

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

TESE DE DOUTORADO

**O processo de aprender noções de Probabilidade e suas  
relações no cotidiano das séries iniciais do Ensino  
Fundamental: uma história de parceria.**

Autor: Paulo César Oliveira  
Orientador: Dione Lucchesi de Carvalho

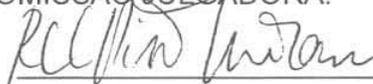
Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida por Paulo César Oliveira e aprovada pela Comissão Julgadora.

Data: 22/10/03...



ORIENTADORA

COMISSÃO JULGADORA:



**Catálogo na Publicação elaborada pela biblioteca  
da Faculdade de Educação/UNICAMP**

Bibliotecário: Gilденir Carolino Santos - CRB-8ª/5447

OL4p Oliveira, Paulo César.  
O processo de aprender noções de probabilidade e suas relações no cotidiano das séries iniciais do Ensino Fundamental: uma história de parceria / Paulo César Oliveira. -- Campinas, SP: [s.n.], 2003.

Orientador : Dione Lucchesi de Carvalho.  
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas,  
Faculdade de Educação.

1. Educação matemática. 2. Intuição. 3. Prática de ensino. 4. Estatística - Estudo e ensino. 5. Probabilidades. 6. Professores – Formação. I. Carvalho, Dione Lucchesi. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

03-001-BFE

**DEDICATÓRIA**

Para meu futuro filho,  
cujo ciclo de vida iniciou-  
se nas proximidades da  
data de defesa desta tese.



## AGRADECIMENTOS

A todos aqueles que contribuíram para que eu pudesse experimentar inúmeros sentimentos na construção deste trabalho.

À prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Dione Luchesi de Carvalho por ter acompanhado todas as etapas deste trabalho, acreditado e incentivado a investigação do cotidiano escolar.

Aos membros do Grupo de Pesquisa PRAPEM – Prática Pedagógica em Matemática pelas valiosas contribuições oferecidas nas apresentações de seminários.

Às professoras doutoras Anna Regina Lanner de Moura e Regina Célia Carvalho Pinto Moran e a minha colega, recém-doutora Ana Crisitna, que me orientaram e mostraram possíveis rumos para a continuidade desta pesquisa, por ocasião do exame de qualificação.

Às professoras doutoras Maria do Carmo Domite e Adair Mendes Nacarato por terem apresentado contribuições significativas no momento da defesa de tese.

Ao meu pai por ser um incansável incentivador de meus estudos.

Às professoras Márcia e Gildete por terem acreditado na parceria estabelecida na realização desta pesquisa.



## RESUMO

Esta pesquisa foi desenvolvida para responder a seguinte questão de investigação: que saberes docentes foram mobilizados por duas professoras envolvidas com o estudo de noções elementares pertinentes à Probabilidade?

Para responder esta questão constituímos uma parceria com duas professoras da rede pública municipal de Hortolândia-SP, que ministram aulas de matemática para alunos com faixa etária de 7 a 10 anos, em média.

No trabalho de campo foram desenvolvidos quatro tipos de atividades. Uma delas se constituiu em sessões de estudos que envolveram discussões conceituais de Probabilidade. Uma segunda modalidade foi o planejamento e execução de atividades para a sala de aula, às vezes, trabalhadas com a participação do pesquisador.

Uma outra atividade foi a realização de duas reuniões destinadas a avaliação do trabalho em sala de aula bem como das sessões de estudo.

O quarto tipo de atividade proposto às professoras foi responder, por escrito, um questionário elaborado com o objetivo de sistematizar o trabalho desenvolvido e despertar reflexões sobre probabilidade tanto no aspecto conceitual como curricular.

Todo o trabalho de campo foi sendo permeado por conversas informais que levantaram outros elementos referentes à relação teoria-prática no processo educativo.

A análise da produção de informações de nossa pesquisa foi feita tendo por base dois eixos teóricos: saberes docentes e intuição probabilística.



## ABSTRACT

This research was developed to respond to the following question: how teachers knowledge was changed by two teachers involved with the study of pertinent elementary notions of probability?

To answer the question we put two teachers together in a public school in Hortolândia, that taught math classes to student between seven and ten years old, on average.

Four types of activities were developed on this projects. In one of them we met together and discussed concepts of Probability. Another activity that we did was when we planned and did na activity in the class-room, sometimes we worked with the researcher and sometimes without him.

Another activity that we did was when we had two related meetings to evaluate the class work, like study sessions.

The fourth type of acvtivity proposed to the teachers was to respond, in writing, to a questionnaire with the purpose of organizing the developed work and to discuss our thoughts about probability, as much the conceptual aspect as curricular.

The project had informal conversation that brought about other ideas in relation to practice and theory in the educative process.

The analysis of the information production from our research was done using a base of two theoretical axis: teacher knowledge and probabilistic intuition.



# SUMÁRIO

	Página
PARTE I: A construção do processo de investigação	1
PARTE II: Eixos teóricos	15
PARTE III: Cenário da pesquisa	59
PARTE IV: Produção de informações	81
PARTE V: Considerações finais	167
PARTE V: Bibliografia	173
PARTE V: Anexo	181

# A construção do processo de investigação

	Página
1.1. Tema de investigação	1
1.2. Formulação do problema de pesquisa	9
1.3. Relatos do delineamento metodológico	11

## PARTE I

### A CONSTRUÇÃO DO PROCESSO DE INVESTIGAÇÃO

#### 1.1. Tema de investigação: a demarcação de passos

Escrever este item da tese remeteu-nos às lembranças de momentos significativos como estudante, professor e/ou pesquisador que instigaram o desenvolvimento desta pesquisa. Por detrás da apresentação de uma investigação, há um histórico de precedentes que levam a desencadear o processo de sua construção.

Este subtítulo é uma metáfora intencional cuja conotação é dinâmica, pois caminhar pode ser significado como “pôr-se em movimento” e não é algo que obrigatoriamente ocorre de forma linear. Seria, no entanto, muita pretensão dizer que vamos retratar, em palavras, a trajetória de vida pessoal e profissional que desencadeou este processo de investigação. Preferimos anunciar que as próximas escritas retratam alguns passos deste caminhar, mais especificamente, quatro: a possibilidade de cursar engenharia elétrica seguida de uma pós-graduação na área de matemática aplicada, a constituição do pesquisador como ser professor, a realização do mestrado em educação na área temática de educação matemática e, finalmente, o ingresso no doutorado.

O primeiro passo começou a ser demarcado pelo certificado de Técnico em Eletrônica no ano de 1988, em um momento histórico no qual a escola podia oferecer um curso profissionalizante<sup>1</sup> agregado ao ensino de 2º grau. A partir daí, optamos por preparar-nos para

---

<sup>1</sup> O estudante cursava três anos de ensino regular (atual ensino médio) concomitantemente com disciplinas pertinentes a área de formação técnica.

prestar o vestibular da Unicamp para Engenharia Elétrica. Consideramos que tal opção foi sem muita consciência porque, na verdade, sempre tivemos muita afinidade com matemática e gostávamos de partilhar o que aprendíamos com os colegas, talvez já quiséssemos ser professor.

Hoje percebemos que nossa tendência profissional para a Educação já se manifestava desde aquela época, cursando as séries finais do 1º Grau. Não comentávamos sobre esta afinidade profissional em casa, provavelmente, para não frustrar o sonho de nossos pais e talvez o nosso próprio. Confessamos que também nos sentíamos um pouco frustrado de pensar em ser professor em função de um chavão muito presente, infelizmente até hoje, nesta categoria profissional: “professor ganha muito pouco, não tem futuro”.

Nossos pais possuíam pouca escolaridade, porém eles tinham muita consciência da importância de estudar e exigiam que fôssemos alunos dedicados. Como a maioria, eles creditavam sempre em algo positivo para o futuro dos filhos e, no nosso caso, não foi diferente. Nossos pais sonhavam em nos ver formado em alguma modalidade de Engenharia.

Em meados de 1999 sofremos um sério acidente automobilístico que nos prejudicou na preparação para o vestibular para o qual havíamos optado. Como a vontade de dar continuidade aos estudos era grande, prestamos dois vestibulares: o de Engenharia Elétrica na Unicamp<sup>1</sup> e Licenciatura em Matemática pela Puccamp<sup>2</sup>. Assim em 2000, ingressamos no curso que nos habilitaria como professor de Matemática.

Apesar de não ser o sonho da vida de nossos pais ter um professor na família, eles não foram contra nossa opção. Deixamos o emprego de chefe de expedição em uma confecção e começamos a fazer cadastro em Delegacias de Ensino de Campinas para ver se conseguíamos

---

<sup>1</sup> Universidade Estadual de Campinas.

<sup>2</sup> Pontifícia Universidade Católica de Campinas.

aulas como eventual (caráter extraordinário). Para nossa surpresa, após um mês de ingresso na faculdade, conseguimos 18 aulas numa escola pública estadual de Indaiatuba: era um rapaz que tinha 19 anos e que estava dando aulas para adolescentes quase de nossa idade (trabalhávamos com alunos de 15 a 17 anos, em média).

O exercício prematuro da prática docente concomitantemente com o processo de formação, inevitavelmente, produziu a necessidade de reflexões sobre questões educacionais, que foram abordadas superficialmente nas disciplinas da graduação direcionadas à formação do professor.

Já nessa época, optamos por participar de cursos, palestras, congressos, entre outros eventos extra-curriculares, por acreditarmos que essas atividades constituíam um espaço propício a trocas de experiências profissionais, a reflexões acerca do cotidiano escolar e a busca de novas alternativas teórico-metodológicas de ensino. No entanto, a nossa busca por qualidade profissional não se restringia a assistir/participar passivamente nos eventos, esperando que alguém oferecesse “receitas” ou “kit” para “solucionar” problemas em sala de aula. Acreditamos e temos confirmado em nossa trajetória de vida que a qualidade profissional é um processo de contínua construção e partilha de saberes/conhecimentos entre os pares. Sustentamos este pressuposto, relatando que a nossa primeira<sup>1</sup> publicação<sup>2</sup> foi um resumo sobre mini-curso ministrado juntamente com duas colegas de faculdade, no ano de 1993, quando estávamos no último ano da graduação, no III Encontro Paulista de Educação Matemática.

---

<sup>1</sup> Estaremos inserindo em nota de rodapé apenas as referências bibliográficas que não foram utilizadas diretamente no delineamento de nossa investigação.

<sup>2</sup> OLIVEIRA, P.C., SILVA, M.V. & SIMON, J.A. Números Complexos. IN: EPEM-ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., Bauru/São Paulo, 1993. Anais. Bauru/São Paulo, Unesp-Universidade Estadual de São Paulo, 1993, p. 65.

Um segundo passo a ser demarcado foi o ingresso no programa de Mestrado. Em 1994 começamos a almejar a cursar uma Pós-graduação, por considerar de suma importância no nosso aprimoramento profissional. Neste sentido, no primeiro semestre de 1994 começamos a cursar como aluno especial duas disciplinas oferecidas pela Pós-graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica (Unicamp), na área de Matemática Aplicada. No decorrer dos cursos, observamos que os conteúdos eram ministrados segundo um enfoque essencialmente teórico, desvinculado de possíveis aplicabilidades. A pretensão de ingressar no Mestrado, na área de Matemática Aplicada, foi um tentativa de desviar o rumo profissional, do ser professor para pesquisador atuante em um mercado com demanda de profissionais interessados em trabalhar com processos manufaturados de produção.

Neste período estávamos vivendo uma fase de indefinição profissional. Por um lado, a opção pelo mestrado na área da Matemática Aplicada pareceu-nos uma oportunidade de retomar uma almejada trajetória profissional, interrompida com o ingresso em um curso de licenciatura. Por outro lado, através de uma amiga que era aluna regular do programa de Pós-graduação da FE-Unicamp<sup>1</sup>, tivemos oportunidade de conhecer o Prof. Dr. Antônio Miguel, docente da área de Educação Matemática. Sua explanação sobre o trabalho desenvolvido pelos docentes neste programa de mestrado e doutorado despertou-nos novos interesses na continuidade dos estudos.

Ainda neste mesmo período desencadeou-se uma greve prolongada nas universidades públicas, na qual a Unicamp se engajou. A insatisfação quanto as disciplinas que estávamos cursando, a perspectiva de redirecionar o ingresso na Pós-graduação e, para completar, a paralisação das aulas por aproximadamente três meses, constituíram-se em fatores decisivos para desistirmos da pós-graduação em Matemática Aplicada e preparar um projeto de

investigação necessário no processo de seleção ao Mestrado em Educação da FE-Unicamp, na área de Educação Matemática.

O ano de 1994 foi muito relevante em nossa vida, pois também assumimos aulas no Ensino Superior. Entre outras atividades, nos envolvemos com a formação de professores, pois lecionávamos a disciplina de Instrumentação de Ensino e coordenávamos o programa de estágio de futuros professores no curso de Licenciatura de Matemática em um Centro Universitário do interior do Estado de São Paulo. Nesta experiência como professor formador, pudemos partilhar e debater com os alunos experiências pedagógicas que, por exemplo, denunciava uma característica comum, relatada por eles próprios na escola básica, mais acentuadamente no ensino fundamental: era reservado um “período especial”, geralmente o último bimestre do ano letivo, para abordar temas da geometria. No desenvolvimento da disciplina foram utilizados textos que denunciavam o abandono do ensino de geometria por parte de muitos professores que se sentiam inseguros quanto aquele conhecimento. Por outro lado, os professores que continuaram a ensiná-la, alegavam, talvez inconscientemente, que a falta de tempo no período letivo, era um problema para conseguir realizar um projeto pedagógico renovador nesta parte da matemática.

O abandono de determinados conteúdos escolares por parte dos professores, em função da insegurança, na maioria das vezes, fruto de uma formação acadêmica incompatível com as demandas educacionais não se restringe apenas a geometria, podemos incluir também a estatística e probabilidade no ensino fundamental. Enquanto a estatística e probabilidade é assunto da nossa investigação no doutorado, a descaracterização do ensino de geometria constituiu o eixo da investigação desenvolvida no Mestrado - (Oliveira, 1997).

---

<sup>1</sup> Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

Neste momento começamos a demarcar mais um passo: a pesquisa realizada no programa de doutorado.

Determinadas situações do cotidiano da prática profissional envolvendo o ensino de Estatística e Probabilidade, constituíram as fontes inspiradoras da elaboração do projeto de pesquisa em nível de doutorado. O nosso primeiro envolvimento com o ensino de Estatística e Probabilidade ocorreu na condição de professor de um curso técnico, nível médio, em Processamento de Dados. Tratava-se de uma disciplina intitulada “Estatística”, a qual era oferecida na última série com uma carga anual de duas horas-aulas semanais. Como é usual, o conteúdo programático constituía-se no estudo de Estatística Descritiva no primeiro semestre e Probabilidade e Estatística Inferencial no segundo. Posteriormente, começamos a atuar como docente em diversos cursos de graduação, dentre eles, Ciência da Computação, Administração de Empresas, Ciências Contábeis e Comunicação Social. O conteúdo programático proposto nesses cursos, para a disciplina de Estatística, não apresentava modificações relevantes quando comparado ao do curso técnico em que atuamos.

Às vezes, no ensino superior, o nome da disciplina “Estatística” é complementada com expressões do tipo “Aplicada”. É possível encontrar diferenças sutis no programa quando referimos à Comunicação Social em relação à Administração, em função de ser um curso que agrega alunos que revelam pouco conhecimento matemático e expressam forte aversão e grande resistência a qualquer disciplina que “mexe com números”.

Nos cursos de Administração e Comunicação Social, há também disciplinas que visam a realização de pesquisas. No entanto, as grades curriculares geralmente não são elaboradas de modo a articular uma proposta pedagógica de integração entre estas disciplinas e a

Estatística. Um reflexo disto é a dificuldade apresentada pelos alunos, para resgatar conteúdos de Estatística e aplicá-los no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

Estes fatos desencadearam uma inquietação que pode ser sistematizada na forma de questão: *a proposta pedagógica para a disciplina de Estatística nestes cursos de graduação não é padronizada e com um caráter essencialmente técnico/instrumental?* Em termos de investigação, nosso interesse é desenvolver pesquisas com o professor. Porém, esta minha inquietação não suscitou interesse por parte de meus pares atuantes no ensino superior. Mobilizamos no sentido de avaliar possibilidades para a realização da pesquisa e a viabilidade para a mesma deu-se com professoras de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> série. A decisão por pesquisar com profissionais deste segmento deve-se a hipótese de que a formação dessas professores frente a estatística era similar a de nossos alunos universitários, ou seja, uma formação pautada em intuições. Este aspecto é de grande importância, porque este trabalho de investigação pode proporcionar contribuições que extrapolam sua relevância social e acadêmica, no caso, a reflexão sobre a nossa própria prática pedagógica frente ao contexto em que estamos inserido.

Como educador e pesquisador, sentimos a necessidade de realizar leituras que pudessem ajudar a delimitar um problema de pesquisa bem como um modo de pesquisar com essas professoras. Nossa primeira atitude foi buscar conhecer o que estava sendo produzido nas pesquisas envolvendo o ensino de Estatística e Probabilidade. De imediato, no próprio grupo de pesquisa PRAPEM houve a oportunidade de conhecer e estudar alguma literatura desta área, devido a redação do trabalho de mestrado de Lopes (1998). Apesar desta pesquisadora focalizar o ensino de Probabilidade e Estatística numa perspectiva de análise curricular, esta dissertação forneceu-nos elementos relevantes no que diz respeito ao papel do professor frente ao ensino desta temática.

Parece consenso que o ensino de Estatística e probabilidade, quando trabalhado significativamente, pode desenvolver *a capacidade de crítica e a autonomia desse aluno para que exerça plenamente a sua cidadania*. Abordar esta temática remete a repensar o papel do professor sob dois aspectos: a) quanto ao trabalho docente *é necessário que cada profissional tenha consciência de sua ação política através de sua prática pedagógica* (Lopes, 1998:12); b) se adotar uma abordagem interdisciplinar para esta temática com o objetivo de alcançar a criticidade do aluno há uma demanda de que *professores das diferentes áreas precisam trabalhar em sintonia, criando situações de aprendizagem que dêem ao aluno possibilidades de construir conceitos independente da especificidade de cada disciplina* (Lopes, 1998:20). No entanto, esta autora destaca que apesar da interdisciplinaridade *ser um assunto nas pautas de reuniões pedagógicas, a prática não tem dado conta de vencer tal desafio* (Lopes, 1998:22).

A nossa experiência como docente, principalmente no ensino superior, também tem mostrado como é difícil viabilizar um projeto pedagógico interdisciplinar, mas isto não invalida essas relações estabelecidas por Lopes (1998) quanto ao papel do professor no ensino de Estatística e Probabilidade. Muito pelo contrário, enfatizamos também o argumento desta pesquisadora ao afirmar que devemos repensar o papel do professor(a) em função do objetivo delineado para o ensino desta temática que, por sua vez, está contido no currículo de matemática, o que demanda uma postura e atitude do professor coerente com a concepção adotada para o ensino desta disciplina.

Em relação a esta investigação, temos como pressuposto que repensar o papel do professor será um processo desencadeado por cada um dos envolvidos no processo de investigação. Cabe ao pesquisador proporcionar condições para isto. Temos como hipótese

que uma alternativa é o processo de experimentação, o qual pode ser aplicado tanto no registro e análise de observações, quanto em situações que permitam o confronto e/ou superação do determinismo a favor da aleatoriedade.

Uma demanda pelo registro e análise de dados, proveniente de uma problemática a ser investigada, requer o processo de experimentação, conforme orientação contida no livro “A Matemática na Educação Básica”:

*(...) uma vez posta a questão, há necessidade de recolher dados, organizá-los, interpretá-los e tirar conclusões relativas ao problema de partida. Este processo pode levar a novas conjecturas e à sua investigação, assim como pode reforçar a capacidade de comunicação, quando os alunos têm que descrever e discutir os processos e as conclusões a que chegaram (Abrantes, P. et al., 1999:96).*

## **1.2. Formulação do problema de pesquisa**

É notável que desejamos a presença do “outro” nesta investigação, a qual foi estabelecida pela parceria com duas professoras atuantes no ensino público municipal da cidade de Hortolândia. Estamos concebendo parceria como um elo entre professoras-pesquisador, cada um com suas especificidades em termos de história pessoal e profissional, porém dispostos a partilhar saberes produzidos e mobilizados no e para o trabalho docente envolvendo, neste caso, noções elementares de Probabilidade.

A parceria foi estabelecida mediante as circunstâncias histórico-sociais vividas em um certo tempo e espaço o que implica, segundo Nóvoa (1995), estar atento ao fato de que os professores constroem a sua identidade por referência a saberes práticos e teóricos, assim como por adesão a um conjunto de valores e ideologia. Interagir com o universo do professor, com sua prática pedagógica é possível desde que se esteja ciente da impossibilidade de

separar as dimensões pessoais e profissionais – a identidade que cada um constrói como educador baseia-se num equilíbrio entre suas características relativas a estas duas dimensões.

É relevante emprender esforços a serem desenvolvidos com esta parceria de investigação por saber que temas como Probabilidade e Estatística foram incluídos recentemente no currículo do ensino fundamental, principalmente nas séries iniciais. Consideramos que a relevância deste trabalho apóia-se também nos resultados apontados por Shaughnessy (1992) em sua revisão de trabalhos publicados até o final da década de 80 e nas pesquisas de Cardeñoso (1998) e Azcárate (1995, 1996a, 1998). Estes pesquisadores enfatizam que a falta de preparação dos professores para abordar conteúdos de estatística e probabilidade nas aulas de matemática propicia, frequentemente, um tratamento escolar inadequado para este tema. Especificamente quanto aos professores atuantes no ensino primário, suas concepções sobre o conhecimento probabilístico, reflete que o (...) *raciocínio dos adultos, no melhor dos casos, é semelhante ao dos alunos, cuja formação recebida, manifesta-se mais como um obstáculo do que como uma estratégia de análise das situações de incerteza* (Cardeñoso, 1998:137).

A necessidade da presença do conhecimento estocástico no decorrer das aulas de matemática não é uma simples questão de inserção de novos conteúdos, mas a inclusão de uma forma de pensamento diferente do que tradicionalmente defrontamos no cotidiano do contexto escolar. Isto, para os professores do ensino primário cria uma sensação de insegurança, em função das deficiências contidas em sua formação profissionais (Azcárate, 1998).

Consideramos que, por um lado, os fenômenos aleatórios estão presentes na sociedade e, a escola por sua vez, tradicionalmente, privilegia discussões e explicações que tendem ao determinismo. Por outro lado, é a própria escola a instância capaz de proporcionar uma visão

mais equilibrada da realidade, contemplando o ato de pensar sob a perspectiva do provável, do acaso.

Nesta mão dupla temos a presença do professor que é responsável pelo processo de ensino-aprendizagem. É com este protagonista do processo educativo que assumimos o desafio de desenvolver este trabalho de investigação. Mais especificamente, a partir da parceria professoras-pesquisador, estabelecida no contexto de trabalho das docentes, propomos responder a seguinte questão: que saberes docentes foram mobilizados por duas professoras envolvidas com o estudo de noções elementares pertinentes à Probabilidade? Enfatizamos o contexto de trabalho por considerar que a escola não é apenas um lugar onde ocorre o ensino por parte destas professoras, mas um local onde também é possível aprender.

A natureza e a especificidade desta questão definimos o objetivo da pesquisa e o procedimento metodológico que ajudaram a respondê-la. No que diz respeito à meta, pretendemos que este processo de investigar com as professoras possa proporcionar para ambas as partes, possibilidades de produzir saberes, que contribuam no desenvolvimento da prática de sala de aula de cada um dos envolvidos.

### **1.3. Relatos do delineamento teórico-metodológico**

O desenvolvimento desta pesquisa demandou um período em que ocorreram discussões e reflexões, realizadas em parceria entre as professoras Gildete e Márcia<sup>1</sup> e o pesquisador, mediante o estudo de noções elementares pertinentes à Probabilidade, levando em conta o contexto de trabalho destas professoras - séries iniciais do ensino fundamental.

Como nosso objetivo é partilhar saberes produzidos e mobilizados no e para o trabalho docente envolvendo a Probabilidade, uma preocupação foi constante: como elaborar um

---

<sup>1</sup> As professoras permitiram que o pesquisador utilizasse seus nomes verdadeiros.

processo de intervenção com as parceiras de pesquisa? Não desejávamos que a forma de estruturar o trabalho de campo desviasse do princípio básico da pesquisa, ou seja, que o investigar com o professor ficasse apenas como pretensão e, na realidade, a pesquisa tomasse o rumo de investigar o professor. Nesta empreitada contamos com a intensa participação de nossa orientadora, pois os encontros agendados com as professoras-parceiras seguiram determinados rituais de planejamento, que será descrito em detalhes na parte IV.

A produção de informações não se desenvolveu a partir de categorias de análise definidas a priori. À medida que acontecia a produção de informações, observamos que as professoras-parceiras envolviam-se em um movimento de construção/deconstrução de saberes, considerando que (...) *são imprevisíveis as relações que cada sujeito estabelecerá entre o novo que apreende e sua própria história* (...) (Collares et al., 1999:208).

A produção de resultados frente a aleatoriedade presente nos experimentos de nossa investigação, visou proporcionar para cada uma de nossas professoras-parceiras uma experiência única, pessoal e intransferível, porque cada resultado é irreversível, mesmo sendo um processo que permite inúmeras repetições. Larrosa (2002:27) fornece-nos contribuições a este respeito quando afirma que *se a experiência não é o que acontece, mas o que nos acontece, duas pessoas, ainda que enfrentem o mesmo acontecimento, não fazem a mesma experiência. O acontecimento é comum, mas a experiência é para cada qual sua, singular* (...).

A mobilização de saberes durante o trabalho de campo permitiu tratar o saber (da experiência) não *como o conhecimento científico, fora de nós*, mas como aquele que *somente tem sentido no modo como configura uma personalidade, um caráter, uma sensibilidade ou,*

*em definitivo, uma forma humana singular de estar no mundo, que é por sua vez uma ética (um modo de conduzir-se) e uma estética (um estilo) (Larrosa, 2002:27).*

Neste sentido, a experimentação com fenômenos aleatórios se oferece como raramente experienciada no dia-a-dia, pois a mesma possibilita, por um lado, a coleta, registro, organização e análise dos dados. Por outro lado, possibilita também ao indivíduo defrontar-se e refletir sobre a imprevisibilidade e variabilidade de dados, elementos imprescindíveis na iniciação da aprendizagem de conceitos de probabilidade.

A inserção das professoras com o novo, no caso, o processo de aprendizagem de noções elementares de Probabilidade, numa perspectiva que professor-prática-saberes *formam uma tríade de entidades que “interdependem” e “co-pertencem” a uma situação de trabalho que co-evoluem e continuamente se transformam* (Fiorentini, 2000:187) permitiu-nos sistematizar dois eixos teóricos: intuição e saberes docentes.

O primeiro eixo diz respeito a intuição. Embora seja imprevisível a relação que cada sujeito estabelece com o novo que apreende, concebemos que este processo inicia-se com idéias adquiridas, fundamentalmente, em ambientes informais e baseadas em argumentações não-formalizadas, idéias estas designadas por intuições.

O segundo refere-se aos saberes mobilizados pelas parceiras de pesquisa em sua participação nos nossos encontros. Num primeiro momento estas professoras assumiram o papel de estudante para vivenciar a dinâmica da realização e discussão dos experimentos probabilísticos. Depois são instigadas pelas reflexões a partilhar seus saberes com os alunos e pares, alterando a própria natureza dos encontros.

Caracterizam-se assim os eixos teóricos desta investigação: um envolvendo as intuições como forma de cognição a ser utilizada, no caso desta pesquisa, em atividades

envolvendo noções elementares de Probabilidade e o outro eixo, discussões pertinentes aos saberes dos professores produzidos no e para o trabalho docente. A seguir desenvolvemos a perspectiva teórica que foi elaborada para fundamentar estes eixos, levando em conta que

*a teoria não é a justificativa do porquê se está resolvendo o problema. É, sim, um elemento essencial para iluminar o fenômeno que está sendo investigado. É quem vai permitir a construção lógica da solução e a comunicação para outros sujeitos que também estão interessados em fazer avançar o conhecimento sobre o fenômeno que está sendo investigado* (Moura, 2002:44).

# Eixos teóricos

	Página
2.1. Intuição: a instrução e a experimentação nas pesquisas de Fischbein	15
2.1.1 Intuição: a sistematização do conceito de intuição na perspectiva de Fischbein	30
2.2. Saberes docentes: que perspectiva?	47

## PARTE II

### EIXOS TEÓRICOS

#### 2.1. Intuição: a instrução e a experimentação nas pesquisas de Fischbein

Nesta parte da tese sintetizamos uma trajetória de leituras, baseada essencialmente sobre os trabalhos realizados por Fischbein e seus colaboradores. O interesse pelas obras deste pesquisador é devido a abordagem das intuições relativas às idéias e conceitos pertinentes à Probabilidade.

Iniciamos a apresentação dos aportes teóricos destacando a principal característica dos relatos científicos de Fischbein: a valorização da instrução e críticas quanto aos níveis de desenvolvimento propostos por Piaget.

Piaget & Inhelder (1975) assim como Fischbein (1975) atribuíram grande importância à intuição como parte integrante da inteligência. Manteremos a elaboração que fizemos em nossa dissertação de mestrado (Oliveira, 1997), ou seja, que a inteligência pode ser caracterizada como um sistema cognitivo cujo processo de assimilação é o próprio funcionamento do sistema, pois toda ação inteligente pressupõe uma interpretação de um objeto da realidade externa. Adaptar-se intelectualmente à realidade, mediante à relação sujeito-objeto, é assimilar esta realidade de acordo com alguma organização cognitiva existente no indivíduo e acomodar, por sua vez, é modificar o objeto em função da ação e de sua caracterização. Porém, enquanto os estudos piagetianos visaram definir o nível de desenvolvimento<sup>1</sup> em que se encontrava a criança, Fischbein (1975) se preocupou em analisar

---

<sup>1</sup> Resumidamente podemos afirmar que Piaget & Inhelder (1975) sustentam que o desenvolvimento cognitivo da criança decorre em três etapas: pré-operacional (4-7 anos), operações concretas (7-11 anos) e operações formais (a partir dos 12 anos). A ordem de ocorrência das etapas não variam, porém a idade em que se alcança cada uma

o efeito da instrução no processo de aprendizagem das idéias e conceitos relativos a Probabilidade. Este conflito de idéias existentes entre estes dois pesquisadores é explicitado pelo próprio Fischbein (1999:48, tradução nossa):

*Muitos anos atrás, eu apresentei para Piaget os resultados de um experimento instrucional envolvendo o raciocínio proporcional em crianças de 9 anos. As descobertas foram positivas e eu tentei convencê-lo do seguinte princípio: se a criança com certa idade não é capaz de resolver um determinado problema, não se pode julgar a priori que ela não é capaz de adquirir, por instrução adequada, a respectiva capacidade. Piaget continuou não-convencido e questionou, “se você afirmar que a aquisição é genuína, você tem que provar que é transferível.” Eu concordo com Piaget, porém, antes de seguir um julgamento pela falta ou presença potencial de um esquema, o pesquisador deveria tentar estimular o processo de desenvolvimento acrescido de orientação e instrução.*

Na perspectiva piagetiana, a transferência é interpretada como a capacidade de aplicar em diferentes contextos um procedimento, habilidade ou saber adquirido. Nos artigos de Fischbein et al. (1970b, 1971) há atividades que empregam a noção de transferência de forma a continuar a interlocução com Piaget.

O pressuposto de que o processo de aprendizagem pode ser influenciado mediante orientação adequada e instrução instigou-nos a estudar a produção científica de Fischbein e seus colaboradores. Em particular tínhamos o desejo de conhecer como este pesquisador concebia instrução e quais eram os seus efeitos no desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Em um primeiro momento nos defrontamos com quatro artigos (1970a,b, 1971, 1984) que abordam a questão instrucional no ensino de probabilidade. Nas duas primeiras

---

pode variar consideravelmente. As transições entre estágios têm lugar através dos processos de acomodação e

referências Fischbein et al (1970a, b) estavam interessados em explicitar os contrastes de sua teoria com a perspectiva piagetiana, ou seja, que por meio da instrução é possível que uma mesma criança ocupe diferentes níveis de desenvolvimento.

Na primeira publicação, Fischbein et al (1970a) verificaram por meio da instrução uma notável eficácia nas respostas das crianças de 9 a 10 anos frente a questão de escolher entre dois conjuntos de bolas, aquele com maior probabilidade<sup>1</sup> de extrair uma bola de determinada cor. Na análise das respostas, Fischbein et al (1970a:91) afirma que as crianças *foram capazes de efetuar a dupla comparação requerida para a avaliação das probabilidades e, em geral, para operar corretamente com o conceito de probabilidade*. Na óptica de Piaget & Inhelder (1975), os mecanismos mentais necessários para a compreensão da proporcionalidade<sup>2</sup> só estariam disponíveis no nível das operações formais, enquanto que na perspectiva de Fischbein (1970a), a compreensão deste conceito já estaria presente no nível das operações concretas.

Na outra publicação daquele ano, Fischbein et al (1970b:115) sistematizaram dois resultados de sua investigação, envolvendo a estimativa do número de possíveis permutações<sup>3</sup> com 3, 4 e 5 elementos:

- (a) *Mesmo no nível de operações formais, as técnicas combinatórias não são espontaneamente adquiridas. É necessário a instrução.*
- (b) *Mesmo no nível das operações concretas, é possível induzir as crianças para assimilar as técnicas combinatórias sem dificuldades com o auxílio da representação, no caso, o diagrama de árvore<sup>4</sup>.*

---

assimilação.

<sup>1</sup> Tradução da palavra inglesa “chance”.

<sup>2</sup> Trata-se da relação entre o número de bolas de uma determinada cor e o número total de bolas.

<sup>3</sup> Permutação (sem repetição) é o tipo de agrupamento ordenado no qual, em cada grupo, entram todos os elementos. Dados  $n$  elementos, a fórmula pode ser interpretada como  $P_n = n.(n-1).(n-2)...1 = n!$ .

<sup>4</sup> A representação em diagrama de árvores foi utilizada com o objetivo de proporcionar os registros de agrupamentos ordenados envolvendo cartões demarcados.

Na leitura destes dois artigos percebemos que a instrução restringia-se a um procedimento com o objetivo de alcançar a eficácia dos estudantes na resposta às questões, como foi o caso do uso do diagrama de árvore. Conseguimos compreender o modo como Fischbein concebe instrução na publicação de 1971. Neste artigo, foi possível observar como é constituído e aplicado a “instruction by programmed discovery”<sup>1</sup> na relação entre as seguintes variáveis: desenvolvimento espontâneo de intuições primárias e/ou secundárias<sup>2</sup> e o fator idade. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes na faixa etária de 12 a 17 anos, os quais não possuíam *conhecimento prévio da teoria de probabilidade* (Fischbein et al, 1971:141). Pela leitura dos artigos, este “não possuir conhecimento prévio” se restringe a não ter aulas sobre este tema. Em suas entrevistas, Fischbein não incluía questões que avaliassem tal conhecimento.

A instrução para Fischbein tratava-se de um procedimento composto por uma seqüência de etapas padronizadas. Inicialmente era proposto para o indivíduo uma questão cuja resposta poderia ser baseada tanto na intuição quanto na transferência – a partir de uma informação ou procedimento adquirido previamente. A primeira sessão visava a quantificação da probabilidade<sup>3</sup> e envolvia a estimativa e o conceito de possibilidade<sup>4</sup>. Narramos uma primeira sessão com o objetivo de ilustrarmos as etapas do procedimento instrucional de Fischbein para, em seguida, tecermos nossas impressões.

A sessão tem início a partir de uma questão introdutória:

*Você conhece a palavra ‘provável’? Dê um exemplo do uso desta palavra.*

*(a) Uma bola branca e uma preta são colocadas em uma caixa plástica. ‘Se você pegar uma bola sem olhar, que cor você pensa que sairá?’*

---

<sup>1</sup> Optamos por não traduzir o nome do procedimento instrucional.

<sup>2</sup> Fischbein discute a classificação das intuições em seus dois livros, publicados em 1975 e 1987.

<sup>3</sup> Interpretação da expressão inglesa “probability as metric of chance”.

<sup>4</sup> Tradução de ‘concept of chance’.

Estimando probabilidade<sup>1</sup> (Mesma caixa)

- (b) Compare as probabilidades de extrair bolas brancas com a extração de bolas pretas. Quais são as probabilidades?
- (c) Duas caixas plásticas. Na caixa à esquerda: uma bola branca e uma bola preta. Na caixa à direita: duas bolas brancas e uma preta. Compare as probabilidades de extrair uma bola preta de cada caixa.
- (d) Duas bolas pretas são colocadas em uma caixa. É possível extrair uma bola preta?
- (e) É possível extrair uma bola branca?
- As probabilidades de um determinado evento pode ser grande ou pequena. As vezes o evento é certo, as vezes é impossível. Visto que as probabilidades podem ser diferentes, podemos pensar em mensurar ou expressar seus resultados por meio de diferentes números.
- (f) Qual número poderíamos usar para expressar um resultado certo?
- (g) Qual número poderíamos usar para expressar um resultado impossível?
- (h) Qual número poderíamos usar para expressar as probabilidades quando há somente dois resultados possíveis? (A probabilidade de extrair uma bola preta de uma caixa que contém uma bola preta e uma branca.)? (Fischbein et al, 1971:142)

Caso o estudante não consiga responder diretamente as questões, então são propostas indagações auxiliares. Dentre estas questões auxiliares, algumas se referem a intuições elementares que podem, eventualmente, servir de base para intuições mais específicas; e outras tentam estimular a transferência a partir de uma solução ensinada previamente. Nesta sessão há questões auxiliares visando estimular a transferência da determinação de valores na escala de probabilidade:

*Vamos indicar as probabilidades em uma escala. No início da escala colocamos 0 para um evento impossível, no outro extremo colocamos 1 para um evento certo. Onde devemos colocar o ponto que indica probabilidades iguais?*

---

<sup>1</sup> Tradução de 'estimating odds'.

O conceito de probabilidade<sup>1</sup>

*O número que mede a probabilidade de um evento, de um resultado é chamado de probabilidade deste resultado ou evento e nós usamos a letra P para designar a “probabilidade”. Assim:  $P(\text{certo})=1$ ,  $P(\text{impossível})=0$  e  $P(\text{mesma chance})=1/2$ .*

*Vamos ver como a probabilidade é medida em outras situações.*

*Em uma caixa há duas bolas brancas e uma preta. Qual é a probabilidade de extrair: (i) uma bola branca, (ii) uma bola preta. ?*  
(Fischbein et al, 1971:142)

Também há na mesma sessão, questões auxiliares visando estimular a transferência do raciocínio utilizado em um experimento com duas bolas para um experimento com três bolas:

*Quando você realizou o experimento da extração de uma bola branca (ou uma preta) quando havia duas bolas na caixa, você descobriu o valor  $1/2$  para a probabilidade (uma bola branca dentre duas possíveis bolas). Usando agora o mesmo raciocínio:*

*Há 3 bolas brancas e duas bolas pretas em uma caixa. Qual é a probabilidade de extrair (k) uma bola branca? (l) uma bola preta? (m) Como você fez o exercício de probabilidade? Que fórmula devemos usar para o cálculo? (Fischbein et al, 1971:142-143)*

Avaliamos que a padronização dessas etapas no procedimento instrucional valoriza a aquisição de habilidades em cálculos de proporcionalidade em detrimento da realização de experimentações que possibilite o estudante construir o conceito de probabilidade na concepção clássica. O primeiro empreendimento de definição para probabilidade com rigor matemático deve-se a Laplace através da publicação da obra "Teorie analytique des probabilités", em 1812. Conhecida como concepção clássica, a probabilidade é definida por este autor como a proporção entre o número de casos favoráveis em relação ao número total de

---

<sup>1</sup> Tradução de ‘concept of probability’.

casos possíveis, desde que todos os resultados sejam admitidos como igualmente prováveis de ocorrer.

Observamos a aquisição de habilidades em cálculos de proporcionalidade na “transferência de raciocínio” do experimento envolvendo a extração aleatória de uma bola de determinada cor dentre duas de cores distintas, presentes numa caixa, para o mesmo experimento, só que envolvendo três bolas com mesma cor e outras duas com cor diferente destas primeiras.

Pela avaliação feita por Fischbein et al. (1971) das respostas dos sujeitos da pesquisa, foi concluído que uma possível habilidade no cálculo de proporção não é garantia de aquisição do conceito de probabilidade. Constatou-se isto na sessão envolvendo a transferência da multiplicação e adição de probabilidades, verificado com o auxílio do “problema das maçãs”. A questão inicial deste problema pedia para calcular a probabilidade de pegar três maçãs maduras em um armazém contendo grande quantidade desta fruta, sendo que 90% delas estavam maduras e 10% verdes. Fischbein et al. (1971:152), constataram que a transferência *é severamente restrita se as situações são indiretas em termos do concreto. Era esperado que, dada a existência de uma tendência intuitiva elementar como no caso da transferência envolvendo a extração das bolas, isto seria uma garantia de transferência direta para situações mais indiretas, como o problema das maçãs, depois da aprendizagem das regras de cálculo.*

Frente a estas conclusões, Fischbein et al. (1971:152) orientam que *devemos tentar diferentes métodos para o ensino da lei da multiplicação das probabilidades e também exercícios preliminares com uma ampla variedade de situações concretas.* Poderíamos

interpretar esta recomendação como valorizando o processo de experimentação no ensino de probabilidade.

O principal objetivo da investigação de Fischbein, relatada no artigo de 1971, foi estudar as tendências/viéses intuitivos manifestados nas respostas dos estudantes. Neste texto, Fischbein et al. (1971:140) propuseram a classificação das intuições em primárias e secundárias; embora o *que é mais interessante destas aquisições, do ponto de vista psicológico, é que elas são transformadas em crenças, convicções e até mesmo em idéias auto-evidentes*. Ainda com relação à classificação das intuições, estes pesquisadores afirmaram que *será muito difícil estabelecer uma clara distinção entre os dois tipos de intuição*. Neste sentido, compreendemos que, naquele momento, os pesquisadores não tinham a pretensão de apresentar ao leitor uma sistematização conceitual para a noção de intuição e estendê-la à sua classificação.

A hipótese que fundamentou aquela pesquisa foi que o ensino de um assunto deve ser precedido pela averiguação do conhecimento intuitivo do estudante, embora possa ocorrer mudanças na bagagem intuitiva do aluno, ao longo do processo educativo.

Ainda com relação ao artigo de 1971, destacamos resultados pertinentes à bagagem intuitiva do estudante. Inicialmente ressaltamos que aproximadamente 50% dos estudantes manifestaram uma tendência intuitiva favorável para o uso de valores **0** e **1** para quantificar, respectivamente, evento impossível e certo, bem como a quantificação da probabilidade na concepção clássica. Na óptica de Fischbein et al. (1971:152), os axiomas da teoria da probabilidade ( $P(A) \geq 0$ ,  $P(E)=1$  e  $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$  para eventos A e B mutuamente exclusivos), bem como *a definição clássica de probabilidade derivam de uma fonte intuitiva primária*.

Fischbein et al (1971:152) afirmaram que, *no caso da lei da adição de probabilidades, há quase uma carência total de compreensão do caráter composto de alguns eventos e da necessidade de relacionar as diferentes situações, as quais podem constituir o mesmo evento.* O fato de não considerar o par (5,6) e (6,5) como dois resultados de um mesmo evento no lançamento de dois dados e, conseqüentemente, não compreender a diferença entre  $P(5,6)$  e  $P(5,6) \cup P(6,5)$ , representou a lacuna intuitiva mais importante do que foi observado.

A intuição secundária destinada a ocupar uma lacuna intuitiva ou substituir uma intuição primária inadequada, não pode ser construída simplesmente como o resultado de uma explicação fornecida a partir de uma questão auxiliar, por mais clara e convincente que seja. Para Fischbein et al (1971:153), *a intuição secundária não pode ser reduzida a um 'insight'<sup>1</sup>, quer estimulado externamente ou não, mas requer a construção de hábitos mentais ao longo de um certo período de tempo.*

Na produção científica de Fischbein, a classificação das intuições é ampliada e revista teoricamente tanto em dois livros publicados em 1975 e 1987, quanto em um artigo publicado em 1999a, os quais abordaremos posteriormente.

As investigações quanto às intuições probabilísticas foram foco de outras publicações de Fischbein e seus colaboradores. No artigo publicado em 1984, Fischbein & Gazit estudaram como a instrução poderia afetar as intuições probabilísticas de estudantes na faixa etária de 10 a 13 anos. Nesta investigação, a instrução referiu-se a um programa de ensino composto de 12 lições, envolvendo os conceitos de evento certo possível e impossível, o conceito e cálculo de probabilidade, frequência relativa, evento simples e composto, bem como suas respectivas probabilidades.

Em relação aos artigos anteriores, este é o primeiro que utilizou dois grupos: um experimental, composto de 285 estudantes que participaram do programa de ensino e um grupo de controle com 305 alunos. Cada um destes grupos respondeu um questionário específico com o objetivo de fornecer dados para a avaliação do programa de ensino.

Na reflexão sobre o artigo de Fischbein et al (1971), mencionamos que os autores destacam que o desenvolvimento espontâneo das intuições não progrediu gradativamente com o avanço da idade. Já neste artigo, Fischbein & Gazit (1984) comentam que com o avanço da idade dos estudantes, o progresso quanto a compreensão e utilização dos conceitos foi significativamente maior. Mesmo diante dos bons resultados alcançados pela análise do desempenho dos alunos nesta pesquisa, eles ressaltaram as dificuldades encontradas que poderiam ser superadas com uma versão aperfeiçoada do programa de ensino. Em ambos os questionários, os alunos apresentaram dificuldades com questões envolvendo a utilização da noção de evento composto, conforme síntese a seguir:

- os estudantes de 10 a 11 anos apresentaram dificuldades para calcular a probabilidade de um evento e com os conceitos de evento simples e composto;
- os estudantes com idade entre 11 e 13 anos apresentaram dois tipos de dificuldades. Uma delas foi o cálculo de probabilidades de eventos compostos quando os resultados referiram-se a soma obtida no lançamento de um par de dados. O maior número de erros foi proveniente do uso do procedimento aditivo para calcular o número de todos os possíveis resultados ao invés do procedimento multiplicativo. Fischbein & Gazit (1984:10) afirmaram que para muitos estudantes, especialmente entre 11 e 12 anos, a *aproximação aditiva ainda está mais “a mão”, mais intuitiva do que a multiplicação.* A

---

<sup>1</sup> Optamos por manter a palavra no idioma inglês e com as aspas do autor. Neste contexto, ‘insight’ é interpretado como ‘a compreensão clara da natureza íntima de uma coisa’, no caso a compreensão da

outra dificuldade apareceu quando os sujeitos foram instigados a fornecer exemplos de eventos simples e compostos referentes ao lançamento de um ou dois dados. Parte dos sujeitos que pareciam ter compreendido essas noções em nível conceitual, ainda relacionaram intuitivamente o conceito de evento simples a um único resultado, enquanto a noção de evento composto implicaria relacionar mais de um resultado. Esta tendência afetou mais a capacidade de produzir exemplos corretos do que o cálculo de probabilidades envolvendo as mesmas noções.

Nesta investigação, Fischbein & Gazit (1984) não averiguaram as concepções e/ou idéias intuitivas dos estudantes do grupo experimental antes do processo instrucional. Neste sentido, ao comparar o desempenho do grupo de controle (que não recebeu instrução) com o experimental, parece-nos razoável prever um melhor desempenho do segundo grupo em relação ao primeiro.

Outros dois estudos de Fischbein et al (1991, 1997) voltaram-se ao desenvolvimento da compreensão probabilística de estudantes que não receberam instrução formal sobre o tema, em seu contexto escolar. Estas publicações forneceu-nos contribuições tanto na compreensão das origens e natureza de algumas dificuldades probabilísticas intuitivas (Fischbein et al, 1991), quanto na estabilização ou não de várias concepções intuitivamente errôneas com o decorrer da idade (Fischbein et al, 1997).

No primeiro artigo, Fischbein et al. (1991) estudaram 618 alunos italianos entre 9 e 14 anos de seis escolas da região de Pisa. Do total, apenas 130 estudantes, entre 11 e 14 anos, haviam recebido instrução escolar envolvendo a probabilidade. Apesar dos autores não terem tido *uma clara imagem da natureza desta instrução*, foi possível comparar o desempenho entre os alunos que tinham ou não recebido instruções em probabilidade (Fischbein et al,

1991:525). A crença de que *a introdução de um novo tópico deve ser sempre precedida por uma investigação psico-didática* instigou a realização de um estudo preliminar para o desenvolvimento de materiais curriculares (Fischbein et al, 1991:524).

Em termos gerais, os resultados da investigação de Fischbein et al (1991:547), mediante a aplicação de dois questionários, revelaram *uma grande variedade de compreensões e concepções errôneas, tendências e vieses* atribuídos, por exemplo, a dificuldades linguísticas. Quanto a este aspecto, *parece que para diversos estudantes, o conceito de “evento certo” é mais difícil de compreender do que “eventos possíveis”* (Fischbein et al, 1991:523). Mais detalhadamente, a compreensão dos conceitos “possível, impossível e certo” é psicologicamente muito complexo. Por um lado, muitas crianças associaram a palavra “raro” com ‘impossível’. Por exemplo, na questão *é possível obter a face 5 quando lançamos um dado?*, um aluno afirmou que era impossível *porque é somente uma probabilidade dentre 6*. Por outro lado, alguns estudantes tenderam a identificar o termo “certo” com “possível” e vice-versa. Houve casos em que o estudante tendeu *a substituir o significado matemático por uma perspectiva subjetiva*, conforme o seguinte relato: *se um evento é raro, de acordo com minha experiência, isto não irá ocorrer* (Fischbein et al, 1991:528).

Outro resultado a ser destacado é a insistência no controle dos resultados em experimentos como o lançamento de dado e moeda. Neste caso está retratado a dificuldade da superação do determinismo a favor da aleatoriedade.

O conceito de evento composto, já abordado por Fischbein et al (1971,1984), é retomado na pesquisa da Itália e amplia os resultados já conhecidos. A principal conclusão envolvendo o lançamento de um par de dados *é que a maioria dos sujeitos possuíam uma*

*idéia intuitiva da relação entre a probabilidade e o tamanho correspondente do espaço amostral. Os erros cometidos foram produzidas principalmente pela falta de conhecimento técnico em como construir este espaço amostral (Fischbein et al, 1991:542). Estes autores sistematizaram três tipos de erros: a) o estudante indicou o maior número sem qualquer referência aos resultados obtidos como pode ser observado no seguinte argumento<sup>1</sup>: *O 6 porque é o maior dentre todos os números*; b) os alunos indicaram somente alguns dos possíveis resultados, o que ocasionou uma avaliação errônea, conforme relato ilustrativo: *eu apostaria no 6 porque no caso do 3, ganharia somente com 1 e 2, enquanto no caso do 6 ganharia com 1 e 5, 4 e 2, 3 e 3<sup>2</sup>* e c) o estudante descreve todos os possíveis pares, mas não compreende que cada par de diferentes números tem que ser considerado em dobro em função da ordem influenciar a formação de cada par de elementos.*

O artigo publicado por Fischbein & Schnarch (1997), trata da investigação sobre a relação entre a idade e o desenvolvimento de concepções probabilísticas errôneas. Um questionário contendo sete problemas probabilísticos relacionados com concepções errôneas, foi respondido por 80 estudantes com faixa etária entre 10 a 15 anos e 18 futuros professores de matemática. Nenhum dos estudantes haviam recebido, previamente, uma instrução escolar em probabilidade. Para esta investigação, formulou-se duas hipóteses: a primeira referia-se a estabilização das concepções errôneas durante a emergência do período das operações formais. Porém, os resultados da pesquisa foram contrários a esta hipótese. A segunda hipótese é que, em cada intuição, estaria embutido um determinado esquema conceitual, o que foi confirmado com a análise das respostas dos estudantes frente ao questionário.

---

<sup>1</sup>Foi apresentado a seguinte questão: Considerando a soma de pontos obtidos quando lançamos um par de dados, você apostaria no 3 ou no 6? Por que?

<sup>2</sup> Esta justificativa também ilustra o nível (c).

Neste artigo, os pesquisadores não conceituaram esquema. Este termo é sistematizado por Fischbein (1999:39) como um *programa que capacita o indivíduo a: a) registrar, processar, controlar e integrar mentalmente uma informação, e b) reagir significativamente e eficientemente em um ambiente de estímulo*. Um esquema conceitual, por sua vez, *unifica um princípio com um programa de ação* (Fischbein, 1999:40). Por exemplo, o esquema de causalidade implica o princípio geral da relação causal e a identificação particular do antecedente, conseqüente e a necessária relação entre eles.

Com base no conceito descrito, Fischbein & Schnarch (1997), sistematizaram três princípios que conduziram as decisões intuitivas dos estudantes e dos futuros professores, através de seus esquemas conceituais. Na questão envolvendo o jogo da loto, no qual se deve escolher seis números em quarenta, uma pessoa formou a seqüência 1, 2, 3, 4, 5 e 6, outra a seqüência 39, 1, 17, 33, 8 e 27. Foi solicitado escolher a seqüência com maior probabilidade de ganho. O princípio que deve ser utilizado para obter a resposta correta (igualdade de probabilidade) é o da independência. O número de respostas corretas a esta questão aumentou de acordo com o avanço da idade dos envolvidos na pesquisa.

O segundo princípio utilizado é o da proporcionalidade. A questão estudada foi: em um lançamento simultâneo de três moedas, a possibilidade de obter pelo menos duas caras é menor, maior ou igual do que obter ao menos 200 caras em 300 lançamentos, considerando as mesmas condições para a realização do experimento? Nas respostas a esta indagação, o conceito de razão influenciou muito para os erros (igualdade de probabilidades, no caso,  $200/300=2/3$ ) que cresceram na medida que avançou a idade dos sujeitos. A resposta correta dependia de outro conceito estocástico, no caso a Lei dos Grandes Números. Como efeito do aumento no tamanho das amostras, a probabilidade frequencial tende aproximar-se da

probabilidade matemática (teórica), portanto, a possibilidade de obter pelo menos duas caras em um lançamento simultâneo de três moedas é menor do que obter ao menos 200 caras em 300 lançamentos, considerando as mesmas condições para a realização do experimento.

Um outro modo de abordar a probabilidade é partir do cálculo das frequências relativas de ocorrências de sucessos provenientes de inúmeras repetições ocorridas em um mesmo experimento.

O terceiro e último princípio a ser utilizado por Fischbein & Schnarch (1997) é da dependência de eventos. O enunciado de uma questão descreve uma extração aleatória de bolas de uma caixa contendo duas bolas brancas e duas pretas. Uma pessoa extrai uma bola e coloca-a de lado, sem olhar a sua cor. Então ela extrai uma segunda bola nas mesmas condições, ou seja, sem olhar para o conteúdo da caixa e vê que a cor é branca. A possibilidade de que a primeira bola seja branca é menor, igual ou maior do que a possibilidade da bola ser preta? Nas respostas a esta pergunta, a concepção errônea apresentada foi que a segunda extração não podia ser influenciada pela primeira extração, negando que se é conhecido que a segunda extração resultou a bola branca, então para as três bolas restantes (2 pretas e 1 branca) que estavam envolvidas na primeira extração, é mais provável que tenha sido extraído uma bola preta, em função de estar em maior quantidade.

As questões abordadas na apresentação de alguns resultados elaborados por Fischbein & Schnarch (1997), ilustram que, muitas vezes, o raciocínio empregado pelos sujeitos, apontam uma clara dependência da experiência e elaboração do sujeito, inclusive o futuro professor de matemática, nas diferentes situações e contextos em que são apresentados os problemas.

Em síntese, uma conclusão comum envolvendo estes dois últimos trabalhos de Fischbein et al. (1991, 1997) é que a instrução recebida pelos estudantes em seus contextos escolares, antes da realização da pesquisa, não produziu automaticamente um grande impacto nas intuições de natureza probabilísticas. O que estas pesquisas mostraram é a complexidade existente entre os efeitos da instrução escolar, o desenvolvimento lógico do pensamento probabilístico e a intuição.

### **2.1.1 A sistematização do conceito de intuição na perspectiva de Fischbein**

A natureza intuitiva do conhecimento, por um lado, é fonte de interesse tanto no campo científico quanto filosófico. Por outro lado, possui uma diversidade de entendimentos, inviabilizando a configuração de um consenso conceitual para intuição. Neste contexto, se fazem presentes as publicações de Fischbein, especialmente seus livros publicados em 1975 e 1987 e um de seus últimos artigos, publicado em 1999. Nessas obras, observamos um ponto em comum: conceituar teoricamente intuição frente as suas características. Porém, o próprio Fischbein (1987:56) afirmou que tentar uma síntese para o conceito de intuição a partir de suas características trata-se de uma tarefa difícil, pois as mesmas *podem mostrar-se contraditórias ou pelo menos desconectadas*. No desenvolvimento de suas pesquisas, Fischbein e seus colegas não tiveram a pretensão de classificar ou categorizar o pensamento intuitivo dos indivíduos. Pelo contrário, em trabalhos desenvolvidos com estudantes instruídos ou não em estocástica, os pesquisadores investigaram as interpretações intuitivas e suas possíveis características frente a solução ou interpretação de problemas.

É possível interpretar intuição como uma fonte genuína de verdade do conhecimento; em outros casos, utiliza-se o termo intuição para categorias específicas de cognição, ou seja, cognições que são diretamente compreendidas sem a necessidade de qualquer interpretação

ou justificativa explícita. Em contra-partida, o termo intuição pode ser vinculado por concepções opostas a estas. A intuição pode ser interpretada como uma estimativa sobre a qual o indivíduo não consegue elaborar uma justificativa condizente; em outros casos, atribui-se os adjetivos primitivo, senso comum, elementar para caracterizá-la. O adjetivo ‘primitivo’, por exemplo, está presente em conceituações matemáticas como ponto, reta e plano.

No contexto educacional, o entendimento de intuição também não goza de um status consensual. É possível vislumbrarmos, pelo menos, duas vertentes: por um lado, os que defendem o uso amplo de dispositivos intuitivos (concretos, pictóricos e manipulativos) como base para a promoção da educação intelectual e, por outro lado, os que pregam a eliminação, se possível, de técnicas intuitivas principalmente em domínios abstratos como a matemática.

O termo intuição também é utilizado, em alguns domínios particulares, com conotação específica como é o caso do uso de termos como *revelação* para o contexto religioso, *inspiração* para o contexto artístico, entre outros. Justifica-se tais termos como sinônimos pelo fato que diversos filósofos interpretam a intuição como o caminho da essência, da verdade absoluta, naturalmente, como o caminho de acesso à instância divina.

A intuição em nossa investigação manifesta-se pela experiência pessoal de cada uma das professoras-parceiras, vivenciada em seu envolvimento com o processo de experimentação de fenômenos aleatórios. Como na trajetória de vida estudantil e profissional destas professoras e nos encontros não houve possibilidades de aprofundarmos o estudo de conceitos envolvendo a estocástica, pressupusemos que as possíveis sistematizações de saberes possam ser viabilizados a partir das intuições.

Frente ao objetivo de nossa tese, em termos de redação, pretendemos elaborar um texto com base na teoria de Fischbein (1975, 1987, 1999a), de modo a ressaltar o quão é

indispensável valorizarmos o conhecimento intuitivo no processo educacional, assim como foi para eminentes seres humanos que contribuíram para o desenvolvimento do conhecimento científico acumulado até os dias atuais.

A princípio elaboramos um quadro com uma síntese de três idéias-chave (objetivo, conceito e categoria/classificação) comuns nos trabalhos de Fischbein (1975, 1987, 1999a).

1975	1987	1999
<b>OBJETIVO</b>		
<p>Analisar as pesquisas a partir do ponto de vista das relações entre intuição e raciocínio na ontogênese do pensamento probabilístico.</p>	<p>Apresentar uma visão compreensiva e teórica do domínio da intuição, identificar e organizar descobertas experimentais nos diversos contextos de pesquisa relacionadas à intuição e revelar implicações educacionais da idéia de intuição, desenvolvida a favor da ciência e do ensino da matemática.</p>	<p>Analisar as relações entre intuição e esquemas<sup>1</sup> estruturais.</p>

---

<sup>1</sup>Um esquema é um programa que capacita o indivíduo a: a) registrar, processar, controlar e integrar mentalmente uma informação, e b) reagir significativamente e eficientemente em um ambiente de estímulo (Fischbein (1999:39)).

<b>CONCEITO DE INTUIÇÃO</b>		
<b>1975</b>	<b>1987</b>	<b>1999a</b>
É uma parte integrante do comportamento inteligente, aquisições cognitivas que interferem diretamente na ação prática ou mental, em virtude de suas características: auto-evidência, globalidade, capacidade extrapolatória, imediatez ou certeza e estruturalidade <sup>1</sup> .	É uma forma particular de cognição, no caso aquisições cognitivas que intervêm nas ações práticas e no raciocínio, por meio de suas características: auto-evidência, capacidade extrapolatória, categoria teórica, caráter implícito, coercividade, globalidade, certeza intrínseca e perseverança.	É um tipo de conhecimento direto e auto-evidente (propriedade notável de intuição). Para compreender o papel das intuições no processo de ensino é necessário descrever suas características: auto-evidência (direta), certeza intrínseca, coercividade, capacidade extrapolatória e globalidade.
<b>CATEGORIA/CLASSIFICAÇÃO</b>		
Categorias: pré-operacional, operacional e pós-operacional.  1ª classificação: intuição primária e secundária.  2ª classificação: intuição afirmatória e antecipatória.	1ª classificação: intuição afirmatória, conceitual, antecipatória e conclusiva.  2ª classificação: intuição primária e secundária. A intuição primária é sub-dividida em intuição pré-operacional ou operacional.	Categoria: intuição afirmatória e antecipatória.

<sup>1</sup> Nesta obra, Fischbein não sistematizou o significado de cada uma destas características.

A definição do termo intuição teve boa parte do seu conteúdo preservado no decorrer da produção acadêmica, exceto as características e categorias/classificações que são agregadas ao conceito, as quais não são fixas ao longo das três obras em questão. No entanto, Fischbein não explicita as razões que levaram-no a produzir modificações na estrutura conceitual de intuição.

Na seqüência, sintetizaremos como Fischbein concebeu cada um dos elementos constituintes das categorias/classificações da intuição e focalizaremos as características da intuição, as quais sustentam este conceito.

No livro “The intuitive sources of probabilistic thinking in children”, Fischbein (1975) denominou por pré-operacional, operacional e pós-operacional, as categorias de intuição. Mais tarde, Fischbein (1987) utiliza as duas primeiras categorias para compor a sub-classificação de intuição primária.

As intuições pré-operacionais são aquelas que sintetizando a experiência num dado domínio, confere bom êxito, adaptabilidade e eficiência na ação apropriada. Tais intuições não são meramente imitações cognitivas acerca das ações, mas sínteses reais cognitivas de experiências prévias relevantes para a presente ação. O exemplo mais sugestivo é provavelmente encontrado nas intuições espaciais elementares, as quais permitem-nos julgar distâncias e localizar objetos em critérios implícitos, assim adaptando nossas reações para dados objetivos.

Na concepção de Fischbein (1975, 1987), as intuições pré-operacionais podem sobreviver durante a vida toda do indivíduo contrariando o que pensava Piaget, que este tipo de intuição só seria encontrado no período pré-operacional do desenvolvimento da criança.

As intuições operacionais são intrinsecamente envolvidas no raciocínio e, portanto, sustentam a veracidade da conclusão com base nas premissas dadas; geralmente provenientes do estudo da lógica formal como, por exemplo: duas quantidades iguais a uma terceira são iguais entre si.

Na nossa leitura, não identificamos se existe uma relação entre os elementos que compõem as categorias/classificações das intuições. Porém, quatro elementos são comuns: intuição primária, secundária, afirmatória e antecipatória. A intuição primária é desenvolvida no indivíduo independentemente de qualquer instrução sistemática, mas como efeito da experiência pessoal. As intuições secundárias são originadas pela influência instrucional, ou seja, depende do contexto educacional que ele está inserido. As intuições afirmatórias, segundo Fischbein (1975, 1987), incluem o conhecimento do mundo externo, o qual aceitamos como evidentes. É “intuitivamente verdade” que a menor distância entre dois pontos é uma linha reta, assim como, se  $A=B$  e  $B=C$ , então  $A=C$ . As intuições antecipatórias são construções mentais, as quais globalmente antecipam a solução dos problemas antes dos seus passos detalhados. Quando o matemático contempla a possibilidade de um novo teorema, ele “sente” que é provável estar correto antes de descobrir todos os passos da prova. Além disso, esta impressão preliminar que antecipa a demonstração completa da solução é geralmente baseada em outras intuições afirmatórias (freqüentemente fixada em axiomas, regras de inferências, entre outros).

No entanto, é possível que as intuições afirmatórias derivem a partir das intuições antecipatórias. Espera-se que ao prolongar um segmento de reta no interior de um triângulo de modo que seja paralelo a um dos lados, este segmento dividirá os outros dois lados em segmentos proporcionais. Uma vez que essa verdade é demonstrada e passa a ser uma rotina

de pensamento torna-se auto-evidente e adquire o status de uma intuição. Qualquer intuição afirmatória é também antecipatória em que prefigura o resultado de uma possível ação.

Ainda quanto as classificações, Fischbein (1987) acrescentou a estas duas últimas intuições, as conjecturais e conclusivas formando uma nova classificação que leva em conta o papel desempenhado por estas intuições nas aquisições cognitivas. As intuições conjecturais são suposições associadas com o sentimento de certeza. As intuições conclusivas referem-se a uma visão global e conclusiva das idéias essenciais da solução de um problema previamente elaborado.

Ao longo de sua produção científica envolvendo o tema conhecimento intuitivo, o autor não teve a intenção de justificar os possíveis enfoques nas inter-relações existentes nas classificações para as intuições. Porém, um fato é notável que o papel da *experiência é um fator fundamental na configuração das intuições* (Fischbein, 1987:85), mesmo levando em conta que *a experiência humana é necessariamente limitada no tempo, espaço e no conjunto de possibilidades* (Fischbein, 1987:89). Mesmo assim, o autor ressalta a importância de aprofundar, no contexto educacional, a compreensão intuitiva de conceitos e afirmações através de situações didáticas que requerem o envolvimento pessoal e experiencial do estudante.

Como o conceito de intuição, elaborado por Fischbein (1975, 1987, 1999a), é constituído por classificações e características, precisamos abordar estas últimas. A característica geral do conhecimento intuitivo é a auto-evidência, a qual isenta a necessidade de prova formal ou empírica. A afirmação “todo número tem um sucessor” é aceita de forma imediata, enquanto que “a soma dos ângulos de um triângulo qualquer é igual a 180 graus” não é uma afirmação aceita intuitivamente.

Se pensarmos na proposição “dois pontos determinam uma reta” a compreensão está na percepção pois, dado um ponto A podemos traçar uma infinidade de retas passando por ele; no entanto, quando fixamos um outro ponto (B) designamos apenas uma reta que contém ambos os pontos.

É preciso ressaltar que a interpretação de intuição como uma cognição imediata se refere, também, ao conceito de percepção. Porém, Fischbein (1987) adverte que nem toda percepção diz respeito ao conhecimento intuitivo, como podemos observar na seguinte situação: “eu percebo a mesa na minha frente”, logo não há dúvida de sua existência e, portanto, não preciso prová-la. Em suas palavras, Fischbein (1999:18, grifos do autor) faz uma distinção conceitual:

*Percepções são diretamente compreendidas pelos sentidos, mas elas não são intuições. Intuições são cognições intelectuais - expressando uma concepção geral (uma noção, um princípio, uma interpretação, uma predição, uma solução) enquanto as percepções são cognições sensoriais (por exemplo: eu vejo, um triângulo, etc).*

A intuição sempre excede as informações disponíveis (fatos observáveis), pois se trata de uma teoria e isto implica uma capacidade extrapolatória. Para Fischbein a intuição é uma teoria e não uma simples habilidade ou percepção dos fatos. Neste sentido, ele (1987:88) oferece-nos duas situações que mostram a posse da habilidade, porém, sem a intuição: a primeira é que um indivíduo pode ser muito habilidoso para efetuar cálculos aritméticos, sem qualquer intuição especial sobre a atividade e a outra situação é a possibilidade de um perito atirador acertar corretamente o seu alvo em função da combinação de efeitos de informação visual com reações adaptadas e coordenadas com precisão, sem o conhecimento físico das variáveis envolvidas.

Segundo Fischbein (1987:51) *o aspecto extrapolativo não é sempre evidente, porque o aparente caráter óbvio esconde a incompletude da informação sobre o qual ele está baseado.*

Um exemplo disto é o conteúdo do quinto postulado<sup>1</sup> de Euclides (“por um ponto dado, exterior a uma reta, traça-se uma única reta paralela à reta dada”) que instigou muitas investigações, durante a história, por parte de diversos geômetras. Fischbein (1987) complementa que aceitar intuitivamente este postulado não significa que praticamente seremos capazes (hábeis) de traçar uma reta paralela a uma reta dada e sim, que estamos convencidos, mentalmente, que duas linhas podem ser estendidas indefinidamente, em ambos os sentidos, sem se cruzar.

Embora redigimos o enunciado do quinto postulado de Euclides conforme a sua apresentação na obra de Fischbein (1987:51), salientamos que esta não é a formulação original contida na obra *Elementos*, escrita por volta de 300a.C. A enunciação apresentada neste texto é conhecida como o Axioma de Playfair (1748-1819), a qual tornou-se a forma padrão da proposição de Euclides sobre o paralelismo.

Conforme David & Hersh (1985:251)<sup>2</sup> o enunciado original do quinto postulado é:

*Se duas retas, em um mesmo plano, são cortadas por uma outra reta, e se a soma dos ângulos internos de um lado é menor que dois retos, então as retas se encontrarão, se prolongadas suficientemente do lado em que a soma dos ângulos é menor do que dois ângulos retos.*

Se retomarmos a apresentação das características que norteiam o conceito de intuição, assim como o postulado das retas paralelas e sua respectiva aceitação, geralmente o indivíduo

---

<sup>1</sup> De acordo com Brito (1995:35) nos *Elementos*, se as afirmações aceitas sem demonstração referem-se a fatos da geometria, elas são chamadas de postulados. (grifos da autora)

<sup>2</sup> A geometria euclidiana é baseada em cinco postulados. Os quatro primeiros postulados, segundo David & Hersh (1985:251), são:

Uma linha reta pode ser traçada ligando dois pontos quaisquer.

Qualquer segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente.

Um círculo pode ser traçado com qualquer centro e com qualquer raio.

não tem ciência de que qualquer representação que ele faça para ilustrar tal proposição, há implicitamente uma extrapolação fora do alcance de qualquer possibilidade de verificação. A experiência vivida pelo indivíduo é um processo limitado, ou seja, o fenômeno da extrapolação é um ato habitualmente inconsciente, de caráter implícito.

Apesar desse enunciado não ser evidente, a sua forma escrita evita a necessidade de “ir até o infinito” para verificar sua veracidade. A nossa experiência no processo de construção, como forma de representação geométrica, permite-nos atingir uma capacidade cognitiva visual suficiente para abstrairmos o conteúdo do postulado. Na perspectiva teórica de Fischbein (1987) estamos diante de uma afirmação que extrapola a limitada experiência sobre o infinito.

Além da enunciação pouco evidente em si, outros dois fatores incomodavam os geômetras de diferentes épocas quanto ao quinto postulado. Um deles é que este também se tornou conhecido como o postulado ou axioma das paralelas; no entanto, a palavra paralela não está na enunciação de Euclides. De acordo com David & Hersh (1985:252) tais designações eram devidas à equivalência de afirmações, que junto aos quatro primeiros postulados geravam o sistema euclidiano:

1. *Se uma reta intersecta uma das paralelas, intersectará a outra.*
2. *Retas que são paralelas a uma reta são paralelas entre si.*
3. *Duas retas que se intersectam não podem ser paralelas a uma mesma reta.*
4. *Sejam dados, em um plano, uma reta e um ponto P que não está em l.*  
*Então existe uma e só uma paralela a l passando por P.*



O segundo fator é que na obra *Elementos*, Euclides utilizou pela primeira vez o quinto postulado somente na demonstração do teorema 29 contido no Livro I. O uso tardio deste postulado gerou nos geômetras uma desconfiança de que estavam diante de uma proposição redigida na forma de um postulado.

O teorema nº 29 enuncia que quando duas retas paralelas são cortadas por uma terceira, então os ângulos interiores do mesmo lado são iguais a dois ângulos retos (Aaboe, 1984:63-64). Com base em Aaboe (1984) e Brito (1995), destacamos que a obra *Elementos* é composta de 13 livros contendo 465 proposições: 93 problemas e 372 teoremas demonstrados com apenas cinco postulados. Brito (1995) esclarece que um teorema é uma afirmação que necessita de demonstração para que fique comprovada sua veracidade.

A partir disto, diversos pesquisadores tentaram frustamente, segundo Brito (1995), demonstrar o quinto postulado. Dentre eles, podemos destacar o matemático inglês John Wallis (1616-1703), o padre jesuíta e geômetra genovês Girolamo Saccheri (1667-1733), o geômetra suíço Johann Lambert (1728-1777), o alemão e G.S. Klügel (1739-1812) e o francês Legendre (1752-1833).

Klügel no seu programa de doutoramento na Universidade de Göttingen em 1763, examinou 28 tentativas de provar o quinto postulado; concluindo que todas eram deficientes e levantando a opinião de que o quinto postulado não era demonstrável.

Saccheri e Lambert *encontraram como dificuldade para desenvolver seus trabalhos a concepção de que a geometria euclidiana era uma verdade inquestionável e a única geometria possível, pois expressava a identidade das leis matemáticas com as do mundo físico* (Brito, 1995:114).

O geômetra Lambert tomou conhecimento dos trabalhos de Saccheri e Klügel e atinou, em seus trabalhos *com a possibilidade de triângulos construídos sobre a esfera, os quais, por sinal, já eram conhecidos desde a Grécia antiga, mas que ganham destaque na ciência, com a trigonometria esférica*, numa época que a ciência volta-se para as aplicações práticas (Brito, 1995:114). Foi um momento histórico em que os problemas gerados pela intensificação nas navegações influenciaram o desenvolvimento da ciência, em especial, a mecânica e a astronomia.

O desenvolvimento da trigonometria hiperbólica esférica, em 1766, por Lambert, parece não ter proporcionado a este pesquisador a percepção da conexão entre a trigonometria esférica e seus trabalhos na tentativa de demonstração do quinto postulado. No entanto János Bolyai (1802-1860) e Lobatschewski (1793-1856) perceberam essa conexão. Bolyai<sup>1</sup> quando entrou no exército começou a aceitar a independência do quinto postulado em relação aos outros quatro e descobriu ser possível a construção de uma nova geometria<sup>2</sup> com base no postulado: através de um ponto no plano, pode-se traçar uma infinidade de retas que não interceptam uma reta desse plano (Struik, 1989).

Já Lobatschewski, *tornou público seus estudos sobre a nova geometria em fevereiro de 1826; no entanto, pode-se inferir pelo manuscrito de seus livros sobre Geometria Elementar, que em 1823 ele já sabia da inexistência de uma prova para o quinto postulado* (Brito, 1995:123).

---

<sup>1</sup> Bolyai publicou em 1832 seus resultados na forma de apêndice em um livro de seu pai Farkas Bolyai. Ao término do apêndice, Brito (1995:122) relata que ele construiu um círculo de área equivalente à de um quadrado e enunciou o seguinte dilema: ou o axioma de Euclides é verdadeiro, ou a quadratura do círculo é possível.

<sup>2</sup> O matemático alemão Carl Friedrich Gauss (1777-1855) não publicou os resultados de suas pesquisas quanto a impossibilidade de demonstração do quinto postulado. Para este geômetra, a negação do quinto postulado possibilitaria a construção de uma nova geometria tão lógica e coerente quanto a geometria de Euclides (Brito, 1995).

A descoberta da possibilidade de uma geometria não-euclidiana teve por efeito colocar em questão o raciocínio fundamentado sobre a intuição<sup>1</sup> geométrica. Até o início do século XIX, a construção euclidiana era considerada como o lugar exclusivo do rigor matemático e tornou-se o modelo<sup>2</sup> de um conhecimento que não era apenas matematicamente consistente mas, sim, verdadeiro e descritivo da realidade.

A problemática quanto ao enunciado do quinto postulado permaneceu até o ano de 1868, quando foi concluído que ele não poderia ser deduzido dos outros axiomas, ou seja, os postulados são independentes um do outro.

Nosso propósito foi mostrar que a lógica e a intuição são igualmente necessários para o progresso da ciência. Tomando como ponto de partida o quinto postulado, sintetizamos algumas etapas históricas que tentam abalar o objetivo da obra de Euclides: edificar uma estrutura científica na qual seus contemporâneos não podiam encontrar defeito.

Na avaliação de Poincaré (1995:15), nessa vasta construção euclidiana, da qual cada peça, contudo, deve-se à intuição, podemos ainda hoje, sem demasiado esforço, reconhecer a obra de um lógico.

O reconhecimento da importância da intuição na produção científica exige que a mesma sofra evolução porque, de acordo com Poincaré (1995:16) *a intuição não pode nos dar o rigor, nem mesmo a certeza (...)*. O reflexo disto é notável na coercividade das representações intuitivas. Sendo as intuições auto-evidentes, as representações geralmente aparecem como absolutas e invariáveis. Neste sentido, as intuições exercem uma forte

---

<sup>1</sup> De acordo com Brito (1995:98), desde a Antiguidade, “intuição” significava o conhecimento imediato que o intelecto tem frente a um objeto.

<sup>2</sup> Conceitua-se modelo para um sistema axiomático formal como uma interpretação dos termos primitivos, sobre o qual os axiomas tornam-se afirmações verdadeiras (Brito, 1995:136).

influência sobre o raciocínio do indivíduo, dificultando que outras alternativas tornem-se aceitáveis. Fischbein (1987:47-48) fornece-nos os seguinte o exemplo:

*Nós aceitamos como evidente que através de um ponto fora da reta somente uma reta paralela pode ser traçada. Nós não podemos aceitar intuitivamente outras alternativas<sup>1</sup>, por exemplo, que nenhuma paralela pode ser extraída (geometria de Riemann) ou que uma infinidade de retas paralelas podem ser traçadas (geometria de Lobachevsky).*

O fato de outras alternativas serem excluídas como inaceitáveis, no caso as geometrias não-euclidianas, deriva-se, provavelmente, do fato que Lobatschewski *não se ateve ao conceito grego de evidência – o que se pode ver com os olhos ou com a intuição – e utilizou o conceito de evidência lógica – o que se pode concluir com o raciocínio lógico* (Brito, 1995:129). Segundo a mesma autora, é necessário superarmos o grande obstáculo entre as possibilidades lógicas e a representação visual para compreendermos o desenvolvimento deste tipo de geometria e entendermos o significado de não utilizar a visualização e a intuição como métodos para validação das conclusões.

A auto-evidência e a certeza intrínseca são altamente correlacionadas, mas uma não se reduz à outra. A auto-evidência não implica na certeza pois, por exemplo, se tomarmos um segmento de reta AB e escolhermos aleatoriamente um ponto C contido no segmento; e a partir daí dividirmos inicialmente AB em duas partes iguais, na seqüência dividirmos cada uma destas partes ao meio e assim sucessivamente, pergunta-se: haverá uma situação em que uma das divisões atinja exatamente o ponto C?

---

<sup>1</sup> De acordo com David & Hersh (1985) e Brito (1995), hoje são conhecidas duas geometrias não-euclidianas: a de Lobatchewski ou hiperbólica e a geometria riemanniana (ou elíptica).

É possível que para um certo número de indivíduos seja evidente que uma das divisões atingirá o ponto C, no entanto, não é possível afirmar com certeza, nem tomando por base a experimentação de alguns casos particulares de divisão de segmentos.

A certeza não implica na auto-evidência. Neste caso, podemos ilustrar esta afirmação resgatando para o leitor os teoremas da geometria euclidiana comumente apresentados no ensino fundamental (teorema de Tales, teorema de Pitágoras, entre outros), os quais são aceitos mediante prova ou em função da autoridade de um livro-texto ou de um professor mas, no entanto, não são intuitivamente aceitos. Já os quatro primeiros axiomas da geometria euclidiana, por exemplo, *não são aceitos somente porque foram ensinados, eles também são aceitos como auto-evidentes e com a intuição de uma certeza intrínseca*, ou seja, uma certeza que lhe é próprio (Fischbein, 1987:46).

Neste contexto a certeza é diretamente associada ao critério de verdade genuína. No entanto, Fischbein (1987:46) adverte que *hoje em dia a intuição de certeza não é um critério absoluto de verdade*.

Uma vez estabelecidas as intuições, estas ganham muito vigor o que implica na resistência à mudanças. Trata-se da perseverança. É sabido que a matéria é composta de moléculas, as quais são compostas de átomos que por sua vez são compostas de partículas minúsculas que se movimentam com enorme rapidez; entretanto, a representação intuitiva da matéria como a composição de um movimento de partículas é praticamente impossível. A organização molecular, especialmente nos sólidos, aparece intuitivamente como propriedade intrínseca, ou seja, que lhe é próprio e que persevera no estudo escolar sobre o tema.

Fischbein (1987:231) complementa que as *intuições são sempre o produto da experiência pessoal, do envolvimento pessoal do indivíduo em uma determinada atividade prática ou teórica.*

A unicidade bem como a estrutura significativa da representação denotam a globabilidade da intuição. Entende-se por globabilidade a solução intuitiva (direta, global) e compacta de um problema, oposto ao pensamento analítico o qual é discursivo em sua natureza. Por exemplo, um estudante que se confronta pela primeira vez com o problema de descobrir uma fórmula para o cálculo do volume do prisma pode inspirar-se, por analogia, na forma de calcular a área de um retângulo. Segundo Fischbein (1987), *globalmente*<sup>1</sup> há uma semelhança na idéia básica dos procedimentos de cálculos, ou seja, em ambos os casos multiplica-se a base pela altura (nomenclaturas usuais aplicadas à geometria escolar).

Agora, se pensarmos que “três pontos não-colineares determinam uma circunferência”, temos um caso de uma proposição que não é auto-evidente. Pela concepção de Fischbein (1987) é possível ajudar o estudante a “ver” esta proposição como sendo evidente e, conseqüentemente, conseguir uma solução; por meio da utilização, por exemplo, de software geométrico ou pela mediação de uma outra pessoa. Na ausência da auto-evidência e de uma solução direta e global, tal proposição não pode ser entendida como uma afirmação intuitiva.

Descrevemos todas as características referentes ao conceito de intuição, apesar de algumas delas terem sido mobilizadas e/ou excluídas no decorrer das obras de Fischbein (1975, 1987, 1999a).

Ao finalizarmos a descrição das características que permeiam o conceito de intuição, observamos nelas dois elementos comuns e inter-relacionados: o saber e a experiência. Em

nossa investigação, cada um destes elementos se faz presente, a medida que o processo de experimentação probabilística desencadeado na parceria professoras-pesquisador, promove o desenvolvimento de intuições. Na medida em que as intuições interfiram na produção de saberes envolvendo noções elementares pertinentes à probabilidade e ocorreram a sistematização de saberes que contribuam no desenvolvimento da prática escolar de cada um dos envolvidos.

No contexto em questão, o eixo intuição faz juz a sua importância em nossa pesquisa no momento em que analisarmos o conteúdo de nosso trabalho de campo. Concebemos que a intuição permeia todo este conteúdo de forma implícita, devido a sua interferência direta na ação prática ou mental do indivíduo (Fischbein, 1975). Assumido que as intuições desempenham um papel implícito com relação aos saberes, não focalizaremos suas possíveis características-classificações-categorias, mas procuraremos interpretar o modo como as intuições contribuem ou não na produção de saberes, por parte das professoras.

Em suma, a intuição e o saber docente estão presentes implicitamente no trabalho. No decorrer do nosso trabalho de campo, mais precisamente nos seis primeiros encontros com as professoras, as interações ocorrem numa perspectiva intuitiva. O eixo teórico saber docente é mais presente nas interações ocorridas em sala de aula envolvendo a tríade professora-alunos-pesquisador.

Em situações de sala de aula, cada protagonista desempenhou um papel: o pesquisador foi o responsável pelas interações com os alunos frente ao conhecimento em questão e as professoras-parceiras, por sua vez, interpretaram para o pesquisador a produção escolar dos seus alunos.

---

<sup>1</sup> Preservou-se o estilo da fonte utilizado na obra de Fischbein (1987).

## 2.2 Saberes docentes: que perspectiva?

O desejo de termos em nossa investigação a presença do “outro”, numa concepção de parceiro, coloca-nos diante de uma perspectiva de pesquisa educacional que concebe os envolvidos neste processo, como pessoas capazes de produzir saberes. Segundo Tardif (2000) esta não é a perspectiva dominante de boa parte da produção científica e literária em Educação, que nos últimos cinquenta anos, está assentada no que ele chama de “três absurdos”:

- estudos envolvendo saberes profissionais sem vínculo com situações e/ou práticas de ensino e a um professor;
- estudos envolvendo a realidade do trabalho e/ou uma situação real de ensino, sem levar em consideração a atividade e os saberes mobilizados pelo professor;
- estudos sobre o professor, excluído de seu trabalho e de seus saberes.

Consideramos pertinentes as críticas deste autor frente ao montante parcial das pesquisas educacionais, embora consideremos o termo “absurdo” inadequado porque, muitas destas produções foram realizadas em momentos sócios-históricos em que os debates educacionais fundamentavam e sustentavam investigações daquele tipo. Diante disto, seguimos as recomendações de Moura (2002:42) e procuramos, no início deste item, nos posicionarmos *sob que ponto de vista estamos falando quando definimos nosso problema de pesquisa*.

Sendo assim, antes de prosseguirmos com considerações rumo a um dos eixos de nossa pesquisa - os saberes docentes - vamos abrir um parêntese para explicitar nosso posicionamento frente aos termos saber e conhecimento e a relação teoria-prática, com base em alguns autores.

Soares (1995:6) com a finalidade de investigar como tem sido possível ao professor articular o discurso da ciência de referência (Matemática, no caso) ao discurso pedagógico<sup>1</sup> em sua ação cotidiana, trouxe para sua tese de doutorado o fato de que Euclides, ao escrever seus treze livros ocultou tanto os produtores daquele conhecimento quanto as condições em que se deu esta produção. Ao citar a obra de Euclides, a pesquisadora assinalou a influência significativa dos autores de livros didáticos na constituição do discurso do professor, pois a repercussão do estilo euclidiano como modelo de discurso científico foi apropriada pelo discurso pedagógico tão intensa e satisfatoriamente que Euclides pode ser localizado como a grande referência para a Educação Matemática (Soares, 1995:10).

O estilo euclidiano como referência, em especial nos livros didáticos, proporciona aos seus autores a condição de autoridade, a medida que a relação do professor com o conhecimento é estabelecida pelo discurso atrelado à transmissão dos conteúdos fornecidos pelo livro didático.

Esta postura interfere sobre o que é considerado conhecimento e saber no contexto escolar. Para Soares (1995), a apropriação que o professor faz do conhecimento científico coloca-o na condição de detentor daquele conhecimento. Na postura de transmissor do conhecimento, o professor que tem adquirido o direito de ensinar, ao fazer, seu dizer e seu saber se equivalem. Para o aluno, o que o professor diz se converte em conhecimento, pois o mesmo é aquele que não sabe e está na escola para aprender. Neste processo de escolarização o saber manifesta-se no dizer, ou seja, professor e aluno diz o que sabe.

---

<sup>1</sup> Soares (1995) entende que o discurso pedagógico tem se articulado com representações da ciência “feita”, podendo ser considerada como uma pseudoarticulação por não levar em conta a ciência “em vias de fazer-se” e desse modo ocultar como o conhecimento científico é produzido.

Entendemos que nesta perspectiva, a relação conhecimento-saber é produto da transferência do que é produzido no meio acadêmico e científico para o contexto escolar, tendo no professor o condutor desta transposição e o aluno como receptor.

Freitas et al. (2000) com base em um referencial procedente da psicanálise<sup>1</sup>, diferencia em seu artigo os termos conhecimento e saber. Para estes pesquisadores (2000:2), o conhecimento é concebido como *um conjunto de idéias, representações e informações* que na sua forma objetiva está contido em livros ou em outros materiais de difusão como páginas eletrônicas. O saber, por sua vez, é uma elaboração individual, fundamentalmente subjetivo porém, possível de ser comunicado com outros indivíduos, por meio de um conjunto similar de significantes e significados.

Tardif (2000a, b) considera que o conhecimento está contido na noção de saber, como podemos observar em suas palavras: *atribuímos à noção de ‘saber’ um sentido amplo que engloba os conhecimentos, as competências<sup>2</sup>, as habilidades (ou aptidões) e as atitudes dos docentes, ou seja, aquilo que foi muitas vezes chamado de saber, de saber-fazer e de saber-ser* (Tardif, 2000b:212).

Fiorentini et al (1998:312) diferenciam os termos “conhecimento” e “saber” argumentando que:

*‘conhecimento’ aproximar-se-ia mais com a produção científica sistematizada e acumulada historicamente com regras mais rigorosas de validação tradicionalmente aceitas pela academia; o “saber”, por outro lado, representaria um modo de conhecer/saber mais dinâmico, menos sistematizado ou rigoroso e mais articulado a outras formas de saber e fazer relativos à prática não possuindo normas rígidas formais de validação.*

---

<sup>1</sup> MRECH, L.M. Psicanálise e Educação: novos operadores de leituras. São Paulo: Ed. Pioneira, 1999.

<sup>2</sup> Entendemos que para Tardif, ser competente é ser capaz de utilizar e aplicar procedimentos adequados em uma ação educativa.

No âmbito do que foi destacado destes pesquisadores quanto a distinção dos termos “saber” e “conhecimento”, a relação teoria-prática está implícita em todas as formulações. Neste sentido, nos posicionaremos frente a esta relação, ao invés de centrarmos esforços em conceituar estes termos, os quais possuem uma diversidade de significados que dependem do referencial teórico a ser adotado.

Um ponto em comum que envolve esta relação, refere-se ao distanciamento existente entre conhecimentos científicos (produção acadêmica) e os saberes práticos ou da experiência (produzidos pelos professores na prática docente). A esse respeito, Fiorentini et al (1998) sinaliza que o problema parece residir no modo como os professores e os acadêmicos mantêm a relação com esses saberes. Evidência disto são seus resultados de pesquisas e experiências que mostram a capacidade do professor produzir, na reflexão sobre a prática, uma ação diferente daquela idealizada teoricamente, que depende sobretudo, de sua formação teórico-epistemológica. *É justamente esta formação teórica que permite ao professor perceber relações mais complexas da prática* (Fiorentini et al, 1998:319). Nessa mesma linha, acrescentamos uma outra contribuição fornecida por Barth (1993:28) ao afirmar que (...) *nada é tão prático como uma boa teoria, porém, com a condição de que ela possa funcionar como ferramenta de análise para uma situação real.*

Notamos na leitura de algumas publicações de Fiorentini (1998, 1999, 2000, 2002) com parcerias ou não, que o contexto da prática, *além de fundamental para a significação dos conhecimentos teóricos, contribui para mostrar que os conhecimentos em ação são impregnados de elementos sociais, ético-políticos, culturais, afetivos e emocionais* (Fiorentini, 1998:319).

De suas palavras, observamos que alguns elementos que impregnam o conhecimento em ação provém da teoria de Barth (1993), que desenvolveu uma pesquisa focalizando o que é o saber, em especial, na prática. Para isto, seu trabalho de campo consistiu em coletar dados mediante a (...) *coleção de situações de formação, de deformação e de transformação do saber, onde podia observar o saber: na escola, nas (...) sessões de formação de professores, na vida profissional e na vida quotidiana* (Barth, 1993:61). Este modo de observar o saber em construção possibilitou a pesquisadora qualificar o saber como *estruturado, evolutivo, cultural, contextualizado e afetivo*, bem como considerar que suas qualificações representam alguns aspectos da natureza do saber (Barth, 1993:61).

Na perspectiva de Barth (1993) o saber é estruturado quando buscamos uma sistematização de um saber a ser discutido, levando em conta a experiência e as concepções de cada indivíduo. A cada momento que atribuímos um sentido para uma realidade observada, estamos lidando com a provisoriedade do saber, que qualifica o mesmo de evolutivo. A evolução do saber é pessoal e dar-se-á com o tempo e com a partilha de experiências na coletividade qualificando, desta forma o saber como cultural. Freitas et al. (2000:4) são partidários desta qualificação ao afirmar que *quando um conjunto de conhecimentos e saberes é compartilhado de alguma maneira por uma coletividade, estabelece-se uma mini-cultura, na qual um conjunto similar de significantes ou significados permite que a comunicação se estabeleça (...)*.

É decorrência do caráter pessoal, o fato de que *nosso primeiro encontro com um determinado saber (ou saber-fazer) surge em circunstâncias ao mesmo tempo afetivas, cognitivas e sociais. É este contexto que lhe irá dar sentido – ou não – e que continuará a influenciá-lo* (Barth, 1993:74).

A produção de significados e sentidos para um determinado saber é atravessado pela emoção, que impede de vê-lo nitidamente. Segundo Barth (1993:83-84), *confundimos então o saber com a emoção e interpretamos a realidade de modo meramente subjetivo. É assim que podemos odiar as matemáticas e adorar as leituras – ou vice-versa.*

O fato de Barth (1993) não descartar as contribuições teóricas ou aquelas provenientes da investigação e de não considerar a prática, mesmo que reflexiva, em instância auto-suficiente no processo de produção dos saberes docentes, parece ter contribuído também na concepção de Fiorentini (1999, 2000, 2002) quanto aos saberes docentes. Nas suas palavras, o saber docente é *reflexivo, plural e complexo porque é histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia, mais ou menos coerente e imbricada, de saberes científicos – oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos – e de saberes da experiência e da tradição pedagógica* (Fiorentini et al., 1999:55).

Desta teia, Fiorentini (1999) focaliza seu estudo acerca dos saberes experienciais dos professores. Esta investigação teve como objetivo a compreensão sobre *que saberes da atividade profissional os professores trazem, narram – e sobre os quais refletem - , a partir de atividades de troca de experiências e de leituras de textos sobre ensino da Matemática* (Fiorentini et al., 1999:43). A partir da análise e interpretação de três relatos e depoimentos, dentre os vários disponíveis nos encontros com professores, estes pesquisadores verificaram que a qualificação do saber proposto por Barth (1993) também fez-se presente. Verificou-se ainda que os saberes experienciais são saberes práticos ligados à ação os quais, como já alertavam Tardif et al (1991:228), não podem ser confundidos com os saberes da prática, ou seja, aqueles que se aplicam à prática para melhor conhecê-la. Pelo contrário, os saberes da

experiência se *integram às práticas e são partes constitutivas delas enquanto prática docente.*

A busca de uma epistemologia dos saberes docentes em ação, durante os processos interativos da prática pedagógica prevalece como foco de discussão de Fiorentini em textos posteriores, o que converge com nosso objetivo da nossa pesquisa. Em seu artigo, publicado em 2000, Fiorentini apropria-se da definição de epistemologia da prática profissional elaborada por Tardif (1999), com o objetivo de explicitar a interdependência existente na tríade de entidades: o professor, sua prática e seus saberes.

A proposta de desenvolvimento do conceito de epistemologia da prática profissional por Tardif (2000a) é embasado no fato de que o trabalho docente promove a mobilização e produção de saberes por parte dos professores que, neste processo, constituem-se profissionais. Isto consolidou o conceito *como o estudo do conjunto dos saberes utilizados realmente pelos profissionais em seu espaço de trabalho cotidiano para desempenhar todas as suas tarefas* (Tardif, 2000a:10). Este conceito, nas palavras do próprio autor (2000a:10), *(...) não é uma definição de palavras ou coisas, mas uma definição de pesquisa (...)*. A partir daí é proposto algumas conseqüências que podem modificar as concepções atuais sobre a pesquisa universitária a respeito do ensino. Uma delas, relacionada ao aspecto metodológico, orienta que os pesquisadores que desejam estudar os saberes do professor, devem *ir diretamente aos lugares onde os profissionais do ensino trabalham, para ver como eles pensam e falam, como trabalham na sala de aula, como transformam programas escolares para torná-los efetivos, como interagem com os pais de alunos, com seus colegas, etc.* (Tardif, 2000a:12). Sob este ponto, concordamos com a crítica elaborada por Fiorentini

(2002:30) ao destacar que *Tardif não menciona a necessidade do professor escolar também se constituir, sozinho ou com os acadêmicos, em pesquisador.*

O conceito de Tardif (2000a) sobre a epistemologia da prática profissional também é vinculado à resultados de pesquisa suscetíveis de serem produzidos, tendo como referência trabalhos recentes sobre o ensino nos Estados Unidos e suas próprias pesquisas em parceria ou não. Pela nossa leitura observamos que este autor, na verdade, dedica-se a caracterizar os saberes docentes com base em constatações e/ou resultados de pesquisas envolvendo o professor e ensino. Para Tardif (2000a), os saberes docentes são caracterizados como temporais, plurais, personalizados, situados, heterogêneos, ecléticos e sincréticos, uma mistura de concepções heterogêneas destinadas a constituir um todo.

Verificam-se as características de pluralidade e a heterogeneidade em três aspectos: a) o trabalho do professor mobiliza saberes provenientes de diversas fontes; b) a *relação do professor com os saberes não é de busca de coerência, mas de utilização integrada no trabalho, em função de vários objetivos que procuram atingir simultaneamente* e c) os saberes *estão a serviço da ação e é na ação que assumem seu significado e sua utilidade* (Tardif, 2000a:14).

O saber docente também é caracterizado como personalizado e, neste sentido, associa-se ao fato dos saberes profissionais serem *apropriados, incorporados, subjetivados, saberes que são difíceis de dissociar das pessoas, de sua experiência e situação de trabalho*. Os saberes profissionais também são situados, pois são *construídos e utilizados em função de uma situação de trabalho particular, e é em relação a essa situação particular que eles ganham sentido* (Tardif, 2000a:16).

Já o fator tempo é abordado com maior profundidade em outro artigo publicado no mesmo ano. Nele, Tardif (2000b:210) argumenta que ao longo do processo de vida profissional, *o trabalho não se restringe somente a fazer alguma coisa, mas fazer alguma coisa de si mesmo, consigo mesmo*. Com o passar do tempo, a identidade profissional *carrega as marcas de sua própria atividade, e uma boa parte de sua existência é caracterizada por sua atuação profissional*. Se o trabalhador e sua identidade são modificados pelo trabalho, o “saber trabalhar”, por sua vez, sempre se modifica com o decorrer do tempo (Tardif, 2000b:210).

Dentre as demais características delineadas por Tardif (2000a) para saber docente, Fiorentini (2002) critica o adjetivo sincrético. Tardif (2000a:14) argumenta que as duas últimas qualificações de saberes docentes (ecléticos e sincréticos) revelam que *um professor raramente tem uma teoria ou uma concepção unitária de sua prática; ao contrário, os professores utilizam muitas teorias, concepções e técnicas, conforme a necessidade, mesmo que pareçam contraditórias para os pesquisadores*. Em oposição a Tardif (2000a), Fiorentini (2002:31) argumenta que a convivência:

*(...) com professores da escola – sobretudo aqueles professores reflexivos com postura investigativa -, ao contrário do que diz Tardif, apresentam uma visão unitária da prática, relacionando, ao mesmo tempo, aspectos instrucionais, formativos, cognitivos ou conceituais, emocionais, culturais e ético-políticos. Além disso, possuem uma teoria implícita a qual permite que elaborem uma visão sintética<sup>1</sup> da prática, não conseguindo isolar a matemática do seu sentido pedagógico amplo que relaciona aspectos instrutivos (didáticos) e formativos (relativos aos valores e ao desenvolvimento humano).*

---

<sup>1</sup>Grifo nosso, contrapondo-se ao termo “sincrético”.

Sob nosso olhar, os argumentos de um pesquisador não contrapõe o do outro. O fato é que a concepção de pesquisa educacional de Tardif e Fiorentini, possui elementos distintos.

É louvável a preocupação de Tardif (2000a) com os rumos da pesquisa em educação, em especial do ponto de vista metodológico, a ponto de convocar os pesquisadores universitários que desejam estudar os saberes docentes, a ir nos locais de trabalho dos professores para ver como eles pensam, falam e trabalham na sala de aula. Porém, esta perspectiva metodológica parece-nos ainda atrelada apenas a descrição de fatos observáveis que culminam em teorias sobre a prática docente, pois o pesquisador assume uma postura de exterioridade frente ao contexto pesquisado.

Indícios desta postura podem ser encontrados em publicações anteriores, como em Tardif et al (1991). Nela, estes pesquisadores ao afirmaram que o saber docente se compõe de vários saberes, no caso, os disciplinares, curriculares, profissionais e experienciais, estão assumindo um caráter teórico e elaborado com base em um professor idealizado, como atestam os próprios autores: *o(a) professor(a) padrão é alguém que deve conhecer sua matéria, sua disciplina e seu programa, que deve possuir certos conhecimentos das ciências da educação e da pedagogia, sem deixar de desenvolver um saber prático fundado em sua experiência cotidiana com os alunos* (Tardif et al, 1991:221). No entanto, quando os autores foram a campo constataram que *os saberes experienciais não são saberes como os demais, são, ao contrário, formados de todos os demais, porém retraduzidos, “polidos” e submetidos às certezas construídas na prática e no vivido* (Tardif et al, 1991:234).

Acrescentamos ainda que esta definição de saber docente, elaborada por Tardif et al. (1991), também é alvo de crítica por parte de Monteiro (2001) que levanta a hipótese de ambiguidade na formulação conceitual, especificamente quanto aos saberes experienciais.

Para Tardif et al. (1991:218), *pode se definir o saber docente como um saber plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais*. Mais adiante, Tardif et al (1991:232) explica que os saberes experienciais *surgem como núcleo vital do saber docente*, a partir do qual os professores *tentam transformar as relações de exterioridade com os saberes em relações de interioridade com sua própria prática*.

Perante a estas definições, concordamos com Monteiro (2001:132) ao explicar que *a ambiguidade reside no fato de que, em sua formulação, os saberes da experiência acabam sendo tomados como se fossem novos saberes a serem utilizados. O saber docente é o saber da experiência ou é a soma dos quatro saberes (oriundos da formação profissional, saberes disciplinares, curriculares e experienciais) (...)? Não se resgata, de certa forma, o viés da racionalidade técnica? Racionalidade esta, que*

*(...) nega a subjetividade do professor como agente do processo educativo; ignora o fato de que a atividade docente lida com, depende de e cria conhecimentos tácitos, pessoais e não sistemáticos que só podem ser adquiridos através do contato com a prática; ignora os estudos culturais e sociológicos que vêem o currículo como terreno de criação simbólica e cultural; e que ignora, também, todo o conhecimento a que tem sido submetido o conhecimento científico nas últimas décadas. (Monteiro, 2001:122)*

Quando direcionamos nosso olhar para a concepção de pesquisa educacional de Fiorentini (2002), observamos a diferença, se comparado com o que acabamos de descrever sobre os trabalhos de Tardif (1991, 2000a).

Recentemente, Fiorentini (2002:31) sistematizou de forma clara e objetiva sua concepção de pesquisa quando há o envolvimento do professor neste processo: *defendo a*

*idéia de que se os acadêmicos realmente quiserem investigar e compreender, em sua complexidade e sob a perspectiva daqueles que os produzem, os saberes e as práticas dos professores, terão que mudar o sentido da pesquisa sobre professores para a pesquisa com professores.* Em complemento, este pesquisador ressalta que apesar de ainda ser raros, no contexto brasileiro, os estudos envolvendo a parceria professores da universidade e professores da escola, *vem mostrando que ambos podem, de maneira colaborativa, constituírem-se em pesquisadores e produtores de saberes sobre a prática e a formação docente* (Fiorentini, 2002:31).

Em suma, com base no que propomos como objetivo de pesquisa, observar o trabalho do professor em seu contexto e, a partir daí, valorizar os saberes da prática como foco de pesquisa – perspectiva de Tardif - ainda parece-nos um processo restrito, porque inibe a mobilização e produção de saberes que podem ocorrer quando o pesquisador assume o papel de parceiro com o professor docente envolvido na investigação.

Por isso, vamos apropriarmos da definição de saber docente elaborada por Fiorentini et al. (1999), pelo modo como suas elaborações teóricas são construídas da análise do investigar com o professor. Dado que o saber docente *é reflexivo, plural e complexo porque é histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia, mais ou menos coerente e imbricada, de saberes científicos – oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos – e de saberes da experiência e da tradição pedagógica* (Fiorentini et al., 1999:55), consideramos o eixo de análise saber docente a partir da perspectiva de que o investigar com o professor é um processo decorrente do seu contexto de trabalho; local este, onde ensinar e aprender são inter-relacionados.

# Cenário da pesquisa

	Página
3.1. A unidade escolar	59
3.2. A parceria pesquisador-professoras: alguns episódios	61
3.3. Episódios da vida estudantil e profissional de Gildete	64
3.4. Episódios da vida estudantil e profissional de Márcia	69
3.5. As parceiras da pesquisa: o “ser professora primária”	76

## PARTE III

### CENÁRIO DA PESQUISA

#### 3.1. A unidade escolar

O trabalho de campo da pesquisa que originou esta tese de doutorado constituiu-se em: encontros de estudos e encontros de planejamento de atividades, duas entrevistas semi-estruturadas realizadas pelo pesquisador com cada uma das professoras parceiras: uma para que contassem sua história profissional e outra para que avaliassem sua participação no trabalho de campo, intervenção curricular com a participação do pesquisador em uma classe da professora Gildete (4ª série) e em uma classe da professora Márcia (2ª série), conversas informais antes e/ou depois dos encontros, antes e/ou depois das aulas e aplicação de questionário para as professoras-parceiras.

Este trabalho de campo foi realizado em uma unidade escolar da rede pública municipal da cidade de Hortolândia, situada na região metropolitana de Campinas, estado de São Paulo.

A clientela atendida por esta escola é, em sua grande maioria, composta por residentes no bairro onde se localiza a instituição ou adjacências. Os alunos são provenientes, na sua maioria, de famílias humildes e totalizam em média 800 estudantes.

A fundação desta escola deu-se em 1976, inicialmente como uma escola da rede pública estadual e, posteriormente, agregada a rede municipal de ensino. São 12 o número de salas alocadas para atividades de ensino com capacidade para no máximo 40 alunos dispostos,

geralmente, em até 5 fileiras, além de uma sala para a brinquedoteca<sup>1</sup>, uma para biblioteca e uma para sala de jogos. Neste estabelecimento, durante o dia, funciona o curso de educação infantil e os dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental, que conta com 27 professoras. No período noturno, algumas salas são cedidas para o ensino de suplência na modalidade de telecurso a distância (tele-sala).

Nas escolas municipais de Hortolândia ocorrem o desenvolvimento de alguns projetos oferecidos e subsidiados pela Secretaria Municipal de Educação. São eles: oficina de teatro, brinquedoteca, grupo de apoio para suporte pedagógico, Projeto Cidadania, Projeto Civismo e jogo de xadrez. Em todos eles, a dinâmica de implantação é basicamente a mesma.

A Secretaria Municipal de Educação contrata uma ou mais pessoas responsáveis por cada um dos projetos e as professoras interessadas se inscrevem para trabalhar nos mesmos. Os professores contratados são preparados para atuar nas escolas. Semanalmente trabalham com grupos de alunos (geralmente, de 15 a 20) nas escolas integradas aos projetos e também participam de encontros com os responsáveis com o intuito de orientação para o desenvolvimento das atividades. Os alunos, por sua vez, interessados em participar de algum projeto solicitam aos seus responsáveis para fazer sua inscrição na unidade escolar em que estudam. Vamos comentar sobre três dos quatro projetos em desenvolvimento na escola onde foi realizado o trabalho de campo da pesquisa: grupo de apoio para suporte pedagógico, projeto cidadania, projeto civismo e brinquedoteca.

O projeto do grupo de apoio para suporte pedagógico, nesta unidade escolar, é desenvolvido as terças e quintas-feiras. A professora participante deste projeto permanece o dia todo na escola para que haja interação e acompanhamento do trabalho por parte das

---

<sup>1</sup> Descreveremos posteriormente o que é a brinquedoteca, quando abordarmos os aspectos da formação docente e vida estudantil da professora-parceira Gildete.

docentes desta unidade escolar. Os alunos com problemas de aprendizagem são encaminhados para a docente que trabalha com grupos de 15 estudantes. Eles recebem acompanhamento escolar duas vezes por semana, durante duas horas e no período oposto aquele em que estuda.

O projeto cidadania é desenvolvido com o objetivo de educar o estudante na perspectiva de ser cidadão, de ter direito de desfrutar dos direitos civis e políticos de um Estado. Mensalmente, ocorre uma reunião entre dois representantes de cada uma das salas de aula com a vice-diretora que é responsável por abordar temas pertinentes ao projeto. Ao término, as crianças voltam para suas salas de aula e atuam como agentes multiplicadores, conversando sobre os temas discutidos na reunião com os demais colegas.

O projeto civismo ocorre todas as sextas-feiras em dois horários fixos, um de manhã e um a tarde. Reúne-se todos os alunos do período escolar na quadra esportiva, para cantar o Hino Nacional e o de Hortolândia. Após esta atividade, geralmente, há uma apresentação por parte dos alunos como a declamação de um poema orientado pela sua professora ou, até mesmo, alguma apresentação por parte de uma pessoa da diretoria da escola.

É neste contexto que estão inseridas as professoras-parceiras e que desenvolvemos o trabalho de campo.

### **3.2 A parceria pesquisador-professoras: alguns episódios.**

A partir do momento que considerei a viabilidade de pesquisar com professoras atuantes nas séries iniciais do ensino fundamental, procurei constituir a parceria. Conhecia algumas pessoas atuantes neste segmento escolar e, dentre elas, optei por apresentar a proposta de pesquisa para a professora Márcia, devido à relação de amizade com sua família e informações que tinha sobre a sua dedicação e o profissionalismo no exercício da docência.

A professora Márcia expressou ter aceito a parceria devido a sua necessidade de aprendizagem, pois em sua escola os docentes abandonaram os conteúdos pertinentes à Estatística e Probabilidade por não conhecer o assunto. Esclareci a ela que concebia a parceria não como um curso pré-moldado subsidiado por seqüências de atividades a serem aplicadas em sala de aula. O trabalho de campo implicaria, como ocorreu, em respeitar a história pessoal e profissional das professoras e valorizar a partilha de saberes produzidos e mobilizados no e para o trabalho em sala de aula.

Esta professora tratou de agendar uma visita à escola onde lecionava, para um primeiro contato com os membros da direção. O objetivo era conseguir a permissão para apresentação do projeto de pesquisa a fim de agregar mais professoras-parceiras, visto que a demanda por saberes neste campo do conhecimento estendia-se às demais colegas de trabalho.

Dias depois aconteceu a visita e, de imediato, houve muita cordialidade por parte do corpo administrativo da unidade escolar. Apresentamos nosso projeto de pesquisa e conseguimos o consentimento da diretora para participar de quaisquer atividades da escola a fim de estabelecer contatos com as demais professoras da unidade.

Durante um período de 1999, visitei regularmente a unidade escolar e com o apoio da professora Márcia fui conhecendo aproximadamente 20 professoras - parte significativa daquele corpo docente. A medida que minha presença tornava-se algo corriqueiro no dia-a-dia escolar, fui tendo oportunidade de socializar a proposta desta pesquisa. A apresentação do projeto de pesquisa foi feito de forma individual para cada professora interessada em conhecê-lo, com hora e data marcada, levando em conta a disponibilidade da docente.

A medida que íamos estabelecendo contato com cada uma das professoras percebíamos dificuldades em estabelecer novas parcerias, apesar das manifestações positivas de interesse pela pesquisa. Como já estávamos no início do segundo semestre letivo de 1999, as professoras já tinham agendado seus horários de trabalho e afazeres de natureza diversa. Outro problema era a sobrecarga da maioria das professoras que geralmente lecionavam dois períodos (manhã e tarde) em duas unidades escolares distintas com um intervalo médio de uma hora para deslocamento e almoço. Além dos problemas de restrição de tempo durante o dia, havia também algumas professoras que cursavam pedagogia no período noturno, professoras que moravam em Campinas e professoras/mães que, em função de uma rotina desgastante de trabalho, destinavam o final de semana para estarem ao lado de suas famílias.

A falta de um horário adequado justificado pela sobrecarga de trabalho foi determinante na formação das parcerias que, inicialmente, iria contar com quatro professoras mas estiveram presentes apenas as professoras Márcia e Gildete, desde nossos primeiros encontros.

O motivo da adesão da Gildete a nossa parceria foi o mesmo de Márcia. Na óptica destas professoras, elas achavam que nunca haviam abordado estatística e probabilidade em suas aulas. Se trabalharam, não sabiam que estavam desenvolvendo atividades pertinentes aos temas, pois nunca estudaram esses assuntos. Tais informações foram imprescindíveis para a elaboração da dinâmica utilizada no trabalho de campo.

A seguir retrataremos episódios da vida estudantil e profissional das professoras-parceiras que foram narrados em conversas informais e em entrevistas semi-estruturadas.

### 3.3. Episódios da vida estudantil e profissional de Gildete

A professora Gildete nasceu em Sergipe onde realizou seus estudos referentes ao antigo 1º Grau. Moradora da zona rural, ela sempre frequentou aulas em uma escola municipal situada dentro do sítio de seu avô. Ao completar o Ensino Fundamental, interrompeu seus estudos por não haver o Ensino Médio nas redondezas de onde morava. Ainda em Sergipe casou e teve dois filhos. Neste período de vida, profissionalmente, Gildete foi trabalhadora rural e dona de casa.

Algum tempo depois, a sua família decidiu migrar para o interior do Estado de São Paulo. Seu marido veio sozinho inicialmente e, após um ano, foi a vez de Gildete e seus dois filhos.

Nos dois primeiros anos em Campinas, Gildete trabalhou como empregada doméstica para uma família residente nas proximidades da região central.

Após este período, decidiu retomar seus estudos. Depois de um tempo considerável sem estudar, Gildete decidiu fazer o curso de Habilitação ao Magistério de 4 anos, em uma tradicional escola pública estadual do município de Campinas. A partir do seu ingresso no curso, Gildete deixou o emprego.

Sua próxima atividade profissional foi a docência, na qual tem atuado por quase treze anos.

Quanto a escolha do magistério relata

*Não sei se foi bem uma escolha. O que posso dizer é que diante de minhas possibilidades financeiras parecia que era o que mais me convinha. Também não é dizer que fui empurrada, que as circunstâncias também me empurraram. Foi também uma escolha consciente.*

A formação recebida no curso de Magistério foi qualificada por Gildete como não-adequada para suprir as demandas do exercício da prática pedagógica. Na fala da professora:

*Por mais que você se esforce, o curso de magistério em si não propicia ao aluno uma base eficaz. Faltou um pouco mais da prática. Não só teoria. O que teve de estágio foi pouco. Fiz o Magistério na década de 80.*

No ano de 2000, Gildete retoma novamente seus estudos, optando por cursar pedagogia no município de Hortolândia, onde reside e trabalha. Na condição de estudante, Gildete relata-nos algumas de suas impressões quanto aos serviços prestados pela instituição:

*Na área do conhecimento da criança, na forma de compreendê-la integralmente, o curso está dando uma boa base. Acho que se não tivesse optado por fazer esta faculdade, teria uma falha muito significativa como profissional. Com a entrada na Pedagogia temos aprendido muito na didática e psicologia, em função da troca de experiência entre os colegas. Não sei se é porque eu gosto mais.*

*Nos trabalhos e seminários, temos aprendido muito com a apresentação dos colegas. Somos 40 alunas atualmente, muito unidas. Há umas 8 pessoas que trabalham em outras áreas, mas pretendem trabalhar na educação. O restante, todas são professoras do próprio município ou de municípios vizinhos. Há professoras com mais experiência do que eu, igual e com menos experiência.*

*Geralmente são dados trabalhos em grupos e quando não é nosso grupo, procuramos ter a mesma atenção, como se fossem nossos professores. Isto é exigido da gente.*

*Isso faz com que a gente aprenda também com as experiências citadas, as dificuldades. Aí você faz uma análise da sua situação, os pontos positivos que você vê na sua vida de trabalho ou os negativos que você também pode lidar.*

*Estou tendo mais oportunidade de unir teoria e prática do que a época do magistério.*

O exercício da docência é marcado pela passagem em diversas escolas públicas estaduais e municipais. Há vários anos tem atuado, exclusivamente, nesta mesma escola municipal de Hortolândia. De acordo com Gildete, trabalhar nesta escola *significa muito*. É

*próximo de minha casa. As pessoas são colegas que já conheço. Se eu tivesse que mudar de unidade, acho que eu iria sentir muito.*

A escola, na sua óptica, proporciona um ambiente para seu trabalho, o qual não causa nenhum tipo de conflito ou tensão no exercício de sua prática pedagógica. A sua visão quanto ao cotidiano desta escola, na sua fala:

*É Legal. Nas horas das atividades<sup>1</sup> nos reunimos: na primeira parte há informativos gerais e no segundo momento trabalhamos com o planejamento semanal. Quando tem um período com muitas atividades, como em datas comemorativas, nos reunimos, mas acaba prejudicando e influenciando um pouco o andamento e objetivo da reunião.*

Desde que eu estabeleci contato com a professora Gildete, no ano de 1999, ela tem assumido classes de 4ª série (crianças com idade média de 10 anos), além de integrar o projeto da brinquedoteca<sup>2</sup>.

Como foi anunciado anteriormente, vou descrever alguns aspectos envolvendo a realização do projeto da brinquedoteca e suas implicações educacionais nesta unidade escolar.

Segundo os relatos de Gildete:

*É um trabalho legal que envolve a criança. A gente invoca na criança aquele gosto pela coisa. Você tem que trabalhar com a criança aquele lado lúdico, não deixar ele preocupado só com o conteúdo. O objetivo do projeto é que o brincar ajude o desenvolvimento da criança.*

*Na última reunião, a pessoa que dirige o projeto pediu que a gente faça um levantamento do que o professor na sala de aula percebeu em relação aquela criança que participa do projeto. Se percebeu desinibição, progresso no rendimento dele. Com base na zona de desenvolvimento proximal de Vygotsky o resultado deve ser positivo.*

---

<sup>1</sup> Esta atividade é, na verdade, uma reunião obrigatória, envolvendo todas as docentes e a coordenadora da escola, e que ocorre semanalmente.

<sup>2</sup> Sua participação no projeto iniciou desde a criação do projeto, no ano de 2001.

*Eu trabalho com grupo de 20 alunos a partir da inscrição do aluno por meio dos pais. O grupo é fixo, trabalho com três. É uma hora e meia de duração para cada um. Eu trabalho com material de sucata, envolvendo a construção de jogos pedagógicos, faz de conta, e fabricar a partir de sucata o objeto que ele deseja. Por exemplo, ele quer fazer uma geladeira mas ele vai colocar a criatividade dele. Este modelo de geladeira já existe e o objetivo dele é colocar a criatividade dele em algo a mais.*

*Ela vai criar algo diferente naquele modelo que já existe e vai colocar mais alguma coisa no que já existe. Usamos todas as espécies de sucata: tampa, caixa, garrafas plásticas...*

Em Oliveira (1997) aprendemos que Vygotsky propõe que não devemos limitar-nos à determinação de níveis de desenvolvimento e sim, investigar as relações entre o processo de desenvolvimento e a capacidade de aprendizado da criança. Na perspectiva da teoria de Vygotsky, a compreensão das dimensões do aprendizado escolar é possível a partir da compreensão do conceito de zona de desenvolvimento proximal. Nas palavras de Vygotsky (1994:112), este conceito relaciona

*a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.*

Retomando o conteúdo da entrevista, Gildete desenvolve o projeto da brinquedoteca na mesma escola em que trabalha. Perguntamos se havia algum aluno de sua classe envolvido na brinquedoteca e, em caso afirmativo, como tem visto o retorno do projeto na sua prática pedagógica cotidiana. A professora fez o seguinte relato:

*Tem alunos de minha sala no projeto. O que eu observo é que na hora do projeto eles se entregam à atividade. Você não tem necessidade de ficar dando toque para que faça, participe. Eu vejo este interesse que considero uma coisa legal, que não é forçado. A interação entre eles contém sempre uma ajuda mútua no grupo.*

(Pesquisador) *Esses seus alunos tem apresentado alguma melhora, mudança em sala de aula?*

*No rendimento não deu tempo para eu ainda observar um destaque significativo, mas na forma de interagir com outras crianças eu percebi diferença. O aluno A<sup>1</sup>, por exemplo, antes de entrar no projeto, ele era uma criança arredia. Ele não se entrosava muito com os outros. Com o projeto ele já é uma criança que fica com os outros. Em trabalhos em grupos, ele já dá a opinião.*

No decorrer da entrevista e, em outros momentos de conversa com a professora Gildete, percebemos sua afinidade e interesse pela psicologia, em especial, nas questões que envolvem o desenvolvimento intelectual da criança. Quanto a área de exatas, ela reconhece que como aluna sempre teve dificuldades e que como professora dedica-se a dominar os conteúdos a serem ensinados. Nas suas palavras:

*Como aluna, sempre achei uma matéria (matemática) difícil. Fazia o que era solicitado, mas sempre senti dificuldades. Para não tirar nota baixa, foi a matéria que mais dediquei tempo.*

*Como professora, me esforço para não apresentar falha nenhuma, ou seja, passar um conteúdo que eu não tenho segurança. Me preparo bastante, procuro rever o conteúdo antes, estudar antes para ter o domínio.*

(Pesquisador) *Durante o curso de pedagogia você teve oportunidade de discutir temas relacionados a matemática?*

*Não. Os trabalhos recentes envolveram a análise dos PCNs, mas nosso grupo foi sorteado para trabalhar com Ciências.*

Em seu relato, Gildete mostra-se uma profissional que reconhece os obstáculos que possui para exercer a docência, mas revela não medir esforços para supri-los. Acredita que como professora deve ser capaz de exercer seu papel com eficiência e tem nos pais e nos próprios alunos o referencial de retorno do trabalho realizado. Como ela mesmo diz:

---

<sup>1</sup> Estou omitindo da fala da professora a identificação do nome do aluno.

*Acho que faço minha parte e acho que é importante desde que eu desempenhe bem meu papel. No desenvolvimento da criança não é só passar conhecimento, mas a formação do indivíduo, formar e informar o aluno.*

*Nunca tive reclamação de pais e/ou colegas. O retorno é a manifestação dos pais com um muito obrigado. Como hoje<sup>1</sup> teve: a avó falou que a neta ficou super contente em saber que eu seria sua professora. Na cabeça da menina, acho que ela tinha eu como amiga.*

*Acho que é a forma como eu falo com as crianças. Tem crianças que precisam ser chamadas a atenção, mas dependendo do modo como você chama a atenção você não fere a criança. Quando percebo que alguma criança está fazendo alguma coisa que necessita de um toque eu não tenho o hábito de chamar a atenção de forma alarmante, mas em um nível de voz que ela entenda que é necessário manerar.*

#### **3.4. Episódios da vida estudantil e profissional de Márcia**

A professora Márcia estudou até a 6ª série numa escola municipal de Campinas e as séries finais do antigo 1º Grau foram feitos em uma escola estadual de Hortolândia. Em seguida ingressou no curso Habilitação ao Magistério, de 4 anos, em uma escola pública do município de Sumaré. Até meados do último ano do curso, Márcia estudou durante o dia. Em função de um emprego temporário em um laboratório de análises clínicas, teve que transferir-se para o período noturno durante três meses. Depois voltou a freqüentar as aulas durante o dia.

Com a exceção de ter trabalhado em um laboratório de análise clínica, sua experiência profissional têm-se constituído na docência ao longo de 11 anos.

Segundo a Márcia, sua escolha do Magistério foi algo inato:

*Desde que eu me entendo por gente, nasci e cresci pensando em ser professora. Não tinha nenhum outro objetivo. Primeiro era o gosto de trabalhar com*

---

<sup>1</sup> Antes deste relato tinha ocorrido uma reunião de pais e mestres.

*criança, depois o gosto de passar alguma coisa para alguém. Eu achava que tinha muita coisa para passar para as pessoas. Depois você vai adquirindo maturidade. A primeira coisa, acho que quando entrei na escola desde os 6 anos, queria ser professora.*

Apesar de haver em sua família outras pessoas que atuam no magistério, Márcia reconhece que não houve influência de ninguém em sua escolha profissional. De acordo com a professora:

*Na minha casa tem mais gente que queria ser professora. Acho que é mais por admiração pela profissão, por esta troca, por esta construção. Nem me recordo quais eram os motivos lá com 6 anos. Até fiquei um tempo, fui tentar no emprego temporário, mas não tinha nada a ver comigo. Trabalhei em um laboratório de análise clínicas por um tempo na época que eu queria fazer faculdade. Precisava de dinheiro, queria trabalhar, porque primeiro é o pai que sustenta tudo. Daí eu vi que não era meu caminho mesmo. Eu tentei mudar, foi por três meses.*

A professora tinha a pretensão de dar continuidade aos seus estudos logo após a conclusão do curso de Magistério. No entanto, Márcia enfrentou alguns problemas e ingressou no Ensino Superior somente três anos após a conclusão do Ensino Médio, de acordo com sua explicação:

*Eu não tinha dinheiro para pagar uma Pucc. Não podia estudar na Unicamp porque na época não havia o curso noturno. Eu tinha que trabalhar, dar aula. Passei três anos juntando dinheiro. Eu trabalhava no “estado”<sup>1</sup> e ganhava muito pouco. Eu fiz uma lista das faculdades em que eu poderia pagar, daí eu escolhi. Eu achava que para eu exercer minha profissão, tinha que falar bem e escrever bem. Eu precisava de algumas ferramentas. Então eu fui atrás destas ferramentas*

A opção por cursar uma faculdade foi muito atrelada à necessidade de um aprimoramento profissional para o exercício da docência. Para a professora, *falar bem e*

---

<sup>1</sup> A professora refere-se a escola pública estadual.

*escrever bem* são requisitos para o exercício da sua profissão, a busca por estas *ferramentas* pareceu viável fazendo um curso de Letras.

Na avaliação da professora o curso deixou a desejar, embora pareça que para a professora, isto não foi nenhuma surpresa, conforme atestamos em seu parecer quanto a qualidade do curso:

*É claro que meu curso não foi muito bom. Fiz três anos de Licenciatura<sup>1</sup> Curta. Não foi legal, mas acho que se você propõe estar indo, estar estudando, você aprende alguma coisa. Poderia ter aprendido mais, mas hoje eu vejo tantas pessoas que fazem faculdades ditas maravilhosas e não aprendem nada. Acho que é problema de pessoa para pessoa. Acho que ficou a desejar.*

Já a avaliação do seu curso de Habilitação ao Magistério foi mais positiva, embora, também expresse o contraste entre a formação recebida e a realidade encontrada na sala de aula.. Em boa parte, Márcia credita a qualidade do curso em função de ter estudado em uma turma formada por apenas treze alunas. Em suas palavras:

*Olha eu achei que quando me formei e fui para a sala de aula, vi que eu não sabia nada. Com o decorrer do tempo observei que até tive uma formação legal. Acho que pelo fato de sermos em treze. Mas daí você vai dar aula e ao se deparar com problemas em sala de aula, pude ver que apesar de ter achado que minha formação era legal por serem poucas alunas, ela não preparou para a sala de aula, efetivamente.*

*Eu me deparei com problemas que não foram abordados no curso: alunos indisciplinados, alunos com problemas. Há dez anos atrás não víamos assim, o aluno indisciplinado era uma coisa tão distante no magistério. Nós não víamos: ah! vamos fazer um estudo de caso, que formas poderíamos estar tratando... Você fazia estágio, o que você observava? Os professores, todo mundo sentado um atrás do outro, olhando para frente e você não aprendia nada com aquilo. Você só aprendia o que não deveria fazer. O que você tinha que fazer, você não tinha orientação.*

---

<sup>1</sup> É uma modalidade de curso extinta, que habilitava o professor a lecionar uma disciplina específica no 1º Grau, de 5ª a 8ª série (atuais 3º e 4º ciclos do ensino fundamental).

*Você só estudava teoria, mas a prática, o ver, o trabalhar junto, o descobrir, você não tinha. Você vai aprender em sala de aula e aí são poucos que estendem a mão: eu também tive um problema assim, tenta assim, tenta deste jeito, ... Numa sala de professores é difícil você ter gente falando: ah eu já enfrentei este problema. O que pega muito não é o conteúdo, o problema são as relações inter-pessoais que ocorrem.*

Ao longo de sua trajetória estudantil e profissional, Márcia sempre teve afinidade com a área de humanas, embora, tenha um relato que marcou bastante sua vida.

*Desde a primeira série até hoje. Eu achava muito feio pronunciar palavrão e até hoje não pronuncio. A professora era silábica, então ensinava pelo método silábico. Ensinava ca-co-cu-cão. Então eu falava ca-co-cão. Então você não estudou em casa?*

*Eu não quis pronunciar e, aí ela falou: vai lá para o fundo da sala, vira de costas. Isto me marcou bem porque eu não esperava. Eu era muito dedicada. Foi uma má influência, mas depois veio uma outra professora que era muito humana. Eu acho que pela afetividade nós conseguimos muita coisa em sala de aula.*

Quanto a área de Matemática, não mostra nenhuma aversão nem como aluna, muito menos como professora. Seu relato ratifica nossas considerações:

*Eu sempre fui uma aluna aplicada, mas sempre fui melhor nas outras áreas. Acho que até pela admiração que eu tive por professores destas áreas. Como professora, vi que em muita coisa eu estava no senso comum.*

(Pesquisador) *O que é senso comum para você?*

*É você pegar seu planejamento e não ver nada de diferente. Quando começamos a trabalhar com probabilidade, era uma coisa que estava em meu planejamento e eu não conseguia ver, trabalhar, sair daquelas coisa, até que a gente questionou, daquelas contas, das situações em sala de aula... Eu vi que eu tinha um outro universo que eu poderia estar aproveitando: a ida ao supermercado, as receitas, as pesquisas de preço... É como se houvesse um estalo, sai disto: problema, conta... Isto é senso comum.*

Neste último relato, mais especificamente no trecho “até que a gente questionou, daquelas contas, das situações em sala de aula...”, Márcia relembrou uma conversa informal

que havíamos estabelecido, quando passamos por uma sala de aula e vimos a lousa toda preenchida com diversos algoritmos de contas e “probleminhas”, cuja resolução recorria a aplicação direta de algum algoritmo das quatro operações fundamentais. O teor da conversa norteou na indagação quanto a qualidade do conhecimento produzido, ou seja, que conceitos estão sendo desenvolvidos com esta modalidade de atividade?

Retomando o conteúdo da entrevista, Márcia declara que o seu exercício da docência é marcado pela passagem em diversas escolas públicas estaduais e municipais. Desde o ano de 2001, têm atuado em duas escolas municipais: de manhã assumiu uma classe de Educação Infantil no município de Campinas e, no outro período, uma classe de 2ª série do Ensino Fundamental em Hortolândia. Márcia considera que a unidade escolar onde atua à tarde, possui um ambiente que proporciona condições para exercer a docência. De acordo com o seu parecer:

*aqui na escola eu encontro pessoas que também acreditam no que faz e faz com amor, com dedicação. Uma escola não pode ser só normas, regras. Ela tem que ter um olhar especial para o público que ela atende. Tem que ver as pessoas como pessoas. Eu acho que aqui a gente tem aquela visão sensível da coisa.*

Embora Márcia reconheça o comprometimento de diversas colegas quanto a prática pedagógica, aponta o fato de colegas que necessitam interagir mais como corpo docente, coordenação e direção da unidade escolar para que juntos, possam produzir uma educação de melhor qualidade. Na sua concepção:

*há profissionais que você vê que precisa de ajuda. Ajuda na sala de aula mesmo. O que mais pega é a indisciplina. A professora não consegue dominar sua sala e vejo que ela precisaria de uma atenção especial. Não uma orientação geral, é mais especial.*

*Eu percebo que se você ou a coordenação chega mais juntinho, a professora já pensa que vai ser chamada a atenção ou não leva muito a sério. Eu tento*

*conversar com algumas profissionais aqui na sala dos professores mesmo: eu faço assim, tenta assim, tenta deste jeito... Você sabe que cada um tem uma formação, eu sei que tive uma formação falha, mas vou em busca. Outras não. Eu acho que é uma questão de olhar: se eu olho diferente, eu mudo minha prática.*

*De repente, por comodismo, eu não quero mudar. Daí fica difícil. Por mais que a coordenação faça, ou alguém faça, a pessoa não muda. Eu vejo que aqui também há profissionais que não estão interessados em mudanças.*

Embora este ambiente de trabalho seja favorável ao desenvolvimento de sua prática pedagógica, o fato de Márcia trabalhar com duas classes de realidades e demandas específicas, faz com que o elemento tempo seja um conflito em sua rotina diária.

*Falta tempo para estar preparando o que eu preciso. Gostaria de estar fazendo muito mais do que eu faço. Só que quando eu chego em casa eu tenho que ter compartimentos. Pensar nos meus alunos do infantil também é diferente. Seria o planejamento de aula mesmo. Eu me envolvo muito com o que faço. Esta escola tem uma realidade que apesar de ser periferia ela é uma periferia um pouco melhor do que eu trabalho lá em Campinas. Lá em Campinas é favela mesmo. As crianças de 5 anos ficam falando que o pai esfaqueou um, atirou no outro, que teve um descarregamento de maconha que chegou.... São realidades diferentes,. Aqui nós não temos uma realidade tão nua e crua. Você se sente impotente. Mas eu coloquei uma coisa na cabeça: faça o melhor que você puder. Pelo menos, você vai tornar um pouquinho melhor o dia daquelas pessoas e o seu também. Se não, você fica eternamente frustrada...*

Embora a professora Márcia não esteja desenvolvendo nenhum projeto oferecido pela Secretaria Municipal de Educação, ela sempre participa de grupos de estudos. No ano de 2002, ela participou, aos sábados, de um grupo de educação continuada mantida por uma Organização Não Governamental em Campinas chamada Gira Sonhos - os professores da alegria. Esta atividade foi importante por estar possibilitando o

*resgate do ser humano. Eu acho que quando me formei, até três ou quatro anos atrás eu fiz muito curso. Tudo que aparecia eu fazia ... Eu fiz muito curso de*

*contadores de história, curso de montagem teatral que foi oferecido inclusive pela secretaria da educação de Hortolândia. Fiz curso de alfabetização.*

Esta professora é sempre muito disponível a aprender e refletir sobre a sua própria prática pedagógica. Neste sentido, Márcia concebe uma grande importância ao docente que se preocupa em participar de projetos e/ou eventos de educação continuada. Na sua óptica:

*Quando você fica só na escola, você vai da sala de aula para a sala dos professores e vice-versa. Não te acrescenta muita coisa. Por exemplo, eu diminuí meu ritmo porque quando comecei a ter o compromisso de dar aula de manhã e a tarde, você se exige, eu exijo muito de mim e você realmente fica muito cansado. Até este ano, eu resolvi fazer este curso do gira sonhos para poder mudar minha visão de mundo.*

*Estou tendo a oportunidade de ter contato com pessoas que têm o mesmo ideal que você. Eu sou muito idealista e estava vendo um tempo atrás que meus sonhos estavam morrendo... Daí eu falei: calma aí, não é assim, você pode melhorar! Você pode estar proporcionando às pessoas uma visão mais crítica, mais solidária, baseada no respeito. Eu não penso só em conteúdo. Você não pode ter uma visão tão simplista da coisa. Eu vejo mais pelo lado humano, de pessoas melhores. Só vou conseguir isto, se eu for uma pessoa melhor do que já fui. Eu tenho na minha cabeça que eu posso ser uma pessoa melhor ainda.*

Márcia impõe seu papel de professora pautado na formação crítica da criança, conforme suas declarações:

*Construir um mundo melhor, uma realidade um pouco melhor, cidadãos capazes de criticar, ver erros, de tentar melhorar enquanto pessoas. Tem até uma piadinha aqui na escola: está reclamando de alguma coisa, dando palpite sobre algum assunto, então deve ser aluno da Márcia. Porque aluno da Márcia tem que falar alguma coisa sobre tudo o que acontece.*

*Está tendo a gincana<sup>1</sup>, então fazemos gráficos, vemos os produtos da semana, fazemos várias atividades em cima do evento. Eles ficam cobrando de todo mundo:*

---

<sup>1</sup>É uma das atrações da tradicional festa junina que ocorre todo ano nesta unidade escolar, no último sábado de junho. O referido placar trata-se do registro de pontos obtidos por cada classe em função da arrecadação de produtos de diversos gêneros, os quais serão doados a instituições de caridade.

*da coordenação porque tem que ser colocado o placar pelo menos duas vezes por semana para eles poderem estar acompanhando, para ver quantos pontos eles estão atrás, o que precisa fazer para melhorar e daí a coordenadora só colocou uma vez. Então eles falaram: professora por que ela não colocou? O representante pode perguntar para a gente. O representante tem a função de ir lá e incomodar...*

*Outra vez foi na hora do intervalo em que algumas crianças estavam batendo em outras e meus alunos se meteram no meio: não é justo!*

*São crianças que para alguns, elas importunam, falam mesmo: não está certo! Faço meu trabalho com franqueza.*

O seu trabalho é reconhecido pela comunidade de pais de alunos. Márcia procura incentivar a presença dos pais na escola, pois considera positiva a integração da comunidade com a escola. Em suas palavras, observamos um exemplo:

*Os pais observam que eu faço um bom trabalho, que eu sou até exigente. Por exemplo, hoje não tem aula, então falei para meus alunos: amanhã vai ter festa e precisamos trabalhar todo mundo junto por um objetivo. No caso, os pais vêem a importância de estar participando, pode só trazer um sabonete. Você está ajudando esta escola que pode ser para seu filho, para seu sobrinho... Não é o fim em si mesmo. Claro que vai ser legal porque vamos ganhar uma viagem<sup>1</sup>, mas qual é o objetivo maior disto tudo? Não é para nossa escola? Para de repente estar pondo som em nossas classes. Para estar fazendo de nossa escola uma coisa melhor, realmente diferente, um lugar que seja agradável para a gente..*

*As vezes encontro com pessoas na rua que tem filhos aqui. Aí eles me reconhecem: oi professora, tudo bom? Aí comentamos, conversamos sobre a escola, algum problema. Acho que eles me vêem como uma pessoa participante.*

### **3.5. As parceiras da pesquisa: o “ser professora primária”**

Após a apresentação sobre como as professoras-parceiras viveram e perceberam diferentes episódios de sua vida estudantil e profissional, dedico este espaço para abordar três pontos que julgo ilustrar a constituição do “ser professora primária”.

O primeiro destaque refere-se a posição de mulher-professora-primária. Neste aspecto, baseio nos resultados da pesquisa de Assunção (1996), sobre os quais ela destaca a frequência maciça do discurso da vocação presente nos depoimentos das professoras primárias, como argumento para a escolha da profissão. Em relação a nossas professoras-parceiras, a vocação foi considerada por Márcia como elemento fundamental na sua escolha profissional. Para reforçar esta crença, a professora aponta o “ gostar de criança” que é considerada por Assunção (1996:12) como (...) *uma marca estereotipada ainda com força para encaminhar as mulheres ao magistério primário.*

Na pesquisa de Assunção (1996:11), *a procedência dos pais, quer seja urbana ou rural, não demonstrou isoladamente, ter sido uma variável determinante na ‘escolha’ profissional.* No caso da professora Gildete que tem uma história de vida como moradora da zona rural, também constatamos pelo seu depoimento que esta condição não foi relevante na decisão da profissão a ser exercida. Porém, a condição de ser da zona rural, juntamente com outras variáveis pode (...) *de forma menos perceptível, pode ter favorecido tal ‘opção’/‘imposição’* (Assunção, 1996:11).

Como fatores menos perceptíveis destacamos a interrupção de seus estudos ao findar o atual Ensino Fundamental, em virtude da dificuldade de deslocar até uma escola destinada ao Ensino Médio. Também destacamos a condição de transformar-se em dona de casa-mãe, além de um processo de mudança e adaptação de vida na migração do nordeste para o sudeste. Estes fatos enunciados da vida de Gildete convergiram em problemas financeiros que acabou sendo destacado, pela professora, como elemento limitador para sua escolha profissional. Quando Gildete afirma que diante das suas possibilidades financeiras, a opção pelo magistério

---

<sup>1</sup> A classe que consegue a maior arrecadação de produtos é premiada com direito a uma viagem, como por exemplo, ir ao Playcenter.

era o mais viável, sua escolha profissional soa mais como uma ‘imposição’ frente ao seu contexto sócio-econômico.

Um segundo destaque diz respeito a influência do curso de magistério no exercício da profissão. Mais uma vez retomo Assunção (1996:24), que no intuito de compreender o cotidiano da professora e quem é a mulher-professora que se encontra no magistério de 1ª a 4ª séries, constatou que *apesar da diferença da época em que as professoras entrevistadas realizaram seus cursos, há uma certa unanimidade quanto à formação que receberam. De modo geral, apontam para uma precária formação (...).*

As constatações desta pesquisadora também são presentes nas falas das professoras-parceiras. Apesar da professora Márcia ter afirmado que teve *uma formação legal*, ambas as professoras foram categóricas em expressar a precariedade na relação teoria-prática durante o curso, a qual foi constatada no momento em que assumiram pela primeira vez uma sala de aula. A defasagem desta relação, na óptica das professoras, foi associada com a realização do estágio: para Gildete, o período destinado à prática, foi curto; o estágio que Márcia realizou serviu para aprender *o que não deveria fazer*.

O fato do professor em início de carreira, encontrar, muitas vezes, uma realidade escolar diferente daquela idealizada nas aulas do curso de formação, como a presença de alunos indisciplinados, alunos com problemas, exemplos estes destacados por Márcia, *pode levá-lo a negar a teoria como uma importante fonte de referência para a ação pedagógica* (Moura, 1999:8). Para este educador

*é preciso, pois, durante a formação do futuro professor, colocá-lo diante de situações em que a combinação teoria-prática possa ser vivenciada, de forma a desenvolver, neste professor, a construção de modos de ação que*

*lhe permitam desenvolver o gosto pelo conhecimento que possa iluminar a sua prática.*

As argumentações de Moura (1999) convergem com a percepção de Gildete do curso de Pedagogia. Esta professora afirma que está tendo mais oportunidade de unir teoria e prática do que no tempo em que cursou o Magistério.

O terceiro destaque diz respeito as impressões profissionais partilhadas no mesmo contexto de trabalho das professoras. Para ambas, a unidade escolar onde atuam proporciona boas condições para o exercício da docência. Revelou em seus relatos, que a escola enquanto instituição não preza apenas pelo cumprimento e determinação de regras e normas, pelo contrário, é uma unidade escolar que *tem um olhar especial para o público que atende*, conforme atestou Márcia. Isto é importante para as professoras e parece gerar satisfação nelas, em função de haver convergências com o modo que cada uma destas profissionais concebe a formação do aluno e a postura da unidade escolar, enquanto prestadora de serviços.

Para a professora Gildete, o desenvolvimento da criança não se dá apenas pela transmissão de conhecimento, é preciso *formar e informar o aluno*. Em termos de argumentações, notamos que Márcia emprega sua concepção de mundo idealista em seu saber-fazer quando afirma que seu papel como educadora é *construir um mundo melhor, uma realidade um pouco melhor, cidadãos capazes de criticar, ver erros, de tentar melhorar enquanto pessoas*. Neste sentido, esta professora afirma que isto é possível se ela própria puder tornar-se amanhã uma pessoa melhor do que já foi.

Apesar das semelhanças existentes entre Márcia e Gildete quanto ao modo de conceber a formação de seus alunos, pelo menos na óptica de Márcia, isto não é unanimidade entre os demais professores da unidade escolar. Se por um lado, ela afirma que *aqui na escola eu encontro pessoas que também acreditam no que faz e faz com amor, com dedicação*; por

outro lado, Márcia destaca: *eu vejo que aqui também há profissionais que não estão interessados em mudanças*. Esta constatação é decorrente de suas tentativas de *conversar com algumas profissionais na sala dos professores mesmo (...)*, levando em conta que sua formação possui falhas, mas que não impede-a de estar sempre em busca de uma qualificação adequada.

Como já ressaltamos, a escola pode ser um local onde ensinar e aprender são possibilidades reais. O educador Nóvoa (2001:16) afirma que *o aprender contínuo é essencial em nossa profissão. Ele deve se concentrar em dois pilares: a própria pessoa do professor, como agente, e a escola, como lugar de crescimento profissional permanente*.

Mesmo que um desses pilares possua um alicerce frágil, o profissional não pode deixar de ter em mente que ele é responsável pela sua formação. Como exemplo ressaltamos a atitude de Márcia que ao perceber que *quando você fica só na escola, você vai da sala de aula para a sala dos professores e vice-versa*, buscou em um espaço extra-escolar – participação de um grupo de educação continuada – para revigorar seu idealismo pela educação, pois *estava vendo que um tempo atrás meus sonhos estavam morrendo...*

Este exemplo mostra que a escola atinge o status de local de crescimento profissional permanente se reflexões de experiências pessoais puderem ser partilhadas entre colegas com o objetivo de produção de práticas educativas eficazes (Nóvoa, 2001).

Em suma, tanto nas palavras de Márcia quanto nas palavras de Gildete observamos revelações de deficiências no exercício da docência, porém ambas concebem que a busca pela qualificação adequada é o caminho para seus obstáculos. Neste sentido, mais uma vez as professoras estão engajadas nesta busca, assumindo o desafio de ser professoras-parceiras desta pesquisa.

# Produção de informações

	Página
4. Produção de informação	81
4.1. As atividades desenvolvidas no trabalho de campo	81
4.1.1. Os encontros: uma história em parceria	82
4.2. Primeiro encontro: planejamento e desenvolvimento	83
4.3. Segundo encontro	94
4.3.1. Planejamento	94
4.3.2. Desenvolvimento	96
4.4. Terceiro encontro	113
4.4.1. Planejamento	113
4.4.2. Desenvolvimento	116
4.5. Quarto encontro	123

4.5.1. Planejamento	123
4.5.2. Desenvolvimento	124
4.6. Quinto encontro	137
4.6.1 Planejamento	137
4.6.2. Desenvolvimento	137
4.7. Sexto encontro: a mudança de ritual	141
4.7.1. Antecedentes	141
4.7.2. Desenvolvimento	142
4.8. O pêndulo entre saberes produzidos para e no trabalho docente	147
4.8.1. Atividades desenvolvidas na 3ª série da professora Márcia	148
4.8.2. Atividades desenvolvidas na 4ª série da professora Gildete	151
4.8.3. Processos de contagem: atividade final da parceria	158
4.9. Continuidade ou (Des)continuidade na produção de atividades: relatos sobre o primeiro semestre de 2001	162

## PARTE IV

### PRODUÇÃO DE INFORMAÇÕES

#### 4.1. As atividades desenvolvidas no trabalho de campo

No trabalho de campo, como um todo, foram desenvolvidos quatro tipos de atividades. Uma delas se constituiu em sessões de estudos que envolveram discussões conceituais de Probabilidade. Decorrente destas sessões, ocorreu uma segunda modalidade de atividade que foi o planejamento e execução de atividades para a sala de aula, as vezes, trabalhadas com a participação do pesquisador.

Uma outra atividade foi a realização de duas reuniões destinadas a avaliação do trabalho em sala de aula bem como das sessões de estudo.

O quarto tipo de atividade proposto às professoras foi responder, por escrito, um questionário elaborado com o objetivo de sistematizar o trabalho desenvolvido e despertar reflexões sobre Probabilidade tanto no aspecto conceitual como curricular.

Todo o trabalho de campo foi sendo permeado por conversas informais que levantaram outros elementos referentes à relação teoria-prática no processo educativo.

No decorrer de nosso trabalho de campo desenvolvido, a partir de meados do segundo semestre de 1999 e durante todo o ano letivo de 2000, as informações produzidas do primeiro ao quinto encontro em Probabilidade, emergiram de reflexões sobre experiências aleatórias versus deterministas; representações de incertezas a partir da métrica de 0 a 1 como valores de probabilidade; experiências com ensaios aleatórios nos quais a condição de equidistribuição de resultados é garantida mediante a simetria física dos objetos - no caso abordamos a soma de resultados no lançamento de dois dados –chamados experiências de Laplace; experimentos

cuja natureza levam à probabilidade freqüentista, no caso o lançamento da taxinha (percevejo), considerado como um objeto com forma física irregular.

A partir do sexto encontro houve o planejamento e execução de atividades na 3ª e 4ª série envolvendo registro e organização de dados, representações gráficas e processos de contagem.

#### **4.1.1 Os encontros: uma história em parceria.**

No decorrer do trabalho de campo, a natureza dos encontros revelou características próprias: os cinco primeiros encontros envolveram estudos de idéias probabilísticas e os demais o planejamento e execução de atividades na 3ª e 4ª série.

Em cada um dos encontros agendados, registramos o conteúdo das discussões e reflexões por meio de anotações em um diário de campo e/ou gravados em fita áudio. No intervalo de tempo de um encontro para outro seguimos um mesmo ritual até o quinto: o pesquisador elaborava a transcrição de todas as informações produzidas, enviava à sua orientadora que, por sua vez, dedicava-se na elaboração de seu parecer. Nas sessões de orientação, pesquisador e orientadora refletiram sobre os avanços na aquisição de saberes por parte das professoras, levando em conta as discussões teóricas produzidas, as dúvidas e concepções conceituais expressas, avaliação da produção de atividades e o respectivo retorno que elas “sentiram” ao partilhar esses saberes com seus alunos.

A partir do sexto encontro, as professoras manifestaram o interesse de partilhar com seus alunos, o que estava sendo aprendido em nossos encontros. Mesmo cientes de que não houve oportunidade de sistematizar as discussões conceitualmente produzidas em nossos encontros de estudos, as professoras perceberam que alguns dos assuntos abordados tinham relação com o que era tratado em sala de aula.

Acatamos o desejo delas de levar para a sala de aula o que conseguiam “dar conta” e, a partir daí, o ritual de planejamento mudou. Os encontros foram sendo delineados à medida que as professoras-parceiras planejavam atividades, solicitavam a participação do pesquisador nas discussões das mesmas e, quando possível, buscavam a presença do pesquisador como professor-parceiro na realização das atividades em sala de aula.

Nos encontros finais, o planejamento e execução das atividades envolveram o registro e organização dos dados por meio de tabelas, representação gráfica e processos de contagem.

Esta parte da tese é destinada à análise das informações produzidas conjuntamente com as professoras no decorrer do trabalho de campo.

#### **4.2. Primeiro Encontro: planejamento e desenvolvimento.**

Para o primeiro encontro, com base em Fischbein (1975) que defende o processo de experimentação como uma forma de trabalhar com a estocástica, optamos por proporcionar uma situação sobre a qual seja possível distinguir fenômenos aleatórios de deterministas. Optamos por realizar com as professoras-parceiras o experimento de extração de bolas com reposição. Como havíamos levantado informalmente que sua formação era precária neste campo do conhecimento, tínhamos a preocupação de favorecer a diferenciação entre o o sucesso aleatório (possibilidade de obter, por exemplo, bola vermelha ao extrair uma bola de uma caixa contendo pelo menos duas bolas) em contraste com o sucesso “causado” (por exemplo, o sucessor de um número natural par é um número ímpar).

Atividade	Fatos Relevantes
Realização do experimento probabilístico de extração de bolas com reposição.	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Dificuldades em representar o valor da probabilidade por uma fração.</li> <li>➤ Discussão sobre o significado do termo chance no contexto probabilístico.</li> <li>➤ Preponderância da visão determinista no experimento aleatório.</li> </ul>

Apresentamos às professoras Gildete e Márcia a descrição de um enunciado adaptado de um material didático destinado ao ensino de probabilidade:

*Igor e Karen introduziram duas bolas; uma branca (B) e a outra azul (A); dentro de um saco plástico não-transparente. Depois eles fizeram 10 retiradas, sempre recolocando a bola de volta no saco e registrando o resultado.*

*Com base neste enunciado, qual a cor de bola que você acha que saiu mais vezes? Por quê? Em seguida, suponha que os resultados das retiradas deles foram: B A A B A B A A B A. Como você expressaria esses resultados utilizando frações?*

Para estas professoras, assim como para a maioria dos pares, o livro didático é a fonte de consulta mais acessível, imediata e por diversas vezes, uma fonte de pesquisa. Procuramos apresentar a formulação de um enunciado com base nesta categoria de publicação, porém, como privilegamos o processo de experimentação, a forma como está enunciado o experimento probabilístico é precária no que diz respeito ao nível de informações. Frente a esta situação, tomamos a atitude de termos uma conversa informal com as professoras-parceiras sobre as condições necessárias para a realização deste experimento. A seguir sistematizamos alguns pontos importantes desta conversa.

Um primeiro ponto foi com relação ao uso de um saco plástico não-transparente, que teve por objetivo evitar a realização de retiradas propositais ou intencionais quanto ao atributo cor.

O segundo ponto tratado foi quanto as diferentes seqüências que podem ser obtidas, levando em conta um mesmo número de repetições de um experimento probabilístico com reposição da bola extraída. Como implicação, destacamos que a seqüência descrita no enunciado é um exemplar dentre diversas outras, inclusive em relação a seqüência obtida na realização deste experimento.

Finalmente, em termos de cálculo de probabilidade, tratamos sobre a necessidade de levar em conta tanto o valor teórico, ou seja, aquele pressuposto antes da produção da seqüência, quanto aquele resultante da experimentação. Acrescentamos também que o uso de frações pra designar probabilidade é uma forma de representação dentre outras com valores atribuídos em um intervalo de zero a um. Na seqüência, apresentamos os diálogos que conduziram à realização do experimento e análise do mesmo.

### **Cena<sup>1</sup> 1:**

- 1)PAULO: *Lendo a questão, que cor vocês acham que sairá mais? Por quê?*
- 2)GILDETE: *Em 10 retiradas não há a mesma chance, ou pode ter a mesma chance.*
- 3)MÁRCIA: *Eu acho que tem a mesma chance.*
- 4)PAULO: *Então vamos fazer o experimento. Cada uma faz cinco extrações e não esqueça de registrar para continuarmos a discutir.*

Na realização do experimento, os resultado das retiradas de bolas gerou a seqüência: A A B A B A B B B B, sendo que o primeiro, terceiro, quinto, sétimo e nono resultado foram

---

<sup>1</sup> Cada cena é composta por um determinado número de falas expesso por turnos, levando em conta o assunto tratado.

obtidos por Márcia (sub-sequência A B B B B) e os outros por Gildete (sub-sequência A A A B B).

Nos turnos 2 e 3 verificamos que o uso da palavra “chance” está coerente quando associado a equiprobabilidade ou não dos resultados do experimento, ou seja, é possível que ambas as cores tenham a mesma possibilidade de ocorrência ou não em de retiradas. O que está implícito é, pelo menos, duas concepções de probabilidade: uma proveniente da experimentação (concepção frequentista) onde quantificamos a frequência de ocorrência para cada resultado e a outra é a teórica, onde prevalece a equiprobabilidade dos possíveis resultados resultados com base na simetria física do objeto.

Ainda com relação a estes turnos, verificamos o uso da palavra “chance” que na língua portuguesa, é significada como *ocasião favorável, oportunidade*<sup>1</sup>. No contexto probabilístico, certos autores de livros didáticos<sup>2</sup> para o ensino superior concebem a palavra chance como sinônimo de ocorrência de um evento particular (no caso, a extração de uma bola azul ou branca em uma retirada). Stenvenson (1981:63), em seu livro didático, descreve:

*Chance e probabilidade acham-se estreitamente relacionadas. Na realidade, a chance é apenas um método alternativo de exprimir as probabilidades. A única diferença entre chance e probabilidade é que chance compara o número de resultados favoráveis com o número de casos desfavoráveis, ao passo que a probabilidade compara o número de resultados favoráveis com o número total de resultados possíveis.*

---

<sup>1</sup> Utilizamos o Dicionário Aurélio, conforme bibliografia.

<sup>2</sup> Podemos citar os que não constam da referência bibliográfica:

MORETIN, P.A. & BUSSAB, W.O. Estatística básica. São Paulo: Atual Editora, 4ª ed. 1987.

**Cena 2:**

5)GILDETE: *Ao retirar a bola e devolver no mesmo lugar, eu acho que tirei sempre a mesma, mesmo a bola sendo redonda.*

6)MÁRCIA: *Chaqualhei e tirei as bolas, mas acho que o fato de chaqualhar não influenciou minhas retiradas.*

7)PAULO: *Gildete, e o fato das bolinhas serem do mesmo formato, do mesmo peso e do mesmo material...*

8)GILDETE: *Se fizesse mais experimentos poderia mudar a seqüência.*

9)MÁRCIA: *Se o objeto fosse quadrado não mudaria, mas redondo sim.*

Duas bolas de isopor foram colocadas no interior de uma caixa opaca apoiada sobre uma carteira escolar para a realização do experimento, de modo que o olhar das professoras não influenciasse na retirada de uma das bolas. Porém, as falas descritas no turno 5 e 6 mostram que as professoras não perceberam a diferença de alguns de seus resultados, não se atentando às duas sub-sequências obtidas: A B B B B e A A A B B. Isto decorreu do fato de que devolvendo a bola na caixa, no mesmo local em que fez a retirada, segundo Gildete, pode ter influenciado o resultado da próxima extração, conforme afirma: *eu acho que tirei sempre a mesma, mesmo a bola sendo redonda* (turno 5). Esta professora julga possível controlar a repetição de um mesmo resultado na formação de uma seqüência aleatória. Já para a professora Márcia, o procedimento de “chaqualhar” a caixa, para tentar um controle da extração de cada bola, permitiu que esta professora constatasse que *o fato de chaqualhar não influenciou suas retiradas* (turno 6).

Em síntese, não há possibilidade de controle neste tipo de experimento. O que está implícito é o princípio da irreversibilidade, abordado também por Fischbein & Schnarch

---

STEPHAN, D. et al *Estatística: teoria e aplicações usando microsoft excel em português*. Trad. de Teresa Cristina Padilha de Sousa. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

MOORE, D. A *estatística básica e sua prática*. Trad. de Alfredo Alves de Farias. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

(1997) em extrações de bolas, onde cada nova extração não repetirá, necessariamente, o resultado de uma extração anterior.

### Cena 3:

10)PAULO: *Se vocês tivessem com os seus alunos, qual seria a postura de vocês, pressupondo o surgimento de diferentes seqüências formadas (houve um silêncio, em tom de reflexão, por parte das professoras)? Por que vocês acham que pode ocorrer diversas seqüências?*

11)MÁRCIA & GILDETE: *Eu esperava acontecer isso mesmo!*

12)PAULO: *Gildete, o que você pensa sobre a estimativa?*

13)GILDETE: *Por exemplo, a professora G<sup>1</sup> têm uma revista para vender e têm comissão de acordo com o número de vendas. Ela pode estimar “x”, pois não tem certeza de quanto vai vender. Ela poderia ter a resposta que ela espera ou outra.*

14)PAULO: *Gildete, o que você pensa sobre chance?*

15)GILDETE: *É a oportunidade de sair tanto uma coisa ou outra, é a chance/estimativa.*

16)MÁRCIA: *Há uma diferença: chance tem a ver com sorte, jogos de azar.*

17)GILDETE: *A estimativa pode ser revertida, no caso da professora G, no mês que vem ela pode tentar melhorar suas vendas. É meio confuso.*

18)MÁRCIA: *A estimativa parece uma coisa exata. Chance é uma coisa mais subjetiva, é empírico.*

No decorrer do quarto ao décimo terceiro turno nenhuma professora utilizou a palavra chance. Retomamos este termo envolvido numa questão apresentada no turno 14: *Gildete, o que você pensa sobre chance?*

Gildete expõe seu entendimento sobre “chance” aproximando-o do contexto probabilístico. Segundo sua fala, *chance é a oportunidade de sair tanto uma coisa ou outra* (turno 15).

---

<sup>1</sup>Estamos omitindo o nome da professora que revendia produtos por meio de catálogos.

No Dicionário Aurélio encontramos os seguintes significados para estimativa: *avaliação; cálculo; cômputo; juízo; estima*. Os significados “cálculo” e “avaliação” aproximam-se da idéia de que *a estimativa parece uma coisa exata* (turno 18), que *pode ser revertida, no mês que vem ela pode tentar melhorar suas vendas* (turno 17).

A partir da leitura do artigo de Markovits & Hershkowitz (1997), apropriamos do conceito de estimativa ali contido, como perspectiva de grandeza. As autoras descrevem uma seqüência de episódios em que indivíduos de diferentes faixas etárias foram envolvidos no julgamento de estimativas visuais de quantidades discretas. Tal conceito atende o contexto do exemplo elaborado pela professora Gildete (turno 13) por associar a estimativa com quantidades discretas. Segundo Sowder (1988)

*Estimativa é um sujeito composto envolvendo componentes conceituais: (i) o reconhecimento que números, quantias ou medidas aproximados são utilizadas e que a estimativa em si é uma aproximação, (ii) o reconhecimento de que a conveniência de uma estimativa depende do contexto e da precisão desejada, e (iii) o consentimento de múltiplos valores como estimativa e múltiplos processos de obter estimativas como legítimas* (apud Markovits & Hershkowitz, 1997:216).

Retomando parte da fala de Gildete, contida no turno 15, onde chance e estimativa são interpretados como sinônimos, observamos, naquele momento, um equívoco. Tais termos relacionam-se com contextos distintos: enquanto “chance” é inserido em definições e conceituações de natureza aleatória, o termo “estimativa” pode ser aplicado a situações de natureza determinista, que possibilitam controle dos fatos que o norteiam. Na fala do turno 13, é possível perceber que a revendedora de produtos de catálogos pode rever a estratégia para tentar melhorar o índice de vendas. De acordo com a professora Gildete (turno 17): *a*

*estimativa pode ser revertida, no caso da G, no mês que vem ela pode tentar melhorar suas vendas.*

#### **Cena 4:**

19)PAULO: *Como usar frações, então?*

20)GILDETE: *4/10 para a cor branca.*

21)PAULO: *Como pensou para dizer esta fração?*

22)GILDETE: *Olhei a bolinha branca em relação ao total de retiradas.*

23)MÁRCIA: *6/10 para a azul.*

Até o turno 18, com base no diário de campo do pesquisador, as professoras não relacionaram a realização do experimento com o enunciado da questão envolvendo os jogadores Igor e Karen. No entanto, ao pedirmos para utilizar frações por ser um conteúdo tratado pelas professoras nas séries iniciais e, supostamente, uma das formas de representação da probabilidade mais acessível às professoras (turno 19), as mesmas tomaram como referencial a seqüência de extrações de bola A A B A B A B B B B, contida na redação da atividade e não a seqüência obtida no processo de experimentação. Com base nesta seqüência, as professoras forneceram, respectivamente, as frações 4/10 e 6/10 (turno 20 e 23). A noção básica contida nestas frações foi a relação parte-todo, ou seja, na primeira fração foi considerado quatro repetições de resultados envolvendo a bola azul (A) dentro de um total de 10 repetições entre a bola azul e branca; análogo para a segunda fração.

*O conceito de probabilidade<sup>1</sup> envolve três quantidades cruciais (duas partes – casos favoráveis e não-favoráveis, e o todo – a totalidade dos casos) e as relações entre essas quantidades. Estas relações podem ser representadas ou na parte-todo (comparações entre a parte e o todo) ou nas relações parte-parte (comparações entre as partes) (Spinillo, 1997:182).*

---

<sup>1</sup> Traduzimos a palavra na língua inglesa “chance” como probabilidade, entendendo-a com uma conotação qualitativa, na frase em que está inserida.

Ainda, segundo a autora, *para expressar a probabilidade<sup>1</sup> de qualquer evento (por ex. bolas azuis) em um conjunto de três bolas azuis e nove bolas rosas, podemos representar corretamente isto tanto em termos da relação parte- todo (3/12) ou em termos da relação parte-parte (3:9)*. Esta última representação relaciona o número de casos favoráveis e o número de casos não-favoráveis, que para Stevenson (1981) refere-se a chance.

A indagação feita pelo pesquisador no turno 19 (*Como usar frações, então?*) em sintonia com o enunciado proposto no exercício da cena 1, tolheu a possibilidade das próprias professoras discutirem sobre a forma de representar a probabilidade. Avaliamos que a pergunta contida no enunciado poderia questionar a necessidade de expressar a probabilidade e não focalizar o uso de frações.

#### **Cena 5:**

24)PAULO: *Para uma retirada sendo duas bolas, como vocês vêem a representação?*

25)GILDETE: *Fiz uma retirada (sem olhar, a professora insere a mão na caixa e extrai, ao acaso, a bola branca). A bola que ficou esquece! A representação fracionária é 1/1 (registro da professora).*

26)MÁRCIA: (ela repete o gesto da Gildete e também extrai a bola branca) *Branca. A representação é 1/1 (embora ela tenha respondido, seu semblante transparece um ar de desconfiança em relação à própria resposta). A fração 6/10 é o que saiu sobre o número de retiradas. Como representar a fração da cor que ficou na caixa? Devolvendo ou não, a outra bola? Qual é a diferença de devolver ou não, só para uma retirada?*

27)PAULO: *Nenhuma! É só uma extração. Vamos estimar antes da retirada?*

28)MÁRCIA: *50%.*

29)GILDETE: *O termo estimativa não seria apropriado, pois em uma retirada eu sabia que era uma só. E quanto a cor, a probabilidade é a mesma. Você consegue*

---

<sup>1</sup> Traduzimos a palavra na língua inglesa “probability” como probabilidade, entendendo-a com uma conotação quantitativa, na frase em que está inserida.

*uma notação  $p(A)$  – eu vi este registro (a professora faz referência ao livro didático) – igual... não sei, 50% (a professora escreve  $p(A)=50\%$ ). Pode ser correta, sim?*

30)MÁRCIA: *Metade.*

31)PAULO: *Metade representa como em fração?*

32)MÁRCIA: *Não sei.*

33)GILDETE:  *$\frac{1}{2}$ . Tem como ajudar? Eu represento  $\frac{1}{2}$  (registro escrito da professora).*

34)PAULO: *E como fica o 1/1?*

35)GILDETE: *4/10 considerou o número de retiradas (referindo-se ao enunciado descrito na cena 1).*

36)MÁRCIA:  *$\frac{1}{2}$  é a chance; 1/1 é em função da retirada.*

37)PAULO: *Gildete, o que você decide: 1/1 ou  $\frac{1}{2}$ ?*

38)GILDETE:  *$\frac{1}{2}$  é uma bola de duas. Fico com a resposta 1/1 por causa de uma retirada. Se estou errada, ficarei sabendo (a professora sorri).*

39)MÁRCIA: *Não tenho fundamento. São ângulos diferentes. Eu não tenho fundamentos para falar com meus alunos.*

40)PAULO: *A representação é  $\frac{1}{2}$ . É a relação entre o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades. No caso da seqüência, as frações indicam a relação entre a quantidade de cada cor e o total de retiradas.*

41)GILDETE: *O aluno  $R^1$  não concordaria com a resposta, ele é difícil (a professora estava referindo-se a um de seus alunos, comentando que ela teria dificuldade de convencê-lo que a resposta era  $\frac{1}{2}$  e não 1/1).*

42)PAULO: *O que acharam?*

43)MÁRCIA: *É bem interessante!*

44)GILDETE: *Sai da coisa exata*

A partir do turno 24 (*Para uma retirada, como vocês vêem a representação?*), o pesquisador procurou reconduzir o diálogo voltando-o para a reflexão sobre o conceito e o cálculo de probabilidade numa perspectiva teórica, ou seja, estimar a probabilidade antes da realização do experimento.

---

<sup>1</sup> Estamos omitindo o nome do aluno.

A representação 1/1 (turno 25 e 26) não indica a chance de uma extração a qual envolve a comparação entre o número de casos favoráveis em relação ao número de casos desfavoráveis, a qual poderia ser representada da forma 1:1. Para as professoras, a cor da bola que ficou na caixa é excluída para a representação da probabilidade. Nas palavras de Gildete (turno 25), *a bola que ficou esquece!* Porém, a professora Márcia elaborou uma seqüência de questões (turno 26) que instigou-nos a repensar sobre o conceito de probabilidade.

O pesquisador novamente incentiva a discussão sobre a estimativa da probabilidade (turno 27). Como resultado, no turno 28 e 29 é anunciado intuitivamente a resposta correta. No caso da professora Gildete (turno 29), as lembranças sobre registros de probabilidade encontrados em livros didáticos auxiliou-a na estimativa da probabilidade, levando em conta o atributo cor das bolas. As professoras adotaram  $\frac{1}{2}$  ou 50% como probabilidade ou chance, conforme os turnos 28 a 33.

No turno 34 o pesquisador retoma a representação 1/1 e as professoras-parceiras, por sua vez, relacionam-a com  $\frac{1}{2}$  (turno 36 e 38). A presença destas representações geram um conflito para elas devido as interpretações atribuídas a cada uma delas. A relação  $\frac{1}{2}$  é de natureza teórica, ou seja, *é a chance* (turno 36), *é uma bola de duas* (turno 37). Já a relação 1/1 é interpretada pelas professoras-parceiras com base no ato experimental de extrair uma bola, isto é, *1/1 é em função de uma retirada* (turno 38).

Em função do horário destinado ao nosso primeiro encontro , decidimos “fechar” a discussão apresentando a resposta  $\frac{1}{2}$  como o cálculo de probabilidade do evento extrair uma bola dentre duas, com reposição da mesma.

### 4.3. Segundo encontro

#### 4.3.1. Planejamento

Na sessão de orientação agendada entre pesquisador e orientadora debatemos sobre dois pontos que julgamos importantes para o segundo encontro com nossas professoras-parceiras.

A precária formação das professoras-parceiras neste campo do conhecimento, já anunciada anteriormente, foi declarada neste encontro (turno 39 e 41). Entendemos que esta declaração soou como um desejo de querer aprender para poder ensinar noções de Probabilidade aos seus alunos. As argumentações de cunho intuitivo, neste primeiro momento, não possibilitaram a sistematização de saberes por parte das professoras, como declarou Márcia: *eu não tenho fundamentos para falar com meus alunos* (turno 39).

Com base nesta declaração, o primeiro ponto debatido foi quanto ao processo de experimentação. Observamos que, por um lado, a seqüência gerada mediante as extrações de bolas realizadas pela Márcia e a Gildete teve pouca relevância na discussão sobre a estimativa de probabilidade, a qual foi desencadeada apoiando-se na seqüência apresentada no enunciado e, posteriormente, na relação teórica e experimental da extração de uma bola dentre duas. Por outro lado, houve a tentativa de controlar os resultados obtidos na extração das bolas.

Concordamos com Fischbein (1987) que as intuições são sempre o produto da experiência do indivíduo em uma determinada atividade prática ou teórica, apesar da mesma ser limitada no tempo e espaço. Neste sentido, propomos continuar trabalhando com o processo de experimentação, mas desta vez com um objeto assimétrico. Temos como objetivo verificar como as professoras-parceiras estimam a probabilidade e reagem no decorrer da realização do experimento sobre o qual não poderiam fazer previsões teóricas a-priori.

O segundo ponto debatido tem como apoio a pesquisa de León (1998), cujos resultados revelaram que futuros professores de Matemática apresentaram sérias limitações na conceitualização e utilização de termos como probabilidade, dentre outros. Nossas professoras-parceiras também manifestaram dificuldades similares envolvendo o termo chance. Acatamos a iniciativa de Márcia e Gildete de proporem que, no segundo encontro, destinássemos um momento para discutir a conceitualização deste termo, tendo como fonte de pesquisa o dicionário.

Deste modo, planejamos os focos de discussão do segundo encontro com as professoras-parceiras, o qual descrevemos e analisamos a seguir.

### 4.3.2. Desenvolvimento

Atividade	Fatos Relevantes
<p>Conceituar de chance como ocasião favorável e/ou oportunidade a partir da discussão de como o termo aparece no dicionário.</p>	<p>➤ As palavras favorável e oportunidade, sinônimos de chance, foram interpretadas pelas professoras como pouco adequadas para o contexto probabilístico. Elas forneceram dois exemplos de experimentos, onde o termo chance não ficaria bem qualificado: lançamento de uma folha ao ar e o jogo da Mega Sena.</p>
<p>Tabulação e análise dos resultados provenientes do lançamento de uma taxinha.</p>	<p>➤ As professoras procuraram formas de controle das condições experimentais.</p> <p>➤ A professora Márcia descreve o experimento lançamento de uma pedra com o estilingue, sobre o qual é possível um controle parcial sobre os resultados. Também relata o experimento da queda de um giz associado com o número de partes quebradas como exemplo de ausência de controle dos resultados. Finalmente destaca o experimento da queda d'água numa canaleta como um evento certo. O pesquisador, por sua vez, complementa o experimento com a sugestão de canaletas bifurcadas para promover uma situação de aleatoriedade.</p>

As professoras-parceiras justificaram que devido ao acúmulo de compromissos profissionais, ficaram impossibilitadas de preparar antecipadamente, para este encontro, significados para o termo chance. No entanto, coletaram os dicionários<sup>1</sup> disponíveis na escola

<sup>1</sup> As referências aqui relacionadas não constam em nossa bibliografia:

para realizarmos a atividade. Dedicamos o início para o registro no quadro negro dos significados para o termo chance, que aparecem nos dicionários.

### **Cena 1:**

1)PAULO: *Então tratamos, no caso, chance como uma ocasião favorável onde no “favorável” encontramos a idéia de conveniente, propício e também vimos a idéia de chance vinculada à idéia de oportunidade. A idéia de oportunidade pode relacionar com a conveniência que, por sua vez, com a noção de adequado, vantajoso, interessante.*

2)MÁRCIA: *Tanto uma quanto a outra como, por exemplo, a oportunidade, dá na mesma.*

3)PAULO: *Para você, então, a palavra favorável e oportunidade se enquadraria para definir a idéia de chance.*

4)MÁRCIA: *É. Depende. Se você coloca uma folha no ar, se tiver vento, se tiver uma ocasião favorável o vento pode levar para cá ou para o outro lado. Então seria uma condição favorável, então... Qual a chance do vento levar a folha para o lado esquerdo, qual a chance do vento levar a folha para o lado direito? Depende da ocasião favorável, da... É, eu acho que tem relação com favorável, oportunidade, oportuno, não sei.*

5)PAULO: *E você, Gildete, como é que você vê a idéia de chance aí?*

6)GILDETE: *Olha, estas duas definições para mim...Eu sou mais a favor de procurar uma outra que venha me satisfazer.*

7)PAULO: *Você acha ainda que...*

8)GILDETE: *Eu em casa, vou revirar o material que tenho, porque em relação à chance, eu acho que estas duas definições aí, no meu caso, eu acho que ainda não...*

9)PAULO: *Não a contenta. Você acha que esta idéia de chance colocada pelo dicionário está mais voltada a que? O que não te satisfaz? O que você acha que falta aí?*

10)GILDETE: *No caso, eu acho que está mais relacionado com a coisa mais definida; uma situação mais bem definida e não no sentido que estamos, aqui,*

*discutindo. Porque, não estávamos discutindo probabilidade? Quer dizer que o termo chance, neste assunto, acho que não bate com isto que está aí.*

11)MÁRCIA: *Então, este termo é mais genérico.*

12)GILDETE: *É isso. Por exemplo, uma pessoa que vai jogar na Mega Sena. Milhares de pessoas apostam neste jogo, ou seja, a chance dela numa multidão é mínima, se ela fez apenas um jogo. Aí entra essa ocasião favorável para ela?*

13)MÁRCIA: *Oportunidade.*

14)GILDETE: *Entra oportunidade? No meu modo de pensar, não. E, se ela ganhar... Se alguém acredita em sorte, é sorte!*

15)MÁRCIA: *Então você acredita que quanto mais jogos ela fizer, mais chance ela terá?*

16)GILDETE: *É. É assim, ela fez apenas um joguinho. O pessoal que ganha, talvez, gasta mais, faz mais jogos.*

17)PAULO: *Então, no caso, você vai ficar com o desafio de procurar uma definição melhor?*

18)GILDETE: *Procurar uma que venha me satisfazer, neste sentido que está aqui, que nós estamos trabalhando.*

19)PAULO: *Ok! Ótimo. E você, Márcia?*

20)MÁRCIA: *É aquilo que eu falei para você: fica na mesma.*

21)PAULO: *Então, para você está bom!*

22)MÁRCIA: *Não! Imagina! Eu já falei para você que isso daqui, ó, para mim não é dicionário. Joga tudo isso...(risos)*

23)PAULO: *Então, mas aí, como é que você fica no conceito de chance? Você vai ficar com isto que já está proposto, que já está colocado? A sua escolha de idéia favorável, oportunidade satisfaz o conceito de chance dentro do que foi discutido?*

24)MÁRCIA: *Vou até procurar para ver se tem alguma coisa fora disto, mas eu acho que chance – pelo menos a idéia que eu tenho agora, nesse momento – depende da ocasião favorável e não da oportunidade que você tem.*

25)PAULO: *Ok! Bom, pelo menos, algum esclarecimento surge pela busca da raiz ou significado da palavra na nossa língua. Correto? Até porque, nossa proposta de olhar no dicionário foi, em função, de tentarmos ver o contexto da palavra chance até na questão do cotidiano. OK?*

26)MÁRCIA: *Outro dia nós estávamos conversando - não é Gildete? – que, pelo menos, eu cheguei a conclusão que parece-me que eu não sei nada de probabilidade e estatística. Nossa senhora! Totalmente leiga! É uma coisa que a gente se depara e fala assim: puxa vida! Olha!*

27)PAULO: *Parece-me que ainda não está boa a definição...*

28)MÁRCIA: *Não está satisfatório. É que eu fico... Me reporto àqueles joguinhos – das bolinhas – e, sabe, você fica, chance? O que é aquilo, sabe? Precisa haver um esclarecimento bem melhor. Foi até interessante você trazer as taxinhas para ver se a gente esclarece dentro desta idéia de chance. Por exemplo, eu falei da oportunidade, dei o exemplo do vento, da folha. Então, agora vamos com a taxinha...Experimentar para ver se aplica... (o significado oportunidade como sinônimo de chance)*

29)PAULO: *Bom, pelo menos, temos um segmento de definição para chance.*

30)MÁRCIA: *Ah sim!*

31)PAULO: *Fomos na língua portuguesa. Aí vai da questão de ver se este contexto da língua portuguesa se adapta dentro da discussão que estamos fazendo de probabilidade.*

32)MÁRCIA: *É isto que eu estou esperando (risos).*

Nesta cena é possível observar que as professoras estavam interessadas em encontrar significados para “chance”, que fossem coerentes com o contexto probabilístico.

Para as professoras, as qualificações descritas para o termo “chance” não se enquadraram na perspectiva probabilística. Destacamos algumas argumentações de Gildete: *eu sou mais a favor de procurar uma outra significação para chance que venha me satisfazer (turno 6). No caso, eu acho que está mais relacionado (referência as significações descritas para chance) com a coisa mais definida; uma situação mais bem definida e não no sentido que estamos, aqui, discutindo. Porque, não estamos discutindo probabilidade? Quer dizer que o termo chance, neste assunto, acho que não bate com isto que está aí (referindo-se às palavras “favorável” e “oportunidade” e suas adjetivações) (turno 10).* A professora Márcia

complementa estas últimas argumentações de Gildete: *este termo (chance) é mais genérico* (turno 11).

Márcia tem razão ao mencionar que o significado de chance *é mais genérico* quando reportamos aos fenômenos aleatórios. O estabelecimento da coerência deste termo no contexto probabilístico dar-se-á com palavras ou expressões que contemplem tanto a idéia de casos favoráveis quanto a de casos desfavoráveis. No turno 1, as qualificações apenas aproximaram-se da idéia de casos favoráveis, conforme podemos atestar: *tratamos, no caso, chance como uma ocasião favorável onde no “favorável” encontramos a idéia de conveniente, propício e também vimos a idéia de chance vinculada à idéia de oportunidade. A idéia de oportunidade pode relacionar com a conveniência que, por sua vez, com a noção de adequado, vantajoso, interessante.*

A presença de fenômenos aleatórios em seus resultados ou manifestações é algo que faz parte do cotidiano do ser humano em suas múltiplas relações e interações. O fato da incerteza estar presente em muitas situações de nosso cotidiano faz com que tanto as crianças como os adultos, independentes de terem ou não recebido uma educação formal sobre o assunto, tenham um conhecimento intuitivo sobre termos presentes no cotidiano como “possível”, “provável”, “sorte”, entre outras. Pesquisadores como Veses & Cubells (1989), Azcárate & Cardeñoso (1996), León (1998) e Barrero (1998) destacam a importância de valorizar os saberes informais que crianças e adultos têm sobre a aleatoriedade, em sua experiência pessoal, para inseri-los numa educação formal de probabilidade.

A pesquisa de León (1998), por exemplo, explorou noções sobre alguns conceitos de Probabilidade manifestadas por alunos iniciantes em uma disciplina de Probabilidade e Estatística. A autora revelou que esses estudantes, futuros professores de Matemática,

apresentaram limitações na conceitualização e utilização de termos como aleatório<sup>1</sup>, experimento aleatório, probabilidade e frequência relativa. Esta investigação permitiu revelar conceitualizações em evolução e planejar estratégias de abordagem em sala de aula, de modo que posteriormente eles se sentissem confiantes e capazes de utilizá-las com seus próprios alunos.

Em nossa pesquisa também valorizamos os possíveis saberes informais sobre a aleatoriedade, adquiridos por nossas professoras, ao longo de suas experiências pessoais. Temos como pressuposto de que a vivência das professoras-parceiras na realização de experimentos aleatórios possibilita a utilização de saberes informais e a medida que se constrói o processo de aprender e de ensinar, elas estarão adquirindo uma base de saberes e formas de expressão adequadas ao contexto da estocástica. *Uma premissa fundamental da epistemologia atual, segundo Azcárate & Cardeñoso (1996), é que toda construção de conhecimento se apoia nas idéias iniciais dos indivíduos; em particular a compreensão de que todo conceito matemático tem como ponto de partida nossas concepções ou intuições primárias.* Na perspectiva de Fischbein (1975) tais intuições independem de um processo de escolarização.

Na busca por um significado adequado para “chance”, Gildete contribui com nossa discussão relacionando este termo com o contexto do jogo da Mega Sena (turno 12) e

---

<sup>1</sup> O termo em espanhol é “azar”, concebido, de acordo com Azcárate & Cardenoso (1996:108), em três perspectivas:

“Casualidad, caso fortuito, desgracia imprevista (Diccionario de la Lengua Española de la Real Academia);

“Supuesta causa de los sucesos no debidos a una necesidad natural ni a una intervención intencionada, humana ni divina” (Diccionario del uso del Español de M<sup>a</sup> Moliner);

“Caso desfavorable del dado, mala suerte, desgracia, riesgo, casualidad, caso fortuito” (Diccionario Crítico Etimológico e Hispánico de J. Corominas).

Na língua portuguesa podemos conceber azar como “infelicidade, acontecimento inesperado: os azares da vida” (CD-ROM DIC Prático Michaelis). Segundo Azcárate & Cardenoso (1996), o termo mais representativo de “azar” na linguagem matemática é “aleatório”, o qual será utilizado em nossa tese.

propondo a palavra sorte (turno 14) para designar a crença de de um indivíduo ganhar o prêmio mediante sua(s) aposta(s).

O uso da expressão “sorte” confrontou todos os significados descritos com conotação de favorável (turno 1) para o termo chance. A expressão sorte, na análise de Léon (1998:135-136), pode ser categorizado como sinônimo de aleatório e, em suas palavras, *o emprego do termo “sorte” é neutro, pode ser boa sorte (resultados satisfatórios) ou má sorte (resultados insatisfatórios).*

Veses & Cubells (1989:21) utilizam o termo aleatório visto que o mesmo *introduz a surpresa, faz com que algumas vezes ocorra o inesperado, atua no determinismo das leis e, por sua causa, todos os sucessos, em maior ou menor grau contém algo de imprevisível. A aventura é possível, o inesperado pode romper o habitual...* Na concepção de Márcia e Gildete, o sucesso “ganhar na Mega Sena” pode ter seu grau de imprevisibilidade atenuado, a medida que se acredita que quanto mais jogos fizer, mais chances terá de ganhar (turno 15 e 16).

Estas colocações de Gildete (turno 12 a 16) leva-nos a interpretar a probabilidade de forma subjetiva, como expressão da crença ou percepção pessoal. Trata-se de medir a confiança que um indivíduo expressa sobre a veracidade de um fenômeno levando em conta sua própria experiência ou conhecimento sobre o tema da situação em estudo.

No entanto, nenhuma das professoras acenaram para a possibilidade de interpretar chance a partir do termo sorte. Pelo contrário, no turno 28, Márcia relata-nos a expectativa de realizar o experimento da taxinha para verificar se o termo oportunidade pode ser considerado como sinônimo de chance. Escolhemos a Cena 2 para apresentarmos os diálogos referentes ao experimento das taxinhas.

**Cena 2:**

33)PAULO: *Estão ansiosas para experimentar?* (risos) *Bom, então vamos lá com o experimento das taxinhas. Eu trouxe taxinhas* (distribuí para as professoras). *Nós vamos fazer uma atividade semelhante a das bolinhas convencionando nos registros o uso “ponta para cima” e “ponta inclinada”, tudo bem? Eu havia pensado em compormos 40 lançamentos, vinte para cada uma. Analisaremos a representação fracionária considerando os 40 lançamentos.*

34)GILDETE: *A maneira que você vai lançar não importa?*

35)PAULO: *A senhora acha que isto interferiria?*

36)GILDETE: *Não sei, acho que não* (risos).

37)MÁRCIA: *De repente, se eu pego assim...* (a professora testa diferentes modos de manusear a taxinha)

38)PAULO: *Se você pegar pela haste da taxinha e a base dela ficar muito próxima do solo, provavelmente os resultados são quase que determinados. Para eliminar qualquer problema, poderíamos chacoalhar e soltar a uma determinada altura para evitar resultados pré-determinados.*

Na seqüência, realizamos o experimento e elaboramos a seguinte tabela:

	MÁRCIA	GILDETE	Sub-total	Probabilidade
Ponta para cima	14	9	23	$23/40 = 57,5\%$
Ponta inclinada	6	11	17	$17/40 = 42,5\%$

Notamos que instantes após o registro da tabela, as professoras retornaram a realizar o experimento, mas sem se preocupar em fazer o registro escrito dos resultados. Diante do fato, questionamos sobre o motivo que as levou àquela atitude e elas manifestaram que houvera uma certa frustração quanto aos resultados obtidos.

Antes da realização do experimento havíamos pedido para Márcia e Gildete estimarem qual o resultado mais provável e ambas apostaram na maior ocorrência de lançamentos com a ponta voltada para cima. A aposta de Gildete como consta na tabela, foi contrária aos

resultados obtidos. Já a frustração da Márcia foi devido a pequena diferença entre as probabilidades (5%), a professora esperava uma maior superioridade do resultado “ponta para cima”.

Nesta retomada, observamos uma mudança no foco do desenvolvimento do experimento: as professoras abandonaram os registros para trabalharem em função da “frustração” gerada com a tabulação dos resultados. A professora Gildete manifestou interesse em continuar realizando o experimento a partir do pressuposto de que pegando pela haste da taxinha, estaria aumentando a possibilidade de obter resultados com a ponta voltada para cima. Essa intuição, segundo Gildete, justificou-se pelo fato de que na base da taxinha concentrava-se a maior parte da massa do objeto e, sobre a interferência da ação da gravidade, ao assentar no solo permaneceria com a haste na posição vertical.

Incentivamos a continuidade do experimento, desde que retomássemos o registro dos resultados obtidos, pois os mesmos são fundamentais para estimarmos a probabilidade de cada evento. Para esta etapa do experimento as professoras não modificaram sua aposta e foram realizadas 20 repetições. Em parceria elaboramos esta tabela que mais uma vez contraria o apostado:

	Sub-total	Probabilidade
Ponta para cima	10	$10/20 = 50\%$
Ponta para baixo	10	$10/20 = 50\%$

Novamente os resultados obtidos contrariaram a expectativa de Márcia e Gildete que acreditavam na superioridade do resultado “ponta para cima”.

39)MÁRCIA: *O que a gente viu? Idéia de chance relacionada à ocasião favorável, à uma oportunidade. Ela criou uma situação favorável (a Professora Márcia está argumentando em relação aos resultados obtidos nesta nova etapa do experimento).*

40)GILDETE: *Eu criei, mas ainda persisto em melhorar a minha tentativa (a professora acredita que pode manipular o experimento).*

41)MÁRCIA: *É a mesma coisa do estilingue. Se puxar mais, der uma envergadura melhor a pedra atinge não aquele “x” mas mais lá para frente.*

42)PAULO: *E no caso então do experimento você criou uma situação favorável e o resultado não foi o esperado.*

43)MÁRCIA: *Ela criou ali. Segundo a Gildete ela poderia ver a posição da mão, pegar assim (a professora pega a taxinha de diversos modos) mas ela deu uma induzida. Não foi uma induzida?*

44)PAULO: *Uma induzida no resultado? Você conseguiu o resultado desejado, Gildete?*

45)GILDETE: *Não, mas continuo achando que se tivesse um esquema bem detalhado, verificando tudo que pudesse nos favorecer, talvez o resultado fosse bom.*

46)PAULO: *Você acha que poderia ter controle nos resultados?*

47)GILDETE: *É... Não totalmente.*

48)PAULO: *Ele ainda fica imprevisível?*

49)GILDETE: *É.*

A professora Márcia retoma a *idéia de chance relacionada à ocasião favorável, à uma oportunidade* (turno 39) para explicar a atitude da professora Gildete na tentativa de controlar os resultados do experimento, levando em conta a assimetria física que se caracteriza pela concentração de massa na base (“cabeça”) do objeto. Acredita que *se tivesse um esquema bem detalhado* (referindo-se a análise física do objeto), *verificando tudo que pudesse nos favorecer, talvez o resultado fosse bom* (turno 45), ou seja, de acordo com sua sorte.

Se o experimento com a taxinha não produz resultados “favoráveis” de acordo com a crença das professoras, o contrário acontece com a situação envolvendo a distância percorrida por uma pedra quando lançada por um estilingue, devido a forma de manusear o objeto.

A possibilidade de intervenção sobre resultados probabilísticos foi um ponto marcante nas discussões dos processos de experimentação. Nos turnos da Cena 3, a professora Márcia elabora mais uma situação experimental probabilística com o objetivo de continuarmos debatendo sobre o controle de resultados obtidos.

### **Cena 3:**

49)MÁRCIA: *Agora me explica... vamos pensar juntos. Se você pega um giz a uma certa distância e joga este giz deitado, no chão. Em quantas partes ele poderia se quebrar?*

50)GILDETE: *Se você jogar, ele vai cair de qualquer modo.*

51)MÁRCIA: *Ah sim. Você joga e em quantos pedaços ele vai se quebrar?*

52)PAULO: *Você acha que poderíamos definir, determinar explicitamente esses resultados ou eles seriam algo aleatório, ou seja, eu não teria controle sobre estes números de partes quebradas?*

53)MÁRCIA: *Não sei, estou perguntando. Não sei, de repente...daí que vem jogar assim, jogar assado, a esta altura (a profª pega o giz e mostra diferentes maneiras de pegá-lo e soltá-lo). São experimentos que você vai fazendo para avaliar.*

54)PAULO: *Você vai ter a probabilidade dos resultados em cima do números de tentativas que você fez. Aí que vem a idéia de chance. O importante é observar; será que eu consigo obter o controle sobre essas minhas chances?*

55)GILDETE: *Não! Controle total, não. Um resultado um pouco mais determinado é possível.*

56)MÁRCIA: *Não sei... Eu estou lá no início do túnel ainda.*

57)PAULO: *Mas não melhorou o conceito de chance?*

58)MÁRCIA: *Sim, mas eu acho que eu já quero estar pulando alguma coisa. Eu acho que vou chegar em casa e ficar lá tentando, tentando para ver se eu chego a alguma conclusão. É aquele negócio: resposta pronta, é isso, é isso.*

59)PAULO: *A sua expectativa é, ainda, que você consiga controlar o experimento?*

60)MÁRCIA: *Não! Aí é que está, você não controla o experimento.*

61)PAULO: *Então a finalidade de você chegar em casa e querer tentar fazer...*

62)MÁRCIA: *É para ver se tudo isso que nós estamos discutindo se... Eu acho que não controla, mas será que não mesmo? Então eu vou tentar mais para amadurecer esta idéia.*

63)PAULO: *Você quer por à prova de que este controle, realmente, é difícil?*

64)MÁRCIA: *É igual aqui com a Gildete. Ela tinha chegado a uma conclusão. De repente, se a gente não tentasse, essa conclusão poderia ter permanecido. Eu acho que não permaneceu.*

65)PAULO: *Você acha que isso foi importante para você?*

66)MÁRCIA: *Eu acho que sim, porque eu estava vendo que pelo fato de um dos lados (Referindo-se a possibilidade de concentração de massa na base do objeto) ser mais pesado, se isto iria influenciar de alguma forma?*

67)PAULO: *Então fica uma questão para você pensar...*

68)MÁRCIA: *Então...*

69)PAULO: *Que tem a ver com a natureza do objeto. Aqui é a concentração de massa do objeto mais em uma parte do que em outra (referindo-se às taxinhas). O fato de fazer mais experimentos fortaleceu a sua idéia de que chance está associado ao experimento, onde você não consegue ter um controle pré-determinado. Ajudou nisso?*

70)MÁRCIA: *É, mas é aquele negócio... Eu acho que o meu conhecimento está muito pouco. Por isso que você fica assim, será que é isso mesmo?*

A continuidade no processo de identificação de fenômenos probabilísticos (turno 49) constituiu-se uma ferramenta com potencial de instigar discussões frente a natureza dos fenômenos, ou seja, a dualidade entre o determinismo e o aleatório. *Nossas concepções estocásticas estão determinadas, em parte, por suas próprias experiências (intuições primárias) e em parte pelo ensino (intuições secundárias) (Saenz-Castro, 1999:50).*

No decorrer dos diálogos notamos que a experiência e a bagagem intelectual de cada um de nós é relevante na exposição e partilha de saberes. Porém, este processo não é linear, ele é construído na interação de avanços e retrocesos como no caso da professora Márcia que, da

mesma forma que mostra-nos capaz de elaborar e discutir os experimentos, também afirma: *eu estou lá no início do túnel ainda* (turno 56).

No caso da professora Gildete observamos sua reavaliação sobre sua crença quanto a possibilidade de controle dos resultados. A respeito do experimento do giz, quando o pesquisador indagou: *será que eu consigo obter o controle sobre essas minhas chances?*, a resposta foi em tom de ponderação: *Não! Controle total, não. Um resultado um pouco mais determinado é possível* (turno 55).

Em outro momento (turno 58), a atitude de Márcia ao afirmar que vai *chegar em casa e ficar lá tentando, tentando para ver se chega a alguma conclusão*, mostra-nos o quanto é relevante para a professora o seu envolvimento no processo de realização de experimentos. Como toda experimentação em probabilidade é caracterizada pela irreversibilidade, ou seja, cada resultado obtido no experimento é único e não pode ser reconstituído, torna-se instigante a busca da sistematização de seus próprios saberes.

No processo de aprendizagem de Márcia os conflitos têm-se acentuado a medida que ela reúne condições para compreender o fenômeno da aleatoriedade. Na discussão sobre o experimento com o giz escolar atestamos a presença de conflitos na relação entre a possibilidade ou não de controlar os resultados: *a sua expectativa é, ainda, que você consiga controlar o experimento?* (turno 59). *Não! Aí é que está, você não controla o experimento* (turno 60). *Eu acho que não controla, mas será que não mesmo? Então eu vou tentar mais para amadurecer esta idéia* (turno 62). *Eu acho que o meu conhecimento está muito pouco. Por isso que você fica assim, será que é isso mesmo?* (turno 70).

A carência ou ausência de conhecimentos estocásticos, por um lado, não impossibilita a avaliação da natureza aleatória ou determinista de um experimento, porque o nosso cotidiano

não se reduz a fenômenos deterministas. Mesmo que as pessoas não tenham tido a oportunidade de uma educação formal sobre temas envolvendo probabilidade e estatística, tanto adultos como crianças elaboram um conhecimento prévio e intuitivo sobre a aleatoriedade, probabilidade e acaso; temas derivados da incerteza. Por outro lado, em concordância com León (1998), a maioria das pessoas têm uma visão excessivamente determinista do mundo e, em particular, para o docente envolvido com o ensino de matemática, o seu maior contato é com temas (aritmética e, em menor grau, a geometria) que privilegiam a exatidão dos resultados e que refletem o que é considerado primordial para a educação escolar dos estudantes.

#### **Cena 4:**

71)PAULO: *Do primeiro encontro para este fortaleceu alguma idéia?*

72)MÁRCIA: *Sinceramente, não. Tanto faz... depende do número de lançamentos que você faz. O que a gente viu aqui? (a profª refere-se aos experimentos deste encontro) Houve equiparação, a maioria para cima, a minoria para baixo... De repente se eu lançasse cinco vezes, seria menos lançamentos, mas o resultado (aqui a profª refere-se ao experimento da taxinha) poderia ser igual ou diferente. É eu que estou com “cobra”, “nó na cabeça”. Ai que vontade de sair correndo...*

73)PAULO: *Você esperava fechar mais a questão?*

74)MÁRCIA: *A questão é imprevisível. Se você jogar a taxinha 100 vezes. Se você perguntar qual é a chance/possibilidade de cair para cima ou para baixo? Pode dar mais para cima, mais para baixo? Eu iria te responder: não sei, vamos fazer. Poderia jogar 100 vezes e dar mais para cima. Em outra ocasião poderia jogar 100 vezes e poderia dar mais para baixo. É isso que eu quero chegar a uma conclusão.*

75)PAULO: *Você gostaria de que num experimento você pudesse dizer que...*

75)MÁRCIA: *De tanto tentar; chegar em alguma conclusão.*

77)PAULO: *Conclusão em que aspecto?*

78)MÁRCIA: *Eu já vi que não chego porque é imprevisível (risos).*

79)PAULO: *Probabilidade está associado a algo que é imprevisível.*

80)MÁRCIA: *Parece que é uma coisa tão certinha. Mas ao mesmo tempo que é tão certa, pode ser isto, pode ser aquilo. Se você coloca 20 pessoas e tem dois caminhos, a maioria vai escolher à direita ou à esquerda? O que você responderia?*

81)PAULO: *É possível determinar?*

82)MÁRCIA: *Não! Aí é que está, você não tem como determinar, é impossível de determinar.*

83)PAULO: *Estamos chegando a idéia de probabilidade como noção de incerteza.*

84)MÁRCIA: *É isso aí (risos).*

85)PAULO: *É este caminho que estaremos enfrentando.*

86)GILDETE: *Mesmo fazendo várias tentativas para acertos?*

87)PAULO: *Sim! Você ia falar alguma coisa, Gildete?*

88)GILDETE: *Eu estava pensando na hora em que ela estava comentando; mesmo tentando obter o resultado que deseja, tentando melhorar daqui, dali... Mas analisando bem aquilo que a gente terminou de fazer; a conclusão é que resultados exatos, eu acho que não. Fazer a previsão de que vai sair todos na mesma posição. Na hora do experimento pode ser que o resultado seja diferente daquilo que falei que poderia ser.*

89)MÁRCIA: *Uma única coisa que é certa é que se você colocar água numa bacia e uma canaleta para baixo, a água vai descer.*

90)PAULO: *E se colocar uma canaleta bifurcada?*

91)MÁRCIA: *Então, aí é incerto (risos).. Muito esclarecedor (risos).*

92)PAULO: *É por aí que vamos caminhar...*

93)GILDETE: *Para conseguir um resultado que deseja, você tem que fazer o que? Não consegui. Certamente prevendo por este lado não vai conseguir. Mas que, de uma certa forma não deixe... não acho o termo certo...tão vazio. Por exemplo, um bazar que coloque seus produtos, a dona está começando, ela compra os produtos para colocar no seu bazar analisando a população do bairro, os costumes, o que as pessoas usam e etc. Ela comprou um determinado número e faz uma previsão, comprou 1000 peças/objetos e prevê vender umas 900. No final do mês, quando ela for fazer o balanço ela poderá obter um resultado abaixo de 900 ou acima de 900, não é isso?*

94)PAULO: *Ou até igual.*

95)GILDETE: *Daí, por exemplo, ela obteve abaixo de 900 – não foi o que ela esperava! Acima, tudo bem, é até melhor. E abaixo, o que ela vai fazer? Ela vai*

*novamente tentar melhorar, analisar o foi que aconteceu: a procura, qual foi o produto mais procurado ou não, a qualidade do artigo e etc. Ela não vai procurar melhorar, neste sentido?*

96)PAULO: *Sim!*

97)GILDETE: *E provavelmente no mês que vem, o resultado não vai ser melhor. .*

98)PAULO: *Mas...*

99)GILDETE: *Não posso garantir realmente que ela vai obter aquele número que ela quer vender, porque daí está incluído o preço, a marca do produto e também o gosto da pessoa, dos fregueses, no caso. Tudo isto aí envolve, mesmo que ela tentou melhorar, pode ser que o resultado não seja o esperado. O que eu quero dizer que é uma seqüência de mudanças que podem ser feitas.*

100)PAULO: *Que podem atingir ou não os objetivos desejado, que levamos para a questão das incertezas.*

101)GILDETE: *Ou seja, uma coisa que vai sempre estar presente.*

Esta última cena abrange reflexões acerca do reconhecimento da incerteza e dos critérios de causalidade como argumentações para caracterizar a aleatoriedade de determinados experimentos. Azcárate et al (1998:88) realizaram uma *exploração inicial dos critérios ou tipos de argumentos que os sujeitos utilizaram para explicar as situações aleatórias*, a partir de um estudo empírico que incluiu a aplicação de um questionário a 57 futuros professores(as) primários(as) sem instrução prévia sobre o tema. Os argumentos predominantes, segundo Azcárate (1998:93) foram baseados no reconhecimento da incerteza (*sucessos que podem ou não ocorrer, sem maior análise das características do fenômeno*) e nos critérios de causalidade (*tipo de explicação que reflete um domínio da análise de causa em seus raciocínios, o qual reflete o poder da visão determinista da realidade na hora de se enfrentar com situações dominadas pela incerteza*).

Na nossa pesquisa o reconhecimento da incerteza tem sido feito através da realização de experimentos. O envolvimento das professoras-parceiras na experimentação com as taxinhas

foi fundamental na transição entre o não-reconhecimento e o reconhecimento da aleatoriedade (turno 75 a 78).

Ainda na Cena 4 dois outros experimentos, o da caneleta bifurcada e o do percurso das pessoas na fila (turno 80 e 90), ajudaram na *idéia de probabilidade como noção de incerteza* (turno 83). O determinismo é inadequado nestes experimentos, mas a possibilidade do controle das chances em outros casos é retomada pela professora Gildete (turno 93 a 101). Uma situação similar aquela apresentada no primeiro encontro (Cena 3 - turno 13 a 17) é retomada para a discussão do termo “estimativa”, tendo como referencial o caso da professora G que revendia produtos por meio de catálogos.

A professora Gildete ilustra uma situação (turno 93) onde determina proprietária *compra os produtos para colocar no seu bazar analisando a população do bairro, os costumes, o que as pessoas usam e etc. Ela comprou um determinado número e faz uma previsão, comprou 1000 peças/objetos e prevê vender umas 900. No final do mês, quando ela for fazer o balanço ela poderá obter um resultado abaixo de 900, ou acima de 900, ou ainda igual a 900.*

Se o balanço for de natureza contábil teremos um resultado absoluto, de natureza determinista. No entanto, nada impede a comerciante de coletar dados que permita apropriar-se da estatística para *analisar o foi que aconteceu: qual foi o produto mais procurado ou não, a qualidade do artigo*, entre outros fatores (turno 95). Trata-se de um caso que conhecendo-se a(s) causa(s) que envolvem uma situação aleatória (previsão de vendas), a estatística passa a ser uma ferramenta potencial para o tratamento dos dados, devido a sua variabilidade. As possíveis tomadas de decisões não é garantia que *realmente que ela vai obter aquele número que ela quer vender, pode ser que o resultado não seja o esperado* (turno 99).

## 4.4. Terceiro encontro

### 4.4.1. Planejamento

A proposta de trabalho para o próximo encontro com nossas professoras-parceiras emergiu da reflexão do pesquisador e da orientadora sobre dois aspectos: **a)** apropriação do significado de chance pertinente ao contexto probabilístico, **b)** a intuição das professoras-parceiras frente aos fenômenos aleatórios.

No que diz respeito ao primeiro aspecto decidimos apresentar o termo “acaso” como proposta de significado para chance, já que as palavras em pauta, no segundo encontro, foram avaliadas como inadequadas pelas nossas professoras-parceiras. Concordamos que no uso de palavras relacionadas com os fenômenos regidos pela probabilidade existe uma certa imagem da incerteza, que se configura mediante a influência da experiência pessoal. Nas palavras de Saussure<sup>1</sup> (1987), *entre “nunca” e “sempre” há um grande número de termos que refletem diferentes níveis de graduação (impossível, possível, raro, escasso, freqüente, comum, etc.), que na verdade só serve para colocar limites à própria realidade que enfrentamos* (apud Azcárate & Cardeñoso, 1996:169).

O quesito intuição manifestou-se no princípio da irreversibilidade através de suas relações de variabilidade e irregularidade dos resultados. Por meio deste princípio, cada resultado obtido em um experimento probabilístico é único, ou seja, a repetição do experimento não garante que o próximo resultado obtido seja igual ao anterior. Este princípio foi o centro de discussão dos dois primeiros encontros, de acordo com os relatos de nossa reflexão a seguir.

---

<sup>1</sup> SAUSSURE, F. *Curso de lingüística general*. Madrid: Alianza, 1987 (original en 1931).

No envolvimento de nossas professoras-parceiras com o experimento das taxinhas e com a discussão sobre situações de aleatoriedade (jogo da Mega Sena, queda de giz escolar, entre outros), houve muito questionamento sobre a possibilidade ou não do controle dos resultados. Um fragmento da fala da professora Gildete, no segundo encontro, chamou-nos a atenção sobre este aspecto: *para conseguir um resultado que você deseja, você tem que fazer o que? Não consegui. Certamente prevendo por este lado não vai conseguir. Mas que, de uma certa forma não deixe... não acho o termo... tão vazio* (turno 93).

Este fragmento configurou uma imagem de incerteza do experimento com o objeto taxinha, devido as fracassadas tentativas de controle das condições experimentais. No entanto, isto não impediu as professoras de buscarem situações cuja imagem de incerteza permitisse prever sobre possibilidades futuras com maior grau de confiança como, por exemplo, o caso da previsão de vendas em um bazar (turno 93 a 101). Exemplos como este, intuitivamente sustentaram a crença das professoras que *um resultado um pouco mais determinado é possível* (turno 55).

Em relação ao experimento das extrações de bolas notamos a busca por mecanismos de controle dos resultados foi menos intensa. O desejo pelo controle dos resultados manifestou-se no manuseio da caixa que abrigava as bolas, mais precisamente, a professora Márcia detinha a intuição que o ato de “chaqualhar” a caixa poderia influenciar o atributo cor, no momento da extração da bola.

Nós comparamos a conduta das professoras-parceiras na realização dos dois experimentos e temos como hipótese que a simetria física da bola inibiu a ação de controle dos resultados. Já a assimetria da taxinha, particularmente a suposta concentração de massa em sua base constituiu uma “evidência” na manipulação dos resultados.

Essas reflexões ajudaram a demarcar o que gostaríamos de discutir no terceiro encontro, a partir da experimentação envolvendo o lançamento de dois dados.

Antes de discutirmos o experimento envolvendo o lançamento de dois dados, pretendemos abrir espaço para considerações sobre o lançamento de um dado. Sabendo-se que a variável “número inscrito em cada uma das faces do dado” é quantitativa discreta por tratar-se de processos de contagem, é possível constituir um espaço amostral com um conjunto de sucessos elementares que garantam a equiprobabilidade deste experimento.

Uma vez determinada as probabilidades de cada sucesso elementar, é possível calcular a probabilidade de sucessos mais complexos como obter soma sete no lançamento de dois dados. Como nosso principal objetivo era discutir evento composto, no caso, realizar o experimento e considerar as somas de dois dados, pretendíamos avaliar se era perceptível para as professoras-parceiras que a equiprobabilidade não será garantida no evento composto.

Também pretendíamos explorar, com elas, que em um experimento probabilístico, a constituição de sucessos na forma de seqüências não-padronizadas são provenientes da irregularidade dos resultados. Temos como hipótese que o fato de estarmos utilizando dois dados, fisicamente simétricos, inibirá mais a ação de nossas professoras-parceiras quanto a manipulação de resultados, levando em conta que no caso das extrações de bolas, o exercício do controle deu-se na manipulação da caixa que continha tais objetos.

Finalmente visamos abordar com nossas professoras, de acordo com a terminologia de Godino (1996), a proximidade entre a probabilidade “a posteriori” (calculada com base na realização do experimento) e a probabilidade “a priori” (calculada a partir de dados teóricos, sem a manipulação experimental). Em particular, para o experimento do lançamento de dois dados utilizaremos a tabela de dupla entrada como mecanismo para o cálculo e análise da

proximidade entre as probabilidades, bem como a representação gráfica de sua distribuição de probabilidade.

#### 4.4.2. Desenvolvimento

Atividade	Fatos Relevantes
<p>Confronto entre os Termos “chance” e “acaso”, este último apresentado pelo pesquisador e pela professora Márcia.</p>	<p>➤ As professoras-parceiras aprovam a palavra “acaso” como significado mais adequado de chance, no contexto probabilístico.</p>
<p>Realização do experimento “lançamento de dois dados” com evento composto, no caso, a soma obtidas em suas faces.</p>	<p>➤ A análise teórica das combinações que geram cada soma, em confronto com os resultados experimentais, permitiram que as professoras-parceiras constatassem que a soma com maior chance de ocorrência é o sete.</p>

A primeira parte deste encontro destinou-se a apresentação de novas significações para o termo chance. A professora Gildete relatou-nos que *não conseguiu avançar na busca de significados para o termo em questão*, em função de ter tido uma quinzena repleta de atividades escolares pertinentes a comemoração do Dia das Crianças. Já a professora Márcia apresentou a palavra *acaso* como significado de chance, coincidindo com a proposta do pesquisador.

Novamente, o dicionário<sup>1</sup> teve um papel importante na significação do termo chance. Desta vez, apresentamos chance como *acaso favorável, oportunidade, ensejo*. No intuito de contextualizarmos o significado de acaso, encontramos algumas explicações: *acontecimento incerto ou imprevisível, sucesso imprevisto, casualidade, eventualidade, acontecimento que não tem o grau de determinação normal que o homem poderia prever*.

A síntese elaborada por Barros & Palhares (1997:103) também contribuiu para entendermos o termo acaso que pode ser definido, *em geral, como aquilo que acontece exteriormente a causas e efeitos determinados. Os acontecimentos que ocorrem por acaso não são previsíveis*. Tais acontecimentos podem ser adjetivados como *casuais, fortuitos ou aleatórios*.

Dentre as várias interpretações já apresentadas e discutidas, as professoras avaliaram que o termo mais adequado para significar chance é *acaso*.

A linguagem é um meio importante para a qualificação da probabilidade, quando a mesma *corresponde à crença ou indicação que deixa presumir a verdade ou possibilidade de um facto* (Barros & Palhares, 1997:103). Em muitos momentos de nosso trabalho de campo, palavras como chance traduziram o quão era o grau de certeza de ocorrência de um evento para nossas professoras-parceiras.

Para a segunda parte deste encontro propusemos às professoras trabalhar com um experimento probabilístico envolvendo o uso de dados.

Antes de iniciarmos efetivamente o experimento procuramos explorar, numa perspectiva probabilística, o objeto dado. Começamos questionando se a expressão “dado honesto” era familiar. A professora Gildete relatou-nos que tinha visto esta expressão em materiais diáticos e questionou-nos se não era equivalente dizermos que o dado não estava

---

<sup>1</sup>CD-ROM DIC Prático Michaelis. DTS Software Brasil Ltda, versão 5.1, 1998.

“marcado” ou “raspado”. Afirmamos que era verdade e perguntamos qual era a implicação disto quando desejamos analisar probabilidades. A professora Márcia expôs que *se olharmos a forma do dado, podemos dizermos dizer que todas as faces tem a mesma chance de sair. Como tem seis faces, a probabilidade é 1/6 para cada uma delas.*

Interpretamos que na fala de Márcia a mesma menciona sobre a simetria física quando menciona sobre *a forma do dado*, logo a probabilidade matemática (‘a priori) de 1/6 para cada uma de suas faces.

Após esta abordagem preliminar, anunciamos o desejo de realizarmos o experimento do lançamento de dois dados, segundo algumas regras: **a)** cada jogador apostará sobre qual soma terá maior chance de ocorrência e fará trinta lançamentos, **b)** lançar um dado de cada vez, registrar os respectivos resultados e sua soma, **c)** finalizando trinta lançamentos, cada jogador terá direito de rever sua aposta para realizar mais trinta lançamentos, observando as orientações dadas.

Na primeira etapa do experimento Márcia apostou na soma 9, Gildete apostou na soma 11 e o pesquisador na soma 7. Elas afirmaram que foi intuitivo a escolha do valor apostado.

Na seqüência apresentamos os resultados dos 30 primeiros lançamentos do par de dados<sup>1</sup> feitos, respectivamente, pelo pesquisador, pela prof<sup>a</sup> Márcia e, por último, pela prof<sup>a</sup> Gildete:

5	5	1	5	4	4	5	5	5	5	6	3	5	1	3	6	5	4	5	3	4	2	5	5	5	6	6	2	4	3
2	1	2	2	2	2	2	1	6	6	6	2	3	2	2	6	1	3	2	2	5	1	4	2	2	4	3	2	2	2
7	6	3	7	6	6	7	6	11	11	12	5	8	3	5	12	6	7	7	5	9	3	9	7	7	10	9	4	6	5

<sup>1</sup> A primeira e segunda linha representa os valores obtidos pelo lançamento do par de dados e a terceira linha representa as respectivas somas

1	5	5	6	5	3	6	6	1	5	6	5	4	4	6	3	3	6	5	5	2	4	5	3	4	5	6	4	5	6
1	3	2	5	3	1	2	5	1	1	1	5	1	1	3	2	2	2	2	1	1	4	1	2	4	4	2	2	2	4
2	8	7	11	8	4	8	11	2	6	7	10	5	5	9	5	5	8	7	6	3	8	6	5	8	9	8	6	7	10

3	4	6	2	5	1	3	5	6	4	5	3	6	6	5	4	4	6	5	6	5	4	6	6	1	6	5	6	4	3
3	4	3	5	6	4	3	4	4	4	1	2	4	3	4	3	2	1	2	2	2	2	2	2	2	3	5	1	1	2
6	8	9	7	11	5	6	9	10	8	6	5	10	9	9	7	6	7	7	8	7	6	8	8	3	9	10	7	5	5

Quando a professora Gildete (última jogadora) encerrou seu 30º lançamento, ela comentou que o pesquisador estava ganhando. Esta professora identificou, na sua tabela, as somas com maior número de frequência e destacou: *tirando o sete* (resultou 6 vezes), *o oito é o que apareceu mais* (a soma 6 e 8 aparecem 5 vezes).

A professora Márcia disse: *se eu pudesse optar, escolheria metade com sete e metade com oito. Se você combinar os resultados temos três possibilidades para o 8 e para o sete também..* Neste momento, o pesquisador dirigiu-se à lousa para registrar o número e as respectivas formas de combinações levantadas oralmente por Márcia:



A professora Márcia ainda destaca: *se inverter, dá na mesma, a ordem das parcelas não altera o número de possibilidades. No caso do 9, há duas possibilidades, o 6 com o 3 e o 4 com o 5.* Até este momento, Márcia, teoricamente, considera irrelevante o item ordem no lançamento dos dois dados, o que justifica o equívoco da equiprobabilidade referente a soma 7 e 8.

Antes de revermos a aposta para realizarmos os próximos trinta lançamentos, conjuntamente quantificamos a frequência de cada soma apostada, como mostramos a seguir:

	APOSTA	FREQÜÊNCIA
MÁRCIA	9	2
GILDETE	11	1
PAULO	7	7

Reiniciado o jogo (trinta últimos lançamentos para cada jogador), o pesquisador manteve sua aposta com o valor 7, enquanto Márcia e Gildete optaram por escolher o 8. Para ambas, seria equivalente apostar na soma sete ou oito, a escolha foi para diferir do valor apostado pelo pesquisador.

Assim como correu no experimento com a taxinha e na extração de bolas, até este momento as professoras-parceiras não associaram a parte experimental com as relações teóricas. Notamos que Márcia e Gildete ainda não perceberam que estamos considerando a ordem dos resultados na geração das somas, devido a análise teórica que elas realizaram quanto as possibilidades que geram soma sete e oito.

A seguir apresentamos, respectivamente, os resultados dos 30 últimos lançamentos<sup>1</sup> feitos pelo pesquisador, pela prof<sup>a</sup> Márcia e pela prof<sup>a</sup> Gildete:

1	5	3	3	3	2	5	4	6	4	5	6	4	4	6	6	6	5	6	3	6	1	4	4	2	4	5	5	5	6
3	1	1	2	1	2	4	1	3	3	4	2	4	4	4	6	1	2	2	3	5	2	3	1	5	5	6	3	4	2
4	6	4	5	4	4	9	5	9	7	9	8	8	8	10	12	7	7	8	6	11	3	7	5	7	9	11	8	9	8

<sup>1</sup> A primeira e segunda linha representa os valores obtidos pelo lançamento do par de dados e a terceira linha representa as respectivas somas.

3	4	6	6	5	1	3	5	3	4	6	6	3	6	6	6	6	5	4	5	5	6	5	5	2	1	4	6	4	4
4	2	3	4	5	1	1	2	2	2	3	2	1	5	1	2	2	6	1	2	3	2	2	2	1	1	3	2	1	2
7	6	9	10	10	2	4	7	5	6	9	8	4	10	7	8	8	11	5	7	8	8	7	7	3	2	7	8	5	6

6	2	4	5	4	5	1	6	6	3	5	3	6	1	4	3	4	5	6	3	5	4	3	5	4	2	2	2	4	1
4	1	3	3	1	6	4	1	4	4	2	2	3	5	5	1	4	1	5	3	1	2	1	1	1	1	6	1	1	2
10	3	7	8	5	11	5	7	10	7	7	5	9	6	9	4	8	6	11	6	6	6	4	6	5	3	8	3	5	3

A próxima sistematização de informações relaciona o valor de soma apostado por cada participante do jogo e sua respectiva quantidade produzida nos trinta últimos lançamentos:

	APOSTA	FREQÜÊNCIA
MÁRCIA	8	6
GILDETE	8	3
PAULO	7	4

Após o término do jogo, a Márcia perguntou: *você continuou na mesma*. (referindo-se a manutenção da soma sete como valor apostado pelo pesquisador). A resposta do pesquisador, em tom de concordância, fez com que a professora comentasse: *feliz escolha!* Márcia parece suspeitar que o valor apostado pelo pesquisador não foi meramente casual. Sua suspeita parece ganhar maior credibilidade quando Márcia mostra-nos uma tabulação de suas somas com maior freqüência, nestes trinta últimos lançamentos:

SOMA	FREQÜÊNCIA
5	3
7	7
8	6
10	3

Podemos observar na tabela que a soma sete está novamente em primeiro lugar, seguido da soma oito e empatado, a soma dez e três.

Em função dos resultados obtidos ao longo de 180 lançamentos (60 para cada participante), a professora Márcia questionou o pesquisador: *por que o número de vezes que apareceu a soma 8 foi inferior à soma 7?*

É a primeira vez em nossos encontros que há um questionamento que permitiu-nos relacionar os resultados experimentais com os teóricos. Na argumentação, o pesquisador convidou Márcia e Gildete<sup>1</sup> a rever os registros na lousa quanto as combinações que geraram a soma 7 e 8. Ao deparar novamente com os registros (comentados anteriormente), Márcia afirmou: *ao inverter os números, 4 com 4 fica a mesma coisa; o sete possui uma possibilidade a mais*. Nesta afirmação, Márcia revê a importância que a propriedade comutativa da adição têm no momento de quantificar o número de possibilidades para cada soma, em especial, a do 7 e 8.

A partir da conclusão da professora Márcia, tentamos instigá-las a refletir com base nos dados experimentais: *qual a implicação de lançarmos um dado de cada vez?* A professora Márcia explicou-nos que *se lançarmos os dois juntos, não é possível sabermos de quem é o primeiro registro* (referindo-se a face do dado).

Para finalizar as discussões do nosso trabalho de campo deste encontro, chamamos a atenção das professoras-parceiras para observarem que nas regras para a realização deste experimento, consideramos relevante a ordem dos dados.

---

<sup>1</sup> Neste encontro, a professora Gildete não estava tão comunicativa como o habitual. Ela alegou um cansaço excessivo por causa dos preparativos para a comemoração do Dia das Crianças.

## **4.5. Quarto encontro**

### **4.5.1. Planejamento**

O período destinado ao terceiro encontro foi curto, devido aos compromissos profissionais das professoras com os preparativos para a comemoração do Dia das Crianças. Sendo assim, no quarto encontro daremos continuidade ao que já havia sido planejado no encontro anterior.

No terceiro encontro havíamos abordado a equiprobabilidade para um conjunto de sucessos elementares no lançamento de um dado. Na seqüência, realizamos o experimento envolvendo o lançamento de dois dados, mediante algumas regras pré-estabelecidas.

Até o momento não houve oportunidade de observar a percepção das professoras-parceiras quanto a não-equiprobabilidade existente no evento composto. O que já foi possível abordar e que supusemos ser suficiente para a constatação da ausência de equiprobabilidade é que diferentes somas, no caso o sete e o oito, possui um número diferente de possibilidades.

Nossa hipótese de que os dados, fisicamente simétricos, iria inibir a ação de nossas professoras-parceiras quanto a manipulação de resultados foi constatada. Isto tem permitido a assimilação do princípio da irreversibilidade, visto que a constituição de sucessos na forma de seqüências não-padronizadas são provenientes da irregularidade dos resultados.

No quarto encontro pretendíamos inserir a tabela de dupla entrada, distribuição de freqüência e sua respectiva representação gráfica, tanto para apresentar teoricamente as possibilidades para cada soma quanto para os resultados experimentais. Consideramos que este mecanismo poderia ajudar-nos na discussão de pontos que, conforme relatamos, ainda não havia sido contemplados no encontro anterior.

#### 4.5.2. Desenvolvimento

Atividade	Fatos Relevantes
Elaboração da tabela de dupla entrada com inserção das possibilidades teóricas e experimentais da soma de dois dados, e suas respectivas representações gráficas.	➤ As professoras constatarem, com base na leitura dos gráficos, que a medida que aumentarmos o número de repetições de um mesmo experimento, menor serão as diferenças entre as alturas de cada uma das barras, ou seja, as representações gráficas poderão ter um formato mais semelhante.

#### Cena 1:

1)PAULO: *Bom, para ajudar-nos a estabelecer o valor das probabilidades podemos fazer uma tabela de dupla entrada que é nada mais, nada menos que associar pares que eu posso estar obtendo com os dados. No caso contamos de um a seis em função das faces que contém nosso dado. Vamos fazer para a soma por causa do tipo do nosso experimento. Quantas possibilidades nós temos de resultados para a soma associando dois dados que variam de uma seis? Dados nas mesmas condições, ou seja, dados não-viciados.*

2)MÁRCIA: *Doze!*

3)PAULO: *A variação da soma vai de quanto a quanto?*

4)MÁRCIA: *Até doze.*

5)PAULO: *Mas parte de quanto?*

6)MÁRCIA: *De dois.*

7)PAULO: *Isso! Agora a quanto são os resultados associando as possíveis somas usando de um a seis e de um a seis (o pesquisador aponta os referidos números dispostos na vertical e na horizontal da tabela)?*

8)MÁRCIA: *Trinta e seis.*

- 9)PAULO: *E aí Gildete?*
- 10)GILDETE: *Deixa eu pensar um pouco. Você pode repetir a pergunta outra vez?*
- 11)PAULO: *A colocação que eu tinha feito foi a seguinte: quantas somas são possíveis usando dois dados iguais que variam de um a seis?*
- 12)GILDETE: *Daria mesmo trinta e seis.*
- 13)PAULO: *Isso, é seis por seis. Bom, então vamos ver todas as somas? Como começaríamos? Como completaríamos esta primeira linha aqui?*
- 14)MÁRCIA: *Dois, três, quatro,...*
- 15)PAULO: *Até quanto?*
- 16)MÁRCIA: *Sete.*
- 17)PAULO: *A segunda linha varia de quanto?*
- 18)MÁRCIA: *De três ...*
- 19)PAULO: *Até...*
- 20)MÁRCIA: *Oito.*
- 21)PAULO: *Aqui (o pesquisador aponta a próxima linha)...*
- 22)MÁRCIA: *Quatro...*
- 23)PAULO: *Até...*
- 24)MÁRCIA: *Nove. (Assim demos seqüência ao preenchimento das somas na tabela)*
- 25)PAULO: *Aqui está o valor da maior e da menor soma (o pesquisador aponta o maior e o menor valor, dois e doze, respectivamente). No caso, cada linha tem seis valores e como temos seis linhas então seis vezes seis é igual a trinta e seis. Como ficam as probabilidades para cada uma dessas somas? (as professoras ficam pensativas) Estaríamos comparando cada soma em relação a quanto?*

A seguir apresentamos a tabela de dupla entrada elaborada a partir das falas contidas na cena 1:

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

**Cena 2:**

- 26)GILDETE: *A representação é fracionária, não é?*
- 27)PAULO: *Comparando, no caso, quantas vezes aparece cada soma em relação a quem?*
- 28)GILDETE: *A um número.*
- 29)PAULO: *E que número é esse?*
- 30)GILDETE: *Ao total da soma. Trinta e seis.*
- 31)PAULO: *Vocês querem um tempo para representarem?*
- 32)MÁRCIA: *Cada uma?*
- 33)PAULO: *É e daí a gente compara cada uma? Melhor assim? (a intenção do pesquisador é confrontar os registros de cada uma das professoras)*
- 34)GILDETE: *Tem que colocar para cada um desses números? Desde o dois?*
- 35)PAULO: *Quer dizer, qual a probabilidade de aparecer soma dois lançando dois dados? Qual a probabilidade de aparecer soma três lançando dois dados? E assim por diante...*
- 36)GILDETE: *Eu estou jogando o dois sobre... Eu estou utilizando a soma total/final, o trinta e seis como denominador de todos e...*
- 37)PAULO: *O trinta e seis está representando o que?*
- 38)GILDETE: *O trinta e seis está representando o denominador.*
- 39)PAULO: *Tirando o aspecto de fração...*
- 40)GILDETE: *É uma soma total.*
- 41)PAULO: *O total de possibilidades de somas, quer dizer, se olharmos aqui (apontando para a tabela de dupla entrada representada na lousa) temos ...*
- 42)GILDETE: *Trinta e seis somas ao todo.*

- 43)PAULO: *Agora, o que eu estou pedindo é para representar a probabilidade de cada soma, ou seja, a soma dois aparece quantas vezes dentre as trinta e seis? A soma três aparece quantas vezes entre trinta e seis?*
- 44)MÁRCIA: *Tá! Você representaria, então, de que forma?*
- 45)PAULO: *Bom, quantas vezes aparece o resultado dois como soma dentre trinta e seis?*
- 46)MÁRCIA: *Só uma vez.*
- 47)PAULO: *Só uma vez?*
- 48)GILDETE: *Com cada um; só estou vendo uma vez.*
- 49)PAULO: *Seria uma vez ...*
- 50)MÁRCIA E GILDETE: *Em trinta e seis !*
- 51)PAULO: *A soma três, quantas vezes aparece num total de trinta e seis vezes?*
- 52)MÁRCIA E GILDETE: *Duas!*
- 53)PAULO: *Aparece quando eu relaciono quem com quem? (as professores momentaneamente ficam em silêncio) O três aparece quando sai o que nos dados? Quais são os valores que tem que sair nos dados para dar três?*
- 54)GILDETE E MÁRCIA: *Um com dois e dois com um.*
- 55)PAULO: *Então aparece quantas vezes?*
- 56)MÁRCIA: *Duas.*
- 57)PAULO: *Então quanto é a probabilidade? (as professoras ficam pensativas) Qual a probabilidade de sair soma três?*
- 58)MÁRCIA: *A soma (risos)...Duas vezes.*
- 59)PAULO: *Duas vezes num total de quanto?*
- 60)MÁRCIA: *Trinta e seis.*
- 61)PAULO: *E assim por diante. O que precisa sair nos dados para dar quatro? Quais são as possibilidades para dar quatro?*
- 62)MÁRCIA: *Três e um, dois e dois e um e três.*
- 63)PAULO: *Quantas vezes vai aparecer a soma quatro?*
- 64)MÁRCIA: *Três vezes.*
- 65)PAULO: *Num total de quanto?*
- 66)MÁRCIA: *Trinta e seis.. Lembra<sup>1</sup> quando estávamos fazendo aquele negócio do sete que eu fui vendo quais as possibilidades de dar sete e (risos) eu não considerei...*

---

<sup>1</sup> Os turnos 66 e 67 são lembranças de discussões envolvendo o experimento realizado no encontro anterior, mais especificamente, quando indagamos se após trinta lançamentos de dois dados simultâneos, haveria interesse em

67)PAULO: *Até você achava que inicialmente era o oito porque você havia esquecido que quatro mais quatro não dá para ser contado duas vezes. O sete tinha uma a mais por causa disto.*

68)PAULO: *E aí Gildete? Ok?* (a professora não responde e, então, aproximo dela para observar as suas anotações, as quais estavam pertinentes à discussão) *Já acabou?* (indaguei a prof<sup>a</sup> Márcia) *Agora, quando você somar a parte de cima de cada fração espera-se encontrar quanto ao todo?*

69)GILDETE E MÁRCIA: *Trinta e seis.*

70)PAULO: *Bateu?* (as professoras ficam em silêncio conferindo individualmente suas anotações) *Vamos colocar na lousa ...* (na seqüência proponho a execução dos registros das probabilidades de cada soma, possível no experimento, para que possamos elaborar mais discussões) *Você lembra quando estávamos comentando (referindo-se à Márcia), você falava que era o oito* (esta professora acreditava, inicialmente, que a soma oito tinha maior probabilidade do que as demais). *Quais são as possibilidades para dar o sete?*

71)MÁRCIA: *Seis e um, seis e dois, ah... cinco e dois, quatro e três, três e quatro, dois e cinco e um e seis.*

72)PAULO: *Todas estas possibilidades dão soma sete, então eu tenho seis possibilidades em trinta e seis. E o de soma oito, quais são?*

73)MÁRCIA: *São... seis e dois, cinco e três, quatro e quatro, três e cinco e dois e seis.*

Na seqüência apresentamos a função de probabilidade envolvendo a soma de dois dados. Nos encontros, procuramos utilizar uma linguagem informal, sem perder o rigor, como o caso desta função. Abordamos sua representação em tabela, dizendo que estávamos associando cada soma a uma respectiva probabilidade, cuja tabulação apresentamos a seguir:

---

mudar a aposta quanto ao valor de soma mais provável de ocorrer. Naquele momento, Márcia considerou que tanto o oito como o sete eram os valores que tinham maior chance de aparecer e, por uma questão de avaliar empiricamente os resultados dos seus trinta lançamentos, optou pelo valor oito, pois nos trinta primeiros lançamentos o oito surgiu mais vezes que o sete.

Soma	Probabilidade “a-priori”
2	1/36
3	2/36
4	3/36
5	4/36
6	5/36
7	6/36
8	5/36
9	4/36
10	3/36
11	2/36
12	1/36

A tabela de dupla entrada, até então, era desconhecida para as professoras-parceiras. Sua construção, nas palavras de Gildete: *é como desenvolver um algoritmo para uma certa operação.*

Na transposição da tabela de dupla entrada para esta que relacionamos cada soma com sua respectiva probabilidade “a priori”, as professoras-parceiras defrontaram com dificuldades para expressar a proporção entre o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades. Este tipo de dificuldade também esteve presente quando desejamos expressar a probabilidade “a priori” da extração de uma bola dentre duas.

Para Fischbein et al. (1971) a habilidade no cálculo de proporção não é garantia de aquisição do conceito de probabilidade. Já o conteúdo desta Cena 2 mostra-nos, assim como ocorreu com o experimento das extrações de bolas, que se desejamos expressar o cálculo de

probabilidade por meio de proporção. É imprescindível lembrar que o *conceito de probabilidade*<sup>1</sup> envolve três quantidades cruciais (duas partes – casos favoráveis e não-favoráveis, e o todo – a totalidade dos casos) e as relações entre essas quantidades (Spinillo, 1997:182).

Em suma, de acordo com nosso trabalho de campo, a habilidade no cálculo de proporção é uma condição necessária porém, não suficiente para a aquisição do conceito de probabilidade.

### **Cena 3:**

74)PAULO: *Então matematicamente, espera-se aparecer mais o sete. Agora, é importante percebermos que quando damos este enfoque experimental isto não implica, necessariamente, que tenhamos exatamente esta proporção no meu experimento, ou seja, ele vai estar próximo mas não necessariamente este valor. Vamos supor trinta e seis lançamentos, não significa que vamos obter necessariamente seis vezes a soma sete, ou mesmo a idéia de estarmos trabalhando com equivalência. Se aparece seis vezes a soma sete em trinta e seis vezes, não significa necessariamente que de cada seis jogadas uma resultará soma sete. O que é possível indicar é que, provavelmente no experimento com trinta e seis lançamentos, a quantidade de vezes que a soma sete aparece é próximo de seis. Experimentalmente, quantas vezes a soma sete surgiu em 180 lançamentos?*

75)MÁRCIA E GILDETE: *Trinta e três.*

76)PAULO: *E foi a maior.*

77)MÁRCIA E GILDETE: *Foi.*

78)PAULO: *Agora, o valor (apontando para as registros da lousa)  $6/36$ , se reduzíssemos a fração, para termos uma idéia matemática, daria  $1/6$ . E  $33/180$ , está próximo de  $1/6$ ? Como está esta relação? (um instante de silêncio) Para dar exatamente  $1/6$ , precisaria ter quanto (referindo-se ao valor do numerador da fração)?*

---

<sup>1</sup> Traduzimos a palavra na língua inglesa “chance” como probabilidade, entendendo-a com uma conotação qualitativa, na frase em que está inserida.

79) PAULO (As professoras ficam pensativas): *Entendeu minha pergunta? Entendeu Gildete?*

80)GILDETE: *Você falou: para chegar em 1/6, quantas vezes precisaria sair a soma sete?*

81)PAULO: *A fração 6/36 mostra-nos que em 36 possibilidades, 6 delas correspondem a soma sete. O que estou dizendo é que esta proporção vai ser exatamente estabelecida pelo número de lançamentos que eu tenho. Pode até dar exato, mas não é obrigatório. Podemos chegar num valor próximo disto. Esquecendo um pouco a questão da probabilidade, a fração 33/180 está próximo da fração irredutível 1/6? Para dar exatamente 1/6, quanto deveríamos no numerador desta fração ?*

82)MÁRCIA (as professoras estão pensativas): *Trinta.*

83)GILDETE: *Sim.*

84)PAULO: *Pois trinta sobre cento e oitenta é equivalente a um sexto. Percebe, deixando um pouco de lado a questão da fração, mas observando a proporção no experimento percebe que está próximo (o pesquisador associa uma comparação entre as frações 30/180 e 33/180), mas não exatamente igual. Aqui (referindo-se ao experimento) temos uma questão empírica, pois realizamos um experimento e neste caso (referindo-se à tabela de dupla entrada) há uma análise matemática. O que eu quero deixar claro é que a matemática aplicada na probabilidade não reflete exatamente os valores do experimento. Não significa que o fato de acharmos a fração 6/36 como valor de probabilidade que aqui (o pesquisador refere-se ao experimento) vai acontecer exatamente igual.*

85)PAULO: *Quais são as somas que possuem menor probabilidade (estamos interessados, ainda, em explorar os valores apresentados na tabela de dupla entrada)? Vamos verificar se isto também aconteceu aqui (faremos uma comparação entre os valores obtidos na tabela de dupla entrada e os valores em relação ao experimento)?*

86)MÁRCIA E GILDETE: *O dois e o doze.*

87)PAULO: *Está compatível com o que aconteceu no experimento?*

88)MÁRCIA E GILDETE: *Está.*

89)PAULO: *O doze têm três e o dois têm quatro. Na tabela de dupla entrada notamos que a soma dois e a soma doze possui a mesma probabilidade. No entanto, não significa que experimentalmente iremos obter uma igualdade nos valores de probabilidade, mas um valor em torno do valor obtido na tabela de dupla entrada.*

90)PAULO: *Qual(is) seriam as somas mais próximas da maior (estamos questionando sobre as possibilidades imediatamente menores do que sete, na tabela de dupla entrada)?*.

91)MÁRCIA E GILDETE: *Seis e oito.*

92)PAULO: *Eles têm a mesma probabilidade (com relação à tabela de dupla entrada). De novo, não significa que isto irá, necessariamente, ocorrer no experimento. Está claro isso?*

93)MÁRCIA E GILDETE: *Sim.*

94)PAULO: *É difícil a sistematização?*

95)MÁRCIA: *A gente já sofreu! É interessante esta situação.*

96) GILDETE: *Realmente é difícil.*

97)GILDETE: *Não cortando o teu assunto, mas nos materiais que eu pesquisei são poucos que abordam um pouco mais este assunto.*

98)PAULO: *O que fica a desejar nos livros didáticos é a falta de experimentos. É dado muita ênfase na parte matemática da probabilidade, em especial, no tratamento de frações. Se esquece de relacionar a probabilidade obtida pela análise do objeto por exemplo, o dado com o experimento em si.*

99)MÁRCIA: *É para estarmos pensando mesmo. Se você coloca uma coisa na minha cabeça assim... Eu tenho uma dificuldade enorme em fração porque... Para mim, eu tenho que experimentar, fazer, ver tudo ali para ver se não tem algum outro caminho e... Fração, para mim, sempre foi um negócio assim, muito exato. Não tem em livros para a gente ver (a professora faz referência à falta de contexto deste assunto nos livros didáticos). Até para o professor estar passando para o aluno, conversando sobre isto, é complicado. Você falou, você pegar e ensinar fração. De repente, nós vemos uma coisa que fizemos, que experimentamos... Até falei que já sofremos para chegarmos até aí (referindo-se à sistematização da atividade). É questão de estarmos compreendendo os passos.*

100)PAULO: *Vamos finalizar os cálculos da probabilidade relativas as somas do experimento? Vamos representar graficamente das somas em função de suas respectivas probabilidades?*

101)MÁRCIA E GILDETE: *Esquecemos a régua.*

102)PAULO: *Vamos fazer um esboço na lousa. Eu ajudo.*

A tabela referente a tabulação dos 180 lançamentos de dois dados, apresentada a seguir, foi elaborada em duas partes. Primeiro relacionamos cada soma com o respectivo número de possibilidades obtidas no decorrer do processo de experimentação e, posteriormente, calculamos a proporção relativa a cada uma das possíveis somas.

<b>Soma</b>	<b>Nº de possibilidades</b>	<b>Probabilidade “a posteriori”</b>
2	4	4/180
3	11	11/180
4	10	10/180
5	25	25/180
6	26	26/180
7	33	33/180
8	27	27/180
9	19	19/180
10	12	12/180
11	10	10/180
12	3	3/180

Nesta etapa de realização dos cálculos não houve dificuldades por parte das professoras-parceiras. Fischbein (1971), em sua pesquisa, denominou de “transferência de raciocínio” a aquisição de habilidades em cálculos de proporcionalidade do experimento envolvendo a extração aleatória de uma bola de determinada cor dentre duas de cores distintas, presentes numa caixa, para o mesmo experimento, só que envolvendo três bolas com mesma cor e outras duas com cor diferente destas primeiras.

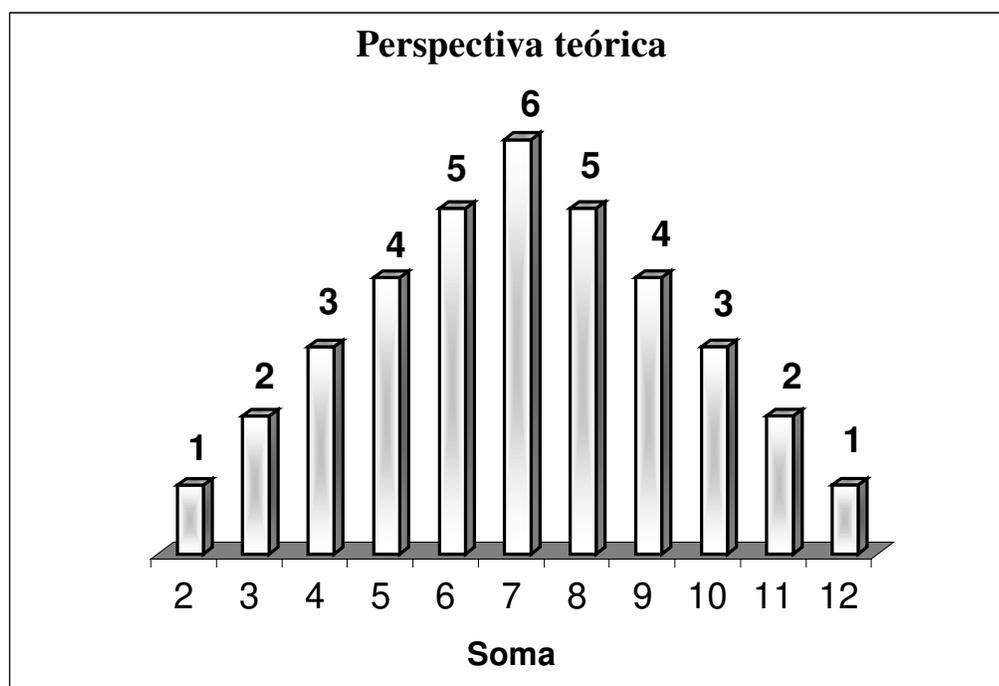
No nosso caso, a ausência de dificuldades pode ter sido decorrente desta “transferência de raciocínio” de uma situação teórica, no caso o cálculo da probabilidade “a priori” (teórico) para o cálculo da probabilidade “a posteriori” (experimental). Embora as professoras possam ter adquirido habilidades nas regras de cálculo de proporcionalidade, a própria construção do conceito de fração é relatada como deficitária por Márcia (turno 99).

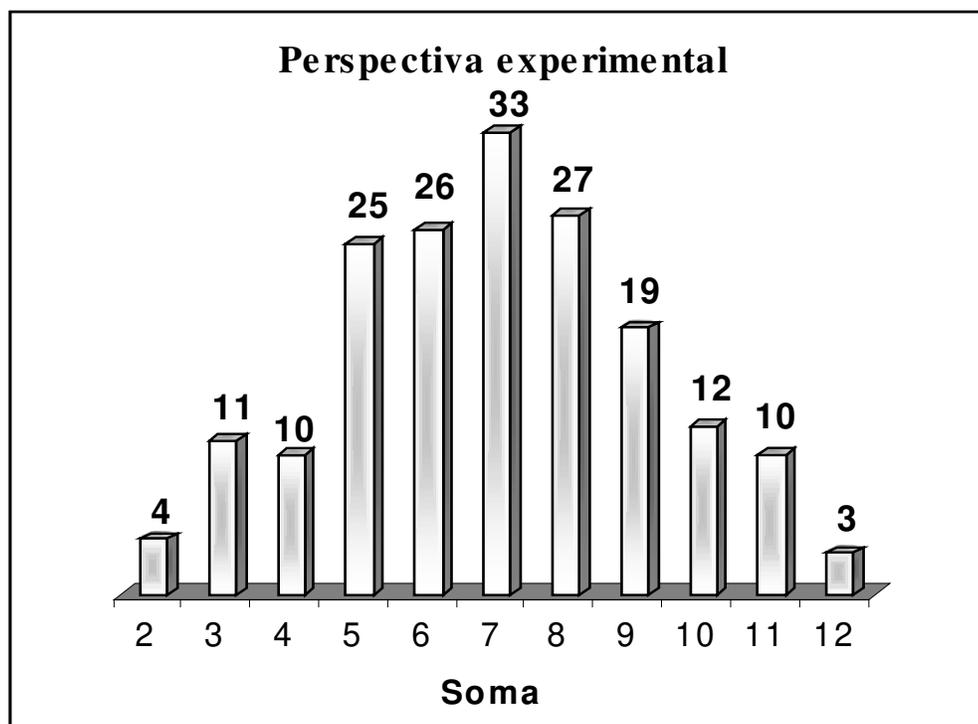
Em praticamente todo conteúdo da cena 3 (turno 74 a 95), apesar das professoras-parceiras considerarem “um sofrimento” o processo que desencadeou a sistematização dos cálculos probabilísticos, nossa intenção foi promover a observação de que o grau de proximidade entre a probabilidade “a priori” e “a posteriori” pode ser maior ou menor de acordo com o número de repetições de um mesmo experimento nas mesmas condições.

No decorrer de nossa redação temos destacado trabalhos de Fischbein (1975, 1987), Haylock (1995) e Carvalho & Oliveira (2002) que privilegiam o processo de experimentação no contexto probabilístico como meio de articulação entre experimento e teoria. No livro *Mathematics explained for primary teachers*, cuja autoria é de Haylock (1995:180), há uma série de 10 itens relacionados a orientações e implicações didáticas sobre o ensino de probabilidade, dos quais destacamos o sexto, oitavo e nono item por serem compatíveis com a dinâmica de nosso trabalho de campo:

6. *Dar oportunidade ao aluno(a) para comparar suas estimativas intuitivas de probabilidade de vários resultados provenientes de um experimento com as estimativas de probabilidade obtidas em um grande número de repetições do experimento.*
8. *Permitir que o aluno(a) compare as probabilidades determinadas teoricamente com os resultados do experimento executados diversas vezes.*
9. *Enfatizar a idéia de que a probabilidade não informa nada sobre o próximo acontecimento, mas prediz sobre o que acontecerá no decorrer do tempo.*

Para contribuir com o oitavo item descrito, propomos (turno 100 a 102) também duas elaborações gráficas: a primeira associou cada soma com o respectivo número de possibilidades determinadas teoricamente e a segunda relacionou para cada soma seu respectivo número de possibilidades, determinadas experimentalmente. As representações gráficas que vamos inserir foram reelaboradas com o auxílio das planilhas excel. No trabalho de campo, os registros gráficos foram feitos na lousa.





Em nosso diário de campo registramos os depoimentos das professoras-parceiras decorrentes da comparação entre os dois gráficos. Para elas, o aspecto visual permitiu uma melhor compreensão do que ocorreu com o número de possibilidades determinadas teoricamente e aquelas determinadas experimentalmente. Quanto aos resultados teóricos foi observado que as somas acima e abaixo de sete, dispostas simetricamente, possuem o mesmo número de possibilidades. No que diz respeito a representação gráfica dos dados experimentais, a professora Gildete fez a seguinte indagação: *se realizássemos mais vezes o mesmo experimento, teríamos condição de obter um gráfico mais parecido com o primeiro?*

Com base na afirmação de Fischbein (1987:89) que *a experiência humana é necessariamente limitada no tempo, espaço e no conjunto de possibilidades*, discutimos que temos que considerar as diferentes concepções de probabilidade. Neste caso temos, por um lado, valores de probabilidade emergente do processo de experimentação; por outro lado, valores de probabilidade calculados a partir da análise do número de possibilidades de cada soma, numa perspectiva teórica. A

medida que aumentamos o número de repetições de um mesmo experimento, maior é a proximidade entre a probabilidade “a posteriori” (experimental) e a probabilidade “a priori” (teórica). Como consequência, as representações gráficas poderão ter um formato mais semelhante.

Finalmente destacamos que o formato de cada uma destas representações gráficas foi suficiente para a constatação da ausência de equiprobabilidade, ou seja, que diferentes somas podem ter quantidades distintas de possibilidades.

## 4.6. Quinto encontro

### 4.6.1. Planejamento

Estávamos no final do segundo semestre letivo de 1999. Sendo assim, achamos prudente proporcionar uma primeira oportunidade de avaliação dos encontros, por parte das professoras-parceiras. Em termos metodológicos, a produção de informações deu-se por meio de uma entrevista semi-estruturada, com as duas professoras juntas.

### 4.6.2 Desenvolvimento

Atividade	Fatos Relevantes
Avaliação dos encontros, por parte das professoras.	<ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="440 1388 1482 1591">➤ As professoras valorizaram a continuidade de nossa parceria por ter consciência de que a qualidade do nível de formação teórica pode permitir ao professor a percepção de relações mais complexas da prática.</li> <li data-bbox="440 1604 1482 1864">➤ As professoras mostraram preocupadas com a necessidade de partilhar nossas discussões com um maior número de colegas da unidade escolar. Para isto, houve a sugestão de novamente tentarmos agregar outras professoras para nossos encontros.</li> </ul>

Esta reunião entre pesquisador e professoras-parceiras ocorreu na primeira quinzena de novembro de 1999. A questão-chave para a referida avaliação teve a seguinte formulação: *qual a percepção quanto a participação de cada uma de vocês como professoras-parceiras de um trabalho de pesquisa?*

A percepção de ambas teve um marco importante na constituição da parceria, pois as professoras consideravam que seu o nível de conhecimento na temática desta pesquisa era nulo. A professora Gildete relatou-nos que

*a falta do conhecimento está desde a formação. Isto daqui, para mim, está sendo novo porque eu não tive, em nenhum momento, estatística e probabilidade. Nada, nem mesmo lecionando, nem mesmo nos cursos que a gente faz de vez em quando, nada disso.*

A consciência sobre a falta de conhecimento não foi empecilho para o processo de aprendizagem. Márcia destacou que

*A reflexão que eu faço é que foi um caminho de pedras. Eu não sabia nada disso mesmo. No início, quando começou, gente do céu, como está ruim, como estou atrasada, no tempo da pedra. Eu me senti um zero, zero, zero e daí eu vi que pode ser construído, melhorado.*

A professora Gildete também ressaltou que as dificuldades, em função da falta de conhecimento, podem ser superadas mesmo em uma situação em que

*(...) me senti completamente uma analfabeta. Como qualquer pessoa analfabeta, o início é meio difícil e com o esforço, o querer da pessoa, você pode ir sanando as dificuldades.*

O processo de aprendizagem é intimamente relacionado ao de ensinar. Em suas falas, notamos o desejo de abordar em sala de aula o que foi discutido nos encontros, porém as professoras ainda estão inseguras. Márcia apontou que

*(...) algum tipo de conhecimento ainda falta. (...) É o conhecimento que está sendo construído bem lá embaixo ainda para mim. Eu não me sinto segura para estar voando mais alto neste momento.*

O sentimento de segurança ao partilhar saberes também é importante para Gildete, de acordo com sua fala:

*Quanto a passar para a classe, eu também acho que só pode passar quando você sente segura naquilo que você vai trabalhar. Para eu sentir segura, realmente, eu acho que deveria haver mais encontros, mais material.*

Constatamos em nosso trabalho de campo que os saberes construídos assumem seu significado e utilidade quando partilhados no seu cotidiano escolar (Tardif, 2000a). Neste sentido, perguntamos em que poderíamos ajudar na construção desta bagagem de saberes.

Márcia respondeu

*Eu tenho que estudar, eu tenho que aprofundar, conversar com pessoas que saibam, mas além do conhecimento delas, eu tenho que buscar o meu. Interessante também é sua intervenção em nossa sala de aula, sua participação, fazer atividades com eles.*

Para o ano letivo de 2000, foi solicitado a participação do pesquisador no desenvolvimento de possíveis atividades em sala de aula, juntamente com nossas professoras-parceiras. Esta proposta foi avaliada de forma positiva pela professora Gildete, por considerar complicado desenvolver atividades envolvendo experimentações com uma turma de alunos numerosa:

*É importante construir o conhecimento, ótimo, mas têm problema do número grande de alunos. No meu modo de pensar, para desenvolver uma atividade, você vai sentir, com 40 alunos, um trabalho um pouco pesado. E têm, ainda, o problema da diferença de idades. Quatorze anos misturado com aquele que está na idade certinha. Tudo bem que é ótimo fazer com que eles busquem/construam o conhecimento, mas se torna um pouco difícil em relação ao número deles.*

Em relação a esta fala, Márcia chamou-nos a atenção para o fato de instigarmos o aluno para a busca e/ou construção de conhecimento:

*Você elabora atividades para esta busca ou serve de mediador nesta busca se você, enquanto profissional, não tem nenhum respaldo teórico, de conhecimento mesmo, para estar ajudando isto. Quando fala de alfabetização, eu me sinto uma pessoa totalmente segura, sei que preciso de mais coisas, mas eu tenho um ponto de partida, eu tenho algum tipo de conhecimento. Agora, nesta área, realmente, eu fico preocupada, também porque eu vejo que os outros profissionais que estão comigo não tem isto também. Porque a gente até procurou conversar com algumas professoras, como estava, se trabalhava ou não. A gente viu que não trabalha, é tipo assim: não sei, então vou pular, então pulo, pulo... é um eterno pulo. De repente, é importante nesta idade (com relação aos alunos) eles estarem construindo alguma coisa.*

Intuitivamente a professora Márcia considera importante para a formação do aluno, o contato do aluno com conteúdos pertinentes à temática de nossa pesquisa. Em função disto, Márcia mostrou-se preocupada com a conduta de professores que excluem conteúdos do planejamento escolar em função de defasagens de conhecimento. Sobre este ponto, Gildete expôs como é sua conduta, declarando até algum prejuízo no âmbito familiar:

*Eu tenho uma preocupação, eu planejo as aulas antes e a gente segue o planejamento anual. Se têm uma coisa que eu não entendi, só vou passar depois que eu procurei saber, busquei, entendi e aí sim, eu passo. Vou ler, rabiscar, gasto tempo, deixo minha casa quase em desordem enquanto eu não der conta daquilo, para eu sentir no outro dia segurança. Caso contrário, eu passo outra coisa, deixo aquilo mais para frente, até eu conseguir passar com segurança, se não eu não passo.*

As possíveis dificuldades encontradas no cotidiano escolar, em especial quanto aos conteúdos a serem ministrados, é partilhado com os próprios pares. Na concepção da professora Márcia, este processo contém limitações:

*A gente teve um conhecimento de senso comum, um pouquinho de cada coisa, nada profundo em determinados aspectos. Eu acho que fica falho para a gente, de repente você vai conversar com outra colega que você tem uma dúvida, mas que a dúvida dela é bem básica, anterior à sua. É difícil!*

Nesta fala observamos o quão o nível de formação teórica pode permitir ao professor a percepção de relações mais complexas da prática (Fiorentini et al., 1998). Isto contribui na valorização pela continuidade de nossa parceria e uma demanda em agregar outras professoras para nossos encontros:

*GILDETE: Seria interessante ter uma continuidade e não ficar restrito apenas em nós duas, porque senão como vai ramificar aqui dentro? Só nós duas?*

*MÁRCIA: Nós gostaríamos que tivessem mais pessoas interessadas.*

*GILDETE: Mais umas três por exemplo. Aí nós teríamos oportunidade de também expor aquilo que a gente aprendeu, no caso para quem não participou. Seria uma troca de experiências, de passar isso que aprendeu, elas passarem outras coisas que aprenderam em situações diferentes.*

#### **4.7. Sexto encontro: a mudança de ritual.**

##### **4.7.1. Antecedentes**

Em comum acordo com orientadora, o pesquisador averiguou frente a direção da escola onde realizamos nosso trabalho de campo, sobre a possibilidade de participarmos da semana de planejamento que antecedeu a primeira semana letiva de cada ano. Apesar de ser considerada positiva nossa participação, a mesma não ocorreu porque no referido período, a Secretaria Municipal de Educação, Cultura, Esportes e Lazer de Hortolândia promoveu para seus professores, coordenadores, diretores e supervisores um evento restrito a seus funcionários, a “Semana de Capacitação Pedagógica”.

Por meio de conversas informais com as professoras Márcia e Gildete conseguimos agendar o primeiro encontro do ano letivo de 2000, aproximadamente, dois meses após o

início das aulas. Alguns empecilhos comprometeram o agendamento deste e dos demais encontros. O primeiro deles foi o ingresso de Gildete no curso noturno de Pedagogia no Instituto Adventista de São Paulo (IASP). Como nossos encontros em 1999 aconteciam às quartas-feira à noite, tivemos que buscar uma alternativa de horário durante o dia.

O segundo empecilho foi o compromisso profissional da professora Márcia que, a partir do ano de 2000, assumiu aulas também na rede municipal de ensino de Campinas. Isto comprometeu demasiadamente o horário desta professora que passou a ter, em média, uma hora de intervalo para deslocar da escola que leciona em Campinas para a escola onde realizamos o trabalho de campo, no município de Hortolândia.

Estas restrições foram determinantes tanto na ausência de novas integrantes para nossos encontros, quanto no remanejamento de horário dos próximos encontros. Nas conversas informais que antecederam o sexto encontro, com nossas professoras-parceiras, duas solicitações foram feitas: **a)** encontros com um período menor de duração e com a possibilidade de eventuais ausências de uma das parceiras e **b)** elaboração de atividades em consignação com os conteúdos abordados em sala de aula. Mediante tais solicitações, decidimos destinar o próximo encontro para os relatos das professoras-parceiras sobre o que estava sendo abordado em suas respectivas salas de aula – a 3ª série da professora Márcia e a 4ª série da professora Gildete, ambas no período da tarde.

#### **4.7.2. Desenvolvimento**

Este encontro ocorreu com a presença das duas professoras-parceiras. Para efeitos de redação vamos apresentar isoladamente os relatos, a começar pela professora Márcia.

Pedimos a esta professora que relatasse o que estava sendo desenvolvido com sua turma em termos de conteúdos de matemática:

*Em matemática, estamos abordando na 3ª série o sistema de numeração decimal. Estamos interessadas em ver se a criança compreende, por exemplo, quando tiver que escrever 432, se ela sabe o que é isto, quantas unidades, dezenas, centenas, decomposição de um número, as quatro operações, situações-problemas, é isso daí.*

Em uma das conversas informais com Márcia, comentou que estava trabalhando representações gráficas com seus alunos. Neste momento, pedimos para que fosse explicado como isto era explorado em sala de aula:

*Mas é uma coisa bem rústica. Eu estava até comentando: quantos dias tem o mês de março? Quantos dias eu faltei? Quantos dias que eu anotei... é que a gente trabalha com calendário. Então, no calendário a gente vê como está o tempo, e daí nós vamos anotando. Se a criança faltou ela escreve lá, o ajudante (é um aluno responsável pela verificação dos alunos ausentes – cada dia é um que desempenha este papel) escreve “falta”. Isto é para estabelecer comparações e para eles perceberem a passagem do tempo porque quando eles falam: “o ano tem doze meses” para certas crianças isto fica abstrato, 3ª série, 9 anos. Quando eu fiz o gráfico com eles, houve criança que sentiu dificuldade de ver quantos dias ela tinha vindo, quantos dias tinha feito Sol. Para a gente é simples, já para a criança não. Tem criança com muita dificuldade na questão da observação.*

O trabalho desenvolvido com gráficos envolveu o registro diário de informações, as quais eram inseridas em gráficos de colunas e acumuladas mensalmente. A inserção de cada tipo de dado nas representações gráficas era feito colorindo o número necessário de quadrados, numa malha quadriculada. Márcia destacou que a maior dificuldade dos seus alunos recaiu sobre a leitura destes gráficos.

Perguntamos para a professora Márcia se foi abordado noções de Estatística na leitura dos gráficos:

*Penso que sim! Por exemplo, no gráfico do número de faltas abordamos quem faltou menos, quem faltou mais, coisas deste tipo.*

No exemplo citado há uma inserção na abordagem estatística à medida que, constatada a variabilidade dos dados, procurou-se explorá-la a partir de medidas como valor máximo e mínimo.

A professora Márcia destacou dois projetos em desenvolvimento com outra professora da escola. O primeiro deles foi denominado “visita ao supermercado” e, por meio das palavras de Márcia, é possível termos idéia do trabalho desenvolvido:

*Estamos trabalhando com as crianças pesquisas de preço. Como íamos fazer salada de frutas, então pedimos para eles verificarem o preço de algumas frutas, pois nós já tínhamos feito em sala de aula uma lista das frutas que iríamos utilizar.*

*A gente percebeu que tem crianças que nunca tinha se colocado como sujeito, eu vou ao supermercado com minha mãe, então eu posso ajudar. Posso ver a data de validade do produto, se a latinha está amassada ou não, pesquisa de preço... Até comentamos: levar o mais barato, às vezes, até compensa? As vezes, você também compra o mais caro porque pensa que a marca diz tudo. As vezes você pode comprar até para fazer um teste, é aquela coisa de consumidor mesmo.*

O segundo projeto é o da “culinária” que conta com a participação de algumas mães de seus alunos, conforme explicações da professora:

*A mãe vem para a escola ensinar os alunos como é que faz um prato que ela goste. Você tem que elaborar com a mãe, como é que ela vai fazer. A mãe não tem o costume de estar falando para 65 crianças. Antes da mãe chegar, trabalhamos com os alunos como as mesas devem estar, como tem que estar as mãos, os talheres, tudo o que vamos usar.*

*Teve uma mãe que ensinou mousse de morango, outra bolo de cenoura, bolo salgado, uma outra pizza. Daí as mães vão dividir, uma das propostas é: as crianças estão pondo a mão na massa através da culinária que é a mãe. A mãe explica a quantidade, daí eles vão colocando, ela vai fazendo e eles vão ajudando.*

Em relação ao projeto “visita ao supermercado” observamos que praticamente não foi abordado noções pertinentes aos temas de Estatística e Probabilidade, exceto a tabulação de

preços de alguns produtos. No que diz respeito ao projeto “culinária”, observamos que o conceito de proporção imperou na fala da professora Márcia:

*A quantidade, quantidade mesmo, o básico. Se fosse uma outra receita tipo a de ontem onde a mãe utilizou dois pacotinhos de gelatina dissolvidos em duas canecas de água quente. Aí falamos: se nós tivéssemos apenas um pacotinho, como poderíamos montar esta receita? Um aluno respondeu que colocávamos apenas uma caneca, são essas coisas assim...*

Passamos a relatar o que estava sendo desenvolvido pela professora Gildete com sua turma de 4ª série, na área de matemática:

*Em matemática, estamos trabalhando com as operações fundamentais envolvidas em situações-problemas. Toda segunda-feira há reunião pedagógica com todas as professoras. Neste dia, planejamos as atividades da semana, então o que é decidido fazer naquela semana, se faz. Aí, a partir deste encontro que estamos tendo com você, eu levo idéias para a reunião de segunda porque senão é só eu quem vou aplicar? (a professora refere-se ao conteúdo dos nossos encontros). Como vai ficar este planejamento? Vou acrescentar este item que eu sozinha vou trabalhar? Elas acham interessante, mas não colocam no planejamento semanal.*

Na escola havia duas quartas séries de manhã e duas à tarde com um planejamento semanal comum para as quatro turmas. É o estabelecimento de uma mini-cultura, na qual um conjunto similar de significantes ou significados permite que se estabeleça a comunicação ao partilhar saberes dentro de uma coletividade, no caso desta escola, professoras de uma mesma série (Freitas, 2000).

Gildete destacou a falta de oportunidade para mobilizar outros saberes disciplinares com seus pares, devido a uma mini-cultura que sustenta os saberes curriculares restritos aos conteúdos programáticos da disciplinas, essencialmente aqueles relacionados a aritmética. Esta cristalização do currículo escolar gerou problemas inclusive na execução de projetos, como aqueles já descritos. A professora Márcia fez uma declaração, por ocasião da implantação do

projeto “visita ao supermercado”, idealizado e realizado por duas das oito professoras atuantes em turmas de 3ª série, que permite-nos ter uma idéia desta problemática:

*Em março foi feito de tudo para nós ficarmos cada vez mais quietinhas no nosso canto, mas é característica própria de falarmos não. Vamos fazer alguma coisa que modifique este panorama e a gente fez. O que está havendo é que o pessoal está vendo o planejamento como uma simples elaboração de conteúdos e não é isso. Na nossa visão é uma coisa mais ampla e de repente você vem para o planejamento para elaborar conteúdos, o que a 3ª tem que dar...Daí você fala assim: você tem que trabalhar com o aluno crítico, independente, autônomo e aí? Ontem tivemos uma reunião sobre o PCN<sup>1</sup> e saiu mais uma vez uma discussão por falta disto mesmo. O pessoal está preocupado em passar, passar conteúdo...*

Assim como a professora Márcia, Gildete também realizou atividades com gráficos, concebendo-os, exclusivamente, como um mecanismo de representação de dados:

*Nos anos anteriores eu peguei dados sobre o crescimento da cidade ou de bairros... No ano passado, em função do carnaval na praça “A Poderosa”, trouxe recortes de jornal que comentavam sobre o evento e o número de participantes. Daí montamos um gráfico com quantas pessoas tinham ido ao baile de carnaval no Sábado e na Segunda. Este é um exemplo. Também elaboramos gráficos usando o total de alunos, no caso 37, verificando quantos meninos tem, quantas meninas, quantas usavam saia, short, quantos tem cabelo liso, cabelo crespo...*

Um saber manifestado pelas professoras e que podemos considerá-lo curricular é o modo como elas se posicionaram frente ao planejamento escolar que torna-se prescritivo a medida que é uniformizado por uma coletividade, no caso, as professoras atuantes em cada uma das séries. Por um lado, existe uma preocupação das professoras em ministrar os conteúdos determinados em cada reunião de planejamento semanal, como podemos atestar pela fala de Gildete: *esta semana temos que trabalhar divisão, de acordo com o nível de cada sala*. Por outro lado, a experiência única, pessoal e intransferível que cada uma das professoras-parceiras

---

<sup>1</sup> Parâmetros Curriculares Nacionais.

vivenciou no processo de aprender noções de probabilidade só é significativa se partilhada com os alunos e pares.

Esta consciência promoveu uma mudança de postura das professoras-parceiras frente aos nossos encontros, alterando a natureza dos mesmos. Até o quinto encontro seguíamos um ritual de planejamento dos mesmos, articulado pelo pesquisador e orientadora. O desejo de partilhar o que foi desenvolvido nos encontros provocou a mudança da dinâmica dos mesmos. A relação de parceria foi mantida, só que deslocada para o âmbito da sala de aula, onde professora e pesquisador se auxiliaram em prol do desenvolvimento de atividades planejadas e propostas por cada uma delas.

Como concebemos que o propósito de investigar com o professor é um processo decorrente do seu contexto de trabalho e, portanto, sujeito a adequações, cada um dos próximos encontros deu-se em sala de aula. Em termos de produção de informações, vamos analisar o movimento da tríade professora-prática-saberes no planejamento e execução de atividades de sala de aula, pertinentes a temática de nossa pesquisa.

#### **4.8. O pêndulo entre saberes produzidos para e no trabalho docente.**

Durante os cinco primeiros encontros envolvendo estudos de noções pertinentes a Probabilidade, os questionamentos de nossas professoras-parceiras foram impulsionados pela possibilidade do desenvolvimento de intuições e pelo envolvimento pessoal que proporcionou o processo de experimentação. No entanto, as palavras de Márcia, relativas a sua reflexão quanto a estes encontros desenvolvidos no ano de 1999, mostraram um processo de construção de saberes para o trabalho docente, que ainda não haviam sido sistematizados:

*A reflexão que eu faço é que foi um caminho de pedras, porque quando você veio e propomos a estar participando, sabíamos de antemão, quando você falou de probabilidade e estatística, a gente falou: puxa vida, olha, a gente não sabe nada*

*disso. Analisando como a gente analisou as experimentações que fizemos, para mim é o conhecimento que está sendo construído bem lá embaixo. Eu não me sinto segura para estar voando mais alto neste momento.*

O desejo de partilhar com os alunos o que estava sendo aprendido, motivou as professoras a resgatarem um saber-fazer do trabalho docente que fosse possível de reelaborar, a partir da parceria professora-pesquisador em sala de aula.

Tendo por base o que estava sendo desenvolvido nas aulas de matemática do ano letivo de 2000, as professoras planejaram atividades a serem trabalhadas com o pesquisador em sala de aula, envolvendo o registro e organização de dados em tabelas, representações gráficas e processos de contagem. Estas escolhas são possibilidades que o campo da Estatística e Probabilidade engloba, a medida que ajuda a compreender, segundo Abrantes et al. (1999:94-95), *outros tópicos do currículo de matemática, ligados aos números, às medidas ou às representações gráficas (...). Os processos de contagem, por exemplo, constituem modelos para relacionar e desenvolver significados do número e procedimentos de sistematização.*

Trata-se de um movimento onde as professoras vislumbraram a possibilidade de reelaborar temas presentes em seu cotidiano escolar, com uma abordagem Estatística, mediante a contribuição e participação do pesquisador em sala de aula. Os temas escolhidos pelas professoras também foram tratados durante os nossos cinco primeiros encontros, a medida que os mesmos foram necessários para discutirmos noções de Probabilidade.

Na seqüência vamos analisar as atividades desenvolvidas na 3ª e 4ª, com a participação do pesquisador e que, de alguma forma, tem relação com a temática de nossa pesquisa.

#### **4.8.1. Atividades desenvolvidas na 3ª série da professora Márcia**

No ano letivo de 2000, foi desenvolvido o projeto “culinária” que contou com a participação de mães voluntárias, na realização de receitas junto aos alunos da professora

Márcia. No decorrer destas aulas, Márcia relatou-nos que trabalhou *assuntos relacionados à higiene, [prazo de] validade de produtos, como escolhê-los, dicas, respeito, relação interpessoal, quantidade, medidas, enfim, o [seu] primeiro objetivo, que era tornar a escola agradável e entrosar escola-comunidade, tornou-se em vários outros.*

Foram desenvolvidas pelos alunos-mães-professora receitas de pizza, bolo salgado, bolo de cenoura, croquete de carne, bolo gelado, mousse de maracujá e gelatina. Por um determinado período, Márcia decidiu interromper a continuidade das aulas de culinária e retomar com seus alunos o conteúdo das receitas realizadas. A partir do levantamento dos produtos e quantidades utilizadas em cada receita, Márcia propôs *dividir a classe em sete grupos, onde cada um deles ficaria responsável pela pesquisa de preços de uma receita.*

A participação do pesquisador em sala de aula, juntamente com a professora Márcia, deu-se no dia em que os alunos iriam registrar e organizar os dados por meio de uma tabela contendo o nome da receita, dos produtos e quantidades utilizadas, os respectivos preços e o custo total da receita.

A apresentação da coleta de preços suscitou questionamentos entre alunos de um mesmo grupo e entre grupos. O foco da discussão foi a diferença de preços tanto no custo de um mesmo produto pesquisado em diferentes estabelecimentos comerciais, quanto o peso das embalagens nas quais os produtos são comercializados.

A intervenção da professora foi necessária para promover a negociação de um critério para a escolha do preço a ser considerado. Como era esperado, foi acordado que o custo de cada receita seria calculado com base no preço mais barato de cada produto pesquisado.

A partir daí, tanto o pesquisador quanto a professora percorreram os grupos para orientá-los, quando necessário, na tabulação dos dados. As tabelas construídas foram

expostas na forma de painel, para que os alunos pudessem confrontar a sua intuição na aposta da receita com maior e menor custo. Márcia expôs ao pesquisador que queria averiguar se na intuição dos alunos, o custo da receita não dependia do número de produtos utilizados, ou seja, aquela que utilizava a maior quantidade de produtos era necessariamente a mais cara. Observamos que dos sete grupos, dois confirmaram a hipótese da professora.

A participação do pesquisador em sala de aula, juntamente com a professora Márcia, encerrou-se com a determinação destes custos de cada receita desenvolvida durante as aulas de culinária. Levando em conta que o grande tema matemático em desenvolvimento na 3ª série eram os números, Márcia aproveitou o ato de inserir seus alunos na pesquisa de preços, para elaborar novas atividades direcionadas a processos de contagem, como por exemplo: *na cantina da escola, só podemos vender um tipo de doce e um tipo de salgado por dia. De que formas eu posso montar a combinação de doce e salgado? Quanto custará cada combinação por dia?*

Para este enunciado foi exigido que os alunos fizessem um levantamento dos produtos comercializados bem como seus respectivos preços para, posteriormente, descrever as combinações possíveis e seus respectivos preços envolvendo apenas um tipo de doce e de salgado.

Em seu roteiro de atividades, Márcia também privilegiou a descrição de possibilidades estabelecidas por meio de arranjos (a ordem é relevante), como por exemplo: *eu vou fazer mousses de morango, maracujá e uva. Tenho que colocá-las em algumas mesas de tal forma que o mesmo arranjo não se repita em alguma mesa. Como farei? Quantas mesas usarei? (Obs: em cada mesa tem que ter os três sabores).*

Concordamos com Abrantes et al (1999:47) que *a compreensão da contagem resulta da vivência de muitas experiências onde ela é útil e necessária*, como foi o caso do estudo das possibilidades de gerar determinadas somas no lançamento de dois dados. Neste sentido apoiamos a realização das atividades de sala de aula elaboradas por Márcia e discutidas com o pesquisador, onde o principal objetivo era a enumeração das possibilidades tendo por base um conjunto finito de elementos.

#### **4.8.2. Atividades desenvolvidas na 4ª série da professora Gildete**

A atividade planejada pela professora Gildete, na qual ela solicitou a participação do pesquisador em sala de aula, envolveu a construção e a leitura de gráficos com o número de aniversariantes a cada mês.

A professora Gildete realizava em anos anteriores, atividades com gráficos em 4ª séries. Em 2000, ela também inseriu a construção e leitura de gráficos, quando desenvolveu, uma etapa do projeto “Brasil: 500 anos” durante o mês de abril. Nas suas palavras, temos maiores detalhes:

*No projeto<sup>1</sup> Brasil 500 anos, foi dividido entre todas as professoras, de todas as séries, uma parte da história. Nós, das 4ª séries, ficamos responsáveis pela confecção do calendário das Guerras e Revoltas ocorridas no período da colonização brasileira.*

*Neste trabalho do calendário, eles fizeram pesquisas. Nós vimos, fizemos apostila, melhoramos como achamos mais adequado. Trabalhamos também com gráficos relacionando o número de acontecimentos por Estado, por exemplo: o Estado de São Paulo, quantos revoltas já aconteceram?*

---

<sup>1</sup> Este projeto foi proposto pela Secretaria Municipal de Educação para todas as escolas integrantes desta rede.

Em meados do mês de maio realizamos um encontro com Gildete que expôs seu parecer sobre trabalhar gráficos em parceria com pesquisador. Conforme fomos negociando o planejamento da atividade, ela foi revelando:

1)GILDETE: *Paulo, você vai ver a dificuldade deles, tem um grupo de alunos com grandes dificuldades de aprendizagem. O que eu pensei é assim: eu vou dar as cartolinas, o papel pardo, vou deixar eles transferirem o que eles fizeram na folha, pedir para eles explicarem e aí é claro que nós vamos perceber até onde eles estão conhecendo. Eles vão escolher o melhor gráfico e questionar qual a melhor forma de apresentar os dados referentes ao mês de aniversário deles. Depois disso, eu acho que eu deveria trazer já assim, no fechamento, jornais, que apareçam vários tipos de gráficos. Tenho a preocupação com um grande número de alunos que não tem contato com gráfico.*

2)PAULO: *E a idéia de você trazer jornais, revistas com reportagens envolvendo gráficos, não poderíamos deixar sob a responsabilidade das crianças?*

3)GILDETE: *Eu posso jogar como uma tarefa para eles.*

4)PAULO: *De repente em grupo, se for o caso? Até para não ficar muito material, trabalha-se em grupo e depois expõe para os demais colegas.*

5)GILDETE: *Tudo bem, mas para garantir eu trago alguns recortes de jornais.*

No turno 1 ela reafirmou o convite para irmos para a sala de aula e procura direcionar nosso olhar frente a produção de seus alunos. A professora Gildete considera que a participação do pesquisador em sala de aula pode trazer contribuições em função do seu saber matemático, no entanto, é a professora que tem a capacidade de interpretar a produção de seus alunos. A parceria pesquisador-professora em sala de aula, deu-se no dia em que os alunos, divididos em grupos com média de 4 integrantes, construíram gráficos mediante o registro e organização dos dados, referentes ao número de aniversariantes em cada um dos meses.

A medida que cada grupo representava o seu gráfico em cartolina, a mesma era afixada na parede para que todos pudessem avaliar essa produção. Posteriormente, os integrantes de

cada grupo posicionavam-se próximo ao seu cartaz para contar aos demais como foi elaborado seu gráfico. Finalmente as representações gráficas foram submetidas a uma avaliação dos próprios alunos quanto ao tipo de gráfico mais adequado a esta situação.

A seguir anunciamos algumas características observadas nos diferentes tipos de gráficos apresentados pelos onze grupos.

Na construção dos gráficos, a proporção na aplicação da escala foi um problema comum em todas as representações. Dos sete grupos que optaram pelo uso das barras verticais, dois apresentaram no eixo horizontal uma seqüência de meses distinta da composição de nosso calendário anual, outros dois não utilizaram uma escala apropriada no eixo vertical, destinado ao número de aniversariantes.

No que diz respeito a legenda, identificamos dois tipos de elaboração: grupos que associaram uma mesma cor para as barras que representaram um mesmo número de aniversariantes e grupos que optaram por pintar cada barra com uma cor distinta. Na escrita do nome dos meses para composição da legenda, observamos grupos que mencionaram apenas a letra inicial de cada mês como aqueles que escreveram por extenso cada um dos nomes.

Durante a apresentação de cada grupo ficou evidente a importância atribuída por elas à legenda. Destacamos o questionamento de um aluno para um dos grupos que escreveu apenas a letra inicial de cada mês: *qual J é qual?* Os próprios colegas sugeriram que o grupo utilizasse, por exemplo, jan, jun e jul. Quanto a utilização de barras, apenas um grupo optou pelas horizontais.

Três grupos utilizaram o gráfico de setores, porém, as divisões da circunferência foram feitas de forma intuitiva, sem estabelecer uma relação correta entre o número de

aniversariantes e a respectiva porção correspondente no gráfico. No momento da apresentação destes grupos, questionamos sobre a falta da proporção entre o número de aniversariantes por mês e a respectiva área do setor circular. Um dos grupos respondeu que *os maiores pedaços representavam os meses com maior número de aniversariantes*.

Dois dos onze grupos optaram por elaborar mais de uma representação gráfica, no caso, a pictórica. Como resultado da produção, observamos o desenho de um caracol e de uma casa. Em ambas as situações, os dados foram registrados de forma aleatória no interior das figuras. Não obtivemos obter dos integrantes destes grupos uma explicação sobre a opção por este tipo de representação gráfica.

Após a apresentação de todos os grupos, ocorreu o momento dos alunos julgarem a representação gráfica que permitiu uma maior clareza na leitura dos dados. O tipo de gráfico escolhido pelos alunos coincidiu com a escolha feita pelo pesquisador e pela professora Gildete, no caso, as barras verticais. No entanto, dentre os sete gráficos com barras verticais, a escolha feita pelos alunos não foi a mesma da Gildete e do pesquisador.

Observamos que o critério adotado pelos alunos foi o estético. Nos momentos em que percorremos os grupos para verificar o desenvolvimento da atividade, notamos um cuidado e capricho em decorar o espaço ocioso da cartolina. Como esta atitude não era isolada, pelo contrário, coletiva; questionamos a professora para saber se havia algum motivo ou influência para aquele procedimento dos alunos. A professora ajudou-nos a compreender tal fato afirmando:

*segundo o que observei é que como eles foram alunos da T<sup>1</sup> e ela tem um certo conhecimento em desenhos artísticos, então eles trouxeram esta bagagem. Tudo o que eles fazem tem que ter cor, traços... No caderno eu deixo, eles fazem os registros dos conteúdos ministrados, mas tem que ter estas coisas.*

A partir da fala de Gildete entendemos que a atitude dos alunos em se preocuparem com a estética do cartaz era uma maneira de mostrar o compromisso com a atividade, já que a mesma seria exposta em forma de painel, para que ocorresse a socialização entre os colegas, professora e pesquisador.

Neste processo observamos a dificuldade dos alunos em aplicar a proporcionalidade na escala do eixo vertical, para a construção de gráficos com colunas. Em conversas informais com Gildete, levantamos a hipótese que a adoção do papel quadriculado e/ou milimetrado poderia facilitar a confecção dos gráficos.

A professora Gildete renovou o convite da participação do pesquisador na empreitada da construção de gráficos, desta vez, voltada ao “projeto gincana”. A seguir abordamos como se deu esta outra participação.

Este projeto é desenvolvido durante um evento tradicional da escola, a festa junina. Seu principal objetivo é a arrecadação de produtos que são doados a entidades assistenciais, durante o período de tempo que se estende até o final de junho, quando se realiza a festa. Para incentivar o ritmo desta arrecadação, se promove, por meio de pontuações, uma competição envolvendo todas as salas do período da manhã e da tarde, conforme explicação de Gildete:

*a escola estipulou um número de pontos para cada produto arrecadado e, estes por sua vez, eram agrupados numa determinada categoria, por exemplo, a escova de dente pertence à categoria dos produtos de higiene. Semanalmente, a escola estipula uma categoria de produtos cuja pontuação seria maior naquele período. Nesta semana são os produtos de higiene que deve ter sua pontuação multiplicada por 20; na próxima semana será outra categoria de produtos.*

Antes de nossa participação em sala de aula, a professora Gildete elegeu quatro alunas para percorrer as salas do período da tarde para coletar informações a respeito da arrecadação

---

<sup>1</sup> Omitimos o nome da professora.

de produtos naquela semana. Em seguida, os alunos elaboraram uma tabela identificando para cada sala, o tipo e a quantidade de cada produto arrecadado e o total de pontos da mesma. Para cada produto foi utilizado uma sigla: Sb (sabonete) e Pd (pasta de dente) vale 10 pontos cada um e Ed (escova de dente) vale 20 pontos cada, como mostramos a seguir:

Classe	Produtos e quantidade						Pontos
1ªE	Pd	1	Sb	3			800
2ªG				1			200
2ªE		8		8			3200
3ªG		1		13	Ed	3	4000
3ªH		7		7			2800
4ªC				3			600
4ªD		5		7			2400

O desenvolvimento desta atividade seguiu o mesmo ritual da anterior, ou seja, os alunos foram divididos em grupos com média de 4 integrantes e, a medida que cada um deles representava o seu gráfico em cartolina, a mesma era afixada na parede para ser submetida a uma avaliação dos próprios alunos quanto ao tipo de gráfico mais adequado a esta situação.

No decorrer da atividade sentimos necessidade de dialogar com a professora Gildete sobre a conveniência ou não de trabalharmos a proporcionalidade no uso de escalas no gráfico. A mesma comentou que conversando com a outra professora da quarta série do mesmo período, sobre o desenvolvimento do trabalho com gráficos, decidiram ir *devagar nesta questão*, optando por trabalhar mais o tema no segundo semestre.

Após o processo de votação para eleger o cartaz que caracterizou os dados mais adequadamente, um aluno fez a seguinte indagação: *o maior valor não teria que ter uma*

*barra maior?* Esse aluno fez referência ao cartaz mais votado, cujas barras horizontais apresentavam comprimentos desproporcionais ao número de pontos obtidos em cada sala, naquela semana.

Uma aluna fez uma colocação na tentativa de elaborar um procedimento no uso da escala, dirigida aos grupos que utilizaram barras em suas representações gráficas: *se fosse fazer barras, teria que fazer todas do mesmo tamanho e depois marcar o tamanho correspondente a cada valor.*

Vislumbramos nas argumentações destes alunos a oportunidade para inserirmos uma discussão sobre proporção. Como a professora Gildete havia solicitado que cada aluno reproduzisse o gráfico mais votado no seu caderno, pedimos autorização para conduzirmos o processo do registro gráfico, conforme diálogo a seguir:

1)PAULO: *Pessoal, alguns colegas ressaltaram a preocupação que precisamos ter com o tamanho das barras de acordo com o valor associado. Isto é importante, pois ao olharmos para o gráfico devemos observar, como C (estamos omitindo o nome do aluno) falou, o maior valor com uma barra de maior tamanho e acrescento que isto deve ser aplicado a todas as barras que tem no gráfico. Agora precisamos ver o que vamos fazer para colocar adequadamente o tamanho da maior barra até a menor.*

2)ALUNA: *Põe 10 cm para a menor barra.*

3)PAULO: *Tudo bem! E qual é o valor associado?*

4)ALUNO: *A classe que têm menos pontos.*

5)PAULO: *Ou seja, a 2ª G com 200 pontos. Bom, então qual deverá ser o tamanho da barra correspondente a 4000 pontos? (os alunos permaneceram em silêncio e então resolvemos reelaborar a questão) Quantas vezes o 200 cabe em 4000?*

6)DIVERSOS ALUNOS: *Vinte vezes.*

7)PAULO: *Bom, se 200 cabe 20 vezes em 4000 e vocês gostariam de colocar 10 cm para a barra associada ao valor 200, qual seria o tamanho da barra para 4000?*

8)ALUNA: *200 (imediatamente um outro aluno interferiu)*

9)ALUNO: *Dois metros!*

- 10)PAULO: *Ih, é muita coisa hein? Não dá para por numa folha de caderno. O que vamos fazer?*
- 11)ALUNA: *Diminuir o valor para 5.*
- 12)PAULO: *E a maior barra vai ficar com quanto?*
- 13)ALUNA: *1 metro.*
- 14)PAULO: *Continua grande. E se usarmos um centímetro, quanto ficaria a maior barra?*
- 15)ALUNA: *Com 20 cm. Tá bom, agora!*
- 16)ALUNO: *O espaço que deixei é pequeno.*
- 17)ALUNA: *Estou sem régua.*
- 18)GILDETE: *E se pensar em usar a largura da linha do caderno?*
- 19)PAULO: *Puxa, muito boa a idéia. Resolve o problema de quem está sem régua! O que vocês acham?*
- 20)ALUNA: *Legal.*
- 21)ALUNO: *Então cada linha equivale a 200. Precisa fazer a conta para os demais dados.*

Após o término da atividade chegou o momento do recreio dos alunos. Em conversa informal com a professora Gildete, concluímos que foi importante valorizarmos as argumentações dos alunos e entendermos que naquele momento criou-se uma oportunidade de avançarmos na discussão sobre a construção de gráficos.

Em nossa avaliação, concebemos que os alunos manifestaram um sentido crítico frente ao modo como a informação foi apresentada.

#### **4.8.3. Processos de contagem: a atividade final da parceria pesquisador-professoras.**

O relato da professora Márcia para com Gildete sobre as atividades de contagem elaboradas a partir das aulas de culinária, foi motivador na elaboração de uma atividade comum a ser aplicada, simultaneamente, na 3ª e na 4ª série.

Em meados de outubro realizamos o penúltimo encontro de nós três no trabalho de campo, no qual as professoras trouxeram três pares de roupas diferentes, confeccionadas com

papel pardo e cartolina, com o objetivo de explorarmos os diferentes trajes feitos com seis peças de roupas, combinadas duas a duas. No entanto, o principal objetivo das professoras-parceiras era sistematizar juntamente com o pesquisador, uma dinâmica para viabilizar a execução desta atividade em sala de aula.

Após um breve debate, decidimos levar para a sala de aula a seguinte proposta: no primeiro momento seria oferecido aos alunos, divididos em pequenos grupos, o material necessário para eles confeccionarem seus próprios conjuntos de roupas, num total de seis peças. Com esse material em mãos, os alunos deveriam estabelecer todas as possibilidades de combinar diferentes pares de roupas. As professoras ressaltaram a importância dos alunos trabalharem com trajes de roupas condizentes ao seu estilo, de modo que as combinações não forneçam um ou mais trajes que não esteja de acordo com o gosto deles. Neste sentido, a participação proporcionada aos alunos na escolha da composição de seus trajes, contém um elemento estatístico que é a escolha deles.

Em um segundo momento, cada grupo irá excluir uma das seis peças disponíveis e, novamente, determinar o novo número de combinações possíveis. Ao final da atividade, cada grupo deverá montar um cartaz discriminando as combinações em ambas situações propostas.

No desenvolvimento desta atividade em sala de aula, o pesquisador ficou impossibilitado de participar devido a incompatibilidade do horário da aula com seus outros compromissos profissionais. Agendamos um encontro que foi o último, para o relato das professoras-parceiras sobre a experiência vivida neste processo de contagem, conforme diálogo a seguir:

1)MÁRCIA: *Sabe que uma coisa que eu percebi foi a questão da organização. Organização no seguinte sentido: como você vai se organizando para você saber que peça realmente já foi usada, o que vai ser utilizado. O que eu percebi é que*

*algumas crianças não estavam se organizando para realizar as combinações, ou seja, top<sup>1</sup> com calça, top com isso, top com aquilo. Aí eu questionei: como eu poderia estar me organizando para saber o que já foi combinado e o que eu deixei de combinar. Daí as crianças pensaram, pensaram, quase entraram em parafuso.*

2)PAULO: *Eles conseguiram verbalizar?*

3)MÁRCIA: *Três grupos fizeram assim: eles pegaram as peças, por isso que eu achei importante o uso das peças, e ajustavam na forma de diagrama de árvores. Tinha aluno que até segurava a parte de cima do conjunto de roupa e variava as peças debaixo (calça, saia, bermuda,...) e chamavam para eu ver. Teve um grupo que escreveu as combinações por meio do diagrama de árvores, blusa tal com calça e por aí. Foi muito legal o trabalho feito com o material produzido por eles, foi bem concreto mesmo. Inclusive, no dia, tinha uma estagiária na sala e daí ela veio perguntar, ficou muito interessada com as roupinhas, a dinâmica da atividade. Ela até copiou algumas coisas e perguntou se a professora dela viesse à escola, se eu não falava sobre a atividade.*

4)PAULO: *Ela achou interessante em que aspecto?*

5)MÁRCIA: *Ela é uma estagiária de último ano de magistério e ela achou interessante por poder trabalhar tantas coisas numa atividade como esta e aí você não precisa ficar perdendo tempo com outras coisas tipo assim: se você fala para as crianças se isso aqui é maior ou menor do que aquilo (a professora ergue duas peças de roupas representadas na cartolina para poder exemplificar o ato de comparação), isso é grande ou pequeno? Você já está trabalhando essas noções além da multiplicação de uma forma lúdica, sem estar impondo alguma coisa. Este conhecimento está ficando interno para a criança.*

6)GILDETE: *Foi legal, só que eles fizeram com papel pardo. Aquilo que nós havíamos pensado de um cortar uma peça menor, outra maior; isto não ocorreu.*

7)PAULO: *Eles conseguiram trabalhar a questão do espaço?*

8)GILDETE: *Sim. Teve grupos que conseguiram terminar rapidinho, teve dois grupos que não conseguiram fazer todas as combinações.*

9)PAULO: *Por que? Você chegou a verificar?*

10)GILDETE: *Segundo eles, as peças que eles cortaram, no final das contas, acho que por causa da desorganização, terminou perdendo uma das peças. Um dos*

---

<sup>1</sup> A professora fez referência a um tipo de mini-blusa.

*membros do grupo não tinha mais papel e também não quis se locomover para ir em busca de papel. Tudo isso nós questionamos no final.*

11)PAULO: *Como os alunos representaram os registros nos cadernos?*

12)GILDETE: *Teve dois grupos que usaram representações a partir da escrita da cor das roupas usando tracinhos, ligando um com o outro para estabelecer as combinações. Não foi bem um diagrama de árvores, mas dá para entender que é aí que eles queriam chegar. Outros alunos representaram através de desenhos, reproduziram o que fizeram no cartaz para o caderno. Teve uma aluna que partiu da cor, por exemplo: verde + amarelo = as duas peças dos conjuntos e também teve outra que usou a primeira letra de cada cor para elaborar os registros, por exemplo: v + a = calça + camisa.*

13)GILDETE: *No caso da participação, não houve nenhum problema na minha sala.*

14)MÁRCIA: *Eu fui passando de grupo em grupo para estar questionando de que forma eles estariam pensando em estar colocando as combinações das roupas no cartaz.*

15)PAULO: *Como foi criada a dinâmica de avaliação da atividade?*

16)GILDETE: *Primeiro observei o trabalho em grupo, depois na exposição avaliei a participação de cada um na apresentação do trabalho.*

17)MÁRCIA: *Outra coisa interessante é que se os alunos não tivessem feito os conjuntos de roupas, manuseado, visto, comparado com o do colega, pois eles ficaram livres para criar os pares/conjuntos de roupas, toda essa tensão na preparação do material, não teria saído o que saiu. Um fato importante é que para nós a aplicação desta atividade foi tão tranqüila, porque já tínhamos, eu e a Gildete, elaborado um roteiro, daí conversamos com você; então foi uma coisa bem preparada, bem pensada também.*

18)PAULO: *Como vocês se sentiram, enquanto professoras?*

19)GILDETE: *Para mim foi ótimo. Quanto mais conhecimentos adquirimos e vivenciamos fatos diferentes, só tem a acrescentar. Tudo o que vou passar para as crianças, eu me preparo muito bem para atuar com significado, para não deixar nenhuma falha no ar.*

20)MÁRCIA: *Para essas atividades, acho que para tudo, estou sempre conversando com eles par refletirmos como foi o meu comportamento, como foi minha atuação no grupo. Teve um grupo que são crianças excelentes, legais, só que eles se perderam muito na conversa, na brincadeira entre eles, de estarem sendo muito minuciosos,*

*detalhistas e daí eles não terminaram a atividade. Depois eles até colocaram que haviam pisado na bola com eles mesmos. Aí eu perguntei o porquê. O grupo alegou que todo mundo já tinha terminado, já estava expondo e eles estavam muito atrasados.*

Pelo relato das professoras avaliamos que, embora, a livre escolha das crianças quanto as peças que iriam compor os trajes forneceu um elemento estatístico que é a preferência, este não foi retomado no momento em que o aluno, defronte todas as combinações de roupas, poderia utilizar de seu juízo e escolher o seu traje preferido.

No decorrer da atividade percebemos a valorização pela utilização do diagrama de árvore (turno 3 e 12), um procedimento que utilizamos no sexto encontro de forma induzida, ao relacionarmos as combinações de algumas somas provenientes do lançamento de dois dados. As professoras observaram no diagrama de árvore um dispositivo com potencialidades para o registro dos dados e, provavelmente, atuaram junto aos alunos difundindo o seu uso. No relato das professoras, percebemos que os alunos apropriaram adequadamente deste dispositivo.

Assim como nas atividades envolvendo registros de informações, tabulação e representação gráfica, a escolha das professoras em trabalhar processos de contagem estava diretamente relacionada com aquilo que é possível partilhar com seus alunos, como podemos perceber no fragmento da fala da Gildete; (turno 19): *tudo o que vou passar para as crianças, eu me preparo muito bem para atuar com significado, para não deixar nenhuma falha no ar.*

#### **4.9 Continuidade ou (Des)continuidade na produção de atividades: relatos sobre o primeiro semestre de 2001.**

No ano letivo de 2001, ambas as professoras-parceiras continuaram a lecionar na escola em que realizamos o trabalho de campo. A professora Gildete permaneceu trabalhando com

uma das quartas-séries do período da tarde e a Márcia assumiu uma 2ª série, também no período da tarde.

No término do primeiro semestre letivo de 2001, elaboramos um questionário<sup>1</sup> com o objetivo de sistematizar o trabalho desenvolvido e despertar reflexões, por parte delas, sobre Probabilidade tanto no aspecto conceitual como curricular.

A partir da escrita das professoras observamos que as discussões geradas em nossos encontros não foram socializadas com seus pares da unidade escolar. Assim como em todo o período de nosso trabalho de campo, somente estas professoras continuaram procurando incorporar atividades relacionadas à temática de nossa pesquisa, à medida que conseguiam flexibilizar o planejamento semanal de cada série, o qual continuou sendo uniformizado para todas as turmas.

*Gildete atribui esta realidade à falta de interesse da unidade escolar em colocar este assunto em sua proposta pedagógica e a nossa postura estática em relação a isso (Questão5-grupo B). Esta postura estática tende a criar raízes em função da demanda profissional e das condições de trabalhos que constituem fatores que minimizam o espaço escolar como local de reflexão e aprimoramento de saberes, conforme relato da professora Márcia:*

*são tantos “projetos” e obrigações dentro da escola que consomem o nosso tempo, além da necessidade que temos de manter dois empregos para sobrevivermos em melhores condições, acarretando sobrecarga de trabalho e obrigações diferenciadas. Os momentos que tenho para refletir, planejar acontecem em minha casa, na maioria das vezes. Nos momentos de “planejamento semanal” que temos na escola com os outros professores são para simples ratificação de conteúdo e elaboração de projetos “sugeridos” pelas Oficinas Pedagógicas da Secretaria de Educação (Municipal) (Questão5-grupo B).*

---

<sup>1</sup> O conteúdo do mesmo encontra-se no anexo.

Nóvoa (2001) afirma que o aprender contínuo concentra-se em dois pilares: a própria pessoa do professor, como agente, e a escola, como lugar de crescimento profissional permanente. Como agente de seu aprendizado, as professoras sistematizaram, a partir de nossos encontros, um saber-fazer próprio que continuaram a partilhar com seus alunos. Márcia relatou que promove atividades com seus alunos envolvendo

*levantamento/coleta de dados referentes à letra inicial dos nomes dos alunos, bairro onde residem, mês de nascimento/pesquisa na escola com entrevista para tabulação de respostas para comparação do que foi vivenciado/falado pela classe antes da ocorrência da mesma, construção de tabelas e gráficos simples, “apostas” de cores para uso em desenho coletivo, que cor mais se repetiria, situações problemas com diferentes estratégias de solução e escolha de possibilidades (uso de encartes de preços), exploração da gincana de jornal e classificação da mesma, bem como a pontuação semanal atribuídas a itens pedidos na gincana, elaboração de gráfico para acompanhamento da pontuação semanal da classe, uso de receitas, uso de bonecos para combinação de cores e roupas, uso de jogos (Questão6-grupo B).*

A professora Gildete continuou abordando atividades envolvendo *a coleta de dados referentes aos meses que os alunos fazem aniversário, aos bairros que os alunos moram, construindo e comparando tabelas e gráficos. Também aplico este processo na gincana de arrecadação de jornal e produtos da cesta básica (Questão6-grupo B) .*

O que está sendo abordado em sala de aula, em termos de atividades relacionadas à temática de nossa pesquisa, são equivalentes aquelas em que o pesquisador atuou como professor-parceiro em sala de aula, no ano letivo de 2000. As discussões conceituais desenvolvidas nos cinco primeiros encontros com base nos processos de experimentação, proporcionou para as professoras-parceiras o confronto entre a visão determinista e a aleatória, esta última própria dos experimentos probabilísticos. No entanto, constatamos nesta parte do trabalho de campo, assim como nos resultados de pesquisa de Fischbein & Schnarch

(1997), que as intuições das professoras estavam dependentes basicamente do processo experimental, não ocorrendo uma sistematização das noções dicutidas em nível conceitual.

Esta ausência de sistematização de saberes no processo de aprendizagem inibiu as professoras de proporcionarem atividades de sala de aula que pudessem emergir discussões envolvendo intuições no contexto probabilístico. Porém, a experiência de participar de um grupo de estudos promoveu um aprimoramento profissional das professoras. A professora Márcia confessou que

*sempre tive dificuldade em entender este assunto. A partir de nossas conversas e vivências passei a compreender um pouco e percebi algumas possibilidades de trabalho que temos e não usamos, deixando de lado um jeito prazeroso e muito rico de abordar os conteúdos. Hoje consigo perceber isso e melhorar atividades que possibilitam o trabalho com estatística (Questão1-grupo B).*

A professora Gildete avaliou o seu aprimoramento profissional a partir de seus saberes experienciais exercidos em parceria com o pesquisador, no desenvolvimento de atividades na 4ª série, a medida que *considerou que suas intervenções foram boas e enriquecedoras para com os alunos*. Ela atribuiu esta realidade ao fato de que *adquiri conhecimento que até então eu não tinha* (Questão2-grupo B).

Ambas as professoras são conscientes de que a continuidade do seu aprimoramento profissional requer investimento pessoal e a necessidade de a escola se constitua em um local onde ensinar e aprender estejam inter-relacionados. Entendemos, como Barth (1993), que a cada momento que atribuímos um sentido para uma realidade observada, estamos lidando com a provisoriedade do saber, que qualifica o mesmo de evolutivo. A evolução do saber é pessoal e dar-se-á com o tempo e com a partilha de experiências na coletividade. Caso contrário, em breve, *as dificuldades ficam por conta da falta de tempo para refletir, agir*

*efetivamente e continuar estudando mais sobre o assunto para crescer cada vez mais,*  
conforme alertou-nos Márcia (Questão4-grupo B).

## PARTE V

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

A síntese das professoras produzida nas respostas do questionário teve como referencial uma carta que enviamos junto com as questões, na qual sistematizamos nossa produção na parceria do trabalho de campo. Na elaboração da carta apontamos indicadores que foram sendo sistematizados e aprofundados à medida que as atividades foram desenvolvidas. Estes indicadores nos servem de referência também para esta síntese da tese.

Pretendíamos, desde o primeiro encontro, oferecer a oportunidade de vivenciar fenômenos que contemplassem a incerteza, ou seja, a impossibilidade de prever a cor da bola a ser extraída antes de ocorrer efetivamente a extração. Trabalhando nesse experimento pudemos refletir sobre o fato de, no dia-a-dia, haver duas categorias de fenômenos, os de natureza determinista e os aleatórios. Sentimos então dois tipos de necessidades: um referente ao esclarecimento do significado de termos pertinentes à Probabilidade e outro, referente a continuidade do processo de experimentação probabilístico, para discutirmos sobre a possibilidade ou não de criação de estratégias de controle dos resultados.

A continuidade do trabalho deu-se com o experimento aleatório de lançamento de um percevejo repetidas vezes, onde pudemos debater sobre a eficácia de determinada estratégia aplicada sobre o objeto, na obtenção de determinado resultado. Durante as discussões que fizemos nesse encontro, as professoras-parceiras fizeram referência à noção da concentração de massa para elaborar estratégias de manuseio do percevejo de modo que possibilitassem controlar os resultados.

Outro experimento probabilístico foi proposto para as professoras-parceiras, o lançamento simultâneo de dois dados. Nossa hipótese inicial de que os dados, fisicamente simétricos, ao contrário do percevejo, iria questionar a manipulação de resultados pretendida por elas, foi constatada.

Acreditamos que no decorrer dos encontros de estudo, o processo de experimentação favoreceu que as professoras-parceiras assimilassem o princípio da não-reversibilidade, visto que a constituição de sucessos na forma de seqüências não-padronizadas são provenientes da irregularidade dos resultados. Em particular, na exploração e análise dos resultados obtidos nos lançamentos de dois dados simultaneamente, foi possível estudar as leis de adição e multiplicação de probabilidades; o conceito de sucesso; a noção de probabilidade condicional; o uso de tabelas de dupla entrada; a importância de considerarmos que as adições  $2+5$  e  $5+2$ , por exemplo, indicam resultados diferentes do experimento. A comparação da tabela de dupla entrada com a tabulação dos resultados obtidos na realização do experimento, também permitiu a compreensão de que quanto maior o número de lançamentos dos dados, mais nos aproximamos do resultado teórico da probabilidade de cada soma (a chamada Lei dos Grandes Números).

No encontro que realizamos final do ano letivo de 1999 procuramos avaliar a nossa parceria quanto às discussões e reflexões sobre noções de Probabilidade. Dois aspectos merecem destaque nesta avaliação, um deles foi a valorização da continuidade da parceria no ano letivo de 2000 visto que, em função da qualidade da formação teórica que poderia ser oferecida às professoras, seria possível permitir ao professor a percepção de relações mais complexas da prática. O outro destaque foi decorrente do desejo das professoras partilharem nossas discussões com um maior número de colegas da unidade escolar e, conseqüentemente,

estender esta temática para o currículo escolar. Para isto, houve a sugestão de novamente tentarmos agregar outras professoras para nossos encontros.

No ano letivo de 2000, não houve a oportunidade de fazermos uma intervenção na época do planejamento escolar, promovendo um debate com as outras colegas sobre a viabilidade de inserirmos uma discussão dos conteúdos de matemática voltados para uma abordagem estocástica, mesmo que fosse restrita a utilização de dados como aqueles registrados na gincana de arrecadação de produtos de diversos gêneros, por ocasião da realização da festa junina.

Assim como em 1999, o currículo escolar de 2000 foi estruturado pela Secretaria de Educação do município e, semanalmente, ocorria uma reunião entre os docentes da unidade escolar para ratificação do conteúdo a ser trabalhado nos próximos dias. Embora as professoras-parceiras manifestavam uma preocupação em ministrar os conteúdos estabelecidos, a experiência única, pessoal e intransferível que cada uma delas vivenciou no processo de aprender noções de probabilidade só seria significativa se partilhada com os alunos e pares.

Esta consciência promoveu uma mudança de postura das professoras-parceiras frente aos nossos encontros, alterando a natureza dos mesmos. O processo de construção de saberes para o trabalho docente, a partir do estudo de noções de Probabilidade, deslocou-se para o âmbito da sala de aula, onde professora e pesquisador comprometeram-se com o desenvolvimento de atividades planejadas e propostas por cada uma delas.

O desejo de partilhar com os alunos o que estava sendo aprendido, motivou as professoras a resgatarem um saber-fazer do trabalho docente que fosse possível de reelaborar, já que durante o trabalho de campo não houve oportunidade de sistematizar as discussões conceituais elaboradas em nossos encontros de estudo.

Tendo por base o que estava sendo desenvolvido nas aulas de matemática do ano letivo de 2000, as professoras em concordância com o pesquisador, planejaram atividades relacionadas com a temática de nossa pesquisa, envolvendo o registro e organização de dados em tabelas, representações gráficas e processos de contagem.

Por algumas vezes as professoras contaram com a participação do pesquisador em sala de aula. Destacamos como resultado de pesquisa, o papel da parceria estabelecida entre pesquisador e professoras nestas situações. Por um lado, o pesquisador procurou contribuir disponibilizando o seu saber-fazer de educador matemático auxiliando alunos trabalhando em pequenos grupos, ou abordando coletivamente alguma questão que pudesse contribuir no desenvolvimento da atividade proposta. Por outro lado, nos momentos em que os alunos apresentavam a sua produção, eram as professoras que estabeleciam as intervenções necessárias ajudando, de forma consciente ou não, o pesquisador a compreender e interpretar o trabalho escolar nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Nestes momentos em que atuamos conjuntamente em sala de aula observamos uma mudança no papel de cada um de nós, enquanto parceiros de um processo de investigação. Nos encontros que se configuraram como sessões de estudo, o pesquisador assumiu o papel de coordenador de um processo de ensino e aprendizagem. A partir do momento que elas *sentiram-se seguras*, conforme seus próprios relatos e procuraram levar para a sala de aula o que era possível de *dar conta*, estabeleceu-se a mobilização de saberes do trabalho provenientes de diversas fontes. Uma das fontes foram os encontros que inspiraram registros, organização de dados, representações gráficas e processos de contagem. Estes temas foram escolhidos tendo por base os conteúdos vigentes no currículo escolar e desenvolvidos nas aulas de matemática, conforme determinação estabelecida nas reuniões semanais de planejamento escolar. Os saberes da experiência e da tradição pedagógica também constituem-se em uma fonte à medida que sendo saberes práticos ligados à ação (Fiorentini et al., 1999), permitem às professoras a reelaboração das atividades já desenvolvidas em outras ocasiões, incorporadas de uma abordagem estatística, ainda que incipiente.

Esta mobilização de saberes do trabalho docente convergiu com a afirmação de Tardif (2000b) que o trabalho não se restringe somente a fazer alguma coisa, mas fazer alguma coisa de si mesmo, consigo mesmo. Enquanto pesquisador-professoras foram parceiros em sala de aula, não restringimos apenas ao desenvolvimento de atividades, mas diante de um saber-fazer, cada um dos profissionais ofereceu contribuições para um aprimoramento profissional: as professoras ajudando o pesquisador a compreender e interpretar o trabalho escolar nas séries iniciais, contribuíram na análise da produção de informações do trabalho de campo.

No decorrer do nosso trabalho de investigação vivenciamos um processo de aprender e de saber-fazer por meio de uma parceria que mostrou ser possível flexibilizar um currículo escolar, incorporando reflexões sobre o que podemos fazer para proporcionar uma formação de qualidade para os alunos. Porém, a impossibilidade de agregarmos novas parceiras às nossas discussões comprometeu o estabelecimento de uma mini-cultura que, segundo Freitas et al. (2000:4), é instituída *quando um conjunto de conhecimentos e saberes é compartilhado de alguma maneira por uma coletividade (...)*. Ficou notável a demanda por uma educação básica que integre os temas de Estatística e Probabilidade, porém é necessário, também, sejam criadas condições para que os docentes avaliem as potencialidades pedagógicas de um determinado tema e viabilizem seu tratamento no currículo escolar.



**BIBLIOGRAFIAS**

- ABOE, A. Episódios da história antiga da matemática. Trad. de João Bosco Pitombeira de Carvalho. São Paulo, Sociedade Brasileira de Matemática, 1984. Tradução de: Episodes from the early history of mathematics.
- ABRANTES, P., SERRAZINA, L. & OLIVEIRA, I. (elab.). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação/Departamento da Educação Básica, 1999, v.5. (Coleção Reflexão Participada).
- ASSUNÇÃO, M.M.S. *Magistério primário e cotidiano escolar*. Campinas, SP: Autores Associados, 1996, v.53. (Coleção polêmicas do nosso tempo)
- AZCÁRATE, P. El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la educación primaria. Cádiz: Departamento de didáctica, Universidade de Cádiz, 1995 [Tese de doutorado]
- AZCÁRATE, P. *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada, Editorial COMARES, 1996a.
- AZCÁRATE, P., CARDEÑOSO, J.M. El lenguaje del azar. Una vision fenomenologica sobre los juicios probabilisticos. *Epsilon*, n.35, p.165-178, 1996b.
- AZCÁRATE, P., CARDEÑOSO, J.M. & PORLÁN, R. Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las ciencias*, v.16, n.1, p.85-97, 1998.
- BARNES, M. Dealing with misconceptions about probability. *The Australian Mathematics Teacher*, v.54, n.1, p.17-20, 1998. [reprinted from *Reflections* (v.20, n1, p.60-63), published by the Mathematical Association of New South Wales].

- BARRERO, A.L. Azar o casualidad?: una perspectiva cultural desde la escuela. *Epsilon*, n.42, p.449-469, 1998.
- BARROS, M.G. & PALHARES, P. *Emergência da matemática no jardim de infância*. Porto: Porto Editora, 1997.
- BARTH, B. *O saber em construção*. Tradução de Silvie Cnape. Lisboa: Instituto Piaget, 1993.
- BRITO, A.J. *Geometrias não-euclidianas: um estudo histórico-pedagógico*. Campinas-SP, 1995. Dissertação (Mestrado) - Departamento de metodologia do Ensino da Faculdade de Educação, Universidade de Campinas (UNICAMP).
- CARDEÑOSO, J.M. Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la aleatoriedad y probabilidad. Cádiz: Departamento de didáctica, Universidade de Cádiz, 1998 [Tese de doutorado].
- CARVALHO, D.L. & OLIVEIRA, P.C. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura de matemática. [CD-ROM]. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. *Anais*. Caxambu, 2002.
- COLLARES, C.A.L., MOYSÉS, M.A.A. & GERALDI, J.W. *Educação continuada: a política da descontinuidade*. In: Educação & Sociedade - Revista quadrimestral de Ciência da Educação/Centro de Estudos Educação e Sociedade (CEDES), 1999, nº 69, 202-219.
- DAVID, P.J. & HERSH, R. *A experiência matemática*. Trad. de João Bosco Pitombeira de Carvalho. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves Editora, 1985. Tradução de: The mathematical experience.

- FERREIRA, A.B.H. *Dicionário Aurélio Básico da Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1988.
- FIORENTINI, D., SOUZA Jr, A. J. & MELO, G.F.A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, C.M.G. et al (orgs). *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)*. Campinas: Mercado das Letras, ALB, 1998.
- FIORENTINI, D., NACARATO, A.M. & PINTO, R.A. *Saberes da experiência docente em Matemática e educação continuada*. In: Quadrante – Revista Teórica e de Investigação. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1999, v.8, p.33-59.
- FIORENTINI, D. Pesquisando com professores – reflexões sobre o processo de produção e ressignificação dos saberes da profissão docente. In: MATOS, J.F. & FERNANDES, E. (eds). *Investigação em Educação matemática – perspectivas e problemas*. Lisboa, 2000. *Actas*. Lisboa, Associação de professores de matemática, 2000, pp.187-195.
- FIORENTINI, D. Alguns problemas e desafios da pesquisa brasileira em Educação Matemática. In: VI EBRAPEM – SEXTO ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Campinas/SP, 2002. *Anais*. Campinas, Universidade Estadual de Campinas(UNICAMP), 2002, pp.28-36.
- FISCHBEIN, E. Intuitions and schemata in mathematical reasoning. *Educational studies in mathematics*, v.38, n. 1/3, pp.11-50, 1999a.
- FISCHBEIN, E. Psychology and mathematics education. *Mathematical thinking and learning*, 1, 47-58, 1999b.

- FISCHBEIN, E. & SCHNARCH, D. The Evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, v.28, n°1, pp.96-105, 1997.
- FISCHBEIN, E.; NELLO, M. S. & MARINO, M. S. Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, v.22, n.6, p.523-549, 1991.
- FISCHBEIN, E. *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht: D.Reidel Publishing company, 1987.
- FISCHBEIN, E. & GAZIT, A. Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, v.15, n°1, pp.1-24, 1984.
- FISCHBEIN, E.; TIROSH, D.; MELAMED, U. Is it possible to measure the intuitive acceptance of a mathematical statement? *Educational Studies in Mathematics*, n.12, p.491-512, 1981.
- FISCHBEIN, E., TIROSH, D. & HESS, P. The intuition of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, v.10, pp.30-40, 1979.
- FISCHBEIN, E. *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel, 1975.
- FISCHBEIN, E.; BĂRBAT, I.; MÎNZAT, J. Intuitions primaires et intuitions secondaires dans l'initiation aux probabilités. *Educational Studies in Mathematics*, n.4, pp.264-280, 1971. [Reproduced as Appendix I in Fischbein, 1975].
- FISCHBEIN, E.; PAMPUT, E.; MÎNZAT, J. Effects of age and instruction on combinatory ability in children. *The British Journal of Educational Psychology*, n° 40, pp.261-270, 1970b. [Reproduced as Appendix IV in Fischbein, 1975].

- FISCHBEIN, E.; PAMPUT, E.; MÎNZAT, J. Comparison of fractions and the chance concepts in children. *Child Development*, nº 41, pp.365-376, 1970a. [Reproduced as Appendix III in Fischbein, 1975].
- FREITAS, D. et al. Coonhecimento e saber em experiências de formação de professores. [CD-ROM]. In: ANPED, 23ª Reunião Anual, Caxambu, 2000. *Anais*. Caxambu, 2000.
- GODINO, J.D, BATANERO, C. & CAÑIZARES, M.J. *Azar y probabilidad*. España: Editorial Síntesis, 1996.
- LARROSA, J. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. (Tradução de João Wanderley Geraldi) *Revista Brasileira de Educação*, nº19, p. 20-28, 2002.
- LÉON, N. Explorando las nociones básicas de probabilidad a nivel superior. *Paradigma*, v.19, n.2, p. 125-143, 1998.
- LOPES, C.A.E. *A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular*. Campinas-SP, 1998. Dissertação (Mestrado) – Grupo de Pesquisa: CEMPEM/PRAPEM da Faculdade de Educação, Universidade de Campinas (UNICAMP).
- MARKOVITS, Z. & HERSHKOVITZ, R. The dialectic relationships between judgmental situations of visual estimation and proportional reasoning.. In: INTERNATIONAL CONFERENCE FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 21, Lahti, Finland, 1997. *Proceedings*. Lahti, Finland, 1997, v.3, pp. 216-223.
- MONTEIRO, A.M.F.C. Professores: entre saberes e práticas. *Educação & Sociedade*. Os saberes dos docentes e sua formação, nº 74, p.121-142., 2001. Dossiê. Centro de Estudos, Educação e Sociedade (CEDES).

- MOURA, M.O. (coord.) *O estágio na formação compartilhada do professor: retratos de uma experiência*. São Paulo: FEUSP, 1999.
- MOURA, M.O. Metodologia de pesquisa em educação matemática: tendência ou opção? In: VI EBRAPEM – ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Campinas/SP, 2002. *Anais*. Campinas, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2002. pp.40-45.
- NÓVOA, A. Diz-me como ensinas, dir-te-ei quem és e vice-versa. In: FAZENDA, I. (org). *A pesquisa em educação e as transformações do conhecimento*. Campinas: Papirus, 1995. (Coleção Práxis).
- OLIVEIRA, P.C. *Um estudo sobre o discurso e a prática pedagógica em geometria: representações sociais*. Campinas-SP, 1997. Dissertação (Mestrado) – Grupo de Pesquisa: CEMPEM/PRAPEM da Faculdade de Educação, Universidade de Campinas (UNICAMP).
- PIAGET, J. & INHELDER, B. *The origin of the idea of chance in children*. Translated by Leake Jr., L. et al.. New York, W.W. Norton & Company, 1975. Translated by: La genèse de l'ídée de hasard chez l'enfant, 1951.
- POINCARÉ, H. *O valor da ciência*. Tradução de Maria Helena Franco Martins. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.
- SÁENZ-CASTRO, C. *Materiales para la enseñanza de la teoría de probabilidades*. Madrid: ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid, 1999.
- SHAUGHNESSY, J. M. Research in probability and statistics: reflections and directions. In: GROWS, D.A (ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1992, pp. 465-494.

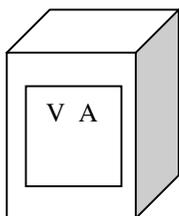
- SOARES, M.T.C. *Matemática escolar: a tensão entre o discurso científico e o pedagógico na ação do professor*. São Paulo-SP, 1995. Tese (Doutorado) – Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada da Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo (USP).
- SPINILLO, A.G. Chance estimates by young children: strategies used in na ordering chance task. In: INTERNATIONAL CONFERENCE FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 21, Lahti, Finland, 1997. *Proceedings*. Lahti, Finland, 1997, v.4, pp. 182-189.
- STRUICK, D.J. *Historia concisa das matemáticas*. Portugal/Lisboa: Editora Gradiva, 1989.
- STEVENSON, W.J. *Estatística aplicada à administração*. Trad. de Alfredo Alves de Farias. São Paulo: Editora Harbra, 1981.
- TARDIF, M.; LESSARD, C. ; LAHAYE, L. Os professores face ao saber. Esboço de uma problemática do saber docente. *Teoria e Educação*, nº4, Porto Alegre: Pannônica, 1991.
- TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas conseqüências em relação à formação para o magistério. *Revista Brasileira de Educação*, nº13, p. 5-24, 2000a.
- TARDIF, M. & RAYMOND, D. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. *Educação & Sociedade*, nº 73, p209-244, 2000b.
- TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional*. Tradução de Francisco Pereira. Petrópolis: Editora Vozes, 2002.
- VESES, E.B. & CUBELLS, M.M. El azar y su aprendizaje. *SUMA*, v.3, pp. 21-27, 1989.
- VYGOTSKY, L. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1994.



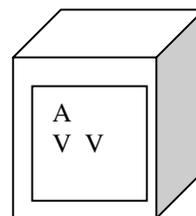
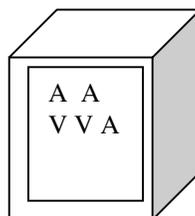
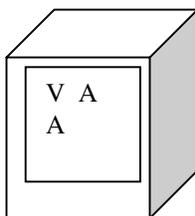
## ANEXO: QUESTIONÁRIO FINAL

### Grupo A

1. Considere que há quatro recipientes contendo bolas verdes (V) e azuis (A) conforme os



desenhos:



Recipiente  $R_1$

Recipiente  $R_2$

Recipiente  $R_3$

Recipiente  $R_4$

- (a) Suponha que você fosse retirar, sem olhar, uma bola de  $R_3$ , qual é a cor da bola mais provável de ser retirada?
- (b) Em qual recipiente seria mais provável retirar (sem olhar) uma bola verde?
- (c) Seria mais fácil retirar uma bola azul no recipiente  $R_2$  do que no  $R_1$ ? Justifique suas respostas.
2. Suponha que alguém esteja lançando uma moeda e tenha obtido em três lançamentos seguidos, três caras. Se esta pessoa fizer um quarto lançamento:
- (a) É mais provável obter cara
- (b) É mais provável obter coroa
- (c) É igualmente provável obter cara ou coroa.

Justifique sua resposta.

3. LEIA o fragmento do texto extraído do site [www.terra.com.br](http://www.terra.com.br) na data de 18/06/2001:

“Com 87% da sua matriz energética provenientes de hidroelétricas, o Brasil está à beira de um colapso, devido ao baixo nível dos reservatórios nas usinas do Sudeste, pois esse tipo de fonte de energia depende das chuvas. O resto da energia é produzido pelas centrais termoelétricas (10%) e pelos reatores das centrais nucleares de Angra dos Reis (2%). Mas a situação caótica, explicam analistas, se deve principalmente à falta de investimentos no setor”.

Com base nas informações acima, faça uma ilustração gráfica. Justifique suas resposta.

4. Três alunos são encaminhados pela professora à diretoria em função de um comportamento inadequado em aula. Até serem atendidos, a professora ordena que os mesmos formem uma fila indiana ao lado da sala da diretora. No entanto, ninguém quer ser o primeiro da fila. Sabe-se que o nome dos alunos são: Marcelo, Carlos e Alexandre.

a) Escreva todas as possibilidades destes alunos comporem a fila.

b) E se esta professora tivesse enviado quatro alunos para a diretoria, você seria capaz de dizer quantas são as diferentes maneiras de ordenarmos a fila? Tente resolver sem escrever todas as possibilidades.

**Grupo B:**

1. A experiência de participar de um grupo de estudos sobre estatística e probabilidades trouxe alguma contribuição para a seu aprimoramento profissional? Comente.
2. Qual é sua avaliação quanto ao desenvolvimento em sala de aula das atividades elaboradas no grupo?
3. Você acha apropriado inserir no currículo de matemática atividades de caráter aleatório para crianças na faixa etária de 7 a 10 anos? Comente.
4. Você se defronta com dificuldades de abordar em sala de aula atividades desta natureza? Quais? Explique.
5. Você encontra espaço e oportunidade, em sua unidade escolar, para partilhar, discutir e planejar atividades estatísticas e probabilísticas? Justifique a sua resposta.
6. Em 2001, vocês continuam desenvolvendo atividades sobre noções estatísticas e probabilísticas junto aos seus alunos(as)? Em que circunstâncias?