivo.

V- Ficamos discutindo as aritméticas práticas, mas, e os gregos? Quero dizer, o que restou de toda aquela discussão teórica acerca dos números? Ela acabou influenciando, de algum modo, a prática pedagógica?

E- Sem dúvida!

V- Como, sem dúvida? Em que você se baseia para ter assim tanta certeza?

E- Depois que os gregos perceberam a necessidade de construção de uma matemática exclusivamente teórica, por razões que nós já discutimos, perceberam também a possibilidade de existência de uma Educação Matemática de natureza não pragmática. A esse respeito nos diz Miguel: *“o contexto histórico caracterizado pela decadência de Atenas, após ter saído derrotada das guerras do Peloponeso, irá favorecer o aparecimento e a difusão da ideologia política platônica e do ideal educativo a ela subjacente. A avaliação feita por Platão desse momento histórico e a sua intenção de conter esse estado de deteriorização, fazem com que ele acabe estabelecendo uma suposta correlação positiva entre vida democrática e decadência. Sendo a democracia o reino da opinião e sendo a política, para Platão, uma questão de saber, e não de opinião, argumentava que a democracia era um caminho aberto ou à demagogia ou à tirania”* (Miguel, 1995, p. 30). De fato, assinala Daros: *“Platão advertia que a sociedade de seu tempo tinha preferências pela vida democrática, pela discussão crítica e livre, estabelecida pelos sofistas. Em seu modo de ver, isto representava uma degeneração social e propugnou, como reação, um governo aristocrático com pensadores aristocráticos e idealistas como ele, os únicos que possuíam a verdade acerca da natureza do homem e da coisa pública* (Daros, 1987, pp. 544-545). Vê-se, portanto, que o surgimento da doutrina pedagógica platônica não seria explicável senão como uma reação a uma tendência pedagógica de natureza pragmática que tivesse sido ou estivesse tendo ampla difusão e aceitação entre os gregos, a qual era representada pela sofística. A educação pragmática dos sofistas garantia as exigências do ideal educativo da arete política, *“uma vez que os dotes oratórios indispensáveis para assegurar o*

*êxito nas assembléias e nos tribunais, toda a educação política, isto é, aquela que visava à formação do cidadão, deveria basear-se fundamentalmente na arte da retórica- falar, discorrer ou demonstrar a veracidade de uma tese tão bem quanto a verdade da tese contrária”* (Miguel, 1995, p. 31). É contra essa concepção pragmática de Educação defendida pelos sofistas e suas implicações no plano da teoria do conhecimento que deverá insurgir-se Platão. Miguel esclarece a esse respeito: *“A questão central que surge dessa contraposição, que Platão coloca a si próprio e tenta superar através do Sócrates platônico de seus diálogos, é a de como empregar as palavras, não para seduzir ou convencer, mas para descobrir a verdade. E só aqueles que possuem a totalidade da verdade devem, segundo ele, possuir a totalidade do poder. Estabelece-se assim, por um lado, uma conexão entre verdade e poder, uma vez que só o homem moralmente perfeito pode ser um perfeito cidadão. Mas o território da verdade não se atinge pelo caminho das certezas fáceis derivadas do testemunho dos sentidos ou do senso comum das opiniões. Ao contrário, ele se localiza no limite de uma longa e penosa trajetória a ser percorrida pela inteligência, isto é, pela razão. Somente se situando no interior desse terreno bem delimitado é que se pode contemplar o bem”*(Miguel, 1995, p. 32). A contemplação do bem - que coincide ao mesmo tempo com o grau máximo de conhecimento, critério de verdade desse conhecimento e fonte de toda moralidade e perfeição- constitui a finalidade da educação.

C- E a educação matemática serviria também a esses propósitos?

E- Ela não foge a essa regra. Manacorda explica a respeito da pedagogia platônica em relação à matemática: *“Essa concepção do ‘pantakhôu’, isto é, da sociedade como um todo que educa, é, talvez, o elemento mais novo e característico de toda a pedagogia platônica, muito além da interpretação da música e da ginástica. Depois ele volta a estes temas reprojutando tudo novamente, a partir dos asilos e do catálogo das disciplinas que ajudam na elevação do espírito. Estas são aritmética, geometria e estereometria (da qual se começava a falar), astronomia e harmonia, mas todas pensadas não para fins práticos, mas para fim de promoção, elevação (‘epanagoghé) e conversão (anastrofé) do espírito, para atingir a disciplina suprema, a dialética ou filosofia, da qual todas são simples premissas (‘propaidéia’) e que prescinde de qualquer elemento sensitivo”* (Manacorda, 1989, p. 57). Vejam esse respeito a seguinte passagem do diálogo entre Sócrates e Glauco em *A República* de Platão:

*“Sócrates- Portanto, consideramos outra disciplina como necessária a um guerreiro, isto é, o saber calcular e contar.*

*Glauco- Sim, e em primeiro lugar, se ele deseja entender alguma coisa sobre tática, ou melhor se deseja ser um homem.*

*Sócrates- Gostaria de saber se tens a mesma idéia que eu sobre esta ciência.*

*Glauco- Qual é a tua idéia?*

*Sócrates- Que bem poderia tratar-se de uma das ciências que procuramos, que conduzem, naturalmente, a alma à inteligência. Porém, ninguém se utiliza devidamente dela, pois sua verdadeira utilidade é atrair a para sua essência.*

*(...)*

*Sócrates- Ora, a ciência do cálculo e a aritmética têm por objeto o número.*

*Glauco- Com efeito.*

*Sócrates- Assim, mostram-se aptos a conduzir à verdade.*

*Glauco- Inteiramente.*

*Sócrates- Parece-me que podem, portanto, muito bem ser as ciências que procuramos. O estudo dessas duas disciplinas é indispensável tanto ao guerreiro, para que saiba organizar um exército, quanto ao filósofo que, emergindo do mundo do devir, alcançará a essência- ou não estará, jamais, apto a raciocinar.*

*Glauco- É verdade.*

*Sócrates- Ora, sucede que o nosso guardião é, a um só tempo, guerreiro e filósofo.*

*Glauco- De fato.*

*Sócrates- Portanto, é conveniente instituir este ensinamento e persuadir os que são chamados a exercer as mais altas funções da Cidade a que cultivem a ciência do cálculo, aplicando-se a ela não superficialmente, mas até o ponto em que chegem à contemplação da natureza do número pela própria inteligência. Aplicarão o cálculo não*

*para operações de compra e venda, como fazem os comerciantes e mercadores, mas pela sua utilidade na guerra e pela maior facilidade com que a alma poderá voltar-se, ela mesma, do devir para a essência e a verdade.*

*Glauco- Dizes muito bem.*

*Sócrates- Pois bem, penso que agora, depois do que foi dito sobre esta ciência dos números, o quanto é bela e de quantos modos ela é útil ao nosso objetivo, desde que a estudemos com vistas ao conhecimento e não com vistas ao comércio.*

*Glauco- Por quê?*

*Sócrates- Pelo que acabamos de dizer , pois ela eleva a alma com vigor e a obriga a raciocinar sobre os próprios números, sem permitir que sejam introduzidos, em tais raciocínios, números que tenham corpos visíveis ou palpáveis” (Platão, 1989, pp. 59, 62-3, grifos meus).*

R- E, posteriormente? O que ocorreu na Idade Média, por exemplo?

E- Sabemos que uma pessoa chamada Anicius Manlius Torquatus Severinus Boethius , mais conhecido como Boécio, senador romano nascido em Roma no ano 475 de nossa era, e morto em 524, escreveu, além de vários trabalhos teológicos, uma obra chamada *De arithmetica* cuja importância, segundo D’Ooge, reside no fato dela ter sido “o principal meio através do qual o mundo romano e a Idade Média aprendeu os princípios da aritmética grega formal” (apud Schrader, 1968, p. 616). Segundo Schrader, “um fato inquestionável permanece. ‘De Institutione arithmetica libri duo’ de Boécio foi a origem de toda a aritmética ensinada nas escolas e universidades por mais de mil anos. Ela foi um trabalho padrão mesmo após o sistema de notação e computação hindu-arábico ter sido introduzido no mundo ocidental” (Schrader, 1968, p.616). Um outro fato que atesta a grande influência pedagógica exercida pela aritmética de Boécio é que, embora ela tenha sido escrita no início do século VI, “o livro foi copiado, resumido e recopiado, servindo de base para os trabalhos de aritmética de Martianus Capella, Cassiodoro, Isidoro e outros escritores tais como Jordanus Nemorarius. A última edição da Aritmética de Boécio foi impressa em Paris em 1521... Existiram ainda pelo menos mais quatro edições posteriores no século XVI: a ‘Aritmética’ de John de Muris, baseada diretamente em

Boécio..., a 'Aritmética' de Boécio elucidada e retificada com regras para as operações, Paris, 1503..., a 'Aritmética de Boécio e Jordanus Nemorarius', Paris, 1514; e 'Boécio' escrita por John de Muris, Viena, 1515"(Schrader, 1968, p. 616). Howard Eves, um renomado historiador da matemática de nossa época, afirma-nos que "a importância de Boécio na história da matemática se embasa no fato de seus livros de geometria e aritmética terem sido adotados, por muitos séculos, nas escolas monásticas"(Eves, 1995, p.289). Um outro historiador da matemática de nossa época, Struik, afirma que Boécio "escreveu textos matemáticos que foram fonte de autoridade no mundo ocidental durante mais de um milhar de anos. Estes textos refletem as condições culturais, porque são muito pobres em conteúdo e sua própria sobrevivência pode ter sido influenciada pela crença de que o autor morreria, em 524, como mártir da fé católica" (Struik, 1989, p.134).

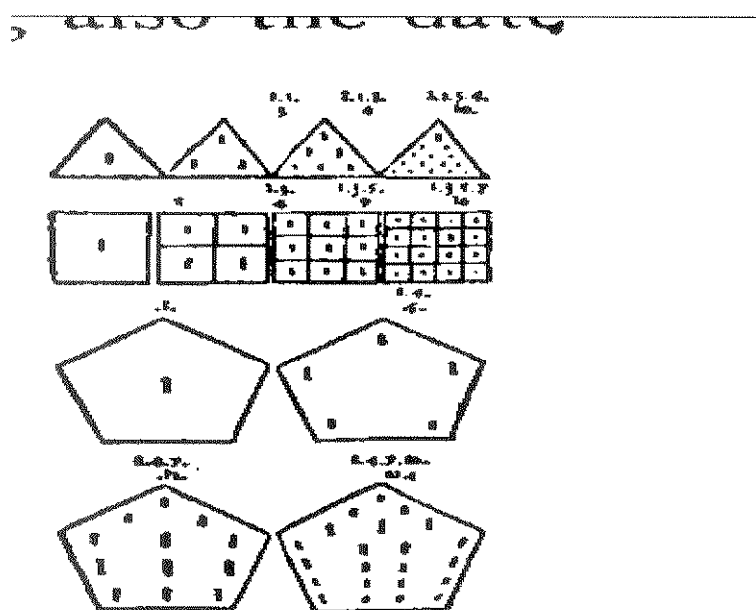


FIG. 13. FIGURATE NUMBERS, 1488 BOETHIUS

(Smith, 1970, p.27)



R- O que trabalhavam esses textos de aritmética teórica?

E- Essas obras de aritmética teórica eram baseadas principalmente em Boécio. Boécio, por sua vez, baseou-se na *Introductio* do aritmético neo-pitagórico grego chamado Nicômaco de Gerasa. Segundo Boyer, “a ‘*Introductio*’ de Nicômaco não era nem um tratado sobre computações nem sobre álgebra, mas um manual dos elementos de matemática essenciais à compreensão da filosofia pitagórica e platônica” (Boyer, 1974, p. 132). Tomando como base a tradução inglesa da *Introductio* de Nicômaco feita por M.L. D’Ooge, Boyer afirma que essa obra “começa como era de se esperar com a classificação pitagórica dos números em pares e ímpares, depois em parmente pares e parmente ímpares e imparmente pares. São definidos os números primos, compostos e perfeitos, e é dada uma descrição do crivo de Eratóstenes e uma lista dos quatro primeiros números perfeitos. A obra inclui também uma classificação de razões (porque razões de inteiros são essenciais na teoria pitagórica dos intervalos musicais), um tratamento extenso dos números figurativos ( que tinham tido tanto relevo na aritmética pitagórica) em duas e três dimensões, e uma exposição bem completa sobre as várias médias ( também um tópico favorito na filosofia pitagórica)” (Boyer, 1974, pp. 131-32). Seguindo essa tradição, a ‘Aritmética’ de Boécio, segundo De Morgan, “não fornece quaisquer regras de cálculo e nem traz quaisquer aplicações. Era um estudo sobre as propriedades dos números e, particularmente, sobre as razões entre os números. Não havia nenhuma originalidade nisso” (De Morgan, 1847, p. xx).

V- Mas a aritmética de Boécio não traz nem mesmo aquelas regras de contagem pelos dedos a que você se referiu anteriormente?

E- Parece que não. Segundo De Morgan, “não temos meio de dizer se os filósofos dessa escola ( a de Boécio) contavam pelos dedos ou se usavam o ábaco ou ainda se punham a caneta sobre o papel para efetuar cálculos segundo um método de computação organizado” (De Morgan, 1847, p. xx).

C- Ainda que vários historiadores tenham afirmado, é difícil de acreditar que uma aritmética dessa natureza tenha exercido alguma influência pedagógica.

R- Eu também penso como a Cibele. Além disso, você falou agora de pouco sobre números parmente par, parmente ímpar e imparmente par. Nunca ouvi falar nisso antes. É difícil de entender como coisas assim tão inúteis pudessem ter sido temas trabalhados em escolas de outras épocas e sobrevivido por tanto tempo.

E- Luiz Jean Lauand fala-nos em seu livro intitulado *Educação, Teatro e Matemática Medievais* da existência de uma monja beneditina chamada Rosvita de Gandersheim que viveu no século X, a qual escreveu uma peça chamada *Sabedoria* que retrata, entre outras coisas, uma aula de matemática da época.

C- Do que trata a peça?

E- Trata-se da história de santa Sofia ou santa Sabedoria e de suas três filhas chamadas **Fé, Esperança e Caridade**, as quais são denunciadas ao imperador Adriano e acusadas de praticar a religião cristã.

M- Não entendi. Como assim acusadas de praticar a religião cristã em plena Idade Média?

E- Acontece, Marisa, que a peça se passa na passagem do século I ao século II de nossa era, quando viveu o imperador romano chamado Adriano, ou mais propriamente, Publius Aelius Hadrianus (c. 76-138), que foi um patrono das artes e tinha como projeto reconstruir uma Jerusalém romanizada. As filhas de Sabedoria, que possuem respectivamente 8, 10 e 12 anos são torturadas e, ainda assim, persistem em sua fé até a morte. Sabedoria, desconsolada, clama a Cristo o qual atende o seu pedido levando-a junto a suas filhas no céu.

V- Nossa! O que tem a ver a aritmética com essa tragédia cristã?

E- Segundo Lauand, *“tal como em certos dos atuais telecurros, a aula desaba meio abruptamente sobre o espectador, inserida de maneira pouco natural no contexto ( o que a torna mais pura enquanto aula...).* Quando o imperador pergunta a idade das meninas, Sabedoria aproveita para desenvolver conceitos - fundamentais para a época - extraídas do ‘*De Arithmetica*’ de Boécio: número parmente par, que são as nossas potências de 2; número parmente ímpar - o dobro de um ímpar -; número imparmente par - produto de um ímpar por um imparmente par; denominação e quantidade - que são os fatores de um produto - e número perfeito, número tal que a soma de seus divisores resulta no próprio número. Se essa soma for maior que  $n$ , o número diz-se excedente, se menor, deficiente” (Lauand, 1986, p. 41-42). Vamos ler uma passagem dessa peça a fim de ilustrar o modo como essa aritmética teórica baseada em Boécio nela se insere de modo totalmente artificial:

*“ADR.: Dize, que vieste fazer entre nós?*

*SAB.: Nenhuma outra coisa a não ser conhecer a doutrina da verdade para o aprendizado mais pleno da fé que combateis e para consagrar minhas filhas a Cristo.*

*ADR.: Dize os nomes delas.*

*SAB.: A primeira se chama Fé; a segunda, Esperança; a terceira, Caridade.*

*ADR.: Quantos anos têm?*

*SAB.: (sussurando) Agrada-vos, ó filhas que pertube com um problema aritmético a este tolo?*

*FÉ.: Claro, mamãe. Porque nós também ouviremos de bom grado.*

*SAB.: Ó Imperador, se tu perguntas a idade das meninas: Caridade tem por idade um número deficiente que é parmente par; Esperança, também um número deficiente, mas parmente ímpar; e Fé, um número excedente mas ímparmente par” (apud Lauand, 1986, p. 50).*

H- Essa conversa está muito interessante, mas eu gostaria de voltar a uma discussão **propriamente pedagógica** sobre a noção de número natural. Antes disso, porém, eu gostaria de fazer a minha síntese de toda a discussão feita até o momento. A partir de uma divergência de natureza pedagógica que se estabeleceu entre nós sobre o modo de se encaminhar o ensino da noção de número natural junto às crianças, chegamos à conclusão inicial de que o motivo dessa divergência assentava-se na possibilidade de existência de pelo menos duas concepções distintas de número que estariam por trás desses procedimentos pedagógicos. Após toda essa incursão histórica, eu consegui compreender que a polêmica que se estabeleceu entre nós, na verdade, traduz os dois polos de uma controvérsia histórica a respeito do conceito de número: por um lado, uma concepção empírico-pragmática de número, de tradição milenar e pré-helênica, e por outro, uma concepção teórico-racionalista de origem helênica. Com base em nossos depoimentos escritos, entrevistas e intervenções em sala de aula que a professora recolheu, não seria difícil constatar que a maior parte de nós, mesmo sem ter a menor consciência disso, assumia, ou ainda assume, uma concepção empírico-pragmática de número.

M- Eu já não estou muito segura a respeito de minha posição inicial.

V- Eu também.

C- Agora eu tenho consciência da posição teórico-racionalista que eu desconhecia antes. Mas esse conhecimento reforça ainda mais a minha posição pragmática.

H- Eu acho que não vem ao caso, neste momento, uma reavaliação de nossas posições. O que eu gostaria de perguntar, a partir de minha síntese, é se essas duas concepções distintas de número tiveram, ambas, uma repercussão pedagógica equilibrada ao longo da história da Educação Matemática. Eu gostaria de adiantar que a conjectura que eu levanto é que a concepção empírico-pragmática, ao longo dessa história, deve ter sido pedagogicamente predominante, uma vez que em pleno final do século XX ela exerce um fascínio quase que unânime entre nós a ponto de nenhum de nós ter demonstrado sequer um mínimo conhecimento da concepção teórico-racionalista.

E- Bem, a resposta à sua pergunta não pode ser dada de forma breve e nem de uma só vez. Uma primeira observação que eu gostaria de fazer a respeito de sua intervenção é que a síntese que você realizou, embora bastante oportuna e esclarecedora, parece sugerir a conclusão de que o debate filosófico em torno da noção de número reduziu-se apenas às duas concepções que você explicitou.

M- O que ? Existem outras?

E- Bem, o que acontece é que, como partimos da tentativa de explicação da dicotomia entre o sensível e o inteligível, é natural que se perceba duas posições epistemológicas distintas em relação à concepção de número com base num critério igualmente dicotômico que coloca o pragmático e o empírico em um polo e o teórico e o racional em outro. Porém, é possível que adotemos outros critérios para a classificação das diferentes concepções epistemológicas relativas ao número que surgiram ao longo da história.

M- Outros critérios?

E- Sim. Poderíamos, por exemplo, em vez do critério baseado no par tensional teórico/prático, utilizar um outro baseado no par abstrato/concreto, ou nos pares realista/não realista, subjetivo/objetivo, etc. Em cada um desses casos obteríamos uma classificação distinta das posições epistemológicas.

M- E qual desses critérios seria o melhor?

E- Não existe o melhor. Depende dos fins que se têm em vista. Talvez, para que essas posições epistemológicas se tornem mais inteligíveis seria interessante que adotássemos aqui uma combinação de dois critérios para classificá-las: aquele que toma por base se o número é uma criação dependente ou independente do sujeito associado a um outro que discute ser o número uma entidade real ou não.

M- Não entendi. Existe algo que alguém não crie?

E- Então, vamos entender melhor esse critério. É fácil entender que vivemos num mundo no qual, grande parte dos objetos materiais com os quais convivemos não são criação do sujeito, ou criação humana propriamente dita, como por exemplo, as árvores, as pedras, o mar...

C- Mas o conhecimento, e portanto também os conceitos, não seriam sempre criações humanas, criações do sujeito?

M- Eu não acho. O sujeito apenas descobre aquilo que já está, de algum modo, pronto.

E- Bem, de algum modo, essa polêmica é bastante parecida com aquela que historicamente ocorreu em relação à noção de número. Alguns defenderam que o número era uma entidade já pronta, isto é, pré-existente ao sujeito ou independente do sujeito, cabendo ao sujeito apenas o papel de 'descobrí-los'. Outros defenderam, ao contrário, que o número era uma criação ou construção do sujeito, isto é, que o número não era uma entidade pré-existente ou independente do sujeito. Platão, por exemplo, acreditava que os números eram entidades que habitavam o 'mundo das Idéias ou das Formas', mundo este distinto do mundo sensível ou fenomênico no qual vivemos e realizamos as nossas experiências. Platão dizia ainda que esse 'mundo das Idéias ou das Formas' era pré-existente em relação ao sujeito. Em filosofia, essa posição epistemológica é conhecida como 'realismo'.

V- Realismo? Nunca ouvi algo tão irreal quanto o que essa posição afirma!

E- Embora possa parecer estranho, faz sentido considerar essa posição como realista, uma vez que, para Platão, o número tinha uma **existência real** nesse tal mundo das Idéias ou Formas, considerado por ele melhor e mais perfeito do que o mundo em que vivemos. Então, para Platão, o número pode ser considerado **uma entidade ao mesmo tempo real e independente do sujeito**.

R- E de acordo com a combinação de critérios que você está utilizando, quais as outras posições epistemológicas relativas ao número, e distintas da platônica, que surgiram?

E- Bem, embora essa concepção platônica tenha sido dominante por muito tempo, um conjunto de pensadores tais como Descartes, Hobbes, Locke, Berkeley, Kant e Stuart Mill, a partir do século XVII, opuseram a essa concepção realista platônica uma **concepção subjetivista do número**. É claro que existem diferenças entre as posições defendidas por esses vários pensadores. Porém, o que os une é que todos eles negam a existência do 'mundo platônico das Idéias ou Formas' e, conseqüentemente, o fato de ser o número uma entidade independente do sujeito. Ao contrário, o número é

entendido como uma criação do sujeito. Para exemplificar, vamos dar a palavra a Descartes (1596-1650). Vamos ler uma passagem extraída de sua obra intitulada *Les Principes de la Philosophie*: “O número que consideramos em geral, sem refletir sobre coisa alguma criada, **não existe fora de nosso pensamento como não existem todas as outras idéias gerais que os escolásticos compreendem sob o nome de universais**” (Descartes, 1953, p. 597, grifos meus). Embora, nessa passagem, Descartes não faça referência direta a Platão, cita explicitamente os escolásticos ao tomar partido em relação à polêmica relativa à existência independente ou não de idéias gerais e abstratas, polêmica esta que, iniciada por Aristóteles, repercutiu-se durante a Idade Média. Barker explica do seguinte modo essa polêmica: “O problema de encontrar uma interpretação literal para a teoria dos números é bastante semelhante à questão dos ‘universais’, que tanto preocupou os filósofos medievais. O problema dos universais era uma questão acerca do ‘status’ das propriedades como virtude, quadratura e vermelhidão. Encontramos, provavelmente, casos de virtude em nosso mundo, mas a própria virtude não parece coisa localizável no espaço e no tempo; isso não impede que dela falemos como se fora algo nem impede que digamos conhecê-la. A virtude, a quadratura, a vermelhidão e todos os universais semelhantes parecem ser entidades abstratas, isto é, objetos não localizados no espaço e no tempo. Que realidade possuem esses universais? O seu ‘status’ parece enigmático e misterioso. Sendo entidades imateriais, inatingíveis, como é possível ter conhecimento delas e por que adquirem tanto relevo em nosso pensamento? As respostas filosóficas dadas a esse problema, na Idade Média, eram de três tipos. Os realistas sustentavam que os universais eram entidades abstratas reais, pelo menos tão reais quanto os objetos concretos, e sustentavam que o espírito tem poderes para descobrir e compreender essas entidades, servindo-se de uma visão racional. Os conceptualistas diziam que os universais, embora fossem entidades abstratas reais, não tinham qualquer realidade em nosso mundo além da que lhes conferia nosso pensamento - eram criadas pelo espírito. Os nominalistas, por sua vez, afirmavam que não existiam coisas como os universais ou eles não eram entidades abstratas” (Barker, 1976, pp. 93-94). A posição que Descartes assume em relação a essa polêmica deve ser compreendida dentro do contexto em que se colocavam os grandes sistemas racionalistas do século XVII. A fim de caracterizar brevemente esse contexto vamos dar a palavra a Cassirer, lendo uma passagem de sua obra intitulada *A filosofia do Iluminismo*: “Os grandes sistemas racionalistas do século XVII tinham resolvido a questão fundamental da verdade do conhecimento, da

*concordância das idéias e dos objetos, ao situar o mundo das idéias e dos objetos numa só e mesma camada primitiva do ser. É nesse nível que eles se reúnem e é por essa coincidência primordial que se explicam os acordos que em seguida realizam de forma indireta. A natureza do conhecimento humano só se infere de si mesma, decifra-se nas idéias que contém em si mesma 'a priori'. Essas idéias inatas constituem o selo que foi impresso desde o começo no espírito humano e que lhe assegura, de uma vez por todas, a sua origem e o seu destino. O ponto de partida de toda a filosofia de Descartes em diante, está nessas noções primitivas que consideramos em nós mesmos e que, de certa maneira, são os arquétipos pelos quais se modelam todos os nossos outros conhecimentos. Entre essas noções primeiras encontramos as de ser, número e duração”* (Cassirer, 1992, p.137, grifos meus). Nessa passagem, Cassirer baseia-se no seguinte trecho da carta de Descartes à condessa palatina Elisabeth de 21 de maio de 1643: *“Primeiramente, considero haver em nós certas noções primitivas, as quais são como originais, sob cujo padrão formamos todos os nossos outros conhecimentos. E não senão muito poucas dessas noções; pois, após as mais gerais, do ser, do número, da duração etc., que convém a tudo quanto podemos conceber...”* (Descartes, 1953, p. 1152).

R- Quer dizer que, para Descartes, o número natural era uma idéia inata?

E- Sim. E esse ponto de vista, inaceitável na atualidade, até mesmo no século XIX, foi explicitamente sustentado pelo matemático alemão chamado Kronecker, o qual afirmou: *“o bom Deus criou os números inteiros; o resto é obra do homem”* (apud Barker, 1976, p. 86).

M- Professora, todos os pensadores que adotaram uma concepção subjetivista em relação ao número foram racionalistas?

E- Na verdade não. Mesmo os chamados empiristas ingleses tais como Hobbes, Locke, Berkeley e Hume, que desenvolveram as primeiras teorias do conhecimento que tentaram se contrapor aos grandes sistemas racionalistas, não conseguiram compatibilizar satisfatoriamente o conhecimento matemático com as suas posições empiristas em relação ao conhecimento em geral. De fato, vejam as posições que alguns deles assumiram em relação ao número. Hobbes (1588-1679), por exemplo, situava o número entre as *“coisas não-existentes”* que são somente *“idéias ou imagens”*. Locke (1632-1704) encara o número como *“um modo simples obtido através da repetição da unidade”*. Para Berkeley (1685-1753), por sua vez, o número *“é inteiramente a criatura do espírito”* (apud Abbagnano, 1970, p. 688). Também Kant (1724-1804), que não pode ser considerado um

filósofo empirista, mas que tentou compatibilizar as tradições empirista e racionalista, não conseguiu se desvencilhar completamente das concepções já estabelecidas em relação ao número. Segundo Abbagnano (1970, p. 688), “*a novidade do conceito kantiano é que o número não é uma operação empírica, isto é, efetuado sobre o material sensível, mas uma operação puramente intelectual que opera sobre o múltiplo dado pela intuição pura (do tempo) que é absolutamente homogêneo. Isso faz do número algo de independente da experiência e dotado de um gênero de validade que não é empírica; mas o número é sempre uma operação do sujeito*”. Talvez, o único pensador que foi às últimas conseqüências com a sua posição empirista, levando-a também ao terreno da matemática, foi John Stuart Mill. Segundo ele, “*todos os números devem ser números de algo: não existem números em abstrato*”. Portanto, os números seriam produto de uma “*indução real, de uma inferência real de fatos a fatos*” e tal indução está escondida somente pela sua natureza compreensiva e pela conseqüente generalidade da linguagem que encabeça”(apud Abbagnano, 1970, p.688).

M- Mesmo assim a posição de Stuart Mill em relação ao número poderia ser considerada subjetivista?

E- De acordo com a combinação de critérios que adotamos anteriormente poderíamos, a grosso modo, dizer que se para Platão o número é uma entidade independente do sujeito, porém real, para os subjetivistas o número aparece como uma entidade dependente do sujeito e não-real. Mill, embora adote uma posição subjetivista, acredita na existência real dos números. O subjetivismo de sua posição explica-se pelo fato de, embora sendo os números, para ele, uma propriedade das coleções de objetos reais - no sentido de materiais- é necessário que o sujeito realize as operações mentais de generalização e abstração para apropriar-se dessa propriedade específica das coleções.

C- Professora, de acordo com a combinação de critérios que você utilizou, existem outras concepções epistemológicas relativas ao número, além da realista e da subjetivista?

E- Sim. Existe ainda uma outra concepção, que desenvolveu-se a partir do século XIX, através do filósofo e matemático alemão Friedrich Gottlob Frege (1848-1925). Segundo Frege, o número não é uma entidade real e nem subjetiva. Diferentemente de Mill, Frege, em uma obra intitulada *Fundamentos da Aritmética*, defendia que “*o número não é mais um objeto da psicologia, ou um resultado de processos psíquicos do que, digamos, o Mar do Norte. A objetividade do Mar do Norte não é prejudicada pelo fato de depender de nosso arbítrio qual parte da totalidade da água que cobre a*



*Terra pretendemos delimitar e marcar com o nome 'Mar do Norte'. Esta não é uma razão para pretender investigar este mar por vias psicológicas. Assim, também o número é algo objetivo”* (Frege, 1983, p.223).

M- Não entendi muito bem a posição de Frege. O que tem a ver o Mar do Norte com isso?

E- Vamos ler uma outra passagem dessa mesma obra de Frege, na qual ele tenta esclarecer melhor o seu ponto de vista objetivista em relação ao número: *“Distingo o objetivo do palpável, espacial e efetivamente real. Por exemplo, o eixo da Terra e o centro de massa do sistema solar são objetivos, mas preferiria não chamá-los de efetivamente reais como a própria Terra. Chama-se freqüentemente o equador de linha imaginária; mas seria falso chamá-lo de linha imaginada; ele não nasceu do pensamento, não é produto de um processo mental, mas é apenas conhecido, apreendido pelo pensamento”*(Frege, 1983, pp. 223-224).

M- Quer dizer que, para Frege, o planeta Terra existe realmente, isto é, independentemente do sujeito, ao passo que a linha do Equador, o eixo da Terra, etc. seriam entes imaginários objetivos mas que não existem do mesmo modo como existe o planeta Terra. É uma forma sutil de atribuir um outro significado ao termo ‘existência’. Algo poderia existir objetivamente ainda que não exista realmente.

E- Ótima observação! É isso mesmo! Talvez seja interessante, a título de distinção e esclarecimento, lembrar aqui uma frase famosa do ilustre filósofo e matemático inglês chamado Bertrand Russell (1872-1970). Diz Russell: *“Todo conhecimento deve ser reconhecimento, sob a pena de não passar de ilusão; a Aritmética precisa ser descoberta exatamente no mesmo sentido em que Colombo descobriu as Índias Ocidentais, e não criamos números, assim como ele não criou os índios... Tudo o que puder ser imaginado existe, e o ser é anterior e não um resultado do fato de ter sido pensado”* (apud Barker, 1970, p. 105).

C- Se eu entendi bem, tanto para Frege quanto para Russell, o número seria uma entidade independente do sujeito. E, nesse sentido, eles se aproximam de Platão, isto é, da concepção realista de número.

H- Concordo com você. Porém, há uma diferença. A pré-existência do número em Frege e Russell não é uma pré-existência do mesmo tipo daquela defendida por Platão. O que eles estão querendo ressaltar, na verdade, é que o número é uma entidade que independe do *sujeito psicológico*, isto é, das diferentes e inúmeras concepções que os indivíduos têm ou possam ter do número.

E- Muito bem observado. Eles referem-se, na verdade, ao sujeito epistêmico.

V- Que diferença existe entre o sujeito psicológico e o epistêmico?

E- Bem, a sua pergunta nos remete à necessidade de se tentar fazer uma distinção entre Psicologia e Teoria do Conhecimento ou, mais particularmente, entre Psicologia e Epistemologia. É claro que Psicologia e Epistemologia não se constituem em dois terrenos radicalmente distintos. Porém, eles não se assimilam completamente um ao outro. Embora possam ter os processos cognitivos como objeto comum de investigação, cabe à Psicologia a investigação da ocorrência real desses processos, isto é, do modo como eles se ligam às situações vividas pelos indivíduos; à Epistemologia, por sua vez, os processos e resultados cognitivos constituem objeto de avaliação. São avaliados sob o ponto de vista de sua justificação lógica, da existência ou ausência de fundamento. Falando de outro modo, a Epistemologia interessa-se muito mais pelos padrões por intermédio dos quais se avalia a cognição sob o ponto de vista lógico e metodológico. É com base nessa distinção baseada numa preocupação distinta em relação a um mesmo objeto de investigação que se pode perceber a distinção entre o sujeito psicológico e o epistêmico.

C- Essas observações me fizeram compreender bem melhor a distinção entre as concepções subjetivista e objetivista e entre a subjetivista e a realista. Agora, eu gostaria de desviar um pouco o tom da nossa conversa. Se antigos gregos eram todos realistas, como se explica o surgimento de uma nova concepção de número como a subjetivista, por exemplo ?

E- A sua pergunta nos remete à necessidade de explicarmos, ainda que de maneira breve, as transformações contextuais por que passou o mundo ocidental a partir do final da Idade Média. No período compreendido entre os séculos XVI e XVIII vamos ver os homens produzindo de outra forma sua vida material, o que, por sua vez, engendra novas formas de relações sociais entre os homens, provocando transformações na organização política, nas relações com a natureza e na maneira de explicar o mundo. (Buffa et alli, 1991, pp 12-5). *“A partir do século XI, começam a aparecer na Europa sintomas duma transformação profunda. O fato fundamental que dá origem a essa transformação, e sem o qual nada se pode perceber da história subsequente da Europa, é o aparecimento, fixação e desenvolvimento das primeiras cidades(...) O desenvolvimento das cidades leva, portanto, à criação duma classe de indivíduos que, pelas suas condições individuais e sociais, em tudo se opõe às classes até então dominantes (...) Todo esse*

*processo...leva os homens a uma atitude mental nova. As necessidades do Comércio e da Indústria exigem um estudo do mundo exterior tal como ele se nos apresenta, com suas propriedades e com seus processos de transformação. Os problemas da navegação, por exemplo, levam a uma investigação cada vez mais cuidadosa...exigem um estudo mais rigoroso do movimento, um estudo quantitativo, que permita medir e prever".(Caraça, 1978, pp 198-9). Está em processo a gestação do capitalismo, a formação do projeto burguês de sociedade. Este contexto gera uma nova tradição filosófica - o empirismo. Vamos então presenciar uma revolução científica que irá quebrar com o modelo de inteligibilidade apresentado pelo aristotelismo, ou pela tradição grega. É muito ilustrativo o poema de Paulo Leminski, um escritor contemporâneo, a respeito da seguinte frase do filósofo e cientista francês, Blaise Pascal (1623-1662):*

*"O silêncio desses espaços infinitos me apavora"(Pascal).*

### ***O silêncio de Pascal***

*'O silêncio desses espaços  
infinitos me apavora'  
os pensamentos estralçados de  
Pascal  
são a crise de uma consciência  
excepcional  
no limiar de uma nova era  
o mítico Pascal  
contempla o céu estrelado  
numa vã espera de vozes  
o céu calou-se  
estamos sós no infinito  
deus nos abandonou  
"daquela estrela à outra  
a noite se encarcera  
em turbinosa vazia desmesura  
daquela solidão de estrela  
àquela solidão de estrela"  
(leopardi via haroldo de campos)  
nenhum ufo  
no close contact of the trird kind*

*a solidão 'cósmica' de Pascal  
é o pendant do vazio  
de sua classe social  
cuja hegemonia está para terminar  
os germes da revolução francesa  
que vai derrubar a nobreza  
e colocar a burguesia no poder  
já estão no ar  
Pascal ouve nos céus  
o tremendo silêncio  
de uma classe que já disse  
tudo o que tinha que dizer  
pela boca da história”  
(apud Aranha, 1986, pp 140-1).*

R- Quer dizer que todas essas transformações políticas e econômicas mais amplas forcem o surgimento de novas concepções filosóficas?

E- Mais ou menos isso. A coisa, entretanto, não é assim tão unilateral. Não se trata de uma implicação no sentido lógico que se processaria do domínio político-econômico para o cultural e o filosófico. Não se trata de sustentar que uma modificação no geral repercute automaticamente no particular ou, em outras palavras, que mudanças ao nível da super-estrutura implicam em outras correspondentes ao nível da infra-estrutura. Seria melhor dizer que a Matemática, como toda construção humana, influi e é influenciada pelo contexto no qual se desenvolve. Imperava na teoria do conhecimento, até então, uma atitude realista segundo a qual a questão relativa à existência do objeto, isto é, à realidade do mundo material não era posta em questão.

C- Quer dizer que no âmbito dessas transformações o próprio critério clássico de verdade, antes insuspeito, passou também a ser questionado?

E- Sim, a partir da percepção da possibilidade de ruptura com o critério clássico de verdade, os filósofos vão seguir caminhos diferentes. *“Razão e Experiência opõem-se a princípio como dois caminhos contrários para atingir um fim - o conhecimento verdadeiro. O primeiro, tendo a defendê-lo toda a imensa corte da filosofia tradicional platônico-aristotélica que, com cambiantes várias, domina as Escolas de então; o segundo, acompanhando as necessidades econômicas dum mundo que lentamente vai ganhando forma”*(Caraça, 1978, p.200). É a gênese das duas grandes

correntes de pensamento da Idade moderna: racionalismo e empirismo. A concepção racionalista foi formalizada a partir de Descartes e colocava na razão a fonte de todo o conhecimento, e a concepção empirista, que entendia que o conhecimento humano provinha dos dados da experiência, colocava o conhecer no plano do sensível.

M- A polêmica sensível/inteligível retorna novamente! Parece que, embora adquira características distintas, como vimos nessas histórias, a polêmica entre o sensível e o inteligível, ou entre a experiência e a razão, sempre estiveram presentes nas preocupações dos homens.

C- E nós voltamos à nossa discussão inicial, a qual estou agora entendendo melhor. Lembra que a professora relacionou nossas produções ao movimento sensualista-empirista em psicologia, que se caracterizava, ou melhor, partia do pressuposto de que a origem de todas as idéias está na experiência sensível e de que a mente da criança é, originalmente, como uma tábua rasa na qual, através do sentidos, são gravadas as impressões?

V- Ah! É mesmo. E que esta partia da concepção empirista radical em teoria do conhecimento. E foi o substrato psicológico da teoria pedagógica ou didática denominada **ensino intuitivo**.

M- Eu já percebo muitas relações que não percebia, principalmente o entendimento da matemática como uma construção humana e, por isso, situada no tempo e no espaço. E a aritmética, então? Digo, qual aritmética? A prática? A teórica? A dos abacistas? A dos algoristas? E número, o que é? Vejam a minha inocência quando coloquei: *“No primeiro dia que eu for dar aula de matemática, eu vou ensinar o que é o número 1...”* Como se esse conceito fosse óbvio e estático. Mas, professora, ainda gostaria de ter mais claro para mim como essa discussão epistemológica relaciona-se com a questão pedagógica e com a questão teleológica.

R- Ótimo que alguém tenha retornado, de certa forma, à minha pergunta!

M- Que pergunta?

R- Já esqueceram? A pergunta era a seguinte: as concepções distintas de número tiveram uma repercussão pedagógica equilibrada ao longo da história da Educação Matemática? Naquela ocasião eu já havia levantado a conjectura de que a concepção empírico-pragmática, ao longo da história, deveria ter sido pedagogicamente predominante, uma vez que, em pleno final do século XX, ela ainda exerce um fascínio quase que unânime entre nós, a ponto de nenhum de nós ter demonstrado sequer um mínimo conhecimento da concepção teórico-racionalista.

E- A conjectura que você levanta me parece sugestiva mas, parcialmente correta ou, talvez, incompleta, pois ela pode ocultar alguns equívocos.

H- Eu discordo tanto de sua conjectura quanto do ponto de vista da professora de que ela seja 'parcialmente correta'. Ao contrário, eu a acho totalmente incorreta, totalmente 'furada'! O fato de alguma concepção predominar em certa época e contexto não significa que ela tenha predominado ou mantido a sua hegemonia em **todas** as épocas e em **todos** os contextos, assim como o fato de uma determinada concepção **não ter se manifestado** em determinada época e contexto não significa que ela não tivesse se manifestado em outras épocas e contextos.

C- Eu acho que a Helizete tem razão. Eu acrescentaria uma outra observação à sua fala. Quando se fala em 'repercussão' de determinadas concepções não devemos pressupor, como parece ocorrer com a conjectura da Rosângela, que essa repercussão tivesse que ocorrer de forma homogênea em diferentes níveis.

M- Não entendi a sua observação!

C- O que eu quero dizer é que uma determinada concepção pode ter tido uma maior repercussão, isto é, ter sido quantitativamente mais duradoura e persistente, ao nível do debate filosófico e não ter tido a mesma repercussão ao nível do debate pedagógico ou ainda, ao nível da prática pedagógica propriamente dita.

E- Bem, eu sugiro uma trégua! Já que se falou aqui em 'níveis distintos de repercussão' eu acredito que a intervenção da Cibele e as divergências que se estabeleceram em função dela nos possibilita continuar a discussão em pelo menos dois 'níveis' diferentes: o do debate epistemológico em relação à noção de número e o do debate pedagógico em relação a essa mesma noção.

V- Mas um nível não interfere no outro?

M- Eu acho que um não tem nada a ver com o outro; eles são totalmente independentes.

R- Eu acho que é o epistemológico que modifica o pedagógico e não o contrário.

H- Eu acho que é isso o que sugere a conjectura da Rosângela. Por isso eu não concordo com ela. Eu acho que é o nível pedagógico que modifica o epistemológico e não o contrário.

M- Eu acho que isto está uma tremenda bagunça! Muitos aqui discordam pelo **simples prazer de discordar**. Professora, coloque ordem nesse debate, por favor!

E- Está bem! O que vocês estão tentando fazer é **antecipar** a defesa de posições diferenciadas, isto é, levantar conjecturas, sem dar a devida atenção para os vestígios que poderiam, eventualmente, sustentá-las. O que pode estar ocorrendo também, é que vocês estejam trabalhando com concepções diferenciadas daquilo que vêm a ser os níveis epistemológico e pedagógico. Se concebemos, por exemplo, a dimensão pedagógica de uma intervenção, no sentido bastante amplo de **conjunto de todas as ações intencionais e de todos os recursos (não necessariamente materiais) empregados por uma pessoa ou grupo de pessoas visando à modificação de concepções, conhecimentos, atitudes, etc. por outros julgados mais desejáveis**, então, mesmo o debate entre pitagóricos e eleáticos a que já fizemos referência reveste-se de uma dimensão pedagógica, ainda que ele se trave ao nível da discussão epistemológica dos fundamentos de uma teoria. O que eu estou querendo sugerir com isso é que as dimensões pedagógica e epistemológica de uma intervenção ou de um discurso podem revelar-se imbricadas, intimamente indissociadas, e é dessa forma que eu gostaria que elas fossem vistas por vocês. Para o que temos em vista aqui, não faz sentido tentar verificar qual delas está subordinada à outra, ou qual delas é cronologicamente anterior à outra, mas sim tentar verificar o modo como uma se associa, interfere ou está imbricada na outra em toda forma de discurso intencionalmente e primariamente pedagógico, ou que tenha sido encarado como tal, como o foram e/ou o são algumas obras clássicas de referência, os manuais ou textos sobre pedagogia ou didática, os manuais ou textos didáticos, etc. Mas, após toda a discussão que já travamos até aqui é possível fazermos uma síntese que explicita as concepções epistemológica, teleológica e psicológica relativas ao ensino da noção de número natural que estiveram na base de pelo menos três grandes etapas pelas quais passou o ensino de Aritmética no mundo ocidental.

M- Quais, professora?

E- Na Antiguidade, como vimos, duas tradições relativas ao ensino do número co-existiram a partir de certo momento. A **tradição logística**- a mais antiga- baseava-se numa **preocupação estritamente pragmática ou utilitarista em relação aos fins do ensino da Aritmética e do número em particular**. Ainda que tal ensino não se revestisse de uma preocupação psicológica ou psico-pedagógica propriamente ditas, podemos inferir, pelos poucos documentos que nos restaram, que a **base psicológica desse ensino- ainda que não tematizada-** assentava-se na **crença do poder da repetição e da memorização para a aprendizagem das noções aritméticas básicas**. É preciso ressaltar, porém que, como a prática abacista

era a única existente para a realização de cálculos aritméticos elementares, então, ao ensino da aritmética e, particularmente, ao da noção de número natural, forçosamente, imprimia-se um caráter concreto, visual e manipulativo. É claro que qualquer discussão referente ao domínio epistemológico estava fora de cogitação antes dos gregos terem levantado explicitamente tal questão e, mesmo após isso, a tradição logística permanecerá insensível a essa polêmica. Em relação ao ensino da **Aritmética teórica**, isto é, ao da Aritmética propriamente dita, vigorou, ao **nível epistemológico, uma concepção realista do número**, associada, ao **nível psicológico, a uma concepção platônico-socrática** do modo como o aprendiz tem acesso a essa noção. Associada a essas duas concepções, temos ainda, ao **nível teleológico**, uma concepção dos fins do ensino da Aritmética, que a entendia como uma disciplina indispensável para a **formação do cidadão da pólis**.

M- Eu me lembro que a concepção epistemológica foi bastante discutida por nós. Mas as outras duas parece que não.

E- Bem, no que se refere à concepção psicológica, Platão, em várias de suas obras, principalmente nos diálogos da *República* e *Mênon* apresenta-nos em algumas passagens a concepção do modo como compreende o acesso do aprendiz ao conhecimento em geral, e ao número em particular. Baseava-se no diálogo com características particulares: *“esse diálogo consistia de dois momentos articulados: o da ironia, no qual buscava-se trazer ao plano da consciência o erro do interlocutor, e o da maiêutica, no qual tentava-se fazer com que o interlocutor acreditasse que a verdade procurada estava adormecida no interior de si próprio”* (Miguel, 1995, p.35). A maiêutica baseia-se na teoria da reminiscência de Platão, a qual entende que conhecer significa recordar pois *“a alma, antes de habitar este mundo de aparências em que vivemos, e que, por estar aprisionada por um corpo, está sujeita a enganar-se freqüentemente devido às ações desorientadoras dos sentidos, teria pré-existido num ambiente puro, imaterial e imutável, no qual esteve em contato direto com a eterna e autêntica realidade das verdades geométricas. Portanto, para se pôr novamente em contato com elas, era suficiente um simples esforço para se recordar o que havia caído em esquecimento* (Miguel, 1995, p.36). Miguel, em seu artigo *A constituição do paradigma do formalismo pedagógico clássico em educação matemática*, observa que, apesar do método basear-se em uma relação dialógica, o aprendiz, nos diálogos de Platão, normalmente limita-se a responder afirmativamente ou negativamente às questões propostas pelo mestre. Conclui Miguel: *“No fundo, o diálogo é um monólogo, pois é o mestre quem tenta*



*imprimir na mente-tábua-rasa do aprendiz-interlocutor um conhecimento que foi construído pelo mestre e que o aprendiz acredita estar sendo contruído por si próprio*” (Miguel, 1995, p. 37). E os fins, como nós vimos, estão direcionados à formação dos dirigentes da pólis.

C- E na Idade Média?

E- De certo modo, as duas tradições anteriores ainda coexistem, isto é, a prática abacista, ligada à logística, e uma aritmética teórica de natureza pitagórico-platônica reinterpretada por Boécio. No que se refere a este último tipo de ensino, a influência do método socrático-platônico (maieutica) ainda persiste, uma vez que a forma dialogada em que se apresentava a relação professor-aprendiz permanece viva dentre outras empregadas. Para nós, é importante aqui destacar que subjaz a essa forma dialogada a concepção do modo como o aprendiz teria acesso à noção de número. Poderíamos dizer que, durante quase toda a Idade Média, prevaleceu, ao nível epistemológico, uma **concepção realista do número** associada, ao nível psicológico, a uma **concepção platônico-socrática** do modo como o aprendiz teria acesso a essa noção, associada ainda, ao nível teleológico, a uma **concepção cristã dos fins da educação matemática**. A partir do renascimento até o século XVIII assistimos a um período no qual as aritméticas abacistas vão gradativamente perdendo a sua importância até chegarem a extinguir-se totalmente. O mesmo pode ser dito em relação às aritméticas teóricas baseadas em Boécio. Paralelamente ao enfraquecimento das aritméticas abacistas e teóricas, as aritméticas comerciais ou algoristas vão, cada vez mais, ganhando terreno até adquirirem total hegemonia. Como a grande novidade em termos de ensino é, exatamente, essas aritméticas algoristas, é sobre elas que devemos fazer alguns comentários. Tendo por base as características dessas aritméticas algoristas, as quais foram compiladas e brevemente comentadas no século XIX por De Morgan e, posteriormente, pelo historiador da matemática David Smith (*Arithmetica Rara*, 1970) e também as discussões que se processavam no domínio filosófico a respeito da noção de número, podemos fazer algumas inferências. Uma primeira, é que essas aritméticas, ao nível epistemológico, **rompem definitivamente com a concepção realista de número e adotam, implicitamente, uma concepção subjetivista do mesmo**. É claro que elas não explicitam e nem tematizam diretamente essa questão epistemológica. Porém, pode-se constatar isso indiretamente, uma vez que os conteúdos por ela abordados nada mais têm a ver com aqueles tratados por aquelas aritméticas teóricas baseadas em Boécio. Novos conteúdos que traduzem as necessidades de um capitalismo mercantil em rápida ascensão passam a ser

focalizados tais como regras de três simples e composta, regras de sociedade, juros, ... Ao nível teleológico, o ensino de Aritmética defendido por essas aritméticas comerciais e algoristas reafirma a natureza pragmática e utilitarista há muito sustentada pela antiga logística. Esses novos conteúdos a que fizemos referência também atestam essa constatação. Ao nível psicológico ocorre um fato curioso. Ainda que essas aritméticas algoristas não tematizem a questão psicológica referente ao modo como o aprendiz teria acesso à noção de número- como é óbvio de se esperar, uma vez que não existia uma psicologia constituída enquanto campo independente do conhecimento, e nem o reconhecimento da especificidade da infância ou da importância da dimensão psicológica da educação -, assistiu-se ao surgimento de uma orientação que romperia com os aspectos visuais, manipulativos e concretos no ensino da noção de número natural. Isso ocorreu menos por razões e convicções de natureza psico-pedagógica do que por razões comerciais, financeiras e de outras naturezas que estariam na base da necessidade de adoção do sistema hindu-arábico de numeração e de toda a aritmética desenvolvida com base nesse novo sistema. De fato, os algarismos hindus *“eram signos independentes de qualquer intuição sensível: eram distintos e não buscavam evocar visualmente os números correspondentes”* (Ifrah, 1989, p. 265, grifos meus). Além disso, as técnicas algoristas de realização das operações fundamentais com os números naturais, por permitirem operar diretamente sobre os próprios símbolos ou numerais do sistema, acabaram por tornar supérfluos o uso de fichas e pedras no ábaco, como também o próprio ábaco. A rapidez e a simplicidade das técnicas algoristas tornou possível uma democratização da aritmética, o que, por sua vez, estava em consonância com os ideais pragmáticos da nova classe social em ascensão - a burguesia. Apesar disso, porém, o ensino da aritmética foi adquirindo gradativamente algumas características totalmente verbalistas e mecanicistas ao nível didático-metodológico tais como: memorização visual da seqüência numérica dos símbolos ou numerais do sistema hindu-arábico, memorização auditiva da seqüência das palavras numéricas correspondentes a esses numerais (contagem ou recitação mecânica sem a presença de objetos contáveis), escrita dos símbolos do sistema de numeração dissociada das quantidades representadas pelos mesmos e realização mecânica dos algoritmos das operações fundamentais. Pode-se afirmar, portanto, que ao longo dessa etapa prevaleceu uma concepção mecanicista e verbalista ao nível psicológico e didático-metodológico do ensino de número natural. No que se refere ao plano teleológico é evidente

a **orientação pragmática e utilitarista** de que se reveste o ensino da Aritmética a partir de então. De fato, como assinala Ponce, adquire valor o conhecimento que auxiliará o homem a apropriar-se da realidade, a resolver problemas práticos, o que é útil: *“se a educação cavalheiresca já não servia para esse nobre que tendia a se transformar em cortesão, tampouco eram úteis a dialética e a teologia ao bom burguês que fretava navios para viagens ao Novo Mundo”* (Ponce, 1992, p. 115). É o tempo em que *“navegar é preciso, viver não é preciso”* (Caetano Veloso). É o tempo em que a busca da realização dos valores e fins subjacentes ao projeto burguês justificava todo e qualquer esforço sobre-humano. O poema *Mar Português* de Fernando Pessoa ilustra perfeitamente bem o clima psicológico e axiológico desse momento histórico. Passemos, então, a palavra a Fernando Pessoa:

*Ó mar salgado, quanto do teu sal  
São lágrimas de Portugal!  
Por te cruzarmos, quantas mães choraram,  
Quantos filhos em vão resaram!  
Quantas noivas ficaram por casar  
Para que fosses nosso, ó mar!*

*Valeu a pena? Tudo vale a pena  
Se a alma não é pequena.  
Quem quer passar além do Bojador  
Tem que passar além da dor.  
Deus ao mar o perigo e o abismo deu,  
Mas nele é que espelhou o céu  
(Pessoa, 1972, pp. 57-8)*

O seguinte depoimento de Juan Luís Vives (1467-1536), humanista espanhol, considerado *“o primeiro grande estudioso moderno da teoria educacional”* (Eby, 1976, p. 42), é bastante ilustrativo a respeito:

*“...nenhum aspecto da vida prática pode prescindir da noção de número (...) Não é a argumentação o que elucida a verdade, mas sim a indagação da natureza (...) O estudante não deve se envergonhar de entrar em lojas e em fábricas, de fazer perguntas aos comerciantes, de conhecer os detalhes das suas tarefas. Antigamente, os homens cultos desdenhavam indagar a respeito daquelas coisas*

*que são tão úteis conhecer e recordar na vida”*  
(apud Ponce, 1992, p.115).

R- Professora, há indícios de que, nesse período a que você está se referindo, o ensino se processava desse modo?

E- Bem, em certo sentido, poderia constituir um documento fundamental a esse respeito, a própria compilação das obras de aritmética feita, em meados do século XIX, por Augustus De Morgan (1806-1871)- matemático indiano que estudou no Trinity College (Inglaterra), onde fora formada a “*Analytical Society*”, sociedade com a finalidade de reformar o ensino e a notação do cálculo. No entanto, infelizmente, De Morgan, como ele próprio assinala na carta-prefácio que endereça a George Peacock (1791-1858)- matemático inglês, professor do Trinity College, membro da “*Analytical Society*”, considerado o “*Euclides da álgebra*” e que, junto com De Morgan, formou o que “*se poderia chamar uma ‘escola inglesa’ de matemática*” (Boyer, 1974, p. 420-1)-, não entra em detalhes a respeito da natureza das aritméticas que compila: “*O efeito deste trabalho o qual me deu o maior prazer, talvez seja o de que o bibliógrafo de ofício o ache muito aritmético enquanto que o estudante da história da ciência o ache muito bibliográfico. Certamente, eu deveria ter focalizado mais os métodos dos vários trabalhos, com vantagem para o leitor. Mas eu não poderia tentar escrever os anais completos da Aritmética; isto exigiria muito mais livros: nem poderia eu, sem perder inteiramente de vista meu plano, combinar a informação aqui apresentada com aquela derivada de outras fontes. O meu plano foi tentar realizar algumas retificações de numerosas imprecisões dos catálogos existentes, atendo-me exclusivamente àquilo que eu consegui ver por conta própria. E é uma justificativa suficiente do caminho que resolvi seguir o fato de ter produzido, deste modo, um catálogo mais amplo do que aqueles existentes devotados, total ou parcialmente, a este tema específico*” (De Morgan, 1847, p. iii).

R- Então, é difícil...

E- Apesar disso, é possível recolher alguns depoimentos isolados que poderiam reforçar a conjectura que aqui fazemos a esse respeito.

R- Quais?

E- Vamos, por exemplo, passar a palavra a Aguayo, pedagogo cubano de nosso século, professor da Universidade de Havana. Em uma tradução portuguesa de sua obra intitulada *Didática da Escola Nova*, datada de 1947 e muito utilizada nas escolas normais brasileiras na década de 50, Aguayo diz o seguinte: “*Até o século XVI ensinava-se a aritmética de modo intuitivo, empregando-se para isso o ábaco romano, os dedos das mãos,*

*pedrinhas e outros objetos. A difusão da numeração arábica trouxe consigo o abandono dos processos intuitivos e o uso universal do método simbólico. Este reinou despoticamente até a época de Pestalozzi. Sem levar em conta o processo psíquico pelo qual as crianças formam a noção de número, a escola ensinava de modo mecânico a contar, ler e escrever quantidades abstratas e a executar as operações de compor e comparar os números. O método era essencialmente dogmático e simbólico e na prática a instrução consistia um verdadeiro tormento para a criança” (Aguayo, 1947, p. 278).*

C- A posição de Aguayo é isolada?

E- Não. Vejam o que diz Eby em seu compêndio intitulado *História da Educação Moderna*: “O ensino da Aritmética não havia sido reajustado, após a adoção da notação arábica. A numeração se tornara mais difícil, apesar da compreensão dos processos aritméticos ter sido gradativamente facilitada. A principal dificuldade estava em ensinar os novos símbolos às crianças pequenas. A notação romana estava mais próxima da prática primitiva de contar os dedos da mão, ou dos computadores do ábaco e, conseqüentemente, era mais fácil de ser apreendida pela criança. O simbolismo arábico era, de certo modo, estranho e, sendo extremamente afastado da experiência concreta, sugeria sua significação menos diretamente. Como resultado, a compreensão de números simples pelos jovens era mais deficiente no século XVIII que no XIV.” (Eby, 1976, p. 393). Eby traz nesta mesma obra, o depoimento de Smith - a quem já nos referimos aqui- acerca do resultado da difusão da notação hindu-arábica: “O efeito sobre o ensino da Aritmética não foi feliz, sob um aspecto, de vez que o abandono dos computadores conduziu, da Aritmética concreta, visual, palpável, à Aritmética abstrata de algarismos. Contar e calcular tornaram-se matérias de palavras e regras abstratas mais do que antes, e a Aritmética foi ensinada, provavelmente, de modo mais deficiente do que sob o sistema de ábaco” (apud Eby, 1976, p. 393).

M- Agora está fazendo sentido ...

E- Conversei com algumas professoras e, percebi que todas enfatizam a necessidade de se proibir o uso dos dedos da mão para a contagem. De certa forma, entendo que, essa posição é sustentada por crenças remanescentes desse período da história do ensino de aritmética, baseado naquilo que Aguayo chama de “*método dogmático simbólico*”.

R- Acredito que já temos vestígios suficientes para afirmar que que a predominou neste período uma **concepção mecanicista e verbalista ao nível psicológico e didático-metodológico do ensino-aprendizagem de número natural.**

E- Talvez, o fato mais contundente que reforça a nossa conjectura a respeito das características do ensino relativo ao número, presentes nessa terceira etapa, seja a reação a esse tipo de ensino deflagrada pelo movimento pedagógico cronologicamente posterior a ele, e denominado **ensino intuitivo**, ao qual temos feito várias referências desde o início de nossa discussão, e cujas bases psicológicas assentavam-se no sensualismo-empirismo. Na verdade, são os argumentos críticos utilizados pelos psicólogos e pedagogos ligados a esse movimento que deverão caracterizar a natureza do ensino prevalecente antes do advento do ensino intuitivo e que deverão atestar, também, conseqüentemente, a sua existência. Não faria sentido atacá-lo se, de fato, ele não tivesse existido. Todo o movimento do ensino intuitivo não lutou contra fantasmas. Eby afirma: *“O verdadeiro problema estava na prática de professores ignorantes que apresentavam às crianças pequenas os símbolos sem sentido e, tacitamente supunham que seus alunos haviam compreendido seu significado. Foi esse costume insensato que provocou o acerbo protesto de Pestalozzi e o levou a estabelecer o elo entre o objeto concreto e a enumeração”*(Eby, 1976, p. 393). Portanto, **a quarta etapa da história do ensino da noção de número natural é aquela na qual prevaleceu o ideário ligado ao chamado ensino intuitivo.**

V- A gente não poderia dizer que essa etapa significou uma volta àquela na qual vigorava o ensino intuitivo de estilo abacista?

E- A sua pergunta é interessante. Tanto no período abacista quanto neste último período o ensino adquiriu um estilo intuitivo. Porém, **por razões distintas**. Já falamos das razões pelas quais as aritméticas abacistas **tinham de ser necessariamente** intuitivas. A reivindicação à volta a um estilo intuitivo no ensino da noção de número natural baseia-se agora em **argumentos psicológicos**. A seguinte passagem do livro *The Educational Ideas of Pestalozzi and Fröbel*, escrito por F.H. Hayward (1979, p. 41), ao mesmo tempo em que reforça essa nossa conjectura, caracteriza também a etapa anterior e aquela reivindicada pelo **ensino intuitivo** na história do ensino da aritmética: *“Para aprender ‘de cor’ que um mais um são dois, que um subtraído de dois dá um, que quatro mais três são sete, ou que quatro vezes três são doze, não se exige qualquer familiaridade com as propriedades dos números. Tal ‘aprendizagem’ é uma mera questão de palavras. Pestalozzi, portanto, introduziu os métodos agora universalmente empregados nas escolas infantis: o uso de grãos, pedras, bem como dos dedos”*(Hayward, 1979, p. 41). Hayward (1979, p. 41) acrescenta a esse comentário a seguinte nota: *“É claro que tais métodos têm sido usados, por*

*longo tempo, pela humanidade, mas não com uma intenção pedagógica definida”.*

R- Quer dizer que poderíamos dizer que ao nível psico-pedagógico, essa quarta etapa do ensino da noção de número fundamentou-se nas idéias de Pestalozzi?

E- Na verdade, essas idéias faziam parte de todo um movimento que se processava conjuntamente no terreno da didática, da filosofia e da psicologia, e cujo precursor mais remoto foi, talvez, Comenius. Mas fica difícil, como já assinali anteriormente, separar aquilo que ocorre nos âmbitos da filosofia, da psicologia e da didática. Para que possamos entender como foi possível o surgimento da psicologia sensualista-empirista é importante entender o clima epistemológico que imperava, **antes de seu advento**, isto é, na época de Descartes e Comenius, e entender também o momento filosófico em que se processou uma ruptura com o racionalismo cartesiano. Para entendermos melhor tudo isso, vamos recuperar um pouco da discussão que fizemos acerca da filosofia a partir de Descartes. Vimos que Descartes rompe com o critério de verdade que predominou durante toda a Antiguidade clássica. Segundo o critério clássico, nem a realidade do mundo, nem a existência do objeto eram postas em questão, “...*partia-se da afirmação da existência da realidade e de que ela poderia ser conhecida verdadeiramente pela razão ou pelo pensamento*” (Chauí, 1994, p. 209). Perguntava-se sim, ‘o que é a realidade?’; porém, jamais a sua existência era questionada ou posta em dúvida. Com Descartes, as coisas mudam de figura; ele passa a duvidar de tudo: da realidade do mundo à existência de si próprio. Lança a hipótese do ‘malin génie’: e se a realidade fosse regida por um gênio maligno que quisesse que o homem errasse mesmo quando tivesse a mais profunda impressão de estar certo? Não seria tudo pura ficção? A resposta ao desafio posto pela possibilidade de existência do gênio maligno, Descartes deu-a através do seu ‘Cogito, ergo sum’. Apenas o poder onipotente da razão poderia destruir o gênio maligno. Neste caminho da dúvida vemos a separação da *res extensa* (substância extensa, realidade) da *res cogitans* (substância pensante, consciência). Se essas duas substâncias constituem realidades distintas, como saberemos se as idéias correspondem às coisas a que se referem?

C- E como Descartes respondeu a isso, se é que ele conseguiu?

E- Conseguiu recorrendo ao divino. A única ponte entre o eu e a realidade se estabelece pelo fato de ambos participarem da mesma origem: Deus. Ouçam o que diz Cassirer a esse respeito: “...*todo o movimento do pensamento a partir de Descartes consistiu precisamente em negar todo*

*vínculo direto entre a realidade e o espírito humano, entre a 'substantia cogitans' e a 'substantia extensa', mesmo ao ponto de o desfazer-se inteiramente. Não existe nenhuma espécie de 'união' entre a alma e o corpo, entre as nossas representações e a realidade, salvo a que é dada e produzida na essência divina. Nenhum caminho leva diretamente de um polo a outro do ser; deve-se passar necessariamente pela mediação da existência e da eficácia de Deus. Só por esse meio conhecemos os objetos exteriores; não dispomos de qualquer outro recurso para agir sobre eles" (Cassirer, 1992, p.138).*

M- Mas estamos retomando Descartes para entendermos o surgimento do sensualismo-empirismo não é ? Por enquanto eu não entendi a conexão.

E- É. Você tem razão. Para que essa conexão se estabeleça é preciso ainda nos referirmos ao modo como a filosofia iluminista do século XVIII vai encarar a 'solução' cartesiana baseada no divino para explicar a relação entre a consciência e a realidade. O iluminismo irá romper com esta explicação divina, mas não com a separação realidade/consciência. De fato, segundo Cassirer, *"trata-se de estabelecer a natureza e o conhecimento em seu próprio fundamento, explicar uma e outro por suas próprias determinações. Convém, tanto para um quanto para outro, abster-se de recorrer a todo o 'além'. Entre o conhecimento e realidade, entre sujeito e objeto, não deve interpor-se nenhuma instância estranha. O problema deve ser formulado e resolvido no terreno da experiência: o menor passo que arriscarmos fora de seu domínio significará uma solução ilusória, uma explicação do desconhecido por algo mais desconhecido ainda. Assim, essa mediação em que o apriorismo e o racionalismo pensavam ter baseado a mais alta certeza do saber deve ser recusada sem vacilação nem concessão. O grande processo de secularização do pensamento que a filosofia do Iluminismo considerou ser a sua tarefa essencial inicia-se nesse ponto e com especial virulência. O problema lógico e epistemológico das 'relações da consciência com os seus objetos' não pode ser resolvido pela introdução de temas religiosos e metafísicos que, pelo contrário, só iriam obscurecê-lo"* (Cassirer, 1992, pp. 140-1). O filósofo Immanuel Kant (1724-1804) irá manifestar-se contra qualquer tentativa de encontrar no mundo transcendente um ponto de apoio para a alavanca do conhecimento.

C- E como os filósofos iluministas irão posicionar-se nessa polêmica, isto é, explicar a relação entre a consciência e a realidade, uma vez que, para eles, elas continuam pertencendo a duas camadas diferentes do ser?



E- A eliminação do divino e do transcendente como meio de acesso à verdade e ao conhecimento da natureza pela filosofia iluminista levou à hipótese fundamental de que *“será inevitável que a realidade exterior se comunique à consciência. Mas a única forma empírica que conhecíamos de uma comunicação dessa espécie é a da ‘impressão’ (Einwirkung) direta. Só ela (a impressão) permite lançar uma ponte entre a representação e o objeto. O princípio segundo o qual toda a idéia que encontramos em nós mesmos assenta numa ‘impressão’ prévia e só se explica a partir desta será por consequência elevado à categoria de um axioma incontestável”*(Cassirer, 1992, p.142).

M- Que interessante! Isto explica o que discutíamos inicialmente.

H- Professora, queria retomar algo que você disse. Você mencionou um nome do qual já ouvimos muito falar: Pestalozzi. Só que você não disse nada a seu respeito.

E- É verdade! Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), educador suíço consagrado. Segundo Ponce, *“é tão grande a glória que cerca o nome deste insigne educador que nos custa um pouco aproximarmo-nos desta figura máxima do santuário pedagógico”* (Ponce, 1992, p. 142). Mas, Ponce não lhe poupa críticas em relação a sua ‘fama’ de educador que se dedicou e preocupou-se com a educação das classes populares: *“Mais do que qualquer outro educador de seu tempo, Pestalozzi se interessou pelos camponeses; mas, ainda que esse sentimento tenha sido autêntico e generoso, não é menos certo que ele passou a vida educando crianças ricas. Nas poucas vezes em que acolheu em sua casa crianças pobres, com a intenção de educá-las, ele atuou como filantropo e industrial (...) Pestalozzi gostava de falar também em fundar escolas de ‘homens’. Mas, ‘admitia que existiam tantos homens e tantas educações quanto classes’, e como a ordem social havia sido criada por Deus, o filho do aldeão deve ser aldeão, e o filho do comerciante, comerciante. Nenhuma educação teve caráter mais manso do que a de Pestalozzi. A sua bondade sofria, certamente, com a sorte dos explorados, especialmente com a dos camponeses, que tão de perto conhecia. Mas, ele nunca pretendeu outra coisa a não ser ‘educar os pobres para que estes aceitassem de bom grado a sua pobreza”*(Ponce, 1992, p. 142-3). Manacorda concorda em parte com Ponce a esse respeito, pois apresenta, além desta posição, trechos de algumas obras, onde Pestalozzi afirma a universalização da educação, pois proclama *“os legítimos direitos de todas as classes sociais à difusão universal do saber (...) Não temos o direito algum de limitar a qualquer homem a possibilidade de desenvolver todas as suas faculdades”*(apud Manacorda, 1989, p. 266). Manacorda justifica o contraste:

*“São hesitações e contradições inevitáveis em quem, envolvido ainda em experiências sociais em grande parte ligadas às velhas relações de produção camponesas e artesanais, consegue chegar com muitas dificuldades a novas conquistas ideais”* (Manacorda, 1989, p.267).

R- Pestalozzi escreveu sobre o ensino de número?

E- Ele escreveu várias obras expondo suas idéias sobre educação, entre elas, *‘Leonardo e Gertrudes’, ‘Mãe e Filho’, ‘Como Gertrudes educa suas crianças’*. Em sua obra *Mãe e Filho* apresenta o lugar do número na educação intelectual: *“As relações de número e forma constituem a escala natural de referência para todas as impressões que a mente recebe do exterior, para todo o mundo material e suas propriedades (...) Como é possível fazer entender à criança que dois mais dois são quatro, se primeiro não se mostra isso na realidade? Querer começar com conceitos abstratos é irracional e prejudicial, antes que proveitoso”*(apud Manacorda, 1989, p. 264-5). E, em sua obra *Como Gertrudes educa suas crianças* exemplifica esta idéia: *“Em meu trabalho começo dando às crianças, com o Livro das Mães, a impressão mais firme das relações numéricas consideradas como variações reais de adicionar e subtrair que se apresentam os objetos que estão a sua vista. As primeiras tábuas desse livro contém uma série de objetos que apresentam à vista do aluno em intuições exatas, o conceito de um, dois, três, etc., até dez”* (Pestalozzi, 1936, p. 186).

R- Eu acho que você já pode retornar à síntese que você estava fazendo professora. Se não me engano, estávamos falando da quarta etapa da história do ensino de número, à qual nos referíamos como etapa do ‘ensino intuitivo’.

E- É isso mesmo! Acho que já podemos ‘fechar’ essa etapa dizendo que, ao nível epistemológico, **mantem-se uma concepção subjetivista da noção de número**, mas o acesso a essa noção passa a ser via impressão. Então, ao nível psicológico, **esse ensino deixa-se influenciar pelas idéias do movimento sensualista-empirista, tendência psicológica que parte dos pressupostos de que a origem de todas as idéias está na experiência sensível** e de que a mente da criança é, originalmente, como uma tábua rasa na qual, através do sentidos, são gravadas as impressões. Como vimos, Stuart Mill é um dos filósofos que se dedicará à explicação da natureza do número e do acesso a essa noção. Em certo sentido, o modo como Mill interfere na polêmica filosófica ligada à questão do número, deverá reforçar os pressupostos psicológicos do movimento sensualista-empirista em psicologia. Vamos retomar uma fala de Mill à qual já fizemos referência no início de nossa discussão, pois, agora, ela se torna mais inteligível para nós.

Diz ele: “As verdades fundamentais desta ciência (a ciência dos números) repousam todas no testemunho dos sentidos. Provamo-las fazendo ver e tocar que um determinado número de objetos, dez bolas, por exemplo, podem, diversamente separadas e dispostas, oferecer a nossos sentidos todos os grupos de números cujo total é igual a dez (...) Hoje quando se deseja fazer com que o espírito da criança participe do estudo da aritmética, quando se quer ensinar os números e não simplesmente algarismos, procede-se como acabamos de dizer pelo testemunho dos sentidos”(apud Aebli, 1978, p. 9).

R- Mas professora, você não havia dito que Comenius foi o precursor de algumas das idéias do sensualismo-empirismo? Como pôde ele, dentro de um clima epistemológico cartesiano, defender postulados do empirismo?

E- Na verdade, Comenius, pedagogo do século XVII e pastor protestante morávio, foi quem, de certo modo, ‘traduziu’ as aspirações da nova classe para o plano pedagógico, e em certo sentido, antecipa o novo mas não consegue livrar-se do velho. “*Campanella e Bacon são os inspiradores dos pedagogos da época. Eles representam, de um lado, o misticismo religioso, medieval e obscuro e, de outro, a racionalidade científica, debruçada sobre a concretude da realidade do mundo. São também os dois extremos que permeiam constantemente a obra de Comenius. O religioso e o utópico convivem, lado a lado, com temas de grande concretude. O permanente pendular entre o misticismo e o realismo reflete o espírito de uma época em que se articulam os primeiros passos do Iluminismo*”(Goergen apud Kulesza, 1992, p. 12).

M- Quer dizer que não podemos considerar Comenius um empirista?

E- A seguinte passagem da *Didática Magna* de Comenius não nos autorizaria, como afirma com razão Kulesza (1992, p.96), a classificá-lo como um sensualista-empirista. Ouçamos Comenius: “*É certo, por isso, que também o homem foi feito, por natureza, apto para a inteligência das coisas, para a harmonia dos costumes e para o amor a Deus sobre todas as coisas, e é tão certo que as raízes daquelas três coisas se encontram nele, quanto é certo que a cada planta foram dadas as raízes sob a terra (...) não é necessário, portanto, introduzir nada no homem a partir do exterior, mas apenas fazer germinar e desenvolver as coisas das quais ele contém o gérmen em si mesmo e fazer-lhe ver qual a sua natureza*” (apud Kulesza, 1992, pp. 95-96, grifos meus). Como se vê, são idéias bastante próximas às de Descartes. Porém, em outras passagens da mesma *Didática Magna*, Comenius realmente parece aproximar-se das idéias sensualistas-empiristas. Vamos citar

uma delas na qual Comenius recorre a uma analogia tipográfica para caracterizar o modo como o aprendiz poderia ter acesso ao conhecimento: “*O papel são os alunos, em cujos espíritos devem ser impressos os caracteres das ciências. Os tipos são os livros didáticos e todos os outros instrumentos propositadamente preparados para que, com sua ajuda, as coisas a aprender se imprimam nas mentes com pouca fadiga. A tinta é a viva voz do professor que transfere o significado das coisas, dos livros para as mentes dos alunos...*” (Comenius, 1954, p. 399, grifos meus). A seguinte conclusão que Kulesza retira da leitura de uma obra madura de Comenius, intitulada *Lexicon*, reforça também a antecipação comeniana do ideário sensualista-empirista: “*Para Comenius, o primeiro passo para o conhecimento é conhecer: ‘cognoscere est rem prius ignotam noscere incipere’. Por sua vez, ter uma noção da coisa é formar sua imagem mental: ‘noscere est imaginem rei mente tenere’, é através da primeira impressão produzida pelos sentidos que começa o conhecimento das coisas. Comenius faz uso freqüente da metáfora da gravura para ilustrar esse processo de impressão das coisas na mente, pois, na gravura, além de termos uma imagem do objeto gravada, podemos imprimí-la no papel, obtendo assim uma representação do objeto. Assim, o objeto imprime na mente uma imagem correspondente ao objeto através dos sentidos*” (Kulesza, 1992, pp. 165-66, grifos meus).

M- Professora, o movimento do **ensino intuitivo** teve alguma repercussão em nosso país?

H- Mas que pergunta mais tola...A professora, desde o início, não nos está sugerindo que nós mesmos somos as provas mais concretas dessa influência?

(Risos generalizados)

V- É isso aí! Somos todos uns pestalozzianos convictos.

C- Somos não! Éramos.

H- Nem somos e nem éramos. Somos agora uns **pestalozianos conscientes**.

R- E abalados!

M- Eu imploro que vocês deixem de lado essas ironias e insisto na minha pergunta sobre a repercussão do **ensino intuitivo** no Brasil.

E- Para respondê-la, gostaria de observar que o conhecimento das coisas, o **ensino intuitivo**, está associado ao movimento da Escola Nova, no Brasil.

V- Ah! Escola Nova? Já ouvimos falar disso em história da educação.

E- E podemos observar também, a ‘leitura’ que os escolanovistas brasileiros fizeram da relação **ensino intuitivo/Pestalozzi/Comenius**. O livro intitulado *A Aritmética na escola nova* de Everardo Backheuser apresenta algumas diretrizes a serem seguidas no ensino da escola primária. São elas: “1. o ensino deve ser feito em conjunto (...) 2. O ensino deve ser feito por meio de jogos (...) 3. O ensino deve ser dado em caráter intuitivo” (Backheuser, 1933, p.48). Mais adiante, ele apresenta as vantagens deste ensino: “As vantagens do ‘ensino intuitivo’ não estão para ser demonstradas. A demonstração está feita, e vem de longe. O grande PESTALOZZI, já nos meados do século 19, a fizera, sendo, logo depois de COMENIUS, dos primeiros, e dos mais notáveis, dos seus preconizadores. (...) e em uma de suas obras fundamentais - ‘Wie Gertrud Ihre Kinder lehrt’ (Como Gertrudes ensina as suas crianças) responsabiliza a descoberta da imprensa pela queda da cultura européia! E por que? porque, devido a essa descoberta, teria havido o abandono do conhecimento objetivo das coisas” (Backheuser, 1933, p. 59-60). Ele associa ao **ensino intuitivo** o nome de um outro educador, a quem não fizemos ainda referência, mas que vocês também já devem ter ouvido falar nas aulas de história da educação: Herbart. Diz ele: “Da importância que outro pedagogo eminente - Herbart - emprestava ao ensino intuitivo (*Ausschauungsunterricht*), não é preciso fazer referência ou citação. Foi ele verdadeiramente o seu orientador não só na Alemanha, como no mundo” (Backheuser, 1933, p. 60).

R- Nunca imaginei haver relação entre as coisas que aprendi em história da educação e as que estou agora aprendendo em educação matemática. Existiram outros educadores ligados ao movimento da escola nova que se manifestaram a esse respeito?

E- Lourenço Filho é um deles.

C- Ah! Um dos pioneiros da escola nova...

E- Diz ele, em sua conhecida obra *Introdução ao estudo da escola nova*: “Freqüentemente, é salientado no sistema didático de Pestalozzi o relevo com que pregava o ‘ensino objetivo’ ou pelas coisas. Retomando a velha noção de Comenius, concorreu sem dúvida para que a expressão ‘ensino intuitivo’ viesse a ser aprofundada e vulgarizada. (...) Algo revolucionárias à época, as idéias de Pestalozzi e Froebel concorreram para despertar novos e sérios problemas no domínio da educação. Seus escritos nem sempre apresentaram conveniente sistematização. Favoreceram, no entanto, a construção de uma grande obra sistemática, que foi a de Herbart.(...) Como já haviam procurado demonstrar Ratke e Comenius, os elementos de intuição sensível precediam ao trabalho da memória e da

*imaginação, como estes aos do juízo da razão. Herbart aceitou esse esquema como ponto de partida, escrevendo: 'Diz-se que a percepção visual concreta é a base de qualquer aquisição de conhecimentos; sim, mas será preciso bem coordenar, agrupar e sistematizar os dados dos sentidos. Como queria Pestalozzi, será preciso caminhar da intuição ao conhecimento claro'* (Lourenço Filho, 1978, p. 147-8).

R- É a referência mais antiga que você encontrou professora?

E- Não. A primeira referência explícita a Pestalozzi, a Comenius e ao **ensino intuitivo** que encontrei data de 1886.

M- 1886?!?

V- Puxa! Você foi longe professora!

E- É, e eu estou me referindo ao livro de Allison Norman Calkins, intitulado *Primeiras lições de coisas*, o qual "*fora aprovado oficialmente para uso nas escolas públicas, sendo utilizado nas escolas normais ao menos até 1916, conforme testemunho de Lourenço Filho que estudou em São Paulo*"(Kulesza, 1992, p. 59-60). No prefácio desta obra, Calkins faz referências explícitas a Comenius e Pestalozzi:

PRIMEIRAS  
LIÇÕES DE COISAS

MANUAL DE ENSINO ELEMENTAR

PARA OS DOZ

PAES E PROFESSORES

POR

N. A. CALKINS

VERTICE DA QUADRAGESIMA EDIÇÃO

E

LUIZ DE ODETE DE SOUZA E RUIZ DE ALBUQUERQUE

TRADUZIDO

CONSELHEIRO

RUY BARBOSA

Obra unanimemente aprovada pelo Conselho Superior da Instrução publica da Bahia, pelo Conselho Director da Corte, e adoptada pelo Governo Imperial

Apresenta-se ao publico a 2.ª edição dos resultados de uma serie de tentativas de applicação da observação exacta e livre.

RIO DE JANEIRO  
IMPRESA NACIONAL  
1883

212-35

1774  
BIBLIOTECA  
OTONIEL

PROLOGO

Da

DECIMA QUINTA EDIÇÃO

Qualificando-se de totalmente refundida, amplificada e addida de exemplos e, terse-se exprimido em somma a relação da obra que hoje se a humo com as edições anteriores das mesmas *Primeiras Lições de coisas*. O de agora é essencialmente um livro novo, posto que versa principalmente sobre os mesmos assumptos considerados nas outras edições. Apresentadas nesta quasi todas sob nova forma, essas lições propõem-se a formar e demonstrar praticamente ainda com mais clareza, os principios da verdadeira *observação exacta e livre* e as relações deste methodo de ensinar para com os ramos ordinarios da instrução na escola.

As lições deste livro incorporam, nos limites da materia que elle comprehende, os fructos de uma experiencia de perto de oito annos de serviço meu como superintendente das escolas primarias na cidade de Nova York e bem assim como lente da sciencia e methodos de ensino numa escola normal (*Saturday Normal School*). Pôde formar alguma idéa da natureza e extensão dessa experiencia, quem advertir que nessas escolas de primeiras letras se empregam mais de mil educandos mestres, incumbidos de instruir com mil alumnos.

PREFACIO

Da

PRIMEIRA EDIÇÃO

Não pela descripção oral, mas pela inspecção real das coisas, ha de começar o ensino. Por essa inspecção é que se adquirirá o conhecimento certo das coisas. O que effectivamente se faz mais depressa se imprime na memoria, do que verbalmente expozido e enumerado com palavras. São verdades que escreveres João Azeo Comenius, o celebre pedagogo exilado de Austria em meiodes do seculo dezesseis, a introdução de certos livros deve, em boa parte, a Alemanha o grande progresso que durante esse seculo principiou a florescer nas suas escolas.

Outrossim, disse, ao cerrar do seculo dezesseis, o grande educador suizo Pestalozzi: e A observação é absolutamente a base de todo o conhecimento. O que antes de tudo, pois, se deve ter em conta na educação, é habilitar o menino a observar exacta, e depois a exprimir correctamente o resultado do que observar. Os principios philosophicos unidos por esses dois grandes educadores e confirmados mais tarde pela experiencia de outros observadores, fundam-se o systema de desenvolvimentos mental exemplificado nesta obra. Na applicação desses principios tem havido contínuo, successivas modificações, provenientes das varias sortes de methodos de educação inductiva practicaes já em neste país, já na Europa. Nem a estes conspiceos

Em Estados Unidos.  
L. C. 2

(1871)

DO NUMERO

Habilitado o menino a discernir as coisas pela *forma* e pela *cor*, entra a advertir em dois ou mais objectos, e assim recebe a primeira noção de *mais de um*. E' o ponto de partida no aprender a *numerar*. Em muitos annos se obtém essa idéa rudimentar de numero, a qual até que a criança aprenda a contar, parece limitar-se a *um e mais de um*. Com o contar objectos se alargam estas idéas elementares, dando assim a criança os primeiros passos no conhecimento do numero. Desde as primeiras tentativas de enumerar os objectos, cumpre que comese, pois, a instrução da infancia nos elementos de arithmetica.

As verdadeiras idéas de numero, como as da *forma* e da *cor*, pertencem aos factos cuja concepção devonca principalmente no sentido da vista. O bom exito do ensino elementar, neste assumpto, depende da exhibição real dos objectos. Não ha theoria de numeros, nem decorear e reproduzir regras abstractas, que infundam jamais a verdadeira idéa justa do numero, e a preparar por meio de bases seguras para o conhecimento pratico da arithmetica.

Segundo Kulesza, Rui Barbosa foi um entusiasta das ‘**lições de coisas**’, tanto que em seu *Parecer sobre a reforma do ensino primário* em 12 de setembro de 1882 no Parlamento Nacional, o parágrafo quarto intitula-se “*Lições de coisas- método intuitivo*”(apud Kulesza, 1992, p. 57).

V- Professora, então a referência mais antiga é esta, 1882, do próprio Rui Barbosa?

E- É. Realmente.

R- Mas retornando novamente à síntese, professora, é possível então afirmar que, nessa quarta fase da história da noção de número, vigorou, no plano epistemológico, uma concepção subjetivista e, no plano psicológico, uma concepção sensualista-empirista. Mas, e no plano teleológico? Seria possível afirmar a esse respeito que o ensino intuitivo rompeu com a tradição pragmática das aritméticas algoristas da fase anterior?

E- Não. Penso que o que ocorreu nessa quarta fase foi mais uma continuidade dos fins pragmáticos do que uma ruptura com eles. O que aconteceu de novo, porém, com o **ensino intuitivo** foi a percepção de que seria necessária a intervenção da psicologia para que esses fins pragmáticos fossem atingidos de forma mais rápida e eficaz, o que estava em consonância com as aspirações presentes no projeto burguês de reorganização econômica e pedagógica. Vejam como é ilustrativo o título do capítulo XIX da primeira obra, a qual já fizemos referência, em que o problema referente ao ensino e à aprendizagem é autonomamente tematizado - *Didática Magna* de Comenius: “*Fundamentos para aumentar a rapidez no ensino*”(Comênio, 1954, p. 233).

M- Não entendi muito bem essa relação entre rápido e eficaz com o projeto burguês de sociedade.

E- É natural que você não tenha entendido, pois a percepção dessa relação requer que compreendamos como a noção de ‘tempo’ ganhou significados distintos em diferentes períodos históricos. Para aquilo que nos interessa aqui, basta compararmos as concepções de tempo que vigoraram no período medieval e no período moderno, isto é, o tempo medieval e o tempo moderno. Bilfinger observa que a história das técnicas é impotente para explicar a “*passagem da divisão eclesiástica do tempo para uma divisão laica do tempo*”(apud Le Goff, 1980, p. 62). O tempo do trabalho medieval é “*definido pela referência mutável ao tempo natural, do levantar ao por do sol e, marcado, aproximadamente, pelo tempo religioso, o tempo das horae canonicae,(...)o tempo do trabalho é o tempo de uma economia ainda dominada pelos ritmos agrários, sem pressas, sem preocupações de exatidão, sem inquietações da produtividade*”(Le Goff, 1980, p. 71). Thompson esclarece, em seu artigo intitulado *O tempo, a disciplina do trabalho e o*



*capitalismo industrial, que: “a notação do tempo que se encontra nestes contextos tem-se chamado obrigações da profissão. É talvez o elemento mais importante nas sociedades rurais e na pequena indústria moderna”. (Thompson, 1991, p. 48). O tempo determinado pelo caráter do trabalho a partir de finais do século XIII é posto em causa. A duração do dia laboral começa a se tornar problema para a burguesia: “...este tempo novo, sobretudo nascido das necessidades de uma burguesia de ‘doadores de trabalho’, preocupados, perante a crise, em medir melhor o tempo de trabalho, que é o dos seus lucros, depressa é açambarcado pelas forças superiores...” (Le Goff, 1980, p. 62). Começamos a assistir uma consolidação do tempo moderno e a queda gradativa do monopólio do tempo medieval. Le Goff nos apresenta uma imagem interessante a esse respeito: “As exigências de um trabalho melhor medido- num século em que o quantitativo faz a sua tímida aparição nas estruturas administrativas e mentais- são pois fator importante do processo de laicização, de que o desaparecimento do monopólio dos sinos das igrejas para a medição do tempo é um sinal primordial” (Le Goff, 1980, p.62). Thompson caracteriza a mudança: “Logo que se alugam braços de trabalho, a orientação passa a fazer-se pelo relógio(...) E o empresário tem de utilizar o tempo de seus empregados, tem de fazer com que ele não seja desperdiçado. Já não se trata de uma tarefa, o que pontifica é o valor do tempo reduzido a dinheiro. O tempo torna-se dinheiro - não passa, gasta-se”(Thompson, 1991, p. 49).*

M- Então, começa a mudar também a maneira de se entender o tempo?

E- Sim. Percebe-se a valoração da economia de tempo: *“perder tempo torna-se um pecado grave, um escândalo espiritual (Le Goff, 1980, p. 71). É preciso ressaltar, porém, que essa transição gradativa não se fez sem resistências, como registram Le Goff e Thompson. O controle do tempo e a ênfase na organização eficiente e produtiva do processo do trabalho penetra em quase todas as esferas da atividade humana, notadamente na educação.*

V- Agora estou entendendo o título do capítulo XIX da *Didática Magna*.

E- Vejam também como é ilustrativa uma das *“notas aos leitores”* da mesma obra: *“Ousamos prometer uma Grande Didática, isto é: um artifício universal para ensinar tudo a todos. E ensinar rapidamente, sem cansaço ou tédio para quem ensina e para quem aprende; muito ao contrário, de forma atraente e agradável para ambos. E ensinar com eficiência. Não superficialmente, nem por meio de simples palavras, mas*

*conduzindo o aluno às verdadeiras letras, aos suaves costumes e à piedade profunda” (Comenius, 1954, p. 33).*

R- Professora, existem indícios da influência desse ideário associado a essa quarta fase da história do ensino de número natural?

E- Para responder a sua pergunta eu sugiro que vocês se dividam em grupos para analisar algumas obras que foram utilizadas, a partir de 1876, nas escolas de formação de professores em nosso país.

SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO SBI

# ARITHMETICA ELUCIDATIVA

CURSO PRIMARIO E COMPLEMENTAR

ENSINO PRATICO E INTUITIVO

PELO PROFESSOR

**Nelson Benjamin Monção**

Diplomado pela Escola Normal de Montes Claros

OBRA RECOMENDADA SEGUNDO OS PROGRAMAS OFFICIAES VIGENTES, DO ENSINO PRIMARIO E COMPLEMENTAR DO DISTRITO FEDERAL DOS ESTADOS DO RIO DE JANEIRO, MINAS GERAES, ESPIRITO SANTO, GOYAZ, E DE MUITOS OUTROS ESTADOS DO BRASILEIRO. ADOPTADA EM DIVERSAS ESCOLAS E COLLEGIOS.

## QUINTA EDIÇÃO

Revisão melhorada e acrescida de muitas lições do Curso Secundario e da 2ª edição, igualmente melhorada e desenvolvida do compendio

## NOÇÕES DE ESCRITURACAO MERCANTIL

POR PARTIDAS DOBRADAS

Para se aprender a ler sem auxilio de mestre

Destinada aos professores e alumnos das escolas normaes e das de commercio, aos collegios, lyceus e gymnasios, aos negociantes, caixeiros, guarda-livros, empregados de escritorios e das repartições publicas, aos candidatos aos concursos nos correios, nas estradas de ferro, nas industrias artificiaes, etc.  
Os 45 autorizados pareceres, annexos, attestam a sua utilidade.

Na Livraria Francisco Alves } Rua do Uruguai, 165 - Rio de Janeiro  
} Rua Uruguai, 125 - S. Paulo  
} Rua de Bahia, 182 - Belo Horizonte

Na residência do Autor (prédio proprio), Rua, Medeiros n.º 9,  
Praça de Cascadura - Rio de Janeiro

UNIVERSIDADE CATOLICA DE CAMBURIÁ

**A VENDA:**

Transcrição:

### ARITHMETICA

O estudo da arithmetica, como o de qualquer sciencia, exige o exercicio das faculdades superiores da intelligencia, o juizo e o raciocinio. Deve ser, portanto, intuitivo, raciocinado, pratico, methodico e graduado, e exposto com clareza. Seu fim utilitario é pôr o alumno em estado de poder effectuar, por si mesmo, mentalmente e por escripto, com promptidão e segurança, todos os problemas que lhe apparecerem na vida pratica. Para seu desenvolvimento satisfactorio, é necessario constituir-se o mestre em guia cauteloso, promovendo meios que despertem a actividade do alumno, sem fatigá-lo.

I. Evitará, assim, o apparecimento de aversão pelo estudo dos numeros.

II. Deve merecer especial attenção, no ensino desta materia, o emprego constante de problemas, quer com exercicios de calculo mental, bem variados e desenvolvidos, em torno de dados estatisticos sobre assumptos allusivos ao progresso agricola, commercial, industrial do pais, do Estado, do municipio e do districto, onde estiver o estabelecimento, quer como exercicios escriptos de caracter pratico.

III. Todos os problemas, dados como exercicios, devem referir-se a assumptos da vida pratica, evitando-se questões meramente theoreticas e inutilmente complicadas.

Deve-se habituar o alumno a analysar os elementos do problema, antes de resolvê-lo, e a dispor methodicamente os calculos.

# CURSO

— DE —

# ARITHMETICA ELEMENTAR

— POR —

Horacio Scarpoppi

CONTENDO NUMEROSOS EXERCICIOS DE CALCULO MENTAL, GRANDE QUANTIDADE DE CONTAS E MAIS DE 500 PEQUENOS PROBLEMAS SOBRE OS NUMEROS INTEIROS E DECIMAIS DAS QUATRO OPERACOES FUNDAMENTAES



1912  
Duprat & C. - Rua Direita, 26  
São Paulo

## Segunda lição.

### Numero de UM a DEZ.

Contai de 1 a 10 servindo-vos de objectos sensiveis: uma laranja, duas laranjas, etc.

Contai ao inverso (de 10 a 1).

Formai no contador, ou com quaisquer objectos dez grupos representando os dez primeiros numeros.

Dividi uma dezena de cousas em dois grupos, de modo que haja tantas dum lado como do outro.

Dividi uma dezena de cousas em cinco grupos, de maneira que cada grupo tenha o mesmo numero.

Escrivei na arlôzia os dez primeiros numeros.

## Terceira lição.

### Numero de dezenas.

Contase com as dezenas como se faz com as unidades.

Uma dezena denomina-se **Dez**

Dois dezenas denominam-se **Vinte**

Tres **Trinta**

Quatro **Quarenta**

JOÃO TOLEDO

INSPECTOR GERAL DO ENSEÑO  
DO ESTADO DE SÃO PAULO

# DIDÁCTICA

(NAS ESCOLAS PRIMÁRIAS)

2.<sup>a</sup> Edição

REVISTA PELO AUTOR.



EEPSG "CARLOS GOMES"  
— BIBLIOTECA —  
CRB-8/CES 084

1936  
LIVRARIA LIBERDADE  
Rua da Liberdade, 117  
SÃO PAULO

CÁLCULO

187

\* \* \*

Outras grandezas mensuráveis têm padrões es-  
peciais — a acuidade visual — a claridade da luz  
— a corrente eléctrica — a caloria dos alimentos e  
— mas escapam aos programas elementares e  
não pôde sua medida ser dada a crianças. Para  
algumas destas e de outras acima enumeradas, bem  
como para grandezas que se não medem e que só  
se fazem calculáveis através de comparações, tem  
a linguagem frases que as exprime, ás vezes, com  
gracia e com relativa precisão. Entre muitas, as  
seguintes são expressivas: Rápido como o pensa-  
mento — Num abrir e fechar de olhos — Uma volta  
do sol — A duração de uma vida — Um pulinho  
daqui — A um tiro de funda — Vinte minutos a pé —  
Uma pitada de sal — U a mão fechada — Grande  
como uma casa — Pesado como chumbo — Leve  
como palha — Uma montanha nas costas — Podre  
de rico — Pobre como Job — Uns pares de mil-  
rés — Dinheiro a todo — Quente como brasa —  
Frio como gelo — Claro como a luz — Escuro como  
a noite — Bravo como Osório — Sábio como Pasteur.  
Só interessam ellas do ponto de vista da linguagem,  
mas qualquer que occorra na lição deve ser logo  
explicada. Tratando-se do cálculo, a precisão im-  
por-se: e do escullo é que aqui cogitamos.

\* \* \*

O cálculo, para determinação numérica de uma  
grandeza, pôde ser mental ou escripto. No pri-  
meiro caso, o individuo aprende a contar juntando  
uma unidade a outra, depois mais uma á quantidade  
ou número já formado, e assim por diante, até uma  
certa altura, muito variavel de individuo para indivi-  
duo, quando continua a contagem de dez em dez, de  
cem em cem, de mil em mil. A cada quantidade nova,  
dá elle uma denominação verbal — um, dois, três, etc.  
Estas quantidades, enquanto possível, concretiza-  
das por pedrinhas, grãos de milho, palitos, objectos  
quaesquer, deixam na mente a imagem representa-  
tiva de seus respectivos valores, recebida pela vista  
e pelo tacto. Incando com taes imagens, a criança



# MATEMÁTICA

NO

## CURSO PRIMÁRIO

SUGESTÕES PARA ORGANIZAÇÃO E  
DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMAS

(ESTUDO PRELIMINAR)

influzando-se, para este fim, material concreto e variado como: massa plástica, papel para dobragem e recortes, tornos, selantes ou objetos colecionados pelos próprios alunos.

Os alunos serão levados a comparar coleções para avaliar a quantidade (muito, pouco, bastante, mais e menos); a comparar objetos com relação ao peso (pesado, leve); a distinguir os elementos de uma coleção segundo a ordem numérica em que estão colocados, dentro do limite fixado nos "Inibitivos" a alcançar, isto é, até 10.

O professor poderá fazer perguntas, pedidos, como por exemplo:

- Aperte o objeto mais pesado que está sobre a mesa.
- Onde há mais grãosinhos, na mão de Carlos ou na de Délia?
- Qual o terceiro aluno da primeira fileira?

Através das conversas, que deverão ser muito frequentes no período preparatório, o professor poderá ensinar às crianças as noções de tempo: hoje, ontem e amanhã; manhã, tarde e noite; cedo e tarde; hora, em função da vida da criança (hora do café, hora do almoço, do recreio, de dormir, etc.), dia, mês e ano.

Nesse sentido, será interessante designar, cada dia, uma criança para cuidar da fileira da classe e dar outras pequenas ordens para os alunos cumprirem à hora do recreio, da saída, etc., como por exemplo:

- Cláudio, na hora do recreio, você vai limpar o apagador.
- Marizinha, na hora da saída, você vai apagar o quadro.

**Numeração** — A ideia de número deve ser adquirida pela criança, não apenas pela repetição mecânica da sucessão dos números inteiros, mas sim através de sua própria experiência sensorial. Lidando com coleções de objetos diversos, vendo, tocando, a criança irá adquirindo a noção de quantidade, como foi dito anteriormente, e em seguida, separando, reunindo e repartindo os elementos dessas coleções, ela irá "sentir" os números de 1 a 10, em todas as suas possibilidades de composição. Assim, para que as crianças compreendam concretamente a significação do número seis, o professor distribuirá a cada um delas seis bolões, levando-as, através de conversas ou histórias, a contá-las, separá-las, em grupos de 1, de 2, de 3,

BIBLIOTECA DIDÁTICA BRASILEIRA  
Série I — A ESCOLA VIVA — Vol. 6.º  
Sob a direção de PROF. AMARAL FONSECA

*Amaral Fonseca*

Professor da Faculdade Universidade Católica do Rio de Janeiro  
Da Universidade do Estado do Rio. Da Faculdade de Educação Social do D. P.  
Chefe do Departamento de Sociologia da Faculdade de Ciências Sociais.  
Técnico de Educação

# DIDÁTICA ESPECIAL DA 1.ª SÉRIE

EEPSB "CARLOS GOMES"  
— BIBLIOTECA —  
CRB-8/CEB 084

1958

Gráfica Editora Aurora, Ltda.  
RUA VENTE DE ABRIL, 15 — C. POSTAL 140-LAPA  
RIO DE JANEIRO

## UNIDADE X

### Aprendizagem da Matemática, dos Conhecimentos Gerais, do Desenho e dos Trabalhos Manuais.

#### § 32) PRINCÍPIOS GERAIS

32.1) CONCRETIZAÇÃO — O ensino da Matemática e dos Conhecimentos Gerais, na 1.ª série, tem que ser CONCRETO, ABSOLUTAMENTE CONCRETO. São proibidas as definições, as enumerações, as regras para decorar, as memorizações de conhecimentos teóricos.

32.2) GLOBALIZAÇÃO — Não deve haver aula separada de Matemática, nem de Conhecimentos Gerais. Uma e outros devem brotar, naturalmente, da lição do dia, da história que o professor contar para o ensino da Língua Portuguesa (vide § 24.2 e 27.2). É errado fazer um horário assim na 1.ª série — 8 às 9 horas — Português; 9 às 10 — Matemática; 10 às 11 — Conhecimentos Gerais.

#### § 33) DIREÇÃO DA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

33.1) O conhecimento dos números, como o das operações, deve ser concreto, isto é, de coisas, de objetos. Não dizer, de início, 1, 2, 3, mas sim 1 galinha, 2 galinhas, 3 galinhas. Esse conhecimento deve ser sempre VISUAL: ou a professora mostra os objetos as crianças, dá os objetos para elas segurarem, ou pelo menos, apresenta esses objetos em figurinhas.

33.2) Todos os objetos devem ser DESENHADOS pela criança no seu papel-lousa e por ela coloridos.

33.3) As operações não devem ser apresentadas como simples contas, mas sim como problemas: — Mau-

E- O que vocês encontraram nos livros e que se relaciona com o que vínhamos discutindo?

V- *“A idéia de número deve ser adquirida pela criança, não apenas pela repetição mecânica da sucessão dos números inteiros, mas sim através de sua própria experiência sensorial. Lidando com coleções de objetos diversos, vendo, tocando, a criança irá adquirindo a noção de quantidade”* (Ministério da Educação e Saúde, 1952, p.7).

R- *“Contai de 1 a 10 servindo-vos de objectos sensíveis: uma laranja, duas laranjas, etc”* (Sorosoppi, 1912, p.4).

M- *“A cada quantidade nova, dá elle uma denominacao verbal - um, dois, três, etc. Estas quantidades, enquanto possível, concretizadas por pedrinhas, grãos de milho, palitos, objectos quaesquer, deixam na mente a imagem representativa de seus respectivos valores, recebida pela vista e pelo tacto. Jogando com taes imagens, a criança calcula”* (Toledo, 1930, p. 187-8).

H- *“O ensino da Matemática e dos Conhecimentos Gerais, na 1ª série, tem que ser CONCRETO, ABSOLUTAMENTE CONCRETO (...) Esse conhecimento deve ser sempre VISUAL: ou a professora mostra os objetos às crianças, dá os objetos para elas segurarem, ou pelo menos, apresenta esses objetos em figurinhas”* (Fontoura, 1958, p.81).

C- *“O estudo da arithmetica, como o de qualquer ciencia, exige o exercicio das faculdades superiores da intelligencia, o juizo e o raciocinio. Deve ser, portanto, intuitivo, raciocinado, pratico, methodico e graduado, e exposto com clareza”* (Monção, 1928, p. 13).

V- Que interessante! Desde 1886 até 1952, vemos o **ensino intuitivo** estampado nestes manuais.

C- Professora, houve críticas a esse ideário associado a essa quarta fase da história do ensino-aprendizagem da noção de número natural? Interessa-me saber pois identifico-me muito com esse ideário. Acredito que todos nós ‘estacionamos neste ponto’. Vendo estes livros então...

E- Houve sim. Podemos recuperar aqui, ainda que de forma bastante geral e breve, dois tipos de críticas a essa tradição pedagógica sensualista empirista do ensino-aprendizagem da noção de número natural: a crítica epistemológica e a psicológica. Ao nível epistemológico, como já assinalamos anteriormente, vamos assistir Frege, no final do século XIX, polemizar com Stuart Mill em relação à concepção de número natural. A crítica de Frege aparece num texto hoje clássico em filosofia da matemática intitulado *Os fundamentos da Aritmética*. Apesar de não termos a intenção de aprofundar aqui esta crítica, vejam, por exemplo, como Manno sintetiza a



posição que Frege assume nessa polêmica: “*Frege, criticando as concepções empiristas, psicologistas, abstracionistas, e ainda mais a síntese ‘a priori’ kantiana, propõe uma teoria que poderemos chamar lógico-conceptual. Os números são entidades lógico-ideais, objecto de pensamento, e todavia não subjectivas e arbitrárias nas suas leis e relações*” (Manno, s/d, p. 13-4).

M- Embora a gente já tenha discutido aqui o ponto de vista de Frege, eu não entendi muito bem essa fala do Manno. Você poderia esclarecê-la melhor?

E- Vamos pôr lado a lado algumas passagens das obras de Mill e de Frege. Talvez, desse modo, a natureza dessa polêmica se torne mais clara. Mill defendeu que: “*O facto afirmado na definição de um número é um facto físico. Cada um dos números, dois, três, quatro, etc. denota fenômenos físicos e conota uma propriedade física destes fenômenos. Por exemplo, o dois denota todos os pares de coisas e o doze todas as dúzias de coisas, conotando tudo o que constitui par ou dúzia*” (apud Manno, s/d, p. 16). Frege, ironicamente, contrapõe-se a isso dizendo: “*Onde no mundo estaria o fato observado ou, como Mill também diz, o fato físico assertado no número 777864? De toda a riqueza de fatos físicos que se descortina diante de nós, Mill menciona um único, que seria assertado na definição do número 3. Segundo ele, este fato consiste em existirem coleções de objetos que, podendo produzir nos sentidos uma impressão ‘ooo’, podem ser separadas em duas partes, como segue: ‘oo o’. Que bom pois que nem tudo no mundo esteja firmemente alinhavado; neste caso não poderíamos proceder a separação, e 2 mais 1 não seriam 3! Que pena Mill não ter descrito também os fatos físicos que fundamentam os números 0 e 1!*” (Frege, 1983, p. 208). E mais adiante ‘fulmina’ novamente: “*De fato, como diz Mill duas maçãs são fisicamente distintas de três maçãs, dois cavalos de um cavalo, cada um sendo um fenômeno visível e sensível distinto. Mas deve-se concluir daí que a doicidade e a tresidade sejam algo físico? Um par de botas pode ser o mesmo fenômeno visível e sensível que duas botas. Temos aqui uma diferença numérica a que não corresponde nenhuma física; pois dois e um par não são absolutamente o mesmo, como Mill, de modo singular, parece acreditar. Enfim, como é possível que dois conceitos se distingam de três conceitos?*” (Frege, 1983, p. 222).

M- Eu não entendi muito bem essa diferença numérica entre duas botas e um par de botas.

E- Passmore explica do seguinte modo esse ponto de vista de Frege: “*Se nós consideramos uma coisa física, diz Frege, vemos prontamente que essa coisa não tem números específicos. Por exemplo, um monte de*

*pedras pode ser um (isto é, um só monte) ou vinte (isto é, um conjunto com vinte pedras) ou cinco (isto é, cinco grupos de 4 pedras cada). Essa coisa física não tem nela mesma nenhum desses números e inclusive mais obviamente, diz ele, não pode ser “nada”. Frege conclui que o que é numerado não é um conjunto de objetos mas um conceito” (Passmore, apud Zúñiga, 1990, pp. 47-48).*

M- Agora ficou mais claro, mas eu ainda não entendi o finalzinho... essa história de que o que é numerado não é um conjunto de objetos mas sim um conceito. Eu não entendi o sentido com que Frege utiliza a palavra conceito.

E- Vocês estão ficando exigentes demais. Como eu realmente queria. Não é lá muito simples, mas tentemos uma explicação. Na verdade, para Frege, os conceitos são **funções**, e devemos entender aqui a palavra ‘função’ em seu significado matemático. Para Frege “*um conceito é uma função cujo valor é sempre um valor verdadeiro*” (Frege, apud Zúñiga, 1990, p. 112).

M- Não entendi.

E- Para tentar esclarecer eu vou ler aqui uma passagem do livro *Matemáticas y Filosofía: Estudios Logicistas* de Zúñiga a qual, ao mesmo tempo em que esclarece, faz também uma crítica a esse modo personalizado com que Frege utiliza a palavra ‘conceito’: *Essa definição de fato exclui todo um conjunto de expressões que poderiam assimilar-se à noção ordinária de conceito. A definição de Frege de conceito é também bastante reducionista e, embora permita avançar na precisão da determinação da verdade ou falsidade das noções usadas, não me parece a forma mais adequada para dar conta da situação à qual ela aponta. O mundo dos objetos apreensíveis pelos sentidos, as coisas, as árvores, os homens... e suas ações, movimentos, etc., configuram situações concretas. Os conceitos, em minha opinião, expressam essas situações de uma ou outra maneira. Parece-me errôneo transladar a noção de função em matemática para o mundo geral de tudo aquilo que podemos chamar conceptual; errôneo também me parece tentar, a partir da noção de função, redefinir a noção de conceito e dotá-lo de uma referência que só pode ser o verdadeiro ou o falso” (Zúñiga, 1990, p. 112).*

R- Professora, a crítica epistemológica de Frege restringe-se à forma empirista clássica de se conceber o número?

E- Não. Frege volta-se também contra toda forma de subjetivismo e psicologismo no terreno da aritmética.

R- Você poderia nos fornecer um exemplo?

E- Ouça, por exemplo, as seguintes passagens do artigo *The Thought: a Logical Inquiry* de Frege: “*Tal descrição do processo interno que precede a realização de um juízo numérico, mesmo que pudesse ser justa, jamais poderia substituir uma genuína determinação do conceito (...). Deste modo, o número é tão escassamente um objeto da psicologia ou um produto dos elementos psíquicos, como poderia sê-lo, por exemplo, o Mar do Norte*” (...) ‘*tampouco posso concordar com Schoemilch, quem chama o número representação do lugar de um objeto em uma série. Pois se o número fosse uma representação, a aritmética seria psicologia. A aritmética é tão escassamente psicologia, como, por exemplo, o é a astronomia (...). Se o dois fosse uma representação, seria a minha por certo. A representação de outro seria, enquanto tal, outra representação. Desta maneira, talvez tivéssemos muitos milhões de dois. Se se aceitassem também representações latentes inconscientes, teríamos também muitos dois inconscientes que posteriormente tornariam a ser conscientes*’ (...) ‘*Nada seria um maior malentendido da matemática do que sua subordinação à psicologia. Nem a lógica nem a matemática têm a tarefa de investigar as mentes e os conteúdos da consciência cujo portador é uma só pessoa. Talvez sua tarefa pudesse ser melhor representada como a investigação da mente; da mente, não das mentes*’ (Frege, apud Zúñiga, 1990, p. 46, grifos de Zúñiga).

C- Professora, deixando de lado as críticas que Frege fez aos outros, qual era afinal a sua concepção de número natural?

E- Frege define número natural recorrendo aos conceitos de ‘equinumerosidade’ e de ‘extensão de conceito’. Segundo suas próprias palavras “*pode-se reduzir o número à relação de equinumerosidade e esta à aplicação bijetora. Da palavra ‘aplicação’ pode dizer-se o mesmo que da palavra ‘conjunto’.* Ambas se usam agora com frequência em matemática, e na maioria dos casos falta uma compreensão profunda do que realmente se quer designar com elas. Se é correta a minha idéia de que a aritmética é um ramo da lógica, então, teremos que escolher, em vez de ‘aplicação’, uma expressão puramente lógica. E eu escolho a palavra ‘relação’ (...)” (Frege, apud Zúñiga, 1990, p. 57).

C- O que Frege entendia por ‘equinumerosidade’?

E- É ele mesmo quem esclarece: “*...a expressão ‘o conceito F é equinumérico em relação ao conceito G’ significa o mesmo que a expressão: ‘há uma relação que coordena biunivocamente os objetos que caem sob o conceito F com os que caem sob G’...*” (Frege, apud Zúñiga, 1990, pp. 57-58).

M- Professora, quer dizer que, para Frege, o número natural é uma propriedade entre dois conjuntos?

E- De certo modo sim. Seria interessante ressaltar que, para Frege, os números são objetos que se referem a conceitos. E, como já assinalamos, os conceitos, para ele, são entidades que pertencem a um mundo não-sensível, isto é, a um mundo irreal, porém, objetivo.

H- Seria uma volta ao platonismo?

E- Em certo sentido, sim. Mas esse platonismo torna-se mais explícito na obra de Bertrand Russell, a qual tem forte conexão com a de Frege. Segundo Zúñiga: *“O tratamento dado aos universais por Russell em 1911 não desconhecia a influência platônica. O conhecimento das verdades ‘implica o conhecimento direto dos universais’ onde universal se identifica com a ‘idéia’ de Platão (...) Russell considerava os universais como entidades que não estão no espaço e nem no tempo, não são materiais e nem mentais, mas são ‘algo’. O mundo dos universais era independente do sujeito. Um universal, dizia-nos, não é um ‘ato de pensamento’; uma ‘idéia’, no mesmo sentido que Frege argumentaria em seu ‘Der Gedanke’ de 1918. Neste mundo dos universais não existem senão ‘subsistem’ ou têm uma essência e se contrapõem à da existência. Ambos são reais, mas o primeiro não é passageiro ou impreciso, mas ‘inalterável’, ‘rígido’, ‘exato’.”* (Zúñiga, 1990, pp. 152-153).

C- Qual era a concepção que tinha Russell de número natural?

E- Ela era bastante próxima à de Frege, até mesmo em seu substrato filosófico. Ouçam, por exemplo, o que disse Russell na Introdução à segunda edição da obra monumental que escreveu com Whitehead no início do século XX e denominada *Princípios*: *“Os números eram imutáveis e eternos, como os corpos celestes; os números eram inteligíveis; a ciência dos números era a chave do universo (...). Quando escrevi os Princípios, compartilhava com Frege a crença na realidade platônica dos números, que, em minha imaginação personificavam o domínio eterno do Ser”* (Russell, apud Zúñiga, 1990, p. 151). Do mesmo modo que para Frege, o número, para Russell, é uma propriedade, uma propriedade de conjuntos. Para ele, contar nada mais é do que *“estabelecer a correspondência um a um (correspondência biunívoca) entre o conjunto dos objetos a serem contados e o conjunto dos números naturais (excluindo o zero) que se usam no processo”* (Russell, apud Zúñiga, 1990, p. 75). Vamos ouvir algumas passagens do livro de Russell, intitulado *Introdução à Filosofia Matemática*, que esclarecem a concepção que tinha ele de número: *“Muitos filósofos, ao tentarem definir número, dedicam-se, na realidade, ao trabalho de definir*

*pluralidade, que é coisa muito diferente. Número é o que é característico de número, como homem é o que é característico de homens. Uma pluralidade não é uma instância de número, mas de algum número determinado. Um trio de homens, por exemplo, é uma instância do número 3, e o número 3 é uma instância de número; mas o trio não é uma instância de número (...) número é um modo de reunir certas coleções, isto é, as que têm um dado número de termos. Podemos imaginar todas as duplas em uma coleção, todos os trios em outra, e assim por diante. Dessa maneira obtemos várias coleções de coleções, consistindo cada coleção de todas as coleções que têm um certo número de termos. Cada coleção é uma classe cujos membros são coleções, isto é, classes; assim, cada uma é uma classe de classes (...) O número de uma classe é a classe de todas as classes similares (isto é, que tem o mesmo número de termos) a ela” (Russell, 1974, p. 18; p.21 e p. 24).*

V- Credo, mas que coisa mais complicada e redundante. Ainda bem que essa discussão esotérica restringiu-se ao domínio da filosofia da matemática.

E- Aí é que você se engana. Essa discussão que você chama de ‘esotérica’ teve uma grande influência no terreno da educação matemática.

R- A professora tem razão! Essa discussão toda não tem a ver com toda aquela ‘conjuntivite’ que assolou o ensino da matemática a partir do final da década de 60 em nosso país? A chamada matemática moderna?

E- É isso mesmo!

V- E foi por esse blá blá blá todo emplumado e redundante que nós trocamos o ‘ensino intuitivo’ sensualista-empirista?

V- Eu não consigo entender como os professores daquela época se deixaram levar por essa ‘onda mística’?

H- Onda mística? Eu acho que você está exagerando Vanilda. E tem mais. Não foram apenas os professores daquela época que se deixaram levar. Não se esqueça que no início de nossa discussão a professora leu alguns depoimentos nossos que defendiam o ponto de vista de que, para se ensinar a noção de número natural às crianças, seria preciso, antes, ensinar-lhes a noção de conjunto.

M- Helizete tem toda razão. O meu depoimento foi um deles. Estou tão arrependida quanto decepcionada.

R- Mas professora, existem vestígios que ilustrem o modo como essa concepção logicista de número natural penetrou no terreno da educação matemática?

V- Lá vem você novamente como os seus vestígios...

C- Não vejo necessidade de buscar vestígios. Basta consultarmos as inúmeras cartilhas de matemática que surgiram a partir da década de 70... aquelas cheias de circulozinhos, isto é, de conjuntinhos, dentro dos quais há uma porção de desenhinhos.... sem falar das flechinhas que ligam ‘biunivocamente’ as figurinhas...

R- Eu dispenso as suas ironiazinhas, Cibele. Isso é coisa muito séria para ser objeto de ironia.

H- Professora, o nível baixou novamente. E logo agora que nós estávamos contemplando tranquilamente o mundo imaterial das idéias, fora do tempo e do espaço, conversando calmamente com Platão, Frege e Russell...

E- Bem, apesar das brincadeiras e das ironias, eu gostaria de dizer que toda essa discussão aparentemente estranha e ‘esotérica’ fazia sentido para os matemáticos do final do século passado e início do nosso. Segundo Zúñiga: *“Frege manifesta a necessidade de um maior esclarecimento na reflexão sobre a matemática. Isto é completamente natural, posto que vive em um século de uma nova matemática, de uma plêiade de resultados matemáticos e lógicos que apontam para uma necessária “autoconsciência”. Tratava-se de dar conta do caráter do novo usando velhas e novas categorias teóricas. Tratava-se de estabelecer então se as velhas aproximações leibnizianas ou kantianas, confrontadas com os novos raciocínios e teorias, ainda eram válidos e úteis. Ao longo do século XIX se havia desenvolvido um processo de intensa produção matemática e lógica, mas não se havia abordado a reflexão filosófica sobre ela de uma forma sistemática. A filosofia de Boole, De Morgan, Cauchy e, em geral, de quaisquer dos principais matemáticos da época, não passava, no melhor dos casos, de simples comentários. Por outro lado, os grandes filósofos do século haviam dirigido seu olhar para uma problemática que incidia mais diretamente em suas vidas e consciências. Nem os matemáticos e nem os filósofos, por diferentes razões, haviam indagado com profundidade sobre a natureza da matemática”* (Zúñiga, 1990, pp. 41-42).

R- Onde você está querendo chegar com esse discurso professora? A convencer-nos de que a transposição dessa discussão que se processou legitimamente no terreno da matemática e da filosofia da matemática para o plano pedagógico faz algum sentido?

E- Não se trata de perguntar se ela tem ou não um sentido pedagógico. Independentemente da nossa vontade, essa discussão penetrou no terreno pedagógico e, como já constatamos, querendo ou não, ela exerceu e exerce até hoje uma certa influência. Além disso, do mesmo modo como

muitos de vocês relutam em aceitá-la atualmente, é possível supor que a penetração dessa concepção logicista de número natural no terreno da educação matemática, no passado, não tenha se dado sem resistência.

V- Será ?

E- Ouçam, por exemplo, o que disse Dienes, um pedagogo das matemáticas cuja proposta pedagógica exerceu ampla influência em nosso país na época da matemática moderna, em seu livro intitulado *Conjuntos, Números e Potências*: “Muitos professores talvez se perguntem, ainda, (o que significa que muitos e muitos já haviam se perguntado...) *porque precisam estudar os conjuntos, para estudar os números. Este estudo é necessário para poder auxiliar a aprendizagem da criança no que se refere ao conceito de número. Por este caminho, ela poderá descobrir os diferentes aspectos deste conceito, de forma simples (...) O número é um conceito muito complexo; para aprender a harmonizar entre si os elementos conceituais que o constituem, é indispensável, antes de tudo, conhecer esses elementos. Os números são propriedades dos conjuntos. Por exemplo, o número 2, o 3, ou outro número qualquer, não pode ser aplicado a objetos únicos. Não tem sentido falar em uma mesa 2 ou em uma casa 3. Podemos falar de uma mesa redonda, de uma casa quadrada, mas não de uma casa “dois”. Fala-se em duas casas. Isso significa que “dois” refere-se a um conjunto de casas”* (Dienes-Golding, 1977, p. 1).

R- Uma vez que a crítica de natureza epistemológica à noção de número natural remetida ao sensualismo empirismo já foi razoavelmente entendida por nós, eu gostaria de interromper essa discussão e pedir à professora para que nos falasse agora algo sobre a crítica de natureza psicológica que se pode remeter à tradição pedagógica do ‘ensino intuitivo’, no que se refere ao ensino-aprendizagem dessa noção.

C- Concordo com a Rosângela.

E- Talvez, a crítica de natureza psico-pedagógica mais consistente à tradição pedagógica do ‘ensino intuitivo’ seja aquela que se baseou nas investigações realizadas no terreno da psicologia genética, por Piaget e seus colaboradores.

C- E qual foi o núcleo central dessa crítica professora?

E- Para falar em poucas palavras, à tese da natureza empírica e perceptiva dos objetos matemáticos defendida pelos sensualistas empiristas, os construtivistas opuseram uma outra que reivindicava uma natureza operatória dos mesmos.

C- Eu acho que você vai ter que explicar melhor esses dois pontos de vista.

E- Vejam bem, se para o ‘ensino intuitivo’ as palavras-chaves mágicas sobre as quais se assentariam todo o processo de ensino-aprendizagem eram ‘sensação’, ‘associação’, ‘impressão’, ‘repetição’, ‘imagem mental’ e ‘memorização’, para os primeiros construtivistas, essas palavras eram ‘ação’, ‘operação’, ‘construção’. Ouçam, por exemplo, o que dizia a esse respeito Louis Legrand, o qual, na década de 70 era o chefe do Serviço de Pesquisas junto ao Instituto Pedagógico Nacional de Paris, e um dos mais hábeis e penetrantes analistas da situação escolar - primária e secundária -, na obra intitulada *A Didática da Reforma: um método ativo para a escola de hoje*: “É o que a obra piagetiana, construída de outra maneira, permite compreender melhor. Ela confirma, pelo estudo psicológico, a **inexistência dos ‘objetos matemáticos’** propriamente ditos: números ou figuras geométricas, ao traçar de novo a gênese psicológica como **construção e organização de esquemas operatórios por oposição às ‘formas’ apreendidas pela percepção**. O número não é um objeto racional inato, já que se constrói pacientemente do segundo ao sétimo ano (...). Esses objetos matemáticos iniciais não são mais dados pela percepção. Bem ao contrário, o acesso ao número assim como ao espaço euclidiano conquista-se **contra o treinamento da percepção**, por acesso à reversibilidade mental e **pela constituição de esquemas operatórios reversíveis**, primeiros aspectos vividos das relações que a matemática estuda de maneira formal” (Legrand, 1976, p. 106, grifos meus). Mais adiante, Legrand tenta demarcar o ponto de vista da orientação construtivista pondo em evidência a natureza ao mesmo tempo anti-platônica e anti-empírica de uma salutar pedagogia das matemáticas: “Os dados da psicologia genética confirmam, por conseguinte, a natureza operatória dos objetos matemáticos e a parte fundamental da indução na sua construção (...). Primordialmente, a pedagogia das matemáticas **deve fazer construir seus objetos e não fazê-los descobrir, seja através da intuição racional, seja pela intuição sensível**. O objeto geométrico ou aritmético não pode, validamente, nem ser posto por uma definição abstrata, nem ser dado numa percepção sensível. **Estas duas vias opostas em aparência deixam de captar, uma e outra, a essência operatória do objeto matemático**. O número deve ser engendrado pelas atividades relacionais que o fundamentam - correspondências, seriações, encaixamentos; o objeto geométrico, pelas relações topológicas, os vetores e as regras de sua composição” (Legrand, 1976, pp. 107-108, grifos meus).

M- Professora, será que você poderia esclarecer melhor o ponto de vista dos primeiros construtivistas, mais particularmente no que se refere à construção da noção de número natural por parte da criança?



E- Antes de mais nada, os construtivistas estão interessados em promover uma ‘aprendizagem significativa’ da noção de número natural por parte da criança. Porém, segundo eles, **compreender significativamente** o número não significa ver cada um dos numerais representativos de números particulares, ou então ver no desenho ou mesmo concretamente coleções de objetos que representam as diferentes quantidades particulares. Segundo Legrand, “*compreender um número não é vê-lo, mas concebê-lo, sendo que esta concepção supõe a possibilidade de abstração, do engendramento e da seriação*” (Legrand, 1974, p. 98).

M- Você poderia nos explicar melhor essas três condições?

H- Seria melhor dizer, na linguagem dos construtivistas, essas três operações mentais.

E- Bem observado Helizete. Para entendermos melhor o que os construtivistas querem dizer com isso, vamos ouvir algumas passagens de uma outra obra de Legrand, intitulada *Psicologia aplicada à Educação Intelectual*. Nesta obra ele defende que “*compreender o número supõe um ultrapassamento da aparência e a produção da identidade quantitativa para além da diversidade das aparências percebidas*”(Legrand, 1974, p. 99).

M- Fiquei na mesma.

E- É o próprio Legrand quem esclarece: “*O número 3 é a propriedade comum a um determinado conjunto de maçãs e a um determinado conjunto de crianças. Mas, entre estas 3 maçãs e estas 3 crianças, a distância, para a percepção, é enorme. Somente a colocação em relação, um a um (bijeção), e a simbolização desta relação por um apoio semi-abstrato (3 moedas ou 3 bolas do ábaco de cálculo) permitem “ver” a propriedade comum destacada pela colocação em relação*” (Legrand, 1974, pp. 98-99). Em outras palavras, trata-se de vencer a barreira das ilusões perceptivas, de lutar contra a percepção, contra exatamente aquilo que os sensualistas-empiristas entendiam como condição necessária e suficiente na aprendizagem do número.

R- Isso não é o mesmo que afirmaram Frege e Russell?

E- De certo modo sim. Mas os construtivistas não param aí. A abstração é apenas um tipo de operação mental que deverá ser mobilizada na apreensão psicológica do número natural por parte da criança. Há uma outra que Legrand chama de ‘engendramento’. Segundo ela, “*compreender a estrutura interna do número supõe o ultrapassamento da aparência visual e a concepção da conservação da quantidade para além das mutações aparentes*” (Legrand, 1974, p. 99). Novamente é a luta contra a percepção. E como eu já sei que vocês vão pedir para que essa operação de engendramento

seja melhor esclarecida, voltemos a palavra a Legrand: “*Conceber a coleção 5 não é apenas “vê-la” como uma realidade distinta, mas compreender-lhe a produção segundo as diversas operações possíveis ( $1+1+1+1+1=5$ ;  $2+1+1+1=5$ ; etc.). Mas a compreensão destas operações supõe que o espírito conceba a igualdade possível de coleções visuais diferentes. Compreender, por exemplo, que 5 iguala  $2 + 3$  é compreender que a coleção individual *a* (composta de 5 objetos) é, no fundo, a mesma coisa que as duas coleções *b*(composta de 2 objetos) e *c*(composta de 3 objetos) justapostas, e que uma operação, ou seja, uma ação executada sobre o agrupamento *bc* pode engendrar *a* sem que nada de essencial haja intervindo malgrado a aparência visual. Com efeito, para o olho, o agrupamento *bc* nada tem de comum com o agrupamento *a*.* (Legrand, 1974, p. 99, grifos do autor).

C- Além das operações de abstração e de engendramento você havia falado ainda numa outra, se não me engano, na seriação.

E- É isso mesmo. Legrand explica-a do seguinte modo: “*Compreender o número 5 é também poder inseri-lo na série dos números, isto é, ser capaz de comparar a coleção individual 5 com a coleção que a precede 4 e com a que a segue imediatamente 6. Esta comparação deve ser quantitativa: 5 contém 4 e é contido em 6; com maior precisão ainda:  $5 = 4 + 1$  e  $6 - 1$* ” (Legrand, 1974, p. 99).

V- Mas isso não é uma coisa óbvia e automática?

E- Segundo Legrand, não. Ele pensa que, para que essa inserção ou seriação ocorra, a criança deveria ser não somente capaz de coordenar eventos temporais, isto é, “*poder abstrair-se da comparação atual para voltar à comparação passada, sem esquecer da mesma forma a primeira*”(Legrand, 1974, p.99), como também estar familiarizada com as relações que se estabelecem entre o todo e as partes independentemente da aparência visual. Segundo ele, não devemos supor que essas capacidades sejam inatas, óbvias ou triviais. Ao contrário, são capacidades construídas a duras penas pela criança ao longo de seu processo de desenvolvimento. Em resumo, para Legrand, “*compreender o número é poder abstrair-se da percepção atual para imaginar ou reproduzir a operação que o engendrou (...) compreender que uma coleção permanece idêntica a si mesma, malgrado as transformações aparentes que experimenta, supõe a memória das operações que transformaram esta aparência, mas essa memória não pode intervir a não ser que tenha sido a operação, não apenas observada, mas efetivamente executada*” (Legrand, 1974, p.103).

V- Essa última observação não significa uma defesa implícita da importância da manipulação de objetos concretos no ensino-aprendizagem da noção de número?

H- Como defesa implícita? É mais do que explícita.

E- Helizete tem razão. Para os primeiros construtivistas a manipulação de objetos concretos constituía-se em condição necessária, ainda que não suficiente, para a constituição dos esquemas operatórios.

M- Como assim necessária mas não suficiente? Qual a razão da não-suficiência?

E- Vamos ouvir, mais uma vez Legrand: *“O sinal + , por exemplo, não tem matematicamente sentido senão pela atividade manual da adição. É esta atividade efetiva que, pelo jogo da abstração, constituirá o esquema operatório da adição abstrata. Mas é evidente que a manipulação, por si só, não poderia criar o esquema operatório abstrato e sobretudo a possibilidade de sua utilização intelectual. Viver um esquema operatório e pensá-lo são duas operações radicalmente distintas se bem que a segunda suponha a primeira. A consciência da adição como operação não é, ela mesma, a operação, se bem que a suponha”* (Legrand, 1974, p. 103, grifos do autor).

C- Professora, os sensualistas-empiristas já não haviam defendido a necessidade de manipulação, isto é, a necessidade de se recorrer ao concreto no ensino da matemática?

E- Não foram os sensualistas empiristas que o fizeram, mas sim os partidários dos métodos ativos ligados ao movimento da Escola Nova.

C- Então, eles se anteciparam aos construtivistas a esse respeito?

E- Em certo sentido sim. Mas nós não podemos nos esquecer de que ‘ação’ para os primeiros construtivistas significava algo diferente de ‘ação’ para os ativistas escolanovistas.

C- Qual era a distinção?

E- Uma vez mais ouçamos Legrand: *“Lembramos como os partidários dos métodos ativos haviam sido levados a procurar na solução dos problemas práticos reais uma motivação natural para a aprendizagem do cálculo. É claro que a concepção nova das matemáticas transforma profundamente esta perspectiva. Os problemas concretos levam a pôr em ação as regras de cálculo. Mas a reflexão matemática começa a partir do momento em que a situação problemática vivida é compreendida como isomorfa de uma outra, ou melhor, de outras situações problemáticas. Começa, por conseguinte, a partir do momento em que a reflexão se desprende da urgência prática, para aceder à tomada de consciência de uma*

*estrutura operatória comum a várias situações concretas. O recurso ao concreto é, dessa forma, indispensável como ponto de partida do ato da matematização, mas esse ato encontra sua motivação em si mesmo. É puramente desinteressado e se situa deliberadamente ao nível do jogo intelectual”* (Legrand, 1976, p.109).

V- Professora, por que você a todo momento fala em ‘primeiros construtivistas’ e não simplesmente em ‘construtivistas’?

E- Por que desde a década de 70 até os nossos dias o movimento construtivista não apenas se intensificou, como também foi adquirindo diferentes matizes de modo que, hoje, talvez fosse mais apropriado falar em ‘construtivismos’ no plural. É preciso também assinalar que, atualmente, não apenas existem diferentes tendências dentro do construtivismo como também críticos dessas tendências.

R- Quer dizer que teríamos ainda um longo caminho a percorrer nessa nossa discussão a respeito da noção de número natural ?

E- Há sim, Rosângela. Há sempre, em tudo, um longo caminho a percorrer. Mas esse caminho não é uma estrada que aponta sempre para um rumo definido e certo. Existem atalhos, outras estradas menores que podem levar-nos novamente ao ponto de partida, fazer-nos retroceder quando pensamos estar avançando, ou avançar quando pensamos estar retrocedendo.

C- É tudo muito parecido com a desorganizada, imprevista mas esclarecedora história que guiou a nossa conversa e nos levou a essa provisória mas prudente conclusão.

H- A essa esclarecedora e reticente inconclusão...

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

### O aprendiz

*Construí antes de areia, depois construí de pedra.  
Como a pedra desabasse,  
não construí de mais nada.  
Depois voltei muitas vezes a construir  
de areia e pedra, conforme, porém  
tinha aprendido.*

*Aqueles a quem confiava eu confiava a  
mensagem,  
dela faziam pouco; porém aqueles em quem eu nem  
reparava  
vinham com ela até mim  
Isso eu tenho aprendido.*

*O que eu recomendava, não era posto em prática;  
chegando mais perto, eu via  
que eu estava equivocado e que o correto  
havia sido feito.  
Com isso tenho aprendido.*

*As cicatrizes doem  
nos momentos de frio.  
E eu digo sempre: só a sepultura*

*não terá mais nada a ensinar. Bertolt Brecht*

Chego ao fim. Não sei se tenho muito a dizer. O processo de finalização da pesquisa é extremamente desgastante. Começo a ‘olhar’ para o trabalho e vejo o quanto caminhei, mas também o quanto ficou a dizer e a fazer. Não quero ainda olhar. Sei que aprendi e muito! Sei também que os filósofos, historiadores, matemáticos vão ‘torcer o nariz’, pois o trabalho não atende as perspectivas de nenhuma dessas disciplinas. Mas era esta a intenção: ‘ler’ a partir da prática pedagógica em educação matemática; ‘ler’ a partir de motivações das preocupações e dos desabafos postos por esta prática, e não por aqueles outros, certamente distintos, colocados pela prática dos matemáticos de ofício, dos historiadores de ofício e dos filósofos. Entendo que isto raramente é feito, pois temos toda uma formação completamente fragmentada, onde os nexos estão todos por serem feitos. Quando minhas alunas descobriram algumas relações da matemática com a filosofia e com a história da educação, por exemplo, disseram que, até então, não tinham percebido esta relação. E, eu até pouco tempo, também não.

Durante este processo percebi que fora ocorrendo uma transformação da professora e da pesquisadora. Difícil descrever. Vejo que o trabalho procurou inicialmente focar os embates travados pela professora/pesquisadora na construção do problema da pesquisa. É possível romper com as concepções de ensino-aprendizagem em matemática que futuros professores trazem de sua história de vida escolar? Esta era a questão inicialmente posta. Os embates com novas leituras e a vivência das aulas produziram rupturas na construção do problema e deslocaram as questões inicialmente postas. Este processo é lento. A simples indicação de que o estudo deveria apontar para os aspectos epistemológicos, psicológicos, históricos, filosóficos, políticos, sociológicos, econômicos e culturais da educação matemática, não garantia imediatamente a direção a tomar. Nesse contexto, o processo de produção do problema estendeu-se por dois longos anos de trabalho na escola, participação no grupo de pesquisa, e muitas leituras (algumas próximas outras distantes da educação matemática) e produção de textos.

A reflexão sobre a relação pesquisa-ensino e sobre o meu papel de professora-pesquisadora levou-me a algumas conclusões. Acredito que esta relação deva ser uma via de mão dupla. Não entendo a sala de aula como espaço de aplicação da pesquisa ou como espaço exclusivo de coleta de

dados, e nem entendo a pesquisa como a síntese do que ocorre na sala de aula. O ensino não se confunde com a pesquisa e vice-versa. São atividades diferentes que se debruçam sobre o mesmo o objeto, mas com perspectivas e funções diferentes.

Enquanto pesquisadora, o meu olhar esteve voltado para a construção das relações entre os diversos aspectos que envolvem uma metodologia do ensino da noção de número natural, a qual não está ‘pronta’, isto é, compreender essas relações exige o trilhar ‘um percurso de curvas e encruzilhadas’. Exige compreender organicamente esses aspectos, em suas **múltiplas e inesperadas** relações, buscando suas significações no contexto em que foram produzidas.

Como professora, ‘foram muitos os saberes aprendidos’; a cada nova pequena produção de conhecimento retornava ansiosamente à aula para compartilhá-la, não no sentido de uma mera transposição. Por muitas vezes desejei ter caminhado mais rapidamente com a pesquisa para ‘dar conta’ de responder questões e estabelecer relações entre fatos ainda desconexos levantados pelos alunos ou por mim mesma. Corinta Geraldi, em sua tese de doutorado intitulada *A produção do ensino e pesquisa em educação* diz, como eu gostaria de dizer, de maneira apaixonada, a respeito dos saberes produzidos em aula: *“São muitos os saberes aprendidos quando se assume um movimento próprio de cada curso, turma, aula, constituídos de provisoriades. (...) São saberes imersos em dúvidas que atormentam e que produzem vida, antes e depois de cada aula (...) São saberes produzidos nas aulas com alunos no diálogo com os conhecimentos e a nossa vida, o nosso trabalho, a sociedade, a escola, a notícia de jornal, a música, o filme, o livro, ou a poesia. Incluem as ‘sacadas’ que fazemos ao buscar relações entre estes saberes (...) Os saberes provisórios forjados na insegurança vivida para ter coragem de arriscar o diferente, o novo, o velho, o anti-dogma, o saber não metódico, o grupo, o trabalho coletivo. A beleza de partilhar esta segurança com os demais sujeitos do processo pedagógico, sem medo desta norma tão bem inculcada em nós professores de que a autoridade se dá pela distância, pelas certezas que proclama, pelo olhar alto, pela artimanha de escondê-la. Aprender a assumir os erros, discutir os conflitos sem tapá-los pela falsa harmonia que o jogo institucional permite. Vivemos neste processo, fomos formados nele e é difícil construir margens, sempre provisórias para sua superação. O saber de assumir que temos mais perguntas que respostas. Que temos históricas lacunas fruto de nossas vivências escolares, culturais e de nossa falta de disciplina.”*(Geraldi, 1993, p.415-7)

Apesar desta dissertação não ter tido como propósito a análise das mudanças de concepções dos futuros professores, de acompanhar essas mudanças ou de elaborar registros sistemáticos delas, o motor e o motivo do trabalho foi este. Embora não fosse esse o propósito do trabalho, o estudo histórico-pedagógico temático que realizei visou a ‘criar’ instrumentos que possibilitassem fazer com que os alunos refletissem sobre o próprio registro ou fala, reflexão esta iluminada e desenvolvida a partir da ‘prática projetada’ e baseada nas propostas de ‘reflexão na ação’ de Donald Schön (1992) e de formação do profissional reflexivo de António Nóvoa (1992). De fato, segundo Nóvoa, a formação do profissional reflexivo “*não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de sua identidade pessoal*” (Nóvoa, 1992, p. 25). Acredito que este trabalho trouxe uma contribuição nesta direção, dentre muitas outras existentes e em processo.<sup>14</sup>

Penso ainda que este estudo pode trazer algumas contribuições pedagógicas para a reflexão/revisão do trabalho cotidiano de um curso de formação de professores, tanto no que se refere à reformulação dos programas das disciplinas ligadas à matemática e à educação matemática que constituem ou deveriam constituir essa formação, como em relação à discussão relativa à multidisciplinaridade na formação do professor do ensino ‘fundamental’.

---

<sup>14</sup> Dentro desta perspectiva o trabalho de Adriana Varani intitulado *De aluno/pesquisador a professor/pesquisador: construindo o trabalho docente* e o trabalho de Adriana Dickel intitulado *o grupo como elemento constituidor do professor-pesquisador* onde defende o grupo como uma instância do processo de constituição do professor-pesquisador também contribuem com esta questão, além dos estudos citados e conhecidos.



## BIBLIOGRAFIA

- ABBAGNANO, N. - **Dicionário de Filosofia**. Editora Mestre Jou, São Paulo, 1970.
- ABREU, Guida - **A teoria das representações sociais e a cognição matemática**. In Quadrante: Revista Teórica e de Investigação, Portugal, vol 4, nº 1, 1995, pp. 25 - 41.
- AEBLI, Hans - **Didática Psicológica: Aplicação à didática da psicologia de Jean Piaget**. São Paulo, Editora Nacional, 1974, Tradução João Teodoro D'Olim Marote.
- AGUAYO, A. M. - **Pedagogia Científica: Psicologia e Direção da Aprendizagem**. São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1936, Atualidades pedagógicas, série 3ª, vol. 18, Tradução J.B. Damasco Penna.
- ALBUQUERQUE, Irene de - **Metodologia da Matemática**. Rio de Janeiro, Conquista, 1954.
- ALVES, Nilda (org.) - **Formação de Professores: Pensar e Fazer**. São Paulo, Cortez, 1992.
- ARANHA, Maria L. de Arruda e MARTINS, Maria H. P. - **Filosofando: Introdução à Filosofia**. São Paulo, Editora Moderna, 1986.
- ARANHA, Maria L. de Arruda - **História da Educação**. São Paulo, Editora Moderna, 1989.
- \_\_\_\_\_ - **Filosofando - Introdução à Filosofia**. São Paulo, Editora Moderna, 1996.
- ARRUDA, Francimar D. - **A questão do imaginário: a contribuição de Sartre**. In Em Aberto, Brasília, ano 14, nº 61, jan./mar.1994, pp.19-85.
- BACHELARD, Gaston - **La Formación Del Espíritu Científico: Contribución a un Psicolanálisis del Conocimiento Objetivo**. México, Siglo Veintiuno editores, 1991.
- BACKHEUSER, Everardo - **A Aritmética na "Escola Nova": a nova didática da aritmética**. Livraria Católica, Rio de Janeiro, 1933.
- BAKHTIN, Mikhail - **Estética da Criação Verbal**. São Paulo, Martins Fontes, 1992.

- \_\_\_\_\_ - **Marxismo e Filosofia da Linguagem**. São Paulo, Editora Hucitec, 1992a.
- BARATA, Manoel S., In VÁZQUEZ, Adolfo Sánchez - **Filosofia da Práxis**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1968, Trad. Luiz Fernando Cardoso.
- BARBIER, René - **Sobre o Imaginário**. In: Em aberto, Brasília, ano 14, nº 61, jan./mar. 1994, pp.15-23.
- BARKER, Stephen F. - **Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1976.
- BARRETO, René - **Serie Graduada de Mathematica Elementar**. São Paulo, Escola Profissionaes Salesianas, 1912.
- BLIKSTEIN, Izidoro - Intertextualidade e Polifonia: o discurso do plano "Brasil Novo", in: BARROS, Diana P. e FIORIN, José Luiz (orgs.) **Dialogismo, Polifonia, Intertextualidade**. Editora da Universidade de São Paulo, 1994.
- BORNHEIM, Gerd A. - **Os Filósofos Pré-Socráticos**. São Paulo, Editora Cultrix, 1993.
- BONILLA RIUS, E. - **A Educação Matemática: reflexão sobre sua natureza e metodologia**. Educación Matemática, parte 1 (vol.1, nº 2) e parte 2 (vol. 1, nº 3, pp. 30-36), 1989.
- BOSI, Ecléa - **Memórias e sociedade: Lembranças de Velhos**. São Paulo, T. A. Queiroz, 1983.
- BOYER, Carl B. - **História da Matemática**. São Paulo, Ed. Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974, Tradução Elza F. Gomide.
- BRONW et alli - **Educação Matemática**. Lisboa, Instituto de Inovação Educacional, Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 1992.
- BUFFA, Ester, ARROYO, Miguel e NOSELLA, Paolo - **Educação e Cidadania: quem educa o cidadão?** 3ª ed., São Paulo, Cortez e Autores Associados, 1991 (Coleção polêmicas do nosso tempo).
- BUNT, L. N. H.; JONES, P. S. e BEDIANT, J. D. - **The historical roots of elementary mathematics**. Dover Publications, New York, 1988.
- CAMPOS, França - **Didática da Aritmética**. São Paulo, J.Ozon Editor, 1964.

- CARAÇA, Bento de J. - **Conceitos Fundamentais da Matemática**, 7ª edição, Lisboa, 1978.
- CARRAHER, Terezinha Nunes (org.). **Aprender pensando**. Rio de Janeiro, Vozes, 1986.
- CARVALHO, Dione Lucchesi de - **A Concepção do professor de Matemática também se transforma**. Campinas, FE - UNICAMP, 1989. Tese de Mestrado
- CASSIRER, Ernst - **A filosofia do Iluminismo**. Editora da Unicamp, Campinas, 1992.
- \_\_\_\_\_ - **El Problema Del Conocimiento en la filosofía y en la ciencia modernas**. México - Buenos Aires, Fondo de Cultura Econômica, 1953.
- CASTORIADIS, Cornelius. **A Instituição Imaginária da Sociedade**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1982.
- CHAUI, Marilena - **Convite à Filosofia**. São Paulo, Editora Ática, 1994.
- COELHO, Teixeira - **O Imaginário e a Pedagogia do Telhado**. In: EM ABERTO, Brasília, ano 14, nº 61, jan/mar. 1994, pp. 107-111.
- COMÊNIO, João A. - **Didática Magna**. Rio de Janeiro, Edição da Organização Simões, 1954. Trad. Nair Fortes Abu-Merhy (Coleção "Mosaico")
- COTRIM, Gilberto - **Fundamentos da Filosofia - Ser, Saber e Fazer**. São Paulo, Editora Saraiva, 1993.
- DANTZIG, Tobias - **Número: a Linguagem da Ciência**. 4ª ed., Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1970, Trad. Sérgio Goes de Paula.
- DAROS, W. R. - **Dos Tipos de Sociedade y de Aprendizage en la Conception de Carlos Popper**. In: Revista Espanola de Pedagogia, Ano XLV, nº 178, out./dez, 1987.
- D'AUGUSTINE, Charles H. - **Métodos Modernos para o Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1982, Tradução Maria Lúcia F. E. Peres.
- D'ÁVILA, Antonio - **Práticas Escolares**. São Paulo, Saraiva & Cia Editores, 1942
- DAVIS, Claudia e OLIVEIRA, Zilma - **Psicologia na Educação**. São Paulo, Cortez, 1993 (Coleção Magistério 2º grau. Série formação do professor)
- DAVIS, P.J. & HERSH, R. **A Experiência Matemática**. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985.

- DE MORGAN, Augustus - **Arithimetical Books - Addenda to Rara Arithmetica**. New York, Clelsea Publishing Company, 1970.
- DESCARTES, René - **Oeuvres et Lettres**. Belgique, Éditions Gallimard, 1953.
- DICKEL, Adriana - **O Grupo Como elemento Constituidor do Professor-Pesquisador**. Texto apresentado em painel do VIII Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, Florianópolis, S.C., 1996.
- DRIVER, R. y OLDHAM, V. - Um enfoque construtivista del Desarrollo Curricular en Ciencias, in PORLAN, R.; GARCIA, J. y CANAL, P. **Constructivismo y Enseñanza de las Ciencias**. Sevilla, Diada Editoras, 1986 pp. 115-136
- DUARTE, Newton - **O Ensino de Matematica na Educação de Adultos**. São Paulo, Cortez, 1989.
- EBY, Frederick - **História da Educação Moderna**. Porto Alegre, Editora Globo/MEC, 1976.
- ERNEST, Paul - **The Philosophy of Mathematics Education**. USA, 1991.
- EVES, H. - **Introdução à História da Matemática**. Editora da Unicamp, Campinas, 1995.
- EZEPELETA, Justa e ROKWELL, Elsie - **Pesquisa Participante**. São Paulo, Cortez & Autores Associados, 1986.
- FERREIRA, N. T. e EIZIRIK, M.F. - **Imaginário Social e Educação: revendo a escola**. In Em Aberto, Brasília, ano 14, nº 61, jan./mar.1994, pp. 5-14.
- FIORENTINI, Dario - **Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática**. Campinas, FE-UNICAMP, 1994. Tese de Doutorado.
- FONTOURA, Amaral - **Metodologia do Ensino Primário**. Rio de Janeiro, Editora Aurora, 1955
- FREGÉ, Gottlob - **Os Fundamentos da Aritmética**. In Os pensadores. São Paulo, Abril Cultural, 1983.
- FREITAS, Luiz Carlos - Neotecnicismo e formação do educador, in: ALVES, Nilda (org.). **Formação de professores: Pensar e Fazer**. São Paulo, Cortez, 1992.
- FURIÓ et alli - **La formación Inicial del Profesorado de Educación Secundaria : Papel de las Didáticas Específicas**. In: Investigación en la Escuela , nº 16 , Sevilla .

- GERALDI, Corinta M. G. - **A Produção do Ensino e Pesquisa na Educação**. Campinas, FE-UNICAMP, 1993. Tese de doutorado.
- GERALDI, João Wanderley - **Fundamentos de Estudos de Linguagem**. Curso de Atualização para Professores de Língua Portuguesa de 2º grau, UNICAMP/VITAE/SEE-SP, Campinas, 1993.
- GIL, D.; CARRASCOSA, J.; FURIO, C. e TORREGROSA, J. - El Aprendizaje de Conocimientos Teóricos, in: **La Enseñanza de las Ciencias en la Educación Secundaria**. Barcelona, Editorial Horsari, 1991, pp. 55-72.
- GIORDAN, A. y DE VECCHI, G. - Metodología Y El papel del conflicto, in: **Los Orígenes del Saber: de las concepciones personales e los conceptos científicos**, Sevilla, Diada Editoras, 1988, pp.107-124 e p. 181-194.
- GRAMSCI, A. - **Concepção Dialética da História**. 2ª ed., Rio de Janeiro, Editora Civilização Brasileira, 1978, Trad. Carlos Nelson Coutinho.
- GUZMAN, Miguel de - **Cuestiones Fundamentales sobre la Enseñanza de la Matemática**. In: Thales, pp.13-26.
- HAYWARD, F. H. - **The educational ideas of Pestalozzi and Fröbel**. London, Greenwood Press, Inc., 1979.
- HEIDBREDER, Edna - **Psicologias do Século XX**. São Paulo, Mestre Jou, 1981. Tradução Lauro S. Blandy.
- HELLER, Agnes - **O Cotidiano e a História**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1985.
- IANNI, Octávio - **Dialética e ciências Sociais**, in Epistemologia das ciências Sociais. São Paulo, Atual, 1986.
- IFRAH, Georges - **Os números - A história de uma grande invenção**. Tradução de Stella Maria de Freitas Senra. Rio de Janeiro, Globo, 1989.
- IMENES, L. M. P. - **Um Estudo sobre o Fracasso do Ensino e da Aprendizagem da matemática**. Campinas, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 1989. Dissertação de mestrado
- KESSIDI, Théohar - **As origens da dialética materialista**. Lisboa, Prelo, 1976.
- KLINE, Moris - **El Pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días**. 3 volumes. Alianza Editorial, Madrid, 1992.

- KOSIK, Karel - **Dialética do concreto**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1976.
- KULESZA, Wojciech A. - **Comenius: A Persistência da Utopia em Educação**. Campinas, Editora da Unicamp, 1992.
- LAISANT, Charles - **Iniciação Matemática**. Lisboa, Guimarães & C<sup>a</sup> - Editores, 1910. Tradução Dr. Henrique Schindler.
- LAUAND, Luiz J. - **Educação, Teatro e Matemática Medievais**. São Paulo, Perspectiva/ Editora da USP, 1986.
- LE GOFF, J. e HORA, P. - **Para um novo conceito de Idade Média, Tempo, Trabalho e Cultura no Ocidente**. Lisboa, Editorial Estampa, 1980.
- LEGRAND, Gérard - **Os Pré-Socráticos**. Rio de Janeiro, Zorge Zahar Editor, 1987.
- LEGRAND, Louis - **A Didática da Reforma: Um Método Ativo para a Escola Hoje**. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1976. Tradução Marcos Aurélio de Moura Matos  
\_\_\_\_\_ - **Psicologia aplicada à intelectual**. Zahar, Rio de Janeiro, 1974.
- LEOPOLDO E SILVA, Franklin - **Descartes: A Metafísica da Modernidade**. São Paulo, Editora Moderna, 1994 (Coleção Logos).
- LOURENÇO FILHO, Manuel B. - **Introdução ao Estudo da Escola Nova**. São Paulo, Melhoramentos, 1978.
- LOURO, Guacira Lopes - **A História (Oral) da Educação: algumas reflexões**. In: Em Aberto. Brasília, agosto de 1991, pp. 29-35.
- LOWY, Michael - **Ideologia e Ciência Social**. São Paulo, Ed. Cortez, 1989.
- LUCKESI, Cipriano C. e PASSOS, Elizete S. - **Introdução à Filosofia: aprendendo a pensar**. São Paulo, Cortez Editora, 1995.
- LUDKE, Menga e ANDRE, Marli - **Pesquisa em Educação: abordagem qualitativas**. São Paulo, EPU, 1986.
- MANACORDA, M. A. - **História da Educação: da Antiguidade aos nossos dias**. São Paulo, Cortez & Autores Associados, 1989, Trad. Gaetano Lo Monaco (Coleção Educação Contemporânea. Série Memória da Educação).
- MARIN, André Perez y. - **Soluções Aritméticas**. São Paulo, Escolas Profissionais do Lyceu Coração de Jesus, 1925.  
\_\_\_\_\_ - **Arithmética Theorico-Prática**. São Paulo, 1909.

- MARQUES, Yolanda - **A mágica de Aprender**. São Paulo, Companhia Editora Nacional, s/d.
- MARX, Karl - **O 18 de Brumario de Luís Bonaparte**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1978.
- MARX, Karl e ENGELS, Friedrich - **A ideologia alemã**. São Paulo, Hucitec, 1984.
- MIGAL, Artur Carbonell y - **Metodologia do Ensino Primário**, Porto Alegre, Editora Globo, 1948. Tradução de Narciso Berlese.
- MIGUEL, Antonio e MIORIM, Maria A. - **O Ensino de Matemática no primeiro grau**. São Paulo, Atual, 1986.
- MIGUEL, Antonio - **A Constituição do Paradigma do Formalismo Pedagógico Clássico em Educação Matemática**, in: Zetetiké, Campinas, S.P., Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, CEMPEM, Ano 3, nº 3, Março de 1995.
- \_\_\_\_\_ - **Estudos históricos-pedagógicos temáticos e história-problema..** Braga, Portugal, actas do Congresso 'História e Educação Matemática', 1996.
- \_\_\_\_\_ - **Três estudos sobre história e Educação Matemática**. Campinas, FE-UNICAMP, 1993. Tese de doutorado.
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA - **Ensinando Matemática a Crianças (guia para o professor do 1º grau)**. Rio de Janeiro, Centro Brasileiro de Pesquisas Educacionais - INEP, 1960.
- MINISTÉRIA DA EDUCAÇÃO E CULTURA - **Matemática na Escola Primária**. Distrito Federal, Biblioteca da Professora Brasileira, 1962.
- MONÇÃO, Nelson Benjamin - **Aritmética Educativa**. Belo Horizonte, 1928, 5ª edição.
- MORIN, E. - **O Método 3: O Conhecimento do conhecimento**. Portugal, Publicações Europa-América, 198 .
- MOURA , Manoel Oriosvaldo - **Professor de Matemática: a Formação como Solução Construída**. In: Revista de Educação Matemática da SBEM, Campinas, (1) , nº 1 , set/ 93 , p 1- 15.
- \_\_\_\_\_ - **A Construção do Signo Numéricos em Situação de Ensino**. São Paulo, Faculdade de Educação - USP, 1992. Tese de Doutorado.
- MOURA, A. R. L. - **A Medida e a Criança Pré-Escolar**. Campinas, FE- UNICAMP, 1995. Tese de doutorado.

- MUELLER, Fernand-Lucien - **História de la Psicología: de la antigüedad a nuestros días**. México, Fundo de Cultura Econômica, 1963. Traducción Francisco González Aramburo.
- NACARATO, A. M. - **A Construção do Conceito de Número na Educação Escolarizada**. Campinas, FE-UNICAMP, 1995. Dissertação de mestrado.
- NASSER, Lilian e SANTOS, Vânia M. P. - **Formação e Aperfeiçoamento de Professores de Matemática : Uma investigação em processo de mudança** . In: Dynamis - Revista Tecno-Científica da Universidade Regional de Blumenau, vol. 2, n 7 - abr/ jun de 1994, pp. 41-53.
- NÓVOA, António - **Os Professores e a sua Formação**. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1992.
- NUDLER, Telma - **La educacion y los mecanismos ocultos de la alienacion. Crise en la didactica**. In: Revista de Ciencias de la Educacion, Roisario, 1975, n° 4, 1ª parte, pp.89-109.
- OLIVEIRA, B. A. e DUARTE, N. - **Socialização do Saber Escolar**. São Paulo, Cortez, 1985.
- OSBORNE, R. y FREYBERG, P. - Averiguar lo que piensan los niños, in **El aprendizaje de las Ciencias: Implicaciones de la Ciencia de los Alunos**, Madrid, Narcea S.A. de Ediciones, 1991, pp. 252-272.
- PASSOS, Cármen L. B. - **As representações Matemáticas dos alunos do curso de Magistério e suas possíveis transformações: uma dimensão axiológica**. Campinas,. FE - UNICAMP, 1995. Dissertação de mestrado.
- PENNA, J.B.Damasco e D'ÁVILA, Antonio - **Didática da Escola Nova**. São Paulo, Companhia Editora Nacional, Atualidades Pedagógicas, Série 3ª, vol. 15, 1947.
- PEREIRA, Terezinha de Melo - **Isto é Matemática**. São Paulo, Editora do Brasil, 1983.
- PESSOA, Fernando - **Seleção Poética**. José Aguilar Editora, Rio de Janeiro, 1972.
- PESTALOZZI - **Como Ensenar Gertrudis a sus Hijos**. Madrid, Espasa-Calpe, 1936, Trad. Lorenzo Luzurriaga. (Clásicos Ciencia y Educación).



- PINO, Angel - **A Questão da Significação: perspectiva histórico-cultural.** Conferência apresentada no II Congresso Brasileiro de Neuropsicologia. Campinas, 1994, (mimeo.).
- PLATÃO - **A República: Livro VII.** Brasília, Editora Universidade de Brasília; São Paulo, Ática, 1989, Trad. Elza Moreira Marcelina.
- PONCE, A. - **Educação e Luta de Classes.** 12ª ed., São Paulo, Cortez:Autores Associados, 1992, Trad. José Severo de Camargo Pereira.
- POSNER, G.; STRIKE, K; HEWSON, P. y CERTZOG, E. - Acomodacion de un conceito cinetifico: hacia una teoria del cambio conceptual, in **Constructivismo y Enseñanza de las Ciencias**, Sevilla, Diada Editoras, pp. 91-114, 1988.
- ROXO, Euclides - **A Matemática na Educação Secundária.** São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1937 (Série 3ª Atualidades Pedagógicas, vol 25, Biblioteca Pedagógica Brasileira).
- SANTOS, Laymert G. dos - **Desregulagens.** São Paulo, Brasiliense/ FUNCAMP, 1981.
- SANTOS, Theobaldo Miranda Santos - **Metodologia do Ensino Primário.** São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1952.
- SÃO PAULO (Estado) - Secretaria da Educação. **Programa para o Ensino Primário Fundamental.** 1º ano. São Paulo, Livraria Francisco Alves, 1949.
- \_\_\_\_\_. **Proposta Curricular para o Ensino da Matemática.** São Paulo, SE/Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, 1981.
- SARTRE, J. P. - **L'imaginaire.** Paris, Gallimard, 1940.
- SCHNETZLER, R. - "Construção do Conhecimento e Ensino de Ciências". In: Em Aberto, Brasília, ano 11, nº 55, jul/set, 1992, pp.17-21.
- SCHRADER, Doroty V. - **De Arithmetica, Book i, of Boethius**, in The Mathematics Teacher, Orono, Vol. LXI, nº 6, october, 1968.
- SCRUTON, Roger - **Introdução à Filosofia Moderna: De Descartes a Wittgenstein.** Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1982. Tradução de Albero Oliva e Luis Alberto Cerqueira.
- SHÖN, D. - Formar Professores como Profissionais Reflexivos, in: NÓVOA, Antônio (org.). **Os Professores e sua Formação.** Portugal, Publicações Dom Quixote, 1992.

SILVA, Tomaz T. - **Desconstruindo o construtivismo**. In Educação e Realidade, Porto Alegre, 18 (2), pp. 3-10, jul/dez 1993.

\_\_\_\_\_ (org.) - **Trabalho, Educação e Prática Social: por uma teoria da formação humana**. Porto Alegre, Artes Médicas, 1991 (Série Educação: teoria e crítica).

SMITH, David E. - **Rara Arithmetica**. New York, Clelsea Publishing Company, 1970.

STEINER, Hans-Georg - **Philosophical and Epistemological Aspects of Mathematics and their Interaction with Theory and Practice in Mathematics Educations**. In: For the Learning of Mathematics 7. FLM Publishing Association, Montreal, 1987.

STRUICK, D. J. - Por que estudar história da matemática? in: **História da técnica e da tecnologia**, Ruy Gama, Trad. por Célia Regina Machado e Ubiratan D'Ambrosio. São Paulo, T. A. Queiroz/Ed. da Universidade de São Paulo, 1985, pp. 191-215.

STUART MILL, J. - **Sistema de Lógica Dedutiva e Indutiva**. In Os Pensadores. São Paulo, Abril Cultural, 1983.

SZABÓ, A. - **The Transformation of Mathematics into Deductive Science and the Beginnings of its Foundation on Definitions and Axioms**. In: Scripta Mathematica, vol. XXVII, nº 1, 1960 (parte 1) e Scripta Mathematica, vol XXVII, nº 2, pp. 113-139 (parte 2).

THOMPSON, A. G. - **The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice**. In: Educational Estudios in Mathematics, 15(2), pp. 105-127, 1984.

THOMPSON, E. P. - O tempo, a disciplina do trabalho e o capitalismo industrial, in SILVA, T.T. (org.) - **Trabalho, Educação e Prática Social: por uma teoria da formação humana**. Porto Alegre, Artes Médicas, 1991, p. 44-93.

VARANI, Adriana - **De aluno/pesquisador a professor/pesquisador: construindo o trabalho docente**. Campinas, FE - UNICAMP, 1995. Monografia final de curso.

VERGEZ, André e HUISMAN, Denis - **História dos Filósofos**, Rio de Janeiro, Freitas Bastos, 1980. Tradução de Lélia de Almeida González.

- VÁZQUEZ, Adolfo Sánchez - **Filosofia da Práxis**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1968, Trad. Luiz Fernando Cardoso.
- VIANNA, João José Luiz - **Elementos de Arithmética**. Rio de Janeiro, Livraria Francisco Alves, 1927.
- VIDIGAL, Mário - **Representação Social: importância e significado do conceito**. In: Cadernos do Projeto Museológico sobre Educação e Infância. Santarém, Escola Superior de Educação de Santarém, 1995.
- VYGOTSKY, L.S. - **A Formação Social da Mente**. São Paulo, Martins Fontes, 1991.  
\_\_\_\_\_ - **Pensamento e Linguagem**, São Paulo, Martins Fontes, 1993.
- WERTHEIMER, Michael - **Pequena História da Psicologia**. São Paulo, Editora Nacional, 1982. Tradução Lólio Lourenço de Oliveira.
- ZÚÑIGA, Angel R.- **Algunas implicaciones de la filosofia y la historia de las matematicas en su enseñanza**.Revista Educacion,1987.  
\_\_\_\_\_ - **Matematicas y Filosofia: Estudos Logicistas**. San José, Costa Rica, Editorial de la Universidad de Costa Rica, 1990.

# ANEXOS

# ANEXO 1

## Conteúdo e metodologia de lições e matemática

no 1º dia de aula de matemática, levarei cartazes com gravuras contendo (figuras de quadrados e, peixes, bolas, flores, etc). levarei o aluno a ter interesse pela matéria sentindo curiosidade e manifestando-se individualmente por meios de seu cotidiano.

Já no 2º dia, estarei avaliando a classe com recortes e gravuras que levem os alunos a mostrar praticamente o que já sabem em questões numéricas. Recortando eles poderão escrever e colar a quantidade do que estão vendo.

Chegando a 3º dia de aula, já com caderno e lápis, poderão escrever os numerais até 10 ou até mais dentro do que já sabem nas aulas anteriores.

Quarto dia... com figuras representando quantidade, mostrarão operações com unidades e darão resultados.

Chegando ao 5º dia, já exausta, estarei dispensando-os... (ah!!) se não conseguir... farei uma revisão geral de tudo o que foi dado anteriormente.

## Minha primeira aula.

Bem, eu iria entrar na classe, me apresentar, conversar um pouco com eles, saber de seus nomes enfim um papinho legal.

Depois eu diria para eles que a nossa 1ª aula seria sobre os números, falaria um pouco da importância dos números no nosso dia a dia. Então eu pegaria o nº 1 e o nº 2 trabalharia sobre diversas formas para fixação e fazer o nº várias vezes no caderno pedagógico, trabalharia com colagem, pintura dos números. Depois partiria para o concreto onde eu mostraria os números trabalhados com material de apoio da escola ou dentro mesmo da sala de aula. Pegaria um objeto para que entendessem a diferença de 1 Objeto 2 Objeto e sucessivamente. Bem é mais ou menos isso.

## Conteúdo e metodologia de Ciências e Matemática

Bom, irei relatar a minha primeira semana dando uma aula de matemática para 1ª série.

Em primeiro lugar começaria a mostrar os números e passar no quadro os números de 0 a 10., e pedir para que tentam fazer-los no caderno e passando de carteira em carteira para auxiliá-los caso necessário, isso provavelmente duraria a aula toda. Já no dia seguinte recordaríamos, pediríamos um a um que falasse qual número estaria sendo mostrado no quadro e mais um e copia-los novamente.

No terceiro dia iria através dos números colocar figuras correspondente aos números solicitados, isto passado numa folha a parte mimeografada onde como exemplo seria assim daria  $0 \text{ n.º } 2 = \text{O O} - \text{laranjas}$  assim por diante até gravar os números. Como no quarto dia eles já estarão bem familiarizados com os números eu passaria um exercício na lousa, onde pediria para ligar os números de figuras correspondente aos números citados.

No quinto dia, todos já não tinham mais dúvidas, pediria para copiar novamente todos os números e passaria para uma nova etapa que seria, como exemplo, talvez adição



Mostraria primeiramente através de um cartaz os números prontos e todos juntos (de 0 a 9) para eles se acostumarem com a imagem. Depois leria e pediria para eles repetirem diversas vezes comigo.

Em seguida eu começaria pelo número zero a mostrar como se "desenha" o número no quadro e compararia a um desenho, com o zero eu poderia desenhar o rosto de um menininho.

Com o número um eu mostraria apenas um desenho, uma única casinha, por exemplo. Com o dois eu mostraria dois patinhos num lago. Com o número três, três outros desenhos e assim por diante.

Faria eles escreverem diversas vezes cada número no caderno e os associarem a outros desenhos também.

## O primeiro dia de aula

No primeiro dia, que eu foi dar aula de matemática, eu vou começar ensinando o que é o número 1, simbolizando com um conjunto de um elemento.

Em seguida, da mesma maneira ensinando o número 2, e 3 até chegar ao 10.

Isso com certeza vai demorar uns 3 dias até eles aprenderem bem.

No quarto dia, eu ia ensinar quanto da  $1+1$ ,  $1+2$  e assim por diante; mais tudo representado por conjuntos. Até que eles pudessem bem na ponta da língua contar de 1 à 10, e também na ordem decrescente.

Fim -:-



mostraria quineiro para as crianças no concreto, pegava palitos, tampas como ex. mostraria para ela um palito, em seguida mandaria fazer o número 1 pontilhado, depois dois palitos, mandaria fazer o número 2 pontilhado e assim por diante.

Depois fazer números de 1 a 9 sem ser pontilhados, pedir para que eles fizessem várias vezes os mesmos números.

Também levaria cartazes com os números bem grandes e pediria para eles copiarem igual ao meu.

Depois de um tempo de trabalho, iria fazer desenhos agrupados e pedir para eles contarem e colocar a quantidade em número.

O primeiro passo seria apresentar a eles os números de 0 a 9 feitos em papel colorido. É através de brincadeiras tal como 1 lápis (1 unidade) acrescentaria + 1 (2 unidades) e assim até o nº 9.

Uf estaria no quadro como se escreve, faria ao lado do número algum desenho por exemplo o nº 1  nº 2  e assim por diante até o nº 9.

pediria que copiassem o mesmo traçado.

Primeiramente seria se todos sabem contar de 0 a 10. Faria eles repetirem vários vezes os números pela ordem crescente.

Para ensinar a quantidade de cada ~~de~~ número, eu distribuiria papéis (coloridos de preferência). Ex: o vermelho é igual a 1, e deu um papel, e amarelo é igual a 2 e distribuo 2 papéis amarelos e assim por diante. Faria também eles aprenderem a contar com os dedos da mão, canetas, etc.

Depois faria brincadeira com as crianças, cada um segura um número e depois eles terão que se posicionarem na ordem correta.

Logo após, para as crianças que mesmo assim não aprenderem farei desenhos.

Ex: 

1	•	um
---	---	----

2	••	dois
---	----	------

e assim por diante.

Logo de início, mostrava aos meus alunos a importância dos números em nossa vida cotidiana.

Acho que a melhor forma, de princípio, para ensinar os números de 0 à 9, seria com os próprios dedos, pois não haveria também a necessidade de ter algum material.

Faria uma aula bem criativa, com alguns alunos. Que eles pudessem contar uns aos outros.

Mostrava todos os números. Faria com que eles o copiassem e o aprendissem a fazer, mas tendo a noção de que eles significam.

Prepararia bastante bolas de pipoca coloridas e as dividiria em grupos (cada um com uma quantidade)

Pediria que eles se dividissem, em relação a quantidade de cada grupo de bolinhas

E a partir disso, iria cada vez construindo novos números a partir destes.

Eu usaria materiais simples e chamativos para que a criança aprendesse se divertindo.

Por exemplo pediria para que elas trouxessem palitos de sorvete ou mesmo de fósforos e começaria mostrando um palito dizendo que ele representa o número um (uma unidade), acrescentaria mais um palito dizendo e mostrando que juntos formam o número dois (duas unidades) e assim por diante, até chegar ao número nove (nove unidades).

Ao mesmo passo que se mostra a quantidade através dos palitos, mostra-se no quadro negro como se escreve e como se lê os números.

Podem-se usar qualquer tipo de material, frutas, legumes, etc. Existe também o ábaco que com suas pedrinhas coloridas dá uma noção de números e quantidade depende da criatividade de cada um, o que precisa é prender de alguma forma a atenção da criança, porque se ela gostar do que está vendo e fazendo, ela aprende e não esquece.


Diciplina: Matemática série: 1ª

1º dia de aula: Conhecer os alunos para saber como trabalhar com eles, dar uma folha para que façam algo de matemática.

2º dia de aula: Observaremos tudo a nossa volta, Quantidade, cor e forma.

3º dia de aula: No 3º dia já nos conhecemos melhor, vou passar a eles aquilo que me foi passado, segurança e gosto pela matemática, mostrarei a eles o quanto a matemática é importante em nossa vida.

4º dia de aula: Já conhecendo um pouco deles trabalharei com unidades coloridas e formas geométricas, para que eles conheçam os números, as cores e as formas

5º dia de aula: trabalharei com os números de 0 a 9, com as cores primárias e as formas Geo.  
 métricas

Bom na minha opinião, mes teria os materiais que eu vou usar na sala de aula como por exemplo: palitos de fósforo, palitos de sorvete, tempinhas de garrafa, etc... ensinaria e eles ia contar de uma em uma.

Para eles trabalharem em sala de aula levaria os números pontilhados de um até o nove, para eles passarem por cima dos números até que eles conseguissem fazer os números azinhos, e assim com todos os outros números.

Em primeiro lugar eu fiz um mural com os números em isopor bem colorido e colocaria na parede da classe, números de 0 a 10.

Eu levava para a sala de aula tempinhas, palitos de fósforo e via das para as crianças irem pintando como o que se conta os números.

Exemplo: contar os números separando os palitos, passaria folhas de papel com os números pontilhados, para que cada criança passe o lápis por cima, desenhos dos números para elas pintarem, deixaria as crianças com a tesoura e desenharem os números que quizessem, massinha colada para elas fazerem bolinhas, bichinhos, que elas quizessem e contar.

Mostrava nove palitos de sorvete e começo a ensinar, quantos palitos tem aqui, as crianças dizia um e agora, dois e assim em diante.

Depois deles terem uma experiência mais concreta pegando nos palitos, contando junto com a professora daria folhas com os números pontilhados de 0 a 9 para escreverem por cima, até sabermos esses números e assim em dia 7.



## Atividade 1 - Texto sobre aula (números)

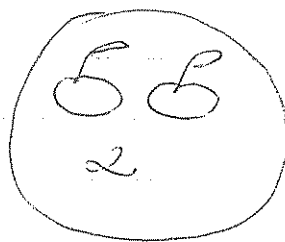
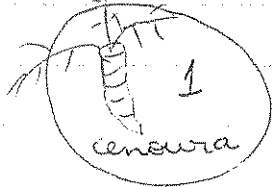
Eu tentaria ensinar para os alunos contar os dedos das mãos e com palitos.

Teria jogos como bingo, decando números de 0 a 9, seria folhas com os números para que eles não aprendessem só como contar e sim como são os números.

Eu iria fazer grupos de alunos de diferentes tamanhos para que os próprios alunos falassem quanto a luros tinham em grupo.

Iniciaria mostrando cada número acompanhado de desenhos.

ex:



e assim sucessivamente até o número 10.

Depois q palitos de sorvete iria mostrando que um palito é o número 1, dois palitos é número 2 e assim por diante.

ex:

0 - 1	0 - 1
00 - 2	00 - 2
000 - 3	000 - 3

...

- Chegaria na sala de aula, me apresentava e procurava saber de cada criança o que ela sabe ou já ouviu sobre a matéria.

1º colocava os n<sup>os</sup> na lousa e ia explicando cada um deles, como que fazia

Ex: "Está é o n<sup>o</sup> 1, primeiro você puxa a perninha pra cima e depois desce" (+ou - assim)

2º cada vez que eu explicasse um n<sup>o</sup> mandaria uma criança ir ali a lousa fazê-lo e pintá-lo

3º mostraria a quantidade, isto é, o n<sup>o</sup> no dedo.

4º pediria para a criança colocar qualquer n<sup>o</sup> na lousa e falasse qual n<sup>o</sup> é aquele.

5º Perguntaria pra as crianças q<sup>ta</sup>s anos cada uma tem e mostrasse com o dedo se então, colocasse na lousa.

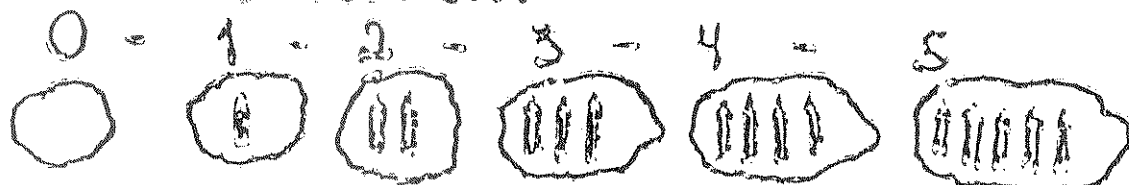
6º Perguntaria se tinham entendido e se pudesse mandar fazer atividades.

faria com que cada um, colocasse em uma folha de sulfite q<sup>ta</sup>s pessoas tem em sala de aula e na sua casa.

Depois daria alguns ex que tivessem n<sup>os</sup> e que elas pudessem copiar e entender como fazer os n<sup>os</sup>

## 1ª aula

Trabalho visual (fazer as crianças olhar os números) dos números de 0 a 5 na lousa.



→ falar sobre eles e suas respectivas quantidades.

Início individual do 0 (zero)

Confecionaria os números em cartolina, (nº variado), na lousa, madeira, para os alunos sentirem a forma do zero.

Em papel, os alunos deverão confeccionar o numeral, com pintura, papel picado, cola colorida, quacke, o material vai depender das ferragens da escola e dos alunos (o material não importa, pois as sucatas resolvem).

## 2ª aula

Os alunos formam linhas em relação aos números, acreditando que a semana será 1 ou - uma 5 dias!

O mesmo processo do 1º será implantado nos próximos 5 dias de aula.

Todos os dias os alunos deverão visualizar os n.º de 0 a 5 na lousa.

No 1º dia de aula, vel... pedir para que desenhe sua família toda e depois contem quantas pessoas há em sua família.

Temos auxiliar, desenhando também na lousa, a ir contando com eles.

Associar números a figuras ou desenhos, para que eles possam melhor compreender.

Os números serão passados um por dia, do 1 ao 10 ao longo de todas as <sup>semanas</sup> <sup>de acordo com a</sup> <sup>necessidade</sup>.  
Procurar sempre mostrar algo concreto, para melhor assimilarem.

Prosseguir com o mesmo trabalho no 2º dia

A partir do 3º dia, já temos "insinuado" um pouco o algarismo, e então, tentaremos estar passando idéias de conjunto, trazendo figuras, sendo 2ª iguais, e pedir que associem, façam "conjuntos" das coisas iguais. Um conjunto poderá ter um elemento, enquanto outro 2 ou 3 elementos. Embora tenha estado comente diferente, a seja conjunto, não deixar de a cada dia, estar passando um novo número.

No 4º dia estar reforçando a numeração com exercícios, conjuntos, pois um dia é pouco para que possam estar assimilando aquele nosso objetivo.

Por isso poderemos fazer colagem de pontos, gravuras e outros, <sup>associando</sup> colocando os números já conhecidos às gravuras.

O 5º dia poderemos inserir levemente, exercícios de adição.

Tentamos passar estes conceitos através de imagens: 2 casacos, 3 sorvetes, 4 objetos dando levemente os nomes. Não aprofundar muito, para melhor assimilação.

# Metodologia de Matemática

## 1ª aula

Fazer a criança entender que existem números na nossa vida e para começar vamos aprender a contar até o número dez.

Começo pelo número um. (1)

Dai eu faço o número na lousa e vou, criança por criança fazendo no caderno e pedindo que ela faça igual.




Depois o número dois (2), e assim por diante, até o número dez.

Bom, acredito que vou levar uns três dias para fazer isto.

## 4ª aula

Meus alunos já sabem escrever até o número dez. Agora vou mostrar a eles a noção de quantidade.

O que cada número representa e isso eu faço com figuras e desenhos.

1  2   e assim por diante e mais adiante dando à eles noção de adição. Por exemplo:

$$\text{🍏} \text{🍏} + \text{🍏} \text{🍏} = 4 \text{ ou } \text{🍏} \text{🍏} \text{🍏} \text{🍏}$$

Meu primeiro dia em uma classe seria para conhecer as crianças, saber seus nomes, ouvir sobre suas famílias, quais as coisas que elas gostam de fazer.

Para trabalhar matemática começaria mostrando-lhes cartazes com números para verificar se eles são conhecidos das crianças. Após isso usaria o concreto, utilizaria da realidade da criança para mostrar-lhes que os números são apenas símbolos, mas que são importantes na vida das pessoas.

Começaria trabalhar com o número zero mostrando-lhes que uma caixa vazia pode ser representada pelo número, pois seu conteúdo é zero. No primeiro dia trabalharia somente esse número com vários exemplos para que as crianças o fixem bem.

No segundo, após relembrar o número zero, começaria apresentando-lhes o número um. Poderia mostrar-lhes que em uma caixa de lápis de cor existe apenas um lápis preto e que as outras cores possuem mais de um. Em minha sala estaria colocado vários cartazes com figuras como: uma casa com uma janela; uma pessoa; um carro; uma maçã, etc. Pediria às crianças para olharem ao seu redor e dizer quais os objetos que existem apenas um em nossa sala ou até mesmo em sua casa.

Do 3º ao 5º dia trabalharia sempre voltando aos números já aprendidos mas procurando deixar que as crianças usem seu potencial de aprendizagem. Nesses dias trabalharia os n.ºs de 3 a 5 da mesma forma que foram trabalhados os números anteriores.

## ENTREVISTA COM VANILDA

P- ( Lê a produção escrita que consta no anexo 3 )

P- Se você ensinaria números dessa mesma maneira que você colocou, certo? Como você ensinaria número hoje?

V- Primeiro eu vou ter que conhecer a classe aqui. Eu disse que eu já levaria cartazes, gravuras, eu tentaria conhecer a classe de uma maneira geral, ver o que eles sabem de matemática, porque de repente, vem alunos com e... da escolinha ou com pré-escola, que tem o conceito de número e outros não, talvez até começasse por aqui, mas eu preciso ver a classe primeiro, eu elaborei a aula sem conhecer a classe, acho que eu até poderia começar com gravuras, com material concreto, mas...

P- Você acha importante gravura, por quê?

V- Porque visualiza. O aluno, ele visualiza o que está vendo, e é mais fácil o contato ele está tendo contato, e contato mesmo com aquilo que ele está fazendo.

P- O material concreto, você fala é o que?

V- Ah! Desde palitos, palitos de sorvete e bola de gude, ou que mais que poderia ser? Tampinhas e... ou mesmo é... gravuras com quantidades. Não o numeral, mas é... como que eu vou explicar... representação! Representação do número em desenhos, por exemplo, laranjas, frutas, flores, sei lá Primeiro eu vou ter que conhecer a classe aqui. Eu disse que eu já levaria cartazes, gravuras, eu tentaria conhecer a classe de uma maneira geral, ver o que eles sabem de matemática, porque de repente, vem alunos com e... da escolinha ou com pré-escola, que tem o conceito de número e outros não, talvez até começasse por aqui, mas eu preciso ver a classe primeiro, eu elaborei a aula sem conhecer a classe, acho que eu até poderia começar com gravuras, com material concreto, mas...

P- Você acha importante gravura, por quê?

V- Porque visualiza. O aluno, ele visualiza o que esta vendo, e é mais fácil o contato ele está tendo contato, e contato mesmo com aquilo que ele está fazendo.

P- O material concreto, voce fala e o que?

V- Ah ! Desde palitos, palitos de sorvete e bola de gude, ou que mais que poderia ser? Tampinhas e... ou mesmo é... gravuras com quantidades. Não o numeral, mas é... como que eu vou explicar... representação ! Representação do número em desenhos, por exemplo, laranjas, frutas, flores, sei lá...

P- E por que você acha importante ter a gravura, a bolinha, ter...? Isso é importante para entender o que é número?

V- É, eu acredito que sim, eu vou ter que estar prestando atenção se isso está sendo interessante para... estão gostando de ver dessa maneira e se estão assimilando dessa maneira porque se não,... eu vou ter que mudar.

P- Tá, você aprendeu dessa mesma forma? Você se lembra da maneira como você aprendeu?

V- Deixa eu ver..não vou falar quantos anos eu tinha.

P- Tenta lembrar quando e o que você aprendeu

V- Eu lembro que eu tinha que fazer folhas, as folhas com o número um.  
Folhas e folhas

P- Você lembra disso?

V- Lembro. É, o número 1, a minha filha.. é.. vamos ver..uns 7, 10 anos atrás, eu lembro que a professora ensinou assim para ela, a florzinha cresce, ela morre, aí cai o caule , aí ela cresce, você não rega e morre, né? O número tem....

P- Para explicar o número um, você também teve esse tipo de explicação.

V- Não. O meu era lá..., eu tinha que ver, passar por cima do número 1.

P- Pontilhado?

V- Não. Não sei se era pontilhado. Eu tinha que passar muitas e muitas vezes, folhas e folhas com o número 1, com o número 2. Aí ela colocava o número 2, por exemplo, e você tinha que ir fazendo. Eu não lembro se era o patinho, geralmente era para fazer o número 2. A Vanessa era o patinho, você tinha que fazer o biquinho, não foi me apresentado nada concreto.

P- Esse tipo de coisa gravura, bolinha não.

V- Isso foi. Eu lembro que a professora fez, a professora fez na primeira série, gravuras com bombons, 2 bombons, número 2, ela fez.

P- Na segunda série?

V- Não, na primeira série. Eu lembro, ela fez isso. Eu não achei legal porque ela fez com coisa de comer, porque muitas crianças estavam sem lanche, muitas crianças não...e aqueles bombons chamavam atenção por outro lado, não pelo lado... ( que a professora queria ).

P- O bombom era bombom, mesmo?!

V- Era bombom ! E quase ninguém na classe tinha condições de comprar bombom e tinha um menino excepcional que roubou os bombons (risadas) e ele era uma pessoa assim da alta sociedade e não aconteceu nada mas ele comeu.

P- Ah, é? Ela trouxe o bombom para explicar.

V- Mas eu não lembro dela ter deixado a gente pegar o bombom, nós não podíamos manusear, nós só víamos na parede, esse cartaz.

P- Por que você não ensinaria dessa mesma maneira que você aprendeu?

V- É, eu acho muito cansativo, muito repetitivo, uma criança pegar o caderno e ficar escrevendo o número 1 a semana inteira, o número a semana inteira, ele..., tá certo, ele..

P- Não é importante fazer o número um, ou em que momento, isso vai fazer parte ou não? Deixe eu entender aquilo que você está colocando. Isso você não ensinaria ? Em nenhum momento você faria isso ?

V- Às vezes, eu me questiono neste ponto, quando que o aluno vai aprender a conhecer literalmente o número um, pode até ser que eu escreva o número um para ele copiar, e que dá alguma importância para ele escrever o número um. Entendeu ? Não escrever por escrever.

P- E por que ele vai escrever número 1, número 2, número3?

V- Ele tem que entender que ele tem que representar, uma bola, aquela bola e uma bola somente, representar aquela bola com um numeral, assim como ele representa o nome dele, eu não sei se eu iria fazer ele ficar fazendo uma semana o número um.

P- Tá, então você é contra ficar fazendo uma semana o número.

V- Isso .



P- Mas, você daria para ele?

V- É. Até agora eu não vi uma outra maneira ainda. De repente se eu ver uma outra maneira de estar passando para ele que não seja tão cansativa, né? Aí...

P- Você coloca como uma coisa bem aversiva não é?

V- É. Uma coisa.

P- Se você pudesse, você nem faria isso.

V- Se eu pudesse eu nem faria. Se eu descobrisse. Se eu tivesse...

P- Mas tem uma outra maneira de aprender a escrever o número? Porque a questão está em escrever o número.

V- É. A questão seria que... você colocou ..escrever o número, ou ensinar a representar o número e a quantidade que ele representa.

P- É. Que você estava falando da aversão, que você falou agora era de escrever o numero, várias folhas, é isso?

V- Isso. É onde nos entramos. Eu tive que escrever várias vezes, mas nem sempre, eu lembro, que eu assimilava o porque. Primeiro ela deu o número em si, depois que apareceu esse cartaz com essa quantidade tal, né?

P- Então você não sabia o que você estava fazendo?

V- Não, eu não lembro por que eu estava fazendo aquilo. Então, eu acho que é importante, é você estar mostrando. Eu posso até dar o número um para ele mas primeiro eu vou ter que mostrar para ele o por que daquele número um. Porque que ele está fazendo o número um, representando uma bola, por exemplo, ou porque eu vou dar um dado na mão dele, que tem várias bolinhas, por exemplo, três bolinhas, que aquilo representa o número três, então ele vai ter que representar aquele número , aquela quantidade de bolinhas, então eu vou ter que estar apresentando alguma coisa primeiro para ele, para dar importância, para ele sentir motivado a estar escrevendo o número 4. Entendeu? Por exemplo, se ele joga o dado, um exemplo, não é?

P- Tá, então vamos pensar assim: você poderia fazer isso, aí você representa.... Você está falando da importância, mas e se... Ele pode fazer da maneira, por exemplo, há três tampinhas ele ....., desenha três tampinhas.

V- Então..

P- Onde entra o número nisso?

V- Entendi.

P- Tenta me explicar o que está passando na sua cabeça sobre onde entra o número nisso? Ele não pode fazer isso. Tem três tampinhas, ele desenha três tampinhas. Por que a necessidade do número?

V- Como eu vou passar isso. É... eu vejo também. Pode ser até que eu esteja errada. A necessidade da sociedade, ela exige isso, nós vivemos numa sociedade onde exige que nós saibamos determinadas regras, nós temos que saber, por exemplo, eu sei que eu chamo Vanilda, eu posso representar Vanilda com um quadrado, mas...

P- Ou com um desenho da Vanilda.

V- É. Mas se eu passar para você esse quadrado você não vai saber que é a Vanilda. Entendeu?

P- Entendi.

V- Então para ele, ele pode representar os três pontinhos do dado com três pontinhos no caderno. Mas a nossa sociedade exige, o contexto social em que nós vivemos, exige que ele saiba escrever o número três.

P- Então, você explicaria, por que?

V- O porque dele ter que representar os três pontinhos, as três tampinhas, ou qualquer outra coisa, e, que ele tem que representar graficamente, escrevendo.

P- Tem alguma coisa aqui que você não faria mais?

V- Então, aqui eu falei que eu representaria no segundo dia, (... mostrar praticamente o que já sabem quantidade numérica (lendo). Acho que no segundo dia, dependendo da classe, é claro, é muito cedo para eu estar querendo que eles representem numericamente.

P- Hoje, você não vê mais assim?

V- Hoje eu vejo isso.

P- Muito cedo.. ?

V- Muito cedo. Assim no segundo dia eu já quero que eles saibam mostrar praticamente o que já sabem em questão numérica, é muito cedo. Isso avaliando a classe como eu te disse no início. Aqui, ( mostra o texto ) depois que eles estão vendo. Eles colarem a quantidade que estão vendo, poderia até acontecer, mas aí eu já não avaliaria a quantidade que eles estão vendo, mas a quantidade de recortes. Então eles poderiam recortar o tanto de recortes que eles quisessem, aí a gente estaria questionando junto com eles, o que ele recortou...., talvez eu nem entrasse em números, por que voce recortou cinco, eu nem diria isso, mas...

P- O que você diria?

V- Por que você achou interessante recortar essa quantidade? Aí eu tentaria fazer o aluno mostrar para mim o quanto ele recortou não, ele poderia falar: não, eu recortei só um porque eu gostei só desse; eu recortei três porque eu gostei desses três porque eu acredito que o aluno, quando vem para escola por menos que ele tivesse feito..que não tivesse pré ou entrado numa escolinha..ele tem noção: assim de quantos anos ele tem, de quantos dedos ele tem, de que, quantos irmãos. Então, eu acho que existe uma relação aí, se eu pedi para eles recortarem a figura, eu já não pediria para eles representarem numericamente, mas sim eles recortariam, e eles, eu levaria eles a questionarem quantas gravuras.

P- Tá, esse conhecimento de quantos dedos tem, de quantos...

V- Quantos irmãos.

P Tem. Esse é um conhecimento importante para você depois trabalhar os números?

V- Muito

P- Para eles entenderem o que é número.

V- Também.

P- E o que estaria faltando para ele entender, adquirir esse conceito de número?

V- De numeração, faltando deixa ver. Aí, faltaria só a representatividade do número, por exemplo eu tenho dois irmãos, então, faltaria, representar graficamente o número dois.

P- Então vamos continuar. E aí?

V- Terceiro dia (lendo) eu não sei também se no terceiro dia eles já poderiam estar escrevendo de 1 a 10, sabe, não é por aí. Eu já estou questionando

isso daqui, escrever os numerais de 1 até 10 ou até mais, até onde dentro do que vi que sabem nas aulas anteriores (lendo) não sei se seria interessante eles estarem escrevendo.

P- Por que hoje você refaz isso? Só vendo que você está refazendo ou coisa que você já acreditou?

V- Eu acho, agora eu estou vendo que foi isso que fizeram comigo. Eu não lembro se essa professora fez eu escrever de 01 até 10, apesar de eu já saber porque minha mãe havia me ensinado, não é? Escrever.

P- E como sua mãe te ensinou?

V- Copiando, fazendo cópia daquilo que ela escrevia para mim.

P- E, você gostava, não gostava? É diferente da escola.

V- É diferente porque minha mãe não obrigava escrever, quando eu não queria mais eu parava, ela me elogiava, falava que estava bonito, e guardava o caderno. Eu guardava o caderno, o caderno era meu, eu tomava conta do meu caderno, na escola o caderno ficava guardado, eu não via meu caderno, então minha mãe me ensinou a escrever o meu nome e escrever até 10.

P- Sei. E quando sua mãe te ensinou você entendia o que você estava fazendo?

V- Não.

P- Também não?

V- Eu copiava também. Eu copiava o que minha mãe colocava.

P- Mas era uma atividade prazerosa?

V- Era gostoso, porque minha mãe elogiava o que eu estava fazendo e eu sentia motivada a querer escrever mais.

P- Quando você não sentia mais vontade aí você parava?

V- Eu parava. Aí, ou minha mãe falava agora chega, agora vamos fazer tal coisa, às vezes, eu estava no embalo de copiar aquilo, ela falava: não, agora não, depois você volta. Tal, então ela não forçava a...

P- Tá, então, tá. Vamos tentar destrinchar mais isso, tente pensar quando você aprendeu uma coisa sem sentido associada a uma coisa que você não pode falar quando você pode parar.

V- É. É diferente.

P- Entendeu, se fosse coisa sem sentido, mas que você falasse:- Ah! Agora, tá bom, parou. Seria diferente? Ou são as duas coisas? Porque você estava fazendo sem sentido e porque fazia forçado?

V- Olha, o sem sentido eu não vou dizer, mas o de ser forçado a fazer dez vezes, dez linhas, né, fazer dez linhas uma coisa que eu já sabia, eu acredito que o aluno ele fazendo. . . se ele fizer uma linha de número um, ele pode até esquecer, mas ele pode ser levado a lembrar novamente numa outra ocasião, numa outra ocasião, numa outra atividade. Não precisa ser aquela de novo, não precisa ser maçante daquele jeito.

P- Interessante. Vamos lá.

P e V lendo.

P- Então é até o dez que você tava me contando, por isso que você me contou da tua mãe.

V- É. . . representando quantidades montarão operações com unidade. . . isso aqui também acho que já tá muito. . . eu já tô querendo, eu já tô lá na terceira série.(Risos) Né?

P- Você acha que é muito cedo?

V- Eu acho que. . .

P- O que que ele precisa desenvolver antes disso?

V- Conceito de número, mesmo. Mas ele ele. . . a primeira coisa ele tem que tá gostando do que ele tá fazendo. Ele tem que tá vendo que...que matemática, que geralmente os pais passam prá gente que é difícil, que é horrível, que é não sei o quê, que cê tem que prestá muita atenção no que o professor fala, que você não pode se mexer, não pode olhar prá trás, é. . . pai exige nota antes do aluno vir prá escola. Então, de repente se você começar com jogos, com. . .dominó, que você conta, você vê a quantidade ali no dominó. Além de tar trabalhando a coordenação motora também, né, ou mesmo baralho que criança gosta, que vê o pai jogando, mãe jogando, você vai ter que fazer é. . . a gente tem que levar o aluno a gostar do que tá fazendo, né, nem que cê leve uma semana inteira trabalhando com jogos e, não registra, e eles vão querer, eles vão ter curiosidade em tar registrando. Eu acredito que vão ter curiosidade em tá escrevendo aquilo que ele tá fazendo.

P- Supondo que eles não tenham?

V- Aí eu acho aí. . .

P- Em nenhum momento vai ter que faz. . . eles vão ter uma atividade que não seja tão prazerosa? Não que seja dolorida.

V- Aí eu vô naquele sentido de dá importância de se tá registrando, porque a nossa sociedade ela exige que a gente. . .

P- E aí você. . .

V- É, eu vou ter que tá trabalhando isso também com eles, né, a importância, nós vivemos numa sociedade onde nós temos que saber registrar aquilo, aquilo que nós fazemos.

P- Mas você falou que os pais falam que a matemática é isso, é aquilo, prá você não é?

V- Olha. . .

P- Como é que é isso, como e que é essa história?

V- Eu, na terceira série, eu tive uma professora que foi a mesma professora da primeira série. Ela era assim um ídolo prá mim. Aí eu fui prá terceira série e ela foi ensinar, é, como eu diria, número decimal...não é número decimal, sabe... é decâmetro, hectômetro, não é número decimal, como é que fala? Eu sei que ela fazia uma escadinha assim (faz um gesto representando uma escada com a mão), então você tinha que transformar o número. E eu não estava conseguindo entender...eu não conseguia entender. Não sei se é porque eu estava tendo problemas na minha casa, né, com meus pais e eu dormia muito pouco à noite e às vezes meu pai bebia muito... Então, eu estava tendo problemas em casa, bom sempre tive, né, mas, nesse dia em que ela explicou isso eu não assimilei, mas não tinha jeito prá eu entender como é que eu ia passar a vírgula prá lá ou passar a vírgula prá cá é... e eu fiquei assim perdida. Conclusão: ela dividiu a classe, é, dividiu...mudou a posição das carteiras em diagonal (faz o gesto com a mão), assim, mudou... Então, uma fileira bem pequenininha que ficou no canto eram aqueles que não tinham entendido e eu fui parar naquela fileira que não tinha entendido, que não tinha conseguido fazer (começa a enrolar na mão um

papel que estava na mesa aparentando nervosismo). Foram uns quatro alunos...nós ficamos sem recreio, sem tomar lanche, e nós não saímos da classe, nós ficamos sozinhos lá, tentando fazer. E por mais que eu tentasse eu não conseguia (os olhos enchem de lágrimas). Então eu...não sei se é um trauma (emocionada), se pode ser chamado um trauma, mas eu num...passei a não gostar muito de matemática, eu achei que eu não ia conseguir mais. Eu decorei, eu n...., eu decorei e consegui ser aprovada tal mas....

P- Conseguiu resolvê isso?

V- Consegui, mas eu n. . . eu ainda não tenho aquele, aquela rapidez prá assimilá matemática. Talvez porque. . .

P- E você acha que precisa rapidez?

V- Não, não precisa. Eu acho que ela não precisava tê, é, discriminado no meio da classe 5 alunos que não tinham conseguido aprendê naquela única aula. Ela poderia ter feito um trabalho, hoje eu vejo isso, né, na época eu achei mesmo que eu não sabia, que eu era burra mesmo, que , que eu tinha mais é que estudá mais. Ela poderia ter feito duplas, quem sabe mais com quem sabe menos. . .sem que a classe percebesse, um ajudá o outro. E não deixá numa escola. . . todo mundo sabia que nós estávamos lá porque a gente não tinha aprendido. Então, foi terrível! Eu já tinha, eu entrei na escola com 9, dez, onze, eu tinha quase doze anos nessa época. Eu era bem grande já prá tê ficado lá. E o pessoal comenta, cê sabe, né, então isso bloqueou mais ainda. Hoje eu sei que se eu pegá alguma coisa de matemática eu vô, eu entendo, eu procuro e aprendo, mas. . .me marcô muito.

P- Você falou que a professora era um ídolo prá você, você gostava muito dela, você. . .

V- Prá mim era um sonho í prá escola, porque com 9 anos eu não tinha ido ainda, eu morava muito longe da escola, não tinha como eu chegá lá. Depois minha mãe conseguiu uma casa na cidade, eu estudava a semana inteira e ia embora no final de semana. Então, você sabe, tudo que ela passava, com excessão do meu nome, né, que eu já sabia escrevê e até dez que a minha mãe tinha me ensinado, era novo prá mim, não importava. . .Hoje eu vejo que eu poderia ter aprendido de outra maneira, mas não importava a maneira que ela passasse prá mim o conteúdo. A minha vontade de aprendê era maior! Depois que ela fez isso eu, eu vi, eu achei que ela não tinha agido legal.

P- Você, quando criança, você ficou meio assim?

V- Ah eu fiquei, fiquei muito triste com ela, porque ela fez isso.

P- Decepcionada?

V- Eu não era má aluna, também ela não tinha culpa dos meus problemas em casa, né? Mas o fato dela tê deixado não só eu mas outros alunos lá, o gozado é que nós ficamos o tempo todo do recreio e nós não conversamos. Nós ficamos todos mudos lá dentro e não. . .

P- Fazendo o quê?

V- Ficando quieto!

P- Ela não deu uma nova explicação?

V- Nada, nós ficamo porque. . .

P- E como vocês. . . Ah, porque vocês não entenderam!

V- Nós ficamos porque nós não conseguimos resolver. Só por isso nós ficamos lá.

P- Então tá, Vanilda.

V- Ela era uma ótima professora, não vamos dizer que deixou de ser, mas no meu conceito eu achei que ela . . . humilhou!

P- Que que é ser ótima professora?

V- Bom, dentro do conceito da época, né, aquele tradicional bravo que era, né, qq. . . Ela era prá mim, naquela época, ela sabia tudo. Então ela ensinava muito bem, se posicionava muito bem na classe, ela . . . ah, não sei , pode até ser que se fosse ter aula com ela agora eu não teria o mesmo conceito, mas voltando prá aquela época . . . eu não sei, prá mim ela sabia tudo . . . prá mim ela sabia tudo, tudo, tudo, tudo que eu pudesse, que eu perguntasse, ela iria me responder. Hoje eu vejo que não. Mas eu não sei se eu tivesse questionado com ela a questão de eu não ter entendido na época, como eu teria me saído. Acho que eu nem teria argumentos na época prá isso. Talvez por isso que eu tenha colocado aqui no final ( referindo-se ao texto) “chegando ao quinto dia, já exausta, tentarei dispensá-los. Se não conseguir, farei uma revisão geral de tudo que foi dado anteriormente.” Então, acho que eu me transportei prá época de, sabe, tem que fazê muitas vezes, tem que copiá muitas vezes, enquanto você não aprendê, enquanto você não fizé direitinho, nós não vamo fazê outra coisa. Talvez por isso que eu tenha colocado isso aqui no final.

P- Então tá, agora vamo vê algumas atividades. Eu separei algumas que trabalham talvez, com o ensino do número ou não. Tá, então eu vou passá as atividades prá você e você vai pegá as atividades e vai falá se você utilizaria, no seguinte sentido: é importante fazê isso prá ele entendê o que é número? É isso, isso que você vai tê . . . de cada atividade. Não, isso é importante prá ele entendê o que é número. E aí se você daria e em que momento você daria. . . no início ou em nenhum momento . . .

V- ( Começa a ler a atividade 3 )

P- Você já entendeu a atividade?

V- Isso aqui é assim? Você chega na classe fala assim: o primeiro em pé, o segundo sentado . ( Continua lendo) Péra aí, deixa eu vê se eu entendi. Olha, aqui você estaria trabalhando com coordenação motora? Um sim, um não. Mas aí eles fariam sozinhos isso?

P- Não sei, pode sê . . .

V- Lendo assim pela primeira vez eu vejo muito mais coordenação motora.

P- Tá. Tem uma sobre fila também, uma atividade.

V- Não gosto da palavra fila. Eu sofri tanto por causa da fila. eu sempre era a última da fila porque eu era grande ou por causa do meu nome, a letra "v". A última da classe por que eu era grande. (continua a ler a atividade)

V- Posso voltar neste aqui agora?.

P- Pode

V- Aqui você falou assim: um em pé, um sentado. Então você questiona: por que vocês estão nesta posição? Você poderia, Eu poderia ver o que você está trabalhado com isso.

P- Isto é uma atividade importante para uma criança aprender número?

V- Sim, também. Porque agora lendo aqui: quanto estão em pé? Quantos estão sentados? Eles mesmo poderiam estar contando.

P- Tá. Só que não envolve contagem. Envolve você colocar um.

V- Envolve quantidade.

P- Não. Você colocar um agachado, um em pé, um sentado. Aí eles tem que continuar a fila

V- Na sequência?

P- Isso. Entendeu? Então não envolve contagem. Envolve eles...

V- Saber posicionamento?

P- Isso. Envolve saber qual é a organização. Aí continuar a fila, tanto neste aqui quanto neste aqui.

V- Eu acho que envolve também contagem

P- Para entender número isto é importante?

V- Também. Eu acredito que sim.

P- Por que que é importante ? Por que que entender isto é importante para entender número ?

V- Por que para você representar um número: 22 ou 24 ou 134, você não pode escrever o um aqui, o três lá embaixo e o cinco em cima, por exemplo, perdido na outra folha, tem que ser na mesma linha, assim na linha horizontal, na mesma linha. Então, o aluno teria que ser um atrás do outro, de maneira coerente. Se você quer representar 10, você não pode colocar o 0 na frente do 1, tem que ser o 1 depois o 0.

P- Então isto é importante para ele entender.

V- É importante. Eu acho que sim.

P- Você daria isto em que momento? Se você fosse trabalhar você daria um tipo de atividade desta?

V- Daria. Daria, dependendo também do que eles estariam aprendendo, entendeu?

P- Tá. Tá bom Vanilda. Agora esta.( Atividade número 4 )

V- (Começa a ler a atividade)

P- Aqui também é a mesma...

V- É, é a sequência.

P- Exemplos de?

V- De quantidade?

P- É e da sequência que está pedindo para ele continuar.

V- E daí dá pra trabalhar também. Para representação de novo. Para representar número.

P- É pra ensinar número, entender a representar um número como você quer. Isto é importante, fazer isto?

V- Olha é importante, mas eu tô sentindo um pouco embaralhado isto aqui. Se eu apresentar uma folha assim pra criança. Ela vai ficar...

P- Não, não. Você vai dar esta, depois esta sequência.

V- Ah, bom. Pensei que daria inteiro. Claro que não

P- Continue a sequência, continue

V- Continue só que não eternamente (risos). Não a semana inteira.

P- Continue para ele entender como é a organização.

V- Sim, seria importante. Além de você estar trabalhando coordenação motora, você, se você for fazer um psicotécnico, você vai ter que, vai ter um monte disto aqui, você fica até meio perdido, até meio zonzo. Você vai tá trabalhando isto também com a criança, mas.

P- É importante esta sequência.

V- É importante ( hesita ). Olha também é importante, também é importante para aprender números.

P- Tá, tá bom.

V- Mas não aquela coisa massante, entendeu? Não, vocês vão fazer 30 deste, 30 deste. Você leva pra casa. Tem que trazer já pronta amanhã. Isto pode ser uma atividade recreativa.

P- Certo

V- Não só no papel. Você pode representar com outro tipo de material.

P- Tá bom. Por exemplo?

V- Vamos dizer coisas, coisas assim, figurinhas por exemplo. Figurinhas eles podem estar fazendo em sequência, por exemplo: um Túlio, um Romário e um Sávio, depois e assim.

P- Veja esta atividade ( atividade número 5 ). Sempre tentando desenvolver se você daria, se você acha necessária.

V- (Começa a ler)Aqui também a representação numérica.

P- É. Para entender o que é número.

V- Também daria para usar. Eu vejo, incluindo também ...

P- Você usaria, você usaria esta atividade para ensinar.

V- Usaria.Dependendo da necessidade sim.

P- O que é a necessidade?

V- É, por exemplo, o tipo de dificuldade que eles estejam encontrando. De repente se eu der para eles recortarem em revista e ver que eles não assimilaram, eu posso.

P- Você dá a revista, pede para eles cortarem determinada quantidade, é isto que você está dizendo?

V- É, por exemplo, se eu pedir para eles recortarem uma figura que tenha 5... procure uma figura onde tenha 5 elementos, cinco coisas, eu poderia estar. Se eu ver que aquele tipo de atividade não deu certo. Eu poderia também, mesmo trabalhando na parte de educação física, você poderia estar trabalhando isto também, de jogos, outros tipos de jogos, não só aqui sentados na classe. Tem outros tipos de jogos que poderiam estar sendo trabalhados sequências. No pátio, aqui mesmo. Com figuras geométricas.

P- E aqui o que tem a ver com sequência, ou não? Organização de 5, por exemplo. Você pode organizar assim, assim, assim, assim, assim, tá vendo?

V- E por que não organizar também em alunos. Grupo de 5, grupo de 2, grupo de 3.

P- Tá.

V- Por que não...

P- Mas envolvendo a mesma quantidade, tá certo? Só com cinco. Olha quantas. Isto é cinco, isto também é cinco. Entendeu?

V- Entendi.

P- Esta idéia é importante pra criança aprender número ou não?

V- Eu acredito que seja, também. É importante estar usando assim, mas você pode estar usando um outro tipo de material, você pode usar se não der certo, parte para outro. Uma coisa que você sinta que é mais importante para eles.Deixa eu ver alguma coisa. Alguma coisa que eles gostam

P- Para desenvolver o que?

V- Para desenvolver quantidade, depois representar quantidade. Entendeu? Alguma coisa...é memórias de desenhos, figuras. Aqueles desenhos pequenos e depois



virar. Porque às vezes você ficar: traz tampinhas, traz palitos, traz não sei o que. Eles cansam também. Tem que ter, ir usando o que eles gostam, da maneira que eles gostam de trabalhar.

## ENTREVISTA COM ELIZETE

P- Esta entrevista é para ver o que é que você entende por número, tanto que eu escolhi atividade que tem em livros, que tenha um monte de lugar, para ver se isto, o que você acha se é importante. Certo? Então isto eu vou tentar ir tirando de sua cabeça para passar pra lá, pra fita. Deixa eu separar.... Lembra que você fez um texto para mim há muito tempo, então. Você não fez ele pra mim? Como você ia ensinar? Acho que não fez? Ou não está aqui. Então é o seguinte as meninas me escreveram como é que elas iam ensinar número no 1º dia de aula, no 2º, 3º, 4º, 5º dias, isto o que elas me escreveram. Então você pode me falar: se você fosse ensinar número para uma criança de primeira série, como você iria começar? O que você faria primeiro?

E- Eu creio que eu iria começar com trabalho de jogos mesmo. Seria uma coisa interessante e que eu tenho usado no pré. E estou tendo um ótimo resultado. Então eu acho que.

P- Você acha que é o bastante para ele entender.

E- É, para ele entender o que é o número.

P- Jogo que você está falando é aquele de quantidade, de tirar o dado.

E- É pode ser o de quantidade. Porque a criança até conhece o número, mas não sabe o que representa aquilo ali, apenas decorou o número, mas não sabe o que representa.

P- Depois o que você faria. Tá eles sabem tirar um tanto lá. O jogo que você está falando é aquele de tirar? Que jogo você está falando?

E- Aquele do dado, do prato.

P- Do dado tá. Então coloca o dado, ele tira quatro palitos, tira cinco palitos. E aí, ele já sabe fazer isto. Qual é o próximo passo, o que você pensa em fazer?

E- Bem a partir do momento que ele consegue..., às vezes eles assimilam os símbolos com as bolinhas, eles conseguiram assimilar. Só que eles não sabem número. Eles sabem quantidade.

P- Não sabem o número representando-o.

E- Não. Não sabe representar o número. Nisto eu estive pensando em fazer um dado com o número, para eles estarem assimilando o número.

P- Então o próximo passo seria eles estarem associando a quantidade com o número.

E- Ao número.

P- E depois?

E- A partir daí, eu acho que eles já vão estar conseguindo. Não há necessidade deles pegarem os palitos para contar. Eles já vão estar conseguindo raciocinar e pensar: se eu tenho cinco com mais cinco são dez. Então a partir daí eles vão pensar.

P- Tá. E, você aprendeu desta maneira? Você lembra? Como você aprendeu?

E- Para ensinar o um, eles escreviam o 1. Aí tinha que escrever o um 40 vezes.

P- Ah, era assim? Você lembra disto? Escreveu o número 1 várias vezes.

E- Eu escrevia várias vezes.

P- E você não gostava disto? Foi uma experiência ruim?

E- Era muito cansativo. Eu escrevia várias vezes a mesma coisa.

P- Mas você já sabia fazer, não sabia? Você foi para a escola sabendo os números?

E- Não

P- Você lembra ? Você sabia o que estava fazendo?

E- Quando eu fazia os números?

P- Você lembra se você sabia? Quantidade? Que o 1 era uma quantidade, depois era duas quantidades?

E- Foi tudo decorado. Este aqui é o um, é o um. Não se discute.

P- O dois,

E- O dois, o três,

P- Isso foi várias vezes.

E- Várias vezes.

P- É escrever o um também. Por que hoje, você não ensinaria deste jeito?

E- Porque não foi legal como eu aprendi.

P- Por que não foi legal?

E- Porque foi muito massante, muito cansativo, porque não chamava a atenção das crianças.. E hoje você pode trabalhar de várias maneiras brincando que eles estão aprendendo.

P- Você acha que as crianças aprendem desta maneira aí que você aprendeu?

E- Aprende. Pode até aprender. Acho até que pode aprender, só que ....

P- Só que...

E- Porque não foi legal como eu aprendi.

P- Por que não foi legal?

E- Porque foi muito massante, muito cansativo, porque não chamava a atenção das crianças.. E hoje você pode trabalhar de várias maneiras brincando que eles estão aprendendo.

P- Você acha que as crianças aprendem desta maneira aí que você aprendeu?

E- Aprende. Pode até aprender. Acho até que pode aprender, só que.

P- Não por fazer isto, ou por fazer isto.

E- Eles aprendem, só que eles vão reclamar, vai haver desinteresse por parte deles.

P- Tá certo. Eu vou te passar então algumas atividades . Eu selecionei todas que eu já vi sobre números, desde livros até outras atividades. Aí você vai tentar me falar assim: se você acha importante esta atividade para entender o que é número; se isto você daria ou não, tá. Esta eu vou explicar (atividade 8) porque tá.... Aqui tem cachorros e gatos, você pergunta: tem mais cachorros ou bichos.Tem mais cachorros, certos? Ah, não. Tem mais cachorros ou gatos? Tem mais cachorro. Aí você depois pergunta: tem mais cachorro

ou mais bicho? Essa idéia de ter mais cachorro ou mais bicho é importante para a criança ver que tem mais bicho que cachorro? Isto é importante? Ou não?

E- Não sei, cachorro e gatos são bichos, então elas têm que entender isto.

P- Você acha isto importante? Porque tem crianças que vão te responder que tem mais cachorros. Não consegue comparar isto tudo com isto aqui. Só consegue ver isto aqui com relação a isto.

E- Não consegue fazer comparação.

P- Será que é importante ou não é importante isto?

E- Eles fazerem a comparação sim.

P- Esta atividade ( 13)

E- Coisa chata.

P- Ótimo. Coisa chata. Por que coisa chata?

E- Porque acho que na vida da criança, em tudo o que ela faz, ela está desenvolvendo sua coordenação. Por que ficar massacrando a criança para fazer estes risquinhos, passar em cima.

P- Você acha que isto é importante para entender o que é número?

E- Acho que não

P- Não? Isto aqui estava num livro de matemática. Você acha que não é importante?

E- Eu não daria isto aqui não.

P- Por que não?

E- Porque antes eu achava que isto aí, que foi da maneira como eu aprendi era importante, era essa aí a maneira, mas hoje eu já acho que não é assim

P- Não é assim, não é importante. Isso não vai ajudar ela a poder escrever?

E- Não. Tem coisa mais importante.

P- Tá. ( Mostro a atividade 9 ).Cubra os pontilhados e forme conjuntos (lendo). Certo? É uma atividade. Faça uma linha em volta dos jogadores com camisetas da mesma cor e forme um conjunto. Certo? É para fazer a linha e formar um conjunto.Essa idéia de conjunto: conjunto de flores, conjunto de aves; Ligue cada elemento ao seu conjunto;Assinale com "X" o conjunto com mais elementos;Assinale com "X" o conjunto com menos elementos; Assinale o conjunto com mais elementos;Pinte o conjunto com menos elementos; Certo?Alguma dúvida do que está sendo pedido em cada atividade?Aí é assim, a tartaruga.... A maçã, a pera e a banana pertencem ao conjunto de frutas.A tartaruga não é um elemento do conjunto de frutas. Ela não pertence a um conjunto de frutas.Entendeu? Essa idéia de pertence ou não ao conjunto, é formado ou não pelo conjunto de frutas. Essa idéia é importante para aprender número ou não? Você daria ou não daria?

E- Para eles entenderem números?

P- Isto para eles entenderem números.

E- Eu acho que é necessário. Só que neste caso aqui já foi formado o conjunto. Já está pronto. É só a criança passar em cima. Então eu acho que isto não é interessante. Ela está dando a atividade pronta. Como passar o lápis em cima dos risquinhos.

P- Então não está desenvolvendo nada aqui?

E- Mais uma vez a coordenação que....eu acho que.... Agora estes conjuntos

P- Aí é para passar uma linha em volta.

E- Os conjuntos já estão divididos. Eles só vão... Na verdade não estão divididos. Eles só vão circular o que está dividido.

P- Vai desenvolvendo a idéia de conjunto, né?

E- Aqui eu acho que tem mais.... não daria pronto. Daria para eles formarem os conjuntos. Eles escolhem. Se eles quiserem fazer pronto, tudo bem. De repente eles não querem fazer pronto. Eles querem fazer um bicho. Então faça um conjunto de bicho.

P- Você acha importante? Você faria isto?

E- Eu iria procurar não dar nada pronto para eles.

P- Por que você daria esta questão de fazer conjuntos?

E- Para ficar mais interessante para eles.

P- Fazer conjuntos é importante?

E- É

P- Para entender números?

E- É interessante porque ele vê lá os três bichinhos, aquele é o conjunto que ele criou. Então ele vai raciocinar que aqui tem três e no outro conjunto tem dois. Se eu juntar isto aqui vai ficar um conjunto só de 5. Acho que...

P- É importante

E- É importante.

P- E aí. E estas outras atividades ( ainda na atividade 9 ) você daria? Fala sinceramente se você daria?

E- Eu não gosto muito disto aqui. Entendeu? Fico pensando como daria, entendeu?

P- Por que você teria que dar? Você teria que dar isto? Você sente alguma pressão? Você sente que existe alguma pressão para fazer isto ou não? Eu tô sentindo que você está falando como se tivesse que dar. Entendeu? Por que você está falando nisto, tente pensar por que você está falando isto? Por que você está falando que não gosta., falou para mim que não gosta. Você não gosta no sentido assim..., de que não acha importante? Por que te lembra coisas ruins ou por que...

E- Desta forma aqui me lembra a forma como eu aprendi.

P- E você não gosta da maneira como você aprendeu?

E- Não. Então eu iria trabalhar isto aqui, mas de outra forma.

P- Você acha que você seria, teria que dar desta maneira?

E- Não.

P- Não existe nenhuma pressão? De fora?

E- Não, eu não tenho que seguir. Não há regra que fale que você deve fazer isto aqui. Este livro, você não precisa seguir. Existem professores que pegam e seguem todas as atividades, mas você não precisa.

P- Vamos ver esta então.

E- A famosa... ( faz careta )

P- O que te passa isto

E- Este número aqui.

P- Escrever um.

E- Continue fazendo igual (lendo). É uma tortura.

P- Tortura?

E- Porque às vezes tinha que fazer isto aqui umas 30 a 40 vezes, mas, e daí? Para nós não passava de dois risquinhos, não tinha significado.

P- Você fala nós, por que você acha que as outras crianças também tinham esta sensação?

E- É.

P- Só mais uma. (ler uma atividade de ligar cada pintinho à sua galinha).É a mesma coisa que aquilo ou não?

E- Mesma coisa. É conjunto, né?

P- Veja esta atividade (lê atividade 11)Entendeu a atividade. Ele não vai ter nenhuma barrinha, depois tem cinco, três, dois, ou uma de quatro. Isto é importante para entender número?

E- É.

P- Você acha importante?

E- Eu acho importante. Porque nesta troca ela vai tá pensando: de onde vem o cinco?Aí o que ela fez? Montou os conjuntos: 3 mais 2 é cinco.

P- Isto você daria? (atividade 10). E aí?

E- É uma atividade interessante. Tem os pontos por acerto.

P- Pontos por acerto.

E- Entra aí a competição, né?

P- Tá. Você não acha interessante?

E- Competição não. Porque aquele que tem mais dificuldade vai se sentir...

P- Isto não é bom?

E- Não.

P- Você não acha importante as pessoas aprenderem a competir?

E- As crianças podem se sentir assim: ah... eu sou... eu não sei nada.Eu acho por este lado, né?

P- Sei. Tá certo. (leitura de atividade 2). Entendeu, então coloca uma figurinha sobre a mesa, a segunda vai ter que ter pelo menos uma coisa igual. Ou ela vai ter que ter braço, ter uma este estampadinho.Tá certo? Uma coisa igual para ir montando a sequência.(continua a ler). Entendeu a atividade? Você acha isto importante ou não acha?

E- Não.Isto aqui vai trabalhar... Eu não consigo ver algo de interessante aqui não.

P e E (leitura da atividade 7)

E- Acho interessante porque é a partir de símbolos que a criança fala que eu sei ler. Eu acho que o símbolo para ela...

P- E para entender números? Tem a ver com símbolos ou não tem a ver com símbolos?

E- Não tem a ver com símbolos?

P- Para língua portuguesa, para alfabetização e linguagem você acha importante?

E- Acho que sim.

P- Mas pra coisa não?

E- Não.

P- Esta atividade (atividade 1) seria importante ou não? Você entendeu a atividade?

E- Eu não entendi muito bem.

P- Eles terão que pintar o mesmo tanto de chapéu com o mesmo tanto de carinha de palhaço que encontrarem aqui, certo? Só que isto aqui vai estar no verso, e eles vão ter que fazer algum jeito de ver se tem um chapéu para cada palhaço, certo? É importante?

E- É importante só que precisa ver se as crianças, no caso, já souberem contar. Porque...

P- Tá, e se elas souberem...

E- Porque aqui tem 32 triângulos, se ela sabe contar 32 e depois somar isto com isto. Entedeu? Então eu tenho 32 triângulos e 30 círculos, eu tenho 2 triângulos a mais. Precisa ver se ela vai conseguir fazer esta relação. Muitas vezes, o que elas fazem? Elas fazem a relação aqui, mas como elas vão ter que virar o papel....ou então, a não ser que ela divida em grupos né?

P- Ela teria que achar um jeito de conseguir.

E- Ela pode achar um jeito.

P- É importante este tipo de atividade para ela desenvolver a noção de número?

E- É importante, para que ela consiga, porque se ela não consegue contar até 10 por exemplo. Ela tem um grupo de 10 mais um de 10.

P- Isto você daria?

E- Daria ver toda a idéia de número.

E- É seria sim, porque ela vai estar sempre trabalhando sempre com cinco palitos?

P- Ou quatro, mas sempre com a quantidade de diversas maneiras. Entender que isto é cinco, isto é cinco, isto é cinco. Você acha isto importante?

E- Talvez seria importante sim.

P- Talvez? Por que o talvez?

E- Não sei até que ponto os palitos, apesar que eu poderia trabalhar com qualquer número de palitos. Eu acho que é sim, porque no caso aqui mesmo. Com cinco palitos eu posso fazer o número um. A partir daí ela vai tá trabalhando e a tendência é sempre ela fazer o número.

P- Ainda está em dúvida.

E- Estou em dúvida.

P- O que que tem na atividade que você não está gostando?

E- Não sei se seria interessante trabalhar com palito no caso da matemática.

P- Com o que então? É com relação ao material?

E- É de montar assim.

P- É no sentido de mostrar pra ela que o cinco pode ter várias disposições.

E- Isto aí é uma questão de relação de quantidade, né? Poderia se trabalhar na quantidade?

P- A princípio você acha que não, é isto que eu estou entendendo? Você está querendo descobrir qual a intenção da atividade? É isto?

E- É isto.

P- Você não consegue ver continuidade... Você não consegue ver ela como fazendo parte para entender o que é número. (leitura da atividade 3 ) Entendeu a atividade? Fazer uma fila que tem uma certa sequência e você tem que continuar esta fila.. É importante ou não é importante, Elizete?

E- É importante.

P- Por que é importante para aprender número isto?

E- Porque eles vão, na hora que eles descobrirem, o primeiro da fila tá nesta posição, o segundo já vai estar em outra, depois mais pra frente eles vão perceber que cada um está em um. Eles vão estar sempre na mesma, o segundo na mesma posição que o primeiro.

P-Pode ter outro segredo: 3 e 3 e depois começa a mudar o segredo, entendeu? Isto é importante para ela aprender número?

E- A sequência é importante porque no caso por 3 eles vão perceber, está em uma posição, depois 3 em outra posição e depois volta a primeira. Então esta sequência é importante.

P- Por que é importante para aprender número? Qual é a relação?

E- Porque tem uma sequência. Eles vão dizer o primeiro está numa posição, o segundo em outra, o terceiro em outra, o quarto, o quinto.

P- Veja esta então (leitura de atividade 13 ). Você acha isto importante?

E- Daria sequência também, né. Não sei se esta atividade, desta forma que foi colocada seria interessante para ele.

P- Por que desta forma? O que que tem?

E- Por que é a questão do pronto, né?

P- O que é que tem a questão do pronto? Pode falar. O que é o pronto?

E- Seria mais uma cópia, né?

P- E você acha que não é importante? Não gosta?

E- Não. Cópia não.

P- Alguma coisa que se pareça com cópia causa este tipo de reação?

E- Trauma. Trauma do primário.

P- Você acha que... Só se você fosse obrigada, por que senão... Você daria de uma outra maneira é isto?

E- É de uma outra forma

P- Você já colocou aqui que é importante a sequência....

E- Mas não desta forma.

P- Você não daria desta forma? Como você daria para escrever. Sem ter que se posicionar.

E- Talvez assim com esta mesma atividade, só que eles criando. Por exemplo se eles quiserem fazer, eles colocam em cada quadradinho um símbolo que eles quiserem., depois faria a sequência, mas..

P- Tá, Vanilda, oh, Elizete. Por último a gente vai querer saber de você o seguinte: o que você acha, sem ser só em relação a matemática, o que você acha mais importante que uma criança deve adquirir enquanto ela estivesse com você? O que você gostaria que ela tivesse como valor? Valor assim: o que é mais importante ela adquirir? Sem ser só em matemática.

E- No geral.

P- O que você gostaria que esta criança tivesse como valor?

E- Valores?

P- É valores, valores.

E- (fica um tempo pensando) Como valor mesmo. Não que eu gostaria que ela desenvolvesse?

P- Não conceito. Não conceito da escola. Que valores, o que é mais importante?

E- Hoje eu acho que não.

P- Então, tá bom. Muito obrigado.



## ENTREVISTA COM ROSÂNGELA

P- (leitura da produção escrita que consta no anexo 3 ). E aí?

R- Hoje eu já não faria assim.

P- Não faria assim?

R- Não.

P- Por que você não faria assim?

R- Porque as crianças já viram números, elas veem números. Talvez, elas não possam identificar aquele é o número 2, mas elas já conhecem números que elas veem em revistas, em jornais. Primeiro tem que ver se ela tem a noção de quantidade. A quantidade para depois estar relacionando o símbolo com a quantidade.

P- E aí você fala o seguinte: Aí eu usaria o concreto, usaria de objetos da realidade da criança para mostrar que os números são apenas símbolos, tão importantes na vida das pessoas.

R- Eu acho que aí tudo bem. Por exemplo: eu posso mostrar para uma criança o porque de saber número: ela tem que saber o número da casa dela. Porque o dia que ela for mandar uma carta ela tem que saber endereço, número.

P- Tá. Só que o número da casa dela pode não representar uma quantidade. É uma localização, não é?

R- É importante ela saber o número, o símbolo. A importância do símbolo.

P- (leitura do texto dela). Começaria a ensinar o número zero com uma caixa vazia para mostrar que a quantidade está relacionada com o número. O conteúdo é zero. No primeiro dia trabalharia apenas com este número.(continua ler). E aí Rosângela?

R- Eu acho que é meio complicado fazer isto aí.

P- Por que você acha complicado? Tenta.

R- Assim: depende de como é a sala você não vai trabalhar um número só num dia, pode trabalhar 3 num dia só. Depende da criança, de como ela está indo, como que ela tá relacionando o símbolo com a quantidade. Depende muito da sala. Ensinar um número de cada dia ou de forma diferente. De repente não precisa ser hoje o número 1 e amanhã o número 2. Pode começar pelo número 5. Por que não?

P- Não precisa estar trabalhando esta sequência?

R- Eu acho que num primeiro momento não. Ela vai precisar saber que existe esta sequência.

P- Mas num primeiro momento não.

R- Mas num primeiro momento não. Ela sabe contar. Ela vem para a escola sabendo contar: 1,2,3,4,5.... Quando ela descobrir que aquilo lá é o cinco, ela sabe que não vem depois do um.

P- Então é isso. Você aprendeu desta forma Rosângela?

R- Não

P- Como você aprendeu?

R- Eu aprendi escrevendo o número 1 várias vezes, o número 2 várias vezes.

P- Você se lembra disto?

R- Pouco, mais lembro. Eu aprendi..., quando eu entrei na escola eu já sabia os números.

P- Você sabia como?

R- Eu aprendi com meu pai.

P- Como que ele fazia?

R- Ele escrevia no caderno e pedia para eu copiar.

P- E tudo bem?

R-E eu gostava.

P- Gostava?

R- Gostava.

P- E quando você entrou na escola?Você continuou a escrever número 1, número 2, né? E você continuou gostando?

R- Ah, eu gostava de fazer os números.Como eu gostava de estar escrevendo. Não me importava em fazer porque eu já sabia fazer.Se eu tivesse que fazer 10 vezes o número 2, eu fazia porque...

P- Então não foi uma experiência ruim? Por que você não faria assim?

R- Porque nem todo mundo pode fazer assim. Para outras pessoas eu sei que foi uma experiência ruim. Meu primeiro dia de aula eu nunca vou esquecer. Eu fui para a escola achando que eu ia escrever muito mais do que eu já sabia porque o que eu já sabia escrever por exemplo, se uma pessoa me falasse para eu escrever setembro, eu escrevia e a pessoa tinha que falar s-e-t.. Solettrar. Eu fui para a escola achando que eu ia escrever diferente. Mas eu cheguei a professora desenhou um sapo com um monte de risquinho e pediu que a gente passasse por cima do traçado. Então não teve graça, porque eu queria escrever. Isso para mim não foi bom. Não foi uma experiência boa. Eu acho que esta questão de fazer muitas vezes o número 1 para mim não foi ruim, mas para outras crianças são.

P- Aqui tem algumas atividades. Você vai falando o seguinte: se você acha importante esta atividade para entender número e se você daria esta atividade. Vou lendo com você(atividade 4)

R- Ah, sequência lógica.

P- Tá. Você daria esta atividade?

R- Eu acho que não.

P- Por que não?

R- Porque tudo que é repetitivo, cansa. Agora, qual a finalidade disto aqui? Eu não sei em que poderia ajudar.

P- Você não acha que ajuda?

R- (balança com a cabeça negativamente)

P- Aí está descrevendo uma atividade ( 3 ). Entendeu a atividade? Este tipo de atividade você acha importante para aprender número? Você daria?

R- É uma atividade diferente. Para entender número?

P- Para acriança aprender número.

R- Mas o que a criança tá aprendendo? Não consegui entender a atividade para relacionar com número isto?

P- Ah, então? Se não tem nenhuma relação tudo bem.

R- Não.

P- (leitura da atividade 5)

R- Tá. Aí tudo bem porque eles vão trabalhar a mesma quantidade para coisas diferentes. Tudo bem. Eles vão tá vendo que com os mesmo cinco palitos eles podem estar pondo em disposição diferente.

P- Acha isto importante?

R- É porque ele vai tá vendo que neste lugar aqui tem a mesma quantidade de palitos que ele usou para fazer o outro.

P- Esta. ( atividade 1). Entendeu a atividade?

R- Não. Eles vão pintar, fazer uma caras de palhaço no círculo e no chapéu.

P- Isto. Vai ter que ter o mesmo tanto de chapéu para o mesmo tanto de palhaço.

R- Eles vão virar a folha.

P- Isto. Eles vão ter que descobrir um jeito de fazer uma correspondência, entendeu?

R- Mas sem olhar?

P- Como eles podem fazer? Eles podem ir virando a folha, pode virar a folha.

R- Não, não entendi a atividade.

P- A questão é a seguinte: vai tá de um lado e de outro da folha. Você não vai poder fazer de um lado só.

R- Ah, entendi. Eles vão estar com a folha aqui e fazer numa outra folha.

P- Tem várias alternativas. Você daria? Acha uma atividade importante? Ou não acha?

R- (começa a ler) Ah, de repente até.... Pode ser.

P- Você acha que ela desenvolve algum conceito importante para você.

R- A mais e a menos. A quantidade de menor haveria..

P- E porque haveria. Você acha esta idéia uma idéia importante, então tente me colocar melhor.. a idéia.

R- O por quê de eu ficar em dúvida. Porque eu não sei se a criança saberia relacionar. Como fazer isto sem tá ligando um com o outro.

P- Ela não poderia achar uma outra solução, contando, etc., etc. A preocupação é com que a criança não saiba? Não entendeu, então o que que é?

R- É. Ela pode contar. É que eu achei a minha solução... Eu achei que ela não fosse. Ela pode contar, sei lá... desenhar. Eu acho que dá. Porque aí ela vai ter a noção de mais e menos.

P- É importante, então?

R- É (meio em dúvida)

P- Fala.

R- É (meio em dúvida). É porque ela precisa saber, ter a noção de maior e menor.

P- Você não daria este tipo de atividade mas trabalharia com esta idéia?

R- Com esta idéia.. Mas não este tipo de atividade.

P e R ( lendo atividade 7 )

R- Eu vi uma professora dando esta atividade.

P- Você acha importante ou não acha?

R- Eu acho até interessante, mas assim... Quando falar de símbolos, pedir que as próprias crianças tragam seus símbolos. E eles veem. Eles podem ver estes símbolos, eu vou dar jogos. Mas que eles tragam. Aí eu vou tá falando que existem símbolos e que representam...

P- Porque é importante que eles tragam?

R- Porque isto é uma coisa pronta para mim. Porque eles vão tá buscando...

P- Porque não uma coisa pronta?

R- Porque ele buscando se interessa muito mais.

P- Se interessa muito mais?

R- Lógico. E assim....

P e R (leitura da atividade 2). Entendeu? Que tenha pelo menos uma coisa igual a anterior. Um sofazinho estampadinho vai continuar só que da mesma cor, ou sem braço ou de outro lugar.

R- Mas do mesmo, mesmo sofá

P- Pelo menos uma coisa igual.

R- (Fez careta) Ah, não.

P- Ele pode continuar(explicando), entendeu a atividade? Ele pode continuar usando um critério em comum com o anterior.

R- É sequência, é sequência que ele vai fazer?

P- É uma espécie de classificação. Ele vai ter que classificar. É um critério, né. Aí seleciona um critério e continua.Certo?

R- Eu não faria não. É meio, sei lá. Ah, estranho. Não sei se é porque eu não entendi muito bem. Não tem muito, não sei, não tem muito sentido.

P- Você quer que eu te explique?

R- Não. Eu acho que entendi.

P- Ele vai ter que optar.. Ele começa, ele começa com o sofá e vai continuar como?

R- Com sofá de dois lugares.

P- Ou... Sem braço. Ou com um, ou com a mesma cor que este, ou com o mesmo estampado que este.

R- Eu não sei em que seria útil isto. Eu não sei

P- Você não acha que isto é útil?

R- Não consegui ver nada assim...

P- Tá certo. Veja esta ( atividade 10 )

R- Este eu daria, eu achei interessante. Relacionando os números dos dados, com os palitinhos e com os... é pauzinhos?

P- Pauzinho e semente.

R- Eu achei interessante.

P- Você acha importante trabalhar isto para entender números?

R- Eu acho.

P- (leitura da atividade 11) Entendeu?

R-Entendi.

P- E aí?

R-Este é interessante também. Eu trabalharia.

P- Por que você acha que é interessante para aprender número?

R- Porque quando eles forem trabalhar o famoso vai 1 e troca, ele já vai estar conseguindo relacionar que 1 não é igual a 2, é menor. Por exemplo: fração. No concreto ele vai tá vendo isto. Ele não vai tá vendo o número no momento, mas ele já vai tendo o conceito.

P- (Leitura da atividade 9). Certo? E estas atividades?

R- Aí seria para trabalhar conjunto. Eu não saberia outra forma de trabalhar conjunto. No momento...

P- Você acha importante trabalhar conjunto?

R- Eu acho que é importante. A criança tem que ter noção do que é conjunto.

P- Por que vai ajudar no conceito de número?

R- Porque no futuro ela vai ter que saber o que é um conjunto de números naturais por exemplo. Ela vai ter que saber o que é.

P- Como conhecimento futuro?

R- Futuro.

P- E esta idéia de conjunto você trabalharia? Elemento,...Tem aqui: a tartaruga não é elemento do conjunto. A tartaruga não pertence ao conjunto. Pertence, não pertence

R- São símbolos, são símbolos da matemática, que é importante a criança saber também os símbolos.

P- Esta questão de pertence, não pertence.

R- Agora no momento, eu não veria uma outra maneira de ensinar. Eu não gostaria de ensinar desta forma.

P- Por que você não gostaria de ensinar desta forma?

R- Porque eu acho que poderia existir outras formas mais concretas dela poder aprender. Para mim isto aqui está muito vago. Imagine para uma criança?

## ENTREVISTA COM MARISA

M - Mas os outros, eles tem maior facilidade e ele, ele conta pela contagem, sabe?, Um, dois. Conta tampinha, conta palito. Ele vai: um, dois, três, quatro, cinco, seis, nove, doze, qualquer coisa. Só que, ele tem hora que ele conta certo. Ele tem problema de fono. Ele era surdo de tudo. E a mãe descobriu, ele ficou. Ele fala "baiga". Tudo errado ele fala. Ele tá com tanta dificuldade que eu não sei nem o que fazer. Eu tô meio perdida ainda com ele.

P - Tá. Bom aí, eu vou te mostrar o seguinte, Marisa. Eu vou te mostrar algumas atividades, não são assim. Não pense: ah, eu já trabalhei estas atividades. Não estou testando você. É assim: eu peguei tudo o que os livros, tudo os que os livros antigos e novos, eles falaram como deve se ensinar número. Então tem desde propostas recentes...

M - O que que você acha disto, o que você acha daquilo.

P - Se isto está na sua cabeça se isto é importante para ensinar número, entendeu? Não é um teste, entendeu?

M - Você vai ler.

P - É, nós vamos ler. E aí, vamos ver será que este conceito é importante. Porque tem gente que acha que classificar, tem uma teoria por exemplo, que acham que classificar é importante. Será que isto está na sua cabeça. Agora eu não estou querendo saber se fui eu. As vezes, isto vem da sua história, entendeu? Aí por exemplo, tem algumas atividades que talvez você tenha passado. Esta atividade está na sua cabeça que é importante. É importante ensinar conjunto pra criança aprender número? Aí tem várias atividades, certo?, até das mais antigas, pra ver o que é que ficou na sua cabeça, até da sua história, de que é importante pra ensinar número, entendeu? Assim: não fique preocupada, porque as meninas ficaram muito preocupadas com isto depois, assim é como se eu...

M - Por exemplo, se eu não responder exatamente o que você precisa...

P - Eu não tenho "o que precisa". Eu quero exatamente o que está na sua cabeça.

M - Mesmo que eu não esteja...

P - É diferente da questão do curso. Se você quiser depois me perguntar, entendeu?, de ensinar, o que que eu acho que é melhor: é uma outra coisa. Eu posso conversar com você. Agora aqui não.

M - As vezes, eu posso te prejudicar em alguma coisa.

P - Não, você não me prejudica se você for assim, autêntica e disser, “não isso eu não acho que é importante”, “isto eu acho que é importante”, se você não acha que é importante, quer dizer que aquilo não está no seu imaginário.

M - Tem que ver o que está na cabeça da gente?

P - É isto. Ah, depois se você quiser e ficar curiosa, eu posso te dizer: olha isto aqui tem mais a ver com a teoria Vigotskianiana, mais para a teoria assim, etc. As pessoas se propuseram a isto por causa disto, depois a gente pode até conversar, entendeu? Isto vai ser uma questão do curso para o seu conhecimento, agora não. Agora eu quero saber o que está na sua cabeça disso, entendeu? Porque isto vai me ajudar depois, a poder tá dando uma orientação a quem vai preparar um curso de matemática. Eu vou poder falar: tá na cabeça destas meninas isto.

M - Ah, você vai ter certeza disto.

P - É tá na cabeça, não é um falseamento, tá na cabeça. Independente de como entrou. Não há juízo de valor, se isto é ruim... não tem um juízo de valor. Não é se é ruim. Isto tá. Isto não tá. Então nós temos que trabalhar com isto, entende? Assim como vocês tem que trabalhar com o que a criança pensam, entendeu? Então eu estou tentando fazer um levantamento do que os alunos do curso de magistério pensam sobre isto, entendeu? Para depois quem for trabalhar não ficar com esta idéia de conjunto. Aí depois quem vai preparar o curso vai fazer o seu juízo de valor. Você, enquanto professor vai fazer um juízo de valor, entendeu? Não enquanto pesquisadora. Então, quem vai (inaudível) acha que conjunto não é uma idéia interessante, não é uma idéia importante para aprender número aí... Mas isto está na maioria das cabeças das professoras? Tem que trabalhar com esta idéia, ou tentamos estruturar e mostrar que isto não é. Ou se esta idéia de classificação está e você não acha. Aí quem vai dar aula é quem vai.... Você quando vai dar aula, você escolhe, você se posiciona, você tem uma valor. Isto é importante. Isto tá certo, isto tá errado. Então é nisto que você poderia me ajudar.

P - Tá dando pra você ler?

M - Tá

P - Então você propôs isto: trabalho individual, fazer as crianças olhar os numerais de 0 a 5 na lousa. Zero, um..., de colocar isto na lousa. Você acha ainda isto...?

M - Não, não acho. Eu acho que tem que começar com contagem, com tampinha, com coisas mais concretas para as crianças.

P - Você faria em algum momento isto para aprender número?

M - Acho que poderia...

P - Não inicialmente?

M - Não inicialmente. Depois sim, relacionar quantidade ao numeral eu acho que em algum momento vai estar, mas mais pra frente, né?

P - (continuam a ler: “desde o inicial o zero”) E aí? A quantidade inicial é do zero.

M - Não, não tem início. Eles vão contar da maneira que eles, por exemplo: se eles começarem a contar, as vezes eles podem contar o zero por último. Eles vão contar: um, dois...Dificilmente uma criança começa a contar do zero. Elas sempre começam a contar do um. Isto vem da criança já. A criança pega a tampinha, ela nunca vai contar o

zero, ela vai contar o um. Nunca vi uma criança contar o zero. Não sei se alguém já viu, mas eu sempre vi, se tem uma quantidade de tampinha, eles vão contar o um, dois. O zero, para eles, é esquecido. Então em algum momento eu vou ter que trabalhar o zero.

P - O zero faz parte da contagem?

M - É que o zero não está na... O zero significa nada. Então eles nunca contam o zero. O zero está na contagem. Não, eu acho que não está na contagem porque ele é nulo. Ele é uma coisa que não tem nada. Por exemplo: nesta mesa, se não tiver nada nesta mesa, então é a quantidade zero. Então a gente tem que trabalhar com o zero, porque ele é usado, mas na cabeça da criança eu acho que ele não é contado.

P - E na sua cabeça é contado o zero, o zero conta?

M - Não, zero eu não conto, entende? Mas ele... Faz parte, mas eu não conto. Então tá, não trabalharia mais com isto.

P - (continua a ler: números vazados, números em lixas para sentir a textura do número). Neste caso seria em relação a outros números.

M - É, a outros números. Sei lá, eles trabalhariam com..., até na areia, com o dedinho, do jeito que eles querem.

P - (continua lendo: no papel os alunos iriam enfeitar a figura, com pintura, papel picado, brilho, guache, material que vai depender...)

M - E contagem, é eu acho que primeiramente eles tem que saber a contagem aí.

P - (Continua lendo: se os aluno forem leigos em numerais, acredito que os alunos demorem mais ou menos um cinco dias) Aí não tem problema, esta questão as vezes a gente não tem muita noção dos dias mesmo. (continua lendo: todos os dias as crianças deverão visualizar os números de 0 a 5 na lousa).

M - Não acho também.

P - Esta questão de ver o número, assim porque você está colocando aqui: eles deverão visualizar. Esta questão de ver o número é importante?

M - Visual, eu acho que é importante. Não importa onde...

P - É junto com a contagem, é depois?

M - Por exemplo: tem jogos de baralhinho...

P - Então, é importante, em determinado momento é importante. Mas é junto, é antes?

M - Eu acho que num, depende, pode ser direto o visual para eles que assim eles vão gravando. Não vai ser uma coisa dada: faz o número um dez vezes. É uma coisa mais natural. Eles tem contato com o número o tempo todo, sem ficar aquela regra, aquela coisa: não você vai contar "este é o número um"

P - Sim, um trabalho mais sistemática, eu diria assim... Você tá vendo o um, este é o um. Isto é um trabalho mais sistemático de visualização. Deixa eu entender o que você está falando. Ou é assim: ficar vendo mas sem fazer um trabalho mais sistematizado sobre os números: este é o um, este é o dois, mostrando, este é o dois.

M - Mostrando. Pode até mostrar em determinado momento, mas eu acho que é assim, por exemplo: agora eu vou trabalhar com número, olha este é o 1, este é o 2, este é o 3, este é o 4, entendeu? Eu acho que tem, por exemplo na quantidade, eu falo pra ele assim: ah, vá busca duas canecas no refeitório, traz duas canecas para mim. Ele vai lá pega as duas canecas. Agora que número eu vou usar para estas duas canecas, qual que é que vai identificar a quantidade, o... Aí ele pode, ele mesmo relacionar o número. E ter, eu acho que o visual do número tem que ter em diversos lugares para eles saber ... a quantidade.

P - (continua lendo: “o número 1 terá o mesmo processo de aprendizagem do zero...”). Aqui você passa a idéia assim: de que primeiro tem que trabalhar o zero, depois o 1, depois o 2, depois o 3, depois o 4. É issto mesmo?

M - Ah, não precisa ser em sequência, eu acho. Sei lá. É a quantidade. Eu tô trabalhando mais com a quantidade mesmo.

P - A questão é: ele primeiro precisa saber muito bem o que é o 1, para depois saber o que é o 9.

M - Precisa saber o que é o 1 para depois saber o que é o nove? Não tem uma sequência, pode trabalhar todos juntos.

P - Ele só vai aprender o que é o quatro depois que ele aprender o que é o dois?

M - Não.

P - É isto que está na sua cabeça?

M - É isto que está na minha cabeça. Eu acho que eles podem aprender tudo junto. Por exemplo: vou pedir para eles pegarem quatro, cinco. No mesmo dia eu posso trabalhar todos os números. Qual que é o nove? Vamos procurar o nove. Quantas tampinhas vai pra fazer o nove? Necessariamente não precisa trabalhar numa sequência. Isto depois que eles aprenderem uma contagem, porque eles já sabem que o dois vem antes que o nove.

P - Aí Marisa, você lembra como você aprendeu? Se algumas destas coisas que você falou: trabalho visual, tem que repetir. Algumas tem a ver com o que você aprendeu? Como você aprendeu? Você lembra?

M - Não tem a ver com o que eu aprendi, não. Eu acho que não tem. Mas eu... não sei se eu me lembro muito bem de como eu aprendi. Eu lembro que tinha muita cópia. Tinha que copiar várias vezes o 1, várias vezes o 2,...

P - Você lembra disto?

M - Lembro. Era uma folha de um, uma folha de outro. Eu tinha que copiar muitas vezes os números.

P - E isto foi uma coisa, ah...

M - Mas eu não tinha contagem. Eu acho que eu não tinha contagem, na minha cabeça não tinha contagem.

P - Esta coisa de trabalhar visualmente o número, de mostrar os números, não da maneira como você está colocando, mas nesta sequência., é uma coisa de quando você aprendeu?

M - Não, porque era muita cópia, era muita... Eu tinha...

P - Era escrever?

M - Escrever o número 1,2,3. Era escrever. Não tinha esta coisa de contar mesmo, você entende? Pegar os objetos...

P - Nem de visualizar os números?

M - Eu acho que devia ter alguma coisa escrita na sala, mas eu não... me lembro

P - E era uma atividade agradável?

M - Agradável? Primeira série, por exemplo...

P - Você não consegue lembrar?

M - Primeira série...

P - Você fazia com entusiasmo, sem entusiasmo?



M- Sei que na primeira série eu fui muito bem. Eu lembro que eu passei com, naquela época era 100. Eu era uma boa aluna no primeiro ano. Mas eu não sei se eu fazia com... Eu não lembro.

P - Sua mãe te ajudou? Você sabia os números antes de entrar para a escola? Você lembra disto?

M - Será, que eu sabia? Eu acho que eu não sabia.

P - Você não lembra da sua mãe, do seu pai?

M - Eu lembro da minha irmã me ajudando, mas não na primeira série. Na primeira série eu não lembro. Eu lembro assim: na terceira série. Entende? Porque a primeira série eu fiz em São Paulo e eu não tô lembrando muito. Eu sei que minha mãe me levava para escola.

P - Você sabia fazer ou não? Você não lembra se você sabia fazer os números ou não?

M - Não lembro. Não tenho certeza. Não posso falar com certeza. Eu acho que eu aprendi na escola mesmo. Minha mãe não tinha tempo.

P - Então tá. Vamos...( lê atividade do palhaço: "...há mais palhaço ou mais chapéu?... ) Entendeu qual a atividade? Você acha que trabalhar com esta idéia é importante para a criança aprender número?

M - Se é importante? É uma contagem, né? Não sei se esta de virar..., você entende?

P - Se é importante. Se ela dá esta idéia do que você está querendo trabalhar?

M - A idéia de contagem sim. Virá a folha, só se a criança fizer correspondência ou alguma coisa, mas eu não tenho certeza.

P - Tem vários meios de resolver isto, né? Mas e a idéia desta atividade para trabalhar... se há mais chapéus ou palhaços.

M - É legal sim para trabalhar. só que eu não sei se...

P - Você acha importante para ela entender o que é número, para desenvolver esta idéia?

M - Porque até aqui: 32, não deve ser muito no início da criança aprender. Deve ser..., sei lá, terceira ou quarta série, eu imagino. Que é uma atividade mais... Mas trinta e dois não é na primeira série que ela vai contar, entendeu? Vai ser mais difícil para ela fazer isto numa primeira ou segunda série, eu acredito. Tem que ser mais pra frente. Porque 32 na primeira série, eu acho que fica difícil. Isto aqui, você está falando no início da atividade?

P - Na primeira série. O momento que se desenvolve a idéia de número é na primeira série, né?

M - Sei lá. Poderia ser com menos quantidade.

P - Você acha que 32 é muito para uma criança contar?

M - Na primeira série? Não, realmente não é. Eu já estou dando calendário pro pré. Então não é muito para primeira série. É que na hora, você fica assim...

P - Mas é assim: você está pressupondo que ele resolveria isto só através da contagem, mas ele pode resolver isto sem contar. Ele pode não saber contar e resolver a tarefa.

M - Exatamente. Sem contar ele pode.

P - Pode também contando.

M - É achei legal. É legal.

P - Você acha importante? Resolver este tipo de idéia para desenvolver o conceito de ...?

M - Lógico.

P - (mostra outra atividade: sofá) Então vamos distribuir folhas onde tem sofás assim: com bracinho e um lugar só, com bracinho e dois lugares ou tem este estampadinho...(continua mostrar). Então você está vendo? Tem estampa diferente, tem com braço, sem braço. Tem de estampa diferente; com braço ou sem braço, ou de 1,2 ou 3 lugares. Aí eles vão pintar ainda de vermelho a primeira e a segunda linhas e vão ter cores diferentes.

M - Então a primeira linha é de uma cor.

P - Primeira e segunda vermelha, terceira e quarta azul, quinta e sexta amarela.

M - Certo

P - (Lê o enunciado para se fazer o mostruário da loja com aqueles sofás). Tá? Eles vão montar o mostruário de uma loja, aí eles vão fazer quatro mostruários.

M - Quatro mostruários.

P - (continua lendo) Esta é a atividade. Tem uma idéia que a atividade está querendo desenvolver.

M - Isto é uma idéia de conjunto?

P - Então você acha importante esta idéia para ele aprender número? Que ele desenvolva este tipo de idéia?

M - Esta atividade eu nunca tinha visto.

P - Veja se você concorda com a atividade assim: em si. Pensa que você poderia trabalhar com outra coisa: tampinha. Poderia ser com outra coisa. Mas e a idéia de estar agrupando os que tem assim.

M - Certo. A idéia de grupo. Eu acho legal. Eu acho que funcionaria sim.

P - E você acha isto importante para aprender número? Ou você acha que isto não faz diferença.

M - Eu acho que tá meio confuso. Está meio confuso para a criança, para ela pintar. Eu acho que tem maneira mais fácil para ela aprender número.

P - Tá, já entendi. Você acha que esta atividade é confusa, mas e a idéia de agrupar.

M - A idéia de agrupar, eu acho até...

P - E de classificar?

M - Classificação também.

P - Porque você tá classificando, né.

M - Você não está falando desta atividade. Isto aqui é um exemplo.

P - É um exemplo, mas eles montaram uma atividade para desenvolver esta idéia.

M - Eu acho até que...

P - Pode ser que você não concorde que esta atividade é adequada para desenvolver esta idéia de classificação. Mas eu quero saber de você se esta idéia é importante, se com ela a criança está entendendo o que é número. Entendeu?

M - Eu acho que é importante, sim.

P - A idéia é de classificação.

M - A idéia de classificação eu acho que é importante.

P - É importante para a criança aprender classificar?

M - Classificação, deixa eu ver... Por exemplo: pegar as mesmas coisas e colocar aqui...

P - Isto. Tá classificando, né.

M - Certo.

P - Ou por exemplo: coloque os da mesma cor, coloque só os que tem este tamanho.

M - Eu acho que eles já vão ter noção de tamanho de cor, eu acho que isto aí é importante. Não sei

P - Não sei o que?

M - Sabe, eu tô meio confusa com isto.

P - Você quer falar mais alguma coisa das atividades?

M - É só da classificação que você quer saber e não da atividade?

P - É da atividade você pode não concordar que seja a melhor maneira de desenvolver esta idéia.

M - Eu acho que para classificação ela é importante.

P - É classificação. Você vai classificar os sem braço, com braço ou os que tem um lugar só aqui, os que tem dois lugares, três lugares.

M - Eu acho importante sim. Não sei se nesta atividade, mas a classificação é importante.

P - (leitura de atividade: fila, sequência) Você entendeu o que está querendo desenvolver a atividade?

M - Sequência.

P - É. Você acha isto importante?

M - Em algum momento eu acho que é importante sequenciar porque daí eles vão começar a entender...

P - Para entender número?

M - ...primeiro, segundo, terceiro.

P - É isto aí. Para entender número, a idéia de número é importante a idéia de sequência?

M - Eu acho que é, tem uma sequência os números, né? Para entender tem que aprender uma sequência. De uma maneira ou de outra...

P - Tem que ter idéia de sequência para desenvolver número?

M - De sequência eu acho que sim

P - Então isto é importante?

M - Eu acho que é importante.

P - (Mostra outra atividade) É também para desenvolver sequência. Tem várias sequência só que estas já não são em atividades..., são escritas está vendo? Continue a sequência, continue a sequência e tal. Entendeu?

M - É no momento eles vão ter que aprender a sequência, por exemplo o dia-a-dia de dinheiro, entendeu? Sempre eles vão ter que aprender porque é uma sequência os números. Então eles precisam aprender sequência não precisa ser necessariamente com os números para mostrar....

P - A idéia de sequência...

M - A idéia de sequência...

P - Se existe uma sequência? Qual é o critério para definir uma sequência. Você acha que isto é importante?

M - É eu acho que isto é importante.

P - (leitura de outra atividade; desenvolver o conceito do número cinco) Tem várias maneiras de montar o número cinco. Então ele pode ser feito de várias maneiras assim. Isto é importante para desenvolver esta idéia?

M - Sabe porque que eu acho importante? Eu vi no curso de alfabetização que nós fizemos daquele, acho que foi Piaget que falou aquele negócio da salsicha? Botou assim e depois de outra maneira com a massa e tal e fez bolinha. Era a mesma quantidade só que a criança não sabia relacionar qual que tinha mais qual que tinha menos. Ele acho que a mesma bolinha transformada na frente dele em salsicha... aquela atividade, seria mais do que se estivesse em forma de bolinha, certo? E era a mesma quantidade. Eu acho que isto aqui é importante porque, geralmente, se colocar numa caixinha cinco feijões, cinco pedrinhas e na outra colocar cinco também juntinhas eles vão achar que o que está mais espaçado tem mais, entendeu? Eu acho que isto aí tem mais.

P - Esta idéia é importante desenvolver? A criança perceber que o cinco ou quatro, ou qualquer número...

M - Que o cinco pode...

P - ...ser feito disto, disto, disto....

M - Não sei se desta maneira, mas tem mil maneiras.

P - Mas desta idéia...

M - Eu acho que a idéia é importante sim.

P - Tá legal.(leitura de outra atividade sobre quantidade no canto da folha).

M - Quantidade põe aonde aí?

P - Atrás

M - Ah, atrás.

P - (continua leitura)

M - Aí está pedindo para que eles achem aonde em aquelas cinco figuras coladas atrás. Aí vai estar atrás do cinco.

P - É (continua lendo) E aí?

M - Eu achei uma atividade legal para trabalhar. Porque ela tá relacionando quantidade ao numeral.

P - É importante esta idéia, não a atividade, está idéia...

M - de relacionar a quantidade ao número?

P - É

M - Eu acho importante.

P - Importante?

M - Acho.

P - (leitura de atividade: símbolos) entendeu?

M - É

P - Então esta idéia. Não precisa fazer deste jeito.

M - Pode ser outro tipo de símbolo? Outro.

P - Mas a gente ainda não trabalhou com símbolo, especificamente com número.

M - Antes de começar o símbolo.

P - É, antes pode até ser junto. Mas aí deve desenvolver a idéia de símbolo?

M - Acho bacana.

P - É importante?

M - É importante, eu acho que é importante.

P - A idéia...

M - Não só número, né?

P - A idéia de que as coisas se representam as vezes através de símbolos?

M - Eu acho importante.

P - Esta idéia é importante?

M - É importante porque isto aqui não muda. Por exemplo o São Paulo Futebol Clube vai ser sempre este símbolo.

P - Pode até mudar, mas você o conhece por este.

M - É. Você conhece por este. É igual os números que tem que, comentar por exemplo, que número não é nada mais que um símbolo da TELESP ou.. Eu acho importante.

P - A idéia de símbolo é importante. (Outra atividade) Esta aqui não está como atividade. Material classificado pela criança. Então assim: você dá sete cachorrinhos e três gatos.

M - Corresponde.

P - Dá sete cachorrinhos e três gatos. Aí você fala assim: quantos cachorros tem? Sete. Quantos gatos tem? Três. Aí você fala assim: Tem mais cachorros ou tem mais bichos? Esta idéia da criança perceber que tem mais bichos que cachorro é importante. É importante que a criança desenvolva? Porque tem muitas crianças que respondem: tem mais cachorro do que bicho.

M - Exatamente.

P - Esta idéia tem que ser desenvolvida com a criança para ela entender número? Que o todo tem mais que esta parte aqui. Esta idéia é importante? Não estou falando que você faça assim, mas esta idéia de desenvolver. Porque tem umas crianças assim que não entendem.

M - Que não entendem, mesmo. Eu já vi.

P - Esta idéia.

M - Eu acho importante porque é difícil para eles entenderem. Não digo com tanta quantidade, começar de pouco, né? Eu acho importante porque desenvolve.

P - Um pouco você fala quatro, cinco?

M - Digo com menos quantidade. Apesar que eu acho que não muda. Olhando assim mesmo se tiver três cachorro ela vai... Eu acho que ela tem condições de fazer.

P - Se tiver 4 cachorros e 2 gatos vai mudar.

M - É isto aí não vai mudar mesmo.

P - Aí responde que tem mais cachorro? Aí eu mantenho a pergunta: tem mais cachorro ou mais gatos. Ela já desenvolveu a idéia de...

M - Vai dar na mesma.

P - E aí eu pergunto tem mais cachorro ou mais bicho.

M - Tem mais bicho, só que daí ela vai ter que pensar bastante. Mas eu acho que é importante ela desenvolver isto.

P - Desenvolver esta idéia para aprender número?

M - Quantidade menos ou mais, maior quantidade e quantidade total. É isto que você tem colocado nestas atividades aí?

P - Não é importante ela desenvolver a idéia que... quatro tem mais e sete é maior do que três, tá? Agora dentro do dez tá o sete?

M - Eu acho importante sim. Porque este é um conceito difícil. Eu acho que tem que trabalhar.

P - É importante desenvolver esta idéia?

M - É importante

P - Tá. (outra atividades: idéia de conjuntos) Esta idéia é importante para a criança aprender número?

M - Eu acho que não.

P - Porque você acha que não?

M - Porque se é para aprender número. Apesar que o três é um conjunto. Se eu pegar três tampinhas eu estou formando um conjunto de três.

P - Tá entendi, agora vou tentar ver o que você está pensando. Pode ser que você ache importante a idéia de fazer correspondência. Mas e a idéia de conjunto, de denominar.

M - Isto é um conjunto e caso, isto é um conjunto.

P - Porque aqui está falando que a criança precisa aprender o que é conjunto, entender o que é conjunto para desenvolver a idéia de número, entendeu? Até falar: conjunto é isto, conjunto é aquilo. É isto que a atividade está propondo.

M - Não eu acho que necessariamente não precisa colocar conjunto. Não precisa falar que é conjunto. Pode até colocar três, pega três tampinhas. Não sei se precisar falar o que é um conjunto. Apesar que é um conjunto, três e quatro é um conjunto. Ela vai pegar quatro tampinhas, o quatro é um conjunto, independente de ser só de tampinhas, pode ser...

P - Então, se acha que a idéia assim: isto é um conjunto, aquilo é outro conjunto, que ela entenda o que é conjunto. (leitura da mesma atividade, dando ênfase no: "forme os conjunto". Leitura de outra atividade sobre conjunto) Entendeu? Trabalhar exatamente com a questão de conjunto, que ela entenda o que é conjunto. (leitura de outra atividade: pertence e não pertence) Também esta questão de elemento que pertence ao conjunto e elemento que não pertence ao conjunto (continua lendo). É importante isto para aprender números?

M - Eu acho que, sei lá. Eu fico pensando assim: se os números é conjunto, você entende? Para formar o número 3 eu preciso de três tampinhas. Se é um conjunto eu vou ter que estar falando. Entendeu? Eu acho que é importante para a criança, sim. Senão vai ficar..., como é que eu vou colocar, eu vou falar sobre as três tampinhas?

P - Então você acha que tem que falar de conjunto?

M - Não eu posso, eu posso falar, olha o número três...

P - Você hoje usa isto para trabalhar número com pré?

M - Com elementos, sim eu coloco três elementos. Eu falo sobre conjunto com o pré. Isto quer dizer que eu acredito em conjunto. Não sei se é o certo, mas.

P - Não, não estamos vendo isto. Se você acha que é importante. Porque a princípio você tinha falado que não, entendeu?

M - É eu tô confusa com conjunto porque eu não sei se isto é o certo. Eu não sei se isto é o certo. Por exemplo aqui no começo.

P - É isto que eu tô tentando ver com você, entendeu Marisa? Para ver exatamente o que está na sua cabeça. Isto te lembra ou não lembra.

M - Não me lembro. No início não me lembro. Eu acho que conjunto é realmente importante por causa dos números serem conjuntos. Então eu vou ter que trabalhar com conjunto. não assim desta maneira, não precisa ser desta maneira, entende? Vou fazer, por exemplo, um conjunto de tampinhas. As crianças colam as tampinhas na cartolina, encapa palito, fazer florzinhas, quantas?..., entendeu?

P - Mas eu posso usar outra denominação, só para ver o que você está pensando, posso usar grupo.

M - Grupo ou conjunto, não precisar, não é por causa do nome de conjunto.

P - Mas aqui tem que envolver a palavra conjunto.

M - Não, isto aí. O nome da palavra conjunto, não. As vezes eu falo grupo, as vezes eu falo conjunto. Eu não vou ensinar para eles, olha este conceito é de conjunto, é um conjunto.

P - Olha, aqui está dizendo (lê a atividade)

M - Ou grupo, as vezes eu posso até falar grupo ou conjunto. Eu não trabalho com esta palavra conjunto para ela aprender o que..., você entende?

P - Porque isto quer desenvolver a idéia de conjunto.

M - Conjunto ou grupo é a mesma coisa. Para mim grupo e conjunto é a mesma coisa.

P - Porque aqui está querendo que ela saiba o que é elemento, o que é conjunto...

M - Elemento, é claro

P - Ela quer que domine estes

M - Elemento é uma palavra que se fala a toda hora, né? Quantos elementos tem neste grupo ou..., né.

P - (leitura de outra atividade: dado)

M - Este aí é daquele tipo de jogo que nós brincamos de contagem das.. É, eu acho importante.

P - Acha importante. (leitura de outra atividade: barrinha marrom). Entendeu?

M - Tá, eu vou pegar uma de três e uma de dois para juntar.

P - É . Eu vou ter que com aqueles cinco achar outras duas que compõe aquele elemento. (continua lendo a mesma atividade). Entendeu? Então eu pego aquela e tento trocar por outras que valem aquela mesma, entendeu? Isto é importante para aprender número.

M - Isto aqui é um tipo de adição, né? Porque ele vai ter que somar, ele vai ter que contar.

P - Com o elemento cinco, também é o dois e o três. O cinco é o um, mais o dois, mais o dois. esta idéia é importante? Esta idéia de desenvolver, que o cinco pode ser...

M - É adição e uma hora ele vai ter que aprender isto aí. Eu não sei o momento certo.

P - Sem entender a operação adição, tá? Você vai ter um objetivo quando você quiser, mas para ensinar número, é importante entender que o cinco pode ser o dois mais o dois mais o um, que o cinco pode ser  $1 + 1 + 1 + 1 + 1$ ?

M - Para aprender número eu acho que não.

P - Para número não?

M - Não, porque senão ele vai ficar sobrecarregado do conceito que ele vai ter que aprender. Ou só se for na adição, quando ele estiver aprendendo adição e ele já souber os números aí pode porque vai ser uma maneira fácil de...

P - Vamos falar assim os números de uma maneira geral. Para eles entenderem números não é importante eles entenderem isto?

M - Para entender os números?

P - Pense os números.

M - Os números todos? Bom, se for de maneira geral aí é importante.

P - Quando você fala números é para entender que o cinco tem determinada quantidade, mas para entender os números, a sequência numérica. Isto é importante? Fala o que você está pensando Marisa.

M - A sequência numérica?

P - É?

M - Não.

P - Não, né? (leitura de outra atividade: assinalar conjuntos)

M - Não acho importante, não. Não acho porque é repetitivo, cansativo. Ter que ser sequência, tem que trabalhar com coisa concreta. Isto não é uma coisa concreta.

P - Em algum momento isto é importante?

M - Não.

P - Nem depois que ele já saiba concretamente?

M - Se ele for trabalhado concretamente, não vai precisar trabalhar assim. Dá para trabalhar este tipo de coisa no concreto.

P - Tá e depois vai ter uma momento que ele vai ter que fazer o número e daí.

M - Fazer, mas não desta maneira de repetição de número. Isto aí fica cansativo. Você pode até mandar ele desenhar: desenhe três objetos ou três tampinhas ou...desenhe e coloque o número. A criança vai colocar...

P - Tá

M - Isto aí eu acho errado.

P - Esta aqui é a mesmo problema (mostra outra)

M - É a mesma coisa.

P - E esta aqui?

M - Este é coordenação motora. E o motor está em qualquer desenho que a criança desenhe.

P - É importante para a criança desenvolver número.

M - Não, não é importante.

P - Não ajuda?

M - Não ajuda.

P - Agora, só teria mais uma pergunta: O que você acha que é importante a criança aprender? O que você está desenvolvendo na hora que você está ensinando matemática? Que valores a criança está aprendendo quando ensina matemática? Não especificamente número.

M - Quantidade... É isto que você quer saber.

P - Não, não é assim. Assim, valores para a vida.

M - Valores para a vida?

P - Não só em relação à matemática. Que valores você acha que é importante a criança adquirir ?

M - No dia-a-dia dela, ela vai ter que usar direto os números, ou, se ela for ao supermercado, ela vai, né? Ela vai ter que.... Como que eu vou colocar?

P - Então você está ensinando matemática. Deixa eu colocar assim: você está ensinando matemática. Que que você quer, que valor que ela adquira, entendeu?, para a vida dela, sem ser conteúdo em si.

M - Sem ser o conteúdo?



P - É, ela vai aprender quantidade, vai aprender número, vai aprender adição, várias coisas, tá? Mas que valor você quer que ela adquira na hora que você estiver ensinando? O que você quer que fique com ela. (inaudível)

M - No dia-a-dia... Eu penso assim: se ela vai a um supermercado é do dia-a-dia dela mesmo. Poder desenvolver a crítica dela também. Em relação a alguma coisa que ela tenha que... Não sei como vou colocar isto. Estou confusa.

P - Você não tem claro.

M - Não tem. Não sei. É um conceito... É a vida inteira que ela vai usar isto aí.

P - Tá bom.

## ENTREVISTA COM CIBELE

P - Eu quero saber se você acha isto importante para ensinar número?(leitura da atividade proposta pela própria aluna) Você acha isto importante, ainda?

C - Eu tenho dúvida. Não digo que seja tão importante. Não sei, porque como hoje é outro momento eu não pediria para eles. No primeiro dia de aula... Tá. Numa aula de matemática dá para ver isto.

P - Em algum momento?

C - Poderia até... Não sei se pediria para desenhar a família, não? Eu acho que usaria outros recursos que eu já aprendi.

P - Tá. (continua leitura: "...os números serão passados, um por dia, ao longo de dez dias...") Esta questão: serão passados de 1 a 10, passados eu não sei se na lousa, eu não sei. Mas "passados", eu tô entendendo na lousa, que serão colocados na lousa. Ainda tá presente? Esteve presente, pode ser que agora não esteja. Esta idéia de estar passando os números de 1 a 10?

C - Eu acho... Eu fico pensando... Agora eu fico pensando assim: de uns tempos para cá eu vi outras coisas, né? Vivenciei até outras coisas. Talvez eu não saiba ainda a forma ideal.

P - Tá.

C - Tá? Para como passar. Como ensinar a criança a ter isto, mas eu não sei se usaria mais isto de passar, passar um por dia. Foi uma coisa...(risos) Você entende?

P - Tá, mas esta questão... Vamos tentar pensar que isto...

C - Antes disto eu acho que trabalharia outras coisas. Antes de passar isto.

P - Mas estaria em algum momento passando?

C - Passando número? Não, eu acho até que... Só se for a forma escrita. Eles já sabem, assim: a vivência deles, que a gente está falando do início...

P - ...do início, a gente tá falando do início.

C - ...do início da alfabetização, do início da alfabetização. Que na vida dele ele já trás este conhecimento de um, dois, três. Talvez ele não saiba como escrever isto, a parte escrita disto. Acho que até vai ter um momento que vai se fazer necessário mostrar a escrita do um, né? A representação daquela quantidade. Mas isto acho que vai ser assim durante um processo, entende? Conforme eu vou trabalhando quantidade, que ele vai entendendo, assimilando isto.

P - Tá. Porque quando você coloca isto...

C - Quando eu coloco isto assim é por exemplo, marcar para a segunda o número um marcar para terça o dois, para quarta o ... Seria uma coisa assim... Eu acho que com certeza eu já não faria desta forma assim..

P - Tá presente em muitas cabeças de professores que para você aprender número, me passa esta idéia na hora que você fala isto, que para você aprender número você tem que ver.

C - Ver o que? A escrita?

P - A escrita. Você vê e aquilo passa na sua cabeça é assim que a gente aprende número. Você vê aquilo e passa para a cabeça, você vê o três... Para muitas pessoas isto é importante. Não cabe aqui julgar se isto é errado ou certo. Mas então...você entende que é assim que a criança aprende número?

C - Não. Porque isto para mim seria assim...

P - Não é uma questão de certo ou errado, entendeu?

C - Isto.Tá. Isto para mim seria tentar fazer a pessoa, sabe? Tipo que você tem que decorar algumas coisas. Estar memorizando aquilo um monte,... vendo um monte de vezes a mesma coisa, você acaba por memorizar aquilo.

P - Aprender. Eles acham que assim você aprende, não é questão de...

C - Então, ....não, não, eu não acredito...

P - Você acha que eles não aprendem assim desta maneira.

C - Não, não. Por repetidas vezes, você está mostrando o símbolo para a criança se ela não tem um entendimento do que seja aquilo. E isto eu pude ver na minha prática por aí, que se... Embora a criança esteja vendo o símbolo, se ela não tem a noção de que vale aquele símbolo, ela não sabe dizer se aquele é menor ou maior que qualquer outro.

P - (continua lendo as atividades) E aí? Esta idéia de conjunto, esta idéia de figura, mostrar a figura?

C - Pelo que assim, eu estive trabalhando matemática isto esteve bem distante.

P - Você não fez isto.

C - Nada disto. Felizmente, eu acho.

P - Nada disto. Você já deu aula, já trabalhou com isto.

C - Já estive trabalhando com matemática e mesmo para aqueles iniciais, por exemplo, quando eu trabalhei pré-escola, eles ainda estão aprendendo, entendeu?

P - Eles estão trabalhando com esta idéia de número.

C - Eles estão assim... Então isto aí não foi nem lembrado. Nem lembrava mais que tinha escrito isto. Não vi nada disto.

P - Vamos ver algumas atividades que tem isto. Primeira atividade. Então você vai tentar responder o seguinte, talvez esta atividade pode não ser a melhor para desenvolver esta idéia, mas vamos tentar se concentrar na idéia. A idéia que esta atividade quer desenvolver é importante ou não é importante. Talvez você não faria esta atividade para desenvolver esta idéia, entendeu? Existe outro tipo de atividade, mas a idéia...

C - Então o que a gente vai avaliar é a idéia?

P - A idéia é importante para desenvolver número? Se a criança não desenvolver esta idéia, ela não terá facilidade para construir a sequência numérica ou a idéia de números. Tá? Vamos lá, a atividade é a seguinte (começa leitura: palhaço). Esta idéia..

C - ...de trabalhar quantidade?

P - É.

C - Mas, eu não sei se trabalharia deste jeito. Eu acho que vai de trabalhar a idéia: quantidade, talvez de uma outra forma, uma assim... Deste jeitão aí não. Talvez de uma forma que a criança pudesse manusear mais no concreto, pudesse tá comparando porque aí, não sei, fica meio, não muda muito de, de, de outro tipo de exercício. Eu acho assim, por exemplo se você está trabalhando quantidade com feijão, palito, milho estas coisas, então a criança está pegando, ela vai poder estar separando aqui, tá pondo ali do outro lado. Eu acho que fica mais fácil dela poder estar verificando.

P - A questão que atividade quis é, por exemplo: estar colocando uma situação problema para ela usar esta idéia. Porque ela tem um problema, ela tem de um lado uma coisa e de outro, outra. Ela vai ter que arrumar um jeito, pode até usar contagem, só que sem usar contagem, ela pode ir por outro. É isto. Tudo bem. A idéia você acha importante, mas a atividade você não faria?

C - A idéia dela estar trabalhando quantidade, dela estar percebendo onde tem mais, menos, onde tem mais, onde tem menos. A idéia de trabalhar quantidade, mas a forma é que talvez, talvez não, com certeza eu faria diferente

P - ( outra atividade: sofás). Esta idéia, você pode não trabalhar assim, mas esta idéia é importante?

C - A idéia aí é de estar trabalhando difernete, com braço, sem braço, estas coisas? Porque...

P - De tentar agrupar, né?

C - Eu acho que não.

P - Outro jeito que eu poderia falar, ele é de classificação. Você classificar um conjunto cá, outro lá.

C - Juntar os iguais aqui, outra hora lá.

P - É. De acordo com critério. Uma hora eu posso ajuntar aquilo que eu tenho: os baixinhos de um lado ou altos de outro; os que tem menos de seis anos , os que tem mais que seis anos. Posso arrumar vários critérios para organizar, classificar aquilo, depende do critério que vou usar. Posso falar: os sofás que têm três lugares de um lado e o resto de outro. Então é isto, é esta idéia. De classificação, de você ter um critério para classificar.

C - Eu não sei se isto é tão importante. Eu não tenho muito claro se esta idéia de classificação assim...

P - É importante para aprender números.

C - Número, né?

P - É importante que esta idéia se desenvolva.

C - Mas assim... pensando assim que as vezes a gente pega a idéia meio solta e fica meio, a idéia seria importante, mas eu não gosto destes sofazinhos. Deve haver uma forma mais interessante para fazer, e desenvolver estas idéias.

P - A idéia de classificação.

C - Isto, a idéia.

P - Lógico, pode utilizar com, por exemplo, com sementes.

C - Isto.

P - Com feijão,...

C - Tem um monte de situações para estar trabalhando isto.

P - Esta idéia, ele desenvolver estas noções de classificação é importante para fazer os números, entender o que é número?

C - Números?

P - Esta idéia é importante para desenvolver a idéia de número?

C - Agora eu não sei, eu não tenho bem claro se é importante porque ele vai separar igual aqui, igual ali. É, talvez eu acho que seja sim. Vieram algumas coisas agora. Eu acho importante ele ter a idéia de..., porque quando a gente vai estar falando, em outros momentos, mais adiante, quando a gente trabalha, por exemplo, fração equivalente é uma coisa bem mais assim...

P - Tá, tudo bem, mas e número? Pense não só em número assim: aprender o número dois é só desenhar o número. Pense de uma maneira geral. Saber que o um, dois. Saber que número um a quantidade de um é esta. Os números.

C - É eu acho que pode ser importante sim.

P - Eu estou querendo puxar de tua cabeça, eu não tô...

C - Sim, sim, mas eu estou querendo assim: entender esta classificação e colocar quando eu vou trabalhar. Se esta classificação trabalha assim: conjunto de coisas iguais, eu não sei, só se for para ficar contando quantos iguais tem, entende? Alguma coisa deste tipo: tenho cinco aqui e quatro ali. Para ele aprender, na hora que ele vai aprender número. Uma outra...: esta classificação, para ele aprender numeração? Eu tenho dúvida. Eu tenho dúvida se isto é importante. Eu fico pensando que é, de repente eu falo: espera aí.

P - (leitura de outra atividade: fila com crianças) Então é uma sequência, quer dizer, a fila, um sentado outro em pé; um menino, uma menina. Depois tem que organizar.... Esta é a atividade. Mas a questão é: esta idéia de que as crianças desenvolvam, de sequenciar. Qual é a regra da sequência para continuar?. Isto é importante?

C - Se é importante? Eu acho que é.

P - Desenvolver esta idéia é importante? Ou esta idéia não precisaria?

C - Eu penso que sim porque existe, por exemplo quando a gente vai aprender números, né? Eles todos tem uma... logo depois do um tem uma sequência que a gente deve, mesmo assim..., não seria só isto, talvez assim quando ele sabe ver aqui. É difícil falar disto. Eu acho que é importante aprender sequência, mas aí eu fico pensando...Sabe onde que eu tô presa na idéia de conjunto. Sabe aquilo assim, que isto lembra muito, por exemplo quando você vai falar...

P - E você não gosta?

C - Acho que não, sabe?, porque me lembra aquilo assim os três iguais: as laranjinhas ficam juntas, as maçãs ficam juntas. Sabe? É isto que eu fico associando com sequência. por isto eu tô enroscada com esta sequência. Eu fico pensando que por um lado seria bom, mas aí eu digo: peraí, eu acho que estou me contradizendo com esta idéia de estar trabalhando conjunto. Fico assim lembrando daquelas coisas que eu talvez tenha usado, tem usado muito quando eu estava aprendendo, que não eu não tinha uma relação muito boa. Embora eu tenha escrito aqui que eu achava que era uma idéia interessante, hoje eu já não...fico...

P - Então vamos tentar uma coisa assim. Como é que você aprendeu? Você lembra?

C - Conjunto?

P - Número?

C - Número? Foi escrevendo mesmo. Um, dois...Assim, não tinha nenhum desenho. Eu me lembro bem que não tinha desenho. No meu tempo tinha cartilha.

P - E esta questão (inaudível)

C - Eu acho que foi numa outra época. Eu acho que foi... Porque eu fui de 1ª a 5ª série, aí a 5ª série eu repeti. Eu não tive assim... ou mesmo pela mudança de mundo,

mudança de escola, mudança de uma monte de coisas. Eu tive muita dificuldade em tudo. Não me lembro de um professor, eu me lembro de pouquíssimas pessoas. Eu me lembro que em matemática eu tive muita dificuldade. Eu lembro que era aquele negócio de bi, biunívoco. então para mim ficou uma coisa muito má resolvida porque eu não me lembro nem o que era isto. Nos conjuntos, eu lembro que tinha uns triangulozinhos dentro dos conjuntos. Eu tinha...

P - Então foi lá na 5ª série que você foi ver isto? Esta idéia de conjunto.

C - Isto, isto. E talvez, por ter sido uma experiência ruim para mim porque eu repeti de ano e meu pai me tirou da escola. Tinha francês, português..., do resto eu não me lembro nada. O que eu mais me lembro é de matemática e desta coisa de conjunto.

P - Pertence, não-pertence; contido, não-contido.

C - Isto, isto...Eu me lembro dos sinaizinhos e me lembro do livro.

P - Lembra do livro.

C - Aquele do Osvaldo Sangiorgi, acho que é. Era um livro que tinha uma capa dura e verde e tem um monte de conjuntinhos assim.

P - Então é uma idéia que não te agrada.

C - É uma relação que ficou.

P - E por isto você acha assim, como esta idéia não funcionou com você, esta idéia não funciona, né?

C - Isto porque eu tive uma relação ruim com isto.

P - Você viu que o conceito enquanto aluna não surtiu efeito.

C - Eu acho também que é uma coisa muito assim, porque eu sempre fui, tive, fui aquela aluna que o professor elogiava até a quarta série. Eu sempre fui muito bem em todas as matérias, então eu não entendia porque eu tinha repetido de ano, porque eu tinha ido mal naquilo. O que aconteceu com tudo aquilo que eu...entende? Que eu tinha criado até a quarta-série. Eu nunca repeti nenhum ano, eu era uma aluna assim... E não era porque meu pai e minha mãe me pressionavam para ser boa aluna, porque eu gostava.

P - E ele te tirou da escola porque, Cibele?

C - Porque nós éramos em quatro e não dava mais para pagar. E ele assim, estava muito chateado porque ele tinha gastado...

P - Era escola particular?

C - Não, era escola pública. Era material, livro para todas as matérias...

P - Ah, para manter.

C - É para manter. ....e eu tinha, ainda não tinha escola no bairro que tinha. Então era ainda mais o passe de ônibus e a situação era complicada, entende? O quarto filho já tinha entrado na escola, então tinha que fazer em prestações o material. Então ele achou muito ruim eu ter desvalorizado, eu nem estava pensando em valorizar ou desvalorizar, e ele tirou eu da escola e falou assim; eu não posso...

P - Aí depois você voltou?

C - Ele disse: a partir de hoje você não vai mais estudar. Mesmo eu tendo aquela vontade, aquilo foi terrível para mim.

P - Quando você voltou depois.

C - Quando eu voltei? Eu voltei com catorze. Eu fiquei três anos fora, sem estudar: 11, 12, 13.

P - Voltou para a quinta?

C - Eu tive que voltar para quinta. Aí começar de novo, né? Mas aí eu já estava trabalhando e eu tinha este argumento favorável para poder ajudar em casa.

P - Aí você fez regularmente?

C - Aí eu fiz de quinta a oitava, fiz o colegial técnico. Parei um ano, fiz um curso universitário, terminei.

P - Fez um curso universitário? Qual?

C - Fiz. De contabilidade.

P - Ah, tá.

C - Até não foi muito bom porque os objetivos que me levaram ao curso era conseguir um emprego que ganhasse mais. Como isto não deu muito certo.... Eu gosto, embora eu goste de contabilidade, mas não é uma coisa que me dá muito prazer, muita satisfação. Então eu me lembro desta quinta série porque foi um momento marcante.

P - Eu não pensei que você tivesse aprendido na quinta série. Eu pensei que você tivesse aprendido isto na..., na primeira. Você tinha algum livro na primeira série.

C - Caminho Suave.

P - E de matemática?

C - Matemática não. O que eu tinha na primeira série você está falando?

P - É na primeira série que eu tô falando.

C - Então, conjuntos eu aprendi na quinta. Na primeira série era Caminho Suave só o que eu tinha.

P - Não era, não tinha nada de matemática?

C - Não tinha nada de matemática.

P - Então, vamos ver (começa leitura de outra atividade). É sequência de novo.

C - Eu não daria isto. Não usaria isto aqui.

P - Não usaria a atividade ou a idéia. E a idéia de sequência. A gente já entrou neste assunto.

C - Ah, sim. A idéia de sequência... Sequência, pelo que eu tenho visto quando eu vou olhar uma coisa de matemática sempre se trabalha a idéia de sequência. Então ela é importante para que o aluno aprenda. Vamos dizer assim é uma informação que vai favorecer a ele quando tá aprendendo outras coisas. Mas tem assim...

P - Mas tem o conceito. Além da informação tem o conceito. Ele tem que entender, para tentar te ajudar é o seguinte: que não é só uma informação, tem um conceito. Ele começa assim e qual que é o critério a ser utilizado para mim continuar esta sequência porque existe um critério para sequenciar. Por exemplo, eu coloco aqui um feijão, um milho e uma semente, aí eu coloco de novo um feijão, um milho e uma semente...

C - E ele vai ter que iniciar de novo...

P - Ele vai ter que perceber, vai ter que desenvolver este conceito, que existe uma critério para poder continuar. Ele tem uma idéia que tem que desenvolver. Quando acreditam nisto, acham que é importante. Esta idéia dele ter que entender, porque é uma idéia que tem de se desenvolver, porque não é assim gratuitamente .

C - Ele tem que perceber isto, né?

P - Ele tem que sacar que existe regras, que existe alguma regra ali de funcionamento para ele poder continuar. Tá certo?

C - Então, a idéia é importante para estar percebendo a sequência, mas assim deste jeito não. Porque eu acho que fica uns exercícios que a gente dá assim, não sei se poderia usar isto, mas numa, com material mesmo, com coisa mais palpável Numa folha assim..., no papel parece que fica... Ele pode até estar fazendo. Nestes gibizinhos as vezes aparece, mas sei lá. Acho que no processo de aprendizagem deles se a gente desse mais

coisas visíveis, talvez facilitasse ele estar percebendo esta sequência, por exemplo, se eu dou uma material assim de quadradinho, triângulo, sei lá, talvez fosse mais fácil dele estar visualizando, dele estar entendendo a idéia.

P - Entendi. (leitura de outra atividade) Esta idéia é importante?

C - De estar associando quantidade com número? É esta a idéia?

P - Ele pode saber que isto é cinco, mas tem várias...

C - Ou você conta várias, com vários cinco. Você está querendo que ele associe com o símbolo à quantidade?

P - A quantidade-símbolo, que aqui é quantidade não está trabalhando com símbolo, tem várias maneiras de se pensar aquela quantidade.

C - Eu acho importante isto. Não importa de que forma seja, mas vai continuar sendo cinco. Porque o que importa é que ele entenda que o cinco pode estar representado de formas diferentes.

P - Tá bom. (outra atividade: recortes de jornais, revistas) Entendeu? E esta idéia?

C - Tá trabalhando com quantidade também, né? Quando fala...

P - Com símbolo e quantidade.

C - ... e com quantidade. Eu acho que... porque se por exemplo, a gente vai trabalhar com as quantidades, né?, vai ter um momento que você vai trabalhar muito com quantidade e vai ter que ter um outro momento onde ela possa entender que aquele símbolo se alia a tal quantidade. Então eu acho que a idéia, que a idéia é uma idéia válida pois vai ter um momento que você vai ter que trabalhar quantidade. Dela estar identificando a quantidade de um, dois, tal. E vai ter que ter um momento que ela vai ter que estar juntando a escrita. Esta quantidade corresponde a quanto? A idéia é, eu considero a idéia deve ser, acho que boa.

P - (leitura de outra atividade: símbolos) Símbolos, sem ser os números. Esta idéia de estar desenvolvendo símbolos, as coisas assim.

C - Talvez este fosse assim um, antecedesse estar passando os símbolos: 1, 2,3... porque são símbolos que vão representar quantidade. Eu acho que eu poderia estar trabalhando esta idéia de símbolo antes de estar, para estarem relacionando que as quantidades podem ser mostradas através de símbolos, por exemplo: através de um telefone, de dinheiro. Para que o símbolo do número não fique assim jogada, fique assim. Porque que tem que ser, este aqui tem que ser igual a um? Para que eles compreendam que tem um símbolo para isto, que aquilo é um telefone, que aquilo é a bandeira do clube. Então eu acho assim que é importante a gente trabalhar isto de símbolo para quando a gente for trabalhar o símbolo, que os números são né?, são símbolos. Eu acho importante trabalhar símbolos. Não sei se seria este, mas assim esta questão do símbolo, né?

P - Esta é uma atividade, mas tem uma idéia aqui... (leitura atividade dos cachorros) Esta idéia da criança perceber que tem mais bichos que cachorros, que nem sempre é fácil para ela perceber isto, desenvolver esta idéia de, que ela perceba que em uma determinada coleção tem mais bicho que cachorro?

C - A idéia quando se quer trabalhar isto, é que ela perceba o total. Independente de ser coisas diferentes. É uma idéia importante a gente trabalhar com a criança, para a gente tá trabalhando, a idéia da gente tá....

( inaudível)

P - Que dentro de bicho tem cachorro e ganto, entendeu? Dentro de nove tem cinco e quatro. Esta idéia é importante?

C - Eu acho que é importante sim a idéia de que uma hora a gente pode estar pedindo um total. Eu quero saber tudo o que tem e também poder especificar que eu tô querendo saber isto ou aquilo. Que eu quero que ela diga por exemplo: tem dez amarelos, cinco verdes, que são cores diferentes, mas que ela pode estar vendo o conjunto. O conjunto?. Número total de objetos que ela tem ali.

P - Tá. (mostra outra atividade) Tá? Para entender esta idéia de conjunto, tá? (leitura da atividade) Ele propõe na primeira série a idéia de conjunto. O que que está presente? A idéia de que para aprender número tem que saber conjunto certo? É isto que você vê. Se está isto na sua cabeça, se é importante? (leitura da atividade)

C - Eu tava pensando aqui agora que isto,... que este que você me mostrou anterior, que nem dos bichos, tem em filme e a gente viu filmes de bichinhos.

P - Ah, é?

C - Eu achei assim, tão...

P - Bobo.

C - Bobinho.

P - Por que o bobo?

C - É muito bobinho. Eu não sei, eu acho assim que a gente às vezes estabelece algumas coisas para a criança e a gente despreza um pouco porque ela pode estar fazendo a criação de forma... eu não sei. Não é preciso mostrar cinco gatinhos, cinco cachorrinhos.

P - Podia ser com outros materiais. Mas eu quero saber da idéia. Então você achou o filme bobo por causa da idéia que ele estava desenvolvendo ou por causa da maneira como abordava determinada idéia?

C - Né? Porque você veja.

P - Não é um filme de adição e subtração que vocês viram?

C - Era um filme de adição e subtração, também.

P - Tem que ver que a questão é assim: a maneira banalizada com que trabalhava o filme. Porque alguém já me contou. Eu não sei se foi você ou outra pessoa, mas é um pouco banal, fantasiosa...

C - É três coelhinhos pulam para cá, quatro coelhinhos pulam. Aí tem cinco gatinhos e quatro cachorrinhos, o total de bichos. Entende? É exatamente isto que está aqui.

P - Tem mais idéia. Tem uma idéia que é a seguinte: isto mais isto dá um total de isto. Tá? Mas o inverso, a idéia diferente, por exemplo: nisto, no total ou nisto, no conjunto, no todo estão presentes os cinco, estão presentes os seis. É o contrário. Entendeu? Isto é isto mais isto, mais isto. E no catorze estão presente o sete....

C - Talvez seja isto, o jeito foi bom, a idéia...

P - Já sei. Você está incomodada com os bichinhos.

C - A idéia não vai ser..., a criança é bobinha, você entende? Não adianta você ficar mostrando gatinho, cachorrinho para ter uma relação, para ter esta idéia.

P - Entendi. Então quer dizer: Você não gosta. Não é assim que deva ser tratada estas crianças?

C - É. Eu estou pensando nisto, você entende? Porque mesmo a criança de pré-escola. Sabe? Estar mostrando isto desta forma. por isso que eu acho isto... Porque parece que é uma coisa. Eu acho que pode existir coisa mais interessante para a gente, para eles verem isto.

P - E você acha muito bobo isto.



C - Eu acho bobinha. A gente vê assim, tem umas relações com umas crianças e elas, você prepara um jogo, e ela vem: que coisa chata. Você percebe que não está atraindo. Porque as vezes a gente desvaloriza um pouquinho o nível de coisas que distrai a criança, do lúdico, daquela coisa dela assim, entende? A gente fica achando que ela vai gostar disto, que vai ser o máximo e a gente percebe que podia ter dado uma coisa mais complicadinha, que pô! Dêla estar descobrindo, isto...

P - Então tá. E dos conjuntos (continua lendo a atividade) Tentar desenvolver a idéia de conjunto.

C - Eu fico assim me questionando para que serve o conjunto? Para estar desenvolvendo... porque se eu estou trabalhando matemática, vamos dizer assim, eu tô querendo trabalhar... tem a ver com raciocínio da criança, que ele consiga estabelecer assim... relações, né? Aprende uma coisa hoje, que vai relacionar com outra coisa, vai relacionar com o que já aprendeu. Eu fico assim: agrupar coisas iguais, dêla estar entendendo o todo. Porque aqui: o conjunto mostra, mostra coisas iguais dentro de coisas diferentes, né? Então eu fico pensando que eu não entendo muito qual é o objetivo de trabalhar conjunto.

P - Qual a razão de trabalhar conjunto.

C - É. O que que ele vai, em que que ele vai ajudar. Entende? Se ele tem uma função importante pros meus objetivos, quando eu vou trabalhar matemática?

P - Entendi. Você acha, você não vê como ...

C - Talvez, talvez eu precise me informar mais para saber,... O que eu conheço.

P - Eu entendo. Se não está na tua cabeça tudo bem. Pode ser que você mude de idéia... Mas hoje você não consegue ver a importância disto. Você não consegue entender porque que conjunto é importante.

C - É desta forma, como, como é trabalhada. Porque desta forma é como eu aprendi a tanto tempo. Será que a gente precisa ainda ficar circulando coisinhas iguais aqui, coisinhas iguais ali. A minha dúvida é a seguinte: se ele tem uma importância, não seria esta forma, esta forma é assim muito... Será que não tem outro jeito? Se eu descobrir..., se eu descobrir que ele é realmente importante para um processo de aprendizagem, será que não existe outra forma do que ficar desenhando coisinhas iguais, ou as cores iguais, os meninos que estão vestidos, ou... Eu não sei. É isto mesmo..., como eu digo para você, as vezes eu fico achando que eu não conheço bem aquilo por isto, a gente falou aqui atrás de classificação, né? Eu fico pensando, talvez eu não tô entendendo bem a função disto, ou não tô valorizando tanto quanto devia. O conceito que eu tenho disto ainda é com relação as vivências minhas que não foram boas, então mas talvez tenha função importante, né?, no processo. Os conjuntos eu fico pensando: se eles tem uma função importante então tem que arranjar outro jeito porque este eu acho assim meio, ... não sei, você fica repetindo isto para a criança. Primeiro é dado o desenhinho já pronto. Só se tiver um jeito da gente trabalhar isto de uma outra forma. Assim destas atividades prontinha bonitinha para a criança circular lá qual, sabe?. Não gosto muito da cara deste jeito de trabalhar conjunto, deste jeito assim: circular três casinhas iguais, circule.. não sei... deve estar.... Leva no dia-a-dia para trabalhar, se eu chegar a conclusão que é importante a idéia de conjunto, deve ter outro jeito de trabalhar.

P - Certo. (leitura de atividade sobre ligar conjuntos) Elementos que pertencem e elementos que não pertencem a um conjunto...(continua lendo). Isto é um

pouco do que você falou da correspondência biunívoca, né? E aí você queria colocar mais alguma coisa? Porque você já falou bastante.

C - É, conforme você foi falando conjunto mais, conjunto menos, também dá a impressão, que também nem sei se é o objetivo onde tem mais e menos, né? Eu penso que talvez a gente possa trabalhar estas idéias no momento. Se a função do conjunto ficar mais restrita a isto, então a gente possa estar trabalhando de outro jeito.

P - Você queria falar mais alguma coisa? Para mim...

C - Eu acho que...

P - Tá. ( leitura de outra atividade: dado)

C - Gostei desta...

P - Mas e esta idéia: de você ter semente, pauzinho e o dado, colocando qual número certo de acordo com o dado. Esta idéia você acha importante?

C - Eu acho bom. E depois que eu, depois assim que eu descobri estes tipos de atividades que pode fazer, eu vi que ficou interessante. Eu acho que a gente tinha os métodos, assim muito chatos, sem sentido. Eu acho que jogo é uma coisa que eles gostam. E qual a diferença em levar para a classe o número onde eles vão estar brincando, né?, numa relação onde eles vão estar trabalhando quantidade e números, eles vão estar com os dadinhos lá... Porque contar, saber que existe o seis, até mais que o seis, eles entram para a escola já sabendo. Tem criança que conta até..., sabe?, o pai e mãe, o ambiente favorece que eles já saibam contar, então eles já sabem, esta sequência.

P - Por falar nisto, o seu pai e a mãe... Você já sabia número antes de entrar na escola?

C - Não

P - Se seu pai e sua mãe te ajudou?

C - Não, eu acho que até entrar para a escola eu não tive. Eu gostava... Eu tenho uma coisa interessante, por exemplo: minha família era católica e as crianças tinham que fazer um teste para fazer primeira comunhão. Então era uma série de questões com respostas, tá? E eu tinha muita vontade de fazer e como a família inteira era católica, a família inteira participa assim... Eles queriam assim... que eu fizesse antes da idade que todo mundo costumava fazer. Fazer com seis anos era uma glória para eles. E eu não sabia ler. Não havia pré escola, nada disso, né? e eu consegui decorar isto: questões e respostas, né? Mas eu acho que pela vontade que eu tinha de aprender a ler, mas não... Porque eu não sabia nenhuma palavra, né? Nadinha quando eu entrei para a primeira série. Então meu pai e minha mãe, talvez pela pouca escolaridade que eles tiveram, não era muito deste estímulo.

P - Tá, entendi. (leitura da atividade da barrinha de cousinaire) Esta idéia é importante para a criança desenvolver?

C - É eu acho que é importante a idéia porque ela vai estar assim trabalhando com quantidade que ela vai procurar tamanho igual, mesmo que tenha quantidades diferentes.

P - Não, ela vai procurar a mesma quantidade, por exemplo cinco vai ser composto por dois e por três. É mesma quantidade só que de forma diferente. É diferente: cinco monta junto; dois e três; um e um e um...

C - Mas eu acho importante eles estarem percebendo esta coisa.

P - Que cinco. Lembra aquela atividade dos palitos?...

C - Esta coisa...

P - ...É um pouco aquilo. Que o cinco pode ser o dois e o três juntos, ...

C - Ou o um e o quatro.

P - ...é esta idéia. É importante desenvolver esta idéia que o cinco pode ser assim, assim, assim...

C - É importante. Eu acho que é importante sim. Números diferentes mas que vai permanecer o mesmo número, assim: o cinco...

P - É dois e três

C - É o cinco. Só que vai permanecer de formas diferentes, entendeu?

P - Esta atividade: assinale o conjunto que tem um elemento, tá? (explica atividade) E aí, Cibele? Tá, tem esta questão do conjunto que você falou, mas...

C - É assim.... É importante a escrita, é importante o momento que a criança vai aprender a escrita. Pode ser que ela já conheça de falar: um,dois, três. Mas muitas vezes, ela não sabe escrever. eu fico assim, esta repetição assim

P - Você teve que repetir muito.

C - Tinha que repetir independente de ter aprendido ou não.

P - Mas você tinha que fazer muito?

C - Tinha que fazer folhas, né? Tinha que fazer de lição para casa era...

P - Tem gente que acredita que você repetindo, você aprende.. E esta idéia?

C - É esta idéia de repetir. Bem, parece que a criança já é meio devagar para ficar fazendo tanta coisa, tantas vezes. Mas eu acho que você poderia, minha idéia é assim: penso que você podia colocar em número, mas eu já fico meio em dúvida se eles precisam colocar assim em uma folha, ficar passando por cima de coisa pontilhada. Que para ele poder memorizar. Eu fico assim em dúvida.E quando eu fico em dúvida, fico pensando: como eu faria? Como eu não faria eu sei. E eu fico pensando em uma maneira melhor em passar esta escrita que é importaten, mas com certeza não seria passar pontilhado. Não sei...

P - Esta atividade (mostra uma...) tem alguma importância?

C - Não, não. Esta aqui não é aquela que tem objetivo de ficar fina, grossa, de coordenação? Sobe, desce, onda vai?

P - É tem este objetivo. Mas isto é importatne para aprender número?

C - Não, num... Acho que tem outras atividades para desenvolver com mais prática...

P - Para desenvolver coordenação?

C - Sim, para desenvolver coordenação. Porque dizem que a criança que não desenvolve coordenação com lápis vai ter dificuldade para poder escrever. Por isto que desenvolve a coordenação com lápis, né?

P - Sei. É.

C - Mas isto é repetitivo. Eu acho que é importante você trabalhar estes movimentos, mas com...

P - E para aprender número?

C - Para aprender número? Ah, não. Nem para a escrita não. Num dá para...

P - Tá. então tá. A última pergunta que eu faço é a seguinte: que valores que você queria desenvolver, que os crianças adquirissem depois de você estar ensinando? Que valores para a vida dela futura, para o ensino da matemática mesmo..., não conteúdo porque elas aprendem outras coisas assim: que valores que você gostaria que elas aprendessem para vida dela?

C - Olha: uma coisa em matemática gostaria muito é tirar da criança essa coisa assim só de falar a palavra matemática amedronta. Parece que vem uma coisa que só os inteligentes podem estar indo bem nesta matéria. Então seria uma coisa assim: eu gostaria de trabalhar com as minhas crianças que não é assim. Ir trabalhando ao longo deste

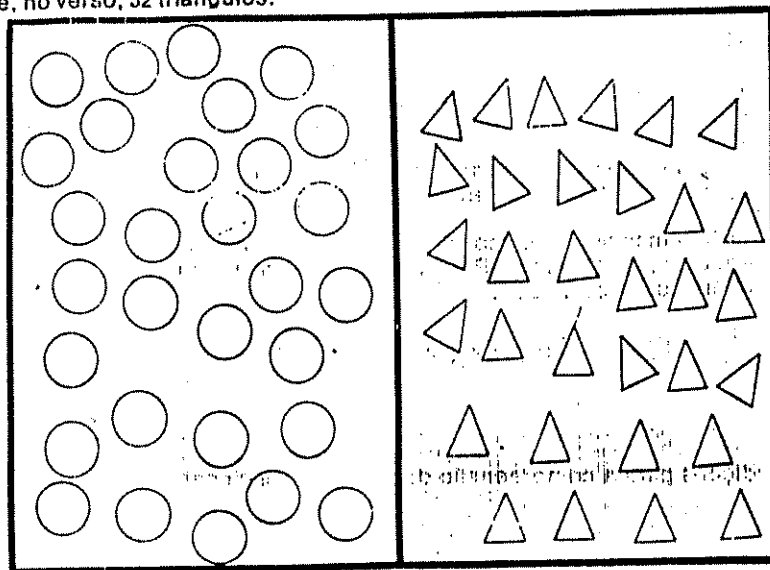
processo e desenvolver nela uma segurança que ela pode estar compreendendo os raciocínios, poder estar desenvolvendo a capacidade. Porque todos podem estar. Porque a matemática já faz parte da vida. Eles já vivem esta coisa da matemática, só que eles não tem ainda como... Então esta assim tirando esta coisa da matemática, que não vão conseguir, que são mais burrinhos, entende? Eu tô vendo isto quando trabalho. Aquele ali não vai mesmo. Mas toda criança pode se desenvolver, se propor um trabalho assim a longo prazo e estar desenvolvendo, de ela poder desenvolver o raciocínio. De ela entender as situações da matemática, de tirar esta coisa, de estar desenvolvendo. As vezes se complica tanto, e... toda criança pode estar aprendendo. Depende do jeito que a gente se propõe a trabalhar. Porque as vezes até parece que é uma coisa externa e não tem nada, que ela não vai usar aquela coisa, que ela não vai usar... Mas se você estiver trazendo estas coisas, e ela está fazendo estas relações, que ela também usa isto na vida dela. Aquilo que ela pode compreender com uma proposta de atividade, ela pode estar relacionando com as coisas que ela já vive. Para ela não ter esta coisa de que matemática é uma coisa a parte. Acho que é isto que gostaria de estar desenvolvendo com as minhas crianças em matemática para ela estar perdendo esta idéia de coisa chata na matemática, porque é esta idéia que a gente tem, né? É uma coisa que realmente só um grupo mais privilegiado é capaz... É isto que acabam passando. Então eu só vou... Matemática para mim era importante para tirar nota para passar porque tinha uma coisa que eu não tinha que entender. Talvez a gente não se envolvesse com a questão. Eu não vou usar na minha vida. Onde eu vou usar esta mesma coisa que eu coloquei. Ninguém entendia porque daquilo. Ninguém tinha idéia de que aquilo era uma coisa onde você ia desenvolver o seu raciocínio como um processo geral, mas e aí? Onde eu vou usar aquilo. Então é uma coisa muito externa. Eu tenho que passar, eu tenho que ter nota, mas aprender mesmo fica... E isto eu gostaria que ficasse mais claro um dia. Que se mudasse esta visão...

P - Então é isto.

# ANEXO 2

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folhas dos tipos H<sub>1</sub> e H<sub>2</sub> (frente e verso) para cada aluno (modelo no apêndice do livro).

**DESENVOLVIMENTO:** Dê a cada criança uma folha de papel sulfite, onde estão desenhados, de um lado, 30 círculos e, no verso, 32 triângulos.



Peça aos alunos para desenharem, em cada círculo, a cara de um "palhaço".

Agora, diga à classe:

— "Nós vamos pintar, em cada triângulo, um "chapéu" para cada "palhaço". Mas, depois de virmos a folha, não mais poderemos desvirá-la até o final da tarefa."

Verifique se as crianças entenderam a instrução dada e pergunte-lhes:

— "Como podemos fazer para não pintar chapéus a mais ou a menos?"

Espera-se que as crianças discutam entre si. Naturalmente, elas terão dificuldades em solucionar este problema. Se nenhuma criança chegar a uma solução, sugira-lhes que coloquem um botão sobre cada "palhaço" e separem esses botões. Em seguida, virem a folha e coloquem um botão sobre cada "chapéu", para colorir apenas estes.

Ao final, pergunte-lhes o que concluíram: "Há mais "palhaços" ou "chapéus"? Justifiquem sua resposta."

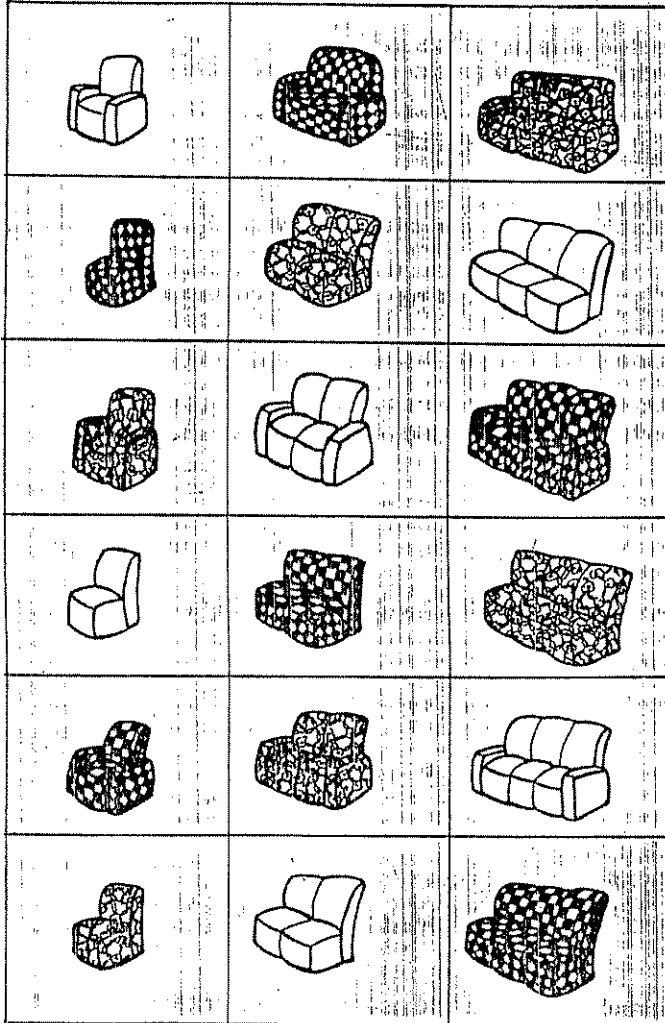
**MATERIAL:** Lápis de cor e uma folha do tipo Q para cada aluno (modelo no apêndice).

**DESENVOLVIMENTO:**

**1.ª fase:** Distribua a cada aluno uma folha do tipo Q e peça que pintem:

- de vermelho, a primeira e a segunda linhas;
- de azul, a terceira e a quarta linhas e
- de amarelo, a quinta e a sexta linhas.

Em seguida, devem recortar de maneira a obter 18 figurinhas.



Peça a cada aluno que forme um trezinho (ou uma fileira) de sofás, até quando for possível, da seguinte maneira: ele escolhe uma figurinha e a coloca sobre a carteira; a figurinha seguinte tem que ter uma só coisa parecida com a anterior e assim por diante.

Ao final, escolha pelo menos um aluno para explicar a ordem das figuras dele, de preferência aquele que conseguir deixar menos figurinhas sobrando.

**2.ª fase:** Neste momento, as crianças vão trabalhar duas a duas. A tarefa é a mesma da fase anterior, só que as crianças colocam as figurinhas alternadamente.

**3.ª fase:** Diga aos alunos que é preciso formar um mostruário da loja de móveis que possui estes sofás e que para tanto eles deverão fazer quatro mostruários.

- 1.º colocando juntos os sofás que tenham o mesmo número de lugares;
- 2.º colocando juntos os sofás que tenham o mesmo tipo de tecido;
- 3.º colocando juntos os sofás que tenham a mesma cor de tecidos;
- 4.º colocando juntos os sofás com braço ou sem braço.

Peça para cada fileira que execute um dos mostruários.

Ao final da tarefa, convide os alunos a examinarem os trabalhos dos colegas; cada um pode escolher o tipo de mostruário que mais gostou e refazer o seu, de acordo com sua escolha.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO: Disponha algumas crianças, em uma fila, do seguinte modo: um aluno ficará sentado, um em pé, um sentado, um em pé e assim por diante. Em seguida, peça às outras crianças que se coloquem na fila de modo que a mesma "arrumação" continue.

Pergunte, a seguir, para cada um:

- "Por que você está aí nessa posição?"
- "Vamos ver se está certo? O que vocês acham?"

Desta forma, você poderá corrigir os eventuais erros.

Oriente a discussão para que os alunos descubram a regra de formação da seqüência em questão.

Forme uma nova seqüência: um menino, duas meninas, um menino, duas meninas e assim por diante.

Depois de todos estarem corretamente colocados, tente fazer com que verbalizem a regra de formação da seqüência. Para tanto, é necessário que as crianças percebam qual é a menor parte da seqüência que se repete (isto é, o motivo da seqüência).

Nos exemplos dados, os motivos são respectivamente: "um aluno sentado, um em pé" e "um menino, duas meninas".

Peça a um grupo de alunos (5 ou 6 alunos) que combinem entre si uma regra (motivo) e se "arrumem" segundo esta regra. As outras crianças deverão se dispor de modo a completar a seqüência, verbalizando o motivo da mesma.

Lembrando que em algumas brincadeiras infantis existem seqüências repetitivas de gestos, você pode utilizá-las para explorar esta atividade. Por exemplo: as brincadeiras do "pirulito que bate bate", "atirei um pau no gato" e "escravos de Jó".

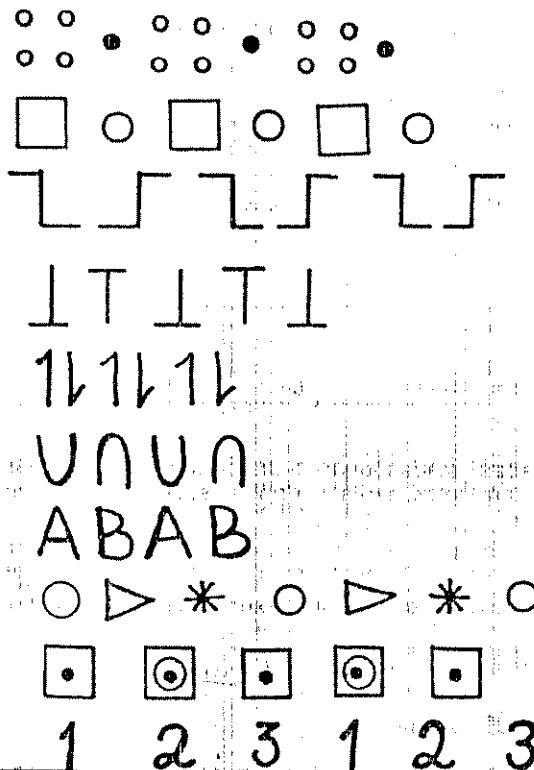
(São Paulo, 1981, p.52)

ATIVIDADE 4

MATERIAL NECESSÁRIO: Folhas de papel quadriculado, lápis e borracha.

DESENVOLVIMENTO: Dê a cada criança uma folha de papel quadriculado onde estão desenhados os primeiros elementos de algumas seqüências repetitivas. Peça às crianças para continuarem o desenho, identificando o motivo das seqüências representadas.

Por exemplo, as crianças podem trabalhar com as seguintes seqüências:

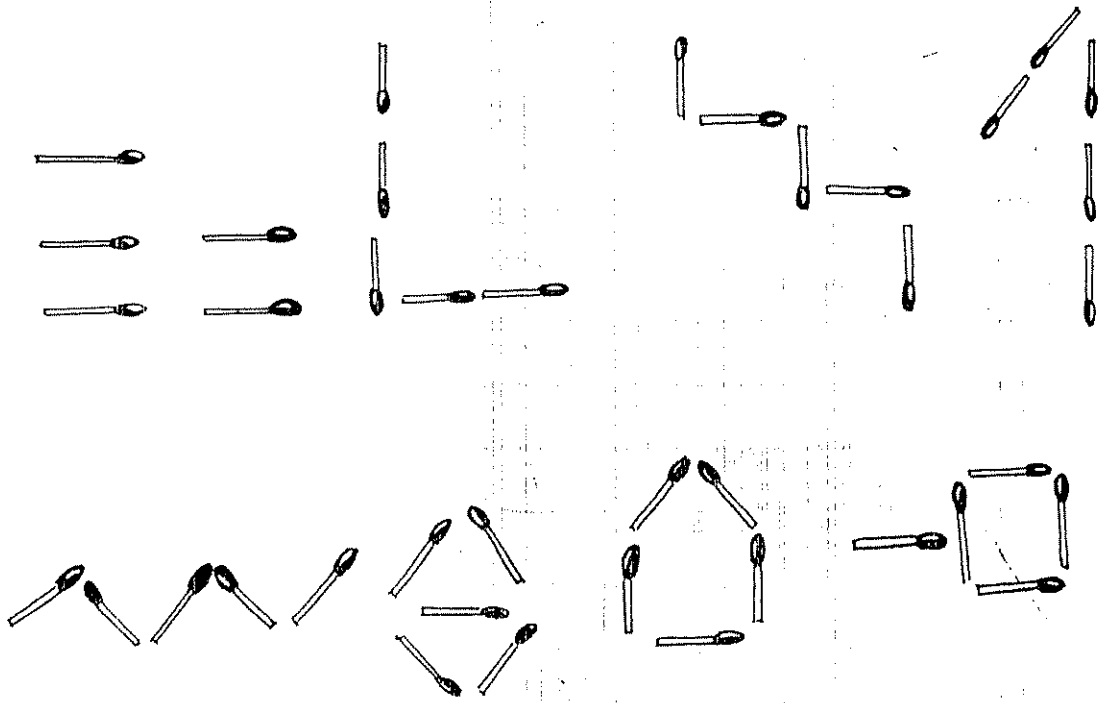


(São Paulo, 1981, p.87)



MATERIAL NECESSÁRIO: Palitos.

DESENVOLVIMENTO: Dê a cada grupo uma certa quantidade de palitos. Solicite às crianças que agrupem esses palitos de 5 em 5, por exemplo. Em seguida, peça a eles que arrumem cada grupo de palitos sobre a carteira, utilizando vários tipos de disposições. Por exemplo:



(São Paulo, 1981, p.02)

ATIVIDADE 6

MATERIAL NECESSÁRIO: Jornais, revistas, cola, tesoura, papel sulfite e barbante.

DESENVOLVIMENTO: Peça às crianças para recortarem figuras de jornais ou revistas que elas trouxeram.

Dê a cada criança duas folhas de papel sulfite e peça que colem, em cada uma das folhas, algumas das figuras que recortaram.

Em cada folha as crianças devem desenhar, em um canto, o símbolo correspondente à quantidade de figuras nela colada.

A seguir, uma criança de cada fileira irá recolher as folhas de sua fileira e misturá-las. Solicite, ainda, que ela "arrume" (classifique) essas folhas de acordo com o número de figuras coladas em cada uma, formando assim "pilhas" de papel.

Reúna todas as "pilhas", formando a "pilha do 1", "a pilha do 2" e assim por diante.

Peque cada uma dessas "pilhas" e mostre à classe as folhas que a compõem, pedindo às crianças para explicarem o critério utilizado na "arrumação". Finalmente, amarre com um barbante cada pilha de papel.

Coloque as "pilhas" sobre a sua mesa, com as figuras voltadas "para baixo" e pergunte à classe:

— "O que podemos fazer para que uma pessoa possa descobrir em qual das "pilhas" estão as folhas com 5 figuras?"

Espera algum tempo até que as crianças encontrem uma solução.

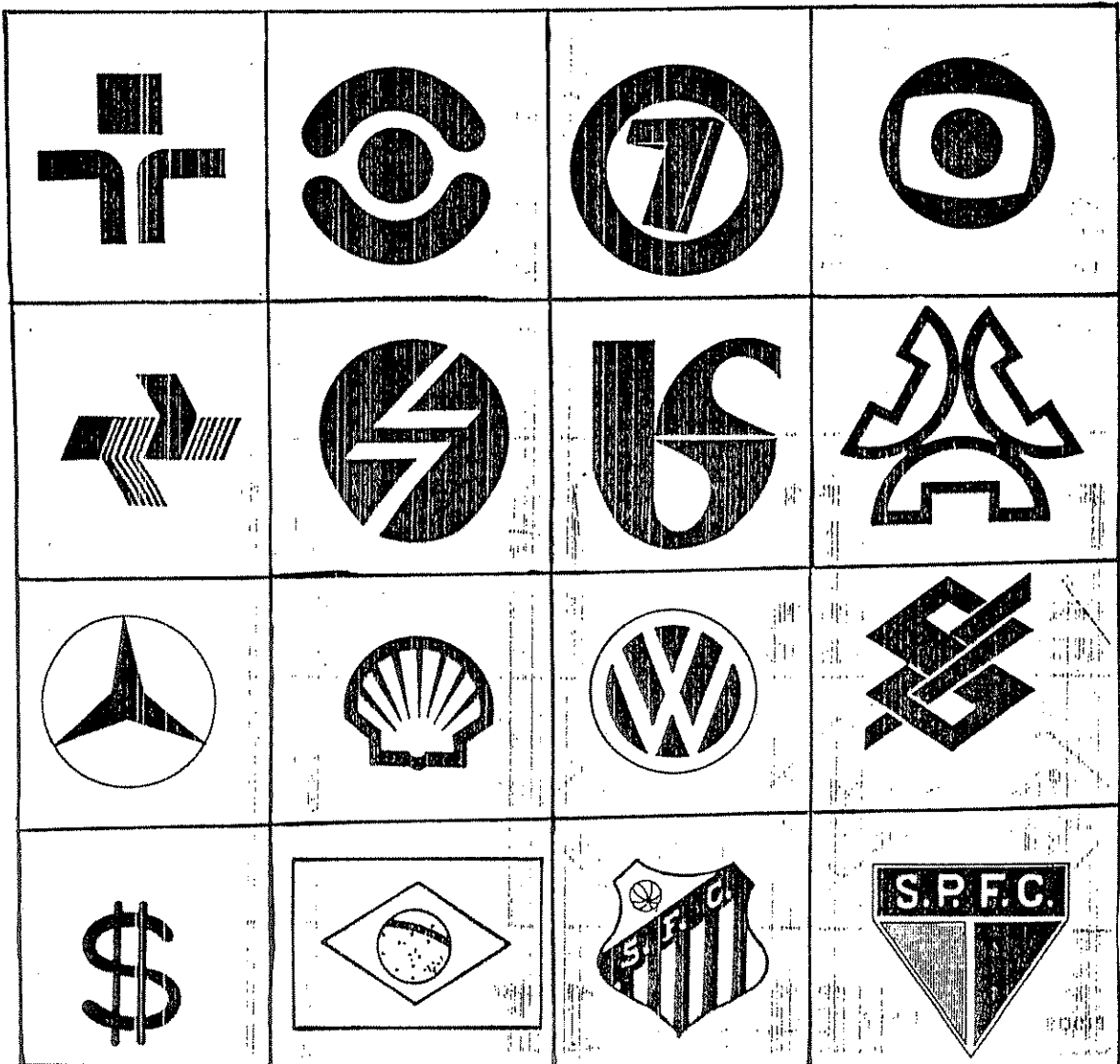
Uma solução possível é colocar, em cada pilha, uma etiqueta com o símbolo correspondente à quantidade de figuras coladas em cada uma de suas folhas.

Chame a atenção das crianças para o fato de que as pilhas têm volumes diferentes e que o número escrito nas etiquetas não depende do volume das mesmas.

(São Paulo, 1981, p.73)

MATERIAL NECESSÁRIO: 16 símbolos (modelo no apêndice).

DESENVOLVIMENTO: Divida a classe em quatro grupos. Dê a cada grupo quatro das figuras abaixo para que tentem dizer o que cada uma delas representa (significa).

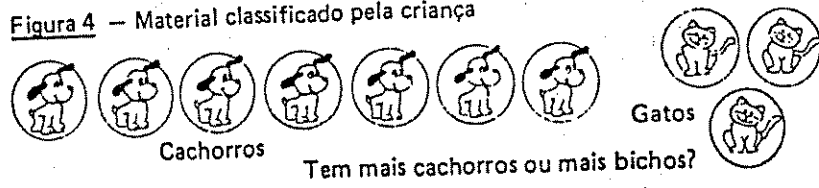


Passado algum tempo, interrompa a ação e peça a cada grupo que escolha um representante. Cada um deles irá à frente e, mostrando as figuras, explicará quais os símbolos que conhece.

Em caso de dúvidas ou desconhecimento dos símbolos, peça às crianças que perguntem a seus pais ou irmãos se eles os conhecem e contem aos colegas no dia seguinte.

## Atividade 8

Figura 4 – Material classificado pela criança



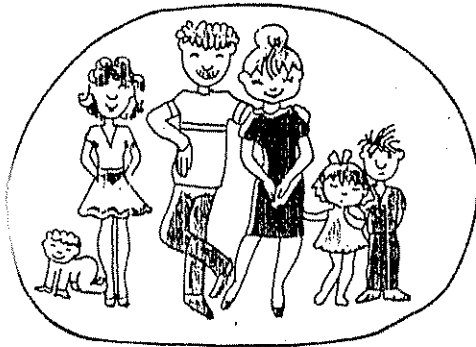
(CARRAHER et. al., 1992, p. 76)

# CONJUNTOS

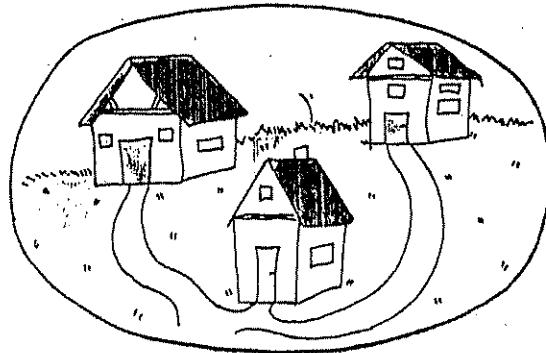
## Conjuntos e sua representação

As pessoas e as casas abaixo formam dois conjuntos.

Para representar esses conjuntos, passamos um traço ao redor das pessoas e das casas.



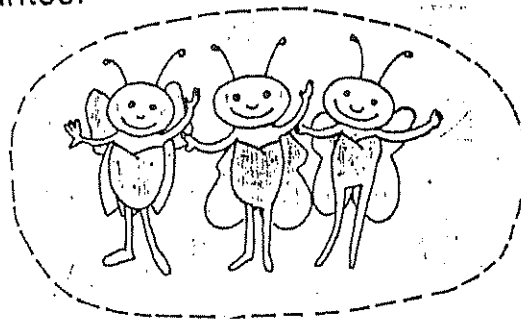
conjunto de pessoas  
de uma família



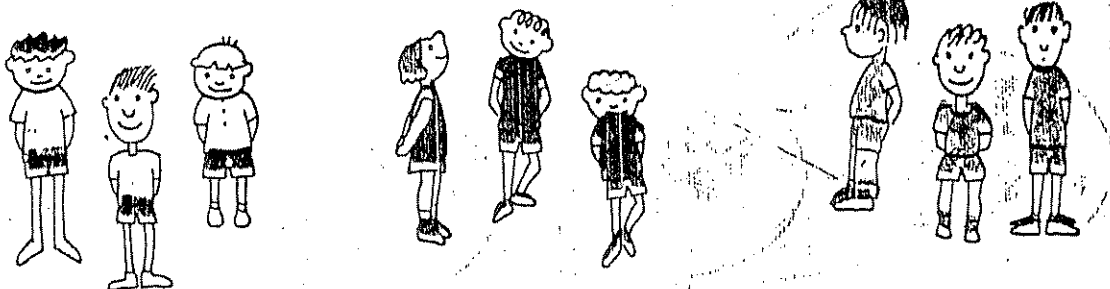
conjunto de  
casas



Cubra os pontilhados e forme conjuntos:



Faça uma linha em volta dos jogadores com camisetas da mesma cor e forme conjuntos:

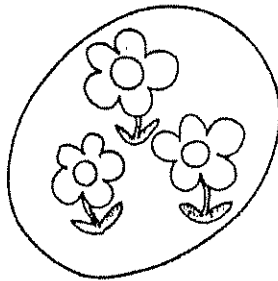


# Conjuntos e seus elementos

Abaixo você tem três conjuntos com várias coisas: flores, árvores, folhas.

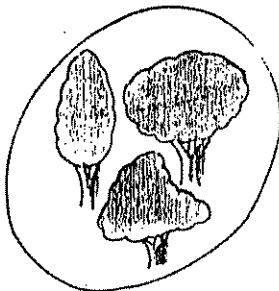
Cada coisa é um **elemento** de cada conjunto.

conjunto de  
flores



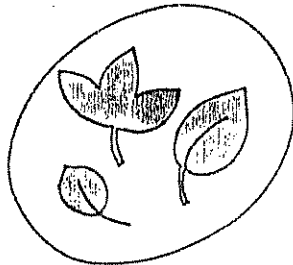
uma flor  
um elemento do conjunto

conjunto de  
árvores



uma árvore  
um elemento do conjunto

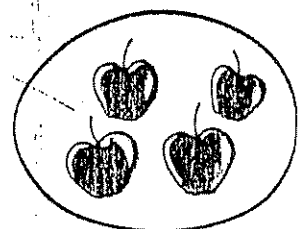
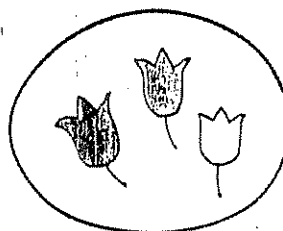
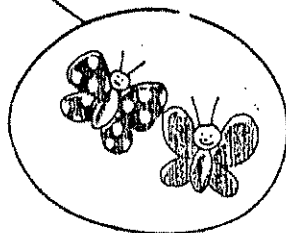
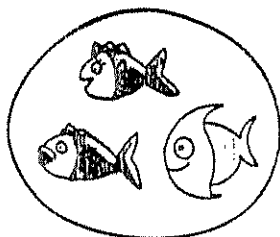
conjunto de  
folhas



uma folha  
um elemento do conjunto

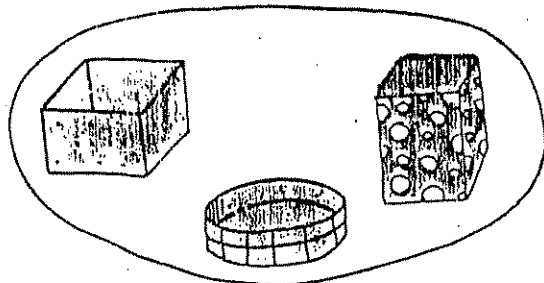
## Exercícios

Ligue cada elemento ao seu conjunto:

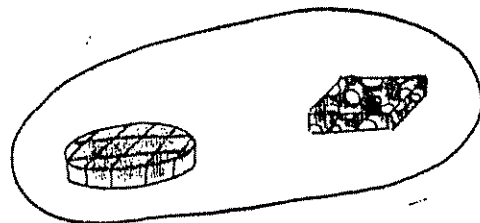


# Quantidade de elementos dos conjuntos

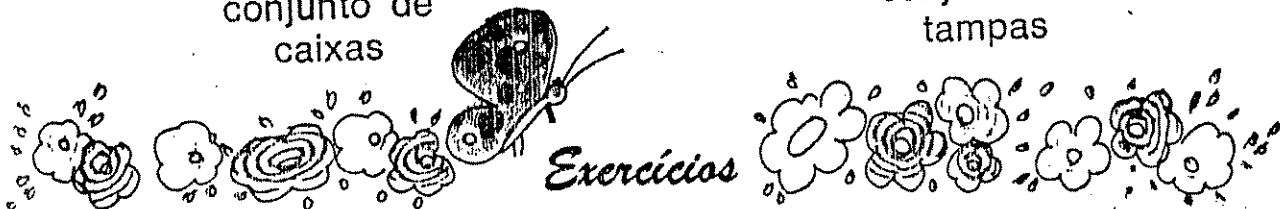
Veja os conjuntos abaixo. O conjunto de caixas tem mais elementos que o conjunto de tampas:



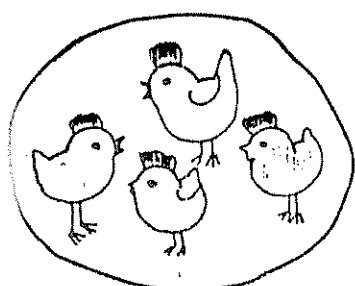
conjunto de caixas



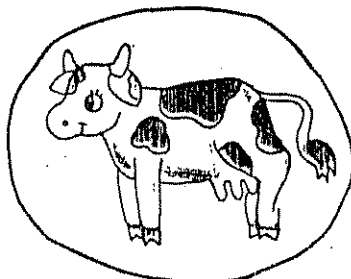
conjunto de tampas



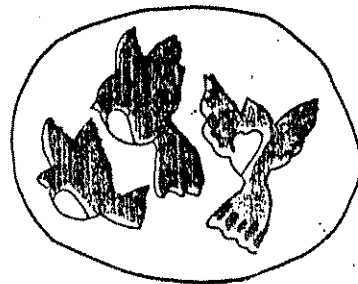
1 Assinale com um X o conjunto com mais elementos:



( )

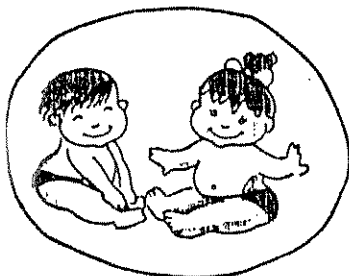


( )

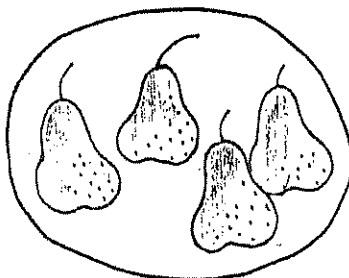


( )

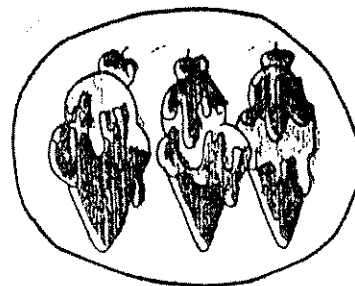
2 Assinale com um X o conjunto com menos elementos:



( )

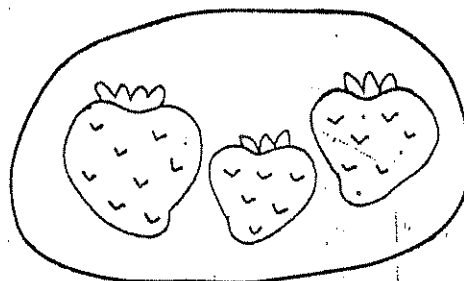
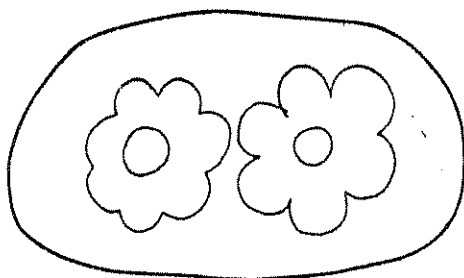


( )

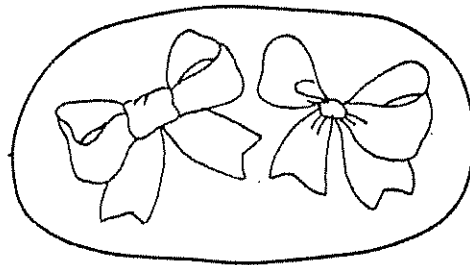
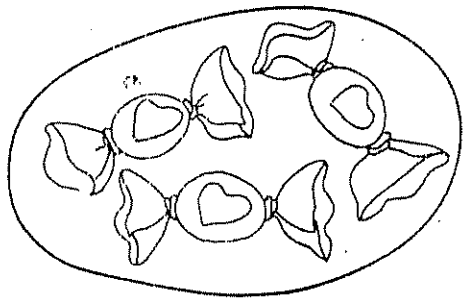


( )

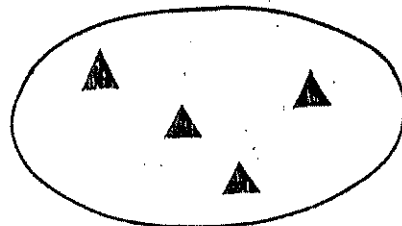
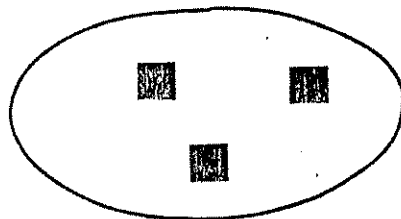
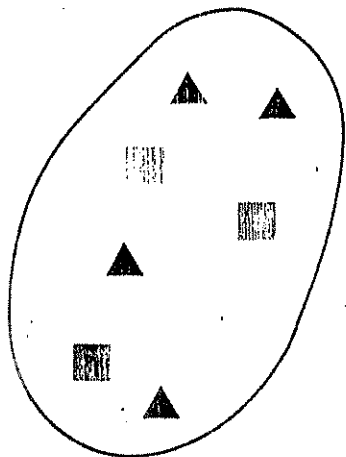
3 Pinte o conjunto com mais elementos:



○ Pinte o conjunto com menos elementos:

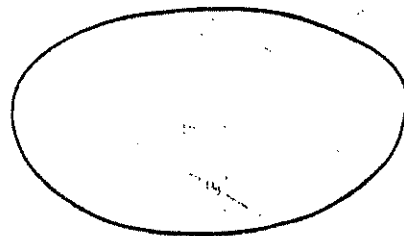
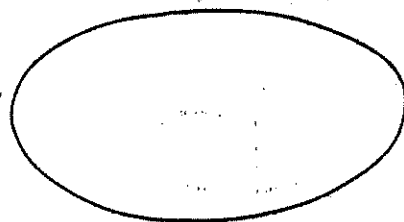
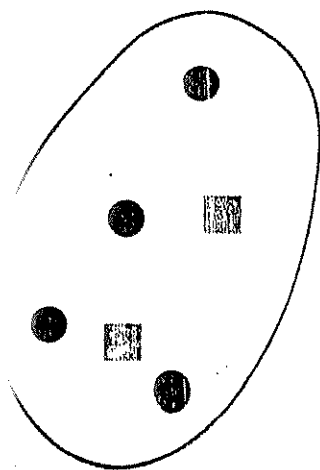


Veja: separamos os elementos do conjunto abaixo e formamos dois novos conjuntos.



O conjunto de triângulos tem mais elementos que o conjunto de quadrados.

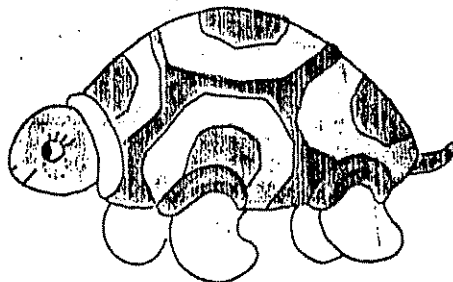
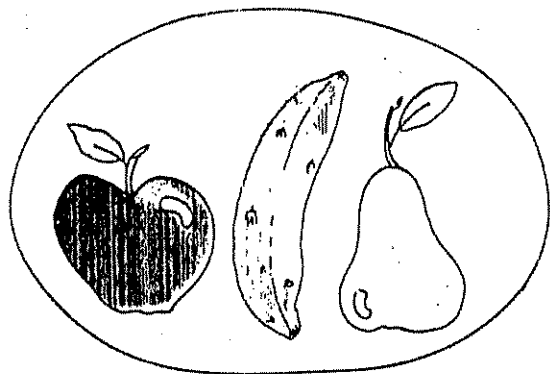
Faça o mesmo com o conjunto abaixo:



O conjunto de ..... tem mais elementos que o conjunto de .....

# Elementos que pertencem e elementos que não pertencem a um conjunto

Abaixo há um conjunto de frutas:



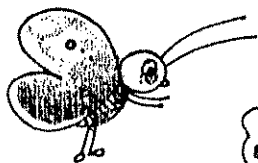
A maçã, a pêra e a banana **são elementos** do conjunto de frutas.

A maçã, a pêra e a banana **pertencem** ao conjunto de frutas.

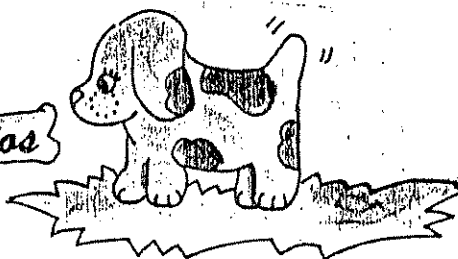
E a tartaruga pertence ao conjunto de frutas?

A tartaruga **não é um elemento** do conjunto de frutas.

A tartaruga **não pertence** ao conjunto de frutas.

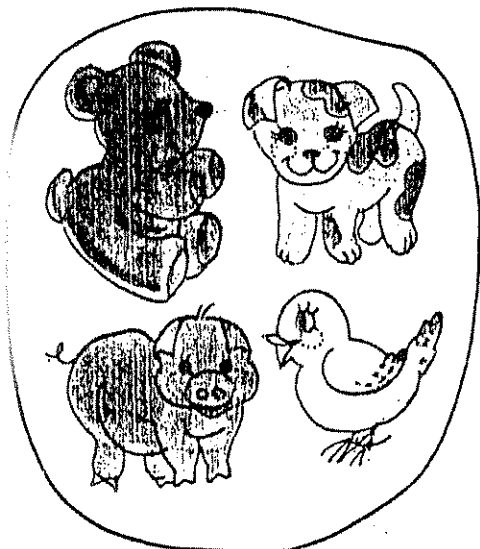


## Exercícios



Abaixo há um conjunto de animais.

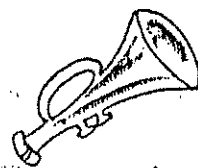
Que elementos pertencem a esse conjunto? Assinale com um X.



( )



( )



( )



( )



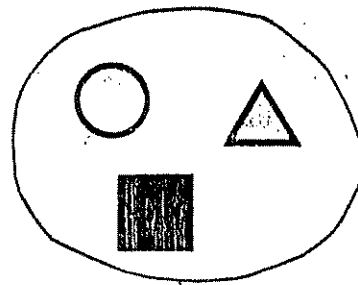
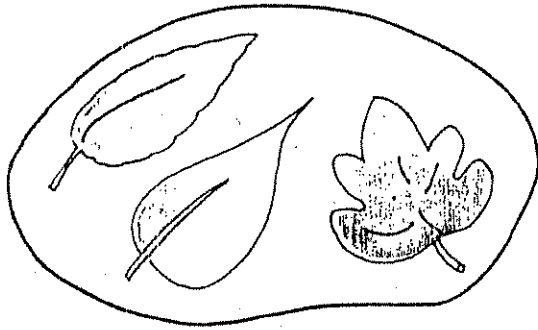
( )



( )



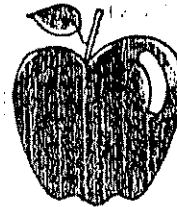
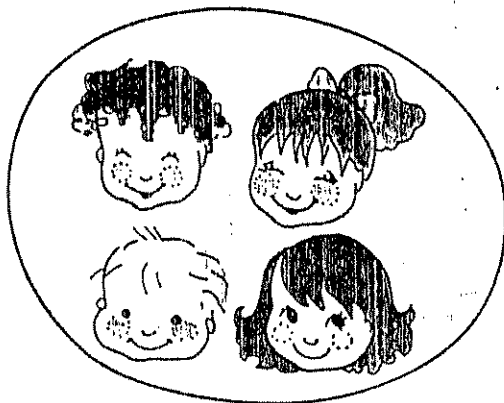
2 Ligue cada elemento ao seu conjunto:



Abaixo há dois conjuntos: um de crianças e um de brinquedos.

Assinale com um X os elementos que não pertencem:

a) ao conjunto de crianças



( )

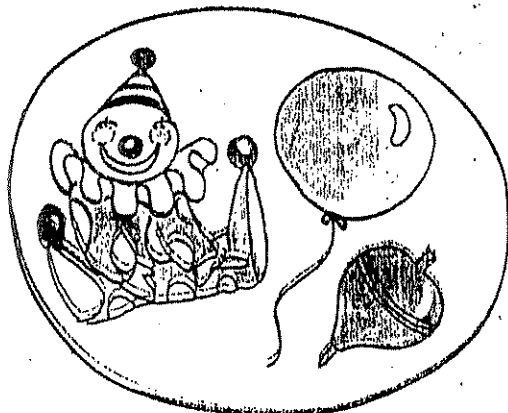
( )



( )

( )

b) ao conjunto de brinquedos



( )

( )

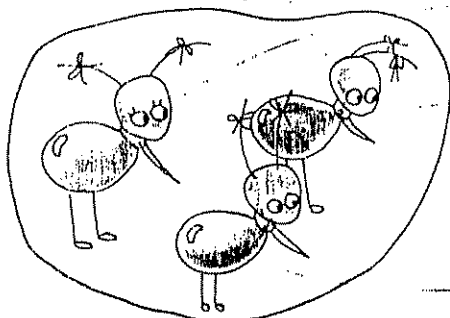


( )

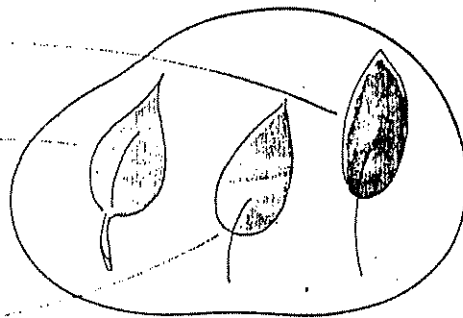
( )

# Conjuntos com a mesma quantidade de elementos

Observe os conjuntos abaixo:



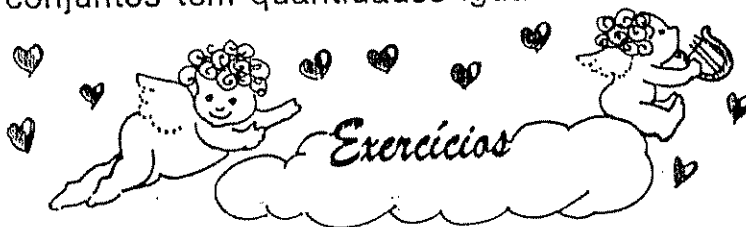
conjunto de formigas



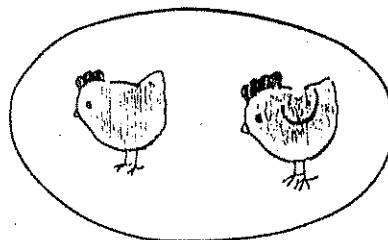
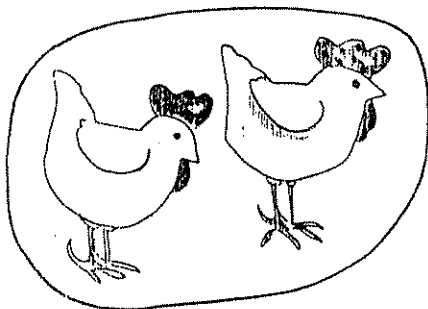
conjunto de folhas

O conjunto de formigas tem a mesma quantidade de elementos que o conjunto de folhas.

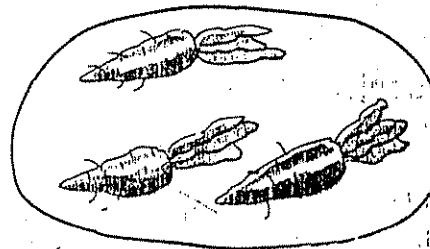
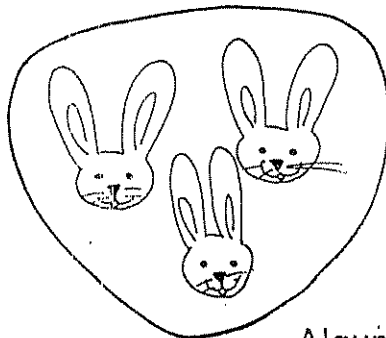
Os dois conjuntos têm quantidades iguais de elementos.



Ligue cada galinha a cada pintinho:

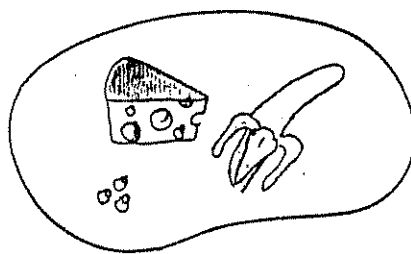
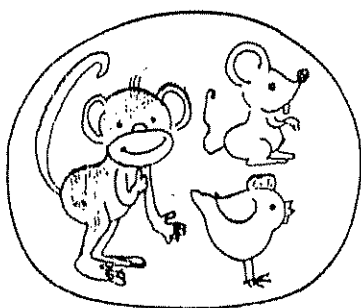


Ligue cada coelho a sua cenoura:



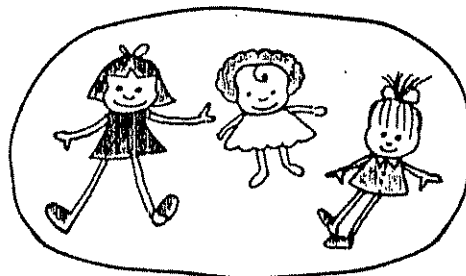
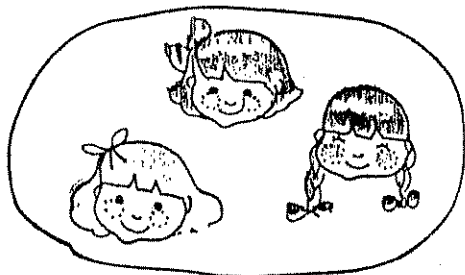
Algum coelho ficou sem cenoura?  Sim  Não

Ligue cada animal ao seu alimento:



Algum animal ficou sem alimento? ( ) Sim ( ) Não

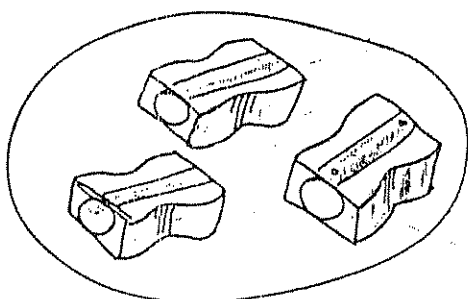
Ligue cada menina à sua boneca:



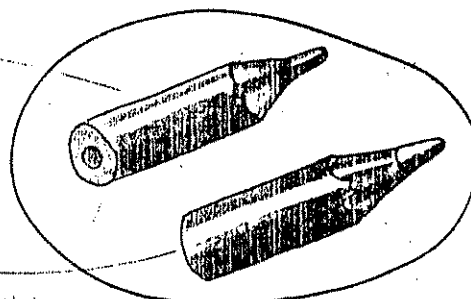
Esses conjuntos têm quantidades ..... de elementos.

Conjuntos com quantidades diferentes  
de elementos

Observe os conjuntos abaixo:



conjunto de  
apontadores

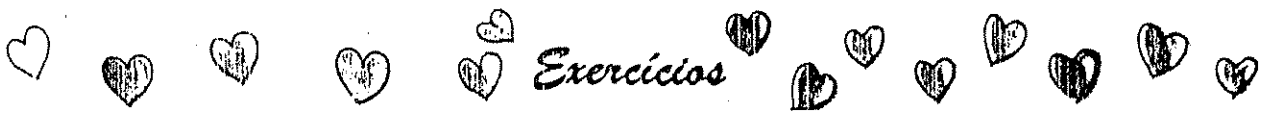


conjunto de  
lápiz

O conjunto de apontadores tem mais elementos que o conjunto de  
lápiz.

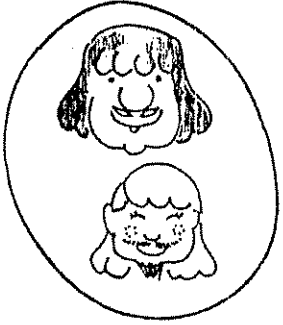
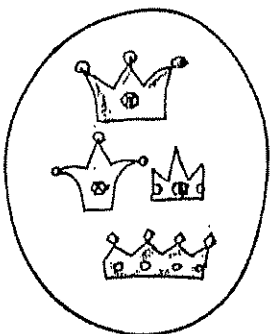
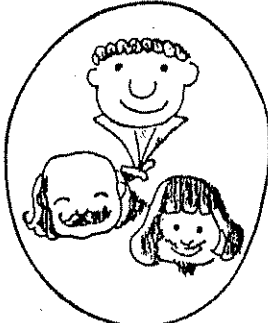
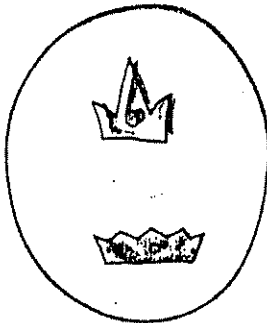
O conjunto de lápis tem menos elementos que o conjunto de apon-  
tadores.

Os dois conjuntos têm quantidades diferentes de elementos.



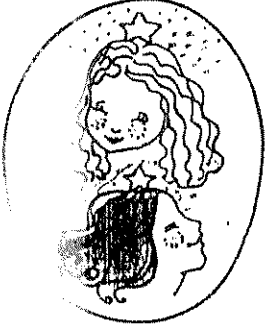
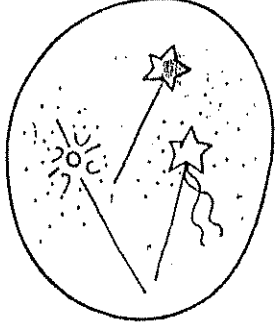

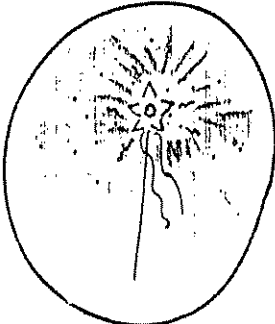
Ligue os reis às coroas.

Que conjuntos têm mais elementos? Assinale com um X.

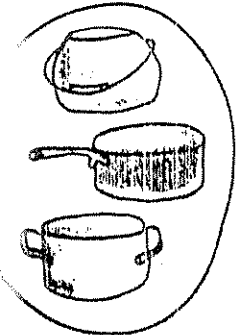
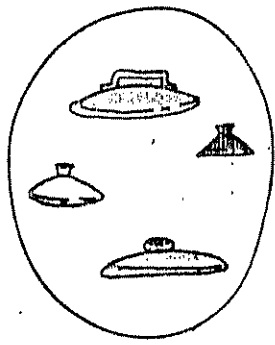
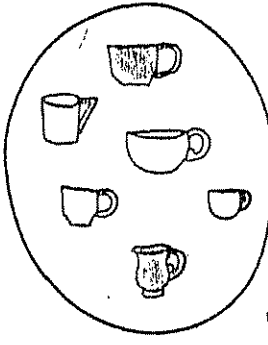
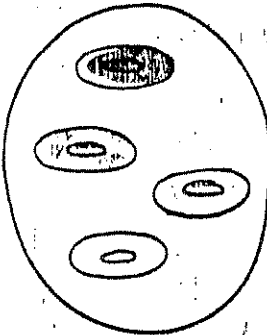
			
( )	( )	( )	( )

Ligue as fadas às varinhas.

Que conjuntos têm menos elementos? Assinale com um X.

			
( )	( )	( )	( )

Ligue as panelas às tampas e as xícaras aos pires:

			
--	---	--	---

Qual o conjunto com menos elementos? O conjunto de .....

Qual o conjunto com mais elementos? O conjunto de .....

## Atividade 10

Jôgo com o dado — O professor apresentará um dado grande. Cada aluno terá uma coleção de sementes ou pauzinhos. A medida que o dado for apresentando os números, os alunos vão colocando igual número de sementes ou pauzinhos na carteira. O professor verificará o trabalho e distribuirá pontos por acertos, no fim de determinado número de jogadas.

(SÃO PAULO, 1949, p. 65)

## Atividade 11

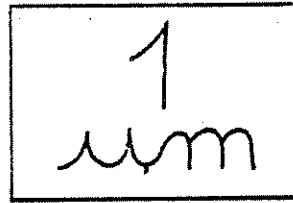
### 10.<sup>a</sup> ATIVIDADE

Cada aluno recebe uma barrinha marrom e o professor faz as seguintes solicitações:

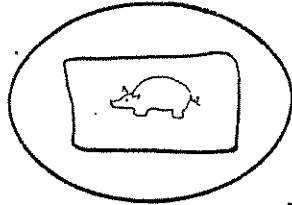
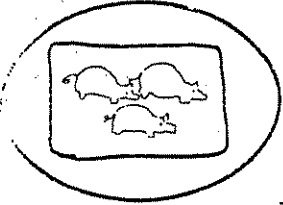
- a) troque essa barrinha por duas outras que, juntas, tenham a mesma quantidade de elementos da barrinha marrom;
- b) troque essa barrinha por 3 outras que, juntas, tenham a mesma quantidade de elementos da barrinha marrom;
- c) troque por 4, 5 e 6 barrinhas.

(MIGUEL, A. e MIORIN, M. A., 1986, p. 13)

Quantos?

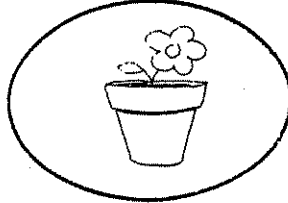
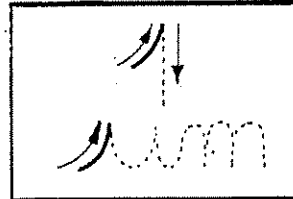


Assinale o conjunto que tem um elemento:



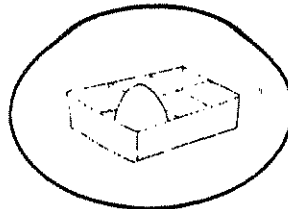
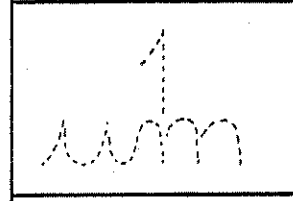
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ X



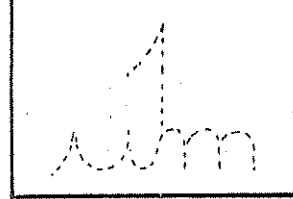
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

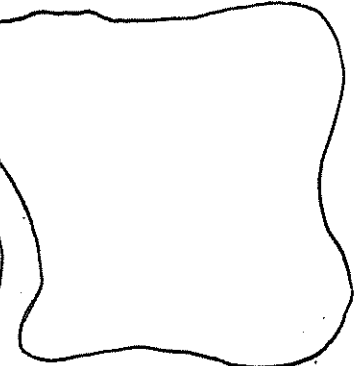
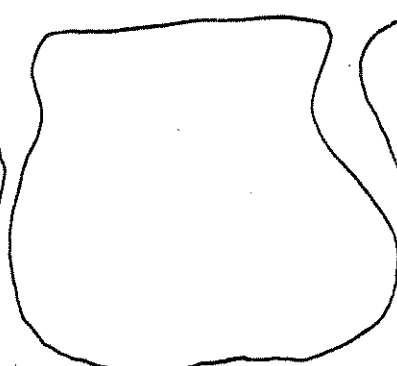
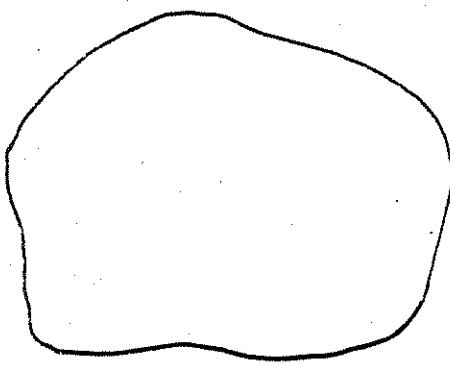


\_\_\_\_\_

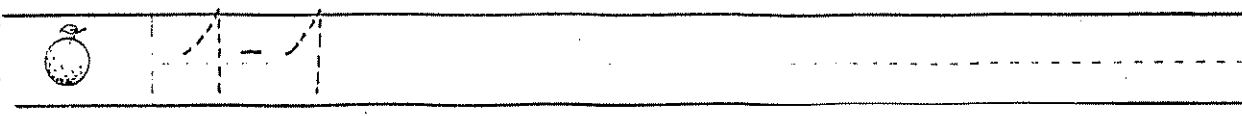
\_\_\_\_\_



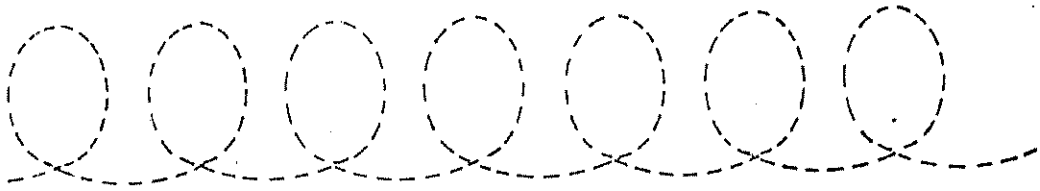
Complete os conjuntos desenhando 1 um elemento:



Continue fazendo igual:



A borboleta voa. Passe o lápis:



Continue fazendo, como indicado:

A large grid-based tracing exercise. It is divided into several horizontal sections. The top section contains a solid square with arrows indicating the tracing path (down, right, up, left), followed by a solid zigzag line with arrows, and then a series of dashed vertical lines. The middle section consists of a series of dashed diagonal lines sloping upwards from left to right. The bottom section contains a row of dashed circles, a row of dashed triangles, and a row of dashed squares, each with small arrows indicating the starting point and direction of the stroke.