

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

GRUPO DE PESQUISA: CEMPEM - PRÁTICA
PEDAGÓGICA EM MATEMÁTICA

ERROS E DIFICULDADES NO ENSINO DA ÁLGEBRA:
O TRATAMENTO DADO POR PROFESSORAS
DE 7ª SÉRIE EM AULA

RENATA ANASTÁCIO PINTO

CAMPINAS, 1997



9802509

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	7/UNICAMP
	V658 e
V.	Ex
TCMBO BC/	32834
PROC.	393/98
C	☐
D	☒
PREÇO	244,00
DATA	28/02/98
N.º CPD	

CM-00105197-9

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA
DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP

P658e

Pinto, Renata Anastácio

Erros e dificuldades no ensino da álgebra : o tratamento
dado por professoras de 7ª série em aula / Renata Anastácio
Pinto. -- Campinas, SP : [s.n.], 1997.

Orientador : Dario Fiorentini.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Educação.

1. Erro. 2. Ambiente de sala de aula. 3. Álgebra - Estudo e
ensino. 3. Professores e alunos - Relações. I. Fiorentini, Dario.
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Educação. III. Título.

Este exemplar corresponde à redação
final da Dissertação defendida por

RENATA ANASTÁCIO PINHO

e aprovada pela Comissão Julgadora.

Data: 26/08/97

Assinatura: 

Dissertação apresentada como exigência parcial
para obtenção do Título de MESTRE EM
EDUCAÇÃO na Área de Concentração de
Educação Matemática à Comissão Julgadora da
Faculdade de Educação da Universidade
Estadual de Campinas, sob a orientação do Prof.
Dr. *Dario Fiorentini*.

Comissão Julgadora:







Aos meus pais,
com muito amor!

Ao André, primo querido,
com um carinho muito especial!

AGRADECIMENTOS

Aos queridos interlocutores que (com)partilharam, cada um a seu modo, a minha jornada ...

Ao Dario, pela confiança que depositou em mim, pelo constante entusiasmo, pela exaustiva dedicação, pelo respeito a minha produção, pela cumplicidade e pela segurança que me transmitiu em todos os momentos.

À Maria do Carmo, não só por acreditar em mim e no trabalho desde o início, mas também por ter se transformado em uma grande amiga.

Aos professores Antônio Miguel, Corinta Geraldi e Anna Regina Moura, pela leitura minuciosa e crítica deste trabalho por ocasião do Exame de Qualificação.

À professora Ana Luíza Smolka, pelo entusiasmo contagiante e pela oportunidade que me proporcionou de valiosos embates, decisivos tanto na elaboração das entrevistas quanto nas análises.

À professora Maria Ângela Miorim pela “força” e pelas discussões na primeira tentativa de análise do capítulo III.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa Prática Pedagógica em Matemática, em especial, ao Paulo, Marco, Eliana, Adair e Tadeu pelas sugestões, trocas e reflexões no decorrer destes dois anos.

Às professoras Marina e Luíza, pelo interesse e carinho com que me receberam nas suas classes e pela boa vontade e disponibilidade nos diferentes momentos da coleta de dados.

À Capes, pelo apoio financeiro.

À Adriana Varani, Achilles e Samuel, por fazerem uma leitura crítica deste trabalho e pela imensa ajuda na organização de algumas idéias.

À Cynthia, Maria Cristina, Monica, Tânia e Regina, pelos momentos de descontração!

Ao Norton, Mônica, Heloísa e Maurício, pelo apoio, carinho e aconchego familiar com que me receberam em sua casa.

À Franceli, Wilson, Henrique, Ana Cristina e Guillermo, pelas imensas contribuições a este trabalho, pelos passeios maravilhosos e por tornarem-se amigos tão especiais para mim.

Ao Fabio, pela paciência, carinho, compreensão e companheirismo, fundamentais nos momentos finais da produção do trabalho.

À Andréia, pelo incansável e constante companheirismo e apoio, sem os quais jamais realizaria este trabalho; pelo exemplo que me passa, mesmo à distância, de luta, seriedade, compromisso e competência profissional!

A verdade é filha da discussão,
não da simpatia.
(Gaston Bachelard)

ÍNDICE

Resumo.....	i
Abstract.....	ii
Lista de notações.....	iii

INTRODUÇÃO

1. Do histórico e da problemática deste estudo.....	1
2. Dificuldades e erros dos alunos em álgebra.....	4
3. Configuração do estudo:	
3.1. A pergunta e os objetivos do estudo.....	14
3.2. Procedimentos metodológicos da investigação.....	15
3.3. Sobre o relatório da investigação.....	22

CAPÍTULO I - AS IDÉIAS E A PRÁTICA PEDAGÓGICA DAS PROTAGONISTAS DESTE ESTUDO.....24

1. Professora Marina	
1.1. Apresentação.....	25
1.2. Fatos e projetos que marcaram o desenvolvimento profissional de Marina.....	27
1.3. As idéias, concepções e modelos de ensino de álgebra da professora Marina.....	32
1.4. A prática pedagógica/profissional da professora Marina.....	34
2. Professora Luíza	
2.1. Apresentação.....	36
2.2. Fatos e projetos que marcaram o desenvolvimento profissional de Luíza.....	38
2.3. As idéias, concepções e modelos de ensino de álgebra da professora Luíza.....	41
2.4. A prática pedagógica/profissional da professora Luíza.....	42

CAPÍTULO II - UMA PROTAGONISTA EM CENA: O ERRO NAS VOZES DAQUELES QUE PRODUZEM A AULA.....48

2.1. Tratamento dos erros e das dificuldades dos alunos	
2.1.1. Processos sintáticos/semânticos no tratamento do erro.....	52
2.1.2. Processos metacognitivos frente ao erro.....	62
2.2. Tratamento/enfrentamento dos erros da professora.....	69
2.3. Tratamento dos erros do material didático.....	78

CAPÍTULO III - CENAS DE UM EPISÓDIO DE AULA: O ERRO NUM CONTEXTO DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS.....81

ENCERRANDO ... E RECOMEÇANDO.....	93
-----------------------------------	----

BIBLIOGRAFIA.....	102
-------------------	-----

ANEXOS

Roteiro para entrevista das professoras.....	108
Registro dos documentos existentes.....	109

RESUMO

Este estudo teve como objetivo investigar e analisar o modo como os professores tratam/enfrentam, em aula, as situações de erro ou dificuldade, suas e dos alunos, que surgem no processo de ensino/aprendizagem da álgebra elementar.

A pergunta orientadora da investigação foi a seguinte: **Como o professor trata/enfrenta os erros e as dificuldades que surgem em situações de aula envolvendo atividades algébricas?**

Para responder a pergunta acima foram observadas as aulas de duas professoras de 7ª série, em escolas no município de Campinas. As aulas foram registradas em diário de campo e, algumas, audio-gravadas e transcritas.

Após descrever as práticas e idéias das professoras participantes deste estudo de caso (Capítulo I), foram analisados os vários modos de tratamento dos erros (Capítulo II) através de alguns episódios e também um episódio especial (Capítulo III) no qual o erro foi olhado sob uma perspectiva teórica de produção de significados.

Entre outros resultados, este estudo mostrou a existência de três fontes de origem dos erros nas aulas: erros dos alunos, erros da professora e erros do material didático. Mostrou também que os erros que os alunos cometem são consequência de uma prática escolar que privilegia mais os processos sintáticos (relativos ao uso de regras) que semânticos (relativos à interpretação dos significados negociados ou instituídos em aula). Também houve variações no modo da professora tratar os erros em aula. Além disso, o estudo apontou para a necessidade de olhar o erro não como algo ruim ou negativo, mas como consequência de uma tentativa de compreensão e significação e que, por isso, precisa ser tratado/explorado pedagogicamente pelo professor.

ABSTRACT

The objective of this study is to investigate and analyse the way teachers deal with/face error and difficulties situations inside the classroom. These situations - both teacher's and students' - arise on the process of teaching and learning of elementary algebra.

The question that orients this investigation is the following: **How the Teacher deal with/face errors and difficulties that arise in classroom situations involving algebrical activities ?**

In order to answer the above question the classes of two 7th grade teachers in the city of Campinas have been observed. The classes have been registered on a field diary and some of them have been recorded and transcribed.

Chapter I describes the practice and ideas of the teachers that took part on this case study. After this, Chapter II analyses the various ways of dealing with errors by means of a number of episodes. Finally, Chapter III features a special episode in which the error is seen under a meaning-production theoretical perspective.

Among other results, this study has shown the existence of three sources for the origin of the errors on the classroom: students' errors, teacher's errors and didactic material's errors. It has also shown that the errors that students do are a consequence of a school practice that favours much more the sintatic processes (relative to the use of rules) instead of the semantic ones (relative to the interpretation of the meanings negotiated or instituted on class). There has been, however, variations on the teacher's way to deal with errors on class. Furthermore, the study has pointed towards the need of seeing the error not as a bad or negative thing, but instead as a consequence of a comprehension and signification try and hence has to be dealed with/explored in a pedagogic fashion by the teacher.

LISTA DE NOTAÇÕES

Identificação dos Tipos de Materiais

Dc	Anotações do diário de campo
Ent	Entrevistas
Aa	Apostila adotada ¹
Ag	Apostila de álgebra geométrica ²

Obs: A listagem do referido material se encontra em anexo.

Identificação da pesquisadora e das professoras

Re	Renata
Te	Teresa
Ma	Marina
Lu	Luíza

¹ MIGUEL, Antônio e FUNCIA, Manoel Amaral. (1993). **Tópicos de Ensino de Matemática - volume 10: Estudo das Quantidades Algébricas**. Campinas, Delta Xis.

As três professoras entrevistadas usaram esta apostila. A única que usava no momento das observações era a professora Luíza.

² Esta apostila foi produzida pela professora Luíza e que tinha o papel de dar significado geométrico às expressões algébricas. Não era para introduzir a álgebra, pois os alunos já tinham domínio da linguagem algébrica. Esta linguagem já havia sido previamente trabalhada na apostila adotada.

A identificação dos documentos³ que fazem parte do acervo empírico da pesquisa e são citados no texto, serão identificados a partir da seguinte padronização:

Exemplo: **EntEst26/03/96**

Ent	--	--	tipo de material
--	Est	--	pessoa entrevistada ou pesquisadora
--	--	26/03/96	data da coleta

Os únicos documentos que não seguem esta padronização são as apostilas. Estas serão identificadas apenas pelos códigos **Aa** (apostila adotada) e **Ag** (apostila de álgebra geométrica).

³ O registro dos documentos existentes encontra-se em anexo.

INTRODUÇÃO

1. DO HISTÓRICO E DA PROBLEMÁTICA DESTE ESTUDO

“De repente, a vida começou a impor-se, a desafiar-me com seus pontos de interrogação, que se desmanchavam para dar lugar a outros. Eu liquidava esses outros e apareciam novos.”

(Carlos Drummond de Andrade)

O presente trabalho de pesquisa foi desenvolvido em duas escolas da cidade de Campinas, uma escola estadual e outra particular. Em ambas as escolas, observei aulas em uma classe de 7ª série, direcionando minha atenção para as dificuldades e os erros dos alunos em álgebra e para o tratamento dessas dificuldades e erros por parte do professor.

Como professora, percebia que o ensino de álgebra era uma questão delicada do ensino de 1º Grau, principalmente na 7ª série. Uma das questões delicadas estava relacionada ao livro didático - pelo menos aos que eu tinha acesso - no qual este conteúdo era tratado de forma acentuadamente descontextualizada, mecânica e pouco significativa para o aluno. Então, isso os levava a ter muitas dificuldades, a não apresentarem interesse e a não serem bem sucedidos ao estudarem álgebra na 7ª série.

Porém, neste momento, as dificuldades em álgebra não eram a minha única/maior preocupação. O que mais me preocupava era o conteúdo desta disciplina, extremamente extenso e denso, que dispndia um tempo enorme de trabalho na escola de 1º Grau. E, quando estes alunos chegavam ao 2º Grau parecia que nada (ou quase nada!) havia sido trabalhado, pois sempre surgiam perguntas do tipo: “Posso cortar o denominador? Aplica a distributiva em $(X + AB)^2$? Qual a fórmula disso? Qual a fórmula daquilo?” e tantas outras que os professores estão, infelizmente, habituados a escutar.

Ao assumir uma classe de 7ª série eu queria evitar todo este catastrófico “quadro clínico”. Na tentativa de sanar estas dificuldades busquei uma solução técnica, a álgebra geométrica, como recurso para amenizar o choque que este conteúdo causava. Na época eu achava que havia encontrado a “salvação da lavoura” pois acreditava que os meus alunos não apresentariam dificuldades e eu conseguiria reverter a situação.

Mas qual não foi a minha surpresa quando percebi que, para alguns, mesmo trabalhando com este material, os erros e as dificuldades continuavam!! A minha reflexão sobre essa experiência me levou a suspeitar que esses erros/dificuldades eram decorrência de um inadequado ensino/aprendizagem anterior em aritmética.

No meu segundo ano de trabalho com 7ª série, li um artigo da revista *Proposições* - FIORENTINI et alii (1993) - que falava, teoricamente, sobre concepções no ensino da álgebra. Os autores apontavam/mostravam as limitações e os perigos da álgebra geométrica. Mas minhas limitações teóricas na época não me permitiram enxergar mais longe naquele texto denso. Assim, continuei “cega” e acreditando no milagre da álgebra geométrica.

Toda esta problemática por mim enfrentada motivou-me a eleger a álgebra como tema para a elaboração do ante-projeto de pesquisa para o curso de Mestrado. Até então, ainda influenciada por uma solução técnica, queria trabalhar com a álgebra num sentido bem amplo, envolvendo seus conteúdos e as diferentes propostas metodológicas para trabalhá-los.

Ao ingressar no Mestrado, realizei novas leituras e tive acesso através do meu orientador a três textos que foram decisivos para a delimitação temática de minha pesquisa. São dois textos de Lesley Booth (1986; 1990) e um texto de Ken Milton (1988). A partir destes trabalhos comecei a perceber que não bastava uma solução técnica para reverter a situação. Eu estava totalmente equivocada pensando assim! E entendendo

melhor porque os alunos cometem certos erros, decidi, então, direcionar minha pesquisa para as dificuldades e os erros dos alunos em álgebra na 7ª série.

Tomada esta decisão comecei a realizar uma revisão bibliográfica acerca de estudos sobre o fracasso dos alunos na 7ª série e, sobretudo, sobre os erros em álgebra.

Na verdade, o ensino da álgebra inicia-se formalmente na 6ª série com o estudo das equações do 1º grau. Nesta série, porém, parece que os "danos" causados pela álgebra são bem menos alarmantes. Para mim o "nó estrangulador" do ensino-aprendizagem da matemática e em particular da álgebra concentrava-se na 7ª série. Alguns autores e estudos pareciam reforçar minha hipótese.

IMENES & LELLIS, por exemplo, traduziram muito bem a situação da álgebra nesta série:

Professores e alunos sofrem com a álgebra da 7ª série. Uns tentando explicar, outros tentando engolir técnicas de cálculo com letras que, quase sempre, são desprovidas de significados para uns e outros. Mesmo nas tais escolas de excelência, onde aparentemente os alunos de 7ª série dominam todas as técnicas, esse esforço tem poucos resultados: na 1ª série do 2º Grau é necessário repetir tudo. (IMENES & LELLIS, 1994: 2)

Muitas pesquisas também têm mostrado problemas na 7ª série. Os Testes de Rendimento do Aluno realizados em 1990 pelo Sistema Nacional de Avaliação Básica (SAEB) confirmam que:

... o desempenho dos alunos da 7ª série decresce consideravelmente em relação às séries anteriores (...). Os resultados auferidos nos testes de matemática da 7ª série são os mais baixos do conjunto dos testes aplicados e mostram um domínio em torno de 30% dos conteúdos mínimos. (BURIASCO, 1994 : 43 - 44)

E os Testes de Rendimento do SAEB de 1993, infelizmente, parecem repetir o que foi constatado em 1990: “Na 7ª série, somente 5,9% dos alunos acertaram entre 50% e 100% das questões do teste de matemática” (SAEB, 1993:25).

As pesquisas do SAEB não apontam explicitamente a álgebra como a grande responsável pelo baixo desempenho dos alunos ao final da 7ª série. Acredito, no entanto, nesta hipótese, pois o que se evidencia cada vez mais no nosso ensino, hoje, é uma extensa lista de alunos fracassados/reprovados na 7ª série e o conteúdo que é amplamente trabalhado nesta série é a álgebra - praticamente o ano todo.

Mas, por que será que é tão difícil para os alunos aprenderem álgebra? Que tipos de dificuldades e erros os alunos apresentam? Como essas dificuldades e erros são percebidas e tratadas pelos professores? Quais as suas origens?

Estas questões e a necessidade de uma melhor delimitação da minha questão de investigação levaram-me a realizar, inicialmente, uma revisão bibliográfica sob uma perspectiva que diz respeito ao aluno e focaliza, sobretudo, as dificuldades e erros que este apresenta diante da álgebra ou durante o processo de aprendizagem da mesma.

2. DIFICULDADES E ERROS DOS ALUNOS EM ÁLGEBRA

*"... e ao final de todas as nossas explorações
chegaremos ao lugar de onde saímos e o
conheceremos pela primeira vez."*

(Elliot)

Ao iniciar um estudo sobre as dificuldades dos alunos em álgebra, constatei que quase todos os trabalhos reportavam-se às pesquisas de Lesley Booth. As questões levantadas e discutidas nos seus trabalhos eram muito próximas às que havia enfrentado como professora, uma vez que meus alunos também cometiam aqueles erros levantados e

discutidos por esta pesquisadora. Além destas pesquisas, encontrei também trabalhos de outros pesquisadores. Apresentarei a seguir uma síntese dos mesmos.

BOOTH¹ tem realizado pesquisas para tentar descobrir porque é tão difícil para os alunos aprenderem álgebra. Segundo ela, a partir da descoberta e investigação dos erros mais comuns cometidos pelos alunos pode-se tentar responder a esta pergunta. Em suas pesquisas a partir de entrevistas com alunos detectou que muitos dos erros cometidos poderiam ter origem em algumas idéias.

Segundo BOOTH, o foco da atividade aritmética é diferente do foco da atividade algébrica (1995: 24). Ao operar apenas com números, o foco é encontrar respostas particulares. Na álgebra, ao operar também com as letras, o foco é outro. O cálculo algébrico não só pode fornecer respostas particulares, únicas, como também pode expressar procedimentos e relações de maneira generalizada e simplificada.

Diante disto, uma grande dificuldade sentida pelos alunos é aceitar uma expressão algébrica do tipo $b + 5$ como resposta já que na aritmética - matemática estudada até então - a resposta de uma operação reduz-se sempre a um único termo. Assim, qualquer resposta algébrica que não se reduza a um único termo não é aceita como resposta por parte do aluno. Esta idéia² pode ser demonstrada quando os alunos simplificam uma expressão como $2a + 5b = 7ab$. Na tentativa de justificar esse problema, COLLINS (1975) afirma que isto pode ocorrer porque os alunos têm uma dificuldade cognitiva em aceitar a ausência de fechamento e MATZ (1980) afirma que isto pode simplesmente refletir expectativas decorrentes de preocupações comuns em aritmética, em relação à maneira como deveriam ser as “respostas bem formadas” (apud BOOTH, 1995).

¹ Todas as traduções citadas foram realizadas por mim.

² KIERAN (1981) também discute esta idéia em seu artigo sobre os conceitos associados ao símbolo de igualdade.

Outro problema que parece trazer dificuldades para os alunos é o dilema “nome - processo” (DAVIS, 1975). Ou seja, a expressão algébrica $b+5$ pode significar tanto a instrução para somar b a 5 como a resposta dessa adição: o número que excede b em 5 unidades. Mas, para Booth, esse problema está mais associado à dificuldade dos alunos em aceitar a resposta algébrica como resposta, do que a este fato pesquisado por Davis.

Subjacente ao dilema nome-processo está a dificuldade com relação à interpretação dos símbolos operatórios (+, =, ...) usados tanto na aritmética quanto na álgebra. Para KIERAN et alii, (1990) esta “continuidade” que parece existir entre a aritmética e a álgebra, devido ao uso dos mesmos símbolos, é apenas aparente, pois em cada uma, a interpretação dada a estes símbolos é diferente.

Suas pesquisas se concentraram mais especificamente no uso do sinal de igual. Ela afirma que: “... na escola elementar, o sinal de igual é usado mais para anunciar um resultado que para expressar uma relação simétrica e transitiva” (KIERAN et alii, 1990: 98).

Então, é desta forma que os alunos tendem a interpretar o símbolo de igual no cálculo algébrico. Arrisco dizer que talvez esteja aí a origem da “dificuldade cognitiva em aceitar a ausência de fechamento”, já citada por mim e pesquisada por COLLINS.

BEHR et alii (1976)³ realizaram um estudo com crianças de 1ª a 6ª séries para investigar como estas viam sentenças aritméticas envolvendo igualdades do tipo: $3 = 3$; $4 + 5 = 3 + 6$; $5 = 4 + 1$. Estas expressões não foram aceitas por grande parte dos alunos que viam o sinal de igual como um sinal para escrever uma resposta e não como um símbolo de equivalência. Este modo de ver as expressões matemáticas pode estender-se ao estudo da álgebra, se nada for feito para mudá-lo.

³ Esta pesquisa está descrita em KIERAN (1981:318-319).

Outra descontinuidade é a justaposição de termos. Ao estudar aritmética, os alunos se deparam com a justaposição de termos indicando adição. Exemplo disso, seriam as frações mistas e o valor posicional: $3\frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4}$, $59 = 50 + 9$. Na álgebra, a justaposição de termos representa uma multiplicação ($4m = 4 \times m$) e há uma forte tendência por parte dos alunos em interpretar, por exemplo, $4m$ como $4 + m$. BARRABÉS (1995), em sua tese de doutorado, ao fazer - no primeiro capítulo - um estudo histórico da álgebra, comenta que Diofanto de Alexandria (séc. III, aproximadamente) representava a soma simplesmente por justaposição.

Como uma tentativa para solucionar esta dificuldade, Booth sugere que, num primeiro momento, os alunos trabalhem com a multiplicação escrita na “forma completa”: $3 \times n$ ou $n \times 3$. E, mesmo depois de ser introduzida a forma abreviada, seria adequado continuar trabalhando com o produto nesta forma completa até o aluno não sentir mais necessidade.

Muitas vezes, na tentativa de facilitar a compreensão dos alunos, os professores “ilustram” expressões do tipo $2a + 5b$ através de “rótulos arbitrários”⁴ do tipo 2 abacaxis mais 5 bananas, e argumentam que não se pode somar $2a$ com $5b$ porque não se soma abacaxi com banana, portanto $2a + 5b$ não pode ser igual a $7ab$ ⁵.

Na pesquisa SESM⁶, realizada na Inglaterra de 1980 a 1984, ficou evidente que o número de alunos que usaram este argumento para explicar que $2a + 5b = 7ab$ (2 abacaxis mais 5 bananas é igual a 7 abacaxis-e-bananas) foi semelhante àqueles que o usaram para explicar que $2a + 5b$ não podia ser reduzido a uma resposta de um único termo (BOOTH, 1986: 3).

⁴ Expressão utilizada por KIERAN (1990: 98).

⁵ Que é a resposta mais usada pelos alunos.

⁶ Strategies and Errors in Secondary Mathematics.

Em relação à passagem da aritmética para a álgebra, a novidade nesta última é o uso das letras. Neste caso, os professores percebem que uma grande confusão feita pelos alunos ao passar dos números da aritmética para as letras da álgebra é em relação ao significado das letras em álgebra.

Segundo MILTON (1988):

As crianças têm dificuldades em estabelecer significado às letras em álgebra. De fato, algumas crianças não percebem que uma letra é usada para significar um número generalizado, embora outras pensem que o valor numérico de uma letra varia conforme a posição que essa letra ocupa no alfabeto, significando que y é maior que a. (MILTON, 1988: 2)

Esta dificuldade em compreender o significado das letras se justifica. Por exemplo, em aritmética **10 m** significa **10 metros**, onde a letra **m** é o símbolo de uma unidade de medida (no caso, o metro) e não a quantidade de metros. Esta confusão leva o aluno a traduzir na álgebra **3m** como 3 maçãs ao invés de 3 vezes o número de maçãs, principalmente se for afirmado que **m** representa o número de maçãs. (BOOTH, 1986 : 4)

Num dos seus artigos, discutindo exatamente o que foi acima citado, KIERAN et alii (1990) faz uma colocação que considero muito importante não só para os propósitos desse trabalho mas para qualquer um que se relacione, que se preocupe com o ensino da álgebra:

Os estudantes carregam com eles, para o estudo da álgebra, as concepções e competências de suas experiências em aritmética. Essas concepções tem que ser ampliadas e também modificadas para enfrentar as demandas da álgebra. Porém, há aspectos da álgebra que não representam a continuação dos métodos e símbolos estudados na aritmética da escola elementar. (KIERAN et alii, 1990: 98)

Um bom exemplo apresentado por KIERAN et alii (1990: 99-100) diz respeito à resolução de equações. Veja, por exemplo, o seguinte problema: “Um número

multiplicado por quatro e somado com 10 é igual a 26. Encontre este número.” Aritmeticamente, os alunos subtraem 10 de 26 e dividem o resultado por 4 ($26 - 10 = 16$; $16 : 4 = 4$). O número é 4.). Porém, quando o problema é representado algebricamente, $4x + 10 = 26$, as operações envolvidas são multiplicação e adição.

Ou seja, para montar uma equação, os alunos devem pensar precisamente de maneira oposta de como pensariam usando a aritmética. Assim, eles não apenas têm que lidar com representação explícita das operações que eles usam para resolver um problema, mas também devem aprender a representar operações inversas àquelas que usam para resolver o problema de forma intuitiva. (KIERAN et alii, 1990: 99-100)

No que diz respeito à idéia de **variável**, os alunos costumam interpretar a letra como tendo um valor único, associando assim à idéia dos símbolos em aritmética, por exemplo, 4, que representa um único valor: a quantidade 4. Sendo assim, na sua lógica, o aluno atribui valor numérico específico para cada letra de modo que $a + b + c$ jamais poderá ser igual a $a + x + c$, pois a letra **b** é diferente da letra **x**.

Analisando estas dificuldades, parece ficar claro que grande número delas acontecem em decorrência da falta de compreensão ou da deturpação de conceitos aritméticos básicos. Ou seja, parece que o problema da álgebra é a aritmética, ou melhor, as noções e procedimentos da aritmética que não foram convenientemente trabalhados e/ou apreendidos (BOOTH, 1995: 33).

O mérito destes estudos é que, através da análise dos erros e das suas possíveis causas, os pesquisadores e professores (que têm o privilégio de ter acesso à pesquisa) passaram a conhecer melhor como os alunos pensam quando trabalham/estudam álgebra. São pesquisas cognitivistas. Com o seu foco de estudo centrado no aluno, estas pesquisas limitam-se a detectar os obstáculos que o ensino da aritmética causou na álgebra, sugerindo ao professor possíveis estratégias e atividades para trabalhar em aula, como meio de superação destes obstáculos.

Passei, então, a empenhar-me na busca de pesquisas que investigassem o tratamento de erros e dificuldades. Encontrei poucos estudos, e apresentarei uma síntese dos mesmos.

NUESCH & LEMA (s/d: 17) perguntam se é possível construir uma didática que leve em conta os erros dos alunos. Baseando-se em Roland Charmay, dirigem a reflexão do artigo para o tratamento do erro por parte do professor.

A princípio distinguem esquematicamente três modelos de ensino - Normativo, Incitativo e Apropriativo - e procuram fazer a ponte com o uso do erro em cada um deles.

No Modelo Normativo, onde a ênfase está no conteúdo, e a relação mais valorizada é a relação professor-conhecimento, o erro é visto como:

... o produto de uma planeamento inadequado da seqüência de aprendizagem ou de uma maneira de aprender ou conhecer errônea (mesmo que possa ter tido êxito em outros contextos).
(NUESCH & LEMA, s/d:22)

Para superá-los basta reforçar a mecanização uma vez que o professor detém todo o saber que será passado para os alunos que aprendem ouvindo, exercitando e aplicando regras. Assim, o conhecimento é absoluto, está pronto e acabado.

As autoras enfatizam ainda que este método de ensino é denominado de dogmático (pois parte de uma regra para a sua aplicação) ou maiêutico (porque baseado essencialmente em perguntas-respostas).

No 2º modelo, o Incitativo, a ênfase está no aluno e a relação mais valorizada é a do professor com o aluno. A motivação é feita através de situações do dia-a-dia do aluno. Neste contexto, o erro é visto como um produto do azar, uma vez que o modelo:

... não favorece os meios para uma análise das causas do erros ao nível do aluno, de sua concepção do saber e dos fatores que podem influenciar esta concepção. (NUESCH & LEMA, s/d: 22)

Neste modelo, segundo as autoras, estariam as correntes denominadas “metodologias ativas”, pois o aluno solicita com antecedência os temas a serem estudados de acordo com suas necessidades e interesses. Desta maneira:

... o professor escuta, provoca discussões, estimula a curiosidade, ajuda o aluno a utilizar os canais de informação e revê as ferramentas de aprendizagem. (NUESCH & LEMA, s/d: 18)

O conhecimento está diretamente relacionado com situações de vida.

Já no Modelo Apropriativo, a ênfase está na construção do conhecimento pelo aluno, e a relação valorizada é a do aluno com o conhecimento. Segundo as autoras, este é o modelo que traz as melhores possibilidades de aproveitar o “erro útil”. Isto se deve ao fato de que o professor organiza suas aulas ...

partindo de concepções ou sistemas de concepções já existentes para o aluno e de sua ação em colocá-los em xeque com o intuito de melhorá-los, retomá-los, modificá-los ou elaborar outros novos (NUESCH & LEMA, s/d: 18)

Por sua vez, o aluno é um investigador, propõe novas soluções, discute-as com os colegas do grupo, da classe e com o professor, defendendo-as ou criticando-as. O conhecimento tem uma “lógica própria, como algo que deve-se construir, redescobrir.” (NUESCH & LEMA, s/d: 18)

Assim, cabe ao professor “observar os erros significativos (erros úteis), analisá-los e tomá-los em conta na proposta de novas situações” (NUESCH & LEMA, s/d: 22).

No que se refere à análise de erros, BORASI (apud CURY, 1994: 84-85) propõe alternativas, novos rumos para esta análise apropriando-se de idéias de Kuhn, Lakatos, Piaget e Vergnaud. Esta análise dependerá, fundamentalmente, do objetivo didático proposto e do foco de interesse, que pode ser o conteúdo técnico-matemático, a natureza da matemática e/ou o processo de aprendizagem.

De fato, segundo Borasi, se o objetivo do ensino é eliminar o erro então ele passa a ser visto como uma falha do processo ensino-aprendizagem e o ideal seria eliminá-lo pela raiz. Dentro desta perspectiva, o estudo do erro é visto para identificar certas dificuldades que os alunos sentem em decorrência da não aprendizagem de certos conteúdos e/ou da utilização de métodos de ensino ineficazes. Dentro desse contexto, o objetivo dos educadores é melhorar o currículo e os métodos de ensino, com vistas a evitar o aparecimento das dificuldades e dos erros. (BORASI, apud CURY, 1994: 86)

Agora, se o objetivo é a exploração e a descoberta, o erro é um passo necessário e positivo no processo todo, vindo inclusive a evidenciar os limites do conteúdo estudado. Desta forma:

Pode motivar novas direções para a exploração e levar a descobertas inesperadas. Pode motivar e levar a reflexões sobre a natureza da disciplina. Pode constituir-se em instrumento para compreender melhor os processos cognitivos e o próprio desenvolvimento. (BORASI, apud CURY, 1994: 86)

CURY (1994) chama a atenção para o fato de que a idéia de BORASI sobre o papel do erro construtivo é diferente daquela concebida pelos piagetianos:

Mesmo enfatizando a exploração e a descoberta como objetivos das pesquisas, a autora (BORASI) está considerando o erro como instrumento didático; para Piaget e colaboradores, seu papel é de construtor do conhecimento. (CURY, 1994: 87)

O que podemos extrair do estudo de CURY (1994) é que o modo como o professor trata/enfrenta o erro guarda estreita relação com as concepções de matemática e educação matemática assumidas (porém nem sempre explicitadas) pelos professores.

De fato, o objetivo inicial de suas investigações seria identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos e classificá-los para discutir as possíveis causas de sua ocorrência. Porém, no decorrer dos seus estudos, constatou que o problema dos erros que os alunos cometiam era muito mais complexo do que imaginava, pois pareciam estreitamente relacionados com as concepções dos professores. Os alunos em seus depoimentos reportavam-se muito aos seus professores para justificar os seus próprios erros.

Tentando dar conta desta complexidade, ela estuda as possíveis relações existentes entre as concepções filosóficas de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros cometidos pelos alunos.

Na verdade pude extrair pouca coisa destes estudos para a minha investigação uma vez que nenhum deles analisa o tratamento dos erros e dificuldades em situações de aula. Além disso também não levam em consideração outros aspectos dentre os quais destaco: o modo como os alunos encaram a matemática; qual é o papel do professor perante os erros e dificuldades dos seus alunos; qual o ensino que está sendo proporcionado a diferentes classes sociais; que significados são produzidos e negociados por alunos e professores nos processos de erro em aula; quais os valores, não só com relação à matemática, que professores e alunos carregam consigo para a aula; como professores e alunos caminham durante a aprendizagem da álgebra ...

3. CONFIGURAÇÃO DO ESTUDO

3.1. A pergunta e os objetivos do estudo

A bibliografia que consultei mostra, por um lado, que existem muitos estudos que explicitam ou descrevem as dificuldades e os erros que os alunos apresentam no processo de aprendizagem da álgebra. Mas, por outro lado, praticamente não existem estudos sobre o ponto de vista do professor e o seu papel fundamental no enfrentamento ou na exploração didática destes erros e dificuldades em situações de aula.

Esta constatação foi decisiva para definir meu foco de investigação. Foi a partir desse momento que consegui formular claramente a questão orientadora da minha investigação:

Como o professor trata/enfrenta⁷, com os alunos, os erros e as dificuldades que surgem em situações de aula envolvendo atividades algébricas?

Assim, ao observar as aulas da 7ª série, não me limitei a detectar os erros e as dificuldades apresentados pelos alunos ao estudarem álgebra mas, fundamentalmente, o modo como o professor os enfrenta ou trata durante o processo de ensino/aprendizagem da álgebra em aula. Estes erros não são restritos àqueles expressos pelos alunos, como eu havia inicialmente pensado. Passaram-me a interessar-me também, os erros produzidos pelo professor, destacando, sobretudo, o modo como os encara ou enfrenta. O meu foco de atenção, portanto, incide sobre a prática pedagógica do professor frente a situações de

⁷ Tradicionalmente, a palavra tratamento vem carregada de uma conotação negativa que pressupõe a existência de uma doença a ser tratada ou curada. No entanto, neste estudo, vou me ater a um dos significados desta palavra contemplado pelo Dicionário Aurélio, no qual tratamento pode ser entendido como sendo uma discussão, um debate ou um questionamento. Neste sentido, a palavra enfrentamento, que não possui a mesma conotação negativa, será também usada como equivalente a tratamento.

erro ou dificuldade que surgem no processo interativo de ensino/aprendizagem da álgebra.

Deste modo, o objetivo fundamental do presente estudo foi investigar e analisar os modos como o professor trata/enfrenta ou explora com os alunos os erros e dificuldades que surgem em situação de aula envolvendo atividades de ensino/aprendizagem em álgebra elementar.

3.2. Procedimentos metodológicos da investigação

Uma vez definida a questão orientadora e pretendendo olhar o tratamento dos erros no movimento dinâmico da aula, deparei-me diante da seguinte indagação: qual a abordagem metodológica mais apropriada para eu me aproximar melhor dessa realidade, dessa dinâmica, desse processo de produção, tratamento e enfrentamento do erro?

Diante da natureza e especificidade de minha questão de investigação não me restava outra alternativa senão optar por uma abordagem qualitativa de investigação. Esta abordagem me possibilitaria mergulhar no ambiente da aula e realizar observações etnográficas. Feita esta questão, outra indagação viria a seguir: Quantos professores e quantas aulas eu iria investigar? Como o meu interesse centrava-se em olhar como o professor trata/enfrenta, com os alunos, em situação de aula, os erros e dificuldades que surgem, o estudo de caso (ou de casos) parecia ser uma alternativa plausível.

Segundo LÜDKE & ANDRÉ (1986), o caso precisa ser bem delimitado, com seus “contornos claramente definidos no desenrolar do estudo”. E mais:

O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular. (...) O interesse, portanto, incide naquilo que ele tem de único, de particular, mesmo que posteriormente venham a ficar evidentes certas semelhanças com

outros casos ou situações. Quando queremos estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo, devemos escolher o estudo de caso. (LÜDKE & ANDRÉ, 1986: 17)

Ainda segundo as autoras, a compreensão desta singularidade (ou desta instância singular) é a preocupação central do estudo de caso:

Isso significa que o objeto estudado é tratado como único, uma representação singular da realidade que é multidimensional e historicamente situada. Desse modo, a questão sobre o caso ser ou não “típico”, isto é, empiricamente representativo de uma população determinada, torna-se inadequada, já que cada caso é tratado como tendo um valor intrínseco. (LÜDKE & ANDRÉ, 1986: 21)

Um dos instrumentos utilizados para a coleta de dados no estudo de caso é a *observação*. Assim, com meu objeto de estudo delimitado, tinha claramente definido o que observaria nas aulas que assisti. Meu olhar estava voltado para as dificuldades e erros apresentados pelos alunos no estudo da álgebra e, mais especificamente para o tratamento/enfrentamento desses erros e dificuldades por aqueles que produzem a aula.

Este olhar dirigido a um foco específico é essencial para coletar informações no processo de observação.

A importância de determinar os focos da investigação e estabelecer os contornos do estudo decorre do fato de que nunca será possível explorar todos os ângulos do fenômeno num tempo razoavelmente limitado. A seleção de aspectos mais relevantes e a determinação do recorte é, pois, crucial para atingir os propósitos do estudo de caso e para chegar a uma compreensão mais completa da situação estudada. (LÜDKE & ANDRÉ, 1986: 22)

Inicialmente pensei em realizar estudo de um caso. Ou seja, escolheria uma professora, de preferência que lecionasse em escola da rede pública, em uma classe de 7ª série cujo tópico de ensino fosse a álgebra. Com isso em mente, procurei uma escola

estadual do município de Campinas, localizada num bairro periférico. O primeiro contato com a escola foi feito através da diretora da mesma, que mostrou-se muito interessada com a possibilidade/oportunidade da pesquisa.

Através da diretora, entrei em contato com a professora **Marina**⁸, única responsável pelas aulas de matemática das sétimas séries matutinas. Marina também mostrou-se muito interessada pelo tema da pesquisa e colocou-se a minha disposição. Decidimos, conjuntamente, que eu iria acompanhar somente **classe A**⁹.

A princípio, pretendia filmar as aulas e gravá-las em vídeo. E, uma vez transcritas estas aulas, elas se constituiriam no material básico para a análise. A prof^a Marina, porém, não concordou com as filmagens - apesar de eu lhe assegurar que a sua imagem e a dos alunos seriam preservadas e que somente os envolvidos na pesquisa (pesquisadora, orientador e ela) teriam acesso aos vídeos - alegando que tiraria a sua espontaneidade no decorrer da aula. Foi a única restrição que Marina colocou em relação à pesquisa, apesar do aval da diretora da escola. Diante de sua negativa propus então uma espécie de teste em que seriam filmadas três aulas. Se realmente ela não se sentisse bem, eu suspenderia as filmagens e as imagens seriam “apagadas”. Ela concordou, desde que eu não filmasse nas primeiras visitas. Procurei, então, nestas primeiras aulas, fazer apenas registros escritos do que observei, em diário de campo.

Iniciei minhas observações com a professora Marina em dezenove de março de 1996. No dia vinte e oito de março, a professora começou a trabalhar álgebra com a classe. Durante o período anterior ao início da álgebra, não filmei nem fiz anotações, pois o conteúdo trabalhado não se constituía como objeto de estudo desta pesquisa. Portanto, meu diário de campo começa em vinte e oito de março de 1996.

⁸ Este nome é fictício.

⁹ O nome desta classe também é fictício.

Durante cinco semanas, observei quase todas as aulas de matemática ministradas pela professora Marina na classe A. Quase todas, porque muitas vezes ao chegar na escola no horário previsto para a aula, a professora já havia subido aula, cobrindo a falta de outros professores da escola¹⁰. Ao todo, observei 7 horas-aulas de álgebra na classe A.

Na quinta semana de observação, dias quinze e dezoito de abril, filmei duas aulas com o consentimento de Marina. A condição colocada por ela era que eu filmasse a aula sem focalizá-la.

Apesar do ambiente riquíssimo para a minha pesquisa e da colaboração de Marina, não pude dar continuidade às observações nesta classe. Por problemas de saúde, a professora entrou em licença, tendo retorno previsto apenas para o 2º semestre. Este fato obrigou-me a interromper o estudo de caso com a profª. Marina.

Iniciei, então, as negociações com o professor que a substituiria, mas, este também estava se afastando da escola em função de outro emprego. A classe A ficaria, a princípio, sem professor de matemática, pois não havia ninguém para assumi-la¹¹... Deste modo, tentei encontrar outra escola e outro professor.

Após várias tentativas fracassadas de encontrar outro professor de escola pública, fiz contato com uma professora de 7ª série, de uma escola particular, na qual - segundo duas alunas da licenciatura em matemática da UNICAMP que lá realizavam o seu estágio - havia possibilidade de filmar as aulas. A professora **Luíza**¹² imediatamente colocou-se à disposição, manifestando interesse pela pesquisa, sobretudo, pelo retorno da mesma e pela troca de saberes com a universidade.

¹⁰ Na entrevista, várias falas da professora Marina revelaram um desabafo em relação às atuais condições de trabalho docente no Estado.

¹¹ E outro detalhe ... No dia que fomos conversar com o novo professor, os alunos estavam todos com livro, mas não o livro que estava sendo seguido pela professora Marina, o Matemática Atual, mas o Matemática e Vida. Nesta aula que assisti, o assunto foi Teorema de Pitágoras.

¹² Este nome também é fictício.

Parecia que tudo estava dentro do previsto, mas a direção da escola impediu as filmagens alegando que os pais dos alunos não concordariam, pois não havia garantias concretas/reais de que a imagem de seus filhos seria preservada.

Comecei a observar/registrar as aulas da prof. Luíza junto à classe B em dezesseis de abril de 1996 gravando em áudio e transcrevendo suas aulas. Como a professora já estava trabalhando com a álgebra, meus registros em diário de campo começam neste dia e vão até quatorze de junho de 1996, último dia de observação. Ao todo, observei 32 horas-aulas nesta classe.

Embora as observações e registros fossem significativos, estes não me pareciam suficientes para os propósitos da investigação. Busquei, então, apoio em um outro instrumento de coleta de dados: a *entrevista*.

LÜDKE & ANDRÉ (1986) apontam grandes vantagens da entrevista em relação a outras técnicas. Na minha opinião, a maior de todas estas vantagens é que:

Enquanto outros instrumentos têm seu destino selado no momento em que saem das mãos do pesquisador que os elaborou, a entrevista ganha vida ao se iniciar o diálogo entre o entrevistador e o entrevistado. (LÜDKE & ANDRÉ, 1986: 34)

Esta vida que começa paralelamente ao momento em que se inicia o processo dialógico só é possível através de entrevistas que não possuem um roteiro rigidamente estruturado ou pré-estabelecido. Devido a isto, optei por realizar minhas entrevistas seguindo o padrão da entrevista semi-estruturada¹³ proposto por THIOLENT (1987). Este tipo de entrevista permite uma maior flexibilidade e um menor rigor (em termos do pesquisador ficar/sentir-se preso ao roteiro por ele elaborado), pois, dependendo das

¹³ "... aplicada a partir de um pequeno número de perguntas abertas." Ainda segundo o autor, esse tipo de pergunta "não predefine a resposta. Em regra geral, as respostas a perguntas livres são processadas por técnicas de análise de conteúdo." (THIOLENT, 1987: 35)

respostas do entrevistado, pode-se mudar/desviar do que se havia previamente estabelecido/planejado.

Além disso, “na medida em que houver um clima de estímulo e de aceitação mútua, as informações fruirão de maneira notável e autêntica” (LÜDKE & ANDRÉ, 1986: 34). E, para que este clima aconteça, são necessários certos cuidados por parte do pesquisador, requeridos por qualquer tipo de entrevista:

... um respeito muito grande pelo entrevistado. Esse respeito envolve desde um local e horário marcados e cumpridos de acordo com sua conveniência até a perfeita garantia do sigilo e anonimato em relação ao informante, se for o caso. (...) Ao lado do respeito pela cultura e valores do entrevistado, o entrevistador tem que desenvolver uma grande capacidade de ouvir atentamente e de estimular o fluxo natural de informações por parte do entrevistado. (LÜDKE & ANDRÉ, 1986: 35)

As autoras alertam que este estímulo não deve forçar as respostas para um determinada direção, mas “garantir um clima de confiança, para que o informante se sinta à vontade para se expressar livremente.” (LÜDKE & ANDRÉ, 1986: 35)

Procurei seguir esta orientação ao realizar, em setembro de 1995, uma entrevista piloto com a professora **Tereza**¹⁴ que, naquele momento, estava lecionando álgebra numa 7ª série numa escola pública em Campinas. Esta entrevista atendia a três finalidades: experimentar ou treinar esta técnica de coleta de informações, sendo esta inclusive uma das exigências da disciplina "Seminários de Pesquisa I", sob orientação da professora Corinta Maria Grisolia Geraldi; verificar a consistência do roteiro de entrevista que montei; e obter subsídios para o projeto de pesquisa relativo à dissertação de Mestrado, uma vez que eu não havia coletado nenhum material empírico até então.

¹⁴ Nome fictício.

A professora Tereza concordou em gravar a entrevista e assegurei para ela, antes de começar, que nem o seu nome, nem o nome da escola seriam divulgados. Como não observei as aulas da professora Tereza, o material de entrevista com a mesma não fará parte do material empírico analisado na presente investigação.

Tomando por base os resultados desta experiência e tendo obtido informações importantes¹⁵ nas aulas das professoras Marina e Luíza, adaptei aquele roteiro de entrevista.

Para a análise do material empírico coletado (observações e entrevista), procurei utilizar aquilo que EZPELETA & ROCKWELL (1989) chamam de “níveis/escalas analíticos” de complexidade crescente. Ou seja, as categorias de análise não foram definidas a priori, mas construídas/modificadas a partir de minhas progressivas reflexões sobre o material empírico. Entretanto, neste processo de construção de categorias analíticas, a teoria exerce um papel fundamental. De fato, segundo LÜDKE & ANDRÉ (1986):

(As categorias) brotam, num primeiro momento, do arcabouço teórico em que se apóia a pesquisa. Esse conjunto inicial de categorias, no entanto, vai ser modificado ao longo do estudo, num processo dinâmico de confronto constante entre teoria e empiria, o que origina novas concepções e, conseqüentemente, novos focos de interesse. (LÜDKE & ANDRÉ, 1986: 42)

Neste estudo, foram construídas algumas categorias descritivas e analíticas. Fazem parte da investigação as seguintes categorias descritivas: (1) alguns fatos e projetos que marcaram o seu desenvolvimento profissional; (2) suas idéias, concepções e modelos de ensino de álgebra; (3) e a sua prática pedagógica/profissional. As categorias analíticas que utilizei neste estudo são os processos sintáticos/semânticos, associados ao conceito de negociação de significados, os processos metacognitivos e o processo de significação.

¹⁵ Estas informações referem-se a fatos ou episódios de aula em que os erros se faziam presentes e sobre os quais eu queria ouvir o ponto de vista das professoras.

3.3. Sobre o relatório da investigação

Esta dissertação está organizada em três capítulos. Há uma parte introdutória a qual trata da problemática e da arquitetura/organização deste estudo e uma parte final, na qual apresento algumas conclusões. Esta dissertação não contém um capítulo específico para o referencial teórico. A discussão teórica aparece, na medida em que se faz necessária, ao longo de todo o texto e, principalmente, articulada aos momentos de análise.

No capítulo I, faço um relato dos saberes, vivências, motivações, dilemas, conflitos e experiências de Marina e Luíza. Este relato foi baseado, fundamentalmente, nas entrevistas que fiz com ambas. Trata-se de um capítulo essencialmente descritivo e que foi organizado/estruturado a partir das três categorias descritivas, anteriormente referidas.

No capítulo II, apresento as análises de algumas das situações de aulas que observei na classe da professora Luíza. Esta análise foi estruturada a partir de episódios. Chamo de episódios, neste capítulo, situações de aula nas quais percebo a existência de erros dos alunos, da professora e do enfrentamento de erros do material didático adotado. Na seleção dos episódios para análise levei em consideração a natureza diversa do erro e, sobretudo, os diferentes modos de tratá-lo ou explorá-lo pedagogicamente em aula. Para dar conta disto, considerei basicamente dois processos que, na verdade, constituem as próprias categorias de análise: os processos metacognitivos e os processos sintáticos/semânticos.

No capítulo III apresento a análise de um episódio observado na classe da professora Marina. Neste capítulo utilizei como categoria básica para análise do episódio o processo de significação. A questão do erro será portanto tratada dentro deste contexto mais amplo de tentativas de produção de significados. O apoio teórico para a realização dessa reflexão/análise será buscado, na medida do que me for possível, junto à

perspectiva sócio-histórica de conhecimento, tendo como principais interlocutores Vygotsky e Bakhtin.

CAPÍTULO I

AS IDÉIAS E A PRÁTICA PEDAGÓGICA DAS PROTAGONISTAS DESTE ESTUDO

“Enredado numa organização escolar burocrática e ineficaz, trabalhando sem quaisquer estruturas de apoio, sujeito a múltiplas pressões e solicitações de alunos, pais e colegas, da administração e da opinião pública, o professor é sobretudo um profissional que atua em circunstâncias muito complexas e contraditórias, muito pouco estudado e, portanto, mal conhecido. Para que ele possa ser chamado a desempenhar o papel de protagonista na mudança da escola, é necessário valorizá-lo decididamente. E, para isso, a primeira condição é conhecê-lo melhor.”

(PONTE et alii, 1993: 1)

Neste capítulo pretendo descrever os saberes, vivências, motivações, dilemas, conflitos, experiências, das duas protagonistas desta pesquisa, “explicitando o muito que lhes é possível fazer dentro dos constrangimentos e pressões escolares”(GUIMARÃES, 1995).

No meu modo de entender, esta descrição é de suma importância para situar profissionalmente Marina e Luíza. Sendo assim, esta descrição serve como pano de fundo para as análises que se seguem (Capítulos II e III). Como escreveu PONTE et alii (1993: 2), “para compreender a sua (do professor) atuação é preciso começar por perceber de forma profunda o seu ponto de vista, a sua agenda de prioridades, a sua lógica, os seus valores, os seus objetivos e as suas estratégias.”

Esta descrição será feita, fundamentalmente, com base nas entrevistas que fiz com as professoras Marina (EntMa17/12/96)¹⁶ e Luíza (EntLu30/01/97). Assim, tentarei

¹⁶ Estes códigos indicam o tipo de material empírico e a data em que ele foi coletado. Assim, por exemplo, (EntMa17/12/96), indica a entrevista de Marina realizada em 17/12/96. Este material encontra-se à disposição dos interessados junto aos arquivos de CEMPEM - subgrupo: Prática Pedagógica em Matemática.

neste relato descritivo tomar como fio condutor o próprio movimento dialético das vozes das protagonistas deste estudo. Para realizar isso, não farei uso de um referencial teórico, pois pretendo evitar uma leitura negativista ou condenatória da prática escolar e/ou docente, tendência esta muito comum, segundo FIORENTINI (1994), nas pesquisas brasileiras sobre o cotidiano do ensino da matemática. A partir de uma leitura inicial das entrevistas, selecionei três categorias descritivas, as quais me ajudaram a estruturar melhor o relato que se segue. Assim, após uma breve apresentação de cada professora, descreverei: (1) alguns fatos e projetos que marcaram o seu desenvolvimento profissional; (2) suas idéias, concepções e modelos de ensino de álgebra; (3) e a sua prática pedagógica/profissional.

A Professora Marina

1. Apresentação

A professora Marina formou-se em 1979, na PUCCAMP. Kursou Ciências com Licenciatura Plena em Matemática. Antes de formar-se, trabalhava na área de engenharia e continuou nesta área até 1981. Em 1982 começou a dar aula. Parou neste mesmo ano em virtude do nascimento da sua filha. Retornou em 1989, permanecendo no cargo até então. No ano de 1996, ano da minha pesquisa, a professora tinha uma carga didática semanal de 26 horas-aulas, exercidas exclusivamente na escola que observei. Não tinha outro tipo de emprego.

Optou pelo curso de Licenciatura em Matemática porque, desde a época de estudante de 1º Grau, gostava desta disciplina e de ensiná-la aos colegas com dificuldades:

... quando eu comecei a me ver gente, 5ª, 6ª, tal, a matéria que mais me estimulava era matemática. (...) ¹⁷ Porque era uma coisa que eu adorava fazer, sabe!!! E, na época, eu já tinha assim uma facilidade com matemática, então eu ensinava para o pessoal e eu gostava de ensinar. Eu fazia reuniões com as meninas que estavam com problemas e ia estudar sempre no colégio para ensiná-las. Então, era uma coisa que eu gostava “prá caramba”. (...) Por isso que eu escolhi a matemática realmente, porque... foi a matéria mesmo que eu mais gostei.

A escola na qual observei as aulas de Marina está localizada num bairro de classe média baixa da periferia de Campinas. Possuía por volta de 1000 alunos - a maioria do próprio bairro - , distribuídos em classes de 5ª a 8ª série do 1º Grau e 1ª a 3ª série do 2º Grau.

A classe que selecionei para este estudo é uma 7ª série do turno da manhã, a qual possuía 35 alunos, tendo em média 13 anos de idade. Era uma classe heterogênea, sendo uma parte constituída pelos alunos mais antigos da escola e a outra, de alunos vindos de uma outra escola, do próprio bairro. Estas mudanças de espaço físico ocorreram em virtude da reorganização da rede pública de ensino do Estado de São Paulo, no final do ano de 1995.

A professora seguia a seqüência do livro *Matemática Atual*¹⁸. Entretanto, os alunos estavam todos sem livro. A escola não os havia recebido da FAE¹⁹ ainda, outra consequência da reforma, pois os professores da outra escola²⁰ haviam escolhido outro livro didático.

¹⁷ Este sinal de reticências entre parêntese está sendo usado para representar um trecho de fala suprimido. O uso desse recurso visa facilitar a leitura do texto, deixando-o mais limpo e direto. Entretanto, ao proceder assim, tomei o cuidado de não alterar o significado da fala.

¹⁸ BIGODE, Antônio José Lopes. (1994) *Matemática Atual*. São Paulo, Atual.

¹⁹ Fundação de Assistência ao Estudante.

²⁰ Devido à reorganização de rede estadual, esta escola que, até 1995, tinha classes de 1ª a 4ª séries e de 5ª a 8ª séries do 1º Grau, ficou apenas com classes de 1ª a 4ª séries. Os alunos de 5ª a 8ª foram para a escola na qual trabalhava a professora Marina.

Até o final de 1995, a escola adotava as apostilas da coleção “Tópicos de Ensino de Matemática”. Para o ensino/aprendizagem da álgebra, por exemplo, os alunos deveriam adquirir o volume 10: Estudo das Quantidades Algébricas.²¹

2. Fatos e projetos que marcaram o desenvolvimento profissional de Marina

Nos últimos dois anos (1994 e 1995), Marina trabalhou na escola como coordenadora do Centro de Informação e Criação²², o CIC, que havia na Escola Padrão²³. Assim, em 1994, tinha apenas uma classe de 7ª série e, em 1995, uma 8ª série. Este período foi muito bom para ela pois lhe propiciou um relacionamento maior com os professores e, conseqüentemente, com as outras disciplinas, além da oportunidade de participar de cursos ofertados pela Secretaria de Educação. Apesar de alguns cursos serem específicos do CIC ...

... aqui, a gente sempre tirava muito para o ensino geral, certo? De como trabalhar com os alunos, inclusive, como se relacionar com eles e com os professores, que eu acho que é super importante.

Um projeto que influenciou muito o seu trabalho em aula foi o Projeto Correio-Escola, do jornal Correio Popular²⁴. Este projeto tinha como objetivo levar o jornal para a aula, como recurso pedagógico para as disciplinas. A escola que participava do projeto recebia durante 4 meses, diariamente, uma certa quantidade de jornais para que os professores trabalhassem em aula. Este projeto previa também outras formas e apoio,

²¹ MIGUEL, Antônio e FUNCIA, Manoel Amaral. (1993). **Tópicos de Ensino de Matemática - volume 10: Estudo das Quantidades Algébricas**. Campinas, Delta Xis.

²² Segundo a Resolução da Secretaria de Educação (SP) nº 243, de 29/10/92, o Projeto Educacional “Centro de Informação e Criação” tinha, entre outras, as seguintes finalidades: organizar acervos; oferecer materiais diversificados para construir, difundir, processar e organizar o conhecimento; orientar a utilização de metodologia de pesquisa; estimular a leitura ...

²³ O Projeto “Escola Padrão” foi implantado pela Secretaria de Estado de Educação, São Paulo, durante o governo Fleury. Os professores das escolas escolhidas tinham a oportunidade de propor projetos de aperfeiçoamento profissional, com apoio da Secretaria. Fazendo parte do projeto, haviam também as Horas de Trabalho Pedagógico (HTPs), que eram horas semanais, na própria escola, para grupos de estudo.

²⁴ Jornal diário da cidade de Campinas. Os dados do projeto deste jornal foram coletados a partir da própria entrevista com Marina.

como por exemplo, palestras, debates, visitas dos alunos ao jornal, não só na parte gráfica, mas também na parte de reportagem.

Antes de iniciarem o trabalho nas suas aulas, os professores participavam, por 4 dias, de um curso, no qual havia palestras explicando como desenvolver o projeto. Qualquer escola, pública ou particular, que quisesse participar do projeto, era atendida pelo jornal.

Quando a escola participou deste projeto, Marina era coordenadora do CIC. Portanto, participava ativamente do projeto, tendo assim a oportunidade de fazer vários cursos, de participar do desenvolvimento da hemeroteca da escola, de debates com jornalistas e com professores, além de participar semanalmente de um grupo de estudos e discussão.

Tanto o CIC quanto projeto do jornal influenciaram muito as mudanças/ inovações na sua prática pedagógica, principalmente no que se refere a relacionar a matemática escolar ao cotidiano dos alunos:

Eu comecei a trabalhar, a ver, inclusive, uma outra parte também do cotidiano. Porque eu gosto de colocar bem para os alunos, que aquilo que ele está aprendendo em sala de aula é aquilo que ele vivencia ou que ele vai vivenciar. Então, o saber matemático escolar com o saber matemático cotidiano, mesmo. Isso é importante essa interligação. E com o jornal dava para fazer isso. (...) Então, aí você percebe que realmente tudo tem a ver com a matemática e que você pode tirar ... aprender matemática e utilizar matemática em tudo aquilo que você está vivenciando.

Além da inegável influência na sua prática pedagógica, Marina também constata o quanto foi bom ter trabalhado no projeto do jornal Correio Popular, uma vez que o jornal pode ser um material didático altamente diversificado, rico e muito interessante para os alunos explorarem conteúdos matemáticos como por exemplo gráficos. Com este conteúdo em especial, ela conseguiu realizar um trabalho com o jornal que, sob seu ponto de vista, era muito interessante, pois seus alunos passaram a interpretar gráficos

tranquilamente, **“coisa que eu não conseguia com sucesso.”** Destaca também o fato deste trabalho ser um modo do professor **“sair da rotina (...) da apostila, do livro.”**

Porém, um grande problema, segundo Marina, é o fato do professor lecionar um grande número de aulas, o que acaba impedindo que trabalhos, tão bons quanto estes, quebrem com a rotina do livro didático e do quadro-negro.

... se você procurar, há diversas formas de ter um aprendizado melhor. O problema no Estado é que você é muito sobrecarregado, certo. Então você não tem chance de procurar tanto porque você está sempre sobrecarregado, correndo, cansado, tendo que fazer um monte de coisa junto e você sabe o que eu faço. (...) (São coisas assim) ... do cotidiano de uma escola, da rotina de uma escola que eu acho assim tremendamente ... ruim.

Marina acha que a escola tinha um tipo de trabalho pedagógico diferenciado por conta das apostilas que eram usadas. Fala-me sobre isto e sobre a influência deste trabalho no modo como hoje ensina e utiliza o livro didático, quando lhe pergunto se o trabalho da escola, comparado ao de outras, é diferenciado:

Olha, tinha quando a gente trabalhava com as apostilas. Era diferenciado porque a gente trabalhava bastante ... não é o construtivismo, mas a gente puxava o aluno para questionar e depois chegar na definição. É ao contrário do livro: o livro te dá a definição e depois te dá os exercícios. E eu, hoje, ainda parto desse princípio, mesmo usando o livro. Então eu começo a dar exercícios, ou exemplos anteriores, aí é que eu vou para a definição do livro.

A escola trabalhou quase 8 anos com as apostilas. Embora hoje reconheça o seu valor pedagógico, no começo, tanto ela quanto seus alunos tiveram dificuldades com as apostilas.

No começo eu achei um pouco difícil, depois é que eu fui me dando bem. Então, os alunos também são da mesma forma: no começo eles sentem um pouco de dificuldade porque eles têm que pensar, eles têm que trazer

conteúdo, eles têm que procurar e eles não encontram respostas nas apostilas ... Depois que eles conseguem assimilar tudo aquilo, até eles preferem, aí eles gostam também!

Porém, segundo Marina, muitos professores continuam não gostando da apostila por dois motivos básicos:

... porque tem que construir! E outra, a apostila não tem tanto exercício; você tem que buscar complementação. A única coisa que eu acho, assim, das apostilas é que faltava conteúdo (...) Não tinha todos os assuntos. (...) ... Eles chegavam na 8ª sem aqueles conteúdos. O professor, quando usa a apostila, tem que saber complementar.

Na verdade, Marina só percebeu este problema quando assumiu a 7ª série. Da 5ª para a 6ª série ela não sentia esta defasagem e acha que isso ocorreu pelo fato da grande ênfase que a apostila dá à geometria:

... o livro, por exemplo, não dá geometria como a apostila dá. A apostila dá uma ênfase muito maior à geometria. E talvez seja por isso que eu não notei, porque eu adorei de paixão!!! Certo? E o livro já é ao contrário.

Outro aspecto destacado com orgulho por Marina na comparação do trabalho pedagógico de sua escola com o de outras, é o laboratório de matemática implantado por sua antiga coordenadora. Segundo ela, é a única escola do Estado com este tipo de laboratório (sic). Mas, infelizmente, o mesmo está temporariamente desativado, necessitando de uma bela reforma para voltar a funcionar.

E no ano passado, que (a escola) estava em reforma, eles utilizaram o laboratório como alojamento e, esse ano, tem que pintar, reformar, fazer um monte de coisa (por)que a gente ainda não conseguiu fazer tudo aquilo que era necessário.

Perguntei à Marina se ela percebeu algumas mudanças na sua forma de ensinar matemática. Ela diz que, no começo, não tinha muita preocupação com que o aluno compreendesse os porquês da matemática. Detinha-se em ensinar algoritmos, regras e

convenções, do mesmo modo que ela aprendeu enquanto aluna. Agora, ao contrário, preocupa-se mais com a compreensão dos alunos nos porquês:

... no começo, quando eu comecei a dar aula, como eu tinha aprendido que era convenção, eu passava que era convenção. Convenção, 1 elevado a ... qualquer número elevado a zero é 1. Certo? Então, com o tempo eu fui percebendo que não era aquilo. (...) E assim todas as outras coisas. Então, eu gosto de colocar para os alunos os porquês de cada etapa.

Com esta forma de trabalhar o conteúdo em aula, Marina sentiu uma dificuldade maior de compreensão por parte dos alunos. Mas isto só aconteceu no início, porque depois ...

... flui, flui muito melhor. Depois que ele entendeu realmente o que significa, porque ele está fazendo tudo aquilo, então, aí se torna muito mais fácil, aí ele não esquece. Leva mais tempo, você fica mais tempo preso àquele conteúdo, você tem que gastar mais tempo para poder explicar. Mas surte melhores resultados.

Particularmente em relação ao ensino da álgebra, Marina também percebeu mudanças significativas no modo de ensinar. Uma vez mais aponta as apostilas como responsáveis por esta transformação:

... produtos notáveis mesmo. No início eu usava, assim, mais livros. Então, a parte geométrica da álgebra, tal, os livros não abordam, tal. Depois que eu comecei a trabalhar aqui, que nós começamos a trabalhar com as apostilas, daí você passa a trabalhar, também, mais com geometria. E então, o ensino da álgebra se tornou mais gostoso, tanto de ensinar e também dos alunos visualizarem ...

Marina, quando questionada sobre a leitura ou estudo de outros textos/livros em Educação Matemática, demonstra ter consciência de sua defasagem:

... de uns tempos para cá, em relação a livros que você adquire em seminários, e tal, eu estou um pouco defasada mesmo, certo. É porque eu acho que eu estou muito presa mais na parte prática ...

3. As idéias, concepções e modelos de ensino de álgebra da professora Marina

Marina falou-me, rapidamente, sobre algumas lembranças do ensino de álgebra que teve enquanto aluna do 1º Grau, como, por exemplo, a época em que aprendeu equação do 1º Grau, sob um modelo de ensino de álgebra que privilegiava a realização de exercícios repetitivos e o “transformismo algébrico”²⁵:

Quando eu aprendi equação do 1º Grau, foi uma maravilha. Eu lembro até que o meu professor chamava Pedro; o único professor que eu lembro o nome. Porque ele deu, na época, (...) 200 exercícios para fazer de equações e eu amei de paixão!! Porque era uma coisa que eu adorava fazer, sabe!!! E na época eu já tinha, assim, uma facilidade com matemática. (...) Eu ensinava para o pessoal e eu gostava de ensinar.

Hoje, como professora de matemática, acredita que o ensino da álgebra deva ser precedido pelo estudo dos símbolos e dos significados da linguagem matemática:

... Eu acho, assim, que eles (alunos) têm que assimilar ... os símbolos matemáticos, certo, primeiro, com a matemática realmente. Trabalhar, as letras, as letras para eles até aí é um bicho de sete cabeças! Então é isso, por isso que eu acho que a gente ainda tem que trabalhar muito a linguagem matemática, a colocação das variáveis, das letras, das incógnitas de uma forma, assim, bastante visual no caso, para que, quando eles comecem a trabalhar álgebra ... Por exemplo, quando pega monômios e polinômios, que você tem as letras aí presentes totalmente, as letras ao quadrado, as letras ao cubo, etc e tal ... multiplicação, divisão, soma e isso aí eu acho que é assim: é muito importante eles saberem o que significa essas letras para depois começar realmente a álgebra.

Nesta fala, Marina parece não conceber a fase inicial de construção de significados da linguagem algébrica como constituinte da própria álgebra. A álgebra, para ela, restringe-se ao cálculo literal. Deste modo Marina acha que entender o significado das letras é também importante para vencer os desafios dos cálculos com a

²⁵ Entendo transformismo algébrico como o “processo de obtenção de expressões algébricas equivalentes mediante o emprego de regras e propriedades válidas.” (FIORENTINI, et alii, 1993: 83)

linguagem algébrica. E é exatamente em função destes desafios que ela gosta muito de álgebra:

... a álgebra é gostosa porque, (...) a partir de uma coisa que parece um bicho de sete cabeças, você vai chegar num resultado super simplificado ... (E), cada etapa que você vai vencendo, você vai se tornando vitorioso!

Marina afirma, de modo enfático, que é muito importante o ensino-aprendizagem da álgebra uma vez que o aluno além de **“encontrar álgebra em tudo!”** passa a ter um raciocínio muito mais rápido:

Ele consegue ... na vida dele, num todo, raciocinar e resolver os problemas diários, certo? Muitas vezes mentalmente ... Você sabendo álgebra, você consegue interpretar, colocar aquilo que você está tendo diariamente ou está encontrando em qualquer ... espaço seu. (...) ... Através daquilo que você aprendeu, dos conceitos da álgebra, no caso, você consegue chegar num ponto comum, não é verdade?

Sendo assim, ela acha que o importante/fundamental para o aluno saber/aprender num curso de álgebra são as operações fundamentais:

Se for para pré-requisitos, produtos notáveis é de suma importância. (...) ... As operações de polinômios ... que é super importante também ... (...) Principalmente, se ele sabe trabalhar produtos notáveis é porque ele está sabendo trabalhar ... as operações. É, as operações, é ... é base.

Com base no que acha importante ensinar em álgebra é que Marina avalia a aprendizagem dos seus alunos. No trabalho com produtos notáveis, por exemplo, verifica se eles entenderam os processos. Para ela, estes processos nada mais são que o trabalho com as operações fundamentais na álgebra:

... e o que eu tento assim colocar, principalmente em produtos notáveis, para ver se eles entenderam os processos. Então, no caso, o produto notável você tem ... uma finalização: $(x+2)^2$, no caso, é igual ao quadrado do primeiro, mais ... Esse quadrado do primeiro, mais duas vezes o primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo, no caso, o que é?

Então eu primeiro mostro para eles que $(x+2)^2$ é a mesma coisa que $(x+2)(x+2)$. Certo, porque o quadrado aí significa o quê? Significa uma potência. Essa potência significa o quê? Significa que é duas vezes a base. A base então é $(x+2)(x+2)$. Então, se eu fizer essa multiplicação aí vai dar o quê? O resultado, o produto notável resulta do quê? De uma simplificação, de uma ... multiplicação distributiva. E ... então, assim, eu parto com os alunos para que eles tenham essa visão: que uma coisa significa a outra. Então eles precisam saber as duas coisas. Tanto faz para mim se ele resolve de um jeito ou de outro! Mas o importante, é claro, chegar no resultado correto, mas que ele saiba que uma coisa significa a outra!

4. A prática pedagógica/profissional da professora Marina

Nas suas aulas, Marina ressalta muito para os alunos que a matemática está no cotidiano deles, e ela própria passa a encará-la como uma disciplina muito gostosa de aprender. Por conta disto, alguns alunos também passam a gostar:

E aí você começa a perceber que a matemática está dentro de tudo. Certo? É apaixonante!! Então, é isso que eu tento passar para os meus alunos, também. Então, “ah, é um terror”!!! Terror nada, é uma delícia!!! Alguns alunos meus também passam a gostar. Alguns, não são todos, claro! (...) Porque é gostoso, sabe, quando você consegue, (de) uma coisa mais difícil chegar no final, é realizante!! Não é verdade??

Ela acha que este modo de trabalhar, além de mudar aquela visão desta disciplina como sendo o terror, torna mais fácil a superação das dificuldades que os seus alunos sentem ao estudar álgebra:

Sei lá, eu acho assim: mais fácil para mim é levar para o cotidiano. Quando a gente trabalha com o cotidiano deles, principalmente eles que são um pouco mais simples na forma de pensar, torna-se mais fácil deles aprenderem. Nem sempre dá certo, mas ...

Ao voltar de sua licença, no segundo semestre de 1996, Marina sentiu algumas dificuldades para trabalhar com a 7ª série, exatamente pela interrupção que houve no seu

trabalho. Assim, este ano ela sentiu-se frustrada quanto ao conteúdo trabalhado nesta série.

A gente tem algumas dificuldades de posicionamento, diário de classe, de conteúdo, de colocação de conteúdo, que é normal em toda escola! (...) Esse ano para mim não foi realizante porque eu não consegui ver o conteúdo todo e do 3º para o 4º bimestre, em partes, você tem que dar pelo menos uma boa parte do conteúdo que eles necessitam para o ano seguinte. Então, eu tentei fazer o quê? Tentei colocar para eles principalmente o que eles precisavam para o ano seguinte. Mas não foi com louvor!! E isso me dói!! Porque o tempo era pouco e como eu encontrei as classes meio arrepiadas, até voltar a ter aquele convívio legal, demorou um pouco. Mas até o ano passado ia bem, ia muito bem mesmo!!

Ao falar de modo mais direto a respeito de suas dificuldades para ensinar álgebra, pareceu-me que Marina sente-se frustrada quando não consegue achar as palavras certas para responder às perguntas que os alunos fazem:

Então, muitas vezes o aluno te pergunta alguma coisa e você não tem a palavra certa para colocar para ele. Aí eu me torno ... não é que eu me sinta incapaz, mas ... como é que eu poderia fazer, não é? Então aí você sofre. E há algumas vezes em que você tem que ... alguma coisa que era anterior e você não lembra. (...) ... quer dizer, não que seja uma coisa assim corriqueira, mas já aconteceu.

Já em relação às dificuldades dos seus alunos, Marina considera essencial conhecer as dificuldades deles para a preparação das suas aulas: **“então, eu preciso ver as dificuldades que eles têm ... primeiro.”** Deste modo, a maior dificuldade que ela percebe que os seus alunos sentem ao estudarem álgebra é **“trabalhar com as letras mesmo. Porque eles confundem as letras com os números.”** Deste modo, quando os alunos simplificam a expressão $2a + 5b$ como sendo $7ab$ ela atribui este tipo de erro ao fato dos alunos ainda não saberem a semelhança dos termos. Como essa dificuldade dos alunos poderia ser superada?

Porque eles não aprenderam ... a semelhança dos termos. (...) ... eu costumo falar o seguinte para eles: 5a são 5 melancias, 5b são 5 frangos. Você pode somar frango com melancia? Certo? Você só pode fazer o quê? Só pode somar, só pode subtrair coisas (inaudível) iguais.

Marina encerra a entrevista fazendo um desabafo sobre o desinteresse dos alunos pelo estudo, do quanto esta situação mexe com ela e da falta de horizontes:

... Eu acho assim, uma única coisa, (...) é a falta de motivação dos alunos e a falta de estudo, principalmente a falta de apoio dos pais. E, então, uma coisa assim que eu acho que é triste é isso: o fato do aluno estar encarando o estudo como uma coisa a mais e não como uma prioridade na vida dele. E isso eles não fazem porque eles não aprenderam ... em casa. (...) É triste quando você está explicando alguma coisa e você vê que o aluno está voando!! Ou então está mexendo em outra coisa!! (...) E vêm te perguntar dúvidas ... de coisas assim ... que são ... banais, certo? Que, se ele estivesse estudado o mínimo, ele saberia. Então, isso eu acho assim: eu não sei o que a gente vai ter que fazer para mudar esta situação! Então isto me deixa bastante triste, porque eu acho que não era assim. A coisa está caindo ... cada dia mais e parece que a tendência é piorar ainda mais, não é?

A Professora Luíza

1. Apresentação

Luíza terminou a Licenciatura em Matemática na PUCCAMP em 1975. Leciona na escola pública há 22 anos e na escola particular, na qual observei suas aulas, há 16 anos. Em 1996, ano da minha pesquisa, tinha uma carga didática semanal de 25 horas-aulas, apenas em classes de 7ª série, sendo 15 horas-aulas na escola das minhas observações e 10 horas-aulas em outra escola particular. Estava temporariamente, há mais de um ano, afastada do Estado para poder participar de um curso de Especialização em Educação Matemática, também na PUCCAMP.

A tomada de decisão de Luíza pela Licenciatura em Matemática resultou de um conflito que ela viveu enquanto estudante do 1º Científico. Na época, repetiu em Matemática e isto fez com que ela passasse a encarar esta disciplina como um desafio. Este fato, segundo seu ponto de vista, viria a ser fundamental na opção pelo curso de matemática.

... eu nunca fui uma aluna muito brilhante em matemática. (...) E aí eu lembro que nós fomos morar em Tatuí, e lá eu fui fazer o 1º científico e repeti em matemática. Aquilo para mim foi assim ... muito doloroso!!! Foi terrível, porque eu tinha estudado, tinha dado o sangue e não passei!! E foi engraçado, porque aí aquilo virou um desafio para mim, entendeu? Lógico, aí o resultado começou a vir! Aí, quando chegou no final do ano, eu dei aula para os meus colegas que ficaram para a segunda época. Eu que dava aula para eles! (...) Eu acho até que fui fazer matemática por uma questão de desafio mesmo, sabe, aquele negócio que você fala. Porque todo mundo fala: ah, matemática é muito difícil!!

A escola, na qual observei as aulas de Luíza, possuía um número médio de 1000 alunos, distribuídos em classes de pré-escola até 8ª série. Está localizada em um bairro central, de classe média alta da cidade de Campinas.

A classe que observei tinha aproximadamente 35 alunos, tendo em média 13 anos de idade. Era uma classe homogênea e constituída, na grande maioria, por alunos oriundos de séries anteriores da própria escola.

A professora seguia a sequência da coleção “Tópicos de Ensino de Matemática” e, como estavam estudando a linguagem algébrica, o volume utilizado era o 10º: Estudo das Quantidades Algébricas²⁶.

²⁶ MIGUEL, Antônio e FUNCIA, Manoel Amaral. (1993). *Tópicos de Ensino de Matemática - volume 10: Estudo das Quantidades Algébricas*. Campinas, Delta Xis.

Segundo Luíza, a preocupação básica da escola é com a construção do conhecimento do aluno, porém a escola prefere não se auto-rotular de construtivista²⁷. Ela lamenta que na escola haja pouca troca entre as professoras, pois cada uma trabalha com uma série diferente da outra. Quando dois professores trabalham com a mesma série, a possibilidade de troca é muito maior. A própria coordenadora da escola prefere que não tenham dois professores diferentes na mesma série, uma vez que o adolescente faz muitas comparações, às vezes sem nenhum fundamento, mas que podem atrapalhar o andamento das aulas.

Os professores têm reuniões gerais semanais. Se houver necessidade dos professores solicitarem uma reunião extra por área, há este espaço, e todas as reuniões são remuneradas. Apesar destas oportunidades . . .

... como a gente se reúne semanalmente, embora não seja de área, dá sempre para a gente conversar uma série de coisas, assim, não numa reunião, mas toda semana tem um momento assim, mais informal mesmo. (...) Mas é aquilo que eu falei para você, acaba a gente ficando com os nossos problemas um pouco mais solitários por estar cada um trabalhando numa série, porque cada um tem um tipo de problema, não é.

2. Fatos e projetos que marcaram o desenvolvimento profissional de Luíza

Comparando a sua prática pedagógica no início da carreira com a de hoje, Luíza percebe inúmeras mudanças, uma vez que, no início, enfatizava o cálculo mecânico, a algebreira, a operação pela operação. . .

... o conteúdo de 7ª série é um exemplo vivo (...) Porque, quando eu comecei a dar aula, como a maioria dos professores fazem, eu ficava só na

²⁷ Dado coletado a partir de conversas informais com Luíza.

operacionalização. (...) É a operação pela operação, entendeu, trabalhar toda aquela coisa sem o menor sentido.

A mudança de sua prática pedagógica começou a ocorrer a partir do momento que passou a fazer parte de um grupo de estudos formado por alguns colegas da universidade. E estes estudos giravam, basicamente, em torno da produção de um material: as apostilas adotadas por Luíza.

Aqui, nesta escola, foi muito bom porque foi aqui que ocorreu, começou, iniciou com esse grupo do Miguel, aí, com essas apostilas. Porque era um grupo que os autores eram o Miguel, a Adair, a Ângela Miorim, o Manolo ... Então, eles eram um grupo que se reunia sempre e elaborava isso daí, as apostilas, esse material. E nós éramos os aplicadores, eu e mais uma leva de professores, e era no Estado também. Só que eu tive a oportunidade de entrar com esse material aqui, além de trabalhar também no Estado. Então, foi uma época assim, muito rica para nós, enquanto professores, porque ... Eu lembro tão bem de algumas apostilas, sabe, que eu sentava, eu chorava em cima das apostilas (risos), porque eu ficava angustiada!! Como é que eu vou ensinar isso daqui?

A partir das inquietações, reflexões e embates neste grupo, Luíza começou a repensar a sua prática em aula, pois, se dependesse apenas da formação na universidade, isso não teria acontecido:

Nós saímos da faculdade e depois nós tínhamos que aprender como que nós íamos dar aula, entendeu? (...) Eu falo que a gente teve essa sorte, porque a gente teve esse grupo. Não é, que ... que foi esse grupo que escreveu esse material. Que foi, que ... que ... que nos ajudou, que discutiu, e discutiu a nossa prática, tal. Porque aí a gente começou a questão da prática.

Este, porém, não foi o único fato importante que contribuiu para o desenvolvimento profissional de Luíza. Encontrei, em minhas conversas com ela, uma preocupação muito grande com o período conturbado enfrentado por seus alunos da 7ª série: a adolescência. O enfrentamento desse problema levou Luíza a refletir e mudar suas atitudes, seu modo de olhar e tratar os alunos adolescentes:

Mas é muito assim ... eles são muito irritados, entendeu, é bem aquela crise, bem da adolescência. (...) Sabe, você tem que ... às vezes você tem que dar determinadas pressas no aluno mesmo, assim, tem que impor limite porque ele está precisando, porque não pode extrapolar, mas muitas vezes você também não pode fazer isso! O adolescente está muito, assim, em crise, e você tem que esperar, deixá-lo “rodar a baiana” um pouquinho...

Luíza acha fundamental esperar o aluno ter a sua crise para depois conversar particularmente com ele sobre a sua atitude, para que ele possa rever o que fez. Mas, quando começou a sua mudança na maneira de olhar o adolescente?

Agora, essa experiência de, de repente, você olhar ... no olho do seu aluno e ver o que está acontecendo com ele, esse já é um problema ... é ... problema assim afetivo, o que está acontecendo com o adolescente enquanto pessoa, tal, para que ele possa aprender de uma forma melhor, é uma coisa assim mais recente! É de alguns anos para cá! Foi quando a gente começou a ter problemas muito sérios com indisciplina, certo?!

Sendo assim, a própria escola começou a organizar uma série de palestras para os pais e professores com psicólogos e educadores. A partir destas palestras e dos problemas que estava sentindo na sua prática pedagógica, começou a refletir e buscar caminhos diferentes para trabalhar a matemática ...

Porque, primeiro, eu comecei a achar o seguinte: que você só conseguiria uma participação melhor através do conhecimento! Então, das aulas muito bem preparadas, que você ensinava com significado. Que o caminho era através do conhecimento!! Que era através do conhecimento, de aulas bem elaboradas, de propiciar momentos de discussão, tal, que você ia conseguir do aluno um bom aproveitamento! (...) Aí que comecei a me dar conta de que você tem mesmo que olhar para o aluno, tem que ter um certo conhecimento dele. Tem que ter uma certa aproximação!! Ou ter uma grande aproximação também! Essa aproximação é para propiciar mesmo trabalho!

3. As idéias, concepções e modelos de ensino de álgebra da professora Luíza

Luíza entende que o processo de generalização é a coisa mais importante no ensino da álgebra na 7ª série:

... para mim, a coisa mais importante para ensinar na álgebra na 7ª série ... é a ... generalização. Quer dizer, você está ensinando uma coisa ... e você vai de repente escrever uma determinada coisa ... vai generalizar. Se a gente mostra para eles que a álgebra generaliza ... a importância da generalização ... a importância nas outras ciências ... a linguagem do computador ... O que o computador faz? ... Como será que o computador (por exemplo) vai calcular ... a entrada e saída do salário de todos os funcionários, tal?! (...) Quais as informações, se cada mês é diferente? Quer dizer, é jogado o quê? É jogado, nas variáveis, os valores respectivos a cada mês e aí o computador só opera!

Luíza acredita que o papel do ensino da álgebra é desenvolver no aluno a capacidade de generalização. Justifica este ponto de vista mostrando que o pensamento generalizador está presente nas mais variadas atividades humanas, como a computação e outras áreas de conhecimento:

Quer dizer, a importância da álgebra, que a gente cada vez mais está vendo, porque o conhecimento não é estanque ... Por exemplo, que a gente dá um problema, que você pode resolver uma série de problemas, dentro de vários assuntos da matemática e, fora dela mais ainda ... Todos eles, que têm acesso, aqui, por exemplo, com computação.

Para trabalhar a generalização com os seus alunos, inicia o estudo da álgebra na 7ª série com problemas nos quais é necessário encontrar uma lei geral, uma lei de formação. Cita como exemplos: o problema para achar a fórmula geral do cálculo dos salários de uma empresa, o problema para calcular o números de diagonais de qualquer polígono . . .

Então, dá aquelas tabelinhas para eles, que eles vão contando mesmo as diagonais e vendo o que vai acontecendo e depois eles mesmos tiram a

fórmula ... E assim vai, a soma dos ângulos internos de qualquer polígono e tal. Eles é que tiram a fórmula geral e generalizam ...

Luíza acha que o mais interessante neste trabalho é o fato dos alunos perceberem que as expressões algébricas possuem determinados significados e que eles próprios podem atribuir estes significados, dependendo do contexto do problema:

Quais os significados que a gente pode dar, para eu ir criando isso, entendeu? Porque senão eles ficam dando, eles dão significado. Aquilo lá fica simplificado, mas eles começam a dar sempre os mesmos! Certo? Olha, x é um número! Então, sabe, ... o x não é uma medida! Não é ... não é uma outra coisa. (...) Então é interessante! É interessante as coisas que vão surgindo com eles ...

O trabalho diferenciado que Luíza vem tentando realizar em álgebra permite que ela perceba e critique o ensino mecânico, pouco significativo e não-justificado, ainda muito freqüente na prática de muitos professores de matemática:

Então, ninguém dá o sentido para ela e a importância que ela tem. (...) Aliás, o professor que menos quer questionar, quer ensinar álgebra!! (...) Porque, se você for trabalhar problemas, de qualquer forma existe um ... um questionamento maior, (que) você tem que justificar porque deu essa resposta e não aquela! Você tem que justificar erros dos alunos: porque o dele não deu certo, porque ele não sabe, aquele erro e tal. E na álgebra, não. Elas ficam dando aquelas operações todas lá, certo? É aquilo mesmo, não é? Somar, multiplicar, dividir, todos aqueles termos algébricos, ela só trabalha isso e não trabalha problema nem nada! Então, não tem que justificar! É aquilo e acabou, não é?!!

4. A prática pedagógica/profissional da professora Luíza

Luíza é uma professora que não se preocupa apenas com a dimensão dos conhecimentos. Valoriza e preocupa-se também com a dimensão emocional/afetiva da prática docente. Com efeito, nas observações que fiz das suas aulas, pude perceber que fica muito surpresa e emocionada com as diferentes estratégias de resolução dos seus

alunos. Na sua entrevista, além de enfatizar novamente este aspecto, acha muito importante mostrar para o aluno a sua surpresa e entusiasmo diante de um raciocínio ou de uma estratégia de resolução de problemas. Entende que esta atitude contribui para o desenvolvimento intelectual e emocional do aluno:

Aí eu fico, puxa vida, que danado, como é que ele teve essa idéia e eu não tive?!! E eu nem sequer imaginei, e isso é muito gostoso! É muito bom! E aí você passa para ele isso também. Sabe, você passa a surpresa que você foi tomada assim, por uma atitude dele, porque isso é muito bom para o aluno, não é, ele se fortalece ... ele, ele acha, ele se torna, ele se sente importante. Quer dizer, olha eu posso fazer alguma coisa além ... Eu não preciso fazer tudo que o professor fala, a regrinha, tal.

Apesar disto, Luíza sentiu alguns problemas com os alunos quando lecionou desenho na outra escola particular. Os alunos queriam a regra, não queriam saber de pensar, de atribuir significado para o conteúdo. O que Luíza, então, procurava falar para eles?

É, eu falava para eles que isso aí não tem o menor sentido, que qualquer um pode fazer isso ... Você simplesmente repetir o que o outro falou e você repetir igual numa folha de papel, isso aí não é aprender, nada. Você não está aprendendo nada, você não está desenvolvendo o teu senso crítico ...

O reconhecimento dos alunos só viria no ano seguinte, quando ela já não lecionava mais para esta classe ...

... depois eles encontravam e falavam: olha, aprender desenho foi quando nós tivemos aula com você. (...) Mesmo trabalhando de uma maneira diferente, a aceitação foi gradativa. Se eles não entendiam, eu perguntava por quê? (Pedia) para justificar determinada coisa. Trabalhava muito assim: quais são os dados do problema e o que é que cada problema em desenho estava pedindo. Então trabalhava muito isso, porque eles não tinham isso aí! Eles liam e ficavam lá, meio perdidões.

Este modo especial de tratar o aluno está muito presente no seu discurso sobretudo quando este aluno é um adolescente de 13 ou 14 anos, que passa por inúmeras

transformações bio-psico-sociais e que exige do professor tanto respeito e diálogo quanto conscientização e orientação dirigida:

E, porque você está lidando com valor, cada aluno tem um valor, não é? Então você muitas vezes tem que (...) dirigir mesmo. (...) Você tem que fazer a conscientização, tal, mas você tem que dirigir!! O adolescente tem que ser dirigido. É você que tem que propor, é você que tem que orientar...

Luíza acha que grande parte desta dificuldade que sente na escola particular é consequência da ausência de limites, os quais deveriam ser colocados pelos pais.

... o aluno da escola particular hoje, é muito assessorado, tal. Financeiramente, ele não tem falta disso, não tem falta daquilo ... Mas ele muitas vezes ... é muito sem limite! (...) Então, esse limite, às vezes um ... autoritarismo em cima dele, ele precisa disso daí!

Mas, Luíza, mais adiante, esclarece melhor o que quis dizer com o termo “autoritarismo” e mostra que a relação professor-aluno, em aula, não é simples e nem fácil de ser controlada ou normatizada. Ao recolocar o problema da disciplina escolar, deixa entender que o professor deve, de um lado, exercer sua autoridade de educador e, de outro, sempre que possível, conscientizar os alunos através do diálogo:

Não sei se eu tenho que ser mais autoritária ou ... Sabe, porque eu quero trabalhar na conscientização dos alunos. Então, quando eu consigo essa conscientização é uma beleza, porque eu consigo um comportamento deles que está atrelado ao compromisso com o ensino e é uma coisa gostosa!! (...) Quer dizer, assim ... um ambiente mais cordial, certo, um ambiente tranquilo, que a gente brinca, conversa, mas que existe um respeito e tal. Mas eu acho que eu tenho assim uma ... não sei se é uma dificuldade! Acho que é porque eu quero trabalhar não em cima do autoritarismo ...

Outra grande dificuldade que Luíza enfrenta em sua prática pedagógica diz respeito à realização das tarefas escolares por parte dos alunos. A sua maior dificuldade é fazer com que eles façam, “porque se eles não fazem eles não sabem se eles

entenderam, aonde eles erraram, para a gente lidar com isso aí!” E isso atrapalha muito o encaminhamento das suas aulas.

Porque se metade faz e metade não faz ... a metade que não faz está sempre querendo conversar (...), não está tão assim envolvida e a outra parte (está) envolvida. Então, você tem que estar lidando com isso. Então, o não fazer é ruim para o aluno e é ruim para a aula também! Para a disciplina! Para a disciplina enquanto assim ... conteúdo.

Luíza não gosta muito de verificar, aluno por aluno, quem fez ou não a tarefa. Mas acaba fazendo esta verificação devido à cobrança dos próprios alunos.

... eles querem um policiamento!! Um policiamento, sabe, que você olhe depois quem fez e quem não fez! E isso aí também é um entrave para mim, porque eu detesto fazer isso!!! A coisa que eu mais detesto é passar tarefa e no dia seguinte ter que ir de mesa em mesa: você fez, deixa eu ver! Eu não gosto de fazer isso aí, entendeu?! Eu acho que eu estou perdendo o meu tempo!! Mas tem que fazer!!! De alguma forma tem!! Porque aí eles começam a falar: ah, a gente faz e você nem verifica se a gente faz, o outro não faz nada!!!

Sendo assim, Luíza chega à conclusão de que, muitas das atitudes que toma na aula, são decorrentes da própria cobrança que seus alunos fazem, ou seja, resultam de uma negociação não-explicita entre ela e os alunos:

E de vez em quando eu ... até ... falo: vai ser dessa maneira! Mas nem sei se ... não é por convicção, é porque eles cobram! (...) O trabalho do professor ... é muito dinâmico e para você fazer um bom trabalho é angustiante também, não é!?? Cada ano é um problema!!

Com relação às dificuldades que os seus alunos sentem ao estudarem álgebra na 7ª série, Luíza acha que os múltiplos interesses da faixa etária deles exercem uma grande influência. Assim, seus alunos ficam meio desmotivados para o trabalho.

Ah, eu acho que é porque eles têm uma preguiça imensa de ... fazer exercícios, trabalhar, tal. E eu acho assim que, (...) a matemática (...), você

discute, você faz, mas você tem que sentar, você tem que ter um momento que você faz sozinho, que você faz e depois você vê que você vai corrigir aquilo lá e você errou ... Certo? E eles têm muita preguiça de fazer as coisas! Sabe, é aquela idade que eles estão todos cheios de atividades, empolgados com uma série de coisas, tal, então eu acho que esse daí é o maior entrave, entendeu?! É fazer com que eles façam ...!!! você está sempre ... brigando, porque eles não fizeram ...

A proposta pedagógica da escola na qual observamos as aulas gira em torno da construção do conhecimento. Entretanto, segundo Luíza, trabalhar com a construção do conhecimento do aluno não vem sendo tarefa fácil. De fato, isso envolve um repensar e um questionamento permanente da própria prática pedagógica; exige tempo e gera angústia, principalmente quando sabe-se que é preciso mudar mas não se sabe de que modo.

Quanto mais você trabalha isso daí, mais dúvidas você tem ... Eu acho que a escola é isso aí mesmo, é uma coisa dinâmica, você nunca fala que está bem, entendeu? (...) Todo ano eu acho que é uma angústia ... constante, entendeu? Para você ter um trabalho crítico, você tem que dar poucas aulas, porque você tem um desgaste muito grande, porque você está sempre questionando aquilo que você fez, você está chateado com aquilo que não deu muito certo, sabe, e que você poderia fazer de outro jeito. (...) Mas, muitas vezes, é: isso não está bom e eu queria que fosse dado de uma outra maneira, mas você não sabe qual é a outra maneira, entendeu? (Risos) Essa é que é a angústia maior: você não sabe qual é a outra maneira ...

Mas as angústias e tensões que Luíza vive e sente em sua prática profissional, não são apenas oriundas de seu próprio auto-questionamento. Resultaram também das pressões e cobranças do próprio grupo de estudos do qual participava que, na maioria das vezes, só têm olhos para os equívocos:

Aí você vai vendo que todo esse tempo você já está fazendo um monte de coisa que tem um monte de gente que não está fazendo!! (É claro que) tem mil e uma falhas; (...) eu passei minha vida inteira só ouvindo defeitos por causa desse grupo, que é muito crítico, que está sempre discutindo, tal. Então, com esse grupo aí, é fogo, não é?! (Risos) É, qualquer coisa que eu fale ... caem em cima: não, espera um pouco, aqui você está equivocada!! A

palavra que eu mais escuto é que eu estou equivocada!! (Risos) (...) Então, sabe, Renata, eu sou uma pessoa eternamente equivocada e angustiada, porque eu estou querendo sempre soluções para as coisas que não dão certo!! Então, ... aí você fica um pouco desanimada!!

Reconhecendo que estas tensões têm seu lado positivo, Luíza pensa em assumir poucas aulas para, assim, poder realizar, sem muita angústia, um bom trabalho ...

Porque pegar muita aula para mim significa um desgaste assim imenso ... Porque aí eu começo a não dar conta de fazer as coisas da maneira como eu quero, certo? E aí isso gera uma confusão!! Então é isso: a eterna angústia!! (risos)

CAPÍTULO II

UMA PROTAGONISTA EM CENA: O ERRO NAS VOZES DAQUELES QUE PRODUZEM A AULA

“Já foi dito muitas vezes que uma hipótese científica que não esbarra em nenhuma contradição tem tudo para ser uma hipótese inútil. Do mesmo modo, a experiência que não retifica nenhum erro, que é monotonamente verdadeira, sem discussão, para que serve?”

(Gaston Bachelard)

Na escola, quando se ouve falar em erro, pensa-se logo em algo ruim, que deve ser evitado de qualquer modo pois aquele que erra geralmente acaba sendo ridicularizado, humilhado, menosprezado e até muitas vezes castigado fisicamente.

Segundo LUCKESI (1990), no passado esses castigos referiam-se à palmatória, a colocar o aluno de joelhos sobre grãos de milho, a deixá-lo na frente da classe de braços abertos e virado para a parede, entre outros. Havia também uma forma intermediária entre estes castigos físicos anteriormente citados e os castigos morais para o aluno que errava, como por exemplo colocá-lo em pé durante a aula, enquanto os outros alunos continuavam sentados. Assim:

... (o aluno) era castigado fisicamente pela posição e, moralmente, pelo fato de tornar-se visível a todos os colegas a sua fragilidade. Era a exposição pública do erro. (LUCKESI, 1990: 134)

Isso, de fato, não era menos humilhante que os castigos físicos descritos anteriormente. Atualmente os castigos são mais sutis, como o clima de medo, tensão e ansiedade criado na aula quando o professor, por exemplo, resolve fazer uma sabatina

com os alunos, um teste relâmpago²⁸, ou quando há uma “gozação com um aluno que não foi bem, a ridicularização de um erro, a ameaça de reprovação”... As consequências deste modo de agir são desastrosas, pois: “o castigo que emerge do erro - verdadeiro ou suposto - marca o aluno tanto pelo seu conteúdo quanto pela sua forma” (LUCKESI, 1990: 135).

Mas, o que é erro? Para LUCKESI (1990), “a idéia de erro só emerge no contexto da existência de um padrão considerado correto.(...) Sem padrão, não há erro” (Id ibid: 137). Como estes padrões são relativos, ou seja, variam de uma sociedade para outra, de uma época para outra, o erro também pode ser relativizado. Sendo assim ...

... o que pode ser considerado errado num contexto, não o é em outro. Hábitos e costumes de uma época, provavelmente não serão os mesmos em outra. A própria igreja católica está revisando alguns comportamentos de seus seguidores que, hoje, não têm mais sentido serem considerados como pecado. (MATTOS, 1993: 11)

Há também um problema paradoxal com relação ao erro no ambiente escolar, pois “de um lado, (há) excesso de rigor e culpa, de outro, generosidade.” (MACEDO, 1994: 63)

Neste capítulo pretendo analisar algumas situações de aula que observei na classe da professora Luíza. Nas aulas, percebi a emergência de alguns tipos de erros cometidos pelos alunos e dos diferentes modos de como estes erros eram tratados/enfrentados pela professora.

A análise será feita mediante episódios. Chamo de episódios, neste capítulo, situações de aula nas quais percebo a existência de erros dos alunos, da professora e do enfrentamento de erros do material didático adotado. Na seleção dos episódios para

²⁸ Um teste relâmpago, como bem diz o nome, deve ser algo que assusta e, se possível, mata. (LUCKESI, 1990: 134)

análise levei em consideração a natureza diversa do erro e os diferentes modos de tratamento.

Sendo assim, privilegiarei basicamente dois processos, que se constituem como categorias básicas das análises: os processos metacognitivos e os processos sintáticos/semânticos.

Em relação aos processos semânticos e sintáticos, CARRAHER et alii (1988) exploraram a distinção proposta por Resnick entre sintaxe e semântica na aprendizagem das operações aritméticas. Através de uma análise prévia de muitas das situações de aulas, percebi que esta distinção se encaixa perfeitamente para a aprendizagem da álgebra.

A sintaxe está relacionada a um conjunto de regras para operar com números. (...) A semântica está relacionada ao significado dos números. Ambos os tipos de conhecimentos podem ser usados para a realização de operações aritméticas; no entanto a escola enfatiza mais a transmissão de regras - a sintaxe - do que a semântica. (CARRAHER et alii, 1988: 121)

Já em relação aos processos metacognitivos, COSTA (1984) afirma que estes acontecem quando a pessoa (aluno e/ou professor, no caso) está consciente do seu próprio caminho e das estratégias que são utilizadas durante a resolução de um problema.

Para que eu possa efetivamente trabalhar com os processos metacognitivos e os processos sintáticos/semânticos, vejo como fundamental conceber a *aula* como um *lugar social* (SMOLKA, 1991: 51), que tem um movimento muito complexo em termos de relações. Esta multiplicidade de relações, inevitavelmente, está presente na aula e tem a ver, por exemplo, com as pressões da estrutura burocrática da escola, com a cobrança dos pais e da coordenação pedagógica, com o controle da Secretaria de Educação, com o programa que deve ser cumprido...

Se a aula for interativa, a professora dá voz aos alunos. E, com as vozes dos alunos, a aula torna-se extremamente dinâmica e complexa, sendo inevitável a emergência de erros neste contexto. Deste modo, sob o ponto de vista do investigador, a aula mostra-se multifacetada. Portanto, para analisar a prática pedagógica da prof^a. Luíza tentarei não ser rígida, pois não compartilho a idéia de que haja uma relação direta ou mecânica entre os erros que ela comete e sua competência profissional.

Em vista disto, compartilho, sim, a idéia de LUCKESI (1990: 139), na qual “o erro é visto com algo dinâmico, como caminho para o avanço.” É com este olhar que analiso a prática pedagógica de Luíza e, as críticas que coloco à esta prática no movimento das aulas, só as consigo fazer mediante condições privilegiadas: de acesso a leituras teóricas sobre o tema e de ter refletido sistematicamente, e com distanciamento da prática, sobre as situações de aula. Além disso, a reflexão, do modo como aconteceu, só foi possível pelo fato de eu ter as aulas gravadas e transcritas. Como dizem muito bem PONTE et alii:

Não há outro meio de lidar com os problemas e as dificuldades senão aprender a analisá-los, a conceber estratégias alternativas e a comparar soluções, reconhecendo erros e assumindo a necessidade de recomeçar sempre que necessário. Afinal, estes são princípios cada vez mais apontados como fundamentais no conjunto dos valores que presidem à educação dos próprios alunos. (PONTE et alii, 1993: 2-3)

Procurro, então, olhar os seus erros como sendo indicadores de um processo de mudança, de inovação, de transformação e de busca permanente de um trabalho mais qualificado. O erro, portanto, será visto como fruto de quem está tentando inovar! E, como seres humanos, nós professores, estamos sujeitos/imersos/mergulhados em contradições a todo momento.

Desta forma, tentarei olhar os processos sintáticos/semânticos presentes na dinâmica das aulas de Luíza, relacionados à “negociação de significados” (VOIGT, 1992; MEIRA, 1996), pois este conceito permite explorar ...

... as tensões sobre o ensino de formalismos e o processo dinâmico de produção de significados durante atividade matemática na escola. (MEIRA, 1996: 96)

A seguir passarei a descrever e analisar os episódios que contemplam erros de diferentes origens, naturezas e modos de tratamento por parte da professora.

2.1. TRATAMENTO DOS ERROS E DAS DIFICULDADES DOS ALUNOS

2.1.1. Processos sintáticos/semânticos no tratamento do erro

Episódio 1

Este episódio foi observado na aula do dia 23 de abril de 1996 (**DcLu23/04/96**)²⁹. A professora Luíza estava fazendo a correção da atividade 53 da apostila adotada - **Aa**³⁰.

A professora começa a corrigir os exercícios. Pede para os alunos irem ao quadro, mas muitos não vão. Luíza pergunta se os colegas que estão no quadro podem colocar só as respostas dos exercícios. Eles dizem que tudo bem. A partir de certo exercício (r, da mesma apostila) nenhum aluno quis mais ir ao quadro.

Luíza começa, então, a chamá-los, com a ajuda dos outros alunos. Enquanto ninguém se manifesta, ela começa a corrigir as respostas que já estão no quadro. Durante

²⁹ Este código diz respeito aos registros que fiz em diário de campo, das aulas da professora Luíza, observadas no dia 23/04/96. Algumas informações sobre este registro encontram-se em anexo.

³⁰ Sempre que eu me referir a este material no meu texto, usarei a expressão “apostila adotada” e o código Aa. A referência deste material encontra-se em anexo.

a correção do exercício $2x^5 \cdot (x^6 - y)$, que sugere que o aluno realize uma multiplicação algébrica, o aluno M³¹ coloca como resposta a expressão: $2x^{30} - 2x^5y$.

1. PR: *Quer dizer que a gente agora multiplica os expoentes também?*
2. E, imediatamente, outros alunos começam a vaiar o aluno que foi ao quadro fazer e errou.
3. AAA: *Eeeeeeee, uuuuuuu ...*
4. PR: *O que acontece com os expoentes na multiplicação?*
5. No meio da bagunça, uma aluna fala:
6. A₁: *A gente soma!*
7. PR: *O que faz?*
8. Os colegas continuam a vaiar o aluno que foi ao quadro.
9. PR: *Como é que fica aqui, olha!!!*
10. Três alunos falam no meio da vaia:
11. AAA: $2x^{11}$.
12. PR: *Gente, olha, $2x$... soma os expoentes, não é isso?! Então dá quanto? 11! O outro, $2x^5y$. Não dá para juntar, certo?*
13. A₂: *Eh, M!! (fala um colega que continua tirando sarro do outro).*
14. PR: *É, ... a gente, é gozado, é gozado! A gente pede para os alunos fazerem, eles não vêm. Ai, o aluno que vem, se por acaso ele erra, o outro fica eeeeeee...*
15. Todos começam a falar ao mesmo tempo. Só consigo entender um dos alunos que estava tirando sarro (R) que diz que ele foi ao quadro e acertou, portanto se acha no direito de falar/criticar o colega.

O aluno M vai ao quadro resolver um exercício e comete um erro: numa multiplicação de potências de bases iguais ao invés de somar os expoentes multiplica-os. Este tipo de erro é muito freqüente nas atividades algébricas, sobretudo quando estas enfatizam o “transformismo algébrico”, num contexto de justificação através de regras operatórias. Portanto, posso afirmar, com base em CARRAHER et alii (1988), que este erro é de natureza sintática.

³¹ Nos episódios, cada aluno será identificado ou pela letra inicial do seu nome (quando esta identificação for possível) ou pelos códigos: A₁, A₂, A₃ e assim por diante. Portanto, A₁ não é sempre o mesmo aluno em diferentes episódios. Quando muitos alunos falam ao mesmo tempo usarei o código AAA. Luíza será identificada por PR e esta pesquisadora/observadora por PE.

Entretanto, o erro que o aluno cometeu, embora possa ser interpretado como sintático, pode indicar uma dificuldade de ordem semântica do aluno: dificuldade em compreender o significado do produto $x^5 \cdot x^6$. Qual foi a atitude da professora diante desta situação? Explorar, tratar o erro sintaticamente ou semanticamente? Os turnos 1, 4, 7 e 12 mostram que foi um modo sintático de tratar: “Quer dizer que a gente agora multiplica os expoentes também?” “O que acontece com os expoentes na multiplicação?” “O que faz?” “... soma os expoentes, não é isso?” “Então dá quanto? 11!” Esta sobreposição de uma explicação sintática conduz Luíza a não explorar a dúvida, o erro de M.

Um aspecto importante a ser aqui analisado é a forma dialógica, que incorpora elementos semânticos, de como a professora explora sintaticamente o erro, pois na interação dialógica há uma negociação de significados. No turno 6, um dos alunos, A₁, já diz que os expoentes devem ser somados. Mas a professora, procurando dar tempo para que os outros alunos também acompanhem, não se apressa em confirmar a intervenção do aluno como correta.

Há outros momentos registrados em meu diário de campo nos quais os alunos cometem erros desta natureza. Mas selecionei este episódio porque, além do exemplo do erro sintático e do tratamento acentuadamente sintático, há outras relações envolvidas.

No relacionamento da professora com seus alunos existem certas especificidades nos modos de dizer as palavras. Estas especificidades só são compreendidas por e só têm significado para os envolvidos no processo dialógico.

No turno 1, Luíza lança uma questão ao aluno que errou: “Quer dizer que a gente agora multiplica os expoentes também?”. Este modo de dizer as palavras pode parecer, para as pessoas não envolvidas neste relacionamento, que ela própria está ironizando o erro do seu aluno. Porém, pelo que percebi na aula, M não se incomodou com o comentário de Luíza. Talvez esta confusão de interpretação/significação ocorra porque

“todas as frases que dizemos na vida real possuem algum tipo de subtexto, um pensamento oculto por trás delas” (VYGOTSKY, 1993:128).

Para certificar-me deste subtexto, deste pensamento oculto, eu precisaria de mais elementos, mais dados sobre o aluno M e seu relacionamento pessoal com Luíza, uma vez que “... a significação não está na palavra, mas é o efeito da interlocução.” (BAKHTIN, apud PINO, 1991: 37)

Do mesmo modo, no turno 3, vários alunos vão a M porque foi ao quadro e errou. Posso fazer neste caso a mesma inferência que fiz analisando o comentário de Luíza. Mas me parece que esta vária assume outro sentido neste contexto, uma vez que, no turno 15, R afirma que se acha no direito de caçoar do colega porque ele (R) foi ao quadro e acertou!

Então, quem tem direito de criticar? Só quem acerta? Quem acerta tem poder? Quem detém o saber detém o poder?

Talvez esta atitude de R venha ao encontro de toda uma série de idéias/concepções sobre o que seja o erro, do porquê seja tão ruim errar, enfim, de como o erro é visto/encarado na nossa sociedade.

Mas, por que encontramos ainda acontecimentos assim no ensino atual? Como e por que o erro é visto não só na escola, mas na sociedade, de um modo geral, como algo que deva ser evitado de qualquer modo, a qualquer preço? Por que é tão ruim errar?

Para LUCKESI (1990: 135), “a culpa está na raiz do castigo.” Na escola, o aluno erra. Este erro manifesta uma “conduta não aprendida e, por isso, segundo o senso comum, (o aluno) é culpado.” Desta forma, precisa ser castigado para redirecionar os seus atos “na perspectiva da conduta considerada adequada.” Então, o que representa o erro nesta perspectiva?

... o erro é sempre fonte de condenação e castigo porque decorre de uma culpa e esta, segundo os padrões correntes de entendimento, deve ser reparada. Esta é uma compreensão e uma forma de agir que configuram nosso modo cotidiano de ser. (LUCKESI, 1990: 135)

Este modo de agir, que faz com que as pessoas se sintam tão culpadas, está articulado também com a idéia, da nossa cultura ocidental-cristã, de que nascemos no pecado.

O texto bíblico do Gênesis diz que Adão e Eva pecaram ao comer o fruto proibido e, por isso, foram castigados com a expulsão do Paraíso. Daí em diante, todos os seres humanos - homens e mulheres - que viessem a nascer teriam essa marca originária do pecado e, conseqüentemente, da culpa. (LUCKESI, 1990: 136)

Este sentimento de culpa, tão fortemente carregado pelas pessoas, foi, de geração à geração, introjetado na nossa cultura, “sendo mantido e difundido pelo judaísmo e exacerbado pelas Igrejas cristãs, especialmente a católica.”

Agora, será que esta “concepção de vida culpada” foi obra do acaso? Certamente a resposta é não, principalmente se pensarmos que somos pessoas vivendo em sociedade, imersos “numa trama de relações sociais com a qual nos constituímos historicamente. O viés da culpa não é gratuito” (LUCKESI, 1990: 136). Portanto, se o erro está relacionado à idéia de pecado, o acerto está relacionado ao domínio e/ou manutenção do poder.

A idéia de culpa passa a ser utilizada como instrumento de poder e manipulação das idéias das pessoas, já que impede a libertação dos sentimentos, desejos e modos de agir de cada um. Assim, há “um controle social internalizado”, um “engessamento” nas pessoas.

Interessa à sociedade em que vivemos esse engessamento dos indivíduos. A culpa impede a vida livre, a ousadia e o prazer,

fatores que, multiplicados ao nível social, significam a impossibilidade de controle do processo de vida em sociedade, segundo parâmetros conservadores. A sociedade conservadora não suporta existir sem mecanismos de controle internalizados pelos indivíduos - *a culpa é, assim, muito útil*³². (LUCKESI, 1990: 136)

Conseqüentemente, conseguir a ruptura desta situação nas aulas não é uma tarefa fácil!! Mas isto não significa que não se possa conseguí-la, transformando ou tentando transformar, esta concepção de erro, onde este passa a ser encarado ...

... como fonte de virtude, ou seja, de crescimento. O que implicaria estar aberto a observar o acontecimento como acontecimento, não como erro; observar o fato sem preconceito, para dele retirar os benefícios possíveis. Uma conduta, em princípio, é somente uma conduta, um fato; ela só pode ser qualificada como erro a partir de determinados padrões de julgamento. (...) Certamente, não é fácil observar primeiro para depois julgar, mas é preciso aprender esta conduta, se queremos usar o erro como fonte de virtude, ou seja, de crescimento. (LUCKESI, 1990: 136-137)

Luíza tenta esta ruptura nas suas aulas. No turno 14, ainda que de modo sutil, pouco enfático, ela rejeita a atitude negativa dos seus alunos diante do erro de um colega, quando diz: "... se por acaso ele erra ...".

Este modo de dizer da professora parece indicar ou mostrar que o erro é algo casual ou acidental.

³² Grifo meu.

Episódio 2

A aula seguinte foi observada dia 24 de maio de 1996 (DeLu24/05/96). Luíza fazia a correção da atividade 7 da apostila de álgebra geométrica³³ (Ag). De repente pára para chamar a atenção dos alunos para um erro muito cometido por eles e para o tratamento que passará a dar para o mesmo.

1. PR: *Olha, gente, o aluno que colocar que $(x + 4)^2$ é $x^2 + 4^2$... sem comentário, viu!! Eu vou começar a corrigir com o maior rigor a prova dos (inaudível).*
2. A1: *Ah!!*
3. PR: *Porque, olha, nós já falamos que isso aqui jamais pode ser $x^2 + 4^2$, eu já dei exemplo, não é, falei, é só verificar, $(2 + 3)^2$ é sempre diferente de $2^2 + 3^2$, não é? Certo? Isso é o quê? [apontando para a expressão $(x + 4)^2$]*
4. *E os alunos respondem junto com ela: $(x + 4).(x + 4)$.*
5. PR: *E se você multiplicar isso aqui vai verificar que não dá x^2 mais 16. Você faz isso aqui, vamos ver quanto vai dar. $x^2 + ...$*
6. A2: *x quatro!*
7. PR: *$4x + 4x + 16$. Você junta os termos, não é? Dá $x^2 + 8x + 16$. E os outros, eu vou pôr só a resposta.*

Aqui, Luíza, diante do erro do aluno em $(x + 4)^2 = x^2 + 4^2$, sugere que o aluno faça uma experiência com números para verificar se é correta a igualdade. Neste caso, o tratamento que ela dá ao erro do seu aluno foge um pouco da sintaxe pura, apesar do erro ser de natureza sintática. É um tratamento que mescla aspectos semânticos com sintáticos, pois ela busca um procedimento quase-experimental (do tipo lakatosiano) para o caso.

De fato, para verificar se a igualdade $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ é válida sintaticamente, propõe um teste de hipóteses. Ou seja, para refutar esta igualdade basta encontrar dois valores numéricos para “x” e “y” tais que o quadrado de sua soma seja diferente da soma de seus quadrados. No caso, ela escolheu os números 2 e 3 para experimentar:

³³ Sempre que eu me referir a este material, no meu texto, usarei o código Ag. Esta apostila foi produzida pela professora Luíza e tinha o papel de dar significado geométrico às expressões algébricas. Não era para introduzir a álgebra, pois os alunos já tinham domínio da linguagem algébrica. Esta linguagem já havia sido previamente trabalhada na apostila adotada.

$$(2 + 3)^2 \neq 2^2 + 3^2$$

$$5^2 \neq 4 + 9$$

$$25 \neq 13$$

Deste modo, Luíza atribui significado para a expressão algébrica através da aritmética, sem deter-se nas regras do transformismo algébrico, fugindo, assim, de um tratamento estritamente sintático.

Porém, a professora comete um erro ao afirmar, no turno 3, que $(x + 4)^2$ “jamais pode ser $x^2 + 4^2$.” Se Luíza tivesse explorado algebricamente o erro, ela certamente verificaria a existência de apenas um valor para x que torna a igualdade válida.

De fato, se $(x + 4)^2 = x^2 + 4^2$,

$$\text{então } \cancel{x^2} + 8x + \cancel{16} = \cancel{x^2} + \cancel{16}$$

$$\text{ou } 8x = 0.$$

$$\text{Logo, } x = 0.$$

A exploração acima apresentada é mais analítica e algébrica, enquanto que a exploração que Luíza priorizou na sua aula foi mais empírica, de tentativa e experimentação de valores numéricos.

Ainda no turno 3, Luíza pergunta aos alunos o que é $(x + 4)^2$. Eles respondem, junto com ela, que é $x + 4$ vezes $x + 4$. Deste modo, os alunos estão atribuindo significado a esta expressão algébrica pois, simbolicamente, o expoente 2 quer significar que a base, no caso $x + 4$, é multiplicada duas vezes.

Convém aqui destacar que a exploração realizada pela prof^a Luíza foi pedagogicamente relevante, pois se ela tivesse optado por um tratamento

preponderantemente sintático para o caso, limitar-se-ia, por exemplo, a enunciar a regra: não se aplica a distributiva dos expoentes em relação à adição.

Episódio 3

A aula a seguir foi observada no dia 31 de maio de 1996 (DcLu31/05/96). Neste dia, os alunos estão super agitados. A discussão da aula diz respeito às atividades 14 e 15 da apostila de álgebra geométrica (Ag) envolvendo fatoração de expressões algébricas. Luíza explora um exemplo, dado por um aluno de outra 7ª série, de uma expressão para fatorar: $x^2 + 7x + 21$.

Começa discutindo com os alunos sobre o significado geométrico da expressão x^2 . Eles não têm dificuldade alguma em responder que é um quadrado de lado x . A discussão continua, tentando atribuir significado geométrico a $7x$ e 21 . Interessa-me, no momento, o significado da expressão algébrica $7x$.

1. PR: *7x pode ser o quê?*
2. A1: *Quadrado de lado 7 e x. (fala bem baixinho).*
3. PR: *O quê?*
4. A1: *Um quadrado de lado 7 e lado x.*
5. PR: *Um quadrado de lado x ... ?*
6. AAA: *Retângulo!! (2 ou 3 falam quase ao mesmo tempo).*
7. PR: *Retângulo de lado x e 7, muito bem!*

O modo como Luíza trata este erro é bem sutil e poderia passar despercebido. Ela trata o erro de seu aluno de modo interrogativo (turnos 3 e 5), sem dizer-lhe explicitamente que está errado. Assim, dá tempo para que o aluno reelabore sua interpretação, pois sugere que algo que não está sendo levado em consideração por ele. Na verdade, dá um tempo para que todos os outros alunos também participem da negociação de significados.

Neste episódio, o erro refere-se a um desvio de um padrão de significação que foi atribuído na aula. Considerarei este tipo de erro como sendo de natureza semântica, pois depende basicamente do significado físico ou visual-geométrico que se atribui ao ente algébrico “ x ”.

A pergunta da professora no turno 1: “ $7x$ pode ser o quê?”, pode ter inúmeras respostas. Cada resposta depende da pessoa para quem se faz a pergunta. Depende também do contexto de significação. Ou ainda das relações que esta pessoa está pensando ou estabelecendo no momento em que a pergunta é feita.

No caso do presente episódio, percebo fortemente presente o que MEIRA (1996: 104) chamou de “regras implícitas de comunicação que guiam a seleção dos objetos matemáticos eleitos para discussão e produção de argumentos.”

De fato, como no contexto desta classe foi socialmente convencionado/negociado que estas expressões algébricas, nesta apostila, representariam ou áreas de quadrados ou de retângulos, a resposta esperada por Luíza era de que $7x$ representava a área de um retângulo. O aluno, porém, afirma (turno 2) que $7x$ representa a área de um quadrado de lado 7 e x . Mesmo diante da interrogação da professora (turno 3), o aluno continua insistindo que $7x$ representa um quadrado de lado 7 e x (turno 4).

Qual o motivo desta insistência? O que estaria pensando este aluno? Em qual figura geométrica estaria pensando o aluno: um quadrado ou um retângulo? Ou estaria ele pensando que todo quadrado é retângulo? Em qual valor numérico este aluno estaria pensando para o x ? Seria sete? Seria 3 ou 10? Se a linha de pensamento do aluno for esta, a sua resposta de que $7x$ pode representar a área de um quadrado de lado 7 e x não está de todo incorreta.

Na verdade, as limitações do material concreto ou do desenho geométrico, como formas de representação ou visualização das entidades algébricas, permitem essa interpretação/significação por parte do aluno. De fato, se “ x ” pode representar numericamente qualquer comprimento, então $7x$ pode representar a área de uma infinidade de retângulos de lados 7 e x . O que eles têm em comum é um dos lados medindo 7 unidades. Ou seja, em relação ao 7, o “ x ” pode ser menor, igual ou maior. Quando escolhemos um determinado retângulo como o mais conveniente visualmente para representar $7x$, estamos neste caso desqualificando o caráter algébrico da expressão $7x$. O “ x ” então deixa de ser qualquer e assume um valor fixo “não-qualquer”.

Provavelmente Luíza não percebeu isto na aula. Eu só fui perceber ao fazer a análise deste episódio, pois, enquanto pesquisadora, estou numa situação privilegiada de afastamento, dispondo de tempo para refletir e analisar sistematicamente sobre o ocorrido em aula. Só então pude perceber que esta resposta insistente do aluno poderia ser explorada pedagogicamente pela professora.

É claro que esta minha percepção foi favorecida também pelo acesso à teoria. FIORENTINI et alii (1993) já me haviam alertado sobre os limites e perigos do uso de modelos físicos ou geométricos para a exploração didática da álgebra.

2.1.2. Processos metacognitivos frente ao erro

Episódio 4

Este episódio foi observado na aula do dia 3 de maio de 1996 (DcLu3/05/96). A professora fazia a correção do exercício 59 (Aa), e colocava no quadro apenas as respostas, na forma reduzida, das expressões algébricas.

1. A2: *Eu errei duas, não, três ...*
2. A3: *E eu errei quatro.*
3. PR: *Mas já descobriu o erro ou não?*
4. A2: *Já.*
5. A3: *E eu estou descobrindo ...*
6. A4: *Não, ainda não.*
7. *Ela, então, sugere aos alunos que continuem tentando descobrir seus próprios erros e, caso não consigam, coloca-se à disposição para tirar as dúvidas e orientar ...*

Um aspecto pedagogicamente interessante nas aulas de Luíza foi a sua idéia de colocar para os alunos apenas as respostas na correção das atividades. No meu modo de ver, esta não é uma estratégia para verificar simplesmente quem acertou ou errou, mas para evidenciar/detectar dificuldades, dúvidas ou possíveis erros que possam levar os alunos a refletirem sobre o processo que utilizaram. Deste modo, ela valoriza e incentiva seus alunos a fazerem uso da metacognição.

Segundo ROBINSON (1983), o erro pode servir de estímulo ao desenvolvimento metacognitivo, pois ...

... quando a criança não atinge um resultado previsto, ela pode perceber a existência de um problema e refletir então sobre seu comportamento e sobre seus processos de pensamento.
(ROBINSON, 1983)

Para ESPINOSA (1995), o tratamento do erro, a partir de estratégias metacognitivas, é extremamente satisfatório. O autor também aponta quais seriam estas estratégias:

A identificação do erro por parte do aluno, o estabelecimento de causas e a fixação de precauções para que não incorra novamente no mesmo erro. (ESPINOSA, 1995: 34)

A professora Luíza parece saber e reconhecer que a metacognição é um momento importante no processo de aprendizagem, sobretudo, no enfrentamento do erro. A

pergunta que Luíza faz a seus alunos, no turno 3 (“Mas já descobriu o erro ou não?”), evidencia isto.

Ela própria parece acreditar que este é um momento singular no qual os alunos podem refletir sobre seus próprios erros, suas tentativas, seus acertos e também podem avaliar o que e como estão aprendendo:

Olha, eu acho bonito quando vejo vocês olhando alguma ... olhando e falando assim: 'puxa vida, como é que eu fui errar isso?' Não é? Certo? Porque quando vocês fazem isso vocês não vão errar mais. Entenderam? (DeLu26/4/96)

Segundo Piaget:

Um erro corrigido pelo aluno pode ser mais fecundo que um êxito imediato, porque a compreensão de uma hipótese falsa e suas correções promovem novos conhecimentos e a comparação entre dois erros dá novas idéias. (PIAGET, apud ESPINOSA, 1995: 34)

Mais uma vez afirmo que compartilho a idéia de que só erra quem está tentando e buscando aprender. Neste processo, a metacognição é de fundamental importância.

Mais importante ainda foi o ambiente criado por Luíza, nas aulas, para favorecer o acontecimento da metacognição, pois ela passou a encaminhar suas aulas de modo a permitir/deixar seus alunos perceberem seus próprios erros. Este encaminhamento não me pareceu previamente planejado por ela. A opção pela exploração do processo metacognitivo sobre o erro, parece resultar da **reflexão de Luíza na própria ação** (SCHÖN, 1992) dinâmica e interativa com os alunos.

E, para mim, o mais genial neste movimento todo é que seus alunos parecem apropriar-se desse modo peculiar de enfrentar/tratar o erro. Esta apropriação,

desenvolvida na dinâmica do processo da aula, evidencia-se no turno 2 do episódio 5, quando os próprios alunos sugerem a Luíza que passe somente as respostas no quadro.

Episódio 5

O diálogo abaixo foi observado no início da aula do dia 7 de maio de 1996 (DeLu7/05/96). Luíza começava a correção de cinco exercícios (Aa) sobre divisão de polinômios.

1. PR: *Só essas ... essas cavernosas aí que sobraram!! ...*
2. R: *Dá só a resposta, professora!*
3. PR: *Ah é? E aí se aparecer problemas vocês ...*
4. R: *Aí se aparecer a gente fala para você e você ...*
5. PR: *Está bom, então eu faço.*

No turno 1, Luíza refere-se às expressões algébricas do exercício que passaria a corrigir como sendo “cavernosas”. Já no turno 2 é que percebo a evidência da apropriação de pelo menos um aluno, R, do modo como a professora passou a conduzir as suas aulas: “Dá só a resposta, professora!”

Nos turnos 3 e 4 deste episódio, as duas frases não precisam ser finalizadas com palavras para serem compreendidas pelos interlocutores (Luíza e R). Ambos se compreendem sem todas as palavras necessárias, pois vivenciam uma história construída por eles mesmos, neste ambiente fascinante que é a aula.

VYGOTSKY (1993), citando um trecho do romance *Ana Karenina* de Tolstoi, dá um exemplo de uma declaração de amor, entre os personagens Kitty e Liêvin, que conversaram escrevendo apenas as iniciais das palavras que queriam dizer um ao outro: “quando os pensamentos dos interlocutores são os mesmos, a função da fala se reduz ao mínimo” (Id *ibid*: 121).

Assim, a partir de um ambiente construído no processo interativo das aulas de Luíza, ela e seu aluno R compreendem-se (turno 5) sem precisar complementar o seu pensamento com palavras (turnos 3 e 4). Certamente, no contexto de um ambiente proporcionado por Luíza, que se caracteriza por um processo dinâmico e interativo de aula, esta complementação não é necessária.

Como Tolstoi notou, aqueles que estão acostumados com o pensamento solitário e independente não apreendem com facilidade os pensamentos alheios, e são muito parciais quanto aos seus próprios; mas as pessoas que mantêm um contato mais estreito apreendem os complexos significados que transmitem uma à outra, por meio de uma comunicação “lacônica e clara”, que faz uso de um mínimo de palavras. (VYGOTSKY, 1993: 122)

SANTOS (1994: 8) afirma que o desenvolvimento metacognitivo permite “pensar sobre seu próprio pensamento e monitorar seu próprio pensamento.” Deste modo, parece-me possível estabelecer uma relação entre a metacognição e o desenvolvimento do pensamento individual do aluno. Porém, não consigo pensar este desenvolvimento individual sem a mediação do outro. Neste sentido, a contribuição de VYGOTSKY (1981) no estudo das funções mentais superiores, parece vir ao encontro do que busco.

Para VYGOTSKY (1981):

As funções mentais superiores do pensamento da criança aparecem primeiro na sua vida coletiva, na forma de argumentação, e apenas posteriormente desenvolvem-se em reflexão da própria criança. (VYGOTSKY, 1981: 157)

Segundo WERTSCH³⁴, a interpretação de Vygotsky sobre as funções mentais superiores, em termos de controle ou regulação, era semelhante à metacognição, investigada por pesquisadores ocidentais. Entretanto, estes investigadores “não

³⁴ WERTSCH, J. é o editor do livro *The concept of activity in soviet psychology* e escreve uma breve introdução no capítulo *The genesis of higher mental functions*, de VYGOTSKY.

examinaram as origens sociais (...) destes processos cognitivos”, limitando/centrando a sua atenção ao funcionamento individual.

OLIVEIRA (1995) diz que “a intervenção deliberada dos membros mais maduros da cultura no aprendizado das crianças é essencial ao seu processo de desenvolvimento.” (OLIVEIRA, 1995: 12)

Neste sentido, a professora Luíza, na promoção do uso de estratégias metacognitivas também valoriza e reconhece a importância, para os seus alunos, da mediação do outro. No caso, este outro pode ser um colega ou ela própria.

No turno 2, do episódio 6, a seguir, estes aspectos ficam bem evidentes no diálogo de Luíza com seus alunos ...

Episódio 6

Este episódio foi observado na aula do dia 3 de maio de 1996 (DcLu3/05/96). A professora fazia a correção do exercício 59 (Aa), e colocava no quadro apenas as respostas, na forma reduzida, das expressões algébricas.

1. R: Professora, eu já descobri o meu erro.
2. PR: Já? Agora quanto mais ... Vocês vão conseguir descobrir todos os erros sozinhos, eu acho! ... Sozinhos não, assim, vocês com o colega do lado, me chamando ... !
3. R: Sabe o que eu coloquei? $2x$ vezes $2x$ eu não coloquei $4x^2$.
4. PR: Então, daqui a pouquinho nós vamos fazer já as duplas e em dupla nós vamos tirar essas dúvidas dos erros que vocês cometeram.
5. L: E se a gente não conseguir?
6. PR: Ah, se não conseguir você me chama. É mais fácil atender a dupla que atender individualmente, porque a dupla reduz pela metade os alunos, não é? Fica mais fácil atender?!

Um primeiro aspecto a ser olhado é o fato do aluno estar fazendo uso da metacognição (turno 1): “Professora, eu já descobri o meu erro.” Luíza, ao mesmo tempo que surpreende-se com esta descoberta (“Já?”), continua valorizando e incentivando que seus alunos façam uso das estratégias metacognitivas (“Agora quanto mais ... Vocês vão descobrir todos os erros sozinhos.”).

Porém, a professora, exercendo uma **reflexão na ação** (SCHÖN, 1992), percebe que tanto a sua mediação quanto a mediação de um colega são fundamentais/decisivos neste processo. Refaz, então, sua orientação: “Sozinhos não, assim, vocês com o colega do lado, me chamando ...!” (turno 2).

Segundo OLIVEIRA (1995):

Os procedimentos regulares que ocorrem na escola - demonstração, assistência, fornecimento de pistas, instruções - são fundamentais para a promoção de um ensino capaz de promover o desenvolvimento. A intervenção do professor tem, pois, um papel central na trajetória dos indivíduos que passam pela escola. (OLIVEIRA, 1993: 12)

O aluno R explica porque errou (turno 3) e a professora assume uma postura pedagógica de se colocar no nível dos alunos, como alguém que está caminhando junto no processo de aprendizagem. Isto se evidencia no seu modo de dizer (turno 4) usando o pronome pessoal na 1ª pessoa do plural: “... nós vamos fazer já as duplas e em duplas nós vamos tirar essas dúvidas dos erros que vocês cometeram.”

Apesar de um aparente desânimo da aluna L (turno 5), Luíza coloca-se à disposição dos alunos para favorecer a ocorrência da metacognição (turno 6): “Ah, se não conseguir, você me chama.”

Ao permitir que seus alunos trabalhem em duplas, passando a não atendê-los mais individualmente, Luíza está, de certo modo, facilitando seu próprio trabalho, sua própria

ação de mediadora no tratamento do erro. Está também colocando-se mais disponível para que possa atender a todos aqueles que necessitam de sua mediação.

2.2. TRATAMENTO/ENFRENTAMENTO DOS ERROS DA PROFESSORA

O episódio que será apresentado a seguir foi observado no dia 26 de abril de 1996 (DcLu26/04/96). Luíza estava fazendo, nesta aula, a correção das questões da prova realizada em 19 de abril de 1996 (DcLu19/04/96). A questão 7 da prova é a que está sendo discutida por Luíza e seus alunos no episódio.

Por tratar-se de um episódio muito longo (32 turnos) e extremamente complexo em termos de negociação de significados optei por dividi-lo em 4 cenas.

Enunciado da questão 7 da prova:

Questão 7: A figura 1 mostra um piso coberto por ladrilhos retangulares e quadrados. Escreva a expressão algébrica que representa:

- a) a área de cada ladrilho (do retângulo e do quadrado);
- b) a área ocupada pelos ladrilhos riscados;
- c) a área ocupada pelo piso todo;
- d) calcule a área do piso todo quando $x = 7$ e $y = 5$.

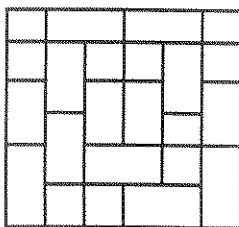


Figura 1

(cada ladrilho retangular tem o lado menor medindo x cm e o lado maior medindo $3y$ cm.)

Episódio 7: CENA 1

1. Em relação à questão 7, explica a eles que deu muito trabalho para corrigir, pois cada um encontrou um resultado diferente, e ela teve que estudar como cada um fez, tudo devido a um equívoco dela:

2. PR: - Eu dei um azulejo retangular e falei que um lado media $3y$ e o outro lado media x , certo? E que tinha um azulejinho quadradinho e você descobre que ele também mede x porque aí no desenho ...

3. AJ: - O comprimento ...

4. PR: - Aí no desenho não tem um quadradinho que é da mesma largura do (retângulo)³⁵ ... Então, se aqui era x (apontando para o lado menor do retângulo), aqui também era x (apontando para o lado do quadrado). Como falava que o azulejo era quadrado, se um lado é x , os outros também serão. Então, você deduzia que a área do azulejo era x^2 , porque todos os lados mediam x . O que aconteceu foi o seguinte: aí pelo desenho você conclui que dois quadradinhos - dois azulejinhos desses - eram um retangular. Dois desses (mostrando os quadradinhos) não cabem exatamente neste aqui? (apontando para o retângulo) Então, o que aconteceu ?... Tive aluno que fez assim: a área do azulejo retangular ... Tudo bem! A área do quadradinho é x^2 . E quando eu peço para achar a área do (piso todo) ... somar as áreas dos riscadinhos e dos outros, ele continua somando os retângulos e os quadrados. Só que tem gente que extrapolou isso aí. Ele falou assim: acontece que $3y$ corresponde a $2x$... Entenderam?

5. AAA: - Ah é !!! - admiram-se os alunos, quase que ao mesmo tempo, inclusive eu ...

Luíza inicia a correção retomando os dados do próprio problema, segundo o qual “cada ladrilho retangular tem o lado menor medindo x cm e o lado maior medindo $3y$ cm”. Este problema não fornece como dado a dimensão do lado do quadrado, deixando esta informação para ser obtida pelo próprio aluno a partir do desenho.

No turno 4, a professora explica para os alunos como conseguir esta informação: “Então, se aqui era x (apontando para o lado menor do retângulo), aqui também era x (apontando para o lado do quadrado). Como falava que o azulejo era quadrado, se um lado é x , os outros também serão. Então, você deduzia que a área do azulejo era x^2 , porque todos os lados mediam x ”.

³⁵ Os parênteses neste episódio são meus.

Assim, de acordo com o modo como Luíza interpretou o problema num primeiro momento, a área do quadrado media x^2 e a área do retângulo media $3xy$. Para encontrar a área total, bastava somar as pequenas áreas. A seguir, no mesmo turno, Luíza passa a discutir um outro modo de interpretação/significação proposta pelos alunos ao resolverem a prova.

Segundo ela, alguns alunos extrapolaram este seu modo de interpretar e resolver o problema, pois passaram a considerar $3y$ correspondente a $2x$. Este outro modo de atribuir significado pode ser facilmente obtido comparando os quadrados com os retângulos do desenho de Luíza. Deste modo, a medida do lado maior de um retângulo ($3y$) é igual à medida de dois lados do quadrado ($2x$).

Como, pelo exercício, certas informações (lado do quadrado) precisavam ser obtidas a partir do desenho, os alunos acabaram encontrando outras possibilidades, por exemplo, $3y = 2x$. Até então parece não haver nenhum problema, nenhum erro.

Episódio 7: CENA 2

6. PR: - Isso aqui não é $3y$? (apontando para comprimento do retângulo) Não cabem dois quadradinhos aqui? Então, ao invés do aluno colocar $3y$, colocou que o $3y$ era a mesma coisa que o $2x$. Entenderam? Ou que essa área aqui (apontando para o retângulo)... $3xy$, não é a área do retângulo? Que essa área era $2x^2$. Cada um foi por um caminho. Então, se $3y = 2x$, o desenho levava você a concluir isso aí, na hora de eu dar o valor numérico, eu dei assim: o x valia 7 e o y valia 5. Olha o furo que eu dei? Para você ver que o professor, muitas vezes, faz besteira, não é, mas esta besteira não, não . . . como se fala, não invalida o exercício que vocês fizeram, porque aí, todos os valores que foram encontrados foram considerados. O aluno substituiu corretamente, na área dele, eu considereei. Mas qual é o furo então que tem? Vocês bem sabem o seguinte, na área ... a gente pode resolver a área de várias maneiras? Quando você vai calcular o valor numérico, todos os valores numéricos não dão iguais? Por que não é a mesma área vista de jeito diferente? (E começa a rir) Aqui, cada um deu uma área. Se vocês conferirem aí na prova, um deu mil oitocentos e não sei quanto. Outro deu dois mil e

não sei quanto. Por quê? Porque olha aqui, $3y$ não é igual a $2x$ (algebricamente não são iguais, mas geometricamente são), essa medida aqui, essa medida não foi de $x + x$ que é $2x$. Substitui o x por 7 aqui. Quanto dá? $2 \cdot 7$, não é? Pega o y , $3 \cdot 5$, o que aconteceu? Dá $15 = 14$. Isso é verdade?

7. AAA: - Não!

8. PR: - Não! Viram o furo? Eu tinha que dar um valor para o x e um valor para o y (sic: acho que ela quis dizer y) que fizesse com que o $3y$ fosse igual ao $2x$. Para dar todo mundo um (mesmo) valor numérico. Entenderam, gente? De tal forma que essa igualdade fosse verdadeira. Vocês estão entendendo ou não? Como eu dei qualquer valor lá então cada um que fazia uma expressão na qual o $3y$ era igual ao $2x$, encontrava outros valores. Outros não, bateram porque fizeram todos iguais. Entenderam? Vocês estão me entendendo? Ou não?

9. A₂: - Entendi.

10. A₃: - Sim.

Agora, nesta cena, mais precisamente no turno 6, a professora evidencia o erro, que não é do aluno, mas seu. Luíza atribuiu um valor numérico para o x e outro para o y sem pensar na possibilidade de resolução/significação que seus alunos poderiam estabelecer a partir da figura geométrica ($3y = 2x$). Então, se $3y = 2x$ e $x = 7$ e $y = 5$, ao substituir os valores, encontra-se que $14 = 15$. Ou seja, chega-se a uma contradição entre a informação geométrica e a algébrica.

No momento desta negociação, Luíza não só reflete e enfrenta o próprio erro, como demonstra uma postura ética, assumindo perante sua classe que errou. Ela reconhece e não esconde ou camufla o próprio erro. Trata-o com naturalidade e sem constrangimento. Também é capaz de voltar atrás e mostrar que o erro faz parte do processo ensino-aprendizagem.

Em relação à postura que o professor deve assumir diante do erro, MACEDO (1994) afirma o seguinte:

Se o erro faz parte do processo, se pode ser analisado de diferentes ângulos, então não se trata de negá-lo ou justificá-lo de

maneira complacente, nem de evitá-lo por meio de punições, mas de problematizá-lo, transformando-o em uma situação de aprendizagem. (MACEDO, 1994: 75)

Esta é a atitude de Luíza diante do seu próprio erro. Além de problematizá-lo na aula, valoriza as respostas dadas pelos alunos: “Olha o furo que eu dei? Para você ver que o professor, muitas vezes, faz besteira, não é, mas esta besteira não, não ... como se fala, não invalida o exercício que vocês fizeram, porque aí, todos os valores que foram encontrados foram considerados”.

Vale também destacar que, sozinha, sem a mediação do aluno, seria pouco provável que Luíza percebesse o seu erro. Esta percepção iniciou-se no momento em que corrigiu as provas e verificou que alguns alunos resolveram o exercício de modo comum, encontrando, várias vezes, a mesma resposta, a princípio considerada errada. Sem a interação com o outro, que neste caso é o aluno, via sua prova, acredito que seria mais difícil para Luíza perceber o próprio erro didático. Este episódio mostra, portanto, que se os envolvidos num processo de ensino/aprendizagem não questionarem ou não discordarem, o erro poderá não ser evidenciado.

No turno 8 a professora volta a evidenciar o seu “furo” e troca a denominação da letra “y”. Como o outro (os alunos) ou não percebe ou, se percebe, entende qual era o significado subjacente ao qual a professora se referia, a troca passa sem correção. Na verdade, no contexto da situação, isto não causa mal entendidos: “Eu tinha que dar um valor para o x e um valor para o 5 que fizesse com que o $3y$ fosse igual ao $2x$.” Certamente ao dizer 5 ela quis dizer y e, os alunos, em contexto de aula, assim parecem ter entendido. Isso é muito comum em situação dialógica.

Episódio 7: CENA 3

11. PR: - *Então, eu fui meio infeliz em bolar esse exercício, viu Renata!!*
12. PE: - *Mas foi bom!*
13. PR: - *Foi bom ... foi mais ou menos, não é?*
14. PE: - *A forma como eles resolveram ...*
15. PR: - *E tem gente que fez assim, olha ... eu tenho até uma correção aqui que o aluno reclamou. A prova está aqui, olha, do D. Ele faz assim, olha. Ele fez que ... a área do quadrado era $1/2$, ... está certo isso?... de xy ?*
16. Silêncio. Todos pensando, inclusive eu.
17. PR: - *Não, não é?*
18. PE: - *Seria $\frac{1}{2}$ de $3xy$. Ah, não, 1 e meio? ... $3/2$?*
19. PR: - *Ele pôs que a área do quadrado era $\frac{1}{2} xy$.*
20. PE: - *Não!! Porque é $3/2$, daí é maior que a área do retângulo. Daí seria a área do retângulo mais $1/2$?*
21. *Alguns alunos contestam o que eu falei. (as contestações ficaram inaudíveis na fita).*
22. PE: - *Ah, não, é, porque a área do retângulo é $3xy$...*
23. A4: - *E ele pôs a metade ... dividido por 2. (fala uma aluna dirigindo-se a mim).*
24. PR: - *É, a metade de $3xy$. Dividido por 2! Não está certo?*
25. PE + AAA: - *É, está certo!! (ao mesmo tempo).*
26. PR: - *Eu considereei errado para ele, mas está certo.*
27. PE: - *É, está certo!!*

Luíza reflete sobre o ocorrido afirmando, no turno 11, que: “... eu fui meio infeliz em bolar esse exercício ... “

A seguir, entrega-me a prova do aluno D, que resolveu o problema considerando, segundo ela, a área do quadrado como sendo $\frac{1}{2}$ de xy (turno 15). No turno 17, ela reafirma que o aluno resolveu errado.

No turno 18 pergunto se a área do quadrado não seria $\frac{1}{2}$ de $3xy$, uma vez que a área do retângulo é $3xy$ e, pelo desenho, a área do quadrado representa a metade da área do retângulo. Uma vez mais a professora confirma o erro do aluno (turno 19): “Ele pôs que a área do quadrado era $\frac{1}{2} xy$ ”.

Pela resposta que dou no turno 20, devia estar considerando/supondo a área do retângulo como sendo xy e não, $3xy$. Devido à correção de alguns alunos ao meu erro (turno 21), passo a compreender a área do retângulo como sendo $3xy$ (turno 22).

No turno 24, Luíza fala a resposta correta da questão (“É, a metade de $3xy$.”), mas que na verdade não é a resposta que D colocou na sua prova. Acredito que isto se deva à influência das vozes anteriores: a minha (“... porque a área do retângulo é $3xy$...”) e a de uma aluna (“e ele pôs a metade ... dividido por 2.”). Assim, como afirma SMOLKA (1991: 64): “No movimento de negociações, a professora incorpora/organiza vozes dos alunos.”

Acredito que toda esta confusão, apesar de rica, que se instalou na aula, deva-se em grande parte, também, às limitações da álgebra geométrica. No exercício em discussão há um descompasso, uma contradição, entre a informação geométrica e a informação algébrica, uma vez que o material geométrico restringe as possibilidades de atribuição de valores para “ x ” e “ y ”.

Acredito que a professora não tenha levado em consideração as restrições que o desenho causa à representação/significação algébrica. Não se pode dar qualquer valor para “ x ” e “ y ” como a professora entendia que poderia dar. Provavelmente ela só pensou a situação de modo algébrico. E, ao pensar algebricamente, entendeu que poderia atribuir qualquer valor para “ x ” e “ y ”, esquecendo de que aqueles significados do “ x ” e do “ y ” estavam atrelados a uma figura geométrica. Portanto ela não teria toda aquela liberdade para atribuir quaisquer valores às letras.

Percebo esta confusão como um entrelaçamento de processos semânticos e sintáticos. Neste problema em discussão, há uma tentativa de dar uma interpretação semântica aonde o geométrico fala mais alto. Por outro lado, há também a tentativa de uma interpretação semântica para a própria expressão algébrica.

Ao corrigir as provas, tendo já assumido a interpretação de que $3y = 2x$, a partir das respostas dos alunos, Luíza considerou a questão do D errada. Em função da discussão com a classe, acabou corrigindo novamente a prova dele, na aula, assumindo seu erro de correção (turno 26): “Eu considereei errado para ele, mas está certo.” E eu concordo plenamente com ela (turno 27): “É, está certo!!”

Deste modo, Luíza acaba considerando como certo um exercício que, na verdade, estava errado. E tanto eu quanto os alunos concordamos com ela.

Episódio 7: CENA 4

28. PR: - *Então, você imagina ... apareceram as coisas mais variadas que você pode imaginar!*

29. *Os alunos começam a falar alto e todos ao mesmo tempo e de repente, diante do questionamento da aluna F, ouço a professora Luíza falar:*

30. PR: - *Não F, não é errado. Isso não é erro. É quando você dá um exercício, têm muitas ... não é erro isso aqui. Você considera que um é metade do outro ... tem algum erro? Não tem. Quando você dá o exercício tem tantas alternativas para resolver! Não é erro!!!*

31. *Os alunos continuam tagarelando. (Não dá para entender o que falam, pois falam todos ao mesmo tempo).*

32. PR: - *Gente, ... eu só quis fazer esse comentário sem dar ... o exercício não está errado, certo? O que ... está errado é só mudar o valor lá, isso é erro mesmo, não é? Mas que nada interferiu, porque o valor que o aluno pôs eu considereei. Está certo, gente?*

Numa comunidade acadêmica é possível, num determinado momento, após uma negociação, haver um acordo ou consenso sobre o que pode ser aceito como verdadeiro ou não. Guardadas as devidas proporções, uma classe de alunos também pode ser considerada uma comunidade, na qual significados são negociados, podendo chegar a um consenso.

Tanto em uma quanto em outra comunidade, todos os envolvidos no processo de negociação podem, por não perceber o erro, entrar em acordo sobre alguma proposição e aceitá-la como correta. E as vozes discordantes/dissonantes nesta negociação podem acabar não se impondo enquanto tal.

É o que percebo no turno 29. Uma aluna está questionando resistindo ao acordo que foi negociado pelo grupo: de que a área do quadrado poderia ser $\frac{1}{2}$ de xy . Talvez seja a única voz contrária ou resistente, mas que, naquele momento, foi dissonante e não se impôs pela argumentação.

Mas, será que a manifestação de várias vozes no turno 29 está sendo à toa? Existiriam outras vozes dissonantes/discordantes? Por que o grupo não se impôs contra a negociação que havia sido fechada?

Talvez, tendo em vista as relações que se estabelecem na aula, os alunos tenham aceitado a negociação devido a um princípio corporativista: de não prejudicar um colega.

No turno 30 a professora contra-argumenta o questionamento de F, reforçando o erro por nós negociado: “Não F, não é errado. Isso não é erro. É quando você dá um exercício, têm muitas ... não é erro isso aqui. Você considera que um é metade do outro ... tem algum erro? Não tem. Quando você dá o exercício tem tantas alternativas para resolver! Não é erro!!!”

Vozes continuam se manifestando (turno 31), mas devido ao alvoroço, torna-se impossível compreender o que dizem. Muitas vezes, mesmo quando há discordância e questionamento, o erro pode não se tornar evidente.

2.3. TRATAMENTO DOS ERROS DO MATERIAL DIDÁTICO

O episódio 8, a seguir, foi observado dia 10 de maio de 1996 (DeLu10/05/96). A professora Luíza estava fazendo a correção da atividade 65 (Aa) sobre divisão de potências de bases iguais.

Episódio 8

1. PR: E a l?
2. Os alunos respondem todos ao mesmo tempo, não dá para entender. Escuto o Lucas dizer bem alto:
3. LU: Menos $3/7$ elevado a 10!
4. PR: Positivo, LU! Não tem negativo aí, LU! $3/7$ elevado a 10! (os alunos continuam falando junto.)
5. LU: É $-3/7$ elevado a 10!!
6. A₁: Não é!!
7. PR: Olha os parênteses da fração, heim, senão eleva só o numerador.
8. E o LU, no meio do alvoroço, fala bem alto:
9. LU: Nããããoo!! Não tem menos ... (e nesse exato momento, alguém no pátio assopra um apito e não dá para entender o que o LU fala!!)
10. PR: Eu estou na l!!
11. LU: Então não é $3/7$...
12. PR: Dividido por $3/7$...
13. LU: É!
14. PR: Positivo!!
15. LU: Mas esse risco da fração não tem o menos do lado? Menos do lado aqui?
16. PR: Ah, não sei!! ... Será que é?
17. LU: Éééé!!! Porque o risco está maior ...
18. PR: Ah, olha, é pode ser!! Olha o que o LU está falando!! Que na l, o menos grudou com o tracinho de fração ... Ah, mas também nós não temos bola de cristal, não é, LU!!!
19. LU: Ah, mas eu acho que é ... !!
20. PR: Tudo bem, LU então o teu fica $(-3/7)^{10}$. Está certo! Quem não considerou negativo fica $+3/7$. O LU tem razão!!
21. A₂: O tracinho é na parte de baixo!!
22. PR: LU, você é bom observador, não é?
23. LU: É!! (durante todo o diálogo da professora com o LU, os alunos continuam falando muito.)

Neste episódio, a professora e um aluno negociam o significado de um erro de impressão em um exercício da apostila adotada. O que acontece é que todas as frações, neste exercício, estavam escritas com o traço de fração bem pequeno. Por exemplo: $\frac{7}{3}$.

8

Na letra l, LU discute com a professora porque o traço de fração estava escrito da seguinte maneira: $\frac{3}{7}$.

7

A professora inicia a correção perguntando aos alunos qual a resposta do exercício l, que sugeria a realização de uma divisão de potências aritméticas de mesma base. Diante da pergunta da professora, o aluno LU dá a sua resposta (turno 3). No turno 4, a professora corrige a resposta dele. LU, porém, continua insistindo na sua resposta como sendo a certa (turno 5). Um outro aluno (turno 6) entra na discussão e também discorda da resposta de LU.

A professora volta a corrigi-lo (turno 7) e ele volta a insistir na sua resposta. Luíza, meio confusa diante do alvoroço, parece pensar que o LU está falando de um exercício diferente do que ela está corrigindo. Assim ela parece estar averiguando porque o LU continua sustentando o seu ponto de vista (turnos 11, 12, 13 e 14).

No turno 15, LU finalmente explica à professora o motivo da sua persistência: “Mas esse risco da fração não tem o menos do lado?” A professora, então, passa a refletir sobre o suposto erro da apostila (turno 16): “Ah, não sei!! ... Será que é?” LU volta a insistir enfaticamente (turno 17): “Éééé!!! Porque o risco está maior ...”

LU acaba interpretando, atribuindo significado a este traço maior, que acredito ser um erro de impressão do material como sendo um sinal de menos grudado no traço de fração. A professora (turno 18) reconhece e valoriza o que o LU diz, chamando a atenção da classe: “Olha o que o LU está falando!! Que na l, o menos grudou com o tracinho de

fração ... “ E acaba fazendo uma brincadeira com ele: “Ah, mas nós também não temos bola de cristal, não é, LU!!”

E o aluno continua insistindo (turno 19): “Ah, mas eu acho que é ... !!” Diante desta evidente persistência, a professora aceita a argumentação do seu aluno e relativiza o erro de impressão do material (turno 20): “Tudo bem, LU então o teu fica $(-3/7)$ ¹⁰. Está certo! Quem não considerou negativo fica $+3/7$. O LU tem razão!!”

MATTOS (1993) acredita que se o professor considerar o erro como um “desencontro de percepções” passará a admiti-lo sob um ponto de vista relativista:

Se ficarmos atentos ao debate com nossos alunos sobre algum tema de estudo, será possível observar que os argumentos postos em defesa dos pontos de vista de cada um refletem o entendimento que eles têm sobre o assunto, que são aceitos como premissas verdadeiras. Os argumentos usados são coerentes com as suas percepções e eles não vêem erro no que estão defendendo. (MATTOS, 1993: 61)

Mais uma vez, há uma voz que parece discordar do significado negociado para o traço de fração. E mais uma vez, esta voz acaba não se impondo (turno 21): “O tracinho é na parte de baixo!!” Nem LU, nem a professora parecem dar importância a esta voz: ela elogia LU como sendo um bom observador (turno 22) e ele, sem nenhuma modéstia, concorda com o elogio da professora (turno 23).

CAPÍTULO III

CENAS DE UM EPISÓDIO DE AULA: O ERRO NUM CONTEXTO DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS

*“Eu quase que nada sei
mas desconfio de muita coisa.”
(Guimarães Rosa)*

Pretendo, neste capítulo, refletir³⁶ sobre um pequeno episódio de aula, que observei numa classe de 7ª série da professora Marina. A aula em estudo não foi gravada nem filmada. Todos os registros foram feitos em diário de campo, no decorrer da aula.

Era a 5ª aula nesta classe que eu assistia, porém a 1ª na qual a professora trabalharia a álgebra, dando continuidade à sequência do livro que ela estava seguindo.

Quase não havia interação na classe durante as aulas nem entre a professora e os alunos e nem entre os próprios alunos. Os raros momentos de trabalho em grupo que presenciei ocorriam quando a professora não estava presente na classe.

O episódio que passarei a relatar diz respeito às observações realizadas no dia vinte e seis de março de 1996 (**DcMa26/03/96**). Por se tratar de um episódio longo (29 turnos) e multifacetado para um estudo analítico, optei por dividi-lo em 4 cenas.

O fio condutor dessa reflexão/análise é constituído basicamente pelas tentativas de produção de significados que alunos e professora produzem a partir de uma situação-

³⁶ Esta reflexão teve início quando realizei a disciplina “Tópicos Especiais em Psicologia Educacional II”, com a professora Ana Luiza Bustamante Smolka, durante o 1º semestre de 1996.

problema considerada algébrica. Ou seja, utilizarei como categoria básica para análise do episódio o processo de significação. A questão do erro, portanto, será tratada dentro deste contexto mais amplo de tentativas de produção de significados que, acredito, esteja presente com intensidades diferentes em qualquer modelo de ensino. O apoio teórico para a realização dessa reflexão/análise será buscado, na medida do que me for possível, junto à perspectiva sócio-histórica de conhecimento, tendo como principais interlocutores Vygotsky e Bakhtin.

Antes disso, porém, explicitarei o que entendo por processos de significação:

Por processos de significação entendo os modos de circulação/(re)elaboração/produção de significação, tomado este termo como um conceito que engloba tanto os significados já instituídos quanto os possíveis sentidos que as coisas (palavras, eventos, ações, etc.) podem ter para as pessoas e que emergem nas relações interativas, em particular as discursivas. (...) ... toda significação é uma produção social. (PINO, 1994: 6-7)

E, visando refletir sobre a produção de sentidos e significados na aula do episódio em estudo, adotarei a distinção proposta por VYGOTSKY (1995), com base em Paulhan:

O sentido de uma palavra é a soma de todos os eventos psicológicos que a palavra desperta em nossa consciência. É um todo complexo, fluido e dinâmico, que tem várias zonas de estabilidade desigual. O significado é apenas uma das zonas de sentido, a mais estável e precisa. (VYGOTSKY, 1995: 125)

Assim, no meu modo de entender, nos processos de significação que ocorrem a todo momento em aula, há por parte do professor uma busca da produção de significados dos conteúdos historicamente construídos e partilhados que serão estudados. Como constitutivo desta busca há, também, o “caráter coletivo da produção de sentidos” (SMOLKA, 1995:41), e estes sentidos são, simultaneamente, singulares e múltiplos.

Estas idéias perpassarão a todo instante minhas reflexões sobre as cenas.

Episódio 9 - CENA 1: O Surgimento da Coisa

- 1. Neste dia, o horário previsto para início da aula de matemática nesta classe era as 7:15 da manhã. Como um professor havia faltado, a professora teria que, simultaneamente, dar aula nesta 7ª e passar exercícios para uma 6ª série, classe que naquele momento ficaria sem aula.*
- 2. A professora iniciou a aula na 7ª série explicando aos alunos a situação e pediu para que eles pensassem, durante a sua ausência, no que lembravam/sabiam sobre valor desconhecido.*
- 3. Ao perceber que os alunos não entenderam o seu comentário sobre valor desconhecido, perguntou se eles lembravam lá da 3ª, 4ª série do problema do quadradinho. A afirmação foi unânime:*
- 4. AAA: - Ah, bom, aí a gente lembra!!*
- 5. Diante disso, a professora lançou no quadro o seguinte problema (que estava no livro didático) para que eles tentassem resolver:*
- 6. O quadrado da "coisa" mais um é igual a 10. Qual é o valor da "coisa"?*

Na cena em questão, percebo que o objetivo da professora seria iniciar o estudo da linguagem algébrica simbólica. Para trabalhar esta linguagem, ela apresenta uma situação-problema visando atribuir significado à letra enquanto ente matemático que representa o valor desconhecido de uma equação. Começa, então, a buscar nas reminiscências dos alunos, a lembrança de algo que represente o valor desconhecido tentando, assim, produzir significado para a idéia de incógnita a partir de saberes anteriormente estudados por eles (turno 2). Entretanto, a expressão “valor desconhecido” parece soar vazia de significação para os alunos (turno 3).

Percebendo isto, Marina busca a lembrança do $\square$ (turno 3) que no contexto de ensino das séries iniciais, representa a incógnita ou termo desconhecido de uma equação. Deste modo, os alunos parecem compreender o que significa valor desconhecido (turno 4).

Porém, ao fazer esta opção metodológica, Marina atribui um significado para a palavra quadrado diferente do significado que aparecerá no contexto do problema que acabara de lançar aos alunos (turno 6). No problema “O quadrado da ‘coisa’ mais um é igual a 10. Qual é o valor da ‘coisa’?”, a palavra **quadrado** significa o expoente “2” de uma potência e, significando a idéia de incógnita/termo desconhecido, está a palavra **coisa**.

Através da história da álgebra, noto que esta palavra assumiu/encarnou um modo social de falar no interior da própria matemática, uma vez que o matemático árabe Al-Khowarizmi (aproximadamente ano 810) usava esta palavra para representar a incógnita nos seus problemas e cálculos. Este período, no qual os cálculos algébricos não eram ainda expressos por símbolos, mas por palavras, ficou sendo reconhecido como a fase retórica da linguagem algébrica. Na álgebra retórica dos árabes, a palavra “coisa” não era substituída por símbolo algum nem por letra nenhuma. Esta era a álgebra possível para os matemáticos da época que ainda não usavam a linguagem simbólica.

Acredito que este significado histórico foi buscado sem o provável conhecimento de Marina, pois, no momento, este modo social de falar circula em nosso contexto pedagógico através do livro didático por ela utilizado. Minha crença é confirmada através de sua própria voz:

Então, o livro calhou bem, era enunciado do livro mesmo “a coisa”. Não que eu use “a coisa”, eu achei interessante inclusive a coisa, porque a coisa assim, um monstro!!! (...) Não é a coisa em específico, não é essa palavra específica. Eu, por exemplo, não me prendo a uma palavra. (...) Poderia ter usado outra! Na hora eu achei legal ... a coisa ... (...) Mas não necessariamente precisaria ser essa coisa, poderia ser outra palavra qualquer que significasse a mesma coisa. (EntMa17/12/96)

Episódio 9 - CENA 2: Enfrentando a Coisa

7. A professora então saiu da classe e, enquanto os alunos tentavam resolver a questão proposta, eu permaneci na sala. Alguns tentam resolver junto com um ou dois colegas.

8. Logo que ela sai, um aluno, sentado à minha frente, vira para trás e pergunta:

9. A₁: - Oh dona, qual é o valor da coisa?

10. PE: - Tenta fazer primeiro, pensa um pouquinho...

11. Então ele senta com o colega que está a seu lado e tenta resolver. Poucos minutos depois ele vem me mostrar o que resolveu com o colega:

12. $\square + 1 = 10$

$$\square = 10 - 1$$

$$\square = 9$$

13. Falei para ele reler o enunciado do problema (ele releu comigo) e juntos vimos que não era o quadrado mais um, como ele havia escrito e sim, o quadrado da “coisa” mais um. Pergunto a ele:

14. PE: Mas o que é esse quadrado da “coisa”?

15. Ele não responde.

16. PE: Quanto é o quadrado de 5?

17. A₁: 10!!

18. Olhou para o seu caderno e me pareceu que não entendeu porque eu havia feito esta pergunta... Antes que eu pudesse tentar falar mais alguma coisa ele deu de ombros e voltou para o seu lugar.

Na ausência da professora, os alunos tentam interpretar e resolver o problema, buscando, assim, produzir significado para o mesmo. Neste dia, percebi que os alunos têm uma necessidade muito grande de trabalhar de modo interativo entre eles. Percebi, também, que os alunos em dificuldade, buscam a mediação do outro. Entretanto, a forma pela qual essa mediação é procurada, diverge.

De fato, um dos alunos, antes de tentar qualquer resolução, procura uma resposta pronta (turnos 8 e 9). Assim, não a obtendo de mim, em um primeiro momento (turno 10), vai ao encontro de um colega e, juntos, tentam interpretar/resolver o problema (turnos 11 e 12). Ao tentarem produzir significado para a atividade, os dois alunos

buscam apoio na fala inicial da professora, sobre o problema do quadradinho da 3^a/4^a série (turno 3) e, então, atribuem sentido para o problema da “coisa” naquele contexto (turno 12).

A professora, pensando facilitar, acaba produzindo, segundo BROUSSEAU (1983), um “obstáculo de origem didática”, dificultando, deste modo, a compreensão/resolução do problema.

O termo **obstáculo** foi introduzido na literatura por BACHELARD, em 1938, no livro La formation del Espiritu Cientifico. Segundo ele, ao se investigar as condições psicológicas do progresso da ciência, chega-se à convicção de que o problema do conhecimento científico deve ser colocado em termos de obstáculos (BACHELARD, 1972: 15). Chama a atenção para o fato de que, estes obstáculos não são externos ao espírito humano, mas internos:

... é no ato mesmo de conhecer, intimamente, onde aparecem, por uma espécie de necessidade funcional, os entorpecimentos e as confusões. É aí que mostraremos causas de estancamento e até de retrocesso, é aí onde distinguiremos causas de inércia que chamaremos obstáculos epistemológicos. ((BACHELARD, 1972: 15)

BROUSSEAU (1983), ao discutir sobre o erro em matemática, apropria-se da noção bachelariana de obstáculo e a estende para a Educação Matemática. Assim, para ele:

O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do azar como acreditam as teorias behavioristas e empiristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que mobilizava seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso ou simplesmente inadequado. Os erros deste tipo não são vagos ou imprevisíveis, mas se constituem em obstáculos. (BROUSSEAU, 1983: 171)

Os obstáculos considerados no meio pedagógico/educacional (segundo BROUSSEAU, 1983) podem ser distinguidos/diferenciados de acordo com sua origem. Portanto, para este autor, existem obstáculos didáticos de origem ontogenética, epistemológica, didática e cultural. Dentre estes obstáculos didáticos, interessa, para a cena sob análise, aqueles de origem didática.

Os obstáculos de origem didática³⁷ estão diretamente envolvidos com as escolhas metodológicas feitas pelos professores, em função do modelo de ensino adotado/construído.

Na verdade, o obstáculo didático para o entendimento/compreensão da palavra quadrado como expoente “2” foi gerado pela professora na cena 1. Entretanto, este obstáculo torna-se evidente apenas na cena 2, através do modo pelo qual os alunos atribuíram significado para a palavra quadrado, ao tentarem resolver o problema proposto (turno 12).

É interessante notar que na interpretação deles a expressão “o quadrado da coisa” é representada pelo símbolo $\square$. Parece que para eles a incógnita não é apenas a palavra “coisa” mas toda a expressão “o quadrado da coisa”. Talvez esta interpretação seja decorrência da palavra **quadrado** que aparece no problema, associada à alusão feita pela professora ao problema do quadradinho.

³⁷ Um exemplo clássico para ilustrar este tipo de obstáculo ocorre, com frequência, na resolução de problemas aritméticos. Com o objetivo de facilitar o desempenho do aluno na resolução de problemas, alguns professores acabam falando que, quando aparece a palavra “mais” no problema, a conta para resolvê-lo é de adição e quando aparece a palavra “menos”, a conta é de subtração. Assim, um aluno que passa a aplicar esta “dica” mecanicamente, e depara-se com um problema do tipo “Quantos anos Maria tem a mais que Pedro, se Pedro tem 49 e Maria, 36?”, tende a resolvê-lo da seguinte forma: $49+36=85$. Nestes casos, não importa para o aluno se o resultado encontrado é absurdo no contexto do problema. Erros dessa natureza são, portanto, indícios da manifestação de um obstáculo didático para uma efetiva compreensão/resolução de problemas. E este obstáculo é decorrente de uma simplificação didática feita pelos professores.

Neste caso, a professora Marina poderia ter aproveitado a oportunidade de problematizar/explorar o significado matemático de quadrado representando o expoente “2” de uma potência. Para o caso do aluno que me consultou, talvez este não tenha nem compreensão do que seja a potenciação. Esta minha hipótese se fortalece quando este aluno me responde que o quadrado de 5 é 10, parecendo/demonstrando não entender o porquê da minha pergunta (turnos 16 a 18).

Na próxima cena, ao voltar para a classe, Marina, refletindo na ação, percebe o problema/obstáculo didático criado, provocando assim, uma dissonância semântica e, tenta, então, atribuir significado para a palavra quadrado na potenciação ...

Episódio 9 - CENA 3: A Prisão da Coisa

19. Neste momento, a professora volta para a classe e pergunta se eles resolveram o problema. Não pede para ver as estratégias de resolução dos alunos. Vai direto ao quadro-negro e pergunta o que significa o quadrado de um número. Como nenhum aluno se manifesta, ela retoma o conceito de potenciação como uma linguagem que simplifica a linguagem da multiplicação de fatores iguais e coloca no quadro: $3.3 = 3^2$, ressaltando para eles o significado da palavra quadrado na potenciação.

20. Fala para eles perceberem que, no problema, a “coisa” está elevada ao quadrado, e coloca:

21. $(\quad)^2 + 1 = 10$

22. PR: O que é mesmo que está elevado ao quadrado?

23. AAA: - A coisa!!

24. PR: Imaginem que a “coisa” está aqui dentro, presa numa gaiola! (Ao mesmo tempo que fala, escreve coisa dentro dos parênteses.)

25. Risos!! Os alunos maliciam o comentário da professora. E ela complementa o que já havia escrito no quadro:

26. $(coisa)^2 + 1 = 10$

Nesta cena, a professora apoia-se novamente em saberes anteriormente estudados, tentando produzir significado para a palavra quadrado na potenciação (turno 19). Premida pela necessidade de dar aula em duas classes simultaneamente, não teve como verificar as estratégias de resolução dos alunos.

Assim, viu-se obrigada a ir direto ao quadro-negro, negligenciando os múltiplos sentidos e possíveis erros que foram produzidos pelos alunos na tentativa de interpretar o enunciado e resolver o problema proposto. Muito difícil para o professor pensar nisso tudo enfrentando as condições de trabalho de Marina, nas quais o professor ...

... está sempre sobrecarregado, correndo, cansado, tendo que fazer um monte de coisa junto e você sabe o que eu faço. (...) (São coisas assim) ... do cotidiano de uma escola, da rotina de uma escola que eu acho assim tremendamente ... ruim. As duas partes são ruins: você ficar em duas salas de aula ao mesmo tempo, quer dizer, não fica nem em uma nem em outra ou então deixar o aluno para fora, porque daí você não consegue dar aula porque os alunos que estão para fora te interrompem de tal forma com o barulho que você não consegue dar aula. Então, nesse sentido, está ruim realmente!! (EntMa17/12/96)

Embora Marina não faça qualquer alusão (ou qualquer analogia) à questão da área do quadrado (que é o significado historicamente produzido) quando fala em potenciação, é interessante notar que ela retoma o exercício explorando semanticamente o significado da palavra quadrado. E foi exatamente neste ponto retomado que eu havia percebido a criação do obstáculo de origem didática. E ela também pareceu perceber que o “nó” da questão estava na palavra quadrado. Deste modo, tenta superar um obstáculo que ela própria havia posto.

Como será que Marina, dando aula em duas classes ao mesmo tempo e sem ver as estratégias de resolução de nenhum aluno, conseguiu perceber que aquela associação feita ao problema do quadradinho, não contribuía efetivamente para a compreensão da situação? Será que, enquanto estava na outra classe, com outros alunos,

verificou/percebeu o obstáculo colocado anteriormente? Estas são algumas indagações que agora me faço sem que tenha elementos para respondê-las ...

No turno 20, a professora Marina destaca que, no problema em discussão, é apenas a palavra “coisa” que está elevada ao quadrado. Usando a linguagem matemática, registra isto (turno 21). Até este momento, a professora e seus alunos parecem estar na mesma sintonia, tanto em relação ao significado que a palavra **quadrado** assume, representando o expoente “2” de uma potência, quanto em relação ao significado da palavra **coisa** enquanto incógnita/valor numérico desconhecido (turnos 22 e 23).

Porém, a professora perde este significado da palavra **coisa** ao fazer uma ampliação indevida do campo semântico³⁸ (LINS, 1994b) dos alunos. Assim, criou recursos próprios para tentar construir o sentido desta palavra para si mesma e para os alunos, e trouxe outro obstáculo, colocando a “coisa” na gaiola (turno 24).

BACHELARD (1973) desenvolveu em seus estudos uma lista de obstáculos epistemológicos: a experiência primeira, o conhecimento geral, obstáculo verbal, obstáculo substancialista, obstáculo animista, obstáculos do conhecimento quantitativo. Desta lista, o obstáculo verbal revela-se mais fortemente relacionado com o turno 24, pois “uma linguagem demasiado fácil de manejar pode bloquear muito tempo uma reformulação necessária ... (...) ... Obstáculo verbal é a falsa explicação obtida com a ajuda de uma palavra explicativa ...” (Id *ibid*)

Aí, neste momento, uma questão intriga-me: quais seriam os sentidos que os alunos construíram para a enunciação da professora - pensando no entrelaçamento das múltiplas vozes (veladas ou não) que constitui o espaço da aula - no instante mesmo em que a “coisa” está sendo aprisionada??!

³⁸ Segundo LINS (1994b: 31), “Campo Semântico é um modo de produzir significado”.

Posso imaginar inúmeras respostas a esta questão, uma vez que existiriam, como aponta BAKHTIN (1995: 106), contextos múltiplos: “O sentido de uma palavra é totalmente determinado pelo seu contexto. De fato, há tantas significações possíveis quanto contextos possíveis.”

Então, devido à contextualização da professora, os alunos reagem rindo e maliciando o seu comentário (turno 25). Talvez esta reação reforce o fato de que a “coisa” para eles não ficou entendida apenas como sendo a incógnita matemática, pois segundo VYGOTSKY (1995: 125): “uma palavra adquire seu sentido no contexto em que surge; em contextos diferentes, altera o seu sentido.”

Marina tenta inovar e em meio à pressão de ter que dar aula em duas séries diferentes ao mesmo tempo usa um recurso didático. Assim, dá a impressão que é para tentar aproximar-se / facilitar a compreensão do aluno. E nesta significação / contextualização da professora há um desvio tanto do significado historicamente produzido quanto da própria matemática.

Episódio 9 - CENA 4 : A Metamorfose da Coisa

27. Após algumas tentativas de "tirar" dos alunos o que poderia significar a "coisa", pergunta se eles já aprenderam equação do 1º grau. Eles respondem afirmativamente e lembram (com o seu auxílio) que a letra usada para representar o valor desconhecido, a "coisa", na equação, é o x. Aí substitui no quadro:

28. $x^2 + 1 = 10$

29. Alguns alunos manifestam-se dizendo que $x = 3$. A professora não faz nenhum comentário sobre esta resposta e fala para eles que não resolverá a equação por ela ser do 2º grau e por eles necessitarem saber raiz quadrada para resolver.

Uma vez mais, a professora busca apoio em saberes anteriormente estudados, no caso, agora, de equação do 1º grau (turno 27). Ela, então, substitui a palavra “coisa”, pela letra “x”, isto é, a professora produz uma metamorfose da coisa que, agora, passa a

assumir um significado estritamente matemático - um valor numérico desconhecido. Marina faz isto usando um recurso interno da própria matemática, pois x é a letra mais usada para representar a incógnita na resolução das equações (turno 28).

Junto a mais esta tentativa de construção de sentidos pela professora há também manifestações/revelações das suas concepções sobre o que seja ensinar e aprender álgebra. Se, de um lado a professora demonstra preocupação com a construção de sentidos e significados, de outro manifesta que a concepção “fundamentalista-estrutural”³⁹ de educação algébrica ainda continua muito presente em seu modelo de ensino. Assim, ao se preocupar mais com a dimensão sintática da álgebra, isto é, com a que justifica/fundamenta os passos da resolução da equação, deixa de problematizar/explorar semanticamente a expressão algébrica obtida. Isto me parece evidente no turno 29, pois apesar de alguns alunos manifestarem-se⁴⁰ dizendo que o valor de x era igual a 3, ela fala que a equação só será resolvida quando eles aprenderem equação do 2º grau e souberem trabalhar com a operação inversa da potenciação - a radiciação.

Talvez, do ponto de vista pedagógico, tenha sido relevante e suficiente para Marina conseguir chegar à modelização do problema, no início da álgebra. A justificativa que ela dá, de que não resolverá a equação por ela ser do 2º grau e por eles necessitarem saber raiz quadrada para resolver, denota uma preocupação demasiado sintática e despreza uma possível interpretação semântica de resolução da equação. Esta ênfase que a professora coloca no processo sintático pode produzir um obstáculo didático à compreensão/significação do conceito de equação e dos diferentes processos de resolução.

³⁹ Esta concepção, segundo FIORENTINI et alii (1993), atribui à álgebra, através das propriedades estruturais das operações (associativa, elemento inverso, etc), o papel de fundamentadora da matemática, isto é, aquela capaz de “justificar logicamente cada passagem presente no transformismo algébrico”.

⁴⁰ Talvez Marina não tenha escutado esta manifestação dos seus alunos. Talvez, tendo ouvido estas manifestações, não tenha podido, diante das condições desfavoráveis de trabalho daquele dia, “refletir na ação”(SCHÖN, 1992) e modificar seus planos iniciais.

ENCERRANDO ... E RECOMEÇANDO

“Hoje, antes do alvorecer, subi uma colina, olhei os céus e as constelações, e perguntei ao meu espírito: Quando abraçarmos essas orbes, quando tivermos o prazer e o saber de quantos nela há, sentir-nos-emos realizados e satisfeitos? E o meu espírito respondeu: Não, se alcançarmos esses cumes é só de passagem, é só para continuar mais além.”

(Walt Whitman)

Com base em um estudo de casos, observei aulas nas classes de duas professoras de 7ª série no município de Campinas. Nestas observações, meu olhar estava inicialmente voltado para o modo como as professoras tratavam/enfrentavam o erro dos seus alunos em situações de aula, envolvendo atividades algébricas.

Entretanto, ao observar algumas aulas e ao realizar as primeiras reflexões sobre o material de campo coletado, percebi que poderia ampliar a minha questão de investigação. Verifiquei, nas aulas observadas, que os episódios em que as situações de erro se faziam presentes, não se limitavam aos erros dos alunos e ao tratamento que a professora poderia dar a eles. Constatei também como relevantes os erros que a professora cometia e os erros do material didático (quando estes eram percebidos pela professora e/ou pelos alunos). Avaliei, então, que seria também interessante investigar o modo como estes outros erros eram tratados/enfrentados pela professora, com os alunos, em aula.

A importância do estudo dos erros do professor, em processos de aula, já havia sido apontada por FREUDENTHAL, em 1987, no Canadá, durante o 39º CIEAEM⁴¹, que tinha como tema central “O papel do erro no ensino e aprendizagem da matemática.”

⁴¹ COMMISSION INTERNATIONALE POUR L'ÉTUDE ET L'AMÉLIORATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES.

Ao constatar que o encontro estava todo ele voltado aos erros dos alunos, FREUDENTHAL, em uma de suas palestras intitulada “Erros do professor - Auto-análise didática”, fala da idéia que teve quando leu a lista de sub-temas do congresso:

Aqui está a idéia que me veio ao ler a lista de sub-temas: não valeria a pena dedicar alguns minutos aos erros do mestre, do professor? Eu **ousei**⁴² portanto anunciar este título⁴³ e na verdade eu preferiria ter tratado meu tema num pequeno painel ou numa sessão. (...) Eu preferiria que vocês trouxessem suas próprias experiências errôneas para analisarmos juntos. Essa era a minha proposta, mas a organização decidiu de outra forma. Concordei com uma sessão sub-plenária - mais precisamente terceiro-plenária na qual me propus a tratar o assunto mais fundamental que tive a intenção ao anunciar o título. (FREUDENTHAL, 1987: 37)

Mas, antes de tentar responder como o professor e os alunos tratam/enfrentam os erros em aula, considereei oportuno descrever as idéias, a prática pedagógica e o desenvolvimento profissional das professoras Marina e Luíza - protagonistas deste estudo. Para tentar dar mais movimento e realidade a estas descrições usei as próprias vozes das professoras.

As descrições realizadas no capítulo I mostram que ambas tiveram, em suas carreiras, momentos marcantes de transformação das idéias e/ou da prática pedagógica. Destaco o reconhecimento destes momentos como sendo de grande importância na reflexão profissional de ambas.

Em relação ao modo como ambas concebem a álgebra, Luíza valoriza o processo de generalização no desenvolvimento do pensamento algébrico, enquanto Marina parece não conceber a fase inicial de construção de significados da linguagem algébrica como

⁴² Grifo meu.

⁴³ Erreurs du professeur - Analyse didactique de soi-même.

constituente da própria álgebra. A álgebra, para ela, ainda parece restringir-se ao cálculo literal, embora sua prática em aula demonstre algumas atividades superadoras dessa concepção.

Destaco também, como sendo muito importante, a preocupação e valorização da professora Luíza, em particular, com a dimensão emocional/afetiva da prática docente. Deste modo, chama a atenção para o fato de que, o trabalho com a álgebra, na 7ª série, coincide com um período conturbado, enfrentado, normalmente, por adolescentes de 13 ou 14 anos. Neste período, estes adolescentes passam por inúmeras transformações bio-psico-sociais e, segundo Luíza, não basta o professor preocupar-se apenas com a dimensão dos conhecimentos. Esta fase da adolescência exige do professor um modo especial de tratar o aluno, que compreende respeito, diálogo, conscientização e orientação dirigida.

Feita a descrição didático-profissional das principais protagonistas deste estudo tentei, então, nos capítulos II e III, investigar como o professor, com os alunos, tratam/enfrentam os erros no processo de ensino/aprendizagem da álgebra. Mas, ao iniciar as primeiras reflexões e análises, logo perceberia que esta questão estava intrinsicamente relacionada com os processos de significação em aula e que, entre alunos e professor, havia também momentos de negociação de significados e daquilo que a classe pode aceitar como válido.

Utilizando o conceito de “negociação de significados” (VOIGT, 1992; MEIRA, 1996), encontrei diferentes modos de como estes erros são tratados/enfrentados pelas professoras e negociados com os alunos. Após análise e reflexão sistemática de situações de aula observadas na classe da professora Luíza, constatei que os erros que os alunos cometem são conseqüência de uma prática escolar que privilegia mais os aspectos sintáticos que semânticos.

É interessante esclarecer que, no início deste estudo, eu concebia os processos sintáticos como sendo separados e sem relação com os semânticos. Mas, à medida que avançava nas análises dos episódios, passei a romper com esta visão dicotômica. Aos poucos, fui percebendo que estes processos possuem uma relação intrínseca e/ou dialética quando observados na prática. A semântica e a sintaxe aparecem como duas faces de uma mesma moeda, como dois processos que se interpenetram/complementam, de modo que uma não existe separadamente da outra, como foi analisado no episódio 1.

As análises dos episódios seguintes mostraram que os entes algébricos (proposições e expressões algébricas) possuem, de um lado, uma dimensão sintática, relativa às estruturas e às regras operatórias, que expressam uma certa lógica de composição destes entes; e, de outro, há uma dimensão semântica, relativa aos significados e às idéias que estes entes representam.

Assim, quando o aluno produz significado para uma expressão algébrica, está também se habilitando a entender melhor a sintaxe dessa expressão. Por outro lado, o entendimento da sintaxe de uma expressão pode ajudá-lo a compreender melhor o próprio significado da expressão. O problema didático surge quando o professor passa a enfatizar uma delas em detrimento da outra.

Quando o aluno erra, ele manifesta um pequeno problema no processo de apropriação do conhecimento. Esse problema pode ser de natureza sintática ou semântica e dá elementos para que o professor possa explorá-lo didaticamente.

Um outro modo que a professora Luíza encontrou, no próprio processo de reflexão na ação (SCHÖN, 1992), para tratar/enfrentar estes erros foi o de incentivar seus alunos a fazerem uso de estratégias metacognitivas (episódios 4, 5 e 6). Neste modo de tratar, Luíza tenta levar seus alunos a refletirem sobre suas dificuldades, dúvidas, possíveis erros e sobre o quê e como estão aprendendo.

Outro aspecto importante a ser destacado é a possibilidade da mediação do outro nos processos metacognitivos. Neste sentido, acredito ser possível estabelecer uma relação entre as teorias de Vygotsky, a respeito da importância da mediação do outro no desenvolvimento do pensamento individual, e a metacognição. E, sendo assim, apoio-me na afirmação de WERTSCH⁴⁴, de que a interpretação de Vygotsky sobre as funções mentais superiores, em termos de controle ou regulação, era semelhante à metacognição, investigada por pesquisadores ocidentais. A diferença é que estes investigadores “não examinaram as origens sociais (...) destes processos cognitivos”, limitando/centrando a sua atenção ao funcionamento individual.

Por acreditar na riqueza e importância desta estratégia, parece-me igualmente interessante investigar, refletir e aprofundar de modo mais sistemático sobre a metacognição. O modo como eu conduzi a investigação não me permitiu, por exemplo, que eu identificasse quais foram efetivamente os processos metacognitivos desenvolvidos pelos alunos, em aula, no estudo da linguagem algébrica.

Também encontrei na prática pedagógica de Luíza um modo bastante sutil de tratar o erro do aluno e que, à primeira vista, poderia passar despercebido. O erro é tratado de modo interrogativo, e isto acontece quando o aluno erra e a professora tenta não dizer explicitamente para ele que está errado. Ela procura, nestes casos, recolocar a pergunta, fazendo com que o aluno busque uma nova interpretação/significação já negociada/convencionada anteriormente, e diferente daquela que ele está dando. Nesse processo de tratamento do erro, Luíza, sempre que possível, busca também a mediação dos outros alunos para que estes igualmente participem da negociação de significados.

Este modo de agir de Luíza evidencia, de certa forma, que ela tem uma concepção não-negativista do erro. Ou seja, ela encara o erro como uma tentativa de interpretação/compreensão do aluno, tal como defende LUCKESI (1990).

⁴⁴ WERTSCH, J. é o editor do livro *The concept of activity in soviet psychology* e escreve uma breve introdução no capítulo *The genesis of higher mental functions*, de VYGOTSKY.

De modo semelhante ao tratamento dos erros dos alunos, identifiquei nas situações de erro da professora a emergência também dos processos sintáticos/semânticos e de estratégias metacognitivas (episódio 7). Além do mais, a professora Luíza demonstrou uma postura ética no enfrentamento dos seus erros, sem escondê-los ou camuflá-los. Ela assumiu, perante seus alunos, ser tão falível/passível de cometer erros quanto eles, pois todos estão tentando, como diria LUCKESI (1990), aprender algo novo⁴⁵.

E, quando negociou com um aluno um suposto erro do material didático (episódio 8), ou quando negociou com a classe quais as respostas que poderiam ser aceitas como válidas diante de uma questão de avaliação mal-elaborada (episódio 7), revelou um outro aspecto: a relativização do erro. Muitas vezes um erro só é considerado erro dependendo do modo como o olhamos.

Vale a pena também destacar um aspecto que, por limitações teóricas pessoais, não aprofundi: o intenso jogo das vozes, algumas mais evidentes/marcantes que outras, algumas discordantes e dissonantes em meio a significados já negociados como válidos, mas que, na realidade, são matematicamente incorretos. São vozes que fazem da aula um lugar social (SMOLKA, 1991: 51) muito especial de produção/negociação de significados numa trama de múltiplas relações complexas.

Tentando avançar nesta direção, procurei, no capítulo III, analisar o erro e as tentativas de significação/compreensão, produzidos pela professora e alunos, diante de uma atividade algébrica. O episódio escolhido foi observado na aula da professora Marina e analisado sob uma perspectiva teórica de produção de significados. Este processo é social, histórico, cultural e singular. O episódio 9 parece evidenciar bem estes, dentre outros aspectos.

⁴⁵ O professor, neste caso, está aprendendo a ensinar de um modo diferente.

Conhecemos, sentimos, agimos, pensamos ... estruturando sentidos para o mundo e para nós mesmos no mundo, mediante um processo de significação. Deste modo, há, a todo momento, a busca de significados pela professora para o conhecimento matemático a ser estudado, no caso, a álgebra. Ela tenta, de alguma forma, estruturar algum sentido, em tudo o que está sendo estudado, para o aluno.

Porém, devido à necessidade de dar aula em duas classes simultaneamente, não teve tempo de abrir espaço/de se dar a oportunidade para entender os sentidos produzidos pelos alunos e detectar possíveis erros neste processo. Assim, no movimento da aula, ela acaba impondo seu próprio significado (ou o seu próprio sentido?!) que, na verdade, não é particular dela, mas que ela conseguiu construir ao longo de sua história de estudante e professora. O momento mais “gritante” (não o único) do episódio em que isto acontece é no aprisionamento da coisa.

Neste complexo jogo de sentidos e significados emerge também o conceito de obstáculo, inicialmente introduzido na literatura por Bachelard e aprofundado no meio pedagógico por Brousseau. Estes estudos apontam para a importância do trabalho pedagógico do professor. Dependendo de sua ação em aula, o professor poderá, por um lado, estar contribuindo para a formação de novos obstáculos a futuros estudos dos alunos ou ainda poderá estar reforçando obstáculos já adquiridos anteriormente. Por outro lado, o professor reflexivo e/ou investigador, em condições favoráveis de trabalho, poderá desencadear pedagogicamente processos de tratamento ou ruptura de obstáculos, de qualquer natureza.

Como será que em meio a este complexo jogo de sentidos, significados e obstáculos vai se fazendo possível para os alunos (e para a própria professora também, quem sabe!!) estruturarem seu pensamento de forma algébrica? Como este pensamento se apresenta, organiza-se, estrutura-se, desenvolve-se? E, se partimos do princípio

bakhtiniano de que todo signo é uma construção social, é polissêmico e é uma arena de lutas, como encarar e tratar, sob esta perspectiva, o signo algébrico?

Acredito que este estudo aponta para a necessidade de olhar para a aula como um espaço de produção e tentativa de significação, portanto, um espaço de muitos enganos e erros. Ao olhar para a aula deste modo, o erro não é mais entendido/concebido como algo ruim ou negativo, mas como consequência de uma tentativa de compreensão e significação, fazendo, então parte deste processo e necessitando ser tratado/enfrentado. Assim, o próprio significado do que seja errar, amplia-se, transforma-se, neste processo.

Este trabalho mostra que a reflexão do professor na e sobre a própria ação (SCHÖN, 1992) é fundamental no tratamento do erro. Entretanto, isto exige que o profissional do ensino tenha condições (econômicas e intelectuais) favoráveis de trabalho, como, por exemplo, não dar aula em duas classes ao mesmo tempo, como aconteceu com a professora Marina, e que ele possa se atualizar, e aprimorar-se também teoricamente. Sem isso, dificilmente o professor poderá tornar-se efetivamente um profissional reflexivo/investigador da sua prática.

O trabalho pedagógico da professora Luíza mostra que o professor, em condições favoráveis, produz saberes profissionais práticos. Entretanto, para que isso aconteça, o professor necessita de tempo, de atualização e de formação sólida. Isto é quase impossível de se fazer com um profissional sobrecarregado de aulas e que se reduz à dimensão de técnico, de alguém que só repassa conteúdos, sem a menor preocupação com a formação, sua e de seus alunos. A professora Luíza, em seus depoimentos, mostra que tem consciência disto e luta/reivindica essas condições profissionais.

Convém destacar que, ao investigar os processos de produção e tratamento dos erros no ensino/aprendizagem da álgebra, ampliei significativamente minha visão pedagógica, epistemológica, psicológica e sócio-cultural, relativa ao ensino da matemática e, em particular, do ensino da álgebra.

Este trabalho trouxe ainda muitas conseqüências para a minha prática profissional enquanto docente. Ao refletir sobre a prática pedagógica de duas colegas, percebo limites não só na prática delas, como também na minha prática. A realização desta reflexão distanciada e embasada teoricamente só foi possível por eu ter tido o privilégio de acesso a leituras teóricas sobre o tema e de ter refletido sistematicamente, e através da mediação de outros - sobretudo do orientador - sobre as situações de aula.

Neste sentido passei a enxergar com outros olhos minha própria prática pedagógica, o que deve trazer conseqüências na reestruturação/reformulação do meu modo de agir pedagogicamente em aula.

Este estudo me instiga a retornar à sala de aula, sobretudo a uma 7ª série, com o novo olhar proporcionado por esta pesquisa. Instiga-me também a continuar ampliando este olhar. Esta é a razão pela qual, optei pelo título “Encerrando . . . e recomeçando”. Encontrei ecos deste misto de encerramento com recomeço não só na poesia literária de Walt Whitman, como também na poesia musical de Joyce: *“Então me ilumina, me diz como é que termina. Termina na hora de recomeçar.”*

BIBLIOGRAFIA

- ANDRÉ, Marli. (1984) **Estudo de caso: seu potencial na educação**. In: Cadernos de Pesquisa, (49): 51-54.
- _____. (1987) **A pesquisa no cotidiano da escola e o repensar da didática**. In: Revista Educação e Sociedade, (27): 84-92.
- BACHELARD, Gaston. (1972) **La Formacion del Espiritu Cientifico**. 2ª edição. Buenos Aires, Siglo XXI Argentina Editores S.A.
- BAKHTIN, Mikhail. (1995). **Marxismo e Filosofia da Linguagem**. São Paulo, Hucitec.
- BARRABÉS, Maria Mercedes Diez. (1995) **Sobre la simbolización en el Álgebra: Aplicación al Proceso de Aprendizaje de las desigualdades en Educación Secundaria**. Tese de Doutorado. Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Ciencias de la Educación.
- BOOTH, Lesley. COOK, James. (1986). **Difficulties in Algebra**. In : The Australian Mathematics Teacher, 44 (2) : 5 - 8.
- _____. (1995). Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In : COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. **As idéias da álgebra**. São Paulo, Atual.
- BOOTH, Lesley. WATSON, Jane. (1990). **Learning and teaching algebra**. In: The Australian Mathematics Teacher, 46 (3) : 12 - 14.
- BROUSSEAU, Guy. (1983) **Les Obstacles Epistemologiques et les problemes en Mathématiques**. In: Recherches en Didactique de Mathématiques. Bourdeaux, 4 (2): 165-198.
- _____. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique de mathématiques. In: BEDNARZ, Nadine e GARNIER, Catherine (org.). **Construction des savoirs: obstacles & conflits**. Montréal: Agence d'ARC.
- BURIASCO, Regina Luzia Cório De. (1994). **Testes de Rendimento do Aluno - SAEB - 2o. ciclo: como foram feitos?** In: SBEM - A Educação Matemática em Revista, 2 (2): 5 - 12.
- CARRAHER, T. N. et alii (1988). **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo, Cortez.
- COSTA, A. L. (1984). **Mediating the metacognitive**. Educational Leadership, (42): 3.

- CURY, Helena Noronha. (1994) **As concepções de Matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**. Tese de Doutorado. Porto Alegre, UFRGS - FE.
- DAVIS, Cláudia; ESPÓSITO, Yara Lúcia. (1990). **Papel e função do erro na avaliação escolar**. In: cadernos de Pesquisa, (74): 71-75.
- ESPINOSA, Ramón. (1995) **Un tratamiento del error en que incurre el estudiante en su trabajo de matemáticas**. In: Revista Ema, 1 (1): 34-38.
- EZPELETA, J. & ROCKWELL, E. (1986). **Pesquisa Participante**. São Paulo, Cortez & Autores Associados.
- FIORENTINI, Dario, et alii. (1993). **Contribuição para um repensar . . . a Educação Algébrica elementar**. In: Pro-Posições, vol. 4, nº 1 (10) : 78 - 91.
- FIORENTINI, Dario & MIORIM, Maria Ângela. (1993). **Algumas concepções de Educação Algébrica: fundamentos para repensar o ensino da matemática elementar**. Anais do II EPEM, Bauru.
- FIORENTINI, Dario. (1994). **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática**. Tese de Doutorado. Campinas, FE-Unicamp.
- FREUDENTHAL, H. (1974) **Soviet Research on Teaching Algebra at the lower Grades of the Elementary School**. In: Educational Studies in Mathematics, vol. 5: 391-412.
- _____. (1987) **Erreurs du professeur - Analyse didactique de soi-même**. In: Anais do 39º CIEAEM, Canadá: 37-41.
- GOUVEIA, Aparecida Joly. (1984) **Notas a respeito das diferentes propostas metodológicas apresentadas**. In: Cadernos de Pesquisa, (49): 67-70.
- HARPER, Eon. (1987) **Ghosts of Diophantus**. In: Educational Studies in Mathematics, vol. 18: 75-90.
- HOUSE, P. A. (1995). Reformular a álgebra da escola média: por que e como? In: COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. **As idéias da álgebra**. São Paulo, Atual.
- IMENES, L.M.P., LELLIS, M. (1994). **O currículo tradicional e o problema: um descompasso**. In: SBEM - A Educação Matemática em Revista, 2 (2) : 5 - 12.
- IMENES, L. M. P. (1989). **Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da matemática**. Dissertação de Mestrado. UNESP, Rio Claro.

- KIERAN, Carolyn. (1981) **Concepts Associated with the Equality Symbol**. In: Educational Studies in Mathematics, vol. 12: 317-326.
- _____. (1994) **A Functional Approach To The Introduction Of Algebra - Some Pros And Cons**. In: Anais do PME XVIII, (1): 157-175.
- _____. (1995) Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra. In: COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo, Atual.
- _____. (1996) **The Changing Face Of School Algebra**. Invited lecture, prepared for ICME-8 Congress, Spain. (mimeo)
- KIERAN, Carolyn et alii. (1990) **Cognitive Processes involved in Learning School Algebra**. In: Mathematics and Cognition. A Research Syntesis by the Group for the PME. Cambridge University Press.
- KIERAN, Carolyn et alii. (1996) Introducing algebra by means of a technology-supported, functional approach. In: BERNARZ, N, et alii. **Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching**. Canadá, Kluwer: 257-293.
- LEESON, Neville. (1995) **Algebraic fractions: some diverse errors!** In: The Australian Mathematics Teacher, 51 (3): 34-35.
- LINS, Rômulo Campos. (1994a). **Álgebra e pensamento algébrico na sala de aula**. In: SBEM - A Educação Matemática em Revista. 1 (2) : 26 - 31.
- _____. (1994b). **O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico**. In: Dynamis. Blumenau, 1 (7) : 29 - 39.
- _____. (1995). **Discos, fitas e hotéis: produzindo significado para a álgebra**. In: Revista de Educação Matemática (SBEM - SP), 2 (3) : 18 - 24.
- LOCHHEAD, Jack; MESTRE, José P. (1995) Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo, Atual.
- LUCKESI, Cipriano Carlos. (1990). **Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude**. In: Revista Idéias. São Paulo, FDE.
- LÜDKE, Menga. ANDRÉ, Marli. (1986). **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo, EPU.

- MACEDO, Lino de. (1994). Para uma visão construtivista do erro no contexto escolar. In: **Ensaio Construtivistas**. São Paulo, Casa do Psicólogo.
- MEIRA, Luciano. (1996). Aprendizagem, ensino e negociação de significados na sala de aula. In: NOVAES, M. H., et alii (orgs.). **Psicologia na Educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica**. Volume 1 (5).
- MIGUEL, Antônio, et alii. (1992). **Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo?** In: Pro-Posições, vol.3, nº 1 (7) : 39 - 54.
- MILTON, Ken. (1988). **Getting the teaching of algebra right**. In: The Australian Mathematics Teacher, 44 (2) : 5 - 8.
- MacGREGOR, Mollie. STACEY, Kaye. (1995). **The effect of different approaches to algebra on students' perceptions of functional relationships**. In: Mathematics Education Research Journal, 7 (1): 69-85.
- NEVES, P. S. O. (1995). **Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da álgebra**. Dissertação de Mestrado. São Paulo, FE-USP.
- NUESCH, Elizabeth Costes de; LEMA, Silvia. **El Tratamiento del Error**. Educación Hoy, Ediciones Rosgal.
- OLIVEIRA, Marta Kohl de. (1995). **O pensamento de Vygotsky como fonte de reflexão sobre a educação**. In: Caderno CEDES (35). Campinas, Papirus.
- PINO, Angel. (1991). **O conceito de mediação semiótica em Vygotsky e seu papel na explicação do psiquismo humano**. In: Cadernos CEDES (24). Campinas, Papirus.
- _____. (1994). **A questão da significação: perspectiva histórico-cultural**. Campinas, UNICAMP, II Congresso Brasileiro de Neuropsicologia.
- RICO, Luis. (1994) **Errores en el aprendizaje de las matemáticas**. In: Educación Matemática. Colombia, Grupo Editorial Iberoamérica.
- ROBINSON, E. (1983). Metacognitive development. In: MEADOWS, S. (coord.) **Developing thinking: approaches to children's cognitive development**. London, Bristol.
- SAEB (1993) . **Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica**. Brasília, Secretaria de desenvolvimento, Inovação e Avaliação Educacional: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais.
- SCHÖN, D. A. (1992). Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (coord.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote.

SMOLKA, Ana Luiza Bustamante. (1991a). **A Prática Discursiva na Sala de Aula: uma Perspectiva Teórica e um Esboço de Análise**. In: Cadernos CEDES (24). Campinas, Papirus.

_____. (1991b). **Múltiplas vozes na sala de aula: Aspectos da Construção Coletiva do Conhecimento na Escola**. Campinas. (mimeo)

_____. (1995). **Conhecimento e Produção de Sentidos na Escola: a Linguagem em Foco**. In: Cadernos CEDES (35). Campinas, Papirus.

SANTOS, Vânia Maria Pereira dos. (1994). **Consciência metacognitiva de futuros professores primários numa disciplina de matemática e um exame de seu conhecimento, concepções e consciência metacognitiva sobre frações**. In: Seminário sobre novas perspectivas da Educação Matemática no Brasil. Águas de São Pedro, INEP - série documental.

STAKE, Robert E. (1983) **Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional**. In: Educação e Seleção. Fundação Carlos Chagas, (10): 5-14.

THIOLLENT, M. (1987). **Crítica metodológica, investigação social e enquete operária**. São Paulo, Polis.

USISKIN, Zalman. (1995). **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis**. In: *As idéias da álgebra*, Atual.

VEER, René van der; VALSINER, Jaan. (1996). **Vygostky: uma síntese**. São Paulo, Edições Loyola.

VOIGT, J. (1992). **Negotiation of mathematical meanings in classroom processes: Social interaction and learning mathematics**. Artigo apresentado no 7th International Congress on Mathematical Education - ICME 7, Quebec, Canadá.

VYGOTSKY, L.S. (1981). The genesis of higher mental functions. In: WERTSCH, J. (ed.) **The concept of activity in soviet psychology**. Armonk, Nova York, M. E. Sharpe.

_____. (1989). **A formação social da mente**. São Paulo, Martins Fontes.

_____. (1995). **Pensamento e Linguagem**. São Paulo, Martins Fontes.

ANEXOS

Roteiro para a entrevista das professoras

A- História de vida escolar e de trabalho

- Curso superior (onde se formou)?
- Há quanto tempo leciona e que mudanças no seu modo de ensinar você percebeu? Você poderia dar um exemplo de algo que você ensinava de um jeito e hoje ensina de outro?
- Participa de algum curso de formação de professores promovido pela universidade ou pela secretaria de educação? Atualiza-se de outra maneira?
- Que tipo de estudo você faz? Lê algo sobre educação de um modo geral?
- Você costuma trocar idéias, conversar com os seus colegas sobre o ensino da matemática?
- Por que você escolheu ser professora de matemática?
- Quantas horas-aulas semanais? Trabalha em alguma outra escola ou outro emprego?
- Você acha que a formação que teve na universidade foi suficiente?
- Como você via a matemática enquanto aluna da graduação e como você a vê hoje? Você acha que ela mudou? Tem outro papel, outra função?

B- Sobre a escola

- A escola tem um tipo de trabalho diferenciado das outras escolas? E como você vê a qualidade do ensino da escola?
- Como você se encaixa dentro deste trabalho?

C- Sobre o ensino da álgebra

- Você prefere ensinar álgebra, aritmética ou geometria? Por quê?
- Que tipo de dificuldade os seus alunos apresentam ao estudarem álgebra? Como você acha que essas dificuldades poderiam ser superadas?
- Normalmente os alunos simplificam a expressão $2a + 5b$ como igual a $7ab$. Por que você acha que o aluno faz isso? E o que você faz para que o aluno não cometa mais esse erro?
- Quais as suas dificuldades ao ensinar álgebra?
- Você acha que é importante o aluno saber álgebra? Por quê?
- O que você acha importante um aluno aprender num curso de álgebra?
- Como você acha que o aluno deveria ser iniciado ao estudo da álgebra? Dê como exemplo uma atividade inicial.
- Que recursos você utilizaria como apoio para um ensino mais significativo da álgebra?
- Como você entende a questão da disciplina em sala de aula?
- Como você avalia a aprendizagem em álgebra dos seus alunos?
- Você gostaria de fazer alguma colocação sobre o ensino da álgebra ou da matemática, de um modo geral, que não foi abordado aqui?

REGISTRO DOS DOCUMENTOS EXISTENTES

Identificação dos Tipos de Materiais

Dc	Anotações do diário de campo
Ent	Entrevistas
Aa	Apostila adotada ⁴⁶
Ag	Apostila de álgebra geométrica ⁴⁷

Legenda

Os documentos estão apresentados de acordo com a seguinte padronização:

1ª coluna	2ª coluna	3ª coluna	4ª coluna
Identificação do material*	Nome da professora	Data da coleta dos dados	nº total de páginas

* Exemplo: **EntEst2603/96**

Ent -- ----- -- tipo de material
-- **Est** ----- -- pessoa entrevistada e/ou pesquisadora
-- -- **26/03/96** -- data da coleta

Os únicos documentos que não seguem esta padronização são as apostilas. Estas serão identificadas apenas pelos códigos **Aa** (apostila adotada) e **Ag** (apostila de álgebra geométrica).

⁴⁶ MIGUEL, Antônio e FUNCIA, Manoel Amaral. (1993). **Tópicos de Ensino de Matemática - volume 10: Estudo das Quantidades Algébricas**. Campinas, Delta Xis.

As três professoras entrevistadas usaram esta apostila. A única que usava no momento das observações era a professora Luíza.

⁴⁷ Esta apostila foi produzida pela professora Luíza e tinha o papel de dar significado geométrico às expressões algébricas. Não era para introduzir a álgebra, pois os alunos já tinham domínio da linguagem algébrica. Esta linguagem já havia sido previamente trabalhada na apostila adotada.

Dc - ANOTAÇÕES EM DIÁRIO DE CAMPO

*DcRe26/03/96	Aula da profª Marina	26/03/96	3
*DcRe1º/04/96	Aula da profª Marina	1º/04/96	3
*DcRe2/04/96	Aula da profª Marina	2/04/96	1
*DcRe3/04/96	Aula da profª Marina	3/04/96	1
*DcRe8/04/96	Aula da profª Marina	8/04/96	2
*DcRe9/04/96	Aula da profª Marina	9/04/96	1
#DcRe11/04/96	Aula da profª Marina	11/04/96	1
#DcRe15/04/96	Aula da profª Marina	15/04/96	2
DcRe16/04/96	Aula da profª Luíza	16/04/96	5
DcRe19/04/96	Aula da profª Luíza	19/04/96	1
DcRe23/04/96	Aula da profª Luíza	23/04/96	8
DcRe26/04/96	Aula da profª Luíza	26/04/96	7
DcRe30/04/96	Aula da profª Luíza	30/04/96	5
DcRe3/05/96	Aula da profª Luíza	3/05/96	4
DcRe7/05/96	Aula da profª Luíza	7/05/96	7
DcRe10/05/96	Aula da profª Luíza	10/05/96	29
DcRe14/05/96	Aula da profª Luíza	14/05/96	8
DcRe21/05/96	Aula da profª Luíza	21/05/96	1
DcRe24/05/96	Aula da profª Luíza	24/05/96	6
DcRe28/05/96	Aula da profª Luíza	28/05/96	6
DcRe31/05/96	Aula da profª Luíza	31/05/96	10
DcRe4/06/96	Aula da profª Luíza	4/06/96	7
DcRe11/06/96	Aula da profª Luíza	11/06/96	9

* Estas aulas não foram audio-gravadas nem filmadas.

Estas aulas foram filmadas mas não foram transcritas.

As outras aulas foram audio-gravadas e transcritas.

En - ENTREVISTAS

* EntTe27/09/95	Entrevista com a profª Teresa	27/09/95	16
EntMa17/12/96	Entrevista com a profª Marina	17/12/96	15
EntLu30/01/97	Entrevista com a profª Luíza	30/01/97	36

* Entrevista-piloto

Obs: Estes materiais encontram-se à disposição dos interessados junto aos arquivos de CEMPEM - subgrupo: Prática Pedagógica em Matemática.