

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA

SENSOS MATEMÁTICOS:

UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA

DA MATEMÁTICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

1992

Este exemplar corresponde à
redação final da Tese defendida por

Antonio Carlos Barrera de Souza

e aprovada pela Comissão Julgadora em

21/10/1992

Data: 21/10/92

Assinatura: -

A handwritten signature in dark ink, consisting of several overlapping loops and strokes, written over a horizontal line.

Tese apresentada como exigência
parcial para obtenção do Título de Doutor em
Educação na Área de Concentração:
Metodologia do Ensino à Comissão Julgadora
da Faculdade de Educação da Universidade
Estadual de Campinas, sob a orientação do
Prof. Dr. Lafayette de Moraes[†] e co-orientação
do Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi.[†]

Comissão Julgadora:-

Ameli - Dourado da Silva

Ameli - Dourado da Silva

Ameli - Dourado da Silva

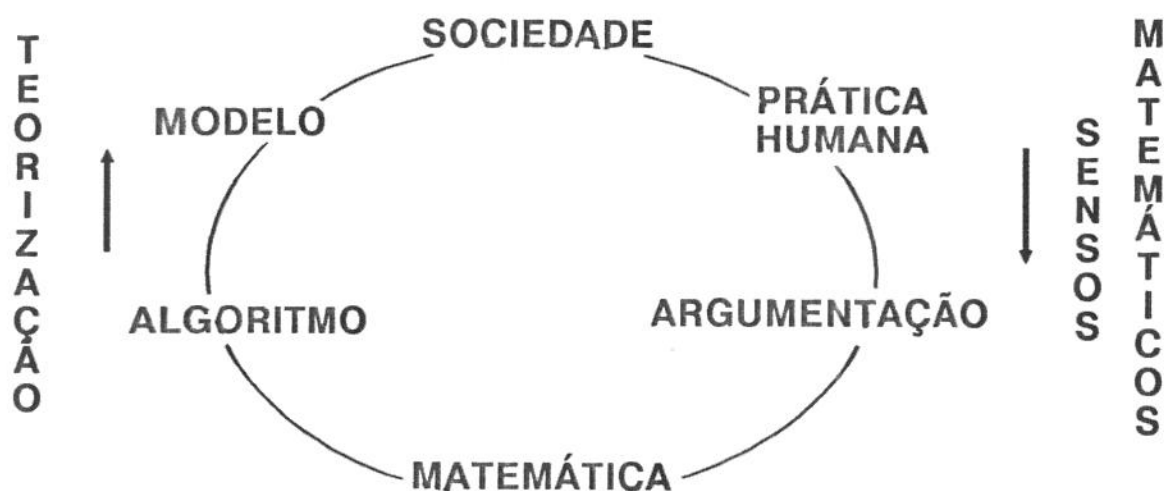
Campinas, 21/10/92.

Para minhas filhas, Tatiana e Carla, na esperança
de que um dia venham a gostar de Matemática.

RESUMO

Os *sensos matemáticos* apontam para uma proposta em Educação Matemática onde os fundamentos básicos da pedagogia localizam-se na prática humana; assim, o enquadramento da educação é a questão sócio-cultural. Assim também, o surgimento da *argumentação* deve coincidir com o início do raciocínio matemático que vai estender-se ao *algoritmo* e ao *modelo*, através do movimento de *teorização*. Essa proposta tem, então, nos *sensos matemáticos*, fundamentos muito próximos da Etnomatemática e, na *teorização*, princípios teóricos que sugerem uma aproximação com a Modelagem Matemática.

Procurando explicitar o acima exposto, apresentamos o gráfico abaixo:



ÍNDICE

	Páginas
INTRODUÇÃO	04 - 20
CAPÍTULO I	
PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	21 - 46
1.1. PRÉ-VISÕES	24 - 27
1.2. CONSTRUINDO A RÉGUA	27 - 44
1.2.1. RECONHECENDO O GRUPO	30 - 36
1.2.2. ROTEIRO DE CONVERSA	37 - 44
1.3. PÓS-VISÕES	44 - 46
CAPÍTULO II	
CONSIDERAÇÕES SOBRE A MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	47 - 77
CAPÍTULO III	
OS SENSOS MATEMÁTICOS E OS CONSTRUTOS REFLEXIVOS: UMA ABORDAGEM TEÓRICA	78 - 103
CAPÍTULO IV	
INTERPRETANDO O REAL	104 - 150
CAPÍTULO V	
PÓS-VISÕES	151 - 189
BIBLIOGRAFIA	190 - 195
ANEXOS	196 - 291

INTRODUÇÃO

A introdução de uma tese de doutorado deve necessariamente tratar do conhecimento originado e amadurecido durante o período de pesquisa do projeto, da história do percurso da pesquisa e das opções tomadas no decorrer do trabalho. Sob esse prisma, a apresentação do texto final da tese de doutorado deve evidenciar algumas questões, a nosso ver básicas, como: a origem e a trajetória histórica, para o pesquisador, do problema em estudo, as motivações fundamentais da investigação, as relações do tema com o projeto de vida do autor e as opções teóricas existentes no trabalho.

Na dissertação de mestrado, *Matemática e Sociedade: Um Estudo das Categorias do Conhecimento Matemático*, procuramos evidenciar uma fundamentação teórica em que as preocupações se deslocavam entre, de um lado, a Sociedade e a Educação Matemática, de outro, a História e a Epistemologia. Ao longo do trabalho, discutimos a História da Matemática e suas relações com a sociedade que produz a Matemática. Começamos, no primeiro capítulo, por um estudo de como a ciência e a Matemática relacionam-se com a sociedade que as produz. Esse estudo nos encaminhou, no segundo capítulo da dissertação de mestrado, para a análise do desenvolvimento histórico da Matemática - notadamente na civilização ocidental - na busca de indicadores metodológicos que desvelassem como se processava o conhecimento matemático. No terceiro capítulo, discutimos a articulação do pensamento matemático com a sociedade. Através de procedimentos

dialéticos de análise desta articulação, elencamos então categorias do conhecimento matemático que consideramos fundamentais: **experiência, evidência, intuição e totalidade**. Essas categorias geram um movimento dialético entre a sociedade e a Matemática. Esse estudo desvelou relações existentes entre o projeto humano e criação matemática, a partir da práxis humana. No último capítulo, enfocamos as interligações possíveis da Educação Matemática com os temas abordados na dissertação. Dentre as interligações que então apontávamos, destacava-se a questão dos *Sensos Matemáticos*¹ e o seu desenvolvimento a partir da prática humana, com ênfase primordial no conhecimento gerado a partir do dado cultural.

Esse último capítulo, portanto, já delineava uma preocupação com "o fazer uma Educação Matemática" com apoio na prática social do homem. Buscando na realidade a âncora necessária para a gênese do conhecimento, fizemos, então, várias inferências a partir dos estudos efetuados durante a elaboração da nossa dissertação de mestrado. O termo utilizado, na dissertação, para essas inferências foi "aposta", no sentido de apontar caminhos que teoricamente acreditávamos corretos, porém não se encontravam, até então, suficientemente estudados e pesquisados. Propusemos como apostas:

1 Aqui, a expressão "*Sensos Matemáticos*", significa o movimento em direção à Matemática que o homem efetua na apropriação do conhecimento matemático. Esse movimento é originado na prática humana no real que conduz o ser humano a uma argumentação sobre essa prática. Esta nota inicial, embora longa, torna-se necessária pelo fato de o termo "*senso*" possuir vários significados na língua portuguesa e, portanto, causar dificuldades no entendimento do seu significado neste texto. *Senso matemático* nesta tese, assume o significado de **sentido** (sensorial) quando, a partir da prática humana, o homem extrai a possibilidade do conhecimento - com uma conotação explicitamente sensorial; assume a conotação de **significado** (explicativo), enquanto um movimento realizado pelo ser humano no ato de conhecer e, nessa concepção, é explicitado no capítulo três em conjunto com o modelo teórico dos *constructos reflexivos matemáticos*; assume como fundamental - com um viés **cultural**, na abordagem do conhecimento matemático - a idéia gramsciana de "**bom senso**" como o núcleo sadio do "**senso comum**".

i. "as contradições existentes nas velhas formas sociais evoluem para novas formações sociais";

ii. "a Matemática deve ser ensinada em um contexto histórico";

iii. "estudando modelos e realidade, podemos desnudar as formas pelas quais o homem, a partir do real, apropriou-se do instrumental matemático";

iv. "o movimento das categorias do conhecimento matemático, que, tendo como parâmetro o devir universal, objetiva captar as conexões e as contradições na totalidade de relações do real e penetrar, o mais profundamente possível, na riqueza de conteúdo da realidade";

v. "vislumbramos como rumos possíveis para o ensino de Matemática, a competência e a criatividade. Em decorrência delas, os caminhos conduzem-nos à Matemática externalista e aos *Sensos Matemáticos*";

vi. "os *Sensos Matemáticos* caracterizam-se por um movimento em direção à Matemática, com uma abordagem externalista. Esse movimento incorpora dados culturais, sociais e econômicos. Os sentidos constituem-se no momento de apropriação, pelo sujeito, do saber matemático a partir da prática empírica no real".

Essas apostas geraram um projeto de pesquisa para o doutorado, em que procuramos contemplar um estudo acurado dos *Sensos Matemáticos* através da Matemática com uma abordagem externalista. A conceituação 'abordagem externalista' gera, em algumas pessoas não familiarizadas com o dicionário particular da Educação Matemática, um certo desconforto

skinneriano pois são levadas a crer que existe a ameaça de condicionamentos. Neste estudo prevalece a conceituação estabelecida por D'Ambrósio ², que explicita que a abordagem externalista da Matemática privilegia a influência dos dados sócio-econômicos-culturais na construção do conhecimento matemático, em contraposição à abordagem internalista que privilegia somente o conhecimento, do ponto de vista interno na própria Matemática.

As apostas acima mencionadas e elaboradas na dissertação de mestrado foram grandes e os desafios propostos para a tese de doutorado tentadores. Durante a produção deste trabalho, as apostas foram ficando cada vez mais altas e, então, elaboramos uma proposta de redação científica das apostas e dos desafios. Chegou o momento de teorizar.

I. Quadro Teórico

Os objetivos da educação e da prática pedagógica, como mediadoras da transformação social, conduzem a uma visão de conjunto das relações entre a sociedade e a escola. Sob esse prisma emerge, naturalmente, o papel do ensino de Matemática, levando-nos a refletir sobre os condicionantes desse ensino.

2 Ver, por exemplo: 1) D'AMBRÓSIO, U., Culture, Cognition and Science Learning; In: *Inter-American Seminar on Science Education. Report*, Panamá: 1984. 2) D'AMBRÓSIO, U., *Etnomatemática*, São Paulo: Editora Ática, 1990. Nesses dois exemplos, D'Ambrósio explicita que o conhecimento tem origem na ação que a realidade tem sobre o sujeito cognoscente no ato de apreender e, a partir dessa ação, surge a capacidade do sujeito de intervenção no real. D'Ambrósio propõe a criação dos "mentefatos" e dos "artefatos" que correspondem a respostas do sujeito em relação à ação da realidade no ato cognitivo.

O enfoque mais comum à prática da educação no ensino de Matemática em nossa sociedade é o internalista. Nessa abordagem, são muito valorizados os princípios básicos de organização - no sentido euclidiano dado ao termo, ou seja, dedutivo -, as estruturas matemáticas - no sentido hilbertiano ou bourbakista proposto a partir da 'Matemática Moderna' - e o relacionamento e funcionamento dessas estruturas em nível lógico e semiótico - no sentido lingüístico proposto por Cantor ou Russell. No mercado editorial brasileiro, os livros didáticos já dissecados em outros trabalhos³ dão prova inequívoca de que a abordagem internalista da Matemática é hegemônica nas questões relativas ao ensino. Ao diagnosticar esse fato, muitos professores propõem 'dourar a pílula', isto é, sugerir alterações no livro didático ou renovar o currículo escolar de Matemática, com aplicações ou historietas episódicas da Matemática, mas na essência, a proposta internalista permanece intacta. Esse tipo de visão muitas vezes encobre a percepção clara das origens da Matemática e das suas relações com a prática social dos indivíduos. Esconde que a Matemática tem origem na prática humana e, portanto, possui condicionantes sociais, culturais, econômicos e históricos. Cria obstáculos de origem ideológica, ao considerar que o conhecimento matemático vigente em nossa sociedade é neutro e, portanto, superior ao conhecimento matemático produzido por grupos minoritários ou étnicos.⁴

3 Ver, por exemplo: IMENES, L. M., **Um Estudo Sobre o Fracasso do Ensino e da Aprendizagem da Matemática**, Rio Claro: UNESP/IGCE, Dissertação de Mestrado, 1989.

4 Para melhor compreensão do exposto, sugerimos como ideal a leitura dos estudos produzidos por: 1) BORBA, M. C., **Um Estudo de Etnomatemática: sua Incorporação na Elaboração de Uma Proposta Pedagógica Para o "Núcleo Escola da Favela da Vila Nogueira / São Quirino"**, Rio Claro: UNESP/IGCE, Dissertação de Mestrado, 1987. 2) GERDES, P., **SOBRE O DESPERTAR DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO: ACTIVIDADE SOCIAL E A POSSÍVEL ORIGEM DE ALGUNS CONCEITOS E RELAÇÕES GEOMÉTRICOS MUITO ANTIGOS, CONSIDERANDO EM PARTICULAR A MATEMÁTICA DOS PAÍSES EM VIAS DE DESENVOLVIMENTO**, Dresden, RDA: Instituto Superior Pedagógico " Karl Friedrich Wilhelm Wander ", Tese de Doutorado, 1986.

Uma abordagem da Matemática pelo prisma externalista nos leva a uma visão objetiva do contexto sócio-cultural e genético, onde o conhecimento matemático se fez presente historicamente. Assim, os rastros do homem, ao fazer cálculos, ao desenhar figuras e ao estimar quantidades presentes no cotidiano, identificam o caminho a ser trilhado. Seguramente essa é uma Matemática que incorpora incertezas e inseguranças mas, com certeza, é uma Matemática que permite perceber uma linha epistemológica onde a base da teoria é a prática humana.

Nesse contexto, emerge o *Senso Matemático*, como um movimento, efetuado pelo homem na construção do conhecimento matemático, originado na prática humana que encaminha o ser humano a uma argumentação sobre essa prática. Esse movimento é parte integrante do *constructo reflexivo matemático* e é complementado pelo movimento de *teorização* que se processa do *algoritmo* ao *modelo*. Assim, o *senso matemático* situa-se como uma análise dos fenômenos, vale dizer, como uma abordagem crítica da realidade, como uma disposição interior que torna o homem capaz de quantificar, ou seja, de apreender o caráter quantitativo dos fenômenos. O *Senso Matemático* determina, em nível social, por exemplo, o conhecimento dos próprios limites do homem.

Acreditamos que, para verificar as possibilidades dos *Sensos Matemáticos*, temos que verificar as possibilidades de transformar a Educação Matemática em um meio educativo que trate das observações científicas, das percepções de espaço, de tempo e de quantidades a partir de dados obtidos na realidade sócio-cultural. Esse meio educativo de que falamos possui a necessidade de coordenar o ato de saber e o fato de fazer equilibrando-os com objetividade e ponderação.

Em Educação Matemática, hoje, assistimos à substituição da essência do conteúdo matemático pela forma de apresentação dedutiva e lingüística da Matemática e, mais grave ainda, à vitória da quantidade de exercícios e conteúdos 'ensinados' sobre a qualidade na construção do conhecimento a partir de estruturas cognitivas significativas. Para exemplificar o afirmado, encontramos pesquisas onde a estrutura multiplicativa e combinatória em alunos de primeiro ano da universidade, na área de exatas, é inferior ao apresentado por uma pessoa ligada ao jogo do bicho. E esse é só um exemplo dentre as várias pesquisas produzidas por um grupo de professores ligados à Universidade Federal de Pernambuco ⁵.

Transformamos a Matemática e, por decorrência, a Educação Matemática, no reino dos "gourmants", onde o que prevalece é a quantidade armazenada de informações relativas a fórmulas e regras sem, evidentemente, existir uma preocupação com a qualidade do conhecimento produzido a partir da Matemática de sala de aula. Existem indicadores ⁶ de que, quando a "forma" se

5 CARRAHER, T. N., & CARRAHER, D. W., & SCHLIEMANN, A., **Na Vida Dez, Na Escola Zero**, São Paulo: Cortez Editora, 1988. Esse livro é resultado de uma série de pesquisas efetuadas pelos autores, pertencentes à Universidade Federal de Pernambuco. Nas pesquisas são estudadas várias estruturas cognitivas relativas à Matemática. No capítulo 5 são expostos os resultados de uma pesquisa efetuada sobre a estrutura cognitiva da Análise Combinatória; nesse estudo, os sujeitos são divididos em dois grupos: o primeiro é de pessoas ligadas ao jogo do bicho, no geral cambistas, e o segundo, o grupo de controle, de pessoas com uma escolaridade média de onze anos. No grupo de controle encontramos a menção a um aluno universitário da área de exatas que erra as questões propostas.

6 DAVIS, P. J., & HERSH, R. **A Experiência Matemática**, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves S. A., 1985 p. 46-51. Nesse livro, encontramos, no capítulo 1, o sub-item **O Dilema de Ulam**, que traça um perfil claro da produção matemática no mundo ocidental. Logo em seguida, outro sub-item do mesmo capítulo - **Quanta Matemática Pode Existir?** - clarifica fatos relevantes dessa produção científica. Para complementar alguns indicadores relativos à questão "forma" / "essência", apontamos como básica a leitura de NORDON, D., **Les Mathématiques Pures N'Existent Pas !**, France: Actes Sud, 1981.

sobrepõe à "essência", a criatividade desaparece e, com ela, a capacidade de gerar interpretações e análises da realidade circundante, isto é, a Matemática não serve como um instrumento de leitura da realidade.

A preponderância da "forma" sobre a "essência" fica patente na dificuldade que os materiais de origem analógica encontram para entrar na Matemática e na Educação Matemática. Desde a antigüidade grega, que procedimentos não analíticos são descartados pela comunidade dos matemáticos. Arquimedes, em carta a Eratóstenes⁷, relatou que seu método para descobrir novos teoremas implicava uma série de raciocínios envolvendo "centros de gravidade" e "alavancas" e que, somente depois de provados empiricamente, é que os enunciava e demonstrava. Um exemplo típico de postura analógica. Como esse procedimento não era considerado matemático pelos alexandrinos, Arquimedes, após a comprovação empírica do conhecimento matemático por ele produzido, formulava a apresentação do mesmo de forma lógica e dedutiva, no sentido euclidiano do termo, produzindo livros que não diferiam dos usualmente produzidos, mas que escondiam a origem do conhecimento.

Com o surgimento das calculadoras eletrônicas e posteriormente dos computadores com sua conseqüente utilização nos procedimentos de ensino e pesquisa na Matemática, surgiram novas formas de encarar os métodos analógicos em relação à Matemática. Na realidade, inicialmente esses procedimentos ficaram restritos a algumas áreas da Matemática Aplicada - é conveniente ressaltar o progresso no estudo das equações diferenciais e dos procedimentos estatísticos a partir da utilização dos computadores - e da Educação Matemática. Podemos destacar, então, não só as discussões sobre a utilização de calculadoras eletrônicas na

7 ARQUIMEDES, *El Metodo*, Madrid: Alianza Editorial, 1986

Educação Matemática a partir da década de setenta mas também as questões relativas à proposta da Modelagem com a utilização dos micro-computadores.

Em um trabalho sobre a interdependência da Matemática com a realidade, Machado ⁸ afirmou que a questão básica, ao se considerar a dialética e sua importância para a análise do desenvolvimento do conhecimento matemático, está centrada na fecunda relação entre a teoria e a prática pois, se a primeira permite uma percepção sintética da realidade, a segunda sugere, a cada instante, problemas novos e desafiadores à primeira. Nessa ótica percebemos a importância e a necessidade de uma concepção externalista no desenvolvimento da Matemática e da Educação Matemática, pois a ausência de problemas novos e desafios gera, a longo prazo, a esterilidade do conhecimento.

Hoje, com a crescente popularização das calculadoras eletrônicas e dos computadores pessoais, alteraram-se, de alguma forma, os procedimentos de pesquisa e de ensino na Matemática. A partir destes, surgem algumas propostas de retomada dos princípios analógicos na Matemática. Alertamos, porém, que a questão da utilização das novas tecnologias em Educação Matemática encontra-se restrita a alguns centros de pesquisa e a algumas tentativas em escolas de elite, ou seja, está distante, ainda, de uma plena utilização. Com essa ressalva, indicamos que atualmente a Educação Matemática ainda é, na maioria das escolas, tratada de forma tradicional, com ênfase acentuada na abstração precoce e na simbologia exagerada. Assim, podemos afirmar que, em grande parte das escolas, continua existindo dificuldade para que os materiais de procedência analógica consigam adentrar na Educação Matemática.

⁸ Machado, N. J., *Matemática e Realidade*, São Paulo: Cortez Ed. e Autores Associados, 1987. Em especial o capítulo 3.

Nosso quadro teórico propõe basicamente uma investigação que leve em conta os aspectos até aqui mencionados em relação à abordagem externalista e que tenha como primeiro objetivo um fazer Matemática no sentido de que cada ser produz cultura, do ponto de vista social, econômico e histórico; e, como segundo objetivo, um aprender Matemática em estilo arquimediato-galilaico⁹, cuja síntese consista numa visão cosmológica, crítica e comprometida com a ciência e com o real. Esse fazer e aprender Matemática consideram que os grupos sociais que produzem uma dada cultura dela se apropriam e a reproduzem socialmente, no sentido educacional.

A retomada dos aspectos externalistas na Matemática deve contribuir significativamente para reverter o triste processo de desilusão hoje existente entre os que estão vivendo um processo de ensino/aprendizagem de Matemática nas escolas de primeiro, segundo e terceiro graus. De um lado, estão os professores que, a cada dia, tomam mais consciência da impotência da abordagem internalista para a Educação Matemática, mas sem ter coragem de experimentar outros procedimentos educacionais, dada a hegemonia dos métodos internalistas. De outro lado, estão os alunos, cada vez mais naufragando em um mar de fórmulas prontas e regras pré-estabelecidas que, embora não possuam um significado concreto em relação à realidade deles, devem ser apreendidas e memorizadas. Esse desencanto deve-se, basicamente, à postura internalista no ensino da Matemática com um projeto de educação que através de um processo analítico e mecânico não leva em conta o dado cultural, a realidade sócio-econômica e o fator histórico, engendrando uma educação rica em ideologia e pobre em conhecimento.

⁹ O sentido educacional da afirmação "um fazer e um aprender Matemática no estilo arquimediato-galilaico" implica a incorporação de questões relativas à experiência como alavanca do conhecimento teórico e de uma ciência como ferramenta para leitura e compreensão do real.

No conjunto dos fatores expostos nesse quadro teórico, encaminhamos nossa pesquisa no sentido de averiguar o relacionamento entre a Educação Matemática e a realidade social, levando em conta as possibilidades oriundas do estudo da História, da Psicologia, da Dialética e da Antropologia. Na elaboração deste quadro teórico, utilizamos a expressão "abordagem externalista" como a possibilidade de introdução e de utilização, pela Educação Matemática, de outras ciências no estudo dos fenômenos relativos ao ensino de Matemática. A pesquisa orienta-se pois, pela possibilidade empírica aliada à matematização necessária. Dentro da possibilidade empírica, consideramos a análise dos fenômenos da realidade educacional por nós estudada com relação à Matemática. Por matematização necessária, consideramos implícita a matematização das noções relativas à abordagem externalista já enunciadas.

II. Proposta Básica.

No capítulo um, descrevemos a proposta raiz dos procedimentos metodológicos utilizados nessa pesquisa: uma proposta que consideramos não-convencional, pois não se filia **integralmente** a nenhum dos paradigmas científicos vigentes; pretendemos, pois, recorrer a vários procedimentos científicos relevantes para, à luz dos mesmos, refletir com maior riqueza de dados sobre a realidade desvelada pelos fenômenos estudados. A razão fundamental dessa escolha recai sobre a necessidade de uma proposta ampla de pesquisa em Educação Matemática para que possamos ter uma visão crítica do tema pesquisado.

A base dos procedimentos metodológicos aqui utilizada é uma concepção radical do ser humano na qual o homem é tomado como raiz de todas as coisas. Assim, não há como deixarmos de lado um processo teórico de reflexão inicial - que denominamos *pré-visões* - para podermos deslindar uma complicada rede de

fenômenos que envolve o conjunto de questões propostas por esta pesquisa. Pretendemos utilizar um dos pressupostos básicos da dialética, conforme o proposto pela corrente histórico-crítica de pesquisa em educação, em que a partir de uma reflexão teórica inicial, encaminhamo-nos para o real, munidos de categorias de análise e procurando reavaliar, na intervenção provocada pela interação com a realidade, a teoria elaborada, buscando a partir dessa a superação da dicotomia teoria/prática. Essa superação será objeto da parte final deste estudo, denominada *pós-visões*.

Na realidade, os capítulos dois e três desta investigação surgiram concomitantemente ao capítulo um, de maneira que não é possível concebê-los em separado. Os procedimentos metodológicos da pesquisa nascem, em grande parte, da reflexão teórica elaborada nos capítulos posteriores. Objetivamos encaminhar a ciência à dimensão em que sejam elaboradas as questões sociais, culturais e econômicas em nível de igualdade com as originariamente pertencentes ao âmbito da educação.

Para a investigação sugerida na primeira parte desta introdução, foi necessário elaborar um instrumento de medida que, geometricamente, vamos chamar de *Régua*. O primeiro passo no uso desse instrumento de medida é a clarificação dos procedimentos metodológicos adotados durante o decorrer da pesquisa.

Na etapa do quadro teórico *Construindo a Régua*, no capítulo um, é descrito o universo de procedimentos de ordem metodológica pelo qual iremos nos deslocar durante a pesquisa. São trabalhados os aspectos referentes à elaboração do instrumento inicial de coleta dos dados. Esse instrumento constitui-se de um *roteiro de conversa* onde, em entrevistas individuais, buscamos perceber a totalidade

A E.E.P.G."Nelson Stroili" fica localizada no Jardim Ipanema, que integra a região do Grande Cherveson, em Rio Claro. A escolha do Jardim Ipanema como locus de pesquisa é descrita e trabalhada no capítulo um da tese. No item *reconhecendo o grupo*, descrevemos os sujeitos da pesquisa, o ambiente sócio-cultural e econômico do bairro e os procedimentos de escolha do locus de pesquisa segundo o prisma de nosso referencial teórico.

No segundo capítulo, tecemos uma série de considerações sobre a Matemática e a Educação Matemática, procurando sempre partir das questões sociais que geram as concepções científicas e que, em conjunto, produzem a ciência; buscamos analisar as relações existentes entre o movimento no tecido social e o movimento existente na Matemática, no decorrer de sua história.

Assim, nesse capítulo, dedicamo-nos a estudar a evolução do conceito de ciência e sua relação com as concepções de Matemática e, ao lado dessa questão, buscamos desenvolver um paralelo entre as concepções em Matemática e suas decorrentes propostas em Educação Matemática. Percorremos o ato de criação das concepções matemáticas discutindo, em paralelo, a evolução histórica do conceito de ciência. Muito mais que um apêndice de história da Matemática, nesse capítulo, visamos à ligação do conhecimento científico com o projeto humano. O objetivo é rastrear o passado, buscando as ligações do conhecimento matemático produzido ao longo dos séculos, com as questões históricas, sociais, econômicas e culturais das sociedades que o produziram.

Essa busca é necessária ao corpo do trabalho efetuado, pois se é verdadeira a relação de constituição entre a Sociedade e a Matemática enunciada historicamente nesse capítulo, não é lógico supor que em algum momento, perdido no tempo e no espaço, essa relação fosse desfeita, como por mágica, e que, a partir de

então, a produção do conhecimento matemático tenha se limitado a alguns círculos restritos da sociedade ¹⁰. O que propomos como reflexão para a análise do surgimento do conhecimento matemático é que o "Senso Matemático" nos acompanha, no ato de existir, enquanto seres em construção ao longo da história.

No terceiro capítulo, dedicamo-nos ao estudo dos aspectos epistemológicos fundamentais para a aprendizagem da Matemática e às relações desses aspectos com a Antropologia e com a Psicologia. São feitos estudos visando a integrar as pesquisas na área da Psicologia Genética efetuadas por Jean Piaget com o trabalho em Psicologia efetuado Lev S. Vygotsky, quando propõem a questão social interferindo nas variáveis cognitivas. Os trabalhos de Piaget aliados aos de Vygotsky apontam uma série enorme de reflexões de ordem social que engendram uma superação da questão psicológica proposta pelo cognitivismo.

Apoiamo-nos ainda na abordagem antropológica levada a efeito por Álvaro Vieira Pinto, notadamente nos estudos produzidos no livro "Ciência e Existência" ¹¹, referentes ao princípio de ideação reflexiva. Como complemento da análise teórica, utilizamos os conceitos de categorias do conhecimento matemático,

10 O "estar restrito" não significa, aqui, eliminar a questão do especialista. Fica evidente que o saber matemático acumulado durante séculos exige, hoje, uma especialização que não era necessária nos tempos de Aristóteles. Inferir dessa especialização a necessária elitização do saber matemático, justificando, assim, afirmações como "Quem entende de Matemática são os matemáticos" ou "Matemática é o que é feito somente pelos matemáticos" acarreta o fortalecimento da alienação em relação à Matemática. A proposta que apresentamos evidencia a retomada dos aspectos matemáticos ligados à cultura e à sociedade como possibilidade de restabelecer uma relação de constituição anteriormente existente entre a Matemática e a Sociedade. Gramsci afirma que todo homem é um filósofo no sentido em que pratica uma leitura da relações do real e, não no sentido de que elabora uma teoria filosófica tal qual o especialista. Esse paralelo com a Filosofia clarifica a relação de constituição da sociedade com a Matemática que queremos resgatar.

11 PINTO, A. V., *Ciência e Existência*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra S. A., 1979.

elaborados em nossa dissertação de mestrado, quando estudamos as relações entre Sociedade e Matemática e trabalhamos uma primeira aproximação da idéia de *Sensos Matemáticos*.

Para melhor compreendermos os *Sensos Matemáticos*, elaboramos o conceito de *Constructo Reflexivo* a partir das concepções de ideação reflexiva, abstração reflexiva e categorias do conhecimento matemático. A conceituação dos *constructos reflexivos matemáticos* é uma elaboração teórica - um modelo -, de caráter inicial, com o objetivo de melhor percebermos o movimento dos *Sensos Matemáticos* no real. Nesse modelo pretendemos dar conta do movimento dos *Sensos Matemáticos* que, a partir da prática humana, caminham para um procedimento lógico, ainda primitivo, mas já nos remetendo a um possível algoritmo inicial, que nos sugere um modelo matemático primário, o qual dá conta dos fenômenos matemáticos existentes no dia-a-dia.

O quarto capítulo deste trabalho é constituído por um *diário de campo*, com o resultado das entrevistas efetuadas e cujo traçado está embrionariamente contido no capítulo um. O *diário de campo* representa a parte experimental desta pesquisa. O elenco de questões que utilizamos tem como base o estudo de fatos geométricos.

Nas entrevistas, em uma primeira etapa, utilizando cartões recortados em formato de figuras geométricas - quadrados, retângulos e triângulos - de diversos tamanhos, investigamos as possibilidades de crianças, pré-adolescentes, adolescentes e adultos, com respeito a fatos geométricos. A partir daí, estudamos suas respostas com relação a plantas de casa; posteriormente, usando caixas com divisões com o objetivo de verificar quais modelos sobre fatos geométricos e analíticos, como, por exemplo, a proporcionalidade e a contagem, surgiram a partir das questões

levantadas. No *diário de campo* fazemos um relato fiel da nossa percepção das entrevistas, utilizando os procedimentos de análise qualitativa dos resultados.

O quinto capítulo traz as reflexões teóricas significativas que, no primeiro capítulo, onde descrevemos os procedimentos metodológicos utilizados durante a investigação, receberam o nome de *pós-visões*. Pretendemos, no quinto capítulo, buscar a superação dialética proposta, com o objetivo de acrescentar ao nosso modelo teórico inicial a riqueza da parte experimental. Ele junta as concepções dos capítulos dois e três com o resultado exposto no capítulo quatro, superando dialeticamente o quadro exposto no capítulo três.

Em anexo à tese, apresentamos um relato minucioso das entrevistas realizadas. Pretendemos com essa inclusão fornecer pistas mais seguras para uma análise aprofundada do trabalho, embora uma visão sintética do *diário de campo* já seja oferecida no quarto capítulo.

É evidente que essa pesquisa não trata da Educação Matemática conforme a concepção hegemônica vigente, isto é, não assumimos os pressupostos da visão internalista do ensino da Matemática, como norteadores do trabalho. Como podemos inferir desta introdução, a presente pesquisa sobre os *Sensos Matemáticos* envolve uma grande preocupação com o conhecimento humano, notadamente com a Matemática, suas origens e relações com a realidade circundante a partir das concepções históricas, sociais, culturais e econômicas. Com esse estudo, pretendemos propor uma história do cotidiano em Educação Matemática, onde o conhecimento e a aprendizagem não são desvinculados da prática humana, imersa numa sociedade historicamente determinada e oriunda de uma dada cultura.

CAPÍTULO I

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Apresentar uma proposta metodológica para a pesquisa dos *Sensos Matemáticos* não é uma tarefa das mais simples, pois na realidade existem aí envolvidos quatro grandes pilares de diferentes áreas da ciência : Matemática, Psicologia, Antropologia e História. Não existe uma proposta metodológica única que envolva, de maneira suficientemente abrangente, todos esses campos do conhecimento e que seja, de forma rigorosa, cientificamente aceita como um padrão de pesquisa e método.

Para tanto utilizamos, em um primeiro momento, alguns indicadores de ordem estatística para a caracterização da população-alvo da pesquisa, pois, de certa forma, os números expressam de modo mais objetivo a realidade a ser estudada. Na etapa de coleta de dados, empregamos a técnica de entrevistas individuais procurando perceber a elaboração de modelos, por parte dos entrevistados: buscamos perceber se esses modelos justificam as respostas apresentadas, após o trabalho com o material de apoio confeccionado para esse fim. Como uma abordagem científica que permeia todas as nossas atividades e, principalmente como etapa final deste trabalho, utilizamos procedimentos de análise qualitativa dos dados recolhidos durante as entrevistas.

A construção dos procedimentos metodológicos empregados neste trabalho tem raiz no processo histórico da constituição dos grupos sócio-culturais envolvidos na pesquisa. Para tanto, levantamos o perfil sócio-econômico e cultural do grupo com o qual trabalhamos durante todo o projeto. Damos a esse perfil uma característica que tem um misto de estatística e de procedimentos relativos a uma abordagem qualitativa, com o objetivo de facilitar leituras e, também, com a pretensão de que alguém, com uma proposta de trabalho semelhante à nossa, desejando estabelecer comparações com outras realidades, idênticas do ponto de vista numérico e qualitativo, possa fazê-lo sem receios, tomando evidentemente o cuidado de levar em conta que não se repetem resultados históricos ou psicológicos, mas que podem ser repetidos os procedimentos metodológicos.

A metodologia empregada em nossa pesquisa leva em conta três grandes preocupações: em nível individual, evidencia o homem enquanto categoria histórica e social; em nível grupal, destaca o processo histórico de criação do segmento social ; em nível sócio-cultural, explicita a criação da Matemática enquanto prática cultural humana.

Em termos de pesquisa, portanto, a abordagem metodológica mais correta é a utilização e adequação de procedimentos metodológicos diversos. Pretendemos, assim, uma abordagem rica, porque variada, mas, não, um modelo pronto a ser seguido ou a filiação a qualquer um dos métodos científicos vigentes. Utilizamos procedimentos quantitativos, na medida em que facilitam uma primeira leitura da realidade, e abordagens qualitativas na medida em que aprofundam e tornam significantes os dados numéricos.

Na proposta metodológica adotada, existem três momentos que destacamos como importantes e, em até certo ponto, decisivos para o sucesso do empreendimento científico por nós efetuado. Em primeiro lugar, destacamos uma reflexão teórica inicial sobre as questões básicas a respeito das interligações da Sociedade, da Matemática e da Educação Matemática, buscando desvelar o processo de construção do conhecimento humano, principalmente da Matemática, através da prática humana. Nesse primeiro momento, as nossas reflexões nos levam a um estudo, realizado no âmbito da Educação Matemática e da Matemática, enquanto práticas humanas de caráter cultural e social. Pretendemos não só desenvolver idéias que ligam a ciência - tomada como um conjunto de procedimentos metodológicos unidos por um critério de validação, historicamente concebido - à Matemática, como também apontar as conseqüências dessa ligação para a Educação Matemática. A aposta é que a Matemática como elaboração científica humana tem origem na prática do homem durante sua intervenção na realidade circundante, ou seja, no "que-fazer", na busca de melhor compreensão dos fenômenos que envolvem o mundo. Essa aposta liga nossos primeiros estudos a uma proposta de compreensão de como se processa o conhecimento, especificamente em Matemática. Em segundo lugar, configuramos a construção de um primeiro modelo teórico, sobre a forma como se processa a apropriação do saber a partir da prática humana. Nesse momento vamos encontrar a proposta de um modelo inicial dos *Sensos Matemáticos*. Esse modelo toma corpo com a inclusão de estudos de Antropologia, Psicologia e História, acrescidos de uma abordagem dialética na análise das interações das várias ciências e, dessas, com o objeto da pesquisa. Nesse primeiro momento de reflexão, buscamos uma lente - tal qual um microscópio para um biólogo- que nos auxilie na compreensão dos fenômenos a serem estudados. Em terceiro lugar, temos a análise e a interpretação do *diário de campo*. Este diário contem as informações coletadas junto aos sujeitos entrevistados durante a pesquisa de campo e fornece os dados do real pesquisado. Nessa etapa confrontaremos o modelo teórico inicial, elaborado durante a reflexão

efetuada a partir das questões básicas, e os dados coletados. Para efetuar a interpretação do diário de campo, nós nos utilizaremos da abordagem qualitativa; não pretendemos, portanto, a confirmação do modelo teórico inicial mas sim a superação dele no sentido dialético do termo.

Das três etapas enunciadas, chamamos a primeira, a que contém o estudo das questões básicas e a construção do modelo teórico inicial, de *Pré-visões*. A segunda etapa é chamada de *Construindo a Régua* onde objetivamos os procedimentos metodológicos do trabalho de campo. E, por último, a etapa de reflexões propriamente ditas, onde buscamos compreender nossas dúvidas e questões iniciais, tem o nome de *Pós-visões*.

1.1. Pré-visões

Ao iniciar nossos estudos referentes à fundamentação de um modelo teórico inicial para melhor percepção dos *Sensos Matemáticos*, pretendemos clarificar os pontos centrais e, em até certo ponto, historicamente determinados, sobre as questões que demonstram a Matemática como uma construção humana e social. Buscamos significar a prática científica matemática como emergente das questões sociais, culturais e econômicas. Como decorrência dessa afirmação, temos que a Matemática, como todo conhecimento humano, não é uma obra isolada, mas coletiva. Tentando avançar nessa direção, procuramos identificar em que momento da história da humanidade o ser social foi expropriado de seu conhecimento matemático - enquanto *prática cultural*- e submetido a uma pretensa ciência universal e neutra, vale dizer, sujeito a uma ciência que só se aprende na escola.

O caminho encontrado para verificar a importância e a veracidade desse fato foi o de pesquisar a História da Matemática, procurando

interligar a trajetória dessa ciência com o caminho percorrido pelo homem em sua intervenção intencional na realidade, na criação da sociedade como um fenômeno cultural e econômico. O procedimento foi o de verificar como se processou a criação do conhecimento matemático a partir da prática humana. Em um primeiro momento, algumas questões básicas do ponto de vista teórico são necessariamente percorridas, para se explicitarem as razões sociais que fundamentam as conquistas matemáticas.

Como pontos básicos na identificação dos rastros históricos e epistemológicos da Matemática, consideramos que:

i. a Epistemologia da Matemática está diretamente ligada à Antropologia - cultural e filosófica - desde a origem da cultura humana, pois o conhecimento, de forma sistemática e orgânica, surge no momento em que o homem busca o convívio social ;

ii. o momento da criação do conhecimento está diretamente ligado à atividade prática do homem que, ao manipular objetos, instrumentaliza a natureza, buscando alterações na realidade que permitam compreender e analisar os fenômenos;

iii. ao longo da sua história, a Matemática está ligada aos conceitos de ciência vigentes no momento histórico, pois a Matemática é produzida conforme os padrões de produção científica de cada época, os quais, por sua vez, são produzidos de acordo a prática cultural e ideológica de uma dada sociedade;

iv. as várias correntes de pensamento que orientaram, ao longo dos séculos, o fazer matemático, por certo, orientaram os princípios da Educação Matemática; por isso, é a partir desse item que devemos discutir quais os caminhos

possíveis para a Educação Matemática nos dias de hoje, tendo em vista a divisão, do ponto de vista histórico, entre Matemática Pura e Matemática Aplicada.

Na segunda etapa da pré-reflexão teórica, pretendemos deslindar os fatos relativos à construção do conhecimento pelo sujeito. Objetivamos construir uma proposta epistemológica que leve em conta não só o conhecimento como uma conquista social mas também a relação entre esse conhecimento e o desenvolvimento intelectual do homem. Buscamos não apenas revelar a relação entre os *Sensos Matemáticos* e a proposta da Epistemologia Genética, notadamente na parte referente à *abstração reflexiva*, como também estender a proposta de que o conhecimento tem como base o social e o empírico, a partir dos estudos efetuados por Lev S. Vygotsky quando considera que as funções psicológicas superiores estão diretamente ligadas à origem sócio-cultural ¹.

A ampliação da percepção das relações entre os *Sensos Matemáticos* e a construção do conhecimento humano como contingente ao ser social é encaminhada pelo estudo da *ideação reflexiva*, conceito proposto por Álvaro Vieira Pinto. Utilizando o conceito de categorias do conhecimento matemático, por nós estudado durante a pesquisa de mestrado ², damos conta do movimento na realidade, efetuado pelo sujeito que aprende Matemática, através da caracterização do *Constructo Matemático* como um modelo teórico que envolve o dado cognitivo e social.

1 VYGOTSKY, L. S., *A Formação Social da Mente*, São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1989.

2 SOUZA, A. C. C., *Matemática e Sociedade: Um Estudo das Categorias do Conhecimento Matemático*, Campinas: FE/UNICAMP, Dissertação de Mestrado, 1986.

Esses dois momentos teóricos iniciais têm por origem um mesmo ponto: a construção das relações entre a História da Matemática, a Epistemologia, a Psicologia e a Antropologia. Essa construção pretende mostrar que o campo de pesquisa em Educação Matemática envolve uma postura de caráter evidentemente *interdisciplinar*, onde vários campos do conhecimento se relacionam de forma independente, criando porém, uma necessária intersecção de métodos, objetivos, procedimentos de pesquisa e preocupações. A pesquisa em Educação Matemática habita nessa intersecção, revigorando a investigação em outras ciências como, por exemplo, a questão do estudo do conhecimento matemático e a relação deste com a Psicologia, a Antropologia e a História.

1.2. Construindo a Régua.

A proposta de elaborar uma 'medida' - ainda que de início tenhamos claras as limitações impostas pela palavra 'medida' - objetiva um reconhecimento do que deve ser medido e suas relações com o instrumento de medida. A busca por um padrão para elaborar essa *régua* leva-nos a considerar que é necessário um reconhecimento prévio do grupo social a ser trabalhado na pesquisa e a ter claro como e qual será o instrumento de coleta de dados para a pesquisa.

O primeiro momento, denominado *reconhecendo o grupo*, busca mostrar a realidade social do grupo a ser trabalhado e o porquê de determinadas decisões relativas à orientação impressa à investigação tanto no aspecto teórico quanto na parte experimental.

As decisões tomadas levam em conta questões como: o locus da pesquisa foi o ideal para a investigação da origem social do conhecimento matemático?; a escolha dos sujeitos foi realizada de forma coerente com os princípios

da pesquisa?; na entrevista deveria ser utilizado algum tipo de material para facilitar a concretização por parte dos sujeitos?; as entrevistas deveriam ser registradas de maneira mecânica ou gráfica?; as faixas de idade dos sujeitos da pesquisa, tanto os pertencentes à escola como os não formalmente escolarizados, obedeceram a critérios compatíveis com os pressupostos dos procedimentos metodológicos pretendidos?

O momento de justificar escolhas e decisões define-se, portanto, como crucial para o desenrolar da pesquisa, pois aspectos de ordem diversa estão em jogo, como, por exemplo, considerar o dado cultural do grupo a ser pesquisado como única variável independente ou assumir que outras variáveis interagem no processo. O termo *régua* assume neste texto o significado de como compreendemos a forma de estudar e analisar os fenômenos relativos à investigação.

No item *reconhecendo o grupo*, entabulamos conversas procurando perceber o dado qualitativo da realidade e fizemos estudos de ordem quantitativa, tanto através dos números fornecidos nos questionamentos por nós efetuados ao grupo quanto através dos dados apontados por órgãos públicos - IBGE, Secretaria de Planejamento Regional, Departamento de Planejamento da UNESP/IGCE/RC e Delegacia de Ensino de Rio Claro. Durante a elaboração desse projeto esses órgãos foram pesquisados e somente encontramos alguns dados sobre o Grande Cherveson no Departamento de Planejamento da UNESP/IGCE/RC e no Escritório Regional de Planejamento. No IBGE, por exemplo, fomos informados de que como o agrupamento humano naquela região havia se formado após o censo de 1980, não possuíam, no momento da pesquisa, dados sobre ele.

Após a caracterização do grupo social, partimos para a etapa de elaboração de um *roteiro de conversa*, com o objetivo orientar o diálogo com os

sujeitos entrevistados. Esclarecemos, antes de as dúvidas se instalarem, que não temos receio de afirmar a necessidade da *pré-existência* de um *roteiro de conversas* para que haja um mínimo de objetividade na entrevista.

No *roteiro de conversa* estão inclusas as nossas preocupações com a prática humana como fator determinante da aprendizagem e da construção do conhecimento matemático. O *roteiro de conversa* envolve primeiramente o conhecimento da realidade social, cultural e econômica do grupo. É portanto uma reflexão em nível teórico sobre os dados fornecidos pelo item *reconhecendo o grupo*. Procuramos neste momento efetuar uma leitura do real a partir dos números oferecidos pelos órgãos de planejamento sob a ótica dos antigos moradores do bairro.

Num segundo momento, temos a fase das entrevistas com os sujeitos da pesquisa - escolarizados e não escolarizados - quando, através do *roteiro de conversa*, buscamos os dados sobre a construção de alguns conceitos básicos em Matemática. Através de atividades empregando cartões com formas geométricas, plantas esquemáticas de casas e caixas com divisões - como que representando modelos de casas - visamos a uma aproximação com as idéias matemáticas concernentes a fatos geométricos como, por exemplo, a proporcionalidade geométrica; buscamos encontrar também qual o dado da prática humana que é significativo para esse conhecimento. Parece-nos ser esse o momento mais rico da investigação onde, efetivamente, emergem os condicionantes sociais do saber que fundamentam um modelo de compreensão da realidade. Os resultados do *roteiro de conversa*, constam do *diário de campo*, onde pretendemos transmitir a nossa compreensão empática da realidade estudada.

Esse segundo momento visa a estabelecer uma forma clara de como descrever os processos relativos ao objeto matemático da pesquisa - no caso, o

modelo estabelecido pelos sujeitos para a compreensão da proporcionalidade - e as dependências do mesmo com relação à prática humana; ou seja, esse momento objetiva que os sujeitos explicitem as ligações da proporcionalidade matemática e da semelhança com a vida e com o cotidiano. Busca ainda a percepção e as tentativas de elaboração de um modelo matemático pelos sujeitos. Essa etapa, a da construção da *régua* propriamente dita, foi denominada *roteiro de conversa* e pretende, a cada passo, identificar os fatos matemáticos emitidos pelos participantes e reconhecer a relação desses fatos com o cotidiano.

E, por último, temos a etapa de reflexão sobre os dados de realidade com a necessária contextualização histórica dos mesmos, a partir das questões oriundas do estudo anterior às entrevistas e que nos forneceu o modelo teórico inicial, explicitado no capítulo III. Nas conclusões dessa pesquisa procuramos ter, como fundamento básico, a interdependência da Educação Matemática com a prática humana dentro da realidade social.

1.2.1. Reconhecendo o grupo.

Escolhemos como região geográfica para a realização da pesquisa o Grande Cherveson, um conjunto de bairros de periferia, localizado no município de Rio Claro. Essa comunidade apresenta alguns fatores interessantes do ponto de vista sócio-econômico, como, por exemplo, o fato de constituir-se basicamente por um fenômeno migratório a partir da década de 80 e de concentrar a grande maioria dos moradores de baixa renda da cidade de Rio Claro. A afirmação fica evidente ao se estudar a constituição da região, referente à origem dos moradores, quando sabemos que apenas aproximadamente um quinto deles é natural de Rio Claro; praticamente a metade deles é proveniente de outras cidades do Estado de São Paulo; e, um terço dos habitantes é oriundo de outras regiões do Brasil.

As moradias, na grande maioria, constituem-se de casas construídas com materiais bem simples, ou são conjuntos habitacionais tipo BNH. Essas habitações têm a seguinte distribuição por área construída: quatro quintos das moradias têm até 100 metros quadrados de área, sendo que as casas com 50 metros quadrados respondem com a maioria deste grupo (48%); com acima de 100 metros quadrados até um máximo de 150 metros quadrados de área total, encontramos um quinto das casas.

O número de habitantes por moradia atinge um mínimo de cinco pessoas por residência, o que, na prática, significa dizer que a média de metros quadrados por pessoa no bairro gira em torno de 10. Esse fato pode evidentemente caracterizar o bairro como de periferia, pois essa média de pessoas por metro quadrado é equivalente às médias dos bairros periféricos das grandes cidades brasileiras.

O número de famílias no bairro é estimado como de aproximadamente três mil e quinhentas, com um número total de quase dezoito mil habitantes, dando uma média de cinco pessoas por família. Uma característica desse grupo social é a sua rotatividade, causada em grande parte pelo êxodo rural, já que a esmagadora maioria dos habitantes é composta por trabalhadores braçais.

A atividade econômica concentra-se em dois setores: nos trabalhos na indústria, basicamente no operariado não especializado, correspondendo a quase que a metade dos empregos; e na prestação de serviços, onde vamos encontrar desde pessoas que vivem de "bicos" até empregadas domésticas, com um total aproximado de um terço dos habitantes. São anotadas ainda as seguintes atividades econômicas, embora não significativas em termos de números globais: agricultura, comércio, serviços públicos e setor hospitalar.

A distribuição por faixa etária mostra concentração maior na faixa dos sete aos vinte anos de idade, nela englobando-se aproximadamente um terço dos dezoito mil habitantes. Esse fato demonstra que a expectativa escolar de primeiro e segundo graus na região é de, em média, aproximadamente seis mil estudantes. A rede escolar estadual da região conta com cinco escolas de primeiro grau e uma escola de segundo grau, recentemente criada.

Com respeito à escolaridade, o analfabetismo atinge aproximadamente um quarto dos membros da comunidade. O número se torna mais assustador, quando encontramos que a quantidade de habitantes com o primeiro grau incompleto corresponde a dois terços das pessoas do bairro. As escolas estaduais atendem a pouco menos da metade das pessoas do bairro, algo por volta de dois quintos, e as escolas municipais (somente pré-escolas) atingem menos de um quinto dos habitantes. Um dado alarmante é que um pouco além da metade das crianças em idade escolar (52,38%) não está incorporada à rede de ensino. Não encontramos nenhuma informação sobre crianças matriculadas em escolas particulares. Na faixa etária de zero a seis anos, a esmagadora maioria das crianças, algo por volta de quatro quintos, não frequenta creches ou pré-escolas, ficando em casa.

Esses dados estatísticos revelam o porquê da escolha dessa região de Rio Claro para efetuarmos a pesquisa. É importante reiterar o fato de o bairro ter origem no movimento migratório. Esse ponto sugere que as pessoas desse bairro devam ter cultura e hábitos sociais diferenciados em relação aos outros grupos que constituem a cidade, o que efetivamente mostra o processo de "aculturação" a que estão submetidas.

No item moradia, podemos afirmar, não só pelas dimensões, que as condições são extremamente precárias como as da maioria das casas populares

situadas no Brasil. Quanto à educação, a taxa de analfabetismo é altíssima para a região e há um número razoável de crianças sem atendimento escolar ou pré-escolar. Outro dado é que a maioria dos habitantes do bairro tem como atividade econômica a prestação de serviços, notadamente a de origem braçal.

Dentro do conjunto de bairros que constituem o Grande Cherveson, delimitamos como locus privilegiado da pesquisa o Jardim Ipanema. Esse bairro fica localizado na fronteira nordeste da região urbana de Rio Claro com a zona rural do município. No primeiro contato com o diretor da E.E.P.G. "Nelson Stroili", a escola onde desenvolvemos o nosso trabalho experimental, o professor Ademir Gazana, professor da escola há dez anos e atualmente na função de diretor dela, dizia-se preocupado com o futuro da escola, pois a pouco mais de quinhentos metros do colégio, está para ser inaugurado um conjunto habitacional para quatrocentas famílias. Considerando-se um número médio de duas crianças por família, a escola precisará de mais oitocentas vagas. Esse dado pode parecer simples, porém reveste-se de trágica revelação, pois a escola já funciona em cinco períodos, corridos, a partir das sete horas da manhã, encerrando as atividades por volta das vinte e três horas, sem interrupções.

Em entrevistas realizadas com antigos moradores recolhemos algumas informações significativas da história da formação desse núcleo. O bairro foi constituído a partir de 1977, notadamente por migrantes nordestinos e de outras regiões do Estado de São Paulo. Inicialmente foram incentivadas as construções de habitações feitas pelos próprios moradores utilizando materiais simples, como o tijolo baiano aparente, e alguns conjuntos habitacionais pelo BNH. O asfalto chegou em 1984 na principal artéria viária do bairro, o que possibilitou um incremento na urbanização, ainda precária. Até hoje a maioria das ruas do Jardim Ipanema é de terra e o transporte popular é feito por uma linha de ônibus que liga o bairro ao

centro da cidade.

As moradias têm como primeiro aspecto interessante o fato de basicamente possuírem cem metros quadrados de área - terrenos de 5m de frente por 20m de fundos. O tipo de construção é o "meia-água" com dois ou três cômodos (quarto, cozinha e banheiro) dispostos no terreno de forma a permitirem expansão, ou seja, é construído inicialmente um módulo que vai sendo aumentado quando novos parentes vão chegando. Na realidade, as famílias possuem uma estrutura de clã. O segundo aspecto interessante é que, na maioria das vezes, os próprios moradores são os proprietários das casas.

No aspecto relativo a lazer, o Jardim Ipanema não possui qualquer infra-estrutura de clubes, quadras esportivas, teatros, casas noturnas ou locais para espetáculos de música. O diretor da E.E.P.G."Nelson Stroili", professor Ademir Gazana, diz que a escola construiu as quadras de esporte e outras melhorias promovendo, aos sábados, bailes e espetáculos de música em suas dependências. Os moradores afirmam que a principal diversão existente no bairro é o jogo de bola nos "areões" - tipo de campo de futebol em que o governo municipal manda passar máquinas de terraplanagem para nivelar o terreno. Outro tipo de lazer, nos dias livres, é o passeio no centro da cidade.

A grande queixa dos moradores do bairro é quanto à questão da violência urbana. Alguns moradores apontam o bairro como o mais violento de Rio Claro. Outros tentam minimizar a situação, afirmando que o bairro não é violento e que os crimes que ali acontecem têm origem em outras regiões da cidade. O diretor da E.E.P.G."Nelson Stroili" tenta rodear o fato, afirmando que na escola não há violência; orgulha-se de que, desde que está na direção, a escola nunca foi assaltada, como aconteceu com outras de bairros vizinhos. Um dado interessante é que a escola

termina o período noturno às vinte e duas horas e trinta minutos e, poucos tempo depois, toda a região está deserta. A iluminação pública é extremamente ruim e a condução básica dos alunos é a bicicleta.

Essa descrição da região geográfica da pesquisa - o grande Cherveson - e do locus privilegiado dela - o Jardim Ipanema - revela que buscamos, com essa escolha, delimitar um campo de atuação em que o grupo pesquisado possui duas características importantes: uma diversidade cultural quanto à origem dos moradores, e, em contrapartida, uma unidade construída na convivência diária da construção de uma comunidade periférica em formação. Destacamos que, por essa diversidade cultural de origem e por essa unidade na construção de uma comunidade periférica, o Jardim Ipanema reveste-se de especial importância para o nosso trabalho, pois a partir da prática humana, dá-se a criação de modelos matemáticos de interpretação do real e a formação e a transferência de estruturas cognitivas.

O nosso estudo privilegiou crianças, pré adolescentes e adolescentes entre 08 (oito) e 16 (dezesseis) anos que freqüentam o primeiro grau regular da E.E.P.G. "Nelson Stroili". Privilegiou ainda adolescentes e adultos, na faixa etária entre 13 (treze) e 42 (quarenta e dois) anos que, afastados da escolaridade formal, freqüentam a primeira série do curso supletivo de primeiro grau da mesma escola.

Entrevistamos 24 (vinte e quatro) sujeitos, sem a pretensão de fazermos uma escolha do ponto de vista estatístico, dividindo o grupo por amostragem estratificada ou algo semelhante. Pretendemos que a amostra fosse significativa do ponto de vista qualitativo. Assim, deixamos que cada indivíduo pesquisado, ao se apresentar, justificasse a importância da amostra. Dividimos o grupo em dois sub-grupos: um, de escolarizados, e outro, de não escolarizados, com

um total de 12 sujeitos em cada sub-grupo.

A distribuição dos sujeitos foi feita da seguinte forma:

i. escolarizados formalmente: 03 alunos de 2^a série ; 03 da 4^a série ; 03 da 6^a série ; 03 da 8^a série. Esses estudantes pertencem à E.E.P.G."Nelson Stroili";

ii. não escolarizados formalmente: 12 (doze) sujeitos entre adolescentes e adultos, pertencentes ao primeiro ano do curso supletivo de primeiro grau (noturno) da E.E.P.G."Nelson Stroili". Esse grupo tinha como características fundamentais: sujeitos que nunca estudaram em escola anteriormente; sujeitos que já freqüentaram a escola e dela desistiram há muito tempo, sem nunca ter concluído o ciclo básico; sujeitos que possuíam um histórico de evasões sucessivas da escolaridade formal, também sem nunca ter concluído o ciclo básico. Essas crianças, adolescentes e adultos, pertencentes aos dois sub-grupos, habitavam o Jardim Ipanema.

Com esses dois sub-grupos foram efetuadas as entrevistas individuais, a partir de questões abertas, explicitadas no *roteiro de conversa*. Propusemos questões e problemas de forma oral e gráfica. Em termos de respostas dos sujeitos, foram levadas em conta as de origem oral e gráfica e as de ordem dinâmica, ou seja, anotamos a fala, a grafia e os gestos dos indivíduos pesquisados. O registro das entrevistas foi efetuado através de apontamentos em um caderno especialmente elaborado para esse fim. Utilizamos ainda um gravador sonoro para recuperar eventuais registros de fala não anotados por nós e, por último, valemo-nos também de anotações gráficas (desenhos) realizadas pelos sujeitos da pesquisa. Após a coleta de dados, efetuamos a análise qualitativa dos resultados obtidos.

1.2.2. Roteiro de conversa.

A construção de um *roteiro de conversa* deve levar em conta o processo histórico do segmento social a ser investigado e o da Matemática, enquanto prática cultural do grupo. Em termos de pesquisa em Educação Matemática, acreditamos que uma análise qualitativa dos dados, dentro de uma concepção histórico-crítica de educação, é uma proposta adequada.

Quanto às preocupações de ordem exclusivamente quantitativa, gostaríamos de salientar que na análise dos dados, elas não foram consideradas como de caráter preponderante, pois acreditamos que, em termos de descrição do processo educacional, a análise de cunho qualitativo possibilita melhor aproximação da realidade do fenômeno estudado, ou seja, permite uma percepção mais próxima da essência da questão a ser estudada.

Ao considerarmos como fundamental a análise qualitativa dos dados obtidos, julgamos necessário explicitar que a coleta dos dados deu-se na forma de entrevistas individuais, em que os sujeitos foram questionados em diversas situações: primeiro, a partir de cartões com formas geométricas (triângulos, quadrados e retângulos) de diversos tamanhos e com duas cores diferentes (vermelho e cinza); depois, a partir de plantas que representam esquematicamente casas; em seguida, propusemos a análise de caixas com divisões, feitas em papel cartão, com o objetivo de ampliar as questões de proporcionalidade e semelhança para uma percepção espacial; por fim, a partir de conversa informal com o entrevistado, procuramos conhecer como foram desenvolvidos os raciocínios para serem resolvidas as situações problematizadas anteriormente. Subsidiando a entrevista com um material estimulador de respostas e raciocínios, tivemos em mente que ela se convertesse, dessa forma, em uma seqüência de análises de várias

situações-problema.

Para compor o *roteiro de conversa*, levamos em conta como o sujeito, a partir de sua prática social, elabora modelos matemáticos - ou, como proporião as correntes ligadas à Psicogenética, esquemas lógicos - para resolver problemas oriundos do cotidiano. O *roteiro de conversa* tem uma base comum a todos os sujeitos da investigação, independentemente da faixa etária e posição frente à escolarização ou à seriação escolar. A diversificação das questões quanto ao conteúdo matemático foi feita de acordo com o desenrolar da entrevista, levando em conta os indicadores metodológicos apontados.

Para tanto, preparamos um *roteiro de conversa* composto de uma ficha de identificação do sujeito, explorando as questões relativas ao dado cultural e social. Nessa ficha, investigamos dados prosaicos como as profissões do pai e da mãe, mas também perguntamos a profissão que os pesquisados exercem ou exerceram e o grau de escolaridade. Procuramos obter informações relativas aos jogos, ao lazer, aos esportes e às brincadeiras infantis mais significativas ao entrevistado. Essa ficha objetiva conseguir dados importantes não só para a análise sócio-cultural e econômica do grupo pesquisado como também para a compreensão da influência desses dados sobre a prática do entrevistado e sobre as relações dessa prática com a aprendizagem da Matemática.

As questões básicas em termos de Educação Matemática abordadas no *roteiro de conversa* envolveram itens decorrentes da análise de quatro situações. Na primeira situação-problema, a partir de peças de formato triangular, quadrado e retangular de diferentes tamanhos - peças grandes onde se encaixam peças pequenas - e de cores diferentes procuramos investigar:

- i. Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?
- ii. Quais peças são iguais? E por quê?
- iii. As peças mostradas (de mesma forma mas de tamanhos e cor diferentes) têm algo de igual?
- iv. Quais são as peças maiores? E as menores?
- v. As peças pequenas cobrem as grandes?
- vi. Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem"³ nas peças maiores?

O objetivo dessa primeira situação-problema foi o de tornar familiar o trabalho de comparação entre figuras geométricas diferentes e o de observar como essa situação é percebida pelos entrevistados. Buscamos ainda fazer com que os raciocínios utilizados fossem explicitados, para que observássemos a relação desses raciocínios com o cotidiano dos sujeitos da pesquisa.

Nessa primeira atividade, o sujeito encontrava espalhadas sobre uma mesa peças representando figuras geométricas de diferentes tamanhos e cores. Além das atividades de reconhecimento das peças - quando pedíamos que

3 O termo "cabem" foi utilizado num sentido aproximativo da relação de proporcionalidade. A escolha de uma linguagem mais livre e menos rigorosa prendeu-se ao fato de que entrevistamos faixas de idade a começar de 7 anos e existiam doze sujeitos da pesquisa não-escolarizados. Acreditamos que algumas concessões lingüísticas deveriam ser feitas a esses grupos, sob pena de, se não o fizéssemos, estarmos incorrendo nas falhas apontadas à visão internalista da Matemática.

nomeassem as formas representadas -, os participantes eram solicitados para ordená-las e, posteriormente, para cobrir as peças maiores com peças menores. Nessa atividade, pretendíamos verificar se o sujeito, além de trabalhar com figuras geométricas, construía um modelo para a proporcionalidade baseado na idéia de cobrir, para verificar "quanto cabe" em termos de superfície e lados das peças. Como objetivo maior dessa atividade, tínhamos que o modelo elaborado nela seria testado e colocado à prova nas atividades seguintes, quando poderíamos verificar se houve ou não transferência do modelo inicial para os seguintes.

A segunda situação-problema tratou da análise de várias plantas de residências, representadas de forma esquemática e geométrica de diversos tamanhos e com uma relação de proporcionalidade, na medida em que as plantas menores eram semelhantes às maiores e, portanto, "cabiam" nas maiores. Procuramos, portanto, investigar:

- i. Entre os desenhos que representam plantas esquemática de casas quais são maiores e quais os menores?
- ii. Quantas vezes o desenho menor cabe no desenho maior?
- iii. Esse número de vezes que o menor "cabe" no maior se mantém quanto aos quartos, sala, cozinha e banheiro, nos dois desenhos?
- iv. Nesses desenhos quais são parecidos? Por quê?
- v. Nesses desenhos quais são iguais? Por quê?

Nessa segunda situação, então, foram oferecidas plantas esquemáticas de casas. Solicitamos aos entrevistados que comparassem as diferentes

plantas e verificassem a proporcionalidade não só da planta inteira como também dos quartos, sala, cozinha e banheiro. Nesse momento, o sujeito da pesquisa tinha que estimar áreas e transferir o modelo de proporcionalidade sugerido na primeira atividade. Foram trabalhados nessa atividade itens como figuras geométricas, semelhança, proporcionalidade e medidas.

Na terceira situação-problema, pesquisamos a questão da proporcionalidade relativa a caixas - tipo maquetes - feitas com papel cartão e que possuíam divisões internas removíveis para facilitar as comparações entre as caixas. Utilizamos ainda, nessa atividade, blocos de cartolina verde que se encaixavam por um determinado número de vezes nas divisões das caixas grandes, de acordo com as dimensões das divisões. Nesse momento, procuramos investigar os fatos geométricos ligados ao raciocínio espacial, através de questões como:

- i. Quais caixas são as maiores e quais as menores?
- ii. Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?
- iii. Quantos blocos verdes "cabem" em cada caixa?
- iv. Qual é a relação de altura entre as caixas e os blocos?
- v. Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

Nessa terceira situação, foi então fornecida uma seqüência de três caixas com divisões internas e volumes diferentes e foi solicitado que o entrevistado encaixasse nelas os blocos de cartolina verde; pretendíamos verificar se o sujeito havia transferido o modelo de proporcionalidade no plano para o espaço. Nessa atividade, os entrevistados deveriam fazer estimativas de volume e quantidade

para que tivessem condições de responder às questões.

Através dessas três situações práticas, objetivamos conversar sobre quadrados, ângulo (reto), aumento e variação, "contas", área, volume, seqüenciamento.

Após a identificação do entrevistado e a resolução das três situações-problema, buscamos que o sujeito da pesquisa explicitasse, de forma mais orgânica possível, o relacionamento que efetuou ao longo da entrevista e das atividades trabalhadas. Nesse ponto, ou seja, na quarta situação-problema, procuramos verificar se o modelo teórico, notadamente o movimento dos *Sensos Matemáticos*, por nós proposto no *Constructo Matemático*, foi explicitado pelo sujeito da pesquisa. Visamos, através do discurso do entrevistado, poder perceber a ligação entre *Prática Humana* → *Argumentação* → *Algoritmo* → *Modelo*, conforme o proposto em nosso quadro teórico.

Almejamos verificar se os sujeitos elaboraram uma resposta diferente para:

i. a questão do comprimento: em relação aos lados, quantas vezes a figura - representada pelas peças em forma de triângulos, quadrados e retângulos - menor cabe na maior;

ii. a questão da área: quantas vezes o menor desenho esquemático da casa cabe no maior, para que possamos cobrir uma dada superfície, prioritariamente nas atividades referentes às plantas;

iii. a questão do volume: quantas vezes os blocos cabem nas caixas para preencher um dado espaço, em especial nas questões referentes às caixas.

Nessa quarta situação-problema, solicitamos que o sujeito da pesquisa explicitasse as formas através das quais resolveu as três situações anteriores. O objetivo era o de verificar a relação entre a prática do sujeito no seu dia-a-dia e a maneira como ele resolveu as atividades propostas, buscando, nessa relação, verificar se houve transferência da prática para a resolução das situações problematizadas.

Esse foi o momento em que o relato da percepção efetuada nas questões anteriores foi explicitado verbalmente; solicitamos ao entrevistado que executasse relacionamentos, tanto os de ordem matemática como os de ordem de compreensão dos relacionamentos da Matemática com a prática que o sujeito da pesquisa teve em seu dia-a-dia. Foi o momento em que efetuamos a síntese da entrevista e também aquele em que a análise qualitativa dos dados se impôs.

Através desse roteiro, objetivamos priorizar não só questões de ordem geométrica e aritmética mas também suas relações como, por exemplo, as concernentes às medidas. As questões não se constituíram em problemas de Matemática no sentido tradicional do termo, pois foram originárias da prática social do dia-a-dia. Assim, as resoluções puderam ser obtidas sob a forma gráfica ou oral. Em nenhum momento foi pedida ou cobrada uma resolução simbólica conforme o tradicionalmente pedido pelas escolas.

Os sujeitos da pesquisa foram informados da gravação das conversas, pois se, por parte deles houvesse alguma restrição às gravações, as respostas seriam grafadas por nós. Cada sujeito foi entrevistado uma única vez. As entrevistas não tiveram igual tempo, mas um tempo suficiente para observar todos os itens previstos, com uma duração de aproximadamente cinquenta minutos.

Em cada situação-problema, buscamos identificar as relações entre o cotidiano dos sujeitos e os conceitos matemáticos por eles emitidos. Pretendemos mostrar que essas relações, criadas a partir dos *Sensos Matemáticos* e da conseqüente elaboração de *Constructos Reflexivos* para interpretar a realidade, organizam-se a partir das categorias de conhecimento matemático. Destacamos como fundamental para o nosso estudo e para a pesquisa em Educação Matemática *a formação e a transferência de estruturas cognitivas* - originadas a partir da prática humana - na criação de modelos matemáticos de interpretação do real. Originariamente pretendemos discutir como se processa a transferência do conhecimento obtido a partir da prática humana e qual o grau de colaboração que essa prática tem na resolução de problemas de origem diversa na qual o sujeito definiu a sua prática.

Explicitando melhor o problema, encontramos que nossa questão maior é: Será que a "Matemática do sapateiro" responde aos problemas matemáticos propostos em áreas de atuação diferentes da sua? Ou melhor, a estrutura cognitiva elaborada a partir da prática humana, tendo como o fundamento a re-elaboração do conhecimento a partir dessa prática é passível de abstrair e, portanto, transferir essa estrutura para análise de outros problemas? O fato educacional fundamental de nossa pesquisa está centrado na resposta a essa questão.

1.3. Pós-visões

Os *Sensos Matemáticos* participam do enorme continente de atividades consideradas como à parte do processo construtivo de elaboração das estruturas matemáticas por não estar, do ponto de vista internalista da, de acordo com as regras analíticas impostas como modelo, ou melhor, como paradigma científico vigente, no sentido khuniano. Todas as questões colocadas em Educação

Matemática e, em particular, em nossa pesquisa, dizem respeito, de fato, a que concepção temos de ciência e à inter-relação dessa com a sociedade que a produz. O corte deste trabalho é muito mais de cunho ideológico - no sentido que Gramsci dá à ideologia - do que de cunho técnico e portanto neutro - e, aqui, no sentido althusseriano de ideologia - que muitos atribuem ao ensino de Matemática.

Ao propormos o estudo dos *Sensos Matemáticos*, como premissa a partir da qual construímos o conhecimento matemático através da abordagem externalista, temos claro que esse enfoque traz em si a forma de encarar o momento de análises, de reflexões e de conclusões a respeito da pesquisa desenvolvida. Essa é a postura crítica em relação à Educação Matemática que pretendemos adotar e deixar explicitada quanto à própria concepção metodológica inerente a este trabalho.

As entrevistas são objeto de reflexão teórica, não só a partir do quadro elaborado no momento referente às *pré-visões* como também a partir do relacionamento delas com a Matemática e os *Constructos Reflexivos*. No momento das *pós-visões*, estabelecemos uma relação entre os estudos anteriores, as entrevistas e as reflexões originárias da análise qualitativa dos dados fornecidos pela etapa do *diário de campo*. Assim, os estudos dessa etapa - ao relacionarem o modelo teórico inicialmente proposto com a fase experimental - permitem a percepção de quais *Constructos Matemáticos* os sujeitos elaboraram para resolver as questões propostas e como se processaram a articulação e o movimento referente aos *Sensos Matemáticos* utilizados pelos entrevistados enquanto resolveram as situações problematizadas na pesquisa.

Nesse momento, a reflexão teórica é enriquecida pelos dados empíricos obtidos a partir das entrevistas, os quais revigoraram a teoria elaborada sugerindo novos caminhos a serem percorridos. Acreditamos, pelos indicadores

teóricos elaborados, que encontramos uma grande margem de resultados referentes à Educação Matemática, recuperando, para a Educação, os princípios da História, da Antropologia e da Psicologia, aliados aos princípios da Matemática calcada na "sensata experiência" ⁴ aliada à necessária demonstração.

O momento das *Pós-visões*, unindo o teórico ao prático, é retomado na medida em que essa fase é construída a partir da confluência dos dois momentos da pesquisa. Buscamos então recuperar para a Educação Matemática toda uma gama de atividades que, ao longo da história do homem, foram sendo paulatinamente separadas e divididas em compartimentos incomunicáveis ⁵.

4 Referência à expressão utilizada por Galileu Gallilei ao expor seu conceito de ciência. No capítulo dois desta tese clarificamos o conceito galilaico de ciência.

5 Referimo-nos basicamente a atitudes que separaram a Matemática - enquanto categoria exclusivamente científica - da experiência, da prática humana, da realidade, da cultura. Torna-se interessante citar o capítulo nº 3, do livro: DAVIS, P. J., & HERSH, R, *A Experiência Matemática*, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves Editora S. A., 1985, p. 97-147 onde se processam instigantes comparações entre os procedimentos analíticos e analógicos da Matemática.

CAPÍTULO II

CONSIDERAÇÕES SOBRE A MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A análise do desenvolvimento científico explicita a relação entre o processo de produção da existência do homem, a evolução dos modos de produção da sociedade e a ciência elaborada pelo homem a partir desses modos de produção, no constante processo de intervenção intencional na realidade circundante. Ao produzir sua existência, o homem busca projetar-se intencionalmente através do trabalho, alterando, assim, a relação com a natureza, que se torna mais humanizada pela ação e pelo trabalho ¹. Possibilidades de intervenção na realidade são fornecidas ao homem pela condição de controlar ações com a finalidade de testar hipóteses e pela sua capacidade de análise dos fenômenos. A ciência é, então, uma das possibilidades humanas de intervenção na realidade, embora seja historicamente determinada pela condição social, cultural e econômica presentes em dado momento.

Nessa perspectiva, ao intervir na natureza, a práxis humana é constituída pela ação intencional do homem na constante busca pela criação de instrumentos e justificativas teóricas que permitam melhor leitura do real. Essa ação determina que o homem elabore artefatos físicos e mentais. Como artefatos físicos

1 É conveniente ressaltar que o exposto não expressa juízo de valor, isto é, a natureza humanizada não é necessariamente melhor. Humanizar é transformar com o trabalho humano, objetivando, na mudança, a marca histórica do homem.

entendemos a elaboração de instrumentos que permitam ao ser humano maior eficiência no processo de intervenção física no meio ambiente. Um dos primeiros artefatos físicos construído pelo homem como própria extensão do corpo foi, provavelmente, a clava. A construção de artefatos físicos exige a elaboração mental do instrumento e é originada pela ação intencional do homem na natureza, em função da capacidade humana de observar e analisar fenômenos a partir da mente. A essa elaboração mental, característica específica do ser humano, chamamos de artefato mental. A elaboração desses artefatos tem origem na "ideação reflexiva" ². A ação intencional do homem na realidade concreta ³ propicia, a partir dos artefatos, a elaboração de construções mentais que antecipam o objeto físico produzido. A essas construções mentais com raízes na atividade prática do homem chamaremos de *constructos*. A busca pelos *constructos* visa ao projeto de construção e de evolução da sociedade humana.

Os modos de produção da sociedade têm fundamento no processo de produção da existência e na evolução do homem e estão demarcados pelo avanço dos processos de intervenção na realidade, decorrentes do aperfeiçoamento dos instrumentos e da ação intencional do homem. Do ponto de vista da utilização desses processos de criação para o surgimento de questões de ordem matemática,

-
- 2 Termo cunhado por Álvaro Vieira Pinto que explicita dois movimentos. No primeiro, idéia/ação = ideação, ele mostra que o movimento idéia ação é contínuo e aprimorado. No segundo, ideação reflexiva, mostra que a origem da ideação é a realidade concreta, ou seja, as idéias e as ações se formam através do reflexo da realidade no intelecto humano e voltam a esta por meio da ideação.
 - 3 Segundo Karel Kosik, em **Dialética do Concreto**, o termo **realidade concreta** significa a realidade em todas suas múltiplas determinações, ou seja, o termo contempla tanto as questões da realidade sensorial - relativas às realidades físicas e naturais - como as questões relativas à realidade do mundo intelectual. Portanto, o termo não possui um significado somente relativo ao mundo físico mas, isto sim, avança no momento em que, conceitualmente, engloba as questões da realidade física e intelectual em um único conceito. Para maior aprofundamento na questão, verificar a obra: KOSIK, K., **Dialética do Concreto**, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra S. A., 1976.

podemos sugerir, como exemplo objetivo e importante para a compreensão da intervenção intencional do homem na realidade circundante, o estudo dos *constructos* utilizados pela humanidade ao elaborar os números e o conseqüente sistema de numeração. O sistema de numeração inicial trazia certa unidade interna, de alguma forma coerente com as dificuldades e com as utilidades que possuía então. Abrigava, sob uma única idéia, conhecimentos múltiplos oriundos de diversas fontes, dando-lhes certa unidade e, com isto, caracterizando, inicialmente, a Matemática. Como um *constructo matemático* primitivo, os sistemas de numeração iniciais tinham origem na contagem simples e direta de objetos, não havendo, então, necessidade de uma idéia de número mais complexa do que os naturais maiores que zero.

Nesse exemplo, na criação primitiva dos campos numéricos, fica evidente a construção de um sistema inicial, através dos sentidos de ordenação e classificação. Esses dois sentidos - tratados de maneira formal pela Matemática atual - permitiram o surgimento de estruturas matemáticas iniciais baseadas na prática humana que, ao longo do tempo, forneceu, através da experimentação, o surgimento dos primeiros algoritmos e modelos matemáticos. Destacamos, por exemplo, que, na base do sentido de ordenação e de classificação, surgem a idéia de adição e a propriedade transitiva.

Durante milênios, através do refinamento do *constructo* original, a humanidade elaborou um sistema de numeração como um *constructo* consistente, conforme o estágio em que se encontrava o desenvolvimento humano. Foi ainda capaz de, nos momentos de crise dessa construção realizada a partir da ideação reflexiva, quando novas questões colocavam em desequilíbrio antigas estruturas, propor novas soluções para o sistema e superar as dicotomias subjacentes. Assim, aumentou as fronteiras dos conceitos de número até então existentes e elaborou ampliações a partir da estrutura numérica anterior, permitindo a construção de novos

campos numéricos.

Exemplos interessantes surgem do estudo da origem dos números irracionais a partir da escola pitagórica e das propostas de superação das questões relativas aos infinitésimos, nos séculos seguintes. A construção de uma teoria dos números praticamente acompanha a existência do homem na medida em que, a partir da construção de novos campos numéricos, há um aperfeiçoamento da idéia de número. O primeiro tratamento axiomático - do ponto de vista da Lógica enquanto instrumento que rege o raciocínio científico - para os números naturais somente é elaborado em 1906 por Giuseppe Peano e a definição de número real só acontece com Richard Dedekind, que, em 1888, sistematizou a definição de números irracionais. É interessante notar que alguns autores consideram a obra de Dedekind comparável aos trabalhos de Eudócio ⁴.

Com o exemplo do surgimento dos *constructos reflexivos matemáticos* iniciais e das implicações decorrentes dessa construção, uma reflexão a respeito do nascimento da ciência e do seu natural desenvolvimento torna-se imperiosa: a ciência enquanto prática humana surge em conjunto com outros paradigmas vigentes que buscam, por outros campos que não o da análise racional dos fenômenos, instrumentos para compreender e fornecer uma explicação para a realidade circundante. Um exemplo suficientemente conhecido é o do surgimento da Astronomia Babilônica a partir da Astrologia.

Segundo os parâmetros ocidentais, a ciência teve seu nascedouro a partir do momento em que foram estabelecidos critérios de controle e explicação analítica sobre os fenômenos. Embora as concepções de cunho místico

⁴ STRUIK, D. J., *História Concisa das Matemáticas*, Lisboa: Gradiva Publicações Ltda, 1989, p. 84.

estivessem presentes na raiz da prática científica humana, foram sendo afastadas quando não mais forneceram explicações convincentes na análise e justificativa das múltiplas situações originadas pela complexidade emergente dos fenômenos. As primeiras concepções de ciência constituídas de modo orgânico tem origem no modelo grego de conceber o mundo. Na realidade, o conceito grego de ciência conserva, nos primórdios, uma série de posições de cunho não-analítico como, por exemplo, as explicações cosmológicas presentes em Heráclito, Parmênides, Tales de Mileto e Pitágoras.

É importante salientar que o critério básico para uma doutrina científica, conforme o exigido na Grécia a partir do século III a. C., é o de *demonstrabilidade* dentro de um sistema orgânico e unitário, em que as afirmações científicas dependem umas das outras e nenhuma pode ser retirada. Platão⁵ diferencia *opinião de ciência*, pela impossibilidade de as opiniões estarem vinculadas a um sistema que propicie o raciocínio causal. Aristóteles⁶ compartilha da concepção platônica e

5 Platão (aproximadamente séc. III a. C.), filósofo grego. Discípulo de Sócrates, deixou registrados os ensinamentos e os diálogos socráticos. Alguns desses diálogos têm grande importância para a Matemática enquanto ciência, como o "A Ciência de Teeteto" onde se discutia a questão dos números irracionais. Uma de suas contribuições é a descoberta dos sólidos regulares. Foi o fundador da Academia - um local de estudos aprofundados em Filosofia, Ciências e Matemática. No frontispício da Academia estava inscrita uma frase de alerta aos futuros estudantes, a qual afirmava ser a Geometria a base do conhecimento.

6 Aristóteles (aproximadamente séc. III a. C.), filósofo grego. Foi discípulo de Platão. Deixou registrados vários estudos importantes que até o dia de hoje são referências fundamentais como, por exemplo, a "Metafísica". Possui contribuições significativas para a Lógica, Matemática, Filosofia e Ciências Naturais. Na Matemática discutiu questões extremamente relevantes como a do "infinito em potência" que na realidade visava a sistematizar a questão dos irracionais levantada pelos pitagóricos. Uma de suas obras fundamentais é o seu estudo sobre Lógica. O *Organum* é uma coletânea dos trabalhos de Aristóteles relativos à Lógica feita por Andronico de Rhodes (aproximadamente 200 d. C.) Algumas partes são fragmentos feitos por discípulos a partir dos ensinamentos do mestre. No tocante à Lógica Modal, os fragmentos encontrados são quase ininteligíveis. Aristóteles é considerado por alguns estudiosos como o precursor das diretrizes do sistema lógico utilizado por Euclides, em "Os Elementos".

acrescenta a idéia de o conhecimento científico desenvolver-se a partir do processo demonstrativo ⁷.

Historicamente os critérios de definição de ciência mudam de enfoque . Devemos tomar cuidado com não definir ciência como um conhecimento absoluto, uma vez que modernamente a questão da garantia de absoluta validade do conhecimento científico é descartada. Numa primeira aproximação, podemos tomar as concepções de ciência conforme a garantia de validade que cada concepção se atribui. A primeira concepção entende que a garantia da validade está na *demonstrabilidade*. A concepção de ciência, tendo como garantia de validade a descrição, surge a partir da idéia de síntese das ciências naturais. A concepção mais moderna de ciência inclui a idéia de *autocorrigibilidade*, isto é, a garantia de validade científica encontra-se na dúvida - sustentada pelo método adotado - como proposta básica da evolução da ciência ⁸.

É importante distinguir as várias concepções de ciência que historicamente foram surgindo, com níveis distintos dúvida com respeito aos fenômenos. Buscavam respostas e explicações segundo o paradigma de ciência vigente. Então, é oportuno lembrar que:

**"... a um baixo nível de
desenvolvimento das forças produtivas serão menores as
exigências que se apresentam à ciência e, por conseguinte,**

⁷ ABBAGNANO, N., *Dicionário de Filosofia*, São Paulo: Editora Mestre Jou Brasil, 1970, p. 126-127.

⁸ ABBAGNANO, N., *Op. cit.* p. 127-129.

esta se desenvolverá mais débil e lentamente" ⁹.

Assim, a ciência enquanto atividade humana ligada à produção da subsistência dos povos que antecederam ao período helênico, tanto quanto a história revela, é uma mistura de práticas de origem mística, fundamentada na prática empírica, com conhecimentos oriundos de uma prática "científica" mais racional, da mesma forma que os conhecimentos oriundos na Astrologia fundamentavam os conhecimentos primitivos da Astronomia. As necessidades econômicas da Agrimensura geravam conhecimentos de Geometria tanto quanto a cobrança de impostos fornecia os rudimentos da Aritmética. A necessidade de construir moradias e, posteriormente, cidades implicava o conhecimento de Geometria e de Matemática Aplicada - que então significava os rudimentos da Física - tornando possível o desenvolvimento de uma Arquitetura pujante como, por exemplo, a babilônica e a egípcia.

Esses conhecimentos possuíam uma articulação interna perfeita, de tal sorte que o saber nesse período é empírico e, ao mesmo tempo, organizado e organizador das sociedades de então, pois, organizado pelo homem sob o prisma empírico da prática diária, dialeticamente é organizador da sociedade na medida em que está a serviço da organização emergente das civilizações primitivas.

Destacamos que a ciência concebida pelos povos pré-helênicos inclui uma unidade sistemática, a partir da prática empírica, o que, efetivamente, difere seu saber de um simples agregado de conhecimentos. Esta afirmação se deve ao fato de a prática científica de então originar diferentes concepções, *sistemáticas*, em relação às questões cosmológicas e às questões de origem racional como, por

⁹ VÁZQUEZ, A. S., *Filosofia da Práxis*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra S. A., 1977, p. 91-92.

exemplo, os sistemas de numeração.

Essa ciência - produzida tecnologicamente nos moldes da Idade de Bronze, estruturada por uma sociedade organizada como teocracia e que possui como núcleo fundamental o clã familiar - carece de um rigor lógico, no sentido clássico do termo, impresso a partir do surgimento da sociedade grega. Esse rigor tornar-se-á, a partir dos gregos, a característica fundamental da Matemática. A Matemática pré-helênica tem como critério básico o aspecto puramente empírico e a marca do utilitarismo, ou seja, é uma ciência ligada ao "fazer" humano.

Para compreendermos a transformação operada pelos gregos na concepção de sociedade e na de ciência é necessário refletir sobre as alterações causadas pela transição da Idade de Bronze para a Idade de Ferro - a tecnologia da fundição desse metal e a conseqüente fabricação de instrumentos e armas de ferro tornam-se fundamentais para a hegemonia da civilização grega. Essa transição é precedida pela criação do alfabeto fonético fenício ¹⁰, pela Astronomia Matemática Babilônica e pelos descobrimentos rudimentares da Matemática e da Geometria Babilônica e Egípcia.

Os indicadores acima expostos permitem explicar a pujança da sociedade grega, da democracia ateniense e do regime da **polis**. A nossa análise explicita a importância dos fatores sociais, econômicos, culturais e políticos na origem da ruptura entre o teórico e o prático, na cultura grega. Essa divisão é sugerida como própria da atividade do conhecimento e, em até certo ponto, necessária para a

10 FARRINGTON, B., *A Ciência Grega*, São Paulo: Ibrasa, 1953, p. 8.

compreensão da idéia de ciência pois, para Platão ¹¹, o fazer era uma atividade técnica, enquanto que o planejamento e as idéias sobre o como fazer assumiam características de ciência.

A ciência passa a ter como base o estudo das idéias e das formas. Para uma visão clara da transformação ocorrida com a Matemática, no que respeita a seu objeto de estudo, iremos nos deter na concepção geométrica euclidiana.

Na Matemática a alteração do objeto básico de estudo surgiu com Euclides de Alexandria (365 AC - 275 AC), que propõe, a partir de "Os Elementos", a questão da demonstrabilidade como critério científico implícito à Matemática. O salto qualitativo dado por Euclides à Geometria é marcante, pois ele não só registra e aumenta os conhecimentos geométricos anteriores como justifica, por meio da razão, as observações, as regras e as práticas colhidas ao longo de uma lenta série de observações empíricas ¹². A partir dessa alteração, a Matemática passa a ser, em nível científico, tratada como seu próprio objeto.

A obra euclidiana tem como marca fundamental o fato de ser a pioneira no uso do *sistema axiomático*, no qual, os *teoremas* são inferidos a partir de determinados *axiomas* e *postulados*. É importante salientar a relevância da obra

11 PLATÃO, La Ciencia del «Teeteto». In: VERA, F., Científicos Gregos, Madrid: Aguilar S. A. de Ediciones, 1970, p. 200-219.

12 Para termos uma noção do rigor euclidiano citamos a proposição 11 do livro I d' *Os Elementos* onde detalhadamente Euclides demonstra como traçar, de um ponto fora de uma reta, uma outra reta que forme com a anterior ângulos retos. A demonstração parte da construção de um triângulo equilátero - que na proposição 1 do Livro I havia sido demonstrado ter os lados iguais. Constata que a reta incidente divide o triângulo equilátero - construído - em dois triângulos congruentes e, portanto, os ângulos formados pelas duas retas são iguais e, por conseguinte, retos.

euclidiana como modelo da concepção científica que toma, como critério, "uma garantia de sua própria validade", a partir dos enunciados organizados de forma causal, em que o conhecimento se estrutura de forma unitária e onde todas as afirmações são fundamentais e necessárias. Essa concepção de ciência está baseada em Platão e em Aristóteles. Nela encontramos que o conhecimento científico difere das opiniões pelo fato de estar vinculado ao raciocínio causal e organizado de acordo com um sistema em que a verdade é decorrência de raciocínios corretos a partir das premissas.

A alteração do conceito de ciência provoca uma mudança na atitude científica grega, em relação à Matemática, a partir de Euclides. A partir de então, a atividade prática dos "medidores de corda"¹³, conforme diz Heródoto, converte-se em uma ciência que trabalha com construções mentais por puro movimento intelectual.

O trabalho dos harpedonatas, embora questionado no que tange ao conhecimento do teorema de Pitágoras, é aqui utilizado para demonstrar a alteração do procedimento metodológico em face ao conhecimento matemático, pois antes de Euclides, a ciência tinha como estatuto básico a prova empírica e, a partir do trabalho euclidiano, o fundamento básico está ligado à demonstrabilidade.

A Matemática grega torna-se, a partir de Euclides, o melhor exemplo de que a idéia de veracidade científica está ligada à organicidade de um

13 Os "medidores de corda" ou "harpedonatas", na origem, têm o nome determinado pelo traçado que faziam por meio de uma corda para determinar, empiricamente, a área dos terrenos. Essa prática era vigente no Egito Antigo, à época do faraó Sesóstris, para medição da terra. Pela existência desse costume, Heródoto atribui o nascimento da Geometria às margens do Nilo. Este relato demonstra com clareza a questão social como mediadora da prática científica que, a partir do senso matemático espacial (cálculo de áreas para agricultura) egípcio, evolui para a construção de monumentos arquitetônicos como pirâmides, templos e palácios.

sistema de proposições onde as verdades se unem por uma relação causal e o critério de verdade é tomado pela sua demonstrabilidade. A Geometria, conforme o modelo euclidiano, passa a ser identificada com a abstração, o teórico. Assume preocupações estilísticas quando, preocupada com a beleza do raciocínio e a exatidão da forma, desliga-se da raiz empírica. A Matemática passa a ter existência independente da realidade sensorial, isto é, é ato de pura abstração, remotamente reflexiva em relação à realidade circundante.

Do século IV até o século XV da nossa era, o conhecimento matemático fica predominantemente ligado ao mundo árabe, cujo ciclo se inicia com a queda de Alexandria e a criação da Escola de Tradutores de Bagdá. É conveniente ressaltar os estudos aritméticos e algébricos desenvolvidos pelos árabes, com especial atenção para Al-Khowarizmi e Alhazem. Para significar a importância da Matemática árabe, propomos o estudo da etimologia das palavras "Algoritmo" e "Álgebra".

Originário da região de Khwarezm, Mohammed ibn Musa al-Khowarizmi trabalhou em Bagdá onde produziu estudos de Astronomia, Aritmética e Álgebra. Seus trabalhos foram extremamente influentes e estabeleceram uma tão forte tradição matemática em Bagdá que, por muitos séculos, seus estudos foram citados tanto no mundo árabe quanto na Europa. Segundo vários autores, as palavras "algoritmo" e "algarismo" provêm de corruptelas das traduções latinas dos trabalhos do sábio árabe pois, na sua "Aritmética", os parágrafos invariavelmente iniciam-se por "*dixit Algoritmi*", onde "Algoritmi" significava Al-Khowarizmi. Na Península Ibérica era comum o termo "guarismo" para significar número e, provavelmente, a contração do prefixo árabe "al" com "guarismo" tenha originado a palavra "algarismo".

O termo "Álgebra" tem origem no título do trabalho de Al-Khowarizmi "Hisab al-jabr w'al muqabala", onde "Hisab" significa "tratado", "al-jabr" quer dizer "ligar", "reunir" ou "juntar" e "al-muqabala" expressa "balanceamento", "oposição" ou "transposição". Esse tratado explica as operações necessárias para o trabalho com equações simples, com o objetivo de ser um guia para os interessados nos estudos e problemas de herança, comércio, construções de canais, cálculos de áreas de terras e questões correlatas. É lícito apontar que o termo "al-jabr" tenha originado o termo "Álgebra".

Struik, ao comentar a Matemática do período islâmico, afirma a importância de Al-Khowarizmi e de sua obra para a Matemática, apontando-o como difusor do sistema de numeração hindu e responsável, através de traduções, por um texto sobre "Ciência das Equações":

" Este livro foi um dos meios pelos quais a Europa ocidental tomou conhecimento do sistema de decimal. O título da tradução, *Algorithmi de numero Indorum*, acrescentou o termo *algorithmus* - uma latinização do nome do autor - à nossa linguagem matemática. Qualquer coisa semelhante aconteceu à álgebra de Muhammad, que tinha o título de Hisab al-jabr wal-mugabala (literalmente, «ciência da redução e da confrontação», que significa, provavelmente, «ciência das equações»). Esta álgebra, cujo texto árabe existe, também se tornou conhecida no Ocidente através de traduções latinas e fez que a palavra al-jabr se tornasse sinônima de toda a ciência da «álgebra», que, de facto,

até meados do século XIX, não era mais do que a ciência das equações"¹⁴.

Podemos afirmar que, desde os primórdios da cultura matemática, que no mundo árabe coincide com a fundação da escola de tradutores de Bagdá e a queda de Alexandria no século IV, até os trabalhos de Omar Khayyam, Nasir al-din e ibn Al-Haithan, a Matemática árabe forneceu ao então conhecimento científico um avanço significativo, valendo destacar os trabalhos relativos à trigonometria, à questão do postulado das paralelas e à álgebra. Salientamos que os contatos da cultura árabe com o Ocidente, no que toca à Matemática, passam pela influência moura na Espanha - notadamente em Córdova - e pelos trabalhos de Leonardo de Pisa, que divulgou muitas das idéias matemáticas dos árabes na Europa.

A cultura ocidental a partir do final do século XV passa a ser o epicentro do desenvolvimento da Ciência e, em particular, da Matemática. Existem alguns fatores determinantes para que o Renascimento Italiano mereça atenção, pois nesse período nota-se a superação dos métodos científicos até então vigentes. O despertar científico italiano começa com a estética do artista - que volta a contemplar a natureza sob a forma como esta se apresenta - e com a habilidade do artesão - que percebe, de forma profunda, a harmonia da natureza e da representação das leis que regem a realidade.

O artesão Galileu aperfeiçoa o telescópio e, com a sensibilidade do cientista, aponta-o para o céu. Nesse movimento, o cientista percebe que, na observação da natureza, no estudo dos fenômenos e na procura das causas dos mesmos, encontra-se a novo espírito científico que, deslocando-se entre o racional e a

14 STRUIK, D. J., *História Concisa das Matemáticas*, Lisboa: Gradiva Publicações Ltda, 1989, p. 121.

experiência, deve buscar a tradução em relações matemáticas do fenômeno observado. Galileu afirma:

"Senhor Sarsi, as coisas não se passam assim. A Filosofia está escrita nesse grandíssimo livro que continuamente está aberto diante de nossos olhos (eu digo, o Universo) mas não se pode entender se antes não se apreender a entender a língua e os caracteres em que está escrito. Está escrito em língua matemática, e os caracteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, e sem tais meios é impossível entender humanamente algo a seu respeito; sem eles vaguear-se-á em vão por um obscuro labirinto"¹⁵.

Salientamos que as razões básicas do progresso da ciência no Renascimento Italiano devem-se a causas sociais e materiais. As causas econômicas podem ter raiz no desenvolvimento econômico das Cidades-Estado como Milão, Veneza, Florença, Roma e Nápoles, que eram o eixo comercial do Oriente com a Europa. Citamos como fundamental a invenção da imprensa de tipos móveis. Podemos traçar um paralelo entre o alfabeto fonético fenício e a imprensa de tipos móveis, na socialização do saber humano pois, nos dois instantes, há uma libertação do trabalho manual e repetitivo - dos escribas de um lado e dos copiadores dos manuscritos de outro - que representava, nas duas instâncias, um entrave aos meios de produção científica.

Esse período fundamenta uma nova concepção de procedimento empírico que, sem desprezar as conquistas do conhecimento científico anterior - a

¹⁵ Galileu, G., *Il Saggiatore*, conforme citado por BANFI, A., Galileu, Lisboa: Edições 70, 1981, p. 84-85. Grifos nossos.

fundamentação na demonstrabilidade e, portanto, o caráter dedutivo - enfatiza a observação e a experimentação, acrescentando a essas o conhecimento matemático que explica e justifica o fenômeno observado. É o modelo racional de ver o mundo. Galileu observa a importância da "demonstração necessária" ao lado da "sensata experiência". Descartes procura organizar o saber humano sob a égide do modelo algébrico e geométrico. Nota-se a importância dada à questão da demonstrabilidade aliada ao fato empírico ¹⁶. Uma prova da importância que Galileu dá à experiência e à seqüente matematização pode ser retirada da proposta de método que ele sugere para a análise dos fenômenos observáveis:

"Destes acidentes de gravidade, de velocidade e também de figura, variáveis como são de inúmeros modos, não pode obter-se conhecimento seguro. Pelo que, para poder tratar cientificamente tal matéria é preciso abstrair deles e uma vez descobertas e demonstradas as conclusões, as conclusões abstraídas dos impedimentos, servir-se delas utilizando com as limitações que a experiência nos for ensinando. E a utilidade disto não será pequena, porque dentre as matérias e suas figuras serão escolhidas as menos sujeitas aos impedimentos do meio: quais sejam as muito pesadas e as redondas, e os espaços e as velocidades na sua maioria não serão tão grandes que os seus excessos não possam com facilidade ser

¹⁶ Galileu, G. "Opere", vol. V, p. 316, conforme citado por ABBAGNANO, N., Dicionário de Filosofia, São Paulo: Mestre Jou, 1970, p. 127.

e as velocidades na sua maioria não serão tão grandes que os seus excessos não possam com facilidade ser reduzidos a um ponto de referência"¹⁷.

Para Galileu, a ciência liberta o homem do jugo do racionalismo dogmático da metafísica tradicional através de um racionalismo metódico, que busca conceituar universalmente as constantes estruturais da experiência e reconhecer a realidade circundante. Essa concepção de ciência traz no cerne uma consciência crítica, no modo, de ler o mundo. A verdade da nova consciência científica emergente origina uma nova e radical visão de homem, comprometido com a cultura e a liberdade. Banfi explicita:

"Porque, como disse, a liberdade da consciência científica não se identifica com a liberdade pessoal dos pensadores; é mais radical e poderosa, porquanto depende da sua própria integridade teórica e da sua plenitude humana. A ciência nova revela, como disse, uma nova dimensão do saber"¹⁸.

As antigas formas feudais começam a ruir diante do desvelar de uma nova realidade social, provocada pela concepção de universo contida na percepção de Leonardo da Vinci, nas polêmicas de Galileu, no racionalismo de Descartes e no "relógio" de Newton. A concepção de ciência que se instala a partir de então revela-se revolucionária e polêmica. O antigo sistema feudalista começa a

17 GALILEU, G., "Discorsi e dimostrazioni intorno a due nuove scienze", conforme citado por BANFI, A., GALILEU, Lisboa: Edições 70, 1981, p. 87. Grifos nossos.

18 BANFI, A., GALILEU, Lisboa: Edições 70, 1981, p. 54.

so sobrar. A nova concepção de universo - oriunda das polêmicas de Galileu sobre o heliocentrismo, acrescida da dúvida sistemática de Descartes e matematizada por Newton - origina e fundamenta os ideais da burguesia revolucionária. O modelo científico de ver o mundo tem, pois, perspectiva humanista com origem no Renascimento Italiano.

No final do século XVIII, na Inglaterra, com o surgimento da Revolução Industrial - feita de inventos como, por exemplo, o ferro fundido com o carvão, a máquina a vapor e o sistema fabril - alteram-se as formas de produção material e econômica até então vigentes. A ciência possível antes da invenção da máquina a vapor difere, na essência, da que virá posteriormente, pois modificam-se os meios de produção.

A alteração fundamental é que a ciência passa a se encaixar como força produtiva, isto é, entra no amplo espectro do sistema capitalista, que visa ao lucro. A ciência produz o artefato (a máquina), que se integra no itinerário do sistema produtivo para o qual ela, a máquina, funciona. A esse respeito, afirma Giannotti¹⁹:

"Se o trabalho do artesão inspira uma teoria, no caso da máquina automática é a teoria que produz um objeto totalmente inédito. No primeiro exemplo, uma representação antecipa o produto e norteia a ação concreta do trabalhador; no segundo, as representações subjetivas e individuais, tanto do fabricante operário como daquele que utiliza o autômato,

19 GIANNOTTI, J. A., *Filosofia Miúda*, São Paulo: Editora Brasiliense S. A., 1985, p. 60.

**são transpassadas, de um lado, pela planta da máquina,
de outro, pelo itinerário do sistema produtivo, no qual ela
se integra e para o qual ela funciona"²⁰.**

A ciência produzida a partir da sociedade capitalista emergente herda um dos pressupostos básicos do capitalismo, ou seja, o simbolismo nas relações abstratas de seus fundamentos: de um lado, moeda, circulação, propriedade e preço ; de outro, linguagem, símbolos e estruturas. O simbolismo tem como fundamento a substituição da realidade objetiva por estruturas mentais que passam a reger, de forma concreta, as relações entre os objetos e as pessoas. Em uma primeira aproximação, a Matemática passa a ser encarada não mais como uma *ciência da quantidade* mas como uma *ciência das relações* ou como uma *ciência do possível*; isto é, a Matemática passa a ser enfocada como uma ciência essencialmente abstrata e, vale dizer, como um conhecimento onde se privilegia a forma em relação à substância matemática.

O simbolismo presente na ciência está também presente nas relações de produção da sociedade capitalista. O material simbólico existente nas mais variadas ciências tem raiz tanto na Matemática como na sociedade que a produz. As conquistas a que o mundo assiste, a partir dos séculos XVIII e XIX no campo da Matemática, explicitam esse fato de forma inequívoca. Como exemplo claro do nível abstrato atingido nesse período pela Matemática, a partir de 1836, temos a revolução

20 GIANNOTTI, J. A., op cit., p. 37.

do conceito de espaço, provocada pelo surgimento das Geometrias Não-Euclidianas. Boyer comenta esse fato apontando ²¹:

**"Foi sugestão de Riemann o estudo
geral de espaços métricos com curvatura e não o caso
especial da geometria sobre a esfera, que mais tarde
tornou possível a teoria geral da relatividade"**²².

A ciência - aliada à tecnologia e em conjunto com o capital - busca uma produtividade maior do sistema econômico, o que interessa ao modo de produção vigente que, por sua vez, financia as pesquisas científicas. O século XX torna-se, então, o período histórico em que se produz uma quantidade de máquinas e fábricas sem comparação possível com os períodos anteriores.

Na Matemática do século XX, destacam-se basicamente três tendências distintas: o Logicismo, com Frege, Zermelo e Russell; o Intuicionismo, com Brower, Heyting e Weyl; o Formalismo, com Hilbert.

A característica básica do Logicismo está em reduzir a Matemática à Lógica e, por consequência, considerá-la uma forma de linguagem em que todas as proposições são da forma «p implica q». A corrente logicista apresenta

²¹ Para melhor explicitar o nível abstrato e simbólico atingido na Matemática com o advento das Geometrias Não-Euclidianas localizamos, por exemplo, que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer pode ser maior, menor ou igual a 180° dependendo de que geometria tenhamos como referencial teórico. Um estudo interessante desse fato é trabalhado em: DAVIS, P. J., & HERSH, R., **A Experiência Matemática**, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves S. A., 1985, p. 250-256.

²² BOYER, C. B., **História da Matemática**, São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1974, p. 399.

alguns resultados na análise dos fundamentos da Matemática. Em 1884, Frege mostra como definir número natural a partir do conceito de relação :

" O conceito de relação pertence -
 não menos do que o simples conceito - ao campo da
 Lógica pura. Aqui não interessa o conteúdo especial da
 relação mas exclusivamente a sua forma lógica. Se
 alguma coisa pode ser afirmada sobre ela, a verdade
 desta alguma coisa resulta analítica e é reconhecida a
 priori"²³.

O Logicismo, numa abordagem ingênua, tenta em primeiro lugar construir uma Lógica e, então, derivar a Matemática tomando como pontos essenciais:

- i. a definição de todos os conceitos matemáticos em termos dos conceitos lógicos;
- ii. a dedução, a partir de proposições básicas da Matemática e por meio de regras lógicas, dos teoremas da Matemática.

Esta posição leva a Lógica a considerar os cálculos matemáticos um tipo particular de cálculos lógicos. A Matemática passa a ser tratada como uma linguagem lógica, ou melhor, um tipo especial de linguagem lógica.

A característica fundamental do Intuicionismo é a do

²³ Frege, In: ABBAGNANO, N., *Dicionário de Filosofia*, São Paulo: Editora Mestre Jou, 1970, p. 616.

construtivismo matemático, ou seja, a Matemática passa a ser considerada como a ciência que tem por objeto a construtibilidade, isto é, a ciência dos processos construtivos. Segundo Brouwer, um dos principais representantes do Intuicionismo, a Matemática pode ser identificada com a parte exata do pensamento humano; portanto ela não pressupõe ciência ou lógica alguma, mas exige, de preferência, a utilização da intuição no sentido de construir conceitos.

Isto nos leva a uma ciência em que as conclusões não devem ser derivadas das regras fixas contidas em um sistema formalizado, mas cada conclusão deve, necessariamente, ser controlada com base em sua própria evidência, enquanto processo de construção dos conceitos. Como decorrência, por exemplo, um princípio como o do infinito existente em "ato" é desconsiderado, tomando-se somente o infinito em "potência". Essa proposta tem raiz na cultura grega, pois o infinito existente só em potência remete-nos às questões centrais do método de exaustão criado por Eudócio e aperfeiçoado por Arquimedes, em contraponto aos paradoxos de Zenão de Elea. Outra idéia norteadora do Intuicionismo é a não inclusão, em sua Lógica, do princípio do terceiro excluído. Dessa forma, assim como Heyting, que se apóia no ponto de vista de Brouwer, podemos propor que o Intuicionismo se divide em :

- i. a Matemática é uma criação livre do espírito e não tem em si relação alguma com os fatos de experiência;
- ii. a simples constatação dos fatos de experiências contém sempre a identificação de um sistema matemático;
- iii. o método da ciência da natureza consiste em reunir os sistemas matemáticos, contidos nas experiências isoladas, em um sistema puramente

matemático construído com esse fim.

É importante salientar que a proposta intuicionista, ao enfatizar o construtivismo, não está fazendo um apelo às atividades sensoriais, mas sim à intuição - tomada como a apreensão, pelo espírito, daquilo (teoria matemática) que ele próprio construiu - e à construção das demonstrações matemáticas. Heyting, um dos principais intuicionistas, afirma :

" A Matemática intuicionista ...
consiste em construções mentais; um teorema de
 Matemática exprime um fato puramente empírico,
 nomeadamente a ocorrência de uma certa construção. ' 2
 $+ 2 = 3 + 1$ ' tem que ser interpretado como uma
 abreviatura de ' Efetuarei a construção mental indicada
 por ' $2 + 2 = 3 + 1$ ' e verificarei que conduzem ao
 mesmo resultado"²⁴.

Da Costa ²⁵ considera que é evidente que o Intuicionismo não pretende ser uma corrente psicológica, porém é óbvio que a proposta intuicionista revela um problema interessante na medida em que - e a afirmação de Heyting o explicita- duas pessoas distintas chegariam a teoremas iguais a partir de construções mentais próprias e individuais.

²⁴ Heyting, A., " Intuitionism, An Introduction ", p. 8, conforme citação de: KNEALE, W. & KNEALE, M., **O Desenvolvimento da Lógica**, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1980, p. 681.

²⁵ COSTA, N. C. A. da, **Introdução aos Fundamentos da Matemática**, São Paulo: Editora Hucitec, 1977, p. 20-22.

A proposta formalista encaminha-nos a uma concepção de Matemática como a ciência cuja única restrição se fundamenta na ausência de contradição. Assim, a Matemática não é parte da Lógica nem a pressupõe, isto é, a Matemática pode ser construída como um cálculo sem exigir interpretação alguma. A proposta formalista indica a Matemática como um sistema autônomo, isto é, que não tem limitações fora de si mesma e que se desenvolve em todas as direções possíveis. O termo "*possível*", dentro do Formalismo, significa "*caminhos que não conduzem a contradições*".

Podemos distinguir três etapas distintas na proposta formalista. A primeira é a axiomatização das teorias lógico-matemáticas, como a concebido por Hilbert. A segunda é a formalização das axiomáticas obtidas, ou seja, é a substituição dos conceitos primitivos, dos postulados, dos conectivos lógicos e dos princípios lógicos por símbolos e arranjos simbólicos. E, por último, a terceira é a demonstração da consistência das axiomáticas formalizadas, procurando evidenciar que nelas não ocorrem contradições.

Hilbert afirma que o desenvolvimento da Matemática, segundo a proposta formalista, se dá com o desenvolvimento da Metamatemática (uma das grandes colaborações dos formalistas é a criação desse ramo da ciência) e da axiomática :

" De tal forma realiza-se, através de trocas contínuas, o desenvolvimento da totalidade da Ciência Matemática, de duas maneiras: derivando dos axiomas novas fórmulas demonstráveis por meio de deduções formais e, por outro lado, acrescentando novos axiomas e a prova de não contradição, através de

raciocínios que têm um conteúdo"²⁶.

Segundo Newton da Costa, o Formalismo, então, "*deseja transformar o método axiomático, de técnica que é, na essência mesma da Matemática*" e busca, na Metamatemática, sua garantia de ausência de contradições²⁷.

A análise até aqui desenvolvida sobre a evolução do conhecimento científico e, em particular, matemático, desde seus primórdios até nossos dias, torna-se de fundamental importância em nossa proposta de compreensão dos fatos relativos à Educação Matemática na atualidade. É importante compreender que, historicamente, como não houve somente uma forma de fazer Matemática e, por conseguinte, de ensiná-la, essa questão fica em aberto, na medida em que as tendências atuais do ensino e da pesquisa em Matemática buscam, respectivamente, soluções tanto para a aprendizagem da Matemática como para os fundamentos dela.

Salientamos o fato de que os computadores, e esse é só um exemplo, revolucionam os métodos de pesquisa em Matemática Aplicada e adentram os problemas de Matemática Pura de forma insofismável. Na educação, os computadores revolucionam, por exemplo, na medida em que existem propostas de ensino como a Modelação (Modelagem em Educação) e a linguagem "LOGO", criando novas e intrigantes possibilidades para a Educação Matemática.

Como vimos, a ciência matemática no século XX torna-se a forma mais elaborada, até então conhecida, de uma linguagem simbólica que, através

²⁶ Hilbert, In: ABBAGNANO, N., *Dicionário de Filosofia*, São Paulo: Editora Mestre Jou, 1970, p. 617.

²⁷ COSTA, N. C. A. da, *Introdução aos fundamentos da Matemática*, São Paulo: Editora Hucitec, 1977, p. 33.

de teoremas, corolários e lemas, serve como paradigma a outras estruturas abstratas simbolicamente representadas. O alto teor de abstração e simbolismo afastam, por decorrência, a realidade e sua complexidade social das preocupações que movem a pesquisa na Matemática.

Nesse contexto, encontramos a humanidade com uma crença muito forte no poder ilimitado da ciência e, em particular, nas estruturas matemáticas e nos sistemas lógicos. A posição de destaque está evidentemente presa a crenças em nível de senso comum, segundo as quais, sendo a Matemática uma "linguagem simbólica" e, portanto, exata, não há nela possibilidade de contradições. A Matemática passa a ser encarada, em nível popular, como "Linguagem das Ciências" e, em nível educacional, como uma das possibilidades lingüísticas, tanto quanto a Lógica o é para os lógicos e os matemáticos. Essa concepção de Matemática tem implicações pedagógicas: uma delas é constituída pela eliminação do fator sócio-cultural da clientela escolar, através do argumento de que a Matemática é uma linguagem universal e, portanto, neutra.

A preocupação com a abstração e a análise de estruturas amplas torna-se crescente na Matemática do século XX. Exemplo dessa preocupação e nova concepção - com forte influência na Educação Matemática - é encontrado na obra do grupo Bourbaki, um dos pilares do movimento de "*Matemática Moderna*". Boyer explicita claramente essa concepção quando, ao comentar a obra do grupo Bourbaki, "*Éléments des Mathématiques*", observa que:

**" a apresentação dos assuntos é feita
de forma secamente abstrata e geral que retrata**

claramente a estrutura lógica"²⁸.

Na análise da evolução do conhecimento matemático, buscamos o relacionamento entre a sociedade e a Matemática. Ao intervir na natureza e ao produzir o seu meio de vida, o homem difere dos animais na intencionalidade de suas ações. Nessa perspectiva, ao intervir na realidade concreta, a práxis humana caracteriza-se pela elaboração de *constructos*, determinados pelo modo de produção vigente, ou seja, a Matemática produzida pelos gregos não é igual à Matemática elaborada no século XVIII por Newton. A atividade empírica - presente nos trabalhos dos egípcios, babilônicos e gregos - vai sendo aos poucos substituída pelas atividades abstratas como as propostas pelo Formalismo, Logicismo e Intuicionismo. Parece-nos evidente que essas questões influenciam fortemente tanto a produção científica da Matemática como as concepções em Educação Matemática.

Atualmente a Educação Matemática enfatiza a abstração e a apresentação de sistemas axiomáticos e lógicos. Esse posicionamento conduz a uma simbolização extremamente precoce, que desconsidera os dados culturais, sociais e intuitivos. O destaque para a arquitetura da linguagem transforma a Matemática ensinada nas escolas em um conhecimento profundamente abstrato, deduzido de princípios básicos através de regras lógicas, para que o realce nas estruturas leve a uma economia considerável do pensamento. Esses pressupostos acabam por revelar-se de cunho altamente elitista, pois, privilegiando o saber abstrato, desconsideram o fazer empírico.

É conveniente ressaltar a importância da utilização dos computadores a partir dos anos sessenta para o desenvolvimento da pesquisa em

²⁸ BOYER, C. B., *História da Matemática*, São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1974, p. 285.

Matemática Pura ou Aplicada. Anteriormente à utilização das máquinas computacionais, durante a primeira metade do século XX, havia grande dificuldade para resolver problemas numéricos quando os cálculos se apresentavam de forma extensa em demasia. Naquela conjuntura, aos matemáticos sobrava a discussão sobre a consistência das equações ou sobre a existência de solução para os problemas e equações. Com o advento dos computadores, foi possível encontrar soluções numéricas para a maioria das equações e problemas até então de difícil solução. Um exemplo significativo da trajetória descrita é a evolução do estudo das Equações Diferenciais.

Existem propostas concretas de correção do rumo do atual estado da Educação Matemática que consideramos de importância significativa. Destacamos como fundamentais a Etnomatemática e a Modelagem. Na Etnomatemática encontramos um retorno às questões sócio-culturais da educação; assim, de certa forma, implícita na proposta, está recolocada a questão empírica do conhecimento. Na Modelagem, ou Modelação Matemática, encontramos uma volta ao espírito da revolução científica, na medida em que a Modelagem retoma basicamente uma concepção de ciência que começa com Galileu - que considerava a necessidade da demonstração aliada à experiência - e atinge o auge com Newton. O paralelo entre a Modelagem e as propostas de Galileu e Newton fica explicitado na medida em que esses dois cientistas consideram como básica a experiência e afirmam a necessidade de uma seqüente matematização, ou seja, a elaboração de um modelo matemático.

No conjunto desses fatores, vislumbramos, como diretrizes possíveis na Educação Matemática, a abordagem externalista da Matemática e, por decorrência, os *sensos matemáticos*. Essa possibilidade origina-se da importância da atividade prática do homem na elaboração dos *constructos* (físicos ou mentais) e da

importância dos *sensos matemáticos* como um movimento pelo qual o homem busca estabelecer a estrutura lógica inicial de qualquer teoria. Vygotsky identifica essa importância, ao afirmar:

"O uso de pedaços de madeira entalhada e nós, a escrita primitiva e auxiliares mnemônicos simples, demonstram, no seu conjunto, que mesmo nos estágios mais primitivos do desenvolvimento histórico os seres humanos foram além dos limites das funções psicológicas impostas pela natureza, evoluindo para uma organização nova, culturalmente elaborada, de seu comportamento. A análise comparativa mostra que tal tipo de atividade está ausente mesmo nas espécies superiores de animais; acreditamos que essas operações com signos são produto das condições específicas do desenvolvimento social"²⁹.

Assim apresentamos como proposta, a partir dos *sensos matemáticos*, a necessidade de pesquisas referentes à questão sócio-econômico-cultural das populações envolvidas com o fenômeno educativo. Para tanto, é fundamental que tenhamos em mente que a criança em idade escolar e o adulto iletrado não se constituem em "tábulas-rasas" nas quais nossa civilização imprimirá sua marca cultural e intelectual. Gostaríamos de salientar que o objetivo da sociedade - ou melhor, dos grupos hegemônicos de uma dada sociedade - é a mistificação ideológica, que permite a tentativa de perpetuação da classe dominante no poder, através da imposição de valores sociais, econômicos e culturais às classes

²⁹ VYGOTSKY, L. S., *A Formação Social da Mente*, São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1989, p. 44.

sociais dominadas.

É necessário levar-se em conta que os sujeitos da educação têm experiências prévias de origem cultural, social e econômica, existentes em qualquer grupamento social organizado como, por exemplo, as minorias étnicas e as populações marginalizadas economicamente. Concordamos com Vygotsky quando afirma :

"... o momento de maior significado no curso do desenvolvimento intelectual, que dá origem às formas puramente humanas de inteligência prática e abstrata, acontece quando a fala e a atividade prática, então duas linhas completamente independentes de desenvolvimento, convergem" ³⁰.

Com essa abordagem, buscamos afastar da Educação Matemática o exasperante e inócuo ensino baseado na transmissão de fórmulas decoradas e o descompromissado aprendizado de receituários de problemas vazios de substância matemática e desconectado do real. Assim, propomos que as atividades práticas, com ênfase significativa na atitude empírica - por exemplo, como a proposta da Modelagem - , aliem-se à pesquisa e às propostas da Etnomatemática, no que tange à questão cultural e social dos sujeitos da educação .

Buscamos uma Matemática que se transforme num instrumento através do qual o homem possa criar uma relação racional com o seu meio, estabelecendo, dessa forma, uma consciência real de mundo. A consciência do possível na Educação Matemática hoje deve ter como meta o homem, como módulo a sociedade e como argumento a realidade. Portanto, temos o real como o enquadramento do ensino de

30 VYGOTSKY, L. S., op. cit., p. 27.

Matemática, que objetiva o homem existente, não o ideal ou o idealizável em um contexto histórico, levando em conta o dinamismo, assim explicado :

**"... integração recíproca do todo com
as partes que o constituem bem como a contraposição das
partes entre si" ³¹.**

Como já apontamos, recentes trabalhos de investigação em Educação Matemática têm salientado basicamente duas correntes de pesquisa quanto aos caminhos a serem percorridos. A primeira delas elabora explicações a partir de dados da realidade sócio-cultural com um referencial antropológico, mais especificamente etnográfico, propondo estudos localizados sobre minorias ou etnias. Os pesquisadores desse grupo buscam desenvolver estudos mostrando que a produção da Matemática tem origens na cultura e, portanto, não é propriedade de uma classe social ou raça, mas é presente e, vale dizer, elemento constituinte de todas. A segunda corrente de pesquisa trabalha na procura de um referencial teórico que supere a dicotomia gerada pela divisão entre Matemática Pura e Matemática Aplicada, especialmente no que toca à Educação Matemática. Os pesquisadores desse grupo tomam como ponto nuclear a construção do conhecimento a partir da realidade física ou social interpretada através de ferramentas matemáticas. O eixo dessa atividade se dá, partindo de uma situação concreta e imersa no real e que, estudada através do instrumental matemático, pode ser matematizada gerando um modelo que deve ser validado experimentalmente.

As ligações entre os *sensos matemáticos* e as linhas de pesquisa ficam de certa forma explicitadas no momento em que os sentidos apresentam-se como uma possibilidade de apropriação do saber matemático pelo homem, partindo da

31 Saviani, D. In: D. T. MENDES (org), *Filosofia da Educação Brasileira*, São Paulo: Editora Civilização Brasileira S. A., 1983, p. 27.

prática humana sobre realidade circundante. Essa proposta encaminha-nos para uma abordagem que toma o conhecimento como ato intencional do homem e permeado por fatores sociais, culturais, econômicos e políticos. Essa intencionalidade do sujeito busca o desvelar da rede de fenômenos que o homem tem diante si. O movimento dos *sensos matemáticos* cria estruturas cognitivas - *constructos reflexivos matemáticos* - que permitem a elaboração de algoritmos e modelos matemáticos primitivos, os quais após sucessivas re-elaborações, explicam o real de forma orgânica.

Reiteramos a necessidade de a Educação Matemática investigar como as estruturas cognitivas originadas a partir do dado sócio-cultural transformam-se em *constructos reflexivos matemáticos* aplicáveis em outros contextos. O movimento dos *sensos matemáticos* gera, então, a possibilidade de unir as preocupações resultantes das pesquisas de cunho etnográfico com as pesquisas em modelagem. Essa possibilidade torna-se concreta quando consideramos que os *constructos reflexivos matemáticos* têm origem e finalidade no dado sócio-cultural. A origem é estabelecida pela prática humana no real; e a finalidade, no modelo matemático que explicita essa realidade do ponto de vista científico.

CAPÍTULO III

OS SENSOS MATEMÁTICOS E OS CONSTRUCTOS REFLEXIVOS: UMA ABORDAGEM TEÓRICA

É conveniente ressaltar que não consideramos as proposições em Educação Matemática isoladas do pensar em Educação. Em outro trabalho ¹, mostrando as interações entre a sociedade e a educação, buscamos um pensar sobre questões como a *contradição*, a *hegemonia*, a *reprodução* e os *condicionantes ideológicos da educação* como a questão central da prática pedagógica em Educação Matemática. Consideramos que essa atividade deve objetivar uma visão de conjunto entre a realidade e a sociedade de um lado e a Matemática, enquanto prática cultural do homem, de outro.

Essa concepção obriga-nos a explicitar os possíveis caminhos que possibilitem alargar as dimensões da Educação Matemática através da inclusão do real em seus procedimentos. Para tanto, tomamos como a base do conhecimento matemático a *experiência*, pois a História da Matemática mostra como o instrumental matemático surge a partir da *prática humana* na solução de problemas propostos no real. Convém salientar que, embora a evolução tenha raiz na prática humana, o

¹ SOUZA, A. C. C., *Matemática e Sociedade : Um Estudo das Categorias do Conhecimento Matemático*, Campinas: FE/UNICAMP, Dissertação de Mestrado, 1986.

material matemático acumulado ao longo de vários séculos - poderíamos dizer três milênios - originou o surgimento de problemas que não são propriamente derivados da prática empírica; destacamos aqui, a título de exemplificação, as Geometrias não-Euclidianas e a Teoria de Galois - a primeira, relativa a uma ampliação do conceito de espaço obtida através de estudos teóricos de Gauss, Bolyai, Lobatchevski e Riemann; e a segunda, relativa à solução dos problemas propostos na resolução de equações, a partir do quarto grau, por meio de coeficientes e radicais. A transição entre o sensorial e o racional é configurado, na seleção das experiências dentro da atividade do homem, pela sistematização e generalização de procedimentos anteriores que, dentro das práticas do "senso comum" denotam, segundo Gramsci², a existência de um "bom senso" no qual o homem busca a *evidência* de práticas passíveis de generalizações que conduzem a uma primeira etapa de abstração.

A *experiência* e a *evidência*, enquanto categorias do conhecimento matemático, implicam a existência de um processo de organização e

2 "Senso comum" e "bom senso": conforme Antonio Gramsci em "A Concepção Dialética da História", "*senso comum é um nome coletivo*", ou seja, é parte da cultura de um determinado grupo social ou etnia, de tal sorte que é formado ou estruturado a partir de diversos ensinamentos "... do velho patriarca, cuja sabedoria dita leis ..." e da "... mulher que herdou a sabedoria das bruxas ..."; portanto, "... não existe um único senso comum, pois também ele é produto do devenir histórico. A filosofia é a crítica e a superação da religião e do senso comum e, nesse sentido, coincide com o 'bom senso' que se contrapõe ao senso comum", logo, o "bom senso" coincide com o núcleo sadio do "senso comum". GRAMSCI, A., *A Concepção Dialética da História*, Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira, 1984, p. 11-14.

reorganização do saber acumulado nas práticas humanas. Esse momento ocorre quando um conjunto de "saberes", com origem nas atividades do homem, necessita de sistematização. Nesse momento ainda, a categoria da *intuição* implica a forma pela qual o saber do homem apresenta saltos qualitativos; a *intuição* exemplifica a necessidade de teorizar as práticas efetuadas em nível sensorial ³, na atividade humana. Podemos apontar a obra euclidiana como um exemplo da *intuição*, pois Euclides, além de sistematizar o conhecimento geométrico grego existente até então, aprofunda a importância da Geometria ao introduzir a questão da *demonstrabilidade* como critério de verdade científica na Matemática. O salto qualitativo dado à Geometria por Euclides pode ser melhor avaliado quando apontamos o fato de que, a partir de sua obra, o conhecimento geométrico movimenta-se do desconhecido para o conhecido e do particular para o geral. Proclo ⁴ comenta a obra euclidiana da seguinte forma:

"... sendo de admirar seus variados modos de raciocinar, quando parte das causas, ou das provas, sempre incontestáveis, exatas e adequadas à ciência, assim como seus métodos dialéticos, a saber: o que distingue as espécies nos descobrimentos, o que define os conceitos essenciais, o demonstrativo no

3 Neste texto, "*sensorial*" significa, explicitamente, a experiência física como raiz do conhecimento humano.

4 Proclo de Lícia (412 d. C. - 485 d. C.) é considerado um dos primeiros historiadores da Matemática. Com relação a "Os Elementos", Proclo tece vários comentários como, por exemplo, que Euclides " *coordenou muitos trabalhos de Eudóxio, aperfeiçoou os de Teeteto e demonstrou irrefutavelmente o que seus predecessores haviam apresentado de maneira difusa*". Proclo, In VERA, F., *Científicos Gregos*, Madrid: Aguilar, S. A. de Ediciones, 1970, p. 1157.

trânsito dos princípios das coisas que busca e o demonstrativo no movimento analítico de regressão às causas buscadas nos princípios " ⁵ .

O conhecimento humano é também revelado no movimento que se processa a partir da análise dos fenômenos originados no real, em cada tempo e lugar. Esse movimento busca desvelar as relações mediatas e imediatas entre a realidade e as leis da natureza, partindo da compreensão da **totalidade** das relações entre as partes e a essência, entre o todo e as partes. Assim concebida, a Matemática apresenta modelos de interpretação do real, validados na medida em que manifestam a multiplicidade de fatores envolvidos por meio de representações abstratas, relações e deduções. A **totalidade** é melhor entendida, segundo Kosik ⁶, quando tomamos a realidade em sua concreticidade, isto é, como um todo que possui uma dada estrutura que, desenvolvendo-se, vai criando um grau de semelhança entre a realidade e algumas seções tematizadas desta, como a Física ou a Matemática, por exemplo.

Essas categorias por nós já apresentadas na dissertação de mestrado, a *experiência*, a *evidência*, a *intuição* e a *totalidade*, pretendem dar conta de uma visão de conjunto entre a sociedade e a Matemática, encaminha-nos para uma pedagogia comprometida com a questão social, no sentido em que essa prática pedagógica descortina as dimensões sociais da formação e da evolução dos conceitos matemáticos. Essa proposta leva-nos a analisar como historicamente o homem, no processo de produção da sociedade e da transformação da realidade, produz o conhecimento.

⁵ PROCLO, Op. cit., p. 1157.

⁶ KOSIK, K, *A Dialética do Concreto*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra S. A., 1976, p. 36.

Ao longo de sua história, o homem desenvolve-se biológica e socialmente e interfere na natureza, tornando-a mais humana. Essa ação tem inicialmente como motor a questão da sobrevivência explicitamente colocada, ou seja, a motivação inicial do homem é a transformação do real, procurando, com isso, mecanismos que lhe garantam a existência. Essa interferência surge através de um movimento de transformação qualitativa na realidade, partindo do pensamento e das ações.

Numa fase inicial, a atividade prática humana é fundamental na percepção do ambiente e das possibilidades de intervenção sobre ele. Nos primórdios da civilização, os instrumentos para a intervenção no real eram utilizados em estado natural, isto é, não previamente manufaturados para tal fim; porém, é lícito afirmar que, mesmo nesse nível, tais instrumentos já se constituíam em instrumentos idealizados pelo homem, pois eram usados com uma dada finalidade.

Numa segunda etapa, surgem os pensamentos relativos à atividade prática, em correspondência aos resultados dessa atividade, originados na percepção mais aguda e particular dos fenômenos circundantes. Nessa etapa os instrumentos para a intervenção no real são previamente planejados para determinado fim, o que caracteriza a existência de uma prática humana refletida, isto é, não mais um *fazer* pressionado pela necessidade da subsistência, mas sim, um *ato* originado em uma reflexão inicial sobre o *fazer*, a qual leva a construir objetos com uma finalidade determinada. Essas duas etapas mostram o movimento da *ideação*, um estágio inicial do desenvolvimento humano, preso ao fato de o homem ter que prover sua existência ⁷.

⁷ PINTO, A. V., *Ciência e Existência*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra S. A., 1979, p. 20-69.

Em um ponto mais avançado do estágio de desenvolvimento, as etapas anteriormente descritas são transformadas em momentos do ato humano de intervenção no real, na busca de transformar a realidade, a partir da intencionalidade, adaptando-a cada vez mais à subsistência do homem. A intencionalidade é a característica básica do conhecimento reflexivo, marcado pela prática humana como raiz de um saber que, já em outro nível, retorna a essa prática pela ação mental da abstração do homem em relação a essa mesma prática. A intencionalidade e o conhecimento reflexivo são caracterizados pela redução simbólica do real, o que possibilita o surgimento de um pensamento relacional.

Esse momento significa a descoberta da possibilidade racional e da intencionalidade do homem; através desse reconhecimento, ele distingue o seu saber do "saber animal". Álvaro Vieira Pinto designa esse momento como o da "autoconsciência", porque, através dele, o homem institui um traço distintivo, ou seja, o traço histórico. É nesse instante que cria a possibilidade da educação, pois :

" O saber do homem se transmite pela educação e por isso é uma transmissão de caráter social. Para que a geração seguinte possa receber a carga de cultura de que necessita para responder eficazmente aos desafios da realidade, faz-se preciso que a precedente organize socialmente o modo de convivência entre civilizações, de modo a possibilitar a transferência do legado representado pelo conhecimento. Com o saber aparece a capacidade de refletir sobre si mesmo, de tomar a própria consciência, com todo seu conteúdo de idéias,

imagens e articulações abstratas explicativas da realidade, por objeto de observação e estudo"⁸.

O conhecimento incorpora não só as questões relativas ao ser coletivo como também o relacionamento do homem com a realidade, na medida em que é socialmente elaborado e organicamente concebido com a finalidade de prover a produção da existência do ser humano. Dessa forma, obtemos o conceito de *ideação reflexiva* que engloba, em primeiro lugar, um movimento contínuo e aprimorado entre a *idéia* e a *ação*, onde existe uma precedência da ação e, posteriormente, a elaboração da *idéia*. Esse é o instante em que a prática humana dentro da realidade é de fundamental importância para o desenvolvimento do homem no seu processo de *hominização*⁹. Em segundo lugar, o conceito de *reflexão* explicita que o conhecimento humano é dotado de intencionalidade e, portanto, provoca o surgimento da *autoconsciência*, originada no fato de o homem reconhecer sua ação e orientá-la no sentido de sua produção histórica. A junção dos dois conceitos - a *idéia* e a *ação* - leva-nos à *ideação reflexiva*, segundo a qual a origem da *ideação* é a realidade, ou seja, as *idéias* e as *ações* se formam através do reflexo da realidade no intelecto humano e voltam a ela por meio da *reflexão*.

As reflexões iniciais, originadas pelo estudo das categorias do conhecimento matemático, *experiência*, *evidência*, *intuição* e *totalidade*, acrescentamos nossas reflexões sobre o conceito de *ideação reflexiva* para uma

⁸ PINTO, A. V., Op. cit., p. 28. Grifo nosso.

⁹ Segundo Álvaro Vieira Pinto, o processo de "hominização" é aquele pelo qual o homem primitivo passa para se tornar um ser historicamente determinado: "um produzido pelo produzido por sua intervenção voluntária e progressivamente consciente daquilo que a natureza lhe oferece, ou seja, deixa de ser um produzido puro para se tornar um produzido produtor do que produz". PINTO, A. V., op. cit., p. 85.

primeira aproximação com os *sensos matemáticos* e suas relações com a Educação Matemática. Tomando a prática humana na realidade como a origem do conhecimento, encontramos, tanto na *experiência* quanto na *ideação*, a forma como o homem, partindo da intervenção no real, cria condições para estabelecer uma relação de constituição com a natureza. Essa relação procura desnudar as leis que regem objetivamente a realidade, revelando a gênese do conhecimento matemático. Caraça explicita esse fato da seguinte forma:

"A idéia de número natural não é um produto puro do pensamento, independente da experiência; os homens não adquiriram primeiro os números naturais para depois contarem; pelo contrário, os números naturais foram-se formando lentamente pela prática diária de contagens. A imagem do homem, criando duma maneira completa a idéia de número, para depois a aplicar à prática da contagem, é cômoda mas falsa"¹⁰.

A questão da contagem exemplifica claramente a importância da experiência e da ideação enquanto motores do conhecimento humano pois, inicialmente, o homem contava utilizando-se de partes do corpo para indicar quantidades. Nos países de língua inglesa, ainda hoje, são utilizados sistemas de medidas como jarda, pé, libra. O sistema de numeração decimal venceu a concorrência com outros sistemas pelo fato de o homem possuir dez dedos, consideradas as duas mãos. As expressões "dígito" e "cálculo" têm, na origem latina, a explicação mais convincente desse fato, pois "*digitus*" significa "dedo" e "*calculus*"

¹⁰ CARAÇA, B. J., *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984, p. 4. Grifos nossos.

significa "*pedra*". A questão referente à palavra "*cálculo*" demonstra que também as operações aritméticas básicas originaram-se na prática, pois o termo deriva das operações efetuadas com o ábaco, quando através de sulcos feitos no chão, as operações eram efetuadas com pedras; daí "*cálculo*" sugerir sempre a idéia de efetuar uma operação aritmética ¹¹.

Essas considerações levam à comprovação da existência dos *sensos matemáticos*, enquanto organizadores dessa prática do homem. Assim, nessa etapa, fica clara a existência dos *senso de ordenação*, *senso de classificação*, *senso de seriação* e *senso de quantificação*, enquanto elementos significativos no surgimento do processo racional de interpretação da natureza. Esse procedimento relacional permitiu ao homem a criação de mecanismos primitivos de ordem simbólica que sugerem o surgimento dos primeiros processos de abstração.

A esses procedimentos de ordem relacional acrescentamos a interação da *evidência* com a *ideação*, fundamental no aparecimento da *argumentação* como etapa importante na construção matemática. A *evidência* está intimamente ligada à *experiência*, pois as práticas sugerem a existência de uma argumentação que explicita o porquê de uma ação ser mais efetiva do que outra, isto é, a transição do sensorial ao conhecimento sugere a necessidade de um processo intelectual do sujeito sobre a experiência, de forma a integrar o real e o conhecimento do homem no procedimento relacional. Proclo, em seu livro "*Geómetras Anteriores A Euclides*" ¹², argumenta que o aparecimento da Geometria e da Aritmética, do ponto de vista

¹¹ Alguns estudiosos admitem que a palavra "*cálculo*" também sugere a correspondência entre as pedras e as ovelhas do rebanho, nos primórdios da contagem.

¹² PROCLO, *Geómetras Anteriores A Euclides*, In: VERA, F., *Científicos Gregos*, Madrid: Aguilar, S. A. de Ediciones, 1970, p. 1153-1157.

relacional, tem como origem o interesse em resolver questões de ordem prática, seguido de outros fatores:

"Não se deve pois estranhar que a invenção desta (a Geometria) e de outras ciências haja sido provocada pelo interesse, porque tudo o que está sujeito a generalização procede do imperfeito ao perfeito e é natural portanto que haja uma transição da sensação ao conhecimento e do conhecimento à inteligência. Do mesmo modo que o conhecimento exato dos números teve sua origem nos fenícios por causa do comércio e suas transações, os egípcios inventaram a Geometria pela razão que dissemos" ¹³.

O conhecimento de origem empírica era de certa forma comum a todos os povos da antigüidade, pelas razões expostas. A identificação do núcleo sadio desses conhecimentos implicava a necessidade de uma seleção dos procedimentos mais usuais e corretos - no sentido de dar conta dos fenômenos da realidade circundante - e uma sistematização que permitisse um aprofundamento e uma generalização de ordem relacional e simbólica com o real. Kopnin ¹⁴ aponta que o pensamento humano sempre opera com a imagem ideal do objeto e não com o próprio objeto. Nesse contexto o movimento se dá do mais simples ao complexo, da realidade à sua essência, ou seja, o mais simples - caracterizado como a imagem simbólica do real - busca dar conta do complexo - caracterizado como a realidade em

13 Proclo, op. cit., p. 1154.

14 KOPNIN, P. V., *A Dialética como Lógica e teoria do Conhecimento*, Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira S. A., 1978, p. 126-128.

suas múltiplas determinações - através um processo reflexivo do conhecimento.

A *argumentação* surge como o primeiro momento em que o homem reflete criativamente sobre sua prática, aproximando-se, assim, de uma leitura mais crítica do real. Essa etapa torna clara a necessidade do homem de estabelecer um conjunto de provas, ainda estreitamente ligadas à *experiência*, que dêem conta do movimento dos fenômenos na natureza. Essa *argumentação* é, inicialmente, uma explicação fundamentada nos dados históricos e sensoriais que lentamente vai sendo substituída por outras justificativas baseadas na abstração gerada pelos processos mentais que utilizam imagens do real, isto é, símbolos que representam a realidade. Essa atitude pretende a sistematização, ainda que primitiva, da experiência e da prática humana e é objetivamente o grande passo rumo à internalização de processos cognitivos superiores.

A *argumentação* é favorecida pelo movimento dos *sensos matemáticos*, que fornecem um primeiro modelo de explicação dos fenômenos existentes na realidade, através dos procedimentos simbólicos emergentes. Objetivamente, nessa etapa surgem as primeiras representações do real e o homem passa a trabalhar com imagens e símbolos, isto é, surge a necessidade de um modelo que dê conta do real e de seus movimentos. Nesse instante, ficam evidenciados não só a existência do *senso crítico*, *senso do relativo*, *senso de precisão* como também o despertar do *senso cinético-espacial*. Esses sentidos pretendem dar conta das capacidades de: julgar com objetividade; avaliar, com ponderação, o excesso e a insuficiência; estimar quantidades o mais precisamente possível; e incentivar as percepções ordenadas de espaço e de tempo.

O momento seguinte busca a interação da *intuição* com a *ideação reflexiva* como o processo pelo qual surge uma estrutura cognitiva orgânica e

organizada. Esse processo interativo sugere que estrutura cognitiva do homem organiza o conhecimento gerado nas etapas anteriores através dos procedimentos reflexivos dessa estrutura em relação ao real. É o momento em que, segundo Lefebvre, processa-se o movimento em espiral :

" ... o retorno acima do superado
para dominá-lo e aprofundá-lo, para elevá-lo de nível
libertando-o de seu limites (de sua unilateralidade)" ¹⁵.

Essa superação e esse aprofundamento do conhecimento só se tornam possíveis quando o homem, reconhecendo que o conhecimento tem origem prática, retorna a ela através da reflexão, eliminando a dicotomia entre a teoria e a prática pela incorporação das duas em um nível superior do conhecimento. A interação da *intuição* com a *ideação reflexiva* deve ser tomada como o momento da junção de conhecimentos dispersos anteriormente em um saber organizado a partir da percepção do todo e das partes, do relacional e das demonstrações, segundo um método. Essa interação sugere a criação de um modelo de interpretar o real, a partir de um corpo de conhecimentos organizados, passíveis de demonstração e de validação na realidade, ou seja, sugere a criação de modelos matemáticos que dêem conta da explicação dos fenômenos e de sua própria validade.

Para a criação desses modelos, surgem como necessários o *senso de precisão*, *senso de organização*, *senso de rigor* e *senso cinético-espacial*. A percepção dos dados espaciais, o rigor na coleta de informações sobre os fenômenos, a organização dos fatos e dos conhecimentos e a precisão da descrição da realidade são os fundamentos exigidos a qualquer modelo de interpretação do real, de Copérnico a

15 LEFEBVRE, H, *Lógica Formal/Lógica Dialética*, Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira S. A., 1983, p. 241.

Einstein, de Euclides a Lobatchevisk, Arquimedes a Newton.

Na última etapa, aquela que une o movimento da prática humana ao modelo - passando pela argumentação e pelo algoritmo - utilizamos a interação da *totalidade* e da *ideação reflexiva* com o conceito de *abstração reflexionante*, conforme o proposto pela Epistemologia Genética criada por Jean Piaget e colaboradores¹⁶.

Como proposta inicial, o grupo de Genebra, afirma que o conhecimento se desloca entre o conhecimento físico e o lógico-matemático. O conhecimento físico caracteriza-se pela identificação das propriedades físicas dos objetos, tais como cor, forma e grandeza e seus relacionamentos, derivados dessas propriedades, com a realidade. Aqui a informação procede do objeto ou dos aspectos materiais da ação para o sujeito. Essa informação que chega ao sujeito através da abstração empírica caracteriza-se pela ausência do conhecimento relacional, ficando restrita a descobrir propriedades simples como aumento de peso ou aumento de tamanho que, via de regra, são simplesmente observáveis.

Para Piaget e o grupo de Genebra, a experiência lógico-matemática é explicada fundamentalmente pela ação do sujeito sobre os objetos; dessa ação também se originam as descobertas das propriedades nela

16 PIAGET, J. *Recherches sur l' Abstraction Réfléchissante*, Paris: PUF, 1977.

envolvidas. Alguns exemplos desse tipo de experiência são as ações ligadas a enumerar, adicionar, ordenar, classificar e estimar. Na experiência lógico-matemática encontramos dois tipos de abstração, segundo Piaget e colaboradores: a abstração pseudo-empírica e a abstração reflexionante ¹⁷; são dois processos distintos, porém caracterizados ambos pelo conhecimento relacional. O conhecimento lógico-matemático caracteriza-se pela coordenação mental e abstrata das relações que o indivíduo faz entre os objetos. Como exemplo, temos que a idéia de número é formada a partir de *relações* que a criança elabora entre objetos ¹⁸.

Buscando clarificar a questão da abstração empírica, da abstração pseudo-empírica e da abstração reflexionante, vamos delimitar, de modo sucinto, o campo de cada uma. Piaget mostra que há dois tipos de experiências de conhecimento: a experiência física e a experiência lógico-matemática. Na *abstração empírica* - pertencente exclusivamente ao campo das experiências físicas- o sujeito da aprendizagem simplesmente percebe as propriedades físicas dos objetos. Na *abstração reflexionante* - pertencente exclusivamente às experiências lógico-matemáticas -, vamos encontrar, diferentemente da abstração empírica, a construção de relações, propriedades e estruturas lógico-matemáticas partindo da ação do sujeito sobre os objetos. Essas relações, propriedades e estruturas não têm existência na realidade exterior ao cérebro humano. Essa construção mental é a base, para Piaget, do conhecimento matemático. Deve ser salientado que a experiência

17 "Abstração reflexiva" é o nome adotado quase que hegemonicamente no Brasil como tradução de "*abstraction réfléchissante*". Acreditamos, porém, que, no sentido originalmente dado por Piaget ao termo, ela inclui uma ação do objeto e do sujeito simultaneamente. Na realidade, preferimos como tradução "*abstração refletora*" ou "*abstração reflexionante*" que incluem no nome as ações de "*réfléchissement*", no sentido de "projeção" em outro nível das estruturas do pensamento conceitual e "*réflexion*", no sentido de integração em outra estrutura por reconstrução. PIAGET, J., op. cit., p. 303 e ss.

18 PIAGET, J., e INHELDER, B., *Gênese das Estruturas Lógicas Elementares*, Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

física e a experiência lógico-matemática coexistem na realidade psicológica de uma criança que esteja, por exemplo, construindo a idéia de número ou de figuras geométricas.

A *abstração pseudo-empírica* tem seu campo de ação a partir de objetos materiais porém em um nível distinto da *abstração empírica*, pois caracteriza-se basicamente pela ação do sujeito sobre os objetos nos quais a ação mental do indivíduo introduz propriedades. Essa distinção entre a *abstração pseudo-empírica* e *abstração empírica* é de fundamental importância, pois enquanto a empírica é classificada como pertencente ao campo da experiência física, a abstração pseudo-empírica é classificada como pertencente ao campo das experiências lógico-matemáticas.

Para Piaget e o grupo de Genebra, a abstração que realmente dá conta da gênese do conhecimento matemático é a " *abstraction réfléchissante* " - abstração refletora ou reflexionante -, caracterizada por realizar-se sobre as próprias atividades cognitivas do sujeito através de esquemas, coordenações de ações, operações e estruturas. Essa é a abstração utilizada normalmente pelos sujeitos na resolução de problemas ou nas questões relativas à adaptação. A "*abstraction réfléchissante*" é dividida em "*réfléchissement*" - projeção - e "*réflexion*" - reflexão . A projeção é caracterizada por um conhecimento projetado em níveis distintos de estruturas como, por exemplo, partindo da ação ao pensamento conceitual, da aritmética à álgebra. Piaget comenta a esse respeito:

" O *réfléchissement* mais elementar
que aqui temos que considerar é aquele que conduz ações
sucessivas à sua representação atual, portanto, de um
movimento sensório-motor a um início de conceituação

que o englobe, assim como a seu predecessores próximos (por exemplo, quando um sujeito diz: 'agora eu coloco uma amarela' em uma série de fichas em que esta vem depois de uma vermelha). O segundo patamar é o da reconstituição (com ou sem narração) do seguimento das ações do ponto de partida ao seu término, consistindo pois, em reunir as representações em um todo coordenado. O terceiro patamar é o das comparações, em que a ação total, assim reconstituída, é comparada a outras, análogas ou diferentes ... Uma vez que, por essas comparações, as estruturas comuns ou não comuns são depreendidas, depois de novos patamares de reflexos, caracterizados por 'reflexões' sobre reflexões precedentes, elas iniciam um quarto patamar e resultam finalmente em diversos graus de 'meta-reflexões' ou de pensamento reflexivo, permitindo ao sujeito encontrar as razões de conexão até aí simplesmente constatadas " ¹⁹.

Dentro da "*abstraction réfléchissante*" interagem, então, o "*réfléchissement*" e a "*réflexion*" que através de diversas formas encaminham o pensamento a uma "regulação " de " regulações ", ou seja, buscam a equilibração majorante em uma seqüência de operações desequilibradoras em uma dada estrutura. Piaget comenta que, a "*abstraction réfléchie*" - reflexão sobre reflexão - ocorre quando, em níveis superiores do pensamento, há uma tomada de consciência do sujeito a partir do momento em que gera, através do movimento interativo, a

19 PIAGET, J., *Recherches Sur l'Abstraction Réfléchissante*, Paris: PUF, 1977, p. 303, 304. Grifos nossos.

construção de estruturas de ordem superior.

A coexistência da abstração empírica e da "*abstraction réflééchissante*" é obviamente uma necessidade, pois um conhecimento lógico-matemático construído com base na abstração reflexionante tem seu primeiro momento na realidade física, ao experimentar formar relações a partir de percepções empíricas. Um exemplo do que afirmamos é a utilização de bolinhas para obter a idéia de número através da inclusão hierárquica. Por outro lado, um sistema lógico-matemático desenvolvido busca observar a realidade física externa de modo a perceber todas as relações, propriedades e estruturas existentes no real.

Quando unimos a *totalidade*, a *ideação reflexiva* e a *abstração reflexionante*, buscamos explicar o movimento dentro do real no qual o homem, partindo da prática vai se encaminhando para procedimentos intelectuais cada vez mais poderosos para dar conta da imensa rede de fenômenos da realidade circundante. Os sentidos matemáticos presentes nesse momento do processo de construção da Matemática caracterizam-se por um refinamento dos sentidos empregados em experiências anteriores, como o *senso de ordenação*, *senso de classificação*, *senso de seriação*, *senso de quantificação*, *senso crítico*, *senso do relativo*, *senso de precisão*, *senso cinético-espacial*, *senso de organização* e *senso de rigor*.

A reflexão de cunho histórico-crítico quanto à construção do conhecimento matemático pelo homem foi por nós elaborada com fundamento nos indicadores fornecidos pela ideação reflexiva, pela abstração - no sentido piagetiano do termo - e pelas categorias do conhecimento matemático. É conveniente ressaltar que, no capítulo dois deste trabalho, procuramos mostrar como o homem se apropria do conhecimento ao longo da história e como surge o processo de criação da Matemática através da evolução do conhecimento. A essa teia de relações,

propusemos um estudo dos condicionantes sócio-culturais que determinam as estruturas vigentes na sociedade, na medida em que o saber é socialmente produzido, isto é, tem origem coletiva e não individual. A influência do fator sócio-cultural é apontada por Vygotsky da seguinte forma :

" Se incluirmos essa história das funções psicológicas superiores como fator de desenvolvimento psicológico, certamente chegaremos a uma nova concepção sobre o próprio processo de desenvolvimento. Podem-se distinguir, dentro de um processo geral de desenvolvimento, duas linhas qualitativamente diferentes de desenvolvimento, diferindo quanto à origem: de um lado, os processos elementares, que são de origem biológica; de outro, as funções psicológicas superiores, de origem sócio-cultural"²⁰.

Com esses paradigmas científicos a respeito do evolução do conhecimento, procuramos cunhar a expressão "constructo reflexivo" para significar a construção social do conhecimento, dialeticamente concebido como superação da relação sujeito-cognoscente e realidade. O constructo reflexivo matemático tem raiz historicamente concebida a partir das relações entre a ideação reflexiva, as categorias do conhecimento matemático e a abstração empírica, pseudo-empírica e reflexionante, que tornam o homem um ser consciente de sua possibilidade histórica - e, portanto, dependente da educação como possibilidade cultural de reafirmação social - e que criam estruturas lógicas na mente humana, através da ação intencional

20 VYGOTSKY, L. S., Op. cit., p. 52. Grifo nosso.

do homem no meio físico. O reconhecimento dos fatores culturais e sociais torna-se uma evidência através dos mecanismos que operam a criação da fala e dos instrumentos de percepção do mundo.

" A história do comportamento da criança nasce do entrelaçamento dessas duas linhas. A história do desenvolvimento das funções psicológicas superiores seria impossível sem um estudo de sua pré-história, de suas raízes biológicas, e de seu arranjo orgânico. As raízes do desenvolvimento de duas formas fundamentais, culturais, de comportamento surgem durante a infância: o uso de instrumentos e a fala humana. Isso, por si só, coloca a infância no centro da pré-história do desenvolvimento cultural" ²¹.

Nesse contexto, o *constructo reflexivo* significa, então, em primeira aproximação, o modelo pelo qual o homem cria a estrutura cognitiva a partir do movimento dos *sensos matemáticos*. Essa construção do conhecimento pelo sujeito possui determinantes culturais, sociais e econômicos e é condicionada pela atividade prática na realidade objetiva. O modelo teórico dos *constructos reflexivos* busca desvelar como o homem toma consciência da rede de fenômenos que a realidade lhe apresenta na multiplicidade de fatores que a constituem. A ação intencional do sujeito na realidade sofre reflexivamente a ação condicionante da totalidade concreta ²².

21 VYGOTSKY, L. S. op. cit., p. 52. Grifos nossos.

22 KOSIK, K., op. cit. O conceito de totalidade concreta é trabalhado de maneira análoga ao de realidade concreta.

Na formação de um conhecimento, o ato intencional da aprendizagem é permeado por fatores sociais, culturais, econômicos e políticos, sendo, portanto, determinado ideologicamente. Nesse contexto, o *constructo reflexivo* supera a dicotomia da relação sujeito/realidade na medida em que o homem, reconhecendo-se produto social, insere-se historicamente na sociedade.

A análise da história do conhecimento humano, mostra que, na busca de novas sínteses, o homem se utiliza de movimentos qualitativos que vão superando e aperfeiçoando os anteriores. O movimento inicial, raiz do conhecimento, tem origem na *prática humana* empírica ou intelectual e dirige-se a uma *argumentação* elementar ou lógica. Nesse momento, apontamos como fundamental a existência dos *sensos matemáticos* anteriormente descritos e que dão nome a esse movimento, o qual compreende não só a reflexão matemática sobre as práticas experimentadas como também as argumentações encontradas para justificar essas práticas.

A partir dessa reflexão, o movimento seguinte une o *algoritmo* ao *modelo*, e é por nós denominado de *teorização*. Esse momento é caracterizado pela existência de uma solução - primitiva ou elaborada - que responde aos problemas propostos pela ação do homem no real. Nesses dois movimentos - o dos *sensos matemáticos* e o da *teorização* - está fundamentada a idéia do *constructo reflexivo* como modelo teórico que busca a explicação epistemológica da raiz do conhecimento matemático. Nessa inter-relação ocasionada pelos movimentos descritos, localizamos como fundamentais não só a dependência entre o empírico e o teórico mas também, vale dizer, a aproximação entre o intuitivo e o formal.

A vinculação entre o pensamento e a realidade tenta superar a divisão entre o teórico e prático através da intencionalidade do sujeito na procura do

desvelar da realidade e na procura de modelos teóricos, cada vez mais refinados, que dêem conta da rede de fenômenos proposta pelo real. Podemos, pois, afirmar que os *constructos reflexivos* constituem um modelo teórico inicial que busca revelar como o homem, através suas ações intencionais sobre a realidade, cria a possibilidade da existência do conhecimento.

Os *constructos reflexivos* pretendem dar conta dos procedimentos pelos quais o ser humano aprende a partir da prática. Pretende também desvelar as formas como se estabelecem as transferências dos conhecimentos de ordem empírica aos de ordem cognitiva. Não se trata de separar o homem do mundo, mas de uni-los, pois são os *constructos reflexivos* os organizadores das formas empíricas e teóricas existentes no conhecimento dos processos da natureza e da sociedade, tal e qual existem no real.

Os *constructos reflexivos matemáticos* constituem-se em um modelo e, portanto, em uma redução - de cunho intelectual - que busca abranger a totalidade dos fenômenos e processos sensorialmente perceptíveis que existem no ato de criação da Matemática e sua aprendizagem. Esse modelo pretende representar e refletir, de forma organizada e concreta, a totalidade de fenômenos existentes na Educação Matemática.

Os *constructos reflexivos matemáticos* têm sua estrutura básica apoiada nas categorias do conhecimento matemático, que podem ser expressas da seguinte forma:

" A constituição do sistema de
categorias do conhecimento matemático busca desnudar
as leis objetivas da realidade. Para tanto, explicitaremos

os quatro indicadores metodológicos basilares no sistema de categorias por nós utilizado. Em primeiro lugar, considerar 'a unidade entre o lógico e o histórico' ²³ procurando revelar, de forma sucinta e generalizada, a gênese e a evolução da história do pensamento matemático. Em segundo lugar, considerar que o movimento se processa 'do simples ao complexo, do abstrato ao concreto', isto é, tomar o pensamento como um movimento a partir da "coisa em si" - simples, amorfa e imediata - para a rede complexa de relações, buscando um aprofundamento na realidade concreta. Em terceiro, considerar que todas as categorias têm origem no real, na prática humana, no mundo objetivo, isto é, considerar a origem de todas as categorias com base nas inter-relações do sujeito e do objeto, relações essas que têm na experiência, no sensorial, a base de percepção."... Em quarto lugar, reconhecer que as categorias são reflexos da realidade sob a forma de abstrações" ²⁴.

Pretendemos, então, dar conta do movimento de transformações qualitativas na realidade, por meio da atividade prática do homem que, a partir da ideação reflexiva, das abstrações - empírica, pseudo-empírica e reflexionante - e dos constructos reflexivos, procura refletir criativamente a realidade, através da criação

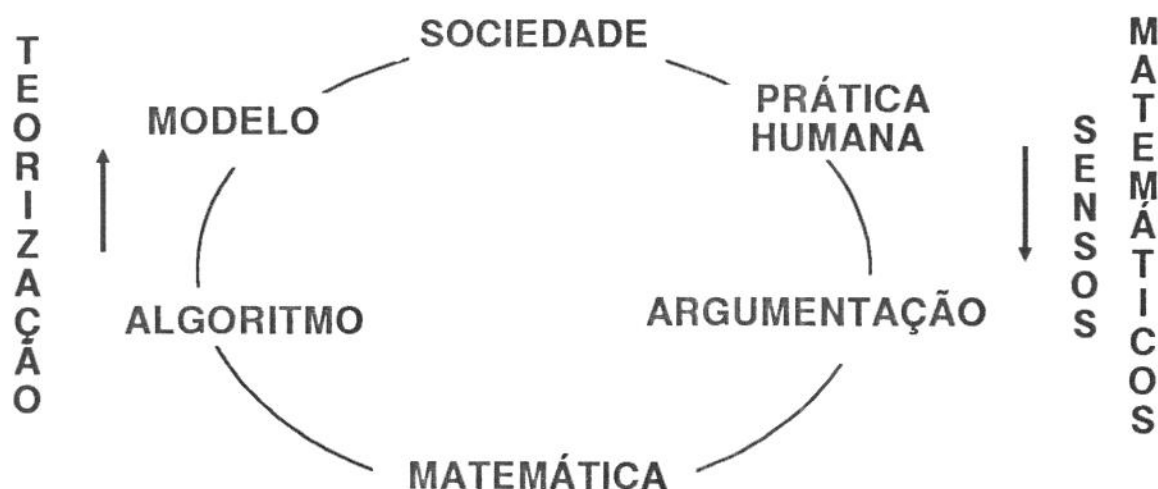
²³ KOPNIN, P. V., *A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento*, P. 107. Citado pelo autor no texto em destaque.

²⁴ SOUZA, A. C. C., *Matemática e Sociedade : Um Estudo das Categorias do Conhecimento Matemático*, Campinas: FE/UNICAMP, Dissertação de Mestrado, 1986, p. 69.

de modelos interpretativos que impulsionam a descoberta científica e criam condições para a relação de dependência da Matemática com a prática humana originada na sociedade.

O cérebro do homem, através de algoritmos e modelos simbólicos, propõe a representação do real e da multiplicidade de fenômenos propostos pela realidade. Os *constructos reflexivos matemáticos* desvelam como o conhecimento humano cria níveis de consciência diante da rede de fenômenos que o homem tem diante de si. A redução simbólica do real torna-se, então, o motor pelo qual o ser humano pretende um movimento de aproximação sucessiva da realidade em suas múltiplas determinações.

A articulação entre os *constructos reflexivos* contém um alto grau de elaboração abrangendo o empírico e o teórico, as categorias do conhecimento matemático e as abstrações de ordem puramente cognitivas, as partes e a totalidade. Essa elaboração gera transformações de ordem qualitativa, nas quais, a partir do movimento dos *sensos matemáticos* o complexo gera o abstrato que, por sua vez, explica o complexo e é por ele explicado, a partir do movimento de *teorização*. Sugerimos como primeira aproximação dos *constructos reflexivos matemáticos* e de seus movimentos - os *sensos matemáticos* e a *teorização* - o diagrama abaixo :



A análise do gráfico revela como o homem, enquanto ser social, tem uma *prática humana* no real que objetivamente o conduz a uma *argumentação* sobre essa prática; com isso, ele cria uma aproximação inicial com o real, procurando resolver os problemas propostos pela prática, no sentido lógico-matemático do termo. Esse movimento em direção à Matemática incorpora de uma forma objetiva os dados culturais, sociais e econômicos e recebe o nome de *senso matemático*.

O movimento seguinte, o da *teorização*, parte da Matemática em direção à Sociedade. Após a formação de uma argumentação lógica, primitiva e inicial, partindo do movimento dos *sensos matemáticos*, o sujeito, com a utilização da estrutura cognitiva, constrói um *algoritmo* - muitas vezes rudimentar - que sugere um *modelo* matemático de intervenção na realidade. Este *modelo*, criado inicialmente *ad hoc*, evolui para uma prática matemática aceita, após um refinamento provocado não só pela freqüência do uso mas pela necessidade de responder a várias situações, quando o modelo inicial não dá conta dos problemas propostos pelo real, obrigando, então, estrutura inicial do modelo a dar saltos qualitativos. Verificamos, então, que, em relação à Matemática, o *constructo reflexivo* possui dois movimentos : o *senso matemático* e a *teorização*.

O *senso matemático*, objeto primordial de nossa pesquisa, constitui-se no momento de apropriação do saber matemático pelo sujeito, partindo da prática empírica na realidade concreta. Quanto a esse aspecto, é fundamental a percepção de como determinadas populações produzem o saber matemático tendo como ponto de partida sua prática social. O movimento dos *sensos matemáticos* e sua importância na criação de *constructos reflexivos* cada vez mais poderosos, pode ser exemplificado, como vimos no capítulo anterior, através da criação da idéia de número e o refinamento que essa idéia sofreu ao longo dos séculos. A evolução da idéia de número - segundo a fábula matemática, iniciou-se na contagem que o pastor

efetuava para conhecer a quantidade de ovelhas que possuía - até chegar à conquista da continuidade numérica em 1872, pela Lei do Corte atribuída a Cantor-Dedekind, durou alguns milênios. Nesse período, o conceito de número sofreu refinamentos originados inicialmente por problemas propostos pela prática empírica e, posteriormente, pela prática intelectual. Assim, o conceito de número, por sua evolução histórica, apresenta-se como um excelente paradigma a ser estudado.

Gerdes aponta a importância dos fatores sócio-culturais na Educação Matemática ao comentar:

" O conhecimento das expressões matemáticas, das capacidades criativas do povo moçambicano no passado e doutros povos outrora colonizados é um pressuposto necessário para a confiança nas possibilidades matemáticas destes povos no futuro. Ao mesmo tempo este conhecimento reforça a auto-confiança social: sabendo que os antepassados - colectores, caçadores, pastores e camponeses - eram capazes de pensar matematicamente, também agora os filhos de camponeses e operários são capazes de se apropriarem da Matemática e desenvolvê-la criadoramente" ²⁵.

As relações entre os *sensos matemáticos* e as propostas da Modelagem e da Etnomatemática ficam de certa forma explicitadas no momento em que

25 GERDES, P., SOBRE O DESPERTAR DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO: ACTIVIDADE SOCIAL E A POSSÍVEL ORIGEM DE ALGUNS CONCEITOS E RELAÇÕES GEOMÉTRICOS MUITO ANTIGOS, CONSIDERANDO EM PARTICULAR A MATEMÁTICA DOS PAÍSES EM VIAS DE DESENVOLVIMENTO, Dresden, RDA: Instituto Superior Pedagógico "Karl Friedrich Wilhelm Wander", Tese de Doutorado, 1986. Grifos do autor.

tomamos como básicas na Educação Matemática as idéias de retomada dos princípios culturais e sociais dos grupos diferenciados que constituem nossa sociedade, aliadas à necessidade de retomarmos, na Educação Matemática, a possibilidade empírica ligada à necessária matematização dessa possibilidade.

Dessa forma, da Etnomatemática tomamos os princípios sócio-culturais abrangentes como os expressos por D'Ambrósio ²⁶ e Gerdes; da Modelagem tomamos os fundamentos empíricos e analíticos, como os propostos por Bassanezi ²⁷, quando aponta a importância da experiência e da matematização de uma dada situação do real como o fundamento pedagógico para a Educação Matemática. Assim, a Modelagem busca a interpretação do real através do instrumental matemático e, simultaneamente, o real é utilizado para a validação dos modelos matemáticos. Nessa concepção de modelagem, a ciência é entendida como "a sensata experiência" acompanhada pela "matematização necessária", uma proposta muito próxima de ciência como a concebida por Galileu.

Os *sensos matemáticos* apontam para uma proposta em Educação Matemática onde os fundamentos básicos da pedagogia localizam-se na prática humana; assim, o enquadramento da educação é a questão sócio-cultural. Assim também, o surgimento da *argumentação* deve coincidir com o início do raciocínio matemático que vai estender-se ao *algoritmo* e ao *modelo*, através do movimento de *teorização*. Essa proposta tem, então, nos *sensos matemáticos*, fundamentos muito próximos da Etnomatemática e, na *teorização*, princípios teóricos que sugerem uma aproximação com a Modelagem Matemática.

26 D'AMBRÓSIO, U., *Etnomatemática*, São Paulo: Editora Ática, 1990. D'Ambrósio explicita como o conhecimento tem origem na ação que o sujeito tem sobre a realidade e como essa realidade interfere no pensamento do sujeito cognoscente no ato de aprender. Em particular oferece, como ponto central, a influência que dada cultura tem sobre a criação dos "mentefatos" e "artefatos".

27 BASSANEZI, R.C., *Modelagem como Metodologia de Ensino de Matemática*, In: *ACTAS de la Séptima CIAEM*, San Domingos: Enseñanza Científica y Tecnológica, Colección de Documentos, nº 37, 1990.

CAPÍTULO IV

INTERPRETANDO O REAL

No capítulo 1 apresentamos os procedimentos metodológicos que nortearam nossa pesquisa e, para tanto, expusemos as etapas referentes ao trabalho de coleta de dados no item *pré-visões*. No sub-item *construindo a régua*, descrevemos a região geográfica da pesquisa e o locus privilegiado dela. Descrevemos o instrumento de coleta de dados no sub-item *roteiro de conversa*. Nessas duas etapas do capítulo 1, apontamos o *diário de campo*, que aqui recebe o nome de Interpretando o Real, como o momento da descrição da pesquisa e de seus resultados.

A pesquisa foi realizada na E.E.P.G."Nelson Stroili", localizada no Grande Cherveson, no bairro denominado Jardim Ipanema. As condições sócio-econômicas e físicas desse conjunto de bairros foi descrita no item *reconhecendo o grupo*, no primeiro capítulo. Neste capítulo, nós nos deteremos na descrição da escola em que realizamos o trabalho, na caracterização dos sujeitos da pesquisa e, fundamentalmente na descrição da pesquisa e dos resultados obtidos.

A E.E.P.G."Nelson Stroili" é uma escola estadual localizada na periferia de Rio Claro, em uma das regiões mais pobres do município. No aspecto arquitetônico, o prédio lembra as construções escolares do Estado de São Paulo do

final da década de setenta. A área utilizada para construir a escola é ampla, embora no aspecto físico as dimensões das salas de aula não sejam suficientemente espaçosas. O prédio é dividido em três blocos: as salas de aula, a quadra de esportes e as salas de administração.

A escola possui duas entradas: uma, utilizada por funcionários e professores e outra, pelos alunos. As salas de aula localizam-se entre as duas entradas, ficando o bloco administrativo e a quadra de esportes localizados atrás do local de entrada dos alunos.

A escola funciona em cinco períodos diários, das 7h e 10 min. (sete horas e dez minutos) até às 22h e 30 min. (vinte e duas horas e trinta minutos). No total, a escola tem 12 (doze) salas de aula. Durante os cinco períodos que a escola possui, funcionam 35 (trinta e cinco) salas de aula assim divididas:

Matutino:

CLASSE	INÍCIO	TÉRMINO	TOTAL DE ALUNOS
CB 1	7h 10min	12h 20min	40
CB 1	7h 10min	12h 20min	40
CB 2	7h 10min	12h 20min	35
CB 2	7h 10min	12h 20min	35
CB 2	7h 10min	12h 20min	35
CB 2	7h 10min	12h 20min	32
3ª série	7h 10min	10h 45min	37
3ª série	7h 10min	10h 45min	36
3ª série	7h 10min	10h 45min	38
4ª série	7h 10min	10h 45min	40

Matutino :(Continuação)

CLASSE	INÍCIO	TÉRMINO	TOTAL DE ALUNOS
4 ^a série	7h 10min	10h 45min	40

Intermediário:

CLASSE	INÍCIO	TÉRMINO	TOTAL DE ALUNOS
3 ^a série	10h 45min	14h 20min	35
3 ^a série	10h 45min	14h 20min	35
3 ^a série	10h 45min	14h 20min	34
4 ^a série	10h 45min	14h 20min	40
4 ^a série	10h 45min	14h 20min	40

Tarde:

CLASSE	INÍCIO	TÉRMINO	TOTAL DE ALUNOS
CB 1	12h 30min	17h 40min	36
CB 1	12h 30min	17h 40min	36
CB 2	12h 30min	17h 40min	40
CB 2	12h 30min	17h 40min	40
CB 2	12h 30min	17h 40min	39

Vespertino:

CLASSE	INÍCIO	TÉRMINO	TOTAL DE ALUNOS
5 ^a série	14h 30min	8h 55min	35
5 ^a série	14h 30min	18h 55min	35
5 ^a série	14h 30min	18h 55min	35
5 ^a série	14h 30min	18h 55min	35

Vespertino :(Continuação)

CLASSE	INÍCIO	TÉRMINO	TOTAL DE ALUNOS
6 ^a série	14h 30min	18h 55min	33
6 ^a série	14h 30min	18h 55min	32
7 ^a série	14h 30min	18h 55min	43

Noturno:

CLASSE	INÍCIO	TÉRMINO	TOTAL DE ALUNOS
5 ^a série	19h	22h 30min	36
5 ^a série	19h	22h 30min	36
6 ^a série	19h	22h 30min	26
6 ^a série	19h	22h 30min	26
7 ^a série	19h	22h 30min	46
8 ^a série	19h	22h 30min	25
8 ^a série	19h	22h 30min	25
Supletivo CB 1/2	19h	22h 30min	20
Supletivo CB 1/2	19h	22h 30min	20
Supletivo 3 ^a / 4 ^a	19h	22h 30min	20
Supletivo 3 ^a / 4 ^a	19h	22h 30min	20

A E.E.P.G."Nelson Stroili" atende um conjunto de bairros pertencentes ao Grande Cherveson - Jardim Ipanema, Parque São Jorge, Jardim Santa Maria, Jardim São João, Jardim São Caetano. As características sócio-econômicas já descritas no capítulo 1 são comuns a todos os bairros, ou seja, eles são formados a partir do final da década de setenta (1977) por um fenômeno

migratório. A migração tem origem na procura de emprego e na lavoura de cana de açúcar, trabalho de grande número de pessoas residentes no bairro, mas originárias do norte de Minas Gerais e de estados nordestinos.

Antigos moradores do bairro apontam o fato de que a escola, ao ser inaugurada, era cercada de terrenos baldios que, ao longo do tempo e com a urbanização, foram sendo ocupados favelas cujos barracos, posteriormente, em meados da década de oitenta, foram se transformando em casas do tipo "meia água". Ao iniciarmos o nosso trabalho de campo, em maio de 1992, ainda havia encostada ao muro da escola uma favela que recebia água encanada do prédio escolar, através de um cano improvisado pelo professor Ademir Gazana, diretor da escola. Ele afirmou que a providência foi tomada para que não houvesse invasões à escola. Vale destacar que, ao final de nosso trabalho, a favela havia sido removida sem que houvesse uma explicação conhecida para o fato.

Do universo de alunos da escola, selecionamos aleatoriamente 24 (vinte e quatro) sujeitos para as entrevistas, independentemente do aproveitamento escolar, equilibrando o número de entrevistados por sexo e por período escolar. Os alunos pertencentes à oitava série do primeiro grau e os do grupo de sujeitos não escolarizados formalmente foram escolhidos somente no período noturno, pois esse era o período em que freqüentavam a escola. Essa seleção contou com a colaboração de elementos da secretaria da escola e da coordenadora do ciclo básico, professora Suzana Gomes de Oliveira. Para o grupo dos escolarizados formalmente, o procedimento utilizado foi o de tomarmos as cadernetas escolares e, da listagem de nomes, escolhermos aleatoriamente os alunos. Para o grupo dos não escolarizados formalmente, o procedimento foi o de verificarmos quais sujeitos pertencentes ao supletivo se encaixavam nos critérios estabelecidos no capítulo 1, no item *reconhecendo o grupo*.

A direção da escola responsabilizou-se pela guarda do nosso material e forneceu-nos uma sala pequena, de 2m por 2m, para efetuarmos as entrevistas. Na sala, localizada no setor administrativo do prédio, existiam várias cadeiras e carteiras escolares, na maioria quebradas. Nela havia ainda um suporte para vídeo e de televisão e, no futuro, quando a escola receber esses equipamentos, a sala será transformada em sala de projeção de vídeos. Embora pequena, a sala atendia aos nossos objetivos, uma vez que as entrevistas eram individuais. As entrevistas, efetuadas no período em que os alunos estudavam, tiveram a seguinte distribuição:

- i. ciclo básico: um sujeito do período da tarde e dois do período matutino;
- ii. quarta série: dois sujeitos do período da manhã e um do período intermediário;
- iii. sexta série: três sujeitos do período vespertino;
- iv. oitava série: três sujeitos do período noturno;
- v. supletivo: doze sujeitos do período noturno;

Realizamos as entrevistas na segunda quinzena do mês de maio de 1992. O período médio de duração das entrevistas foi de cinquenta minutos. Anotamos, em um caderno especialmente preparado em um micro computador, as ações e falas dos sujeitos. Utilizamos ainda um micro cassete para gravar as

entrevistas, com o objetivo de registrar falas que porventura não tivéssemos tempo de anotar. Todos os sujeitos foram informados dos objetivos, finalidades e procedimentos de coleta de dados da pesquisa e, então, convidados a participar dela. Dos vinte e quatro sujeitos escolhidos, todos estavam dispostos a participar do trabalho, porém é interessante anotar três falas com relação à participação:

"O senhor vai ter nota no seu trabalho?" - Re (13,2) ¹.

"Isso vai dá problema, seu moço? Alguém vai sabê a resposta da gente?" - An (34,2).

"O senhor devia escolher outro, não eu, sei nada " - Ma (39,9).

Re frequenta a sexta série do primeiro grau. Preocupada, perguntava que estudo era esse e se nossa nota na pesquisa iria depender da atuação dela. A pergunta e, mais que isso, a preocupação apresentada demonstram que, para ela, a escola é para aprovar ou reprovar, não para estudar.

A pergunta de An, aluna do supletivo e que até agora tinha estudado o suficiente para assinar o nome, era de origem trabalhista; receava que alguém soubesse que cortava cana de açúcar, sem registro em carteira de trabalho. Achava que, se soubessem, perderia o emprego; acreditava que a ilegalidade do fato era sua, não do patrão. Não houve tempo para discutir com ela sobre a existência de sindicatos e a questão de que ilegal era a falta de *carteira assinada* para ela. Quais medos, diferentes do pedagógico, frequentam as cabeças dos nossos alunos ?

¹ Os sujeitos da pesquisa são identificados por abreviações dos nomes verdadeiros. Entre parênteses apresentamos as idades dos sujeitos sendo que o primeiro número identifica a idade em anos e o segundo em meses. Grafamos a escrita conforme a fala dos sujeitos, sem corrigir os eventuais erros de linguagem.

Ma, aluna do supletivo e que nunca tinha estudado antes, inteligente o suficiente para perceber a importância da escola e da educação, afirmava: *"o senhor devia perguntar para meus filhos. Eles é que são bons de cabeça, já estão no quarto ano."* Conversei com Ma e disse que o importante não era o que ela pudesse ter aprendido na escola, mas sim, o que pensava a respeito do que íamos fazer com os materiais. Ela disparou: *"É prá ajudá a escola? Ela precisa de muita ajuda, viu?"*.

Essas três falas de sujeitos diferentes colocam alguns pontos relevantes como, por exemplo: a questão política da avaliação escolar sendo discutida por uma aluna de sexta série; a questão política da sociedade que aposta na influência quase nula da escola para orientar alunos em problemas trabalhistas ou políticos; e uma questão política maior ainda, quando um semi-analfabeto reconhece a importância da escola e diz que ela precisa de ajuda para educar. Essas falas apontam diferentes visões da escola e da sociedade e, em sua diversidade, mostram caminhos que a Educação Matemática deve considerar importantes.

Para melhor compreensão desse capítulo, vamos detalhar o procedimento metodológico das entrevistas, comentando os fatos importantes de cada uma das quatro atividades. As entrevistas começavam com uma conversa através da qual buscávamos obter dados importantes sobre os sujeitos da pesquisa, referentes à sua história de vida. Conversávamos sobre o estudo, o trabalho, as brincadeiras infantis e o lazer dos entrevistados. Este momento inicial provocava descontração em muitos e era, para muitos, também, o momento de lembrar a infância:

"Brincava de cantar a roda embaixo do ingazeiro. O senhor já viu ingazeiro por aqui? Eu não vi." - Ma (39,9).

Para muitos, essa lembrança da infância, dos brinquedos e brincadeiras relembra a luta para sobreviver:

"Brincá na roça é trabalhar de verdade" - El (32,10).

Após essa conversa, iniciávamos as atividades com o material da pesquisa para verificarmos analiticamente a questão dos sentidos matemáticos. Ao entrarem na sala onde se realizavam as entrevistas, os sujeitos encontravam várias peças representando figuras geométricas espalhadas sobre uma mesa. Objetivando explicitar detalhadamente o material e as atividades, a partir deste momento passamos a descrevê-los, detalhando não só o aspecto físico desse material, em forma de desenhos com suas proporções, como também a quantidade de peças utilizadas. O fato de apresentarmos aos sujeitos as peças misturadas visava a não permitir nenhuma sugestão que indicasse como organizá-las.

Na primeira situação-problema, proposta após a conversa inicial sobre a história de vida de cada um dos sujeitos, trabalhávamos, através da idéia de figura geométrica, o senso de organização, o senso de classificação, o senso de seriação e o senso de proporcionalidade. Essa atividade era fundamental por permitir discutir, no plano, questões de ordem geométrica e de ordem aritmética.

O material era composto por peças com forma de figuras geométricas simples e facilmente identificáveis no dia-a-dia (triangulares, quadradas e retangulares). Estudamos as questões relativas a: i.) discriminação das formas geométricas simples; ii.) identificação do tamanho, discutindo questões relativas a maior, menor ou igual (senso de ordenação); iii.) reconhecimento da forma independente de cor e tamanho (senso de classificação); iv.) ordenação e classificação de formas geométricas; v.) semelhança, partindo da idéia de cobrir as figuras

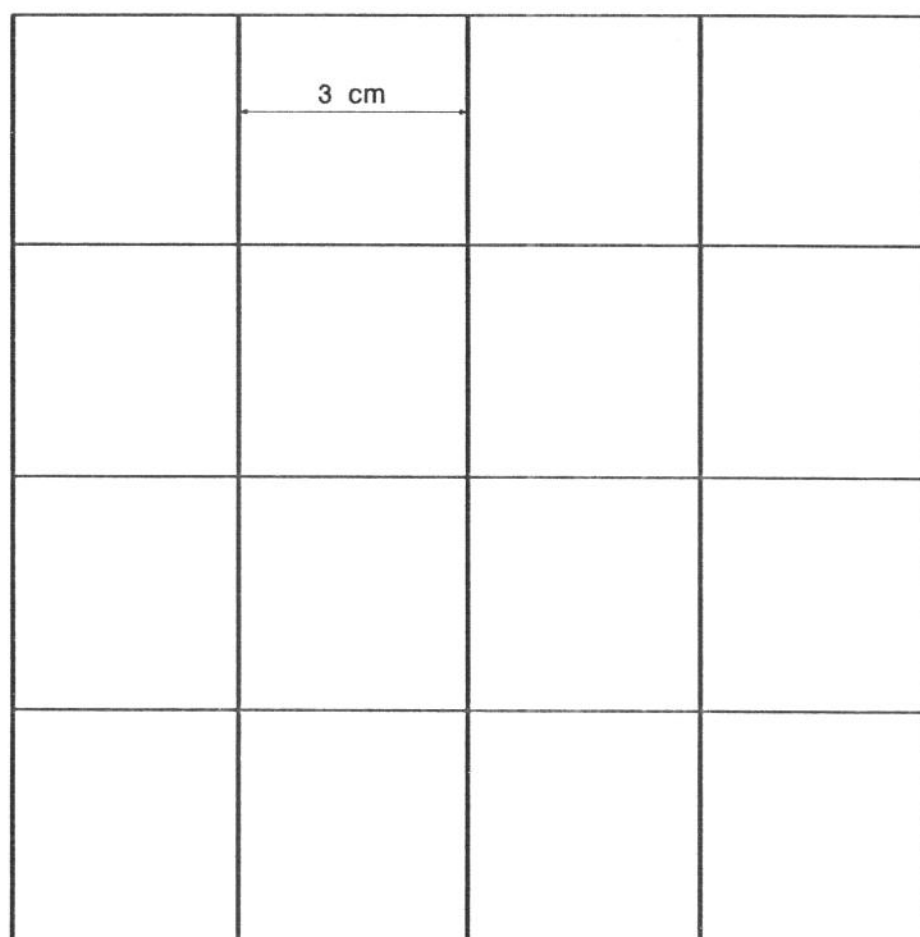
geométricas e de verificar as relações existentes entre elas; vi.) verificação de questões relativas à contagem.

O material utilizado nessa atividade era composto de 138 (cento e trinta e oito) peças, representando formas geométricas quadradas, retangulares e triangulares de vários tamanhos, com uma única espessura e duas cores (vermelha e cinza), sendo que cada cor possuía 69 (sessenta e nove) peças assim distribuídas:

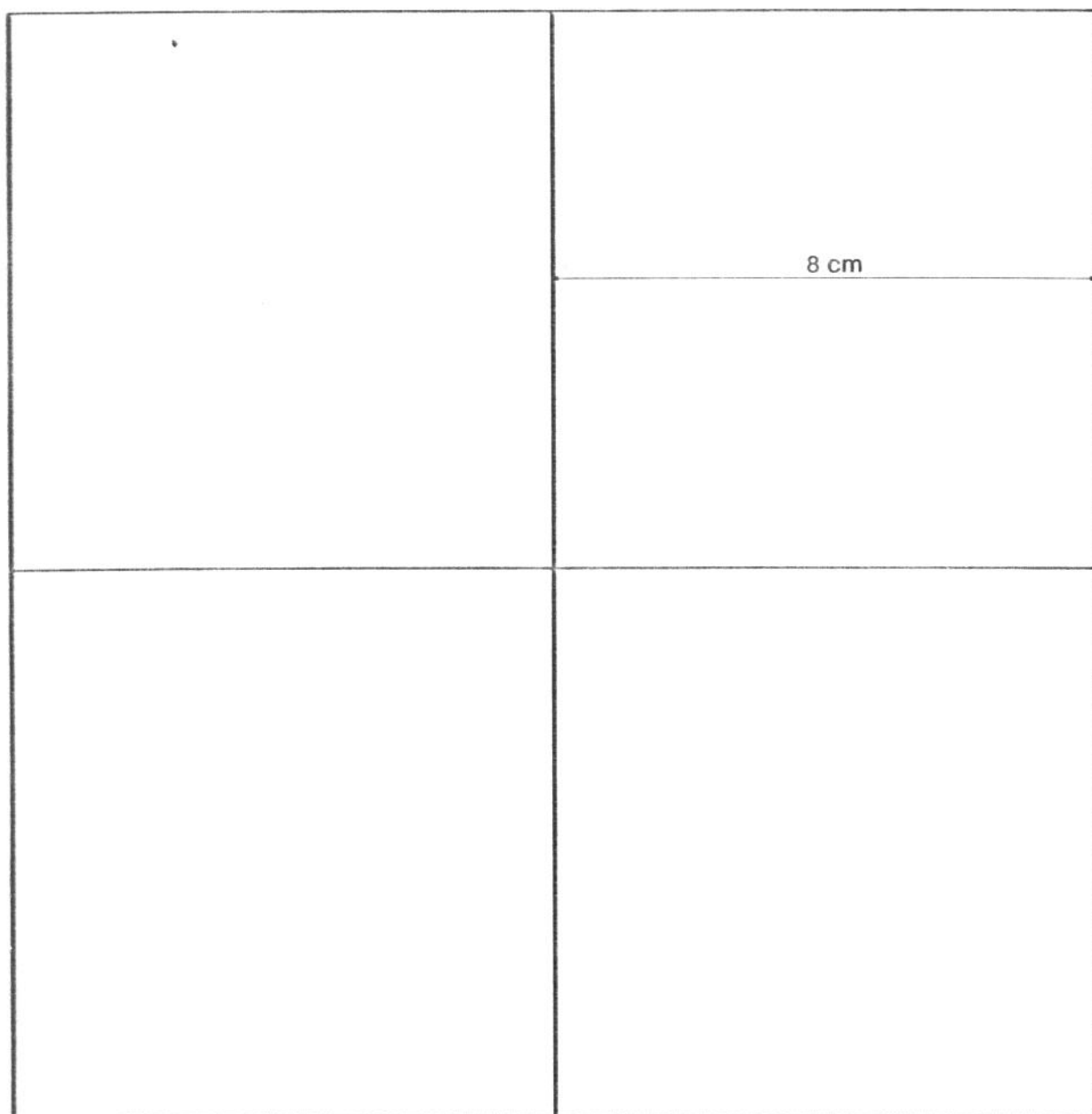
- A) peças quadradas: 03 (três) grandes, 08 (oito) médias e 16 (dezesseis) pequenas;
- B) peças retangulares: 03 (três) grandes, 08 (oito) médias e 09 (nove) pequenas;
- C) peças triangulares: 02 (dois) grandes, 04 (quatro) médias e 16 (dezesseis) pequenos.

O desenho dessas peças, em tamanho real, é representado a seguir:

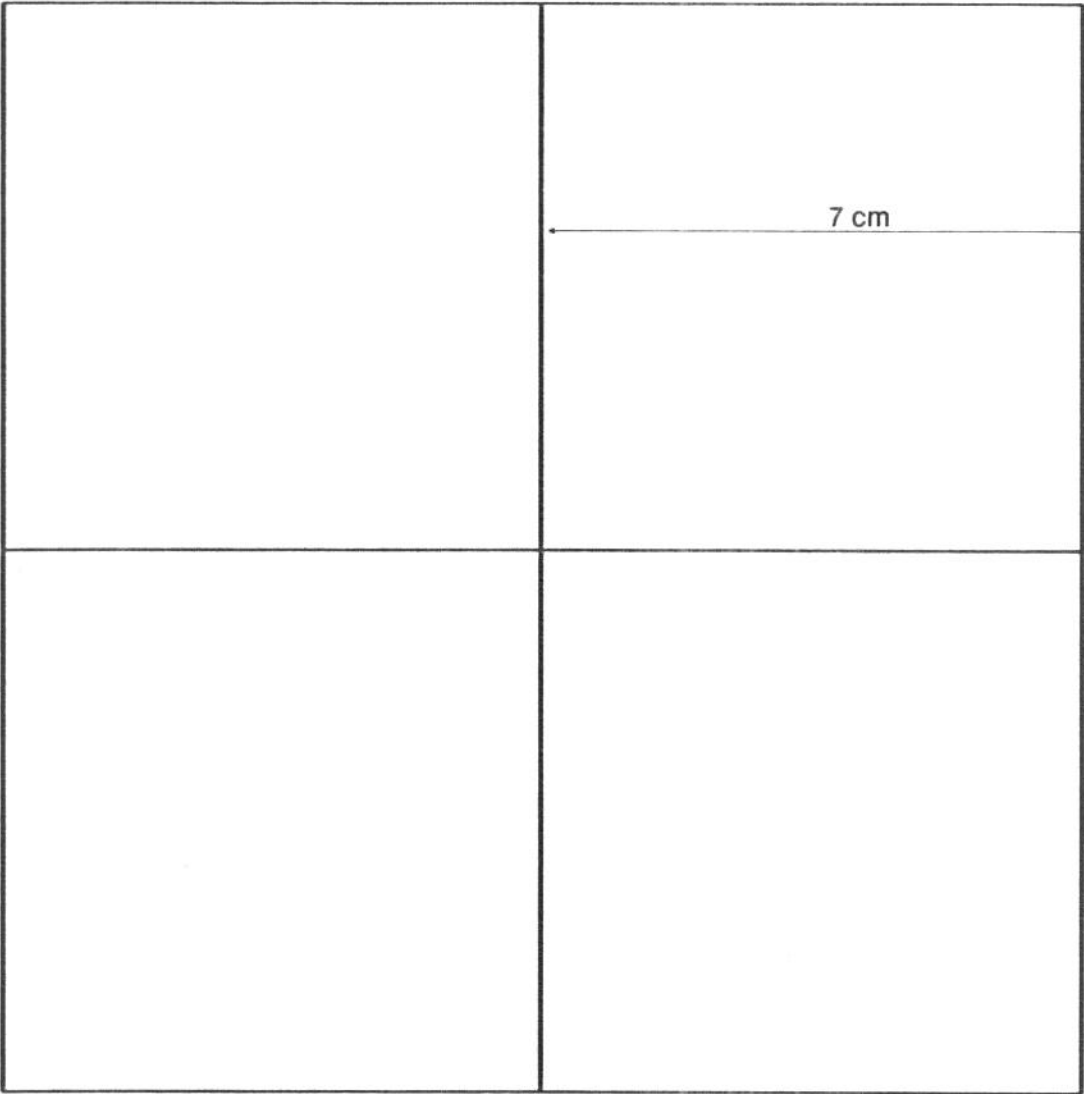
PEÇAS QUADRADAS.



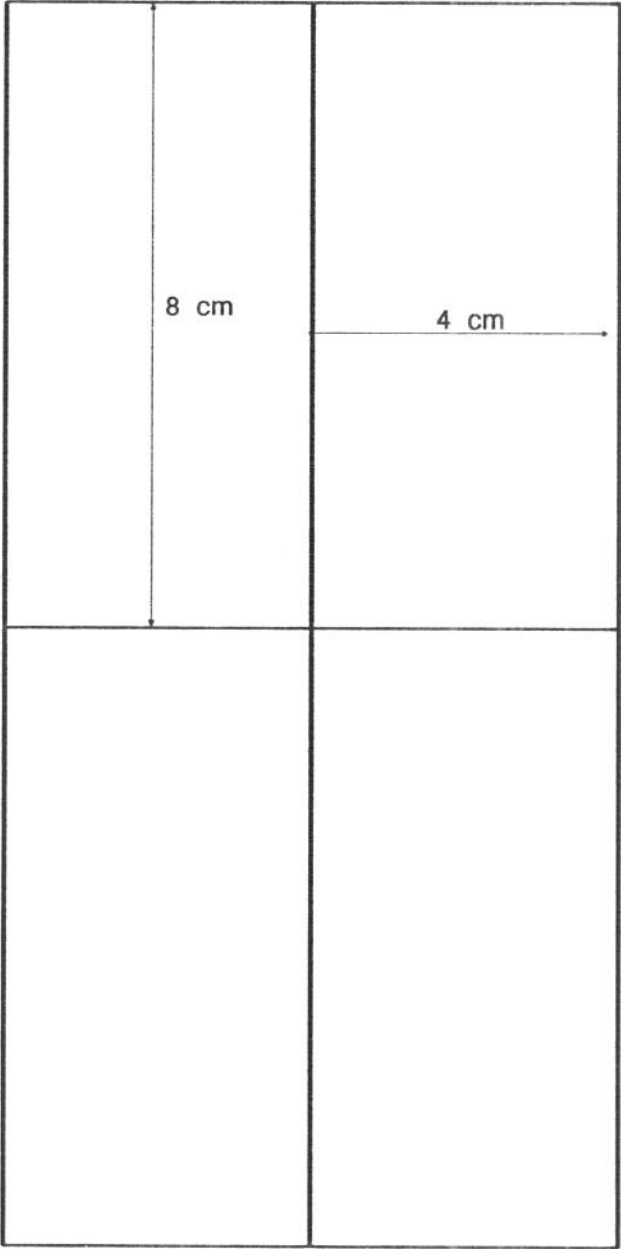
PEÇAS QUADRADAS.



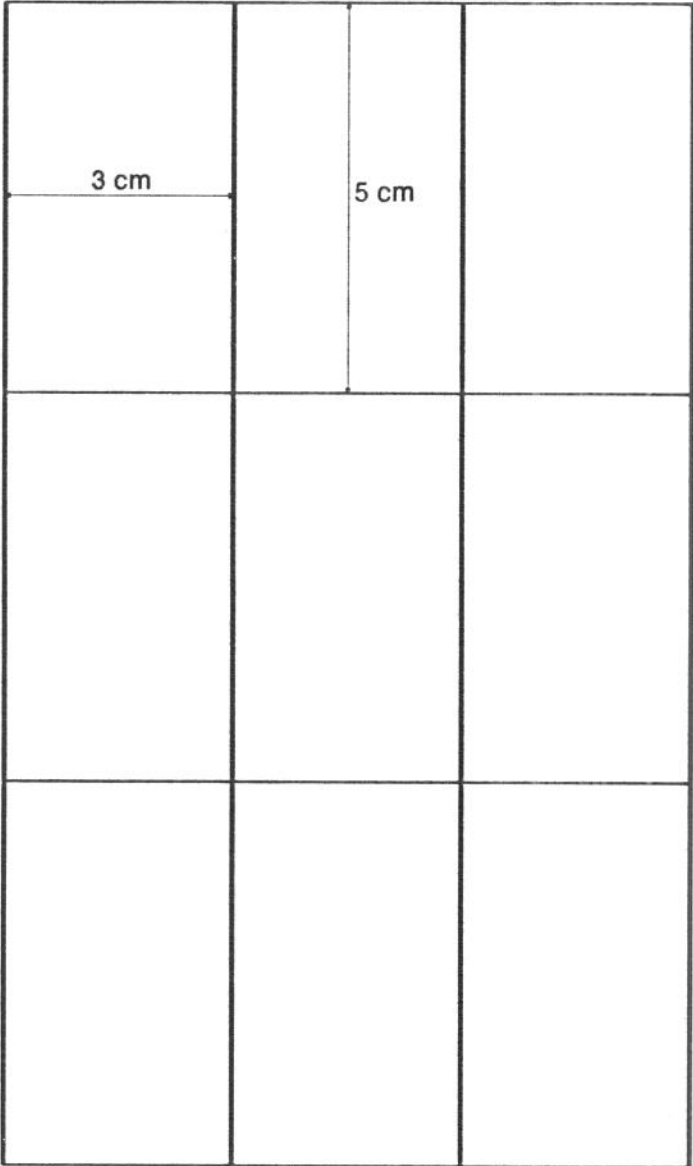
PEÇAS QUADRADAS.



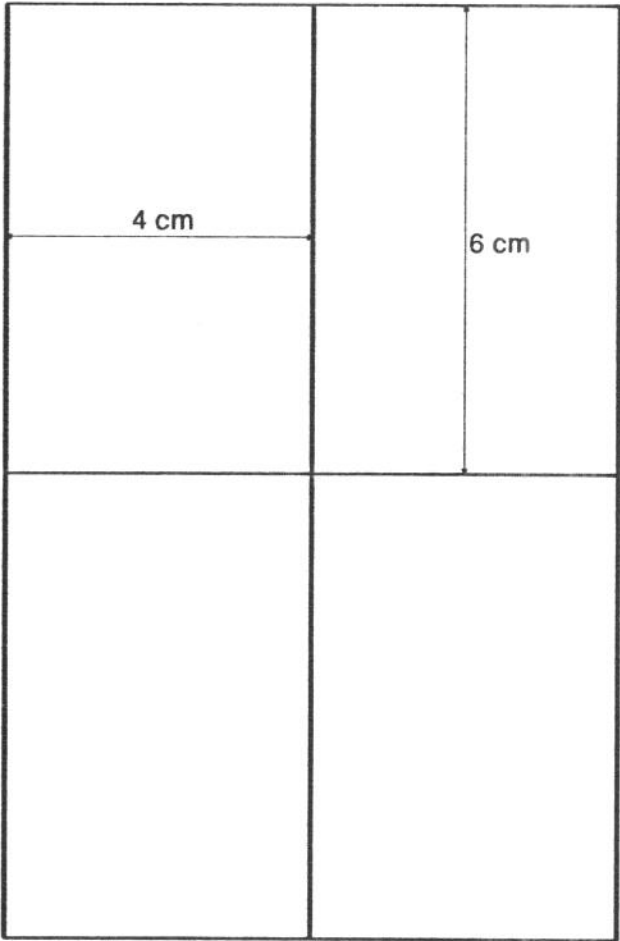
PEÇAS RETANGULARES.



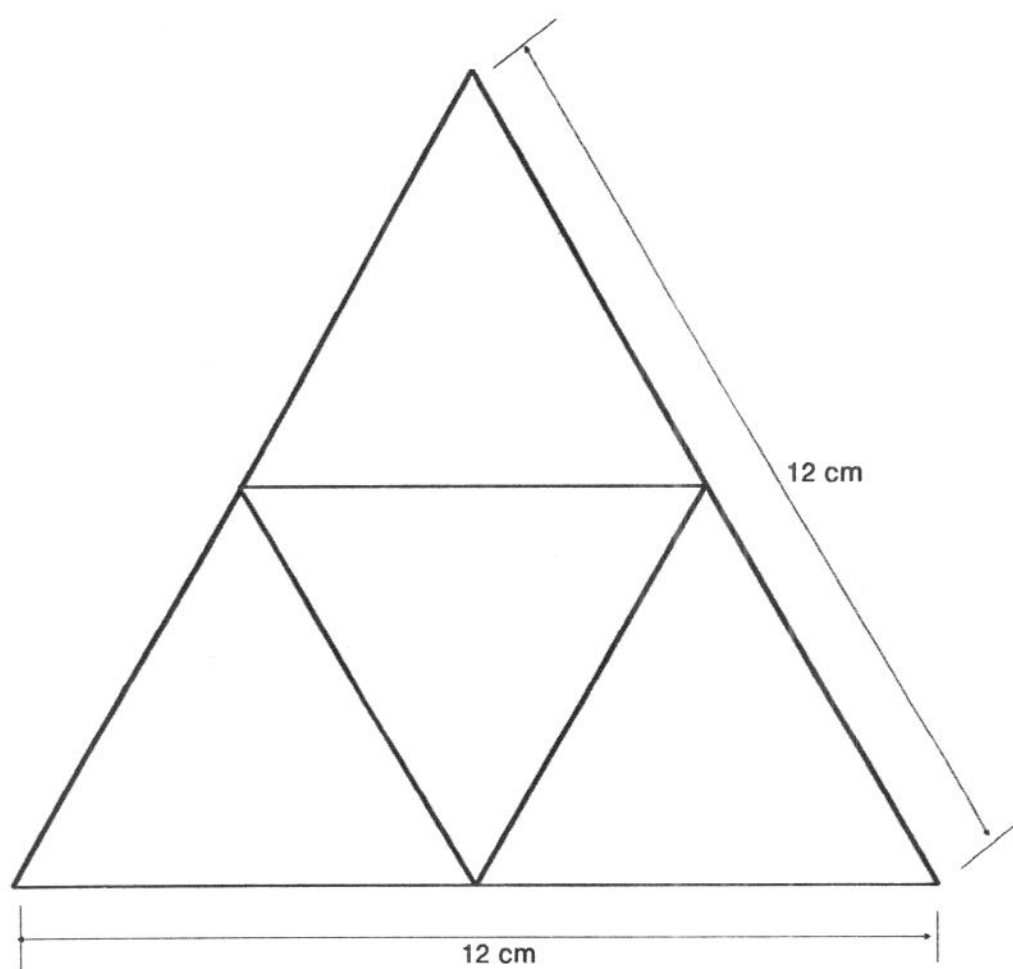
PEÇAS RETANGULARES.



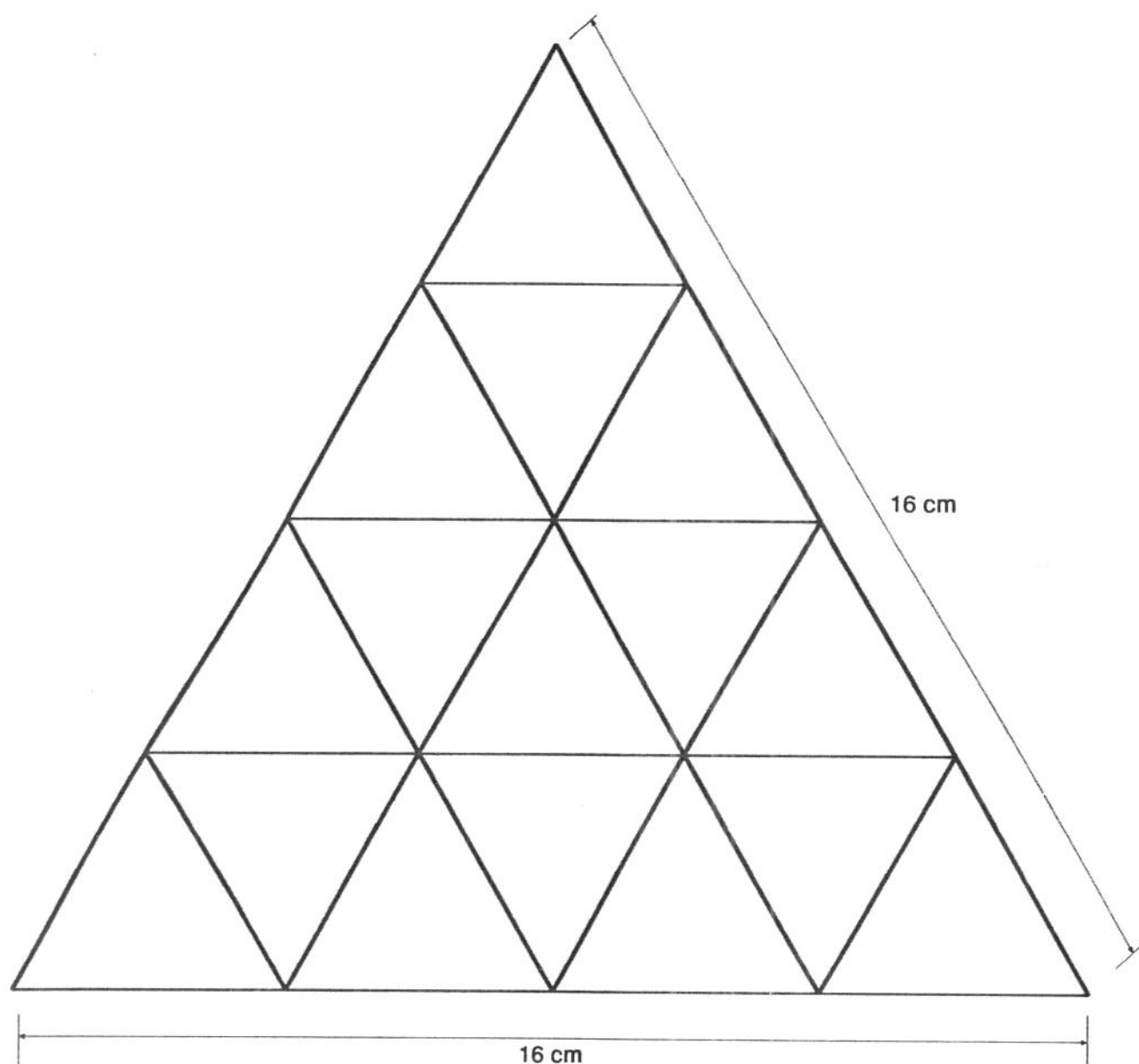
PEÇAS RETANGULARES.



PEÇAS TRIANGULARES.



PEÇAS TRIANGULARES.



Ao entrar na sala onde realizamos as entrevistas, o sujeito da pesquisa encontrava, espalhadas sobre a mesa, as peças propositalmente misturadas por forma, tamanho e cor, de modo a não existir a possibilidade de encontrar algum tipo de sugestão inicial. Como primeira atividade, perguntávamos ao sujeito se reconhecia as formas das peças que estavam sobre a mesa, pedindo que mostrasse as peças e posteriormente enunciasse os seus nomes. O objetivo era iniciar a entrevista com o reconhecimento das diferentes formas que as peças representavam: quadradas, triangulares e retangulares.

Alguns sujeitos não enunciavam o nome correto das figuras geométricas, mas apresentavam outros igualmente interessantes:

"Quadrado, triângulo, comprido (retângulo)" - Ale (11,3).

"Triângulo, três cantinhos, quadrado, quatro cantinhos e esse é quadrado (retângulo), também tem quatro cantinhos." - El (32,10).

"Quadrado, triângulo (mostra um retângulo) e ângulo (mostra um triângulo)." - Rosi (14,1).

"Quadrado, triângulo e prisma (retângulo)." - Fran (18,0).

"Modelo de quadro (quadrado), safra de batê ferro (triângulo) e rádio (retângulo)." - Fra (22,2).

"Parece tabinha das bem fininha." - Mar (26,10).

"Piso de casa, papagaio e esse pode ser azulejo." - Jo (41,7).

O interessante nesses nomes fica por conta das comparações entre a forma das peças e o nome de objetos presentes no cotidiano. Para Jo, por exemplo: "piso de casa" era o nome dos quadrados e retângulos grandes; "papagaio" era o nome do triângulo e "azulejo", os de quadrados e retângulos pequenos. Alex aponta "comprido" como o nome do retângulo e é interessante notar que o faz, comparando o quadrado com o retângulo, isto é, "comprido" é uma extensão de quadrado e "retângulo" um quadrado comprido.

Fran chamava o retângulo de "prisma", mas não dava uma explicação matemática para prisma; para ela, esse era o nome correto do retângulo. É interessante notar que o trabalho de Fran é o de operária em uma indústria de papéis onde, junto com uma colega, separa por espessura papéis que vêm acondicionados em fardos. Talvez Fran fizesse uma analogia entre o fardo, que, na fábrica tinha forma de prisma, e o retângulo, na questão do comprimento.

Dentre as respostas que não têm origem no conhecimento prático, encontramos as de Rosi e Mar. Rosi trabalhava o tempo todo chamando o triângulo de ângulo e o retângulo de triângulo. Fizemos vários testes pedindo, alternadamente, que Rosi mostrasse um ângulo e um triângulo e ela sempre mostrava um triângulo e um retângulo. Mar não conseguiu desligar-se da evidência física do material apresentado. Alguns entrevistados usavam os nomes "modelos" ou "modelinhos" para diferenciar as peças, mas, para Mar, eram "tabinha".

Após essa primeira atividade, pedíamos que o sujeito mostrasse peças iguais, retiradas das amontoadas sobre a mesa. Questionávamos o porquê da igualdade, para que explicitasse o que entendia sobre igualdade. Efetuávamos perguntas do tipo: "Por que são iguais? Existem outras peças iguais a esta? O que você acha de igual entre essas peças?"

Alguns sujeitos apresentavam uma narrativa em que justificavam a igualdade por mecanismos de ordem lógica de raciocínios efetuados, ultrapassando os limites da abstração empírica; ou seja, descartavam os aspectos físicos, externos às peças e concentravam-se em uma narrativa que explicasse o fato logicamente:

"São iguais do mesmo jeito." - Wla (9,2).

"Continua sendo triângulo igual." - Re (13,2).

"Tanto faz, não é importante a cor para ser igual." - Ale (11,3).

"A mesma forma." - Almi (15,2).

"Não importa, a cor não faz diferença." - Ose (12,6).

"Porque o modelo é igual." - Ma (39,9).

"Um é menor que o outro, mais é quadrado." - El (32,10).

"São verdadeiramente triângulos, só que um é menor." - Paul (38,0).

Embora diferissem quanto ao tipo de narrativa, os sujeitos utilizavam a característica da forma como justificativa fundamental para a resposta à questão da igualdade. É exemplar o fato de que os não escolarizados formalmente, como Ma e El, empregassem a palavra "modelo" para significar forma. Alguns poucos depoimentos diferiam e a justificativa apresentada era de caráter empírico:

"É (igual), porque o cinza também é bonito." - Mar (26,10).

"A cor interfere no modelo." - Ire (32,4).

"Igual porque são de papel e diferentes no tamanho." - Jo (41,7).

"Porque têm a mesma forma e cor." - Jessi (16,6).

Esses depoimentos confirmam que em alguns casos os sujeitos definem a igualdade através dos atributos físicos das peças. É interessante notar que o depoimento de Mar parece carecer de qualquer espécie de abstração, inclusive do ponto de vista empírico, pois para ela a igualdade é definida por padrões outros que a lógica.

Na atividade seguinte, pedíamos que o sujeito da pesquisa tomasse, do amontoado, peças diferentes no tamanho e na cor. Deliberadamente havíamos colocado um número muito grande de peças (138), para o caso de ter havido alguma dúvida sobre a resposta dada inicialmente. Essa solicitação era fundamental para que pudéssemos avaliar a narração do sujeito com respeito a possíveis diferenças. Nesse momento, a questão básica era a verificação sobre o tipo de abstração que o sujeito fez, isto é, pretendíamos saber se, através de sua narração, podíamos identificar a abstração efetuada como abstração empírica ou reflexionante (no sentido de pseudo-empírica ou "réfléchissement"). Efetivamente eram colocadas várias opções com o objetivo de exigir uma discriminação na fala do sujeito.

"Triângulo grande diferente do triângulo pequeno." - Wla (9,2).

"São diferentes, porque têm tamanho e cor diferentes." - Regi (8,0).

"Tanto faz, não é importante a cor para ser igual." - Ale (11,3).

"Peças iguais são as que têm a mesma forma." - Juli (10,4).

Continuando a atividade, pesquisávamos se o entrevistado ordenava peças de acordo com o tamanho e, vale dizer, se coordenava essa ordenação com a forma da peça. O objetivo era verificar se o sujeito, tomando duas peças de mesmo formato, distinguia a maior da menor. Essa era uma situação preparatória para a atividade seguinte, de classificação. Fazíamos perguntas do tipo: "Você pode mostrar duas peças: uma maior e outra menor? Existe outra maior que essa peça ? E outra menor?" Apontamos algumas respostas interessantes:

"Esses dois ângulos são iguais." - Rosi (14,1).

"Tem o mesmo modelinho." - Ire (32,4).

Todos os sujeitos entrevistados apontaram corretamente as peças maiores e as menores, escolhendo-as da arrumação efetuada na mesa de trabalho. A resposta de Lúcia diferiu do grupo, no sentido de que não escolheu como critério de maior o fato de a peça ser maior em duas dimensões, como a maioria dos entrevistados. Lúcia tomou dois retângulos de mesma altura e largura diferentes, apontou a largura e disse:

"É maior no tamanho." - Luc (14,7)

A seguir, entrávamos na atividade de classificação e ordenação propriamente ditas. Perguntávamos ao sujeito: "Essas peças que se encontram sobre a mesa estão muito desarrumadas. Você poderia arrumá-las de uma outra forma?" Tínhamos como objetivo prioritário dessa atividade a verificação da capacidade do

indivíduo para, segundo um critério qualquer, comparar, classificar e ordenar as 138 peças espalhadas sobre a mesa. O importante era verificar se a organização dada às peças possuía algum sentido classificatório em relação às variáveis presentes na atividade como, por exemplo, forma, tamanho e cor.

Essa atividade caracterizou-se por uma observação da ação dos sujeitos em relação ao desafio proposto. Consideramos nessa atividade fundamentalmente a maneira pela qual eram estipulados os critérios de classificação e ordenação utilizados na ação. Os sujeitos na faixa de idade até 12 (doze) anos executavam a atividade pedida, via de regra porém, não verbalizavam as respostas ou perguntavam se existia um critério prévio de ordenação. Os indivíduos de maior faixa etária verbalizavam perguntas sobre a necessidade de um critério para a ordenação e a classificação.

"Vou tentar ... não sei se vou saber fazer." - Rosi (14,1).

"De que jeito que é?" - Ma (39,9).

"Eu fazia castelos de areia com esses modelinhos." - Ire (32,4).

"Pode ser por tamanho das iguais?" - El (32,10).

Gostaríamos de salientar que vários participantes apresentaram resultados semelhantes na atividade de classificação; por exemplo, agruparam por forma ou tamanho, empilharam peças com forma igual, das maiores para as menores e separaram unicamente por cor. Alguns comportamentos também foram comuns a muitos sujeitos, que utilizaram a mão como critério de medida de tamanho das peças e, para tanto, alinhando-as com o auxílio das mãos.

Alguns sujeitos apresentaram um grau de criatividade muito bom nesta atividade, dispondo as peças de forma a que a mesa de trabalho ficasse bonita, além de prática para uma identificação de peças. Ale criou torres com peças de mesma forma, mas diferenciadas pela cor; posteriormente justapos torres cinza às de cor vermelha. Almi procedeu da mesma forma que Ale, acrescentando o fato de distribuir as torres quadradas na primeira mesa, as triangulares na segunda e as retangulares na terceira. Ma, ao efetuar essa atividade, pára e brinca com as peças triangulares pequenas e iguais, montando em primeiro lugar um trapézio; depois, juntando dois trapézios, monta um hexágono e pergunta:

"Será que é assim?" - Ma (39,9).

Na etapa seguinte, partíamos para a atividade que envolvia a cobertura das peças grandes usando as pequenas. Propúnhamos perguntas como: "É possível cobrir as peças grandes usando as pequenas? Você conhece parede azulejada? É possível azulejar as peças grandes empregando as peças pequenas?" O objetivo dessa atividade era a verificação do *senso de proporcionalidade*, ou seja, pretendíamos verificar se os sujeitos percebiam que uma das formas mais simples de efetuar um "ladrilhamento" é aquela em que utilizamos os "ladrilhos" da mesma forma do "piso". Essa idéia comanda a idéia de semelhança de figuras geométricos.

O entrevistado, via de regra, começava essa atividade com algum tipo de dúvida, que manifestava através de frases:

"Para essas (quadrados), não dá para cobrir." - Wla (9,2).

"De qualquer jeito?" - Elai (12,3).

"Pode usar cores diferentes para cobrir figuras?" - Clau (13,4).

"Não dá, acho melhor trocar." - Ire (32,4).

"O azulejo não deu !" - An (34,2).

Os entrevistados apresentavam dificuldades em descobrir o algoritmo que os levasse a recobrir peças de diferentes formas, após terem coberto corretamente uma peça. Essa dificuldade era em parte contornada após várias tentativas. A forma geométrica que mais dificuldades apresentava aos entrevistados era a triangular, pois ajustar, encaixar e recobrir os triângulos exigia dos sujeitos o trabalho de rotação das posições das peças.

Destacamos os trabalhos efetuados por Ale e Almi. Ale, na primeira tentativa, cobriu o quadrado grande com os quadradinhos pequenos. Além disso, utilizando peças de cores diferentes, criou naturalmente um mosaico, tipo tabuleiro de xadrez. Ao cobrir o triângulo grande, criou faixas decorativas, alternando peças de cor vermelha com as de cor cinza. Almi utilizou o critério de cobrir peças com outras de igual formato e cor, porém com tamanho menor. É interessante notar que Almi começou por recobrir os retângulos e, ao cobrir os quadrados e os triângulos, olhava como fizera com os retângulos. Havia formado um algoritmo.

Alguns dos entrevistados não compreendiam a atividade e, em vez de cobrir as peças maiores com as menores, cobriam a mesa de trabalho. Salientamos que, em todas essas ocasiões, alertávamos os sujeitos sobre o fato e, mesmo assim, continuavam a recobrir a mesa. Perguntando o por quê disso, encontramos algumas respostas interessantes e três explicações diferentes para o mesmo fato:

"O azulejo tem que ficá uma brechinha prá ponhá massa." -

Mar (26,9).

"Tava pensando na minha sobrinha. Tava brincando com ela." -

Jo (41,7).

"Os azulejos têm todos os mesmos tamanho. Aqui não tem." - Fra

(22,2).

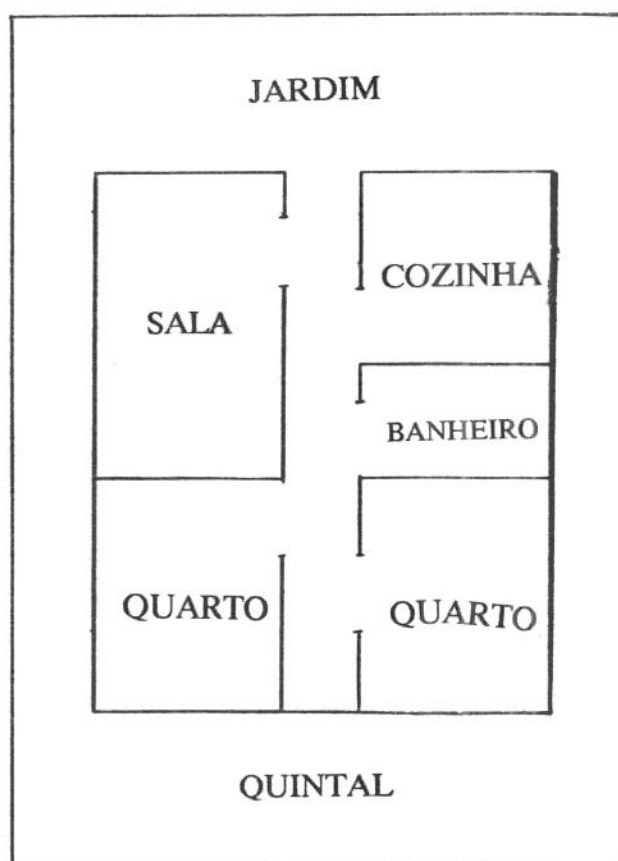
Para concluir essa situação-problema, estimulávamos o entrevistado a emitir as relações existentes entre as peças pequenas e a grande, isto é, perguntávamos quantas peças pequenas "cabiam" sobre a peça grande considerando a área coberta, e quantas peças pequenas "cabiam" nos lados da peça grande. Além das questões básicas de contagem envolvidas nessa operação, pretendíamos que o sujeito enunciasse a relação entre os lados das figuras envolvidas, o que nos daria a relação de proporcionalidade entre elas.

As relações entre as peças eram emitidas corretamente pois o sujeito percebia quantas peças pequenas "cabiam" sobre a peça grande - questão da área - e quantas pequenas "cabiam" no lado da grande - questão do comprimento. No geral, para responder a pergunta, o entrevistado efetuava contagens apontando as peças e enumerando-as.

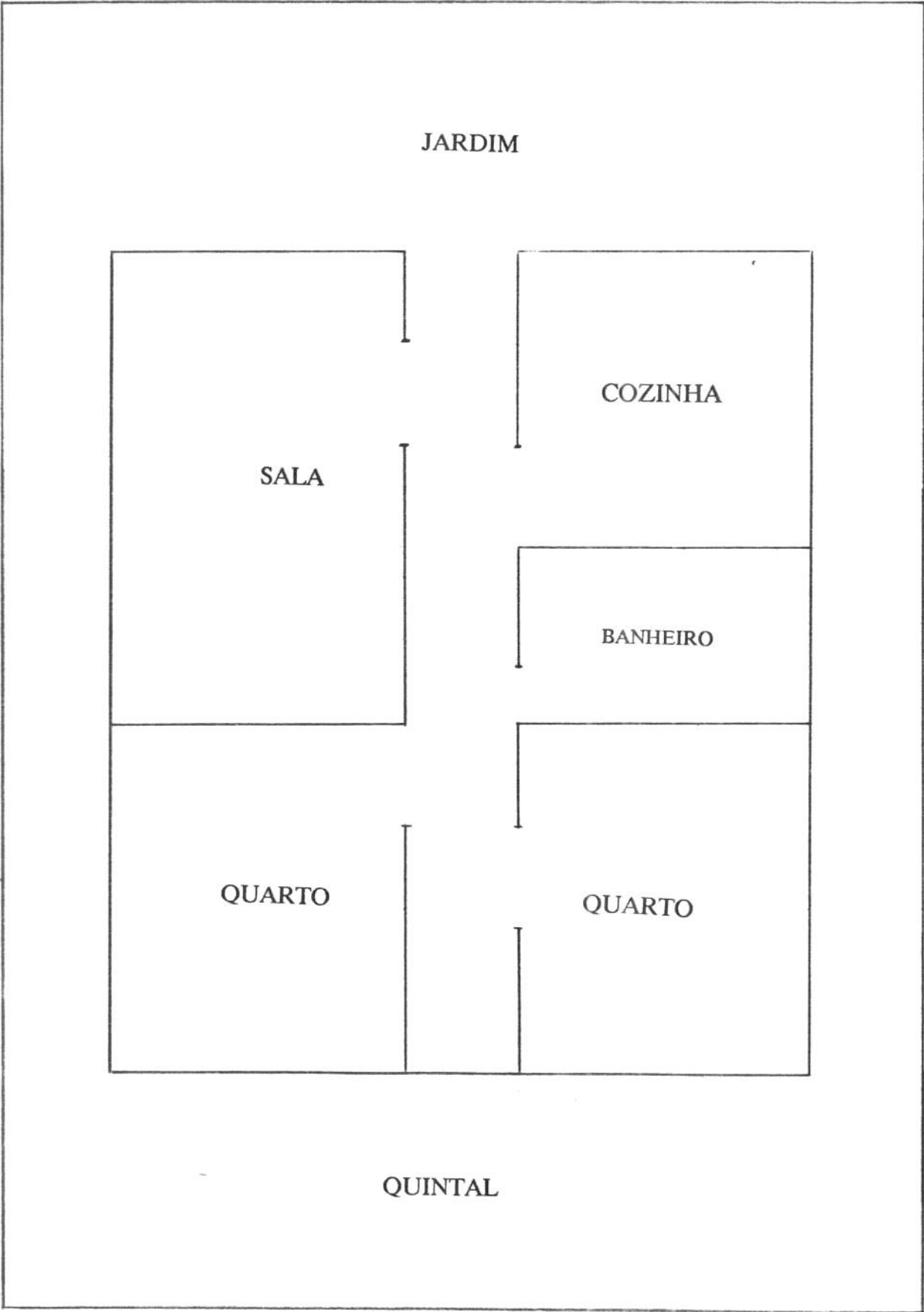
A segunda situação-problema tratava da análise de plantas esquemáticas de casas, sem considerar a questão da escala. Nosso objetivo era o de verificar como os sujeitos da pesquisa transferiam o conhecimento das figuras geométricas para uma situação envolvendo áreas. Consideramos que a utilização de plantas de casas era o ideal por apresentar várias figuras geométricas interligadas formando uma única figura.

Utilizando desenhos esquemáticos representando plantas de casas com tamanhos e proporções diferentes, embora todas com o mesmo desenho, pretendíamos investigar no plano a questão do *igual* e do *parecido*. Nessa atividade o senso de ordenação e o senso de classificação eram fundamentais para o sujeito decidir como cobrir as plantas maiores empregando as menores, pois teria que decidir qual era a maior e qual a menor dentre quatro plantas e, ainda, qual das menores era de fato a correspondente à maior em questão. Apresentamos abaixo os desenhos utilizados nessa atividade:

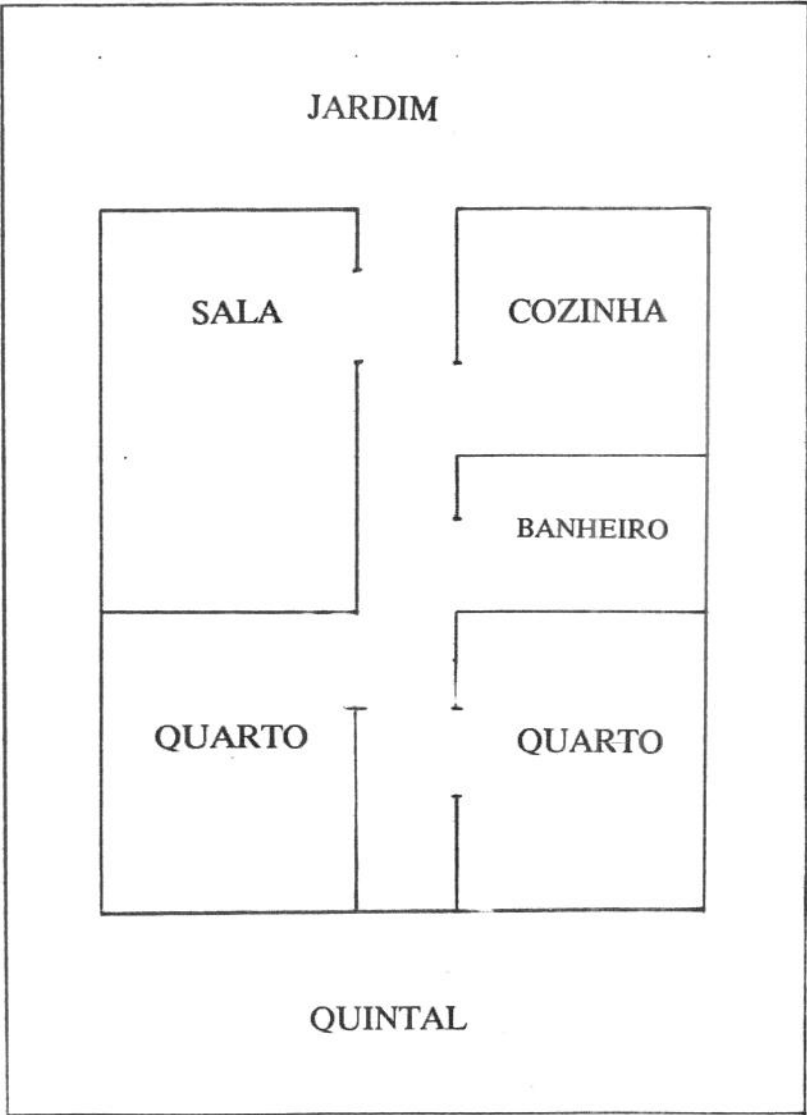
PLANTA MENOR (1).



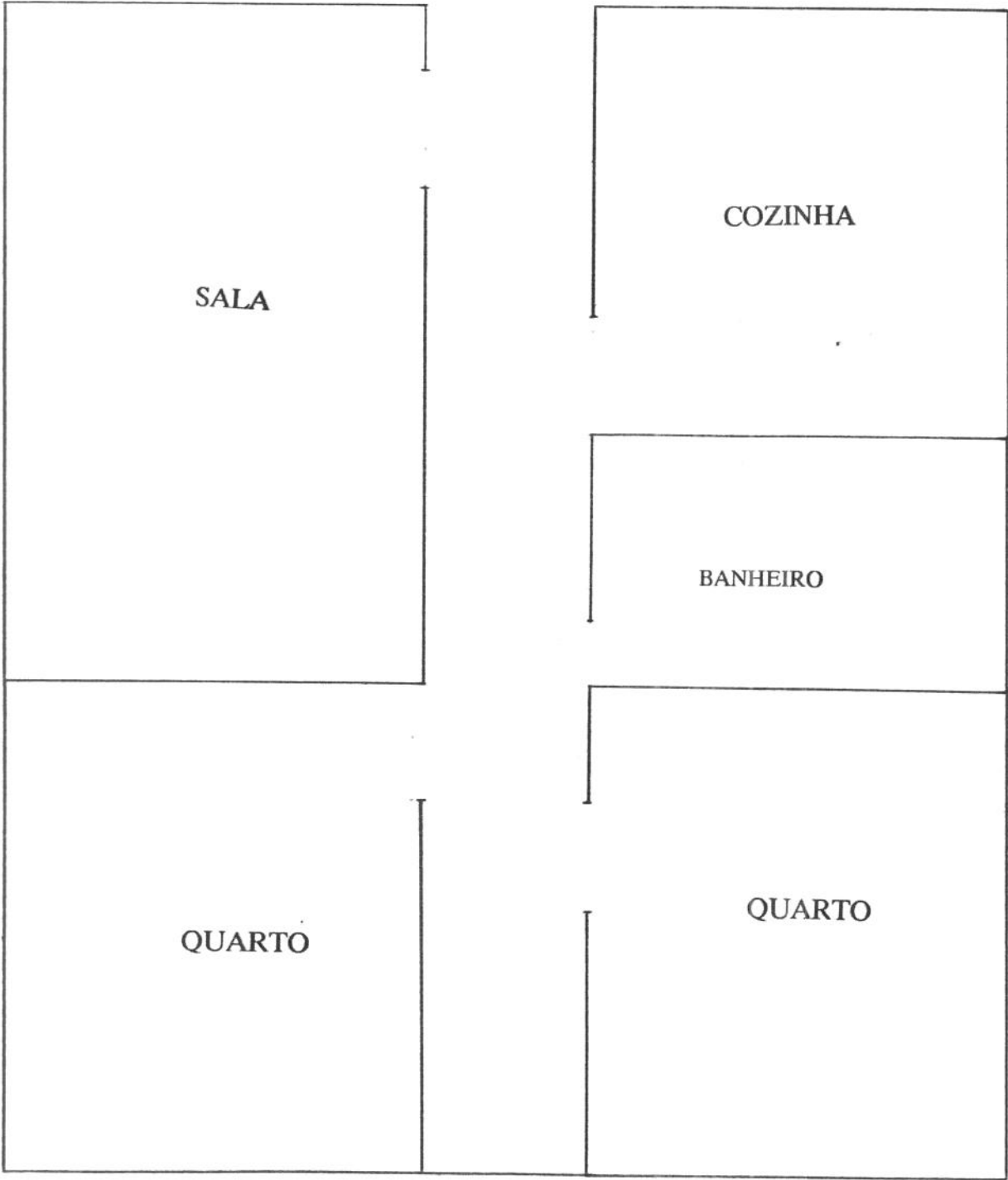
PLANTA GRANDE (1).



PLANTA MENOR (2).



JARDIM



QUINTAL

Utilizando desenhos esquemáticos de plantas de casas, pesquisávamos a transferência das operações de "ladrilhamento", efetuadas anteriormente na primeira atividade. Assim, pedíamos ao sujeito que enunciasse as relações quanto à superfície toda e aos lados dos desenhos. Em relação à primeira atividade, essa tarefa cumpria duas finalidades: a de torná-la concreta para os não escolarizados formalmente e, ao mesmo tempo, a de torná-la prática para os formalmente escolarizados.

Além desse objetivo inicial, propúnhamos questões com estimativas de "quantas vezes cabiam" os quartos, a sala, o banheiro e a cozinha da planta menor na planta maior. Essa estimativa era feita somente com os dois desenhos na mão - a planta maior e a planta menor. Observando-os, o sujeito tinha que elaborar estratégias de solução para o que havia sido proposto. Por último, discutíamos qual o sentido de igualdade que o entrevistado dava a desenhos iguais porém com diferentes tamanhos, acrescentando a questão do "parecido".

Iniciávamos essa atividade pedindo ao sujeito que separasse os desenhos em grupos de mesmo tamanho. Após isso, perguntávamos: "Quais desenhos são maiores? E quais são os menores?" Isso era feito para gerar uma ancoragem na atividade anterior. As respostas a essa questão foram corretas e todos os sujeitos classificavam as plantas em grupos nos quais a igualdade de tamanho era conservada.

Em seguida, perguntávamos: "Você pode azulejar estes desenhos como na atividade anterior?" O objetivo era que o sujeito identificasse a questão do "quanto cabe" como uma possibilidade de ação em diferentes situações e, vale dizer, como uma relação matemática entre as figuras maiores e as menores. Evitamos nos desenhos a utilização de contornos redondos para facilitar a relação, uma vez que não tínhamos utilizado figuras redondas na primeira atividade. Nesse

momento, o sujeito tinha que enunciar as relações, já mencionadas anteriormente, do "quanto cabe" sobre o desenho e "quanto cabe" sobre o lado do desenho.

Os sujeitos da pesquisa, via de regra, acertavam essa atividade, parecendo-nos que a entendiam como continuidade da situação-problema anterior. Alguns tomavam o cuidado para que o "escrito" e o desenho do tamanho menor coincidisse com os do desenho maior, alinhando corretamente jardim/jardim e quintal/quintal. Muitos acertaram a atividade, embora tivessem errado quando a efetuaram com as peças com formato de figuras geométricas. Luc não conseguiu fazer essa atividade, afirmando que não compreendia o que estava sendo pedido. Sugerimos que virasse as folhas de papel, tampando, assim, os desenhos. Podia, então cobri-los como retângulos. Mesmo assim, não conseguiu efetuar a tarefa e desistiu dela.

Prosseguindo perguntávamos: "Qual a relação entre os quartos, sala, cozinha e banheiro, comparando o desenho menor ao desenho maior?" Pretendíamos que o sujeito fizesse uma estimativa visual ou criasse uma estratégia própria de solução para o problema e, com isso, demonstrasse como havia construído o *senso de proporcionalidade* nessas duas atividades iniciais. Essa atividade teve um desenrolar interessante, no que se refere à percepção das estratégias utilizadas pelos sujeitos ao efetuarem estimativas. Uns afirmavam que faziam "de olho" e outros buscavam nas pecinhas da primeira situação-problema um critério de comparação:

"Aqui (quarto) é igual a um quadradinho." - Wla (9,2).

"Cabem quatro, porque o desenho menor cabe quatro vezes no maior." - Clau (13,4).

"De olhar." - Elai (12,3).

"Fiz de olho." - Ale (11,3).

"Pelo cálculo do tamanho é uma folha dobrada. É duas vezes." - Almi (15,2).

"Também quatro vezes porque o lado cabe quatro vezes e, então, também os quartos cabem quatro vezes." - Rosi (14,1).

"Acho que é a mesma coisa: quatro. Do lado, dois." - Fran (18,0).

"Dois, porque só tem dois quartos." - Ire (32,4).

"Porque são iguais os desenhos e um é maior que o outro quatro vezes." - El (32,10).

"Porque a maior precisa de quatro pequenas para cobrir." - Fra (22,2).

"Acho que só cabe uma sala porque só tem uma. ... Acho que cabem quatro porque tem quatro em cima (desenhos pequenos sobre o grande)." - Lu (13,7).

O último momento dessa segunda situação-problema era dedicado aos conceitos de "igual" e "parecido". Perguntávamos: "Dos desenhos que você tem quais são iguais e quais são parecidos?" O objetivo era que o sujeito identificasse a igualdade no sentido matemático do termo, ou seja, que apontasse como iguais os que tinham o mesmo tamanho e o mesmo desenho. O termo

"parecido" era reservado para verificar se era feita a distinção entre ter o mesmo desenho e tamanhos diferentes e ter o mesmo desenho e tamanhos iguais, ou seja, "parecido" assumia o significado de "semelhante". O termo "igual" era aplicado para desenhos de mesmo tamanho; o termo "parecido" era atribuído sendo aplicado a desenhos com "escritos" iguais, porém com tamanhos diferentes.

Como um alerta necessário, apontamos o fato de que, ao utilizarmos termos não convencionais no ensino de Matemática como, por exemplo, "cabem", "azulejar", "ladrilhar", "parecido", tivemos como objetivo facilitar a linguagem para que os sujeitos da pesquisa pudessem explicitar os raciocínios empregados na resolução das situações-problema propostas. Através da explicitação do raciocínio, pretendíamos observar se as relações utilizadas estavam apoiadas no cotidiano dos entrevistados.

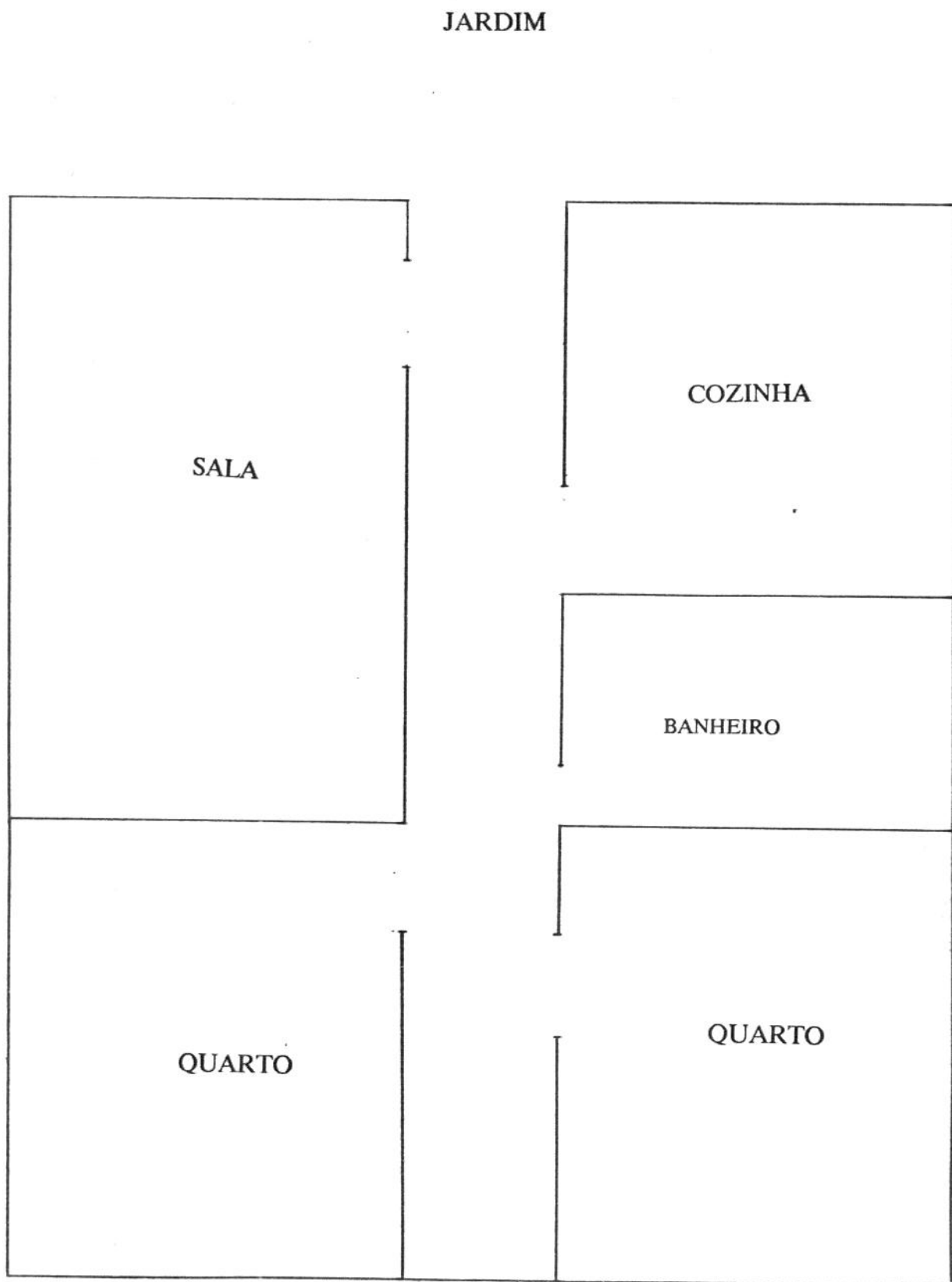
Além desse fato, a utilização de termos como "cabem" e "parecido" foi feita em um sentido aproximativo da relação de proporcionalidade. A escolha de uma linguagem mais livre e menos rigorosa deveu-se ao fato de que entrevistamos faixas de idade a começar de oito anos e existiam na pesquisa doze sujeitos não escolarizados formalmente. Acreditamos que algumas concessões de origem lingüística deveriam ser feitas a esses grupos, sob pena de, não o fazendo, incorrerem nas falhas apontadas à visão internalista da Matemática.

Na terceira situação-problema, utilizando três caixas de papelão de diferentes medidas e com divisões internas, com dimensões variáveis de caixa para caixa e oito blocos de cartolina verde que se encaixavam nas divisões internas das caixas, buscávamos estudar questões relativas à proporcionalidade espacial, através de fatos geométricos relativos ao *senso de proporcionalidade* já estudados no plano nas atividades anteriores.

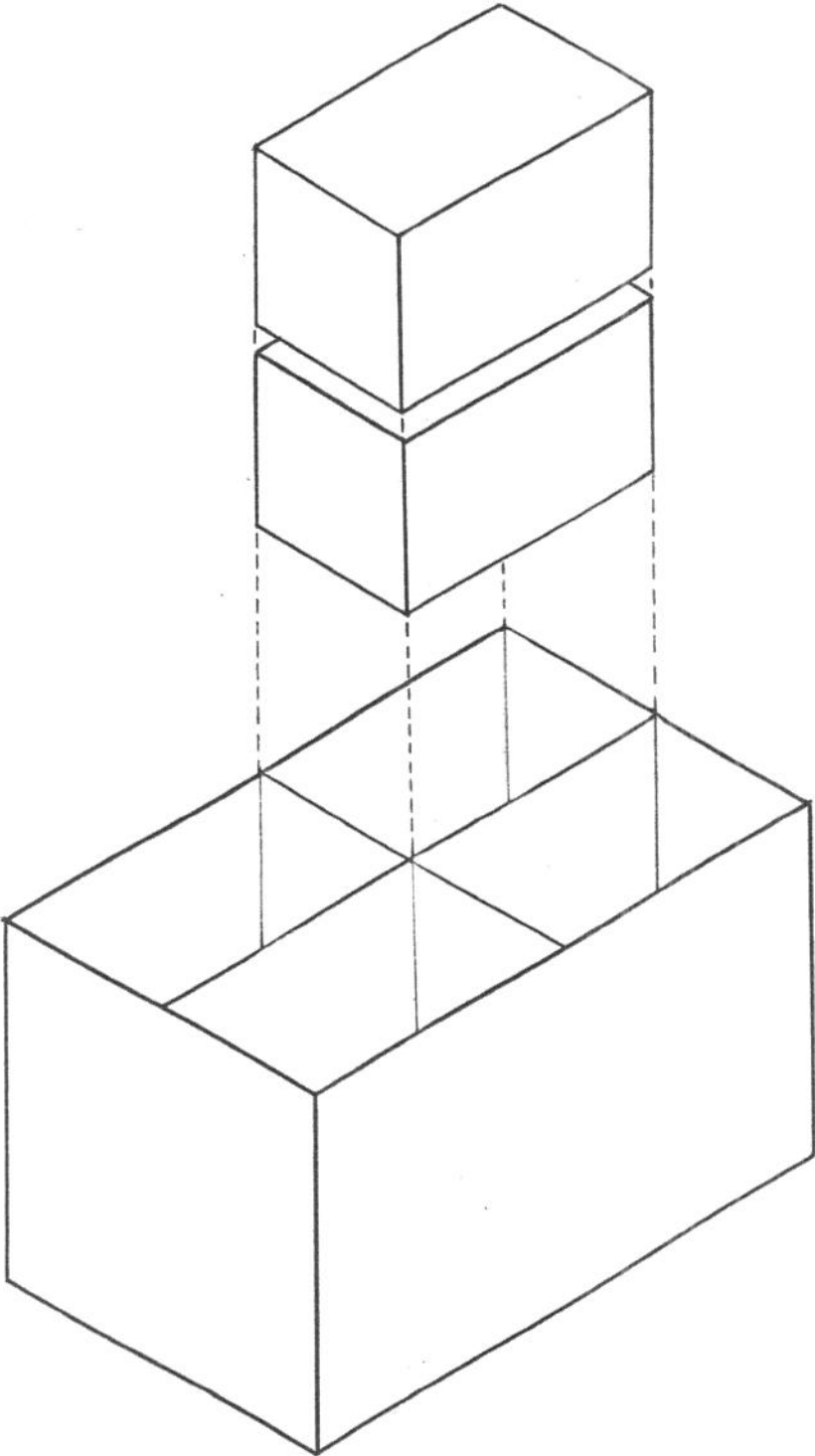
Todas as relações anteriormente estudadas estavam presentes para que pudéssemos verificar, inclusive, as questões ligadas a contagem e estimativas, efetuadas pelos sujeitos da pesquisa. As caixas representavam esquematicamente maquetes de casas e possuíam a parte superior aberta, para que os entrevistados tivessem a oportunidade de manipular livremente os blocos verdes dentro delas. Os blocos verdes eram na realidade paralelepípedos retangulares, cuja base coincidia com a divisão interna da caixa onde deveriam ser encaixados. Em cada caixa "cabia" um determinado número de blocos verdes. As divisões e os blocos foram construídos de forma a permitir o encaixe de somente um tipo de bloco por caixa.

A seguir, representamos as caixas e os blocos utilizados na pesquisa, em escala indicada no desenho:

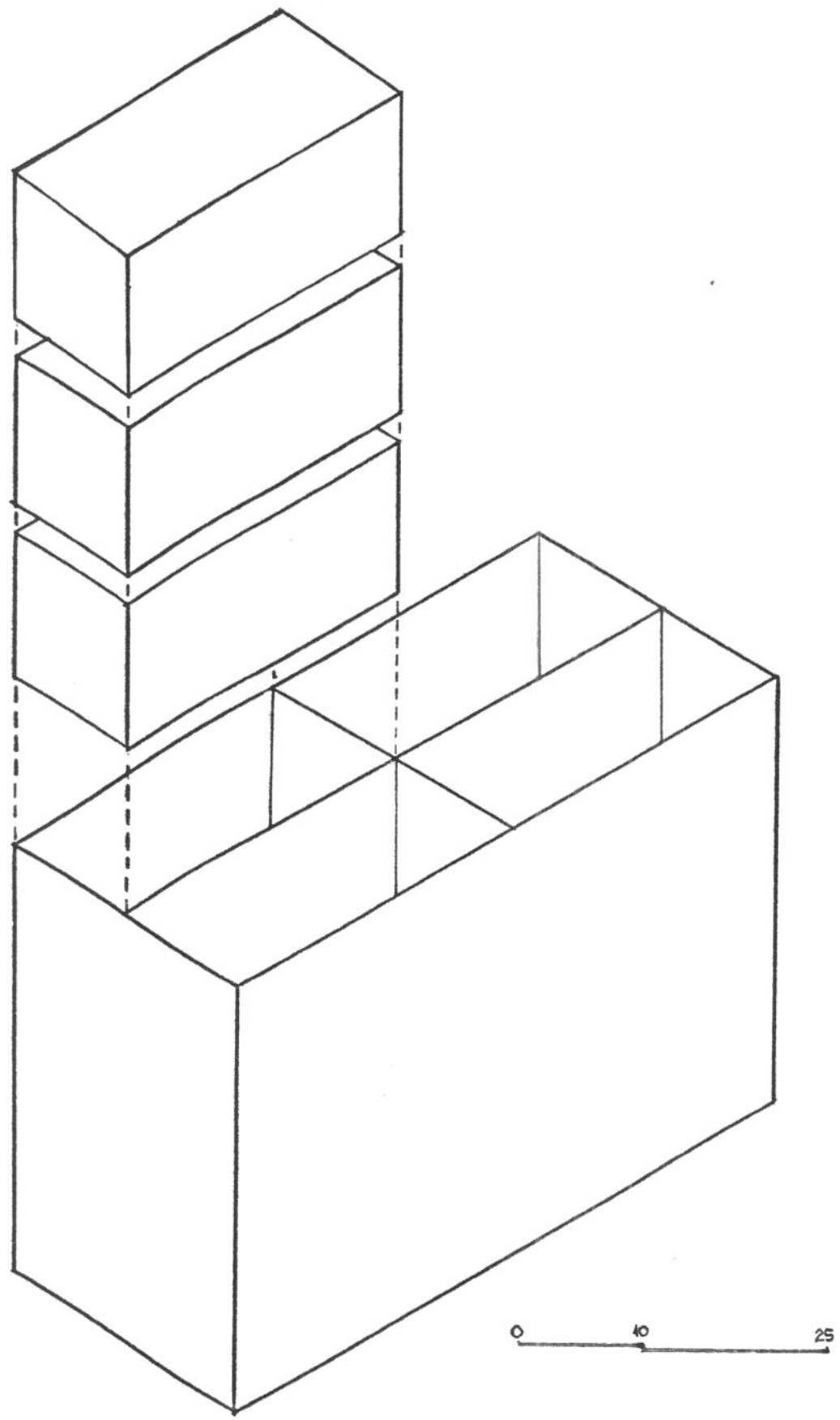
PLANTA GRANDE (2).



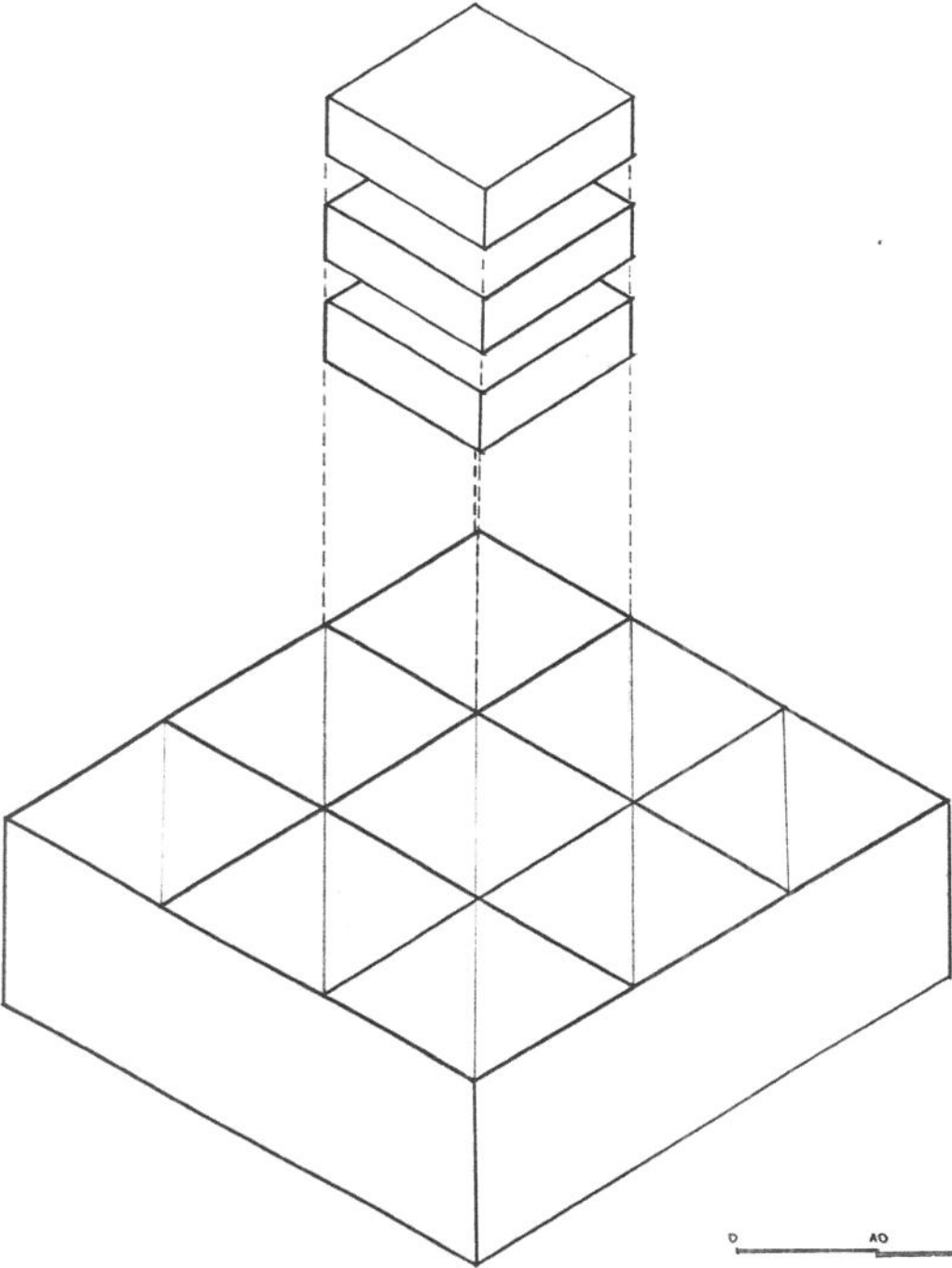
CAIXA "A".



CAIXA "B".



CAIXA "C".



Estudávamos primeiramente o dado espacial pela estimativa feita pelo sujeito sobre o tamanho das caixas, isto é, pedíamos uma avaliação do volume das caixas. Essa classificação inicial procurava fazer com que o entrevistado estimasse o dado espacial e justificasse as respostas efetuadas. A narração do porquê a caixa era maior ou menor já nos dava um indicador dessa avaliação. Perguntávamos então: "Dessas três caixas que você tem à frente, qual é a maior? E a menor? Qual é a de tamanho médio?". As respostas variavam de acordo com a avaliação que os sujeitos efetuavam a respeito das dimensões das caixas. Algumas respostas indicavam em que a base das caixas determinava qual delas era maior, outras afirmavam que a altura era o determinante na avaliação.

"Essa (B) é maior porque é mais alta e essa (C) é menor porque é menos alta." - Wla (9,2).

"A caixa (B) é comprida e (aponta a base) é maior." - Ale (11,3).

"Medi aqui (mostra as alturas das caixas)." - Juli (10,4).

"A caixa (B) é maior no comprimento; a caixa (C) é grande na largura e pequena no comprimento." - Fran (18,0).

"A caixa (B) é maior porque é mais alta." - Ire (32,4).

"Essa (caixa A) é média. Essa outra (caixa B) é maior porque é mais crescido (refere-se à altura). Essa aqui (caixa C) é menor porque é baixa." - El (32,10).

"Pelo chão (base da caixa) e pela altura (da caixa)." - Lu (13,7).

Em seguida, pedíamos ao sujeito que encaixasse os blocos verdes nas caixas correspondentes, dizendo: "Veja esses blocos de cartolina verde. Repare que eles não são iguais. Você pode encaixar esses blocos nas caixas a que eles pertencem?" Nesse momento, a estimativa espacial que foi efetuada na primeira parte da atividade tornava-se fundamental para a execução da tarefa. O sujeito deveria avaliar o "tamanho" das divisões de cada caixa, o formato dos blocos - na realidade paralelepípedos -, para, então, encontrar a caixa à qual o bloco pertencia. Alguns sujeitos não percebiam corretamente o pedido e encaixavam todos os blocos em uma mesma caixa. Quando isso acontecia, conversávamos para que refletissem a respeito da pergunta e refizessem a atividade. Outros sujeitos estimavam corretamente as dimensões das caixas verdes e das divisões das caixas grandes, antes de efetuarem os encaixes. De forma geral, todos os sujeitos envolvidos acertaram essa atividade da terceira situação-problema.

Após ter sido efetuado o encaixe dos blocos, solicitávamos ao sujeito que nos indicasse a estimativa de quantos blocos "cabiam" em cada repartição da caixa. Perguntávamos então: "Quantos blocos cabem em cada divisão das caixas?" Quando o sujeito da pesquisa encontrava dificuldades em operacionalizar essa atividade, pedíamos-lhe que empilhasse os blocos verdes em uma única divisão e, então, respondesse às perguntas efetuadas. Obtivemos algumas respostas interessantes:

"Aqui (A) 2, aqui (B) 3 e aqui (C) 3." - Wla (9,2).

"Aqui (caixa C), 2; aqui (caixa B), 2 e nessa (caixa A), 1." - Clau (13,4).

"Nessa (caixa A), cabe 20; nessa (caixa B), 25, pelo tamanho, e,

na (caixa C), cabe 20." - Mar (26,9).

Em seguida, perguntávamos: "Na altura da caixa quantos blocos verdes 'cabem'?" Embora pudesse parecer redundante em relação à questão anterior, parece-nos importante essa questão para que o sujeito percebesse que há uma proporcionalidade, em relação à altura, entre a caixa e os blocos verdes. Alguns sujeitos, escolarizados até a faixa da sexta série, tinham dificuldades em responder a essa pergunta porque não identificavam a questão da altura da caixa. No geral os não-escolarizados não apresentavam dificuldades com a quanto à altura das caixas.

Concluída essa etapa da entrevista, estudávamos a estimativa do sujeito em relação à quantidade de blocos necessários para preencher as caixas. Perguntávamos: "Se você tivesse blocos verdes em número suficiente quantos blocos caberiam em cada caixa?". A expectativa era verificar qual a estratégia que o entrevistado utilizaria para responder a uma questão que envolvia desde a simples contagem dos blocos verdes até a estimativa visual da quantidade de blocos necessários para completar a caixa. Para efetuar a contagem, o sujeito não tinha todos os blocos verdes; tinha apenas o número suficiente para uma repartição da caixa, devendo, portanto, efetuar mentalmente o cálculo de quantos blocos verdes necessitaria para preencher cada uma das caixas. Nessa situação estava implícita ainda a primeira parte dessa atividade, a respeito do tamanho das caixas utilizadas. Essa questão mostrou-se a mais rica desse grupo de atividades, uma vez que o sujeito era obrigado a estimar um dado espacial e, acrescentemos, tinha que efetuar contagens sem possuir peças em número suficiente que facilitasse a a operação de contar. Apontamos como situações interessantes:

"Nessa (caixa C), 27; nessa (caixa B), 12 e nessa (caixa A), 8." - Elai (12,3).

"Nessa (caixa A) cabem 8; nessa (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa C), 27." - Fran (18,0).

"Nessa (caixa A) cabem 8; nessa (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa C) cabe um montão. (Conta, atrapalha-se com a operação de adição e faz: $21 + 3 = 25$. Desiste e fala:) Uns trinta." - Ma (39,9).

"Vou contar nos dedos. (Usa a adição e, não, a multiplicação.) Vai dar dois de cada lado, 16. (Fala em relação à caixa A e nela cabem oito. Repete a operação para a caixa B) Cabe 12. (Na caixa C, demora e diz:) Dá um monte, uns 10." - Ire (32,4).

"Nessa (caixa A), cabe 20; nessa (caixa B), 25, pelo tamanho, e, nessa (caixa C) cabe 20." - Mar (26,9).

"Aqui (caixa A) cabe 10, nesta (caixa B) cabe 9 e na última (caixa C) cabe 26." - Lu (13,7).

Para responder a essa atividade, os sujeitos da pesquisa, via de regra, utilizavam-se da contagem simples (apontando com o dedo e nomeando cada bloco) ou das estruturas aditivas para a contagem dos blocos verdes. Para os não-escolarizados essa atividade apresentava-se como difícil porque, diferentemente das outras, para essa eles não dispunham com material para responder a pergunta. Os erros, em geral, podem ser exemplificados através do cometido por Lu; ela não acertou nenhuma das caixas, errou basicamente na contagem. Na caixa A cabiam oito blocos verdes, mas ela respondeu que cabiam dez, fazendo as seguintes operações: $2 + 2 = 4$, $4 + 2 = 6$, $6 + 2 = 8$ e $8 + 2 = 10$. Na caixa C cabiam 27 blocos verdes, mas Lu fez: $3 + 3 = 6$, $6 + 3 = 9$, $9 + 3 = 12$, $12 + 3 = 16$, $16 + 3 = 19$, $19 + 3 = 23$ e $23 + 3 = 26$. Na

primeira situação, ela não soube parar de adicionar a quantidade de blocos verdes existentes em cada repartição; na segunda, errou as operações grifadas, parando antes de terminar a quantidade de divisões na caixa C.

Para concluir, pedíamos ao sujeito que refletisse novamente sobre as caixas e as questões do "igual" e do "parecido". Perguntávamos: "Quais dessas caixas são iguais? Quais são parecidas?". O objetivo da pergunta era determinar qual o conceito de "igual" e qual o conceito de "parecido" haviam sido construídos através da atividade com o dado espacial.

Na quarta situação-problema, conversávamos livremente com o entrevistado com o objetivo de fazê-lo manifestar-se oralmente sobre a forma como foram construídas as ações executadas para responder ao grupo de atividades das três situações-problema anteriores; essas ações estavam relacionadas a estimativas, contagens, encaixes e raciocínios efetuados para responder a questão: "Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?"

Os sujeitos pertencentes ao grupo dos escolarizados formalmente apresentavam como resposta fatos ligados à Matemática como, por exemplo, contagem.

"Contando. Eu contava nas pecinhas, nos desenhos das casas e nas caixas." - Re (13,2)

"Contava o que tinha em cima e do lado." - Clau (13,4).

"Caber é o mesmo de recobrir e depois contar." - Elai (12,3).

"Contei." - Ale (11,3).

"Usei os tamanhos para descobrir qual poderia recobrir a peça. Tive dificuldades para cobrir os quadrados. Nas caixas usei a idéia de encaixe." - Almi (15,2).

"Fui tentando até dar certo." - Ose (12,6).

Os não escolarizados formalmente também apresentavam como resposta freqüente a idéia da contagem, porém acrescentavam outros dados:

"Colocando em cima e ajeitando." - Fran (18,0).

"Quando o senhor falô em azulejo, me lembrei como fazia." - Ma (39,9).

"... porque se não for do mesmo modelo não encaixa." - Ire (32,4).

"Contei. As vez saio fora do ar e conto errado." - Jo (41,7).

"Contava nas pecinhas e olhava nas caixas." - El (32,10).

Pretendíamos verificar, em cada uma das situações trabalhadas, a maneira como se articulavam as respostas em função da relação proposta por nós no modelo teórico: *Prática Humana - Argumentação - Algoritmo - Modelo*. Visamos a que cada sujeito explicitasse as associações por ele efetuadas entre sua própria vida e trabalho e as atividades da proporcionalidade, da semelhança, das estimativas, da ordenação, da classificação e das contagens por eles efetuadas. Pretendíamos mais ainda: queríamos conhecer o modo pelo qual essas relações evoluíram para o modelo final elaborado após todas as respostas. Propusemos então a seguinte pergunta: "Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as que você

normalmente desenvolve?"

O grupo de entrevistados escolarizados formalmente apresentou como resposta freqüente a essa questão o fato de as atividades serem um jogo, uma brincadeira ou um quebra-cabeça.

"Não, porque isso é uma brincadeira, um jogo." - Wla (9,2).

"Foi uma brincadeira de recobrir e cobrir quadrados, triângulos e desenhos de casas." - Regi (8,0).

"Meu pai é pedreiro e eu ajudo a empilhar tijolos e a atividade das caixas é igual. Isso é fácil de responder as perguntas." - Elai (12,3).

"Eu tinha um joguinho de madeira em casa e gostava muito dele. Era parecido." - Ale (11,3).

"Acho que gosto disso (aponta as atividades) porque sempre gostei de construir casinhas e cidadezinhas com caminhos. Eu também gosto de ficar vendo as crianças do CB (primeiro e segundo ano do 1^o grau) brincarem destas coisas." - Almi (15,2).

O grupo de não escolarizados formalmente acrescentava alguns dados referentes ao trabalho justificando por aí algumas respostas. Muitos ainda consideravam as atividades um jogo, uma brincadeira, principalmente porque nossa pesquisa, para eles, não era trabalho produtivo, isto é, não só não fazia parte de seus afazeres diários como empregados como também não era trabalho escolar e, portanto não teria nota.

"Já, no elefante. Um quebra-cabeça." - Ire (32,4).

"Quando era criança, pegava taco de madeira e brincava de carrinho com taco de madeira." - Jo (41,7).

"Não. Talvez no quebra-cabeça. Nas caixas lembrei do jogo de dados. Acho que isto que nós fizemos aqui é Matemática, porque são pecinhas para contar e para fazer números." - El (32,10).

"É aula de Matemática ?" - An (34,2).

"Já trabalhei como ajudante de pedreiro. Tem os azulejo, só que diferente e tem os tijolo (aponta os blocos verdes). E a gente alinha tudo." - Fra (22,2).

"Brinquei no pré (Aponta as pecinhas sobre a mesa, na primeira situação-problema.)" - Lu (13,7)

"Faço (coisas semelhantes no serviço). Tem que separá as peças diferentes por tamanho e colocar no seu lugar." - Paul (38,0).

Para aprofundar as respostas estabelecidas no momento anterior, incentivávamos o sujeito a responder como havia construído a resposta ao "quanto cabe?", isto é, objetivávamos verificar se o sujeito elaborou uma resposta particular para cada uma das atividades e, assim procedendo, se elaborou um raciocínio diferenciado para as questões propostas como: cobrir a figura geométrica e o desenho esquemático da casa (questão da área); cobrir o lado da figura geométrica e o lado do desenho esquemático da casa (questão do comprimento); estimar a quantidade de quartos pertencentes ao desenho esquemático de casa menor que cabem no quarto pertencente ao desenho esquemático da casa maior (questão da

área); estimar a quantidade de blocos que cabem dentro das caixas (questão do volume).

Essa quarta situação apresenta o relato da *percepção* das questões anteriores e, por isso, é de fundamental importância para o nosso estudo. Nesse momento, a conversa com o sujeito tem como objetivo verificar como se processaram as estratégias de solução para as situações propostas. Muito mais que respostas matemáticas esperávamos que o entrevistado nos informasse sobre seus procedimentos em relação às interligações da Matemática com a realidade.

CAPÍTULO V

PÓS-VISÕES

Ao elaborarmos nosso trabalho de pesquisa, tomamos como premissa básica a necessidade de superação dialética do quadro teórico estabelecido no capítulo relativo aos *sensos matemáticos* e aos *constructos reflexivos matemáticos*, a partir dos elementos oriundos da parte experimental, descritos no capítulo **Interpretando o Real**. Apontamos como fundamental a necessidade de uma reflexão teórica que englobasse vários paradigmas científicos, objetivando com isso obter uma visão multidisciplinar da Educação Matemática.

No quadro teórico estabelecido no capítulo III, os *sensos matemáticos* são caracterizados como um movimento que se constitui na raiz do saber. Esse movimento origina-se na sociedade, a partir da *prática humana* - de ordem empírica ou intelectual- e dirige-se a uma *argumentação* - elementar ou intuitiva. É complementado por um outro - a *teorização* - que se caracteriza pela busca de um *algoritmo* - primitivo ou elaborado - e a conseqüente sistematização em um *modelo* que "concretize" essa teoria.

O modelo teórico inicial obedeceu a uma reflexão de cunho histórico-crítico sobre a gênese do conhecimento matemático e sua interdependência com as questões sociais, econômicas e culturais. Esse modelo buscava a vinculação

entre o pensamento e a realidade, através da dependência não só entre o intuitivo e o formal como também entre o empírico e o teórico.

Neste capítulo vamos proceder a uma análise detalhada, do ponto de vista teórico, das entrevistas obtidas através do roteiro de conversa e, então, estabelecer quais são os pontos de contato entre as *pré-visões* e o real. Pretendemos mais ainda: buscamos verificar em quais pontos o modelo inicial deva ser retificado ou corrigido para que possamos entender quais os procedimentos epistemológicos regem o conhecimento matemático. Essa análise, em sentido estrito, limita-se ao movimento dos *sensos matemáticos*.

A análise da importância de mecanismos reguladores na intervenção operada pelo homem na natureza levou-nos a inferir a existência dos *sensos matemáticos* como organizadores primários do conhecimento matemático. Operações relacionais como classificar, ordenar, seriar e quantificar estão diretamente ligadas ao surgimento do pensamento construtivo do homem e podem ser consideradas como originadas na prática humana imediata de intervenção no real.

Verificamos, nas entrevistas efetuadas durante a parte experimental de nossa pesquisa, a existência dos sentidos de ordenação, classificação, seriação e quantificação na quase totalidade dos sujeitos entrevistados. Ao trabalharmos com as peças que representavam figuras geométricas, as idéias relacionadas ao tamanho - maior, menor e igual - foram respondidas tanto pelos sujeitos escolarizados formalmente como pelos não escolarizados formalmente. É conveniente destacar que sujeitos que apresentavam dificuldades com operações matemáticas envolvendo contagens não encontravam obstáculos em identificar quais peças eram maiores ou menores.

Como procedimento padrão entre os dois grupos, para relacionar o tamanho das peças, encontramos a utilização da mão como instrumento de medida inicial. Os sujeitos, ao analisarem peças de dimensões iguais ou muito próximas, tomavam as peças em uma das mãos e posteriormente buscavam alinhá-las para então decidir se eram ou não do mesmo tamanho; só então escolhiam em que grupo colocar cada peça. Esse comportamento indica a importância do dado empírico e a influência da prática como formadores de raciocínios matemáticos.

Na primeira situação-problema, o conceito de forma geométrica teve encaminhamentos diferentes nos dois grupos pesquisados. Os escolarizados formalmente apresentavam, via de regra, os nomes das figuras corretamente, segundo o ponto de vista da Matemática internalista. Quando o nome da figura era desconhecido, os sujeitos desse grupo criavam justificativas externas porém compatíveis com a visão internalista.

"Triângulo e o quadrado. Este é quadrado. (Diz que o retângulo é quadrado.)" - Regi (8,0).

"Quadrado, triângulo e comprido (retângulo)." - Ale (11,3).

Do grupo dos escolarizados formalmente, nove sujeitos acertaram o nome das figuras, identificando corretamente o triângulo, retângulo e quadrado. As duas respostas acima mostram que os dois entrevistados, pertencentes ao ciclo básico (na série equivalente ao segundo ano do primeiro grau tradicional), buscaram uma justificativa dentro da aprendizagem tradicional, identificando o retângulo como um tipo de quadrado ou como um quadrado "comprido". Mantiveram assim a idéia de figura geométrica de quatro lados, generalizando a partir do quadrado e não do retângulo, como seria o correto matematicamente.

Desse grupo destacamos uma única resposta divergente, isto é, somente um sujeito não reconheceu as formas geométricas utilizadas na situação-problema. Surpreendentemente, essa resposta partiu de um entrevistado com sete anos de escolaridade e cursando a oitava série do primeiro grau. Narramos o trecho da entrevista para melhor esclarecer:

"Quadrado, triângulo (mostra o retângulo) e ângulo." - Rosi (14,1).

Rosi, denominou o retângulo de triângulo e o triângulo de ângulo. Repetiu várias vezes essa terminologia. Com o objetivo de verificar que tipo de confusão foi estabelecida por ela passamos a questionar o nome de várias outras peças que se encontravam sobre a mesa. Mas, Rosi continuava a afirmar:

"Este é o ângulo (triângulo) pequeno, aquele é o ângulo (triângulo) grande. O triângulo (retângulo) vermelho e grande e o triângulo (retângulo) cinza pequeno." - Rosi (14,1).

Inicialmente ficamos em dúvida se Rosi estava nervosa pela entrevista e, por isso, confundindo os nomes ou se a confusão lingüística de Rosi era originada por outra causa como, por exemplo, ausência de aprendizagem correta. O instigante da situação era causado pelo fato de o entrevistado estar há oito anos na escola e não enunciar corretamente os nomes de figuras geométricas simples, como triângulo e retângulo. Um fato importante é a utilização de ângulo para denominar triângulo e de triângulo para designar retângulo. No primeiro caso, há uma explicação gráfica para o fato, pois nos livros didáticos os desenhos representando ângulos e triângulos em muitos casos confundem-se. Acrescentemos ainda o fato de as terminologias "ângulo" e "tri-ângulo" guardarem certa proximidade lingüística. O

inusitado da situação é a utilização do termo "triângulo" para designar o retângulo. Para esse fato não encontramos outras justificativas além das que se prendem à ausência do ensino de Geometria no primeiro grau ou à ausência de experiências objetivas na prática humana causada pela separação existente entre a prática e a teoria em nossa cultura.

No grupo dos escolarizados formalmente, as questões sobre a igualdade de figuras geométricas e sobre a existência da abstração reflexionante em relação à igualdade mostraram que as variações de respostas não se relacionam a faixas etárias ou a tempo de escolarização. Encontramos sujeitos que abstraíam corretamente a forma geométrica independente do tamanho e da cor e outros que não o faziam de modo correto. Mostrávamos aos sujeitos duas peças de mesma forma mas de tamanho e cor diferentes e questionávamos se possuíam algo de igual. Encontramos algumas respostas exemplares:

"São iguais do mesmo jeito" - Wla (9,2).

"Essas (dois triângulos pequenos) são (iguais)." E se um fosse vermelho? "Continua sendo triângulo, igual." - Re (13,2).

"Tanto faz não é importante a cor para ser igual." - Ale (11,3).

"A mesma forma." - Almi (15,2).

"Peças iguais são as que têm a mesma forma." - Juli (10,4).

"Não importa, a cor não faz diferença." - Ose (12,6).

"Têm (as peças) tamanho e cor diferente mas são iguais na

forma." - Marc (13,10).

Destacamos que encontramos algumas respostas a essa questão que divergem das até aqui apresentadas. Para alguns entrevistados desse grupo, o tamanho e a cor influíam na questão da igualdade.

"Este (triângulo grande e cinza) é mais grande que o outro (triângulo vermelho e pequeno). São iguais quando têm o mesmo tamanho." - Clau (13,4).

"São diferentes porque têm tamanho e cor diferentes." - Regi (8,0).

"As peças de cor e tamanho diferentes não têm nada de igual." - Elai (12,3).

"Tem a mesma forma mas o tamanho é diferente." - Jessi (16,6).

Nos casos enunciados acima, o que emerge da narrativa dos sujeitos é a igualdade no sentido matemático do termo, como o proposto pela visão internalista. Os sujeitos enunciavam que a igualdade entre as peças só existiria quando todos os atributos deles fossem efetivamente iguais. O depoimento de Regi é elucidativo com respeito à questão da abstração empírica: ela de fato acredita na necessidade dos atributos da cor e tamanho para existir a igualdade, não abstraindo em momento algum a forma da figura.

Quanto aos sentidos de ordenação e classificação, é importante destacar que os sujeitos da pesquisa pertencentes ao grupo dos escolarizados apresentaram um excelente desempenho. A quase totalidade dos entrevistados conseguiu elaborar critérios para classificar as cento e trinta e oito peças geométricas

que se encontravam espalhadas sobre a mesa de trabalho. Os critérios mais utilizados foram os que levavam em conta em primeiro lugar a forma, em segundo lugar o tamanho e, em terceiro lugar, a cor. As estratégias utilizadas para efetuar a atividade de ordenação e classificação variou bastante em função do maior ou menor grau de elaboração dos sentidos de ordenação e classificação dos sujeitos. Por exemplo, alguns sujeitos, como Ale e Almi, organizaram e classificaram as peças em torres, obedecendo a ordens de tamanho e colocando ao lado torres de cores diferentes; outros sujeitos, como Rosi e Clau, organizavam as peças misturando as cores e só separando por forma e tamanho. A única a utilizar somente o critério de separar por cor foi Jessi, que formou sobre a mesa de trabalho dois montes de peças uma vermelha e outra de cor cinza, sem preocupar-se com forma ou tamanho.

Apontamos como uma reflexão importante a respeito do uso de materiais em atividades que envolvam o ensino de Matemática o fato de que estudantes acostumados com a visão internalista da Matemática ficam confusos com quais estratégias devem ou não utilizar; ficam pouco à vontade com a utilização desses materiais para solucionar problemas. Destacamos a atitude de Jessi como exemplar, pois as perguntas que não envolviam ação direta com os materiais eram solucionadas com alguma facilidade, mas as questões que dependiam de que ela interagisse com as peças sofriam algum tipo de bloqueio.

Ainda na primeira situação-problema e em relação ao grupo dos escolarizados formalmente, notamos forte correlação entre o desempenho nas atividades de classificação e ordenação - acrescidas pela ausência de bloqueio para operar com materiais - e a solução encontrada na atividade de cobrir peças. Essa correlação pode ser explicada pelo fato de que os sujeitos que melhor classificavam e ordenavam as peças localizavam com maior facilidade as opções que possuíam para "ladrilhar". Uma outra explicação possível é a de que os sujeitos com um nível

operatório fraco na atividade anterior tinham menor disponibilidade¹ em relação às questões envolvendo formas geométricas. Independente da faixa de escolaridade ou de idade vários sujeitos apresentaram um significativo senso de proporcionalidade ao elaborarem como critério para cobrir figuras geométricas o fato de que as peças que cobriam deveriam ter a mesma forma das que seriam cobertas. Durante o decorrer da entrevista, essa descoberta foi enunciada por vários sujeitos partindo das operações empíricas com as peças utilizadas.

Wla cobriu os triângulos em primeiro lugar, depois os retângulo e posteriormente os quadrados. Isso foi feito a partir de dois critérios: em primeiro lugar, ele cobria as peças grandes com as pequenas; após ter coberto as grandes é que resolvia as médias; em segundo lugar, após ter coberto o triângulo grande com os triângulos pequenos e verificado o exato alinhamento das peças, utilizou esse algoritmo como modelo para as outras atividades, pois olhava o triângulo coberto e analisava como deveria proceder no retângulo, transferindo nesse procedimento a aprendizagem. Ale e Almi procederam de forma análoga a Wla, acrescentando o fato de elaborarem desenhos, principalmente Ale, com as peças que cobriam as maiores. Na entrevista desses três sujeitos ficam evidentes a facilidade e a ausência de bloqueio em relação ao uso de materiais.

Outros sujeitos só encontravam as soluções para cobrir as figuras, após algumas conversas que mantínhamos sobre como proceder na atividade.

"Pode usar cores diferentes para cobrir as figuras?" - Clau (13,4).

¹ O termo "disponibilidade" é utilizado no sentido próprio dado pela psicologia cognitiva, isto é, significa saber operar com a forma direta e inversa. Alguns sujeitos possuíam como disponibilidade não só o conceito direto de forma geométrica mas também dispunham da possibilidade de desmembrar formas geométricas em outras formas.

"Assim é difícil!" - Rosi (14,1).

"Pode ser assim (mostra uma peça coberta com mais que dois em relação aos lados)?" - Juli (10,4).

"Uma peça grande não é coberta por uma peça pequena." - Ose (12,6).

Outros sujeitos do grupo dos escolarizados apresentaram algumas dificuldades, não conseguindo cobrir algumas figuras, como por exemplo, o retângulo. Quando pedíamos para enunciarem as relações entre as peças cobertas e os lados da figura do triângulo apresentaram como dificuldade adicional o fato de na disposição encontrada para cobrir o triângulo existirem os vértices ou "bicos" contíguos, o que atrapalhava a contagem do número de peças pequenas em relação às grandes nos lados. Nesse grupo de sujeitos, os erros em relação à contagem nessa situação-problema foram muito pequenos, quase inexistentes.

Na segunda situação-problema, objetivávamos o estudo das estimativas que os sujeitos deveriam fazer para efetuar algumas das atividades propostas, como por exemplo, estimar o número de vezes que os quartos, sala, cozinha e banheiro das plantas menores "cabiam" nas maiores. Na realidade, essa era a pergunta central da segunda situação-problema. Outro raciocínio buscado era o de verificar se os sujeitos elaboravam um conceito de proporcionalidade referente à coincidência dos desenhos, à disposição gráfica das plantas. Pretendíamos verificar se os sujeitos faziam coincidir a disposição gráfica das plantas maiores com a das plantas menores que as cobriam.

A maioria dos escolarizados formalmente completou a

cobertura das plantas maiores pelas menores e acertou as relações existentes entre as plantas. Jessi, Ose e Marc apresentaram dificuldades em cobrir a planta maior com as plantas menores e dos três somente Jessi não conseguiu completar a tarefa. Para esses sujeitos, usamos o artifício de recorrer à primeira situação-problema porque percebemos que a dificuldade estava centrada nos desenhos internos das plantas; então, sugerimos que invertessem a folha e trabalhassem como se estivessem recobrando as figuras da primeira situação-problema.

Com respeito à estimativa de quantos quartos, sala, cozinha e banheiro da planta menor "cabiam" nos respectivos lugares do desenho maior, encontramos como situações interessantes as estratégias de solução utilizadas por alguns sujeitos. Wla e Re afirmavam que, por exemplo, o quarto menor "cabia" no quarto maior. Quando perguntamos o número de vezes, perguntaram se poderiam utilizar-se das pecinhas da atividade anterior e, então, assumiram um critério de comparação.

"Aqui (quarto) é igual a um quadradinho." - Wla (9,2).

"Pode usar as figuras?" - Re (13,2).

Esses dois sujeitos cobriam o quarto da planta menor com o quadrado menor e, então, utilizando-o como critério de medida, cobriam o quarto do desenho maior. Somente após essa comparação é que enunciavam a resposta, não estabelecendo portanto uma relação entre o número de vezes em que a planta menor cobre a planta maior e o número de vezes em que o quarto do desenho menor "cabia" no maior. Outros sujeitos apresentavam uma resposta com base nessa relação.

"Cabem quatro, porque o desenho menor cabe quatro vezes no

maior." - Clau (13,4).

"Cabem duas e sobra um pedaço." - Elai (12,3).

"Duas vezes." - Ale (11,3).

"Quatro (faz dobraduras no papel)." - Almi (15,2).

"Também quatro vezes porque o lado cabe quatro vezes (na realidade dizia sobre o desenho todo) e, então, também os quartos e sala cabem quatro vezes." - Rosi (14,1).

"Cabem quatro." - Juli (12,6).

Dessas respostas, obtemos que Wla e Re, ao utilizarem os quadradinhos, não perceberam que eles não eram exatamente iguais ao quarto menor e, no momento de cobrir, também não o faziam de forma completa, o que justifica a resposta teoricamente errada; apontam, porém, o fato de estabelecerem a necessidade da existência de um parâmetro de medida para as estimativas. Diferentemente desses dois sujeitos, Ale e Elai, ao serem questionados sobre como elaboraram suas respostas, afirmaram que "foi de olho". Ficou, então, uma interrogação: as respostas deles diziam respeito aos lados das figuras - onde de fato "cabiam" dois - ou ao todo - onde "cabiam" quatro?

As outras respostas foram estabelecidas segundo critérios físicos como, por exemplo, a de Almi, que se utilizou de dobraduras, ou segundo critérios relacionais, através de um processo de abstração efetuado sobre a atividade anteriormente feita. As narrativas de Clau e Rosi são os exemplos evidentes dessa segunda forma.

Na terceira situação-problema, trabalhávamos com a questão espacial e, para tanto, utilizamos caixas com repartições e blocos de cartolina que se encaixavam nas repartições das caixas. As atividades centrais nessa situação-problema referiam-se à estimativa de volume das caixas e quantidade de blocos que "cabiam" em cada caixa. Essa situação-problema buscava identificar a existência do senso cinético-espacial, ou seja, a capacidade de avaliar, estimar e raciocinar em relação ao dado espacial aliado ao movimento - aqui entendido como o executado mentalmente pelo sujeito ao deslocar e re-alocar blocos nas caixas.

O grupo dos escolarizados formalmente apresentou um desempenho interessante, ao tratar com a questão espacial, pois as respostas que dependiam de avaliações a partir de dados empíricos eram, no geral, respondidas com algum receio; as atividades que dependiam de estimativas numéricas, no entanto, eram efetuadas com alguma facilidade. Clau, Regi, Ale e Rosi avaliaram os tamanhos das caixas, classificando-as em maior, média e menor, erroneamente; os outros sujeitos acertaram essas estimativas.

A avaliação envolvia uma discriminação entre a caixa A e a C, de certa forma muito precisa, pois os volumes dessas duas caixas são muito próximos; a caixa B porém era facilmente identificável como a maior, pois seu volume era bem maior que o das outras. Nesse contexto, os erros de Clau, Regi e Ale ficam superados, uma vez que houve troca de posição somente entre a caixa A e C. A resposta dada por Rosi é discrepante na medida em que avalia que a caixa C, que é a menor de todas, é a maior delas.

"Essa (caixa C) é a maior, essa (caixa B) é a média e essa (caixa A) é a menor." - Rosi (14,1).

Marc forneceu uma resposta extremamente interessante, a respeito de por que as caixas tinham tamanhos diferentes. Baseia a justificativa da resposta no volume das caixas. Reproduzimos esse trecho da entrevista:

"Essa (caixa A) é média, essa (caixa B) é a maior e essa (caixa C) é a pequena." Por quê? "Pelo tamanho." (Faz um gesto com as mãos tentando explicar o volume diferente de cada caixa.) - Marc (13,10).

Quanto à estimativa de quantos blocos verdes "cabiam" nas caixas, temos que destacar o fato de que os sujeitos recebiam um total de blocos igual à quantidade que cabia em uma repartição da caixa e, então, deviam estimar o número total que "cabia" na caixa toda. Como respostas erradas a essa atividade, encontramos as de Wla, Re e Regi. Wla, na realidade, não apresentou uma resposta conclusiva, limitando-se a responder a quantidade de blocos por repartição e o número de repartições existentes em cada caixa. Re apresentou a resposta em dois momentos:

(Sem considerar a altura.) "Nessa (caixa C), 9, nessa (caixa B), 4 e nessa (caixa A), 4." (Considerando a altura.) "Nessa (caixa C), 18, nessa (caixa B), 12 e nessa (caixa A), 12" - Re (13,2).

Regi não conseguiu coordenar os pedidos da atividade, ficando sistematicamente atrapalhada com o que devia ser executado. Apresentou problemas de contagem, quando identificou na caixa C a existência de seis divisões e não nove como seria o correto; além disso, não compreendia a necessidade de levar em conta a altura da caixa para estimar quantos blocos cabiam nela.

Na quarta situação-problema, buscávamos identificar a origem

dos conhecimentos que os sujeitos apresentavam em relação às atividades, através de suas narrativas e explicações sobre o trabalho desenvolvido. Esperávamos localizar se os conhecimentos adquiridos eram originados de experiências efetuadas na prática humana diária dos sujeitos e, se possível, identificar os constructos utilizados pelos entrevistados ao responderem situações-problema.

Quanto ao grupo dos escolarizados formalmente, esperávamos contar com justificativas ligadas ao conhecimento ou ao cotidiano de ordem escolar. Essa suposição era fortemente enraizada no fato de que as atividades propostas em muito se assemelhavam àquelas desenvolvidas em aulas normais de Matemática nas quais os professores se utilizam de vários materiais didáticos como, por exemplo, cartolina, barbante, caixas e peças com formatos geométricos.

Nesse grupo, porém, *não encontramos nenhuma menção às aulas de Matemática e, mais ainda, os sujeitos em nenhum momento identificaram as nossas atividades como pertencentes ao grupo de tarefas desenvolvidas no âmbito escolar*. Essa constatação tornou-se mais trágica na medida em que os depoimentos dos sujeitos identificaram as situações propostas e as atividades que desenvolvemos como um jogo, um brinquedo. Essa distinção entre o "sério" - as atividades escolares - e o "lúdico" - nossas atividades, levou-nos a algumas reflexões de ordem pedagógica a respeito ao cotidiano escolar da Educação Matemática.

Perguntamos a vários sujeitos se as atividades desenvolvidas tinham alguma relação com as suas tarefas diárias em casa ou na escola.

"Não, porque isso é uma brincadeira, um jogo." - Wla (9,2).

"Não." - Re (13,2).

"Foi uma brincadeira de cobrir quadrados, triângulos e desenhos de casas." - Regi (8,0).

"Meu pai é pedreiro e eu ajudo a empilhar tijolos e (a atividade das caixas) é igual. Isso é fácil de responder perguntas." - Elai (12,3).

"Eu tinha um joginho de madeira, em casa, e gostava muito dele. Era parecido. ... No trabalho (de catar papel junto com a mãe) tem que pegar as caixas e rasgar para caber bastante na carroça. Se não rasgar ocupa muito lugar na carroça." - Ale (11,3).

"Acho que gosto disso (aponta as atividades) porque sempre gostei de construir cidadezinhas com caminhos. Eu também gosto de ficar vendo as crianças do CB (primeiro e segundo ano do 1º grau) brincarem com essas coisas." - Almi (15,2).

"Não." - Rosi (14,1).

"Não." - Clau (13,4).

"Não." - Jessi (16,6).

"Na escola, não." - Juli (10,4).

"Não." - Ose (12,6).

"Já fiz na escola e em casa porque é parecido com quebra-cabeça. Ali (nas caixas), lembra jogo de dominó. Tem que saber encaixar. Em casa acho que empilhar tijolos." - Marc (13,10).

Essas falas representam a totalidade dos depoimentos dos sujeitos pertencentes ao grupo dos escolarizados formalmente. Não encontramos um único depoimento que localizasse nossas atividades com a Matemática; apenas dois ligaram as atividades à escola. Desenvolvemos situações relativas a vários *sensos matemáticos* e a grande maioria dos sujeitos teve um resultado de médio para bom, isto é, apresentando sentidos de ordenação, classificação, seriação e cinético-espacial. Realizaram atividades que envolviam estimativas, contagem, percepção de formas geométricas e seus relacionamentos, culminando com questões relativas à proporcionalidade de figuras e sólidos geométricos. E, mesmo assim, nossas atividades foram identificadas com o lúdico - jogos e brincadeiras- e com o trabalho - catar papel e empilhar tijolos- mas não com o cotidiano escolar ou com a Matemática ensinada na escola.

Ao analisarmos sob o mesmo prisma do grupo anterior as atividades efetuadas pelos sujeitos do grupo dos não escolarizados formalmente, encontramos pontos de reflexão extremamente interessantes.

Nesse grupo o conceito de forma geométrica pesquisado na primeira situação-problema apresentou um tratamento interessante. Via de regra, os nomes atribuídos às peças representando figuras geométricas tinham forte conotação empírica, isto é, eram nomes ligados à prática humana. Quando não encontravam ligação com a prática humana, os sujeitos atribuíam outros nomes às peças.

"Quadrado, triângulo e prisma (retângulo)." - Fran (18,0).

"Esse eu sei, mas não lembro o nome (Diz referindo-se ao quadrado.); os outros, não sei." Ire (32,4).

"Parece tabinha das bem fininha." - Mar (26,9).

"Piso de casa (quadrados e retângulos grandes); papagaio (triângulo), (esse) pode ser azulejo (quadrados pequenos)." - Jo (41,7).

"Triângulo, três cantinhos. Quadrado, quatro cantinhos. (O retângulo chamou de quadrado.) É igual, quatro cantinhos." - El (32,10).

"Tábua, piso." - An (34,2).

"Quadrado, triângulo e comprido (retângulo)." - Marci (14,0).

"Modelo de quadro (quadrado), safra de batê ferro (triângulo) e, rádio (retângulo)." - Fra (22,2).

"Quadrado, triângulo e retângulo." - Lu (13,7).

"Esta é quadrado, esta triângulo e esta é um quadrado menor (retângulo)." - Paul (38,0).

"Não sei o nome. Nunca (vi), não lembro não." - Luc (14,7).

Esses depoimentos com relação às formas geométricas apresentam uma grande variedade de termos utilizados para significá-las. Um termo, "modelo" ou "modelinho", porém, surgiu como natural durante as entrevistas. Os sujeitos utilizavam esses termos para diferenciarem as formas que lhes pareciam próximas como, por exemplo, o quadrado e o retângulo. Durante o transcorrer das entrevistas com os não escolarizados formalmente os termos "modelo" e "modelinho" foram empregados como sinônimos de forma geométrica.

Destacamos o uso do termo "comprido" para significar o retângulo. Na realidade o que observamos, nos dois grupos entrevistados, foi uma dificuldade em trabalhar e denominar o retângulo. Essa acepção - "comprido" - é uma extensão ao termo "quadrado"; logo, retângulo tem o significado de "quadrado comprido" na fala de muitos dos sujeitos envolvidos na pesquisa. É interessante observar que, em Matemática, o conceito mais geral é o de retângulo, sendo o quadrado um derivado dele, ou seja, o quadrado é um retângulo que possui lados congruentes. O indicativo da pesquisa mostra que o conceito de retângulo é formado a partir do conceito de quadrado.

O conceito de igualdade de figuras geométricas, para o grupo dos não escolarizados formalmente, assumiu um contorno interessante: alguns, por ausência de um vocabulário próprio da Matemática, tinham que usar artifícios distintos da linguagem como, por exemplo, a mímica ou o apontar as peças iguais, não verbalizando portanto a igualdade, mas indicando-a corretamente por gestos; outros usavam formas não convencionais para explicar a igualdade.

"São iguais os que têm forma igual." - Fran (18,0).

"Porque o modelo é igual." - Ma (39,9).

"Tem o mesmo modelinho." - Ire (32,4).

"Igual porque são de papel e diferentes no tamanho." - Jo (41,7).

"Um é menor que o outro, mais é quadrado." - El (32,10).

"Tem o mesmo modelo e a mesma cor." - An (34,2).

"São triângulo igual." - Marci (14,0).

"Porque o modelo é igual." - Fra (22,2).

"Não tem nada de igual a não ser a forma." - Lu (13,7).

"São verdadeiramente triângulos, só que um é menor (Diz isso segurando na mão dois triângulos: um, cinza e grande, e outro, vermelho e pequeno.)." - Paul (38,0).

"São igual só pela cor." - Luc (38,0).

Notamos nos argumentos apresentados a semelhança entre os termos "forma", "modelo" e "modelinho". Uma resposta extremamente discrepante do grupo foi a efetuada por Mar, quando perguntada sobre a igualdade das peças. Como resposta à questão, ela pegou dois quadrados vermelhos do mesmo tamanho. Então perguntei-lhe: E se o quadrado fosse cinza seria igual também? Incontinentemente Mar apresentou uma resposta desconcertante:

"É, porque o cinza é bonito." - Mar (26,9).

A transcrição desse diálogo esclarece, em parte, a resposta de Mar sobre a forma das peças, quando ela só se preocupou com qual era o material que constituía as peças. Nos diálogos seguintes ficou claro que Mar não ultrapassava o limite da realidade física circundante, por mais esforço que viesse a fazer. Logo, as preocupações que a moviam limitavam-se a aspectos físicos dos objetos e ações, não atingindo questões em nível relacional.

Verificamos que para alguns sujeitos do grupo dos não

escolarizados formalmente, a cor e o tamanho influenciavam na questão da igualdade; para uma grande parcela, porém a forma ou o "modelo" da figura era o determinante da igualdade. No grupo em que os aspectos físicos eram os determinantes, encontramos os depoimentos de Jo, Mar e Luc. Destacamos esse fato para indicar que para nove sujeitos a igualdade centrava-se na forma e para três nos aspectos físicos das peças.

No que diz respeito aos sentidos de ordenação, classificação e seriação, o desempenho dos não escolarizados formalmente apresentou um resultado não homogêneo. Alguns sujeitos, ao depararem-se com as cento e trinta e oito peças espalhadas sobre a mesa de trabalho, tinham reações diferentes ao pedido de arrumá-las segundo algum critério. Alguns, como Fra e Luc, simplesmente amontoavam peças. Fra misturava as peças sem qualquer critério visível de ordenação: misturou todas as peças e foi empilhando-as de forma aleatória. Quando questionado se não haveria uma forma mais organizada de arrumá-las, respondeu:

"Não vale a pena." - Fra (22,2).

Luc apresentou um senso de ordenação por cor, separando as peças vermelhas das peças cinza em dois amontoados sobre a mesa. Quando perguntamos a Luc se não haveria outra forma de arrumá-las, respondeu:

"Não." - Luc (14,7).

Esses dois casos significam a inexistência de um senso de ordenação que sugira aos dois sujeitos a existência de uma possível classificação por forma ou tamanho. Essa constatação é necessária na medida em que os sujeitos já haviam sido questionados sobre a forma, a cor e a igualdade das peças, ou seja, alguns

critérios já haviam sido informalmente sugeridos a eles.

Outra situação interessante é a descrição do comportamento apresentado nessa atividade por Jo. Ele olhou as peças e passou a colocá-las lado a lado, como se estivesse recobrindo o tampo da mesa. Observava criteriosamente se sobrava algum espaço entre as peças que ele estava dispondo sobre a mesa e buscava, nas outras que ainda estavam espalhadas, uma que preenchesse os vazios. Quando perguntamos a ele se existiria uma forma melhor de organizar as peças, ele sorriu e continuou fazendo exatamente o que vinha fazendo. Observando atentamente, na busca de alguma regularidade na ação de Jo, notamos que não havia nenhum critério plausível de ordenação na arrumação feita por ele.

Também nessa atividade, o sujeito Mar afirmou estar separando por tamanho, porém não manteve esse critério ou não percebeu a existência das peças médias e de mesma forma, em cada um dos tipos de peças; ao invés de agrupá-las, colocou-as em locais diferentes. Mar, na realidade agrupou dois tipos de tamanho, grande e pequeno, distribuindo as peças médias entre esses dois grupos.

Os outros oito sujeitos desse grupo trabalharam nessa atividade de forma semelhante, formando torres de peças com igual forma, tamanho e cor. Destacamos nessa atividade o comportamento de Ma, que apresentou um grau muito bom de criatividade enquanto separava as peças. Em dado momento, parou de separá-las e começou a brincar com as peças triangulares pequenas. Montou um trapézio com três triângulos e um hexágono com seis, Ma parecendo ficar feliz com a descoberta, logo em seguida perguntou:

"Será que é assim?" - Ma (39,9).

Um fato notado no grupo dos escolarizados formalmente repetiu-se nesse grupo: a correlação existente entre a atividade inicial de organização, classificação e seriação das peças e a atividade seqüente de cobrir peças maiores com menores. Os sujeitos não escolarizados formalmente, que tiveram dificuldades em realizar a separação das peças, também encontraram extrema dificuldade em realizar a atividade seguinte. Fra, Luc, Jo e Mar não conseguiram realizar a atividade de cobrir as peças e o comportamento deles em relação à nova atividade mudou pouco: insistiram em cobrir o tampo da mesa e não as peças maiores. Quando questionamos o fato, Jo e Fra demonstraram não ter entendido e não responderam. Mar apresentou uma resposta intrigante à pergunta:

"O azulejo tem que ficá uma brechinha prá ponhá massa." - Mar (26,9).

Os outros sujeitos do grupo dos não escolarizados formalmente apresentaram soluções para essa atividade. Alguns, com grande dificuldade, outros, como se estivessem brincando ou aprendendo algum tipo de atividade diversa da escola.

"Vou ver se monto uma casinha. (Junta as peças cobertas e diz, quase sonhando:) Agora vou montar minha casa." - Ire (32,4).

"Vou separar da maneira que a gente costuma trabalhar." - Paul (38,0).

Encontramos nessa atividade um sujeito, El, que, além de cobrir as peças maiores com as menores, intercalava peças de cores diferentes fazendo mosaicos como se criasse faixas geométricas em um desenho. El criou faixas em todas

as peças que cobriu, inclusive no triângulo. Destacamos a importância da prática humana na atividade de Paul, que trabalha como almoxarife em uma usina. Ele apresentou não só os sentidos de ordenação, classificação e seriação bem como uma noção de forma geométrica muito boa. Segundo sua narração, procedeu como estivesse trabalhando.

Com respeito às relações entre as peças cobertas e o número de peças utilizadas com esse fim, o grupo que conseguiu desenvolver a atividade encontrou um outro empecilho: a contagem. Via de regra, os sujeitos desse grupo apresentaram dificuldades na contagem e, mesmo podendo contar as peças uma a uma, erravam na contagem.

Ressaltamos que El, diferentemente do grupo, não usou a contagem básica e sim uma estrutura cognitiva em que multiplicava o número de peças existentes na coluna pelo existente na fileira. Esse destaque é importante porque El foi o único dentre os vinte e quatro sujeitos da pesquisa a utilizar-se dessa estratégia.

Na segunda situação-problema, ao analisarmos os desenhos esquemáticos de casas, pretendíamos que os sujeitos desse grupo, ao estudarem uma situação prática, mostrassem soluções criativas e relacionadas com sua prática cotidiana. Nessa situação-problema era necessário o uso de estimativas para que os sujeitos efetuassem algumas atividades como, por exemplo, estimar o número de vezes em que os cômodos pertencentes à planta menor "cabiam" nos respectivos cômodos pertencentes à planta maior. Buscávamos também verificar se os sujeitos elaboravam um dos conceitos básicos de proporcionalidade, ou seja, pretendíamos comprovar se observavam a coincidência gráfica entre os desenhos menores e maiores.

A maioria dos sujeitos do grupo dos não escolarizados completou a primeira atividade da segunda situação-problema, separando corretamente os desenhos das plantas maiores das menores. De modo geral, dividiam em grupos por tamanho e posteriormente apontavam as maiores e as menores. A grande maioria dos sujeitos desse grupo cobriu as plantas maiores com as menores sem grandes dificuldades e, após ter efetuado essa cobertura enunciava a relação existente identificando que "cabiam" quatro desenhos menores sobre o desenho grande e "cabiam" dois desenhos menores nos lados do desenho grande.

Os comportamentos de Fra, Jo, Mar e Luc foram discrepantes em relação ao restante do grupo. Jo não cobriu os desenhos maiores com os menores; limitou-se a olhar os desenhos e afirmar que para cobrir o desenho grande eram necessários oito pequenos. Mar cobriu os desenhos grandes de qualquer forma, sem procurar qual desenho menor era proporcional ao maior; foi colocando desenhos embaixo de desenhos, deixando bordas e demonstrando que "cobrir", para ela, era simplesmente colocar em cima, de qualquer jeito. Por causa dos desenhos; Fra teve dificuldades em realizar a tarefa ficando em dúvida se cobria só o desenho da casa ou também incluía o jardim e o quintal. Para que Fra resolvesse a atividade, sugerimos que virasse o papel onde se encontrava o desenho, podendo, assim, recorrer à primeira situação-problema. Luc simplesmente repetiu não saber resolver a situação-problema; na realidade, pareceu-nos que Luc desistiu da atividade. Afirmou várias vezes:

"Não consigo." - Luc (14,7).

Na atividade relacionada à estimativa do número de cômodos, encontramos respostas extremamente interessantes e de certa forma conclusivas.

"Acho que é a mesma coisa: quatro. Do lado, dois." - Fran (18,0).

"Vai caber quatro, porque o desenho do quarto é menor." - Ma (39,9).

"Dois, porque só tem dois quartos." - Ire (32,4).

"Quatro. Porque são iguais os desenhos e um é maior que o outro quatro vezes." - El (32,10).

"Quatro." (Mede a sala com o dedo da mão, tentando estimar.) - An (34,2).

"Acho que cabem quatro porque tem quatro (desenhos pequenos) em cima sobre o grande." - Lu (13,7).

"Quatro." (Estima, medindo com a mão, o tamanho dos desenhos dos quartos.) - Paul (38,0).

A argumentação apresentada pelos sujeitos do grupo dos não escolarizados tem forte correlação entre o que haviam percebido quando cobriram o desenho grande com os menores e a estimativa pedida nessa atividade. Isso demonstra que houve uma avaliação calcada na experiência anterior de cobrir o desenho grande com os menores. A frequência da resposta correta, com uma argumentação lógica, foi maior que no grupo dos escolarizados formalmente. É interessante notar que, ao retirarmos da atividade questões que envolviam contagem de números grandes, os sujeitos não apresentaram erros nela, o que nos leva a supor a existência do senso de proporcionalidade ligado diretamente a estimativas. Aachamos conveniente observar que a estimativa não é um tipo de avaliação exigida nas aulas

convencionais de Matemática em nossas escolas de primeiro e segundo graus, porém é necessária no dia-a-dia das pessoas e, assim, é possível analisar as respostas distintas dos dois grupos por suas respectivas práticas na realidade.

Na terceira situação-problema, tratamos da questão espacial e, utilizando caixas com repartições e blocos verdes que nelas se encaixavam, procuramos estabelecer como os sujeitos estimavam volumes para efetuar encaixes e calcular a quantidade de blocos pertencentes a cada caixa. O senso que aqui buscávamos trabalhar era o cinético-espacial, através da análise de situações que envolviam a capacidade de avaliar, estimar e raciocinar em relação à questão espacial e ao movimento.

Na primeira atividade, considerando três caixas, era pedida a discriminação de maior, menor, média. Os sujeitos desse grupo apresentaram um grau de acerto bom pois, identificavam corretamente as caixas e as respectivas classificações. Mar, Fra e Luc apresentaram respostas em dissonância com o restante do grupo. Mar inicialmente não entendeu a atividade e passou a encaixar todos os blocos em uma única caixa. Tentamos explicar de novo a atividade, mas ela não se deu conta do que é pedido.

"Essa (caixa C) é maior porque cabe todas caixas. A outra (caixa A) é a menor e essa (caixa B) é do meio porque tem pouca divisão." - Mar (26,9).

Por alguns minutos, Mar tentou, em vão, encaixar todos os blocos verdes em uma única caixa. Ao final dessa tentativa, recorreu à explicação sobre o maior número de divisões, esquecendo-se, por exemplo, da altura e do comprimento das caixas. Fra e Luc, diferentemente de Mar, encaixaram os blocos verdes corretamente e, na avaliação da comparação de tamanhos, apresentaram

respostas instigantes, pois argumentaram que a caixa maior era a mais larga ou a mais comprida, quando o normal seria que considerassem a maior a mais alta.

"Essa (caixa A) é menor. Essa (caixa B) é mais alta. Essa (caixa C) é maior porque é mais larga." - Fra (22,2).

"Esta (caixa C) é maior, porque é mais comprida (aponta a base); esta (caixa A) é menor, porque aqui (aponta a base) é menor e esta (caixa B) é do meio." - Luc (14,7).

O restante do grupo dos não escolarizados formalmente apresentou respostas corretas à questão das dimensões das caixas. Destacamos algumas respostas que nos indicam um nível de argumentação muito bom.

"Essa (caixa A) é pequena; essa (caixa B) é maior e essa (caixa C) é média. Essa (caixa B) é maior no comprimento. Essa (caixa C) é grande na largura e pequena no comprimento." (Chama a altura da caixa de comprimento e usa "largura" para significar a base das caixas.) - Fran (18,0).

"Essa (caixa A) é a menor, essa (caixa B) é a maior por causa da altura e essa (caixa C) é a média." - Ma (39,9).

"Essa (caixa A) é média. Essa outra (caixa B) é maior porque é a mais crescida (refere-se a altura). Essa aqui (caixa C) é menor porque é baixa." - El (32,10).

"Essa (caixa A) é média. Essa (caixa B) é a maior, porque é mais alta e mais comprida. Essa (caixa C) é a menor porque é menos alta." - An (34,2).

"Esta (caixa B) é maior porque tem altura e comprimento maior; esta (caixa C) é menor porque é mais baixa e esta (caixa A) é média." - Paul (38,0).

Por esses depoimentos, verificamos que os sujeitos desse grupo buscaram relacionar as dimensões das caixas incluindo a base e a altura delas. Ao estimar o tamanho das caixas, os sujeitos tinham presente que o volume das caixas era o indicador do tamanho delas, isto é, a maioria dos sujeitos desse grupo tinham presente o dado espacial.

Em sequência a essa situação-problema, encontramos a estimativa de quantos blocos verdes que "cabiam" nas caixas. Essa atividade apresentou-se como difícil para o grupo dos não escolarizados formalmente, porque não tinham à disposição o número de blocos verdes suficientes para completar todos os compartimentos das caixas. A estimativa, então, deveria ser executada por uma estratégia de solução que envolvesse estruturas aditivas ou multiplicativas, eliminando-se, então, a contagem pura e simples, como na primeira e segunda situações-problema.

Um grande número de sujeitos apresentou dificuldade na estimativa da quantidade de blocos. Um dos erros mais comuns foi a utilização de uma estrutura aditiva para resolver a questão do número de blocos pertencentes à caixa C. A estrutura aditiva dava conta das caixas A e B, pois o número de blocos por compartimento era respectivamente dois e três; como os compartimentos das caixas eram quatro, os totais resultavam em oito e doze. Percebemos que até chegar a esses totais, os sujeitos desse grupo resolviam a atividade; na caixa C que possuía nove compartimentos com três blocos em cada um, o total resultava em vinte e sete. Então, essa estrutura aditiva inicial tornava-se um empecilho, pois gerava erros de contagem. Destacamos que alguns sujeitos, mesmo assim, deram conta da resposta correta.

"Nessa (caixa A) cabem 8; nessa (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa C), 27." - *Fran (18,0)*.

"Nessa (caixa A) cabem 8; nessa (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa C) cabe um montão." (Conta e atrapalha-se com a operação: $21 + 3 = 25$. Desiste e fala:) "Uns trinta." - *Ma (39,9)*.

(Tem dificuldade em estimar a quantidade de blocos que cabem nas caixas.) "Vou contar nos dedos. Vai dar dois em cada lado, 16." (Fala em relação a caixa A.) "Nessa (caixa B), 12. E, nessa (caixa C), dá um monte, uns dez." - *Ire (32,4)*.

"Nessa (caixa A), 8; nessa (caixa B), 8 (Não percebeu que havia colocado três blocos verdes em cada divisão da caixa.); E, nessa (caixa C), 18." - *El (32,10)*.

"Nessa (caixa A), 8; nessa (caixa B), 12 e nessa (caixa C), 27." - *An (34,2)*.

"Nessa (caixa A), 8; nessa (caixa B), 12; nessa (caixa C), 29." - *Marci (14,0)*.

"Aqui (caixa A) cabem 8, aqui (caixa B) cabem 12 e nesta (caixa C) 27." - *Paul (38,0)*.

"Aqui (caixa B) cabe 12, aqui (caixa A) cabe 8 e nesta (na caixa C, tenta contar mas desiste.) cabem uns trinta." - *Luc (14,7)*.

Alguns dos sujeitos desse grupo de pesquisados desistiram antes mesmo de tentarem efetuar algum tipo de estimativa, respondendo a esmo um

número qualquer. Esse foi o caso de Mar e Jo. Jo, quando questionado sobre o motivo da resposta, disse:

"De olhar." - Jo (41,7).

Na quarta situação-problema, procuramos investigar a origem do conhecimento dos entrevistados e verificar se eles faziam alguma correlação entre as três situações-problema anteriores e a prática efetuada nas atividades cotidianas que exerciam. Nessa quarta e última situação, objetivamos que os sujeitos do grupo dos não escolarizados formalmente nos indicassem quais aspectos do seu dia-a-dia facilitavam os raciocínios utilizados e encaminhavam as estratégias de solução das atividades.

Pelo pouco ou nenhum tempo de escolaridade dos sujeitos, não esperávamos que indicassem fatores escolares como determinantes das respostas e, vale dizer, não esperávamos que esse grupo reconhecesse nossas atividades como ligadas a alguma prática escolar e muito menos à Matemática. Perguntamos, então, a cada sujeito, se identificava o que tínhamos feito com alguma atividade que estava exercendo ou tinha exercido. Listamos algumas respostas:

"Não." - Fran (18,0).

"Vivi na roça. Não tinha nada igual." - Ma (39,9).

"Já. No elefante, um quebra-cabeça, por causa do encaixe." - Ire (32,4).

"(Acho que é) Português, pelo jeito de fazer as contas, dividir as pecinha e cada desenho no lugar." - Mar (26,9).

"Quando era criança, pegava taco de madeira e brincava de carrinho com taco de madeira." - Jo (41,7).

"Não. Talvez quebra-cabeça. Nas caixas, lembrei do jogo de dados. Acho que isto que nós fizemos é Matemática, porque são pecinhas para contar e para fazer números." ² - El (32,10).

"Não, no trabalho é só derrubá a cana. Acho que é um jogo de quebra-cabeça ou xadrez. Quando vou viajá, eu arrumo as malas e tem que encaixar. (Diz isto, apontando para as caixas e os blocos verdes. E pergunta:) É aula de Matemática?" ³ - An (34,2).

"Não." - Marci (14,0).

"Já trabalhei como ajudante de pedreiro. Tem os azulejo, só que diferente e tem os tijolo (Aponta os blocos verdes.). E a gente alinha tudo (Fala isto, reclamando da primeira atividade.)." - Fra (22,2).

"Brinquei no pré (Aponta as pecinhas sobre a mesa.). O resto, não." - Lu (13,7).

"Faço (no serviço). Tem que separar as peças diferentes por tamanho e colocar no seu lugar. É igual (nas caixas), Tem que saber quando cabe." - Paul (38,0).

2 Grifo nosso.

3 Grifo nosso.

"Não. Já ajudei meu irmão com azulejo. Era tudo igual, aqui era tudo diferente." - Luc (14,7).

Inicialmente, é importante destacar dois depoimentos diferenciados do conjunto das vinte e quatro entrevistas realizadas. El e An, freqüentavam a escola há três meses. Anteriormente haviam freqüentado a escola o "suficiente para assinar o nome", no caso de An e durante um ano há vinte e três anos atrás, no caso de El. Estudavam num curso supletivo noturno. Uma era cortadora de cana de açúcar e outra, empregada doméstica. E, exatamente esses dois sujeitos da pesquisa é que perceberam o objeto dela. Os escolarizados formalmente, inclusive com alunos pertencentes à oitava série do primeiro grau, não perceberam o objeto da pesquisa e dois sujeitos semi-alfabetizados localizaram-no corretamente. Destacamos, mais ainda: El e An não localizaram as atividades como relacionadas ao seu cotidiano, mas sim como algo pertencente ao universo escolar no qual há três meses, estavam penetrando.

Essa constatação é fundamental para indicar, caso reste alguma dúvida, que a percepção dos alunos de primeiro grau sobre a Matemática é algo diferente da prática com figuras, números ou contagens. A prática de Matemática para eles situa-se, infelizmente, em um universo de exercícios repetitivos e problemas vazios de substância. Apontamos o fato de que a visão internalista contribui fundamentalmente para essa percepção estéril do que é a Matemática.

No *constructo reflexivo matemático* descrito no capítulo três, apontamos os *sensos matemáticos* como um movimento que incluía dois momentos: a *prática humana* e a *argumentação*. Pelo até aqui exposto, para uma análise mais detalhada da questão relativa à prática humana, torna-se mais conveniente uma separação entre os dois grupos, pois suas práticas são distintas, sendo uma escolar e

outra empírica, oriunda do trabalho.

No grupo dos escolarizados formalmente, destacamos que os resultados obtidos na pesquisa deixaram muito a desejar com relação à prática escolar da Educação Matemática que se apresentou fragmentada, pois a realidade escolar a que estão submetidos os alunos de nossas escolas privilegia a "transmissão" do conhecimento elaborado, sem que esse conteúdo tenha, em algum momento, significado externo ao da reprodução - aqui tomada no sentido ideológico do termo, conforme o estipulado por Bourdieu-Passeron⁴ e Althusser⁵.

Os depoimentos dos sujeitos pertencente ao grupo do escolarizados formalmente em momento algum significaram nossas atividades como relativas ao ensino de Matemática, preferindo identificá-las como relativas ao lúdico. Os sujeitos desse grupo não identificaram as atividades que desenvolvemos como Matemática, porque esta, enquanto disciplina escolar, está submetida a uma prática burocrática que envolve livros, cadernos, giz, lousa, exercícios e explicações. Na prática escolar, a Matemática não é identificada com algo relativo à criatividade, construção, resolução de problemas e realidade e, por isso mesmo, não possui estratégias de resolução, estimativas ou materiais didáticos distintos dos acima mencionados.

É importante salientar que, durante as atividades com o grupo dos escolarizados, tomamos especial atenção às narrativas deles no sentido de verificar até que ponto a argumentação utilizada era originada em uma visão

4 BOURDIEU, P. e PASSERON, J. C., *A Reprodução*, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves Editora S. A., 1975.

5 ALTHUSSER, L., *Ideologia e Aparelhos Ideológicos do Estado*, Lisboa: Editorial Presença/Martins Fontes, 1980.

internalista da Matemática. Entre as várias argumentações dos sujeitos, destacamos dois grupos: as quatro primeiras das abaixo relacionadas, que constataam a visão internalista da Matemática; e as quatro seguintes, que demonstram a existência da possibilidade externalista na Educação Matemática.

"Não." - Clau (13,4).

"Não. Na escola não." - Juli (10,4).

"Assim é difícil!" - Rosi (14,1).

"Quadrado, triângulo (mostra o retângulo) e ângulo (mostra o triângulo)." - Rosi (14,1).

"Aqui (quarto) é igual a um quadradinho. (tomou dois quadradinhos e cobriu o quarto do desenho maior) Cabe duas vezes." - Wla (9,2).

"Meu pai é pedreiro e eu ajudo a empilhar tijolos e as atividades das caixas é igual. (por) Isso fácil de responder perguntas." - Elai (12,3).

"Quatro (faz dobraduras no papel)." - Almi (15,2).

"Eu tinha um joginho de madeira, em casa, e gostava muito dele. Era parecido. ... No trabalho (de catar papel junto com a mãe) tem que pegar as caixas e rasgar para caber bastante na carroça. Se não rasgar (as caixas) ocupa muito lugar na carroça." - Ale (11,3).

Essas argumentações foram escolhidas porque indicam não só explicações matemáticas mas, vale dizer, indicam que os alunos esperam que seus

professores encontrem caminhos metodológicos que incluam a realidade, o jogo, o brinquedo e, enfim, a vida nas aulas de Matemática. Quando isso for feito, as *argumentações* de usar o quadradinho, empilhar tijolos, fazer dobraduras e rasgar caixas servirão para construir o conhecimento matemático.

No grupo dos não escolarizados formalmente, o estudo da *prática humana* e da *argumentação*, inicialmente sugeria-nos a existência de uma construção do saber matemático a partir da atividade prática do homem no seu dia-a-dia, por isso tomamos a questão do trabalho como nuclear. Essa questão tornou-se polêmica durante o decorrer da pesquisa, uma vez que a princípio faltou uma análise mais profunda das relações do homem com o trabalho, dentro de uma sociedade que tem fundamentos na divisão do trabalho.

Alguns depoimentos de sujeitos desse grupo alertaram para o fato de que o trabalho, só pelo fato de ser desenvolvido por seres humanos, não implica necessariamente na elaboração de cultura - no nosso caso particular, Matemática. Alguns depoimentos foram cruciais para que explorássemos esta temática.

"Cobri, acho que tava errado. Nunca fiz isso na vida." - Mar (26,9).

"Aí ... tem que dar quatro a mais ... não sou bom de conta, às vez saio do ar e dou troco errado. Quando é a menos a pessoa reclama." E quando é a mais? (Jo não responde com palavras, sorri.) - Jo (41,7).

"Não, no trabalho é só derrubá a cana." - An (34,2).

Esses depoimentos levaram-nos a refletir a questão do trabalho

como produtor de conhecimentos matemáticos, o que, na realidade, era nossa primeira premissa teórica. Ora, vejamos: Jo, durante a semana, cortava cana de açúcar como bóia-fria e considerava lazer quando aos domingos vendia algodão-doce no centro de Rio Claro. A entrevista de Jo foi a que mais nos chamou a atenção, pelo fato de que ele nos passava a impressão de distanciamento e, ao mesmo tempo, de felicidade. Esse fato ficou esclarecido quando, ao final da entrevista, Jo comentou feliz que, ao mexer com as pecinhas, estava em Minas, terra natal dele, brincando com a sobrinha. Para ele, esse foi o significado daquela hora em que trabalhamos juntos e foi, talvez, sua única hora de lazer da semana. Assim, quando chegou essa hora, ele retornou à terra natal. A questão que a história de Jo coloca é a seguinte: se o trabalho produz cultura e, por conseqüência, matemática por que a análise da entrevista dele mostra exatamente o contrário? Por que An, que teve uma entrevista interessante do ponto de vista matemático, disse que no trabalho é só derrubar cana? Por que Mar - que tinha uma história de vida ligada ao trabalho agrário- apresentou uma entrevista tão tortuosa e desconexa?

Para responder essas questões, acreditamos ser necessária uma outra pesquisa. Encontramos, porém, alguns indicadores teóricos que apontam uma série de problemas nas afirmações de que o trabalho - tomado como categoria abstrata - produz conhecimento e, por decorrência, cultura. Marx, no livro 1, de "O Capital", já fornecia pistas sobre esse problema e, vale dizer, criticava a divisão de trabalho como um meio de empobrecimento do "trabalhador parcial", aquele que executa uma tarefa dentre várias necessárias dentro do processo de divisão do trabalho.

"Os conhecimentos, a compreensão e a vontade, que o camponês ou artesão autônomo desenvolve mesmo em pequena escala, como o selvagem exercita toda a

*arte da guerra como astúcia pessoal, agora passam a ser exigidos apenas pela oficina em seu conjunto. As potências intelectuais da produção ampliam sua escala por um lado, porque desaparecem por muitos lados. O que os trabalhadores parciais perdem, concentra-se no capital com que se confrontam. É um produto da divisão manufatureira do trabalho opor-lhes as forças intelectuais do processo material de produção como propriedade alheia e poder que os domina. Esse processo de dissociação começa na cooperação simples, em que o capitalista representa em face dos trabalhadores individuais a unidade e a vontade do corpo social de trabalho. O processo desenvolve-se na manufatura, que mutila o trabalhador, convertendo-o em trabalhador parcial. Ele se completa na grande indústria, que separado do trabalho a ciência como potência autônoma de produção e a força a servir ao capital."*⁶

A questão proposta passa a ser então que tipo de trabalho pode facilitar a formação de conceitos ou conhecimentos por parte do trabalhador. E aqui encontramos no texto de Marx o indicador de que a produção de cultura vai depender de se o trabalhador está envolvido em um "trabalho parcial" - onde é um peça na engrenagem - ou se está envolvido em um trabalho em que ele, trabalhador, domine

6 MARX, K., *O Capital*, São Paulo: Abril S. A. Cultural, 1985, 2ª edição, v. 1, p. 283 - 284. (Os Economistas). Grifo nosso.

as etapas de produção. Parece-nos que a segunda hipótese é a que possibilita a aquisição de cultura por intermédio do trabalho; é, porém, a que está excluída no sistema capitalista de produção⁷.

Essa discussão a respeito do trabalho, apresenta-se como parte integrante dessa pesquisa, pois o grupo dos não escolarizados formalmente era constituída de trabalhadores parciais, em grande parte de origem agrária, e, portanto, com condições frágeis de produção de conhecimentos mais elaborados. *Emerge dessa constatação a importância da educação e, não, o seu contrário.* Inferimos dessa incursão no mundo do trabalho a importância que tem, para o trabalhador, a escola como veículo de transmissão de conhecimentos. Não falamos, porém, daquela escola que possui as falhas apontadas no grupo dos escolarizados formalmente, a qual seguindo a visão internalista da Matemática, reitera a descrição de Marx, sobre a divisão do trabalho na indústria manufatureira ou nas oficinas, com "professores parciais" e, vale dizer, com "conteúdos parciais" o que objetivamente explicita e encarna a ideologia hegemônica na sociedade capitalista.

Afirmamos isto basicamente apoiados em uma *argumentação* de dois sujeitos não escolarizados formalmente e que indicam que o trabalhador identifica a possibilidade da educação a partir do momento em que ela serve para ler o mundo circundante.

El, ao contar sua história comentou: *"Com cinco filhos e sem estudo, fui trabalhar de doméstica e resolvi voltá a estudar a noite prá vê se acho coisa*

7 Não é nossa pretensão alongar essa discussão porém, sugerimos a leitura de ARENT, H., *A Condição Humana*, Rio de Janeiro: Forense-Universitária; Rio de Janeiro: Salamandra; São Paulo: Ed. Universidade de São Paulo, 1981. Recomendamos, em especial, a leitura do capítulo terceiro - Labor - e do capítulo quarto - Trabalho.

melhor." E, no final da entrevista, afirmou: "Acho que isto que nós fizemos é Matemática, porque são pecinhas para contar e para fazer números." - El (32,10).

An, na sua história, narrou: *"Olha, eu trabalhei em roça, cortá cana. Mas sem carteira assinada."* Estava preocupada com o fato de trabalhar e não possuir carteira profissional. Seu receio era o de trabalhadora parcial e, vale dizer, essa era a preocupação central dela no início da entrevista. No final da entrevista, porém, disparou: *"É aula de Matemática?" - An (34,2).*

Quando, ao iniciarmos nosso trabalho, propusemos a necessidade de uma etapa da pesquisa onde fosse efetuada a superação do modelo teórico inicialmente proposto, admitíamos essa etapa como uma premissa dialética, vislumbrando porém essa superação no âmbito da Educação Matemática. Ao terminarmos o trabalho, percebemos, no entanto, que a superação só foi encontrada no mais geral, na própria sociedade.

Uma educação que se comprometa a construir o cidadão deve, desde o início, ser o espaço para a realidade circundante, principalmente para a sociedade, penetrar com sua diversidade. É impossível pensar em educação, esquecendo-se da riqueza que as trocas com o real possibilitam ao indivíduo e a escola. E, principalmente, pensar em Educação Matemática através dos *sensos matemáticos* é pensar em uma visão para o ensino da Matemática em que o real penetre com toda força e, por isso mesmo, acrescente a discussão da *prática humana* em todas as suas dimensões sociais, políticas e culturais. A busca de uma *argumentação* convincente para a Educação Matemática encontra-se na sociedade. A argumentação interna à própria Matemática retira o substrato próprio do conhecimento e, mais ainda, implica a alienação do sujeito da educação através da própria educação.

BIBLIOGRAFIA

ABBAGNANO, N., **Dicionário de Filosofia**, São Paulo: Editora Mestre Jou, 1970.

ALTHUSSER, L., **Filosofia e Filosofia Espontânea dos Cientistas**, Lisboa: Editorial Presença, 1976.

_____, **Ideologia e Aparelhos Ideológicos do Estado**, Lisboa: Editorial Presença/Martins Fontes, 1980.

ARENT, H., **A Condição Humana**, Rio de Janeiro: Forense-Universitária; Rio de Janeiro: Salamandra; São Paulo: Ed. Universidade de São Paulo, 1981.

ARQUIMEDES, **El Metodo**, Madrid: Alianza Editorial, 1986.

BANFI, A., **Galileu**, Lisboa: Edições 70, 1981.

BASSANEZI, R. C., **Modelagem como Metodologia de Ensino de Matemática**, Campinas: IMECC-UNICAMP, xerox, s/d.

_____, **Modelagem Matemática como Metodologia do Ensino de Matemática**, In: **ACTAS DE LA SÉTIMA CIAEM**, San Domingos: Enseñanza Científica y Tecnológica, Colección de Documentos, nº 37, 1990.

BERNAL, J. D., **Historia Social de la Ciência**, Barcelona: Ediciones Península, 1976, 2 v.

- BORBA, M. C., *Um Estudo de Etnomatemática: sua Incorporação na Elaboração de Uma Proposta Pedagógica Para o "Núcleo Escola da Favela da Vila Nogueira/São Quirino"*, Rio Claro: UNESP/IGCE, Dissertação de Mestrado, 1987.
- BOURDIEU, P., e PASSERON, J. C., *A Reprodução*, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves Editora S. A., 1975.
- BOYER, C. B., *História da Matemática*, São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1974.
- BRONOWSKI, J., & MAZLISH, B., *A Tradição Intelectual do Ocidente*, Lisboa: Edições 70, 1983.
- CARAÇA, B. J., *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1981.
- CARRAHER, T. N., *Aprender Pensando*, Petrópolis: Editora Vozes, 1988.
- CARRAHER, T. N., & CARRAHER, D. W., & SCHLIEMANN, A., *Na Vida Dez, Na Escola Zero*, São Paulo: Cortez Editora, 1988.
- CASTORIADIS, C., *A Instituição Imaginária da Sociedade*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1986.
- COSTA, N. C. A. da, *Introdução aos Fundamentos da Matemática*, São Paulo: Editora Hucitec, 1977.
- CURY, C. R. J., *Educação e Contradição*, São Paulo: Cortez Ed. e Ed. Associados, 1988.
- D'AMBRÓSIO, U., *Culture, Cognition and Science Learning*. In: *Inter-American Seminar on Science Education*. Report, Panamá: 1984.

D'AMBRÓSIO, U., *Developping Mathematics in Third World Countries*. In: *International Conference Held in Khartoun. Proceedings*, March, 1978.

_____, *Etnomatemática*, São Paulo: Editora Ática, 1990.

_____, *Mathematics and Society: Some Historical Considerations and Pedagogical Implications*. In: *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, vol 11, n. 4 , 479-488, 1980.

DAVIS, P. J., & HERSH, R., *A Experiência Matemática*, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves Editora S.A., 1985.

FARRINGTON, B., *A Ciência Grega*, São Paulo: Ibrasa, 1953.

GERDES, P., *Sobre o Despertar do Pensamento Geométrico: Actividade Social e a Possível Origem de Alguns Conceitos e Relações Geométricos Muito Antigos, Considerando em Particular a Matemática dos 'Países em Vias de Desenvolvimento'*, Dresden: Instituto Superior Pedagógico "Karl Wilhelm Wander", Tese de Doutorado, 1988.

GIANNOTTI, J. A., *Filosofia Miúda*, São Paulo: Editora Brasiliense S.A., 1985.

GONSETH, F., *Philosophie Mathématique*, Paris: Librairie Scientifique Hermann et Cie, 1939.

GRAMSCI, A., *Concepção Dialética da História*, Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira, 1984.

HEATH, T. L., *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, New York: Dover Publications Inc., 1956, I Vol.

- IMENES, L. M., **Um Estudo Sobre o Fracasso do Ensino e da Aprendizagem da Matemática**, Rio Claro: UNESP/IGCE, Dissertação de Mestrado, 1989.
- KAMII, C., **A Criança e o Número**, Campinas: Ed. Papirus, 1985.
- _____, **Reinventando a Aritmética**, Campinas: Ed. Papirus, 1986.
- KARSON, P., **A Magia dos Números**, Porto Alegre: Editora Globo, 1961.
- KLINE, M., **O Fracasso da Matemática Moderna**, São Paulo: IBRASA, 1976.
- KNEALE, W., & KNEALE, M., **O Desenvolvimento da Lógica**, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1980.
- KOPNIN, P. V., **A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento**, Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira S.A., 1978.
- KOSIK, K., **Dialética do Concreto**, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra S.A., 1976.
- LEFEBVRE, H., **Lógica Formal/Lógica Dialética**, Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira S.A., 1983.
- LINTZ, R. G., **História da Matemática**, Campinas: Mimeografado, s.d.
- MACHADO, N. J., **Matemática e Realidade**, São Paulo: Cortez Ed. e Autores Associados, 1987.
- MARTINS, J., & BICUDO, M.A.V., **A Pesquisa Qualitativa Em Psicologia**, São Paulo: Editora Moraes, 1989.
- MARX, K., **Formações Econômicas Pré-Capitalistas**, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra S.A., 1985.

MARX, K., *Manuscritos Econômico-Filosóficos e Outros Textos Escolhidos*, São Paulo: Abril S.A. Cultural, Os Pensadores, 1985.

_____, *O Capital*, São Paulo: Abril S. A. Cultural, vol.1, Os Economistas, 1985.

MARX, K., & ENGELS, F., *A Ideologia Alemã*, São Paulo: Editora Moraes, 1984.

NORDON, D., *Les Mathématiques Pures N' Existent Pas !*, France: Actes Sud, 1981.

PIAGET, J., *Recherches Sur L' Abstraction Réfléchissante*, Paris: Presses Universitaires de France, 1977.

PIAGET, J. et Alli, *La Enseñanza de las Matematicas*, Madrid: Aguilar, S.A. de Ediciones, 1968.

PIAGET, J., & INHELDER, B., *Gênese das Estruturas Lógicas Elementares*, Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

PIAGET, J. & SZEMINSKA, A., *The Child's Conception of Geometry*, New York: Harper Torchbooks, 1964.

PIAGET, J., & SZEMINSKA, A., *A Gênese do Número na Criança*, Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

PINTO, A. V., *Ciência e Existência*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra S.A., 1979.

POLYA, G., *A Arte de Resolver Problemas*, Rio de Janeiro: Inter-Ciência, 1977.

_____, *Mathematical Discovery*, New York: John Wiley & Sons, 1981, 2 v.

SAVIANI, D., *Escola e Democracia*, São Paulo: Cortez Ed. e Autores Associados, 1984.

- SAVIANI, D., Tendências e Correntes da Educação Brasileira. In: DURMEVAL, T.N., *Filosofia da Educação Brasileira*, Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira, 1983.
- SEVERI, F., & CONFORTO, F., Caratteri e Indirizzi Della Matematica Moderna. In Berzolari, L. *Enciclopedia Delle Matematiche Elementari*, Milão: Vol III, Parte II, 1943.
- SNYDERS, G., *Para onde vão as Pedagogias não Directivas?*, Lisboa: Moraes Editora, 1978.
- SOUZA, A. C. C., *Matemática e Sociedade: Um Estudo das Categorias do Conhecimento Matemático*, Campinas: FE/UNICAMP, Dissertação de Mestrado, 1986.
- STRUICK, D. J., *História Concisa das Matemáticas*, Lisboa: Gradiva Publicações Ltda, 1989.
- UCHÔA, A. M. R., *A Constituição do Sujeito por Reconstrução Endógena das Interações: Um Estudo Sobre a Abstração Reflexiva*, São Paulo: USP/Instituto de Psicologia, Dissertação de Mestrado, 1988.
- VÁZQUEZ, A. S., *Filosofia da Práxis*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1977.
- VERA, F., *Científicos Gregos*, Madrid: Aguilar S.A. de Ediciones, 1970.
- VYGOTSKY, L. S., *A Formação Social da Mente*, São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1989.
- _____, *Pensamento e Linguagem*, São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1989.

ANEXOS

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Wla.

Natural: Manaus.

IDADE: 9 anos

(15/03).

NOME DO PAI: G. R. R.

IDADE: Não sabe.

NOME DA MÃE: E. S. B.

IDADE: Não sabe.

PROFISSÃO DO PAI: Motorista Intermunicipal.

PROFISSÃO DA MÃE: Não trabalha.

ESCOLARIDADE: 2 anos. Estuda no Ciclo Básico.

NOME DA ESCOLA: 1. IBA - Manaus.

2. E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Nunca trabalhou.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Carrinho, boneco de guerra e bolinha de gude.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Bola.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Quadrado, triângulo e retângulo.» (Reconhece as formas geométricas apresentadas.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

«São iguais, só diferem pelo tamanho.» (Aponta primeiro os quadrados, posteriormente os triângulos e, por último, os retângulos, mostrando que a diferença está no tamanho.)
«Triângulo grande diferente do triângulo pequeno.» (Não há referência a cor.)

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«São iguais do mesmo jeito.» (Nitidamente possui o conceito de forma geométrica.)

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

«Esta (quadrado grande) é maior e essa menor (quadrado pequeno).» (Apontou todos os grupos de peças corretamente afirmando quais eram as maiores e quais eram as menores. Fala muito pouco, prefere apontar as peças ou grupos de peças. Executa as tarefas rapidamente.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

Essas peças sobre a mesa estão muito misturadas Você pode separá-las de uma forma melhor? «De qualquer jeito?» Sim. (Começa organizando os quadrados independente da cor ou do tamanho. Usa a mão como medida, alinhando as peças. Inicia pelos quadrados pequenos, coloridos e grandes juntamente; continua com os retângulos e triângulos, procedendo da mesma forma. Trabalha em rígido silêncio. Agora, sem que eu peça, separa os quadrados por tamanho e repete a operação com os triângulos e retângulos.). As peças menores podem cobrir as peças maiores? «Para essas (quadrados), não.» E para as outras? «Sim .» (Começa a cobrir o maior triângulo de todos com os menores triângulos como ato contínuo da resposta. Todos os triângulos são cobertos corretamente). E agora, dá para pensar nos quadrados? «Não. Mas para estas (retângulos) dá.» (Completa os retângulos.) E os quadrados? «Acho que dá.» (Olha atentamente os retângulos e começa a cobrir os quadrados rapidamente. Inicia pelo quadrado grande recoberto pelos quadradinhos menores. Parece que descobriu um "algoritmo", pois usa sequencialmente sempre as figuras grandes e pequenas primeiro; depois, as médias.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

«Esse (quadrado grande) 2. Esse (quadrado médio), 2. Esse (triângulo grande), 4. Esse (triângulo médio), 2. E esse (retângulo grande), 3.» (Enuncia corretamente todas as relações com segurança. Observo que conta as figuras).

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Separa as plantas das casas corretamente em maiores e menores.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

Wla, você sabe o que está escrito aqui (mostro o desenho da casa)? «Quintal, jardim, quarto, quarto, sala, banheiro.» O desenho menor cabe no maior? «Sim.» (Repete a operação efetuada com as figuras geométricas, recobrindo a planta maior com a menor.) «A planta menor cabe duas vezes em cada lado da planta maior.» E a planta toda? «Quatro vezes.» (Resposta correta.)

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Sim.» E os desenhos dos quartos, por exemplo, da figura menor "cabem" na maior? «Sim.» Por que? (Não respondeu. Levantou-se, tomou o quadradinho menor das peças geométricas, comparou-o com o tamanho do quarto do desenho menor.) «Aqui (quarto) é igual a um quadradinho.» (Tomou dois quadradinhos e cobriu o quarto do desenho maior.) «Cabe duas vezes.»

C) Nesses desenhos quais são parecidos? Por quê?

«Os desenhos são parecidos quando têm o mesmo tamanho.»

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (B) é maior porque é mais alta e essa (C) é menor porque é menos alta.» (Não se preocupa com as dimensões da base das caixas.)

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa A) cabem dois na altura e dois no comprimento; nessa (caixa B) cabem três na altura e dois no comprimento e nessa (caixa C) cabem três na altura e três no comprimento.»

B1. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Aqui (A) 2, aqui (B) 3 e aqui (C) 3.»

B2. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

«2 (A), 3 (B) e 3 (C).»

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«São diferentes; só são iguais pelas divisões.» (Aqui mencionava o fato de todas caixas terem divisões internas.)

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

«Aqui eu contava (mostra as figuras geométricas).» A peças em cima? «É.» E do lado? «Também.» E nas caixas? «É igual, conto também.» E nos desenhos? «É diferente, tem que usar o quadradinho como medida.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Conto.» Já brincou ou estudou coisas parecidas com essas que nós fizemos? «Não.» Você alguma vez ajudou em casa fazendo coisas parecidas com essas? «Não, porque isso é uma brincadeira, um jogo.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.

SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Re.

Natural: Rio Claro.

IDADE: 13 anos

(14/03).

NOME DO PAI: J. A. S.

IDADE: 56 anos.

NOME DA MÃE: S. B. S.

IDADE: 41 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Guarda-noturno.

PROFISSÃO DA MÃE: Trabalhava numa granja. Atualmente só em casa.

ESCOLARIDADE: 7 anos. Fez a pré-escola. Estuda na 6^a série.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G. "Nelson Stroili".

TRABALHO: Não trabalha.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Amarelinha, roda, boneca.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Basquete, Música internacional.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Retângulos, quadrados e triângulos.» (Identifica corretamente os diferentes tamanhos das peças. Sem que peça separe todas as peças por cor.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

«Essas são (dois triângulos pequenos).» E se um dos triângulos fosse vermelho? «Continua sendo triângulo, igual.» (Afirma categoricamente que a forma independe da cor.)

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«A cor é diferente.» (Acredito que tenta expressar o conceito de igualdade conforme o determinado pela Matemática, isto é, pela visão internalista desta.)

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

As peças que estão sobre a mesa estão misturadas. Daria para arrumá-las melhor? «Sim.» (Separa corretamente as peças por critério de tamanho, cor e forma. Empilha todas as peças. Na realidade arruma as peças em montinhos, segundo critérios próprios.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

(Fica desconfiada da pergunta.) «Acho que sim.» (Começa por cobrir os retângulos. Executa a tarefa corretamente. Ao cobrir os quadrados, vacila. Fica em dúvida se usa os triângulos ou os quadrados. Também trabalha em rígido silêncio. Observa os retângulos. Acerta os quadrados. Executa rapidamente a tarefa com os triângulos.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

«Nessa (quadrado grande) cabem 2; nessa (triângulo médio) cabem 2; nessa (triângulo grande), 4; nessa (retângulo grande), 3.» (Identifica todas as relações em todas as peças cobertas, sem titubear em nenhuma resposta.)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Identifica os esquemas gráficos de casas em grupos de desenhos iguais. Separa as maiores e as menores. Identifica o grupo das médias.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

(Tem dificuldade em relação ao jardim e ao quintal representados nos desenhos.) «E aqui (mostra o jardim) conta?». Sim. (Fica em dúvida de como proceder. Conclui que devem estar sempre na mesma direção, isto é, ao comparar dois desenhos de casas, uma maior e outra menor, os desenhos devem ter coincidência de forma. Cobre a casa maior com o desenho de casa menor.) «Cabe duas vezes.» O desenho todo ou no lado? «No lado.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«É dois, porque é maior (aponta o desenho grande).» (Fica indecisa quanto à resposta). Você pode arranjar uma medida de comparação?. Re pergunta: «Pode usar as figuras?». (Digo que sim. Usa o quadradinho. Põe o quadradinho sobre o desenho menor) «É dois.» (Erra a resposta.)

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas) Esses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«Os desenhos são iguais quando têm o mesmo tamanho e parecidos quando têm tamanhos diferentes.»

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores ?

«Essa (caixa C) é menor, essa (caixa B) é maior e essa (caixa A) é média.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? (Peço para que, usando os blocos verdes como medida, responda quanto "cabe" nas divisões.)

«Nesta (caixa C), 3, nesta (caixa B), 2 e na última (caixa A), 3.»

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

(Tem dificuldade de dar uma resposta direta. Peço que use a medida e considere a caixa nas duas situações abaixo.)

Sem considerar a altura: «Nessa (caixa C), 9, nessa (caixa B), 4 e nessa (caixa A), 4.»
Considerando a altura: «Nessa (C), 18, nessa (B), 12 e nessa (A), 12.»

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

(Empilha em uma divisão da caixa C os blocos verdes) «Cabe 3.» (Repete a ação para a caixa B) «Cabem 2.» (Idem para a caixa A) «Cabem 3.»

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a ação efetuada no item anterior para a caixa C.) «É igual à outra (atividade anterior).» (Conclui o mesmo em relação às outras caixas.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«São iguais quando cabe a mesma quantidade de blocos verdes.» (Re não percebeu que as caixas medidas têm diferentes tamanhos e, portanto, volumes diferentes.)

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

(É reticente.) «Contando. Eu contava nas figuras geométricas, no desenho da casa e nas caixas.» (Reafirma que tudo é uma questão de contar.)

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Para descobrir o quanto cabia, eu recobria as figuras geométricas, os desenhos das casas e as divisões das caixas.» Essas atividades que nós fizemos têm alguma relação com suas atividades normais do dia-a-dia? «Não.» Você já fez alguma atividade desta na escola? «Não.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Clau

Natural: Rio Claro.

IDADE: 13 anos

(17/01).

NOME DO PAI: V. F.

IDADE: 36 anos.

NOME DA MÃE: R. C. F.

IDADE: 30 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Operário. Indústria Tigre.

PROFISSÃO DA MÃE: Não trabalha fora de casa.

ESCOLARIDADE: 7 anos. Fez a pré-escola. Estuda na 6^a série.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Não trabalha.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Papagaio (pipa).

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Caminhadas, futebol, carrinho e bolinha de gude.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Triângulos, quadrados e retângulos.» (independente de cor e tamanho.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

«As peças são iguais quando têm o mesmo tamanho.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«Este (triângulo grande e cinza) é mais grande que o outro (triângulo vermelho e pequeno).» Essa peças têm algo igual? «Só são iguais quando têm o mesmo tamanho.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Aponta as maiores e as menores, corretamente.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

Essas peças que estão sobre a mesa estão misturadas. Você poderia organizar melhor? «Sim.» (Separa primeiro as maiores. Em seguida, usa o critério de separar por cor, forma e tamanho. Nas grandes optou por deixar as cores juntas.) As peças pequenas podem cobrir as grandes? «Sim.» (Faz várias tentativas combinando formas diferentes. Não acerta. Refaz. Observo que trabalha com dificuldade, muito lentamente. Acerta o triângulo médio. Insiste em peças de formas diferentes.) Veja como você cobriu o triângulo! Será que nas outras é igual? (Tenta o triângulo grande com os triângulos pequenos. Acerta. Logo após, ao fazer o quadrado, insiste com os triângulos médios para recobri-los. Falha.) «Aqui vai sobrar.» (Tenta o quadrado vermelho com os quadradinhos vermelhos.) «Aqui também sobra.» Não pode sobrar! (Sugiro que perceba o fato de como as formas combinam nos exemplos anteriores. Cobre o retângulo médio com retângulos pequenos utilizando a posição vertical. Cobre o triângulo maior com os triângulos pequenos. Após várias sugestões, descobre como cobrir os quadrados. «Pode usar cores diferentes para cobrir figuras?» (Demonstra dúvida quanto à igualdade das formas. Cobre o quadrado médio com os retângulos. Aprende a cobrir com peças de mesma forma. Passa a esgotar as possibilidades de cobrir utilizando as figuras restantes.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

«Neste (quadrado grande), 2. Neste (triângulo grande), 7; neste (retângulo grande) 1 e 4.» (Responde contando o número de quadrados, de retângulos e de triângulos que "cabem" nos lados das figuras. Atrapalha-se nos triângulos, por conta das "pontas" - os vértices. Clau, ao perceber a relação entre os lados das figuras que cobrem e as figuras cobertas refaz algumas atividades feitas anteriormente como, por exemplo, a do quadrado coberto com retângulos.)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Localiza corretamente maiores e menores.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

(Cobre o desenho maior com os desenhos menores tal qual havia feito nas figuras. Entende, parece, que esta atividade é continuação da anterior e, portanto, procede da mesma forma.) «Cabem quatro vezes.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

(Não faz comparações.) «Cabem quatro, porque o desenho menor cabe quatro vezes no maior.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas) Esses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«São parecidos no desenho; no tamanho, não.» (Percebo que usa "parecido" como sinônimo de "igual".)

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa(caixa B) é a maior, essa (caixa A) é menor.» E a outra caixa? «É média (caixa C).»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Tem problemas para lidar com a questão do volume. Fica indeciso várias vezes na hora de encaixar os blocos verdes.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa ?

«Nessa (caixa C), 9.» (Fica indeciso.) «Não, 18. Nessa (caixa B), 8 e nessa (caixa A), 8.»

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Aqui (caixa C), 2; aqui (caixa B), 2 e nessa (caixa A), 1.»

(Hesitou várias vezes e atrapalhou-se com os blocos verdes e as caixas a serem calculadas. Errou todas as respostas.)

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

«Altura?» (Quando questionado em relação à altura perguntou várias vezes o que era altura. Não percebeu a relação que havia entre as caixas. Trabalhou confusamente, sem transferir as situações anteriores para a atual. Após várias conversas, estimulou-se a responder. Percebeu a relação entre a base da caixa e dos blocos verdes - forma. Fez os encaixes.) «Aqui (caixa C), 3; aqui, (caixa B) 3; e nessa (caixa A), 2.» (Acertou. Contou o número de blocos verdes.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

(Agora responde quantas vezes "cabem" os blocos verdes em cada uma das caixas.) «Nessa (caixa C), 27; aqui (Caixa B), 12; e nesta (caixa A), 8.» (Acerta. Fez as estimativas a partir da altura e do número de divisões das caixas. Utiliza-se da conta de multiplicar.) Tem certeza dessas respostas? «Sim.» Quando as caixas são iguais? «Quando têm o mesmo tamanho.» Que é tamanho? «Quando tem o mesmo número de blocos verdes.» E quando são parecidas? «Quando têm o mesmo número de divisões.»

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las? Para você o que é "caber"?

«Caber é quando a gente cobre.» E o "quanto cabe"? «Pensei como no do cobrir.» Pensou nos lados das figuras geométricas? «Não.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

(Para responder quanto cabe, diz que pensou no quanto cobria e nos lados.) «Contava o que tinha em cima e do lado.» (Clau comporta-se como se estivesse sendo cobrado a dar respostas certas. Tem medo de errar. Presta muita atenção nas perguntas para perceber se elas contêm as respostas. Não localiza o que fizemos como uma atividade escolar ou uma atividade desenvolvida normalmente.)

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA. SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Regi

Natural: Rio Claro.

IDADE: 8 anos

(Não lembra o dia, agosto).

NOME DO PAI: D. S. S.

IDADE: «Acho que 17 anos.»

NOME DA MÃE: E. C. S.

IDADE: não sabe.

PROFISSÃO DO PAI: Atualmente não sabe em quê. Antes trabalhava no DAAE.

PROFISSÃO DA MÃE: Não trabalha.

ESCOLARIDADE: 3 anos. Fez pré-escola. Cursa o Ciclo Básico.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Ajuda a mãe em casa. Toma conta do irmão menor.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Pular corda, bola.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Basquete, brincar de roda, boneca.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

(Esta entrevista foi assistida por uma aluna do curso de Pedagogia que trabalha na escola. Disse que precisava fazer um trabalho para a disciplina de Psicologia. Perguntou-me várias vezes se a entrevista era pelo "método piagetiano". Digo que respondo depois. Regi não liga para a presença da moça, ou melhor, nem percebe que está na sala.)

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

(Regi é quieta.) «Triângulo e o quadrado. Este é quadrado.» (Diz que o retângulo é quadrado.) Você acha que é igual (mostro-lhe o retângulo grande e vermelho para que compare com um quadrado grande e cinza)? «É igual.»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Mostra dois retângulos grandes de cor cinza.) «São iguais (aponta com o dedo) porque tem aqui (base) menor do que aqui (altura).» (Prende-se ao tamanho e à cor.)

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«São diferentes.» Elas têm (aponto duas peças triangulares de cor e tamanho diferentes) algo em comum, de igual? «São diferentes, porque têm tamanho e cor diferentes.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Peço que pegue duas peças.) Qual é maior e qual é menor? «Esta (triângulo pequeno) é menor e esta (triângulo médio) é maior.» (Responde corretamente, mostrando alternadamente a maior e a menor.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

(Separa as peças por comparação de formas. Atrapalha-se nas figuras com muita diferença de tamanho. Usa a mão como medida. Trabalha em silêncio e absorta. Tenho a impressão de que só está atenta às figuras geométricas. Separa as peças, com alguma dificuldade. Confunde quadrados e retângulos. Não estabelece uma ordenação ou sequência de peças. Não classifica as figuras geométricas.) As peças menores podem cobrir as peças maiores? (Hesita. Não entende o pedido.) «Acho.» (Cobre indiferentemente. Usa quaisquer peças que estejam sobre a mesa. Acredito que não achou o pedido relevante. Proponho que pegue o quadrado grande e use os quadradinhos pequenos para recobri-lo. Incontinentemente repete a ação para o outro quadrado grande. Refaz a atividade para o triângulo grande. Lá fora começa o intervalo. Crianças brincam, correm e tomam merenda. Ofereço a Regi a possibilidade de sair e usufruir do intervalo. Ela aceita. Fico pensando nas dificuldades que ela tem para concentrar-se. Acho que fica distante, brinca ou conversa consigo própria. Talvez não tenha gostado das atividades ou tenha grandes dificuldades para entender o que lhe é pedido. Quando volta,

Regi demonstra dificuldade de concentração. Monta mais algumas figuras. Mistura peças.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

«Aqui (quadrado grande), 4; e aqui (quadrado médio), 4» Em cima da peça ou do lado?
«Do lado» (Responde indistintamente qual a quantidade que cobre a figura toda ou a que cobre o lado. Aponto a diferença. Não registra o estímulo.)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Mostra o desenho de casa médio. Tem dificuldade de identificar maior ou menor no desenho.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

«A menor não cabe na maior.» (Insisto para que efetue, isto é, utilize o material para responder. Cobre a maior. Depois, cobre o desenho maior com os desenhos menores.)
«Cabe quatro vezes.» (Repete a ação para o desenho médio.) «Cabem quatro.» (Não reparou que, para o desenho médio, sobravam as bordas dos desenhos pequenos.)

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Não, só cabe no desenho grande, no resto, não.» (Insisto, ela diz:) «Talvez uma.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Esses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«São parecidos pelo desenho e são iguais quando têm o mesmo tamanho e os mesmos nomes.»

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

(Aponta a caixa C como a média, a caixa B como a maior e a caixa A como a menor.)

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

«No chão (base) cabem (na caixa C) seis; quatro (na caixa B) e quatro também (na caixa A).» E na altura? (Faz várias tentativas. Sinto que tem dificuldade.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

(Insisto na altura como um ponto importante.) Regi aponta a altura da caixa e pergunta: «É isto a altura?» Respondo afirmativamente. (Utiliza os blocos verdes para empilhar.) «Nessa (caixa C) cabem 3; nessa (caixa B) cabem 3 e nessa (caixa A), cabem 3.» (Não responde na caixa toda. Não consegue relacionar a quantidade de blocos verdes necessários para completar as caixas.)

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa C) cabem três, nessa (caixa B) cabem três e nessa (caixa A), duas.»

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a atividade anterior e dá respostas iguais à anterior.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Todas são diferentes por causa do tamanho.»

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

«Cobrir» (Percebe que atividade tem o início com o fato de cobrir as figuras.) Por quê? «Não sei responder.» (Estimulo para que pense em brincadeiras ou jogos de sala de aula. Diz que não localiza.)

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Nunca fiz nada parecido com isso (com o que foi pedido). Achou isso (as atividades) uma brincadeira? «Foi uma brincadeira de cobrir e cobrir quadrados, triângulos e desenhos das casas.» (Não faz menção às caixas.)

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Elai.

Natural: Rio Claro.

IDADE: 12 anos

(26/02).

NOME DO PAI: J. A. J.

IDADE: 38 anos.

NOME DA MÃE: J. P. J.

IDADE: 36 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Pedreiro.

PROFISSÃO DA MÃE: Operária na fábrica "3 Fazendas".

ESCOLARIDADE: 5 anos. Não fez pré-escola. Estuda na 4^a série.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Em casa. Arruma a casa, cozinha e toma conta dos irmãos.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Queimada, elástico, boneca (bastante).

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Música, Tv, vôlei.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Quadrado, triângulo e retângulo.» (Falou os nomes corretos, segurando cada uma das peças na mão.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Mostra dois triângulos) «São iguais porque são triângulos.» (Os dois são triângulos grandes e vermelhos.)

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«As peças de cor e tamanho diferentes não têm nada de igual.» (Não percebe ou não enuncia a questão da forma.)

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Acerta, mostrando maiores e menores. Diferencia a cor.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

As peças que estão sobre a mesa estão misturadas. Você poderia arrumá-las? «De qualquer jeito?» De um jeito que fique bonito. (Começa separando as grandes por forma. Algumas por tamanho. Faz uma classificação independente da cor. Evolui para comparar tamanhos.) As peças pequenas cobrem as peças grandes? «Acho que sim.» (Começa a cobrir o quadrado grande. Tenta com triângulos pequenos. Não dá certo. Tenta cobrir, utilizando peças de diferentes formatos. Desiste. Tenta o quadrado grande com os quadrados pequenos e acerta. Cobre o retângulo médio e acerta. Vai para o triângulo grande com os triângulos pequenos. Percebe que, quando utiliza peças de mesma forma, dá certo. Cobre todas as peças.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Conta quantas cobrem a figura inteira, em primeiro lugar.) «4, 16, 16, 9 (Aponta com o dedo as peças cobertas).» E os lados? « (Novamente aponta com o dedo) 2, 4, 4, 3 .» (Respondeu contando.)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Separa os desenhos organizadamente. Identifica corretamente as maiores, menores e iguais.) «Tem iguais sem ser do mesmo tamanho.» (Refere-se ao desenho.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

(Chamo atenção à posição do jardim e do quintal. Cobre o maior com os desenhos menores) «Cabem quatro.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Cabem duas vezes e sobra um pedaço.» (Não usou nenhum parâmetro de comparação.) Como sabe que são duas vezes e que sobra um pedaço? «De olhar.» Esta quantidade é para todas as divisões? «Sim.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Esses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«São iguais quando são do mesmo tamanho e tem as mesmas divisões.»

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

(Aponta a caixa C como a menor, a B como maior e a caixa A como média.)

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

(Utiliza os blocos verdes para encaixar nas divisões nas caixas.) «Aqui (na altura da caixa C) cabem 3; aqui (na altura da caixa B), 3 e aqui (na altura da caixa A), 2.» (Usando a adição, faz a estimativa para cada uma das caixas) «Nessa (caixa C), 27; nessa (caixa B), 12 e nessa (caixa A), 8.»

B1. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

(Utilizando a atividade anterior, responde que na caixa C "cabem" 3; na B, 3; e na A "cabem" 2.)

B2. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

«É igual (à resposta anterior).»

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Não são parecidas porque são de tamanhos diferentes.» (Não faz menção às divisões interiores das caixas.)

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las? Para você, o que é "cabe"?

«Cabe é o mesmo de cobrir e depois contar.» (Ficou claro durante a atividade de cobrir as peças que Elai desenvolveu um modelo a partir do primeiro acerto.)

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Meu pai é pedreiro e eu ajudo a empilhar tijolos e a atividade das caixas é igual. Isso é fácil de responder perguntas.» (Realmente Elai antecipava respostas a perguntas durante a atividade das caixas, relacionando a altura e a quantidade de blocos verdes que "cabiam" na caixa.)

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Ale

Natural: Rio Claro.

IDADE: 11 anos

(02/02).

NOME DO PAI: M. A. S.

IDADE: Falecido.

NOME DA MÃE: M. I. S.

IDADE: 42 anos.

PROFISSÃO DO PAI: -----

PROFISSÃO DA MÃE: Recolhe papel e ferro velho com carroça.

ESCOLARIDADE: 2 anos. Não fez pré-escola. Cursa o ciclo básico.

NOME DA ESCOLA: 1. E.E.P.S.G."SEBASTIÃO".

2. E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Ajuda a mãe a catar papel para o ferro velho quando sai da escola.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Diz que não tem, porque trabalha.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Joga bola, bolinha de gude e brinca de pega-pega. «Na escola.»

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

(Reconhece todas as formas corretamente, escolhe as peças sobre a mesa e as nomeia.)
«Quadrado, triângulo e comprido (retângulo).»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Mostra duas peças triangulares iguais em forma, tamanho e cor.) A cor é importante para ser igual? «Tanto faz, não é importante a cor para ser igual.» Mostre uma peça diferente. (Mostra um retângulo) «Essa.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«A forma é igual.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Mostra duas peças corretamente.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

Essas peças que estão sobre a mesa estão todas misturadas. Você poderia arrumá-las de uma forma melhor? «Sim.» (Escolhe inicialmente os triângulos.) «E a cor?» O que você acha que deve fazer ? (Após separar os triângulos e os retângulos, começa a separar por cor e forma. Faz torres de peças: uma torre de retângulos, outra de quadrados e outra de triângulos separados também por cor. As torres iniciam por peças grandes na base e vão diminuindo de tamanho. Após um tempo, há uma mistura de tamanhos.) As peças pequenas podem cobrir as peças grandes? «Sim.» Então, faça. (Começa a montar um quadrado com triângulos. Não acerta. Tenta o quadrado grande com os triângulos. Não desiste. É detalhista e cuidadoso nas medições. Vai buscar os quadrados. Escolhe os quadrados pequenos e cobre com eles o quadrado grande corretamente. Cria naturalmente um mosaico tipo tabuleiro de xadrez, utilizando-se das cores diferentes. Pega o triângulo grande, faz outro mosaico que se inicia por peças vermelhas na base do triângulo e continua com as peças de cor cinza, isto alternadamente. Ale trabalha em silêncio e é metódico na escolha das peças. Estima tamanhos antes de utilizá-las. Quando escolhe errado a peça para ser coberta, continua com a mesma e acerta na segunda tentativa. Tenho a impressão de que o seu algoritmo é a forma com o tamanho.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Passa a enunciar a quantidade de peças que cobrem integralmente as figuras.) «16, 16, 4, 4, 9, 4, 4.» (Acerta.) E em relação aos lados? «2, 2, 2, 4, 4, 3.» (Enuncia em relação aos lados. Também acerta.)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

«O desenho é igual mas o tamanho é diferente.» (Acerta a separação dos tamanhos dos desenhos.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

«Sim, porque é igual as pecinhas.» (Acerta a desenho de casa maior na primeira tentativa. É interessante anotar que Ale cuida para que a disposição do desenho fique igual, isto é, quintal/quintal, jardim/jardim.) Quantas vezes o desenho menor "cabe" no maior? «Cabe quatro.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Duas vezes.» Como você fez para responder? «Fiz de olho.» (A resposta está errada. "cabem" quatro.)

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

(Mostra dois desenhos de casas.) «Os desenhos são parecidos, mas um é grande e outro é pequeno.»

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

(Aponta a caixa C como média; a B como maior e a A como menor.) Por quê? «A caixa B é comprida e (aponta a base da caixa) é maior.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Faz as atividades rapidamente. Encaixa os blocos verdes nas caixas com facilidade. Acerta todos os blocos verdes nas respectivas caixas.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

(Faz as contas.) «Nessa (caixa C) cabem 27; nessa, (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa A), 8.»

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

(Empilha.) «Nessa (caixa C) cabem 3; nessa (caixa B), 3 e nessa (caixa A) cabem 2.»

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

«É igual à outra (anterior).» (Confirma as respostas.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«São parecidas quando têm as mesmas divisões e diferentes quando têm divisões diferentes.» (Ale refere-se ao número de divisões.)

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

«Gosto de desenho.» (Mostro os mosaicos e Ale fica feliz de eu ter notado.) «Media (comparava) os tamanhos e olhava os anteriores, é mais rápido.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

(Diz que contou as peças para saber o quanto cabe.) «Contei. Eu tinha um joginho de madeira, em casa, e gostava muito dele. Era parecido.» E você, no trabalho junto com sua mãe, já fez alguma coisa parecida com essas que nós fizemos? «No trabalho tem que pegar as caixas e rasgar para caber bastante na carroça.» Por quê? «Se (isto) não for feito, cabe pouco. Se não rasgar (as caixas), ocupa muito lugar na carroça.» (Ale lembrou da sua atividade diária de catar papel tanto quanto do joginho de madeira. Relacionou, assim, a atividade das caixas com o trabalho e a de cobrir com o lazer.)

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Almi Natural: Mato Verde/M.G.

IDADE: 15 anos (10/03).

NOME DO PAI: J. F. S. IDADE: 40 anos.

NOME DA MãE: A. S. S. IDADE: 41 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Agricultor.

PROFISSÃO DA MãE: Cozinheira em casa de família.

ESCOLARIDADE: 9 anos. Cursa a 8ª série.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Operário de serviços gerais na indústria Fama.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Bolinha de gude, pipa, pião; fabricava cidadezinhas com estradas e caminhos.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Caseiro, não gosta de sair. Gosta de basquete.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Quadrado, retângulo e triângulo.»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Manuseia as peças enquanto fala comigo.) «São iguais por causa do tamanho e da forma.» (Indica as várias disposições de figuras criadas por ele na mesa para apontar os critérios de igualdade que utiliza.)

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«A mesma forma .»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Aponta as peças dispostas seqüencialmente na mesa e mostra a maiores e as menores.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

Essas peças que estão sobre a mesa estão muito misturadas. Você poderia arrumá-las de um jeito melhor? «Sim.» (Separa por forma. Começa pelas grandes. Critério: tamanho e cores. Dispõe lado a lado, separadas pela cor, figuras de mesma forma e tamanho. Cria um belo visual na mesa de trabalho. É detalhista e rápido na tarefa. Tem os sentidos de ordenação e classificação muito bons.) As peças pequenas podem cobrir as peças grandes? «Acho que não.» (Usei a alegoria do ladrilhamento.) «Vou tentar.» (Começa com o quadrado grande e vermelho, coberto com quadradinhos vermelhos. Acerta o retângulo médio rapidamente. Continua utilizando os retângulos, esgotando-os. Usa como modelo o retângulo inicialmente coberto. Cobre peças vermelhas com vermelhas e as de cor cinza com peças cinza. Acerta o quadrado grande com os quadradinhos. Suponho que o algoritmo que usa é forma grande recoberta com igual forma pequena. Executa a tarefa rapidamente. Cobre as peças grandes utilizando pequenas de mesma forma e cor.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

«4, 4, 4, 9, 16, 16, 4.» (Acerta as relações do quanto cabe internamente.) E nos lados? «2, 2, 2, 3, 4, 7.» (Na lateral tem dúvidas no caso do triângulo "por causa do bico".)

2^A. Situação: " Plantas ":

«É igual à anterior?» (Tem dúvidas quanto à tarefa.) «Faço igual à outra?»

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Compara desenho com desenho para separar os maiores e menores. Compara todos os detalhes dos desenhos. De novo dá mostras de detalhismo. Separa corretamente as maiores e as menores.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

(Utiliza o desenho grande.) «Pelo cálculo do tamanho é uma folha dobrada. É duas vezes.» (Peço que observe pela folha o número de dobras feitas.) «Quatro vezes.» (Respondeu rapidamente. No desenho médio sobrepõe os desenhos esquemáticos de casas pequenos refazendo a atividade das figuras geométricas. Cobre o desenho correspondendo: jardim/jardim e quintal/quintal.) «Quatro vezes, nos dois casos.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

(Compara.) «Quatro.» Por quê? «É só fazendo teste.» (Faz dobraduras no papel.) «Também é quatro (a relação).» Para todos os cômodos? «Sim, porque se o quarto é, os outros também são.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«Parecidas são as de mesmo desenho, mas de tamanhos diferentes e as iguais são as que têm o mesmo desenho.»

3^A. Situação: "Caixas":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

(Responde que a caixa C é a menor, a B, a maior e a caixa A, a média.)

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Usa os blocos verdes para preencher as divisões das caixas.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa C) cabe 27 vezes; nessa (caixa B), cabe 12 vezes e nessa (caixa A), 8 vezes.»

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa C) três; nessa (caixa B), 3 e nessa (caixa A), 2.»

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

«É igual à anterior.»

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«São diferentes só na largura, não no comprimento.» (Usa os blocos verdes para justificar as respostas.)

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

«Usei os tamanhos para descobrir qual poderia cobrir a peça. Tive dificuldade para descobrir como cobrir os quadrados. Nas caixas, usei a idéia de encaixe.» (Não localiza os assuntos tratados no programa que estuda na escola.)

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

Já trabalhou com algo que tivesse que pensar da forma como fez aqui? «Acho que não.» (Com respeito a identificar as atividades realizadas na experiência com o trabalho, diz que não sabe dizer.) Como você pensou para responder os desenhos, quando fez dobraduras? «Acho que gosto disso (aponta as atividades), porque sempre gostei de construir casinhas e cidadezinhas com caminhos. Eu também gosto de ficar vendo as crianças do CB (primeiro e segundo ano do primeiro grau) brincarem destas coisas.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Rosi.

NATURAL: Rio Claro.

IDADE: 14 anos

(14/04).

NOME DO PAI: C. C.

IDADE: 45 anos.

NOME DA MÃE: M. N. D. C.

IDADE: 41 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Vigilante-noturno (autônomo).

PROFISSÃO DA MÃE: Doméstica, trabalhando meio período.

ESCOLARIDADE: 7 anos. Cursa a 8ª série.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Ajuda em casa; limpa, arruma e cozinha.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Casinha com boneca, guarda-roupa de boneca e esconde-esconde.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Música, basquete e vôlei.

1ª. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Quadrado, triângulo (mostra um retângulo) e ângulo.» (Chama o retângulo de triângulo e o triângulo de ângulo. Repete várias vezes essa denominação. Vou perguntando o nome de várias peças com a intenção de que perceba a confusão. Mas Rosi persiste no "erro".) «Este é o ângulo (triângulo) pequeno, aquele é o ângulo (triângulo) grande. O triângulo (retângulo) vermelho grande e o triângulo (retângulo) cinza pequeno.» (Fico em dúvida se é nervosismo ou se ela usa essa denominação mesmo. Passo a utilizar os termos usados por Rosi, para referir-me aos triângulos e retângulos, para ver se Rosi faz confusão por nervosismo ou por não saber o nome das figuras.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Mostra duas peças iguais. Dois triângulos vermelhos e pequenos.) «Esses dois ângulos são iguais.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«Tem a forma igual.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Diz corretamente quais são maiores e quais as menores. Aponta as peças e acerta.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

As peças que estão sobre a mesa encontram-se desarrumadas. Você poderia arrumá-las? «Vou tentar ... Não sei se vou saber fazer.» (Começa pelos quadradinhos. Separa por cores e formas juntas. Age rápido. Dividiu em grupos bem determinados.) As peças grandes podem cobrir as grandes? «Sim.» (Testa o quadrado médio com o quadrado menor. Não dá certo. Sobra.) «Assim é difícil.» (Reclama. Tenta o triângulo médio com o triângulo menor. Cobre o retângulo de qualquer forma. Trabalha com todas as peças amontoadas e misturadas. Consegue acertar o triângulo médio. Faz o quadrado maior com o quadrado menor. Acerta.) Você não quer cobrir uma peça comprida (Deliberadamente não usei a palavra retângulo.)? (Acerta. Parece que encontrou algo e começa a trabalhar com outras peças.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas peças maiores?

«2, 2, 2, 2, 4, 3.» (Acerta as relações e reconstrói um retângulo que havia construído aleatoriamente, após perceber a relação entre os lados das figuras cobertas e as que as cobriram.)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Aponta os desenhos sobre a mesa.) «Maior, menor e do meio.» (Acerta. Separa em grupos de tamanhos diferentes.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

(Acerta a atividade. Parece que percebeu o algoritmo da primeira atividade, em que cobriu retângulos.) «Cabe quatro.» (Diz isso após cobrir o desenho grande com os desenhos médios. Acerta.)

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Também quatro vezes porque o lado cabe quatro vezes e, então, também os quartos e sala cabem quatro vezes.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«Quando o tamanho e o escrito é igual e quando o desenho que é diferente no tamanho e no escrito.»

3^A. Situação: " Caixas ":

(Encaixa corretamente as blocos verdes nas caixas.)

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa C) é a maior, essa (caixa B) é média e essa (caixa A) é a menor.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Coloca todas as blocos verdes corretamente.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa C) cabem 27; nessa (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa A), 8.»

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa C) cabem 3; nessa (caixa B) cabem 3 e nessa (caixa A), 2.»

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

«Dá o mesmo.»

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Parecidas, essa (caixa B) e essa (caixa A), porque os blocos verdes são parecidos. Essa (caixa C) não é parecida porque o bloco verde é diferente.»

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

(Não tem uma explicação para o "como cabe".) «Acho que é pelo formato das peças.» E o ladrilhamento? «Não sei.» (Não relaciona o que fez com alguma atividade escolar ou de seu trabalho doméstico.)

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Contei as peças que estavam em cima.» Você relaciona alguma dessas atividades que nós fizemos com o seu trabalho? «Não.» E as caixas? Nos seus afazeres domésticos como, por exemplo, guardar roupa no guarda-roupa. Não acha que há comparação? «Não.» E na escola? «Não.» Em nenhuma matéria? «Não.» (Não localiza nenhuma atividade da escola com as que desenvolvemos. Interessante que até o fim Rosi foi coerente com sua linguagem: usou "ângulos" para designar os triângulos e empregou "triângulo" para indicar o retângulo.)

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.

SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Jessi

Natural: São Paulo.

IDADE: 16 anos

(7/11).

NOME DO PAI: J. S.

IDADE: 51 anos.

NOME DA MÃE: I. S. S.

IDADE: 48 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Guarda-noturno.

PROFISSÃO DA MÃE: Dona de casa.

ESCOLARIDADE: 9 anos. Cursa a 8ª série.

NOME DA ESCOLA: 1.E.E.P.S.G."José Alves Lima"-S.P.

2.E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Empregada doméstica

BRINCADEIRAS INFANTIS: Boneca, queimada, pular corda.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Bola, vôlei, passeios, música, dança.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Quadrado, retângulo e triângulo.» (Reconhece as figuras geométricas corretamente.)

B) Quais peças são iguais? Por quê ?

(Mostra duas peças iguais.) Por quê? «Porque têm a mesma forma e cor.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«Tem a mesma forma mas o tamanho é diferente.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Aponta corretamente as peças maiores e menores.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

Essa peças sobre a mesa estão misturadas. Você poderia arrumá-las melhor? «Sim.» (Separa as peças por forma e tamanho. Mistura as cores. Formou dois montes na mesa, um cinza e outro vermelho.) As peças pequenas podem cobrir as grandes? «Sim.» (Começa rapidamente a cobrir o triângulo grande com os triângulos pequenos. Acerta. Faz o retângulo. Acerta. Cobre as figuras restantes.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas peças maiores?

(Acerta a quantidade de peças que cobrem as figuras geométricas. Acerta as relações entre os lados das figuras.)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Localiza maiores e menores corretamente. Separa em grupos.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

(Tem dificuldades. Conversamos. Proponho que inverta o papel e pense como cobrir um retângulo branco com menores, como na atividade anterior. Fez segundo o modelo das figuras. Não percebe o que está sendo pedido. Refaz a atividade.) «Acho que é quatro.» (a resposta não demonstra muita convicção.)

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

(Não entende o que está sendo relacionado. Desiste.)

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«Igual quando tem o mesmo tamanho e diferente quando tem tamanhos diferentes.»

(Não responde à questão do "parecido".)

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa C) é a menor; essa (caixa B) é a maior e essa (caixa A) é a média.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Faz os encaixes corretamente.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa C) cabem 27; nessa (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa A), 8.»

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa C) cabem 3; nessa (caixa B) cabem 3 e nessa (caixa A), 2.»

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a resposta anterior.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Todas são diferentes. Não há parecidas.»

4^A. Situação: " EXPLICANDO ":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

«Para cobrir é necessário encaixar as figuras para que fiquem iguais.» E você descobriu como cobrir as peças grandes? «Ia ajeitando as peças, não tinha um jeito especial.» E nos desenhos das casas? «São diferentes porque têm divisões dentro.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Contava as peças que ficavam em cima.» E nos desenhos das casas? «É diferente por causa das divisões.» E as caixas? «É como nas pecinhas.» (Não estabelece nenhuma semelhança com o trabalho que realiza como doméstica. Nunca estudou essas coisas na escola.) E em alguma brincadeira já havia feito algo semelhante a essas atividades? «Não.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Juli

Natural: Rio Claro.

IDADE: 10 anos

(08/01).

NOME DO PAI: E. B.

IDADE: 31 anos.

NOME DA MÃE: C. R. A. B.

IDADE: 27 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Ferreiro.

PROFISSÃO DA MÃE: Dona de casa.

ESCOLARIDADE: 4 anos. Estuda na 4ª série.

NOME DA ESCOLA: 1.E.E.P.G." São João " - Mato Grosso.

2.E.E.P.G."Sebastião".

3.E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Não trabalha.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Papagaio (pipa).

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Passeios, música, pega-pega com as irmãs, futebol.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Triângulo, quadrado e retângulo.» (Nomeia corretamente as peças.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

«Peças iguais são as que têm a mesma forma.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

(Toma dois triângulos vermelhos) «São iguais por serem triângulos e vermelhos.» A cor é importante? «Continuam iguais, pois são triângulos.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Reconhece maior e igual. Aponta corretamente duas peças de tamanhos diferentes.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

Essas peças que estão sobre a mesa estão desarrumadas. Você pode arrumá-las? «Sim.» (Começa a separar as peças pelos quadrados médios e depois pelos quadrados grandes. Separa por forma, cor e tamanho. Trabalha quieto. Empilha os quadrados por ordem de tamanho, com os maiores embaixo e decrescendo o tamanho à medida que a pilha sobe. Usa o senso de ordenação e classificação. Em algumas vezes mistura a cor na divisão. Empilha corretamente as peças por tamanho e cor.) As peças menores podem cobrir as maiores? (Tem dificuldade em compreender o pedido. Utilizo a alegoria do "ladrilhamento". Cobre o quadrado grande com dois retângulos grandes. Cobre o quadrado grande e vermelho com os quadrados médios. Converso com ele a respeito dos lados. Compara e refaz o quadrado grande. Cobre o retângulo na vertical. Conversamos sobre se está igual aos anteriores. Refaz outro quadrado. Vai esgotando os quadrados. Atrapalha-se com o número de peças. Acerta o retângulo. Compara peças e tamanhos. Preenche sem incomodar-se com a cor. Percebo que criou um algoritmo: usa sempre dois para cobrir os lados. Começa a descartar os casos em que são necessários três ou mais. Cobre o triângulo médio coberto com dois triângulos menores. Esgota todas as peças com razão dois. Descobre a relação três.) «Pode ser assim (mostra uma peça recoberta com "mais que dois" (em relação aos lados)?» Sim. (Faz as outras figuras que têm relação diferente de dois. Noto perfeitamente um caso de equilíbrio majorante. Fez todos os recobrimentos corretos.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Conta e acerta todos os casos. Acerta os lados sem titubear.)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Aponta corretamente as maiores e menores.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

«Cabem.» (Começa fazer. Usa o algoritmo da atividade anterior. Cobre os desenhos corretamente.) «Cabem quatro (em todo o desenho) e dois (no lado).»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Cabem quatro.» Por que? «Porque medi os desenhos.» (Na realidade, sobrepõe os desenhos e estima a quantidade de vezes que o menor cabe no maior.)

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

(Separa em grupos de desenhos de mesmo tamanho.) «São iguais.» (Não identifica a questão do "parecido". Tenho a impressão de que não reconhece a palavra.)

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa A) é a média, essa (caixa B) é a maior e essa (caixa C) é a menor.» Por quê? «Medi aqui (Mostra as alturas das caixas).»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Antes de começar a atividade, classifica os blocos verdes em três grupos. Classifica pela dimensão da base e pelo volume, isto é, compara as bases e, após isto, analisa o bloco verde como um todo.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa A) cabem 8, nessa (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa C) cabem 27.» (Não faz estimativas, responde refazendo a atividade inteira.)

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa A) cabem 2; nessa (caixa B) e nessa (caixa C) cabem 3.»

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Reafirma a resposta anterior, porém refaz a atividade.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Não tem caixa igual e não tem parecidas.» (Permanece a questão do termo "parecido".)

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

«Os triângulos cobrem os triângulos, os quadrados cobrem os quadrados e os retângulos cobrem retângulos. Foi assim que pensei para fazer.» E nos desenho de casas? «O jeito é pensar igual às pecinhas. Nas caixas também é igual.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

(Pensa.) «É só contar.» Já fez nas suas brincadeiras ou atividades da escola coisas parecidas com a que fizemos aqui? (Pensa.) «Tenho. No empilhamento lembrei das camas (provável alusão a beliche) e mesas.» E na escola? «Na escola, não.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Ose

Natural: Rio Claro.

IDADE: 12 anos

(17/11).

NOME DO PAI: J. C.

IDADE: 52 anos.

NOME DA MÃE: D. L. A.

IDADE: 35 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Carregador em uma madeireira.

PROFISSÃO DA MÃE: Trabalha como doméstica.

ESCOLARIDADE: 5 anos. Cursa a quarta série do primeiro grau.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Ajuda em casa.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Polícia.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Jogar futebol.

1ª. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

(Reconhece e nomeia as peças triangulares, retangulares e quadradas.) «Triângulo, quadrado, retângulo.»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Peço que pegue duas peças iguais. Pega dois triângulos vermelhos.) Por quê? São iguais? «São triângulos.» E a cor? «Não importa, a cor não faz diferença.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«Têm a forma.» (Ose só faz as atividade que são expressamente verbalizadas, não adianta raciocínios. Tenho a impressão de que sempre está aguardando uma ordem. Realiza a tarefa e retorna à posição original. Não expressa curiosidade. Isto me intriga.)

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Aponta as peças maiores e maiores.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

(Peço que separe as peças que estão sobre a mesa. Trabalha sem uma ordenação de forma ou tamanho. Separa as peças por cor. Amontoou as peças vermelhas de um lado e as de cor cinza de outro.) As menores podem cobrir as maiores? «Não.» (Exemplifica, colocando um triângulo pequeno sobre um grande.) «Uma peça grande não é recoberta por uma peça pequena.» E várias pequenas cobrem uma grande? (Fica em dúvida. Proponho que tente. Começa a mexer nas peças. Tenho a nítida impressão de que Ose tem problemas em manusear materiais. Começa a fazer. Faz o quadrado grande; usa três retângulos.) Cobre-o certinho, sem sobras? «Não.» (Refaz, usando quadrados. Embora com todas as peças amontoadas, fica a impressão de que sabe onde procurá-las. Faz o retângulo médio coberto por retângulos menores. Usa, até esgotar, a idéia de que só pode cobrir com muitas peças. Está confuso. Pára. Converso com ele sobre as formas já resolvidas. Não transfere. Proponho que organize as peças amontoadas. Organiza. Faz o quadrado médio. Achou que os quadrados não podiam ser cobertos porque os quadradinhos tinham acabado. Tem dificuldades.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Conta todas as peças.) «2, 2, 4, 3.» (Acerta as relações. Tem dificuldade no triângulo "por causa do bico".)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Localiza corretamente as maiores, menores e iguais.) Quando dois desenhos são iguais?
«Quando têm o mesmo tamanho.»

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

(Confunde-se com o jardim e o quintal. Cobre só a parte interna do desenho da casa, sem levar em consideração o desenho todo. Peço que inverta os papéis dos desenhos.) Você agora tem retângulos? «Sim.» E você agora pode recobri-los, como se fosse a atividade anterior? «Sim.» (Cobre. Peço que retorne ao desenho. Virou os papéis.) E agora, pode cobrir ? «Sim.» (Cobre os desenhos das casas.) «Cabem quatro vezes; do lado, duas.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Quatro, porque elas são médias.» O que quer dizer isso, "médias"? «As pequenas têm tamanho médio em relação às grandes.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«Parecido é o mesmo que igual no tamanho.»

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa A) é média; essa (caixa B) é a maior e essa (caixa C) é a menor.» Por quê?
«Não sei por quê.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Utilizando-se dos blocos verdes, Ose verifica quais encaixam nas divisões das caixas A, B e C. Não efetua comparações iniciais com os blocos verdes ou com as divisões das caixas A, B e C.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa A) cabem 9; nessa (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa C) cabem 27.»

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa A) cabem 2; nessa (caixa B) cabem 3 e nessa (caixa C) cabem 3.»

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a resposta anterior, após efetuar a atividade novamente.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Nenhuma é igual ou parecida.» O que seria uma caixa igual ou parecida? (Não responde.)

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

«Fui tentando até dar certo.» E quando é que estava certo? «Quando não sobrava ou faltava.» E os desenhos das casas? «São iguais às pecinhas (figuras geométricas).» E nas caixas? «Pela escolha dos blocos.» (No fundo, Ose repete as conversas que tivemos durante as atividades. Não consigo entender a última fala, com respeito aos blocos. Não me pareceu, em nenhum momento, que houvesse feito comparações.)

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Contava.» Como? «Em cima da pecinha (figura geométrica) e dos lados para saber (o quanto cabia).» Isso que nós fizemos aqui (aponto as atividades) você já havia feito alguma vez? «Não.» Na escola? «Não.» E em casa, nas brincadeiras? «Não.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Marc.

Natural: São Paulo.

IDADE: 13 anos

(01/07).

NOME DO PAI: J. A. P.

IDADE: 56 anos.

NOME DA MÃE: M. B. P.

IDADE: 36 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Cortador de cana.

PROFISSÃO DA MÃE: Faxineira.

ESCOLARIDADE: 7 anos. Cursa a 6^a série.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Ajuda em casa e toma conta dos irmãos.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Esconde-esconde e pião.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Futebol, basquete, handebol, música e queimada.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Triângulo, quadrado e retângulo.» (Nomeia corretamente as peças. Indica quais são grandes e quais são pequenas.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Marc toma duas figuras geométricas e identifica duas iguais.) Por quê são iguais? «As peças iguais têm a mesma forma.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«(As peças) Têm tamanho e cor diferentes mas são iguais na forma.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Aponta corretamente quais são maiores e quais são menores.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

Essas peças que estão misturadas sobre a mesa podem ser melhor arrumadas? «Sim.» (Separa as peças por forma tamanho e cor. Delimita conjuntos de peças iguais.) As peças pequenas podem cobrir uma grande? «Uma peça pequena sozinha não cabe numa grande.» E várias peças pequenas cobrem? «Sim.» (Cobre o quadrado grande com peças de vários tamanhos e formatos. Não cobre totalmente, faltam partes para serem cobertas. Conversamos sobre isto. Cobre o quadrado grande com quadrados pequenos. Faz o triângulo grande com os triângulos menores. Correto. Trabalha num bom ritmo. Cobre o retângulo médio com retângulos menores. Usa retângulos pequenos para preencher o quadrado médio. Conversamos sobre isso. Verifica as outras atividades que fez e as relações existentes. Marc diz que está errado. Refaz. Pergunta se não faltam peças. Peço que organize o material que está sobre a mesa para verificar. Separa, procurando os quadradinhos. Procura as peças por comparação. Cobre o triângulo médio com os triângulos menores; o retângulo médio com retângulos pequenos. Cobre o retângulo médio com retângulos pequenos na vertical.) Essa última peça está de acordo com as anteriores? «Não.» (Faz um triângulo grande com triângulos pequenos. Ao cobrir, já conta, para saber se está como no modelo elaborado. Cobriu as peças indistintamente com relação à cor.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Acertou todas as relações existentes nas atividades.)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Faz rapidamente a atividade. Separa corretamente em maiores, menores e iguais.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

Dá para cobrir esse desenho com os desenhos menores? «Sim.» (Faz uma primeira tentativa. Confunde-se com o desenho da casa. Usa a estratégia de virar a folha e trabalhar com retângulos brancos. Descobre como cobrir a área toda. Acerta.) «Cabem quatro no desenho todo e dois nos lados.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Cabem quatro vezes.» (Usa comparação.) Como você descobriu esse número?
«Comparei os desenhos e descobri a relação.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«Igual é quando têm o mesmo tamanho. Parecido é quando têm tamanhos diferentes.»

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa A) é média, essa (caixa B) é a maior e essa (caixa C) é a pequena.» Por que?
«Pelo tamanho.» (Faz um gesto com as mãos tentando explicar o volume diferente de cada caixa.)

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Tenta várias vezes com as blocos verdes o encaixe na caixa B. Faz mistura com os blocos verdes. Inicialmente não compara medidas espaciais. Encaixa desordenadamente as blocos verdes em uma só caixa. Discutimos o fato. Marc percebe as relações e encaixa os blocos corretamente. Diz que achava que ele precisava verificar quantos cabiam numa mesma caixa.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

Nessa (caixa A) cabem 8; nessa (caixa B), 12 e nessa (caixa C), 27.»

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa A) cabem 2; nessa (caixa B), 3 e nessa (caixa C), 3.»

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete as respostas da atividade anterior.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Parecidas são essas (caixa A e a caixa B) e iguais não tem nenhuma.» Por que são parecidas? «Parecidas porque têm a mesma cor.»

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

«Eu, nas pecinhas (primeira atividade), via as medidas que serviam. Media as peças pequenas para ver se eram iguais. Comparava as formas e então montava.» E na segunda? «Aí eu peguei os papéis médios para ver se serviam no maior e os papéis pequenos, nos médios.» E nas caixas? «Comparei o tamanho dos blocos verdes e vi se cabia ou não.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Contava e também fazia por cima (estimava).» Em alguma atividade escolar, ou em tarefas de sua casa ou ainda em brincadeiras, já havia feito atividades parecidas com as que fizemos hoje? «Já fiz na escola e em casa, porque é parecido com quebra-cabeça. Ali (nas caixas), lembra jogo de dominó.» Por quê? «Tem que saber encaixar.» E em casa? «Acho que empilhar tijolos.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Fran.

Natural: Fortaleza.

IDADE: 18 anos

(03/05).

NOME DO PAI: G. I. P.

IDADE: Falecido.

NOME DA MÃE: M. R. F. P.

IDADE: 47 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Trabalhava na roça.

PROFISSÃO DA MÃE: Operária em firma de processamento de papéis.

ESCOLARIDADE: Estudou em uma escola rural no Ceara há 7 anos. Não lembra o nome da escola. Reclama que era muito fraca. «Não ensinava nada.» Pergunto o nome da escola. Diz: «Acho que era "grupo".» Há dois meses entrou para o supletivo de 1ª a 4ª da E.E.P.G. "Nelson Stroili".

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G. "Nelson Stroili".

TRABALHO: Trabalha como operária na "Papéis Primos". Descreve sua atividade como de separação de papéis que estão misturados em fardos. Diz que trabalha em dupla, separando papéis finos de grossos. Trabalhou antes em uma fábrica de luvas, onde riscava o molde no material a ser cortado e em uma empresa de estofamento onde colava espuma para sofá.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Boneca, roda e amarelinha. Contava histórias, em roda com os amigos.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Passeios, música, TV, queimada.

1ª. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Quadrado, triângulo e prisma (retângulo).» (Reconhece o quadrado e o triângulo. Chama o retângulo de prisma. Falou rapidamente os nomes. Pergunto de novo o nome da peça com formato retangular e ela reitera o nome de prisma para designá-la.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

«São iguais os que têm forma igual.» (Peço que mostre três peças iguais. Mostra três retângulos vermelhos de tamanhos diferentes.)

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«São iguais no jeito delas, como foram cortadas.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Identifica corretamente dois triângulos: um, um triângulo grande e vermelho e o outro, um triângulo pequeno e cinza.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

Essas peças que estão sobre a mesa estão misturadas. Você pode arrumá-las? «Sim.»

(Começa a separar por forma, independente da cor. Não atenta para o tamanho, separando somente as grandes das pequenas. As peças médias ficam misturadas com as pequenas. Começa a separar as médias das pequenas, usando a mão como medida. Deixou os quadradinhos para o fim.) As peças menores podem cobrir as maiores, como azulejos? «Sim.» (Começa a cobrir o quadrado médio vermelho com os quadradinhos pequenos e de cor cinza. Cobre a peça com cuidado e corretamente. Toma o quadrado médio e cinza e cobre-o com os quadradinhos pequenos e de cor vermelha. Toma o quadrado grande e de cor vermelha e cobre-o com os retângulos médios e cinza. Percebe que não consegue cobrir a peça toda. Tenta ajeitar. Insiste e utiliza os retângulos pequenos para cobrir as falhas. Refaz, recobrindo-o com os quadrados médios e cinza. Cobre o quadrado médio cinza com quadrados menores e vermelhos. Esgota as possibilidades dos quadrados. Cobre os retângulos na vertical. Dispõe de qualquer jeito, não elabora, existem peças na vertical e na horizontal. O triângulo cinza e médio é coberto com triângulos pequenos e vermelhos dispostos aleatoriamente, de qualquer jeito, sobrando espaço.) O que tem de igual entre as peças cobertas? (Mostro as peças cobertas com várias formas diferentes. Reconhece

um retângulo, recobrando o quadrado e substitui-o por dois quadrados pequenos.)

«Agora entendi.» (Mas não consegue refazer. Não percebeu a regularidade.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Conta as peças que cobriam as maiores. Erra algumas contas. Não percebe a relação quanto aos lados.)

2^A. Situação: " Plantas ":

(Fran não se desliga da atividade anterior. Faz várias tentativas para cobrir o desenho da casa com as peças da atividade anterior. Peço que utilize somente os desenhos.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Separa os desenhos usando a mão como medida. Separa corretamente as maiores, as menores e as iguais.) Quais são iguais?(Aponta corretamente.) «São iguais porque têm o mesmo tamanho e desenho.»

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

«Acho que dá (para cobrir).» (Aqui um detalhe é importante: os desenhos são retangulares e Fran não acertou nenhum retângulo na atividade anterior. Tem dificuldade em cobrir peças com os desenhos aparentes. Uso o artifício de virar a folha. Cobre a peça maior corretamente.) «Em cima 4, do lado 2.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Acho que é a mesma coisa: quatro. Do lado, dois.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«Parecido pelo desenho. Igual no desenho. O tamanho é diferente.»

3^A. Situação: " Caixas ":

(Fran encaixa corretamente os blocos verdes nas caixas na primeira tentativa.)

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa A) é pequena; essa (caixa B) é maior e essa (caixa C) é média.» Por quê? (Chama a altura da caixa de comprimento e usa "largura" para significar a base das caixas.) «A caixa B é maior no comprimento. A caixa C é grande na largura e pequena no comprimento.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa A) cabem 8; nessa (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa C), 27.»

B1. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa A) cabem duas; nessa (caixa B) cabem 3 e nessa (caixa C), 3.»

B2. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

«Nessa(caixa A) cabem duas e ... é igual à outra (anterior).»

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«A caixa A parece com a caixa B no modelo, menos no tamanho.» (Responde isto porque a a caixa A e a caixa B têm quatro divisões, enquanto a caixa C tem nove.)

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las? Como agiu para fazer a atividade?

«Colocando em cima e ajeitando.» E nos desenhos e nas caixas? «Igual.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

(Aponta um quadrado que havia coberto.) «Cabem 4.» Como? «Contando em cima.» (Não vai além desse exemplo.) No desenho da casa e nas caixas? «Também contando.» Você já havia feito atividades semelhantes em brincadeiras ou jogos? «Não.» E no trabalho? (Pensa.) «Deixa eu ver...cobrir o armário com copos. Ah... empilhar pilhas de rádio.» (Não faz referência ao trabalho.)

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.

SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Ma.

Natural: Mato Verde/MG.

IDADE: 39 anos

(05/ 08).

NOME DO PAI: G. B. A.

IDADE: 50 anos.

NOME DA MÃE: A. B. S.

IDADE: Falecida.

PROFISSÃO DO PAI: Trabalhador na roça.

PROFISSÃO DA MÃE: -----

ESCOLARIDADE: Nunca estudou. «vivi sempre na roça. Não tinha escola, ficava muito longe.» Começou há um mês a frequentar o curso supletivo da E.E.P.G."Nelson Stroili", porque o marido disse que ela precisava aprender a ler. Diz com orgulho que seus filhos estudam e são «bons de cabeça.» É expansiva e diz que gosta da escola. Diz que não sabe nada e tem vergonha disto. Pede desculpas: «O senhor devia escolher outro, não eu, sei nada.» Converso com ela, dizendo-lhe que vamos "brincar" com os materiais sobre a mesa e que o importante é o que ela pensa, não o que sabe.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: «Trabalhei sempre na roça. Há dois anos é que comecei como empregada doméstica.»

BRINCADEIRAS INFANTIS: Cantigas de roda, casinha, fazendo comidinha, boneca. «Brincar de cantigas de roda embaixo do ingazeiro. O senhor já viu ingazeiro por aqui? Eu não vi.»

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Não assiste a TV e não escuta rádio. Prefere conversar e passear.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

(Ma fica inibida.) «Sei o nome, não.»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Toma dois triângulos vermelhos e mostra.) Por que são iguais? «Porque o modelo é igual.» E a cor é importante? «É.» (Usa a palavra "modelo" para indicar a forma da peça.)

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«As peças de cor diferente não são iguais.» E o tamanho? «O modelo é igual, só que é maior.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Apresenta dois quadrados cinza de tamanhos diferentes e mostra o maior e o menor.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

As peças que estão sobre a mesa estão desarrumadas. Você pode arrumá-las? «De que jeito que é?» (Respondo que pode ser por "modelos". No início da separação, Ma não distingue os retângulos dos quadrados, agrupando-os juntamente. Separa por tamanho e forma: os triângulos sozinhos e os quadrados juntamente com os retângulos. A divisão por tamanho, que no início era feita visualmente, passa a ser feita utilizando a mão como medida. Separa inicialmente as grandes, formando grupos por tamanho. Separa as pequenas por cor também. Todo ato feito por ela é acompanhado de um olhar para mim.) «Certo ou errado?» (*Pára e brinca com as peças triangulares pequenas. Monta um trapézio com três triângulos e um hexágono com seis.*) «Será que é assim?» Separa as peças por cor e forma. Já distingue quadrados de retângulos, que ficam em grupos diferentes.) Ma você sabe o que é azulejo? «Sim.» Você pode azulejar as peças grandes com as pequenas? (Toma o quadrado grande e cinza e cobre-o com o quadrado pequeno e vermelho. Encaixa as peças cuidadosamente. Peço que repita a operação com o triângulo grande e vermelho. Cobre-o com o triângulo pequeno e vermelho. Tem problemas para encaixar os triângulos pequenos sobre o triângulo grande.) «Não dá para encaixar.»

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Conta as peças sobre o quadrado, uma por uma.) «25.» E do lado do quadrado? «5.»

2^A. Situação: " Plantas ":

(Peço que separe os desenhos em relação ao tamanho.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Mostra o maior, o menor e os iguais corretamente.) Por quê são iguais? «Igual pelo escrito e pelo tamanho.»

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?:

(Cobre o desenho maior e o médio corretamente.) «Cabem quatro nos dois.» (Estima no desenho grande.) «Caberiam 7 destes (os que cobrem o desenho médio).» Por quê? (Refaz a estimativa.) «Um a mais, 5.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Vai caber quatro, porque o desenho do quarto é menor.» (Usa a mão como medida para justificar a resposta.)

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«São iguais quando têm o mesmo tamanho e o mesmo escrito.» (Toma dois desenhos de tamanhos diferentes.) «São parecidos nas letras, no tamanho não.»

3^A. Situação: "Caixas":

(Acerta todos os encaixes na primeira tentativa. Faz estimativas, comparando o tamanho dos blocos verdes e as divisões das caixas.)

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa A) é a menor, essa (caixa B) é a maior por causa da altura e essa (caixa C) é média.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa A) cabem 8; nessa (caixa B) cabem 12 e nessa (caixa C) cabe um montão.» (Conta e atrapalha-se com a operação: $21 + 3 = 25$. Desiste e fala:) «Uns trinta.»

B1. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa A) cabem 2; nessa (caixa B) cabem 3 e nessa (caixa C), 3.»

B2. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

«Nessa (caixa A) cabem 2; nessa (caixa B) cabem 3 e nessa (caixa C), 3.»

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«São caixas que não têm nada de diferente.» (Diz isso em relação ao fato de as caixas possuírem divisões.)

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

«Quando o senhor 'falô' em azulejo, me lembrei como fazia.» Por que escolheu do mesmo modelo? «Achei melhor.» Você se lembra de alguma brincadeira de criança ou do trabalho em que usasse coisas parecidas com a que fizemos? «Vivi na roça. Não tinha nada igual.» (Peço que tente lembrar da sua casa e de seu trabalho como doméstica e dona de casa.) «Tem nada igual.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Contava.» Como você conta? (Mostra os dedos.) Quando vai à padaria e paga uma conta de dezessete mil cruzeiros com vinte mil, como sabe o troco? (Esconde as mãos.) «Três mil.» (Peço que mostre as mãos e diga como fez. Mostra os dedos e faz) «18, 19, 20.» (Conta os dedos.) «Três.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Ire.

Natural: Mato Verde/M.G.

IDADE: 32 anos

(06/01).

NOME DO PAI: F. M.

IDADE: 64 anos.

NOME DA MÃE: I. S.

IDADE: 50 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Lavrador na roça.

PROFISSÃO DA MÃE: Lavradora na roça.

ESCOLARIDADE: Estudou três ou quatro meses quando era pequena. «A escola era longe e meu pai não queria que eu estudasse.» Está matriculada desde março, no supletivo do 1^o grau da E.E.P.G."Nelson Stroili".

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Doméstica.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Boneca, casinha.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Música, passeio.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

(Ire olha as peças sobre a mesa com calma.) «Esse eu sei, mas não lembro o nome (Diz, referindo-se ao quadrado.); os outros, não sei.»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Peço que me mostre duas peças iguais. Mostra dois triângulos: o grande e vermelho e o médio e cinza.) Por quê? «Tem o mesmo modelinho.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

(Insisto em saber se a cor e o tamanho têm alguma interferência na igualdade.) «A cor interfere no modelo.» Mas tem algo de igual? «Mesmo papel (refere-se ao material de que são feitas as peças.).»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Mostra corretamente o quadrado grande e vermelho como o maior e o quadrado médio e cinza como o menor.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

As peças que estão sobre a mesa estão misturadas. Você poderia arrumá-las melhor? «Acho que sim.» (Separa os quadrados vermelhos, empilhando-os, a partir da base, do maior para o menor. Distingue na arrumação os retângulos dos quadrados.) «Eu fazia castelos de areia com esses modelinhos.» (Diz, referindo-se aos triângulos. Depois empilha os triângulos da mesma forma que os quadrados. Separa por tamanho. Usa a mão como medida. Agrupa os "modelos" iguais. Repete a operação para as peças de cor cinza. Reconhece as diferenças das três formas, independente de cor ou tamanho.) Você conhece azulejo? «Sim.» (Peço que cubra as peças grandes com as pequenas como se fossem azulejos. Começa a cobrir o quadrado grande e cinza com os triângulos pequenos e de cor cinza. Percebe que vai ficar com "bico".) «Com o quadradinho vai dar certo?» Tente.(Começa a usar os quadradinhos vermelhos e de cor cinza.) Será que outro modelo não seria melhor para cobrir? (Escolhe o triângulo grande e vermelho. Descobre, após algum esforço, como cobrir os ângulos do triângulo. Acerta.) «Consegui!» (Peço que cubra o modelo diferente dos outros dois. Escolhe o retângulo grande e cinza. Tenta com os retângulos pequenos.) «Não dá, acho melhor trocar.» (Muda para cobrir o retângulo médio e vermelho. Tenta com os quadradinhos. Estuda os já feitos. Abandona o retângulo e pega o triângulo médio e vermelho. Depois, o triângulo médio e cinza. Faz todos os triângulos. Parte para os quadrados e descobre o erro do primeiro quadrado que tinha feito. Desmonta e faz certo. Faz outro quadrado. Volta aos retângulos. Muda de estratégia e troca as peças grandes, que estavam por baixo das pequenas, em vez das pequenas, que estavam por cima, cobrindo as grandes. Cobre os retângulos na vertical ou

horizontal, misturando com vertical.) «Vou ver se monto uma casinha.» (Junta peças cobertas diferentemente e diz, quase sonhando:) «Agora vou montar a minha casa.»

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Conta as peças em cima e ao lado. Erra algumas contas.)

2^A. Situação: " Plantas ":

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Separa os desenhos por tamanhos, comparando-os um a um. Distingue corretamente os maiores dos menores e dos médios.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no maior?

(Acerta na primeira tentativa para cobrir o desenho médio de casa com os desenhos pequenos. Não havia acertado nenhum retângulo na primeira atividade.) «Quatro.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Duas, porque só tem dois quartos.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«O desenho é parecido, é igual. Diferente só no tamanho.»

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa A) é média; essa (caixa B) é maior e essa (caixa C) é menor.» Por quê? «A caixa B é maior porque é mais alta.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Encaixa os blocos corretamente na primeira tentativa.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

(Tem dificuldade em estimar a quantidade de blocos que cabem nas caixas.) «Vou contar nos dedos.» (Usa a adição e, não a multiplicação.) «Vai dar dois de cada lado, 16.» (Fala em relação a caixa A e nela cabem oito. Repete a operação para a caixa B.) «12.» (Na

caixa C demora.) «Dá um monte, uns 10.»

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa caixa (A) cabem 2; nessa caixa (B) cabem 3 e nessa caixa (C), 3.»

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a resposta anterior.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«São parecidas nas divisões, não no tamanho.»

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

(Quando realizava as atividades de cobrir, diz que pensava em uma casa.) «E aproveito prá aprendê a azulejá, prá quando tivé a minha casa.» Por quê usou, nas peças que cobriu, pecinhas de mesmo modelo? «Porque, se não for o mesmo modelo, não encaixa.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? «Contava.» Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve ou com as suas brincadeiras quando criança? «Já. No elefante.» O que é elefante? «Um quebra-cabeça.» Por quê?. «Por causa do encaixe.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Mar.

Natural: Jataizinho/Pr.

IDADE: 26 anos

(07/08).

NOME DO PAI: J. R.

IDADE: Falecido.

NOME DA MÃE: M. R.

IDADE: 50 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Trabalhava na roça.

PROFISSÃO DA MÃE: Trabalhava na roça.

ESCOLARIDADE: Nunca estudou. Começou a ir à escola em 1992, no curso supletivo de 1^o grau da E.E.P.G."Nelson Stroili".

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Trabalhou na roça desde de pequena. Aqui na cidade só trabalha em casa.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Cavalinho de pau, boneca.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Música.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Parece tabinha das bem fininha.» (Bate na pecinha para mostrar o barulho de tábua. Não entendeu a pergunta feita. Pergunto de novo:) Você sabe o nome dessas pecinhas em cima da mesa? «Tabinha .»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Esfrega as mãos, com certo nervosismo. Pega dois quadrados vermelhos do mesmo tamanho.)

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

Se o quadrado fosse cinza, seria igual também? «É, porque o cinza é bonito.» (Não respondeu a pergunta.)

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Mostra um quadrado grande e vermelho e um retângulo médio vermelho.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

As peças que estão sobre a mesa estão desarrumadas. Você poderia arrumá-las melhor? «Vou tentá. Não sei se consigo não.» (Separa as peças maiores e vermelhas em primeiro lugar, por forma e dependendo do tamanho, isto é, diferentes tamanhos em diferentes locais.) «Tô separando por tamanho.» (Não mantém o critério ou não percebe que as peças médias e de mesma forma são várias e iguais e dispõe-nas em locais diferentes. As peças pequenas são agrupadas por forma e juntas, diferentemente das médias. Usa a mão como medida para empilhar as pequenas. Confere.) Você conhece azulejos? «Sim.» (Peço que azuleje as peças grandes. Resolve azulejar o tampo da mesa.) Insisto em que azuleje as peças grandes. «Vou tentá.» (Justapõe o quadrado grande ao quadrado médio e, embaixo, junta dois retângulos médios. Percebo que a ansiedade de Mar em fazer as coisas impede que escute os pedidos feitos. Peço que me escute com calma. Repito o pedido anterior.) «Vou usá o azulejo de biquinho (diz, referindo-se aos triângulos pequenos).» (Cobre o desenho armado anteriormente. Decido esperar, não vou mais interferir.) «O azulejo tem que ficar uma brechinha prá ponhá massa.» (Dispõe peças de vários formatos, distantes umas das outras, sem possibilidade de encaixe, peças médias com peças pequenas, triangulares médias com retangulares pequenas e quadrados médios. Começa a misturar as peças de todos tamanhos e cores. Termina de cobrir o desenho.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Pergunto em relação ao desenho. Conta em voz alta.) «37.» (A resposta correta era 31.)

2^A. Situação: " Plantas ":

(Separa os desenhos por tamanho em quatro grupos diferentes.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Localiza corretamente as maiores e as menores, mostrando.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

«Vou tentá...» (Cobre o desenho maior, sobrepondo desenhos.) «Cabe 7.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Cabe...ajeitando bem ajeitadinho...» (Diz isso, desenhando com o dedo em cima do quarto do desenho maior) «...uns 3 quartinho.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«São parecido pelo jeito do desenho.»

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

(Não avalia os tamanhos. Enfia todas as caixas em uma só. Reclama:) «Tá apertado.» (Diz:) «a caixa C é maior porque cabe todas caixa. A caixa A é a menor e a B é do meio porque tem pouca divisão.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Não entende a pergunta e responde.) «Todas.»

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Só cabe em uma.»

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa A), cabe 20; nessa (caixa B), 25, pelo tamanho, e, na C, cabe 20.» (Respondeu a esmo, não estimou nem fez cálculos. Isto fica claro quando, na maior e na menor, cabem a mesma quantidade e, na média, mais que na maior.)

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

«Nessa (caixa A), 4; nessa (caixa B), 4 e, nessa (caixa C), 6.» (De novo, não estimou nem contou e errou.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Não tem caixas parecidas.»

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las? O que você pensava, quando respondeu as perguntas das atividades de cobrir?

«Cobri, acho que tava errado. Nunca fiz isso na vida.» Em qual matéria da escola você estuda essas coisas? «Português, pelo jeito de fazer as contas, dividir as pecinha e cada desenho no lugar.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

O que pensou ao responder quantas peças cabiam? «Contava.» Você faz compras? «Não.» Nunca? «Sempre tem alguém prá i, é meio assim...Num gosto de conta.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Jo.

Natural: Gabileira/MG.

IDADE: 41 anos

(03/10).

NOME DO PAI: N. T. O.

IDADE: Falecido.

NOME DA MÃE: M. A. S.

IDADE: 59 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Trabalhava na lavoura.

PROFISSÃO DA MÃE: Trabalha na lavoura.

ESCOLARIDADE: Estudou dois anos quando pequeno, em uma escola rural onde começava o ano e nunca terminava por conta do trabalho na lavoura. Voltou à escola em 1992 no supletivo de 1º grau.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Cortador de cana como avulso; nos períodos diferentes do corte de cana, vende algodão-doce.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Cavalo de pau.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Música e passeio. Considera passeio quando está vendendo algodão-doce no centro de Rio Claro.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Piso de casa.» (Diz isto referindo-se ao quadrado e ao retângulo.) «Papagaio (pipa).» (Refere-se ao triângulo.) «Pode ser azulejo.» (Diz, em relação aos quadrados.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Mostra dois quadrados, um cinza e outro vermelho.) «São quadradinhos e a cor é diferente.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

(Mostra um quadrado grande e vermelho e um quadrado médio e cinza) «Igual porque são de papel e diferentes no tamanho.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Mostra corretamente um quadrado grande e vermelho e um quadrado médio e cinza.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

As peças que estão sobre a mesa estão misturadas. Você poderia arrumá-las melhor? (Jo começa por justapor as peças sobre o tampo de mesa. Parece que está distante, quase sonhando. Coloca cada peça com muito cuidado, para fazer um desenho em que todas as peças fiquem encaixadas. Usa como critério não sobrar vão entre as peças, independentemente da cor, tamanho ou forma. Deixo que "ladrilhe" a mesa.) Jo, não tem outra forma de separar as peças? «Não.» Você conhece azulejo? «Sim.» É possível azulejar as peças? «Acho que não, não consegue não.» (Acho que não me entendeu. Mostro o quadrado grande e vermelho. Jo havia chamado o quadrado grande e vermelho de "piso de casa".) Jo, você poderia azulejar esse piso? (Pega o quadrado grande e vermelho e parte para justapor a ele outras peças vermelhas, como já havia feito antes. Deixo que termine o desenho. Fica feliz com o desenho montado.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Pergunto quantas peças existem no desenho vermelho e Jo responde.) «Onze .» .(Contou uma a uma e corretamente.)

2^A. Situação: " Plantas ":

(Peço que separe os desenhos pelo tamanho. Ele compara os tamanhos dos desenhos, sobrepondo-os. Lê os dizeres e separa corretamente.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Localiza os maiores, menores e iguais corretamente.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

«Não. Uma só, não.» E vários? «Sim.» (Não cobre o desenho maior.) «Cabe oito.» (Diz isto comparando o tamanho do desenho grande, que está sobre a mesa, com o desenho pequeno, que está em sua mão.)

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Quatro.» Por quê? «O quarto é maior.» (Responde, medindo o desenho do quarto menor com o maior.)

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«Os desenhos são parecido. Igual o tamanho.»

3^A. Situação: "Caixas":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa A) é menor por causa do tamanho. Essa (caixa B) é maior por causa da altura. E essa (caixa C) é menor que aquela (caixa A) na altura.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Peço a Jo que encaixe os blocos verdes nas respectivas caixas. Encaixa todos os blocos verdes na caixa A. Tem problemas para realizar o encaixe. Não identifica a divisão das caixas com o formato dos blocos verdes. Refaço a pergunta:) Jo, você pode empilhar os blocos em uma única divisão da caixa maior? (Retira todos os blocos da caixa A e volta a colocá-los nos mesmos lugares em que havia posto anteriormente.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa? (Separei esta questão em várias.)

Quantas caixinhas verdes cabem na caixa A? «4.» E na caixa B? «6.» E na caixa C? «9.» (Diz isto somente olhando para as caixas.)

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

Quantas caixinhas verdes cabem em uma repartição da caixa A? «4.» E da Caixa B? «6.» E da caixa C? «9.» (Repete a resposta anterior, como se eu não houvesse escutado a primeira resposta.)

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete as respostas da pergunta anterior, quase que mecanicamente. Não presta atenção na pergunta. Acho que responde por responder, sem entender o que faz.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«São diferentes no tamanho.» (Procura a igualdade na cor das caixas.)

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las? Em que pensou quando cobriu a mesa com as pecinhas na primeira atividade?

«Na minha sobrinha. Tava brincando com ela.» Pensou em mais alguma coisa diferente? «Quando era criança, pegava taco de madeira e brincava de carrinho com taco de madeira.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

Jo, como você fez para responder quantos pecinhas tinha na mesa? «Contei. s vez saio fora do ar e conto errado.» Como faz quando vende algodão-doce e tem que dar troco a alguém? Quanto custa o algodão-doce? «2 mil.» Eu compro quatro algodões-doces e dou a você dez mil cruzeiros. De quanto é o troco? (Ele pára, conta nos dedos.) «Oito mil, dois mil.» E se eu comprar 7 algodões-doces? «Aí...tem que dar quatro a mais... não sou bom de conta, às vez saio do ar e dou troco errado. Quando é a menos, a pessoa reclama.» E quando é a mais?. (Sorri.)

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO

NOME: El. Natural: Monte Azul/M.G.

IDADE: 32 anos (26/07).

NOME DO PAI: J. C. P. IDADE: 52 anos.

NOME DA MÃE: J. C. O. IDADE: 55 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Lavrador.

PROFISSÃO DA MÃE: Doméstica.

ESCOLARIDADE: Estudou durante um ano quando tinha 9 anos e morava em Monte Azul. «Escola de Roça.» Voltou a estudar em 1992, no supletivo de 1^o grau (1^a série).

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Doméstica.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Boneca, cantava roda, «Brincá na roça é trabalhá de verdade.»

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Música. Quando tem tempo, gosta de ir ao baile para dançar. El conta que o marido achava que ela não tinha que estudar. «Na roça, a gente casa cedo.» E, com certa amargura, conta que após cinco filhos, o marido resolveu abandoná-la. «Com cinco filhos e sem estudo, fui trabalhá de doméstica e resolvi voltá a estudá a noite prá vê se acho coisa melhor.»

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

(Identificou corretamente o triângulo e o quadrado.) «Triângulo, 3 cantinhos. Quadrado, 4 cantinhos.» (O retângulo chamou de quadrado.) «É igual, 4 cantinhos.» (Cada "cantinho" é um ângulo.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Mostra duas peças: um quadrado grande e vermelho e um quadrado médio e vermelho.) Por quê? «Um é menor que o outro, mas é quadrado.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«Quando a forma é igual, o tamanho e a cor podem ser diferentes.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Mostra uma peça quadrada grande e vermelha e um quadrado médio e cinza. Acerta.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

Essas peças que estão sobre a mesa estão misturadas. Você poderia arrumá-las melhor? (Começa separando peças grandes e recobrimdo o tampo da mesa. Mistura cores, formas e tamanhos. Procura fazer um desenho na mesa. Interfiro, peço que separe as peças com alguma classificação. El propõe:) «Pode ser grandes e pequenos ou vermelhos e de cor cinza?» (Divide as peças em vermelho e cinza. As peças pequenas são colocadas para cobrir os vãos que ficam do não alinhamento das peças grandes. Após um tempo, El pergunta:) «Pode ser por tamanho das peças iguais?» Sim. (Separa as peças de cor cinza por tamanho e forma e, logo após, as vermelhas.) Você conhece azulejos? «Sim.» Você pode colocar azulejos nas peças grandes? «Sim.» (Começa com o quadrado grande e cinza e cobre com quadradinhos cinza e vermelhos. É interessante notar que El intercala uma fileira de vermelhos em duas de quadradinhos de cor cinza. Cobre um triângulo médio e cinza com os triângulos pequenos e vermelhos. Cobre os retângulos corretamente.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

Quantas peças estão sobre a peça maior (quadrado e triângulo) ? «15 e 9.» Como fez a conta? «Contei por aqui e aqui.» (Mostra com o dedo que contou por fileira vezes colunas.) E do lado? «4, 3.» (Aponta as colunas e as fileiras.)

2^A. Situação: " Plantas ":

(Peço que separe por tamanho. Compara e separa corretamente.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Acerta rapidamente, apontando os desenhos maiores, menores e iguais.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no maior?

(Peço que cubra os desenhos grandes como na atividade anterior. Rapidamente acerta.)
«Cabe quatro vezes.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«4.» Por quê? «Porque são iguais os desenhos e uma é maior que o outro 4 vezes.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«São parecidos quando têm o mesmo formato e o tamanho é diferente. Igual quando tem o mesmo tamanho.»

3^A. Situação: " Caixas ":

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa A) é média. Essa outra (caixa B) é maior porque é mais crescido (Refere-se à altura.). Essa aqui (caixa C) é menor porque é baixa.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas?

(Peço que encaixe os blocos verdes nas caixas correspondentes. Encaixa corretamente.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa A), 8; nessa (caixa B), 8. (Não percebeu que havia colocado três blocos verdes em cada divisão.) E, nessa (caixa C), 18.» (Comete o mesmo erro anterior.)

B2. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa A), 2; nessa (caixa B), 2; e, nessa (caixa C), 2.» (Comete erro nas caixas B e C; a resposta seria 3.)

B3. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a resposta anterior e comete o mesmo erro.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Não tem nada parecido. O tamanho das caixas é diferente. Tem só as divisões.»

4^A. Situação: " EXPLICANDO ":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

Por que escolheu sempre peças de forma igual para cobrir? «O triangulinho é parecido com o triangulão e é a mesma coisa para o quadrado.» Como você contou? «Contava aqui e depois aqui. Então dava a resposta.» (Diz isto apontando em primeiro lugar a fileira e, depois, a coluna.) Você multiplicava? «O de cima pelo do lado.» E as caixas? «Eu olhava e, então, dizia.» (Estimava o número de blocos.) Você contou nas caixas? «Não.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Contava nas pecinhas e olhava nas caixas.» El, você já brincou ou trabalhou com coisas parecidas com estas com que nós trabalhamos aqui? «Não. Talvez quebra-cabeça. Nas caixas, lembrei do jogo de dados. Acho que isto que nós fizemos é Matemática, porque são pecinhas para contar e para fazer números.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: An.

Natural: Pedra Branca/Ce.

IDADE: 34 anos

(09/03).

NOME DO PAI: A. L. O.

IDADE: 76 anos.

NOME DA MÃE: E. M. J.

IDADE: Falecida.

PROFISSÃO DO PAI: Lavrador.

PROFISSÃO DA MÃE: Do lar, ajudava o marido na roça.

ESCOLARIDADE: Quando pequena, estudou o suficiente para assinar o nome, em uma escola perto do sítio onde morava. Este ano voltou a estudar no supletivo noturno de 1^o grau.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: (Ela olha desconfiada.) «Nunca trabalhei.» Nunca? «Isso vai dá problema, seu moço?» Qual? «Alguém vai sabê a resposta da gente?» (Explico a finalidade da pesquisa e digo que meu estudo é o que ela e os outros entrevistados pensam em relação às atividades que ainda vamos fazer.) «Olha, eu trabalhei em roça, cortá cana. Mas sem carteira assinada.» Trabalhar sem carteira assinada era a grande preocupação dela. Acha que é erro seu não ter a carteira assinada e trabalhar. Este é um país estranho...

BRINCADEIRAS INFANTIS: Casinha, boneca, canta roda.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Passeio, música.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Tábua, piso.» Não lembra outro nome? «Não.»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Mostra o quadrado grande e vermelho e o quadrado médio vermelho.) Por quê? «Tem o mesmo modelo e a mesma cor.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«Tem a cor e o tamanho diferente. O modelo é igual. É quadrado.» O que é quadrado? «O modelo.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Mostra o quadrado grande e vermelho e o quadrado médio e cinza.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

(Peço que arrume as peças que estão sobre a mesa.) «Do meu jeito?» (Respondo que sim. Empilha as peças de mesma forma, a partir das grandes, misturando cor. Resolve separar as cores. Mistura os retângulos aos quadrados. Quando começam a surgir as peças pequenas e médias, cria novas pilhas, juntando as pecinhas quadradas e retangulares médias de um lado e as pequenas de outro lado. Coloca os triângulos têm uma única pilha. Em primeiro lugar, separa por cor; em segundo, por forma e, por último, algumas por tamanho.) An, você conhece azulejos? «Sim.» Você conseguiria "azulejar" as peças grandes com outras menores? «Vou tentar.» (Toma o quadrado grande e cinza e tenta cobrir com os quadradinhos cinza.) «O azulejo não deu!» (Tenta cobrir o quadrado grande com os retângulos pequenos cinza.) «O azulejo não deu!» (Tenta, novamente, cobrir o quadrado grande com os quadrados médios e cinza. Acerta. Faz outro quadrado grande e vermelho. Acerta. Cobre o triângulo grande e cinza com os triângulos médios e cinza. Acerta outro triângulo cinza, cobrindo-o com os triângulos pequenos e de cor cinza. Só trabalha com as peças de cor cinza.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

Quantas peças cabem em cima? «No triângulo, 16; nos quadrados, 4.» E nos lados? «No triângulo, 7 e nos quadrados, 2.» (An conta, apontando com o dedo e, ao contar o lado do triângulo, conta o vértice do triângulo que se encaixa nos que estão sobre a base.)

2^A. Situação: " Plantas ":

(Peço que separe por tamanho os desenhos que estão misturados sobre a mesa. Separa corretamente.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Aponta corretamente as peças sobre a mesa, distinguindo as maiores, menores e iguais.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

(Peço que cubra o desenho maior com os menores como o já realizado na atividade anterior.) «Cobre as maior com as menor?» Sim. «Acho que não vai dá certo, não.» (Cobre corretamente o desenho grande e depois o médio.) «No grande, 4; no pequeno, 4 também.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Não dá.» Dá para imaginar quantos "cabem"? (Mede a sala com o dedo da mão, tentando estimar.) «Quatro.» (Mediu quantos "cabiam" dos lados: Ao ver que davam dois dos lados, respondeu correto.)

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«Não são parecidas os desenhos, são igual. Vê, tem sala, cozinha, banheiro e dois quartos em todos.»

3^A. Situação: " Caixas ":

(Peço que encaixe os blocos verdes nas caixas correspondentes. Encaixa corretamente os blocos verdes nas respectivas divisões nas caixas.)

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa A) é média. Essa (caixa B) é a maior, porque é mais alta e mais comprida. Essa (a caixa C) é a menor porque é menos alta.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa A), 8; nessa (caixa B), 12; E nessa (caixa C), 27.»

B1. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa A), 2; nessa (caixa B), 3; nessa (caixa C), 3.»

B2. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a resposta anterior.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Igual não tem. Parecido, só o modelo das caixas A e B.»

4^A. Situação: " EXPLICANDO ":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

O que você pensou, quando encaixou as pecinhas na primeira atividade? «Tinha que combiná.» O que tinha que combinar? «Os modelos das peças.» (Afirma que para cobrir, era importante que o desenho da peça menor fosse igual ao da peça maior.) «Modelo da menor igual ao modelo da maior.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Contei.» Como você contou? «1,2,3,4.» (Exemplifica com o quadrado grande coberto com os médios e conta, apontando com o dedo.) E como contou nas caixas? «Cabia 2, então eu fazia: 2, 4, 6, 8.» (Exemplifica com a caixa A, onde adiciona a quantidade de blocos de cada divisão.) An, você já coisas semelhantes as que nós fizemos, no trabalho ou em brincadeiras? «Não, no trabalho é só derrubá a cana.» (Aponta as peças sobre a mesa e diz:) «Acho que é um jogo de quebra-cabeça ou xadrez. Quando vou viajá, eu arrumo as mala e tem que encaixar.» (Diz isto, apontando para as caixas e os blocos verdes. E pergunta:) «É aula de Matemática?»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Marci Natural: Limeira/SP.

IDADE: 14 anos (Não sabe o dia).

NOME DO PAI: M. N. P. S. IDADE: Não sabe.

NOME DA MÃE: T. A. P. IDADE: Não sabe.

PROFISSÃO DO PAI: Borracheiro.

PROFISSÃO DA MÃE: Doméstica.

ESCOLARIDADE: Estudou seis anos, mas nunca completou a primeira série porque, a família mudava muito de cidade. Este ano tem que estudar no supletivo noturno do 1^o grau, porque ajuda a mãe arrumando a casa e tomando conta dos irmãos.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Ajuda em casa: limpa, faz almoço, toma conta dos irmãos.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Carrinho, pião, papagaio (pipa) e esconde-esconde.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Joga bola.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Quadrado, triângulo e comprido (retângulo).» (Identifica corretamente o triângulo e o quadrado. O retângulo chama de "quadrado comprido".)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Mostra o triângulo grande e vermelho e o triângulo grande e cinza. Compara o tamanho das peças.) «É igual.» Por quê? «Não sei.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

(Sem nomear as peças, solicito que pegue duas triangulares de cor e tamanho diferentes. Mostra o triângulo grande e vermelho e o triângulo pequeno e cinza.) O que elas têm de igual? «São triângulo igual.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Mostra um retângulo médio e vermelho e um retângulo pequeno e vermelho. E aponta corretamente a maior e a menor.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

(Peço que arrume as peças que estão sobre a mesa. Começa separando as grandes e médias por forma e cor. Empilha peças iguais. Arruma as de cor cinza da mesma forma que as vermelhas. Compara tamanhos. Usa a mão como medida.) «Essas não dão par.» (Refere-se às grandes, que só possuem uma peça de cada cor. Busca todas peças cinza. Dispõe de forma semelhante as peças de cores diferentes.) Conhece azulejo? «Sim.» (Peço que azuleje uma peça qualquer. Toma o quadrado grande e cinza e cobre-o com retângulos pequenos de cor cinza. Verifica que não dá.) «Posso tentar outro?» Sim. (Cobre-o com os quadrados médios e de cor cinza. Acerta. Começa o triângulo grande e cinza, tentando cobri-lo com os retângulos pequenos e cinza. Dispõe de modo simétrico, mas os retângulos ultrapassam o lado do triângulo.) «Pode assim?» É assim que ficam os azulejos? «Não.» (Refaz a atividade, usando os triângulos pequenos e cinza que ficam dispostos de forma irregular. Não consegue cobrir o triângulo grande. Ajeita as peças e cobre-o. Cobre o retângulo grande e cinza de modo correto. Cobre o retângulo médio e vermelho com retângulos cinza e pequenos.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

Quantas peças "couberam" em cima das peças? «No quadrado grande, 4; no retângulo grande, 4; no retângulo médio, 4 e no triângulo, 16.» E dos lados? «2, 2, 2, 4.» (Está correto.)

2^A. Situação: " Plantas ":

(Peço que separe os desenhos por tamanho. Separa corretamente e compara as medidas com a mão.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Aponta com o dedo os desenhos maiores, menores e iguais.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

(Peço que cubra os desenhos grandes como na primeira atividade.) «Inteirinha?» (Pergunta, referindo-se ao fato de cobrir, ou não, o jardim e o quintal.) Sim. (Cobre-os corretamente.) «Na maior 4 e na menor 4.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Se fô medi essa (desenho menor) com lá (desenho maior) dá 6.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«É igual quando tem o mesmo tamanho e não tem parecido.»

3^A. Situação: " Caixas ":

(Peço que encaixe os blocos verdes nas respectivas caixas. Encaixa os blocos corretamente na primeira tentativa.)

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (caixa A) é média. Essa (caixa B) é maior, mais grande no comprimento. Essa (caixa C) é menor, porque é mais baixa.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (caixa A), 8; nessa (caixa B), 12; nessa (caixa C), 29.» (Erra a contagem na caixa C.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (caixa A), 2; nessa (caixa B), 3; nessa (caixa C), 3.»

B2. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a resposta anterior.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Não são iguais. Aquela caixa (A) parece com esta (B), porque se ela fosse mais grande ficava igual.»

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

(Descreve como pensou na primeira atividade.) «Juntando elas.» Por que você fez os retângulos um atrás do outro? «Porque deu certo naquele. Ficou tudo certinho, bem direitinho.» (Diz apontando as peças sobre a mesa.) E os blocos verdes como foi? «Via o tamanho e se cabia na caixa.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Contava.» Como? «Um de cada vez.» (Refere-se ao fato de contar com o dedo.) E no desenho, você disse que o pequeno cabia seis vezes no grande. Por quê? «Contei o número dos quartos, sala, cozinha e banheiro.» (Diz que não localiza nada do que foi feito nem nos seis anos de escola nem nas suas atividades de casa. É interessante esse fato porque ele não cometeu erros, com exceção da estimativa de quantas vezes o quarto, sala ou banheiro do desenho menor "cabiam" no desenho maior e de um erro de contagem. Na terceira atividade ele não cometeu erros.

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Fra.

Natural: Canindé/Ceará.

IDADE: 22 anos

(29/03).

NOME DO PAI: A. O.

IDADE: 50 anos.

NOME DA MÃE: M. D. O.

IDADE: 48 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Trabalhador na roça.

PROFISSÃO DA MÃE: Do lar e ajuda na roça.

ESCOLARIDADE: Estudou, entre 8 e 10 anos de idade, em uma escola do interior do Estado do Ceará. Reclama que a escola era fraca e diz que só sabe assinar o nome. Aos 10 anos, o pai chamou-o para trabalhar na roça. Voltou a estudar no fim de 1991 no supletivo noturno do 1^o grau.

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Já trabalhou como ajudante de pedreiro e atualmente trabalha na linha de montagem em uma indústria de processamento de frangos congelados.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Bola, esconde-esconde, pião e papagaio (pipa).

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Passeio, baile e música.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Modelo de quadro (quadrado), safra de bate ferro (triângulo) e rádio (retângulo).»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Mostra o quadrado médio e vermelho e o quadrado grande e vermelho.) Por quê são iguais? «Porque o modelo é igual.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«É igual se os dois são vermelho ou cinza.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Fra aponta corretamente uma peça maior e uma menor.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

(Peço a Fra que separe as peças que estão espalhadas sobre a mesa e ele começa a trabalhar, empilhando as peças sem critério nenhum. Mistura todas as peças em uma espécie de "torre de babel geométrica", deixando-as mais desarrumadas ainda. Interfiro, pedindo que organize as peças de uma forma que ele possa vê-las sem derrubar outras.) «Não vale a pena.» (Não organiza as peças.) Você conhece azulejos? «Sim.» (Peço que azuleje as peças maiores com as menores. Toma o quadrado grande e vermelho e justapõe a ele somente peças vermelhas, quadradas ou retangulares.) Você está azulejando o tampo da mesa ou o quadrado grande? «O tampo da mesa.» Eu pedi para azulejar as peças grandes. «É para azulejar?» Sim. (Começa a azulejar o quadrado grande e vermelho com as peças retangulares e de cor cinza, dispondo a primeira e a última fileira na horizontal e a intermediária na vertical. Sobram espaços e Fra procura peças de qualquer formato para completá-los. Fica aproximadamente quinze minutos tentando.) Será que não é o azulejo que está errado? (Aponta a pilha de peças misturadas.) «Os azulejos têm todos os mesmos tamanho. Aqui não tem.» Você procurou direito? «Procurei.» E essa pilha está organizada para poder procurar ? (Sorri e diz:) «Sim.» Não tem outra forma de organizar essas peças? «Não.»

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

(Esta pergunta não foi efetuada.)

2^A. Situação: " Plantas ":

(Peço que separe os desenhos em grupos diferentes por tamanho. Usa a mão como

medida e separa-os corretamente.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Aponta os grupos de desenhos maiores, menores e iguais.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no maior?

(Peço que azuleje os desenhos maiores com os menores. Fra vira o papel, escondendo o desenho. "Azuleja" os desenhos corretamente.) «Cabe quatro em cima.» E do lado? «Dois.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Quatro.» Por que quatro? «Porque a maior precisa de quatro pequenas para cobrir.» Não seriam cinco? «Não, porque cinco é muito.» (Não mediu ou utilizou algum tipo de comparação física para dar essas respostas.)

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«São iguais os desenhos, as diferenças estão no tamanho.»

3^A. Situação: "Caixas":

(Peço que encaixe os blocos verdes nas caixas. Encaixa corretamente.)

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (A) é menor. Essa (B) é mais alta. Essa (C) é maior porque é mais larga.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Nessa (A) cabe 8; nessa (B) cabe 12 e nessa (C) cabe 28.» (Tem muita dificuldade para efetuar o último cálculo.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nessa (A) cabe 2; nessa (B) cabe 3 e nessa (C) cabe 3.»

B2. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a resposta anterior.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Nada parecido.» Nada? «Não tem.» Nada? «As divisões?»

4^A. Situação: " EXPLICANDO ":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

(Começo, referindo-me à primeira atividade.) O que você acha que era para fazer com aquelas peças? «Azulejar.» O quê? «As peça ou a mesa.» Por quê não azulejou então? «Porque não encontrei os azulejo. Os azulejo não dava esquadro.» O que é não "dar esquadro"? «Pelo esquadro, tira os tijolo, azulejo e fazendo o tipo igual, fica direito, legal.» E nos desenhos? «Tinha esquadro (as peças eram todas iguais).» E nas caixas o que era para ser feito? «Era como fazer um alicerce com tijolos.» (Diz isso, referindo-se aos blocos.)

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

Como você fazia para saber quanto cabia nos desenhos e nas caixas? «Olhei quanto tinha em cada quadro e fiz a conta e deu o que eu falei.» Como você fez essa conta? «Dois em cada um (aponta a caixa A), tem quatro, dá oito.» (Multiplica.) Você falou várias vezes em esquadro, tijolos, quadro e alicerce. Por quê? «Já trabalhei como ajudante de pedreiro.» E o que nós fizemos tem alguma coisa parecida com esse trabalho? «Tem os azulejo, só que diferente e tem os tijolo (aponta os blocos verdes). E a gente alinha tudo (fala isto, reclamando da primeira atividade).»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Lu

Natural: Limeira/SP.

IDADE: 13 anos

(26/10).

NOME DO PAI: M. O. C.

IDADE: Falecido.

NOME DA MÃE: M. D. B. C.

IDADE: 34 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Era operário. (Não sabe de que tipo.)

PROFISSÃO DA MÃE: Do lar.

ESCOLARIDADE: Lu diz que começou a estudar com seis anos na pré-escola. Fez o 1^o e o 2^o ano do primeiro grau e repetiu. Houve problemas com a família e ela desistiu de estudar. Voltou quando tinha onze e tornou a desistir após meio ano na escola. Voltou este ano a estudar no supletivo noturno da E.E.P.G."Nelson Stroili".

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili"

TRABALHO: Não trabalha.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Casinha, boneca, bola e bicicleta.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Música e passear.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Quadrado, triângulo e retângulo.» (Lu mostrou as peças e identifica os nomes corretamente.)

B) Quais peças são iguais? Por quê?

(Mostra dois quadrados médios de cor cinza.) Por que são iguais? «Porque são da mesma cor.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«Não tem nada de igual a não ser a forma.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Mostra corretamente um quadrado grande de cor vermelha e um retângulo cinza e pequeno.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

(Peço que separe as peças que estão espalhadas sobre a mesa.) «De qualquer jeito?» De uma forma que você ache conveniente. (Separa as peças de mesma forma e empilha com outras também de mesma forma. Faz uma torre com quadrados e retângulos. Usa a mão como medida. Faz outras torres com as peças pequenas triangulares, quadradas e retangulares. Não ordena a posição da peças. Não utiliza um critério na separação. Interfere na pilha inicial de modo a ter somente peças vermelhas.) Você conhece azulejos? «Sim.» Você pode azulejar as peças grandes com as menores? «Vou tentar.» (Não entende o pedido e cobre uma peça grande com outra grande de igual formato.) Poderia ser coberta com peças menores que ela? «Sim.» Você poderia me mostrar como é que fica com as peças menores cobrindo as maiores? «Sim.» (Lu continua fazendo exatamente o que estava fazendo) «Assim?»

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

«Uma em cima e uma embaixo.» E do lado? «Uma.»

2^A. Situação: " Plantas ":

(Peço que separe os desenhos em grupos de mesmo tamanho. Separa corretamente.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Aponta os grupos, discriminando corretamente os maiores e os menores.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no maior?

Você pode cobrir o desenho grande com os desenhos menores? «Sim.» (Cobre corretamente os desenhos grandes com os menores.) «Nesta planta (desenho médio) cabem quatro (desenhos pequenos) e nesta (desenho grande) cabem quatro (desenhos médios).»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

Quantas salas do desenho pequeno cabem no grande? «Acho que só cabe uma sala porque só tem uma.» Mas no desenho grande não é maior? «É.» E só cabe uma? «Acho que cabem quatro porque tem quatro em cima (desenhos pequenos sobre o grande).»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«Só tem iguais pelo desenho.»

3^A. Situação: "Caixas":

(Peço que encaixe os blocos verdes nas caixas. Acerta os encaixes na primeira tentativa.)

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Essa (A) é a menor; essa (B) é a maior e esta (C) é a média.» Como você fez para saber qual é maior ou menor? «Pelo chão (base da caixa) e pela altura (da caixa).»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Aqui (A) cabe 10; nesta (B) cabe 9 e na última (C) cabe 26.» (Lu não acertou nenhuma das caixas, errou basicamente na contagem. Na caixa A cabem 8 blocos, pois há quatro divisões e em cada divisão cabem dois blocos verdes; mas Lu fez a seguinte contagem: $2 + 2 = 4$, $4 + 2 = 6$, $6 + 2 = 8$ e $8 + 2 = 10$. Na caixa C cabem 27 blocos verdes e ela fez: $3 + 3 = 6$, $6 + 3 = 9$, $9 + 3 = 12$, $12 + 3 = 16$, $16 + 3 = 19$, $19 + 3 = 23$, $23 + 3 = 26$.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Nesta (A) cabe 2; nesta (B) cabe 3 e na última (C) cabe 3.»

B2. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a resposta anterior.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«A não ser a cor são parecidas.»

4^A. Situação: " EXPLICANDO ":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

O que você pensou ao cobrir as peças? «Se ia dar certo.» Você estava nervosa? «Sim, com medo de errar.» (Aponto as peças da primeira atividade) Os azulejos que você conhece são assim, só um na parede? «Não.» E nos desenhos, no que você pensou? «Em cobrir direitinho.» É igual cobrir os desenhos e as peças? (Aponto as peças do primeiro desenho.) «Acho que é.» E nas caixas, como você pensou? «Em encaixar certinho.» Olhou as divisões antes de encaixar? «Sim.» Comparou com os blocos? «Sim.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

«Eu contava.» Como? «Assim (aponta com o dedo) uma, duas.» Você já havia brincado com coisas parecidas? «Brinquei no pré (aponta as pecinhas sobre a mesa).» E com os desenhos e os blocos? «Não.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.

SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Paul.

Natural: Santa Rita do Sapucaí/M.G.

IDADE: 38 anos

(14/05).

NOME DO PAI: G. A. F.

IDADE: 72 anos.

NOME DA MÃE: M. L. F.

IDADE: 68 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Lavrador.

PROFISSÃO DA MÃE: Do lar e ajudava o pai na roça.

ESCOLARIDADE: Fez o primeiro ano há 18 anos. «Naquele tempo a escola era forte. Era no Paraná, em Uraí. Escola da cidade, não era da roça.» Voltou a estudar em março de 1992, no supletivo noturno da E.E.P.G."Nelson Stroili".

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili"

TRABALHO: Almoxarife na Usina Iracema.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Bola.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Estuda a Bíblia e vai ao culto da Igreja Pentecostal "Deus é Amor".

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Esta é quadrado, esta triângulo e esta é um quadrado menor (retângulo).»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

«Estes dois. (Um triângulo grande e cinza e um triângulo grande e vermelho.) Só a cor é diferente.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

«São verdadeiramente triângulos, só que um é menor.» (Diz isto, segurando na mão dois triângulos: um, cinza e grande, e outro, vermelho e pequeno.)

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Continua com as peças da pergunta anterior e mostra o maior e o menor.)

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

(Peço que Paul separe as peças que estão misturadas sobre a mesa.) «Vou separar da maneira que a gente costuma trabalhar.» (Metodicamente separa as peças em grupos diferentes, por tamanho, cor e forma. Usa a mão como medida e sobrepõe as peças de mesma forma, tamanho e cor. Compara sistematicamente o tamanho das peças. Mostra a mesa e diz, orgulhoso:) «É assim que a gente trabalha.» (Conversamos sobre azulejos. Ele cobre o quadrado grande e cinza usando os retângulos pequenos e vermelhos.) «Aqui não vai dá.» (Quando percebeu que iam faltar retângulos. Muda o quadrado grande para médio e cinza e mantém o retângulo pequeno. Muda para o retângulo médio e cobre-o com os retângulos pequenos, dispondo as peças na vertical. Retoma o quadrado grande e cinza e cobre-o com o quadrado médio e vermelho. Acerta. Ele estima as peças e o tamanho delas antes de usá-las. Tenta cobrir o retângulo médio com os retângulos pequenos e cinza mas desiste. Tenta o quadrado grande e vermelho de novo, cobrindo-o agora com quadrados médios e de cor cinza. Cobre uma seqüência de retângulos na horizontal. Corrige o anteriormente feito na vertical. Olha as peças já cobertas e estuda-as antes de cobrir outras.) Por que você olha as que já estão cobertas? «Para ver como faz.» Por que você mudou o retângulo? «Tinha que ser igual.»

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

«4, 4, 4, 9.» (Conta as peças que estão cobertas.) E do lado? «Assim (apontando o lado de um quadrado)?» É. «2, 2, 2, 3.»

2^A. Situação: " Plantas ":

(Peço que separe os desenhos que estão sobre a mesa por tamanho. Procede da mesma forma que na atividade anterior.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

«Este é maior (aponta o desenho maior) e estas são as menores (aponta os desenhos menores).»

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no desenho maior?

Dá para cobrir o desenho maior como você fez com as pecinhas? «Dá.» (Olha atentamente para os desenhos que estão sobre a mesa e cobre-os corretamente já na primeira vez.) «4.»

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

(Estima, medindo com a mão, o tamanho dos desenhos dos quartos.) «Quatro.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«São parecidas. Têm o mesmo tipo de desenho só; não tem diferente; é o mesmo desenho, só que menor.» (Olhou um por um dos desenhos sobre a mesa.)

3^A. Situação: " Caixas ":

(Peço que encaixe os blocos verdes nas caixas e metodicamente olha os blocos e as divisões das caixas, encaixando todos corretamente.)

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Esta (B) é maior porque tem altura e comprimento maior; esta (C) é menor porque é mais baixa e esta (A) é média.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Aqui (A) cabem 8; aqui (B) cabem 12 e nesta (C) 27.»

B1. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Aqui (A) cabe 2; aqui (B) cabe 3 e aqui (C) cabe 3.»

B2. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a resposta anterior.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Esta (A) parece mais com esta (B), mas não é igualzinha porque tem mais repartimento e é mais baixa.»

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

No que pensava, quando mexia com as pecinhas? «Prestava atenção no serviço que tava fazendo porque tem pecinha igual e esses quadradinhos (de cor cinza) são a mesma coisa destes (vermelhos).» E nos desenhos? «É tudo igual.» E nas caixas? «Também é igual porque tem que prestá atenção no tamanho das caixas.» Quais? «Verdes.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

Como você sabia quanto tinha? «Contava.» Como? «Assim (aponta a caixa A): 2,4,6,8.» Somando? «Acho que sim.» Você faz estas coisa no seu serviço? «Faço. tem que separar as peças diferentes por tamanho e colocar no seu lugar.» E nas caixas? «É igual, tem que saber quando cabe.»

ANTONIO CARLOS CARRERA DE SOUZA.
SENSOS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM EXTERNALISTA DA MATEMÁTICA.

IDENTIFICAÇÃO.

NOME: Luc.

Natural: São José dos Quatro Marcos/MT

IDADE: 14 anos

(10/10).

NOME DO PAI: I. A. S.

IDADE: Falecido.

NOME DA MÃE: M. A. S. S.

IDADE: 52 anos.

PROFISSÃO DO PAI: Trabalhava na lavoura.

PROFISSÃO DA MÃE: Doméstica.

ESCOLARIDADE: Quando era pequena, estudou dois anos em Mato Grosso, até completar 10 anos e, então, parou. Voltou a estudar em 1992, no supletivo noturno da E.E.P.G. "Nelson Stroili".

NOME DA ESCOLA: E.E.P.G."Nelson Stroili".

TRABALHO: Ajuda a mãe em casa e é empregada doméstica.

BRINCADEIRAS INFANTIS: Barata (tipo de pega-pega), boneca e roda.

LAZER (JOGOS, ESPORTES, DIVERSÕES): Gosta de música.

1^A. Situação: " FIGURAS ":

A) Quais são os nomes das figuras geométricas representadas pelas peças?

«Não sei o nome.» Nunca viu essas formas? «Nunca, não lembro não.»

B) Quais peças são iguais? Por quê?

«São igual só pela cor.»

C) (Pergunto, mostrando duas peças de mesma forma.) Essas peças de cor e tamanhos diferentes têm algo de igual?

(Peço que pegue o quadrado grande e cinza e o quadrado médio e vermelho.) O que essas figuras têm de igual? «Não parece muito não. As formas parece.» E você sabe o nome das formas? «Não lembro não.»

D) Quais são as peças maiores? E as menores?

(Peço que me mostre uma peça maior e uma menor. Luc pega dois retângulos de cor cinza de mesmo comprimento com larguras diferentes.) Qual a diferença? «No tamanho (aponta a largura).»

E) As peças pequenas cobrem as grandes?

(Peço que separe as peças que estão misturadas sobre a mesa.) «Vou ver se consigo.» (Amontoa as peças de cor cinza em separado das peças vermelhas.) «Deixar as cor iguais.» Tem outro jeito de arrumar? «Não.» Você conhece azulejos? «Sim.» Dá para azulejar as maiores usando as peças menores? «Vou tentá.» (Coloca o quadrado grande e vermelho na base do tampo da mesa e vai pondo na parte superior dele peças retangulares e quadradas.) Dá para colocar sobre a peça? «Nunca vi.» E dá para azulejar a mesa? «Nunca mexi com isto.» (Vai pondo peças sobre o tampo da mesa, tentando encaixar pecinhas nos espaços que ficam livres.) «Não sei trabalhar com azulejo. Sempre tem a primeira vez de mexê com as coisa.» (Arruma as peças no sentido de ficarem alinhadas.)

F) Quanto aos lados, quantas vezes as peças pequenas "cabem" nas maiores?

Quantas peças existem sobre a mesa? «12.» (Conta, apontando com o dedo.)

2^A. Situação: " Plantas ":

(Peço que separe os desenhos por tamanho.) «Separar os iguais em tamanho?» (Compara com a mão e separa.)

A) Quais desenhos de casas são maiores? Quais são menores?

(Mostra os maiores, menores e os iguais.)

B) Considere o desenho todo. Quantas vezes o desenho menor "cabe" no maior?

(Peço que cubra o desenho grande com os menores.) «Não consigo.» (Não vê jeito de fazer a atividade. Desiste. Não faz.)

B1. A sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho menor "cabem" na sala, cozinha, quartos e banheiro do desenho maior? Quantas vezes?

«Não sei não.»

C) (Mostro os desenhos esquemáticos das casas.) Desses desenhos, quais são parecidos? Por quê?

«São iguais os de mesmo tamanho e os parecido, só quando são mais pequenos.»

3^A. Situação: " Caixas ":

(Peço que encaixe os blocos verdes nas caixas. Encaixa corretamente após algumas dificuldades, como a de tentar pôr todos na mesma caixa.)

A) Quais caixas são as maiores e quais as menores?

«Esta (C) é maior, porque é mais comprida (aponta a base); esta (A) é menor, porque aqui (aponta a base) é menor e esta (B) é do meio.»

B) Quantos blocos verdes "cabem" nas divisões das caixas? Quantos blocos "cabem" em cada caixa?

«Aqui (B) cabe 12, aqui (A) cabe 8 e nesta (C) ... cabem umas trinta.» (Diz isso em relação à caixa C, depois de ter tentado contar e desistido.)

B1. Quantos blocos "cabem" em cada uma das repartições das caixas?

«Aqui (A), 2; aqui (B), 3 e aqui (C), 3.»

B2. Qual a relação entre a altura da caixa e dos blocos?

(Repete a resposta anterior.)

C) Quando as caixas são parecidas e quando são iguais?

«Não tem caixas parecidas.»

4^A. Situação: "EXPLICANDO":

A) Sobre as atividades que você fez anteriormente, no que pensou para realizá-las?

Como você pensou naquela atividade (Aponto as peças sobre a mesa)? «Tô nervosa e com a cabeça ruim hoje.» Você já viu parede com azulejo? «Já ajudei meu irmão com azulejo.» E como fica na parede? «Tudo igual, aqui era tudo diferente.» E nas caixas? «Olhava o tamanho (aponta os blocos) e o buraco.»

B) Quando eu perguntava "quanto cabia", como fazia para responder? Essas atividades que nós fizemos aqui têm algo de parecido com as atividades que você normalmente desenvolve?

Como você fez para saber o número de blocos nas caixas? «Contava.» Como? «Assim (aponta a caixa A) 1,2,3,4,5,6,7,8.» E naquela (aponto a C)? «Não deu (para contar), era muito.»