

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

**ARGUMENTAÇÃO E METACOGNIÇÃO NA SOLUÇÃO DE
PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE DIVISÃO**

TELMA ASSAD MELLO

**CAMPINAS – SP
2008**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Título: ARGUMENTAÇÃO E METACOGNIÇÃO NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS
ARITMÉTICOS DE DIVISÃO**

Autor: Telma Assad Mello
Orientadora: Márcia Regina Ferreira de Brito Dias

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação defendida por Telma Assad Mello e aprovada pela Comissão Julgadora.

Data: 13/02/2008

Assinatura: Márcia Regina F. de Brito
Orientadora

COMISSÃO JULGADORA:

Márcia Regina F. de Brito
Alina Galvão Spinillo
Roselyr Brunel

2008

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca
da Faculdade de Educação/UNICAMP**

Mello, Telma Assad.

M489a Argumentação e metacognição na solução de problemas aritméticos de
divisão / Telma Assad Mello. -- Campinas, SP: [s.n.], 2008.

Orientador : Márcia Regina Ferreira de Brito.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade
de Educação.

1. Argumentação. 2. Solução de problemas. 3. Interação social. 4. Divisão
(Aritmética). 5. Metacognição I. Brito, Márcia Regina Ferreira de. II.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

08-066/BFE

Título em inglês : Argumentation and metacognition in the arithmetical problem solving of division.

Keywords: Argumentation ; Problem solving ; Social Interaction ; Division (Arithmetic); Metacognition

Área de concentração: Psicologia da Educação

Titulação: Mestre em Educação

Banca examinadora: Profª. Drª. Márcia Regina Ferreira de Brito (Orientadora)

Profª. Drª. Rosely Palermo Brenelli

Profª. Drª. Alina Galvão Spinillo

Profª. Drª. Lucila Diehl Tolaine Fini

Profª. Drª. Valeria Scomparim de Lima

Data da defesa: 13/02/2008

Programa de pós-graduação : Educação

e-mail : telmaassad@yahoo.com.br

A ação não é o mero fazer, mas o fazer com a palavra, com a consciência, com a significação, com a compreensão, com a razão, com a narrativa, que ajuda a memória e possibilita a história. A vida em sentido humano seria uma vida activa, ou uma vida com a palavra, com a argumentação.

Nilson José Machado e Marisa Ortegoza da Cunha

Dedico este trabalho a todos aqueles que, através da ação construtiva da comunicação, promulgam uma nova e transformadora perspectiva para a Educação: aquela em que discípulos e mestres libertam-se em comunhão, reciprocidade e cooperação.

AGRADECIMENTOS

- À Universidade Estadual de Campinas pelo valioso tempo do Mestrado, o qual me proporcionou conhecimento e aprendizagem .
- À Faculdade de Educação, que através dos seus professores e departamentos de pesquisa, viabilizou as oportunidades para o enriquecimento do meu espírito investigativo.
- À minha orientadora Profa. Dra. Márcia Regina Ferreira de Brito, por ter me concedido a oportunidade maravilhosa de realizar este Mestrado. Pela amizade e por todos os ensinamentos, pela mestria que me conduziu a novas descobertas, ao conhecimento significativo, à renovação do pensamento articulada à minha prática educativa.e, acima de tudo, por permitir a realização deste meu sonho, proporcionando uma orientação pautada no mais absoluto afeto e talento.
- Ao Cnpq pelo apoio financeiro cedido a este trabalho.
- Ao meu querido marido Claudio, pela unidade de pensamento e companheirismo, pela crença em minhas convicções e projetos, pela força que sustentou minha perseverança e a realização de meus objetivos. Acima de tudo, pelo carinho com o qual abraçou meu sonho deste Projeto de Mestrado.
- Aos meus amados filhos Andre e Claudia, que no mais sublime gesto de amor, deram suas mãos às minhas e, na beleza deste amor, compartilharam do meu encantamento por este estudo. Assim, fizeram com que vivêssemos o sentido absoluto de família: aquele em que juntos construímos e escrevemos a história de nossas vidas.
- Ao meu querido genro Rubens, filho do coração, presente da Graça Divina, pelo afeto sempre renovado em gestos de carinho e dedicação.
- À Profa. Dra. Rosely Palermo Brenelli, pela competência e carisma que me permitiram o acontecer das visões novas, onde o ato de educar permeia o caminho da cognição e o afeto.
- À Profa. Dra. Anita Liberalesso Neri, pelos ensinamentos consistentes, pela presença sempre amiga, pela sabedoria compartilhada.
- À Profa. Dra. Valéria Scomparim Lima pelas valiosas indicações que contribuíram para o aperfeiçoamento da pesquisa possibilitando a construção de novos conhecimentos.

- Ao Prof. Dr. Silvio Sanchez Gamboa pelos estudos que me possibilitaram vislumbrar novos caminhos para a investigação educativa, pelo diálogo sempre constante e enriquecedor.
- À Secretaria da Pós Graduação, pela receptividade, orientações, pela postura humana com a qual sempre me acolheram, pelos gestos de permanente disponibilidade.
- Às colegas do grupo PSIEM pelo conhecimento compartilhado, pelas indicações de estudo, pela colaboração e pelo real sentido de grupo.
- Às amigas Marta, Kelly e Roseline, pelos bons momentos de aprendizagem, pela troca de experiências sempre renovadoras, pelas manifestações de amizade.
- Aos diversos autores dos estudos empíricos citados nesta investigação, que possibilitaram dar a consistência necessária ao objeto deste estudo.
- À direção e à coordenação da Escola Estadual Adiwalde de Oliveira Coelho, bem como aos demais funcionários, pela receptividade com a qual acolheram a intenção desta pesquisa, contribuindo desta forma, para a efetivação da mesma.
- Às crianças, alunos participantes deste estudo, protagonistas da bela história que juntos construímos. Obrigada pelos momentos de aprendizagem e carinho, pelo encanto de saber que na cooperação, construímos um novo conhecimento através da palavra.
- Aos pais dos alunos da quarta série da Escola Estadual Adiwalde de Oliveira Coelho, que ao consentirem a participação de seus filhos nesta pesquisa, proporcionaram o enriquecimento da proposta de investigação científica.
- Aos meus queridos alunos, dos diferentes tempos e épocas, fontes supremas da minha inspiração educacional, amadas crianças que me ensinaram a contemplar a infância em todas as suas dimensões e a descobrir a paixão de aprender e ensinar.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE ABREVIATURAS.....	xiii
RESUMO	xiv
ABSTRACT	xvi
1 – INTRODUÇÃO.....	1
2 – OBJETIVOS.....	7
3 – JUSTIFICATIVAS.....	9
4 – FUNDAMENTAÇÃO TEÒRICA	13
4.1 – Solução de problemas	13
4.1.1 – A solução de problemas e os modos de divisão partitiva e por quotas	32
4.1.2 – Problemas de divisão rotineiros e não rotineiros	43
4.1.3 – Solução de Problemas e a perspectiva piagetiana de educação	50
4.2 – A Metacognição	61
4.3 – A importância das relações inter e intra individuais na solução de problemas.	66
4.4 – A fase das operações concretas inserida no objeto da pesquisa	71
4.5 – A argumentação e a construção do conhecimento.....	76
4.5.1 – A argumentação e a técnica de pensar em voz alta.....	97
4.5.2 – Argumentação, linguagem e resgate da fala do aluno.....	102
4.5.3 – A cultura do pensar em sala de aula.....	103
4.6. Representação dos conceitos matemáticos e a tomada de consciência.....	110
5 – PARTICIPANTES, MATERIAIS E MÉTODOS	129
5.1 – Participantes.....	129
5.2 – Materiais	130
5.2.1 – Material usado na primeira etapa do estudo.....	130
5.2.1.1 – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os Pais	130
5.2.1.2 – Pré-Teste.....	130
5.2. 2 – Materiais utilizados na segunda etapa da pesquisa (Sessões)	131

5.2.2.1 – Registro das sessões contidas na segunda etapa da pesquisa	133
5.2.3 – Materiais utilizados da terceira etapa do estudo (Pós-teste)	134
5.3 – Procedimentos de Coleta de Dados	135
5.3.1 – Primeira etapa do estudo	135
5.3.2 – Segunda etapa do estudo	137
5.3.2.1– A Formação das Díades e do grupo Controle.....	138
5.3.2.2 - A explicação da Tarefa	139
5.3.2.3 – A dinamização da Proposta	140
5.3.3 – Terceira Etapa do Estudo	142
6 – ANÁLISE DE RESULTADOS.....	143
6.1 – Análise Quantitativa do Pré-Teste e Pós-Teste dos Grupos Experimental e Controle	143
6.1.1 – Desempenho dos estudantes no Pré-Teste	144
6.1.2 – Desempenho dos estudantes no Pós-Teste.....	149
6.2 – Análise dos protocolos do Pré e Pós-teste	165
6.3 – Análise das Sessões de Argumentação interativa em díades	193
6.3.1 – Análise das Sessões.....	194
6.3.1.1 - Primeira Sessão	197
6.3.1.2 – Segunda Sessão	208
6.3.1.3 – Terceira Sessão.....	226
6.3.1.4 – Quarta Sessão	245
7 – CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES DO ESTUDO	261
8 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	275
ANEXOS	285

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema de premissas e argumentos	87
Figura 2 - Diagramas correspondentes às quatro proposições básicas	89
Figura 3 – Proposições básicas aperfeiçoadas por Venn	90
Figura 4 – Pontuação no Pós-Teste dos grupos controle e experimental	155
Figura 5 – Pontuação nas questões de partição do Pós-Teste para os grupos controle e experimental	159
Figura 6- Pontuação nas questões de divisão por quotas do Pós-teste para os grupos controle e experimental	161
Figura 7 – Pontuação nas questões não rotineiras do Pós-Teste para os grupos controle e experimental	162
Figura 8 – Pontuação nas questões rotineiras do Pós-Teste para os grupos controle e experimental	164
Figura 9 - Solução do problema 1 do pré-teste pelo participante Die (10;9)	167
Figura 10 - Solução do problema 6 do pós-teste pelo participante Die (10;9).....	167
Figura 11 –Solução do problema 2 do Pré-teste pelo participante Vic (10;4)	169
Figura 12 – Solução do problema 1 do Pós-teste pelo participante Vic (10;4)	169
Figura 13 – Solução do problema 3 do Pós-teste pelo participante Vic (10;4).....	171
Figura 14 – Solução do problema 3 do Pré-teste pelo participante Fran (10;1).....	172
Figura 15 – Solução do problema 3 do Pós-teste pelo participante Fran (10;1)	172
Figura 16 – Solução do problema 3 do Pré-teste pelo participante Deg (10;9).....	173
Figura 17 – Solução do problema 3 do Pré-teste pelo participante Deg (10;9).....	173
Figura 18 – Solução do problema 4 do Pré-teste pelo participante Fran (10;1).....	175
Figura 19 – Solução do problema 4 do Pós-teste pelo participante Fran (10;1)	176
Figura 20 – Solução do problema 4 do Pré-teste pelo participante Dju (11a).....	178
Figura 21 – Solução do problema 4 do Pós-teste pelo participante Dju (11a)	179
Figura 22 – Solução do problema 5 do Pré-teste pelo participante Deg (10;9).....	181
Figura 23 – Solução do problema 5 do Pós-teste pelo participante Deg (10;9)	181
Figura 24 – Solução do problema 6 do pré-teste pelo participante Sam (10;3)	183

Figura 25 – Solução do problema 7 do Pós-teste pelo participante Sam (10;3).....	183
Figura 26 – Solução do problema 7 do Pós-teste pelo participante Gab (10;11)	185
Figura 27 – Solução do problema 7 do Pré-teste pelo participante Jan (10;2).....	188
Figura 28 – Solução do problema 8 do Pós-teste pelo participante Jan (10;2)	188
Figura 29 – Solução do problema 8 do Pré-teste pelo participante Rod (10;5).....	191
Figura 30 – Solução do problema 2 do Pós-teste pelo participante Rod (10;5)	191
Figura 31 – Esquema dos critérios de análise da argumentação interativa em díades.	196
Figura 32 – Solução do problema 2 da 1ª sessão pela díade 1 (Edu e Ang).....	197
Figura 33 – Solução do problema 2 da 1ª sessão pela díade 3 (Car e Jan).....	199
Figura 34 – Solução do problema 6 da 1ª sessão pela díade 5 (Fran e Dan).....	201
Figura 35 – Solução do problema 6 da 1ª sessão pela díade 4- Dju e Leo	205
Figura 36 – Solução do problema 1 da 2ª sessão pela díade 3 (Car e Jan).....	208
Figura 37 – Solução do problema 2 da 2ª sessão pela díade 2 (Hen e Sam)	212
Figura 38 - Solução do problema 3 da 2ª sessão pela díade 1 (Edu e Ang)	215
Figura 39 – Solução do problema 3 da 2ª sessão pela díade 7 (Kat e Deg)	218
Figura 40 – Solução do problema 5 da 2ª sessão pela díade 7 (Kat e Deg)	220
Figura 41 – Solução do problema 5 da 2ª sessão pela díade 5 (Fran e Dan).....	222
Figura 42 – Solução do problema 6 da 2ª sessão pela díade 6 (Vic e Mar)	224
Figura 43 - Solução do problema 3 da 3ª sessão pela díade 9 (Die e Rod)	227
Figura 44 - Solução do problema 3 da 3ª sessão pela díade 2 (Hen e Sam).....	230
Figura 45 - Solução do problema 5 da 3ª sessão pela díade 9 (Die e Rod)	233
Figura 46 – Solução do problema 6 da 3ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab).....	236
Figura 47 - Solução do problema 6 da 3ª sessão pela díade 6 (Vic e Mar)	239
Figura 48 - Solução do problema 6 da 3ª sessão pela díade 2 (Hen e Sam).....	242
Figura 49 - Solução do problema 1 da 4ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab).....	246
Figura 50 - Solução do problema 1 da 4ª sessão pela díade 4 (Dju e Leo)	247
Figura 51 - Solução do problema 3 da 4ª sessão pela díade 1 (Edu e Ang)	250
Figura 52 - Solução do problema 4 da 4ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab).....	251
Figura 53 - Solução do problema 5 da 4ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab).....	254
Figura 54 – Solução do problema 6 da 4ª sessão pela díade 6 (Vic e Mar)	258

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Caracterização dos problemas de divisão do pré-teste	131
Tabela 2 – Caracterização dos problemas da 1ª sessão	132
Tabela 3 – Caracterização dos problemas da 2ª sessão	132
Tabela 4 – Caracterização dos problemas da 3ª sessão	133
Tabela 5 – Caracterização dos problemas da 4ª sessão	133
Tabela 6 – Caracterização dos problemas do pós-teste	134
Tabela 7 – Critérios de avaliação dos sujeitos – escala de 5 pontos	136
Tabela 8- Distribuição dos problemas quanto ao tipo e modos de divisão	137
Tabela 9 – Descrição das díades submetidas às sessões de interação social e argumentativas	138
Tabela 10 – Distribuição de estudantes segundo pontuação no Pré-Teste e por tipo de grupo	144
Tabela 11 – Estatísticas descritivas da pontuação dos estudantes no Pré-Teste	146
Tabela 12 – Distribuição Geral de estudantes segundo níveis de desempenho no Pré-Teste .	147
Tabela 13 – Estatísticas descritivas da pontuação nos problemas de partição do Pré-Teste...	147
Tabela 14 – Estatísticas descritivas da pontuação nos problemas de quotas do Pré-Teste	148
Tabela 15 – Estatísticas descritivas dos problemas não rotineiros do Pré-Teste.....	148
Tabela 16 – Estatísticas descritivas da pontuação nos problemas rotineiros do Pré-Teste	149
Tabela 17 – Distribuição de estudantes segundo pontuação no Pós-Teste e por tipo de grupo	150
Tabela 18 – Estatísticas descritivas da pontuação dos estudantes no Pós-Teste	151
Tabela 19 – Distribuição de estudantes segundo níveis de desempenho no Pós-Teste.....	152
Tabela 21 – Percentual de ganho dos sujeitos entre as notas obtidas entre o pré e o pós teste.	153
Tabela 22 – Estatísticas descritivas dos problemas de partição do Pós-Teste.....	158
Tabela 23 – Estatísticas descritivas da pontuação nos problemas de quotas do Pós-Teste.....	160

Tabela 24 – Estatísticas descritivas dos problemas não rotineiros do Pós-Teste	161
Tabela 25 – Estatísticas descritivas da pontuação nos problemas rotineiros do Pós-Teste.....	163
Tabela 26 – Descrição das díades	194

LISTA DE ABREVIATURAS

ACT – Atomic Component of Thought

MEA – Modelo de Estratégia Argumentativa

MEC – Ministério da Educação

PCN's – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

PSIEM – Psicologia da Educação Matemática – Grupo de Pesquisa da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas

SBI – Schema- Based Instruction

RESUMO

Este estudo teve como objetivo investigar a existência de relações entre a argumentação, a metacognição e o desempenho na solução de problemas aritméticos de divisão, rotineiros e não rotineiros, em dois diferentes ambientes: interativo, envolvendo as trocas argumentativas em díades e a utilização da técnica de “ pensar em voz alta” e não interativo, sem a discussão dos procedimentos empregados. A presente pesquisa também buscou examinar a influência dos modos de divisão partitiva e por quotas nos procedimentos de cálculo, realizados pelas crianças, na busca de soluções dos problemas apresentados. Participaram inicialmente deste estudo cinquenta e oito estudantes de quartas séries do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual da região de Campinas-SP. A metodologia da investigação foi desenvolvida em três etapas: aplicação de um Pré-teste, tipo lápis e papel, contendo oito problemas aritméticos; quatro sessões dinamizadas a partir da argumentação e da interação social em díade, com a proposta de solução para os seis problemas apresentados; um Pós-teste com a mesma performance do Pré-teste. A partir dos resultados do pré-teste, foi realizada a escolha aleatória de trinta e seis sujeitos, sendo dezoito estudantes para a formação das díades do grupo experimental e dezoito para a composição do grupo controle, de acordo com os níveis de alto, médio e baixo desempenho. Os resultados principais, interpretados conforme os estudos empíricos de Piaget, Vergnaud e Ausubel e demais autores presentes no corpo teórico desta pesquisa, apontaram para uma significativa melhoria de desempenho entre a maioria dos sujeitos do grupo experimental, mediante a ocorrência de processos metacognitivos, onde as trocas argumentativas se tornaram também propulsoras do mecanismo da tomada de consciência. Nesta perspectiva, a relação dialógica estabelecida entre a argumentação e a metacognição em ambiente de interação social pressupõe que, em concordância com diversos estudos na área, este tipo de intervenção constitui-se em um elemento facilitador das aprendizagens significativas voltadas para a solução de problemas. A análise de dados evidenciou diferenças relevantes de pontuação no Pós-teste a favor do grupo experimental. A análise de protocolos buscou também contemplar alguns fatores relevantes

considerados interferentes nas ações cognitivas, afetivas e sociais empreendidas pelos sujeitos envolvidos nesta pesquisa.

Desta forma, os resultados deste estudo indicam que a argumentação, articulada à interação social, pode ser apontada como uma importante estratégia metodológica e enriquecedora dos processos metacognitivos na busca de solução de problemas.

Palavras-chave: argumentação, metacognição, interação social, solução de problemas, divisão.

ABSTRACT

The objective of this study was to investigate the existence of relations between the argumentation, the metacognition and the performance in the arithmetical problem solving of division, routine and not routine, in two different environments: interactive, by means of exchanging of argumentation in pairs and the employment of the technique of “think out in loud voice” and not interactive, without discussion about the employed procedures. The present research also objectified to examine the influence of the partitive division and for quotas in the calculation procedures, carried through for the children, in the search for the solution of the presented problems. Initially participated in this study fifty eight students of a fourth state year of elementary school in the region of Campinas, SP. The methodology of the inquiry was developed in three stages: Pre-test application, type pencil and paper, containing, eight arithmetical problems; four sessions based on the argumentation and on the social interaction connected, made in pair, with the proposal of solution for six presented problems; an after-test with the same performance of the pre-test. Starting from the results of the pre test, the random choice was carried out with thirty six subjects, being eighteen students for the formation of the pairs of the experimental group and eighteen for the composition group control, according to the levels of high, medium and low performance. The main results, interpreted as the Piaget empirical studies, Vergnaud and Ausubel and other authors presented on the theoretical body of this research, showed a significant improvement of performance between the majority of the subjects of the experimental group, by means of the occurrence metacognitive processes, where the argumentative changes became also the mechanism propellants of the conscience taking. In this perspective, the dialogic relation established between the argumentation and the metacognition in a social interaction environment assumes that, in agreement with diverse studies in the area, this type of intervention constitutes itself in a facilitator element of the significant apprenticeships back toward the solution of problems. The data analyze evidenced relevant differences of punctuation in the after-test in favor of the experimental group. The protocol analysis also searched to contemplate some relevant factors

considered interferences in the cognitive actions, affective and social undertook by the involved subjects in this research. Thus, the results of this study indicate that argumentation linked to social interaction may be pointed out as an important methodological strategy and an enricher of metacognition. in the search of problem solving.

Key words: argumentation, metacognition, social interaction, problem solving, division.

1 – INTRODUÇÃO

Ao longo dos últimos anos, inúmeros questionamentos têm sido feitos a respeito do papel da Matemática no Ensino Fundamental. No âmbito da educação brasileira, o eixo norteador visto como possibilidade ou como ponto de partida para a atividade matemática tem sido a solução de problemas. Apontada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (MEC, 1997) como propulsora da ação refletida que constrói conhecimentos, a solução de problemas assim abordada, sugere uma nova possibilidade para o desenvolvimento e construção do saber matemático.

Dentro deste enfoque, a solução de problemas deve estar associada a propostas que se constituam um real desafio e este mesmo, propulsor da necessidade de verificação, para que o processo de solução seja validado. Um problema matemático demanda uma série de ações e operações, uma vez que, a solução não se encontra disponibilizada de início pelo aluno, mas que ao contrário, é possível construí-la. No entanto, as atividades de proposição de problemas não devem apenas estar pautadas em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Pelo contrário, a solução de problemas deve desenvolver habilidades que permitam pôr à prova os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para obter a solução e, desta forma, permitir que o valor da resposta ceda lugar ao valor do processo de resolução.

Ainda, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (MEC, 1997), a solução de problemas constitui-se em uma orientação para a aprendizagem ao proporcionar um contexto em que se pode aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. Neste sentido, um conceito matemático é melhor construído se articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Neste contexto, as ações pedagógicas devem ser direcionadas com o propósito de estabelecer sentido para o ato de aprender.

A perspectiva construtivista na educação configura-se como um marco explicativo capaz de ressignificar a unidade entre aprendizagem e ensino, posto que, sem a efetivação da aprendizagem não há a realização do ensino. A configuração deste marco explicativo surgiu entre outras influências, a partir da psicologia genética, da teoria sociointeracionista e das

explicações da atividade significativa. Diferentes autores basearam-se nessas idéias para desenvolver e conceitualizar as várias dimensões envolvidas na educação escolar, o que possibilitou inúmeras contribuições à teoria e à prática educativa.

Busca-se neste trabalho, integrar algumas destas contribuições, uma vez que todas elas têm como elemento de intersecção o reconhecimento da importância da atividade mental construtiva nos processos de aquisição do conhecimento, de tal forma que se complementam e se convergem para um mesmo núcleo central.

Desta forma, a teoria psicogenética de Piaget e seus seguidores (1973, 1974, 1977, 1988, 1997, 2002), os estudos dos campos conceituais de Vergnaud (1979, 1985, 1988, 1990, 1994, 1996) e a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1978, 1990), constituem-se em referenciais que permitem ampliar a compreensão sobre a aprendizagem, a cognição e os processos de construção dos conhecimentos matemáticos em sala de aula, gerando reflexões sobre o papel docente e o ensino e sobre o processo de aprendizagem. Estes dois processos são interdependentes na medida em que a forma como planifica-se o ensino é fundamental para que o aluno possa construir aprendizagens significativas.

A solução de problemas matemáticos atribui significado especial à construção e articulação de conceitos. Inserida em uma abordagem construtivista deve integrar questões relativas ao desenvolvimento individual, à construção de conhecimentos e à interação social. A história da Matemática revela ser esta ciência uma criação humana, construída como resposta a perguntas advindas das mais diferentes origens e contextos, surgidas a partir de necessidades e problemas de ordem prática, ligados a outras ciências, ou ainda relacionados à investigações internas e intrínsecas à própria Matemática. Tão importante quanto a transposição didática e metodológica do processo histórico da Matemática, articulando o passado e o presente, é a valorização dos conhecimentos prévios do aluno, na medida em que cada novo conhecimento é incorporado às estruturas já existentes. Isto possibilita que o aluno assuma um papel ativo no processo de reconstrução e construção do conhecimento matemático.

Os pressupostos estabelecidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) para a solução de um problema dizem respeito à elaboração de procedimentos de solução (simulações, tentativas, hipóteses), à comparação de resultados e à validação de procedimentos.

Ao ser estimulado a questionar sua própria resposta e o próprio problema, ao desenvolver habilidades que permitam pôr à prova os resultados, reavaliar procedimentos adotados, comparar diversos caminhos, o aluno se apropria de uma aprendizagem mais significativa e menos mecânica.

Em face da significância do tema, a solução de problemas tem sido, ao longo do tempo, alvo de inúmeros estudos que integram as relações entre desempenho matemático e estratégias de resolução, como os realizados por Brito (1993, 2000, 2001, 2002, 2004, 2005, 2006), Moreno e Mayer (2005), Fuchs et. al (2004), Corrêa (2004), Alves (2003), Maldaner e Isaia (2001), Taxa e Fini (2001), Echeverría e Pozo (1998), Vergnaud (1989), Krutetskii (1976), Polya (1978), Maldaner e Isaia (2001), Oliveira e Tourinho (2001), Lima (2001), Smole e Diniz (2001); Lautert e Spinillo (2002), Nunes, Campos, Magina e Bryant (2002), Moro (2004, 2005), entre outros. Tais estudos sustentam e alimentam, dado à envergadura e consistência que possuem, a realização de novas investigações como a abordada na presente pesquisa.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (MEC/SEF,1997) evidenciam que:

O que o aluno pode aprender em determinado momento da escolaridade depende das possibilidades delineadas pelas formas de pensamento de que dispõe naquela fase de desenvolvimento, dos conhecimentos que já construiu anteriormente e do ensino que recebe. (p.51)

Ao adotarem a proposta de estruturação por ciclos, tornando possível distribuir os conteúdos de forma mais adequada à natureza do processo de aprendizagem e, ao mesmo tempo, trabalhar melhor com as diferenças, os Parâmetros Curriculares estabelecem objetivos instrucionais para a Matemática. Embora nem todas as escolas adotem o critério de ciclos, os mesmos estabelecem perfeita concordância e equivalência à adoção de séries por algumas instituições de ensino. Entre os demais objetivos estabelecidos para o segundo ciclo, ressalta-se alguns deles por se encontrarem estritamente ligados ao interesse da pesquisa:

De acordo com os PCN's, o ensino em Matemática deve levar o aluno a:

- Resolver problemas consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais.
- Ampliar os procedimentos de cálculo mental, escrito, exato, aproximado, pelo reconhecimento das regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação dos resultados.
- Utilizar diferentes registros gráficos – desenhos, esquemas, escritas numéricas – como recurso para expressar idéias, ajudar a descobrir formas de solução e comunicar estratégias e resultados.
- Vivenciar processos de solução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta.

Compreende-se aí a necessidade de um trabalho docente capaz de centrar-se na análise das hipóteses levantadas e na exploração das estratégias pessoais que os alunos desenvolvem para resolver situações-problema, onde os procedimentos de validação e os resultados obtidos na solução de problemas são aprimorados.

Vale ressaltar, no entanto, que a preocupação da escola muitas vezes é centrada no ensino de modelos e fórmulas e o que ocorre aparentemente, segundo Brito (2005), é a proposição de algoritmos prontos e acabados em situações em que o professor elabora previamente o plano de solução adequada a cada tipo de problema e apresenta os passos da solução. Isto impede que os alunos reflitam sobre os procedimentos adotados e busquem formas criativas de solução.

A solução de problemas, tida como eixo central do conhecimento e do pensar matemático, aliada aos recursos comunicativos e neste caso, articulada com a argumentação, pode contribuir para o desenvolvimento da autonomia e para a construção de novos significados para as idéias matemáticas. Os ambientes escolares e as estratégias de ensino favoráveis à autonomia permitem que a criança possa fazer escolhas intelectuais por si mesma e aprenda a tomar decisões através da auto-regulação. Segundo Wadsworth (1996):

A autonomia intelectual tem um componente cognitivo e outro afetivo, ambos importantes e funcionalmente inseparáveis... ela é importante porque permite que as crianças aprendam a encontrar caminhos mais seguros que conduzam à aprendizagem e ao desenvolvimento efetivos, formando solucionadores de problemas.(p.175)

Ao vivenciar a autonomia a criança pode se sentir mais encorajada em seus esforços em aprender como aprender e adquirir mais auto confiança. Em seu desenvolvimento, a autonomia consiste em uma disposição individual que valoriza a cooperação, o respeito mútuo e os valores compartilhados através das relações sociais. Neste sentido, os Parâmetros curriculares descrevem entre outros, como conteúdos atitudinais a serem desenvolvidos pela criança do segundo ciclo:

- Confiança em suas possibilidades para propor e resolver problemas.
- Perseverança, esforço e disciplina na busca de resultados.
- Segurança na defesa de seus argumentos e flexibilidade para modificá-los.
- Respeito pelo pensamento do outro, valorização do trabalho cooperativo e do intercâmbio de idéias, como fonte de aprendizagem.

Na medida em que se considera a criança como protagonista da construção de sua aprendizagem, o ensino e o papel do professor são também redimensionados. O professor, além de organizador e mediador, é um incentivador da aprendizagem. E como tal deve estimular os processos que visem a cooperação e a interação ente alunos e ainda entre adulto/criança. A aprendizagem significativa também diz respeito à confrontação daquilo que a criança pensa com o que pensam seus colegas, seus professor e demais pessoas com quem convive. Isto pressupõe a necessidade de formulação e comprovação de argumentos, expressos através de diferentes formas, todas as quais prescindem de elementos da comunicação , como no caso a oralidade.

Estudos como os de Brito (2002), Cavalcanti (2001), Diniz e Smole, (2001) e Cândido (2001), Leitão (2002), Goulart e Salomão (2004), Mello (2004) e outros, revelaram que a oralidade utilizada como recurso na solução de problemas pode ampliar a compreensão e permitir o acesso a outros tipos de raciocínio. Ao expor oralmente os procedimentos que utilizou para solucionar o problema, a criança utiliza-se de estratégias que muitas vezes não aparecem no registro escrito. Neste sentido, as situações que permitem ouvir e falar em sala de aula devem ser privilegiadas, uma vez que, permitem a expressão de sentimentos, necessidades e descobertas. Além disso, a oralidade prevista na argumentação torna possível a troca de experiências entre as crianças, amplia o vocabulário matemático e lingüístico da classe, possibilitando que idéias e procedimentos sejam compartilhados e que o professor possa fazer intervenções significativas futuras.

A continuidade destes estudos, validados empiricamente, pode contribuir para o redimensionamento de algumas ações pedagógicas. Dentro deste contexto é que se buscou investigar a aprendizagem desenvolvida através da interação de pares e de uma intencionalidade argumentativa, pressupondo ainda o aprimoramento do desempenho do aluno na solução de problemas. Desta forma, foi formulado o seguinte problema:

Existem relações entre argumentação, metacognição e desempenho na solução de problemas em ambiente de interação social?

Esta proposta buscou observar em alunos de 4.as séries do ensino fundamental, com idade entre nove e onze anos, qual foi o processo de entendimento dos componentes verbais de um problema de divisão e a capacidade do aluno em formular e predizer hipóteses.

Estes aspectos foram analisados em duas diferentes situações: a solução de problemas de divisão, rotineiros e não rotineiros, de forma interativa, através de diádes e de trocas argumentativas e a solução de problemas de divisão de modo individual e sem discussão dos procedimentos empregados. A presente pesquisa também buscou examinar a influência dos modos de divisão partitiva e por quotas nos procedimentos de cálculo, realizados pelas crianças na busca de soluções dos problemas apresentados.

2 – OBJETIVOS

Com a finalidade de responder a questão proposta por esta pesquisa foram determinados os seguintes objetivos:

- Analisar qualitativamente a argumentação realizada por díades e as estratégias de pensamento utilizadas na solução de problemas aritméticos de divisão.
- Verificar se após o processo de argumentação os alunos progridem em relação aos procedimentos adotados durante a solução de problema aritméticos de divisão.
- Verificar durante a argumentação em díades os elementos presentes na constituição do argumento e na articulação da linguagem cotidiana.
- Descrever o desempenho de alunos em uma tarefa escolar de solução de problemas de divisão em dois diferentes ambientes: interativo, através da argumentação e não interativo, sem discussão dos procedimentos empregados.
- Verificar a ocorrência de processos metacognitivos durante a solução de problemas aritméticos de divisão realizada em díades e com a utilização da técnica de pensar em voz alta.

3 – JUSTIFICATIVAS

A solução de problemas apresenta-se como um dos grandes desafios do ensino da matemática no Ensino Fundamental. Assim sendo, a utilização da argumentação enquanto recurso de comunicação de idéias se justifica por vários motivos. Considera-se relevante o fato de que, ao comunicar idéias e defendê-las, assumindo ainda o ponto de vista dos outros, a criança do estágio operacional concreto apresenta desenvolvimento metacognitivo. Na medida em que, reflete sobre o que fez e como pensou, organiza esquemas mais elaborados de pensamento, num processo em que as habilidades de comunicação e as relacionadas à solução de problemas interagem e se complementam.

A possibilidade de se construir recursos de ensino, que permitam à criança aprender a aprender, num processo sempre inovador, onde ela possa organizar mentalmente pensamentos e ações, e onde a linguagem específica da Matemática esteja em conexão com outras formas de linguagem, pode favorecer o ambiente da aprendizagem.

Levando-se em conta que os aspectos cognitivos, sociais e afetivos são inseparáveis, a pesquisa que contemple tais aspectos pode favorecer os meios para que a criança, através da interação com o outro, em que são desencadeadas as trocas argumentativas, adquira mais confiança em si mesma, aprimore seu desempenho matemático, num clima de respeito mútuo e de reciprocidade, desenvolvendo atitudes de investigação científica e tornando-se um indivíduo solucionador de problemas.

O aprendizado dos conceitos matemáticos deve constituir-se em saber pensar, raciocinar e construir. E isto implica em um aprender de caráter dinâmico, o que segundo Cândido (2001), *requer ações de ensino direcionadas para que os alunos aprofundem e ampliem os significados que elaboram mediante suas participações nas atividades de ensino e aprendizagem.* (p.16)

Os métodos tradicionais de ensino da matemática e que não dispõem de uma característica construtivista, podem produzir efeitos desagradáveis na aprendizagem escolar infantil. Este tipo de instrução é centrado no cálculo que encoraja a internalização ou a memorização dos algoritmos padrões. Na maioria das vezes o raciocínio por trás dos

algoritmos está acima da capacidade de compreensão das crianças e não é produto de sua atividade mental, não faz, portanto, sentido para elas, Kamii (como citado em Wadsworth, 1996).

Desta forma, as abordagens de ensino que se utilizem da articulação de conceitos, prévios e adquiridos dentro da solução de problemas, devem propiciar estratégias que favoreçam a construção do saber matemático, num ambiente onde o aluno possa expressar e compartilhar idéias.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais definem seus objetivos em termos de capacidades de ordem física, afetiva, de relação inter-pessoal e inserção social, ética e estética.

A escola compromissada com o desenvolvimento dessas capacidades deve ajustar sua maneira de ensinar, valorizando as ações pedagógicas que potencializem as formas de representação e comunicação e que envolvem a solução de problemas, o auto-conhecimento, as motivações e a auto estima, as práticas de cooperação, a análise crítica de valores, atitudes e tomada de decisões e ainda, a atuação e participação social levando-se em conta a dimensão coletiva. Desta forma, as propostas didáticas devem revelar as condições necessárias para que tais metas sejam alcançadas. Neste sentido, pode-se inferir que práticas que contenham uma intencionalidade argumentativa, visando ainda o desenvolvimento de processos metacognitivos e de interação social, tornam-se favorecedoras dessas condições.

A argumentação pressupõe a possibilidade do enriquecimento da aprendizagem mediante a produção de defesa de pontos de vista, a exposição e contraposição de idéias, podendo ainda ser considerada como mediadora de conflitos cognitivos e propulsora da construção do conhecimento. Ao mesmo tempo em que promove uma organização discursiva, em um espaço de interação social, constitui-se em uma atividade desencadeadora da reflexão e portanto, dos processos metacognitivos.

Outro aspecto relevante é que, o princípio geral adotado pelos Parâmetros como orientador das práticas pedagógicas, é a autonomia. A aprendizagem de determinados procedimentos e atitudes é o instrumento que propicia sua construção e envolve o planejamento para a realização de uma tarefa, a identificação de formas de resolver um problema, a formulação de perguntas e respostas válidas, o levantamento e a verificação de hipóteses, a validação de raciocínios e a solução de conflitos.

Por sua vez, o trabalho em grupo de forma cooperativa pode desenvolver a aprendizagem de procedimentos que são valorizados como formas privilegiadas de convívio escolar e social. No entanto, isto requer a existência de situações em que, através da comunicação, os alunos possam dialogar, ouvir o outro e ajudá-lo, expor dúvidas e dificuldades, explicar um ponto de vista, interpretar o próprio erro e o do outro como algo inerente ao processo de aprender.

Assim sendo, a fala e a escrita se constituem em meios de organização e reconstrução das experiências compartilhadas pelos alunos. Podem ainda representar os meios necessários para a ocorrência da metacognição, uma vez que, ao mesmo tempo que compartilham as idéias matemáticas, os alunos podem refletir sobre os procedimentos adotados e sobre o próprio pensamento. Desta forma, argumentação e a interação social devem ocupar lugar de destaque na medida em que, podem promover a motivação intrínseca tão necessária para a aprendizagem significativa.

4 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1 – Solução de problemas

Ao ser colocada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) como eixo norteador da atividade matemática, a solução de problemas é abordada como o espaço privilegiado de aquisição do conhecimento significativo. Nesta perspectiva, o significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e o seu cotidiano e das conexões estabelecidas por ele entre os diferentes temas matemáticos. Ao relacionar idéias matemáticas entre si, o aluno pode ter acesso ao reconhecimento de princípios gerais como proporcionalidade, igualdade, composição e inclusão, identificando que processos como o estabelecimento de analogias, indução e dedução permeiam não só o trabalho com números e operações, mas também, aquele que contempla os conteúdos como espaço, forma e medidas.

Por outro lado, as experiências trazidas do cotidiano do aluno devem ser potencializadas pela escola, uma vez que as mesmas permitem o desenvolvimento de uma inteligência prática onde ele é capaz de reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade matemática.

Ao chegarem à escola as crianças já detêm o conhecimento matemático informal bem desenvolvido e construído de forma autônoma (Baroody, 1987; Ginsburg, 1977; Kamii, 1994, como citados em Wadsworth, 1996).

No entanto, alguns métodos têm centrado o ensino na transmissão do conhecimento e nas respostas corretas, tornando-se prejudiciais ao pensamento infantil autônomo por inibirem o aprendizado a partir do conhecimento informal já construído. Cria-se então lacunas no conhecimento, muitas vezes difíceis de serem preenchidas.

O ensino descontextualizado do cálculo e que desconsidera as experiências prévias do aluno, pode induzir a maioria dos alunos a acreditar que a verdadeira matemática consiste em cálculo que deve necessariamente ser memorizado.

Na perspectiva piagetiana, embora a memória tenha o seu valor e seja uma habilidade útil, não é aquela mais indicada como caminho para o desenvolvimento intelectual.

A memorização e a compreensão não são a mesma coisa. A criança que compreende as operações matemáticas é intelectualmente diferente da criança que apenas memorizou os problemas aritméticos (Wadsworth, 1996).

A preocupação com a solução de problemas foi apontada por inúmeros estudos e investigações que expressam diferentes possibilidades de se obter um avanço no ensino desta atividade e que, portanto, podem tornar-se significativas enquanto norteadoras da ação pedagógica.

A solução de problemas é um processo cognitivo que busca transformar uma dada situação visando um determinado objetivo, quando um método de solução não está disponível para o solucionador (Brito 2000).

A solução de problemas quando envolve a utilização de conceitos e princípios para se atingir a solução é caracterizada como uma atividade mental superior ou de alto nível.

Ao buscar a solução de um problema através de uma estratégia pessoal, o aluno tem a oportunidade de estabelecer reflexões e conexões entre um ou mais conceitos, articulando as idéias matemáticas. A este respeito Cavalcanti (2000), afirmou:

Deixar que os alunos criem suas próprias estratégias para solucionar problemas favorece um envolvimento maior deles com a situação dada. Eles passam a sentir-se responsáveis pela solução que apresentam e têm a possibilidade de expor seu raciocínio na discussão com seus pares. (p.125)

Para Brito (2000), as etapas que devem ser consideradas pelos professores na solução de problema são as seguintes: a) a compreensão do texto; b) reconhecimento do espaço do problema; c) representação do problema; d) categorização do problema; e) estimativa de solução; f) planejamento da solução; g) auto-avaliação dos procedimentos empregados, h)

auto-avaliação dos cálculos; e i) habilidade para explicitar de forma escrita ou verbal a resposta do problema.

Smole e Diniz (2001) afirmaram que a competência da solução de problemas envolve a compreensão de uma situação que exige solução, identificando seus dados, a mobilização de conhecimentos, a construção de uma estratégia ou conjunto de procedimentos, a organização e a perseverança na busca de solução, a análise constante do processo de solução e da validade da resposta e, se for o caso, a formulação de outras situações problemas. Aliada a estes fatores, indicaram a importância da comunicação na solução de problemas, uma vez que a mesma está relacionada à capacidade de utilização das linguagens para aprender significados, transformá-los e combiná-los para construir novas aprendizagens que, por sua vez, podem se configurar em diferentes formas de expressão e novos questionamentos sobre estes significados.

Organizar a produção de textos nas aulas de matemática também cumpre um papel bastante relevante para a aprendizagem do aluno, favorecendo ainda a avaliação desta aprendizagem em processo. A garantia de aproximação dessa área do conhecimento da língua materna, além de ser uma proposta interdisciplinar, favorece a valorização de diferentes habilidades que compõem a realidade complexa de qualquer sala de aula. Escrever pode ajudar os alunos a aprimorarem percepções, conhecimentos e reflexões pessoais. (Smole, 2001)

Desta forma, as habilidades de ler, escrever e solucionar problemas, onde a estratégia da argumentação permite explorar os procedimentos adotados, pode contribuir para legitimar os recursos empregados informalmente pelas crianças e que, muitas vezes não são valorizados pela escola.

Alves (2003) apontou para a solução de problemas como uma atividade a ser realizada no início do processo de ensino de um novo conteúdo para garantir a contextualização.¹ Ao utilizar a teoria ACT (Atomic Component of Thought) , que é uma teoria geral sobre a

¹ Os psicólogos cognitivistas descrevem dois tipos de conhecimento: o conhecimento declarativo e o conhecimento de procedimentos. O conhecimento declarativo se baseia em saber o quê e o conhecimento de procedimento se refere ao saber como. Sternbergb (2000) definiu o conhecimento declarativo como um corpo organizado de informações factuais, isto é, a informação real que os sujeitos detêm sobre objetos, idéias e eventos. Esta informação é de certa forma estática, imutável, cuja organização tem a forma de séries de fatos conectados e passíveis de descrição. De acordo com Anderson (1983), esse conhecimento é facilmente verbalizável, podendo ser adquirido por exposição verbal e costuma ser consciente. Este mesmo autor evidenciou a estreita relação entre o conhecimento declarativo e o conhecimento de procedimentos, destacando a importância dos mesmos na solução de problemas.

cognição humana com ênfase na aquisição de conhecimento (Anderson, 1983), a autora abordou a ativação dos conhecimentos declarativos envolvidos no problema como base e orientação para os conhecimentos de procedimentos aplicáveis a uma determinada situação.

Moreno e Mayer (2005) investigaram o papel da orientação, da reflexão e interatividade para promover o entendimento científico através de jogos educacionais, com situações problema que envolviam a ação de um agente pedagógico. Os resultados apontaram que os jogos e situações problema devem incorporar uma estrutura de orientação ao invés de ocorrer por pura descoberta.

Fuchs et. al (2004) demonstraram que o uso do SBI –Schema- Based Instruction (Esquemas baseados em Instrução) melhora a resolução de problemas de matemática em alunos de 3ª série com habilidades iniciais variadas.

Estes estudos convergem para o que afirmaram os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), ao descreverem que a aprendizagem é condicionada de um lado pelas possibilidades do aluno, que englobam tanto os níveis de organização de pensamento com o conhecimento e experiências prévias e, de outro, pela interação com outros agentes. No entanto, para que a intervenção educativa se estruture, é necessário distinguir o nível de desenvolvimento real do potencial. O nível de desenvolvimento real diz respeito ao que o aluno pode fazer sozinho em uma determinada tarefa. Já o nível de desenvolvimento potencial refere-se ao que o aluno pode fazer ou aprender mediante a interação com outras pessoas e, desta feita, seguindo instruções e orientações, trocando e contrapondo idéias, interagindo, ouvindo explicações e sendo desafiados por elas, sejam essas pessoas professor ou seus colegas.

Existe assim uma zona de desenvolvimento próximo, dada pela diferença entre o que o aluno pode fazer sozinho e o que pode aprender com a ajuda de outros agentes. Este conceito, ressaltado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1977), se constitui na mola mestra da teoria vigotskiana. Os níveis de desenvolvimento mental dos estudantes, estabelecidos por Vigotski (1996), dizem respeito ao desenvolvimento real, ou seja, aquele em que as funções mentais da criança se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já completados e ao desenvolvimento potencial, que é a capacidade do sujeito de desempenhar suas tarefas com a ajuda de companheiros mais capazes. Existem determinadas tarefas que uma criança não é capaz de realizar sozinha, mas torna-se capaz de realizá-las se alguém lhe

der instruções. Para o psicólogo, é possível compreender o processo de ensino e aprendizagem através do conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP).

(...). Zona de desenvolvimento proximal é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar por meio da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado por meio da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (Vigotski, 1996, p. 111-112).

Vigotski (1996) ressaltou que a noção da ZDP permite, ainda, ao professor o delineamento das competências já adquiridas pelos alunos e o vislumbrar de suas futuras conquistas, favorecendo a elaboração de estratégias pedagógicas que auxiliem na trajetória de construção dos conceitos. Nesta perspectiva o contexto escolar possibilita as atividades coletivas e como mediador, o professor deve ter como objetivo provocar avanços que não ocorreriam espontaneamente, consistindo numa interferência na ZDP, onde são de extrema importância as instruções e intervenções do professor, bem como, a interação entre os alunos.

Maldaner e Isaia (2001) apontaram também a solução de problemas como ponto de partida para a educação matemática. Afirmaram que a construção dos conceitos básicos deve ser facilitada através da problematização dos mesmos.

Ao construírem os conceitos através da problematização, os alunos exercem uma atividade mais exploradora e investigativa a respeito dos mesmos. As propostas, assim, tornam-se mais estimulantes, adquirindo sentido para os alunos, uma vez que os conceitos são construídos a partir de suas próprias atividades mentais.

Correa (2004) examinou as estratégias de resolução oral e tarefas de divisão (partitiva e por cotas) com a utilização de cálculo mental e material concreto em detrimento dos algoritmos escritos.

Desta forma, ao se proporcionar condições para que os alunos busquem diferentes formas de solucionar problemas, cria-se um espaço de discussão onde a criança estabelece

uma reflexão mais elaborada dos processos de solução, uma vez que pode perceber os diferentes procedimentos adotados na busca da solução de um problema.

Echeverría e Pozo (1998) por sua vez, afirmaram que a solução de problemas não exige somente procedimentos adequados e determinadas atitudes e disposições pelo fato que a dificuldade pode não estar atrelada a esses fatores porque, muitas vezes, o problema refere a um déficit conceitual que impede a solução da tarefa.

Os déficits conceituais são, na sua maioria, produzidos em função de os conteúdos serem abordados e armazenados isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva. Pelizzari et. al (2002) afirmaram que se as novas informações não interagem com os conceitos relevantes presentes na estrutura cognitiva, a aprendizagem torna-se mecânica, impedindo a construção efetiva dos conceitos.

Brito (2002) apresentou um trabalho no I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática sobre “O pensar em voz alta” como uma técnica de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática. Este estudo apresentou um histórico do surgimento e do uso da técnica na psicologia e, mais especificadamente na psicologia da educação matemática. Alguns referenciais importantes foram destacados por Brito (2002) :

- Algumas pesquisas sobre solução de problemas têm se beneficiado dos recursos proporcionados por esta técnica.
- A técnica que contempla o “pensar em voz alta” permite ao pesquisador obter dados de caráter mais qualitativo que, somados aos aspectos quantitativos, a elaboração de protocolos bastante completos. Isto possibilita que se tenha uma melhor compreensão dos procedimentos adotados pelos alunos durante a solução de problemas matemáticos.

Alguns protocolos de estudos realizados pelo grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática que empregaram a técnica do “pensar em voz alta” foram apresentados e seus trechos evidenciaram fatos relevantes para a compreensão dos vários elementos presentes nas etapas de solução. Estas etapas compreendiam a obtenção da informação matemática, as várias representações que são feitas, os procedimentos escolhidos e o monitoramento da solução.

A técnica de pensar em voz alta permite ao aluno comunicar e esclarecer idéias acerca de um determinado problema a ser desenvolvido. Este tipo de recurso comunicativo envolve o

falar significativamente e requer o preparo e a intervenção adequados do professor. Além disso, possibilita que os alunos ao relatarem procedimentos adotados na solução de problemas, reflitam sobre os conceitos e estratégias envolvidos na tarefa.

Gagné (como citado em Tovar, 1975), distinguiu oito tipos de aprendizagem, situando a aprendizagem de solução de problemas como aquela estabelecida após a aquisição dos conceitos e princípios e, através da qual, se desenvolve a combinação de princípios de hierarquia mais elevada com os já aprendidos. Desta forma os indivíduos adquirem maior reserva de habilidades. Segundo Gagné, existe uma hierarquia entre os conceitos de forma que, um conceito de certa ordem (simples), pode ser um elemento de um “conceito complexo” ou princípio.

As regras e os princípios sugerem relações de subordinação e superordenação, sendo que a forma hierarquizada da qual esta organização se reveste constitui-se em dois eixos extremamente relevantes: a) o desenvolvimento do sistema conceptual na perspectiva genética (Piaget) e b) o funcionamento deste sistema e sua aplicação na resolução de problemas. Assim sendo, a solução de problemas é o processo pelo qual um conjunto de regras e conceitos é aplicado aos elementos de uma situação, onde são integrados vários conceitos e várias regras distintas, constituindo-se assim em um conjunto de princípios complexos.

A partir de sua estruturação, o grupo conceptual funciona como um modelo mental e um programa de ação que “projeta” a solução e discrimina os recursos e estratégias operacionais para se chegar a ela.

Krutetskii (1976) em seu estudo longitudinal concluiu pela existência de três estágios básicos na atividade mental, durante a solução de problemas matemáticos: a) obtenção da informação matemática; b) processamento matemático da informação; c) retenção da informação matemática. A cada um destes estágios corresponde um ou vários componentes da habilidade matemática.

Polya (1978) afirmou que a solução de problemas é um processo que se realiza em quatro passos: compreensão, concepção de um plano, execução do plano e exame da solução alcançada. O autor definiu a solução de problema como *o ato de buscar conscientemente alguma ação apropriada para alcançar um objetivo claramente imaginado, mas não imediatamente atingível*. (p.67)

O ensino diferenciado que se proponha a observar a dinâmica intrapessoal e interpessoal, expressa no trabalho intelectual que as crianças realizam durante a execução das tarefas escolares, foi ressaltado por Taxa e Fini (2001), em seu estudo sobre os mecanismos e processos que envolvem a solução de problemas aritméticos. Segundo a autora, a escola torna-se desde cedo, responsável por situações que conduzem o aluno a desconfiar de seu próprio pensamento, levando-o a uma atitude de heteronomia e impedindo-o de justificar as tarefas que realiza. Tal mecanismo deve-se ao fato de que, muitas vezes a tendência do professor é a de apontar os erros dos alunos nas tarefas escolares, sem realizar a discussão sobre os procedimentos adotados pela criança. Desta forma, a sala de aula, ao valorizar apenas a compreensão de símbolos e sinais, torna-se um espaço desfavorável para o pensar e fazer matemática da criança, impedindo a reflexão.

Na opinião da autora, permitir que os alunos tenham espaço para discutir e refletir sobre as possíveis falhas que cometem ao resolver problemas aritméticos poderia ser uma estratégia metodológica bastante consistente no trabalho de sala de aula. *A intervenção do professor pode possibilitar o aparecimento de conflitos e contradições acerca de um problema aritmético, explicitados pelas próprias crianças. Talvez assim ocorra uma aprendizagem com compreensão, permitindo ao aluno construir o seu próprio conhecimento* (p.198)

Segundo Brito (2001):

A transferência depende de uma atividade de síntese do pensamento que compara os problemas (ou elementos de um problema) e os incorpora como uma única e mesma atividade, traduzindo a solução, para um esquema geral, sendo os procedimentos empregados e a solução encontrada, são retidos por um período curto, na memória de curto prazo e, depois, incorporados na memória de longo prazo através de um processo de subsunção. (p. 226)

Ausubel, Novak e Hanesiam (1978) ao destacarem a atividade de solução de problemas, revelaram que a mesma se refere a qualquer atividade em que tanto a representação

cognitiva da experiência passada como os componentes de uma situação problemática atual são organizados para atingir um objetivo designado. Esta atividade, porém, pode consistir em uma variação, como afirmado anteriormente, mais ou menos apoiada no ensaio e erro de alternativas disponíveis *ou de formular um princípio ou descobrir um sistema de relações subjacente à solução de um problema.* (p.472)

Segundo os autores, a aprendizagem por ensaio e erro é mais ou menos inevitável em problemas nos quais não existe ou não pode ser discernido nenhum padrão significativo de relações. Portanto, ela se apresenta como característica de uma aprendizagem motora e que consiste de variação, aproximação e correção até que emergja uma variante bem sucedida; a solução de problemas pelo discernimento é um tipo de aprendizagem pela descoberta significativa na qual, segundo estes autores, as condições do problema e os objetivos desejados,

...são não arbitrariamente e substantivamente relacionados com a estrutura cognitiva existente... inclui a transformação da informação pela análise, síntese, formulação e comprovação de hipóteses, rearranjo, recombinação, translação e integração....contudo, não implica em uma descoberta completamente autônoma. (p.474)

A abordagem pelo discernimento, no entanto, implica “uma disposição” que está orientada para a descoberta de uma relação meios/fim subjacente à solução do problema. Contudo, como afirma o autor, que dependendo da abordagem utilizada, o pensamento pode empregar o método de discernimento, ou a aprendizagem por ensaio e erro e isto ocorre em função tanto do tipo de problema envolvido, como da idade, experiência prévia e inteligência do sujeito.

Na teoria de Ausubel et. al (1978), porém, a aprendizagem por descoberta se distingue em aprendizagem significativa pela descoberta e aprendizagem receptiva significativa: *A aprendizagem por descoberta significativa é aquela em que o aprendiz é levado a encontrar, sozinho, o significado de um ou mais conceitos que se encontram imersos no conteúdo total a*

se aprendido (Brito, 2001, p.74). É este o modo, pela qual esta aprendizagem se difere da aprendizagem significativa receptiva.

Ausubel et. al (1978) ressaltaram que a aprendizagem pela descoberta é significativa quando os aprendizes relacionam não arbitrariamente e substantivamente uma proposição problemática potencialmente significativa com uma estrutura cognitiva, objetivando gerar uma solução que por sua vez, é potencialmente significativa, pois é relacionável com a natureza cognitiva de mesma base. Portanto, engloba os elementos essenciais contidos na aprendizagem significativa em geral: *uma disposição para a aprendizagem significativa, uma tarefa de aprendizagem logicamente significativa e a disponibilidade de idéias relevantes estabelecidas na estrutura cognitiva do aprendiz (p. 473).*

O autores destacaram que estes dois tipos de aprendizagem significativa, embora comportem diferenças entre si, tanto em termos de processo subjacente quanto no que se refere ao seu papel na educação partilham de uma interdependência e comunalidades, ao mesmo tempo que se contrapõem à aprendizagem de rotina. Segundo Ausubel et. al (1978)

...a essência do processo de aprendizagem significativa é que idéias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante para a aprendizagem dessas idéias. Este aspecto especificamente relevante pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito, uma proposição, já significativo. (p.41)

A aprendizagem significativa receptiva, por sua vez, implica a aquisição de novos conceitos. Exige tanto uma disposição para a aprendizagem significativa como a apresentação ao aluno de um material potencialmente significativo (este último requer que por si só, possa ser relacionado a qualquer estrutura cognitiva apropriada, de forma não arbitrária nem literal e, ao mesmo tempo, que comporte novas informações que possam ser relacionadas às idéias básicas

relevantes já existentes na estrutura cognitiva do aluno). Ao mesmo tempo a aprendizagem receptiva significativa comporta três categorias distintas expostas a seguir:

1. Aprendizagem representacional, que ocorre quando se estabelece uma equivalência de significado entre símbolos arbitrários e seus correspondentes referentes (objetos, eventos ou idéias) e que, remetem o aluno ao mesmo significado; isto significa que nomear, classificar e definir funções, portanto, o aprendizado do significado de palavras isoladas, implica aprender o que elas representam.

2. Aprendizagem conceitual é a aprendizagem obtida através do conhecimento de atributos essenciais que são comuns a uma classe de objetos, eventos, situações ou propriedades. Ausubel faz uma distinção importante entre formação de conceitos e assimilação de conceitos: **A formação de conceitos** refere-se a um tipo de aprendizagem por descoberta que exige a identificação dos atributos essenciais comuns de uma classe de estímulos a partir de diversos exemplos (particulares e diversos em relação tanto a atributos essenciais como não essenciais, portanto exemplos e contra-exemplos). **A assimilação de conceitos** diz respeito à aprendizagem de novos significados conceituais onde o aprendiz, através do contato com os atributos essenciais do conceito (mediante uma definição ou contexto), relaciona-os com as idéias relevantes estabelecidas em suas estruturas cognitivas. Os conceitos, unidades genéricas ou idéias categóricas, são também representados por símbolos particulares, assim como o são outras formas de unidades referenciais.

3. Aprendizagem proposicional que envolve uma nova estrutura verbal onde em uma sentença apresenta-se o resultado da combinação de várias palavras isoladas e que se relacionam entre si, cada uma representando uma unidade referencial e, ao mesmo tempo, compondo um todo orgânico de forma a permitir a compreensão de um ou mais significados contidos nesta sentença. A aprendizagem proposicional pode ser subordinativa, ou superordenada, ou combinatória.

a) A aprendizagem subordinativa ocorre quando uma proposição “logicamente” significativa de uma determinada disciplina (não necessariamente válida lógica ou empiricamente, no sentido filosófico) é relacionada significativamente a determinadas proposições superordenadas na estrutura cognitiva do aluno. Esta aprendizagem pode ser **subordinativa derivativa** se o material simplesmente exemplifica ou reforça uma idéia

preexistente na estrutura cognitiva e, **correlativa** se for uma extensão, elaboração modificação, ou qualificação de proposições anteriormente adquiridas.

b) A aprendizagem proposicional superordenada ocorre quando uma nova proposição pode ser relacionada à certas idéias subordinadas existentes na estrutura cognitiva podendo abranger idéias relevantes particulares e menos inclusivas, mas é relacionável a um conjunto amplo de idéias relevantes que podem ser relacionadas à idéias mais inclusivas (uma proposição ou um conceito) .

c) A aprendizagem proposicional combinatória refere-se aos casos em que uma proposição potencialmente significativa não pode ser relacionada nem às idéias subordinativas, nem às superordenadas na estrutura cognitiva do aluno, mas é relacionável a um conjunto de conteúdos relevantes a esta estrutura.

A eficiência inerente à aprendizagem significativa deve-se a suas duas principais características: a sua não arbitrariedade² e a sua substantividade³.

Ausubel et. al (1978) ressaltaram a importância significativa das estruturas cognitivas na solução de problemas destacando:

Que a estrutura cognitiva existente desempenha um papel decisivo na solução de problemas é evidente, a partir do fato de que a solução de um dado problema envolve a reorganização dos resíduos das experiências passadas para se adaptar às exigências da situação problemática atual. Como as idéias na estrutura cognitiva constituem o material bruto da solução de problemas, qualquer transferência que ocorre seja ela positiva ou negativa, obviamente reflete a natureza e a influência das variáveis da estrutura cognitiva.(p. 476)

² Relação não arbitrária: tipo de relação que ocorre entre uma tarefa de aprendizagem e uma idéia (ou idéias) especificamente relevante, estabelecida na estrutura cognitiva

³ Relação substantiva: se o material de aprendizagem for suficientemente não-arbitrário, possibilitará que um símbolo ou grupo de símbolos ideacionalmente equivalentes se relacionem à estrutura cognitiva sem qualquer alteração significativa do conteúdo da própria tarefa (Brito & Lima, 2001, p.107)

Na concepção dos autores as estratégias de solução de problemas exibem as mesmas características que apresentam na formação dos conceitos. Refletem a influência do tipo de problema envolvido e as condições nas quais ocorre, assim como aspectos idiossincráticos do funcionamento cognitivo.

Brito (2006) referiu-se à importante contribuição do associalismo de Thorndike quando este aborda a solução de problemas por tentativa e erro e os aspectos relacionados à lei do efeito e da contigüidade. Também a teoria de Gestalt apresenta seus benefícios por comportar a idéia de que os estágios de solução de problemas envolvem sucessivas reformulações de problemas, particularmente com relação ao refinamento das representações. As experiências passadas, por sua vez, podem acarretar flexibilidade ou rigidez de pensamento, relatando também a incapacidade de uso de objetos modificados em novas maneiras de solucionar o problema.

Segundo a autora, inúmeras terminologias têm sido usadas ao longo do tempo para designar este constructo. Uma das controvérsias mais elaboradas diz respeito à conceitualização onde o significado de solução e resolução é discutido. Embora exista discordância entre diferentes autores (Proulx, 1999; Echeverria e Pozo, 1998; Sternberg, 2000, entre outros) sobre a definição de termos, existe a concordância de um problema ser uma situação inicial quase sempre desconhecida que é o ponto de partida.

Através do contato do sujeito com a situação inicial é que ele disponibiliza, em sua estrutura cognitiva, as operações necessárias à sua solução. A sucessão destas é que permite ao solucionador chegar a um estado final definido ou desejado.

No entanto, a situação problema passa a se configurar como tal, mediante a ação do indivíduo, ou seja, quando o sujeito que se depara com ela, é motivado ou induzido a transformá-la. Assim, a solução de problemas pode ser definida *como um processo cognitivo que visa transformar uma dada situação em uma situação dirigida a um objetivo, quando um método não está disponível para o solucionador*. (Brito 2006, p.18). Dessa forma, apresenta quatro características básicas: é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal, pois depende do conhecimento prévio do indivíduo. Segundo a autora, a solução de

problemas refere-se a uma atividade mental de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios para atingir a solução.

Brito (2006) afirmou que quando os problemas são classificados a partir de seus constituintes abrangem duas partes: a estrutura, que diz respeito ao que é essencial em um problema, às operações que devem se realizadas, os tipos de transformações necessárias, etc., e o esqueleto ou envoltório que refere-se ao revestimento da estrutura matemática do problema e que, pode ser mais ou menos supérfluo, sendo elemento mais constitutivo dos problemas verbais com enredo (Brito,2001; Brito e Correa, 2004).

Existe ainda, a distinção entre problemas cotidianos e escolares, além daquela que se estabelece entre o problema resolvido, entendido como o conjunto formado pelo enunciado do problema mais a solução, e o problema a ser resolvido do qual faz parte apenas o enunciado. Tal modo de se visualizar o problema, o define como sendo formado pelo enunciado, que representa a idéia inicial do problema, pelo processo mental de solução e que inclui a representação e o espaço de solução (que diz respeito ao conjunto de operações possíveis extraídas a partir do enunciado, buscando atingir o estado final desejado sendo dependente das estratégias utilizadas pelos sujeitos) e, em terceiro lugar, pela solução propriamente dita onde aparece a aplicação dos procedimentos mentais, recuperados na memória após a leitura e interpretação do enunciado.

As etapas de solução de problemas, comportam a contribuição dos apontamentos de vários autores (John Dewey,1910; Graham Wallas,1926; Krutetskii,1976; Polya, 1978; Gagné,1983; Mayer,1992) e que, com maior ou menor detalhamento, envolvem os mesmos passos essenciais.

As fases estabelecidas por Bransford e Stein (1993), Hayes (1989), Sternberg (1986), como citados em Sternberg,(2000) e adotadas pelos estudos desenvolvidos pelo grupo de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática, levam em conta as sete etapas seguintes: (1) identificação do problema; (2) definição e representação do problema; (3) formulação da estratégia; (4) organização da informação; 5) alocação de recursos; (6) monitoramento da estratégia; (7) avaliação da solução.

Os estudos sobre solução de problemas demonstram ser esta, uma atividade propulsora de situações de aprendizagem significativa.

Moro (2005) ressaltou o papel da solução de problemas na compreensão dos conceitos. Destaca que quando a ênfase do ensino é colocada nos algoritmos convencionais, os alunos dominam apenas técnicas de cálculo e dificilmente conseguem compreender a relação entre essas técnicas e os problemas às quais elas se aplicam.

Brito (2006) evidenciou que se o professor usa as atividades e apenas corrige a resposta final em termos de certo ou errado, deixando de lado os procedimentos empregados pelo aluno, não permite a retomada do processo de pensamento aplicável àquele tipo de problema. Mediante a exclusão do “pensar sobre o pensado” e da validação da resposta, tanto o professor como o aluno perde a oportunidade de desenvolvimento do pensamento produtivo significativo. A autora afirmou que muitas vezes a escola ocupa-se mais com ensino de fórmulas e modelos de problemas, valorizando muito pouco a aprendizagem significativa de conceitos e princípios. Muitos problemas são solucionados por métodos especiais que não requerem o uso de algoritmos, o aluno então, resolve o problema usando procedimentos distintos dos padrões convencionais e, desta forma evidencia um dos aspectos essenciais do pensamento matemático. O ideal é que se estabeleça desenvolvimento efetivo do conhecimento declarativo e adote-se o ensino de procedimentos adequados para a solução dos problemas propostos.

Moro (2005), ao referir-se aos estudos de Vergnaud (1988), Nunes e Bryant (1997), Kamii (1995), ressaltou que as crianças, mesmo conhecendo os algoritmos convencionais, quando se deparam com problemas do cotidiano, usam predominantemente procedimentos pessoais de solução, pois estes lhes permitem representar as relações presentes nos problemas, da forma como são por elas compreendidas. A autora destacou que é necessário que os professores estejam abertos para conhecer o pensamento infantil e o significado que os alunos atribuem às tarefas que lhe são propostas na escola. O ato de ensinar não pode significar dar respostas prontas, nem se reduzir a mostrar caminhos únicos, que podem levar à solução de problemas, mas que fogem da compreensão das crianças. O trabalho do professor consiste não só em favorecer a elaboração de procedimentos pessoais de solução, mas o de provocar a transformação evolutiva dos mesmos.

Segundo Broitman (como citado em Moro, 2005), a tarefa do professor deve consistir também em organizar a comunicação dos procedimentos. Os alunos devem explicar aos

colegas como resolveram os problemas e devem comparar os diferentes procedimentos a fim de validá-los.

Vergnaud (1988) ressaltou que os estudantes adquirem suas competências e concepções através da experiência com um grande número de situações, tanto dentro quanto fora da escola. Ao se defrontarem com novas situações que podem incluir um novo domínio, novas relações, novos dados numéricos, os alunos usam o conhecimento adquirido pela experiência dentro de situações mais simples e mais familiares e tentam adaptá-lo a esta nova situação. Segundo o autor, o conhecimento dos estudantes tanto pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica (linguagem natural, esquemas, diagramas, sentenças formais, etc.) quanto implícito, uma vez que os alunos podem usá-lo em ação, escolhendo operações adequadas, sem contudo, conseguirem expressar as razões desta adequação.

Os estudos de Vergnaud (1990) revelaram que o conhecimento se encontra organizado em campos conceituais cujo domínio se estabelece a partir de uma larga escala de tempo através de experiência, maturidade e aprendizagem. Assim novos problemas e novas propriedades devem ser estudados durante um longo período para que os alunos possam dominá-los progressivamente. A essência do conhecimento, na perspectiva dos campos conceituais se encontra na conceitualização. Acerca dos Campos Conceituais, Vergnaud (como citado em Moreira, 2004) afirmou:

Campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. (p.8)

Algumas outras definições foram apontadas por este autor a respeito do tema. Campo conceitual é também definido por ele como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes mais intimamente relacionados. Em outros trabalhos (1988), ele refere-se a campo conceitual como

sendo um conjunto de situações cujo domínio requer, por sua vez, o domínio de vários conceitos de naturezas distintas.

As idéias de adaptação, desequilíbrio, e reequilíbrio retiradas da teoria de Piaget são consideradas por Vergnaud como pedras angulares para investigação em didática das Ciências e da Matemática. No entanto, o conceito de esquema, importante contribuição de Piaget, é fundamental na teoria de Vergnaud, também construída a partir do legado de Vygotsky pelo destaque atribuído à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos e à mediação do professor. (Moreira, 2004).

Vergnaud (1988) destacou que a estrutura dos campos conceituais e a definição de um conceito servem como âncora para a compreensão dos seguintes aspectos:

1. Os conceitos matemáticos estão enraizados nas situações e problemas;
2. É necessário analisar e classificar essas situações e os procedimentos que os estudantes usam ao lidar com elas. A matemática é uma ferramenta indispensável para esta análise.
3. As idéias dos estudantes se desenvolvem ao longo de um período de tempo. Ensinar para estudantes de uma determinada série, requer que se tenha a justa idéia dos passos que eles podem ou não ter dado anteriormente, e das metas que se pretende que eles alcancem.
4. Os símbolos (significantes) não se referem diretamente à realidade, mas aos componentes cognitivos (significados) que são subjacentes aos procedimentos comportamentais dos estudantes. Esses componentes cognitivos são os invariantes, cujos mesmos , dizem respeito às categorias, objetos, propriedades, relações, teoremas-em-ação. Neste aspecto, é necessário que se proceda uma especial atenção para a distinção entre situações, invariantes e símbolos.

De acordo com o autor, o trabalho do professor também consiste em organizar situações didáticas e realizar experimentações com elas, tanto dentro de objetivos de curto prazo, permitindo que os estudantes desenvolvam competências e concepções para uso imediato, quanto na perspectiva de longo prazo de lhes oferecer uma base para os conceitos que serão essenciais poucos anos mais tarde.

A esse respeito o Vergnaud (1988), afirmou:

Ensinar para crianças [...] pressupõe um claro entendimento de suas atuais competências e concepções, de suas competências quando elas eram mais jovens e das competências que elas precisarão ter quando forem mais velhas; esta é uma consequência direta da teoria dos campos conceituais- herança do passado e preparação para o futuro. Isto explica parcialmente o porquê os invariantes devem ser descritos em termos matemáticos e o porquê de eu ter introduzido o conceito de teorema-em-ação.(p.144)

O foco central do desenvolvimento cognitivo na concepção do autor é, portanto, a conceitualização. Ele destacou a necessidade de se dar atenção aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações nas quais os aprendizes desenvolvem seus esquemas na escola ou na vida real.

Os conceitos são definidos por três conjuntos: o primeiro é um conjunto de situações que constituem o referente do conceito e que, portanto lhe dão sentido, o segundo é um conjunto de invariantes operatórios (teoremas e conceitos-em-ação) que dão significado ao conceito, e o terceiro refere-se a um conjunto de representações simbólicas que compõem seu significante.

Um conceito torna-se significativo a partir de uma variedade de situações. No entanto o sentido não está nas situações em si mesmas e nem nas palavras e nos símbolos, mas sim, na relação do sujeito com situações e significantes.

A solução de problemas é dimensionada nesta perspectiva a partir de dois aspectos fundamentais:

- 1) A representação e o conceito na situação problema.
- 2) A situação problema na formação do conceito.

Estes dois aspectos então, implicam na formação e no desenvolvimento de competências e concepções. Os problemas teóricos e práticos conduzem à formação de

conceitos, enquanto a formação de competências está intrinsecamente ligada aos conceitos explícitos e conhecimentos implícitos. No entanto, a este respeito, Vergnaud (como citado em Moreira, 2004) chamou atenção : *Um problema não é um problema para um indivíduo a menos que ele tenha conceitos que o tornem capaz de considerá-lo um problema para si mesmo.*(p. 24)

O referido autor também considerou a importância de se trabalhar a variedade de problemas. Para ele os conceitos são construídos em estreita relação com as situações que lhes estabelecem sentido. Desta forma, são as situações que dão sentido aos conceitos e um conceito torna-se significativo através de uma variedade de situações.

É possível aprender muito mais sobre um significado que um conceito tem para uma criança, se for estudada a forma, como ela criança, lida com problemas que necessitam deste conceito para a solução do que estudando-se apenas o uso que ela faz de palavras e símbolos referentes ao conceito (Vergnaud como citado em Moro, 2005, p.136)

As concepções prévias dos alunos contêm teoremas e conceitos-em-ação que não são teoremas e conceitos científicos, mas podem evoluir para eles. No entanto, as lacunas muitas vezes existentes entre os invariantes operatórios dos alunos e os do conhecimento científico, demandam tempo para que esta evolução aconteça. Por outro lado, pode ocorrer que certos conceitos possam ser construídos somente se certas concepções forem abandonadas. Os conceitos prévios podem muitas vezes funcionar como obstáculos epistemológicos.

As idéias de Vergnaud sobre o papel do conhecimento prévio, quer alternativo ou científico e sobre as continuidades e rupturas na construção do conhecimento, entram em conexão com a teoria significativa de Ausubel (1980), que considera o conhecimento prévio como principal fator, que isolado, influencia a aquisição de novos conhecimentos. Nesta interação é que o novo conhecimento adquire significados e o conhecimento prévio se modifica. Desta forma, as duas teorias podem ser tomadas como complementares: a teoria de

Ausubel, é uma teoria de aprendizagem em sala de aula, de aquisição de corpos organizados de conhecimento em situação formal de ensino, enquanto que a teoria de Vergnaud, é uma teoria psicológica do processo de conceitualização do real que se propõe a localizar e estudar continuidades e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual. O que para Ausubel são campos organizados do conhecimento, para Vergnaud são campos conceituais (Moreira, 2004)

A solução de problemas pode dimensionar a construção do saber, na medida em que, possibilita o ensino contextualizado de conceitos, a valorização da experiência prévia do aluno, dos conhecimentos que trazem para a escola, das suas idéias e intuições e assim, os articula com o novo conhecimento. Ao se criar condições para que a criança se utilize dos recursos de que dispõe para enfrentar desafios e muni-la do “querer” e do “poder”, permite-se que ela sinta-se estimulada a aprender a aprender.

A solução de problemas aliada aos recursos de comunicação permite a compreensão do modo de pensar do aluno, de como ele constrói seu conhecimento, das suas concepções e dificuldades, tornando possível que se investigue com mais rigor as estratégias de pensamento disponibilizadas no momento da solução e os procedimentos adotados. O uso da palavra, neste momento, converte-se em um instrumento de diálogo, de relações sociais e pessoais significativas, de articulações de idéias e, sobretudo de crescimento intelectual, social e afetivo.

A interação social e as trocas argumentativas, quando emergem na solução de problemas podem se constituir em meios frutíferos para o desencadeamento de conflitos cognitivos, para o desenvolvimento da cooperação e para a autonomia da criança.

4.1.1 – A solução de problemas e os modos de divisão partitiva e por quotas

De acordo com Nunes, Campos, Magina e Bryant (2002), assim como a adição e a subtração aparecem originalmente ligadas a três esquemas de ação, juntar, separar e colocar em correspondência um-a-um, os conceitos de multiplicação e divisão têm origem nos esquemas de ação de correspondência um-a-muitos e de distribuir. No entanto, os problemas

inversos de multiplicação e divisão requerem a coordenação entre os dois esquemas e por isso são mais complexos, podendo causar dificuldade até mesmo para alunos da quarta série.

Estes autores constataram que assim como a multiplicação, a divisão envolve duas variáveis numa relação constante. Porém, ressaltaram que é muito mais difícil perceber essa estrutura nos problemas de divisão do que nos problemas de multiplicação. Para exemplificar esta afirmação, descreveram as seguintes situações de problemas diretos de multiplicação e divisão:

- Um problema de multiplicação: Márcio convidou três amigos para sua festa de aniversário. Para cada amigo ele quer dar 5 bolas de gude. Quantas bolas de gude ele precisa comprar?

Tem-se duas variáveis, número de amigos e número de bolas de gude, numa relação constante, 5 bolas para cada amigo.

- Um problema de divisão: Márcio tem 15 bolas de gude. Ele vai distribuí-las igualmente entre seus três amigos. Quantas bolas de gude cada um vai ganhar?

Embora o problema tenha a mesma estrutura, duas variáveis, número de amigos e de bolas de gude, em uma relação fixa, não pode ser resolvido por correspondência, porque a relação fixa não é conhecida. A pergunta nesse problema é exatamente qual a relação que deve-se fixar para que o número de bolas por amigo seja constante. Portanto, o esquema de ação aqui utilizado pelas crianças é o da distribuição.

Na abordagem de problemas inversos, o estudo procedido por Nunes et. al (2002) investigou o procedimentos adotados por crianças de cinco a oito anos em dois tipos de problemas:

Problema inverso tipo 1: Carlos vai fazer aniversário. Cada amigo que vier a sua festa vai ganhar 3 balões. Ele comprou 18 balões. Quantos amigos ele pode convidar?

Este problema descreve a relação entre o número de balões e o número de amigos: três balões por amigo. O fator ausente é o número de amigos.

Ao ser apresentado este tipo de problema a alunos de primeira e segunda série, oferecendo-lhes blocos para procederem a solução, foi verificado que o procedimento adotado constituiu-se em formar grupos de 3 blocos, o que significa que o número de blocos

corresponde ao número de amigos que Carlos poderia convidar. O problema foi, portanto resolvido através do esquema correspondência um-a-muitos. De acordo com a análise efetuada por Nunes et. al (2002), a estratégia de correspondência pode ser empregada porque o problema continha a informação sobre a relação fixa entre número de amigos e número de balões. No entanto é necessária a conclusão de que o número de grupos é igual ao número de amigos que se pode convidar.

Em outros trabalhos esse problema é descrito como um problema de divisão por quotas, mas os autores preferiram caracterizá-lo como um problema inverso da multiplicação, uma vez que, foi resolvido pelos alunos com a mesma estratégia da multiplicação. Além disso, a inclusão de crianças menores foi justificada, através da constatação realizada pelo estudo de que estes alunos, conseguem realizar problemas de multiplicação de modo prático.

Problema inverso tipo 2: Era aniversário da professora, seis alunos vieram à festa. Cada um deles trouxe o mesmo número de flores para a professora. A professora ganhou 18 flores. Quantas flores cada aluno ofereceu à professora?

O esquema de correspondência aqui, não pode mais ser empregado, uma vez que, falta a informação essencial para a utilização deste esquema, ou seja, o valor da relação fixa entre número de alunos e número de flores oferecidas à professora.

A resposta correta de alguns alunos revelou diferentes procedimentos de solução. O primeiro observado foi o procedimento de “ensaio e erro”, onde os alunos experimentaram diversos valores até chegar à solução correta; o segundo procedimento consistiu na distribuição dos 18 blocos apresentados, de um em um, em seis grupos, o que corresponde a um comportamento ligado ao esquema de distribuição, demonstrando a compreensão de que este esquema está relacionado às situações multiplicativas.

A análise de resultados acerca dos problemas inversos da multiplicação e dos problemas inversos de divisão, realizada por Nunes et.al (2002) apontou que para os alunos das séries iniciais é muito mais fácil solucionar problemas diretos do que inversos.

Neste sentido, os apontamentos realizados por Moro e Starepravo (2005), revelaram que embora tanto os problemas de divisão por partição, quanto os problemas de divisão por quotas possam ser representados por uma expressão numérica de divisão, eles não possuem o mesmo sentido para a criança. Além disso, conforme a literatura revisada pela autora, a análise

das notações usadas nos problemas de divisão sugere que a passagem dos procedimentos das crianças para os algoritmos convencionais não é tão simples, uma vez que, para a utilização do algoritmo da divisão é necessário que as crianças façam uma inversão mental. Dada a dificuldade desta operação elas procuram utilizar procedimentos que lhes sejam mais significativos, parecendo indicar uma passagem por diferentes níveis de compreensão da multiplicação e de suas formas de representação, para compreender o algoritmo convencional da divisão.

Alicerçado a estes fatores, existe ainda o fato de que muitas escolas procedem o ensino das operações clássicas de forma isolada, partindo apenas do algoritmo convencional, o que pode contribuir para a dificuldade demonstrada pelas crianças em atribuir significado à divisão. Nas palavras de Moro e Starepravo (2005):

Contudo o que se verifica nas escolas, em geral, é que primeiro é ensinado o algoritmo da divisão e, somente depois, são apresentados os problemas de divisão. O que se espera, então, das crianças é que identifiquem esses problemas e apliquem o algoritmo, sem considerar que a criança possa estar compreendendo, de forma bastante diferente os problemas de divisão por partição e os por quota (p.125)

Buscando a ultrapassagem desta concepção colocada em prática pelo trabalho docente, as autoras realizaram uma investigação com quatro crianças de uma terceira série, as quais foram desafiadas a elaborar procedimentos pessoais de solução de problemas, realizados através da oralidade e do registro de notações. Os problemas foram selecionados de acordo com a idéia de estruturas multiplicativas como um campo conceitual conforme Vergnaud (1983; 1988; 1991) e corresponderam a um dos subgrupos de problemas aritméticos de multiplicação e divisão, do conjunto de problemas inserido nesta estrutura. Os problemas apresentados às crianças, pertencentes ao subgrupo isoformismo de medidas, focalizou

relações de proporcionalidade simples, envolvendo duas variáveis em diferentes espaços de medida.

A análise de resultados revelou a antecipação de soluções de diferentes formas, envolvendo a antecipação de procedimentos com ou sem o anúncio da conta a ser utilizada, resultado do problema por cálculo mental, através de estimativas de conteúdo qualitativo, sem utilização de valores numéricos, ou quantitativo (esta última mais presente nos problemas de divisão), com aporte no resultado de um problema anterior como referência.

Ocorreu, no entanto, maior dificuldade de antecipação de procedimentos verificada nos problemas de divisão, o que foi interpretado pelas pesquisadoras como uma dificuldade inerente às crianças estudadas em resolver estes tipos de problemas, verificando-se ainda que uma solução anterior à utilização da notação é mais observada nos problemas de multiplicação, o que pressupõe a necessidade das marcas matemáticas, como auxílio na busca de solução dos problemas de divisão.

As antecipações de procedimentos, de acordo com o conceito de esquema de Piaget (como citado em Moro, 2005), podem ser entendidas como aplicações de esquemas construídos pelo sujeito para resolver os problemas e que são expressos em termos de metas e intenções. Desta forma os esquemas de antecipação guiam a busca de solução. A dificuldade das crianças estudadas em antecipar procedimentos de divisão, parecem revelar que os esquemas antecipatórios relacionados à este tipo de operação encontram-se menos presentes do que os concernentes à multiplicação.

As notações produzidas revelaram ser de categorias aditivas, multiplicativas, subtrativas, de divisão e combinadas. Foi observada a predominância de notações aditivas nos dois tipos de problemas. Nos problemas de divisão por quota, os procedimentos aditivos consistiram em adicionar o valor unitário até a obtenção do dividendo, com contagem posterior, do número de vezes que este valor foi adicionado.

Mediante o estudo desenvolvido Moro e Starepravo (2005) destacaram alguns pontos essenciais para o ensino e a aprendizagem da aritmética: o papel da solução de problemas na compreensão das estruturas multiplicativas (que abarcam os processos de divisão); a importância de se dinamizar os procedimentos pessoais das crianças nesta compreensão; o papel das interpretações dos alunos sobre suas soluções notacionais. Na aprendizagem das

estruturas multiplicativas, os problemas devem ser utilizados como situação de aprendizagem e apresentados anterior às técnicas ensinadas de como resolvê-los.

Saiz (como citado em Moro e Starepravo, 2005) ressaltou a importância da comprovação de procedimentos e soluções realizada pelas próprias crianças, antes mesmo de conhecerem os algoritmos convencionais. O professor deve assim, não só favorecer a elaboração de procedimentos pessoais como também buscar o aprimoramento dos mesmos, através de ações que possibilitem a comunicação, a explicação, e a comparação de procedimentos adotados pelos alunos, a fim de que os mesmos possam ser validados.

Também as interpretações que as crianças fazem sobre suas notações ou sobre as de seus colegas revelam-se fundamentais para a construção dos conceitos matemáticos, além de comporem a possibilidade de reflexão e de pensar sobre o próprio pensamento.

Em continuidade à abordagem de procedimentos empregados na Solução de Problemas de divisão, ressalta-se o estudo elaborado por Correa (2002) em relação ao conceito de divisão. A autora ressaltou que as seqüências didáticas criadas para o aprendizado das operações aritméticas devem levar em conta não só a natureza lógico- matemática da operação estudada, como também, os suportes simbólicos envolvidos na sua representação e a sua aplicabilidade a um conjunto de situações diversas.

Em relação ao conceito de divisão, duas classes de situação-problema devem ser consideradas, uma vez que, fazem parte regularmente das experiências da criança ao longo de seu desenvolvimento, tanto na escola como fora dela, São os problemas de divisão partitiva e os de divisão por quotas. No caso da divisão partitiva, as situações –problema envolvem repartir uma quantidade em um determinado número de partes iguais. Neste caso são dados a quantidade a ser repartida e o número de quotas.

A divisão por quotas implica conhecer quantas partes de um determinado tamanho são possíveis de serem obtidas a partir de uma dada quantidade.

Correa (2002) buscou examinar a influência desses dois modos de divisão, nos procedimentos de cálculo oral utilizados por crianças de 6 a 9 anos. As tarefas foram realizadas com uma certa quantidade de blocos e para os dois tipos de problema, adotou-se os mesmos valores para o dividendo e para o divisor.

A análise dos protocolos permitiu identificar oito procedimentos comuns aos problemas de divisão partitiva e por quotas. Embora na descrição das categorias, Correa (2002), tenha procurado seguir a classificação presente na literatura (Kouba,1989; Mulligan, 1992) , em face da a análise destes protocolos , acrescentou uma nova categoria à classificação já existente (categoria IX). As classificações das categorias de procedimentos citadas por Correa (2002) foram as seguintes:

- I) Respostas sem explicação, ou seguidas de “ não sei”;
- II) Resposta seguidas de explicação arbitrária ou idiossincrática;
- III) Repetição da informação contida no problema;
- IV) Correspondência, que nos problemas partitivos foi do tipo *termo a termo* e nos problemas de divisão por quotas foi estabelecida na forma de *um para muitos*;
- V) Contagem a partir de um dado fator;
- VI) Dupla contagem: a criança realiza a contagem segundo um dado padrão até alcançar o valor do dividendo, para em seguida, contar quantas enumerações foram necessárias para chegar a tal valor;
- VII) Adição repetida: a criança adiciona um determinado valor até obter o valor especificado para o dividendo;
- VIII) Subtração repetida: a criança subtrai repetidas vezes um valor do dividendo.
- IX) Partição e produtos associados à partição: o valor do dividendo é decomposto numa soma de parcelas, sendo que algumas vezes o valor de cada parcela é representado por um produto;
- X) Metades: o valor do dividendo é sucessivamente dividido em metades;
- XI) Fatos multiplicativos: a criança aplica conhecimento de fatos numéricos relativos à multiplicação e à divisão.

Observou-se que foi mais freqüente, entre as crianças, o emprego dos procedimentos de ação repetida, de partição e de metades na solução de problemas partitivos do que nos problemas de divisão por quotas. Por outro lado, a diferença na freqüência de procedimentos usados mostrou que as operações mentais utilizadas pelas crianças foram sensíveis à natureza do problema. No caso de divisão partitiva, a incidência maior de procedimentos esteve relacionada à idéia de distribuição, ao passo que no caso da divisão por quotas, os

procedimentos empregados visaram responder a quantas vezes uma determinada quota poderia ser replicada para que se obtivesse uma determinada quantidade.

Na análise de frequência das respostas idiossincráticas verificou-se que as mesmas referem-se em maior número de ocorrências à divisão partitiva, e este aumento se deu principalmente entre as crianças mais novas, pelo fato destas, recorrerem à idéia de partição utilizada socialmente para justificarem suas respostas.

Na divisão por quotas, o aumento da frequência de respostas sem explicação deveu-se ao fato de que, muitas vezes, as crianças não tinham como aplicar esta idéia de divisão.

Através deste estudo, Correa (2002) destacou duas importantes implicações, no que diz respeito ao planejamento de seqüências didáticas relacionadas à aprendizagem do conceito de divisão na escola.

A primeira delas refere-se à importância das situações apresentadas às crianças para o seu raciocínio. Neste sentido, escolher a situação problema significa, de certa forma, influenciar a emergência de algumas habilidades cognitivas relacionadas a um determinado campo conceitual.

A segunda implicação refere-se ao caráter mediador que os sistemas de representação exercem no tipo de funcionamento cognitivo que os alunos apresentam. A influência destes sistemas pode ser discutida no âmbito de dois aspectos. Um deles revela que os sistemas simbólicos utilizados, podem auxiliar ou dificultar a diferenciação das diversas classes de problema relativas a um campo conceitual. Devido a sua natureza, um sistema simbólico pode ressaltar ou ocultar aspectos ou propriedades daquilo que representa. As características destes sistemas, ainda, é que acionam determinadas operações de pensamento, e não outras, em uma dada situação de aprendizagem.

Desta forma, estes estudos apontam para a necessidade de se estabelecer uma ação metodológica que tenha em vista, não apenas os conceitos a serem construídos durante a solução de problemas, mas que também articule esta construção com as ações desenvolvidas pelas crianças durante este processo.

O planejamento dos problemas escolares deve ser elaborado na perspectiva de que, os alunos se encontram muito mais próximos dos seus conhecimentos prévios do que do novo conhecimento a ser construído pelo universo escolar.

A esse respeito Pozo e Crespo (1998) afirmaram:

Se a compreensão requer sempre a assimilação da nova informação (por exemplo, o enunciado do problema) a esquemas de conhecimentos já disponíveis para que o aluno reconheça uma situação problemática e a formule como um problema, é preciso que se ative algum conhecimento que possa ser relacionado ao enunciado que lhe foi apresentado (p. 89).

Os autores destacaram que se não existirem esses conhecimentos, ou se não forem ativados, não haverá problema para o aluno, no sentido dele interpretar um problema realmente como tal. Neste contexto o papel do professor e das propostas por ele elaboradas seria o de propulsores dos conhecimentos prévios do aluno.

Do ponto de vista didático, deve-se elaborar tarefas e situações planejadas que exijam do aluno uma previsão inicial, uma estimativa ou um julgamento concreto e que, portanto, envolvam situações nas quais, a compreensão seja efetivada, mediante a possibilidade do aluno de ativar uma idéia ou conhecimento prévio que lhe sirva para organizar a situação apresentada dando-lhe sentido. Neste sentido, o conceito de esquemas proposto por Piaget (1973, 1974, 1977, 1988), a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1988, 1990, 1994, 1996) e a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e outros (1970, 1978) se encontram estritamente interligadas.

Em seus estudos Lautert e Spinillo (2002), ao analisarem os diferentes aspectos concernentes ao conhecimento matemático em divisão, apontaram para três aspectos relacionados às pesquisas que solicitam da criança a realização de atividades ou o julgamento sobre componentes relevantes em uma situação:

- a) O desempenho quando resolvem problemas de divisão ou tarefas não computacionais;
- b) As estratégias que adotam;

c) Os grafismos que utilizam para representar os enunciados, os procedimentos e os resultados obtidos.

Ressaltaram as autoras que, além destas formas de acessar o conhecimento matemático, um outro aspecto merece ser investigado: aquele que diz respeito às explicações e definições que a criança apresenta sobre um determinado conceito e os significados a ele atribuídos.

Em se tratando da divisão, uma simples pergunta que leve em conta a definição do termo, pode suscitar o surgimento das diferentes noções iniciais que a criança apresenta sobre divisão. Estas noções têm suas origens tanto no contexto escolar como fora dele. Podem significar situações que envolvam operações e problemas, ou então, aquelas que acontecem em circunstâncias mais informais, como por exemplo, repartir objetos e quantidades com pessoas de seu convívio social (repartir um chocolate, uma quantidade de bolinhas de gude, um refrigerante, por exemplo.)

A pesquisa de Lautert e Spinillo (2002) teve como sujeitos oitenta crianças divididas igualmente em dois grupos: primeiro envolvendo crianças de 5-7 anos, sem instrução sobre divisão e o segundo com crianças de 7-9 anos, com instrução sobre divisão.

Foram apresentados dois problemas de divisão inexata, um de quotição e outro de partição para serem resolvidos. Em seguida, foi aplicada uma entrevista clínica perguntando-se sobre o que era divisão e outras questões correlatas.

A análise de dados e os resultados revelaram que tanto as definições quanto o desempenho variam de acordo com a instrução recebida sobre divisão no contexto escolar. Diferentes tipos de concepções a respeito da divisão foram verificadas: aquelas sem um significado matemático, concepções com um significado matemático dissociado da divisão e outras com um significado matemático associado exclusivamente à divisão.

A correlação observada pelas autoras entre definições e desempenho demonstrou-se bastante complexa. Se por um lado houve um desempenho melhor por parte de crianças instruídas e que apresentaram definições com significado matemático associado exclusivamente à divisão, de outro, foi verificado que algumas crianças, inseridas neste grupo, apresentaram também baixo desempenho sem conseguirem resolver com sucesso os problemas. Lautert e Spinillo (2002) sugeriram que talvez para estas crianças, a noção

matemática da divisão antecede o uso de procedimentos apropriados que possibilitam a solução correta de um problema.

Neste contexto, poderia se pressupor que as ações metodológicas que visem estabelecer a articulação entre o conhecimento verbal explícito, e que envolve as concepções pessoais acerca da divisão, e o conhecimento procedimental implícito, que diz respeito ao desempenho na solução de problemas de divisão, ao fazerem uso de trocas argumentativas em sala de aula, podem se revelar favoráveis para a construção e reconstrução de conceitos relativos à divisão.

Por desencadear ações como justificar, explorar, contrapor, enunciar e verificar idéias, as argumentações feitas em um ambiente de interação e reciprocidade, e que também valoriza o conhecimento prévio do aluno, pode aprimorar os procedimentos de solução de problemas, contribuindo ainda para que as estruturas cognitivas ou esquemas tornem-se mais refinados.

As constatações realizadas através dos diferentes estudos aqui abordados, dizem respeito às diferentes implicações das atividades mentais desenvolvidas pelas crianças durante a solução de problemas e, no caso, aquelas concernentes à divisão. Ao se pensar nos entraves a serem ultrapassados e nas dinâmicas de ação que podem ser aprimoradas, articula-se a idéia de uma escola ativa, onde a criança seja a protagonista principal na construção de seu conhecimento.

A escola ativa assenta nessa idéia de que as matérias a ensinar à criança não devem ser impostas do exterior, mas sim redescobertas por ela por meio de uma verdadeira pesquisa e de uma atividade espontânea. Atividade opõe-se assim a receptividade.

Piaget (como citado em Xypas, 1997, p.73)

Nesta dimensão, a da escola ativa, deve-se articular ações metodológicas propulsoras da participação da criança na construção de seu próprio conhecimento. Tais ações devem pressupor ainda, a oportunidade de expor, comunicar e contrapor idéias como forma de fazer

surgir espontaneamente a argumentação e de desencadear processos metacognitivos onde a argumentação possa surgir espontaneamente no âmbito

4.1.2 – Problemas de divisão rotineiros e não rotineiros

Os problemas rotineiros também considerados como os problemas do livro- texto, foram classificados por Diniz (2001) como sendo simples exercícios de fixação de técnicas ou regras. Segundo a autora, muitos deles apresentam-se sem um contexto significativo para o aluno e não apresentam uma linguagem condizente com aquela utilizada em seu dia-a-dia.

Nos livros didáticos, os problemas aparecem geralmente, sempre depois da apresentação de um conteúdo, quando na verdade, a solução de problemas deveria ser o eixo norteador na construção dos conteúdos matemáticos.

De acordo com a autora, as características básicas de um problema rotineiro seriam : texto na forma de frases, diagramas ou parágrafos curtos; os problemas vêm sempre após a apresentação de determinado conteúdo; todos os dados de que o resolvidor necessita aparecem explicitamente no texto e, em geral, na ordem em que devem ser utilizados os cálculos; os problemas podem ser resolvidos pela aplicação direta de um ou mais algoritmos; a tarefa básica nestes problemas é identificar que operações são apropriadas para mostrar a solução e transformar as informações do problema em linguagem matemática; a solução numericamente correta é um ponto fundamental, sempre existe e é única.

O trabalho centrado exclusivamente na proposição e resolução de problemas rotineiros gera nos alunos atitudes inadequadas frente ao que significa aprender e pensar em matemática. Quando os problemas aparecem sempre associados a uma operação aritmética, a atitude dos alunos é estabelecer perguntas como “Qual é a conta?” ou, ainda , buscarem identificar no texto uma palavra que possa indicar a operação a ser efetuada. É comum, porém, que uma interpretação superficial das palavras contidas em um enunciado leve os alunos a não obterem êxito na solução de problemas. Ao se depararem com palavras como “ao todo”, “o total” ou “juntos” , os alunos tendem a adicionar os números que aparecem no texto; por outro lado, expressões como “restou”, “sobrou” ou “perdi”, são associadas à subtração. Em um texto, no qual estas palavras aparecem mas são necessárias várias operações para a solução, é comum os alunos confundirem-se em face da não exploração das relações existentes no problema e, nas

palavras de Diniz (2001), *o fracasso é certo, Esse fracasso gera o medo, a insegurança e, com o passar do tempo, a crença de que o aluno é incapaz de aprender matemática.*

A respeito de uma ação pedagógica pautada apenas nesta perspectiva, Ausubel, Novak e Hanesian (1978) afirmaram:

Na maioria das salas de aula de matemática ou de ciências, a solução de problemas-tipo envolve pouco mais do que memorização de rotina e aplicação de fórmulas, manipulação rotineira de símbolos, e o uso de indícios intrinsecamente irrelevantes para identificar os problemas como membros de uma classe.(p. 474)

No entanto, para se evitar as dificuldades de aprendizagem oriundas do modelo centrado apenas em problemas convencionais é necessário que se promova um processo de investigação durante a solução de problemas. Um exemplo ilustrativo, citado por Diniz (2001, p.100) procurou ressaltar este tipo de ação metodológica:

Problema: Lafaiete comprou duas coleções de livros. Cada coleção contém 36 livros, e Lafaiete quer distribuir esses livros nas quatro prateleiras de sua estante. Quantos livros ele deve colocar em cada estante?

O processo de investigação pode ser iniciado após os alunos terem solucionado o problema , através de uma ou mais das seguintes formas:

- a) Podemos propor a alteração de dados do problema, fazendo novos questionamentos.*
- b) Esse problema contém informações suficientes para que sejam propostas novas perguntas.*
- c) Outro desafio será propor que os alunos descubram outras maneiras de resolver o problema.*
- d) É interessante que os alunos possam formular e resolver suas próprias questões, através de solicitações como: invente um problema com os mesmos dados; invente um problema com a mesma pergunta; invente um problema com as mesmas contas;*

invente um problema com a mesma história mas que seja resolvido através de uma adição e de uma subtração.

Ao formular problemas o aluno retorna ao problema resolvido, observando novamente os dados, a história trazida pelo enunciado e as relações existentes, a pergunta e sua relação com a resposta. Assim, muda-se da repetição de fórmulas e técnicas para uma participação ativa do aluno, possibilitando ainda que ele possa refletir acerca da solução encontrada anteriormente, disponibilizando conexões e interconexões de pensamento, aprimorando o conhecimento acerca da solução de problemas.

A solução de problemas pelo discernimento é, obviamente, um tipo de aprendizagem pela descoberta significativa na qual as condições do problema e os objetivos desejados são não arbitrariamente e substantivamente relacionados com a estrutura cognitiva existente... Inclui a transformação da informação pela análise, síntese, formulação e comprovação de hipóteses, rearranjo, recombinação, translação e integração... Contudo não implica necessariamente em uma descoberta completamente autônoma. Tipicamente, de fato, a solução de problemas na sala de aula constitui uma forma de descoberta orientada ou arranjada. (Ausubel, Novak & Hanesian, 1978, p.474)

De acordo com Diniz (2001), quando os problemas rotineiros são adotados como único material para o trabalho com solução de problemas na escola, pode-se levar o aluno a uma postura de fragilidade e insegurança diante de situações que exijam algum desafio maior. Ao se deparar com um problema no qual não identifica o modelo a ser seguido, o aluno desiste ou espera a resposta de um colega ou do professor.

Em muitas vezes, ele poderá resolver o problema mecanicamente, sem ter entendido o que fez e sem confiar na resposta obtida, sendo incapaz de verificar se a resposta é ou não adequada aos dados apresentados ou à pergunta feita no enunciado. Por outro lado, a autora revelou que os problemas convencionais são textos com características tão específicas, que devem receber atenção especial, não fazendo sentido atribuir o fracasso da resolução de um problema convencional à falta de interpretação de textos do aluno.

A concisão do texto matemático, sua objetividade, o uso apenas de palavras essenciais e o parágrafo único devem ser analisados nas aulas de matemática de forma sistemática e planejada. Recorrer à oralidade, ao desenho, e à escrita para apresentar outras maneiras de resolver, discutir o que não foi compreendido no texto do problema, argumentar por uma ou outra possibilidade de novas perguntas, discutindo ainda em que medida um problema inventado está ou não bem escrito, auxilia a compreensão do aluno acerca do problema como texto e como relações matemáticas.

Assim, a reflexão consiste em que não é possível realizar um trabalho com todos os problemas propostos em alguns livros didáticos, uma vez que, muitos deles são muito pobres e desinteressantes, não permitindo qualquer exploração. Cabe, pois ao professor selecionar aqueles que permitam algum tipo de investigação.

Complementares às idéias apresentadas por Diniz (2001), com referência aos materiais impressos, Ausubel et. al (1978) destacaram que:

As deficiências freqüentemente atribuídas aos livros texto não são realmente inerentes a este material, mas refletem deficiências que são comuns a todos os materiais de ensino preparados inadequadamente, tais como ausência de clareza , comunicação ineficaz, nível de sofisticação inapropriado e ausência de idéias explanatórias e integrativas. Têm-se escrito relativamente poucos livros que levem em conta considerações tais como diferenciação progressiva, harmonia integrativa, continuidade do conteúdo do assunto, e uso de organizadores.(p. 314)

A respeito dos organizadores textuais o sentido destacado em termos organizacionais, diz respeito à necessidade de uma apresentação da informação mais detalhada ou específica, precedida por um princípio mais geral ou inclusivo ao qual esta informação possa ser relacionada ou ao qual possa estar subordinada. Isto não só torna a nova informação mais significativa e capacita o aluno a relacionar especificações mais facilmente esquecidas a generalizações mais facilmente lembradas, como também integra fatos relacionados em termos de um princípio comum ao qual todos podem ser subordinados. Ausubel et. al (1978, p.310)

Na dimensão da solução de problemas, portanto, abordando-se o conteúdo das propostas, insere-se a necessidade de um planejamento adequado no que concerne às atividades de construção do conhecimento, seja contemplando a reformulação de alguns problemas rotineiros⁴ que permitam algum tipo de investigação ou a introdução de uma gama de não-rotineiros; isto posto, trata-se de integrar o conhecimento através da solução de problemas, tornando explícitas as relações entre conceitos, evitando-se assim atitudes esparsas de colocação de “novidades” que não estabelecem uma prática consistente da proposta e uma separação de problemas em categorias isoladas.

A problemoteca sugerida por Stancanelli (2001) pode servir como um aparato valioso na organização de atividades concernentes à solução de problemas. Por outro lado, fazendo-se uma transposição deste tema de estudo para a abordagem de temas pervasivos utilizada por Ausubel et. al (1978) ao se referirem à estrutura dos material textual contido nos livros didáticos, ressalta-se a vantagem de se abordar temas recorrentes , que, segundo estes autores, podem integrar ou inter-relacionar vários tópicos diferentes ou várias idéias gerais e, neste caso, nas propostas de solução de problemas. Enfatiza-se assim, a importância do que o aluno já sabe, portanto a sua estrutura cognitiva relevante, num aprendizado subsequente.

⁴ Embora alguns autores adotem os termos resolução e convencionais e não convencionais no âmbito dos problemas aritméticos optou-se neste estudo, a adoção da terminologia , rotineiros, que diz respeito a um caminho habitualmente seguido; hábito de fazer as coisas sempre do mesmo modo (Rocha, 2005) ,e solução, que de acordo com Ausubel e outros (1978), se refere a qualquer atividade, em que tanto a representação cognitiva da experiência passada, como os componentes de uma situação problemática atual, são reorganizados, para atingir um objetivo designado.

Na perspectiva dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), a solução de problemas é apontada como propulsora do saber significativo. Desta forma, as ações pedagógicas que visam a articulação de conceitos e princípios e o desenvolvimento de habilidades que permitam pôr a prova os resultados obtidos, comparar diferentes caminhos na busca da solução, aprimorando a autonomia intelectual, devem contemplar propostas de solução de problemas mais criativas e desafiadoras e que permitam reflexões sobre o próprio pensar.

Segundo Vergnaud (como citado em Moro, 2005) é necessário que os professores explorem variados tipos de problemas na escola pois os conceitos são construídos em estreita relação com as situações que lhes estabelecem sentido. Desta forma, trabalhar apenas com “problemas padrão” pode inibir o processo de construção significativa dos conceitos.

De acordo com Stancanelli (2001), ao se propor o trabalho com problemas não-rotineiros, permite-se que os alunos tenham contato com diferentes tipos de textos e desenvolvam a capacidade de leitura e análise crítica, pois para resolver a situação proposta, faz-se necessário que eles voltem muitas vezes ao texto a fim de lidar com os dados e analisá-los, selecionando os que são relevantes e descartando aqueles supérfluos. Planejando o que e como fazer, verificando e testando respostas encontradas, confrontando opiniões os alunos adquirem uma postura diferenciada frente à solução de problemas e uma atitude mais ativa diante das situações propostas

A autora sugere alguns tipos de problemas não-convencionais, sem no entanto, esgotar as formas que este tipo de problema pode apresentar. Na seleção apresentada por ela, encontram-se: os problemas sem solução, os quais rompem com a concepção de que os dados apresentados devem ser usados na resolução e de que todo o problema tem solução; os problemas com mais de uma solução o que possibilita desmistificar a crença de que todo problema tem uma única resposta e de que há sempre uma maneira certa de resolvê-lo e que, mesmo quando há várias soluções, uma delas é a correta; problemas com excesso de dados, onde nem todas as informações disponíveis no texto são usadas na solução, o que contraria a idéia de que um problema não pode permitir dúvidas e de que todos os dados do texto são necessários na aplicação de procedimentos; problemas de lógica que fornecem uma proposta de solução cuja base não é numérica, que exigem raciocínio dedutivo e que propiciam uma experiência rica para o desenvolvimento do pensamento como previsão e checagem,

levantamento de hipóteses, busca de suposições, análise e classificação; além de favorecerem a leitura e interpretação de texto pelo inusitado das histórias, estes últimos problemas contemplam o método de tentativa e erro, uso de tabelas, diagramas, listas e outras notações e, por serem motivadores, atenuam a pressão de se obter imediatamente a resposta correta.

Embora alguns problemas sejam mais favoráveis à problematização que outros, cabe ao professor conhecer o potencial do problema para encaminhar os questionamentos de acordo com seus objetivos e o envolvimento dos alunos. Stancanelli (2001) destacou ainda a importância da comunicação em sala de aula, sugerindo a Solução de Problemas dinamizada em duplas ou em grupos.

A partir da exploração de problemas não convencionais, o professor pode desenvolver um trabalho que, pautado em uma ação comunicativa, leve os alunos a confrontarem opiniões e refletirem sobre a finalidade, a adequação e a utilização dos dados apresentados no texto, interpretando e analisando o problema com mais atenção., aprimorando assim, suas estratégias de solução.

Neste sentido, Diniz (2001) ao se referir à comunicação na perspectiva solução de problemas, destacou que:

A partir da perspectiva metodológica de Resolução de Problemas e a comunicação, podemos verificar que o aluno enquanto resolve situações problema, aprende matemática, desenvolve habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos...simultaneamente, adquire confiança em seu modo de pensar e autonomia para investigar e resolver problemas.(p. 95)

Como já mencionado, para que a abordagem da solução de problemas possa desenvolver o pensar e o aprender significativos, é necessário um planejamento adequado do

professor, no sentido de estabelecer uma exploração rica e diversificada das situações-problema apresentadas.

Desta forma, uma proposta de solução de problemas, que vise a articulação significativa dos conceitos matemáticos, deve alicerçar no material elaborado e nas estratégias utilizadas, meios de exploração mais diversificados, de modo a estabelecer mais consistência às possibilidades de investigação, expandindo as idéias pertinentes aos problemas tidos como rotineiros, organizando o trabalho em sala de aula de maneira a permitir a articulação constante de problemas não-rotineiros, onde a comunicação, caracterizada pela discussão acerca de determinadas proposições, a exploração de diferentes idéias, a socialização e a verificação de procedimentos empregados, possam fazer emergir processos metacognitivos, apontando para ações transformadoras, dinamizadas no âmbito da aprendizagem da solução de problemas.

4.1.3 – Solução de Problemas e a perspectiva piagetiana de educação

Piaget (como citado em Xypas, 1997), ressaltou a necessidade de se ensinar os alunos a pensar, salientando que o pensamento pressupõe o livre jogo das funções intelectuais, e não o trabalho sob o constrangimento e a repetição verbal. Para ele, no entanto, a vida escolar tradicional não prepara o aluno para essa liberdade intelectual, porque é muitas vezes dominada por uma espécie de autocracia ou como classifica ele, “de monarquia absoluta”. Deve o professor lutar contra esta tendência para não arriscar-se a ser o símbolo do saber e da autoridade intelectual, impedindo assim, que o aluno sinta-se livre para julgar e coloque o espírito crítico, surgido da experiência e necessidade de coerência lógica, a serviço de uma razão autônoma, comum a todos os indivíduos e que não depende de nenhuma autoridade exterior. A este respeito o autor, afirmou: *...Pensar é procurar pó si próprio, é criticar livremente e é demonstrar de forma autônoma.* (p. 134)

Neste enfoque, repensar a ação metodológica em sala de aula, coloca em evidência a necessidade de se instituir uma prática educativa que vise aprimorar o conhecimento através do espírito investigativo. Neste sentido, o pressuposto piagetiano é que, se o aluno estudar por simples observação e não por experimentação, o desenvolvimento das justificações, provas e

demonstrações na linguagem espontânea das crianças, não haverá por parte delas qualquer interesse pela procura de provas e pelas justificações lógicas; pelo contrário elas acreditarão logo naquilo que pensam e darão testemunho de uma grande falta de habilidade nas discussões, se um opositor lhes pedir as suas razões. Posto isto, ressalta o autor, *é evidente a necessidade de uma educação do pensamento, da razão e da própria lógica e a condição sine qua non dessa formação é o desenvolvimento da actividade dos alunos na própria escola* (p.135).

Esta atividade, da qual falou Piaget, comporta que o estudante faça investigações por si próprio, possa experimentar, ler e discutir com uma dose de iniciativa suficiente e não aja simplesmente por comando, pois, segundo ele, *aprende-se muito melhor a manejar a língua materna fazendo trabalhos pessoais do que memorizando a gramática, e haveriam muito mais alunos que compreenderiam matemática se pudessem experimentar com problemas reais* (p.136).

A educação da liberdade intelectual pressupõe a cooperação e a investigação em comum. Discutir livremente é indispensável para educar o espírito crítico e o sentido das provas. Para tanto, a escola deve proporcionar uma vida social espontânea, em uma atmosfera de cooperação onde se desenvolve a autonomia por oposição simultânea à obediência heterônoma e “a anarquia”, o que reitera a idéia de que *não basta encher a memória de conhecimentos úteis para fazer homens livres; é preciso formar inteligências activas* (p. 135)

Em seu livro “Para onde vai a Educação”, Piaget (1988), nas suas críticas e abordagens à Educação, ressaltou aspectos significativos sobre o tema e que, se analisados à luz de nossa realidade, permanecem extremamente atuais.

Na perspectiva piagetiana, o desenvolvimento é um processo contínuo e de interação do sujeito com os objetos. A Educação, portanto, deve oferecer as condições necessárias para o crescimento do sujeito por seus próprios meios.

Piaget (1988) propôs uma revisão dos métodos e atitudes pedagógicas através do investimento na formação profissional do educador. Aborda também a questão da avaliação onde o caráter qualitativo deve ser priorizado em detrimento do quantitativo.

De acordo com Macedo (2000), ao se pensar em um ambiente favorável a aprendizagem em sala de aula, as tarefas escolares propostas pelos professores devem voltar-

se para a valorização da curiosidade e da pesquisa, desencadeando a solução de problemas e ampliando a capacidade de concentração.

Neste enfoque, a proposta de solução de problemas que tenha em vista a abordagem da argumentação e da interação social, pode sugerir mudanças significativas em sala de aula na condução da aprendizagem uma vez que, permite ao aluno expor e contrapor idéias e, ao mesmo tempo, conhecer seus próprios processos cognitivos participando mais ativamente do processo de construção do conhecimento.

Muitas crianças mostram-se desinteressadas pelos conteúdos e propostas escolares e se isto ocorre com tanta frequência, cabe ao educador investigar os mecanismos propulsores da falta de atenção nas aulas e de motivação para aprender. Os ensinamentos tratados isoladamente podem se constituir em fatores que interferem no rendimento escolar do aluno.(Macedo, 2000)

A solução de problemas que se utiliza de estratégias que invoquem a ação do sujeito pressupõe o dinamismo necessário dos conteúdos trabalhados em sala de aula, dando-lhes um significado especial e contribuindo para a melhoria do desempenho escolar. Sobre o fracasso escolar, Piaget (1988) afirmou:

Nossa hipótese é, portanto, a de que as supostas aptidões diferenciadas dos “bons alunos” em Matemática, Física, etc., em igual nível de inteligência, consistem principalmente na sua capacidade de adaptação ao tipo de ensino que lhes fornecido; os “maus alunos” nessas matérias, que entretanto são bem sucedidos em outras, estão, na realidade, perfeitamente aptos a dominar os assuntos que parecem não compreender, contanto que esses lhe cheguem através de outros caminhos: são as lições oferecidas que lhes escapam à compreensão, e não a matéria.(p. 14)

Segundo o autor, a atuação do professor é indispensável, na medida em que, deve ter um papel ativo no processo de aquisição do conhecimento de seus alunos. O papel do professor e a metodologia utilizada são fundamentais em sala de aula e exercem influência decisiva sobre o desenvolvimento do aluno, interferindo efetivamente na relação que ele irá estabelecer com o conhecimento.

O trabalho com a solução de problemas deve ser proposto com o objetivo de obter informações importantes sobre como o sujeito pensa, para simultaneamente, dinamizar um processo no qual o aluno tenha uma atuação, o mais consciente e intencional possível.

O insucesso escolar em tal ou tal ponto decorre de uma passagem demasiado rápida da estrutura qualitativa dos problemas (por simples raciocínios lógicos, mas sem a introdução imediata das relações numéricas e das leis métricas) para a esquematização quantitativa ou matemática (no sentido das equações já elaboradas) usada habitualmente pelo físico. (Piaget, 1988, p.16)

O que Piaget propôs, portanto, não foi uma mudança na utilização de materiais ou dos espaços existentes. Ele aponta para a necessidade de repensar a metodologia utilizada na abordagem dos conteúdos e de se conhecer em profundidade as características do desenvolvimento. Deste modo cria-se condições para que as situações de aprendizagem e conteúdos propostos possam promover o aprender de maneira significativa, tendo o aluno como centro do processo.

Macedo (2000) descreveu o favorecimento da aprendizagem, ressaltando três formas de atuação pedagógica advindas da perspectiva piagetiana: método ativo, trabalho por equipes e autogoverno.

Os métodos ativos devem conferir importância à participação cada vez maior das iniciativas e dos esforços espontâneos do aluno onde os resultados poderão ser significativos. A principal característica destes métodos é a ação que faz sentido para o sujeito, favorecendo a atenção e a concentração, uma vez que, o indivíduo deve responder simultaneamente às

exigências da tarefa. Estes fatores também contribuem para a construção de uma organização interior.

Sobre os métodos ativos afirmou Piaget (1988):

O princípio fundamental dos métodos ativos(...) assim pode ser expresso: compreender é inventar, ou reconstruir através da reinvenção, e será preciso curvar-se ante tais necessidades se o que se pretende, para o futuro, é moldar indivíduos capazes de produzir e criar, e não apenas de repetir.(p.17)

O trabalho por equipes pressupõe a necessidade de cooperação entre o todo e as partes, gerando um compromisso constante de cada um dos elementos do grupo. Piaget (1988) considerou as relações sociais como significativamente importantes no contexto escolar. Para ele o trabalho em grupo deve prever a reciprocidade, a cidadania e as relações interindividuais pautadas no respeito mútuo, na troca de idéias e consideração pelo outro. O autor ressaltou que a compreensão de três pontos é fundamental para o trabalho em grupo:

A consciência de si é estimulada pela cooperação e este seria o primeiro ponto. O indivíduo, inicialmente fechado no egocentrismo inconsciente que caracteriza sua perspectiva inicial, só se descobre a si mesmo na medida em que aprende a conhecer os outros. A consciência de si não deriva da psicologia individual, mas é uma conquista da conduta social. É pela fricção incessante com o outro, pela oposição das vontades e opiniões, pela troca e discussão, pelos conflitos e compreensão mútua diz ele, que todos nós aprendemos a conhecer-nos. *A formação da personalidade, no duplo sentido de uma tomada de consciência do eu e de um esforço para situar esse eu no conjunto de outras perspectivas é pois, o primeiro efeito da cooperação.*(Piaget, como citado em Xypas 1997, p.106)

A própria reflexão é uma discussão interior, uma aplicação a si próprio das condutas aprendidas em função do outro. Portanto, do ponto de vista intelectual, a tomada de consciência do pensamento próprio, é estimulada pela cooperação.

O segundo ponto é que, a objetividade resulta da coordenação de perspectivas. Pelas mesmas razões, a cooperação é necessária para levar o indivíduo à objetividade, ao passo que por si mesmo o eu continua prisioneiro da sua perspectiva particular. Portanto, nestes dois casos, a cooperação é condição do pensamento verdadeiro. No primeiro, o indivíduo passa a renunciar aos seus interesses próprios para pensar em função da realidade comum e, no segundo, ao se colocar do ponto de vista dos outros, o indivíduo se apropria do espírito científico, que consiste em dissociar o real das ilusões antropocêntricas. A objetividade então, pressupõe a coordenação de perspectivas e esta implica a cooperação.

O terceiro ponto a ser destacado é o de que, a cooperação é essencialmente fonte de regras para o pensamento. A lógica constitui um conjunto de regras e normas. Desde o funcionamento mais primitivo da inteligência, observamos uma necessidade de coerência quase orgânica, que prevê a coerência formal do pensamento, uma elaboração de esquemas que equivalem, no plano da ação, àquilo que seriam os conceitos no plano da reflexão e uma construção de relações práticas que permitem o estabelecimento das relações futuras. O funcionamento individual da inteligência ainda não é normativo. Já o pensamento racional adquire um valor normativo capaz de o disciplinar, na medida em que o eu é abrigado por sua coerência e pelos seus sistemas de conceitos e de relações. A coerência requerida não é mais uma unidade orgânica das tendências das operações que caracteriza a inteligência prática individual, mas revela-se como um princípio moral que é o da não-contradição. Princípio este que permite ao indivíduo permanecer fiel às suas próprias afirmações, onde se constitui a necessidade de estar de acordo consigo mesmo na discussão, numa palavra, de ser intelectualmente honesto na conduta do pensamento.

A atividade da inteligência requer não somente contínuos estímulos recíprocos, mas ainda, e sobretudo, o controle mútuo e o exercício do espírito crítico, os únicos que conduzem o indivíduo “a objetividade e à necessidade de demonstração. As operações da lógica são, com efeito, sempre cooperações, e implicam um conjunto de relações

de reciprocidade intelectual e de cooperação ao mesmo tempo moral e racional”. (Piaget, 1988, p.62).

A cooperação não age apenas sobre a tomada de consciência do indivíduo e sobre o seu sentido de objetividade, mas possibilita também a constituição de uma estrutura normativa que completa, no sentido da reciprocidade, o funcionamento da inteligência individual.

O trabalho em equipe, as trocas sociais são características da escola ativa. Nela forma-se uma comunidade de trabalho onde alternam-se o trabalho individual e o coletivo e se aprimora o desenvolvimento da personalidade.

Em se tratando das etapas de socialização intelectual do indivíduo, o período das operações propriamente ditas, ao contrário do pensamento egocêntrico dos períodos anteriores, corresponde a um nítido progresso de socialização. O trabalho coletivo, também em díades e tríades é favorecido pelo fato de que a criança já pensa na coordenação real ou possível dos pontos de vista, tornando-se capaz de estabelecer discussão, e desta discussão interiorizada, que é a reflexão, se torna competente na colaboração, produzindo exposições ordenadas e compreensíveis para o interlocutor.

Neste sentido, a dinamização de propostas que contenham uma intencionalidade argumentativa, mediada por um ambiente de interação social, torna-se favorecida pela capacidade de descentração e cooperação demonstrada pelas criança nesse período.

Existe uma estreita conexão entre a cooperação e o desenvolvimento das operações lógicas. Um agrupamento operatório é um sistema de operações com composições isentas de contradição. Estas operações são reversíveis e conduzem à conservação das totalidades vistas. O pensamento em comum favorece a não-contradição. As discussões entre parceiros possibilitam lembrar as enunciações realizadas anteriormente e as proposições já admitidas.

A reversibilidade e a conservação são contrárias à aparência das coisas e o rigor das mesmas está na condição de substituir os objetos por sinais, ou seja, em sistema de expressões coletivas. Um agrupamento é então, um sistema de conceitos que envolvem classes ou relações, implicando uma coordenação de pontos de vista e uma posição comum de pensamento.

As trocas sociais possibilitadas através da argumentação e da interação na resolução de problemas permitem que as ações interindividuais possam se desenvolver facilitando o estabelecimento da cooperação. No entanto, as ações sociais só alcançarão seu equilíbrio com a condição de atingir igualmente o estado de sistemas compostos e reversíveis.

As leis do agrupamento poderiam ser caracterizadas simultaneamente como as da cooperação e das ações individuais dirigidas sobre o mundo físico. As relações sociais equilibradas em cooperação constituirão agrupamentos exatamente como todas as operações lógicas exercidas pelo indivíduo sobre o mundo exterior; as leis do agrupamento é que definirão o equilíbrio ideal. O equilíbrio de uma troca de pensamento, segundo Piaget (1974), deve possibilitar:

- I) um sistema comum de sinais e de definições.
- II) uma conservação das proposições válidas obrigando quem as reconhece como tais.
- III) uma reciprocidade de pensamento entre parceiros.

A efetivação do equilíbrio só ocorre se houver reciprocidade. Desta forma o mecanismo da troca intelectual pode ser acionado através de uma estratégia argumentativa na solução de problemas, percorrendo o sistema de trocas qualitativas. Através das discussões recíprocas se desenvolve o mecanismo de descentração, que na definição piagetiana infere em: *Descentrar-se, isto é, deslocar o seu centro e comparar uma ação com outras ações possíveis, leva a uma consciência do “como” e às verdadeiras operações* (Piaget, como citado em Xypas, 1997, p.59)

A cooperação é um método que permite ao sujeito construir operações intelectuais conjuntamente com outra pessoa, num tipo particular de interação social, visando a procura daquilo que é eqüitativo (sentido moral), ou verdadeiro (no sentido do saber).

O modelo piagetiano de Educação é o que se pode chamar de tripolar: o sujeito constrói as suas operações intelectuais simultaneamente pela sua ação sobre o objeto a conhecer e por uma forma de interação com o outro e que Piaget denomina cooperação. Trata-se de uma espiral de três elementos indissociáveis e que se articulam de forma dinâmica: ação e interação, operações mentais e cooperação social.

Nesta perspectiva, as tarefas escolares e no caso, o trabalho com a solução de problemas, deve prever estratégias de ensino que possam acessar o aprimoramento do

pensamento. Desta forma, possibilitar o desenvolvimento dos processos de reequilibração, onde as mais importantes, como afirmou Piaget (1977), consistem não só de um equilíbrio novo, mas também de um equilíbrio melhor, e que ele denomina de equilíbrios majorantes.

Ao abordar o problema da produção das novidades, Piaget (1985) procurou ir além das suas concepções sobre os mecanismos reguladores, centrando sua abordagem na formação dos possíveis. A atualização de uma ação ou idéia pressupõe que antes de tudo elas tenham sido tornadas "possíveis" e que, segundo ele, a observação mostra que o nascimento de um possível geralmente provoca outros.

É evidente, com efeito, que a atualização de uma ação ou de uma idéia pressupõe que antes de tudo elas tenham sido tornadas possíveis e a observação mostra que o nascimento de um possível geralmente provoca outros.
(Piaget, 1985, p.7)

Piaget (1985) afirmou que ao contrário do que se possa pensar, os possíveis, mesmo precedendo sua atualização não seriam preformados, ao contrário, sua formação é progressiva. Para ele, o possível é essencialmente invenção e criação, portanto só se pode falar de "possíveis" em relação a um sujeito, não comportando o "virtual" físico significado a não ser no espírito do físico. Assim, para que o mecanismo formador das aberturas contínuas sobre novos possíveis possa ser atingido, é necessária a escolha de problemas que possibilitem aos sujeitos fazer provas de uma imaginação bastante geral, tendo em vista a compreensão de um número ilimitado de soluções possíveis.

O possível não é algo observável, mas uma construção do sujeito em interação com as propriedades do objeto, mas inserindo-as em interpretações devidas às atividades do sujeito, atividades estas que determinam, simultaneamente, a abertura de possíveis cada vez mais numerosas, cujas interpretações são cada vez mais ricas".
(Piaget, 1985, p.7)

Piaget (1985), nesta obra, distinguiu três espécies de esquemas: os representativos (e não somente representativos, pois podem ser também sensório-motores), os que dizem respeito aos caracteres simultâneos dos objetos e que se conservam em caso de composição e que determinados pelas aquisições anteriores esses esquemas podem mesmo destacar-se de seu contexto inicial; os esquemas de procedimentos que consistem em meios orientados para um fim, ligados estreitamente ao seu contexto sendo sua transferência mais difícil que a dos esquemas representativos; e, em terceiro lugar os esquemas operatórios que constituem a síntese dos dois primeiros.: enquanto ato temporal e momentâneo uma operação é um procedimento, mas a estrutura intemporal das leis de composição entre operações representa um esquema representativo de ordem superior.

Assim sendo, todo indivíduo encontra-se na posse de dois grandes sistemas cognitivos e complementares: o sistema representativo fechado de esquemas e estruturas estáveis, e que ajuda na compreensão do “real” e o sistema de procedimento, em mobilidade contínua, que serve para ter “êxito”, para satisfazer necessidades, através de transferências de processos. O primeiro desses esquemas caracteriza o sujeito epistêmico, enquanto o segundo é relativo ao sujeito psicológico, sendo as necessidades características de sujeitos individuais e das lacunas que eles podem experimentar momentaneamente. A atualização de todo o possível, no entanto, conduz a um esquema representativo após ser concluída a utilização dos esquemas de procedimento e aí reside a complementariedade dos dois sistemas.

Para interpretar a gênese dos possíveis é necessário destacar de início, as limitações das quais o sujeito deve libertar-se. Estas se encontram na indiferenciação entre o real, o possível e o necessário, onde todo objeto e matéria aparece inicialmente ao sujeito, não apenas como sendo o que são, mas ainda como devendo necessariamente ser, o que impede as variações e as mudanças. Surgem daí as “pseudonecessidades” ou “pseudo-impossibilidades”. (Piaget, 1985)

Para a compensação da resistência do real concebido como “pseudonecessário” e atingir novos possíveis, porém, não basta imaginar processos que visam a um objetivo qualquer, pelo contrário, é a ação do sujeito que incrementa a possibilidade.

Um tal mecanismo provoca, aliás, esse efeito suplementar de impelir o sujeito, no momento em que conseguiu vencer um obstáculo num ponto particular, a concluir através de uma inferência quase evidente que, se uma variação é possível, outras o são também , a começar pelas mais parecidas ou pelas de sentido contrário (Piaget, 1985, p.10)

O possível e o necessário portanto, aparecem como produtos de atividades autônomas do sujeito. Enquanto o sistema dos esquemas presentativos e estruturais é caracterizado por estados de equilíbrio momentâneo ou duradouro, a natureza dos possíveis, abertos pelos esquemas de procedimentos é o a da mobilidade contínua, o que determina uma essência das possibilidades, ao contrário do real e do necessário. se encontra na intervenção no próprio processo de reequilibração, na manifestação dos poderes do sujeito antes de sua atualização.

Em um sentido mais amplo, cada possível acarreta o duplo resultado de abrir uma nova atualização e, ao mesmo tempo, lacunas a preencher, numa continuação indefinida desse mesmo processo de reequilibração.

A formação de procedimentos e a abertura para novos possíveis, portanto, dizem respeito a dois aspectos complementares de um mesmo modelo, por um lado, as auto-regulações que consistem na melhoria e enriquecimento de uma estrutura e que se constituem em procedimentos, dependendo assim de possíveis em seu próprio mecanismo, e de outro, a formação de possíveis, que permanece desde sua origem até seu termo, subordinada às leis de equilíbrio, uma vez que é ela mesma ,em sua origem, que caracteriza as reequilibrações e através de seus resultados, exige a equilíbrio de novas diferenciações às quais provoca e a sua integração em totalidades de formas renovadas.

A consideração do possível renova nosso modelo de equilíbrio explicando o mecanismo das reequilibrações por um dinamismo interno, específico do possível, de modo

que cada novo possível constitui ao mesmo tempo uma construção e uma abertura, pelo fato de engendrar simultaneamente uma novidade positiva e uma nova lacuna a preencher, portanto uma limitação perturbadora a compensar. (Piaget, 1985, p.135)

A dinamização de ações metodológicas que visem a observação de procedimentos, critérios e possibilidades que os alunos adotam e vislumbram, durante a solução de tarefas e problemas, poderia ser bastante valiosas para a abertura de novos possíveis. A proposta de solução de problemas, que busca valorizar a atividade mental do sujeito e que através da argumentação entre pares, favorece o processo metacognitivo, pode contribuir significativamente para a construção de "possíveis cognitivos" cada vez mais elaborados.

4.2 – A Metacognição

A solução de problemas pode ser entendida como propulsora de situações que permitem identificar como os sujeitos são capazes de monitorar, avaliar e modificar suas estratégias para encontrar as respostas e descrever esse processo. Envolve raciocinar percorrendo diferentes etapas, as quais vão desde a identificação do problema, de sua natureza e da melhor forma de representá-lo mentalmente, passando pela construção de estratégias, pela organização das informações disponíveis e pela alocação dos recursos necessários e do tempo disponível, até o monitoramento desse processo e a avaliação dos resultados conseguidos (Sternberg, 2000). Nesta perspectiva, as tarefas de solução de problemas exigem reflexão sobre como se está pensando e sobre o que se está pensando. Isto sugere um domínio mais consciente de habilidades matemáticas cognitivas e metacognitivas, subjacentes ao processo de solução de problemas, e a possibilidade de generalizá-las para outras situações de aprendizagem.

As capacidades metacognitivas relacionam-se aos conhecimentos que o estudante possui acerca dos seus processos de pensamentos, como descreve e toma consciência dos seus próprios pensamentos, como auto-regula e auto-controla aquilo que está por fazer e como

conduz as ações durante a solução de problemas. Tais capacidades podem levar o aluno a modificar ou a prosseguir nas suas atividades cognitivas

No entanto, para a ocorrência de processos metacognitivos na solução de problemas é necessária uma atuação pedagógica que evidencie estratégias enriquecedoras do pensamento. A interconexão entre a argumentação e metacognição, emergindo na solução de problemas, pode sugerir uma estratégia capaz de desencadear um processo que transforma continuamente a cognição e o aprendizado de quem a produz, gerando ainda uma especial confiança no próprio pensar.

A reflexão dos alunos sobre suas experiências matemáticas sugere que os estudantes sejam promotores de seu próprio desempenho, ampliem suas possibilidades de êxito na solução de problemas, tornando-se também reguladores de seus processos de aprendizagem. Ao agirem com autonomia, avaliando e antecipando situações, retroagindo, planejando, decidindo, mobilizam ações mediadas pela motivação intrínseca, podendo gerir um saber construído significativamente.

A metacognição, atualmente evidenciada pela Psicologia, tem sua origem aportada nas concepções de alguns filósofos. Platão e Aristóteles ao seguirem a filosofia socrática, classificaram os conceitos em três categorias distintas: unívocos, equívocos e análogos. Estes últimos pressupõem a utilização de um conceito em forma de analogia, empregando-o de modo semelhante, sem perda de sua significação original. A partir desta idéia é possível estabelecer uma ponte entre este pensamento filosófico e o conceito de metacognição empregado pela Psicologia para explicitar o conjunto de conhecimento e compreensão utilizados na reflexão sobre a própria cognição.

Apesar do termo metacognição ser relativamente novo na literatura, alguns pedagogos e psicólogos do início do século já o delineavam em seus estudos (Dewey, 1910; Huey, 1908,1968; Thorndike, 1917, como citados em Brown, 1987).

Nas idéias de Thorndike, por exemplo, alguns aspectos podem ser clarificados através do que hoje denomina-se como atividades de metacognição. Para este autor, ler um parágrafo significava resolver um problema, uma vez que, isto consistia na seleção dos elementos certos da situação e sua colocação nas relações precisas. Desta forma as ações do sujeito como

selecionar, dominar, enfatizar, correlacionar e organizar seriam orientadas por um objetivo, uma exigência ou requisito.

Diferentes teóricos e investigadores ofereceram contribuições para a compreensão da metacognição e da sua relação com a aprendizagem. Flavell (como citado em Fávero, 2002) foi quem fez uso do termo pela primeira afirmando que:

A metacognição se refere ao conhecimento do sujeito de seus próprios processos cognitivos, de seus produtos e de tudo que se relaciona a isto. A metacognição diz respeito ao controle (monitoramento) ativo e a resultante regulação ou orquestração destes processos em função dos objetos cognitivos ou dos dados sobre os quais eles se referem, habitualmente, para alcançar um objetivo concreto.
(p.188)

Segundo autor, o auto- questionamento sobre um texto, por exemplo, pode ser funcional não apenas para aprimorar o conhecimento, mas exerce também a função monitorizadora e que conduz, portanto, à uma reflexão sobre o conhecimento.

Brito (2005) destacou a metacognição como pensamento sobre o pensamento e sobre a própria aprendizagem. Caracteriza-a como estratégia de alto nível que facilita o pensamento crítico e o pensamento criativo tornando-se imprescindível para o desenvolvimento de competências.

Assim sendo, o fato dos alunos poderem gerir seus processos cognitivos pode conduzi-los a um aprimoramento da atividade cognitiva e motivacional o que potencializa o processo de aprender.

Segundo Thiede et. al (2003) o monitoramento metacognitivo afeta a regulação do estudo, e isto afeta a aprendizagem como um todo. Verificaram uma melhor precisão nos grupos que reaplicaram conhecimento após um determinado intervalo de tempo.

Isto significar dizer que a reflexão sobre as ações realizadas, exige um espaço temporal necessário para que seja melhor executada. Ao acessar as estratégias armazenadas

pela memória, de posse do conhecimento metacognitivo, o indivíduo pode reaplicá-las ou modificá-las mediante a avaliação de resultados finais anteriores.

Allal e Saad-Robert (como citados por Fávero, 2002) , ao integrarem certos conceitos teóricos das pesquisas em psicologia cognitiva e genética, propuseram uma reflexão sobre metacognição a partir de três conceitos-chave, advindos de Piaget e seus colaboradores: a tomada de consciência, a abstração refletida e as regulações. Para estas autoras, Piaget trata dos mecanismos da metacognição, uma vez que trata da tomada de consciência e das regulações, considerando-os como organizadores internos relativos ao fechamento das estruturas, ao seu caráter de estado final, e ao seu componente conceitual. Os mecanismos de regulação considerados sob seus aspectos estruturais e conceituais do desenvolvimento em geral, foram definidos por Allal e Saad-Robert como “cognitivos”. Já as regulações funcionais, ativadas por graus variados de consciência numa situação de aprendizagem, e servindo de norteador dos procedimentos do sujeito, são qualificados como “metacognitivos”.

Para Piaget (como citado em Fávero, 2002) o processo metacognitivo se dá a partir da internalização através da ação e que segundo ele, conduz *ao plano da ação refletida, a uma consciência dos problemas a resolver e de lá, aos meios cognitivos empregados para resolvê-los.* (p.190) Para ele, a tomada de consciência diz respeito ao encadeamento dos modos de agir, seja por antecipação ou retroação.

Ao refletir sobre o que e como pensou, o aluno estabelece generalizações que lhe servirão como estruturas para novas tarefas. Neste contexto, a aprendizagem significativa deve pressupor a problematização baseada em processos que permitam aos sujeitos, comunicar idéias e pensamentos para que, ao mesmo tempo em que descrevem com precisão os procedimentos e escolhas que fizeram, reflitam sobre as relações e interconexões de pensamentos disponibilizadas durante a solução, utilizando-as posteriormente, através da memória de curto prazo e da memória de longo prazo, em novas situações.

De acordo com González (1998), os esforços para entender a aprendizagem são orientados no sentido de proceder a averiguação acerca das características cognitivas dos aprendizes. Estas características abrangem dois níveis: no primeiro, considerado por Aguilar (Gonzalez como em citado Aguilar, 1994) como destrezas cognitivas de ordem inferior, encontram-se constituídos os processos associados à codificação, armazenamento, recuperação

e transformação da informação; no segundo nível se concentram os processos de ordem superior chamados metacognitivos ou auto-reguladores utilizados para planejar, ativar, monitorar, avaliar e modificar os processos de ordem inferior.

Desta forma a metacognição ou as destrezas cognitivas associadas à auto-regulação da atividade cognitiva própria, diz respeito aos elementos considerados competentes no desempenho de alguma tarefa. Dentre estes, destacam-se a capacidade de monitorar a execução de uma determinada atividade, detectar as dificuldades, avaliar seu progresso e prever os resultados.

A interpretação do desempenho humano é abordada a partir da realização de tarefas complexas levando-se em conta as especificidades da ação cognitiva de quem executa as atividades relacionadas à esta tarefa.

Nesta perspectiva, a aprendizagem da Matemática produzida em contextos que permitam ao aprendiz explorar, desenvolver e comunicar idéias matemáticas, possibilita também “acionar” um sistema cognitivo de ordem superior, ou seja, produzir ações matemáticas através da metacognição.

A metacognição pode ser considerada então como um instrumento facilitador das estratégias de pensamento, na medida em que, segundo González (1998), permite ao aprendiz, auto-supervisionar, auto-regular e auto- avaliar sua própria ação cognitiva, tomando consciência de suas fortalezas e debilidades ao realizar uma determinada tarefa.

Uma das características da ação metacognitiva é que esta pode desenvolver-se concomitantemente com a atividade cognitiva, sendo esta atividade convertida em objeto de reflexão ao mesmo tempo em que é executada.

Ao visar o desempenho intelectual eficiente de uma pessoa, a metacognição, “convoca”(expressão utilizada pelo autor no sentido de deflagra) dois processos extremamente importantes (González, 1998) : o primeiro diz respeito à compreensão que concentra a informação que o indivíduo possui acerca de sua própria cognição e o comportamento da mesma mediante a ação. Nesta dimensão o aprendiz pode dar-se conta do conhecimento que detém e da maneira como o mesmo encontra-se organizado em sua mente, ou seja, “conhecer o que ele conhece”. O outro processo envolve a “governança” que o sujeito resolvidor, conhecedor exerce sobre os próprios processos cognitivos (Podemos inferir nas palavras de

Gonzalez, a governação como o processo de regulação e o indivíduo resolvidor como aquele que conhece e soluciona problemas.)

Portanto, compreender e governar (mas bem governar-se) são as duas grandes dimensões da metacognição (González,1998), onde a prática sistemática de tarefas intelectualmente exigentes ativa processos superiores de pensamento, possibilitando a generalização de uma determinada experiência .

Ribeiro (2003) destacou que a eficácia da aprendizagem não é dependente apenas da idade, experiência e nível intelectual, mas também da aquisição de estratégias cognitivas e metacognitivas que possibilitem ao aluno planejar e monitorar o seu desempenho escolar.

Estes fatores é que permitem a tomada de consciência e a tomada de decisões apropriadas sobre que estratégias utilizar em cada tarefa e, ainda avaliar a sua eficácia, alterando-as quando não produzem os resultados desejados. Silva e Sá (como citados por Ribeiro, 2003).

A metacognição é assim, o processo pelo qual o sujeito da ação educativa pode desenvolver a auto- regulação de sua atividade cognitiva, podendo então, através da reflexão, assumir significativamente o seu controle, desempenhando um papel ativo e construtivo no seu próprio conhecimento.

4.3 – A importância das relações inter e intra individuais na solução de problemas.

O conhecimento humano é essencialmente coletivo e a vida social constitui um dos fatores essenciais da formação e dos conhecimentos. (Piaget, 1973, p. 17).

A interação social desenvolve a capacidade de perceber eventos do ponto de vista do outro e se constitui um meio frutífero para o estabelecimento de conflitos tão necessários para o desenvolvimento da autonomia, da cooperação e da aprendizagem significativa.

De acordo com Brenelli (2000), no período operacional concreto as relações interindividuais baseiam-se na reciprocidade, tornando-se possível graças às coordenações de diversos pontos de vista e descentrações. Desta forma a cooperação se manifesta, constituindo-se num sistema de operações inter-indivíduos.

Na medida em que interage a criança tem a possibilidade de testar suas hipóteses, de validá-las ou não, de construir e reconstruir significados. Ao descentrar-se, ela se coloca na perspectiva do outro, conhece diferentes modos de pensar, amplia e reconstrói as suas idéias matemáticas, verifica diferentes possibilidades de procedimentos a serem utilizados na solução de um problema. Além disso, através da reciprocidade e da cooperação participa conscientemente do processo de construção coletiva do conhecimento.

Piaget (1973) afirmou que a cooperação é necessária para que o indivíduo chegue ao equilíbrio, estabelecendo uma estreita relação entre o desenvolvimento cognitivo e social ou uma correlação entre a cooperação e o desenvolvimento das operações lógicas. Para o autor, o indivíduo que constrói agrupamentos operatórios é necessariamente um ser social. *Cooperar na ação é operar em comum, isto é, ajustar por meio de novas operações (qualitativas ou métricas) de correspondência, reciprocidade ou complementaridade, as ações executadas via cada um dos parceiros.* (Piaget, 1973, p.105).

As construções e as descentralizações cognitivas são ligadas às construções e à descentralização afetiva e social. Assim, as relações interindividuais têm uma importância muito significativa. O que permite descentralizar-se é a permuta constante de idéias, o que assegura a possibilidade de coordenar interiormente as relações provindas de pontos de vistas distintos. Neste sentido a criança constrói sua inteligência agindo e dando sentido ao seu meio físico e social libertando-se do egocentrismo inicial, uma vez que, *o indivíduo sozinho permanece egocêntrico [...] implicando a consciência de si um contínuo confronto do eu e do outro.* (Piaget, como citado por Xypas, p.56)

A reversibilidade do pensamento encontra-se ligada à uma conservação coletiva. Portanto, um pensamento lógico é um pensamento social (Piaget, 1973). Cada relação social constitui uma totalidade de características novas, transformando a estrutura mental do sujeito. A interação entre os sujeitos não é a soma de seus conhecimentos e nem a realidade deles superpostas, mas é a totalidade nova.

O elemento motor da interação social é o mecanismo de equilibração, que por sua vez, pode solucionar os conflitos sociocognitivos gerados pelas diferentes perspectivas dos sujeitos frente à solução de um problema. A equilibração e os conflitos sociocognitivos é que

mobilizam as reestruturações intelectuais e, com isso, a possibilidade de progresso cognitivo dos sujeitos.

A consciência de si é estimulada pela cooperação, pois o indivíduo inicialmente fechado no egocentrismo inconsciente em sua perspectiva inicial, descobre a si mesmo na medida em que aprende a conhecer os outros. a consciência de si deriva da conquista de uma conduta social. No entanto, a cooperação com o outro não é forçosamente harmoniosa; pode revestir duas formas complementares: a colaboração na ação, a investigação e a verificação comum, ou o confronto em caso desacordo, onde então, surge o conflito sociocognitivo; porém, este conflito implica em um extraordinário valor educativo, cada vez que abala as certezas e as evidências, cada vez que leva à procura de argumentos e provas, estimulando as questões, a verificação, e, conseqüentemente a aprendizagem autônoma. Porém , ao desenvolver o sentimento do “nós”, fundamento da socialização, é importante ter-se em mente a necessidade de se evitar um novo egocentrismo, agora coletivo, através da aquisição de uma identidade mais vasta capaz de ultrapassar esse novo centrismo, aderindo a normas cada vez mais universais. (Piaget, como citado em Xypas, 1997).

É pela oposição de vontades e das opiniões, pela troca e discussão, pelos conflitos e pela compreensão mútua, que segundo Piaget (como citado em Xypas,1997) aprendemos a conhecer-nos. A formação da personalidade no duplo sentido da tomada de consciência do “eu” e de um esforço para situar este “eu” no conjunto de outras perspectiva, é pois, o primeiro efeito da cooperação.

Para Piaget (1973) é fator evidente que, assim como a interação entre sujeito e objeto os modifica, a interação entre sujeitos individuais os modificará uns em relação aos outros. As relações sociais constituem uma totalidade nelas mesmas, produzindo características novas e transformando o indivíduo em sua estrutura mental. Os fatos mentais são por assim dizer, paralelos aos fatos sociais com a diferença, como ressalta Piaget, que o “eu” se encontra constantemente substituído pelo “nós” e as “operações simples” pela “cooperação”.

Moro (2000) ressaltou em seu estudo sobre a epistemologia genética e a interação social de crianças, evidências na literatura de que, nas interações criança-criança, mesmo seus participantes mais avançados se beneficiam das trocas com um par menos competente,

transformando suas formas de conhecer. Ou seja, todos podem ser e são ali aprendizes. A autora destacou que:

Logo, para ocorrer aprendizagem, é nosso ponto de vista que o executar tarefas com outros em um pequeno grupo, com orientação de um professor, é condição, no mínimo necessária, para a ocorrência de confrontos de realizações e pontos de vista diferentes ou opostos dos parceiros sobre o conceito a ser aprendido, do que conflitos cognitivos podem surgir. (p. 7)

Visando ainda aumentar a probabilidade de tais confrontos, a referida autora aplicou em seu estudo o critério da defasagem mínima na composição de grupos de pares, logo, como propõe a acepção piagetiana, em situação de interação social simétrica. Os resultados do estudo demonstraram que a necessidade das intervenções do adulto nas construções dos sujeitos no contexto das suas interações sociais configura-se devido: 1) intensificação e flexibilização das inter-relações das estratégias cognitivas de cada um dos, sujeitos, e portanto, do movimento da centração para a descentração cognitiva entre os parceiros; 2) amplificação da tomada de consciência de cada sujeito das suas ações e da relação destas com as dos parceiros, sobretudo das contradições prováveis entre elas.

Segundo Moro (2000), em situações de aprendizagem, as interações sociais de crianças, com intervenção do adulto, provocam e amplificam oportunidades para que cada aprendiz, consideradas suas significações valorativas às ações do(s) parceiro(s), tome consciência de diferenças, oposições ou semelhanças entre as suas ações e seus resultados, ao partilhá-los com o outro e através da descentração.

Moreno e Mayer (2005), analisam o papel da orientação e da reflexão em promover o entendimento científico (nos sistemas agentes baseados em jogos multimídia) em dois ambientes interativo e não interativo. Os resultados apontam duas contribuições: a aprendizagem se torna mais eficaz ao se incorporar uma estrutura de orientação ao invés de

ocorrer por pura descoberta; a importância da mediação do agente pedagógico com técnicas de perguntas e respostas na perspectiva da reflexão.

Nas diferentes abordagens o que se observa o fio condutor da atividade interativa é mediação do professor. Portanto, ela deve estabelecer os requisitos necessários para que o processo das relações inter e intra individuais possa ser analisado de forma fidedigna, apoiadas nas interações sociais e na comunicação através da expressão e argumentação de idéias, apresentar resultados.

A atuação do professor nos processos de interação em sala de aula tem sido objetivada pela investigação permanente por parte dos pesquisadores da área educacional. As tendências construtivista e sócio-interacionista têm enfatizado o papel do professor como mediador da relação dos alunos com o objeto de conhecimento. No entanto, tradicionalmente deu-se mais importância às relações professor-aluno do que às relações que se estabelecem entre os alunos no decorrer das atividades escolares e às suas repercussões na consecução dos objetivos educacionais. (Del Prette, Del Prette, Garcia, Bolsoni-Silva, Puntel, 1998)

De acordo com Taxa e Fini (2001), o professor que se propõe observar o trabalho intelectual que as crianças realizam, a dinâmica intrapessoal e interpessoal estabelecida nas tarefas escolares, poderá compreender de maneira mais clarificadora os procedimentos e as soluções que os alunos inventam para resolver problemas, as experiências a que se propõem, seja no plano dos cálculos mentais ou nas representações gráficas.

Desta forma, o professor poderá obter protocolos mais substanciais das diferentes maneiras utilizadas pelas crianças ao atribuírem significados para os conteúdos matemáticos. Os registros e observações executados pelo professor propiciam planejamentos mais eficientes de intervenção, direcionando sua ação para que o desempenho matemático das crianças seja cada vez mais aprimorado.

Coll e Colomina (como citados em Del Prette et.al, 1998) afirmaram que: ... *as relações entre os alunos podem chegar a incidir de forma decisiva sobre a consecução de determinadas metas educativas e sobre determinados aspectos de seu desenvolvimento cognitivo e socialização.* (p. 595) Segundo estes autores, a interação entre iguais proporciona melhor desempenho nas tarefas escolares e , ainda, a aprendizagem de habilidades (sociais) e comportamentos necessários à vida adulta.

Portanto, é a ação pedagógica a grande propulsora das relações intra e interindividuais em sala de aula. Ao estabelecer critérios de escolha para a formação de grupos, dinamizar as trocas sociais, favorecer a comunicação em que idéias e estratégias de pensamento são compartilhadas, o professor possibilita que o aluno estabeleça conexão entre as diferentes formas do pensar matemático.

4.4 – A fase das operações concretas inserida no objeto da pesquisa

A socialização tem grande influência no processo de aprendizagem pela operação, tanto pelo confronto de pontos de vista, como pela integração do sujeito nas realizações de trabalhos em equipe. Na teoria piagetiana, o aluno aprende através de sua interação com o meio. A importância deste meio, é que ele funciona como o elemento desencadeador do processo de aprendizagem. Na interação com o meio surge a constatação de uma necessidade que altera o estado momentâneo de equilíbrio, provocando o desequilíbrio, no movimento de reequilibração, a aprendizagem -equilíbrio é a transformação construída pelo sujeito. Piaget descreveu a gênese do desenvolvimento cognitivo em períodos ordenados, que embora sequenciais, acontecem num ritmo extremamente pessoal, impedindo assim a generalização por faixa etária. No entanto, nesta perspectiva, as propostas devem ser organizadas em função da estrutura cognitiva apresentada pelo aluno.

Durante o desenvolvimento das operações concretas, os processos mentais de uma criança tornam-se lógicos (Wadsworth, 1996) de tal forma que ela descentra suas percepções e acompanha as transformações. Além disso, a criança alcança a reversibilidade das operações mentais realizando operações inversas.

Além destes fatores, a criança na fase operacional concreta torna-se cada vez mais sociável e menos egocêntrica. Ao fazer uso da linguagem, a fala é empregada com o fim básico da comunicação. À medida que se comunica e interage, a criança é capaz de assumir os pontos de vista dos outros. Construindo a compreensão de que as outras pessoas podem chegar à conclusões diferentes das suas ela também percebe a necessidade de validação de seus pensamentos.

Desta forma, ao se libertar de seu egocentrismo e na interação com o outro, a criança torna-se capaz de buscar a verificação de suas idéias. Neste sentido, afirmou Piaget (como citado em Wadsworth, 1996): *E então o que dá origem à necessidade de verificação? Certamente deve ser o choque de nossos pensamentos quando entram em contato com o pensamento dos outros, o que provoca dúvidas e o desejo de prova* (p. 105).

O uso da linguagem tornando-se mais comunicativo quanto à função, durante o período das operações concretas, além de representar um avanço, pode permitir que os conceitos sejam verificados ou negados através das trocas de argumentativas , envolvendo diálogo e debate de idéias. Assim, ao trocar informações sobre determinados procedimentos adotados na solução de uma tarefa, a criança aprende a ver os eventos na perspectiva dos outros. Esta mesma troca é que pode conduzi-la à necessidade de verificação. Sobre este enfoque, Piaget (como citado em Wadsworth, 1996) escreveu:

A necessidade social de compartilhar dos pensamentos dos outros e a de comunicar os nossos com sucesso é a raiz de nossa necessidade de verificação. A prova é resultado do argumento... O argumento é, portanto, o suporte principal da verificação. (p.105)

Ao rever então, os procedimentos adotados na solução de um determinado problema, em interação e na perspectiva do outro e, colocando à prova as estratégias que utilizou durante a execução da tarefa, os procedimentos adotados pela criança podem ou não ser transformados dependendo da constatação da validade dos mesmos.

Outro aspecto importante da tarefa interativa é que, por sua própria característica, a interação, através da troca de idéias, se constitui em uma importante fonte de desequilíbrio. Ver algo do ponto de vista do outro, questionar seu próprio pensamento e buscar validação para as próprias idéias, são essencialmente atos de acomodação.

Nesta fase, pelo fato da criança compreender os passos sucessivos das transformações, ela tem uma compreensão funcional das mesmas, podendo solucionar problemas que envolvam transformações concretas. Ela ainda é capaz de reverter mentalmente as operações e

de usar a forma de reversibilidade chamada de inversão, extraindo as deduções apropriadas. Um segundo tipo de reversibilidade utilizado por crianças do estágio operacional concreto é aquele que envolve o raciocínio por reciprocidade ou compensação. O pensamento concreto torna-se também reversível.

As capacidades de descentrar, de acompanhar transformações e de reverter operações por inversão e por reciprocidade, são todas necessárias para o desenvolvimento das capacidades de conservação e para o desenvolvimento do raciocínio (Wadsworth, 1996).

A troca de informações com os outros, o uso da argumentação na defesa de seu ponto de vista e a visão de eventos na perspectiva do outro tornam-se características da descentração da criança na fase das operações concretas.

As propostas de ensino, que visem dimensionar a prática argumentativa em sala de aula, podem ser favorecidas levando-se em conta a capacidade do pensamento concreto de viabilizar as operações lógicas como meios de organizar a experiência em esquemas sempre superiores às organizações prévias.

Paralelamente ao desenvolvimento cognitivo, acontece o desenvolvimento afetivo da criança operacional concreta. Os aspectos afetivos e cognitivos da ação são indissociáveis, irreduzíveis e complementares. (Piaget, como citado em Brenelli, 2000, p. 43).

Assim como a reversibilidade do pensamento e a descentração trazem consistência e conservação ao raciocínio infantil, estes mesmos fatores influenciam o aspecto da afetividade dando-lhe maior estabilidade e vigor. Neste sentido, o desenvolvimento das funções cognitivas e afetivas é governado por leis comuns, próprias do processo de equilíbrio, ocorrendo correspondência entre estruturas cognitivas e regulações afetivas. O processo de equilíbrio é progressivo, partindo sempre de um equilíbrio menor para um equilíbrio maior, chamado majorante.

O universo externo torna-se objetivado e totalmente diferenciado da atividade própria e, desta forma, o objeto adquire substancialidade a criança desenvolve a noção de permanência do mesmo. As noções de espaço, tempo e causalidade são implementadas e exteriorizadas. Assim também os sentimentos, agora objetivados, vão além da atividade própria e recaem também sobre outras atividades. (Brenelli, 2000)

Desta forma, as ações reversíveis internalizadas se manifestam no julgamento afetivo infantil. As crianças tornam-se aptas a coordenar seus pensamentos afetivos de um evento para o outro. Assim, eventos anteriores podem ser transformados em uma parte do raciocínio presente através da capacidade de reverter e conservar. O passado afetivo representado pela memória e o presente passam a ser parte do julgamento da criança e são instituídos como valores, o que pode levar a criança a diferentes decisões afetivas. Os valores, no entanto, podem mudar com o tempo mediante novas construções. (Wadsworth, 1996).

Da mesma forma que na atividade cognitiva os conflitos entre a experiência perceptiva e o raciocínio lógico são regulados pela conservação, os conflitos entre os impulsos afetivos são regulados pela vontade. Uma vez desenvolvida, a vontade passa a atuar como instrumento de conservação de valores.

Assim sendo, a busca de um objetivo estabelecido por uma ação, quer física ou mental, prescinde de dois aspectos: O cognitivo que diz respeito aos instrumentos fornecidos pela inteligência, revelando um poder e, por outro lado o afetivo, que corresponde ao desejo que mobilizará o sujeito para agir em direção a um objetivo, revelando um querer. Isto implica numa efetiva circunstância em que “não basta poder realizar uma ação, é preciso antes querer realizá-la”. (Brenelli, 2000, p.109)

As ações afetivas e cognitivas consistentemente articuladas, onde os aspectos afetivos constituem a energética, o motor da ação, e os cognitivos a sua estruturação Piaget (como citado em Brenelli, 2000), pressupõem a necessidade de estratégias de ensino capazes de desenvolver a capacidade intelectual, ao mesmo tempo que acionam e potencializam julgamentos e decisões infantis favoráveis à uma determinada tarefa.

Como já mencionado, no período operacional concreto, a criança torna-se capaz de fazer suas próprias avaliações e apreciações morais e estabelecer atos baseados na livre vontade, embora isto não signifique que todas as avaliações feitas pela criança sejam necessariamente corretas. Surgem, então, os sentimentos autônomos onde ocorre a mudança de uma moralidade heterônoma para uma moralidade de cooperação e avaliação.

O respeito mútuo é um agente do desenvolvimento do pensamento que aparece neste estágio. No entanto, o desenvolvimento do respeito mútuo pelas crianças, só pode acontecer depois de se tornarem aptas a considerar o ponto de vista dos outros; este processo inicia-se

juntamente com aqueles que envolvem o nível de operação intelectual concreta e a cooperação. (Wadsworth,1996).

O respeito mútuo resulta das trocas entre indivíduos considerados iguais. Isto pressupõe, antes de mais nada, a aceitação de valores comuns, em especial com respeito às próprias trocas. Cada parceiro avalia os outros do ponto de vista desses valores e está sujeito à mesma avaliação pelos outros. (Piaget, como citado em Wadsworth, 1996, p.120)

Um aspecto bastante significativo é que, ao invés de aceitar os argumentos unilaterais preestabelecido, a criança do período operacional concreto, passa gradativamente a avaliar estas idéias. Na medida em que ocorre o desenvolvimento afetivo, acontecem mudanças em seus julgamentos morais. A vida afetiva é assim influenciada pelo afeto normativo, pela vontade e pelo raciocínio autônomo.

Assim como a autonomia afetiva leva à ação e à interação cooperativa, a autonomia intelectual como processo paralelo, permite que a criança desenvolva a autoconfiança e, nas palavras de Wadsworth (1996,) : *a capacidade de aprender como aprender, tornando-se um solucionador de problemas.(p.122)*

Neste sentido, são de fundamental importância as interações sociais e as trocas argumentativas, na medida em que , estimulam os conflitos cognitivos. Estes conflitos provocam uma avaliação pela criança dos próprios conceitos como forma de acomodação ao modo de pensar dos outros.

O conflito cognitivo surge quando as expectativas e hipóteses com base no próprio raciocínio, não são confirmadas. Edelstein (como citado em Wadsworth ,1996), afirmou que o conflito cognitivo está associado ao conflito interacional e que o conflito social gera o conflito cognitivo. Segundo o autor, as formas de colaboração podem ser arquitetadas tendo em vista uma perspectiva construtivista e servindo ao propósito de gerar conflito cognitivo intra-individual e descentração. O ensino em grupo, a organização de projetos, empreendimentos

em grupo, situações de aprendizagem por debates, instruções de colegas, programa individualizado de desenvolvimento e modelos diferenciados de grupos, foram algumas formas de colaboração propostas por Edelstein (como citado em Wadsworth, 1996). Em suas palavras: *A colaboração deve ser implementada em termos o nível de desenvolvimento, do assunto e do problema à mão* (p. 173).

Este autor ainda desenvolveu algumas considerações importantes sobre a exploração crítica como um método que, ao ser empregado pelos professores através de questionamentos feitos aos alunos, pode possibilitar o desenvolvimento do conflito cognitivo produtivo. O método, embora fizesse uso da entrevista clínica de Piaget, foi além de sua própria base sendo empregado para avaliar o conhecimento das crianças. Adaptado aos objetivos educacionais consistia em perguntas feitas às crianças sobre como abordaram um problema e como chegaram à suas respostas.

Todas estas inferências possibilitam estabelecer alguns paralelos com o objeto do presente estudo. Ao se criar oportunidades, através da ação pedagógica, que possam desencadear os conflitos cognitivos, possibilita-se que a criança explore as construções estabelecidas acerca de um determinado problema. Assim, as trocas argumentativas podem converter-se em um instrumento valioso para a ressignificação de conceitos e renovação do pensamento matemático mesmo que, através da confirmação das hipóteses anteriormente estabelecidas.

Uma das premissas básicas da argumentação é que, só se argumenta nas situações em que existem várias respostas possíveis. Ela também implica ou não em concordância e por conseguinte no raciocínio dialético. Isto sugere a pluralidade e a convergência de idéias, a controvérsia, o questionamento, a reflexão, podendo indicar uma aprendizagem mais significativa dos sujeitos da ação educativa.

4.5 – A argumentação e a construção do conhecimento

Ao se pensar nos atos de ensinar e aprender significativamente, se desenvolve a idéia de que os indivíduos aí envolvidos, devam se utilizar dos diferentes recursos comunicativos para que possam expressar idéias, sentimentos, emoções, necessidades e desejos

mobilizadores. O processo educativo é renovado pelo diálogo e, portanto, pela comunicação. Emissores e receptores, alternando papéis e construindo juntos o conhecimento e a cidadania e desta forma, humanizando-se reciprocamente.

A comunicação tem um papel fundamental para ajudar os alunos a construírem um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática. Ao serem encorajados a se comunicar matematicamente com seus colegas, com seu professor ou no âmbito familiar, os alunos poderão conectar seus pensamentos a novos conhecimentos e diferentes pontos de vista sobre um mesmo assunto. Aprender matemática exige comunicação, pois é através dos recursos de comunicação que as informações, os conceitos e as representações são veiculados entre as pessoas. (Cândido, 2001)

Neste sentido, a autora afirmou que promover a comunicação em sala de aula é dar aos alunos a possibilidade de organizar, explorar e esclarecer seus pensamentos. Sendo assim, a compreensão é acentuada pela comunicação, do mesmo modo que a comunicação é realçada pela compreensão.

As oportunidades de reflexão dinamizadas desta forma, durante a solução de problemas e que permitam à criança falar, escrever, representar e comunicar idéias, podem gerenciar uma nova e melhor compreensão na abordagem de um determinado conteúdo ou problema.

A linguagem matemática se desenvolve paralelamente à aquisição dos procedimentos de comunicação e aos conhecimentos matemáticos. Trocando experiências em grupo, comunicando suas descobertas e dúvidas, ouvindo, lendo e analisando as idéias dos outros, o aluno interioriza os conceitos e os significados envolvidos nessa linguagem e relaciona-os com suas idéias (Cândido, 2001).

A oralidade é, portanto, um recurso de comunicação possível de ser utilizado pelos alunos e ao se juntar à escrita e às representações gráficas próprias do pensamento operacional concreto, oportuniza que o conhecimento matemático se processe de forma cada vez mais elaborada.

Cândido (2001) ressaltou que quando se trata de Matemática, sempre que é solicitado a uma criança ou a um grupo para dizer o que fez e porque o fez, ou quando solicitamos que verbalizem os procedimentos que adotaram, justificando-os, ou comentem o que escreveram,

representaram ou esquematizaram, estamos permitindo que modifiquem conhecimentos prévios e construam novos significados para as idéias matemáticas.

A comunicação traz intrínseco o sentido da reflexão. Ela pode capacitar o aluno a revisitar conceitos já estabelecidos, construir novas perspectivas, apropriar-se de procedimentos validados pela experiência, estabelecer dúvidas e buscar seu esclarecimento, ampliando a compreensão dos conceitos matemáticos.

A argumentação enquanto agente de comunicação e defesa de idéias e pontos de vista favorece a percepção do outro e das diferenças, permitindo a produção do conhecimento coletivo, a troca de experiências e a superação dos conflitos cognitivos e mesmo afetivos. *Na essência, o diálogo na classe capacita os alunos a falarem de modo significativo, conhecerem outras experiências, testarem novas idéias, conhecerem o que eles realmente sabem e o que mais precisam aprender* (Cândido, 2001, p.17)

A argumentação vista como mediadora de conflitos cognitivos, enquanto propulsora de atividades dialógico-discursivas e que possibilitam o confronto e a interação de idéias, as trocas intelectuais e a cooperação pode favorecer as operações metacognitivas. Utilizada como facilitadora das estratégias de pensamento, pode fornecer pistas acerca de como o sujeito pensa ao solucionar problemas matemáticos e quais as perspectivas estabelecidas, levando-o a refletir e verbalizar sobre suas tomadas de decisões.

A utilização da argumentação durante a solução de problemas de divisão, pode propiciar ao aluno a oportunidade de explorar uma grande variedade de idéias matemáticas, onde ele pode justificar suas soluções e procede o que Piaget caracteriza como “tomada de consciência através das regulações num movimento de internalização através da ação. (Piaget, como citado em Fávero, 2002)

A possibilidade do desenvolvimento do processo de metacognição através da interação e da argumentação, onde o aluno reflete sobre o que e como pensou, pode permitir que o mesmo estabeleça generalizações que lhe servirão como estruturas para novas tarefas.

A aprendizagem significativa deve pressupor a problematização baseada em processos metacognitivos. Desta forma, a estratégia da argumentação, permite que os sujeitos, ao mesmo tempo em que descrevem com precisão os procedimentos e escolhas que fizeram, reflitam sobre as relações e interconexões de pensamentos disponibilizadas durante a solução,

utilizando-as posteriormente, através da memória de curto prazo e da memória de longo prazo, em novas situações.

A argumentação é ainda, uma estratégia valiosa que possibilita aos sujeitos a reflexão sobre escolhas de procedimentos durante a solução de problemas, contribuindo assim, para o desenvolvimento do processo da tomada de consciência.

Leitão (2002) propôs que a existência de um espaço de negociação e de perspectiva na argumentação, confere a este tipo de discurso uma dimensão epistêmica que o institui como recurso privilegiado de mediação em processos de construção do conhecimento. A autora desenvolveu a hipótese de que a produção da defesa dos pontos de vista, a consideração e a reação a posições contrárias ao mesmo tempo em que constituem a argumentação, equipam os participantes com um mecanismo semiótico (uma organização discursiva) que institui a reflexão no nível metacognitivo.

A autora descreveu o nível de reflexão instituído pela prática discursiva a partir de algumas proposições:

a) A justificação de pontos de vista e a consideração de perspectivas contrárias deslocam a atenção do indivíduo de fenômenos do mundo (objetos do conhecimento sobre os quais argumenta), para os fundamentos e sustentabilidade de suas concepções (pontos de vista) sobre aqueles fenômenos ou objetos.

b) Tal mudança implica numa diferenciação nos processos de pensamento. A medida em que não são só fenômenos, mas também concepções sobre fenômenos do mundo tornam-se objetos de reflexão.

c) A reflexão do indivíduo sobre suas concepções a respeito de fenômenos do mundo posições pode ser conceituada como um processo de argumentação auto-dirigida (desencadeada pelo indivíduo e endereçada às suas próprias posições).

d) Ontogeneticamente a argumentação auto-dirigida emerge em situações nas quais as justificativas de posições e idéias contrárias ocorrem inicialmente como resposta à demanda direta de outros.

Em seu trabalho, Leitão (2002) procedeu a análise do desenvolvimento da argumentação auto-dirigida. Num primeiro momento são analisados os argumentos, os contra-argumentos e resposta a contra-argumentos. Em seguida distinguem-se: 1) argumentos e

contra-argumentos suscitados por outros espontaneamente produzidos. 2) contra-argumentos que focalizam argumentos de outros dos que antecipam críticas aos argumentos do próprio falante. Finalmente é analisada a frequência dos elementos identificados na fase anterior em diferentes momentos da discussão (início, meio, fim).

Os resultados demonstraram que à medida em que acontece o progresso das discussões se efetiva uma produção crescente de argumentos espontaneamente gerados e de antecipações de contra-argumentos para seus próprios argumentos. A autora interpreta estes dados como indicativos de um incremento no controle da reflexão voluntária sobre fundamentos e limites do próprio conhecimento, conduzindo o indivíduo ao raciocínio auto-reflexivo.

Nos trabalhos apresentados nos Anais do X Simpósio Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Psicologia, Goulart e Salomão (2004) organizaram um contexto teórico envolvendo a argumentação a fim de balizar a análise de interações discursivas em sala de aula. As autoras buscaram delinear como se podem conceber processos argumentativos na linguagem com base na teoria Mikail Bakhtin e de seu Círculo, buscando compreender como se constrói o conhecimento no espaço social da sala de aula. Goulart e Salomão (2004) propuseram em seu estudo que enunciar é argumentar. A argumentatividade da linguagem seria inerente ao princípio dialógico, considerando que todo o enunciado é produzido na direção do outro, no movimento da interminável cadeia de enunciações. As autoras partiram do pressuposto de que, ao escolhermos as palavras de nossos enunciados, partimos das intenções que presidem o seu todo. Essas opções determinarão a escolha do gênero do enunciado, a escolha dos procedimentos composicionais e dos recursos lingüísticos, ou seja, o estilo do enunciado.

Neste estudo, onde foi retirado um episódio de um protocolo de aula de História, procedeu-se a seleção e problematização das categorias com base na teoria anunciada. O mesmo evocou a argumentação como pilar, no sentido de se buscar compreender a dinâmica da linguagem nos processos de construção do conhecimento.

Santos e Colinvaux (2004) apontaram para a necessidade de se investigar tipos de raciocínio utilizados no dia-a-dia, caracterizados como informais, em comparação com o raciocínio dedutivo ou formal. Neste confronto surgem algumas dicotomias e que expressam facetas de um mesmo processo. Afirmaram que o estudo da argumentação constitui-se num

locus ideal para discussões de díades tais como: indução e dedução, processo e produto, justificativa e descoberta, pesar evidências e construir casos e também dos princípios que parecem reger o funcionamento do pensamento humano. Para as autoras, ao se apresentar e defender um ponto de vista, lida-se com questões de verdade e validade e pode-se distinguir processos de justificativa e de descoberta de novos aspectos da questão. O trabalho dá suporte a hipótese levantada de que, na justificativa dos alunos há uma estrutura de pensamento dedutivo e que envolve validade lógica. Já na descoberta, princípios diferentes da dedução são observados. Foram analisados os protocolos de uma aula de História de uma turma de 5.a série a partir da prática argumentativa.

Melo (2004) descreveu em seu trabalho a argumentação como uma atividade que se inscreve no processo comunicativo, se constituindo como uma atividade discursiva e social. Com aporte na perspectiva sociocultural de Vygotsky e que confere à linguagem um papel essencial na construção do conhecimento humano, a autora afirmou que a argumentação pode ser considerada como um importante recurso para a construção do conhecimento escolar. Segundo ela esta consideração pode também encontrar suporte na Psicologia Social Genética, na perspectiva teórica desenvolvida por Doise, Mugny e Perret-Clement, que atribui ao conflito cognitivo uma grande importância nas interações. Este conflito pode ser pensado como fazendo parte do cerne da atividade argumentativa.

Melo (2004) apontou em seu estudo a necessidade de se implementar a argumentação envolvendo a discussão entre alunos e o uso de práticas argumentativas que não se restrinjam à informações teóricas e definição de conceitos.

De acordo com Crasnich e Lumbelli (2005), em seu estudo sobre resposta reflexiva ou refletida como habilidade de argumentação, este tipo de resposta pode ser considerado um instrumento efetivo para amparar alunos em uma situação de aprendizagem.

Ainda, segundo estes autores, a argumentação é um componente lingüístico que se origina do reconhecimento de um conflito de opinião. Para resolver este conflito o falante e o destinatário adotam um procedimento de discussão que implicitamente é aceito pelas duas partes. Em uma discussão, as partes defendem seus próprios pontos de vista, colocando argumentos e dúvidas com respeito ao ponto de vista oposto.

Observados desta forma, estes elementos se constituem nos componentes básicos do discurso argumentativo. Transportados para a sala de aula, na perspectiva desta pesquisa porém, são destacados como estratégias facilitadoras do pensamento matemático. Ao contrapor, concordar, discordar, complementar idéias, o aluno reflete sobre conceitos e procedimentos envolvidos em uma tarefa ou situação, adotando muitas vezes estratégias criativas de solução. A questão da criatividade na solução de problemas foi ressaltada por Lima (2001) quando a autora afirmou que:

A escola deveria buscar identificar as capacidades criativas das crianças e buscar maneiras de incentivá-las. Os professores, com a finalidade de alcançar objetivos concretos na solução criativa de problemas, deveriam encorajar seus alunos, repensar os esforços criativos e favorecer o desabrochar de personalidades criativas.(p.6)

A criatividade, nas palavras de Ausubel et. al (1978), é a expressão mais elevada da solução de problemas, envolvendo novas idéias ou transformações originais de idéias e a gênese de novos princípios integrativos (superordinados) e explicativos. Isto permite inferir que a argumentação pode converter-se em uma importante estratégia facilitadora da aprendizagem significativa, na medida em que, torna possível o desenvolvimento no aluno de capacidades como:

- **A Flexibilidade de pensamento:** pois, ao se colocar na perspectiva do outro , *a flexibilidade, em uma produção de idéias, descreve a habilidade de redefinir os parâmetros de um problema, uma condição para reduzir a rigidez funcional e, então, prover uma disposição mais rica de possibilidades para a solução de problemas.(Lima,2001,p.29)*
- **A Criatividade na Solução de Problemas:** se encontra ligada à cooperação no desenvolvimento de idéias e no aprimoramento do pensamento. Ao contrapor, justificar, verificar e articular idéias, se colocando na perspectiva do outro, as reflexões

a respeito dos conflitos estabelecidos, podem conduzir o aluno a utilizar estratégias mais enriquecedoras na solução de problemas.

- **O Aprender a Aprender:** o que diz respeito a articular significativamente os conceitos prévios com os novos conceitos., construindo esquemas de ação mais refinados, através de uma aprendizagem pela descoberta significativa, que permite ir além da informação oferecida possibilitando a transformação desta informação pela análise, síntese, comprovação de hipóteses , rearranjo, recombinação , translação e integração (Ausubel et. al, 1978).

Em seu estudo *Lógica e Linguagem Cotidiana*, Machado e Cunha (2005) discutiram sobre a importância da argumentação, afirmando que a mesma pode ser considerada como elemento indispensável na formação de qualquer cidadão nos dias de hoje. A este respeito, os autores , ao percorrerem o movimento histórico da Lógica, da Gramática e da Retórica, retrocederam seu estudo à Grécia Antiga, onde o currículo mínimo para a vida na cidade e para a formação política era constituído por estas três disciplinas. Este currículo era destinado a todos os cidadãos, sendo chamado *Trivium*, por comportar esta mesma característica. Desta forma, a Lógica (ou a Dialética) dizia respeito ao exercício da capacidade de argumentação, ao discernimento entre os bons e os maus argumentos; o estudo da Gramática encontrava-se atrelado à condição necessária para o domínio da língua, tanto na forma oral como na escrita; a Retórica tinha como ponto fundamental o convencimento do outro, a persuasão.

A transposição destas disciplinas para os dias atuais e especialmente para a sala de aula , revigora na própria articulação entre elas o que Machado e Cunha (2005) propuseram como sendo *a recuperação da confiança na palavra, na capacidade de expressão, na força da argumentação como convite à ação.*(p.13)

A capacidade humana de agir, tomar iniciativas, criar, pode resultar na modificação de uma realidade. A associação entre o fazer e a palavra em busca de uma atividade racional consciente, isto é, a ação, constitui-se como alicerce desta transformação. Neste sentido, *a ação não é o mero fazer, mas o fazer juntamente com a palavra, com a consciência, com a significação, com a compreensão, com a razão, com a narrativa que ajuda a memória e possibilita a história.* (Machado e Cunha, 2005, p.12).

A ação, dito desta forma, pressupõe a confiança na força da palavra, a expectativa de uma ação comum e, conseqüentemente, a comunicação. Ainda na perspectiva destes autores a racionalidade humana entendida na força da palavra, revigora o poder de convencimento dos argumentos corretos e a capacidade de mobilização das pessoas para agir em nome de uma causa considerada defensável diante dos outros a partir de pressupostos aceitáveis por todos os envolvidos.

Gonçalves (1999) especificou que as comunicações que os sujeitos estabelecem entre si, mediadas por atos da fala, referem-se a três mundos distintos: o mundo objetivo das coisas, o mundo social das normas e instituições e o mundo subjetivo das vivências e dos sentimentos. Segundo a autora, as relações com estes três mundos estão presentes, ainda que não seja na mesma proporção, em todas as interações sociais nas quais as pessoas coordenam suas ações.

Ao partilharem o conhecimento do mundo objetivo podem obter sucesso ou insucesso em suas ações conjuntas, sendo que a violação das regras técnicas conduz ao fracasso. Por outro lado, ao interagirem, orientam-se por normas sociais já existentes ou por aquelas produzidas durante a interação e que definem expectativas recíprocas de comportamento.

Esse tipo de ação é avaliada pelo reconhecimento intersubjetivo e pelo consenso valorativo. Além disso, os sujeitos em suas interações revelam algo de suas vivências, intenções, necessidades e temores, deixando transparecer sua interioridade.

Ao mesmo tempo, apresentam-se atreladas a esses mundos, diferentes pretensões de validade. No mundo objetivo elas se referem à verdade das afirmações feitas pelos participantes do processo comunicativo. Ao mundo social correspondem pretensões de validade referentes à correção e à adequação de normas. No mundo subjetivo, as pretensões dizem respeito à veracidade, o que pressupõe a sinceridade dos participantes do diálogo em suas afirmações.

Desta forma, a legitimação de valores, quais sejam, verdade, correção normativa e veracidade, através de uma ação comunicativa só é alcançada mediante a argumentação em função de princípios reconhecidos pelo grupo.

Neste sentido, Habermas (como citado em Machado e Cunha, 2005), em sua Teoria da Ação Comunicativa, ressaltou a necessidade se reconfigurar a idéia de razão para que, de uma racionalidade técnica, se possa efetivar uma racionalidade comunicativa. Assim, no âmbito de

suas idéias, narradas a partir de sua mais recente obra, o filósofo dedicou-se à construção dos instrumentos para a fundação de uma ética do discurso, onde todos os participantes tenham voz e vez, em que toda a autoridade seja delegada à palavra, à ação comunicativa, em que toda a força seja depositada nos argumentos. Paralelamente às críticas inerentes à esta visão e que a remetem a um ato de fé, Habermas as rebate afirmando que se não houver a confiança na força da argumentação, não disporemos de outra alternativa como crença na palavra.

Neste modelo ideal de ação comunicativa, Habermas (como citado em Gonçalves, 1999) propôs que, através da utilização da linguagem, as pessoas interagem e organizam-se socialmente, buscando o consenso de uma forma livre de toda coação externa e interna. Neste sentido, apresentou o discurso como a situação lingüística ideal, por ser uma das formas da comunicação que, segundo ele, tem por objetivo fundamentar as pretensões de validade das opiniões e normas nas quais se baseia implicitamente.

O processo de comunicação que visa ao entendimento mútuo está na base de toda interação, pois somente uma argumentação em forma de discurso permite o acordo de indivíduos quanto à validade das proposições ou à legitimidade das normas. *O discurso pressupõe a interação onde os indivíduos se comunicam livremente e em situação de simetria* (Gonçalves, 1999, p.134)

Assim sendo, a atuação pedagógica em sala de aula que vise o desencadeamento de uma ação comunicativa, estabelecida através da argumentação, pressupõe o estabelecimento das condições necessárias para que os alunos tenham um acesso autêntico à problemática da verdade e da prova de maneira articulada. Desta forma, ainda, poderia se conferir a eles a responsabilidade matemática, onde empreenderiam esforços para a construção de meios autônomos de validação de suas respostas. Sendo assim, o exercício do diálogo e o desenvolvimento da competência comunicativa serviriam de alicerce significativo para a tomada de decisões. Neste sentido, a argumentação matemática na solução de problemas estaria atrelada à interconexão, verificação e comprovação de idéias relativas aos procedimentos de solução capazes de atender as expectativas da tarefa.

Na perspectiva dos processos de aprimoramento das ações comunicativas e seus efeitos na práxis educativa, as considerações a respeito da forma e do conteúdo de uma argumentação,

necessitam ser analisadas de maneira a constituírem um todo orgânico e articulado dentro de um sistema didático.

Ao se pensar na análise de um discurso e, portanto, nos elementos que o constituem, alguns referenciais teóricos merecem ser considerados como suporte à uma abordagem voltada para a Argumentação.

Assim sendo, os estudos voltados para a dinâmica e a articulação entre a Lógica (forma) e a linguagem cotidiana (forma e conteúdo) podem converter-se em um suporte que evidencia a consistência de uma análise do discurso.

De acordo com Machado e Cunha (2005) a lógica surge como disciplina com Aristóteles (entre 300 e 400 a.C.) inaugurando a caracterização das formas legítimas de argumentação, adversas a outras que poderiam parecer corretas, mas no entanto, inadequadas; as chamadas falácias. Entretanto, Aristóteles buscou explicitar leis ou regras que garantissem uma argumentação competente. Desta maneira a Lógica aristotélica promove uma separação total entre a forma e o conteúdo de uma argumentação, pois não são considerados os conteúdos das sentenças que compõem um argumento, mas sim a forma de articulá-las ou o modo como umas são deduzidas das outras.

Ao se levar em conta apenas a forma da argumentação, se afirma que: *tendo-se que todo a é b e que x é a, conclui-se que x é b independentemente do significado de a, b e x*. Desta maneira, a Lógica Formal aristotélica trata das formas dos argumentos válidos, ou seja, dos modos legítimos de se chegar a conclusões a partir de um *conjunto de premissas*.

As razões procuram fundamentar a *conclusão*. O encadeamento de razões que conduzem à conclusão é um *argumento*. As razões alegadas são as *premissas* do argumento. Um *argumento* é constituído, portanto, de uma ou mais *premissas* e de uma *conclusão*.

Na linguagem corrente porém, a *conclusão de um argumento* pode ser enunciada tanto *antes* do encadeamento das premissas como *após* as mesmas, ou ainda, pode ser destacada *entre* as premissas.

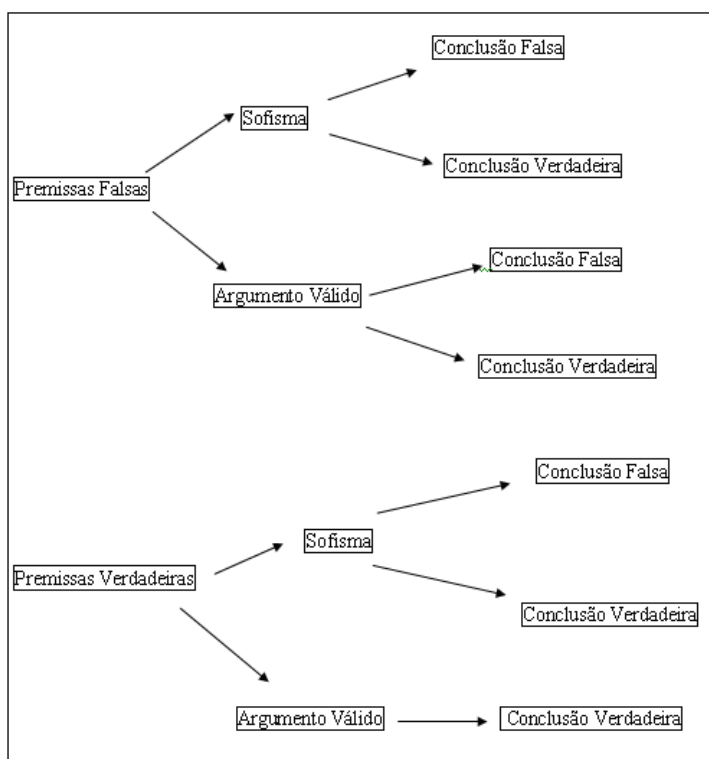
É necessário, no entanto, saber distinguir um simples agrupamento de frases, de um argumento de fato. Muitas frases que são utilizadas no dia- a dia podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas. Uma frase que pode ser classificada como *verdadeira* ou *falsa*, não podendo ser as duas coisas simultaneamente, é uma *proposição*. Nem toda frase, nem toda

sentença de linguagem coerente é uma proposição: de uma proposição exige-se que exista a possibilidade efetiva de classificação em verdadeira ou falsa, não podendo haver uma terceira possibilidade.

Um argumento não pode ser classificado em verdadeiro ou falso; verdadeiras e falsas são as premissas e a conclusão. Um argumento é válido ou não-válido, coerente ou não-coerente, dependendo da relação, do vínculo que se estabelece entre as premissas e a conclusão.

As premissas consideradas verdadeiras evidenciam assim, as razões suficientes que garantem a veracidade da conclusão. Neste caso, o argumento é bem construído, e portanto, válido ou coerente. Por outro lado, quando não existe a possibilidade de todas as premissas serem verdadeiras, a construção de um argumento não ocorre de modo satisfatório e, por não ser válido e nem coerente, ele torna-se uma Falácia ou um Sofisma.

Na construção destas relações, Machado e Cunha (2005) propuseram o seguinte esquema, representado na Figura 1:



FONTE: Machado e Cunha, 2005

Figura 1 – Esquema de premissas e argumentos

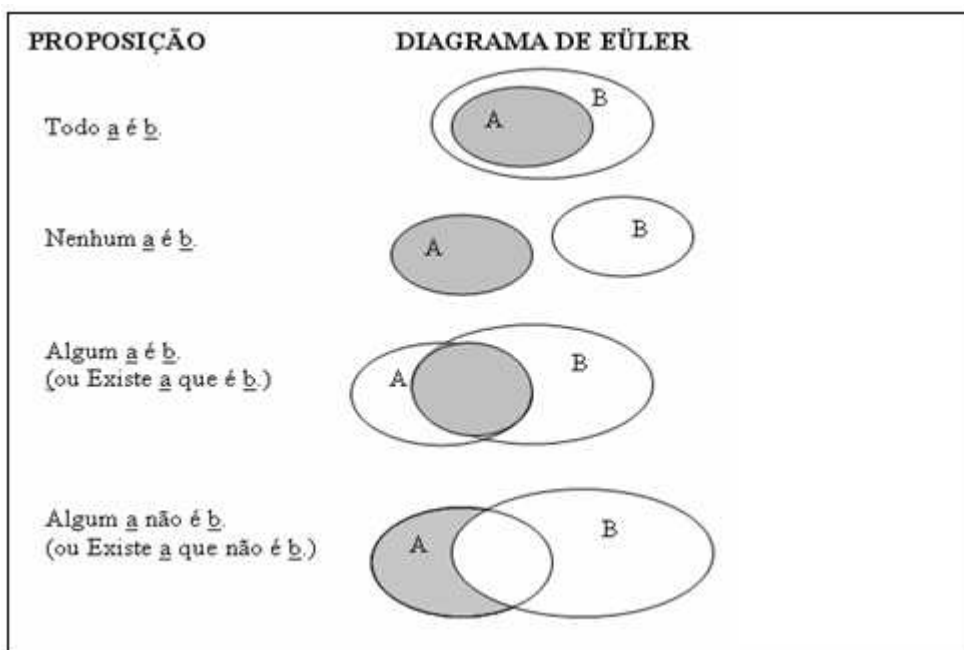
Desta forma, no âmbito da confiabilidade da ciência, observa-se que, partindo-se de premissas verdadeiras, um argumento válido impossibilita a existência de uma conclusão falsa.

Quando decidimos defender uma CONCLUSÃO em uma ARGUMENTAÇÃO é porque tal conclusão é uma PROPOSIÇÃO e pretendemos que ela seja VERDADEIRA. Para esta defesa encadeamos as PREMISSAS de modo que elas fundamentem a CONCLUSÃO, ou seja, construímos um ARGUMENTO. (Machado e Cunha, 2005, p.20)

Ao evitar as ambigüidades as imprecisões da linguagem ordinária, a lógica aristotélica considerou, apenas, em seus argumentos, as proposições categóricas que compõem os silogismos, descritas em quatro tipos básicos:

- *Afirmção Universal:* “Todo a é b”
- *Negação universal:* “Nenhum a é b”
- *Afirmção Particular:* “Algum a é b”
- *Negação Particular:* “Algum a não é b”

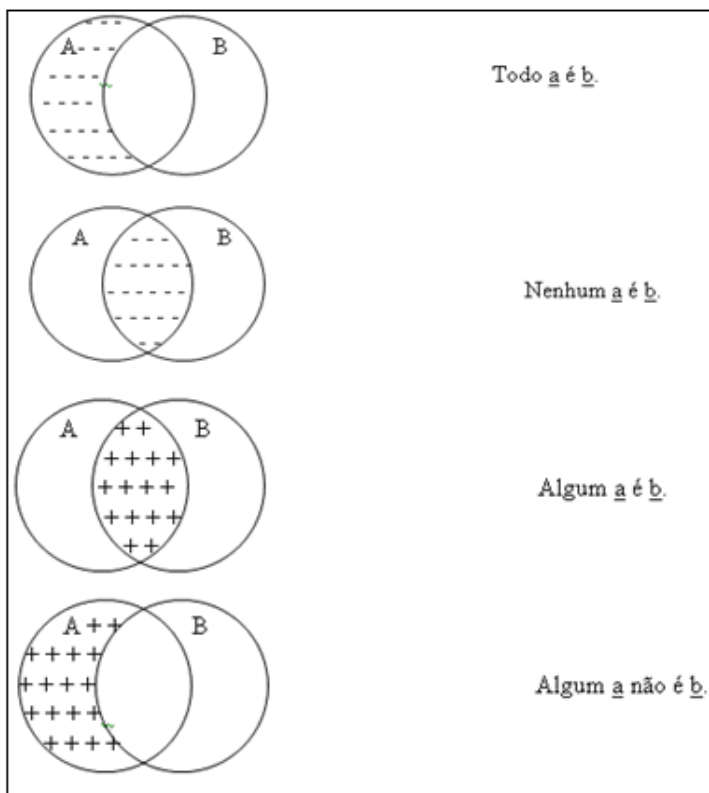
Complementar às idéias aristotélicas, por volta de 1770, o matemático suíço Leonhard Euler , em um livro chamado *Cartas a uma princesa da Alemanha sobre diversos assuntos de Física e Filosofia*, recorreu a alguns diagramas correspondentes a estas quatro proposições básicas, a fim de representar as premissas e a conclusão e facilitar a compreensão das regras de boa argumentação, conforme a Figura 2.



Fonte: Machado & Cunha, 2005.

Figura 2 - Diagramas correspondentes às quatro proposições básicas

Mais tarde, por volta de 1880, Venn, um matemático inglês, aperfeiçoou os diagramas já utilizados por Eüler, representando conjuntos, sempre por círculos entrelaçados. Nesta representação, uma região com sinais “-” não tem elementos, enquanto que uma região com sinal “+” é não-vazia, isto é, tem elementos. Neles, as seguintes correspondências como proposições básicas podem ser observadas na Figura 3.



Fonte: Machado & Cunha, 2005.

Figura 3 – Proposições básicas aperfeiçoadas por Venn

Embora tecnicamente estes diagramas possam ser vistos como um aperfeiçoamento dos anteriores, os executados por Eüler sugerem uma compreensão mais imediata da representação dos elementos que compõem o argumento, ou seja, as premissas e a conclusão.

Segundo Machado e Cunha (2005), os diagramas de Eüler podem ser utilizados como recurso na avaliação de um argumento, uma vez que, possibilitam, por inspeção direta, o reconhecimento de uma argumentação válida ou de um sofisma, desde que, a representação corresponda ao que as premissas afirmam.

Como visto, a *Lógica Formal* não trata de verdade ou falsidade de proposições enunciadas isoladamente, mas da validade de argumentos, ou seja, da legitimidade de se apresentar uma proposição (a conclusão) como verdadeira a partir de outras proposições (premissas). Além disso, são definidas abstraindo-se o tempo e, apenas a forma como elas conectam-se entre si determina o seu valor de verdade ou validade.

Porém, na articulação entre esta Lógica e a linguagem cotidiana, estes autores afirmaram que para o desenvolvimento de um pensamento crítico são fundamentais tanto o reconhecimento das formas válidas de argumentação quanto o discernimento na eleição das premissas consideradas verdadeiras. No entanto, estes autores alertaram que a classificação de uma premissa como verdadeira ou falsa pode ser uma questão complexa ou delicada. A garantia da verdade das premissas não é, portanto, uma questão de natureza lógica, podendo depender de conhecimentos científicos específicos ou mesmo de um ato de confiança nas palavras do enunciador.

Neste sentido, ao se considerar o conteúdo de uma argumentação deve-se ter em conta o uso consciente da linguagem cotidiana, percebendo as nuances que ela possivelmente possa apresentar, a fim de que crenças consideradas naturais e indiscutíveis possam ser filtradas, para que não se corra o risco de aceitar conclusões falaciosas que comprometam a coerência de um argumento.

No sentido de demonstrarem algumas outras possibilidades à análise discursiva, os autores elencaram algumas das lógicas *não-clássicas*, que, ao estenderem a lógica formal, ou se contraporem a ela, oferecem ferramentas adicionais à análise do discurso e do pensamento humano:

Em uma classificação mais geral, estas lógicas foram assim descritas:

- Lógicas temporais - consideram o fator do tempo na atribuição do valor de verdade de uma afirmação e na validação de um argumento.
- Lógicas modais - incorporam operadores que modulam, ou matizam a verdade ou a falsidade, representando as idéias de possibilidade e de necessidade.
- Lógicas trivalentes - contemplam três valores de verdade: o verdadeiro, o falso e o que não é nem verdadeiro, nem falso, por ser desconhecido ou incerto.
- Lógicas polivalentes - são, fundamentalmente, lógicas probabilísticas, em que os diversos valores de verdade não se reduzem ao conjunto binário $\{0,1\}$, mas situam-se no intervalo $[0,1]$. Nessa classe, destacam-se as lógicas *fuzzy* e indutiva.
- Lógicas paraconsistentes - negam o princípio da não-contradição, aceitando que uma proposição possa ser e não-ser, simultaneamente, verdadeira.

Desta forma, as extensões da Lógica Formal buscam aprimorar a representação do raciocínio humano, buscando ultrapassar algumas das às limitações impostas pelas pressuposições aristotélicas. Cada uma delas procura preencher uma lacuna do formalismo clássico em algum sentido: temporalidade, modalidade, dicotomias rígidas, entre outras. *No entanto apesar dos avanços, a tarefa de tornar a linguagem humana, ‘asépticamente desprovida de ambigüidade parece quimera.* (Machado & Cunha, 2005, p. 84)

Embora alguns autores tenham apontado para as lacunas existentes, no que tange a análise do conteúdo de cada uma das proposições de um silogismo, a própria Lógica aristotélica se encarregou de indicar os caminhos para o aperfeiçoamento das práticas discursivas como os estudos propostos por Perelman e Olbrechts (2002), Tyteca (2002), Frant (2002); Machado & Cunha (2005), Leitão (2004), Melo (2004), Cândido (2001), entre outros.

Perelman e Tyteca (2002) propuseram um avanço na retórica. Estes autores caracterizaram a argumentação como a necessidade de persuasão e convencimento do ouvinte através de argumentos convincentes.

O mínimo indispensável à argumentação parece ser a existência de uma linguagem comum, de uma técnica que possibilite a comunicação. (Perelman & Olbrechts, 2002, p.89)

De acordo com Lima (2006), os trabalhos de Perelman e Olbrechts-Tyteca (1996) garantiram um novo impulso aos estudos sobre argumentação. Tentando aliar os principais elementos da Retórica de Aristóteles, a uma visão atualizada do assunto, autores elegeram a adesão do interlocutor como eixo norteador do estudo da Teoria da Argumentação. No Tratado da Argumentação, portanto é descrito um imenso inventário de “técnicas argumentativas”, sob forma de esquemas de argumentos.

Ainda de acordo com este mesmo autor, as técnicas argumentativas propostas pelos autores do Tratado, se dividem em dois grandes grupos: os argumentos quase-lógicos e os argumentos baseados na estrutura do real. Os argumentos quase-lógicos são aqueles que se apresentam, de alguma maneira, como comparáveis a raciocínios formais lógicos ou matemáticos. São subdivididos entre aqueles que apelam para estruturas lógicas como contradição, identidade total ou parcial, transitividade e, aqueles que apelam para relações matemáticas – relação da parte como todo, do menor com o maior e relação de frequência,

além da comparação. Os argumentos baseados na estrutura do real, por sua vez, valem-se da relação mais ou menos estreita existente entre eles e certas fórmulas lógicas ou matemáticas para estabelecer uma solidariedade entre juízos estabelecidos e outros que se procura promover.

Na dimensão desta teoria o real pode vir fundamentado, pelo recurso ao caso particular – quando se recorre à argumentação pelo exemplo, ilustração ou modelo – ou por meio do raciocínio por analogia. Pode ser ainda que o orador faça uso de figuras retóricas, colocadas não como ornamento, mas como argumento. Dentre as figuras encontram-se aquelas criadas com base no auditório: figuras de caracterização – nas quais se incluem a definição, a perífrase, a prolepse, a correção; figuras da presença – que intensificam a presença do objeto; e figuras de comunhão – que integram orador e ouvinte no estudo da chamadas “estratégias argumentativas”.

Perelman e Olbrechts (2002,) ao se referirem aos conceitos espontâneos e científicos destacaram que:

Aquilo a que chamamos habitualmente senso comum consiste numa série de crenças admitidas no seio de uma determinada sociedade, que seus membros presumem ser partilhadas por todo ser racional. Mas, ao lado dessas crenças, existem acordos, próprios dos partidários de uma disciplina particular, seja ela de natureza científica ou técnica, jurídica ou teológica. Tais acordos constituem o corpus de uma ciência ou de uma técnica, podem resultar de certas convenções ou da adesão a certos textos, e caracterizam certos auditórios. (p.112)

Aliada a estes pressupostos a importância da linguagem utilizada na comunicação também foi ressaltada pelos autores do Tratado da Argumentação. A linguagem não seria somente um meio de comunicação, mas também um instrumento para promover a persuasão. Em suas palavras, *o processo argumentativo deve criar um “contato entre os espíritos”, onde*

há no mínimo a existência de uma linguagem comum e de uma técnica que possibilite o diálogo, ao se administrar a comunicação entre orador e auditório.

A linguagem comum quer seja transmitida pela fala ou pela escrita, é, por si só, a manifestação de acordo, de uma concordância, da mesma forma que as idéias aceitas podem servir para favorecer o acordo sobre as idéias. (Perelman & Olbrechts, 2002, p. 173).

Bressanin (2006) ao analisar os recursos argumentativos produzidos em textos no Ensino Médio abordou o trabalho da escola com a linguagem, na perspectiva dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM,1999) que prevêem a dimensão sócio-interacionista, uma vez que *não há linguagem no vazio, seu grande objetivo é a interação, a comunicação com o outro, dentro de um espaço social...*

De acordo com a autora, os Parâmetros também prescrevem que o estudo dos gêneros discursivos e dos modos como se articulam proporciona uma visão ampla das possibilidades de usos da linguagem. Neste dimensionamento, o pressuposto por ela estabelecido é de que a língua não está dissociada da prática social, ou seja, a interação é o que faz com que a linguagem seja comunicativa.

Para Bakhtin (como citado em Bressanin, 2006), os gêneros do discurso são entendidos como uma forma característica de enunciação em que a palavra acaba por assumir uma expressão única, específica. Estão ligados a situações características de comunicação verbal, nas quais há uma profunda relação entre o significado das palavras e a realidade.

No cotidiano, na linguagem ordinária, o conteúdo das sentenças, ou o significado das mesmas encontram-se articulados com a forma lógica da Argumentação.

Cabe, portanto, considerar que as pesquisas que buscam analisar as relações entre argumentação e diversas variáveis estabelecidas, deveriam voltar-se para a análise destas relações, baseadas tanto na interpretação da forma quanto do significado daquilo que é enunciado. Levar-se em conta o contexto onde estes significados são produzidos parece ser uma alternativa que consolida a clareza da interpretação.

Neste sentido, o Modelo de Estratégia Argumentativa (MEA) elaborado por Frant (2002) torna-se bastante interessante para as análises desenvolvidas em situações de discurso ou de trocas argumentativas.

Sobre este modelo, a autora afirmou ter sido o mesmo elaborado para explicar os episódios nos quais as negociações acontecem, quando existem acordos ou controvérsias, quando um aluno tenta convencer o outro (ou a si próprio) de uma idéia.

Em um discurso existe sempre um orador (ou falante) e uma audiência. Essa audiência não deve ser entendida como uma consumidora passiva de argumentos, mas uma parte que atua de modo fundamental no processo de argumentação.

A premissa da qual parte a autora na perspectiva da argumentação é de que o processo de produção de significados para objetos matemáticos, em sala de aula, é similar ao processo de produção de significados para objetos do cotidiano. A linguagem ordinária, do dia-a-dia é regida pelas relações dialógicas e ambíguas entre os indivíduos e suas regras de utilização são baseadas em práticas sociais que devem ser reveladas através da análise dos argumentos.

É necessário, portanto, que o sujeito falante, aquele que está fazendo afirmações, leve em conta as crenças, as convicções e as reações da audiência. A argumentação do orador tem como objetivo atingir esta audiência e iniciar uma ação. As réplicas da audiência levam o orador a reformular ou melhorar suas hipóteses e, sobretudo, a reorganizar seus argumentos nas diferentes partes de seu discurso.

A aceitação de qualquer conjectura de uma argumentação não implica na aceitação da tese, este fato pode ser entendido como uma situação temporária. Os argumentos são estabelecidos entre as enunciações de modo a persuadir um determinado público sobre uma idéia.

A análise de um episódio requer a recriação do contexto da enunciação. É necessário descrever este episódio através de um esquema, no qual está presente o argumento que está sendo utilizado pelo orador, através de afirmações simples. A montagem de cada passo da argumentação começa com a identificação e a avaliação da regra de inferência que deu suporte para a tese enunciada. Desta forma, cada elemento está presente no esquema argumentativo por ser essencial ao mesmo e as interpretações são feitas baseadas neste esquema.

A compreensão de uma afirmação não se limita a avaliação do contexto no qual o discurso acontece, é importante entender o papel de tal afirmação dentro da argumentação. Assim, deve-se procurar entender de que modo as intenções do falante determinam suas

escolhas sobre questões operacionais (ou pequenas questões) através das quais a questão principal se efetiva, portanto, para compreender o discurso do outro é necessário não apenas compreender suas palavras, mas entender seu pensamento e as causas que o levaram a enunciá-lo.

Pode-se dizer que argumento é um conjunto de meios utilizados para sustentar uma determinada tese, requerendo um encadeamento que possibilite não só o acompanhamento por parte do interlocutor, mas também o convencimento de uma determinada posição.

Segundo Perelman e Olbrechts (2002), *para argumentar, é preciso ter apreço pela adesão do interlocutor, pelo seu consentimento, pela sua participação mental.*(p.204)

A partir destas considerações, pode-se afirmar que o argumento sugere a adesão por parte do outro. Para argumentar, buscamos premissas que possam persuadir ou influenciar o interlocutor, de modo que este julgue o assunto, em algum aspecto, interessante para si próprio. A argumentação é um processo comunicativo que apresenta uma conclusão, mais ou menos plausível, sendo as provas apresentadas suscetíveis de múltiplas interpretações e marcadas pela subjetividade de quem argumenta e do contexto em que ocorre.

Na argumentação busca-se, antes de tudo, convencer o interlocutor da validade de uma determinada tese. Assim, a argumentação só se faz presente em situações que possibilitem diferentes respostas. Tais respostas, evidentemente são produzidas por um auditório. Este auditório é o conjunto de indivíduos que o orador pretende influenciar através do seu discurso e é construído (previsto) antes mesmo de o orador elaborar sua argumentação, de forma a obter a adesão aos argumentos que serão expostos. O auditório é caracterizado pela forma como hierarquiza os valores que ele admite, o que acontece através da intensidade de adesão a um determinado valor em detrimento de outro. (Perelman & Olbrechts, 2002)

Os acordos são as hipóteses a partir das quais o raciocínio se desenvolve durante a argumentação, podendo ser classificados em dois tipos: reais e preferíveis. Os acordos reais dizem respeito aos fatos, verdades e pressuposições, visando um auditório universal. Já os acordos preferíveis dizem respeito aos valores e às hierarquias, visando um auditório especializado.

Os fatos e as verdades são tidos como originados dos acordos escolhidos por aqueles que estão envolvidos na situação. Sendo assim, podemos dizer que não existem critérios pré-

estabelecidos para de determinar a validade de um enunciado. Importante é ressaltar que a validade, ou não, de um enunciado pode variar de comunidade para comunidade.

4.5.1 – A argumentação e a técnica de pensar em voz alta

Ao fazer uso da argumentação, o indivíduo utiliza também a linguagem oral e escrita para expressar suas formas de pensar e agir durante a resolução de um problema. Isto pressupõe também a técnica de pensar em voz alta.

Brito (2002), refere-se a esta técnica como propulsora de recursos bastante significativos para as pesquisas voltadas para a solução de problemas matemáticos:

O pensar em voz alta permite ao pesquisador coletar dados de caráter mais qualitativo que, somados aos aspectos quantitativos, possibilitam a elaboração de protocolos bastante completos e, em consequência, uma melhor compreensão dos procedimentos de solução. (p.21)

Para Resnick e Ford (como citado em Brito, 2001), a análise de protocolos permite ao pesquisador perceber com mais clareza os procedimentos relacionados às tarefas mais complexas, como no caso, a solução de problemas matemáticos. As autoras denominam como protocolo o registro completo das atividades desenvolvidas pelo sujeito ao solucionar um conjunto de problemas. Para elas, a análise dos dados pode permitir a descoberta de padrões regulares de comportamento.

Neste contexto, o pesquisador, ao proceder o registro das ações do sujeito durante a solução de tarefas, deve fazê-lo de forma a primar pela riqueza de detalhes. Incluem-se aí gestos, expressão facial, tempo gasto entre uma ação e outra. Ainda em ordem cronológica devem ocorrer os registros gráficos, as tentativas de solução (mesmo as que não levam à solução), anotações escritas e comentários orais. Além disso, o protocolo deve prever o registro dos pensamentos desenvolvidos pelo indivíduo durante a solução de problemas, por meio da solicitação do experimentador, para que possam ser melhor explicitados os procedimentos adotados na busca de soluções. O pensamento verbalizado passa, desta forma,

a fazer parte do protocolo geral, permitindo ao pesquisador associar as informações nele contidas com observações mais objetivas, a fim de identificar o processo real desenvolvido na solução de problemas.

Ericsson e Hastie (1994) revelaram que os sujeitos verbalizam os pensamentos à medida que são estimulados a prestar atenção naquilo que estão pensando e a colocar em palavras os procedimentos adotados. Esses autores afirmam que os relatos verbais fornecem registro denso do pensamento mediando o surgimento da solução.

Ericsson e Simon (como citado em Brito, 2001) ressaltaram, no entanto, que o pensar em voz alta não deve ser confundido com o falar em voz alta, pois este último não seria capaz de descrever os procedimentos de alto nível ocorridos durante o processo de solução, não revelando ainda, os mecanismos que interligam uma seqüência de pensamento a outra.

A ocasião e as formas, como o sujeito é solicitado a verbalizar o pensamento durante a solução de problemas, é que caracterizam o protocolo verbal. Assim sendo, temos então que:

- a) Pensar em voz alta: os dados são coletados durante o processamento da informação;
- b) Investigação concorrente: os dados são obtidos quando as informações ainda estão disponíveis na memória de curto prazo.
- c) Investigação retrospectiva: após completar a tarefa, o sujeito é solicitado a descrever em voz alta ou a escrever, usando lápis e papel, e de maneira a mais detalhada possível, sobre o modo de operar e acerca de como pensou para solucionar o problema proposto.

De acordo com Anderson e Simon (como citado em Brito, 2001), o método de pensar em voz alta pressupõe no relato verbal, quatro elementos:

- As intenções, que dizem respeito aos objetivos, passos futuros e Justificativas para os procedimentos adotados (“preciso”, “quero”, “devo”, “tenho de”, “vou”, etc.)
- As cognições, que envolvem a atenção e situação, presença e verbalização imediata;
- O planejamento: “se x então y”, o que implica nas inferências mentais.
- A avaliação, onde a verbalização expressa conclusões como “não”, “sim”, “isso mesmo”, “não é isso”, “pronto!”.

Desta forma, o conjunto de habilidades que são exigidas para a solução de um determinado problema deve mostrar-se no decorrer de cada etapa de solução. Ao descrever

sobre o que está pensando, justificando as escolhas de procedimentos, explicando os objetivos que pretende alcançar, o sujeito disponibiliza a emergência de um conjunto de habilidades advindas da tarefa proposta.

O método de pensar em voz alta, segundo Brito (2002), possibilita ao pesquisador conhecer mais sobre os processos cognitivos, na medida em que, ao se solicitar aos sujeitos que verbalizem o que pensam enquanto estão solucionando um problema, obtém-se protocolos verbais resultantes que poderão ser analisados posteriormente.

Para Somereen, Barnard e Landberg (1994), este método é o mais adequado para se direcionar a obtenção do insight a respeito do conhecimento humano e das estratégias disponibilizadas pelos indivíduos durante a solução de problemas. Assim, é possível se analisar todas as relações e interconexões disponibilizadas pelos sujeitos durante a solução. Para tanto, é necessário que o pesquisador seja também o mediador da atividade, incentivando as verbalizações através de perguntas que esclareçam as relações estabelecidas durante a escolha dos procedimentos. Desta forma o experimentador pode conhecer as dúvidas e expectativas do sujeito acerca do problema a ser solucionado.

No entanto, alguns autores apontaram para os aspectos positivos e negativos do método de pensar em voz alta. Miller et. al (como citado em Brito, 2002) destacaram que Claparède (1934) foi o primeiro a apontar estes aspectos. O fato de o sujeito poder falar enquanto está envolvido na tarefa, comentar o que está fazendo e procurando, sua intenção ao realizar uma determinada operação, informar qual (is) objeto (s) prende sua atenção, constituem-se em aspectos positivos, uma vez que fornecem ainda uma quantidade de informação sobre detalhes do processo de pensamento. Já os aspectos negativos incluem o fato de que a tarefa de pensar em voz alta pode inibir o processo de pensamento ou torná-lo mais lento, além de fazê-lo parecer mais ordenado e coerente do que realmente é; o sujeito pode ficar em silêncio no momento em que o experimentador mais quer ou necessita que ele fale e ainda, os referentes para algumas verbalizações podem não ser muito claros.

Nos estudos desenvolvidos pelo PSIEM (Brito, 1996; Utsumi, 2000; Lima, 2001), outras dificuldades são apresentadas por crianças e adolescentes nas propostas em que o método de falar em voz alta é utilizado: falta de familiaridade com a tarefa e a dificuldade de compreensão daquilo que é esperado que ele faça, podem gerar desconforto e ansiedade e com

isto fazer com que o sujeito distorça a realidade. Também o ensino escolarizado, ao treinar a explicação dos algoritmos, impede que a criança ao ser solicitada para verbalizar os processos de solução, estabeleça conexões de pensamento, relacionando e processando informação. As crianças, principalmente as mais velhas, entendem que estão sendo solicitadas a descrever exaustivamente as operações utilizadas para se chegar a um resultado. A emissão de juízos de valor sobre o próprio pensamento ou sobre o problema, o uso de estruturas abreviadas de pensamento pelos indivíduos, podem representar obstáculos, impedindo a expressão dos procedimentos adotados e produzindo verbalizações resumidas respectivamente.

No entanto, muitas pesquisas podem ser beneficiadas com a utilização desta técnica. Os passos adotados na solução de problemas e que, na maioria das vezes, são expressos através de algumas representações gráficas e da resposta final, não permitem ao experimentador se inteirar dos procedimentos de solução, estabelecer comparações com o conhecimento anterior dos sujeitos, bem como a análise das possibilidades de solução, a escolha da solução mais adequada, além de impedir a interação de estratégias adotadas durante a tarefa.

O espaço de solução de problemas é formado a partir do momento em que o indivíduo compreende o enunciado verbal de um problema e, penetrando na estrutura matemática, elabora uma representação. Este espaço inclui o conjunto de todas as operações possíveis em busca de soluções, a partir do estado inicial do problema, bem como o estado final desejado.

De acordo com Brito (2002), as pesquisas que pretendem verificar a transferência na solução de problemas podem beneficiar-se da técnica de pensar em voz alta e do uso de protocolos verbais.

Na transferência, através da síntese do pensamento, o sujeito compara os problemas e seus elementos, incorporando-os como uma única e mesma atividade. Os procedimentos empregados e a solução encontrada são retidos na memória de curto prazo e, mais tarde, incorporados na memória de longo prazo num processo de subsunção.

No estudo realizado por Brito (1996), em uma escola privada, tendo como sujeitos quatro estudantes de 7.a série (considerados como “bons” ou “excelentes em Matemática pela

professora da série anterior), onde a técnica de pensar em voz alta foi utilizada, os resultados demonstraram êxito dos sujeitos quanto a generalização.

A tarefa incluía cinco séries de problemas apresentados em ordem decrescente-crescente de dificuldade. Com o uso da técnica e a mediação do pesquisador, os sujeitos foram progredindo gradativamente nas variantes do problema e adquirindo maior facilidade para verbalizar aquilo que estavam pensando, expressando melhor os procedimentos adotados e as relações estabelecidas. A familiaridade com o método produz novas formas de ação, onde as dificuldades iniciais vão sendo vencidas.

O preparo do pesquisador na mediação da atividade estabelece grande relevância, uma vez que é preciso estar alerta para que o “pensar em voz alta” não se converta em “falar em voz alta”, em crianças escolarizadas treinadas na verbalização. A imitação do professor que “fala para a classe” pode ocorrer nas crianças que “falam para o outro”.

Também deve-se estar atento, como já foi dito anteriormente, para o “automatismo mental” que impede uma análise mais profunda dos protocolos verbais, pelo uso de estruturas e verbalizações de pensamento resumidas.

A variedade de problemas a serem solucionados também contribui para a possibilidade de verificação da aprendizagem e a transferência para um esquema geral de solução.

Através dos diferentes protocolos verbais constantes no estudo de Brito (1996), pode-se verificar que a técnica de pensar em voz alta, pode beneficiar as pesquisas em Educação Matemática e, em particular, aquelas voltadas para a solução de problemas, uma vez que fornece dados relevantes para a compreensão dos vários aspectos envolvidos na solução de problemas. A relevância da técnica consiste no fato de que a mesma acompanha todo o processo de solução, desde a obtenção da informação, passando pelas várias representações feitas e pelos procedimentos escolhidos, até chegar ao monitoramento da solução.

Brito (2002) alertou para o fato de que a obtenção de resultados mais adequados depende do preparo do pesquisador e dos sujeitos durante a coleta de dados. Desta forma, sugere que os primeiros problemas sejam utilizados como treinamento, ou seja, para que se construa a familiaridade com a tarefa.

É necessário que o pesquisador esteja seguro das direções e da conduta a seguir, bem como que o sujeito compreenda o que se espera dele, para então, aplicar-se os instrumentos de estudo.

Ainda segundo a autora, o preparo do pesquisador deve incluir a leitura de protocolos e textos anteriores, para que a pesquisa seja conduzida através de procedimentos que permeiem adequação de questionamentos e observações.

4.5.2 – Argumentação, linguagem e resgate da fala do aluno

Uma das formas da efetivação do processo de aprendizagem diz respeito à tarefa de ensinar. Nesta perspectiva é necessário acontecer o que Becker denomina de “*a tarefa do professor de aprender cognitivamente o seu aluno*”. Segundo o autor, para que o professor parta dos conceitos espontâneos do aluno é imprescindível que ele ouça e observe o fazer do aluno, é isso que lhe dá legitimidade para ensinar.

Desta forma, ao mesmo tempo em que o professor aprende seu aluno, ele lhe ensina seu universo cognitivo, seus conceitos espontâneos, além da cultura vivida por ele como indivíduo e interiorizada por ele, por assimilação, pela coordenação das ações, pela operação.

Neste aspecto o resgate da fala do aluno é propulsor de condições para que, no mais genuíno sentido da epistemologia genética, não no seu sentido de gênese primordial, mas já constituída, ela mesma adquira força de determinação, na medida em que prolonga o processo de abstração reflexionante.

A capacidade cognitiva do sujeito é construída por um processo de abstração em que se coordenam ações de primeiro e de segundo graus. (Becker, 1996)

As ações de primeiro grau são aquelas mais ou menos automatizadas e que se valem do cotidiano para resolver problemas imediatos. Essas ações prescindem de tomada de consciência. As ações de segundo grau são aquelas que abstraem das primeiras, por reflexionamento, suas coordenações, levando-as a outro patamar onde através da reflexão serão reorganizadas. O resultado da combinação entre reflexionamento e reflexão incide sobre as futuras ações de primeiro grau, modificando-as.

A ação pedagógica emergente da epistemologia genética apresenta o professor como um organizador de ações tendo por função, inventar situações experimentais para facilitar a invenção de seu aluno. (Piaget, como citado em Becker, 1996) Desta forma, um organizador de ações de segundo grau em que a fala, ou linguagem espontânea, desempenha um papel extraordinariamente importante.

Dayer (1999), em seu estudo sobre os processos internos e externos na construção de uma explicação causal, propôs dois métodos de aprendizagem: um deles se baseia no conflito cognitivo e tem a intenção de verificar de que maneira o objeto guia o sujeito na busca de explicação. O outro, denominado por ele de método dialético-didático, busca elucidar qual é o rol de intercâmbio de informação entre a criança e o experimentador na resolução de um problema causal. Este último combina a busca ativa do sujeito com a intervenção ativa do experimentador, o que não somente assinala ao sujeito as propriedades do objeto pertinente à resolução do problema, mas também sugere explicações parciais que são necessárias à resolução final, geral e coerente do problema. O autor, em seu trabalho, parte da hipótese de que a confrontação de argumentos permitirá ao sujeito melhor compreensão da realidade.

4.5.3 – A cultura do pensar em sala de aula

O desenvolvimento da argumentação no ambiente escolar, pode sugerir a idéia de uma cultura do pensar em sala de aula (Tishman, Perkins & Jay, 1999). De acordo com estes autores, falar de uma cultura do pensar é referir-se a um ambiente onde linguagem, valores, expectativas e hábitos agem de forma integrada visando o desenvolvimento do bom pensar. Em geral a noção de cultura diz respeito a padrões integrados de pensamento e de comportamento que unem os membros de um grupo. Um processo de enculturação, porém, ocorre tipicamente de quatro modos distintos:

- a) Através da exposição à modelos de cultura, que neste caso envolve a “demonstração” de práticas do bom pensar, por exemplo.
- b) Mediante explicações, que de modo direto podem abordar táticas de pensamento específicas como a prática de tempestade de idéias (ou brainstorming), bem como a

transmissão direta de informações importantes para o bom pensar (informações sobre o conceito de evidência, por exemplo).

- c) Uma terceira maneira através da qual ocorre a enculturação é através da interação com outros membros de uma comunidade cultural. Em uma cultura do pensar, a interação envolve pensar em conjunto com outras pessoas, resolver problemas de modo cooperativo, ou participar de discussões orientadas para o pensar.

d) Finalmente, a enculturação se dá mediante comentário de retorno ou feedback, que ocorre quando os membros de uma mesma comunidade fornecem, reciprocamente, informações corretivas ou avaliatórias, através de insumos positivos ou negativos, sobre seus processos de pensamento.

Estas quatro poderosas forças culturais, em uma sala de aula que “pensa”, agem sobre seis dimensões de uma cultura do bom pensar destacadas por Tishman et. al (1999): uma linguagem do pensar; as disposições para o pensar; a gestão mental; o espírito estratégico; o conhecimento de ordem superior; a transferência.

1. Uma linguagem do pensar é composta por todas as palavras e modos de comunicação que se referem aos processos e produtos do pensar. O vocabulário da linguagem do pensar envolve palavras como pensar, acreditar, achar, conjecturar, hipótese, evidências, razões, estimativas, duvidar, teorizar e todas aquelas que descrevem um tipo de atividade mental, ou então, um produto desta atividade. Enculturar uma linguagem do pensar pressupõe um grande número de oportunidades para que os alunos empreguem os termos e os conceitos desta linguagem no cotidiano escolar. Pensar com precisão deve envolver, então, uma riqueza de vocabulário, onde um universo maior de palavras é colocado à disposição da linguagem do pensar para descrever semelhanças e diferenças entre os diversos tipos. Quanto mais formas de descrever o pensar os aprendizes tiverem ao seu dispor, maior será o número de trilhas por onde eles poderão encaminhar seus pensares. (Tishman, et. al, 1999, p.22)

Na perspectiva desses autores, o bom pensar é cultivado pela exposição a um ambiente lingüístico enriquecedor. No entanto, no ambiente escolar, em quase todos os níveis, muito pouco do vocabulário pertinente à uma linguagem do pensar é utilizado. Apesar disso, algumas pesquisas demonstraram que mesmo crianças das séries iniciais já possuem o aparato conceitual necessário para entender os significados da terminologia empregada em uma

linguagem do pensar, mesmo que ainda não tenham sido apresentadas à palavra em si. (Olson e Astington, como citados em Tishman et. al, 1999). Como exemplo citado a este respeito os autores afirmaram:

... Ainda que os alunos da quarta série primária não estejam familiarizados, por exemplo, com a palavra confirmar, eles já têm familiaridade com os componentes conceituais do termo confirmar, isto é, o conceito de convicções de verdadeiro e falso e o conceito de razões ou motivos para se crer em algo. (p..27)

Sendo a cultura um fenômeno ativo e interativo, a linguagem do pensar em seu encultramento, diz respeito à criação de um grande número de oportunidades para que os aprendizes utilizem os termos e conceitos desta linguagem em suas *interações* com os outros no cotidiano da sala de aula.

2. *As disposições para o pensar* envolvem as tendências para a exploração, para a investigação e sondagem de novas áreas, para a busca de clareza, para o pensamento crítico e criterioso, para a organização do pensar. No entanto, é importante que se tenha presente que as disposições para o pensar levam tempo para se desenvolver exigem um trabalho recorrente e contínuo em sala de aula. Além disso, são bastante complexos as origens e os pilares das disposições para o pensar. Podem estar baseados em hábitos, políticas, motivações, desejos, sentimentos, posturas, crenças, formas de compreensão, valores ou outros fatores. Desta forma, ao se cultivar as disposições para o pensar, é necessário que se tenha em mente que as disposições são adquiridas no contexto de um ambiente cultural e são influenciadas por este contexto.

Neste processo, é necessário uma abordagem de ensino que considere tão importante quanto enfatizar o aspecto das disposições para o pensamento, ressaltar aquele que diz respeito às capacidades de pensamento.

As capacidades cognitivas desempenham um papel importante no pensar. A disposição para o pensar, porém faz com que os indivíduos utilizem suas capacidades intelectuais de maneira produtiva e indagadora.

No entanto, não se trata de ensinar em sala de aula a disposição para o pensar. Trata-se sim, de estabelecer o cultivo de disposições, através de uma abordagem continuada, abrangente, ecológica, onde a interação social e a troca de informações se tornam o aspecto chave da enculturação.

Tishman et. al (1999) contemplaram algumas disposições para o bom pensar, elencando-as de modo amplo em cinco categorias:

- a) A disposição para ser curioso e questionador, que inclui questionar, inquirir, perguntar-se, problematizar, sondar mais profundamente, olhar além do que está dado.
- b) A disposição para pensar de modo amplo e arrojado que diz respeito ao impulso de explorar pontos de vista alternativos, de se propor a ter mente aberta, ser flexível, experimentar idéias novas, ser lúdico.
- c) A disposição para pensar de forma clara e cuidadosa que abrange o desejo de buscar clareza, de chegar à compreensão, de ser preciso, de estar alerta para um possível erro.
- d) A disposição para organizar o próprio pensar que aborda a necessidade de proceder com ordem e com lógica, de planejar, de pensar adiante.
- e) A disposição para dispor tempo para pensar que constitui-se em dedicar tempo e esforço ao ato de pensar.

3. *A gestão mental;*

A gestão mental diz respeito a atividade de refletir sobre os nossos próprios processos de pensar e de avaliá-los. Esta dimensão da cognição- a capacidade de refletir e de avaliar o fluxo do pensamento é a própria gestão mental do pensar, a dimensão metacognitiva. Sendo essencial para o bom pensar devido ao seu papel avaliativo e regulador, implica em poder se observar o próprio pensar enquanto ele acontece , sendo possível ainda, decidir-se em como direcioná-lo.

Podemos não apenas nos engajar em atividades cognitivas de alto nível , como tomar decisões, resolver problemas e fazer planos...por exemplo ao tentar resolver um problema, podemos notar que nosso pensar está emperrado em uma só trilha e, a partir disso, podemos seguir por um caminho mais criativo. (Tishman et. al, 1999, p. 92).

A gestão mental promove a versatilidade cognitiva, um pensar responsável e independente, fomentando o pensar estratégico e o planejamento. A habilidade metacognitiva é portanto, possível de ser aprendida, desenvolvida e ensinada. *A prática conscienciosa de gestão mental, mesmo nas séries iniciais, dá aos alunos as ferramentas de que eles precisam para se desenvolverem, a fim de se tornarem adultos responsáveis, com um pensar independente.* (Tishman et. al, 1999, p. 94).

4. O espírito estratégico

Uma estratégia de pensamento vem a ser um plano explícito e articulado de como tecer um caminho em meio a uma situação intelectualmente desafiadora. Os tipos de estratégias e pensamento que as pessoas usam e inventam são tão variados quanto os desafios intelectuais que elas enfrentam. Afora os diferentes níveis de generalidade, o que todas estas estratégias têm em comum é que são procedimentos compassados(mas não necessariamente rígidos), que são executados intencionalmente por um pensador com o objetivo de atingir uma meta desejada. O pensador verdadeiramente versátil é aquele capaz de construir, inventar ou modificar uma estratégia de pensamento a fim de atender às exigências peculiares da situação presente.

Neste contexto, o que os estudantes precisam ser capazes de fazer é, mediante um processo de solução de problemas, parar o processo por um instante e fazer um plano para agir estrategicamente.

É preciso que tenham um plano que os instigue a fazer uma busca ampla de modos alternativos de abordar as questões e que os auxilie a monitorar o seu pensar à medida que vão avançando.(Tishman et. al, 1999, p. 130).

Esta inclinação para deter-se um momento e traçar um plano, em conjunto com a capacidade de utilizar os passos apropriados, é o que constitui o espírito estratégico.

O cultivo do espírito estratégico na sala de aula quebra a rotina da noção tradicional de que o conhecimento é uma coisa que o professor “tem” e que o aprendiz deve passivamente “receber”. Ao invés disso, faz com que aprender e saber sejam resultado das atividades planejadas e estratégicas do próprio aprendiz. (Tishman et. al, 1999, p. 130)

5. *O conhecimento de ordem superior;*

Existem aspectos de uma disciplina que são mais gerais do que o conteúdo convencional e do que as habilidades práticas de rotina. Estes aspectos podem ser considerados como “ conhecimentos de ordem superior”, uma vez que se colocam acima do conhecimento de conteúdo regular e das habilidades práticas em uma determinada disciplina. A matemática, por exemplo, é feita de algo mais do que os algoritmos das quatro operações. E esse “algo mais” envolve as muitas maneiras de se articular a natureza dos conhecimentos de ordem superior.

Perkins e Simmons (como citados em Tishman et. al, 1999), apresentaram um esquema que distingue três níveis de conhecimentos de ordem superior em qualquer disciplina:

- *Nível de Resolução de Problemas*, que envolve o conhecimento e o know-how sobre como lidar com problemas e tarefas típicos de cada disciplina. Em matemática, por exemplo este nível poderia se relacionar com as estratégias que os estudantes utilizariam para abordar a Solução de Problemas.

- *Nível das Evidências*, que tem a ver com o conhecimento e o preparo acerca de como se encontrar e identificar evidências e explicações em uma dada disciplina. Tomando-

se como exemplo os cânones de evidências na Matemática constata-se que através das evidências, o que se pretende é ver a comprovação lógica e dedutiva de proposições.

- *Nível de Investigação*, que trata do modo como acontece a investigação no seio de uma disciplina. Este nível busca seus insumos no patamar das evidências, no entanto, vai além de questões de justificativa e explicação e engloba a busca de questões e a construção de temas e teorias.

Embora diferentes entre si, estes três níveis contemplariam ricos episódios de pensamento, encarregados de mesclar todos eles.

O importante neste foco, não é classificar um episódio de ensino como sendo de um ou outro nível de forma definitiva. A relevância consiste no fato de que a noção de conhecimento de ordem superior faz uma chamada para se expandir o ensino em sala de aula para uma gama mais ampla de atividades, abarcando não apenas o conhecimento de conteúdo, mas também os conhecimentos e o Know-how sobre resolução de problemas, evidências e investigação.

Uma forma de incentivar a efetivação do conhecimento de ordem superior em sala de aula, é propiciar situações de trabalho em grupo, nas quais os alunos possam fazer comentários de retorno uns aos outros com relação aos diferentes níveis contidos neste conhecimento, o que pode pressupor portanto os contextos nos quais as trocas argumentativas são efetivadas.

6. *A transferência.*

A transferência ocorre toda vez que conhecimentos, habilidades práticas, estratégias ou disposições são estendidos de um contexto a outro.

Apesar de importante, a transferência não ocorre automaticamente. É necessário auxiliar os aprendizes a fazerem conexões entre o que já sabem e o que estão aprendendo e, posteriormente, com as aplicações futuras deste conhecimento.

Tishman et. al (1999) referiram-se à transferência definindo-a da seguinte forma: *uma certa coisa é, de algum modo, transferida para um certo lugar.* (p.193)

Assim, na concepção destes autores, habilidades, disposições e conhecimentos, uma vez aprendidos podem ser transferidos de um contexto para outro através da intervenção do

professor que proporciona os meios e as oportunidades para a efetivação deste processo. Os meios podem significar as condições que favorecem a identificação e a exploração de analogias, as generalizações, a antecipação de procedimentos, a diversificação das aplicações do conhecimento prévio e as conexões aí existentes. As oportunidades podem permitir que a transferência se estabeleça nos parâmetros de uma dada disciplina ou se articule em termos de interdisciplinaridade e, mais adiante, se efetive nas experiências contidas no ambiente extra escolar.

Isto posto, pode-se inferir que a argumentação dinamizada em sala de aula, enquanto propulsora do conhecimento significativo, converte-se também em um agente da promoção da cultura do pensamento, pois possibilita a articulação da linguagem do pensar e contribui para promover padrões produtivos de conduta intelectual por meio do desenvolvimento de atitudes, valores e hábitos mentais. Além disso, como propulsora da gestão mental ou metacognição propicia o pensar que os alunos elaboram sobre seus próprios processos de pensamento, contemplando também o espírito estratégico, uma vez que, pode incitar o aluno a utilizar estratégias de pensamento ao se defrontar com desafios, como por exemplo, a tomada de decisões. Nos processos de tomada de consciência, mediados pela argumentação, torna-se possível o estabelecimento de olhares para além do conhecimento factual de uma disciplina, através dos quais, conhecimentos e estratégias podem ser aplicados e transpostos de um contexto para outro.

4.6. Representação dos conceitos matemáticos e a tomada de consciência

A experiência desenvolvida pelos alunos em diferentes situações contribui para a aprendizagem significativa dos conceitos. Na comunidade onde estão inseridos, eles aprendem uma forma de conhecimento matemático construído dentro de um processo histórico mediante práticas e materiais culturais bem definidos. A articulação deste conhecimento inicial com a aprendizagem da matemática escolar requer o que Macedo (2005) definiu como “competência relacional”, a qual como qualidade geral coordena, estrutura e articula a multiplicidade de concorrência em um determinado espaço de tempo envolvendo diversos fatores e níveis. É esta competência que dá ao professor e à escola a mobilidade, a criatividade e a inventividade

para fazer uso de esquemas que permitam organizar o pensamento, as ações e as condutas que possibilitem não só as experiências matemáticas, mas também as físicas e sociais.

A articulação das diferenças implica numa proposta curricular diferenciada onde se faz necessária uma comunicação eficaz e significativa em sala de aula.

É necessário compreender a criança como sujeito epistêmico que constrói conhecimentos a partir de esquemas de ações e de operações lógicas e matemáticas.

Ao referir-se ao sujeito epistêmico de Piaget, o qual tem problemas a resolver, procedimentos a construir e compreensões a formular, Macedo (2005) ressaltou a dialética sujeito e objeto como irreduzível, complementar e indissociável.

Complementar às idéias de Piaget, Vergnaud afirmou que: *... no princípio não era o verbo, muito menos a teoria. No princípio era a ação, ou melhor, a atividade adaptadora de um ser no seu meio ambiente. É pela ação que se inicia o pensamento*”... (Vergnaud, como citado em Moro, 2005, p.44). O autor acrescentou que nada seria possível ao ser humano sem a representação, ou seja, a formação de objetos pelo pensamento sem as propriedades e relações e sem a conceitualização. Aprender um conceito matemático, portanto, implica em desenvolver primeiramente três competências: codificar e decodificar formas variadas de expressão de conceitos matemáticos, dominar as propriedades dos conceitos quando for necessário agir, além de captar e modelar diferentes tipos de relações entre quantidades (Vergnaud, como citado em Moro, 2005).

Além disso, este autor ressaltou que a matemática não é uma linguagem, mas um conhecimento. Para ele, a linguagem e as formas simbólicas exercem um importante papel na aprendizagem da matemática. Durante o processo, é indispensável que se leve em conta os problemas de compreensão das palavras e dos símbolos, apresentados pelos alunos, já nos anos iniciais da escola fundamental.

Muitas vezes, a escrita convencional na matemática não representa a diversidade de raciocínios possíveis, como por exemplo, na solução de problemas. Os “modelos” impostos pelos professores agem de forma a levar o aluno a automatizar o conhecimento e a supor que existem procedimentos únicos a serem adotados na solução de um determinado problema. Conhecer a “fala” do aluno é indispensável para aqueles que pretendem estabelecer uma correspondência entre os significantes e os significados na matemática. Neste sentido, a

aprendizagem significativa do aluno e a conseqüente melhoria do seu desempenho matemático pode ser propiciada se lhe for dada a oportunidade de elaborar os conceitos matemáticos ao mesmo tempo em que elabora coordenadamente, formas de expressá-los verbalmente e de registrá-los por escrito.

Ao se investigar os procedimentos adotados pelo aluno na solução de problemas e mais especificamente em nossa pesquisa, aqueles voltados para a divisão, as representações estabelecidas pelos alunos tornam-se um elemento fundamental de análise para tratar das questões relativas aos processos de construção do conhecimento matemático.

Para Teixeira (2005), o conceito de representação dá a entender a consideração de duas entidades. Uma delas é relativa ao objeto representante, ou representação, e a outra ao objeto representado. Estudar e compreender o papel das representações na atividade cognitiva, percebendo de que forma os conceitos matemáticos estão relacionados à atividade mental dos alunos, é desvendar o percurso estabelecido pela mente entre a concepção e a expressão do objeto.

Wittgenstein (como citado em Teixeira, 2005) ressaltou uma distinção entre representações internas ou objetos de pensamento colocados na mente dos sujeitos, e externas, de caráter semiótico dado por signos, símbolo ou gráficos. Assim, os sujeitos apresentariam compreensões diferentes sobre o mesmo conceito ou estrutura matemática porque suas representações mentais teriam conteúdos diferentes. As relações entre as representações internas e externas constituem-se no elemento fundamental para o estudo do fenômeno da compreensão.

Rico, Castro e Romero (2000) referiram-se às representações como ferramentas, signos ou gráficos, mediante os quais os sujeitos abordam e interatuam com o conhecimento matemático. São as representações que atribuem significado às estruturas matemáticas. No contexto cognitivo, cada conceito ou estrutura numérica necessita do emprego e do jogo combinado de mais de um sistema de representação para sua efetiva compreensão.

*Para pensar sobre a idéia matemática e comunicá-la
necessitamos comunicá-la de algum modo. A comunicação
requer que as representações sejam externas tomando a*

forma de linguagem oral, símbolos, escritos, desenhos ou objetos físicos.(...)Para pensar sobre idéias matemáticas necessitamos representá-las internamente, de maneira que a mente possa trabalhar sobre elas. (p.154)

Vergnaud (1988) ressaltou que no campo da aprendizagem dos conceitos matemáticos, a representação tem como função principal conceitualizar o real para agir eficazmente. Sendo assim, é necessário admitir a existência de um grande número de representações de um determinado conceito. No que concerne ao estudo do desenvolvimento de conceito o autor enfatizou que o mesmo requer que o pesquisador veja um conceito como uma terna de conjuntos: $C = (s, I, S)$, onde s é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo, I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades, relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações, e, S um conjunto de representações simbólicas que podem ser utilizadas para pontuar e representar esses invariantes.

A análise da produção dos alunos para resolver as tarefas associadas ao conceito torna possível evidenciar suas concepções. Neste sentido, as estratégias utilizadas para esta análise, e em nosso caso a argumentação, se constituem em instrumentos importantes para a compreensão dos significados e significantes estabelecidos pelo aluno acerca de um determinado objeto.

Ao referir-se à sua teoria dos campos conceituais Vergnaud (1994) os definiu como: *Campo conceitual é um conjunto de situações, cujo tratamento implica esquemas, conceitos, teoremas, em estreita conexão, assim como as representações lingüísticas e simbólicas suscetíveis de serem utilizadas para representá-los. (p.71)*

Tanto o conceito de esquema de Vergnaud (1996) quanto o papel da tomada de consciência da ação na construção cognitiva (Piaget, 1974, 1976) se constituem em elementos relevantes na interpretação do real através da ação.

De acordo com Vergnaud (1996), o esquema diz respeito a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações dada. Segundo ele, é nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos em ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos

que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. Nesta concepção, o funcionamento cognitivo dos alunos envolve operações que se automatizam progressivamente e decisões conscientes que permitem perceber os valores particulares das variáveis de situação. As próprias competências matemáticas são sustentadas por esquemas organizadores do comportamento. Existem vários exemplos de esquemas na aprendizagem da matemática. Cada esquema se relaciona a uma classe de situações bem definidas. Ele pode, contudo, ser aplicado por um sujeito individual a uma classe mais restrita do que aquela à qual poderia ser aplicado eficazmente. Neste caso, coloca-se, então, um problema de extensão do esquema a uma classe mais ampla: pode-se agora falar em deslocamento, generalização, transferência ou descontextualização. Para que tal processo intervenha é necessário que sejam reconhecidos pelo sujeito analogias e parentescos entre a classe de situações em que o esquema já é operatório e as novas situações. Portanto, nesse ponto de vista, o reconhecimento de invariantes é a chave de generalização de esquema.

A confiabilidade do esquema para o sujeito baseia-se no conhecimento que ele possui, explícito ou implícito, das relações entre o algoritmo e as características dos problemas a resolver. Para o autor, a automatização, evidentemente, é uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização da ação. Porém para uma classe de situações dadas, uma série de decisões conscientes também pode ser objeto de uma organização invariante. A automatização não impede que o sujeito conserve o controle das condições sobre as quais tal operação é ou não adequada. Portanto, todos os comportamentos abrangem uma parte de automatismo e outra de decisão consciente.

Os esquemas são, em geral, eficazes, mas nem sempre efetivos. Designam-se pelas expressões “conceito-em-ação” e “teorema em ação” os conhecimentos contidos nos esquemas. Quando uma criança utiliza um esquema ineficaz para uma determinada situação, a experiência a leva a modificar o esquema. A esse respeito, Vergnaud (1996), afirmou que: *podemos dizer, como Piaget, que os esquemas estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas, ou seja, da assimilação e acomodação* (p. 3).

O autor destacou que o conceito de esquema interessa à duas classes de situações:

1. classes de situações em que o sujeito se dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;

2. classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga à um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso.

No primeiro caso, observam-se, para uma mesma classe de situações, comportamentos totalmente automatizados, organizados por um só esquema; no segundo caso, observa-se a utilização de vários esquemas, que podem entrar em competição e que, para atingir a solução desejada, devem ser acomodados, descombinados e recombinaados. Este processo é necessariamente acompanhado por descobertas.

Teixeira (2005) ressaltou que para conduzir e controlar o processo de conceitualização é preciso observar como os alunos lidam com os objetos e quais relações matemáticas estabelecem. Ao vivenciarem um conjunto de situações diferentes, suas concepções se modificam ou se tornam menos estereotipadas.

Os fenômenos cognitivos podem ser considerados independentemente da linguagem e de outras formas simbólicas através de conceitos de esquema e situação. No entanto, o papel destes primeiros fatores devem ser considerados na aquisição do conhecimento.

Além disso, Teixeira (2005) descreve funções diversas para os significantes. Uma delas é a de comunicar, pois a linguagem permite exprimir as propriedades e as relações atribuídas aos objetos. Outra função seria a de organizar o cálculo e conservar disponíveis os resultados intermediários, o que corresponde à uma função calculadora do significado. Além destas, a função de acompanhar o pensamento dando suporte à atividade conceitual.

Karmiloff-Smith (como citado em Teixeira, 2005) afirmou que existem múltiplos níveis pelos quais um mesmo conhecimento pode ser representado. Isto significa dizer que existe um armazenamento de múltiplas redescrições do conhecimento em níveis e formas representacionais diferenciados, tornando-se mais explícitos mediante o desenvolvimento cognitivo da criança.

Os procedimentos advindos das estruturas inatas específicas e dos conhecimentos adquiridos respondem aos estímulos externos. Na medida em que se desenvolve a criança

torna mais explícitas suas representações, pois as utiliza como recurso acionando o conhecimento que tem armazenado. Segundo Teixeira (2005), a criança explora o conhecimento armazenado mediante um processo de redescrição representacional. As mudanças ocorridas podem surgir mediante um conflito ou desacordo ou podem surgir em face de um comportamento eficiente.

Lee e Karmiloff-Smith (como citados em Teixeira, 2005) distinguiram representação de notação, afirmando que a primeira refere-se à construção do conhecimento pela mente, enquanto que a segunda diz respeito ao estabelecimento de um suporte para as relações entre um referente e um signo. As notações descrevem uma relação dinâmica e interativa entre elas próprias e a representação.

Os estudos de Moro (2005) sobre notações, apoiados na teoria dos campos conceituais, relatam o processo de construção desses campos, onde as operações de adição e subtração de um lado, e as de multiplicação e divisão de outro, constituem os campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas respectivamente. A autora afirmou que essa construção é progressiva, não limitando-se apenas ao plano da aritmética. Constitui-se em um processo no qual, os esquemas conceituais e relações e as situações problemas, aliadas às formas simbólicas ou lingüísticas que as representam, tornam-se os elementos constitutivos dos campos conceituais (Vergnaud, 1981;1989-1990;1990).

Outro aspecto ressaltado por Moro, nestes estudos, diz respeito à importância de se fazer a diferenciação entre o conceito e a sua representação, ou seja, entre os significados conceituais e os sistemas de significantes que os explicitam. Desta forma, evita-se a idéia errônea de que os símbolos e as operações sobre eles são a essência do conhecimento matemático. Tal como esta diferenciação, a intervenção qualitativa do professor é de fundamental importância para a representação em matemática.

A noção de campo conceitual foi definida por Vergnaud (1990) como sendo uma rede de conceitos que apóiam-se mutuamente, e, onde esta dinâmica, é que dá a eles o sentido. Assim sendo, a aprendizagem de um conceito ocorre ao longo de um extenso intervalo de tempo e se efetiva gradativamente através da ação da criança em diferentes situações. O entendimento de um conceito exige o reconhecimento destas situações no momento da solução de problemas.

Para que isto ocorra, é necessário apresentar às crianças uma variada e abrangente gama de situações. No entanto, é importante ressaltar que muitas vezes, mesmo apresentando uma ampla quantidade de problemas, os livros comprometem em parte o domínio conceitual. Isto deve-se ao fato de que as propostas trazem situações pouco variadas e a repetição exaustiva de algumas situações o que significa levar em consideração “a qualidade” do material apresentado ao aluno.

A mediação do professor é fundamental para que a seleção dos problemas envolva propostas mais desafiadoras e situações que permitam a articulação entre a tríade de conjuntos estabelecida pelo autor, ou seja, aquela formada pelos invariantes, pelos sistemas de representações e pelas situações.

Ausubel et. al (1978) definiram conceito como objetos, eventos, situações ou propriedades que possuem atributos essenciais comuns, os quais são designados por algum signo ou símbolo. Estes autores descreveram dois métodos de aprendizagem de conceito: o primeiro refere-se à formação de conceito, que ocorre em crianças em idade pré- escolar, onde os atributos essenciais do conceito são adquiridos por meio de experiência direta e através de estágios sucessivos de formulação de hipóteses, teste ou generalização. O segundo método é de assimilação de conceito que é a forma dominante de aprendizagem de conceito em crianças em idade escolar e adultos. Neste contexto, os indivíduos aprendem novos significados conceituais em contato com os atributos essenciais dos conceitos e relacionando estes atributos a idéias relevantes preexistentes⁵ em suas estruturas cognitivas.

Na perspectiva desses autores, os objetivos da aprendizagem devem ser especificados de forma a evidenciar para o aluno, conceitos e princípios a serem aprendidos numa linguagem que lhes facilite o reconhecimento de associações entre o que já sabem e os novos conceitos ou princípios a serem aprendidos. Neste contexto, acham-se inseridos os materiais de ensino, ou os organizadores antecipados que, corretamente elaborados, podem desempenhar um papel importante na facilitação do aprendizado. Portanto, ao referirem-se aos recursos educacionais e sua utilização na elucidação de conceitos ou princípios, o valor da

⁵ Ausubel et.al (1978) empregaram o termo “esteio” para sugerir e ressaltar o papel da idéia preexistente, reforçando o conceito de aprendizagem significativa que envolve uma interação entre novas informações e idéias preexistentes na estrutura cognitiva

qualidade de suplementos para um programa de ensino bem planejado, incluindo um número razoável de materiais impressos foi assim destacado:

...os erros são corrigidos à medida que ocorrem, e associações entre conceitos (ou tarefas) subordinados são feitas explicitamente com conceitos ou tarefas mais gerais, mais inclusivas, quando o auxílio impresso e/ou tutelar relacionado está disponível. (p.294)

Ausubel et. al (1978), afirmaram que as mudanças na estrutura cognitiva elaboradas pela prática ou por exposição a sucessivos aspectos da tarefa exercem um impacto importante no domínio interno da própria tarefa. Isto posto, o planejamento de ensino na solução de problemas, onde conceitos e princípios devem ser articulados deve levar em conta que no aprendizado escolar, as condições que influenciam e alteram a estrutura cognitiva exercem influência determinante. Segundo estes autores :

... as condições são tipicamente cruciais tanto no domínio de uma tarefa em particular, como para propósitos de transferência... de todas as condições possíveis de aprendizado que afetam a estrutura cognitiva, é evidente que nenhuma pode ser mais significativa do que a organização do material. (p.308)

Nas palavras de Barreto (2002), as situações não correspondem simplesmente aos contextos dos problemas, mas sim às relações entre quantidades as quais devem ocorrer na mente dos sujeitos no momento que eles organizam suas ações de solução de problemas. O conhecimento matemático comporta a elaboração de relações constituídas por esquemas dinâmicos, sendo que a mesma expressa a atividade inferencial e dedutiva dos sujeitos.

A teoria dos campos conceituais permite a análise da relação dialética entre a ação na situação prática e a verbalização teórica. Existe uma estreita relação entre as situações-problema e os esquemas dos alunos como também entre estes esquemas e as particularidades

de um campo conceitual. Isto torna possível ao professor perceber o conhecimento anterior do aluno e o processo de sua transformação, redimensionando assim sua prática docente.

Moro (2005) relatou que o conceito de esquema se torna interessante na perspectiva de na análise das relações e defasagens entre *saberes em atos e saberes teóricos* (Vergnaud, 1996). Neste contexto, um conceito auxilia na compreensão de como os primeiros permitem a ação em um campo onde a teoria é pobre ou inexistente e no entendimento da reciprocidade entre teoria e ação. Apoiado na teoria de Piaget, considera o esquema como totalidade funcional na organização marcante das ações para determinado grupo de situações.

Na medida em que seus esquemas prévios não se adaptam a novas situações é que os alunos têm suas concepções alteradas. Isto posto, é necessário que o professor ofereça-lhes situações diferentes daquelas que ativam apenas os esquemas já disponíveis, ou seja, é necessário o surgimento de propostas que os levem a transformar estes esquemas para sua reconstrução em novas relações diante de dados novos .

Parte-se, então, do pressuposto que, mediante as notações espontâneas das crianças, pode-se mobilizar a produção de notações mais avançadas.

Neste sentido, vale ressaltar a intervenção do professor ao fazer uso de estratégias que permitam o registro de verbalizações e grafismos significativos. Assim, como revelou a autora em seu estudo sobre as notações infantis:

É evidente, então que tais notações expressam significativamente elaboração das crianças Pedir a produção de notações dos próprios alunos é, assim, forma de trabalho interessante a ser utilizada pelo professor, para que elas se dêem conta das suas ações e, então, das relações entre tais ações com os resultados numéricos delas decorrentes. (p.67)

No entanto, na interpretação da produção de verbalizações e notações, deve-se ter em conta articulação do vocabulário no contexto representacional. Neste sentido, Ausubel et. al (1978) revelaram que nos estágios iniciais, que dizem respeito à formação de conceitos, as

palavras e objetos tendem a representar eventos objetos não categóricos ou concretos e, portanto, estabelecer uma correspondência com imagens específicas e relativamente concretas, assim como acontece com os referentes; em um segundo momento, envolvendo a aprendizagem pré-escolar as palavras referem-se aos atributos essenciais de um objeto, ou imagem ou evento que as crianças descobrem por indução a partir de sua própria experiência empírico- concreta. Correlacionadas ao significado denotativo de uma palavra, que emerge quando os atributos essenciais de um conceito são aprendidos significativamente, encontram-se as diversas reações idiossincráticas afetivas e atitudinais que o termo desperta em cada criança, dependendo de sua experiência particular. Estas reações constituem o significado conotativo do termo em questão. Entretanto, na maioria das crianças em estágio de desenvolvimento mais avançado, as conotações da maioria das palavras não são adquiridas pela experiência imediata, mas são assimiladas a partir de valores morais vigentes em seu meio cultural imediato.

Portanto, após os anos pré-escolares, o significado de grande parte das palavras novas é adquirido por definição ou encontrado através da descoberta em contextos apropriados e relativamente explícitos; a equivalência representacional se estabelece na estrutura cognitiva entre sinônimos e antigos conceitos ou entre novas palavras-conceito e significados induzidos por suas respectivas definições ou contextos. A adequação destes últimos diz respeito aos atributos essenciais do novo conceito expressos por palavras significativas ou pela combinação destas palavras.

...Entretanto, somente a aprendizagem representacional que “acompanha” a aprendizagem de conceito, principalmente o processo de estabelecer uma correspondência entre o significante e o significado, pode ser legitimamente considerada parte da aprendizagem de vocabulário, uma vez que, independentemente do tipo de raciocínio, a aprendizagem de vocabulário é sinônimo de aprendizagem representacional. (Ausubel et. al, 1978, p.45)

Na aprendizagem proposicional verbal, o que se aprende é o significado de uma nova estrutura onde várias palavras isoladas são combinadas, relacionando-se entre si e cada uma representando uma unidade referencial e, por outro lado, as palavras isoladas combinam-se de tal forma que acabam por compor um todo geral em que a nova estrutura é mais que a soma das partes. Antes, porém, que se possa aprender o significado da proposição verbal, aprende-se primeiramente o significado dos termos componentes ou o que os termos representam. Portanto a aprendizagem representacional de conceitos é um pré-requisito para a aprendizagem proposicional verdadeira.

Colocando em evidência o significado lógico e psicológico de um conceito, Ausubel et. al (1978) descreveram as relações existentes entre esses dois significados e a aprendizagem significativa da seguinte forma:

1. Aprendizagem significativa ou aquisição de significados: requer um material potencialmente significativo e a disposição para a aprendizagem significativa;
2. Potencial significativo: depende do significado lógico ou da relação não arbitrária e substantiva do material de aprendizagem com as idéias correspondentemente relevantes que se encontram dentro do domínio da capacidade intelectual humana; aliada a estes fatores, o potencial significativo também depende da disponibilidade destas idéias relevantes na estrutura cognitiva d um aluno “particular”;
3. Significado psicológico ou significado idiossincrático fenomenológico: é o produto da aprendizagem significativa ou do potencial significativo e a disposição para a aprendizagem significativa.

De acordo com as relações estabelecidas, o significado lógico depende, portanto, somente da natureza do material, constituindo-se esta associação em um dos pré-requisitos que determinam se a tarefa de aprendizagem é potencialmente significativa para o aluno individualmente; o outro pré-requisito é a disponibilidade de conteúdo significativo adequado na estrutura cognitiva do aluno. A possibilidade de um indivíduo particular incorporar à sua estrutura cognitiva, proposições logicamente significativas, através de relações não arbitrárias e substantivas, tornando-as potencialmente significativas para ele, é que determina a transformação do significado lógico em psicológico no curso da aprendizagem significativa.

Klausmeier (como citado em Pirola e Brito, 2001) afirmou que os conceitos podem ser formados em quatro níveis sucessivos: nível concreto, quando um indivíduo prestando atenção “as características perceptíveis de um objeto, consegue reconhecê-lo em outras ocasiões; nível de identidade onde um objeto, colocado em diferentes posições será percebido com ausência de transformações; nível classificatório que requer antes as operações no nível da identidade e que o indivíduo generalize que dois ou mais exemplos são equivalentes e pertencem à mesma classe de coisas e o nível formal, o mais elevado dos níveis, onde as definições são produzidas a partir da consideração dos atributos definidores, exemplos e contra-exemplos e das relações entre os conceitos.

Além destas considerações, este autor enunciou que grande parte do conhecimento que orienta o comportamento do indivíduo é formada por princípios ou afirmações de relações, dentre as quais, as relações de causa e efeito, probabilidade e correlação. Os conceitos por sua vez, são definidos de acordo com suas propriedades, ou seja, atributos⁶ definidores que os diferenciam e/ou relacionam a outros.

Na perspectiva piagetiana as estruturas mentais ou cognitivas são definidas como esquemas pelos quais os indivíduos intelectualmente se adaptam e organizam o meio. A partir do desenvolvimento da estrutura mental estes esquemas tornam-se cada vez mais refinados. À medida, portanto, que a criança se desenvolve surge uma rede de esquemas cada vez mais complexa. Neste sentido, Piaget (1977) afirmou que: *tudo esquema é coordenado com outros esquemas e ele próprio constitui uma totalidade com partes diferenciadas.* (p.47)

Interessando-nos a pesquisa no âmbito dos problemas de divisão cabe-nos percorrer os caminhos pelos quais os esquemas são construídos, em especial no âmbito das estruturas multiplicativas, uma vez que estas abrigam a divisão partitiva e a divisão por quotas. Do mesmo modo que as estruturas aditivas, as estruturas multiplicativas requerem um aprendizado no qual os alunos experimentem uma grande quantidade de situações diferentes.

Moro (2004) indicou a necessária mudança no trato das quatro operações como conteúdo de ensino através das formulações da teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud (1981, 1990, 1994). Na perspectiva do campo conceitual das estruturas aditivas e do

⁶ Klausmeier enumerou oito atributos do conceito, destacando que os seis primeiros são aplicáveis também aos princípios : aprendibilidade, perceptibilidade, utilidade, validade, generalidade, importância, estrutura e numerosidade. Klausmeier, apud Pirola & Brito, 2001)

campo conceitual das estruturas multiplicativas, as operações configuram-se como esquemas de várias ordens aplicáveis à diversas situações e que se coordenam progressivamente em uma construção complexa, em níveis psicogenéticos diferentes, não limitado ao campo da aritmética. Isto significa dizer que a compreensão ultrapassa os limites da escolaridade fundamental.

O problema da comunicação na aprendizagem da escola, segundo a autora, advém da ausência de correspondência entre significantes e significados, pelas ambigüidades da língua, mas principalmente por causa dos alunos disporem de esquemas conceituais diversificados, ou seja, invariantes operatórios diferentes. São estes os fatores que os levam a interpretar de várias maneiras os símbolos matemáticos e as formas lingüísticas, sendo que estas últimas já contêm em si mesmas muitas armadilhas.

Sendo a ação o objeto de reflexão do sujeito, este processo envolve inúmeras formas de representação da ação e suas relações. A ação, por exemplo, explicitada pela palavra, se transforma. Desta maneira, a explicitação através de diferentes linguagens transforma os conceitos, possibilitando o surgimento de novos esquemas. Neste sentido, Moro (2004) propõe a análise do papel da linguagem e dos sistemas simbólicos na identificação e na limitação dos domínios pertinentes.

Pela relevância do papel da linguagem natural e do simbolismo, a teoria dos campos conceituais é de grande importância, pois permite uma análise mais aprimorada da relação dialética entre ação, situação prática e verbalização teórica.

Em sua investigação, Moro (2005) analisou a natureza e a transformação das notações infantis referentes à construção das relações aditivas em sua passagem para as multiplicativas, como uma dentre as diversas formas de examinar relações psicogenéticas entre esses campos conceituais. Além disso, avalia se as tarefas propostas contribuem para as construções de conceitos em alunos de séries iniciais da escola fundamental.

As tarefas de igualar-desigualar grandezas são vistas como esquemas próprios à elaboração de relações aditivas e multiplicativas. Assim, as transformações fornecem sinais das raízes das estruturas multiplicativas nas aditivas, ao serem trabalhadas nas tarefas, a composição e a decomposição de uma totalidade em partes equivalentes e/ou não

equivalentes. Ao repartir coleções as crianças expressam seu repertório precoce de realizações infantis mesmo que elementares.

A divisão partitiva realizada pelas crianças mediante estratégias variadas e originais, muitas vezes apoiadas em relações aditivas, demonstra-se relativamente fácil. No entanto, tem sido abordado que é complexo para elas discriminar e compreender as relações específicas da divisão propriamente dita (Komilaki & Nunes, 1999; Nunes e Bryant, 1997; Squire, Bryant & Correa, 1999).

Squire e Bryant (como citado em Moro, 2004) revelaram que há menos dificuldade por parte da criança na obtenção do quociente, quando o dividendo aparece agrupado pelo divisor em divisão por partição e pelo quociente em divisão por quotas, em comparação com o inverso. A criança apóia-se no esquema de fazer “porções” ao repartir o que seria psicologicamente diferente conforme os dois tipos de problemas.

Vergnaud (como citado em Moro, 2004) referiu-se especialmente aos diversos tipos de dificuldades das crianças na compreensão da divisão envolvendo elementos discretos e /ou números inteiros, no contexto das estruturas multiplicativas. Dentre elas a necessidade de efetuar cálculos relacionais diferentes, seja ao procurar obter a extensão por parte conforme valor escalar indicado, no caso da divisão por partição, ou obter o número de partes, o que refere-se à divisão por cotas.

Ao avaliar os resultados de seu estudo sobre a igualação e partição de grandezas, Moro (2004) revelou a riqueza da atividade infantil através do emprego de marcas diferentes na representação. Desta forma as crianças são capazes de “dizer” o que assimilaram nas tarefas.

O uso freqüente dessas marcas pode indicar que se a criança tem algum conhecimento de tais formas de notação, esta pode ativamente passar de uma forma à outra. As correspondências que executam entre essas diferentes formas, ao representar um mesmo significado, tornam-se fundamentais para a construção conceitual.

A intervenção docente de caráter provocador, partindo das elaborações das crianças, e as situações de aprendizagem mais abertas, permitem a ocorrência da compreensão dos sistemas de notação matemática como parte transformadora inerente à construção dos campos conceituais da área.

A situação pedagógica mais favorável a uma determinada apreensão favorece a reorganização dos recursos de representação utilizados pela criança, dando novo sentido aos símbolos da matemática escolar aos quais ela já tenha sido exposta. As representações iônicas estão geralmente disponíveis no repertório das crianças. Assim, o desenho e outras formas aí contidas, tornam-se um recurso praticamente natural para marcar o total repartido e então, o resultado da repartição é a própria ação de repartir.

Nas palavras de Moro (2004):

...se margem é dada na escola para as crianças trabalharem ativamente conceitos e relações e também produzirem uma notação que lhes tenha sentido como representação do que estão compreendendo, eles lançam mão dos vários tipos de marcas que conhecem como meio de “dizer” o que estão compreendendo. (p.61)

Ao discutir sobre os sinais de relações psicogenéticas entre estruturas aditivas e multiplicativas revelados a partir da transformação de esquemas, Moro (2004), através da análise das notações infantis efetuadas, conclui sobre a relevância da composição e decomposição de grandezas na identificação das raízes das estruturas multiplicativas nas aditivas.

Na divisão abordada sob a ótica das estruturas multiplicativas, os esquemas envolvendo grandezas proporcionam a obtenção e a identificação de partes de extensão equivalentes e, em certo número, como componentes de um todo fazem emergir os termos da divisão e a relação entre eles.

A estreita relação entre as ações de igualar e desigualar com as de repartir quantidades numéricas, em relação de interdependência, atuam na coordenação entre estados gerando a conceitualização de ações de transformação. Constitui-se este em um processo lento de relações aritméticas apoiado em diferentes invariantes em elaboração, entre as quais, a correspondência operatória entre as quantidades, o que inclui o componente da reversibilidade.

A compreensão do valor cardinal das coleções comporta uma dimensão essencial para que as crianças estabeleçam relações aditivas-subtrativas reversíveis e identifiquem o número de partes equivalentes de uma totalidade e a extensão dessas partes como quociente.

Correa (2004), ao examinar as estratégias de resolução oral de tarefas de divisão, em crianças de seis a nove anos, com diferentes níveis de escolaridade em aritmética, verificou que os procedimentos de dupla contagem e o uso de fatos multiplicativos foram mais utilizados para a solução das tarefas de divisão por quotas, enquanto que os procedimentos, baseados no uso de adições repetidas e estratégias envolvendo partição de quantidades, foram relativamente mais empregados nos problemas de divisão partitiva.

A autora destaca a relevância do estudo de estratégias orais de solução das operações aritméticas. Por não ser implementado por sistema de regras fixas como acontece com um algoritmo, o sistema oral de cálculo requer a compreensão do indivíduo acerca dos invariantes lógico-matemáticos em uso, constituindo-se a análise desses sistemas em tarefa especial para a compreensão dos conceitos matemáticos.

Os resultados de seu trabalho com divisão, partitiva e por quotas, revelam que, ao encontrar um procedimento sistemático de cálculo mental para a solução de tarefas de divisão, a criança não só demonstrou-se capaz de descrever claramente tal procedimento, como também de encontrar solução correta para a tarefa proposta.

Esta mesma autora considera que: *para a compreensão do conceito de divisão, a habilidade da criança em realizar uma seqüência de procedimentos de cálculo mental para resolver um problema relaciona-se com o entendimento dos princípios operatórios subjacentes à estratégia empregada.*(p.148)

Completando essa idéia, uma segunda importante implicação diz respeito à relação entre a operação mental realizada e sua representação, pois a criança parece poder coordenar, nestes casos, suas ações com uma consistente descrição das mesmas.

Em seu estudo sobre as estruturas multiplicativas e tomada de consciência, Moro (2005) examinou a hipótese de que a construção de esquemas próprios à divisão, seria ativada mediante a alternância entre a prática, ou o conhecimento em ato de Vergnaud (1990, 1996) e sua interpretação verbal e entre a produção e a interpretação de notações a respeito. Segundo a

autora este movimento permitira ao sujeito tomar consciência das ações e relações aritméticas em jogo para sua conceitualização.

Os participantes foram 8 sujeitos do ensino fundamental de 7 anos e três meses e 8 anos e dez meses de idade de uma escola pública da periferia de Curitiba. As tarefas oferecidas foram situações-problema envolvendo a divisão elementar por partição (Vergnaud,1985), propostas em tríades segundo estratégias de cada um deles. Foram realizadas gravações em vídeo e transcrição das ações e verbalizações de cada um deles.

A análise de dados obedeceu aos diferentes níveis de descrição qualitativa, microgenética, das características das realizações práticas e notacionais de cada criança, tal como interpretado por ela.

Na análise de resultados foram observados progressos na compreensão da divisão por partição de cada criança. Segundo Moro (2005), estes progressos aparecem estreitamente ligados com o “dar-se conta” de esquemas e relações pertinentes ao conceito, o que aponta para a necessidade desse processo da tomada de consciência para os avanços mesmo modestos das crianças. Isto tem a ver com o formato da tarefa que envolve a alternância cíclica entre execuções interpretadas e notações interpretadas relativas àquelas execuções. No entanto, não só o processo de tomada de consciência seria o responsável pelos avanços no aprender; outras condições, combinadas, teriam seu lugar na ativação dos benefícios da alternância cíclica das tarefas utilizadas. Dentre elas, o patamar conceitual de partida do sujeito, trazendo-lhe formas de aproveitar nas tarefas suas experiências, escolares e não escolares, articulando-as com o conteúdo. Também a qualidade de intervenção do adulto (no papel de professor) ao amplificar as possibilidades de tomada de consciência das ações, das relações entre elas e seus resultados, de cada sujeito e entre eles na situação onde foi empregada a dinâmica de tríades.

Desta forma, Moro (2005) destacou que na Educação Matemática deve-se ter em conta a necessidade de tarefas cujo formato enseje a execução interpretada de soluções pelos alunos, alternada com a produção de notações a respeito. Isto daria margem para haver de fato, a ação do sujeito na construção de seu conhecimento. Assim, *essa alternância cíclica traria a expectativa de que a conceitualização em curso influenciaria a ação.* (p. 225) A autora evidenciou a importância da condução destas situações pelo professor, destacando que esta

tarefa será tanto mais produtiva quanto melhor ele próprio construiu o conceito que ensina. Tal fato revelaria um trabalho docente mais qualitativo na abordagem do conhecimento prévio dos alunos, possibilitando ao professor identificar os obstáculos existentes em uma construção conceitual específica, assim como, os tão relativos pontos de “chegada”.

5 – PARTICIPANTES, MATERIAIS E MÉTODOS

5.1 – Participantes

Este estudo teve inicialmente , na primeira etapa da presente pesquisa, cinquenta e oito estudantes, regularmente matriculados da quarta série do Ensino Fundamental de uma escola estadual da cidade de Campinas-SP, os quais foram submetidos a um pré-teste. A partir do resultado obtido neste teste matemático e da categorização dos alunos em alto, médio e baixo desempenho, foram selecionados trinta e seis participantes, sendo dezoito para o grupo experimental e dezoito para o grupo controle, mediante escolha aleatória realizada por um juiz, constituído previamente para este procedimento.

Desta forma, ficaram determinados os sujeitos que efetivamente participariam da pesquisa, conforme os critérios descritos e detalhados posteriormente neste capítulo.

Com base nos referenciais teóricos deste trabalho e nas idéias consolidadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, se justifica a escolha do ano escolar indicado, tendo-se em vista, ainda, a grade de conteúdos desenvolvidos nas escolas estaduais de São Paulo. A participação de todas as classes do referido ano foi viabilizada mediante adesão de todas as professoras das classes, após a apresentação dos objetivos da presente pesquisa.

Na caracterização da escola, destaca-se o fato de que a mesma, contando com um espaço físico mais restrito, opera em uma unidade que atende apenas os alunos de primeira fase do Primeiro Grau. As classes são em número limitado de quatro por série, sendo duas no período matutino e duas no período vespertino, totalizando assim, dezesseis classes de aula. A média em cada uma é de trinta alunos e as professoras são todas titulares.

A equipe pedagógica, além dos professores da série, é composta por uma diretora, uma coordenadora, dois professores de Educação Física e uma professora de Música. O setor administrativo conta com uma secretária e duas auxiliares.

A escolha da quarta série do Ensino Fundamental se justifica pelo fato de os alunos desta série estarem mais familiarizados, em parte, com a operação de divisão do que aqueles que cursam as séries anteriores. A presença deste conteúdo, porém, geralmente se faz acompanhar de manifestações de dificuldades na aprendizagem da matemática.

Nesta perspectiva, situou-se a relevância de se investigar este conteúdo no referido ciclo escolar, principalmente, pela abordagem do mesmo no contexto da solução de problemas mediante a argumentação interativa. Outro aspecto, que fundamenta a escolha da quarta série, é o fato de que os alunos desta etapa escolar já têm um domínio mais aprimorado de leitura, escrita e oralidade concernentes a língua materna..

A receptividade que a escola ofereceu ao trabalho investigativo e aos objetivos explicitados pela pesquisa foi fator determinante para a escolha da referida unidade de ensino.

5.2 – Materiais

5.2.1 – Material usado na primeira etapa do estudo

5.2.1.1 – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os Pais

Tipo papel impresso, a ser lido e assinado pelos pais ou responsáveis. Este material encontra-se no ANEXO I deste trabalho.

5.2.1.2 – Pré-Teste

A partir dos estudos empíricos destacados pela pesquisa e tendo em vista os objetivos estabelecidos pelo mesmo, buscou-se delinear desde a primeira etapa, os instrumentos de avaliação que contemplassem os diferentes tipos de problemas, rotineiros e não rotineiros, bem como os modos de divisão partitiva e por quotas. Este primeiro instrumento de avaliação, tipo lápis e papel, aplicado nos 58 participantes da amostra inicial desta pesquisa, foi composto por oito problemas aritméticos de divisão assim caracterizados na Tabela 1. Estes oito problemas encontram-se especificados no ANEXO II.

Tabela 1 – Caracterização dos problemas de divisão do pré-teste

PRÉ-TESTE	CATEGORIA			
Problema	Partição	Quota	Rotineiro	Não Rotineiro
1		X		X
2	X			X
3	X		X	
4	X		X	
5		X	X	
6		X	X	
7		X	X	
8		X	X	

Todos os problemas envolveram resposta construída a partir de procedimentos adotados individualmente.

5.2. 2 – Materiais utilizados na segunda etapa da pesquisa (Sessões)

Os materiais utilizados nesta etapa se constituíram em instrumentos para o registro de notações e marcas, tipo lápis e papel, contendo vinte e quatro problemas matemáticos de divisão, sendo seis problemas para cada uma das quatro sessões. Estes problemas encontram-se no ANEXO III deste trabalho. As Tabelas 2 a 5 caracterizam os problemas de cada sessão, sendo as respostas e a busca de soluções elaboradas em díades.

Tabela 2 – Caracterização dos problemas da 1ª sessão

SESSÃO 1	CATEGORIA			
Problema	Partição	Quota	Rotineiro	Não Rotineiro
1		X	X	
2		X		X
3		X	X	
4		X	X	
5		X	X	
6		X		X

Tabela 3 – Caracterização dos problemas da 2ª sessão

SESSÃO 2	CATEGORIA			
Problema	Partição	Quota	Rotineiro	Não Rotineiro
1		X	X	
2	X		X	
3		X		X
4	X			X
5		X		X
6	X		X	

Tabela 4 – Caracterização dos problemas da 3ª sessão

SESSÃO 3	CATEGORIA			
Problema	Partição	Quota	Rotineiro	Não Rotineiro
1	X		X	
2		X	X	
3	X			X
4	X		X	
5	X			X
6	X			X

Tabela 5 – Caracterização dos problemas da 4ª sessão

SESSÃO 4	CATEGORIA			
Problema	Partição	Quota	Rotineiro	Não Rotineiro
1	X			X
2		X	X	
3	X	X		X
4	X			X
5	X	X		X
6	X		X	

Os problemas que envolveram a auto produção dos alunos poderiam apresentar soluções na forma de divisão partitiva ou de divisão por quotas, por isso a dupla classificação.

5.2.2.1 – Registro das sessões contidas na segunda etapa da pesquisa

Recurso de videografia para a análise qualitativa dos dados, empregado mediante consentimento prévio dos pais e registro gráfico-descritivo das falas e ações executadas pelas

díades durante as sessões interativas, sendo a dinamização destes recursos implementada pelo pesquisador.

5.2.3 – Materiais utilizados da terceira etapa do estudo (Pós-teste)

Este instrumento de avaliação, tipo lápis e papel, foi elaborado a partir do modelo do Pré-teste. O mesmo foi composto por oito problemas aritméticos envolvendo as categorias do tipo rotineiro e não-rotineiros, divisão partitiva e divisão por quotas, os quais podem ser observados no ANEXO IV deste trabalho.

As características e estrutura dos problemas do Pós-teste podem ser observadas na Tabela 6:

Tabela 6 – Caracterização dos problemas do pós-teste

PÓS-TESTE	CATEGORIA			
Problema	Partição	Quota	Rotineiro	Não Rotineiro
1	X			X
2		X	X	
3	X		X	
4	X		X	
5		X	X	
6		X		X
7		X	X	
8		X	X	

O Pós-teste foi aplicado aos sujeitos do grupo experimental e do grupo controle com o objetivo de verificar se após as sessões envolvendo as trocas argumentativas , através da interação em díade, houve alteração no desempenho e aprimoramento dos procedimentos adotados pelos estudantes na solução dos problemas.

Os instrumentos de avaliação de medida de desempenho foram elaborados utilizando-se como referencial as atividades desenvolvidas pelo PSiem- Grupo de Psicologia e Educação

Matemática, os pressupostos contidos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e as propostas de alguns livros didáticos de terceiras e quartas séries do Ensino Fundamental elaborados na perspectiva dos PCNs : Dante (2000); Pires & Maria (2000); Wakabayashi (1998) ; outros problemas foram criados com base nestes referenciais.

5.3 – Procedimentos de Coleta de Dados

A presente investigação foi planejada em três etapas distintas de coleta de dados, de forma a contemplar os objetivos estabelecidos para este estudo. Estas etapas foram assim constituídas: um Pré-teste, quatro sessões envolvendo as trocas argumentativas através da interação em diáde e um Pós-teste.

5.3.1 – Primeira etapa do estudo

Mediante o preenchimento e assinatura do Termo de Consentimento Livre pelos pais dos alunos, foi aplicado o Pré-teste em 58 estudantes matriculados nas quartas séries (quinto ano) de uma escola estadual da região de Campinas- SP.

Estes sujeitos foram requisitados para solucionar oito problemas aritméticos sendo um não rotineiro e com divisão por quotas; um não rotineiro com divisão partitiva; dois rotineiros com divisão partitiva e quatro rotineiros com divisão por quotas.

A escolha dos problemas categorizados como rotineiros e não rotineiros e de modos de divisão partitiva e divisão por quotas visou contemplar as importantes variáveis contidas na solução de problemas aritméticos de divisão.

O teste matemático foi corrigido através de duas maneiras distintas:

a) A primeira correção foi elaborada a partir da forma, que pode ser chamada de “tradicional”, onde as questões são consideradas “certas” ou “erradas” , com valor total de dez pontos assim atribuídos:

- Problemas 1 ao 6, um ponto cada; problemas 7 e 8, 2 pontos cada.

b) A segunda forma de correção foi realizada, considerando-se a pontuação de acordo com o conjunto de procedimentos desenvolvidos pelo sujeito. Este critério segue o sistema elaborado por Charles (como citado em Lima, 2001). Sendo oito problemas, com valor de cinco pontos cada um, o total considerado nesta correção foi de quarenta pontos.

Assim, os sujeitos foram avaliados mediante os critérios descritos na Tabela 7 e que consistem em uma escala de 5 pontos, elaborada por Charles (como citado em Lima, 2001a, p. 51-52).

Tabela 7 – Critérios de avaliação dos sujeitos – escala de 5 pontos

Número de pontos	Características observadas na solução dos problemas propostos aos estudantes
0	Devolve o problema “em branco” (sem solução). Números copiados do problema – não entendimento do problema evidenciado. Resposta incorreta, sem evidenciar o desenvolvimento da solução.
1	Iniciou usando estratégia inapropriada – não concluiu a solução do problema. Abordagem sem sucesso – não tentou abordagem diferente. Tentativa falha de alcançar um sub-objetivo.
2	Estratégia apropriada foi usada – não encontrou a solução ou alcançou um sub-objetivo, mas não terminou a solução. Estratégia inadequada, que revela algum entendimento do problema. Resposta correta e procedimento de solução não mostrado.
3	Estratégia apropriada, porém o sujeito: Ignorou a condição do problema. Deu uma resposta incorreta sem razão aparente. Falta de clareza no procedimento empregado.
4	Estratégia (s) apropriada (s). Desenvolvimento da solução reflete entendimento do problema. Resposta incorreta por um erro de cópia ou de cálculo.
5	Estratégia (s) apropriada (s). Desenvolvimento da solução reflete entendimento do problema. Resposta correta.

Após a correção do teste e atribuição de pontos, os sujeitos foram categorizados em nível de desempenho mediante a seguinte escala:

0 a 19 pontos ----- Baixo Desempenho

20 a 31 pontos ----- Médio Desempenho

32 a 40 pontos ----- Alto desempenho

Por meio do procedimento de escolha aleatória foram selecionados 36 participantes entre os 58 iniciais, distribuídos igualmente entre os grupos controle e experimental.

O critério de número de participantes considerou, inicialmente, a formação de nove díades, visando uma produção de protocolos mais rica e abrangente.

5.3.2 – Segunda etapa do estudo

Esta etapa do estudo buscou propiciar situações argumentativas e, mediante a efetivação das mesmas, verificar os elementos presentes na argumentação realizada em díades, bem como, as relações estabelecidas com os procedimentos adotados na busca de solução.

A justificação de pontos de vista, as mudanças de perspectivas para a compreensão do ponto de vista do outro, as descentrações, o raciocínio dialético foram aspectos relevantes observados. Por outro lado, a constituição de díades visou contemplar um ambiente favorecedor para as trocas argumentativas. Deste modo, buscou-se estabelecer critérios adequados para a escolha dos problemas a serem aplicados nas sessões de argumentação interativa, de forma a controlar as variáveis tipo de problema e modos de divisão. A Tabela 8 descreve a distribuição dos problemas adotados para esta etapa do estudo.

Tabela 8- Distribuição dos problemas quanto ao tipo e modos de divisão

Problemas de divisão partitiva	Problemas de divisão Por cotas	Problema Tipo rotineiro	Problema Tipo não rotineiro
12	12	12	12

5.3.2.1– A Formação das Díades e do grupo Controle

Mediante a categorização dos sujeitos quanto ao desempenho e, seguindo-se os critérios pré-estabelecidos, foi realizada a escolha aleatória dos sujeitos do grupo experimental e do grupo controle.

Foram assim, selecionados 18 sujeitos para o grupo experimental e 18 sujeitos para o grupo controle. Esta escolha foi realizada por um juiz, professor de uma Assessoria Educacional da cidade de Campinas-SP.

Pode-se observar na Tabela 9 a descrição das diferentes díades submetidas às sessões de interação social e argumentativa.

Tabela 9 – Descrição das díades submetidas às sessões de interação social e argumentativas

Díade	Sujeito	Desempenho	Gênero
1	A	Alto	M
	B	Alto	M
2	A	Alto	M
	B	Médio	M
3	A	Médio	F
	B	Médio	F
4	A	Alto	M
	B	Médio	F
5	A	Alto	F
	B	Baixo	M
6	A	Alto	F
	B	Baixo	M
7	A	Alto	F
	B	Médio	M
8	A	Alto	M
	B	Baixo	F
9	A	Médio	M
	B	Médio	M

Como pode ser verificado, foram formadas três díades simétricas, sendo uma de alto desempenho e duas de médio desempenho e, seis díades assimétricas, sendo três oriundas da combinação entre alto e médio desempenho e três resultantes da formação estabelecida entre alto e baixo desempenho.

Os procedimentos de escolha aleatória envolveram a disposição alternada das categorias dos testes iniciais de desempenho (pré-teste) em um único bloco. Desta forma, estabeleceu-se a combinatória das díades participantes do grupo experimental.

Para o grupo controle foram selecionados sujeitos em equivalência aos do grupo experimental, no que diz respeito ao desempenho e gênero. No procedimento de escolha aleatória do grupo, porém, os testes foram dispostos por categoria de desempenho, subdividida em gêneros para que fossem estabelecidos participantes com características iguais aos do grupo controle. Ressalta-se que estes participantes, ao contrário do grupo experimental, não participaram de sessões interativas de argumentação, realizando individualmente as tarefas de Pré e Pós-teste.

5.3.2.2 - A explicação da Tarefa

Partindo-se do pressuposto de que a tarefa a ser proposta nas sessões de interação com trocas argumentativas não fazia parte da rotina escolar, foram estabelecidas duas reuniões informais com os sujeitos do grupo experimental, a fim de que os mesmos pudessem discutir e elaborar idéias acerca da argumentação na solução de problemas.

A ação do pesquisador na dinamização da discussão preliminar e das sessões interativas com uso da argumentação teve o aporte na linguagem no método de pensar em voz alta (Brito, 2002) e na linguagem do pensar (Tishman, Perkins & Jay, 1999) abordados no corpo teórico deste estudo.

Ressalta-se ainda, que o presente estudo abordou a técnica de pensar em voz alta durante as sessões de argumentação interativa, como meio de fazer emergir o pensamento e a própria argumentação dos estudantes.

O método de pensar em voz alta possibilitou que os participantes verbalizassem o que estavam pensando enquanto solucionavam os problemas, descrevessem os procedimentos adotados, confrontassem e questionassem idéias comparando-as entre si.

Tratando-se da linguagem do pensar buscou-se a exploração e a discussão de idéias a respeito de palavras e modos de comunicação. O significado de terminologias como pensar, acreditar, concordar, discordar, razões, opinião, etc., foram analisados coletivamente, visando uma melhor compreensão da proposta.

5.3.2.3 – A dinamização da Proposta

- Ambiente e Tempo:

Cada díade foi submetida a uma sessão de solução de problemas aritméticos de divisão, envolvendo as trocas argumentativas, uma vez por semana durante quatro semanas consecutivas, entre os meses de outubro e novembro de 2006. Não foi estabelecido limite de tempo para a solução dos problemas de cada sessão, visando uma atividade mais enriquecedora dos processos cognitivos. Desta forma, o tempo despendido pelas díades em cada tarefa foi bastante variado, oscilando entre vinte e cinquenta minutos.

Em relação ao ambiente, o mesmo foi disponibilizado pela coordenação e direção da escola em duas salas, de uso alternado com as atividades escolares, visando favorecer um contexto em que, as díades seriam retiradas da sala de aula para realizar a tarefa num clima de tranquilidade e concentração.

- Os problemas:

Tendo por base o formato e a estrutura dos problemas de Pré e Pós-testes, buscou-se dinamizar durante as sessões em díades, problemas que contemplassem as mesmas características, para que a análise e verificação de dados se tornasse mais consistente e harmônica, entendendo-se que, esta dinâmica permitiria uma maior articulação entre as diferentes etapas de procedimentos de coleta de dados.

Assim sendo, foram solucionados seis problemas em cada uma das sessões deliberadas em díade, perfazendo um total de vinte e quatro problemas caracterizados em rotineiros e não rotineiros, comportando os modos de divisão partitiva e por quotas, mediante a descrição

efetuada no item 5.2.2 desta pesquisa.

- Forma de apresentação dos problemas para as díades:

Cada um dos problemas foi digitado e apresentado separadamente, numa folha de papel, contendo espaço em branco para as notações surgidas a partir da argumentação. solução. As díades receberam apenas uma cópia de cada problema para que o trabalho conjunto revelasse a simultaneidade entre registro de procedimentos e as trocas argumentativas.

As seis propostas de solução foram distribuídas às díades no início de cada sessão, permitindo-se escolha aleatória na sequência de solução. Isto possibilitou observar que na maioria das vezes, os participantes escolhiam iniciar pelos problemas mais rotineiros, talvez porque através da discriminação visual identificassem certa “familiaridade” com a proposta. Destaca-se, porém, que mesmo diante dos problemas mais elaborados, nenhuma díade optou por uma outra escolha para depois retornar ao problema em questão, caso algum conflito fosse estabelecido. Pelo contrário, argumentando e discutindo idéias, os participantes passaram ao problema seguinte após terem solucionado o problema anterior.

- Registro das sessões de interação:

Pensando-se em obter formas mais pormenorizadas a respeito da argumentação em díades, buscou-se o recurso da videografia como forma de registro mais elaborado, a partir das intenções desta pesquisa. A possibilidade de se efetuar interpretações simultâneas entre a fala e as expressões gestuais (apontar, discriminar visualmente e escolher, sorrir, colocar-se em postura de atividade ou passividade, observar, escrever, apagar, descartar, empolgar-se, etc.) permitiu ao observador a obtenção de dados mais qualitativos a respeito da tarefa desenvolvida.

Além disso, este recurso possibilitou a recriação e a análise de episódios de enunciações, contribuindo para uma análise mais aprimorada dos protocolos verbais .

Nesta dimensão, a de contemplar cada afirmação contida dentro da argumentação, o que pressupõe um conjunto de ações coordenadas, a videografia, apresentou-se como ferramenta adequada para que se procedesse uma interpretação exaustiva de ações comunicativas e gestuais.

Complementar ao recurso da videografia, o pesquisador realizou um registro gráfico descritivo das sessões de argumentação interativa, relacionados às principais verbalizações dos participantes e às ações desenvolvidas pelos mesmos durante a solução dos problemas.

5.3.3 – Terceira Etapa do Estudo

Composta pela aplicação do Pós-teste, em todos os sujeitos do grupo experimental e do grupo controle, mediante solução individual da tarefa.

O instrumento de avaliação, tipo lápis e papel, foi composto por oito problemas aritméticos, tendo as mesmas características e estrutura do Pré-teste, mudando-se porém a ordem de apresentação dos problemas do teste inicial, como pode ser observado no ANEXO IV.

As provas de Pré e Pós-testes tiveram como objetivo verificar nos sujeitos deste estudo, os procedimentos utilizados na solução de problemas, as hipóteses formuladas e a capacidade de expressar e articular idéias e, ao final de sua aplicação, através da análise de dados, possibilitar a verificação da melhoria do desempenho dos alunos envolvidos neste estudo.

6 – ANÁLISE DE RESULTADOS

Considerando a questão levantada por esta pesquisa, acerca da existência de relações entre argumentação, metacognição e desempenho e as inferências realizadas no plano metodológico deste estudo, esta apresentação e análise de resultados busca proceder:

- a) Primeiramente, a apresentação e a análise quantitativa e com algumas inferências, dos problemas propostos no pré-teste e pós-teste, com relação ao desempenho dos grupos experimental e controle, envolvendo as variáveis problemas rotineiros e não rotineiros, divisão partitiva e divisão por quotas.
- b) A apresentação e a análise qualitativa do pré-teste e do pós-teste, através do conteúdo dos protocolos estabelecidos pelos alunos.
- c) Por fim, análise qualitativa das sessões de argumentação interativas, visando identificar a existência de relações entre argumentação, metacognição e desempenho na solução de problemas aritméticos de divisão.

6.1 – Análise Quantitativa do Pré-Teste e Pós-Teste dos Grupos Experimental e Controle

Participaram do presente trabalho 36 estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental, dos períodos matutino e vespertino, matriculados em de uma escola estadual de Campinas, selecionados mediante a aplicação do pré-teste em todos os 58 alunos, cujos pais assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido.

Esses estudantes, após a correção do referido teste, foram categorizados em um dos diferentes níveis: alto, médio ou baixo desempenho. Após a escolha aleatória procedida em cada um destes níveis de desempenho, os participantes foram distribuídos em número e gênero iguais entre os grupo experimental e o grupo controle, mantendo-se, portanto, as mesmas características para os dois grupos. Assim sendo, o grupo experimental e o grupo controle foram compostos de 18 estudantes cada, sendo 11 do gênero masculino e 7 do feminino.

Os problemas foram aplicados de forma equivalente para os dois grupos, sendo que a aplicação do teste incluiu a solução individual das questões propostas.

6.1.1 – Desempenho dos estudantes no Pré-Teste

Para a correção dos problemas do pré-teste e pós-teste considerou-se como critério a escala de pontos, elaborada por Charles (como citado em Lima, 2001a, p. 51, 52), em que os itens devem ser pontuados numa escala de 0 a 40 pontos. Desta forma, o nível de desempenho dos estudantes pode ser caracterizado como baixo (0 a 19 pontos), médio (20 a 31 pontos) ou alto (32 a 40 pontos).

Os escores dos participantes nos problemas do Pré-Teste apresentaram nota mínima de 1 e máxima de 40, com média de 29,1, mediana 31,0 e um desvio padrão de 9,7 pontos, sendo que este último representa a variabilidade destes escores em torno dessa média. Os escores dos estudantes nos problemas do Pré-Teste, segundo os tipos de grupo, encontram-se apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Distribuição de estudantes segundo pontuação no Pré-Teste e por tipo de grupo

Tipo de grupo	Pontuação no pré-teste	Número de estudantes	Porcentagem em relação ao número total de sujeitos
		N	%
Grupo Controle	6	1	5,6
	9	1	5,6
	18	1	5,6
	22	1	5,6
	24	1	5,6
	26	1	5,6
	27	1	5,6

	30	2	11,1
	31	1	5,6
	34	1	5,6
	35	1	5,6
	36	1	5,6
	37	1	5,6
	38	2	11,1
	39	2	11,1
	Total	18	100,0
Grupo Experimental	1	1	5,6
	13	1	5,6
	17	1	5,6
	29	2	11,1
	30	1	5,6
	31	4	22,2
	33	1	5,6
	34	3	16,7
	35	1	5,6
	36	1	5,6
	40	2	11,1
	Total	18	100,0

A Tabela 11 apresenta as estatísticas descritivas dos grupos. A fim de verificar se há uma diferença estatisticamente significativa entre os grupos, foi realizado o teste Mann-Whitney (teste U) para dados não paramétricos, devido ao pequeno tamanho da amostra. Este teste é alternativo ao teste paramétrico “t” de Student para duas amostras independentes, e se baseia essencialmente nas diferenças das medianas dos dois grupos, para então demonstrar se os grupos podem ser considerados significativamente diferentes. Mediana e média são conceitos estatísticos diferentes. A mediana é uma medida de localização do centro da

distribuição dos dados, correspondente ao valor que divide a amostra ao meio, isto é, metade dos elementos do conjunto de dados é menor ou igual à mediana, enquanto que os restantes são superiores ou iguais. A mediana, relativamente à média, tem a vantagem de não ser tão influenciada por valores individuais erráticos e não significativos.

Assim, ao analisar a notas dos estudantes no Pré-teste segundo o tipo de grupo, observa-se na Tabela 11 que não foram encontradas diferenças significativas de pontuação entre os mesmos ($U= 158,5$; $p= 0,912$). Nesta perspectiva, é possível afirmar que o estado inicial dos dois grupos demonstra similaridade.

Tabela 11 – Estatísticas descritivas da pontuação dos estudantes no Pré-Teste

Tipo de grupo	N	Mínimo	Maximo	Média	Mediana	Desvio padrão
Controle	18	6	39	28,8	30,5	9,9
Experimental	18	1	40	29,4	31,0	9,7
Geral	36	1	40	29,1	31,0	9,7

A pontuação máxima é de 40 pontos e a obtida pelo grupo apresenta-se acima do ponto médio do teste cujo valor é de 20 pontos. De acordo com esses resultados, pode-se dizer que o grupo de participantes tendeu a apresentar um nível médio de desempenho como mostra a Tabela 12. Ao analisar a frequência de estudantes por nível de desempenho no Pré-Teste, verificou-se que a maior parte dos estudantes possui alto desempenho (44,4%).

Tabela 12 – Distribuição Geral de estudantes segundo níveis de desempenho no Pré-Teste

Nível de desempenho	Frequência de estudantes	
	N	%
Baixo desempenho	6	16,7
Médio Desempenho	14	38,9
Alto Desempenho	16	44,4
Total	36	100,0

Em relação aos problemas classificados como de partição (2, 3 e 4), os escores dos participantes no Pré-Teste apresentaram nota mínima de 0 e máxima de 15, com mediana 14,0, média de 12,6, e desvio padrão de 3,5 pontos, sendo que este último representa a variabilidade destes escores em torno dessa média. A Tabela 13 apresenta as estatísticas descritivas dos grupos nos problemas de partição.

Tabela 13 – Estatísticas descritivas da pontuação nos problemas de partição do Pré-Teste

Tipo de grupo	N	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Desvio padrão
Controle	18	2	15	12,7	14,0	3,4
Experimental	18	0	15	12,4	14,0	3,7
Geral	36	0	15	12,6	14,0	3,5

A pontuação máxima alcançada é de 15 pontos e observa-se que os grupos apresentam-se acima do ponto médio nestes problemas cujo valor é de 7,5 pontos. Ao analisar a notas dos estudantes segundo o tipo de grupo, observa-se que não foram encontradas diferenças significativas de pontuação nos problemas de partição ($U= 158,5$; $p= 0,909$).

Em relação aos problemas classificados como de quotas (1,5,6,7 e 8), os escores dos participantes no Pré-Teste apresentaram nota mínima de 0 e máxima de 25, com mediana 18,0, média de 16,6, e um desvio padrão de 7,2 pontos. A Tabela 14 apresenta as estatísticas descritivas dos grupos nestes problemas

Tabela 14 – Estatísticas descritivas da pontuação nos problemas de quotas do Pré-Teste

Tipo de grupo	N	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Desvio padrão
Controle	18	0	24	16,1	17,5	7,5
Experimental	18	1	25	17,0	18,5	6,9
Geral	36	0	25	16,6	18,0	7,2

A pontuação máxima alcançada é de 25 pontos e observa-se que os grupos apresentam-se acima do ponto médio nestes problemas cujo valor é de 12,5 pontos. Ao analisar a notas dos estudantes segundo o tipo de grupo, observa-se que não foram encontradas diferenças significativas de pontuação nos problemas de quotas ($U= 148,0$; $p= 0,657$).

Em relação aos problemas classificados como não rotineiros (1 e 2), os escores dos participantes no Pré-Teste apresentaram nota mínima de 0 e máxima de 10, com mediana 9,0, média de 7,7, e um desvio padrão de 2,8 pontos. A Tabela 15 apresenta as estatísticas descritivas dos grupos nestes problemas

Tabela 15 – Estatísticas descritivas dos problemas não rotineiros do Pré-Teste

Tipo de grupo	N	Mínimo	Maximo	Média	Mediana	Desvio padrão
Controle	18	1	10	7,6	9,0	2,9
Experimental	18	0	10	7,8	8,5	2,8
Geral	36	0	10	7,7	9,0	2,8

A pontuação máxima alcançada é de 10 pontos e observa-se que os grupos apresentam-se acima do ponto médio nestes problemas cujo valor é de 5 pontos. Ao analisar a notas dos estudantes segundo o tipo de grupo, observa-se que não foram encontradas diferenças significativas de pontuação nos problemas não rotineiros ($U= 157,5$; $p= 0,883$).

Em relação aos problemas classificação como rotineiros (3 a 8), os escores dos participantes no Pré-Teste apresentaram nota mínima de 1 e máxima de 30, com mediana 23,0, média de 21,4, e um desvio padrão de 7,7 pontos. A Tabela 16 apresenta as estatísticas descritivas dos grupos nestes problemas

Tabela 16 – Estatísticas descritivas da pontuação nos problemas rotineiros do Pré-Teste

Tipo de grupo	N	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Desvio padrão
Controle	18	5	30	21,2	22,5	7,7
Experimental	18	1	30	21,6	23,0	7,9
Geral	36	1	30	21,4	23,0	7,7

A pontuação máxima alcançada é de 30 pontos e observa-se que os grupos apresentam-se acima do ponto médio nestes problemas cujo valor é de 15 pontos. Ao analisar a notas dos estudantes segundo o tipo de grupo, observa-se que não foram encontradas diferenças significativas de pontuação nos problemas rotineiros ($U= 154,5$; $p= 0,812$).

6.1.2 – Desempenho dos estudantes no Pós-Teste

Os escores dos participantes nos problemas do Pós-Teste apresentaram nota mínima de 7 e máxima de 40, com mediana 30,0, média de 28,3, e um desvio padrão de 9,1 pontos, sendo que este último representa a variabilidade destes escores em torno dessa média. Os escores dos estudantes nos problemas do Pós-Teste, segundo os tipos de grupo, são mostrados na Tabela 17.

Tabela 17 – Distribuição de estudantes segundo pontuação no Pós-Teste e por tipo de grupo

Tipo de grupo	Pontuação no Pós-Teste	Número de estudantes	Porcentagem em relação ao número de sujeitos
		N	%
Grupo Controle	7	1	5,6
	8	1	5,6
	10	1	5,6
	18	3	16,7
	22	2	11,1
	24	1	5,6
	26	1	5,6
	29	1	5,6
	30	1	5,6
	31	1	5,6
	34	1	5,6
	35	1	5,6
	36	1	5,6
	37	1	5,6
	39	1	5,6
	Total	18	100,0
Grupo Experimental	14	1	5,6
	25	1	5,6
	26	1	5,6
	28	2	11,1
	29	1	5,6
	30	2	11,1
	32	1	5,6

	34	2	11,1
	35	1	5,6
	36	1	5,6
	37	1	5,6
	38	2	11,1
	39	1	5,6
	40	1	5,6
	Total	18	100,0

A Tabela 18 apresenta as estatísticas descritivas dos grupos. A fim de verificar se há uma diferença de média estatisticamente significativa entre os grupos, foi realizado o teste Mann-Whitney (teste U). Assim, ao analisar a notas dos estudantes no Pós-Teste segundo o tipo de grupo, observa-se que foram encontradas diferenças significativas de pontuação nos mesmos, de forma que os estudantes do grupo experimental obtiveram mediana superior aos do grupo controle ($U= 93,0$; $p= 0,029$).

Tabela 18 – Estatísticas descritivas da pontuação dos estudantes no Pós-Teste

Tipo de grupo	N	Mínimo	Maximo	Média	Mediana	Desvio padrão
Controle	18	7	39	24,7	25,0	10,1
Experimental	18	14	40	31,8	33,0	6,4
Geral	36	7	40	28,3	30,0	9,1

A pontuação máxima é de 40 pontos e a obtida pelo grupo apresenta-se acima do ponto médio do teste cujo valor é de 20 pontos. De acordo com esses resultados, pode-se dizer que o grupo de participantes tendeu a apresentar um nível médio de desempenho. Ao analisar a frequência de estudantes por nível de desempenho no Pós-Teste (Tabela 19), verificou-se que a maior parte dos estudantes do grupo experimental possui alto desempenho (55,6%). Desta forma, observa-se que, em relação ao grupo experimental, o nível de desempenho passou de médio (Pré-Teste) para alto (Pós-Teste).

Tabela 19 – Distribuição de estudantes segundo níveis de desempenho no Pós-Teste

Tipo de grupo	Nível de desempenho	Frequência estudantes	
		N	%
Grupo Controle	Baixo desempenho	6	33,3
	Médio Desempenho	7	38,9
	Alto Desempenho	5	27,8
	Total	18	100,0
Grupo Experimental	Baixo desempenho	1	5,6
	Médio Desempenho	7	38,9
	Alto Desempenho	10	55,6
	Total	18	100,0

Para uma análise ilustrativa sobre o movimento do Pré-teste para o Pós-teste, a Tabela 20 demonstra a natureza do progresso (grupo experimental) e ou regresso (grupo controle) obtidos, evidenciando a dinâmica do desempenho e as mudanças de nível ocorridas nos dois grupos de participantes.

Tabela 20 – Análise comparativa dos níveis de desempenho entre o Pré e o Pós-teste

Tipo de grupo	Nível de desempenho	Frequência estudantes			
		Pré-teste		Pós-Teste	
		N	%	N	%
Grupo Controle	Baixo desempenho	3	16,7	6	33,3
	Médio Desempenho	7	38,9	7	38,9
	Alto Desempenho	8	44,4	5	27,6

	Total	18	100,0	18	100,0
Grupo Experimental	Baixo desempenho	3	16,7	1	5,6
	Médio Desempenho	7	38,9	7	38,9
	Alto Desempenho	8	44,4	10	55,6
	Total	18	100,0	18	100,0

Esses resultados podem ser melhor explorados ao verificar o ganho em desempenho médio de cada sujeito e também na análise do processo de argumentação interativa entre as diádes, dados estes que serão apresentados no decorrer deste trabalho.

Pode-se observar, na Tabela 21, o percentual de ganho dos sujeitos entre as notas obtidas entre o Pré e o Pós- teste.

Tabela 21 – Percentual de ganho dos sujeitos entre as notas obtidas entre o pré e o pós teste.

Tipo de grupo	Sujeito	Nota Pré-Teste	Nota Pós-Teste	% de ganho
Controle	1. LUC.	39	37	-5,0
	2. GEO.	38	30	-20,0
	3. WAL.	35	39	10,0
	4. PAT.	39	34	-12,5
	5. PAH.	36	22	-35,0
	6. JUL.	31	29	-5,0
	7. GUI.	30	36	15,0
	8. LUC.	22	18	-10,0
	9. FEL.	26	18	-20,0
	10. JOV.	18	18	0
	11. DAG.	6	7	2,5

	12. MEL.	38	26	-30,0
	13. LAR.	34	24	-25,0
	14. NAJ.	37	35	-5,0
	15. KAM.	27	31	10,0
	16. LET.	24	10	-35,0
	17. LUN.	30	22	-20,0
	18. BRE.	9	8	-2,5
Experimental	1. ANG.	34	28	-15,0
	2. EDU.	35	38	7,5
	3. SAM.	36	37	2,5
	4. HEN.	29	30	2,5
	5. CAR.	31	28	-7,5
	6. JAN.	30	32	5,0
	7. LEO.	34	29	-12,5
	8. DJU	31	35	10,0
	9. DAN.	40	39	-2,5
	10. FRAN.	13	25	30,0
	11. MAR.	33	30	-7,5
	12. VIC.	1	14	32,5
	13. KAT.	34	36	5,0
	14. DEG.	31	34	7,5
	15. FER.	40	40	0
	16. GAB.	17	26	22,5
	17. DIE.	31	34	7,5
	18. ROD.	29	38	22,5

Observa-se por meio da Tabela 21, que a maior parte dos estudantes do grupo experimental obteve uma porcentagem significativa de aumento de desempenho do Pós-Teste. O aumento de desempenho no Pós-Teste, para o grupo experimental, pode ser também visualizado por meio da Figura 4.

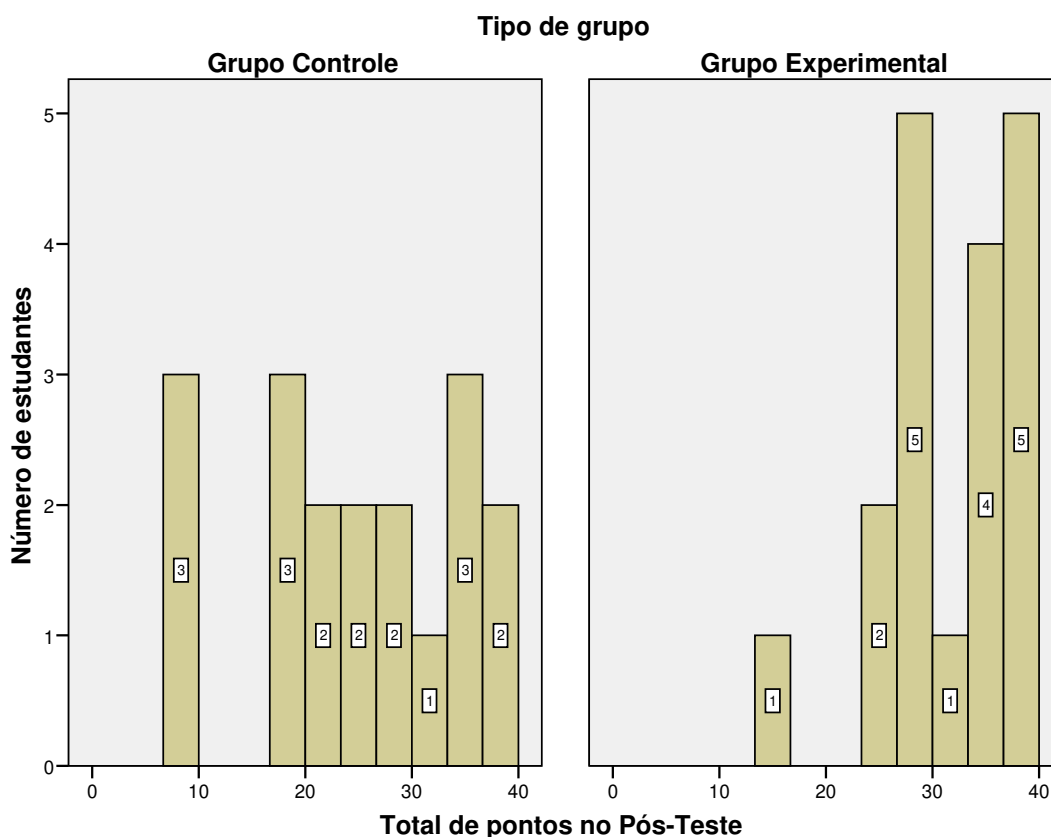


Figura 4 – Pontuação no Pós-Teste dos grupos controle e experimental

Como pode ser observado, os dados obtidos no Pós-teste parecem revelar a existência de relações significativas entre a argumentação interativa, metacognição e o desempenho.

O progresso de desempenho apresentado revela a evolução de sete participantes do grupo experimental, sendo que cinco participantes progrediram de médio para alto desempenho e dois participantes evoluíram de baixo para médio desempenho.

Ainda , não obstante o fato do participante de número 12 não transpor o nível de categoria do pré-teste, chama a atenção a porcentagem de ganho de desempenho estabelecida.

Desta forma, estes resultados corroboram com a idéia de que a argumentação estabelecida através de díades , simétricas ou assimétricas, consiste em um significativo recurso de ação metodológica e que tem como objetivo o aprimoramento das estratégias de pensamento.

Reforçam-se aqui as idéias contidas nos estudos empíricos desta pesquisa a respeito da aprendizagem significativa de conceitos e do desenvolvimento de processos metacognitivos desencadeados através da argumentação.

Para Piaget (como citado em Fávero, 2002) o processo metacognitivo se dá a partir da internalização através da ação e que segundo ele, conduz *ao plano da ação refletida, a uma consciência dos problemas a resolver e de lá, aos meios cognitivos empregados para resolvê-los.* (p.190). Para ele, a tomada de consciência diz respeito ao encadeamento dos modos de agir, seja por antecipação ou retroação.

Ausubel et.al (1978) abordando a solução de problemas por discernimento, analisaram-na sob a ótica de uma aprendizagem por descoberta significativa, que inclui a transformação da informação pela análise, síntese, formulação e comprovação de hipóteses rearranjo, recombinação, translação e integração. Segundo os autores: *... contudo, não implica necessariamente uma descoberta completamente autônoma... de fato, a solução de problemas em sala de aula constitui uma forma de descoberta orientada ou arranjada.* (p.474).

Vergnaud (como citado em Moreira, 2004), destacou como núcleo do desenvolvimento cognitivo a conceitualização, revelando a importância que deve ser inferida aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações nas quais os alunos desenvolvem seus esquemas na escola ou na vida real. São, portanto, as situações que dão sentido ao conceito onde o principal ato mediador do professor, segundo o autor, é o de prover situações frutíferas aos alunos.

Na articulação dessas teorias, encontra-se o sujeito para o qual a aprendizagem é concebida. Na proposta significativa para o ato de aprender, identifica-se, portanto um elemento facilitador da aquisição do conhecimento, que neste estudo, diz respeito à argumentação.

Contudo, deve-se prever que em um percurso onde atuam sujeitos individuais, constituídos em sua totalidade, não apenas de capacidade intelectual, mas também biológicas, físicas, sociais, afetivas e emocionais (Parâmetros Curriculares Nacionais, 1997), algumas situações adversas às previstas possam acontecer. Esta consideração acha-se também fundamentada, a partir da próxima análise.

Considerando-se os três sujeitos do grupo experimental com mudança de categoria de alto para médio (sujeitos 1, 7 e 11), em que a diferença de pontuação do primeiro é de 6 pontos, a do segundo de 5 pontos e a do terceiro de 3 pontos respectivamente, fatores extremamente relevantes devem ser destacados com relação à mudança de nível de desempenho destes participantes. Estes fatores comportam impedimentos de ordem física para o primeiro (apresentação de febre e dores de cabeça), referem-se à intervenções de ordem neuro-química para o segundo (o aluno foi medicado momentos antes do pós-teste pela mãe que se encontrava na escola; segundo a coordenação este procedimento familiar tornou-se comum mediante o diagnóstico de hiperatividade) e dizem respeito a uma situação de viagem emergencial para o terceiro (o pai do aluno em questão retirou-o da sala de aula antes do término do teste; duas questões do teste matemático não puderam ser executadas). Sugeriu-se a reaplicação do teste para estes alunos, sem contudo ter havido adesão à proposta por parte dos mesmos.

Em contrapartida aos dados apresentados pelo grupo experimental no pós-teste, o grupo controle apresentou perda no desempenho de sete participantes, sendo que quatro participantes de alto desempenho passaram para a categoria de médio desempenho e três participantes de médio desempenho ficaram classificados, mediante o Pós-teste, na categoria de baixo desempenho. Os fatores responsáveis por estas regressões não podem ser determinados com precisão, pois não houve a intervenção do pesquisador neste grupo.

No entanto, destaca-se como referencial o fato de que o grupo experimental, submetido às sessões de argumentação interativa, apresentou sensível aprimoramento de desempenho.

Em relação aos problemas classificação como de partição (2, 3 e 4), os escores dos participantes no Pós-Teste apresentaram nota mínima de 2 e máxima de 15, com mediana

13,0, média de 11,9, e um desvio padrão de 3,2 pontos. A Tabela 22 apresenta as estatísticas descritivas dos grupos nos problemas de partição.

Tabela 22 – Estatísticas descritivas dos problemas de partição do Pós-Teste

Tipo de grupo	N	Mínimo	Maximo	Média	Mediana	Desvio padrão
Controle	18	2	15	10,4	12,0	3,5
Experimental	18	7	15	13,3	14,0	1,9
Geral	36	2	15	11,9	13,0	3,2

A pontuação máxima alcançada é de 15 pontos e observa-se que os grupos apresentam-se acima do ponto médio nestes problemas cujo valor é de 7,5 pontos. Ao analisar a notas dos estudantes segundo o tipo de grupo, observa-se que foram encontradas diferenças altamente significativas de pontuação nos problemas de partição no Pós-Teste, de forma que os estudantes do grupo experimental apresentaram maior mediana que os participantes do grupo controle ($U= 65,5$; $p= 0,002$).

O aumento de desempenho no Pós-Teste, para o grupo experimental, nas questões de partição, pode ser também visualizado por meio da Figura 5.

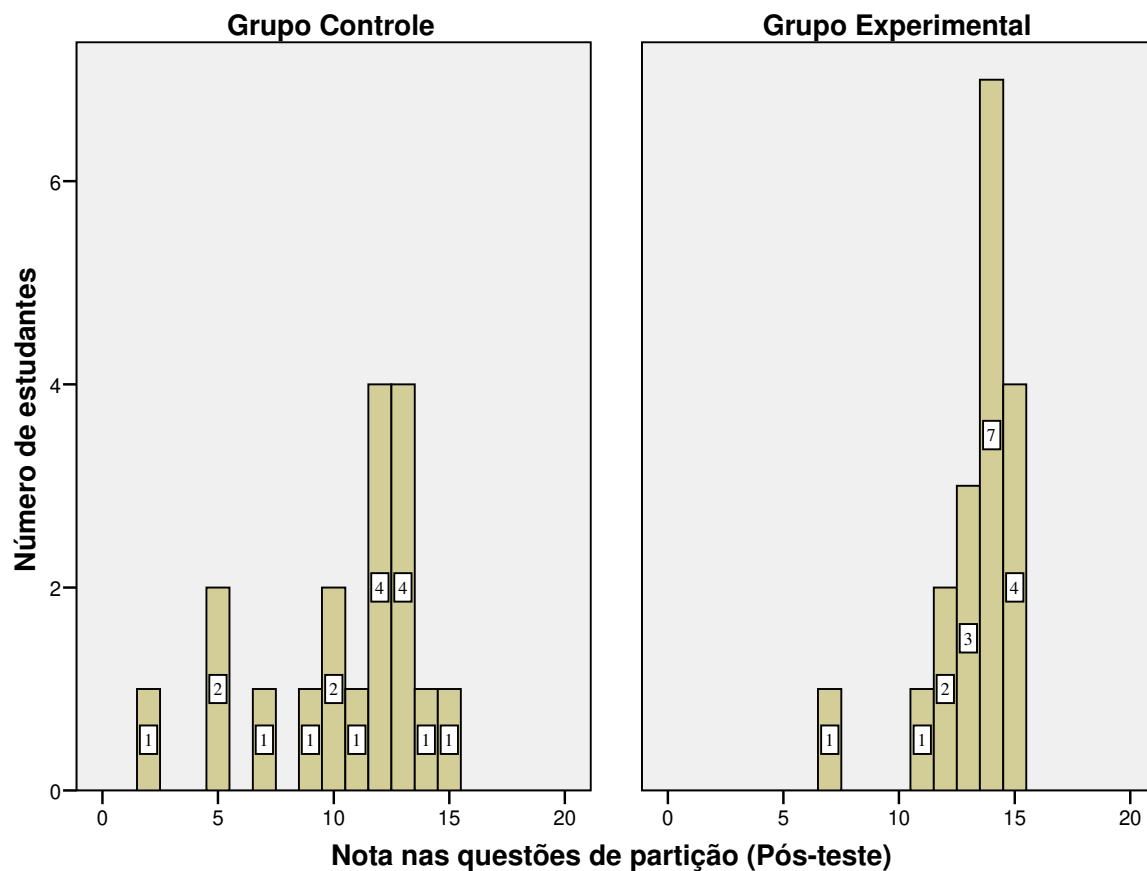


Figura 5 – Pontuação nas questões de partição do Pós-Teste para os grupos controle e experimental

Em relação aos problemas classificação como de quotas (1,5,6,7 e 8), os escores dos participantes no Pós-Teste apresentaram nota mínima de 1 e máxima de 25, com mediana 18,0, média de 16,4, e um desvio padrão de 6,6 pontos. A Tabela 23 apresenta as estatísticas descritivas dos grupos nestes problemas.

Tabela 23 – Estatísticas descritivas da pontuação nos problemas de quotas do Pós-Teste

Tipo de grupo	N	Mínimo	Maximo	Média	Mediana	Desvio padrão
Controle	18	1	25	14,7	15,5	7,3
Experimental	18	7	25	18,0	18,0	5,5
Geral	36	1	25	16,4	18,0	6,6

A pontuação máxima alcançada é de 25 pontos e observa-se que os grupos apresentam-se acima do ponto médio nestes problemas cujo valor é de 12,5 pontos. Ao analisar a notas dos estudantes segundo o tipo de grupo, observa-se que não foram encontradas diferenças significativas de pontuação nos problemas de quotas no Pós-Teste ($U= 120,0$; $p= 0,182$).

O desempenho no Pós-teste do grupos, nas questões envolvendo o modo de divisão por quotas, pode também ser observado por meio da Figura 6.

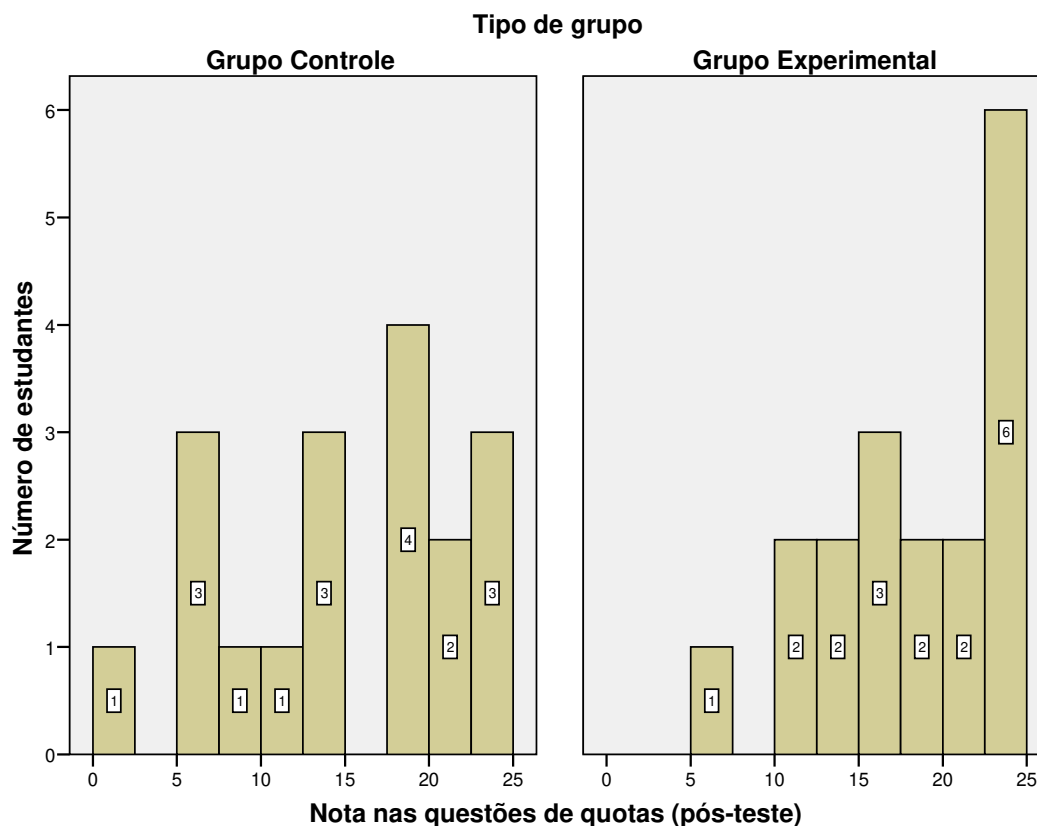


Figura 6- Pontuação nas questões de divisão por quotas do Pós-teste para os grupos controle e experimental

Em relação aos problemas classificação como não rotineiros (1 e 2), os escores dos participantes no Pós-Teste apresentaram nota mínima de 2 e máxima de 10, com mediana 8,0, média de 7,1, e um desvio padrão de 2,3 pontos. A Tabela 24 apresenta as estatísticas descritivas dos grupos nestes problemas.

Tabela 24 – Estatísticas descritivas dos problemas não rotineiros do Pós-Teste

Tipo de grupo	N	Mínimo	Maximo	Média	Mediana	Desvio padrão
Controle	18	2	10	6,1	6,5	2,3
Experimental	18	4	10	8,1	8,5	1,7
Geral	36	2	10	7,1	8,0	2,3

A pontuação máxima alcançada é de 10 pontos e observa-se que os grupos apresentam-se acima do ponto médio nestes problemas cujo valor é de 5 pontos. Ao analisar a notas dos estudantes segundo o tipo de grupo, observa-se que foram encontradas diferenças significativas de pontuação nos problemas não rotineiros, a favor dos estudantes do grupo experimental ($U= 73,5$; $p= 0,005$).

O aumento de desempenho no Pós-Teste, para o grupo experimental, nas questões não rotineiras, pode ser também visualizado por meio da Figura 7.

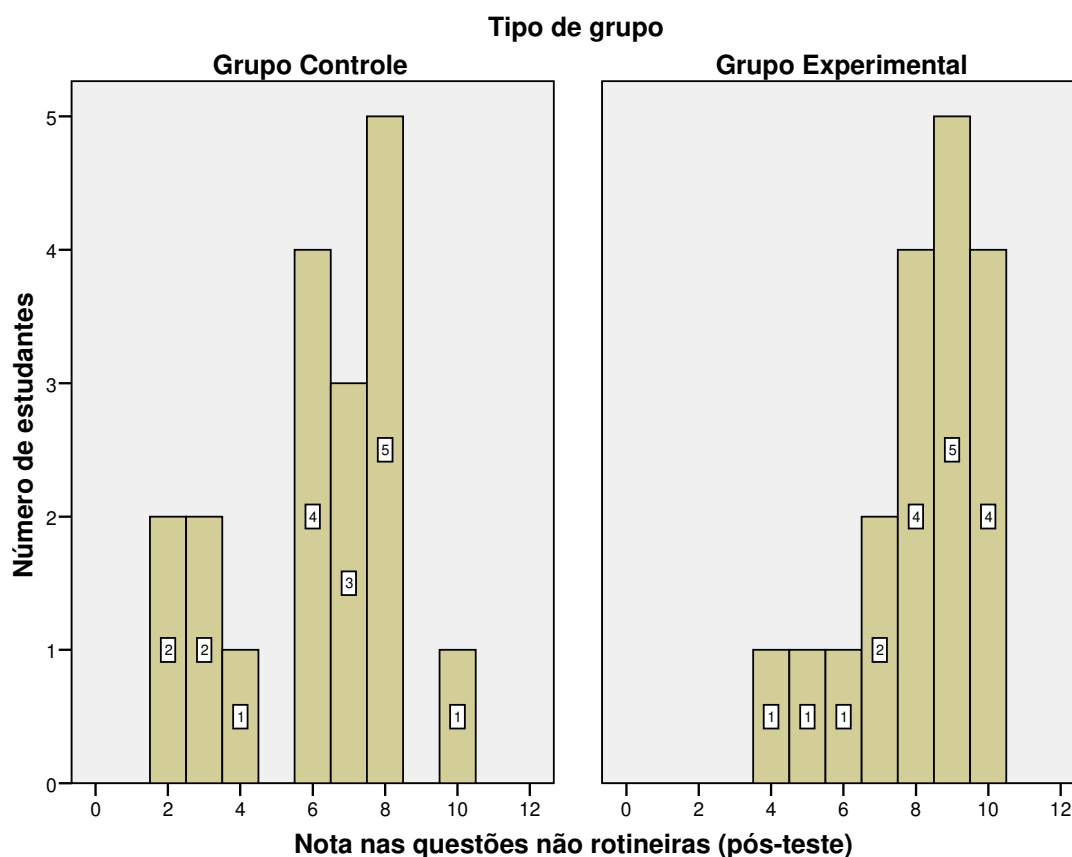


Figura 7 – Pontuação nas questões não rotineiras do Pós-Teste para os grupos controle e experimental

Em relação aos problemas classificação como rotineiros (3 a 8), os escores dos participantes no Pós-Teste apresentaram nota mínima de 5 e máxima de 30, com mediana

23,0, média de 21,2 e um desvio padrão de 7,2 pontos. A Tabela 25 apresenta as estatísticas descritivas dos grupos nestes problemas

Tabela 25 – Estatísticas descritivas da pontuação nos problemas rotineiros do Pós-Teste

Tipo de grupo	N	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Desvio padrão
Controle	18	5	29	18,6	18,5	8,1
Experimental	18	10	30	23,7	24,5	5,2
Geral	36	5	30	21,2	23,0	7,2

A pontuação máxima alcançada é de 30 pontos e observa-se que os grupos apresentam-se acima do ponto médio nestes problemas cujo valor é de 15 pontos. Ao analisar a notas dos estudantes segundo o tipo de grupo, observa-se que foram encontradas diferenças significativas de pontuação nos problemas rotineiros, também a favor dos estudantes do grupo experimental ($U= 101,0$; $p= 0,053$).

O aumento marginal de desempenho no Pós-Teste, para o grupo experimental, nas questões rotineiras, pode ser também visualizado por meio da Figura 8

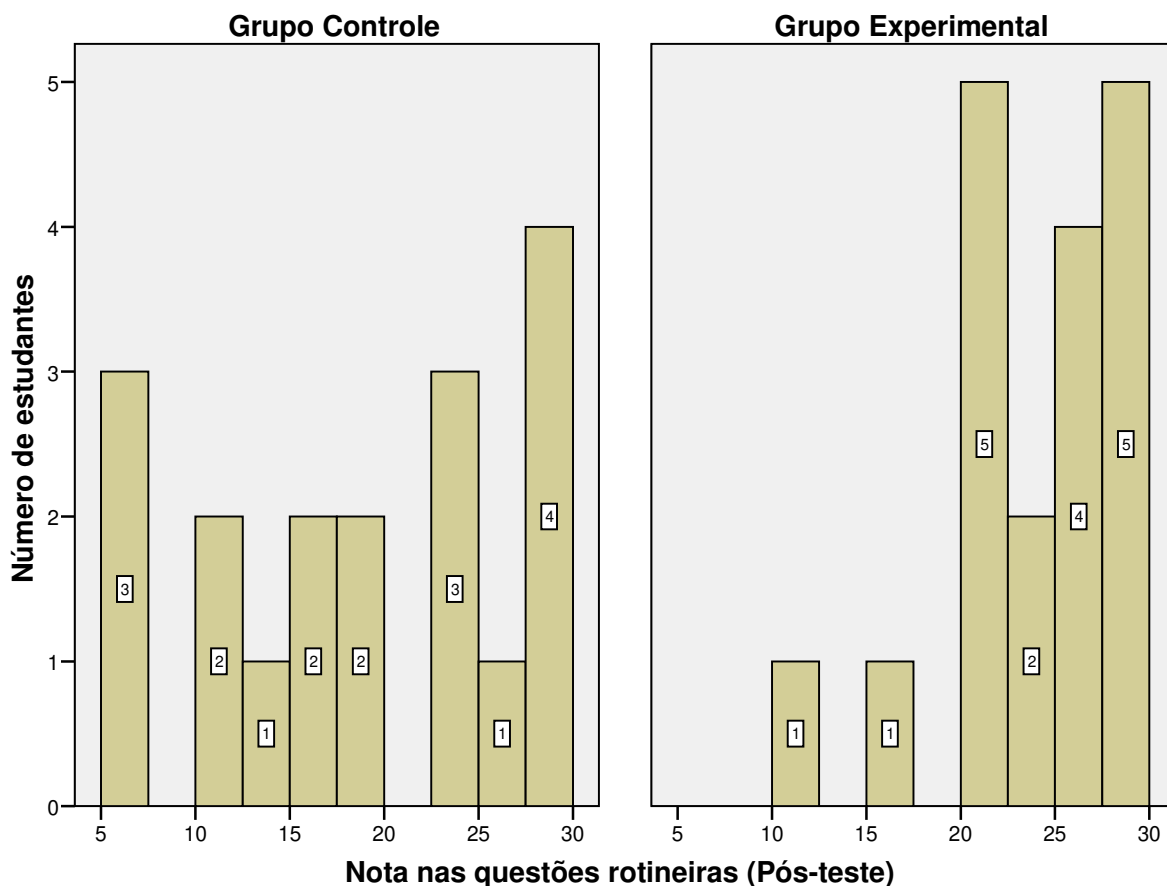


Figura 8 – Pontuação nas questões rotineiras do Pós-Teste para os grupos controle e experimental

As análises empreendidas a respeito das variáveis problemas rotineiros e não rotineiros, divisão partitiva e divisão por quotas, revelaram o aumento significativo da pontuação mínima atingida pelo grupo experimental em todas as categorias e, paralelamente, uma relativa manutenção dos escores apresentados pelo grupo controle no pré-teste. Confirma-se através destes dados, as afirmações teóricas acerca da argumentação como mediadora de conflitos cognitivos, possibilitando a superação dos mesmos através das trocas argumentativas e o aprimoramento dos conceitos matemáticos. Ressalta-se o progresso de nível de desempenho com inferência de uma categoria superior àquela apresentada no estado inicial para os sujeitos 6, 8, 10, 14, 16, 17 e 18.

6.2 – Análise dos protocolos do Pré e Pós-teste

Inicialmente tratou-se de proceder a análise qualitativa entre o Pré e o Pós-teste em situações consideradas relevantes no que concerne ao aprimoramento do desempenho. Mesmo que em alguns casos os sujeitos tenham permanecido em seu nível de desempenho inicial, foram observadas mudanças significativas no que diz respeito aos procedimentos adotados na solução dos problemas, à construção significativas dos conceitos e ao aprimoramento dos esquemas cognitivos. Por outro lado, as manifestações individuais, as novas marcas e notações matemáticas e de comunicação, produzidas após uma intervenção baseada nas trocas argumentativas que permearam as atividades matemáticas desenvolvidas em díades, revelaram o aprimoramento dos processos metacognitivos, da tomada de consciência, da cooperação e da reciprocidade.

Alguns entraves ainda existentes foram também abordados nesta dimensão de análise por considerar-se que cada uma das produções, desenvolvidas pelos sujeitos desta pesquisa, servirão de prognósticos riquíssimos a serem utilizados por uma prática pedagógica inovadora e consistente. Principalmente se o que se pretende é a promoção de sujeitos críticos, participativos e que, através da confiança na palavra, muito mais que se comunicarem e persuadirem, sejam capazes de construir significativamente os conceitos matemáticos articulando-os com suas vivências, onde novos possíveis serão sempre produzidos.

A presente análise buscou verificar os procedimentos adotados, interpretando as notações produzidas pelos participantes do grupo experimental que atingiram um progresso no desempenho mediante as sessões de argumentação interativa. Evidentemente, não se trata de colocar nenhum detrimento às produções de outros participantes, também percebidas como relevantes, mas sim, de situar com clareza a existência das relações positivas entre argumentação, metacognição e desempenho.

Nesta perspectiva, além dos diversos estudos empíricos contidos nesta pesquisa, adotou-se para a análise qualitativa dos procedimentos empregados a classificação presente na literatura (Kouba, 1989; Mulligan, 1992), citadas e ampliadas no estudo de Correa (2001, p.74,75). Desta forma, são as seguintes as categorias contidas nessa classificação:

- I) Respostas sem explicação, ou seguidas de “ não sei”;
- II) Resposta seguidas de explicação arbitrária ou idiossincrática;
- III) Repetição da informação contida no problema;
- IV) Correspondência, que nos problemas partitivos foi do tipo *termo a termo* e nos problemas de divisão por quotas foi estabelecida na forma de *um para muitos*;
- V) Contagem a partir de um dado fator;
- VI) Dupla contagem: a criança realiza a contagem segundo um dado padrão até alcançar o valor do dividendo, para em seguida, contar quantas enumerações foram necessárias para chegar a tal valor;
- VII) Adição repetida: a criança adiciona um determinado valor até obter o valor especificado para o dividendo;
- VIII) Subtração repetida: a criança subtrai repetidas vezes um valor do dividendo.
- IX) Partição e produtos associados à partição: o valor do dividendo é decomposto numa soma de parcelas, sendo que algumas vezes o valor de cada parcela é representado por um produto;
- X) Metades: o valor do dividendo é sucessivamente dividido em metades;
- XI) Fatos multiplicativos: a criança aplica conhecimento de fatos numéricos relativos à multiplicação e à divisão.

A análise apresentada a seguir, tendo como parâmetros os protocolos do Pré e Pós-teste, em simultaneidade, permite a identificação de fatores relevantes acerca das relações existentes entre argumentação, metacognição e desempenho, possibilitando vislumbrar com mais clareza fontes de progresso importantes que permitiram aos sujeitos irem além de seu estado inicial para buscar um processo de reequilibração, revisando seus esquemas e, através das ações cooperativas, buscando a superação dos conflitos cognitivos.

- **Pré- teste**

1) Para um torneio, 380 alunos da 3ª série formarão equipes com 8 alunos. Quantas equipes serão formadas? Sobrarão alunos? Se caso alguns alunos ficarem fora das equipes, como você acha que este problema pode ser resolvido?

- Pós- Teste

6) Para um torneio, 420 alunos da 3ª série formarão equipes com 9 alunos. Quantas equipes serão formadas? Sobrarão alunos? Se caso alguns alunos ficarem fora das equipes, como você acha que este problema pode ser resolvido?

As Figuras 9 e 10 mostram, respectivamente solução do problema 1 do Pré-teste e do problema 6 do Pós-teste, pelo participante Die (10;9).

Handwritten solution for problem 1 of the pre-test. The student has written:

$$\begin{array}{r} 380 \overline{) 9} \\ -36 \\ \hline 020 \\ -18 \\ \hline 040 \\ -36 \\ \hline 040 \\ -36 \\ \hline 040 \\ -36 \\ \hline 040 \\ -36 \\ \hline 040 \end{array}$$

foram formadas 42 equipes.
sobra 2 alunos.

Figura 9 - Solução do problema 1 do pré-teste pelo participante Die (10;9)

Handwritten solution for problem 6 of the post-test. The student has written:

$$\begin{array}{r} 420 \overline{) 9} \\ -36 \\ \hline 060 \\ -54 \\ \hline 060 \\ -54 \\ \hline 060 \\ -54 \\ \hline 060 \end{array}$$

Será 46 equipes sobrando 6.
fazendo um torneio para que esses 6 não para assim seus sorteados.

Figura 10 - Solução do problema 6 do pós-teste pelo participante Die (10;9)

A solução apresentada no Pós-teste revela que Die, ao contrário do Pré-teste, busca também atingir o sub-objetivo proposto, que seria o da consideração do “resto”, como parte do todo inicial e, conseqüente redistribuição dos alunos em equipes.

Neste contexto, tanto o conceito de esquema de Vergnaud (1988), quanto o papel da tomada de consciência da ação na construção cognitiva (Piaget, 1974, como citado em Fávero, 2001) se constituíram em elementos relevantes na interpretação do real através da ação.

Também aqui, pode-se inferir que as três formas de atuação pedagógica citadas por Macedo (2000) estabelecidas através da perspectiva piagetiana, quais sejam, método ativo, trabalho por equipes e auto governo, constituídas neste estudo, mediante as trocas argumentativas elaboradas pelas díades, favoreceram o desenvolvimento de processos metacognitivos, permitindo a Die monitorar a execução da tarefa de forma mais elaborada.

No princípio não era o verbo, muito menos a teoria. No princípio era a ação, ou melhor, a atividade adaptadora de um ser no seu meio ambiente. É pela ação que se inicia o pensamento (Vergnaud, como citado em Moro, 2005, p.44)

Os procedimentos adotados na solução revelam a recorrência aos fatos multiplicativos, ou seja, o aluno aplica conhecimento de fatos numéricos relativos à multiplicação e à divisão. Na análise final de desempenho houve a evolução de Die de médio para alto desempenho.

- **Pré- Teste**

2) Seu Manoelito está tendo muita dificuldade com a divisão e pede sua ajuda. Ele precisa distribuir 685 livros em pacotes com quantidades iguais. Como você faria para ajudá-lo a realizar esta divisão? O que você explicaria para ele? De que maneira?

- **Pós-Teste**

1) Seu Asdrúbal está tendo muita dificuldade com a divisão e pede sua ajuda. Ele precisa distribuir 1480 livros em pacotes com quantidades iguais. Como você faria para ajudá-lo a realizar esta divisão? O que você explicaria para ele? De que maneira?

As Figuras 11 e 12 mostram, respectivamente, a solução do problema 2 do Pré-teste e do problema 1 do Pós-teste, pelo participante Vic (10;4)



Figura 11 – Solução do problema 2 do Pré-teste pelo participante Vic (10;4)

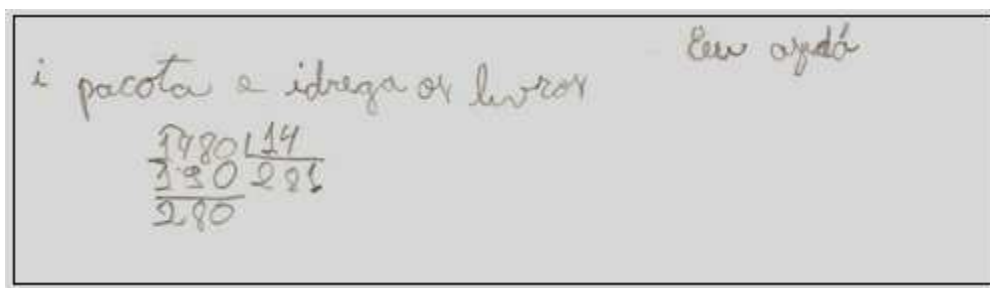


Figura 12 – Solução do problema 1 do Pós-teste pelo participante Vic (10;4)

Como pode ser observado no Pré-Teste Vic não se detém aos fatos matemáticos. O fragmento no qual ele se apóia está ligado à expressão “Como você faria para ajudá-lo a realizar esta divisão?” O critério de ajuda estabelecido por Vic encontra-se vinculado à solução apresentada: “Axa 4 ajudas para ajudá”. O significado da ajuda encontra-se implícito na própria afirmação de Vic. Pode significar uma ajuda em “carregar” os livros, ou então, no sentido de se determinar sujeitos que possam demonstrar como fazer a divisão. São inúmeras as interpretações que podem ser dadas a este tipo de notação. No entanto, muitas vezes este tipo de produção é desconsiderada pelo professor, ou ainda considerada uma falácia. Mesmo que a solução “esperada” para este tipo de problema não tenha se efetivado e, do ponto de vista do adulto, possa ser analisada como completamente fora do contexto do problema, o que deve-se levar em conta é que, a produção efetuada, demonstra a compreensão que o aluno

teve da atividade naquele momento. Trabalhar a escrita espontânea nas aulas de matemática parece ser um fator também bastante relevante.

A respeito das produções incorretas Smole (2001) afirmou:

Cabe ao professor buscar estratégias para que elas evoluam e nunca tolher o processo, criando um ambiente no qual a supervalorização do erro acabe por desestimular o ato de escrever.(p.43)

No Pós- teste pode-se confirmar diversos elementos aportados na teoria deste estudo. A exemplo do que afirmou Piaget (1977), a interação entre sujeitos individuais e a cooperação aí estabelecida, através dos produtos da argumentação, produziram a modificação das estruturas mentais indicando um refinamento dos esquemas.

Apesar de utilizar-se de uma estratégia apropriada Vic não alcança a solução, demonstrando, no entanto, o aprimoramento na compreensão do problema. Isto posto, pode inferir que as situações estabelecidas através do trabalho em díades permitiram ao sujeito em questão, uma construção mais significativa a respeito do conceito de divisão.

Um problema não é um problema para um indivíduo, a menos que ele tenha conceitos que o tornem capaz de considerar um problema para si mesmo.(Vergnaud,1994 p.35)

Por outro lado, cabe analisar a linguagem produzida na situação do Pré-teste, uma vez que o sentido das palavras escritas na frase de Vic , implica em uma relação de ajuda estabelecida num plano social e afetivo e que corrobora com uma idéia de cooperação (Piaget, como citado em Xypas, 1997), onde a solução do problema parece estar vinculada à uma aprendizagem do significado isolado da palavra “ ajudar”, ou seja, a aprendizagem do que a palavra representa, envolvendo a aprendizagem significativa de proposições particulares de equivalência representacional. Vic demonstra compreender o que o conceito de *ajudar* significa, na medida em que, parece conhecer seus atributos essenciais e seu significado.

É notório observar que Vic no Pós-teste, por outro lado, não desconsidera a proposição do enunciado como um todo, haja visto a notação efetuada com os elementos constitutivos da divisão. Como não domina a técnica operatória da divisão, a necessidade de superação do conflito faz com que ele busque no significado psicológico da ação de ajudar a solução para o problema, o que não a descaracteriza de um plano lógico de ação.

Podem ocorrer que proposições baseadas em premissas não validadas ou numa falsa lógica sejam ricas em sentido lógico. (Ausubel, Hanesian e Novak, 1978, p.41).

Observando-se os diferentes aspectos analisados neste protocolo, destaca-se a importância do trabalho com a solução de problemas ser proposto com o objetivo de obter informações importantes sobre como o sujeito pensa para, simultaneamente, dinamizar um processo no qual o aluno tenha uma atuação, o mais consciente e intencional possível.

- **Pré-Teste**

3) Otávio tem 360 figurinhas e quer dividi-las entre seus 6 amigos. Quantas figurinhas receberá cada um?

- **Pós- Teste**

3) Carlos Eduardo tem 1152 figurinhas e quer dividi-las entre seus 9 amigos. Quantas figuras receberá cada um?

A Figura 13 mostra a solução do problema 3 do Pré-teste, pelo participante Vic (10;4). O mesmo, deixou o problema 3 do pós-teste em branco.

Handwritten solution for problem 3 of the Post-test by participant Vic (10;4). The solution shows a division of 1152 by 9, resulting in 128. Below this, there are three multiplication problems: 9 times 2 equals 18, 9 times 3 equals 27, and 9 times 4 equals 36. The text "R: Carlos Eduardo tem 1152 e quer dividir 9 amigos ficara com 12" is written in the middle.

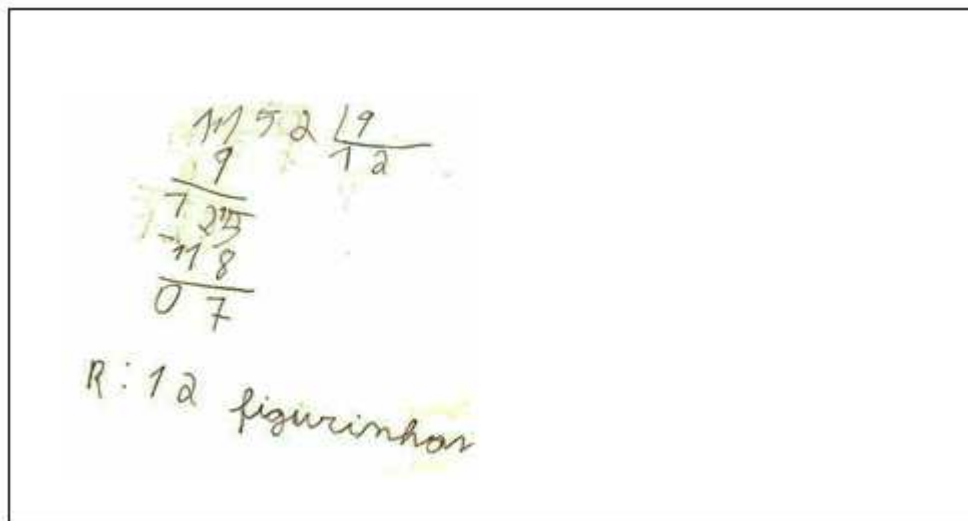
Figura 13 – Solução do problema 3 do Pós-teste pelo participante Vic (10;4)

As Figuras 14 e 15 mostram, respectivamente, a solução do problema 3 do Pré-teste e do problema 3 do Pós-teste, pelo participante Fran (10;1)



$$\begin{array}{r} 360 \\ - 36 \\ \hline 324 \end{array}$$

Figura 14 – Solução do problema 3 do Pré-teste pelo participante Fran (10;1)



$$\begin{array}{r} 1152 \\ - 9 \\ \hline 1143 \end{array}$$

R: 12 figurinhas

Figura 15 – Solução do problema 3 do Pós-teste pelo participante Fran (10;1)

As Figuras 16 e 17 mostram, respectivamente a solução do problema 3 do Pré-teste e do problema 3 do Pós-teste, pelo participante Deg (10;9).

Handwritten solution for problem 3 by participant Deg (10;9). The solution shows a division of 360 by 6, resulting in 60, and a handwritten note: "b) cada amigo recebeu 60 figurinhas cada um."

Figura 16 – Solução do problema 3 do Pré-teste pelo participante Deg (10;9)

Handwritten solution for problem 3 by participant Deg (10;9). The solution shows a division of 152 by 9, resulting in 16 with a remainder of 8, and a handwritten note: "cada um recebeu 12 figurinhas e sobrou 04."

Figura 17 – Solução do problema 3 do Pré-teste pelo participante Deg (10;9)

Este problema envolve uma divisão partitiva simples. No Pré-teste, com exceção do Vic (conforme dados apresentados na tabela referente), todos os participantes do grupo experimental efetuaram com a compreensão adequada a solução do problema perfazendo a pontuação máxima.

A análise dos três protocolos aqui evidenciados, revela aspectos significativos de comparação entre os dois testes, uma vez que, ora se observa um aprimoramento da compreensão de alguns fatos matemáticos e por outra alguns entraves compreensíveis através da teoria. No Pós-teste realizado, apenas os sujeitos Deg e Fran apresentaram decréscimo no desempenho deste problema, enquanto Vic delineou uma compreensão de algum fato matemático contido na situação, em contrapartida ao que foi executado por ele no pós-teste.

As notações efetuadas por Deg e Fran demonstram que estratégias corretas foram empregadas na solução, Vic devolveu o problema “em branco” sem apresentar, portanto, nenhuma estratégia de solução. No Pós-teste os procedimentos adotados por Deg e Fran se equiparam tanto em nível do desenvolvimento da divisão quanto do “erro” estabelecido. A

quantidade cardinal do dividendo proposta para o pós-teste incluiu a unidade de milhar. Nas divisões sucessivas foram consideradas as centenas (11) e , posteriormente, as dezenas (25). No entanto, a divisão das unidades foi desconsiderada pelos sujeitos.

Isto parece indicar que a extensão do valor cardinal para o dividendo tenha se convertido na dificuldade de complementação da tarefa e que portanto, as relações entre quantidades não foram perfeitamente estabelecidas.

Vergnaud (1988), afirmou que aprender um conceito implica em desenvolver primeiramente três competências: codificar e decodificar formas variadas de expressão de conceitos matemáticos, dominar as propriedades dos conceitos quando for necessário agir, além de captar e modelar diferentes tipos de relações de quantidade.

No caso de Vic, a produção escrita do texto e a indicação do dividendo e do divisor, embora a solução não esteja correta, demandam uma identificação de algumas estruturas contidas no problema. Analisando-se as produções executadas nas duas etapas dos problemas, verificou-se que Vic, apesar de ainda ter seu desempenho caracterizado como baixo, desenvolveu algumas noções matemáticas antes inexistentes.

A produção destas “marcas” torna-se relevante para que o professor estabeleça as intervenções necessárias que conduzam a aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos. Em seus estudos sobre notações infantis Moro (2005, p. 145) afirmou que:

É evidente, então que tais notações expressam significativamente elaboração das crianças. Pedir a produção de notações dos próprios alunos é, assim, forma de trabalho interessante a ser utilizada pelo professor...

Os procedimentos adotados por Fran e Deg revelaram o uso de recorrência à multiplicação de um dado fator pelo divisor, até se obter um produto próximo ou igual ao dividendo, ou seja, a utilização de fatos multiplicativos. Por sua vez, Vic esboça alguns fatos com apresentação de logaritmos, sem contudo apresentar domínio das operações matemáticas.

Tanto Deg quanto Fran apresentaram evolução na pontuação geral do Pós-teste e na categoria de desempenho. Deg progrediu da categoria de médio para alto desempenho e Fran, de baixo para médio desempenho. Quanto a Vic, mesmo permanecendo na mesma categoria de baixo desempenho, apresentou aprimoramento de seus esquemas cognitivos.

- **Pré –Teste**

- 4) a) Escreva um problema de divisão com os números 186 e 23.
 b) Como você resolve este problema?
 c) Faça um desenho do problema que você fez.

- **Pós- Teste**

- 4) a) Escreva um problema de divisão com os números 426 e 35.
 b) Como você resolve este problema? Mostre como você faria.
 c) Faça um desenho do problema que você fez.

As Figuras 18 e 19 mostram, respectivamente a solução do problema 4 do Pré-teste e do problema 4 do Pós-teste, pelo participante Fran (10;1)

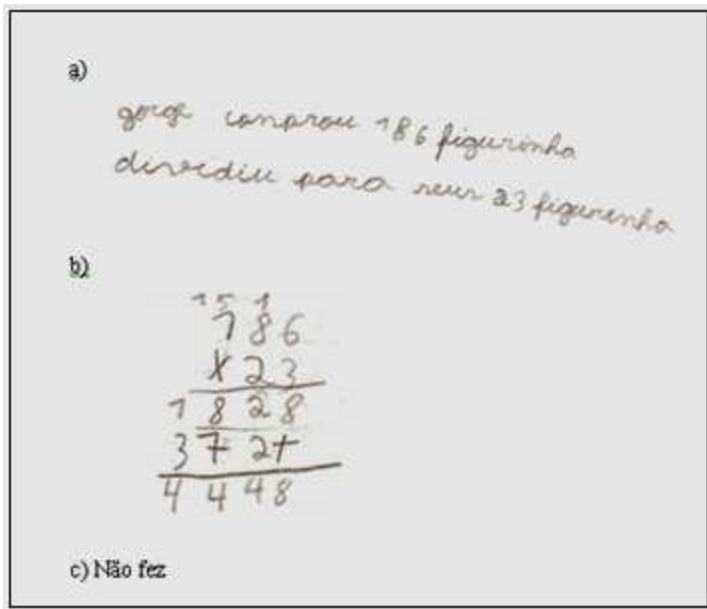


Figura 18 – Solução do problema 4 do Pré-teste pelo participante Fran (10;1)

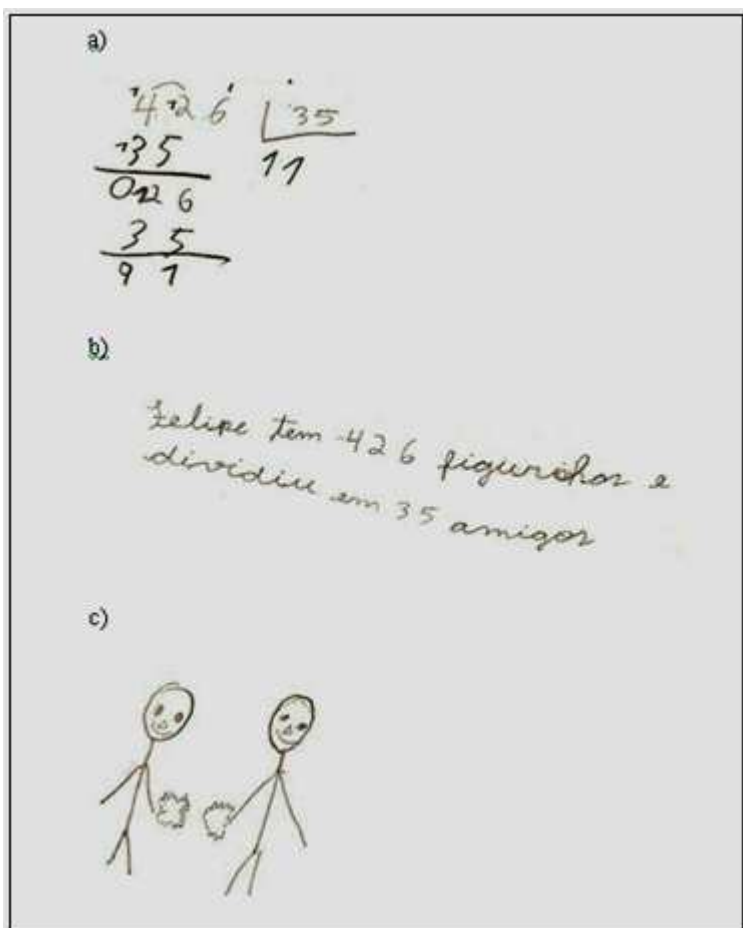


Figura 19 – Solução do problema 4 do Pós-teste pelo participante Fran (10;1)

Embora se observe uma resposta incorreta de Fran, talvez relacionada a dificuldade de discriminação e compreensão das relações específicas da divisão propriamente dita (Komilaki & Nunes, 1999; Nunes e Bryant, 1997; Squire, Bryant & Correa 1999; como citados em Moro, 2005), observa-se uma significativa evolução tanto dos procedimentos adotados quanto na articulação de idéias contidas na linguagem escrita.

No sentido das dificuldades apresentadas no âmbito do problema de divisão em questão, cabe ressaltar que as notações apresentadas por Fran podem ser relacionadas à teoria dos campos com conceituais proposta por Vergnaud (1988, 1996). Os estudos de Moro (2005) sobre notações, apoiados nesta teoria, relataram o processo de construção destes campos, onde as operações de adição e subtração de um lado, e de multiplicação e divisão de outro, constituem respectivamente os campos conceituais de estruturas aditivas e multiplicativas. Segundo a autora, construção destes campos é progressiva e constitui-se em um processo no

qual, os esquemas conceituais e relações e as situações problemas, aliadas às formas simbólicas ou lingüísticas que as representam, tornam-se os elementos constitutivos dos campos conceituais.

No entanto, no que concerne aos aprimoramentos cognitivos apresentados por Fran, as oportunidades de reflexão dinamizadas a partir da comunicação em sala de aula e que permitiram ao aluno, falar, comunicar, escrever, e representar idéias possibilitaram-no gerenciar uma nova e melhor compreensão na abordagem do conteúdo do problema.

A linguagem matemática se desenvolve paralelamente à aquisição dos procedimentos de comunicação e aos conhecimentos matemáticos. Trocando experiências em grupo, comunicando suas descobertas e dúvidas, ouvindo, lendo e analisando as idéias dos outros, o aluno interioriza os conceitos e os significados envolvidos nessa linguagem e relaciona-os com suas idéias. (Cândido, 2001, p.16)

Os procedimentos de divisão empregados por Fran revelaram recorrência aos fatos multiplicativos, mas ao proceder a subtração do produto encontrado, o aluno demonstra a incompreensão da técnica operatória, o que faz emergir a suposição de que muitas vezes, as raízes das dificuldades em divisão se encontram na subtração.

As Figuras 20 e 21 mostram, respectivamente a solução do problema 4 do Pré-teste e do problema 4 do Pós-teste, pelo participante Dju (11a).

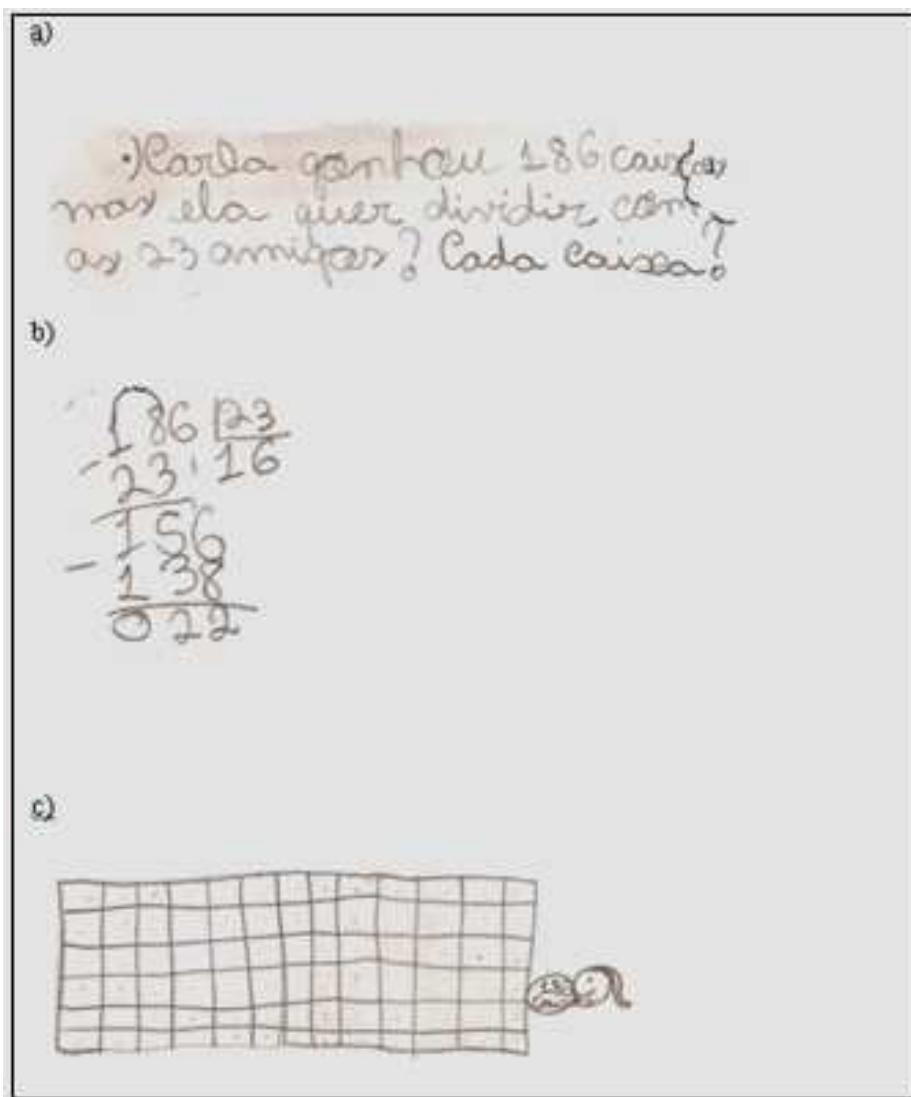


Figura 20 – Solução do problema 4 do Pré-teste pelo participante Dju (11a)

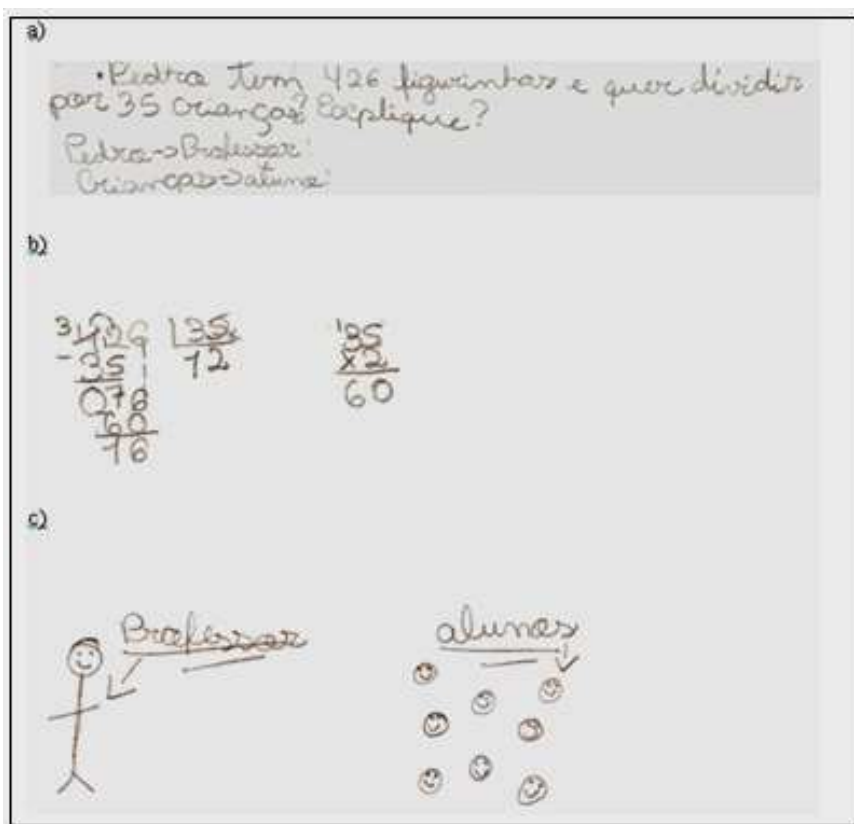


Figura 21 – Solução do problema 4 do Pós-teste pelo participante Dju (11a)

A análise dos procedimentos adotados por Dju no Pré e no Pós- teste, relativos ao problema 4, demonstrou que houve um significativo aprimoramento dos procedimentos empregados e da compreensão dos fatos matemáticos contidos no problema e, simultaneamente, desenvolvimento da linguagem matemática

Cândido (2001) ressaltou que a linguagem matemática se desenvolve paralelamente à aquisição dos procedimentos de comunicação e aos conhecimentos matemáticos. De acordo com a autora, trocando experiências em grupo, comunicando suas descobertas e dúvidas, ouvindo, lendo e analisando as idéias dos outros, o aluno interioriza os conceitos e os significados envolvidos nessa linguagem e relaciona-os com suas idéias.

Mediante as trocas argumentativas, Dju apresentou melhoria no desempenho que de médio no Pré-teste, converteu-se em alto no Pós-teste.

Houve a construção significativa de conceitos, na medida em que, a intervenção proporcionou a revisão de esquemas e a superação de alguns conflitos cognitivos.

No problema 4 do pré-teste observa-se que ao proceder a divisão, Dju não apresenta a compreensão do valor cardinal da coleção, uma vez que, ao selecionar as 18 dezenas e dividi-las por 23 amigos, estabelece como cociente uma dezena. Ao perceber que não poderia subtrair 23 dezenas das 18 selecionadas, através da inversão imaginada, destaca mentalmente o 23 e dele retira as 18 dezenas iniciais selecionadas. Superado o conflito inicial ela procede a divisão do resto considerado, o que a conduz obviamente ao quociente inadequado. No pós teste Dju apresentou compreensão do valor cardinal e aprimoramento no processo de reversibilidade.

O procedimento adotado por Dju indica a recorrência aos fatos multiplicativos mediante a multiplicação de um dado fator e o divisor. No entanto como no resto obtido foi considerado o cálculo multiplicativo anterior ($35 \times 2 = 60$), o resto final apresenta erro.

Um fator importante a ser verificado mediante a análise de protocolos estabelecida, é a “desconsideração” do resto por muitos alunos. Isto aponta para uma proposta de trabalho que contemple mais especificamente esta abordagem.

- **Pré – Teste**

5) Resolva o problema e depois responda as questões:

Em uma cesta estão 140 laranjas e eu preciso colocá-las em embalagens com capacidade para uma dúzia de laranjas.

- a) Quantas embalagens ficarão completas? _____
- b) Alguma embalagem ficará incompleta? _____
- c) Se alguma embalagem ficar incompleta, quantas laranjas ficarão nela? _____
- d) E se fossem 156 laranjas, como ficaria a distribuição? _____

- **Pós- Teste**

5) Resolva o problema e depois responda as questões:

Em uma cesta estão 248 bombons e eu preciso colocá-las em embalagens com capacidade para uma dúzia de bombons

- a) Quantas embalagens ficarão completas? _____
- b) Alguma embalagem ficará incompleta? _____

- c) Se alguma embalagem ficar incompleta, quantas bombons ficarão nela? _____
- d) E se fossem 324 bombons, como ficaria a distribuição? _____

As Figuras 22 e 23 mostram, respectivamente a solução do problema 5 do Pré-teste e do problema 5 do Pós-teste, pelo participante Deg (10;9)

$$\begin{array}{r} 1404 \\ -12 \\ \hline 580 \end{array}$$

Figura 22 – Solução do problema 5 do Pré-teste pelo participante Deg (10;9)

$$\begin{array}{r} 248 \overline{)12} \\ 24 \\ \hline 008 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{)324} \\ 24 \\ \hline 084 \\ -84 \\ \hline 00 \end{array}$$

a) Quantas embalagens ficarão completas? 20

a) Alguma embalagem ficará incompleta? sim

b) Se alguma embalagem ficar incompleta, quantas bombons ficarão nela? 8

c) E se fossem 324 bombons, como ficaria a distribuição? 27 embalagens

Figura 23 – Solução do problema 5 do Pós-teste pelo participante Deg (10;9)

Como pode ser observado no Pré-teste, Deg esboça uma tentativa de solução mas não desenvolve nenhum procedimento e devolve o problema “quase em branco”. O entendimento da operação a ser realizada é apresentado mediante a notação da “chave”, da quantidade cardinal de laranjas e do divisor indicado. A descontinuidade do processo parece estar ligada

aos sub-objetivos propostos, indicando certa dificuldade em contemplar respostas para todos eles, desenvolvidas a partir de certos conceitos construídos. Evidentemente são suposições pautadas na teoria deste estudo, tentando interpretar as dissonâncias estabelecidas.

Na perspectiva piagetiana (Piaget, como citado em Parrat-Dayana & Tryphon, 1998), as dissonâncias correspondem a dois aspectos: um deles diz respeito aos mecanismos que se opõem à acomodação (resistência ao objeto, obstáculos na assimilação recíproca de esquemas, etc.) o que explica o fracasso e os erros que o sujeito pode cometer. A reação a este tipo de dissonância provoca regulações que fazem intervir os feedbacks negativos facilitando a correção dos erros (pós- teste). O outro aspecto refere-se às lacunas “que tornam insatisfeitas as necessidades cognitivas do sujeito e que traduzem uma alimentação insuficiente dos esquemas de assimilação ativados”. Havendo a carência de um determinado conhecimento para resolver um problema, este tipo de regulação, associada à dissonância, produz um feedback positivo que prolonga a atividade assimiladora do esquema (pós- teste).

Por outro lado, as relações inter-individuais, pautadas na cooperação e desenvolvidas durante as sessões estabelecidas por esta pesquisa, acenam para a construção recíproca de operações intelectuais e, portanto, para o equilíbrio e aprimoramento do pensamento.

Descentrar-se, isto é, deslocar o seu centro e comparar uma ação com outras ações possíveis, leva a uma consciência do “como” e às verdadeiras operações. (Piaget, como citado em Xypas, 1997, p.59)

Como observado através das notações, Deg demonstra no procedimento empregado a recorrência aos fatos multiplicativos, com a multiplicação de um dado fator pelo divisor, cujo produto contemple a quantidade cardinal do dividendo.

Deg apresentou melhoria de desempenho, evoluindo de médio no Pré-teste para alto no Pós-teste.

- **Pré –Teste**

6) Jaqueline distribuiu 4280 adesivos da Campanha do Meio Ambiente para as crianças da 3ª. série da escola Alegria do Saber. Se cada criança recebeu 12 adesivos, quantas crianças de 3.a série havia nessa escola?

- Pós- Teste

7) Rosa distribuiu 3332 adesivos da Campanha do Natal Feliz para os moradores do Bairro Nossa Amizade. Se cada morador recebeu 49 adesivos, quantos moradores havia neste bairro?

As Figuras 24 e 25 mostram, respectivamente a solução do problema 6 do Pré-teste e do problema 7 do Pós-teste, pelo participante Sam (10;3).



$$\begin{array}{r}
 4284 \\
 \times 12 \\
 \hline
 8568 \\
 4284 + \\
 \hline
 51408
 \end{array}$$

Figura 24 – Solução do problema 6 do pré-teste pelo participante Sam (10;3)



$$\begin{array}{r}
 \overline{)3332/49} \\
 \underline{294} \\
 0392 \\
 \underline{392} \\
 000
 \end{array}$$

Figura 25 – Solução do problema 7 do Pós-teste pelo participante Sam (10;3)

O problema 6 e 7 referem-se à divisão por quotas. Como observado, é notório o aperfeiçoamento da compreensão do problema por Sam, após a interação de díades e utilização do recurso da argumentação. Pode-se inferir que as atividades propostas durante as

sessões, e que primaram pela diversidade de problemas por quotas , estabeleceram o aprimoramento da compreensão do problema e da busca de procedimentos adequados.

Por outro lado, a análise dos protocolos deste estudo revelou que os processos de divisão partitiva pareceram comportar uma maior compreensão durante o pré-teste por parte dos sujeitos envolvidos; no entanto no pós-teste, os problemas envolvendo quotas, conforme a demonstração das análises desenvolvidas, expressaram melhoria de desempenho na maioria dos integrantes do grupo experimental.

Nunes et. al (2002) revelaram que assim como a adição e a subtração aparecem originalmente ligadas a três esquemas de ação, juntar, separar e colocar em correspondência um-a-um, os conceitos de multiplicação e divisão têm origem nos esquemas de ação de correspondência um-a-muitos e de distribuir. No entanto, os problemas inversos de multiplicação e divisão requerem a coordenação entre os dois esquemas e por isso são mais complexos, podendo causar dificuldade até mesmo para alunos da quarta série.

Porém, as notações procedidas pelo aluno no pós-teste indicam como já observado, um significativo aprimoramento da compreensão deste modo de divisão. O que pressupõe uma retomada do “pensar” e o aprimoramento de competências através das sessões de argumentação interativa.

Brito (2005) destacou metacognição como pensamento sobre o pensamento e sobre a própria aprendizagem. Caracteriza-a como estratégias de alto nível que facilitam o pensamento crítico e o pensamento criativo tornando-se imprescindíveis para o desenvolvimento de competências. A metodologia baseada na argumentação, presente nesta pesquisa, parece constituir-se de um caráter provocador de processos metacognitivos. Sugere assim, a efetivação de um plano de ação refletida e a tomada de consciência onde o encadeamento dos modos de agir podem ser verificados por antecipação ou retroação.

O procedimento de solução do pós-teste infere o uso de fatos matemáticos, até se esgotarem as possibilidades de divisão entre dividendo e divisor.

Embora este participante pertença a categoria de alto desempenho nos Pré e Pós - testes, e ainda com evolução de pontuação neste último, considerou-se valiosa a análise deste protocolo no sentido de demonstrar que mesmo sujeitos de alto desempenho podem se beneficiar dos processos de argumentação interativa.

A Figura 26 mostra a solução do problema do problema 7 do Pós-teste, pelo participante Gab (10;11). Este mesmo participante deixou em branco a questão 6 do pré-teste

The image shows handwritten mathematical work on a light background. It includes several calculations:

- Top right:
$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 144 \\ \hline \end{array}$$
- Middle right:
$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 20 \\ \hline \end{array}$$
- Center:
$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 149 \\ \hline \end{array}$$
- Bottom left:
$$\begin{array}{r} 294 \\ \times 0492 \\ \hline \end{array}$$
- Bottom center:
$$\begin{array}{r} 441 \\ \times 051 \\ \hline \end{array}$$
- Bottom right:
$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$
- Bottom right (below the previous one):
$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

Figura 26 – Solução do problema 7 do Pós-teste pelo participante Gab (10;11)

Estes dois problemas foram aqui analisados, mediante a observação de que Gab, no pré-teste devolve-o “em branco”, portanto, sem desenvolver nenhum tipo de procedimento de solução, ao passo que no pós-teste as notações produzidas demonstram o aprimoramento dos esquemas cognitivos. Em primeiro lugar, a compreensão dos fatos matemáticos contidos na situação apresentada e, num segundo momento, a efetivação da construção significativa de conceitos, talvez antes inexistente, através de ações nas quais, os recursos comunicativos como a argumentação, permitiram ao sujeito explorar melhor as idéias matemáticas.

Isto pode colocar em evidência o fato de que ao procederem suas justificativas acerca de uma determinada solução, ao mesmo tempo que percebem o ponto de vista do outro, os sujeitos têm a possibilidade de refletirem sobre as relações e interconexões de pensamentos disponibilizados durante a solução e, mais tarde, utilizá-los em outras situações através da memória de curto prazo e da memória de longo prazo.

Na essência o diálogo capacita os alunos a falarem de modo significativo, conhecerem outras experiências, testarem novas idéias, conhecerem o que eles sabem e o que mais precisam aprender. (Cândia, 2001,p.17)

No caso de Gab, a ausência de notações ou marcas, seguida da presença das mesmas, mediante a intervenção realizada, revelou as relações existentes entre saberes teóricos e os conceitos em ação.

Moro (2005), referindo-se à análise das relações e defasagens entre saberes em atos e saberes teóricos explicitou a relevância do conceito de esquema na perspectiva de Vergnaud (1996), uma vez que a aprendizagem de um conceito se efetiva gradativamente através da ação da criança em diferentes situações. Nesta perspectiva, a teoria dos campos conceituais permite a análise da relação dialética na situação prática e a verbalização teórica.

Os procedimentos empregados pela aluna, na busca de solução, dizem respeito ao aprimoramento das estruturas multiplicativas e conseqüente construção dos esquemas apropriados, mobilizando não só a produção de notações significativas como também a superação de dificuldades antes encontradas. Gab recorre à fatos multiplicativos, após realizar multiplicações sucessivas em busca de um produto igual ou próximo ao valor cardinal do dividendo. Embora ocorra o erro no reagrupamento das centenas às dezenas, evidencia-se a construção significativa do conceito de divisão.

A mudança de nível de desempenho, de baixo para médio, reflete as transformações ocorridas na interação da díade, onde as articulações argumentativas devem ter se convertido em estratégias facilitadoras do pensamento matemático.

- **Pré –Teste**

7) Uma empresa está fazendo uma campanha para incentivar os moradores da cidade a separar o lixo reciclável. Então, 12 kg de latas de alumínio dão direito a um cupom para participar do sorteio de 1 aparelho de som. Calcule quantos cupons cada participante recebeu.

Participantes	Quantidade de jornal	Número de cupons
Senhor Genivaldo	108 kg	
Dona Salete	240 kg	
Tia Sônia	600 kg	
Felipe	394 kg	
Senhor Juvenal	216 kg	

- **Pós- Teste**

8) Uma empresa está fazendo uma campanha para incentivar os moradores da cidade a separar o lixo reciclável. Então, 15 kg de papel dão direito a um cupom para participar do sorteio de 1 bicicleta. Calcule quantos cupons cada participante recebeu.

Participantes	Quantidade de jornal	Número de cupons
Senhor Ananias	85 kg	
Dona Sinfônia	195 kg	
Tia Maroca	390 kg	
Felizberto	425 kg	
Senhor Aurélio	326 kg	

As Figuras 27 e 28 mostram, respectivamente a solução do problema 7 do Pré-teste e do problema 8 do Pós-teste, pelo participante Jan (10;2)

Participantes	Quantidade de jornal	Número de cupons
Senhor Genivaldo	108 kg	11
Dona Salete	240 kg	11
Tia Sônia	600 kg	11
Felipe	394 kg	11
Senhor Juvenal	216 kg	11

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 121} \\ \underline{12} \\ 02 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

Figura 27 – Solução do problema 7 do Pré-teste pelo participante Jan (10;2)

Participantes	Quantidade de jornal	Número de cupons
Senhor Ananias	85 kg	5
Dona Sinfonia	195 kg	13
Tia Maroca	390 kg	26
Felizberto	425 kg	28
Senhor Aurélio	326 kg	21

$$\begin{array}{r} 85 \overline{) 425} \\ \underline{75} \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 195 \overline{) 125} \\ \underline{15} \\ 045 \\ \underline{45} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 390 \overline{) 125} \\ \underline{30} \\ 090 \\ \underline{90} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 425 \overline{) 125} \\ \underline{30} \\ 125 \\ \underline{120} \\ 05 \end{array} \quad \begin{array}{r} 326 \overline{) 125} \\ \underline{30} \\ 26 \\ \underline{15} \\ 41 \end{array}$$

Figura 28 – Solução do problema 8 do Pós-teste pelo participante Jan (10;2)

Jan inicia a solução do problema 7 do pré-teste dividindo 12 quilos de lata por 1 aparelho de som, o que significa apenas a consideração de quantidades numéricas contidas no enunciado principal do problema, sem estabelecer as relações matemáticas contidas entre elas. Jan desenvolve uma estratégia pessoal de solução de problemas, portanto idiossincrática, na solução do problema do pré-teste. As notações efetuadas demonstram a dificuldade da aluna em estabelecer as devidas conexões e reflexões acerca dos conceitos matemáticos envolvidos neste tipo de problema.

A estratégia de Jan de repetição de informação contida no problema faz com que ela desconsidere os demais elementos presentes na tabela, identificando apenas a necessidade de se investir em uma operação de divisão. Isto parece implicar em que conceitos e princípios relevantes parecem não estão devidamente construídos.

Esta dificuldade pode significar uma ausência de um trabalho específico com este tipo de texto que foge à regra dos enunciados concisos e com todos os dados do problema neles contidos. Diante deste fato, ressalta-se as palavras de Ausubel et. al (1978): *A falta de discriminabilidade entre idéias novas e conceitos ou proposições previamente aprendidos na estrutura cognitiva pode explicar algo da transferência negativa na aprendizagem escolar.*(p.153)

Neste sentido, a comparação de procedimentos e a validação dos mesmos, efetuadas durante as ações argumentativas, onde conceitos subsunçores foram construídos, parecem ter contribuído para a conexão com um novo conhecimento. , como pode ser verificado no pós-teste.

É possível aprender muito mais sobre um significado que um conceito tem para uma criança, se for estudada a forma, como ela criança, lida com os problemas que necessitam deste conceito para a solução do que estudando-se apenas o uso que ela faz de palavras e símbolos referentes ao conceito. (Vergnaud, como citado em Moro, 2005, p. 136)

Segundo Brito (2006), a solução de problemas apresenta três características básicas: é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal, pois depende do conhecimento prévio do indivíduo. Além disso, a solução de problemas refere-se a uma atividade mental de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios para atingir a solução.

Mediante o novo conhecimento adquirido, Jan revela compreensão do problema do pós teste, onde o procedimento de solução envolve fatos multiplicativos: a aluna aplica conhecimento de fatos numéricos relativos à multiplicação e à divisão, através do qual, realiza as respostas esperadas pelo problema. A aluna teve o nível de desempenho aprimorado, evoluindo da categoria de médio para alto.

- **Pré –Teste**

8) Malaquias Malabarista é artista de circo. Ele já se apresentou 320 minutos este ano. Cada apresentação durou 20 minutos. Malaquias foi muito aplaudido. Quantas vezes ele se apresentou durante o ano?

Invente um problema como o de Malaquias Malabarista e depois resolva-o.

- **Pós- Teste**

2) Genivaldo Risadinha é um macaco de circo. Entre piruetas e equilibrismos, ele diverte muito a criançada. Ele já se apresentou 480 minutos este ano. Cada apresentação durou 24 minutos. Genivaldo foi muito aplaudido. Quantas vezes ele se apresentou durante o ano?

Invente um problema como o de Genivaldo Risadinha e depois resolva-o.

As Figuras 29 e 30 mostram, respectivamente a solução do problema 8 do Pré-teste e do problema 2 do Pós-teste, pelo participante Rod (10;5)

$$\begin{array}{r} 320 \overline{) 320} \\ \underline{320} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 16 \\ \hline 120 \\ 204 \\ \hline 320 \end{array}$$

Figura 29 – Solução do problema 8 do Pré-teste pelo participante Rod (10;5)

$$\begin{array}{r} 180 \overline{) 180} \\ \underline{180} \\ 000 \end{array}$$

Ele apresentou 20 vezes nesse ano

Pedro vai falar no dia ele já se apresentou 500 minutos e cada da apresentação dura 25 minutos quantas vezes ele se apresenta.

$$\begin{array}{r} 500 \overline{) 500} \\ \underline{500} \\ 000 \end{array}$$

Ele já se apresentou 20 vezes

Figura 30 – Solução do problema 2 do Pós-teste pelo participante Rod (10;5)

O procedimento empregado por Rod, no Pré-teste, demonstra um não entendimento do sub-objetivo contido no problema. Este sub-objetivo que comporta a auto- produção do aluno, mesmo que através do primeiro contexto apresentado, parece ceder lugar à matemática que aqui, configurar-se no âmbito do cálculo e da memorização de técnicas, pois a estratégia pessoal utilizada por Rod, em substituição à produção escrita foi a da “prova real”. Smole (2001) ao se referir à importância da produção de textos nas aulas de matemática considerou que:

Organizar o trabalho em Matemática de modo a garantir a aproximação dessa área do conhecimento e da língua materna, além de ser uma proposta interdisciplinar, favorece a valorização de diferentes habilidades que compõem a realidade complexa de qualquer sala de aula.(p.29)

A produção de textos pode ser significativa para que os alunos estabeleçam conexões entre diferentes noções. No entanto, de acordo com Smole (2001), há alunos que não estão acostumados a escrever nas aulas de matemática e que inicialmente estranham a solicitação deste tipo de atividade.

A experimentação deste tipo de proposta no trabalho em díades revelou-se frutífera, como pode ser observado no procedimento adotado por Rod no pós teste. Embora a linguagem ainda mereça ser aprimorada, a elaboração de idéias, a compreensão dos fatos matemáticos e da divisão por quotas, indicam um percentual de evolução bastante considerável. O nível de desempenho de Rod, mediante a intervenção ,passou de médio para alto.

Macedo (2000) ressaltou a importância dos métodos ativos pela perspectiva neles contidas e que dizem respeito à participação cada vez maior das iniciativas e dos esforços espontâneos dos alunos, onde é a ação que faz sentido para o sujeito. É por meio dela que a atenção e a concentração são favorecidas, uma vez que, o indivíduo deve responder simultaneamente às exigências da tarefa. Estes fatores também contribuem para a construção de uma organização interior.

Os procedimentos de divisão adotados por Rod envolveram a multiplicação de um dado fator pelo divisor, para se obter um produto igual ao dividendo, e portanto, a utilização de fatos multiplicativos. Na proposta do sub-objetivo contido no pós teste, Rod empregou uma resposta de explicação idiossincrática, uma vez que desenvolveu a produção do texto matemático.

6.3 – Análise das Sessões de Argumentação interativa em díades

Após a verificação do Pré-teste, foram selecionadas as díades para a composição do grupo experimental, submetido às sessões de argumentação interativa. As díades foram escolhidas de acordo com os critérios de seleção citados na metodologia deste trabalho.

Esta análise consistiu na verificação das relações existentes entre argumentação, metacognição e desempenho buscando-se o aporte nas diferentes teorias presentes nesta investigação.

No âmbito das interpretações dos argumentos articulados à linguagem cotidiana na solução de problemas aritméticos de divisão, os estudos de Machado e Cunha (2005); Cândido (2001); Leitão (2002); Gonçalves (1999); Perelman e Obrechts-Tyeca (2002); Frant (2002) entre outros, se constituíram no aporte necessário para o estabelecimento de critérios relevantes para a interpretação dos elementos presentes na argumentação interativa em díades.

Os processos cognitivos e metacognitivos observados, a forma lógica e extra-lógica da argumentação, as hipóteses e as convicções do orador, as reações da audiência o conteúdo das sentenças, os conceitos matemáticos articulados durante as diferentes propostas de solução de problemas, a produção de significados para os objetos matemáticos, todos estes elementos verificados num contexto de estratégia argumentativa, convertem-na talvez em uma das mais consistentes ferramentas de investigação, possibilitando uma interpretação panorâmica e, ao mesmo tempo, específica, na medida que permite abordar os diferentes aspectos que permeiam o universo da Argumentação.

Portanto, na perspectiva de se verificar a existência de relações entre argumentação, metacognição e desempenho, na análise dos protocolos buscou-se examinar a forma e o conteúdo dos argumentos surgidos, a linguagem cotidiana, a recriação dos contextos das enunciações, os elementos presentes na linguagem implícita, os conflitos cognitivos apresentados, os conceitos e princípios que nortearam as ações, o aprimoramento de esquemas observados, os procedimentos e notações elaborados e ainda a possível ocorrência de processos metacognitivos.

Neste movimento, o da associação entre o fazer e a palavra, procurou-se identificar relações que, de outra forma, talvez não pudessem ser percebidas.

6.3.1 – Análise das Sessões

A Tabela 26 descreve as díades, apontando qual o desempenho que cada sujeito obteve no pré-teste, bem como classificando cada um quanto ao gênero.

Tabela 26 – Descrição das díades

Dupla	Aluno	Desempenho	Gênero
1	Edu	Alto	Menino
	Ang	Alto	Menino
2	Hen	Médio	Menino
	Sam	Alto	Menino
3	Car	Médio	Menina
	Jan	Médio	Menina
4	Dju	Médio	Menina
	Leo	Alto	Menino
5	Fran	Baixo	Menino
	Dan	Alto	Menina
6	Vic	Baixo	Menino
	Mar	Alto	Menina
7	Kat	Alto	Menina
	Deg	Médio	Menino
8	Fer	Alto	Menino
	Gab	Baixo	Menina

9	Rod	Médio	Menino
	Deg	Médio	Menino

Por meio das transcrições das sessões videografadas, dos registros do pesquisador e dos protocolos gerados pelas díades, transcritos de forma literal, procedeu-se a análise descritiva inferencial da dinâmica da argumentação em díade e das diferentes ações e reflexões estabelecidas pelos alunos durante as sessões de solução dos problemas aritméticos de divisão.

A articulação entre as ações argumentativas e as notações elaboradas, mediante o desencadeamento dos discursos, permitiram desenvolver uma análise mais consistente acerca do objeto deste estudo.

Nesta análise foram considerados alguns dos diversos protocolos desenvolvidos considerando-se a extensão apresentada pelo conjunto. Baseando-se nos diferentes estudos empíricos desta pesquisa, foram elaborados os seguintes critérios como elementos norteadores da interpretação das argumentações produzidas durante as sessões de interação em díades:

- I) Recriação do contexto das enunciações;
- II) Premissas e conclusão que constituíram o argumento;
- III) Caracterização do argumento: forma e conteúdo;
 - Sujeito falante e audiência (alternância de papéis).
 - Análise do conteúdo das frases.
 - Articulação da linguagem cotidiana (elementos implícitos).
- IV) Articulação de conceitos;
- V) Procedimentos, notações e significados produzidos.
- VI) Ocorrência de possíveis processos metacognitivos.

O esquema a seguir exemplifica a inter-relação desses critérios na análise qualitativa das sessões de argumentação interativa realizada em díades.

A Figura 31 mostra o esquema dos critérios de análise da argumentação interativa em díades.

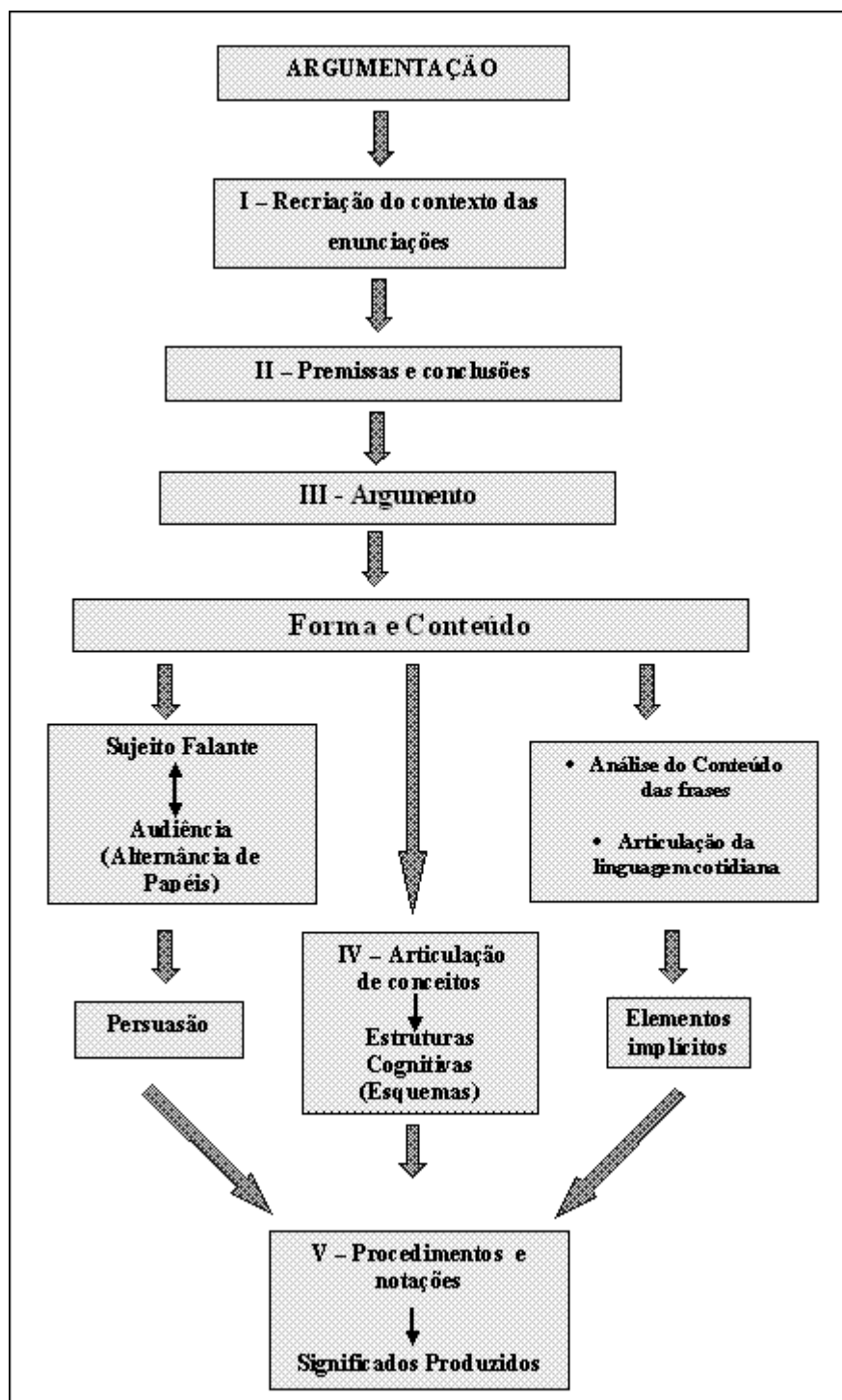


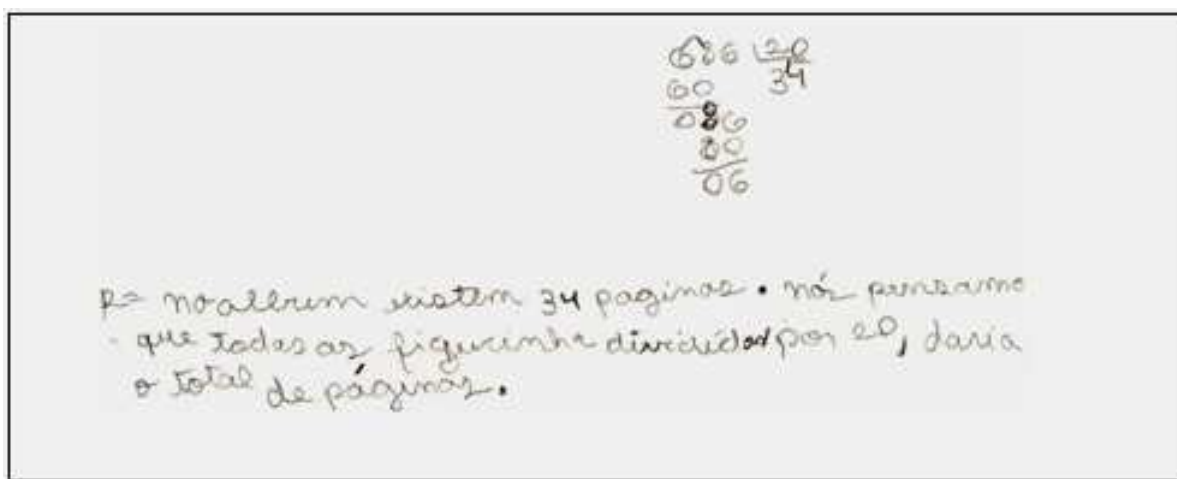
Figura 31 – Esquema dos critérios de análise da argumentação interativa em díades.

6.3.1.1 - Primeira Sessão

- **Problema 2**

Mauro tinha 686 figurinhas das Olimpíadas. Enquanto organizava essas figurinhas em um álbum, foi fazendo algumas anotações para saber quantas páginas ficariam completas. Como você imagina que ficaram as anotações de Mauro, sabendo que em cada página seria possível colocar 20 figurinhas? Registre suas idéias.

Pode-se observar, na Figura 32, a solução do problema 2 da 1ª sessão pela díade 1 (Edu e Ang).


$$\begin{array}{r} 686 \overline{) 20} \\ \underline{60} \\ 86 \\ \underline{80} \\ 6 \end{array}$$

R= no album existem 34 paginas. nós pensamos que todas as figurinhas divididas por 20, daria o total de paginas.

Figura 32 – Solução do problema 2 da 1ª sessão pela díade 1 (Edu e Ang)

Edu lê o problema.

Edu: *A gente tem que fazer 686 dividido por 20.*

Ang: *É?*

Edu: *É sim! Vamos fazer o cálculo.*

A dupla faz o cálculo.

Edu: *Pronto! Agora registre aí: nós pensamos que todas as figurinhas dividido por 20 daria o total de páginas.*

Ang: *Será que tá certo?*

Edu: *Vou ler novamente para você ver.*

Edu lê o problema novamente.

Ang: *É, tá certo!*

A análise deste protocolo, elaborado diáde, ilustra um fator interessante no que diz respeito à discussão de idéias. Em primeiro lugar, a premissa de que o procedimento de solução é uma divisão é logo destacada por Edu, seguida da conclusão de cálculo. Ele constrói rapidamente o argumento e em seguida “dita” a resposta para Ang. A seqüência de raciocínios é bastante dinâmica e não inclui uma situação de simetria.

O discurso pressupõe a interação onde os indivíduos se comunicam livremente e em situação de simetria. (Gonçalves, 1999, p.134).

Edu define e Ang executa. Ilustramos este dado para exemplificar que atividades que pressupõem a fala do aluno, nem sempre fazem parte da realidade escolar.

Isto posto, “a novidade” trazida pela pesquisa, embora as discussões preliminares, ainda não se encontra incorporada. No entanto, na seqüência das sessões e na análise de uma outra situação subsequente poderá se perceber que o universo do discurso avança e torna-se mais frutífero.

Mediante a solução encontrada, Ang demonstra implícita a dúvida: *Será que tá certo?*

No contexto, a adesão do interlocutor é imediata em face do argumento implícito de Edu: *Vou ler para você ver*; “Ler” para ele constitui-se na prova, pois fica evidente a articulação significativa dos conceitos matemáticos por ele desenvolvida, no procedimento de solução.

As oportunidades de aprimoramento de “uma cultura argumentativa em sala de aula”, tornam-se bastante relevantes para que os sujeitos possam discutir em simetria suas idéias e num movimento recíproco construírem novos significados sobre elas.

Frant (2001), destacou que em um discurso existe sempre um orador (ou falante) e uma audiência. Essa audiência não deve ser entendida como uma consumidora passiva de

argumentos, mas uma parte que atua de modo fundamental no processo de argumentação. No caso de Ang , porém, enquanto audiência , isto não fica evidenciado.

No procedimento de cálculo empregado, Edu estrutura rapidamente a quantidade a ser dividida pelo tamanho da quota. Mediante o logaritmo , efetua a divisão buscando a resposta se utilizando de fatos multiplicativos. Este problema ,por ser não rotineiro e apresentar uma divisão por quotas, pode ter suscitado a dúvida de Ang. A literatura ressalta a importância do trabalho com problemas que comportam este tipo de estrutura, para o aprimoramento das idéias matemáticas através de situações contextualizadas; existe ainda, o fato de que muitas escolas procedem o ensino das operações clássicas de forma isolada, partindo apenas do algoritmo convencional , o que pode contribuir para a dificuldade demonstrada pelas crianças em atribuir significado à divisão.(Moro & Starepravo, 2005)

A Figura 33 mostra a solução do problema 2 da 1ª sessão pela díade 3 (Car e Jan).

The image shows handwritten mathematical work. On the left, there is a multiplication problem: $14 \times 686 = 13720$. In the center, there are two division problems: $686 \div 20 = 34$ with a remainder of 6, and $686 \div 20 = 34$ with a remainder of 6. On the right, there is a note: "Ritificariam com pletas 34 páginas." (They would be 34 pages).

Figura 33 – Solução do problema 2 da 1ª sessão pela díade 3 (Car e Jan)

Car lê o problema.

Jan: *Será que tem que fazer conta de vezes aqui?*

Car: *Eu não sei se é de vezes. Estou achando que é para fazer de menos.*

Jan: *Porque você acha que é de menos?*

Car: *Ah...então é vezes mesmo.*

Jan: *Bom, então vamos tentar.*

A dupla faz a operação.

Car: *Nossa!Deu muito grande!*

Jan: *É mesmo...deu muito né?*

Car: *Eu estou achando que é divisão.*

Jan: *Mas por que você acha que é divisão?*

Car: *Porque se ele tem 686 figurinhas e cabem 20 em cada página, é divisão.*

Jan: *Ah...é!Acho que eu concordo com você! Agora sim, estou entendendo mais!Então, eu vou fazer a conta.*

Jan faz a conta e Car observa.

Jan: *Ficarão completas 34 páginas. Você concorda?*

Car: *Concordo.*

As premissas estabelecidas inicialmente revelam inconsistência nas afirmações e na constituição do argumento.

Portanto, o argumento estabelecido não é coerente. Mediante a tentativa de solução através da multiplicação, a verificação do mesmo é efetuada. No entanto, as reflexões acerca do produto encontrado não o validam. Após nova leitura do enunciado, Car estabelece a premissa verdadeira, identificando a divisão e, através da relação entre o todo e o tamanho das partes, consegue efetuar a conclusão, elaborando um argumento coerente. Nas ações desenvolvidas ela acaba por persuadir a audiência .

Embora não haja a identificação imediata do procedimento de solução, percebe-se que, em face do conflito cognitivo estabelecido pela própria característica do problema (não rotineiro e envolvendo a divisão por quotas), as seqüências de raciocínio empregadas buscam a equilibrção. Ao afirmar mediante o produto encontrado , “deu muito!”, a fala de Car revela a articulação lógica de fatos matemáticos contidos no problema, isto é, ela percebe pelo produto encontrado um valor cardinal “muito alto” para a situação apresentada. Então, constrói um novo argumento através da reversibilidade do pensamento.

O contexto onde a argumentação é produzida revela maior autonomia e poder de persuasão de Car que mediante o argumento e prova, possibilita a Jan o aprimoramento dos conceitos aí inseridos. Conclusões lógicas são evidenciadas e os esquemas aprimorados.

Piaget (como citado em Wadsworth, 2001) afirmou que uma operação apresenta sempre quatro características: é uma ação que pode ser internalizada ou realizada em pensamento tão bem quanto materialmente; é reversível; supõe sempre alguma conservação, alguma invariância e nunca existe isoladamente, pois está sempre relacionada a um sistema de operações.

- **Problema 6**

Para um torneio, 148 alunos da 3ª série formarão equipes com 8 alunos. Quantas equipes serão formadas? Sobrarão alunos? Se caso alguns alunos ficarem fora das equipes, como você acha que este problema pode ser resolvido?

A Figura 34 mostra a solução do problema 6 da 1ª sessão pela díade 5 (Fran e Dan).

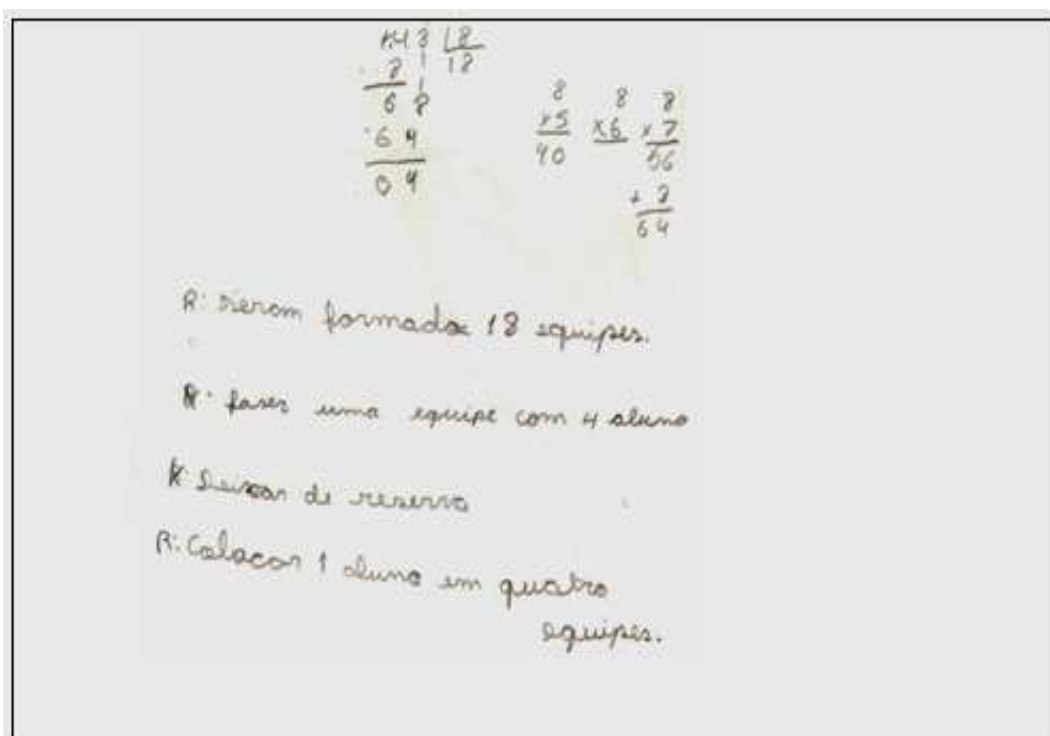


Figura 34 – Solução do problema 6 da 1ª sessão pela díade 5 (Fran e Dan)

Fran lê o problema.

Dan: *Como você acha que a gente vai fazer?*

Fran: *Tem que dividir.*

Dan: *Então, 148 por 8...*

A aluna começa a fazer a divisão.

Dan: *1 vezes 8 é 8...para 14 sobra 6.*

Fran: *Aí abaixa o 8.*

Dan *Então...5 vezes 8 dá 40...está longe..*

Dan começa a efetuar 8 vezes 6, 8 vezes 7 e 8 vezes 8 e Fran observa.

Dan: *8 vezes 8 dá 64...sobra 4.*

Fran: *Sobraram 4 alunos.*

Dan: *E agora?Qual a sua opinião?*

Fran: *A minha opinião...*

Dan lê novamente o problema.

Dan: *Serão formadas 18 equipes, mas aí sobraram 4 pessoas, o que a gente faz?*

Fran: *Com esses 4...*

Dan: *A gente pode pôr eles em 4 equipes...mas 4 equipes ficarão com pessoas a mais. O que você acha?*

Fran: *Eu acho que é isso mesmo.*

Dan *Mas você tem outra idéia?*

Fran: *Eu acho que também pode fazer uma equipe com 4. Fazer uma outra equipe.*

Dan: *Concordo.*

Fran: *Então eu vou fazer uma equipe com 4 alunos, ou....deixar de reserva.*

Fran coloca sua resposta no papel.

Dan: *Agora eu vou colocar a minha idéia: colocar 4 alunos em 4 equipes. Agora, qual resposta a gente podia escolher?*

Fran: *Pra?*

Dan: *Pra gente fazer uma resposta. Fazer uma nova equipe ou colocar um aluno em cada equipe?*

Fran: *Colocar um aluno em cada equipe.*

Dan: *Então beleza. Você concorda mesmo?*

Fran: *Concordo.*

As premissas e a conclusão estabelecidas pela díade inicialmente, constituíram o argumento da divisão. Este problema comporta uma divisão por quotas e, ao mesmo tempo, pode ser considerado um problema não rotineiro por se apresentar como um problema que envolve mais de uma solução. Importante ressaltar também que o mesmo oferece a expectativa de que “o resto também conta”, o que na abordagem dos problemas rotineiros, muitas vezes, passa a ser considerado pelas crianças como supérfluo ou descartável (Smole, 2001). Apesar de implicar a idéia de “quantas partes de um determinado todo podem ser obtidas a partir de uma dada quantidade” (Correa, 2002, p.71) , os participantes da díade não apresentaram dificuldade no modo de divisão apresentado.

A seqüência de raciocínio desenvolvida comportou a compreensão do problema, fato demonstrado pelo emprego imediato do algoritmo e, mais significativamente, pela identificação “do que fazer com o resto”.

No discurso, alternam-se os papéis de sujeito falante e sujeito ouvinte, e as considerações mútuas dos argumentos desenvolvidos pode ser observada. A este respeito Frant (2002, p.126) afirmou: *é necessário portanto que o sujeito falante, aquele que está fazendo afirmações leve em conta as crenças, as convicções e as reações da audiência .*

No entanto, é bastante interessante destacar-se o texto com elementos implícitos na fala:

Dan: *Agora eu vou colocar a minha idéia: colocar 4 alunos em 4 equipes. Agora, qual resposta a gente podia escolher?*

Fran: *Pra?*

Dan: *Pra gente fazer uma resposta. Fazer uma nova equipe ou colocar um aluno em cada equipe?*

Este trecho da argumentação traz à tona duas situações relevantes. A primeira diz respeito à concepção que as crianças têm, de que um problema deve ter uma única resposta (Diniz & Stancanelli, 2001). Por outro lado a resposta-pergunta de Fran parece revelar uma certa dissonância com a necessidade de Dan em determinar uma escolha de resposta. Para ele, se delineia a compreensão do real e a não resistência do mesmo. Para Dan parece surgir uma pseudonecessidade diante “de mais de uma resposta para o problema” e, portanto o esforço na busca do possível capaz de preencher “a lacuna” detectada. (Piaget, 1985)

O argumento de solução de Dan, através da pergunta *fazer uma nova equipe ou colocar um aluno em cada equipe?*, sugere a idéia de alternativa e, portanto, de uma escolha a ser feita. Na colocação das unidades morfológicas do período, a oração coordenada *alternativa* é aquela citada anteriormente por Dan e que parece revelar uma intenção de persuasão.

A adesão de Fran, no entanto, a esta conjectura de argumentação, parece não significar aderência absoluta ao discurso de Dan, posto que, suas notações permanecem, acrescidas de sua marca através de um X. *A aceitação de qualquer conjectura de uma argumentação não implica na aceitação da tese, este fato pode ser entendido como uma situação temporária.* Frant (2002, p.127)

Pode-se observar, na Figura 35, a solução do problema 6 da 1ª sessão pela díade 4 (Dju e Leo).

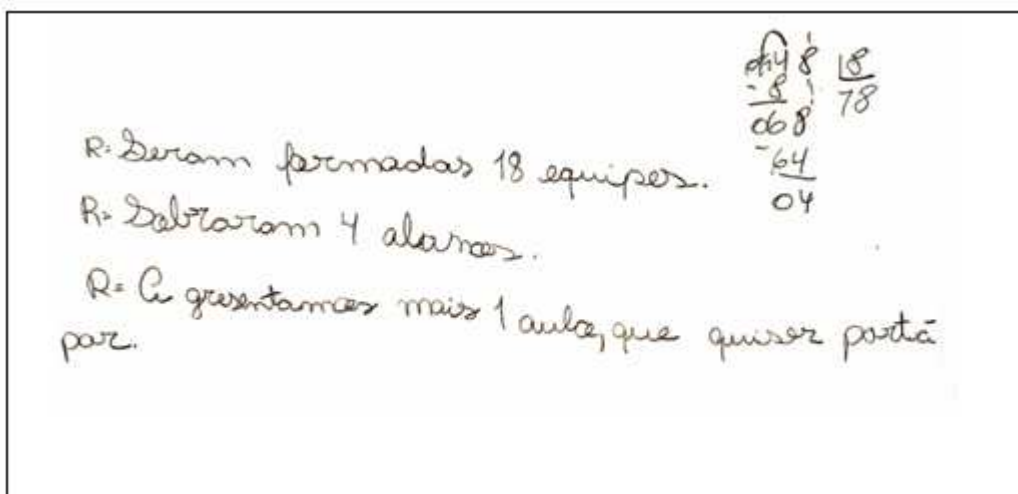


Figura 35 – Solução do problema 6 da 1ª sessão pela díade 4- Dju e Leo

Leo lê o problema.

Dju: *Tem que dividir 148 por 8.*

Leo: *Não é por 3?*

Dju: *Não, é por 8. Olha aqui.* (aponta o problema para ele)

Leo lê novamente o problema.

Leo: *Ah, é 148 dividido por 8 mesmo!*

Dju: *Então!*

Leo: *Então, 8 vezes 2 é 16, então só cabe 1.* (cabe 1 vez o 8 em 14)

Dju: *É isso.*

Leo: *Então, sobra 6 e abaixa o 8.*

Dju questiona o resto 68.

Dju: *68?... A gente podia ter colocado o 2 invés do 1...para dar 16.*

Leo: *Mas é 14 aqui. Tem que ser menor que 14.*

Dju: *Ah, é!*

Dju calcula quantas vezes o 8 cabe em 68.

Dju: *Cabe 8.*

Leo: *Por que 8?*

Dju: *Porque 8 vezes 8 dá 64.*

Leo: *Tá, então serão formadas 18 equipes.*

Dju: *Prontinho!*

Leo: *Calma! Tá faltando coisa...sobraram 4...coloca aqui na resposta!Mas caso alguém fique de fora, o que a gente vai fazer?*

Dju: *Então, sobraram 4 alunos e foram formadas 18 equipes. A gente pode colocar mais um em cada equipe, mesmo se alguma tiver a mais né?*

Leo: *É mesmo! Escreve aí: acrescentamos mais um aluno (por sala) se ele quiser participar.*

A premissa inicial e a conclusão constituem o argumento de que o procedimento de solução é uma operação de divisão. Porém, ocorre uma diferenciação inicial entre os participantes da díade quanto ao algarismo do divisor. Olhando-se para os dados numéricos do problema, a justificativa se encontra na transposição que Leo fez do algarismo 3 para compor o divisor, cuja mesma foi extraída do numeral ordinal da série enunciada. Duas questões aqui devem ser consideradas. A primeira diz respeito a uma “cultura” estabelecida pela ênfase dada pelo ensino de problemas rotineiros, contidos nos livros-texto. Esta cultura institucionalizada faz emergir no aluno, o conceito de que todos os dados do problema encontram-se explícitos no enunciado (Diniz, 2001), e que portanto “devem” ser utilizados. Em segundo lugar, o cuidado com a elaboração dos enunciados deve aqui ser evidenciado.

No entanto, após a discordância da díade quanto ao divisor, este protocolo sugere uma situação em que a argumentação também emerge espontaneamente, mediante a contraposição de idéias. Após a releitura do problema (influenciada por Dju que ao “apontar” para o problema, implicitamente, justifica seu ponto de vista) , Leo reflete sobre o “erro” de interpretação. Isto corrobora com a significância da argumentação proposta por este estudo. A esse respeito Cândido (2001, p.16) afirmou: *promover a comunicação em sala de aula é dar aos alunos uma possibilidade de organizar, explorar e esclarecer seus pensamentos*. O mecanismo de reflexão, desencadeado por Leo, cria uma situação onde a motivação intrínseca o leva a adquirir confiança em seu próprio pensar, ampliando as possibilidades de êxito na solução do problema.

O verbo “caber”, empregado muitas vezes em problemas de divisão tem a conotação de “quantos subconjuntos” (de 8) podem ser arranjados, ou podem estar contidos, usando-se o valor numérico do divisor dentro da quantidade cardinal expressa pelo dividendo (148). Para descobrirem “o quantas vezes”, o procedimento adotado em concordância pela díade é o da

multiplicação de um dado fator pelo algarismo do divisor, até se obter um produto igual ou próximo ao dividendo.

Em situações como esta, em que não existe uma relação fixa entre o número de alunos e o número de equipes formadas (Nunes et al, 2001), a literatura estudada revela ser freqüente o uso deste procedimento: *...O uso de fatos multiplicativos e da dupla contagem aparece com mais freqüência quando os problemas versam sobre a divisão por quotas.* (Correa,2002 ,p.76)

Após a subtração realizada e, mediante a divisão sucessiva, a frase de Dju expressa por *a gente podia ter colocado o 2 invés do 1...para dar 16*, tem implícito o sentido “gastar mais para sobrar menos”, mediante o questionamento do resto 68 que parece ter sido considerado por ela uma quantidade muito extensa para “um resto”.

Nestes casos pode-se considerar que as crianças não percebem os agrupamentos e reagrupamentos envolvidos nas operações matemáticas: “quantas vezes 8 cabe em 14, e este último não associado à 14 dezenas; “68”?.. talvez muito, pela não associação de 6 dezenas restantes agrupadas a 8 unidades, portanto 68 unidades, etc. A contra-argumentação de Leo a faz retroceder na idéia apresentada e então a seqüência de raciocínios conduz ao cociente encontrado.

Dju desconsidera o sub-objetivo do problema dando por encerrada a solução, *prontinho!* Em *reciprocidade*, desta vez, é Leo que através do argumento faz com que Dju reorganize o pensamento.

A análise do conteúdo das frases finais do discurso permitiu a interpretação de que Dju (falante) busca a confirmação de sua hipótese com Leo (audiência), *a gente pode colocar mais um em cada equipe, mesmo se alguma tiver a mais né?*

Por outro lado, a ludicidade contida na expressão de Leo, *se ele quiser participar*, pressupõe a transposição dele, Leo, para a situação de um dos 4 alunos que sobraram.

A idéia da condicional “se” parece estar vinculada à uma projeção do que poderia acontecer em seu cotidiano e que pressupõe uma decisão mediada pela vontade, pela disposição, daí a importância das propostas de solução que levem em conta a realidade do aluno.

6.3.1.2 – Segunda Sessão

• Problema 1

Uma empresa está fazendo uma campanha para incentivar os moradores da cidade a separar o lixo reciclável. Então, 15 kg de jornal velho dão direito a um cupom para participar do sorteio de 1 aparelho de televisão. Calcule quantos cupons cada participante recebeu.

Pode-se observar, na Figura 36, a solução do problema 1 da 2ª sessão pela díade 3 (Car e Jan).

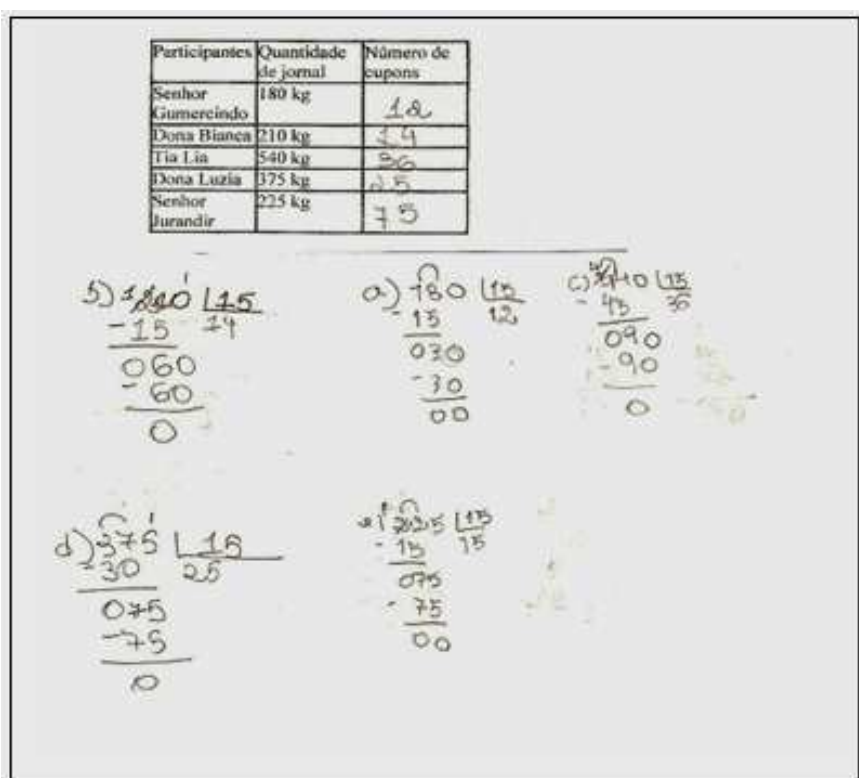


Figura 36 – Solução do problema 1 da 2ª sessão pela díade 3 (Car e Jan)

Jan lê o problema.

Jan: Se 15 quilos dá um cupom, então a gente vai ter que fazer 15 vezes quanto?

Car: Vezes? Tem que dividir.

Jan: Eu acho que é vezes. Por que você acha que é dividido?

Car lê novamente o problema para tirar sua dúvida.

Jan: *Então, vamos multiplicar 180 vezes 5?*

Car: *Não! Eu acho que é dividido!*

Jan: *Mas por que você acha que é dividido?*

Car: *Porque se você dividir 180 por 15, vai ter a quantidade de cupons.*

Jan: *Mas eu acho que é vezes!*

Car: *Mas por que você acha que é vezes?*

Jan faz a operação de vezes, observa o resultado, apaga o procedimento e lê novamente o problema.

Jan: *Ah...você tá certa!. É 180 dividido por 15 mesmo!*

Car: *Então! Faça a conta.*

Jan realiza a operação e diz:

Jan: *Deu um número maior que 180! Tenta fazer 180 por 15 pra ver se vai dar. (se é divisível)*

Car faz a conta.

Car: *Deu 12.*

Jan: *O seu tá certo. Fica bem melhor 12 cupons do que 300, né? Agora tem que fazer o resto...com 210, 540, 375 e 225.*

Car: *Agora você faz com o 210.*

Jan calcula 210 dividido por 15 e Car observa..

Jan: *Então dá 14 cupons, né?*

Car: *É.*

Jan: *A outra você pode fazer.*

Car faz 540 dividido por 15.

Jan: *Você tem que fazer 15 vezes 4! (para ver quanto cabe em 54)*

Car *Não, não cabe!*

Jan faz a conta Car observa..

Jan *É mesmo...não cabe!*

Car faz a conta e chega ao quociente 36.

Jan: *Posso fazer o outro?*

Carol: Pode.

Jan divide 375 por 15.

Jan: *Dá 25. Pode fazer o próximo.*

Car divide 225 por 15 e Jan observa.

Car: *Deu 15.*

Jan: *Então, a gente acabou.*

Este problema, a exemplo do realizado pela díade na primeira sessão, também contempla a divisão por quotas, embora comporte a necessidade de uma sucessão de divisões para se atingir os diferentes cocientes..

As premissas “falsas” estabelecidas por Jan mais uma vez revelam a dificuldade de compreensão deste tipo de divisão. A ausência de uma relação fixa entre a quantidade de quilos de jornal e a quantidade de cupons a ser obtida, faz com que Jan adote um procedimento de ensaio e erro (Nunes et al, 2001). Car por sua vez defende seu ponto de vista, estabelecendo premissas que comportam a operação de divisão. O conflito estabelecido é superado mediante prova e verificação dando margem para a adesão ao argumento de Car, que revela a articulação de conceitos prévios bem construídos na busca da solução.

Na seqüência de raciocínios empregados conduzem aos procedimentos de recorrência aos fatos multiplicativos (Correa, 2002). No entanto, ao proceder a primeira divisão, Jan reflete sobre o quociente encontrado e o percebe maior que o dividendo. A superação do desafio consiste em delegá-lo a Car.

Mediante o novo resultado, dois conteúdos distintos e implícitos revelam-se nas frases de Jan: “*bem melhor 12 cupons que “300”, né?”*”, uma expressão de linguagem contendo uma hipérbole e, possivelmente, referindo-se ao cociente anteriormente encontrado; a pergunta traz implícita a reflexão de Jan a respeito do conflito cognitivo e da sua “impossibilidade” de realizar a divisão.

Para superar o desequilíbrio ela busca a cooperação de Car, através da qual ela restabelece o equilíbrio. A cooperação não age apenas sobre a tomada de consciência do indivíduo e sobre o seu sentido de objetividade, mas possibilita também a constituição de uma estrutura normativa que completa, no sentido da reciprocidade, o funcionamento da inteligência individual.

Na interação, Jan restabelece a confiança em si, sugere a retomada das ações, *agora tem que fazer o resto*; faz novas premissas que são contestadas por Car, articula idéias, testas, reconstrói, demonstrando ao final, o êxito nos seus procedimentos. E a compreensão parece ampliar-se mediante o desencadeamento da cooperação.

De acordo com Wadsworth (2001), o conflito cognitivo é criado quando as expectativas e hipóteses com base no próprio raciocínio não são confirmadas, produzindo o desequilíbrio. A exploração crítica é um método que consiste em questionar os alunos, a fim de ajudá-los a desencadear um conflito cognitivo produtivo.

Ainda segundo este autor, a interação social, além de fonte para a aprendizagem de cooperação, é também uma fonte de conflito cognitivo e de desequilíbrio.

Descentrar-se, isto é, deslocar o seu centro e comparar uma ação com outras ações possíveis, leva a uma consciência do “como” e às verdadeiras operações.
(Piaget como citado em Xypas, 1997, p.59)

- **Problema 2**

Para ajudar vítimas de enchente, foram arrecadados alimentos, para serem distribuídos igualmente entre 24 famílias. Calcule a quantidade de cada alimento que cada família recebeu e verifique se está correta cada operação que você efetuou.

Pode-se observar, na Figura 37, a solução do problema 2 da 2ª sessão pela díade 2 (Hen e Sam).

Alimentos	Quantidade por família	sobras
96 kg de arroz	25	0
120 kg de açúcar	25	0
216 kg de feijão	25	0
168 kg de farinha	25	0

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 96} \\ \underline{120} \\ 216 \\ \underline{168} \\ 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 600} \\ \underline{48} \\ 120 \\ \underline{120} \\ 000 \end{array}$$

Figura 37 – Solução do problema 2 da 2ª sessão pela díade 2 (Hen e Sam)

Hen lê o problema.

Sam: *O que você acha que tem que fazer?*

Hen: *Tem que dividir 96 quilos de arroz por 24 famílias, 120 por 24, 216 por 24 e 108 por 24. E você, o que acha?*

Sam: *Eu acho que tem que somar tudo em primeiro e dividir por 24.*

Hen: *É...são dois jeitos. Acho que dá na mesma. Faz a sua depois eu faço a minha.*

A dupla faz a conta sugerida por Sam.

Hen: *Dá 600.*

Sam: *Agora tem que dividir 600 por 24. Pega 60 e divide por 24...dá 2, porque 2 vezes 24 dá 48.*

Hen: *Sobra 12. Agora tem que abaixar o zero.*

Sam: *Então...120 dividido por 24...dá por 5...dá certinho!*

Hen: *Eu acho que seu jeito tá certinho. Eu acho que do meu ia ser mais demorado e também não ia dar o resultado certo assim...com certeza.*

Sam: *Então, não ficam sobras.*

Hen: *É, nas sobras ficam tudo zero.*

As premissas e a conclusão estabelecidas por Sam e Hen apresentam dissonância. No entanto “o acordo” de verificação e prova permite que a díade possa começar a testar suas hipóteses. O procedimento adotado é o da soma das quantidades de alimento e posterior divisão do total encontrado pela quantidade de famílias. Como pode ser observado, “todas as famílias” recebem “igualmente” a mesma quantidade de alimentos. Não são consideradas as diferentes categorias de alimentos. Todas elas são “juntadas”, formando uma mesma “massa” de alimentos a ser dividida posteriormente.

O argumento de Sam é construído, pelo que se pode observar, a partir do termo “igualmente”, o que o faz adotar o procedimento acima descrito. Surge a primeira questão a ser interpretada. Segundo Smole (2001), a dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problema, entre outros fatores se encontra ligada a ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática que muitas vezes não fazem parte do cotidiano do aluno e até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela, podem constituir-se em obstáculos para que ocorra a compreensão.

Neste caso, a palavra “igualmente” desarticulada de cada uma das categorias de alimentos, faz com que os contextos específicos, contidos na tabela, sejam desconsiderados, uma vez que a “força” do enunciado se sobrepõe a eles.

Os sub-objetivos propostos revelam um tipo de problema nem sempre adotado pelas escolas. O conceito de esquema, ou estruturas intelectuais, apresentado por Piaget (como citado em Wadsworth, 1996) torna-se bastante relevante para explicar o pensamento de Sam durante a apresentação do evento, no caso, a situação problema. Quando confrontado com o problema (estímulo), o aluno tenta enquadrá-lo em um esquema disponível que resolve propostas de problemas mais concisos e objetivos, daí o destaque ao enunciado do problema proposto em detrimento do contexto geral.

A divisão é efetuada, mediante a articulação de fatos multiplicativos, onde o aluno anteriormente multiplica um dado fator pelo algarismo do divisor, até obter valor próximo ou igual ao dividendo.

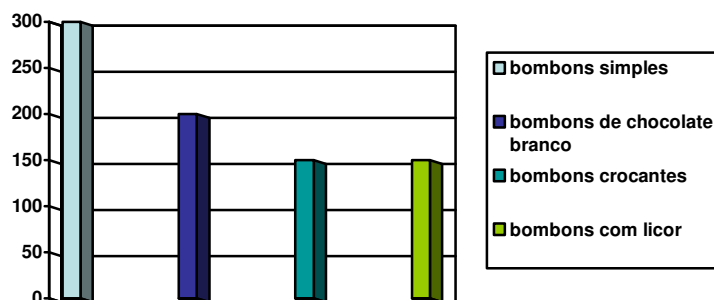
Na seqüência, da articulação da linguagem , Sam argumenta , *dá certinho!*, o que para ele representa a divisão exata. A partir de sua enunciação, Hen adere à afirmação do colega renunciando às premissas e conclusão que havia antes elaborado.

Hen afirma que do jeito dele iria demorar mais e talvez não desse um resultado tão certo assim, referindo-se à solução encontrada por Sam. A certeza se encontra em uma nova e falsa premissa: se não tem resto, então está certo. Esta conclusão pode estar alicerçada em conceitos previamente construídos e presentes nas estruturas cognitivas dos alunos, a partir dos quais foram ativadas as idéias ou conhecimentos que serviram para organizar a situação e dar-lhe u e justificar a escolha de solução.

Aprender um conceito matemático implica em desenvolver primeiramente três competências: codificar e decodificar formas variadas de expressão de conceitos matemáticos, dominar as propriedades dos conceitos quando for necessário agir, além de captar e modelar diferentes tipos de relações entre quantidades (Vergnaud, como citado em Moro, 2005).

• Problema 3

Em uma pequena fábrica de chocolates, o número de bombons produzidos durante uma semana está representado do gráfico abaixo:



- Se os bombons simples forem colocados em saquinhos para 5 unidades cada, quantos saquinhos serão necessários?
- Se os bombons crocantes forem colocados em embalagens para 50 unidades cada, quantas embalagens serão necessárias?
- Quantos bombons ao todo foram produzidos nesta semana?

d) Se a produção total da semana for colocada em caixas para 25 bombons cada, quantas caixas serão necessárias?

A Figura 38 mostra a solução do problema 3 da 2ª sessão pela díade 1 (Edu e Ang).

The figure shows handwritten mathematical work for four problems (a, b, c, d). Problem (a) shows $300 \div 5 = 60$ with the answer '60 saquinhos'. Problem (b) shows $200 \div 5 = 40$ with the answer '40 amêndoas'. Problem (c) shows $300 + 200 = 500$, then $500 \div 7 = 71$ with a remainder of 3, and the answer '71 bombons produzidos'. Problem (d) shows $700 \div 25 = 28$ with the answer '28 caixas'.

a-) $\begin{array}{r} 300 \overline{) 150} \\ \underline{30} \\ 000 \end{array}$
 R: serão necessários 60 saquinhos.

b-) $\begin{array}{r} 200 \overline{) 100} \\ \underline{200} \\ 000 \end{array}$
 R: serão necessárias 40 amêndoas.

c-) $\begin{array}{r} 300 \\ + 200 \\ \hline 500 \\ \hline 700 \end{array}$
 R: foram produzidos 700 bombons na semana.

d-) $\begin{array}{r} 700 \overline{) 1750} \\ \underline{30} \\ 200 \\ \underline{200} \\ 000 \end{array}$
 R: serão necessárias 28 caixas.

Figura 38 - Solução do problema 3 da 2ª sessão pela díade 1 (Edu e Ang)

Edu lê o problema e torna a ler o item “a”.

Edu: *Esse bombom simples é da primeira barrinha, né?*

Ang: É!

Edu: *Então, vamos fazer 300 dividido por 5.*

Ang: É...isso.

A dupla faz o cálculo.

Ang: *Faz 5 vezes 6 dá 30.*

Edu: *Abaixa o zero. Então, dá 60. Escreve aí: são necessários 60 saquinhos.*

Edu lê o item “b”.

Edu: *Aqui (no gráfico) tem 200...divide por 50.*

Ang: *Divide 200 por 50?*

Edu: *É!*

Ang: *Ah, tá! Mas não dá para dividir 20 por 50!*

Edu: *Não é 20 não...é 200. Veja, você tem que pegar tudo.*

Ang: *Ah, é! Aí dá certo...entendi*

Edu: *Então, faz 50 vezes 9!*

Ang faz a conta.

Edu: *Dá 450...não dá! Então, faz 50 vezes 4.*

Ang: *Vezes 4???? Ah, é! Pode crê!*

Ang faz a conta.

Ang: *Dá 40!*

Edu: *É só colocar o zero embaixo (resto do zero). Coloca aí: serão necessárias 40 embalagens.*

Edu lê o item “c”.

Edu: *Então, vamos fazer...300, mais 200, mais 150, mais 150.*

A dupla faz a conta.

Ang: *Dá 700.* Edu lê o item “c”.

Edu: *É 700 dividido por 25, né?*

Ang: *É!*

Edu: *70 dividido por 25...dá 2...2 vezes 25 dá 50...sobra 20.*

Ang: *Abaixa o zero...fica 200.*

Edu: *200 dividido por 25?*

Ang: *Dá 6.*

Edu: *Mas 25 vezes 6...150... é muito pequeno! Vamo tentá o 8...8 vezes 5 dá 40...sobe 4...8 vezes 2...*

Ang : *18!*

Edu: *Nunca!*

Os participantes riem.

Edu: *Dá 16...aí 16 mais 4 dá 20...então 200 pra chegar no 200 é zero. Dá 28.*

As premissas se as conclusões são estabelecidas a partir do gráfico. Embora este problema inclua o tratamento da informação, a articulação de idéias sobre os fatos matemáticos é logo estabelecida. Há concordância no argumento estabelecido sobre a necessidade da operação de divisão na busca de solução. As seqüências de solução revelam a recorrência aos multiplicativos, com posterior uso da subtração do produto encontrado, do dividendo em questão.

Nas estimativas e cálculos Edu elabora raciocínios rápidos e conduz, de certa forma, a atividade. As falas produzidas trazem implícitos o sentido de determinação de Edu e de concordância de Ang. Analisando-se os elementos contidos nesta argumentação, no que diz respeito à forma e ao conteúdo, observa-se a coerência de Edu entre as enunciações que produz e o conteúdo das mesmas. Isto significa inferir que a construção mais significativa de conceitos por parte do falante exerce um poder de persuasão perante a audiência (Ang). Mas, diferentemente do primeiro episódio, percebe-se uma maior articulação da linguagem entre a díade durante a busca de solução. Ocorre, porém, em primeiro lugar um erro na interpretação do gráfico, pois a díade relaciona a quantidade de bombons crocantes à segunda barrinha, o que pressupõe um entendimento de operação seqüencial de cálculo, ou seja, a segunda operação deve necessariamente corresponder à segunda quantidade apresentada. Esta conotação acha-se intrinsecamente ligada ao tipo de problema por tratar-se de um problema não rotineiro e que diz respeito ao tratamento da informação. Neste sentido, evidencia-se o papel das estruturas cognitivas na solução de problemas, a partir de que, a solução de um dado problema, envolve a reorganização dos elementos da experiência passada para se adaptar às exigências particulares de uma problemática atual. Nas palavras de Ausubel et. al (1978) : *...como as idéias da estrutura cognitiva constituem o material bruto da solução de problemas, qualquer transferência que ocorre, seja ela positiva ou negativa reflete a influência das variáveis da estrutura cognitiva (p.476)*. Ainda neste episódio Ang relata não ser possível dividir “20 por 50”, fato que exemplifica uma dificuldade em fazer agrupamentos maiores no dividendo, para então, proceder a divisão. No entanto, os conceitos a este respeito acham-se bem construídos por Edu, que demonstra o procedimento para o colega, revelando aqui o sentido da cooperação na ação (Piaget, como citado em Xypas, 1997). Em um segundo momento, ocorre um erro de cálculo correspondente ao terceiro sub-objetivo do problema;

embora uma centena seja reagrupada às demais através da soma inicial das dezenas, é desconsiderada na soma final, talvez pela influência da divisão sem resto. Porém, é interessante observar que no que se refere à divisão por quotas os esquemas cognitivos se encontram bastante refinados.

A Figura 39 mostra a solução do problema 3 da 2ª sessão pela díade 7 (Kat e Deg).

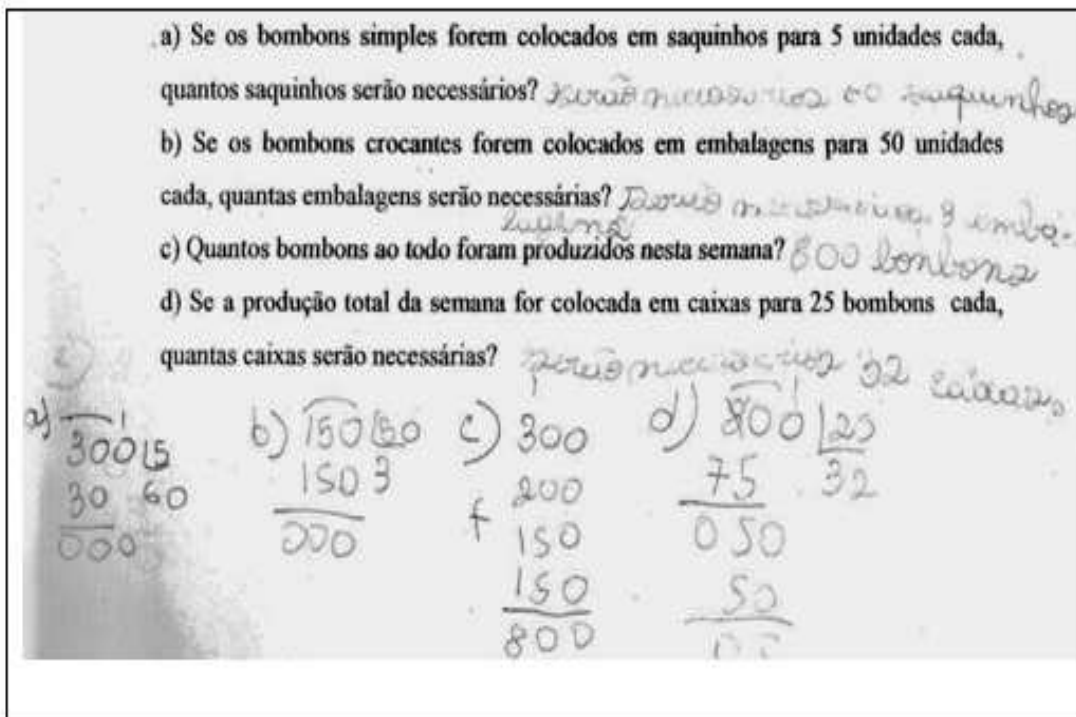


Figura 39 – Solução do problema 3 da 2ª sessão pela díade 7 (Kat e Deg)

Deg lê o problema e torna a ler o item “a”.

Deg: *Vamos ver o bombom simples...tem 300.*

Kat: *Então, pega 300 e divide por 5.*

Deg: *É, concordo...30 dividido por 5..*

Kat: *Dá 6...então vai dar 60.*

Deg: *Pêra aí...é pra colocar em saquinhos ou em bombons?*

Kat: *Em saquinhos. Veja a pergunta . E são 60 saquinhos.*

Deg: *Ah, bom. Eu não tinha entendido.*

Deg escreve a resposta. Em seguida lê o item “b”.

Kat: *Então agora...é 150 dividido por 50...dá 3.*

Deg: *É mesmo...150 dividido por cinquenta dá 3!*

Deg lê o item “c”.

Kat: *Então, aqui (no gráfico)... 300, mais 200, mais 150, mais 150... é isso?*

Deg faz a soma.

Deg: *Dá 800. O que você acha?*

Kat: *É. Concordo, é isso mesmo.*

Deg: *Então...escreve aí...800 bombons.*

Deg lê o item “b”.

Kat: *Então vai...800 dividido por 25.*

A dupla faz a conta.

Kat: *Então, são necessárias 32 caixas. E aí?*

Deg: *Estou vendo... é... tá tudo certo...*

As premissas e as conclusões que compõem o argumento determinam o êxito dos procedimentos empregados. Os papéis do sujeito falante e do auditório são alternados. Portanto a articulação da linguagem desenvolve-se em simetria.

A proposta deste problema não rotineiro não revelou dificuldade na interpretação dos sub-objetivos relacionados aos elementos do gráfico. Porém a pergunta de Deg, *péra aí...é pra colocar em saquinhos ou em bombons?*, revela a dificuldade em interpretar o trecho do enunciado *em saquinhos para 5 unidades cada*, o que parece indicar segundo Smole e Diniz (2001) que, *além dos sinais específicos existe na linguagem matemática uma organização de escrita nem sempre similar àquela que encontramos nos textos da língua materna, o que exige um processo particular de leitura (p.70)*. Após a recorrência à questão, indicada por Kat, o

aluno retoma a compreensão. Este fato ilustra a importância da estratégia argumentativa no aprimoramento das estruturas cognitivas do aluno.

Cândido (2001) ressaltou que a linguagem matemática se desenvolve paralelamente à aquisição dos procedimentos de comunicação e aos conhecimentos matemáticos. De acordo com a autora, trocando experiências em grupo, comunicando suas descobertas e dúvidas, ouvindo, lendo e analisando as idéias dos outros, o aluno interioriza os conceitos e os significados envolvidos nessa linguagem e relaciona-os com suas idéias.

Na sequência de raciocínios empregada há a concordância nos procedimentos empregados, verificação e validação da solução final encontrada. Nas operações de divisão efetuadas percebe-se a aplicação de fatos numéricos relativos à multiplicação e à divisão.

- **Problema 5**

Um padeiro coloca pães no forno usando assadeiras bem grandes. Em cada uma delas cabem 24 pães. Hoje precisam ser assados 293 pães de uma só vez. Quantas assadeiras serão necessárias para colocar todos os pães, ao mesmo tempo, no forno?

A Figura 40 mostra a solução do problema 5 da 2ª sessão pela díade 7 (Kat e Deg).

$$\begin{array}{r}
 293 \overline{) 24} \\
 \underline{24} \\
 053 \\
 \underline{48} \\
 05
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 24 \\
 \times 2 \\
 \hline
 48
 \end{array}$$

serão necessárias 12 assadeiras e sobarão 5 pães.

Figura 40 – Solução do problema 5 da 2ª sessão pela díade 7 (Kat e Deg)

Kat lê o problema.

Kat: Então...293...acho que é...

Deg: *Dividido por 24?*

Kat: *Isso mesmo!*

A dupla faz a conta.

Kat: sobrou 5.

Deg: *Como...sobrou 5 pães?Se é para assar “tudo” ao mesmo tempo.*

Kat: *É!mas sobra.*

Deg: *Hã...Então serão necessárias 12 assadeiras para colocar todos os pães ao mesmo tempo?*

Kat: *Não...serão necessárias 12 assadeiras e sobrarão 5 pães, tá certo?*

Deg: *Tá...*

As premissas e a conclusão constituem um argumento coerente à solução, indicando que a mesma pode ser obtida através da divisão. No entanto, após a verificação do resto surge o conflito de Deg: se todos os pães deveriam ser assados ao mesmo tempo, para ele não deveria haver pães sobrando. Ele não consegue estabelecer outras conexões de pensamento e busca esclarecer a dúvida com Kat. Porém, a aluna transfere os elementos presentes em seus esquemas identificando o resto como descartável. Isto remete à idéia do que Ausubel et. al (1978) denominam como “fixação funcional”, ou seja, segundo o autor, *este termo descreve a incapacidade de conceber outros usos possíveis ou funções de um objeto na solução de problemas por causa da influência predominante no uso mais convencional ou estabelecido.* (p.477)

Mediante a enunciação de Kat , a linguagem reticente, *Hã...* de Deg, parece revelar uma não aceitação da tese de Kat, principalmente, pelo uso do termo “tudo”. Para forçar uma possível diferente resposta ou uma reflexão sobre o assunto, ele recorre à pergunta: *Então serão necessárias 12 assadeiras para colocar todos os pães ao mesmo tempo?* Percebe-se implícito na linguagem de Deg a tentativa de formular um novo argumento onde começa a se delinear a tomada de consciência e onde, portanto, é necessário pensar “o que fazer com o resto “, ou seja, “temos um problema inesperado, como resolvê-lo? A afirmação de Kat reforça

o primeiro argumento constituído por ela, de que os pães restantes podem ser descartados, ignorando que nestas condições os pães assados seriam 288 e não a quantidade de 293 indicada. Este sub-objetivo, que é a consideração do resto, foi observado como um entrave estabelecido pela maioria dos alunos deste estudo, evidenciado por problemas como este e no qual existe uma relação do resto com o todo.

A resposta final de Deg à pergunta de Kat, que tenta a validação de seu argumento, pela fala e expressão facial observada na videografia, revela uma não aceitação da tese da colega, embora isso não tenha sido manifestado explicitamente. Apesar de não ter se observado uma articulação mais significativa de conceitos, pode-se inferir a vantagem de um processo que começou a se delinear para Deg, mediante a proposta apresentada. Infere-se que isto lhe servirá como alicerce para novas situações futuras nas quais ele poderá buscar o aporte em suas próprias reflexões. De acordo com Piaget (como citado em Xypas, 1997), *a própria reflexão é uma discussão interior, uma aplicação a si próprio das condutas aprendidas em função de outrem* (p.106.)

As notações produzidas revelaram procedimentos de recorrência a fatos multiplicativos onde os alunos aplicaram conhecimento de fatos numéricos relativos à multiplicação e à divisão.

Pode-se observar, na Figura 41, a solução do problema 5 da 2ª sessão pela díade 5 (Fran e Dan).

The image shows handwritten mathematical work on a light background. At the top, there are two calculations. On the left, a long division: $293 \overline{) 24}$ with a decimal point after 293. The quotient is 0.513, and the remainder is 0.5. On the right, a multiplication: $24 \times 2 = 48$. Below these calculations, there are two handwritten responses in Portuguese. The first response is: "R: por 5 pães em mais arradeiros". The second response is: "R: colocar 5 pães em cinco arradeiros".

Figura 41 – Solução do problema 5 da 2ª sessão pela díade 5 (Fran e Dan)

Fran: lê o problema.

Dan: *Qual conta devemos fazer?*

Fran: *Dividir, é o que dá certo.*

Dan: *É.... concordo. Aqui, tem 29 dividido por 24...dá 1 e sobra 5.*

Fran: *Abaixa o 3.*

Dan: *Então, faz 2 vezes o 24 dá 48. É o mais próximo de 53. Sobra 5.*

Fran *Dá 12 assadeiras, mas está sobrando pães.*

Dan: *O que a gente vai fazer com esses 5 pães que sobraram?*

Fran: *Na minha opinião, tem que colocar eles em outra assadeira.*

Dan: *Na minha, é colocar 5 pães em 5 assadeiras.*

Fran: *Então cada um faz do seu jeito. Eu já pensei de que meu jeito tá certo.*

A premissa que envolve a operação de solução é estabelecida por Fran e constitui o argumento que conta com a adesão do auditório, Dan. O procedimento empregado recorre à fatos multiplicativos e o resultado do cociente é rapidamente alcançado. Na articulação de idéias um segundo argumento é constituído em simetria pela díade: os pães restantes devem ser considerados. Mediante o conflito, percebe-se que a equilibração (Piaget, 1977) é instituída a partir de ações mentais diferenciadas (no caso de Fran uma equilibração majorante, constituída no percurso da argumentação interativa). Cada qual encontra em sua estrutura cognitiva uma estratégia de solução. Importante perceber que no contexto da argumentação “as audiências” revelam-se fiéis às suas convicções e a hipótese de cada falante permanece no nível de suas próprias reflexões.

Em seu estudo sobre estratégias argumentativas, Frant (2002) revelou a necessidade de que o sujeito falante, aquele que está fazendo afirmações, leve em conta as crenças, as convicções e as reações da audiência. A argumentação do orador tem como objetivo atingir esta audiência e iniciar uma ação. As réplicas da audiência levam o orador a reformular ou melhorar suas hipóteses e, sobretudo, a reorganizar seus argumentos nas diferentes partes de seu discurso. Neste caso, a réplica de Fran,.. *Então cada um faz do seu jeito, . Eu já pensei de*

que meu jeito tá certo..., traz implícito o sentido da metacognição, pois ao pensar sobre o próprio pensamento, assegura-se da validade do mesmo.

A metacognição pode ser considerada como um instrumento facilitador das estratégias de pensamento, na medida em que, segundo González (1998), permite ao aprendiz auto-supervisionar, auto-regular e auto-avaliar sua própria ação cognitiva, tomando consciência de suas fortalezas e debilidades ao realizar uma determinada tarefa.

Uma das características da ação metacognitiva é que esta pode desenvolver-se concomitantemente com a atividade cognitiva, sendo esta atividade convertida em objeto de reflexão ao mesmo tempo em que é executada.

Por outro lado, como ressaltado por Frant (2002), a aceitação de qualquer conjectura de uma argumentação não implica na aceitação da tese, fato entendido no contexto das enunciações deste protocolo.

- **Problema 6**

Sofia tem 240 figurinhas e quer dividi-las com suas três irmãs. Quantas figurinhas receberá cada uma sabendo que Sofia também ficará com figurinhas?

Pode-se observar, na Figura 42, a solução do problema 6 da 2ª sessão pela díade 6 (Vic e Mar).



A handwritten division problem is shown inside a rectangular box. The problem is written as $240 \overline{) 3}$ with a horizontal line under the 3. Below the line, the number 80 is written, indicating the quotient. There are also some faint, illegible markings above the 240.

Figura 42 – Solução do problema 6 da 2ª sessão pela díade 6 (Vic e Mar)

Mar lê o problema.

Mar: *Olha....se ela tem 240 figurinha, ela tem que dividir por três irmãs, o que ela tem que fazer?*

Vic: *Ela tem que dividir 240 por 3.*(eles não consideram Sofia na divisão)

Mar: *Isso! 2 dá pra dividir por 3?*

Vic: *Não.*

Mar: *Então, tem que pegar o 24 e dividir por 3. Quanto dá?*

Vic não soube responder.

Mar: *Então vamos ver...1 vezes 3?*

Vic: *Dá 3.*

Mar: *Então, vamos contar nos dedos...3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 e 24* (a cada 3 ela conta 1 dedo)
...então 24 por 3?

Vic: *É 8!*

Mar: *Isso!Então, 24 para chegar no 24 resta?*

Vic: *Resta zero.*

Mar: *Então, acabou a conta?*

Vic: *Acabou.*

Mar: *Ainda não, temos que abaixar o zero e dividir. Veja!*

Vic *Ah , eu nem vi isso.*

Mar: *Então, quantas figurinhas cada um recebeu?*

Vic: Cada um recebeu 80.

A díade parte da premissa e posterior conclusão de que a divisão deve ser feita “entre” as três irmãs , desconsiderando a extensão do “com”, no qual Sofia se acharia incluída. Portanto, ao estabelecer o argumento não válido e utilizá-lo na solução, o resultado final esperado pela proposição não é atingido. Nas enunciações de Mar o argumento acha-se implícito antecipadamente, o que pode ser percebido quando ela pergunta: *2 dá para dividir por 3?* (percebe-se aí a memorização da técnica, sem contudo o estabelecimento da noção de reagrupamento de duas centenas com as quatro dezenas já presentes na quantidade cardinal). Mar sugere aí o produto de uma atividade mental na qual ela já antecipa a “impossibilidade” da divisão. Ao orientar a busca do quociente, Mar propõe a contagem a partir de um dado fator: 3, 6, 9...até alcançar o dividendo, o que leva Vic a “descobrir” o quociente. A divisão sucessiva ignorada por ele é contemplada por Mar que procede a demonstração.

No contexto observa-se uma sequência de perguntas orientadas para a resposta.

Vic, segundo relato da escola, tem alguns comprometimentos na estrutura cognitiva e neurológica, embora o diagnóstico preciso não tenha sido revelado pela família.

O aspecto sócio-afetivo parece “mover” as atitudes de Mar que tanto quanto os colegas tem percepção das dificuldades de Vic. A assimetria de desempenho desta díade deve ser ressaltada, uma vez que, no produto final das sessões, ou seja, no Pós-teste, será observada a evolução no aluno no que diz respeito à construção de alguns conceitos, mesmo que de forma mais elementar. Alguns argumentos estabelecidos pelo sujeito de alto desempenho ganham suporte no sentido da cooperação, expressa pela linguagem em ação.

Para Piaget (1973) é fator evidente que, assim como a interação entre sujeito e objeto os modifica, a interação entre sujeitos individuais os modificará uns em relação aos outros. As relações sociais constituem uma totalidade nelas mesmas, produzindo características novas e transformando o indivíduo em sua estrutura mental. Os fatos mentais são por assim dizer, paralelos aos fatos sociais com a diferença, como ressalta Piaget, que “o eu” se encontra constantemente substituído pelo “nós” e as operações simples pela “cooperação”.

6.3.1.3 – Terceira Sessão

- **Problema 3**

Um colégio tem 268 alunos da terceira série. Eles vão ser divididos em quatro salas de aula.

- a) É possível todas as salas de aula ficarem com o mesmo número de alunos?
- b) Diga como você acha que ficaria a divisão dos alunos entre as quatro salas.
- c) Agora que você já sabe o número de alunos de cada sala, qual sua opinião a este respeito?

A Figura 43 mostra a solução do problema 3 da 3ª sessão pela díade 9 (Die e Rod).

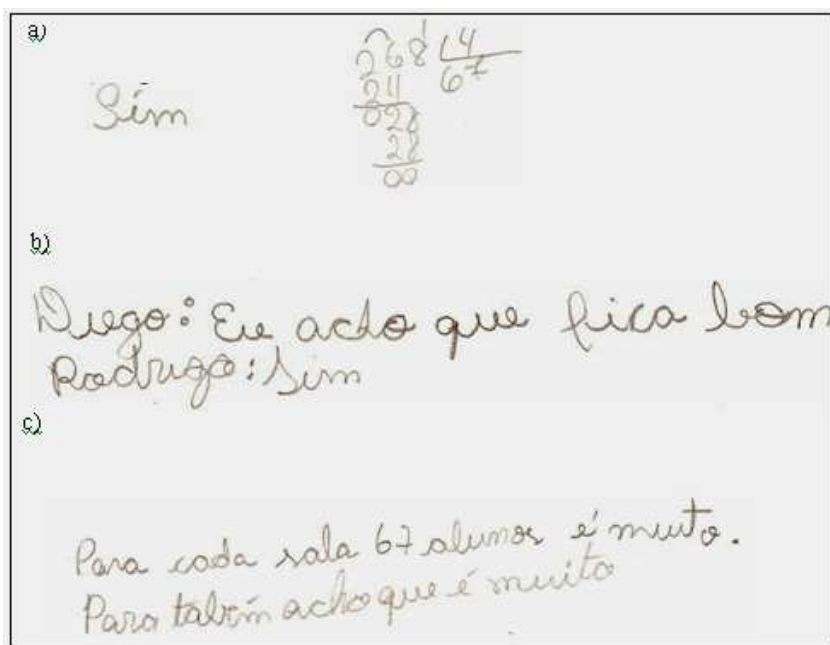


Figura 43 - Solução do problema 3 da 3ª sessão pela díade 9 (Die e Rod)

Rod lê o problema e lê novamente o item “a”.

Die: *Tem que fazer assim ó...268 dividido por...*

Rod: *Por 4. É pra ver se fica igual.*

Die: *É...dividido por 4. então, 26 dividido por 4..dá 6...sobra 2...*

Rod: *Desce o oito.*

Die: *É...28 dividido por 4...dá 7.*

Rod: *Dá 7?*

Die: *É...porque 7 vezes 4 dá 28.*

Rod: *Entendi.*

Die lê o item “b”.

Die: *E aí...você acha que tá bom?*

Rod: *Eu acho.Deu tudo certo.Você concorda?*

Die: *Concordo, a gente dividiu e deu certo.*

Rod lê o item “c”.

Rod: *O número de alunos é 67 em cada sala O que você acha?.*

Die: *É...na minha opinião é muito. Você não acha?*

Rod: *Eu acho. Já pensou. Mas se o problema diz que fica do mesmo tamanho...*

A díade parte da premissa da divisão e soluciona a primeira parte do problema. Nas articulações fica claro o emprego de fatos multiplicativos no procedimento adotado.

Há concordância entre os falantes quanto ao resultado e o argumento empregado pela díade: *Deu tudo certo!* O argumento é construído a partir da divisão exata, o que o para eles não acrescenta dúvidas. Este tipo de pensamento revela certos conceitos que tanto Rod como Die têm incorporados à sua estrutura cognitiva. Tal fato demonstra que, muitas vezes, a cultura de uma sala de aula acha-se impregnada da repetição de técnicas, algoritmos e “falsos conceitos” ou de conceitos mal construídos, pelo menos. A noção de que um cálculo de divisão está correto mediante a inexistência de resto foi verificada, neste estudo, como uma ocorrência mental em quase todos os participantes.

As respostas prontas, em diversas ocasiões oferecidas pela escola, acabam por inibir o processo das relações existentes entre os fatos matemáticos. A importância de se discutir os procedimentos na sala de aula deve ser implementada pela prática pedagógica com a preocupação de atribuir-se sentido ao conhecimento. Os déficits conceituais são, na sua maioria, produzidos em função de os conteúdos serem abordados e armazenados isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva. Pelizzari et. al (2002) afirmaram que se as novas informações não interagem com os conceitos relevantes presentes na estrutura cognitiva, a aprendizagem torna-se mecânica, impedindo a construção efetiva dos conceitos.

No entanto, após este episódio, a pergunta que incita a opinião da díade , revela uma resposta, a partir de certa uma reflexão. Associando a quantidade cardinal de 67 alunos em uma classe, às idéias contidas na realidade escolar, acabam por concordar em ser este, um número elevado de alunos para uma classe. Porém, a regra estabelecida pela estrutura cognitiva infere que: *se o problema diz que fica do mesmo tamanho...* os participantes não conseguem construir uma nova operação sobre a precedente. Este fato pode explicitar, portanto, através dos elementos implícitos na linguagem, a constatação de duas forças de pensamento: uma referindo-se à uma necessidade e a outra à uma impossibilidade. Piaget (1985) ao interpretar a gênese dos possíveis destacou de início, as limitações das quais, o sujeito mediante determinadas situações, deve libertar-se. Segundo ele, estas limitações se encontram na indiferenciação entre o real, o possível e o necessário, onde todo objeto e

matéria aparecem inicialmente ao sujeito, não apenas como sendo o que são, mas ainda como devendo necessariamente ser, o que impede as variações e as mudanças. Surgem daí as “pseudonecessidades” ou “pseudo-impossibilidades”. No entanto, para a compensação da resistência do real, concebido como “pseudonecessário”, a fim de se atingir novos possíveis, porém, não basta imaginar processos que visam a um objetivo qualquer, pelo contrário, é a ação do sujeito que incrementa a possibilidade. Interpretando-se o fato de que tanto Die quanto Rod não imprimem esta ação e não se utilizam de nenhum esquema de procedimento diante do obstáculo surgido, interpreta-se que as ações foram centradas nos esquemas, aos quais Piaget (1985) concebe como presentativos. Tais esquemas dizem respeito aos caracteres simultâneos dos objetos, e que se conservam em caso de composição; determinados pelas aquisições anteriores, esses esquemas podem mesmo destacar-se de seu contexto inicial.

Considera-se, aqui, a importância da estratégia argumentativa no sentido de revelar os conceitos presentes na estrutura cognitiva e que impedem que os alunos avancem no sentido de uma aprendizagem mais significativa. No entanto, vale ressaltar que os dois participantes da díade, mediante o aprimoramento dos conceitos durante as trocas argumentativas, possibilitado pelo número de sessões e variedade de propostas, evoluíram de médio para alto desempenho.

A Figura 44 mostra a solução do problema 3 da 3ª sessão pela díade 2 (Hen e Sam).

a)

$$\begin{array}{r} 26814 \\ - 24 \quad 62 \\ \hline 022 \\ - 20 \\ \hline 00 \end{array}$$

R: E.

b)

$$\begin{array}{r} 6714 \\ - 4 \quad 16 \\ \hline 27 \\ - 24 \\ \hline 03 \end{array}$$

c)

R: 3 vão ficar com 7 e uma com 16-

Figura 44 - Solução do problema 3 da 3ª sessão pela díade 2 (Hen e Sam)

Hen lê todo o problema primeiramente e após torna a ler o item “a”.

Hen: *É só dividir 268 por 4. O que você acha?*

Sam: *É, é isso mesmo.*

Hen: *26 dividido por 4... (da divisão 260 por 4).*

Sam: *Vai dar 6... 6 vezes 4 dá 24.*

Hen: *Então, 24 para 26 dá 2.*

Sam: *Desce o 8.*

Hen: *Aí... 28 dividido por 4 só pode ser 7.*

Sam: *Então, cada sala fica com 67 alunos.*

Sam lê o item “b”.

Hen: *Você entendeu? Eu acho que você pega.... péra aí... eu não acho que vai ter 67 em cada sala... ia ficar aquele “vuco vuco” na sala. Então, como dividir 67 por 4 salas?*

Sam: *É. acho que a gente tem que dar um jeito.*

Os alunos fazem a conta.

Sam: *Vai dar 16.*

Hen: *Sobram 3 alunos. Aí você divide 3 alunos em 4 salas e uma das quarto salas vai ficar com aluno faltando.*

Sam lê o item “c”.

Sam *O que você acha?*

Hen: *Na minha opinião? Cada sala vai ficar com 16 alunos. e a gente resolve a confusão!*

Sam: *Não... uma das salas vai ficar com 16.*

Hen: *Então, três salas vão ficar com 16... não, pêra aí... três salas vão ficar com 17 alunos e uma com 16.*

Neste episódio pode ser observado um rico exemplo de aprendizagem por discernimento (Ausubel et. al, 1978). Após estabelecerem a premissa e a conclusão, constituem o argumento da operação de divisão. No procedimento, utilizam-se de fatos multiplicativos.

Na reconstrução do contexto, observa-se que Hen é o falante que mais tenta convencer a audiência (Sam). Interessante perceber a rede de significados extraídos desta troca argumentativa: através da constatação do número de alunos por classe, é inicialmente disponibilizada por Hen, uma conexão de pensamento que o fez projetar mentalmente uma “pseudo- realidade futura”: o “**vuco-vuco**” (expresso pela linguagem cotidiana) **que seria** produzido pela quantidade de 67 alunos em uma sala de aula. A partir desta constatação, surge o conflito cognitivo e com ele o desequilíbrio, logo compensado pela reequilibração (Piaget, 1977). Mediante a necessidade de buscar uma superação para o conflito surgido, Hen aciona os elementos presentes em seu esquema de procedimento.

Neste contexto volta-se à questão do possível e do necessário (Piaget, 1985) salientando-se que os mesmos aparecem como produtos de atividades autônomas do sujeito. Neste caso, estas atividades foram desencadeadas inicialmente por Hen, através da abertura do esquema de procedimento, o qual determina a essência da possibilidade que, ao contrário do real e do necessário, se encontra na intervenção no próprio processo de reequilibração.

Um tal mecanismo provoca, aliás, esse efeito suplementar de impelir o sujeito, no momento em que conseguiu vencer um obstáculo num ponto particular, a concluir através de

uma inferência quase evidente que, se uma variação é possível, outras o são também , a começar pelas mais parecidas ou pelas de sentido contrário (p.10)

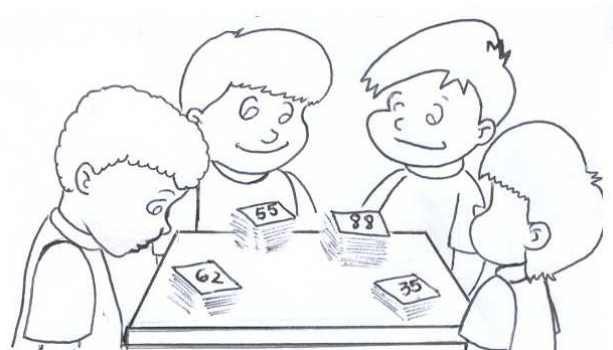
Com a abertura dos possíveis, Hen argumenta a partir da idéia implícita de que, a solução é a “inventada” por ele, e assim, obtém a adesão de Sam. Ele redistribui os sujeitos e “reinventando” o problema, cria quatro novas salas, agora com um número de sujeitos talvez “mais razoável”. Interessante perceber que tanto o item “b” como o item “c” são respondidos mediante a proposta criada por eles. Poderia-se afirmar que este é um tipo de solução de problemas ancorado na aprendizagem significativa. (Ausubel e Sullivan, 1970; Ausubel et al, 1978). Estes autores ressaltaram que a aprendizagem pela descoberta é significativa quando os aprendizes relacionam não arbitrariamente e substantivamente uma proposição problemática, potencialmente significativa, com uma estrutura cognitiva, objetivando gerar uma solução que, por sua vez, é potencialmente significativa, pois é relacionável com a natureza cognitiva de mesma base; portanto, engloba os elementos essenciais contidos na aprendizagem significativa em geral: *uma disposição para a aprendizagem significativa, uma tarefa de aprendizagem logicamente significativa e a disponibilidade de idéias relevantes estabelecidas na estrutura cognitiva do aprendiz.* (Ausubel et. al, 1978, p. 473)

Os traços cognitivos e de personalidade como ser incisivo, capacidade de integração, estilo cognitivo, sensibilidade a problemas, capacidade de improvisação, espírito de aventura, curiosidade intelectual e tolerância à frustração, são também ressaltados por estes autores como sendo uma das variáveis mais importantes que influenciam a solução de problemas. Neste protocolo pode-se perceber através das ações de Hen a manifestação de alguns desses traços.

Como observado, são múltiplas as interpretações e verificações que podem ser estabelecidas a partir de uma proposta de argumentação interativa em sala de aula. A questão das notações é também de extrema importância para que o professor possa observar o pensar de seus alunos e, com isto, construir planos de ação mais direcionados e eficazes.

- **Problema 5**

Os quatro amigos querem ficar com o mesmo número de figurinhas. O que eles podem fazer?



Pode-se observar, na Figura 45, a solução do problema 5 da 3ª sessão pela díade 9 (Die e Rod).

*Cada amigo receberá
52 duas figurinhas
e sobrarão 2.*

$$\begin{array}{r}
 62 \\
 55 \\
 88 \\
 35 \\
 \hline
 240
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 240 \overline{) 14} \\
 \underline{20} \\
 40 \\
 \underline{40} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 16 \\
 \times 4 \\
 \hline
 64
 \end{array}$$

Figura 45 - Solução do problema 5 da 3ª sessão pela díade 9 (Die e Rod)

Rod lê o problema.

Die: *Pode dar uma figurinha pra cada um, não é?*(quando o aluno diz uma figurinha para cada um, ele quer dizer, distribuir igualmente).

Rod: *Mas a gente não sabe quantas figurinha pra cada.*

Die: *Aqui ó...tem que juntar todo esse número* (o aluno aponta os números; 55, 85, 35 e 62).

Vai juntar tudo e dividir por cada, o que você acha?

Rod lê novamente o problema.

Rod: *Hum...Tipo...tem que somar tudo primeiro..?*

Die: *É isso que eu entendi. É assim que vai dar certo.*

Os sujeitos efetuam a soma.

Rod: *Deu 210...agora tem que dividir por 4. Se sobrar , tipo 4 figurinhas aí dá pra gente dar um pra cada.*

A díade efetua esta divisão.

Rod: *Ih...agora sobrou 2. O que a gente faz?*

Die: *Então ficam sobrando 2 figurinhas mesmo.Não dá pra dar pra todos Concorda?*

Rod: *Concordo.*

As premissas estabelecidas inicialmente já revelam a idéia da distribuição. A primeira pergunta de Die *quanto a dar uma figurinha para cada um* traz implícita a idéia de rearranjo, onde ele já consegue antecipar uma solução ainda não visualizada por Ro. Também pode se perceber que Die constitui o argumento seqüencial se utilizando de premissas encadeadas. O auditório constituído por Ro adere ao argumento e os dois realizam as operações de soma dos valores cardinais de cada coleção, e posterior divisão da quantidade obtida, recorrendo aos fatos multiplicativos. No entanto, ao efetuarem a soma, cometem um erro de cálculo e que passa despercebido pela díade até o final da solução. Mais uma vez, pode ser constatada a dificuldade de lidar com o resto, ou ainda, as relações contidas nos fatos da divisão, ainda não compreensíveis para Ro. O conceito de divisão mais incorporado por alguns sujeitos, revela ser quase sempre, o da divisão “que está certa se não sobrar resto”.

Diferentes estudos referiram-se aos entraves da solução de problemas de divisão em crianças menores (Moro & Starepravo ,2005 ; Nunes et. al, 2002; Correa, 2002). No entanto, um fator relevante apontado por nossa pesquisa, no que concerne às relações existentes em uma operação de divisão, ressalta a importância de se voltar a atenção para a questão do resto.

Neste sentido, a afirmação de Rod é bem ilustrativa: *Ih...agora sobrou. O que a gente faz?* Isto reforça nossa idéia de que, quando não o desconsideram, muitas vezes os alunos não sabem o que fazer com ele, ou ainda, desencadeiam conflitos que não sabem como superar. Neste caso, temos como implicação a construção de conceitos e que diz respeito ao como e o que foi construído. Neste sentido, a proposta de situações que estabeleçam sentido a diferentes conceitos deve ser considerada como fundamental para a aprendizagem significativa dos mesmos.

Desta forma, a escola deve sistematizar o ensino visando adequar os conceitos à capacidade cognitiva do aluno (Vergnaud, 1994, 1996; Brito, 2001, 2006; Taxa & Fini, 2001; entre outros). Ao resolverem técnicas operatórias desvinculadas de contextos, onde não é possível perceber as relações existentes em um fato matemático, os alunos incorporam nas estruturas cognitivas apenas concepções estereotipadas de um conceito.

Die, porém, parece apresentar esquemas mais refinados de pensamento, o que lhe permite articular conceitos mais significativamente na busca de solução. Nos argumentos elaborados por ele, os esquemas de procedimentos que consistem em meios orientados para um fim, demonstram -se presentes nas estratégias desenvolvidas e no conteúdo das frases que compõem os diversos argumentos. Embora o erro de cálculo ocorra, é possível perceber em Die o desenvolvimento aprimorado das operações lógicas.

Diante da análise desse protocolo é importante ressaltar as idéias de Vergnaud (1990, 1988, 1996), nas quais, a aprendizagem de um conceito ocorre ao longo de um extenso intervalo de tempo e se efetiva gradativamente através da ação da criança em diferentes situações. O entendimento de um conceito exige o reconhecimento destas situações no momento da solução de problemas.

Como ressaltado pelo autor, o esquema diz respeito a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações dada. Portanto, segundo ele, é nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos em ação do sujeito.

- **Problema 6**

Como você dividiria igualmente os doces das três caixas entre seis pessoas?



A Figura 46 mostra a solução do problema 6 da 3ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab).

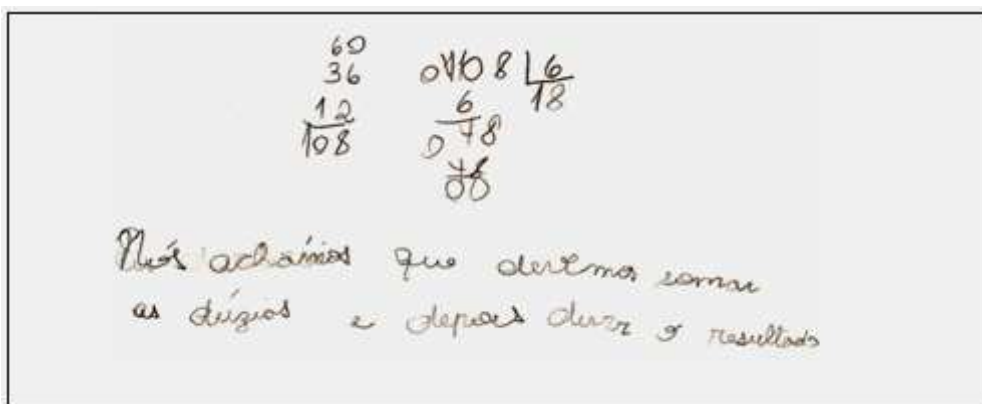


Figura 46 – Solução do problema 6 da 3ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab)

Gab lê o problema.

Gab: *Uma caixa tem uma dúzia, a outra tem 3 e a outra tem 5. Tem que dividir cada uma por 6.*

Fer: *Não isto não dá certo. Eu acho que tem que somar 12 com 36, com 60. (o aluno fez a conta mentalmente)*

Fer efetua esta soma enquanto Gab observa.

Fer: *Dá 108. Agora a gente pode dividir por 6, entendeu?*

Gab: *Entendi, mas porque você somou 12 e 36 e mais 60?*

Fer: *eu transformei tudo em dúzia. Agora vou mostrar como tá certo.*

Fer efetua a divisão enquanto Gab observa.

Gab: *É...eu acho que do seu jeito dá mais certo, se eu tivesse dividido 3 por 6...*

Fer: *Então eu vou escrever a resposta. Você concorda?*

Gab: *Tá bom.*

As premissas se diferenciam no início e constituem argumentos distintos. Fer acaba por persuadir Gab e efetua a soma das dúzias. Ele faz todas as conversões e os cálculos mentalmente. Ao se questionado a respeito dos valores somados, ele explicita um fato não compreendido por Gab, que conserva os valores cardinais de cada caixa; após, Fer submete o argumento à prova e validação, através do cálculo de divisão, mediante utilização de fatos multiplicativos. Terminada a solução, Gab a compara com a que “poderia “ ter sido o seu modo de resolver o problema e, deixa implícito a ocorrência de uma dificuldade que ela teria, caso optasse em dividir, como ela mesma disse, “3 por 6”.

Na análise deste protocolo pode-se inferir que Fer faz uma articulação bastante relevante de conceitos. Quanto a Gab, parece que seu procedimento seria o de fazer a transposição dos dados numéricos expressos na estrutura do problema.

O que se percebe, no conjunto dos protocolos interpretados ao longo de todas estas análises, é a estreita relação entre a estrutura cognitiva, presente em cada um dos participantes desta pesquisa, com o modo como eles solucionam os problemas. Além disso, a questão de lacunas e conflitos pode ser analisada em cada um dos diversos protocolos. Por outro lado, a discussão de idéias e o esclarecimento de dúvidas, que muitas vezes são enunciados pelos diálogos, revelam a riqueza da interação proporcionada pela argumentação, pois ao contrário do que poderia ocorrer em uma sala de aula, os alunos não expõem constrangimento ao enunciarem suas dúvidas e dificuldades. Ressalta-se na análise deste protocolo a importância das relações interindividuais entre Fer e Gab, comprovada também pelo progresso de desempenho de Gab demonstrado no pós teste.

A questão da reversibilidade é aqui destacada como possível mecanismo desencadeado a partir da argumentação interativa desta díade. A reversibilidade do pensamento encontra-se ligada à uma conservação coletiva. Portanto, um pensamento lógico é um pensamento social. Piaget (1977) destacou que cada relação social constitui uma totalidade de características novas, transformando a estrutura mental do sujeito. A interação entre os sujeitos não é a soma

de seus conhecimentos e nem a realidade deles superpostas, mas é a totalidade nova. A respeito dos benefícios estabelecidos pelas trocas sociais Moro (2005) escreveu:

Logo, para ocorrer aprendizagem, é nosso ponto de vista que o executar tarefas com outros em um pequeno grupo, com orientação de um professor, é condição, no mínimo necessária, para a ocorrência de confrontos de realizações e pontos de vista diferentes ou opostos dos parceiros sobre o conceito a ser aprendido, do que conflitos cognitivos podem surgir. (p. 97)

Neste protocolo, evidenciam-se também as afirmações de Piaget (1973) a respeito da cooperação. O referido autor ressaltou que a cooperação é necessária para que o indivíduo chegue ao equilíbrio, estabelecendo uma estreita relação entre o desenvolvimento cognitivo e social ou uma correlação entre a cooperação e o desenvolvimento das operações lógicas. Os resultados apresentados pelo participante Gab no pós-teste encontram-se em consonância com as elaborações teóricas aqui descritas.

A Figura 47 mostra a solução do problema 6 da 3ª sessão pela díade 6 (Vic e Mar).

Handwritten mathematical work showing calculations for dividing 135 by 9. The work is organized into several sections:

- Top Left:** A vertical addition of 12, 36, and 60, resulting in 108. The text "feito por vitor" is written next to it.
- Top Right:** A multiplication of 12 by 3, resulting in 36. The text "feito por mariano" is written next to it.
- Bottom Left:** A list of values: 1 dúzia = 12, 3 dúzias = 36, 5 dúzias = 60, and a total of 108.
- Bottom Right:** A long division of 108 by 3, resulting in 36. The steps are shown as: 108 ÷ 3 = 36, 10 ÷ 3 = 3, 8 ÷ 3 = 2, 3 × 3 = 9, 3 × 2 = 6, 3 × 1 = 3, 3 × 0 = 0.

Figura 47 - Solução do problema 6 da 3ª sessão pela díade 6 (Vic e Mar)

Vic lê o problema

Mar: Olha, como você divide igualmente os doces das 3 caixas igualmente entre 6 pessoas?

Olha...1 dúzia, 2 dúzias, 5 dúzias. Quanto é uma dúzia?

Vic: Uma dúzia é... 6...não, 12!

Mar: Então o que a gente tem que fazer aqui?

Vic: Tem que fazer 1 mais 3 mais 5...que dá 9. (o aluno soma o número de dúzias)

Mar: Olha, aqui temos que dividir os doces igualmente para 6 pessoas. Assim não dá certo...

Vic: Faz assim, ó...9 pra um, 9 pra outro, 9 pra outro e o resto pra mim!

Mar: Então espera aí. Como você acha que eu tenho que dividir? Pegar 12 e dividir por 9, é isso?

Vic: Não, pegar 135 e dividir por 9.

Mar: Porque 135 por 9? Nós temos que descobrir quanto é uma dúzia, 3 dúzias, 5 dúzias. Então, quanto é 3 dúzias?

Vic: É...5...6...7...

Mar: *É 12 vezes 3, que dá 36!*

Vic: *Agora...5 dúzias é 30.(idéia de que dúzia é 6)*

Mar: *Tem que fazer 5 vezes 12...2 vezes 5 dá 10, vai 1...5 vezes 1 é 5, mais 1 dá seis...então, dá 60!(ela esta fazendo 5×12) Agora, o que a gente vai ter que fazer com estes números?*

Vic: *Fazer 12 mais 36 mais 60.*

Mar: *Isso, muito bom. Olha lá...deu 108. O que a gente tem que fazer agora:*

Vic: *Tem que dividir 108 por 9.*

Mar: *Por 9?Mas porque por 9?*

Vic: *Aqui ó !(ele aponta o problema)*

Mar: *É por 3...são 3 caixas*

Vic: *Ah, é!Por 3.*

Mar: *Então, vamos começar a dividir o 10 por 3. Quanto você acha que dá?(da divisão 108 por 3)*

Vic: *Acho que dá 2.*

Mar: *Porque 2?Tem que ver...3 vezes 5 dá 15...3 vezes 4 dá 12...então é o 3 vezes o 3 que dá 9, aí para chegar no 10?*

Vic: *Falta 1.*

Mar: *Acabou a conta?*

Vic: *Não.*

Mar: *O que tem que fazer aqui?*

Vic: *Abaixar o 8.*

Mar: *Então, 18 dividido por 3 dá 7, né? Então o resto é?*

Vic: *Nada.*

Mar: *Então, vamos responder...qual o número que deu?*

Vic: *37.*

Através da constituição das premissas e da conclusão, os argumentos são constituídos em dissonância, a partir da interpretação pessoal do enunciado e das figuras e realizada distintamente integrantes da díade. Evidentemente que os esquemas presentes na estrutura cognitiva de cada um também se encarregam desta distinção.

Vic estabelece uma sequência de raciocínio “transportando” as quantidades cardinais expressas em cada caixa para compor a quantidade de bombons a ser dividida. Portanto, ele soma o número de dúzias, possivelmente com a intenção de efetuar depois a divisão pelo número de pessoas. Em face do argumento desenvolvido por Mar: *assim não dá certo*, parece se instaurar o desequilíbrio, sendo que este ativa, portanto, produz a motivação para o processo de equilibração. (Piaget, 1973) No esforço para retornar ao equilíbrio, Vic produz e cria e assim, busca a superação do conflito cognitivo ora instaurado: *Faz assim ó... 9 pra um... 9 pra outro e o resto pra mim!* Evidentemente que ele procede uma divisão arbitrária e idiossincrática, onde aliás, reforça o valor numérico 9, usando de uma lógica intuitiva, mas que prevê fatos matemáticos da divisão.

Ao ser novamente colocado à prova compõe uma quantidade cardinal através dos valores absolutos e representativos da quantidade de dúzias contida em cada caixa. Em seguida, propõe a divisão de 135 e novamente... por 9! Isto pode sugerir que, implicitamente, o argumento da possibilidade de divisão através das nove dúzias continue atuante, ou que ainda, ele faz uma simples transposição das quantidades numéricas expressas nas caixas

Por sua vez, a sequência de operações desencadeada por Mar acaba por persuadi-lo a aderir à nova idéia...momentaneamente...

Mediante a conversão de dúzias em unidades e dos totais obtidos para cada caixa, Vic é questionado sobre o próximo procedimento, ao que prontamente responde, decidindo pela soma das quantidades. Após a obtenção do total de bombons 108, ele é perguntado sobre o que deveria ser feito. A resposta (dividir 108 por 9) revela ainda, a força inicial do seu pensamento acerca das nove dúzias, reforçada pelo apontamento dele às caixas. De tal forma que seu argumento, mesmo que não verbalizado, acaba por fazer com que Mar ignore o primeiro enunciado e volte sua atenção para as caixas e, desta forma, divida o número de bombons por 3 (quantidade de caixas) e não pelo número de pessoas (6). Após este episódio, busca aporte em fatos multiplicativos para realizar a divisão e, conforme pode ser observado, começa a construção do resultado $3 \times 6 = 2...$ o que pressupõe o 21, dado ao valor 7 no quociente.

Mar não consegue descentrar-se de seu ponto de vista sobre o procedimento de solução. Apesar da interação social acontecer e das discussões se manifestarem através da oportunidade “de falas” igualitária entre os dois sujeitos, não se pode ter como efetivo o

equilíbrio da troca de pensamento, levando-se em conta a não reciprocidade entre os parceiros (Piaget, 1973). “*Descentrar-se, isto é, deslocar o seu centro e comparar uma ação com outras ações possíveis, leva a uma consciência do “como” e às verdadeiras operações*” Piaget como citado em Xypas, p. 59, 1997)

Neste protocolo também deve-se considerar dois aspectos: o primeiro diz respeito aos “modelos” introduzidos pela prática pedagógica que agem de forma a levar o aluno a automatizar o conhecimento e a supor que existem procedimentos únicos a serem adotados na solução de um determinado problema. Isto conduz o aluno a “centrar-se” em apenas uma perspectiva de solução, ignorando quaisquer outras tentativas e procedimentos que poderiam ser aplicados em uma determinada situação; o segundo aspecto ressalta a importância de se estudar e compreender o papel das representações na atividade cognitiva, percebendo de que forma os conceitos matemáticos estão relacionados à atividade mental dos alunos, o que leva a desvendar o percurso estabelecido pela mente entre a concepção e a expressão do objeto. (Teixeira, 2005)

A Figura 48 mostra a solução do problema 6 da 3ª sessão pela díade 2 (Hen e Sam).

$$\begin{array}{r} 126 \\ - 122 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 366 \\ - 366 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 606 \\ - 610 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 10 \\ \hline 120 \end{array}$$

R 12.
gente do Samuel.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 36 \\ \hline 72 \\ 720 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ \times 18 \\ \hline 864 \\ 1080 \\ \hline 1944 \end{array}$$

Figura 48 - Solução do problema 6 da 3ª sessão pela díade 2 (Hen e Sam)

Sam lê o problema.

Hen *Deixa eu ver...dividir 1 dúzia, depois 3 dúzias, depois 5 dúzias por 6.*

Sam: *Tá, mas meu jeito é assim: você tem 1 dúzia, soma com 3 dúzias e com 5 dúzias.*

Hen: *Não, eu acho que você tem que pegar 1 dúzia e dividir por 6 pessoas, 3 dúzias e dividir por 6 pessoas e 5 dúzias e dividir por 6 pessoas e, ver quantos bombons tem. Aí a gente soma tudo, certo?*

Sam: *Não...tem que dividir cada um por 6 e depois fazer tudo mais (soma).*

Hen: *Ah, eu vou fazer do meu jeito, depois você faz do seu, tá bom?*

Sam: *Tá.*

Hen: *É...1 dúzia é 12...dividido por 6 dá 2 .Então, 3 dúzias é 3 vezes 12... é...24...27...30...33...37!(o aluno conta nos dedos)*

Sam: *Não, é 36!*

Hen: *Verdade...36...36 dividido por 6 dá 6. Agora 5 dúzias...*

Samfaz a conta.

Sam: *Dá 60...60 dividido por 6...10.*

Hen: *Aí eu coloco tudo mais...2 mais 10 mais 6...deu 18. Agora faz do seu jeito Sam.*

Sam: *12 mais 36 mais 60...deu 108. Agora tem que pegar o 108 e dividir por 6.*

Samfaz a conta.

Sam: *O meu deu 18 também.*

Hen: *É...dá certo dos dois jeitos.então, não tem um jeito só pra resolver. A gente fez e deu o mesmo resultado.*

Sam: *É mesmo.*

Embora Sam e Hen partam de premissas e conclusões diferentes, os argumentos constituídos são bastante coerentes. A articulação da linguagem revela a intenção da verificação dos procedimentos a fim de validá-los. Também a consideração do ponto de vista do outro é desenvolvida, revelando respeito mútuo e cooperação. A aplicação do argumento na busca de solução aponta para estratégias nas quais o sujeito 1, Sam, após as conversões sucessivas das dúzias, procede a soma das quantidades numéricas obtidas e na sequência a

operação de divisão partitiva. O sujeito 2, Hen, opta pelas divisões sucessivas do valor numérico obtido a partir da conversão dúzia/unidades.

Na argumentação desenvolvida alternam-se os papéis de emissor e receptor revelando que a prova estabelecida a partir das premissas iniciais é fator determinante para que os dois procedimentos sejam considerados. Isto corrobora com as idéias elaboradas por Leitão (2002) acerca do nível de reflexão instituído pela prática discursiva. A proposição desta autora é que a justificação de pontos de vista e a consideração de perspectivas contrárias deslocam a atenção do indivíduo de fenômenos de mundo (objetos do conhecimento sobre os quais argumenta) para os fundamentos e sustentabilidade de suas concepções (pontos de vista) sobre aqueles fenômenos ou objetos.

Por outro lado, os significados produzidos a partir da constatação de Hen e confirmada por Sam de que *não tem um jeito só pra resolver* demonstraram ser a argumentação uma estratégia enriquecedora do saber-fazer, na medida em que, possibilitou que os sujeitos através da comunicação, esclarecessem, refinassem, organizassem seus pensamentos. (Cândido, 2001)

Enquanto o aluno adquire os procedimentos de comunicação e os conhecimentos matemáticos, é natural que se desenvolva a linguagem matemática. Trocando experiências em grupo, comunicando suas descobertas e dúvidas, ouvindo, lendo e analisando as idéias dos outros, o aluno interioriza os conceitos e os significados envolvidos nessa linguagem e relaciona-os com suas próprias idéias. (Cândido, 2001,p.16)

Além disso, a questão do respeito mútuo observado neste protocolo, considerado um agente do desenvolvimento do pensamento, estabelece concordância com as idéias de Wadsworth (1996) que enunciou que o mesmo só pode acontecer entre as crianças depois delas se tornarem aptas a considerar o ponto de vista dos outros; este processo, segundo o autor, inicia-se juntamente com aqueles que envolvem o nível de operação intelectual concreta

e a cooperação. Um outro aspecto ressaltado por ele é que, ao invés de aceitar os argumentos unilaterais pré-estabelecidos, a criança do período operacional concreto passa gradativamente a avaliar estas idéias. Na medida em que ocorre o desenvolvimento afetivo, acontecem mudanças em seus julgamentos morais. A vida afetiva é assim influenciada pelo afeto normativo, pela vontade e pelo raciocínio autônomo. Desta forma, em consonância com a autonomia afetiva que leva à ação e à interação cooperativa, a autonomia intelectual como processo paralelo, permite que a criança desenvolva a autoconfiança e, nas palavras de Wadsworth (1996): *a capacidade de aprender como aprender, tornando-se um solucionador de problemas.* (p.119).

6.3.1.4 – Quarta Sessão

- **Problema 1**

A escola Alegria do Saber está organizando suas olimpíadas. O diretor quer que todas as equipes tenham o mesmo número de alunos. Cada sala representará uma equipe. Vamos ajudá-lo a organizar as equipes da quarta série?



Pode-se observar, na Figura 49, a solução do problema 1 da 4ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab).

$$\begin{array}{r}
 32 \\
 41 \\
 06 \\
 29 \\
 37 \\
 \hline
 165
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 165 \overline{) 5} \\
 \underline{-15} \\
 015 \\
 \underline{-15} \\
 00
 \end{array}$$

R: Cada equipe tem 33 alunos.

Figura 49 - Solução do problema 1 da 4ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab)

Fer lê o problema.

Gab: *Então, vamos pegar estes números e dividir por 5, o que você acha?*

Fer: *É, tá certo. Concordo com você.*

Gab: *Então a gente vai primeiro somar tudo, né?*

Fer: *Isso mesmo.*

Os sujeitos efetuam a soma.

Fer: *Dá 165. Agora divide por 5.*

Gab: *Então, agora divide 16 por 5... acho que... 3 vezes 5 dá 15.*

Fer: *Isso. Para 16 sobra 1. Abaixa o 5.*

Gab: *Aí dá 33. Está certo.*

As premissas e conclusão estabelecidas demonstram um argumento de necessidade inicial de soma das quantidades cardinais de cada sala e subsequente divisão. Embora este problema seja considerado rotineiro, envolva uma divisão partitiva e aspectos mais presentes no cotidiano escolar, conforme a revisão de literatura estabelecida neste estudo, o fator relevante no contexto analisado é a significância das trocas argumentativas na perspectiva de que Gab progride em seu desempenho, fator verificável na análise de resultados através da interação estabelecida. A articulação da linguagem nesta quarta sessão pode significar a

determinação de Gab ao enunciar os procedimentos, trazendo implícito o sentido de auto-confiança em suas ações. A busca de apoio de suas constatações no outro sujeito da díade, Fer, parece revelar uma consciência de si estimulada pela cooperação, uma vez que, a situação inicial em articulação com a atual pressupõe uma reversibilidade do pensamento.

Piaget (1973) afirmou que o elemento motor da interação social é o mecanismo da equilibração. A equilibração e os conflitos sociocognitivos é que mobilizam as reestruturações intelectuais e, com isso, a possibilidade de progresso cognitivo dos sujeitos.

Neste contexto, a verbalização dos procedimentos adotados, as justificativas e discussões a respeito, os conflitos cognitivos estabelecidos durante a contraposição de perspectivas, estimulados pela argumentação em díades, parecem apontar para uma modificação dos conceitos prévios de Gab e para uma construção de novos significados para as idéias matemáticas.

Pode-se observar, na Figura 50, a solução do problema 1 da 4ª sessão pela díade 4 (Dju e Leo).

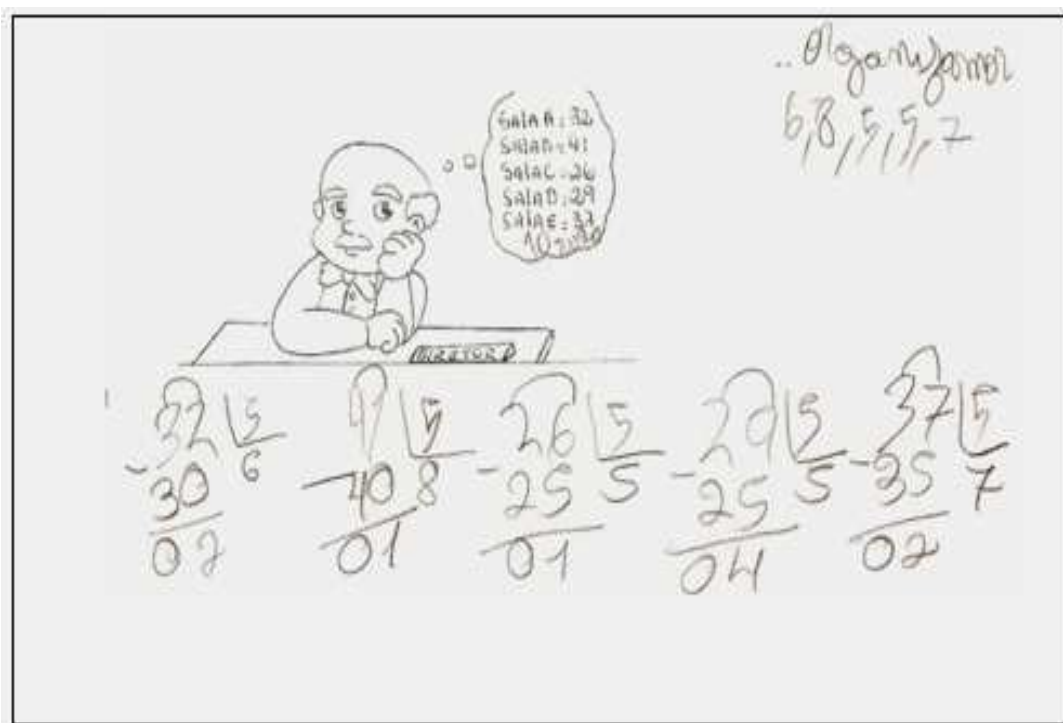


Figura 50 - Solução do problema 1 da 4ª sessão pela díade 4 (Dju e Leo)

Leo lê o problema.

Dju: *Então, a gente tem o número de alunos por sala. O que a gente vai fazer? O 32 não dá para dividir por 5.*

Leo: *Então, vamos tentar dividir 32 por 5. A gente tem que fazer pra vê se dá certo.*

Dju: *Vai dar 6 e sobra 2. Agora, 41 por 5...vai dar 8.*

Leo: *Vai sobrar 1. Aí, 26 por 5...dá cinco e sobra 1 também.*

Dju: *Daí, 29 por 5...dá 4!*

Leo: *Não é...5 vezes 5 dá 25. Esse é mais próximo de 29.*

Dju: *Tá..verdade! Agora, 37 por 5 dá 7 né?*

Leo: *É. você tem que vê na tabuada.*

Dju: *Agora a gente tem que separar eles, né?(separar as equipes), Você concorda?*

Leo: *É...faz 5 equipes. Uma equipe de 8 pessoas, uma de 5, outra de 5 e uma de 7.*

Dju: *É, mas se somar os restos sobram 10. Vai ficar sobrando mesmo.*

Leo: *Então escreve aí que restam 10.*

Leo e Dju partem da premissa de que o problema deve ser resolvido através de sucessivas divisões, o que implica em uma redistribuição de cada uma das quantidades de alunos. Nas divisões fazem uso de fatos multiplicativos e num primeiro momento adotam o procedimento de ensaio e erro (Ausubel et. al, 1978). Na articulação da linguagem há simetria nas proposições.

A díade, ao proceder a divisão de cada classe, acaba encontrando o resto 10 (alunos) que é desconsiderado na composição das salas. Os alunos não conseguem visualizá-lo como parte do todo a ser distribuído. O que pode aqui ser interpretado é o fato de que há o predomínio da técnica operatória em detrimento da compreensão.

A importância do desenvolvimento do espírito estratégico na busca de solução de problema deve aqui ser destacada. O espírito estratégico possibilita ao aluno contemplar diferentes modos de se resolver um problema. *É preciso que tenham um plano que os instigue a fazer uma busca ampla de modos alternativos de abordar as questões e que os auxilie a monitorar o seu pensar à medida que vão avançando.* (Tishman et. al, 1999, p. 119)

Na medida em que os alunos desenvolvem o espírito estratégico, seus esquemas de procedimento (Piaget, 1977) tornam-se mais elaborados. A construção de conceitos através de

situações que os caracterizem dando-lhes sentido, é que faz com que os mesmos sejam construídos de modo mais significativo. (...) *Esta inclinação para deter-se um momento e traçar um plano, em conjunto com a capacidade de utilizar os passos apropriados, é o que constitui o espírito estratégico.* (Tishman et. al, 1999, p.130)

As discussões acerca dos diferentes procedimentos adotados pelos alunos podem também conduzi-los à uma ação reflexiva e à tomada de consciência que possibilita o aprimoramento dos esquemas cognitivos de ação. A capacidade cognitiva do sujeito é construída por um processo de abstração em que se coordenam ações de primeiro e de segundo grau (Becker, 1996).

As ações de primeiro grau são aquelas mais ou menos automatizadas e que se valem do cotidiano para resolver problemas imediatos. Essas ações prescindem de tomada de consciência. As ações de segundo grau são aquelas que, por reflexionamento, abstraem das primeiras suas coordenações, levando-as a outro patamar onde através da reflexão serão reorganizadas.

O resultado da combinação entre reflexionamento e reflexão incide sobre as futuras ações de primeiro grau, modificando-as. A ação pedagógica emergente da epistemologia genética apresenta o professor como um organizador de ações tendo, por função, inventar situações experimentais para facilitar a invenção de seu aluno. Piaget (como citado em Becker, 1996).

- **Problema 3**

Seu vizinho está tendo muita dificuldade com a divisão e pede sua ajuda. Como você faria para ajudá-lo a entender a divisão? O que você explicaria para ele? De que maneira?

A Figura 51 mostra a solução do problema 3 da 4ª sessão pela díade 1 (Edu e Ang).

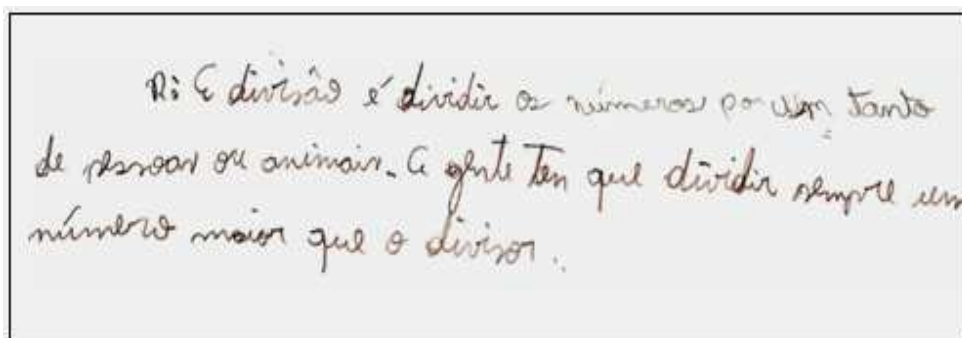


Figura 51 - Solução do problema 3 da 4ª sessão pela díade 1 (Edu e Ang)

Ang lê o problema.

Edu: *O que você acha? Aqui a gente vai ter que explicar... como é que a gente faz a divisão?*

Ang: *Hum...*

Edu: *A gente tem que dividir os números por pessoas ou animais.... escreve aí. E a gente tem sempre que dividir um número maior que o divisor, né?*

Ang: *É...*

Edu: *Então escreve aí: a gente tem que dividir sempre por um número maior que o divisor.*

As premissas e a conclusão, que formam o argumento de Edu, buscam aporte nos conhecimentos prévios acerca da divisão. Mais uma vez, os raciocínios são rápidos e a pronta adesão de Ang se estabelece. O procedimento de solução orientado por Edu demonstra que há a transposição de um princípio previamente aprendido a uma nova situação que parece análoga à transposição. (Ausubel et. al, 1978).

No entanto, é importante ressaltar que em face do contexto em que se desenvolve a tarefa, não se percebe uma argumentação vista como mediadora de conflitos cognitivos. Há portanto, que se interpretar a necessidade do incremento das discussões para que processos efetivos de trocas argumentativas possam se estabelecer.

Na essência, o diálogo na classe capacita os alunos a falarem de modo significativo, a conhecerem outras experiências, testarem novas idéias, conhecerem o que eles realmente sabem e o que mais precisam aprender. (Cândido, 2001, p.17)

Isto posto, cabe ressaltar que a incidência de ações pedagógicas que busquem alcançar este diálogo de forma mais elaborada e dinâmica, deve se constituir em estratégia permanente e contínua, para que indivíduos, em particular, possam vencer as barreiras que os impedem de desenvolverem as habilidades de comunicação. Porém, não se pode desconsiderar, a respeito do que afirmaram Ausubel et. al (1978), que a solução de problemas, além das idéias relevantes contidas na estrutura cognitiva, contempla também os fatores genéticos que influenciam as variáveis cognitivas e de personalidade.

- **Problema 4**

Artur quer organizar os adesivos que colecionou. São 1200 adesivos. Ele quer colocá-los em pastas, de maneira que cada pasta tenha a mesma quantidade de adesivos. Só que Artur quer fazer a divisão em mais de três pastas. Que sugestões você daria para ele? Registre suas idéias explicando suas sugestões.

A Figura 52 mostra a solução do problema 4 da 4ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab).

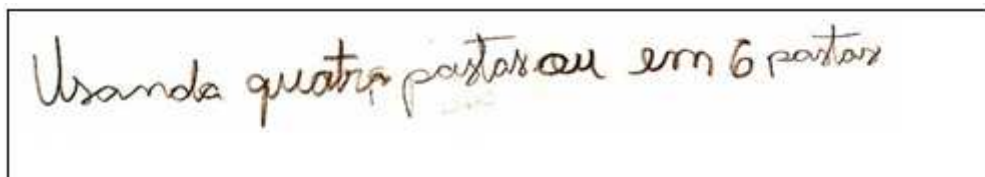


Figura 52 - Solução do problema 4 da 4ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab)

Fer lê o problema.

Fer: *Entendeu?*

Gab lê novamente o problema.

Fer: *Tem que dividir em 4 pastas.* (o aluno faz a conta de cabeça)

Gab: *Dividir por 4?*

Fer: *É...vai dar 300. Mas dá pra dividir por 6 também!*

Gab: *É verdade... concordo...dá por 6...dá por 2 também.*

Fer: *Por 2 não pode.*

Gab: *Mas por quê?*

Fer: *Porque ele quer mais de três pastas.*

Gab: *É verdade. Então tem que ser por 4 mesmo!*

Fer *Só que dá por 6 também.*

Gab: *Então coloca 4 pastas ou 6 pastas.*

Fer lê o problema e mentalmente já constitui não só as premissas e o argumento, como também procede por antecipação a solução do problema. Quando pergunta à Gab sobre seu entendimento, já procedeu a articulação de conceitos e princípios em sua estrutura cognitiva.

Ressalta-se que Fer apresentou em todas as propostas de solução um desempenho de altíssimo nível oriundo de esquemas de procedimento muito refinados. Na seqüência de protocolos desenvolvidos pela díade é notório o benefício da integração do par produzido pela dinâmica da argumentação. Gab, seqüencialmente, vai determinando uma articulação de conceitos muito mais significativos, o que acaba por influenciar a mudança de nível de desempenho de baixo para médio.

Este problema não-rotineiro envolve uma situação mais complexa de divisão por quotas. O argumento de Fer se baseia em critérios de divisibilidade e persuade o auditório de tal forma, que a própria argumentação gera em Gab a tomada de consciência, expressa em seguida pelo mesmo procedimento adotado por ela, *É verdade... concordo...dá por 6...dá por 2 também.*

A contra argumentação de Fer leva em conta certos princípios contidos no problema e a retomada da proposta conduz Gab a uma nova reflexão. *É verdade. Então tem que ser por 4 mesmo!* Novamente o argumento de Fer é utilizado para o convencimento de outras idéias matemáticas: *Então coloca 4 pastas ou 6 pastas*, diz Gab. Importante perceber que o fato de Fer expressar um conhecimento de alto nível, não exclui Gab das discussões e da troca de idéias. A argumentação se estabelece em clima de trocas qualitativas e de respeito mútuo. Neste sentido, Piaget afirmou: *A formação da personalidade, no duplo sentido de uma tomada de consciência do eu e de um esforço para situar esse eu no conjunto de outras perspectivas é pois, o primeiro efeito da cooperação.* (Piaget, como citado em Xypas, p.106)

Para o autor, as relações sociais equilibradas em cooperação constituem agrupamentos exatamente como todas as operações lógicas exercidas pelo indivíduo sobre o mundo exterior; as leis do agrupamento é que definirão o equilíbrio ideal. O equilíbrio de uma troca de pensamento, segundo Piaget (1974), deve possibilitar: um sistema comum de sinais e de

definições; uma conservação das proposições válidas obrigando quem as reconhece como tais; e uma reciprocidade de pensamento entre parceiros. A efetivação do equilíbrio, no entanto, só ocorre se houver reciprocidade. Desta forma, os diferentes protocolos elaborados por esta díade, parecem indicar que o mecanismo da troca intelectual, acionado através de uma estratégia argumentativa na solução de problemas, também percorrendo o sistema de trocas qualitativas, converteu-se em benefícios para Gab. Tais sistemas, oferecidos pelas trocas sociais, permitiram ao sujeito em questão o aprimoramento dos aspectos cognitivos, afetivos e sociais.

- **Problema 5**

- a) Escreva um problema de divisão com os números 163 e 25.
- b) Como você resolve este problema?
- b) Faça um desenho do problema que você fez.

A Figura 53 mostra a solução do problema 5 da 4ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab).

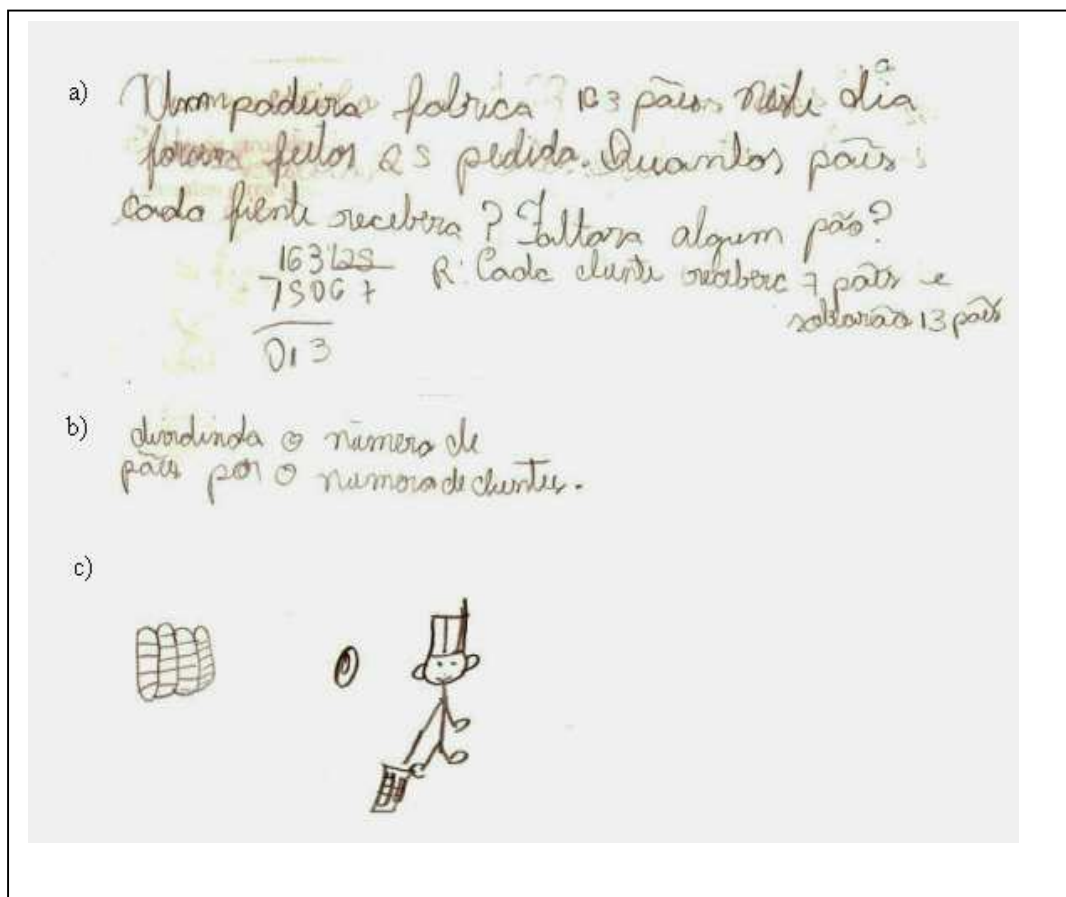


Figura 53 - Solução do problema 5 da 4ª sessão pela díade 8 (Fer e Gab)

Gab lê o problema.

Gab: Acho que vamos fazer assim: numa escola "A" tem 163 alunos...agora como que você acha que a gente poderia terminar isso? Coloca 2 quartas séries? O que você acha que a gente deveria colocar aqui?

Fer: Escreva o que você acha.

Gab começa a escrever o problema.

Gab: Mas espera...só tem 2 quartas séries?

Fer: Então faz 25 salas de quarta série. É isso que tem que fazer.

Gab: Então fica assim: "Numa escola tem 163 alunos de quarta série divididos em 25 classes. Quantos tem em cada sala?"

Fer: Isso.

Gab: *Mas espera aí...25 salas de quarta série em uma escola...é muito!*

Fer: *É...é muito...por que a gente não coloca um problema com pães/*

Gab: *É mesmo!*

Gab apaga a resolução do item “a” para fazê-lo novamente.

Fer: *Então fica assim: “Um padeiro fabrica 163 pães. Neste dia foram feitos 25 pedidos. Quantos pães cada cliente ganhará?”*

Gab: *Pera aí...*

Fer: *Faz sentido, né?*

Gab: *É...mas não é pedido...então eles não ganharão os pães.*

Fer: *Verdade...fica melhor receberá do que ganhará.*

Gab: *Ah, fica.*

Fer: *Então, completa aí: “Faltará algum pão?” Se bem que pode sobrar também*

Gab: *Então, 163 dividido por 25...*

Fer: *Dá 8. Ah, não...é 7...pera aí...*

Refaz o cálculo.

Fer: *Com 7 também passou (da conta $7 \times 25 = 175$).*

Gab: *Faz 25 vezes 5...dá...122...ih, tá longe.*

Fer: *Ah, mas por 6 dá! Então 6 vezes 25 dá 150.*

Gab: *É, sobrou 13 então.*

Fer: *Sobrou?*

Gab: *Sobrou. Cada cliente, então, receberá 7 pães (a aluna fala a resposta errada e Fer não percebe)*

Fer: *Mas sobrar 13 pães ainda.*

Gab: *Como a gente vai fazer então a letra b?*

Fer: *Dividindo o número de pães pelo número de clientes. Aí alguns ficam sem pães mesmo.*

Gab: *Tá.*

Fer lê o item “c”.

Fer: *Você sabe desenhar? Eu não sei não.*

Gab: *Desenha!*

Fer: *Mas o meu pão não fica bonito.*

Gab: *Acho que tem que ser assim...*

Gab começa a desenhar.

Fer: *Agora assim.*

Gab: *Você quer desenhar o homem?*

Fer: *Tá....eu vou por uma assadeira na mão dele cheia de pães.*

As premissas, inicialmente, começam ser delineadas por Gab. Na articulação de idéias ela principia a construção de uma relação entre as quantidades numéricas expressas na proposta de solução. É muito interessante observar que Fer deixa Gab articular as idéias matemáticas sem fazer de início nenhuma intervenção. Isto corrobora, mais uma vez, com os pressupostos de Piaget (como citado em Xypas, 1997) acerca da cooperação e do respeito mútuo. Na sequência de raciocínio, Gab retoma a situação do problema através do procedimento “ $163 : 2$ ” e, na medida em que “representa o pensamento”, reflete sobre o mesmo e sobre as ações realizadas; daí a importância da interpretação das notações infantis na solução de problemas (Moro, 2005).

Diante do conflito cognitivo estabelecido, Gab busca a ajuda de Fer e após obtê-la, Gab volta ao estado de equilíbrio. Na recriação do contexto, no entanto, um novo conflito aparece: o número de salas é considerado elevado por Gab. Ressalta-se aqui, que os conceitos contidos na estrutura cognitiva do aluno também são construídos a partir da realidade extra-classe; provavelmente a idéia de um número de salas razoável é concebido a partir da realidade que permeia a estrutura escolar, na qual Gab está inserida: uma escola pequena e com número de salas reduzido em termos da quarta série (8). O conflito, mais uma vez, é superado com a ajuda de Fer que propõe uma nova situação para que os dados numéricos possam ser contextualizados. O argumento é aceito como válido, imediatamente pela audiência Gab. Na sequência de raciocínio, a díade desenvolve a discussão dos cálculos realizados a partir de fatos multiplicativos. Várias tentativas são empreendidas para se encontrar um produto adequado e que deve ser subtraído do dividendo. Após chegarem à conclusão do mesmo, percebe-se que Gab o registra ao lado do quociente “7” obtido em tentativas anteriores. Isto faz com que ocorra o erro na resposta final de Gab, desconsiderando o quociente ideal, “6”, fato não percebido por Fer. O resto mantém-se correto e é considerado para compor um novo

todo. Ao que parece, mediante a ausência de domínio das frações decimais, Fer propõe a divisão do resto em 13 partes iguais, onde portanto, “13” clientes serão privilegiados.

Os significados produzidos em face do protocolo desenvolvido pela díade, à exemplo da teoria dinamizada nesta investigação, indicam que a cooperação não age apenas sobre a tomada de consciência do indivíduo e sobre o seu sentido de objetividade, mas possibilita também a constituição de uma estrutura normativa que completa, no sentido da reciprocidade, o funcionamento da inteligência individual.

A atividade da inteligência requer não somente contínuos estímulos recíprocos, mas ainda, e sobretudo, o controle mútuo e o exercício do espírito crítico, os únicos que conduzem o indivíduo “a objetividade e à necessidade de demonstração. As operações da lógica são, com efeito, sempre cooperações, e implicam um conjunto de relações de reciprocidade intelectual e de cooperação ao mesmo tempo moral e racional. (Piaget, 1988, p.62)

Por outro lado, a solução de problemas em díade, dinamizada no contexto da argumentação interativa, proporciona uma comunidade de trabalho, onde alternam-se o individual e o coletivo, cujo o elemento motor da interação social é o mecanismo de equilíbrio (Piaget, 1973). Por sua vez, este mecanismo pode solucionar os conflitos sociocognitivos, gerados pelas diferentes perspectivas dos sujeitos, frente à solução de um problema. A equilíbrio e os conflitos sociocognitivos é que mobilizam as reestruturações intelectuais e com isso, a possibilidade de progresso cognitivo dos sujeitos. Nesta dimensão é relevante se destacar as constatações de Ausubel et. al (1978) acerca da aprendizagem significativa. O autor, referindo-se à atividade de solução de problemas, revelou que a mesma diz respeito a qualquer atividade, em que tanto a representação cognitiva da experiência passada como os componentes de uma situação problemática atual são organizados para atingir um objetivo designado. Esta atividade, porém, pode se consistir mais ou menos apoiada

no ensaio e erro de alternativas disponíveis *ou de formular um princípio ou descobrir um sistema de relações subjacente à solução de um problema.* (p.472)

- **Problema 6**

Giraldo Girolítico é um campeão de giros. No último campeonato de giros ele conseguiu dar 540 giros no total. A regra do campeonato era a seguinte: O número de giros deve ser igual em cada uma das 20 etapas do campeonato. Quantos giros Giraldo Girolítico deu em cada etapa?

A Figura 54 mostra a solução do problema 6 da 4ª sessão pela díade 6 (Vic e Mar).

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. At the top, there is a calculation: $540 + 20 = 560$, followed by $560 / 20 = 28$. Below this, there is a long division problem: $540 \div 20 = 27$ with a remainder of 0. To the left of the long division, there are four small multiplication problems: $20 \times 3 = 60$, $20 \times 2 = 40$, $20 \times 6 = 120$, and $20 \times 7 = 140$.

Figura 54 – Solução do problema 6 da 4ª sessão pela díade 6 (Vic e Mar)

Vic lê o problema.

Mar lê o problema novamente.

Vic: *Deixa eu fazer primeiro. Eu não vou fazer esse 20.*

Mar: *Faz do jeito que você acha que tem que fazer.*

Vic: *Eu acho que tem que ser assim ó... 5 mais 2 dá 7...4 mais 2 dá 6...eu acho que vai dar 760.* (ele soma 540 mais 20, mas percebe-se pelas notações que ele soma 4 com 2 e 7 com 2)

Mar: *Agora eu vou fazer a minha. Eu vou dividir 540 por 20.O 20 cabe 2 vezes no 54 né Vic?*

Vic: *Ahã!*

Mar: *Então, eu multipliquei 20 por 2 e deu 40...para chegar no 54...dá 14. Acabou a conta?*

Vic: *Eu acho que não.*

Mar: *Então, abaixa o zero...dá 140 dividido por 7...20 x 7 é 140...deu certo! O que você acha?*

Vic: *Eu acho que tá certinho a sua. A minha tá erradinha.*

Mar: *Como é que você sabe?*

Vic: *Eu sempre erro mais.*

Mar: *Bem, mesmo assim, vou deixar a sua conta aqui.*

As premissas e a conclusão se diferenciam e, portanto os argumentos elaborados prescrevem procedimentos de solução distintos.

O procedimento de Mar para o problema de quotas, em questão, consiste em dividir o tamanho do todo pelo tamanho das partes, obtendo assim, a solução. Mar explica apenas a técnica operatória empregada sem contudo, justificá-la. Vic, anteriormente, estabelece um procedimento de adição entre os valores cardinais sem explicar a escolha efetuada. Uma das hipóteses levantadas é que talvez ele não tenha familiaridade com o algoritmo da divisão e por isto recorre a uma técnica operatória com a qual encontra-se mais familiarizado. No decorrer das operações efetuadas, Mar tenta articular algumas idéias com Vic, que de início parece estar ausente da situação. Mar procede um monólogo e, após verificar o êxito da estratégia de solução empregada, lembra-se de perguntar a Vic sua opinião. A resposta expressa, também constituída de um argumento posterior, revela implícito o reforço institucionalizado do erro.

Piaget (como citado em Brenelli, 2000) afirmou que os aspectos afetivos e cognitivos da ação são “indissociáveis, irredutíveis e complementares”. Desta forma, as ações reversíveis internalizadas se manifestam no julgamento afetivo infantil. As crianças tornam-se aptas a coordenar seus pensamentos afetivos de um evento para o outro. Assim, eventos anteriores podem ser transformados em uma parte do raciocínio presente através da capacidade de reverter e conservar. O passado afetivo representado pela memória e o presente passam a ser parte do julgamento da criança e são instituídos como valores, o que pode levar a criança a diferentes decisões afetivas. Os valores, no entanto, podem mudar com o tempo mediante novas construções. (Wadsworth, 1996).

Isto posto, a afirmação de Vic “eu sempre erro mais” é um julgamento instituído como valor e manifestado através de sua argumentação. Aliado a certos contextos, já mencionados, pode se converter em decisões desfavoráveis à construção do conhecimento.

Cabe ainda, ressaltar que na análise não ocorreu uma articulação adequada de procedimentos, justificativas e pontos de vista, observando-se ações isoladas na execução da tarefa.

7 – CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES DO ESTUDO

Os resultados obtidos neste estudo, nos pré e pós –testes, articulados à dinâmica das sessões de trocas argumentativas em díades, permitiram estabelecer diferentes considerações acerca das relações verificadas entre desempenho, metacognição e argumentação. Para tanto, em um primeiro momento de discussão, buscou-se elaborar uma análise descritiva inferencial aportada nas três grandes teorias contidas nesta investigação e nos demais estudos relacionados. Esta análise contemplou alguns fatores relevantes observados a partir das situações anteriormente mencionadas. Estes fatores, considerados como interferentes nas ações cognitivas, afetivas e sociais empreendidas pelos sujeitos envolvidos nesta pesquisa, evidenciaram os seguintes aspectos:

1. A argumentação como mediadora de conflitos cognitivos e propulsora dos mecanismos de equilíbrio e de tomada de consciência.

Em primeiro lugar, destaca-se que a argumentação interativa parece ter exercido um papel fundamental para ajudar os alunos a construir um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática. Ao serem encorajados a se comunicar matematicamente, trocando experiências e discutindo idéias em díades, comunicando suas descobertas e dúvidas, ouvindo, lendo e refletindo sobre seu próprio pensamento, alguns alunos ao se utilizarem deste recurso da comunicação, aliado à escrita e às representações gráficas próprias do pensamento operacional concreto, parecem ter se beneficiado desta dinâmica, demonstrando que o conhecimento matemático se processou de forma cada vez mais elaborada.

Cândido (2001) ressaltou que quando se trata de Matemática, sempre que é solicitado à uma criança ou a um grupo para dizer o que fez e porque o fez, ou quando solicitamos que verbalizem os procedimentos que adotaram, justificando-os, ou ainda, que comentem o que escreveram, o que representaram ou esquematizaram, estamos permitindo que modifiquem conhecimentos prévios e construam novos significados para as idéias matemáticas.

A argumentação como uma atividade que se inscreve no processo comunicativo (Melo, 2004) traz intrínseco o sentido da reflexão. Ela pode capacitar o aluno a revisitar conceitos já estabelecidos, construir novas perspectivas, apropriar-se de procedimentos validados pela experiência, estabelecer dúvidas e buscar seu esclarecimento, ampliando a compreensão dos conceitos matemáticos.

Os protocolos elaborados neste estudo, e sistematicamente analisados, parecem revelar uma estreita relação entre este tipo de discurso e a instituição dos processos metacognitivos dele advinda. Tal fato apresenta-se em sintonia com as idéias de Leitão (2002) que desenvolveu a idéia de que a produção da defesa dos pontos de vista, a consideração e a reação a posições contrárias, ao mesmo tempo em que constituem a argumentação, equipam os participantes com um mecanismo semiótico (uma organização discursiva) que institui a reflexão no nível metacognitivo.

Ao proceder a análise da argumentação auto-dirigida, Leitão (2002) verificou que, à medida em que acontece o progresso das discussões, se efetiva uma produção crescente de argumentos espontaneamente gerados e de antecipações de contra-argumentos para seus próprios argumentos. A autora interpreta estes dados como indicativos de um incremento no controle da reflexão voluntária sobre fundamentos e limites do próprio conhecimento, conduzindo o indivíduo ao raciocínio auto-reflexivo.

As interpretações obtidas, através da análise de protocolos empreendida nesta pesquisa, ao mesmo tempo que demonstram a necessidade de se implementar a argumentação, envolvendo a discussão entre alunos e o uso de práticas argumentativas, evidenciam sua ocorrência mediante as enunciações produzidas. Goulart e Salomão (2004) propuseram em seu estudo que enunciar é argumentar. Para as autoras, a argumentatividade da linguagem seria inerente ao princípio dialógico, considerando que todo o enunciado é produzido na direção do outro, no movimento da interminável cadeia de enunciações.

A argumentação, analisada neste trabalho, como mediadora de conflitos cognitivos e propulsora de atividades dialógico-discursivas através do confronto e da interação de idéias ocorridos, sugere que as trocas intelectuais e a cooperação favoreceram as operações metacognitivas. Na medida em que se estabeleceu um *continuum* para as atividades de solução de problemas, onde o aluno pode levantar hipóteses e verificar a validade das mesmas na

argumentação interativa, alguns conflitos cognitivos, surgidos no decorrer do processo, encontram-se explicitados e fundamentados na teoria de Jean Piaget (1973, 1988) como procedimento válido a ser utilizado para a produção de conhecimento em situação planejada de ensino aprendizagem. Similar a esta idéia, Melo (2004) destacou que a argumentação pode ser considerada como um importante recurso para a construção do conhecimento escolar. Segundo a autora, esta consideração pode também encontrar suporte na Psicologia Social Genética, na perspectiva teórica desenvolvida por Doise, Mugny e Perret-Clemont, que atribui ao conflito cognitivo uma grande importância nas interações. Este conflito pode ser pensado como fazendo parte do cerne da atividade argumentativa.

Os processos de assimilação e acomodação invariavelmente uníssomos e recíprocos, que constituem os componentes do equilíbrio cognitivo, possibilitam de um lado, a incorporação de elementos exteriores em um esquema conceitual do sujeito ou a coordenação de dois ou mais esquemas ou dois subsistemas aplicáveis ao mesmo objeto e, de outro, a necessidade de consideração das idiossincrasias dos elementos a assimilar.

A coordenação organizada entre estes dois processos viabiliza, portanto, a alimentação dos esquemas através da incorporação de elementos exteriores e compatíveis, enquanto o esquema de assimilação se modifica em função das particularidades do objeto a ser assimilado. Nas equilibrações ocorridas em função dos elementos em jogo, verifica-se que os desequilíbrios produzidos e sua necessidade de equilibração podem ser observados como fonte desencadeadora de desenvolvimento das estruturas cognitivas e, ao mesmo tempo, avaliados em sua fecundidade pela possibilidade de superação, mediada através dos resultados obtidos na investigação. (Sisto, 1993)

Considerando-se também que as assimilações não ocorrem sem uma certa resistência aos objetos, tal fato pode se converter em obstáculos ou perturbações, conforme denominado por Piaget (1973), cujas reações a eles associadas, ocorrem através das regulações. Levando-se em conta a ocorrência das regulações, como propulsoras de processos de tomada de consciência e portanto, daqueles relacionados à metacognição durante o desenvolvimento e aplicação deste estudo, corrobora-se com as idéias elaboradas por Allal e Saada Robert (como citados em Fávero, 2002) acerca de que, através do conceito de regulação, a metacognição pode ser considerada sob um novo enfoque, no qual *as regulações desempenham um papel*

importante na ultrapassagem das estruturas, ou seja, na possibilidade do sujeito construir novos observáveis sobre os objetos, isto é, tomar consciência e de identificar lacunas, perturbações ou contradições possíveis. (p.192)

Além disso, as regulações por comportarem um caráter construtivo na aquisição do conhecimento matemático, poderiam caracterizar a metacognição como um mecanismo duplo de construção, pois ao mesmo tempo que assegura a formação de operações de controle, regula a construção de formas explícitas das representações a partir de suas formas implícitas.

2.Os fatores cognitivos, ou seja, a estrutura cognitiva de cada sujeito, inferindo em esquemas mais refinados ou apresentando lacunas na alimentação dos mesmos, e, portanto, também relacionando-os com a presença de idéias relevantes preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

Corroborando com as idéias de Ausubel et. al (1978), este estudo verificou, através dos diferentes protocolos efetuados, que a estrutura cognitiva desempenha um papel fundamental na solução de problemas. Cabe, portanto, ressaltar que neste processo foram acentuadas as relações existentes entre a proposta de solução de uma determinada situação e a reorganização das experiências prévias que melhor se adaptassem às exigências da situação problemática apresentada. Verificou-se que quando os sujeitos recorriam a um conjunto de idéias relevantes com grau adequado de inclusividade, os novos significados apresentados pela tarefa eram incorporados significativamente pelos alunos. No entanto, a ausência de elementos subsunçores ou a falta de discriminabilidade, entre idéias novas e conceitos ou proposições previamente aprendidos na estrutura cognitiva, explicitou algo da transferência negativa nos procedimentos adotados por alguns dos aprendizes.

Neste sentido, Brito (2006) evidenciou que as experiências passadas, por sua vez, podem acarretar flexibilidade ou rigidez de pensamento, relatando também a incapacidade de uso de objetos modificados em novas maneiras de solucionar o problema.

Ressalta-se ainda que, na concepção de Ausubel et. al (1978), as estratégias de solução de problemas exibem as mesmas características que apresentam na formação dos conceitos. Refletem a influência do tipo de problema envolvido e as condições nas quais ocorre, assim como aspectos idiossincráticos do funcionamento cognitivo. No desenvolvimento das

intervenções realizadas pelas sessões de argumentação interativa observou-se, além dos aspectos citados no primeiro fator de análise, um aumento da discriminabilidade e consequentemente o aprimoramento da aprendizagem de conceitos e da retenção.

3. Os fatores afetivo- sociais, referindo-se à disposição do aluno para uma aprendizagem significativa.

As substanciais circunstâncias interpretadas pela recriação do contexto da argumentação, onde os fatores afetivos-sociais puderam ser revelados através das relações inter e intra individuais, estabeleceram certa interconexão entre o desenvolvimento da capacidade de perceber eventos do ponto de vista do outro, a possibilidade de testar suas hipóteses, de validá-las ou não, de construir e reconstruir significados e a disposição dos alunos para uma aprendizagem significativa

Ao descentrar-se e se colocar na perspectiva do outro, o aluno conhece diferentes modos de pensar, amplia e reconstrói as suas idéias matemáticas, verifica diferentes possibilidades de procedimentos a serem utilizados na solução de um problema. Além disso, através da reciprocidade e da cooperação, participa conscientemente do processo de construção coletiva do conhecimento. De acordo com Brenelli (2000), no período operacional concreto as relações interindividuais baseiam-se na reciprocidade, tornando-se possível graças às coordenações de diversos pontos de vista e descentrações. Desta forma, a cooperação se manifesta constituindo-se num sistema de operações inter-indivíduos.

Partindo-se do pressuposto de que as construções e as descentralizações cognitivas são ligadas às construções e às descentralizações afetiva e social, as relações interindividuais têm uma importância muito significativa. A reversibilidade do pensamento encontra-se ligada à uma conservação coletiva. Portanto, um pensamento lógico é um pensamento social (Piaget, 1973). Cada relação social constitui uma totalidade de características novas, transformando a estrutura mental do sujeito. A interação entre os sujeitos não é a soma de seus conhecimentos e nem a realidade deles superpostas, mas é a totalidade nova.

Na perspectiva da totalidade nova é que amparamos a observação de que a disposição para o aprender demonstrada pelos sujeitos da pesquisa, entre outros aspectos, pode ser atribuída ao processo de interação social destacado neste estudo, onde a consciência de si,

estimulada pela cooperação, permite que o indivíduo, inicialmente fechado no egocentrismo inconsciente em sua perspectiva inicial, descubra a si mesmo na medida em que aprende a conhecer os outros.

A consciência de si, uma vez determinada, pode possibilitar ao sujeito a motivação para os novos empreendimentos cognitivos, porém alicerçados na motivação que o induz à tarefa. Piaget (como citado em Brenelli, 2000) ressaltou que os aspectos afetivos e cognitivos da ação *são indissociáveis, irreduzíveis e complementares*, consistindo os primeiros a energética da ação, e os segundos, a sua estruturação. Portanto, a ação, quer física ou mental, necessita de instrumentos fornecidos pela inteligência para alcançar um objetivo, e isto revela um poder. Mas para agir em direção ao objetivo, é necessário o desejo que mobilizará o sujeito, e isto revela um querer.

Portanto, na concepção de que não basta poder realizar uma ação, é preciso antes querer realizá-la, situamos a receptividade, a disponibilidade, o querer fazer dos participantes desta investigação frente à novidade inserida pela intenção da pesquisa, ou seja, solucionar problemas através da argumentação interativa; tendo ainda como pressuposto, o fato de que o mecanismo desencadeador deste processo pode ter sido constituído pela cooperação, pela reversibilidade do pensamento e pela tomada de consciência.

4. A natureza e a estrutura da tarefa

De acordo com diferentes protocolos apresentados e mediante os resultados observados, pode-se verificar que o tipo de material utilizado também foi importante para o avanço nas estratégias e aprimoramento dos esquemas de ação na solução dos problemas. A articulação dos conhecimentos prévios, com o novo material significativo, possibilitou a reconstrução de conceitos e o aprimoramento das estruturas cognitivas.

Neste sentido, Ausubel et. al (1978) ao se referirem aos recursos educacionais e sua utilização na elucidação de conceitos ou princípios, destacaram valor da qualidade de suplementos para um programa de ensino bem planejado, incluindo um número razoável de materiais impressos . Segundo os autores: *os erros são corrigidos à medida que ocorrem, e associações entre conceitos (ou tarefas) subordinados são feitas explicitamente com*

conceitos ou tarefas mais gerais, mais inclusivas, quando o auxílio impresso e/ou tutelar relacionado está disponível.(p.293)

Há que se ressaltar a importância de se planejar atividades de solução de problemas que proporcionem uma variedade de situações, que permitam também contemplar as diferentes variáveis contidas na solução de problemas aritméticos de divisão. Neste contexto, evidencia-se as situações que comportem problemas rotineiros e não rotineiros; os modos de divisão partitiva e por quotas e, como ressaltado em diferentes ocasiões de análise de pré e pós-teste e das sessões de argumentação interativa, a consideração do resto, em muitas vezes, negligenciado pelas crianças.

Vergnaud (1988) destacou que o trabalho do professor deve consistir em organizar situações didáticas e realizar experimentações com elas, tanto dentro de objetivos de curto prazo, permitindo que os estudantes desenvolvam competências e concepções para uso imediato, quanto na perspectiva de longo prazo de lhes oferecer uma base para os conceitos que serão essenciais poucos anos mais tarde. Para o autor, um conceito torna-se significativo a partir de uma variedade de situações. No entanto, o sentido não está nas situações em si mesmas e nem nas palavras e nos símbolos, mas sim na relação do sujeito com situações e significantes. A solução de problemas é dimensionada nesta perspectiva a partir de dois aspectos fundamentais:

- 1) A representação e o conceito na situação problema.
- 2) A situação problema na formação do conceito.

Mediante as diferentes articulações de conceitos, estabelecidas pela proposta de solução problemas desenvolvida neste estudo, pode-se determinar a concordância com as idéias contidas na teoria deste autor, na medida em que, o aprimoramento do desempenho dos estudantes também encontra-se atrelado na operacionalidade de um conceito, verificada através das diferentes situações.

Por outro lado, Vergnaud (1996) ao referir-se a esquema como a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada, chama a atenção de que os conhecimentos em ação do sujeito sejam aí pesquisados. Nesta perspectiva, que também complementa aos demais fatores analisados, aportamos a nossa conclusão de que os

procedimentos empregados pelos alunos se originam justamente da organização determinada pelos esquemas que fazem com que a ação do sujeito seja operatória.

Ressalta-se aqui, que nas situações específicas envolvendo a operação de divisão, o procedimento empregado pela maioria dos participantes revelou a recorrência aos fatos multiplicativos nas diferentes categorias de problemas, quais sejam, rotineiros e não rotineiros, de divisão partitiva e de divisão por quotas.

Por sua vez, a elevação da pontuação mínima obtida pelos participantes do grupo experimental no pós-teste, em todas estas categorias, indica que a condição inicial de aprendizagem de conceitos dos sujeitos envolvidos foi significativamente aprimorada, mediante a inter-relação de todos os fatores aqui descritos.

Destaca-se que a argumentação demonstrou ser uma valiosa estratégia para a melhoria dos processos de comunicação e aprimoramento dos esquemas cognitivos dos alunos, não só nas aulas de matemática. Além disso, ela é aqui evidenciada como uma forma eficaz de busca de solução para um problema apresentado, por permitir que os alunos sejam levados a fazer conjecturas e a procurar argumentos para validá-las. Isto parece indicar a possibilidade de um conhecimento mais aprimorado, por meio de uma aprendizagem mais significativa. Comporta evidenciar que o surgimento de processos argumentativos espontâneos parece estar atrelado à dinâmica da metacognição. Por sua vez, a utilização da técnica de pensar em voz alta sugere que a mesma funciona como mediadora entre os mecanismos metacognitivos e a argumentação.

A partir da aplicação das sessões e das discussões estabelecidas, acerca da busca de solução para os problemas propostos, tornou-se possível ao pesquisador conhecer mais sobre o raciocínio de cada aluno e analisar com mais consistência a natureza dos procedimentos adotados. Naturalmente, o desenvolvimento de conjecturas e argumentos convincentes é um processo que ainda deve ser aprimorado. Daí a relevância de estudos que comportem um prazo maior de intervenção.

O segundo momento de análise desta pesquisa refere-se ao fato de que o presente estudo se dispôs a investigar a existência de relações entre argumentação, metacognição e desempenho na solução de problemas aritméticos de divisão, em ambiente de interação social. Os dados apresentados nesta pesquisa, os quais foram sistematicamente analisados, através de

análise quantitativa, e enriquecidos pela análise qualitativa dos protocolos elaborados, indicam a existência de uma conexão entre a argumentação, a metacognição e o desempenho dos alunos na solução de problemas aritméticos de divisão. Os resultados revelaram significativa melhoria de desempenho e conseqüente progresso na categoria de nível em grande parte dos participantes do grupo experimental. Ressalta-se que a argumentação, nesta investigação, foi dimensionada como estratégia de verificação do pensamento infantil e de possível enriquecimento dos processos que o compõem. Nesta perspectiva, evidencia-se a argumentação interativa como propulsora dos processos metacognitivos e, conseqüentemente, do aprimoramento do desempenho escolar.

Por outro lado, considera-se a evolução de desempenho, evidenciada pelos resultados da pesquisa, bastante significativa, tendo-se em vista o tempo efetivo de intervenção. Isto parece revelar a dinâmica de um trabalho pedagógico que, aliado a outros fatores, privilegia a importância da atividade mental construtiva do sujeito nos processos de aquisição de conhecimento. É neste ponto que as teorias de Piaget, Ausubel e Vergnaud, abordadas neste estudo se inter-relacionaram e, junto com os demais autores aqui citados, deram suporte a este trabalho.

Neste contexto, a estratégia de argumentação interativa, contemplada por este estudo, encontra-se em concordância com a proposição contida nos métodos ativos, comportando a idéia de que as ações deliberadas pelo professor devem fazer sentido para a criança.

O princípio fundamental dos métodos ativos (...) assim pode ser expresso: compreender é inventar, ou reconstruir através da reinvenção, e será preciso curvar-se ante tais necessidades se o que se pretende, para o futuro, é moldar indivíduos capazes de produzir e criar, e não apenas de repetir (p.17).

Em consonância com as idéias de Piaget, Vergnaud afirmou que: ... *no princípio não era o verbo, muito menos a teoria. No princípio era a ação, ou melhor, a atividade adaptadora*

de um ser no seu meio ambiente. É pela ação que se inicia o pensamento”... (Vergnaud, como citado em Moro, 2005, p.44).

Ausubel (1978), referindo-se à aprendizagem ativa significativa propagou a seguinte afirmação:

...Consequentemente, na aprendizagem ativa significativa, em oposição aos casos mais típicos de aprendizagem receptiva significativa, o aluno relaciona não arbitrária e substantivamente as proposições e soluções de problemas à sua estrutura cognitiva, não com o objetivo de compreender e memorizar seu conteúdo como um fim em si mesmo, mas com objetivo de transformá-lo (em conjunto com a bagagem de conhecimento) em modos alternativos de raciocínio que são potencialmente significativos para ele.(p.51)

Tais considerações, permitem que possamos fazer um paralelo com a poesia buscando em um dos fragmentos de Guimarães Rosa a analogia pela qual, pretendemos aqui, situar a argumentação: *o mais importante não é a partida, nem a chegada, mas a travessia.*

Evidentemente que, ressaltando-se a importância da partida e da chegada em nossa investigação, eleva-se, porém, o sentido da travessia, ou seja, o processo de argumentação interativa. E inúmeros foram os fatores que contribuíram para que se colocasse em destaque este processo: ao percorrermos o caminho da intervenção, pudemos, efetivamente, verificar a operacionalidade de conceitos em situações variadas; os diversos processos de pensamento desencadeados pelos alunos, onde foi fundamental a observância de que, o funcionamento cognitivo de um sujeito, ou de um grupo de sujeitos em uma dada situação, encontra-se intrinsecamente relacionado ao repertório dos esquemas disponíveis; os refinamentos de alguns destes esquemas e, ao mesmo tempo, as lacunas a serem preenchidas; o mecanismo dos conflitos cognitivos, da equilibração e da tomada de consciência; as descentrações através de atitudes de cooperação e de respeito mútuo; e ainda, a ação e palavra, que integradas, articularam-se em um movimento de comunicação construtiva.

Neste enfoque, repensar a ação metodológica em sala de aula coloca em evidência a necessidade de se instituir uma prática educativa que vise aprimorar o conhecimento através do espírito investigativo, onde o aluno faça investigações por si próprio, educando o pensamento, a razão, a lógica, superando conflitos cognitivos, afetivos e sociais. E isto requer, portanto, que a práxis educativa esteja pautada na ação do sujeito, no sentido da construção de seu próprio conhecimento. Para que isto ocorra, o pressuposto do qual partimos é o da experimentação, do desenvolvimento das justificações e do espírito crítico, das provas e demonstrações, da relevância dada à linguagem espontânea das criança e à argumentação, num movimento que inclua a aprendizagem pela descoberta, a reinvenção e a criação do aluno, através da cooperação e da investigação em comum e do ambiente interativo. (Piaget,1997)

Isto posto, significa pensar também nos objetivos da aprendizagem que devem ser especificados, de forma a ressaltar para o aluno conceitos e princípios a serem aprendidos numa linguagem que lhes facilite o reconhecimento de associações entre o que já sabem e os novos conceitos ou princípios a serem aprendidos. Neste contexto, acharam-se inseridos os materiais de ensino, ou os organizadores antecipados que, elaborados para esta pesquisa desempenharam, ao nosso ver, um papel importante na facilitação do aprendizado e conseqüente melhoria de desempenho . Portanto, os recursos educacionais e sua utilização na elucidação de conceitos ou princípios devem prever o valor da qualidade de suplementos para um programa de ensino bem planejado, incluindo um número razoável de materiais impressos.

O auxílio impresso disponibilizado por este estudo, aliado aos demais fatores elencados, permitiu a retomada de procedimentos, onde um número significativo de sujeitos procedeu a correção de erros ocorridos anteriormente e as associações explícitas entre conceitos subordinados com conceitos ou tarefas mais gerais e mais inclusivas (Ausubel, et. al, 1978; Ausubel & Sullivan, 1970)

Desta maneira, pode-se inferir que a as mudanças na estrutura cognitiva, observadas no movimento do Pré para o Pós-teste, elaboradas pela prática ou por exposição a sucessivos aspectos da tarefa, quer seja pela variedade de situações propostas, buscando dar sentido aos conceitos (Vergnaud, 1988, 1994, 1996) ou pela dinâmica da argumentação interativa surgida de forma espontânea, exerceram um impacto importante no domínio interno da própria tarefa.

A educação da liberdade intelectual pressupõe a formação de inteligências ativas, onde a interconexão de pensamentos e idéias matemáticas podem ser explicitadas, quando o professor disponibiliza situações em que o aluno sinta-se livre para julgar e coloque o espírito crítico, surgido da experiência e necessidade de coerência lógica, a serviço de uma razão autônoma. (Piaget, 1997)

Conhecer a “fala” do aluno é indispensável para aqueles que pretendem estabelecer uma correspondência entre os significantes e os significados na matemática. Neste sentido, a aprendizagem significativa do aluno e a conseqüente melhoria do seu desempenho matemático podem ser propiciadas se lhe for dada a oportunidade de elaborar os conceitos matemáticos, ao mesmo tempo em que elabora, coordenadamente, formas de expressá-los verbalmente e de registrá-los por escrito.

Desta forma, sugere-se pela dinâmica observada neste estudo, e a exemplo da hipótese levantada por Moro (2005), que a construção de esquemas próprios à divisão seria ativada mediante a alternância entre a prática, ou o conhecimento em ato de Vergnaud (1990, 1988, 1996) e sua interpretação verbal e, entre a produção e a interpretação de notações a respeito..

Tendo-se como premissa uma das afirmações efetuadas por Piaget (como citado em Brenelli, 2000), de que os aspectos afetivos e cognitivos da ação “ são indissociáveis, irreduzíveis e complementares” e ainda, os fatores afetivos e sociais na aprendizagem ressaltados por Ausubel et. al (1978), coloca-se como um marco referencial, a receptividade com a qual as crianças participaram deste estudo. Partindo-se do ponto de vista de que nossa investigação se constituiu em algo novo dentro da dinâmica escolar, consideramos a *disposição* dos participantes extremamente correlacionada com a aprendizagem mais significativa, verificada ao término desta pesquisa. Isto possibilita dizer que a escola ativa e atuante é o espaço que propicia a motivação intrínseca do aluno e o desenvolvimento da auto-estima e da auto-confiança, corroborando com as idéias de uma educação mais inclusiva, onde alunos menos habilidosos e mais habilidosos têm acesso simétrico à construção do saber.

Levando-se em conta os diferentes aspectos descritos, consideramos de extrema relevância a continuidade de pesquisas, que assim como esta, contemplem a dinâmica da argumentação. Ressaltamos, porém, a validade de um estudo longitudinal que ao nosso ver,

poderia incrementar ainda mais a obtenção de dados bastante relevantes, a partir deste tipo de intervenção.

Concluindo, pelas oportunidades de análise bastante enriquecedoras comportadas por esta pesquisa e, mediante as interpretações efetuadas, nossa inferência final diz respeito à construção de um Projeto Pedagógico, enquanto suporte para dinamização da cultura do pensar (Tishman et. al, 1999) e da possibilidade de descoberta que conduz à novos significados, à realização do humana, à efetivação da cidadania, ao encontro de si mesmo na relação com o outro. No universo das inter-relações pessoais, da troca de experiências, das propostas ricas e diversificadas de solução de problemas, articula-se, portanto, o cerne da metacognição e da argumentação, onde a palavra, a ação e a reflexão constituem os novos possíveis para uma educação qualitativa e transformadora.

8 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, E. V. (2003) O papel dos conceitos e procedimentos na solução de problemas. *Centro Universitário S. Camilo*, 9 (1), 71-77.

AUSUBEL, D. P.; SULLIVAN E. V. (1970). *Theory and problems of child development* (2a.ed). New York: Grune & Stratton.

AUSUBEL D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN H. (1978). *Psicologia Educacional*. (Eva Nick, Heliana B. C. Rodrigues, Luciana Peotta, Maria Ângela Fontes, Maria da Glória R. Maron, Trad.). Rio de Janeiro: Interamericana. (Obra original publicada em 1968).

BARRETO, M. C. (2002). Análise do nível de raciocínio matemático e da conceitualização de conteúdos aritméticos e algébricos no ensino fundamental – considerações acerca de alunos do Telensino cearense. (Tese de Doutorado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2002).

BECKER, F. (1996). Construtivismo e Pedagogia. In ASSIS, M. C.; ASSIS, O. Z. M.; CHIAROTINO, Z. R. (Orgs.) *Piaget. Teoria e Prática* (p. 69-78). Campinas: Tecnicópias.

BRASIL (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/SEF.

BRASIL (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.

BRENELLI, R. P. (2000). Piaget e a Afetividade. In SISTO, F. F. et al (orgs), *Leituras de Psicologia para Formação de Professores* (p.105-116). Petrópolis: Vozes.

BRESSANIN, J. A. (2006). Estudo da Argumentação: Abordagem de uma proposta Metodológica. In *Estudos Lingüísticos XXXV* (p. 998-1007). UFMT: Cuiabá.

BRITO, M. R. F. (2000). “Este problema é difícil porque não é de escola!” A compreensão e a solução de problemas aritméticos verbais por crianças da escola fundamental. *Anais da Reunião Anual de Psicologia*, Brasil, 29, 93-109.

BRITO, M. R. F. (2001). Solução de Problemas. *Conferência apresentada no concurso para Professor Titular*. Campinas: Unicamp.

BRITO, M. R. F. (2001). Aprendizagem significativa e a formação de conceitos na escola. In BRITO, M. R. F.(Org), *Psicologia de Educação Matemática* (p.69-84). Florianópolis: Insular.

BRITO, M. R. F. (2002). Atitudes, ansiedade, afeto e Matemática. In ASSIS, M. C.; ASSIS, O. Z, *Construtivismo e Formação dos Professores* (p. 81-93). Campinas: Unicamp.

BRITO, M. R. F. (2002). O “pensar em voz alta” como uma técnica de pesquisa em psicologia da educação matemática. *Anais do Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática*, Brasil, 1, 15-35.

BRITO, M. R. F. (2006). *Solução de Problemas e a Matemática Escolar*. Campinas: Átomo e Alínea.

BROW, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation and other more mysterious mechanisms. In WEINERT, F. E.; KLUVE, R. (Orgs). *Metacognition, motivation and understanding* (p.1-16). New York.: Erlbaum.

CÂNDIDO, P. T. (2001). Comunicação em matemática. In SMOLE, K.; DINIZ, M. I. (Orgs.). *Ler, escrever e resolver problemas*.(p. 15-28). Porto Alegre: Artmed.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In SMOLE, K.; DINIZ, M. I. (Orgs.). *Ler, escrever e resolver problemas*. (p. 121-150). Porto Alegre: Artmed.

CORREA, J. (2002). A influencia dos modos de divisão partitiva e por quotas nos procedimentos de calculo oral utilizados por criança. In *Anais do Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática*, Brasil, 1, 71-79.

CORREA, J.(2004). Resolução oral de tarefas de divisão por crianças. *Estudos de Psicologia*, 9, 145-155.

CRASNICH, S.; LUMBELLI, L. (2005). The reflection-response in enhancing argumentation ability. *Educational Studies in Language and Literature*, p. 147-174.

DEL PRETTE, Z. A. P.; DEL PRETTE, A.; GARCIA, F. A.; BOLSONI-SILVA, A. T.; PUNTEL, L. P. (1998). Habilidades sociais do professor em sala de aula: um estudo de caso. *Psicologia Reflexão e Crítica*, 11(3), 591-603.

ECHEVERRÍA, M. P. P. (1998). A solução de problemas em Matemática. In POZO, L. A. *Solução de Problemas. Aprender a resolver, revolver para aprender*. Porto Alegre: Editora Artes Médicas, p.43-65

ECHEVERRÍA, M. P. P. ; POZO, J. I. (1998). Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. In POZO, J. I., *A solução de Problemas: aprender a resolver, revolver para aprender* (p. 43-65). Porto Alegre: Artes Médicas.

FÁVERO, M. H. (2002). Regulações cognitivas e metacognitivas do professor: uma questão para a articulação entre a psicologia do desenvolvimento adulto e a psicologia da educação matemática. In: *Anais do Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática*, Brasil, 1, 187-197.

FRANT, J. B. (2002). Tecnologia, corpo, linguagem: cognição. *Anais do Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática*, Brasil, 1, 121-134.

FUCHS, S. L. ; FUCHS D. ; PRENTICE C. ; HAMLETT, C. L. ; FINELLI R. ; COUREY S. J. (2004). Enhancing Mathematical Problems Solving Among Third-Grade Students with Schema-Based Instruction. *Journal of Educational Psychology*, 96, (4), 635-647.

GAGNÉ, R.M (1975). *Como se realiza a aprendizagem*. (Therezinha Maria Ramos Tovar,Trad.).Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos. (Obra original publicada em 1975.)

GONÇALVES, M. A. (1999). Teoria da ação comunicativa de Habermas: Possibilidades de uma ação educativa de cunho interdisciplinar na escola. *Educação & Sociedade*, ano XX, 66, 125-140.

GONZÁLES, F. E. (1998). Metacognicion y tareas intelectualmente exigentes. *Zetetiké*, 6 (9), 59 – 87.

GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A. (2004). Além da detecção de modelos mentais dos estudantes. Uma proposta representacional integradora. In MOREIRA, M. A. *A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Investigação nesta Área* (p.33-55). Porto Alegre: UFRGS.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. (1995). *Desvendando a aritmética: implicações da Teoria de Piaget* (Marta Rabigiolio, Camilo F. Ghorayeb, Trad.). Campinas: Papirus. (Obra original publicada em 1995).

KRUTESTKII, V. A. (1976). *Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*.Chicago: University of Chicago Press.

LAUTERT, S. L., SPINILLO, A. G. (2002). Definindo a divisão e resolvendo problemas de divisão: as múltiplas facetas do conhecimento matemático. In *Anais do Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática*, Brasil, 1, 61-69.

LEITE, L. B. (2004). Discurso argumentativo, significação e construção do conhecimento em História. In: *Anais do Simpósio e Intercâmbio de Pesquisa Científica*, Brasil, 10, 32-33.

LEITÃO, S. (2004). Argumentação e construção do conhecimento: a dimensão auto-reguladora da argumentação. In: *Anais do Simpósio e Intercâmbio de Pesquisa Científica*, Brasil, 10, 33-34.

LIMA, V. S. (2001). Solução de problemas: habilidades matemáticas, flexibilidade de pensamento e criatividade. (Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2001).

LIMA, V. S.; BRITO, M. R. F. (2001). Mapeamento cognitivo e a formação do conceito de frações. In BRITO, M. R. F.(Org), *Psicologia de Educação Matemática* (p. 107-128). Florianópolis: Insular.

MACEDO, L. (2000). *Aprender com jogos e situações problema*. Porto Alegre: Artes Medicas Sul.

MACEDO, L. (2000). *Ensaio Pedagógico: Como construir uma escola para todos?*. Porto Alegre: Artes Medicas Sul.

MACHADO, N. J.; CUNHA, M. O. (2005). *Lógica e linguagem cotidiana*. Belo Horizonte: Autêntica.

MALDANER, A. ; ISAIA, S. M. A. A. (2001). Problematização dos Conceitos Numéricos como um Caminho para a Resolução de Problemas: desafio para professores de séries iniciais. *Revista do PPGE*, 2 (1), 105-116.

MELO, M. F. V. (2004). Emprego da argumentação no processo de construção do conhecimento em sala de aula no curso de psicologia. In: *Anais do Simpósio e Intercâmbio de Pesquisa Científica*, Brasil, 10, p.33.

MOREIRA, M.A. (2002). *A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Investigação nesta Área*. Porto Alegre: UFRGS.

MORENO, R. ; MAYER, R. E. (2005). Role of Guidance, Reflexion, and Interactivity in Agent-Based Multimedia Game. *Journal of Educacional Psychology*, 97 (1), 117-128.

MORO, M. L. F. (2000). A epistemologia genética e a interação social de crianças. *Psicologia e Reflexão Crítica*, 13, 295-310.

MORO, M. L. F. (2004) Notações da matemática infantil: igualar e repartir grandezas na origem das estruturas multiplicativas. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 17, 251-266.

MORO, M. L. F. (2005). Estruturas Multiplicativas e Tomadas de Consciência Repartir para Dividir. *Psicologia: Teoria e pesquisa*, 21 (2), 217-226.

NUNES, T.; CAMPOS T. M. M. ; MAGINA S. ; BRYANT P. (2001). *Introdução à Educação Matemática: Os números e as operações numéricas* (1ª Ed.). São Paulo:Proem

OLIVEIRA, M. S.; TOURINHO E. Z. (2001). Desempenho de crianças do ensino fundamental na solução de problemas aritméticos. *Estudos de psicologia*, v.6, no.1. Natal. Disponível em: < [http:// www.scielo.com](http://www.scielo.com) > , acessado em 15/08/2006.

PARRAT-DAYAN, S.; TRYPHON, A. (1998). *Jean Piaget - Sobre a Pedagogia*. São Paulo: Casa do Psicólogo.

PELIZZARI, A.; KRIEGL, M. A.; BARON M. P.; FLINCK, N. T. L.; DOROCINSKI, S. I. (2002). Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. *Revista PEC*, 2, 37-42.

PERELMAN, C.; OLBRECHTS-TYTECA, L. (2002). *Tratado da argumentação: a nova retórica*. (Maria Ermantina Galvão, Trad.). São Paulo: Martins Fontes. (Obra original publicada em 1996).

PIAGET, J. (1973). *Estudos sociológicos*. (Reginaldo di Piero, Trad.). Rio de Janeiro: Forense. (Obra original publicada em 1965).

PIAGET J. (1974). *Aprendizagem e Conhecimento*. (Equipe Livraria Bastos, Trad.). Rio de Janeiro: Freitas Bastos. (Obra original publicada em 1959).

PIAGET, J. (1976). *A equilibração das estruturas cognitivas: problema central do desenvolvimento*. (Álvaro Cabral, Trad.). Rio de Janeiro: Zahar. (obra original publicada em 1973).

PIAGET, J. (1977). *O desenvolvimento do Pensamento, equilibração das Estruturas Cognitivas*. (Álvaro Figueiredo Publicações, Trad.). Lisboa: Dom Quixote. (Obra original publicada em 1975).

PIAGET, J. (1983). *Os Pensadores*. São Paulo: Abril.

PIAGET, J. O (1985). *Possível e o necessário: evolução dos possíveis na criança*. (Bernardina Machado de Albuquerque, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Obra original publicada em 1981).

PIAGET, J. (1988). *Para onde vai a educação?* (Ivette Braga, Trad.) Rio de Janeiro: José Olímpio. (Obra original publicada em 1974).

PIROLA, N. A.; BRITO, M. R. F.(2001). A formação dos conceitos de triângulos e de paralelogramos em alunos de escola elementar. In BRITO, M. R. F.(Org), *Psicologia de Educação Matemática* (p.85-106). Florianópolis: Insular.

POLYA, J. (1997). *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro.

POZO, J. I.; CRESPO, M., A., G. (1998). A Solução de Problemas nas Ciências da Natureza. In POZO, L. *A solução de problemas* (p. 67-102). Porto Alegre: Artes Médicas.

RIBEIRO, C. (2003). Metacognição: Um Apoio ao Processo de Aprendizagem. *Psicologia, Reflexão e Crítica*, 16, 109-116.

RICO, L.; CASTRO, E.; ROMERO, I. (2000). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. In BELTRÁN, J. A. et. al. *Intervención psicopedagógica y curriculum escolar*, (p. 153-182). Madrid: Pirâmide.

SANTOS, C.M.; COLINAUX, D. (2004). Interferência, dedução e argumentação: explorando situações escolares. In *Anais do Simpósio e Intercâmbio de Pesquisa Científica*, Brasil, 10, p.32.

SISTO, F. F. (1993). Fundamentos para uma aprendizagem construtivista. *Pro-posições*, 4 (2), 38-52.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CANDIDO, P. (2000). *Brincadeiras Infantis nas Aulas de Matemática*. Porto Alegre: Artmed.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (2001). *Ler, escrever e resolver problemas. Habilidades básicas para aprender matemática*. São Paulo: Artmed.

STANCANELLI, R. (2001). *Ler escrever e resolver problemas. Habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed.

STAREPRAVO, A. R.; MORO, M. L. F. (2005). As crianças e suas notações na solução de problemas de multiplicação. In MORO M. L. F.; SOARES, M. T. S (Orgs). *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola*. (p. 107-143). Curitiba: UFPR.

STERNBERG, R. J. (2000). Resolução de problemas e criatividade. In STERNBERG, R. J. *Psicologia Cognitiva*. Porto Alegre: Artes Médicas.

TAXA, F. O. S.; FINI, L. D. T. (2001). Estudo sobre a solução de problemas aritméticos de multiplicação do tipo isomorfismo de medidas. In BRITO, M. R. F.(Org), *Psicologia de Educação Matemática* (p.167-200). Florianópolis: Insular.

TEIXEIRA, L. R. M. (2005). As representações da escrita numérica: questões para pensar o ensino e a aprendizagem. In MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. S (Orgs). *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola*.(p. 19-40). Curitiba: UFPR.

THIEDE, K.W.; ANDERSON, M. C.; THERRIAULT, D. (2003). Accuracy of metacognitive monitoring affects learning of texts. *Journal of Educational Psychology*, 95 (1), 66-73.

TISHMAN, S.; PERKINS, D. N. ; JAY, E. (1999). *A Cultura do Pensamento em Sala de Aula*. Porto Alegre: Atmed.

VERGNAUD, G. (1988). Multiplicative Structures. In MERLYN, B; LAURENCE, E (Ed.). *Number concepts and operations in the middle grades*. (p. 141-161). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

VERGNAUD, G. (1994). *Mathematics and Cognitions*. Cambridge: Cambridge University.

VERGNAUD, G. (1996). Teoria dos Campos Conceituais. In *Anais do Seminário Internacional de Educação Matemática*, Brasil, 1, 1-26.

VYGOTSKI, L. S. (1996). *Teoria e método em Psicologia*. São Paulo, SP: Martins Fontes.

WADSWORTH, B.J. (1996). *Inteligência e afetividade da criança na Teoria de Piaget*. São Paulo: Pioneira.

XYPAS, C. (1997). *Piaget e a Educação*. (Maria Fernanda Oliveira, Trad.). Lisboa: Piaget. (Obra original publicada em 1997).

**ANEXO I – TERMO DE CONSENTIMENTO
LIVRE E ESCLARECIDO PARA OS PAIS**



**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
PARA OS PAIS**

Prezados Pais da Escola Estadual Prof. Adiwalde de Oliveira Coelho

Sou mestranda da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP e estou fazendo um estudo sobre a “A Argumentação e as Estratégias de Pensamento na Solução de Problemas de Divisão nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental”.

Para dar continuidade ao meu trabalho necessito de sua autorização para:

- Participação de seu filho nas atividades de solução de problemas individualmente e junto com um amigo (trabalho em duplas), bem como nas sessões de vídeografia.
- Uso de imagem e materiais gráficos produzidos durante a pesquisa.

Esclareço que estas atividades serão desenvolvidas na própria escola em horário habitual de aula. A participação é voluntária e sem nenhum prejuízo, caso não queira participar. Aproveito para explicar que estas atividades não fazem parte das desenvolvidas pelo professor, portanto não irão influenciar a nota de seu filho na escola.

Agradeço sua colaboração e me coloco à sua disposição para esclarecimento de dúvidas.

Telma Assad Mello

Telefone: (19) 32133798

Você autoriza a realização deste trabalho com seu filho(a) ?

() **SIM**

() **NÃO**

Eu, _____ responsável pelo aluno

_____ autorizo sua participação nas atividades citadas.

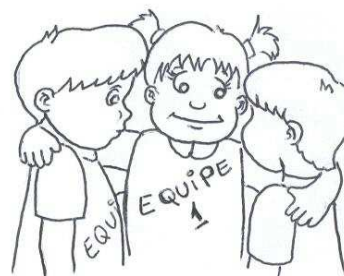
Data: ____/____/____

Assinatura do responsável: _____

**ANEXO II – PROBLEMAS ARITMÉTICOS
DE DIVISÃO – PRÉ-TESTE**

Problemas a serem aplicados no Pré- teste:

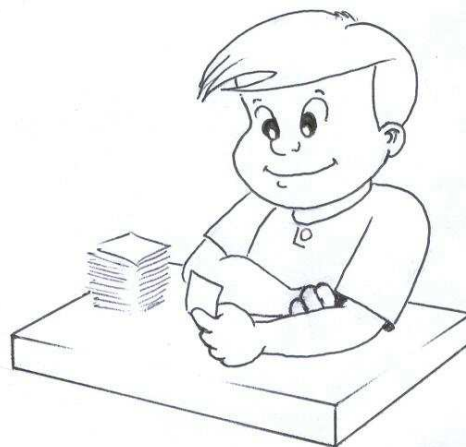
1) Para um torneio, 380 alunos da 3ª série formarão equipes com 8 alunos. Quantas equipes serão formadas? Sobrarão alunos? Se caso alguns alunos ficarem fora das equipes, como você acha que este problema pode ser resolvido?



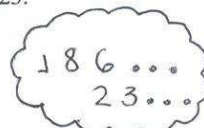
2) Seu Manoelito está tendo muita dificuldade com a divisão e pede sua ajuda. Ele precisa distribuir 685 livros em pacotes com quantidades iguais. Como você faria para ajudá-lo a realizar esta divisão? O que você explicaria para ele? De que maneira?



3) Otávio tem 360 figurinhas e quer dividi-las entre seus 6 amigos. Quantas figurinhas receberá cada um?

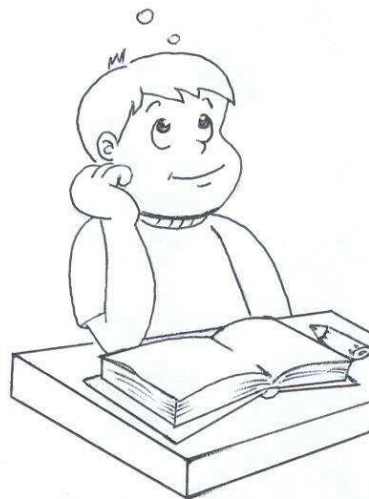


4) Escreva um problema de divisão com os números 186 e 23.

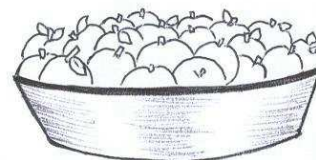


Como você resolve este problema?

Faça um desenho do problema que você fez.



5) Resolva o problema e depois responda as questões:
Em uma cesta estão 140 laranjas e eu preciso colocá-las em embalagens com capacidade para uma dúzia de laranjas.



- a) Quantas embalagens ficarão completas? _____
- b) Alguma embalagem ficará incompleta? _____
- c) Se alguma embalagem ficar incompleta, quantas laranjas ficarão nela? _____
- d) E se fossem 156 laranjas, como ficaria a distribuição? _____

6) Jaqueline distribuiu 4280 adesivos da Campanha do Meio Ambiente para as crianças da 3ª. série da escola Alegria do Saber. Se cada criança recebeu 12 adesivos, quantas crianças de 3.a série havia nessa escola?



7) Uma empresa está fazendo uma campanha para incentivar os moradores da cidade a separar o lixo reciclável. Então, 12 kg de latas de alumínio dão direito a um cupom para participar do sorteio de 1 aparelho de som. Calcule quantos cupons cada participante recebeu.

Participantes	Quantidade de jornal	Número de cupons
Senhor Genivaldo	108 kg	
Dona Salete	240 kg	
Tia Sônia	600 kg	
Felipe	394 kg	
Senhor Juvenal	216 kg	



8) Malaquias Malabarista é artista de circo. Ele já se apresentou 320 minutos este ano. Cada apresentação durou 20 minutos. Malaquias foi muito aplaudido. Quantas vezes ele se apresentou durante o ano?



Invente um problema como o de Malaquias Malabarista e depois resolva-o.

**ANEXO III – PROBLEMAS DAS SESSÕES
DE ARGUMENTAÇÃO INTERATIVA**

1ª SESSÃO

Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

1) Um barco precisa carregar 76 pessoas de uma margem a outra de um rio. As pessoas estão com pressa de atravessar o rio, mas o barco pode carregar apenas 12 pessoas de cada vez.

O que se quer saber é quantas viagens esse barco terá que fazer para transportar todas essas pessoas.



Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

2) Mauro tinha 686 figurinhas das Olimpíadas. Enquanto organizava essas figurinhas em um álbum, foi fazendo algumas anotações para saber quantas páginas ficariam completas:

- a) Como você imagina que ficaram as anotações de Mauro, sabendo que em cada página seria possível colocar 20 figurinhas? Registre suas idéias.

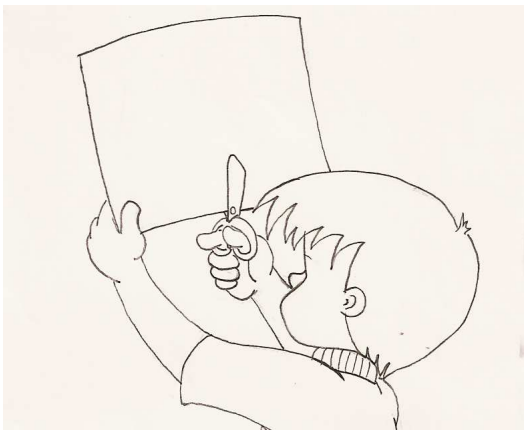


Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

3) Os alunos da 3ª série estão fazendo lindos cartões com folhas de cartolina. Com uma folha dá para fazer 24 cartões. Se fizerem 264 cartões, quantas folhas de papel cartolina serão necessárias?

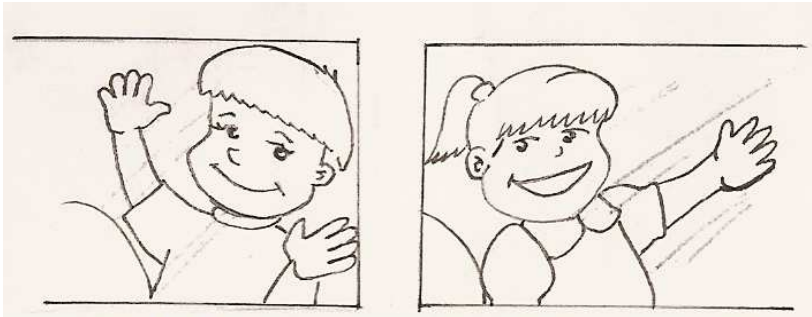


Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

4) A agência Viagens Maravilhosas reservou 714 lugares para uma excursão ao Hopi Hari. Para atender a todas as reservas, quantos ônibus serão necessários se em cada ônibus completo cabem 42 pessoas sentadas?



Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

5) Uma escola adquiriu folhas de várias cores para que os alunos façam dobraduras. É necessário separá-las em pacotes. Veja o número de folhas adquiridas de cada cor:

Vermelho= 150

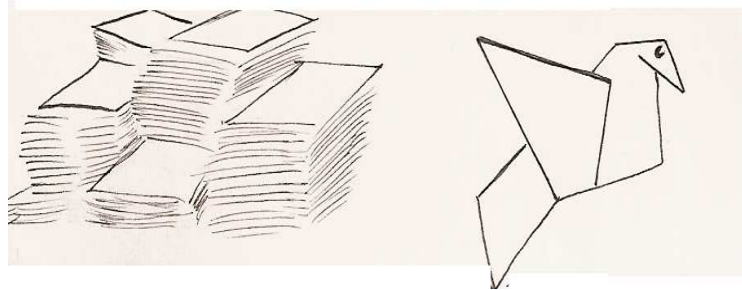
Amarelo= 120

Azul= 160

Verde= 140

Roxo= 130

Branco= 180



Calcule quantos pacotes podem ser feitos de cada cor, sabendo que em cada um foram colocadas 10 folhas.

Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

6) Para um torneio, 148 alunos da 3ª série formarão equipes com 8 alunos. Quantas equipes serão formadas? Sobrarão alunos? Se caso alguns alunos ficarem fora das equipes, como você acha que este problema pode ser resolvido?



2ª SESSÃO

Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

1) Uma empresa está fazendo uma campanha para incentivar os moradores da cidade a separar o lixo reciclável. Então, 15 kg de jornal velho dão direito a um cupom para participar do sorteio de 1 aparelho de televisão. Calcule quantos cupons cada participante recebeu.

Participantes	Quantidade de jornal	Número de cupons
Senhor Gumercindo	180 kg	
Dona Bianca	210 kg	
Tia Lia	540 kg	
Dona Luzia	375 kg	
Senhor Jurandir	225 kg	



Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

2) Para ajudar vítimas de enchente, foram arrecadados alimentos, para serem distribuídos igualmente entre 24 famílias. Calcule a quantidade de cada alimento que cada família recebeu e verifique se está correta cada operação que você efetuou.

Alimentos	Quantidade por família	sobras
96 kg de arroz		
120 kg de açúcar		
216 kg de feijão		
168 kg de farinha		



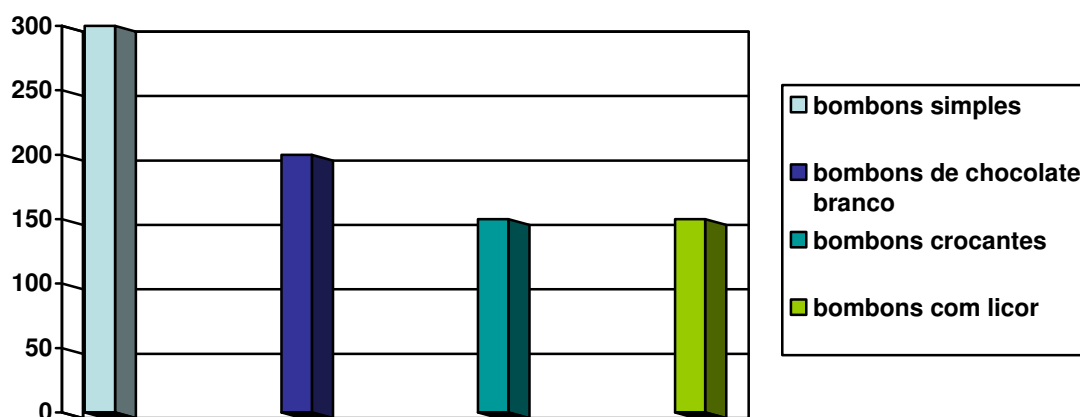
Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

3) Em uma pequena fábrica de chocolates, o número de bombons produzidos durante uma semana está representado do gráfico abaixo:

Número de bombons e quantidade



- a) Se os bombons simples forem colocados em saquinhos para 5 unidades cada, quantos saquinhos serão necessários?
- b) Se os bombons crocantes forem colocados em embalagens para 50 unidades cada, quantas embalagens serão necessárias?
- c) Quantos bombons ao todo foram produzidos nesta semana?
- d) Se a produção total da semana for colocada em caixas para 25 bombons cada, quantas caixas serão necessárias?

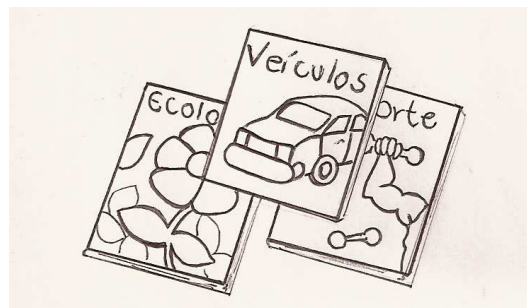
Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

4) Os donos de bancas de revistas costumam buscá-las na distribuidora. Como ontem havia poucas revistas no estoque, o distribuidor resolveu atender os clientes, distribuindo igualmente o que tinha entre os 32 donos de bancas. Veja quantas revistas de cada tipo havia no estoque e calcule quantas revistas de cada tipo cada um levou. Veja também se sobrou alguma revista.

Tipo de revista (assunto)	Número de revistas
Esporte	256
Ecologia	804
Veículos	900



Número de revistas por cliente	Sobras

Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

5) Um padeiro coloca pães no forno usando assadeiras bem grandes. Em cada uma delas cabem 24 pães. Hoje precisam ser assados 293 pães de uma só vez.

Quantas assadeiras serão necessárias para colocar todos os pães, ao mesmo tempo, no forno?



Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

6) Sofia tem 240 figurinhas e quer dividi-las com suas três irmãs. Quantas figurinhas receberá cada uma sabendo que Sofia também ficará com figurinhas?



3ª SESSÃO

Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

1) Otávio tem 250 bolinhas de gude e quer dividi-las entre seus cinco amigos. Quantas bolinhas receberá cada um?



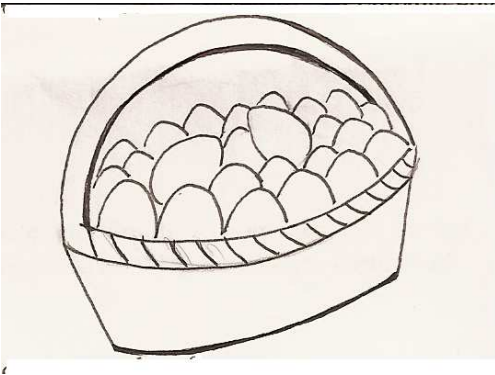
Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

2) Resolva o problema e depois responda as questões:

Em uma cesta estão 90 ovos e eu preciso colocá-los em embalagens com capacidade para uma dúzia de ovos.



- c) Quantas embalagens ficarão completas? _____ ?
- d) Alguma embalagem ficará incompleta? _____ ?
- e) Se alguma embalagem ficar incompleta, quantos ovos ficarão nela? _____ ?

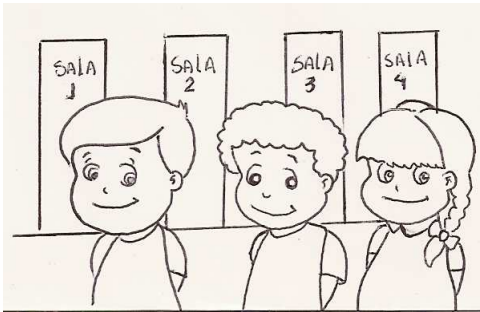
Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

3) Um colégio tem 268 alunos da terceira série. Eles vão ser divididos em quatro salas de aula.

a) É possível todas as salas de aula ficarem com o mesmo número de alunos?



b) Diga como você acha que ficaria a divisão dos alunos entre as quatro salas.

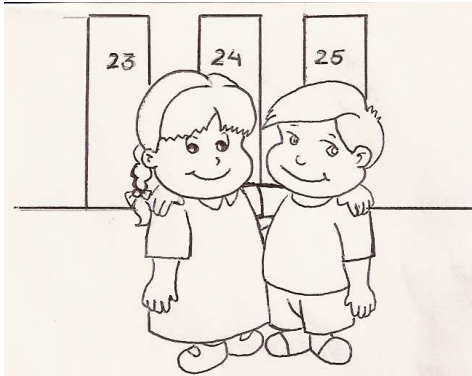
c) Agora que você já sabe o número de alunos de cada sala, qual sua opinião a este respeito?

Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

4) Uma escola tem 625 alunos de quarta série. Dona Cristiane , a diretora, quer dividi-los em 25 classes. Quantos alunos ficarão em cada classe?

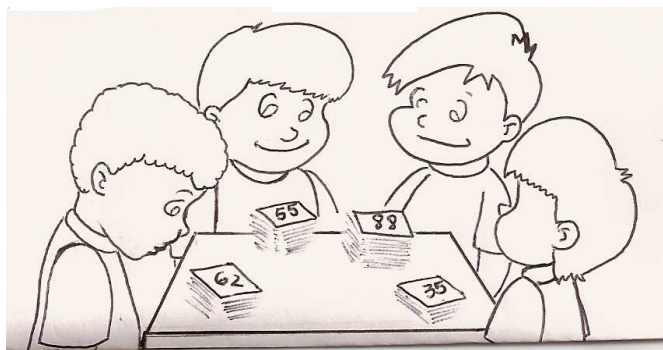


Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

5) Os quatro amigos querem ficar com o mesmo número de figurinhas. O que eles podem fazer?

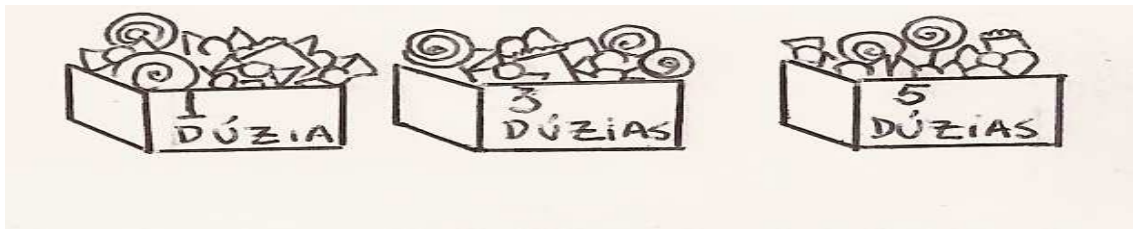


Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

6) Como você dividiria igualmente os doces das três caixas entre seis pessoas?



4ª SESSÃO

Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

1) A escola Alegria do Saber está organizando suas olimpíadas. O diretor quer que todas as equipes tenham o mesmo número de alunos. Cada sala representará uma equipe. Vamos ajudá-lo a organizar as equipes da quarta série?

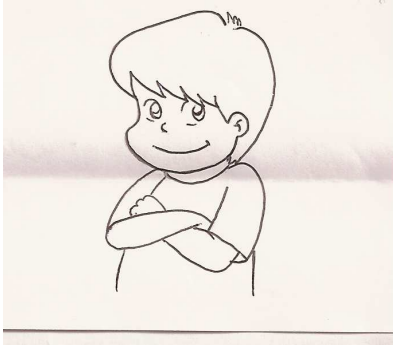


Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

2) Na escola de Pedro há 210 alunos de 3^a. Série. Cada classe é formada de 30 alunos. Quantas são as classes da 3^a. Série nesta escola?

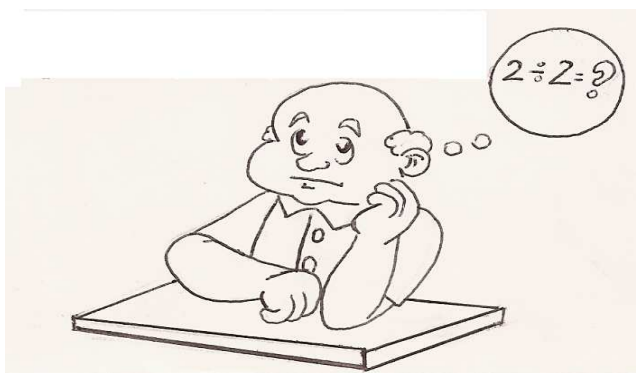


Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

3) Seu vizinho está tendo muita dificuldade com a divisão e pede sua ajuda. Como você faria para ajudá-lo a entender a divisão? O que você explicaria para ele? De que maneira?



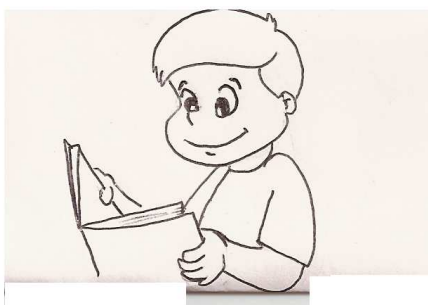
Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

4) Artur quer organizar os adesivos que colecionou. São 1200 adesivos. Ele quer colocá-los em pastas, de maneira que cada pasta tenha a mesma quantidade de adesivos. Só que Artur quer fazer a divisão em mais de três pastas.

Que sugestões você daria para ele? Registre suas idéias explicando suas sugestões.



Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

5) a) Escreva um problema de divisão com os números 163 e 25.

b) Como você resolve este problema?



c) Faça um desenho do problema que você fez.

Solução de problemas em dupla

Participante 1: _____ Série: _____

Participante 2: _____ Série: _____

6) Giraldo Girolítico é um campeão de giros. No último campeonato de giros ele conseguiu dar 540 giros no total. A regra do campeonato era a seguinte: O número de giros deve ser igual em cada uma das 20 etapas do campeonato.

Quantos giros Giraldo Girolítico deu em cada etapa?



**ANEXO IV – PROBLEMAS ARITMÉTICOS
DE DIVISÃO – PÓS-TESTE**

Problemas a serem aplicados no Pós- teste

Nome:

Série:

1) Seu Asdrúbal está tendo muita dificuldade com a divisão e pede sua ajuda. Ele precisa distribuir 1480 livros em pacotes com quantidades iguais. Como você faria para ajudá-lo a realizar esta divisão? O que você explicaria para ele? De que maneira?



2) Genivaldo Risadinha é um macaco de circo. Entre piruetas e equilibristas, ele diverte muito a criançada. Ele já se apresentou 480 minutos este ano. Cada apresentação durou 24 minutos. Genivaldo foi muito aplaudido. Quantas vezes ele se apresentou durante o ano?

Invente um problema como o de Genivaldo Risadinha e depois resolva-o.

3) Carlos Eduardo tem 1152 figurinhas e quer dividi-las entre seus 9 amigos. Quantas figuras receberá cada um?

4) a) Escreva um problema de divisão com os números 426 e 35.

b) Como você resolve este problema? Mostre como você faria.

c) Faça um desenho do problema que você fez.

5) Resolva o problema e depois responda as questões:

Em uma cesta estão 248 bombons e eu preciso colocá-las em embalagens com capacidade para uma dúzia de bombons

a) Quantas embalagens ficarão completas? _____

a) Alguma embalagem ficará incompleta? _____

b) Se alguma embalagem ficar incompleta, quantas bombons ficarão nela? _____

c) E se fossem 324 bombons, como ficaria a distribuição? _____

6) Para um torneio, 420 alunos da 3ª série formarão equipes com 9 alunos. Quantas equipes serão formadas? Sobrarão alunos? Se caso alguns alunos ficarem fora das equipes, como você acha que este problema pode ser resolvido?



7) Rosa distribuiu 3332 adesivos da Campanha do Natal Feliz para os moradores do Bairro Nossa Amizade. Se cada morador recebeu 49 adesivos, quantos moradores haviam neste bairro?

8) Uma empresa está fazendo uma campanha para incentivar os moradores da cidade a separar o lixo reciclável. Então, 15 kg de papel dão direito a um cupom para participar do sorteio de 1 bicicleta. Calcule quantos cupons cada participante recebeu.

Participantes	Quantidade de jornal	Número de cupons
Senhor Ananias	85 kg	
Dona Sinfônia	195 kg	
Tia Maroca	390 kg	
Felizberto	425 kg	
Senhor Aurélio	326 kg	