

ERRATA

- p. 84, § últ. - Ao invés de "quatro", leia-se "cinco pesquisas" e acrescentar antes de Martinelli (1992): "Sisto e Yaegashi (1994) estudaram as relações entre operações concretas e formação de possíveis, concluindo que nem todas as provas de possíveis utilizadas precedem as operações concretas e que as relações entre elas não podem ser consideradas lineares".
- p. 109, 2º § - Inserir no final: "Ou prosseguiram até a 8ª sessão, quando tais comportamentos não se manifestavam antes dela".
- p. 115, 4º § - Ao invés de "levou 11 dos 14 sujeitos", leia-se: "levou todos os sujeitos".
- p. 115, § últ.- Ao invés de "aos dois níveis superiores", leia-se: "ao nível do co-possível", e ao invés de: "subnível I/II", "nível I/II".
- p. 117, § últ.- Em vez de " pelo menos um subnível", leia-se: "um nível".
- p. 125, 2º § - A última sentença fica: "A mudança de 5 sujeitos em 11 não pode ser atribuída ao acaso ( $p = .500$ ), mas torna-se difícil identificar o fator que a produziu, porque ela não ocorreu, para todos os sujeitos, na mesma direção".
- p. 146, 2º § - Acrescentar, no final: "aquisições operatórias, pois o experimento mostrou que a intervenção, tal como foi realizada, produziu mudanças, mas não o suficiente para que essas fossem consideradas significativas".

*Incluiu na bibliografia.*

*SISTO, F.F. - YAEHASHI, S.F.R. Criatividade lógica e operações concretas. UNIMAR, n.16, p.249-264, 1994.*



**REGINA MARIA PAVANELLO**

**FORMAÇÃO DE POSSIBILIDADES COGNITIVAS EM  
NOÇÕES GEOMÉTRICAS**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

**FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

**1995**



CHAMADA:  
T/UNICAMP  
P288F  
EX.  
26691  
202.667/96  
6/2/96

C4-00083071-0

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA FE/UNICAMP**

Pavanello, Regina Maria  
P288f Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas /  
Regina Maria Pavanello. -- Campinas, SP : [s.n.], 1995.

Orientador : Fermino Fernandes Sisto  
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,  
Faculdade de Educação.

1. Educação matemática. 2. Geometria. 3. Criatividade. 4. Cog-  
nição. 5. \*Formação de possíveis. I. Sisto, Fermino Fernandes. II.  
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Tí-  
tulo.

**Tese apresentada como exigência parcial para  
obtenção do Título de Doutor em Educação na Área de  
Concentração: Metodologia do Ensino, à Comissão  
Julgadora da Faculdade de Educação da Universidade  
Estadual de Campinas, sob a orientação do Prof. Dr.  
Fermino Fernandes Sisto.**

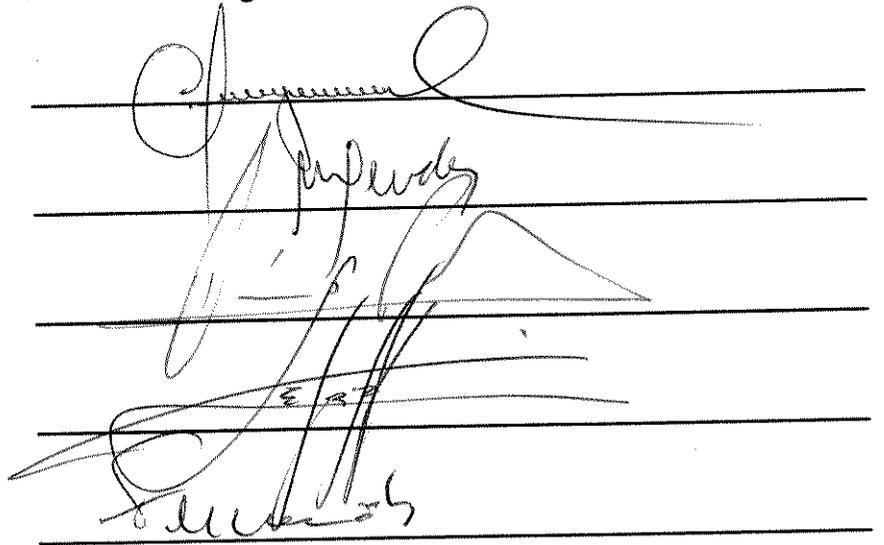
À minha mãe,

Profª. Odila Crippa Pavanello,

com quem aprendi a amar as crianças

e a respeitar o seu desenvolvimento.

Comissão Julgadora:



The image shows five horizontal lines with handwritten signatures. The top signature is a cursive name that appears to be 'J. ...'. The second signature is 'J. ...'. The third signature is 'J. ...'. The fourth signature is 'J. ...'. The fifth signature is 'J. ...'.

In memoriam

- de meu pai, Alcindo Pavanello,

que me ensinou o valor do trabalho;

- de Maria Angelina Crippa,

tia, professora, amiga e instigadora

da busca pelo conhecimento.

# **Agradecimentos**

Ao término deste trabalho, só me resta agradecer a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, colaboraram para que ele se tornasse realidade. Meu agradecimento especial

- ao Prof. Fermino, que me orientou com amizade e paciência, incentivando-me nos momentos difíceis;

- aos professores integrantes da banca examinadora do Exame de Qualificação - Profs. Drs. Maria Thereza C. Coelho de Souza, Antônio Miguel e Décio Pacheco, - cujas críticas pertinentes e sugestões valiosas contribuíram decisivamente para a elaboração final deste trabalho;

- ao Prof. Lafayette de Moraes, pelo interesse e carinho demonstrados na leitura deste trabalho e pelas valiosas contribuições para a sua redação final;

- à prof<sup>a</sup> . Amélia D. de Castro, pelo incentivo, pela amizade, pelas longas conversas, pelos artigos e livros.

- ao amigo Ruy, amigo paciente e dedicado, sempre pronto a incentivar, a apoiar, a ajudar a refletir e a cobrar, quando necessário;

- à Ana e à Solange, pela amizade demonstrada, ouvindo-me e encorajando-me nos momentos de crise;

- à Celina, ao Hélio, ao Helinho, cujo apoio foi decisivo em etapas cruciais do caminho, e à Dani e ao Elton pela ajuda decisiva na editoração;

- à diretora, professoras e funcionárias da creche onde a coleta de dados foi realizada, pela delicadeza e atenção com que me atenderam, e, principalmente,

- às crianças, que tantas e tantas vezes consentiram em deixar os seus brinquedos para colaborar com a realização deste trabalho;

- aos colegas do Departamento de Teoria e Prática da Educação pelo incentivo;

- à CAPES, pelo apoio financeiro.

## **RESUMO**

O objetivo principal deste trabalho foi investigar se uma experiência de aprendizagem por “conflito cognitivo”, que conduza os sujeitos do possível analógico ao co-possível em uma determinada situação (a “maior construção possível com os mesmos objetos”), produz modificações nas estruturas operatórias do sujeito (em relação às conservações de comprimento e de área) e na abertura para novos possíveis em outra situação (as “formas possíveis de uma realidade parcialmente escondida”). Outro objetivo do experimento foi investigar a questão dos pré-requisitos, verificando se sujeitos classificados inicialmente em níveis diferentes em relação a um possível menos complexo (“cores possíveis de uma realidade parcialmente escondida”) apresentam desempenhos diferentes nas demais provas do estudo. Participaram do experimento 25 crianças, de 7 a 9 anos de idade, de uma instituição cujo objetivo é prestar assistência a crianças das classes economicamente menos favorecidas, da cidade de Amparo (SP). Na avaliação do desempenho dos sujeitos foram utilizados os critérios piagetianos. Observou-se que o “conflito cognitivo” produziu modificações nos esquemas de assimilação dos sujeitos em relação à prova utilizada na intervenção, mas não se comprovou efetivamente a influência dessa modificação nas suas estruturas operatórias, nem na formação de possíveis na outra situação. A diferença de níveis em relação à prova das “cores de uma realidade escondida” não interferiu nas aquisições dos sujeitos.

## **Abstract**

This research work investigates whether a “cognitive conflict” learning experience, which leads the subjects from the analogous possible to the co-possible in a particular situation (“the largest possible construction with the same objects”), produces modifications in the subjects’ operatory structures (with regard to conservation of length and area) and in accessibility for new possibles in another situation (“the possible forms of a partially hidden reality”). Another aim of the experiment was to investigate the prerequisite problem: to verify whether subjects initially classified at different levels with regard to a less complex possible (“possible colors of a partially hidden reality”) present different performances during other tasks of the research work. Twenty-five children, 7 to 9 years old, participate in the experiment. They came from a an institution in the city of Amparo, State of São Paulo, Brazil, whose purpose is the assistance of economically low class people. Piagetian criteria were used for the evaluation of the children’s performance. The “cognitive conflict” favoured changes in the assimilation schemes of the subjects with regard to the learning task. There was no sufficient proof neither with regard to this change in the subjects’ operative structures nor to the formation of possibles in any other situation. Level difference in the test for “colors of a partially hidden reality” did not interfere in the subjects’ acquisitions.

## Résumé

Le principal but de ce travail a été d'investiguer si une expérience d'apprentissage par "conflit cognitif", qui conduise les sujets du possible analogique au co-possible dans une situation déterminé (la "plus grande construction possible avec les mêmes objets"), produit des changements dans les structures opératoires du sujet (par rapport les conservations de longueur et de surface) et dans l'ouverture pour des nouveaux possibles dans une autre situation (les "formes possibles d'une réalité partiellement cachée"). L'autre but de l'expérimentation a été faire l'investigation sur la question des prérequis, vérifier si les sujets classés initialement dans des différents niveaux par rapport à un possible moins complexe ("des couleurs possibles d'une réalité partiellement cachée") présentent des accomplissements différents dans les autres problèmes de l'étude. On a participé de l'expérimentation 25 enfants âgés de 7 à 9 ans, d'une Institution de la ville d'Amparo (São Paulo), dont le but c'est d'assister l'enfant des milieux sociaux moins favorisés. À l'évaluation de la réalisation, ont été utilisés les critères piagetiens. On a observé que le "conflit cognitif" a produit des modifications dans les schémas d'assimilation des sujets par rapport la situation utilisée dans l'intervention, mais n'a pas éprouvé effectivement l'influence de cette modification dans les structures opératoires des sujets, ni à la formation de possibles dans l'autre situation. La différence de niveaux par rapport le problème des "couleurs d'une réalité cachée" n'a pas interféré dans les acquisitions des sujets.

# Sumário

<b>Introdução</b> .....	1
-------------------------	---

## **I\_ Considerações preliminares**

1. Para que matemática? .....	3
2. A matemática na escola atual .....	5
3. As concepções de matemática na educação .....	7
4. Uma educação matemática para a criatividade .....	9
5.O papel da geometria no desenvolvimento do aluno.....	13

## **II \_ As Questões Teóricas: O Ponto de Vista Piagetiano**

1. A questão do conhecimento: o ponto de vista piagetiano.....	17
2. A criação de novidades: a evolução dos possíveis na criança. ....	33
3. A questão da aprendizagem .....	56
3.1. A concepção piagetiana de aprendizagem.....	56
3.2. Piaget e educação .....	66
3.3 Piaget e educação matemática .....	71

### **III \_ A pesquisa**

1. Problemática, justificativa e objetivos .....	81
2. Descrição da pesquisa.....	87
2.1. Sujeitos.....	87
2.2. Pré-teste .....	88
2.3. Provas piagetianas .....	88
2.3.1. Conservação de comprimento.....	90
2.3.2. Conservação de área .....	94
2.3.3. A maior construção com o mesmo número de elementos .....	97
2.3.4. A realidade parcialmente escondida.....	104
2.4. A aprendizagem.....	108
2.5. Pós-testes.....	112
3. Análise dos resultados.....	113

### **IV \_ Considerações finais**

1. As conclusões possíveis .....	139
2. Possíveis implicações para a prática pedagógica.....	147

<b>Bibliografia.....</b>	<b>154</b>
--------------------------	------------

## **Introdução**

Nos variados campos da atividade humana, torna-se cada dia mais necessário o domínio de alguns conceitos e processos da matemática. Muitas pessoas, no entanto, mostram-se inseguras em utilizá-los, mesmo em questões simples e corriqueiras. Pesquisas sobre o aproveitamento escolar mostram, também, que um número muito grande de alunos apresentam baixo desempenho em questões que envolvem noções elementares desse ramo do conhecimento.

O trabalho desenvolvido por mim no âmbito da educação - na rede oficial de ensino do Estado de São Paulo, como professora dessa disciplina e participante da Equipe Técnica de Matemática da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, e, mais recentemente, na Universidade Estadual de Maringá (PR), como professora de Didática e Metodologia do Ensino do Departamento de Teoria e Prática da Educação - despertaram meu interesse pelas questões relativas ao processo de ensino/aprendizagem da matemática.

O foco desse interesse, por razões óbvias, acabou se dirigindo para a atuação do professor e, conseqüentemente, para sua questão complementar: o desenvolvimento da criança. Explica-se, assim, o porquê de um trabalho voltado para o estudo dos mecanismos presentes no processo de cognição e para a questão da criatividade.

A opção pela teoria piagetiana para dar suporte a este estudo prende-se ao fato de ser ela, sem dúvida, uma das teorias mais coerentes e de maior força explicativa a respeito da relação entre sujeito e conhecimento e contar com uma metodologia de pesquisa abrangente, estreitamente ligada à teoria.

Na primeira parte deste trabalho, trato das questões que me levaram à realização do mesmo. Procuo mostrar como preocupações com a prática educativa em matemática levaram-me a investigar o processo de aquisição de conhecimentos pelas crianças, do ponto de vista da formação de “possíveis”.

Dada minha opção pelo enfoque piagetiano, a segunda parte é dedicada a explicitar como são abordados, nessa teoria, o conhecimento, a criatividade e a aprendizagem. Ela se completa com a análise das contribuições de Piaget à educação - e à educação matemática, em particular. São mencionadas tentativas de aplicação da psicologia genética aos diversos campos da atividade pedagógica, as razões que tornam problemáticas essas aplicações, bem como os novos rumos das investigações a esse respeito.

A terceira parte consiste na descrição e na análise dos resultados da pesquisa empírica realizada numa instituição destinada à assistência de crianças provenientes de famílias de baixa renda e situada na cidade de Amparo (SP).

Finalmente, a quarta parte é reservada às conclusões do trabalho e à discussão das implicações pedagógicas de alguns dados nele colhidos a respeito do modo como as crianças estruturam seus conhecimentos em matemática.

A relevância teórica e prática deste estudo para a educação -e, em especial, para a educação matemática - reside na contribuição que a compreensão das condutas criativas e inovadoras dos indivíduos possa oferecer ao trabalho do professor.

# **I\_ Considerações Preliminares**

## **1. Por que Matemática ?**

Conhecer alguns fatos de matemática é uma das necessidades para a vida na sociedade moderna. Cada vez mais, o cotidiano das pessoas e o exercício da maioria das atividades profissionais, em um mundo cada vez mais influenciado pela tecnologia, exigem um domínio razoável de certos instrumentos, conceitos e processos matemáticos.

Para a inserção dos indivíduos no mercado de trabalho, mesmo naquelas ocupações mais simples e menos remuneradas, um conhecimento básico de matemática é hoje imprescindível.

A falta desse conhecimento pode até dificultar o pleno exercício da cidadania, porque torna o indivíduo incapaz de compreender muitas questões que afetam diretamente sua vida pessoal e a da sociedade como um todo, não lhe permitindo uma tomada de posição mais crítica frente a essas questões e às propostas para sua resolução.

Pode-se dizer o mesmo a respeito do conhecimentos da geometria, como assinala O'Daffer (1980). Nos mais variados setores de atuação profissional - em ramos tão distintos da atividade humana como, entre outros, a bioquímica, a cristalografia, a cirurgia, a escultura, a arquitetura ou a coreografia - e mesmo na vida pessoal, é essencial que o indivíduo tenha desenvolvido habilidades ligadas à percepção espacial: orientar-se no espaço, coordenar diferentes ângulos de

observação de objetos, prever conseqüências de transformações em formas ou objetos.

Num mundo onde a imagem é incessantemente utilizada como instrumento de informação, é conveniente, também, que as pessoas sejam capazes de observar objetos no espaço e de elaborar meios para se comunicar a respeito deles.

A capacidade de raciocinar logicamente é, além disso, fundamental, tanto na atividade matemática, como na maioria das profissões e no dia-a-dia dos indivíduos.

Será que o ensino de matemática realizado em nossas escolas tem proporcionado aos alunos o acesso a esses instrumentos matemáticos básicos?

Por outro lado, a escola inserida numa sociedade democrática e pluralista, como pretendemos a nossa, deve educar para o exercício da cidadania, ou seja, deve formar cidadãos com espíritos críticos e criativos, capazes de entender os inúmeros problemas com que irão se defrontar no transcorrer de suas existências.

Mais ainda, um mundo que tem sido o palco de mudanças radicais, exige que a educação escolar tenha como meta a preparação dos indivíduos para a mobilidade, para a atuação em situações de mudança.

Será que o processo de ensino/aprendizagem de matemática em curso nas mesmas promove o desenvolvimento desses espíritos críticos e criativos, capazes de, como diz Ruiz (1994), “funcionarem” cognitivamente em situações de mudança radical?

## 2. A Matemática na Escola Atual

Alguns estudos (como os realizados pelo INEP, pela Fundação Carlos Chagas ou pela Academia de Ciências do Estado de São Paulo) visando avaliar o conhecimento em matemática dos alunos matriculados ou egressos de nossas escolas de 1° e 2° graus indicam que estas não têm sido capazes de lhes proporcionar o domínio nem de alguns dos conceitos elementares desse campo do saber humano.

Ainda que essas pesquisas possam ser criticadas sob vários aspectos<sup>1</sup>, elas evidenciam, contudo, algumas características do ensino de matemática desenvolvido nas escolas. O fato, por exemplo, de os estudantes conseguirem um melhor desempenho somente em questões rotineiras, aquelas que exigem apenas a aplicação direta de conceitos ou a utilização de procedimentos mecanizados, revela que, em sala de aula, foram estas as prioridades, mesmo que os professores não tenham consciência disso. A baixa pontuação obtida pelos alunos em questões de natureza geométrica, demonstra, por outro lado, que essas questões, ou não são abordadas em sala de aula, ou são nelas trabalhadas de modo bastante precário<sup>2</sup>.

Examinando-se a prática pedagógica desenvolvida em nossas salas de aula, não se nota nela qualquer preocupação com uma educação para a mobilidade, ou com a preparação do aluno para enfrentar situações novas, para resolver os mais variados problemas de modo ativo, crítico e criativo.

---

<sup>1</sup> Sob o ponto de vista ideológico, por exemplo, ver a crítica que fazem em relação a estudos desse gênero Bowles and Gintis (1974) e Kaufman (1993).

<sup>2</sup> Em Pavanello (1989) pode-se encontrar uma análise mais abrangente das causas determinantes desse "abandono" do ensino da geometria.

Sua meta parece ser mais o desenvolvimento da uniformidade, da passividade e da submissão. E isso pode ser facilmente comprovado.

Em primeiro lugar, no trabalho escolar, as diferenças individuais são ignoradas, ou porque não se ache desejável considerá-las, ou porque não se saiba como lidar com elas.

Não há uma preocupação em propor questões que possam dar margem a diferentes respostas ou a contradições, e que tenham como finalidade propiciar o debate entre os estudantes. Pelo contrário, situações como essas são cuidadosamente evitadas sob a alegação de que elas só servem para tumultuar o trabalho escolar.

A participação ativa do aluno - sugerindo temas de estudo ou um enfoque diferente para a análise de uma determinada situação, construindo conceitos, descobrindo propriedades, relações ou outras soluções para um mesmo problema - não é estimulada, e nem sequer valorizada, quando acontece.

Não se aposta que o aprendiz seja capaz de (re)construir o conhecimento e, pior ainda, não o induz a pensar, mas somente a tentar descobrir qual a resposta desejada pelo professor naquela situação particular.

Nas aulas de matemática na maioria de nossas escolas, vemos que cabe ao aluno simplesmente: registrar o que o professor expõe; efetuar exercícios semelhantes ao resolvido por este no quadro-negro; memorizar regras - das quais quase sempre não entende o significado - que serão utilizadas na resolução de questões que não despertam seu interesse e que, em geral, admitem somente uma única solução; responder, nas provas, questões semelhantes às resolvidas em classe.

O suporte dessa prática pedagógica é uma certa concepção, mesmo que não explicitada, a respeito do conhecimento: a de que este pode ser "adquirido" por meio dos sentidos (visão, audição), constituindo-se, pois, em uma "cópia", uma "reprodução" da realidade.

### **3. As Concepções de Matemática na Educação**

Quando se avalia o ensino de matemática realizado em nossas escolas, não há discordância quanto ao fato de que ele se mostra ineficiente. De modo geral, nossos alunos não conseguem utilizar com sucesso os conceitos e processos matemáticos para solucionar problemas, nem mesmo aqueles que são resolvidos comumente em sala de aula.

Como, porém, existem concepções distintas e conflitantes a respeito do papel de matemática no processo educacional, as divergências surgem quando se discutem as medidas a serem adotadas com relação à prática educativa com vistas a modificar essa situação.

Há, por um lado, aqueles que se preocupam apenas com o componente “ensino” do processo de ensino/aprendizagem, revelando, em última instância, como apropriadamente assinala Baldino (1993), preocupação com o conteúdo, com o valor da matemática em si mesma.

Ávila (1995; 4-6), por exemplo, acredita que esta deva ser ensinada nas escolas “porque é parte substancial de todo o patrimônio cognitivo da Humanidade”, e salienta que “a razão mais importante para justificar o ensino da matemática é o relevante papel que essa disciplina desempenha na construção de todo o edifício do conhecimento humano”.

Esta posição, em geral, está associada a uma concepção de matemática como “uma coleção de verdades a serem absorvidas pelos alunos, uma disciplina cumulativa, predeterminada, e incontestável” (D’Ambrosio, 1993; 35). Esta concepção, que é

aquela que subjaz à atual prática educativa de nossas escolas, vê o conhecimento como a herança que cada nova geração recebe daquelas que a precederam, um legado ampliado a cada época, e que deve ser conservado e transmitido, via escola. A aprendizagem nada mais é do que uma lenta acumulação de conhecimentos pelo aprendiz, “aquele que nada sabe”.

Como diz Bkouche (1980),

*“...o aluno está lá para receber a verdade; não é a questão se ele a compreende, isto é, se é capaz de recolocar os conhecimentos no seu contexto: é suficiente que ele saiba repetir o discurso e aplicar as boas regras. Porque e como se faz a matemática, de onde vêm os conceitos, qual é o elo complexo e contraditório entre o aspecto conceitual e o aspecto operatório, todas estas questões são expelidas do ensino e rejeitadas nas masmorras de uma metafísica desusada”.*

A melhoria do ensino de matemática fica condicionada, então, ao desenvolvimento de técnicas de ensino mais eficientes e à utilização de materiais mais apropriados à “transmissão” do conteúdo.

Outro grupo, o dos que se identificam como “educadores matemáticos”, e no qual se inclui a autora, assume posição diferente a respeito do saber matemático: a de que, a evolução desse conhecimento se dá a partir de problemas originados na sociedade ou no interior do próprio conhecimento, por meio um processo criativo de geração de idéias, seguido de um processo social de negociação de significados, simbolização, refutação e formalização (Ernest, apud D’Ambrosio, 1993; 35). O desafio que enfrentamos consiste em traduzir essa visão para a atividade educativa.

Por outro lado, embora considerando necessariamente as especificidades da educação matemática, os elementos desse grupo julgam impossível dissociar os objetivos desta daqueles propostos para a educação como um todo. Por isso, sua atenção deve centrar-se também no outro componente do processo de ensino/aprendizagem e, conseqüentemente, no desenvolvimento do sujeito desse processo, no aluno real e no valor educacional que os conteúdos possam ter para ele.

Existem, por certo, divergências sobre como conciliar essas preocupações no âmbito da prática educativa, dando origem, portanto, a propostas pedagógicas distintas. Parece haver entre estas, contudo, alguns pontos em comum, como, por exemplo, a ênfase dada à participação ativa do aluno na elaboração do conhecimento.

#### **4. Uma Educação Matemática para a Criatividade**

Uma educação matemática preocupada com o desenvolvimento de espíritos críticos e criativos, capazes de responderem cognitivamente aos desafios de uma sociedade em mudança, não pode se concretizar por meio de uma prática pedagógica que privilegia a uniformidade, a passividade e a submissão.

Uma das condições para a “criação” dessa nova prática é, sem dúvida, a transformação das concepções de conhecimento e aprendizagem que a orientam, ou seja, a adoção de uma nova hipótese epistemológica, que fundamente os educadores em questões como: o que é aprender, como se conhece, como se desenvolve a inteligência, quais os procedimentos - e, mesmo, se for o caso, quais os conteúdos - mais indicados para promover esse desenvolvimento.

Dentre as várias teorias que poderiam embasar esse novo paradigma educacional projetado, destaca-se o construtivismo piagetiano, cuja

*“...natureza dialética ... propõe um modelo desenvolvimentista de crescimento descontínuo que é avaliado em termos das necessidades coletivas de uma sociedade de preferência a um modelo de aprendizagem de crescimento contínuo onde as crianças são avaliadas em relação a classes rígidas de padrões tendenciosos (Kaufman, 1993; 94).*

Para Piaget,

*“... deveria ser salientado imediatamente que o direito a uma educação ética e intelectual implica mais do que o direito a adquirir conhecimento ou escutar, e mais do que uma obrigação a obedecer: é uma questão de um direito extensivo a todos, o de construir certos instrumentos espirituais preciosos, o que requer um meio social específico, não feito exclusivamente de submissão” (apud Kaufman, 1993; 95)*

A perspectiva piagetiana opõe-se à pedagogia tradicional ao considerar que educar não é transmitir, dispensar ou impor conhecimentos produzidos e estruturados externamente ao sujeito cognoscente, mas, fundamentalmente, propiciar o

desenvolvimento da inteligência. Esta tem como função, não copiar ou reproduzir a realidade, mas compreender e inventar, ou seja, construir estruturas que tornam possível a compreensão da realidade.

Contra-pondo-se ao modelo reducionista e mecanicista de aprendizagem, Piaget - como enfatiza Kaufman (1993; 94) - sustenta um modelo holístico e dialético de desenvolvimento:

*“O ponto principal de nossa teoria é que o conhecimento resulta das interações entre o sujeito e o objeto, as quais são mais valiosas do que aquilo que os próprios objetos possam proporcionar. As teorias de aprendizagem como a de Hull, por outro lado, reduzem o conhecimento a ‘cópias funcionais’ que não enriquecem a realidade. O problema que devemos resolver para explicar o desenvolvimento cognitivo diz respeito à invenção e não à mera cópia. Nem as generalizações estímulo-resposta nem a introdução de respostas transformacionais podem explicar a novidade ou a invenção. Ao contrário, os conceitos de assimilação e acomodação das estruturas operatórias (que são criadas e não meramente descobertas, como um resultado das atividades do sujeito), são orientados na direção dessa construção inventiva que caracteriza todo pensamento vivo... Lembremos, também, que, cada vez que ensinamos prematuramente a uma criança algo que ela poderia ter descoberto por ele própria, essa criança é privada de inventá-lo e, conseqüentemente, de compreendê-lo completamente” (Piaget, apud Kaufman, ob. cit. 94).*

Se o conhecimento é uma invenção, torna-se necessário, na perspectiva de uma pedagogia centrada na formação de indivíduos criativos e críticos, compreender os mecanismos mediante os quais estes criam novos conhecimentos a partir daqueles que já dominam. Dito de outra forma, trata-se de esclarecer se a criatividade é um “dom” ou uma construção do sujeito em interação com os objetos e suas propriedades.

Em uma de suas obras mais recentes, Piaget (1985) aborda o problema da produção de conhecimentos a partir da formação dos “possíveis”, por acreditar que a realização - ou, no vocabulário piagetiano, a atualização - de uma idéia ou ação ocorre somente a partir do momento em que elas se tornam possíveis. Pesquisas de seus colaboradores sobre os processos utilizados por crianças (de 4/5 até 11/12 anos) para produzirem novidades mostraram que esses processos evoluem progressiva e regularmente, tornando possível descrevê-los por meio de níveis sucessivos. A análise dessas pesquisas mostrou a existência de um paralelismo acentuado entre a evolução dos possíveis e o desenvolvimento das estruturas operatórias.

Essa questão, importante do ponto de vista do desenvolvimento cognitivo, transformou-se no foco gerador do presente trabalho, o qual tem por objetivo principal verificar se uma experiência de aprendizagem, que conduza os sujeitos de um nível do possível a outro numa determinada situação (a produção da maior construção possível com a utilização dos mesmos objetos) influirá na aquisição, por eles, de certas estruturas operatórias (conservações de comprimento e de área) e na abertura para novos possíveis em uma outra situação (as formas de uma realidade parcialmente escondida)<sup>3</sup>.

Neste estudo, procura-se analisar, também, um outro tema de grande relevância, o dos pré requisitos. Essa questão é tratada aqui sob o seguinte aspecto: sujeitos, classificados inicialmente em níveis diferentes em relação a um possível menos

---

<sup>3</sup>As razões para a escolha das provas utilizadas no estudo são discutidas no corpo do trabalho, na parte reservada ao relato da mesmo.

complexo (as cores de uma realidade escondida), apresentam desempenhos diferentes nas demais provas do estudo?

Com este trabalho, esperamos contribuir, de alguma forma, com a ampliação dos conhecimentos sobre a cognição e o desenvolvimento cognitivo, de modo a fornecer subsídios para a fundamentação do processo educativo em geral e, mais especialmente, do relacionado à matemática.

## **5. O Papel da Geometria no Desenvolvimento do Aluno**

Cabem aqui algumas observações sobre os motivos da opção, neste trabalho, pela abordagem de noções geométricas.

Em primeiro lugar, o ensino da geometria é hoje um dos temas que desperta mais atenção entre os educadores matemáticos em todo o mundo, possivelmente porque, com o movimento conhecido como Matemática Moderna e, por razões já discutidas por mim em pesquisa anterior (Pavanello, 1989), os temas algébricos acabaram sendo privilegiados. Enquanto a geometria praticamente desapareceu do cotidiano da sala de aula. Atualmente, o trabalho com a geometria, quando realizado, limita-se, em geral, ao reconhecimento das principais figuras planas e à memorização de fórmulas para o cálculo de seu perímetro ou área.

Por outro lado, como já foi mencionado, dentre as medidas exigidas pela “recriação” da prática pedagógica em matemática se inclui a investigação a respeito dos conteúdos mais apropriados para promover o desenvolvimento da inteligência.

Ora, muitos autores (entre os quais O’Daffer, 1980 e Post, 1981) apontam a geometria como sendo o ramo da matemática mais adequado para o desenvolvimento

de capacidades intelectuais, tais como, por exemplo, a percepção espacial, a criatividade, o raciocínio hipotético-dedutivo. Davis e Hersh (1985;32) lembram, a propósito, que, por muito tempo, a geometria foi considerada o campo ideal para o raciocínio, imaginando-se, com ou sem razão, que seu estudo propiciava ao estudante um treino básico no pensamento hipotético-dedutivo.

Não se pode negar que a geometria oferece um maior número de situações nas quais o aluno pode exercitar sua criatividade ao interagir com as propriedades dos objetos, ao manipular e construir figuras, ao observar suas características, compará-las, associá-las de diferentes modos, ao conceber maneiras de representá-las. Not (1981:311), por exemplo, sugere que é nas questões geométricas mais do que nas algébricas que o estudante de matemática pode exercitar sua capacidade criativa, uma vez que elas podem ser resolvidas de modos diferentes a partir de diferentes combinações das relações nelas em jogo.

Outros autores, pensando nos processos mentais envolvidos na aquisição e/ou produção do conhecimento matemático, localizam no estudo da geometria o campo ideal para o desenvolvimento da capacidade de representação e de um tipo especial de pensamento, o visual, inerente à resolução das questões matemáticas.

Atiyah (1982;153) assinala que parecem existir dois tipos de pensamento: um que se poderia chamar de **visual** - que, segundo ele, predomina na geometria - e outro **seqüencial**, como o que é usado para verificar as etapas de um dedução e que pode ser expresso de forma simbólica e colocado num computador - predominante na álgebra. Ele completa seu raciocínio sugerindo que a dicotomia entre esses dois tipos de pensamento poderia ser expressa pelos termos **compreensão** e **rigor**, que resumiriam os papéis que ambos representam na resolução dos problemas matemáticos.

É também o que sugere Wheeler (1981;352) ao dizer que o ensino da geometria favorece "um tipo particular de pensamento - buscando novas situações, sendo sensível aos seus impactos visuais e interrogando sobre eles".

Thom (1971;698), por sua parte, argumenta que a geometria pode ser um intermediário único entre a língua e o formalismo matemático e propõe que "o estágio do pensamento geométrico pode ser um estágio impossível de se omitir no desenvolvimento normal da atividade racional do homem". Com isto ele não só relaciona conhecimento e visualização, como sugere que a geometria parece favorecer o desenvolvimento de capacidades intelectuais – no caso, a de abstração.

É, também, o que sugere Wheeler quando argumenta, em seqüência à declaração já mencionada: "Melhor que o estudo do espaço, a geometria é a investigação do "espaço intelectual", já que, embora comece com a visão, ela caminha em direção ao pensamento, indo do que pode ser percebido para o que pode ser concebido".

Discorrendo sobre os fatores que determinaram o desenvolvimento da matemática, Beth (Piaget e Beth, 1980 ; 119) alega que

*"Poder-se-ia pensar que o desenvolvimento das matemáticas abstratas, que se ocupam de preferência com objetos inacessíveis à intuição espacial, teria acabado com todo recurso a esta. Embora seja patente que, no que se refere às tais matemáticas, ninguém atribuiria qualquer força demonstrativa ao apelo à intuição espacial, isso não impede, entretanto, que se recorra a ela freqüentemente, inclusive nos estudos mais abstratos, por isso, mesmo nos tratados mais rigorosos, quase sempre se encontram figuras".*

Essas reflexões a respeito da contribuição da geometria para a formação dos indivíduos e para seu desenvolvimento intelectual influíram decisivamente para que se optasse pelas noções geométricas na proposta um estudo voltado para a formação de possibilidades cognitivas.

Esperamos, com este trabalho, colaborar para a elucidação de alguns dos processos mediante os quais os estudantes (re)constróem os conceitos geométricos.

## **II\_ As Questões Teóricas: O Ponto de Vista Piagetiano**

### **1. A Questão do Conhecimento**

Nas discussões sobre a aprendizagem da matemática, somos levados, inevitavelmente, a discutir o porquê das dificuldades de tantos alunos em relação a esse campo do conhecimento. Dentre os diferentes pontos de vista em relação a esse tema, dois devem ser assinalados, nesse momento, porque traduzem duas posições distintas em relação ao desenvolvimento cognitivo.

O primeiro deles é que o sucesso ou fracasso dos alunos na aprendizagem da matemática decorre de uma aptidão natural, que alguns estudantes apresentam, e outros, não, para o estudo dessa disciplina. Dito de outra forma, ser bem ou mal sucedido na aprendizagem da matemática dependeria, em última instância, de um “talento inato”.

Esse raciocínio se justificaria a partir de certas teorias, que asseguram ser o conhecimento possibilitado por estruturas mentais inatas aos indivíduos e desenvolvidas mediante um processo de maturação.

De um segundo ponto de vista, o sucesso ou o fracasso escolar deve ser atribuído ao professor, que “soube – ou não – ensinar”, que utilizou, ou não, material instrucional adequado.

Essa visão encontra suporte em teorias, que contradizem as acima mencionadas, e que assumem ser o desenvolvimento cognitivo resultante da

experiência. Neste enfoque, o mundo é suposto como algo existente externamente ao sujeito, separado dele, e o conhecimento é concebido como uma cópia da realidade, ou como a memorização de um discurso sobre ela. A função da inteligência seria, neste caso, unicamente a de registrar e corrigir sistematicamente os conjuntos de observações e informações obtidas mediante registros perceptivos, associações motoras, descrições verbais, etc. Nessa perspectiva empirista, o conteúdo do conhecimento (e da cognição) é considerado exógeno ao sujeito e sua organização passa a ser consequência da linguagem e de instrumentos simbólicos (Piaget, 1970; 71/72).

A teoria piagetiana do conhecimento procura, dialeticamente, superar essas concepções, por julgá-las parciais e incompletas. Assim, sem descartar o papel da maturação, da experiência do meio físico e da ação do ambiente social sobre o desenvolvimento, entende que este não pode ser explicado totalmente por nenhum desses fatores.

Para Piaget, as estruturas biológicas condicionam o que o ser humano pode perceber diretamente, como as cores, as formas, etc. A herança biológica do homem propicia o aparecimento da atividade inteligente, mas o que ele herda de positivo e construtivo não é, porém, a inteligência em si.

Essa herança (Piaget, 1970; 97), atua essencialmente na abertura de novas possibilidades para o desenvolvimento, ou seja, no acesso a estruturas que só podem ser desenvolvidas quando essas possibilidades lhes são oferecidas. Entre uma possibilidade e sua atualização<sup>4</sup>, porém, outros fatores devem intervir, como a experiência e a interação social.

---

<sup>4</sup>O termo atualização é empregado, nos escritos piagetianos, com o sentido de realização efetiva de uma possibilidade.

Por outro lado, Piaget não nega que a experiência também seja necessária ao desenvolvimento da inteligência humana. Entende, porém, que podemos distinguir duas formas diferentes de experiência, a física e a lógico-matemática.

A experiência física consiste, segundo ele, “em agir sobre os objetos e descobrir as (suas) propriedades, por abstração, partindo dos próprios objetos” (Piaget, 1988; 46).

Essa abstração, que retira suas informações dos próprios objetos, ele a denomina “empírica”. Ela se atém aos objetos físicos e aos aspectos materiais da ação, como, por exemplo, movimento, direção, amplitude, etc. É por seu intermédio que o sujeito realiza uma experiência – física – atuando sobre os objetos, e deles extraíndo certas propriedades, como cor, peso, entre outros.

A abstração empírica não é, porém, Piaget adverte, uma simples leitura dos objetos:

*“Um observável, por mais elementar que seja, supõe já mais do que um registro perceptivo, porque a percepção como tal está ela própria subordinada aos esquemas de ação: estes últimos, comportando uma logicização pelo próprio jogo dos seus relacionamentos, encaixes, etc., constituem, então, o quadro de qualquer observável; este é, assim, antes de tudo, o produto da união entre um conteúdo dado pelo objeto e uma forma exigida pelo sujeito a título de instrumento necessário a qualquer verificação” (Piaget e Garcia, 1987; 31)*

Impõe-se, assim, um claro limite à influência da percepção no desenvolvimento cognitivo, subordinando-a à inteligência. Isso porque o sujeito, mesmo centrando sua atenção nos objetos, deve utilizar, necessariamente, esquemas – de ação ou conceituais – como instrumentos para estabelecer relações, comparar ou selecionar as propriedades (Martí, 1990; 21).

Quanto à experiência lógico-matemática, seu papel, considera Piaget, é mais importante naqueles níveis do desenvolvimento cognitivo nos quais a dedução lógica ou o cálculo ainda não são possíveis. Ela consiste, também, em agir sobre os objetos, mas descobrindo as propriedades por abstração, não dos objetos como tais, mas das próprias ações do sujeito sobre os mesmos. Diz respeito, pois, às atividades cognitivas exercidas sobre os objetos (por exemplo, esquemas e sua coordenação, operações e sua estrutura) com o intuito de extrair certas propriedades para utilizá-las em outras situações.

A essa abstração que atua a partir de ações e operações do sujeito, Piaget chama de “reflexiva” (Piaget, 1987; 180). Como se baseia em coordenações anteriores, que lhe fornecem suporte, a abstração reflexiva supõe, ao mesmo tempo, “um enriquecimento, que se traduz pela criação de novas ‘formas’” (Martí, 1990; 28).

Mas como se dá, na prática, essa abstração? Piaget (1970; 99) utiliza um exemplo expressivo a título de ilustração. É o da criança que, brincando com um conjunto de pedrinhas, coloca-as em diferentes configurações espaciais, e, a partir da ação de contá-las, descobre que o número de elementos de um conjunto é independente, tanto da configuração, quanto da ordem de contagem. Ora, a propriedade que garante ser o número de elementos de uma coleção independente da configuração espacial dos objetos e da ordem em que são contados foi extraída, pela criança, não dos próprios objetos, mas sim de sua ação de contar.

São muitas as obras em que Piaget se refere à distinção entre a experiência física e a lógico matemática. Numa das mais recentes (1978; 176), ele volta a distingui-

las ao se referir às ações. Afirma que a ação física tem caráter material e causal, uma vez que se refere à coordenação de movimentos, disso decorrendo que o conhecimento é extraído dos próprios objetos. Enquanto isso, a ação lógico-matemática possui uma natureza implicativa, pois procura estabelecer ligações entre significações, e, neste caso, o conhecimento resulta das ações que o sujeito realiza sobre os objetos.

Quanto à influência do ambiente social no desenvolvimento cognitivo, ela pode ser comprovada, segundo Piaget (1970; 99), pelo fato de crianças de diferentes ambientes culturais e sociais apresentarem retardamento ou aceleração dos estádios de desenvolvimento nas idades cronológicas médias. Pode-se perceber, no entanto, que essa influência tem limites, porque esses estádios sempre seguem a mesma ordem seqüencial, em qualquer ambiente<sup>5</sup>.

A teoria piagetiana ressalta sempre, porém, que se a maturação, a experiência física e a influência do meio social interferem no desenvolvimento cognitivo, elas somente podem ter efeito sobre o sujeito cognoscente se ele já dispuser de instrumentos ou estruturas, mesmo em suas formas mais primitivas, para assimilá-los.

Sob essa ótica, ela se opõe às teorias que enfatizam o papel da linguagem como instrumento de transmissão cultural. O que Piaget critica nessas teorias é o fato de pressuporem, implicitamente, que tal transmissão fornece ao sujeito

*“...os instrumentos próprios da assimilação, ao mesmo tempo que os conhecimentos a assimilar, esquecendo que esses instrumentos só podem ser adquiridos pela atividade interna e que toda assimilação é uma reestruturação ou uma reinvenção” (1988; 48).*

---

<sup>5</sup>Quanto à crítica de que Piaget “despreza” o papel dos fatores sociais no desenvolvimento humano, consultar Taille, Y de La O lugar da interação social na concepção de Piaget. In Taille, Oliveira e Dantas *Piaget, Vygotsky e Wallon: teorias psicogenéticas em ação*. São Paulo, Sumuus, 1992.

Por outro lado, Glaserfeld, ao analisar a questão da comunicação mostra o longo caminho que o ser humano deve percorrer durante toda a sua vida, a partir da infância, para dominar a linguagem, para ajustar e selecionar o significado de palavras e expressões lingüísticas, o que nunca é conseguido inteiramente, por mais que ele a utilize. E acrescenta:

*“Uma vez que consigamos enxergar esta subjetividade fundamental e inevitável do significado lingüístico, não mais poderemos sustentar a idéia de que as palavras transmitem idéias ou conhecimento”* (1989;132-3, tradução da autora).

O ponto de vista piagetiano é que o conhecimento, em sua origem, não está, nem no sujeito, nem nos objetos, mas nas *interações* entre aquele e estes, interações essas que implicam em dois tipos de atividades interdependentes: a coordenação das ações do sujeito e a introdução de inter-relações entre os objetos.

Como tais relações surgem somente através da ação, o conhecimento, conseqüentemente, fica subordinado a certas estruturas de ação. Essas estruturas, porém, não estão dadas, nem nos objetos, nem no sujeito, mas são o resultado de *construções*, que começam a ser realizadas desde o primeiro ano de vida da criança.<sup>6</sup>

Conhecer, então, de acordo com a teoria psicogenética, é sempre assimilar um dado novo a um sistema de interpretação existente no sujeito, isto é, integrar esse dado às estruturas ou esquemas mentais que o sujeito possui.

---

<sup>6</sup>É por essa ênfase nas interações entre o sujeito e os objetos de conhecimento e nas construções que são efetivadas pelo primeiro em suas interações com os últimos que a teoria piagetiana é em geral descrita como interacionista-construtivista.

Quando esses esquemas não se adaptam ao novo objeto (ou situação) de conhecimento, cria-se um conflito, gerado pelo descompasso entre os esquemas antigos de assimilação e a novidade à qual eles não se aplicam. A atividade desenvolvida pelo sujeito para resolver o conflito provoca uma modificação nos esquemas ou estruturas de assimilação, que é denominada *acomodação*.

Assim sendo, a adaptação cognitiva consiste em um equilíbrio entre a assimilação e a acomodação

É por isso que, na teoria piagetiana, torna-se necessária a existência de um quarto fator "para coordená-los (os fatores clássicos do desenvolvimento cognitivo) numa totalidade consistente e não contraditória" (1970; 101), fator esse designado por *equilíbrio*.

A noção de equilíbrio se apresenta, então, como uma noção fundamental da teoria psicogenética, como o ponto mais alto de sua hierarquia conceitual, como diz Pain, por explicar "não só os processo cognitivos, como também os comportamentos vitais e os movimentos mais amplos da realidade, permitindo determinar filiações entre domínios distintos" (1971; 26).

Numa de suas obras, Piaget (1978a) reafirma que o desenvolvimento individual é, de fato, função de atividades múltiplas em seus aspectos de exercício, experiência e ação, entre outros, mas a coordenação dessas ações supõe um sistema prévio de auto-regulação. Ou seja, quando a assimilação e a acomodação estão em harmonia, o sujeito está adaptado, está em equilíbrio.

Quando, no entanto, as estruturas intelectuais disponíveis não são suficientes para operar com a nova situação, surge o desequilíbrio. Num procedimento caracterizado por uma movimentação em espiral, essas estruturas começam a se adaptar às novas circunstâncias, dirigindo-se para um estado superior e mais complexo de equilíbrio. Piaget designa esse movimento como "equilíbrio majorante" ou "aumentativa", pois é ao longo do mesmo que as perturbações cognitivas acabam sendo

superadas. E, de acordo com ele, é por meio dessa equilibrção majorante que se dá a construção do conhecimento.

É importante observar que, se a teoria piagetiana assume serem as estruturas mentais construídas devido à equilibrção, esta é definida, não pelo equilíbrio entre forças opostas, mas como auto-regulação, como um conjunto de reações ativas do sujeito às perturbações externas, reais ou antecipadas (Piaget, 1970; 104).

As ações desenvolvidas pelos sujeitos possuem, no entanto, dois aspectos. Por um lado, toda ação é “particular”, no sentido que deve levar em conta as propriedades específicas do objeto sobre o qual ela se exerce, isto é, deve acomodar-se ao objeto. Por outro lado, uma ação nunca é completamente nova, diferente de todas aquelas que o organismo pode apresentar num certo momento. Do ponto de vista do conhecimento, a parte mais importante de cada ação é aquilo que é transponível ou generalizável: o(s) seu(s) esquema(s) (Piaget, apud Coll e Gillerion, 1987; 34).

Os esquemas, para Piaget, não são meros movimentos ou ações, porque conservam uma certa organização interna sempre que aparecem. São reorganizados e reconstruídos pelo sujeito, no decorrer de seu desenvolvimento, por meio de sua diversificação, sua diferenciação e sua combinação.

Eles funcionam como um “quadro referencial”, mediante o qual o sujeito compreende a realidade à qual se aplica, e que evolue à medida que o sujeito se desenvolve. Assim, quanto maior o desenvolvimento do sujeito, maior será a possibilidade de que um de seus atos envolva uma multiplicidade de esquemas. Dito de outra forma, o nível de competência intelectual de uma pessoa, num dado momento, depende da natureza e do número de esquemas que ela possui, bem como das maneiras pelas quais eles podem combinar-se e coordenar-se entre si.

Piaget procura mostrar como, a partir dos dois primeiros anos de vida, à medida que o sujeito progride, suas ações cognitivas tomam-se cada vez mais interiorizadas, esquematizadas e móveis. Estas ações vão gradualmente se conectando, formando

sistemas de ações, cada vez mais complexos e melhor integrados, e não simplesmente ligados ou justapostos. Quando as ações cognitivas atingem tal ponto e "são organizadas em totalidades coesas com uma estrutura definida e potente" (Flavell, 1988; 169), elas são denominadas de *operações cognitivas*.

Essas operações tendem a se reunir em sistemas globais que, uma vez formados, compõem formas específicas de equilíbrio entre a assimilação e a acomodação. Desse modo, é possível observar, no desenvolvimento da criança, níveis de capacidade operatória - ou estágios de desenvolvimento.

Tais níveis, ou estágios de construção das diferentes formas de saber, se opõem a uma concepção linear de desenvolvimento, na qual cada etapa substitui a precedente, de modo a manter relações apenas com esta última, mas não com as anteriores a ela. Pelo contrário,

*"...todo estágio começa, na realidade, por uma reorganização, num novo nível, das aquisições principais devidas aos precedentes: daí resulta a integração nos estágios superiores de determinadas ligações, cuja natureza só é explicada na análise dos estágios elementares" (Piaget, 1987; 17).*

Os estágios (estádios) representam diferentes formas de organização mental, diferentes estruturas cognitivas, cada uma delas possibilitando ao sujeito uma maneira própria de relacionar-se com a realidade, de atuar sobre ela, de compreendê-la. Cada estrutura significa, pois, uma forma particular de equilíbrio nas interações do indivíduo com a realidade que o rodeia.

A construção de uma nova estrutura a partir da que a precede se realiza, no entanto, por meio de um lento processo, observando-se um longo período de preparação, antes que a consolidação da nova estrutura seja completada. No decorrer dessa fase preparatória, o sujeito apresenta oscilações. Frente a uma perturbação (um novo objeto, uma nova situação), ele pode emitir respostas em níveis diferentes, comportando-se, às vezes, como se ainda estivesse no nível que está deixando, e, em outras ocasiões, como se já tivesse atingido o seguinte.

O aparecimento de novos comportamentos, de novas aquisições não é suficiente, porém, para caracterizar um novo estágio de desenvolvimento. É necessário, primeiro, identificar uma nova forma de organização mental; depois, mostrar que a nova estrutura deriva da precedente, superando-a e integrando-a como um caso particular, e, por fim, demonstrar a existência de uma ordem constante de sucessão de estágios, que seja independente de variações na idade cronológica em que aparecem.<sup>7</sup>

A psicologia genética distingue três períodos evolutivos principais que obedecem essas condições.

O primeiro deles é o sensório-motor, que cobre o período que vai do nascimento até, aproximadamente, os 18/24 meses, culminando com a construção da primeira estrutura intelectual, o grupo de deslocamentos.

Em seguida, temos o da inteligência representativa (dos 2 aos 10/11 anos, aproximadamente), cujo ápice é a construção das estruturas operatórias concretas, em suas diferentes formas.

---

<sup>7</sup>Foi identificada, nesse desenvolvimento por estágios, a existência de defasagens (“decallages”). Estas podem ocorrer dentro de um mesmo período - uma estrutura característica desse nível pode ser aplicada em uma situação, mas não numa outra que exige o mesmo princípio - ou em níveis distintos de funcionamento, mesmo quando as estruturas apresentam certas semelhanças formais e de conteúdo.

Por último, temos o estágio das operações formais, que leva à construção das estruturas intelectuais específicas ao raciocínio hipotético-dedutivo, o que ocorre por volta dos 15/16 anos.

Não se pretende apresentar aqui uma descrição detalhada de cada um desses períodos, porque já existe uma vasta literatura a respeito. Tendo em vista o estudo efetuado e relatado mais adiante, parece ser interessante, no entanto, expor rapidamente como se dá a construção gradual das estruturas da inteligência, tomando como parâmetro principal as mudanças que se produzem nos esquemas do sujeito e nas coordenações dos mesmos.

Os primeiros esquemas de que dispõe o recém-nascido são os *esquemas-reflexos* (como o da sucção ou o da preensão, provocados pela estimulação da zona bucal ou da palma da mão, respectivamente). A assimilação dos objetos da realidade encontra, porém, certas resistências (os objetos não se adaptam aos movimentos de sucção; a mão, ao fechar-se, encontra objetos diferentes). Disso decorrem desajustes (desequilíbrios) nos esquemas-reflexos, que serão compensados por uma reorganização das ações, por uma acomodação, uma reequilibração, do esquema.

A sucessão de ajustes e reajustes, assimilações e acomodações, submete os esquemas reflexos a um processo de *diferenciação* levando a criança a construir novos esquemas, adaptados aos novos conjuntos de situações e objetos. Esses novos esquemas constituem os *esquemas de ação* propriamente ditos, organizações de ações que são conservadas por meio das situações e objetos aos quais vão sendo aplicadas. Há, além disso, um processo de *coordenação* dos esquemas disponíveis, que propiciam, também, o surgimento de novos esquemas.

Ao longo desse processo, que se estende até o final do segundo ano de vida, os quadros assimiladores da criança vão evoluindo, permitindo-lhe atribuir um conjunto de significações, cada vez mais complexas, à realidade ao seu redor.

A coordenação de esquemas de ação que respeitam certas regras (composição interna, associatividade, reversibilidade, identidade) marca o auge da inteligência sensório-motora, e revela o aparecimento das primeiras estruturas intelectuais equilibradas, que permitem a organização, pelo sujeito, do espaço temporal e causal da ação prática. A criança, nesse momento, construiu um universo estável, no qual, tanto os movimentos do próprio corpo, quanto o dos objetos externos, se encontram organizados numa totalidade regida por leis do grupo de deslocamentos. A possibilidade de reverter suas ações concretas torna a criança capaz de compensar, por meio delas, um grande número de perturbações. E explica a construção do primeiro invariante cognitivo fundamental, a conservação do objeto no espaço (um objeto continua existindo para a criança, mesmo quando, num dado momento, passa a não mais estar visível).

Por essa época começam a surgir, também, as primeiras representações simbólicas. O advento da função simbólica possibilita a transformação dos esquemas de ação em *esquemas representativos*. Estes nada mais são do que esquemas de ação interiorizados, porém exercem um importante papel no desenvolvimento intelectual porque tornam a criança progressivamente mais apta a imaginar e executar ações por meio de representações.

Na fase inicial do estágio da inteligência representativa (o que vai dos 2 aos 4 anos, aproximadamente), os conceitos elaborados pela criança funcionam, na verdade, como pré-conceitos, por estarem ainda dominados pelas ações e influenciados pelo contexto. Durante esse período, a criança dá mostras de um raciocínio transductivo, baseado em analogias, que vai do particular para o particular, e ao qual falta, pois, a generalidade característica dos verdadeiros conceitos.

Durante a fase seguinte, que se estende dos 4 aos 7 anos, aproximadamente, testemunha-se a coordenação gradual dos esquemas representativos. Estes começam a coordenar-se intuitivamente em algumas situações, mas se conservam ainda bastante rígidos e demonstram falta de reversibilidade. Por isso, o pensamento pré-

operacional apresenta, como elemento distintivo, o egocentrismo, manifestado na impossibilidade demonstrada pela criança de assumir o papel de outra pessoa (e, conseqüentemente, de considerar outros pontos de vista). Outra característica desse pensamento é uma tendência à centração, que impede a criança de considerar mais do que um único aspecto (e superficial) do objeto de cada vez, tornando impossível sua junção num todo coerente e dando origem a distorções de raciocínio.

Por volta dos 7/8 anos começa a fase em que se pode observar o início da coordenação, da combinação, dos esquemas representativos. Nesse subperíodo (o qual se prolonga até os 11 anos, aproximadamente), as ações cognitivas tomam-se progressivamente mais interiorizadas, mais esquemáticas e móveis, e, portanto, menos concretas e materiais. Tais ações vão se combinando, de modo a formar sistemas complexos e integrados, as operações cognitivas. Estas são, pois, esquemas de ação interiorizados, que se agrupam em totalidades organizadas: os agrupamentos elementares da operatividade concreta. Essas totalidades organizadas de esquemas representativos - e, portanto, interiorizados - são regidas por leis (composição interna, identidade, associatividade, reversibilidade por inversão ou por compensação, tautologia ou iteração), presentes, também, nos esquemas de ação (naquele momento, concretas) do período sensório-motor.

A reconstrução do pensamento, resultante desse longo processo iniciado com o surgimento da função simbólica, apresenta aspectos extremamente favoráveis, dos quais o mais importante talvez seja o domínio da reversibilidade no plano da representação. A capacidade de representar uma ação e aquela que a anula - sua recíproca ou sua inversa - favorece a construção de novos invariantes funcionais, as conservações (de comprimento e de distância, entre outros).

É importante observar, porém, que, durante esse período que se encerra por volta dos 11 anos, o raciocínio da criança ainda está estreitamente ligado à ação concreta exercida sobre os objetos, sendo-lhe impossível, por isso, raciocinar por hipóteses, ou resolver problemas enunciados verbalmente.

Esta possibilidade só vai se concretizar, gradualmente, no estágio das operações formais, quando tem lugar uma nova mudança na natureza dos esquemas. O sujeito agora se torna capaz de operar com as operações, isto é, de manipular, não mais os dados da realidade, mas proposições a respeito deles. Isso o conduz à capacidade de raciocinar sobre hipóteses, utilizando relações de natureza implicativa, e não mais causal.

Piaget, na lenta elaboração de sua teoria construtivista do conhecimento, concentrou-se primeiramente em distinguir as peculiaridades dessas reorganizações e em construir uma representação adequada dos mecanismos de transição de uma organização para a outra, ou de sua geração (Inhelder e Caprona, 1985; 8).

Em um momento posterior, porém, seu interesse se voltou para o estudo do funcionamento cognitivo, a fim de "estabelecer o que temos chamado de uma teoria construtivista do conhecimento e, ao mesmo tempo, refutar as teorias empirista e inatista" (Piaget, 1986: 34). Conseqüentemente, tornou-se essencial explicar o mecanismo de transição de cada uma das reorganizações das estruturas cognitivas para a seguinte.

A teoria piagetiana procura demonstrar que essas estruturações sucessivas são realizadas graças à intervenção de processos gerais, ou instrumentos comuns de aquisição do saber. Um desses processos, cuja origem é a assimilação dos objetos ou acontecimentos a esquemas ou estruturas anteriores do sujeito, é aquele designado por "abstração reflexiva".

No processo da abstração reflexiva, podem-se distinguir, segundo Piaget (1987; 18), dois aspectos. O primeiro consiste na projeção (*réfléchissement*), ou seja, na transposição, ou transferência, daquilo que é captado em um nível inferior (por exemplo, o de ação) - e que permanece, em geral, pouco consciente - para um nível superior (por exemplo, o de representação). O segundo é a reflexão, ou seja, a reconstrução e a reorganização daquilo que foi transferido por projeção.

A abstração reflexiva pode ser observada em todos os níveis do desenvolvimento, embora em alguns casos, nos níveis elementares, seus resultados nem sempre sejam visíveis. Já nos níveis superiores, juntamente com o processo de abstração, podemos observar uma reflexão de reflexão, quando ocorre uma tematização<sup>8</sup> retroativa desse processo, com tomada de consciência.

As investigações piagetianas sobre a abstração mostram, ademais, uma marcada assimetria entre a reflexiva e a empírica. Enquanto a primeira torna-se cada vez mais autônoma (podendo até atuar sozinha, como na atividade matemática), a segunda, para progredir, precisa apoiar-se na primeira (Martí; 29/30).

O outro processo geral, envolvido nas reorganizações que ocorrem no início de cada estágio, é a generalização. As pesquisas piagetianas sobre a abstração demonstram que esses dois processos estão solidariamente associados: toda abstração é seguida por uma generalização, do mesmo modo que para generalizar é necessário abstrair.

Em relação à generalização, observou-se também a existência de uma dualidade, de modo que é possível perceber dois tipos de generalização. A indutiva é realizada a partir dos observáveis do objeto (abstração empírica) e seu grau de generalidade é avaliado em relação a esses observáveis. Sua natureza é extensional, pois parte das relações parciais ("alguns", "às vezes") para gerar as relações de totalidade ("todos", "sempre"). Constitui-se apenas em um enriquecimento quantitativo dos observáveis, não sendo, pois, responsável pela introdução de nenhuma novidade (Martí; 31).

O outro tipo de generalização, a construtiva, se sustenta, pelo contrário, nas operações e em sua coordenação (abstração reflexiva). Realiza-se por meio de extensões, como no caso em que o sujeito efetua uma assimilação recíproca entre dois esquemas, de modo a compor uma nova categoria de objetos, mais abrangente do que

---

<sup>8</sup>O termo tematização é usado, na teoria psicogenética, com o sentido de conceitualização.

as assimiladas. Mas essa generalização se realiza ainda, e principalmente, por meio de compreensões, que se manifestam no caso de diferenciações e de integrações - ou seja, a assimilação recíproca dos dois esquemas, citada no exemplo anterior, dá origem a novas relações que, por sua vez, implicam numa série de novas generalizações.

Como faz no caso da abstração reflexiva, Piaget insiste no caráter construtivo deste tipo de generalização, assinalando que esta não se dá simplesmente pela assimilação de novos conteúdos a estruturas já constituídas, mas consiste em engendrar novas formas e novos conteúdos (Martí; id. ib.).

O paralelismo entre a abstração e a generalização aparece também na análise que Piaget faz das relações entre os dois tipos de generalização, ao longo do desenvolvimento. A indutiva precisa de um quadro assimilador, o que pressupõe um mínimo de generalizações construtivas. Além disso, as indutivas predominam durante as primeiras etapas do desenvolvimento, enquanto, depois, serão as generalizações construtivas que se tomarão progressivamente mais ricas, dirigindo com maior frequência as indutivas (Martí; id. ib.).

Se, para contrapor o construtivismo piagetiano ao inatismo e ao empirismo, considerou-se necessário explicar os mecanismos geradores das sucessivas reorganizações das estruturas cognitivas, tornava-se essencial, por esse mesmo motivo, esclarecer como ocorre a criação de novos conhecimentos. E foi o que fizeram Piaget e seus colaboradores com o estudo dos “possíveis”.

## 2. A Criação de Novidades: a Evolução dos Possíveis na Criança

A criatividade tem se mostrado sempre um elemento indispensável para que o homem supere os problemas e desafios gerados pelo seu ambiente físico e social. Será a criatividade, como muitos imaginam, um “dom inato”, ou ela pode resultar de uma aprendizagem?

Pode-se imaginar que a criação de novos conhecimentos (idéias, objetos) implica em ver, de uma outra forma, os que já são conhecidos, em realizar sínteses originais a partir dos mesmos (Maurice et al., 1991). Mas, como se dá essa criação?

Para Piaget, um dos objetivos de uma visão construtivista do conhecimento é explicar como se criam novos conhecimentos. Do ponto de vista de uma epistemologia construtivista, não basta, segundo ele (1978; 250), contrapor-se ao inatismo e ao empirismo, mostrando que o processo formador dos conhecimentos consiste em uma equilibração com base em regulações, pois sempre haveria dúvidas em relação ao próprio mecanismo regulador.

Para mostrar, então, que esse mecanismo não é inato, nem o produto de uma aprendizagem prévia, as pesquisas do Centro de Epistemologia Genética centraram-se sobre:

*“os conhecimentos em seus estados de formação inicial e, porque não dizer, no momento de seu nascimento, estudando a própria abertura dos novos possíveis a partir dos anteriores no curso de uma atualização em via de constituição” (ob. cit.; 250).*

Piaget aponta, em várias de suas obras (1978 e 1985, entre outras), a existência de razões lógicas a favor do caráter inventivo dos possíveis. Julga, porém, que o fato de o número de possíveis se multiplicar conforme avança a idade dos sujeitos, é o mais forte argumento em defesa desse caráter. E mais, que tal fato rebate qualquer suspeita de que um novo possível, pela sua natureza de possibilidade, esteja pré-formado ou pré-determinado no seu predecessor.

O possível é concebido por Piaget (1985) como o resultado de uma construção do sujeito que, interagindo com as propriedades dos objetos, os insere em interpretações produzidas por suas atividades, sendo essas atividades determinantes para a abertura de possíveis em número cada vez maior.

Assim, o possível cognitivo não é inato, nem se concretiza por meio de uma simples leitura dos objetos e das ligações entre eles, mas é, fundamentalmente, invenção e criação lógicas.

Para melhor compreender a formação progressiva dos possíveis Piaget considera necessário, no entanto, estabelecer a natureza dos esquemas cognitivos. Há, para ele, três tipos de esquemas: os representativos, os de procedimento e os operatórios.

Os esquemas *representativos* (representativos ou sensório-motores) referem-se às propriedades permanentes e simultâneas dos objetos (os “gatos”, os “quadrados”, e assim por diante). Eles podem ser generalizados e abstraídos de seu contexto e se conservam, mesmo quando se compõem entre si ou se incluem em outros, mais amplos (como, por exemplo, o conceito de “gato” pode ser incluído no de animais).

Já os esquemas *de procedimento* consistem em meios (ações sucessivas) direcionados para o alcance de um fim. Estão estreitamente ligados ao seu conteúdo, o que dificulta sua transferência para outros contextos e possibilita sua modificação no decorrer de uma sucessão de ações.

Finalmente, há os esquemas *operatórios*, que consistem na síntese dos anteriores. Uma operação, enquanto ato transitório e momentâneo, é um procedimento, mas a estrutura permanente das leis de composição entre operações mostra as características de um esquema representativo de ordem superior.

Todo indivíduo possui, então, dois grandes sistemas cognitivos: o representativo - fechado, de esquemas e estruturas estáveis - e o de procedimentos - em movimento contínuo. O primeiro é usado essencialmente para a "compreensão" do real e caracteriza o sujeito epistêmico. O segundo, por sua atuação na produção de novos processos ou na sua transferência, destina-se à obtenção de êxito, à satisfação de necessidades, relacionando-se, pois, ao sujeito psicológico.

Estes esquemas são complementares porque, pela utilização dos esquemas de procedimento, chega-se a um possível, o qual, uma vez concretizado, leva a um esquema representativo.

Piaget considera, no entanto, que a existência desses sistemas não fornece informações suficientes para podermos interpretar a gênese dos possíveis, pois o fato de eles existirem não explica certas limitações que os sujeitos apresentam, e das quais precisam libertar-se para propiciar a abertura para outras possibilidades.

Estas limitações se apresentam como "pseudo necessidades" (o lado escondido de uma caixa deve ter a mesma cor que os lados visíveis) ou "pseudo impossibilidades" (três dados não podem ser colocados, na mesma configuração, em suportes de formas diferentes) e devem ser atribuídas a uma indiferenciação inicial entre o real, o possível e o necessário. As pseudo necessidades são assim denominadas, segundo Henriques (1976: 258), porque elas não assinalam nem mesmo os primeiros indícios da necessidade autêntica.

O fato é que, inicialmente, todo objeto ou matéria de esquema representativo aparece para o sujeito como devendo ser do jeito que lhe foi apresentado, sem possibilidades de variação ou mudança. Conseqüentemente, não basta imaginar

processos que conduzam à consecução de um objetivo qualquer. É necessário compensar esta perturbação, que consiste na resistência do real quando este é suposto como pseudo necessário.

Quando o sujeito supera um obstáculo, fazendo com que a possibilidade de uma variação qualquer seja percebida, ele é impelido a inferir que outras variações também podem ser admitidas.

O possível é gerado, assim, não só pelas vitórias sobre as resistências do real, como também pelas lacunas criadas quando a admissão de uma variação permite supor a existência de várias outras. Deve-se concluir, então, que este duplo processo depende das formas gerais da equilibração, que

*"a essência das possibilidades é intervir no próprio processo das equilibrações e manifestar os poderes do sujeito antes de sua atualização" (Piaget, 1981;. 10).*

Esses poderes não devem ser, porém, considerados como pré-determinados. Eles podem ser recompostos, sob novas formas, quando ocorrerem essas resistências ou lacunas, ou seja, sempre que se apresente uma perturbação positiva ou negativa.

A natureza dos poderes que produzem os procedimentos e os possíveis faz parte do quadro geral das equilibrações, por isso ela se prende, basicamente, ao funcionamento da acomodação. Ora, todo esquema de assimilação demonstra uma tendência a se alimentar (o que ocorre somente conforme seu conteúdo permite) e, por outro lado, é obrigado, muitas vezes, a acomodar-se a novas situações. Assim, os "poderes" mostram a variação dessa capacidade de acomodação, de modo que

*“o possível resulta de uma atividade acomodatória em busca de sua forma de atualização, dependendo esta ao mesmo tempo da flexibilidade e da solidez dos esquemas e das resistências do real”* (Piaget, 1981; 10.).

A formação dos procedimentos e a abertura para novos possíveis, analisadas nos experimentos piagetianos, fornecem mais uma descrição dos processos de acomodação em termos de equilíbrio progressiva por auto-regulações, por serem dois aspectos complementares de um mesmo modelo. Isso porque, por um lado, as auto-regulações (a melhoria e o enriquecimento de uma estrutura) são procedimentos, e não esquemas presentativos, e seu mecanismo depende, portanto, de possíveis. Por outro, a formação destes últimos permanece subordinada às leis da equilíbrio, desde sua origem (quando caracteriza as reequilibrações) até o final (quando exige a equilíbrio das novas diferenciações que provocou, bem como sua integração em totalidades de formas renovadas).

Nos estudos relatados no primeiro volume de “O possível e o necessário”, Piaget se preocupa com dois problemas, dos quais o primeiro é estabelecer como se dá a evolução dos possíveis com a idade.

Essa evolução, analisada do ponto de vista funcional, mostrou quatro tipos de possíveis, presentes em todas as idades:

a) o *possível hipotético*, a possibilidade de se chegar a uma solução, mesmo a partir de uma combinação de ensaios válidos e de erros;

b) o *possível atualizável*, aquele no qual a solução é atingida em função de transferência de meios e procedimentos já utilizados com sucesso anteriormente;

c) o *possível dedutível*, alcançado a partir de variações intrínsecas (por antecipações, inferências e compreensão progressivas das relações em jogo, ou seja, a partir de uma estrutura operatória), e

d) o *possível exigível*, quando o sujeito acredita na possibilidade de novas realizações, mesmo sem dispor ainda de procedimentos para efetivá-las.

Do ponto de vista estrutural, a evolução dos possíveis apresentou quatro níveis:

1\_ o dos *possíveis analógicos*, no qual as novidades são produzidas por um procedimento de “sucessões analógicas”. Cada novidade apresenta analogia com a precedente, marcada por uma pequena diferença em meio a semelhanças maiores, e sua sucessão se caracteriza pela falta de antecipações, a não ser aquelas ocasionais., Instado, por exemplo, a arrumar de outro modo três dados alinhados horizontalmente sobre um suporte, um sujeito que esteja neste nível poderá deslocar um dos dados um pouco mais para a direita, ou um pouco mais para cima.

2\_ o dos *co-possíveis concretos*, em que o sujeito prevê diversas variações simultâneas, embora se limite às que vai realizar. Aqui as antecipações ocorrem, em geral, durante os desenvolvimentos e o sujeito não parece perceber qualquer intermediário entre dois possíveis realizados. Um exemplo é o que ocorre quando se pede a um sujeito que mostre todos os caminhos que se pode fazer para ir de um ponto A a um ponto B e ele sugere primeiramente um caminho reto, acrescentando depois a possibilidade de um em zig-zag - e mostrando, com gestos, as ondulações. Mas, admitindo que talvez possam existir outros caminhos, o que ele indica concretamente (usando segmentos de reta) é apenas a possibilidade em zig-zag.

3\_ o dos *co-possíveis abstratos*, no qual a variação efetivamente realizada é representativa de várias outras possíveis, inferindo-se (abstratamente) que uma variação qualitativa pode dar origem a várias outras, geradas por pequenas modificações, ou pela inserção de intermediários entre a variação considerada e uma outra, precedente a ela. Na questão dos caminhos possíveis entre A e B, por exemplo,

um outro sujeito imagina logo uma trajetória reta, outra em ângulo ( $>$ ), a simétrica a esta, uma em zig-zag, utilizando um número crescente de segmentos e indicando que poderia fazer uns cem desses caminhos. Tendo feito uma trajetória curva, imagina logo a existência de muitas outras - sem sentir necessidade, no entanto, de executá-las todas, concretamente, como fariam os sujeitos do nível anterior.

4\_ o dos *co-possíveis quaisquer*, em que o sujeito se dá conta - quase sempre imediatamente - da quantidade ilimitada de possibilidades. É, por exemplo, o caso do sujeito que, após ter arrumado três dados sobre um suporte horizontal de cartolina de várias maneiras, coloca-os numa nova posição, desloca cada um deles ligeiramente e conclui, dada a possibilidade de deslocá-los centímetro a centímetro ou milimetricamente, pela existência de infinitas variações.

Esta evolução estrutural dos possíveis indica uma passagem progressiva de um estado, no qual as variações imaginadas possíveis são produzidas, pouco a pouco, em função de resultados anteriores - isto é, a partir de dados extrínsecos - a um outro, no qual os possíveis resultam de variações intrínsecas, deduzidas pelo sujeito. Temos, assim, o que se pode denominar possível dedutivo, cuja importância cresce com a idade e cuja constituição corresponde, na verdade, a uma coordenação entre o possível e o necessário.

O segundo problema com o qual Piaget se preocupa na obra referida é o das relações entre a evolução dos possíveis e o desenvolvimento das estruturas operatórias. Isso porque a análise dos resultados dos experimentos mostrou uma relação tão estreita entre esta evolução e a sucessão dos níveis operatórios, que se puderam utilizar os mesmos estágios para descrever ambos os desenvolvimentos. Os possíveis analógicos correspondem ao nível I, do estágio pré-operatório. Os co-possíveis concretos surgem no nível IIA do início das operações concretas, enquanto, no patamar destas, nível IIB, se constituem os co-possíveis abstratos. No nível III, patamar das operações hipotético-dedutivas, surgem os co-possíveis quaisquer, em número ilimitado

O estudo sobre a formação dos possíveis foi realizada pelos pesquisadores do Centro de Epistemologia Genética de Genebra com sujeitos na faixa etária de 4 a 12 anos, aproximadamente.

Para investigar o mecanismo da evolução dos possíveis, foram utilizadas treze provas em que se propunha aos sujeitos problemas simples, mas tão gerais que permitiriam aos mais velhos (11-12 anos) chegarem, se fosse o caso, à compreensão do número ilimitado de soluções. A técnica experimental utilizada na pesquisa foi aquela característica dos estudos piagetianos: o método clínico.

Os problemas investigados podem ser reunidos em quatro grupos, de acordo com a situação utilizada. O primeiro grupo compõe-se de provas que abordam o possível em combinações livres das ações e hipóteses do sujeito. No segundo estão as que estudam o possível em combinações livres e, depois, sob condições. O terceiro grupo trata do possível com otimização e o quarto, as construções possíveis de formas geométricas.

O **possível em combinações livres** foi estudado a partir dos seguintes problemas: “As posições possíveis de três dados sobre um suporte”, “Os trajetos possíveis de um carro” e “As formas possíveis de uma realidade parcialmente escondida”.

Na primeira prova, as crianças deveriam arrumar três dados, de todas as formas possíveis, sobre uma superfície. Para verificar se o mesmo arranjo poderia ser mantido em superfícies diferentes, foram utilizados três suportes distintos: um quadrado, um círculo e um triângulo isósceles. Os materiais eram coloridos, fato este que poderia ou não ser considerado pelas crianças: o quadrado era vermelho, o círculo, verde, o triângulo, azul e as seis faces dos dados tinham cores diferentes.

Na segunda, o problema proposto ao sujeito tinha duas partes. Primeiramente, a criança deveria descobrir todas as trajetórias possíveis entre dois pontos A e B. Para concretizar o problema, utilizou-se um carrinho, que deveria ir do ponto A até o B

(representados por dois pinheirinhos) de uma sala mobiliada. Um poste P poderia ser intercalado como obstáculo entre A e B. Na segunda parte da prova, pedia-se à criança que fizesse o carrinho (auto comandado) andar.

Na terceira prova, as crianças deveriam imaginar como poderia ser a parte escondida de um objeto<sup>9</sup>. As situações propostas às crianças eram três. A primeira consistia em imaginar de que cor seriam as faces escondidas de uma caixa de papelão e de um suporte colocado sob ela, sendo as faces visíveis de cor uniforme. A segunda era prever como seria a parte invisível de objetos parcialmente escondidos em algodão em rama. Na terceira situação, pedia-se à criança que imaginasse como seria o pedaço escondido de dois fragmentos, em forma de triângulo, que saiam de uma caixa de papelão através de dois orifícios laterais. Nesta última situação, em um primeiro momento não se fazia qualquer alusão à possibilidade de haver ligação entre os fragmentos visíveis, o que permitia à criança imaginar que eles faziam parte, ou de uma mesma figura, ou de figuras descontínuas. A seguir, puxava-se ligeiramente um dos fragmentos fazendo com que o outro também se mexesse, o que sugeria a ligação entre eles.

Analisando-se as respostas das crianças menores (4-5 anos) às diferentes situações, verificou-se que elas se situavam no nível I dos possíveis analógicos e estavam sujeitas a limitações (pseudo necessidades) causadas pela indiferenciação entre o real e o necessário.

No primeiro problema, os sujeitos não acreditavam ser possível manter, em suportes diferentes, a mesma configuração com os dados. Além disso, as formas admitidas eram somente as regulares. No segundo problema, os caminhos eram visto somente como trajetos em direção a um ou mais objetivos, ou evitando obstáculos, e não como trajetórias no espaço. Em ambas as situações da prova, notou-se que estes

---

<sup>9</sup>Esta questão difere das precedentes porque não trata de modificar as posições do real, mas as hipóteses do sujeito quanto a ele. Talvez por isso, em alguns artigos - como "*Le réel, l'impossible et le nécessaire*", in *Archives de Psychologie*, 1976, n(44), pag. 281-99 - Piaget insere esta prova num grupo especial.

sujeitos repetiam configurações ou trajetos, esquecendo-se de já havê-los realizado. No terceiro problema a limitação à multiplicidade dos possíveis estava ligada ao fato de que a parte invisível do objeto tinha existência material, embora estivesse escondida. Estava associada também à suposição de uma simetria completa entre a parte visível e a invisível dos objetos.

Os sujeitos do nível II libertavam-se gradualmente destas limitações, embora não de todas ao mesmo tempo (algumas eram abolidas, enquanto outras ainda persistiam por certo tempo), e nem de igual modo para todos os indivíduos.

Na primeira prova, já admitiam a possibilidade das configurações serem independentes dos suportes, procuravam maiores diferenças entre as configurações e começavam a aceitar, como possíveis, as formas irregulares. Na segunda, os trajetos já não eram mais caminhos, mas trajetórias analisáveis (e analisadas) em suas transformações espaciais. Observava-se um progresso em relação à "*compreensão*", que consistia na concepção de diversas variações ao mesmo tempo, variações estas admitidas como possíveis, embora nem todas realizáveis. No caso das formas das figuras parcialmente escondidas, os sujeitos passavam a admitir a possibilidade de irregularidades ou de assimetrias entre as partes (a visível e a invisível) dos objetos, embora ainda limitando o número dessas possibilidades.

Os sujeitos do nível seguinte (III), em sua maioria, atingiram o co-possível qualquer ilimitado, considerando qualquer variação como possível e admitindo a existência de infinitas variações, em qualquer das situações propostas.

O **possível em combinações lineares** e, depois, sob condições foi estudado a partir dos problemas: "O recorte de um quadrado", "Mediação e duplicações" e "Construções livres com hastes articuladas".

Na primeira prova, eram apresentados às crianças alguns quadrados de papelão branco e um laranja, de mesmo tamanho, colado sobre uma superfície irregular. As

crianças eram convidadas a constatar, por meio da sobreposição, a equivalência entre os quadrados brancos e o laranja. A seguir, pedia-se que elas cortassem os quadrados brancos de qualquer maneira e, com os pedaços, cobrissem o laranja. Mais adiante, que recortassem um branco em duas, três ou quatro partes iguais. A finalidade da tarefa inicial era ver como eram concebidas as relações entre as partes e o todo e, a da final, era provocar questões entre número e grandeza.

Na segunda prova procurava-se comparar a divisão em metades (mediação) com seu inverso, a duplicação. A tarefa proposta ao sujeito era a de recortar um retângulo em duas metades. Na segunda parte do problema, apresentava-se ao sujeito uma figura, dizendo ser ela a metade de uma outra, e se pedia que ele reconstituísse a figura total, a partir da metade apresentada, de todas as formas possíveis. Para tanto, a criança poderia utilizar desenhos, dobraduras ou recortes. Outros materiais, além do retângulo, eram apresentados a título da metade a completar.

Na prova das construções com hastes articuladas, a única tarefa imposta ao sujeito era a aprendizagem da utilização de um material muito complexo, e o interesse da pesquisa se centrava no progresso dos métodos de construção. O material utilizado compunha-se de um conjunto de trinta bastões de 12 cm de comprimento e outro, com 8 barras de 7 a 8 cm de comprimento, todas as peças em forma de prisma de base quadrangular. Havia, também, 20 juntas metálicas iguais, formadas de duas partes ocas, às quais se podia fixar, de cada lado, a extremidade de um bastão. Estas juntas permitiam que os bastões fossem ligados em prolongamentos (---), paralelamente (||), em ângulo reto (|\_) ou num ângulo qualquer. Após a exploração do material, os sujeitos eram incentivados a "*fazer construções*", sem quaisquer sugestões.

Esta prova tinha por finalidade específica a investigação de dois conjuntos de possíveis de origens diferentes: o "possível físico" e o "possível instrumental".

O possível "físico" está ligado ao material e às possibilidades por ele oferecidas, mas que devem ser descobertas pela experimentação, por meio de explorações

simples ou dirigidas. Refere-se, pois, tanto às relações entre propriedades dos objetos (por exemplo, a relação entre seu peso e seu volume), como às possibilidades de efetuar diferentes ligações entre vários objetos.

O “possível instrumental” diz respeito ao sujeito e à sua atividade. Refere-se aos poderes que o sujeito pode vir a adquirir quando, agindo sobre o material e suas propriedades, ele ultrapassar as ligações elementares e imaginar combinações de ordem superior, visando (ou não) um fim determinado ou melhoria (ou otimização) das construções. Trata-se, pois, de um caso particular do sistema de procedimentos.

No nível I, observou-se, na prova dos recortes livres dos quadrados, que os sujeitos menores procediam por destaque de fragmentos, não considerando, inicialmente, o resto como parte do todo e nem este, portanto, como a soma da parte recortada com o resto. Na fase inicial, o recorte devia ser representativo. O mesmo se verificou para as tarefas de divisão em dois (ou mais) pedaços e de divisão eqüitativa. No problema da duplicação, os sujeitos mostraram-se incapazes até de entender a questão. Mesmo substituindo a tarefa por uma mais simples - alimentar dois animais, dos quais um tem o dobro do tamanho do outro, com grãos de feijão ou com um pequeno retângulo de papel ou um grande triângulo ou retângulo - não se conseguiu deles qualquer comparação métrica, apenas alguns aumentos qualitativos arbitrários.

Com relação às construções com hastes articuladas, os sujeitos menores, de início, permaneciam no “*possível físico*”. No nível IB conseguiam um duplo progresso, que se traduzia na possibilidade ou na busca de correções e na previsão de um objetivo figural, desde o início de uma construção.

Quanto aos sujeitos do nível seguinte (II), observou-se que mudavam dos procedimentos de destaque de fragmentos para os de divisão, a qual, de início, era necessariamente por simetria, e, depois, assimétrica, no caso da divisão em duas partes desiguais. Na divisão em três partes, os sujeitos não aceitavam, inicialmente, que a tricotomia fosse possível. A aceitação ocorria depois, porém o caso da igualdade

ainda apresentava dificuldades a serem superadas. No caso da duplicação, mesmo quando compreendiam a instrução, os sujeitos eram mal sucedidos na realização de seus projetos. Somente no subnível final é que a questão da duplicação foi resolvida em grandes linhas, mas apresentado uma defasagem entre as operações concretas e o co-possível.

No problema da construção com hastes articuladas, os sujeitos já conseguiam executar construções tridimensionais, porém as coordenações mais gerais só foram aparecer no subnível final.

Os sujeitos do nível III, no problema dos recortes livres, descobriram as variações recursivas, prolongáveis indefinidamente. Na divisão em duas partes, abandonaram as simetrias, recorrendo às igualdades de superfície. A divisão em três partes não apresentava mais problemas. Na questão da duplicação, o possível se tornou "qualquer" em compreensão, e ilimitado em extensão. Quanto à construção com hastes articuladas, constatava-se ainda uma dualidade entre o possível físico e o instrumental em alguns dos sujeitos, enquanto outros já apresentavam uma síntese completa, juntando a compreensão das ligações físicas à imaginação dos projetos atualizáveis.

O terceiro grupo, no qual se estudou o **possível com otimização**, compreendia as seguintes provas: "Como fazer um nível de água subir", "A maior construção com utilização dos mesmos objetos", "Construção de objetos com hastes e bolinhas de massa" e "Um caso de possível dedutível".

O primeiro problema tratava, também, de um possível físico. Pedia-se que as crianças fizessem subir o nível de água de um aquário, o mais alto possível, utilizando objetos variados: madeira, chumbo, esponja, vidro de boca larga e com tampa, caixa tubular metálica, pedra e um balão inflável.

O segundo problema consistia em apresentar aos sujeitos um conjunto de peças constituído por três pequenas peças cúbicas e sete peças em forma de prismas

quadrangulares ( quatro médias e três grandes, sendo o comprimento destas o dobro do das médias). Pedia-se às crianças que fizessem, com este material, a maior construção possível. Para facilitar as construções, as peças possuíam pontas de fixação e pequenos orifícios, colocados em intervalos regulares.

O problema da construção de objetos com hastes e bolinhas de massa também realizava a transição entre as construções livres e os procedimentos com fins determinados. O material utilizado era um conjunto de pequenas hastes de madeira cilíndricas, pontiagudas nas duas extremidades, e três pequenas bolas de massa de modelar, nas quais as hastes podiam ser fixadas para a montagem de formas diversas. Num primeiro momento as construções eram livres, depois, pedia-se à criança que colocasse as bolas o mais alto possível acima do solo (ou que as protegesse de uma inundação, ou que as colocasse ao abrigo da chuva).

O último problema deste grupo consistia no estudo de um possível dedutível.

Segundo Piaget, são três as características da dedução. Em primeiro lugar, uma variação possível deve ser antecipada como tal, e não encontrada no curso de uma ação esboçada como ensaio. Depois, uma variação, descoberta como possível dentro de uma construção, deve produzir o mesmo possível em outras variações da mesma. Finalmente, deve haver possibilidade de comparação, na própria leitura dos resultados, em construções sucessivas.

Para a realização da última prova do terceiro grupo, utilizaram-se vários jogos de seis cubos e uma boneca, cuja altura era a mesma da dos cubos. Duas faces opostas destes possuíam eram vazias, e as demais possuíam um pequeno círculo vermelho,. As quatro situações, propostas sucessivamente à criança eram muito simples. Ela deveria arrumar os cubos de qualquer maneira, de modo que a boneca visse: -a) imóvel e impossibilitada de enxergar a face superior dos mesmos, o maior número possível de pontos vermelhos b) imóvel, o menor número possível de pontos; c) passeando, o maior número possível de pontos d) deslocando-se, o menor número

possível de pontos. Estas quatro fases eram apresentadas em ordem variável, mas eram sempre precedidas por uma etapa de construções livres, durante a qual o sujeito podia descobrir diversas formas de montagem.

Os sujeitos no nível I apresentaram, no caso do nível de água, uma notável indiferenciação entre a própria ação e a dos objetos uns sobre os outros. O possível físico era visto como a resultante de possíveis instrumentais, sem pesquisa dos fatos observados.

Na questão de maior construção com os objetos, este nível caracterizava-se pela atribuição de um significado unidimensional ao termo "*maior*" e pelo fracasso na otimização. A multiplicação dos possíveis se dava essencialmente por "*sobrecomposição*", ou seja, pela exploração das possibilidades desligada de uma ordem assinalável ou dirigida.

No problema da construção com hastes e bolinhas de massa, a dificuldade inicial era efetuar correções, e, por isso, a multiplicação dos possíveis era consequência da mudança de objetivo. Posteriormente, observou-se um progresso no tocante às melhorias: os objetivos se conservavam, apesar dos fracassos, o que indicava a crença na possibilidade de sucesso.

No último problema desse grupo, as crianças menores não conseguiram inferir, mesmo quando as inferências pareciam ter-se tomado necessárias, tendo em vista as descobertas feitas anteriormente. O único sucesso ocorreu com relação à possibilidade de conectar os cubos por meio das arestas.

Os sujeitos do nível II, na questão do nível de água, descobriram, pouco a pouco, as propriedades dos objetos e os procedimentos para manter sob a água os que, flutuando, teriam menos ação. Os mais avançados forneceram explicações mais ou menos adequadas a respeito da relação entre peso e imersão e entre volume e elevação do nível da água.

Na questão da maior construção com os mesmos objetos, os sujeitos apresentaram progressos no sentido de atribuir significado bidimensional à noção de "maior". Na construção com hastes e bolas de massa, as melhorias imaginadas pelos sujeitos foram os ensaios de construção de plataformas, sem consolidação a princípio mas, depois, consolidadas de várias formas.

No caso das construções com os cubos, a novidade observada nas ações dos sujeitos foi a da transferência de procedimentos, tanto de uma construção para outra, como de uma questão para a seguinte.

Os sujeitos mais velhos (nível III) chegaram, na questão do nível de água, à compreensão do papel geral do volume, numa experimentação dirigida sempre por uma hipótese dedutiva em relação aos procedimentos

No problema da maior construção com os objetos, os sujeitos chegaram a anunciar, espontaneamente, que a grandeza comportava três dimensões e, conseqüentemente, que todos (quaisquer) os arranjos possíveis eqüivaliam à mesma grandeza. Na construção com hastes e bolas eles descobriram a forma mais sólida, o tetraedro.

Na questão das construções com cubos, os sujeitos, não só chegaram rapidamente às construções ótimas, como também justificaram-nas pela dedução das razões explicitadas como necessárias. O ótimo era então obtido dedutivamente em todas as situações.

O último dos quatro grupos era aquele cujos problemas enfocavam as **construções das formas geométricas**. O primeiro tratava de "Arranjos espaciais e de eqüidistâncias", o segundo estudava a "Construção dos triângulos" e, o último, a "Construção de figuras com a utilização de compasso".

A pesquisa sobre a construção de arranjos espaciais e de eqüidistâncias constava de três partes. Na primeira, cujo objetivo eram as combinações livres, pedia-

se aos sujeitos que construíssem uma aldeia usando uma vintena de casas retangulares (de cores e dimensões diferentes), igrejas, torre e uma dezena de árvores. Na segunda parte, apresentavam-se às crianças inicialmente duas casas (depois três, quatro,...) e uma árvore, que elas deveriam dispor de todos os modos possíveis, para as pessoas poderem ir até à árvore, comer maçãs. A terceira parte consistia em solicitar às crianças que dispusessem algumas casas a uma distância igual em relação a um ponto (árvore).

A finalidade do problema seguinte era estudar os processos empregados pelo sujeito na construção material (com material concreto ou por meio de um desenho) de todos os triângulos possíveis. O material entregue às crianças consistia de seis bastões de massa de macarrão (alguns, de igual comprimento, e outros, de comprimentos diferentes), bastões de madeira e um fio de arame flexível, circular e fechado, no qual estavam enfiadas três pérolas.

A construção de figuras com compasso tinha como interesse a interpretação do próprio compasso pelo sujeito e, também, as decomposições e recomposições possíveis do círculo e das figuras curvas que delas pudessem resultar. Entregavam-se à criança lápis, papel e diversos tipos de compasso, perguntando-lhe o que se poderia fazer com aquele material. Esgotadas as possibilidades concebidas pela criança, apresentavam-se a ela, rapidamente, quatro pranchas cobertas de figuras complexas, desenhadas com compasso, para que ela pudesse ver as numerosas combinações realizáveis. Por fim, aos sujeitos a quem isto não havia ocorrido, sugeria-se a possibilidade de utilizar o compasso para transferir distâncias .

No nível I da prova dos arranjos espaciais, os sujeitos mostraram, como em outras pesquisas, a tendência às construções regulares (simétricas). Sua concepção mais primitiva em relação à equidistância entre a árvore e cada uma das casas, era que ela estaria assegurada, desde que houvesse um certo distanciamento entre a árvore e um envoltório de casas, mesmo quando esse envoltório se limitava a um alinhamento de casas contíguas. Um grupo de sujeitos do subnível seguinte passou dessa relação

inicial árvore  $\longleftrightarrow$  envolvente para uma outra, na qual a distância entre a árvore e as casas era decomposta em uma parte variável, que não era considerada, e uma parte comum, eqüidistante. Outro grupo utilizou procedimento diverso, dissociando o envolvimento total em envoltimentos parciais, dispostos sem simetria. A solução mais geral consistiu em procurar conciliar o envolvimento, sob a forma de uma figura fechada, com as eqüidistâncias entre a árvore, situada no interior, e as casas, periféricas. Entre estas formas fechadas podia figurar o círculo, sem que se compreendesse, porém, o seu papel privilegiado.

No problema da construção dos triângulos, foram encontrados alguns sujeitos, entre os do nível I, que ainda não haviam incorporado as formas triangulares a seus esquemas representativos. Estas crianças consideravam os quadriláteros e os círculos como as únicas figuras fechadas. e não conseguiam efetuar senão cópias aproximadas de triângulos apresentados como modelos. Para os sujeitos do subnível IA, o triângulo era concebido como uma forma fechada, munida de uma ponta. Era por esta ponta que eles iniciavam suas construções e, dado seu caráter de condição prévia, ela deveria manter-se inalterada durante toda a execução do projeto. Para os sujeitos do subnível seguinte, o grande progresso consistia em modificar a inclinação dos lados da "ponta", mesmo quando isso consistia apenas em tornar o ângulo mais agudo.

No problema da construção de figuras com utilização do compasso, as crianças do nível I não conseguiram compreender a relação entre a ponta deste e os círculos que o lápis desenhava ao seu redor. Usavam a ponta do compasso somente para fazer furos ou ranhuras, sem atinarem para a função do furo no desenho das circunferências.

Os sujeitos do nível II chegaram, no problema das eqüidistâncias, à solução do círculo, mas por tateios. A constatação de que só o "redondo" assegura a eqüidistância foi alcançada apenas por meio de ações sucessivas.

Na construção dos triângulos, para evitar o problema das sobras resultantes das construções iniciadas pelas pontas, os sujeitos desse nível invertiam o processo,

começando a executar seu projeto pela base do triângulo. Tal inversão permitiu que aceitassem como possíveis todas as outras formas de triângulo e qualquer abertura para o ângulo oposto à base, desde a mais aguda até a mais obtusa.

No problema das construções com compasso, os sujeitos concretizaram um "possível dedutível", descobrindo que as condições para a construção do círculo eram um centro de rotação e uma abertura mantida constante.

Os sujeitos do nível III caracterizavam-se, no caso das equidistâncias, por uma necessidade antecipada do círculo (possível "dedutivo") e pelo aumento indefinido de possíveis, a partir da variação das dimensões da figura. No problema da construção de triângulos, apresentaram aberturas para novos possíveis, tanto em compreensão (todas as formas e qualquer base), quanto em extensão, embora reconhecendo certas limitações: o número restrito de "famílias" de triângulos possíveis (equiláteros, isósceles e escaleno) e a existência de um "ângulo plano" (nulo), que não permite uma maior variedade de ângulos. Quanto ao problema das construções com compasso, os sujeitos mais velhos descobriram a possibilidade de realização de infinitas construções a partir da combinação de elementos curvilíneos, e a impossibilidade de obter retas, utilizando esse instrumento como recurso.

O paralelismo, encontrado nessas pesquisas, entre a evolução dos possíveis e a sucessão dos níveis operatórios levantou alguns problemas. Tornava-se necessário, em primeiro lugar, estabelecer as causas desta ligação tão estreita entre os dois desenvolvimentos, e, depois, pesquisar qual desses desenvolvimentos provoca o outro e porque.

A análise da formação dos possíveis por meio de sucessões analógicas, próprias do nível I, permitiu que se compreendesse a ausência de reversibilidade, de recursividade, em suma, de inferências sistemáticas e de fechamentos, que caracterizam as operações nesse nível.

Como a analogia é uma combinação de semelhanças maiores e diferenças menores, o fato de *B* e *C* serem análogas a *A* não implica que elas sejam análogas entre si. Por isso, existe um número bem maior de passagens não transitivas de um possível a outro, do que de passagens transitivas. Mais ainda, como é possível atingir um determinado objetivo por diversos meios e procedimentos, cada procedimento pode sugerir novos objetivos, levando o sujeito a afastar-se do objetivo inicial. Assim, os conjuntos de possíveis são muito mais amplos do que os das estruturas operatórias ou os das semi-estruturas pré-operatórias.

Por outro lado, os possíveis são gerados por sobredeterminações e sobrecomposições, enquanto as composições operatórias são regradas. Isto significa que, no primeiro caso, as variáveis são relacionadas segundo as mais diversas conexões, sendo que estas podem ser modificadas no decurso da ação em virtude da heterogeneidade dos observáveis à disposição do sujeito. O mesmo não ocorre, porém, nas composições regradas, uma vez que nelas as variáveis são escolhidas por meio de abstração, e coordenadas de acordo com leis constantes de necessidade progressiva.

As relações compostas como possíveis atualizáveis são, conseqüentemente, muito heterogêneas e seu modo de produção é muito pobre para produzir a formação de operações, mesmo das simples, mas com estruturas regradas e delimitadas.

Segundo Piaget, o que nos auxilia a compreender as relações entre os possíveis e as operações é que, desde o estágio I, a abertura de novos possíveis passa por uma atividade acomodatória de escolha ou de encadeamento de formas múltiplas, de regulações, etc, que fornecem a matéria prima a ser utilizada pelas operações em estado nascente.

Dentro deste quadro, os procedimentos vão se aperfeiçoando até que, no nível II, serão formados os co-possíveis concretos, sendo o momento dessa passagem aquele no qual poderão ser estabelecidas as relações entre as novas formas de abertura e as operações.

No início do nível II, porém, a evolução dos possíveis e a das operações parecem ser simplesmente solidárias, o que implicaria na existência de um mecanismo comum: as equilibrações. Por isso, é importante examinar os procedimentos gerais, que produzem os co-possíveis, e os limitados e regrados, característicos das operações.

Como as composições operatórias são de natureza necessária e os co-possíveis são bem mais amplos que elas, parece mais viável que o sujeito, partindo de um quadro mais amplo, chegue às formas mais limitadas, do que o inverso. A questão seria, então, saber como isto acontece.

Para Piaget (1985; 131), o provável é que as operações tenham origem, “não nos co-possíveis como tais, mas no ato inferencial... que os gera e os torna objeto de abstrações reflexivas e de generalizações completivas, as quais podem levar às operações”. E sugere que isto necessita da intervenção de três condições.

Em primeiro lugar, a antecipação dos co-possíveis introduz as ligações simultâneas, das quais podem ser extraídas formas gerais suscetíveis de regulação, isto é, pode gerar conexões generalizáveis e regráveis que tomam a forma de classes ou de séries, mesmo que em estado embrionário.

Depois, é preciso que o sistema de semelhanças e diferenças, utilizado na formação dos possíveis, seja completado com o das afirmações e negações, ambos necessários às operações. Isso porque uma diferença, embora seja uma negação parcial implícita, não conduz a um início de classe ou de seriação enquanto não se tornar explícita, isto é, se  $A$  e  $A' \subset B$  e  $A' \neq A$ , então  $A' = B \text{ não } A$ , ou seja,  $A' = B - A$ . Além disso, o que interessa quanto à gênese dos possíveis é a aquisição positiva, ou seja, a nova variação.

Finalmente, é importante, também, uma conjunção embrionária entre o possível e o necessário, o que se observa quando, em condições favoráveis, a passagem de um

co-possível a outro toma-se inferencial, chegando a um mecanismo dedutível e, portanto, necessário.

Desta forma, como observa Piaget, a formação das estruturas operatórias parece resultar do desenvolvimento mais amplo dos possíveis. No entanto, a questão da precedência do processo da formação dos possíveis em relação à construção das operações requer a análise das relações entre o possível, o real e o necessário, no decorrer do desenvolvimento.

Os resultados das pesquisas realizadas mostram que, para o sujeito, o real, o possível e o necessário aparecem, inicialmente, indiferenciados. Ou seja, o sujeito não parte de um "real" composto por observáveis puros, completando-o, depois, com a construção dos possíveis e das relações necessárias. De início, o real, percebido ou manipulado pelo sujeito, é visto por este como devendo ser necessariamente como se apresenta.

A existência das "pseudo necessidades" mostra que a formação dos possíveis não decorre de associações simples ou livres, mas consiste em reais "aberturas", que somente se viabilizam quando o sujeito se libera de limitações, de diferentes graus de resistência. Tais limitações são conseqüências do bloqueio que o real, o possível e o necessário autêntico exercem, cada um, sobre o desenvolvimento dos outros. Sua harmonização ou integração num todo coerente, que é condição para a formação das estruturas operatórias, dependerá de sua diferenciação no curso de desenvolvimentos progressivos, distintos e independentes.

Uma vez que, tanto o possível quanto o necessário, são produtos das atividades do sujeito, enquanto o real existe em si mesmo, independente dele, fica claro que as indiferenciações decorrem essencialmente da insuficiência destas atividades, tanto em relação ao possível quanto ao necessário.

Pode-se, pois, compreender porque Piaget acredita que o desenvolvimento das estruturas operatórias resulta de uma evolução mais geral.

As operações dependem de uma síntese entre o possível e o necessário, um proporcionando sua liberdade de procedimentos e, o outro, a auto-regulagem e o fechamento de suas composições. Desta forma, a formação dos possíveis parece constituir uma das condições prévias dessas construções, e a convergência da evolução dos possíveis com as etapas da gênese das operações traduz uma passagem do global ao especial, e não uma primazia da atividade operatória.

Quanto às relações entre a formação dos possíveis e os problemas da equilibração, os resultados obtidos nas pesquisas fornecem à teoria piagetiana os elementos necessários à solução da questão dos mecanismos pelos quais as reequilibrações cognitivas levam, simultânea e necessariamente, a uma equilibração "aumentativa", ou seja, à compensação e à produção de novidades.

A consideração do possível renova o modelo piagetiano de equilibração ao explicar o mecanismo das reequilibrações por um dinamismo interno, específico do possível. Cada novo possível é, ao mesmo tempo, uma construção e uma abertura, porque gera uma novidade positiva, mas também uma nova lacuna a ser preenchida, uma limitação perturbadora a ser compensada. Em outras palavras, se o nascimento de um possível é uma conquista atualizável, e, simultaneamente, a aquisição de um poder que tende a se exercer, ele se torna uma fonte de desequilíbrio, até produzir uma nova conquista.

Não se trata aqui da simples alimentação dos esquemas de assimilação, mas de exigências (ou problemas) da acomodação, que dão origem a procedimentos e a modificações possíveis ou forçadas das próprias formas.

A análise dos experimentos mostrou que a dinâmica do possível é complexa, não se limitando a aberturas simples e diretamente observáveis de um possível a outro. O fato fundamental é que todas as atividades do sujeito conduzem à formação de um "campo virtual de possibilidades", ou seja, uma vez bem sucedido em situações

anteriores, o sujeito prevê a possibilidade de descobrir ou de diferenciar novos possíveis.

A existência deste "campo" mais ou menos organizado é como um quadro que orienta o sujeito a utilizar certos procedimentos conhecidos de outros modos, mesmo que as novas articulações não possam ser retiradas das atividades anteriores.

O sistema de procedimentos introduz, pois, um tipo próprio de mecanismo - os "poderes" adquiridos pelo sujeito - o qual se fundamenta sobre um processo, ao mesmo tempo, desequilibrante e equilibrante.

Ora, o caráter de um poder é, segundo Piaget, sua tendência a se exercer, o que acaba gerando perturbações, não derivadas dos objetos, mas de lacunas criadas dentro do próprio sujeito, daí decorrendo a formação endógena de novos possíveis.

Desta forma, tanto os possíveis em geral, como o "campo virtual das possibilidades", são uma fonte permanente de reequilibrações, ao mesmo tempo, construtivas e compensadoras.

### **3. A Questão da Aprendizagem**

#### **3.1. A Concepção Piagetiana de Aprendizagem**

O interesse de Piaget pela problemática educativa ou pelas aplicações da teoria genética à educação é secundário, pois o predominante em sua obra é o interesse pela

área da inteligência, do desenvolvimento cognitivo e, principalmente, pela construção do conhecimento – entendendo-se por este, mais especificamente, o científico. O problema sempre presente é o da construção do conhecimento racional, abordado por ele na investigação psicológica das operações do pensamento, e expresso na questão: *Como se passa de um estado de menor conhecimento a outro, de maior conhecimento?* (Coll, 1983; 21/22).

Piaget (1964) deixa claro, no entanto, que considera desenvolvimento e aprendizagem como processos distintos.

Segundo ele, o desenvolvimento é um processo espontâneo, ligado ao da embriogênese, e, portanto, ao desenvolvimento do corpo, do sistema nervoso e das funções mentais. É um processo total, que deve ser situado em seu contexto biológico e psicológico, e tem a ver com a totalidade das estruturas do conhecimento.

A aprendizagem, por seu lado, é provocada por situações. Além de não ser um processo espontâneo, é também limitado a um problema ou a uma única estrutura.

Contra a opinião, amplamente difundida, de que o desenvolvimento é uma soma de experiências de aprendizagem, Piaget acredita ser aquele que explica esta. Se o processo essencial é o desenvolvimento, cada elemento da aprendizagem ocorre em função do desenvolvimento total, não sendo, pois, o elemento que o explica.

Para Piaget, o desenvolvimento cognitivo implica numa idéia central, a de operação, porque considera o conhecimento, não como uma cópia da realidade, mas sim, o resultado da ação do sujeito sobre o objeto.

Uma operação nada mais é do que uma ação interiorizada, que modifica o objeto de conhecimento. É também uma ação reversível, do mesmo tipo das que dão origem às estruturas lógicas. Mais ainda, ela nunca é isolada, estando sempre ligada a outras, fazendo parte, sempre, de uma estrutura total.

Essas estruturas operacionais são, pois, a base do conhecimento, a realidade psicológica natural, e é em relação a elas que a evolução do conhecimento precisa ser entendida. Desta forma, o problema central do desenvolvimento é entender como se formam essas estruturas, como elas se elaboram, se organizam e funcionam.

É possível identificar estágios no desenvolvimento dessas estruturas, por isso, torna-se necessário explicar sua formação.

Segundo Piaget, os fatores que intervêm na formação desses estágios são quatro: maturação, experiência física, transmissão social e, fundamentalmente, o que ele denomina equilíbrio.

Seu ponto de vista em relação a esses fatores já foi comentado em outra parte deste trabalho, mas é sempre conveniente repetir que a equilíbrio resulta da necessidade de reagir que o sujeito ativo apresenta, quando confrontado com perturbações externas. Face a uma destas, o sujeito poderá reagir de modo a compensá-la, o que o fará tender ao equilíbrio, mas num estado superior e mais complexo de equilíbrio. Num processo em espiral<sup>10</sup>, as perturbações acabam sendo superadas, caracterizando, assim, uma “equilíbrio majorante”. Como esse processo ativo de auto-regulação leva, por sua vez, à reversibilidade, ele se torna, assim, o fator fundamental do desenvolvimento.

O processo de equilíbrio se dá sob a forma de uma sucessão de níveis de equilíbrio, os quais têm uma certa probabilidade seqüencial de ocorrer, o que significa que eles não estão estabelecidos a priori, mas se apresentam sempre na mesma ordem.

No desenvolvimento tem-se, assim, operações e conservações, ou seja, nele existe um processo de auto-regulação, a equilíbrio, que Piaget considera como o fator fundamental na aquisição do conhecimento lógico-matemático.

---

<sup>10</sup>Essa, talvez, tenha sido a fonte em que Bruner (1974) se inspirou para a formulação do seu currículo “em espiral”.

Quanto à aprendizagem, embora ela tenha sido historicamente explicada com base num esquema estímulo-resposta, este, para Piaget (1974), não é suficiente para explicar inteiramente a aprendizagem cognitiva, porque um estímulo só pode ser tomado como tal na medida em que for significativo, o que só ocorre quando há uma estrutura que permita sua assimilação. É esta estrutura que fornece a possibilidade de integração do estímulo, e, ao mesmo tempo, propicia a resposta. Assim, não seria exagero dizer que a resposta deve estar aí em primeiro lugar, existindo, no início, uma estrutura. Esta não pode ser obtida por reforço externo, mas somente por meio de equilíbrio interno, por auto-regulação

Se Piaget e seus colaboradores desenvolveram alguns estudos sobre a aprendizagem, eles foram conseqüência de um interesse epistemológico explícito, o de refutar as concepções fundamentais do empirismo: a da percepção, enquanto registro imediato da realidade, e a da aprendizagem, como uma aquisição seqüencial resultante exclusivamente da experiência.

Ora, os resultados de suas investigações, realizadas até então, eram de molde a levantar dúvidas a respeito da influência desses fatores sobre a gênese dos conhecimentos. Em relação à percepção, por exemplo, essas pesquisas (as de Piaget, Lambercier, Boesch e Albertini, por exemplo, relatadas por Flavell, 1988) mostravam que esta não pode ser reduzida à imagem perceptual, pois envolve uma atividade sistemática, mediante a qual esta imagem é reconstruída pelo sujeito e adquire objetividade. Conseqüentemente, não existe uma leitura direta da experiência, porque, mesmo no caso de uma experiência “física”, as informações a respeito dos objetos não estão dadas nos mesmos, mas devem ser deles retiradas por meio da “abstração empírica”. Mas, como foi visto anteriormente, esta supõe uma atividade do sujeito, a estruturação dos dados recolhidos, e, portanto, um “quadro lógico-matemático”.

Inúmeras pesquisas de inspiração comportamentalista tentavam mostrar ser possível provocar novas associações no sujeito, partindo de uma aprendizagem, na

qual se procurava coordenar o controle eficaz da ordenação temporal e da repetição dos estímulos com a aplicação correta de reforços externos. Como refutá-las?

Com este propósito, Piaget e seus colaboradores realizaram, ao final dos anos 50, seus primeiros estudos sobre a aprendizagem, nos quais investigavam dois problemas.

O primeiro deles poderia ser colocado nos seguintes termos: *Em que condições as estruturas lógicas podem ser aprendidas? Essas condições são idênticas às da aprendizagem de seqüências empíricas, ou se realiza mediante mecanismos que lhe são próprios?*

Para responder esta questão, foram realizados diversos estudos, como os conduzidos por Gréco (1974), Morf (1959) e Smedslund (1961/1962). Esses trabalhos mostraram que o sujeito, para aprender a construir e dominar uma estrutura lógica, deve ter como ponto de partida uma outra, mais elementar, que será diferenciada e completada. Neste caso, a aprendizagem pode ser vista como apenas um setor do desenvolvimento cognitivo, facilitado ou acelerado pela experiência. A aprendizagem com reforço externo, pelo contrário, produz uma mudança muito pequena no pensamento lógico ou uma mudança extraordinária, porém momentânea e sem compreensão real.

Numa das pesquisas de Smedslund, por exemplo, as crianças aprenderam a conservação de peso com facilidade, a partir de pesagens sucessivas de pedaços de argila, de peso constante, mas cujas formas eram modificadas no decorrer do experimento. As repetidas observações da manutenção do peso, apesar da mudança das formas, facilitaram a generalização. Esses processos de reforço por observação não bastaram, no entanto, para induzir as crianças a adquirirem a transitividade em equivalência de peso (que seria a estrutura lógica subjacente à referida conservação). Isto é, o conteúdo físico da conservação foi adquirido, mas não sua estrutura lógica.

Os resultados dessas pesquisas indicavam certos pontos que Piaget (Piaget e Gréco, 1974, 25-6) considerou relevantes.

Em primeiro lugar, foi possível afirmar que existe, sem dúvida, alguma aprendizagem das estruturas lógicas. Mas ela permanece bastante limitada quando é obtida por simples leitura dos resultados de uma transformação, não alcançando, em geral, senão uma melhor articulação das intuições pré-operatórias.

A aprendizagem assim conseguida só produz resultado positivo se for capaz de provocar um exercício operatório, ou se facilitar a constituição da operação pedida pela recorrência a uma outra, que já esteja parcialmente adquirida e a implique.

Por outro lado, a aprendizagem das estruturas lógicas inerentes às operações concretas não vai além de uma construção de coordenações novas pela diferenciação de outras, anteriores a elas, de acordo com um processo circular. Assim, o aprendizado de uma estrutura requer a utilização de outras, que conduzem a ela ou a implicam.

Além disso, subjacente a esta aprendizagem está uma experiência lógico-matemática não redutível a uma experiência física, pois utiliza a abstração reflexiva. É esta a responsável por retirar das coordenações anteriores aqueles elementos que serão utilizados na construção de novas coordenações.

O segundo problema a ser investigado pelos pesquisadores do Centro de Epistemologia Genética foi: *A aprendizagem implica uma lógica? Essa lógica é semelhante, por exemplo, à da coordenação das ações, que pode ser observada desde a organização dos esquemas sensório-motores?*

Os estudos realizados (por Matalon, 1959; e Goustard, 1959; entre outros) procuraram provocar uma aprendizagem - no sentido restrito, de acordo com Piaget.<sup>11</sup> - pela apresentação sucessiva de fatos observáveis, em algumas situações.

---

<sup>11</sup>Na obra *Aprendizagem e conhecimento* (Piaget e Gréco, 1974) é feita uma distinção entre aprendizagem no sentido restrito e aprendizagem no sentido amplo. A primeira refere-se a um resultado (conhecimento ou atuação) adquirido

Os resultados desses estudos indicaram que a aprendizagem não pode ser atribuída à percepção de dados observáveis, mesmo em situações simples. Por isso, Piaget (id. ib.; 29) acha possível admitir a existência de uma lógica inerente aos mecanismos de aprendizagem (as estruturas de que o sujeito dispõe, naquele momento) e supor que ela é uma condição preliminar a qualquer aquisição promovida pela experiência. Esta lógica preliminar, que não é a mesma em cada nível, é, em parte, adquirida em virtude das aquisições dos níveis anteriores, porém compreende também uma parte não apreendida, e resultante de processos de equilibração, não redutíveis inteiramente à aprendizagem em função da experiência.

Dessa forma, a teoria piagetiana assume uma posição que se afasta do apriorismo e do empirismo, simultaneamente, e na qual o esquema estímulo-resposta se mostra insuficiente para explicar, de forma categórica, o desenvolvimento cognitivo, uma vez que

*"...Um estímulo somente é um estímulo se ele for significativo, e ele se torna significativo somente quando há uma estrutura que permite sua assimilação, uma estrutura que possa integrar esse estímulo, mas, ao mesmo tempo produza a resposta" (Piaget, 1964; 183)*

Outras pesquisas foram desenvolvidas posteriormente - dentre as quais as de Inhelder, Bovet e Sinclair (1975) - com um duplo objetivo: isolar os fatores facilitadores de uma aquisição das operações e estabelecer se esses fatores se relacionam com aqueles em jogo na construção espontânea desses conceitos.

---

em função da experiência, enquanto a segunda aplica-se às aquisições não tributáveis à experiência, diretamente, mas construídas por processos dedutivos.

Um dos experimentos realizados consistia em mostrar à criança recipientes transparentes contendo a mesma quantidade de líquido. Eles faziam parte de um aparelho, construído de tal forma que, através de torneiras colocadas em suas bases, era possível esvaziar os recipientes, fazendo o líquido ser recolhido em outros, colocados num nível inferior em relação aos primeiros, e cujas formas diferiam entre si e da dos anteriores. O líquido podia escoar pelos segundos recipientes, caindo em dois outros, na base do aparelho, idênticos aos primeiros. A intenção do arranjo era fazer a criança comparar tanto as dimensões quanto a quantidade, e levá-las a entender porque a quantidade de líquido permanecia a mesma nas posições inicial e final do aparelho.

Constatou-se que os resultados dos sujeitos variavam de acordo com os níveis cognitivos em que eles haviam sido inicialmente classificados, tendo em vista os esquemas de assimilação que demonstravam possuir. A maioria das crianças classificadas inicialmente como pré-operatórias não demonstrou progresso, um pequeno número passou para o nível intermediário e nenhuma conseguiu aprender as operações lógicas subjacentes à conservação das quantidades físicas. Aquelas classificadas inicialmente como intermediárias apresentaram um melhor desempenho: cerca de um quarto não ultrapassou esse nível, porém as demais se beneficiaram do exercício, em diferentes graus, conseguindo alcançar uma estrutura realmente operatória. As aquisições mostraram-se estáveis (não houve regressões em ambos os pós-testes aplicados) e observou-se a extensão do conceito (generalização) para outra situação, muito pouco semelhante à do aprendido. Os argumentos fornecidos por esses sujeitos não indicavam, porém, a mesma mobilidade operatória presente nas respostas dadas por aqueles que haviam construído espontaneamente essa conservação.

A análise dos resultados dessas pesquisas mostraram, assim, que a aprendizagem parece depender dos mecanismos do desenvolvimento, tomando-se estável somente quando utiliza certos aspectos desses próprios mecanismos, os

instrumentos de quantificação que se desenvolveriam no decorrer da evolução “natural”.

Um fato importante a ressaltar é que, no decorrer dessas pesquisas de aprendizagem, foram utilizados, pela primeira vez, procedimentos baseados na teoria da equilibração.

Como vimos, essa teoria defende que uma das fontes dos progressos cognitivos se encontra nos desequilíbrios gerados pela não adaptação de um novo conhecimento aos esquemas de assimilação do sujeito. A atividade desenvolvida por este para resolver os conflitos ou contradições produz novas coordenações entre esquemas de ação, tomando possível superar as limitações impostas pelo conhecimento anterior. Assim, a construção espontânea das estruturas cognitivas repousaria, afinal, na superação dos conflitos, na reequilibração do funcionamento intelectual.

Nos experimentos de aprendizagem se procurava apresentar à criança certos problemas que, cedo ou tarde, a levariam a enfrentar um conflito. A partir da tomada de consciência do mesmo, o sujeito seria levado, como no desenvolvimento espontâneo, a estabelecer novas coordenações para superá-lo

Foram realizadas muitas outras pesquisas, tanto pelos pesquisadores citados, como por outros colaboradores do Centro Internacional de Epistemologia Genética, visando investigar como poderiam ser adquiridas as operações concretas por meio de um processo de aprendizagem. A maioria desses trabalhos se concentrou nos processos aquisitivos em duas áreas relacionadas: número e quantidade, como a realizada por Wohlwill e Lowe (1962).

Nesses últimos trinta anos, muitos outros estudos foram efetuados, alguns procurando corroborar as hipóteses piagetianas, outros tentando refutá-las (Lovell e Slater, 1960; Wallach e Sprott, 1964; Sigel, Roeper e Hooper, 1966; Whiteman, 1967; Halford, 1970; Litrownik, Franzini, Livingston e Harvey, 1978; Jamison e Dansky, 1979;

Parsonson e Naughton, 1988; Caracciolo, Moderato e Perini 1988; Ricco, 1989, Becker, 1989; Chapman e Linderberger, 1989; entre outros)<sup>12</sup>.

Tendo em vista o conjunto de todas essas pesquisas, Piaget (1964) acredita ser possível afirmar, em resumo, que o aprendizado das estruturas lógico-matemáticas somente poderá ocorrer com uma condição – a de que a estrutura que se quer ensinar ao sujeito possa ser apoiada em estruturas lógico-matemáticas mais simples, mais elementares. Conclui, também, que a aprendizagem de estruturas parece obedecer às mesmas leis que regem o seu desenvolvimento, ou seja, que a aprendizagem está subordinada ao desenvolvimento, e não o contrário.

Comentando a existência de casos em que houve êxito no ensino de estruturas operatórias, Piaget sugere que, na avaliação das mesmas, sejam postas as seguintes questões:

- . A aprendizagem foi duradoura? O que restou dela duas semanas depois? Ou um mês?
- . Quanta generalização foi possível?
- . Qual era o nível operacional do sujeito antes de cada experiência e que estruturas mais complexas esta aprendizagem conseguiu produzir?

Tendo como pano de fundo as pesquisas realizadas, uma outra conclusão possível, assegura Piaget, é que a relação fundamental subjacente a qualquer desenvolvimento ou aprendizagem não é a de associação, mas a de assimilação, a integração de qualquer tipo de realidade em uma estrutura. Assim, é a assimilação a relação que deve ser considerada do ponto de vista das aplicações pedagógicas ou didáticas.

---

<sup>12</sup>Estes estudos não serão detalhados aqui por não se referirem à questão central investigada no presente estudo, que é a aprendizagem dos possíveis.

## 3.2. Piaget e a Educação

As atividades pedagógicas propriamente ditas nunca foram o alvo das investigações de Piaget, tanto que ele se refere a elas, diretamente, em apenas duas de suas publicações (1978 b e 1988), e em alguns artigos esparsos. Nesses escritos ele coloca a sua visão sobre os objetivos da educação:

*“O principal objetivo da educação é criar homens capazes de fazer novas coisas, não simplesmente repetir o que outras gerações fizeram - homens criativos, inventivos e descobridores. O segundo objetivo da educação é formar mentes que possam ser críticas, possam verificar e, não, aceitar tudo que lhes é oferecido. O maior perigo, hoje, é o dos “slogans”, opiniões coletivas, tendências de pensamento “ready-made” (pronto). Temos que estar aptos a resistir individualmente, a criticar, a distinguir entre o que está provado e o que não está. Portanto, precisamos de discípulos ativos, que aprendem cedo a encontrar as coisas por si mesmos, em parte por sua atividade espontânea e em parte pelo material que preparamos para ele; que aprendam cedo a dizer o que é verificável e o que é simplesmente a primeira idéia que lhes veio” (apud Duckworth, 1964).*

Tendo como pano de fundo os resultados de sua pesquisa sobre a construção do pensamento racional, ele procura mostrar a limitação dos métodos educativos baseados unicamente na transmissão oral, na memorização, no exercício, defendendo uma educação que priorize o papel ativo do aluno na aquisição do conhecimento:

*“Se se deseja, como necessariamente se faz cada vez mais sentir, formar indivíduos capazes de criar e de trazer progresso à sociedade de amanhã, é claro que uma educação ativa verdadeira<sup>13</sup> é superior a uma educação consistente apenas em moldar os assuntos do querer pelo já estabelecido e os do saber pelas verdades simplesmente aceitas” (Piaget, 1988; 34).*

Essa educação ativa tem, para Piaget (ob. cit.; 183-5), o grande valor de ressaltar o papel da cooperação das crianças entre si, contrapondo-se à pressão que se expressa na figura do professor. Essa pressão prejudica o processo de socialização da criança, porque o prestígio do adulto tende a provocar nela o sentimento do dever, a partir do respeito, e não o inverso. Causa danos ao seu progresso intelectual, porque o respeito ao professor faz com que o aluno aceite como indiscutíveis as suas afirmações, aceitando-as com base na autoridade, e não na reflexão.

O trabalho em grupos, característico dos “métodos ativos”, por seu lado, favorece o intercâmbio real do pensamento e da discussão, ou seja, todas as condutas que podem facilitar o desenvolvimento do espírito crítico, da objetividade e da reflexão discursiva.<sup>14</sup>

Piaget (ob. cit.; 75) reconhece, no entanto, as dificuldades inerentes à utilização dos métodos ativos na educação, pois seu emprego apresenta maiores entraves do que o dos métodos receptivos. Em relação ao professor, esses métodos exigem um trabalho muito mais diferenciado e ativo - e muito mais cansativo - bem como uma

---

<sup>13</sup>Piaget (1988; 77-8) faz distinção entre métodos “ativos” e métodos “intuitivos”. Segundo ele, esta confusão tem duas origens distintas, sendo a primeira pensar que toda a “atividade” do sujeito se reduz a ações concretas, o que não é verdade, principalmente para os níveis não elementares da escolarização. A segunda consiste em acreditar que uma atividade incidente em objetos concretos se reduz apenas a um processo figurativo, que fornece como que uma cópia fiel, em percepções e em imagens mentais, desses objetos.

<sup>14</sup> O grupo possibilita o surgimento de conflitos, daquelas perturbações que podem originar os desequilíbrios, cuja superação é a responsável, como já foi visto anteriormente, pelo desenvolvimento cognitivo.

formação muito mais abrangente - aliando, pelo menos, um bom conhecimento do conteúdo ao da psicologia da criança. Existem, porém, outras dificuldades para a ampla utilização desses métodos, como o crescimento do número de matrículas nas escolas e obstáculos materiais de toda a sorte.

Quanto à contribuição da psicologia da criança à pedagogia, a principal delas, segundo Piaget, diz respeito à natureza propriamente dita do desenvolvimento intelectual:

*“Por um lado, esse desenvolvimento refere-se essencialmente às atividades do sujeito, e da ação sensoriomotora às operações mais interiorizadas, o motor é constantemente uma operatividade irreduzível e espontânea. Por outro lado, esta operatividade não é nem pré-formada de uma vez por todas nem explicável por suas contribuições exteriores da experiência ou da transmissão social: ela é o produto de sucessivas construções, e o fator principal desse construtivismo é um equilíbrio por auto-regulações que permitem remediar as incoerências momentâneas, resolver os problemas e superar as crises ou os desequilíbrios por uma elaboração constante de novas estruturas que a escola pode ignorar ou favorecer, segundo os métodos empregados (ob. cit. ; 49, grifos da autora).*

A análise piagetiana do pensamento racional e das estruturas lógico-matemáticas que o caracterizam chamou, desde cedo, a atenção dos educadores, que depositaram grandes esperanças na possibilidade de sua aplicação à aprendizagem escolar.

O primeiro a procurar traduzir as idéias de Piaget para o cotidiano da sala de aula das classes elementares foi Aebli, no início dos anos 50. Na introdução de seu livro (1973), ele declara, otimisticamente, estar convencido de que a teoria genética proporcionaria os elementos necessários para a dedução “dos princípios metodológicos sobre os quais deve basear-se o ensino das principais disciplinas”.

A partir daí, foram inúmeras as tentativas de aplicação dessa teoria à atividade pedagógica, nos mais diferentes campos da mesma e nos diferentes níveis do ensino. Ainda hoje, educadores e psicopedagogos têm-se debruçado sobre a extensa obra piagetiana, buscando inspiração para a reformulação de métodos de ensino, para o diagnóstico e o tratamento de distúrbios de aprendizagem a partir de uma compreensão mais ampla do desenvolvimento intelectual.

Cumprir observar, porém, que a aplicação direta dos estudos de Piaget à prática educativa não se mostram tão imediatos como supunha Aebli. E isso por várias razões.

Embora a criança e seu desenvolvimento sejam a meta comum, tanto dos estudos piagetiano como da educação, eles o são, porém, por motivos distintos, o que nos relembra apropriadamente Macedo (1987). Os primeiros tinham um interesse teórico, de natureza epistemológica: o conhecimento e sua construção, a partir do seu nascimento, em decorrência das interações do sujeito, com os objetos ou com as pessoas. O objetivo da segunda concentra-se basicamente na promoção do desenvolvimento da criança, ou seja, em como conduzi-la de um estado de conhecimento a outro, mais elaborado.

É por isso que, atualmente, algumas propostas de aprendizagem escolar centradas no aprendizado de noções, conceitos e estruturas operatórias, ou que colocam o desenvolvimento operatório como meta da educação (como as de Furth e Wachs, 1974, ou a de Kamii e DeVries, 1977) têm sido alvo de críticas pertinentes de vários educadores (como, por exemplo, Duckworth, 1979).

Mais ainda, certos problemas relevantes para a prática pedagógica não obtêm respostas imediatas no campo da psicologia genética.<sup>15</sup> Se esta oferece uma visão bastante ampla e detalhada das categorias básicas (formas) do pensamento, hoje se reconhece, no entanto, que pouco se sabe ainda sobre o modo como os alunos constroem os conteúdos escolares, ou o porquê de crianças situadas no mesmo nível estrutural aprenderem de modos diferentes.

Muitos educadores, por esse motivo, têm procurado imprimir outro direcionamento a suas investigações.

Há aqueles que se propuseram a analisar os conteúdos escolares, visando determinar sua complexidade estrutural e as competências operatórias necessárias à sua assimilação (Coll, 1983). Este direcionamento, porém, apresenta sérios inconvenientes. O mais importante dentre eles talvez seja o fato de os conteúdos escolares, por sua natureza, não poderem ser analisados unicamente em termos de componentes operatórios necessários à sua aquisição. Além disso, existe uma diferença essencial entre o processo evolutivo e o educativo: a natureza espontânea do primeiro e o caráter intencional do segundo, como já o salientara Piaget.

Outros ainda (como Wadsworth, 1984) acreditam ser possível utilizar as provas piagetianas na avaliação das possibilidades intelectuais dos alunos, tendo em vista a assimilação de determinados conteúdos. Por certo, a capacidade operatória destes é uma das variáveis a ser consideradas face à abordagem de novos conteúdos. Mas o uso dessas provas como instrumento de diagnóstico psicopedagógico encontra dificuldades técnicas, metodológicas e teóricas que podem dar origem a graves distorções.

---

<sup>15</sup>Esta não dá conta de certos aspectos presentes no cotidiano das relações escolares como os de natureza institucional, sexual, entre outros.

De qualquer forma, parece ser fundamental a compreensão e a explicação de como o sujeito constrói seu conhecimento para que se possa ajudá-lo nessa construção, daí a importância das investigações genéticas.

Uma consequência importante da discussão dos estudos piagetianos tem sido a aplicação da concepção construtivista da teoria genética do conhecimento para a elaboração de propostas relativas aos métodos de ensino utilizados na intervenção didática, como, por exemplo, na elaborada por Not (1993)

O construtivismo subjacente à teoria genética propõe, basicamente, que o ato do conhecimento consiste em uma apropriação progressiva do objeto pelo sujeito. Esta apropriação ocorre de modo que a assimilação do objeto às estruturas do sujeito está intimamente associada à acomodação destas últimas às características próprias daquele. Este construtivismo leva à adoção de uma perspectiva relativista - o conhecimento é sempre relativo a um dado momento do processo de construção - e interacionista - o conhecimento se origina da interação contínua entre o sujeito, com seus sistemas de assimilação, e o objeto, com suas propriedades.

Esta concepção, aplicada à prática pedagógica, se traduz em uma aprendizagem escolar direcionada para um processo ativo de elaboração do conhecimento, que leva em conta as possibilidades de assimilações incompletas ou defeituosas dos conteúdos pelo aluno, e que favorece as interações entre este e aqueles.

### **3.3. Piaget e a Educação Matemática**

Os estudos realizados por Piaget e seus colaboradores cedo despertaram o interesse dos educadores em geral, mais especialmente daqueles ligados diretamente

ao ensino da matemática. Como muitos desses estudos tratavam de questões estreitamente ligadas ao conteúdo dessa disciplina, pois abordavam a lógica da criança, o conceito de número, de espaço e de geometria (Piaget e Inhelder, 1975a; 1975b; Piaget e Szeminska, 1952; Piaget, 1954; Piaget e Inhelder, 1964, 1993), imaginaram poder aplicar seus resultados à prática escolar.

Houve casos em que essa aplicação consistiu na utilização direta das provas piagetianas em sala de aula, mas, em geral, a obra de Piaget inspirou a concepção de novos currículos ou novos métodos para o ensino da matemática - como o projeto Nuffield, na Inglaterra, e os trabalhos de Dienes (1975 e 1985, só para citar alguns), Lovell (1972) ou o dos van-Hiele (Hoffer, 1983) - ou de pesquisas que visavam analisar as hipóteses nela levantadas, como a de Laurendeau e Pinard (1968).

Existe, porém, nas relações entre a teoria psicogenética e a educação matemática, uma questão delicada, que diz respeito à ligação entre essa teoria e a matemática moderna.

Nos anos 60, as idéias de Piaget foram utilizadas, pelos matemáticos, para dar sustentação psicológica ao movimento conhecido por Matemática Moderna, o qual propunha um currículo de matemática para as escolas primária e secundária que privilegiava o estudo das estruturas matemáticas desenvolvidas por Bourbaki. Somente após o que Kline (1976) denomina de "fracasso da Matemática Moderna" foi que se passou a analisar o que Piaget pretendia, de fato, ao comparar as estruturas lógico-matemáticas às estruturas bourbakianas. Mas ainda hoje existem restrições à teoria piagetiana devidas à associação entre esta e o movimento acima citado.

Ora, o interesse das estruturas bourbakianas para Piaget (Piaget et al., 1965 e Piaget, 1973), residia no fato de que elas lhe forneciam o paradigma para explicar as estruturas operacionais da inteligência em desenvolvimento:

*“Acreditamos ... que exista, em função da inteligência como um todo, uma construção espontânea e gradual de estruturas lógico-matemáticas elementares, e que tais estruturas “naturais” (no sentido que falamos de números “naturais”) estão muito mais próximas das usadas na “matemática moderna” do que das usadas na matemática tradicional” (Piaget, 1973; tradução e grifos da autora).*

Esta afirmação não significa apoio a um estudo de matemática que, desde cedo, enfatize essas estruturas e procure levar os alunos a conceituá-las. Indica somente que os conteúdos ensinados na escola elementar deveriam, em princípio, conduzir naturalmente para essas noções e para outras, como elas, não trabalhadas explicitamente, nem mesmo em graus superiores do ensino.

Segundo Groen e Kieran (1983;369-370), isto implica na existência de domínios matemáticos menos abstratos, “próximos” das estruturas lógico-matemáticas piagetianas. Procurando esclarecer em que consiste essa proximidade, eles apontam o interesse de Piaget pela teoria das categorias e pelas matemáticas bourbakianas, as quais se preocupam primordialmente com as transformações de estruturas matemáticas simples em outras, mais complexas. Este fato se dá porque, para se referir a estruturas lógico-matemáticas baseadas na experiência “direta” de ações, parece ser necessário um certo modo de definir transformações, independentemente de estados.

De qualquer modo, Piaget frisa, em muitas ocasiões, que “há um longo caminho a percorrer entre a utilização espontânea e inconsciente das estruturas e sua tomada de consciência” (Piaget e Garcia, 1987;36). Para ele, o professor deveria ter em mente que

*“...em todos os níveis, inclusive na adolescência e, de uma forma sistemática nos níveis mais elementares, o aluno será bem mais capaz de “fazer” e de “entender nas ações” do que de expressá-las verbalmente. Em outras palavras, uma grande parte das estruturas que a criança usa quando se dispõe ativamente a resolver um problema permanece inconsciente. Na verdade, uma das leis psicológicas bem gerais consiste no fato de que a criança pode fazer algo na ação muito antes de que ela se torne realmente “consciente” do que nela está envolvido - a “conscientização” ocorre bem depois da ação. Conseqüentemente, uma vez que o professor tenha tido a oportunidade de se familiarizar com a pesquisa pedagógica acima mencionada (a teoria psicogenética) e conheça as estruturas de pensamento que a criança possui subjacentemente, será muito mais fácil para ele auxiliar a criança a se tornar consciente delas, seja através de discussões oportunas entre ele e o aluno, seja pela organização de grupos de trabalho nos quais parceiros de mesma idade ou similar (ou uma criança mais velha atuando como líder de um pequeno grupo) discutirão entre si, o que, por seu turno favorece a verbalização e a “conscientização” (Piaget, 1973; 85-6: tradução da autora).*

Por outro lado, adverte sobre o fracasso de se tentar “...ensinar matemática “moderna” a crianças pequenas usando métodos arcaicos, baseados na transmissão verbal do professor para o aluno e com uso prematuro do formalismo”. Se o problema da matemática tradicional era levar a criança a resolver uma enorme quantidade de problemas, “muitos deles absurdos”, o problema com a “moderna” poderia estar num outro nível: o professor ser “ muitas vezes tentado a apresentar noções e operações cedo demais, num quadro que já é muito formal” (id. *ibid.*, 86). Isso poderia ocorrer

facilmente, pois o “professor de matemática, pelo tipo de pensamento abstrato inerente a sua profissão, pode ter certa dificuldade em se colocar na perspectiva concreta, que é necessariamente a de seus jovens alunos” (id. ibid., 84-5).

Os temas abordados por Piaget quando trata especificamente da educação matemática são os métodos de ensino, o que ensinar, mas, sobretudo, os processos utilizados pela criança para aprender os conceitos desse ramo do conhecimento.

Considera importante, na educação matemática especialmente, por exemplo, não se negligenciar o papel da ação e nem se permanecer sempre no nível da linguagem, porque a atividade com objetos é indispensável à compreensão das relações aritméticas ou geométricas, principalmente no caso dos alunos mais jovens. Os professores de matemática não precisam temer que as verificações empíricas causem dano “ao desenvolvimento da mente dedutiva e puramente racional que caracteriza sua disciplina”, pois as experiências lógico-matemáticas constituem “a preparação necessária para o desenvolvimento do pensamento dedutivo” (id. ibid.; 80-1).

Com relação às dificuldades de tantos alunos no estudo da matemática Piaget acredita ser

*“...difícil entender como os alunos que são bem dotados no que diz respeito à elaboração e utilização das estruturas lógico-matemáticas espontâneas da inteligência podem ser deficientes no que se refere à compreensão de um ramo do ensino que recai exclusivamente sobre o que é derivado de tais estruturas (Piaget, apud Wadsworth, 193-4).*

Considera ser leviano atribuir o sucesso ou o fracasso na aprendizagem da matemática a uma “aptidão”, porque

*“...se o que acabamos de supor é correto, no que se refere às relações desta forma de conhecimento com as estruturas operatórias fundamentais do pensamento, ou esta “aptidão” ou esta “bossa” se confunde com a própria inteligência, o que não é obrigatoriamente o caso, ou ela é totalmente relativa, não em relação às matemáticas por si mesmas, mas à maneira pela qual são ensinadas. Na verdade, as estruturas operatórias da inteligência, sendo de natureza lógico-matemática, não são conscientes enquanto estruturas no espírito das crianças: são estruturas de ações e de operações, que dirigem, certamente, o raciocínio do sujeito mas não constituem um objeto de reflexão por sua vez. ... O ensino das matemáticas convida, pelo contrário, as pessoas a uma reflexão sobre as estruturas, por meio de uma linguagem técnica que comporta um simbolismo muito particular e exige um grau mais ou menos alto de abstração. A chamada “aptidão para as matemáticas” pode muito bem incidir sobre a compreensão da própria linguagem, em oposição às estruturas por elas descritas, ou sobre a velocidade de abstração enquanto se acha vinculada a um tal simbolismo e não enquanto reflexão sobre as estruturas naturais (Piaget, 1988; 51-2).*

Pode-se questionar essa “aptidão” especial para a matemática quando crianças e adolescentes, que não demonstram possuí-la, conseguem solucionar problemas, se estes são colocados de modo que não percebam tratar-se de questões relativas a esse

ramo do conhecimento. Parece existir, então, da parte do aluno um bloqueio, gerado - e possivelmente reforçado pelas pessoas que o cercam - a partir da incompreensão de um elo, numa seqüência de encadeamentos, e, desadaptado com relação a esse ponto, ele se sente inseguro quanto à sua capacidade intelectual. Por isso, para Piaget (ob. cit.; 52), o problema central do ensino da matemática estaria no "...ajustamento recíproco das estruturas operatórias à inteligência e do programa ou dos métodos relativos aos domínio matemáticos ensinados".

A compreensão real de uma noção ou de uma teoria implica, no entanto, em sua (re)invenção pelo sujeito, esclarece Piaget (1973; 85), acrescentando:

*"A verdadeira compreensão se manifesta por novas aplicações espontâneas, em outras palavras, uma generalização ativa supõe muito mais: parece que o sujeito foi capaz de descobrir por si mesmo as verdadeiras razões contidas na compreensão de uma situação e, conseqüentemente, de, ao menos em parte, re-inventá-la para si mesmo".*

O papel ativo do aluno na construção do conhecimento, por sua vez, pressupõe uma mudança radical no papel destinado ao professor no processo educativo. Sua tarefa não mais consistirá em "dar aulas", mas em animar o processo de pesquisa reservado à criança, "criando situações e armando dispositivos iniciais capazes de suscitar problemas úteis à criança", levantando, em seguida, "contra-exemplos que (a) levem à reflexão e (a) obriguem ao controle de soluções demasiado apressadas" (Piaget, 1978 b; 15)

Quanto aos materiais concretos utilizados nas atividades de aprendizagem de noções matemáticas, Piaget (1988; 56) considera serem eles "excelentes enquanto

possibilitam as manipulações ativas e as descobertas pelas próprias crianças, na linha do seu desenvolvimento operatório espontâneo". Alerta, porém, para os riscos inerentes a sua utilização: o material pode ser usado pelo adulto para realizar demonstrações diante da criança, e, embora possibilitem maior compreensão do que os métodos mais verbais ou estáticos, seu emprego pode levar a dar-se prioridade às configurações e não às operações. Assim, sobressairiam os aspectos mais figurativos do pensamento (percepção, imitação e imagens) do que os aspectos operativos (ações e operações).

Com relação à geometria, especificamente, os estudos piagetianos procuram mostrar como os conceitos espaciais são construídos progressivamente a partir das experiências de deslocamento do sujeito.

Numa de suas obras, Piaget (1954) descreve o desenvolvimento das categorias básicas de objeto, espaço, causa e tempo no desenvolvimento da inteligência sensório-motriz, mostrando que a noção espaço é construída gradualmente. De início, o sujeito elabora espaços específicos para cada domínio sensório-motor, espaços heterogêneos e não coordenados entre si. O espaço, para o sujeito, consiste de objetos perceptivos, instáveis e não submetidos ao seu controle, acomodados pelos poucos deslocamentos que pode realizar. Pouco a pouco, a criança consegue uma maior coordenação de suas ações, e, à medida que aumenta a sua possibilidade de locomover-se e de coordenar suas ações, começa a perceber o espaço ao redor como o prolongamento de sua atividade. Chega o momento em que o sujeito se dá conta da permanência dos objetos e consegue distinguir, com clareza, os seus deslocamentos e os dos objetos. Dessa forma, o espaço se torna exteriorizado, dentro de seus limites estando localizados tanto o sujeito quanto os objetos. Finalmente, o sujeito se torna mais capaz de representar seus próprios deslocamentos em relação às posições ou deslocamentos dos objetos, dentro de um espaço homogêneo que os contém a todos.

*A geometria espontânea de criança* (Piaget, Inhelder e Szeminska, 1964) representa a tentativa de descrever a construção do espaço euclidiano no nível da

representação, avaliando a capacidade da criança para conservar, medir e considerar seres geométricos euclidianos, como distância, comprimento, ângulo, área e volume.

Nesse estudo, Piaget parte da consideração de que a métrica é a característica fundamental do espaço euclidiano, pois é ela que permite a estruturação de um sistema de coordenadas tridimensionais e, portanto, a matematização desse espaço. A mensuração, isto é, passagem da consideração qualitativa do espaço para quantitativa, supõe o uso de duas operações. Uma consiste na partição de um todo em partes que o compõem (a construção da unidade de medida) e a outra, na de deslocamento (a aplicação repetida dessa unidade à extensão do objeto). Ambas, porém, estão intimamente ligadas com a conservação (a conservação da dimensão de um objeto durante um deslocamento é condição necessária ao conceito de unidade padrão).

Em *A representação do espaço na criança* (Piaget e Inhelder, 1993), uma das preocupações centrais é categorizar as aquisições espaciais de acordo com a presença de conceitos topológicos, projetivos ou euclidianos, mostrando que a ordem genética dessas aquisições é a inversa daquela encontrada no desenvolvimento da ciência. Dito de outra forma, a criança, considera inicialmente (reconhece e representa) as relações topológicas (contigüidade, separação, ordem, contorno e continuidade) de uma figura para, só depois, construir, quase simultaneamente, as projetivas e euclidianas.<sup>16</sup>

As situações expostas no livro são consistentes com a concepção piagetiana de que todo conhecimento resulta da ação do sujeito sobre os objetos, e consistem em apresentar à criança uma certa configuração (estado inicial), pedindo-lhe que antecipe e desenhe a configuração resultante (estado final) da aplicação de uma determinada transformação.

Do ponto de vista da educação matemática, esta obra talvez represente uma das contribuições mais significativas da pesquisa piagetiana: a discussão a respeito da

---

<sup>16</sup>Piaget ressalta, no entanto, que essas relações topológicas são consideradas na ação, isto é, não são ainda utilizadas conscientemente, porque só serão tematizadas muito tempo depois - como ocorreu historicamente (Piaget e Garcia, 1987).

intuição matemática, cujo papel foi, e é, tão importante na elaboração desse conhecimento.

Nela, Piaget e Inhelder procuram precisar em que consiste a intuição geométrica, considerando que esta não pode ser reduzida ao simples apelo aos sentidos (embora eles forneçam sua base de sustentação) e à imaginação. Se, mesmo entre os matemáticos, a intuição pode ser vista como a “a inteligência elementar do espaço, em um nível ainda não formalizado” (ob. cit.; 469), coloca-se, então, o problema genético de estabelecer de onde vem essa inteligência e como ela se liberta do real.

Os resultados das experiências permitem concluir pela natureza operatória da intuição geométrica, dada a distinção que se estabelece entre elementos figurativos (imagens) e operativos (ações internalizadas), ao longo do pensamento. Essas ações não extraem estruturas já formadas, imediatamente da realidade física, mas tornam essa realidade cada vez mais rica, até conseguir ultrapassá-la, constituindo esquemas operatórios, que poderão ser formalizados e funcionar dedutivamente por si mesmos. Ou seja, são as ações que, gradualmente, dão mobilidade às imagens e permitem a representação de suas transformações.

### **III\_ A Pesquisa**

#### **1. Problemática, justificativa e objetivos**

A teoria piagetiana assume que todo conhecimento novo resulta, em sua essência, de um processo de equilíbrio, por isso, procura demonstrar não ser este, definitivamente, um processo hereditário, mas resultar de aprendizagens mais ou menos complexas. Para tanto, aborda o problema da produção dos novos conhecimentos a partir da formação dos "possíveis", porque "a atualização de uma ação ou de uma idéia pressupõe que antes de tudo elas tenham sido tomadas possíveis" (Piaget, 1985;7)

Os possíveis não se formam apenas quando o sujeito supera as limitações impostas por sua incapacidade inicial em diferenciar entre o real, o possível e o necessário. Nem somente pelo preenchimento das lacunas, produzidas quando uma variação imaginada leva à suposição da existência de outras. Este duplo processo depende, em suas formas gerais, da equilíbrio.

Estando a equilíbrio envolvida tanto na evolução dos possíveis quanto na das estruturas operatórias, apresenta-se o problema das relações entre ambos os desenvolvimentos.

As pesquisas realizadas por Piaget e seus colaboradores sobre a evolução dos possíveis na criança mostraram uma relação muito estreita entre tal evolução e a

sucessão dos níveis operatórios. Esta vinculação tão acentuada permitiu-lhes utilizarem os mesmos estágios para descrever os dois desenvolvimentos.

Os possíveis, no nível I do estágio pré-operatório, nos diversos experimentos, foram produzidos por sucessões analógicas, isto é, combinando semelhanças maiores e diferenças menores. Certos procedimentos podiam gerar outros objetivos, que podiam ser acrescentados ao inicial, ou levar ao esquecimento deste. A multiplicação dos possíveis dava-se por "sobrecomposição", ou seja, pela composição de uma relação ou variação a partir da precedente, ao sabor de qualquer tipo de variável produzida durante a ação.

Estes procedimentos apresentavam lacunas, explicáveis, do ponto de vista operatório, pela ausência de reversibilidade, de recursividade, em suma, das inferências sistemáticas e dos fechamentos, característicos do nível pré-operatório.

No nível IIA, do início das operações concretas, observou-se a produção dos "co-possíveis" concretos. Estes se caracterizavam pelo seu número restrito, embora simultâneo, e pela admissão de sua existência somente quando podiam ser atualizados.

No nível IIB, patamar de equilíbrio das operações concretas, surgiam os co-possíveis abstratos, aqueles cuja existência podia ser imaginada, não sendo necessária sua atualização efetiva. Embora o universo das possibilidades ficasse consideravelmente ampliado, supunha-se, no entanto a existência de apenas um número limitado delas.

Além desses progressos, no estágio II das operações concretas, notava-se, também, o desenvolvimento de reações de melhoria e otimização.

No nível III, patamar das operações hipotético-dedutivas, constituíam-se os possíveis "quaisquer", em número ilimitado.

Tal paralelismo entre os dois desenvolvimentos suscita a questão do porquê isto se dá e, principalmente, se existe precedência de um em relação ao outro e, em caso afirmativo, de como esta se apresenta.

O resultado das pesquisas sobre a evolução dos possíveis na criança levaram Piaget (1985;11) à hipótese de que o mecanismo de formação dos mesmos constitui "um quadro prévio indispensável à constituição dos sistemas operatórios". As operações se originariam, então, no ato inferencial que engendra os "co-possíveis", os quais se tornariam, não só possibilidades simultâneas, como também a matéria das abstrações reflexivas e completivas, que podem conduzir às operações.

As afirmações de Piaget carecem, no entanto, de pesquisas empíricas que as suportem, pois ele não fornece dados para alicerçá-las, nem indica a existência de trabalhos projetados com a intenção de averiguá-las.

Na literatura especializada não são encontrados muitos trabalhos que estudam os processos intervenientes na construção de um novo conhecimento sob o enfoque piagetiano. Maurice et al. (1991) investigam as condições que levam o sujeito, numa situação concreta, a ultrapassar os dados aparentes para raciocinar em termos de soluções possíveis, num estudo realizado com estudantes de idades variando entre 20 e 30 anos. Rebouças (1991) investiga: a) em que idade crianças goianas de diferentes contextos ambientais (zona rural, periferia, zona urbana de classe média baixa e zona urbana de classe média alta) atingem os co-possíveis concretos, os abstratos e os ilimitados, e b) se o possível inferencial é atingido por elas ao mesmo tempo, independentemente do contexto ambiental, ou, se existir uma defasagem, qual a sua dimensão.

Apenas quatro pesquisas procuram investigar as relações entre a evolução dos possíveis e a constituição dos sistemas operatórios. Martinelli (1992) estudou a possibilidade de uma aprendizagem num possível exigível (construção de arranjos espaciais e de equidistância) interferir na aquisição de um outro, atualizável (recortes

de um quadrado). Yaegashi (1992) e Liesenberg (1992) realizaram pesquisas procurando verificar as possibilidades de modificações na estrutura cognitiva do sujeito, provocadas por uma intervenção visando a aprendizagem em um possível. Yaegashi procurou observar se uma aprendizagem, objetivando conduzir crianças do nível I ao nível II dos possíveis na prova dos recortes de um quadrado, interfere na aquisição da inclusão de classes. Liesenberg investigou se uma experiência de aprendizagem de co-possíveis na questão das “formas possíveis de uma realidade escondida” repercute no desenvolvimento de conservação de líquidos pela criança. A quarta pesquisa (Louro, 1993) estudou o problema inverso: se a aprendizagem de uma estrutura operatória (a de conservação de massa) produz modificações nos possíveis inicialmente apresentados pelos sujeitos, em relação às “posições possíveis de três dados sobre um suporte”.

Essas pesquisas, embora mostrando que a aprendizagem foi frutífera em relação ao conteúdo trabalhado, não produziram resultados conclusivos no tocante aos seu efeito nos outros conteúdos.

Talvez isso tenha ocorrido por não haver uma vinculação mais estreita entre os conteúdos abordados em cada uma delas. Para comprovar (ou não) as hipóteses aventadas por Piaget, tornavam-se, pois, necessárias outras pesquisas, nas quais tal vinculação fosse mais nítida.

O presente experimento insere-se nesse quadro. Seu principal objetivo consiste, também, em verificar se uma experiência de aprendizagem, que conduza os sujeitos de um nível de possível ao seguinte numa determinada situação, influirá na aquisição, pelos mesmos, de operações concretas (conservações) e/ou na evolução dos possíveis num outro problema.

O experimento deveria, então,

- verificar se ocorre a estabilidade no conteúdo aprendido e nos outros, se for o caso,

- observar se a configuração dos conteúdos em cada sujeito se mantém após o processo de aprendizagem, e, finalmente,
- observar as vantagens ou desvantagens de se empregar uma determinada técnica de aprendizagem.

Para o processo de aprendizagem, selecionou-se o problema da maior construção possível (um possível com otimização). A intervenção visava fazer sujeitos - que, inicialmente, apresentavam apenas indícios de possíveis analógicos (nível I, objetivo unidimensional) em relação a essa questão - atingirem nela o nível seguinte (II, objetivo bidimensional). Para observar o efeito dessa intervenção, nesse conteúdo específico (um possível com otimização), nas estruturas operatórias dos sujeitos e na abertura para outro possível, escolheram-se, respectivamente, as provas de conservação de comprimento e de área e o problema da "realidade parcialmente escondida" (um possível em combinações livres das ações ou hipóteses do sujeito).<sup>17</sup>.

O esquema idealizado para a pesquisa, diferentemente do que ocorrera com as mencionadas, buscava garantir uma estreita vinculação entre os conteúdos selecionados. Essa vinculação estaria assegurada porque a passagem do nível I ao nível II, na situação de ensino proposta, exige dos sujeitos, do ponto de vista matemático, a coordenação entre duas dimensões, comprimento e largura. Essa coordenação, por sua vez, é essencial à compreensão do papel representado por elas no conceito de área, no qual está implicada, também, a conservação de comprimento.

A escolha da provas das "formas possíveis de uma realidade parcialmente escondida" prende-se ao fato de esta trabalhar com um possível em combinações livres das ações do sujeito. Nela estaria em jogo, basicamente, a aplicação do pensamento divergente, em uma situação, na qual os sujeitos deveriam levantar hipóteses sobre a forma da parte invisível de um todo, que permanece parcialmente escondido. A esse respeito, ela se contrapõe à questão envolvida na "maior construção possível", que

---

<sup>17</sup>As provas citadas são descritas mais adiante.

trata de um possível dedutível. Esta situação trabalha com o pensamento convergente: o sujeito deverá concluir, finalmente, que todas essas construções se equivalem. Isto porque, como a grandeza comporta três dimensões, se considerarmos os volumes, as construções representam apenas os arranjos possíveis entre as mesmas peças.

A simetria existente entre os conteúdos utilizados no experimento adquire importância maior quando analisada sob a ótica da construção de novas coordenações, pela diferenciação das anteriores, ou pela equilibração. Como esta subjaz, não só à questão da lógica inerente aos mecanismos de aprendizagem, como também à dinâmica da formação dos possíveis, retorna-se ao problema evocado por Piaget (1985) da precedência ou da concomitância dos dois processos.

Por outro lado, a pesquisa de Piaget e seus colaboradores sobre os possíveis, bem como um estudo preliminar realizado pela autora, mostravam que crianças, na faixa etária abrangida pelo experimento, poderiam estar em níveis diferentes em relação à cor, na prova da "realidade parcialmente escondida". Como este problema trata de um possível em combinações livres, podia-se imaginar que a evolução dos possíveis, nessa prova, deveria preceder a observada nas demais questões do estudo. Restava saber, pois, se (e em que medida) a diferenciação nessa questão específica influiria no desempenho dos sujeitos em relação os outros conteúdos. Por isso, propôs-se também, como objetivo do estudo, examinar a possível interferência dessa variável nas aquisições dos sujeitos.

Finalmente, com relação à técnica de aprendizagem, a utilizada no estudo é a do *conflito cognitivo*, aplicada anteriormente em experimentos de Smedslund (1961) e Murray (1968). Sua utilização tem por finalidade colocar o sujeito cognoscente, nos estágios iniciais do desenvolvimento intelectual, diante dos aspectos negativos dos objetos, ações ou operações. Ele deve anulá-los ou incorporá-los, iniciando, dessa forma, a construção das operações inversa e recíproca, e, portanto, da reversibilidade, característica essencial ao pensamento operatório. Esses aspectos negativos

funcionariam como elementos perturbadores do equilíbrio cognitivo, na medida que consigam desencadear e alimentar os esquemas de ação do sujeito (Sisto, 1992).

Por outro lado, Piaget (1985; 10) afirma ser lícito supor que "a essência das possibilidades é intervir no próprio processo das reequilibrações e manifestar os poderes do sujeito antes de sua atualização". E, como a natureza destes poderes prende-se essencialmente ao funcionamento da acomodação, o possível resulta, de acordo com ele, "de uma atividade acomodatória em busca de sua forma de atualização".

Ora, de acordo com a hipótese piagetiana, o conflito, gerado pela inadequação dos esquemas de assimilação presentes no sujeito, face a uma novidade à qual não se aplicam, pode provocar uma modificação nos esquemas ou estruturas de assimilação do mesmo. Se o conflito cognitivo interfere no mecanismo da acomodação, justifica-se a utilização desta técnica para a aprendizagem de um possível.

## **2. Descrição da Pesquisa**

### **2.1. Sujeitos**

Os sujeitos que participaram desta pesquisa são crianças que freqüentam uma instituição administrada por uma entidade filantrópica, que mantém convênio com a LBA e a Prefeitura, na cidade de Amparo-SP. Essa instituição tem por objetivo atender, em regime de externato, crianças de 2 a 12 anos aproximadamente, provenientes de famílias de baixa renda, em que ambos os pais trabalham fora de casa.

As crianças que não estão ainda em idade escolar permanecem na creche das 7h. e 30m. às 17h., aí tomam suas refeições - almoço, jantar e lanches da manhã e da tarde - e o banho diário. Dessas, as maiores freqüentam os cursos de jardim de infância e de pré-escola numa EMEI (Escola Municipal de Educação Infantil) que funciona dentro da instituição para atender as crianças aí matriculadas. As crianças maiores, que já freqüentam as primeiras séries do 1º grau em escolas próximas à creche, permanecem nesta apenas o período que se alterna com o escolar. Durante sua permanência na instituição, são alimentadas, brincam, descansam e recebem alguma supervisão nas tarefas escolares.

Além dos funcionários contratados pela instituição, as crianças contam com a atenção de outras pessoas, que aí trabalham como voluntárias. As crianças recebem regularmente a visita de um médico pediatra, e uma psicóloga atende as crianças que necessitam de acompanhamento psicológico.

Antes de dar início ao seu trabalho, a experimentadora visitou a instituição e manteve contatos com as crianças, dando-lhes a oportunidade de se familiarizarem com ela.

## **2.2 . Pré-teste**

O pré-teste foi aplicado individualmente a cada criança, em uma única sessão, numa sala isolada da creche. Durante sua administração, a criança e a experimentadora ficaram sentadas uma em frente à outra e separadas por uma mesa, sobre a qual repousavam os materiais que seriam utilizados nas provas. Para deixar a criança à vontade, a experimentadora lhe explicava que iriam brincar juntas com uns brinquedos que ela havia trazido.

No pré-teste foram utilizadas as seguintes provas piagetianas: uma de conservação de comprimento, uma de conservação de área, a relativa à "maior construção possível com os mesmos objetos" e as referentes às questões cor e forma da prova das "formas possíveis de uma realidade parcialmente escondida." Elas foram aplicadas aos sujeitos em ordem alternada, de acordo com o critério de aleatoriedade.

Durante o decorrer da sessão, a experimentadora procurou manter uma atitude neutra em relação às respostas da criança, sem reforçá-las positiva ou negativamente ou provocar o conflito cognitivo, pela contra-argumentação. Procurou, também, anotar todas as questões feitas à criança, seus procedimentos e verbalizações. Visando eliminar qualquer dúvida com relação ao seu nível de desenvolvimento, tanto em relação às aquisições operatórias (conservações), quanto aos possíveis, a experimentadora pedia às crianças que justificassem suas respostas, explicando-lhes que este procedimento era necessário para que as mesmas não fossem esquecidas.

Foram pré-testadas 52 crianças com idades variando de 7;0 (7 anos e 0 meses) a 9;11 anos (9 anos e 11 meses), sendo 15 delas de 7 anos, 22 de 8 e 15 de 9 anos. A ordem de testagem foi decidida por sorteio dentre os nomes que constavam de uma lista fornecida pela diretora da creche.

O experimento trabalhou apenas com sujeitos nessa faixa etária porque, um estudo preliminar realizado pela autora com 35 crianças de 5 a 9 anos, matriculadas em escolas de educação infantil e de 1º grau da rede pública de ensino, verificou ser nela que começavam a aparecer os comportamentos que se pretendia provocar.

Para tomar parte no estudo foram selecionadas as 33 crianças que não possuíam indícios de conservação de comprimento e de área, encontrando-se no nível I (possíveis analógicos) na prova da "maior construção possível com os mesmos objetos e na das "formas de uma realidade parcialmente escondida", mas podendo estar no nível I ou no II no tocante à cor desta última prova.

No decorrer das sessões de pré-testagem, as crianças de cada faixa etária que preenchiem as condições necessárias para participar da pesquisa foram, sucessivamente, subdivididas em dois grupos, sendo um designado para compor o grupo experimental e, o outro, para o de controle. Inicialmente, 18 sujeitos compunham o grupo experimental e 15, o de controle. Entretanto, alguns deles precisaram ser excluídos do experimento por motivos variados - dentre os quais, falta a três sessões consecutivas de aprendizagem, transferência de instituição ou abandono da mesma.

Desse modo, ao final do estudo, o grupo experimental era constituído por 14 sujeitos, dos quais 5 de 7 anos (3F, 2M), 6 de 8 (3F, 3M) e 3 de 9 (1F, 2M). O controle era formado por 11 crianças, sendo 4 de 7 anos (2F, 2M), 5 de 8 (2F, 3M) e 2 de 9 (1F, 1M).

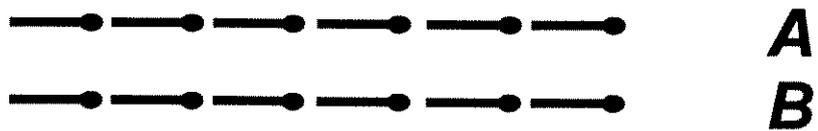
## **2.3 Provas piagetianas**

Os materiais utilizados em cada uma das provas, os procedimentos do experimentador e os critérios para a classificação dos sujeitos são descritos a seguir.

### **2.3.1.\_ Conservação de comprimento**

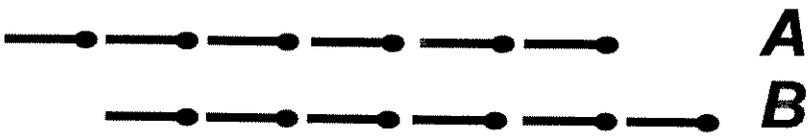
Para a tarefa de *conservação de comprimento* foram usados 12 palitos de fósforo comuns.

A experimentadora mostrava os palitos à criança, dizendo que ia fazer dois caminhos com eles. Inicialmente, os palitos eram dispostos em duas fileiras paralelas A e B de 6 palitos cada uma, de modo que suas extremidades ficassem alinhadas.

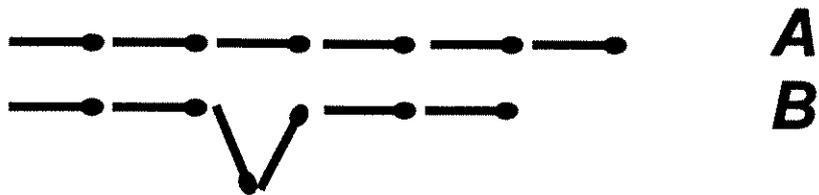


Em seguida, ela perguntava se os caminhos tinham o mesmo comprimento ou se um deles era mais comprido que o outro. Quando a criança não entendia o significado de *comprimento*, a pergunta era repetida trocando esse termo por *tamanho*, ou modificada para "se eu andar por este caminho e você por esse aí, nós vamos andar o mesmo tanto ou não?" ou algo equivalente. Em qualquer caso, a criança devia justificar sua resposta. Se o sujeito insistisse na resposta "não sei", a experimentadora perguntava como ele faria para explicar a um amiguinho porque os caminhos eram do mesmo comprimento (tamanho) ou não. O mesmo procedimento era seguido nas situações descritas em seguida.

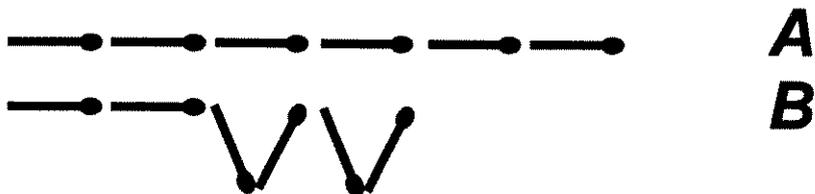
2ª situação: O palito colocado à esquerda (em relação ao sujeito) na fileira B era retirado e colocado na extremidade direita da mesma.



3ª situação: Um palito intermediário da fileira B era deslocado, ficando colocado obliquamente ao seu antecessor. O palito colocado na extremidade direita da fileira B vinha se juntar a ele, de modo a formarem um V:



4ª situação: Alterava-se a posição dos dois palitos situados à direita na fileira B, colocando-os também em forma de V.



5ª situação: Sem modificar a disposição dos palitos, a experimentadora perguntava se os caminhos iriam ficar de mesmo tamanho, ou não, caso os palitos da fila B fossem colocados um atrás do outro, como estavam no começo. Para comprovar se a resposta dada estava correta, ela recolocava os palitos na posição em que estavam na situação descrita inicialmente.

6ª situação: O palito situado à esquerda da fileira A era deslocado para a extremidade direita da mesma, de modo que as filas A e B se encontravam numa posição semelhante à que ocupavam na situação 2.



### **Classificação dos sujeitos:**

Foram considerados conservadores (C) os sujeitos que afirmaram a igualdade dos caminhos em todas as situações e que explicaram suas respostas em termos de *compensação* ("esta ponta está mais para aqui, mas esta aqui está mais p'ra cá" ou "você deixou esta direita e pôs a outra em zig-zag", ou "você tirou daqui, mas pôs aí", ou qualquer resposta semelhante), de *identidade* ("você não juntou nem tirou nada") ou *reversibilidade* ("você pode voltar ao que era antes" ou "antes eram duas retas").

Foram classificados como pré-operatórios (ou não conservadores - nC) os que concluíram que os caminhos, após as transformações, ficavam diferentes.

Os sujeitos classificados como intermediários (In) foram os que perceberam a igualdade dos caminhos em pelo menos mais uma das situações além da primeira, ou os que, dando a resposta correta, não a explicaram adequadamente segundo os critérios mencionados (Piaget e Inhelder, 1975; 170-171 e Piaget, Inhelder e Szeminska, 1964: 104-116).

### 2.3.2. Conservação de Área

Na tarefa de *conservação de área* foram utilizados:

- a) duas folhas retangulares idênticas, de cartolina verde, medindo aproximadamente 20 cm x 30 cm;
- b) dois cavalinhos de plástico, um azul e outro amarelo;
- c) uma coleção de casinhas de plástico.

A prova de conservação de área utilizada no experimento (Piaget, Inhelder e Szeminska, 1964; 261-273) baseia-se no axioma de Euclides: "se partes iguais são retiradas de todos iguais, os restos permanecem também iguais".

A experimentadora mostrava à criança as duas folhas de cartolina (colocadas lado a lado e de modo que seu lado inferior ficasse paralelo à borda da mesa), dizendo que elas eram dois campos cobertos de grama (ou "pedaços de terra cobertos de grama", ou "pastos") e perguntava se os dois campos tinham "o mesmo tamanho" e "por que?". A criança tinha ampla liberdade para verificar o tamanho dos campos e para se certificar de que eles eram, efetivamente, iguais. Em seguida, colocava um cavalo em cada campo dizendo-se ao sujeito que o cavalo podia comer toda a grama que estivesse em seu campo, mas somente ela. Perguntava, então, se os dois cavalos podiam comer a mesma quantidade de grama ou não, certificando-se de que a criança percebia que a igualdade de tamanho dos campos implicava necessariamente a existência de quantidades iguais de grama em ambos.

**Situação 1:** a) A experimentadora dizia ao sujeito que o fazendeiro (dono de um dos campos e do cavalo que aí vivia) achou que havia muito espaço só para um cavalo e decidiu construir ali duas casas. Enquanto colocava, de fato, duas casinhas próximo ao centro desse campo, perguntava: "Os dois cavalinhos ainda têm a mesma

quantidade de grama para comer (ou "o mesmo espaço de grama", ou "espaço verde" para pastar) , ou não?", "Por que?" e "Como sabe?", certificando-se de que o sujeito entendera que o cavalo já não dispunha, para comer, da grama que ficara sob as duas casas. b) Prosseguia, dizendo que o fazendeiro, dono do outro campo, achara muito boa a idéia de seu vizinho e resolvera construir também duas casas em seu campo. Colocava, então, duas casas, idênticas às colocadas no primeiro (mostrando que todas as casas possuíam bases iguais, se necessário), próximas ao centro do segundo campo, perguntando ao sujeito: "E agora, a quantidade de espaço verde é a mesma para os dois cavalinhos, ou não?", "Por que? " e "Como sabe?". c) Em seguida, deslocava as casas do segundo campo, colocando-as juntas e próximas a uma das bordas do "pasto", e introduzia o problema central da tarefa (a posição das casas no campo não altera a quantidade de espaço disponível para "pasto"): "E se este fazendeiro fizer suas casas aqui, o espaço com grama é o mesmo para os dois cavalinhos, ou não?", "Por que ? " e "Como sabe?".

Repetia-se, nas **situações 2, 3, 4 e 5**, o procedimento anterior, utilizando-se, respectivamente, 5, 10, 15 e 20 casas.

### **Classificação dos sujeitos:**

Foram classificados como pré-operatórios os sujeitos que não se interessaram pelo problema ou mostraram dificuldade em responder às questões. Neste caso se incluíam os sujeitos que não conseguiram estabelecer a igualdade de tamanho entre os campos (a não ser que isso estivesse associado à busca por uma precisão absoluta entre os tamanhos), ou não percebiam as modificações na área verde neles remanescente, produzidas pela construção das casas (questões a e b da situação 1). Também foram assim classificados os sujeitos que negaram prontamente a igualdade entre as áreas verdes remanescentes assim que a configuração espacial das casas do segundo campo se tornou diferente daquela do primeiro.

**And (8;4)** Duas casas em C1 (1(campo) e nenhuma em C2. “Os dois cavaleiros podem comer o mesmo tanto de grama ou tem um que pode comer mais?” - *“Tem um que pode comer mais”*. - “Qual?” - *“Este daqui”* (o que está em C2). - “Por que ele pode comer mais?” - *“Porque aqui (C1) tem duas casinha e aqui (C2) não tem”*. São colocadas duas casas também em C2. “E agora, eles podem comer o mesmo tanto ou um come mais?” - *“Eles podem comer o mesmo tanto de grama”*. - “Por que?”- *“Porque nos dois campo fizeram duas casa cada um”*. As casas, em C2, são colocadas enfileiradas junto a uma das bordas do campo. “E agora, os dois ainda podem comer o mesmo tanto de grama, ou um pode comer mais?”- *“Um pode comer mais”*. - “Qual deles?” - *“O de cá (C2)”*. - “Por que ele pode comer mais?” - *“Porque as duas casas tão juntas e aqui (C1) tão separada”*. - “Você tem certeza?” - *“Tenho”*.

Classificaram-se como intermediários os sujeitos que resistiram à ilusão perceptual até um número crítico (Piaget, ob. cit., 268) de casas, mesmo no caso em que mostraram dúvidas quanto ao efeito da configuração espacial das casas em relação às áreas verdes remanescentes, oscilando entre a aparência perceptual e a constatação da invariância do número de casas nas diferentes configurações.

**Tia (8;6)** responde corretamente e sem hesitar para o caso de 2, 5, 10 e 15 casas, *“porque aqui(C1) tem a mesma quantidade de casinha que aqui (C2)”*. Quando, porém, são colocadas 20 casas em cada campo - espalhadas em C1 e enfileiradas perto de uma das bordas do campo em C2 - ele acha que sobra mais grama para um dos cavaleiros. “Para qual deles sobra mais?” - *“P’ra esse daqui (C2)”*. - “Por que sobra mais para ele?” - *“Porque as casa aqui tá*

*tudo enfileiradinha e aqui tá separada*". "Você tem certeza que esse (o cavalinho em C2) pode comer mais?" - "Tenho".

Foram classificados como operatórios os sujeitos que reconheceram a invariância da igualdade entre as áreas remanescentes nos dois campos, justificando sua resposta, não com base numa avaliação perceptual, mas na compreensão de que essas áreas eram iguais porque a área total obtida pelo agrupamento de  $n$  casas iguais permanecia inalterada, quaisquer que fossem as configurações dos agrupamentos.

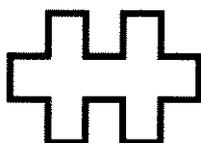
**Die (8;4)** São colocadas 15 casas em cada campo, sendo que, em C1 elas estão espalhadas, enquanto em C2 elas estão enfileiradas junto à borda do campo. "Sobra o mesmo tanto de grama para os dois cavalinhos, ou sobra mais para um deles?" Ele conta as casas. "Eles podem comer o mesmo tanto" - "Por que?" - "Porque tem 15 casas aqui (C1) e aqui (C2) também". São colocadas mais 5 casas em cada campo, respeitando a configuração existente em cada um. "E agora, eles podem comer o mesmo tanto de grama ou não?" - "Pode". - "Por que?" - "Porque você colocou (conta as casas) 20 e 20 casas".

### **2.3.3. A Maior Construção com o mesmo Número de Objetos**

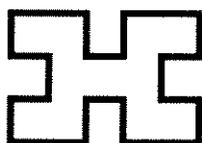
Para a "maior construção possível com os mesmos objetos", foram utilizadas nove peças tridimensionais confeccionadas em madeira, sendo três peças pequenas

,em forma de cubo (peças que serão designadas por A) e seis peças maiores, em forma de prisma de base quadrangular, sendo que as bases de todas as peças eram do mesmo tamanho. As peças em forma de prisma se apresentavam em dois tamanhos diferentes, sendo que a altura das três maiores (peças C) era o dobro das menores (peças B).

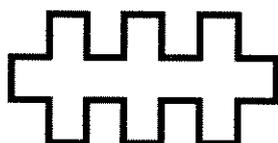
Nas sessões de aprendizagem foi utilizado também um outro material: 9 peças de um jogo comercializado como "Construindo", da Rosita. Elas diferiam entre si pela forma ou pelo tamanho e podiam ser articuladas, tanto linear como angularmente. Três delas (de aproximadamente 7,5 cm de comprimento x 4,5 cm de largura x 1 cm de espessura) eram apresentadas no formato



Outras quatro peças (com as mesmas dimensões das anteriores), tinham o formato



As três peças restantes, tinham o formato



e diferiam das outras somente quanto ao comprimento (10,5 cm);

O material era entregue ao sujeito pelo experimentador com o pedido inicial: "Faça a maior construção que você puder com estas pecinhas", sem definir o sentido do termo *maior*, mesmo quando a criança o pedia. As perguntas seguintes eram: "Você acha que ela é grande?", "Por que?", "Você pode fazer outra construção maior (mais grande) do que esta?", "Por que ela é maior?", "Como você sabe?", "Tem outro jeito de fazer maior (ou menor) com as mesmas peças?". Outras questões ainda podiam ser introduzidas: "O que você entende por grande?", "A gente pode fazer grande de outro jeito?", "Por que esta é maior (menor) que as outras?". Para avaliar se uma construção era ou não bem sucedida, adotou-se como critério fato de ela conseguir ou não se manter.

### **Classificação dos sujeitos:**

Foram classificados no nível I os sujeitos que apresentaram certas limitações (seu objetivo permanecia unidimensional e os meios de que se valia para melhorar suas construções não se revelavam eficazes para a otimização) e que utilizavam, como procedimentos para a obtenção dos possíveis, as "sobrecomposições" (construções efetuadas sem planejamento ou coordenação, dependendo de variáveis que se modificam na seqüência das ações) e as "sucessões analógicas" (combinação de semelhanças maiores e diferenças menores).

**Die (8;4)** representa o "grande" por objetos significativos, iniciando com um barco, uma construção de forma ovalada, feita com as peças "deitadas" sobre a mesa. "Dá para fazer uma construção mais grande do que essa, usando todas as peças?"- "Dá". - (Ele desmancha a construção efetuada e inicia outra, formando uma fila

paralela à borda da mesa, com 7 peças “deitadas”. Numa das pontas desta, quase na sua extremidade, coloca duas peças B, uma de cada lado da fila e transversalmente a ela). - “Ficou mais grande?” - “*Esta ficou*”. - “Por que ficou mais grande?” - “*Porque eu fiz uma espada*”. - “e a espada ficou mais grande que o barco?” - (Faz que sim) - “Você acha que esta construção , do jeito que ela está, ficou mais grande do que a outra?” - “*Ficou*”. - “Ficou mais grande que a outra por que?” - “*Por que fiz a ponta mais grande*”. “Qual ponta?” - “*Esta aqui, ò*” (e mostra a ponta oposta ao “cabo” da espada).

**Sim (7;0)** faz, inicialmente, uma construção colocando cada peça “em pé” sobre a anterior, considerando-a maior possível e afirmando não haver jeito de fazer uma “mais grande” que ela. Instada, então, a fazer uma do mesmo tamanho que a anterior, mas de um jeito diferente, começa uma construção, colocando um peça C deitada e 2 B, uma ao lado da outra, sobre ela. Daí começa a colocar as demais numa das extremidades da figura, cada uma sobre a anterior, “em pé”, formando uma coluna. “Ficou do mesmo tamanho que a anterior?”- “*Sim*”. - “Tem certeza?”- “*Tenho*”. - “Onde elas ficaram do mesmo tamanho?” - “*Aqui*” (e mostra o topo da figura). - “A outra ia também até aí?” - “*la*” (o que não é verdade, porque a outra era mais alta) - “Tem certeza?”- “*Tenho*”. Noutra ocasião, ela fez, com as peças (de um jogo azul) “em pé”, uma construção em duas colunas (C+C+C e B+B+B+A+A+A) e acha que o tamanho dela é diferente do de outra, igual à ela, que ela está “deitada” sobre a mesa.” “Qual está mais grande?” - “*Essa (a azul) tá mais grande porque tá uma (peça) em cima das outras*”. - “E esta (a vermelha) ficou mais pequena?” - “*Ficou*”. - “Por que?” - “*Porque ela tá deitada*”.

**Val (7;9)** após várias construções nas quais considera maiores as construções mais largas, monta uma figura com as peças (“deitadas”) empilhadas uma sobre as outras, a qual considera maior que as outras porque ficou mais alta.

O objetivo dos sujeitos classificados em I / II permanece unidimensional, mas eles conseguem perceber que uma construção pode variar de tamanho em uma dimensão diferente daquela usada como referencial para decidir sobre o tamanho das construções. Além disso, apresentam procedimentos corretos de otimização com respeito à dimensão eleita como parâmetro.

**Lid (7;11)** faz (com um jogo de peças vermelhas) uma construção em três colunas (peças “em pé”), uma em seguida da outra (C+C, C+A+A+A e B+B+B). Julga esta construção maior do que a construída de modo idêntico (com um jogo azul) pela experimentadora, mas colocada de modo que as peças fiquem “deitadas”. “Por que ela está mais grande?” - *“Porque a sua tava deitada e eu ergui a minha de pé”*. - “Mas a minha não está mais grande de algum jeito?” - *“Tá”*. - “Como?” - “Assim (gesto —), *de larga*”. - “Você consegue fazer uma maior que a minha de todos os jeitos?” - Retira a coluna da esquerda de sua construção, pondo-a, sem modificá-la, sobre a coluna situada à direita da figura. - “A sua está mais grande que a minha?” - *“Tá”*. - “De todos os jeitos?” - *“De assim”* (gesto |). - “Só desse jeito?” - *“É”*. - “Mas eu não falei que ela tinha que ser mais grande de todos os jeitos?” - *“Falou grande, mas não falou larga”*. - “E qual está mais larga?” - *“A sua”*.

- "Ela está mais grande de todos os jeitos?" - Olha outra vez, pensa e acaba por retirar as peças B colocadas lateralmente na 3a. camada, utilizando-as para prolongar a camada inferior da construção. - *"Agora tá mais grande. Tá mais grande desse comprimento (l) e desse comprimento (—)".*

Os sujeitos do nível III caracterizam-se pela asserção da tridimensionalidade e pela descoberta da equivalência entre os arranjos possíveis porque o número de peças permanece o mesmo (o que implica a constatação da equivalência entre os volumes). Passam, assim, dos "co-possíveis" ao possível "qualquer" ilimitado (quaisquer que sejam as formas, obtêm-se sempre a mesma grandeza total).

**Cic** (9;4) constrói inicialmente uma coluna, utilizando todas as peças "em pé", depois faz outra composta de três filas colocadas uma junto da outra, com as peças "deitadas" (C+C, C+B+B e B+A+A+A). - *"Ficou mais pequena"*. - "Qual ficou mais pequena?" - (Pensa) - *"Nenhuma"*. - "Nenhuma?" - *"Aí tem a mesma quantidade de peça"*. - Faz, em seguida, variações da mesma construção, dizendo que são figuras diferentes, mas de mesmo tamanho. Finalmente, faz uma figura disposta em quatro colunas (B+C, A+C, A+C e A+B+B). - "E essa, ficou do mesmo tamanho que as outras ou não?" - *"Ficou"*. - "Por que?" - *"Tem a mesma quantidade de peça"*. - "E o que mudou?" - *"As peça"*. - "Mudou como?" - *"Mudou de lugar"*. - "O que precisava para fazer maior?" - *"Mais peça"*. - "E para fazer menor?" - *"De menos"*.

**Ale (8;8)** . A experimentadora pede que ele faça, com as peças vermelhas, uma construção do mesmo tamanho que outra, que fizera com as azuis. Ele constrói uma da mesma altura, mas mais larga que a outra. "Elas estão do mesmo tamanho?" - (compara, com a mão, a altura das duas construções) "*Tão*". - "Por que?" - "*Porque elas tão igual de alto*". - "Mas elas estão do mesmo tamanho de todos os jeitos?" - "*Não*". - "Por que?" - "*Porque esta (a vermelha) tá mais comprida que a outra*". "Então tem uma mais grande que a outra?" - "*Não, tão do mesmo tamanho*".

O que caracteriza o nível II é o aparecimento da bidimensionalidade e a passagem das sucessões analógicas" aos "co-possíveis" (famílias simultâneas de possibilidades). As condutas de otimização passam a ser antecipadas, relacionando os novos projetos aos resultados obtidos anteriormente. Os sujeitos do nível IIA indicam a compreensão da bidimensionalidade falando de "mais formas", de "tudo misturado", "alto", "largo", "comprido" e até utilizando gestos para precisar as perpendiculares e as horizontais. Passam das "sucessões analógicas" aos "co-possíveis" (variações que sugerem muitos ao mesmo tempo e não um a um, gradualmente) em relação à bidimensionalidade.

**Mar (7;8)** faz um empilhamento de peças, começando com 2C, "deitadas", colocando a outra C sobre elas, no meio da construção, as 3B sobre a C (uma "em pé" no meio e as outras nas laterais, "deitadas"), terminando pelas 3A, cada uma delas colocada sobre uma das B. -"Ela ficou grande ?" - "*Ficou*". - "Ficou grande como?" - "*Ficou (grande) de assim (gesto |), mas de assim (—), não*". - "Dá para fazer uma mais grande que ela de todos os jeitos?" - "*Ah, não sei...*". Para, pensa, depois retira as peças A das que estavam sobre as B laterais e as coloca sobre a B "em pé" do meio da construção.

#### **2.3.4. A Realidade Parcialmente Escondida:**

No problema da " *realidade parcialmente escondida*", foi utilizado o seguinte material:

##### **Questão cor:**

a) uma caixa de sapatos de papelão, colocada sobre uma mesa, sendo as faces visíveis todas de uma só cor, branca;

b) um livro, que fica deitado sobre a mesa, sendo visíveis somente sua lombada (branca) e sua capa frontal (colorida predominantemente de verde), mas não sua capa posterior.

##### **Questão forma:**

c) objetos (uma bola de ping-pong e uma fivela de cinto em metal dourado), parcialmente escondidos em estopa e colocados dentro da caixa.

Eram propostas ao sujeito as seguintes situações:

Situação 1 (cor): A experimentadora apresentava ao sujeito a caixa de papelão, de modo que os lados que ele via eram todos da mesma cor, e perguntava : "Você vê todos os lados da caixa?", "Quais os lados que você vê?", "De que cor poderia ser o lado de trás?", "Como sabe?", "Poderia ser de outra cor?". Caso a resposta fosse positiva, prosseguia: " Será que ela poderia ser de outras cores ainda? Quais?", "De quantas cores ela poderia ser?". Caso o sujeito afirmasse que a cor do lado não visível só poderia ser igual à dos visíveis, a examinadora perguntava: "Não existe nenhuma outra cor possível para o lado de trás?", "Por que?", "Tem certeza?". Em qualquer caso, podia perguntar também: "Será que não pode existir uma cor impossível para esse lado (de trás)?" ou "uma cor que fosse errada?", ou "uma cor que não ficasse bonito?". Questões semelhantes a essas eram feitas em relação à capa posterior do livro.

Situação 2 (forma): A experimentadora mostrava ao sujeito o interior da caixa e os objetos parcialmente escondidos em estopa. Os objetos, de formas diferentes, podiam ou não ser reconhecidos a partir de sua parte visível. A experimentadora apontava para um deles e perguntava: "Como você acha que é este objeto aqui? Que forma ele tem?", "Como ele continua aqui em baixo?", "Como ele termina aqui", "Por que você acha que ele é assim?". Como a criança podia sentir dificuldade em dar nome às formas imaginadas para o objeto ou para descrevê-las, eram-lhe oferecidos lápis e papel para que ela as desenhasse. A examinadora prosseguia perguntando: "Ele poderia ser diferente?" ou "Poderia ter outra forma?". Em caso afirmativo, o interrogatório continuava com: "Como ele poderia ser?", "Por que você acha que ele pode ser assim?", "De que outras formas mais ele poderia ser?", "Quantas outras formas você imagina que ele pode ter?", "Quantas maneiras diferentes você acha que ele pode terminar?". Se o sujeito afirmar que o objeto só pode ser de uma forma, o examinador continuará: "Por que?", "Como você sabe?". Uma pergunta que se fazia sempre era: "Existe uma forma impossível aí em baixo?". O mesmo procedimento era repetido em relação ao outro objeto.

### **Classificação dos sujeitos:**

Os sujeitos que admitiam somente uma, ou hesitavam entre uma ou duas possibilidades em relação à parte não visível em qualquer das situações propostas, foram classificados no nível I.

**Lid (7;11)** Os lados não visíveis da caixa devem ser brancos. "Por que?" - *"Porque se a caixa inteira é branca, os dois lados também têm que ser branco"*. - "Mas será que não podia ser de outra cor?" - *"Não"*. - "Aqui (no lado de trás da caixa) tem que ser branco?" - *"Tem"*. A capa posterior do livro deve ser verde. "Por que você acha que tem que ser verde?" - *"Porque se em cima a capa é verde, a outra também tem que ser verde"*. - "Será que não podia ser de uma outra

cor?" - "Não". No caso da fivela, mostra, com um desenho, que a parte visível corresponderia à alça de um cadeado (travado). Admite, como possibilidade alternativa, que o cadeado poderia estar destravado. "Não podia ser outra coisa diferente?" - Hesita. "Acho que podia". E desenha somente a alça do cadeado. No caso do outro objeto, ela afirma que é uma bola, e a única variação possível é haver uns riscos (como se fossem costuras) na parte inferior (escondida) da mesma.

Vin (7;1) A caixa tem que ser toda branca. "Porque?" - "Porque a tampa é branca e os lado é branco". - "Será que não podia ser de uma outra cor?" - "Não". - "Por que não? Como você sabe?" - "Porque eu tenho 7 anos". A capa escondida do livro é verde "porque se a capa da frente é verde, a outra também tem que ser verde". "Mas será que ela não podia ser de uma outra cor?" - "Não". - "Tem certeza?" - "Tenho". Os outros dois objetos são bolas e só podem ser dessa forma. "Mas será que, em baixo, essa bola não podia ser diferente da parte de cima?" - "Não", responde sem hesitar, dizendo ter certeza de que tem que ser assim.

Foram classificados no nível II os sujeitos que admitiram um número limitado, mesmo que grande, de possibilidades em qualquer um dos casos das situações propostas (na pior das hipóteses, os que aceitaram duas possibilidades apenas). Foram também assim classificados aqueles que, embora se referindo a "todas", se prenderam ainda à possibilidade de atualizações (como no caso da menina admite "todas" as cores em relação ao lado da caixa, mas que acrescenta se tratar daquelas que pudessem ser pintadas sucessivamente, durante o tempo em que ela permanecesse de olhos fechados).

Pri (8;0) diz inicialmente que os lados podiam ser brancos, mas admite, depois, que podiam ser de outras cores. "De muitas cores, ou só de umas?" - "*De muitas cores*". A capa do livro pode ser colorida. "De uma cor só, ou todas misturadas?" - "*Pode ser de uma cor de cada vez, mas pode ser de todas cor misturada*". "De quantas cores você acha que podia ser? De muitas cores, ou só de algumas?" - "*Só de algumas*". - "De quantas cores?" - "*Umas 40, eu acho*". No caso da fivela, ela dá três possibilidades diferentes: um aro, um aro cortado ao meio e um outro, com a parte inferior retorcida. O outro objeto tem que ser redondo porque é uma bola. Mas admite que a bola podia terminar de um outro jeito e desenha uma bola cortada ao meio. "Ela pode terminar assim?" - "*É, quebrada*". E não vê mais nenhuma outra possibilidade.

Finalmente, foram classificados no nível III os sujeitos que, prontamente ou após algumas variações concretas, generalizaram para "qualquer um" ou para "infinitas possibilidades" em ambas as situações.

Ver (9;5) diz inicialmente que os lados escondidos da caixa podem ser brancos. "Precisam ser brancos, ou podem ser de outra cor?" - "*Pode ser de outra cor*". - "De que cor?" - "*Qualquer cor: amarelo, vinho,...*" Também a capa posterior do livro pode ser branca ou verde, "*mas também pode ser de qualquer outra cor*". No caso da fivela, acha que a parte escondida não precisa ser redonda como a visível. "*Podia ser diferente: quadrado, triângulo, qualquer coisa*". No caso da bola admite inicialmente que em baixo "*podia ser redondo*", mas acha que podia ser de outro jeito, embora não imagine como.

## 2.4. A Aprendizagem

As sessões de aprendizagem foram realizadas no problema da "maior construção possível com utilização dos mesmos objetos". Este problema, quando investigado por Piaget e seus colaboradores, tinha como objetivo o estudo da dinâmica dos possíveis, tanto sob o aspecto de sua multiplicação através de composição (ou sobredeterminação) de relações, como do ponto de vista de sua melhoria. Neste problema específico, a otimização exigia composição entre relações ou variações possíveis, pois a grandeza em questão (o volume) exige a coordenação entre três dimensões. Essas composições implicariam, então, no problema das relações entre o possível e o necessário, comum a todas as situações possíveis dedutíveis (Piaget, 1985;72).

A aprendizagem visava especificamente proporcionar aos sujeitos do grupo experimental as condições para que, partindo do nível I do possível - em que foram classificados no pré-teste em relação a esse problema - pudessem atingir o nível seguinte (II). Ou seja, ela tinha como objetivo levar os sujeitos das sucessões analógicas aos co-possíveis, da uni à bidimensionalidade e das tentativas (em geral fracassadas) de otimização por ensaios sem planejamento às condutas antecipadoras (que procuram evitar e não corrigir) produzidas pelo estabelecimento de relações entre os novos projetos e os resultados anteriores (id. ib.; 75/ 78).

As sessões de aprendizagem foram realizadas individualmente e sua duração e extensão dependeram de uma série de variáveis, entre as quais idade, ritmo e capacidade dos sujeitos e sua resistência à modificação dos esquemas de que dispunham. De qualquer forma, seu número não excedeu a oito, tendo-se utilizado nelas um outro material além daquele usado no pré-teste, e que já foi descrito.

Os sujeitos foram submetidos a cinco sessões semanais de aprendizagem, de 20 minutos cada uma, aproximadamente. A primeira sessão foi realizada no segundo dia após a criança ter sido submetida às provas do pré-teste. Foram eliminadas do experimento as crianças que faltarem a 3 sessões consecutivas da aprendizagem.

Os encontros com uma criança terminavam na sessão seguinte àquela em que ela manifestasse comportamentos do nível II, se tais comportamentos se mantivessem estáveis na sessão seguinte.

Nas sessões foram propostas às crianças basicamente as mesmas questões utilizadas no pré-teste, mas novas questões ou situações foram introduzidas com o objetivo de propiciar o conflito cognitivo, tanto sob o aspecto da otimização, quanto ao da passagem dos procedimentos por "sobrecomposição" ou analogias para os "co-possíveis" (com antecipação do resultado almejado), ou ao da bidimensionalidade (características do nível II).

Todos os comportamentos da criança, verbais ou não, foram sistematicamente anotados.

Os procedimentos utilizados nas sessões são exemplificados a seguir.

Nas primeiras sessões foi utilizado o mesmo material usado no pré-teste, sendo, mais tarde, introduzido o segundo material. A experimentadora deixava que, inicialmente, as crianças manipulassem as peças à vontade, explorando as possibilidades que o material oferecia ("possível físico). Em seguida, o sujeito era orientado a realizar "a maior construção possível" com os objetos, sendo-lhe propostas, então, as mesmas questões formuladas no pré-teste. A partir daí, o experimentador introduzia as questões que buscavam provocar o conflito cognitivo.

Relativamente à otimização, e dependendo do procedimento adotado pelo sujeito as questões propostas podiam ser:

a) "Mas você não usou todas as peças... Será que você poderia fazer maior (mais grande) usando todas elas?" ou "Você não poderia fazer maior usando todas elas?", se o sujeito não utilizava todas as peças.

b) "Você disse que as peças estavam todas uma sobre as (em cima das) outras, mas aqui tem duas que estão sobre uma só. Como a gente tinha que fazer para ficar maior ainda?" ou algo equivalente em relação ao comprimento, quando o sujeito fracassava em sobrepor ou alinhar as peças visando fazer mais alto ou mais comprido. Outra questão poderia ser: "Sem desmanchar tudo o que você fez, será que você não poderia mudar apenas algumas peças para fazer maior (ou menor)?".

c) Quando o sujeito não percebia que considerara maior uma construção que, na realidade era igual ou menor à anterior segundo a dimensão considerada, podia-se confrontar as duas construções, usando para tanto um outro conjunto de objetos igual ao utilizado pelo sujeito. A questão, neste caso, ficava sendo: "Você disse que esta construção é maior do que a que você fez antes. Mas veja, aqui está a outra construção. O que você disse está certo ou não?" e "Por que?". O confronto podia ser proposto mesmo que a situação não tivesse como ponto de partida a própria ação do sujeito.

d) "Será que você não poderia colocar estas peças (as médias e as grandes) de outro jeito para fazer maior?" ou "E se eu colocasse esta peça assim (perpendicular, transversal ou obliquamente às outras)? Será que a construção fica maior, menor ou do mesmo tamanho?".

Quanto à questão da bidimensionalidade, quando o sujeito não percebia senão uma única dimensão, a experimentadora mudava a construção, de vertical para horizontal se a dimensão privilegiada tivesse sido a altura, perguntando: "E se a construção ficar assim? Ela fica maior ou menor?", ou "Ela era grande de pé. E agora, como ela ficou? Ela deixou de ser grande?". No caso do sujeito afirmar que na nova posição a construção ficara menor, a experimentadora questionava: "Eu acho que ela

continua grande, só que de outro jeito. O que você acha?". Questões equivalentes eram propostas caso a dimensão privilegiada tivesse sido o comprimento. Utilizando o segundo jogo do material, fazia-se uma outra construção igual à do sujeito, mas segundo direção diferente daquela utilizada por ele, perguntando-lhe: "Essa construção é maior do que a sua ou não?". Caso a resposta fosse negativa, prosseguia-se com: "Mas veja, se eu mudar a posição da construção, ela fica exatamente como a sua. E então, elas são iguais ou não?" e "Elas são diferentes como?", "Mas o tamanho não é igual?" e assim por diante.

Em relação aos "co-possíveis", as questões propostas foram as seguintes:

a) "Será que você não pode fazer um construção igual a esta , mas maior (ou menor)?: Fazendo-se, com o segundo jogo do material, uma construção segundo uma dimensão diferente da utilizada pelo sujeito, perguntava-se: "Qual é a construção maior (ou menor), a minha ou a sua?", "Por que?", "A minha construção é igual à sua ou não?", "Qual é a maior (menor)?", "Por que?".

b) A experimentadora montava uma construção e pedia ao sujeito: "Usando as suas peças, faça uma construção maior que a minha, de pé e de comprido", ou "É possível fazer...?", "Não pode? Mas eu acho que tem um jeito. Como é que podia ser?" Repetia-se o processo para o caso de uma construção menor, "em pé e de comprido", ou combinando os atributos de outras formas.

Como era impossível propor todas estas situações ao sujeito, numa só sessão, principalmente no caso das crianças menores, optou-se por trabalhar, numa sessão, apenas as questões referentes a um ou dois aspectos do problema, ou por abordar somente algumas questões de cada aspecto.

Nas sessões seguintes, o trabalho iniciado era completado, enfocando-se o aspecto negligenciado na(s) sessão(ões) anterior(es) e introduzindo-se mais algumas questões do tipo das que já haviam sido propostas, ou utilizando-se um outro material para focar a(s) mesma(s) questão(ões). Às vezes, numa mesma sessão, eram

utilizados materiais diferentes para trabalhar situações que abordavam um aspecto característico do nível II. Em outras, utilizava-se um só material, mas trabalhando várias situações.

## **2.5. Pós-testes**

Foram administrados dois pós-testes aos grupos etários (tanto os experimentais quanto os de controle). Neles foram aplicadas as mesmas provas usadas no pré-teste, exceto a das "cores possíveis de uma realidade parcialmente escondida". A tarefa da "maior construção possível" foi aplicada novamente somente no segundo pós-teste. As tarefas, nos pós-testes, foram administradas a cada sujeito na mesma ordem em que haviam sido aplicadas no pré.

O pós-teste imediato (pós-teste 1) tinha como objetivo verificar o efeito da aprendizagem em relação aos conteúdos das outras provas. Ele foi administrado a cada sujeito do grupo experimental no segundo dia após ter ocorrido a sua última sessão de aprendizagem.

O objetivo do pós-teste retardado (pós-teste 2) era testar a estabilidade dos resultados da aprendizagem ou, se fosse o caso, o aparecimento de outros comportamentos relacionados aos problemas em jogo. Ele foi aplicado a cada sujeito quinze dias após a aplicação do pós-teste imediato.

No mesmo dia que esses pós-testes foram administrados a um dos sujeitos do grupo experimental, eles foram aplicados também ao seu correspondente no grupo de controle

### **3. Análise dos Resultados**

Terminada a aplicação do pós-teste retardado a todos os sujeitos dos grupos Experimental e Controle, os resultados obtidos por eles nas diferentes etapas do experimento foram organizados e são apresentados no quadro a seguir:

**Quadro I: Resultados Apresentados pelos Sujeitos dos Grupos Experimental e Controle nas Provas do Pré-Teste, Pós-Teste 1 e Pós-Teste 2, e pelos Sujeitos Experimentais ao Final do Processo de Aprendizagem**

	Nome	Sexo	Idade	n°ses	Pré - Teste					Pós - Teste 1				Pós - Teste 2			
					CC	CA	REC	REF	MC	CC	CA	REF	MC(US)	CC	CA	REF	MC
G.	Lid	F	7;11	8	nC	nC	I	I	I	nC	nC	II	II	nC	nC	II	I/II
	Mar	F	7;8	8	nC	nC	II	I	I	In	nC	I	II	In	nC	I	II
E	Vag	M	7;1	8	nC	nC	I	I	I	nC	nC	I	II	nC	nC	I	I/II
X	Sim	F	7;0	8	nC	nC	I	I	I	nC	nC	I	I/II	nC	nC	I	I
P	Tia	M	7;1	8	nC	nC	I	I	I	In	In	I	I/II	nC	In	I	I
E	And	F	8;4	8	nC	nC	I	I	I	In	nC	I	II	C	nC	I	I/II
R	Van	F	8;10	4	nC	nC	II	I	I	In	In	II	II	In	C	II	II
I	Die	M	8;4	5	nC	nC	I	I	I	nC	C	II	II	nC	C	II	II
M	Pri	F	8;0	4	nC	nC	II	I	I	nC	nC	I	II	nC	nC	I	I
E	Ale	M	8;8	7	nC	nC	I	I	I	In	nC	I	II	In	In	I	I
N	Rob	M	8;2	6	nC	nC	I	I	I	nC	nC	I	II	nC	nC	I	I/II
T	Cic	M	9;4	3	nC	nC	I	I	I	C	nC	I	II	C	In	I	I
A	Luc	F	9;7	7	nC	nC	I	I	I	In	nC	I	II	In	nC	I	I
L	Fab	M	9;4	5	nC	nC	II	I	I	nC	nC	I	I/II	nC	nC	I	I/II
G.	Vin	M	7;1		nC	nC	I	I	I	In	In	I		nC	nC	I	I
	And	M	7;4		nC	nC	II	I	I	nC	nC	I		nC	nC	I	I
C	Jul	F	7;3		nC	nC	II	I	I	nC	nC	I		nC	nC	I	I
O	Val	F	7;9		nC	nC	I	I	I	nC	In	I		nC	nC	I	I
N	Den	M	8;10		nC	nC	I	I	I	nC	nC	I		In	nC	I	I
T	Ang	F	8;11		nC	nC	II	I	I	nC	In	I		nC	nC	I	I
R	Tia	M	8;6		nC	nC	II	I	I	In	nC	II		C	In	I	I
O	Val	F	8;6		nC	nC	I	I	I	nC	nC	I		nC	nC	I	I
L	Dio	M	8;8		nC	nC	II	I	I	nC	nC	I		nC	nC	I	I
E	Pat	F	9;1		nC	nC	I	I	I	nC	In	I		nC	In	I	I
	And	M	9;0		nC	nC	II	I	I	nC	nC	I		nC	nC	I	I

**LEGENDA**

**C** : Conservador

**In**: Intermediário

**CA**: Conservação de área

**MC**: Maior construção possível

**CC**: Conservação de comprimento

**nC** : Não conservador

**I**: Nível I

**REC**: Realidade parcialmente escondida (cor)

**II**: Nível II

**REF**: Realidade parcialmente escondida (forma)

**III**: Nível III

**US**: Última sessão de ensino/aprendizagem

Os dados deste quadro serão analisados tendo em vista os objetivos propostos para a pesquisa.

### **Maior Construção Possível com os mesmos Objetos**

Conforme mostra o quadro I, no pré-teste, todos os sujeitos selecionados para o experimento, tanto os incluídos no grupo experimental como no de controle, encontravam-se no nível I em relação ao problema da maior construção possível com os mesmos objetos.

Os resultados dos sujeitos experimentais, em relação a essa questão, no pré-teste, no final do processo de intervenção e no pós-teste retardado, podem ser melhor examinados a partir do gráfico 1a.

Pode-se observar que o processo de aprendizagem levou 11 dos 14 sujeitos do grupo experimental (GE), mesmo se de modo incipiente, à bidimensionalidade em suas construções. Um deles - Cic (9;4) - conseguiu até chegar ao nível III, considerando todas as construções do mesmo tamanho, por serem feitas com as mesmas peças.

Somente 3 sujeitos não chegaram aos dois níveis superiores, o que, pela prova binomial, pode ser atribuído ao acaso ( $p = .029$ ,  $n = 14$ ). Mesmo assim, os 3 passaram a emitir respostas do subnível I / II, caracterizado como um nível de transição, pois nele se consegue localizar a o ponto inicial da formação dos co-possíveis: o objetivo continua unidimensional e apenas uma dimensão é considerada no momento de comparar o tamanho de duas construções, mas, nesse nível intermediário, os sujeitos começam a perceber que uma figura pode variar numa dimensão diferente daquela utilizada como parâmetro para essa comparação.

**Gráfico 1a. Resultados dos sujeitos do grupo experimental na prova da “maior construção possível”**

NÍVEL	PRÉ-TESTE	ULT. SES. APREND.	PÓS-TESTE RETARDADO
III		CIC (9;4)	
II		MAR (7;8)	MAR (7;8)
		VAN (8;10)	VAN (8;10)
		DIE (8;4)	DIE (8;4)
		LID (7;11)	
		VAG (7;1)	
		AND (8;4)	
		ROB (8;2)	
		PRI (8;0)	
		ALE (8;8)	
		LUC (9;7)	
I / II			LID (7;11)
			VAG (7;1)
			AND (8;4)
I	CIC (9;4)		
	MAR (7;8)		
	VAN (8;10)		
	DIE (8;4)		
	LID (7;11)		
	VAG (7;1)		
	AND (8;4)		
	ROB (8;2)		
	PRI (8;0)		
	ALE (8;8)		
LUC (9;7)			
FAB (9;4)			
SIM (7;0)			
TIA (7;1)			
		FAB (9;4)	FAB (9;4)
		SIM (7;0)	
		TIA (7;1)	
			CIC (9;4)
			PRI (8;0)
			ALE (9;8)
			LUC (9;7)
			SIM (7;0)
			TIA (7;1)

De qualquer maneira, a intervenção conseguiu sensibilizar suficientemente os 14 sujeitos do grupo para que apresentassem modificação positiva em seus

procedimentos. Pode-se supor, então, ser o modelo adotado para a aprendizagem capaz de mobilizar os possíveis dos sujeitos, agindo neles de forma a provocar um desequilíbrio e levando-os a buscar novas soluções para o problema apresentado.

Pelo pós-teste retardado, verifica-se que 4 dos 14 sujeitos do grupo mantiveram-se no patamar atingido com a intervenção, não sendo possível, pela prova binomial, considerar este resultado casual ( $n = 14$ ,  $p = .090$ ). A não estabilidade da aprendizagem nos outros 10 elementos do grupo sugere, no entanto, a existência de algum fator interferindo na manutenção das mudanças qualitativas apresentadas.

É possível que as modificações produzidas nos sujeitos pela intervenção não tenham sido suficientemente profundas para se manterem, ou que algumas crianças necessitassem de um maior número de sessões para assimilarem o novo conhecimento. Isso pode ter ocorrido por exemplo, no caso de Cic (9;4) e Pri (8;0), os quais, tendo alcançado os níveis superiores rapidamente, logo no início do processo de intervenção, acabaram sendo submetidos a 3 e 4 sessões de aprendizagem apenas, respectivamente. Ou no caso de Fab (9;4), cuja aprendizagem precisou ser interrompida, na 5a. sessão, para que ele pudesse ser submetido ao pós-teste retardado antes do encerramento do período anual de atividades da creche.

Confrontando-se os resultados desse pós-teste com os do pré, percebe-se ter havido um movimento qualitativo, não desprezível, de 8 dos 14 sujeitos do grupo, os quais passaram a apresentar comportamentos típicos de pelo menos um subnível superior. Entretanto, como os outros 6 sujeitos permaneceram no patamar no qual se classificaram inicialmente, a possibilidade de aumento qualitativo ou de permanência no nível inicial parece ser a mesma, ou seja, a intervenção realizada foi suficiente para modificar o sistema cognitivo dos sujeitos, mas não de modo estável.

Quanto ao grupo controle (GC), os dados relacionados com seus sujeitos, no pré-teste e no pós-teste retardado, estão apresentados no gráfico 1b.

**Gráfico 1b: Resultados dos sujeitos do Grupo Controle na prova da “maior construção possível”**

NÍVEL	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE RETARDADO
III		
II		
I / II		
I	VIN (7;1) —————	VIN (7;1)
	AND (7;40) —————	AND (7;4)
	JUL (7;3) —————	JUL (7;3)
	VAL (7;9) —————	VAL (7;9)
	DEN (8;8) —————	DEN (8;8)
	ANG (8;11) —————	ANG (8;11)
	TIA (8;6) —————	TIA (8;6)
	VAL (8;6) —————	VAL (8;6)
	DIO (8;8) —————	DIO (8;8)
	AND (9;0) —————	AND (9;0)
	PAT (9;1) —————	PAT (9;1)

Pelo gráfico, verifica-se que nenhum dos 11 sujeitos do grupo mostrou qualquer movimento evolutivo, apresentando todos, em ambos os pós-testes, os mesmos resultados atingidos no pré, o que certamente não representa um evento casual e indica ser o nível I o patamar de maior estabilidade do grupo.

Comparando-se os resultados dos dois grupos em relação à questão da “maior construção possível”, observa-se ser a tendência entre os sujeitos do grupo controle a de se manterem no patamar em que foram classificados no pré-teste, enquanto os do experimental apresentam uma movimentação positiva mais pronunciada, mesmo se ela não os conduz ao nível II do possível. Como esta diferença nos resultados dos dois grupos é significativa, pode-se supor que ela seja devida à intervenção realizada.

## Conservação de comprimento

O desempenho dos sujeitos do grupo experimental no pré-teste e nos pós-testes 1 e 2, na prova de conservação de comprimento, será analisado a partir do gráfico 2a:

**Gráfico 2a: Resultados dos sujeitos do Grupo Experimental na prova da conservação de comprimento**

NÍVEL	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO.	PÓS-TESTE RETARDADO
C		CIC (9;4)	CIC (9;4) AND (8;4)
In		AND (8;4) MAR (7;8) VAN (8;10) ALE (8;8) LUC (9;7) TIA (7;1)	MAR (7;8) VAN (8;10) ALE (8;8) LUC (9;7)
nC	CIC (9;4) AND (8;4) MAR (7;8) VAN (8;10) ALE (8;8) LUC (9;7) TIA (7;1) LID (7;11) VAG (7;1) SIM (7;0) DIE (8;4) PRI (8;0) ROB (8;2) FAB (9;4)	LID (7;11) VAG (7;1) SIM (7;0) DIE (8;4) PRI (8;0) ROB (8;2) FAB (9;4)	TIA (7;1) LID (7;11) VAG (7;1) SIM (7;0) DIE (8;4) PRI (8;0) ROB (8;2) FAB (9;4)

Comparando-se o desempenho dos sujeitos do grupo experimental no pré e no pós-teste imediato, nessa prova, observa-se terem eles se dividido, equitativamente, em dois subgrupos, de comportamentos diferentes. Dos 14 sujeitos, 7 permaneceram sem indícios de conservação. Dos 7 que apresentaram mudanças positivas, 6 passaram para o nível intermediário e um tomou-se conservador em comprimento. Constata-se, pela prova binomial, uma alteração qualitativa não casual ( $p = .605$ ,  $n = 14$ ), motivada pela influência de algum fator, mas não exercida, de modo uniforme, sobre todos os sujeitos.

Do pós-teste imediato ao retardado, verifica-se que apenas 2 sujeitos apresentaram modificações qualitativas em seu desempenho, um deles passando de intermediário a conservador e o outro regredindo para o patamar da não conservação, podendo esse movimento ser considerado casual ( $p = .006$ ).

Quando se comparam os resultados do pós 2 com os do pré-teste, observa-se que 8 dos 14 elementos do grupo permaneceram não conservadores, enquanto os outros 6 apresentaram uma movimentação positiva, 4 deles passando ao nível intermediário e 2, ao de conservação. A alteração qualitativa apresentada por 6 dos 14 sujeitos do grupo não pode ser atribuída ao acaso ( $p = .395$ , na prova binomial), devendo ser fruto da influência de algum fator.

Quanto aos sujeitos do grupo controle, a análise de seu desempenho na prova da conservação de comprimento pode ser feita a partir do gráfico 2b.

**Gráfico 2b: Resultados dos sujeitos do Grupo Controle na prova de conservação de comprimento**

NÍVEL	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO.	PÓS-TESTE RETARDADO
<b>C</b>			TIA (8;6)
<b>In</b>		TIA (8;6) VIN (7;1)	DEN (8;10)
<b>nC</b>	TIA (8;6) VIN 97;10 DEN (8;10) JUL (7;3) AND (7;4) VAL (7;4) ANG (8;11) VAL (8;6) DIO (8;8) PAT (9;1) AND (9;0)	DEN (8;10) JUL (7;3) AND (7;4) VAL (7;4) ANG (8;11) VAL (8;6) DIO (8;8) PAT (9;1) AND (9;0)	VIN (7;1) JUL (7;3) AND (7;4) VAL (7;4) ANG (8;11) VAL (8;6) DIO (8;8) PAT (9;1) AND (9;0)

Observando-se o gráfico, verifica-se que apenas 2 dos 11 sujeitos do grupo apresentaram mudanças positivas do pré para o pós-teste 1, atribuíveis ao acaso, de acordo com a prova binomial ( $p = .033$ ,  $n = 11$ ).

Do pós-teste 1 para o 2, observa-se a movimentação, não atribuível ao acaso ( $p = .113$ ), de 3 sujeitos: dos dois que se encontravam no nível intermediário, 1 se tornou conservador e o outro regrediu para a não conservação, enquanto o terceiro alterou positivamente seu comportamento, passando a emitir respostas do nível intermediário.

Analisando-se os resultados do pós teste retardado em relação aos encontrados no pré, percebe-se que somente 2 sujeitos demonstram uma mudança positiva, o que pode ser considerado casual ( $p = .033$ ).

O fato de 8 sujeitos terem permanecido não conservadores no pré-teste e nos pós-testes imediato e retardado demonstra a tendência do grupo a manter-se estável no patamar da não conservação.

A confrontação dos dados relativos aos grupos experimental e de controle, na prova da conservação de comprimento, sugere uma pequena evolução do primeiro grupo em relação ao segundo. A aplicação da prova Mann-Whitney não oferece apoio, no entanto, a essa impressão, nem entre os pós-testes 1 ( $z = -1,6120$  e  $p = .1070$ , com correção de empate), nem entre os pós 2 ( $z = -1,2864$  e  $p = .1983$ , com correção de empate) do GE e GC. Os dados indicam ser não significativa a diferença de desempenho dos grupos em relação à conservação de comprimento, existindo uma equivalência entre os resultados obtidos pelos dois grupos, de modo que as diferenças encontradas nas avaliações podem ser atribuídas ao acaso.

### **Conservação de área**

O gráfico 3a mostra a distribuição dos sujeitos do grupo experimental em relação à conservação de área no pré-teste e nos pós-testes imediato e retardado.

**Gráfico 3a: Resultados dos sujeitos do Grupo Experimental na prova de conservação de área**

NÍVEL	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO.	PÓS-TESTE RETARDADO
c		TIA (7;1) DIE (8;4)	TIA (7;1) DIE (8;4) VAN (8;10)
In		VAN (8;10)	ALE (8;8) CIC (9;4)
nC	TIA (7;1) DIE (8;4) VAN (8;10) ALE (8;8) CIC (9;4) LID (7;11) MAR (7;8) VAG (7;1) SIM (7;0) AND (8;4) PRI (8;0) ROB (8;2) LUC (9;7) FAB (9;4)	ALE (8;8) CIC (9;4) LID (7;11) MAR (7;8) VAG (7;1) SIM (7;0) AND (8;4) PRI (8;0) ROB (8;2) LUC (9;7) FAB (9;4)	LID (7;11) MAR (7;8) VAG (7;1) SIM (7;0) AND (8;4) PRI (8;0) ROB (8;2) LUC (9;7) FAB (9;4)

Nota-se, no pós-teste 1, que 11 dos 14 sujeitos do grupo experimental permaneceram sem indícios de conservação. Os outros três apresentaram progresso cognitivo, dois tornando-se conservadores e um passando para o nível intermediário, movimento esse, pela prova binomial, atribuível ao acaso ( $p = .029$ ,  $n = 14$ ).

Do pós-teste imediato para o retardado, somente 3 dos 14 sujeitos do grupo, modificaram positivamente seu desempenho, o que também pode ser considerado casual.

Comparando-se os resultados do pós-teste retardado com os do pré, verifica-se que 9 sujeitos permaneceram não conservadores e 5 apresentaram um movimento ascendente, 3 indo para o nível de conservação e 2 para o intermediário. Embora estes resultados pareçam indicar que a tendência do grupo é manter-se estável no patamar da não conservação, o movimento de 5 sujeitos em 14 não pode ser considerado casual ( $p = .212$ ), sugerindo a influência de algum fator de mudança.

Os resultados do grupo controle estão representados no gráfico a seguir.

**Gráfico 3b: Resultados dos sujeitos do Grupo Controle na prova de conservação de área**

NÍVEL	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO.	PÓS-TESTE RETARDADO
C			
In		VIN (7;1) VAL (7;9) ANG (8;11)	TIA (8;6) PAT (9;1)
nC	VIN (7;1) VAL (7;1) ANG (8;11) TIA (8;6) PAT (9;1) JUL (7;3) AND (8;4) DEN (8;10) VAL (8;6) DIO (8;8) AND (9;0)	TIA (8;6) PAT (9;1) JUL (7;3) AND (8;4) DEN (8;10) VAL (8;6) DIO (8;8) AND (9;0)	VIN (7;1) VAL (7;9) ANG (8;11) JUL (7;30) AND (8;4) DEN (8;10) VAL (8;6) DIO (8;8) AND (9;0)

O gráfico 3b mostra que, no pós-teste imediato, dos 11 sujeitos do grupo controle, 8 permaneceram no nível da não conservação e os outros 3 passaram para o

intermediário, uma movimentação não casual, de acordo com a prova binomial ( $p = .113$ ,  $n = 11$ ).

Do pós-1 ao pós-2, os 3 sujeitos que haviam apresentado uma mudança positiva retrocederam para o nível de não conservação. Dos outros 10, 8 se mantiveram não conservadores e 2 passaram para o nível intermediário. A mudança qualitativa de 5 sujeitos em 11 pode se atribuída ao acaso ( $p = .05$ ).

Comparando-se os resultados do pós-teste retardado com os do pré, verifica-se que 9 dos 11 sujeitos desse grupo permaneceram no nível da não conservação, enquanto apenas dois modificaram qualitativamente seu desempenho, sendo tal fato atribuível ao acaso ( $p = .033$ ) e sugerindo uma tendência do grupo em permanecer no patamar da não conservação.

A comparação dos resultados do grupo experimental com os de controle, principalmente daqueles obtidos no pós-teste 2, mostra uma pequena diferença no comportamento de ambos, de natureza mais qualitativa que quantitativa. Nota-se que os sujeitos experimentais não só atingiram níveis mais elevados de evolução (3 deles se tornaram conservadores, o que não ocorreu com nenhum elemento do grupo controle), como manifestaram maior estabilidade em suas aquisições.

Tal diferenciação entre os grupos não se mostra , no entanto, significativa. Aplicando-se a prova Mann - Whitney, entre os pós-testes imediatos ( $z = -.8098$  e  $p = .4186$ , com correção de empate), e entre os retardados ( $z = -.9496$  e  $p = .3423$ , com correção de empate) dos grupos experimental e controle, verifica-se que as diferenças encontradas nas avaliações podem ser consideradas casuais.

## Formas de uma Realidade Parcialmente escondida

Em relação ao quesito forma da prova de realidade parcialmente escondida, os resultados do grupo experimental são os apresentados no gráfico 4a.

Pode-se ver, pelo gráfico, terem sido todos os sujeitos do grupo experimental classificados no nível I, no pré-teste. No pós-teste imediato, 11 dos 14 sujeitos do grupo mantiveram-se nessa mesma posição, e apenas 3 apresentaram mudanças qualitativas, o que pode ser considerado casual ( $n = 14$ ,  $p = .029$ , pela prova binomial).

**Gráfico 4a: Resultados dos sujeitos do Grupo Experimental na prova das “formas de uma realidade parcialmente escondida”**

NÍVEL	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO.	PÓS-TESTE RETARDADO
III			
II		LID (7;11) VAN (8;10) DIE (8;4)	LID (7;11) VAN (8;10) DIE (8;4)
I	LID (7;11) VAN (8;10) DIE (8;4) VAG (7;1) TIA (7;1) MAR (7;8) SIM (7;8) AND (8;4) PRI (8;0) ALE (8;8) ROB (8;2) CIC (9;4) LUC (9;7) FAB (9;4)	VAG (7;1) TIA (7;1) MAR (7;8) SIM (7;0) AND (8;4) PRI (8;0) ALE (8;8) ROB (8;2) CIC (9;4) LUC (9;7) FAB (9;4)	VAG (7;1) TIA (7;1) MAR (7;8) SIM (7;0) AND (8;4) PRI (8;0) ALE (8;8) ROB (8;2) CIC (9;4) LUC (9;7) FAB (9;4)

Do pós-teste 1 para o 2, não se registraram modificações no desempenho dos sujeitos, indicando que seus sistemas cognitivos mantiveram-se estáveis .

Cotejando-se os resultados do pré-teste com os do pós 2, não se nota, na grande maioria dos sujeitos (8 em 11), qualquer mudança qualitativa, o que sugere ser o nível I o seu ponto de maior estabilidade, pois a movimentação de apenas 3 dos 11 elementos do grupo pode ser atribuída ao acaso ( $p = .029$ ).

Os resultados do grupo controle no quesito forma da prova da realidade parcialmente escondida podem ser vistos no gráfico a seguir.

**Gráfico 4b: Resultados dos sujeitos do Grupo Controle na prova das “formas de uma realidade parcialmente escondida”**

NÍVEL	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO.	PÓS-TESTE RETARDADO
III			
II		TIA (8;6)	
I	TIA (8;6)		TIA (8;6)
	VIN (7;1)	VIN (7;1)	VIN (7;1)
	AND (7;4)	AND (7;4)	AND (7;4)
	VAL (7;4)	VAL (7;4)	VAL (7;4)
	JUL (7;3)	JUL (7;3)	JUL (7;3)
	DEN (8;6)	DEN (8;6)	DEN (8;6)
	ANG (8;11)	ANG (8;11)	ANG (8;11)
	VAL (8;6)	VAL (8;6)	VAL (8;6)
	DIO (8;8)	DIO (8;8)	DIO (8;8)
	PAT (9;1)	PAT (9;1)	PAT (9;1)
	AND (9;0)	AND (9;0)	AND (9;0)

Pelo gráfico, podemos ver que, na passagem do pré para o pós-teste 1, apenas um sujeito apresentou movimento ascendente, seguido, porém, de uma regressão, na

passagem deste para o pós-2, modificações essas certamente casuais. Pode-se perceber, portanto, uma clara tendência do grupo à permanência no nível I, patamar em que se encontravam no pré-teste.

Confrontando-se os resultados dos grupos experimental e controle na prova da realidade parcialmente escondida (forma), observa-se em ambos pouca movimentação, quer positiva quer negativa, ou seja, há uma forte tendência, entre seus sujeitos a permanecerem na posição em que haviam sido classificados no pré-teste. Os dois grupos apresentam, pois, desempenhos equivalentes, seja no pós 1 (Mann-Whitney,  $z = -.8184$  e  $p = .4131$ , com correção de empate), ou no pós 2 ( $z = -1,6036$  e  $p = .1088$ , com correção de empate), e as diferenças encontradas são atribuíveis ao acaso.

### **A Diferença de Níveis em Cores de uma Realidade Parcialmente Escondida e os Resultados nas Diferentes Provas**

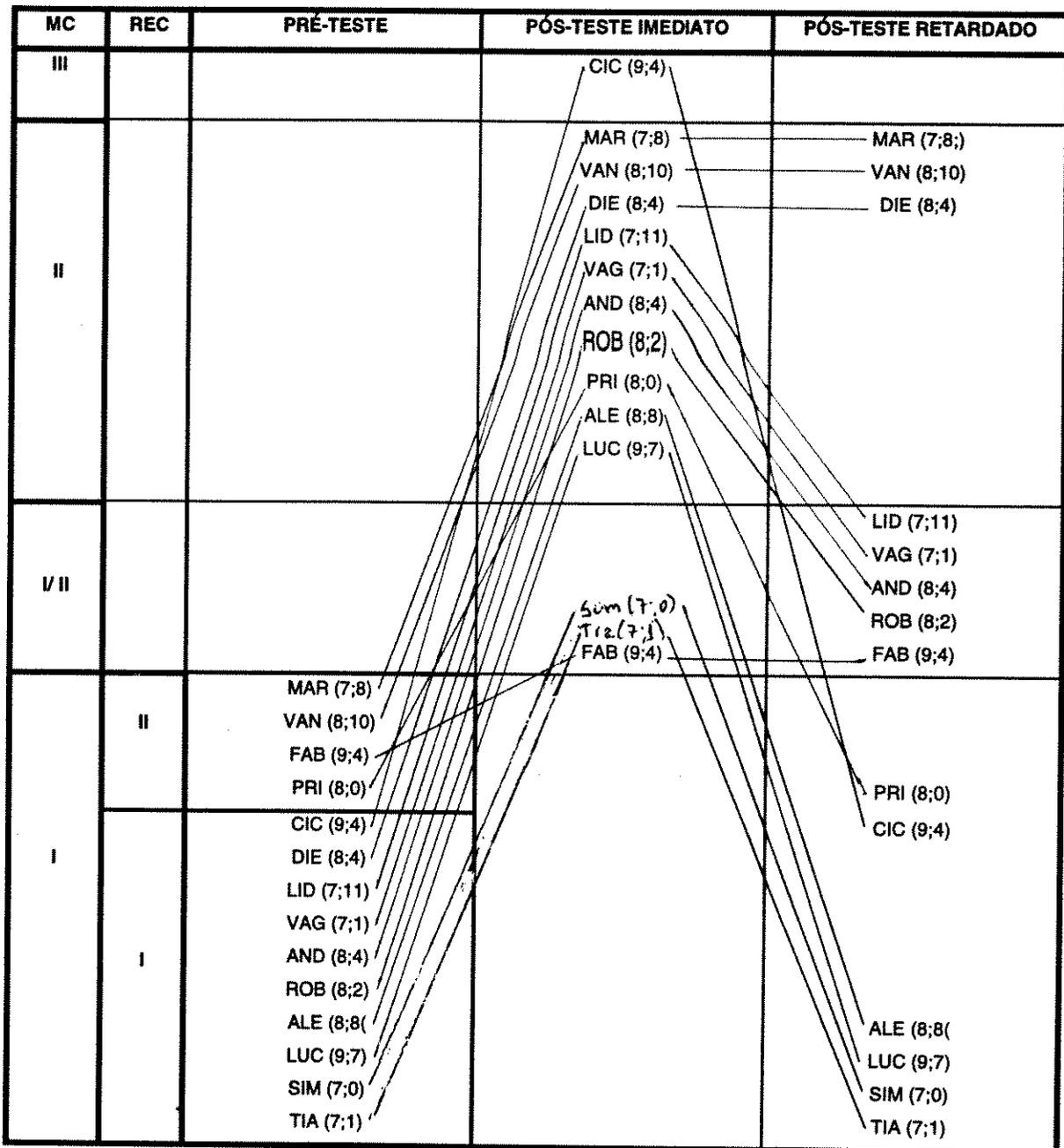
Selecionadas, no pré-teste, as crianças sem indícios de conservação de comprimento e de área e no nível I na “maior construção”, comprovou-se a existência, entre elas, de sujeitos em níveis diferentes no tocante à questão cor da prova da “realidade parcialmente escondida (REC)”. Para testar a interferência dessa variável, no desempenho dos sujeitos, nos demais conteúdos, GE e GC foram igualados em relação àquelas provas, mas de modo a incluir, em cada grupo, alguns sujeitos no nível I, e outros, no II, em relação à última (REC). Assim, no grupo experimental havia, ao final do estudo, 4 elementos no nível II da realidade escondida (cor) e 10 no nível I, e, no controle, 6 estavam no nível II e 5 no I.

## **Maior construção possível**

Pelo gráfico 5a podemos analisar o desempenho, no grupo experimental, de sujeitos situados em níveis diferentes na realidade escondida no tocante à maior construção possível (na qual todos se classificavam, inicialmente, no nível I).

Dos 4 sujeitos classificados no nível II na prova da realidade escondida (REC), 3 apresentaram movimento ascendente na última sessão de aprendizagem na maior construção (MC) e mantiveram, no pós-teste retardado, o mesmo resultado. O quarto sujeito, tendo alterado positivamente seu comportamento ao final da intervenção, não conseguiu manter-se, no pós-teste 2, no patamar alcançado, voltando a emitir respostas analógicas na prova da “maior construção.

**Gráfico 5a: Resultados dos sujeitos do Grupo Experimental, classificados em níveis diferentes em relação à prova da “realidade parcialmente escondida (cor)”, na prova da “maior construção possível”**



Em relação aos 10 sujeitos de GE classificados em I na prova da realidade escondida, ao final do processo de aprendizagem na maior construção, todos

mostraram evolução em relação a essa prova, porém, no pós-teste 2, somente um deles permaneceu estável no patamar alcançado, tendo os demais regredido, 4 deles para o nível intermediário I / II e 5, para o I.

Quanto ao grupo controle, pode-se observar, pelo gráfico 5b, que os sujeitos classificados em II em REC não apresentaram, em relação a MC, desempenho diferente do exibido pelos classificados em I.

**Gráfico 5b: Resultados dos sujeitos do Grupo Controle, classificados em níveis diferentes em relação à prova da “realidade parcialmente escondida (cor)”, na prova da “maior construção possível”**

MC	REC	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE RETARDADO
III			
I			
I			
V II			
I	II	JUL (7;3) ————— JUL (7;3) ANG (8;11) ————— ANG (8;11) TIA(8;1) ————— TIA(8;1) DIO (8;8) ————— DIO (8;8) AND (7;4) ————— AND (7;4) AND (9;0) ————— AND (9;0)	JUL (7;3) ANG (8;11) TIA(8;1) DIO (8;8) AND (7;4) AND (9;0)
		DEN (8;10) ————— DEN (8;10) VIN (7;1) ————— VIN (7;1) VAL (7;9) ————— VAL (7;9) VAL (8;6) ————— VAL (8;6) PAT (9;1) ————— PAT (9;1)	DEN (8;10) VIN (7;1) VAL (7;9) VAL (8;6) PAT (9;1)

A aplicação de uma prova estatística (Kruskal-Wallis) não mostrou, no entanto, diferença significativa quanto ao desempenho apresentado em relação à MC, no final do processo de aprendizagem, pelos sujeitos classificados em I ou II em REC ( $\chi^2 = .0394$ , D.F. 1,  $p = .8427$ , com correção de empate). No pós-teste retardado, a mesma prova mostrou uma diferença significativa ( $\chi^2 = 10,0459$ , D.F. 3,  $p = .0182$ , com correção de empate), mas entre o desempenho dos dois grupos, e não em relação a REC (Mann-Whitney,  $z = -1,2398$ ,  $p = .1976$ , com correção de empate).

### **Conservação de comprimento**

O gráfico 6a mostra o desempenho dos sujeitos do grupo experimental, classificados nos níveis I e II em REC, no tocante à conservação de comprimento. (Obs: Para facilitar a leitura dos gráficos, utilizou-se a notação A para indicar a ausência de indícios de conservação e P para indicar a presença desses indícios)

Pode-se verificar, pelo gráfico, que, dentre os 4 sujeitos classificados em II, no pré-teste, em REC, 2 passaram a mostrar indícios de conservação (1 no pós-1, e o outro, no pós-2), enquanto os outros 2 mantiveram-se sem indícios de conservação de comprimento. Entre os 10 designados como I, no pré-teste, nessa prova, 5 permaneceram não conservadores e os outros 5 passaram a apresentar indícios de conservação no pós-teste imediato, sendo que, no retardado, 1 desses últimos retornou ao patamar de não conservação. O exame do gráfico parece indicar a não existência de uma diferença significativa de desempenho entre sujeitos classificados em níveis diferentes em REC.

**Gráfico 6a: Resultados dos sujeitos do Grupo Experimental, classificados em níveis diferentes em relação à prova da “realidade parcialmente escondida (cor)”, na prova da conservação de comprimento**

CC	REC	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO	PÓS-TESTE RETARDADO
P			VAN (8;10)	VAN (8;10)
			AND (8;4)	AND (8;4)
			CIC (9;4)	CIC (9;4)
			ALE (8;8)	ALE (8;8)
			LUC (9;7)	LUC (9;7)
			TIA(7;1)	
A	II	VAN (8;10)		
		MAR (7;8)	MAR (7;8)	
		PRI (8;0)	PRI (8;0)	PRI (8;0)
		FAB (9;4)	FAB (9;4)	FAB (9;4)
	I	AND (8;4)		
		CIC (9;4)		
		ALE (8;8)		
		LUC (9;7)		
		TIA (7;1)		TIA (7;1)
		LID (7;11)	LID (7;11)	LID (7;11)
VAG (7;1)	VAG (7;1)	VAG (7;1)		
DIE (8;4)	DIE (8;4)	DIE (8;4)		
SIM (7;0)	SIM (7;0)	SIM (7;0)		
ROB(8;2)	ROB(8;2)	ROB(8;2)		

O desempenho dos sujeitos do grupo controle classificados em I ou II em REC em relação à conservação de comprimento pode ser examinado a partir do gráfico 6b.

Pode-se ver que, no pós-teste 1, apenas 2 elementos passaram a apresentar indícios de conservação de comprimento, sendo 1 deles classificado, em REC, no nível I e outro, no II. No pós-2, também 2 sujeitos apenas apresentaram indícios de

conservação, um classificado como I, em REC, e outro, como II. Isso parece indicar que, qualquer que fosse seu nível em relação a REC, as crianças tiveram desempenhos equivalentes.

**Gráfico 6b: Resultados dos sujeitos do Grupo Controle, classificados em níveis diferentes em relação à prova da “realidade parcialmente escondida (cor)”, na prova da conservação de comprimento**

CC	REC	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO	PÓS-TESTE RETARDADO
P			TIA (8;6) VIN (7;1)	TIA (8;6) DEN (8;10)
	II	TIA (8;6) JUL (7;3) ANG (8;11) DIO (8;8) AND (7;4) AND (9;0)	JUL (7;3) ANG (8;11) DIO (8;8) AND (7;4) AND (9;0)	JUL (7;3) ANG (8;11) DIO (8;8) AND (7;4) AND (9;0)
A	I	VIN (7;1) DEN(8;10) VAL (7;9) VAL(8;6) PAT (9;1)	DEN(8;10) VAL (7;9) VAL(8;6) PAT (9;1)	VIN (7;1) VAL (7;9) VAL(8;6) PAT (9;1)

A aplicação de prova estatística (Kruskal-Wallis, com correção de empate) vem confirmar as conclusões antecipadas: nem no pós-teste imediato ( $\chi^2 = 2,6111$ , D. F 3,  $p = .4555$ ), nem no retardado ( $\chi^2 = 1,7941$ , D.F. 3,  $p = .6162$ ), se apresenta qualquer diferença significativa de desempenho, em conservação de comprimento, entre sujeitos classificados em I ou II, em REC, em qualquer dos grupos.

## Conservação de área

O gráfico 7a mostra o desempenho dos sujeitos do grupo experimental classificados em I ou II em REC no tocante à conservação de área.

Observa-se, pelo gráfico, que, no pós-teste imediato, 3 sujeitos passaram a apresentar indícios de conservação de área, um classificado, no pré teste, no nível II em REC e 2, no nível I. No pós-teste retardado, temos 5 sujeitos com indícios de conservação, 1 no nível II em REC, e os outros 4, no nível I.

**Gráfico 7a: Resultados dos sujeitos do Grupo Experimental, classificados em níveis diferentes em relação à prova da “realidade parcialmente escondida (cor)”, na prova da conservação de área**

CA	REC	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO	PÓS-TESTE RETARDADO	
P			VAN (8;10)	VAN (8;10)	
			DIE (8;4)	DIE (8;4)	
			TIA (7;1)	TIA (7;1)	
				ALE (8;8) CIC (9;4)	
A	II	VAN (8;10)			
		FAB (9;4)	FAB (9;4)	FAB (9;4)	
		MAR (7;8)	MAR (7;8)	MAR (7;8)	
		PRI (8;0)	PRI (8;0)	PRI (8;0)	
	I		DIE (8;4)		
			TIA (7;1)		
			ALE (8;8)	ALE (8;8)	
			CIC (9;4)	CIC (9;4)	
			LID (7;11)	LID (7;11)	LID (7;11)
			VAG (7;1)	VAG (7;1)	VAG (7;1)
			SIM (7;0)	SIM (7;0)	SIM (7;0)
			AND (8;4)	AND (8;4)	AND (8;4)
			ROB (8;2)	ROB (8;2)	ROB (8;2)
			LUC (9;7)	LUC (9;7)	LUC (9;7)

Quanto ao grupo controle, verifica-se, pelo gráfico 7b, que 3 sujeitos apresentam indícios de conservação no pós-1, 2 dos quais classificados no nível I em REC, no pre-teste, e 1, no nível II. No pós-2, apenas 2 sujeitos apresentam esses indícios, dos quais um no nível I, em REC, e outro, no nível II.

Aplicando-se prova estatística (Kruskal-Wallis, com correção de empate), verifica-se que, tanto no pós-1 ( $\chi^2 = 3,1270$ , D.F 3,  $p = .3725$ ), quanto no pós-2 ( $\chi^2 = 1,7941$ , D.F. 3,  $p = .6162$ ), não existe diferença significativa de desempenho entre os sujeitos dos grupos experimental e controle, em níveis distintos em relação a REC.

**Gráfico 7b: Resultados dos sujeitos do Grupo Controle, classificados em níveis diferentes em relação à prova da “realidade parcialmente escondida (cor)”, na prova da conservação de área**

CA	REC	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO	PÓS-TESTE RETARDADO
A	II	ANG (8;11)	ANG (8;11)	TIA (8;6)
		TIA (8;6)	TIA (8;6)	PAT (9;1)
	I	JUL (7;3)	JUL (7;3)	JUL (7;3)
DIO (8;8)		DIO (8;8)	DIO (8;8)	JUL (7;3)
AND (7;4)		AND (7;4)	AND (7;4)	DIO (8;8)
AND(9;0)		AND(9;0)	AND(9;0)	AND (7;4)
VAL (7;9)		VAL (7;9)	VAL (7;9)	AND(9;0)
P		VIN (7;1)	VIN (7;1)	VIN (7;1)
		PAT (9;1)	PAT (9;1)	PAT (9;1)
		VAL (8;6)	VAL (8;6)	VAL (8;6)
		DEN(8;10)	DEN(8;10)	DEN(8;10)

## Realidade parcialmente escondida (forma)

O gráfico 8a mostra que apenas 3 sujeitos do grupo experimental apresentaram indícios de co-possível no tocante à realidade parcialmente escondida (forma), dos quais 2 designados como I em REC e 1 como II.

**Gráfico 8a: Resultados dos sujeitos do Grupo Experimental, classificados em níveis diferentes em relação à prova da “realidade parcialmente escondida (cor)”, na prova da “realidade parcialmente escondida (forma)”**

REF	REC	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO	PÓS-TESTE RETARDADO
II			VAN (8;10) LID (7;11) DIE (8;4)	VAN (8;10) LID (7;11) DIE (8;4)
I	II	VAN (8;10) MAR (7;8) PRI (8;1) FAB (9;4)	MAR (7;8) PRI (8;1) FAB (9;4)	MAR (7;8) PRI (8;1) FAB (9;4)
	I	LID (7;11) DIE (8;4) SIM (7;0) TIA (7;1) VAG (7;1) AND (8;4) ALE (8;8) ROB(8;2) CIC (9;4) LUC (9;7)	SIM (7;0) TIA (7;1) VAG (7;1) AND (8;4) ALE (8;8) ROB(8;2) CIC (9;4) LUC (9;7)	SIM (7;0) TIA (7;1) VAG (7;1) AND (8;4) ALE (8;8) ROB(8;2) CIC (9;4) LUC (9;7)

Pelo gráfico 8b, vemos que somente um sujeito do grupo controle, classificado como I em REC, apresentou indícios de co-possível em realidade parcialmente escondida (forma), no pós 1, regredindo, no entanto, para o nível I, no pós 2.

**Gráfico 8b: Resultados dos sujeitos do Grupo Controle, classificados em níveis diferentes em relação à prova da “realidade parcialmente escondida (cor)”, na prova da “realidade parcialmente escondida (forma)”**

REF	REC	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO	PÓS-TESTE RETARDADO	
II					
I	II	TIA (8;6)		TIA (8;6)	
		AND (7;4)	AND (7;4)	AND (7;4)	
		JUL (7;3)	JUL (7;3)	JUL (7;3)	
		ANG (8;11)	ANG (8;11)	ANG (8;11)	
		DIO (8;8)	DIO (8;8)	DIO (8;8)	
		AND (9;0)	AND (9;0)	AND (9;0)	
	I	I	VIN (7;1)	VIN (7;1)	VIN (7;1)
			VAL (7;9)	VAL (7;9)	VAL (7;9)
			DEN (8;10)	DEN (8;10)	DEN (8;10)
			PAT (9;1)	PAT (9;1)	PAT (9;1)

Esses resultados parecem indicar a não existência de uma diferença de desempenho significativa entre os sujeitos do GE e do GC, classificados em níveis distintos em relação a REC

## **IV Considerações finais**

### **1. As Conclusões Possíveis**

Qualquer prática pedagógica pressupõe uma teoria explicativa, mesmo se inconsciente, da relação entre os indivíduos e a cognição e dos papéis reservados, nessa relação, ao sujeito e ao conhecimento. Qualquer avanço nessa prática depende, certamente, do acesso dos educadores ao conhecimento acumulado nesse campo e continuamente produzido por pesquisas realizadas com o intuito de aprofundá-lo e ampliá-lo. Esse acesso é imprescindível, mesmo quando obriga os educadores a se aventurarem por assuntos mais ligados aos campos da filosofia ou da psicologia.

A pesquisa relatada neste trabalho representa uma pequena contribuição para a ampliação dos conhecimentos existentes sobre a cognição e o desenvolvimento cognitivo. Seu suporte teórico encontra-se na obra de Piaget e de seus colaboradores no Centro de Epistemologia Genética de Genebra.

A teoria piagetiana é geralmente descrita como interacionista-construtivista: interacionista porque coloca a origem do conhecimento nas interações do sujeito com os objetos de conhecimento, e construtivista porquanto supõe estar o conhecimento subordinado a certas estruturas de ação, não encontradas nem no sujeito nem nos objetos, mas construídas por aquele em suas interações com estes. Essa visão construtivista do desenvolvimento cognitivo requer a investigação detalhada do processo de formação dos conhecimentos e, principalmente, dos estados iniciais dessa formação. Isso, para Piaget, significa estudar como se formam os “possíveis”, como

surge a possibilidade de uma nova idéia ou ação a partir das anteriores. Significa, também, investigar as relações entre o processo de abertura para novos possíveis e o desenvolvimento das estruturas cognitivas, uma vez que são estas os mecanismos utilizados pelos sujeitos, em cada estágio de sua evolução cognitiva, para interpretar novas informações a respeito dos objetos.

Com base nesse quadro teórico, montou-se um estudo visando explorar as relações entre a evolução dos possíveis e as aquisições operatórias. Foi planejada uma intervenção - um processo de aprendizagem no problema da “maior construção com os mesmos objetos”, utilizando a técnica do conflito cognitivo. Procurou-se estudar, especificamente

1 - o efeito da aprendizagem por “conflito cognitivo”: a) na abertura para novos possíveis, tanto no problema utilizado na intervenção quanto na questão da “realidade parcialmente escondida (forma)” e b) nas estruturas operatórias, em relação às conservações de comprimento e de área;

2 - a estabilidade dessas aquisições,

3 - se a configuração dos conteúdos em cada sujeito se mantinha após a aprendizagem, e, finalmente,

4 - se sujeitos, em níveis diferentes no tocante à questão cor na prova da “realidade parcialmente escondida”, apresentariam desempenhos diferentes em relação aos demais conteúdos.

Antes da discussão dos resultados do experimento, tomam-se necessárias algumas observações a respeito do processo de aprendizagem realizado.

Para a melhor compreensão das mesmas, toma-se conveniente lembrar que as crianças selecionadas no pré-teste para participarem desse estudo, no grupo experimental ou no de controle, foram aquelas classificadas como pré-operatórias em

relação às conservações de comprimento e de área e no nível I na “maior construção” (isto é, crianças para as quais o significado de “maior” permanece unidimensional) e nas “formas de uma realidade parcialmente escondida”.

Na aplicação do pré-teste e depois, durante a intervenção, notou-se que, na prova da “maior construção”, alguns sujeitos apresentavam o comportamento típico do nível I, descrito nos trabalhos de Piaget (1985: 73-4). Este caracterizava-se pela incapacidade de otimizar suas construções, pelo fato de alimentarem premissas falsas em relação à questão. As mais comuns dentre estas eram: a inversão na ordem de colocação das peças altera o tamanho da construção, e este depende da posição que as peças maiores (ou menores) nela ocupam. Além disso, nem sempre compreendiam a relação entre o tamanho da figura e o de suas partes (por exemplo, numa construção em colunas, “a construção é grande porque esta parte dela - uma das colunas - é grande”).

Observou-se, porém, que, no decorrer da intervenção, alguns sujeitos, ao efetuarem as construções pedidas pelo experimentador, utilizavam certos procedimentos não descritos nos trabalhos piagetianos. Mesmo considerando apenas uma dimensão para efetuar uma construção maior, menor ou do mesmo tamanho que outra, dada como modelo, essas crianças apresentavam procedimentos corretos de otimização, dirigidos para a consecução de um fim determinado, o que Piaget (1985; 74-5) só observa no nível IIA, quando surgem os primeiros indícios de bidimensionalidade. Ao pedido da “maior construção possível com todas as peças”, por exemplo, algumas crianças, reagiam, sem qualquer hesitação, colocando, sucessivamente, cada peça, “em pé”, sobre a anterior. Durante as sessões experimentais, observou-se, também, que esses procedimentos de otimização e melhoria, mesmo conservando seu objetivo unidimensional, foram sendo gradualmente dominados pelos sujeitos que não os apresentavam inicialmente. Pode-se supor, então, que eles constituem uma etapa indispensável da evolução do nível I para o II, nessa situação-problema.

Tendo em vista seu desempenho na situação mencionada, os sujeitos experimentais, ao final das sessões de aprendizagem, puderam ser, grosso modo, divididos em dois grupos.

No primeiro encontram-se os sujeitos que permaneceram unidimensionais. São os sujeitos que resistiram ao conflito, assegurando que duas construções iguais, mas colocadas em posições diferentes, têm tamanhos diferentes: *“as figuras tão iguais, mas esta é mais grande”*, ou *“essa tá mais grande porque ela tá de pé essa outra tá mais pequena porque tá deitada”*. Esses foram os sujeitos que, no pós-teste retardado, se situaram no nível I.

O segundo grupo é formado pelos sujeitos que atingiram, pelo menos, a bidimensionalidade. A maioria deles chegou a esse resultado pela experiência do conflito. Elas foram levadas a reconhecer que uma figura não muda de tamanho ao mudar sua posição em relação à superfície da mesa. Algumas crianças, no entanto, utilizaram, já nas primeiras sessões de aprendizagem, um conceito, embora incipiente, de bidimensionalidade. Para esses sujeitos, a construção ser maior ou menor dependia do “tamanho” da região delimitada pelas peças sobre o plano definido pela superfície da mesa. As peças, nesse caso, funcionavam como a fronteira, como o “envoltório” de uma certa região do plano, que ficava tanto maior ou tanto menor quanto mais afastadas ou mais próximas estivessem as peças entre si.

Constatou-se, porém, a existência de um terceiro grupo, cujos sujeitos, embora conservassem um objetivo unidimensional, perceberam que uma construção podia variar de tamanho em outra dimensão, e simultaneamente, com aquela ainda utilizada como seu único referencial (até usando corretamente termos como “alta”, “baixa”, “larga”, “comprida”). É esse, por exemplo, o caso do menino que considera de mesmo tamanho duas construções de mesma altura, *“porque elas tão iguais de alto”*, mesmo notando que *“esta tá mais comprida que a outra”*.

Esse comportamento, inédito na literatura que trata dos possíveis nessa situação, parece caracterizar o co-possível em sua fase embrionária, exatamente no ponto inicial de sua formação. Por esse motivo, tal comportamento foi interpretado pela autora como representativo de um nível intermediário entre o I e o II, apresentados nos trabalhos piagetianos. Visando estabelecer, de modo mais preciso, a evolução dos possíveis no problema em questão, procedeu-se a uma nova classificação, na qual foi esse nível intermediário foi designado por I / II.

Com relação aos resultados do experimento, pôde-se observar que, ao final do processo de intervenção, os sujeitos do grupo experimental demonstraram ter evoluído no problema da maior construção possível, embora nem todos tenham alcançado o nível II. Três crianças somente não o atingiram, chegando, todavia, até o seu limiar, o subnível I / II, no qual os sujeitos passam a admitir variações no tamanho de uma figura, numa dimensão diferente daquela usada como referencial único nessa questão, caracterizando os primeiros indícios de co-possibilidade. Num processo de aprendizagem por conflito cognitivo, cujo objetivo era apenas levar os sujeitos a atingirem os co-possíveis, houve até um sujeito que chegou ao nível III, do possível qualquer.

Os resultados obtidos na prova da “maior construção possível” pelo grupo controle não indicam qualquer evolução, entre seus elementos, na passagem do pré-teste para o pós-teste retardado. A manipulação do material utilizado na prova, nessas duas ocasiões, não se mostrou suficiente para mobilizar os sujeitos, levando-os a apresentarem modificações nas suas estruturas cognitivas.

Ao se confrontarem os resultados dos dois grupo em relação ao problema mencionado, pode-se, então, concluir que a aprendizagem só ocorreu pela utilização do conflito cognitivo. Isso demonstra, certamente, a eficácia dessa técnica para produzir modificações nos esquemas de assimilação dos sujeito.

Pode-se argumentar contra tal afirmação apontando-se para a regressão apresentada pelos sujeitos do grupo experimental no pós-teste retardado. Se, de fato, esta ocorreu, a verdade é que houve, indubitavelmente, uma evolução dos esquemas das crianças, em relação aos dados colhidos no pré-teste: a maioria delas situou-se, no pós-teste 2, pelo menos em um nível acima daquele em que foram classificadas inicialmente. Mesmo os sujeitos que permaneceram no nível I mostraram ter evoluído. Seu progresso foi observado em relação aos procedimentos visando a otimização e a melhoria de suas construções, embora o objetivo, tenha permanecido limitado à unidimensionalidade.

Em outras palavras, a flutuação nas respostas dos sujeitos sugere que ocorreu um desequilíbrio, bastante forte para modificar seu esquema de procedimentos, mas insuficiente para modificar seu esquema presentativo, aquele que permite a compreensão dos dados da realidade, num dado momento. O subnível indicado por I/II, no qual se situaram 5 dos sujeitos experimentais no pós-teste 2, mostra o ponto de mutação desse esquema presentativo, o início de sua transformação.

Por outro lado, as sessões de aprendizagem foram interrompidas assim que o sujeito revelou ter atingido o nível II. Este fato pode ter tido uma influência desfavorável na modificação dos esquemas, impedindo a consolidação dos mesmos. Isso pode ter ocorrido, principalmente, nos casos em que a passagem de um nível a outro se deu logo nas primeiras sessões da intervenção (o que já foi comentados anteriormente). Uma hipótese a ser investigada é a de que uma aprendizagem por conflito cognitivo, para proporcionar a incorporação de seus resultados, pode precisar de mais sessões.

Inegavelmente, o processo de intervenção não atingiu todos os sujeitos do mesmo modo. O próprio Piaget admite, porém, que existem inúmeras variáveis afetando o desenvolvimento espontâneo dos indivíduos, entre as quais, a inteligência, a experiência passada, a cultura em que vivem... Ora, o desenvolvimento provocado por uma intervenção, por ser esta um processo planejado, não deixa de estar submetido à interferência dessas mesmas variáveis, que explicam, até certo ponto, a maior ou

menor sensibilidade dos sujeitos ao processo de aprendizagem e à técnica do conflito cognitivo nele utilizado.

Além disso, é preciso ter consciência do fato de que nem todo progresso cognitivo pode ser facilmente identificado ou medido. Os instrumentos e técnicas desenvolvidos até o presente, com essa finalidade, não se têm mostrado totalmente eficientes ou indiscutivelmente confiáveis.

Quanto ao efeito da aprendizagem sobre as estruturas operatórias (conservações de comprimento e de área), a análise dos resultados não permite uma resposta afirmativa, porque as diferenças encontradas entre os grupos experimental e de controle foram atribuídas ao acaso.

Seria necessária, no entanto, a realização de outras pesquisas, contando com a participação de um número maior de sujeitos, para investigar melhor essa questão.

Em relação à conservação de comprimento, verificaram-se modificações qualitativas positivas no grupo experimental, do pré ao pós-teste 1 e do pré ao pós-2, não atribuíveis ao acaso. Além disso, a conservação de comprimento pode ser considerada como um pré-requisito para a coordenação entre duas dimensões, implicada na passagem do nível I para o II, no problema da maior construção. Uma pesquisa baseada nesta hipótese poderia esclarecer melhor a relação entre a evolução dos possíveis e a conservação operatória.

No tocante ao efeito da aprendizagem na maior construção sobre a abertura para novos possíveis na prova da realidade parcialmente escondida (forma), chegou-se também, a uma conclusão negativa. A equivalência entre os desempenhos apresentados pelos grupos experimental e controle sugere que as modificações encontradas devem ser atribuídas a outros fatores, e não ao processo de aprendizagem realizado.

Um fato, porém, não pode passar despercebido: nos sujeitos do grupo experimental se percebeu, em geral, uma maior mobilização das estruturas cognitivas. Quando se comparam os resultados alcançados, no pré e no pós-teste retardado, pelos elementos dos dois grupos, essa diferença fica nítida. Observa-se ter havido mais sujeitos, dentre os do GE, apresentando modificações em suas estruturas operatórias e/ou demonstrando uma reorganização de suas hipóteses sobre os objetos da realidade, de modo a construir novos sistemas interpretativos, do que entre os do GC que. Nota-se, que somente 3 dos 11 sujeitos do GC alteraram qualitativamente seus comportamentos, enquanto o mesmo ocorreu com 12 dos elementos do GE. Da mesma forma, somente um elemento do GC apresentou evolução em duas provas, enquanto 7 dos 14 sujeitos do GE mostraram progresso em duas ou mais.

Esta evolução mais pronunciada no desempenho do grupo experimental parece reforçar a tese da necessidade de mais pesquisas explorativas das relações entre a evolução dos possíveis e as aquisições operatórias.

Finalmente, a diferença de níveis de possíveis na prova das “cores possíveis de uma realidade parcialmente escondida (REC)” não parece ter interferido nas aquisições dos sujeitos. A análise dos resultados dos sujeitos do GE e do GC, visando captar a influência dessa variável no desempenho dos sujeitos, mostra que ela não influenciou, nem em relação à operatoriedade, nem quanto à evolução dos possíveis na questão das “formas de uma realidade parcialmente escondida (REF)”. Isso parece mostrar que a evolução no possível em combinações livres das ações do sujeito não é pré-requisito para o desenvolvimento da cognição nos outros conteúdos.

## 2. Possíveis Implicações para a Prática Pedagógica

Ao final deste trabalho, torna-se necessário tecer algumas considerações a respeito das implicações que possa ter no nível educacional, em relação à educação matemática e à educação, de uma forma geral. Essas considerações serão feitas do ponto de vista piagetiano, que concebe o sujeito do conhecimento como um ser ativo interagindo com os objetos da realidade e (re)construindo o conhecimento nessa interação. Isso supõe, então, uma prática pedagógica que não busque a padronização de atitudes e idéias, mas contemple as diferenças individuais, valorize a participação ativa do aluno na descoberta de propriedades e relações, e o desafie, propondo questões que o induzam a explorar os dados, a imaginar diferentes soluções para uma questão, a discutir os resultados produzidos nessa exploração.

Em relação à educação matemática, alguns dados interessantes foram colhidos a respeito de como as crianças estruturam seus conhecimentos. No do campo específico da geometria, pôde-se perceber como elas desenvolvem certos conceitos, compreendem algumas representações e utilizam termos ligados a esse ramo do saber humano. Se os dados coletados neste estudo podem fornecer indicações valiosas para o trabalho a ser desenvolvido com esse conteúdo em sala de aula, a análise do comportamento das crianças ante as nele colocadas sugere a necessidade de mais investigações sobre a relação entre a criança e o conhecimento de natureza geométrica.

Um dos dados merecedores da atenção dos educadores matemáticos diz respeito à (pseudo)necessidade de construir figuras simétricas, demonstrada pela maioria das crianças. Muitas vezes, elas desmanchavam suas construções, simplesmente porque não sabiam onde colocar uma última peça, de modo a obter uma

figura simétrica - o que não era difícil de acontecer por disporem de um conjunto de 9 peças, em 3 tamanhos diferentes, com 3 peças de cada tamanho.

Isso sugere a possibilidade de se iniciar um trabalho exploratório sobre simetria já nas séries iniciais do 1º grau, conduzido a partir de atividades com material concreto bem simples, como o utilizado na prova piagetiana. Seu objetivo inicial seria levar as crianças a perceberem a existência de figuras simétricas e não-simétricas - contribuindo para a abertura para novos possíveis e, portanto, para a reestruturação do pensamento infantil - e a explorarem as noções de simetria e assimetria na construção de figuras geométricas e de objetos da realidade.

Outra questão interessante, do ponto de vista da educação matemática, é o significado atribuído pelas crianças ao termo "maior", no caso da "maior construção possível". Para elas, a construção "maior" era, em geral, a "mais alta", sendo a altura concebida, nesse caso, perpendicularmente ao plano definido pela superfície da mesa sobre a qual as construções eram realizadas. Poucas crianças utilizaram, inicialmente, um outro critério para efetuarem essa "maior construção".

Pode ser que, dentre as dimensões, a altura seja mesmo a mais perceptível. Existem muitas situações, no dia-a-dia, nas quais o significado de maior está relacionado com a altura (o irmão "maior" é, geralmente, "mais alto", por exemplo). Porém, uma conceituação mais abrangente de tamanho requer a coordenação das três dimensões.

Este experimento deixou patente, no entanto, que tal coordenação só se torna possível quando as crianças passam a perceber a existência de mais dimensões além da altura, e simultâneas a ela. Por isso, seria importante planejar um trabalho pedagógico em diferentes dimensões, visando possibilitar sua coordenação.

Atividades como a construção de figuras usando materiais variados - sabão, argila, sucata (embalagens de pasta dental, remédios, etc., por exemplo) ou mesmo brinquedos de montar, já comercializados, como Lego e outros - oferecem excelentes

oportunidades para os alunos perceberem as dimensões envolvidas em construções ou por si mesmos, ou provocados por questões levantadas pelo professor.

No transcórre deste estudo, verificou-se, também, mesmo entre as crianças maiores - e, portanto, com mais tempo de escolarização - pouca compreensão de termos como altura, largura e comprimento.

As dificuldades na utilização desses termos devem estar relacionadas ao fato de que eles não podem ser considerados de modo absoluto, mas dependem de uma convenção, quase nunca explicitada. Por exemplo, a altura é comumente considerada no sentido dado pelas crianças no experimento, isto é, perpendicularmente ao plano do solo, do chão.

Muitas vezes, nem os próprios professores percebem que, numa outra situação o mesmo não acontece. Num desenho, por exemplo, a altura pode estar sendo considerada em relação a um outro referencial, uma das bordas do papel, entre outros.

A melhor compreensão desses termos pelos alunos, exige, porém, que o professor tenha consciência dessa dificuldade e lhes proponha atividades variadas envolvendo medições de objetos da realidade, a comparação de suas dimensões e a representação dos mesmos por meio de desenhos e maquetes.

Muitos outros termos geométricos são utilizados pelas crianças de maneira incorreta, como triângulo, retângulo e quadrado, só para mencionar os de uso mais generalizado.

Parece evidente, neste caso, não ter sido realizado um trabalho escolar com o objetivo de, pelo menos, explorar as diferenças e semelhanças entre os seres geométricos, trabalho esse indicado para ser realizado nas séries iniciais do 1º grau que são as freqüentadas pelos sujeitos participantes desta pesquisa.

Voltando ao trabalho com as representações, certos comportamentos dos sujeitos na prova de conservação de comprimento mostram que este requer certos cuidados. Numa situação simples, a de um caminho representado por um conjunto de palitos de fósforo colocados em zig-zag ( $\wedge\wedge$ ), certos sujeitos interpretaram os palitos colocados em ângulo ( $\wedge$ ) como um desvio, enquanto outros tomaram-no por uma subida ( $/$ ) e uma descida ( $\backslash$ ).

Essas diferentes interpretações para uma mesma representação podem ter sido um dos elementos responsáveis por diferentes avaliações sobre o tamanho desse caminho em relação a outro, no qual os palitos estavam colocados em linha reta.

Isso mostra a possibilidade de uma mesma representação dar origem a várias interpretações, o que não indica que uma criança seja mais (ou menos) inteligente que outra. Eles indicam somente que cada um qual analisa uma dada situação de acordo com o quadro interpretativo disponível, no momento - construído pelo sujeito ao longo de sua história de vida, a partir das interações com os objetos de conhecimento.

É importante, então, que os professores estejam atentos para o fato de as representações, especialmente aquelas utilizadas na matemática, repousarem em convenções, não dominadas *a priori* pelos alunos. Ao invés de utilizarmos-as diretamente, na atividade escolar, sem qualquer atividade preparatória, seria interessante introduzi-las a partir de representações criadas pelas próprias crianças. Aos poucos, à medida que estas desenvolvessem seu conhecimento sobre os temas matemáticos e sobre as representações, estas iriam sendo melhoradas e tomadas mais precisas - tendo sempre como ponto de partida a idéia de uma mensagem a ser compreendida por quem a recebe.

É preciso reconhecer, no entanto, que um trabalho pedagógico desenvolvido a partir da atividade do aluno, e no qual se discutam diferentes idéias e soluções geradas por diferentes pontos de vista, tende a produzir situações de conflito.

Ora, essas situações têm sido habitualmente evitadas na prática escolar, embora sejam comuns na vida social e profissional dos indivíduos e façam parte do cotidiano de uma sociedade democrática.

Este estudo mostrou, porém, uma situação de conflito como um instrumento eficaz para a mobilização do sistema psicogenético dos sujeitos, levando-os a uma reorganização cognitiva propiciadora do desenvolvimento de suas estruturas de pensamento. Por isso, ao invés de evitadas, as situações de conflito deveriam ser parte integrante de um processo de ensino / aprendizagem cuja meta seja “desenvolver as potencialidades dos educandos”.

Um trabalho pedagógico desenvolvido em grupos compostos por sujeitos em diferentes níveis de desenvolvimento pode oferecer , pela própria interação entre seus elementos, maiores oportunidades para a geração do conflito cognitivo, motivo pelo qual ele parece ser o mais indicado, do ponto de vista construtivista-interacionista.

É preciso lembrar ainda, e esta pesquisa deixa isso patente, que a construção do conhecimento pelos indivíduos está indissolúvelmente ligada ao desenvolvimento de sua capacidade criativa. O termo desenvolvimento é empregado aqui porque a criatividade, no enfoque interacionista-construtivista, não supõe um “talento inato”, mas é encarada como uma construção do sujeito em suas interações com as propriedades dos objetos da realidade.

As atividades do sujeito levam-no a criar interpretações para estas propriedades, a criar esquemas de procedimento e explorá-los. Essa exploração, por sua vez, propicia a descoberta de novas propriedades pelo sujeito, obrigando-o a rever seu quadro interpretativo, e a modificá-lo, quando este se mostra demasiado limitado para interpretá-las. Novas explorações dos esquemas conduzem à descoberta de outras propriedades, que devem ser inseridas no novo quadro interpretativo, e assim por diante, num processo contínuo, em evolução progressiva.

Esse desenvolvimento poderá não ocorrer, porém, se os indivíduos não puderem exercer sua atividade sobre os objetos, concretizando uma construção intelectual, e não se restringindo a uma simples reprodução de conhecimentos impostos autoritariamente.

Sob esse aspecto, é possível que a geometria seja mesmo um campo propício para um trabalho voltado para o desenvolvimento criativo, pois ela oferece um número muito variado de situações simples, nas quais o aluno pode exercitar sua criatividade ao interagir com os objetos e suas propriedades. Ao planejar atividades nas quais os alunos possam manipular e construir figuras geométricas, observar suas características, comparando-as, associando-as de diferentes maneiras e concebendo modos distintos de representá-las, o professor lhes estará fornecendo os meios necessários à construção da criatividade e, portanto, ao desenvolvimento intelectual.

Isso nos leva, mais uma vez, à discussão a respeito do uso de material concreto para possibilitar a aprendizagem pelos alunos.

Como mostrou este estudo, a manipulação do material concreto selecionado para a “maior construção possível” não foi suficiente para mobilizar as estruturas mentais dos sujeitos do grupo controle. Conclui-se, assim, que o uso desse material pode ser necessário, mas não é, com certeza, suficiente para propiciar o desenvolvimento cognitivo.

As pesquisas sobre a abertura para novas possibilidades mostram que, pelo contrário, nos estágios iniciais do desenvolvimento intelectual, os objetos podem representar obstáculos para este, impondo-lhe limitações (as “pseudo necessidades ou impossibilidades”, mencionadas por Piaget). No campo epistemológico, as dificuldades encontradas pelos matemáticos na concepção e compreensão das geometrias não-euclidianas podem estar ligadas exatamente ao forte apelo à visualização, subjacente à axiomatização construída nos Elementos.

Os estudos piagetianos , assim como a elaboração das referidas geometrias, mostram, no entanto, que, para haver desenvolvimento, essas limitações devem ser superadas. Na pesquisa aqui relatada, observou-se que, submetidas a uma intervenção por conflito cognitivo, realizada com o mesmo material fornecido aos sujeitos do grupo controle, as crianças do grupo experimental melhoraram suas condutas, indicando, com isso, a ocorrência de modificações em suas estruturas cognitivas.

É bem verdade que a experiência do conflito, por motivos já comentados, não parece ter afetado todos os sujeitos da mesma forma. Mas ela é bastante elucidativa a respeito do contexto apropriado para o uso desses materiais. Estes devem ser utilizados dentro de uma situação, que não só desencadeie a ação do sujeito, como propicie a criação de um ambiente favorável ao exercício da abstração reflexiva.

Estas considerações mostram, em resumo, que um educador preocupado com a evolução cognitiva de seus alunos, não pode se restringir apenas ao conhecimento do conteúdo a ser desenvolvido em suas aulas. Se isto é necessário, não é, com certeza, suficiente.

Um certo conhecimento da psicologia, além da sociologia, da filosofia e da história das ciências, entre outras, lhe proporcionariam uma visão mais abrangente de seu trabalho, permitindo uma maior compreensão do mesmo e das dificuldades nele envolvidas, inclusive daquelas que dizem respeito ao próprio conteúdo trabalhado em sala de aula.

## **BIBLIOGRAFIA**

AEBLI, H. **Didáctica psicológica**. Buenos Aires, Kapelusz, 1973.

ATIYAH, M. What is geometry? **The Mathematical Gazette**, n. 66, p. 181-5, oct. 1982

ÁVILA, G. Objetivos do ensino da matemática. **Revista do Professor de Matemática** n. 27, jan / ab. 1995.

BALDINO, R. R. Educação matemática: do discurso da ordem à ordem do discurso. **Pro-Posições**. Campinas, v. 4, n. 10, p.42-59, mar. 1993.

BARACS, J., PALLACIO, R. O desenvolvimento da percepção espacial. CIEAEM - Comtes Rendus de la 33e. **Rencontre Internationale**. Pallanza, a. 37-38, 1981

BECKER, J. Preschooler's use of number words to denote one-to-one correspondence. **Child Development**, n. 60, p. 1147-1157, 1989.

BKOUICHE, R. Prefácio. In SENECHAL, B. **A noção de espaço**. Paris, Hermann, 1980.

BOWLES, S.; GINTIS, H. I. **Schooling in capitalist America**. New York, Basic Books, 1974.

BRUNER, J. **O processo de educação**. 4a. ed. Trad. Lobo L. Oliveira. São Paulo, Nacional, 1974.

BURIASCO, R. L. C. Testes de rendimento do aluno - SAEB - 2º ciclo. Como foram feitos? **A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA**. Blumenau, v. 1, n. 2, p. 43-47, 1994.

CARACCILOLO, E., MODERATO, P. E., PERINI, S. Analysis of some concrete operational tasks from a interbehavioral standpoint. **Journal of Experimental Child Psychology**, n. 46, p. 391-405, 1988.

CASTRO, A. D. DE Psicopedagogia, uma terceira opção. Campinas, **Pró-Posição** v. 3, n. 3, p. 5-13, dez. 1992.

CHAPMAN, M., LINDERBERGER, U. Concrete operations an attentional capacity. **Journal of Experimental Child Psychology**, n. 47, p. 236-258, 1989.

COLL, C. Las aportaciones de la psicología a la educación: el caso de la teoría genética y de los aprendizajes escolares. In COLL, C. (comp.) **Psicología genética y aprendizajes escolares**. Madrid, Siglo Veintiuno, 1987.

-----; GILLERION, C. Jean Piaget: o desenvolvimento da inteligência e a construção do pensamento racional. In: LEITE, L. B (org.), MEDEIROS, A. A. (colab.) **Piaget e a escola de Genebra**. São Paulo, Cortez, 1987.

D'AMBROSIO, B. S. Formação de professores de matemática para o séc. XXI: o grande desafio. **Pro-Posições**, v. 4, n. 10, mar. 1993.

DAVIS, P. J., HERSH, R. **A experiência matemática**. Trad. João B. Pitombeira. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985.

DIENES, Z. P., GOLDING, E. W. **Topologia, geometria projetiva e afim**. São Paulo, EPU, 1974.

----- **Exploração do espaço e prática da medição.** São Paulo, EPU, 1984.

DOISE, W. ; MUGNY, G. **The social development of the intellect.** Trad. ST JAMES-EMLER, A.; EMLER, N.; MACKIE, D. (colab.). Oxford, Pergamon Press, 1984.

DUCWORTH, E. Piaget rediscovered. In RIPPLE, R. E., ROCKCASTLE, V. N (ed.) **A report of the conference on cognitive studies and curriculum development.** Trad. Amélia D. de Castro (mimeo). Ithaca, N. Y., Cornell University Press, 1964.

----- Either we're too early and they can't learn it or we're too late and they know it already : the dilemma of applying Piaget's theory. **Harvard Educational Review**, n. 49, p. 297-312, 1979.

FIorentini, D. Memória e análise da pesquisa acadêmica em educação matemática no Brasil: o banco de teses do CEMPEM / FE - UNICAMP. **Zetetiké.** Campinas, n. 1, p. 55-76, mar. 1993.

FLAVELL, J .H . **A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget.** 3a. ed. São Paulo, Pioneira, 1988.

FURTH, H., WACHS, H. **Thinking goes to school: Piaget's theory in practice.** New York, Oxford University Press, 1974.

GINSBURG, H. P.(ed.) **The development of mathematical thinking.** Orlando, Academic Press, 1983.

GLASERFELD, E. von Cognition, construction of knowledge and teaching. **Synthese, an international journal for epistemology, methodology and philosophy of science**. Dordrecht, n. 80, p. 121-140, 1989.

GRÉCO, P. Aprendizagem numa situação de estrutura operatória concreta: as inversões sucessivas da ordem linear por rotação de 180°. In PIAGET, J., GRÉCO, P. **Aprendizagem e conhecimento**. São Paulo, Freitas Bastos, 1974.

GROEN, G., KIERAN, C. In search of Piagetian mathematics. In GINSBURG, H. P. (org.) **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983.

GOUSTARD, B. Etude psychogenetique de la resolution d'un problème. In **Études d'epistemologie genetique**. Paris, PUF, 1959, cap. III, t. X.

HALFORD, G. S. A theory of the acquisition of conservation. **Psychological Review**, n. 77, p. 302-316, 1970.

HENRIQUES, G. La nécessité dans le developpement cognitif. **Archives de Psychologie**, v. 45, n. 176, p. 253-265.

HOFFER, A. Van-Hiele based research. In LESH, R., LANDAU, M. (edit.) **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York, Academic Press, 1983.

INHELDER, B., BOVET, M., SINCLAIR, H. **Aprendizaje y estructuras del conocimiento**. Madrid, Ediciones Morata, 1975.

JAMISON, W. and DANSKY, L. J. Identifying developmental prerequisites of cognitive acquisition. **Child Development**, n. 50, p. 449-454, 1979.

- KAMII, C., DE VRIES, R. Piaget for early education. In DAY, M. C., PARKER, R. R. (ed.) **The preschool in action**. 2nd ed. Boston, Allyn and Bacon, 1977.
- KAUFMAN, B. A. Piaget, Marx e a ideologia da escolarização. **EDUCAÇÃO E SOCIEDADE**. Porto Alegre, v. 18, n. 1, p. 81-100, jan/jun, 1993.
- KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**. Trad. Leônidas G. de Carvalho. São Paulo, Ibrasa, 1976.
- LAURENDEAU, M., PINARD, A. **Les premières notions spatiales de l'enfant: examen des hypothèses de Jean Piaget**. Neuchâtel, Delachau et Niestlé, 1968.
- LIESENBERG, M. T. M. **Conflito cognitivo, possíveis e operatoriedade**. Campinas, SP: Faculdade de Educação da Unicamp, 1992. 115 p. (Dissertação, Mestrado em Psicologia Educacional).
- LITROWNIK, A. J. et al. Developmental priority of identity and equivalence in normal and moderately retarded children. **Child Development**, n. 49, p. 201-208, 1978.
- LOURO, J. R. de O. **Aprendizagem cognitiva e multiplicação de procedimentos possíveis**. Campinas, SP: Faculdade de Educação da Unicamp, 1993. 84p. (Dissertação, Mestrado em Psicologia Educacional).
- LOVELL, K. **The growth of basic mathematical and scientific concepts in children**. 5th. ed.. London, University of London Press, 1972.
- and SLATER, A. The growth of the concept of time: a comparative study. **Child Development**, n. 1, p. 179-190, 1960.

- MACEDO, L. Para uma aplicação pedagógica da obra de Piaget: algumas considerações. **Cadernos de Pesquisa**. São Paulo, n. 61, p. 68-71, mai. 1987.
- MARTÍ, E. *La perspectiva piagetiana de los años 70 y 80; de las estructuras al funcionamiento*. **Anuario de Psicología**. Barcelona, n. 44, p. 19-45, 1990.
- MARTINELLI, S. de C. **Possível exigível: aprendizagem e extensão**. Campinas, SP, Faculdade de Educação da Unicamp, 1992. 124 p. (Dissertação, Mestrado em Psicologia Educacional).
- MATALON, B. Apprentissages in situations aleatoires et systematiques. In **Études d'epistemologie genetique**. Paris, PUF, 1959, cap. II, t. X.
- MENDES, M. D. C. **Aprendizagem da noção de comprimento: idiosincrasias determinantes**. São Carlos, SP, Centro de Educação e Ciências Humanas da UFSC, 1985. 246 p. (Dissertação, Mestrado em Metodologia de Ensino)
- **A noção de área: possíveis modos de aprender**. Campinas, SP, Faculdade de Educação da Unicamp, 1989. 171 p. (Tese, Doutorado em Psicologia Educacional)
- MAURICE, D., TRYPHON, E. R., GRUBER, H. E. Du réel au possible: construction des solutions possibles dans une tâche de synthèse de points de vue. **Archives de Psychologie**, n. 59, p. 177-193, 1991.
- MIORIN, M. A., MIGUEL, A., FIORENTINI, D. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? **Pro-Posições**. Campinas, v.3, n. 7, p. 39-54, mar. 1992.
- MORF, A. Apprentissage d'une structure concrète (inclusion): effects et limites. In MORF, A., et al. In **Études d'epistemologie genetique**. v. 9. Paris, PUF, 1959.

- SMEDSLUND, J., VINH - BANG; WOHLWILL, J. F. L' apprentissage des structures logiques. **Études d'epistemologie genetique**, v. 9. Paris, PUF, 1959
- MURRAY, F. B. Cognitive conflict and reversibility training in the acquisition of length conservation. In **Journal of Educational Psychology**, v.59, n. 2, p. 82-87, 1968.
- NOT, L. **As pedagogias do conhecimento**. Trad. Américo E. Bandeira. São Paulo, Difel, 1981.
- **Ensinando a aprender: elementos de psicodidática geral**. Trad. Carmen S. Guedes e Cláudia Signorini. São Paulo, Summus, 1993.
- O'DAFFER, P. Geometry: what shape for a comprehensive, balanced curriculum? In LINDQUIST, M. M. **Selected issues in mathematics education**. Berkeley, Mc Cutchan, 1980.
- PAIN, S. **Psicometria genética**. Buenos Ayres, Editorial Galerna, 1971.
- PARSONSON, B. S.; NAUGHTON, K. A. Training generalized conservation in 5-year-old children. **Journal of Experimental Child Psychology**, v. 46, p. 372-390, 1988.
- PAVANELLO, R .M. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica**. Campinas, SP, Faculdade de Educação da UNICAMP, 1989. 196 p. (Dissertação, Mestrado em Metodologia do Ensino).
- PIAGET, J. **The construction of reality in the child**. New York, Basic Books, 1954.

- Development and learning. **Journal of Research in Science Teaching**, v. II, n. 3, p.176-86, 1964.
- A teoria de Piaget . In CARMICHAEL , L. **Manual de psicologia infantil**. n. 4. São Paulo, EPU / USP, 1970.
- Comments on mathematical education. In HOWSON, A. G. **Developments in mathematical education: proceedings of the 2nd. International Congress on Mathematical Education**. Cambridge, Cambridge University Press, 1973.
- **Aprendizagem e conhecimento** . Rio de Janeiro, Freitas Bastos, 1974.
- Le possible, l'impossible et le nécessaire. **Archives de Psychologie**, n. 44, p. 281-299, 1976.
- **A tomada de consciência**. Trad. Edson B. de Souza. São Paulo, Melhoramentos/ EDUSP, 1977.
- **Psicologia e epistemologia**. Rio de Janeiro, Forense, 1978a.
- **Para onde vai a educação?** 6a. ed. Rio de Janeiro, José Olympio, 1978b.
- **Fazer e compreender**. Trad. Christina L. de P. Leite. São Paulo, Melhoramentos / EDUSP, 1978c.
- Le réel, le possible et le nécessaire. **Actes du XXIe. Congrès International de Psychologie**. Paris, Presses Universitaires de France, p.249-257, 1978.

- **O possível e o necessário: evolução dos possíveis na criança** Porto Alegre, Artes Médicas, 1985. 2 v..
- La contribución constructivista (Estudios recientes en epistemología genética). In PIAGET, J., APOSTEL, L. et al. **Construcción y validación de las teorías científicas**. Buenos Ayres, Paidós, 1986.
- **Psicología e Pedagogia**. Trad. Rosa M. R. da Silva. Rio de Janeiro, Forense-Universitária, 1988.
- PIAGET, J., BETH, E. W. **Epistemología matemática y psicología: relaciones entre la lógica formal y el pensamiento**. Trad. Víctor Sánchez de Zavala. Barcelona, Editorial Crítica, 1980.
- PIAGET, J. et al. **La enseñanza de las matemáticas**. Madrid, Aguilar, 1965.
- PIAGET, J., GARCIA, R. **Psicogénesis e história das ciências**. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1987.
- PIAGET, J., INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. 2a. ed. Trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro, Zahar / MEC, 1975a.
- **O desenvolvimento das quantidades físicas na criança**. Rio de Janeiro, Zahar / MEC, 1975b.
- **A representação do espaço na criança**. Trad. Bernardina M. de Albuquerque. Porto Alegre, Artes Médicas, 1993.

PIAGET, J., INHELDER, B., SZEMINSKA, A. **The child's conception of geometry.** New York, Harper Torchbooks, 1964.

PIAGET, J., SZEMINSKA, A. **The child's conception of number.** New York, Humanities Press, 1952.

POST, T. R. O papel dos materiais de manipulação no aprendizado de conceitos matemáticos. Trad. Elenisa B. Curti. In LINDQUIST, M. M. **Selected issues in mathematics education.** Berkeley, Mc Cutchan, 1980.

REBOUÇAS, F. A. **A construção do conhecimento e a evolução dos possíveis e dos necessários.** Goiânia, Universidade Federal de Goiás, 1991. Tese de Livre-Docência.

RICCO, R. B. Operational thought and the acquisition of taxonomic relations involving figurative dissimilarity. **Developmental Psychology**, n. 25, p. 996-1003, 1989.

RUIZ, A. R. A busca de uma pedagogia construtivista: algumas considerações. **UNIMAR**, Maringá, n. 16, p. 159-169, 1994.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática. 1º grau.** São Paulo, SE / CENP, 1988.

SIGEL, I. E., ROEPER, A., HOOPER, F. H. A training procedure for acquisition of Piaget's conservation of quantity: a pilot study and its replication. **British Journal of Educational Psychology**, n. 36, p. 301-311, 1966.

SISTO, F. F. Alguns aspectos na utilização de medidas em ciências humanas. In REZENDE, A. M. (org) **Iniciação teórica e prática às ciências da educação**. Rio de Janeiro, Vozes, 1979.

----- **Fundamentos para uma aprendizagem construtivista**. Campinas, 1992. Text mimeografado.

-----et al. Matemática e alfabetização: mecanismos psicológicos subjacentes. Campinas, **Pró-Posições**, v. 5, n. 2, p. 48-59, jul. 1994.

SMEDSLUND, J. The acquisition of conservation of substance and weight in children. I Introduction. **Scandinavian Journal of Psychology**, n. 2, p. 11-20, 1961a.

----- The acquisition of conservation of substance and weight in children. II. External Reinforcement of conservation of weight and the operations of addition and subtraction. **Scandinavian Journal of Psychology**, n. 2, p. 71-84, 1961b.

----- The acquisition of conservation of substance and weight in children. III. Extinction of conservation of weight acquired "normally" and by means of empirical controls on a balance scale. **Scandinavian Journal of Psychology**, n. 2, p. 85-87, 1961c.

----- The acquisition of conservation of substance and weight in children. IV. An attempt at extinction of the visual components of the weight concept. **Scandinavian Journal of Psychology**, n. 2, p. 153-155, 1961d.

----- The acquisition of conservation of substance and weight in children. V – Practice in conflict situations without external reinforcement. **Scandinavian Journal of Psychology**, n. 2, p. 156-160, 1961e.

----- The acquisition of conservation of substance and weight in children. VI. Practice on continuous versus discontinuous material in problem situations without external reinforcement. **Scandinavian Journal of Psychology**, n. 2, p. 203-210, 1961f.

----- The acquisition of conservation of substance and weight in children. VII. Conservation of discontinuous quantity and the operations of adding and taking away. **Scandinavian Journal of Psychology**, n. 3, p. 69-77, 1962.

TAILLE, Y. de la, OLIVEIRA, M. K., DANTAS, H. **Piaget, Vigotsky e Wallon: teorias psicogenéticas em discussão**. São Paulo, Summus, 1992.

THOM, R. "Modern" mathematics: an educational and philosophic error? **American Scientist**, n. 59, p. 695-699, nov/dec. 1971.

WADSWORTH, B. J. **Piaget para o professor de pré-escola e 1º Grau**. Trad. Marília Z. Sanvincente. São Paulo, Pioneira, 1984.

WALLACH, L. and SPOTT, R. L. Inducing number conservation in children. **Child Development**, n. 35, p. 1057-1071, 1964.

WHEELER, D. Imagem e pensamento geométrico. CIAEM -Comtes Rendus de la 33e. **Rencontre Internationale**. Pallanza p. 351-353, 1981.

WHITEMAN, M. Children's conception of psychological causality. **Child Development**, v. 38, n. 1, p. 143-155, 1967.

WOHLWILL, J. F., LOWE, R. C. An experimental analysis of the conservation of number. **Child Development**, n. 33, p. 153-167, 1962.

YAEGASHI, S. F. R. **Aprendizagem de possíveis e inclusão de classes**. Campinas, SP: Faculdade de Educação da Unicamp, 1993. 152 p. (Dissertação, Mestrado em Psicologia Educacional).