Maria Ângela Miorim

O Ensino de Matemática:

Evolução e Modernização

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Educação
1995

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA FE/UNICAMP

Miorim, Maria Ângela
M669e O ensino de matemática : evolução e modernização / Maria Ângela Miorim. -- Campinas, SP : [s.n.], 1995

Orientador : Lafayette de Moraes
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Matemática - Estudo e ensino - História. 2. Educação matemática - História. 3. Educação matemática - *Modernização. I. Moraes, Lafayette de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Maria Ângela Miorim

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida por Maria Ângela Miorim e aprovada pela Comissão Julgadora em 19.06.95

Data: 13/05/95

Assinatura:

O Ensino de Matemática:

Evolução e Modernização

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Educação
1995

Tese apresentada como exigência parcial para obtenção do Título de Doutor em Educação na Área de Concentração: Metodologia de Ensino, à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação do Prof. Dr. Lafayette de Moraes.

Comissão Julgadora:

Aos meus pais, Geraldo e Maria,
à Jó,
ao Nenê e à Edimara,
à Marina, à Iara e à Amanda,
pelo apoio, carinho e incentivo
em todos os momentos,
dedico este trabalho.

Agradecimentos

Ao orientador Lafayette, pela atenção, incentivo e amizade durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores integrantes da banca do Exame de Qualificação – Dario Fiorentini, Lafayette de Moraes, Antonio Miguel e Sérgio Nobre – pelas valiosas críticas e sugestões.

Aos colegas do Cempem e do Deme, pelas reflexões conjuntas e pelo apoio nos momentos difíceis.

Ao Geraldo, à Maria, ao Geraldo-filho, à Edimara, à Marina, à Iara e à Amanda, pela confiança, paciência e apoio durante todo o caminho.

À Jó, pelo auxílio constante, pelas revisões, pelas viagens inesperadas, pelos longos telefonemas...

Ao James, Gil, Fernando e Wilson pela contribuição na finalização deste trabalho.

A todos aqueles que sempre me apoiaram.

Resumo

Com o propósito de analisar as origens e as principais características de um Movimento Internacional para Modernização do Ensino de Matemática das escolas secundárias, ocorrido no início de nosso século, bem como as influências exercidas por esse movimento no ensino de matemática de diferentes países, em particular, no ensino brasileiro, este trabalho apresenta um estudo histórico do ensino de matemática.

A partir da análise de fontes primárias e secundárias sobre o assunto, o estudo histórico é desenvolvido em três etapas.

Na primeira delas, acompanha-se o desenvolvimento do ensino de matemática até que seja identificada a presença dos primeiros elementos renovadores nesse ensino.

Numa segunda etapa, são analisadas as primeiras experiências de renovação do ensino secundário realizadas em vários países a partir do final do século passado, as necessidades que teriam levado ao surgimento da Comissão Internacional para o Ensino de Matemática e do Primeiro Movimento Internacional para Modernização do Ensino de Matemática das escolas secundárias.

Na última etapa, apresenta-se, em linhas gerais, o caminho percorrido pelo ensino de matemática nas escolas secundárias brasileiras, até o momento em que esse nível de ensino começaria a sofrer influências do Movimento de Modernização.

Para finalizar, o trabalho analisa, em suas considerações finais, algumas conseqüências que esse Movimento traria para o ensino de matemática e estabelece algumas conexões entre ele e o Movimento da Matemática Moderna, ocorrido a partir dos anos 50.

Abstract

With the purpose of analyzing the origens and the principal characteristics of the International Movement for the Modernization of Mathematical Teaching in secondary schools, which occured at the beginning of this century, as well as the influences exerted by this movement in different countries, in particular – Brazil, this work presents an historical study of the teaching of mathematics.

Starting with primary and secondary resources about the subject, the historical study is developed in three stages.

In the first, we accompany the development of mathematical education until we identify the prescence of the first elements of renovation of this teaching.

In the second stage we analyze the first experiences of renovation of secondary education in various countries starting from the end of the past century, the necessities that lead to the formatin of the International Commision for Mathematical Teaching and the first International Movement for the Modernization of Mathematical Teaching in secondary schools.

The last stage presents general lines taken by the teaching of mathematics in brazilian secondary schools until the moment in which this level of teaching starts to suffer influences of the Modernization Movement.

This work ends with final considerations about the consequences that this movement brings to the teaching of mathematics and establishes some connextions between this movement and the Modern Mathematics Movement of the 1950's.

Indice

Introdução

> "Apenas recolhemos a opinião, bastante espalhada, de que essa reforma (Movimento da Matemática Moderna) constitui uma tentativa de encontrar uma solução para as tensões que se apresentam, já há algum tempo, entre um ensino das matemáticas praticamente petrificado ... e algumas ciências (em particular, as próprias matemáticas) em desenvolvimento, que utilizam ferramentas novas ..., além de uma tecnologia em plena expansão, com os resultados espetaculares que todos conhecemos."
>
> Jesús Hernández

Essas palavras, extraídas da introdução do livro *La enseñanza de las matemática modernas*, confirmam-nos que o descompasso existente entre os últimos avanços científicos e tecnológicos e a matemática ensinada nas escolas de nível médio seria um dos mais fortes argumentos utilizados pelos defensores do Movimento da Matemática Moderna para justificar a necessidade de "modernização" dos conteúdos matemáticos desenvolvidos naquele nível de ensino.

A "matemática moderna", que começava a ter aplicações práticas na ciência e na técnica e que já havia "impregnado" os estudos universitários, estava "há séculos de distância" daquela ensinada no nível médio. Seria, portanto, necessário, como forma de garantir uma certa "continuidade" entre esses dois níveis de ensino, que fossem introduzidos no ensino das escolas de nível médio alguns aspectos "modernos" da matemática.

A preocupação em modernizar o ensino de matemática, entretanto, teria sido originalmente motivada por acontecimentos ocorridos fora do campo científico-tecnológico.

Nos Estados Unidos, por exemplo, onde já eram perceptíveis os problemas existentes com relação ao ensino de matemática, essa preocupação teria manifestado-se mais fortemente durante a Segunda Guerra Mundial, uma vez que os soldados americanos apresentavam tão alto grau de deficiência com relação à matemática, que o governo seria obrigado a fornecer cursos especiais, como forma de amenizar a situação.

Mas seria um fato não ligado diretamente à situação escolar americana que acabaria acelerando as propostas americanas de modernização e desencadeando um movimento internacional de modernização.

O lançamento, em 1957, do primeiro foguete soviético - o Sputnik - levaria o governo americano a tomar consciência de que, para resolver o problema da clara desvantagem tecnológica existente em relação aos russos, seria necessário repensar o ensino de matemática e o de ciências. Com esse objetivo, e através da abertura de novos financiamentos, incentivaria a criação de grupos nacionais para estudarem novas propostas de currículo para a escola média.

Em 1959, a Organização Européia de Cooperação Econômica, a OECE, preocupada com uma melhor qualificação do pessoal técnico-científico de seus países membros, organizaria uma Conferência Internacional em Royaumont de duas semanas, com a participação de especialistas de vinte países, tendo como objetivo principal a discussão de propostas de mudança para o ensino de matemática da escola de nível médio.

Nessa conferência, onde seriam estabelecidas as bases do Movimento da Matemática Moderna, Jean Dieudonné justificaria a necessidade de modernização do ensino da matemática da seguinte forma:

> "Já no século passado se considerava a passagem das matemáticas da escola secundária às da universidade como um salto a um mundo diferente. Com a introdução das matemáticas modernas, esse fosso tem aumentado muito... Recentemente, têm sido introduzidos nos últimos programas dos três anos da escola secundária superior (das escolas francesas) os elementos de cálculo diferencial e integral, de álgebra vetorial e de geometria analítica, mas esses temas são sempre relegados a um segundo plano, e o interesse se concentra em primeiro lugar na geometria pura ensinada, mais ou menos, à maneira de Euclides, com um pouco de álgebra e de teoria de números. Estou convencido que o tempo deste 'trabalho remediado' já passou e que deveríamos pensar em uma reforma muito mais profunda, a menos que se deixe piorar a situação até o ponto de comprometer seriamente cada progresso científico ulterior. Se eu quiser resumir em uma frase todo o programa que tenho em mente tenho de pronunciar o slogan: Abaixo Euclides!" (Dieudonné, apud Castelnuovo, 1975, p. 49).

Como podemos perceber por essas palavras de Dieudonné, a proposta de modernização pretendia "revolucionar" o ensino de matemática no nível médio, por meio da introdução de aspectos da "moderna matemática"; ou seja, da matemática mais recente, mais atual, mais nova, que estava sendo desenvolvida nas últimas décadas; e pela eliminação de conteúdos velhos, antigos, tradicionais.

Essa "moderna matemática", seria aquela surgida no início de nosso século, embora estivesse em estado embrionário desde o século XIX.

A sua origem estaria ligada à necessidade de uma maior reflexão e fundamentação acerca dos vários conceitos e teorias novas que haviam surgido durante o longo período de experimentação dos estudos matemáticos, especialmente daqueles ligados à mecânica e à astronomia, ocorridos nos séculos XVII e XVIII.

Esses estudos de fundamentação acabariam provocando uma radical mudança de orientação na matemática, que levaria a um distanciamento da prática e a uma acentuada separação entre matemática pura e matemática aplicada.

Essa mudança de orientação dos estudos matemáticos já no século XIX era percebida por Jacobi (1804-1851), que faria o seguinte comentário sobre a "antiga" posição de Fourier (1764-1830), ainda representativa do ponto de vista utilitário do século XVIII:

> "É verdade que o Senhor Fourier tinha a opinião de que o principal objetivo das matemáticas era a utilidade pública e a explicação dos fenômenos naturais; mas um filósofo como ele deveria saber que o único fim da ciência é a honra do espírito humano e que, deste ponto de vista, uma questão relacionada com números é tão importante como

uma questão relacionada com o sistema do mundo" (apud Struik, 1989, p. 226).

A "moderna matemática" apresentaria alto nível de generalidade, elevado grau de abstração e maior rigor lógico. Ela pode ser identificada com as estruturas e a axiomatização, e teria surgido pelo desenvolvimento dos três ramos distintos seguintes:

> " 1 – as extensões da noção de número e o aparecimento da álgebra 'abstrata';
>
> 2 – o nascimento das geometrias não euclidianas de Gauss, Lobatchevski e Bolyai seguido mais tarde pelas axiomatizações da geometria de Euclides realizadas por Pasch, Peano e sobretudo Hilbert (1899);
>
> 3 – o desenvolvimento da Lógica, com a publicação da famosa obra de Boole em 1854 e as contribuições, dentre outros, de Frege e Peano, para culminar no monumental tratado de Russel e Whitehead" (Hernández, in: Piaget et al., 1986, p. 20).

O desenvolvimento dessa "moderna matemática", que ficaria cada vez mais distante da antiga concepção de matemática como ciência da quantidade, culminaria com os trabalhos de Nicolas Bourbaki[1], que teriam como objetivo central a exposição de toda a matemática de forma axiomática e unificada, onde as estruturas seriam os elementos unificadores.

[1] Nicolas Bourbaki foi um nome fictício escolhido por um grupo de matemáticos, na maioria franceses; dentre eles, Cartan, Chevalley, Dieudonné, Weil; que tinham a intenção de apresentar toda a matemática de seu tempo em uma obra intitulada *Eléments de mathématique*. O primeiro volume dessa obra apareceu em 1939. Cf. Boyer, 1974, pp.457-458 e Hernández, in: Piaget et al., 1986, p. 27.

Os trabalhos de Bourbaki, ou seja, o estágio mais avançado dos estudos matemáticos, orientariam as propostas do Movimento da Matemática Moderna.

Essa proposta de "modernização", que seria reforçada por estudos psicológicos contemporâneos, especialmente pelos de Jean Piaget, viria a ser implantada na maior parte dos países[2] e alteraria radicalmente a fisionomia de nossas escolas.

No ensino brasileiro, essas idéias modernistas iriam aos poucos sendo introduzidas; particularmente por meio dos cursos oferecidos pelos recém criados Grupos de Estudos de Ensino de Matemática[3] e pela publicação de livros didáticos que seguiam a moderna orientação; e desencadeariam, já a partir da década de 60, um processo de implantação da matemática moderna nas escolas brasileiras.

Em nenhum outro momento o ensino de matemática seria tão discutido, divulgado e comentado como naquele período. Os jornais noticiavam, os professores faziam cursos, os livros didáticos multiplicavam-se, os pais assustavam-se e os alunos "aprendiam" a matemática moderna.

Mas, essa "moderna matemática" não conseguiria resolver o problema do ensino de matemática. Ao contrário, ela agravaria ainda mais a situação...

---

2 O Movimento da Matemática Moderna não atingiria apenas a Itália e os países da União Soviética. Cf. Castelnuovo, 1989, p. 28.

3 Os grupos mais representativos desse período seriam o GEEM - Grupo de Estudos do Ensino de Matemática, de São Paulo, fundado em 31 de outubro de 1961 e o GEEMPA - Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre, fundado em 9 de setembro de 1970.

O Movimento da Matemática Moderna, entretanto, não teria sido a primeira tentativa de modernização do ensino de matemática das escolas de nível médio.

Na verdade, em certo sentido, ele representaria apenas a continuidade de um outro movimento modernizador, que tomaria forma no início de nosso século.

Esse Primeiro Movimento Modernizador do Ensino de Matemática, também, teria sido iniciado com a intenção de diminuir o descompasso existente entre os estudos científicos e tecnológicos e o ensino desenvolvido nas escolas de nível médio; particularmente, naquelas do tipo secundário, que eram as únicas que davam acesso às universidades.

Com relação à descontinuidade existente entre os estudos de nível médio e os universitários, assim se manifestaria Felix Klein (1849-1925), o maior defensor da modernização:

> "O jovem estudante se encontra ao começar seus estudos (universitários) ante problemas que não lhe recordam nada das coisas que até então havia se ocupado e, naturalmente, esquece rápido e completamente todas elas...
> Essa ... descontinuidade não tem trazido vantagens nem para a escola nem para a universidade; por isso, agora é feito um grande esforço para eliminá-la completamente, procurando, de um lado, embeber, por assim dizer, o ensino das escolas com as idéias ajustadas ao moderno desenvolvimento da ciência e da cultura geral, e tendo em conta, de outra parte, as necessidades dos professores do ensino universitário" (Klein, 1927, pp. 1-2).

Durante o 4º Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, em 1908, matemáticos de diversos países resolveram "reunir esforços" para avaliar a situação existente, através da criação de uma Comissão Internacional para o Ensino de Matemática.

Essa Comissão, que havia sido proposta por David Eugene Smith, do *Teachers College* da Universidade de Columbia, teria como principal objetivo proceder a um levantamento das principais tendências presentes no ensino de matemática dos diferentes países. Tendo Felix Klein, da Universidade de Göttingen, como presidente, G. Greenhil da Universidade de Londres, como vice-presidente e Henri Fehr, da Universidade de Genebra, como secretário geral, a Comissão iniciaria seus trabalhos através da nomeação de delegados que se comprometiam a realizar um levantamento sobre a situação do ensino de matemática em seu país e a apresentar um relato sobre ele no Congresso seguinte. Várias subcomissões nacionais seriam então criadas tendo em vista esse objetivo e várias Conferências Internacionais seriam realizadas para dar acompanhamento aos trabalhos.

Como resultado dessas atividades, vários países começariam a modificar programas e métodos do ensino de matemática. Em 1914, nove dentre os vinte países que haviam organizado sua subcomissão nacional, apresentavam experiências de reforma. Esses países seriam: Áustria, Bélgica, Dinamarca, França, Hungria, Alemanha, Suécia, Reino Unido e Estados Unidos.

Essa teria sido a primeira tentativa de romper com o ensino de matemática "tradicional", "antigo", "velho", que era ensinado na escola secundária.

A "modernização" proposta naquele momento, entretanto, estaria ligada a uma outra "matemática moderna", que teria sido iniciada no momento em que um novo contexto sócio-político-econômico começaria a exigir "um estudo mais rigoroso do movimento, um estudo *quantitativo*, que permitisse *medir e prever*" (Caraça, 1978, p. 199, grifo do autor).

Essa matemática seria considerada "nova ou moderna", porque representava a superação dos limites estabelecidos pela "antiga" matemática grega.

Apesar das grandes contribuições que a matemática grega trouxe para o desenvolvimento dos estudos matemáticos; dentre elas: a valorização do raciocínio lógico, o surgimento da demonstração dedutiva e a crença de que o mundo físico poderia ser descrito em termos matemáticos; ela traria, também, algumas limitações para esses estudos. Essas limitações, que permaneceriam durante séculos, seriam:

– a incapacidade de conceber o conceito de variável e, portanto, o de função;

– o abandono do estudo quantitativo dos fenômenos naturais e o refúgio nas concepções qualitativas;

– o primato da figura sobre o número;

– a separação da geometria e da aritmética;

– a exclusão na geometria de tudo que lembrasse o movimento, o mecânico e o manual;

— um conceito limitado de curva, restrito à reta, circunferência e cônicas;

— a tendência de fugir a tudo que viesse ligado às concepções quantitativas e dinâmicas, em particular, de um estudo quantitativo do conceito de infinito. (Caraça, 1978, p. 197).

A "moderna matemática", que nasceria associada ao desenvolvimento da ciência moderna, seria uma ferramenta importante para a explicação dos fenômenos da natureza, ou seja, um elemento fundamental para a formação, comprovação e generalização de resultados observados pela experiência. Dessa forma, representaria a união da matemática prática com a matemática teórica, ou seja, da parte da matemática que havia sido desvalorizada pelo pensamento grego[4], com aquela que foi a sua maior contribuição.

Essa nova matemática, que teria sido iniciada com Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716), forneceria os elementos básicos para os futuros desenvolvimentos tanto da matemática pura quanto da aplicada, teria como centro o conceito de lei quantitativa, ou de função, valorizaria o aspecto quantitativo, as ligações entre geometria, aritmética e álgebra, o conceito de movimento, as aplicações práticas...

---

[4] Essa afirmação é feita considerando a posição predominante entre os matemáticos gregos, em sua maioria da escola platônica, e o fato de que seria essa posição que influenciaria durante séculos o pensamento ocidental. É claro, entretanto, que alguns matemáticos gregos interessavam-se pelas questões práticas. O mais importante deles foi, sem dúvida, Arquimedes (c. 287-212 a.C.), que apesar de encontrar vários de seus resultados de maneira prática, acabaria apresentando-os "de acordo com mais estritas exigências de rigor" (Struik, 1989, p. 95).

Nesse sentido, podemos dizer que seria a partir desse Primeiro Movimento que começaria a ser dado o alerta "Abaixo Euclides".

Realmente, esse alerta pode ser percebido na análise dos *Elementos* de Euclides feita por Felix Klein, na parte relativa à geometria de seu livro *Matemática elemental desde un punto de vista superior*. Segundo ele, tal análise seria justificada pela existência do que chamaria de "culto a Euclides" e que seria um forte empecilho à entrada das idéias modernas nas escolas. Em relação às aplicações práticas, cuja introdução nas escolas seria um dos pontos defendidos pelos modernizadores e que eram consideradas por Euclides "como algo manual e impróprio para a ciência", Klein tece o seguinte comentário:

> "Desgraçadamente essa maneira de pensar está ainda bastante difundida, e até hoje existem professores da universidade que não concedem bastante importância às aplicações, considerando-as como coisa acessória. Contra tão orgulhosa opinião deve-se lutar sem trégua... Os maiores matemáticos como Arquimedes, Newton e Gauss abarcaram igualmente a teoria e a prática" (Klein, 1931, p.254).

As idéias defendidas por esse Primeiro Movimento encontrariam ressonância no Brasil principalmente a partir do final da década de 20 e teriam em Euclides Roxo, então Catedrático de matemática do Colégio Pedro II, seu maior defensor.

Introduzidas, inicialmente, em 1928, no programa do Colégio Pedro II, passariam a fazer parte do programa oficial de todas as escolas secundárias do país com a promulgação do Decreto 19890, de 18 de abril de 1931, ou seja, com a Reforma Francisco Campos.

Apesar das resistências à modernização do ensino de matemática na escola secundária brasileira, especialmente por parte dos defensores do ensino clássico, algumas das idéias do movimento modernizador começariam a penetrar nesse nível de ensino.

Se os dois movimentos de modernização tinham como objetivo comum a diminuição da descontinuidade existente entre o ensino de matemática desenvolvido nas escolas secundárias e os últimos avanços científicos e tecnológicos; e, nesse sentido, podem ser considerados como dois momentos de uma mesmo movimento; em outros aspectos seriam bastante diferentes. Dentre esses aspectos estariam: os conteúdos selecionados para operacionalizar aquele pressuposto básico, que estariam estreitamente relacionadas às características da matemática de seu tempo; os estudos psico-pedagógicos que dariam suporte ao movimento, especialmente na escolha dos conteúdos; o grau de intencionalidade em apresentar uma proposta modernizadora; a forma de divulgação e de financiamento da proposta; a quantidade de países envolvidos diretamente com o movimento...

Apesar das propostas de ensino apresentadas pelos dois movimentos serem muito diferentes, até mesmo opostas, ambas iriam influenciar profundamente o ensino de matemática daquele momento em diante. Ainda hoje, podemos perceber a presença de muitas de suas idéias, não apenas nas discussões sobre o ensino de matemática, como, também, na prática de seu ensino.

Estudos sobre esses dois movimentos podem, a nosso ver, fornecer elementos fundamentais para uma melhor compreensão da situação atual do ensino de matemática e mais seguramente orientar futuras propostas para esse ensino.

Nesse sentido, concordamos com Carr, quando afirma:

> "O passado é inteligível para nós somente à luz do presente; só podemos compreender completamente o presente à luz do passado. Capacitar o homem a entender a sociedade do passado e aumentar o seu domínio sobre a sociedade do presente é a dupla função da história" (Carr, 1982, p. 49).

Apesar de serem ainda escassos os estudos históricos sobre o ensino de matemática[5] em nosso país, existem dois importantes trabalhos que enfocam o Movimento da Matemática Moderna: o de Beatriz Silva D'Ambrosio e o de Elisabete Zardo Bürigo[6].

---

5 Dario Fiorentini, em sua tese de doutorado, onde analisa a produção de dissertações/teses em educação matemática produzidas durante as décadas de 70 e 80 em nosso país, localizaria apenas sete estudos que tratavam de história do ensino de matemática nesse período, sendo que dois deles não tinham como objeto de estudo esse tema, mas apenas apresentavam alguns detalhes históricos no decorrer do trabalho. (Cf. Fiorentini, 1994, p. 138). Apesar disso, a partir da década de 90 esta situação tem se modificado. Um marco significativo dessa mudança foi a realização do I Seminário Nacional de História da Matemática, na Universidade Federal Rural de Pernambuco, de 09 a 12 de abril de 1995, onde mais de vinte pessoas apresentaram resultados de trabalhos desenvolvidos na área.

6 D'Ambrosio, B. S. The dynamics and consequences of the Modern Mathematics for brazilian mathematics education. Thesis of Doctor of Philosophy. Indiana University. 1987 e Bürigo, E. Z. Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Dissertação de Mestrado. FE-UFRGS. 1989.

Entretanto, sobre o que tenho denominado de Primeiro Movimento Internacional de Modernização do Ensino de Matemática, além de não existir nenhum estudo específico, até mesmo as informações sobre ele são bastante reduzidas.

Com a intenção de poder fornecer alguns elementos que contribuam para uma melhor compreensão das origens e das principais características desse Primeiro Movimento, bem como das influências que ele teria exercido no ensino de matemática de diferentes países, em particular, no ensino brasileiro, este trabalho apresenta um estudo histórico do ensino de matemática, que se orienta pelo eixo da modernização.

Por tratar-se de um estudo histórico, num primeiro momento, procedemos a um levantamento e seleção das principais fontes primárias e secundárias sobre o assunto. O material por nós selecionado é composto basicamente por: livros sobre a história da educação brasileira e mundial; livros sobre a história da ciência e, particularmente, da matemática; livros didáticos de matemática de vários períodos; documentos oficiais; livros e artigos dos principais representantes do primeiro movimento modernizador; anais de encontros nacionais sobre o ensino de matemática; artigos nacionais e internacionais sobre o ensino de matemática e teses/dissertações que abordam algum aspecto da história do ensino da matemática.

Mas, à medida que íamos analisando as fontes recolhidas e ensaiávamos os primeiros passos de um texto, outros problemas iam surgindo e indicando novos caminhos, novas questões.

As propostas modernizadoras propunham-se a modificar um ensino de matemática que persistia há séculos. Mas, afinal, que tipo de ensino era esse? Quais seriam as suas características básicas? Qual teria sido a sua origem? Seria o primeiro tipo de ensino de matemática conhecido, existiram outros anteriormente? Teriam existido apenas essas duas propostas de modernização? Não é possível afirmar que na passagem do ensino do antigo Egito para o ensino clássico aconteceu uma modernização? A matemática moderna proposta pelo Primeiro Movimento Modernizador não havia penetrado em nenhum outro tipo de ensino até o final do século XIX? Existiram resistências à introdução das idéias modernizadoras no ensino de matemática das escolas médias? ...

É claro que seria impossível responder a todas as questões que iam surgindo durante o desenvolvimento do trabalho. Muitas delas levariam a outros estudos, outras pesquisas...

Mas, a necessidade de compreender, ao menos em linhas gerais, o caminho percorrido pelo ensino de matemática, buscando identificar as origens e as primeiras manifestações daqueles elementos modernizadores propostos pelo Primeiro Movimento, acabou impondo-se como condição básica para a realização do trabalho.

Essa necessidade daria origem e orientaria os dois capítulos iniciais apresentados no presente trabalho: "O ensino de matemática: das origens ao ensino clássico" e "O ensino de matemática: da estiagem à renovação".

No primeiro deles, buscamos identificar a origem e as principais características do chamado ensino clássico de matemática. Para isso, analisamos o desenvolvimento da matemática e de seu ensino desde os tempos primitivos até a queda do Império Romano do Ocidente.

Em seguida, no segundo capítulo, procuramos, simultaneamente, acompanhar o caminho percorrido pelo ensino clássico de matemática, tentando evidenciar as principais mudanças ocorridas, e localizar o surgimento das primeiras idéias modernizadoras na matemática e no seu ensino. Além disso, buscamos, também, identificar aqueles que poderiam ser considerados os precursores do movimento de modernização e analisar, quando possível, os principais aspectos presentes em suas propostas.

O capítulo três, intitulado "O ensino de matemática: o caminho da modernização", teve como objetivo central acompanhar o processo de formação e de implementação das idéias que seriam defendidas pelos principais representantes do Primeiro Movimento de Modernização. Para isso, inicialmente, apresentamos as principais mudanças sócio-político-econômicas; em, particular, as mudanças educacionais; que gerariam a necessidade de mudanças no ensino de matemática. Em seguida, analisamos as principais características presentes nas primeiras propostas de modernização, ocorridas a partir das últimas décadas do século passado em vários países, dando especial destaque ao papel desempenhado por Felix Klein na Alemanha. Finalizamos o capítulo com um estudo do processo da constituição, das principais características e da abrangência do que denominados Primeiro Movimento de Modernização do Ensino de Matemática.

O último capítulo do trabalho – "O ensino de matemática no Brasil: evolução e modernização" – apresenta, em linhas gerais, o caminho percorrido pelo ensino de matemática nas escolas brasileiras, até o momento em que esse nível de ensino começaria a sofrer as influências do Primeiro Movimento de Modernização.

Esse capítulo, apesar de dar apenas uma rápida visão do desenvolvimento do ensino de matemática brasileiro, teve como objetivo principal identificar se aquelas idéias modernizadoras tiveram alguma penetração em nosso país.

Para finalizar, o trabalho analisa, em suas considerações finais, algumas conseqüências que esse Primeiro Movimento traria para o ensino de matemática e estabelece algumas conexões entre ele e o Movimento da Matemática Moderna, que teria sido iniciado durante os anos 50.

Apesar da consciência das falhas e limitações existentes neste trabalho, devidas em grande parte à complexidade do tema, esperamos que ele possa, ao menos, suscitar novas questões, novos trabalhos...

Capítulo I

O Ensino de Matemática: das Origens ao Ensino Clássico

"Quando é que, portanto, retomou Sócrates, a alma atinge a verdade? Não há dúvida que quando ela procura encarar qualquer questão com a ajuda do corpo, ele a engana radicalmente.
– Dizes a verdade.
– Não é, por conseqüência, verdade que é no ato de raciocinar que a alma, se alguma vez o consegue, vê manifestar-se plenamente a realidade dum ser?"

Platão

Este fragmento de Platão, retirado do diálogo Fédon, nos dá uma idéia de como o seu sistema filosófico considerava inadequado qualquer apelo aos sentidos. Esse apelo poderia perturbar a alma e impedi-la de pensar. Seria apenas através do raciocínio puro, sem o auxílio de outros sentidos, ou seja, sem o auxílio do corpo, que a alma conseguiria chegar à "verdade das coisas".

A matemática, portanto, em sua forma pura, independente dos problemas práticos e aplicados, constituir-se-ia em um elemento fundamental para esse sistema. Seria ela que daria o passo fundamental, embora intermediário, uma vez que à dialética caberia a síntese entre o mundo sensível e o mundo inteligível.

Estamos então no século IV a.C., em uma Atenas que ao sentir o declínio de seu poder político e de sua estrutura interna iria buscar "no reino dos céus" um novo ideal de Estado e de sociedade, "depois de ver como se desmoronava o reino da terra" (Jaeger, s/d, p.452).

Mas, essa época está há muitos séculos de distância do surgimento dos primeiros rudimentos dos conhecimentos que viriam a ser chamados de matemática. A origem desses rudimentos perde-se nos remotos tempos do período paleolítico.

1 – As Origens

Nos primeiros tempos do período paleolítico, o homem vivia da caça, da pesca e da coleta de sementes, frutos e raízes, e não tinha nenhum domínio sobre a produção desses alimentos. Essa total dependência da natureza refletia, é claro, o pequeno domínio do homem sobre as técnicas básicas, necessárias à produção de alimentos. Surgiria, então, a magia como forma de preencher essa "lacuna criada pelas limitações da técnica" (Bernal, 1969, p.74). Mas, a magia, ao mesmo tempo que seria uma confirmação dessas limitações, daria o impulso inicial no caminho das representações e das relações entre as formas, ou seja, representaria o primeiro passo no longo caminho que levaria ao simbolismo gráfico e à escrita.

Realmente, as primeiras pinturas rupestres do período paleolítico, ou seja, as primeiras representações conhecidas, teriam sido realizadas por motivos mágicos. O homem daquele período acreditava que as representações – formas planas de animais, de seus ossos e órgãos internos – associadas a rituais sagrados garantiriam uma maior quantidade e qualidade de caça.

No período seguinte – o neolítico – com a descoberta da agricultura, a domesticação e criação de animais, a fabricação de novos instrumentos e armas, o que faz com que já não exista uma dependência total da natureza e não sejam mais necessárias as representações mágicas, encontramos mudanças significativas nas pinturas. Elas agora não tentam mais reproduzir, com a maior perfeição possível, os animais, mas nos mostram representações esquemáticas de objetos, animais e pessoas, onde as simetrias e congruências são bastante utilizadas. Mas, por que teriam surgido essas pinturas geométricas? E por que o uso de simetrias e congruências? Seria uma outra forma de magia? Ou, teria sido a observação da natureza, tão cheia de exemplos geométricos, que teria inspirado essas novas pinturas?

Existem várias conjeturas que tentam justificar a origem desse tipo de representação geométrica que foram encontradas tanto na pintura, em especial, nas cerâmicas, como nos trançados das cestarias e, posteriormente, na tecelagem[7]. Qualquer que seja a conjetura aceita, essas representações

[7] Alguns autores acreditam que teria sido a observação das simetrias existentes na natureza, e a conseqüente perceção de seu valor artístico e estético, que teria levado o homem a utilizar tais

geométricas indicam-nos um claro avanço do homem com relação à percepção de conceitos e propriedades geométricas.

Não apenas os conhecimentos geométricos, mas, também, os numéricos, seriam desenvolvidos desde os tempos primitivos como resposta a determinadas necessidades sociais.

O conceito de número, possivelmente, tenha surgido da necessidade de se estimar quantidades, seja ela de alimentos, de animais ou de pessoas. O seu desenvolvimento aconteceu de forma muito lenta, desde a percepção de diferenças e semelhanças entre coleções de objetos de características diferentes e o estabelecimento de correspondências biunívocas entre esses objetos, até a representação de quantidades, seja por meio de coleções de pedras, de riscos em pedaços de pau ou em ossos, ou de técnicas digitais e corporais. Apesar de ter sido longo esse caminho, as primeiras representações aconteceram ainda no período paleolítico. Pelo menos é o que nos indicam os vários exemplos dessas representações, em ossos ou pedaços de pau, que datam de 30000 a 8000 anos atrás. Alguns deles confirmando o conhecimento, em

---

representações e a perceber suas regularidades. Outros, entretanto, acreditam que teriam sido as necessidades objetivas e as formas encontradas para resolvê-las — seja através da fabricação de ferramentas, do trabalho com o entrelaçamento em cestarias ou com a tecelagem — que teriam levado o homem à identificação de certas formas geométricas, em especial a simetria, como as mais adequadas, ou seja, as mais racionais. Para esses autores, seria apenas esse trabalho com as simetrias que despertaria no homem a atenção para o seu valor estético ou artístico. Não pretendemos aqui discutir essa questão, uma vez que isso fugiria ao objetivo de nosso trabalho. Gostaríamos apenas de salientar que, ao nosso ver, a conjetura mais provável estaria em considerar que ambas, tanto a observação da natureza, como as necessidades objetivas, teriam contribuído, em maior ou menor grau, para o surgimento dessas representações. As conjeturas aqui apresentadas estão baseadas, respectivamente, nas posições apresentadas em Eves, 1969; Eves, 1992 e Gerdes, 1991.

períodos bastante remotos, por volta de 10000 a.C., de tábuas de multiplicação e da existência de números primos[8].

Essa afirmação pode causar surpresa em muitas pessoas. Afinal, não estamos falando sobre povos primitivos, cuja capacidade matemática era extremamente limitada? Realmente, é essa a informação que nos é freqüentemente passada. Mas, caso concordemos com a posição apresentada por Bernal, somos obrigados a rever nosso ponto de vista. Para esse autor, "muitas das descrições que certos autores nos têm dado acerca das limitadíssimas capacidades matemáticas do homem primitivo mostram não tanto a ignorância do homem primitivo como a nossa ignorância acerca de seus processos mentais" (Bernal, 1969, p.80).

Realmente, o nosso conhecimento acerca dos povos primitivos é ainda muito limitado. As poucas informações que dispomos estão baseadas em uma reduzida quantidade de evidências arqueológicas e em estudos antropológicos de tribos ainda existentes, que vivem em um estado de cultura primitiva. Além disso, a maior parte desses estudos antropológicos diz respeito à cultura geral desses povos e não a questões específicas da matemática ou de seu ensino. Entretanto, nos últimos anos, este quadro parece estar se alterando. Pesquisas específicas têm sido realizadas com o objetivo de estudar mais profundamente os conhecimentos matemáticos desses

8 Comentários sobre representações numéricas que datam do período paleolítico e do neolítico podem ser encontrados em vários livros sobre história da matemática. Particularmente, com relação às tábuas de multiplicação e à existência de números primos, cf. Bernal, 1969, p.80.

povos. Esse tipo de pesquisa, que vem sendo realizada por pesquisadores de vários países, tem sido identificada pelo nome de etnomatemática[9].

O grau de controle que as sociedades primitivas alcançaram sobre a natureza oferecia-lhes uma razoável qualidade de vida. Apesar disso, ainda gastavam a maior parte do tempo para repor o que haviam consumido. Entretanto, as tarefas eram divididas e cada membro do grupo, inclusive as mulheres e crianças, tinha sua parcela de responsabilidade nas atividades necessárias à sobrevivência da comunidade.

Nesse tipo de sociedade todos tinham, também, os mesmos "direitos", inclusive a um mesmo tipo de educação. Mas, seria possível falar da existência de algum tipo de educação entre os povos primitivos? A resposta a essa questão vai depender da maneira como encaramos o processo educativo. Caso aceitemos que a transmissão dos conhecimentos, crenças e práticas adquiridas pelo grupo social às futuras gerações, como forma de garantir a sobrevivência da espécie, pode ser entendida como uma forma de educação, diremos que sim. Se, entretanto, entendermos que a transmissão só pode ser considerada como uma forma de educação caso

[9] Apesar de estarmos aqui utilizando o termo 'Etnomatemática' para designar apenas aqueles estudos sobre a matemática dos povos primitivos, é importante esclarecer que não temos com isso a intenção nem de "restringir" a amplitude do tema e nem de tomar uma posição nessa discussão. Ao nosso ver, a existência de várias conceitualizações para Etnomatemática apenas confirma a riqueza do assunto. O significado aqui adotado deveu-se especialmente pelo fato de entendermos que isso falicitaria a compreensão e, também, por ser inegável que tais estudos são considerados ao menos como parte da Etnomatemática. Maiores esclarecimentos a respeito das várias conceitualizações utilizadas para o termo 'Etnomatemática' podem ser encontradas, dentre outros, nos Boletins do Grupo Internacional de Estudos sobre Etnomatemática e na Resenha de Maria Queiroga A. Anastácio, apresentada na Revista A Educação Matemática em Revista – ano 1, n. 1, 2º semestre de 1993, pp.59-60.

exista uma intencionalidade, diremos que não. Qualquer que seja a nossa decisão, o que podemos afirmar é que as crianças aprendiam todos os conhecimentos, crenças e práticas, naturalmente, na convivência cotidiana com os adultos, nas atividades e festividades da tribo. Sem dúvida, não era uma educação intencional, planejada. Não existia um responsável pela educação das crianças e nem um local especialmente destinado ao ensino. Todos os adultos eram igualmente responsáveis pela educação de todas as crianças e a tribo era o local reservado a essa educação. As crianças aprendiam tudo vendo, ouvindo e praticando, ou seja, participando da vida da comunidade. Ou, como nos diz Anibal Ponce, "usando a terminologia dos educadores atuais (escolanovistas), diríamos que, ***nas comunidades primitivas, o ensino era para a vida e por meio da vida***" (Ponce, 1983, p.19, grifo do autor). Não existia, ainda, a separação entre os que deveriam trabalhar e os que deveriam aprender, ou melhor, entre o trabalho manual e o intelectual. Todos aprendiam tudo e da mesma maneira, espontaneamente e sem repressão. A criança deveria crescer com suas qualidades e defeitos, deveria ser bem tratada, o que não impedia de, quando adulta, se integrar perfeitamente ao grupo. As crianças não podiam ser castigadas e, caso isso viesse a ocorrer, a pessoa responsável seria também castigada. A não aceitação de castigos corporais talvez possa ser justificada pela existência de uma crença entre os povos primitivos de que "todo castigo corporal degrada e que a alma do menino com quem muito se ralha ou que muito se espanca, se sente mal no seu corpo e procura separar-se dele" (Riboulet, 1951, p.25), ou, talvez, como apenas mais um direito de todos, o direito de errar e, poder, sem repreensão, se corrigir[10].

Entretanto, a crescente complexidade da vida da aldeia; especialmente, devido ao significativo aumento de sua população, para o qual os avanços das técnicas, em particular as da agricultura, muito contribuíram, faz surgir a necessidade de liberar alguns indivíduos do trabalho material, para poderem cuidar de interesses de toda a comunidade. Surge assim uma nova categoria de indivíduos – os funcionários – responsáveis pela organização de determinadas tarefas de fundamental importância para a aldeia. Seriam eles os responsáveis pela distribuição de alimentos, pelo sistema de irrigação, pelo registro do tempo, pela cura de doenças e pela proteção da aldeia contra a ira dos espíritos.

Temos assim, pela primeira vez, não apenas a separação entre o trabalho de execução e o de organização, como, também, a possibilidade de ócio para algumas pessoas pensarem sobre novas técnicas e novos

---

10 A falta de repreensão parece ser comum entre as tribos atuais. O prof. Mário Sérgio Cortella, na palestra intitulada *Alguns tópicos da teoria do conhecimento*, promovida pela Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, realizada em 26-04-1991, para professores da rede municipal, comentou esse aspecto da educação indígena, exemplificando-o com uma situação que havia presenciado em uma comunidade indígena do Amazonas. Uma mulher da tribo estava fazendo vasos de barro. Um garoto aproximou-se, pegou um vaso e jogou no chão. A mulher não teve nenhuma reação, apenas pegou um novo pedaço de barro e começou a fazer um outro vaso. Quando o novo vaso estava pronto, o garoto aproximou-se e quebrou o segundo vaso. Novamente a índia não teve nenhuma reação, apenas continuou o seu trabalho. Após o quarto vaso quebrado, o prof. Mário, já incomodado com a situação, aproximou-se e perguntou à índia por que ela não repreendia a criança. Ela lhe respondeu, simplesmente, que uma hora a criança iria parar. E, realmente, após quebrar o quinto vaso, a criança desinteressou-se e foi embora.

instrumentos. Como conseqüência disso, teremos a produção de novos conhecimentos e o início do processo de apropriação desses conhecimentos apenas por um grupo privilegiado, uma vez que os cargos de organização passam a ser hereditários.

A educação começa então a ser diferenciada e os filhos dos organizadores – os futuros dirigentes – passam a ter um tratamento especial. É o início da educação intencional, sistemática, organizada, violenta e sapiencial. A princípio, apenas como complementação aos conhecimentos práticos das técnicas mas, em seguida, como a única forma de educação das classes dirigentes.

2 – Os Tempos Antigos

O agrupamento de várias aldeias, que chegaram a atingir, cada uma delas, ao final do período neolítico, aproximadamente 1000 habitantes, daria origem a uma nova forma de organização social característica do que conhecemos como civilização: a cidade. Essas primeiras cidades viriam a se desenvolver nos vales de grandes rios, tais como o Eufrates, o Tigre, o Nilo e o Indo, uma vez que as inundações anuais garantiriam a tão necessária fertilidade do solo[11].

Ao florescer das antigas civilizações já encontramos uma sociedade dividida em classes, com a concentração do poder em mãos de uma

[11] Nesta parte do texto estaremos referindo-nos especialmente às civilizações egípcia e mesopotâmica, não apenas por serem consideradas o berço da cultura e da educação ocidental mas, em especial, por terem essas civilizações fornecido os elementos básicos de matemática aos gregos, que seriam os responsáveis pelas características assumidas pela matemática e seu ensino durante muitos séculos.

minoria — os sacerdotes — que governa a cidade. Além dos sacerdotes, a população era formada por funcionários administrativos, artífices, mercadores, trabalhadores e agricultores[12].

Os governantes dessas primeiras cidades, responsáveis pela administração das questões básicas da comunidade — a princípio em benefício de toda a comunidade e, posteriormente, em benefício próprio — sentiram, rapidamente, a necessidade de efetuar registros das transações realizadas. Nesses registros seria necessário constar não apenas a quantidade, como também a classe de objetos a que a transação se referia. Inicialmente, os registros não passavam de uma coleção de traços para representar a quantidade e de um desenho ou símbolo para representar o objeto. Aos poucos, entretanto, foi sendo criada uma escrita. "Dessa maneira, a *escrita*, a maior e mais importante de todas as invenções manuais-intelectuais do homem, foi emergindo gradualmente da contabilidade" (Bernal, 1969, p.124, grifo do autor).

Apesar de já existirem os primeiros rudimentos para registro de números, o cálculo das operações tinha de ser realizado com o auxílio de outros elementos. As técnicas digitais e corporais, existentes desde o período primitivo, teriam sido as primeiras utilizadas, e isso não era, de forma alguma, considerada uma tarefa fácil. Pelo menos é o que nos sugere um

---

[12] Em documentos egípcios conhecidos como "sátiras dos ofícios", escritos entre os séculos XXI e XVI a.C., encontramos a seguinte lista de profissões existentes: escriba, marceneiro, cortador de pedras, barbeiro, carpinteiro, pastor, oleiro, pedreiro, jardineiro, camponês, tecelão, fabricante de flechas, carteiro, coletor de estrume ou canas, sapateiro, lavadeiro, caçador, pescador, aos quais, nos últimos séculos, são acrescentados: tabelião, mercadores e tripulantes de navios para o tráfego de ultramar. Cf. Manacorda, 1989, p.24 e p. 32.

antigo texto encontrado em uma pirâmide, onde um espírito maligno desafiava a alma de um faraó egípcio a provar que era capaz de contar nos dedos. É claro que o faraó conseguiu passar no teste, que era considerado, ao que tudo indica, uma tarefa divina, ou, pelo menos, possível de ser realizada apenas por pessoas que tivessem uma ligação direta com os deuses[13].

Mas, a partir de um certo momento, as técnicas digitais e corporais já não eram mais suficientes para a realização dos cálculos, que se tornavam cada vez mais complexos. Foi, provavelmente, a limitação dessas técnicas que levaria à utilização de pedras como auxiliares para a realização dos cálculos, que culminaria com o surgimento de algum tipo de ábaco.

Ao lado do aperfeiçoamento dos cálculos, os registros para as quantidades também vão evoluindo, até que um sistema de numeração esteja totalmente em uso. Entretanto, a complexidade do sistema associada à dificuldade de se operar com o ábaco, faz surgir a necessidade de um especialista em cálculo. Isso acontece, especialmente, devido às necessidades advindas da construção de pirâmides e de canais de irrigação.

Os babilônios, entretanto, encontravam menor dificuldade na realização de seus cálculos. Isso acontecia pelo fato de possuírem um sistema de numeração posicional. Essa talvez tenha sido a principal razão pela qual a matemática dos babilônios tenha se desenvolvido mais do que a dos egípcios.

---

13 Cf. Bernal, 1969, p.124.

A dificuldade em realizar operações, especialmente a multiplicação e a divisão, permaneceria, todavia, praticamente a mesma durante muitos séculos, até que um sistema de numeração apropriado conseguisse se impor. Durante um longo período, pelo menos até meados do século XVI, as técnicas digitais e o ábaco seriam elementos indispensáveis para a realização da contagem e dos cálculos. As operações escritas, seriam apenas "jogos de príncipes do pensamento". Jean Vial conta-nos, como exemplo, que "um douto bispo" da Idade Média "recordará o seu **desespero** de aluno quando lhe foi necessário aprender a fazer *adições*: só conseguiu, diz ele, compreender a aritmética **com a graça de Deus e infindáveis estudos**" (Mialaret e Vial, s/d, v.1, p.316, grifo do autor). Ainda em pleno século XV, quem estivesse interessado em aprender multiplicações e divisões, teria de escolher uma universidade adequada, uma vez que apenas algumas delas, provavelmente da Itália, teriam condições de oferecer "instruções tão avançadas" e ainda com o auxílio do ábaco. Além disso, todo manual de aritmética, ao menos até o início do século XVI, não seria considerado completo se não fornecesse instruções sobre o método digital de contagem.

Portanto, não nos deve causar admiração quando, por exemplo, um Montaigne (1533-1592) - um dos mais importantes representantes do Renascimento - declarasse que "não sabia calcular nem por fichas nem por escrito" (Ifrah, 1989, p.317). Na realidade, "para lá da numeração e das duas primeiras regras, os cálculos mantêm-se, nos começos do século XIX, um assunto de peritos" (Mialaret e Vial, s/d, v.2, p.327).

Naqueles tempos antigos, os progressos científicos, ao contrário dos técnicos, foram obtidos pelos sacerdotes, uma vez que apenas a eles era reservado o acesso aos meios necessários: registrar e contar. O significado da palavra hieróglifo — escrita de sacerdote — é bastante revelador desse aspecto elitista da cultura, desde aquele período. "Essa associação do saber e da ciência com uma única classe adentro da recém formada sociedade de classes permaneceria uma das feições características desse tipo de sociedade até os nossos dias, com apenas algumas exceções significativas" (Bernal, 1969, p.134).

É nessa época que a matemática começaria a desenvolver-se e, junto com a astronomia e a medicina, seria considerada uma das ciências nobres. Realmente, o nome é bastante apropriado já que, ao contrário do que ocorria no período anterior, as recém nascidas ciências seriam conhecidas apenas por alguns poucos privilegiados. Entretanto, se, por um lado, esse aspecto nobre e elitista da matemática pode ser considerado como um fator negativo, uma vez que limitava o acesso a esse conhecimento e desligava-se cada vez mais das práticas dos ofícios, por outro lado, como nos afirma Bernal, teria sido ele que viria a propiciar as condições necessárias para o desenvolvimento da matemática:

> "Os sacerdotes-administradores, dispensados de lidar com as coisas materiais, tendiam a complicar os métodos simbólicos e a imputar-lhe uma realidade independente. Em certo sentido isto foi valioso, permitindo-lhes criar, a partir desses símbolos, as construções abstratas da matemática.... que viriam a fornecer o alicerce sobre a qual cresceria, mais tarde, a matemática abstrata dos gregos" (Bernal, 1969, p.136).

A partir dessas primeiras sociedades, onde apenas uma minoria era responsável pela organização e direção das cidades, enquanto a grande maioria deveria apenas produzir, começam a coexistir dois tipos bastante diferenciados de educação: uma que é técnica —a dos ofícios dos artesãos— e é transmitida, oralmente, por meio da prática, e outra que está baseada na escrita e é destinada à formação dos futuros dirigentes.

A educação da classe dominante, tanto no Egito quanto na Mesopotâmia, baseava-se, principalmente, na transmissão de comportamentos e preceitos morais, que deveriam ser observados pelos futuros dirigentes. Era uma educação autoritária, onde os castigos corporais eram considerados necessários à correção dos alunos preguiçosos, indisciplinados ou desobedientes, e fundamentada na memória, através da repetição de textos escritos, pelos pais e depois pelos escribas, sobre os ensinamentos.

A importância cada vez maior atribuída à escrita — a única forma de acesso à cultura e, conseqüentemente, de garantia de uma vida de riquezas e abundâncias — levaria a profissão de escriba a ser cada vez mais valorizada. Enquanto os demais ofícios — por representarem atividades materiais — a serem cada vez mais menosprezados. É o início da valorização do trabalho intelectual ligado à escrita, que atingiria o seu auge na Grécia, quando até mesmo os cálculos matemáticos, por apresentarem um aspecto manual, já que eram realizados com o auxílio do ábaco, seriam considerados de menor valor.

Apesar da formação do escriba ter por base uma cultura sapiencial, ela destina também uma parte de seus estudos à cultura técnica, na qual os conhecimentos matemáticos –a aritmética e a geometria prática– são priorizados.

As fontes egípcias e mesopotâmicas relativas ao ensino de matemática, mostram-nos basicamente uma coleção de situações-problema, que são resolvidas detalhadamente, mas sem apresentar nenhuma justificativa. Essas situações-problema, apesar de serem consideradas por muitos autores como situações concretas, apresentam muitas vezes alguns elementos que parecem absurdos para uma situação real. Isto poderia indicar que o mais importante fosse o treino do algoritmo, ou melhor, o treino dos passos a serem seguidos para a obtenção da solução de um determinado tipo de problema, e não a sua concretude. É o caso, por exemplo, de um problema onde é solicitado que se divida cem pães entre cinco pessoas, de maneira que as partes recebidas estejam em progressão aritmética e 1/7 da soma das três maiores partes deve ser igual à soma das partes menores (Struik, 1989, p.54). Em outros casos, encontramos situações não apenas irreais, como aparentemente estranhas. É o caso de um problema do Papiro de Rhind, onde aparece apenas: "sete casas, 49 gatos, 343 ratos, 2401 espigas de trigo, 16807 hecates" (Boyer, 1974, p.12), e é solicitado que seja calculada a soma de todos os seus elementos, ou seja, a soma de uma progressão geométrica.

Muitas podem ter sido as razões que teriam levado os escribas egípcios a incluírem esses problemas nas tarefas de seus alunos. Alguns autores acreditam que teria sido por razões lúdicas: seriam enigmas ou recreações matemáticas, com a intenção apenas de treinar cálculos. Outros, entretanto, vêem nesses problemas um interesse teórico: a busca de abstração. Qualquer que tenha sido a razão para a inclusão desses problemas, é bem provável que essa prática tenha dado início ao hábito, persistente até hoje, de se colocar problemas totalmente absurdos para os alunos – como aquele conhecido problema das torneiras – apenas com a intenção de se treinar os algoritmos, ou até mesmo de "desenvolver o raciocínio".

Mas, uma pergunta parece surgir naturalmente quando analisamos a matemática, e o seu ensino, entre egípcios e babilônios: Se as fontes encontradas, tanto as técnicas como as escolares, não apresentam nenhuma justificativa ou prova de seus resultados, isso significa que não existiam raciocínios mais teóricos, mas apenas práticos?

É difícil acreditar que pessoas que conseguiam resolver uma série de exercícios semelhantes, utilizando sempre a mesma forma de resolução, não conhecessem seus princípios gerais. Mas, é exatamente isso que os documentos conhecidos nos mostram.

Apesar disso, considerando-se que os sacerdotes egípcios detinham o monopólio da ciência, dedicavam-se ao estudo, especialmente da geometria e aritmética, e que muitos desses conhecimentos eram mantidos em segredo, como forma de garantir a superioridade da classe dirigente, podemos levantar a hipótese de que eles conheciam pelos menos alguns elementos teóricos, e que estes p odem ter sido perdidos. Mas, isso é apenas uma hipótese, que os documentos existentes, ao menos até o momento, não confirmam.

O ensino de matemática no Egito, pelo que afirmamos era um ensino baseado na resolução de problemas, de maneira mecânica, por meio da repetição dos mesmos procedimentos, ou seja, por meio do treino de algoritmos. Além disso, esse ensino era destinado apenas a alguns poucos privilegiados e era um ensino bastante autoritário. Apesar disso, encontramos em alguns livros sobre a história da educação[14] a afirmação de que os egípcios teriam um método concreto para o ensino de matemática.

Essa afirmação, provavelmente, teve a sua origem no testemunho posterior de Platão, que nos apresenta em suas *Leis* pelo menos dois elementos que conflitam com as fontes primárias conhecidas.

O primeiro, refere-se à abrangência do ensino de matemática no Egito, uma vez que afirma que a grande massa de crianças aprendia aritmética, junto com os rudimentos da escrita.

O segundo, diz respeito à metodologia do ensino de matemática, quando comenta que:

> "Foram inventadas para as crianças pequeninas, no que se refere ao cálculo, noções aritméticas a serem aprendidas através do jogo e da diversão; subdivisão de maçãs e de coroas entre um número mais ou menos grande de alunos, dando a cada um sempre o mesmo número; ou distribuição alternada e sucessivamente, segundo a sua ordem habitual, do papel de lutador ou pugilista e respectiva reserva, acoplados em pares para o combate. Outros, após terem misturado um certo número de taças de ouro, de prata, de bronze e de outros metais, distribuem todas essas taças para o jogo de várias formas, adaptando ao jogo as aplicações úteis dos números necessários. Isto traz grande proveito para as crianças que aprendem, preparando-se, assim, para ordenar um acampamento, para guiar em marcha as tropas, para conduzir uma expedição e administrar uma casa,

14 Veja, como exemplos, Larroyo, 1982, v.1, p.82 e Riboulet, 1951, p.53.

tornando-se homens mais ativos e mais úteis a si mesmos em qualquer campo. E sucessivamente com as mensurações relacionadas ao comprimento, à largura e à profundidade. Dessa forma as crianças crescem livres de certa ignorância, tão difundida entre os homens, sobre coisas elementares, e que torna o homem ridículo e vergonhoso" (Platão, apud Manacorda, 1989, p.37).

Para Manacorda, entretanto, os dados fornecidos por Platão são "imponderáveis e duvidosos", uma vez que as fontes primárias existentes nos fornecem vários "testemunhos sobre o caráter opressivo da didática e da relação pedagógica em geral" e sobre a educação ser "destinada exclusivamente às castas dominantes, aos nobres ou aos funcionários" (Manacorda, 1989, pp.37-38). Apesar disso, devido à existência de materiais arqueológicos, como brinquedos e jogos, acredita que um estudo cuidadoso desse material, associado ao das fontes literárias e dos testemunhos iconográficos, pode vir a fornecer preciosas informações sobre os aspectos concretos da educação egípcia, até hoje não confirmados.

Os povos das antigas civilizações conseguiram, sem dúvida, desenvolver os rudimentos de várias áreas que viriam a compor o que seria, futuramente, chamado as matemáticas. Apesar disso, a preocupação com as regras gerais, com a exatidão dos resultados e com os princípios lógicos, ou seja, com uma matemática teórica, seria levantada e, em parte, resolvida pelos matemáticos de uma nova civilização, que viria a ser o novo centro de cultura: a civilização grega. Essa civilização começaria a surgir, ao longo de todo o litoral do Mediterrâneo, quando as civilizações às margens dos rios entravam em declínio.

Será na Grécia que veremos surgir, também, uma nova preocupação com relação à educação: a de formar um tipo ideal de cidadão. Nesse momento assistiremos a importantes discussões a respeito da importância e do papel que a matemática deveria desempenhar na formação do indivíduo. Seria apenas um mero elemento técnico, como acreditavam os povos antigos? Ou, seria um elemento fundamental para o desenvolvimento de alguma habilidade intelectual?

3 – A Antigüidade Clássica

A mudança de perspectiva com relação à matemática e a seu ensino, ao contrário do que poderíamos supor, não esteve presente na Grécia desde os tempos primitivos. Na realidade, essa mudança seria iniciada apenas ao redor do século VI a.C., ou seja, seriam necessários muitos séculos, desde o início da formação do povo grego – em meados do segundo milênio a.C. – para que isso viesse a acontecer. Podemos mesmo afirmar que a educação grega, nesse longo período inicial, representou um retrocesso em relação à antiga educação dos escribas egípcios e babilônios, uma vez que ela, ao contrário daqueles, não valorizaria a cultura letrada.

No mundo aristocrático da Grécia primitiva pouco, ou nenhum, valor era atribuído ao conhecimento da escrita ou da matemática. São nas epopéias de Homero – Odisséia e Ilíada – que se referem a uma época situada entre os séculos X e VIII a.C., onde encontramos o primeiro ideal de formação do homem grego, que estaria baseado no exemplo das atitudes e ações de heróis mitológicos. Essa educação, que era um privilégio da aristocracia, encontraria na formação do guerreiro, o seu maior ideal. Preocupada, inicialmente, apenas com o cuidado do corpo, com a destreza e com a força do guerreiro, acrescentar-lhe-ia, mais tarde, alguns outros elementos tendo em vista o desenvolvimento, também, de qualidades morais e espirituais, cuja síntese levaria à formação do homem considerado perfeito: aquele que sabia "proferir palavras e realizar ações" (Jaeger, s/d, p.27).

Apesar da formação do guerreiro ter sido a base da educação de toda a Grécia - onde Homero seria o principal educador - e o cultivo do corpo tornar-se, em conseqüência, um fator fundamental da educação helênica até o cristianismo, essa educação não se manteria uniforme em todas as regiões. Isso deve-se, fundamentalmente, ao fato da Grécia ser composta por cidades-estados, localizadas em regiões com características geográficas e étnicas bastante diferenciadas, tendo cada uma delas total autonomia administrativa e, portanto, suas próprias leis, ideais e formas de governo. No século VI a.C., por exemplo, num momento em que as demais cidades gregas, de uma forma ou de outra, orientavam-se para a democracia, Esparta mantinha-se aristocrática e sua educação visava exclusivamente a formação do soldado. Nesse mesmo período, a organização social de Atenas começa a ser modificada e "a uma data infelizmente difícil de se precisar, perde a educação seu caráter essencialmente militar" (Marrou, 1975, p.66).

É nesse momento que a educação grega, especialmente em Atenas, começa a valorizar o ensino da leitura e da escrita para a formação dos filhos dos nobres. Mas, teremos que aguardar pelo menos mais um século para vermos o ensino de matemática começar a ser considerado importante para essa formação.

Entretanto, é nesse mesmo século VI a.C., em colônias gregas no litoral da Ásia Menor – Mileto e Samos – que assistiremos ao nascimento de uma mudança de perspectiva em relação aos estudos matemáticos, que levaria ao surgimento da matemática abstrata.

Na tentativa de encontrar respostas racionais para as questões sobre a origem e a essência do mundo, os pensadores jônicos descobrem na matemática uma fonte muito rica. Não seria, entretanto, aquela matemática essencialmente prática que eles conheceram em suas viagens ao Egito e à Babilônia, mas, sim, uma nova matemática, que ajudaria a "encontrar a ordem no caos, a ordenar as idéias em sequências lógicas, a encontrar princípios fundamentais", ou seja, uma matemática racional (Struik, 1989, p.73).

Quando e qual teria sido o processo que levaria ao surgimento da matemática abstrata na Grécia, é difícil precisar, uma vez que nenhum documento daquele período foi localizado. Fontes futuras nos indicam apenas que Tales de Mileto (c.626–545 a.C.) daria passos importantes nessa direção. Seria por essa razão que lhe atribuem o título de primeiro dentre todos os matemáticos gregos. Entretanto, seria Pitágoras de Samos (c.580–500 a.C.), um filósofo da mesma época que Tales, quem exerceria influência maior, e definitiva, não apenas na matemática como, também, no seu ensino, especialmente por meio de Platão.

Formada por elementos ligados à aristocracia, a escola pitagórica, seita de caráter político–filosófico–religioso, fundada por Pitágoras, encon–

traria nos números os elementos essenciais para a justificativa da existência de uma ordem universal, imutável, tanto na sociedade quanto na natureza. Revestida de grande misticismo, acreditando que a purificação só poderia ser alcançada através do conhecimento puro, essa escola seria responsável não apenas pelo estudo de novos resultados a respeito dos números e da geometria mas, especialmente, "pelo estabelecimento da matemática como uma disciplina racional" (Boyer, 1974, p.45). Esta seria a base de praticamente toda a matemática desenvolvida até o século XVII d.C.. Mas, a escola pitagórica teria sido também responsável pela introdução da concepção, que permanece até hoje, de que os homens que trabalham com os conceitos matemáticos são superiores aos demais.

Dessa maneira, a matemática grega desde o seu nascimento foi teórica, desligada das questões práticas, voltada para a contemplação e com uma forte ligação com as questões divinas. Veremos, mais tarde, que essas características serão mantidas e aperfeiçoadas pela filosofia de Platão (c.427-347 a.C.).

Com relação ao aspecto educacional, podemos dizer que foi na escola filosófica de Pitágoras que a matemática, pela primeira vez, teria sido introduzida na educação grega e reconhecida como um elemento de grande valor formativo. Entretanto, isto estaria restrito à escola filosófica e apenas à formação dos filósofos.

Mas, não seria essa escola, nem esses filósofos, que dariam o impulso para as futuras inovações pedagógicas. Isso seria conseguido, na segunda metade do século V a.C., "por um grupo de homens críticos, os 'sofistas', menos preocupados com a tradição do que qualquer outro grupo ilustrado surgido anteriormente" (Struik, 1989, p.75, grifo do autor).

A intensa vida política de Atenas, especialmente após a vitória sobre os Persas, exigia a formação de um novo tipo de homem: o homem político. E é esse tipo de homem que os sofistas se propõem a formar, oferecendo uma educação alternativa à educação existente, que era falha no aspecto agora considerado fundamental, ou seja, na arte da oratória.

Originários de diversas cidades, sem um local fixo para ensinar, os sofistas visitavam as cidades oferecendo seus préstimos. Não eram pensadores, nem investigadores, não formavam uma escola filosófica e tampouco tinham a mesma proposta de ensino. Tinham apenas em comum o fato de serem profissionais do ensino, ou seja, professores. "E no entanto os sofistas não são meros epígonos. Levantam uma infinidade de problemas novos. Estão tão influenciados, nos problemas morais e políticos, pelo pensamento racional do seu tempo e pelas doutrinas dos fisiólogos, que criam uma atmosfera de multifacetada educação" (Jaeger, s/d, p.321).

Quando chegavam a uma cidade, promoviam uma exibição pública para mostrar a sua proposta de ensino, ou seja, proferiam uma conferência[15], que poderia tratar desde questões gerais até questões técnicas mais específicas, caso existisse um público interessado. Nesse caso, os participantes deveriam pagar uma taxa que variaria de acordo com o tema tratado.

---

15 A conferência foi um gênero literário criado pelos próprios sofistas.

Caso existisse um grupo de estudantes interessados, que concordassem em pagar dez mil dracmas pelo estudo[16], o professor permaneceria naquela cidade pelo período necessário para desenvolver o seu plano de estudos, que poderia demorar de três a quatro anos.

A proposta de Protágoras (c.480–410 a.C.) – o mais antigo dos sofistas – era ensinar a arte da política, através da arte da persuasão e da arte de falar, a retórica. Sua arte da persuasão estava baseada na hipótese de que em qualquer discussão, sobre qualquer tema, é possível tanto defender quanto acusar, uma vez que sempre existem os prós e os contras e que, portanto, é sempre possível vencer. Para isso, ele utilizava-se de um método chamado erística, cuja base teria sido tomada emprestada dos paradoxos de Zenão de Eléia[17].

Apesar de enfatizarem a arte da oratória, uma vez que para a formação de um político isso seria considerado fundamental, os sofistas também atribuíam um grande valor à cultura geral. Segundo eles, para ser um bom orador, além do conhecimento da erística e das regras da retórica, seria também fundamental saber falar sobre qualquer assunto e,

---

16 Essa era a quantia cobrada por Protágoras pelo curso todo e era uma das mais altas. Para termos um elemento de comparação, Marrou conta-nos que uma dracma representava o salário diário de um operário qualificado. Os preços, entretanto, foram baixando rapidamente, a ponto de no século seguinte Isócrates, o mais importantes dos sofistas daquele período, cobrar a reduzida quantia de mil dracmas, enquanto "alguns concorrentes desleais aceitem receber a bagatela de quatrocentas ou mesmo trezentas dracmas" (Marrou, 1975, p.86).

17 "Protágoras toma emprestados a Zenão de Eléia, esvaziando-os porém daquilo que lhes dava profunda seriedade, seus procedimentos polêmicos e sua dialética rigorosa: deles conserva somente a ossatura formal e, através de um trabalho sistemático, deles extrai os princípios de uma 'erística', de um método de discussão que visa a confundir o adversário, qualquer que seja este, tomando as concessões por ele feitas como hipóteses de partida" (Marrou, 1975, p.89).

portanto, conhecer todos os assuntos. Mas, isso não levaria a um conhecimento, embora geral, muito superficial? Realmente, essa seria uma das críticas feitas aos sofistas. Apesar disso, os conhecimentos considerados mais importantes e a profundidade necessária a esses estudos, variava de acordo com a proposta de cada sofista. Para Hípias de Élis (c.460-399 a.C.), por exemplo, os jovens deveriam estudar a fundo as quatro disciplinas propostas pelo pitagorismo: aritmética, geometria, música e astronomia.

Independentemente da profundidade que os estudos matemáticos eram desenvolvidos pelas propostas dos sofistas, é a eles que devemos a popularização da matemática, o reconhecimento de seu valor formativo e a sua inclusão num ciclo normal de estudos, como nos mostra o seguinte texto de Jaeger:

> "E foi realmente obra dos sofistas a inclusão, por parte dos gregos, das chamadas Mathemata, a que desde os pitagóricos pertenciam a harmonia e a astronomia, na mais alta cultura...Um acontecimento fundamental para todo o sempre foi a introdução do ensino matemático. Tinha sido objeto de investigação científica nos círculos dos chamados pitagóricos, mas foi o sofista Hípias quem primeiro reconheceu o seu valor pedagógico incalculável. Outros sofistas, como Antifonte e mais tarde Brison, ocuparam-se de problemas matemáticos na investigação e no ensino. Desde então não deixaram de fazer parte da educação superior" (Jaeger, s/d, pp.341-2).

É claro, entretanto, que estamos nos referindo apenas à introdução do ensino de matemática num ciclo de estudos equivalente ao nosso ensino superior, destinado apenas aos filhos dos ricos e, talvez, a alguns novos ricos em busca de uma oportunidade de ascensão, para os quais os sofistas teriam sido os primeiros professores.

Os sofistas, ao proporem um novo elemento na educação grega — a educação intelectual —, deixando a educação corporal em segundo plano, abririam caminho para uma série de questões novas com relação à formação, em especial, com relação à introdução dos estudos científicos, que permanecem abertas até os nossos dias. Estas questões podem ser assim resumidas:

— Seriam realmente importantes os estudos científicos para a formação geral do estudante?

— A importância desses estudos advém do fato de atribuirmos a eles, através da valorização de seu aspecto puramente teórico, a capacidade de desenvolver alguma habilidade do pensamento, ou pelo fato de considerarmos apenas o seu valor estritamente prático?

— Com que profundidade esses estudos devem ser desenvolvidos, para que possamos dar uma formação geral mais adequada ao estudante?

Para os sofistas daquele século V a.C., esses estudos seriam importantes, particularmente, pela sua aplicação prática e deveriam ser desenvolvidos até "o grau em que isso servisse à formação do espírito" e não pelo seu valor estritamente teórico e com a profundidade que Platão iria propor (Marrou, 1975, p.98). Esse seria um dos pontos de discordância entre Platão e os sofistas, especialmente Isócrates (c.436–338 a.C.), no amplo debate que seria desenvolvido no próximo século.

A oposição aos sofistas, entretanto, surgiria ainda no século V a.C. e teria em Sócrates seu maior representante. Mais preocupado com o aperfeiçoamento da alma do estudante do que em fornecer-lhe apenas os conhecimentos técnicos tendo em vista o sucesso e o poder, Sócrates pretende formar seu aluno na perfeição espiritual, na virtude, tendo como princípio básico a noção de verdade.

Com os sofistas e com Sócrates (c.469-399 a.C.), a educação grega passa por uma verdadeira revolução, distanciando-se, definitivamente, de suas origens guerreiras e cavalheirescas. Mas isso não aconteceria sem nenhuma resistência dos defensores das antigas tradições. As questões sobre as vantagens e desvantagens dessa nova educação em relação à educação antiga estaria no foco das discussões pedagógicas ainda durante muito tempo.

Entretanto, não seriam apenas essas questões que estariam no centro das atenções daquele momento em diante mas, também, uma outra que surgira com a nova educação e que seria ainda mais fecunda. Essa questão, que ainda não está totalmente resolvida em nossos dias, diz respeito à forma de educação intelectual mais adequada: seria ela uma educação voltada à arte de falar ou à filosofia?

Apesar de ter sido o século V a.C., com os sofistas e com Sócrates, aquele que lançaria as bases da nova educação grega, seria o próximo século, através de Platão e de Isócrates, o primeiro defendendo uma formação filosófica e o segundo uma formação retórica, que delinearia, de maneira nítida e definitiva, os quadros dessa nova educação.

Platão, que acreditava na existência de várias fases do conhecimento, que iria do conhecimento do mundo sensível – onde os objetos são apenas reflexos ou sombras – até o conhecimento do mundo inteligível – o reino da verdade, onde estariam os verdadeiros objetos – vê nos estudos filosóficos, em especial na dialética, a única possibilidade de se atingir esse princípio universal, absoluto, que possibilitaria a compreensão de todo o resto. À matemática caberia um papel fundamental nesse percurso. Seria a matemática, em especial a ciência dos números, ou seja, a aritmética "o principal instrumento da '*conversão*' da alma, desta correção interior pela qual ela desperta à plena luz e se torna capaz de contemplar não mais '*as sombras dos objetos reais*', mas '*a própria realidade*' " (Marrou, 1975, p.123, grifo do autor).

Com Platão temos a matemática concebida como um conhecimento importante não pelo seu valor prático, mas pela sua capacidade de "despertar o *pensamento* do homem" (Jaeger, s/d, p.841, grifo do autor). E esse seria o ponto de vista totalmente original, com relação ao valor cultural da aritmética e de todas as matemáticas que, segundo o próprio Platão, nunca antes tinham sido utilizadas com semelhante finalidade. Entretanto, é bem provável que Platão tenha tirado o essencial para o desenvolvimento de suas idéias sobre as matemáticas e seu ensino dos estudos matemáticos desenvolvidos pelos pitagóricos, em especial através de seus contatos com Teodoro de Cirene (c. 390 a.C.).

A proposta educacional de Platão preconizava que os estudos matemáticos fossem desenvolvidos desde o nível elementar e não apenas no ensino superior, como acontecia até então.

No nível elementar, todas as crianças deveriam estudar além dos rudimentos matemáticos que já eram objetos desse nível de estudo, como "contar, aprender a série de números inteiros e, provavelmente, as frações duodecimais empregadas na metrologia grega", outros elementos que considerava importantes, não apenas pela sua aplicação prática, mas, principalmente, por fornecerem a base necessária aos estudos posteriores. Esses elementos seriam compostos essencialmente de problemas concretos, extraídos da vida e dos negócios, com o objetivo de exercitar os cálculos – idéia que seria uma imitação das escolas dos escribas egípcios – além de aplicações numéricas da geometria e de uma introdução à astronomia, que pudesse fornecer o "mínimo de conhecimentos supostos pelo uso do calendário" (Marrou, 1975, p.121).

Entretanto, o ensino de matemática nesse nível elementar deveria, segundo Platão, evitar os exercícios puramente mecânicos, propor problemas adequados à idade das crianças e ser desenvolvido de maneira lúdica, por meio de jogos. Além disso, deveria ser um ensino onde os castigos corporais não fossem utilizados, uma vez que entendia que não seria a coação a forma mais adequada para resolver o problema da falta de interesse da criança pelos estudos. Para ele, "a coação pode empregar-se nos exercícios físicos, pois não lhes entorpece a eficácia, mas o saber imposto à alma não adere a ela" (Jaeger, s/d, p.857). E, por essa razão, propõe "para esta fase o emprego de métodos que inculquem na criança os conhecimentos, como quem brinca" (Jaeger, s/d, p.857). Apesar disso, os jogos e problemas de cálculo sugeridos por Platão, não deveriam ficar restritos apenas às aplicações práticas mas, novamente a exemplo do que entendia que acontecia com os egípcios, deveriam também abrir caminho para um grau maior de abstração, com a introdução, por exemplo, das noções de par e ímpar e de proporcionalidade.

Na verdade, desde essa formação inicial, Platão via nas matemáticas "uma virtude formadora mais profunda"; mais importante do que o simples fornecimento de elementos técnicos, necessários às várias profissões, elas serviriam para despertar o espírito, fazendo-o "adquirir desembaraço, memória e vivacidade" (Marrou, 1975, pp.122-3).

Entretanto, seria apenas nesse nível elementar que todas as crianças livres estudariam as matemáticas. Para os outros níveis seriam feitas seleções dos mais **bem dotados**, que culminaria com alguns poucos – os futuros filósofos e governantes – que estudariam as matemáticas profundamente, o que significava estudá-las agora de modo totalmente racional, eliminando-lhes qualquer vestígio da experiência sensível. E, seriam precisamente as matemáticas que melhor poderiam definir esses **espíritos mais talentosos**, essas **melhores naturezas**, dentre aqueles que se revelassem, durante o estudo elementar, maior facilidade em aprender, melhor memória e incansável dedicação.

No entanto, Platão via no estudo da matemática um elemento importante para todos os espíritos, não apenas para os mais bem dotados, uma vez que entendia que seu estudo desenvolveria nos espíritos bem dotados "a natural disposição para entrarem em qualquer espécie de estudo", enquanto que os "espíritos de início inertes, mais lentos, por meio dela despertariam, com o tempo de sua sonolência, aguçariam-se e tornariam-se mais aptos a aprenderem do que o eram por natureza" (Marrou, 1975, p.122). Mas, seria exatamente a "máxima dificuldade que as matemáticas oferecem a quem as estuda" o motivo pelo qual Platão considerava-as como sendo as mais indicadas para a "seleção espiritual" (Jaeger, s/d, p.842).

Temos assim, pela primeira vez, as matemáticas colocadas como um elemento fundamental para a **seleção dos melhores**, e que estaria na base dos futuros exames e concursos, juntamente com o estudo das letras, até os nossos dias. Apesar disso, veremos que isso não aconteceu imediatamente e, também, não foi sempre um elemento considerado fundamental para a seleção em qualquer profissão. No Brasil, por exemplo, mesmo após a Reforma Francisco Campos, em 1931, as matemáticas eram exigidas apenas em vestibulares de alguns poucos cursos superiores, especialmente os de engenharia, arquitetura e química industrial.

Ao analisarmos a proposta pedagógica de Platão, ao mesmo tempo que encontramos alguns aspectos extremamente positivos com relação ao ensino de matemática, como a introdução definitiva dessa disciplina em um plano de estudos regular para todos os indivíduos e a importância atribuída a um estudo inicial mais adequado às crianças, encontraremos, também, as raízes de alguns dos principais problemas enfrentados pelo ensino dessa disciplina, que permanecem até os nossos dias.

A base desses problemas estaria, principalmente, no misticismo que a concepção platônica apresentava com relação aos conhecimentos matemáticos mais abstratos – os mais afastados do nosso mundo sensível –, aqueles que seriam superiores a outras formas de conhecimento por terem o poder de elevar a alma até um mundo perfeito, o mundo de Deus.

Esse misticismo que revestia a matemática, e que teve sua origem ainda com os pitagóricos, seria o principal responsável pela atribuição de algumas afirmações a respeito dessa disciplina que trariam consequências desastrosas para o seu ensino e que ainda hoje representam, ao nosso ver, um fator limitante ao acesso de um grande número de pessoas ao seu estudo. Essas afirmações são bastante comuns e muito conhecidas:

— A matemática é uma ciência perfeita, que apresenta resultados imutáveis, válidos eternamente;

— A matemática só pode ser compreendida por alguns poucos escolhidos;

— As pessoas que sabem matemática são pessoas superiores;

— A matemática desenvolve o raciocínio das pessoas;

— A matemática é um elemento fundamental para selecionar as pessoas mais aptas para o trabalho em qualquer profissão.

A severa crítica feita por Hogben, da qual reproduzimos a seguir um fragmento, apresenta-nos de forma bastante clara o grande limite que se estabelece entre o nosso mundo real, o das pessoas comuns, e o mundo especial da matemática e de seu ensino, quando baseados na proposta platônica:

> "Naturalmente esta perversão afugenta os indivíduos equilibrados, para quem os símbolos não passam de instrumentos da experiência social organizada, ao passo que atrai aqueles que se valem dos símbolos para escapar deste mundo tenebroso em que os homens lutam pelas pequeninas verdades que logram conquistar, e fugir para o verdadeiro mundo em que as verdades parecerão axiomáticas.

O fato de serem assim tantos matemáticos, explica, talvez, a inclinação que a tantos vitima, de guardarem para si mesmos os supremos mistérios de sua irmandade pitagórica. Para o homem normal, porém, a perfeição deste *verdadeiro* mundo cheira a sonho. O mundo em que vive o homem comum é um mundo de lutas e fracassos, privações e desenganos. No mundo matemático tudo é evidente a quem a ele se acostuma. Raramente nos dizem que foram necessários mil anos para que a raça humana percebesse que todos os passos da argumentação matemática são *evidentes* Para os sacerdotes egípcios, o funcionamento do nilômetro era evidente. Mas só se tornará evidente para nós, os que vivemos fora do templo, quando descobrirmos o canal subterrâneo que liga o templo ao rio da experiência social da humanidade. Métodos educacionais inçados de sacerdotices e magias lograram impedir as pesquisas em torno dos fenômenos de enchente e vazante, no perpétuo movimento do rio" (Hogben, 1970, p.31, grifo do autor).

Mas, naquele século IV a.C. uma outra proposta de educação baseada na retórica e que se opunha radicalmente à proposta platônica, estaria também no centro das discussões educacionais. Essas duas propostas seriam as responsáveis por um dos mais fecundos debates sobre a melhor forma de educação, que em alguns aspectos permanece até hoje.

O maior representante da educação retórica seria Isócrates, considerado por alguns como o pai da cultura humanística. Para ele a filosofia não passava de um jogo inútil, que apenas divertia mas que não tinha nenhuma utilidade para a vida prática, enquanto a retórica seria a forma mais adequada para tornar o homem tanto moral como espiritualmente realizado.

Na verdade, enquanto Isócrates se propunha a formar a elite de seu tempo, para a qual a arte de bem falar seria fundamental, Platão desiste de cuidar das coisas terrenas e trabalha pela formação de um homem ideal para um Estado ideal. É por essa razão que, "de maneira geral, foi Isócrates, e não Platão, o educador da Grécia do quarto século, e, em seguida, do mundo helenístico e depois romano" (Marrou, 1975, p.131).

A proposta pedagógica de Isócrates embora baseada fundamentalmente em estudos literários, acreditava também no valor formativo das matemáticas, uma vez que via nelas a possibilidade de "habituar o espírito ao trabalho disciplinado", o que seria conseguido exatamente pelo fato de serem "abstratas e difíceis". Entretanto, não concordava que esses estudos fossem desenvolvidos da maneira profunda proposta por Platão. Com sua preocupação mais voltada às coisas práticas, Isócrates prefere ensinar seus discípulos "a formarem uma opinião razoável sobre as coisas úteis, a fazê-los queimarem as pestanas em busca de certeza sobre questões perfeitamente inúteis, como a duplicação do cubo" (Marrou, 1975, p.146).

É com Platão e Isócrates que assistimos ao nascimento de uma discussão pedagógica que estará sempre colocada, desse momento em diante, quando é apresentada uma nova proposta em educação. Ela diz respeito ao tipo de ensino mais adequado à formação do estudante e que tem como base a oposição entre os estudos científicos e literários. Algumas das questões que orientam essa discussão são:

— O ensino mais adequado seria o mais teórico ou o mais voltado às questões práticas?

— Que tipo de educação desenvolveria mais o pensamento do estudante: seria a educação literária ou a filosófica, onde as matemáticas desempenham um papel fundamental?

— Escrever sobre um determinado tema, tentando manter um todo coerente e articulado, não desenvolveria mais o pensamento que o trabalho com raciocínios lógicos sobre um tema abstrato, sem ligação alguma com o contexto social?

Apesar de tanto Platão quanto Isócrates terem feito ao final das discussões algumas concessões à proposta de seu opositor — Isócrates reconhecendo cada vez mais o valor propedêutico das matemáticas e da filosofia e Platão abrindo espaço em sua Academia aos estudos retóricos — as suas propostas de formação conservaram em sua base elementos bastante opostos que se constituíram nos dois pilares da educação clássica: a educação literária e a educação filosófica.

É durante a época helenística, que se inicia com a morte de Alexandre, que a educação adquire a sua forma clássica. É nesse momento que a educação torna-se mais livresca, mais escolar e a escola começa a firmar-se enquanto instituição. É, também, nessa época que se amplia a idéia, já iniciada desde a época de Pitágoras, de que a cultura pessoal adquirida por meio da educação clássica seria o bem mais precioso que o homem poderia ter. A importância atribuída a essa cultura advém, especialmente, do fato de os gregos terem encontrado nela o elemento fundamental para a unificação do mundo helênico, agora ampliado pelas conquistas de Alexandre, onde já não existem mais os laços de sangue. Para que a transmissão dessa cultura pudesse ser efetivada, seria essencial o papel desempenhado pela escola. E ela começa a se multiplicar, atingindo praticamente todas as cidades do mundo helenístico.

A educação helenística integral previa um tempo de estudos muito prolongado, que iria dos sete aos vinte anos, embora apenas poucos conseguissem chegar até o seu final. A maior parte dos homens livres, e até mesmo alguns escravos, completava apenas o grau elementar dessa educação, que ia dos sete aos catorze anos e que seria equivalente aos quatro primeiros anos de nosso 1º grau. Em seguida a essa educação elementar seria introduzido, durante esse período, um grau intermediário de estudos, equivalente ao nosso ensino de 2º grau, que pretendia assegurar aos jovens uma sólida cultura geral, além dos elementos necessários para um bom acompanhamento dos estudos superiores.

Apesar desses estudos já terem sido propostos anteriormente por Platão e Isócrates, é apenas na época helenística que eles começam efetivamente a fazer parte do ciclo normal de estudos. Para completar os seus estudos o jovem poderia escolher um dos três tipos de formação superior existentes: a retórica, a filosófica ou a medicina, podendo, ainda, aprofundar seus estudos em algum dos centros de estudos científicos existentes, como os de Alexandria[18], Pérgamo e Atenas.

---

18 A escola de Alexandria, conhecida como Museu, seria criada durante o governo de Ptolomeu I (c.306–283 a.C.). Nesse centro de estudos, onde pela primeira vez surgiriam os "cientistas profissionais", trabalharia Euclides. Apesar de ter escrito vários textos, os treze livros que constituem os seus *Elementos* seriam os que maior influência exerceria não apenas nos desenvolvimentos futuros da

Na escola de letras –uma sala onde existia apenas uma cadeira para o mestre-escola e tamboretes de madeira sem encosto para os alunos– a criança aprenderia a ler, escrever e contar. Os ***materiais didáticos*** utilizados por essa escola eram: o rolo de papiro, que seria equivalente ao nosso livro atual, onde o mestre havia copiado os textos que seriam estudados pelo aluno; as tabuletas de madeira encerradas, onde se "escrevia por meio de um punção cuja extremidade oposta, arredondada, podia servir para apagar"; as "tabuinhas para escrever a tinta com uma pena feita de caniço, apontado e fendido; a tinta, fornecida em forma sólida, como entre nós a tinta nanquim, que era triturada e diluída previamente pelo mestre; uma pequena esponja que servia, neste caso, de apagador"; os papiros, que eram raros e caros, e por esse motivo eram utilizados na frente e no verso, e apenas após o aluno ter adquirido alguma prática na escrita; e os cacos de cerâmica, os ***ostraka***, que eram bastante utilizados para rascunhos e correspondência particular (Marrou, 1975, pp.243-4).

O ensino de matemática nesse nível elementar era bastante modesto. Ele resumia-se praticamente a ensinar a contar, o que significava apenas aprender "a lista dos números inteiros, cardinais e ordinais, tanto pelos nomes como pelos símbolos" e aprender a contar pelos dedos, ou seja, a "simbolizar, por meio das duas mãos[19], todos os números de 1 a

---

matemática mas, especialmente, no ensino dessa disciplina. Apesar da importância assumida por sua obra, que depois da Bíblia foi a mais reproduzida, pouco é conhecido a respeito de sua vida.

19 Segundo Marrou, essa técnica digital utilizava-se das seguintes regras: "Com os três últimos dedos da mão esquerda, segundo estivessem mais ou menos abaixados e dobrados sobre a palma, representavam-se as unidades, de 1 a 9; as dezenas, pela posição relativa do polegar e do indicador

1000000" (Marrou, 1975, p.247). Além disso, pelo menos a partir dos século II e III d.C., eram também estudadas as frações das unidades de medidas então utilizadas: arure, dracma e pé. Será apenas a partir dos séculos IV e V d.C. que começam a aparecer tabuadas muito simples de adição como, por exemplo, 8 e 1, 9 (8+1=9); 8 e 2, 10 (8+2=10)... Na realidade, o conhecimento das operações elementares com números naturais, como já comentamos anteriormente, será ainda durante tempo domínio apenas de poucos especialistas.

A proposta que havia sido feita por Platão no sentido de ampliar os estudos elementares de matemática, através da inclusão de problemas concretos que exercitassem o cálculo, e de tornar esse ensino mais atrativo, parece não ter sido seguida. Além do estudo das matemáticas no curso elementar ser muito modesto, como vimos, seu ensino não parecia ser nada atrativo. Totalmente baseado na memória e na repetição, com um mestre que não hesitava em dar chicotadas quando achava que o aluno era preguiçoso, esse ensino estava muito longe ainda de preocupar-se em proporcionar algum prazer à criança. O que os testemunhos nos mostram é que ela tinha verdadeiro terror pelo seu mestre e pela escola. Podemos, portanto, concluir que, ao menos com relação à escola elementar, as idéias propostas por Platão, com relação ao ensino das matemáticas, não chega-

---

dessa mesma mão; as centenas e os milhares, de igual maneira, com o polegar e o índex, e com os três últimos dedos, na mão direita; as dezenas e as centenas de milhares, pela posição relativa da mão, seja esquerda, seja direita, com relação ao peito, ao umbigo, ao fêmur; o milhão, enfim, pelas duas mãos entrelaçadas" (Marrou, 1975, p.247). A figura da p. 60, apesar de ser uma cópia de um manual publicado em 1520, parece seguir as mesmas orientações colocadas por Marrou, o que nos dá uma indicação da longa permanência dessas regras, até o surgimento e aceitação do nosso sistema de numeração decimal.

ram a ser colocadas em prática. Teria a sua proposta conseguido impor-se em outros níveis do ensino das matemáticas? Veremos que, teoricamente, sim, mas, na prática, parece que isso demoraria a acontecer.

As matemáticas – geometria, aritmética, música e astronomia – figuravam no programa dos cursos intermediários e, juntamente com as disciplinas literárias – gramática, retórica e dialética – formariam as sete artes liberais, estabelecidas definitivamente a partir do século I a.C. como as disciplinas básicas à formação geral do estudante.

O ensino da geometria, desde essa época até a modernidade, teria como base os *Elementos* de Euclides. Era um ensino preocupado com o rigor das demonstrações e sem nenhuma ligação com as experiências sensíveis. Seria a geometria especulativa, com sua capacidade intrínseca de desenvolver o espírito, considerada um elemento fundamental para a formação geral do estudante, enquanto a geometria prática, por ser considerada apenas uma aplicação, seria estudada apenas pelos futuros técnicos. Na realidade, as partes mais aplicadas da geometria, como o cálculo de áreas e volumes, pertenciam a outras disciplinas, como a geodésia e a metrologia, e era assunto reservado apenas aos futuros agrimensores, arquitetos, engenheiros...

As mesmas características podem ser também observadas na proposta do ensino de aritmética – a ciência teórica dos números. Sem nenhuma preocupação com as aplicações práticas, ou seja, com a conhecida naquele período por logística, o ensino de aritmética seria inicialmente desenvolvido segundo a forma geométrica apresentada por Euclides no X livro de seus *Elementos*

Entretanto, a partir do segundo século de nossa era, o ensino de aritmética muda de orientação e passa a ser desenvolvido segundo o livro *Introdução à Aritmética* de Nicômaco de Gerasa (c.100 d.C.), que apresenta "a exposição mais completa existente da aritmética pitagórica". Apesar de apresentar "em grande parte os mesmos assuntos tratados nos livros de aritmética dos *Elementos*", enquanto "Euclides representa números por linhas retas, Nicômaco utiliza uma notação aritmética através de uma linguagem vulgar" (Struik, 1989, p.103). Segundo Marrou, esse livro teria "sido o manual que maior papel histórico desempenhou", uma vez que foi imediatamente adotado no ensino, "abundantemente comentado, traduzido para o latim (e, mais tarde, para o árabe)", e sua influência teria sido "tão profunda que desde então a aritmética suplantou a geometria e se tornou, em substituição a esta, a base e o campo mais importante das matemáticas" (Marrou, 1975, p.281).

Realmente, somos obrigados a admitir que nos estudos intermediários, a proposta platônica conseguiu impor-se. Temos, por um lado, uma geometria totalmente especulativa, voltada apenas ao desenvolvimento do espírito e, por outro, uma aritmética, totalmente teórica, recheada de mistérios, onde se estuda propriedades numéricas ligadas a aspectos não apenas quantitativos mas, também, qualitativos, estéticos e até morais. Essa seria a **nossa educação matemática clássica**, que tantos anos duraria e que tantas conseqüências traria...

Mas, se, por um lado, parece indiscutível que essa forma clássica para o ensino de matemática estava totalmente aceita, por outro lado, não fica claro até que ponto ela realmente acontecia na prática. Seriam os estudos matemáticos realizados por todos, ou apenas por especialistas? Estariam eles sendo realizados nos cursos intermediários, como era proposto teoricamente, ou apenas nos superiores?

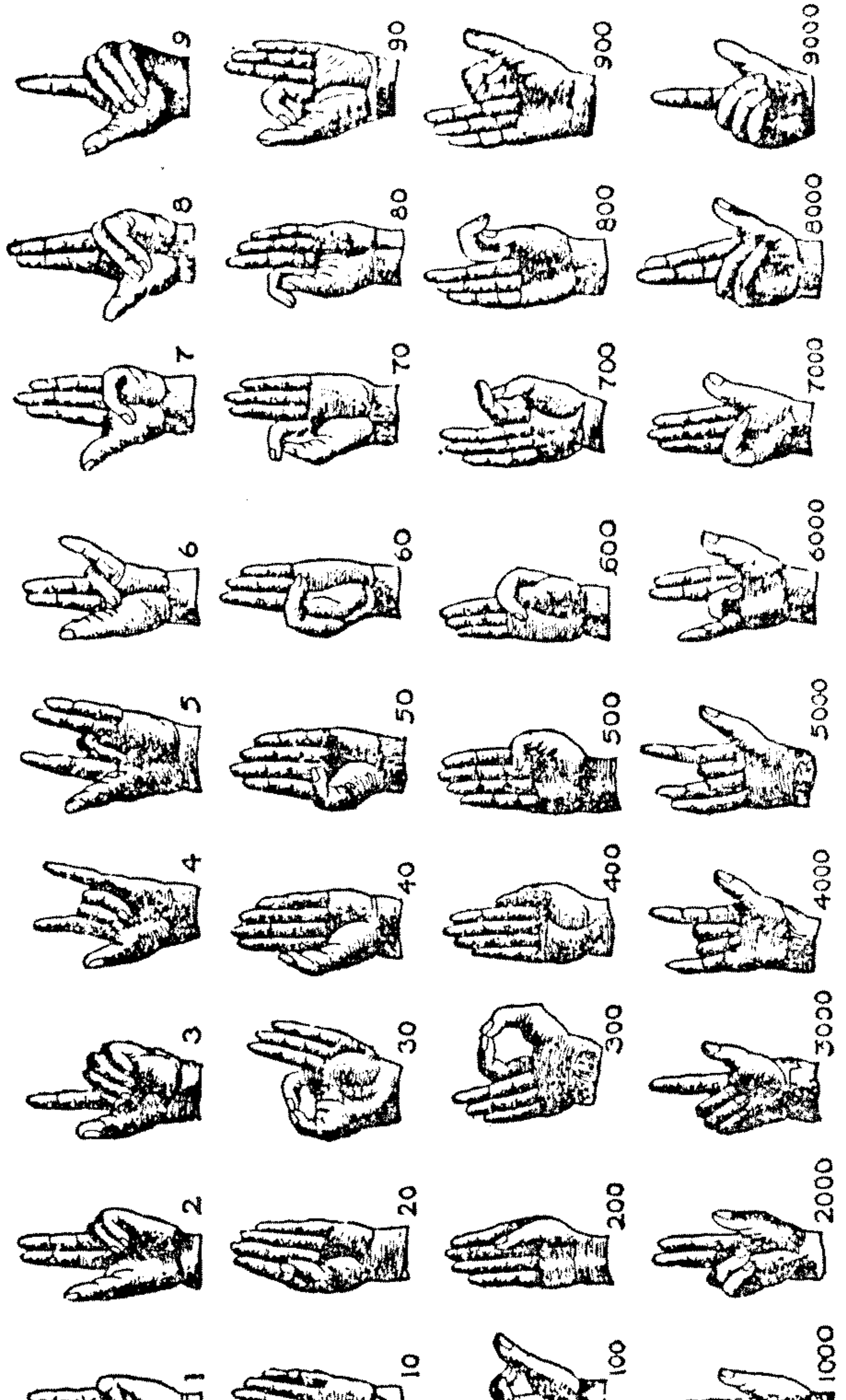
Para Marrou, os poucos testemunhos diretos existentes com relação ao ensino de matemática, em comparação ao grande número desses testemunhos existentes em relação ao estudo das disciplinas literárias, mostram-nos "que a cultura helenística se havia tornado eminentemente literária e que as matemáticas nela ocupavam um lugar modesto" e que "os estudos literários praticamente acabaram por eliminar as matemáticas do programa do ensino secundário" (Marrou, 1975, p.287). Outros indícios também confirmam a ausência dos estudos matemáticos nos cursos intermediários. Um deles é a existência do livro *Conhecimentos Matemáticos Úteis ao Conhecimento de Platão*, escrito por Teon de Esmirna, no século II d.C., onde o próprio autor justificava a necessidade de escrevê-lo pelo fato de que "muitas pessoas que gostariam de estudar Platão não haviam tido oportunidade de exercitar-se o necessário, nas ciências matemáticas, desde a infância" (Marrou, 1975, p.288). Outro indício estaria na necessidade das escolas filosóficas neoplatônicas proporcionarem a seus alunos uma iniciação matemática, uma vez que estes chegavam com uma formação estritamente literária.

Na verdade, apesar de Platão teoricamente ter conseguido impor seu ponto de vista com relação aos estudos matemáticos, na prática, entretanto, seriam os estudos literários que dariam a orientação ao ensino intermediário. Podemos, portanto, concluir que "no plano histórico, Platão foi vencido: ele não conseguiu impor à posteridade, seu ideal pedagógico;

considerando as coisas no seu conjunto, foi Isócrates quem triunfou, quem se tornou o educador da Grécia e, depois, de todo o mundo antigo" (Marrou, 1975, p.306).

A educação clássica, preocupada com a formação integral do homem e não com uma formação técnica específica; uma vez que entendia que essa formação integral possibilitaria ao homem exercer com sucesso qualquer trabalho especializado; elegeria a palavra como o seu elemento mais importante, especialmente por ela representar "o mais seguro meio de contato e intercâmbio entre os homens". Apesar das matemáticas serem "puramente racionais, e por ser a razão comum a todos os homens, parecem convir a todos", o fato de serem acessíveis apenas a uma pequena minoria; pelo menos quando transpomos o seu nível mais elementar, como afirmava o próprio Platão ao falar dos poucos privilegiados, dos mais capacitados; o que as transformariam em um meio de comunicação possível apenas entre alguns poucos especialistas, pode ter sido um dos motivos pelos quais a Antigüidade não valorizaria os estudos matemáticos.

Durante a época romana, com a inclusão de uma língua estrangeira – auxiliar para o acesso à cultura – em seu ensino, a educação clássica encontraria a sua forma definitiva. As escolas de todos os níveis multiplicam-se, as elementares com maior rapidez, os métodos brutais de ensino começam a ser abrandados e as classes a serem organizadas de acordo com o aproveitamento dos alunos e... **os estudos *matemáticos continuarão a ser privilégio apenas de uma restrita minoria: os matemáticos profissionais e os futuros imperadores.***


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
9000

Capítulo II

O Ensino da Matemática: da Estiagem à Renovação

> "Dizem ser mecânico aquele conhecimento que sai da Experiência, e científico o que nasce e acaba na Razão, e semi-mecânico o que nasce na Ciência e acaba nas operações manuais. Mas a mim me parece que são vãs e cheias de erro aquelas ciências que não nascem na Experiência, isto é, tais que a sua origem, meio ou fim não passa por nenhum dos cinco sentidos. E se nós duvidamos da certeza de cada coisa que passa pelos sentidos, quão mormente devemos duvidar daquelas coisas que são rebeldes aos sentidos, como a essência de Deus e da alma e semelhantes, acerca das quais sempre se disputa e contende."
>
> Leonardo da Vinci

Nestas palavras, retiradas do *Tratado de Pintura* de Leonardo da Vinci, podemos perceber o germe das novas idéias que começariam a surgir durante o Renascimento e que culminariam com o nascimento da ciência moderna. Seria a reabilitação dos sentidos, e a conseqüente condenação da atitude platônica sobre a degradação do corpo em face da aquisição da verdade, que levaria ao surgimento da função, a base da nova ciência e da moderna matemática, e ao rompimento com a ciência dos antigos, que permaneceu durante quase vinte séculos (Caraça, 1978, pp. 201–203).

Seriam pessoas, como Leonardo da Vinci, que conseguiam perceber a importância da matemática dentro dessa nova concepção de ciência, que se levantariam em defesa de um ensino de matemática mais voltado à pratica, às aplicações, mais ligado às artes mecânicas.

Entretanto, o caminho que a sociedade, a ciência e o ensino, seguiriam desde os tempos clássicos até o surgimento da ciência moderna – século XVII – e a introdução de novas áreas da matemática no ensino – século XVIII – não aconteceria de forma contínua mas, por meio de avanços parciais. Muitos retrocessos existiriam antes que o progresso nas discussões cientificas e educacionais pudesse, finalmente, acontecer. Na realidade, antes disso, a humanidade teria de enfrentar um longo período de estiagem...

1– A Estiagem

A partir do século V, com o triunfo dos chamados povos bárbaros no Ocidente, o ensino clássico vai deteriorando-se progressivamente até ceder lugar a um ensino de caráter estritamente religioso. Esse ensino, que tinha como maior objetivo a preparação para um mundo futuro, considerava a formação intelectual totalmente desnecessária, além de extremamente perigosa. O mundo terreno era então encarado como a fonte de todos os males. Tudo que estivesse relacionado a ele, era visto com muita desconfiança e, portanto, deveria ser eliminado do ensino. Os textos e os conhecimentos herdados do período clássico passam a ser considerados como fontes possíveis de heresias e começam a "desaparecer". A única fonte, necessária e segura, de toda a sabedoria passa a ser a Bíblia. E, assim, durante quase mil anos, o ensino ocidental não apresentaria quase nenhum elemento intelectual.

Durante a primeira metade da Idade Média, os mosteiros seriam os mais importantes, e muitas vezes os únicos, centros de cultura existentes. Apenas neles, e mesmo assim não em todos, seria possível encontrar escolas, bibliotecas, copiadores e editores de textos. O ensino por eles ministrado era destinado quase exclusivamente à formação de clérigos seculares ou regulares e era muito precário. Estudava-se apenas o latim necessário à leitura de textos sagrados e de histórias de santos. Mas mesmo esse objetivo era poucas vezes alcançado. Muitos monges mal sabiam ler... Apesar dessas limitações, alguns novos elementos foram introduzidos por esse ensino.

Pela primeira vez começa a manifestar-se uma maior **preocupação para com o espírito infantil** A criança pequena passa a ter uma atenção especial por parte dos adultos, especialmente por aqueles responsáveis pelo seu ensino. Apesar dessa atenção especial ainda não eliminar totalmente as punições, elas se tornam mais amenas. Mas, isso dizia respeito apenas à criança. Ao jovem era recomendado um tratamento bastante rigoroso, uma vez que se acreditava ser essa a idade mais perigosa, a que as pessoas começam a ser atraídas pelos pecados desse mundo...

Outra inovação da cultura monástica seria a **introdução da leitura silenciosa**, desconhecida dos povos antigos.

Mas, e o ensino das matemáticas, para o qual já tão pouco espaço era reservado pela Antigüidade clássica, teria desaparecido totalmente?

Isso, realmente, quase aconteceu...

Com o "desaparecimento" dos originais da época clássica, a totalidade do saber conhecido pela Idade Média estaria limitada a resumos grosseiros das sete artes liberais[20], elaborados por alguns homens cultos, principalmente do século V.

No caso das matemáticas, os únicos textos sobreviventes, adotados durante quase mil anos como livros escolares, seriam os de Boécio (c.480-524) - considerado o último filósofo da Antigüidade. Seus livros "eram abreviações insignificantes e extremamente elementares de clássicos mais antigos - uma *Arithmética* que era apenas uma forma abreviada da

---

20 A expressão "sete artes liberais" começou a ser utilizada durante a Idade Média para designar a soma total do saber, que era então constituído pelo "trivium" - gramática, retórica e dialética - e pelo "quadrivium" - aritmética, geometria, música e astronomia. A designação das quatro disciplinas do "quadrivium"; respectivamente, números em repouso, grandezas em repouso, números em movimento e grandezas em movimento; teria sido introduzida pelo pitagórico Arquitas, enquanto Zenão de Eléa seria o responsável pela introdução das disciplinas do "trivium". Boécio seria o primeiro a usar o termo "quadrivium" para designar as quatro disciplinas matemáticas. As expressões "trivium" e "quadrivium", entretanto, seriam utilizadas apenas a partir do século V de nossa era.

Introductio de Nicômaco; uma *Geometria* baseada em Euclides e contendo apenas enunciados, sem prova, de algumas das partes mais simples dos quatro primeiros livros de *Os Elementos* ..." (Boyer, 1974, p.139).

Por mais que possamos julgar que essa situação já demonstre um extremo retrocesso, ao observarmos os comentários sobre as obras matemáticas dos chamados "homens cultos" da Idade Média perceberemos que a "estiagem" continuaria e agravaria-se ainda mais.

Cassiodoro (c.490–583), que teria sido discípulo de Boécio, escreveria um livro sobre as sete artes liberais em um nível ainda inferior ao de seu mestre. Isidoro de Sevilha (c.570–636), por outro lado, que se propôs a organizar um tratado de todo o saber de seu tempo, em sua enciclopédia *Origens* ou *Etimologias*, na parte relativa à aritmética teria feito um resumo da obra de Cassiodoro, que era um resumo da obra de Boécio, que era uma forma abreviada da *Introductio* de Nicômaco, que era uma apresentação completa da aritmética pitagórica.

Não é, portanto, difícil imaginar a que ponto se degenerou o conhecimento científico naquele período. A situação fica ainda mais crítica se lembrarmos que mesmo esse mínimo de conhecimento era de domínio apenas de algumas poucas pessoas e contrário às idéias então dominantes, como nos confirmam as seguintes palavras de Dampier:

> "O pensamento científico, de que, nesses tempos, só raros exemplos se encontram, era completamente estranho aos pontos de vista mentais então dominantes. As sementes dispersas da ciência tinham de crescer num vasto e confuso matagal que constantemente ameaçava sufocá-las... A destruição de uma pequena percentagem da população seria

suficiente para aniquilar o conhecimento científico e para fazer recuar à crença quase universal na magia, na feitiçaria e na astrologia" (Dampier, 1945, p.117).

Naquele longo período, as matemáticas seriam estudadas apenas com o objetivo de entender-se mais profundamente as escrituras sagradas, ou seja, de efetuar-se o complexo cálculo do calendário litúrgico – o cômputo – e determinar com precisão a data da Páscoa[21].

Como nos diz Boyer:

"... as sombras se mantiveram a tal ponto que se tem dito que nada de erudito podia ser ouvido na Europa, a não ser o arranhar da pena do venerável Beda[22] escrevendo na Inglaterra sobre a matemática necessária para o calendário eclesiástico ou sobre a representação dos números por meio dos dedos" (Boyer, 1974, p.182).

Esta citação chama-nos a atenção para o fato de que a aritmética daquele período ainda dependia muito dos processos digitais. Tanto a representação digital – que, como já mencionamos, existia desde a Antigüidade – como as formas de computação digitais seriam muito utilizadas durante toda a a Idade Média, especialmente nas transações comerciais envolvendo povos de origens diferentes. Essas representações

21 A determinação precisa da Páscoa era considerada uma questão primordial naquele período, uma vez que era causa de divisões entre as Igrejas de Roma e da Irlanda, que chegavam a datas diferentes.

22 Beda (673-735), monge beneditino de Yarrow, é considerado o homem mais culto de seu tempo e um dos principais criadores da cultura inglesa.

digitais eram relativamente uniformes até uma centena. Para os números maiores que cem essa uniformidade já não existia e, "em alguns casos, os símbolos para centenas e milhares eram trocados"[23] (Davis, 1992, p.37).

Beda, preocupado com os processos digitais, especialmente pela sua importância como pré-requisitos para o cômputo, "deu uma descrição do uso dos dedos e das mãos, com várias posições sobre o corpo, para representar números até um milhão" (Davis, 1992, p.37). As seguintes citações, retiradas de seus livros *De temporum ratione*, ou *O cálculo dos tempos*, e *De flexibus digitorum*, ou *Sobre a flexão dos dedos*, ao mesmo tempo que nos confirmam as suas preocupações com o cômputo, revelam-nos as dificuldades existentes para efetuar tal cálculo:

> "Começando a falar, com a ajuda de Deus, do cálculo dos tempos, achei necessário mostrar primeiro, brevemente, a utilíssima e rapidíssima habilidade de contar com os dedos, pois prepara melhor a inteligência de quem lê a calcular a série dos tempos".

> "Quando falas um, dobrando o mínimo da mão esquerda, apoia-lo-ás na palma da mão. Quando falas dois, apoiarás nela, dobrando-o, o anular. Quando falas três, dobrarás da mesma forma o médio. Quando falas quatro, levantarás o mínimo. Quando falas cinco, levantarás o anular..." (Apud Manacorda, p.127).

---

23 Embora pertencentes a manuais de uma época posterior, século XVI, essa afirmação pode ser confirmada através da comparação entre as representações apresentadas na p.60, ao final do cap.I e na p.106, ao final deste capítulo, a última retirada do livro de Luca Pacioli.

A necessidade de serem utilizados ainda processos digitais naquele período seria uma imposição devida ao desconhecimento do antigo ábaco[24], que provavelmente teria "desaparecido" da Europa da mesma forma que os textos clássicos, e, também, dos numerais indo-arábicos[25], que seriam conhecidos no ocidente apenas a partir do século X.

---

24 O ábaco – nome atribuído ao mais antigo instrumento para efetuar cálculos – surgiu por volta do século VI a.C. e foi bastante utilizado pelos povos da Antigüidade. Três tipos básicos desse instrumento apareceram ao longo dos séculos: o **tabuleiro de areia**, uma tábua coberta de pó ou areia onde linhas e sinais eram desenhados com uma vara; a **tábua de calcular**, uma tábua onde eram desenhadas linhas paralelas e fichas ou pedras eram colocadas sobre as linhas ou entre elas e **ábaco de barras**, um quadro com moldura onde pedras ou contas deslizavam ao longo de sulcos, arames ou varetas de madeira. (Cf. Davis, 1992, pp.33–4). Esse instrumento, entretanto, parece ter "desaparecido" da Europa durante um grande período da Idade Média até ressurgir, por volta do ano 1000, "da obscuridade dos mosteiros" (Karlson, 1961, p.15). Durante os séculos XVI e XVII várias formas de ábaco seriam bastante utilizadas, até que, com a introdução do sistema de numeração indo-arábico, ele novamente "desapareceria" totalmente da Europa, a ponto de no século XVIII "nenhum traço dele ser encontrado". "Seu reaparecimento, no início do século XIX, ocorreu sob circunstâncias muito curiosas. O matemático Poncelet, general de Napoleão, foi capturado na campanha russa e passou muitos anos na Rússia como prisioneiro de guerra. Ao voltar para a França levou, entre outras curiosidades, um ábaco russo. Por muitos anos, essa importação de Poncelet era encarada como uma curiosidade de origem *bárbara*" (Dantzig, 1970, p.42, grifo do autor).

25 O primeiro exemplo escrito do uso do sistema de numeração indo-arábica, mas ainda sem o zero, foi encontrado no manuscrito *Codex Vigilanus* escrito na Espanha em 976. Durante alguns séculos ele será, ocasionalmente, utilizado na Europa ocidental, especialmente por mercadores e estudiosos que haviam entrado em contato com ele através de suas viagens à Espanha e ao Oriente. É atribuído a um desses estudiosos, Gerbert d'Aurillac (c.940–1003) – o futuro papa Silvestre II –, a introdução dessa numeração na Europa ocidental, mas apenas para simplificar o uso das tábuas de calcular. No período de traduções do século XII, os algarismos indo-arábicos teriam sido divulgados na Europa através das traduções latinas das obras de al Khowarizmi, especialmente através da *Liber algoritmi de numero indorum* de Adelard de Bath (c.1075–1160). Entretanto, seria apenas no século XIII, através de obras como a *Liber Abaci* (1202) de Leonardo de Pisa (1180–1250) – o Fibonacci –, *Carmen de algorismo* de Alexandre de Villedieu e *Algorismus vulgaris* de John de Halifax (c.1200–1256) – o

Dessa maneira, os poucos estudos matemáticos desenvolvidos durante aqueles primeiros séculos do período medieval – do século V ao século VIII – demonstravam apenas interesse pelo valor instrumental das matemáticas. O cálculo, e até mesmo a astronomia, tornaram-se exclusivamente instrumentos para a realização de alguns cálculos específicos: o das horas de liturgia, o das estações do ano, o do calendário eclesiástico, o do dia da Páscoa... Não existia nenhum interesse pelas aplicações práticas e nem pelo caráter especulativo das matemáticas.

Durante as últimas décadas do século VIII, até os finais do século IX, a situação, entretanto, começaria a modificar-se. Preocupado com o baixo nível de cultura dos monges, do clero e também do povo e percebendo que a leitura dos textos sagrados seria de fundamental importância para o desenvolvimento do cristianismo, o imperador Carlos Magno acaba proporcionando um incentivo à cultura, que ficou conhecido como o Renascimento Carolíngio. Com esse objetivo, propõe em seus atos legislativos – os Capitulares – a criação de escolas e organiza o sistema de ensino em três graus: elementar, secundário e superior. Para garantir a implantação de tal sistema, determina que em cada paróquia seja criada uma escola elementar e em cada mosteiro, abadia ou bispado uma escola de nível secundário. Cria ainda uma universidade itinerante e incentiva a cópia de manuscritos, não apenas dos eclesiásticos como também dos de escritores clássicos que pudessem ser localizados.

Sacrobosco, que os algarismos indo-arábicos começariam a se espalhar pela Europa. A sua aceitação definitiva, entretanto, aconteceria apenas no século XVI, após um longo período de "luta" entre os "abacistas", defensores das antigas tradições, e os "algoristas", defensores da moderna numeração.

O ensino das matemáticas, no entanto, não seria afetado diretamente por essa primeira renovação. Apesar de ter sido proposto o estudo do cômputo nas escolas elementares e o das sete artes liberais na escola secundária, apenas o ensino de latim seria enfatizado. Mesmo assim, é nesse momento que encontramos o primeiro esforço no sentido de restaurar o valor especulativo das matemáticas. Isso seria proposto por Alcuíno de York (735–804), responsável pela elaboração da proposta de organização escolar apresentada por Carlos Magno e considerado o mais influente educador da primeira metade da Idade Média. Ele esforçou-se "em demonstrar que o treino intelectual era tão essencial ao bem estar da sociedade quanto os esforços para o seu melhoramento puramente religioso e moral" (Monroe, 1939, p.144). Tendo em vista esse objetivo, apresenta em seu livro *Problemas para o Desenvolvimento da Mente dos Jovens* uma série de questões onde não pretende enfatizar o aspecto instrumental das matemáticas, mas, sim, o seu valor para o desenvolvimento do raciocínio. Apesar de muitos de seus problemas terem provavelmente origem no antigo Oriente, seria, entretanto, o seu trabalho que viria a influenciar, durante séculos, muitos autores de textos matemáticos. Isso pode ser facilmente comprovado quando observamos que muitos de seus problemas são ainda hoje bastante utilizados. O problema seguinte é um bom exemplo disso:

> "Um lobo, uma cabra e uma couve têm de atravessar um rio num barco que transporta um de cada vez, incluindo o remador. Como é que o remador os levará para o outro lado de forma que a cabra não coma a couve e o lobo não coma a cabra?" (Struik, 1989, p.136).

Ainda que as propostas de Carlos Magno e de seus seguidores não tenham sido totalmente efetivadas, seriam elas que abririam caminho para o tipo de vida intelectual mais característico da Idade Média – a Escolástica.

A partir do século X, e até o século XV, assistiremos ao nascimento e ao declínio dessa nova forma de pensar e filosofar, que teria como principal objetivo justificar a fé cristã por meio da razão. Para alcançar esse objetivo, a Escolástica encontraria na lógica aristotélica a sua maior aliada. A lógica aristotélica passaria então a ser considerada como a única forma cientificamente válida. Sem dúvida alguma, a escolha era perfeita. A lógica aristotélica é o instrumento ideal, porque mais eficaz e seguro, quando se pretende organizar um sistema de idéias tendo como pressuposto inicial um conjunto de crenças, ou premissas, que não devem ser questionadas, uma vez que são consideradas, a princípio, verdadeiras.

É nesse momento que veremos surgir uma extrema valorização do formal, do abstrato, do imaterial. Sem nunca questionar a validade de suas hipóteses, sem levar em consideração nenhum conhecimento concreto ou físico, ou seja, sem nenhuma base real, a maior parte das discussões dos escolásticos "consistia em análises intermináveis e inúteis a respeito de inumeráveis discussões acerca de palavras e termos" (Monroe, 1939, p.154). Como nos diz Caraça: "É tão fácil por um nome a uma coisa! Arranjar um rótulo, para encobrir nossa ignorância!" (Caraça, 1978, p.122).

Essa nova forma de vida intelectual afetaria diretamente o ensino, que assumiria uma nova feição. A lógica adquire uma posição de destaque em relação às demais artes liberais. É ela que fornece os fundamentos para a organização dos conhecimentos a serem transmitidos pela escola e para os objetivos a serem atingidos. A maior preocupação da educação seria ministrar os elementos necessários para o perfeito desenvolvimento dos discursos formais. É a forma que importa e não o conteúdo, que nesse momento já estava claramente definido. Nenhum novo conhecimento ou aplicação prática seria valorizado. A análise lógica dos textos seria o método utilizado. Nessa proposta de ensino,

> "a lógica impôs-se irresistivelmente como a disciplina propedêutica por excelência, como o método universal de todas as ciências... Arte de raciocinar com justeza, de deduzir dos textos os problemas e de os resolver ultrapassando as contradições aparentes, a lógica aristotélica se transformou na base de toda a educação de nível superior" (Mialaret, s/d, p.266).

Essa organização das matérias baseada na lógica dos conteúdos, e não no desenvolvimento mental do estudante, que se estabeleceu nesse período da Escolástica, permaneceria durante séculos...

Entretanto, esse período de mudanças sociais; onde uma nova forma de organização social - a cidade - começa a impor-se, onde o desenvolvimento do comércio e da indústria propicia o contato com outras culturas e o surgimento de um novo tipo de homem; traria outras profundas alterações para a educação, para os estudos matemáticos e para o seu ensino.

Isso, no entanto, não aconteceria dentro das recém criadas universidades[26]. Nelas, os escolásticos continuariam preocupados em discutir as suas eternas questões teológicas e filosóficas, dando pouca atenção para as disciplinas matemáticas, como nos sugerem as seguintes observações de Mialaret, Hogben e Karlson:

> "Os rudimentos limitavam-se, na realidade, à leitura penosamente conseguida, à escrita pesadamente elaborada, à prática das duas primeiras operações e ao conhecimento da tabuada da multiplicação: **os mestres em artes[27] das universidades medievais de forma alguma ultrapassavam estes níveis**" (Mialaret, s/d, p.319, grifo nosso).

---

26 Durante os séculos XII e XIII, algumas escolas, na realidade corporações de estudantes e mestres, ligadas às catedrais e aos mosteiros começariam a adquirir uma posição de destaque e conseguiriam obter privilégios "sob a forma de documentos escritos do imperador ou do papa, que se tornaram a carta, ou cartas, da instituição". Essas cartas representavam o reconhecimento da instituição pedagógica, que era então designada como *universitas magistrorum et scholarirum*, além de conferir, também, "aos mestres e aos estudantes os privilégios do clero... Um dos mais importantes desses privilégios era o de jurisdição interna". As primeiras universidades criadas foram: Salerno, Bolonha, Paris, Oxford, Montpellier, Cambridge, Nápoles, Salamanca... No final do século XV a Europa contava com aproximadamente oitenta universidades. Cf. Monroe, 1939, cap.V; Luzuriaga, 1975, pp.85-6; Larroyo, 1982, vol.1, pp.327-35 e Mialaret, s/d, vol. 1, 261-79.

27 O caminho seguido pelo estudante na universidade até a obtenção de seu grau de mestre era muito semelhante ao de outras corporações existentes. "O jovem de 13 ou 14 anos que desejasse estudar as artes liberais ou preparar-se para ensinar, era obrigado, quando entrava na universidade, a ligar-se a um mestre que era, durante esse período, responsável por ele. Aí fazia uma aprendizagem de 3 a 7 anos até que aprendia a ler os textos comuns da gramática, retórica e lógica e a definir as palavras e determinar o significado das frases e o uso de termos e classificações. Quando podia definir e determinar, continuava com os seus estudos, e, ao mesmo tempo,... dava instrução sob a orientação do mestre, aos

"No século XIV o curso de matemática da Universidade de Oxford levava o estudante à *Ponte dos Asnos*[28] e lá o deixava. Encerrava-se com a quinta proposição do primeiro dos doze livros de Euclides" (Hogben, 1970, p.414, grifo nosso).

"... Na escala das ciências, a cuja testa se encontrava naturalmente a teologia, a **matemática ocupava uma posição pouco honrosa**, ou seja, o **último lugar**, e o salário dos professores era diretamente proporcional a esta classificação. Verdade é, porém, que um desprezo tão doloroso pela nossa ciência não era totalmente imerecido, tendo em vista a maneira como era lecionada nas universidades. Possuímos índices da matéria e relações dos exames dos séculos XIV e XV; delas depreendemos que os

---

meninos mais jovens. Depois deste segundo período de estudos em que se familiarizava com os textos obrigatórios e aprendia o jogo das disputas lógicas, era-lhe permitido, afim de demonstrar a sua habilidade, defender em público a sua tese... A sua tese era argüida pelos membros da faculdade ou por aqueles que já possuiam o grau, desde que estes eram os 'mestres' das artes que ele professava. No caso de ser aprovado recebia o grau, que podia ser chamado a licença, o título de mestre, ou doutorado. Mestre, doutor, professor, eram termos sinônimos durante o primitivo período universitário. Este grau significava que o possuidor era capaz de discutir tanto quanto definir e determinar, e o autorizava a lecionar publicamente, i. é., admitia-o na corporação' de mestres. O graduado estava agora no mesmo nível que os outros membros da faculdade e podia ensinar participando da livre competição em que todos entravam" (Monroe, 1939, p. 162).

28 *Ponte dos asnos*, ou *Pons asinorum*, é uma expressão que foi atribuída à Proposição 5 do Livro I dos *Elementos* de Euclides, provavelmente durante a Idade Média, como referência à única demonstração existente no livro de Boécio, que era bastante utilizado nas escolas monásticas. O significado de tal expressão estaria ligado à dificuldade encontrada pelos estudantes em ultrapassar essa "ponte", que era o ponto culminante da geometria da época. Os estudantes que não conseguissem compreender essa demonstração eram comparados aos asnos, que empacavam ao atravessar uma ponte. Mas Hogben, ironicamente, comenta que a existência de tal expressão estaria associada à forma como era ensinada: "porque os burros que a ensinavam davam-se a todos os cuidados para destruir a ponte que a liga ao mundo real" (Hogben, 1970, p.162).

novos mestres tinham que jurar solenemente já haverem lido alguns livros de Euclides — evidentemente não se queria correr o risco de prestar exames verdadeiros!" (Karlson, 1961, pp.345-6, grifo nosso).

Apesar do pouco espaço reservado pelas universidades medievais ao ensino específico das matemáticas, seriam as discussões filosóficas dos escolásticos que forneceriam elementos para futuros desenvolvimentos da matemática especulativa. "... O estudo de Platão e Aristóteles, combinado com meditações sobre a natureza da divindade, conduziu a especulações sutis sobre a natureza do movimento, do contínuo e do infinito", que influenciariam os "inventores do cálculo infinitesimal, do século XVII, e os filósofos do transfinito, do século XIX; Cavalieri, Tacquet, Bolzano e Cantor conheciam os autores escolásticos e meditaram sobre o significado das suas idéias" (Struik, 1989, p.141).

Entretanto, seria devido ao avanço das navegações e ao florescimento das atividades comerciais e industriais, com as suas inerentes necessidades de melhor compreender as propriedades e transformações que ocorrem no mundo concreto, que o estudo e o ensino das matemáticas começariam a se desenvolver e a se modificar. Por um lado, através do contato com a cultura árabe, que proporciona o conhecimento dos clássicos gregos e dos autores árabes[29], por outro lado, devido ao desenvolvimento e

[29] Durante o século XII começariam a surgir as primeiras traduções do árabe para o latim e, em seguida, outros tipos de traduções: do grego para o latim, do árabe para o hebraico para o latim, do árabe para o espanhol, do árabe para o hebraico. Dentre essas primeiras traduções do árabe para o latim estariam as *tabelas astronômicas* de al-Khowarizmi e os *Elementos* de Euclides, feitas pelo inglês Adelard de Bath, respectivamente em 1126 e 1142, e a *Álgebra* de al-Khowarizmi (1145), o

divulgação dos novos ramos do conhecimento matemático, especialmente, por meio das escolas práticas e dos "mestres de cálculo", necessários para atender às aspirações da nova classe emergente.

As escolas práticas – laicas, localizadas nos centros urbanos das cidades mais favorecidas pelo desenvolvimento do comércio – seriam as responsáveis pelo ensino da aritmética prática, da álgebra, da contabilidade, da navegação e da trigonometria. Isso acontecia, inicialmente, por meio de um ensino individualizado, ministrado por um mestre prático em determinada atividade produtiva. Esse mestre autodidata, inicialmente sem nenhum vínculo com as universidades e sem nenhum conhecimento dos autores clássicos, responsabilizava-se por ensinar a um aprendiz os conhecimentos práticos de sua profissão. O ensino acontecia no próprio local de trabalho do mestre, que firmava para esse fim um contrato com o pai ou responsável pelo aprendiz, onde eram explicitadas todas as responsabilidades que deveriam ser assumidas, tanto pelo mestre quanto pelo aprendiz.

Apesar dessas escolas práticas, e do conhecimento por elas veiculados, não influenciarem durante longo período o ensino ministrado nas universidades ou nas escolas subordinadas à Igreja, elas fornecem-nos

---

Almagesto (1175) de Ptolomeu, feitas respectivamente por Robert de Chester e por Gerardo de Cremona (1114-1187), membros do maior grupo de tradutores, que estava em Toledo, na Espanha. As obras de Euclides, Ptolomeu, al-kowarizmi e Arquimedes seriam todas traduzidas, às vezes em várias versões, durante os séculos XII e XIII. Com o renascimento e a invenção da imprensa, iniciaria um novo período de traduções, agora diretamente dos originais dos clássicos da Antigüidade. Dentre essas estariam *As Cônicas* de Apolônio e a *Coleção Matemática* de Papus. Na última metade do século XVI a maior parte das obras da Antigüidade clássica haviam sido recuperadas. Cf. Boyer, 1974, cap.14, 15 e 16.

uma indicação do caminho que as matemáticas, as ciências, a educação e a sociedade tomariam nos próximos séculos.

É o prenúncio de uma nova era...

2 – A Renovação

Paralelamente ao desenvolvimento das novas ciências e do novo tipo de ensino, onde ciência e trabalho relacionam-se intimamente, mas sem nenhuma vinculação inicial com eles, nasce e desenvolve-se um outro movimento intelectual inovador – o humanismo.

Movimento aristocrático, que tinha como maior objetivo a recuperação de todos os elementos da cultura clássica eliminados durante o período anterior, o humanismo colocar-se-ia radicalmente contra toda a cultura então dominante. Contra a escolástica, contra a universidade e contra a proposta de educação vigente. Pela liberdade individual, pela alegria de viver, pela apreciação do belo e por uma educação menos repressiva, mais humana, mais culta, que levasse em consideração a natureza do estudante, que colocasse novamente a gramática, a retórica e a poética como centro do ensino, ou seja, que essas disciplinas assumissem o lugar que a lógica havia ocupado dentre as artes liberais desde o século XII, e que, principalmente, estivesse baseada na leitura direta dos clássicos gregos e latinos.

Durante um longo período, desde o período inicial do Renascimento até o século XX, veremos dois tipos de propostas para a formação do homem, distintas e opostas, conviverem lado a lado. Uma preocupada com a preparação prática das novas profissões emergentes, onde mestres livres ensinavam apenas conhecimentos práticos, e outra, desinteressada, preocupada com a formação dos homens nascidos "livres e nobres". A primeira privilegiando o ensino das novas ciências, a segunda o ensino das ciências clássicas. Essa convivência, entretanto, não aconteceria de maneira tranqüila, uma vez que as concepções de homem e de sociedade que estariam na base de tais propostas eram claramente divergentes.

A posição dos humanistas com a relação às divergências existentes entre as duas propostas, que competiam na luta contra a escolástica, podem ser percebidas pelas seguintes palavras de Paolo Vergerio (1349-1420), professor da Universidade de Pádua, em um tratado de educação de 1374:

> "Nós denominamos liberais aqueles estudos que formam o homem livre; aqueles estudos pelos quais alcançamos e praticamos a virtude e a sabedoria; **aquela educação que promove, treina e desenvolve aqueles dotes mais elevados do corpo e do espírito** que enobrecem os homens e que são justamente considerados como os mais dignos logo abaixo da virtude."
>
> "**Para um temperamento vulgar, o ganho e o prazer são os alvos da vida**; para uma natureza elevada, a dignidade moral e a glória são tudo" (Monroe, 1939, pp.189-90, grifo nosso).

Os sistemas educacionais tradicionais, que a princípio se colocavam radicalmente contra as propostas dos humanistas, chegando mesmo a considerá-las como heresias, iriam aos poucos assimilando suas idéias e introduzindo novos elementos em seu ensino. Dessa maneira, o ensino vai sendo gradualmente transformado até que as chamadas humanidades — estudo das línguas e da literatura dos povos clássicos — estivessem totalmente implantadas.

Da mesma forma que o antigo ensino proposto pelos escolásticos, esse tipo de educação humanística não reservava espaço aos estudos da natureza, aos da sociedade e nem mesmo aos das matemáticas. Quando alguma concessão era feita e as matemáticas eram nela incluídas, isso seria devido apenas ao valor formal desses estudos, de acordo com a concepção platônico-aristotélica. Nenhuma preocupação com as aplicações práticas, mas apenas com o desenvolvimento do raciocínio, do pensamento, das faculdades mentais. Para esse tipo de ensino *Os Elementos* de Euclides seriam os mais indicados e foram, realmente, bastante utilizados...

A educação humanística, "com alguma redução gradual do elemento clássico, em favor, primeiro das matemáticas, depois da história e das línguas modernas, e, finalmente, até certo ponto, das ciências naturais", permaneceria durante séculos como o modelo ideal de educação secundária (Monroe, 1939, p.207). Apenas a partir do século XIX manifestações contrárias a esse tipo de formação se intensificariam, dando origem a outros tipos de propostas para a educação secundária.

Entretanto, o novo tipo de homem, que surgia nesse período — o comerciante, o industrial, o banqueiro — já começava a vislumbrar a necessidade de um terceiro tipo de formação: a que faria uma composição da cultura desinteressada com a formação profissional, que enfatizaria as artes produtivas, sem no entanto menosprezar a cultura clássica. Porém, essa nova proposta de educação passaria por um longo período de gestação, antes de conseguir penetrar nas instituições escolares...

Embora os estudos matemáticos não tivessem sido enfatizados nem pelos escolásticos e tampouco pelos defensores das escolas humanistas, desde a segunda metade da Idade Média, algumas vozes, inicialmente isoladas, começam a alertar para os problemas que tal omissão poderia causar.

O franciscano Roger Bacon (c.1210–1294) – que segundo Dampier foi "o único homem da Europa de toda a Idade Média, que tanto quanto sabemos, se aproxima, em espírito, dos grandes árabes que o precederam ou dos homens de ciência da Renascença que se lhe seguiram" – apesar de concordar em muitos pontos com a Escolástica de seu tempo, criticava os estudiosos que utilizavam uma argumentação verbal, baseada apenas em argumentos falíveis e no peso da tradição. Embora vivendo em um tempo onde a ciência moderna ainda não tinha começado a desabrochar, mas certamente percebendo o início de um novo tempo, seria um dos primeiros a alertar, já na segunda metade do século XIII, sobre a importância da experimentação e das matemáticas na busca de novos conhecimentos. Para ele, apenas a observação e a experiência poderiam confirmar as afirmações e as matemáticas seriam elementos fundamentais para as outras ciências, como podemos perceber pelas suas próprias palavras:

> "Há uma ciência, diz ele, mais perfeita do que as outras, e que é precisa para a verificação delas – a ciência da experimentação, que se avantaja às ciências que dependem da argumentação, pois que estas

não nos dão a certeza dos fatos, por mais forte que seja o raciocínio, a não ser que a experiência venha em seu auxílio para verificar as suas conclusões. Só a ciência experimental pode verificar aquilo de que a natureza é capaz e aquilo que é produto da arte ou fraude. Só ela ensina a julgar as tontices dos mágicos, exatamente como a lógica se pode empregar para verificar os argumentos " (Apud Dampier, 1945, p. 130).

"A razão não pode distinguir o sofisma da demonstração a menos que seja controlada nas suas conclusões pelas obras certificadoras da experiência" (Apud Caraça, 1978, p.201).

"O abandono da matemática traz dano a todo o conhecimento, pois aquele que a ignora não pode conhecer as outras ciências ou as coisas desse mundo" (Apud Boyer, 1974, p.180).

Em uma época posterior, já em pleno Renascimento; enquanto os escolásticos continuam, nas decadentes universidades, com sua argumentação verbalista, os humanistas se reúnem em suas academias para a leitura dos clássicos; o descobrimento de novas terras e o surgimento da bússola, da pólvora e da imprensa impulsionam o desenvolvimento das novas ciências.

A invenção da imprensa (1440), em especial, ao possibilitar a publicação de obras em língua vernácula das novas ciências emergentes — entre elas a aritmética comercial, a álgebra, a trigonometria[30] —

---

30 A primeira dessas obras teria sido impressa em 1478, em Treviso, por um autor desconhecido. Tratava-se de uma aritmética comercial, onde eram apresentadas as "operações fundamentais, as regras de dois e três, e aplicações comerciais" (Boyer, 1974, p.204). Muitas outras aritméticas comerciais apareceriam logo em seguida, mas, a de maior influência teria sido a de Luca Pacioli, impressa em 1494, em Veneza, com o título *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Propotionalita*. Nesta

contribui não apenas para a divulgação dessas ciências e para o início do rompimento da barreira existente entre a tradição culta e a artesanal, como, também, para o aumento da cultura da humanidade, que passa a partir desse momento a ter registro das chamadas artes práticas, que até então eram transmitidas quase exclusivamente pelas escolas práticas.

Apesar disso, essas publicações – que eram destinadas aos comerciantes, aos engenheiros, aos artistas, ou seja, aos representantes das artes práticas – bem como os novos conhecimentos por elas divulgados não chegariam a influenciar o mundo das instituições escolares tradicionais.

Essa resistência das instituições escolares às novas ciências, entretanto, não aconteceria sem nenhuma reação.

Percebendo o grande descompasso existente entre o desenvolvimento da sociedade e o das novas ciências e o ensino arcaico que era ministrado nas escolas e nas universidades, Leonardo da Vinci (1452–1519) – artista e engenheiro do Renascimento – levantar-se-ia em defesa de um ensino mais voltado à realidade, mais ligado à experiência e à observação, onde as matemáticas deveriam desempenhar um papel fundamental.

---

obra de 600 páginas, escrita em italiano, o autor apresentava uma compilação de tudo que era conhecido naquele período sobre aritmética, álgebra, geometria euclidiana elementar, trigonometria e contabilidade. Na parte dedicada à contabilidade, o autor "registrava e sistematizava os novos achados sobre a contabilidade mercantil, diários e livros-mestres ou razão, a escritura simples e, em seguida, a escritura dupla" (Manacorda, 1989, p.175). A publicação dessas obras não ficaria restrita, no entanto, apenas à Itália. Na Alemanha, por exemplo, "em 1489, antes da publicação da Summa de Pacioli, um professor alemão de Leipzig, Johann Widman tinha publicado uma aritmética comercial, *Rechenung auff allen Kauffmanschafft*, o mais antigo livro em que os sinais + e – aparecem impressos" (Boyer, 1974, p.205).

Homem envolvido em todos os acontecimentos de seu tempo, conhecedor dos avanços alcançados pela ciência e estudioso de diversos problemas ligados a várias áreas do conhecimento, Leonardo da Vinci desenvolvia seus estudos de maneira experimental e acreditava que "os únicos métodos verdadeiros em ciência eram a observação da natureza e a experimentação" (Dampier, 1945, p.143). Apesar de não desprezar o saber dos antigos, acreditava que esse saber era apenas "útil como ponto de partida", mas que nunca deveria ser considerado como "concludente".

A valorização do lado experimental da ciência e a percepção do papel que as matemáticas deveriam desempenhar nesse processo – o que faz com que seja considerado um homem de atitude intelectual moderna – levariam Leonardo da Vinci a colocar-se contra o tipo de escola então dominante, contra os humanistas de seu tempo, uma vez que entendia que o ensino das humanidades era totalmente desnecessário e defendia a ampliação dos estudos matemáticos.

Os seguintes fragmentos de seus textos, confirmam-nos suas posições:

> "Nenhuma investigação merece o nome de ciência se não passa pela demonstração matemática... nenhuma certeza existe onde não se pode aplicar um ramo das ciências matemáticas ou se não pode ligar com essas ciências" (Apud Caraça, 1978, p.201).

> "Aquele que despreza a máxima certeza das matemáticas, apascenta-se na confusão e nunca conseguirá acabar com a confusão das sofísticas ciências..." (Apud Manacorda, 1989, p.184).

> "Temos de consultar a experiência em uma diversidade de casos e circunstâncias até que possamos extrair deles uma regra geral que os contenha. Para que são úteis estas regras? Nos conduzem a ulteriores investigações sobre a natureza e às criações artísticas. Impedem-nos de enganarmos a nós mesmos ou aos demais prometendo-nos resultados que não se podem conseguir" (Apud Mason, 1984, v. 1 p.144).

Nesse momento, entretanto, Leonardo da Vinci não seria uma voz isolada em defesa do ensino das ciências e das matemáticas e contrário ao ensino das humanidades. Nesse período começaria a delinear-se a polêmica, que permaneceria durante séculos, entre os defensores do humanismo e os "de uma outra cultura, moderna, produtiva e voltada para a prática" (Manacorda, 1989, p.187). É a relação entre educação e trabalho - tema fundamental da educação moderna - que começava a esboçar-se. De um lado, estarão os representantes da nobreza, de outro, os representantes das classes burguesas emergentes e das classes populares reprimidas.

As seguintes palavras de Giambattista Gelli, um sapateiro florentino, do século XVI, defensor das línguas vernáculas, das novas ciências e contrário ao estudo do latim, são bastante ilustrativas do caminho que essa polêmica tomaria nos próximos séculos:

> "A gramática, ou melhor, o latim, é uma língua, e não são as línguas que fazem os homens doutos, mas os conceitos e as ciências... Pode-se ser sábio e douto sem saber a língua grega ou latina... Não

são as línguas que fazem os homens doutos, mas as ciências" (Apud Manacorda, 1989, p.190).

Embora tanto Roger Bacon quanto Leonardo da Vinci defendessem a importância dos estudos matemáticos e, especialmente, da Vinci vinculasse essa importância à experiência e à observação, e não ao desenvolvimento do raciocínio ou do pensamento, distanciando-se dessa forma da orientação platônica e, portanto, dos *Elementos* de Euclides, nenhum deles chegaria a explicitar suas idéias através de uma proposta efetiva para o ensino das matemáticas. Apesar disso, podemos considerá-los como os mais remotos precursores de um movimento de renovação do ensino da matemática.

A invenção da imprensa já havia dado início a publicações de obras matemáticas que apresentavam um caráter totalmente diferente das obras clássicas. A maior parte dessas obras, entretanto, destinava-se ao ensino da aritmética e da álgebra práticas, necessárias às atividades comerciais, mas existiam também obras que tratavam de problemas relativos a outras atividades práticas, tais como, a cartografia, a topografia, as artes[31] etc. Todas essas obras apresentavam como características comuns a

---

31 Um exemplo desse tipo de obra é a *Investigação sobre a medida com círculos e retas de figuras planas e sólidas* escrita pelo pintor alemão Albrecht Dürer (1471-1528), como o objetivo de auxiliar os pintores alemães que, segundo ele, "não sabiam muita geometria". Dürer escrevia em seu livro que "havia escrito una obra sobre o tema afim de que o pintor que a lesse 'não apenas tivesse uma boa iniciação, mas que fosse melhorando com a prática cotidiana. Seguirá buscando mais coisas e haverá de encontrar muito mais do que indico aqui' " (Apud Mason, 1984, p.142). Essa obra, assim como outras que apareceriam no mesmo período, apesar de ter um objetivo claramente prático, apresentaria contribuições importantes à geometria pura. Cf. Boyer, 1974, pp.215-218.

falta de preocupação com uma apresentação rigorosa e o objetivo de divulgação das novas descobertas ocorridas nas chamadas artes práticas. Essas obras, bem como os novos conhecimentos por elas divulgados, foram, entretanto, durante muito tempo excluídos do currículo clássico-humanista das escolas do tipo secundário.

A forte influência da obra de Euclides no ensino das matemáticas, que chegava a ser considerado "quase um sacrilégio qualquer desvio de seu texto sagrado", acabaria dificultando qualquer tentativa "de alteração no modo de ministrar o ensino de geometria e de incorporação" ao ensino da matemática "dos conhecimentos aritméticos e algébricos, que se desenvolviam durante o Renascimento" (Roxo, 1937, pp.38-41).

Apesar disso, é nesse período que começam a aparecer as primeiras obras didáticas de geometria que pretendem romper com a apresentação euclidiana.

A primeira dessas obras seria a de Charles Bouelles (1470-1553) - a primeira geometria impressa na França. Nela, o autor não apresenta uma exposição totalmente rigorosa, uma vez que alguns teoremas são "meras constatações de fatos". Além disso, introduz novos conteúdos, assim, em dois de seus capítulos são estudadas "as relações da geometria com a simetria, tal como se observa no mundo animado e no inanimado" (Roxo, 1937, p.41).

Entretanto, a obra renovadora mais importante do século XVI, especialmente pela sua influência no ensino francês, seria a de Pierre de la Ramée (1515-1572), ou Petrus Ramus, a forma latinizada de seu nome, como era costume naqueles tempos do Renascimento.

Ramée, defensor das novas idéias, posicionaria-se contra as posições dominantes de seu tempo de várias maneiras. Inicialmente, por meio da defesa de uma tese – para obtenção de seu grau de mestre no Collège de Navarre – onde tentava provar que "Aristóteles não havia definido bem a Lógica[32]" (Ponce, 1983, p.116). Depois, pelos constantes ataques aos métodos antiquados da universidade – para a qual chegou a sugerir modificações no currículo de forma que os estudos matemáticos fossem privilegiados – e aos escolásticos que nela ensinavam. Finalmente, pela sua posição, claramente oposta aos humanistas de seu tempo, em defesa dos estudos matemáticos, em particular àqueles referentes à matemática elementar prática, uma vez que via os estudos especulativos da geometria e da álgebra com "certa desconfiança".

Essa preocupação com as aplicações práticas seria o fio condutor de sua obra sobre as matemáticas, publicada em 1580. Nela, Ramée "abandona por completo, tanto na forma como na profundidade, o caminho seguido por Euclides" (Klein, 1931, p.294). Com relação à geometria, que ele encarava como sendo a arte de bem medir, as aplicações práticas deveriam representar o maior objetivo desse estudo. Por essa razão, seu trabalho parte do estudo de medições topográficas, descreve todos "os aparelhos que para isso serão necessários" e esclarece todas as fases do

32 Essa tese causaria uma forte reação por parte da Igreja que conseguiria que Francisco I publicasse um decreto onde Ramée era considerado "temerário, arrogante, impudico, ignorante, murmurador e mentiroso". Esse decreto, entretanto, não chegou a intimidar Ramée, que continuou a defender fervorosamente as suas idéias. Essa atitude, entretanto, acabaria culminando, em 1571, com o seu assassinato. Jacques Charpentier, um professor de matemática do Colégio de França e cego obediente das ordens dos jesuítas, teria sido, segundo Aníbal Ponce, o responsável por esse assassinato, que muitas vezes tem sido atribuído a um acidente. Cf. Ponce, 1983, pp.116-17.

"processo com numerosas e interessantes figuras" (Klein, 1931, p.294). Porém, apesar de Ramée enfatizar em sua obra o aspecto prático da geometria, ele não despreza totalmente o trabalho com as deduções lógicas. Porém para ele, as deduções deveriam ser realizadas tendo por objetivo não o seu próprio estudo, mas apenas como auxiliares para a obtenção de resultados observados na prática ou quando, mesmo não sendo imediatas, fossem necessárias às aplicações práticas.

Assim, como nos diz Klein: "A modernização do ensino de geometria, isto é, sua liberação do rígido método de Euclides, começou na França muito cedo, cerca de 1550" (Klein, 1931, p.293).

Na Inglaterra, por outro lado, apesar da geometria euclidiana ter sido a base para o ensino durante séculos, o próspero desenvolvimento do comércio, da indústria e da navegação ingleses no século XVI dariam início a uma forte tradição científica, especialmente ligada às matemáticas aplicadas. Essa preocupação pela aplicação das matemáticas pode ser percebida no prefácio da primeira tradução inglesa, de 1570, dos *Elementos* de Euclides. John Dee (1527–1606), o autor do prefácio, após classificar as matemáticas como intermediárias entre as coisas naturais e sobrenaturais – uma vez que "embora sejam coisas imateriais, contudo são suscetíveis de algum modo de serem significadas por coisas materiais"–, afirma que delas "surgem as proezas da geodésia, ou medição da terra, astutíssima para medir e demarcar terras, bosques e águas distantes" (Apud Mason, 1985, p.164, v.2) e que, além disso, elas poderiam ser aplicadas aos cálculos do comércio, aos problemas de arquitetura, astrologia, música, geografia, astronomia, assim como às artes da navegação, da medicina e da guerra. Apesar disso, Dee afirma que tais aplicações não eram praticadas com competência nem na Inglaterra nem na Irlanda.

Os comerciantes ingleses, preocupados com o baixo conhecimento matemático dos seus empregados, resolvem promover as matemáticas, especialmente através da contratação de professores para proferirem conferências aos navegantes e capitães. Essa prática seria garantida pela fundação do Gresham College, local onde mais tarde, no século XVII, seria criada a Real Sociedade de Londres.

Enquanto os séculos XIV, XV e XVI foram aqueles que propiciaram o renascimento da cultura clássica, o descobrimento de novos continentes, o desenvolvimento de novas ciências e técnicas, os movimentos da reforma e da contra-reforma e a colocação de novas questões para as ciências, para a filosofia e para a educação, seria o século XVII que apresentaria as primeiras obras que refletiriam essas profundas modificações e superavam definitivamente a ciência dos antigos.

Com o início da ciência moderna, que combina pela primeira vez os métodos experimental e indutivo com a dedução matemática, ou seja, que rompe a barreira existente entre a tradição artesanal e a culta, entre a razão e a experiência, que teria em Galileu Galilei (1564-1642) e em Isaac Newton (1642-1727) seus principais representantes, as matemáticas passam a desempenhar um novo e importante papel: o de ferramenta necessária à explicação dos fenômenos. Não apenas como auxiliar nos desenvolvimentos lógicos, sobre bases pré-estabelecidas, mas como elemento fundamental para a formação, comprovação e generalização de resultados que podem, ou não, ser confirmados na prática.

É o surgimento do conceito de lei quantitativa, que levaria à introdução do conceito de função e ao surgimento do cálculo infinitesimal, que seriam as bases da moderna matemática. Inverte-se, dessa maneira, as características que estiveram presentes na matemática durante séculos. De uma matemática preocupada com o estudo qualitativo dos fenômenos, que privilegia a figura sobre o número, que despreza tudo que lembre o movimento, o mecânico, o manual, para uma matemática preocupada fundamentalmente com as artes práticas e mecânicas, com as relações quantitativas que poderiam ser estabelecidas para a explicação dos fenômenos, que utiliza o número para melhor compreender as figuras, que tem no movimento a sua base de sustentação.

A obra que sintetizaria essa tendência moderna em educação, seria a *Didáctica Magna* de Jan Amos Comenius (1592-1671). A importância dessa obra pode ser facilmente avaliada se lembrarmos que, apesar dos mais de cem tratados e livros didáticos escritos pelo autor e de sua vasta experiência educacional, seria sobretudo ela a responsável por ser Comenius sempre lembrado como o "Bacon da pedagogia", o "Galileu da educação", o "pai da didática", o "pai da pedagogia moderna"...

Realmente, seria nessa obra que o autor apresentaria, em seus trinta e três capítulos, muitos dos elementos que forneceriam a base para o desenvolvimento educacional dos séculos futuros. Dentre esses elementos encontraremos: a defesa da escola universal; para todos, independentemente do sexo, origem social e, até mesmo, da capacidade intelectual; a preocupação com um ensino "sólido", mas também agradável e sem desperdício de tempo; a proposição de vários níveis de estudo, de acordo com a natureza, ou com o desenvolvimento do homem; a proposta que esse ensino aconteça por ciclos, ou seja, os mesmos conteúdos deveriam sempre ser retomados e reelaborados; a valorização dos sentidos e da aplicação prática.

Enquanto a *Didáctica Magna* é vista como a obra teórica mais importante de Comenius, e considerada um dos clássicos da pedagogia, outra de suas obras, a *Orbis Sensualium Pictus*, um livro didático, é lembrada pelo seu caráter inovador e pela sua influência nas escolas. Nesta obra, Comenius tenta propor, na prática, os elementos discutidos, teoricamente, em sua *Didáctica*. Nela, "o método de apresentar objetos e não os seus símbolos ou palavras, foi levado à sua conclusão lógica pela introdução dos próprios objetos por meio de gravuras". O fato dessa obra ter sido o primeiro livro didático ilustrado, já assegurar-lhe-ia uma grande importância, entretanto, seria o "seu método de tratar as coisas e de chegar, pelo processo indutivo, ao conhecimento generalizado", o seu aspecto considerado mais inovador (Monroe, 1939, p.272).

A *Orbis Pictus*, juntamente com outras obras didáticas de Comenius, que diziam respeito ao ensino das línguas, sobretudo do latim, chegaram a ser adotadas em quase todos os países e "foram usadas nas escolas durante mais de cento e cinqüenta anos, não tendo ainda desaparecido inteiramente no fim do século XIX" (Coménio, 1985, p.29). Apesar disso, provavelmente, o uso dessas obras teria acontecido mais pelo auxílio que prestava ao ensino do latim do que pelo seu conteúdo científico, a exemplo do que acontecia nos ginásios das cidades alemãs desde meados do século XVII[33].

As idéias de Comenius parecem não ter influenciado, ao menos imediatamente, o ensino da matemática. A única tentativa nesse sentido teria sido realizada pelo francês Le Clerc, em 1739, em uma obra sobre geometria. Nela, o autor teria feito uma "verdadeira fantasia geométrica, em que procurava substituir as demonstrações por quadros ou pinturas", na tentativa de tornar mais reais as proposições geométricas (Roxo, 1937, p.42).

Ao final do século XVII uma crise cultural já se encontra instalada. Por um lado, a decadência das universidades e a criação de centros de pesquisa científica – as modernas academias científicas de Londres e de Paris – por outro lado, o início da "famosa querèlle sobre os antigos e modernos, que levava ao menosprezo das redescobertas humanísticas do mundo antigo e à exaltação das capacidades produtivas e culturais dos modernos... Res non verba, realidade e não palavras... " (Manacorda, p.225-226).

Embora o século XVIII, com relação ao desenvolvimento da matemática, possa ser encarado como apenas um "interlúdio"; uma vez que sucedera o século em que a matemática grega havia sido superada, particularmente pelo descobrimento da geometria analítica e do cálculo infinitesimal, e precedera o século do desenvolvimento da geometria e do rigor matemático; este seria, entretanto, o século das revoluções: da francesa, da americana, da industrial e, também, da educação. Seria o

33 Cf. Paul Monroe, História da educação. Nacional. São Paulo. 1939. p.276.

início da intervenção estatal na educação, do nascimento das escolas científico-técnicas, dos enciclopedistas franceses, de Rousseau e de Pestalozzi.

Rousseau provocaria uma verdadeira revolução na pedagogia ao centrar sua preocupação na natureza da criança, ao colocar a exigência de que o processo educativo deveria ter como preocupação inicial o estudo da criança, a qual deveria se constituir no centro e fim da educação. Entretanto, como nos diz Manacorda, seria "uma simplificação banal reduzir todo o pensamento de Rousseau à visão puerocêntrica... quando nele há tantos outros e complexos aspectos". Dentre esses aspectos, estariam:

> "o direito à ignorância das coisas inadequadas à infância, a exclusão dos estudos especulativos, a necessidade de ensinar não muitas coisas, mas coisas úteis, não as ciências, mas o gosto de cultivá-las; a condenação dos livros, '**triste bagagem**' da idade infantil, cujo abuso mata a ciência; a redescoberta da educação dos sentidos, a valorização do jogo, do trabalho manual, do exercício físico e da higiene, a sugestão de usar não a memória, mas a experiência direta das coisas, e de não utilizar subsídios didáticos já prontos mas construí-los pessoalmente; o plano progressivo da passagem da educação dos sentidos (dos dois aos doze anos) à educação da inteligência (até aos quinze anos) e da consciência (até os vinte e cinco anos)" (Manacorda, 1989, p.243, grifo do autor).

Estavam, portanto, delineados os princípios básicos da nova pedagogia, que complementados pelas experiências práticas e pelas novas idéias de Pestalozzi, Herbart e Froebel, seriam amadurecidos e orientariam a educação dos séculos seguintes.

Ao valorizar o ensino como um processo – que partindo dos objetos sensíveis deveria chegar, gradualmente, aos objetos intelectuais – e propor que o ensino das matemáticas ocorresse apenas na medida em que fosse necessário ao desenvolvimento de outras atividades, Rousseau daria uma grande contribuição no sentido de uma mudança de postura com relação a esse ensino, especialmente no que diz respeito às suas finalidades e aos seus métodos.

Estaria definitivamente abalado o conceito disciplinar de educação, para o qual a matemática, em sua abordagem dedutiva dada por Euclides, era um elemento fundamental. Realmente, para essa concepção, que via a mente como um feixe de faculdades, que deveriam ser desenvolvidas por meio de atividades de caráter estritamente intelectual e desvinculadas de suas aplicações práticas – uma vez que se acreditava que essas faculdades poderiam ser aplicadas a qualquer outra disciplina ou situação prática – onde o "raciocínio" era visto como a mais importante dessas faculdades, o desenvolvimento dedutivo da matemática não poderia deixar de ser encarado como primordial. As seguintes palavras de Monroe, confirmam essa afirmação:

> "Os partidários da educação disciplinar acreditavam que as matérias, pela generalidade dos seus princípios, como a matemática e a lógica, ou, pela natureza formal do seu conteúdo e organização, como as línguas clássicas, fornecendo um treino formal para as diversas 'faculdades' da mente, eram de suprema importância. Este valor era peculiar a essas matérias independente de sua relação com a vida ou de sua aprendizagem final ou uso pelo aluno. Admitiu-se mais no período do domínio completo desta teoria, que tais matérias eram

peculiarmente aptas para o desenvolvimento da memória e da razão, e que estas 'faculdades do espírito' eram as principais para o êxito na vida" (Monroe, 1939, p.284-285, grifo nosso).

Essa crença no poder das matemáticas para o desenvolvimento das faculdades mentais não era, entretanto, exclusividade dos partidários da antiga educação. Mesmo Locke, que em muitos aspectos contribuiria para o fortalecimento das idéias modernas em educação – especialmente pela sua influência sobre Rousseau – e que foi em filosofia um dos representantes do empirismo, neste aspecto discordaria das idéias dos modernizadores, em particular das idéias de Comenius e de Rousseau. Isto pode ser confirmado, pelo seguinte fragmento de sua obra *Conduct of Understanding*:

> "... Se quiserdes que um homem raciocine bem, deveis acostumá-lo a isto de antemão, a exercitar seu espírito em observar a conexão das idéias e a segui-las em sua seqüência. *Nada consegue isto melhor que as matemáticas*, as quais portanto, julgo, deveriam ser ensinadas a todos aqueles que têm tempo e oportunidade, *não tanto para torná-los matemáticos, quanto para torná-los criaturas racionais*; porque embora assim nos chamemos, ou para tal tenhamos nascido, se quiserem, todavia, verdadeiramente, a natureza não nos dá senão os germes da racionalidade. Nascemos para ser, se nos aprouver, criaturas racionais, mas só o somos na medida em que o esforço e a arte a isto nos ajudem... Mencionei as *matemáticas como meio de fixar no espírito o hábito de raciocinar com profundeza e com seqüência*; não que eu julgue necessário a todos os homens serem profundos matemáticos, *mas, que tendo conquistado o hábito de raciocinar a que leva necessariamente esse estudo, sejam capazes de*

transferi-lo a outras partes do saber, quando haja oportunidade" (Apud Monroe, 1939, p.295, grifo nosso).

Apesar da fundamental contribuição dada por Rousseau à educação, ele não daria a devida importância a um aspecto de fundamental importância para o ensino da matemática: a relação teoria-prática. A sua extrema preocupação com os aspectos ligados à natureza, o seu profundo desprezo pelo conhecimento acumulado pela humanidade, em particular por aquele expresso pelos livros e, especialmente, a sua "concepção atrasada do desenvolvimento real das forças produtivas e dos modos de produção" que transparece em sua obra, seriam provavelmente responsáveis por essa omissão. Esse aspecto, entretanto, seria bastante considerado por representantes de um outro movimento, o iluminismo, que teria surgido no início do século XVIII, antes, portanto, do naturalismo de Rousseau, e teria sua maior expressão na *Enciclopédia das ciências, das artes e dos ofícios*.

O próprio título da obra já nos dá uma primeira indicação da preocupação dos enciclopedistas com relação aos aspectos práticos do conhecimento. Essa preocupação, entretanto, não se limitaria apenas ao título. Ela é explicitada em vários momentos da obra e mostra claramente a mudança de postura com relação às chamadas "artes mecânicas". Na realidade, a inclusão na *Enciclopédia* das "artes mecânicas" ao lado das "artes liberais", seria provavelmente a característica mais revolucionária da obra.

A relação que os enciclopedistas estabeleciam entre teoria e prática pode ser facilmente percebida pelas seguintes palavras de Jean Le Rond d' Alembert (1717–1783) no "Discurso Preliminar" da Enciclopédia:

> "A especulação e a prática constituem a principal diferença que distingue as ciências das artes. Em geral, pode-se dar o nome de arte a qualquer sistema de conhecimentos que é possível traduzir em regras... Mas assim como existem regras para as operações da inteligência ou da alma, assim também existem regras para as operações do corpo... Daí a distinção das artes liberais e mecânicas e a superioridade que se dá às primeiras sobre as segundas... superioridade que, sem dúvida, é injusta por muitos motivos..." (Apud Manacorda, 1989, p.240).

Especificamente, com relação à geometria seria a vez de Denis Diderot (1713–1784), no verbete *art*, esclarecer as ligações que os enciclopedistas estabeleciam entre a "geometria das academias" e a "geometria das oficinas":

> "Aquele que sabe somente a geometria intelectual é normalmente um homem sem destreza, e um artesão que tem somente a geometria experimental é um operário muito limitado... Sobre certos problemas tenho certeza que **é impossível conseguir algo satisfatório das duas geometrias em separado**.. Façamos, afinal, aos artesãos a justiça que lhes é devida. As artes liberais se auto-elogiaram bastante; usem agora toda a voz que têm para celebrar as artes mecânicas" (Apud Manacorda, 1989, p.241, grifo nosso).

Essa mudança de postura com relação às atividades práticas, em especial, com relação à geometria experimental, e que refletia o ponto de vista utilitário do século XVIII, não poderia deixar de produzir reações no ensino de geometria em vigor nas escolas francesas, ainda totalmente baseado no sistema dedutivo euclidiano.

A mais importante dessas reações, especialmente pela influência que exerceria sobre as futuras propostas de renovação do ensino de matemática, manifestar-se-ia através da obra *Eléments de géométrie* (1741), de um seguidor da "moderna ciência" e da "moderna matemática": Alexis Claude Clairaut (1713-1765), um importante matemático ligado aos filósofos do iluminismo e um dos primeiros a continuar a obra de Issac Newton na França.

No primeiro parágrafo do Prefácio de sua obra, Clairaut já manifesta claramente a sua posição contrária à introdução dos estudos geométricos através dos *Elementos* de Euclides, que entende como sendo o principal responsável pelas dificuldades encontradas pelos estudantes:

> "Ainda que a geometria seja uma ciência abstrata, é mister todavia confessar que as dificuldades experimentadas pelos que começam a aprendê-la, procedem as mais das vezes da maneira por que é ensinada nos elementos ordinários. Logo no princípio se apresenta ao leitor um grande número de definições, de postulados, de axiomas e princípios preliminares, que só lhe parecem anunciar um estudo árido. As proposições que em seguida vêm, não fixando o espírito sobre objetos mais interessantes, e sendo além disso difíceis de conceber, acontece comumente que os principiantes se fatigam e se aborrecem antes de

terem uma idéia clara do que se lhes queira ensinar" (Clairaut, 1892, p.IX).

Antes de apresentar as bases de sua proposta, Clairaut comenta sobre a existência de propostas que tentavam amenizar o estudo árido da geometria, através da introdução de aplicações práticas, após a demonstração de cada uma das principais propriedades. Para ele, entretanto, essa maneira de apresentação só conseguiria mostrar a utilidade da geometria, mas não facilitaria a sua aprendizagem, uma vez que "o espírito só cairia em idéias sensíveis depois de se haver fatigado para aprender idéias abstratas".

Preocupado em romper com essa tradicional apresentação dos conhecimentos geométricos, por meio de um método que pudesse ao mesmo tempo motivar e auxiliar na compreensão, Clairaut encontraria na história o fio condutor para a sua obra. Não faria isso, entretanto, através da reconstituição detalhada das descobertas geométricas, mas por meio do estabelecimento de um caminho – que poderia ter sido aquele percorrido pelos descobridores – que apresentasse as descobertas geométricas como as soluções encontradas pelos homens na tentativa de resolver os problemas que a eles se apresentaram no caminho percorrido pela humanidade. Por entender que os mais antigos problemas – como a própria origem da palavra geometria parece indicar – estivessem relacionado à questão de medida de terras, escolheria este tema como o elemento gerador das descobertas geométricas.

Partindo de determinadas situações-problema envolvendo a noção de medida, e dos limites e dificuldades encontradas para resolvê-las, Clairaut vai aos poucos, em uma linguagem agradável, desenvolvendo as principais definições e propriedades geométricas. À medida que o estudo vai aprofundando-se, a ligação com as questões práticas vão desaparecendo, mas isso é imediatamente justificado pelo autor, que atribui à curiosidade e ao gosto pela "precisão rigorosa", os elementos que, juntamente com a utilidade, seriam os responsáveis pelo desenvolvimento da geometria:

> "Quem prestou atenção ao que dissemos para mostrar como se chegou a medir os terrenos, viu naturalmente que as posições das linhas em relação umas às outras, **davam lugar a observações dignas de nota por si mesmas, independentemente da utilidade que na prática pudessem ter.** É de supor que tais observações levassem os geômetras a alargar mais suas descobertas, porquanto **não são somente as necessidades que movem os homens**; a curiosidade é também grande motivo para muitas vezes os estimular em suas investigações.
> O que ainda deveria contribuir para o progresso da geometria, **é o gosto que se tem por esta precisão rigorosa, sem a qual o espírito nunca se satisfaz**" (Clairaut, 1892, p.67, grifo nosso).

Mas, como entender a concepção de rigor de Clairaut, que ao mesmo tempo que se posicionava contra a apresentação dedutiva da geometria, ao menos como introdução aos estudos geométricos, e propunha um método mais "natural" para o seu desenvolvimento, considerava importante a "precisão rigorosa"?

A primeira impressão que temos ao folhear o livro de Clairaut é que ele teria eliminado totalmente o rigor e, conseqüentemente, as provas ou demonstrações. Afinal, lá não encontramos a conhecida forma de apresentação "rigorosa" da geometria com os seus axiomas, teoremas e seus longos raciocínios dedutivos. Mas isso é apenas uma impressão inicial. É verdade que ele não apresenta a geometria como um sistema dedutivo e nem tem a mesma preocupação com o rigor que Euclides. Também é verdade que, especialmente na primeira parte de seus *Eléménts*, muitas definições e proposições são tiradas a partir de observações "evidentes" sobre determinadas situações-problema e que muitas das proposições tradicionais são omitidas.

Entretanto, o caminho escolhido por Claraiut é "lógico", no sentido da existência de um encadeamento lógico das proposições, uma vez que não apresenta nenhuma conclusão sem que as condições necessárias tenham sido anteriormente provadas, mesmo que isso tenha acontecido por meio da evidência. Além disso, as provas das proposições consideradas não evidentes, apesar de serem realizadas por meio da linguagem comum, apresentam, em detalhes, todos os passos e justificativas. Mas, alguns podem afirmar, não são esses elementos que garantem o "rigor lógico". Realmente, mesmo para a noção de rigor existente no século XVIII, seria muito difícil que a obra de Clairaut fosse considerada rigorosa. Isso, entretanto, era previsto pelo próprio autor, que apresenta uma defesa prévia para tal crítica, ao mesmo tempo que esclarece a sua noção de rigor:

> "Em alguns passos destes elementos, talvez me censurem por me reportar demasiado ao testemunho dos olhos, e por não me cingir bastante à exatidão rigorosa das demonstrações. Aos que tal censura me fizerem, peço observem que só *trato pela rama* as proposições cuja verdade se patenteia por pouco que nelas se atente. ***Assim faço sobretudo no começo*** em que as mais das vezes se encontram proposições desse gênero, e isto por haver notado que desse modo aqueles que tinham propensão para a geometria, se compraziam em exercer seu espírito, ao passo que se desalentavam quando eram atochados de demonstrações, por assim dizer, inúteis.
> Não nos surpreende que Euclides se desse ao trabalho de demonstrar que dois círculos secantes não têm o mesmo centro, que um triângulo encerrado em outro tem a soma de seus lados menor que a soma dos lados do triângulo que o envolve. Este geômetra tinha de convencer sofistas obstinados, que se gloriavam de refusar as verdades mais evidentes, e então era preciso que a geometria tivesse, como a lógica, o auxílio de raciocínios em forma para tapar a boca à chicana. As coisas, porém mudaram de face. Todo raciocínio que recai sobre o que o só bom senso de antemão decide, é hoje em pura perda: só serve para obscurecer a verdade e enfadar os leitores" (Clairaut, 1892, pp.XII–XIII, grifo nosso).

Talvez Clairaut, como nos diz Blanché (1987, pp.28–29), não dissociasse claramente as duas diferentes funções que podem ser atribuídas à demonstração: a "eficiência psicológica" e o "rigor lógico", e estivesse sempre referindo-se à primeira delas, apesar de tentar encontrar "explicações e desculpas" para justificar Euclides. Entretanto, para o ensino de matemática seria exatamente essa preocupação com a "eficiência psicológica", mais do que com o "rigor lógico", que levaria a sua obra a ser encarada como a primeira tentativa efetiva de constituição de uma pedagogia psicológica da matemática, tornando-a uma referência obrigatória para todas as futuras propostas de reformulação. Mas, essa influência sobre o ensino de matemática não aconteceria naquele mesmo século XVIII [34].

Apesar disso, as mudanças sociais ocorridas no final do século XVIII, especialmente na Inglaterra, França e Estados Unidos, provocariam mudanças significativas nos objetivos, métodos e conteúdos do ensino.

Com a revolução francesa seriam criadas, por exemplo, a *Ecole Polytéchnique* e a *Ecole Normale Superiéure*, que seriam importantes instituições de investigação e educação científica durante todo o século XIX.

Na *Ecole Polytécnique*, responsável pela formação de engenheiros, encontraremos o administrador e professor Gaspard Monge (1746-1818) ensinando assuntos totalmente novos para o currículo universitário – a geometria descritiva e a geometria espacial – que foi uma mudança no ensino de matemática promovida pela revolução francesa. Além de ensinar conteúdos novos, Monge apresentava a geometria ligada às aplicações e utilizava um método também inovador que consistia "principalmente no estabelecimento de exercícios práticos executados pelos alunos, que deste modo tinham uma participação ativa e individual no desenvolvimento do curso" (Klein, 1931, pp.295-296).

---

[34] Apesar de alguns autores afirmarem que a obra de Clairaut, que teria chegado a meia dúzia de edições, tivesse exercido grande influência no ensino de geometria na França, o mais provável é que essa influência tenha sido bastante limitada. Na Itália, ao contrário, uma tradução dessa obra teria sido bastante utilizada em escolas técnico-agrícolas, especialmente durante a primeira metade do século XIX. Cf. Castelnuovo, 1988.

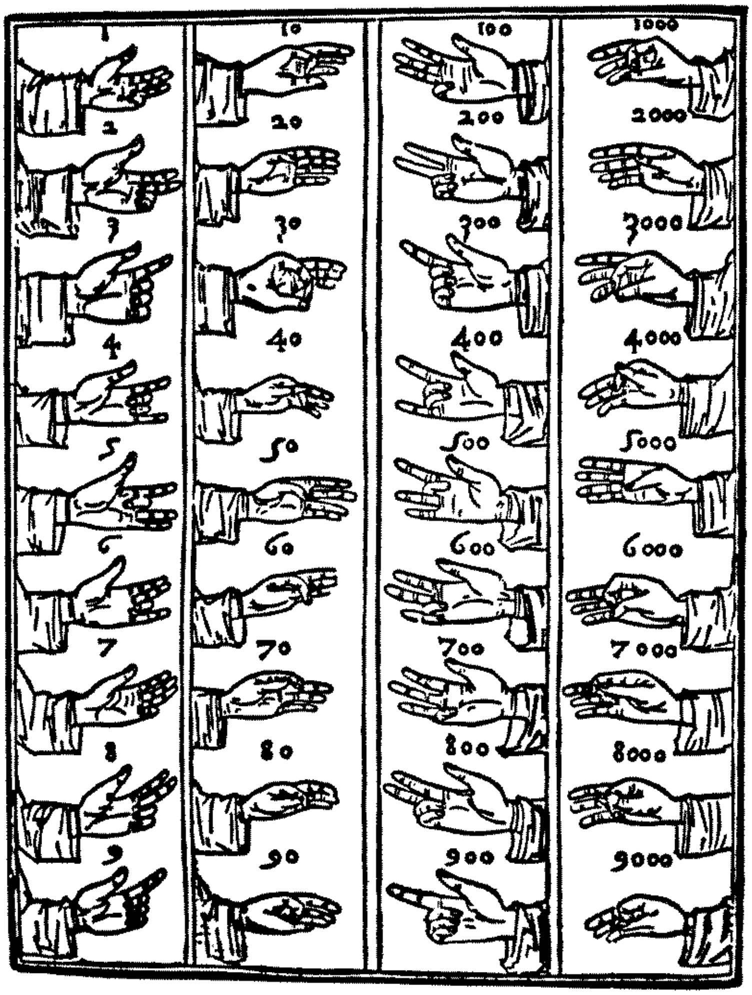
Na *Ecole Normale*, destinada à formação de professores para o ensino médio, encontraremos Legendre (1752-1833) interessado em desenvolver uma geometria "que satisfaça o espírito", como ele mesmo afirma na introdução de sua obra *Eléments de Géometrie* (1794).

A geometria euclidiana continuaria ainda por muito tempo a ser a base do ensino, especialmente no nível médio. Essa situação não seria significativamente alterada, tanto nos países reformados, quanto nos católicos, até o início do nosso século.

Apesar disso, desde o século XVIII, com o aumento dos defensores da introdução de matérias mais práticas nesse tipo de ensino, alguns ensaios de um ensino médio mais utilitário começariam a surgir, não alterando, entretanto, significativamente a fisionomia do curso secundário. Na França, o acirrado debate entre os defensores do ensino clássico e os do ensino moderno acabaria por levar à agregação de matérias "modernas" ao currículo clássico-humanista, transformando-o em um currículo enciclopédico. Na Alemanha, por outro lado, surgiriam tipos diferenciados de ensino secundário, ao lado do ensino do tipo clássico-humanista.

A preocupação com o rigor, que começaria a manifestar-se mais intensamente durante as últimas décadas do século XVIII, influenciaria diretamente o ensino da matemática, que passaria por um longo período de "retrocesso" antes de reiniciar o seu caminho na direção da renovação. Os *Eléments de géométrie* de Legendre, que ao contrário dos *Eléments* de Clairaut, tinha a intenção de "reviver Euclides", através da apresentação de uma geometria rigorosa que pudesse satisfazer o espírito, com suas inúmeras edições, tanto na França como em outros países, seria o principal responsável por esse "retrocesso"...

Mas, ao final do próximo século, o caminho da reformulação seria retomado e, agora, de forma definitiva...


1
10
100
1000
2
20
200
2000
3
30
300
3000
4
40
400
4000
5
50
500
5000
6
60
600
6000
7
70
700
7000
8
80
800
8000
9
90
900
9000

Capítulo III

O Ensino de Matemática: o Caminho da Modernização

"Digamos antes de tudo que não apenas é desculpável, senão perfeitamente justificável, que o ensino secundário mantenha-se atrasado em certo lapso de tempo, seguramente alguns decênios, com respeito aos progressos mais recentes de nossa ciência, produzindo-se o que poderíamos chamar uma certa histerese, tanto mais significativa, por desgraça, quando alcança mais de um século... O que nós pedimos para a reforma é realmente bem modesto quando se compara com o estado atual da ciência. Desejamos somente que o conceito geral de função ... penetre como um fermento em todo o ensino médio; mas nunca por definições abstratas, mas por meio de exemplos elementares ... que cheguem ao aluno como algo vivo ..."

Felix Klein

A introdução de elementos da "moderna matemática" dos cursos de nível médio, do tipo secundário, seria um dos pontos defendidos pelas propostas de modernização do ensino de matemática que começariam a surgir nos finais do século passado e inícios deste século.

O descompasso existente entre a matemática ensinada nessas escolas e os estudos desenvolvidos nas universidades, estes baseados nos novos avanços da matemática enquanto aquela ainda limitada aos antigos, seria um dos argumentos utilizados pelos reformadores para introduzir novos conteúdos.

As propostas, que surgiriam inicialmente de forma isolada em diferentes países, seriam ampliadas após a criação da Comissão Internacional para o Ensino de Matemática, ocorrida em 1908.

Os trabalhos realizados por essa Comissão acabariam influenciando de maneira decisiva o ensino de matemática de muitos países, daquele momento em diante.

1 — A transição

O século XIX seria aquele que teria a difícil tarefa de começar a transferir para a prática os ideais e as exigências advindas das revoluções.

O novo contexto sócio-político-econômico, especialmente devido ao rápido avanço tecnológico e ao conseqüente desenvolvimento industrial, deslocaria para os centros urbanos grandes massas da população para trabalharem nas fábricas.

O trabalho realizado nessas fábricas ou indústrias — que eram os locais de desenvolvimento de uma nova forma de produção de bens materiais, onde a máquina assumia o papel que o homem havia desempenhado anteriormente — levaria ao desaparecimento da velha forma de produção artesanal e do aprendizado prático que existia desde o antigo Egito. Isso acarretaria a perda, por parte dos membros das classes menos favorecidas, da única forma de educação a que eles tinham acesso.

Entretanto, à medida que a ciência moderna avançava e a tecnologia gerava novas máquinas, tornaria-se inevitável discutir a educação dessa nova classe de trabalhadores.

Por um lado, era necessário preparar o simples operário para o uso adequado das novas máquinas, e isso só seria possível através da introdução do ensino de alguns elementos básicos da escrita e da matemática. Por outro lado, seria, também, preciso formar técnicos especializados que, através do conhecimento dos últimos avanços da ciência, pudessem melhorar ainda mais as técnicas de produção.

A ampliação do ensino às classes trabalhadoras, ou seja, a universalização da educação, e a relação educação–trabalho passariam a ser, a partir desse momento, os grandes temas das discussões educacionais.

Para muitos, no entanto, isso representava apenas uma "mania" da época, ou uma "idéia louca", totalmente sem base real. Podemos observar essa posição pelas seguintes palavras que foram dirigidas ao "barão Francesco Pertusato, gentil-homem de Sua Majestade Imperial Régia austríaca":

> "Uma das manias que podemos considerar dominante em nossos dias na Europa é aquela de querer difundir as luzes sobre todas as classes

da sociedade... Mas quem pode conter as risadas perante a louca idéia de fazer participar do benefício dessas luzes o simples e morigerado morador dos campos? E a classe dos artesãos, a este respeito, não é absolutamente diferente daquela dos camponeses... Faz-se necessário, portanto, **que se prescrevam limites à comunicação das luzes na sociedade**..., porque a ignorância parece reivindicar com autoridade o seu império... É conveniente, portanto, não ocupar-se da instrução científica daquelas classes da população, condenadas pela indigência a um trabalho mecânico e diuturno. Para elas basta que sejam imbuídas de uma moral pura e santa. O que seria realmente vergonhoso é descuidar da educação da classe nobre, confortada e rica" (Apud Manacorda, 1989, p. 276, grifo nosso).

Era a antiga separação existente entre a escola e o trabalho, entre a tradição culta e a artesanal, entre "os que pensavam" e "os que faziam", que encontrava forte resistência em ser rompida.

Afinal, não seriam apenas alguns poucos privilegiados que teriam condições de dominar a "arte culta", em especial a matemática? Não seriam os operários, pela sua própria origem social e natureza, incapazes de compreendê-la? E, além disso, caso fosse considerado possível aos operários compreenderem a "arte culta", isso não seria perigoso?

As seguintes palavras, proferidas em França no ano de 1825, pelo barão Charles Dupin, baseadas na experiência inglesa e em defesa da ampliação de escolas técnicas – que a Comissão Parlamentar havia considerado já existirem em número excessivo –, ao mesmo tempo que confirmam as resistências existentes, apresentam alguns argumentos que eram utilizados nas discussões sobre o tema:

> "Quiseram ver nas escolas de artes e ofícios os inconvenientes da revolução... *Pareceu supérfluo e até perigoso ensinar a ler, escrever e, especialmente, fazer contas aos operários*... Mas – pergunto-me – em que os elementos da aritmética, da geometria ou da mecânica, do desenho, da física ou da química podem ser perigosos? O estudo e a difusão das ciências, longe de ser anti-social e perigoso, especialmente para os governos monárquicos, é, antes, para esses governos um meio de potência ... *Iniciou-se com a crença de que as verdades matemáticas fossem ininteligíveis pelos simples operários*... Mas não existe nenhum princípio matemático aplicado aos trabalhos das artes que não possa ser ensinado e aprendido facilmente por qualquer indivíduo de inteligência normal... Alguns maus patrões de oficina...., industriais sem indústria, têm impedido os jovens operários de seguir os cursos, temerosos de que adquirissem conhecimentos que os mestres-artesãos não tinham... Vergonhoso espírito de ciúme! Carece uma aliança entre saber e indústria!" (Apud Manacorda, 1989, p.287, grifo nosso).

As discussões educacionais daquele século XIX, entretanto, não se limitariam às questões ligadas à universalização e à relação educação-trabalho. Outros temas, tais como a laicização e a estatização da educação, estariam também no centro das atenções. Todos esses temas seriam contemplados, de formas variadas e em diferentes ritmos, pelos sistemas nacionais de educação que seriam organizados durante aquele século.

Esses sistemas nacionais de educação criariam novos tipos de escolas que atingiriam todas as camadas da população.

Um desses tipos seriam as escolas elementares — *école primaire élémentaire*, na França; *elementary school*, na Inglaterra e *Volkschule*, na Alemanha — destinadas às camadas populares. Estas escolas teriam como objetivo básico "equipar os imaturos dessas classes com as indispensáveis habilidades instrumentais constituídas pela leitura, a escrita e o cálculo, e com algumas informações gerais e hábitos e atitudes que os tornassem trabalhadores eficientes e membros úteis da comunidade nacional" (Silva, 1959, p. 77).

Em continuidade a esses estudos elementares, os membros das classes populares poderiam cursar as escolas de ensino médio profissional. Essas escolas, entretanto, não dariam acesso aos cursos de nível universitário.

Dessa forma, as classes populares começariam a adquirir o direito ao ensino. Mas, apenas àquele que dizia respeito às partes técnicas e necessárias à formação profissional. Para os membros das classes sociais mais elevadas, entretanto, estaria reservado um outro tipo de formação, que visava a cultura geral.

Já no nível elementar essa diferenciação seria estabelecida. Os alunos freqüentariam classes ou escolas preparatórias que funcionavam anexas às escolas secundárias ou a elas estavam vinculadas. Seriam as *classes préparatoires* na França, as *preparatory schools* na Inglaterra e as *Vorschulen* na Alemanha. Após essa preparação inicial, esses alunos desenvolveriam seus estudos nas escolas do tipo secundário; que tinham como base as humanidades clássicas — os *lycées* na França, o *gymnasium* na Alemanha e as *grammar schools* na Inglaterra –; e, por fim, na Universidade.

A importância cada vez mais acentuada das ciências para o desenvolvimento sócio–político–econômico acabaria, entretanto, gerando pressões no sentido de modernizar o currículo das escolas secundárias, especialmente através da introdução de novas matérias. Seria a antiga discussão sobre a melhor formação geral, que em certo sentido teria sido iniciada ainda no tempo dos sofistas e de Sócrates, com a oposição entre os defensores do estudo da retórica e os da filosofia, que estaria novamente no centro das atenções. A oposição agora, no entanto, assumiria uma feição moderna: ela seria entre os defensores da antiga formação clássica – os *anciens* – e os defensores da introdução de disciplinas modernas – os *modernes*.

Quais as matérias que deveriam fazer parte da formação geral dos indivíduos? As humanidades clássicas ou as ciências? A escolha de uma determinada matéria deveria ser justificada pela sua utilidade futura ou pelo seu poder de desenvolver o espírito do homem?

Estas questões, que estariam na base das discussões naquele momento, nos mostram que o tema dominante da educação moderna – a relação entre escola e trabalho – estava começando a influenciar as propostas de ensino dos tipos mais conservadores de escolas: as secundárias e as universidades.

Os defensores de um ensino secundário do tipo disciplinar clássico – baseado no estudo das humanidades clássicas – acreditavam que esse ensino seria o único capaz de formar o "verdadeiro homem", o "homem completo", o homem das classes dirigentes, aquele que teria a capacidade de atuar em qualquer área, de descobrir, de imaginar... para outros executarem.

As seguintes palavras de Fouilée, um escritor do século XIX, mostram claramente a posição desses defensores:

> "Quão decisiva é a poesia como exemplo! Faz-se um Virgílio ou um Racine pelo ensino das regras de verificação? **Não se faz um homem científico ensinando-lhe ciência, porque a verdadeira ciência, como a poesia, é invenção.** Podemos aprender a construir uma estrada de ferro por meio de regras, mas aqueles que inventaram estradas de ferro fizeram-no somente pela força do poder intelectual que adquiriram e não pela força de meros conhecimentos que tivessem recebido... E então volta a questão: O melhor meio de reforçar e desenvolver o intelecto da nossa juventude, será sobrecarregar-lhe a memória com os resultados da ciência moderna, ou é **ensiná-la a raciocinar, a imaginar, a combinar, a adivinhar,** a saber de antemão aquilo que deve ser verdade por um sentido inato de ordem e harmonia, de simplicidade, fecundidade, – um senso quase idêntico ao da beleza? E, além disto, são os jovens educados para serem engenheiros ou poetas? A educação não é uma aprendizagem para um ofício, é a cultura das forças intelectuais e morais no indivíduo e na raça" (Apud Monroe, 1939, p.287, grifo nosso).

Outros, como Thomaz H. Huxley (1825–1895), por outro lado, defenderiam uma educação mais moderna, mais prática, que melhor responderia às novas exigências sócio-político-econômicas.

Pelo seguinte fragmento de um dos discursos de Huxley, podemos perceber alguns dos argumentos utilizados por esses defensores em sua crítica à educação literária e clássica, dominante naquele período. Após um longo comentário inicial a respeito da importância da Inglaterra no contexto político-econômico-cultural daquele momento histórico, faz uma severa crítica ao tipo de escola existente, especialmente pelo fato de não atender às exigências de uma nação com aquele elevado grau de desenvolvimento:

> "Ali vós lutareis, pelo menos em hipótese; mas não aprendereis sequer uma única coisa de todas aquelas que mais necessitais diretamente conhecer ao deixar a escola e entrar na vida prática; segundo todas as probabilidades, seguireis a vida de comércio, mas não sabereis onde nem como é produzido qualquer artigo do comércio, ou a diferença entre exportação e importação, ou o significado da palavra "capital"... É possível que entreis na Câmara dos Comuns, que tenhais de partilhar da tarefa de fazer as leis que poderão ser uma benção ou um anátema para milhões de homens. Mas não ouvireis uma palavra sequer a respeito da organização política de vosso país; o significado da controvérsia entre livres-cambistas e protecionistas nunca vos será mencionado; não sabereis que há tais coisas como leis econômicas. O poder mental que será de mais importância em vossa vida diária será o poder de ver as coisas como elas são, sem respeito à autoridade, e de deduzir, com exatidão, conclusões gerais de fatos particulares. Mas, na escola e no colégio, não conhecereis outra fonte de verdade a não ser a autoridade; e nem exercitareis vossas faculdades de raciocinar sobre coisa alguma a não ser na dedução daquilo que é determinado pela autoridade. Havereis de fatigar a vossa alma com trabalho e muitas vezes comereis o vosso pão com tristeza e amargura e não tereis aprendido a buscar refúgio na grande fonte de prazer realmente

pacificador, o sereno lugar de descanso para a natureza humana alquebrada — o mundo da arte" (Apud Monroe, 1939, p.403, grifo nosso).

A introdução das ciências modernas nos currículos, especialmente no da escola secundária, entretanto, aconteceria de forma muito lenta e diferenciada. Na Alemanha, por exemplo, o ensino secundário seria diversificado por meio da introdução de novos tipos de cursos, que seriam considerados equivalentes ao *gymnasium*. Surgem, dessa forma, o *realgymnasium* e a *oberrealschule*. Outros países, como a França, por exemplo, acabariam introduzindo matérias modernas no currículo secundário humanista, transformando-o em um currículo enciclopédico e sobrecarregado (Silva, 1959, p.165).

A inclusão dessas modernas matérias nos currículos das escolas secundárias acabaria, entretanto, provocando um repensar a importância do ensino da matemática, que desde a Antigüidade clássica tinha garantido seu lugar, entre as sete artes liberais, no currículo escolar.

Os defensores da introdução de matérias mais modernas como a história, as ciências naturais e as línguas modernas, ao tentarem garantir um espaço para elas no currículo da escola secundária, começariam a questionar a importância da matemática, utilizando como argumento fundamental o fato dela ser pouco utilizada na vida diária.

Os defensores da matemática, por outro lado, contra-argumentavam, utilizando para isso a teoria da disciplina mental, segundo a qual "o pensamento poderia ser treinado de maneira geral mediante a instrução em matérias específicas" (Kilpatrick, 1992, p.31). "Mais importante ainda que a matéria de matemática é o fato de que ela exemplifica de maneira muito característica, clara e simples, certos modos de pensamento que são de maior importância para todos", diria Jacob Willian Albert Young em 1906 (Apud Kilpatrick, 1992, p. 31).

A justificativa para o ensino de matemática baseada nessa argumentação, no entanto, seria fortemente abalada pelos estudos psicológicos desenvolvidos por Edward Lee Thorndike, que questionavam a possibilidade de transferência do que era aprendido em matemática para outros domínios.

Essa posição de Thorndike geraria uma reação imediata por parte da comunidade de educadores matemáticos, que acabaria levando ao desenvolvimento de uma série de outros estudos psicológicos sobre as possibilidades da transferência, ao redimensionamento das justificativas utilizadas para o ensino de matemática e a um longo debate sobre o valor da disciplina mental no ensino de matemática, durante as primeiras décadas do século XX.

Paralelamente ao desenvolvimento das escolas de nível médio, aconteceria, também, ainda naquele século XIX, a criação de cursos superiores técnicos e o ressurgimento da Universidade[35].

---

35 A primeira universidade considerada "moderna", uma vez que seria aquela que primeiro introduziria novos ensinamentos – as matérias "reais" – e novos métodos, além de utilizar a língua vernácula, seria a Universidade de Halle, fundada em 1694, na Alemanha. Cf. Monroe, 1939, p.280. O segundo centro universitário moderno, seria a Universidade de Göttingen, "que desde a sua abertura em 1734, apareceu sem dúvida como a mais moderna de seu tempo, a mais próxima da pesquisa ativa,

A Universidade renova-se através da introdução de novos conteúdos técnicos e científicos "de maneira que as ciências matemáticas e naturais acabam separando-se definitivamente da velha matriz das artes liberais, onde se situaram durante milênios" (Manacorda, 1989, p.288).

Essas instituições modernas – a Universidade renovada e as escolas técnicas – seriam os locais onde se desenvolveria a matemática do século XIX. Nelas, os matemáticos passariam a ser, além de pesquisadores, também, professores e começariam a preocupar-se mais diretamente com as questões de ensino.

O novo tipo de ensino de matemática proposto, especialmente pelas escolas técnicas, onde tanto a matemática teórica quanto a aplicada faziam parte do currículo, levaria à necessidade de novos livros didáticos. Esses livros, que eram elaborados pelos próprios professores/matemáticos para serem utilizados em suas aulas, em cumprimento a uma exigência das próprias escolas, incorporavam os novos avanços da matemática e seriam utilizados por estudantes de vários países durante muitos anos[36].

---

com os seus cursos de línguas orientais e modernas, de ciências políticas, de história, de fisiologia, de cirurgia etc." Cf. Verger, in: Mialaret e Vial, s/d, v.2, p. 243.

36 Um bom exemplo desses livros são os de Sylvestre François Lacroix (1765–1843), professor da *École Polytechnique*, aluno e amigo de Monge. O seu livro sobre geometria analítica, por exemplo, "apareceu em vinte e cinco edições em noventa e nove anos!" (Boyer, 1974, p.352). Seus outros livros – sobre aritmética, geometria, álgebra e cálculo – teriam tido sucesso semelhante e foram utilizados por várias gerações de estudantes, não apenas na Europa, como também nos Estados Unidos e em outros países da América. No Brasil, os livros de Lacroix seriam utilizados na Academia Militar Real do Rio de Janeiro, desde a sua fundação em 1810. As obras de Lacroix começariam, assim, a ser traduzidas, por F. C. da Silva Torres e J. V. dos Santos e Sousa, entre 1810 e 1812, ou seja, três anos antes de ser fundada, em 1815, na Inglaterra a *Analytical Society*, que daria início às traduções das obras de Lacroix e introduziria naquele país os métodos analíticos do Continente. Cf.

A matemática, também, passaria por grandes transformações durante esse período. Isso, no entanto, não aconteceria apenas devido às novas exigências impostas pelo desenvolvimento industrial, mas, especialmente, pela possibilidade aberta pelas idéias democráticas de renovar as formas antiquadas de pensamento. Como nos afirma Struik:

> "A nova e turbulenta atividade matemática não foi devida basicamente aos problemas técnicos provocados pelas novas indústrias. A Inglaterra, o centro da revolução industrial, permaneceu estéril por várias décadas no que diz respeito à produção matemática. A matemática progrediu com mais fulgor em França e um pouco mais tarde na Alemanha, países nos quais o corte ideológico com o passado foi sentido mais profundamente e onde foram feitas transformações mais radicais, ou tiveram de ser feitas, para preparar terreno para a nova estrutura econômica e política capitalista" (Struik, 1989, p.225).

Os estudos matemáticos rompem sua ligação com as necessidades práticas, com a mecânica e a astronomia, surgem os campos especializados, a preocupação com o rigor e a revolução na geometria. Como nos diz Boyer: "O século dezenove, mais do que qualquer período precedente, mereceu ser conhecido como a Idade Áurea da matemática. O que se acrescentou ao assunto durante esses cem anos supera de longe, tanto em quantidade quanto em qualidade, a produtividade total combinada de todas as épocas precedentes" (Boyer, 1974, p.419).

Castro, 1992, pp. 26–31. No Colégio Pedro II, desde a sua criação, em 1837, o livro de Geometria de Lacroix seria bastante utilizado. Cf. Haidar, 1972, pp.102–103.

O deslocamento das preocupações no século XIX, tanto de governantes quanto de educadores, para o ensino elementar acabaria afetando diretamente o ensino de matemática.

Durante séculos, ao menos desde a Grécia antiga, as grandes discussões sobre as questões educacionais estiveram centradas nos graus médio e superior. Todas as propostas reformadoras, tanto do ensino em geral como do ensino específico da matemática, tiveram como foco central de preocupação esses níveis de ensino e deram pouca ou nenhuma atenção ao ensino elementar. Entretanto, a criação dos sistemas nacionais de educação e a conseqüente ampliação desse nível de ensino a todas as camadas da população, levariam a uma mudança do foco de atenção.

Nesse período os trabalhos sobre a educação, em especial a elementar, começam a florescer dando origem aos estudos psicológicos, sociológicos e científicos, que forneceriam as bases para o Movimento da Escola Nova ou Ativa.

Entre os finais do século XVIII e começos do XIX, Johann Pestalozzi (1746–1827), seguidor das idéias de Rousseau, ao propor uma educação que fosse considerada do ponto de vista do desenvolvimento da criança, que fosse não–repressiva, que tivesse como base a curiosidade e o interesse da criança, que caminhasse do concreto ao abstrato, da intuição ao conceito, que substituísse a tradição pela experimentação, forneceria os germes da moderna educação.

No caso específico da matemática, as idéias propostas por Pestalozzi alteravam radicalmente o ensino mecânico e memorístico existente até então, como podemos perceber pelos seguintes fragmentos de suas cartas dirigidas ao inglês Greaves, em sua obra *Mãe e filho*:

> "Aquilo que mais propriamente importa não é o conhecimento de determinadas propriedades e de relações entre formas e números determinados, mas a exatidão do pensamento lógico e a capacidade de invenção... **Como é possível fazer entender à criança que dois mais dois são quatro, se primeiro não se mostra isso na realidade? Querer começar com conceitos abstratos é irracional e prejudicial, antes que proveitoso**" (Apud Manacorda, 1989, pp.264–265, grifo nosso).

Pestalozzi, que era menos teórico que experimentador de situações do ensino, não ficaria apenas no nível das idéias e escreveria propostas específicas para o ensino de matemática[37], onde apresentava "as relações mais triviais possíveis, tanto aritméticas como geométricas, em uma série inacabável, tudo isso detalhado de maneira muito minuciosa" (Klein, 1931, p.311).

As suas preocupações em proporcionar um ensino que não fosse iniciado pelos conceitos mas que, ao contrário, levasse a criança a tirar suas próprias conclusões a partir da intuição, podem ser percebidas pelo seguinte exemplo:

> "Para levar uma criança a compreender que um quadrado pode ser dividido em partes iguais por meio de retas horizontais e verticais,

37 Duas dessas obras são: *Das A B C der anschauung, oder die Anschauungslehre der Massverhältnisse*, Zürich–Tübingen, 1803 e *Die Anschauungslehre der Zahlenverhältnisse*, Zürich–Tübingen, 1803–4. Cf. Klein, 1931, p.310.

Pestalozzi, não apenas faz uma tabela com todas as 100 combinações possíveis de divisão por 0, 1, ... , 9 horizontais e verticais, como também explica no texto o número e a posição de todos os retângulos e quadrados resultantes em cada caso particular" (Klein, 1931, p.311).

Essas mesmas preocupações estariam presentes nas obras do filósofo John Frederick Herbart (1776-1841), um seguidor, ampliador e teorizador das idéias de Pestalozzi.

As influências de Pestalozzi, Herbart e, também, Froebel sobre o ensino de matemática da escola elementar, através do "reconhecimento da necessidade de conceder uma grande importância à intuição imediata, orientando os métodos para o estudo de objetos reais e bastante conhecidos dos alunos" (Klein, 1931, p.310), foram sentidas já a partir da segunda metade do século XIX, especialmente na Alemanha, Inglaterra, Itália, França e nos Estados Unidos.

Desde o final desse século, entretanto, essas preocupações também começariam a atingir a escola média de formação geral.

O plano de estudos proposto pela reforma de 1882, na Prússia, por exemplo, criaria no terceiro ano do ensino médio, que tinha um total de nove anos, um "curso de geometria preparatória, com o objetivo de proporcionar aos alunos um conhecimento intuitivo das coisas, que servisse de base ao edifício geométrico", sem ter, nesse momento, nenhuma preocupação com as considerações lógicas (Klein, 1931, p.312).

Já nesse final de século começariam, também, a surgir os primeiros livros didáticos que seguiriam essas novas tendências. Um exemplo é o livro de Holzmüller, *Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik*, editado em três partes, em Leipzig (Teubner), entre 1894 e 1895. Nele, o autor apresenta os temas da aritmética e da geometria alternados, de forma a estabelecer conexões entre eles. O desenvolvimento dos conceitos geométricos estaria baseado no desenho e nas construções, para os quais o autor recomenda que sejam realizadas com "toda limpeza e exatidão". Além disso, "freqüentemente enuncia um teorema geométrico como resultado de uma construção prática" (Klein, 1931, p.313).

Em 1832, Warren Colburn, sob a influência de Pestalozzi, já havia publicado nos Estados Unidos o livro *Introduction to Algebra upon the Inductive Method of Instruction*, que teria como preocupação básica "fazer a transição da aritmética à álgebra tão gradual quanto possível" (Butler et al., 1970, p.7).

Apesar dessas propostas representarem um grande avanço em relação ao ensino de matemática tradicional, uma vez que propunham um ensino mais intuitivo, mais ligado ao concreto e baseado no desenvolvimento da criança, elas não chegariam a questionar os conteúdos propostos e as aplicações da matemática a outras áreas do conhecimento.

O acréscimo desses novos elementos, especialmente para o segundo nível do ensino médio, seria defendido pelos proponentes das reformas do ensino da matemática que começariam a surgir em diversos países ao final do século XIX e seriam intensificadas no início do nosso século.

2 — As primeiras propostas de mudança

Desde as últimas décadas do século XIX, começaria a se manifestar em diferentes países, uma preocupação em modernizar o ensino de matemática desenvolvido nas escolas do tipo secundário, especialmente através da introdução de novos conteúdos. Essa preocupação teria sido originada pela percepção de que a matemática ensinada nesse nível de ensino estaria em descompasso com as exigências impostas pelo novo contexto sócio–político–econômico, com o desenvolvimento da matemática e das ciências ocorridos nos últimos séculos e com a matemática estudada nas universidades.

As universidades, que preparavam professores de matemática, ofereciam um ensino restrito às matemáticas superiores. Pouca, ou nenhuma atenção, era dada à formação específica para o ensino da matemática.

Com a implantação dos sistemas escolares nacionais, e a conseqüente necessidade de ampliação do quadro de professores e de uma melhor qualificação profissional, esse quadro começaria a ser alterado. Universidades de diferentes países, que a partir desse momento passam a ter a responsabilidade formal pela formação dos professores de matemática para os cursos secundários, começam a propor alterações para essa formação. A princípio, no entanto, essas alterações estariam restritas à introdução de conferências que tratavam apenas de temas relacionados à pedagogia geral. Apenas ao final do século seriam introduzidos, nas universidades alemãs, cursos mais direcionados especificamente para a prática do ensino de matemática[38].

Essas primeiras iniciativas não chegariam a melhorar de maneira significativa a formação do professor de matemática, uma vez que o descompasso existente entre essa formação e o ensino ministrado nas escolas secundárias continuaria.

O descompasso seria causado, especialmente, pela diferença existente entre a matemática ensinada pelas universidades e aquela ensinada nas escolas secundárias. Enquanto a Universidade ensinava os últimos progressos da matemática, ou seja, a matemática superior, as escolas secundárias continuavam a ensinar a geometria grega, a álgebra elementar e o cálculo aritmético.

Essa situação acabaria levando a uma "dupla descontinuidade".

Por um lado, a matemática ensinada pela escola secundária pouco contribuía para o trabalho desenvolvido nas universidades, uma vez que "o jovem estudante encontrava-se ao começar seus estudos (universitários) ante problemas que não lhe recordavam nada das coisas que até então o tinham ocupado, e, portanto, esquecia imediata e completamente todas elas" (Klein, 1927, p.1).

Por outro lado, ao completar seus estudos universitários, o recém formado professor não conseguia estabelecer nenhuma relação entre a matemática estudada na Universidade e aquela que era exigida na escola

38 Felix Klein (1849–1925) teria sido um dos pioneiros na introdução de cursos de metodologia específica de matemática nas universidades, além disso, seria também o orientador do primeiro doutorado em Educação Matemática, defendido em Göttingen em 1911 por Rudolf Schimmack. Cf. Kilpatrick, 1992, p.18.

secundária, isto acabaria acarretando uma aceitação do "ensino tradicional, e dos estudos realizados (na Universidade) restaria apenas uma recordação mais ou menos agradável, mas que não exerceria nem a mais remota influência em seu desempenho no magistério" (Klein, 1927, p.1).

Desde os finais do século XIX, começariam a surgir em diferentes países movimentos de renovação do ensino da matemática das escolas secundárias. Algumas vezes dentro de propostas mais amplas de mudança dos vários níveis de ensino, exigidas, especialmente, pelo crescimento da indústria, pelos avanços científicos e tecnológicos, e pela ampliação da oferta de ensino, outras vezes como propostas específicas para o ensino de matemática.

Na França, a reforma seria iniciada, em 1900, com um debate ocorrido na Câmara dos Deputados. Nesse debate, após a apresentação das "opiniões de destacados homens de ciência e professores", seria formada uma comissão que, assessorada por um grande número de corporações oficiais, apresentaria uma proposta de reforma para todo o ensino médio, que seria incluída nos planos de estudos oficiais de 1902 e aplicada imediatamente pelas escolas.

Na parte relativa ao ensino de matemática, os aspectos "modernos" da proposta estariam representados pelos seguintes pontos:

— na preocupação em tornar o ensino mais simples e intuitivo;

— na introdução de novos temas, que pertenciam tradicionalmente ao ensino superior;

— na sugestão do estabelecimento de uma articulação, ou "fusão", entre os temas geométricos e os aritméticos.

As justificativas apresentadas para a introdução dos novos temas — o conceito de função, a representação gráfica e as noções do cálculo infinitesimal — estariam baseadas na importância deles para as ciências naturais e para a técnica, e pelo fato de serem considerados acessíveis para esse grau de ensino.

A fusão dos temas geométricos com os aritméticos seria uma necessidade imposta, por um lado, pela introdução dos novos temas e, por outro, pelo próprio desenvolvimento da matemática contemporânea.

A proposta de um ensino "mais simples e intuitivo" estaria, por outro lado, ligada às exigências da nova pedagogia, especialmente na necessidade de adequar o ensino ao nível de desenvolvimento do aluno.

Na Inglaterra, que tradicionalmente é mais conservadora que a França, as propostas de mudança do ensino de matemática teriam difícil e lenta penetração.

A mais forte reação contra o sistema do ensino secundário inglês teria sido iniciado por John Perry (1850–1920), um engenheiro e professor de física.

Durante o período em que seria professor da escola técnica *Clifton College*, entre 1870 e 1873, e onde começaria a introduzir os métodos experimentais em suas aulas de física, Perry já perceberia a falta que os conhecimentos da moderna matemática, especialmente aqueles relativos ao estudo das relações entre quantidades, estaria causando para o desenvolvimento das ciências e para a formação dos futuros engenheiros.

Essa sua preocupação seria reforçada durante a sua estada no Japão, onde o ensino técnico experimental encontrava-se em um estágio bastante desenvolvido.

Logo após o seu retorno à Inglaterra e o início de suas atividades no *Finsbury Technical College*, em 1882, apresentaria a sua primeira proposta de um programa de matemática prática para engenheiros.

Nesse programa estariam contemplados: o estudo das fórmulas algébricas, o estudo de funções e gráficos, como uma introdução às idéias do cálculo, os métodos práticos no estudo das medidas e da geometria, a trigonometria numérica, trabalhos com a geometria em três dimensões e vetores. O desenvolvimento desses estudos aconteceria alternando-se aulas teóricas com trabalhos em laboratório.

Perry, entretanto, não se limitaria a propor alterações apenas para as escolas de engenharia. Acreditava que os elementos da moderna matemática deveriam ser ensinados em todos os níveis e tipos de escola e mostrava-se otimista com relação à implantação de sua proposta. Na reunião da *British Association*, ocorrida em Belfast no ano de 1902, ele afirmaria:

> "Parece provável que daqui a cinco anos nenhum garoto de quinze anos será compelido a empreender-se em qualquer raciocínio abstrato sobre coisas que ele não conhece; será versado em matemática experimental, que ele pode ou não chamar de mensuração; usará logaritmos, e simples multiplicações e divisões que serão um prazer para ele; terá uma capacidade de trabalhar com álgebra e senos e cosenos;

será hábil para resolver imediatamente qualquer novo problema interessante que pode ser resolvido com papel quadriculado; e não terá receio dos símbolos do cálculo infinitesimal... Em cinco anos isto será chamado 'matemática elementar'. Quatro anos atrás era uma não ortodoxa matéria chamada 'matemática prática'... (Apud Brock e Price, 1980, p.377).

Os aspectos básicos da proposta de Perry, podem ser resumidos nos seguintes pontos:

- na utilização da intuição como um procedimento didático;
- na presença da experimentação no ensino de matemática;
- na introdução de conteúdos da moderna matemática;
- na importância atribuída às aplicações práticas.

Para Perry, as aplicações práticas teriam "maior valor educativo que as questões puramente teóricas que, segundo ele, não despertavam interesse nem formavam o sentido do real" (Toranzos, 1963, p.30).

As posições de Perry, por serem consideradas extremamente radicais, sofreriam forte oposição inicial. Essa reação pode ser facilmente entendida quando lemos algumas de suas afirmações – presentes em seu *Report of the British Association at Glasgow*, de 1901 – e contrapomos com a tradição dos estudos teóricos, que ainda era forte naquele momento:

"O estudo começa porque é útil e continua porque é útil, e é estimado pelo mundo devido à utilidade de seus resultados...
Eu creio que o homem que ensina geometria demonstrativa e matemática ortodoxa, geralmente não apenas está destruindo a capacidade de pensar que todavia existe, senão está produzindo

antipatia e ódio por todos os estudos de medição e por tanto por todos os estudos científicos da natureza, e está causando incalculável dano" (Apud Toranzos, 1963, pp.30-31).

Apesar das resistências, ou exatamente devido a elas, a campanha de Perry para a renovação do ensino de matemática causaria uma forte movimentação na Inglaterra e ficaria conhecida como o "movimento de Perry".

Entretanto, a sua proposta não seria aplicada da forma como ele imaginara.

Apesar disso, seria por meio dela, e de outras propostas que seriam desenvolvidas por seus seguidores, que as correntes modernizadoras do ensino de matemática entrariam na Inglaterra e teriam uma influência decisiva nas futuras mudanças desse ensino, especialmente nas escolas secundárias. Em 1904, por exemplo, graças a essas influências "seriam incorporados aos programas ingleses muitos pontos da matemática moderna; dentre elas, o uso de coordenadas e representação gráfica, assim como numerosas questões de utilidade prática, e igualmente o uso da intuição e do laboratório" (Toranzos, 1963, p. 31).

O "movimento de Perry", entretanto, não influenciaria apenas as discussões sobre as mudanças do ensino de matemática ocorridas na Inglaterra. Ele estaria presente na Europa, onde seria chamado de "Perrysmo" e, também, nos Estados Unidos, onde ficaria conhecido como o "Método de Laboratório".

Em um discurso pronunciado durante o congresso anual da American Mathematical Society[39], realizado em 1902, E. H. Moore, matemático da Universidade de Chicago, que presidia o congresso naquele ano, levantaria a necessidade de reformar os planos e métodos do ensino de matemática e colocaria claramente a sua posição com relação às idéias de Perry:

> "Como matemático puro, sustento que uma das sugestões mais importantes de Perry é que, dando um maior desenvolvimento ao aspecto prático da matemática, isto é, aos conceitos aritméticos, ao desenho linear e aos métodos gráficos em geral, em contínua relação com os problemas da Física, da Química e da engenharia, será possível dar aos estudantes uma grande parte das noções essenciais da Trigonometria, da Geometria Analítica e do Cálculo" (Toranzos, 1963, p.33).

As disputas existentes naquele período entre os matemáticos puros e os aplicados sobre a preparação mais adequada aos estudos avançados aparecem claramente nessas palavras de Moore, que "apesar de ser um matemático puro" concordava em alguns aspectos com a proposta do "aplicado" Perry. Esse era um sintoma claro da rivalidade ainda persistente entre as "artes práticas" e as "artes cultas".

As propostas de Moore, que no fundamental coincidiam com as de Perry, exerceriam forte influência na educação média americana.

---

39 A primeira sociedade americana de matemática foi fundada em Nova Iork em 1888 e transformada na American Mathematical Society em 1894.

A necessidade de uma maior articulação entre os vários tópicos matemáticos tratados na escola, especialmente na escola secundária, já era também percebida naquele momento nos Estados Unidos. Em um discurso proferido no mesmo ano, agora frente à Associação Nacional de Educação, Charles W. Newhal expressava "a esperança de que chegaria o tempo em que o curso da escola secundária compreenderia seis anos *e que a matemática não estaria limitada a fronteiras artificiais*, como acontecia no estudo da álgebra, da geometria e da trigonometria" (Butler et al., 1970, pp.13-14, grifo nosso).

Na Itália, que possuía uma forte tradição de rigor no ensino médio, as propostas modernizadoras do ensino de matemática encontrariam bastante resistência para serem introduzidas.

Desde 1895, entretanto, os professores de matemática começariam a reagir "criando a associação *Mathesis* com o nobre propósito de defender, junto ao público, a importância do ensino das matemáticas". Cinco anos depois, em 1900, "depois de repetidos votos expressos em congressos da *Mathesis*", os programas começariam a ser modificados, através da inclusão, por exemplo, dos cursos de aritmética prática e de geometria intuitiva, na escola primária elementar (Castelnuovo, 1975, p.33).

As modificações nas escolas de nível médio, no entanto, demorariam ainda bastante para acontecer. Imperaria durante muito tempo ainda o espírito "anticientífico" e "antimatemático". "Apenas os acontecimentos do mundo exterior - as grandes aplicações técnicas e industriais, e as controvérsias sociais - conseguiriam fazer chegar aos italianos o convencimento de que não apenas com matérias literárias se pode ter um caráter humanístico e altamente intelectual" (Castelnuovo, 1975, p.34).

Na Alemanha, o movimento de renovação do ensino de matemática surgiria, em 1890, associado a um movimento mais amplo de aperfeiçoamento do ensino de nível médio em geral, que culminaria com a realização, em 1904, de "uma reunião conjunta de matemáticos e professores de ciências físicas e naturais", que teria como objetivo principal a tentativa de conciliação dos "múltiplos interesses, até então considerados antagônicos, dessas diferentes disciplinas" (Roxo, 1937, p.48).

Dessa reunião, que teria sido proposta por Christian Felix Klein (1849-1925), surgiria a "comissão breslauense, que, após um trabalho intensivo" apresentaria, em 1905, no Congresso dos Naturalistas, realizado em Meran, os denominados *planos meranenses*, que continham propostas de planos de ensino para os diferentes tipos de escolas de grau médio (Roxo, 1937, p.49).

Nesses planos, na parte relativa ao ensino de matemática, seriam acatadas as sugestões apresentadas por Felix Klein.

3 - Felix Klein

Felix Klein foi um dos mais importantes matemáticos do final do século XIX. Seria um dos últimos matemáticos - junto com Gauss, Riemann e Poincaré - que conseguiria quebrar a barreira da especialização e fornecer os elementos fundamentais que impulsionariam a matemática do século XIX e inícios do século XX.

O seu famoso Programa de Erlangen, de 1872, onde apresentaria toda "a geometria como o estudo das propriedades das figuras que permanecem invariantes sob um particular grupo de transformações", seria fonte de inspiração não apenas para os seus futuros trabalhos, como, também, para futuros trabalhos de muitos outros matemáticos[40]. A influência desse trabalho "pode ainda hoje ser percebida em quase todo tratado geral de geometria moderno" (Boyer, 1974, pp.400-401).

Felix Klein, que ficaria "profundamente impressionado com as possibilidades unificadoras do conceito de grupo", teria como meta "a unificação dos aspectos discreto e contínuo da matemática" segundo essa noção. Por essa razão, passaria "boa parte do resto de sua vida desenvolvendo, aplicando e popularizando" o conceito de grupo (Boyer, 1974, p.400 e p.404).

Apesar desse seu particular interesse pela teoria dos grupos, ou devido a isso, Klein não deixaria de se interessar por todos os desenvolvimentos de seu tempo, tanto aqueles referentes ao campo da matemática pura quanto aos da matemática aplicada. Isso teria levado "Klein e os seus colegas alemães a uma grande empresa: a publicação da *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*". Essa publicação, que iria de 1898 a 1935, seria uma compilação de monografias, que teria como

---

40 Segundo Richard Courant, o "Erlanger Programm" teria sido provavelmente o trabalho matemático mais lido e mais influente dentro do período de 60 anos, de 1865 a 1925. Cf. Rowe, 1983, nota 1, p.452.

aspiração, "no espírito de Klein", o estabelecimento de inter-relações entre os diferentes campos da matemática. Essa preocupação seria de certo modo conseguida e permearia toda a publicação, "desde a secção I, *Arithmetik und Algebra*, até a secção VI, 2, *Astronomie*" (Struik, 1989, p.302).

As preocupações com o desenvolvimento e divulgação da matemática de seu tempo, e a consciência "da crescente importância das matemáticas na indústria", teriam levado Klein a ser um dos primeiros matemáticos a obter apoio de setores privados, quer para a organização, quer para a realização de pesquisas em matemática aplicada. Um dos resultados desses esforços teria sido a criação do Instituto de Investigação Aerodinâmica e Hidrodinâmica, em Göttingen, em 1908 (Struik, 1989, p.300).

Quando em 1886 assumiu o cargo de professor, a Universidade de Göttingen tornara-se "um centro universal de investigação matemática, onde jovens, rapazes e raparigas, de muitos países se reuniam para estudar os assuntos de seu interesse como uma parte integrante de todas as matemáticas" (Struik, 1989, p.286). Isso aconteceria, especialmente, devido à importância que Klein dispensava ao ensino. Suas aulas eram consideradas estimulantes, uma prova disso é que as notas de suas aulas "circularam de uma forma mimeografada e proporcionaram a gerações inteiras de matemáticos uma informação especializada e, acima de tudo, uma compreensão da unidade de sua ciência" (Struik, 1989, p.286).

O seu interesse pelo ensino, entretanto, não ficaria restrito apenas às suas aulas e não teria acontecido apenas ao final de sua carreira, como afirmam alguns autores[41].

Apesar de ser verdade que a educação matemática seria um dos interesses centrais de Klein ao final de sua carreira, especialmente a partir de 1892, é também inegável que esse interesse estivesse presente desde a sua juventude. A omissão dessas preocupações iniciais de Klein com relação ao ensino de matemática deve-se, segundo Rowe, a um equívoco apresentado pelos historiadores em relação ao seu Programa de Erlangen.

Muitos historiadores afirmam que em sua aula inaugural, em 1872, ao assumir o cargo de professor titular – *ordinariat* – na Universidade de Erlangen, Klein teria apresentado o seu famoso *Programa de Erlangen*, onde unificava muitas das geometrias conhecidas até aquele momento por meio de um especial grupo de transformações[42].

Essas afirmações, entretanto, "identificam incorretamente o conteúdo da conferência de Klein, seu *Erlanger Antrittsrede*, de 7 de dezembro de 1872, com o conteúdo de seu mais famoso *Eintrittsprogramm*, *'Vergleichende Betrachtungen ueber neuere geometrische Forschungen'* (Uma revisão comparativa das recentes pesquisas em geometria) " (Rowe, 1983, p.448-9).

Na realidade, tanto a apresentação de uma conferência como a de um trabalho escrito faziam parte das exigências para contratação na

---

41 Veja, como exemplo, Ashurst, 1982, p.135 e Struik, 1989, p.304.

42 Essa afirmação é apresentada, por exemplo, em Boyer, 1974, p.400; Struik, 1989, p.283 e Ashurst, 1982, p.124-5.

Universidade de Erlangen, como podemos confirmar pelas próprias palavras de Klein:

> "Em Erlangen o mais novo professor nomeado, em adição à conferência por meio da qual ele é introduzido, por si próprio, no círculo de seus futuros colegas, tradicionalmente entregava também um programa publicado" (Apud Rowe, 1983, p.449).

Dessa forma, o que é atualmente conhecido como o *Programa de Erlangen* refere-se apenas à parte escrita apresentada por Klein. O conteúdo da conferência pública, no entanto, seria "reservada a assuntos mais acessíveis à uma audiência universitária mais geral" (Rowe, 1983, p.449). O tema escolhido por Klein para essa conferência dizia respeito à educação matemática.

O próprio Klein, em sua autobiografia de 1923, assim recordava-se da conferência ocorrida 50 anos antes:

> "Em minha fala inaugural em dezembro, eu apresentei um detalhado programa para meus planos de ensino, onde declarava que a unidade de todo o conhecimento e o ideal de uma educação completa não poderia ser negligenciada por causa dos estudos especializados. E em consequência disso, que a educação humanística e a matemático-científica... não deveriam ser colocadas uma em oposição à outra. Por outro lado, que era necessário cultivar a matemática aplicada da mesma forma que a pura, afim de preservar a conexão entre disciplinas próximas, como a física e a tecnologia. Além disso, juntamente com a capacidade lógica, igual importância deve ser dada à necessidade de desenvolver a intuição e, mais geralmente, a

imaginação matemática... Finalmente, as universidades devem se preocupar com o ensino preparatório nas escolas, e assim dar particular ênfase na educação dos professores. A organização das escolas técnicas de ensino médio devem ser examinadas, e em muitos aspectos tomadas como modelo" (Klein, 1923, p.18, apud Rowe, 1983, p.451).

Entretanto, essas memórias de Klein, já influenciadas pelas mudanças que suas idéias passariam ao longo de 50 anos, refletem apenas em parte o real conteúdo da conferência que havia proferido aos vinte e três anos de idade.

Naquela conferência, após um breve comentário inicial acerca da separação existente entre a educação humanística e a científica, onde estariam as raízes da pequena divulgação dos estudos matemáticos, Klein apresentaria as suas posições a respeito do ensino de matemática, especialmente no nível universitário.

Em relação aos objetivos do ensino de matemática, entendia que em primeiro lugar deveria ser considerado o desenvolvimento da própria matemática, ou seja, estudar matemática pela própria matemática. A razão disso estaria no prazer que esse estudo poderia propiciar aos alunos, apesar de poucos chegarem a obter o prazer máximo proporcionado por uma produção independente. Para ele, isso ocorreria, também, em outras áreas que exigiam determinadas habilidades específicas, como, por exemplo, a música.

Além deste objetivo, dois outros seriam, também, contemplados: a importância da matemática para o desenvolvimento de outras ciências e, especialmente, o valor formal propiciado pelos estudos matemáticos.

A maneira como a matemática poderia auxiliar no desenvolvimento de outras ciências, no entanto, deveria ser entendida não no sentido usual, como meras aplicações práticas, mas, ao contrário, como uma ferramenta teórica fundamental para a obtenção de resultados gerais. Para exemplificar sua maneira de entender as aplicações, apresentaria alguns desenvolvimentos ocorridos no campo da física matemática – a teoria molecular, a teoria da luz e a geometria ótica –, e observaria que a forma como os fundamentos de uma determinada teoria foram obtidos – se pela observação da natureza ou por hipóteses estabelecidas *a priori* – não seria relevante, uma vez que o mais importante seria "o treinamento da mente ganho pelo trabalho com a matemática pura" (apud Rowe, 1985, p. 138).

Dessa forma, a matemática seria uma ferramenta teórica indispensável para todo cientista, especialmente no momento em que as ciências estariam buscando raciocínios gerais para justificarem seus resultados.

Seguindo essa linha de argumentação, Klein propunha que a matemática estivesse presente na formação universitária de todos os estudantes de ciências naturais e medicina, não importando o assunto que seria escolhido, uma vez que o mais importante seriam os raciocínios desenvolvidos...

Com relação ao ensino de matemática desenvolvido nas escolas secundárias, acreditava que a matemática deveria ser ensinada com "maior zelo". Não sugeria, entretanto, nem um aumento das horas destinadas ao seu desenvolvimento, nem uma mudança de seus conteúdos, mas, apenas, que fosse ensinada de uma maneira mais viva, com mais significado.

Para que isso pudesse ocorrer, acreditava que as universidades deveriam aumentar o padrão dos estudos matemáticos oferecidos aos futuros professores, de forma a possibilitar-lhes não apenas o contato com os assuntos sobre os quais iriam ensinar, mas, também, com os últimos desenvolvimentos da matemática, que deveriam se complementados com a produção de um trabalho independente. Ou seja, Klein acreditava que estudos mais avançados de matemática nas universidades acarretaria uma mudança de qualidade no ensino de matemática das escolas secundárias.

Apesar de encontrarmos nessas posições iniciais de Klein uma clara preocupação em modificar o ensino de matemática, em muitos aspectos elas estariam ainda bastante distantes de suas propostas futuras.

O período em que Klein trabalharia no *Technische Hochschule* de Munique, de 1875 a 1880, onde participaria do trabalho de um grupo de matemáticos que concentrava seu interesse no estudo das relações entre ciência e tecnologia, provocaria mudanças significativas em suas posições.

Essa experiência teria contribuído para que as futuras propostas de Klein apresentassem fortes influências do tipo de ensino realizado nas escolas técnicas, em particular, da tradição de ensino da *École Polytechnique* e da *Eidgenössische Polytechnikum* de Zurique[43].

---

43 Cf. Rowe, 1985, p.126.

A proposta de renovação do ensino de matemática apresentada por Klein, nos primeiros anos de nosso século, sugeria mudanças tanto na a escola secundária como nos estudos universitários.

Por um lado, propunha que a matemática da escola secundária fosse atualizada, de maneira a ficar mais próxima do desenvolvimento moderno dessa área e, também, dos últimos avanços científicos e tecnológicos.

Por outro lado, a Universidade deveria modificar a sua proposta de ensino, levando em consideração as necessidades do futuro professor dessas escolas.

Para que a Universidade pudesse atingir esse objetivo, Klein sugeria que fossem criados cursos que contemplassem os seguintes aspectos:

– as relações existentes entre as diferentes áreas da matemática e entre a matemática e as outras áreas do conhecimento;

– a relação entre os conteúdos estudados e o seu ensino das escolas.

Um dos aspectos necessários para a atualização do ensino de matemática das escolas secundárias, seria a consideração dos "motivos psicológicos". Sobre este aspecto, Klein posicionaria-se da seguinte forma:

> "O professor deve ser, por assim dizer, algo *diplomático*; tem de conhecer a psicologia das crianças para poder captar o seu interesse, e isto só poderá conseguir se aceitar apresentar as coisas de uma forma intuitiva facilmente assimilável. Dentro da escola, apenas nas classes superiores se pode revestir a doutrina de forma abstrata... Mas isto... deveria também estender-se a todo ensino, mesmo o superior; a

matemática sempre deveria ser apresentada relacionada com tudo aquilo que pudesse interessar ao homem e com o que utilizará em sua vida" (Klein, 1927, p.5, grifo do autor).

Além da escola secundária considerar os últimos resultados da psicologia no desenvolvimento de suas aulas de matemática; levando em consideração o interesse do aluno, a aplicação dos conceitos e a graduação do ensino, que deveria partir do intuitivo para o abstrato; Klein entendia que seriam, também, necessárias mudanças em seus conteúdos.

A mais importante dessas mudanças seria a introdução do "conceito de função como centro do ensino". A justificativa para isso estaria no fato da função representar "o conceito dos últimos dois séculos que desempenha um papel fundamental em todos os campos que se utilizam das noções matemáticas" e, também, porque dessa forma "o aluno começaria a familiarizar-se, tão rapidamente quanto possível, sempre com o **constante emprego dos métodos gráficos**, com a representação de qualquer lei no plano de variáveis (x,y), que hoje é utilizada em todas as aplicações da matemática pelo caráter de evidência que apresenta" (Klein, 1927, p.5, grifo do autor).

Além disso, Klein entendia que "para facilitar a renovação seria necessário prescindir de muito do que até hoje tem se constituído objeto de nosso ensino, que embora possa, por si só, ser muito interessante, aparece menos essencial no relacionamento com toda a cultura moderna" (Klein, 1927, pp.5-6).

Klein propunha, também, a introdução do cálculo infinitesimal, de modo a garantir "tanto ao naturalista como ao técnico de seguros o instrumento que irá necessitar em seu trabalho" (Klein, 1927, p.6).

Essa observação de Klein a respeito da importância do estudo de cálculo infinitesimal para "os naturalistas e técnicos de seguros" mostra-nos claramente a sua preocupação com uma formação básica para todas as profissões. Para ele, tanto as escolas técnicas como as secundárias deveriam dar uma formação básica de matemática a seus alunos e, também, ser consideradas igualmente como exigência para as universidades.

Um outro aspecto fundamental nessa proposta de Klein, que representa uma mudança em relação à conferência de 1872, é a ênfase dada às aplicações práticas da matemática, inclusive no sentido usual, e a minimização do valor atribuído ao desenvolvimento de uma faculdade mental – o raciocínio.

Essa mudança de Klein pode ser percebida pela seguinte passagem de seu livro *Matemática elemental desde un punto de vista superior*, onde após afirmar "que na escola, desde o princípio, as aplicações devem acompanhar o ensino do cálculo (na aritmética); de modo que o discípulo não apenas compreenda as regras, mas aprenda a realizar algo com elas", apresenta a maneira como entende a relação entre a matemática pura e a aplicada:

> "As relações puramente lógicas devem ficar, por assim dizer, como o esqueleto do organismo da matemática; que dá a esta a solidez e a certeza.

Mas o vivo da matemática, seus mais importantes estímulos, sua eficácia externa, assentam-se sempre em suas aplicações, isto é, nas correlações daqueles entes puramente lógicos com todos os demais domínios do saber.

Pretender retirar da matemática as aplicações, equivaleria a querer centralizar a vida de um animal em sua ossada unicamente, sem prestar atenção aos seus músculos, nervos e vísceras" (Klein, 1927, p.21).

A proposta de Klein representaria o rompimento definitivo entre uma formação geral e uma prática, entre a tradição culta e a artesanal, entre o desenvolvimento do raciocínio em oposição ao desenvolvimento das atividades práticas... no ensino de matemática.

Seria o início de uma nova concepção de formação matemática para todos... os futuros técnicos... os futuros profissionais liberais....

Entretanto, essa proposta não seria integralmente adotada. Em todos os países continuaria a existir ainda por muito tempo a antiga separação entre uma formação clássica e uma técnica, aquela destinada aos que continuariam seus estudos, esta para os que deveriam apenas trabalhar...

Apesar disso, seria devido especialmente aos esforços empreendidos por Klein, na discussão e divulgação dessas idéias, que mudanças viriam a ocorrer cedo ou tarde em diversos países...

4 – O Primeiro Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática

O rápido desenvolvimento ocorrido na matemática durante o século XIX, transformaram-na, por volta de 1870, "numa estrutura enorme e complexa, dividida num grande número de campos, só conhecidos dos especialistas" (Struik, 1989, p.282). Esse florescimento da matemática acabaria dando origem, como ocorreria também em outras áreas, à publicação de periódicos específicos[44], à organização de sociedades especializadas nacionais[45] e ao surgimento dos encontros internacionais[46].

---

44 O primeiro periódico específico sobre matemática foram os *Annales de mathématiques pures et appliquées*, editados por Joseph-Diaz Gergonne (1771–1859), no período de 1810 a 1831. Em 1826 uma iniciativa semelhante seria feita na Alemanha por August Leopold Crelle (1780–1855), através da publicação do *Journal für die reine unda angewandte Mathematik*. Apesar dos Annales de Gergonne terem tido rápida duração, a partir de 1836, Joseph Liouville (1809–1882) preencheria essa lacuna na matemática francesa através da criação do *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*. Esses dois periódicos são publicados até hoje e são conhecidos pelos nomes de Jornal de Crelle e Jornal de Liouville. Muitos outros periódicos surgiriam em vários países a partir da segunda metade do século XIX, alguns deles ligados às organizações matemáticas nacionais. Cf. Boyer, 1974, p. 378–9 e Struik, 1989, p.247, p. 261, p.291 e pp. 302–3.

45 As primeiras sociedades específicas de matemática foram criadas durante a segunda metade do século XIX: Moscou (1860), Londres (1865), Paris (1872), Edimburgo (1883), Palermo (1884), Berlim (1899), Nova Iorque (1888, que se transformaria em 1894 na American Mathematical Society). No início deste século seriam criadas sociedades semelhantes em vários outros países: na Índia em 1907, na Espanha em 1911, na Polônia em 1911. Cf. Struik, 1989, p. 301.

46 "O primeiro encontro internacional com alguma importância deu-se em 1893, durante a Columbian Exposition em Chicago... O encontro seguinte, conhecido por Primeiro Congresso Internacional, deu-se em 1897, em Zurique... O congresso seguinte... foi em Paris, em 1900. Seguiram-se a esses, o de Heidelberg (1904), Roma (1908) e Cambridge (1912)... O primeiro congresso internacional posterior à 1ª guerra mundial foi realizado em Estrasburgo em 1920..., e

O estabelecimento de contato mais intenso com matemáticos-professores de outros países, propiciado especialmente por meio dos Congressos Internacionais de Matemática, teria oferecido oportunidade para o conhecimento dos problemas relacionados ao ensino da matemática enfrentados por diferentes países e das formas encontradas para solucioná-los.

Até aquele momento, as questões relativas ao ensino de matemática eram resolvidas em cada país de forma independente. A influência das experiências ocorridas em outros países era bastante restrita, uma vez que muitas vezes elas nem ao menos eram conhecidas. Isso pode ser confirmado pelas seguintes palavras de Felix Klein:

> "Existe um aspecto comum à maior parte das pessoas que escrevem sobre questões de ensino: elas conhecem apenas a literatura escolar de seu próprio país, e **desconhecem não apenas as tendências que podemos chamar paralelas existentes em outros países**, como também os progressos da ciência pura referente à disciplina particular que se estuda aqui, os fundamentos da Geometria" (Klein, 1931, p.289, grifo nosso).

A crítica de Felix Klein sugere que as pessoas que se preocupavam com o ensino de matemática não apenas desconheciam o trabalho desenvolvido em outros países como também o desenvolvimento da própria matemática, no campo específico que se propunham a escrever.

---

excluiu as nações derrotadas. O mesmo aconteceu em Toronto, em 1924. Mas no congresso de Bolonha de 1928..., a discriminação foi abandonada" Struik, 1989, p.301 e pp.329-30.

Os congressos internacionais de matemática – ao possibilitar o acesso a matemáticos de diferentes países aos últimos estudos desenvolvidos pela área e ampliar as oportunidades de reflexão conjunta sobre estes e futuros estudos – estariam, juntamente com as revistas especializadas e as associações nacionais, respondendo à última preocupação apresentada por Klein, que aliás sugere questões bastante polêmicas: É necessário que o professor de matemática seja também um matemático? É necessário que o professor de matemática conheça os últimos avanços de sua área? Apenas os matemáticos, por conhecerem a sua área, têm competência para discutir questões relativas ao ensino de matemática?

Independentemente da posição de Klein ou de outros matemáticos daquele período a respeito dessas questões, seria no bojo desses congressos internacionais de matemática que as preocupações com o ensino dessa disciplina – que acabaria culminando com o nascimento de um movimento internacional para a sua modernização – começariam a se manifestar.

As sessões dos primeiros Congressos Internacionais reservadas às discussões sobre educação matemática não estariam, entretanto, satisfazendo às expectativas das pessoas mais preocupadas com esse tema. Dentre essas pessoas estaria David Eugene Smith, que apesar de não ser considerado um brilhante matemático era professor de educação matemática no *Teachers College* da *Columbia University* e estaria muito interessado em discutir questões relacionadas ao ensino de matemática.

Em seu artigo *Réformes à accomplir dans l'enseinement des mathématiques*, de 1905, publicado na revista *L'Enseignement Mathématique*, Smith "lamentava que nas sessões sobre educação matemática do

Terceiro Congresso Internacional de Matemática, celebrado no ano anterior em Heidelberg, os participantes empregaram seu tempo debatendo minúcias matemáticas em vez de examinar os problemas gerais de educação matemática" (Kilpatrick, 1992, p.60).

Essa insatisfação, que estaria diretamente relacionada à percepção da importância naquele momento de se repensar o ensino de matemática, teria levado Smith a sugerir, neste mesmo artigo, a criação de uma Comissão Internacional para estudar questões relativas à educação matemática. Para ele, um levantamento sobre as propostas para o ensino de matemática existentes nos diferentes países poderia fornecer elementos comparativos fundamentais no sentido de se perceber melhores formas de organização dos currículos. Apesar disso, Smith não pretendia que esse levantamento fornecesse elementos para uma proposta de reforma (Kilpatrick, 1992, p.22).

Uma proposta formal para a criação dessa Comissão seria apresentada durante o Quarto Congresso Internacional de Matemática, realizado em abril de 1908 em Roma, e, após a sua aprovação, seria estabelecida a *Commission Internationale de L'Enseignement mathématique*[47].

---

47 Essa Comissão seria conhecida a partir de sua criação pela sigla CIEM, iniciais de *Commission Internationale de L'Enseignement Mathématique*. Os alemães a designariam por IMUK, iniciais de *Internationalen Mathematische Unterrichts kommission*. A tradução inglesa seria até a segunda guerra mundial *International Commision on the Teaching of Mathematics*. Em 1950 ela passaria a ser chamada de *Internacional Mathematical Instruction Comission*, ou pela sigla IMIC. A partir de 1954 ela passou a ser conhecida por *International Commission on Mathematical Instruction* e pela sigla ICMI. Cf. Howson, 1984, p.90, Struik, 1989, p. 329 e Schubring, 1987, p.22.

Apesar de não estar presente ao Congresso, Felix Klein seria nomeado o presidente da Comissão — posto que ocuparia até 1925 por ocasião de sua morte. O vice-presidente da Comissão seria G. Greenhill da Universidade de Londres e o secretário geral Henri Feher da Universidade de Genebra. "A revista *L' Enseignement Mathématique*, fundada em 1899 por Fehr e Charles Laisant (da Escola Politécnica de Paris), passou a ser a revista oficial da Comissão" (Kilpatrick, 1992, p.22).

O Congresso de Roma recomendou que a Comissão procurasse obter informações a respeito da situação em que se encontrava o ensino de matemática nas escolas secundárias dos vários países. Para isso, aos países participantes dos Congressos Internacionais de Matemática (ICM) foi solicitado a nomeação de um delegado que teria a incumbência de organizar uma subcomissão nacional com o propósito de apresentar durante o próximo Congresso informações a respeito da situação em que se encontrava o ensino secundário de matemática em seu país, em relação à organização, aos métodos, e às tendências modernas.

Essa recomendação, entretanto, seria ampliada durante a primeira reunião da Comissão, realizada em setembro de 1908, em Colônia. A Comissão considerou que seria impossível estudar apenas as escolas secundárias e decidiu que deveria ser estudada a situação em que se encontrava o ensino de matemática em todos os níveis e tipos de escolas. Nessa reunião estariam presentes pequenas delegações de vários países. A delegação dos Estados Unidos, por exemplo, seria composta por apenas três delegados:

D. Smith, W. Osgood e J. W. Young. Dezenove países foram considerados como "participantes" e catorze como "países associados" [48].

Outras cinco reuniões internacionais da Comissão seriam realizadas antes do Quinto Congresso Internacional de Matemática. Em Karlsruhe, Basle, Bruxelas(1910), Milão(1911) e nas montanhas de Harz.

Algumas das questões que estariam na pauta das discussões dessas reuniões, seriam colocadas por D. Smith em seu discurso durante o Congresso de Roma:

> "Quais têm sido os resultados dos esforços para remover as barreiras entre tópicos tais como álgebra e geometria, ou para ensinar os dois simultaneamente (isto é, numa mesma série), e estamos preparados para fazer alguma recomendação nesse sentido?
> Qual seria um conteúdo mínimo e seguro para a geometria euclidiana, o cálculo e a mecânica?

48 Os países participantes seriam: Áustria, Bélgica, Dinamarca, França, Alemanha, Grécia, Holanda, Hungria, Itália, Japão, Noruega, Portugal, Romenia, Rússia, Espanha, Suiça, Reino Unido, Estados Unidos e Suécia. Os países considerados "associados" seriam: Argentina, Austrália, Brasil, Bulgária, Canadá, África do Sul (Cape Colony), Chile, Egito, India, México, Peru, Serbia, Turquia. Cf. Howson, 1984, p.76. A distinção entre estes dois grupos de países seria devido ao critério estabelecido, ainda no ICM de Roma, para participação nas atividades do IMUK. Os países que tivessem ao menos dois matemáticos participado em pelo menos dois ICM's seria representado por um membro votante. Se o número de participantes fosse dez ou mais, o número de membros votantes seria dois ou três. Esse critério teria definido os "países participantes". Entretanto, pelo fato desse critério não ter contemplado todos os países considerados "relevantes", os organizadores decidiram convidar alguns países, que seriam chamados de "países associados", que poderiam participar das atividades do IMUK, mas sem direito a voto. Cf. Schubring, 1987, pp. 6-7.

Que posição deve assumir a escola secundária com relação à natureza das aplicações e às relações entre a matemática pura e a aplicada?
Qual deve ser a natureza dos cursos na escola secundária para aqueles que não irão seguir os estudos universitários, e para aqueles que pretendem seguir?" (Howson, 1984, pp. 76-77).

Estas questões já nos apontam para algumas das preocupações que estariam orientando as discussões sobre a modernização do ensino de matemática naquele momento, especialmente no nível secundário.

Vinculadas a essas questões relativas ao ensino secundário, outras de caráter mais geral seriam também levantadas. Dentre elas, podemos citar as seguintes:

"Que matemática deveria ser ensinada para os estudantes de física e de ciências naturais?
Qual é o lugar do rigor no ensino de matemática?
Como pode o ensino de diferentes ramos da matemática ser melhor integrado? "(Howson, 1984, p.77).

Apesar da riqueza dessas questões e de muitas outras que provavelmente foram levantadas durante as reuniões da Comissão, os esforços desse período foram concentrados no levantamento das práticas de ensino de matemática existentes nos diferentes países participantes da Comissão.

Essa iniciativa acabaria produzindo uma efervescente atividade em vários países que pode ser avaliada pela quantidade de informes nacionais apresentados ao Congresso de Cambridge e, também, pela quantidade de material escrito apresentado por essas subcomissões. Foram apresentados informes de 17 subcomissões nacionais, sendo que "os informes mais extensos correspondiam a 11 volumes dos Estados Unidos, 6 volumes da Alemanha, 5 volumes da França e dois grandes volumes do Reino Unido" (Kilpatrick, 1992, p.23).

Durante esse Congresso, além da apresentação dos informes nacionais, seria dada especial atenção a dois outros temas, sobre os quais já existiam interessantes estudos: "O ensino prático de matemática do físico" e "Intuição e experimentação no ensino de matemática na escola secundária" (Howson, 1984, p.78). Além disso, a Comissão escolheria dois outros temas para serem discutidos durantes uma reunião em Paris, em 1914, que incluiria como oradores Felix Klein e Emile Borel. Os temas eram: "a posição ocupada pelo cálculo na escola secundária" e "o lugar da matemática na educação técnica superior" (Howson, 1984, p.78).

As informações apresentadas pelos vários países à comissão internacional dariam origem a uma grande quantidade de publicações[49], que não apenas apresentariam os resultados obtidos nesses informes como começariam a aprofundar questões mais amplas que estavam subjacentes a esses resultados.

---

[49] Até 1920, os informes apresentados à Comissão haviam dado origem a 294 publicações. Cf. Schubring, 1987, p.7. Vários desses trabalhos seriam publicados não apenas pela revista oficial da Comissão – *L'Enseignement Mathématique* – como, também, em periódicos nacionais, como o *Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, em anais de encontros de internacionais etc. Apesar disso, "é um triste fato que esse enorme volume de trabalho sobre currículos de matemática parece nunca ter estudado e valorizado novamente, desde aquela época" (Schubring, 1987, pp.7–8).

Dessa forma, é inegável que a iniciativa da comissão em levantar o estado do ensino da matemática nos vários países representou "o começo dos esforços de matemáticos e educadores matemáticos não apenas para reformar as matemáticas escolares mas também para recolher informações que pudessem ser utilizadas nessa reforma" (Kilpatrick, 1984, p.23).

O rápido crescimento e a grande influência da Comissão nos assuntos relativos ao ensino de matemática naquele período podem ser avaliados pela presença na reunião de Paris de 160 participantes representando 17 países. Além disso, pela presença entre esses participantes de renomados matemáticos, tais como Guido Castelnuovo – presidente da conferência –, Emile Borel, Gaston Darboux, Maurice d'Ocagne e Paul Stäckel.

O intenso trabalho desenvolvido pela Comissão Internacional para o Ensino da Matemática acabaria provocando, como era provavelmente esperado, ao menos por parte de alguns de seus dirigentes, mudanças significativas no ensino de matemática em diferentes países. Em 1914, segundo Schubring, nove dentre os vinte países que já haviam organizado sua subcomissão nacional, apresentavam experiências de reforma. Esses países seriam: Áustria, Bélgica, Dinamarca, França, Hungria, Alemanha, Suécia, Reino Unido e Estados Unidos.

Estamos, portanto, diante do Primeiro Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática, que teria sido iniciado no momento da constituição da Comissão Internacional para o Ensino de Matemática.

O excepcional crescimento das atividades da Comissão; e, conseqüentemente, do movimento reformulador; que apenas em seis anos de existência identificaria questões chaves para o ensino de matemática, recolheria uma quantidade de informações nunca antes, e nem depois, reunidas, propiciaria o surgimento de uma enorme quantidade de publicações sobre o ensino de matemática e levaria as discussões acerca desse tema aos mais variados países, seria bruscamente interrompido devido à eclosão da 1ª guerra mundial, 1914-1918. A reunião de Paris seria a última desta série de realizações dos primeiros tempos da Comissão. O Sexto Congresso Internacional de Matemática, programado para ser realizado em Estocolmo, em 1918, seria cancelado.

Durante a realização do primeiro Congresso Internacional de Matemática posterior à 1ª guerra (Estrasburgo, 1920), que excluiria os países derrotados, pouca atenção seria dada às questões educacionais. O mesmo aconteceria no Congresso seguinte, realizado em Toronto, em 1924.

Mas, durante a realização do Congresso realizado em Bolonha, em 1928, a discriminação contra os países derrotados seria abandonada e seria formalmente reconstituída a Comissão Internacional para o Ensino de Matemática.

Neste Congresso, que estiveram presentes 836 delegados de diversos países, sendo 52 dos Estados Unidos e 37 da União Soviética, seriam escolhidos como dirigentes pessoas que tiveram uma participação ativa na Comissão no período anterior à guerra. Assim, D. Smith assumiria o cargo de presidente, G. Castelnuovo e J. Hadamard a vice-presidência e H. Fehr continuaria no cargo de secretário-geral.

Apesar da interrupção das atividades da Comissão causada pela 1ª guerra, as atividades relacionadas ao ensino de matemática não desapareceriam totalmente nesse período. Algumas publicações relacionadas aos resultados apresentados no Congresso de Cambridge continuariam a ser produzidas, especialmente na Alemanha e nos Estados Unidos, enquanto H. Fehr tentaria de Genebra conservar as subcomissões nacionais ativas e em contato. Ou seja, os resultados daqueles anos efervescentes continuariam a fornecer subsídios e a influenciar as propostas de mudanças.

Nos Estados Unidos, por exemplo, os relatórios da Comissão Internacional de Ensino de Matemática, que foram publicados pelo *Bureau* de Educação, entre os anos de 1911 e 1918, teriam exercido forte influência sobre as propostas de mudança no currículo de matemática do curso secundário. Após um estudo detalhado da situação em que se encontrava o ensino de matemática na escola secundária, os comitês nacionais da Comissão Internacional para o Ensino de Matemática concluíram que seria necessário:

> "... um preparo melhor dos professores e diminuir, senão eliminar, o desperdício de esforços no tratamento independente e sempre inadequado de questões fundamentais por escolas, universidades ou sistemas locais" (Butler et al., 1970, p.10).

A percepção da existência de um ensino de matemática das escolas secundárias desvinculado do das universidades, que causava além do desperdício de esforços uma descontinuidade entre os dois níveis de ensino, levaria o comitê a sugerir as seguintes modificações no ensino de matemática de nível secundário:

- a introdução do cálculo na escola secundária;
- uma organização da matéria que caminhasse em direção à fusão dos conteúdos, ou seja, que eliminasse a forma compartimentalizada existente até então;
- maior ênfase às aplicações práticas.

Em 1916 seria organizado o Comitê Nacional para os Requisitos Matemáticos, vinculado à *American Mathematical Society*, tendo como propósito:

> "... dar expressão nacional ao movimento de reforma no ensino de matemática, o qual ganhou considerável progresso em várias partes do país, mas ao qual faltava o poder que coordenação e esforços unidos poderiam dar" (Butler et al., 1970, p.13).

Com a intenção de que algumas experiências fossem realizadas antes de que orientações mais fechadas fossem sugeridas, o Comitê apresentou algumas possibilidades de planos para a escola secundária. Nessas sugestões eram apresentados novos conteúdos como eletivos: estatística elementar, matemática de investimento, matemática de compra, sobrevivência e navegação e geometria descritiva ou projetiva. Além disso, era recomendado que fosse feito "uso extensivo de material histórico e biográfico em todo o programa para emprestar significado à matéria estudada" (Butler et al., 1970, p.13).

Apesar de não ter sido constituída com o objetivo explícito de elaborar uma nova proposta para o ensino de matemática, especialmente para o nível secundário, a Comissão Internacional para o Ensino de Matemática, era encarada por representantes de alguns países como tendo essa função. Isso, na verdade, parece ter sido o propósito de alguns de seus integrantes, especialmente de Felix Klein.

Essa percepção das funções atribuídas à Comissão Internacional pode ser percebida, por exemplo, nas seguintes palavras de Euclides Roxo, ao se referir aos relatórios "publicados em inglês no *Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (tomo IX, 1929) e, em francês, em *L'Enseignement Mathématique* (Tomos XVIII e XI) 1929, 1930, sobre as modificações essenciais do ensino das matemáticas nos principais países a partir de 1910":

> "Deles se evidencia que em 14 países da Europa, na América do Norte e no Japão, já foram adotados nos programas oficiais *grande parte dos princípios preconizados por Felix Klein* e pelos demais colaboradores dos planos meranenses" (Roxo, 1937, p.55, grifo nosso).

Kilpatrick não parece ter dúvidas a respeito das intenções de Klein ao assumir a presidência da Comissão, mesmo não estando presente ao Congresso, uma vez que afirma que Klein estaria "interessado em utilizar a nova comissão para fazer avançar seus objetivos de reforma" (Kilpatrick, 1992, p.22).

De qualquer maneira, é possível afirmar que nesse período esteve em marcha um movimento internacional para a modernização da matemática, que teve em Felix Klein um dos seus maiores defensores, e que apesar de ter sido enfraquecido pela eclosão da 1ª guerra mundial e, sem dúvida, também, pela morte de Felix Klein em 1925, influenciaria as propostas do ensino de matemática daquele momento em diante.

As seguintes palavras de J. W. A. Young, retiradas de seu livro *The Teaching of Mathematics in the Elementary and Secondary School*, de 1929, ao mesmo tempo que confirmam a existência de um movimento internacional, mostra-nos que ele propunha um rompimento radical com o ensino existente até então:

> "É demasiado cedo para predizer qual será o resultado do **movimento internacional para melhorar o ensino de matemática** e no meio do qual nos achamos atualmente. Pode, pelo menos, ser considerado como um grande passo para provar que existe a inquietação; que a necessidade de melhorar está largamente reconhecida, que o sentimento tranqüilo de ser a matemática uma disciplina acabada, cujo ensino não está sujeito a ulterior aperfeiçoamento, dissipou-se de modo eficaz. **O pêndulo se está afastando do abstrato, do formalístico, do sistematizado** – possivelmente mesmo para o outro extremo –, seja como for, está oscilando e ainda não chegou o dia de um relativo reajustamento" (Young, 1929, apud Roxo, 1937, p.56, grifo nosso).

Esse movimento poderia ser encarado como uma primeira reação organizada contra "o culto a Euclides", uma vez que seria a primeira ação coletiva no sentido de propor um ensino de matemática, particularmente para o curso secundário, baseado em princípios totalmente opostos aos apresentados pela obra de Euclides, que dominava esse nível de ensino.

Os princípios que orientavam as novas propostas podem ser resumidos nos seguintes:

– eliminação da organização excessivamente sistemática e lógica dos conteúdos da escola;

– consideração da intuição como um elemento inicial importante para a futura sistematização;

– introdução de conteúdos mais modernos, como as funções e o cálculo diferencial e integral, especialmente devido à importância deles no desenvolvimento da matemática e na unificação de suas várias áreas;

– valorização das aplicações da matemática para a formação de qualquer estudante de escolas de nível médio, não apenas para os futuros técnicos;

– percepção da importância da "fusão", ou descompartimentalização, dos conteúdos ensinados.

Estes princípios estariam vinculados, segundo Klein, a três tendências principais que orientavam as propostas de modernização:

> "1 – Preponderância essencial do ponto de vista psicológico.
> 2 – Escolha da matéria a ensinar em dependência com as aplicações da matemática ao conjunto das outras disciplinas.
> 3 – Subordinação da finalidade do ensino às diretrizes culturais de nossa época " (Apud Roxo, 1937, p. 57).

Apesar dos princípios orientadores do movimento modernizador não terem sido aplicados de uma forma unificada e com a mesma velocidade nos diferentes países, eles acabariam alterando significativamente a fisionomia do ensino de matemática e oferecendo elementos fundamentais para as futuras discussões sobre esse ensino. A mudança de postura com relação ao ensino de matemática, provocada pelas propostas do movimento renovador, pode ser percebida pelo seguinte fragmento da introdução do livro *Lés principles de l'Analyse mathématique*, de Pierre Boutroux:

> "O ensino de matemática sofreu recentemente, quase em todos os países, uma transformação notável. Até há pouco, eram a estrutura da demonstração, o encadeamento impecável das proposições que preocupavam nossos mestres. Hoje visa-se, ao contrário, a tornar intuitivas as concepções matemáticas, isto é, a apresentá-las sob uma forma viva e concreta; não se separam de suas aplicações e espera-se, desse modo, fazer com que elas correspondam a necessidades reais, que não meras estruturas de silogismos, elaborados, em horas de lazer por espíritos sutis e maníacos" (Apud Roxo, 1937, p.57).

As idéias propostas pelo movimento modernizador da matemática começariam a influenciar o ensino de matemática brasileiro apenas ao final da década de 20, como veremos no próximo capítulo...

Capítulo IV

O Ensino de Matemática no Brasil: Evolução e Modernização

> *"Quando teremos a coragem e a independência de espírito necessárias para por nos mostruários dos museus os belos candelabros gregos da didática euclidiana e iluminar, com as lâmpadas dos Edisons da matemática moderna, essa obumbrada e fria catacumba, que é uma aula de geometria elementar?"*
>
> Euclides Roxo

Essas palavras de Euclides Roxo, de janeiro de 1931, foram escritas em complemento a uma passagem de Jules Tannery[50] e em defesa

50 "Que fazemos nós do trabalho prodigioso dos três últimos séculos, do gênio dos sábios que os ilustraram, dos tesouros que eles amontoaram para nós?
Parecemos um milionário que, dispondo dos aparelhos aperfeiçoados da iluminação elétrica, preferisse, apesar do mau cheiro, servir-se, para lumiar sua residência, e sob o pretexto de que a forma é encantadora, de uma dessas lâmpadas de bronze esverdeado que, de quando em vez, se desenterram no solo da Grécia e da Itália. Continuemos a desencavar essas lâmpadas, admiremo-las e coloquemo-las numa vitrine" (Tannery, 1912, apud Roxo, 1937, pp.231-2).

da introdução dos modernos métodos do cálculo infinitesimal, criados por Newton, Leibniz e Lagrange, na escola secundária.

A introdução do cálculo infinitesimal na escola secundária era um dos pontos defendidos pela proposta de Euclides Roxo, que estava fundamentada nas idéias propostas pelo Primeiro Movimento Modernizador do Ensino de Matemática iniciado em 1908, com a criação da Comissão Internacional para o Ensino de Matemática.

A proposta de modernização do ensino de matemática na escola secundária brasileira seria contemplada pela Reforma Campos, mas encontraria algumas resistências para ser implantada.

Essa resistência viria, especialmente, por parte dos defensores do tipo de ensino que havia caracterizado o ensino secundário brasileiro desde a sua origem, ainda no tempo dos jesuítas, ou seja, o ensino do tipo clássico-humanista.

O ensino secundário brasileiro, entretanto, teria que percorrer um longo caminho - desde o descobrimento do Brasil, em pleno Renascimento, até 1931 - para que começasse a ser organizado em um sistema nacional.

O ensino de matemática, também, teria um longo caminho a percorrer...

Num primeiro momento, para conseguir que suas várias áreas fossem consideradas importantes para a formação geral do estudante.

Num segundo momento, para conseguir modernizar seus conteúdos.

1 – As Origens

O ensino brasileiro foi durante mais de duzentos anos dominado quase exclusivamente pelos padres da Companhia de Jesus. Durante esse longo período, as escolas secundárias seguiriam a tradição clássico-humanista, expressa desde 1599 pelo *Ratio atque Institutio Studiorum Societatis Jesu*, o código educacional máximo da Companhia de Jesus.

Nessa proposta de ensino, na parte equivalente ao ensino médio – os *studia inferiora* – seria proposto um ensino baseado apenas nas humanidades clássicas, que teria como disciplinas: a retórica, as humanidades e a gramática. As ciências e, em particular, as matemáticas estariam reservadas apenas aos *studia superiora*. Entretanto, mesmo nesses estudos superiores, que seriam desenvolvidos no curso de filosofia e ciências, ou de artes, as matemáticas seriam pouco estudadas.

Nos programas iniciais dos cursos de filosofia das escolas jesuíticas da Europa, o estudo das matemáticas seriam desenvolvidos em uma aula diária, em cada um dos três anos de sua duração. No *Ratio* de 1586, entretanto, o tempo destinado a elas seria reduzido para dois anos e, no *Ratio* de 1599 – que seria revisto apenas após a restauração da ordem em 1814 – era sugerido que esses estudos começassem apenas em meados do 2º ano do curso.

Apesar dessa redução gradativa do tempo destinado aos estudos matemáticos, as propostas educacionais da Ordem nunca deixariam de evidenciar a utilidade desses estudos, como podemos perceber pelo seguinte fragmento do *Ratio* de 1586:

> "Ensinam aos poetas o nascimento e o ocaso dos astros;
> aos historiadores a situação e as distâncias dos diversos lugares;
> aos filósofos exemplos de sólidas demonstrações;
> aos políticos métodos verdadeiramente admiráveis para dirigir os assuntos internos e os relativos à guerra;
> aos físicos os modos e a diversidade dos movimentos celestes, da luz ...
> aos jurisconsultos e aos canonistas o cômputo;
> sem falar dos serviços prestados pelo trabalho dos matemáticos ao Estado, à medicina, à navegação e à agricultura.
> É necessário, pois, esforçar-se para que as matemáticas floresçam em nossos colégios do mesmo modo que as demais disciplinas" (Ratio, 1586, apud Mesnard, 1992, p.86).

Na prática, entretanto, essas orientações nem sempre seriam seguidas.

Muitos jesuítas não viam com "bons olhos" as matemáticas. Os estudos das relações misteriosas entre números e entre estes e as letras – a gematria – inquietavam os religiosos. Além disso, "a busca de relações abstratas que aparentemente não ocupam nenhum lugar na escala dos seres" era encarada como uma "ciência vã". As seguintes palavras do "douto Jean Bouhier (1673-1746), presidente do Parlamento de Dijon, filólogo, historiador e poeta acadêmico", confirmam essa hostilidade dos jesuítas em relação às matemáticas:

> "O estudo das ciências especulativas, como a geometria, a astronomia, a física, é um entretimento sobremaneira vão; todos estes conhecimentos, estéreis e infrutíferos, são inúteis por si mesmos. Os homens não nasceram para medir linhas, examinar as relações entre os ângulos e

perder todo o seu tempo em considerações sobre os distintos movimentos da matéria" (Dainville, 1954, apud Mesnard, 1992, p.85).

Em algumas escolas jesuíticas, entretanto, devido ao empenho de alguns de seus mestres, os estudos matemáticos seriam mais incentivados. Este era o caso do Colégio de Roma, onde o Padre Christopher Clavius[51] (1537–1612) seria um grande defensor do ensino das matemáticas.

Mas, apenas em meados do século XVIII, quando a "revolução cartesiana começaria a dar seus frutos" nas escolas jesuíticas, as matemáticas passariam a ser consideradas como um dos "melhores elementos culturais". Seria nesse período, em 1744, que o Padre Morand, iniciaria o seu curso aos alunos do Colégio de Avilon, com as seguintes palavras:

> "As matemáticas são exatamente idôneas para aperfeiçoar o espírito e proporcionar aos que as cultivam uma extraordinária facilidade para conhecer e aprofundar, mais do que comumentemente se acostuma, essas verdades a elas que se aplicam. O costume de julgar e de raciocinar bem só se adquire pelo exercício, e as reflexões que exigem as demonstrações matemáticas constituem o exercício mais útil... Este discernimento vivo e esse espírito de invenção somente pode ser conseqüência de uma longa meditação sobre as verdades matemáticas" (Dainville, apud Mesnard, 1992, pp.88–9).

---

51 Christopher Clavius teria sido um matemático bastante conhecido em sua época. A ele muitas vezes é atribuído o primeiro uso de uma vírgula para separar a parte decimal de um número. Isso teria acontecido em uma tabela de senos construída em 1593. Ele teria, também, proposto uma reforma do calendário, a pedido do Papa Gregório XII, que levantaria uma controvérsia com seu contemporâneo Viète. Suas obras sobre geometria e astronomia seriam usadas em várias escolas jesuíticas; inclusive no Colégio La Flèche, onde Descartes estudou. Cf. Boyer, 1974, p.223, p. 236 e p. 245 e Mesnard, 1992, p. 89.

Sobre o ensino de matemática existente nos colégios que os jesuítas estabeleceram no Brasil – apenas alguns anos após a sua chegada, em 1549 –, mesmo naqueles em que foram criados os cursos de artes, como o Colégio da Bahia, temos poucas informações. Isso talvez seja um indicativo de que os estudos matemáticos fossem pouco desenvolvidos nessas escolas, que enfatizavam os estudos do tipo clássico–humanístico. Como nos diz Azevedo, uma prova de que os jesuítas teriam sido fiéis a essa tradição seria o fato de que:

> "... Nas várias gerações de estudantes, que passaram pelos seus colégios, nenhum deles se destacou na Colônia por qualquer interesse pelas ciências físicas e naturais ou preocupação com atividades científicas, técnicas e artísticas. Foram todos letrados, cronistas e historiadores... poetas... ou oradores sacros..." (Azevedo, 1976, pp. 38–39).

Com a expulsão dos jesuítas do Brasil, em 1759, o sistema educacional brasileiro praticamente desmoronou, restariam apenas alguns poucos centros educacionais dirigidos por outras ordens religiosas e poucos padres–professores, formados pelas escolas jesuíticas.

A partir de 1772, entretanto, seriam criadas pela reforma pombalina as chamadas "aulas régias" – aulas de disciplinas isoladas – que tinham como objetivo o preenchimento da lacuna deixada pela eliminação da estrutura escolar jesuítica.

Essa medida representaria um retrocesso em termos institucionais, uma vez que essas aulas eram "avulsas", o que significa que eram dadas em locais diferentes, sem que nenhuma articulação entre elas e sem que houvesse um planejamento do trabalho escolar. Além disso, os professores recrutados para essas aulas não possuíam uma formação adequada, na verdade, "segundo testemunhos da época", esses professores mostravam "não só uma espessa ignorância das matérias que ensinavam, mas uma ausência absoluta de senso pedagógico" (Azevedo, 1976, p. 51).

Apesar disso, seria por meio da introdução dessas aulas régias que os conteúdos escolares começariam a ser modificados, especialmente por meio da introdução de novas disciplinas, tais como a aritmética, a álgebra e a geometria.

Seria, portanto, apenas ao final do século XVIII, como nos diz Geraldo Bastos Silva, que:

> "... ao lado das matérias de ensino literário e religioso – o latim, a retórica, o grego, o hebraico, a filosofia, a teologia – *a paisagem escolar do Brasil inclui as matemáticas*. A estas, depois de 1800, agregar-se-ão outras disciplinas, como o desenho, o francês, o inglês" (Silva, 1959, p.209, grifo nosso).

É claro que a introdução legal das aulas régias de matemática não seria uma garantia de que elas teriam uma grande procura por parte dos alunos e, nem ao menos, que elas seriam realmente efetivadas na prática.

Com relação à freqüência nessas aulas régias, é esclarecedora a seguinte passagem de Maria Thetis Nunes:

> "Encontramos um edital do governador de São Paulo ordenando que em cumprimento do bando lançado no dia 20 do mês anterior, todos os estudantes e pessoas conhecidamente curiosas se alistassem na aula que se havia de abrir para o ensino de geometria. Aqueles que, infringindo o determinado nesse edital, se não apresentassem a alistar perante o Revd.mo Padre Frei José do Amor Divino Duque, 'aplicar-se-ia a pena de se sentar praça de soldado' " (Nunes, 1962, p.57).

Seria necessário ameaçar com uma punição para garantir a presença de alunos nas aulas régias de geometria? Isso aconteceria apenas com as disciplinas matemáticas?

Na verdade, a pouca freqüência às aulas régias não seria um "privilégio" das matemáticas. Apesar dessas disciplinas, sem dúvida, encontrarem uma maior resistência, especialmente pelo fato de não fazerem parte das disciplinas tradicionalmente ensinadas.

No relatório apresentado pelo Ministro do Império Antônio Pinto Chichorro da Gama, em 1834, sobre a situação em que se encontravam as aulas avulsas no Brasil, com relação ao ensino das matemáticas os dados apresentados eram os seguintes:

– Na Província do Rio de Janeiro, das duas vagas existentes; uma de Geometria e outra de Aritmética, Geometria e Álgebra; a primeira estava vaga, ou seja não estava em funcionamento e a segunda, embora estivesse "provida", não possuía alunos matriculados.

— Nas demais províncias a situação não era diferente: das treze vagas existentes — apenas para geometria — duas delas estavam em funcionamento, enquanto as demais encontravam-se vagas. (Haidar, 1972, p.20-1).

Essas informações nos mostram que, ainda na primeira metade do século XIX, as aulas avulsas das disciplinas matemáticas existiam em um número bastante reduzido e que, além disso, eram pouco freqüentadas.

Apesar desse "desinteresse" demonstrado pelas aulas régias, especialmente, por aquelas consideradas "modernas", em especial as matemáticas, que representavam o reflexo na Colônia da renovação educacional efetuada pela Reforma Pombalina em Portugal — que tinha sido em grande parte inspiradas pelas idéias dos enciclopedistas franceses —, essas novas tendências chegariam a produzir alguns efeitos, embora pequenos, na educação secundária brasileira. O maior deles seria, sem dúvida, a criação, em 1798, do Seminário de Olinda, pelo bispo Azeredo Coutinho.

Nesse Seminário, que entraria em funcionamento em 1800, como nos diz Fernando de Azevedo:

> "as novas tendências pedagógicas exprimem-se não só no ambiente liberal que nele se criou, com métodos mais suaves e mais humanos, no respeito maior à personalidade do menino, nas transformações profundas das relações dos adultos com as crianças, dos mestres com os discípulos, mas ainda **pela importância dada, no plano de estudos, ao ensino das matemáticas** e das ciências físicas e naturais" (Azevedo, 1976, p.66, grifo nosso).

Apesar da curta permanência de Azeredo Coutinho na direção do Seminário, ele seria um foco de irradiação das novas idéias e pode ser entendido como um indicador do caminho que as discussões sobre o ensino secundário tomariam durante o século XIX e inícios do século XX, em que estariam presentes, de um lado, os defensores do ensino clássico-humanístico e, de outro, os defensores de uma nova tendência educacional, mais preocupada com o desenvolvimento dos estudos científicos.

Durante todo o período colonial e imperial, além das aulas avulsas, que vão sendo aos poucos suprimidas, existiam os Seminários e colégios mantidos por ordens religiosas[52], as escolas e professores particulares; estes especialmente na Cidade do Rio de Janeiro; e começariam as ser criados os Liceus das Províncias[53], como reunião das aulas avulsas existentes em um mesmo edifício. Todos esses estabelecimentos de ensino secundário tinham como objetivo comum a preparação dos alunos para o ingresso nas Academias Militares e Escolas Superiores. Outros tipos de escola seriam, também, criadas para atender à preparação específica de um determinado tipo de escola superior[54].

Uma conseqüência direta do caráter propedêutico dessas escolas secundárias, seria o oferecimento apenas das matérias exigidas pelos exames de seleção das escolas superiores. Como as exigências eram ainda em

52 Inclusive por jesuítas, que retornariam ao Brasil em 1842, ou seja, 83 anos depois de terem sido expulsos.

53 As primeiras escolas desse tipo a surgir seriam: o Ateneu do Rio Grande do Norte em 1835 e os Liceus da Bahia e da Paraíba em 1836. Cf. Haidar, 1972, p.22.

54 Desde 1827, por exemplo, seriam criadas classes preparatórias aos Cursos Jurídicos, em São Paulo e em 1832 o então decadente Seminário de Olinda, fundado por Azeredo Coutinho, seria transformado em colégio preparatório do curso jurídico. Cf. Haidar, 1972, pp.47-8 e p.80.

grande parte restritas aos estudos humanísticos, as disciplinas matemáticas ficariam, na maior parte das vezes, limitadas ao estudo da aritmética e da geometria[55]. Mesmo assim, pelo fato dessas exigências legais não serem muitas vezes cumpridas, especialmente devido à série de irregularidades existentes com relação aos exames de seleção[56], os cursos das disciplinas matemáticas eram ainda pouco freqüentados.

A situação das escolas secundárias brasileiras, durante esse período, pode ser avaliada pelas seguintes palavras de Gonçalves Dias, apresentadas em seu relatório de 1852, dirigido ao governo imperial[57], onde é apresenta uma avaliação de alguns Liceus provinciais :

---

55 A Lei de 3 de outubro de 1832, que organizaria as Academias Médico-Cirúrgicas do Rio de Janeiro e da Bahia, colocaria como conhecimento matemático exigido: para o curso de Medicina, a aritmética e a geometria, e para o curso de Farmácia, a aritmética e a geometria, com a ressalva "ao menos plana". Para o ingressos nos cursos jurídicos a exigência seria a mesma. Apenas em 1884 seriam incluídas a álgebra – até equações do 2º grau – e a trigonometria retilínea como exigências para o ingresso nos cursos de Medicina e, em 1885, a álgebra – até equações do 2º grau, para os cursos de Direito. As matemáticas exigidas para o ingresso nas Academias Militares não iam, como poderíamos esperar, além disso, quando não eram ainda menores. Para o ingresso na Academia da Marinha, por exemplo, era exigido apenas: estudo completo de aritmética, álgebra até equações do 1º grau e definições principais de geometria elementar. Cf. Haidar, 1972, pp.80-1 e p..88.

56 Um exemplo do grau atingido por essas irregularidades é uma Decisão do Ministério do Império, nº 403, de 17 de novembro de 1832, declarando nulos os exames de geometria realizados no dia 05 do mesmo mês, "pelas seguintes razões: '1º Por serem examinadores dois estudantes em contravenção do art. 3º Cap. I dos Estatutos; 2º por terem sido feitos 32 exames em 9 horas, exigindo o art. 5º do citado capítulo uma hora em cada exame; e 3º por terem feito exame alguns estudantes, pouco antes reprovados, contra o que dispõe a Portaria de 7 de abril de 1829' " (Haidar, 1972, nota 5, p.81).

57 O poeta Antônio Gonçalves Dias foi encarregado, em 1849, pelo governo imperial de "visitar os estabelecimentos de instrução pública das províncias do Norte do Brasil" e apresentar um relatório sobre a situação encontrada. Esse relatório foi apresentado em 1852 e representou o "primeiro levantamento

"O grande inconveniente da nossa instrução secundária é de não se ocupar de outra coisa senão de preparar moços para a carreira médica ou jurídica. Os nossos Liceus são escolas preparatórias das Academias, — e escolas más... A insuficiência destes estudos, a facilidade de tais exames nas Academias, o meio por que sabemos que se pode fazer, são outros tantos obstáculos para que prosperem os Liceus. **Se algum deles tem querido introduzir no quadro do ensino secundário noções das ciências naturais e exatas, — tais como as Matemáticas puras, a Química, a Física, a Botânica, a Agrimensura, vêem definhar esses estudos, por que não são necessários para nenhum grau literário**... Outras vezes, como na Paraíba, acontece apresentar a Instrução secundária uma freqüência satisfatória, mas a ilusão desaparece, quando se examina o quadro do Liceu, e se conhece a desproporção que há entre as matrículas e as aprovações. Nessa Província, no ano de 1851, de 102 matriculados foram aprovados 6: Dos 102 matriculados couberam 2 a Retórica e Geografia, 7 a Geometria, 5 a Inglês e nenhum a Filosofia! Os que mais avultavam eram 22 de Francês e 65 de Latim " (Dias, 1852, apud Almeida, 1989, pp.348-9, grifo nosso).

A criação do Colégio Pedro II, em 1837, representaria, entretanto, um primeiro passo na direção de mudanças no ensino secundário brasileiro.

regional do ensino brasileiro". Tal relatório encontra-se reproduzido na íntegra no livro *História da instrução pública no Brasil 1500 a 1889*, de José Ricardo Pires de Almeida, escrito em francês no ano de 1889 e publicado em sua tradução para o português em 1989, pelo INEP.

2 – O caminho da Modernização

O estado lastimável em que se encontrava o ensino secundário no Município da Corte, reduzido a poucas aulas avulsas, sem nenhuma inspeção, incentivo ou orientação; onde professores escolhiam seus horários de aula e os conteúdos de suas lições, e os alunos matriculavam-se e retiravam-se das aulas quando bem entendessem; levaria os Ministros do Império, a partir de 1833, a proporem modificações.

A proposta mais freqüente era a criação de um Liceu, onde fossem reunidas as aulas avulsas existentes, com o objetivo de que fosse possível a fiscalização desses estudos. Nesse primeiro momento, como nos afirma Haidar, "não se reivindicava ainda a reestruturação das aulas e sua organização em cursos seriados, cuja duração, previamente fixada, garantiria um mínimo de escolaridade regular" (Haidar, 1972, p.96).

Em 1837, entretanto, o Ministro e Secretário de Estado da Justiça e Interino do Império, Bernardo Pereira de Vasconcelos, inspirado na organização dos colégios franceses, criaria a primeira escola secundária pública da cidade do Rio de Janeiro, o Colégio de Pedro II.

Pela primeira vez, seria apresentado um plano gradual e integral de estudos para o ensino secundário, onde os alunos seriam promovidos por série e não mais por disciplinas e obteriam, ao final do curso, um título de bacharel em letras, que lhes garantiria a matrícula em qualquer escola superior, sem a necessidade de prestar exames. Nesse plano de estudos, nos moldes dos colégios franceses, predominariam as disciplinas clássico-humanistas. Apesar desse predomínio, as matemáticas, as línguas modernas, as ciências naturais e físicas e a história, seriam também contempladas, mostrando uma tentativa de conciliação entre o ensino clássico e as tendências modernas; um reflexo das discussões entre *anciens* e *modernes* que aconteciam na Europa. As matemáticas – aritmética, geometria e álgebra –, teriam, assim, seu lugar garantido e apareceriam em todas as oito séries do curso[58].

Em todas as várias reformas pelas quais passariam os planos de estudo do Colégio Pedro II, durante o período imperial; ora predominando o ensino clássico, ora o científico; as matemáticas – com a inclusão da trigonometria[59] – estariam sempre presentes, variando apenas a quantidade de horas destinadas ao seu ensino e, em alguns momentos, a profundidade de seus conteúdos[60].

Com a República e o primeiro ministro do recém criado Ministério da Instrução, Correios e Telégrafos – Benjamim Constant – todo o sistema educacional brasileiro passaria por uma profunda reforma[61].

---

58 Nesse primeiro plano de estudos a aritmética apareceria nas três primeiras séries, respectivamente com cinco, cinco e uma lições por semana; nas duas séries seguintes seria estudada a geometria, em duas lições por semana; na sexta série seria estudada a álgebra, em cinco lições semanais e, nas duas últimas séries estariam reservadas respectivamente seis e três lições para a matemática. Cf. Regulamento no 8 de 31 de janeiro de 1838, Cap. XIX, Art. 117, reproduzido em Haidar, 1972, pp.138–140.

59 A trigonometria seria inserida explicitamente, pela primeira vez, pela Reforma de 1841. A sua exclusão aconteceria apenas durante a vigência da Reforma de 1870.

60 É o caso, por exemplo do ensino de Geometria que em alguns momentos ficaria restrito à geometria plana, como no caso da Reforma de 1870, e em outros seria ampliado à geometria plana e sólida, como na Reforma de 1862.

61 Essa Reforma seria oficializada através do Decreto nº 891, de 08 de novembro de 1890, e é conhecida como Reforma Benjamim Constant.

A Reforma, elaborada segundo a Filosofia de Augusto Comte, representaria uma ruptura com a tradição clássico-humanista existente até então no ensino secundário. Era uma tentativa de introduzir uma formação científica – nos moldes positivistas – em substituição à formação literária existente. Isso seria realizado, entretanto, não pela eliminação das disciplinas tradicionais – latim e grego – mas por meio do acréscimo das disciplinas científicas, o que ampliaria ainda mais o caráter enciclopédico do currículo de nossa escola secundária.

Na parte relativa ao ensino de matemática – considerada a ciência fundamental dentro do Positivismo – estariam contempladas todas as partes que compõem tanto a matemática abstrata como a matemática concreta, dentro da hierarquia estabelecida por Comte[62].

Na proposta apresentada por Benjamin Constant para o ensino secundário, que teria um total de sete anos, além do eixo central determinado pelas matemáticas, pela física geral, química geral, biologia, sociologia e moral e noções de direito pátrio e de economia política, existiam

---

62 O programa de Matemática da escola secundária ficaria assim distribuído: "1º ano – aritmética (estudo completo) e álgebra elementar (estudo completo); 2º ano – geometria preliminar, trigonometria retilínea, geometria especial (estudo perfunctório das seções cônicas, da concoide, da limaçon de Pascal e da espiral de Arquimedes); 3º ano – geometria geral e seu complemento algébrico, cálculo diferencial e integral (limitado às teorias rigorosamente indispensáveis ao estudo da mecânica geral propriamente dita); 4º ano – 1º período: mecânica geral (limitada às teorias gerais de equilíbrio e movimento dos sólidos invariáveis e precedida das noções rigorosamente indispensáveis ao estudo do cálculo das variações); 2º período: astronomia (precedida da trigonometria esférica), geometria celeste e noções sucintas de mecânica celeste (gravitação universal)..." (Silva, 1959, p.246). Na apresentação das disciplinas que compõem o plano de curso de Benjamin Constant, Maria Thetis Nunes, acrescenta, no 2º ano, o estudo complementar de astronomia concreta e no 3º ano o estudo da geometria descritiva. Cf. Nunes, 1962, pp.88-9.

ainda as seguintes disciplinas: português, latim, francês, inglês ou alemão, grego, geografia política e econômica, especialmente do Brasil, zoologia, botânica, meteorologia, mineralogia, geologia, história universal, história do Brasil e da literatura nacional, desenho, música e ginástica. Além dessas disciplinas, estavam previstos em todos os anos, a partir do terceiro, horários destinados à revisão das matérias estudadas anteriormente, que aumentavam a cada ano[63].

Essa proposta, "além de contrariar a concepção preparatória do ensino secundário, ainda dominante na opinião pública, era intrinsecamente inexeqüível" (Silva, 1959, p.247).

As manifestações em contrário, não tardariam a aparecer, mesmo por parte dos próprios positivistas, que alegavam que Benjamin Constant havia aplicado erroneamente as idéias de Comte para a educação[64].

---

63 A proposta de revisão de conteúdos já estudados seria a seguinte: no 3º ano – revisão de português e geografia, no 4º ano – revisão de cálculo, geometria, português, francês, latim e geografia, no 5º ano – revisão de cálculo, geometria, mecânica, astronomia, geografia, português, francês e latim, no 6º ano – revisão de cálculo, geometria, mecânica, astronomia, física, química, francês, inglês ou alemão, grego e geografia, no 7º ano – revisão de cálculo, geometria, mecânica, astronomia, física, química, biologia, meteorologia, mineralogia, geologia, história universal, geografia, francês, inglês ou alemão, latim e grego. Cf. Nunes, 1962, pp.88–9.

64 "Nada de fato mais contrário às doutrinas pedagógicas de Comte do que incluir qualquer das ciências da classificação positivista no plano de estudos, destinado aos meninos de menos de 14 anos, e que devia ser antes de caráter estético e baseado na poesia, na música e no estudo das línguas. Ora, no plano de ensino organizado em 1891, já figuram, nas escolas de 1º grau (para alunos de 7 a 13 anos) as ciências físicas e naturais, e nas de 2º grau (para os de 13 a 15 anos), a aritmética, álgebra, geometria e trigonometria, além das ciências físicas e naturais" (Azevedo, 1976, pp.123–4).

Apesar disso, talvez devido ao "respeito que inspirava a memória do reformador, já falecido", essas manifestações não produziriam efeitos imediatos. Como afirma Geraldo Bastos Silva:

> "É pela ação do tempo, podemos dizer, que o plano monumental de Benjamim Constant vai sendo desfigurado, através de cortes e ajustamentos oportunísticos à idéia predominante de um curso secundário voltado à consecução do objetivo de preparo aos cursos superiores" (Silva, 1959, p.247).

Nenhuma das várias reformas que ocorreriam após a Reforma Benjamim Constant, até 1930, chegaria a produzir mudanças significativas no ensino secundário brasileiro.

A antiga questão sobre a melhor formação secundária – literária ou científica – não seria resolvida por nenhuma dessas reformas, uma vez que esse ensino continuaria a ser entendido como destinado à preparação apenas das profissões liberais – o direito, a medicina e a engenharia[65].

Ao lado do ensino secundário e das faculdades, entretanto, começariam a surgir as escolas técnicas[66], especialmente para atender às necessidades da agricultura e da indústria, que estava começando a

65 A procura pelas faculdades de engenharia, entretanto, era bem menor que a das de direito ou de medicina. Como nos diz Azevedo, isso seria devido ao "caráter mais técnico dessas escolas", ou às "poucas perspectivas que se abriam, nas condições econômicas e industriais da nação, às atividades de engenheiro" ou, ainda, "talvez por não conferirem elas o título de doutor que expediam as de medicina e a tradição estendeu aos bacharéis em direito" (Azevedo, 1976, p. 144).

66 São exemplos dessas escolas: a Escola de Agricultura Luiz de Queiroz, de Piracicaba – SP, criada em 1901; a Escola de Comércio Alvares Penteado, criada em 1902; a Escola Sousa Aguiar, criada em 1911 e a Escola de Artes e Ofícios Venceslau Brás, criada em 1919, ambas no Distrito Federal.

firmar-se em alguns centros como Rio de Janeiro e São Paulo. Essas escolas, no entanto, seriam durante muitos anos instituições dispersas, sem nenhuma articulação entre elas ou com os outros tipos de ensino.

Entretanto, a expansão da indústria nacional, o desenvolvimento de nossa agricultura, a expansão dos centros urbanos e a influência das novas idéias que agitavam a Europa e os Estados Unidos após a 1ª guerra mundial, produziriam no Brasil um movimento de renovação social, cultural e educacional.

Nesse momento de mudanças, em que se manifesta claramente o conflito entre o novo e o velho em todos os setores da vida social, "entre o novo regime político e as velhas oligarquias, entre o capitalismo industrial e o predomínio da economia agrícola", entre a arte antiga e a moderna, ... a nova proposta educacional teria de "ser uma reação categórica, intencional e sistemática contra a velha estrutura do serviço educacional, artificial, e verbalista, montada para uma concepção vencida" (Romanelli, 1990, p. 146).

Essa nova proposta educacional, surgiria através do que ficaria conhecido como o **movimento da escola nova**.

As novas correntes educacionais surgidas ao final do século passado, na Europa e nos Estados Unidos, e que já tinham produzido seus primeiros reflexos no ensino primário brasileiro[67], começariam, a partir da década de 20, a alterar completamente a fisionomia da educação brasileira.

---

[67] Esses primeiros ensaios de um ensino renovado aconteceriam em escolas particulares protestantes, de educadores norte-americanos: no Colégio Progresso do Rio de Janeiro, na Escola Americana de São Paulo e no Colégio "O Piracicabano" de Piracicaba - SP.

As reformas que começariam a ocorrer em diversos Estados tentando colocar em prática essas novas idéias[68], a publicação de livros sobre educação que apresentavam as novas correntes educacionais e, especialmente, a criação da Associação Brasileira de Educação, em 1924, que promoveria as Conferências Nacionais de Educação[69], seriam os elementos desencadeadores do movimento de renovação da educação brasileira, que provocaria uma ampla discussão sobre as questões educacionais.

Apesar do termo *movimento da escola nova* englobar uma variedade de correntes pedagógicas modernas, que poderiam até mesmo conter princípios divergentes[70], é inegável que alguns princípios básicos eram aceitos por todos[71]. Dentre eles estariam o "princípio da atividade" e o "princípio de introduzir na escola situações da vida real".

Esses princípios provocariam uma mudança radical no ensino das séries iniciais, em particular no de matemática. De uma "matemática do

---

68 As primeiras reformas que se orientavam pelos princípios renovadores seriam: a de São Paulo, em 1920, por Sampaio Dória; a do Ceará, em 1922/23, por Lourenço Filho; a do Rio Grande do Norte, em 1925/28, por José Augusto; as do Distrito Federal, em 1922/26 e as de Pernambuco, em 1928, por Carneiro Leão; a do Paraná, em 1927/28, por Lysímaco da Costa; a de Minas Gerais, em 1927/28, por Francisco Campos; a do Distrito Federal, em 1928, por Fernando de Azevedo e a da Bahia, em 1928, por Anísio Teixeira. Cf. Romanelli, 1990, p.129.

69 A Associação Brasileira de Educação promoveria, de 1927 a 1956, treze Encontros Nacionais de Educação. Os seis primeiros seriam denominados Conferências Nacionais de Educação e seriam realizados respectivamente, em Curitiba – 1927; em Belo Horizonte – 1928; em São Paulo – 1929; no Rio de Janeiro – 1931; em Niterói –1931/1932 e em Fortaleza – 1934. Antes desses encontros, as poucas iniciativas de reunir educadores para discutir questões educacionais teriam acontecido por iniciativa do governo. Cf. Anais da I Conferência Nacional de Educação, 1965, pp.1–3 e Anais da I Conferência Brasileira de Educação, 1980, pp.3–5.

70 Cf. Azevedo, 1976, pp.179–80.

71 Cf. Lourenço Filho, 1978, pp. 246–9.

quadro-negro", emprestando uma expressão usada por Irene de Albuquerque, passaríamos a uma "matemática de atividade".

Na reforma proposta por Anísio Teixeira para o Distrito Federal, 1932-1935, essas preocupações podem ser percebidas pela seguinte orientação dada com relação à questão dos problemas aritméticos:

> "As condições dos problemas devem ser as mesmas da vida real. Os problemas devem ser propostos de acordo com ocupações e interesses da classe, de modo que os alunos, sentindo a necessidade de resolvê-los, se apliquem à solução, movidos por verdadeiro interesse. Assim as contas que a criança faz para casa, no mercado, na feira, nas lojas, no armazém; os trabalhos escolares, movimento de cooperativas, jogos, esportes excursões; a saúde da criança e de pessoas da família, as condições de saúde do bairro, incluindo serviços de Saúde Pública, despesas com receitas, dietas, remédios etc., fatos diversos que a criança presencia - tudo isto constitui assunto para problemas" (Apud MEC, 1955, p. 137).

O movimento da escola nova não atingiria inicialmente as escolas secundárias[72], que permaneceriam ainda ligadas aos princípios da escola do tipo tradicional. Um ensino livresco, sem relação com a vida do aluno, baseada na memorização e na assimilação passiva dos conteúdos ...

---

72 Apenas uma experiência de introdução das idéias do movimento da escola nova teria acontecido no Instituto Cruzeiro, em Cruzeiro-SP. Nessa escola "se desenvolveu um sistema de instituições as mais diversas - associações, centros, núcleos, academias, grêmios, cooperativas, fábricas, oficinas - e que substituíram, em seu funcionamento, a atividade das aulas de cada disciplina do programa oficial, e de outras, acrescidas" (Lourenço Filho, 1978, p. 177).

Porém, as novas idéias que agitavam as discussões educacionais no país, que apresentavam novas propostas para o ensino das séries iniciais e que se efetivavam na prática por meio das reformas empreendidas em vários Estados, não deixariam de apresentar seus reflexos na escola secundária, em especial no ensino de matemática.

Em 1928, a Congregação do Colégio Pedro II apresentaria uma proposta de alteração da seriação do curso secundário, onde propunha uma radical mudança para os programas do ensino de matemática.

Nessa proposta estariam presentes todas as idéias modernizadoras para o ensino de matemática, defendidas pelo Movimento Internacional para Modernização do Ensino de Matemática.

Apesar do Brasil ter sido convidado a participar das atividades da Comissão Internacional para o Ensino de Matemática, como "país convidado", ou seja, sem direito a voto, desde 1908, essa participação aconteceria de maneira muito rápida e sem interferir na prática do ensino de matemática brasileiro[73].

Realmente, a primeira, e única, participação do Brasil nos primeiros anos de atividade dessa Comissão teria acontecido em 1912, durante a realização do 5º Congresso Internacional de Matemática, realizado de 21 a 28 de outubro, em Cambridge.

Durante essa reunião onde, num primeiro momento, seriam apresentados os relatos das subcomissões nacionais, o professor Eugênio de

---

73 Schubring afirma que essa participação teria ocorrido por um pequeno espaço de tempo ou em um pequeno grau de atividade. Cf. Schubring, 1987, pp.6-7.

Barros Raja Gabaglia[74], apresentaria a adesão brasileira e seria então nomeado delegado do Brasil naquela Comissão.

No momento destinado à apresentação do relato da situação do ensino de matemática em cada um dos países participantes, com relação ao Brasil, o Professor Raja Gabaglia teria anunciado que:

> "O Governo brasileiro adere oficialmente à Comissão Internacional, pois ele prega um aperfeiçoamento da organização dos estudos em seu país. Um estudo completo, portanto, sobre o conjunto dos estabelecimentos que fornecessem um ensino matemático, será tornado público no próximo Congresso" (L'Enseignement Mathématique, 1912, p. 479).

Devido à interrupção dos Congressos Internacionais de Matemática e dos trabalhos da Comissão Internacional, em razão da eclosão da 1ª guerra mundial, esse relato não seria apresentado e a continuidade da participação brasileira ficaria comprometida.

As idéias modernizadoras propostas por essa Comissão começariam apenas a partir de 1928, com a proposta do Colégio Pedro II, a penetrar no ensino de matemática de nossa escola secundária, como podemos confirmar pelas seguintes palavras de Euclides Roxo, o maior responsável pela elaboração da proposta modernizadora brasileira:

---

74 A revista *L'Enseignement Mathématique* apresenta como nome do delegado da subcomissão brasileira o professor E. R de Gabaglia. Acreditamos tratar-se do professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia, que foi professor do Colégio Pedro II e teria traduzido as coleções do F.I.C. – Frère Ignace Chaput – para serem utilizadas no ensino secundário brasileiro. Cf. *L'Enseignement Mathématique* 1912, p.385, p.442 e p. 453.

> "Entre nós, até 1929, o ensino de aritmética, o de álgebra e o de geometria eram feitos separadamente. O estudante prestava pelo regime de preparatórios que vigorou até 1925, um exame distinto para cada uma das daquelas disciplinas... Em 1928, propusemos à Congregação do Colégio Pedro II, a modificação dos programas de matemáticas, **de acordo com a orientação do moderno movimento de reforma** e a conseqüente unificação do curso em uma disciplina única sob a denominação de matemática..." (Roxo, 1940, pp.73-4, grifo nosso).

Essa proposta de alteração do ensino de matemática, bem como de toda a seriação do curso secundário, seria homologada pelo Conselho Nacional do Ensino e transformada no Decreto nº 18564, de 15 de janeiro de 1929 [75].

Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, então professor catedrático de Matemática do Colégio Pedro II, baseando-se em argumentos utilizados por "nomes de valor indiscutível", especialmente Felix Klein, seria o maior defensor da introdução das idéias modernizadoras no ensino secundário das escolas brasileiras.

Apesar de afirmar, na introdução de seu livro *A Matemática na Educação Secundária* (1937), que a sua intenção seria apenas apresentar "muitas opiniões abalizadas sobre as questões mais relevantes e de ordem mais geral, relativas ao ensino de matemática" e que o livro não continha

---

75 O Decreto 18564, entretanto, dizia respeito à introdução das idéias modernizadoras apenas no Colégio Pedro II. Mesmo ele sendo considerado um modelo para as demais escolas secundárias, isso não seria uma garantia de que a introdução dessas idéias ocorresse, também, nas demais escolas secundárias.

"nenhuma idéia original, nenhum ponto de vista pessoal", a sua posição em defesa da modernização transparece em cada página de seu livro, além de ser claramente percebida pela sua atuação enquanto professor e diretor do Colégio Pedro II.

A proposta da Congregação do Colégio Pedro II, que estava de acordo com as idéias modernizadoras existentes naquele momento no Brasil, seria um elemento decisivo para a introdução dessas idéias em todas as escolas secundárias brasileiras. Isso, no entanto, aconteceria apenas por meio da Reforma que Francisco Campos apresentaria para a escola secundária[76], e que seria a primeira tentativa de estruturar todo o ensino secundário nacional e de introduzir nesse nível de ensino os princípios modernizadores da educação.

Francisco Campos, o primeiro ministro do recém criado Ministério da Educação e Saúde Pública[77] – que havia reformado o ensino primário e normal de Minas Gerais, de acordo com as idéias do movimento renovador da educação – em sua reforma para o ensino secundário acataria, na parte relativa ao ensino de matemática, todas as idéias modernizadoras presentes na proposta da Congregação do Colégio Pedro II.

Dessa maneira, essas idéias seriam, ao menos oficialmente, implantadas em todas as escolas secundárias brasileiras.

---

[76] "A reforma do ensino secundário foi proposta, primeiramente, através do Decreto nº 19890, de 18 de abril de 1931, e depois consolidada pelo Decreto nº 21241 de 4 de abril de 1932" (Romanelli, 1990, p.134).

[77] O Ministério da Educação e Saúde Pública seria criado pelo Governo Provisório, através do Decreto nº 19402, de 14 de novembro de 1930.

Em sua exposição de motivos, Francisco Campos deixaria claro a intenção de conferir ao ensino secundário um caráter "eminentemente educativo", e não apenas o caráter propedêutico, que tinha tido até então. Para que essa finalidade pudesse ser alcançada, seria necessário introduzir no ensino secundário as novas idéias educacionais, uma vez que:

> "A qualidade da educação não se mede pelo volume das noções e dos conceitos; estes, pelo contrário, quando incutidos pelos processos usuais do ensino, constituem falsas aquisições, pelas quais os seus possuidores, no sistema de trocas que funciona na vida real, não obterão valores autênticos e úteis.
> A verdadeira educação concentra o seu interesse antes sobre os processos de aquisição do que sobre o objeto que eles têm em vista, e a sua preferência tende, não para a transmissão de soluções já feitas, acabadas e formuladas, mas para as direções do espírito, procurando criar, com os elementos constitutivos do problema ou da situação de fato, a oportunidade e o interesse pelo inquérito, a investigação e o trabalho pessoal em vista da solução própria e adequada e, se possível, individual e nova" (Campos, Exposição de motivos, 1931, apud Bicudo, 1942, p.639).

Considerando que as exigências do mundo contemporâneo, "em estado de movimento e de mudança", reforçariam essa necessidade de modernização, continuaria:

> "O homem mais capaz, nas condições do mundo contemporâneo, não é aquele que dispõe de um repositório de respostas, aprendidas na escola para um grande número de questões que, ele espera, lhe serão propostas pela vida real, mas aquele em cujo espírito a educação

houver construído um vigoroso sistema de hábitos e de tipos definidos e preciso de reação de modo que as situações novas que lhe criar a vida possam ser rápida e seguramente elaboradas no sentido de soluções concretas e adequadas. Visando, portanto, os processos de aquisição, de preferência às aquisições, pois que estas envelhecem e passam e aqueles continuam a funcionar utilmente no sentido de novas aquisições, a educação, para ser eficaz e valiosa, ao invés de assentar sobre bases estáticas, tem de orientar o seu centro de gravidade para uma base ativa, móvel e dinâmica, visando mais os pontos de vista, as atitudes de espírito, os métodos e processos de ataque do que às noções, os conceitos e os produtos acabados do ensino, isto é, às soluções transmitidas pelos viciosos sistemas usuais de comunicação entre professor e aluno" (Campos, Exposição de Motivos, 1931, apud Bicudo, 1942, p. 640).

Seria por meio dessa Reforma que ficariam estabelecidos "definitivamente o currículo seriado, a freqüência obrigatória, dois ciclos, um fundamental e outro complementar, e a exigência de habilitação neles para o ingresso no ensino superior" na educação secundária brasileira (Romanelli, 1990, p.135). Nela, as disciplinas matemáticas apareceriam englobadas sob o título de matemática, nas cinco séries que compunham o curso fundamental, com três aulas por semana em cada série, e no curso complementar apenas aos candidatos à matrícula nos cursos de medicina, farmácia e odontologia; com quatro aulas por semana, em apenas uma das duas séries que compunham o curso; e para os candidatos aos cursos de engenharia ou arquitetura, nas duas séries do curso, sendo seis aulas por semana em cada série.

As preocupações demonstradas pelo Ministro Campos, especialmente com relação à modernização dos conteúdos e métodos do ensino secundário, estariam contempladas na proposta de modernização do ensino de matemática apresentada por Euclides Roxo e seriam integralmente adotadas pela Reforma.

Na Portaria Ministerial nº 19890, de 30 de junho de 1931, onde são apresentados os programas do curso fundamental do ensino secundário e as respectivas instruções pedagógicas, encontraremos explicitados todos os pontos defendidos pelo movimento reformador em geral e, em particular, aqueles defendidos pelo movimento modernizador do ensino de matemática.

O objetivo do ensino de matemática deixaria de ser apenas o "desenvolvimento do raciocínio", conseguido através do trabalho com a lógica dedutiva, mas, incluiria, também, o desenvolvimento de outras "faculdades" intelectuais, que estariam diretamente ligadas à utilidade e aplicações da Matemática.

Esses objetivos eram explicitados da seguinte forma:

> "O ensino de Matemática tem por fim desenvolver a cultura espiritual do aluno pelo conhecimento dos processos matemáticos, habilitando-o, ao mesmo tempo, à concisão e ao rigor do raciocínio pela exposição clara do pensamento em linguagem precisa.
> Além disso, para atender ao interesse imediato da sua utilidade e ao valor educativo dos seus métodos, procurará, não só despertar no aluno a capacidade de resolver e agir, com presteza e atenção, como ainda favorecer-lhe o desenvolvimento da faculdade de compreensão e de análise das relações quantitativas e especiais, necessárias às

aplicações nos diversos domínios da vida prática e à interpretação exata e profunda do mundo objetivo" (Decreto nº 19890, 1931, apud Bicudo, 1942, p.156).

Para que esses objetivos pudessem ser alcançados, seria necessário que as exigências advindas da nova psico-pedagogia, e que estavam na base do movimento da escola nova, fossem observadas: um ensino orientado segundo o grau de desenvolvimento mental e baseado no interesse do aluno, que deveria partir da intuição e apenas, aos poucos, ir introduzido o raciocínio lógico, que enfatizasse a descoberta e não a memorização.

Para que esses aspectos pudessem se atingidos era sugerido o uso do método heurístico, que levaria o aluno a ser "um descobridor" e não "um receptor passivo de conhecimentos", e, também, a introdução de um "curso propedêutico" de geometria, "destinado ao ensino intuitivo, de caráter experimental e construtivo". Além disso, seria necessário "renunciar completamente à prática de memorização sem raciocínio, ao enunciado abusivo de definições e regras e ao estilo sistemático das demonstrações já feitas" (Decreto nº19890, 1931, apud Bicudo, 1942, p.157).

A introdução de uma visão mais moderna dos conteúdos matemáticos está, também, totalmente contemplada pela proposta, que sugere a eliminação de "assuntos de interesse puramente formalístico", de "processos de cálculos desprovidos de interesse didático" e introduz o conceito de função, as noções do cálculo infinitesimal, além de propor a descompartimentalização das várias áreas da matemática e enfatizar a importância de suas aplicações. Esses aspectos estão claramente explicitados no seguinte fragmento das "instruções pedagógicas" da Reforma:

> "A matemática será sempre considerada como um **conjunto harmônico cujas partes estão em viva e íntima correlação**. A acentuação clara dos três pontos de vista – aritmético, algébrico e geométrico – não deve, por isso, estabelecer barreiras intransponíveis, que impeçam o estudante de perceber as conexões entre aquelas disciplinas.
>
> Para dar unidade à matéria, estabelecendo-se essa estreita correlação entre as diferentes modalidades do pensamento matemático, será adotada, **como idéia central do ensino, a noção de função**, apresentada, a princípio, intuitivamente e desenvolvida, nas séries sucessivas, de modo gradativo, tanto sob a forma geométrica como sob a analítica.
>
> Como um desenvolvimento natural do conceito de função, será incluído na 5ª série o ensino das **noções fundamentais e iniciais do cálculo das derivadas**, tendo-se não só em vista a sua aplicação a certas questões, geralmente tratadas em matemática elementar por processos artificiais, como ainda aos problemas elementares da mecânica e da física...
>
> O assunto deverá, portanto, ser escolhido de modo que se ensinem exclusivamente **as noções e os processos que tenham importância nas aplicações práticas**, ou sejam necessárias à ligação íntima das partes que o constituem...
>
> E, por fim, com o intuito de aumentar o interesse do aluno, o curso será incidentalmente entremeado de ligeiras alusões a problemas clássicos e curiosos e aos fatos da história da matemática bem como à biografia dos grandes vultos desta ciência" (Decreto nº 19890, 1931, apud Bicudo, 1942, pp.157-8, grifo nosso).

Nas orientações específicas, que vêm em seguida às questões gerais, e onde, ao contrário do que poderíamos esperar, os três ramos da matemática escolar: aritmética, álgebra e geometria, aparecem em partes separadas, estão detalhados esses aspectos modernizadores.

Nessas três partes, percebe-se claramente a orientação para que os conceitos sejam trabalhados inicialmente de maneira intuitiva e para que sejam evitados os cálculos excessivos e desnecessários.

Com relação ao estabelecimento de inter-relações entre os três ramos, são apresentadas sugestões para que sejam representadas geometricamente as grandezas numéricas, para que seja estabelecida uma correlação entre conceitos e expressões algébricas com as noções de geometria intuitiva; através da associação com as noções de perímetro, área, volume e segmentos orientados; e para que seja utilizado o conceito de função em todas as oportunidades que surgirem, tanto na álgebra como na geometria; através da ênfase na dependência entre grandezas e na determinação da relação existente entre elas.

Na parte relativa à geometria, percebe-se uma clara preocupação em introduzir os raciocínios lógicos apenas após um trabalho inicial que familiarize o aluno com as noções básicas presentes nas figuras geométricas, não apenas em sua posição fixa, mas, também, através de seus movimentos. Em relação a esse último aspecto, é enfatizada a importância de serem trabalhadas as noções de simetria axial e central, de rotação e de translação.

Apesar de não ser eliminado o estudo da geometria dedutiva; que, entretanto, ficará restrito à geometria plana; é sugerido que ele seja introduzido de forma gradual e tenha sempre por base as observações intuitivas.

Após esse detalhamento é proposto um programa para as cinco séries do curso fundamental, com a seguinte ressalva:

> "A ordem em que é enumerada a matéria de cada série não é obrigatória: serve apenas para mostrar como se podem subordinar os programas dos cursos às diretrizes metodológicas aqui estabelecidas" (Bicudo, 1942, p.161).

Nesse programa, onde é apresentada uma listagem dos conceitos a serem trabalhados em cada série, percebe-se claramente a tentativa de articulação entre os vários campos, que vai acontecendo de maneira gradativa.

Na 1ª série, os três campos aparecem separados e são listados os conceitos fundamentais de cada um deles. Na parte relativa à geometria, percebe-se um claro rompimento com a apresentação dedutiva: em seguida ao trabalho com as "noções sobre as formas geométricas", é proposto o estudo de áreas e volumes das principais figuras geométricas. Os temas propostos para a aritmética e a álgebra são os que tradicionalmente dão início a estes ramos. A única novidade seria o "traçado de gráficos", colocado como o último item da aritmética.

Na 2ª série a articulação começa a ficar mais definida. Na geometria; após o estudo de ângulos, paralelas e perpendiculares, triângulos, quadriláteros, figuras semelhantes e medida de distância; são introduzidas as primeiras noções da trigonometria do triângulo retângulo. A aritmética e a álgebra aparecem como um único campo, onde é introduzida a noção de função de uma variável e a sua representação gráfica. Após a introdução desse "elemento unificador", percebe-se um caminho novo que vai trabalhando, de forma articulada, noções que antes eram estudadas separadamente. Isso fica claro pela seguinte seqüência proposta: o estudo das funções $y = ax$ e $y = a/x$, proporções e suas propriedades, porcentagens, juros..., equações de 1º grau, sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis, representação gráfica da função linear de uma variável e de um sistema de duas equações com duas incógnitas,....

Na 3ª série a articulação entre a aritmética e a álgebra continua através da ampliação do estudo das funções, de sua representação gráfica e das equações e desigualdades algébricas. Na geometria percebe-se claramente o rompimento com o modelo euclidiano, quando é proposto o estudo do "conjunto de proposições fundamentais que servem de base à geometria dedutiva", das "noções sobre deslocamentos elementares no plano; translação e rotação de figuras" e, em seguida, uma série de outros estudos específicos sobre figuras, relações métricas e homotetia. É a "pulverização" da geometria dedutiva euclidiana.

Na 4ª e 5ª séries essas características básicas permanecem, culminando com a introdução das noções básicas do cálculo infinitesimal.

Não é difícil imaginar que uma proposta tão inovadora, que além de introduzir alguns aspectos radicalmente opostos àqueles existentes até então e ainda dá margem à existência de vários programas, encontraria algumas dificuldades e resistências para ser implantada.

A primeira delas seria causada pela inexistência de livros didáticos adequados. Os livros adotados até então, que seguiam as antigas orientações do ensino, eram compêndios separados de aritmética, álgebra, geometria ou trigonometria, que apresentavam, em geral, uma exposição formal dos conteúdos e uma quantidade extensa de exercícios.

Para adaptar-se às novas diretrizes da Reforma, os professores das escolas, num primeiro momento, recolhiam fragmentos desses vários livros, como podemos perceber pela seguinte passagem de Maria Antonieta Martins:

> "Os professores Arthur Barthelmess e Lauro Esmanhoto, da Universidade Federal do Paraná, lembram-se de que para ensinar Matemática nesse período, no qual não existiam mais livros que se ajustassem às séries, retiravam os conteúdos uma parte do compêndio de aritmética, outra do livro de álgebra, do de geometria ou do de trigonometria" (Martins, 1984, p.168).

Essa situação, no entanto, aos poucos seria modificada por meio da introdução de novos livros didáticos, que seguiam as modernas orientações da Reforma[78].

O maior problema enfrentado pela proposta de modernização, entretanto, viria da forte resistência apresentada pelos defensores do ensino clássico a essas modernizações. Esses defensores entendiam que "a restau-

---

78 A primeira coleção a seguir essa moderna orientação, iniciada ainda nos últimos anos da década de 20, seria a de Euclides Roxo, intitulada *Curso de Matemática Elementar*. A ela seguiram-se outras, dentre as quais estariam: a coleção *Lições de Matemática*, de Algacyr Munhoz Mäder e a coleção *Curso de Matemática*, de Euclides Roxo, Cecil Thiré e Mello e Souza.

ração das Humanidades Clássicas" seria a forma adequada de combater o enciclopedismo superficial e a especialização prematura que seriam os responsáveis pela "descida de nível dos estudos secundários no Brasil" (Vieira, 1935).

Com relação ao ensino de matemática, as maiores críticas seriam dirigidas ao excesso de assuntos, ao sistema de ciclos e à eliminação de sua apresentação lógica. Esses elementos seriam os responsáveis pela matemática deixar de dar a sua maior contribuição ao ensino, ou seja, a "formação da inteligência".

O padre Arlindo Vieira, um dos maiores defensores do ensino das humanidades clássicas e um dos maiores críticos das últimas reformas do ensino secundário, buscaria os seus argumentos na comparação entre os programas adotados em outros países e os programas brasileiros existentes na época.

Comparando o nosso programa para o ensino de matemática com o existente nas escolas portuguesas – onde se estudava na 1ª e 2ª séries a aritmética; na 3ª, 4ª e 5ª, a álgebra; em todas as séries a geometria e os estudos mais aprofundados dessas disciplinas, bem como a trigonometria, seriam apenas estudados pelos alunos que optassem pela secção matemáticas – que seriam "excessivamente carregados" se comparados aos das escolas francesas ou italianas, assim posicionava-se Arlindo Vieira com relação aos nossos programas:

> "Que dizer então de nossos programas, onde, em cada série se amontoam noções de aritmética, álgebra, geometria e trigonometria, com amplos desenvolvimentos que tornam esses programas de todo

inexeqüíveis? O resultado é o que nós vemos: os alunos concluem o curso sem saber quase nada" (Vieira, 1936a, p.29, grifo nosso).

E, continuaria, citando o seguinte comentário que teria sido feito por um "ilustre professor de matemática", sobre os nossos programas e sobre "certos" manuais escolares existentes: "Muita gente pensa que a ressonância das palavras substitui a vacuidade das idéias".

Nessa passagem fica clara a oposição de Arlindo Vieira não apenas com relação à quantidade de assuntos desenvolvidos no ensino de matemática no curso secundário, como também a sua posição contrária ao "fusionismo" das várias áreas da matemática.

Em outro livro ele faria os seguintes comentários, agora utilizando para comparação as escolas italianas:

> "Nosso programa de matemáticas, correspondente às três primeiras séries, é pelo menos cinco vezes mais desenvolvido que o programa italiano."

E continuaria, especificando as partes de nosso programa que não constavam dos programas italianos:

> "Quanto à geometria, não há nos programas italianos dos três primeiros anos estes pontos que se encontram nos programas de 2ª e 3ª séries do nosso curso fundamental: 'Noções sobre figuras semelhantes; escala. Medida indireta das distâncias. Noções sobre deslocamentos elementares do plano; translação e rotações de figuras. Linhas proporcionais; linhas proporcionais no triângulo. Semelhança:

homotetia. Relações métricas no triângulo. Relações métricas no círculo. Média proporcional'.
Evidentemente não se encontra no programa italiano este absurdo do programa da nossa 2ª série: 'Razões entre os lados de um triângulo. Seno, coseno e tangente de ângulo agudo. Uso de tabelas de senos, cosenos e tangentes naturais!' "

E concluiria:

"De modo que o programa de matemática dos cinco anos de ginásio italiano é cerca da metade do programa das nossas três primeiras séries...
Não sei o que dirão os autores dos nosso mirabolantes programas diante do confronto que acabamos de fazer.
São 80 por cento dos candidatos às Escolas Superiores da Itália que se submetem, em um curso secundário de oito anos, a um programa de matemática muito mais reduzido que o programa do nosso curso fundamental.
E notemos bem que essa medida é preconizada pelos pedagogos de um país que, quanto à cultura da matemática, esta à altura da França e da Alemanha" (Vieira, 1936b, pp. 264-5 e p.268).

As críticas de Arlindo Vieira à prematura especialização, ao excesso de conteúdos, ao "fusionismo" das várias áreas da matemática, estariam, sem dúvida, associadas a uma concepção disciplinar de educação, segundo a qual a maior importância da matemática estaria em seu poder de desenvolver a memória e a razão.

Mas, além das concepções, estaria por trás dessas críticas uma necessidade de ordem mais prática. Era necessário recolocar o latim no "lugar que lhe compete". Afinal, a parte do ensino fundamental da Reforma Campos, reservaria ao latim apenas três aulas semanais nas duas últimas séries, enquanto para a matemática, que era a matéria com maior número de horas, eram destinadas três aulas semanais, em todas as cinco séries. Para que o latim pudesse ocupar um espaço maior, seria, portanto, necessário diminuir o espaço reservado a outras matérias. Unindo esses dois elementos, seria a seguinte a proposta apresentada por Arlindo Vieira:

> "Quais as medidas urgentes que devem ser tomadas? Não se trata aqui de concertar o que não tem concerto, mas tão somente de tornar menos prejudicial o programa do curso fundamental.
> Quanto à matemática o programa deve ser, não só simplificado, mas refundido totalmente...
> Na 1ª e 2ª séries não deve haver mais que a aritmética. O programa de álgebra da 5ª série; derivadas, desenvolvimento em série, etc. deve ser excluído do curso fundamental. Tudo isso é pura perda de tempo. Os alunos, quase sem exceção, não compreendem nada. O programa de álgebra e Geometria das 2ª, 3ª e 4ª séries - deverá ser gradualmente desenvolvido nas três últimas séries com algumas noções muito elementares de trigonometria" (Vieira, 1936b, pp.373-4).

As críticas à proposta não viriam, entretanto, apenas dos defensores das línguas clássicas, mas, também, de professores de matemática que defendiam a matemática clássica, no estilo euclidiano. O seguinte fragmento de um artigo de Almeida Lisboa, professor de Matemática do Colégio Pedro II - ou seja, um colega de Euclides Roxo - mostra-nos claramente essa forte oposição encontrada pela proposta de modernização do ensino de matemática:

> "A matemática desapareceu do ensino secundário. Eis o triste resultado do que se chama enfatuamente 'a moderna orientação do ensino de matemática', e *é apenas uma orientação brasileira*, atestando a nossa incompetência pedagógica. *As verdadeiras demonstrações, os raciocínios perfeitos, o rigor e a lógica da ciência, tudo o que faz a beleza e a imensa utilidade da matemática foi abolido do ensino oficial.*
> Nos programas oficiais brasileiros, não há mais nem teoria, nem rigor matemático.
> Reduziu-se tudo a uma pequena coleção de receitas. E o aluno que aprendeu uma delas e resolveu um desses problemas para jardineiros, não sabe tratar outros análogos, que só diferem do primeiro por insignificantes modificações: desconhece a teoria que lhe mostraria o caminho seguro para atingir a solução procurada. Estudou curiosidades; não sabe matemática e não raciocina...
> Os livros didáticos que obedecem a esta falsa diretriz, são simples inventários de fatos isolados, de exercícios infantis, de noções erradas, livros que envenenam a mocidade em vez de lhe inspirar o amor da ciência e o hábito do estudo...
> Os que pretendem realmente aprender, nada encontram nessas páginas vazias...
> *Em geral, os autores que seguem os atuais programas oficiais, tomaram por modelo livros americanos ou alemães, para escolas profissionais elementares.* E é isso que impingem, no Brasil, aos estudantes do curso secundário!" (Apud Vieira, 1936a, pp.208-9, grifo nosso).

Essas palavras do professor Lisboa, ao mesmo tempo que nos mostram a sua clara posição em defesa do ensino da matemática clássica, do estilo euclidiano, da concepção de disciplina mental, evidenciam alguns argumentos utilizados pela crítica ao movimento modernizador que merecem ser melhor analisados.

O primeiro deles diz respeito à ligação existente entre as idéias modernizadoras da matemática e as escolas profissionais.

Sem dúvida alguma, a proposta de modernização surgiria vinculada à necessidade de se estabelecer uma melhor articulação entre o ensino das escolas técnicas e o das escolas secundárias.

Essa necessidade viria das novas exigências impostas pelo contexto sócio-político-econômico, que impunha uma nova formação para todos os estudantes, onde alguns elementos aplicados e conteúdos mais modernos estivessem presentes. Além disso, os novos estudos psico-pedagógicos desenvolvidos, que também influenciariam o movimento, mostravam que os estudos formais deveriam acontecer apenas após um trabalho intuitivo com os conceitos. Esses dois aspectos acabariam por determinar uma mudança nos livros-textos, que se apresentariam mais aplicados e intuitivos. O uso de alguns livros que apresentavam essas características e que eram usados em escolas profissionais, não seria, portanto, um motivo de "rebaixamento" do ensino, mas, ao contrário, uma tentativa de adaptação às novas exigências. O livro de Clairaut, é um exemplo para essa situação. Num primeiro momento, como o próprio autor havia previsto, ele seria utilizado em escolas técnicas e, depois, com o movimento de modernização, serviria de base para a novas propostas de ensino.

Um segundo argumento levantado por Lisboa que merece destaque é o de que a orientação modernizadora seria apenas brasileira.

Essa argumentação, entretanto, a nosso ver, não parece ser válida, uma vez que o movimento modernizador do ensino de matemática teve influência e alterou a programação do ensino em vários países. Se no momento da aplicação dessa proposta no Brasil, alguns países não haviam ainda mudado seus programas, ou mesmo, já os tivessem alterado, eliminando alguns aspectos modernizadores, isso não inválida nossa afirmação. O que poderíamos considerar como "apenas brasileira" seria a forma como essas idéias foram concretizadas em nosso país.

Outras críticas mais específicas seriam feitas à proposta de modernização e seriam rebatidas por Euclides Roxo, especialmente em seu livro Matemática na Escola Secundária.

Até que ponto as idéias modernizadoras conseguiriam alterar a fisionomia do ensino de matemática das escolas secundárias brasileiras é difícil avaliar. Apenas podemos afirmar que a partir desse momento alguns elementos novos começariam a penetrar nesse ensino. Dentre eles estariam: o trabalho em uma mesma série com os vários ramos da matemática, o estudo de um ramo com o auxílio de outro, a eliminação da forma dedutiva da geometria euclidiana e o uso de elementos intuitivos.

Algumas Considerações Finais

A matemática, que surge diretamente ligada às necessidades práticas impostas pelo contexto social, passaria por muitos e qualitativamente diferentes momentos durante o seu longo desenvolvimento.

No período das antigas civilizações orientais, quando ainda dava os seus primeiros passos e apresentava um caráter essencialmente prático, a matemática já seria considerada uma ciência nobre, seu ensino seria reservado apenas aos membros de uma classe privilegiada – a dos escribas, dos altos funcionários e dos dirigentes – e seria desenvolvida separadamente das "artes técnicas".

Podemos então afirmar, que desde o momento em que a matemática começa a tomar forma como uma área de conhecimento, ela já está associada a uma classe privilegiada, já é considerada uma ciência nobre e está desligada dos ofícios, das atividades manuais.

A tensão entre as "artes manuais" e as "artes cultas" seria intensificada na Grécia, especialmente pelas propostas filosóficas dos pitagóricos e dos platônicos.

A mudança de perspectiva dos estudos matemáticos surgida com o nascimento da matemática racional – que teria como preocupação fundamental não a aplicação dos resultados matemáticos na prática, mas encontrar os princípios fundamentais que regiam esses resultados – traria como conseqüências a priorização dos estudos teóricos e a desvalorização das aplicações práticas.

Nesse sentido, a matemática grega representaria uma primeira mudança de perspectiva em relação aos antigos, um primeiro rompimento com a matemática antiga.

Na Grécia, entre os séculos VI a.C. e IV a.C., as mudanças profundas que aconteceriam, não apenas nos estudos matemáticos mas, também, na educação, influenciariam todo o desenvolvimento futuro da matemática e de seu ensino.

Nesse período, pela primeira vez, a matemática passaria a ser considerada como um elemento fundamental para a formação dos indivíduos e seria incluída num ciclo normal de estudos.

O valor formativo atribuído à matemática, que tinha sido, anteriormente, reconhecido pelos pitagóricos, mas apenas para um círculo fechado – o dos filósofos –, seria agora ampliado pelos sofistas.

Num primeiro momento, entretanto, esse valor estaria diretamente associado às necessidades da retórica. Para melhor dominar a arte da palavra, seria necessário saber discorrer sobre todos os assuntos, inclusive aqueles relativos à matemática, que era um dos campos mais desenvolvidos. Todos que quisessem ser bons oradores, que era o ideal de formação naquele período, deveriam conhecer ao menos um pouco sobre a matemática.

A proposta platônica reforçaria ainda mais o valor formativo da matemática. Mas isso não seria pela sua importância para a retórica ou para as aplicações práticas. Seria, ao contrário, pelo fato dela ter o "poder" de desenvolver o pensamento do homem, o seu raciocínio.

Apesar das divergências existentes entre sofistas e platônicos sobre a melhor formação – se a filosófica ou a retórica –, a matemática seria reconhecida por todos como um elemento formativo fundamental, especialmente pela sua capacidade de desenvolver o raciocínio.

A diferença que permaneceria dizia respeito ao nível de profundidade que esses estudos deveriam ser desenvolvidos.

O reconhecimento da matemática como uma ciência nobre, que existia desde as civilizações antigas, entretanto, seria reforçada pela proposta de Platão.

Apesar de sua proposta considerar a matemática necessária para o desenvolvimento de todos os indivíduos, nos seus níveis mais elevados ela seria destinada apenas a alguns poucos privilegiados, os "melhores espíritos", os "mais talentosos".

Essas características da matemática e de seu ensino permaneceriam durante os períodos helenístico e romano, apesar da crescente valorização dos estudos literários acarretar uma redução do espaço destinado ao ensino de matemática.

Com a Idade Média e o início de um ensino essencialmente religioso, os estudos matemáticos praticamente desapareceriam do Ocidente.

A matemática, que havia sido desenvolvida na Grécia em grande parte desligada dos aspectos práticos e manuais, ressurgiria associada às aplicações práticas, à artes produtivas, às artes mecânicas...

Não seriam mais as questões teóricas, que procuravam justificar os resultados matemáticos, que orientariam essa "moderna matemática", mas as novas necessidades impostas pelo contexto sócio-político-econômico, que exigia respostas práticas, aplicadas.

A antiga separação existente entre as "artes práticas" e as "artes cultas" é intensificada e o ensino de matemática, que passa a ser fundamental para as duas, começa a assumir feições diferentes.

Por um lado, um ensino ligado à "arte culta", voltado para o desenvolvimento do raciocínio, baseado na proposta platônica, interessado na formação do homem das classes dirigentes e privilegiando os estudos clássicos. Por outro lado, um ensino voltado para o desenvolvimento das "artes práticas", destinado aos membros de uma nova classe emergente – a burguesia – e privilegiando o ensino das ciências práticas, da "nova matemática".

Esses dois tipos de ensino de matemática, desenvolvidos em diferentes tipos de escolas, com características e objetivos próprios, permaneceriam, apesar de vários alertas, até o final do século XIX, quando as novas condições sócio-político-econômicas, os novos avanços científicos e tecnológicos, indicam que não é mais possível essa convivência.

Seria dentro dessa tensão estabelecida entre a "nova matemática" e a ciência dos antigos, representadas pelos dois tipos diferentes de ensino de matemática, um desenvolvido nas escolas técnicas de nível médio e nos cursos superiores técnicos, outro nas escolas de tipo secundário e nas universidades, que estariam as raízes do Primeiro Movimento de Modernização do Ensino da Matemática.

Percebendo o descompasso existente entre o ensino de matemática desenvolvido nas escolas secundárias e as exigências impostas pelo novo contexto, especialmente pelos avanços científicos e tecnológicos, os reformadores propunham uma "modernização" nesse ensino.

As propostas apresentadas, entretanto, poderiam ser consideradas tímidas, quando comparada ao desenvolvimento da matemática daquele período, que já se encontrava numa novo momento de mudança, ou seja, no da fundamentação dos resultados obtidos pelas experimentações dos séculos XVII e XVIII.

Os representantes desse movimento, entretanto, em sua maior parte importantes matemáticos, como Felix Klein, tinham plena consciência disso. Apesar disso, percebiam que o descompasso era muito grande e que os elementos básicos daquela "nova matemática" seriam fundamentais para iniciar o processo de adequação da escola secundária aos últimos avanços científicos e tecnológicos e, especialmente, ao ensino desenvolvido nos cursos superiores.

A proposta não seria introduzir os últimos avanços da matemática na escola secundária, mas introduzir alguns elementos mais atuais nesse nível de ensino e, ao mesmo tempo, abrir espaço nos cursos superiores para o desenvolvimento de outros estudos.

A introdução do conceito de função, que seria o elemento unificador dos vários ramos da matemática, já representava uma tentativa de adequação a mais recente matemática, que tinha como uma de suas características fundamentais o rompimento da barreira existente entre os vários campos da matemática.

Nesse sentido, esse movimento estaria de certa forma preparando terreno para o Movimento da Matemática Moderna.

Entretanto, esses primeiros modernizadores, apesar de não deixarem de valorizar os estudos teóricos, percebiam um certo "perigo" na introdução de certos conceitos muito modernos e abstratos na escola secundária.

Felix Klein, por exemplo, que defendia o estudo dos grupos no nível superior e chegaria até a acenar com a possibilidade de serem introduzidas as transformações no ensino da geometria da escola secundária; que, para ele, não representavam nada mais que "uma generalização do conceito de função"; com relação à introdução dos conceitos da teoria dos conjuntos, faria muitas restrições. Após colocar-se a questão: Como servir-se da teoria dos conjuntos no ensino médio?, ele responderia:

> "Do nosso ponto de vista pedagógico-matemático, naturalmente, a resposta deve ser absolutamente negativa, pois não devem ser dadas inicialmente ao aluno coisas demasiado abstratas e difíceis. Para precisar melhor a minha opinião a esse respeito, tenho de recordar a **lei fundamental biogenética**, segundo a qual o indivíduo em seu desenvolvimento percorre em rápida sucessão todos os estágios do desenvolvimento da espécie... Este princípio, creio eu, **deveria ser seguido também, ao menos em suas linhas gerais, no ensino da matemática da mesma forma que em qualquer outro ensino; a juventude deveria ser conduzida, tendo em conta a sua natural capacidade e disposição, lentamente, até chegar às matérias elevadas e, finalmente, às formulações abstratas, seguindo o mesmo caminho que a humanidade tem ascendido desde seu estado primitivo aos altos cumes do conhecimento científico.** Nunca se repetirá isso o bastante, pois sempre existem pessoas que, à maneira dos escolásticos da Idade Média,

iniciam o ensino com as idéias mais gerais e querem justificar esse método como o 'único científico'. E, sem dúvida, tal coisa não tem sido nunca certa: *ensino científico só pode ser chamado aquele que conduz o homem a pensar cientificamente, mas de modo algum é aquele que desde o princípio oferece-lhe uma sistemática fria, embora muito acabada cientificamente*" (Klein, 1927, pp.399-340, grifo do autor).

Se, por um lado, estas palavras de Klein refletem a sua posição com relação aos últimos desenvolvimentos da teoria dos conjuntos e o nível cada vez mais abstrato que estaria assumindo a matemática, por outro lado, elas, também, indicam o reforço que as teorias psicológicas davam à proposta do movimento modernizador.

Apesar das duas propostas de modernização terem sido iniciadas e conduzidas por matemáticos diretamente envolvidos com os últimos avanços de sua área de conhecimento, ambas iriam buscar "reforço" nas teorias psicológicas de seu tempo.

Essa é, sem dúvida, uma questão que merece ser melhor estudada....

O Primeiro Movimento Internacional de Modernização representaria a primeira tentativa, organizada e envolvendo vários países, de reformular um ensino de matemática existente há séculos. Mesmo não existindo uma intencionalidade inicial nesse sentido e, também, uma proposta única, algumas diretrizes que seriam por ele estabelecidas influenciariam as futuras discussões sobre o ensino de matemática em diferentes países.

No Brasil, apesar dessas idéias terem reflexos tardios, ou talvez exatamente por esse motivo, essas diretrizes estariam presentes nos primeiros Congressos Nacionais de Ensino de Matemática, realizados na década de 50, quando começariam a se cruzar com as primeiras idéias do Movimento da Matemática Moderna, que acabaria mudando o rumo das discussões.

Este movimento tentaria resolver o problema do descompasso existente entre o ensino de matemática das escolas secundárias e os últimos avanços científicos e tecnológicos, através da introdução nesse nível de ensino dos elementos presentes nos mais avançados estudos matemáticos, ou seja, as estruturas matemáticas.

A proposta de trabalho com elementos teóricos, mesmo de forma "concreta", seria, sem dúvida, totalmente oposta às idéias defendidas pelos modernizadores do início do século.

Como justificar que em menos de trinta anos pudesse ocorrer uma mudança tão radical em relação à formação matemática necessária para aos alunos do nível médio?

Essa mudança poderia ser encarada como um redimensionamento das relações entre as "artes técnicas" e as "artes cultas"?

A matemática estaria passando por um momento semelhante àquele da época dos platônicos?

Sem dúvida alguma, a proposta apresentada pelo Movimento da Matemática Moderna seria um reflexo do momento de "teorização" pelo qual a matemática estaria passando. A presença de matemáticos ligados ao grupo Bourbaki, entre os maiores defensores da proposta, é uma confirmação disso.

Reforçado pelos estudos psicológicos de Jean Piaget e tendo incentivo de vários governos, o Movimento da Matemática Moderna propagaria-se "como um rastilho de pólvora por todo o mundo" (Santaló, 1979, p.41).

As propostas apresentadas pelos dois movimentos modernizadores para resolver o problema do "descompasso" existente entre o contexto sócio-político-econômico, os últimos avanços científicos e tecnológicos e, especialmente, os últimos avanços da matemática, colocam-nos diante de importantes questionamentos:

Em que medida a formação matemática de nível médio deveria estar ligada aos últimos avanços da matemática?

Qual seria a formação matemática adequada ao contexto atual?

O ensino das matemáticas "antigas" representaria um fator limitante para o desenvolvimento do aluno?

É possível, realmente, separar as matemáticas em "antigas" e "modernas"?

A "matemática moderna" seria sempre a mais adequada para o ensino?

Bibliografia

Aaboe, A. *Episódios da história antiga da matemática.* Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

Abreu, J. *A educação secundária no Brasil: ensaio de identificação de suas características principais.* Rio de Janeiro: MEC/INEP, 1955.

Aguayo, A. M. *Didática da Escola Nova.* São Paulo: Nacional, s/d.

Albuquerque, I. de. *Metodologia da matemática.* Rio de Janeiro: Conquista, 1964.

Almeida, A. F. de. *História do ensino secundário no Brasil.* Rio de Janeiro: Typographia Baptista de Souza, 1936.

Almeida, J. R. P. de. *História da instrução pública no Brasil,* 1500 a 1889. São Paulo: EDUC; Brasília: INEP/MEC, 1989.

Aragão, R. M. de. *A instrução pública no Brasil.* Rio de Janeiro: Editora da Fundação Getulio Vargas, 1985.

Ashursi, F. G. *Fundadores de las matemáticas modernas.* Madrid: Alianza, 1985.

Associação Brasileira de Educação. *O problema brasileiro da escola secundária.* Rio de Janeiro. s/d.

Augustine, C. H. d'. *Métodos modernos para o ensino da matemática.* Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1976.

Azevedo, F. de. *A transmissão da cultura.* São Paulo: Melhoramentos–Intituto Nacional do Livro, 1976.

Backheuser, E. *A aritmética na "Escola Nova" (A nova didática da aritmética).* Rio de Janeiro: Livraria Católica, 1933.

Bernal, J. D. *Ciência na história.* Lisboa: Livros Horizonte, 1969. 6v.

Bezerra, M. J. *O material didático no ensino da matemática.* Rio de Janeiro, 1962.

Bicudo, J. C. *O ensino secundário no Brasil e sua atual legislação (de 1931 a 1941 inclusive).* São Paulo, 1942.

Blanché, R. *A axiomática.* Lisboa: Presença, 1987.

______ . *A epistemologia.* Lisboa: Presença, 1988.

Boyer, C. B. *História da matemática.* São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

Brasil, Ministério da Educação e Saúde. *Ensino Secundário no Brasil: organização, legislação vigente e programas.* Rio de Janeiro: INEP, 1952. Publicação nº 67.

Brasil, Ministério da Educação e Cultura. *Introdução ao estudo do currículo da escola primária.* Rio de Janeiro: INEP-CILENE - Irmãos Di Giorgio & Cia, 1955.

Brock, W. H. e Price, M. H. Squared paper in the nineteenth century: instrument of science and engineering, and symbol of reform in mathematical education. In: *Educational Studies in Mathematics,* v.11, 1980, pp.365-381.

Bürigo, E. Z. *Movimento da Matemática Moderna no brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60.* FE-UFRGS. 1989. Dissertação de Mestrado.

Butler, C. H. et al. *The teaching of secondary mathematics.* USA:Mc Graw-hill book Company, 1970.

Caraça, B. J. *Conceitos fundamentais da matemática.* Lisboa, 1978.

Carmo, M. P. Considerações sobre o ensino da matemática. In: *Revista de Ensino de Ciências*, n. 2, fev/1981.

Carr, E. H. *Que é história?* Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1982.

Carvalho, J. B. P. As idéias fundamentais da matemática moderna. In: *Boletim GEPEM*, ano XIII, n. 23, 2º semestre, 1988.

Castelnuovo, E. *Didáctica de la matemática moderna.* México: Trillas, 1975.

______ . *Geometría intuitiva.* Barcelona: Labor, 1966.

______ . The teaching of geometry in italian high schools during the last two centuries: some aspects related to society. In: *Mathematics, Education, and Society.* Paris: UNESCO, 1989. Science and Technology Education Document Series n. 35. Divisin of Technical and Environmental Education.

______ . Panorama de la enseñanza matemática en el tiempo y en el espacio. In: *Educación Matemática*, v. 1, n. 3, diciembre 1989.

Castro, F. M. de Oliveira. *A matemática no Brasil.* Campins:Editora da Unicamp, 1992.

Château, J. (org.) *Los grandes pedagogos.* México: Fondo de Cultura Econômica, 1992

Clairaut, A. C. *Elementos de geometria.* São Paulo: Bibliópola, 1892.

Comênio, J. A. *Didáctica magna.* 2. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1985.

D'Ambrosio, B. S. *The dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for brazilian mathematics education.* Thesis of Doctor of Philosophy. Indiana University. 1987.

Dampier, W. C. *História da ciência.* Lisboa: Inquérito, 1945.

Dantzig, T. *Número: a linguagem da ciência.* Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

Davis, H. T. *História da Computação.* São Paulo: Atual, 1992.

Eves, H. *Estudio de las geometrias.* México: Hispano Americana, 1969. 2 v.

______. *História da geometria.* São Paulo: Atual, 1992.

Fiorentini, D. *Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática.* FE-UNICAMP. Campinas-SP. 1994. Tese de Doutorado.

Fouché, A. *A pedagogia das matemáticas.* São Paulo: Nacional, 1957.

Garcia, W. E. (coord.) *Inovação educacional no Brasil: problemas e perspectivas.* São Paulo: Cortez:Autores Associados, 1980.

Gerdes, P. Sobre a origem histórica do conceito de número. In: *Bolema,* especial 1. Unesp. Rio Claro-SP. 1989.

____. *Cultura e o despertar do pensamento geométrico.* Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1991.

Haidar, M. de L. M. *O ensino secundário no império brasileiro.* São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo-Editorial Grijalbo, 1972.

Hogben, L. *Maravilhas da matemática.* Porto Alegre: Globo, 1970.

____. *El universo de los números: história e evolución de las matemáticas.* Barcelona: Ediciones Destino, s/d.

Howson, A. G. *Seventy five years of the international commission on mathematical instructin.* In: *Educational Studies in Mathematics*, v. 15, n.1, february 1984, pp. 75–93.

Ifrah, G. *Os números: história de uma grande invenção.* Rio de Janeiro: Globo, 1989.

Imenes, L. M. P. *Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da matemática.* IM – IGCE – UNESP. Rio Claro. 1989. Dissertação de Mestrado.

Jaeger, W. *Paideia – a formação do homem grego.* São Paulo: Herder, s/d.

Karlson, P. *A magia dos números.* Porto Alegre: Globo, 1961.

Kilpatrick, J. ; Rico, L. e Sierra, M. *Educación matemática e investigación.* Madrid: Editorial Síntesis, 1994.

Klein, F. *Matemática elemental desde un punto de vista superior.* Madrid. s/e. Coleção Biblioteca Matemática. 2 v. 1927 e 1930.

Kleine, M. *O fracasso da matemática moderna.* São Paulo: Ibrasa, 1976.

Lacroix, S. F. *Eléments de Géométrie.* Paris: Gauthier–Villars, 1872.

Laisant, C. A. e Fehr, H. *L'Enseignement Mathématique.* Genebra: Georg & Cie, 1912.

Larroyo, F. *História geral da pedagogia.* São Paulo: Mestre Jou, 1982. 2 v.

Legendre, A. M. *Eléments de géométrie.* Paris: Hector Manceaux, 1889.

Lourenço Filho, M. B. *Introdução ao estudo da escola nova: bases, sistemas e diretrizes da pedagogia contemporânea.* São Paulo: Melhoramentos – Fundação Nacional de Material Escolar, 1978.

Luzuriaga, L. *História da educação e da pedagogia.* São Paulo: Nacional, 1975.

Manacorda, M. A. *História da educação: da antiguidade aos nossos dias.* São Paulo: Cortez – Autores Associados, 1989.

Marrou, H. I. *História da educação na antiguidade.* São Paulo: EPU, 1975.

Martins, M. A. M. *Estudo da evolução do ensino secundário no Brasil e no estado do Paraná com ênfase na disciplina de matemática.* Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 1984. Dissertação de Mestrado.

Mason, S. F. *História de las ciências.* Madrid: Alianza Editorial, 1984. 5 v.

Mialaret, G. e Vial, J. *História mundial da educação.* Porto: Rés – Editora. s/d. 4 v.

Miguel A. *Três estudos sobre história e educação matemática.* FE–UNICAMP. São Paulo. 1993. Tese de Doutorado.

Moacyr, P. *A instrução e a república.* Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1944. v. 5.

Monroe, P. *História da educação.* São Paulo: Nacional, 1939.

Nunes, M. T. *Ensino secundário e sociedade brasileira.* Rio de Janeiro: MEC/ISEB, 1962.

Pavanello, R. M. *O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica.* FE-UNICAMP. São Paulo. 1989. Dissertação de Mestrado.

Pfromm Netto, S. *O livro na educação.* Rio de Janeiro: Primor/MEC, 1974.

Peixoto, A. et al. *Um grande problema nacional – estudos sobre o ensino secundário.* Rio de Janeiro: Irmãos Pongetti, 1936.

Pereira. W. C. de A. *Matemática dinâmica com números em cores.* Recife: s/e, 1961.

Piaget, J. et al. *La enseñanza de las matemáticas modernas.* Madrid: Alianza, 1986.

Pilatti, O. A. *Legislação do ensino da matemática.* Trabalho não publicado. UNESP. Rio Claro. 1984.

Platão. *A república: livro VII.* São Paulo: Editora Universidade de Brasília – Ática, 1989.

Ponce, A. *Educação e luta de classes.* São Paulo: Cortez – Autores Associados, 1983.

Ribeiro, M. L. S. *História da educação brasileira: a organização escolar.* São Paulo: Cortez – Autores Associados, 1989.

Riboulet, L. *História da Pedagogia.* São Paulo: Francisco Alves, 1951.

Romanelli, O. de O. *História da Educação no Brasil (1930/1973).* Petrópolis: Vozes, 1990.

Rosa, M. G. de. *A história da educação através dos textos.* São Paulo: Cultrix, 1972.

Rowe, D. E. A forgotten chapter in the history of Felix Klein's Erlanger programm. In: *Historia Mathematica*, v.5, n.4, nov/1983, pp.383–499.

______. Felix Klein's "Erlanger Antrittsrede". In: *Historia Mathematica*, v.12, n.2, may/1985, pp.123–41.

______. Essay Review. In: *Historia Mathematica*, v.12, n.3, aug/1985, pp.203–312.

Roxo, E. *A matemática na escola secundária*. São Paulo: Nacional, 1937.

Roxo, E. et al. *Curso de Matemática*. Rio de Janeiro: Francisco Alvez, 1940. 5 v.

Santaló, L. De Platão à matemática moderna. In: *Educação & Matemática*, n= 5, jul–set/1979.

Schubring, G. *The cross-cultural 'transmission' of concets – the first international mathematics curricular reform aroud 1900, with an appendix on the biography of F. Klein*. Occasional Paper nr.92, nov. 1987 (corr. version, febr. 1989).

Silva, C. P. da. *A matemática no Brasil: uma história de seu desenvolvimento*. Curitiba: Editora da UFPR, 1992.

Silva, G. B. *A educação secundária*. São Paulo: Nacional, 1969.

Souza, J. C. de M. *O escândalo da geometria*. Rio de janeiro: Editora Aurora, s/d.

Struik, D. *História concisa das matemáticas*. Lisboa: Gradiva, 1989.

Tahan, M. *Didática da matemática*. São Paulo: Saraiva, 1962. 2v.

Teixeira, A. *Educação no Brasil.* São Paulo: Companhia Editora Nacional – INL, 1976.
Thordike, E. L. *A nova metodologia da aritmética.* Porto Alegre: Globo, 1936.
Toranzos, F. I. *Enseñanza de la matemática.* Buenos Aires: Kapelusz, 1963.
Vasconcellos, F. A. *História das matemáticas na antiguidade.* Lisboa: Aillaud e Bertrand, s/d.
Vianna, C. C. de S. *O papel do raciocínio dedutivo no ensino da matemática.* IM – IGCE – UNESP. Rio Claro. 1988. Dissertação de Mestrado.
Vieira, A. *A decadência do ensino no Brasil – suas causas e remédios.* Rio de Janeiro: F. Briguiet & Cia, 1935.
______ . *O problema do ensino secundário.* Rio de Janeiro: Livraria Jacintho, 1936 a.
______ . *O ensino das humanidades.* Rio de Janeiro: Livraria Jacintho, 1936 b.
______ . *Subsídios para a reforma do ensino secundário.* Rio de Janeiro: Empresa Editora A B C Limitada, 1937.
______ . *A nova orientação do ensino.* São Paulo: Melhoramentos, 1937.