

MAURICIO CARLOS RUGGIERO

Operações Matemáticas Necessárias para a Resolução de  
Provas de Rendimento Escolar em Física do Segundo  
Grau, na CIDADE DE SÃO CARLOS, e  
sua Participação no resultado da avaliação.

(Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação, na Área de Metodologia de Ensino, à Comissão Julgadora da Universidade Estadual de Campinas)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

CAMPINAS — SÃO PAULO

— 1979 —

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

Dedico este estudo a,

Maximiliano

Maurilene

Mauricio

Marlene

Mamãe

Marinha

Comissão Julgadora

---

---

---

## AGRADECIMENTOS

Desejando expressar meus agradecimentos a todos aqueles que, de uma forma ou de outra, contribuíram para concretização deste trabalho, registro aqui o meu profundo agradecimento às seguintes pessoas:

Dr. Fermino Fernandes Sisto, cujo incentivo, apoio e acima de tudo orientação, foram decisivas na elaboração deste trabalho.

Dr. Sergio A. Lorenzato e Mestre Décio Pacheco pelos "bate papos" incentivadores.

Professor Hilário Fracalanza chefe de Departamento, pelo apoio e compreensão.

Colegas de Seminários de Pesquisa II (1977) do curso de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da UNICAMP.

Diretores, Ulisses Ferreira Piccolo, Terezinha Ap. Porto Bianco e Wanda Ap. Pinheiro Alliprandini criadores de condições indispensáveis.

Professores das escolas de 2º grau, pela colaboração.

Professor Clodoaldo Luiz Octaviano, pelo incentivo e amizade, contribuindo de forma inestimável nos primeiros passos de nossa profissão.

Professora Ana Maria Trofino Puerta pela correção dos originais.

Carlos Ap. Casali, pelos trabalhos de datilografia.

As alunas Leia, Maria Tereza e Maristela pela  
colaboração na fase da coleta de dados.

A Carmo pelos espaços deixados para recebermos a orientação.

## ÍNDICE

OPERAÇÕES MATEMÁTICAS NECESSÁRIAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROVAS DE RENDIMENTO ESCOLAR EM FÍSICA DO SEGUNDO GRAU, NA CIDADE DE SÃO CARLOS, E SUA PARTICIPAÇÃO NO RESULTADO DA AVALIAÇÃO.

INTRODUÇÃO .....	
CAPÍTULO I O Ensino de Física e a Metodologia Deste Estudo.	
1. Pesquisas sobre o ensino de Física do 2º grau no Brasil .....	19
2. Problema e justificativa .....	24
3. Objetivo .....	33
4. Sujeitos experimentais .....	33
5. Material .....	42
6. Procedimento .....	43
Diagrama representativo da aplicação do critério dicotômico para análise das provas .....	46
CAPÍTULO II Operações Pertencentes à Matemática Encontradas no Desenrolar da Resolução das Situações-Problemas Enunciadas nos Instrumentos de Verificação do Rendimento Escolar em Física.	
1. Categorias das Operações .....	49

a. Operações Aritméticas .....	54
b. Operações Algébricas .....	67
c. Resultado Geral da Álgebra e Aritmética ...	80
d. Geometria .....	84
e. Visão Geral das Operações Encontradas .....	88

CAPÍTULO III Erros Encontrados e a Participação da Matemática no Resultado da Avaliação.

1. Erros encontrados em Matemática .....	93
I Erros em operações Aritméticas .....	94
a. Erros encontrados referentes ao conjunto $Z$ .....	95
b. Erros encontrados em $Q$ .....	98
II Erros em Álgebra .....	104
a. Erros em expressões Algébricas .....	104
b. Erros em equações .....	107
c. Erros encontrados em Álgebra .....	110
III Erros encontrados em Geometria .....	111
IV Erros de Matemática encontrados .....	114
2. Participação da Matemática nas Situações-Problemas de Física .....	116
I Possibilidade de erro e acerto nas provas de Física .....	117
II Análise das questões não consideradas corretas pelos professores .....	118
III Participação de Operações Matemáticas no acerto-erro .....	123

IV	Visão Geral da Participação das operações Matemáticas na Resolução das Situações-Problemas .....	125
V	Análise Global da Avaliação das Provas ...	126
	CONCLUSÃO .....	133
	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	139
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	144

## LISTA DE TABELAS

1 - Percentuais da Retenção Escolar nas Disciplinas Durante o ano de 1977 Referentes três séries do 2º Grau.....	26
2 - Conjunto de Provas Obtidas Para o nosso Trabalho .....	38
3 - Quantidade de Questões em cada Prova .....	39
4 - Número de Questões em cada Conjunto de Provas	40
5 - Número de Questões Estudadas em cada Conjunto de Provas .....	41
6 - Percentual dos tipos de Desenvolvimento exigidos para a Resolução das Situações-Problemas.	42
7 - Sub-Divisão da Matemática encontrada nas provas de Avaliação de Física .....	53
8 - Conjuntos Numéricos Inclusos no Desenrolar das Resoluções das Situações-Problemas do conjunto de Provas .....	56
9 - Operações encontradas pertencentes a $Z$ .....	57
10 - Operações Aritméticas encontradas nas provas Referentes a $Q$ .....	61
11 - Frequência observada ( $f_o$ ) das Operações em Aritmética e seus respectivos Conjuntos Numéricos .....	63

12 - Quantidade de operações em Aritmética encontradas nas diferentes provas .....	65
13 - Operações encontradas em expressões Algébricas .....	68
14 - Tipos de Multiplicação Algébrica .....	70
15 - Operações encontradas nas equações .....	73
16 - Frequência observada das operações Algébricas e suas sub-divisões .....	75
17 - Quantidade de operações em Álgebra encontradas nas diferentes provas .....	77
18 - Operações encontradas em Álgebra e Aritmética .....	80
19 - Operações encontradas em Álgebra e Aritmética em cada prova .....	82
20 - Assuntos de Geometria encontrados .....	86
21 - Quantidade de conhecimentos de Aritmética, Álgebra e Geometria encontrados na Resolução de situações-problemas de Física nas diferentes provas .....	89
22 - Categorias dos erros encontrados .....	93
23 - Erros encontrados em Aritmética .....	95
24 - Erros encontrados Pertencentes a $Z$ .....	96
25 - Erros encontrados em $Q$ .....	98
26 - Subconjuntos dos erros encontrados em $Q$ e as respectivas operações .....	100
27 - Erros encontrados em Aritmética .....	103
28 - Erros encontrados em expressões Algébricas ..	105
29 - Erros encontrados em equações .....	107

30 - Erros encontrados em Álgebra .....	110
31 - Erros encontrados em Geometria .....	112
32 - Erros de Matemática .....	114
33 - Quantidade de questões consideradas certas e erradas, nas correções realizadas pelos professores .....	118
34 - Quantidade de erros nas três categorias de questões não corretas .....	119
35 - Quantidade das questões não corretas e não erradas pelas operações matemáticas .....	121
36 - Distribuição dos erros em função da Física e operações matemáticas .....	122
37 - Distribuição das questões começadas, em função de erros físicos, erros de operações Matemáticas e acertos .....	124
38 - Distribuição das situações-problemas pelas categorias: B (questões com resolução não iniciada); E.F. (questões com resolução iniciada, mas com erro na expressão do conhecimento físico); E.M. (Questões com erro em operações matemáticas); A.c. (Conjunto-Solução correto).	125
39 - Quantidade de erros, acertos e em branco, nos grupos fraco, médio e forte .....	127
40 - Percentuais aproximados dos grupos fraco, médio e forte, nos acertos e erros .....	130

41 - Percentual dos erros em operações Matemáticas e acertos .....	131
---	-----

## INTRODUÇÃO

Em 1972, iniciamos as atividades profissionais como professor responsável pelo ensino de Matemática no 1º grau em escolas da cidade de São Carlos. Posteriormente em 1974, passamos a ser docente em escolas de 1º e 2º graus da rede estadual de ensino, onde tivemos a oportunidade de sentir uma transformação curricular que, de certa forma, foi imposta pelos "guias curriculares", documento este, elaborado pelo Departamento de Recursos Humanos da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

Por outro lado, engajamo-nos a partir de 1976, na formação de professores de Matemática pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, por meio da responsabilidade na docência das disciplinas, Prática de Ensino e Estágio Supervisionado da Matemática.

No transcorrer dessas atividades, insatisfações foram surgindo, no que diz respeito ao processo Ensino - - Aprendizagem. Essas insatisfações originadas tanto pelo contato direto com o ensino de 1º e 2º graus, bem como, pelo contato indireto como supervisor de Estágio.

Contida nessas insatisfações, o alto índice de retenção escolar em Matemática, tornou-se uma preocupação constante durante nossas atividades.

Sabemos que este índice de retenção escolar -

evidenciado nos mapas de notas ou conceitos finais - foi por muito tempo, ponto de partida para estudos de pessoas relacionadas com o ensino da Matemática, como também de outros pesquisadores preocupados com o rendimento escolar.

De um modo geral, estes estudos procuram detectar as causas para o alto índice de retenção, assim como as causas para o baixo rendimento em Matemática, visto que, as notas e conceitos mais baixos do mapa de rendimento são desta disciplina.

Encontrando as possíveis causas, no transcorrer do tempo, inúmeras propostas foram surgindo, tentando - o que nós acreditamos não ter conseguido - solucionar o problema.

Quais as consequências que podem advir de um baixo rendimento em Matemática? Aqui está uma questão que muito pouco se tem estudado.

E é exatamente esta a nossa preocupação atual, ou seja, procuramos estabelecer uma relação entre a aprendizagem de Matemática no 1º grau e as disciplinas necessárias à formação escolar no 2º grau, a fim de verificarmos as consequências que uma aprendizagem deficiente em Matemática pode causar nas outras disciplinas.

Limitando o campo de nosso estudo e situando a Matemática não disjunta das disciplinas pertencentes ao conjunto das chamadas exatas, particularizamos o trabalho à participação da referida disciplina no ensino de

de Física do 2º grau.

Inferindo sobre a relação entre a Matemática e a Física, nos pareceu relevante verificar o envolvimento das operações Matemáticas nas provas de avaliação e a participação destas na retenção escolar de Física.

Isto nos conduziu primeiramente à leitura dos diferentes trabalhos existentes sobre Física, mais especificamente sobre ensino de Física, a fim de verificar se a nossa abordagem é necessária. Assunto este tratado, juntamente com as justificativas e procedimentos, detalhadamente no Capítulo I.

Tomando como referencial as situações - problemas enunciados nos instrumentos de verificação de aprendizagem aplicados na avaliação de Física no 2º grau, e, cujas resoluções foram consideradas corretas pelo professor responsável da disciplina, no Capítulo II é realizada uma análise que indica a participação quantitativa das operações matemáticas necessárias em cada conjunto de provas.

No Capítulo III, verificamos quais operações matemáticas que estão interferindo no aparecimento do conjunto - solução das situações-problemas. Posteriormente, analisamos a participação dessas operações no resultado da avaliação do rendimento escolar em Física.

Em conclusão, tiramos aspectos conclusivos de cada Capítulo, tecendo algumas considerações, aventando possibilidades de revisão em algumas variáveis interveni

entes no processo ensino-aprendizagem de Física no 2º grau, como também no ensino de Matemática nos 1º e 2º graus.

## CAPÍTULO I - O ENSINO DE FÍSICA E A METODOLOGIA DESTE ESTUDO.

### I - Pesquisas sobre o Ensino de Física do 2º grau no Brasil

Os resultados pouco satisfatórios no ensino da Física no 2º grau, vêm sendo apontados como consequência do tipo de programas de ensino, tanto em termos de seleção e adequação de conteúdos, quanto em termos de métodos utilizados.

Em função destas causas, surgiram várias propostas metodológicas para o ensino da Física, trazendo, consigo as possíveis variáveis indicativas do porquê do indesejável rendimento escolar.

A fim de darmos mais detalhes, citaremos exemplos de pesquisas relacionadas com o ensino da Física.

Saad, na sua dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências (modalidade Física) U.S.P. - 1977, fazendo uma análise do projeto FAI propõe um curso de Física Auto-Instrutivo para o 2º grau, a fim de torná-lo mais eficiente e adequado às condições da nossa realidade educacional, tendo como pressuposto situar o aluno e não o professor como centro do sistema ensino-aprendizagem.

Para o desenvolvimento do projeto, algumas e-

tapas devem ser cumpridas, e a primeira etapa nos chamou atenção, pois, se relaciona diretamente com a Matemática ou seja, como primeira etapa do projeto há um estudo das condições e pré-requisitos.

Ao aplicar os testes diagnósticos, objetivando a determinação do repertório inicial do aluno ao entrar no primeiro ano do 2º grau, foi verificadas deficiências em vários aspectos que seriam fundamentais para o estudo de muitas partes da Física. "Basicamente, constatamos que os estudantes que concluíram a 8ª série, em sua grande maioria não dominavam operações com potência de 10 e transformações de unidades. Da mesma forma desconheciam, a forma de construir e interpretar gráficos". (Saad, 1977, 29).

Embora Saad (1977), faça análise sobre aquele projeto, concluiu no seu trabalho aspectos relacionados com a atuação do professor, ou seja, "o projeto FAI demonstrou a viabilidade da utilização do ensino programado para auxiliar o professor a desenvolver um curso de Física, no qual passa a atuar não mais como fornecedor de informações, mas dentro de novas dimensões, que começam cada vez mais a cristalizar-se dentro do nosso cenário educacional". (Saad, 1977, 29).

Outro trabalho realizado sobre o ensino de Física é o de Jesuina L.P. Pacca, em sua dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências (modalidade Física) U.S.P. 1976, em que se faz uma análise do desempenho de alunos

frente a objetivos do Projeto de Ensino de Física (PEF).

Pacca, além de outras, fez uma conclusão pertinente ao ensino da Física em geral, ou seja, "o resultado da aprendizagem não depende sómente da qualidade do programa: o nível sócio-econômico dos alunos, a natureza da escola, propiciando ou não condições favoráveis ao ensino, o desempenho do professor, etc..., são fatores importantes a considerar".

Hosoume, em sua dissertação de Mestrado em ensino de Ciências (modalidade Física) U.S.P. 1978 faz uma proposta de instrumento e método de análise para um curso de Física básica e considerou dois níveis de unidade de análise. Um destes nos chamou a atenção, ou seja, o segundo nível, no qual analisa a unidade enquanto relacionada com o processo de resolução de problemas.

Em relação a este aspecto, retiramos do referido trabalho algumas importantes informações, ou seja, os erros apresentados na resolução são na maioria, erros de conteúdo físico do tipo: o conteúdo está errado em si mesmo, caracterizado pela incoerência existente entre o relacionamento da representação da gráfica com a situação Física, erros de comparação entre os valores distantes de uma mesma grandeza, e erros de comparação entre valores de grandezas diferentes.

Outros dados relevantes, encontramos no documento de publicação interna do Instituto de Física da U.S.P., no qual entre outras perguntas formuladas para uma

sondagem de opiniões a professores de Física ligados ao ensino de 2º grau, tivemos as seguintes soluções para a melhoria do ensino de Física:

1. necessidade de livros melhores;
2. melhores instalações para laboratório e equipamentos suficientes;
3. utilização de novos métodos de ensino;
4. aumento do número de aulas de Física;
5. necessidade de biblioteca especializada;
6. necessidade de cursos de férias para professores.

Desta forma, no que diz respeito ao ensino de Física, essa coleta de opiniões indicou a necessidade, em primeiro, de termos melhores obras didáticas no ensino de Física.

Em sua dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação, na área de Metodologia de Ensino, à Comissão Julgadora da Unicamp, em 1979, Pacheco, apresenta, na introdução de seu trabalho "Análise dos Exercícios propostos nos Livros didáticos de Física adotados nas escolas de 2º grau de Campinas", alguns dados, também referentes ao ensino de Física, que nós passamos a destacar a seguir.

"Não raros são os comentários proferidos por professores que lecionam Física, referentes às dificuldades que seus alunos vêm apresentando nas habilidades, capacidades e conhecimentos necessários para a resolução

de problemas a eles propostos". (Pacheco, 1979, 1)

"É de nosso conhecimento, também, que o quadro de desempenho dos alunos, tal como apresentado pelos professores de Física, pauta-se basicamente nos resultados obtidos através de exercícios a serem resolvidos em sala de aula e em provas de avaliação". (Pacheco, 1979, 2)

Pacheco, em seu trabalho, procurou verificar que tipos de solicitações, em termos de capacidade e habilidades, são exigidos dos alunos para poder verificar em quais eles mais fracassam.

Reconhecendo ser este trabalho bastante árduo e longo, o referido pesquisador resolveu reduzir o campo, e trabalhou na análise dos exercícios propostos em livros didáticos de Física, que os alunos do 2º grau são solicitados a resolver, e concluiu em termos gerais que, "os livros adotados nas escolas estaduais não procuram envolver os alunos em situações que, pelo menos, os façam relacionar os conceitos aprendidos ou memorizados com outros fenômenos físicos e ou que os levem a desenvolver a capacidade de aplicação". (Pacheco, 1979)

Está visto, portanto, que as pesquisas referentes ao ensino de Física em sua maioria dizem respeito à propostas que visam novas Metodologia de Ensino, e, algumas outras, tal como a última citada, levanta hipóteses pertinentes à avaliação, onde o autor coloca que a resolução de exercícios parece ser a única por intermédio da qual os alunos são avaliados, não só ao longo do curso

de 2º grau como também no ingresso às Universidades.

Por esses dados apresentados pela revisão de outros trabalhos sobre o Ensino de Física, verificamos que não há estudos que focaliza a avaliação em si como causa de retenção escolar.

## 2. Problema e Justificativa

É de nosso conhecimento que o ensino de Física nas escolas de 2º grau é apresentado de forma bastante "tradicional" e que os professores norteiam suas atuações docentes à resolução de problemas, desvinculados do cotidiano do aluno que, geralmente são cópias mudando-se apenas os números de enunciados dos exercícios propostos nos livros didáticos.

Desta forma, acreditamos ser esses enunciados, problemas simulados, no qual o aluno terá que se propor a resolvê-lo, a fim de que possa atingir o estágio necessário para ser considerado como tendo adquirido o conhecimento de Física.

Referindo-nos, novamente, ao trabalho de (Pacheco, 1979, 42) o referido autor considerou alguns aspectos como requisitos necessários à obtenção da resposta esperada para os exercícios de Física inclusos nos livros didáticos.

Os aspectos tidos como pré-requisitos, é que o aluno tenha adquirido informações:

- a. referentes às operações aritméticas e algébricas;
- b. referentes à Geometria;
- c. referentes ao programa de Física;
- d. pertinentes ao capítulo do livro-texto a que se refere os exercícios;
- e. obtidas em respostas de exercícios anteriores.

Pode-se inferir a necessidade do conhecimento da Matemática para a resolução de situações-problemas de Física, pois, dos cinco requisitos enunciados, dois são pertinentes à Matemática, o que nos conduz a concluir que sem a Matemática é impossível chegar ao conjunto-solução de situações-problemas de Física.

Se partirmos do pressuposto de que o aluno re-tido na disciplina Física, não adquiriu o conhecimento de Física, poderemos estar incorrendo num erro fatal, pois é sabido que os instrumentos de verificação do rendimento escolar é constituído de situações-problemas, que retratam os exercícios enunciados nos livros didáticos, que por sua vez necessitam de conhecimentos Matemáticos para a resolução.

Relacionado com a colocação acima, procuramos verificar o índice de retenção escolar dos alunos de 2º grau, nas escolas estaduais de São Carlos.

Utilizando-nos da boa receptividade dos diretores e secretários dos estabelecimentos de ensino, obti

vemos os mapas finais de conceitos, como também os mapas de conceitos bimestrais, e daí calculamos os percentuais de retenção escolar nas disciplinas referentes à Educação geral que compõem o currículo das três séries do 2º grau, tanto no período noturno como no diurno.

TABELA I Percentuais da retenção escolar nas disciplinas durante o ano de 1977 referentes as três séries do segundo grau

disciplinas	bimestres				final
	1º	2º	3º	4º	
Língua Portuguesa	20,1	15,8	17,4	15,8	14,5
Língua Estrangeira	28,2	21,7	23,6	*24,29	21,3
Biologia	28,3	17,7	16,5	11,9	11,1
História	15,1	12,6	16,6	14,3	13,5
Geografia	14,9	14,4	17,4	15,8	14,5
Química	+39,9	*27,5	*27,3	+26,4	*21,8
Física	*28,7	§31,9	+33,2	23,4	+23,1
Matemática	§40,5	+29,3	§33,4	§33,3	§25,5

§ - maior porcentagem de retenção

+ - segunda maior porcentagem de retenção

\* - terceira maior porcentagem de retenção

Observando a tabela anterior, podemos constatar que as três séries do 2º grau da rede oficial de ensino da cidade de São Carlos têm na Matemática a disciplina que registra os maiores índices de retenção escolar, notadamente, na retenção final do ano.

Em seguida, à Matemática, verificamos que a Física e Química se aproximam do percentual da Matemática.

Comparando-se os índices de retenção da Química ao da Física, podemos observar que, no transcorrer dos bimestres há, em média, um maior índice de reprovação na disciplina Química, no entanto, no final do ano o percentual de retenção em Física é um pouco maior do que o da Química.

Se considerarmos o fato de que a promoção ou não do aluno depende, nas circunstâncias atuais do ensino, muito mais do resultado final apresentado, podemos entender que a Física é a segunda disciplina que mais retêm o aluno de 2º grau, com uma porcentagem um pouco menor do que a retenção em Matemática.

Considerando haver uma relação muito estreita entre a Matemática e a Física, pelo fato da Física ser uma ciência que se expressa pela linguagem matemática, podemos dizer que, tanto quanto a Matemática, a Física apresenta uma certa deficiência no processo ensino-aprendizagem.

Poderíamos, como conclusão, inferir que algumas das causas que provocam deficiências no ensino da Ma

temática podem ser análogas às de Física.

Como citamos na etapa I, nesta fase deste nosso trabalho, o elevado índice de retenção em Física poderia estar vinculado a vários fatores intervenientes no sistema ensino-aprendizagem.

Assim sendo, citaremos novamente algumas, bem como, colocaremos outras possíveis causas que interfiram na situação, fazendo com que, de um modo geral, o ensino da Física seja deficiente.

Poderíamos considerar que a possibilidade de não haver esforço de raciocínio em nossos alunos, seja fator preponderante para a não aquisição do conhecimento de Física.

Outro fator que poderíamos considerar como interveniente no ensino da Física é a falta de conhecimento dos pré-requisitos da própria Física.

Além destes, muitos outros poderíamos citar, tais como; a metodologia do ensino não adequada, a falta de motivação dos alunos, a falta de atenção, os critérios de avaliação não condizentes com a realidade educacional.

Sendo a Matemática considerada como pré-requisito para se chegar ao conjunto-solução das situações-problemas em Física, um outro fator vem engrossar a listagem das possíveis causas do não desempenho dos alunos, ou seja, a não habilidade em cálculos matemáticos, bem como, a falta de conhecimentos matemáticos.

Estes dados apresentados podemos considerá-los

representativos da nossa realidade, pois, os contatos com professores de Física da cidade de São Carlos indicaram haver um consenso.

Tivemos, portanto, a oportunidade de verificar que a avaliação do rendimento escolar do aluno, ou mais especificamente, as interferências no desenrolar das situações-problemas colocadas nos instrumentos de verificação de aprendizagem nem sempre são levadas em consideração como fator de retenção na aprendizagem da Física.

Baseados nesses elementos, propomo-nos então trabalhar com variável instrumento de verificação do rendimento escolar, que é a prova, para explicar uma das possíveis causas do alto índice de retenção do aluno de 2º grau na disciplina Física.

Uma informação importante que devemos neste momento relembrar, é o fato de que a promoção do aluno é expressa pelos conceitos A, B ou C, e, a retenção pelos conceitos D ou E. Desta forma consideramos a reprovação, do aluno em cada prova, quando expressar os citados conceitos.

A participação em reuniões pedagógicas nas escolas de 2º grau e o contato com professores, deixou-nos cientes da sistemática de avaliação utilizada pelos professores.

De um modo geral, os professores expressam com frequência, que a avaliação tem como objetivo estimar quanto cada aluno aprendeu sobre o conteúdo que está

sendo estudado.

O capítulo III, do regimento comum das escolas estaduais de 1º grau do estado de São Paulo, que diz respeito "Da verificação do rendimento escolar", em seu artigo 76 diz:

"Na avaliação do aproveitamento deverão ser utilizados, no decorrer de cada bimestre, dois ou mais instrumentos elaborados pelo professor sob a supervisão do Coordenador Pedagógico ou, na inexistência deste, do Diretor da Escola".

Esta quantidade dos instrumentos de avaliação bimestral do 1º grau, é levada em consideração e adotada pelos professores de 2º grau, ou seja, a necessidade de haver dois ou mais instrumentos de avaliação elaborados pelo professor.

Particularizando esta necessidade para a disciplina Física, há um consenso por parte dos professores, pela aplicação de dois instrumentos, ou seja, duas provas por bimestre, uma em cada mês, a fim de avaliar o conhecimento adquirido do conteúdo oferecido.

Esses instrumentos, nada mais são que provas de verificação do rendimento, nas quais os professores elaboram situações-problemas, em que os alunos terão que apresentar o conjunto-solução.

Em se tratando da verificação de aprendizagem em Física, nós tivemos a oportunidade de verificar, através de alguns instrumentos utilizados, que é comum por

parte dos professores indicar o rendimento do aluno em cada situação-problema por meio dos seguintes símbolos:

C - significa que o aluno apresentou o conjunto-solução correto.

∅ - Significa que o aluno apresentou parcialmente a solução correta.

X - significa que o aluno não apresentou o conjunto solução correto.

Fazendo a somatória destes símbolos, de forma, bastante subjetiva, os professores expressam, pelos conceitos, o rendimento de cada aluno.

O fato observado, que vem de certa forma nortear o nosso trabalho, é que os professores atribuem a aqueles símbolos, verificando a solução apresentada.

Tendo em vista este critério de avaliação, os professores ao analisarem as provas resolvidas pelos alunos, dão uma ênfase muito acentuada à apresentação da resposta correta, deixando de analisar o desenvolvimento da resolução da situação-problema.

Em muitos dos instrumentos de avaliação, notamos, de forma evidente, a observância por parte dos professores de tal critério, dada a quantidade de situações problemas em que a resolução é iniciada corretamente, mas o conjunto solução não é o verdadeiro.

Muito embora saibamos que a Ciência Física é traduzida por expressões matemáticas, o professor no momento de avaliar o aluno pela situação-problema proposta

na prova de avaliação, atenta apenas para o final do desenvolvimento e, desta forma, talvez não consiga concluir seguramente, se o aluno atingiu ou não os objetivos propostos no ensino do conteúdo específico.

De outra forma, podemos dizer que, no desenvolver da resolução da situação-problema o aluno poderá desviar o encaminhamento ao conjunto solução, por meio de uma falha na manipulação dos elementos matemáticos e não pela falta do conhecimento específico da Física.

O fato do professor considerar o conjunto-solução não correto, e, conseqüentemente marcar X, indicará que o aluno não terá condições de ser promovido, ou seja, o aluno não será aprovado.

Havendo este tipo de acontecimento, nos parece, que o aluno foi considerado não apto em relação ao objetivo proposto pelo ensino da Física, não pelo não conhecimento do conteúdo Físico, mas sim, pela não habilidade em operações matemáticas.

Por outro lado, fica caracterizado ser a Matemática a linguagem da Física, e ainda, sendo ela a Ciência básica da realidade cultural contemporânea, em relação a Física é um instrumento necessário para a análise e descrição dos fenômenos físicos.

A necessidade da Matemática no contexto Físico, mais particularmente nesta nossa preocupação, vem ser reforçada pelas observações feitas pelos professores de Física atuantes na docência do 2º grau. Estas observa

ções dizem respeito ao fato de que, a cada período do ano letivo que se inicia, os professores utilizam as primeiras aulas para se dedicarem a uma suscinta revisão do conteúdo da Matemática de 1º grau, tomados como pré-requisitos, a fim de atender as necessidades do conteúdo programático a ser desenvolvido.

Acreditamos, portanto, que todos esses aspectos apontados podem justificar a necessidade de haver incluso na problemática em torno do ensino de Física, um trabalho que analise os instrumentos de verificação de aprendizagem Física. Assim faremos em especial, uma análise das situações-problemas que envolvem a Matemática no desenrolar da resolução, a fim de constatar a participação da mesma na retenção escolar do aluno de Física.

### 3. Objetivo

O objetivo deste trabalho está em analisar alguns instrumentos de avaliação do rendimento escolar utilizados em Física, nas escolas estaduais de 2º grau, na cidade de São Carlos, referentes ao ano de 1978, tendo em vista determinar, por um lado, quais são as principais operações matemáticas exigidas nesses instrumentos, e por outro lado, qual sua interferência na apresentação ou não do conjunto-verdade da questão.

### 4. Sujeitos experimentais

Como nosso trabalho diz respeito aos instrumentos de avaliação elaborados pelos professores para a aferição do rendimento escolar, nos foi indispensável a colaboração das escolas, dos professores e também dos alunos, já que sem os referidos instrumentos utilizados não nos seria possível realizar este estudo.

Tínhamos a intenção de obter todas as provas, que todos os professores aplicaram no decorrer do ano letivo em todas as classes das três séries nas três escolas estaduais de São Carlos.

Para a obtenção de todas as provas, estabelecemos certos critérios:

- As provas, ao nos serem entregues, já deveriam estar corrigidas pelo professor que as elaborou.
- As provas deveriam ser pertinentes aos bimestres, para que o conceito atribuído a cada aluno fosse influente no conceito a ser enviada à secretaria do estabelecimento, registrando assim a promoção ou retenção do mesmo.
- Os enunciados das situações-problemas deveriam estar documentados nas respectivas provas.
- A fim de podermos analisar globalmente o rendimento anual dos alunos, teríamos que possuir as provas referentes a todos os bimes-

tres.

- Professores e todos os alunos que realizaram as provas concordarem em deixá-las conosco.

Muitas vêzes não pudemos obter as provas, pois, o conjunto de provas não atendia aos critérios citados, assim sendo, alguns fatores extra-escola interferiram, de modo que, não nos foi possível obter a população pertinente ao nosso projeto.

Nas escolas ocorrem, geralmente, a colaboração dos alunos na aquisição do material necessário para a realização das provas, ou seja, o aluno ou compra a folha ou ajuda na parte financeira para que o professor adquira o material a fim de poder entregar as provas mimeografadas.

Este fato, de certa forma, teve preponderante interferência na coleta das provas, pois, quando a prova é mimeografada, e com este tipo de colaboração dos alunos, estivemos sujeitos a autorização dos mesmos, para que depois de corrigida pelo professor, nos fosse entregue; o que muitas vêzes não aconteceu, devido as exigências por parte dos alunos em ter a devolução.

Quando a prova era realizada em folhas de papel trazidas de casa pelos alunos, um outro fator interferiu para que não obtivéssemos o total das provas, ou seja, o enunciado da situação-problema não era escrito na folha e sim sómente no quadro.

Embora nós tivéssemos adotado um procedimento,

que levasse o professor a entender os objetivos do nosso trabalho, em alguns casos, pareceu-nos que alguns professores não tiveram possibilidade de ceder-nos o material.

Outro fator que veio a intervir para que não obtivéssemos as provas, foi o fato de que alguns professores que se propuseram a fornecê-las, saíram em licença e o professor substituto não manteve o mesmo acordo.

Portanto, com essas e outras variáveis interferindo, ficamos determinados a recolher as provas que atendessem aos critérios indicados. Em decorrência, contamos com uma parcela das provas, impossibilitando-nos uma análise exaustiva de todo o ano letivo.

O não atendimento aos critérios estipulados impossibilitou-nos construir amostra aleatória e equiprobável, repercutindo, assim, na generalização do estudo.

Entretanto, isso não impediu a realização do nosso estudo, pois o colocamos mais como um trabalho exploratório, devido a inexistência de pesquisa anteriores nesta área específica, do que como resposta a uma situação problemática propriamente dita.

Salientamos ainda que trabalhamos com o curso do 2º grau no período diurno, deixando de lado o noturno, pois este apresenta características que trazem mais dificuldades para a obtenção das provas, ou seja, alta percentual de faltas dos alunos nas provas, provas com menor número de situações-problemas, outros objetivos

por parte dos professores, correção sem critérios definidos e outros fatores de menor interferência.

Apresentamos na tabela a seguir, tendo por um lado as séries do 2º grau e por outro, a escola, a turma, o número de alunos e a divisão por sexo, e a respectiva letra representativa.

TABELA 2 - Conjunto de provas obtidas para o nosso trabalho.

Séries	Escola	Turma	Número de alunos	Sexo		Nomenclatura da prova
				Masculino	Feminino	
1ª	I	X	10	3	7	A
		Y	52	33	19	B
	II	X	46	28	18	C
		Y	37	21	16	D
	III	X	51	29	22	E
		X	51	29	22	F
Sub-total			247	143	104	
2ª	I	X	29	16	13	G
		Y	55	33	20	H
	II	X	30	18	12	I
		Y	42	25	17	J
	III	X	46	30	16	L
		Y	56	32	24	M
Sub-total			258	154	104	
3ª	I	X	22	14	8	Q
		Y	40	23	17	N
	II	X	33	18	15	O
	III	X	35	17	18	P
Sub-total			130	72	58	
Total			635	369	266	

Os dados da tabela nos dão condições de calcular o percentual de cada série em relação ao sexo dos alunos, assim, na 1ª série; aproximadamente 58% são masculino e 42% feminino; na 2ª série; 60% masculino e 40% feminino; na 3ª série, 55% masculino e 45% feminino. Portanto com um percentual geral de 58% masculino e 42% feminino.

Por outro lado podemos observar que há uma quantidade maior de alunos na 2ª série, com o percentual de aproximadamente 40%, vindo logo a seguir a 1ª série com 38%, e a 3ª série com 22% dos alunos.

Nos conjuntos de provas obtidas, tivemos uma pequena diferença entre as quantidades de questões em cada prova. Evidenciamos esta constatação na tabela abaixo tendo, por um lado, o número de questões e por outro os conjuntos de provas.

TABELA 3 - Quantidade de questões em cada prova

Questões \ Provas	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Q	Total
Número de Questões	2	4	4	4	3	3	3	3	3	3	4	4	3	3	4	3	53

Analisando a Tabela 3, verificamos que a média das questões nos diferentes conjuntos de prova é 3,3. Se

pensarmos em termos de uma curva normal ideal, notamos que a Mediana e a Moda se equivalem com o valor 3, ficando ambas muito perto à esquerda da Média.

O procedimento de análise das provas - explicaremos mais adiante - fez com que trabalhássemos em cada questão em cada prova, assim sendo, com o objetivo de mostrar a quantidade de questões pertinentes ao nosso trabalho construímos a seguinte tabela, obtendo os valores do produto do número de questões pelo número de alunos que deveriam resolvê-las.

Tabela 4- Número de questões em cada conjunto de provas.

Provas Questões	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Q	total
Total de Questões analisadas	20	208	184	148	153	153	87	165	90	126	184	224	120	99	140	66	2.167

Dos conjuntos de provas obtidas para o trabalho, tivemos algumas questões que exigiam, para atingir o conjunto-solução da situação-problema, um desenrolar dissertativo, e desta forma a participação da Matemática deixou de ser necessária.

Assim sendo, este tipo de situação - problema foi excluído do nosso conjunto de provas a ser estudado.

Portanto, foram excluídos, o conjunto de provas Q, pois as três questões relativas ao mesmo, indicavam respostas dissertativas, pelo mesmo motivo excluímos uma questão da prova E e uma questão da prova O.

Com a exclusão destas situações-problemas ficamos para a análise o seguinte número de questões.

TABELA 5- Número de questões estudadas em cada conjunto de provas.

provas	Número de Questões
A	20
B	208
C	184
D	148
E	102
F	153
G	87
H	165
I	90
J	126
L	184
M	224
N	120
O	66
P	140
Total	2.017

Comparando a Tabela 5 com a Tabela 4 podemos verificar o percentual de situações-problemas que exigem

a Matemática como condição necessária para se chegar ao conjunto-solução, assim sendo, calculando o percentual obtivemos os seguintes dados:

TABELA 6- Percentual dos tipos de desenvolvimento exigidos para a resolução das situações-problemas.

Tipo de desenvolvimento	Percentual aproximado
dissertativo	7
Utilizando a Matemática	93

Observando a Tabela acima, verificamos uma incontestável evidência da necessidade da Matemática nas resoluções das situações-problemas contidas nos instrumentos de verificação do rendimento escolar em Física nas escolas de 2º grau.

### 5. Material

Pelas considerações feitas na primeira parte deste capítulo, podemos afirmar com segurança a não existência de instrumentos para análise das provas. Por outro lado, o mesmo aconteceu com a coleta de dados pretendida no trabalho. Assim sendo, utilizaremos um critério

que está explicado em detalhes no procedimento adotado. (item 6.4)

Com relação ao referencial teórico para catalogação das operações matemáticas, optamos para as partes da Matemática, tradicionalmente conhecidas, ou seja, Aritmética, Álgebra, e Geometria, deixando assim de criar outro instrumento.

Catalogamos as operações desta forma, por ser essas três sub-divisões da Matemática, a mais conhecida pelos Matemáticos, e também, pelos Físicos e outros preocupados com o ensino, principalmente das disciplinas pertinentes à área das Ciências ditas Exatas.

Como trabalhamos com provas já corrigidas pelos professores, utilizamos a correção fornecida pelos mesmos e separamos as situações-problemas consideradas corretas. Nestas, reescrevemos todo o desenrolar da resolução, bem como o conjunto-solução.

A utilização deste critério é justificado por não haver nenhum instrumento para isto.

## 6. Procedimento

Para efeito de podermos realizar o nosso estudo, adotamos procedimentos que são especificados nos itens que seguem.

6.1 - A fim de obtermos os instrumentos de verificação do rendimento escolar dos alunos de 2º grau, 1

nicialmente entramos em contato com a Delegacia de Ensino de São Carlos, para que o respectivo Delegado de Ensino deferisse nosso pedido de autorização para que pudessemos solicitar das escolas os respectivos sujeitos de estudo.

Com a autorização dada pelo Delegado de Ensino, entramos em contato com a Direção ou responsáveis por cada escola e assim, colocando os objetivos de nossos estudos, pudemos então solicitar a colaboração dos professores de Física.

Os professores, quase a totalidade, se propuseram a colaborar e desta forma foi-nos possível obter algumas provas de avaliações.

6.2 - Tendo as provas já corrigidas pelos professores em nossas mãos, passamos então a analisá-las com o objetivo de constatarmos as operações matemáticas necessárias para o desenvolvimento da resolução e consequentemente conjunto-solução da situação-problema.

Nesta fase os instrumentos de verificação do rendimento escolar, nos forneceu as seguintes informações:

a. Operações matemáticas necessárias para a resolução das situações-problemas elaboradas pelo professor de Física, inclusas nas respectivas provas.

Esta informação é tratada com detalhes no capítulo II.

b. Categorização das operações encontradas se-

gundo as três divisões da Matemática, ou seja, Aritmética, Álgebra e Geometria.

Nas informações obtidas nesta etapa, dividimos as operações aritméticas encontradas em função dos conjuntos numéricos, bem como a Álgebra foi dividida em dois agrupamentos, e, as razões dessas divisões estão escritas no Capítulo seguinte.

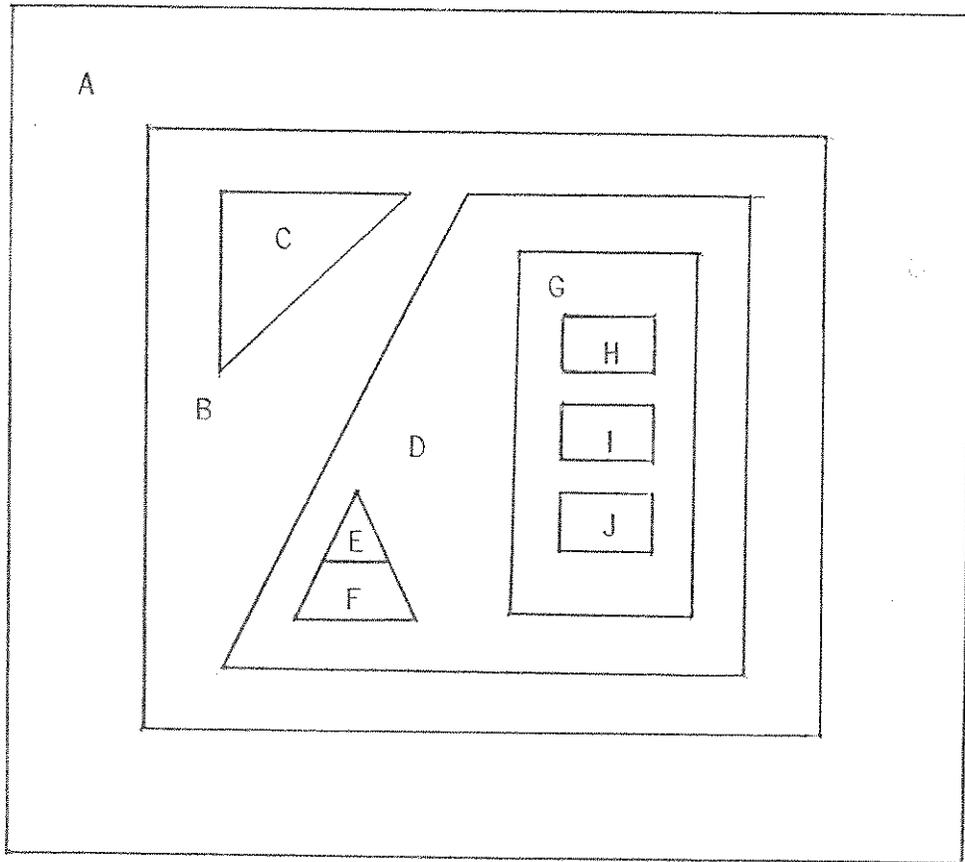
6.3 - Com o objetivo de analisar a participação quantitativa das operações matemáticas envolvidas na resolução das situações-problemas recolhidas para o nosso estudo, determinamos o percentual do envolvimento em cada prova.

Por outro lado, o mesmo enfoque foi dado à prova como um todo.

6.4 - Tendo por um lado, como objetivo, descrever as dificuldades encontradas pelos alunos no desenvolver da resolução das situações-problemas e, por outro lado, verificar a participação da Matemática na avaliação de Física, localizamos e classificamos, segundo a mesma categorização feita nas operações necessárias para as resoluções, a causa do aluno não ter atingido o conjunto-solução.

Nesta fase utilizamos o seguinte diagrama para a análise.

Diagrama representativo da aplicação do critério Dicotômico para análise das Provas.



- A - Provas de Física
- B - Situações-problemas que necessitam da Matemática
- C - Questões corretas, tomadas como referencial
- D - Questões não certas
- E - Questões com resoluções não iniciadas
- F - Questões com resolução iniciada errada

- G - Questões erradas nas operações Matemáticas
- H - Questões erradas nas operações Aritméticas
- I - Questões erradas nas operações Algébricas
- J - Questões erradas pela Geometria

6.5 - Descrevemos as relações a partir dos resultados encontrados com a aplicação dos critérios dicotômicos E, F e G descritos em 6.4, juntamente com os acertos.

6.6 - Por intermédio dos conceitos atribuídos, às provas, dividimos os sujeitos em três grupos: fraco, médio e forte. Para tanto, ordenamos as provas em forma crescente e separamos os terços.

Consideramos fraco o aluno que obteve como conceito final na prova conceitos D ou E.

O aluno que obteve conceito C ou B nós o classificamos de médio, e, aquele que obteve conceito A, consideramos forte.

Alguns professores utilizam notas de 0 (zero) a 10 (dez) para avaliar seus alunos, assim sendo, os conjuntos de provas do nosso estudo, que tinham este critério de notas, classificamos da seguinte forma.

Consideramos fraco o aluno que obteve nota abaixo de 5 (cinco).

Foi considerado médio o aluno que obteve nota no intervalo ]5,8[.

O fato de obter nota acima de 8 (oito), con-

sideramos este aluno como sendo forte.

6.7 - Analisamos as classificações obtidas em 6.5 e 6.6 de uma só vez, fazendo o tratamento estatístico utilizando a prova do qui-quadrado.

## CAPÍTULO II - OPERAÇÕES PERTENCENTES À MATEMÁTICA ENCONTRADAS NO DESENVOLVER DA RESOLUÇÃO DAS SITUAÇÕES - PROBLEMAS ENUNCIADAS NOS INSTRUMENTOS DE VERIFICAÇÃO DO RENDIMENTO ESCOLAR EM FÍSICA.

Nesta etapa temos como objetivo, por um lado, categorizar as operações matemáticas envolvidas na resolução das situações - problemas e, por outro lado, analisar a participação quantitativa das mesmas, em cada conjunto de provas de verificação de aprendizagem, recolhidas para o nosso trabalho.

### 1. Categorias das operações

Fazendo uma análise preliminar dos instrumentos de avaliação utilizados pelos professores de Física, pudemos constatar a existência de um único tipo de instrumento, no qual o professor elabora situações - problemas, nas quais os alunos têm que apresentar o conjunto - solução, a fim de obterem conceitos que representam o quanto o aluno alcançou do rendimento esperado pelo ensino.

Na elaboração dos instrumentos de avaliação verificamos que há um consenso por parte dos professores em enunciarem dois únicos tipos de situações - problemas. Um tipo, que é caracterizado pela necessidade de um desenvolver dissertativo, no qual o aluno fornece explicações sobre conceitos, definições e demonstrações e, ou-

do tipo, que se caracteriza pela necessidade de que haja um desenrolar que exija a utilização de cálculos com operações matemáticas, a fim de que o aluno apresente o conjunto - solução da situação - problema.

Pertinente a preocupação inicial deste trabalho, vamos nos fixar ao segundo tipo de situação - problema focalizados anteriormente, a fim de que possamos atingir os objetivos relacionados nesta fase.

Em se tratando de situação - problema, nas quais os cálculos matemáticos se fazem necessários, após o desenrolar das operações corretamente, é apresentado pelo aluno o conjunto de números que significam o conjunto - solução.

O professor, por sua vez, ao analisar a resolução apresentada, utiliza de critérios que o conduz a estabelecer dois sinais indicativos da aceitação da resposta, ou seja, o professor anota na questão o "certo" ou o "errado", e ainda, quando há aproximação entre o resultado apresentado e o resultado correto, é utilizado o "meio - certo".

Sabemos, e é demais conhecido - constatação que é feita em qualquer reunião ou agrupamento de professores - que os professores das escolas de 1º e 2º graus reclamam da falta de tempo disponível para correção de provas, como também é sabido que o aluno ao apresentar a solução da situação - problema tem de fazê-la corretamente.

Em razão desses e outros motivos mais, que não

cabem aqui especificar, o professor deixa de verificar no contexto da questão resolvida se o aluno atingiu os objetivos propostos pertinentes à unidade de ensino desenvolvida, e esta origem das situações - problemas enunciados, avaliando, desta forma - o que é constatado nos conjuntos de provas de nosso trabalho - apenas pelo conjunto - solução apresentado.

Se observarmos qualquer instrumento de avaliação, certificamos pelo conjunto de provas do trabalho que no desenrolar da resolução da situação - problema pode acontecer uma falha de operação com os elementos do desenvolvimento, que obviamente conduzirá a um conjunto - solução não correto.

A falha no desenrolar pode ser originária de variáveis não pertinentes ao conteúdo específico proposto, ou seja, a não apresentação do conjunto - solução correto poderá ser ocasionada além da não aquisição do conceito específico, pela falta de habilidade na operacionalização com operações matemáticas.

Assim sendo, os instrumentos de avaliação ao se alicerçarem sobre o referido tipo de correção de provas, poderá não indicar a causa do erro, ou seja, o fato do aluno não apresentar o conjunto - solução, poderá ser originário tanto do não conhecimento específico da Física, como também da não habilidade com as operações matemáticas envolvidas.

Até agora entramos no desenvolvimento da situa-

ção - problema que envolve Matemática. Estas são evidentes e desta forma, nos são importantes, mas ainda o que nos importa é o aspecto da Matemática que no desenrolar, da resolução está determinando o chegar à solução correta.

Por serem os procedimentos para se chegar à solução geralmente derivados de tipos diferentes de cálculos, naturalmente, percebemos a conveniência de categorizar as operações envolvidas no desenrolar da resolução da situação - problema.

Resolvemos, portanto, analisar as operações em função das características inerentes à divisão tradicional da Matemática, ou seja, Aritmética, Algebra e Geometria.

Para efeito de nosso trabalho, as três categorias acima mencionadas foram consideradas inicialmente assim; a Aritmética como sendo as propriedades dos números e as operações que com eles se realizam; consideramos a algebra como sendo as operações que envolvem um tratamento com incógnitas ou variáveis, generalizando as operações numéricas; a Geometria consideramos como sendo a relação entre as propriedades e conceitos tanto de forma como de posição.

Na análise de cada situação - problema do conjunto de provas obtidas, há o aparecimento das três categorias e, para que tivéssemos um entendimento mais amplo, foi necessário que cada uma delas fosse subdividi-

da, e, a essa sub-divisão daremos atenção especial nas páginas que se seguem.

O primeiro dado que apresentaremos é a distribuição das operações necessárias para a resolução das provas, em função da tradicional divisão da Matemática e lementar, quer seja, Aritmética, Algebra e Geometria.

TABELA 7 Sub-divisão da Matemática encontrada nas provas de avaliação em Física.

Categorias	número de operações	porcentagem aproximada
Aritmética	168	55
Algebra	120	39
Geometria	18	6
TOTAL	306	

Fazendo a análise da tabela, poderemos, por meio da existência de tais percentuais, tirar algumas conclusões que são genéricas, até que nos aprofundemos mais e obtenhamos mais informações.

O percentual de 55 evidencia nitidamente que para a resolução das situações - problemas, o cálculo com números tem um envolvimento relevante, atingindo mais do que a metade das operações necessárias.

A Geometria, entre as 306 operações encontradas, aparece com um percentual muito baixo em relação à

Algebra, passando a ter uma participação na resolução das situações - problemas, quase que insignificante.

A Algebra, embora aparecendo razoavelmente, passa, em função do pouco aparecimento da Geometria, a ter grande importância devido a alta frequência no desenrolar das situações - problemas.

A partir destes comentários referentes à tabela 7, finalmente, podemos fazer inferências a respeito de cada grupo de provas, ou seja, os percentuais obtidos proporcionam índices, que nos habilitam a chegar à seguinte conclusão:

A Aritmética e a Álgebra têm muita influência, na avaliação do rendimento escolar de Física, querendo isto dizer que, mesmo que o aluno não tenha adquirido conhecimentos de Geometria, a possibilidade que ele tem de ser considerado não em condições de saber Física é mínima.

#### a. Operações Aritméticas

A exigência maior em utilizar a Aritmética para a resolução de situações-problemas em provas de Física, evidenciou a necessidade de subdividir o campo numérico em grupos, para averiguar possíveis tendências. Dessa forma traz-se a baile as propriedades das operações, entre seus elementos, configurando os conjuntos numéricos mais envolvidos na Matemática elementar, ou seja, Conjunto dos números naturais, simbolizado por  $N$ , Conjunto

dos números inteiros relativos, cujo símbolo é  $Z$  e Conjunto dos números racionais, simbolizado por  $Q$ .

Considerando que os problemas aritméticos são solucionados pelas operações Adição, Subtração, Multiplicação, Divisão e ainda Potenciação e Radiciação, categorizamo-las observando os conjuntos numéricos, sem a preocupação de entrar em detalhes sobre a relação de inclusão entre os mesmos, mais particularmente  $R$  (conjunto dos números reais), bem como as relações existentes entre as operações fundamentais.

Assim sendo, categorizamos as operações nos conjuntos numéricos  $N$ ,  $Z$  e  $Q$  e, não houve a necessidade, de se trabalhar em  $R$  de forma abrangente, pois nas operações encontradas nas provas não apareceram números irracionais. Nos limitamos portanto, aos referidos conjuntos.

Uma preocupação especial surgiu em relação ao conjunto  $Z$ , no qual foram categorizados as operações que envolvem explicitamente os números inteiros positivos e negativos, surgidos nas provas simbolizadas por  $C$ ,  $F$ ,  $N$  e  $O$ . Como estas operações em  $Z$  aparecem em  $1/4$  do conjunto de provas e com uma frequência muito pequena, procuramos verificar se esta aparição é casual ou não, utilizando o teste de aderência, com emprego da prova binomial.

Constatamos que um nível de significância de  $\alpha \cong 0,05$ , em  $H_0 = P = Q = 1/2$ , podemos considerar seu aparecimento como casual\*. Assim sendo, para efeito deste traba-

---

\* Para o tratamento estatístico do trabalho utilizamos Siegel (1975)

Iho, somamos as operações em Z com as operações em N, já que tanto uma como a outra representam números inteiros.

Desta forma representaremos tanto as operações em N como em Z, por Z, seguindo a relação de inclusão existente entre os conjuntos, ficando portanto, com dois conjuntos numéricos; conjunto Z e conjunto Q, que apareceram no conjunto de provas obtidas para o nosso trabalho, em quantidades distintas, como mostra a Tabela 8.

TABELA 8 Conjuntos numéricos incluídos no desenrolar das resoluções das situações-problemas do conjunto de provas.

Conjuntos Numéricos	Z	Q	Total
Número de vezes encontrados	64	104	168
Percentual aproximado	38	62	

O conjunto das operações encontradas, contidos em Q se aproxima do dobro dos contidos em Z e representa 2/3 do total das operações encontradas que foram categorizadas nos conjuntos numéricos, implicando, portanto, na maior necessidade para a solução de aprenderem Aritmética no conjunto Q do que no conjunto Z, a fim de que haja um melhor desempenho nas provas de avaliação de Física.

É importante ressaltar que, comparadas as ta-

belas 7 e 8, podemos notar que as operações aritméticas em  $\mathbb{Q}$  representam mais de 1/3 das operações envolvidas em todas as provas de avaliação com que trabalhamos. Este dado, sob este prisma adquire um valor especial, possibilitando que afirmemos que sem esse tipo de habilidade o aluno estará praticamente inapto para resolver as provas de Física.

Pretendendo fazer uma análise mais profunda deste fato, nos propusemos estudar especificamente em cada um dos conjuntos, as operações encontradas numa tentativa de captarmos mais especificamente as habilidades de Aritméticas exigidas. Com esta finalidade apresentamos as operações encontradas tanto em Z como em  $\mathbb{Q}$ , mostrando inicialmente as pertinentes à Z nas respectivas provas.

TABELA 9 Operações encontradas pertencentes à Z

Operações \ Provas	Provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Adição				1		2				2		3*	1			9	
Subtração		2		1		1		2	1		1			1		9	
Multiplicação	4	2	1			1		4	1	2	4					19	
Divisão	2	1	1			5*		3			4	1	1			18	
Potenciação						1						1		4*		6	
Radiciação			2*					1								3	
Total	6	5	4	2	-	10	-	10	2	4	9	5	2	5	-	64	

\* Aparecem operações específicas de Z, não em N

A análise da tabela, com referência as operações existentes proporciona um conjunto de informações em relação àquilo que é necessário para a resolução de situações-problemas em Física, quando necessário operações Aritméticas no conjunto  $Z$ . Há predominância da Multiplicação e da Divisão, sendo que a diferença entre as duas é insignificante. A soma das duas explicaria 58% das operações, isto é, mais da metade dos requisitos necessários. A operação bastante dispensável é a Radiciação, seguida da Potenciação, cuja exigência é muito restrita.

Com esta colocação pode-se concluir que conhecendo as operações de Multiplicação e de Divisão no conjunto  $Z$ , o aluno já estará bastante capacitado para enfrentar as avaliações.

Acrescentando-se aos conhecimentos referidos a habilidades de operacionalização da Adição e Subtração, que somadas, significam em termos de exigência nas provas, metade da Multiplicação e Divisão juntas, o avaliando poderá resolver praticamente todas as operações aritméticas relativas ao conjunto  $Z$ , que aparecem nas provas.

Por outro lado, poderemos afirmar que o conhecimento das operações em  $Z$  seria complementar ao das operações em que, se comparando com o todo (Tabela 7), e ainda, de outra forma, pode-se perceber claramente que estas habilidades são muito mais requisitadas que o conhe-

cimento em Geometria, posto que a exigência dos conhecimentos em Geometria venha significar menos de que 1/3 em relação a elas.

No que diz respeito às provas, podemos observar que sua exigência de conhecimentos Matemáticos, referentes às operações aritméticas no conjunto Z, varia de 0 (zero) a 10, com uma  $\bar{X} = 4,2$ , marcando uma leve tendência à esquerda de uma curva normal, se pensarmos numa distribuição ideal.

É interessante destacar que a mediana, cujo valor é 4, está muito próxima da média, e o fato da moda não se caracterizar, provocam grande irregularidade na distribuição, não possibilitando, portanto, dizer sobre uma tendência geral.

As provas que não exigiram absolutamente nenhum conhecimento específico deste seguimento matemático que ora analisamos, são as de letras E, G e P; e as três que mais exigiram foram as de letras F, H e L.

A partir destes dados, pensou-se em averiguar se a não aparição das operações no conjunto de provas vem a ser significativo, e para isso utilizamos o teste de aderência com emprego da prova binominal.

Considerando  $H_0 = P = Q = 1/2$  e o nível de significância  $\approx 0,05$ , obtivemos que para o número de observação igual a 15, a maior frequência observada para que haja a aceitação de  $H_0$  é 4. Desta forma, como o conjunto de provas em que não aparecem as operações aritméticas,

é em número de três, e 3 pertence ao intervalo de aleatoriedade ] 0,4 [, decidimos pela aceitação de  $H_0$ , isto é, que o aparecimento de 3 provas, que é o nosso caso, que não contenha as operações aritméticas em  $Z$  é causal.

Em se tratando do conjunto dos números racionais ( $Q$ ), durante a coleta de dados, percebemos haver uma incidência destacada a uma das formas de se escrever os números racionais, ou seja, os números racionais aparecem com denominador que é potência de 10, tendo o expoente pertencente a  $Z^*$  (Conjunto dos números inteiros diferentes de zero).

Especificamente nas provas de letras B e N, as operações em  $Q$  aparecem na forma  $k/t$  (onde  $k \in Z$  e  $t \in Z^*$ ), operando com Multiplicação e Subtração por 2 vezes cada uma na prova 3, e com Adição na prova N também 2 vezes. Assim sendo, procuramos averiguar se a aparição destas operações na forma  $k/t$  é causal ou não, e utilizamos o teste de aderência com emprego da prova binomial.

Estabelecemos o nível de significância  $\approx 0,05$ , e obtivemos para  $x = 2$  em  $n = 15$  a probabilidade 0,004, que é menor que 0,05. Desta forma, aceitaremos a hipótese de que o aparecimento das operações em  $Q$  na forma  $k/t$  ( $k \in Z$  e  $t \in Z^*$ ) é causal, não merecendo um estudo em separado. Consequentemente somamo-lo à  $Q$ .

Portanto com a possibilidade de estudarmos  $Q$ , sem observarmos a distinção das formas em que aparecem,

apontaremos na Tabela 10 as operações encontradas em Q.

TABELA 10 Operações aritméticas encontradas nas provas referentes à Q.

Operações \ provas																	Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Adição					1								2*	1		4	
Subtração		2*					1				1	1			1	6	
Multiplicação	2*	3	2	4		3	1	3	2	2	6	5	4	4		41	
Divisão		1	2	3	2	1		1	2		1	2*	5	5		25	
Potenciação					1				1	1		8	7	6		24	
Radiciação			1		1		1						1			4	
Total		5	6	5	9		5	2	4	5	4	8	17	18	16	104	

\* Desenvolvimento na forma  $k/t$  sendo  $k \in \mathbb{Z}$  e  $t \in \mathbb{Z}^*$

Na Tabela 10, podemos verificar que 41 das 104 operações encontradas pertencentes ao conjunto Q, isto é, 40%, refere-se a operação Multiplicação, que veio constituir-se na operação mais requintada. Ela é seguida, tanto da operação Divisão como da Potenciação que têm entre si os percentuais bastante aproximados, mas que juntas ultrapassam-na um pouco. A soma das operações Multiplicação, Divisão e Potenciação equivale ao percentual de 87%, ou seja, próximo à totalidade das operações encontradas em Q, restringindo significativamente a uti-

lização da Adição, Subtração e Radiciação que aproximadamente se equivalem, com pouca superioridade à Subtração.

É importante ressaltar que, comparadas as Tabelas 7 e 10, podemos observar que a operação Multiplicação aparece em mais que o dobro do que a Geometria e as operações Divisão e Potenciação aparecem mais que a mesma Geometria. Somando-se o número encontrado para Multiplicação, Divisão e Potenciação, obteremos um valor um pouco menor que o número de operações em Álgebra. Assim sendo, o aluno que estiver habilitado nestas operações, de Q estará praticamente apto para resolver 30% das operações da prova de Física.

Por outro lado, fazendo a análise novamente da Tabela 10, mas agora referindo-se às provas, observaremos que o aparecimento das operações em Q varia de 0 (zero) a 18, com a  $\bar{x} = 6,9$ , marcando a tendência à esquerda de uma curva normal, se pensássemos idealmente. Notamos, ainda que a Mediana e a Moda se equivalem com valor 5, tendendo desta forma ambas para a esquerda da Média, configurando uma curva assimétrica positiva, querendo dizer que há uma dispersão de valores. Essa dispersão encontra-se nas provas N, O e P que apresentam as mais altas frequências de operações, destacando-se totalmente das outras. Por outro lado as provas que não exigiram absolutamente nenhum conhecimento específico no conjunto Q, são as de letras A e F.

Podemos constatar ainda, que essas provas têm

um aparecimento causal, pois aplicando o teste de aderência, em  $H_0 = P = Q = 1/2$ , para um nível de significância  $\cong 0,05$  na prova binominal, não foi possível rejeitar a  $H_0$ .

Com a finalidade de analisar mais globalmente os resultados obtidos, procuramos verificar primeiramente se a distribuição das diferentes operações aritméticas nos conjuntos numéricos é homogêneo. Para tanto construímos tabelas de dupla entrada, tendo como critério classificatório, por um lado, o conjunto Z e o conjunto Q, e, por outro, as operações envolvidas. Os resultados a que chegamos são os seguintes.

TABELA II Frequência observada ( $f_o$ ) das operações em Aritmética e seus respectivos conjuntos numéricos.

conjuntos numéricos operações	Z	Q	Total
Adição	10	4	14
Subtração	9	6	15
Multiplicação	19	41	60
Divisão	18	25	43
Potenciação	6	24	30
Radiciação	2	4	6
Total	64	104	168

Fazendo uma análise no total das operações encontradas em aritmética, verificamos que 35% das operações são pertencentes à Multiplicação e 25% pertencentes à Divisão, que juntas equivalem a 60% do que se pode concluir que o aluno que souber multiplicar e dividir em Aritmética terá condições de resolver uma boa parte da prova de Física.

Por outro lado, observamos que a operação Radiciação apareceu de forma insignificante em relação à Multiplicação, Divisão e Potenciação, e que juntando -se a ela as operações Adição e Subtração, teremos uma participação de 20%, ficando 80% às outras, para a resolução das provas que necessitam de cálculos aritméticos.

Para averiguar o objetivo acima proposto, aplicamos a estes dados a prova que emprega o qui quadrado, encontrando um valor igual a 15,18 que com  $g_{15}$  e ao nível de significância 0,05, rejeita  $H_0$ , ou seja, a homogeneidade da distribuição. Isto implica em que as operações aparecem com frequências muito distintas nos dois conjuntos numéricos estudados. Desta forma o resultado geral, em relação à Aritmética, provem de partes que são consideradas, estatisticamente, distintas ou heterogêneas. Em outros termos, o todo geral não é constituído por parcelas equitativas das diferentes partes, implicando, portanto, que a tendência geral não é comparável às tendências encontradas em cada componente. A validade de uma apresentação e análise do todo, encontra-se no fato

de que a soma das diferentes partes constituintes equilibram-se no todo.

Outro elemento necessário, antes de passarmos à análise global, é o de detectar até que ponto as diferentes provas apresentam quantidades iguais de operações referentes a Q ou Z. Para tanto construiu-se uma tabela de contingência, tendo como critério classificatório, por um lado, as diferentes provas, e por outros, os diferentes conjuntos ( Z e Q ). O resultado encontrado foi o seguinte:

TABELA 12 Quantidade de operações em Aritmética encontradas nas diferentes provas.

Conjunto numérico	Provas															Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	
Z	6	5	4	2	-	10	-	10	2	4	9	5	2	5	-	64
Q	-	5	6	5	9	-	5	2	4	5	4	8	17	18	16	104
Total	6	10	10	7	9	10	5	12	6	9	13	13	19	23	16	168

Com o objetivo de averiguarmos até que ponto as diferentes provas apresentam quantidades iguais de operações referentes a Q ou Z, aplicamos a prova que emprega o  $\chi^2$ .

Para g(14 e o nível de significância 0,05, o qui-quadrado encontrado foi 71,01, valor este que ultrapassa o limite de equilíbrio, constatando portanto, que

não há homogeneidade na distribuição das operações aritméticas tanto em Z como em Q nas diferentes provas.

Esta constatação, ou seja, as diferentes provas não apresentando quantidades iguais de operações, nos conduziu a determinar o grau de contingência quadrática média ou de Pearson, para verificarmos a intensidade de associação entre as operações de Z e de Q.

O grau de contingência quadrática média calculado foi  $C = 0,54$ , o que nos evidenciou uma forte associação entre as partes e desta forma, podemos concluir haver uma diferença entre o aparecimento das operações de Z e de Q.

Assim sendo, a situação-problema que exige para sua resolução operações matemáticas com números inteiros, exige uma pequena ou nenhuma participação das operações em Q, em cada prova. Da mesma forma podemos dizer sobre a relação inversa, ou seja, quando há uma certa frequência de operações em Q, a frequência de operações em Z é menor.

Outros dados importantes a Tabela 12 nos fornece, ou seja, entre os 15 conjuntos de provas analisados há uma igualdade na quantidade de provas que necessitam de muitas e de poucas operações aritméticas, sendo que a maioria das provas tiveram em média a necessidade de 10 operações aritméticas.

Tivemos, portanto, 4 provas com a quantidade de operações que varia de 5 a 7, 3 provas que varia entre

16 a 23 o número de operações encontradas em Aritmética, ficando a maioria, como afirmamos anteriormente, com uma quantidade de operações em Aritmética que varia de 9 a 13.

#### b. Operações Algébricas

A segunda maior exigência da matemática nas resoluções de situação-problema em provas de Física é a Álgebra, que evidenciada pelo percentual de 38% (vide Tabela 7), nos conduziu a uma subdivisão do campo em dois sub-conjuntos a fim de averiguarmos as possíveis tendências. Desta forma traz-se à tona o campo do cálculo algébrico e o campo das equações e inequações que se caracterizam pela operacionalização de expressões algébricas e equações respectivamente, no conjunto das operações encontradas nas provas. Não iremos tratar das implicações existentes entre as sub-divisões, mas sim, desvinculá-las para que os requisitos matemáticos na resolução de situações-problemas de Física fiquem evidenciados.

Considerando que as expressões algébricas são formuladas por operações de Adição, Subtração, Multiplicação, Divisão, Potenciação e Radiciação em  $\mathbb{R}$  (conjunto dos números reais); categorizamo-las observando as operações indicadas, com a preocupação de dissecá-las em outras derivadas e habitualmente tratadas especificamente, tais como: Produtos Notáveis, Fatoração, Menor Múltiplo

comum Algébrico, etc.

TABELA 13 Operações encontradas em expressões Algébricas.

Operações \ Provas	Provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Adição	3	3		3				2				1					12
Subtração		2		3						1							6
Multiplicação	2	4		6	1		3	3		1		3					23
Divisão	6	1	1						1							1	10
Potenciação																	-
Radiciação																	-
Total	11	10	1	12	1	-	3	5	1	2	-	4	-	-	1		51

Na análise da Tabela que se refere às operações existentes para a resolução de situações-problemas em Física, quando envolve Álgebra, especificamente as operações algébricas, nos fornece um conjunto de informações relevantes.

Existe a predominância da Multiplicação, sendo que, Adição e Divisão vêm em igualdade de condições e a soma das duas implica em  $\pm 44\%$ , equivalente ao percentual da Multiplicação. As operações totalmente dispensáveis são, Potenciação e Radiciação o que já coloca como desnecessário o estudo sobre outros tipos de operações

peculiares da Álgebra e relacionadas com as mesmas, tal como: Produtos Notáveis, por exemplo.

Realizando a comparação entre as Tabelas 7 e 13, podemos observar que 17% das operações encontradas nas provas são expressões Algébricas, totalizando aproximadamente o triplo das encontradas em Geometria e que especificamente a Multiplicação Algébrica aparece mais que a mesma.

Averiguamos ainda que, nas análises realizadas até agora, que a Multiplicação é a operação que tem um alto índice de participação nas resoluções das situações-problemas de Física.

Por outro lado, analisando em função das provas, podemos notar que operar com expressões Algébricas varia de 0 (zero) a 12 com a média = 3,4 marcando a tendência para esquerda de uma curva normal, se pensarmos idealmente na distribuição. Notamos também que a mediana está à esquerda da média, com valor igual a 1. Não há possibilidade de dizer algo sobre uma tendência geral, pois, além de não haver caracterização da Moda, a Mediana e Média são muito distintas.

As provas que não exigiram nenhum conhecimento nesta sub-divisão da Álgebra, são as de letras F, L, N e O e as três que mais exigiram foram as de letras B, D, e A. A partir destes dados, averiguamos a aleatoriedade ou não do não aparecimento das operações em expressões Algébricas no conjunto de provas.

Considerando  $H_0 = P = Q = 1/2$  e o nível de significância  $\cong 0,05$ , aplicamos o teste de aderência com emprego da prova binominal e obtivemos a informação de que o fato de aparecer 4 conjuntos de prova que não contém as operações em expressões algébricas pode ainda ser considerada causal.

Para efeito de particularizar o estudo sobre a operação que mais se observa no conjunto das operações entre expressões algébricas, ou seja, a operação Multiplicação; lembramos que há três tipos de Multiplicação: monômio por monômio, monômio por polinômio e polinômio por polinômio e, nestes dois últimos, a propriedade distributiva se evidencia e daí uma habilidade de cálculo específico. A fim de verificar com elas se diferenciam quanto a frequência em que aparecem montamos a Tabela que se segue, onde ilustramos as frequências correspondentes, destacando que o envolvimento entre monômio por polinômio, e ainda, polinômio por polinômio, consideramos da mesma forma, pois necessitam da aplicação da propriedade distributiva.

TABELA 14 Tipos de Multiplicação Algébrica.

	Número de vezes encontrado
Monômio por Monômio	11
Multiplicação com propriedade distributiva	12

A Tabela nos mostra que de todas as operações em expressões que envolve Multiplicação há um equilíbrio entre o cálculo Multiplicativo de um monômio por monômio e a Multiplicação com necessidade da aplicação da propriedade distributiva. Isto faz com que possamos falar delas como se fossem uma.

Comparando as Tabelas 13 e 14, verificamos que o número de aplicação da propriedade distributiva equivale ao número de Adição algébrica e é de número maior que a quantidade de Divisão algébrica. Assim sendo existe a necessidade de o aluno dominar a operação Multiplicação entre monômio por polinômio e polinômio por polinômio, Adição e Divisão algébricas, com intensidades semelhantes, para poder resolver provas que englobam expressões algébricas.

A 2ª sub-divisão da 2ª categoria das operações algébricas encontradas nas provas, merece algumas considerações antes de nos aprofundarmos na análise dos dados encontrados. Para classificarmos as equações utilizamos o seguinte critério:

Chamamos de Operação Adição na resolução da equação quando há necessidade de aplicar o princípio aditivo da igualdade, ou seja, transposição de um membro da equação para outro, de um número positivo.

Generalizando, damos o nome da operação em função da operação indicada para o termo da equação que é necessário transpor de membro:

Exemplos:

1.  $x + 2 = 6$

$x = 6 - 2$  Categoria Adição

2.  $x - 2 = 6$

$x = 6 + 2$  Categoria Subtração

3.  $2x = 6$

$x = 6 : 2$  Categoria Multiplicação

4.  $x/2 = 6$

$x = 6 \cdot 2$  Categoria Divisão

5.  $x^2 = 6$

$x = \sqrt{6}$  Categoria Potenciação

6.  $\sqrt[3]{x} = 2$

$x = 2^3$  Categoria Radiciação

Outra consideração diz respeito à comparação entre sentenças abertas, que são utilizadas para resolução das situações-problema, que envolve duas ou mais sentenças, e nós a categorizamos com o nome comparação.

$$\begin{cases} x = 2y \\ x = y + 5 \end{cases}$$

Comparando os dois valores de  $x$  obtemos

$$2y = y + 5$$

Ao procedimento utilizado, chamamos comparação.

Com a distribuição das operações nas equações e respectivas provas, pudemos montar a Tabela abaixo, obtendo os seguintes dados:

TABELA 15 Operações encontradas nas equações.

Operações \ Provas	Provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Adição		2				1	1	1			2	1				8	
Subtração	1	6		1	1	2					2					13	
Multiplicação	2	1	1	3		3	2	2	1		3	2	1		1	22	
Divisão	4							1			2	2	2			11	
Potenciação			3		1			1						2		7	
Radiciação																-	
Comparação			2		1				3			1			1	8	
Total	7	9	6	4	3	6	3	5	4	-	9	6	3	2	2	69	

A análise da Tabela nos conduz à obtenção de várias informações em relação aos procedimentos para a operacionalização dos termos das equações encontradas no conjunto de provas do nosso trabalho. Há uma frequência maior da operação Multiplicação, tal como vem ocorrendo

em todas as situações analisadas até aqui, sendo que Subtração e Divisão aproximadamente em igualdade de frequência têm na sua soma um valor pouco superior à frequência mais alta, que é a Multiplicação. Multiplicação, Divisão e Subtração com o total 68% predominam e equivalem a aproximadamente  $2/3$  das operações indicadas nas equações. A operação que não apareceu indicada é a Radiciação, havendo igualdade de frequência nas operações Comparação, Adição e Potenciação.

Comparando a Tabela 7 com a Tabela 15, observamos que, as operações com equações equivalem a mais da metade das operações em álgebra, e ainda, que a Multiplicação tem uma frequência maior que a Geometria.

Em relação as provas, podemos considerar que a exigência de operacionalização com equações varia de 0 (zero) a 9, com  $\bar{X} = 4,6$ , marcando uma tendência de aproximar-se da média de uma curva normal se pensarmos em termos ideais. Constatamos ainda a aproximação da mediana que é 4 junto à média, querendo dizer que não há uma dispersão muito grande de valores. Detectamos também a não caracterização da Moda. Nesses termos não poderemos analisar uma tendência geral marcada, já que houve uma assimetria na distribuição dos dados.

Outro fato a ser observado, é que a operação Radiciação não apresentou frequência, tanto neste caso como no anterior, o que nos sugere uma possível não utilização ou muito escassa, no que tange à operação Algé-

brica.

Com o objetivo de fazer uma análise mais global dos resultados obtidos na Álgebra, procuramos verificar se a distribuição das diferentes operações nas subdivisões se faz de forma homogênea. Construímos a Tabela abaixo, tendo por um lado as operações envolvidas e por outro as sub-divisões, expressões algébricas e equações.

TABELA 16 Frequência observada das operações algébricas e suas sub-divisões.

Subdivisões da Álgebra / Operações	Expressões algébricas	Equações	Total
Adição	12	8	20
Subtração	6	13	19
Multiplicação	23	22	45
Divisão	10	11	21
Potenciação	-	7	7
Comparação	-	8	8
Total	51	69	120

Para averiguar o objetivo proposto acima, apli

camos a estes dados a prova que emprega o  $\chi^2$ , encontrando um  $\chi^2 = 16,204$  que com  $g15$  e a nível de significância  $0,05$ , rejeita  $H_0$ , ou seja, rejeita a homogeneidade da distribuição.

A constatação acima implica em que as diferentes operações aparecem com frequências muito distintas nas duas sub-divisões da Álgebra estudadas. Dessa forma o resultado geral, com relação à Álgebra, porém de partes que são consideradas, estatisticamente, distintas ou heterogêneas. Em outros termos, o todo não é constituído por parcelas equitativas das diferentes partes, implicando, portanto, que a tendência geral não é comparável às tendências encontradas em cada componente. A validade de uma apresentação e análise do todo encontra-se no fato de que a soma das diferentes partes constituintes equilibram-se no todo.

Analisando ainda a Tabela 16, verificamos também que entre as operações encontradas em Álgebra, a Multiplicação continua sendo a que mais aparece, havendo no entanto, um certo equilíbrio entre as operações Adição, Subtração e Divisão.

Por outro lado, o aparecimento tanto da comparação, como da potenciação é muito pouco, sendo nulo o aparecimento da radiciação.

A Tabela ainda nos dá oportunidade de concluirmos que, bastando saber operar com Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão em Álgebra, o aluno terá condi-

ções suficientes para a resolução de situações - problemas em Física, pois, as mesmas somadas atingem aproximadamente 88% das operações encontradas.

Antes de passarmos à análise global, outro elemento se torna necessário, ou seja, detectar até que ponto as diferentes provas apresentam quantidades iguais de operações referentes à Expressões Algébricas ou Equações. Para tanto construiu-se uma Tabela de contingência, sendo como critério classificatório, por um lado as diferentes provas e, por outro, as diferentes subdivisões da Álgebra. O resultado encontrado foi o seguinte.

TABELA 17 Quantidade de operações em Álgebra encontradas nas diferentes provas.

Subdivisões da Álgebra \ Provas	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Total
	Expressões	11	10	1	12	1	-	3	5	1	2	-	4	-	-	1
Equações	7	9	6	4	3	6	3	5	4	-	9	6	3	2	2	69
Total	18	19	7	16	4	6	6	10	5	2	9	10	3	2	3	120

Para averiguar, portanto, até que ponto as diferentes provas apresentam quantidades iguais de operações referentes à Expressões Algébricas e Equações, aplicamos aos dados da Tabela 17 a prova que emprega o  $\chi^2$ , encontrando um  $\chi^2 = 32,38$  que com  $gl=14$  e o nível de significância 0,05 rejeita a possibilidade de haver uma distribuição homogêneas das duas sub-divisões da álgebra em diferentes provas. Isto nos diz, que nas diferentes provas aparecem tanto operações com expressões algébricas, como equações com frequências muito distintas. Desta forma o resultado geral, com relação as provas, provém de partes que são consideradas, estatisticamente distintas.

A constatação da não equivalência entre as diferentes partes em relação ao todo, é que nos conduziu a inferir que não há possibilidade de comparação entre as tendências encontradas particularmente nos componentes e à tendência originada da Adição das mesmas.

De outra forma, o fato de que a soma das partes constituintes tendem a se equilibrar no geral, nos valida a possibilidade de apresentarmos esta soma e conseqüentemente analisá-la como um todo.

Como o qui-quadrado encontrado para a rejeição da  $H_0$  pode ser considerado alto, assim como da leitura da Tabela fica claro que quase sempre em que numa prova aparecem operações em Expressões, não aparecem ou aparecem muito poucas operações em Equações e vice-versa, procuramos determinar a intensidade de associação encontrada

(qui-quadrado). Para isso nos valem da formula que fornece o grau de contingência quadrática média, mais particularmente do de Pearson.

Obtendo a intensidade de associação igual a  $C = 0,46$ , podemos concluir haver uma moderada associação, se pensarmos em termos de fraca, média e forte preditividade. Este fato permite ser interpretado no sentido de comprovar a observação feita logo acima, isto é, o aparecimento de operações em expressões, em uma determinada prova, quase sempre implica no não aparecimento ou ocorrência em pequeno grau de operações em equações.

Assim sendo, analisando o conjunto total de operações em Álgebra encontradas nas diferentes provas, podemos concluir que, não havendo equilibrio na distribuição, as sub-divisões da Álgebra aparecem em função da característica da situação-problema.

Outro fator a ser analisado é a frequência em que as operações em Álgebra aparecem em cada prova, e, para fazermos esta análise, a observação recai sobre a linha do total de operações encontradas em cada prova na tabela 17.

Nesta análise, verificamos que na metade do conjunto de provas temos em média 7 operações algébricas. Por outro lado 1/4 das provas a Álgebra é muito pouco necessária e no outro 1/4 a Álgebra aparece com uma frequência muito alta.

Podemos, das observações acima, concluir que,

para que um aluno conduza seu ano letivo satisfatoriamente, terá que saber Álgebra, a fim de demonstrar condições de ser aprovado em Física, em pouco mais da metade das provas de verificação do rendimento escolar.

c. Resultado Geral da Álgebra e Aritmética.

Com o objetivo de obter uma globalização das operações necessárias para a resolução de situações-problema de Física nas diferentes classes de 2º grau pertinentes ao nosso trabalho, procuramos verificar se a distribuição das diferentes operações tanto em aritmética como em álgebra é homogênea, relacionando apenas as operações inclusas nas duas categorias, tabelando da seguinte forma:

TABELA 18 Operações encontradas em Álgebra e Aritmética.

operações	Aritmética	Álgebra	Total
Adição	14	20	34
Subtração	15	19	34
Multiplicação	60	45	105
Divisão	43	21	64
Potenciação	30	7	37
Radiciação	8	-	8
Total	168	112	280

Aos dados da Tabela 18 , aplicamos a prova que emprega o  $\chi^2$ , a fim de averiguar a homogeneidade da distribuição das diferentes operações. Para gl5 e o nível de significância 0,05 encontramos um  $\chi^2 = 22,505$ , valor este, muito maior que o limite de aceitação da hipótese. Assim sendo fica caracterizada a não homogeneidade da distribuição das operações. Este dado leva à afirmação de que as diferentes operações em álgebra aparecem com frequências distintas nas divisões da Matemática, ou seja, Álgebra e Aritmética.

Assim sendo, concluímos que as parcelas pertencentes a este todo não são constituídas de forma equitativa. Dai, entendermos que a tendência encontrada tanto em Aritmética como em Álgebra não possibilita que haja uma comparação com a tendência geral.

Esta afirmação se baseia no fato de que o resultado geral apresentado, composto pelas duas subdivisões da Matemática é originário de partes que estatisticamente são consideradas de naturezas distintas.

A possibilidade de invalidação de uma apresentação e análise do todo é negada de maneira suficiente, em razão de haver, de certa forma, um redimensionamento, balanceado resultante da soma das diferentes partes constituintes.

Na análise das soma das operações pertinentes a Álgebra e a Aritmética verificamos alto índice da operação Multiplicação em relação a outras constituindo-se

em quase 40% do total de operações.

Podemos concluir, pela soma das operações, Multiplicação e Divisão, que as mesmas, constituindo 60% do todo, colocam o aluno que estiver hábil em ambas, em condições suficientes de resolução de muitas das situações-problema em Física.

Por outro lado, a necessidade de saber realizar cálculos na Radiciação é por demais insignificante, dado o baixo percentual (2,5%) em que aparece esta operação. De forma um pouco mais relevante aparecem Adição, Subtração e Potenciação que quase se equivalem, e que somados atingem 40% do total, chegando juntas a se equilibrar com a Multiplicação.

Outro fator que se torna necessário é averiguar se as diferentes provas apresentam quantidades iguais de operações referentes a divisões da Matemática, Álgebra e Aritmética. Para tanto construiu-se uma tabela de contingência, observando o critério de haver por um lado as diferentes provas, e por outro, as duas subdivisões da Matemática, Álgebra e Aritmética e o resultado encontrado foi o da seguinte Tabela:

TABELA 19 Operações encontradas em Álgebra e Aritmética.

Provas	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Total
Aritmética	6	10	10	7	9	10	5	12	6	9	13	13	19	23	16	168
Álgebra	18	19	7	16	4	6	6	10	5	2	9	10	3	2	3	120
Total	24	29	17	23	13	16	11	22	11	11	22	23	22	25	19	288

A fim de fazermos a averiguação enunciada anteriormente, aplicamos na Tabela 19 a prova que emprega o qui-quadrado.

O qui-quadrado encontrado veio nos afirmar que as duas partes, ou seja, a Aritmética e a Álgebra aparecem com frequências distintas nas diferentes provas, pois que, trabalhando com um grau de liberdade 14, ao nível de significância 0,05 e encontrando um valor para o qui-quadrado igual a 59,83, a possibilidade de homogeneidade na distribuição é completamente rejeitada.

Desta forma, podemos dizer que em relação às provas, o resultado geral é originado pela soma das parcelas heterogêneas, caracterizando assim, estatisticamente, a distinção entre as duas sub-divisões da Matemática até agora relacionadas, ou seja, a Álgebra e a Aritmética.

Sintetizando, dizemos que não podemos fazer comparação entre a tendência geral e as tendências encontradas nas partes.

Por outro lado, ao estabelecermos uma relação entre as frequências existentes da Aritmética e da Álgebra em cada prova, verificamos que em pouco mais de  $3/4$  do conjunto das provas, sempre que aparecem operações em Aritmética, em pouca quantidade aparecem operações em Álgebra, e vice-versa. Além disso, como o Qui-quadrado encontrado para rejeição da hipótese pode ser considerado alto, nós utilizamos da fórmula que fornece o grau de

contingência quadrática média, ou seja, o de Pearson, a fim de determinar a intensidade de associação encontrada (Qui-quadrado).

Com o valor achado de  $C = 0,41$ , concluímos, que há uma moderada associação. Logo, comprovamos a inferência feita anteriormente, ou seja, o fato de aparecer nas provas, operações em Aritmética, implica na maioria das vezes no quase não aparecimento das operações em Álgebra.

Por outro lado, ao analisarmos o total das operações encontradas em cada conjunto de provas da Tabela 19, verificamos haver uma quantidade muito grande de operações a serem realizadas pelos alunos em cada prova. Em relação a esta colocação, observamos que 3 conjuntos de provas possuem 11 operações a serem realizadas e outras 3, com uma quantidade que varia de 24 a 29 operações, e, que em mais da metade dos conjuntos de provas há em média 19 operações a ser realizadas pertinentes à Álgebra e à Aritmética.

#### d. Geometria

Outra sub-divisão, da Matemática encontrada nas provas de avaliação, coletadas para nosso estudo refere-se a Geometria, e os conhecimentos encontrados incidem nos conceitos que envolvem triângulos, cálculo de Áreas e cálculo de Volumes. Assim sendo, tabelamos os da

dos obtidos, simplesmente relacionando com unidades de ensino da Matemática dos quais os assuntos são inclusos.

A tabela a seguir mostra a quantidade de envolvimento dos assuntos em cada prova de avaliação de Física.

TABELA 20 Assuntos de Geometria encontrados

Assunto de Geometria	Provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Semelhança de Triângulo		1														1	
Trigonometria no triângulo retângulo		1	1	2	1			2							3	10	
Soma de ângulos internos do triângulo				1												1	
Área					1					2				1		5	
Volume										1						1	
Total	-	2	-	2	3	-	1	-	2	-	3	-	-	1	1	3	18

A análise da Tabela, com referência à Geometria, proporciona algumas informações em relação ao que é necessário da categoria para a resolução de situações-problemas em Física.

A predominância em se ter o conhecimento sobre as relações trigonométricas no triângulo retângulo é grande em relação às outras, vindo a seguir com um percentual baixo e bem distante do primeiro, o cálculo de Áreas. É bom observar que a soma dos assuntos encontrados é menor que as relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Comparando-se as Tabelas 7 e 20, verificamos que o assunto que mais aparece em Geometria é significante em relação à Álgebra e à Aritmética. Comparando a Tabela 20 com a Tabela 11, a quantidade que aparece a trigonometria no triângulo retângulo é superior apenas ao aparecimento da operação radiciação em Aritmética.

Quanto à comparação com operações algébricas (tabela 16), a trigonometria supera a potenciação e a comparação, vindo com uma quantidade muito inferior em relação às outras operações.

Por outro lado, ao fazermos a análise das provas, podemos observar que o aparecimento de conhecimentos geométricos varia de 0 (zero) a 3, sendo que a média 1,1 vem marcar uma grande tendência à esquerda de uma curva normal, pensando-se em termos ideais. Notamos ainda, que a mediana 1.0 se aproxima da média, e que a

moda é zero.

Com as medidas de tendência central apresentadas, verificamos que há uma assimetria acentuada nos dados, impossibilitando o aparecimento de uma tendência geral, mas fazendo surgir, de forma mais ou menos forte, um direcionamento dos dados a valores nulos ou pequenos.

Observando a linha do total das operações encontradas da Tabela 20, obtemos que  $2/5$  das provas do nosso trabalho não apresentam envolvimento com a Geometria, sendo que em muitas provas apenas por uma v $\hat{e}$ z o conhecimento em Geometria é exigido.

Necessário tornou-se, no entanto, averiguarmos se o n $\tilde{a}$ o aparecimento de conhecimentos de Geometria como condi $\tilde{c}$ ão para resolu $\tilde{c}$ ão de situa $\tilde{c}$ ões-problemas em Física, é casual ou n $\tilde{a}$ o.

Considerando  $H_0=P=Q=1/2$ , ao n $\acute{e}$ vel de signific $\hat{a}$ ncia 0,05, a fim de aplicarmos o teste de ader $\hat{e}$ ncia para prova binominal, constatamos que n $\tilde{a}$ o é casual a ocorr $\hat{e}$ ncia em nenhuma quantidade de conhecimento de assuntos de Geometria para a resolu $\tilde{c}$ ão de problemas de Física.

Em fun $\tilde{c}$ ão das coloca $\tilde{c}$ ões feitas acima podemos concluir que a necessidade de se ter conhecimentos de Geometria é particularizado em algumas provas, e mais, quando exigido é em pequena propor $\tilde{c}$ ão.

e. Vis $\tilde{a}$ o geral das opera $\tilde{c}$ ões encontradas

Objetivando analisar globalmente os resultados

obtidos, procuramos averiguar se a distribuição das três divisões da Matemática nas diferentes provas é homogênea.

Tendo por um lado as três divisões da Matemática, e por outro os diferentes conjuntos de provas, como critério de classificação, construímos uma tabela de dupla entrada, e, chegamos aos seguintes resultados.

TABELA 21 Quantidade de conhecimentos de Aritmética, Álgebra e Geometria encontrados na resolução de situações-problemas de Física nas diferentes provas.

Divisões da Matemática \ Provas	Provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Aritmética	6	10	10	7	9	10	5	12	6	9	13	13	19	23	16	168	
Álgebra	18	19	7	16	4	6	6	10	5	2	9	10	3	2	3	120	
Geometria	-	2	-	2	3	-	1	-	2	-	3	-	1	1	3	18	
Total	24	31	17	25	16	16	12	22	13	11	25	23	23	26	22	306	

Para atender o objetivo acima citado, encontramos, como limite de aceitação de homogeneidade de distribuição das três divisões da Matemática nas diferentes provas o valor 41,34, no grau de liberdade 28 ao nível de

significância 0,05. Desta forma, a possibilidade de haver uma distribuição homogênea é rejeitada, pois, com a aplicação da prova que emprega o qui-quadrado encontramos o valor 72,43 que está fora do limite de aceitação, da hipótese.

Esta prova possui pouca viabilidade, devido à frequência teórica encontrada face à frequência observada de Geometria. Entretanto como essa nos pareceu a melhor alternativa, preferimos aceitar o dado tal qual é.

O que ocorreu foi um aumento bastante pequeno no qui-quadrado encontrado. Como a pouca frequência nada acrescenta à informação já detectada, quando analisamos, a relação entre a Álgebra e a Aritmética em função das provas, optamos em ficar com as interpretações já obtidas, pois o que a Geometria acrescenta, se por ventura acrescentar, nos é imperceptível.

Esta constatação, implica em que as provas obtidas para o nosso trabalho possuem frequências muito distintas nas três categorias da Matemática, ou seja, Aritmética, Álgebra e Geometria.

Assim sendo o resultado geral, provem de provas que são consideradas distintas, implicando, portanto, que a tendência geral não é comparável com as tendências das partes.

Por outro lado, podemos notar que a quantidade de operações nos conjuntos de provas, varia de 11 a 31, com a média igual à 20,4 marcando uma leve tendência

à direita de uma curva normal, se pensarmos idealmente na distribuição. Verificamos também que a Mediana é 22 estando à esquerda da Média. Não havendo, no entanto, possibilidade de dizer algo sobre uma tendência geral, pois, além de não haver caracterização da Moda, a Mediana e a Média são distintas.

### CAPÍTULO III ERROS ENCONTRADOS E A PARTICIPAÇÃO DA MATEMÁTICA NO RESULTADO DA AVALIAÇÃO.

O objetivo deste capítulo é duplo. Por um lado, descreve as dificuldades encontradas pelos alunos de 2º grau no desenrolar da resolução das situações-problemas enunciadas nos instrumentos de verificação do rendimento escolar em Física, que necessitam cálculos pertencentes à Matemática.

Consideramos esta etapa necessária, uma vez que pretendemos verificar quais as operações Matemáticas que estão obstruindo a resolução das situações - problemas. Outrossim, queremos reescrever as diversas formas de erros encontrados nas diferentes operações.

Por outro lado, pretendemos verificar a participação da Matemática no resultado da avaliação do rendimento escolar em Física.

Para a consecução desses objetivos procederemos da seguinte maneira.

A fim de atender o primeiro objetivo, analisaremos os erros encontrados nos três agrupamentos, ou seja, Aritmética, Álgebra e Geometria.

Além desta análise, reescreveremos os erros nas operações, esclarecendo os critérios utilizados para a classificação dos erros.

Para o segundo objetivo faremos uma análise dos percentuais obtidos em quatro classificações, ou seja, questões com resolução não iniciadas, questões iniciadas erradas, questões iniciadas e erradas por operações matemáticas e questões acertadas.

### I. Erros encontrados em Matemática

Em atendimento ao primeiro objetivo, preocupamo-nos com o momento em que o aluno no desenrolar da resolução da situação-problema, deixa de desenvolver corretamente a operação matemática necessária. E assim sendo, essa operação passa a se caracterizar como origem da não apresentação do conjunto-solução.

Na análise dos erros encontrados seguimos a mesma categorização das operações encontradas necessárias para a resolução das situações-problemas. Assim, agrupamos as operações erradas nas categorias Aritmética, Álgebra e Geometria.

TABELA 22 Categorias dos erros encontrados

	Aritmética	%	Álgebra	%	Geometria	%	Total
Erros	116	47	98	39	34	14	248

Observando a Tabela acima, podemos verificar

que se somarmos as quantidades de operações erradas encontradas em Álgebra e Geometria é um pouco mais que a Aritmética, que por sua vez aparece em pouco menos da metade do total das operações erradas encontradas.

Até que não nos aprofundemos mais, podemos tirar algumas conclusões com a Tabela anterior: o alto percentual das operações erradas em Aritmética tem influência muito grande no rendimento escolar do aluno, consequentemente, responsabilidade na retenção escolar em Física; a Geometria como sendo a categoria que menos aparece como necessária para a resolução de situações-problemas de Física, tende a ser muito significativo, pelos erros encontrados, na retenção do aluno.

O aparecimento maior de erros em Aritmética, evidencia a necessidade de subdividirmo-la em duas, em função da sub-divisão realizada nas operações encontradas, para explicitarmos melhor os dados.

#### I - Erros em operações Aritméticas

No caso dos erros encontrados em aritméticas, agrupamos em duas categorias, ou seja, operações erradas pertencentes a  $Z$  e operações erradas pertencentes a  $Q$ .

TABELA 23 Erros encontrados em Aritmética

Conjuntos Numéricos	Erros	%
Z	23	19
Q	93	81
Total	116	

Podemos verificar que os dados, tais como são apresentados, têm muito significado, devido a grande diferença entre os números de erros encontrados tanto para Z como para Q.

Portanto, ficando evidenciado pelo percentual de 81% que o conjunto dos números racionais (Q) apresenta-se como mais dificultoso no cálculo pelos alunos de 2º grau.

a. Erros encontrados referentes ao conjunto Z

Referindo-se especificamente aos erros encontrados em Aritmética no conjunto dos números inteiros, obtivemos os seguintes dados.

TABELA 24 Erros encontrados pertencentes a Z

provas operações	provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Adição												1				1	
Subtração				1												1	
Multiplicação						4			2	1						7	
Divisão								1				1				2	
Potenciação														5		5	
Radiciação			2					5								7	
Total			2	1		4		6	2	1		2		5		23	

Observando a Tabela acima, podemos constatar uma igualdade na quantidade de erros em Multiplicação e Radiciação, vindo logo a seguir em quantidade um pouco menor os erros em potenciação.

Numa comparação entre a Multiplicação e a Radiciação, verificamos que a primeira se faz presente em 2 conjuntos de provas, mas com a particularidade de haver uma frequência mais alta na prova H, onde os erros cometidos nas diversas provas têm as mesmas características, ou seja, erro de cálculo na raiz quadrada.

Por outro lado, o aparecimento de erros em Adição, Subtração e Divisão é quase que nulo, e isto, nos possibilita a concluir que os erros cometidos pelos alunos nas operações pertencentes ao conjunto Z são na grande maioria originado pela operação não correta da Multiplicação, Potenciação e Radiciação.

Com relação aos conjuntos de provas, podemos verificar que a metade das provas não apresentam erros relativos as operações em Z e a outra metade aparecem erros, mas com diferentes frequências, que variam de 1 a 6.

Os aspectos mais importantes a serem ressaltados são: as pessoas possuem a mesma probabilidade de acertar ou errar nas operações em Z; a Radiciação e Potenciação apresentam grandes dificuldades, já que aparecem pouco - como constatamos no Capítulo anterior - só que quando aparecem, muitos alunos erram; e como era de se esperar a Multiplicação apresenta, também, alto índice de erro, mas é compensado pela sua alta frequência de aparição.

Estabelecendo uma relação entre as Tabelas 22, 23 e 24, constatamos que 16% dos erros em Aritmética e 6% dos erros em Matemática são relativos à Multiplicação, Potenciação e Radiciação com números inteiros.

Com a intenção de esclarecer sobre os critérios utilizados para a classificação do erro, apresentamos a seguir alguns exemplos de erros cometidos pelos alunos em cada operação, e sua respectiva categorização.

$$1. 230 - (-20) = 210$$

Este erro, foi considerado como pertinente ao desenvolvimento de expressões numéricas no conjunto dos inteiros relativos, e, como a operação entre os dois números é Subtração, nós o categorizamos como sendo erro

de subtração em Z.

$$2. 50 + 10 \times 0 = 60$$

Na impossibilidade de podermos afirmar com certeza o tipo de erro cometido, nós o categorizamos como sendo erro de Multiplicação, pois, qualquer que fôsse o desenvolvimento do cálculo da expressão, não deixaríamos de multiplicar por zero.

$$3. \sqrt{160} = 80$$

Ocorrência categorizada como operação Radiciação em Z, pois, o fato de aparecer o radical nos possibilitou assim colocá-lo.

b. Erros encontrados em Q

O outro sub-conjunto da Aritmética é o conjunto dos números racionais (Q), e em se tratando dos erros encontrados referentes a êste conjunto, obtivemos os seguintes dados.

TABELA 25 Erros encontrados em Q

Operações \ Provas	Provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Adição														6	1		7
Subtração		3									3	2				2	10
Multiplicação		6	4	1			1	1	4	3	9	5	6	1	4		45
Divisão		3						2	1	1				5	7	10	29
Potenciação																	-
Radiciação			2														2
Total		12	6	1			1	3	5	4	12	7	17	9	16		93

Analisando a Tabela, verificamos uma predominância muito grande da Multiplicação seguida da Divisão, que somados atingem quase  $2/3$  dos erros encontrados. Por outro lado os erros de Potenciação e Radiciação pouco aparecem, sendo, zero, o número de erro em Potenciação.

Por outro lado, fazendo uma análise do total de erros encontrados em cada prova, podemos verificar que quando há erros num determinado conjunto de provas, ou eles aparecem em grande quantidade ou em poucas, pois, os dados da Tabela mostram que em metade dos conjuntos de provas aparecem de 1 a 6 erros e em  $1/4$  a frequência de erros varia de 12 a 17, enquanto no outro  $1/4$  não há o aparecimento de erros.

No conjunto de erros encontrados em Q, devido a grande incidência de operações em Q na forma decimal, e especificamente decimais sob a forma de Potência de 10, apresentamos os seguintes dados, a fim de termos uma análise mais detalhada do mesmo conjunto.

TABELA 26 Sub-conjuntos dos erros encontrados em Q e as respectivas operações.

Operações	Operação em Q sob a forma $k/t$ $t \neq 0$	Operação em Q sob forma decimal	Operação em Q Potência de 10	Total
Adição	1	9	3	13
Subtração	1	8	3	12
Multiplificação		22	16	38
Divisão	2	8	18	28
Potenciação				-
Radiciação		2		2
Total	4	47	40	93
%	4	53,0	43	

Observando a Tabela, verificamos que mais da metade dos erros em Q é provavelmente da não habilidade em cálculos com números sob a forma de decimais.

Por outro lado, observamos que as operações em Q sob a forma  $k/t$ , onde  $t \neq 0$ , originam poucos erros, havendo ainda, uma grande incidência de erros em operações com números decimais sob a forma de Potência de 10, no conjunto de provas.

A fim de obtermos um esclarecimento sobre a forma de categorização dos erros encontrados em Q, apresentamos alguns tipos de erros:

a. Erros em Adição

1. Forma Fracionária

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{6}{5}$$

2. Forma Decimal

$$1 + 0,0000012 = 0,0000013$$

3. Forma Potência de 10

$$1 + 2 \times 10^{-6} = 3 \times 10^{-6}$$

Os três exemplos citados acima, ou seja, expressões com operação Adição, no conjunto  $\mathbb{Q}$ , foram categorizados assim, pela evidencia da forma pelo qual aparecem os numerais.

Pelo mesmo critério utilizado para a categorização Adição em  $\mathbb{Q}$ , categorizamos os erros encontrados nas outras operações, mostrados nos exemplos que se seguem.

b. Erros em Subtração

1. Forma Fracionária

$$10 - \frac{20}{3} - \frac{10}{3} = \frac{-20}{3}$$

2. Forma Decimal

$$0,75 - 0,5 = 0,70$$

3. Forma em Potência de 10

$$10^5 - 10^3 = 10^2$$

c. Erros em Multiplicação

1. Forma Decimal

1.1.  $10 \times 0,5 = 50$

1.2.  $0,2 \times 0 = 0,2$

2. Forma em Potência de 10

$$0,94 \times 10^{-4} = 9,4^{-4}$$

d. Erros em Divisão

1. Forma Fracionária

$$\frac{10}{\frac{10}{3}} = \frac{1}{3}$$

2. Forma Decimal

$$\frac{1400}{0,5} = 700$$

3. Forma em Potência 10

$$\frac{45^{11}}{5} = 9^{11}$$

e. Erros em Radiciação

1. Forma Decimal

$$\sqrt{2,5 \times 10} = 0,5 \sqrt{10}$$

A fim de obtermos uma visão global dos erros encontrados em Aritmética, juntamos a Tabela 24 e 25 e ob

tivemos os seguintes dados.

TABELA 27 Erros encontrados em Aritmética

Operações	Provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Adição												1	6	1		8	
Subtração		3		1							3	2			2	11	
Multiplicação		6	4	1		4	1	1	6	4	9	5	6	1	4	52	
Divisão		3						3	1	1		1	5	7	10	31	
Potenciação														5		5	
Radiciação			4					5								9	
Total	-	12	8	2	-	4	1	9	7	5	12	9	17	14	16	116	

Observando a Tabela, verificamos a grande frequência dos erros de Multiplicação e Divisão, que somados apresentam um percentual aproximado de 75% em relação ao total de erros encontrados em Aritmética; e a Multiplicação, isoladamente, aparece em pouco menos que a metade.

Por outro lado, as operações que aparecem com menos quantidade de erro é a Potenciação e a Adição, seguidas da Radiciação e da Subtração.

Um detalhe que deve ser colocado em destaque é o fato de que os erros da operação Adição aparecem quase

na totalidade num só conjunto de provas, especificamente, no conjunto N, erros esses relacionados à operação Adição no conjunto dos números racionais.

Da mesma forma, os erros em radiciação aparecem exclusivamente no conjunto de provas O, pertencente ao conjunto numérico Z.

Assim sendo, pela análise da Tabela 27, no que diz respeito aos erros em operações Aritmética, poderemos concluir que os alunos são retidos na disciplina Física por não terem habilidades em operar, principalmente, com a Multiplicação e com a sua operação inversa.

Em se tratando da operação Adição, os erros cometidos, pertencem a um único tipo de expressão. O mesmo ocorre com a radiciação.

Por outro lado, três conjuntos de provas aparecem com quantidade superior a 14 erros, ficando a maioria das provas com uma quantidade de erros entre 5 a 12.

Observando os erros encontrados em cada conjunto de provas, podemos constatar que em apenas dois conjuntos, ou seja, A e E não aparecem erros de Aritmética, podendo este fato ser atribuído a casualidade.

Assim sendo, uma conclusão interessante, é que podemos afirmar que aparecem erros de Aritmética em todas as provas estudadas.

## II - Erros em expressões Algébricas

Em se tratando das operações em Álgebra que a

parecem como condição necessária para a resolução de situações-Problemas enunciados em provas de verificação do rendimento escolar no 2º grau, a quantidade de erros está num percentual de 39%, como mostra a Tabela 22.

As duas divisões da Álgebra, como está sendo feito em nosso trabalho, aparecem com índices iguais de erros, ou seja, as expressões algébricas e as equações estão na razão 1/1 nas quantidade de erros encontrados.

Para se obter dados mais particularizados das duas divisões da Álgebra, apresentaremos, para melhores condições de análise, novamente, tabelas de dupla entrada, tendo por um lado as operações e por outro os conjuntos de provas.

TABELA 28 Erros encontrados em expressões Algébricas.

Operações \ Provas	Provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Adição		3		1				4				1				9	
Subtração		5		2						1						8	
Multiplicação	2	1		10		2	2	1				6				24	
Divisão	3	1	3						1							8	
Potenciação																-	
Radiciação																-	
Total	5	10	3	13	-	2	2	5	1	1	-	7	-	-	-	49	

A análise da tabela anterior, relacionada aos erros encontrados nas respectivas operações em expressões algébricas, nos fornece uma oportunidade de constatação evidente, ou seja, do total de erros encontrados em expressões algébricas, metade são pertinentes a erros de Multiplicação e o não aparecimento de erros em Potenciação e Radiciação.

Observamos ainda que, os erros de Adição, Subtração e Divisão aparecem com frequências iguais e que se somadas se equivalem aos erros de Multiplicação.

Por outro lado, o aparecimento de erros em expressões algébricas, acontece em 2/3 das provas com frequências não equitativas, ou seja, em 2 conjuntos de provas temos mais de 10 erros e nos outros uma variação de 1 a 7 erros e ainda 5 conjuntos que não aparecem erros.

Em função das observações citadas, referentes à Tabela 28, podemos subtrair uma importante conclusão, ou seja, quando os alunos operarem com expressões Algébricas, haverá, por parte dos mesmos, a preocupação maior em estarem hábeis a multiplicar a fim de atingirem a solução das situações-problemas de Física.

Exemplificamos alguns tipos de erros encontrados em expressões algébricas a fim de esclarecermos a categorização dos erros.

a.  $10 + 5a = 15$  Adição

b.  $50 - 10f = 40f$  Subtração

A categorização foi feita em função das opera-

ções indicadas entre os termos, bem como, o fato de aparecer expressão literal nos indicou o agrupamento do erro em Álgebra.

c.  $50 + 10 \times 0t = 60$  Multiplicação

A categorização em multiplicação algébrica foi caracterizada pelo fato de que, de qualquer maneira em que se operar, a Multiplicação aparece.

d.  $\frac{m}{m} - t = -t$  Divisão

Uma expressão algébrica como esta, ao ser cancelado m, como indica o exemplo, não deixa de ser em primeiro momento uma Divisão, por este motivo categorizamos desta forma.

TABELA 29 Erros encontrados em equações

Operações	provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Adição		3				5		1				1				10	
Subtração		4									1					5	
Multiplicação		1	15	3		2									1	22	
Divisão	1							8			1					10	
Potenciação					1											1	
Radiciação																-	
Comparação			1													1	
Total	1	8	16	3	1	7	-	9	-	-	2	1	-	-	1	49	

Observando a Tabela, verificamos mais uma vez a predominância dos erros de Multiplicação, seguido desta vez pela Divisão e Adição que aparecem com frequências iguais.

Verificamos ainda o pouco aparecimento de erros nas operações Subtração e Potenciação e o não aparecimento da Radiciação.

Há também um tipo de erro que foi catalogado, como comparação (justificado na parte do trabalho que se refere às operações necessárias), aparecendo com a mesma frequência da Potenciação.

Assim sendo, verificamos novamente tal como o foi nas operações em expressões algébricas, que os erros de Multiplicação equivalem à quase a metade do total de erros em equação.

Analisando o total de erros em equação que aparecem em cada conjunto de provas, constatamos que em 1/3 das provas não há erros, e que em apenas um conjunto de provas há uma quantidade alta de erros e por outro lado há a variação de 1 a 9 erros em quase 2/3 das provas, e, nesta, havendo um maior número de provas com pequena quantidade de erros.

Alguns tipos de erros encontrados em Equações.

a.  $T + 20 = 6,66$

$T = 6,66 + 20$  Adição

$$b. \quad 10 - T = \frac{10}{3}$$

$$T = \frac{10}{\frac{3}{10}}$$

Subtração

$$c. \quad tr = mv^2$$

$$v^2 = \frac{tr}{m}$$

Multiplificação

$$d. \quad \frac{t^2}{2} = 20$$

$$t^2 = \frac{20}{\frac{2}{2}}$$

Divisão

$$e. \quad v^2 = 4t$$

$$v = \frac{4t}{2}$$

Potenciação

Todos estes exemplos foram categorizados com a indicação acima, pois o critério adotado para categorizar as operações envolvidas em equações no Capítulo II, foi pela operação indicada ao termo antes de ser alterada a sua posição nos membros da equação.

$$f. \quad W^2 = \frac{FcR}{m}$$

$$m = \frac{FcR}{\frac{W^2}{2}}$$

$$\frac{FcR}{m} = \frac{tR}{\frac{2}{v}}$$

Comparação

Com relação ao exemplo anterior, categorizamos como erro de comparação, pois, embora havendo também um erro em Física, ou seja, a comparação de grandezas diferentes, de qualquer forma houve um erro na comparação de variáveis diferentes.

### c. Erros encontrados em Álgebra

As análises particularizadas das duas sub-divisões da Álgebra nos proporcionaram algumas constatações que poderão ser melhor observadas, ao termos a oportunidade de obter uma visão global da Álgebra. Para isso construímos a tabela abaixo, somando os erros encontrados em expressões algébricas aos encontrados em equações.

TABELA 30 Erros encontrados em Álgebra

provas Operações	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Total
Adição		6		1		5		5				2				19
Subtração		9		2						1	1					13
Multiplicação	2	2	15	13		4	2	1				6			1	46
Divisão	4	1	3					8	1		1					18
Potenciação					1											1
Radiciação																-
Comparação			1													1
Total	6	18	19	16	1	9	2	14	1	1	2	8	-	-	1	98

Observando a tabela anterior podemos verificar a larga diferença entre a operação Multiplicação e as demais operações, tendo isoladamente pouco menos que a soma das operações, Adição, Subtração e Divisão.

Este fato vem mais uma vez nos indicar a grande participação da operação Multiplicação na retenção do aluno de Física.

Em se tratando das operações, Adição, Subtração e Divisão, notamos haver uma equivalência de frequência entre a Adição e a Divisão, ambas, aparecendo com quantidade de erros superior à Subtração.

Por outro lado, observamos o não aparecimento de erros em Radiciação e a pequena frequência, quase nula, da Potenciação e da Comparação.

Em relação ao conjunto de provas, podemos observar que há uma quantidade pequena ou nula de erros em pouco mais de  $1/3$  das provas, havendo no entanto, em outros  $1/3$  uma variação de altas frequências, ou seja, em pouco menos que  $1/3$  encontramos de 14 a 19 erros. Portanto, podemos concluir que os erros da Álgebra quando ocorrem, são em grandes quantidades em cada conjunto de provas que têm por característica a resolução algébrica.

### III - Erros encontrados em Geometria

A Geometria, como uma das sub-divisões da Matemática, que é exigida menos para a resolução de situações-problemas em Física, também aparece com menos quan-

tidade de erros ( vide Tabela 22 ). No entanto, ela apresenta certas peculiaridades que nos são muito importantes. Para mostrarmos isso, construímos a Tabela dos erros encontrados em Geometria.

TABELA 31 Erros encontrados em Geometria

Provas	Provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Geometria																	
○					2												2
□		5		4	21		1										31
●																	-
Área													1				1
Volume																	-
Total	-	5	-	4	23	-	1	-	-	-	-	-	1	-	-	-	34

○ = Semelhança de triângulos

□ = Trigonometria no triângulo retângulo

● = Adição de ângulos internos de Polígonos

Analisando a Tabela acima, verificamos haver uma quase total participação da trigonometria no triângulo retângulo, nos erros de Geometria, deixando, por outro lado, bastante evidente que os outros conhecimentos de Geometria, quase não proporcionam erros nas resoluções das situações-problemas.

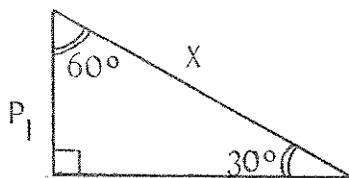
Verificando o total de erros encontrados em cada conjunto de provas, constatamos que há em apenas 1/3 das provas erros em Geometria e nestas, uma frequência

muito alta de erro em trigonometria, especificamente no conjunto de prova denominado E.

Com as observações feitas acima, podemos concluir que a incidência dos erros em Geometria é quase que exclusivamente da trigonometria no triângulo retângulo, e que a prova que a exige, apresenta um baixo percentual de acerto. Entretanto essa conclusão deve ser olhada com cautela, já que as provas que exigem Geometria, assim como a quantidade de exercícios, foram poucos representativos.

A fim de esclarecermos a forma de categorização dos erros, colocamos a seguir exemplos de erros em Geometria.

a.



$$\text{Cos } 30^\circ \times X = P_1 \quad \text{Trigonometria}$$

Este erro foi categorizado como erro em trigonometria, pelo fato do aluno que o cometeu, ter aplicado o conceito de cosseno no triângulo retângulo erradamente.

b.

$$S = \frac{bh}{2}$$

Área

Área do losango

Aqui houve a aplicação de fórmula errada, ou seja, aplicou o cálculo da área no triângulo, quando deveria ser calculado a área do losango, desta forma, categorizamos o erro como sendo de cálculo de área, portanto, um erro de Geometria.

#### IV - Erros de Matemática encontrados

Com o objetivo de analisarmos as quantidades de erros em Álgebra, Aritmética e Geometria, encontrados nos diferentes conjuntos de provas, construímos uma tabela de dupla entrada, tendo por um lado os diferentes conjuntos de provas e por outro lado as 3 sub-divisões da Matemática.

TABELA 32 Erros de Matemática encontrados nas provas.

Categorias \ Provas	Provas																Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P		
Aritmética		12	8	2		4	1	9	7	5	12	9	17	14	16	116	
Álgebra	6	18	19	16	1	9	2	14	1	1	2	8				98	
Geometria		5		4	23		1						1			34	
Total	6	35	27	22	24	13	4	23	8	6	14	15	18	14	17	248	

Com referencia aos erros nas operações pertencentes à Aritmética, Álgebra e Geometria já analisamos anteriormente, ou seja, verificamos que a quantidade de erros em Aritmética é um pouco menor que a soma dos erros encontrados na Álgebra e Geometria.

No que diz respeito às provas, podemos observar que os erros encontrados nas operações referentes à Aritmética, Álgebra e a Geometria, varia de 4 a 35, com uma média igual a 16,5, marcando uma tendência a esquerda de uma curva normal, se pensarmos numa distribuição ideal.

Destacamos o fato da mediana ser de valor 17 estando muito próxima da média. Mas a ocorrência da não caracterização da Moda, provocam irregularidades na distribuição, e assim sendo, não nos possibilita dizer sobre uma tendência geral.

É interessante observar que nas provas C, D, F e H ocorre uma inversão, com relação aos erros encontrados, ou seja, nestas provas, a quantidade de erros encontrados em Álgebra é maior que os erros encontrados em Aritmética, fato que não acontece na maioria das provas onde os erros em Aritmética aparecem mais que os de Álgebra.

O mesmo fato ocorre na prova E, onde a quantidade de erros em Geometria é maior que a quantidade de erros em Aritmética.

Portanto, verificamos que em 5 conjuntos de

provas encontramos mais erros nos agrupamentos diferentes da Aritmética.

A partir destes dados, pensou-se em averiguar se a não aparição de maior quantidade de erros em Aritmética vem a ser significativa. Para isto, utilizamos o teste de aderência com emprego da prova binominal, e desta forma, verificamos que o fato é casual.

Outrossim, estabelecendo relação entre a Tabela que indica as operações matemáticas necessárias para a resolução das situações-problemas (Tabela 21) com a Tabela 32, observamos que as tendências desta última continuam idênticas às da primeira, sendo seus excessos (provas C, E, F e H) sem valor estatístico significativo.

## 2. Participação da Matemática nas situações-problemas de Física.

Nesta fase do nosso trabalho, procuramos verificar a participação da Matemática na resolução considerada correta, meio correta e errada, nas situações-problemas pertinentes aos instrumentos de verificação de aprendizagem em Física.

Para atingirmos o objetivo desejado, primeiramente analisaremos a possibilidade de erro e acerto nas respectivas provas de avaliação.

Considerando que a questão não correta, ao ser avaliada pelo professor, têm duas categorias, ou seja,

questões em branco e questões com conjunto-solução não correto.

Na análise das questões não consideradas corretas pelo professor, observamos na categorização das questões em branco, as categorias:

- a. E.M. = Erro pela Matemática
- b. E.F. = Erro pela não expressão correta do fenômeno físico, pela Matemática

Posteriormente, verificamos a participação das operações matemáticas no acerto-erro, para em seguida analisar os resultados obtidos em função dos alunos fracos, médios e fortes.

I - Possibilidade de Erro e Acerto nas provas de Física.

Tendo como finalidade analisar os resultados obtidos, das 2.017 questões do nosso estudo, procuramos verificar, primeiramente, se há equivalência de quantidade entre as questões consideradas erradas pelos professores e as questões consideradas corretas.

A fim de responder a questão acima citada, optamos pela construção da seguinte Tabela:

TABELA 33 Quantidade de questões consideradas certas e erradas, nas correções realizadas pelos professores.

Q.E.	Q.C.	Total
1.003	1.014	2.017

Q.E. = Questões consideradas erradas nas correções feitas pelos professores

Q.C. = Questões consideradas certas nas correções feitas pelos professores

Observando a Tabela, verificamos haver uma quantidade pouco maior de questões consideradas corretas, e, calculando o percentual de cada uma, obtivemos uma pequena diferença entre as mesmas, ou seja, 0,54%.

Com o objetivo de averiguar se a pequena diferença citada representa uma não equivalência de distribuição, aplicamos aos dados da Tabela a prova que emprega o qui-quadrado, encontrando um valor igual a 0,06, que com  $gl = 1$  e a nível de significância 0,05, a hipótese nula é aceita.

Assim sendo, a possibilidade de erro e acerto nas situações-problemas de Física é aleatória.

II. Análise das questões não consideradas corretas pelos professores.

Levando em conta apenas o conjunto de questões consideradas erradas, que equivale a 49,7% de todas as questões, dividimo-las em três categorias, ou seja, as questões em que não foram iniciadas a resolução, as questões que foram iniciadas, mas erradas quanto ao serem expressadas pela fórmula matemática e as questões iniciadas corretamente, mas apresentando conjunto-solução não correto em virtude de erro em operações Matemáticas.

Pretendendo fazer uma análise das três categorias citadas, apresentamos a Tabela a seguir, com os dados brutos obtidos em cada uma.

TABELA 34 Quantidade de erros nas três categorias de questões não corretas.

B.	E.F.	E.M.	Total
371	384	248	1.003

B. = Questões com resolução não iniciada

E.F. = Questões com resolução iniciada, mas com erro na expressão do conhecimento Físico

E.M. = Questões com erro em operações Matemáticas.

Atendendo a pretensão acima citada, verificamos haver quantidade maior de Erros Físicos, logo em se-

guida questões em branco e por último erros em operações matemáticas com quantidade inferior às duas anteriores.

Objetivando averiguar se a distribuição dos erros nas diferentes categorias classificatórias é proporcional, utilizamos mais uma vez a prova que emprega o Qui-quadrado.

Sendo o grau de liberdade igual a 2, ao nível de significância 0,05, encontramos o valor para o Qui-quadrado igual a 33,67. Este valor encontrado indica que a hipótese nula é rejeitada.

Desta forma, fica constatado uma distribuição não equitativa das três categorias classificatórias.

A partir desse resultado foi realizado um estudo com o objetivo de verificar se seria alguma categoria que provocou esse efeito, ou se outras rejeitaram-se mutuamente.

A fim de constatarmos a interferência da categoria, erros em Matemática (E.M.), colocamos à prova a possibilidade das questões aparecerem sem início de resolução ou terem sido iniciadas não corretamente como sendo a mesma.

Para isto, construímos a Tabela, somente com as duas categorias.

TABELA 35 Quantidade das questões não corretas e não erradas pelas operações matemáticas

B.	E.F.	Total
371	384	755

B. = Questões com resolução não iniciada

E.F. = Questões com resolução iniciada, mas com erro na expressão do conhecimento Físico

Aplicando a prova que emprega o Qui-Quadrado, com  $gl = 1$ , ao nível de significância 0,05 encontramos o valor 33,67 que caracteriza a aceitação da hipótese nula, ou seja, a possibilidade de uma questão ficar com a resolução em branco ou começar errada é a mesma.

Portanto, podemos inferir que a distribuição das categorias classificatórias da Tabela 34 é não proporcional devido a distorção provocada pelos erros Matemáticos.

Partindo para uma análise da situação-problema na qual o aluno começa a resolução da questão, deixando isoladas as questões em branco, montamos uma outra Tabela, tendo por um lado os dados brutos obtidos e por outro o erro físico e o erro pelas operações matemáticas.

Esta prova foi feita para comprovar a inferência acima, já que as categorias de per si podem não evi-

denciar diferenças significativas entre si, mas no todo, as pequenas desigualdades se consubstanciam significativamente.

TABELA 36 Distribuição dos erros em função da Física e o perações matemáticas

E.F.	E.M.	Total
384	248	632

E.F. = Questões com resolução iniciada, mas com erro na expressão do conhecimento Físico.

E.M. = Questões com erro em operações Matemáticas.

Observando a Tabela, verificamos haver a existência de uma tendência maior em começar errado a resolução da questão (erro pela Física), do que errar em operações matemáticas.

A fim de comprovar a significação desta diferença, aplicamos aos dados a prova que emprega o Qui-Quadrado.

Encontramos  $\chi^2 = 29,26$ , ao nível de significância 0,05 para um  $gl = 1$ , assim sendo, rejeita  $H_0$ .

De outra forma, podemos dizer que, em termos percentuais existe 22% de erros a mais em Física que em

operações matemáticas.

De maneira global, isto nos conduziu à afirmação de que, 61% dos erros é devido ao começar errado ou a deixar a questão em branco, e, outros 39% exclusivamente à operações matemáticas erradas.

### III. Participação de operações matemáticas no acerto-erro.

Retomando as possibilidades que caracterizam uma questão em relação ao critério de correção dos professores, temos três critérios, ou seja, o certo, o meio certo e o errado.

Com relação ao segundo critério, a possibilidade de de um aluno ter na questão considerada não certa pode ser originada por 3 situações: deixar a questão em branco, errar pela Física e errar pela Matemática.

Se considerarmos somente as questões cuja resolução foi iniciada, teremos três possibilidades, ou seja; a questão está correta, a questão está errada pela Física, ou a questão está errada pelas operações matemáticas.

Preocupando-nos em analisar as relações existentes entre estas três possibilidades, mostramos os dados pertinentes na tabela a seguir.

TABELA 37 Distribuição das questões começadas, em função de Erros Físicos, Erros de Operações Matemáticas e Acertos.

E.F.	E.M.	A.c.	Total
384	248	1.014	1.646

A.c. = Conjunto-solução correto

E.F. = Questões com resolução iniciada, mas com erro na expressão do conhecimento Físico

E.M. = Questões com erro em operações Matemáticas

Analisando a Tabela, podemos verificar que mais da metade das situações-problemas com resolução iniciada, foram consideradas corretas, aparecendo com um percentual de 62% sendo que 38% foram consideradas erradas.

A Tabela nos fornece ainda um dado muito importante para o nosso objetivo neste trabalho, ou seja, 77% das situações-problemas, onde a transformação em expressões matemáticas de formas corretas tanto no início como em qualquer momento que se fez necessário, dependeram exclusivamente da Matemática para o acerto-erro.

Dos sujeitos que iniciaram corretamente a resolução da situação-problema, e cujo desenrolar dependeu a

penas das habilidades matemáticas, 80% chegaram ao conjunto-solução correto e 20% não obtiveram êxito devido à percalços nas operações matemáticas.

IV. Visão geral da participação das operações Matemáticas na resolução das situações -  
- problemas.

Objetivando fazer uma análise global dos resultados obtidos nesta parte, apresentamos uma Tabela contendo as diferentes categorias.

TABELA 38 Distribuição das situações-problemas pelas categorias B., E.F., E.M., e A.c.

Frequências	categorias de erros				Total
	B.	E.F.	E.M.	A.c.	
Dado Bruto	371	384	248	1.014	2.017
Percentual	18	19	13	50	

B. = Questões com resolução não iniciada

E.F. = Questões com resolução iniciada, mas com erro na expressão do conhecimento Físico

E.M. = Questões com erro em operações matemáticas

A.c. = Conjunto-solução correto

Analisando a tabela, verificamos que 63% das

situações-problemas tomadas para resolução, dependem exclusivamente de operações matemáticas, e, os 37% restantes são de conjunto-solução não considerado correto, distribuído entre situações-problemas não iniciadas e iniciadas não corretamente.

#### V. Análise global da avaliação das provas

Por intermédio dos conceitos ou notas atribuídas às provas pelos professores na correção das mesmas, dividimos os sujeitos em três grupos: fraco, médio e forte, segundo o critério citado no capítulo I, 6.5.

Esta divisão nos conduziu a obter dados relativos à forma pelo qual os respectivos sujeitos de cada grupo apresentam-se em função das categorias classificatórias.

Para obtermos condições de análise dos dados citados, mostramos a Tabela a seguir, indicando por um lado os três grupos e por outro as categorias classificatórias na análise da correção das resoluções das situações-problemas.

TABELA 39 Quantidade de erros, acertos e em branco, nos grupos fraco, médio e forte.

categorias de erros	grupos			Total
	Fraco	Médio	Forte	
Branco	259	109	3	371
E.F.	202	172	10	384
E.M.	91	141	16	248
Acertos	65	483	466	1.014
Total	617	905	495	2.017

E.F. = Questões com resolução iniciada, mas com erro na expressão do conhecimento Físico

E.M. = Questões com erro em operações matemáticas

Tendo como objetivo analisar globalmente os resultados obtidos nesta fase, procuramos averiguar se a distribuição dos três grupos de sujeitos nos erros e acerto é homogênea.

Para tanto, a essa Tabela aplicamos a prova do qui-quadrado, encontrando  $\chi^2 = 1.118,09$ , com  $gl=6$ , que ao nível de significância 0,05, rejeita a  $H_0$ .

Assim sendo, a possibilidade de haver uma distribuição homogênea é rejeitada, pois o valor encontrado está fora do limite de aceitação.

Em função do valor do qui-quadrado que pode

ser considerado muito alto, nós utilizamos do grau de contingência quadrática média de Pearson, a fim de determinar a intensidade de associação, sendo que,  $C_{\text{máx}} = 0,82 - 0,87$ .

O valor encontrado foi  $C = 0,61$ . Este resultado sugere uma forte intensidade de associação entre os critérios classificatórios adotados. Por este motivo decidimos por analisar as tendências ou a tendência geral dos resultados acusados por  $C$ .

Pela tabela podemos verificar que 41% dos fracos, 13% dos médios e 1% dos fortes não iniciaram a resolução da situação-problema. Portanto, os critérios forte, médio e fraco contribuíram para a alta probabilidade de ocorrência na distribuição das situações - problemas com resoluções não iniciadas.

A tendência é uma queda progressiva dos percentuais no sentido fraco-forte.

Comparando-se os erros em Física nos três grupos, verificamos que os fracos se apresentam com percentual de 38%, os médios 19% e os fortes 2%, caracterizando-se também uma tendência clara na probabilidade de ocorrência na distribuição, isto é, uma queda progressiva dos percentuais na direção fraco-forte, a exemplo das situações não iniciadas.

Em se tratando dos erros em operações matemáticas, os percentuais obtidos, ou seja, 15% para os fracos, para os médios 15% e para os fortes 3%, observamos

nitidamente um equilíbrio entre os fracos e os médios, caindo muito nos fortes.

Neste caso, embora no geral a tendência continua sendo a anterior, é fácil de se perceber que as categorias fraco e médio não discriminam tão bem quanto nos casos anteriores. Este é o início da inversão que se caracterizará na categoria seguinte, ou seja, acertos.

Parece ter ficado bastante nítido que o aluno fraco ou deixa em branco ou não sabe iniciar o exercício, sendo poucos os que iniciam corretamente e depois erram em Matemática ou acertam.

O grupo médio parece acertar metade ou errar outra metade, só que enquanto que o deixar em branco ou iniciar erradamente é muito frequente no grupo fraco, e bem menor no grupo médio, sendo que o erro em Matemática é equilibrado nesses dois grupos.

O inverso ocorre em relação às situações-problemas consideradas corretas, havendo um aumento progressivo e bastante acentuado do fraco para o forte, como sugerem os seguintes percentuais: fracos 11%, médios 53% e fortes 94%.

Por esta análise, podemos afirmar que a intensidade de associação encontrada é positiva já que os critérios fraco, médio e forte, que implicam numa graduação do menor para o maior, seguem passo a passo os critérios B., E.F., E.M. e A.c.; que agora, a partir dessa análises, podemos dizer que também possuem ou provocam um

escalonamento do menor para o maior.

Outro tipo de análise que se pode efetuar nesses dados, seria trabalhar apenas com as situações - problemas que tivessem sido iniciadas sua resolução.

Considerando as situações-problemas com resolução iniciada, temos os seguintes percentuais.

TABELA 40 Percentuais aproximados dos grupos, fraco, médio e forte, nos acertos e erros.

categorias de erros \ grupos	grupos		
	Fraco	Médio	Forte
E.F.	56	21	2
E.M.	25	17	3
A.c.	19	62	95

E.F. = Questões com resolução iniciada, mas com erro na expressão do conhecimento Físico.

E.M. = Questões com erro em operações Matemáticas

A.c. = Conjunto-solução correto

Na análise da Tabela, verificamos que a tendência geral da ocorrência, considerando o continuum, fraco, médio e forte é a que se segue:

1. Há uma queda progressiva e forte de resolução de situações-problemas erradas pela Física e erradas pelas operações Matemáticas.

2. Há um aumento progressivo e bastante acentuado nas consideradas certas.

Objetivando analisar a participação da Matemática nas questões com resolução iniciada corretamente, construímos a Tabela seguinte, tendo por um lado os três grupos e por outro, as questões cujo erro foi em operações matemáticas e as consideradas certas, com os respectivos percentuais aproximados.

TABELA 41 Percentual dos erros em operações matemáticas e acertos.

Categorias de erros	grupos		
	Fraco	Médio	Forte
E.M.	58	22	3
A.c.	42	78	97

E.M. = Questões com erro em operações matemáticas.

A.c. = Conjunto-solução correto

A Tabela nos mostra haver uma alta participação dos erros em operações matemáticas no grupo de alu-

nos considerados fracos, tendo no entanto, uma queda progressiva para o médio e, posteriormente para o forte, sendo que no médio aproximadamente  $1/4$  das situações-problemas iniciadas corretamente são erradas pelas operações matemáticas.

## CONCLUSÃO

O objetivo primordial deste estudo foi o de determinar a participação das operações matemáticas na apresentação ou não do conjunto verdade das situações-problemas enunciadas nas provas de avaliação de Física nas escolas de 2º grau em São Carlos. Ao mesmo tempo, determinar quais operações matemáticas exigidas para a resolução dessas situações-problemas.

Na análise dos instrumentos de avaliação para a verificação de aprendizagem em Física, podemos dizer que estava dentro da expectativa encontrarmos um alto percentual de situações-problemas que necessitam de operações matemáticas para sua resolução.

Nestas situações-problemas tivemos a participação alta de operações Aritméticas e Algébricas, querendo isto dizer, que a possibilidade do aluno chegar ao conjunto-solução, e, conseqüentemente obter a promoção na disciplina Física, é muito grande pela sua condição em operar corretamente com as duas categorias da Matemática citadas.

Considerando a Aritmética, a Álgebra e a Geometria, algumas conclusões surgiram a partir das análises:

1. Em relação à Aritmética, para a resolução , das situações-problemas, há a necessidade de operar corretamente no conjunto dos números racionais ( $\mathbb{Q}$ ), muito

mais do que nos outros conjuntos numéricos, valendo dizer que, se não se operar corretamente em  $\mathbb{Q}$ , não se estará apto a atingir o conjunto-solução.

Neste conjunto, assim como no conjunto dos números inteiros relativos, operando corretamente com a Multiplicação e Divisão, há condição de solucionar aproximadamente 30% das situações-problemas que necessitam Aritmética.

Especificamente em  $\mathbb{Q}$ , o operar correto com potência de 10 é bastante significativo a fim de que se possa realizar uma boa prova.

De uma maneira geral, três operações Aritméticas se destacam como essenciais para se ter um aproveitamento satisfatório, ou seja, Multiplicação, Divisão, Potenciação.

2. Na Álgebra, a necessidade de que se opere corretamente com Multiplicação é essencial, mais especificamente nas operações de monômios por polinômios ou polinômios por polinômios, ou seja, a aplicação da propriedade distributiva.

Mas, a fim de que se tenha êxito, quase que total, na resolução de situações-problemas que necessitam que se operem com Álgebra, tem que se operar corretamente com a Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão.

3. O conhecimento de Geometria, que é essencial para a resolução das situações-problemas que a neces-

sitam, é o de trigonometria no triângulo retângulo, sabendo relacionar no triângulo o conceito de seno, cosseno e tangente.

Em se tratando de operações de Aritmética e Álgebra juntas, a necessidade de se operar corretamente Multiplicação e Divisão é representada em 80% das operações, querendo isto dizer que, o aluno que operar com as operações citadas corretamente, estará em condições de ter o seu aproveitamento escolar em Física, considerado satisfatório.

Por outro lado, o conjunto de provas analisadas apresentou a média aproximada de 20 operações Matemáticas virtualmente necessárias para a resolução da situação-problema, querendo isto dizer que o aluno passa mais tempo envolvido com operações matemáticas, do que propriamente com relações físicas.

Em se tratando das dificuldades encontradas pelos alunos no desenrolar da resolução das situações-problemas, a partir das análises efetuadas chegamos as seguintes conclusões:

1. Pouco menos que a metade dos erros encontrados são referentes à Aritmética, sendo que nesta, 80% dizem respeito à operações no conjunto dos racionais, o que leva a deduzirmos ser de aproximadamente 37% do total de erros encontrados pertencentes à operações neste conjunto.

Por outro lado, as operações erradas pertinen-

tes ao conjunto dos números inteiros relativos, aparecem muito pouco, sendo que quase metade das operações erradas são Multiplicação e Potenciação.

O mesmo não ocorre com o conjunto  $\mathbb{Q}$ , pois, quase metade refere-se à Multiplicação.

Podemos dizer, portanto, que em Aritmética há a possibilidade maior de que o aluno erre na operação Multiplicação.

Concluindo, somente com relação aos erros encontrados em  $\mathbb{Q}$ , podemos inferir de que há uma tendência de ocorrer erros em operações efetuadas com numerais na forma decimal, muito mais que na forma fracionária.

2. Na Álgebra há equivalência de erros em operações com expressões algébricas e operações em equações, sendo que nestas a operação Multiplicação é a que aparece em quase 50% dos erros.

3. Em Geometria, o assunto que ocorre maior quantidade de erro é a trigonometria no triângulo retângulo, podendo-se dizer que o aluno erra quase que exclusivamente neste assunto.

4. De um modo geral as provas apresentam muito mais erros em Aritmética que em Álgebra e Geometria, fazendo com que haja a possibilidade de dizer que as operações Aritméticas são as que mais retêm em Física.

Analizando a participação da Matemática na re-

solução da situação-problema e sua relação com o acerto ou não da solução, podemos constatar que aproximadamente 50% das questões são consideradas erradas. Nestes, 37% não são iniciadas, 38% são iniciadas mas erradas quando da transformação da Física em expressão Matemática, e os outros 25% são erradas em operações matemáticas.

Entre as resoluções iniciadas e não erradas neste início, temos que 39% das questões que não se atingiu o conjunto-solução, são exclusivamente devidas ao operar não correto das operações matemáticas.

Por outro lado, entre as situações - problemas que iniciadas a resolução, em 20% delas não se atinge o conjunto-solução devido à percalços nas operações matemáticas.

Levando em consideração os alunos fracos, podemos dizer que 59% das questões foram iniciadas a resolução, e destas, 82% não apresentaram conjunto-solução correto.

Nas situações-problemas com resolução iniciada e conjunto-solução não correto, 31% têm na operação matemática não correta, a causa do professor considerá-las erradas.

Em relação aos alunos médios, tivemos 88% das situações-problemas que foram iniciadas, e destas, 60% não apresentaram o conjunto-solução correto.

Ainda em relação aos alunos médios, das situações-problemas iniciadas para a resolução e com conjun-

to-solução não correto, 45% são erradas em operações Matemáticas, ou seja, diminui o percentual branco e aumenta os erros em Matemática.

No conjunto de situações-problemas analisados em provas de alunos fortes, encontramos 99% das questões iniciadas, e dessas, 5% são consideradas erradas.

Das situações-problemas iniciadas e consideradas erradas 61% são por erros em operações Matemáticas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

É importante nos referirmos a uma conclusão surgida no Capítulo II deste trabalho, bem como destacar a importância que ela poderá ter, quando se pensa no ensino de Matemática no 1º grau.

O alto percentual encontrado nas provas de Física, relativo as situações-problemas que necessitam de operações matemáticas para se atingir o conjunto - solução, poderá ser subsidio significativo, para que, ao se questionar o ensino da Matemática, haja oportunidade de algumas inferências, das quais surgiriam a necessidade de reformulação dos objetivos.

Poderíamos dizer, por exemplo, que o ensino da Matemática no 1º grau não tem como objetivo a preparação dos alunos para a utilização do conhecimento em situações-problemas de outras disciplinas no 2º grau.

Por outro lado, poderíamos inferir que o ensino da Física não esta tendo objetivos específicos operacionalizados corretamente pois, esta exigindo demasiadamente de requisitos matemáticos.

Se passarmos a refletir sobre os objetivos de nossa educação, poderíamos dizer que a Matemática de 1º grau, em certos aspectos, desliga-se das exigências profissionais contemporâneas, não traduzindo para o interesse de uma classe econômica considerada baixa, a necessi-

dade de tê-la como integrante do currículo escolar inicial.

Aqui, cabe dizer ainda que, antes de considerarmos a orientação, o método e o conteúdo do currículo da Matemática de 1º grau - preocupação existente em grande quantidade - deveríamos diagnosticar a nossa comunidade escolar, a fim de proporcionarmos uma escola condizente com a realidade.

Afinal, uma questão surge e nos deixa completamente despreparados para a resposta, ou seja; por que e para que, a criança necessita da Matemática? Seria para passar no vestibular? Seria para ter o que fazer na escola? Ou seria para resolver problemas pertinentes à necessidade de desenvolvimento cultural?

Destas, se perguntássemos ao jovem de 2º grau, ele responderia seguramente ser a primeira, pois há uma tendência de se enfatizar as universidades e obviamente para atingi-la, há o vestibular.

Acreditamos que na escola de 1º e 2º grau não pode haver preocupação quase que exclusivamente para o preparo ao vestibular, pois poucos estudantes têm o destino das universidades; sendo então, muito mais pertinente à nossa sociedade a preocupação em fazer com que as necessidades do cotidiano tomem destaque nos objetivos do ensino da Matemática.

Subsidiados também por conclusão pertinente a este trabalho, e, considerando as condições do mesmo,

uma sugestão a fim de atender deficiência na aprendizagem da Matemática, se faz necessária, ou seja, um tratamento melhor ao conjunto dos números racionais, mais especificamente às operações com números na forma decimal e na forma de potência de 10.

Da mesma forma o operar com a Multiplicação, deverá ser dado ênfase, havendo a necessidade de se propor novas orientações.

Devemos ter presente, em queo Capítulo III evidência a deficiência na avaliação, mostramos que o professor poderá estar cometendo incoerência aos objetivos propostos em seu ensino se avaliar o conhecimento específico adquirido apenas pelo conjunto-solução apresentado.

Nos parece que uma verificação de aprendizagem orientada para a constatação da afirmação de que os conceitos físicos foram adquiridos, deveria ser o objetivo dos professores.

Propomos, portanto, que se faça uma revisão nos critérios de verificação de aprendizagem em Física, que pode ser estendido a outras disciplinas, bem como, que haja uma reflexão sobre os propósitos do ensino da Física no 2º grau.

Considerando ser a avaliação que se faz como sendo um reflexo da crença aos fins educativos que se persegue, achamos que a proposta acima referida deveria ser ativada por cada professor atuante nas disciplinas.

Apesar de termos em vista uma reflexão indivi-

dual, acreditamos ser de grande valia, pois, assim poderíamos conseguir direcionar a possibilidade de solução do problema para atender peculiaridades das comunidades.

De certa forma, verificamos que o estudo aqui realizado requer reflexão e continuidade, a fim de que haja possibilidade de solução a algumas insatisfações do processo ensino-aprendizagem.

Entendemos que um estudo equivalente a este poderia ser feito, relacionando a aprendizagem em Matemática com o ensino de Química, e as outras disciplinas nas quais ela se faz necessária.

Por outro lado, poderíamos realizar outros estudos que explicitariam melhor a problemática, como por exemplo, uma análise dos erros que cada aluno comete durante o desenvolvimento da questão proposta, para verificarmos se o aluno não sabe executar a operação ou o acontecido é uma situação específica na qual ele erra.

Outro estudo que viria preencher a este nosso, seria não parar a análise do desenrolar da resolução no primeiro erro cometido, mas sim tentar verificar se o mesmo é ocasionado por engano, esquecimento ou cópia.

Poderíamos também obter os instrumentos de verificação de aprendizagem de todo o período letivo para determinar as necessidades matemáticas e daí contrapor-mos ao que de fato ensina-se em Matemática, especificamente no primeiro grau.

Estudos análogos a este, particularizados à Ma

temática poderíamos realizar, ou seja, averiguarmos se os critérios de avaliação estão realmente verificando a aprendizagem segundo os objetivos da disciplina ou levam em consideração apenas a solução da questão.

Parece-nos que alguma soluções às insatisfações, poderiam ser dadas por ocasião dos planejamentos anuais, procurando tornar um ensino programado visando a participação da população escolar, levando em conta as necessidades sociais. Isto poderia conduzir cada professor a ter definida a sua função na comunidade.

Por outro lado, ao planejar, alguns problemas poderiam surgir, pois, ao se propor a transmitir um certo conteúdo poderíamos questionar:

- Quais as razões para a apresentação de determinado conteúdo?
- Em que sequência o conteúdo deve ser apresentado?
- Quais os métodos mais adequados?
- Quais os efeitos esperados?

Se partirmos do pressuposto de que a Matemática visa também o ensino de conhecimentos que poderão servir de "ferramenta" para a resolução de problemas, parece-nos que este nosso trabalho é subsídio para a solução da última questão feita anteriormente, ou seja, constatarmos um efeito proporcionado pelo ensino da Matemática.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- HOSOUME, Yassuko Instrumento e Método de Análise para um Curso de Física Básica - Uma Proposta  
Dissertação de Mestrado. São Paulo, Universidade de São Paulo, 1 978
- PACCA, Jesuina L. de Almeida Análise do Desempenho de Alunos frente a Objetivos do Projeto de Ensino de Física. Dissertação de Mestrado. São Paulo, Universidade de São Paulo, 1 976
- PACHECO, Décio Análise dos Exercícios Propostos nos Livros Didáticos de Física adotados nas Escolas de Segundo Grau de Campinas. Dissertação de Mestrado. Campinas. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1 979
- SAAD, F. Daher Análise do Projeto FAI - Uma Proposta de um Curso de Física Auto-Instrutivo para o 2º Grau. Dissertação de Mestrado. São Paulo, Universidade de São Paulo, 1 977
- SAAD, F. D. e outros O Projeto FAI - São Paulo, Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 1969 (publicação interna mimeografada)

SÃO PAULO (Estado) Secretaria de Estado da Educação.  
Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas.  
Formulação de Objetivos - Avaliação. São Paulo, 1977.

SIEGEL, Sidney Estatísticas não Paramétricas. São Paulo, McGraw-Hill, 1975.

