DIONÍSIO BURAK

MODELAGEM MATEMÁTICA: AÇÕES E INTERAÇÕES NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

1992

DIONÍSIO BURAK

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida por Dionísio Burak e aprovada pela Comissão julgadora em 24.06.92

Data:- 24/6/1992

Assinatura:- Márcia Regina F. de Brito
Ferreira

Tese apresentada como exigência parcial para obtenção do Título de DOUTOR EM EDUCAÇAO na Área de Concentração: PSICOLOGIA EDUCACIONAL à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação da Profa. Dra. Márcia Regina F. de Brito.

Comissão julgadora:-

Márcia Regina F. de Brito

"O ideal não se define:
enxerga-se pelas clareiras
que dão para o infinito."

Ruy Barbosa

AGRADECIMENTOS

Ao concluir mais um trabalho acadêmico, na trajetória natural da profissão que abracei, elevo meu pensamento de gratidão a DEUS, a quem muitas vezes recorri durante a realização deste trabalho, invocando e recebendo os dons da coragem e persistência necessários à perseguição do ideal estabelecido.

Aos meus pais José e Cecília pela formação recebida.

Aos familiares e amigos, pelo incentivo recebido.

À minha esposa Mariza e meus filhos Ana Claudia, Ana Carolina e Dionísio Filho pelo apoio, estímulo e compreensão recebidos durante a realização deste trabalho que, sem dúvida, se constituíram em esteio de sustentação na empreitada realizada.

À Profa. Dra. Márcia Regina F. de Brito, orientadora e amiga por permitir encontrar meu próprio caminho.

À Profa. Dra. Lucila Maciel dos Santos pela valiosa contribuição que norteou a definição inicial deste trabalho

À profa. Rosália Aragão Ribeiro pelas críticas e sugestões que contribuíram para o crescimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi, amigo e deflagrador da idéia da Modelagem Matemática, pela caminhada conjunta empreendida na busca de sua concretização.

Ao Prof. Dr. Sérgio Aparecido Lorenzato pelas sugestões que contribuíram para o crescimento deste trabalho.

Aos professores e alunos que acreditaram na proposta de um ensino mais vivo, mais dinâmico e mais significativo para a Matemática, pela coragem e força para vencer as resistências e possibilitar a construção desse trabalho.

Aos Profesores Wilson Luiz Camargo e Nelson Zagorski, respectivamente Diretor Presidente da UNICENTRO e Diretor da FAFIG, Coordenadores, Chefes, Professores e Funcionários pelo incentivo pessoal e apoio institucional recebidos, que permitiram a realização deste trabalho.

Ao N.R.E. de Guarapuava, por permitir e incentivar o trabalho com os professores da rede.

Às professoras Neonila D. Gomes e Déris Souza de Matos pela paciência, boa vontade e disponibilidade pelas revisões do trabalho.

Ao Sebastião Sidnei Vasco de Oliveira, pela paciência, esmero e disponibilidade na digitação e impressão do trabalho.

Ao Wilson João da Silva, pelos desenhos que complementam este trabalho.

Ao Gilmar Antonio Penteado, Chefe da Imprensa Universitária da Unicentro.

A todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização do trabalho.

SUMÁRIO

RESUMO

Este trabalho foi elaborado com a finalidade de discutir alguns aspectos do ensino de Matemática, e propor, através do Método da Modelagem Matemática, uma alternativa para o ensino desta disciplina no 1º e 2º graus.

Dividido em dez capítulos, o desenvolvimento deste trabalho abrange três etapas. A primeira etapa, determinada pela própria necessidade do autor, procura entender a educação dentro de um contexto econômico, social e político, visto não conceber a educação de forma isolada. A forma de concebê-la determinou e orientou as leituras necessárias para, através do entendimento do ontem, compreender o hoje da educação e propor as ações futuras.

A segunda parte procura mostrar a situação atual do ensino de Matemática, através de exemplos e enfoques trabalhados nas escolas. Para configurar melhor a situação atual, fez-se ainda, a análise das manifestações escritas de vários professores atuantes no ensino de 1º e 2º graus.

A terceira parte enfoca o Método da Modelagem como uma forma alternativa para o trabalho com a Matemática no ensino de 1º e 2º graus. Estabelece, através da Teoria de David P. Ausubel, o contraponto entre a forma usual e a forma proposta pelo Método da Modelagem para o ensino de Matemática. Descreve, ainda, todas as ações desenvolvidas em cada fase da execução da proposta apresentada, culminando com a elaboração de critérios norteadores para o trabalho com o Método da Modelagem, no ensino de Matemática no 1º e 2º graus.

ABSTRACT

This work aims to discuss some aspects of the teaching of Mathematics, and to propose an alternative approach to the teaching of that subject in 1º and 2º graus, by means of the Modelling Method.

The ten chapters of this work correspond to its three stages of development. The first stage, determined by the author's needs, attempts to understand education as part of a larger economic, social, and political context, consistent with his own concept of education. The author's view on education also determined the necessary readings aimed at a comprehension of yesterday's knowledge, as a basis for a better understanding of today's educational moment, and for the proposal of future actions.

The second part attempts at demonstrating the current state of the teaching of Mathematics through examples of the approaches currently used in Brazilian schools. In order to reach a better understanding of the present educational situation, an analysis is made of statements written by several Brazilian teachers, working in 1º and 2º graus.

The third part focuses upon Mathematical Modelling as an alternative form for the work with Mathematics at the proposed level - 1º and 2º graus. Based on the theory of David P. Ausubel, it establishes a counterpoint between the traditional form of teaching and the form proposed by Mathematical Modelling. It describes, furthermore, all the actions which were undertaken at each phase of the development of this proposal, reaching finally the elaboration of criteria for the work with the Modelling Method, to be used in the learning of Mathematics in 1º and 2º graus.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi elaborado em continuidade à dissertação iniciada no mestrado, quando foi apresentado o Método da Modelagem como um método alternativo para o ensino de Matemática na 5ª série do 1º grau. Embora, na ocasião, o trabalho estivesse restrito apenas a uma série, foi possível ampliar nossa visão com relação ao método, de modo a permitir retomá-lo, no curso de doutorado, examinando a possibilidade e as ações necessárias para a utilização deste método em outras séries de 1º e 2º graus.

Partindo do embasamento propiciado por cursos ministrados, palestras, leituras e orientações monográficas sobre o tema da Modelagem Matemática o presente trabalho busca obter dados, refletir sobre estes dados e elaborar uma proposta de adoção da Modelagem Matemática como um método alternativo para o ensino desta disciplina no 1º e 2º graus.

Inúmeras situações do cotidiano utilizam o conhecimento matemático: o pedreiro, ao estabelecer a proporção de areia e cimento para preparar a massa, quantidade de tijolos e cerâmicas; o carpinteiro, ao medir e calcular a quantidade de madeira para a construção de uma casa; o marceneiro, ao calcular o material para a construção de um móvel; o vendedor que adiciona, subtrai, multiplica, usa porcentagem; a dona de casa, ao adaptar suas necessidades de compra ao orçamento, procurando maximizar a quantidade de mercadorias minimizando os gastos; a criança que distribui balas com os amigos e outras tantas situações.

Essas situações do cotidiano de toda a atividade humana nos fornecem provas da importância da matemática. Por que, então, parece tão diferente a matemática que se estuda na escola daquela que se emprega no dia a dia? Por que o aluno consegue resolver, em suas atividades específicas, situações-problema por vezes mais complexas do que as propostas em sala de aula?

Contudo, será este problema somente da Matemática? Como ficam outras disciplinas como Português, História, Geografia e Ciências, (Física, Química e Biologia)? Em nossas conversas com professores de todas as áreas, escutamos reclamações contra os alunos, que não "estudam", não se "interessam". Os alunos, por sua vez, reclamam que os professores não "ensinam", que na maioria das vezes é só "estudar o ponto, responder o questionário, logo a seguir, e pronto".

Através do contato informal com professores e alunos foram elaborados questionamentos em relação à situação atual do ensino, tentando entender as causas, as origens da situação atual da Educação no Brasil, pois consideramos a educação o espelho, a imagem real de uma situação econômica, social e política de um país, no caso, o Brasil.

Para entender a situação, de uma forma global, optamos por tentar reconstruir através de literatura específica a fase da industrialização do país, com seus avanços e retrocessos.

Consideramos essa visão histórica capaz de explicar e fornecer elementos para uma reflexão no sentido de, conhecendo o ontem, entender o hoje e planejar o amanhã. Compreender e explicar essa mudança estrutural sofrida pelo país, no que diz respeito à constituição da população brasileira, e as conseqüências dessa mudança nos aspectos social, econômico e político e as repercussões na educação.

Foram analisados aspectos da história da Educação Brasileira, relacionados ao tema em questão e estes aspectos forneceram elementos importantes para a compreensão da situação do ensino de um modo geral e da educação Matemática em particular, nas últimas três décadas.

Assim, vamos tratar mais particularmente da crise no ensino de Matemática, formulando e desenvolvendo a proposta deste trabalho que é estabelecer algumas diretrizes do Método da Modelagem como uma opção de prática educativa no ensino de Matemática.

CAPÍTULO I

ALGUNS DADOS SOBRE A INDUSTRIALIZAÇÃO E A EDUCAÇÃO BRASILEIRA

1.1 Alguns dados sobre a industrialização no Brasil.

Algumas tentativas pioneiras com o intuito de se promover o início da industrialização no Brasil, datam do início do século XIX, e surgiram por iniciativa do Rei de Portugal.[1]

Sob o signo do liberalismo, o Príncipe Regente D. João inaugurava em 1808 a era industrial. Os principais objetivos da industrialização do Brasil eram multiplicar a riqueza nacional, promover o desenvolvimento demográfico e dar trabalho a um determinado grupo da população que não se adaptava à estrutura sócio-econômica vigente relativa ao regime escravocrata.

Em 1809 formulava-se a primeira política protecionista, sob forma de isenção de direito aduaneiro, às matérias primas necessárias às fábricas nacionais e isenção de impostos de exportação para os produtos manufaturados do país. Aos inventores e introdutores de novas máquinas foram concedidos privilégios por 14 anos com o objetivo de incentivar o desenvolvimento da indústria Nacional.

---

1. LUZ,.N.V..A luta pela industrialização do Brasil, 2. ed. São Paulo, Alfa-Omega, 1975, p.19.

O Brasil sempre se viu diante do dilema de ser um país eminentemente agrícola. Assim, promover a industrialização como uma necessidade nacional e, simultaneamente, atender os interesses da lavoura, se constituía em um desafio permanente.

A oposição à política de proteção às indústrias revelava-se contrária à isenção dos direitos aduaneiros concedidos às matérias primas destinadas às fábricas nacionais. Esta oposição repousava no fato de o sistema tributário brasileiro estar fundado na renda alfandegária. Conforme A.M. Silva Ferraz, "na década de 50 a média da renda alfandegária em relação à renda total do país era 62,5%."[2]

De acordo com Luz (1975:39), alguns fatores contribuíram para o esmorecimento da industrialização: falta de capitais; dificuldades de mão-de-obra qualificada e de maquinário. Outros fatores, como a concorrência de empreendimentos mais lucrativos, ambiente de desconfiança e a ausência de uma política protecionista foram decisivos para esse esmorecimento. Contudo, nas duas últimas décadas do século XIX, apesar das dificuldades encontradas, foram conseguidas algumas condições mais favoráveis para o desenvolvimento industrial.

Quando Campos Sales assumiu a presidência da república em 1898, era crescente a onda de descontentamento em relação à indústria, que não conseguia se firmar e exigia a proteção governamental. Esse protecionismo dado à indústria gerou um au-

---

2. SILVA, F. A, M. Propostas e Relatórios. in, LUZ, N. V. A luta pela industrialização do Brasil, São Paulo: Alfa-Omega, 1975.

mento no custo de vida, à medida que se aumentava a restrição dos produtos importados, pelo aumento das tarifas. Assim, o consumidor pagava mais caro pelos produtos aqui produzidos.

Um fator que também começava a despertar o interesse dos responsáveis pela nação para dirigir suas atenções à indústria, era o aumento progressivo da imigração, dotando as cidades, particularmente o Rio de Janeiro, de uma população sem trabalho fixo, que não se sujeitava aos trabalhos da lavoura.

O problema era atribuído à falta de proteção à indústria que condenava a população urbana ao: "parasitismo e a miséria com prejuízo da riqueza nacional e de ordem pública".[3]

Uma grande ofensiva visando à proteção, não somente da indústria brasileira, mas de toda a produção nacional da invasão dos produtos estrangeiros, marcou os primeiros anos do século XX. O movimento protecionista teve uma importante adesão nessa luta que foi a adesão da indústria paulista que, até então, estava extremamente preocupada com a produção de café, principal responsável pela sua grande expansão econômica e que era a fonte geradora do seu desenvolvimento industrial.

A crise internacional de 1913 que provocou a diminuição dos produtos brasileiros de exportação como o café e a borracha e a fuga do capital estrangeiro vieram a confirmar a fragilidade da estrutura econômica brasileira.

Em 1914 teve início a primeira grande guerra en-

---

3. Annaes do Parlamento Brasileiro. in: LUZ N. V. A Luta pela industrialização do Brasil. São Paulo,Alfa-Omega,1975 p.61.

volvendo, inicialmente, de um lado: a Alemanha, a Itália e Áustria-Hungria, e de outro, a França a Inglaterra e a Rússia.

Entretanto, ao final da guerra, eram 25 as nações aliadas contra a Alemanha.[4]

A primeira grande guerra teve conseqüências econômicas terríveis aos países envolvidos. Desorganizaram-se as indústrias, o comércio e a moeda desvalorizaram-se. As dívidas públicas aumentaram, o que gerou aumento de impostos e elevação do custo de vida.

Para o Brasil, aquilo que, de início, acentuava as dificuldades financeiras e econômicas do país, veio quase que imediatamente em benefício.

> "Firmaram-se as indústrias existentes, enquanto outras surgiram para fazer face à procura de artigos cuja importação fora proibida".[5]

Como nos mostra Luz (1975:153), outros efeitos da expansão industrial foram o aumento da receita pública proporcionado pelos impostos internos de consumo e o aumento da população operária que, de 150.841 em 1907, passou a 275.512 em 1920. O rápido crescimento demográfico apresentado já no fim do século XIX, aliado à imigração estrangeira que iniciava uma nova fase, principalmente com os italianos, começava a gerar inquietações.

Segundo Foot & Leonardi (1982:185) na década de

---

4. SILVA, J. História geral. São Paulo, Nacional, 1965, p. 495.
5. LUZ N. V. op. cit. p. 152.

90 chegaram ao Brasil 820.000 italianos que representavam 61% da imigração total nesse período. O movimento de imigração, embora decrescente, continuou significativo até a época da primeira guerra mundial.

Dada a inexistência de dados, pois no fim do Império e nas primeiras décadas da República os recenseamentos não distinguem população urbana e rural, não é possível precisar o grau de urbanização alcançado pelo Brasil nas primeiras décadas da República. Contudo, nos dados relativos ao estado de São Paulo, as porcentagens da Capital sobre o Estado, mostram que em 1886 o crescimento da Capital em relação ao Estado foi de 3,9% e passou para 10,5% em 1900, segundo o IBGE, na Sinopse Preliminar do Censo Demográfico (1951).[6]

O efeito desse crescimento da urbanização deveu-se em parte à industrialização na época como demonstra a citação que se segue:

> "Se, historicamente, as cidades preexistiram às indústrias ocorreria que, a partir do momento em que o capital financeiro chegou a dominar todas as demais atividades econômicas, ele passou também a determinar toda a expansão urbana, desde os aspectos econômicos até sócio-políticos e culturais. Até a paisagem e a arquitetura neste ponto, submeteram-se aos ditames do capital. No Brasil, esse processo ficaria de todo patente só após 1930. Entretanto, no período anterior, a capitalização das relações econômicas

---

6. IBGE - Conselho Nacional de Estatística. Sinopse do Censo Demográfico. Rio de Janeiro, 1951.

tendia a influenciar cada vez mais os rumos da urbanização".7

Os autores, acima citados, ainda fornecem dados sobre a população da cidade de São Paulo, que apresenta um crescimento de forma extraordinária como se pode observar: em 1872 São Paulo possuía uma população de 23.243 habitantes; em 1886 possuía uma população de 44.030 habitantes; em 1890 a população era de 64.934 e em 1893 possuía uma população de 192.409 habitantes.

Os dois últimos dados apresentados comprovam um crescimento extraordinário da população urbana. O aumento da população urbana abre o espaço urbano. O espaço urbano favorece o desenvolvimento industrial, pois oferece inúmeras condições: força de trabalho; mercado de consumo; sistema comercial e financeiro; transporte e energia elétrica.

A imigração estrangeira, principalmente a italiana, foi outro fator que contribuiu para o crescimento urbano de São Paulo e também do sul do Brasil.

Outro aspecto ainda a ser considerado no crescimento urbano, foram as migrações internas da população. Ao tratar do assunto, Baer, (1966:174) , coloca que a taxa anual de crescimento, no Sul, superior a 3%, se deve em grande parte à imigração procedente do Nordeste, e que de acordo com os dados censitá-

---

7. FOOT, F. e LEONARDI, V. A história da indústria e do trabalho no Brasil, São Paulo, Global, 1983, p. 167

rios, a emigração responde pelo fato de o Nordeste ter perdido 642.579 habitantes entre 1930 e 1940, e 936.500 no período de 1940 e 1950; enquanto isso, o Centro-Sul apresenta um ganho líquido, produzido pela imigração, de 975.000 em 1930 e 40 e 576.000 entre 1940 e 1950."

A partir dos anos 60, o Brasil experimentou uma mudança estrutural na sua população. A população é classificada segundo a localização do domicílio, definida por lei municipal, em urbana e rural e entende-se por estrutura como sendo a disposição das partes constitutivas de um todo. Assim, ao nos referirmos às mudanças estruturais da população, estaremos nos referindo às partes da população relativa ao domicílio.

QUADRO Nº 1

POPULAÇÃO RESIDENTE, URBANA E RURAL-BRASIL 1940-1990

ANO	TOTAL	URBANA	RURAL
1940	41.236.315	12.880.182	28.356.133
1950	51.944.397	18.782.891	33.161.506
1960	70.191.370	31.303.034	38.767.423
1970	93.139.037	52.084.984	41.054.053
1980	119.002.706	80.436.409	38.566.297
1990*	150.367.800	112.743.700	37.624.100

FONTE: IBGE - Diretoria de Pesquisas: Deptº. de população, censos demográficos, 1987/88.
* IBGE - Estimativa da população - 1987/88.

Como mostrado no quadro acima entre 1940 e 1960, a população brasileira estava concentrada, principalmente, na zona rural. No entanto, o ritmo de crescimento da população urbana foi maior que o da população rural.

O período compreendido entre 1940 e 1950, apresentou um crescimento da população urbana de 45,82%. A população rural cresceu 16,9%.

No período de 1950 a 1960, o crescimento da população urbana foi de 66,6% enquanto que o crescimento da população rural ficou em 16,9%.

A grande diferença na taxa de crescimento entre a população urbana e a população rural, apresentada nas décadas de 40 a 60, culminou com a mudança estrutural da população brasileira na década de 70. A população brasileira, outrora predominantemente rural, passou, como mostra o quadro Nº 1, a ser predominantemente urbana. No período compreendido entre 1970 e 1990 tivemos a seguinte relação entre população urbana e rural: Em 1970, 56% da população era urbana e 44% rural, em 1980 o censo mostrou que 67,5% da população era urbana, e 32,5% rural. As estimativas para 1990 indicam 74,9% da população concentrada na área urbana e apenas 25,1% da população na zona rural.

Essa mudança estrutural da população brasileira traz, evidentemente, implicações de outras ordens: econômica, social, política e educacional.

Embora nosso interesse seja a educação, temos também que considerar algumas outras implicações, pois a questão educacional não está isolada, mas sujeita aos fatores ditados pela ordem econômica, social e política.

Em relação à ordem econômica, o quadro a seguir dá-nos uma visão dos grupos de salários da população economicamente ativa. Segundo o IBGE, população economicamente ativa é aquela composta pelas pessoas ocupadas ou procurando trabalho com idade igual ou superior a 10 anos.[8]

QUADRO Nº 2

GRUPO DE SALÁRIOS DA POPULAÇÃO ECONOMICAMENTE ATIVA 1980-1987

GRUPO DE SALÁRIOS (SALÁRIO MÍNIMO)	1980	1981	1982	1983	1985(2)	1986(2)	1987
0 + a 1/2 S.M.	5.102.186	5.969.512	7.469.126	6.640.532	6.876.669	4.793.318	6.117.436
1/2+ a 1 S. M.	8.656.170	7.594.503	10.257.535	9.609.871	10.736.504	10.632.262	8.661.457
1 + a 2 S.M.	12.250.755	11.643.010	11.737.373	11.274.555	12.114.028	12.498.221	13.197.502
2+ a 5 S.M.	9.541.477	10.551.225	9.072.876	10.266.675	11.717.745	14.467.386	15.588.316
5+ a 10 S.M.	2.915.282	3.159.263	2.748.274	3.669.127	4.404.542	5.038.678	5.100.202
10+ S.M.	1.899.490	1.798.060	1.440.246	2.113.469	2.510.998	3.416.421	3.745.079
NÃO REMUNERADOS	3.294.659	4.562.056	5.043.339	4.693.078	5.204.152	4.284.861	4.668.162
NÃO DECLARARAM	146.744	187.781	157.082	199.180	196.101	259.826	331.821
T O T A L	43.796.753	45.465.410	47.925.851	48.466.493	53.760.739	55.435.973	57.409.975

1. FONTE: IBGE - Anuário Estatístico do Brasil 1984.
IBGE - Anuário Estatístico do Brasil 1987/88 p. 122

---

8. IBGE - Anuário Estatístico do Brasil, 1987-88, p. 102.

Uma análise do quadro, relacionado ao grupo de salários da população economicamente ativa, mostra que no período compreendido entre 1980 e 1987, na média, 55,28% da população ganhava até 2 salários mínimos. No mesmo período, considerando a média, 22,8% da população economicamente ativa ganhava de 2 a 5 salários mínimos e uma parcela de 4,7% da população ganhava mais de 10 salários mínimos.

Ainda, no período considerado, verifica-se que, 8,92% da população que trabalha 15 horas ou mais por semana, não recebe remuneração. Se considerarmos os 55,28% da população que recebe até 2 salários mínimos, chegamos a um total de 64,2% da população economicamente ativa percebendo menos que 2 salários mínimos.

Considerando o ano de 1987 onde, segundo fontes do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística de 1987-88, a população economicamente ativa era de 57.409.975, chega-se à constatação de que 36.857.203 da população ganhava até 2 salários mínimos. Esses baixos salários pagos à maior parcela da população não são condizentes com a necessidade de se manter um mínimo de dignidade humana.

Como conseqüência, vemos as famílias sendo obrigadas a deslocar-se das zonas urbanas para as zonas suburbanas das grandes cidades. Nessas zonas suburbanas as condições de saúde, escola e transporte são, na maioria das vezes, precárias e em alguns locais são inexistentes. A proliferação das favelas em todos os bairros das cidades e as belas mansões evidenciam os contrastes das condições econômicas da nossa população.

Os membros das famílias sofrem as conseqüências dessa imposição econômica. Saem cedo para o trabalho e voltam tarde. O almoço ou o lanche é feito no próprio local do trabalho ou em locais mais próximos, devido à grande distância da residência e o local do trabalho, principalmente nas grandes cidades.

As oportunidades de encontro da família se reduzem aos finais de semana. Os encontros entre seus membros, para uma conversa, um aconselhamento à solução dos problemas, tornam-se cada vez mais raros. Se considerarmos que o convívio familiar, o diálogo, o carinho entre os membros da família, a compreensão, o respeito são condições e fatores importantes na formação estrutural do ser humano, contribuindo para o desenvolvimento afetivo e cognitivo dos indivíduos, concluímos que a situação econômica da nossa população contribui para enfraquecer essas relações.

Outro fator decorrente da situação econômica vigente, é que os jovens na faixa de 10 a 14 anos são obrigados a entrar no mercado de trabalho, muitas vezes deixando a escola. Além do chamado trabalho formal, que se realiza na indústria, no comércio, nas atividades gerais, na construção civil, muitos jovens se dedicam à atividade informal. A atividade informal é realizada após o horário escolar, ou nos finais de semana. Nessa atividade, incluem-se a venda de salgadinhos, doces, picolés, amendoim, sucos, frutas e verduras.

Os dados colhidos permitiram construir o quadro a seguir que mostra os anos de estudos dessa população economicamente ativa no período de 1980-1987.

QUADRO Nº 3

ANOS DE ESTUDO DA POPULAÇÃO BRASILEIRA ECONOMICAMENTE ATIVA

1980-1987

ANOS DE INSTRUÇÃO	1980(1)	1981(1)	1982(1)	1983(1)	1985(2)	1986(2)	1987(3)
0 até 1	10.808.152	9.672.392	10.632.742	10.009.781	10.387.453	9.857.388	10.098.654
1 a 2	5.004.938	6.118.732	6.107.571	6.256.209	6.451.939	6.545.964	6.621.184
3 a 4	13.885.460	13.373.158	13.779.791	13.920.711	14.895.349	15.041.956	15.250.257
5 a 8	6.974.312	8.505.641	9.134.055	9.419.408	11.270.183	12.317.277	12.975.936
9 a 11	4.495.586	4.844.001	5.153.528	5.535.591	6.771.514	7.368.588	7.880.891
12 ou mais	2.600.006	2.815.080	3.049.592	3.226.656	3.852.865	4.191.314	4.465.222
S/ DECLARAÇÃO	28.309	136.406	68.572	98.137	131.436	113.486	117.831

FONTE: (1) IBGE - Anuário Estatístico do Brasil. 1984.
(2) IBGE - Anuário Estatístico do Brasil. 1987/88
(3) IBGE - Anuário Estatístico do Brasil. 1989.

No período de 1980-1987, em média 20,4% da população economicamente ativa tinha entre 0 e 1 ano de estudos. Contudo, no período percebe-se uma pequena variação contínua de decréscimo no percentual, passando de 24,6% em 1980 para 17,5% em 1987.

Ainda no mesmo período (80-87), em média 61,4% da população economicamente ativa possuía de 0 a 4 anos de estudos. Também no período percebe-se um decréscimo contínuo no percentual, passando de 67,8% em 1980 para 55,6% em 1987.

Na faixa da população economicamente ativa, de 3 a 4 anos de estudo temos, em média, no período considerado, 28,5% e, ainda nesta faixa, observa-se um decréscimo contínuo no percentual, passando de 31,7% em 1980, para 26,56 % em 1987.

Ao contrário do que ocorre na faixa de 0 a 4 anos de estudo, na faixa de 5 a 8 anos dá-se um acréscimo percentual, embora pequeno e contínuo, passando de 15,9% em 1980, para 22,6% em 1987.

Fato semelhante ocorre na faixa de 9 a 11 anos de estudo: constata-se um pequeno acréscimo nos percentuais durante o período de 1980 a 1987. Contudo, essa diferença é ainda muito pequena: passou de 10,2% em 1980, para 13,7% em 1987.

Os dados nos permitem concluir que o decréscimo no percentual, verificado nas faixas de 0 a 1 ano, 1 a 2 anos e 3 a 4 anos de estudo da população economicamente ativa, não correspondeu em acréscimo de percentual nas faixas de 5 a 8 anos e 9 a 11 anos de estudo.

Na faixa de 12 anos ou mais de estudo a média no período de 1980 a 1987, ficou em torno de 7%.

Em 1987, 78,2% da população economicamente ativa tinha de 0 a 8 anos de estudos, sendo: 29% de 0 a 2 anos, 26,6% de 3 a 4 anos e 22,6% de 5 a 8 anos. Na faixa de 0 a 4 anos foi

55,6%.

Esses dados mostram que dentro da população economicamente ativa em 1987, 55,6% possuíam de 0 a 4 anos de estudo. Comparando com os salários, 49% da população economicamente ativa em 1987 ganhava de 0 a 2 salários mínimos.

QUADRO Nº 4

PORCENTAGEM DA POPULAÇÃO ECONOMICAMENTE ATIVA, RELACIONADA COM ANOS DE ESTUDO E SALÁRIO PERÍODO 1980-87

ANO	ANOS DE ESTUDO 0 A 4 anos	Nº. VAL. MÍNIMOS 0 a 2(1) *
1980	67,8%	66,9%
1981	65%	65,4%
1982	63,6%	72%
1983	62,2%	66,5%
1985	59%	65%
1986	56,7%	58%
1987	55,6%	56,8%

* (1) inclusive os não remunerados.

O quadro parece mostrar uma forte vinculação entre os anos de estudo da população economicamente ativa e o salário recebido por esta mesma população. É evidente que seriam necessários mais alguns dados para confirmar essa tendência apontada, contudo a evidência é muito forte, pois, como se pode deduzir do quadro, pessoas com mais de 4 anos de estudo, continuam incluídas na faixa de 0 a 2 salários mínimos.

1.2. Alguns dados sobre a educação Brasileira.

Em seu livro História da Educação no Brasil, Romanelli(1986:14) afirma que: "pouca coisa mudou na forma de se encarar a educação que nos foi legada pelos jesuítas" e aponta- três aspectos que ajudam a impedir essa mudança. O primeiro é como o sistema econômico pode ou não estimular a demanda de recursos humanos. O segundo aspecto é a educação da cultura, principalmente a cultura letrada. Finalmente, o terceiro aspecto relaciona-se com o sistema político.

Para a autora, a crise no sistema educacional se manifestou mais destacadamente a partir do momento em que esses três aspectos não atuaram de forma harmônica.

O crescimento da população urbana, promovido pela industrialização, atraído por essa área de influência da civilização de consumo acaba se transformando, segundo Romanelli, em mecanismo de pressão em forma da expansão da escolaridade. De outro lado, o sistema "arcaico" de ensino, seletivo e aristocrático, torna-se uma barreira ao sistema econômico. Esse crescimento da urbanização passa a se constituir em mecanismo de pressão no sentido de renovação do sistema educacional.

Os países desenvolvidos vinham, desde a segunda metade do século XIX, cuidando da implantação da escola pública e gratuita. Para a autora:

> "As exigências da industrialização impunham modificações profundas na forma de se encarar a educação e, em conseqüência, na atuação do Estado, como responsável pela educação do povo."[9]

A mudança do modelo, passando de agrário-exportador para um modelo urbano-industrial, passou a afetar o sistema educacional brasileiro na medida em que a inclusão de novas e crescentes necessidades de recursos humanos para preencher as funções nos setores secundários e terciários da economia foram necessários.

Florestan, citado por Romanelli (1986:62), tratando do mesmo tema, mostra que o crescimento da demanda social em Educação e de recursos humanos rompeu o equilíbrio até então estabelecido, gerando uma profunda crise, presente até os dias de hoje.

---

9. ROMANELLI, O. O.de. História da educação no Brasil. Petrópolis, Vozes.1986. p.59.

Em 1960, ao analisar o sistema educacional brasileiro, Florestan, coloca que a República falhou em suas tarefas educacionais, principalmente no aspecto da capacidade criadora, no sentido de dar ao país:

> "os modelos de educação sistemática exigida pela sociedade de classes e pela civilização correspondente, fundada na economia capitalista, na tecnologia científica e no regime democrático".[10]

O autor enfatiza que o erro cometido foi a omissão de não converter-se em Estado educador. Passou, então, a ser apenas Estado fundador de Escolas, administrador ou supervisor do sistema nacional de educação.

Fernando de Azevedo, citado por Florestan, referindo-se ao episódio coloca que:

> "Do ponto de vista cultural e pedagógico, a República foi uma revolução que abortou e que, contentando-se com a mudança de regime, não teve o pensamento ou a decisão de realizar uma transformação radical no sistema de ensino, para provocar uma renovação intelectual das elites culturais e políticas, necessária às novas instituições democráticas."[11]

---

10. FLORESTAN, F. in: ROMANELLI, O. de O. A história da educação no Brasil. Petrópolis, Vozes. 1986. p. 69.
11. Id. p. 109.

O ensino primário no Brasil é o que mais tem atingido parcelas variáveis mais externas das camadas populares. Contudo, a escola continua sendo elitista. Para Florestan:

> "a escola opera como agência de evasão, nas zonas rurais; porém, nas zonas urbanas, não oferece preparação bastante sólida para a vida ulterior dos educandos".[12]

QUADRO Nº 5

EVOLUÇÃO DA MATRÍCULA DE 1a. A 6a. SÉRIE - BRASIL
1963-1968

ANO	1963	1964	1965	1966	1967	1968
SÉRIES	1a.	2a.	3a.	4a.	5a	6a.
N.MATRICULAS	4.701.627	2.109.342	1.497.008	1.150.836	478.063	40.791

FONTE: IBGE - Anuário Estatístico do Brasil 1965/1984.

O quadro nos dá uma idéia clara de como se comporta a evolução das matrículas no início de cada ano, no período de 1963 a 1968. Em 1963 foram matriculados na 1ª série 4.701.627. Em 1964, efetivaram a matrícula na 2ª série, 2.109.342, o que corresponde a 44,8%. Em apenas um ano, 55,2% das crianças matriculadas na primeira série não lograram êxito, ficaram retidas ou desistiram da escola. Chegaram à 4ª série, dos 4.701.627 matriculados na primeira série, apenas 1.150.836. Esse número corresponde a apenas 24,47%. Isso significa que, de cada 100 alunos que se matriculam na 1ª série, apenas 25 chegam à 4ª série.

---

12. Id. p. 110.

QUADRO Nº 6

EVOLUÇÃO DA MATRÍCULA NO INÍCIO DE CADA ANO NO ENSINO DE 1º GRAU NO PERÍODO DE 1970-77

ANO	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977
SÉRIE	1a.	2a.	3a.	4a.	5a.	6a.	7a.	8a.
No.MATRICULAS	5.790.816	3.007.590	2.393.416	2.025.216	1.827.891	1.488.500	1.248.218	968.834

FONTE: IBGE - Anuário Estatístico do Brasil 1965/1984.

Na década de 70, tivemos a lei 5692, de 11 de agosto de 1971, que fixava as diretrizes e bases para o ensino de 1º e 2º graus. Por essa legislação, o 1º grau passa a compreender o ensino de 1ª a 8ª séries, e este passava a ser obrigatório para a faixa etária dos 7 aos 14 anos.

No período compreendido entre 1970 e 1977, o quadro acima nos mostra que a passagem da 1ª série para a 2ª série é um ponto de estrangulamento. Dos alunos matriculados na 1ª série em 1970, 51% fizeram matrícula na 2ª série. Estavam matriculados na 4ª série, em 1973, 1.903.500 o que corresponde a 32,8% dos alunos matriculados na 1ª série. Chegaram à 8ª série 968.834, o que corresponde a 16,7% dos alunos matriculados na 1ª série em 1970.

Outro aspecto a se considerar, com relação aos alunos matriculados no início do ano na 1ª série do 1º grau, é que 9,28% desistem durante o ano. Essa taxa de evasão, entre a matrícula no início do ano e o final do ano, se mantém constante e em torno de 9,2% em cada série e no total.

Dos alunos matriculados na 5ª série, num total de 1.827.891, chegam à 8ª série 968.834, o que corresponde a 53%.

Esse perfil não sofreu grandes alterações no período compreendido entre 1978-1985.

QUADRO Nº 7

EVOLUÇÃO DA MATRÍCULA INICIAL DE 1ª a 8ª SÉRIES 1978-1985

ANO	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
SÉRIE	1a.	2a.	3a.	4a.	5a.	6a.	7a.	8a.
No.MATRICULAS	6.502.323	3.594.419	2.917.698	2.417.984	2.503.902	1.886.347	1.510.988	1.190.912

FONTE: IBGE - Anuário Estatístico do Brasil - 1980/87.

Foram matriculados na 1ª série 6.502.323. Desse total, 55% fizeram a matrícula na 2ª série. Chegaram à 4ª série 37% dos alunos matriculados na 1ª série. Do total de 6.502.323 matriculados na 1ª série em 1978, chegaram à 8ª série 1.190.912, o que corresponde a 18%.

As estatísticas apontam um quadro preocupante: de cada 100 alunos matriculados na 1ª série, apenas 17 alunos estão concluindo a 8ª série.

Os dados mais preocupantes dizem respeito ao alto nível de repetência da 1ª série. No início da década de 80, 46% das crianças matriculadas na 1ª série ficaram reprovadas, os últimos anos apresentam índices menores, em torno de 40%. Contudo, o índice de reprovação permanece bastante alto. É verdade que isso não se dá em todos os Estados do Brasil; no Paraná, por exemplo, o índice médio de reprovação na 1ª série, no período de 1980-1982, é de aproximadamente 36% e, a cada 100 crianças matriculadas na 1ª série, 36 são reprovadas."[13]

A média de reprovação na 4ª série no mesmo período foi da ordem de 48% isto é, a cada 100 alunos matriculadas na 1ª série em 1980, 1981 e 1982, 48 chegaram à 4ª série, respectivamente em 1983, 1984 e 1985.

Esses dados nos fornecem uma visão mais abrangente do problema educacional do país. Mesmo em regiões mais desenvolvidas, o nível de repetência e evasão escolar é muito elevado.

A Educação no Brasil sempre foi uma esperança de melhores condições de vida,"status", ascensão econômica e social. Contudo, os números apresentados com relação à evolução das matrículas nessas últimas três décadas parecem colocar fim à esperança de muitas crianças no primeiro ano da vida escolar.

Com relação a esse aspecto, Cunha mostra que:

> "embora o Estado tenha estabelecido para si próprio o dever de garantir a escolarização obrigatória e gratuita (na escola pública) para toda a população, a partir dos sete anos de idade, nem por isso todas as crianças em idade escolar freqüentavam a primeira série em 1970."[14]

---

13. FUNDEPAR - Indicadores Educacionais 87/88.
14. CUNHA, L.A. Educação e desenvolvimento social no Brasil. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1980, p. 117.

Além disso, o autor atribui algumas dificuldades às crianças da classe trabalhadora que entram para a escola dentro da idade escolar, por isso os pais acabam adiando a matrícula, mesmo havendo vagas nas escolas. Estabelecendo as relações entre a política educacional e a qualidade de ensino verifica-se que:

> "os problemas ligados ao acesso à escola tem constantemente aparecido como tema político. A qualidade do ensino ministrado entretanto, não teve a mesma projeção dado o caráter urgente de qualquer escola que surge para a maioria da população dela carente."[15]

Com relação à Escolarização Desigual, Cunha (1980:169), conclui:

> "os setores de mais baixa renda da sociedade brasileira têm menos chance de entrar na escola, quando entram, o fazem mais tardiamente e em escolas de mais baixa qualidade. Isso faz com que seu desempenho seja mais baixo e, em conseqüênciasejam reprovados mais freqüentemente. Por isso, e devido também à migração e ao trabalho "precoce", evadem com maior freqüência. Todos esses fatores determinam uma profunda desigualdade no desempenho escolar das crianças e de jovens nas diversas classes sociais."

---

15. Ibid. p. 150.

Para Cunha (1980:115), até o século XIX, os sistemas escolares nas sociedades capitalistas podiam ser classificados, segundo a ideologia vigente e a sua função social, de três maneiras:

a) O tipo I, era o sistema escolar que praticamente excluía todos os trabalhadores. As escolas eram freqüentadas pela classe dominante e classe média da população. Algumas poucas escolas, mantidas por entidades confessionais aceitavam,por caridade, filhos de trabalhadores, órfãos e abandonados .

A França e a Inglaterra, até o início do século XIX, eram bons exemplos desse tipo de sistema.

b) O tipo II, era o sistema escolar cuja ideologia era baseada na concepção pela qual os indivíduos deveriam se posicionar nas diferentes classes sociais conforme o seu desempenho escolar. O objetivo era a qualificação para o trabalho industrial dos jovens da classe trabalhadora para ocupar os quadros médios na indústria. Os fatores que contribuíram para a concepção do tipo II foram o aumento da complexidade nas atividades da indústria e as reivindicações freqüentes dos trabalhadores com relação a salários, redução da jornada de trabalho, melhores condições de higiene e segurança. O sistema francês de ensino é ainda um bom exemplo desse tipo.

c) O tipo III, era o sistema escolar onde se previa que, independentemente de classe social de origem, o currículo seria o mesmo. A reivindicação desse tipo partiu dos trabalhadores que perceberam, no sistema de ensino do tipo II, uma forma de reforçar as posições de classe exitentes, não reclassificando as pessoas das diferentes classes sociais segundo os critérios de desempenho e motivação. Para o autor a ideologia do tipo III é liberal e estabelece a função da educação escolar como sendo de reclassificação.

Em suas conclusões, o autor afirma, após a construção das diversas feições dos sistemas escolares na sociedade capitalista, o sistema educacional brasileiro pertence, simultaneamente, aos Tipos I e II. O tipo I corresponde aos casos onde a classe trabalhadora está fora do sistema escolar. O tipo II é aquele onde a classe trabalhadora está escolarizada, mas em "ramos" distintos onde recebe formação profissional ao contrário dos estudantes da classe dominante e das camadas médias que recebem educação geral e propedêutica. O tipo III compreende os sistemas escolares não diferenciados, segundo os ramos e classes sociais, mas onde há escolas de diferentes padrões de qualidade conforme as classes. Embora os textos legais digam que, de uma maneira geral, o sistema é do tipo III, mesmo não explicitando as diferenças de qualidade, frisando apenas a indiferenciação, a obrigatoriedade e a gratuidade, quando passam a detalhar o funcionamento e a organização do sistema escolar, os textos oficiais reconhecem que há traços de discriminação próprios dos tipos I e II.

Ao tratar da Escolarização Desigual, o autor mostra que:

> "existe uma necessidade estrutural que faz com que o sistema educacional escolar seja um meio de discriminação social e, ao mesmo tempo, trata de dissi-

> mulá-la, apesar do desenvolvimento econômico existente e justamente para que ele tenha condições de se processar."[16]

As reflexões, feitas no presente trabalho a partir de literatura que trata da História de industrialização no Brasil, da História da Educação no Brasil e dos dados levantados, clarificaram a visão da escola, mostrando como a mesma se torna um meio eficiente de discriminação. Contudo, o ideal do educador é, através da qualidade de ensino ministrado, minimizar os efeitos danosos dessa chamada "necessidade estrutural".

A crescente demanda escolar, efetivada no 1º e 2º graus, proporcionada pelo natural aumento demográfico da população e, como mostram os dados, pela mudança estrutural da população brasileira, exigiu do sistema educacional recursos de ordem financeira para professores, pessoal técnico, administrativo e funcionários. Materiais de expediente para dotar as escolas de condições mínimas de funcionamento, construções de salas de aula, laboratórios e equipamentos.

As matrículas, em todos os níveis, mostram que, no período de 1968 a 1978, a demanda escolar efetiva aumentou muito pelos motivos da mudança da situação estrutural do país e o natural aumento demográfico da população, acrescidos de uma política de erradicação do analfabetismo.

---

16. Ibid. p. 170.

QUADRO Nº 8

AUMENTO PERCENTUAL DAS MATRÍCULAS NOS VÁRIOS NÍVEIS DE ENSINO NO PERÍODO DE 1968-1978

NÍVEL	AUMENTO PERCENTUAL
1º GRAU	257%
2º GRAU	843%
3º GRAU	1.215%
MESTRADO	2.208%
DOUTORADO	9.594%

FONTE: Revista Ciência e Cultura, v. 35, nº 5, 1983.

O quadro mostra o crescimento percentual das matrículas nos vários níveis de ensino no Brasil.

Foram criadas as chamadas Licenciaturas de curta duração para suprir a necessidade de professores, em função da demanda de matrículas no 1º grau, principalmente no interior dos Estados. Também houve a criação e a autorização para o funcionamento de Instituições de Ensino Superior por todo o interior do Brasil. Nas capitais isso também ocorreu com grande intensidade.

Contudo, estaria o sistema educacional preparado para responder a essa efetiva demanda?

A crise educacional, vivida hoje, é reflexo dessa expansão desordenada, sem uma estrutura de sustentação a essa abrupta mudança, onde o interesse político prevaleceu sobre outros critérios que tornassem menos danosa essa expansão. A falta de contingente de pessoal preparado, para fazer frente à expansão, obrigou a rede escolar, pública e particular de ensino, a contratar recém-graduados e mesmo alunos dos cursos de licenciatura para as tarefas docentes no 1º e 2º graus.

O ensino de Matemática também não escapou às conseqüências danosas desse tipo de "política educacional". Assim, parte do que acontece no ensino de Matemática em todos os níveis é reflexo dessa expansão e parte do que acontece é decorrente da própria estrutura do sistema escolar que não soube compatibilizar a dinâmica e as necessidades da transformação estrutural do país, com o currículo e a prática educativa.

A situação atual nos mostra salas de aula que acolhem (na escola pública) de 40 a 50 alunos. Aulas expositivas, na maioria das vezes, sem qualquer participação dos alunos, assuntos estéreis e sem nenhuma relação com a prática, ênfase apenas em simbologia desnecessária, regras e memorização, aliadas a um sistema de avaliação extremamente perverso, punindo as idéias e o processo de construção do raciocínio e, conseqüentemente desestimulando a criatividade. As conseqüências desse tipo de ensino, privilegiando o "como fazer", transformam o livro texto em um "ente todo poderoso", nada havendo para ser discutido , para ser acrescentado e onde tudo está pronto e acabado, fazendo do "ensino" uma mera repetição de fórmulas e problemas.

A experiência no ensino de 1º grau mostra e a bibliografia em psicologia do desenvolvimento e aprendizagem confirma que as crianças, quando a elas se dá oportunidade de expressão, são cheias de energia, criativas e extremamente receptivas às novas experiências. Neste nível de ensino, verifica-se que o conhecimento pode ser construído pela participação ativa na aquisição do conhecimento. As situações devem estimular o raciocínio e o uso de experiências já vivenciadas pelo aluno, e devem, sobretudo, permitir-lhe expor sua forma própria de pensar em relação à situação em destaque. Essas situações podem surgir do próprio sujeito ou serem estimuladas pelo ambiente .

Para muitos professores essa forma de conceber o ensino representa uma verdadeira catástrofe, pois argumentam: como fica o programa que deve ser cumprido ao final do período escolar? Ou, como o aluno vai acompanhar a série seguinte? Estes professores teriam grande surpresa se comprovassem o que fica para o aluno, do "pretensamente ensinado", ao final de um período letivo.

Em 1981, foi realizada uma experiência pessoal com uma turma de 7a série da escola Estadual Santa Cruz - Guarapuava, Paraná, que pode servir para ilustrar esse aspecto. Uma semana após a aplicação de uma verificação relacionada a conteúdo de polinômios, foi aplicada a mesma avaliação, sem comunicar, com antecedência, aos alunos.

O resultado foi que, somente 8 dos 34 alunos, que se submeteram à avaliação anterior, tiveram nota igual ou 1 ponto a mais ou a menos (da avaliação anterior). Os demais, apresentaram diferenças de até 5 pontos para menos, com exceção de 2 alunos, que não haviam atingido média e aumentaram em 2 e 1,5 pontos respectivamente, nesta segunda avaliação. Em apenas uma semana, de 20 a 50% do conteúdo trabalhado no bimestre já não era mais "lembrado".

Outro fato, que temos observado e que comprova que a preocupação em se cumprir o programa deveria merecer um pouco mais de reflexão por parte dos professores é relativo aos aspectos de aprendizagem e retenção. Tomemos como exemplo um conteúdo qualquer de 1ª a 4ª série, a multiplicação, com a finalidade de ilustrar esse fato. O aluno inicia a multiplicação, ao final da 1ª série, na grande maioria de nossas escolas. Contudo, ao chegar à 5ª série, quase a totalidade dos professores afirmam que os alunos não sabem fazer a multiplicação. Com relação à divisão, esta chega a ser objeto de reclamação até no 2º grau!

Esses exemplos mostram que aquilo que foi pretensamente "ensinado", nada ou muito pouco valeu para o aluno. Para o professor, contudo, ao cumprir o "programa" estabelecido parece ter atingido o principal objetivo da escola e consequentemente de suas aulas.

Enquanto a preocupação do corpo técnico da escola e dos professores estiver centrada no "programa", dividido em bimestres, será muito difícil uma prática educativa voltada para o aluno. É necessário que cada professor se coloque no mesmo contexto vivido pela população, pois, muitas vezes, o professor parece pertencer a outro contexto, seja ele social, econômico e político, diferente do contexto dos outros segmentos da população. Estamos diante de uma realidade e nela as ações devem ser efetivadas a despeito de todos os problemas decorrentes da mudança estrutural, vividos atualmente, sejam estes problemas sociais, econômicos ou políticos, para que a educação cumpra, verdadeiramente, o seu papel de transformação social.

CAPÍTULO II

PROCEDIMENTO: COMPONENTES E ETAPAS DO TRABALHO

2.1 Proposição e Delimitação do Problema.

A partir dos pontos colocados e tentando inserir a problemática em uma visão mais ampla do sistema escolar, da nossa própria experiência de vida e sobretudo da forma como pensamos, sentimos e agimos em Educação, podemos enunciar algumas preocupações. Estas preocupações têm reflexos no processo de ensino-aprendizagem da matemática e dentre elas destacam-se: Como preparar o professor para se conseguir uma mudança na sua postura, na sua prática educativa visando à melhoria no ensino de Matemática? Como assegurar a continuidade do preparo do professor, frente à proposta apresentada? Como realizar o acompanhamento desse preparo para assegurar-se de sua efetividade?

Essas preocupações nos levaram a propor o seguinte problema:

Verificar se o uso do método da Modelagem Matemática, onde o professor enquanto participante dessa experiência, tem oportunidade de escolher seu próprio tema, produz alguma diferença no processo de ensino-aprendizagem da Matemática e na prática pedagógica desse professor.

2.2 Participantes da Experiência

A experiência envolveu um grupo de 40 (quarenta) professores de matemática que atuam no ensino de 1º e 2º graus das redes: estadual, municipal e particular de ensino, da região de Guarapuava, incluídos um professor da cidade de Apucarana - PR e uma professora da cidade de Cândido de Abreu - PR.

2.3 Procedimento: etapas do trabalho de pesquisa

Na busca de se compreender o atual momento da situação brasileira em vários dos seus aspectos: social, econômico, político e as suas conseqüências para a educação, foi lançado mão de variada literatura, abrangendo a industrialização no Brasil e suas conseqüências no crescimento da urbanização do País, da história da educação no Brasil e das fontes de dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE.

A literatura consultada e os dados populacionais, econômicos e educacionais obtidos permitiram conhecer mais sobre o quadro da educação a partir de uma situação concretamente instalada no País.

Nesse trabalho buscou-se também rever a literatura referente à Modelagem Matemática destacando-se aquela que foi considerada importante para um melhor conhecimento do método e também relevante para possibilitar a elaboração de alguns princípios a serem contemplados no trabalho com a Modelagem Matemática nas escolas.

O desenvolvimento dos cursos, com os professores das redes; estadual , municipal e particular em uma experiência com o Método da Modelagem, se constituiu em uma importante etapa desse trabalho e objetivou o preparo do professor de 1º e 2º graus em uma forma alternativa para o ensino de Matemática.

A elaboração e o desenvolvimento de projeto nas escolas foi outra importante etapa do trabalho. Essa ação, fazendo uso da Modelagem Matemática forneceu aos professores de 1º e 2º graus envolvidos no projeto a oportunidade de colocar em prática, na sala de aula, a sua experiência vivida. Esta etapa pode favorecer a aquisição de segurança por parte do professor, para desenvolver suas atividades em sala de aula, pois através do acompanhamento pessoal pode sanar suas dúvidas e a insegurança própria de um trabalho que, de alguma forma, rompe com o cotidiano tradicional da sala de aula. Essa etapa pode também revelar a diversidade do procedimento na prática pedagógica do professor, que será um elemento importante para a elaboração teórica e da proposta para a adoção da Modelagem no ensino de matemática do 1º e 2º graus.

O acompanhamento aos professores que desenvolveram projetos, nas escolas, foi considerado imprescindível, na medida que o professor sentiu-se mais seguro e confiante para desenvolver um trabalho novo, mais livre, mais solto e, por isso, mais sujeito a riscos. O acompanhamento envolveu visitas às escolas, o trabalho com o professor e os alunos, reuniões com os professores envolvidos nos vários projetos.

A descrição dos projetos tem como objetivo explicitar, com maiores detalhes, os temas sugeridos e desenvolvidos pelos alunos. A descrição está baseada nas visitas e nos relatórios de desenvolvimento dos projetos, solicitados aos professores.

Os dados, obtidos através dos relatórios dos professores,anotações nas visitas realizadas às escolas, depoimento de alunos e professores envolvidos constituem-se, ao lado da experiência acumulada pela realização de vários cursos, palestras, orientações monográficas e coordenação de projetos, em elementos valiosos na elaboração das diretrizes gerais para uma proposta de adoção do Método da Modelagem no ensino de Matemática.

Os cursos com professores, a elaboração e o desenvolvimento dos projetos foram componentes importantes e fundamentais da parte prática do trabalho, para dar suporte ao embasamento do Método da Modelagem e à forma de trabalhá-lo no 1º grau: da

1ª a 4ª séries e da 5ª a 8ª séries e, ainda, no 2º grau.

2.4 O Procedimento Metodológico

Os objetivos e as questões propostas neste trabalho, conduziram-nos à necessidade de refletir sobre o encaminhamento metodológico, com o propósito de captar as ações desenvolvidas da forma como elas se realizam, sem uma intervenção maior, a ponto de alterar os resultados e as respostas.

A Modelagem Matemática, enquanto um Método de ensino de Matemática, pressupõe alguns princípios básicos para a sua adoção:

1. Partir do interesse do grupo de pessoas envolvidas.

2. Obter as informacões e os dados no ambiente onde se localiza o interesse do grupo.

Diante das questões apresentadas e do desejo de contemplar as especificidades do Método da Modelagem,optou-se por conduzir a investigação dentro de uma abordagem qualitativa, utilizando o Método Etnográfico. Tal opção deveu-se ao fato de as leituras sobre pesquisa etnográfica mostrarem esse método como, aparentemente, o mais adequado aos propósitos centrais desse trabalho.

O Método Etnográfico tem despertado o interesse dos pesquisadores na área de Educação por se tratar de uma metodologia qualitativa, que permite uma abordagem mais completa dos fenômenos. Muitas vezes, tem-se a necessidade, não de quantificar determinados dados ou observações, mas dizer sobre os dados ou observações mais do que a quantificação pode oferecer. Assim, considerações apenas sobre aspectos quantitativos podem fornecer informações imprecisas e precipitar conclusões a respeito das observações realizadas, principalmente quando de trata de assuntos educacionais.

Segundo Gallagher(1984), os métodos qualitativos podem ser empregados para se adquirir uma melhor compreensão sobre os motivos, valores, crenças, atitudes e compromissos que existem por trás dos eventos observados. Para o autor, os métodos usados pelos etnógrafos incluem as observações que podem se apresentar de duas formas: observações passivas e observações participativas. As observações passivas incluem a visão e a audição, isto é, o pesquisador vê e ouve. Nas observações participativas, o autor inclui as entrevistas, as conversas informais e a revisão de documentos.

Para Gallagher, a etnografia difere em aspectos importantes de outros métodos de pesquisa. Um primeiro aspecto é quanto ao resultado ,enquanto através de outros métodos os resultados são preditivos, no método etnografico os aspectos são mais descritivos. Um segundo aspecto é o modelo de homem presente. De certa forma, o método etnográfico assemelha-se ao método fenomenológico.

Para Bogdan & Biklen (1982), a pesquisa qualitativa se assenta sobre cinco características básicas:

1. Tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como o seu principal instrumento.

2. Os dados coletados são eminentemente descritivos.

3. A preocupação maior é com o processo mais do que com o produto.

4. O "significado" que as pessoas dão às coisas e a sua vida merece atenção especial do pesquisador.

5. A análise dos resultados tende a seguir um processo indutivo.

Para Wilson (1977), citado por LUDKE, M & ANDRÉ M.D.A. (1986:15), o Método Etnográfico fundamenta-se em duas hipóteses sobre o comportamento humano:

> "A hipótese naturalístico-ecológica que afirma ser o comportamento humano significativamente influenciado pelo contexto em que se situa e a hipótese qualitativo-fenomenológica, que afirma ser praticamente impossível entender o comportamento humano sem o quadro de referência dentro do qual os indivíduos interpretam seus pensamentos, sentimentos e ações".

Muito pertinente é a colocação de Wolcott (1975), citado pelas autoras para o fato de que:

> "o uso da Etnografia em Educação deve envolver uma preocupação de pensar o ensino e a aprendizagem dentro de um contexto cultural amplo".

Na Modelagem Matemática, assim como na abordagem qualitativa de pesquisa, a ênfase é no retratar a perspectiva dos participantes. No presente trabalho em um primeiro momento, tenta-se captar as perspectivas dos professores envolvidos no projeto, procurando entender como eles vêem o ensino de Matemática e como eles próprios o ministram. Em um segundo momento, é também importante conhecer aquilo que professores e alunos envolvidos no processo de Modelagem Matemática na sala de aula pensam, sentem e agem em relação ao método de ensino proposto.

Além disso, quando colocamos como um dos objetivos do trabalho, verificar se houve uma mudança de postura no professor após a participação no curso de Modelagem Matemática, tínhamos consciência de que os elementos obtidos seriam estritamente qualitativos, pois seria difícil quantificar uma mudança de postura. Dessa forma, os elementos deveriam ser obtidos através de observações diversas e entrevistas com o professor e alunos envolvidos no processo.

Por mudança de postura do professor, entende-se a forma de comportamento do professor em relação: aos alunos, à forma de conceber o ensino de Matemática, à preocupação com o processo de ensino-aprendizagem e à forma de avaliar.

Outro fator determinante da escolha do método de pesquisa foi perceber uma harmonização consistente entre o método

Etnográfico e o próprio processo da Modelagem Matemática, além da forma como pretendia tratar os objetivos estabelecidos. Um dos objetivos do trabalho é a elaboração de uma proposta para a adoção da Modelagem no ensino de 1º e 2º graus, a partir da perspectiva de quem a vivenciou (professores e alunos). Os dados foram fornecidos pelos alunos e professores e as observações foram realizadas durante as visitas às escolas.

Quando Wolcott coloca que a Etnografia deve envolver uma preocupação maior que é pensar o ensino e a aprendizagem num contexto mais amplo, também isso está consoante com o método da Modelagem, que parte de um problema, ou de um tema de interesse dos grupos envolvidos o que permite a oportunidade de contatos diversos com pessoas ou grupos de pessoas, e outras perspectivas de interação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Essa forma de pensar o ensino de Matemática carrega consigo a concepção de uma Matemática não restrita ao seu próprio contexto mas, capaz de relacionar o que é aprendido dentro e fora da escola: uma Matemática construída na interação do homem com o mundo, uma Matemática com história.

CAPÍTULO III

OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

3.1 Objetivos.

a) Elaborar, com base nos dados fornecidos pelo desenvolvimento do trabalho, através da observação, depoimentos dos professores e alunos e da própria experiência, uma proposta de adoção da Metodologia da Modelagem no ensino de Matemática no 1º e 2º graus.

b) Verificar a presença da diversidade de procedimentos na prática pedagógica em um grupo de professores envolvidos nos projetos de Modelagem Matemática no 1º e 2º graus.

c) Estabelecer a Modelagem Matemática como uma prática significativa para professores e alunos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática no 1º e 2º graus.

d) Preparar o professor de matemática do 1º e 2º graus, visando a adoção do método da Modelagem no ensino de Matemática.

3.2 Justificativa.

As considerações feitas a partir de pontos surgidos nos estudos realizados à respeito da educação conduziram a alguns aspectos que se destaca, atualmente, no ensino. O primeiro desses aspectos seria, sem dúvida, a própria formação dos professores de Matemática no 1º e 2º graus. Vários estudos e congressos têm mostrado que são muitas as instituições de ensino Superior que se propõem a formar o professor, contudo, poucas têm tido a preocupação em dar a esse professor condições de exercer sua profissão com competência, em um mundo em constantes transformações sociais, econômicas e políticas.

Outro aspecto observado no Estado do Paraná é o grande número de alunos em sala de aula, 40 a 50, principalmente na escola pública, o que impossibilita o professsor até de se locomover para atender aos alunos que necessitam de orientação ou ajuda. A grande maioria das escolas possui salas com 30 a 40 m^2. É comum ouvir-se, após uma reclamação relativa ao número de alunos por turma, a seguinte resposta: " Ao final do 1º semestre, a turma estará reduzida pela metade: por que, então, a preocupação?".

A exigência de um número mínimo de 35 alunos por sala de aula parece deixar implícito o fracasso iminente dos alunos no decorrer do período escolar.

O terceiro aspecto trata da insistência de se cumprir o "programa" previsto para determinada série. Na maioria das escolas, a maior preocupação dos órgãos administrativos refere-se ao "cumprimento do programa" e o aluno passa a ser um elemento secundário no processo ensino - aprendizagem .

São esses aspectos, entre outros, que têm ditado a prática pedagógica na maioria das escolas e parece que isso ocorre com maior freqüência nas escolas públicas. Com o propósito de fornecer alguns elementos que permitam , através de uma prática pedagógica e diferenciada, contribuir para a melhoria do ensino de Matemática, é que se efetuou o presente trabalho.

Contudo, para que essa aspiração se concretize, é necessário investir no professor. Investir no professor significa, além de um salário digno, uma jornada de trabalho compatível e um especial cuidado com o seu preparo. Preparar o professor consiste em caminhar ao seu lado, orientando-o nas dificuldades e nas dúvidas, proporcionando-lhe condições de crescimento, além de vivenciar experiências que contemplem outras formas de se apresentar os conteúdos matemáticos no 1º e 2º graus; ser capaz de provocar questionamentos, reflexões e desafios para seus alunos. O professor deve, a partir dos interesses e dos questionamentos dos alunos estar aberto às novas experiências, à reflexão e aos desafios.

A partir da experiência envolvendo a Modelagem Matemática, espera-se contribuir para o preparo e a mudança de postura do professor frente ao ensino de Matemática, tornando-a através da sua ação uma prática educativa significativa, viva e dinâmica para o aluno. E dessa mudança frente à educação e ao ensino de matemática, mais particularmente , o professor pode se constituir em um efetivo agente de transformação social.

3.2.1 A Modelagem Matemática

Até o século XIX a Matemática Aplicada esteve mais estreitamente ligada à Física e à Engenharia, elaborando Aplicações da Matemática ao estudo dos problemas dessas disciplinas.A Matemática Aplicada envolve duas atividades essenciais: a Modelagem Matemática e o uso de técnicas matemáticas. Há quase três décadas a expressão Modelagem Matemática tornou-se uma expressão mais usada do que Matemática Aplicada

Matemática, sem ser seguida pela dedução matemática de todas as conseqüências e comparações com observações,é apenas uma parte de trabalho; técnicas matemáticas apenas podem conduzir a resultados estéreis.[1] Para confirmar essa afirmativa, McLone[2], observa que a maioria dos estudantes de Matemática são expostos ao desenvolvimento de teorias altamente formalizadas em áreas ou campos particulares e ao domínio de um grande número de

---

1. KAPUR, N. J. The art of teaching mathematicals modelling. Int J. Math. Educ. Sci. Technol. 13(2) : 185-92, 1982.
2. MCLONE, R.R. Mathematical modelling. the art of. applying mathematics in: ANDREWS. I.G. e HCLONE, R.R. Mathematical Modelling. London, Butterworths 1976 Cap.1 p.3.

técnicas matemáticas. Embora esse autor reconheça a importância do binômio teoria e técnica, na formação da bagagem de um matemático aplicado, o estudante não vê, por exemplo, como Newton trabalhou e desenvolveu o processo para o que é hoje uma teoria estabelecida. Da mesma forma, não mostra a importância desse modelo para os problemas práticos enfrentados por engenheiros e físicos.

Assim, permanece a impressão de que a aplicação da Matemática consiste, simplesmente, em encontrar e aplicar fórmulas adequadas para encontrar determinadas respostas. Para McLone:

> "este processo emite um componente importante, sem o qual a aplicação pode conduzir a resultados estéreis. Este componente é a representação do "mundo real" em termos matemáticos para que se possa alcançar uma compreensão mais precisa de suas propriedades significativas e, com créditos, possibilitar alguma forma de predição de eventos futuros. Isto tem sido descrito no tema Modelagem Matemática"[3]

Para Kapur (1982:185-192) a Modelagem é considerada uma arte. Desta forma, deve ser aprendida e ensinada como uma arte. A pedagogia da Modelagem Matemática tem que buscar sua inspiração na pedagogia das finas artes e na Música, mais do que na Física e na Química. O autor coloca que a arte da música e da pintura parece exigirem mais arte, mais sensibilidade e mais interpretação que a Física e a Química. Em continuação, o autor

---

3. Ibid. p.1.

ressalta que a Modelagem Matemática é aprendida através da ação, isto é, construindo modelos matemáticos e dedicando esforços para o aperfeiçoamento desses modelos. Adquire-se confiança somente fazendo modelos próprios, por mais grosseiros que possam ser. Um curso em Modelagem Matemática pode ser apenas uma etapa na aprendizagem da modelagem, e precisa ser seguido de perto por um grande número de cursos e projetos que o complementem.

A Modelagem Matemática tem sido feita desde a Pré-História. O homem vive na busca contínua para conhecer e compreender o seu ambiente. Para conhecê-lo, o homem procura compreendê-lo, explorando-o, valendo-se, em parte, da sua racionalidade. A capacidade do homem de raciocinar, refletir e pensar permitiu-lhe questionamentos sobre a natureza e os seus fenômenos como a chuva, o frio, o furacão, o vento, os terremotos e outros.

À medida que procura esses conhecimentos, o homem começou a criar e desenvolver sua ciência. Essa ciência, contudo, ficava atrelada às concepções da visão do mundo da época, assim como da organização social, política e religiosa de cada povo. Nesse contexto, algumas ciências, como a Astronomia e a Matemática, tiveram maior desenvolvimento.

O progresso da Matemática culminou com o surgimento do Cálculo Diferencial Integral, com Leibniz (1646-1716) e Newton (1642-1727), o que provocou uma verdadeira revolução na ciência, tornando-se, o seu estudo, o principal instrumento dos progressos interiores das matemáticas modernas.[4]

Desta forma, o homem encontrou na Matemática uma poderosa ferramenta na busca do entendimento da natureza e dos seus fenômenos. O homem, através desse conhecimento, exerceu sua ação de duas maneiras: primeira, tentando amenizar os efeitos destruidores de fenômenos como terremotos, maremotos, furacões, frentes frias, chuvas e outros. Segunda, usando o poder desses fenômenos em seu benifício.

A capacidade humana de pensar, questionar e criar, aliada ao espírito de investigação e da ferramenta matemática já desenvolvida, permitiu ao homem explorar seu meio ambiente, modelando-o para melhor conhecê-lo.

A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões.

O uso sistemático dos modelos matemáticos teve início, presumivelmente, nas últimas duas décadas do século XIX.[5] As últimas décadas têm marcado um repentino fluxo de interesse explícito em Modelagem Matemática.

---

4. VASCONCELOS, F. A. - História das matemáticas na antiguidade, Lisboa - Ailland - Bertrand. 1925, p. 45.
5. HILGARD, R. E. O aparecimento dos modelos matemáticos. In: teoria da aprendizagem. São Paulo, EPU, 1973. p. 463.

Segundo Kapur[6], o interesse mundial em Modelagem é crescente e o motivo, para este interesse, é que foi dada uma nova identidade e uma nova unidade à Matemática Aplicada, enfatizando os campos da indústria e defesa e, com isso, oportunizando campo de trabalho para matemáticos aplicados com habilidade em Modelagem Matemática.

O IV Congresso Internacional sobre Educação Matemática, em Berckley, 1984, enfatizou esse interesse, onde pelo menos 4 sessões completas foram destinadas ao tema da Modelagem Matemática.

Algumas Universidades e Centros Politécnicos, como por exemplo a Faculdade de Matemática, do Instituto de Tecnologia Educacional da Universidade Aberta, Inglaterra, promovem cursos envolvendo a Modelagem Matemática. O Departamento de Matemática, Ciências e Computação, de Rolytechnic of the South Bank, Londres - Inglaterra, promoveu curso de Modelagem Matemática em curso de Mestrado em Educação Matemática.[7]

Verificou-se a organização de um grande número de grupos ativos de Indústria-Universidade. Um exemplo dado por Kapur[8], é o grupo de Oxford. Cada ano, cerca de meia dúzia de problemas matemáticos são apresentados a um grupo de matemáticos e analistas numéricos, por pessoas da indústria, que necessitam de soluções para esses problemas. Os dois grupos, juntos com estudantes graduados, encontram-se durante uma semana, discutem os problemas e são bem sucedidos na resolução de alguns deles.

---

6. KAPUR, N. J. op. cit. p. 190.
7. OKE, K. H. Teaching and assessment of mathematical modelling in a M.Sc. course in mathematical education. In: Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. 1980, v.11, nº 3, p. 361.
8. Ibid. p. 192.

Os estudantes graduados continuam a trabalhar nesses problemas, depois de acabada a conferência semanal e muitas vezes esses problemas resultam em teses de doutoramento.

3.2.2 Aspectos Gerais da Modelagem Matemática

O objetivo da Matemática Aplicada, segundo Hall[9], é compreender a realidade matematicamente. O engenheiro, contudo, pode estar mais interessado em saber se a sua ponte resistirá à carga a ser colocada sobre ela, ou o administrador de um hospital em obter uma maneira de se reduzir o tempo de espera por paciente, isto é, obter respostas específicas para problemas específicos. Na prática, o início do processo está freqüentemente ligado a alguma situação-problema, para a qual uma "solução" é procurada. Para Hall, o uso de palavras como "problema" e "resposta" pode ser muito enganoso. Inicialmente, há a necessidade de se identificar o que é realmente "problema" e isto se constitui em dificuldade, pois situações reais raramente aparecem bem definidas. A identificação de um "problema" acessível ao tratamento matemático é freqüentemente longa e envolve muitas habilidades que não estão relacionados com a Matemática, como por exemplo, falar com pessoas não matemáticas na área do problema e procurar escrever qualquer literatura relevante são, na concepção desse

---

9. HALL,G.C. In:MCLONE, R.R..Mathematical Modelling in: The art of applying mathematics. Londres, Butterworths, 1976. p.2.

autor[10], aspectos importantes desta parte de exercício de Modelagem. Freqüentemente e simultaneamente à etapa de identificação do problema, tem início o processo de separar aspectos essenciais, com o objetivo de simplificar o problema que, em geral, é complexo, por envolver muitos aspectos, alguns relevantes, outros, porém, insignificantes.

Uma vez identificados esses aspectos, procura-se traduzi-los em entidades matemáticas e estabelecer relações entre essas entidades. As relações estabelecidas entre essas entidades constituem o modelo. Formulado o modelo, é necessário validá-lo.

A validação consiste em checar a formulação, as equações ou outras relações matemáticas com a situação inicial. A matemática que constitui o modelo deve ser auto-consistente e obedecer a todas as leis usuais da lógica matemática. McLone[11] ressalta que a validade de um modelo é medida pela sua capacidade de representar a situação inicialmente descrita. Contudo, se um modelo é validado, tal validação é extensiva a uma grande escala de situações análogas. A validação pode, ainda, tomar outras formas, como a de um julgamento, com o objetivo de verificar se o modelo é ou não adequado para o propósito do problema em questão. Para o autor citado, isso significa que um problema pode ter soluções diferentes, em tempos diferentes, dependendo dos critérios estabelecidos pelo modelador ou solucionador e dos aspectos considerados da situação inicial.

---

10. MCLONE, R. R. Mathematical modelling in: The art of appluing mathematics. Londres, Butterworths, 1976. p. 2.
11. Ibid. p. 3.

Bassanezi, coloca que:

> "a validação é também um processo de decisão de aceitação ou não do modelo inicial dependendo do grau de aproximação desejado".[12]

Também a propósito da aproximação, McLone (1976:4), assinala que muito tempo pode ser investido no processo de refinar uma solução de um modelo para o alcance pretendido pela formulação do próprio problema. Assim, se os dados iniciais são responsáveis por um erro de, digamos, 5%, é claramente sem sentido apresentar soluções em que se espera estejam corretas em nível de 1%. Uma resposta que, embora baseada em tratamento matemático sofisticado, seja impossível de efetuar na prática, torna-se, segundo esse autor, irrelevante para o problema em questão. Algumas vezes, uma resposta, que possa ser obtida rapidamente, torna-se mais efetiva do que uma resposta mais exata que, no entanto, pode levar longo tempo para ser obtida.

---

12. BASSANEZI, R.C. & FERREIRA, N. C. JR. Equações diferenciais com aplicações. São Paulo, Harbra, 1988. p.7.

CAPÍTULO IV

O ENSINO DE MATEMÁTICA: A SITUAÇÃO ATUAL E A PERSPECTIVA ATRAVÉS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

4.1 A Abordagem usual do ensino de Matemática: situações, representações e desafios.

As últimas três décadas têm mostrado uma das maiores crises no ensino de modo geral, e no ensino de matemática em particular. As considerações relativas à importância da Matemática, ensejaram a questão do por quê parecer tão diferente a Matemática estudada na escola da Matemática vivida e experienciada no dia a dia?

Alguns estudos (Carraher, 1988) Carraher e Scheliemam tentam explicar as razões das dificuldades apresentadas pelas crianças, principalmente na escola elementar e os motivos destas dificuldades referem-se ao uso mais freqüente, fora da escola, de uma aritmética mental e oral. Tal procedimento segundo Hiebert (1989:39), embora essencial, produz algumas limitações nas tarefas mais tradicionais da escola: operações e problemas. Isso acontece pois a criança, em atividades fora da escola, ao invés de trabalhar a representação simbólica, faz uso mais constante dos símbolos escritos. Contudo, o estudo explica só em parte as dificuldades vividas pelos alunos.

O ensino de Matemática, na maioria das escolas, com raras exceções, enfatiza em demasia as regras, a memorização para as respostas às questões matemáticas. É comum obsevar-se nos cadernos dos alunos de qualquer nivel, 1º e 2º graus, modelos e, a seguir, uma lista de exercícios relativos àqueles modelos. Podemos estabelecer vários exemplos como: "arme e efetue" onde as crianças desde a 1ª série do 1º grau, são submetidas a esse tipo de exercício. É apresentado o modelo, por exemplo: 18+25. A criança deve então armá-la, e armá-la, signifca colocar as parcelas 18 e 25 na forma vertical. Depois, deve resolvê-la:

$$\begin{array}{r} 18 \\ +\underline{25} \\ 43 \end{array}$$

Em nível de 5ª a 8ª séries, sentenças como $2x + 3 = 5$ e em seguida, a sua resolução:

$$2x + 3 = 5$$
$$2x = 5 - 3$$
$$2x = 2$$

$x = 1$, e a partir do exemplo, uma lista de 10 a 20 exercícios.

As regras, a serem memorizadas, muitas vezes usam artifícios como a música e a mnemônica, e atualmènte são muito enfatizadas no ensino. Um exemplo clássico, usando este processo, é dado na memorização do conteúdo de trigonometria, soma de arcos, onde, para memorizar o resultado de sen(a+b) que é senacosb+senbcosa, emprega-se a letra da música "minha terra tem palmeiras, onde canta o sabiá ...". Outros conteúdos onde se enfatizam as regras e a memorização, são: produtos notáveis, regra dos sinais e o teorema de Pitágoras, entre outros.

Os exemplos apresentados estão aí, permeando os livros didáticos e os cadernos das crianças, basta conferir. Partindo dos exemplos colocados, podemos iniciar um reflexão sobre a crise no atual ensino de Matemática.

No primeiro exemplo, é dada a seguinte adição 18+25. A criança vai "armar" o que, na prática, significa dispor verticalmente as parcelas e, após, resolvê-la.

A criança pode resolver 10, 20 ou 30 exercícios corretamente, contudo, isso não significa que ela compreendeu o porquê do "vai mais um", que talvez fosse o objetivo do exercício. Em "Reinventando a Aritmética", Kamii (1986), coloca:

> "É muito fácil ensinar os alunos de 1ª série a responder corretamente perguntas tais como 18+25, somando cada coluna".[1]

Se lhes perguntar quanto é 18+25 eles, provavelmente, usarão a técnica de "continuar e contar" somando 25 vezes +1 ao número 18, e não conseguirão fazer nenhuma relação entre essa operação e a soma vertical de cada coluna de 18+25. Para Kamii isso ocorre porque os alunos da 1ª série têm muita dificulda-

---

1. KAMII, C. & DECLARK, G., Reinventando a aritmética - Campinas, Papirus, 1986. p. 133.

de de entender o valor posicional e assim, da mesma forma, a adição. Para a autora, a adição de números de dois algarismos é uma empreitada, pois dá às crianças duas formas distintas de ver uma mesma questão; por um lado, o raciocínio usado e, por outro lado, um "truque" aprendido na escola.

Em outro exemplo apresentado, $2X+3=5$, é enfatizada a regra dos sinais para se determinar o valor do elemento desconhecido X. Assim, o aluno memoriza, mecanicamente, que, se for +(mais), no 1º membro, "passa" -(menos) para o segundo membro e vice-versa, Se for divisão, "passa" X(multiplicando) e se for X(multiplicação), "passa" dividindo.

Para muitos professores é suficiente que os alunos memorizem essa "regra" para que a aprendizagem esteja assegurada. Ao se trabalhar com produtos notáveis, é esperado que, uma vez colocada a expressão $(a+b)^2$ o aluno responda imediatamente "o quadrado do primeiro, mais duas vezes o primeiro pelo segundo, mais...". Se o aluno perguntado demora em dar a resposta, outro aluno já é solicitado a responder. Não lhe é dada a oportunidade de pensar, de encontrar um estratégia própria de resolver o exercício.

Os dois últimos exemplos parecem se enquadrar, no ensino e aprendizagem por memorização, onde a prática educativa envolve apenas o armazenamento de fatos na memória,o treinamento da mente e a repetição. Muitos alunos se dão bem com esse processo, pois possuem grande capacidade de memorizar, em várias disciplinas. Contudo, se colocados diante de uma situação que exige reflexão, estes alunos sentem-se completamente perdidos.[2] Para Bigge, isso explica o fato de alguns alunos irem "tão bem" em algumas disciplinas em um período escolar, e "tão mal", nas mesmas disciplinas, em um outro período.

4.2 Modelagem Matemática e a significação na aprendizagem da Matemática

Dentre as várias teorias da aprendizagem passíveis de relacionamento como o ensino de Matemática, a teoria de David P. Ausubel chamou-nos particularmente a atenção por considerar mais profundamente a aprendizagem tal como ocorre em sala de aula, deflagrada pelo processo de ensino.

O problema central da teoria de Ausubel consiste na identificação dos fatores que têm influência na aprendizagem e na retenção dessa aprendizagem.[3] Para explicar a aprendizagem e a retenção, Ausubel (1977) valeu-se do constructo da estrutura cognitiva que é, por hipótese, uma estrutura piramidal, hierarquicamente organizada, tendo no ápice os conceitos mais inclusivos, menos diferenciados, na parte intermediária estão os subconceitos menos gerais. A base é formada por subconceitos menos inclusivos e mais diferenciados, e dados factuais.

---

2. BIGGE, M.L. Teoria da aprendizagem para professores, São Paulo, E.P.U. 1977 p. 314
3. ARAGÃO R. M. R. Teoria da aprendizagem significativa de David P. Ausubel - sistematização dos aspectos teóricos, tese de doutorado, Campinas, 1976.

A aprendizagem significativa é um processo no qual uma nova informação é relacionada a um aspecto relevante, já existente na estrutura de conhecimento de um indivíduo (Ausubel 1968:7). Para Ausubel, a interação entre o novo material que entra no campo cognitivo e o sistema conceitual mais relevante, e mais inclusivo já estabelecido na estrutura cognitiva, acarretando acréscimo de conhecimento, chama-se subsunção. Para Aragão (1976:) o fato de um material ter a possibilidade de ser subsumível isto é, relacionável com elementos estáveis da estrututa cognitiva é o que explica para Ausubel, sua significação e torna possível a construção de relações significativas.

A subsunção explica não só a aquisição de novos significados, acréscimo de conhecimento, mas também a extensão do período de retenção de significados, a aprendizagem duradoura.

À medida que se realiza a prendizagem significativa, o desenvolvimento e a elaboração de conceitos subsunçores necessariamente ocorrem.[4] Do ponto de vista da teoria de Ausubel, o desenvolvimento de conceitos ocorre, de forma mais efetiva, quando os elementos mais inclusivos de um conceito são introduzidos em primeiro lugar e, então, a idéia é progressiva.

Contudo, para que essa aprendizagem significativa se realize, é necessária a deflagração e um processo de ensino que a favoreça. O processo de ensino proposto pela Modelagem Matemática contempla a aprendizagem significativa, tal como Ausubel a concebe.

---

4. NOVAK, J. D. Uma teoria de educação. São Paulo, Pioneira, 1981.

Alguns exemplos trabalhados com a Modelagem Matemática ilustram os aspectos abordados por Ausubel. Ao abordar o tema "habitação", o grupo de professores havia optado por trabalhar com a confecção da maquete de uma casa, em que as medidas reais eram 10m de comprimento por 8m de largura, um dos problemas surgidos consistia em confeccionar a planta baixa dessa casa, em uma folha de papel de 21,5cm de largura por 31,5cm de comprimento. Após as trocas de idéias, chegou-se à conclusão que as duas medidas deveriam ser reduzidas a um mesmo número de vezes. Inicialmente, transformou-se as medidas do comprimento e da largura em centímetros, pois seria mais conveniente, já que a folha de papel na, qual se construiria a planta baixa era, também, em centímetros.

Dessa forma, o comprimento de 10m seria 1000cm e a largura 8m tornou-se 800cm. A seguir passou-se a dividir, simultaneamente, 1000 e 800 por números inteiros a partir de 1.

Divisores de 1000
(1,2,4,5,8,10,20,25,40,50,100,125,200,250,500,1000)

Divisores de 800
(1,2,4,5,8,10,20,25,40,50,80,100,160,200,400,800)

Os divisores comuns a 800 e 1000 são :

DC = (1,2,4,5,8,10,20,25,40,50,100,200). Dentre os vários divisores comuns escolheu-se o maior. O maior divisor comum denomina-se Máximo Divisor Comum (M.D.C.).

M.D.C. (1000 , 800) = 200

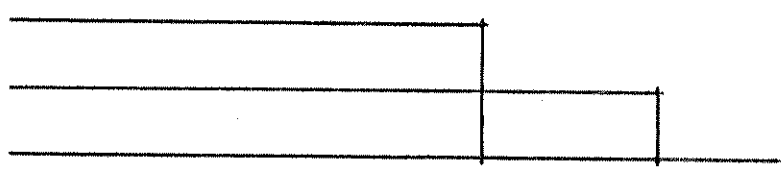
Dividindo o comprimento e a largura da casa pelo M.D.C. observou-se que a planta baixa ficaria muito reduzida e seria difícil uma visualização melhor, não sendo, portanto, aconselhável. Para compatibilizar as medidas do papel disponível realizou-se um estudo com os divisores de 200.

Divisores de 200	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Dimensões do papel (cm)
1	1000	800	31,5 X 21,5
2	500	400	31,5 X 21,5
4	250	200	31,5 X 21,5
5	200	160	31,5 X 21,5
8	125	100	31,5 X 21,5
10	100	80	31,5 X 21,5
20	50	40	31,5 X 21,5
25	40	32	31,5 X 21,5
40	25	20	31,5 X 21,5
50	20	16	31,5 X 21,5
100	10	8	31,5 X 21,5
200	5	4	31,5 X 21,5

Como se pode verificar pelo quadro, além do próprio 200, três outros divisores (100, 50 e 40) poderiam satisfazer essa compatibilização entre as medidas da casa e as medidas do papel disponível para a confecção da planta baixa. Contudo, o melhor aproveitamento do papel verificou-se quando o comprimento e a largura da casa foram reduzidos em 40 vezes.

O exemplo mostra como, a partir de um problema levantado pelos próprios membros de um grupo, é possível trabalhar conteúdos como o Máximo Divisor Comum e divisores de um número de uma forma diferente da convencional, convergente para situação da realidade. Ao tratarem de Máximo Divisor Comum, os livros dão ênfase apenas ao algoritmo prático para a determinação pura e simples do resultado. Ao tratar do divisor de um número, a ênfase é dada apenas com o número deles, isto é, se um número possui 2, 5, 7 ou 10 divisores.

Dessa forma, um novo conceito, no caso, o Máximo Divisor Comum, quando trabalhado como na forma apresentada, tem maior possibilidade de ser subsumível, pois se apresenta estreitamente relacionado a conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, já aprendidos por ele. A diferenciação progressiva, neste caso, se configura ao se apresentar a forma prática de se encontrar o Máximo Divisor Comum. Sejam, por exemplo três tiras de papel com tamanhos de 9cm ,12cm e 15cm . Desejamos obter tiras de modo que tenham o mesmo comprimento e este seja o maior possível.



Inicialmente, podemos tomar as tiras de 12cm e 9cm. Superpondo-as , temos uma sobra de 3cm na tira de 12cm, com a sobra, procuramos dividir a tira de 9cm, em partes iguais a ela e verificamos que é possível; verificamos se a sobra divide a tira maior de 15cm. Constatamos que isso se verifica. Assim, torna-se possível dividir três tiras de papel em partes iguais cujo comprimento é o maior possível, no caso, 3cm. Pode-se perceber que seria, também, possível dividir as três tiras em pedaços de um centímetro, contudo esse não satisfaria o problema inicialmente proposto. Como conseqüência do processo trabalhado, poderia ser discutido o dispositivo prático de Euclides, como uma forma mais simples, porém mais abstrata .

	1	3
12	9	3
3	0	

	5
15	3
0	

M.D.C. (9,12 e 15) =3

As várias opções apresentadas parecem se constituir uma forma de diferenciação progressiva, tal como proposta por Ausubel.

O conhecimento anterior tem efeitos positivos ou negativos sobre a nova aprendizagem, pois existe um impacto do que já se conhece sobre as propriedades relevantes da estrutura cognitiva.[5]

---

5. AUSUBEL, D. P. Educational Psychology - A Coquitive View. New York, Halt, Hinehardt & Winston, 1968.

Outro exemplo, surgido durante a efetivação dos cursos com professores, pode ser mencionado como realização de um processo significativo de ensino. Ao calcular o perímetro de uma quadra de futebol de salão, o grupo de alunos e os dois professores envolvidos encontraram, inicialmente, um perímetro de 112m. Contudo, após discutirem a necessidade de um espaço entre as linhas do campo e a cerca ou proteção, constataram um aumento, no perímetro inicial, de 16m, relativo ao campo, mais a área de segurança de 2m, tanto das linhas laterais como das linhas de fundo. O grupo se interessou por saber em quantos "por cento" aumentou o perímetro do campo. O problema poderia ensejar a seguinte situação:

O perímetro do campo, 112m corresponde a 100%, isto é, ao campo todo; 16m, a quantos "por cento" desse perímetro corresponderiam?

112m ----- 100%

11,2m ----- 10%

1,12m ----- 1%

0,112m ----- 0,1%

Sendo assim, "quantos por cento" correspondente a 16m, poderia ser obtido de uma forma tal como a seguinte:

Comprimento (m)	"Porcentagem" (%)
11,20	10
1,12	1
1,12	1
1,12	1
1,12	1
0,11	0,1
0,11	0,1
0,11	0,1
----------	---------
16,01m	14,3%

Outra forma seria através de proporção.

112 -------> 100%

16 --------> x%

112x = 16.100

$$x = \frac{1600}{112}$$

x= 14,28%

Essas várias formas de trabalhar o assunto dão idéia das possibilidades de diferenciação progressiva, a qual pode, sem dúvida, diferir por detalhes ou especificidade.

Nesses termos, inúmeras situações podem surgir no trabalho com Matemática, desde as primeiras séries. Assim, ao trabalhar a multiplicação nas séries iniciais, seria recomendável trabalhar múltiplas formas, até chegar ao algoritmo final como resultado de um processo.

A seguir, apresentamos uma sugestão para o trabalho com a multiplicação de, por exemplo, 4X14. Ao invés de se colocar desde o início o algoritmo $\begin{array}{r}14\\ \times\ 4\\ \hline\end{array}$ como é usual, pode-se trabalhar a multiplicação de outras formas :

1) Como adição de parcelas iguais.

$$
\begin{aligned}
4X14 &= 14+14+14+14\\
&= (14+14) + (14+14)\\
&= 28 + 28\\
&= 56
\end{aligned}
$$

Para facilitar o entendimento, seria oportuno trabalhar a propriedade associativa, também de várias formas, além da apresentada acima, como as seguintes :

14+14+14+14

14+(14+14)+14=

14+28+14 =

14+(28+14)=

14+42 = 56

ou

(14+14)+14+14

(28+14)+14 =

42 + 14 = 56

De acordo com Ausubel, o procedimento proposto, possibilita estabelecer relações entre uma nova informação, a multiplicação com a adição já presumivelmente estável na estrutura cognitiva do aluno, desde os primeiros anos do ensino de 1a. à 4a séries.

O entendimento entre a linguagem corrente e a linguagem simbólica também se constitui elemento facilitador da aprendizagem. Assim, quatro vezes o quatorze, na linguagen convencional, é traduzido para a linguagem simbólica como 4 x 14, que colocado sob a forma de multiplicação propriamente dita, pode ser trabalhada de várias formas, usando-se as propriedades da decomposição decimal e não decimal, além das formas horizontal e vertical.

2) Usando a decomposição decimal

Assim:

$$\begin{aligned} 4 \times 14 &= 4\ (10+4) \\ &= 4 \times 10 + 4 \times 4 \\ &= 40 + 16 \\ &= 56 \end{aligned}$$

Na forma horizontal, ao fazer uso da decomposição decimal, pode ser estimulado o uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

3) Usando a decomposição não decimal

Na forma horizontal, usando a decomposição não decimal, pode-se usar duas, três, quatro, ou mais parcelas para decompor o 14.

Assim :

$$4\times14 = 4(5+5+4)$$
$$= 4\times5+4\times5+4\times4$$
$$= 20+20+16$$
$$= 56$$

ou ainda :

$$4\times14 = 4(2+3+4+5)$$
$$= 4\times2+4\times3+4\times4+4\times5$$
$$= 8+12+16+20$$
$$= (8+12)+(16+20)$$
$$= 20 + 36$$
$$= 56$$

Na forma vertical, usando a decomposição decimal, seria:

```
 10 + 4                   10 + 4
    x 4        ou            x 4
-------                 --------
  40+16                       16
                          +   40
                           -----
                              56
```

Usando a decomposição não decimal e decompondo o 14 em três parcelas, por exemplo:

```
 14 = 5+3+6
      5+3+6
       x 4
     --------
 20+12+24 = 56
```

Sem o uso da decomposição

```
  14
x  4
------
  16
  40
------
  56
```

Na forma usual da escola, as operações de adição, subtração e multiplicação enfatizam, predominantemente, a forma vertical. As várias formas apresentadas para o trabalho com a multiplicação mostram algumas alternativas possíveis antes de se chegar ao algoritmo comumente trabalhado que é apresentado a seguir:

```
   14
 x  4
-------
   56
```

Como se pode observar, este algoritmo coloca a multiplicação na forma mais simples, porém mais abstrata.

Em todos os exemplos apresentados levou-se em consideração, que:

> ..." todo conhecimento, seja científico ou se origine de simples senso comum, supõe um sistema explícito ou implícito de conservação".[6]

Para Piaget (1971:23), a idéia de conservação é considerada como a condição necessária de toda a atividade racional, sem ter a preocupação de saber ou explicar se essa condição é capaz de justificar essa atividade ou de revelar a natureza da realidade.

---

6. PIAGET. J. A Gênese do número na criança. Trad. Chistiano H. Oiticica. Rio de Janeiro, Zahar, 1971.

O pensamento matemático, como uma atividade que faz uso da razão, não foge a tal regra. A partir dessa forma de se conceber, um conjunto ou uma coleção não são concebíveis a não ser que o seu valor total permaneça invariável, sejam quais forem as mudanças estabelecidas nas relações dos seus elementos. De forma análoga, um número só pode ser compreendido na medida que permanece idêntico a si mesmo, não importando a tranformação das unidades que o constituem. Essa característica matemática essencial chama-se invariância de um número.

Essa característica dos números permitiu, nos exemplos anteriores, a diferenciação progressiva, oferecendo várias alternativas para facilitar a compreensão do aluno, além de ajudar a desmitificar a matemática, pois embora sendo uma ciência exata, mostra que não existe um único caminho para atingir essa exatidão. Um outro exemplo, que se segue, pode ilustrar a desmitificação da Matemática, através do Método da Modelagem.

Em um trabalho realizado no Colégio Estadual Antonio Dorigon, Ensino de 2o. grau - concernente a um curso ministrado a professores - um grupo media uma cancha de esportes e discutia a necessidade de se obter uma unidade maior que o metro, pois dois professores haviam encontrado medidas diferentes do comprimento da cancha: um deles havia encontrado 31m e o outro 33m, sendo que ambos haviam medido o comprimento da cancha usando uma ripa de madeira com um metro de comprimento. Enquanto era discutida a diferença, construiam-se unidades com 2, 5 e 10m. Para ser refeita a medida do comprimento da cancha, uma professora presente fez a seguinte colocação: "segunda-feira um aluno me procurou para saber como o pai dele, que tem um grande pinheiro em casa, deveria fazer para descobrir a altura desse pinheiro. O pai desse aluno estava vendendo o pinheiro para uma serraria; o avaliador foi ver o pinheiro a fim de avaliá-lo e afirmou que o pinheiro media entre 7 e 8m de altura. Por essa razão, o pai queria saber, sem subir ao pinheiro, qual seria a sua altura. A professora havia dito que não tinha a resposta no momento mas, na aula seguinte, ela talvez pudesse dizer alguma coisa ao aluno.

A professora que colocou o problema, juntamente com um grupo que demonstrou interesse pela colocação, dirigiu-se para um local próximo da cancha onde um velho pinheiro fôra preservado e se encontrava majestoso. Naquele momento fazia sol, entretanto, nas duas semanas anteriores, o trabalho ficara mais restrito à sala de aula e à parte interna da escola, devido às chuvas constantes. Chegando ao local, o grupo procurava "adivinhar" o tamanho do pinheiro. Foram pedidas sugestões sobre como determinar a altura do pinheiro com maior exatidão possível. Algumas sugestões foram: "subir no pinheiro e com um barbante marcar a distância do chão até onde se encontrava quem tivesse subido e depois, com um metro, medir" ; "colocar uma pedra na ponta do barbante, atirá-la até posicionar-se num ponto mais próximo da "copa" do pinheiro, e depois era só medir o tamanho do barbante". Tendo em vista as sugestões, uma professora atentou à possibilidade de não ter nenhum pedaço de barbante disponível.

Um dos professores percebeu a sombra projetada pela vara. Com o auxílio de outra ripa de madeira, que também era graduada até centímetros, foi medida a projeção da sombra: 61cm. O professor formulou a seguinte hipótese: "se eu acertar a altura da professora, posso achar a altura do pinheiro com bastante precisão". Assim, mediu a sombra da professora, 97cm e disse, logo em seguida, que ela media aproximadamente 1,60m. A professora concordou. O professor disse que achara uma forma de medir a altura do pinheiro. Com a ajuda de outro colega, determinou a projeção da sombra, 7,35m . Concluiu que o pinheiro tinha 12m de altura.

O problema proposto pode oportunizar o trabalho com vários conteúdos como medidas, perpendicularismo, segmentos, triângulos semelhanças de triângulos, trigonometria e proporcionalidade, de forma diferente da comumente trabalhada, pois, permite a interação entre teoria e prática, reflexão e ação.

No caso da construção da casa, anteriormente apresentada, há a nescessidade de se conhecer o sistema de unidades de comprimento. Contudo, o aluno pode na, 4ª ou 5ª série, ainda apresentar dificuldades em relação a esse conteúdo. De acordo com Ausubel, haveria necessidade de, inicialmente, relacionar essa nova informação aos conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aluno. Alguns desses conceitos , tais como multiplicação, divisão por 10, 100 e 1000, podem ser re-trabalhados, caso não estejam disponíveis na estrutura cognitiva do aluno. O conceito novo é o significado de "medir". Para Ausubel, a formação de conceitos é o principal processo de aquisição de conceitos. Para a questão de medidas, pode-se fazer uso de várias situações atinentes à formação do conceito de "medir", de alguma forma experienciada pelo aluno, para que o conceito operacional, em termos matemáticos, seja adquirido. O uso do palmo, passos, pés, para realizar a medida de uma carteira, mesa, sala de aula, quadro de giz, pode favorecer a aquisição do conceito que é, essencialmente comparar o tamanho de uma certa grandeza com uma unidade previamente escolhida, isto é, determinar o número de vezes que essa unidade, também às vezes chamada padrão, que pode ser pé , palmo ou passo, cabe na grandeza a ser medida: mesa ou carteira. O número de vezes, que a unidade ou padrão cabe na grandeza, chama-se medida: assim 5,6 ou 10 é a medida e palmo ou pé é a unidade. Dessa forma, o comprimento de uma mesa pode ter 5, 6, ou 10 palmos, ou ainda o comprimento da sala de aula 10, 12, ou 13 passos. Pode-se perceber que, para uma mesma grandeza, (mesma unidade ou padrão), há possibilidade de existir diferentes medidas. Assim, para três pessoas, é possível se obter três medidas diferentes do comprimento de uma mesa, usando a unidade palmo por exemplo. A discussão desse aspecto, com o grupo, pode resultar na necessidade de se ter uma unidade padrão de comprimento.

Um pouco de história sobre as várias unidades como, o cúbito, a jarda, a polegada, além de outras, até chegar ao metro linear pode enriquecer o conteúdo trabalhado. A confecção do metro linear sem a marcação dos decímetros, centímetros e milímetros é aconselhável, pois a necessidade de maior precisão, na determinação de uma medida,vai determinar uma melhor assimilação dos conceitos de decímetro, centímetro e milímetro.

O próprio metro confeccionado é ponto de partida para um trabalho como esse, com mudanças de unidade. As medidas reais da casa geram a necessidade de se trabalhar unidades maiores que o metro. Convém ressaltar que, apenas o quilômetro é comumente usado. Dificilmente encontramos alguém que diga, por exemplo, que o comprimento oficial de um campo de futebol é de um hectômetro ou um hectômetro e um decâmetro para referir-se de 100 a 110 metros. Ao fazer referência ao comprimento de uma quadra de futebol de salão, usa-se mais a expressão 20 (vinte) ou 30 (trinta) metros do que a expressão dois ou três decâmetros. Um outro problema levantado como, por exemplo, o crescimento da população de uma cidade, enseja a oportunidade de trabalhar conteúdos como: função, potência, logarítimos, exponenciais, funções logarítmicas e exponenciais, função inversa, crescimento, decrescimento, paridade de funções, gráficos, e outros.

Nessa perspectiva, durante a realização do curso com os professores - que haviam optado por estudar o crescimento populacional do Pinhão - estes se depararam com a seguinte situação problemática: Ao buscar os dados no IBGE e na Prefeitura, obtiveram as populações de 1975 a 1990 (estimada). No entanto, o único dado censitário havia sido de 1980. Para se calcular a taxa de crescimento populacional após essa data, discutiram-se duas formas: verificando a variação média num certo período de tempo ou usando a forma que o IBGE utiliza para os cálculos. Nestes termos, foram realizados os cálculos, usando-se a variação média no período considerado: 1981 e 1985.

1985 -- 38.700
1981 -- 35.635

$$Pm = \frac{P(1985) - P(1981)}{1985 - 1981}$$

$$Pm = \frac{38.700 - 35.635}{4}$$

Pm = 766,25 h.

Para fins práticos, foi considerada a população média como 766 h/a. Qual a taxa de crescimento da população inicial?

35.635 -----> 100%

766 -----> x

$$x = \frac{76.600}{35.635}$$

x = 2,14957%

ou

0,021457

$\boxed{i = 0{,}021457}$ i = taxa de crescimento anual.

O crescimento médio anual da população foi de 2,14957%.

Outra forma para se calcular a taxa de crescimento anual, poderia ser tomando as diferenças entre as populações nos quatro anos considerados, do que se obteria 3065; relacionando-se 3065 com a população inicial, obter-se-ia:

$$35.635 \longrightarrow 100\%$$
$$3065 \longrightarrow x$$

$$x = \frac{3065 \times 100}{35.635}$$

$$x = 8,60\%$$

A taxa de crescimento da população foi de 8,60% nos quatro anos.

$$im = \frac{8,60}{4} = 2,15\%$$

ou

$$im = 0,0215$$

De outra forma, através do modelo construído, fez-se uso da taxa geométrica de crescimento anual, tendo em vista o índice ser considerado constante, dado pela expressão:

$$i = \sqrt[n]{\frac{Pn}{Po}} - 1$$

Pn e Po representam populações entre as duas datas sucessivas e "n" o intervalo entre as datas.

O cálculo da taxa foi a partir da expressão:

$$i = \sqrt[4]{\frac{38.700}{35.635}} - 1$$

$$i = \sqrt[4]{1,08601} - 1$$

$$i = 1,020842 - 1$$

$$\boxed{i = 0,02084}$$

Embora a diferença entre as taxas de crescimento apresente pequena diferença, a taxa geométrica foi menor do que qualquer das duas taxas aritméticas calculadas. Optou-se pela menor.

A discussão na escolha do índice ou da taxa de crescimento, embora entre os professores tenha sido rápida, com os alunos poderia se explorar de forma mais crítica a radiciação: primeiro, quando o índice do radical for da forma 2^x para $x = 1, 2, 3, \ldots$ e segundo, quando o índice do radical for 3, 5, 6, 7, ...

No primeiro caso, pode-se iniciar pelo conceito de raiz de um número, chegando, posteriormente, à definição mais rigorosa, considerando os casos do radicando positivo ou negativo, e o índice par ou ímpar. Neste primeiro caso, o uso de uma calculadora pode ajudar a economizar tempo. Pois se, por exemplo, o problema pedisse para calcular $\sqrt[4]{3}$, quem usasse a calculadora simplesmente apertaria duas vezes a tecla $\boxed{\sqrt{\ }}$. Quem não possuísse máquina com essa função faria o cálculo da raiz partindo do princípio (relação conceitual) de que a raiz "n", de um certo número "a", é um número "b", tal que "b", multiplicado por ele mesmo, "n" vezes reproduzisse o número "a".

$$\sqrt[n]{a} = b \Rightarrow \underbrace{b.b.b\ldots b}_{n \text{ vezes}} = a$$

Nesse caso, raiz quarta de 3 está entre 1 e 16, cujas raízes quartas são, respectivamente, 1 e 2.

$1 < 3 < 16$ os números

$1 < ? < 2$ raízes quartas de 1 e 16.

Obs: A afirmativa é válida, tratando das funções monotônicas.

Assim, $\sqrt[4]{3}$ estará compreendida entre 1 e 2, e pode-se escrever:

$$1 < \sqrt[4]{3} < 2.$$

Tomando-se, inicialmente, um valor qualquer para 4, 3, 1,2, por exemplo:

$$1 < \sqrt[4]{3} < 2$$
$$1 < 1{,}2 < 2$$

Multiplicando 1,2x1,2x1,2x1,2, obtém-se 2,073. É pouco!

Tomando-se então para $\sqrt[4]{3}$, 1,4 por exemplo:

Multiplicando 1,4x1,4x1,4x1,4, obtém-se 3,841. É muito!

Pode-se fazer uma melhor aproximação para intervalo assim :

$1,2 < \sqrt[4]{3} < 1,4$

Tomando 1,3 para o valor de $\sqrt[4]{3}$.

$1,2 < 1,3 < 1,4$

$1,3 \times 1,3 \times 1,3 \times 1,3 = 2,856$

$1,2 < \sqrt[4]{3} < 1,4$

Pode-se substituir o intervalo inferior 1,2, por 1,3, então, $1,3 < \sqrt[4]{3} < 1,4$

Tomando então 1,32 para $\sqrt[4]{3}$.

$1,32 \times 1,32 \times 1,32 \times 1,32 = 3,0359$

Então:

$1,3 < \sqrt[4]{3} < 1,32$

Continuando o processo, chegar-se-ia a:

$1,316 < \sqrt[4]{3} < 1,3162$

pois,

$1,316 \times 1,316 \times 1,316 \times 1,316 = 2,9993$

$1,3162 \times 1,3162 \times 1,3162 \times 1,3162 = 3,0011$

Poder-se-ia concluir, com a aproximação de milésimos, que $\sqrt[4]{3}$ = aproximadamente 1,316.

$\sqrt[4]{3}$

```
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
1                                       2
```

$\sqrt[4]{3}$

```
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
1      1,2     1,4                      2
```

$\sqrt[4]{3}$

```
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
1          1,3 1,4                      2
```

Para melhor visualização ampliemos o intervalo (1,3 1,4)

$\sqrt[4]{3}$

```
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
1,3     1,32    1,34    1,36    1,38    1,4
```

Os gráficos ilustram as sucessivas aproximações para 4 3.

O processo vale também para uma raiz qualquer. Em ambos os casos, quando o índice (n) for maior que 2, o uso de logaritmos seria aconselhável. Contudo, o processo estudado pode dar uma resposta satisfatória ao problema, quando não se possui uma tabela ou uma calculadora com maiores recursos de funções.

No método da Modelagem Matemática, a compreensão e o significado de cada conteúdo, necessário à solução do problema proposto, adquire uma dimensão mais profunda, através da própria construção desse conhecimento. Esse método de trabalho torna o ensino de Matemática mais vivo, mais dinâmico e extremamente significativo para o aluno.

Um outro aspecto importante na prática educativa, fazendo uso do Método da Modelagem, é a oportunidade da integração da Matemática com outras áreas como Geografia, Ciências, Português e História.

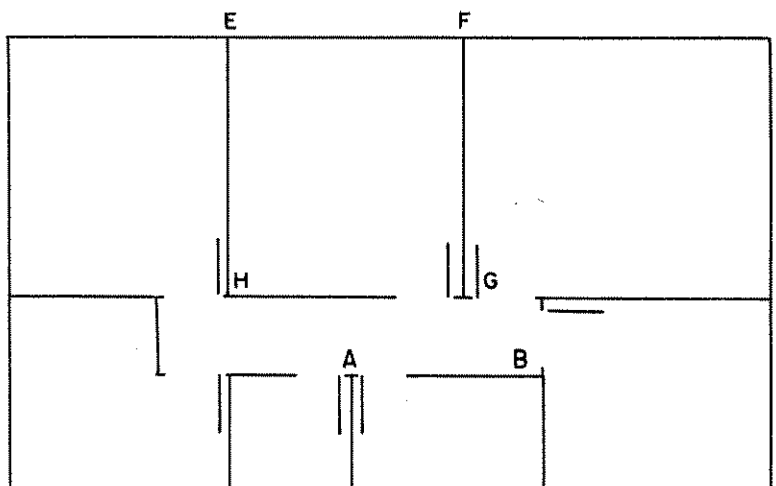
Essa integração foi possível, no âmbito da nossa experiência, durante a realização do trabalho de construção de uma casa. Embora naquela oportunidade registrássemos apenas os aspectos referentes à Matemática, a Geografia seria importante na determinação da melhor localização e no estudo do tipo de solo. Conhecimentos de Ciências seriam necessários para a localização das fossas, no tratamento de água e no estudo da quantidade de ar por pessoa. A Língua Portuguesa, seja na maneira oral ou escrita, seria importante para escrever e falar sobre o problema e as soluções, e também para expressar com clareza e colocar ordem na forma de apresentar as idéias. A integração da Modelagem com a História dar-se-ia ao estudar o tipo de casa e a influência dos diversos povos na região. Finalmente, a Modelagam Matemática poderia relacionar-se com a Antropologia, ao procurar conhecer o ambiente de interesse, a cultura, os hábitos de um povo ou de uma comunidade.

A Modelagem Matemática pode favorecer a abordagem de conteúdos não previstos para determinada série, porém, para atender o interesse do aluno, e na busca da resposta a um problema proposto, tais conteúdos podem ser antecipados.

Outro ponto que consideramos importante nesta prática educativa é que alguns conteúdos poderão repetir-se várias vezes, no transcorrer das múltiplas atividades inerentes ao problema proposto. Além disso, não existe uma rigidez na seqüência dos conteúdos, pois estes são determinados pelo problema ou conjunto de problemas.

4.2.1 A Reconciliação Integrativa

No transcorrer do desenvolvimento de uma atividade na Modelagem Matemática, na construção da planta baixa de uma casa ou de uma quadra de esportes, por exemplo, podem-se trabalhar alguns conteúdos de geometria, tomando-se, como exemplo, a planta baixa de uma casa, onde as dependências formam figuras.



As figuras formadas apresentam alguma característica comum - o número de lados. Podemos destacar algumas delas: ABCD e EFGH.

Destaquemos essas figuras e examinêmo-las.

A figura ABCD posui quatro lados. Os lados opostos são paralelos. Os lados paralelos possuem a mesma medida.

Em linguagem matemática podemos representar por:

$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$

$\overline{AC} \,//\, \overline{BD}$ // Lê-se paralelo.

med.$(\overline{AB})$ = med.$(\overline{CD})$

med. $(\overline{AC})$ = med. $(\overline{BD})$ med.$(\overline{AB})$ lê-se medida do segmento AB

A figura apresenta, ainda, quatro ângulos internos congruentes (iguais).

med.$(\hat{A})$ = med. $(\hat{B})$.= med.$(\hat{C})$ = med. $(\hat{D})$

med.$(\hat{A})$, lê-se medida do ângulo A.

Uma figura ABCD, com essas características, chama-se retângulo.

A figura EFGH, possui quatro lados. Os lados opostos são paralelos; possui os lados iguais. Os ângulos internos possuem a mesma medida.

$\overline{EF} \,//\, \overline{GH}$

$\overline{EG} \,//\, \overline{FH}$

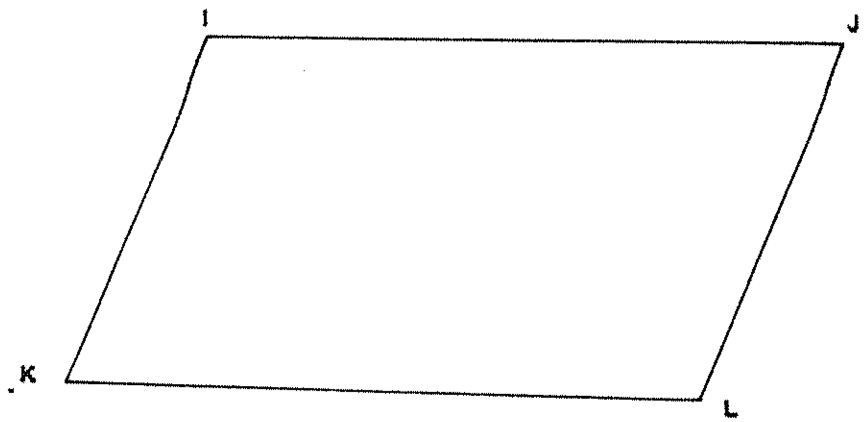
e

$med.(\overline{EF}) = med.(\overline{FH}) = med.(\overline{GH}) = med.(\overline{EG})$.

$med.(\hat{A}) = med.(\hat{B}) = med.(\hat{C}) = med.(\hat{D})$

Uma figura com essas características chama-se quadrado.

Outras figuras, embora não aparecendo na planta baixa, possuem a característica de apresentarem quatro lados:



A figura IJKL, possui quatro lados. Os lados opostos são paralelos, e também os lados paralelos possuem a mesma medida.

Colocando as características sobre linguagem simbólica:

$\overline{IJ} // \overline{KL}$

$\overline{IK} // \overline{JL}$

e

$med.\ (\overline{IJ}) = med.\ (\overline{KL})$

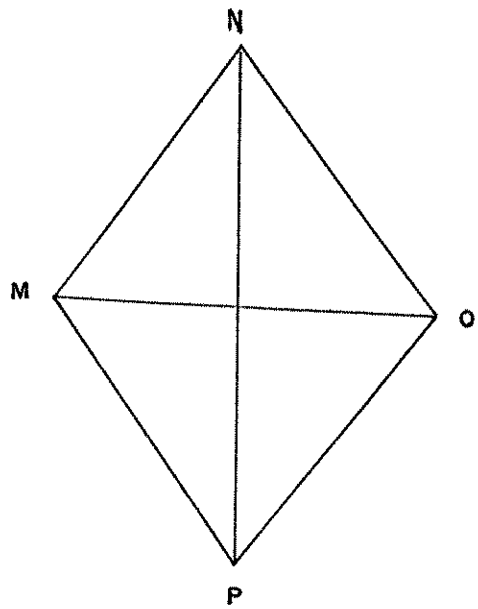
$med.\ (\overline{IK}) = med.\ (\overline{JL})$

$med.\ (\hat{I}) = med.\ (\hat{L})$

$med.\ (\hat{K}) = med.\ (\hat{J})$

Uma figura com essas características chama-se paralelogramo.

Considerando a figura MNOP, pode-se destacar:



Os lados são paralelos, os lados possuem a mesma medida. Os ângulos opostos internos são congruentes.

$\overline{MN}\ //\ \overline{OP}$

$\overline{MP}\ //\ \overline{NO}$

$med.\ (\overline{MN}) = med.\ (\overline{OP}) = med.\ (\overline{MP}) = med.(\overline{NO}).$
$med.\ (\hat{N}) = med.\ (\hat{P})$

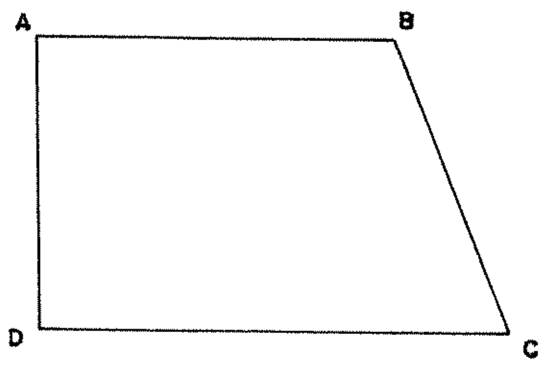
$med.\ (\hat{M}) = med.\ (\hat{O})$

Uma figura com essas características chama-se losango.

As figuras analisadas possuem as seguintes características comuns:

- possuem lados opostos paralelos;
- os lados paralelos são congruentes (possuem a mesma medida).

Outras figuras de quatro lados possuem características diferentes. Examinemos essas figuras:

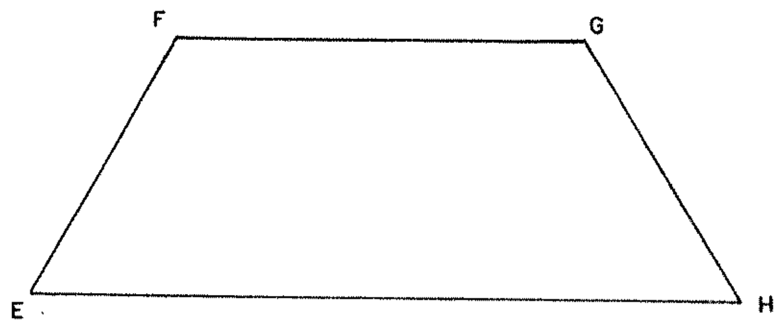


A figura ABCD possui apenas dois lados opostos paralelos. Representando em linguagem simbólica:

$\overline{AB} \mathbin{//} \overline{DC}$

$\overline{AD}$ não é paralelo a $\overline{BC}$.

med. ($\overline{AB}$) é diferente da med. ($\overline{BC}$), que é diferente da medida ($\overline{DC}$), que por sua vez é diferente da medida ($\overline{AD}$).

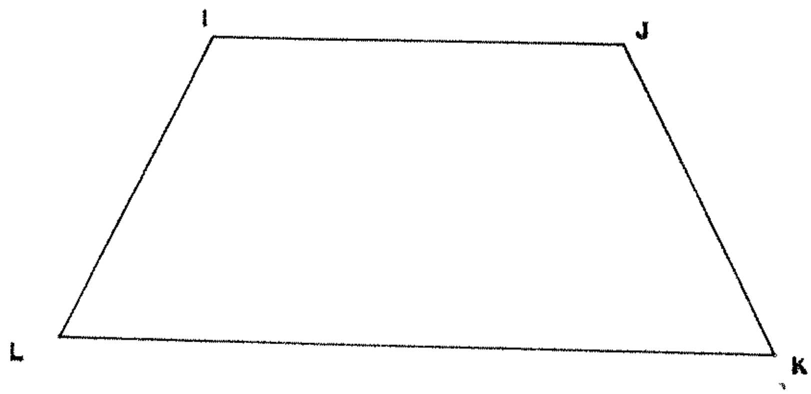


A figura EFGH possui apenas dois lados opostos paralelos.

$\overline{FG} \parallel \overline{EH}$

$\overline{EF}$ não é paralelo a $(\overline{GH})$.

med. (EF) é diferente da med. (FG) que é diferente da med. $(\overline{EH})$.



A figura IJKL possui, também, dois lados opostos paralelos.

$\overline{IJ} \parallel \overline{KL}$

$\overline{IL}$ não é paralelo a $\overline{JK}$.

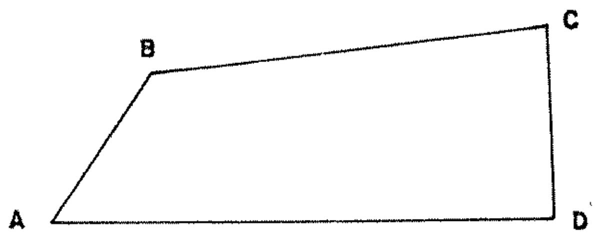
med. $(\overline{IL})$ é diferente da med. $(\overline{IJ})$, que é diferente da med. ($\overline{JK}$), que é diferente da med. ($\overline{KL}$).

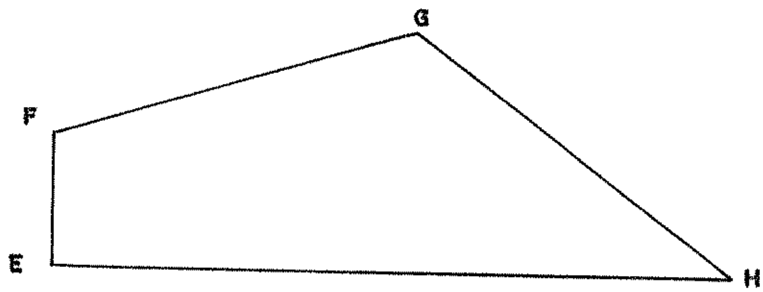
As figuras apresentadas exibem apenas uma característica:

- possuem apenas dois lados opostos paralelos.

Existem, ainda, figuras de quatro lados com características diversas das figuras até aqui examinadas.

As figuras a seguir:





A figura ABCD possui todos os lados desiguais e não possui nenhum lado paralelo.

med. ($\overline{AB}$) é diferente da medida ($\overline{BC}$), que é diferente da med. ($\overline{CD}$), que por sua vez é diferente da medida ($\overline{AD}$).

$\overline{BC}$ não é paralelo a $\overline{AD}$

$\overline{AB}$ não é paralelo a $\overline{CD}$

Analogamente ocorre com a figura EFGH.

med. ($\overline{EF}$) é diferente da med. ($\overline{FG}$), que é diferente da medida ($\overline{GH}$), que por sua vez é diferente da medida ($\overline{EH}$).

$\overline{AB}$ não é paralelo a $\overline{CD}$

$\overline{BC}$ não é paralelo a $\overline{AD}$

A(s) característica(s) de cada um dos grupos de figuras de quatro lados examinadas, permitem-nos classificá-las em:

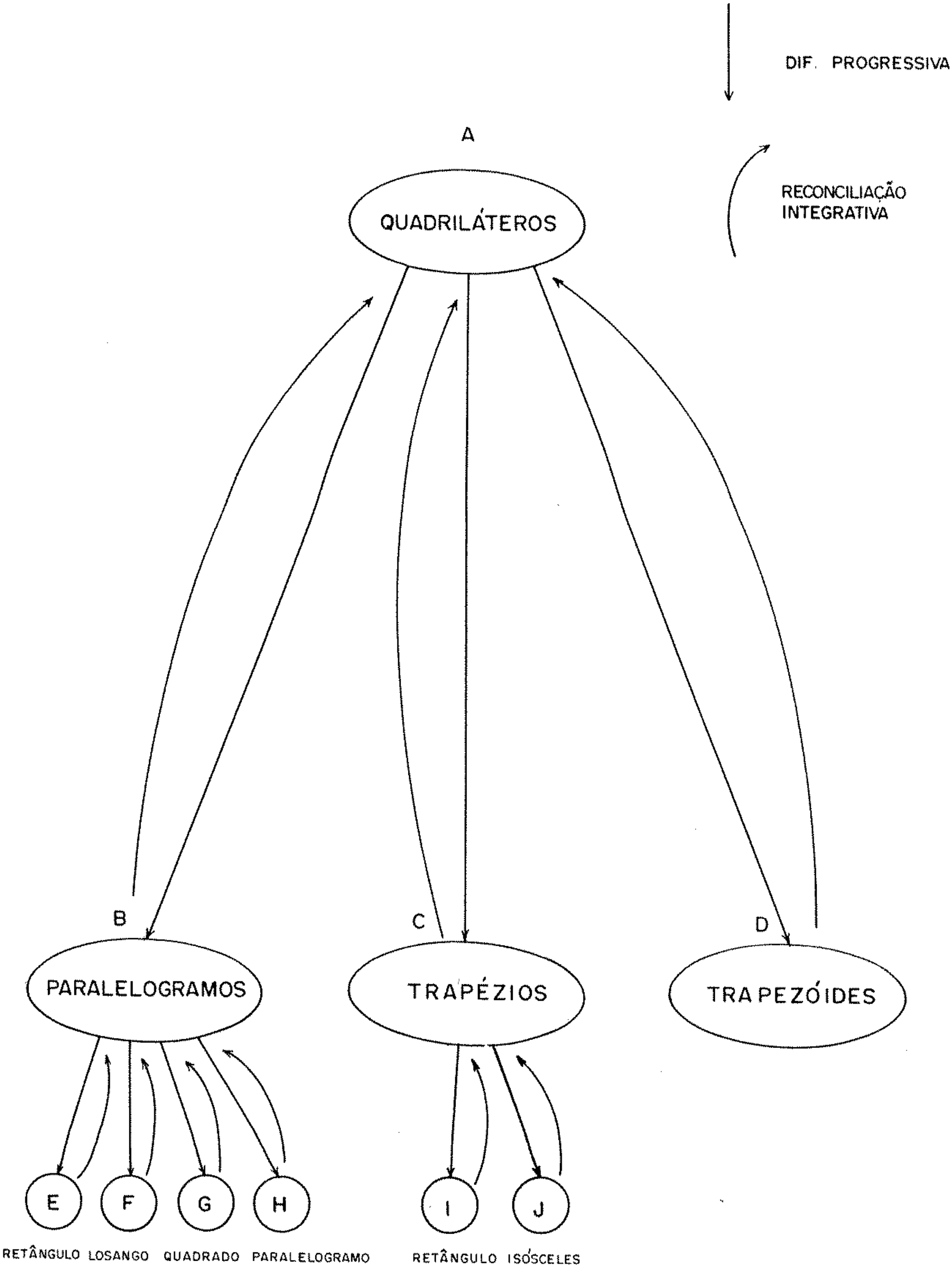
a) Paralelogramos: Possuem os lados opostos paralelos.

b) Trapézios: Possuem dois lados opostos paralelos.

c) Trapezóides: Não possuem lados paralelos.

As figuras de quatro lados constituem, segundo Ausubel, a ponte cognitiva que equivale aos subsunsores advindos da organização prévia, no sentido de que, entre figuras de vários lados, optou-se, para analisar, as figuras de quatro lados. Os conceitos usados para classificar os grupos, constituem, já, conceitos menos inclusivos, e aí vai se estabelecendo a diferenciação progressiva dentro de cada grupo.

Essa forma de conceber uma atividade, a partir de uma ponte cognitiva, oferecendo as diferenciações progressivas, constitui o que Ausubel denomina reconciliação integrativa. No exemplo oferecido, um gráfico procura ilustrar a seqüência seguida.


DIF. PROGRESSIVA
RECONCILIAÇÃO INTEGRATIVA
A
QUADRILÁTEROS
B
PARALELOGRAMOS
C
TRAPÉZIOS
D
TRAPEZÓIDES
E
F
G
H
I
J
RETÂNGULO
LOSANGO
QUADRADO
PARALELOGRAMO
RETÂNGULO
ISÓSCELES

CAPÍTULO V

DESCRIÇÃO DOS CURSOS

Os cursos foram desenvolvidos em Guarapuava e em Pinhão. Em Guarapuava o curso teve início no dia 19 de setembro de 1989 e na cidade de Pinhão em 19 de outubro de 1989.

No início, foi apresentada a finalidade do curso de modelagem matemática, salientando que ele era parte de um projeto maior que colocava este método como uma opção para o ensino de matemática no primeiro e segundo graus. Ainda que o curso, a elaboração dos projetos , o desenvolvimento desses projetos nas escolas durante, no mínimo, um semestre, com formas de acompanhamento que seriam definidas pelo grupo, forneceriam material para a análise, discussão e elaboração de alguns princípios e estratégias para a adoção. O método da Modelagem Matemática é uma opção para o ensino de matemática no 1º e 2º graus.

Diferentemente dos procedimentos adotados nos cursos anteriores, quando se apresentava um gráfico mostrando as várias etapas do método da modelagem, nesse curso construiu-se o gráfico, à medida que o trabalho foi se desenvolvendo.

Inicialmente, foi solicitado aos professores que fossem sugeridos temas do interesse de cada um.

O rol de temas sugeridos pelos professores permitiu agrupá-los em:

a. Atividades Agrícolas:

. cultura da soja

. cultura da maçã

. cultura do trigo

. cultura de batatas

. horticultura

. reflorestamento

. cultura do milho

b. Atividades Industriais:

. indústria de papel

. industrialização de lâminas e compensados

. indústria de madeira

. indústria de malte

. indústria de leite

. industrialização de erva mate

c. Prestação de Serviços:

. água e esgoto

. luz elétrica

. construção civil

. sistema de mutirão

. saúde pública

. comércio

Além dos temas agrupados, surgiram outros. Assim, inflação, gastos públicos, habitação, eleição presidencial, política salarial, esporte e brincadeiras foram sugeridos.

Foi perguntado se os professores gostariam de trabalhar, individualmente, para fazer frente ao número de temas propostos. Por ser um trabalho "novo" preferiram trabalhar em pequenos grupos de 3 a 4 elementos.

Diante da preferência de se optar pelo grupo, alguns temas foram excluídos. Um grupo que havia escolhido o tema cultura da maçã, abandonou-o por razões diversas como: distância, época chuvosa, dificuldades em marcar entrevistas com o técnico responsável.

Os temas escolhidos foram:

. Água e Esgoto

. Plantação de Milho

. Erva Mate

. Indústria de Madeira

. Comércio

. Esporte

. Jogos e Brincadeiras.

Escolhidos os temas e os grupos, foi realizado um estudo sobre as abordagens qualitativas de pesquisas em educação.

O estudo procurou oferecer, ao professor, uma visão, ainda que superficial, da forma de se realizar pesquisas em educação e de como as etapas do método etnográfico se conciliavam de forma harmoniosa com o método da Modelagem Matemática no desenvolvimento de suas ações.

Cada grupo, ao escolher um tema para o seu trabalho, o fez segundo sua vontade de conhecer melhor o assunto, explorar para compreender e explicar melhor determinados aspectos específicos do assunto de interesse. Contudo, de início, geralmente se tem apenas uma vaga idéia daquilo que se pretende do tema de interesse; torna-se, então, necessária a fase de exploração, com a finalidade de adquirir melhor conhecimento sobre o assunto e possibilitar a seleção de aspectos que serão mais sistematicamente investigados pelo grupo. As fases da coleta de dados que embasam o método Etnográfico parecem ser fundamentais para o aprofundamento dos vários aspectos dos temas escolhidos.

As fases gerais de uma investigação etnográfica compreendem: exploração, decisão e descoberta.

De uma forma geral, também no método da modelagem essas três fases se verificam: a exploração, a formulação do(s) problema(s) e a solução do(s) problema(s).

5.1 Descrição dos Trabalhos dos Cursos

Sob o título acima, pretende-se fazer a descrição de trabalhos realizados durante os cursos com os professores em Guarapuava e Pinhão. Alguns trabalhos estão descritos com maiores detalhes.

Alguns dos trabalhos descritos, permitem uma visão geral das etapas do processo de Modelagem Matemática e, sempre que possível, procuramos pinçá-las no decorrer da descrição.

No método da modelagem, a fase exploratória tem início com a ida dos vários grupos aos locais de interesse para a obtenção das informações iniciais e o contato com o objeto de interesse.

No curso realizado, o grupo de professores interessados no tema Água e Esgoto se dirigiu a um dos escritórios da Companhia de Saneamento do Paraná - SANEPAR, no dia marcado, através de ofício.

5.1.1 Água e Esgoto

Inicialmente, o grupo foi conhecer as instalações do escritório da Companhia na cidade de Pinhão . Um funcionário especializado fez um pequeno histórico do órgão, na localidade, e ressaltou a importância de se ter uma água de boa qualidade. Em seguida, o grupo se dirigiu para o local onde se encontram os tanques e o laboratório.

Foram comentados as formas de captação e adução da água e apresentados os instrumentos e maquinários necessários à realização desse trabalho. Foram mostrados os quadros de comando e a discriminação dos vários painéis, assim como os vários mecanismos de acionamento e proteção.

O grupo conheceu o laboratório e ouviu as várias explicações sobre o trabalho realizado no laboratório e os materiais usados.

O grupo conheceu, também, os reservatórios e os processos de tratamento da água.

A fase exploratória do grupo que trabalhou no Pinhão durou, aproximadamente, 4 dias. Muitas informações foram complementadas através de folhetos da própria companhia.

O grupo se reuniu após as visitas para discutir e analisar as informações recebidas. A discussão e análise das informações recebidas motivou o grupo a percorrer alguns bairros para ouvir os moradores a respeito do serviço de água realizado pela SANEPAR. O resultado dessa ação permitiu ao grupo detectar algumas irregularidades na distribuição de água.

Alguns bairros recebem água apenas em um período, das 9 horas às 12 horas. Após esse período, recebem água apenas em alguns horários e dias, principalmente nos meses mais quentes do ano. Outra constatação é que em finais de semana, 6as. feiras e sábados, principalmente, a água se torna muito escassa nas residências.

Após ouvir a população desses bairros, o grupo levantou alguns questionamentos.

. Por que água em alguns períodos somente?

. Há uma adequação entre o consumo de água e a capacidade de fornecimento da água?

. Como se comportará o crescimento e qual a população aproximada de Pinhão no ano 2.000?

Essa fase de levantamento dos problemas onde o grupo elege aspecto ou aspectos para uma investigação mais sistemática, corresponde no Método da Modelagem Matemática à fase de formulação do(s) problema(s). No método Etnográfico esse estágio que busca de forma mais sistemática dados para melhor compreender e interpretar o fenômeno estudado, corresponde à etapa de decisão.

Um problema é, inicialmente formulado, em linguagem corrente ou natural. Sua formulação deve ser clara, por isso exige uma compreensão muito grande da situação estudada. Essa compreensão pode ser adquirida pela leitura de material específico e conversa com pessoas ligadas à área do problema.

A formulação correta de um problema na linguagem natural é fundamental para permitir sua formulação em linguagem convencionada, no caso, a linguagem matemática.

A linguagem matemática é muito precisa, além de possuir todo um conjunto de resultados potencialmente úteis, muitas vezes necessários à solução de um problema.

A tradução do problema em linguagem matemática dá origem a um modelo matemático.

Um modelo matemático é construído geralmente sob a forma de uma equação, inequação, sistema de equações ou inequações. Contudo, em alguns casos, o modelo pode ser simplesmente um gráfico, a planta baixa de uma casa ou um mapa.

Para exemplificar essa etapa do processo da modelagem matemática, um dos problemas levantados pelo grupo de professores, que trabalhou com o tema água e esgoto, consistia em, a partir dos dados obtidos da população atual de Pinhão, estimar a taxa de crescimento anual desse população e fazer uma projeção da população para o ano 2.000. Após obter essas projeções, oferecê-las à SANEPAR, como subsídios para um estudo, visando a implementação necessária de modo a compatibilizar a distribuição de água e o consumo da população.

O grupo dirigiu-se à Prefeitura Municipal com o propósito de obter as informações relativas à população, visto que a cidade não conta com um escritório do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE -. Não obtendo dados satisfatórios, um dos elementos do grupo deslocou-se até Guarapuava, obtendo os dados da população, de duas fontes: O IBGE forneceu os dados de Anuários Estatísticos do Paraná e de Anuários Estatísticos do Brasil.

Os dados obtidos estão dispostos nos quadros a seguir.

QUADRO Nº 1

POPULAÇÃO RESIDENTE - PINHÃO - 1981-1985

ANO	POPULAÇÃO
1981	35.635
1982	38.103
1983	40.904
1984	44.085
1985	47.704

FONTE: Anuário Estatístico do Paraná. 1988

Outra fonte consultada forneceu os seguintes dados:

QUADRO Nº 2

POPULAÇÃO RESIDENTE - PINHÃO 1975-1990*

ANO	POPULAÇÃO
1975	23.479
1980	33.455
1985	38.700
1989*	42.140
1990*	44.372

FONTE: IBGE - Anuário Estatístico do Brasil.1987/1988
* Dados Estimados

A CONSTRUÇÃO DO MODELO

Após a coleta dos dados, o grupo deu início à construção do modelo.

Chamando de:

$P_\emptyset$ a população inicial.

P_1 a população depois de 1 ano

P_2 a população depois de 2 anos

. . . .

. . . .

Pn a população depois de n anos

$P_1 = P_\emptyset + iP_\emptyset$

$P_1 = P_\emptyset(1 + i)$

$P_2 = P_1 + iP_1$ como P_1 vale $P_\emptyset(1 + i)$

$P_2 = P_\emptyset(1 + i) + i[P_\emptyset(1 + i)]$

$P_2 = P_\emptyset(1 + i)(1 + i)$

$P_2 = P_\emptyset(1 + i)^2$

$P_3 = P_2 + iP_2$

$P_3 = P_\emptyset(1 + i)^2 + i[P_\emptyset(1 + i)^2]$

$P_3 = P_\emptyset(1 + i)^2(1 + i)$

$P_3 = P_\emptyset(1 + i)^3$

. . . .

. . . .

$Pn - 1 = P_\emptyset(1 + i)^{n-1}$

$Pn = P_\emptyset(1 + i)^n$

A expressão $P_n = P_0(1 + i)^n$, representa a população em um tempo n qualquer em função da população inicial e da taxa de crescimento.

Ainda:

$$\boxed{P_n = P_0(1 + i)^n}$$

representa, no processo de Modelagem Matemática, o modelo. Para se chegar a essa expressão foram selecionadas algumas variáveis: ano, população e taxa de incremento. A seleção das variáveis é uma tarefa importante na fase de construção do modelo. Outro fator fundamental é a forma de relacionar essas variáveis.

O modelo matemático construído, embora vise, particularmente, o problema estudado, representa uma série de problemas análogos.

Determinação da taxa de crescimento anual da população.

A partir da equação:

$P_n = P_0 (1+i)^n$, pode-se calcular a taxa Geométrica de crescimento anual, através dos dados obtidos, conforme quadros 1 e 2.

$$\frac{P_n}{P_0} = (1 + i)^n$$

A taxa é chamada geométrica por considerar o índice de crescimento constante.

$$(1 + i)^n = \frac{Pn}{P_0}$$

$$1 + i = \sqrt[n]{\frac{Pn}{P_0}}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{Pn}{P_0}} - 1$$

Fórmula da taxa geométrica de incremento anual.

Nesse caso, Pn e P0 representam as duas datas sucessivas e n o intervalo entre essas datas, medidas em ano e fração de ano.

No caso:

Pn = 38.700

P_0 = 35.635

n = 4, pois 1985 - 1981 = 4

substituindo os valores na expressão que fornece a taxa, obtem-se:

i = 1,02084 - 1

$\boxed{i = 0{,}02084}$ Taxa geométrica de incremento anual.

O grupo decidiu tomar os dados de 1981, fornecidos pelo Anuário Estatístico do Paraná, e de 1985, fornecidos pelo Anuário Estatístico do Brasil.

ANO	POPULAÇÃO	TAXA DE CRESCIMENTO
1981	35.635	0,02084
1985	38.700	

Uma vez conhecidas as expressões que fornecem a população, em um tempo qualquer e a taxa de crescimento anual, o grupo calculou a população aproximada de Pinhão no ano 2.000.

P_0 - representa a população no ano de 1985

P_1 - representa a população no ano de 1986

. . . .

. . . .

P_{15} - representa a população no ano 2000

assim, $n = 15$, pois 2000 - 1985 = 15

Voltando aos dados iniciais:

$P_0 = 38.700$

$i = 0{,}02084$

$n = 15$

substituindo esses valores na expressão:

$Pn = P_0(1 + i)^n$ vem:

$P_{15} = 38.700(1 + 0{,}02084)^{15}$

$P_{15} = 38.700(1.02084)^{15}$

$P_{15} = 38.700(1.36259)$

$P_{15} = 52.732$

Assim, a população de Pinhão no ano 2.000 será de, aproximadamente, 52.732 habitantes.

Considerando a forma adotada para a determinação da taxa de crescimento, em um primeiro momento, e considerando as duas tabelas, o grupo optou, em um segundo momento, pelo cálculo da taxa, tomando valores da população de uma mesma fonte.

Para os dados fornecidos pelo Anuário Estatístico do Brasil, foram tomados os anos de 1980, por ser censitário, e o ano de 1985.

ANO	POPULAÇÃO
1980	33.455
1985	38.700

$$i = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} - 1$$

$Pn = 38.700$

$P_0 = 33.455$

$n = 5$, pois $1985 - 1980 = 5$

substituindo os valores na expressão, vem:

$$i = \sqrt[5]{\frac{38.700}{33.455}} - 1$$

$$i = \sqrt[5]{1.15678} - 1$$

$$i = 1,0295 - 1$$

$\boxed{i = 0,0295}$ taxa de crescimento

Retomando os novos valores para o cálculo da população aproximada de Pinhão no ano 2.000 temos:

$P_{\emptyset}$ = população inicial

$P_{\emptyset}$ = representa a população em 1985

P_1 = representa a população em 1986

. . . .

. . . .

P_{15} = representa a população em 2.000

então, n = 15.

$P_{\emptyset} = 38.700$

$i = 0,0295$

$n = 15$

aplicando os valores na expressão

$P_n = P_{\emptyset}(1 + i)^n$ vem:

$P_{15} = 38.700(1 + 0,0295)^{15}$

$P_{15} = 38.700(1,0295)^{15}$

$P_{15} = 38.700(1,5466)$

$P_{15} = 59.853$

Assim, a população aproximada no ano 2.000 será de 59.853.

A população aproximada no ano 2.000 ficou sendo a média aritmética dos dois resultados obtidos.

Então, $P_1 = 52.732$

$P_2 = 59.853$

A população média Pm, é dada por:

$$Pm = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

$$Pm = \frac{52.732 + 59.853}{2}$$

$$Pm = \frac{112.585}{2}$$

$$Pm = 56.295$$

A população média aproximada de Pinhão no ano 2.000 será de 56.295 habitantes.

Considerando-se os dados do Anuário Estatístico do Paraná a população de Pinhão foi calculada a partir dos valores:

ANO	POPULAÇÃO	TAXA DE CRESCIMENTO
1981	35.635	0,07564
1985	47.704	

onde i foi obtida a partir da expressão :

$$i = \sqrt[n]{\frac{Pn}{P_0}} - 1$$

$Pn = 47.704$
$P_0 = 35.635$
$n = 1985 - 1981 = 4$, substituindo, na expressão acima:

$$i = \sqrt[4]{\frac{47.704}{35.635}} - 1$$

$$i = \sqrt[4]{1.338} - 1$$

$$i = 1,07564 - 1$$

$$\boxed{i = 0,07564}$$

P_0 = representa a população inicial 1985

P_1 = representa a população no ano de 1986

. . . . .

. . . . .

P_{15} = representa a população no ano 2.000

n = 15

Assim:

$P_0 = 47.704$

$i = 0,07564$

$n = 15$

Substituindo os valores na expressão:

$P_n = P_0(1 + i)^n$, temos;

P_{15} = população no ano 2.000

$P_{15} = 47.704(1 + 0,07564)^{15}$

$P_{15} = 47.704(1,07564)^{15}$

$P_{15} = 47.704(2.985)$

$P_{15} = 142.396$

A população aproximada de Pinhão no ano 2.000 será de 142.396 habitantes.

Confrontando-se os resultados obtidos, verificou-se a existência de uma diferença significativa. A disparidade entre os resultados deu origem à discussão da necessidade de se validar o modelo, fase esta constante no processo da modelagem. No problema estudado o modelo mostrou-se consistente, matematicamente, e reproduzia as características gerais do problema estudado, contudo, havia necessidade de se discutir os dados obtidos e as formas como foram obtidos.

Esse fato ocorrido revestiu-se de significado na medida em que não se aceitou simplesmente o resultado obtido. Sobre êle fez-se toda uma reflexão crítica no sentido de se encontrar a causa, ou as causas, que determinaram tal diferença.

O grupo, após a argumentação de que os dados fornecidos pelo IBGE, através do Anuário Estatístico do Brasil, incluiam um ano censitário, e as taxas de variação do crescimento eram mais coerentes e constantes, decidiu optar pela média aritmética dos resultados obtidos, considerando-se, como taxa de crescimento anual a média entre: $i_1 = 0{,}02084$ e $i_2 = 0{,}02950$; dessa forma a taxa média de crescimento será:

$$i = \frac{i_1 + i_2}{2}$$

$$i = \frac{0{,}02084 + 0{,}02950}{2}$$

$$i = \frac{0{,}05034}{2}$$

$$\boxed{i = 0{,}02517}$$

Portanto, a taxa de crescimento considerada será de 0,02517.

O grupo decidiu, ainda, levar mais uma informação à SANEPAR, com o objetivo de fornecer mais detalhes e dados para o estudo da implementação de mecanismos que permitam compatibilizar distribuição e consumo de água.

Em que ano a população de Pinhão chegaria a 100.000 habitantes?

Os dados disponíveis eram:

P_0 = 33.455 população de 1980.
i = 0,02517
Pn = 100.000

Substituindo os valores na expressão:

$Pn = P0(1 + i)^n$, temos:

$$100.000 = 33.455(1 + 0,02517)^n$$

$$100.000 = 33.455(1,02517)^n$$

$$1.02517^n = \frac{100.000}{33.455}$$

$$(1,02517)^n = 2,989089$$

logaritmando ambos os membros vem:

$$\log(1,02517)^n = \log.2,989089$$

$$n.\log(1,02517) = \log 2,989089$$

$$n = \frac{\log.2,989089}{\log.1,025170}$$

$$n = \frac{0,4755388}{0,0107958}$$

$n = 44,04$

$n = 44$ anos.(aprox.)

Como P0 corresponde a 1980, então teremos:

```
  1.980
+    44
  -----
  2.024
```

Portanto, a população da cidade de Pinhão chegará a 100.000 habitantes no ano 2.024.

5.1.2 Esporte: A Construção de uma Quadra

Outro trabalho desenvolvido no curso foi sobre Esportes. Este trabalho revestiu-se de características especiais por envolver os alunos da 3ª série de uma escola municipal. O envolvimento dos alunos deu maior significado e, por isso, faremos uma descrição mais detalhada do trabalho realizado.

O tema proposto foi determinado pelo grande interesse que as crianças demonstraram ante a possibilidade de construírem uma quadra poliesportiva.

O problema levantado foi a construção de uma quadra de esportes, pois a escola não possuia um espaço para as crianças realizarem as atividades de Educação Física.

A escola está localizada no terreno de uma madeireira e próximo da escola existe um terreno da própria madeireira, que poderia servir aos propósitos da escola.

Inicialmente, foi redigido um ofício em que as crianças salientavam a necessidade de um espaço para suas atividades, e solicitavam à Diretoria a permissão para adaptarem o terreno para uma quadra de esportes.

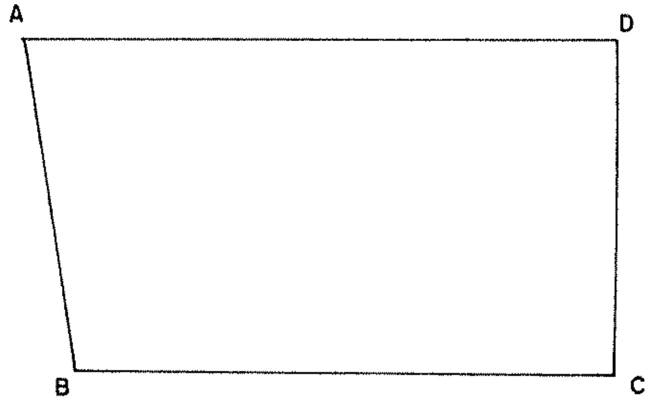
A resposta favorável à solicitação entusiasmou o grupo que começou a preparar o terreno e demarcar a área existente.

Como as preferências dos alunos englobaram vários esportes, dentre eles, voley, futebol de salão, handebol, basquete e atletismo, o campo deveria ter medidas que fossem compatíveis com o maior número de modalidades.

O grupo, professores e alunos, começou a trabalhar as medidas do terreno. Por tratar-se de uma região eminentemente agrícola, os alunos, filhos de colonos, estavam muito familiarizados com a unidade "braça".

A braça é uma unidade agrária que equivale a 2,22m. É usada para medir comprimentos. É portanto uma unidade linear; na prática, a braça equivale a 2,20m. Construídas as unidades braça, o terreno foi medido.

As medidas fornecidas foram:



lateral esquerda	=	24,1 braças
lateral direita	=	23,2 braças
frente	=	11,6 braças
fundos	=	11,4 braças

Os alunos foram divididos em pequenos grupos de interesse comum, em certa modalidade, para fazerem um pequeno histórico de cada uma dessas modalidades. Nesse histórico constaram: o surgimento, descrição de como é disputada cada modalidade, as medidas do campo, o uniforme, tempo de duração e tamanho da bola.

A pesquisa de cada uma das modalidades de interesse, proporcionou a oportunidade para se trabalhar as unidades braça e metro, pois a medida adotada nos livros é o metro linear. Na confecção das unidades braça para medir o campo, um dos alunos trouxe uma medida, um barbante com nós, dividindo-o em 10 partes.

```
*----*----*----*----*----*----*----*----*----*----*
0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

|------------------>    1 braça    <-------------|
```

Os professores do grupo apresentaram aos alunos um modelo do metro-padrão feito de cartolina sem divisões. Em seguida pediram aos alunos para construírem seus metros. Com as réguas que os alunos geralmente trazem consigo, foi pedido para conferirem quantas vezes o comprimento de "0 a 10" cabia no metro-padrão.

```
-------------->  metro-padrão  <------------
+------------------------------------------+
|    |                                     |
+------------------------------------------+

0    10   20   30
+--------------+
|####|    |    |
+--------------+
```

Os alunos chegaram, facilmente, à conlusão de que cabia 10 vezes o comprimento 0<----->10.

Cada um desses comprimentos recebeu o nome de decímetro e em um metro havia 10 decímetros. Alguns alunos já conheciam o nome, mas, não sabiam de "onde saía".

```
+------------------------------------------------+
|####|    |    |    |    |    |    |    |    |    |
+------------------------------------------------+
     1    2    3    4    5    6    7    8    9    10
|--------------------- 1m ---------------------|
```

Algumas atividades em sala de aula mostraram a necessidade de maior número de divisões para, segundo os alunos, deixar a medida mais "justa".

Analogamente ao decímetro, foram trabalhados o centímetro e o milímetro. No metro foram marcados o decímetro, centímetro e os milímetros. Pela dificuldade apresentada na marcação dos milímetros marcou-se de 5 em 5 milímetros. Cada aluno confeccionou seu metro. Alguns receberam ajuda dos professores ou dos colegas.

As medidas do terreno do campo foram transformadas de braça em metro.

LOCALIZAÇÃO	MEDIDA EM BRAÇA	MEDIDA EM METRO
LATERAL ESQUERDA	24,1	53,02
LATERAL DIREITA	23,2	51,04
FRENTE	11,6	25,52
FUNDOS	11,4	25,08

O histórico, realizado pelos alunos, apresenta as dimensões da quadra de cada modalidade. O quadro a seguir mostra as modalidades e as respectivas dimensões.

MODALIDADE	DIMENSÕES DA QUADRA	
	COMPRIMENTO (m)	LARGURA (m)
FUT.DE SALÃO	24 - 36	14 - 20
BASQUETE	26	14
HANDEBOL	40	20
VOLIBOL	18	9

Pelos dados obtidos, na demarcação do terreno e no histórico, seria possível a construção de uma quadra com a medida de 40m x 20m.

Foi decidido, pelo grupo, a confecção da planta baixa da quadra e a construção da maquete de uma quadra de dimensões 36m x 20m.

A planta baixa reduziu o tamanho real da quadra em 60 vezes. A maquete reduziu o real 50 vezes.

Na confecção da planta baixa, todas as medidas como linha de fundo, linha de centro, linhas laterais, comprimento das traves, área do gol, marca do pênalti, raio do círculo central, marca do centro e outras foram reduzidas 60 vezes.

Uma tabela a seguir mostra as medidas reais, reduzidas da planta baixa e maquete.

LINHA OU MARCA	MEDIDA REAL EM cm	MEDIDAS (cm)	
		PLANTA BAIXA	MAQUETE
LINHA LATERAL	3600	60	72
LINHA DE FUNDO	2000	33,34	40
ÁREA DE GOL	400	6,67	8
MARCA DO PÊNALTI	600	10	12
CÍRCULO PÊNALTI	20	0,34	0,4
LINHA CENTRAL	2000	33,34	40
CÍRCULO CENTRAL	600	10	12
CÍRCULO DO CENTRO	20	0,34	0,4
TRAVE	300	5	6

O trabalho de confecção da planta baixa e da maquete, propiciou o envolvimento de muitos conteúdos programados para o bimestre, através de atividades significativas. Dentre esses conteúdos estão incluídas operações: unidade de medida de comprimento, relação entre as unidades linear e agrária, formas.

O grupo optou por construir, além da planta baixa e maquete para uma quadra de 36m x 20m, de futebol de salão, uma outra planta baixa para as modalidades de Handebol, Basquete e Volibol.

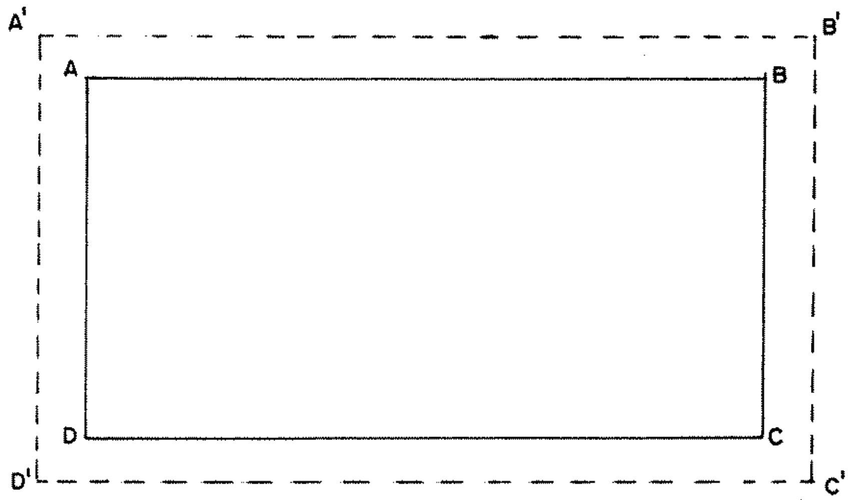
Na fase de conclusão da maquete, um grupo de alunos perguntou sobre uma cerca para a quadra. A idéia de cercar a quadra, para evitar que a bola fosse muito longe durante as atividades, logo ganhou corpo. Mas, como fazê-lo?

Duas idéias surgiram: plantar árvores e fazer cerca de madeira. O grupo da árvore justificou a idéia dizendo que, além de evitar que a bola fosse longe, proporcionaria sombra para quem estivesse assistindo. O grupo que havia dado a idéia da cerca disse que a madeira poderia ser arrumada na própria madeireira e que eles poderiam usar logo o campo, pois as árvores demoram muito para crescer.

Os grupos concordaram com as duas idéias e todo o grupo faria o levantamento da quantidade de mudas de árvores e depois da madeira necessária para a confecção da cerca.

Partindo da planta baixa e das medidas do terreno, viu-se a necessidade de um espaço, depois do campo, para o início, seja da cerca, seja da plantação das mudas de árvores. O grupo decidiu por deixar 2 metros, tanto das linhas laterais como das linhas de fundo e frente.

O campo ficaria, então, ocupando uma área maior.



Para se saber quantas mudas de árvores eram necessárias mediram-se os lados do campo.

P_1 = AB + BC + CD + AD

P_1 = soma dos lados-perímetro.

Como a figura é de forma retangular, pode-se

colocar que: AB = CD e BC = AD (1)

AB = 36m e AD = 20m

P_1 pode ser escrito da forma:

P_1 = 2AB + 2AD, tendo em vista (1)

P_1 = 2.36m + 2.20m

P_1 = 72m + 40m

$\boxed{P_1 = 112m}$

Considerando que seriam deixados 2 metros de cada lado, para segurança, então, a soma dos lados seria:

P_2 = A'B'+ B'C' + C'D'+ A'D'

P_2 = soma dos lados, perímetro.

A figura é ainda retangular e assim, vale:

A'B' = C'D' e A'D' = B'C'

A'B' = 40m A'D' = 24m

P_2 = 2A'B' + 2A'D'

P_2 = 2.40m + 2.24m

P_2 = 80m + 48m

$$\boxed{P_2 = 128m.}$$

A diferença entre os dois perímetros foi:

$$\begin{array}{r} 128m \\ -112m \\ \hline 16m \end{array}$$

Para se saber a quantos "por cento" essa diferença corresponde pode-se usar a própria expressão de porcentagem, como a seguir

112m ----- 100%
 16m -----   x

112x = 100x16
112m = 1600

$$\frac{112x}{112} = \frac{1600}{112}$$

x = 14,28%

x = 14,3%

Outra forma poderia ser adotada para se saber a quantos "por cento" 16m coresponde de 112m.

112m = 100%
11,2m = 10%
1,12m = 1%
0,112m = 0,1%

No nível de décimo de porcentagem poderia ser obtido o resultado bem aproximado:

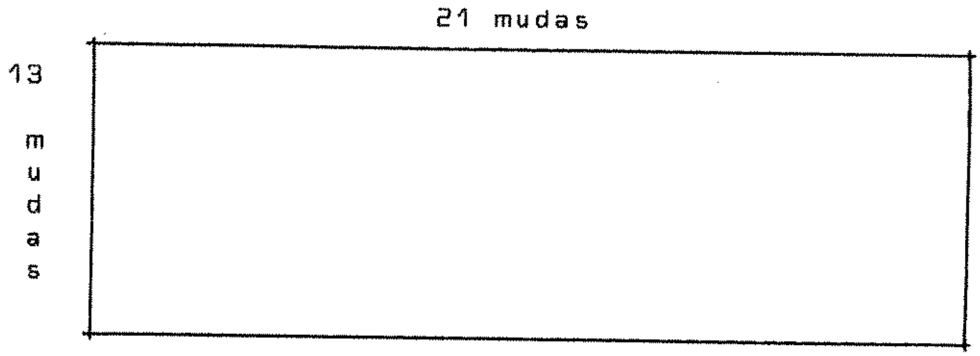
11,2m = 10%
1,12m = 1%
1,12m = 1%
1,12m = 1%
1,12m = 1%
----- ----
15,68m 14%

0,112m 0,1%
0,112m 0,1%
0,112m 0,1%
------- ------
16,016m 14,3%

O campo com as laterais de segurança aumentadas em 2 metros, aumenta o perímetro de 14,3%.

Conhecidas as medidas, partiu-se para o cálculo do número de mudas necessárias, considerando-se a distância de 2m. entre as mudas e que cada canto do campo teria uma árvore.

Foram calculadas as mudas para dois lados do campo.



Calculando o número de mudas na lateral de 40m vem:

40m : 2m = 20

Como os cantos devem ter mudas, então seriam necessárias 21 mudas.

O cálculo da outra lateral:

24m : 2m = 12

considerando o canto seriam necessárias 13 mudas.

Assim foi calculado o total de mudas.

21 x 2 lados + 13 x 2 lados

42 mudas + 26 mudas = 68

```
 42 mudas
+26 mudas
---------
 68 mudas
```

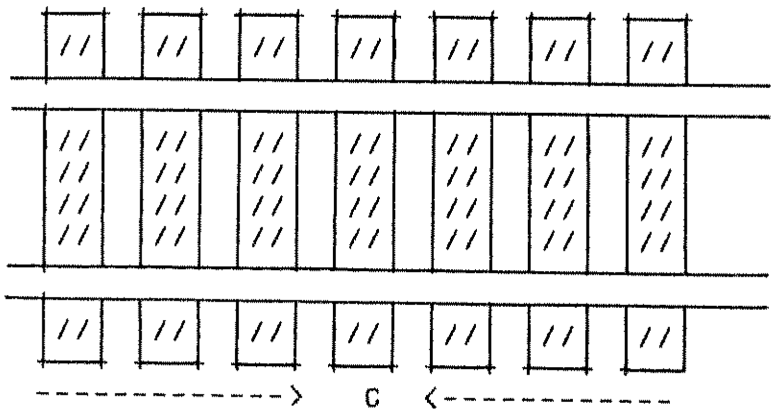
Seriam necessárias 68 mudas de árvores para cercar o campo.

Calculado o número de mudas de árvores, o grupo trabalhou a segunda idéia, cercar o campo usando madeira.

Um pai de aluno da escola foi falar sobre como fazer a cerca e os tipos de madeira necessária: ripas, palanques e travessas.

Para calcular a quantidade de ripas necessárias para a cerca, foram adotados dois procedimentos: inicialmente, foi trabalhado com o grupo de professores na construção de um modelo para o cálculo da quantidade de ripas. Em seguida, a forma como os professores poderiam trabalhar com os alunos.

Com os professores procurou-se construir um modelo



Seja C o comprimento da cerca, seja x a largura da ripa e i a largura do intervalo entre duas ripas.

O grupo observou, através do esquema, a seguinte relação entre o número de ripas e intervalos:

Nº de ripas	Nº de intervalo
1	0
2	1
3	2
4	3
,	,
,	,
n	n - 1

Assim, um comprimento qualquer de cerca seria dado por:

$$\boxed{C = nx + (n-1)i} \quad \text{Modelo}$$

x = largura de 1 ripa

i = largura do intervalo

n = nº de ripas

n - 1 = nº de intervalos

O número de ripas de uma das laterais de 40m, considerando a espessura de cada ripa 5cm e a largura do intervalo também 5cm.

$$4000 = n5 + (n-1).5$$
$$4000 = 5n + 5n - 5$$
$$4005 = 10n$$

$$n = \frac{4005}{10}$$

$$n = 400,5$$

$$n = 400 \text{ ripas}$$

O modelo C = nx + (n - 1)i, pode ser simplificado para o caso do cálculo do número de ripas.

Considerando iguais o número de ripas e número de intervalo e ainda a largura da ripa igual à largura do intervalo, o modelo fica:

$n - 1 = n$
$i = x$
$C = nx + nx$

$$\boxed{C = 2nx}$$

O número de ripas da lateral de 40m calculado pelo modelo simplificado é:

40m = 4000
4000 = 2n5
4000 = 10n
10n = 4000

$$\frac{10n}{10} = \frac{4000}{10}$$

n = 400

Seriam necessárias 400 ripas.

Para cercar o campo todo.

O perimetro já calculado é 128 metros.

Assim:

128m = 12800cm

Largura de uma ripa = 5 centímetros

Comprimento do intervalo = 5 centímetros

$$12800 = 2n.5$$
$$12800 = 10n$$
$$10n = 12800$$
$$n = \frac{12800}{10}$$
$$n = 1280$$

Seriam necessárias 1280 ripas

Com os alunos, o grupo partiu do cálculo do número de ripas necessárias para 1 metro de comprimento. Aproveitando o esquema, verificou-se que o número de ripas, considerando a largura de 5 centímetros e o intervalo entre duas ripas de 5 centímetros, seria 10.

1m ---> 10 ripas
128m ---> x

$$\begin{array}{r} 128 \\ \times 10 \\ \hline 1280 \end{array}$$

Ao todo seriam necessárias 1280 ripas.

Considerando que a altura da cerca teria 1,10m, em metros lineares obteve-se:

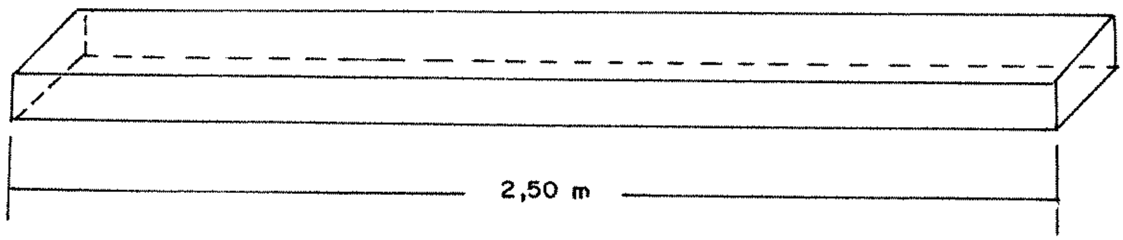
$$\begin{array}{r} 1280 \\ \times 1{,}10 \\ \hline 12800 \\ 12800 \\ \hline 1408{,}00 \end{array}$$

Seriam necessários 1408 metros lineares.

Calculada a quantidade de ripas, dever-se-ia calcular a quantidade de travessas e a quantidade de palanques.

Cálculo das travessas.

Foi considerada a necessidade de duas travessas, uma superior e outra inferior, onde seriam pregadas as ripas.



Como o perímetro do campo é 128m, seriam necessários 256 metros lineares.

Para que a perda não fosse excessiva, as travessas deveriam medir de 2,5 a 3m.

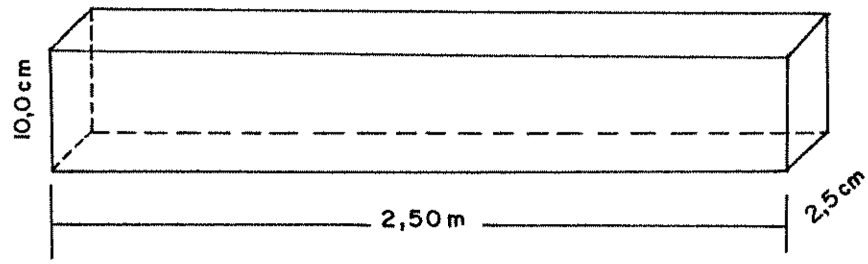
Considerando que a distância entre os palanques deveria ser de 2,00 a 2,5m, o número de travessas de 2,5m seria de:

```
25600| 2,50
      +-----
 250   102,4
-----
00600
  500
------
 1000
 1000
------
    0
```

Seriam necessárias 103 peças de travessas.

Cálculo do número de palanques:

Os palanques são as peças que darão suporte às travessas e às ripas. Normalmente, a distância do vão de cerca é de 2 metros a 2,20 metros. O comprimento deveria ser de, aproximadamente, 1,80 a 2m e as dimensões, largura e espessura, seriam de 8 x 8cm.



Assim, na medida de 40 metros seriam necessários:

c = comprimento

d = distância entre os palanques

n = número de palanques

Considerando que nos quatro cantos deve haver um palanque, tem-se:

$$n = \frac{c}{d} + 1$$

$$n = \frac{40m}{2m} + 1$$

$$n = 20 + 1$$

n = 21 palanques.

Na medida de 24m seriam necessários:

$$n = \frac{24m}{2m} + 1$$

$$n = 12 + 1$$

n = 13 palanques

O número total de palanques seria:

$$N = 2 \times 21 + 2 \times 13$$

$$N = 42 + 26$$

N = 68 palanques.

Em metros lineares seriam 136m.

Assim, o grupo poderia ter a relação da quantidade de madeira necessária à construção da cerca da quadra.

Os depósitos de madeira, as firmas de construção, vendem madeira por metro linear.

Para se ter uma idéia de quanto custaria a madeira para a cerca, foi feita uma pesquisa de preços da madeira necessária.

DEPÓSITO DE MATERIAL DE CONSTRUÇÃO

TIPO DE MADEIRA	MEDIDAS EM (cm)	QUANTIDADE EM METROS LINEARES	PREÇO METRO LINEAR	TOTAL PARCIAL
RIPAS	2,5x5x110	1408	2,60	3.660,80
TRAVESSAS	2,5x10x250	258	5,67	1.462,86
PALANQUES	8x8x200	136	10,71	1.456,56
TOTAL GERAL:................................				6.580,22

DEPÓSITO DA MADEIREIRA

TIPO DE MADEIRA	MEDIDAS EM (cm)	QUANTIDADE EM METROS LINEARES	PREÇO METRO LINEAR	TOTAL PARCIAL
RIPAS	2,5x5x110	1408	1,95	2.745,60
TRAVESSAS	2,5x10x250	258	4,09	1.055,22
PALANQUES	8x8x200	136	7,29	991,44
TOTAL GERAL:................................				4.792,26

O grupo queria saber qual a diferença entre o valor do depósito de construção e do depósito da madeireira

```
 6.580,22
-4.792,26
 --------
 1.787,96
```

Em porcentagem, essa diferença correspondia a:

4.792,26 -----> 100%
1.787,96 -----> x

$$x = \frac{1.787,96 \times 100}{4.792,26}$$

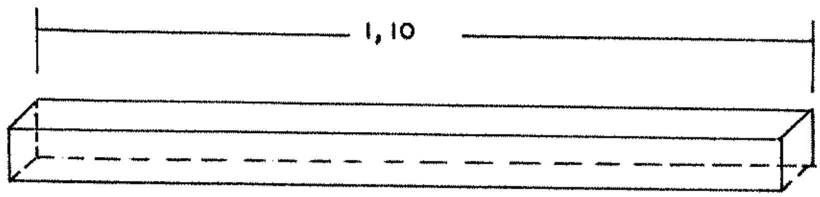
$$x = \frac{178.796}{4.792,26}$$

$$x = 37,3\%$$

No depósito, informaram que o metro cúbico de canela, uma madeira que poderia servir para a cerca, custava Cr$ 975,00.

O grupo resolveu fazer a cubagem da madeira necessária para a cerca.

A medida de uma ripa:



Transformando em metros tem-se:

110cm ---> 1,10m

5cm ---> 0,05m

2,5cm ---> 0,025m

O volume de uma ripa é dado pelo produto das três dimensões:

$$V_1 = 1,10 \times 0,05 \times 0,025$$

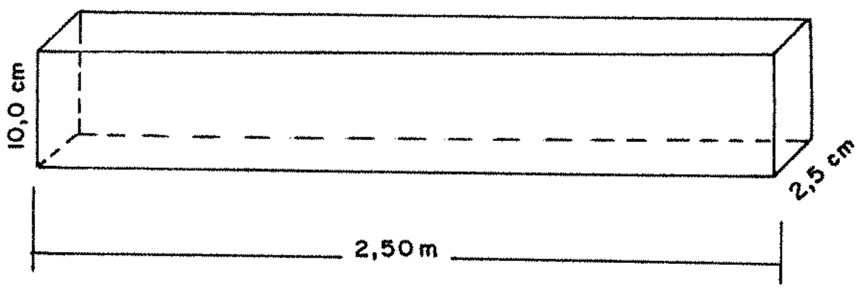
$$V_1 = 0,001375m^3$$

Como seriam 1280 ripas então:

$$V \quad 1280 \times 0,001375m^3$$

$$\boxed{V = 1,76m^3}$$

Cálculo do volume das travessas:



Reduzindo as medidas em metros:

250cm ---> 2,50m

10cm ---> 0,10m

2,5cm ---> 0,025m

O volume de uma travessa é:

$V_1 = 2,50 \times 0,10 \times 0,025$

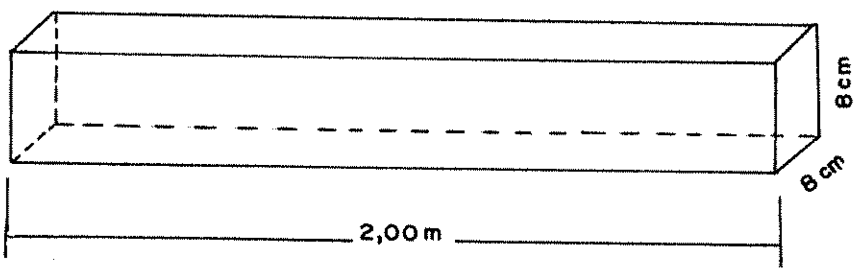
$V_1 = 0,00625m^3$

Como seriam 103 travessas então:

$V = 103 \times 0,00625m^3$

$$\boxed{V = 0,64m^3}$$

Cálculo do volume dos palanques:



Transformando-se medidas em metros tem-se

200cm ---> 2,00m

8cm ---> 0,08m.

8cm ---> 0,08m.

O volume de um palanque seria

$V_1 = 2,00 \times 0,08 \times 0,08$

$V_1 = 0,0128m^3$.

Como eram 68 palanques então:

$V = 68 \times 0,0128m^3$.

$$\boxed{V = 0,87m^3}$$

O total da madeira em metros cúbicos:

ripas = $1,76m^3$

travessas = $0,64m^3$

palanques = $0,87m^3$

A soma em metros cúbicos:

$$\begin{array}{r} 1,76m^3 \\ 0,64m^3 \\ 0,87m^3 \\ \hline 3,27m^3 \end{array}$$

O preço do metro cúbico custava 975,00. Então, o custo total seria:

95,00 x 3,27

```
     975,00
       3,27
     ------
     6825
    1950
   2825
   --------
   3.188,25
```

Se fosse comprada em metros cúbicos, a madeira custaria CR$ 3.188,25.

A diferença entre o valor da madeira em metros lineares e em metros cúbicos foi de:

```
  4.792,26
 -3.188,25
 ---------
  1.604,01
```

Em porcentagem essa diferença correspondeu a:

3.188,25 -- 100%

1.604,01 -- x

$$x = \frac{1.604,01 \times 100}{3.188,25}$$

x = 50,3%

Constatou-se uma diferença de mais de 50% no preço da madeira comprada em metros lineares e metros cúbicos. Também evidenciou-se a grande diferença entre os preços das casa de material de construção, dos depósitos e da firma fabricante.

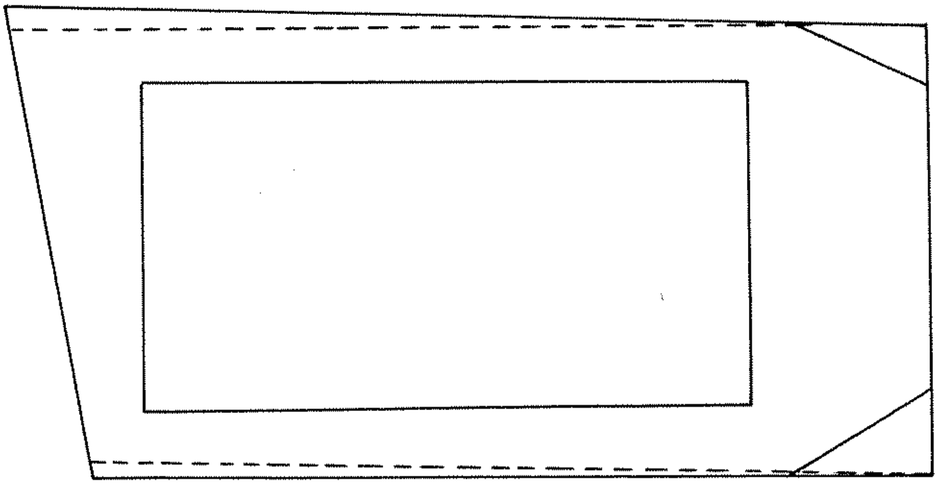
O grupo enviou uma carta à diretoria da madeireira, solicitando o material para a confecção da cerca. A construção ficaria por conta dos alunos e de alguns pais que se prontificaram.

Tendo a idéia da maquete e da planta baixa, o grupo foi até o terreno fazer a demarcação. O terreno era irregular e apresentava alguns "morros" e também muitos pedaços se apresentavam completamente "carecas", sem grama. A parte melhor do terreno ficava nos fundos, porém, havia algumas casas, o que poderia ser um empecilho para aproveitar os fundos.

Ficou decidido que o campo se iniciaria bem na frente do terreno.

O grupo se propôs a deixar o terreno "direito" e, para isso, seria necessário "esquadrar".

No lado mais estreito do terreno, foram colocadas duas estacas nas extremidades. Foi firmado um prego em cada estaca. Uma linha de naylon, contornando uma das extremidades, foi levada até ao lado mais longo do terreno. Com o auxílio de um esquadro a linha era deslocada para a esquerda ou direita até ficar coincidente com o ângulo de 90º.



Foram realizadas 4 medidas dessa diferença. As medidas foram: 33,1cm, 33,3cm, 33,3 e 33,2cm.

Qual delas adotar? Foi feita, então, a média, que seria considerada a medida verdadeira:

$$m = \frac{33{,}1 + 33{,}3 + 33{,}3 + 33{,}2}{4}$$

$$m = \frac{132{,}9}{4}$$

$$\boxed{m = 33{,}2cm}$$

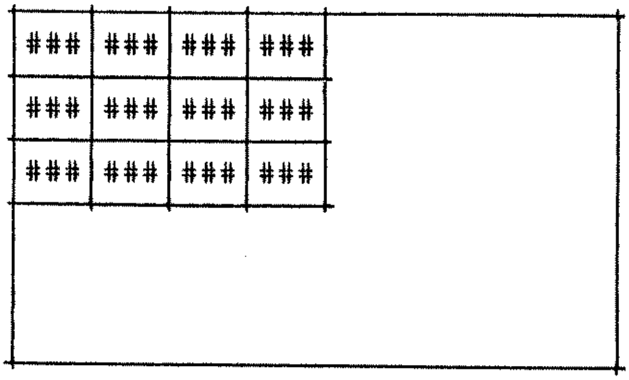
A partir dessa linha seriam contados os 24 metros. Os 40 metros seriam contados a partir da menor lateral, que mede 51,04m.

O grupo havia marcado para, em um dia do curso, medirem quanto de grama seria necessário para deixar o campo em condições. Enquanto isso, o trabalho com as unidades de superfície foi realizado na escola, através de algumas atividades de completamento de pequenas superfícies de tamanhos 5x2, 3x4, 2x3, com retângulos de 1cm por 1cm.

Em seguida, os alunos trabalharam a superfície das carteiras, da mesa do professor e dos vidros, com quadrados de 10cm x 10cm a pedido de um dos alunos.

Os alunos construíram o metro quadrado, usando caixas de papelão de embalagem, pois estavam ansiosos para irem ao terreno saber o quanto de grama precisariam para deixá-lo em condições. Construído o metro quadrado, os alunos mediram a área da superfície de uma parte da sala.

Nessa atividade, a professora pediu aos alunos para cobrirem uma determinada parte da sala de aula. Cada aluno foi colocando o metro construído. Foram contados 12 metros quadrados.



Em seguida, a professora fez a seguinte colocação: se não tivéssemos tantos metros, como poderíamos saber a área dessa superfície?

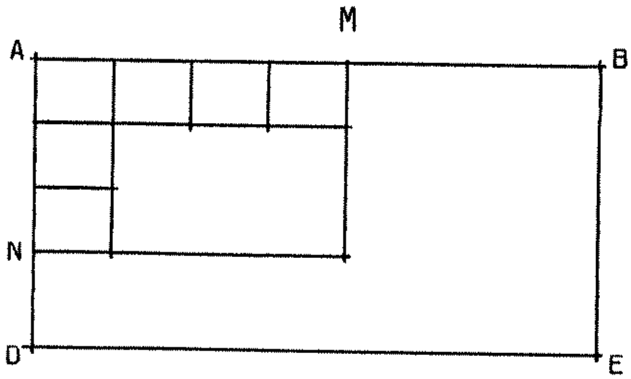
"-Faz de um em um, respondeu um aluno".

"-Como assim, perguntou o professor?".

"-Pega o metro, põe no chão e marca nos cantos, depois põe o metro na marca e vai fazendo assim..."

Alguns alunos disseram que daria grande trabalho para medir o terreno e a quadra.

A professora, então, propôs a seguinte situação: os alunos colariam os metros quadrados só nos cantos da superfície a ser medida, como mostra a figura a seguir:



Os alunos perceberam que bastaria multiplicar o número de quadrados de um lado pelo número de quadrados do outro lado.

AM = 4 quadrados

AN = 3 quadrados

O número total de quadrados

$4 \times 3 = 12$

Como cada quadrado tem 1 m^2

$12 \times 1m^2 = 12\ m^2$

Outra situação trabalhada foi o não conhecimento do número de quadrados, mas a medida linear de cada lado.

Os alunos estavam ansiosos para irem ao terreno e saber quanto de grama seria necessário para deixá-lo em condições de marcá-lo.

Embora tivessem combinado para fazer as medidas em um dia do curso, os alunos não aguentaram e foram antes. Alguns alunos levaram os modelos de metro quadrado confeccionados em papelão, outros levaram a unidade metro. As medidas encontradas foram:

65 vezes o metro quadrado
1 faixa de 2m x 9,30m
1 faixa de 4m x 3,50m
1 faixa de 3,50m x 7m
1 faixa de 1,70m x 7,30m

Em sala de aula, fizeram os cálculos e obtiveram um total de:

$$\begin{array}{r} 65{,}00m^2 \\ 18{,}60m^2 \\ 14{,}00m^2 \\ 24{,}50m^2 \\ 12{,}40m^2 \\ \hline 134{,}50m^2 \end{array}$$

Os alunos tentariam obter essa grama em "leivas", por ser mais rápido o plantio e o seu desenvolvimento. Como estavam no mês de novembro de 1989, até o reinício das aulas em 1990 estaria em condições de uso.

Foram formados 8 grupos de 2 a 3 alunos. Cada grupo tentaria conseguir entre 17 e 18 m^2 de grama, até o dia 05 de dezembro, para plantarem até o encerramento do ano letivo. Ficou, ainda, estabelecido que, após plantarem a grama, cada grupo ficaria encarregado de acompanhar o seu desenvolvimento.

Os problemas decorrentes do tema Esporte foram ricos e apresentaram a oportunidade de se trabalhar vários conteúdos matemáticos. A parte referente à medida linear e superfície foi enriquecida pelas atividades práticas em sala e no terreno. A parte de geometria envolveu várias figuras como: círculo, quadrado, retângulo. O estudo de linhas, cálculo de perímetros, áreas, volumes e operações como: adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo números inteiros e decimais estiveram presentes ao longo do desenvolvimento de todo o trabalho.

5.1.3 Plantio da Erva Mate

Outro tema que despertou o interesse de um dos grupos foi a Erva-Mate.

A Erva-Mate representa, no município e na região, uma das principais fontes de renda e também propicia a geração de muitos empregos.

O grupo de professores começou a pesquisar o histórico da Erva-Mate. O histórico permitiu ter uma idéia da localização da área natural, que se estende ao longo das selvas tropicais da Alta Bacia do Rio da Prata e região das fronteiras entre o Paraguai e a Argentina.

A produção do mate, no Paraguai e no Brasil, segundo a pesquisa dos professores, provém de árvores silvestres que atingem de 20 a 25 metros de altura. Na Argentina, as árvores alcançam alturas que variam de 4 a 10 metros. A produção plena se dá por volta dos 10 anos e a sua vida produtiva por volta de 20 anos. Nos primeiros três anos, a produção é mínima.

Para a realização do trabalho, o grupo visitou três produtores onde teve a oportunidade de acompanhar algumas etapas do preparo da Erva-Mate.

Para o desenvolvimento do trabalho, o grupo optou por uma propriedade que possui uma área de 5 alqueires, por apresentar melhores condições de acesso e ficar mais próxima da cidade.

O alqueire é uma unidade de medida agrária muito usada na região. O alqueire tem valores diferentes em regiões diferentes. Nos Estados do Sul, o alqueire vale 24.200m^2. Em Minas Gerais, Rio de Janeiro e Goiás um alqueire vale 48.200m^2. No Pará um alqueire vale 27.225m^2.

No trabalho realizado, foi usado o alqueire Paulista, que vale 24.200m^2.

O terreno de 5 alqueires tem em metros quadrados:

$$\begin{array}{r} 24.200 \\ \times\ 5 \\ \hline 121.000 \end{array}$$

Em braças, uma unidade agrária também muito usada na região, o alqueire corresponde a 50 por 100 braças.

1 braça corresponde a 2,20m.

50 braças correspondem a 110m.

100 braças correspondem a 220m.

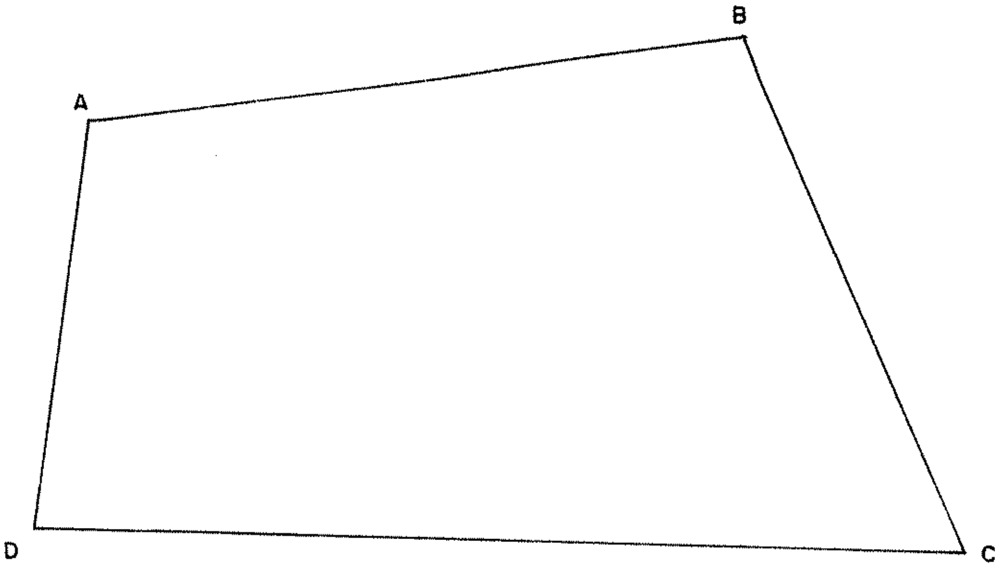
$$110 \times 220 = 24.200m^2.$$

O grupo desejava saber quantas mudas haviam sido plantadas na propriedade onde se desenvolveu o estudo. Uma consulta feita ao Instituto de Terras e Cartografia - I.T.C. revelou que o número de mudas depende do espaçamento entre elas. E ainda que para uma mesma área, a produção de Erva-Mate é, aproximadamente, a mesma, independentemente de o espaçamento utilizado ser 2 x 3m, 3 x 3m, 2 x 2m ou 4 x 3m.

Assim, no caso do espaçamento ser, por exemplo, 3 x 3, o número de mudas é maior que no espaçamento 3 x 4. Considerando uma mesma área, no entanto, a produtividade por árvore é menor. No caso de 3 x 4, o número de mudas é menor, mas a produtividade é maior.

Na área de terreno estudada o espaçamento era 2 x 2m.

O terreno possui, aproximadamente, a seguinte forma:



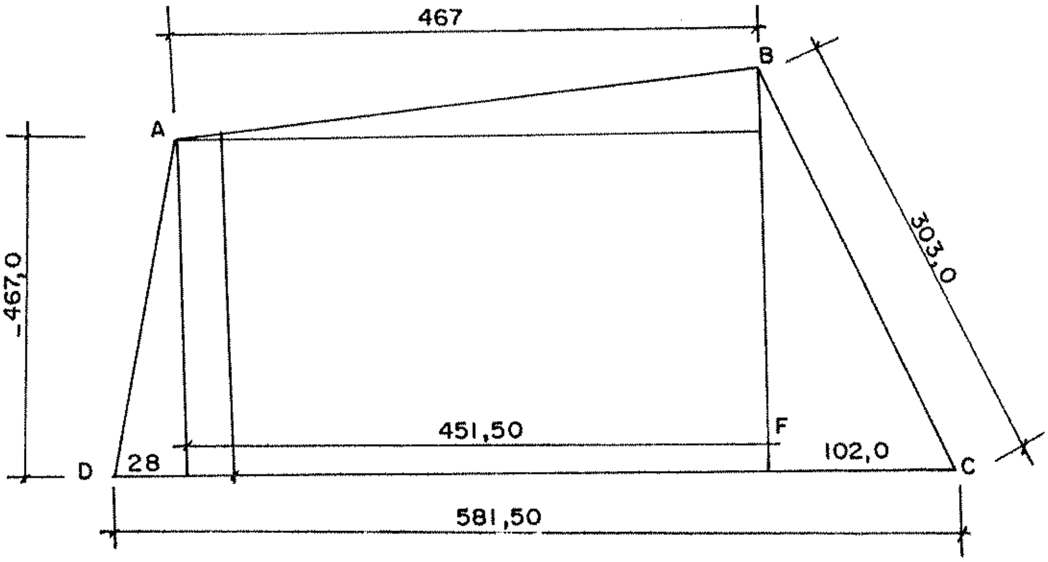
AB = 467m.

BC = 303m.

CD = 581,5m.

AD = 272m.

O grupo foi questionando sobre a área do terreno todo.



O grupo, de posse da planta do terreno e de algumas informações obtidas com os proprietários, estabeleceu as medidas aproximadas, à exceção dos 5 alqueires cujas medidas eram

268m x 451,5m.

A área do terreno seria a soma das áreas das seguintes figuras: triângulos ADG, ABE, BFC mais a área do retângulo AEFG.

Cálculo da área do triângulo ADG.

$$A1 = \frac{DG.AG}{2}$$

DG = 28m

AG = 268m

$$A1 = \frac{28 \times 268}{2}$$

$$\boxed{A_1 = 3.752m^2}$$

Cálculo da área do triângulo ABE:

$$A_2 = \frac{AE \times BE}{2}$$

AE = 451,5m
BE = 16m

$$A_2 = \frac{451,5 \times 16}{2}$$

$$A_2 = \frac{7.224}{2}$$

$$\boxed{A_2 = 3.612m^2}$$

Cálculo da área do triângulo BFC:

$$A_3 = \frac{CF \times BF}{2}$$

$BF = BE + EF$
$BF = 16 + 268$
$BF = 284m$
$FC = 102m$

$$A_3 = \frac{102 \times 284}{2}$$

$$A_3 = \frac{28.968}{2}$$

$$\boxed{A_3 = 14.484m^2}$$

Cálculo da área do retângulo AEFG:

$A_4 = AE.EF$

$AE = 451,50m$

$EF = 268m$

$A_4 = 451,50 \times 268$

$$\boxed{A_4 = 121.002m^2}$$

A área total do terreno é:

$At = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$At = (3.752 + 3.612 + 14.484 + 121.002)m^2$

$$\boxed{At = 142.850m^2}$$

Cálculo do número de mudas no terreno de 5 alqueires.

As dimensões do terreno onde foram plantadas as mudas: 451,5m x 268m.

Considerando que no terreno estudado o espaçamento entre as mudas é de 2 x 2m.

No sentido da dimensão maior, o número de mudas foi:

$$n_1 = \frac{C}{E} + 1$$

onde C = Comprimento
E = Espaçamento entre as mudas.

$$n_1 = \frac{451,5}{2} + 1$$

$$n_1 = 226 + 1$$

$$\boxed{n_1 = 227}$$

No sentido da dimensão menor, o número de mudas foi:

$$n_2 = \frac{C}{E} + 1$$

$$n_2 = \frac{268}{2} + 1$$

$$n_2 = 134 + 1$$

$$n_2 = 135$$

O número n de mudas:

$n = n_1 \times n_2$

$n = 227 \times 135$

$$\boxed{n = 30.645}$$

No terreno considerado foram plantadas 30.645.

Considerando que uma árvore adulta produz, em média, 1 arroba e que todas as árvores produzirão, tem-se:

As 30.645 árvores produzirão 30.645 arrobas.

Uma arroba vale aproximadamente 15Kg. Então, 30.645 árvores produzirão 459.675 Kg.

```
 30.645
   x 15Kg
 ------
153.225
30.645
-------
459.675Kg
```

Para valores maiores que 1.000 Kg, usa-se a unidade tonelada.

1 tonelada = 1.000Kg

Em toneladas, a produção seria de, aproximadamente, 460 toneladas.

O Custo da Produção:

O custo da produção envolve os gastos com mudas, o plantio e pessoal para limpeza e conservação.

Em uma das ervateiras visitadas, o proprietário contou ao grupo, que durante a fase de formação das ervateiras, em torno de 2 a 3 anos, onde a produção é praticamente zero, foi plantado entre as ervateiras milho e feijão e que o resultado foi muito positivo.

Foi dada uma porcentagem da produção do milho e do feijão para quem cuidou do plantio, da limpeza e da colheita. Assim, manteve-se a conservação das ervateiras e ainda obteve-se algum lucro.

Contudo, no terreno onde foi realizado o trabalho, esse procedimento não foi seguido. O grupo, então, resolveu calcular os custos da produção nesses 5 alqueires. Voltou a conversar com o proprietário e realizou um levantamento do preço da muda e do preço do dia de trabalho de uma pessoa no campo.

O grupo, após conversar com o proprietário, considerou o seguinte:

Cada homem fazia 25 covas, em média, por hora.

O preço médio pago por dia de trabalho era Cr$180,00.

O preço de cada muda era Cr$0,75.

1) Cálculo do número de dias de trabalho:

Um homem planta em 1 hora, uma média de 25 mudas, num dia de 8 horas, plantaria 25 x 8 = 200 mudas.

Supondo 10 homens trabalhando, seriam plantadas 200x10 = 2.000 mudas.

Para plantar 30.645 mudas seriam necessários:

```
30645 | 2000
      +-------
10645   15d
 0645
```

Seriam necessários 15 dias de trabalho.

Como cada homem recebia, por dia, Cr$180,00, 10 homens receberiam Cr$1.800,00; em 15 dias seriam gastos Cr$27.000,00.

```
  1800
   x15
  ----
  9000
 1800
------
 27000
```

O preço de cada muda custava Cr$0,75. Logo, 30.645 mudas custariam Cr$22.983,75.

```
   30645
   x 075
   -----
  153225
 214515
 -------
 2298375
```

Considerando apenas o custo do trabalho, da mão de obra e das mudas, obteve-se Cr$49.983,75.

```
 27.000,00
+22.983,75
 ---------
 49.983,75
```

O grupo considerou, também, um gasto anual de Cr$15.000,00 para limpeza e conservação das árvores durante dois anos.

Assim, os custos de conservação e plantio até à produção seriam de:

```
 49.983,75
+30.000,00
 ---------
 79.983,75
```

Considerando que, apenas em 1991 estas árvores começariam a produzir, e no início a produção é de apenas 15% da produção de uma árvore adulta, o grupo fez uma projeção de quanto seria arrecadado.

Foi feita uma estimativa do preço da arroba para 1991 a partir de:

Janeiro	1989	50,00	a arroba
Julho	1989	105,00	" "
Janeiro	1990	150,00	" "
Julho	1990	250,00	" "
Janeiro	1991	500,00	" "
Julho	1991	750,00	" "

Então 30.645 arrobas produziriam em 1991: 4.596 arrobas.

```
 30.645
 x 0,15
-------
 153225
30645
--------
4.59675
```

Em 1991 a produção será de 4.596 arrobas. Ao preço de Cr$750,00 (estimado) a arroba dará: Cr$3.447.000,00.

```
   4596
     75000
 ---------
 22980000
 32172
 ----------
344700000
```

Como a despesa da produção foi estimada em Cr$79.983,75, percebe-se que o lucro seria compensador. Pode-se perceber e entender o grande interesse que o cultivo da Erva-Mate vem despertando na região.

O trabalho mostrou alguns aspectos que envolvem o cultivo da Erva-Mate. Outros poderiam ser trabalhados, como por exemplo, as várias fases de transformação da folha até chegar ao ponto de consumo.

O trabalho envolveu muitos conteúdos matemáticos, trabalhados na 3a. e 4a. séries, como:

Unidades de medida de comprimento;
Relação entre as diferentes unidades de comprimento;

Unidades de medidas de superfície;
Relação entre as várias unidades de medidas de superfície;
Operações em N e Q;
Adição;
Subtração;
Multiplicação;
Divisão;
Unidades de massa, convencionais e não convencionais (arroba e tonelada);
Sistema Monetário;
Geometria.

5.1.4 Agricultura: Plantio de Milho Formas Manual e Mecanizada

O tema agricultura também revelou o interesse de um dos grupos. O objetivo do grupo foi estudar, comparativamente, as duas formas mais praticadas no plantio do milho: a forma manual e a forma mecanizada.

O histórico do milho, descrevendo sua origem e sua participação na alimentação, foi ponto importante do trabalho.

Como fontes de informações e coleta de dados, o grupo visitou Cooperativas, o escritório da Emater e o Sindicato Rural.

Com as informações obtidas o grupo entrevistou três produtores: dois faziam o plantio manual e um deles fazia o plantio macanizado.

O custo do plantio nas duas formas teve como referência uma área de um alqueire ou 24.200m^2. Os prós e os contras das duas formas de plantio do milho, nos aspectos de produtividade e dos danos causados à natureza, foram contemplados no trabalho.

5.1.5 Comércio: Cesta Básica

Outro trabalho desenvolvido no Curso tratou do Comércio.

O grupo responsável pelo tema visitou, durante alguns dias, o comécio local. Foram visitadas lojas de confecções, móveis, eletrodomésticos e supermercados. As visitas ao comércio de móveis, de eletrodomésticos, supermercados foram as que mais chamaram a atenção do grupo.

Após as visitas iniciais o grupo optou por trabalhar com supermercados. A opção deveu-se à dinâmica que o comércio de gêneros alimentícios proporciona.

O grupo se propôs estudar a variação do preço da cesta básica e sua relação com o salário mínimo. Após definido o objeto de estudo o grupo procurou informações sobre a cesta básica. O grupo entrou em contato com órgãos como: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística -IBGE- e o Instituto Paranaense de Desenvolvimento -IPARDES- para obter a informação do que é Cesta Básica e dos produtos e quantidades que a compõem.

Não obtendo as informações desejadas, o grupo começou a pesquisar jornais e revistas e obteve uma relação de treze produtos a partir dos quais o governo estabeleceu o valor do salário mínimo.

PRODUTOS CESTA BÁSICA

Nº	PRODUTO	QUANTIDADE
01	AÇÚCAR	3Kg
02	ARROZ	3Kg
03	BANHA	0,9Kg
04	BATATA	2Kg
05	CAFÉ	0,6Kg
06	CARNE	6Kg
07	FARINHA DE TRIGO	1,5Kg
08	FEIJÃO	4,5Kg
09	FRUTAS	2Kg
10	LEITE	7,5l
11	MARGARINA	0,6Kg
12	PÃO	1,5Kg
13	VERDURAS	2,0Kg

O grupo decidiu pesquisar três supermercados. A pesquisa foi realizada durante quatro semanas:

1a. semana - 26/10/89

2a. semana - 09/11/89

3a. semana - 16/11/89

4a. semana - 23/11/89

Os supermercados escolhidos para a pesquisa foram: Supermercado Guará, Dellê e Túlio, designados, respectivamente, por Supermercado A, B e C.

Uma vez realizada a pesquisa de preços, durante as quatro semanas previstas, foi calculado o custo da cesta básica para uma pessoa, em cada uma das quatro semanas, para cada supermercado.

SUPERMERCADO A

PRODUTO	1a.Semana 26/10/89	2a.Semana 09/11/89	3a.Semana 16/11/89	4a.Semana 23/11/89
AÇÚCAR	8,40	8,40	8,70	10,20
ARROZ	5,40	4,50	4,50	5,70
BANHA	3,06	3,06	3,06	5,05
BATATA	9,90	9,90	9,90	12,60
CAFÉ	13,00	13,00	13,00	17,40
CARNE	30,00	30,00	32,00	34,00
FAR.DE TRIGO	3,30	3,30	4,20	4,50
FEIJÃO	8,45	9,45	11,70	10,40
FRUTAS	13,00	13,00	19,00	19,00
LEITE	12,22	12,22	16,50	16,50
MARGARINA	8,55	8,55	10,40	9,10
TOTAL	115,28	115,38	133,00	144,45

O quadro mostra que a maioria dos produtos sofreu alta; alguns sofreram variações de preços, intermediárias, no período, maiores que ao final, quando se percebe uma baixa; é o caso da margarina. A banha foi o produto que teve um aumento em torno de 65% como se pode observar nos cálculos.

```
 Cr$5,05
-Cr$3,06
--------
 Cr$1,99
```

A diferença de Cr$1,99, corresponde, em porcentagem, a 65%.

```
3,06 -----> 100%
1,99 ----->  x

3,06x = 1,99 x 100

3,06x   199
----- = ----
 3,06   3,06

x = 65,03%

x = 65% (aprox)
```

O quadro mostra que no mês de novembro, no período de 09 a 23/11, houve variação de preços, semanal, em muitos produtos.

Considerando apenas a variação de preços nas três semanas de novembro, obteve-se:

Preço de compras realizadas na semana de 09/11/89:

Cr$115,38

Preço total de compra realizada na semana de 23/11/89:

Cr$144,45

A diferença foi de: Cr$29,07

```
 Cr$144,45
-Cr$115,38
 ---------
 Cr$ 29,07
```

A diferença, em porcentagem, corresponde a:

$$115{,}38 \longrightarrow 100\%$$

$$29{,}07 \longrightarrow x$$

$$115{,}38x = 29{,}07 \times 100$$

$$\frac{115{,}38x}{115{,}38} = \frac{29{,}07}{115{,}38}$$

$$x = 25{,}19\%$$

Assim, para cada Cr$100,00 gastos dia 09/11/89 seriam necessários Cr$125,19 para a mesma compra no dia 23/11/89.

SUPERMERCADO B

PRODUTO	1a.Semana 26/10/89	2a.Semana 09/11/89	3a.Semana 16/11/89	4a.Semana 23/11/89
AÇÚCAR	9,00	10,38	10,42	15,60
ARROZ	4,20	5,40	5,40	7,60
BANHA	3,78	3,78	4,50	4,50
BATATA	10,20	10,20	10,80	10,80
CAFÉ	13,20	13,20	13,20	13,20
CARNE	36,00	45,00	45,00	60,00
FAR.DE TRIGO	3,24	4,35	3,45	4,30
FEIJÃO	12,05	12,15	12,15	10,40
FRUTAS	19,00	19,00	22,00	22,00
LEITE	12,22	12,22	16,50	16,50
MARGARINA	8,10	10,75	8,10	9,00
TOTAL	130,99	146,43	151,52	173,90

O quadro de preços do Supermercado B mostra uma tendência crescente de preços na maioria dos seus produtos pesquisados. Considerando o período de 26/10/ a 23/11/89, o arroz foi um dos produtos de maior alta 80,95%; o açúcar vem em seguida, com 73,33% e a carne com 66,67%. Considerando apenas as três semanas relativas ao mês de novembro, o açúcar teve alta de 50,28%, o arroz de 40,7% e a carne de 33,3%. O leite teve um aumento de 35%.

O total gasto, nos produtos pesquisados durante a 1a. semana da pesquisa e o total gasto na 4a. semana da pesquisa foi:

1a. semana - total gasto Cr$130,99

4a. semana - total gasto Cr$173,90

A diferença foi de: Cr$42,91.

```
 Cr$173,90
-Cr$130,99
----------
Cr$ 42,91
```

A diferença encontrada corresponde a: 32,75%

```
130,99 ----> 100%
 42,91 ---->   x
```

$$x = \frac{42,91 \times 100}{130,99}$$

$$x = \frac{42,91}{130,99}$$

$$x = 32,75\%$$

Considerando apenas as três semanas referentes ao mês de novembro obteve-se:

1a. semana novembro - total gasto Cr$146,43

3a. semana novembro - total gasto Cr$173,90

A diferença obtida foi de:

```
 Cr$173,90
-Cr$146,43
---------
 Cr$ 27,47
```

Em valores percentuais, a diferença corresponde a:

$$146{,}43 \longrightarrow 100\%$$
$$27{,}47 \longrightarrow x$$

$$x = \frac{27{,}4 \times 100}{146{,}43}$$

$$x = \frac{2747}{146{,}43}$$

$$x = 18{,}76\%$$

SUPERMERCADO C

PRODUTO	1a.Semana 26/10/89	2a.Semana 09/11/89	3a.Semana 16/11/89	4a.Semana 23/11/89
AÇÚCAR	8,40	8,40	9,00	9,90
ARROZ	5,93	5,93	4,10	6,90
BANHA	2,90	2,90	3,42	4,00
BATATA	10,00	10,00	13,60	13,60
CAFÉ	13,20	13,20	13,20	13,20
CARNE	36,00	36,00	56,40	48,00
FAR.DE TRIGO	3,05	3,05	4,80	5,12
FEIJÃO	11,92	11,92	12,37	11,92
FRUTAS	15,00	15,00	20,00	20,00
LEITE	12,22	12,22	16,50	16,50
MARGARINA	6,80	6,80	8,84	9,10
TOTAL	125,42	125,42	162,23	158,24

O quadro mostra a variação dos preços dos produtos pesquisados. Alguns produtos apresentaram uma variação de preços, referente à troca de produtos. Por exemplo, passou-se a consumir feijão branco e não feijão preto (o mais consumido). Foi, também, o caso do arroz. Os produtos que tiveram uma alta considerável foram: farinha de trigo 67,86% e banha, com aproximadamente 38%. Outros produtos como: margarina 33,8%, batata 36%, leite 35% e frutas 33% tiveram alta na faixa média de 34%. O café foi o único dos produtos pesquisados que não teve variação de preço no período.

A variação global dos produtos no total foi de:

```
 Cr$158,24
-Cr$125,42
 ---------
 Cr$ 32,82
```

A diferença corresponde a:

125,42 ----> 100%

32,82 ----> x

$$x = \frac{32,82 \times 100}{125,42}$$

$$x = \frac{3282}{125,42}$$

$$x = 26,2\%$$

A variação de diferença no valor da compra realizado no período de 29/10 a 23/11 corresponde a, aproximadamente, 26%.

Considerando o período de 29/10 a 16/11 obteve-se:

Valor do gasto no dia 29/10 Cr$125,42

Valor do gasto no dia 16/11 Cr$162,23

```
 Cr$162,23
-Cr$125,42
----------
 Cr$ 36,81
```

A diferença de Cr$36,81, corresponde a:

```
125,42 ----> 100%
 36,81 ---->  x
```

x = 29,35%

O produto responsável pela diferença foi a carne que teve uma alta de 56,6% na terceira semana, e ao final apresentou a variação de 33,3%.

A diferença constatada nas três semanas de novembro corresponde a 18,76%.

A tabela a seguir mostra o comportamento dos preços nos Supermercados A, B e C em cada uma das quatro semanas.

SUPERMERCADOS	1a.semana 26/10/89	2a.semana 09/11/89	3a.semana 16/11/89	4a.semana 23/11/89
A	115,28	115,38	133,00	144,45
B	130,99	146,43	151,52	173,90
C	125,42	125,42	162,23	158,24

O supermercado A foi aquele que apresentou a menor variação de preços. Na primeira semana constatou-se uma diferença de A e B e A e C e B e C.

Essas diferenças foram:

. entre A e B:

```
 Cr$130,99
-Cr$115,28
 ---------
 Cr$015,71
```

. entre A e C

```
 Cr$125,42
-Cr$115,28
 ---------
 Cr$ 10,14
```

Essas diferenças representam, em porcentagem de A em relação a B e C, respectivamente, a 13,6% e 8,8%.

115,28 ----> 100%
15,71 ----> x

$$X = \frac{1571}{115,28}$$

x = 13,6%

e

115,28 ----> 100%

10,14 ----> x

$$x = \frac{10,14 \times 100}{115,28}$$

$$x = \frac{1014}{115,28}$$

x = 8,8%

Na segunda semana constatou-se uma diferença maior entre os preços nos supermercados A e B; A e C mostraram-se praticamente iguais.

A diferença entre A e B foi:

```
 Cr$146,43
-Cr$115,38
----------
 Cr$ 31,05
```

A diferença de Cr$31,05 correspondeu a 26,9%.

115,38 ----> 100%

31,05 ----> x

$$x = \frac{3105}{115,38}$$

$$x = 26,9\%$$

Assim, foram trabalhadas as duas outras semanas. O supermercado A mostrou-se aquele que praticou os menores preços. O supermercado B, aquele que praticou os preços mais elevados, no período considerado.

O tema Comércio mostrou-se muito rico em proporcionar a oportunidade de se discutir a atual situação do país. Os preços variando, os ordenados não acompanhando essa elevação de preços, a população tendo que ter o mínimo de condições de sobrevivência.

Foi estudada a relação entre os gastos com a alimentação "básica" e o salário mínimo.

Foi considerado o total de gastos com alimentação para uma família de 4 pessoas.

Uma pesquisa realizada pela equipe mostrou que uma família é, em média, composta por 5 pessoas. Três foram as vilas pesquisadas: Vila Diniz, Vila Alves e Vila Caldas. O grupo visitou, aleatoriamente, as casas das vilas.

O quadro a seguir mostra a evolução do salário mínimo no período de setembro a dezembro de 1989 e os gastos com a alimentação.

MES	VALOR DO SALÁRIO MÍNIMO	GASTO COM ALIMENTAÇÃO	GASTO ALIM. 04 PESSOAS	GASTO REL. AO SALÁR. MÍNIMO
SETEMBRO	Cr$249,47			
OUTUBRO	Cr$381,73	Cr$115,28	Cr$461,12	120,7%
NOVEMBRO	Cr$557,34	Cr$144,45	Cr$577,80	103,7%

Considerando apenas o "básico", não incluindo material de higiene e limpeza, o grupo concluiu que um salário mínimo não dá para o gasto com a alimentação, devendo-se ainda computar aluguel e vestuário.

Para uma população de até dois salários mínimos o comprometimento percentual do salário é de 50 a 60%. Na população pesquisada 44,5% das famílias têm rendimento de 0 até 1 salário mínimo, 44,5% entre 1 a 2 salários mínimos, 11% entre 6 a 8 salários mínimos.

O tema propiciou o trabalho com os conteúdos, envolvendo as operações e porcentagem.

ERRATA

página	onde lê-se	leia-se
agradecimentos	Profª. Rosália	Profª.Drª. Rosália
62	interiores	ulteriores
78	10	10
	1	1
	1	1
	1	1
	1	1
	0,1	0,1
	0,1	0,1
	0,1	0,1
	----	-----
	14,3%	14,3%
91	n a = b	$\sqrt[n]{a} = b$
	4, 3,	$\sqrt[4]{3}$
186	p.104	p. 113
187	$(1+i) = n \frac{Pn}{Po}$	$(1+i) = \sqrt[n]{\frac{Pn}{Po}}$
	$i = n \frac{Pn}{Po} - 1$	$i = \sqrt[n]{\frac{Pn}{Po}} - 1$
195	$P_3 = Po(1+3i+3i^2+i)$	$P_3 = Po(1+3i+3i^2+i^3)$.
259	e nada parce	e nada parece
264	insegura proque	insegura porque
266	formas de cosntruir	formas de construir
300	previsto parsa	previsto para
304	formas propiedades	formas e propriedades
316	ferramente matemática	ferramenta matemática
320	pratica educativa	prática educativa

Feitas as descrições de alguns dos trabalhos realizados pelos professores, necessário se faz explicitar as várias etapas do processo da Modelagem ocorridas durante o seu desenvolvimento. Assim, a partir de alguns dos trabalhos descritos, procurou-se deixar clara cada uma das etapas através das ações desencadeadas e ainda, em alguns casos, mostrar a interação entre a dinâmica do processo e os conteúdos matemáticos envolvidos.

5.2 O Processo da Modelagem Matemática

A deflagração do processo da Modelagem Matemática, em nível de 1º e 2º graus, pode se dar a partir da escolha de um tema. A escolha desse tema dá-se: por interesse, por simples curiosidade ou, ainda, por configurar uma situação-problema. Algumas etapas, que podem constituir o processo, são:

1) Escolha do tema

O processo da Modelagem tem início com a escolha de um tema, a partir de um rol de títulos, levantado pelos próprios participantes. Os participantes se agrupam por interesse de determinado tema.

2) Fase exploratória

Definidos os temas e os grupos, tem início a fase exploratória.

A fase exploratória, consiste em um contato mais estreito entre os membros de determinado grupo com o tema escolhido. A fase exploratória pode consistir de visitas, coletas de dados e entrevistas. É uma fase importante para a coleta de informações, esclarecimentos e um maior aprofundamento sobre o tema eleito.

3) Formulação do problema ou especificação do interesse

A fase exploratória propicia a aquisição de elementos necessários ao delineamento do problema, ou do interesse para possibilitar uma investigação mais sistemática. Em nível de 1º e 2º graus, essa trajetória tem sido realizada, contudo, em outro nível de ensino, pode não ser necessária.

Um problema deve, inicialmente, ser formulado em linguagem corrente ou natural. Sua formulação deve ser clara, por isso, exige uma visão muito precisa da situação estudada. Essa compreensão é adquirida, em grande parte, na fase exploratória, e complementada pela leitura de material específico da área do problema ou interesse.

A formulação correta e clara de um problema ou interesse, na linguagem natural, é de fundamental importância para permitir sua formulação em linguagem convencionada, no caso, a linguagem matemática.

A linguagem Matemática é muito precisa, além de possuir todo um conjunto de resultados potencialmente úteis, muitas vezes necessários à resolução de um problema.

4) A Construção do Modelo (Equacionamento do Problema)

A formulação correta e clara do problema permite a eliminação de aspectos não relevantes ao problema ou interesse em questão. A tradução do problema em linguagem matemática e as relações estabelecidas entre as variáveis intervenientes no problema, constituem o modelo. O modelo pode tomar formas diversas, como, por exemplo: uma equação, um sistema de equações, uma inequação ou um sistema de inequações. Contudo, em alguns casos, um modelo pode ser simplesmente um gráfico, a planta baixa de uma casa, ou um mapa.

5) Validação do Modelo

Outra etapa importante do processo da Modelagem

Matemática é a da validação do modelo construído. A validação consiste em checar a formulação, as equações, gráfico ou planta baixa, com a situação inicial, e verificar se o modelo apresenta características gerais da situação inicial. A matemática, que constitui o modelo, deve ser auto-consistente com as leis usuais da lógica matemática. A validação é importante na medida em que o modelo tem caráter preditivo ou de decisão. Validado para um fim determinado, o modelo pode ser estendido a uma série de situações análogas.

6) Reformulação do Modelo

Quando, na etapa de validação, se constatar que o modelo não é capaz de representar características gerais da situação inicial, há necessidade de reformular o modelo inicialmente construído. A reformulação consiste em reorientar a relação entre as variáveis envolvidas. Algumas vezes, pode ser necessária uma análise mais detalhada das variáveis selecionadas. Essa reorientação dará origem a um novo modelo, que será novamente submetido à etapa de validação.

7) Interpretação dos resultados.

O resultado obtido pela resolução do modelo não deve ser aceito de imediato. Torna-se necessária a interpretação do resultado, pois, muitas vezes o resultado satisfaz à sentença matemática, no entanto, não satisfaz ao problema.

Detectando as etapas do processo através de alguns exemplos trabalhados.

Para uma melhor compreensão do Método da Modelagem vamos, através de exemplos trabalhados nos cursos com os professores, destacando as etapas que, de modo geral, constituem o processo.

1) Escolha dos temas

A escolha dos temas, etapa que desencadeia o processo, foi realizada com a participação de todo o grupo de professores envolvidos. Em seguida, os professores formaram grupos menores, por tema de interesse. Os temas eleitos foram: Água e Esgoto, Plantação de Milho, Erva Mate, Indústria da Madeira, Comércio, Esporte, Jogos e Brincadeiras.

2) A fase exploratória

A fase exploratória ficou caracterizada no processo quando os grupos procuraram os locais de interesse para um contato mais estreito e a obtenção de informações. Assim, o grupo que escolheu o tema Água e Esgoto foi aos escritórios da Companhia de Água e Saneamento do Paraná - SANEPAR, para conhecer as instalações, ver o funcionamento dos equipamentos e laboratórios, bem como a função de cada um dos vários tanques existentes. Ainda como parte dessa fase, o grupo percorreu alguns bairros para ouvir o depoimento de moradores a respeito do serviço prestado pela SANEPAR.

Essa fase fica evidenciada também no tema Esporte, quando os alunos (que também foram envolvidos) e mais os professores foram conhecer as proximidades da escola, onde existia um terreno, da própria firma madeireira, que construiu a escola. A confecção de um ofício, a entrevista com os reponsáveis pala firma, as medidas preliminares do terreno para se saber se servia para o fim desejado, constituíram-se na fase exploratória do grupo.

No tema Erva-Mate, a fase exploratória teve início com uma pesquisa sobre a Erva-Mate, uma vez que o seu plantio se constitui em uma das principais atividades econômicas da região. A visita a produtores, o acompanhamento de algumas etapas do preparo da Erva-Mate e as entrevistas realizadas caracterizam essa fase. Também essa etapa se verificou com os grupos que desenvolveram os trabalhos com a Agricultura: plantio de milho, Brincadeiras Infantis e Comércio.

3) A formulação do problema ou interesse

Após a fase exploratória, os grupos voltaram a discutir os dados obtidos, os aspectos que mais despertaram o interesse do grupo para a formulação do problema, dos problemas ou definição dos interesses. O trabalho em grupo propicia uma discussão mais rica, e os aspectos são discutidos de uma forma mais ampla,favorecidos que são pelas diferentes opiniões a respeito do mesmo assunto.

No trabalho realizado, a fase exploratória foi muito importante para as formulações. O grupo que trabalhou o tema Água e Esgoto, por exemplo, formulou algumas questões que acabaram definindo o problema inicial: Qual a população aproximada da cidade de Pinhão no ano 2.000? É comum, no trabalho com a Modelagem, surgirem novos problemas no decorrer do trabalho, dependendo das hipóteses levantadas. Já o grupo que trabalhou o tema Esporte, teve como problema inicial a construção de uma quadra poliesportiva. O grupo que trabalhou o tema Erva-Mate, definiu como questão a ser estudada, o custo do plantio de Erva-Mate, tomando como base uma propriedade de 5 alqueires. Já o grupo que trabalhou com a Agricultura, definiu como problema o estudo do plantio do milho: formas mecanizada e manual. O grupo que escolheu o tema Comércio escolheu, como problema inicial, o custo da cesta básica e o comprometimento salarial.

4) A construção do Modelo

A definição clara de um problema é importante para definir o tratamento a ser dado. Dependendo do nível trabalhado, alguns problemas podem ser colocados, sob a forma de sentenças matemáticas: como equações, ou inequações e ainda sob a forma de um gráfico, uma planta baixa, ou um mapa. Quando um problema é passível de ser equacionado, significa ser possível traduzi-lo para uma linguagem matemática, a partir dos dados e das variáveis consideradas essenciais. Assim, para o cálculo da população, tomada como exemplo, as variáveis essenciais são:a população existente (Po) e a taxa de crescimento dessa população(i). A relação estabelecida entre as variáveis (Po) e (i) constitui o modelo.

O modelo deve explicar, de forma satisfatória, um fenômeno estudado. O grau de exigência do aspecto em estudo indicará a necessidade de maior ou menor refinamento no modelo estabelecido.

A construção do modelo é uma fase muito importante do processo, pois pode envolver criatividade, habilidade, aplicação ou construção de novos conceitos matemáticos e análise das variáveis envolvidas. É uma fase muito rica, propiciada pelo Método da Modelagem. Algumas vezes, um grande tempo pode ser investido na construção do modelo.

Tomemos, como exemplo, a construção do modelo que permitiu o cálculo da população da cidade de Pinhão e tornou possível evidenciar os muitos aspectos descritos anteriormente. Realizadas as visitas, entrevistas ,e outros aspectos já enumerados na fase exploratória, surgiram algumas questões como: Qual a população atual da cidade de Pinhão? A população cresce ou decresce? Em muitas cidades do Estado, a população decresce, e, ainda: Qual a população aproximada de Pinhão no ano 2.000? O grupo partiu, então, para a busca dos dados e das informações para responder as questões formuladas.

Os dados colhidos junto aos órgãos da Prefeitura e Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, permitiram ter uma idéia sobre como se comporta o crescimento da população de Pinhão.

As variáveis essenciais selecionadas foram a população existente, e a taxa de crescimento dessa população. A população existente em determinado momento, foi denominada população inicial (P_o) e (i) a taxa de crescimento da população. O modelo resultante foi $P_n = P_o(1+i)^n$. A construção detalhada se encontra na p.104.

Onde P_n representa a população em um tempo qualquer n.

Da expressão acima, pode-se calcular a taxa de crescimento da população.

$$(1 + i)^n = \frac{P_n}{P_o}$$

$$(1 + i) = n \; \frac{P_n}{P_o}$$

$$i = n \; \frac{P_n}{P_o} - 1$$

Colocando sob outra forma:

$$i = \left(\frac{P_n}{P_o} \right)^{1/n} - 1$$

Esta é a chamada taxa geométrica de crescimento anual. Esta fórmula é empregada quando o índice de crescimento da população for considerado constante.

A expressão acima pode ser comparada à expressão usada pelo IBGE, tendo em vista que também considera a taxa de crescimento constante.

$$i = \left(\frac{P(t+n)}{P(t)} \right)^{1/n} - 1$$

5) Validação do modelo

Uma vez construído o modelo , outra etapa importante no processo é a sua validação. A validação do modelo consiste em, a partir dos dados reais obtidos nas etapas anteriores do processo, verificar se ele reproduz as características gerais do problema estudado.

A título de exemplo, vamos testar o modelo estabelecido para o cálculo da população. Os dados obtidos sobre a população estão dispostos nas tabelas das p. 110 e 111. A população de um tempo P(0) será:

$$Pn = Po(1+i)^n$$

$$P(0) = Po(1 + i)^0$$

$$P(0) = Po$$

A população no tempo n=1 será:

$$Pn = Po(1+i)^n$$

$$P(1) = Po(1+i)^1$$

$$P(1) = Po(1+i)$$

e assim, sucessivamente, até

$$P(n) = Po(1+i)^n$$

Como se constata, o modelo reproduz as características gerais da situação inicial. Dessa forma, o modelo sendo validado se presta à predição e ajuda a tomar decisões. Como predição pode-se calcular a população para o ano 2.000. A partir do resultado obtido, pode-se planejar ações e tomar certas decisões.

6) Análise e interpretação dos resultados

A análise e a interpretação dos resultados obtidos se reveste de grande importância no processo da Modelagem, uma vez que a não observância dessa etapa pode conduzir a decisões errôneas; em conseqüência, as ações podem ser ineficazes. No exemplo trabalhado, relativo à população, os dados usados para os cálculos da taxa de crescimento apresentaram resultados com diferenças significativas no tamanho da população de Pinhão para o ano 2.000. A disparidade constatada deu origem a discussões, e uma análise evidenciou a causa determinante da diferença constatada, conforme registro p. 116-119.

5.2.1 O desenvolvimento dos conceitos matemáticos a partir de exemplos trabalhados

Os vários trabalhos desenvolvidos pelos professores mostram a possibilidade de serem, também, desenvolvidos com os alunos, em sala de aula, em nível de 1º e 2º graus. O Método da Modelagem Matemática oferece a oportunidade para se trabalhar a aplicação de vários conceitos matemáticos, ou a introdução de novos conceitos, como mostram as descrições a seguir:

1) Água e Esgoto.

O desenvolvimento do trabalho, que envolveu o tema Água e Esgoto, propiciou a abordagem de vários conceitos usados na Matemática e na Estatística. Alguns dos conceitos trabalhados foram: razão, proporção, porcentagem, média aritmética, somatório, adição, subtração, divisão, potência, produto notável, fatoração, radiciação, função, logarítmos e outros. Em Estatística, foram trabalhados os conceitos de; dados brutos, rol, dados censitários , fontes primárias, séries estatísticas e outros.

Os conceitos usados pelo grupo , na construção do modelo, foram classificados em gerais e específicos. Os conceitos gerais, incluem conceitos mais específicos. A título de exemplo, o conceito de potência é mais geral do que o conceito de multiplicação. O uso de conceitos mais gerais pode facilitar o trabalho de construção do modelo; além de representar ganho de tempo, diminui o número de operações a realizar.

O exemplo a seguir pode comprovar a afirmativa. Partindo da hipótese de que o crescimento da população é função da população inicial e da taxa de crescimento, pode-se construir o modelo de, pelo menos, duas formas:

a) Aplicando conceitos mais gerais

Po representa a população inicial

i representa a taxa de crescimento dessa população

A população ao final do primeiro ano pode ser representada por:

$$P_1 = Po + iPo$$

Aqui foi aplicado o conceito de equação. No conceito de equação estão incluídos os conceitos de sentença matemática, sentença matemática aberta, e sentença matemática ligada pelo sinal de igualdade. Assim, o conceito de equação é um conceito mais geral. A expressão contém, ainda, os conceitos de adição e de multiplicação.

Aplicando o conceito de fatoração à expressão acima pode-se torná-la mais simples. Em seguida , colocando o termo Po em evidência por ser comum a (PO + iPO), obtém-se:

$$P_1 = Po(1 + i)$$

Ao final do 2º ano a população é dada pela expresão:

$$P_2 = P_1 + i\ P_1$$

Como não se conhece a população P_1, pois o valor conhecido é Po, faz-se a substituição de variável. Aqui temos outro conceito matemático, o conceito de variável.

Assim P_2 escrito em função de Po, população inicial fica:

$$P_2 = Po\ (1 + i) + [Po\ (1 + i)]\ i$$

Aplicando o conceito de fatoração através do caso: colocar o termo comum (Po (1+i) em evidência, vem:

$P_2 = Po\ (1+i)(1+i)$, aqui aplicando o conceito de potência obtém-se:

$$P_2 = Po\ (1+i)^2 \qquad\qquad (1+i)\ (1+i) = (1+i)^2$$

De forma análoga para P_3:

$$P_3 = P_2 + i\ P_2$$

$$P_3 = Po\ (1+i)^2 + Po\ (1+i)^2 i$$

Colocando em evidência o termo $Po(1+i)^2$, comum aos termos do 2º membro vem:

$$P_3 = Po\ (1+i)^2\ (1+i)$$

Aplicando o conceito de potência, obtém-se:

$$P_3 = Po\ (1+i)^3$$

Procedendo de forma análoga para P_4, P_5, ... Pn, onde n representa um nº de anos qualquer, obtém-se:

$$Pn = Po\ (1+i)^n$$

b) Aplicando conceitos mais específicos.

Po representa a população inicial.

i representa a taxa de crescimento anual da população.

A população de Pinhão ao final do 1º ano seria:

$$P_1 = Po + i\ Po$$

Aqui o conceito de equação também é imprescindível.

A população, ao final do segundo ano, seria:

$$P_2 = P_1 + i\ P_1$$

Substituindo P_1 em função de Po vem:

$$P_2 = Po + iPo + i\,(Po + iPo)$$

Resolvendo o 2º membro vem: Conceitos de produto e potência

$$P2 = Po + i\,Po + i\,Po + i^2\,Po$$

$$P_2 = Po + 2iPo + i^2\,Po$$

Conceitos de termos semelhantes e fatoração

$$P_2 = Po\,(1+2i+i^2)$$

Nesse ponto, percebe-se a importância de trabalhar conceitos mais generalizados e formas simplificadoras.

Para se chegar à expressão $Po\,(1+i)^2$ deve-se empregar, na expressão $P_2 = Po\,(1+2i+i^2)$, um número maior de conceitos, dentre eles: conceito de trinômio, trinômio quadrado perfeito e a forma de fatorar um trinômio quadrado perfeito para se chegar à forma:

$$P_2 = Po\,(1+i)^2$$

A partir desse passo, a construção do modelo vai se tornando cada vez mais trabalhosa, se a expressão precedente não for melhor elaborada para a determinação da expressão seguinte. Dessa forma, se tomarmos a expressão de P_3:

$P_3 = P_2 + i\ P_2$ e $P_2 = Po\ (1+2i+i^2)$ vem:

$$P_3 = Po\ (1+2i+i^2) + i\ [Po\ (1+2i+i^2)]$$

Desenvolvendo vem:

$$P_3 = Po + 2iPo + i^2Po + iPo + 2i^2Po + i^3Po$$

Reduzindo os termos semelhantes,

$$P_3 = Po + 3iPo + 3i^2Po + i^3Po$$

Colocando Po em evidência tem-se:

$$P_3 = Po\ (1+3i+3i^2+i\ )$$

A expressão entre parênteses exige o emprego de um maior número de conceitos específicos para se chegar à expressão: $P_3 = Po\ (1+i)^3$, caso tivessem sido trabalhados anteriormente, conceitos mais gerais e simplificadores. Assim, P_3 poderia ser obtida de forma mais rápida se a expressão precedente P_2, tivesse a forma: $P_2 = Po\ (1+i)^2$ e fosse aplicado o conceito de potência.

A expressão de P_3 ficaria:

$P_3 = P_2 + iP_2$, substituindo P_2 por $Po\ (1+i)^2$, forma mais simplificada, teríamos:

$$P_3 = Po(1+i)^2 + i[Po(1+i)^2]$$

Colocando-se em evidência o termo $Po(1+i)^2$, comum aos dois termos do segundo membro de P , obtém-se:

$$P_3 = Po(1+i)^2(1+i)$$

Aplicando o conceito de potência, vem:

$$P_3 = Po(1+i)^3$$

A forma descrita, embora suscinta, mostra a importância da aplicação dos conceitos matemáticos e como o seu emprego adequado pode simplificar uma expressão e evitar operações desnecessárias, capazes de comprometer o resultado ou a elaboração de um modelo.

Na construção do modelo, o potencial matemático, a linguagem, a forma de estabelecer a relação, ou as relações entre as variáveis, assumem caráter fundamental para atender as expectativas da finalidade proposta.

Além dos conceitos, usados na construção do modelo, outros conceitos surgiram no transcorrer do trabalho, quando novos questionamentos e hipóteses foram levantados. Entre os trabalhados destacam-se os conceitos de: logaritmos, divisão, médias e aplicação de propriedades.

2) Esporte: A construção de uma quadra.

O desenvolvimento do tema favoreceu a aplicação e a construção de vários conceitos matemáticos. A natureza do tema propiciou trabalhar com os conceitos de: medida e suas unidades braça , metro, múltiplos e submúltiplos. Conceito de figura geométrica e espacial, de perímetro, área, volume, média, etc.. Além dos conceitos das várias operações envolvidas, foram trabalhadas as relações entre elas.

Durante o desenvolvimento, surgiram oportunidades para a construção de vários modelos. A planta baixa da quadra constitui-se em uma espécie de modelo - o modelo topológico. Na construção desse modelo, foram usados conceitos de: medida, linhas, paralelismo, perpendicularismo, ponto, ângulo, figura geométrica, proporcionalidade e outros.

Outros modelos construídos no desenvolver do trabalho foram: modelo para calcular o contorno de um terreno de forma retangular, modelo para o cálculo da área de uma superfície de forma retangular e modelo para o cálculo do volume de um paralelepípedo. Outros modelos podem surgir no transcorrer do trabalho que, embora simples, proporcionam um maior envolvimento dos participantes. O fato de se construir modelos, embora simples, devido ao nível trabalhado, onde a ferramenta matemática ainda é limitada, viabiliza ao professor poder descobrir uma fonte extremamente rica para favorecer: reflexão, interesse e a autonomia dos alunos.

Ainda, no tema desenvolvido, foi construído um modelo que permite o cálculo da quantidade de ripas, necessária para cercar um comprimento determinado de terreno. Esse modelo foi construído a partir da elaboração de um desenho da cerca. No desenho observou-se a relação existente entre o número de ripas e o número de intervalos para um determinado comprimento da cerca. Foi sendo construída a relação entre o número de ripas e o número de intervalos. Dessa forma para um comprimento C da cerca, para n ripas, obtinha-se n -1 intervalos.

Dessa forma, chamando de x a largura de uma ripa da cerca e de i a largura de um intervalo (vão) entre duas ripas, e considerando x diferente de i, chegou-se ao seguinte modelo:

$$C = nx + (n - 1)i$$

O grupo resolveu testar o modelo e percebeu que, para o valor de n=0, o modelo se tornou inconsistente, isto é, não conseguia reproduzir características gerais da situação inicial. Uma análise do grupo mostrou que o modelo estava sujeito a condição de $n > 0$ e n inteiro e positivo.

A partir da construção do modelo, e pela adição de novas hipóteses , o modelo pode ser explorado como a seguir:

H_1 - Considerando iguais a largura da ripa e a largura do intervalo, isto é, $x = i$

H_2 - Considerando iguais o número de ripas e o número de intervalos. (isto é possível quando n for grande)

H_3 - Considerando iguais: a largura das ripas, a largura dos intervalos, e o número de ripas e intervalos.

Como se constata, a construção do modelo pode propiciar o contato com vários conceitos conhecidos e também a oportunidade de se construir novos conceitos. Esses conceitos podem não ser,somente, conceitos matemáticos. Também os conceitos usados na área específica do assunto tratado acabam por enriquecer a experiência vivida pelo grupo, através do Método da Modelagem.

3) Plantio da Erva- Mate

O tema despertou grande interesse no grupo, por se constituir em uma das principais atividades econômicas do Município. O desenvolvimento do trabalho com Erva-Mate acabou por envolver muitos conceitos básicos de Matemática, trabalhados de 1ª a 8ª série. Dentre os conceitos matemáticos destacam-se os de: medida, comprimento, superfície, volume, terra, massa (arroba e tonelada), bem como conteúdos como: operações, propriedades, o estudo de figuras geométricas, cálculo de médias, porcentagem, proporção, regra de três simples, operações envolvendo sistema monetário. Além dos conceitos específicos de Matemática, foram trabalhados os conceitos referentes à cultura da Erva-Mate. Também nesse trabalho foram construídos modelos para se determinar o número total de mudas, em cada uma das dimensões, e no total do terreno.

Os demais temas desenvolvidos também propiciaram a oportunidade de se trabalhar, além dos conceitos matemáticos, conceitos pertinentes à área de economia como: custos, inflação, salário, cesta básica, consumo, etc.. Principalmente no tema comércio foram trabalhados, ainda, conceitos referentes à área de Estatística. A confecção, a análise e a tomada de decisão se deram a partir das tabelas construídas. No caso do comércio, as tabelas funcionaram como modelos.

O envolvimento com os conceitos matemáticos, a partir dos exemplos trabalhados, pode tornar o ensino de Matemática mais atraente, por dar significação às ações desenvolvidas na sala de aula. A construção de modelos proporciona situações extremamente ricas, pois permite, a cada indivíduo ou grupo envolvido, viver a experiência de refletir, conjecturar, experimentar e refutar sobre suas idéias.

Cabe ao professor, mediador do processo ensino-aprendizagem, promover a interação com e entre os alunos, das aplicações e construção de novos conceitos, favorecidos através da assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, propiciadas de maneira extremamente significativa através do Método da Modelagem Matemática.

CAPÍTULO VI.

DESCRIÇÃO DOS PROJETOS

Os projetos foram desenvolvidos durante o ano de 1990 e 1º semestre de 1991. Dos trinta e oito professores, que iniciaram o curso, por vários motivos houve seis desistências. Dos trinta e dois professores que completaram a experiência com o Método da Modelagem, seis professores optaram por desenvolver um projeto com seus alunos. Muitos professores sentiram-se despreparados para iniciar uma experiência que, segundo eles, rompia com tudo que até então realizaram e, por isso, se sentiam inseguros.

O grupo de seis professores que se mostraram dispostos a iniciar a experiência, estava ansioso para iniciar o trabalho e já havia definido os temas, juntamente com seus alunos. Para um primeiro trabalho, a maioria dos professores optou por trabalhar um único tema, com exceção de um professor que se propôs trabalhar quatro temas com seus alunos de 7ª série.

Os temas e as escolas estão relacionados a seguir:

1. Título : HORTA ESCOLAR

   Escola : Escola Estadual Procópio Ferreira Caldas. Ensino de 1º Grau Regular e Supletivo

Série : 6ª   Nº de Alunos : 22

Cidade : PINHÃO - PR

2. Título : MAQUETE DA ESCOLA

Escola : Escola Estadual Santo Antonio, Ensino de Iº Grau

Série : 8ª   Nº de Alunos : 21

Cidade : PINHÃO - PR

3. Título : ARBORIZACÃO E PAISAGISMO

Escola : Escola Estadual Prócopio Ferreira Caldas, Ensino de 1º Grau Regular e Supletivo

Série 6ª   Nº de Alunos 20

Cidade : PINHÃO - PR

4. Título : PINTURA DA SALA DE AULA

Escola : Colégio estadual Dr. Cândido de Abreu, Ensino de 1º e 2º Graus

Série : 4ª   Nº de alunos : 34

Cidade: CÂNDIDO DE ABREU - PR

5. Título : QUADRA DE ESPORTES

Escola : Escola Municipal Lacerda Werneck.

Ensino de 1º Grau.

Série: 7ª Nº de alunos: 8

Cidade: ENTRE RIOS - GUARAPUAVA - PR.

6. Título : ÁGUA : EXTENSÃO da REDE.

Escola : Escola Municipal Lacerda Werneck.

Ensino de 1º Grau.

Série: 7ª Nº de alunos: 7

Cidade: ENTRE RIOS - GUARAPUAVA - PR

7. Título : O RIO

Escola : Escola Municipal Lacerda Werneck

Ensino de 1º Grau.

Série : 7ª Nº de alunos: 7

Cidade : ENTRE RIOS - GUARAPUAVA - PR

8. Título : VILA LEMLER

Escola : Escola Municipal Lacerda Werneck

Ensino de 1º Grau.

Série : 7ª Nº de alunos : 7

Cidade : ENTRE RIOS - GUARAPUAVA - PR.

9. Título : MAQUETE DE CASA POPULAR

Escola : Colégio São José, Ensino de 1º e 2º Graus

Série : 5ªs   Nº de alunos : 80

Cidade : APUCARANA - PR

10. Título: TOCA DA ONÇA

Escola : Escola Municipal Hildgard Burjan Ensino de 1º Grau

Série : 6ª   Nº de alunos : 42

Cidade : GUARAPUAVA - PR

6.1. Descrição dos Projetos

6.1.1. PINTURA DA SALA DE AULA.

Professor : A

Nº de Alunos: 38

Cidade: Cândido de Abreu - Paraná

Início 2º semestre 89 Término Jan.1990

O projeto foi desenvolvido com os alunos da 4ª série do 1º grau da escola Dr.Cândido de Abreu e teve como tema: PINTURA DA SALA DE AULA. A idéia para o tema surgiu não de imediato, como se esperava. Contudo, depois de alguns dias de busca da professora, pois as sugestões apresentadas não satisfaziam à maioria dos alunos e a professora sentia-se insegura para trabalhar vários temas, o tema surgiu após o comentário de uma aluna a respeito da novela A Gata Comeu.

O referido tema proposto pela aluna, recebeu adesão da classe toda. Foi, segundo a professora, um alvoroço quando todos queriam falar e sugerir. Ao final da discussão, ficou decidida a pintura, não da escola toda, mas da sala de aula.

A professora procurou, então, a direçao da escola para expor os objetivos do trabalho, recebendo, na ocasião, o estímulo para seguir em frente. Também os pais ficaram cientes da proposta da classe e, embora achassem que a conservação da escola e a pintura fossem obrigação do governo ou da prefeitura, acabaram por concordar após os esclarecimentos da direção e da professora da classe.

Com relação aos alunos, a professora salientou que sentiu, logo de início, que seria maravilhoso, a realização do trabalho, tal o entusiasmo e a alegria refletida nas fisionomias dos alunos. Outro ponto, que demonstrou o entusiasmo dos alunos, foram as inúmerasas sugestões a fim de se arrecadar dinheiro para a compra do material necessário à pintura da sala de aula. Entre as sugestões oferecidas, constava a rifa de uma blusa de lã, que seria confeccionada pela mãe de uma aluna e a rifa de um litro de whisky, de um porco, e outras.

A rifa do porco despertou maior interesse do grupo, contudo, onde arranjar um porco para rifar? Um dos alunos comentou que seu pai não tinha porcos, e sim criação de carneiros e vacas e que ele falaria com seu pai a respeito.

Como não possuia porcos, o pai desse aluno daria uma ovelha, porém, se o grupo preferisse ele daria o dinheiro nescessário para a compra dos materiais para a pintura.

O grupo decidiu que queria a ovelha, pois a sensaçao do trabalho seria mais contagiante.

Decididos alguns pontos, surgiram outras interrogações:

- Quanto se gastaria na pintura?
- Quantos números de rifa teriam que se vender?
- Qual o preço de cada número da rifa?
- Quanto de tinta seria nescessário?
- Quais as cores?
- Quais as medidas da sala de aula?
- Quantos números cada aluno deveria vender?

À medida que as situações-problema surgiam, o professor sentiu-se mais tranqüilo, até certo ponto, pois, os conteúdos previstos para a quarta série começaram a surgir das situações; não estavam previstos, mas com certeza, teriam que ser trabalhados.

Reordenados os problemas, a primeira necessidade levantada foi saber quanto de tinta seria gasto. Para isso, foi nescessário medir. Foram medidos: a sala, vitrôs, carteiras mesas, armário, usando várias unidades palmo, passo, régua e fita métrica. À medida que as medições, usando o palmo, se realizavam, as crianças comparavam os palmos e percebiam que eram diferentes. A profa., aproveitando a oportunidade, fez uso da história do sistema de medidas e levantou a necessidade de se padronizar as medidas.

Outro ponto, levantado pela professora, foi a necessidade de se registrar os principais resultados do trabalho de medidas. A atividade trabalhada deixou os alunos muito eufóricos e durou, praticamente, uma semana. Nos três primeiros dias foram desenvolvidas várias atividades de medir; nos dias restantes foram trabalhados as conversões e registros. Contudo, para saber o quanto de tinta seria gasto, era necessário saber a área de cada superfície.

No trabalho com as medidas de superfície, a professora se deu conta, mais tarde, que o desenvolvera de um modo bem tradicional. Embora todas as unidades de medidas tenham sido discutidas com os alunos, foi dado mais ênfase às unidades: metro quadrado, centímetro quadrado e quilômetro quadrado.

Teve início a medição da sala com vistas a se determinar a área de superfícies diversas como: paredes , quadro de giz, flanelógrafo, vistas do flanelógrafo e rodapés.

Parede Nº 1:

A parede número um será chamada parede de frente. Essa parede contém: a parede propriamente dita, flanelógrafo, quadro de giz, vistas do flanelógrafo, do quadro de giz e rodapé.

O quadro a seguir mostra as medidas e o cálculo das áreas.

objeto	compr. (m)	altura (m)	área m^2	quant.	total m^2
parede	7,10	3,00	21,30	1	21,30
flanel.	0,90	1,20	1,08	1	1,08
quadro	4,90	1,20	5,88	1	5,88
vist.flan.	1,10	0,15	0,165	2	0,33
vist. flan.	1,40	0,15	0,21	2	0,42
vist.quadro	1,40	0,15	0,21	1	0,21
vist.quadro	5,10	0,15	0,765	2	1,53
rodapé	7,10	0,05	0,355	1	0,35

A área da parede a ser pintada é a área total da parede, subtraída da soma das áreas do flanelógrafo, quadro de giz, vistas e rodapé.

flanelógrafo	1,08 m^2
quadro de giz	5,88 m^2
rodapé	0,35 m^2
vist.flanel.	0,75 m^2
vist. quadro	1,74 m^2
TOTAL	9,80 m^2

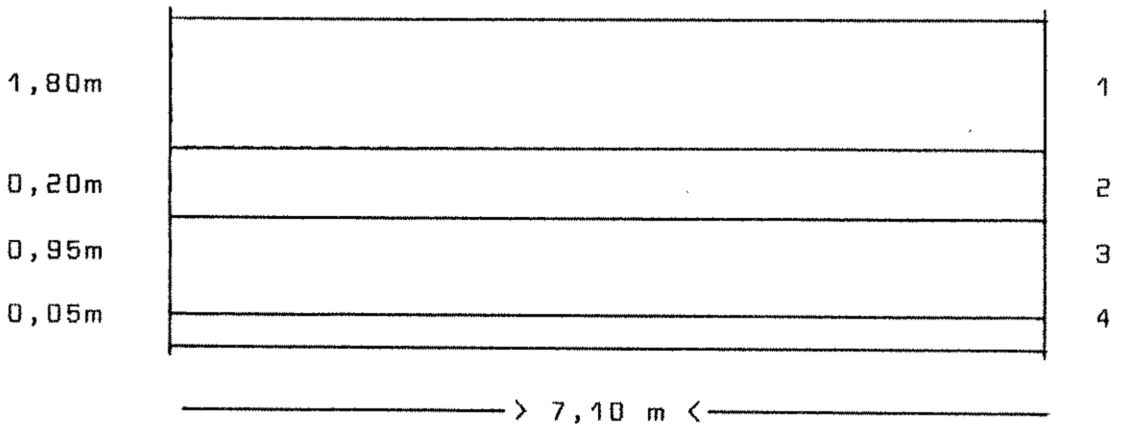
Realizada a subtração obteve-se:

$$\begin{array}{r} 21,30\ m^2 \\ -\ \ 9,80\ m^2 \\ \hline 11,50\ m^2 \end{array}$$

Essa medida representa a área a ser pintada com tinta à base d'água. As vistas do quadro de giz , flanelógrafo e rodapé seriam envernizadas.

Parede nº 2:

A parede de número dois será chamada parede do fundo. Ela possui as mesmas medidas da parede da frente, isto é, 7,10 m de comprimento por 3,00 m de altura, e é protegida por uma barra de madeira de 0,20 m de altura e o rodapé.



Área 1

Comprimento:7,10m

Altura:1,80m

A_1 = 7,10 m x 1,80m

A_1 = 12,78 m^2

Área 2

Comprimento: 7,10m

Largura: 0,20m

A_2 = 7,10m x 0,20m

A_2 = 1,42 m^2

Área 3

Comprimento:7,10 m

Altura:0,95

A_3 = 7,10 m x 0,95 m

A_3 6,75 m^2

Área 4

Comprimento: 7,10 m

Altura: 0,05 m

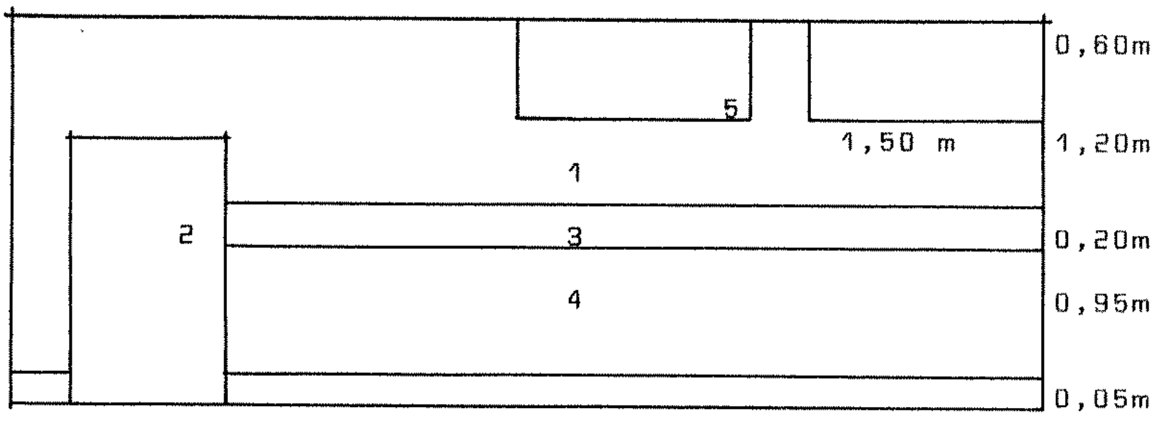
A_4 = 7,10 m x 0,05 m

A_4 = 0,35 m^2

A barra e o rodapé serão envernizados, a parte 1 será pintada com tinta à base d'água, e a parte 3 será pintada com tinta a óleo.

Parede nº 3

A parede nº 3 é a parede lateral onde se encontra a porta de entrada e dois vitrôs para ventilação.



Cálculo das áreas

A parede toda possui 7,10 m de comprimento por 3 m de altura. Sua área será :

$A = 7{,}10\ m \times 3{,}00\ m$

$A = 21{,}30\ m^2$

A_2 = área da porta

Altura = 2,10 m

Largura = 0,90 m

A_2 = 2,10 m x 0,90 m

A_2 = 1,89 m^2

A_3 = Área da barra

Comprimento: 6,10 m

Altura:0,20 m

A_3 = 6,10 m x 0,20 m

A_3 = 1,22 m^2

A_4 = Área da parede abaixo da barra

Comprimento: 6,10 m

Altura: 0,95 m

A_4 = 6,10 m x 0,95

A_4 = 5,79 m^2

A_5 = Área dos vitrôs

Comprimento = 1,50 m

Altura = 0,60 m

A_5 = 2x 0,60 m x 1,50 m

A_5 = 2x 0,90 m^2

A_5 = 1,80 m^2

A_6 = Área das vistas da porta

Comprimento = 1,10

Altura = 0,05

Altura = 2,15 m

Largura = 0,05 m

A_6 = 1,10 m x 0,05 m +2 x 2,15 m x 0,05 m

A_6 = 0,05 m^2 + 2 x 0,11

A_6 = 0,05 m^2 + 0,22 m^2

A_6 = 0,27 m^2

Foram adicionadas as somas das áreas dos vitrôs, da porta, da barra e da parede abaixo da barra, dos rodapés e vistas.

$$A_2 = 1,80\ m^2$$
$$A_3 = 1,22\ m^2$$
$$A_4 = 5,79\ m^2$$
$$A_5 = 1,80\ m^2$$
$$A_6 = 0,27\ m^2$$
$$A_1 + A_2 + A_4 + A_5 + A_6 = 10,97\ m^2$$
$$A_1 = A - (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6)$$
$$A_1 = 21,30 - 10,97$$
$$A_1 = 10,33 m^2$$

Cálculo de A_1

Para o cálculo de A_1, foi considerado, inicialmente, 7,10m de comprimento por 1,80m de altura.

$$A = 7,10\ m \times 1,80\ m$$
$$A = 12,78\ m^2$$

Dessa área, foi descontada ou subtraída :

- Área dos vitrôs
- Área da porta (medida acima da barra)
- Área das vistas da porta(medidas acima da barra)

Área dos vitrôs ....1,80 m^2

Área da porta ....0,95 m^2

Área das vistas ....0,10 m^2

O total descontado foi :

$$\begin{array}{r} 1,80\ m^2 \\ 0,95\ m^2 \\ 0,10\ m^2 \\ \hline 2,85\ m^2 \end{array}$$

Dessa forma A_1 será:

$A_1 = 12,78\ m^2 - 2,85\ m^2$

$A_1 = 9,93\ m^2$

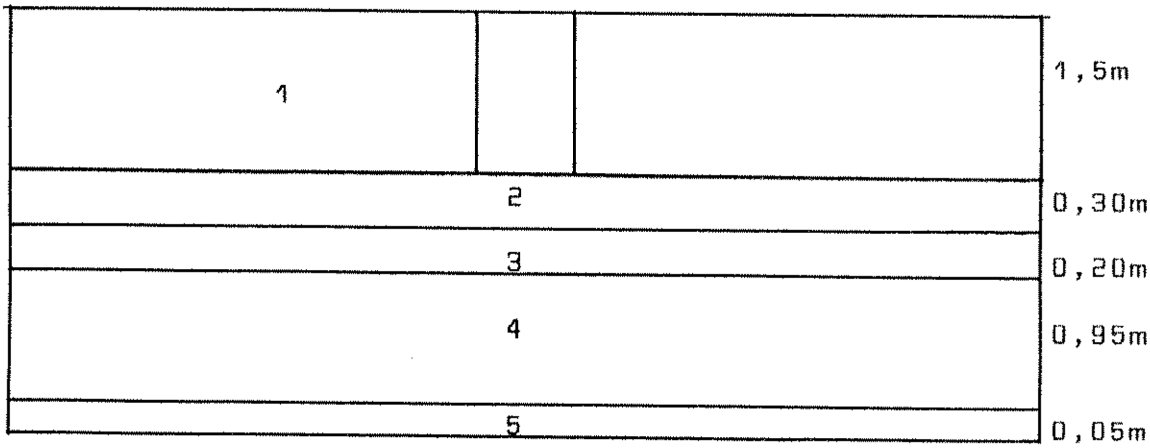
A área 1 será pintada com tinta à base d'água.

A áera 4 será pintada com tinta a óleo.

As vistas da porta serão pintadas a óleo, e o rodapé será envernizado.

Parede nº 4

A parede nº 4 é a parede lateral oposta onde se localiza a porta.



A parede contém dois vitrôs, uma barra de proteção e rodapé.

Área dos vitrôs

Comprimento: 3,45 m

Altura: 1,50 m

$A_1 = 2(3,45\ m \times 1,50\ m)$

$A_1 = 2.\ 5,175\ m^2$

$A_1 = 10,35\ m^2$

Área da barra da parede

Comprimento: 7,10 m

Altura: 0,30 m

$A_2 = 7,10\ m \times 0,30\ m$

$A_2 = 2,13\ m^2$

Área da barra de madeira

Comprimento: 7,10 m

Altura: 0,20 m

A_3 = 7,10 m x 0,20 m
A_3 =1,42 m^2

Área da parede abaixo da barra

Comprimento: 7,10 m
Altura: 0,95 m
A_4 = 7,10 m x 0,95 m
A_4 = 6,74 m

Área do rodapé

Comprimento: 7,10 m
Altura : 0,05 m
A_4 = 7,10 m x 0,05 m
A_4 = 0,35 m^2

Área da faixa entre os vitrôs

Altura: 1,50 m
Largura: 0,20 m
A_5 = 1,50 m x 0,20 m
A_5 = 0,30 m^2

Área do teto

As dimensões do teto são iguais às dimensões do piso, e de forma quadrada 7,10 m de comprimento por 7,10 m de largura.

$A_t = 7{,}10 \text{ m} \times 7{,}10 \text{ m}$

$A_t = 50{,}41 \text{ m}^2$

O teto seria pintado com tinta à base d'água.

O quanto de tinta?

Uma vez realizadas as medidas e os cálculos, teve início outra fase do trabalho que foi determinar o quanto de cada tipo de tinta, cor e verniz.

Ficou decidido pelo grupo o seguinte:

As paredes, acima da barra de madeira, que servem de proteção, seriam pintadas com tinta à base d'água cor areia. As paredes abaixo da barra de madeira, seriam pintadas com tinta à base de óleo, pois conservam-se por mais tempo. Os rodapés seriam pintados de verniz. O teto seria pintado com tinta à base d'água cor branca; nas vistas do flanelógrafo, nas barras de madeira, seria usado verniz. Os vitrôs seriam pintados de tinta a óleo marrom.

Tinta PVA (base d água) cor areia

$$\begin{array}{r} 12{,}78 \text{ m}^2 \\ 9{,}93 \text{ m}^2 \\ 2{,}43 \text{ m}^2 \\ \hline 25{,}14 \text{ m}^2 \end{array}$$

Tinta a óleo cor areia

$$\begin{array}{r} 6{,}75\ m^2 \\ 5{,}79\ m^2 \\ 6{,}74\ m^2 \\ \hline 19{,}28\ m^2 \end{array}$$

Tinta verniz

$$\begin{array}{r} 1{,}89\ m^2 \\ 2{,}76\ m^2 \\ 1{,}35\ m^2 \\ 4{,}06\ m^2 \\ \hline 10{,}06\ m^2 \end{array}$$

Tinta a óleo marrom

A tinta marrom será aplicada nos vitrôs, e embora a área dos vitrôs seja maior, a quantidade de tinta necessária para pintar a armação dos vitrôs será menor, em torno de 3,5 m^2.

Os alunos pesquisaram na comunidade e chegaram à conclusão de que uma lata de tinta, contendo 3,600 litros, dá para pintar, aproximadamente, 10 m^2.

A partir da determinação da área a ser pintada, tipo e cor de tinta, foi calculada a quantidade de tinta necessária.

Tipo de tinta	Mar.	Bca	Areia	Vrnz	Área m^2	Quant. lts.
Tinta a óleo			X		19,28	2
Tinta a óleo	X				3,50	1
Verniz				X	10,06	1
Tinta PVA			X		25,14	3
Tinta PVA		X			50,41	5
						12

Em seguida, os alunos, juntamente com a professora, foram às lojas de tinta fazer uma pesquisa de preço.

Foram procurar as duas únicas casas de Material de Construção. Embora as duas casas dessem o mesmo desconto á vista, os preços variavam.

PRODUTO	COM. IVAIPORÃ	CASA MACIEL
TINTA PVA	29,31	23,40
TINTA A ÓLEO	35,63	37,20
VERNIZ	24,71	26,70
LIXA	2,20	3,00
TINTA ESMALTE	13,05	13,50

Os alunos acharam que os preços da Comercial Ivaíporã, na maioria dos produtos, estavam mais baratos. Resolveram trabalhar o custo dos materiais necessários à pintura, tomando como base os preços da casa Ivaíporã.

PRODUTO	PREÇO POR UNIDADE	Nº DE UNIDADES	VALOR
TINTA PVA	29,31	9	263,79
TINTA A OLEO	35,63	1	71,26
VERNIZ	24,71	1	24,71
TINTA ESMALTE	13,05	1	13,05
LIXA	2,20	5	11,00
T O T A L................................			383,81

Teria, ainda, que se comprar feltro para o flanelógrafo, que estava gasto e feio.

O grupo, tendo uma estimativa dos gastos que haveria para a aquisição dos materiais, começou a discutir o número de bilhetes da rifa e o preço de cada bilhete.

O grupo decidiu, inicialmente, fazer 10 números para cada aluno. Como eram 38 alunos, esperava-se a venda de 380 números, se cada aluno vendesse todos os seus bilhetes.

Também foi estipulado o preço de Cr$ 2,00 por bilhete. Assim, se todos os bilhetes fossem vendidos, seriam arrecadados Cr$ 760,00. Contudo, como alguns alunos têm maior facilidade para vender, decidiram fazer 400 bilhetes. Foi refeito o cálculo do total arrecadado, caso vendessem todos os bilhetes.

Em reunião com os alunos, ficaram decididos os locais em que poderiam vender os bilhetes. Foi ressaltada a necessidade dos bons modos a serem observados quanto à abordagem das pessoas e o esclarecimento quanto ao objetivo da rifa. Os blocos foram preparados e entregues a cada um dos alunos. Aproveitando o período do intervalo, alguns alunos (sem consentimento) resolveram começar a venda dos bilhetes. Ao retornar à sala, a professora observou a ausência de 23 alunos que, eufóricos como estavam, não conseguiram esperar e saíram para vender seus bilhetes. A professora, inicialmente apreensiva, começou a perceber que os alunos estavam retornando com um sorriso estampado nos rostinhos alegres e o bloquinho nas mãos, comentando que venderam tudo, 6 bilhetes, 8 bilhetes, e assim por diante.

Nos quatro primeiros dias de venda, os alunos conseguiram 280,00 e resolveram, com esse dinheiro, comprar algumas latas de tinta, pois os preços poderiam aumentar a qualquer momento.

Como comprariam à vista, o valor da compra seria 30% menor. Como o conteúdo porcentagem não estava no programa da 4ª série, a professora aproveitou a motivação dos alunos na compra, para introduzir o assunto.

Inicialmente, procurou formar com os alunos o conceito de porcentagem, sua forma de representar, envolvendo conteúdos de frações decimais, representação decimal. A forma pictórica também foi usada para representar a porcentagem. O significado de 10% de 100, por exemplo.

Com o dinheiro arrecadado, decidiram comprar, inicialmente, 9 latas de tinta, 7 latas de tinta PVA, uma lata de tinta a óleo, 1 lata de verniz, lixas e tinta esmalte para os vitrôs.

$$
\begin{array}{r}
205,17 \\
35,63 \\
+\ 11,00 \\
13,05 \\
24,71 \\
\hline
289,56
\end{array}
$$

Como a compra à vista tinha 30% de desconto, então:

$$\frac{30}{100} \text{ de } 289,56$$

$$289,56 \ . \ \frac{30}{100} = 86,86$$

O desconto correspondeu a 86,86. Então o total pago foi:

$$
\begin{array}{r}
289,56 \\
-\ 86,86 \\
\hline
202,70
\end{array}
$$

Do total arrecadado sobrou:

$$
\begin{array}{r}
280,00 \\
-\ 202,70 \\
\hline
77,30
\end{array}
$$

Compradas as tintas, e contabilizado o dinheiro restante, verificaram a necessidade de comprar feltro para o flanelógrafo.

Os grupos se dividiram para fazer a tomada do preço do feltro. Encontraram-no apenas em uma das lojas da cidade. O preço foi de 36,60 o metro com 30% de desconto. Como seria necessário 1 metro, foi calculado o desconto:

$$\frac{30}{100} \cdot 36,60 = 10,98, \text{ então 1 metro custaria:}$$

```
  36,60
- 10,98
-------
  25,62
```

Do dinheiro restante Cr$ 77,30, tirou-se Cr$ 25,62.

```
   77,30
-  25,62
--------
   51,68
```

Segundo a professora, esses cálculos foram realizados com muita tranqüilidade pelos alunos.

De posse da maioria dos materiais necessários para pintura, os alunos iam, aos poucos, vendendo os bilhetes restantes, já não com tanto entusiasmo, contudo iam vendendo. Com o diheiro que ainda havia sobrado, mais o dinheiro da venda dos bilhetes restantes, foram compradas as duas latas de tinta que faltavam.

O grupo, após várias discussões, admitiu que não conseguiria pintar a sala, já que não tinha noção de como fazê-lo. Decidiram, então, contratar um pintor. O pintor cobraria a importância de Cr$ 100,00. Como havia em caixa dinheiro suficiente, o pintor foi contratado.

Realizada a pintura, o grupo fez o pagamento para o pintor. A professora aproveitou o momento para discutir a necessidade de um documento que comprovasse a realização do pagamento e que servisse como documento para a prestção de contas que seria realizada logo após o sorteio da ovelha.

O sorteio revestiu-se de entusiasmo e apreensão, pois, todos os alunos haviam adquirido, pelo menos, um bilhete. O sorteado não foi, infelizmente, nenhum dos alunos, mas, o pai de um professor do Colégio.

Realizado o sorteio, o grupo voltou a fazer o balanço da rifa:

Dos 400 bilhetes foram devolvidos 127 bilhetes.

```
  400
- 127
-----
  273
```

Do total dos bilhetes, foram vendidos 273.

O valor arrecadado foi calculado, lembrando que o preço de cada bilhete era 2,00.

```
   273
x 2,00
------
546,00
```

Foi arrecadado um total de 546,00.

O total dos gastos:

Tintas......289,20
Feltro...... 25,62
Mão-de-obra.100,00
Total.......414,82

Sobra em caixa:

```
  546,00
- 414,82
--------
  131,18
```

Com o dinheiro restante, o grupo decidiu fazer uma festa para comemorar o sucesso do trabalho. Para a festa foi encomendado um bolo de 6 Kg. O preço do quilo foi de 6,00, perfazendo 48,00.

```
  131,18
-  48,00
--------
   83,18
```

Com o restante Cr$ 83,18, foram comprados refrigerantes, balas, guardanapos, para a festa. Muitas operações foram necessárias para se chegar à quantidade que o dinheiro permitia comprar.

A festa de inauguração foi alegre, alunos e professora se confraternizaram pela conclusão do trabalho a que se haviam proposto.

6.1.2. HORTA ESCOLAR

Professor : B

Nº de alunos: 22 série: 6ª A

Cidade: Pinhão

Início 03/90 término 10/90

No início do ano letivo foi realizada uma reunião envolvendo o Prof. Dionísio e os professores que participaram do curso de Modelagem Matemática. Durante a reunião foi colocado que, alguns professores, aqueles que participaram do curso, sabiam que existem formas alternativas de se ensinar Matemática de uma maneira mais viva e mais dinânica. Ainda, os professores que vivenciaram essa experiência poderiam tentar colocar em prática o Método proposto. Os professores que estivessem dispostos, receberiam apoio e as orientações necessárias para desenvolverem um trabalho juntamente com seus alunos, envolvendo a Modelagem Matemática. Semanalmente, pelo menos de início, ele estaria na escola para acompanhar o trabalho, junto aos professores e alunos, tirando as dúvidas e dando encaminhamento às questões relacionadas ao processo de ensino.

Após a conversa com os professores da escola, que haviam participado do curso de Modelagem, apenas dois mostraram-se ansiosos para dar início ao trabalho. O primeiro passo foi ir às turmas para propor aos alunos essa forma de trabalho envolvendo a Matemática. As explicações e os vários temas sugeridos seriam discutidos e decididos pelo grupo de alunos de cada série, um tema que fosse do agrado da maioria do grupo.

O grupo de alunos da 6ª A optou por construir uma horta. Alguns aspectos que contribuíram para a escolha do tema foram: a própria horta da escola, que precisava ser ampliada, tendo em vista que ela fornecia as verduras para a merenda escolar, a importância de uma horta caseira, sem os agrotóxicos que tantos danos têm causado à saúde da população, e ainda poderem acompanhar o desenvolvimento das plantas.

Inicialmente, o grupo foi conhecer o terreno onde se construiria a horta. O terreno possuia forma irregular. O grupo deu início ao levantamento das ações que seriam desenvolvidas na construção da horta:

Demarcação do terreno

Preparo da terra

Coleta de material

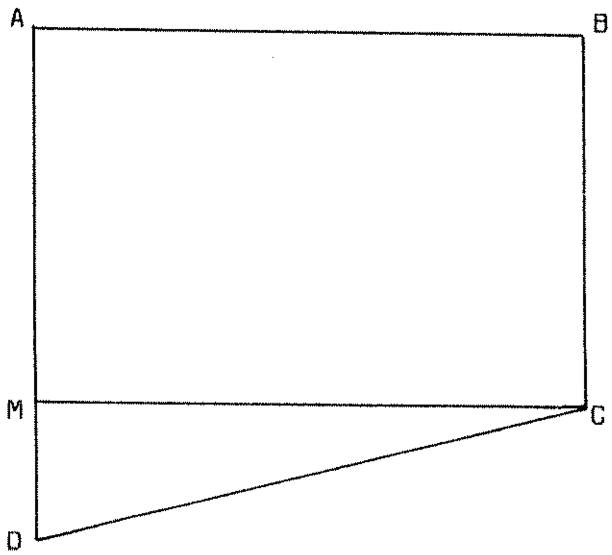
Preparação do material orgânico que serviria de adubo

O que plantar?

Definidas as ações iniciais, o grupo, juntamente com a professora, se deslocou até o local escolhido para a construção da horta, propôs-se a medi-la. A falta de material na escola permitiu a confecção do metro padrão para a realização das medidas do terreno. Confeccionadas as unidades padrão de comprimento, cada equipe de 4 a 5 alunos mediu e anotou os dados obtidos. De posse das anotações de cada equipe, a professora propôs uma comparação entre as medidas obtidas pelas várias equipes.

Realizadas as comparações, foram verificadas algumas diferenças entre os dados obtidos. Discutidos os possíveis fatores que possibilitaram as discrepâncias constatadas, concluíram que as pequenas diferenças, a cada medida realizada com o metro, foram, ao final de algunas medidas, responsáveis pelas diferenças constatadas. Um aspecto da discussão tornou-se relevante, o uso da unidade correta para medir e a forma de se realizar a medida.

As equipes resolveram retomar as medidas, usando unidades 2, 3 e 5 vezes maiores que o metro. Nessa retomada, as equipes constataram que, além da rapidez na determinação da medida, as diferenças diminuíram consideravelmente. Foi confeccionado o desenho aproximado do terreno, que tomou a seguinte configuração:



A limpeza que foi realizada no terreno mostrou uma irregularidade acentuada na frente e isso precisava ser corrigido. Aproveitou-se, também, para se retirar as várias amostras de terra do local, para a análise da acidez do solo. Foram cortadas várias fatias de terra, com espessuras de 0,5 a 1,00cm, e profundidade de 20cm . As amostras foram acondicionadas em frascos para serem remetidas ao laboratório para teste. Como o laboratório cobrava cerca de 10 BTN, a professora decidiu realizar a análise de uma forma mais simples. A ocasião permitiu o estudo a respeiro dos diferentes tipos de solo:

- solo ácido ------> pH < 7,0
- solo neutro ------> pH = 7,0
- solo alcalino ------> pH > 7,0

Ainda, foram discutidos outros fatores que influenciavam na escolha de uma cultura, além da acidez do solo; fertilidade, clima, topografia, mão de obra disponível, recursos financeiros e materiais.

Outro fato que mereceu comentário, por parte do grupo, foi o fato de o laboratório cobrar para realizar a análise, mesmo sendo para uma escola. O preço era 10 BTN e os alunos- não sabiam a quantos cruzeiros isso representaria. A professora, então, sugeriu aos alunos que procurassem nos jornais, na parte que tratava de economia. Os alunos perceberam que existia dois tipos de BTN. Um deles variava todos os dias e o outro tinha um valor fixo para o mês todo. A profesora explicou o significado de BTN e BTNf.

Com relação ao terreno, havia um declive acentuado na parte da frente, e seria necessário completá-lo com terra. Para evitar o desmoronamento, o grupo pensou em construir um parapeito, usando xaxim. A espessura seria de, aproximademente, 20cm e o comprimento de 11m. Outra idéia surgida no grupo foi de se completar o lado menor até se construir um retângulo que mediria 11m de comprimento por 8m de largura.

O volume de terra, necessário para completar o retângulo, seria aproximadamente $3m^3$. Nivelado o terreno, e tendo a análise mostrado a necessidade de calcário e adubo, o grupo se organizou para a coleta do material e o armazenamento em um tambor que deveria, segundo a professora, receber água para permitir a fermentação do material e a morte dos microorganismos.

Simultaneamente ao preparo do adubo e do terreno, o grupo definiu o que plantar e quanto de terreno ficaria disponível para cada tipo de planta. Levando em consideração alguns aspectos como época, clima, tipo de solo e necessidade da escola-para o preparo da merenda optou-se pelo plantio das sementes de alface, cenoura, pepino e rabanete. Como plantar? quais os cuidados necessários com cada tipo? qual o tempo de colheita?

Área do terreno:

O terreno possuia, inicialmente, uma configuração trapezoidal ABCD contudo, o grupo poderia ganhar um pedaço a mais de terra se completasse a extremidade direita da parte frontal do terreno. Quanto isso representaria em área?

Inicialmente foi calculada a área de ABCD onde:

AB = 11m

AD = 8m

AC = 6m

A figura ABCD de configuração aproximadamente trapezoidal onde AD e BC eram as bases maior e menor respectivamente e AB a altura. Contudo, como as crianças de 6ª não lembravam da fórmula optou-se por decompor ABCD em um retângulo ABCM e um triângulo CMD. A professora levou folhas de jornais para a sala de aula e os alunos confeccionaram a unidade do metro quadrado. Verificaram a área do quadro de giz, parte do piso da sala, e a necessidade de se ter unidades maiores ou menores que o metro quadrado, para se determinar a área de um campo de futebol, ou a superfície de uma carteira, por exemplo. As características das figuras e propriedades do retângulo, foram discutidas com o grupo.

Cálculo da área da superfície de um retângulo ABCM.

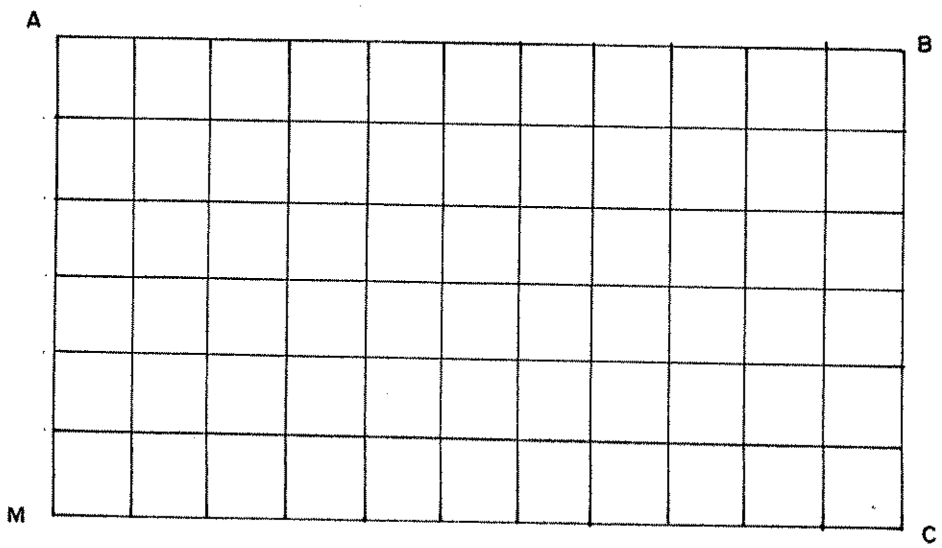
AB = CM = 11m (lados paralelos congruentes)

BC = AB = 6m (lados paralelos congruentes)

A) Graficamente, representando cada metro por um centímetro:

1cm ----> 1m

Assim, o comprimento do terreno sendo 11m, pode ser representado no desenho por 11cm. A largura, sendo 6m, pode ser representada no desenho por 6cm.



Contando o número de quadrinhos obteve-se 66. A unidade é metro quadrado. A área da superfície é, então, de $66m^2$.

Partindo para o cálculo analítico:

$AB = 11m$

$BC = 6m$

$A_1 = 11m \times 6m$

$A_1 = 11 \times 6 \times m \times m$

$A_1 = 66m^2$

A dificuldade evidenciada pela professora foi com relação à unidade. Os alunos ainda apresentavam alguma dificuldade com relação ao " 2 " acima do " m " . Alguns alunos chegaram a multiplicar 66 por " 2 " obtendo 132m. A dificuldade foi superada com o trabalho envolvendo potenciação, realizado com os alunos na visita semanal.

Foram discutidas, pelo grupo, outras unidades de medidas de superfícies. O interesse pelo assunto deu-se em razão de a maioria dos pais dos alunos serem agricultores ou, de alguma forma, trabalharem com a terra e fazerem uso cotidiano das unidades: alqueire, hectare e litro. Alguns pais empregaram como medida linear, a braça, e como unidade de superfície, a braça quadrada.

A pesquisa realizada pelos alunos forneceu as informações procuradas e, além disso, mostrou outros aspectos interessantes, como, por exemplo, diferenças entre o alqueire em alguns estados do Brasil.

1 alqueire Pinhãoense corresponde a $24.200m^2$ e é o mesmo valor para todo o Paraná e São Paulo. Em Minas Gerais um alqueire vale o dobro do alqueire do Paraná e São Paulo, isto é, $48.400m^2$. No Norte do Brasil, um alqueire corresponde a $27.225m^2$. O hectare já não apresenta diferenças e corresponde a $10.000m^2$

Os alunos estabeleceram a relação entre o alqueire, usado no Paraná, e o hectare.

1 alqueire $24.200m^2$

1 hectare $10.000m^2$

Dessa forma, a relação entre as duas unidades mostrou que,

alqueire/hectare = 2,4

1 alq = 2,4 ha

Uma braça, equivale a 2,2m e a braça quadrada, $4,84m^2$.

Outro dado fornecido pela pesquisa foi que um alqueire equivale a 40 litros. A partir daí pode ser estabelecida outra relação entre as unidades usuais e as não usuais. Assim:

1 alq ----> 40 l -------> 24.200m²

1 l -------> x

$$x = \frac{24.200m^2 \cdot 1l}{40l}$$

$x = 605m^2$

Para completar a área parcial do terreno, foi calculada a área do triângulo CMD.

CM = 11m é a base do triângulo
MD = 2m a altura do triângulo

$$A = \frac{CM \cdot MD}{2}$$ expressão da área do triângulo

$$A_2 = \frac{11m \times 2m}{2}$$

$A_2 = 11m^2$

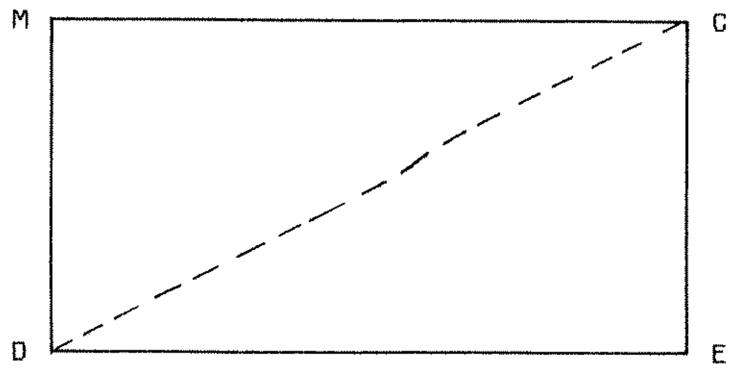
A área parcial do terreno ABCD é igual à área do retângulo ABCM, mais a área do triângulo CMD.

$A_p = 66m^2 + 11m^2$

$$\begin{array}{r} 66m^2 \\ +\quad 11m^2 \\ \hline 77m^2 \end{array}$$

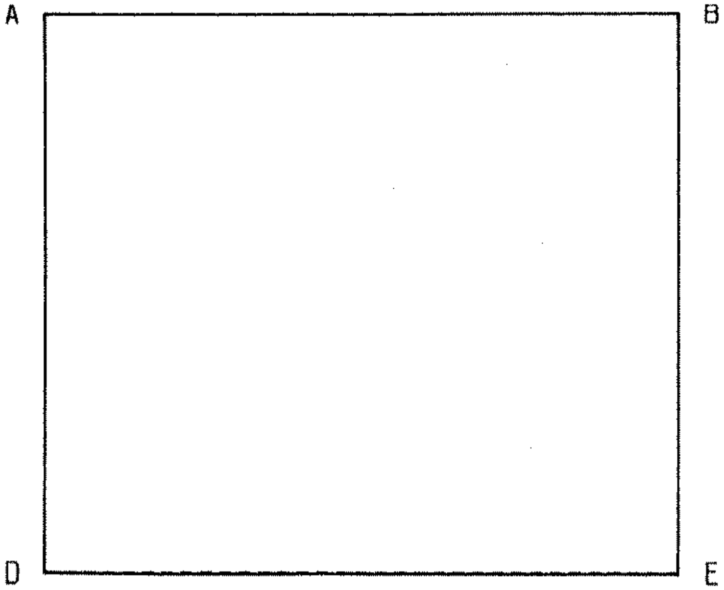
$A_p = 77m^2$

A área a ser adicionada ao terreno seria a área do triângulo CDE, que é congruente ao triângulo CMD, como foi demonstrado de uma forma simples, aos alunos. Tomou-se o retângulo MCDE e traçou-se a diagonal CD, conforme mostra a figura a seguir.



Recortou-se a figura sobre a linha CD, a diagonal, obtendo-se dois triângulos. Triângulo MDC e triângulo DEC. Em seguida, fez-se coincidir os vértices M e E , C e D e verificou-se a congruência entre os triângulos MDC e DEC. Assim, a área do triângulo MDC ou DEC é igual à metade da área de um retângulo que possui a mesma base e a mesma altura. Como a área do triângulo CMD é $11m^2$, a área do triângulo DEC é também $11m^2$.

A forma do terreno ABDE é retangular e mede 11m de comprimento por 8m de largura.



Contando os quadrados, foram obtidos 88 quadrados; como foi usada a convenção de cada quadrado, vale $1m^2$, então, a área do retângulo mede:

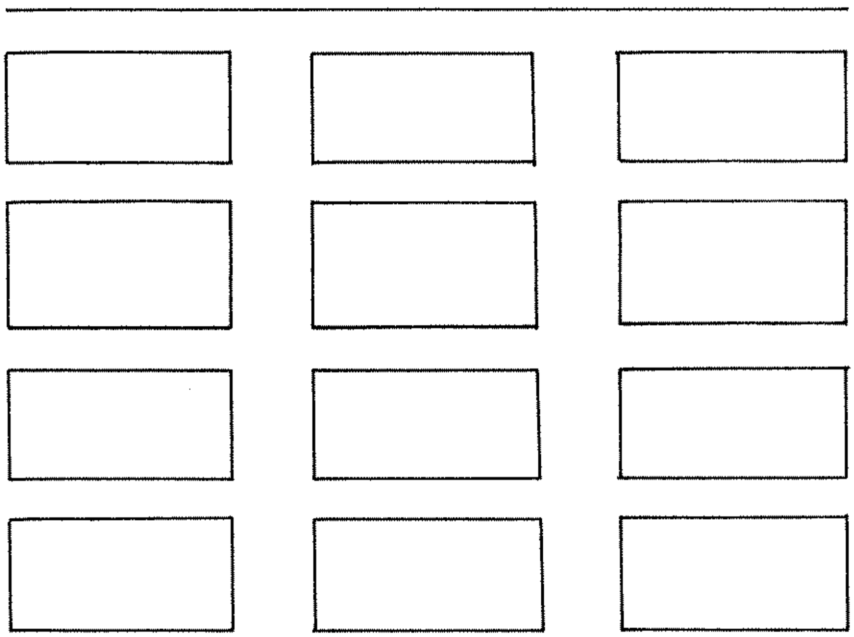
$$A = 88 \times 1m^2$$

$$A = 88m^2$$

Como já foram, anteriormente, calculadas as áreas parciais A_1 e A_2 da figura, mostrou-se que a área da figura anexada foi:

$$\begin{array}{r} 88m^2 \\ -\ 77m^2 \\ \hline 11m^2 \end{array}$$

O terreno foi dividido em canteiros medindo 3m de comprimento por 1,5m de largura. A distância recomendada entre uma muda e outra é de 15cm. Uma questão logo surgiu. Quantas mudas poderiam ser plantadas por canteiro? Quantos canteiros seria possível construir? Qual a largura da faixa que deveria ser deixada entre os canteiros, para que se pudesse trabalhar?



O grupo decidiu por deixar ruas entre os canteiros,tanto na horizontal, quanto na vertical. Na horizontal, seriam deixadas ruas de 0,5m e na vertical as ruas teriam 1m de largura.Realizados os cálculos, levando em cosideração o tamanho dos canteiros e das ruas, seria possível um total de 12 canteiros. Alguns alunos acharam que seria possível construir mais canteiros no terreno. Ficou decidido que seria calculada a área ocupada pelos canteiros e a área ocupada pelas ruas e, então, as dúvidas poderiam ser desfeitas ou comprovadas.

Cálculo da área ocupada pelos canteiros:

Cada canteiro, ocupa uma área de:

$A = 1,5m \times 3m$

$A = 4,5m^2$

Como os cálculos iniciais determinaram um total de 12 canteiros, então a área ocupada pelos canteiros seria de:

$A = 4,5m^2 \times 12$

$$\begin{array}{r} 4,5m^2 \\ \times\ 12 \\ \hline 90 \\ 45 \\ \hline 54,0\ m^2 \end{array}$$

Os canteiros ocupariam uma área de $54m^2$. O restante da área seria ocupado pelas ruas, assim:

$$\begin{array}{r} 88\ m^2 \\ -\ 54\ m^2 \\ \hline 34\ m^2 \end{array}$$

A quantos por " cento " a área ocupada pelas ruas, corresponde do terreno todo?

$88\ m^2$ ---------> 100 %
$34\ m^2$ ---------> x

$$x = \frac{34m^2 . 100\%}{88m^2}$$

$x = 38,63\%$

Um grupo de alunos, não satisfeitos, decidiu calcular diretamente a área das ruas.

O terreno ficou assim dividido: quatro ruas medindo 0,50m por 11m e duas ruas medindo lm de largura por 8m de comprimento.

Os alunos, então, calcularam a área das ruas de 0,50m de largura por 11m de comprimento

$11m \times 0,50m = 5,50m^2$ área de uma das ruas.

Como eram quatro ruas, então:

$4 \times 5,50m^2 = 22m^2$

Em seguida, calcularam a área das ruas de 1m de largura por 8m de comprimento.

$8m \times 1m = 8m^2$

Como eram duas ruas, então:

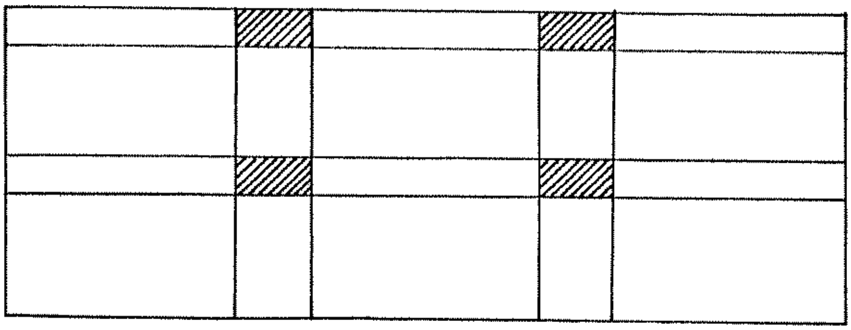
$2 \times 8m^2 = 16m^2$

O total das áreas formadas pelas ruas foi:

$$\begin{array}{r} 22m^2 \\ +\ 16m^2 \\ \hline 38m^2 \end{array}$$

Os alunos foram conferir os resultados e observaram que os valores encontrados não coincidiram. Refizeram, então, os cálculos todos, incluindo os canteiros e as ruas, e novamente os resultados não coincidiram. Inicialmente, também a professora ficou intrigada com o resultado obtido e solicitou uma visita à escola para que o problema surgido fosse melhor discutido com os alunos. O fato se constituiu numa oportunidade de se discutir vários assuntos e, principalmente, as questões: A soma das partes pode ser maior que o todo? sempre? dependia do problema? ou nunca ocorre?

Após vários exemplos apresentados sobre o problema os alunos concluíram que alguma coisa estava errada nos cálculos e que tentariam descobrir onde estava a falha. Com a confecção de um desenho do terreno e dos canteiros dentro das medidas estipuladas, os cálculos foram refeitos e, com orientação, os alunos perceberam onde estavam cometendo o engano.



Em seguida, foi calculado o número de mudas que seria possível plantar em cada canteiro, onde a distância entre as mudas era de 15cm.

Os cálculos mostraram que poderiam ser plantadas 231 mudas de alface em cada um dos canteiros. Contudo, o grupo decidiu plantar um número menor, assim:

No primeiro canteiro foram plantadas 150 mudas

No segundo canteiro foram plantadas 120 mudas

No terceiro canteiro foram plantadas 185 mudas

Nos três canteiros foram plantadas:

```
  150
+ 120
  185
-----
  455
```

Foi plantado um total de 455 mudas de alface.

Passados alguns dias os alunos voltaram ao local para ver quantas sementes haviam germinado:

No primeiro canteiro germinaram 60 mudas

No segundo canteiro germinaram 15 mudas

No terceiro canteiro germinaram 05 mudas

$$\begin{array}{r} 60 \\ +\ 15 \\ 05 \\ \hline 80 \end{array}$$

Um total de 80 mudas germinaram. O grupo ficou decepcionado com o resultado do trabalho, contudo, alguma explicação para o resultado desastroso deveria haver. Um exame do local mostrou que, próximo à escola, havia um grande formigueiro de "cortadeiras" que, sem dúvida, fora responsável pela grande devastação constatada nos canteiros de alface. Os alunos conseguiram, em uma loja especializada, o veneno, que foi colocado nos "carreiros" das formigas. Após duas semanas, os canteiros foram replantados.

Uma semana após o plantio das sementes já foi possível perceber que o sucesso fora alcançado. O grupo acompanhou o crescimento das plantas e tomou algumas medidas que não foram periódicas.

As leituras mostram a evolução de uma mesma planta:

dia	crescimento (cm)
02/09	plantada
19/09	6
25/09	8
05/10	10

Cada grupo escolheu, aleatoriamente, 5 plantas para acompanhar o crescimento. A leitura do crescimento permitiu aos alunos construírem gráficos que, embora com deficiências, permitiu constatar o desenvolvimento, que no início se apresentou maior e com o passar dos dias continuou crescendo mas, de forma menos acentuada.

Também foram plantadas as sementes de rabanete e pepino. A cenoura, que também estava prevista para ser plantada, não o foi, devido ao solo que foi considerado muito fraco e o seu preparo levaria muito tempo. O rabanete foi colhido já no final do mês de outubro. O pepino estava se desenvolvendo a contento.

A partir do mês de novembro, a escola já havia incorporado, em sua merenda, o fruto do trabalho do grupo da 6ª A.

O projeto, primeiro a ser desenvolvido com os alunos, foi trabalhado da seguinte forma: das três aulas previstas para a disciplina, duas se destinavam a cumprir o programa estabelecido e uma delas para desenvolver o projeto. Com o correr do tempo e a segurança experimentada pela professora, foi possível inverter a situação inicial . O trabalho envolveu, de uma forma natural, as disciplinas de Ciências e Matemática. Em Matemática, foram desenvolvidos os conteúdos de medidas lineares, medidas de superfície, medidas agrárias, medidas de volume, de capacidade. Operações envolvendo números decimais, porcentagem, gráficos, geometria: forma de figuras, propriedades, perímetro, área, segmentos paralelos e perpendicularismo. Em Ciências, foram trabalhados conteúdos com: o solo, tipos de solo, análise de solo, formas de correções do solo, adubação orgânica e inorgânica, coleta e preparação do material. Saúde, a importância do sol e da água para os seres vivos. Clima e suas influências, culturas mais propícias. Os conteúdos, como se observa, envolvem Matemática, Ciências , Geografia Geral e Geografia Econômica.

6.1.3. ARBORIZAÇÃO E PAISAGISMO

Cidade:Pinhão

Professor : C

Série: 6a C   Nº de alunos: 20

Início : 08/90   Término: 12/90

A realização do trabalho de Modelagem Matemática sobre o tema: horta escolar com a 6ª série A, chamou a atenção da 6ª série B, que colocou, à professora, que ela gostaria de desenvolver um trabalho envolvendo Modelagem Matemática.

Algumas discussões foram feitas entre alunos da sala. A plantação de grama, em alguns espaços da escola, já havia sido feita, a quadra de esportes estava recém concluída, ainda assim, os temas: cortina, arborização da escola, maquete da escola, doenças infantis, verminose, água e esgoto, foram levantados.

Arborização e paisagismo foi o tema que mais motivou os alunos da 6ªB. Como o grupo de alunos não tinha uma idéia melhor formada a respeito do assunto, ficou decidido, então, que seria feito um convite ao agrônomo ou representante da Emater, para uma palestra a respeito de arborização e paisagismo. A presença do agrônomo foi importante, não só pela palestra proferida, mas pela importância do tema levantado pelo grupo, pois, outros temas poderiam ser mais interessantes às crianças.

O tema empolgou mais quando foi levado para o lado que elogiava a consciência ecológica demonstrada pelos alunos e isso renovava a esperança no homem e no amanhã do Brasil.

Qual o tipo de árvore mais apropriada para se plantar na escola? As discussões levantaram, com o auxílio do agrônomo, vários nomes de árvores que poderiam ser plantadas. A opção de se plantar a erva-mate se deu por dois motivos: por ser uma planta ornamental, e pelo aspecto econômico. A erva-mate é, muitas vezes, cultivada como uma planta ornamental, devido ao seu bonito aspecto. É uma árvore que chega até 8 metros de altura, seus ramos são ascendentes ou horizontais. No aspecto econômico, as folhas da erva-mate, depois de secas e torradas, são usadas para o preparo de chá-mate ou chimarrão.

O grupo conseguiu um ônibus, com a Prefeitura Municipal de Pinhão, para conhecer o viveiro e ver tudo de perto.

Com as amostras das folhas conseguidas na visita, a professora propôs uma análise: da forma, limbo, nervura, borda, nome científico e outros aspectos. O grupo também realizou uma pesquisa para saber sobre o uso medicinal das folhas da erva-mate.

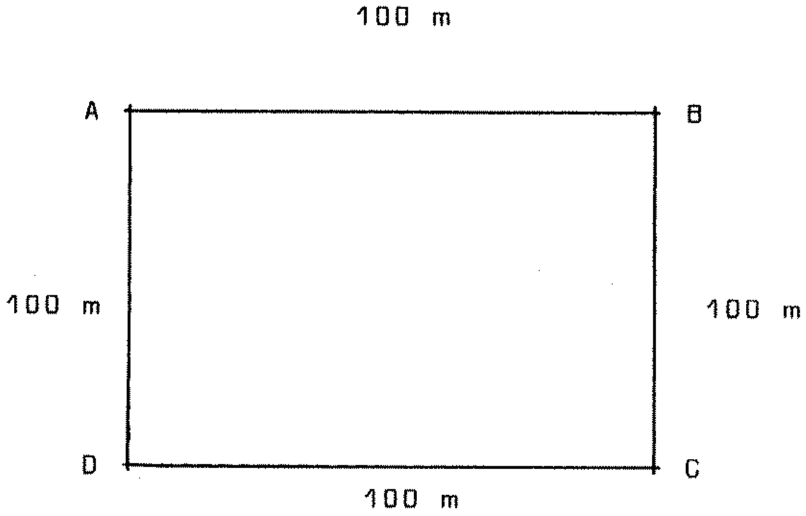
Os dados obtidos durante a visita ao viveiro, mostraram que, para se produzir uma muda de erva-mate, se gastava, na época, em torno de 0,17 BTN, com a muda e 0,19 ou 0,20 BTN com funcionários. Como, na época, a BTN era, aproximadamente, Cr$65,00, o preço de produção de uma muda ficava em torno de:

```
   65,00
  x 0,37
--------
   455
  195
--------
 24,0500
```

O preço de custo de uma muda foi calculado em torno de Cr$ 24,05; para fins práticos foi considerado o valor de Cr$ 25,00.

Quantas mudas seriam necessárias para se plantar o contorno completo do terreno da escola?

O grupo de alunos foi medir o terreno da escola:



A escola está localizada em um terreno de forma quadrada, medindo 100m de comprimento por 100m de largura. A área total do terreno:

A = 100 m x 100 m

A = 100 m x 100 m

A = 10000 m^2

Para ser possível fazer um desenho do terreno foi necessário reduzi-lo. Uma discussão a respeito mostrou que as suas medidas deveriam ser reduzidas para se compatibilizarem com a medida do papel disponível.

Como todos os lados são iguais, a análise de um deles valerá para os demais lados.

Dimensões (cm)	Dividido por	Comp. (cm)	Larg. (cm)	Tamanho papel
10000	100	100	100	21cm x 30cm
10000	200	50	50	21cm x 30cm
10000	250	40	40	21cm x 30cm
10000	500	20	20	21cm x 30cm
10000	1000	10	10	21cm x 30cm

Reduzindo 500 vezes a medida do terreno seria possível usar uma folha comum, contudo, a redução em 1000 vezes ocuparia somente 10cm de uma folha. Foi, também, trabalhada a noção de escala. No caso, a escala trabalhada foi 1:1000. Foi explicado aos alunos, o significado de 1:1000, que traduzindo para uma linguagem simples significa que cada centímetro, no desenho, corresponde a 1000 centímetros no real.

$$1 \text{ m} \longrightarrow 100\text{cm}$$
$$x \longrightarrow 1000\text{cm}$$

Neste caso, mostrou-se que 1000 é 10 vezes 100, e que, então, o valor de x seria 10 vezes 1m assim, x = 10 m. Fazendo uso de porcentagem, também foi mostrado que o resultado seria o mesmo.

$$x = \frac{1 \times 1000.\text{cm} \times \text{m}}{100\text{cm}} \quad \text{simplificando os cm,}$$

$$x = 10\text{m}$$

Quantidade de mudas.

Como o grupo havia decidido plantar erva-mate em todo o contorno da escola, foi necessário saber o perímetro do terreno para o cálculo do número de mudas.

Perímetro = 100m + 100m + 100m + 100m

Perímetro = 400m

Desse perímetro, seria necessário descontar o portão da escola, cuja medida era de 2m, e o portão lateral para a entrada de carros, que mediu 3,5m. Assim, dos 400m, deveriam ser descontados 5,5m.

```
  400,0m
-   5,5m
--------
  394,5m
```

A distância entre as mudas seria de 2m. A outra condição é que nos cantos teria que ficar uma muda.

Em cada uma das laterais, seriam necessárias 100m : 2m + 1 = 51 mudas.

Nas 3 laterais, seriam necessárias:

```
  51
 x 3
----
 153
```

Na parte da frente, o cálculo diferiu um pouco pela presença dos dois portões.

$$\frac{45m}{2m} + 1 = 22,5 + 1 = 23 \text{ mudas}$$

$$\frac{34,5m}{2m} + 1 = 18 \text{ mudas}$$

$$\frac{15m}{2m} + 1 = 8 \text{ mudas}$$

Na parte da frente seriam necessárias:

```
   23 mudas
+  18 mudas
    8 mudas
----------
   49 mudas
```

Assim, o total das mudas seria de:

```
  153
+  49
-----
  202
```

Custo das mudas:

Para plantar as mudas ao redor da escola, seriam necessárias 202 mudas. O custo de cada muda seria, aproximadamente, Cr$ 25,00.

```
  202
   25,00
--------
 1010
 204
--------
 3050,00
```

Seriam necessários Cr$ 3050,00 para a aquisição das 202 mudas.

Um grupo de alunos procurou a direção da escola para saber da possibilidade de a direção adquirir as mudas. A direção colocou as dificuldades da escola e que a única fonte de renda era a cantina. O grupo voltou à sala de aula e expôs o resultado da conversa com a direção e propôs, a partir da turma, as sugestões para a compra das mudas. Confecções de tortas, bolos, rifas, e um requerimento à Prefeitura. Independentemente de outras atividades propostas, o requerimento à Prefeitura Municipal, solicitando as mudas de erva-mate, foi bem recebido pelo grupo.

A Prefeitura Municipal doou, à turma, 100 mudas de erva-mate. O número de mudas, conseguido, daria para duas partes, dois lados da escola. Ficou decidido que seriam plantadas apenas as 100 mudas doadas pela Prefeitura.

Enquanto decidiam o tipo de árvores e a quantidade necessária, o grupo fez uma coleta da terra dos locais onde seriam plantadas as mudas. O tipo de solo variou muito no espaço escolhido para a plantação das mudas, contudo, a maioria do solo da escola corresponde ao tipo argiloso e necessitava de calcário, para neutralizar o PH ácido. A adubação orgânica também seria necessária. A matéria orgânica, sob a forma de "esterco" e adubação verde, foi coletada um pouco com a 6ªB, que havia trabalhado com a horta, e o restante pela própria turma, que já sabia da necessidade de adubação. Havia um local onde se depositava o material para fermentação e morte dos microorganismos.

O trabalho foi desenvolvido em equipes de 2 a 4 alunos. Enquanto uns faziam abertura dos sulcos, outros iam adubando, e ainda outros plantavam as mudas.

Ao trabalhar a medida da lateral do terreno, que era 100 metros, foram discutidas as unidades decâmetro, hectômetro e quilômetro. Para medir, embora a unidade mais apropriada fosse o hectômetro, algumas dificuldades se apresentaram: a quantidade de barbante disponível, e a confecção da unidade, entre outras. O grupo preferiu confeccionar a unidade de 10 metros, o decâmetro. Além de algumas dificuldades, deve-se acrescentar o aspecto prático de uma medição.

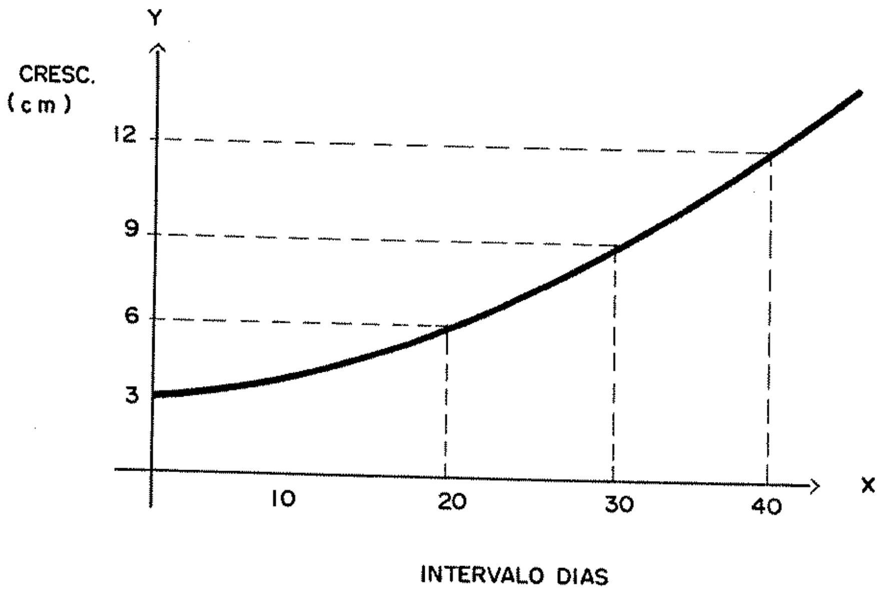
Como foram utilizadas apenas duas aulas semanais para o trabalho, o processo demorou um pouco mais do que fora previsto. Um dos fatores, que contribuiu para o atraso, foi a chuva, em alguns dias de aulas (geminadas) que ficaram para o projeto.

No dia 21 de setembro, para a comemoração do dia da árvore, cada turma da escola ajudou a plantar uma muda. No início do mês de outubro foi terminada a plantação das mudas. As mudas, inicialmente plantadas, já contavam com, aproximadamente, 30 dias.

Para acompanhar o crescimento foi escolhida uma planta e realizadas algumas medidas.

Data da leitura	Medida
31/08....................	3 cm
14/09....................	5 cm
25/09....................	8 cm
16/10....................	11 cm

Um gráfico pode ilustrar o crescimento:



Os alunos observaram que, durante o recreio, enquanto as crianças brincavam com diversas modalidades de jogos e outras brincadeiras, as bolas, e mesmo os alunos, corriam entre as mudas plantadas. Algumas mudas foram amassadas ou pisoteadas. Levado o problema à professora, esta pediu sugestões sobre o que fazer para evitar o problema. Colocar estacas maiores para proteção era uma boa medida, contudo, não garantiria a integridade das mudas. O grupo decidiu, então, organizar uma campanha para chamar a atenção da escola toda sobre a importância da preservação das mudas e também de todas as árvores

A campanha motivou os alunos a preparem cartazes, palestras, procurando despertar os outros alunos da escola para a importância do trabalho realizado pois, quando se planta uma árvore, faz-se algo que pode durar toda uma vida. Para o encerramento da campanha, foram convidadas algumas pessoas para falarem sobre o trabalho desenvolvido. Dentre essas pessoas estava a diretora da escola, que fez o encerramento, enaltecendo o trabalho dos alunos e da professora que, apesar das dificuldades materiais encontradas, superou-as graças à boa vontade e também por acreditar naquilo que fazia.

CAPÍTULO VII.

ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

No presente capítulo são analisados depoimentos e entrevistas de professores e alunos, obedecendo a dois momentos:

a) Nos cursos ministrados no ano de 1989 foi solicitado aos professores participantes que escrevessem sobre a visão de ensino e o ensino de Matemática atual. Esses depoimentos foram analisados e constam do anexo 1. O primeiro momento deste capítulo refere-se à análise e interpretação desses depoimentos.

b) No segundo momento encontra-se a análise e interpretação dos depoimentos de professores e alunos relativos aos projetos desenvolvidos nas escolas, durante os anos de 1990 e 1991.

7.1 Análise dos depoimentos dos professores sobre o ensino atual de Matemática.

No início de cada um dos cursos, foi solicitado aos professores participantes que escrevessem sobre como vêem o Ensino de Matemática atualmente. Não houve tentativa de dirigir perguntas visando respostas específicas e foi dada inteira liberdade aos professores para que escrevessem segundo a sua forma de ver, sentir e agir em relação ao ensino de Matemática. Os depoimentos constituem a percepção que os professores têm do ensino atual de Matemática e do papel que desempenham.

A solicitação visou a uma análise de como o professor em exercício no 1º e 2º graus realiza sua prática educativa relacionada com o ensino de matemática. Alguns desses professores são, também, acadêmicos e seus depoimentos refletem a condição de professor e aluno.

A análise dos depoimentos revela a crise no ensino de Matemática. Os professores fizeram uso de muitas expressões para se referirem à crise. Algumas dessas expressões, significando crise, são: ensino preso ao planejamento, a teoria sem a prática correspondente, a introjeção de maneira formal e estanque de conteúdos que não permitem ao aluno caminhar por si só e pensar. A crise ainda significa, para alguns professores, uma falha na aprendizagem inicial do aluno e que vai crescendo à medida que sua vida escolar se desenvolve. Outros professores relacionam a crise com a pouca qualidade no ensino de Matemática, tendo como causa a falta de atualização e aperfeiçoamento de técnicas que despertem nos alunos o interesse pela Matemática através da sua aplicação.

Outro significado muito usado para o termo crise foi a desmotivação dos alunos. Para os professores, os alunos não querem saber de nada, na medida em que são obrigados a freqüentar a escola. Um ensino fora da realidade, sem interesse, onde cálculos e mais cálculos são realizados sem se saber o porquê, pois não existe uma situação clara, concreta que o justifique. A coação e a reprovação também foram as formas encontradas para significar crise no ensino de Matemática.

A dificuldade dos alunos em decorar a tabuada também se configura para alguns professores como responsável pela crise.

Outros pontos surgidos nos depoimentos foram enunciados pelos professores. Dentre esses, encontra-se a falta de se trabalhar a Matemática de acordo com o interesse e a criatividade, e o despreparo do professor para o ensino de Matemática. A ênfase em fórmulas e técnicas sem mostrar o processo de construção desse conhecimento é, ao lado do ensino, mero reprodutor de conteúdos, de fórmulas prontas, conceitos robotizados sem se conhecer o como e o porquê. Isso é fruto do ensino fragmentado onde, na maioria das vezes, se deve aprender aquilo que se quer ensinar e onde não há orientação àquilo que se quer aprender. Esses fatores se constituem no maior gerador dessa crise.

Em suas manifestações, os professores ressaltam três aspectos principais, a partir do que se pode explicar a atual crise no ensino de Matemática: os professores, os alunos e o sistema organizacional do ensino no 1º e 2º graus.

a) Quanto aos Professores:

No aspecto relativo ao professor, surgem expressões que colocam que há desatualização do professor, no sentido de conteúdo específico e inovações metodológicas, como uma constante no ensino atual e que se agrava no caso de 1ª a 4ª séries onde existe pouco interesse pela matéria. Os depoimentos deixam muito clara a excessiva preocupação com o planejamento e pouca ou nenhuma preocupação se os alunos aprenderam. O importante é o cumprimento rigoroso do planejamento.

Outro ponto observado, ainda relativo ao professor, diz respeito ao seu despreparo, fruto de má formação. A dificuldade assinalada pelos professores no trabalho com o material concreto, seja de 1ª a 4ª séries, seja de 5ª a 8ª séries, parece vivenciar esse despreparo e se consolida ao constatar, através dos depoimentos, a reivindicação de cursos que mostrem formas alternativas para o ensino de Matemática, cursos que ensinem a ensinar Matemática.

b) Quanto aos alunos

No aspecto relativo aos alunos, alguns dos professores são taxativos em responsabilizá-los pela crise no ensino de Matemática. Segundo esses depoimentos, os alunos mostram um profundo desinteresse e nada parce incentivá-los. Outros apontam que as dificuldades que os alunos apresentam para o trabalho com Matemática é decorrente da preguiça de pensar. Outros, ainda, acusam os alunos de só aprenderem para o momento e que logo acabam esquecendo. Já em alguns outros depoimentos, encontramos que os alunos não gostam das aulas de Matemática porque não sabem a tabuada.

c) Quanto à Estrutura Organizacional

Os depoimentos de professores ainda mostram que a atual estrutura e organização do ensino no 1º e 2º graus é, também, responsável pela crise. Na atual forma de organização, o professor tem a sua preocupação centrada no planejamento, não se importando, na maioria das vezes, se o aluno assimilou o conteúdo ensinado. Isto ocorre, principalmente, a partir da 5ª série do 1º grau. Em alguns dos depoimentos, percebe-se o descontentamento com a forma atual de se conduzir o ensino de Matemática. Segundo as expessões usadas, a Matemática está sendo imposta aos alunos. Para esses professores, o ensino de Matemática deveria ser feito na medida das necessidades dos alunos.

A análise permitiu, ainda, constatar algumas opiniões e sugestões que traduzem o anseio de minimizar a crise no ensino de Matemática. Por outro lado, essas opiniões e sugestões refletem, também, a concepção que os professores têm em relação ao ensino de Matemática. Assim, alguns sugerem um ensino voltado para os problemas e às suas soluções. A transmissão dos conteúdos, baseados na vivência e voltados à realidade, foram algumas alternativas que, segundo alguns dos depoimentos, poderiam amenizar a atual crise no ensino de Matemática. Outros sugerem que o aluno deva sempre repetir, mesmo que não compreenda o que está fazendo.

Os depoimentos nos permitiram ter uma radiografia a respeito da atual crise no ensino de matemática.

Pode-se perceber claramente que o professor não se torna cúmplice do processo ensino-aprendizagem. A falta de cumplicidade no processo credencia-o a falar do ensino de Matemática, mas ele, como professor de Matemática ou que ensina Matemática, como analisa seu ensino? sua prática educativa na escola?

Para o professor parece muito claro dividir o fracasso do ensino de Matemática com a atual estrutura organizacional. Depreende-se, das expresões usadas, que o professor entende por estrutura organizacional do ensino a divisão de um programa em bimestres e o rigoroso cumprimento desse programa com os alunos, impingindo-lhes a falta de interesse, a preguiça de pensar, a desmotivação. Ainda a não cumplicidade do professor no processo verifica-se quando ele, professor, manifesta-se descontente, considerando que a Matemática está sendo imposta aos alunos. Mas quem impõe? Percebe-se que o professor não se coloca como agente, e sim como uma "vítima".

O professor esquece que, ao aceitar, pura e simplesmente o planejamento, sem discutir, sem avaliá-lo, sem reorientá-lo, ele, professor, está decidindo o que considera bom ou mau para o seu aluno. No momento em que ele decide por seus alunos, sem perceber interfere em suas vidas, decidindo o que é bom ou não para eles. Como, então, "sentir-se" "vítima" quando se é "agente" do sistema?

A explicação mais simplista é a de se concordar que o professor e alunos são todos vítimas. O descaso com a educação é histórico. Entretanto, no professor reside ainda a esperança de melhores dias para a educação.

É com o propósito de que a esperança do hoje seja a realidade do amanhã que investimos no professor, este ser dicotômico neste mundo dicotômico, procurando proporcionar-lhe formas e meios que lhe permitam, mais do que abrir novas perspectivas para o ensino de Matemática no 1º e 2º graus, que a educação possa contribuir para minimizar esta diferença estrutural econômica construindo uma sociedade mais justa e humana.

7.2 Depoimento de Professores e Alunos envolvidos nos projetos

Os depoimentos e entrevistas apresentados pelos professores e alunos relativamente aos projetos desenvolvidos nas escolas, constituem, ao lado da experiência vivida, os alicerces para a elaboração de critérios que podem nortear o trabalho com o Método da Modelagem no ensino de Matemática no 1º e 2º graus.

Foram desenvolvidos 10 (dez) projetos, envolvendo 7 (sete) professores e 248 alunos. A amostra está constituída de depoimentos e entrevistas de 6 (seis) professores e de 63 alunos participantes dos projetos. Os depoimentos, bem como as entrevistas, são gravados ou são escritos.

7.2.1 Análise dos Depoimentos dos Professores.

Com base nos depoimentos e entrevistas dos professores envolvidos nos projetos, foi possível estabelecer algumas categorias para análise.

1) A insegurança do Professor diante do novo.

Em seus depoimentos e entrevistas os professores enfatizam a insegurança sentida, quando da aplicação do Método da Modelagem, durante o desenvolvimento dos projetos. Esses depoimentos constatam e explicam, quem sabe, a resistência do professor às iniciativas novas, que fogem à forma usual de se trabalhar o ensino de Matemática na escola.

Muitas expressões foram usadas para explicitar a insegurança pelo novo. Assim; " A insegurança, as dificuldades pelas quais passei foram muitas e sufocantes." Ou ainda, " ...as coisas começaram a clarear um pouco, mesmo assim eu estava preocupada e insegura, porque era uma coisa nova para mim."

Mesmo após a conclusão do projeto algumas expressões ainda tratam da insegurança, como bem mostra um trecho do depoimento; " Ainda estou insegura,proque não tinha uma boa noção sobre o trabalho com o método da Modelagem Matemática." Depreende-se dessas manifestações que o professor sente-se inseguro porque, no método da Modelagem, não se convive com a rotina das ações educativas. Cada trabalho, embora tratando de um mesmo tema, toma rumos diversos nos vários grupos. Essa afirmativa se comprova na resposta a uma questão formulada sobre como a professora se sentiria hoje se tivesse que desenvolver esse mesmo trabalho com os seus alunos hoje. A resposta foi: Se fosse dentro deste mesmo assunto,(pintura da sala de aula) seria mais fácil... e acho que ainda estou imatura..., mas eu acho também que não tenho essa capacidade."

Outra forma manifesta que reflete a insegurança diante do novo, e a necessidade de aprovação é dada através da expressão: " Não sabíamos como seria visto pelos demais colegas e pais dos alunos ." Constata-se que a insegurança pode manifestar-se por várias razões; inexperiência no método, despreparo individual, necessidade de aprovação: pelos colegas,pais ou qualquer autoridade ligada ao assunto por concepções errôneas sobre o método e sobretudo com a preocupação com o cumprimento do programa estabelecido para determinada série.

2) A tomada de consciência do despreparo do professor.

Os depoimentos constatam que diante de uma situação desconhecida, inusitada ,ou não usual, o professor toma consciência do seu despreparo e das suas limitações. Em suas manifestações várias expressões tornam clara essa consciência do despreparo: " ... mas eu acho que não tenho essa capacidade para trabalhar..." ainda, " Gostei muito de trabalhar dentro do método da Modelagem Matemática, só que tenho muitas falhas." Outra forma que retrata esse despreparo e a inexperiência no método está contida na expressão : " No decorrer do trabalho percebi pontos que poderiam ser melhor desenvolvidos, mas que por inexperiência no método, só percebi no final."

Contudo, mesmo sentindo-se pouco preparado para o método, nesses primeiros trabalhos, percebe-se a aprovação do método através de expressões como: " Gostei muito de trabalhar dentro da Modelagem Matemática." Ou ainda, " Tenho vontade de trabalhar com Modelagem Matemática na 6ª série..." , também a afirmativa seguinte confirma essa aprovação: " esse método foi aprovado aqui na escola..."

3) A continuidade da aplicação do método como uma forma de adquirir experiência,segurança e confiança.

Em suas manifestações os professores ressaltam a importância de se viver a experiência no método como uma das formas de cosntruir confiança e segurança. A expressão seguinte confirma e constata a afirmativa: " Se dei o primeiro passo, agora o importante é prosseguir na caminhada para se chegar ao cume da montanha, de onde tudo é visto sem sombras, sem obstáculos... ."

Embora usando linguagem figurada, percebe-se o seu significado . A parte inicial da frase, " Se dei o primeiro passo..." significa o projeto desenvolvido, as dúvidas, as dificuldades, a insegurança e o despreparo vividos durante a experiência. Reflete talvez mais do que isso, reflete o esforço e a coragem para vencer a inércia e dar inicio à ação.

A parte central da frase, " ... agora o importante é prosseguir na caminhada para se chegar ao cume da montanha..." enseja a continuidade do método. Novas experiências proporcionadas pelos diferentes temas formarão o alicerce para a construção gradativa de segurança e confiança, elementos indispensáveis para o sucesso de qualquer empreendimento. Segurança e confiança estão representados na parte final da frase, " ... de onde tudo é visto sem sombras, sem obstáculos."

Outras maneiras de expressar a intenção de continuidade do método são; " ... pretendendo-se continuar esse trabalho, estimulando a criança a saber que Matemática é vida " ou ainda, " ...pensamos em dar continuidade a esse tipo de trabalho."

4) A Modelagem como uma forma de conferir maior significado às atividades e aos conteúdos matemáticos

Os depoimentos e entrevistas com os professores que desenvolveram os projetos nas escolas mostram que as atividades através do método da Modelagem Matemática tomam outra significação. Um exemplo, está na seguinte afirmativa: " As operações eles sabiam, só que esta foi uma situação diferente,por exemplo; se cada aluno vender 5 (cinco) números, quanto iremos arrecadar? Ou, se todos os alunos juntos vendessem só 100 números, quanto arrecadaríamos?"

Outro exemplo, que poderia ser citado, é o que trata do conceito de área, " Eu comecei com a história do metro, como ele surgiu." ainda, " medimos a sala, porta, vitrôs, o próprio corpo (cada aluno media sua cintura, seu braço, sua perna,.etc." Usamos a régua e fita métrica, e também o palmo para medir a carteira, a mesa. O passo para medir o comprimento da sala. À medida que íamos realizando as medidas com palmos, as crianças comparavam e percebiam que alguns tinham o palmo maior que o palmo do seu colega. Depois passamos a tratar de superfícies."

Os exemplos mostram que toda a atividade se reveste de maior singificação quando é trabalhada de forma contextualizada. As situações-problema surgem de forma natural e são decorrentes das atividades desenvolvidas .A motivação para as atividades também pode ser creditada em parte à forma contextualizada de trabalhar a matemática no Método da Modelagem.

5) O método da Modelagem contribui para a mudança de postura do professor.

Outro ponto positivo do trabalho com o método da Modelagem é a mudança de postura do professor. De forma geral, a postura em sala de aula tem revelado o professor como o detentor do saber e do conhecimento. A ele cabe todas as iniciativas e as decisões em sala de aula.

Os depoimentos e as entrevistas mostram claramente a influência do método da Modelagem na mudança de postura do professor. As expressões usadas para manifestar essa mudança são: " Eu estava nervosa. Daí , um dia, na escola, alguém chegou para mim e perguntou o por quê de eu estar muito perturbada, e eu pensei; como é que vai surgir o interesse das crianças?". A perturbação, o nervosismo sentido pelo professor, por não haver até aquele momento, surgido um tema que fosse de interesse da maioria dos alunos, e ele, não querendo impor um tema à turma, configura uma mudança.

Outras expressões como; " A idéia inicial deles, que depois foi colocada em prática, era a construção de uma maquete..." ou ainda, " Eles fizeram pesquisas antes de fazermos a conta das tintas..." ou " Daí conversando com os alunos, deu um " clik" na Angela e ela disse:

_ Professora, vamos pintar a sala de aula? A partir dessa conversa, conseguimos despertar o interesse da classe toda."

Depreende-se das expressões usadas que fica clara uma mudança na postura do professor .Isso confirma-se quando o professor aceita a sugestão dos alunos para o tema, quando permite e incentiva a pesquisa , possibilitando e concretizando a participação e a iniciativa do aluno. Ainda, o fato de não impor a sua vontade e de chamar para sí todas as decisões, revela ao menos o esforço para a mudança.

Outra manifestação que confirma essa mudança se dá através da expressão: " Quando iniciamos este trabalho, sentimos uma grande responsabilidade ." Outro aspecto, que se verifica nessa manifestação, é o do compartilhar. A iniciativa de desencadear o processo de ensino sempre foi considerada atribuição exclusiva do professor. No método da Modelagem, ao permitir aos alunos a escolha do tema, o professor compartilha com os alunos o desencadear do processo de ensino. Os alunos se tornam co-responsáveis pelo processo de aprendizagem. O profesor deixa de ser o centro das decisões e passa a desenpenhar outro papel no processo educacional - o de mediador do processo de ensino-aprendizagem.

6) O método da Modelagem parece propiciar um maior envolvimento do aluno no processo ensino-aprendizagem.

O trabalho através do Método da Modelagem Matemática parece favorecer um maior envolvimento do aluno nas várias atividades. Alguns pontos extraídos dos depoimentos e entrevistas com os professores parecem comprovar isso. Assim, "As várias oportunidades de ensino surgem de forma natural, espontânea, e conseguem monopolizar para si toda a atenção sem que isto se torne monótono e " maçante". " Ou ainda, " ... foi muito difícil segurar a vontade dos alunos em terminar a maquete." ou então, "... quando havia uma preocupação muito grande, aí eles acabavam se unindo e desenvolvendo, não só na escola; eles desenvolviam inclusive na casa de um coleguinha."

Outra afirmação que comprova esse envolvimento é extraído da seguinte manifestação: " ... segundo o mecanismo tradicional, a gente observa que a turma é bastante questionadora. Começa-se a desenvolver um assunto e já tem um garoto com o braço levantado,querendo fazer uma pergunta. Eles têm uma participação muito forte na aula, em função desses questionamentos que fazem." Ainda, " Nos eventos que a escola tem promovido, essa turma mostrou uma participação maior do que das outras turmas, e é isso que a gente pode observar do trabalho com a Modelagem Matemática, desenvolvido durante a ano de 1990, e que está tendo reflexos agora."

Muitas manifestações apresentadas ratificam um maior interesse dos alunos quando envolvidos em atividades que, para eles, tenham significação. Entre essas manifestações encontramos; A partir dessa conversa conseguimos despertar o interesse da classe toda. Foi um alvoroço. Todos queriam falar , sugerir... etc." ou ainda, " Todos novamente davam as sua sugestões e através do diálogo fomos resolvendo cada situação - problema."

7) A duração do trabalho através do Método da Modelagem Matemática.

A duração do trabalho com a Modelagem Matemática está diretamente relacionado ao interesse e à forma de participação dos alunos. Algumas vezes também a forma de aplicação do método pode influenciar a duração do trabalho. Nos projetos desenvolvidos, a duração não foi igual . Assim, a duração do projeto que trabalhou as Maquetes, teve a duração de todo um ano letivo, já os projetos da Pintura da Sala de Aula, Horta Escolar, Arborização e Paisagismo, por exemplo, tiveram a duração de um semestre letivo. O projeto Intitulado " Toca da Onça " teve início no 2º semestre de 1990 e foi concluído durante o 1º semestre de 1991.

8) O conteúdo previsto e o conteúdo trabalhado formas de compatibilização.

Durante o desenvolvimento dos projetos , um ponto chamou-nos particularmente a atenção, a preocupação com o cumprimento do programa estabelecido para a série. Um dos motivos que geraram a insegurança do professor se realciona com o cumprimento do programa.

Embora não se encontrando referências explícitas nos depoimentos, essa preocupação permeou boa parte do desenvolvimento dos projetos. Essa preocupação, com poucas exceções, conferiu estratégias diferentes durante a realização do trabalho, no sentido de superar a expectativa da possibilidade de não cumprimento do programa. Assim, parte da carga horária destinada à disciplina de Matemática, principalmente de 5ª a 8ª séries, foi destinada para trabalhar conteúdos, que supostamente não seriam abrangidos pelo tema escolhido e parte para o desenvolvimento do projeto.

Ao final, com surpresa, alguns professores perceberam que o programa foi quase que totalmente cumprido, em alguns casos foi além do previsto para a série. Um depoimento comprova a afirmativa quando diz: " Concluindo, todo o conteúdo foi realizado... ." ou ainda, " ... fui vendo que conteúdos previstos para a 4ª série eu poderia trabalhar e outros conteúdos que não estavam previstos mas, que com certeza, teriam que ser trabalhados."

9) A Modelagem Matemática e a Criatividade.

A maneira proposta para o trabalho com Matemática, no Método da Modelagem, permitiu que em um depoimento surgisse a palavra criatividade. Foi referente ao projeto sobre a construção das maquetes. A expressão usada para manifestar o termo foi: " O trabalho não ficou uniforme, cada grupo acabou achando a direção que convinha."

O fato de cada grupo achar a sua própria direção significou maquetes diferentes, em vários aspectos: tamanhos, modelos, materiais utilizados para a confecção e os detalhes. Cada grupo fez uso do pensamento divergente. Os modelos diferentes e os tamanhos poderiam representar a fluência e os detalhes representariam a originalidade. Pensamento divergente, fluência e originalidade, são características que, segundo Guilford, podem caracterizar indivíduos ou grupos criativos.

Ao relacionar o aspecto da criatividade com o método da Modelagem, percebem-se algumas variáveis que podem influenciar esse tipo de comportamento dos grupos envolvidos; a mudança de postura do professor, o tema, o novo papel que o professor desempenha no processo de ensino-aprendizagem. Contudo, a liberdade, como a síntese de todas essas variáveis, é o fator determinante da criatividade.

O clima de liberdade preconizado pelo método da Modelagem está manifesto na seguinte expressão: " ... sentimos também que eles avançavam em uma determinada direção e depois, na semana seguinte, percebiam que aquilo não deu certo e tinham a necessidade de começar tudo aquilo novamente... pensando em uma sistemática diferente daquela original."

A liberdade de experimentar, conjecturar, construir, tomar decisões e até errar, permitiu aos grupos criar o espaço necessário à criatividade. A liberdade, na realização do trabalho, também caracteriza e comprova a mudança de postura do professor. A conseqüência imediata é o crescimento e um maior envolvimento dos alunos nas atividades realacionadas ao ensino de Matemática. A expressão a seguir confirma a manifestação : " Acredito que foi nesse ir e vir, no repensar no processo de desenvolvimento do trabalho , é que houve um maior crescimento dos alunos, e a criatividade teve que ser utilizada para se chegar a um termo."

10) Os efeitos do trabalho em grupo.

A realização de um trabalho em grupo oferece excelente oportunidade e possibilidade de socialização, seja no campo afetivo, social e cognitivo. Essa afirmação ficou evidente através de expressões como: Não se pode negar que eles dividiam as dificuldades, por isso um grupo acabava utilizando, em determinado momento, a idéia que tinha nascido do outro. " ou ainda, " ...eles dividem os problemas. Eles tanto dividem os problemas que tivemos algumas situações atípicas para essa turma de 6ª série... que seria um movimento para afastar uma professora de Educação Artística." Outro ponto que salientou os efeitos do trabalho em grupo ou entre os grupos foi: " ... eles conseguem fazer um trabalho unido e conseguem analisar os problemas da turma, sempre em grupo, e isso tem dado resultado positivo na turma e acredito que na própria escola. "

11) Relacionamento professor - aluno.

O trabalho envolvendo a Modelagem Matemática promove uma maior aproximação entre os alunos e entre professor - aluno. Diferentemente da forma usual trabalhada nas escolas, onde se verifica o distanciamento entre professor e os alunos,o trabalho com Modelagem, por apresentar uma dinâmica diferente de trabalho, através da formação de pequenos grupos, 3 a 4 elementos, proporciona a oportunidade de um contato mais estreito entre o professor e os elementos do grupo.

Esse fato, explica o que muitos depoimentos enfatizam através de expressões como: " Eles ficaram muito felizes em ter esse professor que desenvolveu o trabalho o ano passado com a turma, independentemente da disciplina que fosse ministrar." ou então, " ..o professor Carlos se tornou especial para eles." Ainda, " ... é que o primeiro trabalho em Modelagem aproximou tanto o professor dos alunos, que no momento em que foi dito que o professor de Matemática seria ele, houve aprovação integral."

12) A necessidade de acompanhamento.

Em suas manifestações, a maioria dos professores dos projetos deixam muito clara a necessidade de acompanhamento. O acompanhamento tem por objetivo sanar as dúvidas verificadas pelos professores com relação à aplicação do Método da Modelagem. Nesse sentido, a certeza do acompanhamento proporciona aos professores, inexperientes na aplicação da Modelagem, uma maior segurança e se constitui em fator importante para seguir com o método.

Muitas expressões foram usadas pelos professores para manifestar essa necessidade: " ... tenho certeza de que teria condições mas, sem apoio, o trabalho ficaria imperfeito." Outra maneira colocada para se referir a essa necessidade foi: " Ao mesmo tempo é como se estivéssemos sozinhos na escola, por isso, gostei de você ter vindo, me clareou as idéias para que saibamos trabalhar o método e, ao mesmo tempo, ter o apoio de outra pessoa e, não só eu sozinha."

Em alguns depoimentos e entrevistas sente-se a vontade do professor em continuar o método, contudo, os professores ressaltam a necessidade de um acompanhamento, como bem expressa a frase : " Tenho vontade de trabalhar com Modelagem Matemática na 6ª série, mas estou imatura." Ainda, " Creio que, no desenvolver de outros trabalhos e pesquisas, irei me corrigindo, ainda mais recebendo apoio...".

As formas de acompanhamento incluem visita às escolas para troca de idéias, reuniões de trabalho, seminários sobre Modelagem Matemática e participação das atividades envolvendo os alunos, como se comprova através do depoimento: " ... mas com a sua ajuda, eu fui me familiarizando com esse tipo de trabalho, então, eu me senti mais segura, e me senti mais contente..."

13) A importância da prática.

Muito se tem dito a respeito da dicotomia teoria X prática. Na Modelagem Matemática procura-se insistentemente a interação entre teoria e prática. A partir do tema levantado, procura-se a maior interação possível entre teoria e prática. Muitas das ações práticas tornam possível a construção ou a reconstrução da teoria e vice-versa.

Um dos depoimentos trata explicitamente dessa relação quando diz: " Quando se trata de um trabalho prático, o assunto é outro, e se faz brincando. O que na teoria é difícil, torna-se fácil e divertido." Não se trata de fazer apologia à prática em detrimento da teoria. Entretanto, ao nível de 1º grau a prática e a teoria devem manter um equilíbrio para que muitas das ações se revistam de significação. No método da Modelagem, a escolha do tema, a pesquisa exploratória, o levantamento dos problemas e a busca de soluções permitem estabelecer esse equilíbrio e a interação pretendida.

14) O desempenho em Matemática.

Ao analisar um dos depoimentos dos professores nos deparamos com a seguinte asserção: " Quanto ao aproveitamento da turma, tenho impressão, também, de que houve uma melhora acentuada, e quando comparo essa 6ª série com outras turmas em que eu trabalho,tenho notado primeiro as notas, os escores que eles têm conseguido na avaliação dentro de uma série de critérios que a escola apresenta... . Essa turma tem mostrado um desempenho acima da média. Me parece que o trabalho mais importante foi a motivação e a socialização da turma."

A partir da asserção, muitas questões podem surgir: Existe relação entre o desenpenho e a motivação ? Até que ponto pode ter influência no rendimento escolar o efeito da socialização? são algumas delas. Embora não tenhamos maiores dados sobre a questão do desempenho a partir dos depoimentos e entrevistas fornecidas, parece haver evidências de que os alunos que trabalham a partir do método da Modelagem apresentam aspectos gerais como: socialização, participação, questionamento e iniciativa melhor desenvolvidos.

7.2.2 Análise dos depoimentos dos alunos.

Os depoimentos e entrevistas dos alunos participantes dos projetos desenvolvidos nas escolas de 1º e 2º graus, permitiram-nos estabelecer algumas categorias para análise.

1) Os alunos manifestaram satisfação de participar dos projetos de Modelagem Matemática.

A grande maioria dos depoimentos e entrevistas realizados com os alunos comprovam que estes gostam de participar e são receptivos à maioria das atividades que, para eles, apresentam significação. Muitas foram as formas de expressar por escrito esse sentimento: " Foi muito bom esse projeto" ou " O projeto é muito interessante eu adorei fazê-lo."

Alguns depoimentos manifestam explicitamente o gosto pelo projeto por envolver diretamente a matemática, como o seguinte:

" Esse projeto, que nós fizemos, foi bom porque faz parte da Matemática." ou, " Achei ótima a idéia de fazermos esse projeto." Ou ainda, " Esse projeto foi divertido, e toda a turma trabalhou nele."

Outros depoimentos também confirmam de forma muito clara o gosto e o prazer dos alunos pelo trabalho nos projetos, salientando que aprendem outras coias além da Matemática. Algumas expressões dessas manifestações foram: " O projeto foi uma ótima idéia, porque nós aprendemos a plantar, adubar, medir, carpir e fazer gráficos." Ainda, " Devemos continuar porque isso vai servir para nossos filhos, ou até nossos netos, e vai dar lucro para a escola.Até podemos ajudar a podar as ervas e arrumar a escola, comprar as cortinas e arrumar os vidros." Ou, " ... nós quando fizemos essas coisas, aprendemos, e digo obrigado à professora.". Muitas outras expressões manisfestam a alegria e o gosto dos alunos pela participação nos projetos.

2) Os alunos afirmam que aprendem mais e melhor através do método da modelagem.

Muitos dos depoimentos incluem as palavra aprender, não especificamente Matemática, mas aprender plantar, adubar e preservar a natureza. Isso permite-nos algumas inferências a partir de expressões como: " Eu gostei muito do trabalho com o projeto e aprendemos muitas coisas." Ou ainda, " Aprendi a plantar e a preparar terra..., aprendi muitas coisas... ." ou " No projeto aprendemos a preservar a natureza."

Alguns depoimentos salientam e ilustram a perspectiva do próprio sujeito em relação à aprendizagem. Assim a resposta à pergunta: Você acha que aprendeu bem o conteúdo de medidas lineares foi: " Sim, a professora mandava medir tudo, a altura dos colegas, a sala; em casa a mesa e as cadeiras."

Outra expressão usada para opinar sobre a participação no projeto e a forma atual de trabalhar a matemática foi: " Naquela vez era melhor; a gente ficava mais à vontade e aprendia melhor."

Uma assertiva se reveste de muita importância.Ao perguntar, a um dos alunos entrevistados, se eles trabalhavam com Matemática fora ou somente em sala de aula através do livro, a resposta foi:

- " só dentro da sala de aula." ... É só conta , expressões, etc... ."

A resposta, dada pelo aluno, ensejou outra pergunta: Você acha que aprende mais matemática quando trabalha de uma forma mais livre , quando tem oportunidade de sair fora de sala de aula, ou quando fica somente em sala de aula? A resposta foi: " Fora da sala de aula." Por quê ? perguntei. A resposta surgiu prontamente:

- " Desenvolve mais o trabalho , porque nós vamos pesquisando também."

O termo " pesquisando" pode ser entendido como uma busca. Busca da verdade, do esclarecimento, da decisão e de conhecimento. Isso se constitui, talvez, a grande virtude do Método da Modelagem - favorecer essa busca. Esse favorecimento contribui para a realização do aluno, incentivando-o na busca do conhecimento e da verdade, além de capacitá-lo e incentivá-lo às novas experiências.

Outra manifestação que comprova a validade do método da Modelagem no ensino de Matemática foi a resposta à pergunta sobre a validade do trabalho desenvolvido.

- " Achamos, porque melhora a matemática. Precisa raciocínio e bastante calma; em todo o trabalho a gente usou matemática. Esse trabalho não foi em vão . "

Os alunos ressaltam a importância da forma de trabalho proposta pelo método da Modelagem , através de expressões como: " Foi bom. A gente fez um monte de coisas de matemática." Ainda, " É muito melhor a gente aprende muito mais coisas... não só Matemática, mas,muitas outras coisas também. Na Matemática aprende-se mais e melhor,pois, mexe-se com tudo na matemática."

3) Os alunos comparam as duas formas de abordagens metodológicas no ensino de Matemática: usual e através da Modelagem.

A questão: fale um pouco sobre o projeto de que você participou na 4a. série, feita a um dos alunos, durante a entrevista, teve a seguinte resposta:

- " Naquela vez era melhor, a gente ficava mais à vontade e aprendia melhor."

Indagado na seqüência sobre o por quê achar que eles aprendiam melhor, veio a seguinte resposta:

- " Porque a gente ficava livre, fazíamos as coisas mais à vontade e a professora ensinava bem."

E hoje? voltei a perguntar.

- " mais ou menos. Não é igual àquela vez; agora a gente fica só na sala."

Muitos alunos, em seus depoimentos e entrevistas, se referiram à diferença entre as formas de se abordar metodologicamente o ensino de matemática: o usual e através do método da Modelagem Matemática. Constata-se com base nos depoimentos e entrevistas que os alunos preferem atividades que exijam mais ação, mais a sua participação, como confirmam os depoimentos: " Porque a gente foi trabalhar, vendeu rifa, fez mercadinho, ajudou bastante na Matemática." Ou, " A gente aprende mais fora da sala." Ainda, " Desenvolve mais o trabalho, porque nós vamos pesquisando também."

Outra pergunta relacionada à forma como deveria ser trabalhada a matemática na escola, ensejou a seguinte resposta: " Da forma prática, não só conta pelos livros. Ou, " Esse projeto que nós fizemos foi bom porque faz parte da matemática. Tem medidas, litros, e o bom é que tudo isso faz parte da matemática, e não é só problema e exercícios... Eu acho que teve aproveitamento para todos nós."

Expressões como: " achei muito bom aprender a calcular áreas. No projeto não foi só matéria como era antes. A gente ficava com a cabeça cheia de matérias, não foi fácil de aprender , com o projeto, a gente se soltou um pouco, e vinha para a sala com a cabeça mais fria. E isso facilitava a aprendizagem." Ou, " Aprendemos muitas coias tivemos muitas vantagens de fazer esse projeto e trabalhando com a matemática."

Muitas outras manifestações como: " Foi um projeto ótimo e a professora quando falou dele todos nós os alunos se interessaram. Nós fizemos esse trabalho usando o método da Modelagem para medir o lote, medir cada semana o pezinho de muda ", foram usadas para exprimir a diferença entre as abordagens.

Ao perguntarmos como é que está sendo trabalhada a matemática, a resposta foi: " com livros; chegava, passava a matéria, explicava ... a aula era sá alí mesmo."

Outro aluno, referindo-se ao projeto respondeu; " Fizemos o trabalho na rua, fomos ao mercado, fizemos recibo e cálculos da pintura. " Quando perguntado se havia gostado de trabalhar daquela forma, ele respondeu;

- " Sim era melhor que agora."

Qual a diferença, perguntei.

- " Lá era mais prática." referindo-se ao projeto e " agora é pior" referindo-se à forma de trabalhar a matemática atualmente.

Os depoimentos e entrevistas realizadas, avaliam de forma clara e inconteste a forma de abordar metodologicamente o trabalho da forma usual, e o trabalho através do Método da Modelagem.

A forma usual no ensino de matemática está centrada na sala de aula e no livro, onde há o predomínio das leis, dos princípios e das definições. No método da Modelagem os exemplos, as ações desenvolvidas e os fatos ajudam os alunos a construir os conceitos básicos para o entendimento do conteúdo.

Dois exemplos tirados dos depoimentos retratam de forma clara, e permitem estabelecer comparações e evidenciam o contraste verificado entre as duas formas de abordagens. Um deles diz; " ... com livros, chegava, passava a matéria, explicava... e, a aula era só ali mesmo." Outro, " Fizemos o trabalho na rua, fomos ao mercado, fizemos recibo e cálculos da pintura."

4) Os alunos confundem a Matemática com o professor de Matemática.

Em suas manifestações, os alunos, usando formas diferentes, acabam relacionando a matéria com o professor.Muitas vezes, aquilo que se pensa sobre a Matemática é o que se pensa sobre o professor de matemática. Essa hipótese começou a despertar a minha atenção, após a leitura de alguns depoimentos

Entre os depoimentos, encontramos manifestações como as seguintes; " ... pena que são só 50 min. de aula, e se fosse a Profa. ... seria melhor " ainda, " Sim, porque a matemática hoje é cansativa. Antes era diferente e melhor " para responder à pergunta sobre como ele sentia a Matemática ensinada atualmente e a matemática trabalhada no projeto de Modelagem Matemática.

Algumas manifestações evidenciam que o aluno passa a opinar sobre a disciplina, a partir do professor da disciplina. O exemplo a seguir parece fortalecer essa evidência. Em resposta à pergunta: qual a opinião de um dos entrevistados sobre o trabalho realizadao na 4a. série?

- " Foi fácil, principalmente na matemática. Não foi aquela matemática cansativa; a gente media a sala , daí medíamos a casa da gente para ver quantos metros tinha. Foi gostoso e fácil. " Na continuidade da entrevista foi perguntado sobre como é trabalhada a matemática atualmente, e se eles, (os alunos) tiveram a oportunidade de trabalhar a matemática de uma forma mais prática.

- " Não, só ali mesmo ... " referindo-se à sala de aula.

O que você acha da matemática,perguntei. Ele laconicamente respondeu;

- " Detesto."

Voltei a perguntar; Por quê?

- " Eu não vou indo bem em cálculo e tabuada. O professor vive falando que tem que estudar 2 (duas) horas por dia, mas é ruim, porque quase não tem jeito de estudar."

E com a professora, vocês gostavam ? tornei a perguntar.

- Ah! Com ela sim, não era cansativo."

Você não gosta, então, é da forma como a matemática é trabalhada? perguntei.

- Sei lá, só sei que ninguém está se dando bem com o professor... ."

Depreende-se da entrevista que, muitas vezes, a implicância com a disciplina, o desinteresse e a resistência para aprender tem muito a ver com a forma com que ela é tratada metodologicamente, a relação professor-aluno e a postura do próprio professor frente à disciplina.

5) Como a matemática deveria ser trabalhada na escola, segundo os alunos.

Os depoimentos e as entrevistas dão-nos uma perspectiva de como os alunos gostariam que a matemática fosse trabalhada na escola. Em suas manifestações os alunos deixam claro a forma de trabalho em Matemática de que mais gostam e também a forma de que não gostam. Para demonstrar suas reações foram usadas expressões diversas como: " Da forma prática, não só conta pelos livros. " Ainda, " Que tivessemos mais liberdade, que saíssemos para fora da classe."

Os alunos acreditam que aprendem mais matemática quando têm a possibilidade de sair fora da classe. Um dos depoimentos expressa claramente essa crença; " Desenvolve mais o trabalho, porque nós vamos pesquisando também." Ainda, " ... a gente precisa associar Matemática com as outras matérias. Ajuda bastante, qualquer trabalho usa Matemática." Também a expressão:"

Porque a gente ficava livre, faziamos as coisas mais a vontade e a professora ensinava bem."

Outra manifestação retrata a preferência por uma forma de trabalho que não fique presa somente a livros e à sala de aula, está contida na expressão: " Esse projeto, que nós fizemos ... .Tem medidas , litros, e o bom é que tudo isso faz parte da matemática e não só problemas exercícios."

Essas manifestações comprovam que as crianças se interessam pelo trabalho com matemática que não fique restrito ao livro e à sala de aula, mas um trabalho contextualizdo onde as ações em cada disciplina, ganhem maior significação.

6) Os professores de 1ª a 4ª séries," ensinam" mais do que os professores de 5ª a 8ª séries.

Em várias manifestações, os alunos, principalmente de 5ª série, que tiveram oportunidade de trabalhar nos projetos de Modelagem Matemática desenvolvidos nas escolas , quando ainda estavam na 4ª série,expressam que existe diferença entre o " ensino" realizado pelo professor de 1ª a 4ª série e o professor de 5ª a 8ª série.

Ao entrevistarmos um aluno de 5ª série, que havia, na 4ª série, trabalhado no projeto e Modelagem , constatamos a seguinte afirmativa sobre a forma de se trabalhar no ensino na 4ª e 5ª série:

" Lá era mais fácil porque a professora ajudou bastante, agora a gente não aprende quase nada, e os professores não ajudam muito."

Também alguns depoimentos manifestam a diferença na forma de ensinar de 1ª a 4ª série e de 5ª a 8ª série. Embora não consigam explicar claramente, e, em algumas vezes, até se contradizendo, conclui-se que os alunos acham que os professores de 5ª a 8ª séries ensinam menos do que os professores de 1ª a 4ª série. Algumas das expressões usadas para caracterizar essa diferença, foram: "Quando se trabalha com um só professor fica mais fácil." ou, "São só 50 minutos de aula." Ainda, "Ajudam bastante, todo mundo colaborou na sala, a professora principalmente."

CAPÍTULO VIII.

CRITÉRIOS NORTEADORES PARA A ADOÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE 1º E 2º GRAUS

Os cursos com os professores, a elaboração e desenvolvimento dos projetos nas escolas, os relatórios, os depoimentos dos professores e alunos, gravados e escritos, forneceram, ao lado da experiência adquirida com a realização de vários cursos de Modelagem Matemática, coordenação e acompanhamento de projetos, orientações monográficas, leituras de dissertações e livros que tratam de Modelagem Matemática, além do trabalho de mestrado, elementos capazes de se constituírem em critérios a serem observados em uma proposta para a adoção do método.

Alguns critérios que consideramos importantes de serem focalizados foram resultantes e frutos do trabalho realizado ao longo desses anos.

8.1 Da escolha dos temas

A escolha do tema deve ser, preferencialmente, dos alunos. É possível, no início de um trabalho com Modelagem, o professor ter preferência pelo trabalho com um único tema. A razão determinante de tal escolha é a insegurança de trabalhar vários temas. Com a experiência e a segurança adquirida, é possível o professor trabalhar 4 ou 5 temas.

O fato de o professor aceitar diversos temas para o trabalho em classe, é muito positivo, por várias razões. Por um lado, possibilita um maior interesse, dada a diversidade de temas. Por outro lado, manifesta-se a flexibilidade do processo, dados os diferentes caminhos que os vários grupos tomam. Além disso, possibilita ao professor colocar sua experiência, abertura e disponibilidade. Isto tudo favorece o estreitamento do vínculo professor - aluno, que vai se consolidando no decorrer das atividades.

Contudo, como afirma Biembegutt[1], que realizou uma experiência com Modelagem nas suas turmas de 2º grau, um grande número de temas pode tornar o atendimento ineficiente aos grupos com o propósito de aprofundar mais os estudos. Nessa experiência, a professora trabalhou com 11 temas.

O trabalho com a Modelagem, nas escolas, tem se desenvolvido em pequenos grupos de 3 a 4 elementos. O número é ideal para que se realize a intereção entre os seus elementos. Outro fato é que o trabalho em grupo aprofunda a relação afetiva com o professor. Essa relação é fundamental em qualquer empreendimento; na escola, ele toma uma dimensão maior ,pois possibilita um clima de confiança e respeito mútuo. A experiência tem mostra-

---

1. BIEMBEGUTT,M.S. Modelação Matemática como método de ensino - aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus. Dissertação de mestrado. Unesp. Rio Claro, 1990

do que grupos de 6 a 8 elementos se tornam improdutivos,e aquilo que poderia se constituir em ganho, acaba se tornando perda.

O professor inexperiente nesta prática deverá revestir-se de cautela. Seria aconselhável, de início, trabalhar com um tema, decidido em conjunto com a classe, procurando sempre aquele que seja mais significativo para ela.

Os temas para o trabalho com Modelagem Matemática são escolhidos pelos próprios alunos.Os temas podem estar incluídos em várias atividades: indústria, comércio , agricultura pecuária, saúde, brincadeiras infantis, jogos diversos, temas atuais como inflação, caderneta de poupança, habitação e outros.

8.2 Do Papel do Professor

O professor deve proporcionar um clima de liberdade para os seus alunos, para o trabalho com a Modelagem Matemática. Incentivar a escolha do tema, oferecendo várias alternativas para os alunos, não direcionando, é uma forma de liberdade.

O papel do professor, no método da Modelagem, assume características diferentes do papel do professor na forma tradicional de ensino. Nessa proposta, o professor tem o papel de mediador da relação ensino-aprendizagem isto é, orientador do trabalho, tirando as dúvidas, colocando novos pontos de vista com relação ao problema tratado e outros aspectos que permitam aos alunos pensarem sobre o assunto.

O contato mais próximo com os alunos, através dos grupos, favorece um vínculo mais estreito entre professor e alunos e também possibilita em muitos aspectos as relações entre os próprios alunos.

Muitas vezes, o professor poderá sentir-se"impotente" diante de algumas situações que ocorrem com o trabalho envolvendo a Modelagem Matemática. É o momento em que o professor deverá buscar auxílio de outras pessoas, ou pessoa, para superar a dificuldade encontrada. Um exemplo dessa situação ocorre quando, no trabalho, se propõe deternimar os custos de uma determinada casa a partir da maquete.O professor não tem necessidade de saber tudo a respeito de construção; assim, a palestra de um técnico, de um engenheiro, é importante. Muitas vezes, pais de alunos podem entender de construção por serem pedreiros, mestres de obra, ou terem uma atividade de alguma forma ligada ao assunto e prestar as informações necessárias para a sequência do trabalho. Assim, qual a quantidade de pedra brita, areia e cimento, necessária para se preparar um metro cúbico de concreto? Essa pergunta poderia, se o professor não tivesse conhecimento, ser dirigida a uma pessoa " do ramo", para ser respondida.

No trabalho com a Modelagem, muitas vezes há necessidade de o professor recorrer aos pais de alunos para a elucidação de algumas questões referentes ao trabalho. Consideramos esse momento extremamente positivo. Por um lado, os pais podem conhecer e se inteirarem daquilo que se está realizando na escola. De outro lado, é também uma forma de participação mais efetiva dos pais nos assuntos da escola e não somente participação nas reuniões onde se tratam de formas de se arrecadar dinheiro para a escola ou na entrega dos boletins de seus filhos ou, ainda, para se cientificar de alguma irregularidade.

Nos cursos noturnos, o professor deve incentivar a participação dos alunos em trabalhos envolvendo a Modelagem, pois a maioria dos alunos já tem alguma atividade, seja no comércio, indústria na construção ou na agricultura.

Ao trabalhar com os temas, pode acontecer que a solução de um problema proposto possa necessitar de conteúdos não previstos para aquela série. O professor deve favorecer o trabalho com o conteúdo para não gerar o desinteresse no grupo. Em algumas oportunidades, o conhecimento deverá ser construído de modo a resolver, dentro do nível e compreensão dos alunos, os problemas propostos.

Cabe, ainda, ao professor, fazer a interação entre os problemas estudados, seja a partir de um único tema, seja a partir de vários temas. Pode acontecer que o problema de um grupo não desperte o interesse do outro grupo. Isso não deve se constituir em um empecilho para o trabalho. O professor também não deve se sentir "pouco prestigiado" ou de alguma forma "diminuído"; nesse momento, o interesse do trabalho é centrado no tema escolhido pelo grupo. Uma exposição, ou apresentação final do trabalho de cada grupo pode favorecer a disseminação de todos os assuntos tratados e poder-se-ia dar a ênfase a um problema levantado por um grupo, que naquele momento não havia sido percebido pelos demais grupos.

Ao professor, cabe o papel de estar muito atento para chamar a atenção dos conteúdos que surgem a partir do desenvolvimento do processo desencadeado pelo Método da Modelagem. A cada momento o professor atento pode chamar a atenção dos grupos para a Matemática que está sendo usada , mesmo nas menores ações que os alunos realizam. Muitos conteúdos podem surgir em momentos diferentes daqueles que surgem no ensino realizado de forma tradicional. Um exemplo, surgido no decorrer do trabalho com a Modelagem Matemática: trata-se do Máximo Divisor Comum. Normalmente, esse conteúdo surge somente quando da simplificação de frações. No trabalho com a Modelagem, o Máximo Divisor Comum surgiu da necessidade de dividir comprimento e largura de uma casa, por um mesmo número de vezes e, a partir disso, trabalhou-se de uma forma mais crítica, tanto o conteúdo de máximo divisor comum, quanto o de divisores de um número.

Quando esse momento passa despercebido pelo professor, esses conteúdos serão trabalhados nas ocasiões clássicas do ensino tradicional.O fato de se chamar a atenção para esses momentos e detalhes, é porque esta forma de se realizar a prática pedagógica, além de desmitificar o ensino de Matemática ,prepara o professor para situações análogas e dá-lhe mais segurança para as situações futuras.

Um outro aspecto que consideramos importante, nesse tipo de trabalho, é a construção de um pequeno histórico a respeito do tema tratado. Se o tema escolhido foi esporte, por exemplo, então: onde começou a ser praticado o esporte? como eram os locais onde se praticava o esporte? quando teve início? quais as modalidades? e outros aspectos julgados interessantes pelo grupo. A construção desse histórico pode ser aproveitada para uma integração com várias áreas entre elas: História, Geografia, Língua Portuguesa e outras.

Dessa forma, quando a Matemática é tratada em um contexto mais amplo, através do processo de ensino, também o processo de aprendizagem se torna mais amplo.

8.3 Do programa previsto x programa trabalhado

A grande preocupação para alguns professores e coordenadores de área, quando se trata da Modelagem, é com relação ao programa estabelecido para a série. Dentro da concepção atual da Matemática, a preocupação com o programa a ser cumprido é muito grande.

O grande desafio experimentado ao se propor a Modelagem, como um método alternativo para o ensino de Matemática, nos cursos regulares de 1º e 2º graus, é encontrar uma ou mais formas alternativas no sentido de compatibilizar os conteúdos previstos para determinada série e o conteúdo possível, trabalhado com a Modelagem Matemática. De 1ª a 6ª séries a Modelagem, através da maioria dos temas até então trabalhados, contempla, de forma muito satisfatória, os conteúdos previstos.

Nas últimas séries do 1º grau, 7ª e 8ª, alguns conteúdos, como por exemplo polinômios, operações com polinômios, números inteiros relativos , inequações do 1º grau, podem não ser contemplados, dependendo do tema trabalhado. Uma forma encontrada para sanar essa dificuldade foi trabalhar parte da carga horária da disciplina de Matemática com o tema sugerido pelos alunos e, parte da carga horária, o professor usar para tratar dos conteúdos não contemplados no tema desenvolvido. Com a realização de várias experiências, o professor vai encontrando situações em que esses conteúdos possam ser tratados.

Outro ponto a ser considerado, no trabalho com a Modelagem, é relativo à seqüência dos conteúdos. Diferentemente da forma tradicional, onde os conteúdos estão ordenados logicamente e assim são trabalhados, na Modelagem não existe essa seqüência rígida, pois os conteúdos são determinados pelo problema ou interesse de cada grupo.

O método da Modelagem também propicia a oportunidade de um mesmo conteúdo repetir-se várias vezes no transcorrer das múltiplas atividades e em momentos distintos. A oportunidade propiciada, de um mesmo conteúdo, poder ser tratada diversas vezes, em situações distintas, permite a compreensão das idéias fundamentais,podendo contribuir, de maneira significativa, para a percepção e compreensão da importância da matemática no cotidiano da vida de cada indivíduo, seja ou não ele matemático.

8.4 Do trabalho com a Modelagem no 1º grau.

O trabalho com Modelagem Matemática difere na ação, de acordo com o nível trabalhado. Ao nível de 1º grau, de 1ª a 4ª séries, o trabalho com modelagem dificilmente parte de problemas mas, de interesses. Os problemas podem aparecer a partir da 3ª série; com isto não estamos querendo dizer que nunca aparecem problemas na 1ª ou 2ª séries, ou que não vão existir interesses a partir da 3ª série. O trabalho, até agora realizado, tem mostrado que as crianças de 1ª e 2ª séries têm desencadeado o processo de Modelagem através de interesses como jogos, brincadeiras, histórias infantis e mercadindo.

Nas 1ªs séries, a preocupação é maior com o processo do que com o produto, contudo, os trabalhos estão mostrando que o produto é também muito bom. Uma experiência desenvolvida, através do mercadindo, na 1ª série[2], ajudou de forma significativa, as crianças, na construção dos conceitos de número e das quatro operações.

Na 2ª séries, tem-se observado que os professores começam a experimentar as brincadeiras, por ser aquilo que mais interesse desperta nas crianças. Dentre essas brincadeiras, a" amarelinha", "brincadeira de roda", e "círculo vergonhoso" são

---

2. Experiência desenvolvida pela profª Maria da Graças M. Ferreira, na Escola Estadual Visconde de Guarapuava, que constituiu-se em trabalho de monografia do curso de especialização em Ensino de Matemática e Ciências de 1ª a 4ª séries.

as mais trabalhadas por serem as mais praticadas, e pela forma interessante e desafiadora de se trabalhar, além de envolver matemática, português, educação física, geografia, ciências e história.

Inicialmente, após a escolha do tema, alguns questionamentos colocados pela professora desafiam os alunos a fazerem um pequeno histórico da brincadeira escolhida, com o propósito de responder às questões colocadas. Onde teve início aquela brincadeira? quem brincava? como se brincava? e outras questões que acabam por se tornar uma interessante forma de pesquisa.

Muitas dessas brincadeiras podem ser jogadas de formas diversas e isso é feito; também a forma das quadras pode ser variada. Após isso são colocados vários desafios sobre como formar novas regras. A matemática é trabalhada na execução da brincadeira, na construção das quadras, nas regras da brincadeira e na elaboração de novas regras.

Na terceira série, além das brincadeiras e jogos, foi desenvolvida uma experiência[3], tendo como enfoque o Zoológico. Foi trabalhado com o problema da despesa mensal do Zoológico. O trabalho envolveu a Matemática, além de Geografia, História e Ciências.

Alguns professores, podiam não se sentir em condições de desenvolver um projeto. Contudo, chegaram a realizar pequenas experiências com o objetivo de se estudar medidas, ou ou-

---

3. Experiência desenvolvida no Colégio Estadual Presidente Kennedy-Ensino de 1º e 2º Graus-Flor da Serra, Medianeira-Pr, coordenada pela Profª Ione Maria Gasperim.

tros tópicos do conteúdo previsto parsa a série. Ao realizar o trabalho com medidas, o professor vai percebendo a importância das ações desenvolvidas pela própria criança, na construção dô próprio metro, na forma de medir, o porquê da necessidade de unidades maiores e menores do que a unidade padrão. Como as conversões se realizam, se tornam mais compreensivas se trabalhadas de uma forma prática. O professor pode, através das ações desenvolvidas, construir o conceito de medir. Esse trabalho envolve, de uma maneira mais interessante e efetiva, as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Como aquilo que os alunos medem tem forma, o trabalho com a geometria, de uma maneira bem intuitiva ou não, pode ser executado.

Algumas experiências (três) desenvolvidas com 4ªs séries: pintura da sala de aula, quadra de basquete e plantação de café (trabalho de monografia) mostram que é possível trabalhar quase que todo o programa da 4ª série. Uma experiência recente está sendo desenvolvida com uma 4ª série[4], que trata do "Encortinamento da Escola ". Os alunos estavam montando a maquete da sala de aula, feita de isopor. O trabalho com medidas e proporcionalidade usadas para a construção da maquete, pareceu bem compreendido pelos alunos. A diferença entre figuras planas e figuras espaciais estava sendo trabalhado. A dificuldade, segundo as professoras, havia sido conter o entusiamo dos alunos, pois queriam fazer tudo no mesmo dia. Os alunos haviam procurado as

----
4. Trabalho desenvolvido na Escola Estadual Dr. Ari Borba Carneiro - Cândido de Abreu-PR.

professoras para contar que estiveram em uma vidraçaria para pedir pedaços de vidro para a construção dos vitrôs. O tempo todo os alunos queriam trabalhar com a Matemática.

Na 5ª série, os trabalhos desenvolvidos, seja durante a realização de projetos ou não, que têm tido uma maior incidência na escolha, são as maquetes. As maquetes de casa, de campo de futebol, e de quadra poliesportiva têm despertado muito o interesse, tanto de alunos, quanto de alunas. Esses temas propiciam o desenvolvimento de, praticamente, todo o conteúdo da série, como também conteúdo de outras séries.

Pontos positivos de um trabalho realizado em uma escola particular[5], onde se usa a apostila, merecem destaque. Com algumas dificuldades iniciais, pelo número de horas concedidas para a realização do trabalho, (1 hora semanal), a iniciativa foi muito bem aceita, tanto pelos alunos, como pelos pais dos alunos e também pela direção da escola .

Na 6ª série, temas que envolvam compra, venda e custos propiciam o cumprimento de boa parte do programa de matemática, envolvendo regra de três, proporções, juros e porcentagem. Outros temas como horta, arborização, já trabalhados em projetos, mostraram uma série de conteúdos matemáticos, além desses enunciados. Medidas convencionais de comprimento e superfície, medidas não convencionais e agrárias, perímetro, área e forma de figuras foram alguns dos conteúdos trabalhados.

---

5. Trabalho desenvolvido pelo professor Carlos Roberto Ferreira- Escola São José - Apucarana-PR.

Em um dos cursos realizados com professores, um dos grupos optou por trabalhar o tema micro-empresa de confecções. O grupo conseguiu uma planta da cidade na prefeitura.

No trabalho de localização da loja, o grupo percebeu que poderia explorar a localização de vários pontos da cidade como igreja, prefeitura, escola e outros pontos, construindo um sistema de referência a partir de um determinado ponto. O sistema de coordenadas cartesianas poderia ser bem trabalhado com os alunos em uma situação análoga. Outro ponto desse trabalho foi determinar a distância entre o local onde o grupo se encontrava e a loja da micro-empresa. A discussão foi feita em cima do seguinte problema: por que a distância calculada, através do mapa, e a realmente percorrida não coincidiam?

Alguns conteúdos, não contemplados no desenvolvimento da Modelagem, podem ser complementados com outro tema, ou ainda, ser tratados da maneira adotada por alguns professores onde parte da carga destinada à disciplina de Matemática é trabalhada com os conteúdos não abordados na experiência com a Modelagem.

Na 7ª e 8ª séries o trabalho com a Modelagem pode abordar qualquer um dos temas já relacionados e lá serão trabalhados muitos dos conteúdos previstos para cada série. Em um dos projetos desenvolvidos, a 7ª série da Escola Municipal Lacerda Werneck, localizada em Entre Rios - Guarapuava-PR tratou de 4 (quatro) temas. Foi um projeto onde foram trabalhados vários temas. Uma experiência desenvolvida com uma turma de 7ª série baseava-se em um problema vivido pela escola, que era a reforma e construção da arquibancada da quadra de esporte[6]. Outra experiência também envolvendo a 7ª série, tratava das doenças da infância. O trabalho pretendia levantar as principais doenças contraídas na infância, a faixa etária e outros aspectos, como prevenção e cura.

O desenvolvimento de um projeto numa escola tratava da localização de uma favela "Toca da Onça"; teve início em um ano e foi concluído em outro ano. A turma de 7ª série era formada pelos alunos da 6ª[7].

Na 8ª série, um trabalho tratou da Maquete da Escola. O trabalho desenvolvido chegou a fazer parte de uma exposição na feira de ciências realizada. O trabalho envolveu muitos conteúdos da série, como: medidas, polígonos, área de figuras regulares e irregulares, aplicação da fórmula de Heron, cálculo do volume, triângulos, paralelismo, perpendicularismo. O conteúdo de radicais, racionalização, equações do 2º grau, irracionais e biquadradas foram ,segundo a professora, trabalhados nas duas aulas semanais, da carga horária de quatro aulas semanais de Matemática.

---

6. Experiência desenvolvida pela profª Maria Helena dos Santos, na Escola Estadual Dr. Ari Borba Carneiro - Cândido de Abreu-PR .
7. Experiência desenvolvida pela profª. Eroni Santos - Escola Estadual Santo Antonio - Pinhão PR .

8.5 Da Modelagem Matemática no 2º grau.

Uma experiência com Modelagem Matemática, aplicada ao curso de 2º grau, trabalhou um mesmo tema: Uma experiência no ensino da matemática comercial usando o método da Modelagem, com uma turma de 6ª série, no período da manhã, e com uma turma de 1º série do 2º grau noturno. O tema desenvolvido foi o custo da construção de uma casa de 80 m^2. Mesmo sendo um curso noturno e o trabalho exigindo algumas pesquisas em casas de materiais de construção, as conversas com engenheiro foram muito proveitosas, porque alguns dos alunos trabalhavam em construções e isso chamou mais o interesse para o tema. O trabalho foi realizado em grupos de 4 elementos e isso fez com que todos se envolvessem de uma forma muito positiva.

O conteúdo, desenvolvido durante a realização do trabalho, envolveu além da quantidade de material, o custo dele. Juros, regra de três, porcentagem, desconto simples, desconto por fora, duplicatas, recibo, juros compostos, medidas, cálculo de áreas, medidas de capacidade, geometria, formas propiedades de algumas figuras, cálculo com madeiras e outros, foram abordados[8].

No curso de magistério na disciplina de Prática de

---

8. Experiência realizada sob coordenação da Profª Beatriz Pontarollo - Cantagalo - PR.

Matemática[9], os alunos estiveram desenvolvendo dois temas: construção civil e horta escolar. Além disso, no curso de Educação Geral[10], os alunos de 2ª série noturno chegaram a desenvolver a construção de um Aquário.

Embora a disciplina lecionada nesta série fosse Biologia, a professora tinha contemplado muitos conteúdos matemáticos de uma forma que, segundo alguns alunos, já não distinguem se a aula era de Matemática ou Biologia. Segundo, ainda, o depoimento de um aluno, nas últimas aulas da noite, que eram monótonas, e a maioria dos alunos sentia muito sono, o que foi confirmado pela professora, passaram a ter uma maior participação e, algumas vezes, os grupos ficam após o horário de aulas, discutindo assuntos de Física e Química, que eram pertinentes ao trabalho com o Aquário.

Em encontros com esses professores, procuramos discutir as dificuldades encontradas, e planejar alguma forma de contornar essas dificuldades. Muitas vezes o professor se questionava se estava fazendo "mesmo" a Modelagem. Esse tipo de preocupação é muito natural, pois, para quem estava trabalhando de uma forma onde as ações eram rotineiras, determinadas pelo livro e programa da série, sair, quebrar a rotina, permitir que as ações fossem compartilhadas com a classe devia mesmo causar uma

---

9. Experiência desenvolvida no Colégio Estadual Dr. Cândido de Abreu - coordenada pela Profª Maria Tereza - Cândido de Abreu-PR
10. idem, coordenada pela profª Luci Moser - Cândido de Abreu-PR.

certa insegurança. Contudo, sempre enfatizamos que a forma de se trabalhar a modelagem não pode, nem deve ser única. A forma mais conveniente deve ser analisada e discutida pelo professor e a turma que vai desenvolver o trabalho. É a turma que deve escolher a melhor forma de desenvolvê-lo, respeitado os princípios propostos pelo método da Modelagem.

Alguns encontros realizados com professores no sentido de discutir uma proposta curricular podem favorecer reuniões mais constantes com os professores de Matemática. Com isso, foi-se mostrando que, a partir de uma situação mais concreta, como por exemplo a da construção da maquete de uma casa, podiam ser trabalhados vários conteúdos de Matemática do 2º grau. A partir da construção de uma parede lateral, onde se localizam as janelas e uma porta, e de um sistema de eixos cartesianos, alguns conteúdos de geometria analítica puderam ser trabalhados:

O sistema cartesiano.

Abscissa dos pontos A,B,C,... .

Ordenada dos pontos A,B,C,... .

Distância entre dois pontos A e C,D e B,... .

Ponto médio de segmentos AB, DB, ...

Condição de alinhamento de três pontos.

Equação geral da reta.

Intersecção de retas, DB, AC,... .

Coeficiente angular.

Condições de paralelismo e perpendicularismo de retas.

Outros tantos conteúdos como: distância de um ponto a uma reta, área do triângulo, do quadrilátero e equação da circunferência, podem ser trabalhados[11].

A partir do levantamento das paredes, pode-se trabalhar as propriedades das figuras de duas e três dimensões, pela comparação das figuras da planta baixa, e as figuras espaciais formadas pelas paredes. A parte intuitiva de retas e planos, planos e planos. O estudo de alguns sólidos geométricos , relação de Eüler, áreas laterais e totais e volume de alguns sólidos pode ser realizado.

Pode-se, ainda, na realização desse trabalho, realizar uma vinculação muito estreita entre geometria espacial e geometria plana . O estudo de alguns sólidos geométricos como: pirâmide, cone, cilindro e esfera não foram contemplados em alguns elementos da casa, contudo, puderam ser aproveitados os momentos propiciados pela motivação, para se estudar esses sólidos.

Outro elemento da casa que possibilitou o trabalho com uma série de conteúdos foi, a "tesoura".

Na "tesoura" da casa foi possível trabalhar com geometria, explorando-a a partir da forma da "tesoura", o porquê da forma triangular. Haveria possibilidade de outras formas para a "tesoura" ? No estudo dos vários triângulos formados puderam

---

11. Cf. operacionalização do exemplo apresentado no anexo 4.

eles ser classificados quanto à forma dos lados e quanto à abertura dos ângulos internos. Pode ser iniciada a construção de triângulos através da régua e compasso. A proporcionalidade entre os triângulos pode ser tratada; as relações métricas no triângulo retângulo,Teorema de Tales, conseqüências da lei de Tales, a área do triângulo, do perímetro, bem como razões trigonométricas e relações métricas no triângulo retângulo e triângulo qualquer. O trabalho dos conteúdos, envolvendo Geometria Analítica, como: ponto médio de um segmento, segmentos proporcionais, área do triângulo, equação geral da reta, intersecção de duas retas, e outros, podem ser realizados.

O assunto envolvendo funções do 1º grau pode ser realizado, seja após a construção das paredes, seja a partir das "tesouras" para o telhado. Função constante , função identidade e função afim.

Pode-se observar que, à medida que pensamos sobre algo, mais esse algo se revela para nós. Na Modelagem Matemática à medida que a realizamos, mais aspectos a serem tratados vão surgindo, mais problemas vão se descortinando. Novas opções se apresentam para tratar um mesmo assunto. Essas ações permitem a assimilação de novas experiências.

Para aprender a trabalhar a Modelagem Matemática, tem-se que fazer Modelagem. Assim, quando os professores manifestam, em seus depoimentos, que não se sentem preparados para mudança na forma de se trabalhar a Matemática, uma indagação surge em minha mente: quando se está realmente preparado para alguma coisa? Temos que dar início às ações , vencer a força de inércia que gera a resistência a qualquer mudança. Temos que iniciar, e mesmo que os obstáculos se coloquem à frente, vale a máxima" obstáculos são feitos para serem transpostos". Essa atitude demonstra, no mínimo, disposição para a mudança, coragem para romper com o tradicional já há muito estabelecido.

8.6 Da duração de uma experiência envolvendo Modelagem Matemática

A duração de uma experiência envolvendo o Método da Modelagem é variável. Depende do interesse pelo tema proposto, dos problemas levantados e das soluções encontradas e da própria motivação do grupo. Os trabalhos até agora desenvolvidos mostram que alguns temas relacionados à construção de maquetes: de casas, de praças e quadras de esportes, são aqueles que têm tido uma duração maior, um semestre ou mais.

Outros temas, contudo, podem ter uma duração menor, cerca de 1 ou 2 semanas o que corresponde de 05 a 10 aulas. Alguns professores têm feito pequenas experiências com suas turmas, fazendo uso do Método da Modelagem. Essas pequenas experiências vão dando maior segurança ao professor, encorajando-o a novos empreendimentos com o método. No entanto, uma experiência realizada em uma escola teve a duração de um ano.

Outros temas como: horta escolar, arborização, localização de uma vila, extensão da rede de água,esgoto ou energia elétrica podem apresentar uma duração de 1 a 3 meses, que corresponde de 15 a 45 aulas. Contudo, a duração de uma experiência é em função do interesse dos grupos. Daí a importância de o tema ser escolhido pelo grupo de alunos, pois eles se tornam co-responsáveis pelo desencadear do processo de ensino e onde o interesse, a motivação, deverá, por certo, refletir-se positivamente no processo de aprendizagem.

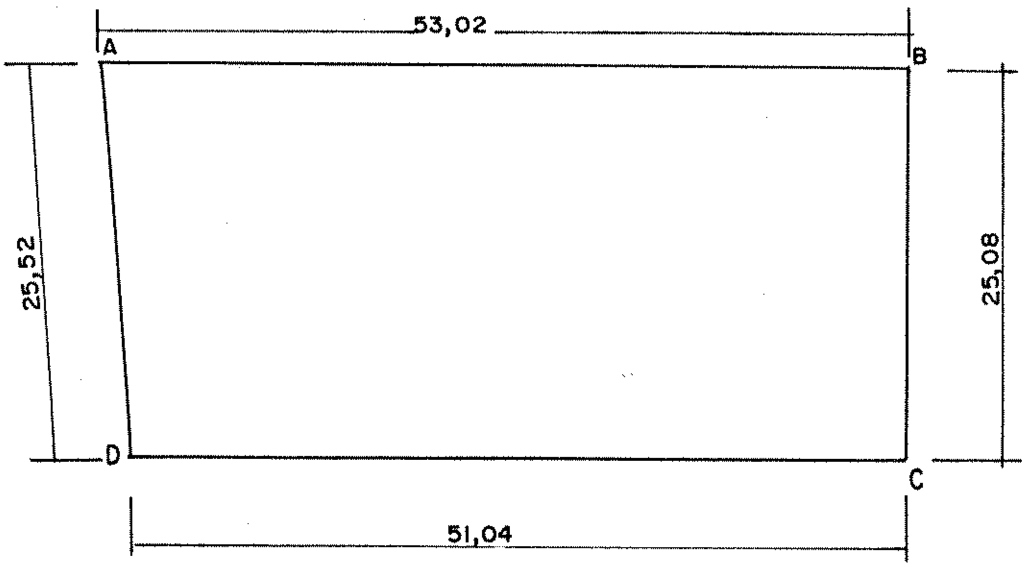
8.7 Do Método da Modelagem e a Reestruturação Curricular do Estado do Paraná .

Desde 1987, a Secretaria da Educação do Estado do Paraná vinha promovendo reuniões, discussão com os educadores das escolas, através dos Núcleos Regionais de Educação, com o propósito de uma restruturação curricular. Diferentemente da maioria das reestruturações curriculares, onde o objetivo é a mudança pura e simples do conteúdo ou da metodologia, e onde o profesor vai apenas executar a proposta, esta tem como preocupação maior a discussão da Concepção de Matemática, que os professores têm e que, a partir dessa discussão, o professor possa construir a sua concepção de Matemática.

Nessa nova concepção fica muito clara a intenção de uma estreita articulação entre número, medidas e geometria. Atualmente,essa falta de articulação tem sido a responsável pela compartimentalização dos conteúdos, e em conseqüência por um ensino de Matemática também fragmentado.

Essa proposta em estudo da mudança curricular,parece contemplar o método da Modelagem, na sua maneira de tratar os conteúdos matemáticos, de uma forma articulada. A Modelagem Matemática parece ser um das alternativas para a operacionalização dessa proposta.

Um exemplo tirado dos próprios cursos, envolvendo a Modelagem Matemática, confirma nossa afirmativa. O exemplo se refere à construção de uma quadra de esportes onde, após a construção do metro, o terreno foi medido, e calculado o seu perímetro. Em metros, o terreno apresentou as seguintes medidas: lateral direita 51,04m, lateral esquerda 53,02m, frente 25,52m e fundos 25,08m. O desenho a seguir mostra a configuração do terreno.



A soma das medidas do terreno:

S = 51,04m + 53,02m +25,52m + 25,08m

S = (51,04 + 53,02)m + (25,52 + 25,08)m

S = 104,06m + 50,60m

S = 154,66m

No exemplo apresentado, foi feita a vinculação entre número, medida e geometria. Na vinculação com número temos os números racionais e a aplicação da propriedade associativa. Com relação a medidas, a soma dos lados. Nesse trabalho havia sido usada, inicialmente, a unidade braça como unidade de medida de comprimento e, posteriormente, foi usada a unidade de medida convencional, o metro. A geometria contemplou a forma do terreno.

Espera-se que a abertura proporcionada para a discussão da proposta de reformulação curricular possa contribuir para o professor adotar uma prática educativa mais livre,capaz de criar alternativas para o ensino de Matemática na escola. Cabe ao professor fazer uso da abertura proporcionada para consolidá-la de forma a contribuir, efetivamente, para a formação dos nossos educandos.

8.8 Da avaliação na Modelagem Matemática.

O ensino, através da Modelagem, oferece oportunidade para uma pequena reflexão sobre a avaliação, uma vez que difere da postura encontrada no ensino tradicional.

No ensino tradicional, a avaliação tem tido, via de regra, caráter punitivo para o aluno. A preocupação tem sido, simplesmente, saber se o aluno sabe ou não o pedido. Se o aluno sabe, então é recompensado com notas, elogios e promoção. Se o aluno não sabe ele é punido várias vezes, seja com a diminuição do valor total da nota, seja com palavras como você precisa estudar mais ou então, não seja preguiçoso, ou ainda, se continuar desse jeito, você vai reprovar. Outra forma de punição é a discriminação que geralmente é feita pelo professor ou pelos colegas. No entanto, a maior punição ocorre quando aquelas dificuldades encontradas pelo aluno, na avaliação, não recebem a atenção devida, logo em seguida, no sentido de serem superadas.

O caráter punitivo da avaliação, desde as primeiras séries do 1º grau, parece ter contribuído, de forma notável, para o surgimento de alguns aspectos negativos para o ensino de todas as disciplinas, mas, especialmente, para o ensino de Matemática. Dentre esses aspectos, o conformismo dos estudantes e a aceitação das regras , das "dicas", dos "atalhos", enfim, qualquer meio que conduza à resposta correta, não levando em consideração a compreensão, o entendimento daquilo que se está fazendo, é uma das conseqüências.

Na Modelagem Matemática, quando se proporciona ao aluno liberdade para que faça uso das suas potencialidades, suas estratégias próprias, de sua intuição, da sua maneira pessoal de pensar e associar as idéias e experiências diante de uma situação-problema, torna-se claro e coerente o objetivo da avaliação. Na Modelagem Matemática não existe o modelo "certo" ou "errado" ou modelo "verdadeiro" ou "falso"; existe o modelo "mais" ou "menos" refinado, e isto é muito diferente de estar "certo" ou "errado". Um modelo é mais refinado quando diz mais a respeito do objeto de estudo, é capaz de predizer com maior exatidão, pois relaciona mais variáveis significativas do problema.

Nesta proposta apresentada, a avaliação, além das considerações anteriores, atribui significado muito especial ao desempenho do educando. Nesse sentido, a forma proposta evidencia de forma clara, a dicotomia entre a avaliação que denominaremos episódica e a avaliação processual.

A avaliação episódica é realizada em momentos distintos, isto é, é realizada em partes, onde o conceito ,ou a nota integral, é composta de duas ou mais avaliações parciais. Contudo, não raras vezes, essa avaliação pode acontecer em um único momento do bimestre e visa essencialmente o conteúdo.

A avaliação processual possui caráter contínuo e permeia todo o transcorrer das atividades. Essa maneira de avaliar permite levar em consideração vários aspectos como: iniciativa, discernimento, participação, criatividade, capacidade de interação, persistência nos objetivos propostos, além da compreensão do conteúdo matemático. Ao levar em consideração mais aspectos pertinentes aos educandos no processo de ensino, propicia uma análise mais completa, por parte do professor, na avaliação da aprendizagem. Nesta prática educativa a avaliação deverá ter sempre o caráter de reorientação do método.

A avaliação, visando ao caráter de reorientação, parece favorecer a criatividade do processo que caracteriza a Modelagem Matemática. Nesse sentido, uma avaliação que mostra baixa adequação das respostas dos alunos pode redirecionar o processo na perspectiva da busca do objetivo proposto,por um outro caminho ainda não trilhado. Isso garante a flexibilidade necessária para se chegar a um objetivo através de procedimentos diversos.

O trabalho em pequenos grupos pode favorecer a avaliação, o desempenho tanto da equipe, como de cada indivíduo. A Modelagem é um processo muito rico e criativo que deve ser valorizado nos múltiplos aspectos reconhecidamente favorecidos por esta prática educativa.

8.9 Da relação processo x produto no trabalho.

A forma de se trabalhar a Modelagem Matemática não é, e nem deve ser rígida. A situação do momento é que orientará a forma mais indicada para o trabalho. Outro aspecto que deve ser respeitado é o nível de ensino. Assim, fazer modelagem Matemática em uma 3ª série é diferente de se fazer Modelagem em uma 7ª série.

Nas primeiras séries, a Modelagem deve enfatizar o processo mais do que se preocupar em criar modelos, mesmo porque a ferramente matemática está sendo construída. A partir da 5ª série, alguns modelos simples podem ser iniciados como exemplo: a expressão do perímetro, perímetro útil, área total, área útil, cálculo do número de diagonais, soma dos ângulos internos de um triângulo, de polígonos e expressões das áreas das principais figuras planas. A construção de modelos de uma forma mais sistemática deverá ser trabalhada apenas no 2º grau.

Alguns professores têm tido a preocupação na forma de desenvolver o trabalho com a Modelagem:

a) desenvolver os conteúdos matemáticos simultaneamente com o processo de modelagem?

b) desenvolver, inicialmente, o processo e, posteriormente, o conteúdo matemático?

Em muitas das experiências realizadas estas duas formas foram usadas; a adoção de uma ou outra dependeu do nível e da série trabalhada. Em algumas experiências desenvolvidas na Faculdade de Matemática do Instituto de Tecnologia Educacional da Universidade Aberta, na Inglaterra, os estudantes usavam somente a matemática trabalhada nos cursos anteriores, isto é, o trabalho consistia em uma aplicação da matemática já trabalhada a uma situação concreta. Essa forma trabalhada dá ensejo a mais uma alternativa: trabalhar o conteúdo e depois o processo de Modelagem.

Seria aconselhável se o trabalho envolvesse, simultaneamente, o processo e os conteúdos matemáticos. Contudo, o professor saberá vencer o impasse dentro do seu trabalho, através da sua experiência e discernimento, uma vez que não existe rigidez no processo.

CAPÍTULO IX

CONCLUSÃO E IMPLICAÇÕES DO ESTUDO.

Alguns objetivos foram estabelecidos no início do trabalho e, naquele instante, já pareciam se constituir na síntese do que se esperava atingir com o uso da Modelagem Matemática. À medida que se desenvolveu o trabalho foram surgindo novos elementos que passaram a se constituir, também, elementos para investigação.

Um dos objetivos estabelecidos consistia em " Elaborar uma proposta ou critérios para a adoção do Método da Modelagem Matemática no ensino de 1º e 2º graus ". Os depoimentos dos professores e alunos (anexo 2 e 3), aliados à experiência já haviam sido obtidos através do uso da Modelagem Matemática e se constituíram nos fundamentos básicos na elaboraçãp da proposta. Por considerar de suma importância tal objetivo, decidiu-se colocá-lo sob forma de capítulo, o capítulo VIII.

Outro objetivo se propunha a " Verificar a presença da diversidade de procedimentos na prática pedagógica em um grupo de professores envolvidos nos projetos de Modelagem". O termo diversidade, no contexto estudado, foi usado como diferença e variedade. A análise mostra que este objetivo foi alcançado. As constatações, obtidas através de observações de diretores, depoimento de coordenador de área, depoimentos de professores (anexo 2) e de alunos (anexo 3) envolvidos nos projetos, comprovam.

Uma das constatações mais evidentes da diversidade de procedimentos foi a forma de se iniciar o processo de ensino. Normalmente, o processo de ensino é próprio do professor; a ele compete o seu desencadeamento . No Método da Modelagem, esse processo de desencadeamento foi compartilhado com os alunos. Em todos os projetos desenvolvidos os alunos tiveram uma participação efetiva na escolha do(s) tema(s).

Outro aspecto que constata a diversidade de procedimento dos professores foram os diferentes temas trabalhados: construção de maquetes, horta escolar, arboarização e paisagismo, quadra de esportes, o rio, localização de favela, pintura da sala de aula, e extensão da rede de água.

Ainda outro ponto que enfatiza a convicção de se ter alcançado o objetivo proposto é a constatação da mudança de postura, através das observações realizadas e a forma manifesta nos depoimentos dos professores (anexo 2) e nos depoimentos dos alunos (anexo 3). Essa mudança de postura se configura de várias formas, como a não imposição do tema, pela preocupação de que o tema escolhido fosse de interesse da maioria absoluta dos alunos. Quando o professor toma consciência do seu despreparo, admite a insegurança diante do novo e procura formas de superar essas deficiências essa mudança de postura se configura. A mudança de postura reflete a mudança interior havida e pode contribuir de forma significativa para melhorar, qualitativamente,a sua pratica educativa.

O terceiro objetivo proposto consistia em " Estabelecer a Modelagem Matemática como uma prática significativa para professores e alunos envolvidos com o processo de ensino-aprendizagem de Matemática no 1º e 2º graus". Parecia claro desde o início que este objetivo não seria plenamente alcançado em apenas uma etapa de trabalho e nem isso era esperado. Contudo, parece que foram iniciados os primeiros passos para a sua concretização, que deve ser gradativa, à medida que o quarto objetivo estabelecido, que é " Preparar o professor de Matemática de 1º e 2º graus, visando à adoção do Método da Modelagem no ensino de Matemática " , fôr sendo concretizado. Para viabilizar a concretização do quarto objetivo, conta-se com o apoio dos Núcleos Regionais de Educação de Guarapuava, Ivaiporã e Irati além da Universidade Estadual do Centro - Oeste - UNICENTRO, que através de projetos e convênios com a Secretaria de Estado de Educação do Paraná, procura a integração plena entre os ensinos de 1º, 2º e 3º graus.

As sugestões aqui apresentadas refletem a caminhada até aqui feita. Esta caminhada não foi solitária. Nela contamos com a companhia de professores e alunos que, solidários e dispostos a mudança, resolveram percorrer o mesmo caminho. Muitas dificuldades foram encontradas, contudo, foram superadas pela força maior que move o homem, o ideal. O ideal invoca a fé em si e nos outros, dá-nos a persistência e a coragem necessárias para transpor os obstáculos próprios da caminhada, para vencer as resistências e as estruturas rígidas. Essa caminhada não se pode contar em quilômetros. Não seria este um bom parâmetro para dizer o que significou, ou para avaliá-la. Nessa caminhada o caminho teve que ser construído, milímetro por milímetro, desde o ponto de partida até o ponto de chegada, e isso a quilometragem percorrida não daria conta de explicar.

Durante a caminhada, tudo foi sendo construído desde a concepção de uma nova forma de ver o mundo, e, em conseqüência, a educação e o ensino de Matemática. A interação sêr-mundo, via reflexão-ação, possibilitou essa construção. O grande significado dessa caminhada chama-se **construção**. Assim, todo o trabalho desenvolvido foi sendo construído ao longo da caminhada feita durante os vários anos de magistério. A oportunidade de atuar nos vários níveis de ensino permitiu, a despeito da educação tradicional recebida, reconstruir as concepções para libertar o educador sufocado, anulado pela concepção de educação tradicional relativa ao ensino de Matemática.

Por maiores que sejam os tropeços e os percalços encontrados no caminho, parece válido tentar contribuir na perspectiva de futuro para o homem de amanhã. É a perspectiva de que o homem, que estamos formando hoje, seja melhor do que o que formamos ontem, quando a mera reprodução se configurava como a meta principal constitui o maior incentivo para continuar. Romper com o tradicional significa, muitas vezes, romper isso em nós próprios, inicialmente, para depois reconstruir o novo em nós mesmos. É ver o mundo com outra perspectiva, ser capaz de entender e acompanhar as mudanças que se processam, é ser capaz de interagir com esse mundo.Essa nova perspectiva visa a restaurar, no indivíduo, sua capacidade de refletir, de decidir, usando seus próprios argumentos, resultantes dessa interação com o mundo e não da aceitação pura e simples das situações, como se assim elas tivessem que ser.

A preocupação em preparar as novas gerações para serem capazes de determinar seus próprios caminhos, deveria ser a tarefa principal da escola. Essa escola que tem a pretensão de preparar o indivíduo para a vida e mal está conseguindo prepará-lo para o exame do bimestre. A escola a que aspiramos é aquela que prepare as gerações atual e futura para fazerem frente aos desafios e às situações decorrentes de um mundo tecnológico, onde a capacidade de reflexão e decisão possam ser exercitadas através de ações concretas e não se constituam apenas em discurso.

A escola a que aspiramos tem como preocupação primeira, não o programa a ser cumprido, mas a restauração das várias capacidades do indivíduo. O programa a ser cumprido não pode ser o objetivo maior e nem se tornar a diretriz básica da ação do professor em sala de aula. É na sala de aula que se reflete a verdadeira imagem, a verdadeira intenção do ato de ensinar, mesmo que o professor não se dê conta disso; suas ações não são neutras; elas carregam toda uma forma de pensar e sentir a educação.

A melhor forma de expressar o que significou essa caminhada é a determinação persistente na construção do ideal concebido.

Nesse momento, o ponto de chegada significa o ponto de partida para outra caminhada, com outra perspectiva, com outros desdobramentos proporcionados pela intencionalidade de constituir a Modelagem Matemática, em uma alternativa para o ensino de Matemática no 1º e 2º graus.

CAPÍTULO X

BIBLIOGRAFIA

ALTHUSSER, L. In: BONILLA, E. R. Education Matemática: Una reflexion sobre su naturaleza y sobre su metodologia. Iberoamericano, v. 1, n. 2, 1989.

ARAGÃO, R. M. R. Teoria da aprendizagem significativa de David P. Ausubel: sistematização dos aspectos teóricos. Tese de Doutorado. Campinas, Unicamp, 1976.

AUSUBEL, D. P, Educational psychology: a cognitive view. New York, Holt, Hinchart e Winston, 1968.

AUSUBEL, D. P., NOVAK e HANNESIAN, H. Educational psychology: a cognitive view. New York, Holt, Hinehart e Winston, 2nd ed., 1978.

BAER, W. A industrialização e o desenvolvimento econômico no Brasil. Rio de Janeiro, FGV, 1966.

BASSANEZI, R.C. Modelagem como metodogia de ensino de matemática. In: VII CIAEM. Santiago, 1987.

BASSANEZI, R.C. e MEYER, J.F.C. Modelo alternativo para exploração de recursos renováveis: relatório IMECC. Campinas, Unicamp, 1983.

BEAUDOT, A. A criatividade na escola. São Paulo, Nacional, 1976.

BERRY, J. e O'SHEA, T. Assessing mathematical modelling. Int. J. Math. Ed. Sci. Technol. (13):715-24, 1982.

BICUDO. A função docente em Martin Buber. São Paulo, EPU, 1982. p. 41-6.

BIEMBENGUTT, M. S. Modelação matemática como método de ensino-aprendizagem em cursos de 1º e 2º graus. Dissertação de Mestrado. Rio Claro, 1990.

BIGGE, M.L. Teoria da aprendizagem para professores. São Paulo,EPU,1977. 370 p.

BRUNER, S.J. O processo da educação. São Paulo, Nacional, 1978.

BRUGHES, D.N. e HUNTLEY, I. Teaching mathematical modelling; reflextions and advice. Int. J.Math. Educ. Sci. tech. 6 (13): 735-54, 1982.

CARRAHER, T.N. Aprender pensando: Contribuições da psicologia cognitiva para a educação. 3 ed. Petrópolis, Vozes, 1988, 127 p.

CUNHA, L. A. Educação e desenvolvimento social no Brasil. 6.ed. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1980.

D'AMBRÓSIO, U. Da realidade à ação. Campinas, Unicamp, 1986. 115 p.

_____. Overall goals and objectives for mathematical education. São Paulo, Unicamp, 1986. 48 p.

_____. Science education and development. São Paulo, Unicamp, s.d. 94 p.

_____. Sócio cultural bases for mathematics education. São Paulo, Unicamp, 1985.

DAVIS, P.J. e HENSK, R. Modelos matemáticos. In: _. A experiência matemática. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985. p. 104-8.

EVANS, J.R. A case study on mathematical modelling. Int. J. Math. Educ. Sci. tech. 12 (4) : 393-8, 1981.

_____. Solving word problems and elementary mathematical modelling. Int. J. Math. Educ. Sci. tech. 11 (4) : 517-22, 1980.

FERNANDES, F. Mudanças sociais no Brasil. São Paulo, Difel, 1974.

FOOT, F. e LEONARDI, V. História da indústria e do trabalho no Brasil. São Paulo, Global, 1983.

FRANKENSTEIN, M. Critical mathematical education. In: __. A application of Paulo Freire's epistemology. Journal of education. 165, (4): 1983.

FREINET, C. Pedagogia do bom senso. Lisboa, Moraes, 1978.

FUNDAÇÃO FACULDADE ESTADUAL DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS. Análise do crescimento populacional e do consumo de erva mate no município de Guarapuava. Guarapuava, 1986. 15 f. mimeografado.

_____. Apicultura. Guarapuava, 1986. 17 f. mimeografado.

_____. Aplicações do cálculo diferencial e integral aos peixes. Guarapuava, 1986. 22 f. mimeografado.

GALLAGHER, J.J. Métodos cualitativos para el estudio de la educacion. Trad. Constanza C. Hazelwood, Judith Viveros B. s.n.t. Tradução de: GALLAGHER, J.J. Qualitative methods for the study of schooling. In: FRASER, B., TREAGUST, D., (eds.) Loocking into classroms. Perth: Western Australian Institute of Technology, 1984

GROSS, H.E. The importance of mathematical modelling for university education in mathematics. Int. J. Mat. Educ. technol. 12 (5) : 549-55, 1981.

HABERMAN, R. An introduction to applied mathematics. In:__. Mathematical models. Inc. Engleewood Cliffs, New Jersey-pref. s.d. 3-190.

HALL, G.G. The mathematical models: Matemática educacional, U.S.A., 1978. p. 28-30.

HALMOS, P.R. The teaching of problem solving. Palestra no Dep. Math. Indiana Univ., 1985.

HIEBERT, J. The strugle to link writtin simbols with understandings: An update. Aritmetic Teacher, New York, 1989.

HILGARD, R.E. O aparecimento dos modelos matemáticos. In:__. Teoria da aprendizagem. São Paulo, EPU, 1973. p. 461-508.

JAMES, D.J.G. A role for mathematical modelling. Int. J. Marth Educ. Sci. tech. 16 (2) : 309-10, 1985.

JAPIASSU, H. A pedagogia da incerteza. Rio de Janeiro, Imago, 1983.

_____. A psicologia dos psicólogos. 2. ed. Rio de Janeiro, 1983. 160 p.

KAMII, C. A criança e o número. 7. ed. Campinas, Papirus, 1988.

KAMII, C. e DECLARK, G. Reiventando a aritmética. Campinas, Papirus, 1986.

KAPUR, N.J. The art of teaching mathematicals modelling. Int. J. Math. Educ.Sci. technol. 13 (2) : 185-92, 1982.

KLAUSMEIER, H. J. Manual de psicologia educacional. São Paulo, Harbra, 1977.

LUDKE, M. e ANDRÉ, M.E.D.A. Pesquisas em educação: Abordagens qualitativas. São Paulo, EPU, 1986.

LUZ, N. V. _A luta pela industrialização do Brasil._ 2.ed. São Paulo, Alfa-Omega, 1975.

MCLONE, R.R. The art of applying mathematics. In:___. Andrews J. G. _Mathematical Modelling_. London, Butterworth, 1976. cap 1, p. 3-6.

MOREIRA, M. A. e MASINI, E. F. _Aprendizagem significativa:_ a teoria de David Ausubel. São Paulo, Moraes, 1982. (p.7).

NOVAK, J. D. _Uma teoria de educação._ São Paulo, Pioneira, 1981. 252 p.

OKE, K.H. e BAJPAI, A.C. Teaching the formulation stage of mathematical modelling to students in the mathematical and phisical sciences. _Int. J. Math. Educ. Sci. Technol._ 6 (13) : 797-814, 1982.

_____. Teaching and assessment of mathematical modelling in a M.Sc. course in mathematical education. _In: Int. J.Math. Educ. Sci. Technol. 3_ (11) : 361-369, 1980.

PIAGET, J. e SZEMINSKA, A. _A gênese do número na criança._ Trad. Christiano M. Oiticica. Rio de Janeiro, Zahar, 1971.

PENTEADO, N.H.A. _Psicologia do ensino_. São Paulo, Papelivros, 1980.

PITTENGER, O.E. e GOODING, C.T. _Teorias da aprendizagem na prática educacional_. São Paulo, EDUSP, 1977.

POLLAK, H.O. La interaccion entre la ma temática y utras disciplinas escolares. _In: Comisión Internacional de Educación Matemática_. Paris, ONU, 1979. p. 265-76.

ROMANELLI, O. de O. _História da educação no Brasil._ Petrópolis, Vozes, 1986.

SANTOS, L.M. Criatividade e ensino in G.P. Writter *Psicologia de aprendizagem*: Aplicações na Escola São Paulo, EPU, 1987.

SEAGLE, M. V. *O processo da aprendizagem e a prática escolar*. São Paulo, Nacional, 1972.

TORRANCE, P.E. *Criatividade, medidas, testes e avaliações*. São Paulo, Ibrasa, 1976.

UNESCO, *Nuevas tendências en la enseñanza de la matemática*. Paris, v. 4, 1979.

total pg 2 vol. 460 f

DIONÍSIO BURAK

MODELAGEM MATEMÁTICA: AÇÕES E INTERAÇÕES NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

ANEXOS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

1992

ANEXOS

SUMÁRIO

ANEXO I

DEPOIMENTO DOS PROFESSORES

CURSO MODELAGEM MATEMÁTICA

ENSINO DE MATEMÁTICA.

Prof. 1.

Na atualidade a matemática vem sendo ensinada muito vagamente, onde o professor se prende no planejamento e na teoria. O professor transmite a teoria muito bonita e o aluno a recebe de braços abertos, mas, chegada a hora de pôr em prática o aluno não sabe como, porque e onde usar toda aquela teoria.

Acredito que o ensino de matemática deu uma grande decaída nos últimos anos, pois, antigamente a matemática era ensinada na prática, somente através de práticas, tanto que, se hoje perguntarmos algum problema aos nossos pais, eles com pouquíssimo estudo resolvem, e nós nos batemos até conseguir.

Para um aluno gostar e aprender matemática e necessário que os professores transmitam os conteúdos com bastante vivência e com prática onde o aluno deduza a resolução dos problemas vivenciando-os.

"A matemática será vista como real, somente quando o aluno puder palpá-la!"

O ENSINO DE MATEMÁTICA

Prof. 2

Hoje o ensino da Matemática é visto de uma maneira um tanto quanto deturpado. Os alunos vêm com uma idéia errada, acham que o professor de Matemática deve ser aquele professor carrancudo, e com isso se tentarmos mudar essa idéia, o que acontece é uma indisciplina desenfreada.

Também contamos com a falta de interesse por parte dos alunos, que não querem nada com nada, não estudam.

Quem sabe porque também os professores estão se desinteressando e dão suas aulas, apenas para cumprir horários e programas, sem se preocupar se suas aulas são ou não interessantes, se chamam a atenção dos alunos.

Acho que é isso que deve ser mudado, pois aqui mesmo na faculdade, temos professores que chegam na sala de aula "despejando conteúdos" e se alguém tenta contrariá-lo, o professor foge do assunto e não lhe dá mais atenção. Seria diferente se os professores dessem mais importância para as suas aulas e para as idéias dos alunos.

O ensino da Matemática é hoje encaminhado no sentido de que o professor é quem sabe tudo (o que não é bem assim, o professor é quem vive aprendendo, mas não sabe tudo!), que deve chegar na sala de aula, com seu "livro" em punho, ditar as regras de Matemática, seus conteúdos, terminando a aula, coloca seu "livro" debaixo do braço, sai e nem sequer sabe se o que "ensinou" hoje, foi bem visto ou bem aceito pelos alunos, se era aquilo que lhes interessava.

Comecei a dar aulas de Matemática este ano, e a minha experiência foi bem interessante, pois cheguei, pensando que iria mudar tudo, mas nem tudo consegui mudar, é que achei que poderia ser uma professora de Matemática "diferente".

Para começar, tenho uma turma de 5ª série e outra de 6ª série.

Na 6ª série fui bem aceita com minha nova postura, ou seja, as aulas mais descontraídas, os alunos discutem, reclamam e sempre nos entendemos e acaba tudo bem.

Mas a 5ª série não tem jeito é chegar dar aula e nem sequer conversar podemos, quem sabe também a idade, a maturação dos alunos também contribui sobre isso.

Será que estou no caminho certo?

Vou continuar tentando mudar.

ENSINO DE MATEMÁTICA

Prof. 3

Matemática linguagem que expressa a descoberta do ser humano, linguagem essa que sofre modificação no seu processo de organização do conhecimento adquirido (descoberto), organização que ocorre da necessidade do homem em resolver problemas encontrados.

O conhecimento Matemático que foi adquirido de forma processual e gradativa, partindo da necessidade do homem tem sido introjetado nos alunos de maneira formal, estanque, onde não permite o aluno caminhar por sí, até de pensar, para encontrar a solução, como se fosse um crime descobrir o que outros já descobriram, o qüe tem nos levado a indigância mental. Reproduzirmos formas prontas, conceitos de outros robotizadamente sem sabermos como, onde ou porque, fruto do ensino fragmentado, seriado; onde devemos aprender o que querem nos ensinar e não onde nos orientam no que queremos aprender.

Para mim ensinar conhecimentos matemáticos e oportunizar a eles que busquem caminhos para suas perguntas frente aos problemas, conduzindo-os a encontrarem respostas já descobertas. Essa descoberta deles gera momentos de satisfação: - Para eles por sentirem-se capazes de descobrir, - Para nós apesar dos pecados que cometemos em Educação, conseguimos não subestimar a "Capacidade criadora do ser".

ENSINO DE MATEMÁTICA

Prof. 4

O sistema que é adotado para a aprendizagem da matemática não é dos mais satisfatórios no que se refere a realidade, fazendo com que a maioria dos alunos não aceitem esta disciplina com bom agrado em salas de aula. O erro do sistema implantado já vem do início da vida escolar.

Ao aluno iniciante não é dado uma aprendizagem em que o mesmo consiga assimilar os pontos essenciais da matemática. Com o decorrer de sua vida escolar vai encontrando maiores dificuldades pelo não entendimento dos pontos essenciais que o mesmo trouxe do início de seu ensino.

O aluno tem pouco interesse. Aprende para o momento, pois não tem como prosseguir na busca de uma melhor aplicação de seu estudo pois não lhe é fornecido quando se encontra em bancos de aulas. O sistema adotado dificulta muito a aplicação da matemática para futuro. Aprende-se matemática sem as vezes identificar até o tema.

O professor hoje tentando mudar pequenos pontos na forma de ensinar, nem sempre é aceito pelos alunos que já possuem o ritmo de aprender e não compreender.

A mudança que o professor tentou, dificulta-os muito até às vezes achando mais complexa.

A mudança do sistema tem que ser introduzido aos iniciantes da vida escolar.

ENSINO DE MATEMÁTICA

Prof. 5

A maioria tem na cabeça que a matemática é uma disciplina difícil, algo as vezes até impossível, mas na realidade não se vive sem matemática.

O sistema atual de ensino é muito falho e não oferece qualidades satisfatórias.

A escola deverá aperfeiçoar técnicas para que possamos fazer que o aluno desperte o seu interesse pela disciplina através de sua aplicação.

Devemos ajudá-lo a descobrir por si problemas reais existentes na natureza, e levá-lo a mostrar soluções.

É muito importante que os professores participem dos cursos de aperfeiçoamento, de encontros etc., para que todos juntos possamos alcançar os objetivos da educação.

ENSINO DE MATEMÁTICA

Prof. 6

É visível que o ensino da matemática está em decadência. A causa, não sei onde está, pois uns dizem que a falha está nas primeiras séries; outros no ginásio (de 5ª à 8ª). Há alunos saindo do 2º grau sem base nenhuma.

Os alunos estão tão desmotivados e não querem saber de nada.

Nada parece incentivá-los. Quando se leva algum material concreto, para facilitar a compreensão, eles vem com a pergunta: "Para que isto professora? Isto é muito difícil. Passe só no quadro."

Acredito que é mais cômodo para eles seguirem o exemplo, à compreenderem o que estão fazendo.

ENSINO DE MATEMÁTICA

Prof. 7

Nós sabemos que a matemática existe para facilitar as coisas e não para dificultar. Como professor eu estou quase satisfeito, pois tento me atualizar no máximo na área da matemática, o "Quase" é explicado pelo fato de que existe muita coisa a ser descoberta ainda na área que deixa muitas pessoas intrigadas.

Como aluno - eu fico um tanto descontente com o ensino atual, pois muitos professores de ensino superior não tentam se aperfeiçoar e manter-se atualizados na matemática; em conseqüencia disto sairão vários matemáticos mal formados.

Tempos atrás eu olhava livros de 1960, onde a matéria que eu vejo na faculdade atualmente, era dado para alunos no ginásio ou seja 1º grau, isto não deixa de ser uma vergonha para um atual acadêmico, hoje o livro que eu não sabia resolver, agora eu consigo, isto devido à força de vontade de manter-se atualizado.

O ATUAL ENSINO DE MATEMÁTICA

Prof. B

No 1º grau a criança desperta muito o interesse pela adição e subtração quase que com 70% de acerto, mas quando chega na multiplicação e divisão sua aprendizagem já se torna bastante difícil.

Os métodos usados pelo professor na maioria das vezes não condizem com a realidade da classe.

No 2º grau os professores passam a exigir demais do aluno e não participam nem colaboram nas dificuldades de cada aluno veêm a classe como um todo.

Ainda no 1º grau os alunos de 5ª a 8ª séries sentem-se inseguros principalmente na 5ª série, pois a mudança é quase que radical e o professor que é mais autônomo neste ensino-aprendizagem muitas vezes deixa o aluno tão inseguro que é até capaz de desistir de estudar por causa da matemática.

Conclusão:

Precisamos nos conscientizar de que aluno, professor e métodos de ensino-aprendizagem tem que condizer com a nossa realidade, ou seja a realidade da escola, do aluno e da comunidade, pois a matemática não pode ser o bicho-papão que espanta os alunos da escola.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 9

Eu acho o ensino da matemática muito complexo, a gente ensina fórmulas e teorias, depois aplica problemas e exercícios. Essa forma a gente sente que as crianças têm dificuldades em aprender. No ensino de matemática tem muitas coisas que não servem para a vida da criança e que elas têm que aprender porque está no planejamento.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 10.

A matemática é uma matéria muito importante no ensino de 1ª a 8ª séries, 2º e 3º graus.

Mas eu sou professora de 1ª série, e para mim transmitir para os alunos a matemática é mais o material concreto conversação, jogos.

Pretendo me atualizar mais em matemática para que nos próximos anos eu possa transmitir coisas mais importantes sobre a matemática.

Não estudo mais, mas quando estudava a matemática para mim sempre foi um desafio, a matemática como sempre complicada fazia com que a gente se esforçasse bastante e sempre a gente tinha um resultado.

Fazendo assim a matéria se torna mais interessante.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 11.

O atual ensino de matemática está sendo acho um pouco lento. O nosso aluno tem problemas de interpretação, ou falta de levá-lo a interpretar.

Às vezes a matemática se torna o maior problama do aluno e até mesmo dos professores, dos alunos porque eles acabam sempre ou quase sempre não gostando das aulas de matemática, dos professores porque não existe muito preparo (cursos) de aperfeiçoamento de como transmitir, ensinar o nosso aluno a trabalhar com a matemática.

Espero que este curso nos traga este preparo, para que nosso aluno não tenha pregüiça de Pensar.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 12

Eu acho que há muita falta de continuidade e que causa vários problemas. Outro assunto são capítulos que não são interessantes aos alunos pois no nosso caso, no interior não ocuparemos as expressões. Expressões que digo são aquelas de frações.

Na parte de 5ª a 8ª série deixam de lado as quatro operações, preocupando-se em regras, normas; pois se um aluno não consegue abstrair ele não conseguirá fazer outras atividades.

Da continuidade eu acho que o professor de 5ª a 8ª prende-se muito nos conteúdos não dando importância ao aluno aprender e sim nele vencer os conteúdos. A matemática eu acho que a gente está um tanto sem preparo; ou com preparo mas chegando a sala de aula tudo torna-se diferente.

No caso da geometria de 1ª a 4ª pontos, linhas, retas, semi-retas etc e continua de 5ª a 8ª. Eu acho que este conteúdo poderia ser substituído por operações, metragem, medidas agrárias.

Procurar ensinar ao aluno a linguagem matemática a qual eu acho que neste nosso encontro aprenderemos como fazer.

Deixar que o aluno pense.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 13

O ensino da matemática na minha opinião está sendo imposto ao aluno, muitas vezes não tem nada a ver com a vida do aluno em seu trabalho ou rotina.

Os professores não gostam de trabalhar concretamente pois dá muita bagunça e exige muito do professor, ele simplesmente passa no quadro e obriga aos alunos copiarem.

Até mesmo os professores da FAFIG não se importam com o que venha acontecer mais tarde com aqueles que estão se formando, dão mau exemplo de procurar complicar a vida escolar do aluno fazer repetir pois não está preparado para tal.

E assim segue uma rotina de maus professores que só querem ralar alunos e não ensinam nada.

Isso vem acontecendo a muito tempo o aluno sai da 4ª série para trabalhar e não sabe resolver seus problemas pois não foi preparado e assim acontece com o 1º e 2º graus, e até mesmo no 3º grau.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 14

A matemática hoje, no meu ver, principalmente de 5ª a 8ª série foge um pouco da realidade do aluno porque o que é realmente necessário como as quatro operações não é levado a fundo e os alunos icam perdidos no meio de tantas letras e acabam não entendendo o problema, eles apenas decoram as regras porque têm que passar de ano.

Agora, de 1ª a 4ª série, no meu ver está bom, porque o professor acompanha o aluno de perto e aí ele começa a gostar de matemática e assim consegue aprender e não decorar.

A matéria é de acordo com a realidade do aluno, ele vive o problema e aprende a resolvê-lo.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 15

Na minha opinião o ensino atual e matemática está muito baseado em programas ou planejamento. O professor se preocupa em vencer planejamento e esquece do aluno.

Claro que não é com todo professor que isso acontece, talvez seja também uma falta de preparo, condições, interesse, material, ou mesmo acomodação.

A matemática é passada na escola de uma forma tão evasiva que as vezes chaga até ser assustador para a criança.

Chega na hora da aula de matemática as crianças já fazem aquele iii....

Acho que em primeiro lugar o professor deve mostrar a criança o gosto pela matemática, dinamizar o seu trabalho, passar para a criança que também gosta, isto é fazer do complexo uma coisa simples.

Mais uma coisa é certa a metade do problema de matemática é falta de preparo do professor e também interesse da criança.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 16.

ACORDEM, MATEMÁTICOS!!!

O ensino da matemática está fora da realidade, sem interesse algum para ninguém. São feitos cálculos e mais cálculos dentro da sala de aula, mas ninguém sabe cálculo de quê...(não há situações concretas).

Os problemas apresentados, os enunciados, as situações matemáticas parecem coisas ingênuas, porém complicam o raciocínio do aluno. Às vezes nem o professor sabe porque está ensinando aquilo, nem o aluno sabe porque precisa aprender ou melhor aprender aquilo que os professores os coagem a assimilar, senão? Reprovação.

Precisamos trazer à matemática situações reais, que desafiam o raciocínio de nossos alunos, atendendo as diferenças regionais e a realidade que hoje se apresenta. A matemática faz parte do dia a dia de todos nós e envolve a nossa vida mesmo desde antes do nosso nascimento até a nossa morte.

Tudo gira em torno da matemática, porém falta uma reflexão mais profunda e um pouco mais interesse por parte de todos. Espero que se inicie um trabalho sobre isso o mais breve possível, caso contrário teremos que tirar nossos filhos da escola para que eles aprendam matemática conosco, na luta do dia a dia.

ENSINO ATUAL DA MATEMÁTICA

Prof.17.

O ensino da matemática, hoje, está, no caso de 4ª série, está muito defasado, tem muitas coisas que se é planejado, mas que não é de interesse, não no momento. Às vezes o aluno estudou a matéria na terceira série e chega na quarta já não sabe nada, aí entra o problema da interpretação da matemática.

Eu acho que é muito importante ensinar já desde o 1º ano as quatro operações e a tabuada, se um aluno já sabe interpretar a tabuada ele vai saber dividir, multiplicar, etc.

Já no 2º grau, apesar de que eu estou à um ano parada acho que os professores tem que entender o aluno e ajudar ele no problema dele, porque às vezes ele dá a matéria e explica uma vez e acha que o aluno já está apto a resolver a questão, ou quem sabe, ele também tenha algum problema pra entender também.

Por isso eu acho muito importante o professor, estudar, pesquisar a matéria antes de ser dada, planejar o que vai ser dado, porque às vezes ele acha que com muitos anos de ensino, ele já sabe e só planeja sua aula dentro de sala.

Mas apesar de tudo, a matemática hoje deixa muito a desejar.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Porf. 18.

Eu nunca me relaciònei muito bem com matemática.

Talvez por isso não tenha tido um interesse mais a fundo.

Mas hoje, eu mais madura cheguei a conclusão que ela é tão importante que se tornou indispensável.

Porque se eu vou no mercado, lá estou com a matemática e assim acontece quando vou ao médico, na escola, na farmácia, enfim a vida é uma matemática.

E a conclusão é que: quanto mais eu aprender na matemática melhor eu vou viver.

E felizmente a matemática está mais nítida para mim.

Agora ela não é mais o Monstro ela é sim uma companheira, Será?!! é, só a partir do momento que você se conscientizar de que ela é...você aprende...

O ENSINO ATUAL DA MATEMÁTICA

Prof. 19.

Os alunos, na maioria têm a Matemática como um bicho de sete cabeças. Não se sabe o por quê encontrarem tanta dificuldade em aprender a disciplina.

Os professores de 1ª a 4ª séries preocupam-se em ensinar através de material concreto para facilitar, mas assim mesmo encontram dificuldade.

Os professores de 5ª a 8ª séries dizem normalmente que os alunos vieram das séries anteriores sem ter base, sem pelos menos dominar as quatro operações.

E sucessivamente os professores de 2º grau culpam o 1º grau no preparo desses alunos.

Eu, particularmente, acho que nossas crianças têm pregüiça de raciocinar e por esse motivo sentem dificuldade desde o início da matemática ou seja, quando iniciam as operações.

Atualmente não trabalho com a disciplina, sou secretária da escola, mas trabalhei com crianças e adolescentes e senti esses problemas que até hoje vejo em nossa escola, surgimento dia a dia. O papel do professor é muito difícil, mas ele terá que despertar no aluno ou melhor, incentivá-lo a pensar, raciocinar para concluir suas idéias e chegar a um resultado.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 20

Com relação em matemática os alunos estão com dificuldades é, em aprender e memorizar a tabuada, é um dos mais graves problemas que se encontram nas escolas, no ensino de 1ª a 4ª e também de 5ª a 8ª séries.

Não sabendo a tabuada eles não tem condições de fazer os exercícios propostos.

Nós temos é que fazer com que o aluno goste da matemática, proporcionar um clima agradável, de atividades diferentes (que esteja) relacionado com o que o aluno goste e também pegar os conteúdos que eles tenham mais dificuldade.

De ùm modo geral a matemática está muito fraca, talvez mudando o método de se trabalhar com a matemática, eles sè interessassem mais com o novo método e tivessem melhor aproveitamento.

Pois acho que as crianças elas não pensam, tem pregüiça de raciocinar, tornando-se mais difícil o ensino em todas as áreas.

Pois eles não sabem interpretar os problemas, ou mesmo os textos, ou outro exercício qualquer por falta de raciocinar, de pensar mais, por a cabeça para pensar.

O ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 21.

O nosso ensino de matemática com essa evolução que está hoje, não está atingindo o objetivo, acharia que ela deveria ser trabalhada em vários pontos, de acordo com a necessidade de cada pessoa a matemática deveria ser um processo longo.

Acharia que a matemática deveria ser trabalhada de acordo com o dia a dia de cada aluno.

O ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 21.

O ensino da matemática está atualmente sendo um trabalho imposto, sobre o aluno, sendo às vezes um trabalho que não condiz com a realidade da criança, pois a matemática deve ser trabalhada de acordo com o interesse e criatividade da criança, dispensando aqueles conteúdos que às vezes não tem nada a ver com a experiência do dia a dia da criança.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 22.

O ensino não só da matemática, como outros estão fracos.

É necessário usar métodos que atraia a criança, porque há pouco interesse dos alunos e muitas vezes do professor.

Aulas monótonas torna-se cansativo.

Para mudar deve o professor ser dinâmico e variar os tipos de aplicar: Ex: numa brincadeira, jogos, músicas.

ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 23

O ensino da matemática hoje está muito abstrato para o professor e o aluno, o professor não vem sendo preparado para ensinar a matemática básica e que o aluno tanto precisa, e este por sua vez está sendo desestimulado em gostar da matemática e muito menos vai ter condições de aprender a matemática. Enfim, a matemática de hoje deixa muito a desejar para o professor e principalmente para o aluno.

O ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA

Prof. 24

Basicamente acho que o ensino de matemática está um pouco acomodado pois os sistemas são os mesmos, os programas de ensino não mudam e a falta de consciência de alguns dos professores, faz com que a matemática de modo geral, torne-se algo assustador, pois enchem os alunos com uma enchurrada de fórmulas sem que os alunos saibam a origem dessas fórmulas

De modo geral os currículos escolares vem deformando a matemática pois existem programas para todas as séries, e esses programas valem para todas as regiões.

Acho que deveria existir um programa específico para cada região visando levar ao aluno, máximo conhecimento matemático sobre as atividades desenvolvidas na sua região.

Ex: no interior, desenvolver conteúdos que abranjam, medidas agrárias (oficiais e usuais) bem como nos grandes centros, que a matemática seja levada ao nível de evolução desses centros.

Falta também respeito dos professores que simplesmente, limitam-se a realizar os conteúdos que os livros trazem, deixando a criatividade para tráz.

Professores que não respeitam a importância da matemática, pois quando chega a hora de fazer uma auto-avaliação, percebem que seus interesses diferem dos interesses ligados a área de matemática (professores formados em ciências contábeis, dentistas, advogados) que insistem em dar aulas de matemática pensando apenas no seu interesse financeiro e não se preocupando em ensinar os fundamentos básicos de matemática, chegando ao final do ano, passam os alunos por não serem capazes de admitir que eles não foram os professores que esses alunos merecem.

Por fim acho que a matemática deveria ser estudada totalmente, ao inverso do que é atualmente, deveriam ser estudadas independentes de nível escolar, isto é, os problemas devem ser resolvidos a medidas que eles surgem, despertando criatividade e interesse voltado para a matemática nos alunos.

ANEXO II

DEPOIMENTO DOS PROFESSORES

PARTICIPANTES DOS PROJETOS

(GRAVADOS E ESCRITOS)

Depoimento dos Professores.

Prof. A

Após longos meses de estudo, experiência e trabalho, durante os quais muito aprendi, muito somei para minha vida, tanto pessoal como profissional. Concluo aqui,nessas páginas, o resultado de um período que foi deveras gratificante.

O tempo que passamos juntos aos professores de curso, foi ótimo, mas...insuficiente. A insegurança, as dificuldades pelas quais passei foram muitas e sufocantes.Às vezes sentia-me fraquejar. Buscara ajuda e...era difícil enontrar!

Tudo dependia quase que exclusivamente de mim, do meu esforço!

Nesta busca, não poderei esquecer pessoas que me foram úteis, nestas horas tão difíceis da conclusão deste meu trabalho.

No início do trabalho, tudo era novidade, tanto para mim, quanto para os meus alunos (uma turma de 38 alunos, 4ª série - 1º Grau). No entanto, foi no decorrer do trabalho que surgiram dificuldades, mas parece-me que é nas horas de dificuldades que surgem oportunidades mais diversas de reflexão/ ação e, consequentemente, de busca e soluções variadas.

A narrativa que fiz no decorrer do trabalho, relata, com clareza, os passos seguidos nesta jornada e ...parece-me dispensável que eu, aqui, volte a eles, restando-me apenas (e isto eu, como educadora que sou, acho muito importante) salientar, mais uma vez, a importância de se usar a Modelagem Matemática para o ensino, seja no nível de 1º, 2º ou mesmo no nível de curso superior. As várias oportunidades de ensino surgem de forma natural, espontânea e conseguem monopolizar para si toda a atenção do educando sem que isto se torne monótono e " maçante ".

No desenvolvimento dos problemas propostos foram trabalhados vários conteúdos, dentre os quais: sistema de medidas (medidas de comprimento e superfície) operações, unidades de massa, unidade de capacidade, além de integração com a área de comunicação e expressão, a possibilidadde do auto-desenvolvimento pelo contato com pessoas.

No decorrer do trabalho percebi alguns pontos que poderiam ser melhor desenvolvidos, mas que, por inexperiência do método, só percebi no final do trabalho.

Se dei o primeiro passo, agora o importante é prosseguir na caminhada para chegar ao cume da montanha, de onde tudo é visto sem sombras, sem obstáculos, e assim poderei responder a todas as perguntas e continuar a questionar sem medo de errar.

Prof. B

Quando se trata de um trabalho prático, o assunto é outro, e se faz brincando. O que na teoria é difícil, torna-se mais suave e divertido.

Quando iniciamos este trabalho sentimos uma grande responsabilidade. Não sabíamos como seria visto pelos demais colegas e pais dos alunos; olha que foi surpreendente. Somente umas duas pessoas ficaram duvidosas se, realmente, as crianças aprendem e o conteúdo é desenvolvido.

A resposta é dada pelos mesmos alunos, que atuaram no projeto. No envelope em anexo, encontram-se seus pareceres.

Concluindo, todo o conteúdo foi realizado, pretendendo-se continuar esse trabalho, estimulando a criança a saber que matemática é vida.

Muito Obrigado, Professor DIONÍSIO !!!

Prof. C.

Meu Parecer

Gostei muito de trabalhar dentro da Modelagem Matemática, só que tenho muitas falhas. Creio que, no desenvolver de outros trabalhos e pesquisas, irei me corrigindo, ainda mais recebendo o apoio do professor Dionisio, tudo irá melhorar.

Encontrei inúmeras dificuldades, até mesmo na falta de material para nós trabalharmos, mas, com o tempo, iremos sanando cada momento de dificuldade.

Só me resta agradecer. Meu muito obrigado, de coração, ao professor Dionísio, à diretora desse colégio, dona Francisca, e a dona Júlia, nossa cooperadora, não deixando outras crianças destruirem nosso trabalho.

Prof. D.

Viu-se em Modelagem Matemática, após conhecer sua proposta,a possibilidade de estruturar um trabalho educacional que contribuísse para a melhoria do ensino do estabelecimento onde o aluno fosse orientado a construir seu saber a partir da análise da sua realidade local (área periférica da cidade de Guarapuava que compreende a favela São Luís e Toca da Onça).

Modelagem Matemática na favela Toca da Onça realizada com assunto de 6ª série da Escola Hildegard Burjan, no 2º semestre 1990 teve início após uma visita onde os alunos levantaram os seguintes problemas:

- Moradia;
- Água;
- Luz;
- Esgoto;
- Saúde;...

Segue relatório dos alunos em anexo.

A partir do primeiro contato, e detectados os primeiros problemas, conversou-se com os professores de Geografia e Matemática solicitando a colabaração na realização do SENSO, trabalhando posteriormente:

- Nº de moradores;
- faixa etária;
- porcentagem da população adulta, jovens e infantil do local;
- educação: idade escolar e não freqüentam, nº dos que frequentam, nº dos analfabetos;
- renda;
- empregados e desempregados...

Foram criados projetos que norteariam o trabalho:

- 1º - "SENSO Integrado às Ciências";
- 2º - "Localizando a favela Toca da Onça";
- 3º - "Agentes de Saúde"(promover análise de água e palestras educacionais);
- 4º - "Saúde alternativa"(Coletânea das Ervas medicinais);
- 5º - "A-tua-ação no mutirão";
- 6º - "Associação de Moradores na Integração Político-social";
- 7º - "Redescobrir pesquisando" (Histórico da Toca da Onça).

Chegamos, em movembro de 1990, diante da necessidade de o professor cumprir com o" burocrático" (notas, provas, conteúdos ...), houve a paralisação. Foram realizados, apenas, as entrevistas com os moradores, a coleta e a análise de água (segue laudo em anexo).

Relatório dos alunos, em anexo, contando seu parecer.

No primeiro bimestre de 1991 tiveram início as atividades escolares do ano letivo, porém, não com a mesma equipe de professores do ano de 90. A escola enfrentou a ausência e mudança constante do seu quadro de profissionais durante todo o 1º bimestre.

Após um aparente período de estabilidade do corpo docente, voltou a proposta de retomarmos a execução do projeto, tendo o incentivo do professor orientador Dionísio Burak.

Foram realizadas reuniões pelo professor Dionísio Burak, sobre a proposta de Modelagem Matemática, e do projeto, reiniciando-se assim, o trabalho. Para isso, decidiu-se em grupo a proposta de realização de uma Rua do Lazer, obtendo-se a reaproximação com os moradores do lugar.

Posteriormente, foram realizadas medições das ruas para a esquematização do mapa do local, tendo-se constatado que a mesma não fazia parte do mapa oficial do Município. Foram orientados, então, pelos professores de Geografia e de Matemática para estudar medidas e escalas.

Houve conclusão parcial do trabalho devido:

- à dificuldade do grupo em realizar em trabalho um idealizado por outro grupo;

- à dificuldade em conciliar os conteúdos programáticos e o projeto;
- à insegurança mostrada pelo propfessor em conciliar os dados levantados pelos alunos;
- às pressões exercidas pela Secretaria de Educação, reiteradas pelo trabalho anterior, não vendo com bons olhos esse trabalho, questionando, para mostrar o lado feio da cidade aos alunos.

"Dos dias vividos na favela Toca da Onça,
Dos dias sentidos entre a opressão e a miséria,
Dias vistos entre dores e desilusões,
Vale a pena acreditar que teremos dias de triunfo.
Há esperança de que as sementes lançadas pelo caminho caiam em terra boa e frutifiquem".

Prof. E.

O trabalho abaixo descrito, realizou-se no decorrer do ano letivo de 1990, especificamente nos seus dois bimestres iniciais, numa 7ª série da Escola Lacerda Werneck, Colônia Vitória, Distrito de Entre Rios, no Município de Gurapuava, a aproximadamente, duas horas de viagem diária.

Foram utilizados o tempo de duração das 5 horas/aula semanais, bem como atividades extra-classe (entrevistas, visitas, pesquisa de campo...)e horários (poucas vezes) cedidos de outras disciplinas e muitas aulas-extras no sábado.

A turma em questão, uma 7ª série, tinha 28 alunos, onde cerca de 30% da turma era de repetentes da série. Uma turminha bem agitada, considerada a turma do " barulho" de toda a escola.

Faixa etária entre 11 e 17 anos, provenientes de famílias, em sua grande maioria, de baixa renda: operários e trabalhadores da Agromalte, que não ultrapassam a 4 salários mínimos e alguns poucos moradores da favela (Vila Lemler). Aqueles que chegaram à 7ª série já têm uma situação econômica razoável, pois os demais ficam retidos nas séries iniciais ou, então "evadem-se" da escola para pedir trabalho desde muito cedo. Prova disso é o próprio censo da escola: 5 primeiras séries para 1 sétima série e, 1 oitava série com apenas 4 alunos.

O trabalho, propriamente dito, desenvolveu-se da seguinte maneira:

Após discutida e apresentada a proposta da Modelagem Matemática, que coloquei como sendo o resultado de tentativas no sentido de " matematizar " uma situação dada e matematizar não só no sentido de apenas traduzir a situação em linguagem matemática, como também desvendar possíveis estruturas matemáticas; escolheram-se temas que se diversificaram, perfazendo um total de 4 diferententes grupos.

- Reforma da quadra de esportes da escola.

- Custo do saneamente básico para a Vila Lemler.

- Mapeamento da Vila Lemler "Vila dos Brasileiros"

- Estudo da Hidrografia da Região (riachos, afluentes e a qualidade da água consumida pela " Vila" em questão.

De início , todos os alunos, em seus respectivos grupos, foram à pesquisa de campo. Nesta fase fundamental para a formulação e delimitação do problema de cada equipe, foram utilizadas várias estratégias como: entrevistas, questionários aos moradores da vila, fotos, visitas, medições... . De volta à sala de aula, foram surgindo as primeiras situações reais, necessitando já da mediação do professor. Questionamentos do tipo:

Como medir, " cubar " e nivelar a quadra ?

Quanto de material é necessário para a reforma ?

Como é que o pedreiro, que nunca estudou, sabe tudo isto ?

Quantos dias seriam gastos no trabalho empreendido se fôssemos neste ritmo?

Qual o volume de água do rio que abastece a vila ? E da água do poço ?

Quantos centímetros cúbicos de água saem por minuto do cano ?

Qual a renda "per capita" da vila?

Qual a porcentagem de casas próprias da vila ? E alugadas ? Quem são os proprietários da favela ? Por quê ?

O que é área ? Qual a área da Vila ?

Como se " tirar " a área de terreno irregular?

Qual a densidade demográfica da Vila?

Por que uns têm água tratada e outros não? Quem paga ? Qual o custo disso ?

As aulas de matemática passaram a ser um momento de reflexão na escola e não de decorar e aplicar regras prontas e algorítmos simplesmente.

Os conteúdos matemáticos passaram a ser trabalhados de forma a responder aos questionamentos surgidos. Tivemos um " probleminha" : os asssuntos não eram exatamente os previstos para a 7ª série. Embora todos já tivessem visto os conteúdos, não os tinham incorporado a um referencial. (até então para muitos, o objetivo de estudar matemática era para "passar de ano").

Acabamos "destrinchando" a matemática em 4 eixos bases, inerentes às séries iniciais.

1) Números: Números relativos aplicados a perdas e ganhos e sistema de numeração decimal.

2) Operações: desmitificando os algorítmos das 4 operações e trabalhando porcentagem como fração de denominador 100, juros (inflação, salário do professor, pais), noções básicas de Estatística e Probabilidade, potenciação (explorando área e produtos notáveis), volume, perímetro e área.

3) Sistemas de medidas: comparativo entre unidade padrão e agrária, medições alternativas

4) Geometria: construção e planificação de sólidos geométricos e plantas baixas.

Além do trabalho de matematização, propriamente dito, entramos muitas vezes em questões históricas: o metro sempre foi assim? Os numerais e cálculos também ?...; de Ciências: com o princípio dos vasos comunicantes, usado para "nivelar" a quadra de esportes e a análise da qualidade de água consumida pelos moradores. Geografia: com relevo do local e bacia hidrográfica, embora esta outra parte tenha ficado difícil pela questão tempo e disponibilidade, e por que não assumir o despreparo de nós professores, sem falar da questão político-social.

Tivemos, ainda, alguns entraves, como por exemplo, a falta de resposta da SANEPAR a respeito da qualidade da água consumida pelos moradores da favela, proveniente de uma região de banhado e que recebe água vinda das plantações dos "alemães" que fazem uso dos agrotóxicos. Em tempos de chuva, sobe o nível da água, chegando a encobrir os poços. Mandamos as amostras de água, mas, em justificativa à negativa da resposta, disseram-nos que não fazem testagem de água para "terceiros", ou seja, pessoas comuns, não jurídicas e/ou governamentais. Também há omissão de alguns entrevistados nas suas respostas.

Deixamos o conteúdo programático formal da 7ª série para os dois últimos bimestres . Tal decisão dificultou o desenvolvimento, não só pelo tempo, como também pela interrupção da forma de trabalho pelo método da Modelagem Matemática, tão bem aceita pela classe.

O aspecto positivo do trabalho foi o resgate da fala e da escrita nas aulas de Matemática, bem como a apropriação da linguagem matemática pelo aluno.

Estatisticamente falando, tivemos, no decorrer do ano, duas desistências, duas transferências e três reprovações nessa turma de 7ª série.

Findado o ano, o que ficou para mim, como educadora, foi que a estratégia da Modelagem se contrapõe à indesejável rotina que escraviza e neurotiza o professor e o aluno. Diz-se que História, Geografia, Física, Química, Biologia e até as línguas mudam, e, conseqüentemente, o ensino dessas disciplinas, no conteúdo e na forma. E quanto à Matemática, que propaga verdades universais?

Conclusão

Estou certa de que hoje em dia, " passar" em Matemática é um desafio quase que intransoponível para o aluno, mas, a convicção de que uma mudança é possível, é cada vez maior. Só isso! Tudo isso ! Porém é fundamental que se questione mais sobre Educação, especialmente a Educação Matemática, passada de uma forma tão autoritária como verdade incontestável. " Para isso deve-se estar mais aberto,mais inquieto , mais vivo, mais poroso, mais ligado."

" Tu sabes,
conheces melhor do que eu
a velha história.
Na 1ª noite eles se aproximam
e roubam uma flor,
do nosso jardim.
E não dizemos nada.
Na 2ª noite, já não se escondem
pisam as flores,
matam nosso cão
e não dizemos nada.
Até que um dia,
o mais frágil deles,
entra sozinho em nossa casa
rouba-nos a luz, e,

Conhecendo nosso medo,
arranca-nos a voz da garganta.
E já não podemos dizer nada."

"... Minha preocupação e realismo giam como fazem os adultos a estragar o prazer de uma brincadeira deliciosa, dizendo à criança do risco de vida que corre. Só o prazer do risco vale a vida. O medo é real, mas medíocre. Ao contrário do que se pensa, a educacão pelo medo nos adapta à morte, não à vida. "

Roberto Freire, fragmento do romance " Coiote".

Depoimentos gravados

Prof. 1.

Ent. --- Em relação à pintura da sala de aula como você se sentiu realizando o trabalho? Quais as dificuldades encontradas? Fale de forma geral sobre o trabalho realizado.

Prof. --- Eu saí da pós graduação e decidi fazer a minha monografia em cima do Método da Modelagem Matemática. Quando cheguei aqui, tinha um certo tempo para fazer a minha monografia e isso foi uma preocupação. Eu estava nervosa.Daí, um dia, na escola, alguém chegou para mim e perguntou o por que de eu estar muito perturbada, e eu pensei como é que vai surgir o interesse das crianças?

Daí, conversando com os alunos, deu um " clik " na Ângela e ela disse:

- Professora, vamos pintar a sala de aula. Então eu aceitei. As coisas começaram a clarear um pouco, mesmo assim eu estava preocupada, insegura, porque era uma coisa nova para mim. Eu teria que desempenhar esse trabaho com 38 alunos; estava ali toda a minha responsabilidade. No começo, foi uma dor de cabeça! Também não tínhamos dinheiro para comprar tinta. Então, um aluno se propôs doar uma ovelha para fazer uma rifa, e começaram os nossos cáculos.

Ent. --- Esses cálculos eram conhecidos pelos alunos ou eles iriam aprender pela 1ª vez?

Prof. -- As operações, eles sabiam, só que essa foi uma situação diferente, por exemplo: Se cada aluno vender 5 números, quanto iremos arrecadar? Ou, se todos os alunos, juntos, vendessem só 100 números , quanto arrecadaríamos? Na sala de aula foi assim, na prática, no quadro e no caderno.

Ent. --- De que forma vocês chegaram à conclusão de quanto de tinta precisariam?

Prof. --- Eles fizeram pesquisas antes de fazermos a conta da tinta . Eles saíram para perguntar aos pais ou pintores sobre quanto de tinta iria ser preciso para pintar 1 m^2. Só aí é que nós partimos para os nossos cálculos.

Ent. --- E eles já sabiam calcular área?

Prof. --- Não, eles tiveram que aprender o cálculo de área.

Ent. --- E como você desenvolveu esse conceito com eles?

Prof.--- Eu comecei pela história do metro, como ele surgiu. Falei sobre o sistema de medidas, daí começamos a usar o metro. Para ver o comprimento da parede, da carteira etc, eles usaram bastante o metro e a fita métrica; também mediam a altura do colega e tentávamos passar isso no caderno. Depois, passamos a medir superfícies.

Ent. --- E você, como professora, como se sentiu a partir do momento em que realizou o trabalho?

Prof. --- Ainda insegura, porque eu não tinha uma boa noção sobre o trabalho com Modelagem Matemática, mas, com a sua ajuda eu fui me familiarizando com esse tipo de trabalho, então me senti mais segura, e me senti mais contente quando vi que estava caminhando para aquilo que realmente era o nosso objetivo - pintar a sala de aula. Mesmo assim faltaram algumas coisas porque eu era inexperiente;, então, mesmo com esforços, o trabalho deixou muito a desejar.

Ent. --- Como você veria este trabalho,se tivesse que o realizar hoje?

Prof. --- Se fosse dentro desse mesmo assunto, seria bem mais fácil, mas agora eu só tenho 6as séries, e acho que, apesar de tudo, ainda estou imatura. Tenho vontade de trabalhar com Modelagem Matematica, na 6a série, mas estou imatura. Uns 4 alunos que fizeram uma entrevista com você são meus alunos na 6a série. Com eles eu troco idéias em termos de matemática, mas eu acho que não tenho essa capacidade para trabalhar.

Ent. --- Na 4a série, num projeto onde você possa trabalhar 3 aulas com o projeto e 2 com o conteúdo normal da série, conseguiria cumprir todo o conteúdo previsto?

Prof. --- Sim, inclusive eu consegui.

Ent. --- Na 6ª série você teria essa possibilidade?

Prof. --- Acho que sim, porque tudo depende da gente, da nossa força de vontade, e, como os aluno são interessados, tenho certeza de que teria condições mas, sem apoio o trabalho ficaria imperfeito. Ao mesmo tempo, é como se estivessemos sozinhos na escola, por isso, eu gostei de você ter vindo, me clareou as idéias, para que saibamos trabalhar seu método e, ao mesmo tempo, ter o apoio de outra pessoa, e não só eu sozinha. Aqui nós somos 5 professores de matemática, então, um dá apoio para o outro e, com a nova Secretaria da Educação, nós temos que trabalhar em cima do interesse do aluno.

Ent. --- Você estaria disposta a fazer outro trabalho desse neste ou no outro semestre?

Prof. --- Sim, esse método foi aprovado, aqui na escola os mais experientes no assunto somos eu e o Irineu, os outros estão iniciando agora.

Prof. 2

Ent. --- Qual sua opinião geral sobre esse trabalho de matemática?

Prof. --- Eu tive conhecimento do trabalho de Modelagem na época em que fazia curso de especialização sobre ensino de matemática. Docentes da universidade de Londrina, entre eles o professor A e a professora B, já conhecinham a idéia de Modelagem e tinham conhecimento dos cursos desenvolvidos na universidade de Campinas. Ela apresentou a idéia para o meu grupo; nós não chegamos a fazer a experiência concreta com o aluno, mas entrou na cabeça da gente não como metodologia fundamental exclusiva e única para o ensino de matemática. Entrou na cabeça da gente como mais uma opção para o ensino de matemática. O curioso de tudo isso é que a profª B havia feito um trabalho com a construção de papagaio (pipa), e ficou muito forte para a gente, de que o melhor mecanismo para desenvolver o trabalho de modelagem é a construção de papagaio. Por mais que a gente pensasse, não conseguíamos, no grupo encontrar um procedimento que na época parecesse mais autêntico. Durante o curso de especialização nós fizemos algumas atividades em grupo na sala de aula,e levamos a proposta de desenvolver um trabalho com os nossos alunos de 2º grau, de vestibular e de 3º grau. Foi difícil pôr em prática tudo isso, até que o professor C trouxe a idéia de desenvolver no Colégio São José uma experiência em Modelagem Matemática,a partir de um curso realizado em Guarapuava do qual participara.

Nós não pudemos, na oportunidade, aplicar a Modelagem nos moldes propostos, porque a escola particular tem uma certa fiscalização e uma certa exigência dos pais,então,o que nos pareceu viável, na época, foi fazer um trabalho em paralelo e para isso escolhemos duas turmas de 5ª série.

Estabelecemos o horário, e o professor C foi lá trabalhar com a turma. Durante o ano todo, os alunos ficaram muito voltados para a preocupação de terminar o trabalho. A idéia inicial deles, que depois foi colocada em prática, era a construção de uma maquete, até porque alguns trabalhos de maquete já haviam sido feitos no colégio, em anos anteriores, por alunos de outras séries. No desenvolvimento desse trabalho é que o prof. C e a professora D começaram a desenvolver o processo e a desenvolver questões matemáticas que surgiram no decorrer da da construção da maquete.

Foi muito difícil segurar a vontade dos alunos em terminar a maquete. Na cabeça das crianças, eu penso que entrou um trabalho de educação artística que não tinha nada a ver com a matemática. Durante o desenvolvimento do trabalho é que as questões matemáticas foram surgindo e é logico que surgiram questões diferentes no trabalho em grupo. Os alunos usavam uma metodologia diferente para construir um projeto diferente. Nós sentimos também que eles avançavam numa determinada direção e depois, na semana seguinte, percebiam que aquilo não deu certo e tinham a necessidade de começar tudo aquilo novamente, inclusive trocando o tipo de material, mudando a tinta, pensando numa sistemática diferente daquela original. Acredito que foi nesse ir e vir, no repensar no processo de desenvolvimento de trabalho, é que houve um maior crescimento dos alunos, e a criatividade teve que ser utilizada dentro da cabeça de cada aluno para que se chegasse a um termo. Não se pode negar que também eles dividiam as dificuldades, por isso o grupo acabava utilizando, em determinado momento, a idéia que tinha nascido do outro, isto é uma conseqüência do trabalho desenvolvido em grupo. Um dos problemas quanto ao desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem foi o tempo; uma hora semanal era muito pouco, para se desenvolver o trabalho e nem todos os alunos voltavam no período vespertino, a não ser quando havia uma preocupação muito grande, aí eles acabavam se unindo e desenvolvendo o trabalho, não só na escola, desenvolviam, inclusive, na casa de um coleguinha e eles iam lá analisar planta e tentar cortar o papelão ou a madeira por um mecanismo ou método diferente .

O que houve de interessante foi que, no final do ano, as maquetes estavam praticamente concluídas. O trabalho não ficou uniforme, cada um acabou achando a direção que convinha e a avaliação do último bimestre constava, também, de uma nota atribuída a esse trabalho. Esse é um dos pontos de que a gente não conseguiu fugir. Talvez o nosso raciocínio tradicional, com relação ao ensino, nos forçasse a atribuir algum valor para o trabalho desenvolvido. Agora, no ano de 91, trabalhando com essas mesmas turmas e na 6ª série, a maioria deles, poucos alunos, desistiram e quase não houve reprovação. Alguns pontos nos chamam a atenção no desenrolar deste ano letivo. Até agora, no mês de julho, nós não retomamos uma atividade diretamente ligada à Modelagem.

Entre os aspectos que me chamam a atenção, dessas turmas, é que primeiro o trabalho de Modelagem aproximou tanto o prof. C dos alunos que no momento em que eu disse para a turma que o prof. de matemática, esse ano, seria o prof. Carlos, houve uma aprovação integral. Eles ficaram felizes em ter esse professor que desenvolveu o trabalho no ano passado, com a turma, independente da disciplina que fosse ministrar. O aspecto fundamental, eu creio que tenha sido a motivação. O prof. C tornou-se uma pessoa especial para eles. Também no desenrolar das atividades, esse ano, segundo o mecanismo tradicional, a gente observa que a turma de 6ª série é bastante questionadora. Começa a se desenvolver um assunto e já tem um garoto com a braço levantado, querendo fazer uma pergunta. Eles têm uma participação muito forte na aula, em função desses questionamentos que fazem. A gente observa, ainda, que a turma é uma turma muito socializada. Eles dividem os problemas. Eles tanto dividem os problemas que nós tivemos algumas situações atípicas para essa turma de 6ª série. Numa escola particular em que os alunos, dificilmente, tomam iniciativa quanto ao professor, e onde o padre sempre dá a última palavra, aconteceu um fenômeno atípico que seria um movimento da turma para afastar professores de educação artística. Eles acabaram conseguindo, porque a turma fez um movimento forte, os pais participaram e fizemos uma séria runião e chegou-se a um ponto em que a professora disse: olha, não vou trabalhar com aquela turma, porque eles não querem ir. Eles abriram o jogo e falaram para a professora que não era aquilo que eles queriam para .... Outro detalhe foi que nós tivemos que trocar a professora de ...., porque essa turma fez uma série de movimentos, procuraram a coordenação e questionaram a professora e chegou-se ao ponto em que nós tivemos que mudar a professora. Eu não tenho visto, exceto em alguns raros casos de 3º grau, um movimento jogando e analisando, questionando com seriedade o trabalho de um professor.

Quanto ao aproveitamento da turma, eu tenho impressão, também, de que houve uma melhora acentuada, e quando comparo essa 6ª série com outras turmas em que eu trabalho, eu tenho notado primeiro as notas, os escores que eles têm conseguido na avaliação, dentro de uma série de critérios que a escola apresenta. São avaliações quinzenais, avaliações bimestrais e nota por participação. Essa turma tem mostrado um desempenho acima da média. Me parece que o trabalho mais importante foi a motivação, a socialização da turma. Eles conseguem fazer um trabalho unido e conseguem analisar os problemas da turma, sempre em grupo, e isso tem dado resultado positivo na turma e acredito que na própria escola.

Nos eventos que a escola tem promovido, essa turma mostrou uma participação maior do que nas outras turmas, e é isso o que a gente pode observar do trabalho de Modelagem, desenvolvido durante o ano de 90, e que está tendo reflexos agora. Nós pensamos em dar continuidade a esse tipo de trabalho.

ANEXO III

DEPOIMENTOS DOS ALUNOS ENVOLVIDOS

NOS PROJETOS

Depoimento escrito dos alunos

Aluna: Elizane De Fátima Quintiliano

Eu gostei desse trabalho porque me ensinou a tratar muito bem a terra. Nós aprendemos muitas coisas de matemática, aprendemos a medir, a pesar, medir áreas e litros d água, também o perímetro entre outras coisas.O trabalho nos ensinou a tratar bem das plantas e tudo mais.

Aluna: Irenice

O projeto foi muito interessante. Eu gostei muito de ajudar nesse projeto, pois lá eu aprendi muitas coisas, como plantar, fazer medidas, semear, enfim, eu adorei. Gostaria de fazer todo esse projeto destê ano novamente. Um certo tempo nós estávamos tendo muito prejuízo principalmente com a alface. No 1º canteiro tivemos 96% de prejuízo e 87% no outro. Aprendi muitas coisas novas de matemática. Achei ótima a idéia de fazermos esse projeto!

Aluna: Inês Ramalho

Eu aprendi muita coisa com esse projeto: Por exemplo, aprendi medidas de comprimento e de largura; aprendi a plantar e a pesar. Aprendi como plantar ervas no viveiro e tudo mais. Foi muito bom esse projeto.

Aluna: Edimara Lima

Eu gostei muito do projeto de matemática. Aprendi que a gente não planta só em casa ou na aula de ciências. Matemática também é vida. Aprendi a plantar, medir, pesar e muitas outras coisas importantes. Isso é muito importante, tanto na escola como fora da escola. Eu gostei muito desse tipo de trabalho.

Aluna: Silma De Freitas

O projeto é muito interessante. Eu adorei fazê-lo. Eu aprendi a plantar e a preparar a terra. Eu achei que o projeto foi muito bom; eu aprendi coisas maravilhosas. Eu até nem pensava que iria aprender. Nós aproveitamos muitas coisas que plantamos. Tivemos alguns prejuízos, principalmente na alface. Num canteiro tivemos 96% de prejuízo e 87% no outro. Aprendi muitas coisas como plantar, medir e somar. Aprendi porcentagem quando trabalhamos com as alfaces, e aprendemos metros, centímetros, etc. Esse projeto foi divertido e toda a turma trabalhou nele.

Aluno: Vandir

Eu achei ótimo, a idéia foi muito boa. Eu gostei e vi que é muito bom. Eu achei muito bom aprender calcular áreas. No projeto não foi só matéria, como era antes. A gente ficava com a cabeça cheia de matérias, não era fácil de aprender e, com o projeto, a gente se soltou um pouco, e vinha para a sala com a cabeça mais fria. E isso facilitava a aprendizagem. Eu gostei porque aprendi outro jeito de plantar. Espero que, no ano que vem tenha outro projeto.

Aluno: Não identificado

Eu aprendi que a natureza é muito importante na vida de todas as pessoas porque nos ensina a preservar e a conviver com ela e ajudá-la contra os devastadores.

Aluno: Não identificado

Eu achei que, no projeto, aprendemos a medir, pesar, e outras coisas. No projeto, aprendemos a preservar a natureza.

Aluno: Não identificado

Eu aprendi muito no projeto. Aprendi a plantar,a madir e etc. Lá nós carpimos, viramos a terra e plantamos. Aprendi muito no projeto.

Aluna: Cise S. Caldas

Eu gostei muito do nosso trabalho com o projeto e aprendemos muitas coisas. Aprendemos a medir perímetro, a plantar e a semear. Aprendemos muitas coisas tivemos muitas vantagens de fazer esse projeto e trabalhando com a matemática.

Aluno: Edmilson S. Caldas

O projeto foi muito bom. Aprendemos a plantar, medidas e a coservar a natureza. Aprendemos a medir perímetro,a cuidar das plantas, adubá-las, aprendemos linhas e quilos.

Aluno: Delson P. Bráz

Esse projeto, que nós fizemos,foi bom porque faz parte da matemática. Tem medidas, litros e o bom é que tudo isso faz parte da matemática, e não é só problemas e exercícios. É bom ter algumas aulas para saber plantar verduras. Eu acho que teve aproveitamento para todos nós.

Aluna: Joelma Iene

Achei muito bom. Ficou linda, com isso aprendemos medidas de comprimento, as 4 operações, porcentagem, a fazer troco, a conversar com as pessoas e muitas outras coisas. A sala ficou legal. Gostei muito de fazer tudo o que fizemos.

Aluna: Maria Joana Cordeiro

Medimos a nossa sala para pintar, só que não tínhamos dinheiro para pintar, aí nós fizemos a rifa de uma "carneira". Cada aluno vendeu 10 números. Eu gostei muito de vender rifa, aprendi a fazer troco e a trabalhar com várias operações.

Aluna: Ângela Aparecida

Eu achei boa e gostei da idéia da Ângela Paula. Mas, eu não cumpri meu dever certinho, perdi a rifa que era para vender. Cada um pegou 10 números para vender, uns venderam, outros não. Uns perderam, outros rasgaram. Nós fomos comprar a tinta lá na comercial Ivaiporã, sofremos para trazer. Com o dinheiro que sobrou nós fizemos uma linda festa no dia da criança. Eu agora vou contar as cores das tintas que nós compramos: branco, marron, preto e verniz.

Aluna: Vandeléia Do Carmo Santos

O projeto foi uma ótima idéia, porque nós aprendemos a plantar, adubar, medir, carpir e fazer gráficos. Foram doadas 100 mudas pela Prefeitura. Eu acho que nunca devemos abandonar o projeto, pois todos colaboraram e, mais tarde, vai ser útil para todos nós e para a escola também. Nós também notamos que as plantas também precisam de carinho e proteção. Na vida precisamos das árvores porque sem elas não poderiamos sobreviver. Não destrua as árvores pois elas são sua própria vida. PRESERVE

AS ÁRVORES, PRESERVE SUA VIDA.

Aluna: Marilde

Aconteceu um projeto em que todos os alunos da 6ª série participaram e colaboraram. Esse projeto foi muito importante para nós porque aprendemos a plantar, a adubar e a medir. Ele nos ajudou a desenvolver matemática. Seria importante se continuássemos o projeto e se todos os alunos da escola colaborassem, e ajudassem a preservar as arvores e as plantas.

Vamos ajudar a preservar a nossa escola!

Aluna: Deocélia

O nosso projeto deve continuar porque está indo muito bem; só falta tirar o resto do mato, e falta carpir bem em volta das mudas. Devemos continuar porque isso vai servir para nossos filhos, ou até para nossos netos, e vai dar lucros para a escola. Até podemos ajudar a podar as ervas e a arrumar a escola, comprar as cortinas arrumar os vidros. Dentro da matemática nós aprendemos a medir e a plantar, a adubar e a colocar estaca em volta e a trabalhar com as medidas das mudas.

Aluna: Nevina Camargo

Aprendi bastante com esse projeto. Aprendi como se faz uma sementeira de erva-mate, como plantar uma muda de erva; Aprendemos o tipo de solo. É um solo argiloso, é um solo bruna. aprendemos como fazer adubo e quando deve ser colocado na muda de erva; foi colocado adubo orgânico. Na matemática aprendemos como medir, medir terreno, a altura de um pé de erva. As mudas de erva foram doadas pela Prefeitura; foram doadas 100 mudas. O mais importante é conseguir preservá-las. Esse projeto deve continuar no outro ano porque é muito importante para a escola e para nós mesmos. Nós devemos batalhar mais para conseguir mais pessoas para nos ajudar, mas tem que ser uma pessoa que goste. Isso foi muito bom para mim e para os alunos também. Eu agradeço do fundo do coracão à professora que nos ensinou. Obrigado.

Aluno: Noedir De Lima

O projeto arborização foi muito importante para nós. Aprendermos a medir, a saber executar um projeto. Também apredemos o cuidado que precisamos tomar com a medida. O preparo que devemos ter com a terra, e o preparo para trabalhar com Modelagem Matemática. O esterco foi fermentado para depois colocar nas covas.

Aluno: Eduardo F.Y.

Nós fomos carpir para plantar erva;, esperamos mais ou menos uns 10 dias, fomos ao viveiro e um homem ensinou para nós como plantar; pegamos 3 caixas de plantas e deixamos na escola. No dia seguinte nós as plantamos, colocamos adubo e pequenas estacas. No outro dia molhamos as plantas e carpimos em volta. Nós, quando fizemos essas coisas, aprendemos e digo obrigado à professora.

Aluno: Helton Sales de Almeida

Foi um projeto ótimo e a professora, quando falou dele todos os alunos se interessaram. Nós fizemos esse trabalho usando a Modelagem Matemática, para medir o lote e medir, cada semana, o pezinho de muda. Nós fomos ao viveiro municipal. Um homem falou sobre solo, semente, e tudo sobre o projeto. Nós fizemos buracos, colocamos adubo orgânico para deixar a terra preparada, plantamos o pé da erva-mate, e assim foi o projeto.

Aluna: Elza Pereira

Esse projeto foi muito importante para os alunos da 6ª C. Nós queremos e devemos continuar com esse projeto. Vamos citar algumas das coisas que nós vamos terminar:

Tirar a mata que está em volta das mudas;

Firmar as estacas;

Molhar;

Cuidar;

Enfim, tudo isso e muito mais. Se não fosse por falta de material, teríamos terminado há muitos dias. Todos os alunos desta escola devem cuidar e zelar por esse projeto; isso pode servir para outras pessoas. E, dentro de tudo isso, nós aprendemos muitas coisas de matemática, e todos os meios de uma planta crescer. Nós utilizamos adubos, cavamos os buracos, medimos as distâncias de uma cova à outra. E todos nós ficamos orgulhosos de termos realizado esse trabalho.

Aluno: Orlei da Silveira

A Toca da Onça se localiza num buraco onde ninguém tem a mínima condição de vida, é uma pouca vergonha tantas favelas assim.

Os terrenos são pequenos, mal dá para as criancas brincarem, quanto mais para fazer a sua própria horta e assim não precisar comprar verduras.

As pessoas que moram na Toca da Onça não têm a menor condição de vida, são pessoas pobres que ganham seu alimento trabalhando como bóias-frias, de sol a sol.

Aluno: Aguinaldo A. Prestes

"Professora ......, suas aulas são ótimas e são bem explicadas; eu gostei muito da senhora e das suas aulas. As aulas da senhora foram ótimas, eu brinquei muito, e foi fácil. Não é da senhora que eu não gostei, eram os relatórios que eu não gostava de escrever. Quando nós íamos na Toca da Onça era muito legal ver as pessoas, pena que eu não possa ajudá-las...

Nas aulas da professora ...... era só relatórios, eu queria prova.

Eu vou ser muito sincero com a senhora, professora ......, eu gostei muito das aulas de História. A sala que eu estudei foi muito boa, eu consegui muitos amigos na sala. Nós fomos fazer o trabalho de História na Toca da Onça, pra nós facilitarmos o problema da água, mas como nós começamos a fazer esse trabalho no fim do ano, não deu para terminar.

A professora ...... foi muito legal com todos nós!

Aluno: Não identificado.

A Toca da Onça está localizada no bairro Guaicici, perto do rio e do mato, longe de atendimento médico, hospitais e do centro da cidade. A cidade de Guarapuava, além de ser campeã como produtora de maçã, também tem muitas favelas.

Os grandes proprietários de terra estão acabando no minúsculo pedaço do Brasil estão os ricos e, em todo o resto, estão os pobres, aqueles que moram nas favelas. Até quando o Brasil ficará assim?

A Toca da Onça tem uma paisagem linda! Que bom se a Toca da Onça tivesse casas com água tratada, tivesse esgoto, enfim, mudasse um pouco. Na Toca da Onça só tem uma torneira de água, os que moram perto dela têm sorte, porque não se sacrificam tanto, mas, aqueles que moram longe, deram azar, isso, porque não é fácil subir de 4 a 5 vezes e descer a mesma quantia por dia o morro para buscar água, é um sacrifício enorme.

Nós vimos também que eles não têm nenhum lugar apropriado para fazer suas necessidades, como fezes e urina. Quando chove, as necessidades transbordam para o rio e assim fica um cheiro muito desagradável. E o pior é que é naquele rio que as pessoas lavam roupa. As pessoas que lavam roupa naquele rio não sentem, e a roupa parece limpa, mas se a gente pegasse a roupa e a cheirasse, iríamos perceber um cheiro desagradável e a pessoa que vai vestir também vai ficar com um cheiro ruim no corpo. Os moradores da Toca da Onça passam por muitas dificuldades que é difícil de acreditar, como: falta de comida, agasalhos e acolchoados; muitos deles passam frio porque não têm essas coisas.

Tem tantos ricos que andam nadando em dinheiro e não podem dar nada ao seu próximo. Tem crianças que só vão para a escola por causa da merenda escolar, tem alguns que vão dormir de barriga vazia porque não têm o que comer. Dá pena ver aquelas casas cheias de buracos que, quando chove, é uma tristeza, entra água por tudo que é canto da casa. E embolora tudo porque o prefeito não pensa um pouco nos pobres da Toca da Onça".

Aluno: Cristiane Fernandes

A Toca da Onça se localiza no fim de um morro alto, em baixo de umas montanha. Lá tem um monte de pessoas que ganham menos de um salário, e os terrenos, nem se fala. Os moradores não têm onde lavar roupa, não têm água encanada e luz é só de lampião ou vela. Eles bebem água, lavam roupa e louça, e cozinham tudo com a água dos rios e olhos d água. Os terrenos não são planos, as pessoas comem bem pouco e fazem suas necessidades no mato e moram no buraco.

Quem mora lá, às vezes fica nervoso por morar lá. Os homens não têm emprego e as crianças ficam morrendo de fome, as mulheres não têm aonde lavar roupa. Quem mora lá é pobre".

Aluno: Marcelo Santos

"A Toca da Onça se localiza em uma região de Guarapuava em que a miséria toma conta de tudo. Lá não tem luz e não tem esgoto; só tem uma torneira, que fica num lugar pouco estratégico. Fica perto da polícia militar e perto do centro comunitário. Fica longe do centro da cidade, no qual eles são desfavorecidos pela falta de transorte, porque naquele local é muito difícil a entrada de ônibus e de um meio de transporte. Também tem muitas doenças; os terrenos são rochosos e existe dificuldade para plantio. A maioria dos moradores daquele lugar nem sabe o que é cesta básica e nem tem condições reais de trabalho nem tem prevenção contra acidentes".

Aluno: Patrícia Aparecida Dos Reis

A toca da Onça se localiza no Morro Alto, perto do mato e da polícia militar. Antes de chegar lá, passamos por um monte de casas de meretrizes. Lá moram pessoas como todos nós, só que algumas pessoas vêem diferenças entre nós, só porque eles não têm as mordomias que nós temos. Eles só têm uma torneira para todos eles juntos, e são muitas pessoas, muitas barracas. As barracas são de lâminas ou de lonas. Em apenas uma casa de lona moravam três famílias, cada família com quatro pessoas, ao todo 12 pessoas.

A maioria pensa que passar necessidade é ser independente só porque não trabalham de graça. É como escravidão; só tem uma diferença, agora você pode sair à hora que quiser, e antigamente, não".

Aluno: Iozete R.S.

"A Toca da Onça se localiza próximo à vila Araucária, perto da polícia militar.

Fica longe da cidade, escolas postos de saúde e longe de praças onde as crianças possam brincar. As pessoas de lá são pessoas do mato; a maioria das pessoas saíu de suas casas pensando que iria melhorar de vida aqui, mas, na verdade, só pioraram. Lá há muito mato, buraco, pedras e lagos.

Na Toca da Onça não há luz e só há um encanamento de água para toda aquela população. A maioria das pessoas não tem higiene e nem pensa em colocar seus filhos na escola porque não tem condições de comprar materiais. A paisagem é muito bonita e a gente fica morrendo de vontade de tirar fotografias.

A maioria das pessoas que moram lá não tem condições nem de sustentar sua própria família. Eu fico feliz por ver aquela paisagem linda mas, por outro lado, fico triste de ver aquele povo tão miserável".

Aluno: Marcelo Cavalheiro

"A Toca da Onça se localiza próximo à vila Araucária e longe do centro da cidade. Lá só moram pessoas pobres. Nós fomos lá ver se podíamos fazer alguma coisa por eles. Nós medimos as ruas, as casas, a maioria das casas só tem chão de terra.

Nós conversamos com eles, perguntamos sobre a cesta básica e eles nem sabiam o que era. Eles não tinham um serviço fixo e trabalhavam por conta. Tem umas pessoas que passam fome. A água que eles usam é contaminada pelas suas próprias fezes; muitas crianças morrem de desnutrição. Os terrenos são horríveis e o solo é rochoso. Só tem uma torneira em toda a região e só beneficia aos que moram em cima.

As casas são cobertas de lâminas ou de lonas. Eles gastam muito com velas; com esse dinheiro dava para pagar a conta de luz. As crianças não são beneficiadas porque não têm onde brincar".

Aluno: José Roberto

"Fomos na Toca da Onça visitar as pessoas que vivem lá; tinha muitas pessoas tristes de não ter outro lugar para morar. Lá nós batemos fotos. A única torneira que eles têm lá, fica no alto e tem pessoas que vão buscar água umas 10 vezes por dia.

As pessoas têm que fazer suas necessidades no mato e isso pode causar muitas doenças. As casas são cobertas por lonas ou lâminas. Já pensou no inverno naquelas casas cheias de frestas?. Eles passam muita fome e quando têm comida é só farinha e feijão".

Aluno: Rosana

"A Toca da Onça se localiza atrás da Polícia Militar, perto da vila Araucária, e tem outro nome que é vila Guaicici. A Toca da Onça é muito longe do centro da cidade; lá tem falta de médico, alimento, dentista, roupa, etc... Quando chove molha as casas com tudo dentro.

10% das pessoas que moram lá têm emprego e ganham um salário mínimo. O resto trabalha por conta como bóia fria. Não tem água encanada, nem luz. Como uma família pode viver com um salário por mês? Nós podemos fazer alguma coisa por eles".

Aluno: Marilda Guedes

"A Toca da Onça se localiza no morro alto, perto de rios e bicas d água.

Alguns terrenos são com descidas bem profundas; o terreno é rochoso, lá não tem energia elétrica, tem apenas uma torneira no morro.

A água do rio é contaminada e as mulheres lavam roupa no rio. Esse rio passa por um chiqueiro. As mulheres lavam, mas não passam roupa por falta de energia elétrica. Muitos deles estão desempregados e a maioria não foi registrado. E não recebem o que têm direito".

Aluno: Celso Schuab

"Na Toca da Onça moram muitas pessoas pobres que não têm nem o que comer, nem o que vestir. Os terrenos são irregulares e há muitos carreiros. Lá moram muitos bandidos e há muitos deficientes, que não podem trabalhar. A água de lá é contaminada e suja. Por isso nós queremos colocar cano para eles puxarem água, mas queremos colocar duas pessoas para cuidarem do cano, senão eles quebram e não arrumam mais".

Aluno: Não identificado.

"A Toca da Onça se localiza perto da polícia militar e perto da vila Araucária.

O lugar é muito bonito, mas fica longe para as crianças virem estudar. As pessoas que moram lá ganham pouco, isto é uma vergonha para o nosso Prefeito. O Governo não se importa com as pessoas humildes que moram lá.

As dificuldades dessas pessoas são muitas. O terreno não é plano para as pessoas irem buscar água. Os políticos só têm intenção é de comprar os votos daquelas pessoas. Lá tem pessoas que nem sabem o que é cesta básica. Lá só tem uma torneira; isso dificulta a vida das pessoas que moram em baixo".

Aluno: Jocemara Fátima de Lima

"Bom, para começo de estória, infelizmente quando a nossa turma de aula foi fazer uma visita à Toca da Onça, eu não fui.

Mas, sábado eu fui lá, mas só de passagem e sozinha, sem professora nem amigos de classe para comentar sobre o que via. Tentei observar bem o que via e guardar na minha cabeça o que ali via, que, para falar a verdade, não é nada bom. Ela situa-se no Morro Alto parece-me que na rua das Palmeiras.

O lugar combina com o nome, porque realmente parece mesmo uma toca, só que na toca moram seres humanos e que precisam de ajuda, mas, dificilmente alguém olha para eles e tenta ajudá-los, defendê-los, guiá-los. Só olham para eles para insultá-los, criticá-los; não vêem que se eles são assim não é por gosto. A gente tem mais é que ajudá-los, pois, afinal, nós somos todos irmãos e filhos de Deus, seja num lugar bonito, numa casa chique, ou debaixo da ponte. Todos nós sentimos fome e sede e também queremos viver bem e em paz, mas, para viver em paz precisamos de uma boa casa e de um lugar decente e seguro para viver. Caso contrário, eu acho que nem é vida, pois, como é que a gente vai viver sossegado, morando numa casa em que, cada vez que chove, tem-se que dormir molhado e molha tudo o que se tem.

Os moradores ficam preocupados com o próximo vento que vier, porque também é capaz de ficar sem casa. Não há nenhum conforto dentro de casa, nem um móvel mais ou menos bom, como cama, porque eles dormem todos no chão, estendem tapetes cobertores velhos e pronto. Fazer o que, né?

"A água deveria ser pertinho de casa; é muito sofrimento, deve ser por isso que não andam muito limpos mesmo. Aquelas ruas, se é que devem ser chamadas assim, mais parecem montanhas perigosas. Se pisar de mau jeito, é perigoso cair e até ter um grave ferimento. Assim, como é que os pais vão deixar os filhos brincarem sossegados? Bom, é isso o que eu resumi, e tentei escrever o que vi. Mas, na verdade, é bem pior do que eu vi, mas talvez você possa ajudar, ou ao menos tentar, porque, afinal, a gente está no mundo, não para sofrer, mas para viver".

Aluno: Lúcia

"A Toca da Onça se localiza no Morro Alto. O terreno é muito pedregoso, tem muito buraco e é difícil a água, mas tem uma cascata.

Eu acho que algumas pessoas ficam nervosas de morar lá.

A água que tem lá é muito contaminada. Eles a usam para:

- tomar banho;
- fazer comida;
- lavar roupa ;
- para beber, etc.

Os políticos só prometem que vão dar isso e aquilo, mas eles nem ligam, só prometem.

Quem mora lá são essas famílias que não têm condição de nada, nem de trabalhar. Cada família ganha menos de um salário minímo. É muito difícil morar lá. Tem pessoas que não podem trabalhar por causa de doenças".

Aluno: José Wanderlei Martins

"A Toca da Onça se localiza a 3 km de distância do centro da cidade.

Os terrenos são divididos, sem uma medida certa, aos moradores ou proprietários temporários. Os esgotos são perto dos rios e as privadas também. A maioria das casas não tem privada e fazem as necessidades no chão mesmo, em volta das casas, perto dos riozinhos ou em volta dos rios.

Os doentes sofrem muito para chegar aos centros de saúde nos postos ou hospitais, ou às vezes, quando chegam nos postos ou hospitais, não conseguem fichas, etc...Então, voltam para casa, para voltar no outro dia cedo, mesmo que, às vezes, estejam correndo risco de vida. Enquanto os políticos ficam brigando por posição e orgulho, quem sofre as conseqüências são os pobres chamados "favelados".

E tem famílias que são em 8 a 10 pessoas naquelas casas minúculas e, às vezes, não têm um grão de feijão ou arroz para comer. Então acontece que as crianças menores começam a chorar de fome e, muitas vezes, por frio e por isso adoecem e morrem".

Depoimentos dos grupos de alunos

Alunos: Anderson, Leandro, Elias, Claudinei, José e Sidnei

"Tudo começou com mais um dia de aula. A professora entra na sala e nós propomos uma aula diferente. Surgiu a idéia de fazer um trabalho. As salas foram divididas em grupos; foram citadas várias opções. O nosso grupo escolheu sobre:

* A questão da água na vila

Concluímos o trabalho aos poucos, com muita luta e sofrimento. Um exemplo disso é:

- Medimos, desde a caixa d água, até o centro da vila com uma corrente de apenas 20m; o total foi 1400 metros.
- Também marcamos uma entrevista com Beni Zehr, de Entre Rios, para fazer perguntas sobre a água na vila.

Ao chegarmos lá, o Beni não se encontrava no seu devido local.

Também fomos visitar um poço artesiano, para ver se seria suficiente para levar água até a vila, e concluímos que seria suficiente. Então fomos para Guarapuava visitar a SANEPAR. Almoçamos na casa da professora Cleonice. E a professora resolveu tirar uma foto de todos nós trabalhando".

Entrevista

Entrevistado Jhoann Remmiling

Ent.--- Qual o volume de água existente na caixa d água?

J.R. --- 50 mil metros.

Ent. --- Qual a faixa de alcance da água?

J.R --- Toda a colônia Vitória.

Ent. --- Qual a distância da caixa d água até à vila?

J.R. --- 1400 metros.

Ent. --- A água é totalmente potável?

J.R --- Sim, não tomaríamos água suja.

Ent. --- Você concorda com o plano de não levar água até à vila?

J.R. --- É claro que não, isto é um absurdo.

Ent. --- Você concordaria em levar água até à vila?

J.R. --- Concordo, já estamos fazendo isso.

Ent. --- Podemos pegar amostra da água?

J.R. --- Basta abrir a torneira.

Ent. --- É só o senhor o responsável pela água?

J.R. --- Não, mas os outros são irresponsáveis.

Ent. --- Há muito tempo você trabalha nesta profissão?

J.R. --- Eu sou engenheiro já faz algum tempo.

Ent. --- Qual é a sua idade?

J.R. --- 35 anos.

Ent. --- E se for levada o custo será o mesmo?

J.R. --- Isso não podemos divulgar.

Aluno: José de Oliveira

"Nós fizemos votação para escolher entre tarefas ou trabalho, e optamos por trabalho. Foi difícil, nós nem sabíamos por onde começar e a professora chamou um professor da FAFIG. Entramos em detalhes e então surgiram as primeiras idéias do trabalho. Os projetos eram esses: Ajudar na quadra; saneamento básico; coletar água do riacho e fazer um mapeamento da vila para ajudar as outras equipes.

A professora Cleonice falou para nós irmos, um dia, à casa dela almoçar, para tratar de assuntos de nosso interesse. A professora voltou a dar aulas e o professor da FAFIG voltou e o trabalho prosseguiu".

Alunos: Solange, Idevelda, Pedro, Luiz, Vanderlei I, Vanderlei II.

Nosso grupo ficou com o trabalho de água. E teríamos que pegar amostras de água no rio.

Para começar, enfrentamos vários obstáculos:

- Na 1ª vez que fomos, foi a chuva, mas mesmo assim tiramos as amostras, mas não deu certo porque não tínhamos fervido os recipientes.

Então fomos pela 2ª vez, fervemos os recipientes e mandamos para a Sanepar, e esperamos os resultados das amostras.

Para podermos trabalhar melhor, dividimos os grupos:

- os meninos mediriam o rio;
- as meninas coletariam as amostras de água.

A largura do rio é de 1,85m e o comprimento é de 8,15m.

Depoimentos Gravados

Aluna: Ângela Paula

Ent. --- Qual sua opinião sobre o trablho que vocês realizaram na 4ª série?

A. Paula --- Foi bom, gostei, foi divertido. Pena que eu não fiquei lá por muito tempo, saí na metade do ano.

Ent.--- Mas enquanto você estava realizando o trabalho, você estava gostando?

A. Paula --- Estava.

Ent.--- Você gostou daquele tipo de trabalho de matemática ?

A.Paula --- Gostei muito.

Ent. --- De que você não gostou?

A.Paula --- Gostei de tudo

Ent.--- Você acha que aprendeu alguma coisa sobre matemática com aquele trabalho ?

A. Paula --- Aprendemos muito, nós estudávamos na escola lá embaixo e subíamos para comprar tinta e a professora ia explicando para nós que, quanto menos dinheiro nós gastássemos, era melhor, e depois de calcular as medidas das paredes ela propunha problemas.

Ent. --- Você usou aquela matemática na 5ª série?

A. Paula --- Ah! Usei.

Ent. --- Teve alguma diferença na forma com que você trabalhou matemática na 5ª série em relação à forma com que você trabalhou matemática na 4ª série?

A.Paula --- Na 5ª série usei quase todas as mesmas coisas da 4ª e não tive dificuldade.

Ent. --- Você gostaria de fazer outro trabalho assim na 6ª série?

A. Paula --- Gostaria, pena que são só 50 min de aula, e se fosse a profª Maria Helena seria melhor.

Ent. --- Vocês já falaram com o prof. Irineu?

A.Paula --- Não.

Aluno: Rafael Augusto Delgado

Ent. --- Qual sua opinião sobre o trabalho que você fez na 4ª série, e o que você gostaria de dizer sobre ele:

R.A. -- Foi fácil principalmente na matemática. Não foi aquela matemática cansativa; a gente media a sala, daí medíamos a casa da gente para ver quantos m^2 tinha. Foi gostoso e fácil.

Ent.--- Você achou diferente a forma de você aprender matemática em relação à forma como você a trabalha hoje?

R.A.--- Sim, porque a matemática hoje é cansativa. A professora só explica. Antes era diferente e melhor

Ent.--- Você acha que aprendeu bem aquela matéria de m^2, medidas lineares, etc ?

R.A.--- Sim,a professora mandava medir tudo, a altura dos colegas,a sala; em casa, a mesa, as cadeiras a gente trabalhava com cálculos,

Ent.--- Você acha que aprendeu mais matemática naquele projeto ou agora?

R.A. --- Foi naquele projeto.

Ent.--- Essa matemática vocês têm ocupado hoje?

R.A.--- Não, só na 5ª série nós ocupamos. Agora é medida agrária, área de polígonos, agora está mais difícil.

Ent. --- Você gostaria de fazer um trabalho desse tipo hoje?

R.A. --- Sim.

Ent.-- Vocês conversaram com o prof. a respeito disso?

R.A.--- Não,e nem pretendemos conversar. Se você conhecesse o prof. de matemática... Meu Deus do céu.

Ent.-- Ele não aceita que vocês coloquem sugestões? Diferentes formas de trabalho ?

R.A.--- Acho que não, porque ele só fica contando vantagem.

Ent.-- Como você trabalhou matemática no ano passado ?

R.A. --- Foi fácil. A profª era boazinha e a gente virava a sala e ela não falava nada.

Ent.--- Professor bonzinho para você é aquele que deixa vocês virarem a sala ?

R.A.--- Não, por exemplo a profª ..... já chega dando sermão para daí explicar a matéria. A profª .... também, só que ela não chega já dando sermão.

Ent. -- Como é que a profª de matemática trabalhou com vocês o ano passado?

R.A.--- Com livros; chegava, passava a matéria, explicava, mas com a .... era difícil de aprender pois ela deixava a gente virar a sala. Na 4ª série a gente fazia muitos exercícios.

Ent.-- Vocês não tinham chance de trabalhar de forma mais prática?

R.A.--- Não, a aula era só ali mesmo, depois entrou a profª ......, então era melhor.

Ent.--- O que você acha da matemática?

R.A. --- Detesto!

Ent.--- Por quê ?

R.A.--- Eu não vou bem em cálculo e tabuada. A profª. vive falando que tem que estudar 2 horas por dia mas é ruim porque quase não tem jeito de estudar.

Ent.-- E com a profª .... vocês gostavam?

R.A --- Ah! Com ela sim, não era cansativo.

Ent.-- Você não gosta, então, da forma com que ela é trabalhada.?

R.A.--- Sei lá só sei que ninguém está se dando bem com o prof. .... .

Aluno: Maurício

Ent.-- Como foi o trabalho que vocês desenvolveram na 4ª série, o da pintura.?

M. --- Fizemos o trabalho na rua, fomos ao mercado, fizemos recibo, cálculos da pintura.

Ent.-- Você gostou de trabalhar daquela forma?

M. --- Sim , era melhor que agora.

Ent.-- Mas qual é a diferença?

M.:--- Lá era mais prática.

Ent. --- E a forma de trabalhar matemática é muito diferente?

M. --- é, agora é pior.

Ent. -- Você aprendeu mais matemática naquele trabalho ou agora?

M. --- Naquele trabalho, na prática.

Ent.-- Como você acha que matemática deveria ser ensinada?

M. -- Daquela forma que foi trabalhada no projeto.

Ent.-- De que forma você acha que a matemática deveria ser trabalhada na escola?

M. -- Da forma prática, não só conta pelos livros.

Ent. -- Vocês hoje estão seguindo o livro?

M. --- Sim.

Ent. -- Vocês saem para fora para fazer algum tipo de trabalho?

M. --- Até agora, não saímos.

Ent. -- O que vocês estão aprendendo agora?

M. --- Sinais de positivo e negativo.

Ent. --- Você sabe de alguma situação em que vocês podiam sair para fazer um trabalho fora da sala de aula?

M. --- Não

Ent.-- Vocês entenderam bem o conteúdo?

M. --- Mais ou menos.

Ent.--- O que vocês têm feito para aprender esse conteúdo?

M. --- Só expressões.

Ent.-- Você acha que essa é uma forma boa de aprender?

M. --- Não.

Aluno: Júnior

Ent.--- Fale sobre o trabalho que vocês realizaram na 4ª série :

J. -- Naquela vez, era melhor, a gente ficava mais à vontade e aprendia melhor.

Ent. -- Por que vocês acham que aprendiam mais ?

J. -- Porque a gente ficava livre, fazíamos as coisas mais à vontade e a profª ensinava bem.

Ent.-- E hoje?

J. --- Mais ou menos. Não é igual àquela vez; agora a gente só fica na sala.

Ent. -- Se você tivesse que dar um conselho para seu prof. atual, o que você falaria para ele?

J. --- Falaria para ele sair das atividades e para sair da sala de aula, sair para fora para analisar as coisas.

Ent.--- Quando vocês saíam era melhor, isso por causa da bagunça?

J.--- Não, nós aprendíamos, e era melhor fora da sala de aula do que dentro.

Ent.-- Você acha que a liberdade é importante?

J. --- É, trabalhar em liberdade é bem melhor.

Ent.-- Nas outras matérias, você trabalhou como em matemática naquela vez?

J. --- Não.

Ent.-- Você acha que nas outras matérias dá para trabalhar fora da sala de aula também?

J.-- Em algumas matérias seria meio difícil, mas dava.

Ent.-- Vocês sugeriram isso para os professores de vocês?

J. --- Não .

Ent. -- Por que vocês não sugeriram?

J. --- Ah!...Sei lá.

Ent. -- Eles não aceitam?

J. --- Nós não perguntamos ainda.

Ent.-- Eles perguntaram se vocês gostam de matemática?

J. --- Perguntaram.

Ent. -- O que vocês responderam?

J. --- Um pouco porque a gente aprende bem.

Aluno: Tony Leandro

Ent.-- Fale a respeito do trabalho que vocês desenvolveram na 4ª série:

T.--- Foi bom. A gente fez um monte de coisas de matemática.

Ent. -- Esse tipo de atividade é melhor do que seguir livros?

T. --- É muito melhor. A gente aprende muito mais coisas.

Ent. -- O que mais a gente aprende quando trabalha assim?

T. --- Não só matemática, mas muitas outras coisas também.

Ent. -- Na matemática aprende-se mais?

T. --- Mais, e melhor.

Ent. -- Por quê?

T. --- Mexe-se com tudo na matemática.

Ent. -- Dentro da matemática que você trabalha hoje, está satisfeito?

T. --- Um pouco. Seria melhor se nós saíssemos.

Ent. -- Já falaram isso para o professor?

T. --- Por enquanto, não.

Ent. -- E não vão falar com ele?

T. --- Depois dessa conversa é capaz que sim.

Ent. -- Vocês têm medo de falar com ele?

T. --- Não

Ent. -- Ele permite?

T. --- Permite.

Ent. -- Por que vocês acham que ele não trabalha como a profª. ...... na 4ª série?

T. --- Ela ensinava melhor.

Ent. -- Você acha que é porque ela fez algum curso diferente?

T. --- É.

Ent.-- Você acha importante para o professor se atualizar para conhecer novas formas de ensinar?

T. --- Acho, a gente pode aprender muito mais.

Aluno: Aliton.

Ent.--- O que você aprendeu de matemática na 4ª série?

A. --- Expressões principalmente

Ent.-- A parte de m^2 no trabalho foi boa?

A. --- Foi.

Ent.-- Ajudou a entender o quê ?

A. --- Um monte de coisas, tudo ficou mais fácil.

Ent. -- A matemática que você aprendeu hoje onde você está aplicando?

A. --- Em nada.

Ent. -- E a matemática da 4ª série?

A. --- Apliquei num monte de coisas.

Ent. -- Vocês acham que a melhor forma de aprender matemática é aquuela da 4ª série?

A. --- Era mais fácil.

Ent. -- Vocês acham que ficou melhor porque vocês propuseram o assunto para trabalhar?

A. --- É.

Ent.-- Isso podia ser trabalhado em todas as disciplinas e em todas as séries?

A. --- Acho.

Ent.-- Porque é que vocês não gostam da forma atual de trabalhar matemática?

A. --- A gente só fica dentro da sala.

Ent.--- O que você sugeriria para os professores?

A. --- Que tivessemos mais liberdade, que saíssemos para fora da classe.

Ent.--- Isso proporciona mais interesse para vocês estudarem matemática?

A. --- Eu acho que sim.

Aluna: Rosângela M. Pinheiro.

Ent. -- Você gostou daquele tipo de trabalho que você desenvolveu na 4ª série?

R. --- Gostei.

Ent. --- Porquê?

R. --- Porque a gente foi trabalhar, vendeu rifa, fez mercadinho, ajudou bastante na matemática.

Ent. --- Tinha que fazer mais contas?

R. --- Tinha.

Ent. -- Tem muita diferença da 4ª para a 5ª série?

R. --- Tem.

Ent. --- Por quê? Onde tem diferença?

R. --- Agora as expressões são maiores e tem bastante coisa para fazer.

Ent. -- Você acha que está difícil?

R. --- Está...!

Ent.-- Vocês não estão trabalhando como trabalharam na 4ª série?

R. --- Não é só conta, expressões, etc.

Ent. -- Vocês trabalham só com o livro ou fora de sala também?

R. --- Só dentro da sala de aula.

Ent. -- Você aprende mais matemática fora ou dentro da sala de aula?

R. --- Fora da sala de aula.

Ent. -- Por quê?

R. --- Desenvolve mais o trabalho, porque nós vamos pesquisando também.

Aluno: Joel.

Ent. -- Fale a respeito da matemática que você está trabalhando hoje:

J. --- Fazemos contas, expressões, são difíceis porque têm chaves, e são grandes demais.

Ent. -- É o mesmo tipo de conta que vocês faziam na 4ª série?

J. --- Não, antes era menor e mais fácil de aprender.

Ent. -- Com quantos números vocês fazem a divisão atualmente?

J. --- Por 4, por 3.

Ent. -- No que difere a forma de você trabalhar na 4ª e na 5ª série?

J. -- Lá era mais fácil porque a professora ajudou bastante, agora a gente não aprende quase nada, e os professores não ajudam muito.

Ent.-- Você acha que o mercadinho e a pintura da sala de aula ajudaram vocês a aprender ?

J.--- Ajudaram bastante, todo mundo colaborou na sala, a profª principalmente.

Ent.-- Diga uma das coisas que vocês aprenderam com a pintura:

J. -- Fazer tudo que é tipo de conta, somar, dividir.

Ent.-- E a parte do metro, como foi?

J. --- Foi legal, cada dupla tinha um metro.

Ent.-- Essa matemática, que vocês aprenderam na 4ª série, serviu para a 5ª série?

J.--- Não serviu muito, porque agora é bem difícil.

Ent. -- Vocês já falaram com o professor sobre essa dificuldade?

J. --- Não, porque ninguém pergunta nada .

Ent.-- Você acha que a 5ª série é mais difícil porque o professor fica menos tempo com vocês?

J.--- Não, os professores colaboram, mas é difícil de entender.

Ent.-- Você acha mais fácil quando trabalha só com um professor?

J. --- É, é bem mais fácil.

Alunos Rita, Fabrício, Vivian, Gustavo que participaram do curso de Modelagem Matemática desenvolvido no colégio São José - Apucarana-PR.

Ent. -- Antes do trabalho com Modelagem, vocês trabalhavam só com apostila?

R.:--- É.

Ent. -- Vocês gostariam de continuar trabalhando com apostila?

R. --- Não, é melhor com Modelagem, porque a gente aplica essa matemática. No trabalho em equipe , cada um tem sua função, eu gostei.

Ent. -- Vocês acham que foi pouco tempo?

R. --- Foi, até a gente teve que vir fora do horário de aula para terminar de fazer a maquete.

Ent. -- Vocês gostaram de participar do trabalho de Modelagem?

R. --- Sim.

Ent. -- Vocês acharam válido esse trabalho que nós desenvolvemos? Por quê?

R.--- Achamos, porque melhora a matemática. Precisa raciocínio e bastante calma; em todo o trabalho a gente usou matemática. Esse trabalho não foi em vão.

Ent.-- O que vocês acham que a gente podia fazer de diferente no próximo trabalho?

R. --- Podíamos trabalhar a parte da área, e diminuirmos as pessoas de cada grupo, porque, às vezes, ficava meio bagunçado. Era muita gente, muita conversa. A gente não tinha concentração para poder fazer o cálculo, fazer um orçamento para ver quanto custaria para levantar uma casa no real.

Ent.-- Vocês gostariam de participar de outro trabalho desse?

R. --- Gostaríamos.

Ent.-- Vocês conhecem algum pedreiro para nos dar uma dica?

R. --- Sim.

Ent. -- Qual a opinião de vocês sobre matemática?

R. --- É complicado, é diferente das outras matérias,difícil, mas é importante, a gente precisa associar matemática com as outras matérias. Ajuda bastante,qualquer trabalho usa matemática.

ANEXO IV

UM EXEMPLO DE COMO TRABALHAR OS CONTEÚDOS
DE GEOMETRIA ANALÍTICA A PARTIR DA
CONSTRUÇÃO DA MAQUETE DE UMA CASA.

O Trabalho com a geometria Analítica a partir da construção da maquete de uma casa.

A construção da maquete de uma casa pode propiciar a oportunidade para trabalhar conteúdos matemáticos em nível de 2º grau , de forma mais contextualizada. O exemplo apresentado a seguir,procura mostrar de forma geral como, a partir da lateral de uma casa , pode ser desenvolvido o conteúdo de Geomatria Analítica.

Inicialmente constrói-se um sistema cartesiano de eixos, e uma das laterais da maquete da casa, de modo que os segmentos AD , BC e AB , CD sejam paralelos, respectivamente aos eixos Ox e Oy conforme a seguir:

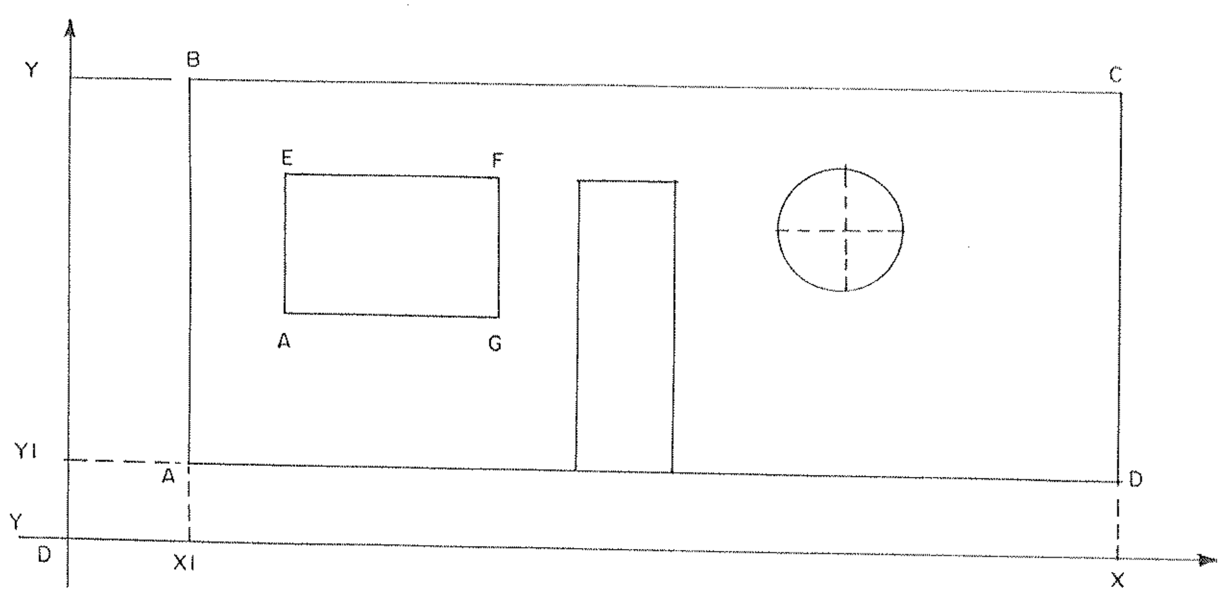


Fig.1

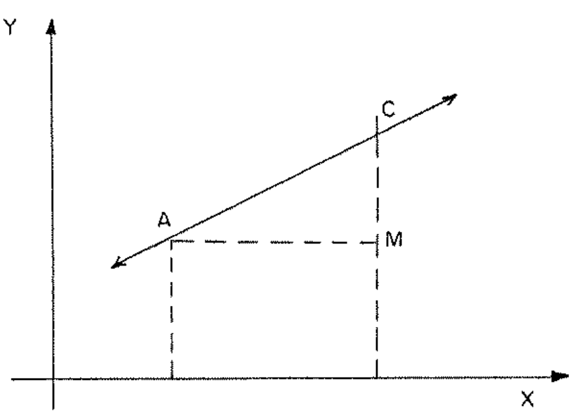
A figura propicia uma retomada do estudo do sistema cartesiano.

Abscissa do ponto A: é o número real cuja medida é o segmento Ox_1 .

Ordenada do ponto A: é o número real cuja medida é o segmento Oy_1.

O: origem do sistema.

Pode-se definir quadrante, enumerá-lo e trabalhar as propriedades das bissetrizes dos quadrantes e também as propriedades dos eixos ordenados. Pode-se também iniciar o desenvolvimento dos conteúdos a partir de algumas figuras formadas. Considerando os pontos A,B,C e D pode-se iniciar o cálculo da distância entre dois pontos A e C, por exemplo.



Ligando na figura os pontos A e C e traçando por A um segmento paralelo ao eixo x e pelo ponto C um segmento paralelo ao eixo y, que se interceptam determinando um ponto M, nesse caso, coincidindo com o ponto D. Ligando-se os pontos A, C e M fica formado o triângulo ACM, retângulo em M.

Aqui poderiam ser trabalhados os elementos de um triângulo retângulo, bem como as suas principais relações métricas enfatizando o teorema de Pitágoras. Pela figura, tem-se que:

$$AC^2 = AM^2 + CM^2$$
$$AC = \sqrt{AM^2 + CM^2}$$

Pela figura as coordenados de pontos são:

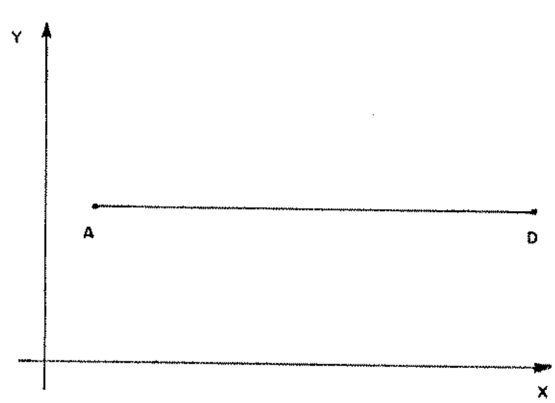
$A(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$ e $M(x_2, y_1)$

Chamando de d(AC) a distância do ponto A ao ponto C vem:

$$d(AC) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

A expressão acima constitui um modelo.

Pode-se observar que a reta suporte do segmento AC não é paralela a nenhum dos eixos. No entanto, podemos ter situações em que o segmento estudado pode ser paralelo a um dos eixos, como por exemplo o segmento AD da figura 1. Representando essa situação tem-se:



As coordenadas desses pontos são: ponto $A(x_1,y_1)$ e $D(x_2,y_1)$. Pode-se lançar vários questionamemtos junto aos alunos a respeito da validade do modelo construído, para essa situação. A verificação pode ser realizada de forma analítica e experimental (régua).

Substituindo os pontos pelas suas coordenadas, no modelo, obtém-se:

$$d(AD) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$$

o segundo termo da igualdade se reduz para:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2}$$

e a expressão da distância entre os pontos A e D torna-se:

$d(AD) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2}$, simplificando o radical tem-se:

$$d(AD) = x_2 - x_1$$

A distância entre dois pontos, pertencentes a uma reta paralela ao eixo x (abscissas), é igual à diferença entre as abscissas desses dois pontos.

Tendo em vista que a medida de distância deve ser sempre positiva, pode-se colocar duas barras verticais para indicar essa imposição. Assim:

$$d(AD) = |x_2 - x_1|$$

A hipótese levantada permitiu uma simplificação do modelo anterior. No caso, duas hipóteses já foram levantadas: o segmento é inclinado e o segmento é paralelo em relação ao eixo x . A terceira hipótese a ser levantada é quando o segmento, por exemplo, AB é perpendicular ao eixo x.

Em determinadas ocasiões é necessário se conhecer o " meio " ou a " metade" de uma das dimensões de uma parede , de uma janela ou de um objeto que possa ser representado por um segmento. Nesse caso, pode-se trabalhar a idéia de ponto médio de um segmento.

Na figura 1 percebe-se situações como, por exemplo, os segmentos AD , AB e AC.

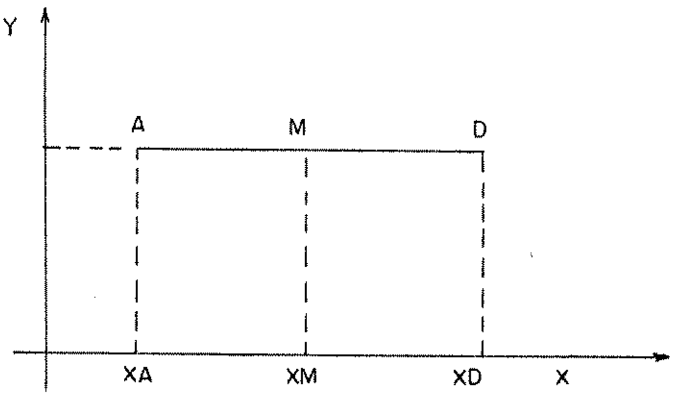
AD paralelo ao eixo x

AB paralelo ao eixo y

AC inclinado em relação aos dois eixos.

Ponto Médio de um Segmento

1) O segmento é paralelo ao eixo x (das abscissas).



Chamando de x_A e x_D as abscissas respectivamente dos pontos A, D e x a abscissa do ponto médio M, tem-se:

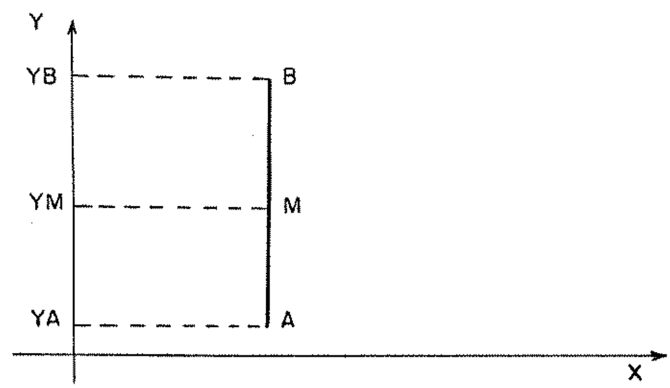
$$x_M - x_A = x_D - x_M$$

$$2x_M = x_A + x_D$$

$$x_M = \frac{x_A + x_D}{2}$$

Quando o segmento é paralelo ao eixo x, o ponto médio é igual a semi-soma das abscissas dos pontos A e D

2) O segmento é paralelo ao eixo y



Chamando de y_A e y_B as ordenadas dos pontos A e B e y a ordenada do ponto M, tem-se:

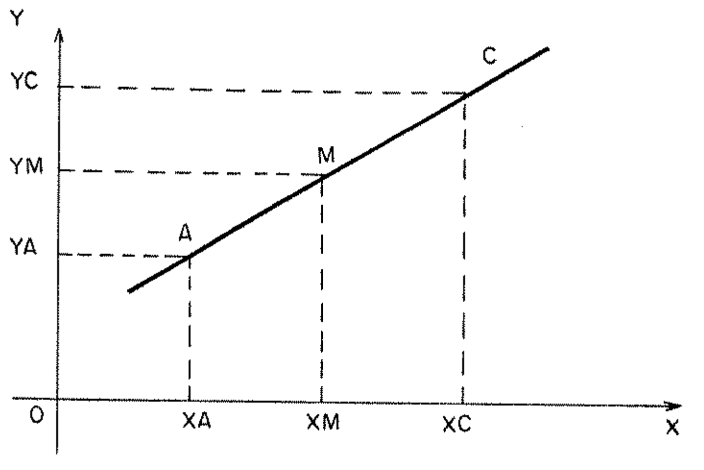
$$y_M - y_A = y_B - y_M$$

$$2y_M = y_A + y_B$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Quando o segmento é paralelo ao eixo y, o ponto médio é igual à semi-soma das ordenadas dos pontos A e B

3) O segmento é inclinado em relação aos eixos.



O par ordenado (x_M , y_M) obtém-se pela composição dos casos anteriores.

$$x_M - x_A = x_C - x_M \qquad y_M - y_A = y_C - y_M$$

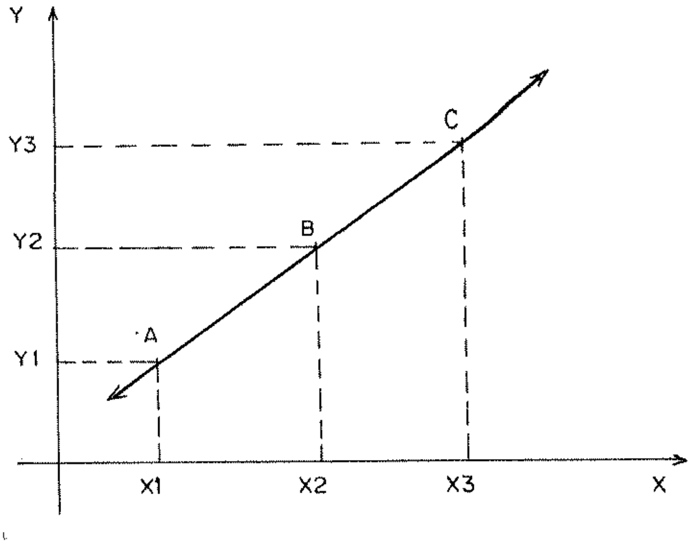
$$2x_M = x_A + x_C \qquad 2y_M = y_A + y_C$$

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \qquad y_M = \frac{y_A + y_C}{2}$$

Quando o segmento for inclinado em relação aos eixos, o ponto médio do segmento é igual à semi-soma das abscissas e das ordenadas dos pontos A e C.

Pode-se, ainda, trabalhar a condição de alinhamento de três pontos

Antes de iniciar trabalhar a condição, é conveniente trabalhar algumas idéias como: segmento orientado, múltiplo e razão entre segmentos.



A partir do trabalho com as idéias sugeridas pode-se aceitar a proposição seguinte:

$$\left\{ \frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{y_3 - y_1} \right., \text{ onde } x_3 = x_1 \text{ e } y_3 = y_1$$

Eliminando-se os denominadores tem-se

$$(y_3 - y_1)(x_2 - x_1) = (y_2 - y_1)(x_3 - x_1).$$

Desenvolvendo o produto indicado nos dois membros reduzindo os termos semelhantes e fatorando, obtém-se;

$$x_1(y_2 - y_3) - x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_1 - y_2) = 0$$

Cada uma das diferenças entre parênteses corresponde a um determinante de 2ª ordem da forma $\begin{vmatrix} a & 1 \\ b & 1 \end{vmatrix}$.

Assim, podemos formar os seguintes determinantes:

$$x_1 \begin{vmatrix} y_2 & 1 \\ y_3 & 1 \end{vmatrix} - x_2 \begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_3 & 1 \end{vmatrix} + x_3 \begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_2 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad \mathrm{I}$$

Considere-se o seguinte determinante:

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \mathrm{II}$$

Resolvendo, vem:

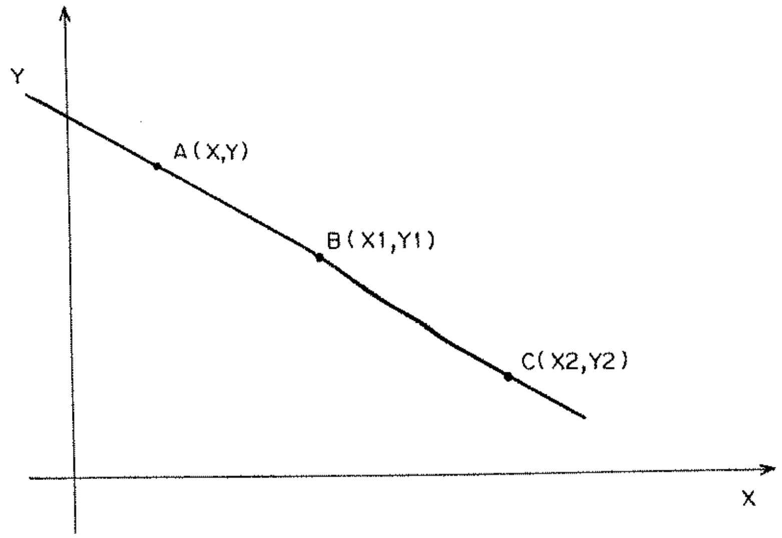
$$x_1 \begin{vmatrix} y_2 & 1 \\ y_3 & 1 \end{vmatrix} - x_2 \begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y3 & 1 \end{vmatrix} + x_3 \begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \mathrm{III}$$

Comparando I e III conclui-se que:

$$\mathrm{I} = \mathrm{II}$$

Fica, dessa forma, satisfeita a condição de alinhamento de três pontos.

Caso geral de alinhamento, onde a reta não é paralela a nenhum dos eixos.



Pela condição de alinhamento tem-se

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Resolvendo e simplificando o determinante obtém-se:

$$x(y_1 - y_2) + y(x_2 - x_1) + (x_1y_2 - x_2y_1) = 0$$

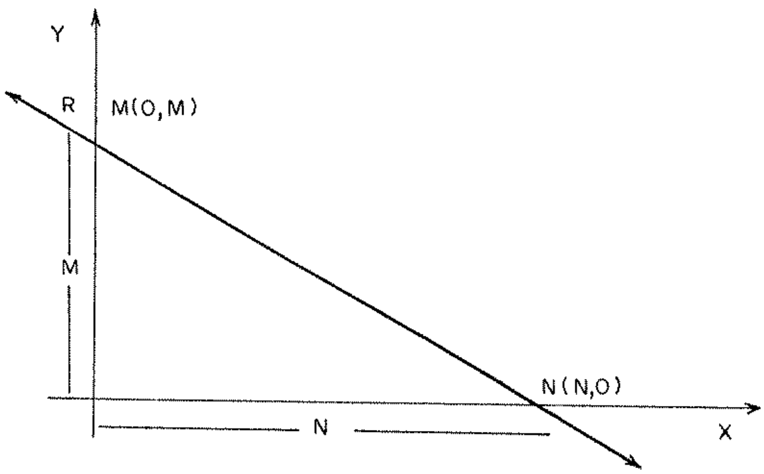
fazendo: $y_1 - y_2 = a$

$x_2 - x_1 = b$

$x_1y_2 - x_2y_1 = c$ e substituindo na expressão acima, obtém-se:

$ax + by + c = 0$ onde, $a = 0$ e $b = 0$ é chamada equação geral da reta. Qualquer ponto genérico $A(x,y)$, deve satisfazer a equação geral.

A expressão da equação de uma reta não é unica, pode haver outras formas de representá-la. A figura 1 apresenta a oportunidade de se fazer um estudo dessas formas. Como exemplo, pode-se destacar a seguinte situação proposta pela figura ,onde a reta r corta os eixos coordenados nos pontos M e N.



Pela figura, as coordenadas do ponto $M(0,m)$ e do ponto $N(n,0)$. Como já estudado, a equação geral de uma reta pode ser dada pelo determinante:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Substituindo, x_1 , y_1 , x_2, y_2 no determinante pelos seus valores das coordenadas dos pontos M e N, obtém-se:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ n & 0 & 1 \\ 0 & m & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Resolvendo o determinante obtém-se:

$$mn - mx - ny = 0 \quad (\text{ dividindo por } mn)$$

$$1 = \frac{x}{n} + \frac{y}{m}$$

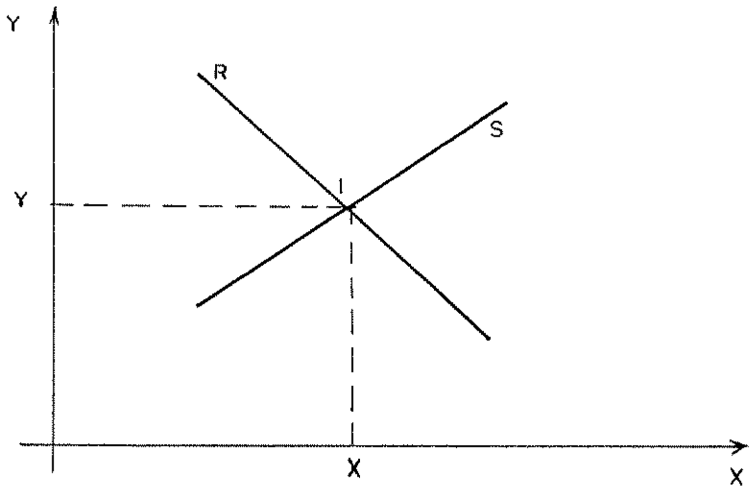
ou

$$\frac{x}{n} + \frac{y}{m} = 1$$

A equação acima é chamada equação segmentária da reta. Observe-se que os denominadores n e m são, respectivamente, as medidadas dos segmentos que a reta r determina sobre os eixos coordenados x e y.

A figura 1 também enseja o trabalho com a intersecção de retas. Embora, na figura, tenha-se apenas casos particulares como intersecção de retas perpendiculares, ou apenas uma delas inclinada, pode-se partir daí, e como generalização, estudar o caso geral, quando as duas retas forem inclinadas em relação aos eixos x e y.

Construindo-se a figura a seguir , pode-se estudar o caso geral.



Chamemos de s a reta de equação $ax + by + c = 0$ e de r a reta de equação $mx + ny + p = 0$ e $I(x,y)$ o ponto de intersecção entre s e r. Assim (x,y) deve satisfazer r e s.

Para determinar os pontos (x,y) tem-se que resolver o sistema formado pelas equações de s e r.

$ax + by + c = 0$ (multiplicando por m)
$mx + ny + p = 0$ (multiplicando por -a), obtém-se:

$$\begin{array}{r} amx + bmy + cm = 0 \\ -amx - any - ap = 0 \\ \hline \end{array}$$ somando membro a membro as equações.

$$+ bmy - any + cm - ap = 0$$

Isolando o valor de y obtém-se:

$$y(bm - an) = ap - cm$$

$$y = \frac{ap - cm}{bm - an}$$

Para eliminar a variável y, multiplica-se a 1ª por n e a 2ª por -b.

$$\begin{array}{r} anx + bny + cn = 0 \\ -bnx - bny - bp = 0 \\ \hline anx - bmx + cn - bp = 0 \end{array}$$

somando membro a membro as equações.

$$x(an - bn) = bp - cn$$

Isolando o valor de x, obtém-se:

$$x = \frac{bp - cn}{an - bn}$$

Dessa forma as expressões de x e y são:

$$x = \frac{bp - cn}{an - bn} \quad e \quad y = \frac{ap - cm}{bm - an}$$

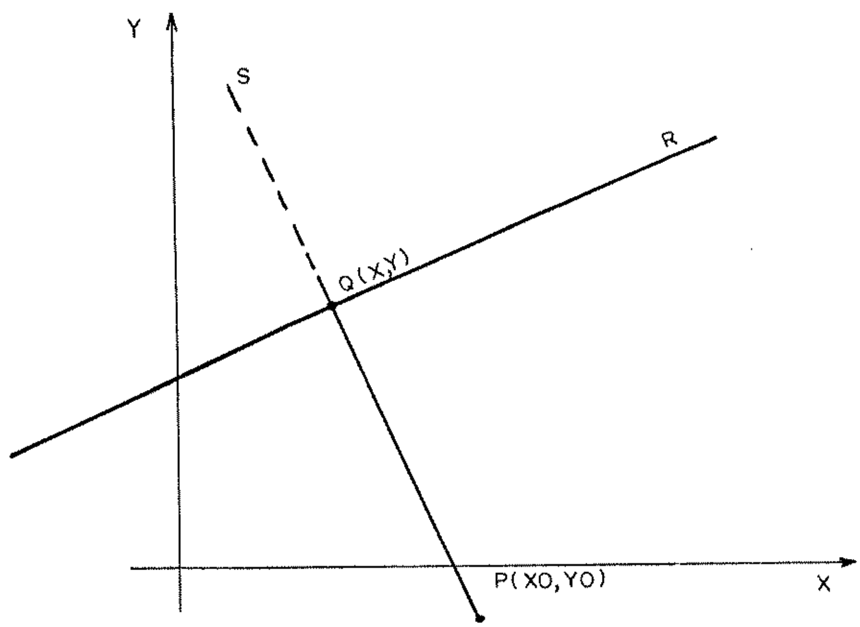
As equações de x e y constituem o modelo para a determinação do ponto de intersecção das retas s e r.

Ainda, com base na figura1 ,pode-se trabalhar a idéia de coeficiente angular, posições relativas de duas retas, coeficiente angular de retas paralelas perpendiculares. Pode-se ainda trabalhar o ângulo entre duas retas

Como a figura 1 apresenta várias figuras geométricas como: o retângulo e o quadrado, pode-se mostrar interessante o cálculo da área dessas figuras. Como um polígono qualquer pode ser decomposto em triângulos, é possivel se construir um modelo para o cálculo da área de triângulo a partir das coordenadas de seus vértices.

Contudo, é conveniente trabalhar antes, a idéia de distância entre dois pontos e de distância entre um ponto e uma reta. Embora, a figura 1, apresente apenas casos particulares, onde os suportes das retas são perpendiculares, ou paralelas a um dos eixos, nada impede que se levante uma hipótese adicional para permitir o estudo do caso geral, onde a reta seja inclinada em relação aos eixos.

Construindo-se a figura:



Chamemos de $ax + by + c = 0$ a equação da reta r. O coeficiente angular, de acordo com os estudos anteriores, é dado por $-a/b$. A reta s, que passa pelo ponto $P(x_0,y_0)$ e perpendicular à reta r deverá contemplar a condição de perpendicularidade entre duas retas, isto é, possuir coeficiente angular inverso e simétrico do coeficiente da reta r.

Conhecidos um ponto, $P(x_0,yo)$ e o coeficiente angular da reta s, b/a, pode-se determinar a sua equação de acordo com estudos anteriores.

$$y - y_0 = b/a(x - x_0)$$

$$a(y - y_0) = b(x - x_0)$$

$$a(y - y_0) - b(x - x_0) = 0$$

ou

$$b(x - x_0) - a(y - y_0) = 0$$

O ponto Q(x,y) também satisfaz a equação,pois,

$$b(x-x) - a(y-y) = 0.$$

Uma vez conhecidas as equações das retas r e s, determina-se as coordenados dos pontos para se estabelecer a distância entre eles, que será também a distância entre o ponto P e a reta r.

Tomando-se as equações de r e s

$$ax + by + c = 0$$
$$b(x - x_0) - a(y - y_0) = 0$$

Adicionando à primeira equação $-ax_0$ e $-by_0$ tem-se:

$$ax - ax_0 + by - by_0 = -ax_0 - by_0 - c$$

fatorando vem:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = -ax - byo - c$$

Resolvendo as equações de r e s vem:

$$a(x - xo) + b(y - y_0) = -ax_0 - by_0 - c$$
$$b(x - x_0) - a(y - y_0) = 0$$

As formas de resolução do sistema não interferem no resultado final, contudo, como se deseja chegar à expressão da distância que é dada por:

$d^2 = (x-x_0)^2 + (y - y_0)^2$,onde as expressões entre parênteses estão elevadas ao quadrado, é conveniente, então elevar ambas as expressões ao quadrado. Assim:

$$a^2(x-x_0)^2+2ab(x-x_0)(y-y_0)+b^2(y-y_0)^2=(ax_0+by_0+c)^2$$

$b^2(x-x_0)^2-2ab(x-x_0)(y-y_0)+a^2(y-y_0)^2= 0$, adicionando ambos os membros tem-se;

$$a^2(x-x_0)^2+b^2(x-x_0)^2+b^2(y-y_0)^2+a^2(y-y_0)^2= (ax_0+by_0+c)^2$$

Colocando em evidência os termos comuns, obtém-se:

$$(x-x_0)^2(a^2+b^2) +(y-y_0)^2(a^2+b^2) = (ax_0+by_0+c)^2$$

Colocando em evidência o termo (a^2+b^2) obtém-se:

$$(a^2+b^2)[(x-x_0)^2+(y-yo)^2]= (ax_0+byo+c)^2$$

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2 = \frac{(ax_0+by_0+c)^2}{a^2 + b^2}$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros obtém-se:

$$\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2} = \frac{ax_0+by_0+c}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad \text{I}$$

A distância do ponto P ao ponto Q é dado por:

$$d(PQ) = \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2} \qquad \text{II}$$

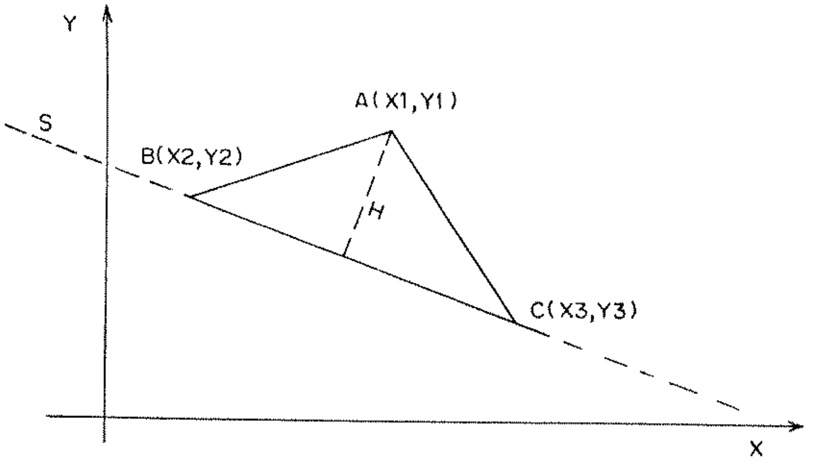
Comparando as relações I e II e considerando que a distância entre P a Q é também a distância entre o ponto P e a reta r ,tendo em vista que Q pertence à reta r, pode-se escrever que:

$$d(Pr) = \frac{(ax_0+by_0+c)}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

A expressão acima representa o modelo para o cálculo da distância entre um ponto qualquer P e uma reta.

Agora, de posse de mais uma ferramenta matemática, pode-se construir o modelo para o cálculo da área de um triângulo, dadas as coordenadas dos seus vértices.

Consideremos a figura a seguir, que trata do caso mais geral, tendo em vista que os triângulos que podem ser formados de acordo com a figura 1 são triângulos retângulos.



A área de um triângulo pode ser calculada a partir do comprimento de sua base e da medida da sua altura. É conveniente trabalhar com os alunos as várias formas de se calcular a área de uma triângulo. É também importante trabalhar as várias construções de modelos usados na geometria plana, para o cálculo da área de um triângulo.

Antes de iniciar a construção do modelo para o cáculo da área de um triângulo através da geometria analítica, pode-se trabalhar de forma prática e experimental a expressão mais usada para se calcular a área.

Consideremos inicialmente o retângulo ABCD:

A área de um retângulo é dada pela expressão:

$$A = a.b$$

Traçando a diagonal BD, obtém-se dois triângulos congruentes ABD e BCD. Assim, a área do triângulo ABD, é exatamente a metade da área do retângulo que lhe deu origem, isto é, possui a mesma base e a mesma altura. Dessa forma, a expressão matemática que fornece a área de um triangulo será a mesma que fornece a área de um retângulo, dividida por dois.

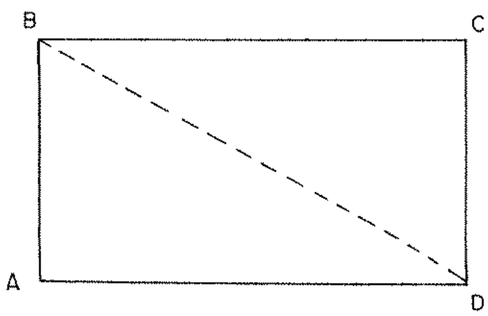
Área do retângulo ABCD

$$A = a.b$$

Área do triângulo ABD

$$A = \frac{a.b}{2}$$

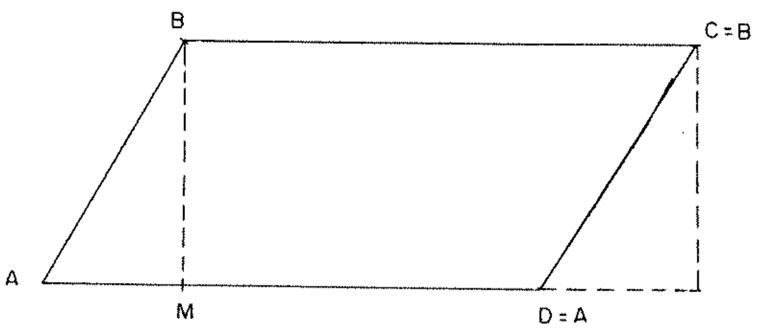
Consideremos agora um paralelogramo qualquer ABCD.



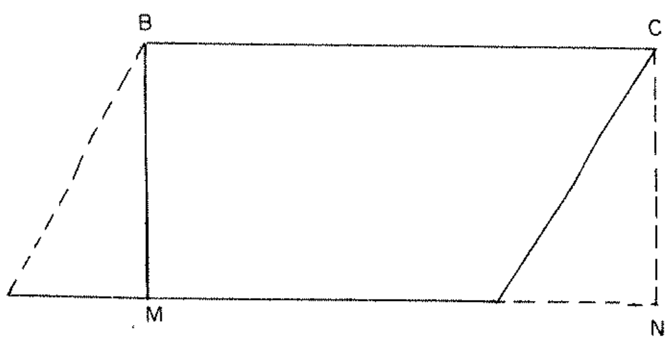
Traçando a diagonal BD, obtém-se dois triângulos, ABD e triângulo BCD. O estudo que trata da congruência de triângulos na Geometria Plana comprova que eles são congruentes.

A área de um paralelogramo pode ser calculada através da mesma expressão matemática que fornece a área de um retângulo. Tal fato se dá, por ser possível transformar um paralelogramo em um retângulo;

Inicialmente traça-se BM, altura do paralelogramo ABCD. Fica formado o triângulo ABM. Recorta-se o triângulo ABM e faz-se a sua translação até que o vértice A e B coincidam com os vértices C e D. Esse movimento provoca a transformação do paralelogramo em um retângulo.



O novo retângulo será MBCN equivalente ao paralelogramo ABCD pois, possui a mesma altura do paralelogramo e a mesma base.



Assim, a área do paralelogramo será dada pela expressão;

$$A = b.h$$

Como o paralelogramo pode ser decomposto em dois triângulos congruentes, é razoavel concluir que a área do triângulo ABD seja a metade da área total do paralelogramo. Assim, é possível escrever:

$$A = \frac{b.h}{2}$$

Pode-se perceber que este é um bom momento para se rever vários conceitos trabalhados na Geometria Plana, como também comprovar a sua importância na seqüência dos estudos.

Voltando, finalmente, à figura inicial, do triângulo de coordenadas $A(x_1,y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3,y_3)$ e altura h.

A área desse triângulo, como já foi visto, pode ser calculada pela expressão:

$$A = \frac{1}{2}.\text{base} \ . \ \text{altura}.$$

A base BC tem por medida a distância de B a C. A altura h é igual à distância do ponto A até à reta (s) cujo suporte contém o segmento BC.

$$d(BC) = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$

$$d(A,s) = \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2}}$$

Substituindo as expressões da base e a da altura, tem-se:

$$A = \frac{1}{2} \sqrt{(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2} \cdot \frac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2}}$$

Portanto,

$$A = \frac{1}{2} ax_1 + by_1 + c \qquad \text{I}$$

Estudos anteriores mostram que a equação de uma reta pode ser representada por:

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Desenvolvendo o determinante vem:

$$D = x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_3y_2 - x_1y_3 - x_2y_1$$

Colocando-se em evidência x1 e y_1 vem:

$$D = (y_2 - y_3)x_1 + (x_3 - x_2)y_1 + x_2y_3 - x_3y_2 \quad \text{(II)}$$

fazendo:

$$y_2 - y_3 = a$$
$$x_3 - x_2 = b$$

$x_2y_3 - x_3y_2 = c$, e substituindo-se em (II) obtém-se:

$$D = ax_1 + by_1 + c \quad \text{(III)}$$

Comparando as expressões (I) e (III) pode-se escrever:

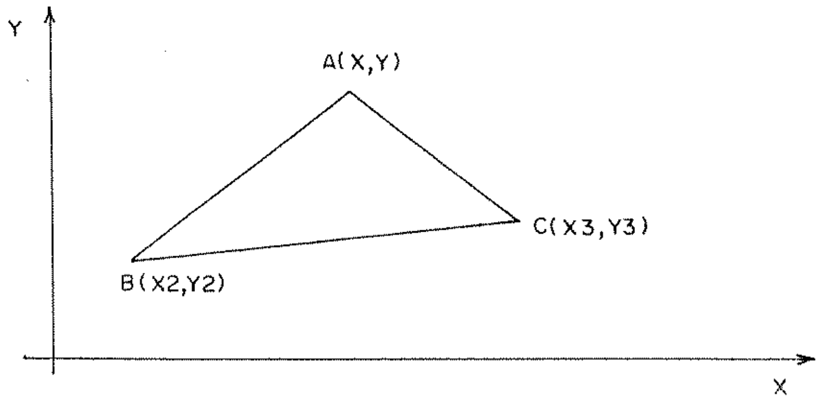
$$A = \frac{1}{2} \mid D \mid$$

ou,

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

O modelo acima nos permite o cálculo da área de um triângulo de vértices $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3 y_3)$.

Outra forma de se calcular a área de um triângulo, dadas as coordenadas dos vértices, é fazendo o uso da expressão de Heron. Seja a figura:



As coordenadas dos vértices do triângulo ABC são: $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ e $C(x_3,y_3)$. Chamando as distâncias:

$$d(_{BC}) = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$

$$d(_{AB}) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d(_{AC}) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}$$

Chamando :

a distância BC de a

a distância AB de b

a distância AC de c , e $(a + b + c) = 2p$ (perímetro do triângulo ABC) e por p , o semi- perímetro tem-se:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{(fórmula de Heron)}$$

Pode-se, ainda, pela situação apresentada, dar início ao estudo da circunferência, trabalhando o conceito, equação, condições para que uma equação representa a equação de uma circunferência. Pode-se ainda relacionar o estudo da reta e circunferência.

A forma de como trabalhar os conteúdos de geometria analítica, a partir do contexto de uma casa, pode se tornar muito mais rica do que o exemplo apresentado, e poderá contribuir para enriquecer o trabalho do professor, pois as inúmeras situações concretas e os desafios que surgem no decorrer do trabalho garantem um aluno motivado por um ensino mais vivo, mais dinâmico e significativo.