LEONEL MORALES ALDANA

UM MODELO COMPUTACIONAL PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
1990

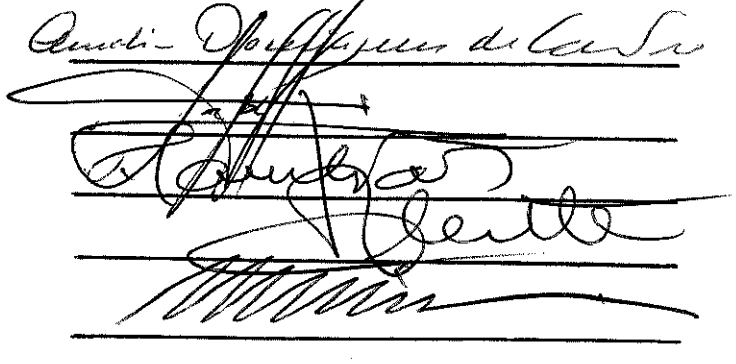
UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida por Leonel Morales Aldana e aprovada pela Comissão Julgadora em

22 de fevereiro de 1990.

Tese apresentada como exigencia parcial para obtenção do Título de DOUTOR EM EDUCAÇÃO na Area de Concentração: Metodologia de Ensino à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientaçao do Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio.

Comissão Julgadora:



A Yolanda L. Quiroa de Morales pelo seu amor e sacrificio.
A Leonel, Wendy e Benjamin pela colaboração e compreensão.
A meus pais, Jorge e Zoila, pelo estímulo e exemplo.

Agradecimentos

Na minha vida tenho sido muito abençoado e estes anos de estudos na Universidade Estadual de Campinas, não foram diferentes. Na Faculdade de Educação encontrei colegas que deram para mi, muito mais do que a vida académica assinala, compartimos conhecimentos, alegrias e muito calor humano, tal o caso de Alejandra, Margarita, Guillermo e Lucio. Encontrei funcionarios que estiveram sempre prontos para me ajudar, com meu portugués, com os trámites administrativos, na bibliotéca e com as minhas 'irregularidades', todos eles com muito entusiasmo pelo trabalho que realizam, em especial Marina e Nadir. Nos seus professores encontrei muito interesse por ajudar aos alunos em especial lembro ao professor Lafayette, que foi meu orientador de programa e aos professores James Maher, Miguel Augusto e José Dias, que me brindaram muitas facilidades para o desenvolvimento da minha pesquisa.

Desde que comecei os estudos de Mestrado, conheci ao Professor Dr. Ubiratan D'Ambrosio, quem me orientou na dissertaçao de mestrado, e por muito tempo, en Seminarios e Congressos, discuti as suas ponencias e idéias, nesse recorrido transformou-me de matemático em professor, e agora mais uma vez obtenho o privilegio de ter sido seu orientando. Espero ter aprendido tudo o que ele quisme ensinar.

Também fui muito abençoado ja que encontre amigos, que foram como a nossa familia, como o Dr. Benjamin Gimenes, Dona Josefina Gimenes e filhos, Alexandre Gimenes e Teresa Rei Gimenes.

Quero, tambem, agradecer a Michela, Ademar, José, Clodoaldo, Natal e Eduardo, estudantes de primeiro e segundo grau, que gentilmente me brindaram seu tempo, e assim poder desenvolver uma parte da pesquisa.

A todos eles e às muitas outras pessoas que de alguma forma contribuíram para a culminação deste trabalho, muito obrigado.

UM MODELO COMPUTACIONAL PARA A RESOLUÇAO DE PROBLEMAS

RESUMO:

Apresenta-se uma metodologia para a resolução de problemas, estruturada em processos construidos com um enfoque sistémico e auxiliados pelo uso do computador previamente programado com: 1. Uma base de conhecimentos matemáticos, dinâmica e inteligente, que o aluno consulta em linguagem natural, e construida em prolog; 2. Um programa diferenciador de funções, também em prolog; 3. Uma base de problemas resolvidos e por resolver. O processo principal, chamado macro-processo, guia o trabalho do professor e esta formado pelos processos: Banco de problemas a resolver, Alunos organizados em grupos, Micro-processo e Troca de experiência. O micro-processo é o guia do trabalho individual do aluno, e é formado dos processos: Compreensão do problema; Construção do algoritmo; Resolva o algoritmo; e Escreva seu procedimento. Em diferentes momentos apresentam-se etapas de auto-avaliação. O modelo de pesquisa utilizado é o estudo de casos.

SUMMARY

A methodology for problem solving is presented. This methodology has a structure of system-oriented processes, aided by the use of a computer previously programmee with: 1. a prolog built, dynamic and intelligent, mathematical knowledge base which the student queries using natural language, 2. a function-differentiating program, also built with prolog, 3. a data base of problems, both solved and to be solved.

The main process, called macro-process, guides the work of the teacher and is made up of the following processes: - bank of problems to be solved, - students, organized by groups, - microprocess and - exchange of experiences.

The micro-process is the guide to individual student work and comprises the processes: - problem comprehension, - construction of algorithm, -solution of algorithm and - writing down of procedure.

At several points there are stages for auto-evaluation.

The research model used is that of case studies.

INDICE

1. INTRODUÇAO 1

1.1 O PROBLEMA A RESOLVER
1.2 AS HIPOTESES
1.3 ROTEIRO SEGUIDO

2. ENSINO DE MATEMATICA 6

2.1 ENSINO
2.1.1 UM MODELO DE ENSINO
Variáveis, Conjunto de ações, o Modelo
2.2 MATEMATICA
2.2.1 LOGICISMO
2.2.2 FORMALISMO
2.2.3 INTUICIONISMO
2.2.4 ETNOMATEMATICA
2.3 ENSINO DE MATEMATICA

3. MATEMATICA-COMPUTAÇAO-EDUCAÇAO 21

3.1 MATEMATICA - COMPUTAÇAO
3.1.1 CALCULOS MATEMATICOS
3.1.2 CONTRIBUIÇOES NA TEORIA
3.2 COMPUTAÇAO - EDUCAÇAO
3.2.1 ASPECTOS SOCIAIS
3.2.2 ASPECTOS POLITICOS E FILOSOFICOS
3.2.3 ASPECTOS METODOLOGICOS
3.3 MATEMATICA-COMPUTAÇAO-EDUCAÇAO
3.3.1 USO NA ESCOLA
3.3.2 USO NA SALA DE AULA
3.3.3 ENSINO PELO COMPUTADOR

4. RESOLUÇAO DE PROBLEMAS 49

4.1 MODELO DE POLYA
Compreender o problema, elaboração de um plano desenvolvendo o plano, examinar a solução obtida.
4.2 MODELO DE KANTOWSKI
4.3 MODELO DE CHARLES E LESTER
Entendendo o problema, resolvendo o problema respondendo o problema e avaliando a resposta.
4.4 MODELO DE RUBINSTEIN
Dificuldades, preceitos gerais,caminhos para a solução, discussão do problema.

4.5 MODELO DE SCHOENFELD
4.5.1 FONTES
Uso rotineiro de conhecimento pertinente, fontes de amplo espectro, fontes invalidas e caminhos errados.
4.5.2 HEURISTICA
4.5.3 CONTROLE
4.5.4 SISTEMAS DE CONFIANÇA
4.6 MODELO PROPOSTO EM INTELIGENCIA ARTIFICIAL
4.7 VISAO CONJUNTA DOS MODELOS

5. MODELO PROPOSTO 86

5.1 INTRODUÇAO
5.2 TEORIAS E MODELOS
5.3 CRIATIVIDADE E FATORES PSICOLOGICOS
Comparação, resumo, observação, classificação interpretação, crítica, busca de suposições, imaginação, obtenção e organização de dados, hipótesis, aplicação de fatos e principios a novas situações, decisão, planejamento de projetos e pesquisa, codificação.
5.4 TEORIAS DE ENSINO
Romantismo, transmissão cultural, progressivismo, racional
5.5 TEORIA PROPOSTA
5.5.1 DEFINIÇOES
5.5.2 POSTULADOS
5.5.3 TEOREMAS
5.6 MODELO PROPOSTO
5.6.1 DEFINIÇOES
5.6.2 AXIOMA
5.6.3 VARIAVEIS E PARAMETROS
Tipos de problemas, estratégias de solução, perguntas insubstituíveis, preliminares necessarias, níveis de habilidade dos alunos, atividades do professor.
5.6.4 DESCRIÇAO DO MODELO
Macro-processo, banco de problemas a resolver, alunos organizados em grupos, troca de experiência, micro-processo, comprensão do problema, resolução do algorítmo, escreva seu procedimento.
5.6.5 BASE DE CONHECIMENTOS DINAMICA E INTELIGENTE
Inteligencia artificial, sistemas especialistas programas inteligentes, linguagem natural, estrutura dos conhecimentos, turbo prolog, algumas caraterísticas da base de conhecimentos criada.
5.6.6 BASE DE PROBLEMAS
5.6.7 OUTROS PROGRAMAS
Administradores de arquivos, programa que deriva funções

6. PARADIGMA DA PESQUISA 163

6.1 PESQUISA QUANTITATIVA
Estudo de caso de uma medição só, desenho pre-teste, pós-teste de um grupo, comparação com um grupo estático, grupo de controle com pre-teste e pós-teste, desenho de grupos de Solomon, desenho de grupo de controle com pós-teste.
6.2 PESQUISA QUALITATIVA
6.2.1 PESQUISA ETNOGRAFICA
6.2.2 PESQUISA PARTICIPANTE
6.2.3 PESQUISA AÇAO
6.2.4 ESTUDO DE CASO
6.2.5 COLETA DE DADOS
6.2.6 ANALISE DE DADOS
6.3 PARADIGMA UTILIZADO

7. RELATO DA PESQUISA 179

7.1 ORIGEM DO PROJETO
7.2 PRIMEIRA ETAPA
7.3 SEGUNDA ETAPA
7.3.1 DESENHO DO EXPERIMENTO
Introducão, objetivos, método, análise.
7.3.2 ADMISAO DOS ALUNOS
7.3.3 TECNICAS DE PESQUISA EMPREGADAS
7.3.4 DIFICULCADES DA LINGUAGEM
7.3.5 GRAVAÇAO
7.3.6 RELATO DO TRABALHO
7.3.7 PROJETOS FUTUROS

8. CONCLUÇOES 215

9. BIBLIOGRAFIA 219

9.1 REFERENCIAS
9.2 LIVROS DE CALCULO UTILIZADOS
9.3 BIBLIOGRAFIA UTILIZADA NA CONSTRUçAO DOS PROGRAMAS

10. ANEXOS
10.1 ANEXO 1 228
PROBLEMAS RESOLVIDOS
10.2 ANEXO 2 269
LISTA DOS PROGRAMAS
10.3 ANEXO 3 305
TRABALHOS INDIVIDUAIS
10.4 ANEXO 4 313
TRABALHOS COLETIVOS
10.5 ANEXO 5 335
TRABALHOS EM PARES
10.6 ANEXO 6 515
PROBLEMAS RESOLVIDOS PELOS ALUNOS

CAPITULO 1

INTRODUÇAO

1 INTRODUÇAO

Apresentamos o trabalho a seguir como uma alternativa para o ensino de matemática. O trabalho é feito para o ensino da matemática a nível de terceiro grau, mas pode ser muito fácil a adaptação para o primeiro e segundo grau, como pode-se constatar ao ler os protocolos da pesquisa, que correspondem a trabalhos com estudantes de primeiro e segundo grau.

1.1 O PROBLEMA A RESOLVER

Dentro das tarefas do professor de matemática, o ensino de resolução de problemas de enunciados é uma das mais árduas. Temos poucas dificuldades para ensinar a calcular a derivada de uma função, a encontrar valores extremos da função utilizando teoremas de primeira e segunda derivada, mas quando chegamos à resolução de problemas em que utilizamos derivadas de funções, as coisas complicam-se, para nós como professores e mais ainda para os alunos. Na escola de segundo grau, acontece o mesmo problema com muita semelhança, os alunos podem calcular qualquer uma das condições que fiquem em falta em um triângulo, seja ele retângulo ou acutângulo, tanto faz utilizar lei de senos, lei de cosenos, teorema de pitágoras, qualquer uma das funções trigonométricas ou as trigonométricas inversas, mas quando o problema é

uma aplicação dos triângulos, o êxito escapa da maioria dos alunos. Podemos tomar também exemplos das escolas de primeiro grau. Fui abordado por uma criança da primeira série de primeiro grau, que estava calculando operações de mais e de menos (como ela falava), mais quando tinha que resolver um problema de enunciado, que envolvia só essas operações, ela me perguntava, tenho que fazer uma operação de mais ou de menos? O trabalho do professor de matemática adquire uma complicação a mais, quando ele tem que ensinar a resolver problemas.

Então, o problema que nós tentamos resolver é eliminar as dificuldades, tanto quanto seja possível, no ensino de resolução de problemas. Como falamos antes, o ensino de resolução de problemas não é uma caraterística exclusiva do ensino de matemática, porisso a metodología que apresentamos não tem um caráter exclusivo para o ensino da matemática, podendo ser útil a qualquer nível de ensino.

Também para os alunos, resolver problemas, e não só de matemática, também de Física, química e outras disciplinas, torna-se muito difícil. Muitos estudantes não conseguem sequer clarificar as condições do problema e outros tornam-se verdadeiros especialistas. O que acontece com uns que não acontece com os outros? E uma resposta que gostaria de conhecer, mas em seu lugar, as diferentes etapas da pesquisa realizada nos foram dando algumas informações, que nos levaram a proposta do presente tese. Ficar só no trabalho de observar e questionar o que acontece nos alunos quando eles resolvem problemas, não leva a soluções, para serem aplicadas na sala de aula, e é porisso que

ao propor uma metodología para o ensino de resolução de problemas, e a sua aplicação em diferentes momentos do ano escolar e diferentes níveis de ensino, podemos adquirir muita informação que ajuda a responder a pergunta colocada e mais ainda, poderá modificar a mesma metodología posta em ação.

1.2 AS HIPOTESES

1. A planificação das atividades de ensino, facilita o aprendizado de resolução de problemas.

2. A proposta de uma metodología, para ensinar a resolver problemas de enunciados, facilita a aprendizagem dos alunos.

1.3 ROTEIRO SEGUIDO

De alguma maneira o roteiro de trabalho que fizemos tem a ver com a ordem colocada na tese. Primeiro nós refletimos sobre o significado do ensino de matemática e para fazermos isso procuramos nas teorias de ensino os conceitos e as teorias, logo fizemos uma reflexão acerca da matemática e o papel que ela tem que desempenhar no próximo milênio. O trabalho conclui então com as reflexões sobre o ensino de matemática, que apresentamos no capítulo 2. Continuamos com o estudo das metodologías mais utilizadas, as quais resumimos no capítulo 4.

Com esse trabalho, decidimos em conjunto com o Prof. D'Ambrosio trabalhar com problemas de cálculo diferencial, especificamente aqueles de máximos e mínimos, fizemos uma pesquisa de problemas deste tipo, nos livros de cálculo apresentados na bibliografia, e escolhemos 300 problemas, depois de classificar e fazer as comparaçoes, ficamos com 150 problemas, que resolvemos e arquivamos no computador, que contem além das soluções e algoritmos empregados, as estratégias de solução, as possíveis modificações, as interligações com os demais problemas. Neste momento decidimos realizar a primeira etapa da pesquisa, que consistiu em apresentar os problemas a estudantes de licenciatura de matemática, com o propósito de fazer um banco de estratégias de solução, mas os resultados foram muito melhores que isso. A principal dificuldade que encontramos na resolução dos problemas foi a falta de informação, em alguns casos eles esqueceram o que tinham trabalhado em outras disciplinas. Neste momento surge a idéia de fazer uma base de conhecimentos matemáticos, que os alunos consultassem em linguagem natural e que o mesmo aluno faça crescer agregando-lhe informação. A necessidade de repensar o papel do computador na sala de aula, ou no ensino em geral se apresenta, já que a maioria dos trabalhos existentes ficam dentro do quadro teórico behaviorista, e este não apresenta vantagens para o ensino de resolução de problemas. Esta visão do uso do computador na sala de aula, como um auxiliar na resolução de problemas, é apresentada nos capítulos 3 e 5.

Os modelos de ensino de resolução de problemas tomam corpo dentro da atividade que se desenvolve no trabalho e passamos a

propor uma metodologia de ensino de resolução de problemas, que apresenta as principais caraterísticas que foram dadas por um e esquecidas por outro, quer dizer, agrupando os modelos existentes podemos propor uma metodologia que leva em conta o professor, o aluno, o material de ensino e a planificação das atividades, a nossa proposta e os elementos teóricos dela estão no capítulo 5 deste trabalho. Como se pode ver, este modelo não considera provas ou testes, isto faz com que os métodos quantitativos de pesquisa não sejam os mais adequados para a avaliação da pesquisa. Procuramos dentro dos métodos qualitativos e no capítulo 6 apresentamos o modelo de pesquisa utilizado. No capítulo 7 fazemos o relato da pesquisa, os bons momentos e os momentos ruins, os logros obtidos e os fracassos conseguidos. No capítulo 8 tentamos tirar conclucões dos materiais colecionados na pesquisa assim como fazer algumas recomendações para a continuação do trabalho.

A bibliografia tem 3 campos de ação, temos os livros de cálculo dos quais pegamos os problemas, que no meu juízo tem que ser apresentados no trabalho, tem também os livros de programação que necessitamos para conhecer a linguagem PROLOG e para introduzirmos no trabalho, a planificação e elaboração de sistemas especialistas. A parte primeira da bibliografia está formada por livros que são referidos no trabalho teórico.

Nos anexos, apresentamos os problemas e as soluções, os protocolos da pesquisa, os programas construidos e as soluções dos problemas feitas pelos alunos.

CAPITULO 2

ENSINO DE MATEMATICA

"Se o ensino da matemática, nos cursos básicos, fosse feito, como realmente deveria ser, com vivo interesse, clareza e simplicidade, essa fabulosa ciência exerceria sobre todos os homens estranha e desmedida fascinação. (Rey Pastor (1898-1961), conferências, 102)" (Tahan, 1987, pag. 11).

2. ENSINO DE MATEMATICA.

Neste capítulo definimos o que entendemos por Ensino, e estabelecemos as diferenças com instrução, treino e outros termos semelhantes. Temos que tornar claro o que entendemos por Matemática e por Ensino de Matemática. Definir Ensino e definir Matemática são trabalhos para mais de um texto ou mais de uma tese. Por este motivo nós só daremos o nosso ponto de vista neste sentido.

Israel Scheffler, divide as definições de educação em três tipos: 1. As definições estipulativas que dão uma idéia do que definem e não refletem nos termos pré-definidos e partem do uso aceito dos termos; elas tem o propósito de facilitar a comunicação. 2. As definições descritivas, que provém uma explicação ampla e exata do significado, tem o propósito de classificar, além de clarificar a normal aplicação dos termos. 3. As definições programáticas que são interpretadas em termos da orientação à prática social, e tem um propósito moral (Scheffler, 1974). Neste sentido as definições que daremos neste capítulo

são de caráter estipulativo, com o propósito de clarificar o discurso.

2.1 ENSINO

É muito difícil separar o ensino de outros termos muito semelhantes dele como a instrução, doutrinamento, treinamento, condicionamento e outros. Green (1971) assinala que não é possível encontrar as fronteiras entre estes conceitos, mas é possível determinar regiões de interação de mais de um deles. Propõe uma análise topológica dos conceitos, no sentido de um contínuo.

O ensino é um verbo que tem uma ação, junto com ela tem uma relação entre quem recebe a ação, e quem a executa, e o conteúdo transmitido nela, o quê do ensino. Chamemos a esta ação ensino. Ao executor do ensino podemos chamar de Professor em um sentido muito amplo do termo e ao que recebe o ensino também com um sentido muito amplo do termo, chamemos de aluno. Destas três entidades derivam outros verbos, é o caso daquele que está recebendo a ação, ele poderia ter aprendido ou não aquilo que é transmitido como ação do ensino; ele podería ter vontade ou não de receber a ação, então aparece a motivação do aluno para receber o ensino, motivação que depende de muitos fatores, por exemplo da vontade daquele que transmite para que o aluno aprenda, depende da escala de poder que o aluno tem no processo, depende da autoridade ou motivo que o liga ao processo de ensino e, mais ainda, depende do que o ensino dá para ele como

resultado da ação. A motivação do professor para desenvolver a sua ação, é outro dos verbos derivados do ensino. Esta motivação do professor pode ser dividida em: a) os objetivos da sua ação e b) a identificação dele com a ideologia da classe que domina e que impõe a política desta ação. Neste sentido tem muito a ver o resultado do ensino. O professor tem vontade de que aquilo que ensina seja aprendido? Ou será que ele tem vontade que o aluno aprenda outros conteúdos que de forma indireta ele transmite?. Agora, por que é que ele tem que transmitir alguns conteúdos? Tudo isto nos leva a existência de mais uma ação, o currículo. A classe dominante que estabelece a política da escola determina os conteúdos, as formas de avaliação, as metodologías de ensino, a calendarização, e o lugar onde esta atividade tem que ser desenvolvida. Organiza o ensino em escolas, concede créditos que serão logo utilizados no mercado de trabalho como passaportes para escalar melhores posições dentro do processo de produção, nomeia diretores e supervisores de ensino para fiscalizar a ação do professor e estabelece orgãos que modificarão o curriculum para que a ação de ensinar, corresponda as políticas de ensino. Ficamos então com uma coleção grande de termos derivados daquela ação que começou com um verbo e que agora precisa de uma disciplina para seu estudo, precisa de uma estrutura filosófica para construir e dar fundamento à suas teorias e que proponha um método para suas pesquisas. Temos então necessidade da didática, da pedagogia e, em geral, das ciências da Educação.

2.1.1. UM MODELO DE ENSINO

Quando o Ensino torna-se treinamento? Ou quando torna-se intrução? Ou doutrinamento?, Ou talvez educação? Para responder estas perguntas consideramos necessário definir um modelo apropriado para ter a noção de limite e continuidade, de forma a estabelecer os contornos o vizinhanças topológicas e determinar quando um se torna outro. Consideramos os conceitos expostos por Chaves (1979), no capítulo "A filosofia da Educação e a Análise de conceitos Educacionais", define educação: o processo através do qual indivíduos adquirem domínio e compreensão de certos conteúdos considerados valiosos. Ele marca para a educação uma relação entre um indivíduo e um conteúdo, enquanto que no ensino ele insiste na triplice relação: aquele que ensina, aquele a quem se ensina e aquilo que se ensina; Quando falamos que uma pessoa está ensinando algo a uma outra pessoa, agrega ele, pressupomos que a primeira saiba o que está ensinando. Para que uma atividade se caracterize como uma atividade de ensino, não é necessário que aquele a quem se ensina aprenda o que está sendo ensinado. A intenção de produzir aprendizagem só se pode constatar mediante uma análise do contexto. Das observações anteriores derivamos os seguintes comentários: a) Quem pretende estar ensinando tem a obrigação de indicar de maneira clara e inequívoca o que é que ele tem em mente que seus alunos aprenderão, isto é, o primeiro é que tem que deixar claro quais são os objetivos que persegue; b) Que as atividades desenvolvidas por quem pretende estar ensinando devem estar relacionadas de alguma maneira com o conteúdo a ser aprendido; c) E necessário que

quem pretende estar ensinando conheça e leve em consideração seus alunos, no sentido de: idade, desenvolvimento Psicogenético, desenvolvimento social, para apresentar-lhes conteúdos que possam aprender e para os quais eles estejam preparados. Agrega Chaves que:

> " A teoria da Educação compete-lhe a tarefa normativa, o exame dos princípios básicos, objetivos, valores. A reflexão crítica sobre eles e sobre a realidade social, cultural e econômica que envolve o processo educacional e a proposta de novos princípios básicos, objetivos e valores para essa educação." (Chaves, 1979).

1. VARIAVEIS

Utilizando o conceito de Chaves, nos precisamos de três variáveis, cada uma delas de caráter vetorial. Aquele que ensina que chamaremos vetor professor, aquele a quem se ensina que chamaremos vetor aluno e aquilo que se ensina que chamaremos vetor matéria de ensino. Analisemos cada uma das variáveis: VETOR Professor (x) tem várias componentes, algumas delas discretas e outras contínuas. A primeira é o conhecimento da matéria que intenta ensinar (x1), mas x1 na prática é uma função vetorial de valor real e em seu domínio tem muitas variáveis, uma delas é a própria matéria, outra é a relação com as matérias correlatas, uma terceira é o conhecimento tomado das matérias que tem como propósito otimizar a função do professor, mais uma seria o conhecimento de caráter geral que o professor precisa ter, e outras variáveis mais. Uma segunda componente do vetor professor, é composto pelo conhecimento de seus alunos (x2), que também é uma função vetorial com valores reais, já que o professor tem n alunos e tem que conhecer para cada um deles, sua psicologia, seus conhecimentos anteriores, sua função dentro da

aula e dentro da sociedade. Outra componente do vetor professor é a intenção, intenção de que o que ele ensina seja aprendido. Esta componente tem no seu domínio, variáveis como: o salário do professor, o nível educativo alcançado pelo professor e a sua função no sistema de ensino, a saúde, a idade e a sua identificação com a política educativa. Acho que pode-se ampliar o análise do vetor professor até chegar a uma componente xr e um parámetro comum a todas que é o tempo. Então o vetor professor é X=(x1,x2,...,xr,t). VETOR ALUNO (Y) A primeira componente é o referencial ao qual ele pertence, como um ser vivo, isto é, trata- se de um ser humano, um animal ou um vegetal, depois tem outras componentes como a idade, o desenvolvimento mental, os conhecimentos anteriores, a situação econômica, a posição social e possivelmente tem outras componentes. O vetor aluno, que tem também como parámetro t, é dado por Y=(y1,y2, ...,ys,t). VETOR MATERIA tem muita importância quanto a sua natureza, se o que está ensinando são aspectos religiosos (doutrinários), conhecimentos de tipo militar (treinamentos), ou conteúdos registrados em algum guia curricular, a isto chamaremos natureza da matéria a ensinar. Outras componentes são: os objetivos que o professor pretende alcançar, a política educativa do estado, enquanto executor do sistema educativo, a política educativa da instituição onde fica incrustrado o processo, a aplicabilidade dos conhecimentos e a motivação que acompanha os mesmos e os conteúdos próprios da matéria.

2. CONJUNTO DE AÇOES C

O conjunto de ações tem como elementos: Ensino, Educação, Instrução, Doutrinamento, Propaganda, Treinamento, Condiciona-

mento. Alguns deles na área de comportamento e conduta e os outros na área de conhecimentos e crenças. Temos especial interesse no conjunto potência de C. Este conjunto potência nos permitirá ter como imagem do modelo a propor, com mais de uma das ações, ou uma só ou todas elas. Chamemos M ao conjunto de todos os vetores professor, A ao conjunto de todos os vetores aluno e N ao conjunto de todos os vetores materias. Agora construímos o espaço produto de todos eles, em caso de algum deles ser vazio, todo o espaço produto seria vazio e para corrigir esta dificuldade poderíamos tomar o espaço produto das potências de cada conjunto.

3. O MODELO

Usamos a palavra modelo, no sentido de demonstrar ou revelar como uma coisa é (Hegenberg, 1973). Neste caso tentamos encontrar um modelo para exemplificar como é o processo da triplice relação Professor-Matéria-Aluno. Definiremos então uma aplicação múltipla, definida no espaço produto MxAxN sobre o conjunto potência do conjunto de ações C, de maneira que para um vetor professor, um vetor aluno e um vetor matéria, nos tenhamos uma imagem contida no conjunto potência das ações, isto é, o resultado da relação de aluno, professor, matéria tem que reproduzir ensino, ou educação, ou treino, ou instrução, ou qualquer combinação dos elementos do C. Vejamos alguns exemplos do funcionamento deste modelo: a). Quando temos um vetor professor com todas suas componentes definidas positivas e temos no vetor de aluno também componentes definidas positivas e mais ainda um representante dos humanos, temos ademais um conteúdo a

transmitir de interesse de ambos, então realmente temos ensino, já que tem-se um professor com intenção de ensinar e um aluno com intenção de aprender e um elemento a transmitir. Se o conteúdo a transmitir não é de interesse de ambos, pode-se cair em um doutrinamento, um treinamento ou instrução. Se o aluno não é humano, pode-se ter um treinamento ou um condicionamento. b) Algumas vezes embora o vetor professor tenha as componentes definidas positivas pode ser que a imagem na aplicação múltipla seja ensino, instrução, educação ou qualquer outro elemento do conjunto C, mas como podemos explicar tal situação? Bom, o vetor aluno tem na maioria das vezes mais de um elemento, e então o que se dá para um deles não é necessariamente válido para outro; então o resultado obtido pode ser qualquer uma das combinações possíveis dos elementos de C. c) No caso de que o vetor professor tenha sua terceira componente igual a zero, temos como resultado só educação (no sentido de Chaves). Este é o caso do professor que está muito interessado em demonstrar quanto ele sabe, mas interessa-se muito pouco no processo de aprendizagem dos alunos e então são estes os que tem que realizar todo o processo de aprendizagem por conta própria. d) O que se sucede quando o vetor aluno tem na sua primeira componente um elemento não humano? Dificilmente falaríamos de ensino ou de educação, ficariamos com treino ou com condicionamento. e) o exemplo que mais nos interessa é quando o vetor professor tem zero na terceira componente, então, pode ser que se trate de uma máquina de ensinar, em qualquer uma das versões. Neste caso diz Chaves, temos como imagem educação. Mas analisemos mais devagar esta conclusão. Falamos quando definimos o vetor professor que a

terceira componente refere-se a intenção e consideramos que no caso de uma máquina de ensinar, a intenção que ela apresenta é a intenção da pessoa que a programou. No capítulo 3 analisaremos como é que esta intenção pode estar a serviço das classes dominantes ou então dominada pela ação do professor quando ele transforma-se no elemento que determina a utilidade, o conteúdo, a função que a máquina terá dentro da sala de aula. Neste caso, das máquinas de ensinar que diz Chaves, tem que ser chamadas de máquinas de educar, pois satisfazem na medida em que são programadas as componentes de conhecimentos e conhecimento dos alunos, no sentido de máquinas que representam sistemas especialistas. Nestes sistemas a inteligência artificial tentou reproduzir até 70% das funções e conhecimentos de um especialista (Doyle, 1985), (Davis, 1985). Depois desta análise podemos concluir que ainda com máquinas pode-se ter ensino, para alguns destes casos.

Os exemplos apresentados podem, de muitas formas, ser modificados para distintas relações e obteremos distintas imagens. O propósito do modelo foi dar uma visão de conjunto ao processo que interelaciona professor-matéria-aluno.

2.2 MATEMATICA

Procuramos agora uma definição de Matemática. A idéia inicial é que é a ciência da quantidade e do espaço, tomando a aritmética como a encarregada do estudo das quantidades e a geometria como encarregada do estudo do espaço. Mas dificilmente os profissionais da matemática aceitam esta definição. Dife-

rentes povos hão desenvolvido diferentes tipos de matemática; temos por exemplo os povos Mayas, na mesoamérica, que desenvolveram um sistema de numeração posicional e vigesimal (base 20), que tinha duas formas de escrita, uma para cálculos e outra para datas de eventos especiais; tinham um símbolo e um significado para o zero, anteriormente ao sistema de numeração romano que até hoje não tem. Esta numeração foi utilizada nos cálculos astronômicos e alguns deles predisseram eclipses que foram observadas neste século. Temos os povos Incas que tinham uma numeração baseada em nós feitos em barbantes e que tinham representações de quantidades e datas. Por outro lado temos a época de ouro da Grécia, com um desenvolvimento da geometria e com muito pouco uso da álgebra que por outro lado desenvolvia-se na India.

> "A definição de matemática muda. Cada geração e cada matemático sério, em uma dada geração, formulam uma definição de acordo com seu entendimento." (Davis, 1986, pag. 33).

Podemos agregar ao comentário de Davis, o fato que também cada sociedade tem uma definição de matemática que utiliza e produze; não é só a geração e o indivíduo, mas a coletividade, a função que a matemática desenvolve nesta sociedade que determina a sua definição.

A matemática é freqüentemente imaginada como uma árvore com raízes, tronco, galhos e brotos assinalados com os nomes de certas subdisciplinas. Só que os matemáticos não estão de acordo quanto as raízes, ou o tronco principal e há algumas outras divergências como notamos ao descrever as principais caraterísticas das distintas escolas.

2.2.1 LOGICISMO

E a posição de que a matemática é idêntica à lógica simbólica. Tem em Leibnitz importantes raízes, na medida que elege o cálculo lógico como instrumento indispensável ao raciocínio dedutivo. O princípio metodológico é que é possível, recorrendo-se unicamente a princípios lógicos, reduzir-se uma proposição não obviamente verdadeira a outras que assim o sejam.

> "Russell se propõe segundo suas próprias palavras (cf. Körner, 1974: 42), a demonstrar "que toda Matemática Pura trata exclusivamente de conceitos definíveis em termos de um número muito reduzido de conceitos lógicos fundamentais e que todas as suas proposições são redutíveis a um número muito pequeno de princípios lógicos "" (Machado, 1989, pag. 26).

Os logicistas pretendiam derivar as leis da arimética e depois as de toda a matemática das leis da lógica,

> "Muito cedo, porém, a lógica aristotélica, mesmo incorporando os desenvolvimentos de Leibnitz, bem como os que se seguiram, mostrou-se pequena demais para tal tarefa." (Machado, 1989, pag. 26).

2.2.2 FORMALISMO

E a posição de que a matemática consiste simplesmente em símbolos formais ou expresões que são manipuladas ou combinadas de acordo com regras ou convenções prefixadas. Qualquer teoria matemática, como a aritmética, a geometria, a álgebra, a topologia, pode ser apresentada como um esquema axiomático no qual conseqüências são deduzidas sistemática e lógicamente dos axiomas. Definem a Matemática como a ciência dos sistemas formais,

entendendo por sistema formal, aquele que consta de termos primitivos, regras para formação de fórmulas, axiomas ou postulados, e a partir deles, regras de inferências e teoremas.

Solicita-se que o conjunto de axiomas seja consistente, que na mesma teoria formal não seja possível demonstrar uma proposição e, simultâneamente a sua negação. A pretensão inicial dos formalistas era a de obter um sistema formal que englobasse toda a matemática clássica e que fosse consistente e completo. Gödel em 1931 estabelece que a consistência é incompatível com a completude.

> "Em outras palavras, Gödel mostrou que, em uma classe bastante ampla de sistemas formais é possível a construção de proposições bem-formadas que não se pode deduzir se são verdadeiras ou se são falsas." (Machado, 1989, pag. 36).

2.2.3 INTUICIONISMO

Segundo os intuicionistas, a matemática é uma atividade totalmente autônoma, auto-suficiente.

> "O ponto de vista do Intuicionismo é, pois, o de que a Matemática é uma construção de entidades abstratas, a partir da intuição do matemático, e tal construção prescinde de uma redução à linguagem especial que é a lógica ou de uma formalização rigorosa em um sistema dedutivo."(Machado, 1989, pag. 40).

A questão da veracidade da matemática coloca-se, então, como um problema interno seu e não como decorrência de sua relação com o mundo exterior.

Admitem os intuicionistas a utilidade dos sistemas formais mas os consideram produtos acessórios resultantes de uma atividade autônoma construtiva.

"O primeiro ato do intuicionismo separa por completo a matemática da linguagem matemática, em particular dos fenômenos da linguagem que descreve a lógica teórica e reconhece que a matemática intuicionista é essencialmente uma atividade sem linguagem..."(apud Körner, 1974: 155)'(Machado, 1989, pag. 39).

2.2.4 ETNOMATEMATICA

Nos parágrafos anteriores temos reconhecido que matemática é muito mais que contar e medir, mas também temos que aceitar outras formas (não acadêmicas) do fazer e do pensar matemático. Não acadêmica porque ela está precisando de uma nova epistemologia. Define D'Ambrosio:

"Etnomatemática é a arte ou técnica de explicar e conhecer."(D'Ambrosio, 1987). "Etnomatemática, como um programa de Pesquisa é um programa Pedagógico, uma identificação e procura dos fatores externos que influem no comportamento." (D'Ambrosio, 1987).

2.3 ENSINO DE MATEMATICA

De alguma maneira temos definido Ensino e Matemática, agora é a oportunidade de fazer análise do Ensino de Matemática. Nós professores de matemática, lembramos que a maior quantidade de aulas de matemática, que recebemos na Universidade foram semelhantes ao que relata Davis:

"Na Universidade, uma aula típica de matemática avançada, especialmente uma aula dada por um professor com interesses 'puros', consiste inteiramente em definição, teorema, demonstração, definição, teorema, demonstração, numa concatenação solene e sem interrupções. Por que isso?" (Davis, 1986, pag. 182).

Agora, quando trata-se de ensinar matemática, quanto tem sido diferentes as nossas aulas daquelas que recebemos? Nesta

estrutura de ensino de matemática, ficamos fiéis aos sistemas formais e fazemos do ensino da matemática um processo de reprodução, de voltar a demonstrar aquilo que já tem sido demonstrado, até concluir a lista, de teoremas demonstrados em uma disciplina dada. Lembro agora o comentário de meu professor de mecânica analítica, que depois de ter terminado a demonstração de um teorema que levou mais de duas horas, disse: "Bom, agora já não teremos mais que demonstrar o teorema, exceto eu, que terei que demonstrá-lo no próximo ano".

Mas não é só ficar dentro de uma das correntes do pensamento da matemática, também é determinar o resultado que nós queremos obter: Queremos Ensino, instrução, treino? Do jeito que relata Davis, as aulas de matemática se transformam em um treino de demonstração de teoremas. Então chegamos a um consenso, no ensino de matemática não vamos mais a insistir veementemente nas demonstrações de teoremas e na repetição da lista sem fim de teoremas, a cada ano. Vamos tentar que nossa ação de sala de aula transforme-se em Ensino, no sentido definido neste capítulo. O que ensinar de Matemática? Temos matemática em quase todas partes, temos matemática nos micro-componentes do computador, temos matemática nas formulações de nossas dietas alimentícias, temos matemática no controle de nossa economia, além de estar presente em quase todas partes. Muitas vezes esta presença torna-se muito difícil de encontrar nas aulas de matemática. A preocupação central parece ser escrever corretamente, falar corretamente, em detrimento essencialmente do papel que a matemática pode desempenhar quanto a formação de um pensamento, a um

tempo, ordenado e criativo.

Mas a matemática igualmente a língua materna aparece dentro do currículo da escola em todas as línguas e em todas as nações. Quanto tempo mais vamos contar com essa universalidade, da presença da matemática no currículo? Acaso não poderá ser substituido o ensino de matemática pelo ensino da computação? Isto está muito relacionado com a aplicabilidade dos conteúdos da matemática na escola. O ensino de matemática compreende uma avaliação constante e uma atualização dos conteúdos programáticos, não mais podemos ficar com programas e estruturas curriculares obsoletas. O prof. D'Ambrosio, propõe :

> "Naturalmente, implica numa profunda revisão do próprio conceito de currículo. Isso está coerente com uma proposta que chamamos o 'QUADRIVIUM' elementar instrumentalizador para a educação na era eletrônica, e que constitue essencialmente de 1. CALCULAR; 2. MODELAR; 3. LER, ESCREVER e RECUPERAR INFORMAÇÃO; 4. SIMULAR" (D'Ambrosio, 1987, pag. 20).

Advogamos a aprendizagem agradável da matemática, o ensino de caraterísticas mais próprias da matemática que simples reprodução, repetição e treino. Encontramos no ensino de resolução de problemas, uma alternativa para o ensino de matemática, de forma que possamos romper o círculo de dar definição-teorema-demonstração-definição-, que possamos tornar mais aplicáveis os conteúdos curriculares e também para fazer mais agradável a aprendizagem da matemática. Paradoxalmente, é a resolução de problemas um aspecto dentro do ensino da matemática que desagrada a maioria dos estudantes, mas com uma metodologia adequada podemos fazer que eles realmente gostem de resolver problemas e cheguem a gostar da matemática. A nossa proposta para o ensino de resolução de problemas encontra-se no capítulo 5.

CAPITULO 3

MATEMATICA-COMPUTAÇAO-EDUCAÇAO.

> "En verdad, la preparación del docente tiene hoy la responsabilidad de instrumentarlo para mañana, y esto no se obtiene con la metodología de hoy, aún menos con la de ayer."(D'Ambrosio, 1987, pag. 50).

3. MATEMATICA-COMPUTAÇAO-EDUCAÇAO

Tentamos analisar neste capítulo a triplice relação da matemática, como disciplina que foi beneficiada com os avanços do computador. Por outro lado, o ensino que tem que caminhar com passos grandes para poder alcançar os progressos da ciência, da tecnologia e as artes em geral, e ainda não falamos que tem que avaliar e testar as diferentes tecnologías, que sem ter sido criadas diretamente para ser utilizadas na sala de aula, elas encontram nas escolas os melhores lugares para a sua aplicação. Neste relacionamento encontramos o computador, que tem trazido muitos melhoramentos à matemática. As ciências de computação tem também se beneficiado do progresso da matemática. Logo surge a necessidade de ligar o computador com o ensino, instrumento criado pelo homem, para as tarefas de pesquisa e a administração de grandes bases de dados e que em nossos dias passa a ser utilizado na escola.

Falando do computador, Dalledonne e D'Ambrosio diz:

> "Provocado por ela, o homem consegue, pela primeira vez, por meios artificiais, ampliar sua capacidade

natural de pensar lógico-formalmente, aumentando assim a possibilidade de codificar, processar e decodificar informações. Juntem-se a isto as possibilidades trazidas pelo armazenamento e acesso à informação, ampliadoras da capacidade de retenção e recuperação da informação" (Dalledonne e D'Ambrosio, 1987, pag. 10).

3.1 MATEMATICA - COMPUTAÇAO

3.1.1 CALCULOS MATEMATICOS

No âmbito do senso comum, a Matemática está intimamente relacionada com números, com contas e diversos cálculos, embora esta opinião é rejeitada pela maior parte dos profissionais da matemática. Eles insistem em apresentar uma disciplina teórica cheia de raciocínio lógico e quase sem nenhum cálculo; mais como é que chega-se a esta teoria, como é que são construidos os modelos, as aplicações?

> "O exame dos manuscritos de Isaac Newton nos mostra uma grande manipulação de cálculos numéricos feitos por ele, e que serviram de base, para sua teorização do cálculo diferencial. A utilização de cálculos, com números grandes, é parte integrante do desenvolvimento da Matemática e daí a preocupação de inúmeros matemáticos em facilitar o processo de calcular." (D'Ambrosio, 1986, pag. 69).

Newton não é um dado isolado, no sentido de fazer uso dos cálculos para a formulação de suas teorias, e suas teorias não são matéria a desprezar. Vemos na história da matemática como os matemáticos ficaram sempre perto da idéia de fazer uma máquina que calculasse para eles. Ainda neste século encontramos a urgente necessidade do matemático e do cientista em geral, de obter uma máquina para realizar as grandes quantidades de cálculos numéricos.

"Como bem disse John Kemeny, da Dartmouth University e um dos primeiros colaboradores do esforço nuclear americano, "éramos 20 cientistas trabalhando 20 horas por dia, 6 dias por semana, por um ano inteiro, para fazer o que um estudante de hoje pode fazer em uma tarde com uma calculadora de bolso de 15 dólares""(D'Ambrosio, 1986, pag. 33).

Kemeny refere-se aqui a pequenas calculadoras 'científicas', que começaram a fazer a tarefa de calcular valores de funções elementares muito mais rápido e muito mais eficiente; com o tempo, estas mesmas calculadoras podiam ser programadas de maneira que certas rotinas de cálculos foram automatizadas. Por outro lado o homem construiu os grandes computadores, que podem obedecer instruções e fazer avaliações. Pouco a pouco, a eficiência do computador vai aumentando e seu tamanho vai diminuindo, até chegar onde nos encontramos, prontos para iniciar a década dos 90, com computadores pessoais muito mais poderosos, rápidos e pequenos em seu tamanho físico que os primeiros construídos.

"As várias etapas de sua evolução estão na tabela a seguir:

1623	Schickard
1642	Pascal
1673	Leibniz
1822	Babbage
1890	Hollerith (censo dos E.U.A.)
1929	IBM - Columbia University
1937	IBM - Harvard University
1937	Atanasoff (Iowa State)
1943	Projeto ENIAC
1951	Projeto UNIVAC (Rand Corp.)
1953	IBM 701" (D'Ambrosio, 1986, pag. 71).

A partir da década dos anos 60 começaram a se desenvolver os computadores e as calculadoras eletrônicas de tamanhos cada vez menores que podem acompanhar o dono como um livro, e ainda, mais recentemente, num relógio. Começamos a década dos 80, com a chegada do computador pessoal, que se podia ter em casa, com

uma memória de 16 k bytes e unidades de armazenamento de dados em fitas-cassetes. Estamos terminando a década dos 80 com computadores de "colo", que trabalham a pilha com 4 Megabytes de memória, com disco rígido de 40 Megabytes e drives de discos de 3,5 polegadas que tem capacidade de 1,4 Megabytes, isto para ficar na área dos computadores pessoais. Ja não falamos das estações de trabalho, dos micros e super-micros e dos supercomputadores, geralmente destinados para a pesquisa. A história dos computadores, certamente acompanhou a evolução do cálculo e da análise e outras áreas de trabalho da matemática.

3.1.2 CONTRIBUIÇOES NA TEORIA

Indicamos no parágrafo anterior que a maior atividade do matemático é formular teorias, que são acompanhadas de definições, axiomas, proposições, lemas, teoremas e corolários. Fazendo estimativas de quantos teoremas são produzidos por ano, no mundo todo, Davis calcula que são aproximadamente duzentos mil (Davis, 1986, pag. 47). O que tem que ver o computador com esta atividade dos matemáticos?

E claro que um teorema além de ser enunciado tem que ser demonstrado e ficar bem estabelecido dentro de uma sub-área da matemática. Nas minhas aulas, com estudantes de matemática nas disciplinas de álgebra e topología geral é constatado que a principal dificuldade dos alunos não está em visualizar a importância de um teorema ou a sua posição dentro da teoria que ele está estudando. O principal problema é a demonstração do teorema e das principais conjeturas que dele derivam.

"Matemática é também, e permanecerá, uma ciência de demonstração. Mas o estado de demonstração não é imutável. O nível de rigor e o grau de formalização depende do tempo e do lugar. Por uns vinte anos, o padrão foi por demonstrações não-construtivas de teoremas de existência: métodos de idéias para g. c. d., princípio de intervalos-encaixantes para aproximações de racionais, axioma da escolha para análise funcional, métodos probabilísticos sem construções explícitas, etc. Hoje o ponto de vista mudou. Sempre que possível, faz-se uso de uma demonstração de um algoritmo que permita obter eficientemente o objeto procurado." (D'Ambrosio, 1986, pag. 105).

As ciências de computação, e mais especificamente a Inteligencia Artificial, tem trabalhado na demonstração de teoremas por computador, uma área de trabalho que fica muito ligada com a área de resolução de problemas. Mas como fala o prof. D'Ambrosio, no parágrafo anterior, o estado da demonstração não é imutável e os especialistas em inteligência artificial, criaram outras técnicas de demonstração.

"A base desta técnica foi estabelecida por Herbrand por volta de 1930, mas seu método permaneceu impraticável até o aparecimento dos computadores digitais, ganhando mais destaque com o principio de resolução de J. A. Robinson, em 1965. Desde então muitos refinamentos foram acrescentados." (Genaro, 1986, pag. 51).

"O primeiro programa de computador significativo para a prova de teorema foi o logic theory machine de Newell, Shaw e Simon, desenvolvido nos anos 50. O domínio do problema em estudo era um formalismo particular para o cálculo proposicional. Pesquisando a técnica humana de resolução de problemas, criaram formas distintas da prova natural e de métodos de decisão (como o uso de tabelas de verdade). Uma das mais importantes técnicas então apresentadas para a prova automática de teoremas foi a introdução do caminho retrospectivo, que parte do problema proposto para subproblemas. Seu nível de desempenho era superior, comparado com humanos, desenvolvendo a mesma tarefa, porém restrito a uma modesta porção do domínio do cálculo proposicional. A Geometry Theorem Machine de Gelernter et Alii, que seguiu ao anterior no final daquela década era similar na maneira de prova, mas diferente ao usar heurística, recurso muito útil ainda que nem sempre aplicável. O programa conseguiu demonstrar a substancial classe de teoremas considerados num curso de geometria plana do segundo grau." (Genaro, 1986, pag. 52).

O parágrafo é grande, mas ele dá uma idéia do que faziam os especialistas até a década dos anos 60. E nós podemos extrapolar o que eles ficaram fazendo nestes anos. Uma destas atividades refere-se não só a demonstração de teoremas, mas também a construção de teorias, a formulação de teoremas a partir de definições e axiomas. Para que isto fosse possível, precisou-se de linguagem mais lógicas, que pudesem programar os computadores do jeito que as teorias são construídas. Uma destas linguagens é a PROLOG, que nós utilizamos na elaboração dos modelos computacionais expostos mais adiante nesta tese. Um exemplo do trabalho de elaboração e demonstração de teoremas é citado por Rich:

> "Considere, por exemplo, a tarefa defrontada pelo programa de descoberta de matemática AM [Lenat, 1977a; Lenat, 1982b]. AM recebeu um pequeno conjunto de fatos iniciais sobre a teoria dos números e um conjunto de operadores que ele poderia utilizar para desenvolver novas idéias. Estes operadores incluem coisas tais como 'Encontrar exemplos de um conceito que você já saiba'. A meta de AM foi gerar novos conceitos matemáticos 'interessantes'. Ele obteve sucesso em descobrir coisas como números primos e a conjetura de Goldbach." (Rich, 1988, pag. 97).

Definitivamente a matemática e a computação encontram-se muito ligadas, numa relação simbiótica, as necessidades das ciências da computação tem acelerado o trabalho em algumas das áreas da matemática e a utilização do computador e da Inteligência Artificial tem facilitado o trabalho em algumas áreas da matemática. A pergunta então é: E nós, professores de matemática, que mudanças estamos incrustando dentro do curriculum da matemática nas escolas?; Que mudanças, estamos introduzindo para que os nossos alunos sejam beneficiados pela utilização do computador e/ou das calculadoras eletrônicas?

3.2 COMPUTAÇAO - EDUCAÇAO

O computador que inicialmente foi criado para assistir aos cientistas nas suas pesquisas e para desenvolver melhores metodologías na administração de dados, na estatística e nos negócios, nos últimos tempos, tem sido utilizado nas mais diversas atividades do homem, como vamos detalhar mais a frente. Agora, qual é a relação da educação com a computação? Ou como a educação deve-se transformar para que se faça um uso racional e social dos benefícios do computador? Questionamentos, acho que não faltarão. Qual é o objetivo dos fabricantes de computadores, na aplicação dos mesmos nas escolas?

> "E verdade que a educação não representa o grande mercado, mas pode ser fator decisivo enquanto formadora da mente e das necessidades dos usuários das próximas décadas."(Almeida, 1987, pag. 15).

Muito tem-se falado do papel do ensino com relação ao computador: do ensino para o computador, do ensino com o computador e do ensino pelo computador, cada uma das atividades tem sido analizada por muitos profissionais do ensino. E como qualquer outro recurso auxiliar do ensino, tem valores em pró e em contra, muito disto depende dos planificadores e dos professores, qualquer metodología e qualquer recurso pode ter êxito ou fracasso dependendo da orientação que o professor lhe otorgue.

> "O que é revolucionário no computador não é a sua técnica mas as idéias que foram despertadas com o seu uso, como o que é revolucionário no poeta não é a técnica de impressão de seus poemas." (Almeida, 1987, pag. 96).

3.2.1 ASPECTOS SOCIAIS

Toda a sociedade atual está, de alguma forma relacionada com o computador, com as ciências de computação ou com os profissionais da computação. Olhamos para as artes e encontramos pinturas feitas com computadores, fotografías que são compostas com o computador, "Programmed musical (as opposed to literary) compositions are often acceptable, even pleasant, rather than simply absurd." (Boden, 1977, pag. 450), mas não é só na programação da música, também na composição, nos ajustes musicais, e na simulação de instrumentos musicais. Na área da informação, é difícil acreditar em um jornal que ainda não tenha toda sua composição feita por grandes computadores e também é difícil pensar naqueles que não se comunicam com seus principais correspondentes via telefóne, mas de computador a computador. Tudo isto é para produzir um jornal ainda impresso no papel e distribuído nas bancas. Temos agora os terminais de informação nas próprias casas, e as redes nacionais e internacionais de informação; vejamos por exemplo a revista BYTE, ela oferece a seus assinantes a rede BIX (Byte information Exchange), por meio da qual pode-se solicitar informação dos anunciantes, comentar os artigos da revista e mais algumas outras atividades. Os exemplos são muitos, o seguinte é muito importante para os educadores: Anta e Bilbao (1987, pag.41-44) escrevem um artigo, onde dão as principais caraterísticas das mais importantes bases de dados de CIENCIAS DA EDUCAÇAO a nível internacional e também destacam as bases que tem na Espanha. Além da informação, temos a roboti-

zação da indústria e da agricultura, que vem a substituir a atividade do homem em trabalhos de alto risco, mas que também trazem dificuldades em vários campos, como por exemplo na previdência social. Já que os robos não pagam os programas de previdência social, e não se aposentam. Nesta profunda incrustação do computador na sociedade humana, temos também que pensar no mercado de trabalho de nossos alunos, o que a sociedade espera como fruto da escola. Uma análise no campo do trabalho é apresentado por Bussmann:

> " La computadora como factor de cambio del mundo laboral de los alunos. "De acuerdo a una estimación de la compañia Siemens (cf. Siemens AG 1985) han de resultar afectados a corto plazo y en forma considerable algo así como un 25.9 millones de trabajadores, por ej. impresores, cajistas, soldadores, dibujantes técnicos, ayudantes y profesionales en la elaboración de datos. A plazo corto o medio han de ser afectadas aproximadamente un 7% de todas las profesiones: por ej. los técnicos, los ingenieros, las secretarias, los copistas de datos, así como los moldeadores en metal. A plazo medio (o sea, en los próximos 5 años) han de resultar influenciados casi un 35% de todos los profesionales: por ej. los comerciantes en el comercio al por mayor y menor, el personal de los bancos y los seguros, los sorteadores de la correspondencia, los trabajadores diplomados de la industria química, los fogoneros y maquinistas. Únicamente han de ser afectados a largo plazo o apenas han de ser afectados -si es que lo son- el 12% de las personas que trabajan: por ej. los cerrajeros, panaderos, pasteleros, ceramistas. Pasan por ser poco afectados o no afectadas las profesiones cuyo trabajo está vinculado existencialmente a las manos con casi un 43%: los constructores de calles, agricultores, camioneros, cocineros, limpiadores, carpinteros, pintores, instaladores."" (Bussmann, 1989, pag. 78).

O mercado de trabalho realmente está sofrendo mudanças radicais, além das reduções que Bussmann assinala, temos a criação de novas fontes de trabalho nas áreas relacionadas com a informática. Mas também, poderia-se pensar que com todas estas reduções assinaladas pela Siemens, possamos introduzir reformas nas jornadas de trabalho, de sorte que o trabalhador possa

utilizar mais de seu tempo para ele mesmo, ou seja, não fazer demissões, mas fazer reduções da jornada de trabalho.

Os computadores fazem parte inclusive das armas de guerra.

> "Não há praticamente nenhuma arma moderna que não dependa de alguns instrumentos informáticos: tanques, metralhadoras, obuses, ogivas, radares, aviões, fragatas, ..." (Almeida, 1987, pag. 13).

No Brasil, tem-se feito pesquisas de fungos do territorio nacional, para criar computadores resistentes a estes fungos, computadores que serão utilizados em tanques de guerra. Além das armas de guerra, a captação de dados pessoais junto a uma vontade política se torna em um instrumento de dominação política.

O computador e a informática, estão junto a nós em muitas mais áreas de nossas atividades do que pensamos; mas a maior parte da sociedade não percebe isto e outra parte da sociedade fica aterrorizada.

> "Entrar neste campo significa comer de árvore proibida, que dará todo o poder aos que dela desfrutarem; daí sua dimensão política." (Almeida, 1987, pag. 14).

A Escola, como centro privilegiado de transmissão de conhecimentos, tem que entrar neste campo, mas não pode entrar tão timidamente como propõe Bussmann:

> "Al trato con sistemas de saber que se apoyan en la computación -en caso de que en efecto se impongan- hay que asignarle un valor semejante al trato con las bibliotecas." (Bussmann, 1989, pag. 80).

Não que a atividade por ele proposta seja imprópia, mas o computador sería também muito útil nesta atividade.

Não podemos definir agora quais devem ser as atividades do computador ou da informática na escola, em primeiro lugar porque

o computador e a informática estão constantemente mudando e aquilo que parecia-nos agora ser o correto, deixaria de sê-lo no futuro; em segundo lugar, não poderíamos definir as atividades pois são os professores dentro das salas de aula os que tem as melhores opções para a utilização. O que não pode ser aceito como justificativa, para não utilizar o computador na escola é a limitada capacidade econômica da maior parte de nossas escolas. Nós, professores, temos que fazer uso da nossa iniciativa para não permitir que a informática aplicada à educação chegue a ser outro modo de rearticulação do poder da burguesia na educação.

> "Na realidade, na medida em que a utilização do computador não se propague a todo o sistema escolar, a elitização, pelo menos em relação a qualidade de ensino, estará de fato em vigor, pois o computador já está sendo usado por instituições particulares de ensino e por todos aqueles que possuem recursos para aquisição de hardware." (Dalledonne e D'Ambrosio, 1987, pag. 29).

Um professor sozinho não pode fazer muita coisa, mas nas associações de professores, nas associações de pais, na própria indústria que necessita promover seus equipamentos, eles sabem muito bem que quando um estudante trabalha na escola com um equipamento X, na vida professional ele vai preferir este equipamento X. Como dizia antes, o que não é permitido é a passividade, pois estaríamos contribuindo para a elitização do ensino.

> "O processo educativo, no interior do qual se deve pensar o computador, é aquele que prevê uma educação para todos, em todos os níveis" (Almeida, 1987, pag. 46).

Nós habitantes de países em desenvolvimento, com fé e esperança no futuro, sabemos que o futuro estará impregnado de tecnologia, de micro-electrônica e, se a escola não tomar a decisão de adotar o computador e a informática, não fará outra coisa que contribuir para a elitização do ensino e para diferenciar ainda

mais as distintas classes que compõem a nossa sociedade.

> "Na era da informática, ser alfabetizado tem um significado absolutamente novo" (Dalledonne e D'Ambrosio, 1987, pag. 56).

Alfabetizado, no sentido da nossa formação no conhecimento em computação. Que a escola, e nós professores, temos que andar com cautela, isto é inegável, o que vamos fazer com o computador na escola, vamos dar disciplinas de programação? Vamos a utilizar o computador como uma ferramenta para o trabalho do aluno?

> "Una restricción a estos aspectos acarrearía el peligro de que no se reconocieran claramente los límites impuestos por el carácter de máquina de la computadora. Por ello sería de considerar el que todos los alumnos conozcan la computadora como caso paradigmático de una 'máquina universal de elaboración simbólica' y que aprendan en principio a realizar y comprender las actividades decisivas para la programación de simbolizar, algoritmizar o codificar -sin que para ello tengan que dictarse cursos genuinos de programación en los que degenera la actual enseñanza de la computación." (Bussmann, 1989, pag. 80).

Muitos alunos tem, na elaboração de programas e no uso do computador, uma competência quase profissional. A experiência de sua própria capacidade e a independência de pais e professores fica muito de acordo com a conduta de um adolescente. Agora o que faz contrasenso é que na maioria das vezes esta competência consegue-se independente da escola e por isto também tende-se a isolá-lo e a debilitar os seus contatos sociais. Esta auto--aprendizagem leva também a polarização entre os alunos expertos e aqueles que não conseguem trabalhar com o computador, por muitos motivos, ou porque não tem habilidade de trabalho independente, ou não tem a possibilidade de fazer uso de um computador.

> Por outro lado, argumenta Bussmann: "Eventualmente, la ocupación con la computadora tomada en cuanto calculadora de

programas en comunidades laborales y de interés ofrece a alumnos no dotados de talento artístico la posibilidad de poder hacer la experiencia en un área limitada de la propia creatividad. En este sentido limitado la computadora podría contribuir al fortalecimiento del yo de algunos alumnos." (Bussmann, 1989, pag. 83).

3.2.2 ASPECTOS POLITICOS E FILOSOFICOS

Estamos em uma das partes mais importantes, já que no traço de uma política para o uso do computador na educação, é necessário que os orgãos decisórios tenham como referências os resultados de pesquisas; pesquisas realizadas em nossa sociedade tentando resolver muitos dos problemas que falamos no parágrafo anterior e outros que surgirão no processo da pesquisa. As pesquisas tem que tratar o problema do ponto de vista filosófico, social, psicológico e metodológico.

> "O problema das relações entre informática e educação apresenta, portanto, dupla face. De um lado, é preciso educar para a sociedade informatizada, a fim de minimizar os costos sociais de uma readaptação tão profunda; de outro lado, é preciso utilizar a informática para educar, pois isto é condição necessária, a médio prazo, para uma redução significativa dos costos da educação. Sem tal redução será impossível uma real democratização das oportunidades educacionais, a qual se constitui, por si só, na única forma de tornar irreversível o próprio processo democrático." (Dalledonne e D'Ambrosio, 1987, pag. 28).

Eu não estou seguro quanto a uma redução nos custos da educação, como fala Dalledonne e D'Ambrosio, não vejo como, já que o propósito não é eliminar o professor ou algum outro elemento da escola. O propósito é melhorar o ensino e mais ainda, este uso dará uma melhor oportunidade as classes que até agora não tem recebido o melhor da escola. Estamos então cientes que existe uma relação muito estreita entre curriculum, computação e poder.

"Estamos diciendo, entonces, que con la introducción de la computación se está seleccionando, organizando y transmitiendo cultura con determinados criterios con una cuota de poder y bajo ciertos supuestos curriculares que es importante develar." (Magendzo, 1987, pag. 47).

"Finalmente, uma afirmação clara e segura brota destas reflexões: a informática aplicada à educação não é solução! A solução dos problemas educacionais do Brasil está no nível dos recursos humanos; sua formação, sua capacitação, sua melhoria de nível econômico, sua participação nas definições políticas dos rumos da educação... A informática pode contribuir neste processo de capacitar educadores e educandos de melhorar o nível de ensino e de lançar recursos e atenção para a tão carente escola brasileira." (Almeida, 1987, pag. 100).

Eu só quero estender as reflexões de Almeida para toda a escola Latino Americana que tem em comum as necessidades dos povos em desenvolvimento.

Nesta linha de pensamento escreve Bussmann:

"en contra de muchas expectativas la computadora no representa ninguna maravilla curativa para la educación general, mediante la cual se pudieran eliminar omisiones curriculares y de la política educativa del pasado y se pudiera brindar una orientación hacia el futuro. ... se deve proporcionar a los alumnos un contacto con las ideas matrices de la computación y una visión sinóptica de las nuevas áreas profesionales;" (Bussmann, 1989, pag. 84).

3.2.3 ASPECTOS METODOLOGICOS

O computador como recurso na escola pode ser usado bem ou mal, dependendo da pedagogia em que se acredite, dependendo da metodologia, o curriculum e as formas de avaliação utilizadas no processo de ensino aprendizagem. Temos que encontrar uma metodología de ensino que faça um uso racional e democrático do ensino com a ajuda do computador.

"Entende-se por metodologia de ensino uma prática com seus pressupostos filosóficos, com sua teoria de aprendizagem e com procedimentos hierarquizados, regrados e

instrumentados que balizam a relação aluno-professor." (Marques et alii, 1986, pag. 13).

Neste sentido a maior quantidade das aplicações que o computador tem tido dentro da escola refere-se a teoria de TRANSMISSAO CULTURAL, que tem seu principal representante em Skiner. Falando dos presupostos epistemológicos com que o computador é apresentado, Magendzo fala:

> " se nos revela ligada a la tradición positivista, ... las secuencias de aprendizajes vienen envasadas y empaquetadas en el 'software' que ha sido elaborado por las élites y los empresarios; el profesor -en el mejor de los casos- por que en ocaciones se puede prescindir de él ya que el material está diseñado en tal forma que es autorregulable, se limita a supervizar el trabajo de los niños, así como el supervisor de una producción en série lo hace con sus trabajadores. La computación logra así lo que muchos otros intentos en tecnología educativa se han propuesto y han fracasado: hacer que el profesor, en lo posible, esté marginado del diseño de aprendizaje. Administra, pero no decide el qué, monitorea pero no decide el cómo, supervisa pero no decide ni discrimina entre lo correcto y lo incorrecto." (Magendzo, 1987, pag. 48).

Este uso do computador na escola é o que está causando em muitos casos a oposição de professores e filósofos de ensino. Mas não é esta a atividade que o computador tem que realizar na escola. Muito pelo contrário, o computador é um elemento a mais no processo de ensino, como fala o professor D'Ambrosio:

> "Temos agora um triângulo aluno-professor-computador, onde existia anteriormente apenas o relacionamento aluno-professor."(Dalledonne e D'Ambrosio, 1987, pag. 72).

E este triângulo que a escola, os planificadores de ensino e nós, professores, temos que construir.

> "O que sempre se reprovou no ensino programado é que este abusa do treinamento, não se preocupando com o desenvolvimento das estruturas do pensamento. Instrução programada é sinónimo de uma educação que se serve dos condicionamentos como meio de fixação de conteúdos." (Dalledonne e D'Ambrosio, 1987, pag. 29).

Estes mesmos erros foram cometidos pelos primeiros programas

de ensino por computador e muitos dos projetos do CAI (Computer Assisted Instruction), e a maior quantidade do software que se pode comprar.

Precisamos trocar esta imagem do computador na escola e é isto que se esta logrando com a Inteligencia Artificial, imagem iniciada com os trabalhos de S. Papert, que procura dar ao ensino por computador uma metodologia que fique dentro das escolas progresivistas, trocando o CAI pelo ICAI que agrega ao anterior o fato de ser inteligente. Inteligente no sentido de fazer o ensino mais construtivo e mais pensante, com menos treinamento. Os pesquisadores na área de inteligência artificial, de alguma maneira, ficam respondendo ao pedido de Dalledonne e D'Ambrosio:

> "é essencial que se examinem problemas relacionados com a aquisição de conhecimentos e habilidades necessárias para que o computador possa servir como um auxiliar e mesmo como um guia que estimule a criatividade, promova novas habilidades no pensar e ajude na execução de novas tarefas e atividades." (Dalledonne e D'Ambrosio, 1987, pag. 56).

A utilização do computador dentro de uma metodologia que corresponda as escolas progressivistas, com uma epistemologia funcional, com uma avaliação de caráter formativo e em nenhum caso de caráter punitivo. E a nossa proposta nesta tese, o computador como o apresenta Almeida:

> "O computador representa uma transformação no modo de pensar e educar. A idéia de fazer um mundo de produção de programas, certamente representa uma nova qualidade de educação que ao lado de outros objetivos e ao lado do desenvolvimento de outras habilidades constituem o todo da educação. A formação de estruturas cognitivas, desencadeada e organizada pelo uso papertiano do computador, não pode ser objeto último nem o único do trabalho do educador embora seja dos mais importantes." (Almeida, 1987, pag. 98).

O professor deve aproveitar a oportunidade do interesse

popular que o computador tem despertado em seus alunos, e influenciar o desenvolvimento de uma cultura de informática, não só na escola, mas dentro da sociedade. Tem que procurar aqueles objetivos para o ensino assistido pelo computador que façam um uso do computador dentro da metodología selecionada.

> Marques e colegas, assinalam dentro dos principais objetivos: "O emprego do computador na escola deve, assim, favorecer a renovação do ensino e deve ser, para o professor e o pedagogo, um evento problematizador da relação professor-aluno-instrumento, ou seja um agente dinamizador da reflexão sobre os objetivos e metodologia da educação." (Marques et alii, 1986, pag. 83).

Neste sentido propõe três tipos de instrumentos de ensino: a. os nstrumentos próprios do ensino, aqueles criados pelo ensino; b. os instrumentos próprios da matéria a ensinar, como o caso dos laboratórios de Química ou de Física, também o computador pode ser um instrumento deste tipo, quando trata-se do ensino para a própria informática; c. Os instrumentos independentes do ensino e aproveitados por ele, como os livros, o cinema, os videos e também, neste sentido, o computador que não foi criado para ser utilizado na escola.

> "Entre as caraterísticas do computador que lhe comferem vantagens sobre os demais instrumentos, podemos citar as seguintes: 1. é um recurso audiovisual interativo; 2. possui a vantagem de poder obedecer ao ritmo próprio de cada aluno; 3. prontidão com que o aluno recebe o feedback... Estas características, que fazem do computador um interlocutor totalmente diverso daqueles com os quais o aluno se relaciona habitualmente, podem talvez ser responsabilizadas pelo alto grau de motivação, por parte dos alunos, em usar o instrumento sempre que possível. ... A motivação é extremamente importante para qualquer aprendizagem, pois sem ela, é pouco provável que a atenção do indivíduo esteja voltada para o que deve aprender." (Marques et alii, 1986, pag. 35).

Temos agora que analisar o papel que pode ter o computador nos processos de avaliação da aprendizagem e também que a ava-

liação esteja de acordo com a escola progresivista. Neste sentido o único limite é a imaginação do professor.

> "O professor muitas vezes restringe a avaliação da aprendizagem à aplicação de provas, ao passo que uma real e atenta avaliação da aprendizagem é usualmente ignorada. O computador, entretanto, torna possível uma variedade de maneiras de verificar o aproveitamento, desde a apresentação de exercicios aos alunos até o manejo de arquivos individuais. O uso do computador para construir e conduzir testes avaliatórios tem sido raramente experimentado até agora, exceto no ensino da própria ciência da computação. Deveríamos prever um desenvolvimento geral no sentido da realização de exames "no computador"? Neste caso, como devem ser planejados tais testes?" (Dalledonne e D'Ambrosio, 1987, pag. 77).

Temos que agregar ao anterior a capacidade de simulação do computador, que permite apresentar aos alunos casos muito próximos da realidade e que podem refazer-se sem prejudicar ninguém, sem gastos de matéria prima, tudo isto dá à avaliação um caráter altamente formativo e dinâmico dentro do processo de ensino.

3.3 MATEMATICA-COMPUTAÇAO-EDUCAÇAO

> "O saber matemático é desejável e odioso, incorruptível e maleável, anjo que reina sobre as outras ciências e sobre a distribuição do poder. Na escola é aquela que ajuda a ordenar a pirâmide escolar ou a que dá acesso às carreiras mais aquinhoadas pelo status social. Em nome de sua objetividade exclui os ineptos e elege o círculo aristocrático e restrito dos eleitos. A matematização e informatização do ensino e, de forma mais ampla, da sociedade, constringem mais ainda este círculo." (Almeida, 1987, pag. 61).

O propósito do parágrafo anterior é o de produzir uma reflexão em nós, professores, da nossa responsabilidade de não dotar o saber associado ao computador de uma auréola semelhante ao que Almeida assinala que temos dado ao ensino da matemática. O computador, como falamos antes, é dotado de uma motivação muito

grande mas uma atitude como a relatada neste parágrafo alejar muitos estudantes. Acho que a nossa atitude deve ser a contrá aproveitando a automotivação que os alunos tem para com o putador, preparar os nossos conteúdos curriculares de tal mar que o computador possa auxiliar aos alunos e desta forma comecem a mudar o seu sentimento para com o estudo da matem ca.

3.3.1 USO NA ESCOLA

Estamos pensando no uso do computador na escola, além do que possa ter na administração escolar, acho que isto é um obvio.

Agora alguns exemplos do que outros países estão faz para utilizar o computador na escola, em primeiro lugar o (computer Assisted Instruction), que na maioria das aplica fica na metodología behaviorista, temos estudado algumas infor sões do uso do CAI e como eles tem mudado para o ICAI (ir lligent CAI). E em segundo lugar o CAL (computer assis learning) dos ingleses que também estámse voltando para utilização dos sistemas especialistas.

1. SOUTH AFRICA

Encontramos um informe do ano 1987, que relata o uso do neste país :

> "CAI has already made a considerable impact education and training in South Africa and clearly it here to stay. Teachers at all levels are becoming w informed about what it can do and schools and universit are increasingly using it wherever suitable courseware available. Several universities have established CAI l and others plan to do so shortly.

However, the greatest benefits will be derived from those projects which are seeking to bridge the many gap in our educa tional system that exist between the various racial groups." (Oberem, 1987, pag. 102).

Em outra parte de seu informe, fala da utilização do PLATO, nas universidades, escolas técnicas e até na indústria. Nas escolas de primeiro grau, geralmente se utiliza o LOGO. Na Universidade de Grahamstown, além do uso do PLATO, tem pequenos equipes construindo programas em ICAI.

2. TAIWAN

No artigo 'CAI IN TAIWAN: STATE AND PROBLEMS', o professor Wu relata as dificuldades do hardware para a entrada e saída de dados em caracteres chineses. Reporta o uso do PLATO e algumas versões para computadores pessoais.

"In the ten years, CAI has attracted the attention of schools at every education level, as well as governmental agencies and the computer industry. Currently there is no hardware specially designed for Chinese Cai." (Wu, 1987, pag. 104).

3. BAHRAIN

Neste país árabe, apresentam-se dificuldades muito semelhantes ao Taiwan, no sentido da entrada e saída dos dados, o artigo informa:

"A pilot project for the introduction of computers in the secondary schools of Bahrain has been recently started by the Gulf Polytechnic consulting team for the Ministry of Education in Bahrain." (Qasim, 1987, pag. 107).

Mais adiante no artigo relata os resultados do projeto e do entusiasmo dos professores e alunos que participaram.

4. JAPON

No Japão as pesquisas e a utilização do CAI principia na década de 60 em universidades, centros de pesquisa e em empresas

de computação.

> "The Monbusyo (Ministry of Education) in Japan has just invested US$12.5 million to investigate and make recommendations about how to use personal computers in schools. Moreover, the Computer Education Center (CEC), supported by the Monbusyo and the Ministry of International Trade and Industry (MITI), was established in 1986. In this way, new themes in education arise as a result of educational methods using new technologies, especially CAI and curricula for computer literacy for children." (Okamoto, 1987, pag. 114).

Eles estão usando LOGO em jardim da infância e tem escrito lições em LISP, PROLOG. Também tem utilizado linguagens como o PASCAL.

5. INGLATERRA

Hubbard(1988, pag. 7-10), informa que o CAL inicia-se na Inglaterra em 1967 com a criação do National Council for Educational Technology que promoviu um projeto a nível nacional em tecnologia educativa,desenvolvido de 1973 a 1977 o informe conclue:

> "The Report emphasizes that CAI must complement standard teaching techniques, stresses the need to be on-line makes reference to authoring languages and BASIC, and recognizes the educational potential of artificial intelligence".

A nossa proposta do uso do computador na escola relaciona-se com as materias do curriculum. A escola pode equipar-se com microcomputadores sem integra-los às atividades do currículo, deixando seu uso à margem das aulas habituais, criar uma sala de computação onde os alunos reunem-se para intercambiar dados, software, formando um clube de informática e também para fazer uso do computador com um processador de texto, com um gerenciador de arquivos, para ajudar-lhe nas tarefas de pesquisa escolar, com programas gráficos para implementar maior

versatilidade as suas tarefas de ciências e matemática, ou simplesmente reunir-se para elaborar programas com linguagem estruturados e com facilidade para a programação lógica. Bright relata o uso de uma folha eletrônica para o ensino da aritmética na escola básica (1989, pag. 52- 55). Como um exemplo do tipo de software que os alunos podem utilizar sozinhos e que os ajudaram no desenvolvimento de suas disciplinas estão:

1. MICROCALC série 3.0

O MicroCalc contém 34 módulos interativos, cobrindo quase todos os tópicos dos cursos de cálculo diferencial e integral. Os módulos estão interrelacionados através da partilha dos dados funções. Numerosas rotinas asseguram resistência a erros. Muitos módulos gráficos permitem sobreposição de curvas, ampliações e reduções. A maior parte do MicroCalc foi testada na sala de aula.

O prof. Harley Flanders, é autor do MicroCalc e também é autor de vários livros de cálculo. Os objetivos do programa são: a) fornecer uma ferramenta para experiências de cálculo diferencial e integral, fornecendo assim um ambiente de laboratório para o ensino do cálculo; b) remover os cálculos repetitivos, liberando assim tempo para a aprendizagem dos conceitos e aplicações do cálculo; c) fornecer uma ferramenta para a verificação dos resultados dos cálculos manuais. d) fornecer com facilidade gráficos que normalmente tomariam muito tempo.

Os conhecimentos de computadores que precisamos para trabalhar com o programa são estremamente mínimos, são aqueles de ligar o computador, inserir o disco e conhecer o teclado. A

documentação do programa é práticamente desnecessária. E a sintaxe de escrita do aluno é tão próxima da utilizada na sala de aula, quanto possível.

3. MATHCAD

E um programa que auxilia no cálculo matemático, isto inclui cálculo de soluções de equações diferenciais, integrais, solução de equações e também pode ser utilizado como um processador de palavras com fines científicos, facilita a escrita de fórmulas, símbolos, notação matricial, e mais algumas atividades que o uso irá destacando.

Mas este aprendizado independente, que assinalamos anteriormente, pode ser ruim para a escola e os professores, no sentido que os nossos alunos estarão aprendendo conteúdos que estão mais de acordo com o momento da sociedade em que eles vivem do que a maior parte dos conteúdos que a escola costuma transmitirlhes; o perigo esta na escola adquirir uma etiqueta de transmissora de conteúdos obsoletos e alheios a sociedade em que se desenvolve. O importante é que estos clubes de informática sejam promovidos pela escola e estimulados pela atividade na sala de aula de cada professor (Se o professor conhece o software, poderá facilmente aplicá-lo no seu curso).

A outra possibilidade é integrar o computador nas atividades normais, modificando, pois, as estratégias habituais de ensino, neste sentido fica a decisão de utilizá-lo como um auxiliar do ensino ou como um ensino pelo computador.

> "En caso de ignorar las escuelas de educación general a la computadora como factor de cambio de la realidad social, atraerán sobre sí con razón el reproche de ser ajenas al mundo." (Bussmann, 1989, pag. 81).

3.3.2 USO NA SALA DE AULA

Antes de apresentar a nossa proposta do computador na sala de aula, demos uma olhada em alguns exemplos importantes em outros paises, inclusive no Brasil.

1. CALM

Iniciais de COMPUTER AIDED LEARNING PROJECT IN MATHEMATICS (CALM), informado por Beevers et alii (1988, pag. 43-47), o projeto consistia em pacotes de programas para o ensino do cálculo nas escolas de Engenharia, conservando a forma convencional do ensino do cálculo nas Universidades Escocesas.

Depois de uma avaliação eles estão trabalhando para a implantação de um ensino utilizando sistemas especialistas.

2. O CASO DE QUEBEC

Como resultado da pesquisa assinalam que o ensino por computador ainda é um fenômeno marginado. Geralmente com computadores pc-compatíveis, ou menores, que ficam em salas especiais ou nas salas de aulas. Muitas das atividades desenvolvidas são simplesmente realizados com intuito de educar para o computador (Chomienne, 1988, pag. 85-90).

3. USO DE UMA BASE DE DADOS NA SALA DE AULA

Descreve-se a utilização do DATAMONDO, que é um administrador de arquivos. Os arquivos são gravados com antecipação e contém informações das áreas de humanas. Os arquivos correspondem às clasificações internacionais e contém artigos dos jornais italianos. O propósito é incentivar as atividades de

pesquisa dentro da sala de aula (Degl'Innocenti, 1988, pag. 157-162).

4. CENTRO EDUCACIONAL DE NITEROI

"Realizamos, no Centro Educacional de Niterói uma experiência muito interessante, que se mostrou válida: com o objetivo de corrigir uma dificuldade que os alunos apresentavam na operação da divisão, construi-se um conjunto de programas lúdicos que iam paulatinamente introduzindo os pré-requisitos necessários à divisão" (Dalledonne e D'Ambrosio, 1987, pag. 37).

5. ENSINO DA LINGUA PORTUGUESA

Dentro do projeto Ciranda da Embratel, iniciado em 1982, desenvolve-se uma pesquisa para determinar as possibilidades da aplicação do computador no ensino de disciplinas curriculares.

Os autores relatam os objetivos do projeto:

" não se pretende ensinar a ler e escrever usando o computador, mesmo que isto seja possível. Mas uma vez alfabetizado o aluno, nada impede que este instrumento seja utilizado para o que, a nosso ver, seria a finalidade do ensino de língua materna: a tomada de consciência dos mecanismos lingüísticos léxicos-semânticos, morfossintáticos e gráfico-fônicos, que fazem de uma língua o que ela é. Sem esquecer, nunca, o variado contexto sociocultural em que a língua está imersa e do qual é um fator formador-informador essencial." (Marques et alii, 1986, pag. 45).

6. DESENVOLVIMENTO DO SOFTWARE EDUCACIONAL

O autor desenvolveu uma versão do SAB para computadores da família Apple.

O SAB é uma tentativa de dar uma resposta brasileira a algumas indagações sobre as formas de aplicação do computador a educação sem diminuir a importância das demais linhas de trabalho, mas procurando auxiliar o professor na organização, elaboração e transmissão de conteúdos programáticos (D'Ipolitto, 1987, pag. 40-43). Um pouco nesta linha de ação, Ieffa (1987, pag. 20-26), faz a proposta do uso do computador para a produção

de material didático.

Agora a nossa proposta para o computador na sala de aula, é de dar a utilização do computador um caráter socializante, não pensamos em um computador para cada aluno, mais em um computador por sala de aula. No princípio pode acontecer que todos os estudantes precisem utilizar o computador ao mesmo tempo, mas depois ele chega a tornar-se parte das atividades normais da sala de aula. O computador pode ter informações arquivadas em uma base de dados dinâmica e acessada em linguagem natural. Pode ser utilizado também como auxiliar em cálculos e desenhos, nas aulas de matemática. Com a construção de sistemas especialistas pode ajudar na resolução de problemas.

Uma outra atividade a que nós referimos no parágrafo anterior, é a simulação, pois o computador:

> "presta-se a simulação em um sentido amplo, não limitada a fenômenos da física e da química, sobre os quais o aluno pode atuar alterando fórmulas ou parâmetros. Conceitos lingüísticos, matemáticos, geográficos e muitos outros podem tornar-se mais 'perceptíveis' quando são explorados estes atributos do recurso." (Marques et alii, 1986, pag 36).

> "En un simulador, como el nombre lo dice, se espera que el comportamiento de aquello que se simula está reflejado en la operación del sistema. Alguien, el profesor o quien conoce muy bien la naturaleza de ese algo y las leyes que rigen su funcionamiento, programa la máquina. Esto incluye caracterización de las reglas de funcionamiento y de los estados en que puede estar el sistema, mas no la prescripción de una forma única para abordar el sistema." (Galvis, 1986, pag. 268).

Mais uma atividade que contribuiria com a socialização, é interligar as salas de aulas via os computadores e até com outras escolas, facilitando o intercâmbio de resultados entre distintas turmas.

Até este momento não falamos da educação especial Dalledonne e D'Ambrosio, (1987, pag. 39) reportam o trabalho de J. A. Valente na UNICAMP com deficientes psicomotores utilizando a linguagem Logo, e os resultados revelam-se excelentes.

> "The computer may facilitate teaching and other forms of communication with speech and language handicapped children. The hearing impaired, as well as mentally retarded and autistic children, may find CAI beneficial." (Hagler, 1987, pag. 87).

3.3.3 ENSINO PELO COMPUTADOR

Acho que em todo o capítulo temos falado deste tema, o ensino pelo computador, das limitações metodológicas do sistema e das implicações sociais. A nossa proposta é um ensino auxiliado pelo computador, pois representa a forma mais comum do uso do computador pelo resto da sociedade. Ele auxilia as atividades do homem.

O parecer de Marques e colegas sobre as limitações do uso do computador:

> "O computador sofre, pela sua concepção matemática binária, de uma limitação que pode ser definida como limitação da resposta. Ao converter toda e qualquer entrada de dados em códigos numérico, só pode lidar com informações precisas, não ambíguas, como sim e não ou certo e errado. Da mesma forma, só pode devolver informações deste tipo. evitar esta limitação é um grande desafío para o educador." (Marques et alii, 1986, pag. 38).

Estas limitações de respostas únicas e de escrita muito exata, estão sendo resolvidas pela inteligência artificial, onde o computador pode esperar mais de uma resposta e pode interpretar, até um limite, a palavra que o aluno quis escrever.

A maior parte do software educacional que se produz hoje em

dia está dentro da criação de sistemas especialistas, para o auxílio na sala de aula. Basta ver os últimos números das revistas especializadas em ensino por computação e as de tecnológia educativa, para constatar este fato. Vejamos só mais um exemplo: Cabrol et alii (1988, pag. 241-246) apresentam o computador como um colega interativo na resoluçao de problemas de espectroscopia. O programa faz que o estudante chegue a sua própria solução. Utiliza prolog II e trabalha em pc-compatíveis e Macintosh.

Estamos completamente de acordo com Almeida quando fala que:

> "Os programas únicos e os grandes bancos de dados, em geral, não representam os verdadeiros triunfos do computador para a educação. Antes, o que se poderia propor é a sua utilização para o desenvolvimento de novas lógicas e habilidades mentais, como também, por exemplo, direcionar o seu uso para a formação de esquemas antecipatórios para a solução de problemas." (Almeida, 1987, pag. 39).

Fica então uma última recomendação para o processo de atualização dos professores, que é a proposta do prof. D'Ambrosio:

> "Parece-nos essencial abrir centrais locais de apoio projetadas para proporcionar acompanhamento permanente aos professores, para manter software atualizado e para encorajar experimentos em ensino." (Dalledonne e D'Ambrosio, 1987, pag. 77).

CAPITULO 4

MODELOS DE ENSINO DE RESOLUÇAO DE PROBLEMAS

> "Un **gran descubrimiento** resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimirle una huella imperecedera en la mente y en el carácter."(Polya, 1975, pag. 7).

4 MODELOS DE ENSINO DE RESOLUÇAO DE PROBLEMAS

Ensinar a resolver problemas é uma tarefa difícil para o professor de matemática.

> "There are two basic schools of thought in problem solving: **behaviorist** and **information processing**. The behaviorist approach deals with the stimulus (input) response (output) aspects of problem solving. The information processing approach deals with the process that intervenes between input and output and leads to a desired goal from an initial state." (Rubinstein, 1975, pag. 30).

Tentamos apresentar neste capítulo o trabalho de duas escolas e fazemos notar, no capítulo 5, como elas complementam-se, na forma que a inteligência artificial tenta amplificar a inteligência humana e o papel que se lhe da no processo de resolução de problemas.

Apresentamos só alguns modelos, alguns deles tem sido testados nas escolas e o último deles é utilizado em inteligência artificial. Não pretendemos que os modelos apresentados, sejam

os melhores ou que sejam os únicos, mas simplesmente são os que, a nosso juízo, apresentam situações realizáveis na sala de aula. O primeiro deles se apresenta principalmente pelo seu caráter histórico e deve-se a G. Polya, um dos primeiros matemáticos deste século que interessou-se pelo ensino de resolução de problemas. Os outros modelos correspondem a professores mais recentes que, de alguma maneira, partem dos princípios que foram estabelecidos por Polya.

4.1 MODELO DE POLYA

Ele propõe 4 etapas necessárias para resolver um problema: 1. compreender o problema, ou seja, ler entendendo, determinar os dados, determinar a incógnita. 2. Conceber um plano; perguntar: já resolveu algum problema semelhante?; algum problema parecido?; algum problema relacionado?; existe algum teorema que possa lhe ajudar?; 3. Desenvolvimento do plano, ou seja, ao realizar o plano comprove cada um dos passos, pode ver claramente que o passo é correto?; pode fazer a demonstração?; 4. Examinar a solução obtida, ou seja, ao substituir a solução no problema, ela é lógicamente possivel?; matemáticamente, é correta?

Polya apresentou o processo heurístico, que timidamente referia-se:

> "Esta clase de estudio, llamado **heurístico** por algunos autores, si bien no está de moda en nuestros días, tiene un largo pasado y quizá un cierto futuro"(Polya, 1975, pag.9).

Falo timidamente, pois hoje, no campo de resolução de problemas, da Inteligência artificial, utiliza-se muito o método

heurístico e ainda mais, com frequência cita-se o livro de Polya, como um dos primeiros neste campo (Rich, 1988, pag. 43).

> Agrega Polya "La heurística tiene múltiples ramificaciones: los matemáticos, los logistas, los psicólogos, los pedagogos e incluso los filósofos pueden reclamar varias de sus partes como pertenecientes a su domínio especial" (Polya, 1975, pag. 9).

Procurando definir heurística, Polya leva-nos a lembrar de Pappus, matemático grego, que no seu livro sétimo de suas Collectiones, trata do tema chamado "analyomenos", que Polya traduz como:

> "tesoros del análisis, o arte de resolver problemas o heurística... Lo que sigue es una adaptación libre del texto original. La heurística para llamarla por su nombre, es un resumen, una doctrina especial para uso de aquellos que, tras haber estudiado los elementos ordinarios, desean dedicarse a la solución de problemas matemáticos; no sirve más que para esto. Es la obras de tres hombres, Euclides, autor de los Elementos, Apollonius de Perga y Aristaeus el mayor. Enseña los métodos de análisis y síntesis" (Polya, 1975, pag. 133).

> Para esclarecer estes termos, Rubinstein fala: "The design of a house is a synthesis problem, while the solution of three simultaneous equations in three unknowns is an analysis problem." (Rubinstein, 1975, pag. 7).

Na adaptação livre do texto, assinala Polya que Pappus falava de problemas de geometria, que ele generalizou a problemas de Matemática. Nestos dias Rich (1988, pag. 43) assinala que Polya trabalhou só com problemas de matemática, embora os conteúdos sejam aplicáveis a diferentes tipos de problemas.

> Resume Polya que a heurística: "Tenía por objeto el estudio de las reglas y de los métodos del descubrimiento y de la invención. Heurística como adjetivo significa 'servicio al investigador'"(Polya, 1975, pag. 101-102).

Neste ponto ele refere-se a heurística como uma ciência antiga, e por isto ele define a heurística moderna como aquela ciência que:

"trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. ... Un estudio serio de la heurística debe tener en cuenta el transfondo tanto lógico, como psicológico" (Polya, 1975, pag. 102).

Precisamos então delimitar um raciocínio heurístico, como "un razonamiento que se considera no como definitivo y riguroso, sino simplemente como provisional y plausible y cuyo objeto es descubrir la solución del problema propuesto"(Polya, 1975, pag. 173).

A base do raciocínio heurístico são a indução ou analogia. Para reforçar este tipo de raciocínio, Polya construiu o silogismo heurístico, da forma seguinte:

Se A então B

B verdadeiro

A mais factível.

Nos lembra o modelo clássico do raciocínio demonstrativo que recebe o nome de "modus tollens de silogismo hipotético"

Se A então B

B falso

A falso.

Os dois modelos tem a primeira premissa igual, diferem nas segundas em valor de verdade, mas tem a mesma natureza lógica. As conclusões apresentam a maior diferença, situa-se em diferentes níveis lógicos e as relações com suas premissas é de uma natureza lógica diferente.

"La conclusión del silogismo demostrativo, de igual naturaleza lógica que las premisas, se expresa por completo y está totalmente basada en ellas... Por el contrario, la conclusión del silogismo heurístico difiere de las premisas en su naturaleza lógica; es mas vaga, menos decisiva, expresada de modo no del todo completo. ... En el silogísmo heurístico, las premisas no constituyen más que una parte de la base sobre la cual descansa la conclusión, la parte completamente expresada, la parte 'visible'; queda una parte

no expresada, invisible, que la constituye otra cosa, sentimientos inarticulados quizá o razones sin formular"(Polya, 1975, pag. 111-113).

Tentaremos ampliar cada uma das etapas propostas no modelo de Polya.

I COMPREENDER O PROBLEMA

A. Qual é a incognita?, B. Quais são os dados?,
C. Qual é a condição

II ELABORAÇÃO DE UM PLANO

A. Determinar a relação entre dados e incognita.
B. Considerar problemas auxiliares.
c. Construir o plano de solução.

III DESENVOLVENDO O PLANO

A. Verifique continuamente.

IV EXAMINAR A SOLUÇÃO OBTIDA

A. Os resultados obtidos satisfazem a solução?
B. Os resultados conservam o sentido no problema?

figura 4.1

1. COMPREENDER O PROBLEMA

Junto com o requisito de compreender o problema está o de ter vontade de resolver o problema. Para resolver as duas situações é preciso que o professor faça uma apresentação adequada do problema que seja apropriada ao grupo de alunos que tem. Também tem muita importância na compreensão, a vontade de resolver o problema e as experiências que o aluno tem em situações

anteriores.

Quanto à compreensão do problema, o professor deve dar leitura ao problema, leitura clara destacando os fatos chaves, e logo pedir ao aluno que resuma o problema. E necessário que o professor faça perguntas como: qual é a incógnita?; quais são os dados?; qual é a condição?

> "Si el alumno emplea la misma pregunta varias vezes con buen resultado, sin duda se fijará en ella y a ella recurrirá cuando se encuentre en un caso similar. Si se hace esa misma pregunta varias veces, acabará tal vez por deducir la idea exacta. Mediante tal éxito, descubrirá la manera correcta de emplear la pregunta y será entonces cuando realmente la habrá asimilado. ...Si el maestro quiere desarrollar en sus alumnos el proceso mental que corresponde a las preguntas y sugerencias de nuestra lista, debe emplearlas tantas veces como vengan al caso de un modo natural."(Polya, 1975, pag. 27).

O aluno tem que familiarizar-se com o problema e trabalhar para uma melhor compreensão dele. A compreensão do problema é uma etapa vital em todo o processo de resolução do problema, pois é inútil tentar responder uma pergunta que ainda não se compreende.

2. ELABORAÇAO DE UM PLANO

Temos um plano, quando construímos, ainda que em rascunho, o algoritmo que nós levara à solução do problema. O essencial na resolução do problema é conceber a idéia do plano, um esboço do algoritmo a utilizar, ir enriquecendo esta idéia até tornar-se uma idéia brilhante. O melhor que o professor pode fazer é conduzir seus alunos a esta idéia brilhante, mas sem impô-la.

Para facilitar este trabalho é necessário fazer um inventário dos dados e das incógnitas que temos de encontrar e, des-

te jeito, ir formando todas as atividades necessárias para o algoritmo que estamos tentando construir. Outro processo que facilita a concepção do plano, é o de pensar num problema semelhante ou em algum problema que o aluno já tenha resolvido e que apresente similitudes com o atual. Também ajuda fazer um inventário dos teoremas e propriedades matemáticas que tem a ver com o problema. O professor deve ficar atento para sugerir ao aluno a procura de um problema semelhante.

Depois de utilizar problemas semelhantes, deve fazer-lhes a pergunta: tomaram em conta todos os dados?; fizeram uso da totalidade da condição do problema? E é neste momento, que se precisa fazer esta pergunta, para que eles possam retornar ao problema original.

3. DESENVOLVENDO O PLANO

E importante que antes de recorrer ao algoritmo já construido, o aluno fique completamente convencido de cada uma das atividades de seu algoritmo. Também que ao percorre-lo verifique, continuamente, se os processos empregados estão corretos. E tarefa do professor insistir para que seus alunos verifiquem cada passo, que possam ver com clareza que o procedimento empregado é correto e, em algumas ocasiões demonstrar o procedimento.

Parece ser esta a parte mais simples na resolução do problema, mas isto não justifica que seja realizada de forma descuidada, já que dos resultados obtidos nesta etapa, depende o êxito da tarefa.

4. EXAMINAR A SOLUÇAO OBTIDA

Duas perguntas são chaves nesta etapa: Os resultados obtidos satisfazem a condição?; ao substituir os resultados no

enunciado do problema, este conserva o sentido?; ou seja, é lógicamente possível?

Na minha experiência docente tenho encontrado alunos que ao calcular o eixo de deflação de uma viga de concreto simplesmente apoiada, obtem como resultado uma reta, contradizendo desta forma a plasticidade do material da viga. Também, com meus alunos de química, em ocasiões, há resultados que apresentam uma quantidade de soluto que não caberia no recipiente onde se encontra o solvente (como 50 quilos de sal em um litro de água). Os fatos são isolados, mas exemplificam, de forma mais que eloquente, a necessidade de enunciar em palavras a solução obtida e verificar se a mesma tem sentido. Muitas vezes, ainda que satisfaz a condição matemática, a solução em palavras não tem sentido, como foi o caso de um estudante de biologia quem fez um modelo (que foi programado para utilizar um computador) para determinar a altura de uma árvore de uma espécie dada em função da idade; mas ele não percebeu que com este modelo as árvores serviriam para viajarnos à lua, já cresceriam indefinidamente.

Depois que o resultado foi testado, o professor deve motivar seus alunos a pensar em generaliza-los, aplicar estes resultados em problemas gerais.

Agora tudo isto é um processo que precisa ser ensinado aos alunos, que deve ser planificado nas distintas etapas e atividades assinaladas por Polya, mas quais são as sinais de progresso?

> "Así pues comprender claramente la naturaleza de la incógnita constituye un progreso. Disponer juiciosamente

> los diversos datos de modo de poder acordarse fácilmente de todos ellos, puede ser otro. Visualizar con toda nitidez la condición en su conjunto indica tambien un adelanto importante; y separar la condición en elementos apropiados puede representar un paso decisivo. Cada vez que logremos encontrar una figura fácil de imaginar o una notación fácil de retener, podemos estimar con toda razón que hay progreso. El recuerdo de un problema que se relaciona al nuestro y que ya hemos resuelto puede ser un descubrimiento esencial que nos hará progresar en la dirección correcta."(Polya, 1975, pag. 109).

E assim, neste estilo, para cada uma das operações mentais concebidas corresponde um certo indício de progresso altamente significativo.

São muitos os pesquisadores que tem trabalhado no modelo de Polya, alguns deles tentando experimentar alguma das atividades que propõe. Tal o caso de Edward Silver, que trabalha sobre problemas semelhantes, e também de LeBlanc e colegas, que trabalham no papel do professor em cada uma das etapas do modelo de Polya. Os trabalhos fazem parte do livro Problem Solving in School Mathematics (Krulik, 1980). De uma ou de outra maneira, cada um dos autores consultados tem em suas bibliografia os livros de Polya.

4.2 MODELO DE KANTOWSKI

No livro de Krulik (1980), encontramos o artigo escrito por Mary Grace Kantowski, no qual ela indica que aprender a resolver problemas é um aprendizagem lento e que precisa de um grande período de tempo. Concorda com Polya em que a resolução de problemas é uma caraterística do ser humano e não só de alguns humanos.

Apresenta dois componentes essenciais para resolver proble-

mas: 1. Ter conhecimento dos modelos matemáticos relacionados; 2. Ter conhecimento do que é desconhecido dentro do problema. Também concorda com Polya em que a habilidade de resolver problemas consegue-se atravez da resolução de uma grande variedade de problemas. O professor deve ter uma atitude frente a cada tipo de problema e frente a cada grupo de alunos.

Divide aos alunos em 4 níveis de habilidade: Primeiro nível, os estudantes tem pouco ou nenhum conhecimento de como resolver problemas; Segundo nível, o aluno entende o significado de: resolver problemas, criação de uma estratégia e da estrutura matemática do problema; Terceiro nível, os alunos propõem estratégias diferentes as que tem sido utilizadas antes; Quarto nível, o aluno tem êxito na maioria das vezes em que calcula a solução de um problema. Tentaremos agora ampliar estas descrições, assim como destacar o papel do professor em cada nível.

1. PRIMEIRO NIVEL

Os alunos tem pouco ou nenhum conhecimento de como resolver problemas, da importância de uma estratégia ou da estrutura matemática do problema. Muitos alunos neste nível não sabem como começar a resolver o problema.

O professor faz o papel de um modelo, resolvendo alguns problemas, enfatizando muito bem as estratégias a utilizar e destacando todos os passos necessários, sem esquecer que quando se resolve um problema, não sempre inicia-se pelo caminho certo, muitas vezes existem falsas saídas.

2. SEGUNDO NIVEL

O aluno compreende o significado de: resolver um problema, criação de uma estratégia e da estrutura matemática do problema. Ele fica com disposição de seguir algumas estratégias, é capaz de sugerir alguns caminhos e ainda não tem confiança para desenvolve-los. Seu trabalho em grupos, na resolução de problemas, é ativo e eficiente.

O professor deve atuar como um ponto de apoio, dar-lhe algumas indicações como: a) começar com um caso mais simples; b) organizar a informação em uma tabela; c) procurar um caminho e d) generalizar os resultados. O professor permanecerá alerta para vigiar que o aluno não deixe o caminho iniciado. Os problemas devem ficar estruturados de forma que se possa esperar o êxito.

3. TERCEIRO NIVEL

Os alunos começam a ficar confortáveis com os problemas. Eles propõe estratégias diferentes das que são utilizadas anteriormente. Eles entendem e apreciam o problema e podem generalizá-lo.

O professor transforma-se em um provedor de problemas. O professor serve como um canal para estender os problemas e ajuda o aluno a relacionar as soluções dos problemas semelhantes. A meta é levar os alunos a um alto nível de análise e síntese mental.

4. QUARTO NIVEL

O aluno está disposto a selecionar estratégias adequadas e tem êxito na maioria das vezes em que calcula a solução de problema. Desenvolve um interesse na elegância e na eficiência das

soluções e desenvolve habilidades para a procura de soluções alternativas. Sugere variações a velhos problemas e fica na procura constante de novos.

O professor atua como um provedor de problemas e motiva constantemente os estudantes para que eles cheguem a criar problemas.

4.3 MODELO DE CHARLES E LESTER

> Lester fala:" There is in fact general agreement that problem solving is the most complex category in all human learning, so complex as almost to defy description and analysis." (Lester, 1980, pag. 29).

Os comentários de professores que tem dedicado muitos anos de sua vida de trabalho ao estudo e pesquisa de como ensinar a resolver problemas e da importância que isto tem no ensino da matemática, dá-nos nova força e novas luzes para fazermos nossa pequena contribuição nesta área de ensino. Do comentário anterior deduzimos o interesse que o tema representa para o Prof. Lester. Ele resume o resultado do seu esforço em seis etapas que estão interrelacionadas e que não necessariamente ocorrem sequencialmente:

> "(1) problem awareness, (2) problem comprehension, (3)goal analysis, (4) plan development, (5) plan implementation, and (6) procedures and solution evaluation" (Lester, 1980, pag. 33).

Na primeira etapa o aluno toma consciência do problema, de que existe alguma situação que ele tem que resolver; na segunda etapa o aluno compreende o problema, ele é capaz de ter uma visão geral do problema, é capaz de resumir o problema e leva em conta os distintos dados do problema; na terceira etapa, a

meta do problema pode ter que ser sub-dividida em sub-metas.

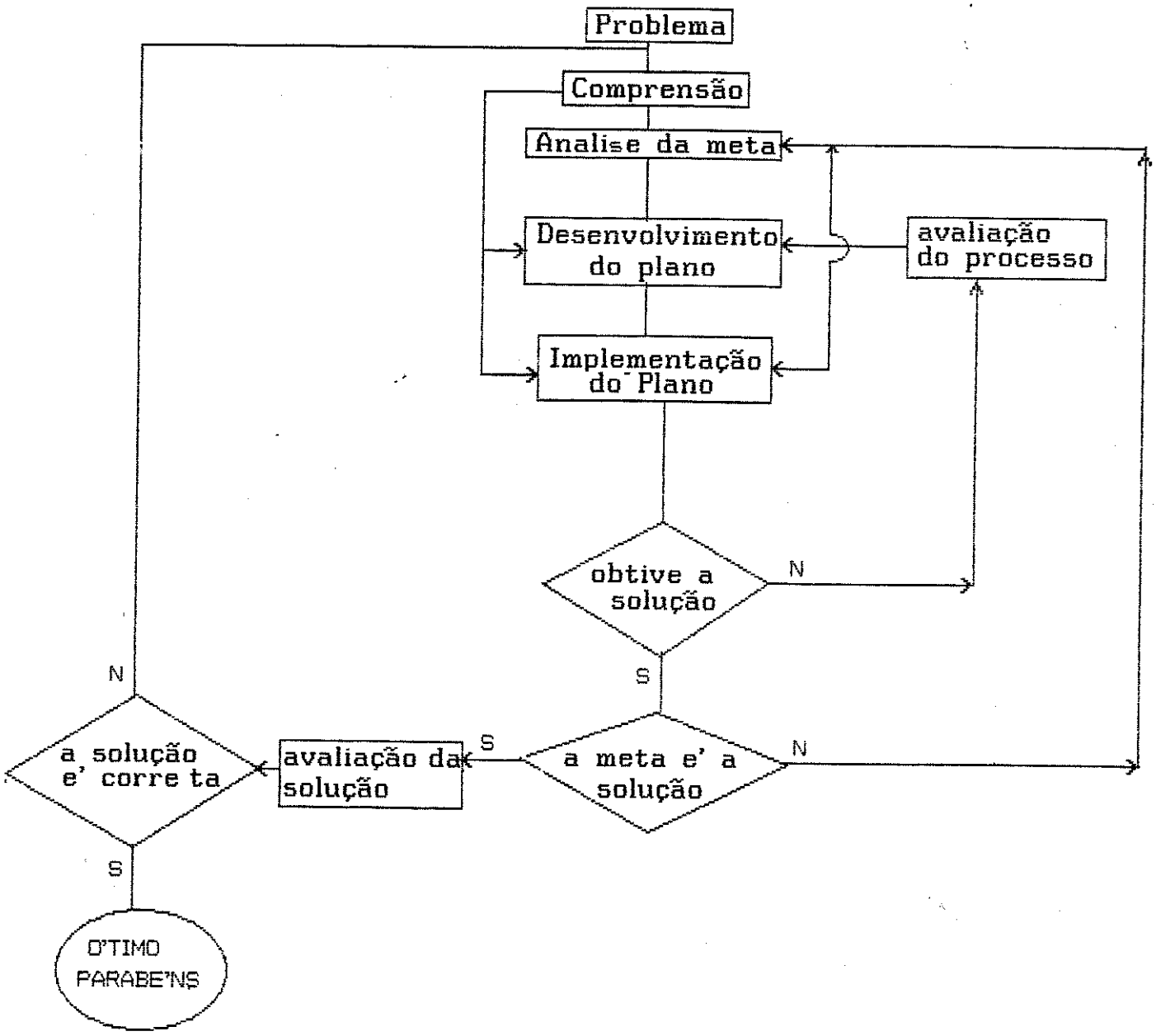


Figura 4.2

Em qualquer caso, tem que determinar-se a relação das distintas sub-metas. O fato de identificar sub-metas, assinala a compreensão do problema por parte do aluno. Identificar a

meta do problema, pode ser visto como uma tentativa de reformular o problema com as estratégias ou técnicas já familiares ao aluno. No desenvolvimento do plano, o aluno ordena as sub-metas, especifica as operações que precisa realizar e executa as estratégias. Já na implementação do plano, deve-se dar ênfase à necessidade de avaliar o plano, no momento em que ele está sendo utilizado. Na última etapa, que na realidade tem que ser desenvolvida em todo o processo de resolução de problemas, é avaliado o processo, os resultados e o plano. Avalia-se a resposta para verificar se ela faz sentido no problema.

Os professores Lester e Charles, escreveram um livro (Charles & Lester, 1982), no qual encontramos o modelo proposto por eles, assim como algumas estratégias para a atividade dos professores. Eles definem o problema da seguinte forma: Um problema é uma tarefa para a qual: 1. A pessoa que o confronta, deseja ou precisa encontrar a solução; 2. A pessoa não tem procedimentos prontos para calcular o solução; 3. A pessoa deve trabalhar ou ao menos tentar encontrar a solução. Temos que lembrar que o que é problema para uma pessoa, não é necessariamente problema para outra pessoa, pois há diferenças de conhecimentos, experiência, habilidade, interesses e muitos outros fatores.

O modelo pode ser dividido em três grandes etapas: 1. Entendendo o problema, ou seja, ler o problema, decidir que é o que estase tentando encontrar, encontrar os dados importantes [illegible]dos pelo problema; 2. Resolvendo o problema, ou seja, pr[illegible]rar um caminho, fazer um desenho, procurar e testar, fazer [illegible] lista, escrever o problema em poucas orações, fazer uma

tabela, utilizar um raciocínio lógico, usar objetos e fatos externos, trabalhar na solução para trás e simplificar o problema; 3. Responda o problema e avalie as respostas, ou seja, ficar seguro que utilizou toda a informação importante que tem o problema, verificar seu trabalho, decidir se a resposta tem sentido, escrever a resposta formando parte do enunciado do problema.

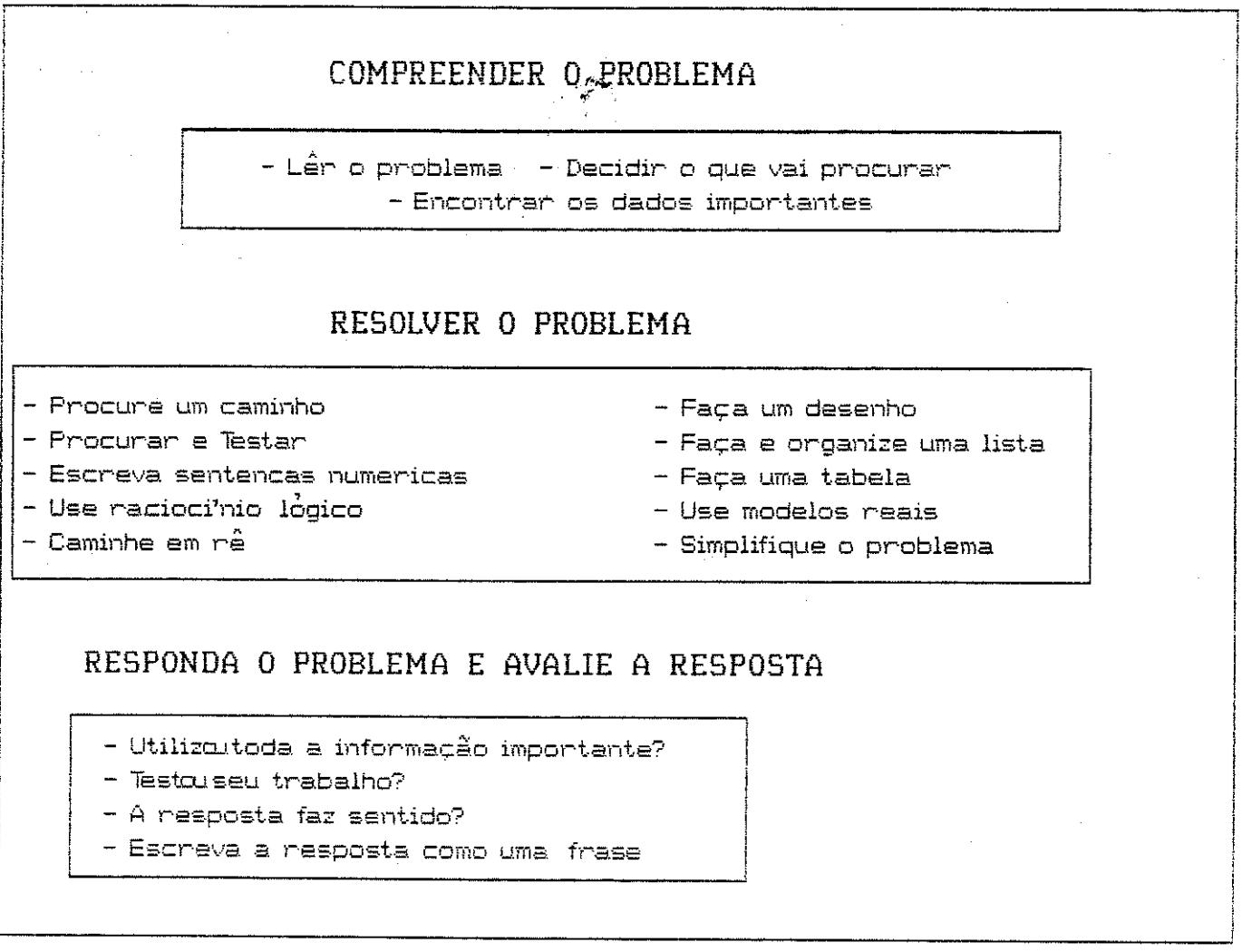


Figura 4.3

Notamos que o que Charles e Lester sugerem, nesta parte, tem a ver com o trabalho individual de cada aluno no momento de resolver um problema, ou seja, as atividades que podem utilizar para ajudar-lhes na resolução do problema. Agora precisamos ampliar cada uma destas etapas:

1. ENTENDENDO O PROBLEMA

Ler o problema, decidir o que se está procurando encontrar os dados importantes, apontados pelo problema. O professor faze perguntas que ajudem os alunos a entender o problema e o aluno deve ser capaz de dar uma resposta, ademais resume o problema com suas palavras. Se o trabalho realiza-se em grupos, um elemento do grupo faz as perguntas e outro leva em conta as respostas para que depois possam levantar um inventário do problema.

A atividade do professor antes de apresentar o problema aos alunos é muito importante, já que tem que preparar uma lista de problemas adequados a seus estudantes e, na apresentação do problema, deve formular as perguntas necessárias para ajudar na compreensão do problema e destacar as partes importantes. Outra atividade do professor é dar idéias das possíveis formas de resolver o problema sem identificar a melhor. Ao planejar as aulas, deve levar em conta não só a dificuldade do conteúdo matemático necessário, mas também, a sucessão adequada de estratégias de solução, de tal forma que o estudante tenha a oportunidade de utilizar cada estratégia de solução mais de uma vez e que também utiliza no transcurso da disciplina todas as estratégias possíveis. Entre outras, eles assinalam como estratégias de solução: fazer um desenho, fazer e organizar uma

lista, fazer uma tabela, elaborar um caminho, caminhar da solução para trás.

2. RESOLVENDO O PROBLEMA

É neste momento que o aluno faz uso das estratégias de solução, das quais falamos no parágrafo anterior. As atividades do professor nesta etapa são: a) observar e questionar aos alunos, para poder determinar em que etapa da resolução do problema encontram-se; b) prover pequenas ajudas, quando seja necessário, a fim de terminar com pequenos bloqueios; c) Motivar a procura de generalizações dos problemas, especialmente aos estudantes que finalizam primeiro; d) solicitar a seus estudantes que avaliem as soluções obtidas.

Para os estudantes eles sugerem que construam um plano para resolver o problema, partindo-o em várias partes e desenhando um plano para cada uma delas, e juntá-las para obter um plano que possa dar solução ao problema.

O professor de antemão determinou uma estimativa de tempo para esta etapa, assim como, as possíveis estratégias de solução a empregar.

3. RESPONDA O PROBLEMA E AVALIE A RESPOSTA

As atividades do professor para esta etapa são: a) mostrar e discutir as distintas estratégias desenvolvidas; b) relatar a solução de outros problemas que tenham utilizado estratégias semelhantes, para demostrar que as estratégias não são propriedades dos problemas; c) Ilustrar como os principais fatos do problema são realmente importantes na solução.

O aluno faz uma análise do seu trabalho, enuncia a solução em palavras e determina se a solução faz sentido, analisando se

utilizou os dados do problema.

É muito importante que no princípio do trabalho, ao iniciar o ano escolar, as experiências sejam relativamente fáceis, para que se otimize o êxito para a maior parte dos alunos.

Eles apresentam atividades para os professores e algumas reflexões como:

> "It is possible that the classroom instruction we provide for our children puts too much emphasis on action and not enough on thought." (Charles & Lester, 1982, pag. 13).

Dividem as atividades do professor em atividades antes, durante e depois do trabalho dos alunos e além de apresentar as atividades, dão o propósito de cada uma das atividades. Daremos um resumo delas:

ANTES

1. Atividade: Dê leitura ao problema, ou solicite a um aluno que leia o problema para todos. Discuta as palavras ou frases que os alunos não entendam. Propósito: Ilustrar a importância de ler o problema com muito cuidado e prestar atenção às palavras chaves que tem especial interesse na matemática e no problema.

2. Atividade: Use toda a classe para discutir o problema, tentando entende-lo. Utilize o guia para a resolução de problemas. Propósito: Dar maior importância as partes principais do problema e tentar clarificar as partes ainda não compreendidas.

3. Atividade: Discuta com toda a classe as possíveis estratégias de solução a empregar. Utilize o guia para a resolução de problemas (a atividade é optativa). Propósito: Destacar idéias para possíveis formas de resolver o problema.

DURANTE

4. Atividade: Observar e questionar os estudantes com o propósito de determinar em que parte do processo de resolução eles se encontram. Propósito: Identificar os estudantes que estão fortes ou que estão fracos na resolução de problemas.

5. Atividade: Dar dicas sempre que precisar. Propósito: Ajudar os alunos a quebrar as pausas no trabalho.

6. Atividade: Dar extensões do problema. Propósito: Estimular os alunos que terminam primeiro, a generalizar as estratégias de solução em problemas semelhantes.

7. Atividade: Pedir aos alunos que encontrem uma solução que responda o problema. Propósito: Pedir aos alunos que avaliem seus trabalhos.

DEPOIS

8. Atividade: Mostrar e discutir a solução, utilizar o guia para resolução de problemas na discussão. Propósito: Mostrar e nomear as diferentes estratégias utilizadas na resolução.

9. Atividade: Se possível relacionar o problema com problemas anteriores e discutir ou resolver extensões do problema. Propósito: Mostrar que as estratégias de solução não pertencem ao problema. Ajudar os alunos a reconhecer diferentes tipos de situações em que as estratégias podem ser utilizadas.

10. Atividade: Se considerar apropriado, discutir os principais fatos do problema. Propósito: Mostrar como os principais fatos do problemas, influenciam nas idéias dos alunos. (Charles & Lester, 1982, pag. 39-43).

Outra atividade muito importante é a avaliação do trabalho dos estudantes, em um livro mais recente, o Lester (Charles, Lester e O'Daffer, 1989) relata as dificuldades de uma professora que tinha organizado um programa para o ensino de resolução de problemas, mas não tinha mudado sua idéia quanto aos criterios de acerto do problema ou, mais ainda, não deve ser, propósito do professor os estudantes encontrem as respostas corretas, mas que eles encontrem distintas alternativas de trabalho e que eles encarem a resolução de problemas como uma atividade encorajadora, e agradável. O relato é muito interessante, assim como o resto do livro, que dá dicas aos professores quanto à avaliação do trabalho na resolução de problemas. Agregam eles:

"When the emphasis of instruction is getting correct answers, students and teachers often forget important process and attitudinal goals." (Charles & Lester, 1982, pag. 32).

Eles propõem um sistema de pontos para avaliar o trabalho do estudante, onde a resposta não é o fator mais importante. Avaliam três atividades: Entendendo o problema, resolvendo o problema e respondendo o problema. Na primeira parte de Entendendo o problema, eles dão os seguintes valores: 0 -A quem não interpreta o problema totalmente; 1 -A quem interpreta parte do problema; 2 -A quem compreende completamente o problema. Na segunda parte, resolvendo o problema: 0 -O aluno não apresenta um plano ou apresenta un plano totalmente desapropriado; 1 -O aluno apresenta um processo parcialmente correto baseado em uma interpretação também parcialmente correta do problema; 2 O aluno apresenta um plano que pode levar a uma solução correta senão ocorrer erros de cálculo. Em respondendo o problema: 0 -O aluno não deu resposta, ou apresentou uma resposta errada baseada em um plano errado; 1 - Há erros de translado, ou de cálculo ou respostas parciais em problemas que tem múltiplas respostas ou há erro na interpretação da resposta; 2 - Solução correta. (Charles & Lester, 1982, pag. 31-35).

Também é muito importante determinar os fatores que influem para ter éxito

" A wide range of factors influence success in problem solving. ... the problem, the problem solver, the problem solving processes, and the problem-solving environment." (Lester, 1980, pag. 37).

No primeiro fator, verifica-se a natureza do problema, os conteúdos matemáticos que ele necessita, a apresentação do pro-

blema (ele é fácil de ler, tem desenhos, etc). No caso da pessoa que resolve problemas, há várias características que devem ser levadas em conta, entre elas, os conhecimentos matemáticos, experiência anterior com problemas similares, habilidade de leitura, perseverança, tolerância das ambigüidades, capacidade de trabalhar sob pressão e muitas outras. No processo de resolução de problemas, verifica-se a forma que o aluno organiza e processa a informação, os tipos de estratégias que utiliza para desenvolver um plano, a forma de executar o plano e os métodos que utiliza para avaliar as atividades. Entre os fatores externos, temos o tempo que o aluno tem para resolver o problema, as condições nas quais tem que trabalhar e o nível de instrução anterior.

Lester lança a pergunta: Que faz o problema difícil? Sem pretender dar todas as respostas, ele indica entre as dificuldades, a complexidade do problema, o método de apresentação e representação do problema, familiaridade do aluno com métodos de resolução de problemas, habilidade para identificar soluções erradas e procedimentos incorretos, dificuldade de construir submetas, assim como fatores afetivos associados ao aluno e o problema (Lester, 1980).

A próxima pergunta que ele faz, é: Como podemos ensinar ao aluno a resolver problemas? Ele identifica três métodos distintos: a) O método que é proposto por Polya e que descrevemos na primeira parte deste capítulo; b) Lester propõe outro com 5 atividades: 1) que o aluno faça muitos problemas sem intervenção do professor; 2) ensine uma única estratégia de solução; 3) apresente um bom modelo de resolução de problemas e faça que os

alunos o utilizem; 4) ensine estratégias heurísticas; 5) faça combinações das quatro anteriores; c) O outro método que ele identifica é aquele em que o professor resolve um problema e os alunos resolvem outros parecidos e utilizam o mesmo plano de trabalho.

O livro deles termina com exemplos de planificação de aulas, de formas de preparar os materiais dos alunos e de um programa de resolução de problemas levando em conta várias aulas, vários problemas e cada uma das estratégias e modelos por eles propostos.

4.4 MODELO DE RUBINSTEIN

Consultamos o livro escrito por Rubinstein(1975),que inicia seu livro comentando que duas pessoas, utilizando as mesmas ferramentas de raciocínio para resolução de problemas, podem chegar a distintas soluções porque eles operam com distintos conjuntos de valores e suas condutas são diferentes. Ele considera que o fator cultural é muito importante na resolução de problemas. Ele também garante que o processo de resolução de problemas tem muito a ver com o processo de programação de computadores (na elaboração de programas). Fala Rubinstein que muitos psicólogos acreditam que o processo de resolução de problemas consiste nas etapas de: preparação, incubação, inspiração e verificação, o tipo de inspiração que levou a Descartes a descobrir as coordenadas cartesianas como a solução do problema que estabelecia a conexão entre a geometria e a álgebra

(Rubinstein, 1975, pag. 4). O seu modelo para a resolução de problemas começa com a discussão de duas dificuldades que apresentam-se em todas as pessoas, como : a) uso inadequado da informação; b) introdução de restrições desnecesarias. Logo dá alguns preceitos gerais, como: de uma visão geral do problema, pare seu juízo, use modelos, utilize distintas transformações equivalentes do problema, pergunte pela verdadeira pergunta e de um lugar à dúvida. E na parte final sugere alguns caminhos para a solução, como: caminhe para trás, generalize e especialize, procure alternativas quando elas parecem possíveis, utilize subestruturas estáveis na solução do problema, utilize analogias e metáforas, deixe-se guiar pelos emocionantes signos do sucesso, discuta seu problema, fale dele e escute construtivamente as idéias dos outros.

Tentaremos ampliar agora este esquema: Rubinstein distingue dois tipos de problemas: 1. Os problemas de sínteses, que partem de um estado inicial, necessitando de um processo para chegar até um estado de solução; 2. problemas de análise, que partem de um estado inicial e requerem transformações equivalentes e de suficiente conhecimento para chegar ao estado de solução.

1. Dificuldades

a) uso inadequado da informação. Argumenta esta dificuldade relatando o resultado de suas pesquisas e também das pesquisas de outros psicólogos, como Miller (Miller, 1956), que demonstrou que nossa unidade central de processo (nossa mente), tem uma memória real muito pequena, de apenas sete mais ou menos dois fatos isolados; e esta é a razão principal da primeira

dificuldade, já que muitas vezes quando não se tem uma imagem global do problema, as informações que apresenta-se-nos só parecem fatos isolados e então nosso processador não pode, processar todos os dados.

b) Introdução de restrições desnecessárias. Esta dificuldade aparece muitas vezes como resultado da nossa experiência anterior. Exemplificaremos com o seguinte problema: **Preciso formar 10 soldados em 5 filas de 4 soldados cada uma.**

Ao tentar formar os soldados da maneira que o exército faz, para um desfile militar, nós verificamos que faltam 10 soldados. Mas o problema está bem redigido e só se tem 10 soldados para formar 5 filas de 4 soldados cada uma.

Agora onde é que nós estamos introduzindo restrições a mais? No momento em que falamos em formar os soldados para uma marcha ou um desfile, estamos introduzindo esta restrição, ninguem falou que as filas fossem para um desfile, logo se quebramos este esquema, podemos tentar arrumar as filas de outro jeito. Se temos 10 soldados para distribuir em 5 filas de 4 soldados cada uma, percebemos que num arranjo de forma retangular, seriam necessários mais 10 soldados; logo cada soldado deve ser um elemento de duas filas distintas. Procuramos um esquema favorável e chegamos ao fato que precisamos colocar as filas sobre uma estrela colocando um soldado em cada um dos vértices e em cada uma das intercessões das filas

E muito importante ter presente esta dificuldade, mais ainda quando quase todos os outros autores recomendam fazer uma relação com os problemas semelhantes que o aluno já tem resolvido. Aqui

destaca-se, mais uma vez, o fato de determinar claramente o que é semelhante, para que esta similitude não passe por restrições desnecessárias.

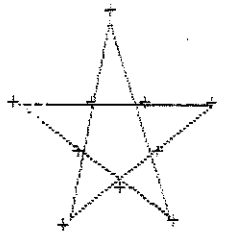


Figura 4.4

2. PRECEITOS GERAIS

Os preceitos destacados são alguns dos que tem-se encontrado como resultado da pesquisa de laboratório de Psicologos e Pesquisadores no campo de resolução de problemas, destacando entre outros: a). **Imagem total** quando se pode dar uma imagem total do problema, praticamente já o compreendeu. Ademais permite que os dados que ao princípio são isolados, passem a ter relação eliminando-se a primeira das dificuldades que se apresenta. b) **Detenha seu juízo** muitas vezes é necessário deter-se ante a primeira idéia, ou seja, não iniciar a procura da solução a partir da primeira idéia, mas fazer um inventário de outras alternativas, trabalhar todas e analisar o progresso obtido com cada uma delas. c) **Utilize modelos,** utilize a linguagem e resuma o problema, utilize modelos gráficos e modelos matemáticos, utilize modelos concretos para representar o problema. d) **Troque de representação,** esta parte é tão variada que tem muitas opções para se trabalhar, por exemplo muitas vezes é muito mais fácil trabalhar um problema com coordenadas polares

que com coordenadas retangulares, e muitas vezes nossos problemas de geometria ficam mais fáceis com um pouquinho de álgebra vetorial, em resumo, nós temos que utilizar transformações regulares de nosso problema, procurando sempre uma representação equivalente com a qual se tenha maior facilidade de trabalho, digamos o que fazem as transformadas de Laplace com as equações diferenciais, que as transformam em equações algébricas. e) **Pergunte pela pergunta do problema,** a linguagem é uma ferramenta muito forte, ao perguntar pela pergunta do problema, o aluno adquirirá maior compreensão quanto ao que procura como a solução do problema. Comente a pergunta do problema com o professor e com os colegas. f) **De um lugar à dúvida:** questionar o que se tentou fazer na resolução do problema pode conduzí-lo a outra estratégia mais elegante, ou mais fácil ou mais geral, em resumo, o conduze a melhorar a sua solução. Dar um lugar à dúvida, também pode levá-lo a descobrir restrições que o aluno tenha-se imposto e que não fazem parte do problema. Dar um lugar a dúvida pode também, levar-nos a descobrir alguns erros que estamos cometendo.

3. CAMINHOS PARA A SOLUÇAO

Os caminhos apresentados não estão em uma freqüência ou ordem específica, só apresentam caminhos que são utilizados em algum problema. a) Caminhe em ré. E muito utilizado, especialmente nos problemas de demonstrações e também muito útil nos problemas com resposta. O fato é, caminhar da resposta do problema para trás, até chegar aos dados do problema. Charles e Lester também recomendam este processo e Polya o define como

"razonamiento regresivo o método del análisis"(Polya, 1975, pag. 174), isto, continuando com as definições de Pappus. Mais adiante agrega Polya: "Hay con toda seguridad algo profundo en el método. Hay que vencer cierta recistencia psicológica para poder dar media vuelta y, partiendo de la meta, trabajar hacia atrás en lugar de seguir el camino directo hacia el fin deseado. A fin de descubrir la sucesión de operaciones apropiadas, nuestro intelecto debe seguir un orden exactamente inverso al orden real." (Polya, 1975, pag. 178)

b) Generalize ou especialize. Em distintos momentos podem empregar-se os dois caminhos no mesmo problema, primeiro especialize-se, para reduzir a sua condição em número de variáveis. Logo para resolver o problema faça uma generalização, considerando toda uma família de problemas do mesmo tipo; c) Explore alternativas: Bruner(1971) apresenta como uma das principais estratégias para o ensino de resolução de problemas a necessidade de motivar os alunos a utilizar distintas alternativas na solução. Nós temos muitas vezes um mesmo problema que pode ser resolvido utilizando distintas ferramentas matemáticas e é muito educativo, que os alunos resolvam os problemas por distintos métodos; pode ser que o aluno apresente distintas alternativas (não necessáriamente todas levam a solução do problema) e é muito educativo que ele encontre as razões pelas quais umas alternativas dão certo e outras não; d) Utilize sub-estruturas: isto é dividir o problema em várias partes, resolver cada uma delas e juntar as partes para construir um algoritmo que levara a solução do problema. E por isto que se pede que sejam sub-estruturas estáveis, ou seja, que os resultados obtidos sejam válidos no contexto do problema; e) Utilize analogias e metáforas: fala Rubinstein que uma analogia fornece um modelo que serve como guia para identificar os elementos do problema como

parte de uma estrutura mais completa. A analogia descreve a estrutura do problema em termos familiares para o estudante. As metáforas ajudam na compreensão do problema; f) Sinais de sucesso: existe uma espécie de sentido especial que se faz sentir quando estamos próximos da solução. E este sentido especial que a juízo de Rubinstein, deve nos guiar.

4. DISCUTA O PROBLEMA

a) Fale do problema. Na medida que você fala do problema, este é cada vez mais compreendido por você. b) Escute as Idéias. Isto ampliará o conjunto de alternativas a testar e, em muitos casos, reformulará o que o aluno já tem iniciado.

4.5 MODELO DE SCHOENFELD

O livro Mathematical Problem Solving, apresenta uma metodologia para ensinar a resolver problemas, os informes das pesquisas realizadas pelo professor Schoenfeld e nas quais se baseia a sua teoria. Ademais o livro é muito rico em bibliografia e referências. Ele principia por propor que para se ter éxito na resolução de problemas, o aluno deve ter um bom fundamento dos conhecimentos matemáticos, conhecimentos que ele chama de fontes, que são próprias de cada aluno. Ele assume que todo estudante tem uma adequada fonte e o que precisa é de suficiente pratica para utilizá-las na resolução de problemas, ou seja, ele precisa de regras heurísticas que se aplicam de forma geral aos problemas a fazer e, deste jeito, utilizar as fontes que ele tem. Precisa também de um processo de controle, controle de seus procedimentos e de suas respostas aos problemas. Por

último, o aluno precisa desenvolver um "sistema de confiança" (tradução livre de 'belief systems'), que construa nele um processo de emprego das fontes, as regras heurísticas e os processos de controle e que tudo isto passe a ser um processo confiável dentro dele (Schoenfeld, 1985).

4.5.1 FONTES

Conhecimentos matemáticos que o aluno tem e que podem-lhe ajudar a trabalhar com o problema. Intuição, conhecimentos informais, algoritmos, rotinas não algorítmicas e conhecimento de regras de trabalho no domínio do problema. "Resources are the foundations upons which problem-solving perfomance is built" (Schoenfeld, 1985, pag. 46). Mais, qual é a natureza deste conhecimento? Como é que este conhecimento é organizado e utilizado pelo aluno? Ele propõe três tipos de uso das fontes; 1) Uso rotineiro a conhecimento pertinente; 2) fontes de amplo espectro, e 3) fontes inválidas e caminhos errados.

1. USO ROTINEIRO DE CONHECIMENTO PERTINENTE

Discute três tipos de uso rotineiro: a) A habilidade do grão Mestre de xadrez, que tem capacidade de levar 40 ou mais partidas simultâneas, é claro que ele quando passa de um tabuleiro a outro não refaz as jogadas de cada tabuleiro, ele mantêm na mente 'blocos' de jogadas. Para definir o 'bloco' (de novo tradução livre da palavra 'chunk'), ele cita a Simon:"A chunk is any perceptual configuration (visual, auditory, or what not) that is familiar and recognizable... For an expe-

rienced chess player, a "fianchettoed castled Black King's position" is a chunk, describing the respective location of six or seven of the black pieces.(Simon, 1980, pag. 83)"(Schoenfeld, 1985, pag. 49), fala Schoenfeld, que um mestre de xadrez tem aproximadamente 50000 'blocos' guardados na memória, para serem utilizados em jogos rotineiros. Agora o que tem isto a ver com resolução de problemas,

> "so many the routine competence of the mathematician be based on a comparable mathematical vocabulary of perceptual chunks learned trough the years"(Schoenfeld, 1985, pag. 50).

O propósito é de formar em nossos alunos estes 'blocos'de conhecimentos consistentes em: além de simples fatos, definições, teoremas propriedades, de algoritmos e regras de decisão. b) A habilidade do professor de matemática que só dá uma olhada em um problema de sua especialidade e resolvê-o no ato.

> "(1) People can categorize problems into types ... (2) People can categorize problems without completely formulating them for solution..(3) People have a body of information about each problem type which is potentially useful in formulating problems of that type for solutions... (4) People use category identifications to formulate problems in the course of actually solving them. (Hinsley et al., 1977, p. 92)" (Schoenfeld, 1985, pag. 50).

As pessoas constróem esquemas de pensamento que são os que aplicam a distintas situações. Os alunos geralmente olham um problema e procuram por um esquema que possa-lhes ajudar. c) Habilidade que a maior parte das pessoas tem, de fatos comuns, como a rotina para tomar o café da manhã, ou a rotina de por em marcha o automóvel. Para este tipo de estrutura de dados, os especialistas de inteligência artificial, freqüentemente utilizam um frame (frame é uma estrutura de dados utilizada para

representar certo tipo de situações, é utilizada em inteligência artificial).

2. FONTES DE AMPLO ESPECTRO

Há uma grande variedade de fontes que contribuem na resolução de problemas, um conhecimento informal e intuitivo da matéria que trata o problema, fatos, definições e coisas equivalentes, processo algorítmicos e rotinas.

3. FONTES INVALIDAS E CAMINHOS ERRADOS

> "Research indicates that there are a broad range of consistent error patterns in students' behavior." (Schoenfeld, 1985, pag. 68).

Todo professor sabe que existem certos tipos de erros que se repetem de uma turma a outra turma; há certos erros que cada vez que o professor aplica uma prova, terá alguém da turma que cometerá este erro. Além de identificar este tipo de erro, nós temos que identificar as causas dos erros, Schoenfeld sinaliza entre as causas, as situações quando os alunos tem que aplicar os conhecimentos antigos a novas situações ou a novos problemas, também quando a representação utilizada não é a mais adequada, é o caso de alguns problemas de geometria que com coordenadas polares, as equações resultam muito simples.

4.5.2 HEURISTICA

Estratégias heurísticas são métodos simples e práticos que ajudam na resolução de problemas, dão sugestões gerais que ajudam ao aluno a compreender o problema e a obter progressos que levam até a solução. Entre elas tem-se: utilizar analogias,

introduzir elementos auxiliares no problema ou trabalhar com problemas auxiliares, argumentar por contradição, caminhando em ré, decompor e recompor o problema, utilizar problemas relacionados, fazer desenhos, generalizar, utilizar redução ao absurdo e demonstração indireta. Schoenfeld cita a maioria dos livros de Polya e igualmente que Rubinstein, assinala o forte uso da heurística na inteligência artificial. Agrega:

> "While the mathematics education community has generally accepted the idea that such strategies are useful and worth teaching, until recently there has been little understanding of their complexity and little evidence that students can reliably learn to use such strategies." (Schoenfeld, 1985, pag. 44).

Dá muitos exemplos de como utilizar as distintas estratégias heurísticas.

4.5.3 CONTROLE

Decisões gerais devem ser tomadas na seleção e aplicação das fontes e das estratégias heurísticas. Planificação para ter um melhor aproveitamento das fontes e das estratégias heurísticas, assim como, planificação da forma como será trabalhado o problema. A administração das fontes assim como a tomada de decisões no momento certo, a constante avaliação do trabalho feito, tem uma importância capital no processo de resolução de problemas.

4.5.4 SISTEMAS DE CONFIANÇA

As fontes descrevem os fatos e processos matemáticos po-

tencialmente úteis no problema. As estratégias heurísticas provêem ferramentas para utilizar ao máximo as fontes. As decisões de controle determinam a eficiência com que fatos, técnicas e estratégias são utilizadas. Resta, então, alcançar um bom funcionamento das atividades anteriores. Um sistema de confiança que leve o estudante a efetuar as tarefas mentais do maneira que não tenha que pensar nelas a cada vez que executá-las.

O autor assinala que uma disciplina de Resolução de Problemas tem êxito se, depois das aulas, os estudantes mostram, de forma marcada: progresso na resolução de problemas que não estão diretamente relacionados com os problemas estudados na disciplina e que as provas tenham problemas diferentes aos dos estudados na disciplina.

4.6 MODELO PROPOSTO EM INTELIGENCIA ARTIFICIAL.

Os últimos dois autores estudados fazem referência a Inteligência Artificial (IA), e sua relação com a resolução de problemas.

> "René Descartes (1596-1650), great philosopher and mathematician, was very much interested in the process of problem solving. In his Rules For the Direction of the Mind he started a plan to derive a universal method for problem solving. He never completed this effort." (Rubinstein, 1975, pag. 22).

Os cientistas da computação ficam interessados no processo humano de resolução de problemas, pois este conhecimento pode ser utilizado para fazer um computador resolver problemas,

> "Speculations on the possibility of search for mechanical inteligencd were originally put forth by several

individuals - Including Alan Turing, John von Neumann, and Norbert Wiener - during the years 1943-1950;" (Jackson, 1985, pag. 67).

Nesta época encontramos os cientistas de computação trabalhando num programa que utiliza a "general problem solving theory of Newell, Shaw, and Simon" (Rubinstein, 1975, pag. 4), este programa chamou-se GPS (general problem solving).

> "The origination of the program was the joint work of J. C. Shaw, H. A. Simon, and A. Newell. During the "middle year" the continuing efforts on reorganization and reprogramming fell to A. Newell; the attempts to exploit the program and its ideas were pursued jointly with H. A. Simon." (Ernst, 1969, pag. vii).

Mais na frente de seu livro, o autor relata que o programa foi modificado 5 vezes, durante 5 anos. Um certo grau de sucesso tem sido garantido, pois versões do GPS tem resolvido moderados problemas.(pag. 34). Tudo isto ocorreu na década de 50.

Foi apresentado ao GPS o problema das 7 pontes de Konigsberg.

> "this problem was shown to be unsolvable by EULER in 1736, using certain topological. When given the problem, GPS tried the same paths repeatedly ..." (Jackson, 1985, pag. 76-77).

O GPS resolveu muitos problemas simples, e demonstrou alguns teoremas simples dentro de matemática teórica. O livro de Ernst (1969), dá mais detalhes do GPS e o livro de Jackson (1985) menciona outros programas semelhantes ao GPS.

A inteligência artificial contínuou trabalhando em resolução de problemas, além disso, os computadores de hoje são muito melhores. Agora apresentaremos um resumo dos capítulos apresentados por Rich (1988), sobre resolução de problemas.

Para construir um sistema que resolva problemas, é necessá-

rio: 1. Definir o problema com precisão, determinando o que será o estado inicial, o que será o estado final e o que se constituem soluções aceitáveis para o problema, ou melhor ainda, definir o espaço de estados, deixando muito claro quem é o estado inicial, quem é o estado meta, especificar um conjunto de regras que descrevam as ações disponíveis, tomando-se em conta: quais suposições não declaradas estão presentes, que grau de generalidade pode ser dado as regras e que quantidade de trabalho deve ser pré-calculado . 2. Analisar o problema para chegar a adequação de várias técnicas utilizadas na resolução de problemas. E necessário analisar o problema, fazendo-se algumas perguntas: O problema é redutível em um conjunto de subproblemas independentes, menores ou mais fáceis?; Os passos de solução podem ser ignorados ou pelo menos desfeitos, se provarem ser insensatos?; O universo do problema é previsivel?; A base de conhecimento a ser utilizada para resolver o problema é consistente internamente?; E absolutamente necessário um grande conhecimento para resolver o problema, ou o conhecimento é importante apenas para restringir a busca? 3. Escolher a melhor técnica e aplicá-la ao problema.

Rich apresenta entre os métodos básicos de solução de problemas: 1. Raciocínio para Frente versus para trás, que depende dos estados iniciais e dos estados finais; este método é apresentado na maioria dos modelos apresentados antes; 2. Arvores de problema versus gráfos de problema; 3. Método de acasalamento; 4. Funções heurísticas e alguns métodos fracos como gerar e testar, busca em amplitude, busca pela melhor escolha,

redução do problemas, satisfação de restrições.

No capítulo 5 apresentamos os sistemas especialistas e relatamos a experiência de sua utilização no ensino de resolução de problemas. Este método de sistemas especialistas, é apresentado por Rich, como um dos métodos avançados que utiliza a Inteligência Artificial na resolução de problemas.

4.7 VISAO CONJUNTA DOS MODELOS

Os modelos apresentados, complementam-se de uma forma mais que casual, alguns deles referem-se ao fato de um aluno resolver um problema ou uma coleção de problemas, outros referem-se a um programa de resolução de problemas. Outros modelos dão mais ênfases na organização dos alunos e na preparação do professor. Apresentam algumas divergências nas formas de avaliação, dos mais tradicionais que consideram que os alunos devem passar por provas, e mais ainda, com problemas totalmente distintos dos que foram resolvidos nas aulas, até aos que sugerem a avaliação da conduta de resolução de problemas. Um fato muito importante é que todas as pesquisas posteriores a Polya, ou apresentam-lho como referência ou utilizam parte de seu trabalho dentro de seus modelos. Tal é o caso da Heurística, que foi resgatada por Polya e hoje é muito utilizada no campo da inteligência artificial.

Se combinamos a organização dos alunos em grupos dependendo o nível de habilidade para resolução de problemas, apresentado por Kantowski, com os tipos de problemas definidos por Charles & Lester, tomarmos deles também as formas de avaliação. Fazemos

uma combinação do algoritmo utilizado por Polya com o algoritmo utilizado por Rubinstein, se tomarmos o modelo de Schoenfeld, como meta, para obter de nossos alunos estes níveis de sistemas de confiança definidos por ele e agregando um pouco do bom engenho que todo professor de matemática tem, chegamos a propor outro modelo. Isto é práticamente a nossa proposta apresentada a seguir.

CAPITULO 5

MODELO PROPOSTO

"A teoria não está completa, pois apenas teorias obsoletas param de crescer e de se desenvolver" Joseph D. Novak, em "Uma teoria de Educação".

5. MODELO PROPOSTO

5.1 INTRODUÇAO

Este modelo tem uma parte que está desenhada para conduzir os estudantes a resolver problemas dentro de uma sala de aula e dirigidos por um professor; ele os guiará por distintas etapas na resolução de problemas, esta é uma visão macro do modelo (ou macro-processo). A outra parte é a que conduz o estudante, dentro da resolução de um problema em particular, às estratégias e caminhos que tem que seguir para resolver o problema que se lhe apresenta, a esta parte chamamos de visão micro do modelo (ou micro-processo).

Procuramos por uma teoria de ensino dentro da qual possamos incrustar o modelo, que ademais, seja congruente com o tipo de atividade a desenvolver (metodologia), e com o tipo de resultados a obter. Logo fazemos considerações psicológicas que procuram de analisar os fatores psicológicos que interferem no processo de

resolução de problemas, e é por isto que listam-se algumas atividades que estimulam a criatividade.

Com o propósito de ser o mais explícito possível, fazemos uma introdução dos conceitos de modelos e teorias.

5.2 TEORIAS E MODELOS

Hegenberg explica que as teorias são enunciados análogos ao que chamamos leis, e ainda mais, as teorias são aceitas na medida em que explicam um grande número de leis. Em resumo,

> "As teorias são sistemas de enunciados, com a forma de generalizações universais, em que comparecem termos teóricos. Os termos teóricos são não observáveis" (Hegenberg, 1975, pag. 150).

> Snow (1973), sintetizando, explica: "In its simpliest form, a theory is a symbolic construction designed to bring generalizable facts (or laws) into systematic connection. It consists of a) a set of units (facts, concepts, variables) and b) a system of relation ships among the units. These are defined and interpreted in statements that are understandable to others and that make predictions about empirical events" (Snow, 1973, pag. 78)

Ou seja, define teoria como uma construção simbólica concebida para produzir leis ou fatos generalizáveis, está formada de unidades simples (fatos, conceitos, variáveis) e um sistema de relações entre as unidades simples.

E claro que se o propósito das teorias é o de explicar as leis experimentais, não se pode deixar que seus termos fiquem definidos unicamente de forma implícita. Deve existir uma relação entre as componentes inobserváveis da teoria com as componentes diretamente observáveis. Ademais, deve haver uma relação que seja consistente, entre os elementos da teoria de tal forma que possamos fazer previsões de componentes não observá-

veis. Denomina-se, então, condição epistêmica, à relação que de algum modo estabelece a conexão de componentes inobserváveis e componentes diretamente observáveis. Um modo comum de estabelecer as condições epistêmicas consiste no uso de modelos.

A palavra modelo é usada como substantivo (representação, modelo a escala), como adjetivo (perfeição), mas quando os filósofos da ciência utilizam a frase " modelo de uma teoria" significa um sistema dedutivo similar ao de uma teoria. E construído para interpretar os cálculos de uma teoria. Teoria e Modelo tem a mesma estrutura formal, mas distinta estrutura epistemológica. A idéia de modelo que adotamos é como uma configuração, ou seja, representa com simplificações algo que tem uma estrutura complexa, conservando os aspectos relevantes daquilo que representa. Os modelos, ao simplificar a teoria, tomados em seus traços mais notáveis, podem ser expostos a testes, com maior facilidade que as teorias. A impressão é de que os modelos concretizam ou materializam a teoria, colocando-na ao nível das coisas observáveis.

E neste contexto que estamos procurando um modelo para ensinar a resolver problemas de enunciados, um modelo que esteja incrustrado em uma teoria de ensino que permita ao estudante uma interação que o leve à resolução de problemas.

Agora nossa inquietude é como construir esta teoria, e ainda mais, que tipos de teorias são possíveis de se utilizar em ensino. Boring (citado por Snow, 1973, pag. 83) considera que dos 14 tipos de teorias, seis são as que tem maior importância no campo das ciências humanas e em pesquisa educativa; são elas:

teorias axiomáticas, teorias axiomáticas interrompidas, teorias conceituais e constructos, teorias descritivas e taxonômicas, teorias formalistas (que reduzem seus termos ao mínimo) e teorias formuladas por hipóteses. A teoria que se propõe segue o modelo das teorias axiomáticas interrompidas, pois nossas definições, axiomas e algumas proposições são deduzidas dos axiomas e das definições, e está considerada como interrompida pela impossibilidade de demostrar todas as proposições. Para construir uma teoria partimos de metáforas, ao obter um conjunto de metáforas buscamos um modelo, agora, Snow (1973, pag. 84) é mais explícito e indica:

> "four steps for producing axiomatic theory: a) list primitive terms or basic concepts using combinations of basic concepts; c) formulate hypotheses to contain only derived concepts; and d) divide hypotheses into axioms are consistent and independent, and all theorems are derivable there from these derivation rules may be expressed mathematically or in ordinary language".

E como falamos antes, a teoria que se propõe é uma teoria axiomática, então daremos essos passos para sua construção.

Agora, para a construção de um modelo observamos os seguintes passos: a) um processo de enriquecimento ou elaboração, pela sobreposição de modelos mais simples; b) processo de analogia ou associação, no qual selecionam-se estruturas lógicas de outros campos, como pontos de partida para o processo de elaboração; c) um processo cíclico alternando entre modificações do modelo e dados obtidos, entre assumir e deduzir. Logo com este modelo demonstramos algumas leis e com um conjunto de leis construímos uma teoria.

Neste trabalho temos descrito já alguns modelos para a resolução de problemas (capítulo 4), e é nosso propósito expor a

continuação alguns aspectos de outros campos que nós serviram como pontos de partida, e por último, o processo cíclico que se recomenda, que descreveremos no capítulo 7, onde fazemos o relato das investigações realizadas.

5.3 CRIATIVIDADE E FATORES PSICOLÓGICOS

> J. Piaget (1975, pag. 98) indica, "é necessário explicar primeiro como o sujeito consegue construir e inventa, e não apenas como ele repete e copia".
>
> O mesmo autor, citado por Lauro de Oliveira Lima (Lima, 1980, pag 43), fala:"A idéia nova vem da combinação entre os dados e o contexto do problema, de um lado, e dos procedimentos inventados pelo sujeito para resolvê-lo, de outro".

O processo de resolver um problema tem muito a ver com construir e inventar, é por isto que dedicamos este parágrafo a expor alguns critérios neste sentido.

Charles e Lester (1982, pag. 10) indicam que existem três tipos de fatores que intervém na resolução de problemas: a) fatores cognitivos como: memória, habilidade de leitura, habilidade espacial, habilidade de cálculo, habilidade de análise, habilidade lógica. b) fatores afetivos tais como: estres, pressão emocional, interesse, motivação, perseverança, ansiedade por obter a resposta, tolerância. c) fatores pessoais, tais como: idade, conhecimentos matemáticos, familiaridade com estratégias de solução, familiaridade com problemas de contexto e conteúdo.

> "Diz J. Piaget, deve haver um paralelismo constante entre a vida intelectual e a vida afetiva" (Lima, 1980, pag. 43)

A vida afetiva influe em todo o processo de ensino e não somente na resolução de problemas,e também no ensino da matemática de modo geral. E grande a lista de pesquisas, que se tem realizado para medir a ansiedade causada pelo estudo da matemática. Reyes (1980, pag. 168-183), no capítulo "Attitudes and Mathematics", cita 6 teses de doutorado e uma de mestrado, nas quais investiga-se sobre a ansiedade causada pelo estudo da matemática. Algumas das conclusões que se tem obtido, e citadas por Reyes, nas mesmas folhas, dizem:

> "mathematics anxiety exists among many individuals who do not ordinarily suffer from any other tensions", outra conclusão indica: "mathematics anxiety occurs in both females and males".

> Polya também fala-nos dos fatores afetivos na resolução de problemas: "Sería un error el creer que la solución de un problema es un 'asunto puramente intelectual'; la determinación, las emociones, juegan un papel importante. ... La determinación varía según la esperanza o el abatimiento, la satisfacción o la desilusión. Es fácil perseverar cuando se piensa que la solución está próxima, mas es penoso continuar cuando no se ve el medio de vencer una dificultad."(Polya, 1975, pag. 80).

Neste sentido o trabalho do professor é muito importante para ajudar a vencer estas dificuldades que detém o trabalho dos alunos. Polya agrega:

> " La solución de problemas es una escuela de la voluntad. Resolviendo problemas que parecen difíciles, el alumno aprende a perseverar pese a los fracasos, a apreciar el menor de los progresos, a lograr la idea esencial, a hacer un llamado a toda su fuerza de concentración." (Polya, 1975, pag. 81).

Muitas vezes em nosso trabalho com resolução de problemas, nos encontramos com problemas que não podemos resolver, por mais que trabalhamos neles, e muitas vezes os deixamos para outra oportunidade, algum outro dia, para o dia seguinte, e também são

muitas as ocasiões em que ao recomeçar o trabalho encontramos alguma condição que não tinhamos levado em conta ou algum dado que tinhamos esquecido ou com alguma alternativa de solução do problema. Isto dá a impressão de um trabalho sub-consciente do problema.

> "Cualesquiera que sean los méritos de una 'teoria' del trabajo subconsciente, es seguro que existe un límite más allá del cual no es conveniente forzar la reflexión consciente. A partir de cierto momento es preferible dejar descansar el problema durante un cierto tiempo... Sólo vuelven a la mente, transformados, aquellos problemas que nos han apasionado o los que nos han mantenido em una tensión mental considerable; el esfuerzo consciente y la tensión intelectual parecen necesarios para hacer trabajar al subconsciente."(Polya, 1975, pag. 193).

Conclusão: nós professores de matemática, temos que cuidar, também, da vida afetiva de nossos alunos, e por isto consideramos vital que um professor tenha muito presente os fatores que são enunciados anteriormente.

Estes fatores são os que intervém neste processo de criar e inventar, mas que combinação destes fatores são as que necessitamos para desenvolver em nossos alunos estas habilidades? Raths e seus colegas (1972), em seu livro "ENSINAR A PENSAR, teoria e aplicação " exponhem uma série de atividades que nos conduzem a pensar. Daqui até o final deste parágrafo, estaremos expondo os aspectos que julgamos mais importantes (a juízo do tema que nos interessa), do livro mencionado. Indicam os autores que a responsabilidade pela mudança, para se obter atividades de pensamento, é dos alunos, e a responsabilidade de prover experiências ricas, é dos professores (esta é a atividade principal, que os professores tem dentro da teoria que proponhos). Definem o pensamento como processos ligados a per-

guntas e decisões. Dirigem também a atenção dos professores para as atividades que induzem a falta de pensamento, como: impulsividade, dependência, incapacidade de concentração, rigidez e inflexibilidade, comportamento dogmático e afirmativo, falta de confiança, resistência ao pensamento , entre outras.

Em uma sociedade tão automatizada como a de hoje em dia, será necessário incentivar nas crianças atividades de pensamento? E este o ideal da escola? Ou acaso temos medo de enfrentar as conseqüências do pensamento? Hoje mais que nunca é importante que nossos alunos exercitem suas operações de pensamento e quando realizam tais operações criem uma situação favorável para provocar o pensamento dos alunos. Necessitamos, como professores, provocar estas operações de pensamento, para poder conservar uma sociedade livre e em busca de melhorias sociais para cada um de seus membros. E precisamente a informática, a que nos permite descarregar nela muitas atividades que mecanicamente eram executadas por os seres humanos e tomar este tempo para desenvolver seu pensamento. De nenhuma maneira o professor deve temer a conseqüência que se derivará ao desenvolver atividades tão próprias do ser humano. Os autores convidam aos professores a experimentar sua teoria e apresentam alguns dados com os quais eles justificam suas proposições. Dentro das operações de pensamento que eles propõem, destacam:

1. COMPARAÇAO

Quando os alunos executam atividades de comparação, eles estão abstraindo as propriedades dos objetos. Podemos indicar aos estudantes que comparem duas resoluções de um mesmo problema e depois comparar os resultados, numa troca de experiência.

2. RESUMO

E uma forma de apresentar o núcleo do tema, dar as principais idéias, reduzir sem eliminar o importante. E isto pode-se realizar com êxito, somente quando, tenha-se compreendido muito bem o assunto de que se trata. Podemos pedir aos estudantes de matemática que façam um resumo do problema que lhes propuseram, depois, que façam um resumo do procedimento ou do algoritmo de que fizerem uso na resolução do problema.

3. OBSERVAÇAO

Junto com a tarefa de observar, estão as atividades de procurar, notar e perceber. Deve-se fazer uma troca de experiência das observações e desta forma cada aluno desenvolve seu poder de discriminação. Isto é muito importante na resolução de problemas, já que permite distinguir os dados importantes dos irrelevantes. Em resumo, observação e comparação geralmente andam juntos, levando à necessidade de construir uma tabela, um esquema, uma gráfica, onde resumimos as observações.

4. CLASSIFICAÇAO

Quando classificam-se coisas, está-se descobrindo suas características, seus atributos. Indicam os autores que classificar é dar ordem à existência, é construir para o sentido da experiência. Na resolução de problemas, necessitamos classificar o problema proposto para poder determinar se temos resolvido algum semelhante; para determinar se conhecemos algum teorema ou alguma propriedade matemática que nos possa ajudar.

5. INTERPRETAÇAO

E um processo de atribuir ou negar sentido a nossa expe-

riência. Nas etapas iniciais do processo de ensinar a resolver problemas, os estudantes podem receber como ajuda para chegar à solução, um gráfico, uma tabela, um esquema, ou um desenho e pedimo-lhes uma interpretação para daí partir para a solução do problema. A interpretação é importante para dirigírnos a generalização, com o cuidado de ensinar os estudantes a levar em conta todos os fatos antes de chegar a uma conclusão. Interpretar não significa repetir.

6. CRITICA

Quando criticamos, fazemos juízos, analisamos e avaliamos. Geralmente tem-se uma base para as críticas que fazemos. Esta operação é muito importante na resolução de problemas, já que quando chegamos a várias alternativas para a resolução do problema, temos que analisar com sentido crítico, cada uma delas e determinar os caminhos que nos levam a solução do problema. E importante que a crítica tenha como base, seus conhecimentos matemáticos e suas experiências anteriores adquiridas na resolução de outros problemas.

7. PROCURA DE SUPOSIÇOES

Por definição, uma suposição é algo aceito sem discução. E muito importante que, ao examinar as resoluções apresentadas por outros colegas, o estudante procure as suposições que o outro utilizou e verifique a validade das mesmas e dai a validade da resposta.

8. IMAGINAÇAO

E ter algum tipo de idéia sobre alguma coisa que não está presente, é perceber mentalmente o que não foi totalmente adqui-

rido. Este é um dos primeiros passos na resolução do problema. Imaginar o problema como um todo, dar uma idéia completa dele, e a partir do enunciado poder fazer os desenhos necessários.

9. OBTENÇAO E ORGANIZAÇAO DE DADOS

E importante que, a medida que se obtem os dados, os organizemos, para que eles nos levem até as conclucões. Existem problemas nos quais é indispensável gerar alguns dados, para chegar à resposta (pois em ocasiões apresentam contra-exemplos dos algoritmos que se estão estudando) ou para determinar o algoritmo a empregar.

10. HIPOTESES

Uma hipótese é uma proposição apresentada como possível solução do problema. Na medida que nos tornamos mais capazes de gerar hipóteses para a solução de problemas, nos tornamos mais independentes em nosso trabalho. Esta é uma atividade muito importante na aprendizagem de resolução de problemas, que o estudante dê suas próprias hipóteses e as fundamente.

11. APLICAÇAO DE FATOS E PRINCIPIOS A NOVAS SITUAÇOES

Ao confrontar-se com um problema o estudante deve determinar os princípios e estratégias que já utilizou e que, de acordo com, suas hipóteses ou sua imaginação, ser-lhe-ão de utilidade no presente problema.

12. DECISAO

Que é o que deve de ser feito? E por que deve ser feito? Depois de todas as operações anteriores, resta ao estudante, escolher, selecionar e decidir. Decisão, que tomará de acordo com sua análise anterior, suas observações, suas comparações,

clasificações, etc. Em resumo, a atividade realizada antes lhe dará segurança em suas decisões, assim como um porque para cada atividade.

13. PLANEJAMENTO DE PROJETOS E PESQUISAS

Um projeto exige um plano para a execução do encomendado. Começa-se com uma tentativa de resolver um problema, executam-se muitas das atividades expostas anteriormente até chegar à confecção de um plano para a procura da solução.

14. CODIFICAÇAO

E uma tarefa do professor e dos alunos, o professor pode codificar em vez de simplesmente dar uma avaliação, codificar de maneira que o estudante possa explicar o porqué de algumas afirmações que ele faz, como as generalizações, as alternativas, as restrições que se impõe as proposições que utiliza. E muito importante também que o aluno codifique o trabalho de outros.

O uso excessivo de qualquer atividade, causa tédio e monotonia. E trabalho do professor conduzir seus alunos por cada uma destas operações de pensamento, assim como planejar sua freqüência e proporcionar os estímulos necessários.

> Nuthall e Snook (1973, pag. 62),citando Bruner, indicam: "According to Bruner (1966), discovery is a matter of rearranging or transforming evidence, it is a type of thinking ", eles mesmos agregam, na mesma folha "... that the objective of discovery methods of teaching is discovery, not learning".

Ou seja, descobrir é o fato de arrumar ou transformar evidências. E o objetivo dos métodos de ensino por descobrimento não é simplesmente aprender, mais descobrir. Descobrir é uma classe especial de aprendizagem, do tipo que necessitamos

na resolução de problemas, e é nosso objetivo que o modelo proposto nos leve a este tipo de aprendizagem. Por isto apresentamos um modelo no qual o estudante organiza seu próprio esquema de atividades cognitivas e suas espectativas de aprendizagem. E claro que a função do professor é de orientar este tipo de aprendizagem e de preparar os problemas a serem resolvidos e o que se deseja que seja descoberto pelos alunos. E nosso propósito como professores que nossos alunos aprendam, aprendam o mais cedo possível a resolver situações problema.

> Nuthal & SnooK (1973, pag. 63) agregam: " To learn a discipline effectively requires that these concepts be firmly implanted in the minds of students, preferably from an early age. Discovery methods are the methods par excellence for the learning of these major organizing concepts".

Os principais propulsores destos métodos são: Rousseau, Montessori, Dewey e em tempos mais modernos, Bruner, Taba e Worthen. A conexão entre os Piagetianos e os grupos de métodos por descobrimento, foi realizada por Bruner e Taba na década dos 60 (Nuthal & Snook, 1973, pag. 60, 62).

5.4 TEORIAS DE ENSINO

Necessitamos ver, de forma rápida, as principais teorias de ensino e suas características para poder escolher com melhor autoridade, aquela que seja necessária à situação pranteada. Consultamos a Maria do S. T. Brito, em seu artigo "AVALIAÇAO DA APRENDIZAGEM: A PRATICA DA AVALIAÇAO DECORRENTE DOS PRINCIPAIS MODELOS DE ENSINO" (Brito, 1984), para expôr um resumo das principais teorias.

1. ROMANTISMO

E uma teoria que está centrada no aluno e tem entre seus principais representantes a Rousseau, Carl Rogers, Neill, Maslow e Allport.

Seus princípios filosóficos são: a) Epistemologia existêncialista ou fenomenológica: O conhecimento é autoconciência ou autopercepção, e refere-se a experiência imediata do eu; b) Etica: relativismo individual dos valores, o respeito pela liberdade da criança no sentido de dar-lhe a maior liberdade, compatível com a liberdade dos outros; c) Ontologia: o ser humano é naturalmente bom, o desenvolvimento do homem faz-se de forma natural e sem interferências do mundo exterior.

As bases Psicológicas são: a) Teoria naturalista do desenvolvimento, entendendo-se que o desenvolvimento cognitivo e sócio-econômico se auto desenvolvam; b) O desenvolvimento sócio-econômico surge de um organismo, independente do conhecimento do mundo social e portanto do crescimento cognitivo; c) Enfatiza sentimentos e estados internos; d) Habilidade e desempenho tem significado apenas para a consciência interior e a saúde mental.

2. TRANSMISSÃO CULTURAL

E uma teoria centrada na sociedade e conta entre seus principais representantes, com John Locke, Pavlov, Watson, Thorndike e Skiner.

Seus princípios filosóficos são: a) Epistemologia empirista: o conhecimento é culturalmente dado, comunicado e testado, sendo por isto objetivo e repetitivo; b) Etica: relativismo cultural dos valores, o desenvolvimento social é definido pela

conformidade do comportamento aos padrões culturais, a ciência do comportamento operante é nela mesma uma ciência de valores; c) Ontologia: o ser humano nasce despreparado, sendo função da sociedade formá-lo, é parte da natureza humana ser reforçado positivamente.

Suas principais bases Psicológicas são: a) Teoria do ambiente, associacionismo o estímulo resposta; b) O desenvolvimento cognitivo é o resultado direto do processo de ensino-aprendizagem; c) O comportamento pode ser modelado por repetição imediata e pelo reforço da resposta correta e punição das respostas erradas; d) Enfatiza experiências de prazer e dor; e) Habilidade e desempenho podem-se desenvolver por associação aos reforços.

3. PROGRESSIVISMO

Teoria centrada na interação com o meio, entre seus principais representantes estão: John Dewey e Jean Piaget.

Seus princípios filosóficos são: a) Epistemologia funcional o pragmática: a estrutura mental básica é produto da padronização da interação entre o organismo e o meio, em uma relação equilibrada e assentada. O conhecimento é explicado como estruturas de totalidade internamente organizadas através de processamento de informação e conexão de eventos; b) Etica: universalidade dos valores, ligados à ética liberal, os princípios éticos são justificados pela filosofia; o desenvolvimento da criança deve ser estimulado como condição de respeito e defesa dos direitos; c) Ontologia: o ser humano desenvolve-se em interação equilibrada com o ambiente.

Suas principais bases Psicológicas são: a) Teoria genética

do desenvolvimento cognitivo; b) O desenvolvimento cognitivo dá-se pela organização das estruturas mentais; c) Enfatiza o interesse, a satisfação e o desafío; d) O significado e a verdade da experiência depende das relações com a situação, daí a necessidade de equilibrar funcionalmente o significado externo das experiências com seu significado interno.

4. RACIONAL

Teoria centrada no raciocínio lógico, entre seus principais expoentes estão: P. H. Hirst, R. S. Peters, Israel Scheffler, B. O. Smith e T. F. Green.

Seus princípios filosóficos são: a) Epistemologia analítica: o conhecimento envolve raciocínio e juízo do aluno, a apreensão do conhecimento é precedida pelo pensamento e explicitada pela linguagem, o conhecimento é adquirido plenamente quando se acredita no que é verdadeiro e com sólidas bases de justificação; b) Etica: racionalidade dos valores, a racionalidade limita a extenção do comportamento e prescreve o que legitimamente pode ser feito ao homem, o significado das ações está relacionado a fins, intenções e metas; c) Ontología: o ser humano é racional e simbólico. Seu desenvolvimento dá-se pela conexão entre o pensamento e o linguagem.

Não se desenvolve dentro de alguma corrente Psicológica, mas se intue que está relacionada com a psicologia genética.

Depois deste pequeno resumo das principais teorias de ensino e lembrando os modelos para resolver problemas que foram propostos a maneira de exemplos no capítulo anterior, vemos que eles se enquadram mais entre as teorias progresivistas, já que em

cada um deles há especial ênfase a interação do estudante com as atividades necessárias para resolver o problema. Esta interação é levada a cabo através da construção de tabelas, de gráficos, a construção de modelos reais ou em escala que representam as condições, através da procura de semelhanças com outros problemas que ele já tenha resolvido (e portanto são reais para ele) e também pela recapitulação dos teoremas e propriedades que podem ser úteis na procura da solução.

Já falamos que é impossível indicar como resolvem-se todos os problemas, porque isto seria equivalente a dizer que existe um algoritmo para resolver todos os problemas. Isto nos leva a circunscrever a ação do professor à procura de uma interação do aluno com seu meio, para que alcance as metas que se tenha proposto. Resumimos então que incrustaremos o modelo que propomos, dentro das teorias progressivistas.

5.5 TEORIA PROPOSTA

Apresentaremos primeiro algumas definições e depois os postulados da teoria e por último derivaremos algumas proposições.

5.5.1 DEFINIÇÕES

1. PROFESSOR: deve ser um desafiador. Estabelecerá conflitos cognitivos capazes de motivar a aluno. Deve ser um provedor de ações de aprendizagem.

2. ALUNO: E o sujeito da teoria. Centro do processo de ensino e fator de interação com seu meio.

3. ENSINO: Processo facilitador de atividades de aprendizagem. Relaciona professor, aluno e meio, de maneira que o aluno aprenda da interação com seu meio, pelas atividades provocadas pelo professor.

4. APRENDIZAGEM: Criação de conhecimento.

> Reforçamos nossa definição, com uma frase de J. Piaget "Aquilo que é ensinado, por exemplo, somente é assimilado efetivamente quando dá lugar a uma reconstrução ativa ou até mesmo reinvenção pela criança" (Piaget, 1975, pag. 101).

Embora não com o caráter de uma definição, considero necessário aclarar o significado que estamos dando à palavra criação, deve-se entender como sinônimo de inventar, produzir, cultivar e educar. Desta forma fica mais clara a definição de aprendizagem, como criação de conhecimento.

5. CONHECIMENTO: Resultado da interação do sujeito com seu meio.

> Indica Piaget que "o conhecimento resulta de interações entre sujeito e objeto" (Piaget, 1975, pag. 87).

6. MEIO: E o referencial físico e social, no que está imerso o sujeito.

5.5.2 POSTULADOS

Aceitamos como postulados os mesmos princípios Filosóficos e Psicológicos do progressivísmo, lembremos: Seus princípios filosóficos são: a) Epistemologia funcional ou pragmática: a estrutura mental básica é produto da padronização da interação entre o organismo e o meio, em uma relação equilibrada e assentada. O conhecimento é explicado como estruturas de totalidade

internamente organizadas através de processamento de informação e conexão de eventos. b) Ética: universalidade dos valores, ligados à ética liberal, os princípios éticos são justificados por uma filosofia; o desenvolvimento da criança deve ser estimulado como condição de respeito e defesa dos direitos. c) Ontologia: o ser humano desenvolve-se em interação equilibrada com o ambiente.

Suas principais bases Psicológicas são: a) Teoria genética do desenvolvimento cognitivo. b) O desenvolvimento cognitivo dá-se pela organização das estruturas mentais. c) Enfatiza o interesse, a satisfação e o desafío. d) O significado e a verdade da experiência depende das relações com a situação, daí necessidade de equilibrar funcionalmente o significado externo das experiências com seu significado interno.

5.5.3 TEOREMAS

Os teoremas expostos, tratam de delimitar ou definir as distintas ações do fato educativo. O primeiro teorema refere-se à atividade do professor antes de seu contacto com os alunos, atividades de planificação. O segundo teorema marca a atividade do professor durante a execução do fato educativo, determinando seu papel durante a aula. O terceiro teorema, refere-se à avaliação, seu propósito e as formas de avaliação e tem dois corolários, o quarto teorema assinala os fins da educação e o quinto marca o papel do professor do ponto de vista social, como planificador da educação e sua alternativa para ser um simples reprodutor da sociedade ou um motivador de trocas sociais.

TEOREMA 1

O professor deve utilizar estratégias, como: técnicas de descobrimento, solução de problemas, trabalho em equipe, estudo do meio onde se desenvolvam seus alunos, para dar um sentido útil à aprendizagem.

TEOREMA 2

A atenção do professor não está mais nos conteúdos. Estará centrada nas atividades que o aluno realiza ao manipular o real.

TEOREMA 3

A avaliação deve de ser individual e com base nas estratégias e atividades dadas pelo professor.

COROLARIO 3.1

Os testes serão sempre de exploração, para determinar se o aluno atingiu determinada estrutura mental e está preparado para a seguinte.

COROLARIO 3.2

Esta teoria não considera recompensas nem punições, o que conta é a atividade do estudante com seu meio e as conclusões que ele obtem.

TEOREMA 4

A atividade do professor deve ser orientada para guiar o desenvolvimento cognitivo de seus alunos, pois desta forma terá maior probabilidade de êxito em sua função.

TEOREMA 5

O curriculum deve de se organizar para motivar o estudo de um tema dado, quando se tem os pré-requisitos apropriados (lógico-matemáticos, do conteúdo em particular e psicológicos).

Podemos concluir, a maneira de corolário (e um pouco para fortalecer o espírito de que não podemos dar o conjunto total de proposições, pois estas se derivaram de uma pratica constante da teoria), com uma proposição que define Educar, e deve-se a Piaget, e que se pode derivar da teoria: "Educar é provocar a atividade (motora, verbal e mental), ... Educar é estimular a capacidade de transformação." (Lima, 1980, pag. 18).

Ao construir a teoria procurei ajustar-me aos requisitos que propos Bruner (1971, pag. 40,41), para uma teoria de ensino, ele propõe explicitar a sequência da aprendizagem, a estruturação ótima do conhecimento, o nível ótimo de experiências de abordagem e a natureza e freqüência das recompensas e punições. Os três primeiros pontos, de alguma maneira estão explicitados nas definições e nos teoremas da teoria, mas o quarto ponto foi que motivou a existência do corolário 3.2. Recalcamos a não existência de recompensas ou punições nesta teoria que se baseia nas atividades dos alunos.

5.6 MODELO PROPOSTO

Com base na teoria exposta anteriormente, e como reflexo dos modelos incluídos no capítulo anterior, que foram amplamente experimentados por seus autores e em parte baseado em minhas pesquisas anteriores e experiência docente no ensino da matemática a nível universitário, proponho um modelo para ajudar na aprendizagem de resolução de problemas de enunciado. Este modelo tem duas grandes etapas, como se indicava no princípio deste capítulo. O primeiro chamado macro-processo, debruça-se

sobre as atividades do professor e as atividades que ele deve realizar para dirigir a aprendizagem na resolução de problemas. A segunda etapa, chamada micro-processo, descreve um sistema para que um aluno resolva problemas, dada sua experiência e sua interação com seus colegas e seu professor. Definem-se todos os termos a serem utilizados, desenham-se os processos propostos. Utiliza-se um enfoque sistêmico e uma estrutura algorítmica na procura da solução dos problemas e no modelo proposto. A idéia da construção da base de conhecimentos dinâmica e inteligente, faze que a chamada troca de experiências (períodos nos quais discutirão as proposições que ingressarão na base de conhecimentos) tenha uma importância capital no modelo proposto.

Dois princípios são básicos neste modelo, o primeiro é Piagetiano e indica que "o conhecimento resulta de interações entre sujeito e objeto" (Piaget, 1975, pag. 87)", e o segundo é um ditado muito utilizado que indica "a melhor forma de aprender é ensinando", e este ensino desenvolve-se quando eles trabalham em pares e são questionados por cada atividade que realizam por seu colega de trabalho e também no momento em que eles tem que alimentar sua própria base de conhecimentos e são chamados a expor suas estratégias e soluções nas trocas de experiências. Utilizamos no modelo as mesmas definições da teoria.

5.6.1 DEFINIÇOES

1. PROFESSOR: deve ser um desafiador. Estabelecerá conflitos cognitivos capazes de motivar o aluno. Deve ser

um provedor de ações de aprendizagem.

2. ALUNO: E o sujeito da teoria. Centro do processo de ensino e fator de interação com seu meio.

3. ENSINO: Processo facilitador de atividades de aprendizagem. Relaciona professor, aluno e meio, de maneira que o aluno aprenda na interação com seu meio, pelas atividades promovidas pelo professor.

4. APRENDIZAGEM: Criação de conhecimento.

5. CONHECIMENTO: Resultado da interação do sujeito com seu meio.

6. MEIO: E o referencial físico e social, no que está imerso o sujeito.

Ademais necessitamos definir:

7. PROBLEMA: E uma situação, para a qual, de momento não se tem um algoritmo que possa garantir a solução.

8. SOLUÇAO: E um conjunto conteúdo no referencial do problema e que cada um de seus elementos satisfaz as condições do problema. O conjunto pode ser vazio, já que o vazio está contido em qualquer conjunto, deduzimos então que todo problema tem solução.

> Com relação a solução de problemas, Lester (1980, pag. 33) fala: "One of the most perplexing aspects of problem solving is that two individuals can obtain the same solution to a problem using apparently different, but perfectly legitimate, methods.".

> Ainda mais, Nuthal & Snook indicam: "The best discovery learning occurs in situations where there is more than one right answer" (Nuthal & Snook, 1973, pag. 61).

O conjunto solução pode ser dado por compreensão ou extensão e podemos receber mais de um tipo de soluções, de resposta, que poderíamos chamar de algorítmica e resposta que poderíamos

chamar de dialética. Para ser mais claro, quero citar alguns parágrafos escritos por Davis & Hersh (1982, pag. 213- 215), que dizem:

> "A solução dialética poderia muito bem ser chamada uma solução existencial." e agregam mais adiante: "A matemática dialética é uma ciência rigorosamente lógica... A matemática algorítmica é uma ferramenta para resolver problemas... A matemática dialética convida à contemplação. A matemática algorítmica convida à ação. A matemática dialética gera percepção. A matemática algorítmica gera resultados".

Muitas das características assinaladas como benefício de uma matemática dialética, formam parte dos objetivos do ensino da matemática e na maioria das vezes não aceitamos de nossos alunos uma solução dialética. A observação tem o propósito de chamar a atenção a dos professores de matemática, para que cultivem em nossos alunos tanto uma como a outra e a aceitar dos mesmos, soluções dialéticas ou algorítmicas. Davis & Hersh, nas mesmas folhas, contam uma experiência interessante:

> "P. Gordon, que trabalhou algoritmicamente com a teoria dos invariantes, parece ter sofrido este choque quando se defrontou com o trabalho brilhante de Hilbert, que trabalhava dialéticamente, 'Isto não é matemática', disse Gordon, 'é teologia'".

9. ALGORITMO: E um conjunto de atividades, nas quais esta definida uma relação de ordem parcial, atividades que são necessárias para a solução de um problema.

10. REFERENCIAL: Conjunto dentro do qual, está contido o problema e dentro do qual se busca a solução.

11. CONDIÇAO: E a forma matematizada das interrogantes do problema. A condição do problema, é a proposição que define o conjunto solução.

"La condición relaciona los datos y la incognita de

un 'problema por resolver'. ... Con frecuencia es necesario descomponer la condición en varias partes." (Polya, 1975, pag. 191).

Tendo a condição, avaliamos cada um dos dados e então distinguem-se as distintas partes, e depois testa-se cada uma delas por separado. O objetivo é ter uma condição que não seja redundante, que não tenha elementos supérfluos, também que não seja contraditória, ou seja, que não tenha elementos incompatíveis.

12. RESOLUÇAO: E a execução do algoritmo que se construiu para resolver o problema. Geralmente se executa por transformações regulares, que transformam a condição do problema em outras condições equivalentes e de mais fácil determinação de suas soluções. Ao final deste processo espera-se chegar ao conjunto solução.

5.6.2 AXIOMA

Todo indivíduo é capaz de resolver problemas em um período de tempo determinado. Sempre que sejam os problemas adequados a seu desenvolvimento cognitivo.

5.6.3 VARIAVEIS E PARAMETROS

1. TIPOS DE PROBLEMAS

Dos modelos propostos no capítulo anterior, tomamos as caraterísticas principais, para distinguir os diferentes tipos de problemas, assinalando que não são considerados neste trabalho os problemas de engenho.

a) Exercício: é uma situação para a qual já

se tem um algoritmo feito e basta executá-lo.

b) Problema de interpretação: são problemas de enunciado, que tem como objetivo prover ao estudante a experiência de transladar os problemas do mundo real para expressões matemáticas. Reforça nos estudantes seus conceitos matemáticos e facilita o processo de cálculo.

c) Problema de interpretação complexa: é muito semelhante ao anterior, só que encerra interpretações mais complexas da realidade, assim como elementos matemáticos mais elaborados.

d) Problema de processo: O processo implica estratégias de pensamento, como: entender, planificar, traçar alternativas, e todas as outras que indicamos no parágrafo 5.3. E importante neste tipo de problemas, que os alunos avaliem as condições e as soluções.

e) Problema aplicado: Apresentam ao estudante a oportunidade de usar uma grande variedade de conceitos, processos e ferramentas matemáticas e relacioná-los para resolver problemas da vida real. Isto faz com que o estudante adquira confiança no uso da matemática para a resolução dos problemas de cada dia.

f) Problema de engenho: São problemas com temas de matemática lúdica, e apresentam ao estudante uma oportunidade de ampliar suas estratégias de solução ou de generalizar alguns problemas já resolvidos.

Em um programa de ensino de resolução de problemas, o professor tem que determinar que tipo de problemas há de apresentar

em função de seus objetivos, do tempo que pode utilizar, da idade de seus alunos e do tipo de teoria de ensino que está utilizando. O professor deve fazer esta classificação dos problemas antes de utilizá-los.

2. ESTRATEGIAS DE SOLUÇAO

Apresentamos as estratégias de solução, como técnicas ou processos que, de alguma maneira, nos ajudam a organizar os dados do problema e a responder as perguntas insubstituíveis. Estas chegam a substituir o que antes se chamava o planteamento do problema, mas também sendo distintas dele pelo fato de não serem rígidas quanto a forma ou necessidade de utilizá-las como condição para a validade de nossas soluções. Entre outras podemos identificar:

a) Fazer um desenho,
b) Fazer uma lista,
c) Fazer uma tabela de dados,
d) Resumir o problema,
e) Caminhar da resposta para trás,
f) Construir um modelo,
g) Resolver um problema mais simple,
h) Buscar e testar,
i) Utilizar transformações equivalentes do problema,
j) Dar um lugar à dúvida, e
k) Falar do problema.

3. PERGUNTAS INSUBSTITUIVEIS

Polya assinala como os principais elementos de um problema a resolver: a incognita, os dados e a condição (1975, pag. 161).

O trabalho do aluno na resolução do problema, não deve continuar, até que tenha a resposta das perguntas:

a) qual é a incognita ?,
b) quais são os dados?, e
c) qual é a condição?.

De alguma maneira, cada problema tem informação que apor-

tarnos de forma clara ou sobre entendida, derivada das afirmações e os conhecimentos matemáticos que involucra. Também devemos perguntar alguma coisa, ou temos algo que demonstrar, enfim, qual é a meta?; qual é a incognita? (não no sentido de dar o nome de uma variável, mais no sentido do objeto da procura); e a condição do problema são as restrições matemáticas ou físicas que o enunciado do problema nos impõe, ou as restrições matemáticas que os modelos empregados tem.

4. PRELIMINARES NESCESSARIAS

Consideramos dentro das preliminares nescessárias algumas orações que tem como propósito manter na mente dos alunos as partes mais importantes do problema e as quais terão que responder nas perguntas insubstituíveis, entre outras estão:

a) Utilize adequadamente a informação,
b) Não introduza restrições desnecessárias,
c) De uma visão geral do problema,
d) pergunte pela verdadeira pergunta.

5. NIVEIS DE HABILIDADE DOS ALUNOS

E natural que em um grupo de alunos encontremos, ao início do trabalho, distintos níveis de habilidade quanto à resolução de problemas, e com o propósito de organizá-los, propomos os seguintes níveis:

a) Nível 1: Pouco ou nenhum conhecimento de como resolver problemas

b) Nível 2: Capaz de sugerir estratégias de solução, mas ainda não apresenta segurança no trabalho.

c) Nível 3: Sugere estratégias diferentes.

d) Nível 4: Tem êxito na maioria das vezes.

Ao determinar os níveis, os organizamos em pares, de acordo

com níveis e de acordo com a sua afinidade. O trabalho em pares, facilita o intercâmbio oral de informações e elimina, de alguma forma, os estancamentos que podem apresentar-se nos processos de resolução. "O melhor brinquedo didático para uma criançá é outra criança da mesma faixa de desenvolvimento" (Lima, 1980, pag. 42).

6. ATIVIDADES DO PROFESSOR

De alguma maneira quando damos a definição de professor e quando enunciamos os teoremas da teoria, determinamos as atividades do professor, mas com o propósito de ser mais claro, enunciamos algumas atividades, separadas por níveis de habilidade de seus alunos, assim:

a) Para o nível 1: Resolve problemas de cada tipo, enfatiza as estratégias a utilizar, apresenta todas as alternativas possíveis e os distintos planos de ação.

b) Para o nível 2: sugere ao aluno eliminar algumas restrições do problema, que utilize distintas estratégias de solução, dirige a construção do algoritmo, motiva os alunos adiantados (ou seja, os que estão próximos a mudar de nível) a generalizar os resultados.

c) Para o nível 3: Dê problemas adequados, ajude o estudante a escrever seu procedimento, ajude o estudante a descobrir outro problema semelhante.

d) Para o nível 4: Motivar os estudantes a generalizar o problema, a criar seus próprios problemas e para que procurem soluções mais elegantes.

5.6.4 DESCRIÇAO DO MODELO

O modelo que propomos está desenhado seguindo uma estrutura algorítmica e por isto para sua descrição está organizado em processos que estão divididos em módulos. A apresentação dos algoritmos a fazemos em portugol, introduzido por Guimarães (1985) e para aclarar a nomenclatura usada, enunciamos os seguintes blocos de controle:

a) Bloco: pode ser definido como um conjunto de declarações de variáveis e comandos a realizar, os limites das variáveis estão bem determinados e os comandos são executados sem serem testados por alguma condição, seu diagrama tem a forma:

Inicio

< *declaracão de variáveis* >

< *comandos* >

Fim

figura 5.1

b) Alternativa: Neste caso a sequência de comandos tem que ser testada por uma condição, a qual apresenta uma alternativa para a continuação do algoritmo, alternativa que bifurcará o caminho dependendo da resposta da condição. Em uma sequência de comandos pode-se apresentar em distintos lugares,

distintas alternativas. Neste caso dizemos que estamos em um bloco de comandos de alternativa composta. O diagrama para um bloco de alternativa simples tem a seguinte forma:

Se ‹ *Condição* ›

então

‹ *Comandos* ›

Senão

‹ *Comandos* ›

Fim se

figura 5.2

c) Repetição: Neste caso temos um subconjunto, da sequência de comandos, que se repete sempre que uma condição determinada permaneça verdadeira, o diagrama tem a seguinte forma:

figura 5.3

d) Módulo: E um subconjunto de comandos que executam uma única função na resolução de um problema, eles serão considerados como um só bloco e tem o seguinte desenho:

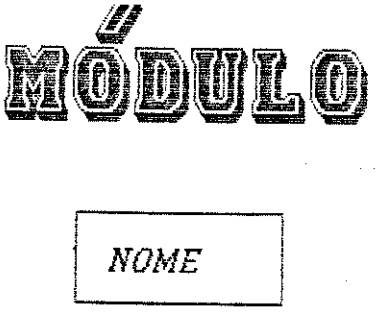


Figura 5.4

Os módulos são definidos por partes e com a mesma nomenclatura que o bloco principal. Comecemos então com a descrição dos processos e os módulos:

1. MACRO-PROCESSO

Este processo é dirigido pelo professor desde seu início. Seu objetivo é conduzir um grupo de alunos, à resolução de problemas de enunciado. O professor de antemão escolhe o tópico dentro do qual se escolhem os problemas, ou então, de outra forma, o tópico dos problemas e depois selecionará os tipos de problemas a utilizar, dentro dos mencionados no parágrafo de variáveis. Deve-se organizar os alunos em pares, por afinidade e nível de habilidade para resolver problemas. Depois disto, o professor converte-se em um provedor de problemas e em facilitador da aprendizagem. Consideramos esta como a atividade principal na aula, que deve estar de acordo com o tipo de problema e com o nível de habilidade de cada par de alunos. Da labor do professor depende o êxito do modelo e também de sua intenção, de tal forma que não ajude demais os alunos, interferindo nas operações de pensamento destes.

A seleção dos problemas e a organização dos alunos em grupos correspondem aos primeiros dois módulos deste processo (e os definiremos mais adiante), observando o desenho, notamos um bloco de repetição, que se executará sempre que existam mais problemas a resolver (não está demais reforçar que o professor deve preparar mais problemas dos que pretende apresentar a seus alunos), continuam as atividades que desenvolverão sempre que existam mais problemas, que são: os módulos de Micro-processo e de Troca de experiência, depois de que terminam-se os problemas preparados, ou seja, a maioria do grupo de estudantes resolveu os problemas e chegou a adquirir certa habilidade para resolver

este tipo de problemas; resta ao professor, selecionar outro tópico e outros tipos de problemas a serem estudados e repetir o processo.

MACRO-PROCESSO

Início

BANCO DE PROBLEMAS A RESOLVER

ALUNOS ORGANIZADOS EM GRUPOS

Enquanto *tenha problemas para resolver*

Faça *MICRO-PROCESSO*

TROCA DE EXPERIÊNCIA

Fim do enquanto

ELEGER OUTRO TEMA

Fim

Figura 5.5

2. BANCO DE PROBLEMAS A RESOLVER

Neste módulo o professor forma um banco de problemas, levando em conta as caraterísticas da matéria, as caraterísticas do grupo de alunos e os distintos tipos de problemas que tem apresentado para que seus alunos resolvam. Deve subclassificá-los por estratégias de solução para que possa apresenta-los de forma sequêncial, de cada tipo de estratégia, e, desta forma, afirmar os conhecimentos quanto ao tipo de estratégias e o tipo de problema. Deve cuidar para que cada tipo de estratégia utilizada não chegue a aborrecer os alunos. O professor deve resolver os problemas com o propósito de estimar o tempo necessário em cada etapa do modelo e também para classificá-los por

dificuldade. No caso dos problemas satisfazerem as espectativas do professor, então eles passam a formar o banco de problemas. O banco de problemas deve ter, entre outros, os seguintes campos: Enunciado do problema, estratégias de solução, resposta, resolução (um pequeno esquema), tipo de problema, grau de dificuldade, problemas semelhantes e possíveis variantes do problema.

BANCO DE PROBLEMAS A RESOLVER

Início

recopilar problemas do tema a estudar
classificá-los por tipo
subclassificá-los por estratégias de solução
resolva-os e meda o tempo de cada etapa
classificá-los por dificuldade

Se *satisfaz as espectativas*
então
armacenà-los no computador
senão
esclui-los
Fim do se

Fim

figura 5.6

3. ALUNOS ORGANIZADOS EM GRUPOS

Lembremos que definimos 4 níveis de habilidade dos alunos:

a) Nível 1: Poco ou nenhum conhecimento de como resolver problemas

b) Nível 2: Capaz de sugerir estratégias de

solução, mas ainda não apresenta seguridade no trabalho.

c) Nível 3: Sugere estratégias diferentes.

d) Nível 4: Tem êxito na maioria das vezes.

O propósito deste módulo é precisamente organizar aos alunos (veja o gráfico 5.7), nestes níveis.

ALUNOS ORGANIZADOS EM GRUPOS

Se *e' a primeira vez que trabalha com eles*

então

determine o nível de habilidade de cada aluno

Senão

reclassifique-os

Fim do se

Figura 5.7

Para medir sua habilidade de resolver problemas, temos que fazê-lo com problemas e para isto, Malone e colegas(1980, pag. 204- 215), propõem levar em conta três propriedades: a) que os problemas não sejam rotineiros, ou seja, problemas que são apresentados ao conjunto de estudantes por primeira vez; b) que a medida que se faz de um aluno é independente do problema que usou-se para medí-lo e c) que a dificuldade dos problemas deve ser independente dos alunos que se está classificando. Para isto, necessitamos, de alguma forma, calibrar os problemas, dar-lhes um tratamento estatístico trabalhando com uma mostra de estudantes para determinar as dificuldades que apresentam-se-

lhes na resolução e também poder determinar o grau de dificuldade dos problemas.

4. TROCA DE EXPERIENCIA

Este módulo é vital, aqui é onde reafirma-se a aprendizagem, já que cada par de alunos explicará como resolveram seu problema e escutará e comparará as formas de resolução dos outros pares.

TROCA DE EXPERIÊNCIA

Início
Reunir a todo o grupo, para escutar e analizar o trabalho de cada par

Repita
Expor o procedimento
Plantear as duvidas
Responder perguntas

Se *todo o aportado e' certo*
então *atualizar os bancos de conocimentos e de problemas resolvidos*
Senão *caminhe para trás buscando os erros*
MICRO-PROCESSO
Fim do se
Até *expor o ultimo par*
Fim

Fig5.8

Neste momento, cada par, realimenta os bancos de dados, identificando os aspectos teóricos utilizados, o tipo de problema, as estratégias de solução, a solução, um esquema da resolução e os problemas com os quais está relacionado. Ademais cada par se

autoavalia ao comparar seu trabalho com os outros e tenrá uma oportunidade de regressar à resolução do problema (veja figura 5.8).

Como um corolário, deste módulo, tem-se que os alunos vão adquirindo entusiasmo pelas soluções mais elegantes e também aqui são motivados às generalizações de soluções e generalizações de problemas. E importante reforçar que todas as informações acrescentadas aos bancos de dados, tem que ser verídicas, pois delas depende a veracidade dos futuros trabalhos.

O Macro-processo compreende os três módulos que hemos descrito (ver figura 5.5) e incluem também o Micro-processo, que passamos a descrever.

5. MICRO-PROCESSO

Este processo descreve as atividades que cada par tem que realizar para resolver problemas, está composto de quatro módulos, que conduzem o estudante, desde a compreensão do problema, a construção do algoritmo, a resolução do algoritmo, a escritura de seu procedimento até uma análise da resposta obtida.

Inicia-se com a compreensão do problema, que é algo mais que simplesmente ler o problema (ver figura 5.9), ao responder as perguntas insubstituíveis (qual é a incógnita?, quais são os dados? e qual é a condição?), passa-se à construção do algoritmo e depois a resolução do algoritmo pranteado. Agora é que se faz a primeira análise da pergunta, ou seja, a solução obtida satisfaz o problema? Se a resposta é afirmativa, então o aluno deve perguntar-se se a resposta é lógicamente factível, se ambas

respostas são afirmativas, então deve escrever seu procedimento.

MICRO-PROCESSO

```
Início
 Ler o problema
 COMPREENSÃO DO PROBLEMA
   Se contestou as perguntas insustituiveis
   então
     CONSTRUCÃO DO ALGORITMO
     RESOLVA O ALGORITMO
     Se a solução satisfaz o problema
     então
       Se a solução e' lo'gicamente fatlvel
       então
         ESCREVA SEU PROCEDIMENTO
       Senão
         COMPREENSÃO DO PROBLEMA
       Fim do se
     Senão
       CONSTRUCÃO DO ALGORITMO
     Fim do se
   Senão
     COMPREENSÃO DO PROBLEMA
   Fim do se
Fim
```

Figura 59

Se a segunda pergunta tem uma resposta negativa, então o estudante deve regressar à compreensão do problema. Agora, se a primeira resposta resulta negativa, então o estudante volta a revisar a construção de seu algoritmo e depois revisa a resolução do mesmo. A segunda pergunta faz-se sempre que a primei-

ra tem uma resposta afirmativa, não se considera o caso de duas respostas negativas. Vejamos agora a descrição de cada um dos módulos.

6. COMPREENSAO DO PROBLEMA

Inicia-se tendo em conta os preliminares necessários: a) utiliza adequadamente a informação; b) não introduza restrições desnecessárias; c) dê uma visão geral do problema; d) pergunte pela verdadeira pergunta. Logo se pede aos alunos que façam um resumo do problema, já que só se pode resumir aquilo se compreende. Indica-se-lhes que devem de responder as perguntas insubstituíveis, utilizando, na medida que precisem, as estratégias de solução.

COMPREENSÃO DO PROBLEMA

início
  Enquanto *não conteste as perguntas insubstitui'veis*
  faça *ler o problema*
  utilizar os preliminares necessarios
  resumir o problema
  utilizar as estrat'egias de solução
  Fim do enquanto
  CONSTRUÇÃO DO ALGORITMO
Fim

Figura 5.10

7 CONSTRUÇAO DO ALGORITMO.

Nos referimos de novo a Guimarães (1985, pag. 155) que explica a técnica de refinamento sucessivo da seguinte forma:

"A metodologia de refinamentos sucessivos parte do princípio de que resolver um problema complexo é mais fácil se não precisamos considerar simultâneamente todos os aspectos do problema. A decomposição de um problema grande numa série de subproblemas mais simples até chegar a um nível onde pode-se tentar uma solução é o objetivo básico da técnica de refinamento sucessivo".

CONSTRUÇÃO DO ALGORITMO

```
Início
   Divida o processo em dois ou mais processos
   Se os processos ainda se podem dividir
      então divida cada processo em dois ou mais processos
      Senão escreva sequencialmente todos os processos
         Se já tem o algoritmo
            então
               Se precisa construir outro algoritmo
                  então
                     CONSTRUÇÃO DO ALGORITMO
                  Senão
                     RESOLVA O ALGORITMO
               Fim do se
            Senão procure por um problema semelhante que já
                  tenha resolvido.
               Se tem esse problema
                  então ajuste esse algoritmo ao seu problem
                  Senão elimine algumas variaveis
                        COMPREENSÃO DO PROBLEMA
               Fim do se
      Fim do se
   Fim do se
Fim
```

figura 5.11

Pede-se ao estudante que divida a grande tarefa que tem para resolver, em dois ou mais processos mais simples e continuar a divisão de cada processo até quase a parte seja indivisível. A construção de um diagrama de árvore, será um auxiliar muito importante nesta atividade. Logo escreve-se a sequência dos processos e desta maneira obtemos o algoritmo. Quando já construiu este algoritmo, pergunta-se ao aluno se quer construir outro (especialmente para os estudantes que já estão buscando soluções mais elegantes). Apresentam-se algumas alternativas, para os casos em que não se possa chegar ao algoritmo, inclusive pode-se voltar ao módulo anterior, caso se considere necessário.

> "Problemas decomponíveis podem ser resolvidos pela técnica dividir-e-conquistar de decomposição do problema. Problemas não decomponíveis geralmente não podem utilizar esta técnica, embora às vezes seja possível utilizá-la para gerar uma solução apenas aproximada e, depois, acertá-la para separar erros causados pelas interações."(Rich, 1988, pag. 46).

Isto deixa claro que não pretendemos que todos os algoritmos sejam construídos da mesma forma, é mais, tampouco afirmamos que todos os problemas podam se expressar de forma algorítmica.

8. RESOLVA O ALGORITMO

A técnica utilizada na resolução de equações algébricas, é a que utilizamos neste módulo, transformações regulares. Aplicamos transformações regulares às condições do problema, para que possamos transformá-las em condições equivalentes, e mais simples com solução conhecida, e assim obter o conjunto solução do problema. Aqui realizamos o primeiro teste da solução (ver fig. 5.12), ou seja, verificamos se satisfaz as condições do

problema, se é o caso então voltamos ao micro-processo, para outro teste do conjunto solução (ver figura 5.9). Agora, se o conjunto solução não satisfizer as condições do problema, então temos que revisar os cálculos e revisar as transformações regulares e regressar ao calculo do conjunto solução novamente.

RESOLVA O ALGORITMO

Início
  Enquanto *as transformações fiquem equivalentes*
  | **Faça** *transformar suas condições por outras mais simples utilizando transformações regulares*
  Fim do enquanto

  calcular o conjunto solução

  Se *a solução satisfaz as condições*
  | **então**
  | *MICRO-PROCESSO*
  | **senão**
  | *Revise os cálculos*
  | *Revise as transformações*
  | *RESOLVA O ALGORITMO*
  Fim do se
Fim

Figura 5.12

9. ESCREVA SEU PROCEDIMENTO

Neste módulo reafirma-se a aprendizagem derivada da solução do problema, já que cada par de estudantes tem que explicar e ordenar aquilo que escreveu e calculou ou simplesmente pensou. Deve-se escrever um resumo do problema, as respostas as perguntas

insubstituíveis, escrever as estratégias de solução utilizadas, o algoritmo construído e o conjunto solução. Depois convida-se os estudantes a fazer uma generalização do problema. Caso não seja esta sua intenção, concluirá desta forma com o micro-processo e regressará ao macro-processo (ver figuras 5.9 e 5.5).

ESCREBA SEU PROCEDIMENTO

Início

Enquanto *existam resoluções diferentes*
Faça
Escreva: o resumo do problema
as respostas às perguntas insustituiveis
as estratégias utilizadas
o algoritmo
o conjunto solução

Fim do enquanto
Se *pode generalizar o problema*
então
faça a generalização

COMPRENSÃO DO PROBLEMA

senão

MICRO-PROCESSO

Fim do se
Fim

figura 5.13

Ao praticar estes processos esperamos que forneçam evidências para o fortalecimento da teoria proposta, por exemplo: no teorema 1 da teoria recomenda-se ao professor trabalhar com algumas técnicas, entre elas está a resolução de problemas. No teorema 2, solicita-se que o professor não fixe sua atenção aos conteúdos e sim nas atividades; nos algoritmos propostos, somente se fala de conteúdos no momento em que se selecionam os problemas que os alunos terão que resolver. Os conteúdos da matéria, serão investigados e introduzidos pelos alunos no computador, na base de conhecimentos que havia sido formada. Por outro lado, quando organizamos os alunos por níveis, é o momento em que os expomos a avaliações, que se dá de acordo com o corolário 3.2, já que o propósito é de classificá-los por níveis de habilidade para resolver problemas. Também estamos atuando de acordo com o teorema 4, já que sempre que especificamos atividades do professor, elas tem caráter de planificação ou caráter de acompanhamento das atividades dos alunos, com o propósito de guiá-los em sua aprendizagem.

Em nenhum momento afirmamos que o modelo demonstra a teoria, tampouco afirmamos que a teoria é verdadeira em sua totalidade, estamos seguros de (e a experiência de campo nós fundamenta) que o modelo contribui na aprendizagem de resolução de problemas. Também pode ser possível que o modelo, em algum de seus pontos, contradiga algum aspecto da teoria proposta; mas esta é a característica dos modelos, ao querer demonstrar (ou facilitar evidência) alguns aspectos da teoria sacrifica-se outros, seja porque não os considera ou em casos remotos que os contradiga.

5.6.5 BASE DE CONHECIMENTOS DINAMICA E INTELIGENTE

A primeira etapa da investigação (ver capítulo 7) nos indicou que os estudantes usam muito pouco os conteúdos da disciplina que tenham adquirido anteriormente, ainda que estes sejam aplicáveis no momento de resolver os problemas. Também nos demonstrou que muitas vezes o estudante não pode continuar o caminho para a solução, porque não se lembra de algum dado, definição, fórmula ou propriedade (das tantas que tem a matemática). Estas duas conclucões nos levaram à procura de uma solução. Propusemos, então, a construção de uma base de conhecimentos dinâmica e inteligente, com dados que incluem definições e propriedades dos conteúdos de matemática, com o propósito de que o estudante consulte-a no momento que precisar algum dado para resolver seu problema e também que, no momento da Troca de Experiência, ele possa agregar à base de conhecimentos aquelas propriedades e definições que utilizou na resolução do problema. Desta forma a base de conhecimentos torna-se dinâmica, pois crescerá constantemente com dados aportados pelos alunos (não é um dicionário de matemática, onde os alunos encontrem toda a informação que necessitem). Se no momento de fazer uma pergunta à base de conhecimentos, ela não tem a resposta (como de fato acontecerá nas primeiras horas de trabalho, quando o aluno receberá uma base de conhecimentos, com algumas propriedades e definições, somente para que possa aprender a usá-la e consultá-la), então o aluno terá que pesquisar e agregar esta informação à base de conhecimentos. Este é um momento muito importante no modelo proposto, já que é aqui quando o estudante está construin-

do os conteúdos de matemática que necessita para resolver seus problemas. Também é neste momento que a atividade do professor é vital, já que espera-se que ele dirija o aluno para adquirir os conhecimentos que busca e facilite-lhe as fontes onde encontram-se estes conhecimentos (livros, manuais, tabelas). Agora, por que lhe damos o adjetivo de inteligente? Para responder a esta pergunta, precisamos definir alguns termos, e dar alguns pormenores da construção da base de conhecimentos, vemos tudo isto a seguir.

1. INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Definir inteligência, no sentido de inteligência de seres humanos, é difícil; (quando uma ação é inteligente?, é difícil responder, já que muitas vezes quando uma pessoa aprende a executar uma ação, tudo parece-lhe evidente e, portanto, para ele deixa de ser inteligente executar esta ação. Agora, definir inteligência artificial é mais complicado. Os computadores são inteligentes? A maioria das pessoas negam a possibilidade de que uma máquina pense como faz um ser humano. Agora, consideramos inteligente, demonstrar um teorema de matemática? Pois bem, existem programas de inteligência artificial que demonstram teoremas (ver capítulo 3). Consideramos inteligente propor teoremas, que se podem demonstrar? Também tem programas em inteligência artificial, que tem proposto e demonstrado teoremas dentro da teoria dos números. Estamos de acordo então que deve haver um critério para considerar se uma máquina é inteligente ou não.

> "Em 1950, Alan Turing propôs um método para determinar se uma máquina pode pensar..."(Rich, 1988,pag. 22).

O método consiste em selecionar duas pessoas e um computador, colocar cada pessoa e o computador em salas distintas e sem comunicação visual. Uma das pessoas, que chamaremos interrogador, faz as perguntas dirigidas a qualquer das outras duas salas, sem saber qual é a sala da outra pessoa e qual é a sala do computador, as respostas chegam a ele, de forma que não possa identificar o emissor das respostas pelas características físicas das mesmas. O objetivo é de que pelo conteúdo das respostas, o interrogador não possa distinguir quando a resposta provém do ser humano e quando da máquina. Se isto acontece conclue-se que a máquina pode pensar. Espera-se, por exemplo, que ao propor o cálculo de operações aritméticas complicadas, o computador possa demorar, como o fazia o homem e, inclusive equivocar-se em alguns aspectos.

"Turing dá o seguinte exemplo de tipo de diálogo que a máquina teria de ser capaz de produzir:

Interrogador: Na primeira linha de seu soneto, que diz 'Devo comparar-lhe a um dia de verão', a troca por 'um dia de primavera' seria tão boa ou melhor?

A: Não rimaria.

Interrogador: Que tal 'um dia de inverno'. Isto rimaria, com certeza.

A: Sim, mais ninguém quer ser comparado a um dia de inverno.

Interrogador: Você diria que o Sr. Pickwick lhe lembra o Natal?

A: De certa forma.

Interrogador: E, no entanto, o Natal é um dia de inverno, e não creio que o Sr. Pickwick se incomodar-se com a comparação.

A: Não creio que você esteja falando sério. Por um dia de inverno, queremos dizer um dia típico de inverno, e não um dia especial como o Natal." (Rich, 1988, pag. 11).

Passara algum tempo todavia para que uma máquina aprove o teste de Turing. Mas os especialistas em inteligência artificial já tem percorrido bastante caminho. Vejamos agora como

eles definem inteligência artificial.

> Robert I. Levine (1988, pag. 3,4), nós da algumas definições de inteligência artificial: "A inteligência artificial é simplesmente a transferência das características da inteligência humana para a máquina". "Inteligência artificial é simplesmente uma maneira de fazer ou computador pensar inteligentemente".

De alguma maneira a segunda definição não é valida já que até agora nenhum computador aprovou o testes de Turing, mas falo em parte já que a inteligência artificial tem trabalhado em distintos campos do conhecimento humano e feito aportes significativos em quase todos eles (consultar-se os livros referidos na bibliografia). Rich (1988, pag. 1) da uma definição que é válida hoje e para os próximos anos seguira sendo:

> "A Inteligência Artificial é o estudo de como fazer os computadores realizarem tarefas em que, no momento, as pessoas são melhores".

Tem distintas áreas de trabalho em inteligência artificial, uma delas é a engenharia de conhecimentos que tem como um de seus produtos principais, os sistemas especialistas.

2. SISTEMAS ESPECIALISTAS

> "Um sistema de inteligência artificial criado para resolver problemas em um determinado domínio é chamado de sistema especialista. Todo conhecimento em um sistema especialista é fornecido por pessoas que são especialistas naquele domínio."(Levine, 1988, pag. 21).

> "Um sistema especialista é aquele que é projetado e desenvolvido para atender a uma aplicação determinada e limitada do conhecimento humano. E capaz de emitir uma decisão, com apoio em conhecimento justificado, a partir de uma base de informações tal qual um especialista de determinada área do conhecimento humano"(Ribeiro, 1987, pag. 12).

Agora, em que áreas do conhecimento humano desenvolvem-se os sistemas especialistas? Em que campos da atividade humana

tem mais aplicação? Como podemos classificá-los? O que é um especialista? Como se forma um especialista? Vejamos o que diz Ribeiro para responder a algumas das perguntas:

> "De um modo geral, os sistemas especialistas existentes, quanto as características do seu funcionamento, podem ser classificados nas seguintes categorias: Interpretação, Diagnóstico, Monitoramento, Predição, Planejamento, Projeto, Depuração, Reparo, Instrução e Controle."(Ribeiro, 1987, pag. 15).

Um sistema especialista é formado de uma base de dados estática, onde colocam-se regras de decisão, listas, tabelas, etc., e uma base de dados dinâmica, composta por dados que entram no sistema e que servirão na decisão a tomar e nas futuras decisões.

Os irmãos Dreyfus, da Universidade de California em Berkely, tem estudado como as pessoas aprendem e chegaram a definir 5 etapas necessárias para formar um especialista em uma disciplina. Partindo desde os novatos (1a. etapa), até chegar a os especialistas (5a. etapa) indicando que os expertos são os que tomam decisões e resolvem problemas (Trotter, 1986, pag. 32-38).

Em poucas palavras, um sistema especialista é uma copia de um intelectual, através de um programa, utilizando técnicas de inteligência artificial. O objetivo é transladar para o computador todo o conhecimento de um especialista (um atleta, um artista, um professor, etc.), assim como suas regras de decisões. Hoje se utilizam sistemas especialistas em muitos e diversos campos da atividade humana, principia-se com sistemas aplicados à medicina, onde o computador diagnostica e dá a receita, determina os exames de laboratório a realizar, etc. Sua aplicação na medicina permite a socialização da saúde, já que desta

forma, pelo computador, pode-se aproveitar a experiência e sabedoria de um especialista, e aplicá-la a um grande número de pessoas, não precisando que elas tenham que estar em um hospital de especialistas, localizados geralmente nos grandes centros urbanos.

> Neste momento considero oportuno falar do programa MYCIN. "O MYCIN foi o primeiro grande sistema especialista ao nível de um especialista humano e a dar ao usuário uma explicação do seu raciocínio. A maioria dos sistemas especialistas desenvolvidos depois do MYCIN o utilizaram como referência para definir um sistema especialista" (Harmon, 1988, pag. 17).

O MYCIN é um programa projetado para ajudar os médicos internos, do mesmo jeito que eles foram ajudados por um especialista em infecções de bacteriemia e meningite. Quando o MYCIN é chamado, inicia um diálogo, o médico digita as respostas. Eventualmente o MYCIN apresenta um diagnóstico e uma detalhada recomendação de terapia farmacêutica. Quando o médico quer saber como o MYCIN chegou a este diagnóstico, o MYCIN relata as regras de inferência que o levaram a tomar tal decisão.

Espera-se que os benefícios na educação sejam semelhantes, ou seja, que se possa utilizar a sabedoria e experiência de um excelente educador para um grande número de pessoas, pelo sistema especialista de ensino.

Renate Lippert propõe que os sistemas especialistas sejam utilizados na escola como tutores, no sentido de ensinarem do jeito que o aluno precise, como ferramentas, que podem fazer cálculos ou dar informações, e como tutelado, no sentido que pode aprender do próprio aluno na sua base dinâmica de conhecimento. No mesmo artigo, assinala as vantagems do ICAI (inteligente CAI), respeito do CAI (computer- assisted instruction),

os argumentos apresentados dão maior força a teoria proposta no princípio deste capítulo.

> "AI techniques of knowledge representation and search have greatly influenced the new generation of CAI, namely ICAI. While CAI was a product of the behaviorism era, ICAI is a product of cognitive psychology. Further contrasts exist. CAI is teacher-centered, while ICAI is student-centered. CAI concentrates more on the quantitative nature of learning, while ICAI highlights the qualitative side. The teacher therefore moves away from the role of grader, to the role of coach and critic; from lecturer to designer of tasks and environments(cf. Tennyson & Park, 1987)."(Lippert, 1989, pag. 11).

Stanley R. Trollip e Renate C. Lippert da Universidade de Minnesota, desenvolveram um projeto que conssistiu na elaboração de uma base de conhecimentos para a resolução de problemas. A base de conhecimentos foi alimentada diretamente pelos alunos no computador. Utilizou-se um sistema especialista construído por um shell. Os resultados da experiência foram satisfatórios que eles denominaram seu artigo de "CONSTRUCTING KNOWLEDGE BASES: A PROMISING INSTRUCTIONAL TOOL"(Trollip & Lippert, 1987, pag.44-48). Particularmente penso que a experiência pode ser melhorada, construir uma base de conhecimentos para três distintos arquivos mestres, como índicamos no processo de Troca de Experiência. O arquivo de problemas resolvidos, o arquivo de estratégias de solução utilizadas e o arquivo de conhecimentos matemáticos utilizados.

Queremos de alguma forma construir um sistema especialista, para ajudar os alunos a desenvolverem a base de conhecimentos e a base de problemas resolvidos. No modelo de resolução de problemas que estamos propondo, necessitamos duas bases de dados dinâmica (problemas resolvidos e conteúdos matemáticos utilizados), um

programa para entrada de informação, outro para saída de informação e um terceiro programa que desenvolve as regras de decisão (o que executa a atividade do especialista)(J. Cendrowska & M. Bramer, 1984, pag.453- 493).

A professora Verônica Dahl (1983, pag. 106-111), assinala como vantagens no uso de um sistema especialista, entre outras as seguintes: a) processos e regras podem coexistir na descrição de qualquer relação; b) podem dar-se definições recursivas; c) é possível ter mais de uma resposta, sempre que o sentido se conserve; d) a inferência lógica, dá-se de forma natural.

3. PROGRAMAS INTELIGENTES

Como falamos no parágrafo anterior, precisamos utilizar técnicas de inteligência artificial e, portanto, construir programas chamados inteligentes. Agora, comparando um programa inteligente com um convencional teríamos:

> " a) Programação convencional. 1. primariamente, processamento numérico; 2. soluções algorítmicas; 3. estruturas de controle e de conhecimento integradas; 4. difícil modificação e atualização; 5. só a resposta correta interessa; 6. só a melhor solução satisfaz. b) Programação em inteligência Artificial. 1. primariamente tem processamento simbólico; 2. soluções heurísticas; 3. estrutura de controle separada do domínio de conhecimento; 4. fácil de modificar-se e atualizar-se; 5. algumas respostas erradas são toleradas; 6. respostas satisfatórias são aceitas" (Ribeiro, 1987, pag. 4 e 5).

> "Um programa comum pode fazer tudo o que um programa de inteligência artificial faz, mas não pode ser programado tão fácil ou rapidamente. ... Mas um programa de inteligência artificial possui uma característica notável, equivalente a uma característica vital da inteligência humana. Cada parte minúscula pode ser modificada sem afetar a estrutura do programa inteiro" (Levine. 1988, pag. 4).

Resumindo, um programa inteligente, deve ter processamento simbólico, trabalhar com regras heurísticas, aceitar respostas equivalentes, ser capaz de crescer em qualquer uma de suas

partes, e crescer sem ter que sofrer grandes modificações.

4. LINGUAGEM NATURAL

O suplemento de informática do periódico A FOLHA DE SAO PAULO, de data 15 de março de 1989, brindou a seus leitores com um artigo onde se faz um análise do que pode chegar a ser um computador do futuro. Fazendo um resumo: os computadores terão o tamanho de um caderno de notas com uma tela colorida, não terão teclas para entrada da informação, pois, toda a informação entra em linguagem natural e oral ou é assinalada por alguma opção exposta na tela (entre outras características muito interessantes); o computador responderá também com linguagem natural (podendo-se escolher entre voz e imagem, masculina ou feminina). Podemos concluir do resumo anterior, que a linguagem natural é a futura comunicação com o computador. Podemos falar que linguagem natural é a utilização da linguagem de todos os dias de cada pessoa. Notamos que existem duas formas de comunicação em linguagem natural, a forma escrita (que está muito mais desenvolvida), e a forma oral (já existem alguns bancos de dados).

> Ribeiro considera que:"Para um programa computacional interpretar uma comunicação em linguagem natural é necessário o seguinte `conhecimento´: - a estrutura das sentenças, - o significado das palavras, - a morfologia das palavras; - as regras de conversação."(Ribeiro, 1987, pag. 6).

Também considera que todo sistema especialista deve ter seu interpretador em linguagem natural, para facilitar a comunicação com o usuário (pag. 23). Rich (1988), indica que a comunicação entre os seres humanos em sua maioria é falada e que só recentemente, o homem há começou a se comunicar com caracteres gráficos, os quais, não sendo ambíguos, facilitam a

comunicação (pag. 344). A compreensão do linguagem natural, faz-se,principalmente, em frases individuais ou em frases coletivas. O análise de frases individuais, se faz com análise sintática ou semântica ou com o casamento de palavras chaves. A compreensão de frases múltiplas, faz-se localizando o foco do conjunto de frases, ou ainda por localização da meta, ou por roteiros de compreensão ou por compreensão de diálogos.

No programa que explicamos mais adiante, fazemos uma análise da linguagem natural escrita, utilizando frases individuais e o casamento de palavras chaves.

5. ESTRUTURA DOS CONHECIMENTOS

Que tipo de conhecimentos manejará a base e qual será a melhor estrutura para representá-los? São duas perguntas que devem ser respondidas com análise pois da seleção da estrutura de conhecimentos a empregar-se dependem os predicados e os módulos a construidos mais adiante.

> "Um bom sistema de representação de conhecimento estruturado, complexo, em um domínio particular deveria possuir quatro propriedades seguintes: a) Adequada Representação - capacidade de representar todos os tipos de conhecimentos que fossem necessários naquele domínio; b) Adequação Inferencial - capacidade de manipular as estruturas de representação de modo a derivar novas estruturas correspondentes ao conhecimento novo inferido do antigo; c) Eficiência inferencial - capacidade de incorporar dentro da estrutura do conhecimento, informação adicional que possa ser utilizada para direcionar os mecanismos de inferência nas direções mais promissoras; d) Eficiência Adquisicional _ capacidade de adquirir novas informações com facilidade."(Rich, 1988, pag. 235,236).

Entre os paradigmas mais utilizados, na representação de conhecimentos, encontramos: regras de produção, redes semânticas, Frames, Programação lógica. Ainda que últimamente tenha-se concluido que a combinação adequada dos distintos paradigmas pro-

duze os melhores resultados (P. Kinnucan, 1984, pag. 30-42).

Na base de conhecimentos que criamos, decidimos utilizar redes semânticas, já que o material que deveriamos arquivar (são definições e propriedades matemáticas) tem uma estrutura que vai desde os termos não definidos até as definições, e de definições e propriedades a novas definições.

> Definimos então rede semântica: "Numa rede semântica, a informação é representada como um conjunto de nós ligados um ao outro por um conjunto de arcos rotulados que representam relações entre os nós."(Rich, 1988, pag. 253).

> "Eis aqui um resumo de alguns dos princípios das redes semânticas: 1. As redes semânticas descrevem a relação entre as coisas que são representadas pelos nós. 2. Os nós são círculos que têm nomes. 3. As relações entre os nós são representadas por arcos que conectam os círculos. 4. Uma rede semântica pode ser usada para gerar estruturas e objetos. 5. Uma rede semântica pode ser usada para gerar regras para um banco de conhecimentos."(Levine, 1988, pag. 215).

Para dar um exemplo, da forma como encadeamos as definições, vejamos: entre as características de um quadrado, sabemos que ele é um retângulo, sabemos também que um retângulo é um paralelogramo e que um paralelogramo é um quadrilátero e que um quadrilátero é um polígono regular. Voltemos ao quadrado, sabemos que é um retângulo, mas o que é que distingue-lhe de um retângulo? Poderia definir-se de muitas formas, mas talvez a mais eficiente, seja o fato de que o quadrado tem lados iguais. O retângulo é um paralelogramo e distingue-se porque tem ângulos de 90 graus e assim por diante. Este tipo de raciocínio nos levou a criar a estrutura do arquivo de definição como segue: def(Nome, Relação, Distinção,Parâmetros), cada vez que se introduz uma definição na base de dados, dá-se-lhe um nome, uma relação de ser ou pertencer a uma classe maior (o

quadrado é um retângulo), e Distinção é o que distingue-lhe da classe maior. Agregamos à definição a informação dos parâmetros do objeto definido, já que serão utilizados nas propriedades. Vejamos alguns exemplos de definições (uma parte do arquivo definições):

```
df("quadrado","retângulo","lados_iguais","lado_a")
```

lemos: quadrado é um retângulo com lados iguais e parâmetro lado a. Da mesma forma lemos as seguintes definições.

```
df("retângulo","paralelogramo","lados_perpendiculares","lados-
_a_b")
```

retângulo é um paralelogramo com lados perpendiculares e parâmetros lados a e b.

```
df("paralelogramo","quadrilátero","lados_paralelos ","lados_e_an-
gulos")
```

paralelogramo e um quadrilátero com lados paralelos e parâmetros lados e ângulos.

```
df("quadrilátero","polígono","quatro_lados","lados_e_angulos")
```

quadrilátero é um polígono com quatro lados e parâmetros lados e ângulos.

```
df("polígono","figura_plana","n_lados","lados_e_angulos")
```

polígono é uma figura plana de n lados com parâmetros lados e ângulos.

Com estas definições recorremos um galho da árvore, iniciado em quadrado, seguindo para cima encontramos retângulo, quadrilátero, polígono e terminamos com figura plana, que é a raiz desta árvore. Como se pode inferir deste exemplo, este arquivo aumenta cada vez que o aluno entra com novas definições, ou seja, agrega galhos as distintas árvores, ademais é este um dos maiores arquivos dentro do programa.

Outro galho desta árvore é a que inicia-se com os triângulos, as folhas são os triângulos e a raiz, de novo, é figura plana.

```
df("triângulo_retângulo","triângulo","tem_um_ângulo_reito",
"hipotenusa_e_catetos")

df("triângulo_isósceles","triângulo","dois_lados_iguais",
"lados_e_angulos")

df("triângulo_equilátero","triângulo","os_lados_sao_iguais",
"lado")

df("triângulo","polígono","três_lados","lados_e_angulos")
```

Neste novo galho, chegamos de novo a um polígono. Dos dois exemplos expostos vemos que a árvore formada não é uma árvore binária, e não tem previsão quanto ao número de galhos que se desenvolvem de cada nó. Vejamos agora alguns exemplos do arquivo de propriedades, que tem uma estrutura muito parecida ao arquivo de definições:

```
prop("quadrado","área","produto_dois_lados","a*a")
```

que lemos: área do quadrado calcula-se com o produto dois lados e é igual a a*a.

```
prop("trapezio_isósceles", "perímetro", "soma_dois_lados",
"a+b+c+ d")


prop( "trapezio_ isósceles", "área", "calculase_ combirtiendo_
trapezio_ em _ um _ retângulo", "h*(a+b)/2 _h _e _altura _a _e _b
_sao _as _bases")
```

Nesta propriedade olha-se mais claramente a intenção do terceiro campo na estrutura de uma propriedade. Tem-se como objetivo que o aluno descreva de alguma forma, como é que a propriedade é obtida e não simplesmente que decore a fórmula da propriedade. A estrutura do arquivo de propriedades é:-

prop(Nome, Propiedade, Descrisão, fórmula).

Nome: o nome de quem busca a propriedade.
Propiedade: nome da propriedade.
Descrisão: indicações de como se obtem a propriedade.
Fórmula: a fórmula para poder calcular a propriedade.

6. TURBO PROLOG

E uma das linguagens utilizadas em inteligência artificial, que conta com várias versões (não compativeis) e muitas delas podem compilar-se em computadores pessoais.

> "Prolog é representativo de 'PROgramming LOGic'(lógica programada) e é uma linguagem de computação inventada por volta de 1970 por Alain Colmerauer e seus colegas da Universidade de Marseille"(Robinson,1988, pag. XVII).

> "E especialmente bem adequado para diversos problemas típicos de inteligência artificial. Entre estes, os de maior importância são sistemas especialistas e processamento de linguagem- natural."(Robinson, 1988, pag. XVIII).

Neste trabalho utilizamos o TURBO PROLOG versão 1.1, e muitos dos predicados utilizados foram escritos de maneira recursiva, podendo chamar-se a si mesmos. O tipo de estrutura que mais se trabalhou foi a LISTA. Clocksin & Mellish (1984, pag. 49) definem lista:

> " The list is an ordered sequence of elements that can have any length. Ordered means that the order of the elements in the sequence matters. The elements of a list may be any terms - constants, variables, structures - which of course includes other list. ... Lists can represent practically any kind of structure that one may wish to use in symbolic computation.".

A citação, mais que definir, argumenta a grande importância que tem a estrutura de lista, os mesmos autores dão uma série de predicados para trabalhar com listas, dos quais exponho alguns:

Este predicado determina se um conjunto está contido em outro.

```
subconjunto([A|X],E) if
        pertenece (A,E), subconjunto(X,E).
subconjunto([],E).
```

Este predicado, calcula a intersecção de conjuntos

```
interseccion ([],X,[]).
interseccion([X|R],E,[X|Z]) if
        pertenece (X,E),!,
        interseccion(R,E,Z).
interseccion([X|R],E,Z) if
        interseccion(R,E,Z).
```

Este predicado calcula a união de conjuntos

```
union([],X,X).
union([X|R],E,Z) if
        pertenece (X,E),!,
        union(R,E,Z).
union([X|R],E,[X|Z]) if
        union(R,E,Z).
```

O predicado pertenece é muito importante nos cálculos de operações com conjuntos.

pertenece (X,[X|_]). Ele tá definido mais na frente.

7. ALGUMAS CARATERISTICAS DA BASE DE CONHECIMENTOS CRIADA

A base de conhecimentos responde perguntas que são feitas pelos alunos em linguagem natural, ou seja, agora é o estudante quem faz as perguntas ao computador e não o computador que as faz (que muitas vezes eram perguntas padrão e com respostas rígidas). Cada estudante tem uma forma distinta de perguntar e os termos que eles utilizam, muitas vezes, diferem de acordo com a idade. Vicari & Tribo (1988, pag. 2) chegaram a esta conclusão indicando:

> " A observação das interações de dois alunos com este pequeno interpretador demonstrou que as construções sintáticas(estilo) utilizadas variavam, de aluno para aluno, e que o dicionário definido não cobria todas as palavras utilizadas."

Estas observações nos motivaram a construir uma estrutura

de programa que possa responder às perguntas feitas pelos alunos sem que eles tenham que aprender padrões de perguntas. Para isto foram construídos dois arquivos. Um deles recibeu o nome de termos a eliminar, e nele guarda-se os termos que utilizamos em nossa linguagem natural, mas que não discriminam na procura de uma informação, por exemplo: qual, e, a, as, ou, os, das, nas, dois, nós, pra, para, mi, porfavor, por, favor, de, o, a, as, os, do, que, da, do, mi (se pode notar que nos termos a eliminar, existem palavras em espanhol e em portugués). Esta lista pode-se ampliar conforme seja necessário e no trabalho diário cada par de estudantes terá seu próprio arquivo de termos a eliminar (já que cada um tem uma maneira de perguntar). O outro arquivo é o de sinônimos e o propósito é de fornecer ao computador uma série de sinônimos para fazêlo mais 'inteligente', ou seja, se um aluno tem uma dúvida referente a quadrado e escreve Quadrado (com maiúscula), em uma procura tradicional, a máquina informa que não tem informação para Quadrado, pois quadrado e Quadrado, são distintos para o computador. Cada vez que uma definição ou uma propiedade são agregadas à base de conhecimentos, o arquivo de sinônimos é atualizado, criando a par s(Nome,Nome), para que cada nome seja sinónimo consigo mesmo. Depois deve-se usar o programa que atualiza sinônimos, fazendo outros pares de sinônimos para o mesmo nome, vejamos alguns exemplos destas atualizações:

```
s("quadrado","quadrado"),
s("quadrado","Quadrado"),
s("quadrado","cuadrado").
```

temos como sinônimos de quadrado, cuadrado, e Quadrado.

```
s("retângulo","retângulo"),
s("retângulo","Retângulo"),
s("retângulo","rectangulo"),
s("retângulo","Rectangulo").
```

temos como sinônimo de retângulo, Retângulo, Rectangulo e rectángulo.

```
s("paralelogramo","paralelogramo"),
s("paralelogramo","Paralelogramo")
s("quadrilátero","quadrilátero"),
s("quadrilátero","Quadrilátero")
s("quadrilátero","quadrilatero")
s("polígono","polígono"), s("polígono","Polígono")
s("trapezio_isósceles","trapezio_isósceles"),
s("trapezio","trapezio"),
```

Nestos grupos de sinônimos, vemos a necessidade de definir, sinônimos verdadeiros e sinônimos que podem apresentar-se por erros na escrita ou por erros de ortografia, ademais temos definidos também os sinônimos em espanhol, para aproveitar a pesquisa nos dois idiomas.

No seguinte grupo de sinônimos observamos como de uma só figura geométrica (circunferência) pode-se definir tantas formas e o arquivo que utiliza o programa tem outras definições de sinônimos para esta mesma figura (listar todo o arquivo, seria cansativo e inútil).

```
s("ângulo","ângulo")
s("sector_angular","sector_angular")
s("arco","arco")
s("arco","Arco")
s("flecha","flecha")
s("radio","radio")
s("centro","centro")
s("flecha","Flecha")
s("radio","Radio")
s("radio","raio")
s("radio","Raio")
s("centro","Centro")
s("circunferência","Circunferência")
s("diametro","Diametro")
```

Este outro grupo de sinônimos nos mostra o nome de algumas

propriedades:

```
s("medida","medida")
s("medida","Medida")
s("área","Área")
s("distancia","distancia")
s("superficie","Superficie")
s("perímetro","Perímetro")
s("frontera","Frontera")
s("frontera","curva_de_frontera")
s("frontera","curva_frontera")
s("curva_cerrada","curva_fechada")
s("curva_cerrada","Curva_cerrada")
s("curva_cerrada","Curva_fechada")
s("curva","Curva")
s("altura","Altura")
s("altura","altura_de_triângulo")
s("altura","altura_de_trapezio")
s("altura_do_triângulo","altura_do_triângulo")
s("base","base")
```

Este conjunto de sinônimos mostra porque o programa pode interpretar diversos tipos de perguntas, vejamos por exemplo: se o estudante quer uma definição pode dizer: defina, dê-me a definição, ou defina-me ou outras formas. Quantas ao todo? E quais ?, A quantidade de sinônimos sempre cresce e daí vemos a importância de uma base dinâmica, para que, conforme se desenvolve a pesquisa, possa-se ir ampliando, não só nomes das definições e propriedades, mas também as distintas variantes que se apresentam durante o uso da base de conhecimentos.

Sinônimos de definição:

```
s("definicao","definicao")
s("definicao","definicion")
s("definicao","Definicao")
s("definicao","defina")
```

Sinônimos de relação:

```
s("relacao","ralacao")
s("relacao","relacao")
s("relacao","relacion")
s("relacao","relacionado")
s("relacao","Relacao")
s("relacao","Relacion")
```

Sinônimos de distinção:

```
s("distincao","distincao")
s("distincao","distincion")
s("distincao","Distincao")
s("distincao","Distincion")
s("distincao","diferencia")
s("distincao","diferenca")
```

Sinônimos de parâmetros:

```
s("parâmetros","parâmetros")
s("parâmetros","Parâmetros")
```

Sinônimos de propriedade:

```
s("propriedade","propriedade")
s("propriedade","propiedad")
s("propriedade","Propiedade")
s("propriedade","Propriedade")
```

Além dos dois arquivos descritos, o programa deve ter uma estrutura que aceite a pergunta do aluno e a compare com os arquivos de termos a eliminar e sinônimos, em seguida depurar os dados de entrada e ficar só com os termos necessários, para então buscar as soluções. Daremos ama idéia de como o programa faz isto. Primeiro o programa recebe a pergunta do aluno em um string e a transforma em uma lista, que chamamos Prelist. Utilizando propriedades de conjuntos, calcula-se a diferença de conjuntos da lista Prelist com o arquivo de termos a eliminar que foi convertido na lista L2, a esta diferença (que também é uma lista), chamamos M. Depois, o computador compara cada elemento da lista M com o arquivo de sinônimos e os termos que localiza no arquivo são trocados para formar um subconjunto de termos padrões, que ficam na lista chamada Nova. Estes elementos da lista Nova podem ser facilmente localizados na base de definições e propriedades. Se no conjunto diferença, existem palavras que não estão nos sinônimos (que previamente determina-

mos e não eram termos a eliminar), então, estas são escritas em outro conjunto chamado Nium, com o propósito de mostrá-los em outra parte do programa (imediatamente depois de ter respondido a pergunta do aluno), que exibirá os termos que o computador não conhece e, neste mesmo terá oportunidade para introduzi-los no computador, agregá-los à base de conhecimentos. Vejamos algumas partes deste programa.

```
introduzir if
  makewindow(1,71,7,"",1,15,9,50),
  write("      BASE   DE   CONHECIMENTOS"),NL,
  WRITE("      **********************"),NL,
  field_attr(0,5,25,113),
  write("    Fico pronta para responder as suas per-
guntas,\n"),
  write("  as quais podem ser: definicoes, proprie-
dades,\n"),
  write("  relacoes entre nomes, parametros e outros.\n"),
  write("  Voce pode acrescentar mais informacoes,\n"),
  write("  não caso, de Eu não terlas.  BOM TRABALHO "),
  makewindow(3,7,7,"",11,3,14,73),clearwindow.
```

Nesta parte o programa dá algumas informações e espera pela pergunta que o aluno fará. No predicado depura_lista, o programa primeiro converte a pergunta em uma lista chamada Prelist, depois consulta o arquivo de termos a eliminar utilizando o predicado consultar (que também converte o arquivo eliminar em uma lista chamada L2) e logo elimina os termos desnecessários com o predicado depurar. Depois, o programa consulta o arquivo de sinônimos e executa o predicado comparar produzindo listas de saída: a lista Nova que já tem os sinônimos encontrados e a lista Nium, com os termos não conhecidos pela base.

```
depura_lista(Nova,Nium) if
      formar_lista(Prelist),consultar(L2),
 depurar(Prelist,L2,M),
 openread(sinonimos,"sino.arc"),
 consulta("sino.arc"),comparar(M,Nova,Nium),nl,
 nl.
```

Cada elemento do predicado depura_lista, é também um predicado. O predicado depura_lista tem duas listas como saída: a lista Nova, onde se escrevem os termos padrão e a lista Niuna onde se escrevem os termos que não são identificados pela base de conhecimentos.

Agora vejamos o predicado formar_lista. Este é o que toma a pergunta do aluno e a torna em uma lista (ademais verifica se necessita ajuda ou se quer terminar a seção de trabalho).

```
formar_lista(Prelist) if
        clearwindow,cursor(11,1),
        write("<?> para ajuda     < esc> para sair"),
        cursor(1,1),
        write("ESCREVA SUA PERGUNTA "),
        readchar(Fchar),checkhelp(Fchar),cursor(1,23),
        write(Fchar),
        readln(S),!,frontchar(S3,Fchar,S),
        s_prelist(S3,Prelist).
checkhelp('\27') if exit.
checkhelp(Fchar) if
        Fchar <> '?',!.
checkhelp('?') if
        makewindow(4,23,7,"",10,3,14,73),
        file_str("ajuda.arc",I),
        display(I),
        removewindow, fail.
```

Consultar: predicado que abre o arquivo de termos a eliminar.

```
consultar(L2) if
        openread(eliminar,"elimina.arc"),
        readdevice(eliminar),
        file_str("elimina.arc",Li2),
        s_prelist(Li2,L2).
```

Depurar: predicado que depura a lista de entrada, eliminando os termos comuns com o arquivo de termos a eliminar.

```
depurar([],X,[]).
depurar([X|R],E,[X|Z]) if
          not(pertenece(X,E)),!,
         depurar(R,E,Z).
depurar([X|R],E,Z) if
        depurar(R,E,Z).
```

Pertenece: predicado que analisa a quando um elemento pertence a uma lista.

```
pertenece(X,[X|_]).
pertenece(X,[_|E]) if
       pertenece(X,E).
```

s_prelist: predicado que converte um string em uma lista

```
s_prelist(S,[H|T]) if
       fronttoken(S,H,S1),!,
       s_prelist(S1,T).
s_prelist(_,[]).
```

Consulta: predicado que abre o arquivo de sinônimos.

```
consulta("sino.arc") if
      readdevice(sinonimos),
      repita(sinonimos),readterm(dbasedom,Term),
      assertz(Term),fail.
consulta(_) if
      eof(sinonimos).
```

Salida: predicado que compara o que resta da diferença de conjuntos com o arquivo de sinônimos e das duas listas de saída (Nova e Niuna).

```
comparar([],[],[]).
comparar([X|R],[G|Z],Z1) if
       s(G,X),!,
       comparar(R,Z,Z1).
comparar([X|R],Z,[X|Z1]) if
       comparar(R,Z,Z1).
```

O programa neste momento chama o modulo `salida`. E Neste módulo que se faz a identificação da pergunta e onde se elaboram as respostas aos alunos, consultando-se os arquivos: nome, definições e propriedades. Vejamos algumas partes deste módulo:

O primeiro predicado utilizado chama-se `busca_definições` que em sua primeira parte testa se a Lista Nova (que é a lista que obtivemos no processo anterior), é vazia; neste caso a única resposta é `não encontrei termos a investigar`. Na segunda parte

do predicado testa-se se a lista tem um elemento e na terceira parte testa-se se a lista tem dois elementos. Tal processo pode se prolongar para testar mais elementos na lista, mas na pesquisa analisou-se distintas perguntas e sempre obtivemos um ou dois elementos finais.

```
busca_definições(Nova) if
        igual (Nova, []),nl,
        write("Nao encontre ninhum término a pesquisar ").

busca_definições([X1¦Nov]) if
        igual(Nov,[]),nl,
        sale1(X1).

busca_definições([X1,X2¦Nov]) if
        igual(Nov,[]),nl,
        sale2(X1,X2).
```

Determinado o número de elementos, o programa vai a satisfazer os predicados sale1 e sale2, que realizam uma busca na base de dados para encontrar a informação que o estudante está precisando.

Abaixo mostra-se uma proposição do predicado sale1 e uma proposição do predicado sale2.

```
sale1(X1) if
        consulta1("defini.arc"),df(X1,A,B,C),!,
        write(X1),write(" e´ "),write(A),write(" "),write(B),
        write(".  "),write(C).

sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nome(X1),
        X2="definicao",consulta1("defini.arc"),
        df(X1,A,B,C),write("Definicao: "),
        write(X1),write(" e´  "),write(A),
        write("com"),write(B),write("."),write("Parametros:"),
        write(C).
```

Ao final de cada proposição dos predicados Sale1 e Sale2, escreve-se a resposta da pergunta do aluno e volta-se ao programa principal, onde se testa se a lista chamada Nium (onde escrevemos os elementos não conhecidos para a base de dados), é distinta do

vazio. Em caso afirmativo apresenta-se a opção ao aluno de ingressar a informação em forma de definição ou em forma de propiedade, também está a opção de que ele não ingrese a informação neste momento; no último caso o programa retorna ao início, esperando por outra pergunta. Se a lista Nium é vazia, o programa regressa automaticamente ao início para receber uma nova pergunta.

O programa inclui um arquivo que dá alguma informação ao aluno quando este a solicita. A informação é pequena com o propó sito que seja lida rápidamente e permitindo que o trabalho continue. A informação que se da é:

```
AS DEFINICOES SAO DA FORMA:

df(Nome,Relacao,Distincao,Parametros)

Nome: e´ ou objeto procurado
Relacao: determina ou conjunto a que ele pertence
Distincao:  a caracteristica que face dele um outro subconjunto
Parametros: os que ele precisa, para ser conhecido.


AS PropriedadeS SAO DA FORMA:

prop(Nome,Propriedade,Definicao,Formula)
Nome: de quiem buscamos a propriedade
Propriedade: a que buscamos
Definicao:  explicacao de como calcular a propriedade

Formula:
    e´ o algoritmo desejado

TIPOS DE PERGUNTAS:

quadrado
ou
definame um quadrado
da pra mi a area do quadrado
experimente outros tipos de perguntas
```

5.6.5 BASE DE PROBLEMAS

A base de problemas tem início com uma coleção de 155 problemas resolvidos, organizados em 25 séries, de acordo com o tema tratado. As séries são ordenadas de acordo com a dificuldade e estratégia de solução. Fiz um arquivo em Dbase III plus, com a seguinte estrutura:

SERIE	NUMERICO	2
NUMERO	NUMERICO	2
ENUNCIADO	CHARACTER	250
ESTRATEGIA	CHARACTER	250
RESPUESTA	CHARACTER	80
SOLUCION	CHARACTER	250
RELACIONADO	CHARACTER	80
MODIFICA	CHARACTER	80

Isto dá um total de 994 caracteres por cada problema. Os campos: série, número e enunciado não precisam explicação. O campo estratégia foi utilizado para colocar as estratégias de solução que foram empregadas na resolução do problema tanto pelo pesquisador, como pelos estudantes que participaram na primeira parte da pesquisa. O campo respuesta, foi utilizado para dar a resposta do problema. O campo solucion, foi utilizado para escrever um esquema do algoritmo empregado na resolução. Relacionado foi utilizado para escrever o número e a série dos problemas que tinham relação com o problema, fosse através das estratégias de solução ou pelo algoritmo utilizado. Modifica contém algumas dicas de como fazer algumas modificações no problema (útil para aqueles casos em que o professor resolve o problema e tem que apresentar outro muito semelhante para o estudante resolver).

No momento da pesquisa, ficamos só com 58 problemas, orga-

nizando-los em outra ordem (aquele ordem que corresponda com o conhecimento matemático dos alunos e com o modelo a ser usado), também trocou-se a estrutura do arquivo e foram criados dois arquivos com igual estrutura. O primeiro arquivo se chama Problema e tem os campos série, número, enunciado, estratégia, respuesta, solucion do arquivo mestre e só 58 problemas. O arquivo Prob4 que tem os campos, número, enunciado, perguntas, estratégias, respuesta, solucion; neste arquivo encontra-se só o número e o enunciado dos problemas, os outros campos ficam em branco a espera dos dados dos alunos. No campo pergunta, eles escrevem as respostas às perguntas insubstituíveis. Foram feitos dois programas em Dbase III para utilizar os dois arquivos anteriores. O programa chamado MENU que tem o propósito de apresentar os problemas e todos os dados utilizados pelos estudantes. Geralmente é pouco utilizado, salvo no caso do aluno não poder resolver o problema. O programa Novo, que o aluno vai alimentando com sua própria base de problemas resolvidos, escreve suas respostas, seus algoritmos, as estratégias de solução e, a resposta às perguntas insubstituíveis, podendo também consultar os problemas anteriores(que ele já resolveu), com o propósito de localizar um problema semelhante ao que ele está resolvendo. Também permite olhar os problemas que virão (como de fato sucede quase sempre, ao terminar a aula com os alunos, estes dão uma olhada nos problemas que tinham pela frente). Cada par de estudantes tem seu próprio disquete, de maneira que as soluções que ele consulta são as que eles mesmos construiram.

As partes mais importantes do programa menu:

```
input "NUMERO DO PROBLEMA " to test
@ 5,5 say "PROCURADO"
set color to gr
go top
locate for numero = test
  if eof()
    clear
    @ 5,10 say "Não tem esse numero de problema"
    @ 6,10 say "O maior é 58"
    clear all
    wait
    return
  endif
@ 9,10
? enunciado
@ 17,5
accept "Deseja imprimer o problema (s o n)" to cu
if cu = "s"
 set print on
 ?
 ?"NOME _____"
?
?"DATA_____Grupo _____No _____"
?
? enunciado
eject
 set print off
endif
accept "Deseja ver as estrategias de solucao ( s o n)" to cs
if cs = "s"
?estrategia
endif
accept "Deseja ver a resposta ( s o n) " to cr
if cr = "s"
?respuesta
endif
accept "Deseja ver um esquema da solucao ( s o n) " to crr
if crr = "s"
?solucion
endif
```

Agora vejamos as partes mais importantes do programa NOVO:

```
@ 2,25 say "ACRESCENTA DADOS A LISTA DE PROBLEMAS"
go bottom
input "ESCRIBA  o numero do problema  - " to test
@ 6,25 say "PROCURANDO  "
locate for numero = test
IF eof()
  clear
  @ 8,10 say "Os numeros estao comprendidos de 1 a 58"
  wait
  clear all
```

```
  return
endif
  @ 9,5
? enunciado
  @ 10,2 say "Qual e a incognita  - " get incognita
  @ 11,2 say "Quais sao os dados  - " get dados
  @ 12,2 say "Qual e a condicao   - " get condicao
  @ 14,2 say "Escreva suas estrategias  - " get estrategia
  @ 16,2 say "Escreva sua respuesta     - " get respuesta
  @ 19,2 say "Resuma a resolucao        - " get solucion
  read
  clear all
  return
```

5.6.6 OUTROS PROGRAMAS

1. ADMINISTRADORES DE ARQUIVOS

O programa principal tem mais de 10 arquivos para consultar e/ou atualizar. Alguns destes arquivos não são administrados pelo programa principal pois o seu uso fica restrito ao professor (arquivos de sinônimos e arquivos de termos a eliminar). Isto gerou a criação de três programas para cada arquivo, um deles para criar o arquivo, com a estrutura que cada um requer dele, outro programa com a finalidade de ler o arquivo e um último, que administra o arquivo, ou seja, atualiza o arquivo. Vejamos as partes mais importantes destes programas (só do arquivo de definições, já que todos tem a mesma forma):

```
/*creadef.pro*/
/*creacion de archivo de definiciones*/

domains
   file = definiciones
   nome, relacao, distincao, parametros  = symbol
database
   df( nome, relacao, distincao, parametros)

predicates
   guarde_definiciones
   haga_un_archivo
   escriba_definiciones
```

```
goal
   guarde_definiciones.

clauses
   guarde_definiciones  if
                haga_un_archivo, escriba_definiciones.
   haga_un_archivo      if
                openwrite ( definiciones, "defini.arc"),
                writedevice (definiciones).
   escriba_definiciones if
                df ( Nome, Relacao, Distincao, Parametros),
                write (  Nome, Relacao, Distincao,
                Parametros), nl, Fail.


/*leedefin.pro*/
/*lee definiciones del archivo defini.arc*/

domains
  file = definiciones
  nome, relacao, distincao, parametros = symbol
database
  df( nome, relacao, distincao, parametros )
predicates
  consultar (string)
  repita (file)
clauses
  consultar ("defini.arc") if
         openread (definiciones, "defini.arc"),
         readdevice (definiciones),
         repita (definiciones),
         readterm (dbasedom, Term),
         assertz (Term), fail.
  consultar (_) if eof (definiciones).
  repita (_).

  repita (File) if not ( eof (File)), repita (File).
/*para goal, primeira goal deve ser consultar("defini.arc"),
luego puede tomar cualquier combinacion como */
/* goal: df(X,Y,M,N,)*/


/*actudefi.pro*/
/*mantenimiento de archivo de definiciones*/
/*para cada NOME, agrega el sinonimo s(Nome,Nome)
y el archivo de nombre(Nome)*/

domains

  file = definiciones;sinonimos;name
  list = symbol*
  define= df(symbol,symbol,symbol,symbol)
  sinoni=s(symbol,symbol)
  nom = nombre(symbol)
```

```
database
  df(symbol,symbol,symbol,symbol)
  s(symbol,symbol)
  nombre(symbol)

predicates
  leedefine (define,sinoni,nom)
  actualiza
  ultimo
  janela

goal
  actualiza.
clauses
  janela if
        makewindow (1,7,112,"AGREGA DEFINICOES", 5,20,20,45),
        clearwindow.

  leedefine ( df(Nome, Relacao, Distincao,
Parametros),s(Nome,Nome),nombre(Nome)) if

            write ("nome?"), readln (Nome),
            write ("relacao?"), readln (Relacao),
            write ("distincao?"), readln (Distincao),
            write ("Parametros?"), readln (Parametros).

  actualiza if
            janela,  leedefine ( P,Q,R),
            openappend (definiciones, "defini.arc"),
            writedevice (definiciones),
            write ( P), nl, closefile (definiciones),
            openappend (sinonimos, "sino.arc"),
            writedevice (sinonimos),
            write ( Q), nl, closefile (sinonimos),
            openappend (name, "name.arc"),
            writedevice (name),
            write ( R), nl, closefile (name),
            writedevice (screen), ultimo, actualiza.
  ultimo if
            write("ultima definicao ( escreba s ou n)? "),
            readln(Ch), Ch ="n",!.
```

2. PROGRAMA QUE DERIVA FUNÇOES

A versão 1.1 do Turbo Prolog traz dentro dos exemplos de programas, um derivador de funções algébricas e logaritmo natural. Estendemos o programa para que ele derive qualquer função elementar (algébricas, exponencial, logarítmica de qualquer base, trigonométricas e trigonométricas inversas). O programa é de muita utilidade no trabalho, já que a totalidade dos problemas

que trabalho na pesquisa são de cálculo diferencial e como falamos antes, muitas vezes a dificuldade de resolver um problema não reside no problema, mas nos conteúdos matemáticos de que este precisa. Deste jeito um programa diferenciador de funções (de forma analítica), é uma ferramenta muito útil na resolução de problemas de máximos e mínimos. Vejamos as partes mais importantes deste programa.

```
/* DERIVACION SIMBOLICA */
CLAUSES
 run:-

      makewindow(1,71,7,"",1,15,9,50),
      write("  D I F E R E N C I A C A O   S I M B O L I C
A"),nl,
      write("**********************************************"
),nl,
      field_attr(0,2,45,113),
      write("    Uma expresao pode ter: "),nl,
      write("    adicao, subtracao, multiplicacao, divisao,\n"),
      write("    exponentes, exponenciais,  logaritmos,\n"),
      write("    e funções trigonometricas.\n"),
      write("i.e. x+x, x*(2+y)^2, ln(1/(1-x)), 2^x ou sen(x)"),
      makewindow(3,7,7,"",11,3,14,73),
      clearwindow,diff.

  diff:-

      readexp(EXP),
      d(EXP,"x",EXP1),
      write("Derivada da funcao. :\n"),
      writeexp(EXP1),
      write("\nSimplificacao:\n"),
      reduce(EXP1,EXP3),writeexp(EXP3),
      write("\n\nOprima qualquer tecla para
continuar..."),readchar(_),fail,!.

  diff:-diff.
  repeat.
  repeat:- repeat.
  d(int(_),_,int(0)) if !.
  d(var(X),X,int(1)):-!.
  d(var(_),_,int(0)).
  d(plus(U,V),X,plus(U1,V1)):-
      d(U,X,U1),
      d(V,X,V1).
```

```
  d(minus(U,V),X,minus(U1,V1)):-
      d(U,X,U1),
      d(V,X,V1).
  d(mult(U,V),X,plus(mult(U1,V),mult(U,V1))):-
      d(U,X,U1),
      d(V,X,V1).
  d(div(U,V),X,div(minus(mult(U1,V),mult(U,V1)),mult(V,V))):-
      d(U,X,U1),
      d(V,X,V1).
  d(ln(U),X,mult(div(int(1),U),U1)):-d(U,X,U1).
  d(sen(U),X,mult(cos(U),U1)) if d(U,X,U1).
  d(cos(U),X,mult(mult(int(-1),sen(U)),U1)) if d(U,X,U1).
  d(tan(U),X,mult(potens(sec(U),int(2)),U1)) if d(U,X,U1).
  d(cotan(U),X,mult(mult(int(-1),potens(cosec(U),int(2))),U1)) if
d(U,X,U1).
  d(sec(U),X,mult(mult(sec(U),tan(U)),U1)) if d(U,X,U1).
  d(cosec(U),X,mult(mult(int(-1),mult(cosec(U),cotan(U))),U1)) if
d(U,X,U1).
  d(arcsen(U),X,mult(div(int(1),A),U1) ) if
        A = potens(minus(int(1),potens(U,int(2))),int(0.5)),
d(U,X,U1).
  d(arccos(U),X,mult(div(int(-1),A),U1)) if
        A = potens(minus(int(1),potens(U,int(2))),int(0.5)),
d(U,X,U1).
  d(arctan(U),X,mult(div(int(1),B),U1)) if
        B = plus(int(1),potens(U,int(2))), d(U,X,U1).
  d(arccotan(U),X,mult(div(int(-1),B),U1)) if
        B = plus(int(1),potens(U,int(2))), d(U,X,U1).
  d(arcsec(U),X,mult(div(int(1),mult(U,C)),U1)) if
        C = potens(minus(potens(U,int(2)),int(1)),int(0.5)),
d(U,X,U1).
  d(arccosec(U),X,mult(div(int(-1),mult(U,C)),U1)) if
        C = potens(minus(potens(U,int(2)),int(1)),int(0.5)),
d(U,X,U1).

  d(potens(U,int(I)),X,mult(D,U1)):- !,I1=I-1,D=mult(int(I),
potens(U,int(I1))),d(U,X,U1).
  d(potens(int(I),E1),X,mult(potens(int(I),E1),D)) if
       !,d(E1,_,U1), D=mult(ln(int(I)),U1).
    d(potens(E2,E1),X,mult(potens(E2,E1),D)) if
       d(E1,X,U1),d(ln(E2),X,U2),D= plus(mult(U1,ln(E2)),
mult(E1,U2)).
```

Nesta parte do programa encontra-se o predicado que faz a derivada de uma função. Praticamente o que se tem a programar são as regras de diferenciação. Não escrevo aqui os predicados que lêem as expressões, os predicados que fazem as simplificações e os predicados que escrevem os resultados, pois seriam demasiadamente longos.

CAPITULO 6

PARADIGMA DA PESQUISA

"Desde el punto de vista de su interpretación definitiva y del intento de adaptarlo al proceso evolutivo de la ciência, todo experimento es imperfecto. Lo que puede lograr una lista de verificación de critérios de validez es que el experimentador tenga más conciencia de las imperfecciones residuales que implica su diseño"(pag. 71). "Los resultados de un experimento <<ponen a prueba>> pero no <<prueban>> una teoría." (pag. 72).(Campbell e Stanley, 1966):

6. PARADIGMA DA PESQUISA

Depois de ter desenhado o modelo exposto no capítulo anterior e de ter programado o computador com a base de conhecimentos e os problemas resolvidos, estámos prontos para o desenho experimental. Precisamos um modelo de experimento que não precise fazer mudanças na teoria proposta e que nos dê muita riqueza no que se refere ao processo de resolução de problemas.

6.1 PESQUISA QUANTITATIVA

Na pesquisa quantitativa encontramos um tratamento estatístico dos resultados da pesquisa. A validade do experimento é um fato de vital importância, fazendo distinção entre validade interna, aquela própria do experimento e a validade externa, aquela que permite generalização a outras variáveis, a outras po-

pulações. Existem algumas variáveis que precisam ser controladas para não influir na validade interna e, em caso contrario poderiam criar efeitos que se confundiriam com os estimulos do experimento, entre outras temos: 1. História: os acontecimentos ocorridos entre uma e outra medição; 2. Maturação: processos que operam como resultado da passagem do tempo nos participantes; 3. Administração da Prova; 4. Instrumentação: as mudanças nos instrumentos ou em nós, aplicadores ou observadores; 5. Regressão Estatística: opera na seleção dos grupos; 6. Tendências: resultantes da seleção dos participantes; 7. Mortalidade Experimental: perdida dos participantes; 8. Interação entre a seleção e maturação. Campbell e Stanley (1966) expõem dezesseis desenhos experimentais e quase experimentais, dentro da pesquisa quantitativa. Descrevemos alguns:

1. ESTUDO DE CASO DE UMA MEDIÇAO SO

Estuda-se um só grupo o qual é submetido ao tratamento de algum agente que se suponha capaz de gerar mudanças. Estes efeitos devem ser medidos, mediante a aplicação de algum instrumento. As inferências fundam-se na expectativa de quais seriam os dados de não tivesse sido aplicado o agente de câmbio.

2. DESENHO PRE-TESTE E POS-TESTE DE UM GRUPO

O experimento tem a aplicação de um pré-teste. Segue-se a ação do agente gerador de mudanças e uma aplicação de mais uma prova, chamada pós-teste. O objetivo é explicar as diferenças entre as provas, na hipótese de que o agente causou a diferença. A história e a maturação são as variáveis que mais influem na não validade interna do experimento.

3. COMPARAÇAO COM UM GRUPO ESTATICO

Temos dois grupos, só em um deles é aplicado o agente gerador de mudanças e depois o instrumento de medição é aplicado nos dois grupos. Neste desenho experimental, não se tem uma relação entre os grupos, de tal sorte que eles podem mudar, ainda sem a presença do agente de mudança. A mortalidade é uma das variáveis que mais afeta a validade interna.

4. GRUPO DE CONTROLE COM PRE-TESTE E POS-TESTE

Emprega dois grupos equivalentes, escolhidos mediante seleção aleatória. Nos dois grupos aplica-se o pré-teste. O grupo no qual se aplicará o agente gerador de mudanças é selecionado aleatoriamente e depois aplica-se o pós-teste em ambos. A maturação e o efeito do pré-teste, apresenta-se nos dois grupos, pelo que é constante na diferença das duas observações. Requer que o trabalho com os dois grupos seja simultâneo e deste jeito a história é a mesma nos dois grupos.

5. DESENHO DE 4 GRUPOS DE SOLOMON

Emprega quatro grupos equivalentes, separados em dois pares, em um par trabalhamos como no desenho 4, no segundo par como no desenho 3 agregando a seleção aleatória dos grupos. A vantagem é que podemos comparar o efeito do agente gerador de mudanças nos grupos que tem pré-teste com os que não tem e vice-versa. Posso fazer 6 combinações diferentes para medir o efeito do agente gerador.

6. DESENHO DE GRUPO DE CONTROLE COM POS-TESTE

Emprega dois grupos selecionado aleatoriamente, em um dos quais é aplicado o agente gerador de mudanças e nos dois grupos é aplicado o pós-teste. A diferença com o desenho 3 esta na esco-

lha aleatoria dos grupos, o que os torna equivalentes. É um processo utilizado nos casos em que a aplicação do pré-teste não é possível ou desejável.

Os outros desenhos da lista de 16 que os autores expõe são catalogados como desenhos quase-experimentais. Agora qual é a importância de um experimento?; qual é o seu papel dentro da ciência? Para contestar as perguntas queremos citar dois parágrafos dos autores (Campbell e Stanley, 1966):

> "Desde el punto de vista de su interpretación definitiva y del intento de adaptarlo al proceso evolutivo de la ciência, todo experimento es imperfecto. Lo que puede lograr una lista de verificación de critérios de validade es que el experimentador tenga más conciencia de las imperfecciones residuales que implica su diseño"(pag. 71).
> "Los resultados de un experimento <<ponen a prueba>> pero no <<prueban>> una teoría." (pag. 72).

A teoria e o modelo expostos no capítulo anterior não consideram a aplicação de provas ou teste, o que carrega uma grande dificuldade para a aplicação da pesquisa quantitativa neste trabalho. Além disso, nos estamos mais interessados em registar o trabalho dos alunos na resolução dos problemas e como este trabalho vai sendo modificado com a introdução paulatina e programada do modelo proposto, e não só no resultado final do processo, como ficaria registrado depois da aplicação de uma prova. A bibliografia pretende registar a aplicação de métodos quantitativos no ensino de resolução de problemas, tal o caso do Schoenfeld (1985) que registrou, depois de aplicar provas, uma aprendizagem de utilização de estratégias de solução em grupos de alunos, comparados com grupos de testemunhas. O que aconteceu no processo de aprendizagem de utilização de estratégias de solução?; Como ou em que medida o uso de estratégias de solução

influi na resolução do problema? São perguntas que seriam muito construtivo responder. Por estas razões, procuramos, dentro da pesquisa qualitativa, o paradigma de pesquisa para nosso trabalho. Ainda que se possa pensar que o ensino da matemática é um caso propício para a utilização do método quantitativo, temos que, quando o pesquisador está interessado em algo mais que o resultado final, este tipo de pesquisa não é a mais eficaz.

6.2 PESQUISA QUALITATIVA

Neste estilo de pesquisa encontramos agrupadas as pesquisas: etnográfica, naturalística, participante, ação, estudo de caso, estudo de campo. Muitas vezes são empregados como equivalentes duas ou mais delas. Tratamos de dar algumas das características que as fazem diferentes.

O que distingue a pesquisa qualitativa da quantitativa, ou quais são as principais características? Lüdke (Lüdke e André, 1986), destacam algumas caraterísticas da pesquisa qualitativa, falando que a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como o principal instrumento. Os dados coletados são predominantemente descritivos, a preocupação com o processo é maior do que com o produto, há sempre uma tentativa de capturar a perspectiva dos participantes, os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos.

6.2.1 PESQUISA ETNOGRAFICA

A meta da pesquisa etnográfica é conhecer o mundo tal e como o conhecem os sujeitos que o experimentam diariamente. Com o propósito de clarificar o significado, damos um parágrafo de Lüdke (1986, pag. 14, 15):

> " ... etnografia tem um sentido próprio: é a descrição de um sistema de significados culturais de um determinado grupo (Spradley, 1979)... A etnografia como 'ciência da descrição cultural ' envolve presupostos específicos sobre a realidade e formas particulares de coleta e apresentação de dados".

Por outro lado Ezpeleta e Rockwell (1986), indicam que este tipo de pesquisa não deve ser considerada como um método mas como um enfoque ou uma perspectiva e o termo etnografia refere-se tanto à forma de proceder como ao resultado final da pesquisa.

Ezpeleta e Rockwell (1986), assinalam como produto da pesquisa etnográfica, com seus diferentes presupostos teóricos e distintas metodologías de trabalho: Os roteiros de Campo, a Etnografia semântica, a Micro-etnografia e a Macro-etnografia. Falam também que provavelmente a micro-etnografia seja a que mais contribue para a compreensão dos fenomenos educacionais. Concentra-se no análise dos registros da interação que se dá nos eventos educacionais (Ezpeleta, 1986, pag. 41). Nas características da pesquisa qualitativa assinalamos o papel fundamental do pesquisador. Neste sentido o etnógrafo observa e paralelamente interpreta. Seleciona do contexto o que há de significativo em relação à elaboração teórica que está realizando. Cria hipóteses, realiza uma multiplicidade de análises, reinterpreta , formula novas hipóteses. Constroi o conteúdo dos conceitos

iniciais não o pressupondo (Ezpeleta, 1986, pag. 50).

Mais algumas caraterísticas desta abordagem são: a) O problema é redescoberto no campo. Isto significa que o etnógrafo evita a definição rígida e apriorística de hipóteses; b) O pesquisador deve realizar a maior parte do trabalho de campo pessoalmente; c) O trabalho de campo deve durar pelo menos um ano escolar; d) O pesquisador deve ter tido uma experiência com outros povos de outras culturas; e) combina vários métodos de coleta de dados; f) o relatório etnográfico apresenta uma grande quantidade de dados primários. (Lüdke, 1986, pag. 15).

6.2.2 PESQUISA PARTICIPANTE

Uma das principais caraterísticas da pesquisa participante, é que ela parte dos problemas que os próprios pesquisados querem resolver. E um trabalho de diagnóstico permanente da situação que envolve os pesquisados.

Não existe um modelo único de pesquisa participante, pois trata-se de adaptar a cada situação, a cada contexto sociopolítico e aos objetivos. Le Boterf assinala quatro fases para um modelo de pesquisa participante: 1. A montagem institucional e metodológica; 2. O estudo preliminar da região e da população envolvida, o resultado deste diagnóstico é discutido com a população envolvida; 3. A análise crítica dos problemas que a população deseja resolver; 4. A elaboração e aplicação de um plano de ação que contribue para a resolução do problema. (Le Boterf, 1987, pag. 52,53).

O trabalho do pesquisador é muito parecido ao do etnógrafo,

ele tem que conviver com a coletividade, saber escutar e interpretar as diferentes pessoas e grupos da coletividade. Os resultados obtidos são difundidos junto à população envolvida, e não só na sua forma final, mas para serem discutidos, analisados e reformulados (se fora o caso).

6.2.3 PESQUISA AÇAO

E uma pesquisa alternativa, que tenta facilitar a busca de soluções dos problemas reais, para os quais os procedimentos convencionais têm pouco contribuído. Geralmente não é utilizada para os problemas macrosociais. Thiollent(1988, pag. 14), define:

> " .. a pesquisa ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.". Ele estabelece a diferença com a pesquisa participante, dizendo que " é, em alguns casos, um tipo de pesquisa baseado numa metodologia de observação participante na qual os pesquisadores estabelecem relações comunicativas com pessoas ou grupos da situação investigada com o intuito de serem melhor aceitos." (Thiollent, 1088, pag. 14).

> Mas por outro lado, Demo, citando a Hall, define: "a pesquisa participante é descrita de modo mais comum como uma atividade integrada que combina investigação social, trabalho educacional e ação." (Demo, 1987, pag. 121).

Tentando fazer uma conciliação dos autores, vemos que por um lado a pesquisa-ação tem como caraterística principal a ação ou desenvolvimento de uma atividade (relevante para os pesquisados), e a pesquisa participante que também pode desenvolver ações, pode, algumas vezes, limitar-se a enunciar as soluções

dos problemas que a comunidade tem marcado como mais importantes a resolver.

Os pesquisadores utilizam as técnicas de grupos, técnicas de registro de dados, de processamento e de exposição dos resultados. Outra técnica que é necessária neste trabalho é a análise do discurso, para que o pesquisador possa encontrar os elementos silenciadores no discurso dos grupos que intervem na pesquisa e também para que possa encontrar os dados ocultos dentro da fala.

A pesquisa ação opera a partir de determinadas instruções (ou diretrizes). Estas instruções possuem um caráter bem menos rígido do que as hipóteses, mas com função semelhante. Como resultado da pesquisa, estas instruções ficam fortalecidas, ou modificadas, ou descartadas ou substituídas. (Thiollent, 1988, pag. 33).

6.2.4 ESTUDO DE CASO

E o estudo de um caso podendo ser simples, como o estudo do trabalho de um professor, ou complexo, como seria o estudo de todos os professores de uma escola. Recorremos ao estudo de caso quando estamos interessados em estudar aquelas características particulares de nosso caso de estudo, ainda que depois tratemos de generalizar.

> "Quando queremos estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo devemos escolher o estudo de caso" (Lüdke e André, 1986, pag. 17).

As características mais importantes do estudo de caso, são:

1. A descoberta é uma das características do estudo de caso o pesquisador parte de alguns presupostos, que lhe serviram de

estrutura, para atingir novos aspectos que puderam ser detectados e acrescentados na medida em que o estudo avança. 2. Enfatiza a interpretação em contexto, isto é, é preciso levar em conta o contexto em que o estudo se situa. Temos que cada sala de aula é distinta de outra, cada professor tem um contexto que é diferente ao de qualquer outro colega, ainda que seja na mesma escola. Assim todas as ações das pessoas devem ser consideradas e analisadas dentro de um contexto. 3. Procuram descrever a realidade. O pesquisador apresenta o problema, focalizando-o como um todo, descreve a realidade, as interrelações do grupo com a sua realidade, do grupo com outros grupos, do grupo com eles mesmos e com o professor. 4. O estudo de caso, usa uma ampla gama de fontes de informação, em diferentes momentos, com diferentes tipos de informantes. 5. O pesquisador procura relatar as suas experiências, de modo que o próprio leitor, possa tirar as suas generalizações naturalisticas.

> "A generalização naturalistica (Stake, 1983) ocorre em função do conhecimento experiencial do sujeito, no momento em que este tenta associar dados encontrados no estudo com dados que são frutos das suas experiências pessoais" (Lüdke e André, 1986, pag. 19).

6. Representam os diferentes pontos de vista presentes no caso, já que a realidade pode ser vista sob diferentes perspectivas, e o pesquisador deve representar os diferentes pontos de vista, ainda que sejam contrários, destacando a participação dos que estão a favor e dos que estão contra. 7. Os relatos são apresentados de forma mais acessível que a maioria dos outros relatos de pesquisa, podendo-se utilizar técnicas diferentes, dramatizações, desenhos, fotografías, discussões, mesas-redon-

das. Os relatos escritos são geralmente apresentados de forma narrativa.

Agora, qual é a validade de um estudo de caso? Como posso generalizar as conclusões para outros grupos? Mas, não é este o caminho, devemos considerar cada caso como um caso típico e estudá-lo dentro das características que ele apresenta.

> "Desse modo, a questão sobre o caso ser ou não 'típico', isto é, empiricamente representativo de uma população determinada, torna-se inadequada, já que cada caso é tratado como tendo um valor intrínseco" (Lüdke e André, 1986, pag. 21).

Este é o principal valor do estudo de caso dentro da escola, nossa principal preocupação é o trabalho do professor dentro da sala de aula e como falamos antes, cada sala e cada professor são distintos e porisso é que precisamos tratar cada caso como um valor próprio, com caraterísticas próprias, e tirar soluções também próprias.

O desenvolvimento de um estudo de caso, passa por três fases: a fase exploratória, que se inicia com um plano muito simples e que se fortalece a medida em que se desenvolve. Tem-se inicialmente algumas questões, que vão sendo modificadas, reformuladas ou ampliadas. Isto está muito de acordo com a concepção própria do estudo de caso, que não pretende partir de uma concepção pré-determinada da realidade.

> Esta fase, é própria para "especificar as questões ou pontos críticos, de estabelecer os contatos iniciais para entrada em campo, de localizar os informantes e as fontes de dados necessárias para o estudo." (Lüdke e André, 1986, pag. 22).

A segunda fase, é a delimitação do estudo, a seleção dos aspectos mais importantes para o propósito do estudo e para chegar a uma compreensão mais completa da situação estudada. A

terceira fase é formada pela análise sistemática e pela elaboração do relatório. Tem-se agora o momento de juntar todas as informações e fazer a análise dos dados, estes rascunhos de relatórios podem ser discutidos com a população do estudo. Inclusive poderiam ser relatórios parciais apresentados ao grupo em distintos momentos de pesquisa.

Lembramos que na parte quantitativa o pesquisador tinha que, de alguma forma, garantir que seus grupos de estudo fossem formados de forma aleatória. Neste caso, como cada grupo é tomado de uma forma típica, não temos esta limitação de formar grupos, o que favorece o trabalho com os grupos que, em alguma forma, já se encontram formados dentro de uma escola. Então o que nós logramos com o estudo de caso?

> "O estudo de caso parte do princípio de que o leitor vai usar este conhecimento tácito para fazer as generalizações e desenvolver novas idéias, novos significados, novas compreensões." (Lüdke e André, 1986, pag. 23)

E porisso que o relatório da pesquisa é diferente dos outros relatorios de outros tipos de pesquisa.

6.2.5 COLETA DE DADOS

A observação é um instrumento muito utilizado na pesquisa qualitativa. Cada observador registra o que quer ver ou o que escutou, porisso um observador precisa aprender a fazer registros descritivos, a separar as coisas relevantes das que não são, aprender a fazer anotações e a utilizar registros para validar as observações. Em uma pesquisa dentro da sala de aula, o observador tem que ser muito discreto para que a tomada de

registros não passe a ter uma interpretação de certo ou errado pelos alunos, que provoque inquietação por ter registrado algumas observações em função de sua ação. O observador pode ter diferentes papéis na pesquisa, pode ser um participante total, e não revelando sua caraterística de observador, pode participar como observador, nesta atividade ele não oculta seu caráter de observador, mas não apresenta a totalidade de suas intenções. O observador como participante neste papel, apresenta sua caraterística de observador e os objetivos totais da pesquisa, o grupo conhece, desde o principio, os objetivos da pesquisa. O papel de observador total, dá-se quando o observador não tem participação nas atividades do grupo e atua como um observador simplesmente.

O conteúdo das observações e o registro das mesmas não são tarefas simples para qualquer um, tem que se regitrar entre outras coisas: as características dos sujeitos dos locais de trabalho, reconstruir os diálogos, descrever as atividades e as atividades do observador. Além disto tem que fazer reflexões analíticas e metodológicas, tem que analisar e reformular o papel do observador, e fazer todos os esclarecimentos que considere necessários. O registro das anotações tem muito do estilo pessoal de cada pesquisador, mas cada pesquisador tem que encontrar um momento e alguma forma para regitrar as observações, sempre não muito distantes dos momentos observados.

A entrevista é outro instrumento de coleta de dados na pesquisa qualitativa que também é utilizado na pesquisa quantitativa. Na pesquisa qualitativa dá-se importância ao caráter

interativo da entrevista, a relação de interação entre pesquisado e pesquisador. A principal característica da entrevista é que tem contacto imediato com a informação desejada e na medida que se estabelece o diálogo, pode-se ampliar ou dirigir a informação seguindo os objetivos da pesquisa. Na pesquisa educacional, usa-se mais a pesquisa menos estruturada, mais livre, precisamente para procurar as características assinaladas. Temos que lembrar que gestos, entonações, expressões tem muito que acrescentar. Para registrar as informações utilizam-se ou gravações ou anotações diretas.

Outro instrumento de coleta de dados e a análise documental, utilizado quando o acesso aos dados é problematico, ou quando se pretende ratificar e validar informações obtidas por outras técnicas, ou quando a linguagem dos sujeitos é crucial para a investigação. Na fase de exploração da pesquisa tem-se que determinar o tipo de documento a utilizar, documentos oficiais, de tipo pessoal, material instrucional, trabalho escolar, enfim que tipo de documento se vai analisar.

6.2.6 ANALISE DE DADOS

> "Analisar os dados qualitativos significa 'trabalhar' todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevistas, as análises de documentos e as demais informações disponíveis. A tarefa de análise implica, num primeiro momento, a organização de todo o material, dividindo-o em partes, relacionando estas partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes. Num segundo momento estas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e inferências num nível de abstração mais elevado." (Lüdke e André, 1986, pag. 45).

E importante que o pesquisador utilize algumas estraté-

gias para o análise dos dados: "1) a delimitação progressiva do foco de estudo; 2) a formulação de questões analíticas; 3) o aprofundamento da revisão de literatura; 4) a testagem de idéias junto aos sujeitos; e 5) o uso extensivo de comentários, observações ao longo da coleta." (Lüdke e André, 1986, pag. 46).

6.3 PARADIGMA UTILIZADO

A nossa pesquisa realizou-se em dois momentos diferentes e com objetivos distintos. Na primeira etapa, tinhamos o propósito de testar os problemas selecionados e fazer um banco de estratégias de solução e de dificuldades encontradas. Entre as dificuldades encontradas, muitas referem-se aos métodos de pesquisa, e foi assim que delineamos o trabalho da segunda etapa. Na segunda etapa do trabalho tinhamos uma metodología de ensino de resolução de problemas a testar, um papel do aluno dentro da metodología, o papel do professor, o papel do computador e o funcionamento da metodologia em si mesma. Decidimos por uma pesquisa de tipo qualitativa, como é evidente pelo tipo de teoria que estamos propondo e pelo tipo de trabalho que estamos interessados. No momento em que os estudantes estão resolvendo problemas, dentro da pesquisa qualitativa, utilizamos o estudo de caso. Trabalhamos com pares de alunos, trabalhamos com eles em reuniões de uma a duas horas, gravamos o trabalho déles e as intervenções do professor (que teve um papel de professor e observador) e indicamos para os alunos os objetivos da pesquisa. Ademais das gravações, registramos as observações do professor (também observador na pesquisa), as quais se registravam no momento de terminar a atividade, diretamente no computador e com

título de comentário. Fizemos também uma análise de documento, com os trabalhos dos alunos. Tudo isto fica mais detalhado no capítulo 7 e as conclusões ficam registradas no capítulo 8. Os anexos dão conta dos registros de dados coletados, os instrumentos elaborados, os programas construídos e os problemas resolvidos pelo professor e pelos alunos.

CAPITULO 7

RELATO DA PESQUISA

7. RELATO DA PESQUISA

O propósito deste capítulo é relatar a pesquisa, mas no sentido exposto no capítulo anterior, de dar ao leitor a oportunidade de fazer as relações com outras pesquisas, de fazer as generalizações para outros grupos ou outras metodologías. Para a apresentação do relato, Burgess (1984, pag. 7 e 8) recomenda não esquecer dar resposta as perguntas seguintes: 1. Qual foi o origem do seu projeto?; 2. Quais foram os propósitos e objetivos da pesquisa?; Que perguntas chaves foram especificadas?; Como elas foram desenvolvidas?; Por que foram elas desenvolvidas?; 3. Que tipo de desenho de pesquisa selecionou?; Quais foram as técnicas no processo?; Como foram os processos modificados pela prática da pesquisa?; 4. Como foi obtida a admissão?; Quem foram os patrocinadores?; Qual foi a relação com os patrocinadores e os supervisores?; Como esta relação influiu na coleta e análise dos dados?; 5. Que procedimento mostral foi adotado?; Por que foram utilizados?; Como foram modificados os procedimentos mostrais?; 6. Quais foram os principais grupos e eventos estudados?; Quem foram os principais informantes?; Como foram eles selecionados?; Qual foi o papel deles no projeto?; 7. Que métodos de pesquisa social foram

utilizados?; Métodos de observação, observação-participação, conversa, entrevistas informais, entrevistas grupais, método documental, medição discreta. Que relações existem entre os métodos?; Como foram os métodos modificados em relação ao projeto?; 8. Que formas de relações de campo foram tomadas?; Que funções foram tomadas no projeto?; Qual foi o seu relacionamento com os informantes?; Qual foi a influência enquanto a sexo dos informantes e o tipo delas?; Em caso de pesquisa com times, qual foi o relacionamento entre os membros dos times?; Qual foi a relação mais forte no projeto?; 9. Que habilidades de linguagem foram requeridas na coleta e análise dos dados?; Que habilidades da linguagem foram desenvolvidas no campo e quão importantes foram elas em suas relações de campo?; 10. Que procedimentos de gravação de dados foram utilizados?; Que métodos foram utilizados para gravar, organizar e completar as notas de campo e guardar os diários de campo?; 11. Qual foi a relação entre os dados colecionados e dados analisados?; Quais foram os processos informais ligados na análise de dados?; Que processos técnicos foram utilizados para analisar os dados de campo?; Que forma para escrevê-los foram adotadas?; Qual foi o papel da teoria no projeto?; Qual foi a relação entre teoria, dados obtidos e dados analisados?; Que forma de teorização tomou?; 13. Que problemas éticos foram encontrados no projeto?; Como foram trabalhados estes problemas?; 14. Que forma de divulgação de dados escolheu?; Qual foi o impacto do projeto: na sociedade, nos estudos educativos, na política e prática escolar?; 15. De que maneira poderá desenvolver projetos futuros nesta área?; Que advertências metodológicas pode ofere-

cer?

Não usaremos a mesma ordem e talvez não demos resposta a todas as perguntas, mas de uma forma quase total, estas perguntas dão estrutura a este capítulo.

7.1 ORIGEM DO PROJETO

Eu coordenava as disciplinas de matemática na Faculdade de Ciências Químicas e Farmácia, da Universidad de San Carlos de Guatemala. Nesta faculdade existem os cursos de química, química-biólogica, química-farmacêutica, biólogia e nutricionismo, todos eles com um mínimo 3 disciplinas de matemática, que em termos gerais compreendem: Algebra em R, Geometria Analítica, Cálculo diferencial e Integral, Algebra Linear e uma introdução ao análise numérica. Na área de química, outra disciplina que é comum a todos é Análise química,que tem alto indice de reprovação. Os alunos promoveram uma pesquisa para determinar as causas da reprovação, e fui chamado, como responsável das disciplinas de matemática, a escutar e discutir as conclucões da comissão. Uma das conclucões que mais me atingiu foi: "Os alunos não aprendem a resolver problemas nas disciplinas de matemática", tinham outras conclucões que estavam relacionadas ou derivadas das disciplinas de matemática. Em reunião com os colegas, professores das disciplinas de matemática nesta faculdade, acordamos que, em cada avaliação de matemática, 25% dos pontos , no mínimo, deveria se referir à resolução de problemas; isto com o propósito de obrigar os estudantes a se prepararem

neste tipo de aprendizagem. O resultado foi quase óbvio. Os ítens relacionados com resolução de problemas, na maioria das vezes, ficava em branco ou estavam errados. Deste jeito o problema de análise química estava sendo só transladado. No semestre seguinte, na planificação das atividades, dedicamos duas semanas para ensinar a resolver problemas de máximos e mínimos, razões relacionadas, velocidade e aceleração na disciplina de cálculo diferencial. Passadas as duas semanas, não tinhamos conseguido quase nada. Prolongamos mais uma semana o estudo destes temas, dando ênfase à resolução de problemas. A época da prova o resultado não foi diferente do semestre anterior. A angústia aumentou, os estudantes não aprendem a resolver problemas nas disciplinas de matemática e também não em qualquer outra disciplina.

A minha primeira experiência docente foi quando eu tinha 17 anos e estava recém-formado no meu segundo grau e tive que dar aulas de matemática para estudantes de 7a, 8a. e 9a séries. Os maiores problemas que eu enfrentei foi quando tentei ensinar a resolver problemas de regra de três, problemas de equações de primeiro e segundo grau e problemas de sistemas de equações. Ainda lembro as palavras de uma aluna: "Agora eu quero aprender a resolver problemas, como é que o senhor faz para resolver o problema?". Eu não tinha resposta para esta pergunta, e lembro que foi na 5a. série que desenvolví habilidades para resolver problemas (problemas de regra de três). Eu simplesmente resolvia problemas, não tinha idéia do que fazia quando o resolvia. Continuei dando aulas de matemática desde a primeira experiência, primeiro no segundo grau e depois, também muito

cedo (aos 20 anos), na Universidade. Isto evidência a urgente necessidade de professores de matemática que tem meu país. A partir deste fracasso no ensino de resolução de problemas, encontrei o livro do professor Polya, "COMO PLANTEAR E RESOLVER PROBLEMAS". Li o livro, estudei o livro, adorei o livro e tentei levar algumas das "dicas" para a sala de aula. Mais alguns outros autores foram aparecendo no caminho. Deixei de dar aulas no segundo grau e trabalhei só na Universidade. A ênfase que dávamos para a resolução de problemas foi mínima e esqueci o problema por muito tempo, até que apareceu o problema da disciplina de análise química e sua relação com a nossa matéria.

Chegou a oportunidade de fazer os estudos de doutorado e precisei preparar um ante-projeto de pesquisa. O meu maior problema neste momento era ensinar a resolver problemas nas disciplinas de matemática, o meu mestrado tinha trabalhado sobre o ensino de ciências por computação, então resolví juntar os dois temas e preparar um projeto de "ENSINO DE RESOLUÇAO DE PROBLEMAS UTILIZANDO O COMPUTADOR". O propósito foi de construir uma metodología para desenvolver nos estudantes habilidades para resolver problemas que utiliza-se o computador como um auxiliar no trabalho de resolução de problemas. Isto foi feito de forma a chegar as hipóteses da tese que estão no capítulo 1.

Um semestre antes de chegar a UNICAMP, e ainda sem ter a admissão, encontrei-me em Berkely, durante o CONGRESSO MUNDIAL DE MATEMATICA, com o Professor Dr. Ubiratam D'Ambrosio e falei com ele do meu ante-projeto e solicitei-lhe para me aceitar como seu orientando (mais uma vez, já que o mestrado eu tinha trabalhado

com ele). Falamos mais um pouco do projeto e ele me aceitou (tudo extra-oficialmente).

Cheguei a UNICAMP, e procurei ao Prof. Ubiratam, que me indicou algumas das disciplinas que teria que cursar e o nome de alguns professores com que deveria falar, deste jeito começa a comunicação com o professor Dr. Armando Valente, que me convidou a fazer com ele a disciplina de TOPICOS DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL. Durante o desenvolvimento da matéria, compreendi que era nesta área da ciência da computação que eu tinha que inserir meu projeto. Na faculdade de Educação, cursei as disciplinas de Teoria de Ensino e Metodologías da pesquisa, nas quais procurei dar forma a teoria e consistência ao modelo, que crescia conforme o tempo e os estudos passavam. O meu contacto com o Professor Dr. Lafayette de Moraes, que foi meu orientador de programa, levou-me a conhecer outros autores que tinham pesquisas na resolução de problemas. Meus primeiros escritos foram discutidos com ele. O contacto com o professor Dr. Ubiratam D'Ambrosio, foi aumentando progressivamente e no segundo semestre do ano 1987, cursei com ele a disciplina de TENDENCIAS DO ENSINO DE MATEMATICA, que despertou em mim outras intensões de estudo, como foi o fato de acrescentar dados históricos ao projeto, além de ser motivado a ler muitos artigos de ensino de matemática e deste jeito atualizar-me na matéria.

No mês de Fevereiro do ano 1988 fiz o exame de qualificação, no qual apresentei o modelo proposto e a minhas intenções para o uso do computador. Recebi contribuições muito valiosas para o modelo, para o uso do computador e para a pesquisa de parte dos professores e de alguns colegas.

Definimos três momentos na pesquisa, com o propósito de fazer correções e ampliações ao modelo proposto e também com o propósito de experimentar o modelo completo. Selecionou-se o tema de CALCULO DE MAXIMOS E MINIMOS, dentro do cálculo diferencial, por seu amplo campo de aplicações e pelo grande número de alunos que cursam esta disciplina, além das dificuldades que neste ponto encontram.

Selecionamos 31 livros de cálculo (a lista fica na bibliografia), entre os existentes na biblioteca do IMECC (UNICAMP). Pegamos 394 problemas, muitos deles são iguais ou semelhantes, o que deu motivo para calcular uma freqüência dos problemas, permanecendo um total 157 problemas organizados em 25 secções (os problemas são apresentados no anexo 1). Apresento o resultado da classificação:

Secção	Quantidade	Freqüência	Tema
1	19	65	Areas e perímetros
2	14	22	Números que somam e Multiplicam
3	20	31	Figuras planas Inscritas e circunscritas.
4	7	9	Figurasplanas em curvas
5	10	43	Sólidos inscritos e circunscritos
6	9	33	Sólidos ótimizando alguma de suas variáveis
7	8	21	Sólidos construidos por cortes.
8	3	4	Sólidos por rotação.
9	16	31	Distância e curvas.
10	3	7	Vigas.
11	8	22	Viagense velocidade.
12	5	9	Triângulos.
13	10	44	Costos.
14	4	4	Demanda
15	1	6	Area de impressão.
16	3	5	Força
17	6	10	Luz e óptica.

18	2	2	Miscelâneos de figuras geométricas.
19	1	4	Campomagnético e eletricidade.
20	1	2	Aereodinâmica.
21	1	1	Fluidos
22	1	1	Calor.
23	1	1	Mecânica.
24	2	3	Propriedades de números.
25	2	6	Química.
total	157	386	

Notamos na tabela que os problemas de geometria são os mais freqüêntes, e porisso foram selecionados no trabalho que desenvolvemos.

Com estos problemas construi uma base de problemas resolvidos (com os 157), que incluem além do enunciado do problema, a solução, as estratégias de solução empregadas, os problemas semelhantes (no sentido de Polya), e as possíveis variações ao problema (a lista completa fica no anexo 1). No momento de preparar as soluções, encontrei um problema e foi a procura de soluções diferentes das recomendadas pelo cálculo diferencial, de aqui nasce a primeira etapa da pesquisa, que consistiu em apresentar os problemas a estudantes universitários com o propósito de encontrar outras estratégias de solução, assim como encontrar as dificuldades mais significativas na resolução de cada problema.

7.2 PRIMEIRA ETAPA

Como falei anteriormente precisava de estudantes universitários com interesse em resolver problemas de máximos e mínimos. Como este interesse não é muito comum tinha que criá-lo alguma

forma. Fiquei de plantão em uma das Universidades da Cidade, três dias por semana (de manhã e de noite), fazendo atividades de monitoria com os estudantes de Licenciatura em Matemática, isto é, resolvendo dúvidas que foram colocadas de forma individual e em troca eles tinham que resolver (ou tentar resolver) um dos problemas da base de problemas. O trabalho dos estudantes era muito importante para a pesquisa, tanto dos que tem êxito na resolução, como dos que não conseguem resolver o problema. O trabalho foi gravado e os problemas são trabalhados em folhas com formato fixo. Para realizar o trabalho foi-me dado o laboratório de física e um horário. Os contatos foram através de uma colega da pós-graduação, que é professora neste departamento. Fui apresentado ao diretor do departamento e ele recebeu a idéia com entusiasmo. A reação foi a mesma com os estudantes, quando foi feito o anúncio de aula em aula, parecia não afetar-lhes o fato de ser parte de uma pesquisa e, muito pelo contrário, manifestavam-se compelidos a colaborar. A atitude dos professores do departamento, também foi muito boa.

A atividade foi desenvolvida nos meses de Abril, Maio de Junho de 1988, as metas principais foram: 1). Testar o enunciado dos problemas. 2). Formar um banco de resoluções, soluções e estratégias de solução. 3) Formar um banco das principais dificuldades encontradas no momento de resolver o problema.

Registramos um total de 9 casos no período de 27 de abril ao 5 de maio, nos quais ocorreram muitas dificuldades, algumas delas devido a organização do horário dos estudantes, que não os permitia chegar nos horários marcados, salvo quando algum pro-

fessor estava ausente, ou quando as provas estavam muito perto e compensava faltar a uma aula para resolver as dúvidas; também, alguns alunos chegavam com muito pouco tempo e depois de resolvidas as dúvidas, eles iam embora e não tinham mais tempo para resolver os meus problemas; alguns pediram os problemas para resolver em casa e depois os entregavam a mim. De alguns não recebi retorno, além de isto estar fora dos objetivos, pois eu queria fazer algumas gravações. O trabalho dos alunos foi individual, razão pela qual não ficou nada registrado na gravação, ou quase nada; resolví gravar um resumo da atividade com cada aluno, e isto foi o que registrei no anexo 3.

Oito dos nove alunos fizeram um desenho relacionado com o problema e um deles além do desenho, fez um retângulo qualquer, acho que para lembrar as fórmulas de área e perímetro e fez a representação gráfica de uma função. Entre as principais dificuldades encontradas, ficam: Não lembram as fórmulas que os problemas precisavam, falta de habilidade nas expressões algébricas, apresentavam uma tendência a construir uma equação para trabalhar o problema. O enunciado do problema 1.1 versão 1 foi corrigido, pelas interpretações tão variadas que recebeu. Os alunos foram instruídos, no momento oportuno, a utilizar uma tabela para a procura de uma solução do problema preenchendo valores na tabela. A maioria deles chega até a solução pela tabela. Um deles insiste em saber como é que pode estar certo que a solução correta é esta, outro aluno construiu uma equação para o problema, fez a representação gráfica e localizou o ponto que ótimiza. O resultado do trabalho foi muito bom, mas muito lento, já que em pouco mais de 40 dias, só realizou-se 9 casos.

Isto motivou a troca da metodologia na pesquisa preliminar, e sacrificou as observações individuais, pela oportunidade de pegar mais problemas trabalhados, e acabou por levar solicitação de tempo nas aulas para passar um problema a cada aluno. Trabalhei nas duas Universidades da cidade de Campinas, com 4 turmas diferentes, duas matutinas e duas vespertinas. Duas turmas de segunda série de licenciatura em matemática da mesma Universidade e de duas jornadas diferentes, uma turma de primeira série de licenciatura em matemática jornada noturna e uma turma de quarta série de licenciatura em matemática jornada diurna. Os resultados ficam resumidos na seguinte tabela:

Turma	Número	Brancos	Corretos	Estratégias
1a. N.	26	0	10	Desenho, tabela, resumo do problema, gráficada função.
2a. D.	16	0	11	Desenho.
2a. N.	44	5	2	Desenho.
4a. D.	12	0	4	Desenho.

Os resultados ficam registrados no anexo 4, onde há um comentário individual e um coletivo para cada turma.

As turmas de segunda e quarta séries, já tinham conhecimentos de cálculo diferencial e integral, e os resultados foram muito pouco satisfatórios. As distintas turmas tem rasgos característicos, que provavelmente devem-se a influência de algum professor, por exemplo, a turma da primeira série noturna, em que todos procuraram uma conclusão final do seu trabalho, sem uma maior preocupação para encontrar um só caminho (a procura de uma equação) e chegam a soluções dialéticas; mais um pouco de indução e muitos chegariam a respostas corretas; estes alunos

recebem uma disciplina de matemática na que utilizam resolução de problemas; eram alunos da professora Dra. Beatriz D'Ambrosio, e pode-se notar que eles utilizaram de diferentes estratégias de solução; foi o único grupo que não tinha trabalhado cálculo diferencial. Na turma de segunda série diurna, todos os estudantes procuravam duas equações e depois as substituiam para chegar a uma equação e uma variável. Na turma da quarta série, todos os estudantes em certa altura do trabalho, escreveram os procedimentos que fariam depois. São pequenas caraterísticas, que se apresentam na generalidade, o que nos faz pensar na influência de algum professor na turma.

Quanto aos enunciados dos problemas podemos constatar que os problemas com dados constantes foram mais facilmente resolvidos, e, melhor ainda, se os dados são constantes e tem o desenho do problema, as formas em que os dados são variáveis, ficam mais difíceis. Apresentamos o mesmo problema em 3 versões diferentes, uma delas com dados constantes, outra com dados constantes mais o desenho e outra com dados variáveis (veja os problemas testados no anexo 4).

7.3 SEGUNDA ETAPA

Pelas dificuldades encontradas com a primeira parte da pesquisa, decidimos junto com o professor D'Ambrosio que era muito importante que o estudante tivesse a informação matemática que precisava no momento de resolver o problema. Pensamos então na criação de uma base dinâmica, com definições, propriedades, fórmulas, tabelas e alguns métodos de análise numérica, que os

alunos consultaram em linguagem natural, isto é, que não precisaram de uma forma padrão de pergunta, mais que perguntaram naturalmente. Neste período terminei de formar a base de problemas, que foi colocada em um arquivo gerenciado por Dbase III plus; também terminei a análise da primeira etapa do trabalho e comecei a trabalhar com o PROLOG, primeiro com a versão 1.0 e depois com a versão 1.1. Depois de um semestre de trabalho, construi a base de conhecimentos, os arquivos e os programas gerenciadores de arquivos e apresentei os resultados ao professor Valente, que, em conjunto com o professor D'Ambrosio, chegaram a conclusão que era o momento de pesquisar a funcionalidade do programa, já era hora de trabalhar os problemas. Completei os programas de maneira que apresentassem um aspecto elegante para os estudantes; fiz alguns programas no Dbase III para manejar os arquivos dos problemas, um arquivo que tinha os problemas que o professor havia resolvido e outro arquivo que tinha os problemas que os alunos iam resolvendo.

Ao mesmo tempo fazia as pesquisas necessárias para determinar o paradigma de pesquisa que tinha que utilizar (que deixei indicado no capítulo 6).

7.3.1 DESENHO DO EXPERIMENTO

Preparei o projeto da pesquisa e o discuti com o Professor D'Ambrosio, o professor Camilo Santos e a professora Beatriz D'Ambrosio. O projeto ficou:

UNICAMP

1. INTRODUÇAO

A presente etapa na pesquisa foi precedida por uma etapa na qual testaram-se 50 problemas de máximos e mínimos (com cálculo de uma variável), com estudantes de distintos níveis de Licenciatura de Matemática, nas duas Universidades da cidade de Campinas e com duas jornadas de trabalho.

Os resultados parciais da pesquisa nos levam a acreditar que na resolução de problemas é muito importante para os estudantes, ter presente o conteúdo da matéria de que trata o problema, ou ainda melhor, que neste momento o conteúdo seja construido ou pesquisado pelo aluno.

2. OBJETIVOS

1. Que os estudantes utilizem o modelo proposto na resolução de problemas.

2. Que os estudantes, usando esta metodologia aumentem sua confiança na resolução de problemas.

3. Obter dados da forma que o estudante utilize o computador, a frequência do uso e o tipo de utilidade que dá ao computador.

3. METODO

A. RECURSOS

10 estudantes organizados em pares.

50 problemas de máximos e mínimos organizados de acordo ao modelo pranteado.

Cartases e transparências que mostram os algoritmos e as estratégias de solução.

Um computador, com uma base de conhecimentos dinâmica e inteligente, um programa diferenciador de funções, um programa

gerenciador do arquivo de problemas, que também dá algumas "dicas" para a resolução do problema, e um programa que permite o uso do computador como uma calculadora.

Um gravador, para gravar todas as sessões de trabalho; uma câmara fotográfica para registrar algumas cenas e uma equipe de vídeo para filmagem de algumas sessões de trabalho (o trabalho de um par de estudantes em toda a pesquisa).

Folhas para registrar as atividades de trabalho, folhas para trabalhar os problemas e folhas de auto-avaliação.

Uma pequena biblioteca com livros de cálculo, geometria, álgebra e um manual de fórmulas e tabelas matemáticas.

Uma sala de aulas.

B. PROCEDIMENTO

B.1 ATIVIDADES DO PROFESSOR

As atividades do professor antes das sessões de trabalho tem como objetivo organizar os problemas, preparar os materiais ilustrativos, preparar os problemas resolvidos de forma que permita ilustrar o modelo a experimentar, além de levar um controle dos problemas resolvidos pelos alunos.

Durante as sessões de trabalho o professor assumirá um papel de orientador das atividades e provedor dos elementos necessários. Uma atividade muito importante, é o papel de observador do trabalho dos alunos, de forma que possa por meio de perguntas, levá-los a continuar o trabalho nos períodos onde os alunos ficam parados.

B.2 ATIVIDADES DO ALUNO

A atividade principal do aluno é resolver os problemas que

lhe são apresentados, os quais tem sido distribuídos em secções de acordo com sua dificuldade e o tipo de estratégias de solução. Os alunos trabalharão em pares, com o propósito de que exista um intercâmbio de conhecimentos e experiências, além da existência de um diálogo para registar no gravador.

Entre as atividades derivadas da resolução de problemas ficam: a) pesquisar os conhecimentos matemáticos necessários para os problemas que são pranteados; b) alimentar a informação obtida de sua pesquisa, no computador, ou comparar com a informação existente ou solicitar do computador a informação que precisa; c) preencher as folhas de auto-avaliação, depois de cada problema trabalhado.

B.3 ATIVIDADES DO PESQUISADOR

Além de preparar o marco teórico e de elaborar todos os materiais a serem utilizados, gravará as sessões de trabalho, transcreverá as gravações, elaborará e analizará os protocolos derivados do trabalho dos alunos. Depois do análise global escreverá as conclucões e recomendações para as futuras pesquisas.

4. ANALISE

A. NATUREZA E RECOPILAÇAO DOS DADOS

Neste projeto não existem provas de nenhum tipo, e consideramos como dados: a) os trabalhos feitos pelos alunos, onde ficam registrados de forma escrita, a maneira em que resolvem os problemas; b) as gravações das sessões de trabalho; c) as fotografías obtidas e os videotapes gravados; d) as folhas de auto-avaliação preenchidas depois de cada problema trabalhado. Consideram-se como dados produzidos: a) as transcrições das gravações; b) os protocolos produzidos; c) os análises dos protocolos.

B. INFORMAÇOES A OBTER-SE COM OS DADOS

Da presente pesquisa, espera-se obter: a) um registro da mudança de atitude do estudante, quanto à tarefa de resolução de problemas; b) um registro da eficiência em resolução de problemas, que possa derivar-se da aplicação do modelo, eficiência medida em termos de tempo empregado, técnicas de resolução e pesquisa, assim como nos cálculos e processos algébricos.

7.3.2 ADMISSAO DOS ALUNOS

Tudo estava pronto, mas não havia alunos para pesquisar. Tentei organizar um grupo de estudantes de fala espanhol, entre os estudantes convênio que tem a UNICAMP, daria para eles umas aulas de cálculo diferencial, especialmente para os que tinham problemas e com aqueles que precisassem de atenção especial, desenvolveria a pesquisa. Fiz a propaganda, falei com autoridades e professores que tinham dado aulas semelhantes em anos anteriores, mais não tive alunos. Provavelmente o período não foi o mais adequado. Procurei por outro tipo de estudantes, e foi deste jeito que um colega da Pós-graduação me ofereceu para trabalhar com alguns ex-alunos dele, em uma escola noturna do municipio de Sumaré. Falei com o Professor D'Ambrosio e ficamos de pegar 6 estudantes deste nível. Fique com 4 estudantes de primeiro grau (de sexta, setima e oitava série), e dois estudantes de segundo grau (de primeira série). Os dados e características dos alunos ficaram registrados no anexo 5. Só quero acrescentar que eles viajavam de Sumaré para Campinas, só para

participar das atividades da pesquisa, sem obter nada em troca. Dois alunos além de estudar, trabalhavam, razão pela qual tive que trabalhar com eles em domingos de manhã. Os demais estudantes, embora não trabalhassem, estudavam a noite. Não tive nenhum procedimento amostral ou estatístico na organização e seleção dos grupos, simplesmente utilizei os que o meu colega me enviou.

7.3.3 TECNICAS DE PESQUISA EMPREGADAS

A primeira etapa da pesquisa me mostrou que o trabalho individual não fornece dados para a gravação, e o trabalho em grupo, também não permite a gravação e observação do trabalho. O professor Schoenfeld (1985) pesquisa com pares de alunos, gravando seu trabalho em gravador e em videotape, para depois discutir o videotape com cada par de alunos e questionar o trabalho realizado por eles. Argumenta que o trabalho em pares incrementa o diálogo, e fica registrado na gravação. Isto não acontece no trabalho individual já que a maioria dos estudantes quando trabalham sozinhos, não falam. Além disso, o trabalho em pares facilita o questionamento do aluno que tem menor sucesso para seu colega. Então, não temos propriamente uma entrevista, mas estamos muito perto dela, já que registramos na gravação o trabalho do professor, na medida que conduz os alunos no trabalho e o trabalho dos próprios estudantes, as gravações são transcritas mais adiante.

Além das gravações existem as observações de campo feitas pelo pesquisador, feitas imediatamente após o termino da sessão de trabalho: registro de suas observações diretamente no com-

putador, registrando a hora do início e conclusão do trabalho, os problemas trabalhados e as principais características do par (inquietudes, atitudes, perguntas, preferências, entre outras).

Outra técnica utilizada é a elaboração dos protocolos a partir das folhas de trabalho dos problemas resolvidos pelos alunos (método documental). Para a elaboração dos protocolos fizemos uma combinação do proposto por Newell (1968) e o proposto por Schoenfeld (1985), e chegamos a uma representação semelhante a um diagrama de fluxo, dos utilizados em computação, onde fica registrado as atividades do aluno, com diferentes tipos de atividades, em desempenhos horizontais e verticais. Subconjuntos de atividades são demarcadas em retângulos separando as principais partes do micro-processo, do modelo proposto, isto é, identificamos as atividades que correspondem a: compreender o problema, construir o algoritmo, resolver o algoritmo, questionar a solução obtida, escrever o procedimento empregado. O deslocamento horizontal significa atividades derivadas da atividade anterior, por exemplo, atividade derivada do raciocínio anterior, digamos quando ele tem duas equações e determina que tem que juntá-las para ficar só com uma delas, o deslocamento vertical é utilizado para representar aqueles pontos onde o estudante percebe que o caminho que esta seguindo não leva a resposta e volta até algum ponto anterior para tentar outra forma de trabalho do problema ou iniciar um novo caminho para a resolução do problema. O protocolo é construído tendo presente o comentário do pesquisador, a transcrição da aula, as folhas de auto-avaliação e as folhas dos problemas resolvidos.

Outro tipo de documento utilizado foram as folhas de auto-avaliação da atividade, que os alunos preenchiam cada vez que terminavam o trabalho com um problema. Os comentários do pesquisador, as transcrições das fitas, os protocolos dos problemas e as avaliações das atividades, estão registradas no anexo 5.

O pesquisador teve a dupla função de professor e observador. Desde o início do trabalho os estudantes tinham pleno conhecimento que participariam de uma pesquisa e que os resultados tinham que ser gravados e filmados. Isto parece que até os entusiasmou.

7.3.4 DIFICULDADES DA LINGUAGEM

As diferenças idiomáticas foram motivo de muita gozação. Em primeiro lugar quase todo o material escrito tinha diferenças de nomes e palavras escritas incorretamente. Além disso, eu nunca tinha dado aulas em português e muitos dos nomes utilizados em matemática não tem uma correspondência direta. Isto causava alguma dificuldade na comunicação com os alunos, que se preocupavam em ensinar-me a forma correta das palavras (como de fato ficou registrado em muitas das aulas).

Mas a maior dificuldade da linguagem aconteceu no momento da transcrição das fitas. Tentei contratar alguma pessoa para fazer o trabalho, mas sempre encontrava a dificuldade de não compreender o que eu falava, alem de algumas dificuldades nas conversas dos alunos. Comecei a fazer o trabalho da transcrição que, no momento da planificação da pesquisa, havia pensado em transcrever no mesmo dia da gravação para ir fazendo as correções neces-

sárias para a próxima aula. Isto foi impossível, comecei a trabalhar nas transcrições no mês de abril, quando foi iniciada a pesquisa e continue trabalhando, em períodos de folga, até concluir as transcrições, no final do mês de outubro. Estava realmente desesperado com este trabalho, já que demorava uma média de 8 horas para cada hora de gravação. Cheguei inclusive a solicitar ao professor D'Ambrosio, que me dispensa-se deste trabalho; um dia em que, em meia hora de trabalho, tinha transcrito somente 5 linhas e desesperado procurei a minha família para fazer o comentário, então o meu filho (Leonel Morales Quiroa, de 11 anos), desse-me para que deixasse tentar escutar as fitas, e então descobrimos a forma mais rápida de fazer este trabalho. Ele tem um conhecimento do português que falam os rapazes desta faixa etária, e compreende melhor os modismos e até os improperios que ficaram registrados nas gravações. Leonel trabalhou junto conmigo por 68 horas, por um salário muito baixo, mas com um entusiasmo muito grande de colaborar com a pesquisa do pai. Falando com o Professor Dr. Camilo Santos, este me recomendou estabelecer uma ordem no trabalho, para tentar encontrar uma forma mais rápida de trabalhar. Foi assim que, com Leonel, começamos a trabalhar todas as aulas com um par, na ordem em que se sucederam, e depois tomavamos o seguinte par na mesma ordem (por datas de trabalho e problemas trabalhados). Ele acostumava-se com a voz do casal e conforme aumentávamos as fitas gravadas desse par, o tempo empregado diminuia, até chegar quase ao recorde (dele e meu), de uma hora e meia para cada hora gravada. Era muito engraçado ver como ele trabalhava,

sentava-se, se deitava, parava, deitava-se de novo, levantava os pés, enfim era um furacão. A principio, eu ficava nervoso, mas depois fingia não olhar para ele. Trabalhávamos no horário em que ele não tinha que estudar e o televisor não transmitia nada de interessante para ele. Ao meio dia, na metade da tarde, de noite, sábado, domingo, não existia horário.

Pela idade dos estudantes e o tipo de trabalho, acho que a linguagem deles é quase transparente, no sentido que não tem termos silenciadores, não tem mensagens tácitas dentro da fala, em resumo, não precisei da análise do discurso. Escrevemos sempre a linguagem, tal e como foi pronunciada (erros de idioma e erros de dicção). Uma palavra final: O método de gravação das aulas é muito eficaz, mas o pesquisador tem que ter presente que terá muitas dificuldades no momento da transcrição, terá que reservar muitas horas de trabalho para isto e terá que contar com um colega, da mesma faixa etária dos seus alunos.

7.3.5 GRAVAÇÃO

Existem duas formas de registrar os diálogos, as gravações com fitas magnéticas e a tomada de notas pelo observador, no momento do diálogo esta forma tem o inconveniente de despojar o observador de qualquer outra possibilidade de observação e exige dele uma habilidade de síntese e análise muito rápida, para pegar a essência do diálogo e registrá-la nas notas. Além deste inconveniente, existe a expectativa dos alunos de observar o pesquisador e tirar conclusões se o que ele esta falando está certo ou errado. O caso das gravações livera o pesquisador do

trabalho de registrar o diálogo e lhe permite registrar outro tipo de observações, também permite que mais de uma pessoa possa fazer a análise dos diálogos. O inconveniente maior é o trabalho das transcrições, como falamos no parágrafo 7.3.4. As transcrições foram feitas da maneira em que escreví guias para a rádio, identificamos a pessoa que fala, escrevemos em uma margem o que ela fala e numeramos as linhas de todo o diálogo (veja o anexo 5).

Embora as dificuldades registradas, no momento de fazer outra pesquisa faríamos uso da gravação, pois ela dá maior oportunidade para o análise dos diálogos. Na pesquisa utilizamos dois gravadores e, para ter maior naturalidade ao registro dos diálogos, os gravadores eram o bastante pequenos, para que depois de um tempo curto, os alunos se esquecessem deles. Além desta segurança que nós impussemos, perdemos a gravação de uma aula, e mais meia hora de outra aula. Por sorte na aula que perdemos a gravação, tinhamos gravado um videotape. As gravações que fizemos de videotape, serão utilizadas para fazer um video que ensine a metodología e os exemplos são os fatos registrados na videofilmagem.

7.3.6 RELATO DO TRABALHO

Ao final do mês de Março tive o primeiro contato com os alunos e lhes esclareci os objetivos da pesquisa, da forma em que seriam registrados os dados, o propósito dos registros e a forma de trabalho. Eles seriam organizados em pares; um par por

serem os únicos que tinham ocupação todos os dias da semana, poderiam trabalhar aos domingos de manhã José e Eduardo, como se pode verificar nas fitas não eram muito amigos, algumas vezes brigaram durante o trabalho, Outro par, Clodoaldo e Natal, eles eram muito amigos e tinham a maior experiência em computação; outro par era formado por Ademar e mais um aluno que nunca chegou, e que foi substituido por Michella, que passou a formar um casal com Ademar, achei que Ademar ficava muito tímido na presença dela.

Combinamos trabalhar duas vezes por semana com cada par, e mais uma hora os domingos, com a turma toda; e com um par teríamos que trabalhar toda a manhã de domingo. O primeiro dia de trabalho ficou marcado para o dia 9 de Abril, eles chegariam a minha casa e eu, de carro, os levaria até a UNICAMP, onde faríamos todo o trabalho. Depois desta reunião, fiz as solicitudes na Faculdade de Educação para utilizar os computadores e a câmara de video. O professor Miguel Agusto, autorizou-me a utilizar a sala de micros, com exclusividade no horário que precisava. e fazer os arranjos internos que necessitava. O diretor da Faculdade autorizou-me a utilizar a câmara de video e a utilizar os aparelhos e as instalações da Faculdade aos Domingos. Recibi a chave do prédio e da sala de Micros. Imprimi todo o material que precisaria utilizar e preparei os discos, um jogo de discos por cada par, para registrar a atividade de cada par em separado.

Quando chegou o dia domingo 9 de Abril, eu estava nervoso, pois tinha trabalhado muito para desenvolver esta atividade, e não acreditava que 6 moços, deixariam de lado as atividades de domingo para assistir a uma pesquisa de resolução de problemas de

matemática. Mas eles chegaram como combinado e fomos para a Universidade. Neste dia ensine para eles como usar os computadores e como carregar os distintos programas que iriam utilizar, além do propósito de cada programa. Distribui todo o material impresso que tinha preparado. Depois deixe que eles brincassem a vontade com o computador. A atividade ficou registrada no comentário 09-04. Volte com eles para a cidade, e ficaram comigo para assistir a prova de karatê de meu filho.

A reunião seguinte, foi no dia 11 de abril, com Ademar e Michella, e fizemos de novo a instalação dos programas no computador, tiramos algumas folhas impresas e depois iniciamos o trabalho com o problema A e o problema B. São problemas de engenho que escolhi para ilustrar a necessidade das estratégias de solução e das respostas às perguntas insubstituíveis. A minha surpresa foi que eles não conheciam o que é uma incógnita e o que são dados de um problema. Troquei de linguagem e continuamos o trabalho. Chamei-lhes a atenção para a utilização da folha de papel, para não deixar que os fatos fossem calculados na mente, no problema do pescador. Acho que somos tão punidos pelo que escrevemos, que já não queremos mais fazer uso do papel e do lápis.

O dia 12-04 foi a segunda aula com Ademar e Michella, dei-lhes o problema 1, e antes de iniciar o trabalho com o problema lhes falei do algoritmo de compreensão do problema. Cada um de nós tinha uma folha com o algoritmo e mais uma folha colada na parede, que nos lembrava das "dicas", as estratégias de solução e as perguntas insubstituíveis. Depois de ler o problema,

Michella disse que não conhecia o assunto do problema; então solicitei que ela pedisse as definições que precisava ao computador. Usando o computador, imprimiram as definições que precisaram. Utilizamos quase uma hora para construir só três retângulos e calcular a área de cada um. Neste dia eles utilizaram mais o papel e o lápis.

A primeira aula com Clodoaldo e Natal foi o dia 13-04, eles chegaram a Universidade meia hora antes do combinado, e antes e depois do trabalho mexeram com os computadores, pois tinham maior experiência no uso do computador. Resolveram o problema do pescador e utilizaram muito bem as "dicas" e responderam as perguntas insubstituíveis. Também utilizaram mais o papel para representar o seu pensamento.

O dia 14-04 foi a aula seguinte com Clodoaldo e Natal. Falei-lhes do algoritmo da compreensão do problema e eles passaram a utilizá-lo para resolver o problema 1. Levaram pouco tempo na resolução deste problema e na folha de auto-avaliação indicaram que já tinham resolvido anteriormente o problema.

No dia 16-04, teríamos a primeira reunião em conjunto, mas como o primeiro par não tinha concluido o problema 1, cancelei a atividade e só trabalhei com José e Eduardo a partir das 8 horas e com Clodoaldo e Natal a partir das onze horas. José e Eduardo chegaram a minha casa para trasladarnos juntos até a UNICAMP, dei-lhes o problema dos soldados e falei das estratégias de solução, das "dicas", das perguntas insubstituíveis. Depois de trabalhar durante algum tempo, eles perguntaram-me se os outros colegas tinham conseguido resolver este problema. Indiquei-lhes que todos ainda estavam trabalhando no problema e

então disse-lhes que poderiam continuar trabalhando o problema em suas casas. Entreguei o problema do pescador, para o qual utilizaram estratégias de solução e depois de resolver o problema tentaram colocá-lo em ordem (fato muito importante, que não se tinha apresentado antes). Fizemos um recesso, para tomar um suco e comer bolo enquanto eu pegava Clodoaldo e Natal no terminal de ônibus de Barão Geraldo. Depois que eles participaram do bolo e do suco, continuamos o trabalho. Entreguei o problema 1 para José e Eduardo, e como Eduardo não tinha conhecimentos de área e perímetro de retângulos ou mesmo das definições de retângulo, depois que ele pegou e imprimiu as informações, passou a participar mais no trabalho de resolução do problema.

Na mesma sala, estavam trabalhando Clodoaldo e Natal, com o problema 2. A presença do outro par, não afetou o trabalho de ninguém (salvo as gravações que registravam as duas conversas). Não mais trabalhei com dois pares na mesma hora. Falei-lhes de novo do algoritmo de compreensão do problema e pedi que o utilizassem na resolução do problema 2. Começaram a trabalhar no problema e depois de algumas poucas intervenções minhas, resolveram o problema e fizeram algumas generalizações e também o relacionaram com o problema 1. Acho que nas próximas aulas lhes darei mais de um problema. Depois do trabalho, Natal continuou com seus programas em Basic e quando todos tinham terminado o trabalho, utilizamos o computador para imprimir cartazes com um processador especial.

A aula seguinte tinha que ser o dia 18 de abril, mas o dia 17 quebrei um pé, jogando fut bol com meus filhos. Cheguei muito

cedo a Universidade para colar cartazes, indicando que estava doente e que a pesquisa ficava suspensa por enquanto. Comuniquei-me com o meu colega (Lucio) que tinha conseguido os alunos para falar-lhes do meu acidente e que continuariamos o trabalho numa data posterior. Fique 15 dias esperando que me colocassem o gesso. Neste período, a firma de um amigo meu, comprou um computador e foi instalado no mesmo prédio onde moro e eles me brindaram com a oportunidade de utilizar este computador e uma sala da firma para continuar com a pesquisa e minimizar os meus problemas de transporte com o pé quebrado. O trabalho desenvolvido nesta firma foi normal, o computador foi um pouco melhor do que estavamos usando na Faculdade e as gravações ficaram melhor. O único inconveniente foi que já não pude continuar com a filmagem em video, já que a câmara só pode ser utilizada dentro do prédio da Faculdade. De novo Lucio localizou-me os estudantes e retomamos o trabalho no dia 2 de maio.

O dia 2 de maio trabalhei com Ademar e Michella durante duas horas para que resolveram dois problemas. No início da aula lembrei-lhes das folhas de compreensão do problema, das "dicas", das estratégias de solução e das perguntas insubstituíveis, colando de novo cada folha na parede. Imediatamente depois da leitura do problema 1, Ademar deu a resposta, fique em dúvida se ele não teria colado a resposta do irmão (José, que já tinha resolvido o problema), fiz algumas perguntas que eles tiveram dificuldades em responder, mas depois de um tempo, Ademar me mostrou uma folha onde tinha feito os cálculos na sua casa (o problema 1, eles tinham começado a trabalhar na última aula). Mais uma vez fique impressionado com a vontade de aprender deles.

Aclarado o assunto, expliquei-lhes o processo de escreva seu procedimento, (note-se que depois de ensinar a compreensão do problema, passo a ensinar escreva seu procedimento e não o processo de construa seu algoritmo; a razão é que no momento não tem importância como eles chegaram a solução, mas é muito importante que eles compreendam o problema e escrevam como o fizeram). Ao escreverem seu procedimento, inseriram esta informação no programa NOVO, onde ficam os problemas resolvidos pelos alunos.

Entreguei para eles o problema 2. A principio Ademar ficou influenciado pelo problema anterior e tentou resolvê-lo do mesmo jeito, não levando em conta os 300 metros de cerca e só procurando a área maior. Aclarei isto para ele, que começou a trabalhar com estes dados. Eles trabalham separados e com os dados dos dois, colocados em uma tabela, o problema já ficaria resolvido. Falei-lhes para trabalharem juntos, mas não consegui. Então, fiz a tabela e coloquei os dados que ambos tinham calculado e análisei os dados com eles para chegarmos até a resposta do problema.

No dia 3 de maio, eu comecei fazendo uma recordação da compreensão do problema, do processo de escreva seu procedimento, das "dicas", das perguntas insubstituíveis, das estratégias de solução. Depois, comecei a explicar o micro-processo, e o que nós já tinhamos feito dentro dele. Começamos a trabalhar com o problema 3, mas eles tiveram muita dificuldade com o valor geral do perímetro (valia 2p). O problema 3 é uma generalização do problema 1, mas eles não tem conhecimentos de álgebra para trabalhar com variáveis. Decidí interromper o problema e passar ao

problema 4 (eles ficaram muito chateados pelo fato de não conseguirem resolver o problema e eu decidí não trabalhar este tipo de generalizações com eles).

No problema 4, eles tiveram dificuldade de relacionar a quantidade de dinheiro, com o custo por metro linear da cerca e o perímetro do terreno. Fiz um cálculo para eles que depois puderam encontrar 3 terrenos diferentes, desse. O tempo se esgotou e solicitei que eles continuassem o problema na próxima aula e utilizassem o programa que transforma o computador numa calculadora capaz de fazer todos estes cálculos.

No domingo 7 de maio começamos a trabalhar às 9:30 a primeira atividade foi atualizar o programa NOVO, com o resultado do problema 1. Depois lembrei-lhes do processo de compreensão do problema, das "dicas", das perguntas insubstituíveis e das estratégias de solução. Descrevi-lhes o processo de escreva seu procedimento e entreguei o problema 2, que tinha alguma semelhança com o problema 1, identificada pelos alunos que depois de resolverem o problema, tentaram fazer uma generalização.

Passamos ao problema 3, que era uma generalização do problema 1, tiveram dificuldades com o valor de 2p para o perímetro, então lembrei-lhes os comentários que tinham feito ao final do problema 2, isto mais umas "dicas" e eles chegaram a resposta correta do problema. Foi o par que menos tempo gastou neste problema.

Antes de começarem a trabalhar o problema 4, expliquei-lhes o micro-processo, e como eles poderiam testar as respostas dos problemas. Eles tiveram dificuldades de relacionar o dinheiro que tinham com o custo da cerca e o perímetro do terreno; indi-

quei-lhes como fazer os cálculos, optando por começar com terrenos muito pequenos. Percebi que um deles tinha dificuldades com as multiplicações, então instalei o programa que faz do computador uma calculadora e ensinei-lhes como usá-la; depois eles também passaram a propor medidas para o terreno.

No meio da aula um deles fez um comentário: queria que as aulas se prolongassem por mais dias, pois ele estava obtendo muito com elas, já que antes ele era muito ruim em matemática.

O dia 9 de maio trabalhei com Ademar e Michella, e antes de trabalhar com o problema 4, expliquei-lhes o processo de construção do algoritmo, exemplificando com o problema 4, criando um algoritmo para a sua solução (eles tinham iniciado a resolução do problema 4 na última aula). Depois instalei o programa que transforma o computador em calculadora e ensinei-lhes a utilizá-lo. Aprenderam muito rápido e continuaram sozinhos nos cálculos até que chegaram a resposta correta.

Um fato muito importante é que eles começaram a apresentar conclusões do problema e não só a sua resposta, isto é, argumentos para explicar a resposta.

No dia 10 de maio trabalhei com Ademar e Michella, e comecei a aula com o micro-processo e, de novo, com o processo de construção do algoritmo. Já tinha decidido não lhes dar problemas gerais, assim, deixe de fora os problemas 5, 6, e 7. Começamos a resolver o problema 8, mas a dificuldade encontrada foi como desenhar um retângulo de uma área dada. Para tentar resolver este problema entreguei-lhes folhas quadriculadas e fiz o primeiro retângulo que tinha esta área e calculamos o perímetro;

pedilhes para fazer outros, e, de novo o trabalho não avançou. Então percebi que a dificuldade podia ser pelos divisores do número 10, e troquei para um retângulo de área de 16 centímetros quadrados; eles calcularam a área de 3 retângulos diferentes e ficaram ansiosos; não perceberam que só podiam fazer 3 (pelo menos com números naturais, que eles estavam utilizando). Indiquei que fizessem uma tabela para colocar os dados e analisar aqueles já calculados. Chegaram a conclusão de que o menor tinha 4 cm. de lado e indicaram que era um quadrado (fato também importante, já que outros pares não percebiam o quadrado). Achei que o problema não tinha sido compreendido muito bem, razão pela qual dei-lhes mais uma folha e pedi que fizessem o mesmo problema, com uma área de 36 centímetros quadrados. Neste momento eles, sozinhos, procuraram os divisores de 36, organizaram a tabela e procuraram os retângulos. No entanto, continuavam trabalhando separadamente; pedi-lhes que trocassem os dados (já tinham resolvido o problema combinando os dados); isto foi feito, mas não analisaram o que o colega tinha feito, continuando a procura de mais retângulos. Acho que cada um deles queria chegar a sua própria solução. Depois de um tempo, indiquei-lhes que não havia mais retângulos e que agora analisassem os resultados. Localizaram a resposta.

Os alunos solicitaram que as aulas continuassem depois de uma viagem que eu teria que fazer, pois eles tinham outros colegas da escola que também queriam fazer a experiência.

No dia 11 de maio ocorreu a primeira aula desde 16 de abril com Clodoaldo e Natal. Fiz um resumo do que tinhamos trabalhado e expliquei o micro-processo e a construção do algoritmo. Pas-

samos a atualizar o programa NOVO, com as soluções dos problemas 1 e 2, e os alunos atacaram o problema 3. Tiveram dificuldades com o valor de 2p; falei para que tomassem primeiro um valor constante para 2p e depois generalizassem. Trabalhando deste jeito chegaram a solução do problema.

Eles começaram a trabalhar no problema 4 e tiveram as mesmas dificuldades de seus colegas; indiquei-lhes como fazer uma tabela para ir calculando os valores e passaram a utilizar o computador para fazer os cálculos e terminaram o problema às 12:10h (a aula iniciu as 9:41). Muitos dos cálculos não eram concluidos pois eles percebiam que não conduziriam à solução.

Depois das aulas, ficaram trabalhando com o computador com uns programas em basic.

No dia 12 de maio trabalhaei com Clodoaldo e Natal os problemas 8 e 9; começamos às 10:15h (pois um deles chegou tarde); lembrei-lhes a compreensão do problema, a construção do algoritmo e o processo de escreva seu procedimento. O problema 8 foi resolvido com bastante naturalidade. Com o problema 9, eles tiveram dificuldades; indiquei-lhes que lembrassem o problema 4 e o jeito que havia sido resolvido (a consulta ao programa NOVO foi imediata). Depois disto eles calcularam valores e chegaram a uma resposta errada; dei-lhes outros valores para calcular, e então chegaram a resposta correta.

No dia 16 de maio trabalhei com Ademar e Michella, lembrei-lhes o micro-processo, e depois, eles iniciaram o trabalho com o problema 9. Encontraram muita semelhança com o problema 8 e tentaram fazer o trabalho da mesma forma. No momento que eu

tentava que eles deduzissem as fórmulas do perímetro, relacionando-as com o custo, percibi que Ademar estava nervoso. Perguntei-lhe se estava nervoso e ele respondeu-me que sim, o que me fez mudar a forma do trabalho. Passei a propor as fórmulas e a construir a tabela, enquanto eles ficavam fazendo os cálculos, e, depois de obter a solução, atualizavam o programa NOVO.

No dia 17 de maio trabalhando com Ademar e Michella, dedicamo-nos ao problema 10. Quando eles terminaram a leitura do problema, lembraram-se que tinham resolvido um problema semelhante. Pedi-lhes para utilizar o programa NOVO e procurar o problema semelhante. Achado o problema, fizeram modificações no seu algoritmo para aplicá-lo ao problema 10. Completaram a tabela fazendo cálculos no computador e atualizando o programa Novo. Neste dia, os achei mais calmos e antes de iniciar o trabalho, fizemos algumas brincadeiras com o computador; acho que isto contribuiu para que ficaram mais calmos.

No dia 18 de maio, com Clodoaldo e Natal, lembrei das atividades e dos algoritmos estudados, para depois começarmos a trabalhar com o problema 10. Desde a leitura, eles acharam que tinham que construir uma tabela; ajudei-lhes a fazer o algoritmo para calcular o custo da cerca e depois eles calcularam os valores no computador. Desde o início do problema, Clodoaldo percebeu a resposta correta, mas continuaram até testar todas as possibilidades. Em seguida atualizaram o Programa NOVO.

No final da aula um deles me pediu para ajudar-lhe a resolver umas dúvidas de matemática em uma tarefa de sua escola.

Esta foi a última aula pois eu tinha que viajar no dia 25 de maio. No período da pesquisa os alunos estavam sem aulas nas

escolas estaduais (os professores estavam em greve). José e Eduardo, que trabalhavam comigo os domingos, abandonaram a pesquisa pois teve início o campeonato de fut bol da escola e eles tinham jogo no domingo.

7.3.7 PROJETOS FUTUROS

Tive a oportunidade de fazer mais uma experiência com professores da rede estadual da 8a série de primeiro grau, da cidade de Santiago, na República Dominicana. Trabalhei os mesmos problemas, utilizei os mesmos algoritmos e a mesma metodologia de introduzir os algoritmos. O tipo de resposta obtida com eles foi muito semelhante a obtida com os estudantes (muito dos professores não tem feito estudos de cálculo diferencial). Foi a primeira vez que experimentei trabalhar com 8 pares na mesma aula, e deu para levar em conta todos eles.

Acho que a próxima pesquisa tem que ser em uma sala de aula normal, com um número maior de problemas, levando em conta para a coleta de dados, só as observações do professor, as folhas de auto-avaliação e os problemas resolvidos, para fazer depois os protocolos. Nesta pesquisa seria possível fazer a atividade de TROCA DE EXPERIENCIA, que na pesquisa anterior, não foi possível pois os estudantes eram de diferentes séries e tinham muitas diferenças de conhecimentos.

Depois de uma pesquisa na sala de aula, teria que continuar com os outros temas do cálculo diferencial, repetir as diferentes etapas da pesquisa e depois continuar com temas de trigonometria,

geometria e outros temas das escolas de primeiro e segundo grau. Já que é neste nível que o estudante mais precisa de ajuda para resolver problemas.

CAPITULO 8

CONCLUÇOES

8. CONCLUÇOES

No capítulo 6 indicamos que o propósito de escrever o relato da pesquisa é para que cada leitor, tire as suas próprias conclusões, que cada grupo de trabalho tem que ser tomado com suas caraterísticas próprias e não tirar generalizações, e sim fazer recomendações, neste sentido queremos fazer as seguintes:

1. No princípio os alunos utilizam muito pouco o papel para escrever os seus raciocinios, acho que isto se deve ao fato de ter que fazer tantas provas nas escolas, a maior parte delas escritas, o que faz com que eles meditem muito antes de escrever alguma coisa. No trabalho com eles conseguimos alguma melhoria (podem-se comparar os protocolos iniciais com os últimos). Também no início, os diálogos eram muito pequenos, mas isto melhorou com o tempo, na medida que cresceu o nosso relacionamento e na medida em que a minha pessoa e os aparelhos de gravação não eram mais ameaçadores.

2. No momento de trabalhar com problemas, tiveram oportunidade de aprender coisas novas (conteudos matemáticos), que pasaram a aplicar na resolução dos problemas. Isto aconteceu com as figuras geométricas as definições e fórmulas de área e perímetro (Aula 16-04-89,linhas 91-102, aula 16-04-89 com José e

Eduardo, Aula 07-05-89, linhas 177-189). Também com a divisibilidade (aula 10-05-89, linha 378-400, aula 17-05-89, linha 95-105). Muitos deles tinham dificuldades nas operações aritméticas e, com ajuda do computador, passaram a propor soluções dos problemas, pulando assim as deficiências na aritmética (aula 07-05-89).

3. Os alunos foram aprendendo, de forma gradual, os algoritmos propostos; pode-se ver nos protocolos como aparecia uma estratégia de solução, perguntas insubstituíveis e os demais processos aparecem nos últimos protocolos. Pensar em um problema semelhante foi muito utilizado (aula 03-05-89, linhas 193-205, aula 16-05-89, linhas 31-32, 61-64, aula 17-05-89, linhas 20-27); o programa NOVO (onde se arquivavam os problemas resolvidos por eles) teve muita utilidade neste aspecto. Também praticaram fazer o resumo do problema (aula 03-05-89, linha 289-290, aula 11-05-89, linha 75-79). Mas nem sempre conservaram a ordem dos algoritmos, também não foram dados para ser cumpridos de forma estrita (aula 10-05-89, linha 108-124).

4. A resolução de problemas que faz generalizações de problemas já resolvidos, traz muita dificuldade (primeira parte da aula 03-05-89, segunda parte da aula 07-05-89, aula 11-05-89). Agora, quando o problema fica muito claro, são eles mesmos que fazem as generalizações (aula 07-05-89, linhas 222-226, aula 12-05-89, linhas 330-335, 346- 349).

5. Os alunos carregam algumas dificuldades que no meu ponto de vista são resultado do caráter punitivo da avaliação nas escolas, por exemplo: 1. Embora o trabalho fosse sempre em pares, eles tinham a tendência de esconder o trabalho ao colega

(aula 03- 05-89, linhas 121-137). 2. Existiu rivalidade e, de certa forma, acho que nem todos os pares foram formados por afinidade (aula 07-05-89, linhas 76-80, 89-90, 192-199, 310-311). 3. As vezes as dúvidas do colega atrapalhavam o trabalho ou o estudante insistia em procurar sua própria solução (aula 11-05-89, linhas 245-254). 4. Mas, também tiveram momentos de bom humor (aula 11-05-89, linhas 147-151).

6. O trabalho do professor é muito importante nesta metodología, e fica difícil a adaptação de um professor que sempre tem trabalhado com uma metodologia onde ele é quem faz tudo. Nesta metodologia, onde ele motiva o trabalho do aluno, temos as recomendações seguintes: 1. Supervisar o momento exato quando o aluno precisa de uma calculadora para continuar seu trabalho(aula 07-05-89). 2. trocar os dados do problema para que facilite aos alunos (aula 10-05-89, linhas 151-154). 3. Propor um problema com alguma modificação, especialmente quando percebeu que o problema resolvido não ficou muito claro para os alunos (aula 10-05-89, linhas 357-377). 4. Não dar respostas diretas (salvo em casos necessários) para não dar resposta ao problema (aula 11-05-89, linhas 181-185, 360- 362). 5. Traduzir o problema para o linguagem dos alunos, também só nos casos em que eles tem dificuldade na compreensão do problema (aula 11-05-89, linhas 486-494). 6. Lembrar que o problema inverso (ou análogo) de um problema já resolvido pelo aluno, não é fácil para ele (aula 10-05-89, linhas 56-73).

7. A folha de auto-avaliação, apresentou algumas dificuldades, por exemplo na pergunta como se sentiu durante o

trabalho? Apresentávamos como opção: inseguro, mais ou menos seguro, muito seguro, e um grau intermédiário entre o primeiro e o segundo e outro intermédiário entre o segundo e o terceiro. Ninguém respondeu estar inseguro, o que mais colocaram foi mais ou menos seguro, ainda que no diálogo da aula do 16-05-89, linhas 97-100, o aluno dissesse estar nervoso, mas na folha ele indicou que estava mais ou menos seguro. Os outros item si diferenciaram.

9 BIBLIOGRAFIA

9.1 REFERENCIAS

- Almeida, F. J. de, "EDUCACAO E INFORMATICA" OS COMPUTADORES NA ESCOLA, São Paulo, Cortez: Autores Associados, 1987.

- Anta C.,C y Mata B., A., "BASES DE DATOS DE CIENCIAS DE LA EDUCACION EN EL MUNDO" in:"ENSENANZA DE LAS CIENCIAS Revista de Investigación y Experiencias Didácticas", Institut de Ciências de L'Educació de la Universitat Autónoma de Barcelona, Vol. 5 No. 1, pag. 41-44, Feb. 1987.

- Beevers, C. E. B.S.G. Cherry, D.E.R. Clark, M. G. Foster, G. R. McGuire and J.H. Renshaw "THE CALM BEFORE THE STORM1 CAL IN UNIVERSITY MATHEMATICS" in: "COMPUTERS & EDUCATION An International Journal", Oxford, Volume 12 number 1, pag.44-47, 1988.

- Boden, M., "Artificial Intelligence and Natural Man", U.S.A., The Harvester Press, 1977

- Bright, G. W.,"TEACHING MATHEMATICS WITH TECNOLOGY: Mathematics and Spreadsheets", in "ARITHMETIC TEACHER", NCTM. VOL. 36, N.8, PAG.52-55, APRIL 1989

- Brito, M. do S., "Avaliação da aprendizagem a prática da avaliação decorrente dos principais modelos de ensino", in "Educação e Seleção", Revista da Fundação Carlos Chagas, S. Paulo, No 8 pag. 17-26,Jan-Jun 1984.

- Bruner, J. S., "Toward a theory of instruction", Cambridge Mass., Harvard University Press, 1971

- Burgess, R. (editor),"THE RESEARCH PROCESS IN EDUCATIONAL SETTINGS. TEN CASE STUDIES", London, The Falmer Press, 1984.

- Bussmann, H. e H. W. Heymann, "La computadora y la educación general", in "EDUCACION, Colección semestral de aportaciones alemanas recientes en las ciencias pedagógicas, Tübingen, Volumen 39, pag. 71-85, 1989.

- Cabrol, D., J.P. Rabine and T. P. Forrest, " AN EDUCATIONAL PROBLEM SOLVING PARTNER IN PROLOG OFR LEARNING INFRARED SPECTROSCOPIC ANALYSIS", in: "COMPUTERS & EDUCATION An International Journal", Oxford, Volume 12 number 1, pag. 241-246, 1988.

- Campbell, D. e J. Stanley, "Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigacion social", Buenos Aires, Amorrortu Editores, 1966.

- Cendrowska, J. & M. Bramer, "Inside an espert system: a rational reconstruction of mycin conultation system", in: T. O'Shea & M. Sisenstadi (editores), "Artificial Intelligence",U.S.A. Edit. Harper & Row,1984, pag. 453-493.

- Charles, R. & F. Lester, "Teaching Problem Solving", Palo Alto California, Dale Seymur Pub., 1982.

- Charles, R., F. Lester & P. O'Daffer, "HOW TO EVALUATION PROGRESS IN PROBLEM SOLVING, U.S.A., Editado por National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

- Chaves, E., "A FILOSOFIA DA EDUCAÇAO E A ANALISE DE CONCEITOS EDUCACIONAIS", in: A. Muniz de R. (org.), "INICIAÇAO TEORICA E PRATICA AS CIENCIAS DA EDUCAÇAO", Petrópolis, Editora Vozes, 1979.

-Chomienne, M., "EDUCATIONAL COMPUTING IMPLEMENTATION: THE CASE OF QUEBEC" in: "COMPUTERS & EDUCATION An International Journal", Oxford, Volume 12 number 1, pag.85-90, 1988.

- Clocksin, W. F. & C. S. Mellish, "PROGRAMING IN PROLOG", Germany, Springer-Verlag, 1984.

- COMPUTER IN MATHEMATICS EDUCATION, U.S.A., Editado por National Council of Teachers of Mathematics, 1984 (YEAR BOOK).

- CURRICULUM AND EVALUATION STANDARDS, U.S.A., Editado por National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

- Dahl, V., "Logic Programming as a representation of knowledge" in "Computer IEEE Transactions on software Engineering", U.S.A., pag. 106-111, Oct. 1983.

- Dalledonne de B., Jorge P. e U. D'Ambrosio, "COMPUTADORES, ESCOLA E SOCIEDADE", São Paulo, Editora Scipione, 1987.

- D'Ambrosio, U., "DA REALIDADE A AÇAO: REFLEXOES SOBRE EDUCAçAO E MATEMATICA", Campinas, Summus Editorial, 1986.

- D'Ambrosio, U., "ETNOMATEMATICA: Raizes Socio-Culturais da Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer", Campinas, UNICAMP, 1987.

- Davis, P. J. e R. Hersh, "A EXPERIENCIA MATEMATICA", Rio de Janeiro, F. Alves, 1986.

- Davis, R. E.,"Logic Programming and Prolog: A Tutorial, in "Computer IEEE Transactions on software Engineering", U.S.A., pag. 53-62,sept. 1985.

- Degl'Innocenti, R. and M. Ferraris, " DATABASE AS A TOOL FOR PROMOTING RESEARCH ACTIVITIES IN THE CLASSROOM: AN EXAMPLE IN TEACHING HUMANITIES", in: "COMPUTERS & EDUCATION An International Journal", Oxford, Volume 12 number 1, pag. 157-162, 1988.

- Demo, P., "ELEMENTOS METODOLOGICOS DA PESQUISA PARTICIPANTE",in C. R. Brandão (org.), "REPENSANDO A PESQUISA PARTICIPANTE", S. Paulo, Editora Brasiliense, 1987, 3a. edição, pag. 104-130.

- D'Ipolitto, C.,"DESENVOLVIMENTO DO SOFTWARE EDUCATIONAL: Arte exclusiva de informatas ou ao alcance do educador?", in:" TECNOLOGIA EDUCACIONAL" Associacao Brasileira de Tecnologia Educational, ano XVI N. 77, pag. 40-43, jul.-Ago 1987.

Doyle, J., "EXPERT SYSTEMS AND THE 'MYTH 'OF SYMBOLIC REASONING", in: "IEEE transsaction on software Eng.", Vol 11, USA, Nov. 1985.

- Ernst, G. W. e A. Newell, "GPS: A Case Study in Generality and Problem Solving", New York, Academic Press, 1969.

- Ezpeleta J., E. Rockwell, "PESQUISA PARTICIPANTE", S. Paulo, Cortez Editora, 1986.

- Galvis P., A. H., "USOS EDUCATIVOS DE COMPUTADORES: POSIBILIDADES Y REQUERIMIENTOS", in: REVISTA DE TECNOLOGIA EDUCATIVA, Ministerio de Educación Chile y Organización de los Estados Americanos (OEA), Santiago, Volumen IX No. 4, pag. 261-276, 1986.

- Genaro, S., "SISTEMAS ESPECIALISTAS O CONHECIMENTO ARTIFICIAL", Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 1986.

- Green, T. F., "A TOPOLOGY OF THE TEACHING CONCEPT", in: R. T. Hyman (editor),"CONYEMPORARY THOUGHT ON TEACHING", Englewood Cliffs, Prentice-Hall Inc., 1971.

- Guimarães, A. de M. e N. A. de C. Lages, "ALGORITMOS E ESTRUTURAS DE DADOS",Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1985.

- Hagler, P. e J. Knowlton, "INVALID IMPLICIT ASSUMPTION IN CBI Comparison Research", in: "JOURNAL OF COMPUTER-BASED INSTRUCTION, U.S.A., Vol. 14 No. 3, pag. 84-88, Summer 1987.

- Harmon, P. e D. King, "SISTEMAS ESPECIALISTAS a Inteligencia Artificial Chega ao Mercado", Rio de Janiero, Campus, 1988.

- Hegenberg, L., "Explicações Científicas", S. Paulo,E.P.U., 1973.

- Hubbard, G., "RECENT HISTORY AND IMMINENT PROSPECTS FOR CAL IN THE U.K." in: "COMPUTERS & EDUCATION An International Journal", Oxford, Volume 12 number 1, pag. 7-10, 1988.

- 1EFFA, V. J., "O USO DO COMPUTADOR NA PRODUCAO DE MATERIAL DIDATICO", in:" TECNOLOGIA EDUCACIONAL" Associação Brasileira de Tecnologia Educacional, ano XVI N. 77, pp 20 -26, jul.-Ago 1987.

- Jackson, P. C., "Introduction to Artificial Intelligence", U.S.A., editora Dover, 1985.

- Kantowski, M. G., "Some thoughts on teaching for problem solving", in: S. Krulik (editor),"Problem solving in school mathematics", Virginia, Editado por National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

- Kinnucan, P., "That think like experts" in "high tecnology",U.S.A. pag. 30-42,jan. 84.

- Krulik, S.,"Problem Solving in School Mathematics", year book 1980, Virginia, editado por National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

- Le Boterf, G., "PESQUISA PARTICIPANTE: Propostas e reflexões metodológicas", in C. R. Brandão (org.), "REPENSANDO A PESQUISA PARTICIPANTE", S. Paulo, Editora Brasiliense, 1987, 3a. edição, pag. 51-81.

- Lester, F. K. "PROBLEM SOLVING: IS IT A PROBLEM?", in: Mary Montgomery Lindquist (editor) "Selected Issues in Mathematics Education", Berkeley, California, Mc Cutchan Publishing Corp., 1980.

- Levine, R. I., D. E. Drang e B. Edelson, "INTELIGENCIA ARTIFICIAL E SISTEMAS ESPECIALISTAS, aplicações e exemplos práticos", São Paulo, McGraw-Hill, 1988.

- Lima, L. de O., "Documentos de trabalho 7: Por que Piaget?, a educação pela inteligência",S. Paulo, SENAC, 1980.

- Lippert, R. C. "EXPERT SYSTEMS: TUTOR, TOOLS and TUTEES" in Journal of Computer Based Instruction,Washington, 16 (1), pag. 11-19, winter 1989.

- Lüdke, M. e M. E. D. A. André, "PESQUISA EM EDUCACAO: ABORDAGENS QUALITATIVAS", S. Paulo, Editora Pedagógica e Universitaria, 1986.

- Machado, N. J., "MATEMATICA E REALIDADE", São Paulo, Cortez: AUTORES Associados, 1989.

- Magendzo K., A., "CURRICULUM Y COMPUTACION, UNA RELACION A INVESTIGAR" in: REVISTA DE TECNOLOGIA EDUCATIVA, Ministerio de Educación Chile y Organización de los Estados Americanos (OEA), Santiago, Volumen X No. 1, pag. 43-61,1987.

- Malone, J. A., G. A. Douglas, B. V. Kissane e E. S. Mortlock, "Measuring problem-solving ability" , in: S. Krulik (editor), "Problem solving in school mathematics", Virginia, Editado por National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

- Marques, C.P.C., M. I. L. de Mattos e Y. de la Taille, "COMPUTADOR E ENSINO: Uma aplicação à língua portuguesa", São Paulo, Editora Atica, 1986.

- Miller, G., "The magical number seven, plus or minus two", Psychological Review, vol. 2, 63 (1956),apud Rubinstein M. F. "Patterns of problem solving",N. Jersey,Prentice - Hall inc., 1975, pag. 81 - 97.

- NEW DIRECTIONS FOR ELEMENTARY SCHOOL MATHEMATICS, U.S.A., Editado por National Council of Teachers of Mathematics, 1989 (year book).

- Newell, A., "ON THE ANALYSIS OF HUMAN PROBLEM SOLVING PROTOCOLS" in J. C. Gardin and B. Jaulin (eds.), "CALCUL ET FORMALIZATION DANS LES SCIENCES DE L'HOMME", Paris, Edition du Centre National de la Recherche Scientifique, 1968, pag. 145-185.

- Novak, J. D., "UMA TEORIA DE EDUCAÇAO", S. Paulo, Pioneira, 1981.

- Nuthal, G. & I. Snook, "Contemporary models of teeaching", in: R. Travers (editer) "Second Handbook of research on teaching", Second Printing, U.S.A., Copyright by the American Educational Research Association, 1973.

- Oberem, G. E., "COMPUTER ASSISTED INSTRUCTION IN SOUTH AFRICA: AN OVERVIEW", in: "JOURNAL OF COMPUTER-BASED INSTRUCTION, U.S.A., Vol. 14 No. 3, pag. 98-103, Summer 1987.

- Okamoto, T., "THE TRENDS OF COMPUTER-BASED INSTRUCTION IN JAPAN", in: "JOURNAL OF COMPUTER-BASED INSTRUCTION, U.S.A., Vol. 14 No. 3, pag. 114-118, Summer 1987.

- Piaget, J., "A teoria de Piaget", in: P. H. Mussen (organizador), "Psicologia da Criança", S. Paulo, E.P.U.,1975, vol. 4 Desenvolvimento Cognitivo I.

- Polya, G., "Como plantear y resolver problemas", 5a. reimpreción en español, México, ed. Trillas, 1975.

- Qasim F., S., "VIEWPOINTS OF SECONDARY SCHOOL TEACHERS AND STUDENTS ON THE INTRODUCTION OF COMPUTERS INTO THE SECONDARY SCHOOLS OF BAHRAIN", in: "JOURNAL OF COMPUTER-BASED INSTRUCTION, U.S.A., Vol. 14 No. 3, pag. 107-110, Summer 1987.

- Raths, L. E., A. Jonas, A. M. Rothsteins & S. Wassermann, "Ensinar a pensar, teoria e aplicação", S. Paulo, E.P.U., 1972.

- Reyes, L. H., "Attitudes and Mathematics", in: Mary Montgomery Lindquist (editor) "Selected Issues in Mathematics Education", Berkeley, California, Mc Cutchan Publishing Corp., 1980.

- Ribeiro, H. da C. e S., "INTRODUCAO AOS SISTEMAS ESPECIALISTAS", S. Paulo, Livros Tecnicos e cientificos editora, 1987.

- Rich, E., "INTELIGENCIA ARTIFICIAL", S. Paulo, McGraw-Hill, 1988.

- Robinson, P. R., " TURBO PROLOG, guia do usuário", São Paulo,McGraw-Hill, 1988.

- Rubinstein, M. F., "Patterns of problem solving", N. Jersey, Prentice - Hall Inc., 1975.

- Scheffler, I., "THE LANGUAGE OF EDUCATION, novena reimpresão, Springfield, Charles C. Thomas Publisher, 1974.

- Schoenfeld, A. H. "Mathematical problem solving", Orlando, Academic Press, 1985.

- Snow, R. E., "Theory construction for research on teaching" in: Editer R. Travers, "Second Handbook of research on teaching", Second Printing, U.S.A., Copyright by the American Educational Research Association, 1973.

- Taham, M., "AS MARAVILHAS DA MATEMATICA", 6a. ed., Rio de Janeiro, Bloch Editores, 1987.

- Thiollent, M., "METODOLOGIA DA PESQUISA-ACAO", S. Paulo, Cortez Editora, 1988.

- Trollip, S. R. & R. C. Lippert, "Constructing knowledge bases: a promising instructional tool", Journal of Computer Based Instruction, Washington,14 (2), pag. 44-48, Spring 1987.

- Trotter, R. J., "The mystery of mastery", Psychology today, U.S.A., pag. 32-38, July 1984.

- Viccari, R. e P. Trigo, "TUTOR-PROLOG: INTERFACE", II Encontro de Informática no Ensino, Lisboa, 1988.

- Wu, T. H., "CAI IN TAIWAN: STATE AND PROBLEMS", in: "JOURNAL OF COMPUTER-BASED INSTRUCTION, U.S.A., Vol. 14 No. 3, pag. 104-106, Summer 1987.

9.2 LIVROS DE CALCULO UTILIZADOS

- Avila, G. S. de S. CALCULO 1, 4a. Ed., Rio de Janiero, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 1987.

_ Ayres, F. jr. CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL, Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico Ltda., 1957.

- Boulos, P., INTRODUCAO AO CALCULO, vol. 1, São Paulo, Editora Edgard Blücher ltda., 1974.

- Butler, J. N. e D. G. Bobrow, THE CALCULUS OF CHEMISTRY With an introduction to computer programming, New York, W. A. Benjamin INC., 1965.

- Courant, R., CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL, Vol. I, 4a. impressão, Porto Alegre, Editora Globo, 1965.

- D'Ambrosio, U., Cálculo e introdução à análise, São Paulo, Editora Nacional, 1975.

- De Leeuw, K., CALCULUS, New York, Harcourt Brace & World Inc., 1966.

- Demidovitch, B., PROBLEMAS E EXERCICIOS DE ANALISE MATEMATICA, 2a. Edição, Moscou, Editora Mir, 1977.

- Fadell, A. G., CALCULUS With Analytic Geometry, 3th. reprinted, Princeton, D. Van Nostrand Company Inc., 1969.

- Flanders, H. e J. J. Price, Calculus with Analytic Geometry, New York, Academic Press, 1978.

- Goodman, A. W., Analytic Geometry and the Calculus, New York, the Macmillan Company, 1963.

- Granville, W. A., Elementos de Cálculo Diferencial e integral, vol. I, Rio de Janeiro, Editora Científica, 1961.

- Greenspan, D., INTRODUCTION TO CALCULUS, New York, Harper & Row, Publishers, 1968.

- Hu, S., CALCULUS, Chicago, Markham Publishing Company, 1970.

- Johnson, J. B., L. Thompson e P. Vidzes, CALCULUS A COMPUTER ORINTED PRESENTATION, vol. 1,Tallahassee, Florida, Center for Research in College instruction of Science and Mathematics at The Florida States University, 1968.

- Kaplan, W., CALCULO AVANÇADO, vol. I, São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1972.

- Kline, M., CALCULUS: an Intiutive and Physical Approach, New York, John Wiley and Sons, Inc., 1967.

- Konguetsof, L., Calculo diferencial e integral, São Paulo, McGraw-Hill, 1974.

- Lang, S., CALCULO, vol. 1, Rio de Janeiro, Livros técnicos e Científicos Editora S. A., 1975.

- Lax, P., S. Burstein e A. Lax, Calculus with Applications and Computing, vol. 1, New York, Springer-Verlag, 1976.

- Leithold, L., O CALCULO COM GEOMETRIA ANALITICA, vol. 1, 2a. Edição, São Paulo, Editora Harper & Row do Brasil ltda.,1981.

- Lynch, R. V., D. R. Ostberg e R. G. Kuller, Calculus with Computer Applications, Lexington, Xerox, 1973.

- Moise, E. E., CALCULUS, part I, Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1966.

- Munem, M. A. e D. J. Foulis, CALCULO,vol. I, Rio de janiero, Editora Guanabara dois S. A., 1982.

- Piskounov, N., Calcul différentiel et intégral, 5a. ed., Moscou, Ed. Mir, 1975.

- Seeley, R. T., Cálculo de uma Variável, vol. 1, Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico S. A., 1973.

- Shenk, A., CALCULO E GEOMETRIA ANALITICA, vol. 1, Rio de Janiero, Editora Campus, 1984.

- Spivak, M., CALCULUS,Menlo Park, Benjamin, 1967.

- Swokowski, E. W., CALCULO Com Geometria Analítica, vol. 1, São Paulo, McGraw-Hill, 1983.

- Thomas, G. jr., CALCULUS AND ANALYTIC GEOMETRY, Cambridge, Addison-Wesley Company Inc.,1954.

- Wilson, R.L., MUCH ADO ABOUT CALCULUS A Modern Treatment with Applications Prepared for Use with the Computer, New York, Springer-Verlag, 1979.

9.3 LIVROS UTILIZADOS NA PROGRAMAÇÃO.

- Clark, K. L. and F. G. McCabe, "MICRO-PROLOG: Programming in logic", Englewood Cliffs, Prentice Hall international, 1984.

- Clark, K. L. and S. A. Tärnlund, "LOGIC PROGRAMMING", London, Academic Press 1982.

- Clocksin, W. F. and C. S. Mellish, "PROGRAMMING IN PROLOG", second edition, Berlin, Springer-Verlag, 1984.

- Jones, E., "DBASE 3 PLUS Guia do Usuario", São Paulo, McGraw-Hill, 1987.

- Kluzniak, F., "PROLOG FOR PROGRAMMERS", London, Academic Press, 1985.

- Marcus, C., "PROLOG PROGRAMMING Applications for Database Systems, Expert Systems, and Natural Language Systems", Massachusetts, Arity Corporation - Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1986.

- Robinson, P. R., " TURBO PROLOG, guia do usuário", São Paulo,McGraw-Hill, 1988.

- Rogers, J. B., "A PROLOG PRIMER", Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1986.

- Savadovsky, P., "A CONSTRUçÃO DE INTERPRETADORES PARA LINGUAGEM NATURAL", São Paulo, EBAI. 1987.

- Shapiro, E. Y., "ALGORITHMIC PROGRAM DEBUGGING", Cambridge, The MIT Press, 1982.

- Sheldon, T., "PC-DOS & MS-DOS Guia do Usuário", São Paulo, McGraw-Hill, 1987.

- TURBO PROLOG, Owner's Handbook, Scotts Valey, Borland International inc., 1986.

- Van Caneghem, M., "L'ANATOMIE DE PROLOG", Paris, InterEditions, 1986.

ANEXO 1

PROBLEMAS RESOLVIDOS

SERIE 1

PROBLEMA 1

Dentre todos os retângulos de perímetro dado 2p achar os de área máxima.
ESTRATEGIA
Desenho do retângulo.
RESPOSTA
a=b=0.5p, é um quadrado.
RESOLUÇAO
P=2(a+b), A= ab, como P=2p, p=a+b, A=ap-a*2, derivar A, aplicar teorema A´=0.

PROBLEMA 2

Tem-se uma malha de comprimento L e se quer cercar um terreno de forma retangular de modo que ele tenha área máxima. O terreno fica na beira de um rio reto, e portanto não precisa malha neste lado. Encontrar as dimensões do terreno.
ESTRATEGIA
Desenho do terreno e do rio.
RESPOSTA
a=0.25L, b=0.5L
RESOLUÇAO
A=ab, L=2a+b, maximizar A=ab, sujeito a: L=2a+b,substituir A=aL-2a*5, derivar A, logo aplicar teorema A´=0

PROBLEMA 3

Queremos cercar dois terrenos retangulares contíguos com malha de longitude L, tal que a área total seja máxima. Encontrar as dimensões dos terrenos.
ESTRATEGIA
Desenho dos terrenos.
RESPOSTA
a=0.25L, b=0.125L, e o lado maior é o lado comum.
RESOLUÇAO
A=2ab, L=3a+4b, Maximizar A=2ab, sujeito a: L=3a+4b. substituir e fica A=0.5aL-1.5a**2, derivar A, aplicar teorema A´=0

PROBLEMA 4

Precisamos construir um retângulo de área igual a 10 cm2 e que seu perímetro seja mínimo. ENCONTRAR AS DIMENSOES.
ESTRATEGIA
Desenhar o retângulo.

RESPOSTA

a=b=raiz quadrada de 10.

RESOLUÇAO

Minimizar P=2(a+b), sujeito a: ab=10. substituir b=10/a em P, ficando P=2(a+10/a); derivar P; aplicar teorema P´=0. conclusão: área máxima e perímetro mínimo são quadrados.

PROBLEMA 5

Um campo retangular possui num dos lados um rio, que é reto e deve ser cercado para limitar uma área dada. Ao longo do rio não é necessário cercar. Mostrar que a cerca minimiza-se quando o comprimento do campo for o dobro da largura.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho do rio.

RESPOSTA

a=raiz quadrada de 200, b=2a. o rio é um dos lados maiores.

RESOLUÇAO

Minimizar L=2a+b sujeito a: ab=400 (se aceito 400 como a área dada); separar b=400/a, substituir em L=2a+400/a. derivar L. aplicar teorema a L´.

PROBLEMA 6

Um campo retângular de área de 2700 m2, vai ser cercado nos limites e uma cerca adicional o dividira ao meio. Se o custo da cerca do meio é de Cr$200,00 e da dos lados é de Cr$ 300,00 por metro linear. Encontrar as dimensões que façam o custo mínimo.

ESTRATEGIA

Desenho do retângulo.

RESPOSTA

RESOLUÇAO

minimizar C=200a+ 300(2a +4b), sujeito a: 2ab=2700; separar b= 1350/a. substituindo em C= 800a + 162000/a. Derivando C=800-162000/a**2, aplicando teorema C´=0.

PROBLEMA 7

Uma janela Norman tem a forma de um retângulo coroado por uma semi-circunferência. Para um dado perímetro, encontre a forma de tal janela que admitirá a maior quantidade de luz

ESTRATEGIA

Desenho da janela. Procure perímetro e área da janela

RESPOSTA

RESOLUÇAO

Maximizar A=ab + pi/8*a**2, sujeito a: 2b+a(1+0.5pi)=k, constante; separarando b=0.5k -0.25a(2+pi); substituindo A=0.5ka +0.125(pi -4)a**2; derivando A´=0.5k +0.25a(pi-4) e aplicando teorema A´=0.

PROBLEMA 8

Uma janela tem forma de um retângulo coroado por um triângulo eqüilátero. Para um dado perímetro, encontre a forma de tal janela que admitirá a maior quantidade de luz.
ESTRATEGIA

Desenho da janela, cálculo das fórmulas das áreas e dos perímetros pensar no problema 7, serie 1
RESPOSTA
RESOLUÇAO

Maximizar A= ab +(0.25 a**2)(3**0.5), sujeito a: 3a+2b=k (constante); separando b=0.5(k-3a), substituindo A=0.5ka +(0.25(3**0.5)-1.5)a**2 e derivando A´= 0.5k +a(0.5(3**0.5)-3), aplicando teorema A´=0.

PROBLEMA 9

Deve-se construir uma praça em forma de um triângulo equilátero, mais uma área semicircular em cada lado deste. O perímetro da praça é 1000 m. Determinar as dimensões da praça de modo que a área da parte triangular seja máxima.
ESTRATEGIA

Desenho da praça. determinar o perímetro e área da parte triangular
RESPOSTA

2000/(3pi)=a
RESOLUÇAO

P=1.5pi*a, A=(3**0.5)*0.25*a**2. maximizar área A, sujeito a P=1000 m.

PROBLEMA 10

Cortar-se um pedaço de arame de 2 m de comprimento em duas partes. Uma parte será dobrada em forma de círculo e a outra de forma quadrada. Como tem que ser cortado o arame para que a soma das áreas seja máxima.
ESTRATEGIA

Desenhar as figuras. determinar os perímetro e as áreas
RESPOSTA

Máximo é um extremo da região, quando uma figura não existe.
RESOLUÇAO

Ao utilizar o procedimento de derivadas se calcula o mínimo, logo deve-se fazer uma tabela e localizar o máximo num extremo da região.

PROBLEMA 11

Cortar-se um arame de 2 m de comprimento em duas partes. Uma parte será dobrada em forma de triângulo equilátero e a outra como um quadrado. Como deverá ser cortado o arame para que a soma das áreas seja máxima.
ESTRATEGIA

Desenho das figuras, cálculo dos perímetros e das áreas
RESPOSTA

Máximo se dá num extremo da região.

RESOLUÇAO

Depois de otimizar a função de suma de áreas se consegue um valor mínimo, razão pela qual se faz uma tabela e determina-se que o máximo fica num valor extremo.

PROBLEMA 12

Cortar-se um arame de 2 m de comprimento em duas partes. Uma parte será dobrada em forma de círculo e a outra de forma quadrada. Como deve ser cortado o arame para que a soma das áreas seja mínima.

ESTRATEGIA

Desenho das figuras; determinar perímetro e áreas

RESPOSTA

Para o círculo 0.88 m., para o quadrado 1.12 m.

RESOLUÇAO

Maximizar A= a**2 + pi*R**2, sujeito a: 2piR=x, 4a=y, x+y=2. separar R e a, logo separar y, depois substituir em A= x**2/4pi + (2-x)**2/16. derivar A, logo aplicar teorema A´=0.

PROBLEMA 13

Encontre a área do maior triângulo isósceles que tem 18 cm. de perímetro.

ESTRATEGIA

Desenhar o triângulo, transformá-lo em dois triângulos retângulos, para calcular a altura. Logo determinar o perímetro e área do triângulo isósceles.

RESPOSTA

a=6,b=6, o triângulo é eqüilátero.

RESOLUÇAO

Maximizar A=0.25b*((4a**2-b**2)**0.5), sujeito a: 2a +b = 18. Separar b e substituir em A= 0.25(18-2a)*((72a- 324)**0.5). derivar A, aplicar teorema A´=0. Comprovar com a segunda derivada que efetivamente é um máximo.

PROBLEMA 14

Dentre todos os triângulos retângulos tendo a mesma soma dos catetos, qual é o de área máxima?

ESTRATEGIA

Desenhar o triângulo; expressar a fórmula da área do triângulo retângulo;. matematizar o fato da soma constante dos catetos.

RESPOSTA

Triângulo tem que ser ISOSCELES.

RESOLUÇAO

Maximizar A= 0.5*a*b (com a,b os catetos do triângulo), sujeito a: a+b=constante. Separar b y sustituir na fórmula da área. Derivar a área a respeito de a, D(A)= 0.5*c- a. Igualando a 0, temos a=0.5*c,que é o valor constante de a + b =c.

PROBLEMA 15

Dentre todos os triângulos retângulos tendo mesma soma dos catetos, qual é o de hipotenusa mínima.

ESTRATEGIA

Desenhar o triângulo. Expressar a hipotenusa em função dos catetos. Expressar a soma dos catetos como uma constante.

RESPOSTA

Será mínimo quando o triângulo se degenere e um dos catetos seja igual a 0

RESOLUÇAO

Minimizar h= (a**2 + b**2)**0.5, (h: hipotenusa, a,b: os catetos); Sujeito a: a + b = c (constante); Separar b e substituir em h; Derivar D(h)= (a-c)/(2*a**2 -2*a*c + c**2)**0.5; Igualando a = 0, temos que a = c. Logo não existe o triângulo.

PROBLEMA 16

Cada um dos três lados de um trapézio é igual a 10 cm. Qual o comprimento do quarto lado para que a área seja máxima .

ESTRATEGIA

Desenhar o trapézio. Determinar sua área. Relacionar a variável com os dados fornecidos.

PROBLEMA 17

Calcule o setor angular de maior área entre todos os que tem um perímetro p. (use radianos).

ESTRATEGIA

Desenhar o setor angular. Determinar a área e o perímetro.

RESPOSTA

O ângulo mede 2 radianos.

RESOLUÇAO

Maximizar A= 0.5*te*R**2 (te: ângulo, R: raio), sujeito a: (2 + te)*R = k (k: constante). Separar R; sustituir em A, logo derivar D(A) =k*(2 -te)/(2*(2 + te)**3). Usar teorema e utilizar a segunda derivada para comprovar que é máximo.

PROBLEMA 18

Determinar entre todos os retângulos da mesma área, aquele que tem a menor diagonal.

ESTRATEGIA

Desenhar o retângulo. Determinar as fórmulas de área e a diagonal.

RESPOSTA

O retângulo é um quadrado.

RESOLUÇAO

Minimizar d=(x**2 + y**2)**0.5 (x,y os lados do retângulo), sujeito a: x*y = k (constante). Separar y, substituir em d; fazer T = d*d (para facilitar a derivada); Derivar D(T) = 2*(x**4 -k**2)/x**3. Usar teorema e usar segunda derivada.

PROBLEMA 19

Sejam a e b os dois lados de um triângulo. Determinar o terceiro, de forma que a área seja máxima.
ESTRATEGIA

Desenhar vários triângulos para determinar a variação da área. O triângulo não precisa ser retângulo. Dar a fórmula da área e determinar a variável.
RESPOSTA

c = -a -b + (a*b)**0.5, e utilizando a segunda derivada dá o máximo.
RESOLUÇAO

Maximizar A = (s*(s-a)*(s-b)*(s-c))**0.5, sujeito a: s = 0.5*(a+b+c). com a,b,c os lados do triângulo (c a variável). Derivar A respeito de c, igualar a zero, utilizar teorema da segunda derivada.

SERIE 2

PROBLEMA 1

Determinar o número positivo que tenha a maior diferença com seu cubo.
ESTRATEGIA

Tentar alguns números, com calculadora. Depois matematizar o problema.
RESPOSTA

x = 1/(3)**0.5, a diferença é 0.3849 (aproximadamente)
SOLUÇAO

Buscar x, real positivo tal que f = x - x**3 seja máximo. derivar D(f)= 1- 3*x**2, usar teorema de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Determine um número real positivo tal que a soma do número com seu recíproco seja máximo.
ESTRATEGIA

Testar alguns números e logo matematizar o problema
RESPOSTA

Tem-se o máximo quando x= 0 (porque a função tende ao infinito),
SOLUÇAO

O problema é maximizar f = x + 1/x, derivar f e igualar a zero; usar a segunda derivada e concluir que o resultado é mínimo. Buscar o máximo calculando valores da função, que tem uma assíntota vertical em x= 0.

PROBLEMA 3

Determine dois números tais que sua soma seja 12, e a soma de um deles com o quadrado do outro seja mínima.
ESTRATEGIA

Tentar distintos números que somam 12. Matematizar a

expressão a otimizar.
RESPOSTA
11,5 e 0,5
SOLUÇAO
Minimizar x + y**2 sujeito a: x + y = 12. Separar x, substituir na função a minimizar. Derivar a função respeito de y. Aplicar critério da primeira derivada e da segunda derivada.

PROBLEMA 4

Determinar dois números que somam 12 e tais que a soma dos quadrados seja mínima.
ESTRATEGIA
Testar pares de números que somam 12. Matematizar a condição do problema
RESPOSTA
x = y = 6
SOLUÇAO
Minimizar F = x**2 + y**2 sujeito a: x + y =12. Separar x, derivar F respeito de Y, utilizar critério de primeira e segunda derivada. F é um paraboloide, seu mínimo fica no vértice.

PROBLEMA 5

Determinar dois números que somam 12 e tais que a soma de um deles com o quadrado do outro seja máximo.
ESTRATEGIA
Matematizar a condição do problema.
RESPOSTA
x = 0 y = 12
SOLUÇAO
Maximizar F = x + y**2 sujeito a x + y =12. Ao separar x e substituir na equação e aplicar os critérios de primeira e segunda derivada, chegamos a um mínimo e o problema solicita um máximo, pelo qual precisamos tabular e graficar a F.

PROBLEMA 6

Determinar dois números cuja diferença é 100 e o produto é mínimo.
ESTRATEGIA
Testar alguns números e matematizar a condição do problema.
RESPOSTA
y = -50, x = 50.
SOLUÇAO
Minimizar F= x*y sujeito a x-y = 100. Separar x, substituir em F, logo derivar F e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 7

Dividir o número 120 em duas partes tais que o produto de uma pelo quadrado da outra seja máximo.
ESTRATEGIA
tentar com algumas pares de números que somam 120. Logo

matematizar a condição do problema.
RESPOSTA
x = 40, y = 80.
SOLUÇAO
Maximizar P = x*y**2 sujeito a: x + y = 120. Separar x, substituir em P, logo derivar P, e aplicar critério de primeira e segunda derivada

PROBLEMA 8

Determinar dois números que somam 12 e tais que a soma dos quadrados seja máximo.
ESTRATEGIA
Tentar com pares de números que somam 12, logo matematizar a condição do problema e tentar graficar a função de dois variáveis, utilizando curvas de nivel.
RESPOSTA
x= 0 e y = 12 ou x= 12 e y = 0.
SOLUÇAO
Maximizar T = x**2 + y**2 sujeito a x + y = 12. Como no problema 4, da serie 2, as mesmas condições deram um mínimo, o caminho agora e fazer uma representação da função ou tabular alguns valores para descobrir que o máximo fica na fronteira.

PROBLEMA 9

Determinar dois números positivos que somam 16 e a soma de seus cubos é máxima.
ESTRATEGIA
Fazer alguns cálculos com pares de números. Logo matematizar a condição do problema.
RESPOSTA
A solução fica na fronteira, com x=0 e y=16 ou x=16 e y=0
SOLUÇAO
Maximizar C= x**3 + y**3 sujeito a x + y = 16. Separar x e substituir na equação. aplicar primeira e segunda derivada e o resultado e um mínimo, logo para encontrar o máximo é necessário graficar e/ou plotear a função C.

PROBLEMA 10

A diferença entre um número e o quadrado de outro é 16. Determine estos números de modo que o quociente entre o primeiro e o segundo número seja o maior possivel.
ESTRATEGIA
Tentar com alguns números, logo matematizar as condições do problema.
RESPOSTA
O máximo fica quando y tende a 0 (já que é o divisor da função a maximizar).
SOLUÇAO
Maximizar Q=x/y sujeito a x - y**2 = 16. Ao utilizar critério de primeira e segunda derivada, obtemos um mínimo. Logo para buscar o máximo vamos à análise da função, que será maior na medida que seu quociente seja menor.

PROBLEMA 11

Determinar um número real positivo tais que a soma com seu recíproco seja mínima.
ESTRATEGIA
relacionar com um problema anterior que pedia máximo.
RESPOSTA
x=1
SOLUÇAO
Ver a solução do problema 2 serie 2

PROBLEMA 12

A soma de três números é igual a 5. A soma de dois deles é igual a três vezes o terceiro. Determinar os números para que o produto seja máximo.
ESTRATEGIA
Tentar com ternas de números, para logo matematizar as condições do problema.
RESPOSTA
x = y =15/8, z = 10/8.
SOLUÇAO
Maximizar P = x*y*z sujeito a x + y + z = 5 e x + y = 3*z. Separar variáveis de maneira que P fique como uma função de uma variável. Logo aplicar o critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 13

Determinar dois números cuja soma é 60, tais que o produto de um deles pelo cubo do outro seja máximo.
ESTRATEGIA
relacioná-lo com problemas anteriores de soma de números (o resto de a serie 2).
RESPOSTA
y=45, x=15
SOLUÇAO
Maximizar P= x*y**3 sujeito a x + y = 60. Separar x, substituir em P e logo aplicar critério da primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 14

Dados dois números reais positivos tais que a soma de seus quadrados é constante. Demonstrar que a soma dos números é máxima quando os números são iguais.
ESTRATEGIA
Dar uma revisão aos problemas anteriores, de maneira a encontrar um semelhante. Logo proceder como neles.
RESPOSTA
Os números são iguais.
SOLUÇAO
Maximizar T = x+y sujeito a x**2 + y**2 = R (constante). separar x, substituir em T e logo aplicar os critérios de

primeira e segunda derivada.

SERIE 3

PROBLEMA 1

Uma base de um trapézio é o diâmetro de um círculo de raio a e as extremidades da outra base estão sobre a circunferência do círculo. Achar o comprimento da outra base se a área é máxima.
ESTRATEGIA
Desenhar as figuras enunciadas e logo matematizar o problema.
RESPOSTA
x = a isto é, a outra base e igual ao raio.
SOLUÇAO
Maximizar A=h*((2*a + x)/2), sujeito a: h=(a**2-(x/2)**2)**0.5 derivada de um triângulo formado dentro do trapézio. Substituir h na área e logo aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Achar as dimensões do retângulo de maior área inscritível na elipse x**2 / a**2 + y**2 / b**2 = 1 .
ESTRATEGIA
Desenhar as figuras enunciadas e achar relações matemáticas entre elas.
RESPOSTA
Um lado a*(2)**0.5 o outro b*(2)**0.5
SOLUÇAO
Maximizar A= l*m sujeito a: l,m também pertencem a elipse. Tomar essa relação e substituir em A, ficando assim de uma variável. Aplicar logo critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

Achar a razão entre a área da menor elipse que pode ser circunscrita a um retângulo e a área do retângulo. A área de uma elipse é pi*a*b, onde a e b são os semi-eixos.
ESTRATEGIA
Relacionar o problema com o 3 da serie 3, e notar que é de alguma forma o recíproco.
RESPOSTA
0.5*pi
SOLUÇAO
Maximizar A= pi*a*b sujeito a que os vértices do retângulo também pertencem a elipse. logo substituir na equação e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 4

A base inferior de um trapézio isósceles é o eixo maior de uma elipse; as extremidades da base superior são pontos da elipse. Mostrar que o máximo trapézio deste tipo é tal que o comprimento da base superior é metade do da base inferior.

ESTRATEGIA

Além de desenhar a situação, relacionar o problema com o problema 1 da serie 3.

RESPOSTA

a proposição é verdadeira.

SOLUÇAO

Maximizar A= h*((2*a + x)/2) sujeito a que os extremos da outra base pertencem à elipse. Separar daí uma variável e substituir em A. logo aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 5

Dentre todos os triângulos isósceles de vértice em (0,b) inscritos na elipse b**2 * x**2 + a**2 * y**2 = a**2 * b**2, achar a base do de área máxima.

ESTRATEGIA

Desenhar as figuras, lembrar os problemas 1 e 2 da serie 3.

RESPOSTA

A base e igual a raiz quadrada de 3 por o semi-eixo maior (a*3**(0.5)).

SOLUÇAO

Maximizar A= 0.5* 1* h, sujeito a: h= b+u, e (1/2,-u) pertence a elipse. Separar e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 6

Achar a base e a altura do triângulo isósceles de área mínima que circunscreve a elipse b**2 * x**2 + a**2 * y**2 = a**2 * b**2 e cuja base é paralela ao eixo dos xx.

ESTRATEGIA

Desenhar as figuras como pedem no problema. Trabalhar só a metade pela simetria e o fato de ser o triângulo isósceles. Encontrar as equações.

RESPOSTA

altura = 3*b, base = 2*a*(3)**0.5

SOLUÇAO

Maximizar A= 0.5*base*altura , sujeito a: base = 2*w, altura = u+b, ponto (0,u) pertence ao triângulo e a elipse. p=(w,-b) é um vértice do triângulo, p=(r,t)pertence a elipse e ao triângulo. a função A ficou sempre de duas variáveis (derivadas parciais).

PROBLEMA 7

Um triângulo isósceles que circunscreve um círculo de raio R. Calcule a altura e o perímetro do triângulo de menor área.

ESTRATEGIA

Desenhar as condições do problema. Lembrar o problema anterior, já que o círculo é o caso degenerado de uma elipse. A posição dos eixos no desenho é muito importante, para aliviar a álgebra.

RESPOSTA

altura = 3*R, perímetro = 6*R*(3)**0.5.

SOLUÇAO

Seguir o mesmo processo que em problema 6 da serie 3, utilizar derivadas parciais e o critério de primeira e segunda derivada em derivadas parciais.

PROBLEMA 8

Demonstre que de todos os retângulos inscritos num círculo dado, o quadrado tem a maior área.

ESTRATEGIA

Desenhar dentro de um círculo um retângulo e demonstrar que deve ser um quadrado.

RESPOSTA

A proposição é verdadeira.

SOLUÇAO

Maximizar A= a*b, sujeito a que a diagonal do retângulo tem os extremos sobre o círculo. Logo em a expressão da diagonal, separar uma variável substituir na área e logo aplicar o critério da primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 9

Provar que entre todos os retângulos inscritos num círculo dado, o quadrado tem o maior perímetro.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Relacioná-lo com o problema anterior.

RESPOSTA

A proposição é verdadeira

SOLUÇAO

Maximizar o P=2*(a + b), sujeito a que a diagonal do retângulo é igual a 2*r. separar uma variável substituir no perímetro e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 10

Seja l e w as dimensões de um retângulo inscrito num círculo de raio fixo. Buscamos o retângulo que maximize P= l**n + w**n, prove que:a) se n<2 então é um quadrado. b)se n>2 então é um retângulo degenerado. c) se n=2 então P e constante.

ESTRATEGIA

Usar a experiência dos problemas 8 e 9 da serie 3.

RESPOSTA

A proposição é verdadeira

SOLUÇAO

Maximizar P= l**n + w**n, sujeito a que a diagonal é igual a 2*r. substituir uma variável em P e logo aplicar critério da primeira derivada. Na solução da equação P´ = 0 obtem-se os tres casos a demonstrar.

PROBLEMA 11

Encontre o triângulo isósceles inscrito numa circunferência C (de raio igual a 1). a) com área máxima. b) com perímetro máximo.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Encontrar as equações dos lados do

triângulo e relacioná-las com a circunferência. Trabalhar um inciso por vez.
RESPOSTA
Área máxima o triângulo é eqüilátero lado r*(3)**0.5, perímetro é igual que a área.
SOLUÇAO
Substituir os pontos dos vértices do triângulo nas equações da área e o perímetro. logo derivar e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 12

Achar o trapézio isósceles de maior área inscrito num semicírculo dado, sendo sua base maior o diâmetro desse semicírculo.
ESTRATEGIA
Fazer o desenho. Lembrar que é o mesmo problema 1 da série 3.
RESPOSTA
Base menor igual oa raio.
SOLUÇAO
Ver a solução do problema 1 da serie 3., Notar que embora, em ese problema pedia-se uma circunferência no trabalho só se utiliza uma semi-circunferência.

PROBLEMA 13

Achar as dimensões do retângulo de maior área inscrito num semicírculo.
ESTRATEGIA
Fazer o desenho. Relacionar com os problemas 8 e 9 da série 3.
RESPOSTA
Lados b= r*(2)**0.5, a= r/(2)**0.5
SOLUÇAO
Maximizar A= a*b, sujeito a que r**2 = a**2 + b**2/4 (relação tomada de um triângulo no desenho das condições do problema), separar uma variável, substituir em A e Logo aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 14

Achar as dimensões do retângulo de maior área que tem um de seus lados a o largo da hipotenusa de um triângulo retângulo e os extremos do lado oposto nos catetos do triângulo.(apresentar o desenho).
ESTRATEGIA
Dar as equações dos lados do triângulo, encontrar as intercessões com o retângulo.
RESPOSTA
um lado vale a metade da hipotenusa e outro a metade da altura.
SOLUÇAO
Maximizar A= a*b, sujeito a que os vértices do retângulo interceptam os lados do triângulo. Pegar de ali as outras

condições para deixar uma variável, logo aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 15

Dado um quadrado de lado L. Demonstre que todos os quadrados inscritos no quadrado dado, o de menor área tem lado igual a 0.5*L*(2)**0.5

ESTRATEGIA

Fazer o desenho para compreender como um quadrado pode ser inscrito em outro quadrado.

RESPOSTA

A proposição é verdadeira.

SOLUÇAO

Maximizar A= a*a, sujeito a que a**2 = x**2 + (1-x)**2 (relação tomada de um triângulo formado entre os dois quadrados). Só precisa substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 16

Cada lado de um quadrado tem longitude L. Achar o tamanho do lado do quadrado de maior área que pode ser circunscrito ao redor do quadrado dado.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Relacionar com o problema anterior.

RESPOSTA

Lado a= L*(2)**0.5

SOLUÇAO

Maximizar A = a*a, sujeito a : L**2 = x**2 + (a-x)**2 (relação tomada do triângulo formado entre os dois quadrados com hipotenusa igual a L). Logo separar substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 17

Demonstre que de todos os retângulos de área dada, o quadrado tem o menor círculo circunscrito.

ESTRATEGIA

Desenhar o retângulo e logo o círculo circunscrito (exterior ao retângulo). Relacioná-lo com os problemas 8 e 9 da série 3.

RESPOSTA

A proposição é verdadeira.

SOLUÇAO

Minimizar r, sujeito a: 2*r = (b**2 + a**2)**0.5 e a*b = k (constante). Separar variáveis e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 18

Um triângulo isósceles é inscrito num círculo de raio r como na figura. Se o ângulo 2*a do apice fica entre 0 e pi/2, calcule o maior valor e o menor valor do perímetro do triângulo.

ESTRATEGIA

Buscar problemas relacionados (11 série 3).

RESPOSTA

P mínimo é um triângulo degenerado, perímetro máximo. E igual ao 11 da série 3.

SOLUÇAO

perímetro máximo ver solução do problema 11 série 3, perímetro mínimo é quando o triângulo se degenera em um segmento de reta.

PROBLEMA 19

Achar o raio do menor disco circular de tamanho suficiente para cobrir cada triangulo isosceles de perimetro L. Detalhe seu raciocínio.

ESTRATEGIA

Fazer um desenho. Relacionar o problema com os problemas 11 e 18 da série 3.

RESPOSTA

O raio vale (2)**0.5 *L/3

SOLUÇAO

Minimizar A= pi* r**2, sujeito a: 2*a + b = L e a= ((r + t)**2 + s**2)**0.5, b = 2*s, t= (r**2 - s**2)**0.5. Logo substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada. As condições são semelhantes as do problema 11 série 3.

PROBLEMA 20

Use o fato que a área de uma elipse é pi*a*b onde a e b são os semi-eixos. Determinar a e b para a elipse de maior área tais que a soma da longitude dos semi-eixos seja 10 cm. (discuta o resultado).

ESTRATEGIA

Fazer um desenho. Escrever as condições.

RESPOSTA

a=b=5 e a elipse se torna um circulo.

SOLUÇAO

Maximizar A= pi*a*b, sujeito a que a+b= 10. Separar e substituir. Logo aplicar criterio de primeira e segunda derivada.

SERIE 4

PROBLEMA 1

Qual a largura do retângulo de máxima área que pode ser inscrito num dado segmento OAA´ de uma parábola y**2 = 2*p*x (O vertice da parábola, A e A pontos sobre a parábola para um mesmo x).

ESTRATEGIA

Fazer um desenho da parábola e o retângulo (colocar os eixos). No desenho introduzir as variáveis para o cálculo da área.

RESPOSTA

Lados a= 2*h/3, b=(8*p*h/3)**0.5. A=(h,y), A= (h,-y).

SOLUÇAO

Maximizar A = (h-x)*2*y sujeito a: y= (2*p*x)**0.5. Logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Dentre os retângulos de lados paralelos aos eixos coordenados e inscritíveis na figura limitada pelas duas parábolas 3*y = 12 - x**2, 6*y = x**2 - 12, achar a área do retângulo de área máxima.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Revisar a solução do problema anterior. Logo determinar os lados do retângulo em função das duas parábolas.

RESPOSTA

Lados a = b = 4.

SOLUÇAO

Maximizar A= a*b, sujeito a: a = 2*x, b= y1 - y2 = (4-x**2 /3)- (x**2 /6 - 2). Substituir e aplicar critérios da primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

Um retângulo é inscrito num segmento parabólico e tem um dos lados sobre a base do segmento. Mostrar que a razão entre a área do retângulo de área máxima e a área do segmento de parábola é 1/(3)**0.5

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Ver as soluções dos problemas 4.01 e 4.02

RESPOSTA

A proposição é verdadeira.

SOLUÇAO

Maximizar Ar= (a - x)*y, sujeito a y = (4*p*x)**0.5. Substituir, separar e aplicar critérios de primeira e segunda derivada. Logo encontrar a área do setor de parábola, por uma integral de 0 a a da função y=(4*p*x)**0.5. Logo dividir.

PROBLEMA 4

Dentre todos os retângulos com base sobre o eixo dos xx e com dois vértices sobre a curva de equação y = (8*a**3)/ (x**2 + 4*a**2), achar o de área máxima.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Encontrar os lados do retângulo, em função da equação. Fazer o gráfico da função com alguns valores fixos de a.

RESPOSTA

E um quadrado de lado 2*a.

SOLUÇAO

Maximizar A = 2*x*y, sujeito a y igual a equação dada. Substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 5

Os dois vértices inferiores de um trapézio isósceles são os pontos (-6,0) e (6,0). Os dois vértices superiores estão sobre a curva x**2 + 4*y = 36. Achar a área do máximo trapézio nestas condições.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Lembrar propriedades de Trapézios isósceles. Relacionar o trapézio com a parábola.

RESPOSTA

Area = 64 unidades quadradas. lados 4, 8.

SOLUÇAO

Maximizar A = 0.5*h*(a + b), sujeito a: a= 2*x, b = 12, h = y = 9 - x**2 /4. Substituir as variável e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 6

Dois vértices de um retângulo estão sobre o eixo dos xx, os outros dois sobre as retas y = 2*x e 3*x + y = 30. Para que valor de y será máxima a área do retângulo?

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Expressar as intersecsões do retângulo com as retas. lembrar problemas anteriores de retângulos.

RESPOSTA

y = 6.

SOLUÇAO

Maximizar A = a*b, sujeito a: a = 10 - 5*x/3, b = y = 2*x. Logo substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

SERIE 5

PROBLEMA 1

Dada uma esfera, inscrever o cilindro de área lateral máxima.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho da esfera e o cilindro inscrito. Buscar as relações entre as dimensões do cilindro e a esfera. Determinar qual é a área lateral do cilindro.

RESPOSTA

Altura 2*r/(2)**0.5, raio cilindro r/(2)**0.5, r: raio esfera .

SOLUÇAO

Maximizar A = 2*pi*R*h, sujeito a: h = 2*x, R = (r**2 - x**2)0.5 Logo substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Dado um cone circular reto de raio R e altura H. Calcule o raio r e altura h do cilindro circular reto de maior superficie lateral que pode inscrever-se no cone.

ESTRATEGIA

Fazer desenho do cone e do cilindro inscrito. Ver as relações do problema anterior. Encontrar as relações entre raios e alturas.

RESPOSTA

h = 0.5*H, r = R/2

SOLUÇAO

Maximizar A= 2*pi*r*h, sujeito a: por triângulos semelhantes r?R = (H-h)/H. Substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

Achar a altura do cilindro de máximo volume inscritivel num dado cone circular reto.

ESTRATEGIA

Desenhar o cone com o cilindro dentro. Ver o problema anterior para determinar as relações cone-cilindro.

RESPOSTA

Altura H/3, raio 2*R/3

SOLUÇAO

Maximizar Vc = pi* r**2 * h, sujeito a: por triângulos semelhantes r/R = (H-h)/H. Substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 4

Achar a altura do cilindro circular reto de volume V máximo que pode ser inscrito em uma esfera de raio R.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho da esfera com o cilindro interno. Relacioná-lo com o problema 5.01. Determinar o volume de um cilindro.

RESPOSTA

Altura 2*R/(3)**0.5, raio (2/3)**0.5 * R.

SOLUÇAO

Maximizar Vc = pi * r**2 * h. sujeito a: x**2 + r**2 = R**2, h = 2*x. Substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 5

Inscrever em uma esfera dada um cone de volume máximo.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho da esfera com o cone interior. Encontrar relações entre o raio do cone (r) e o raio da esfera (R). Encontrar a equação do volume do cone.

RESPOSTA

Altura 8*R**2 / 9, raio (8)**0.5 * R**2 /3.

SOLUÇAO

Maximizar Vc = pi*r**2 * h / 3. sujeito a : h = R + x, r**2 = R**2 - x**2 (tem um triângulo retângulo com catetos x,r e hipotenusa R, em o desenho). Substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 6

Dada uma esfera de raio 6, calcular a altura do cone reto de mínimo volume circunscrito na esfera.

ESTRATEGIA

Desenhar a esfera, logo desenhar o cone fora dela. Encontrar as relações entre as dimensões (buscar um triângulo retângulo). Buscar o volume de um cone.

RESPOSTA

Altura 18

SOLUÇAO

Maximizar Vc = pi* R**2 * H sujeito a: dados dos triângulos retângulos um com cateto 6 ângulo oposto a e hipotenusa x+6, outro com cateto 12+x, ângulo adjacente a e cateto oposto R, igualam-se por cossenos e separa R. Logo igual ao anterior.

PROBLEMA 7

Encontre as dimensões do cone circular reto de menor volume que pode ser circunscrito num cilindro circular reto de raio r cm. e altura h cm.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho do cilindro e logo desenhar o cone fora dele. Buscar as relações das dimensões através de uma semelhança de triângulos. Lembrar o problema 3 da série 5.

RESPOSTA

Altura 2*h, raio 2*r.

SOLUÇAO

Minimizar v = pi*R**2 * H/3 sujeito a: por triângulos semelhantes R/r = H/x, H = h + x. Substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 8

Um cone circular reto fica dentro de outro cone(mais invertido), As dimensões do cone maior (R, H) são dados. E queremos determinar as dimensões do cone interior que tenha área lateral máxima.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho dos cones. Encontrar as relações usando triângulos semelhantes.

RESPOSTA

Raio R/2, altura H/2

SOLUÇAO

Maximizar A= 2*pi*r*h, sujeito a: por triângulos semelhantes, r?R = (H-h)/H. logo substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 9

Inscrever em uma esfera dada um cone de área lateral máxima.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Encontrar as relações usando triângulos.

RESPOSTA

Altura 4*R/3, raio (8)**0.5 *R/3

SOLUÇAO

Maximizar A = pi*r*(r**2 + h**2)**0.5, sujeito a: h = R + x, r**2 = R**2 - x**2. Logo substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada. As relações resultam de dois triângulos um com catetos x e r e hipotenusa R, outro (R+x) e R de catetos.

PROBLEMA 10

Achar as dimensões do máximo paralelepípedo com base quadrada que pode ser cortado de uma esfera de raio r.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Logo tomar um plano onde os vértices são tangentes.

RESPOSTA

Lados base a= (8)**0.5 * r/3, altura b = 2*r/(3)**0.5

SOLUÇAO

Maximizar V = a*a*b, sujeito a> a**2 + b**2 = 4*r**2, Logo substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

SERIE 6

PROBLEMA 1

Determinar as dimensões de um cilindro circular reto cujo volume é dado (1 metro cúbico), e que tenha superfície mínima: a) com tampa, b) sem tampa.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Pegar as fórmulas de volume e área lateral.

RESPOSTA

sem tampa, r=1/(pi)**(1/3),h=1/(pi)**(5/3), com tampa r=(2*pi)**(-1/3),h= 1/(4*pi**5)**(1/3)

SOLUÇAO

Sem tampa: Minimizar A = pi*(2*r*h + r**2) sujeito a: pi*r**2 *h = 1. com tampa Minimizar A = 2*pi*r*(h +r), sujeito a: pi*h*r**2 = 1. Logo é só substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Um depósito aberto de folha de lata, com fundo quadrado, deve ter capacidade para V litros. Em que dimensões deve ser feito o depósito para que em sua fabricação se gaste a menor quantidade possivel de lata.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Determinar que se quer minimizar a área. Encontrar as equações de volume e área.

RESPOSTA

Lado base (2*V)**(1/3), altura (V/4)**(1/3)

SOLUÇAO

Minimizar A = a**2 + 4*a*b sujeito a V= b*a**2 (constante). Substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

Determinar as dimensões de um cilindro circular reto com área total de 2*pi e que seu volume seja máximo.
ESTRATEGIA
Fazer o desenho. Encontrar as equações de volume e área total.
RESPOSTA
Raio 1/(3)**0.5, altura 2/(3)**0.5
SOLUÇAO
Maximizar V = pi*h*r**2 sujeito a: h = (1 - r**2)/r. Expressão derivada de que a área total vale 2*pi. Logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 4

Qual deve ser o diâmetro de uma panela de alumínio com capacidade de 58 centimetros cúbicos, cuja construção requer o mínimo de alumínio: a) se a panela não tem tampa, b) se tem tampa.
ESTRATEGIA
Fazer o mesmo que em problema 1 série 6.
RESPOSTA
Igual a problema 1 série 6.
SOLUÇAO

PROBLEMA 5

Prove que uma barraca coˆnica de volume dado, necessita do mínimo de fazenda quando a altura é(2)**0.5 vezes o raio da base. Mostre que a fazenda tem a forma de um círculo do qual se cortou um setor angular de 152 grados 9 minutos.
ESTRATEGIA
Fazer o desenho. Lembrar as equações de volume e área lateral do cone.
RESPOSTA
As proposições são verdadeiras. Na segunda parte precisa 272.07 pés quadrados.
SOLUÇAO
Minimizar A = pi*r*(r**2 + h**2)**0.5 sujeito a: V = pi*h*r**2 /3 dado. separar e aplicar critérios de primeira e segunda derivada. Na segunda parte, aplica uma relação direta para determinar o comprimento do arco no setor angular, depois calcula a área tomando em conta o perímetro, a altura e o ângulo.

PROBLEMA 6

Um depósito com tampa , de folha de lata, com fundo quadrado, deve ter capacidade para 1000 litros. Em que dimensões deve ser feito o depósito para que em sua fabricação se gaste a menor quantidade possivel de lata.
ESTRATEGIA
Fazer o desenho e lembrar o problema 6.02. Lembrar equações de volume e área total.
RESPOSTA

Torna-se um cubo de aresta 10

SOLUÇÃO

Minimizar A = 2*a*a + 4*a*b sujeito a: a*a*b = 1000. Separar, substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 7

Um depósito aberto de folha de lata, com fundo quadrado deve ter capacidade para 1000 litros. Em que dimensões deve ser feito para que em sua fabricação se gaste a menor quantidade de dinheiro, se a lata do fundo custa o dobro das laterais

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Introduzir o custo na área do depósito.

RESPOSTA

E um cubo de aresta 10

SOLUÇAO

Minimizar C = a*a + 2*a*b sujeito a a*a*b =1000. Separar, substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 8

Um fabricante de caixas vai produzir caixas fechadas de volume 0,5 metros cúbicos, cuja base é um retângulo com comprimento igual ao triplo de sua largura. Encontre as dimensões das caixas, para que seja o mais econômica.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Relacionar as condições com as dimensões das caixas.

RESPOSTA

Comprimento 1,44; largura 0,48; altura 0,72

SOLUÇAO

Minimizar a+ 6*a*a + 8*a*b sujeito: V = 3*a*a*b = 0.5. Substituir e aplicar o critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 9

Um silo de volume dado esta construido na forma de um cilindro circular reto, cuja parte superior termina numa meia esfera; a espessura de suas paredes é constante. Que dimensões deverá ter para que se gaste a menor quantidade de material.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Relacionar as equações de cilindro e esfera.

RESPOSTA

Raio (0,6*V/pi)**(1/3), altura (0,6*V/pi)**(1/3).

SOLUÇAO

Minimizar A = pi*r*(3*r + 2*h) sujeito a: V= pi*r*r*(2*r/3 = h) constante. Logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

SERIE 7

PROBLEMA 1

Dado um quadrado de cartolina de lado 2*a, traçamos as diagonais e marcamos sobre elas 4 pontos equidistantes do centro. A seguir os ligamos com os pontos médios dos lados vizinhos. Como escolher os pontos para que a pirâmide tenha volume máximo.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho e tentar distintas formas de colocar os pontos. Logo encontrar as relações que darão o volume máximo.

RESPOSTA

Lado da base da pirâmide quadrada vale 0,8*a, altura (6)**0.5 *a/5

SOLUÇAO

Maximizar V = A*h/3, sujeito a: A: área da base A= 4*(x-a)**2, e h=(x**2 -(a-x)**2)**0,5. x: é a altura de um triângulo da pirâmide, 2*(a-x) é o lado da base quadrada. Logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Deseja-se fazer caixas usando pedaços de lata com dimensões de 8 dm por 15 dm, cortando quadrados iguais dos quatro cantos e dobrando os lados para cima. Encontre o tamanho do quadrado cortado para se obter uma caixa aberta de volume máximo.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho e relacionar as condições do problema.

RESPOSTA

O lado do quadrado cortado é 5/3 de dm.

SOLUÇAO

Maximizar V = (15 - 2*x)*(8 - 2*x)*x; sujeito a: 2*x < 8, 0< x < 4. Logo aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

Quer-se fazer uma caixa sem tampa de um pedaço quadrado de lata de lado a, cortando-se dos cantos da lata quadrados iguais e depois dobrando na forma correta a parte residual. Qual deve ser o lado dos quadrados, para que a caixa tenha volume máximo.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Relacionar com o problema anterior. Relacionar as condições com o volume.

RESPOSTA

O lado do quadrado cortado é a/6.

SOLUÇAO

Maximizar V = x*(a-2*x)**2; sujeito a: 0 < x < a/2. Logo derivar e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 4

Quer-se fazer uma caixa fechada de um pedaço de lata de 24 por 64 cm, fazendo cortes (os necessários para formar um paralelepípedo). Quais são as dimensões dão caixa que dam volume máximo?

ESTRATEGIA

Fazer um desenho e tentar distintos cortes. Relacionar o volume com os cortes e o tamanho da lata.

RESPOSTA

As dimensões são: 8,8 e 24

SOLUÇAO

Maximizar volume V = (24 -2*x)*(32 - x)*x, sujeito a: z + 2*x = 24, 2*y + 2*x = 64 (Não se usam dois pedaços de tamanho (24-z)*(2*x + y). Logo aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 5

Retira-se de um disco um setor e com a parte restante, constrói-se um cone. Achar o ângulo central do setor retirado de modo que o cone tenha volume máximo.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho e tentar várias situações. Relacionar o corte com o volume do cone.

RESPOSTA

O ângulo é 66 graus aproximadamente.

SOLUÇAO

Maximizar V = pi*h*r**2 /3, sujeito a: r = a *R/(2*pi), com a: ângulo do setor que fica, R: raio do disco dado, h = (R**2 - r**2)**0.5, com h altura do cone. Substituir e aplicar o critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 6

Um fabricante deseja construir um litro cilíndrico de vidro com tampa de metal. Se o custo do metal é 1/3 do custo do vidro (por unidade de área). Calcule as proporções para que o custo seja mínimo.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho e encontre as equações de área e volume.

RESPOSTA

Raio 0,62 e altura de 0,83 valores aproximados.

SOLUÇAO

Minimizar C =4*pi*r**2 /3 + 2*pi*r*h sujeito a: pi*h*r*r =1. Substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

SERIE 8

PROBLEMA 1

Compute o volume máximo de todos os cones que são gerados pela rotação de um triângulo retângulo com hipotenusa c e eixo de giro num de seus catetos.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. estabelecer as relações de giro com volume e triângulo.

RESPOSTA

Raio (2/3)**0.5 * c, altura c/(3)**0.5

SOLUÇAO

Maximizar V = pi*r*r*h sujeito a: r*r + h*h = c*c. Logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Qual é o máximo volume de um cilindro gerado por a rotação de um retângulo de perímetro 48 cm, com eixo de rotação num de seus lados.

ESTRATEGIA

Desenhar o retângulo num eixo de coordenadas, desenhar o cilindro gerado e estabelecer as variáveis para que o volume seja máximo.

RESPOSTA

Raio 16 e altura 8

SOLUÇAO

Maximizar V = pi*r*r*h sujeito a: 2*(a + b) = 48, h= b, r= a. Logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

Qual é o volume máximo de um cilindro gerado pela rotação de um retângulo compreendido entre o eixo das xx e a curva y = x/(x*x +1).

ESTRATEGIA

Desenhar a curva, encontrar as condições do retângulo inscrito e logo encontrar as equações do volume do cilindro.

RESPOSTA

Altura 2/(3)**0.5, raio (3)**0.5 / 4

SOLUÇAO

Maximizar V = pi *r*r*h sujeito a: r = y, h = 2*x, y = x/(x**2 +1). Logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

SERIE 9

PROBLEMA 1

Em um plano de coordenadas se dá um ponto (a,b) no primeiro quadrante. Fazer passar por este ponto uma reta, de tal forma que o triângulo formado entre ela e os semi- eixos positivos de coordenadas tenha a menor área possível.

ESTRATEGIA

Desenhar distintas situações. Encontrar as condições para obter a área da região.

RESPOSTA

A inclinação da reta é -b/a (coordenadas do ponto dado).

SOLUÇAO

Minimizar A = x*y/2 sujeito a : y = m*(x- a) + b, equação da reta. Logo substituir e aplicar critério da primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Calcule a tangente da curva y = 4 - x**2 num ponto do primeiro quadrante, tais que ao cortar o primeiro quadrante forme um triângulo de área mínima.

ESTRATEGIA

Desenhar a parábola e testar distintos pontos tangentes de maneira de encontrar as relações para a área mínima.

RESPOSTA

x = 2/(3)**0.5 , y = 8/3

SOLUÇAO

Minimizar A = x*y/2 sujeito a: y = 4 - x*x, (x,y) ponto tangente. Logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

Dado um ponto sobre o eixo da parábola y**2 = 2*p*x a distância a do vértice. Achar a abscissa do ponto sobre a curva que é o mais próximo do ponto dado.

ESTRATEGIA

Desenhar a parábola, colocar o ponto q a distância a e encontrar as relações para minimizar a distância.

RESPOSTA

x = a - p.

SOLUÇAO

Minimizar D = (y**2 + (x - a)**2)**0.5 sujeito a: y**2 = 2*p*x; substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 4

Achar sobre a curva 2*y = x**2 o ponto mais próximo do ponto (4,1).

ESTRATEGIA

Desenhar a parábola, localizar o ponto dado e fazer vários tentativas de colocar o ponto mais próximo. Logo encontrar as condições da distância.

RESPOSTA

x= 2, y = 2.

SOLUÇAO

Minimizar d = ((y-1)**2 + (x-4)**2)**0.5 sujeito a: 2*y = x**2. Logo tem que substituir e aplicar teoremas de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 5

Achar o ponto (x,y) no círculo com equação x**2 + y**2 = 100 tais que a distância do centro a (x,y) mais a distância de (x,y) ao ponto (10,0) seja mínima.

ESTRATEGIA

Desenhar o círculo e localizar os pontos. Logo construir as equações.

RESPOSTA

O mínimo fica no mesmo ponto (10,0) já que ele pertence ao

círculo.
SOLUÇAO

Minimizar d = 10 + (y**2 + (x-10)**2)**0.5, sujeito a: x**2 + y**2 = 100. Separar, substituir e aplicar teoremas. Só que não tem solução. Voltar para analisar a condição do problema e notar que o mesmo ponto dado é a solução.

PROBLEMA 6

Calcule os pontos da parábola 8*y = x**2 - 40 que ficam mais próximos à origem. Qual é o raio do círculo com centro na origem que é tangente a parábola?
ESTRATEGIA

O problema tem duas perguntas. Trabalhe uma primeiro. Faça o desenho e tente colocar os pontos, logo matematize a situação.
RESPOSTA

x= (8)**0.5 e o raio tem o mesmo valor.
SOLUÇAO

Minimizar d = (x**2 + y**2)**0.5, sujeito a: y = x**2/ 8 - 5. Logo substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada. A segunda pergunta tem a mesma resposta, por definição de ponto tangente e círculo tangente.

PROBLEMA 7

Calcule a menor distância do ponto (a,v) à reta y = m*x + b.
ESTRATEGIA

Desenhar uma reta e um ponto fora da reta. Logo lembrar a equação da distância de uma reta a um ponto e tratar de derivá-la da figura.
RESPOSTA

x=(v*m+a -b*m)/(1 + m**2), y = (a - x)/m + v
SOLUÇAO

Usando geometria, calculamos a reta perpendicular a reta dada a qual pertence o ponto dado, logo encontramos a interseção das retas e calculamos a distância entre esses dois pontos.

PROBLEMA 8

Calcule a menor distância do ponto (a,0) da reta y = m*x, onde m é constante.
ESTRATEGIA

Muito parecido ao problema 9.07, pode utilizar o mesmo procedimento.
RESPOSTA

x = a/(1 + m**2), y = (a-x)/m
SOLUÇAO

Igual ao problema 7 da série 9.

PROBLEMA 9

Calcule o ponto da reta y = m*x + b, b<> 0, que fica mais perto do origem. Quanto vale a distância desse ponto ao origem?
ESTRATEGIA

Desenhar a situação. Determinar um triângulo entre a reta e

o origem e o ponto donde a distância é mínima.
RESPOSTA
x = -b*m/ (m**2 + 1). y = -x/m.
SOLUÇAO
pode aplicar o método do problema 8 da série 9, ou fazer uso de trigonometria.

PROBLEMA 10

Qual é o ponto da hipérbole y**2 - 0.5*x**2 = 1 mais próximo de (0,3)?
ESTRATEGIA
Desenhar a hipérbole e localizar o ponto, logo determinar as condições do problema.
RESPOSTA
x = 0, y = 1, o que é evidente da gráfica.
SOLUÇAO
Minimizar d**2 = x**2 + (y-3)**2 sujeito a: y**2 - (x**2)/2 = 1 Logo só tem que substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 11

Seja p = (a,b) no primeiro quadrante de um sistema de coordenadas retangulares. Estabelecer a equação de uma linha que passe por P, de modo que o segmento compreendido entre os dois eixos seja mínimo.
ESTRATEGIA
Desenhar a situação e lembrar o problema 1 da série 9.
RESPOSTA
y = -a*m*(2 + m**2)/(1 + m**2)
SOLUÇAO
Queremos que x**2 = y**2 seja mínimo, sujeito a que (x,y) pertença a reta e (a,b) também. Logo dar uma equação geral de uma reta e fazer com que o ponto (a,b) pertença a ela; logo substituir na distância e aplicar derivadas.

PROBLEMA 12

Dada a circunferência x**2 + y**2 = 9 encontre: a) a menor distância do ponto (4,5) a um ponto da circunferência. b) a maior distância do ponto (4,5) a um ponto da circunferência.
ESTRATEGIA
Fazer o desenho. Logo como o problema tem duas perguntas, fazer uma de cada vez. Localizar no desenho a condição do problema.
RESPOSTA
1,87, y = 2,34 valores aproximados.
SOLUÇAO
Minimizar d**2 = (x-4)**2 + (y-5)**2 sujeito a x**2 + y**2 = 9. Logo deve-se substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 13

Sendo PQ o maior ou menor segmento que pode ser traçado do ponto (a,b) a curva y= f(x). Provar que a reta PQ é perpendicular á tangente `a curva em Q.

ESTRATEGIA

Fazer um desenho e tentar fazer a demonstração por contradição.

RESPOSTA

A proposição é verdadeira.

SOLUÇAO

Suponha que PQ dá o mínimo, mas existe outro ponto Q´ que é o tangente a curva, desse fato temos um triângulo e logo já não é mais o mínimo.

PROBLEMA 14

Duas cabanas tem água por uma bomba localizada na beira do rio. A primeira cabana fica 40 m atrás do ponto A, e a segunda 20 m atrás do ponto B (A, B na beira do rio). Mostrar que para minimizar o tubo, a bomba deve ficar a 2/3 de AB.

ESTRATEGIA

Fazer um desenho. Localizar no desenho os fatos a minimizar.

RESPOSTA

E verdadeira a proposição.

SOLUÇAO

Minimizar d1 +d2 sujeito a.: d1**2 = 40**2 +x**2, d2**2 = 20**2 + y**2, com x +y = distância de A a B. Logo substituir e aplicar o critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 15

Discuta o máximo e o mínimo local de f(x) = x* sen(x). Calcule dois pontos críticos, positivos, com 3 decimais de precisão e determine máximo e mínimo local.

ESTRATEGIA

Fazer um desenho de f(x) e f´(x). Utilizar métodos numéricos para fazer os cálculos.

RESPOSTA

x0= 0, x1 = -4.91318, x2 = 4.91318, x3= 7.97867

SOLUÇAO

Derive a função e aplique métodos numéricos para resolver a equação f´(x) = 0.

SERIE 10

PROBLEMA 1

A resistência de uma viga retângular é proporcional a largura e ao quadrado de sua altura. Encontre as dimensões com que se pode cortar um tronco de forma cilíndrica circular reto de raio A cm para que a viga seja a mais resistente possível.

ESTRATEGIA

Desenhar a viga e relacionar a largura e a altura com o raio

do cilindro.
RESPOSTA
Largura = 2*A/(3)**0.5, altura = A*(8/3)**0.5
SOLUÇAO
Maximizar f= x*y*y sujeito a que x**2 + y**2 = d**2, diagonal do cilindro logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

A rigidez de uma viga retângular é proporcional `a largura e ao cubo de sua altura. Qual é a melhor maneira de cortar um tronco da forma de um cilindro circular reto para que a viga seja a mais rígida possível?
ESTRATEGIA
Relacionar com o problema 1 da série 10.
RESPOSTA
x = d/2, y = d*(3)**0.5 / 2, d a diagonal da base do cilindro.
SOLUÇAO
Maximizar f = x*y**3 sujeito a x**2 + y**2 = d**2, d a diagonal da base do cilindro. Logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

A resistência de uma viga retangular varia na razão direta da largura e do quadrado da altura. Achar as dimensões da viga mais resistente que pode ser construida com um tronco cilindro elíptico reto de semi-eixos a e b.
ESTRATEGIA
Desenhar a situação, relacionar com o problema 1 da série 10.
RESPOSTA
x= a/(3)**0.5, y = b*(2/3)**0.5
SOLUÇAO
Maximizar f= x*y*y, sujeito a:(x/a)**2 + (y/b)**2 = 1. Substituir e aplicar os critérios de primeira e segunda derivada.

SERIE 11

PROBLEMA 1

Um homem e seu bote estão no rio a 1 km do ponto A situado na margem, e o ponto A fica a 4 km do ponto B, na beira. Ele pode remar até o ponto P(a 4 km/h) e logo caminhar (a 6 km/h) até o ponto B. Como escolher P para minimizar o tempo total.
ESTRATEGIA
Fazer o desenho. Relacionar as distâncias e as velocidades. Utilizar as condições de espaço-tempo- velocidade da física.
RESPOSTA
Caminha 3,11 km.
SOLUÇAO
Minimizar T = 0.25*(x**2 +1)**0.5 + (4-x)/6, sujeito a T> 0, 0 < x < 4. Logo aplicar critérios de primeira e segunda

derivada.

PROBLEMA 2

Um trem se move a 90 m/s com uma aceleração constante negativa de 6 m/s A que distância o trem parará e quanto tempo demorará para parar ?

ESTRATEGIA

Utilizar conceitos físicos de aceleração, velocidade e espaço.

RESPOSTA

Pára a 1350 m em 15 segundos.

SOLUÇAO

Como a velocidade é 90 m/s e a aceleração é a derivada da velocidade em função do tempo. Calculamos a primitiva da aceleração, e a velocidade dada é a condição inicial; integramos de novo e calculamos o espaço percorrido, substituir para o tempo.

PROBLEMA 3

Um corpo se move ao longo de uma linha horizontal de acordo com s = 12*t - t**3, quando t>=0. a) Quando s é crescente e decrescente? b) Quando a velocidade é máxima? c) Qual é a aceleração em t = 3 (m/s são as unidades)?

ESTRATEGIA

Fazer um desenho de s. Logo calcular a derivada e aplicar definições.

RESPOSTA

a) cresce de 0 a (12)**0.5, b) máximo em t = 0, c) a = -12 m/s**2

SOLUÇAO

Simplesmente: desenhar, derivar duas vezes e aplicar critérios.

PROBLEMA 4

Ao meio dia, um automóvel A se move para o leste a 20km/h. 82 km ao norte de A, um automóvel B se move para o sul a 16 km/h. Em que tempo ficaram o mais perto um do outro?

ESTRATEGIA

Fazer um desenho. Colocar as distâncias e os vetores velocidades.

RESPOSTA

Em 2 horas.

SOLUÇAO

Minimizar A= d**2 = (-20*t)**2 + (82 - 16*t)**2. Logo só tem que aplicar os critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 5

Um homem deve ir do ponto A, em uma das margens de um rio, ao ponto B, na outra margem. Sabendo-se que a velocidade pela margem é k vezes maior que o movimento pela exiguidade, Determinar sob que ângulo deverá atravessar o rio, para usar o

menor tempo.
ESTRATEGIA
Desenhar o rio com uma largura h, e uma distância entre A e B de d metros. Relacionar com o problema 1 da série 11.
RESPOSTA
A distância que caminha é d - h/(k**2 - 1)**0.5
SOLUÇAO
Minimizar T = s/k + (h**2 + (d-s)**2)**0.5, com s a distância que caminha. Logo tem que aplicar os critérios de primeira e segunda derivada a T.

PROBLEMA 6

As 9 horas da manha um navio B se encontra a 65 km a leste de outro navio A. O B navega rumo oeste a 10 km/h, enquanto A rumo sul a 15 km/h. Se eles continuarem nos seus respectivos rumos, qual a menor distância que os separará e a que horas?.
ESTRATEGIA
Fazer o desenho dentro de um eixo de coordenadas, localizando velocidades vetorialmente. Determinar a função da distância.
RESPOSTA
A 54 km aproximadamente e as 11 horas.
SOLUÇAO
Minimizar d = ((15*t)**2 + (65 -10*t)**2)**0.5. Logo aplicar critérios de primeira e segunda derivada. E fundamental lembrar as equações da física quanto a velocidade e espaço.

PROBLEMA 7

Um barco deixa um porto às 12 horas e viaja para o oeste a 20 nós. As 12 horas do outro dia, um segundo barco deixa o mesmo porto e viaja para o noroeste a 15 nós. Com que velocidade estão-se separando, quando o segundo barco navegou 90 milhas náuticas.
ESTRATEGIA
Fazer o desenho dos barcos dentro de um sistema de eixos coordenados. Colocar velocidades vetorialmente e deduzir a equação da distância.
RESPOSTA
10,58 milhas/hora.
SOLUÇAO
Calcular a função distância e logo derivá-la para obter a velocidade. Depois avaliar para 90 milhas percorridas pelo 2do. navio a distância que é d =((480 +9,39*t)**@ + (10,61*t)**2)**0.5

SERIE 12

PROBLEMA 1

Se a e b são os catetos de um triângulo retângulo cuja hipotenusa vale 1. Calcule o maior valor de 2*a + b.
ESTRATEGIA
Fazer o desenho do triângulo de maneira a introduzir as hipóteses.

RESPOSTA

a = 2/(5)**0.5, b = 1/(5)**0.5

SOLUÇAO

Maximizar f = 2*a +b sujeito a: b = (1 - a**2)**0.5. Logo substituir e aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Deseja-se estender uma escada sobre uma cerca de H m de altura a uma parede W m atrás da cerca. Encontre o comprimento da menor escada que pode ser usada.

ESTRATEGIA

Fazer o desenho. Tentar com distintas escadas de maneira de determinar onde tem que minimizar.

RESPOSTA

x= (W*H**2)**(1/3), o comprimento é d = ((x + W)**2 + (H*W/x + H)**2)**0.5

SOLUÇAO

Minimizar d = ((x + W)**2 + y**2)**0.5, sujeito a y= H*W/x = H. Logo que substituir tem que aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

Uma estátua com 3,6 m de altura está colocada sobre um pedestal com 4 m de altura. A que distância deve estar um homem com 1,8 m de altura, para que a estátua abranja o maior ângulo possível?

ESTRATEGIA

Fazer o desenho e considerar dois triângulos. Um deles com ângulo no nível dos olhos do homem até o início da estátua; outro do início até o final da estátua e um terceiro da soma dos ângulos de elevação.

RESPOSTA

3,57 m aproximadamente.

SOLUÇAO

As cotangentes dos ângulos de elevação do primeiro triângulo e da soma dos triângulos, deste último calculo arccotangente e separo o ângulo que procuro. Logo só tenho que aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

SERIE 13

PROBLEMA 1

Os A e B são pontos opostos nas margens de um rio de 3 km de largura. O ponto C está na mesma margem que B, mas a 6 km deste. Uma companhia de telefones estenderá um cabo de A a C. Se o custo por km é 25% mais caro sob a exiguidade. Qual é a linha menos cara?

ESTRATEGIA

Desenhar as condições do problema. Lembrar o problema 6 da série 11.

RESPOSTA

Se cruza a 4 km de B.

SOLUÇAO

Minimizar C = 1.25 l1 + l2, sujeito a: l1 = (9 + x**2)**0.5, l2 = 6 - x. Logo que substituir deve-se aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Um trem faz um viagem especial se tem no mínimo 200 pessoas. A tarifa é de Cr 800,00 por pessoa, se tem 200 pessoas. Mais faze um desconto de Cr. 1,00 por cada pessoa adicional. Que número de pessoas fará o maior benefício ao trem?.

ESTRATEGIA

Tentar alguns preços através de distintos números de pessoas. Determinar a função de preço.

RESPOSTA

400 pessoas.

SOLUÇAO

f(x) é 800*x se x = 200, e (800- x)*x se x> 200. Maximizar f(x). Derivando e aplicando critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

Um fabricante de radios acha que pode vender x aparelhos por semana a p cruzados cada, onde 5*x = 375 - 3*p. O custo da produção é (500 + 15*x +x**2 /5) cruzados. Mostrar que se obtem o máximo lucro quando a produção é de 30 aparelhos/semana.

ESTRATEGIA

Separar o preço p. Determinar a função utilidade de venda menos custo.

RESPOSTA

29,46 raios é 30 aproximadamente.

SOLUÇAO

p= 125 - 5*x/3, U = p*x - (500 + 15*x + x**2 /5). Derivar U e aplicar critérios de primeira é segunda derivada.

PROBLEMA 4

O custo total de produção de x artigos por semana é a*x**2 + b*x +c cruzados, incluídos os impostos de t cruzados por artigo. O preço (p cruzados) de venda de cada artigo é p = l - m´x. Mostre que o imposto fornece a máxima receita quando t = (l - m)/2 e que o aumento no preço é sempre menor que o imposto. Deve-se conhecer os termos: Lucro, Renda, Preço, Custo.

ESTRATEGIA

Logo, deve-se determinar o preço antes do imposto e depois do imposto.

RESPOSTA

Se conseguiu demonstrar que a diferença no preço é menor que o imposto.

PROBLEMA 5

Uma siderúrgica produz x toneladas por dia de aço de baixo teor e de alto teor, onde y = (40 - 5*x)/(10 - x). Se o preço no mercado do aço de baixo teor é metade do que o de alto, encontrar a produção que dará o máximo benefício.

ESTRATEGIA

Encontrar a função da renda.

RESPOSTA

5.5 toneladas do de baixo teor.

SOLUÇAO

Maximizar R = 0.5*x + y, sujeito a y = (40 - 5*x)/(10 - x). Substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 6

A planta de um supermercado requer 14400 m**2 de área. O supermercado é retangular e tem 3 paredes de tijolo e uma de vidro (na frente). O custo do vidro é 1,88 vezes o tijolo (por m.) Calcular as dimensões para ter um custo mínimo.

ESTRATEGIA

Desenhar o supermercado.

RESPOSTA

Frente 100 m. lado 144 m.

SOLUÇAO

Minimizar C = 2*b + 1,88*a, sujeito a a*b = 14400 . Separar e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 7

O preço do combustível para acionar uma locomotiva é proporcional ao quadrado da velocidade e é de Cr$ 2.500,00 por hora para uma velocidade de 25 km/h. O preço de outras despesas é de Cr$. 10.000,00 por hora. A que velocidade o custo por km sera mínimo?

ESTRATEGIA

Encontrar a constante de proporcionalidade. Logo determinar a função do custo.

RESPOSTA

200 km/h

SOLUÇAO

Pc = k*v**2, com o valor inicial implica que k = 4. Logo o custo por velocidade é C=(v**2 /4 + 10000)/ v logo derivar e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 8

Um investidor comprará trigo a Cr$ 2,50 a saca. O custo de armazenagem é 10 +0.0001*x por dia e x é o número de sacas. A venda começa em Cr$ 2,50 e espera-se que incremente em 0.01*t - 0.001*t**2, t em semanas. Quantas semanas deve guardar para ganhar o máximo.

ESTRATEGIA

Encontrar a função de utilidade, derivada de venda menos

custo.
RESPOSTA
Uma semana mais um dia.
SOLUÇAO
Maximizar U = Venda - Custo. Logo derivar e aplicar critérios.

PROBLEMA 9

Quando 1000*x caixas são produzidas, se gasta na produção c(x) = 135*x**(1/3) + 450. Encontre: a) O custo marginal quando 800 caixas são produzidas; b) O número de caixas produzidas quando o custo marginal e de Cr$ 20,00 (por milhões de caixas).
ESTRATEGIA
Determinar que custo marginal é a derivada do custo.
RESPOSTA
a) 52,22 b) 3380 caixas.
SOLUÇAO
Custo no enunciado do problema, derivá-lo e avaliar em 800/1000.
No b) deve-se c que igualar a derivada ao valor dado e separar x.

SERIE 14

PROBLEMA 1

A equação de demanda é p + 2*(x-1)**0.5 = 6 e a função de custo total é dada por c(x) = 2*x - 1 a) Determine os valores permissíveis de x; b) Encontre as funções receita marginal e custo marginal; c) o valor que dá lucro máximo.
ESTRATEGIA
Determinar as distintas funções.
RESPOSTA
O máximo se dá em 1,52
SOLUÇAO
Separando p da equação de demanda encontramos o preço. Logo calculamos utilidade, derivando custo obtemos custo marginal, derivando utilidade obtemos o lucro máximo.

PROBLEMA 2

A equação de demanda é 10**6 *p*x = 10**9 - 2*10**6 *x + 18*10**3 *x**2 - 6*x**3, x: unidades produzidas semanalmente, p o preço de cada unidade e x>= 100. O custo médio de produção é Q(x)= x/50 - 24 + 11*10**3 /x. Encontre o lucro máximo.
ESTRATEGIA
Deve-se de buscar o número de unidades e o preço de cada unidade para que o lucro semanal seja máximo.
RESPOSTA
Preço 11, unidades 1000
SOLUÇAO
Separar p da equação de demanda, custo é x*Q(x). Utilidade é U= x*p(x) - c(x). Logo derivar e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

SERIE 15

PROBLEMA 1

Uma página impresa deve ter 24 cm**2 de área escrita, uma margem de 1,5 cm nas partes superior e inferior e uma margem de 1 cm nos lados. Quais são as dimensões da menor página que teria estas condições?

ESTRATEGIA

Desenhar a página e tentar distintas características.

RESPOSTA

Lados 6 e 9 cm.

SOLUÇAO

Minimizar A = (a + 2)*(b + 3) sujeito a a*b = 24. Substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

SERIE 16

PROBLEMA 1

Suponhamos que um peso seja sustentado a 1 m da reta horizontal AB por meio de um arame em forma de Y. Se os pontos A e B estão separados por 0,8 m. Qual é o menor comprimento total de arame que pode ser usado?

ESTRATEGIA

Desenhar as condições do problema para determinar o comprimento. A reta horizontal que fala o problema fica no teto.

RESPOSTA

A longitude é 1,69 m.

SOLUÇAO

Minimizar L = 2*d + x, sujeito a: h + x = 1, d**2 = h**2 + 0,16. d é hipotenusa do triângulo formado na parte superior de Y. Logo substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

SERIE 17

PROBLEMA 1

2 fontes luminosas de intensidade a e b estão separadas d m. Que ponto da linha, que liga os dois focos, recebe menor quantidade de luz? (Admitiremos que o iluminação é proporcional a intensidade e inversamente proporcional ao quadrada da distância.

ESTRATEGIA

Desenhar as fontes de luz lembrar as condições físicas.

RESPOSTA

O ponto que fica a: d/((b/a)**(1/3) +1).

SOLUÇAO

Definimos F(x), como a luminosidade do ponto x. logo F(x) = a/x**2 + b/(d - x)**2. Logo aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 2

Dados a parábola y**2 = 2*p*x, p>0 e o ponto (s,d) interior da mesma, determinar o caminho mais curto, formado por dois segmentos de reta, entre o ponto (s,d) e um ponto Q da parábola e do ponto Q ao foco.

ESTRATEGIA

Lembrar que (s,d) fica no interior se d**2 < 2*p*s. lembrar que o foco é (p/2, 0).

RESPOSTA

As componentes de Q são x= d**2 / 2*p, y = d.

SOLUÇAO

Minimizar L= d1 + d2, com d1 distância de P=(s,d) a Q, d2 distância de Q a F. Logo quee substituir, aplicar critério de primeira e segunda derivada.

PROBLEMA 3

Dois meios I e II estão separados por uma superfície A. A velocidade da luz é V1 e V2 em cada meio. Se um raio luminoso parte de A1 em I e atinge A2 no meio II. O caminho gasta um tempo mínimo. Mostrar que o raio cruza A, no ponto B tais que: sen(o1)/v1 = sen(o2)/v2 (Lei da refração da luz).

ESTRATEGIA

Onde o1 é o ângulo com vértice em A1 entre o raio e a normal a superfície, o2 respectivamente.

RESPOSTA

A proposição é verdadeira.

SOLUÇAO

tempo como espaço sobre velocidade, dos triângulos determinar as distâncias e substituir na função soma de tempos. Logo analisar a função e sua derivada.

PROBLEMA 4

A distância X e Y de uma lente convexa delgada a um objeto em seu eixo e a sua imagem respetivamente estão relacionados por 1/x + 1/y = 1/p donde p é a longitude focal (constante). Minimize x + y

ESTRATEGIA

Escrever a função e as restrições.

RESPOSTA

Mínimo quando x= 0 y = 0

SOLUÇAO

Minimizar x + y sujeito a 1/x + 1/y = 1/p. Substituindo e derivando vemos que a primeira derivada não tem solução, salvo que p, que é constante, fosse 0, logo o mínimo de x+y e quando ambos valem 0.

SERIE 18

PROBLEMA 1

Dada a soma das áreas de uma esfera e um cubo, mostrar que a soma dos seus volumens será mínima quando o diâmetro da esfera for igual a aresta do cubo. Quando é que é máxima a soma dos volumes?
ESTRATEGIA
Desenhar as figuras e restabelecer as relações das dimensões.
RESPOSTA
A proposição é verdadeira. é máxima cuando o cubo não existe.
SOLUÇAO
Minimizar V = 4*pi*r**3 / 3 + a**3 sujeito a: 6*a**2 + 4*pi*r**2 = k. Substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada. Máximo quando cubo não existe já que tem menor volume.

PROBLEMA 2

Um edifício de um andar tendo uma área retangular de 13200 m**2 será construido, onde necessita-se um espaço livre de 22 m. na frente e 15 m atrás de cada lado. Encontre as dimensões do lote que tenha área mínima e que satisfaça as condições.
ESTRATEGIA
Desenhar o lote. Lembrar o problema 1 da série 15.
RESPOSTA
Igual ao 1 da série 15.
SOLUÇAO
Minimizar A = (a +44)*(b + 30) sujeito a : a*b = 13200. Substituir e aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

SERIE 19

PROBLEMA 1

A força magnética a um ponto dos eixos de um loop condutor a distância x do centro é F = k*x/ ((x**2 + a**2)**(5/2)), onde k e a são constantes positivas. Calcule a força máxima e o valor de x onde F tem uma inflexão.
ESTRATEGIA
E direto.
RESPOSTA
x = (3)**(0,5) *a/2
SOLUÇAO
Aplicar critérios de primeira e segunda derivada a função da fora.

SERIE 20

PROBLEMA 1

O drag de um aeroplano a dedilhável menor do som V é D = a*v**2 + b?v**2, onde a e b são constantes positivas. Calcule a velocidade onde D é mínimo.

ESTRATEGIA

O problema é direto.

RESPOSTA

v = (b/a)**(1/4)

SOLUÇAO

Só tem que aplicar critérios de primeira e segunda derivada a função dada.

SERIE 21

PROBLEMA 1

Determinar que diâmetro Y deverá ter o furo circular de um dique para que o gasto de água por segundo Q seja o maior possível se Q = c*Y*(h - y)**0.5. Onde h é a profundidade do ponto inferior da abertura (h e c são constantes).

ESTRATEGIA

O problema é direto.

RESPOSTA

y = 2*h/3

SOLUÇAO

Só tem que aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

SERIE 22

PROBLEMA 1

A distância entre duas fontes de calor A e B com intensidades a e b respectivamente, é L. A intensidade total do calor num ponto P entre A e B é dada por I = a/x**2 + b?(L-x)**2. Para que valor de x (posição de p) será mínima a temperatura?.

ESTRATEGIA

Lembrar o problema 1 da série 17, o problema é direto.

RESPOSTA

Ver a solução do problema 1 série 17.

SOLUÇAO

Só tem que aplicar critérios de primeira e segunda derivada.

SERIE 23

PROBLEMA 1

Uma fórmula de eficiência de um parafuso é E = h*(1 - h*tg(o))/(h + tg(o)). Onde o é o ângulo de fricção e h é o passo do parafuso. Achar h para obter a máxima eficiência.

ESTRATEGIA

O problema é direto.

RESPOSTA

h = -tg(o) + sec(o).

SOLUÇAO

Só tem que aplicar critério de primeira e segunda derivada.

SERIE 24

PROBLEMA 1

Dados n números fixos: a1,a2, ..., an, determinar x de tal modo que (a1-x)*(a2-x)* ...*(an-x) seja mínimo.

ESTRATEGIA

O problema é direto.

RESPOSTA

x deve se o promedio aritmético.

SOLUÇAO

só tem que aplicar notação da somatoria e logo aplicar critério de primeira e segunda derivada.

SERIE 25

PROBLEMA 1

Usando a lei de Boyle para a dilatação do gás, encontre a taxa de variação da pressão de um certo gás no instante em que a pressão é 8 N/cm**2 e o volume é 700 cm**3, se o volume de gás cresce a taxa de 3 cm**3/ min.

ESTRATEGIA

Encontrar a lei de Boyle.

RESPOSTA

SOLUÇAO

Derivar e aplicar nos dados do problema.

PROBLEMA 2

O volume de um grama de água a temperatura de 0 a 33 graus centígrados fica dado pela equação V = 0,99987 - 6,426*10**(-5)*T + 8,5046*10**(-6)*T**2 - 6,79*10**(- 8)**T**3. Onde T é temperatura. Calcule T para que a densidade seja máxima.

ESTRATEGIA

Densidade: peso/volume

RESPOSTA

T = 3.966

SOLUÇAO

Como o peso é constante, a densidade será máxima quando o volume for mínimo. Logo o problema é minimizar a função de volume que esta dada no problema.

ANEXO 2

1. PROGRAMAS PARA ADMINISTRAR O SISTEMA OPERATIVO

Escritos em MS DOS.

AUTOEXEC.BAT

```
echo off
cls
a:menu.bat
```

MENU.BAT

```
echo off
cls
type menu.txt
```

MENU.TXT

```
                    P R O N T O  P A R A  A J U D A R

              1.    PROLOG

              2.    BASE        DE        CONHECIMENTOS

              3.    DERIVAR

              4.    UM          PROBLEMA          NOVO

              5.    PROBLEMAS             RESOLVIDOS

              6.    AJUDA
                    Digite   o   número   da   sua   escolha.
```

1.BAT

```
echo off
cls
type 1.txt
a:prolog
```

1.TXT

```
                CARREGANDO          O          TURBO          PROLOG
```

2.BAT

```
echo off
cls
type 2.txt

echo                    BASE DE CONHECIMENTOS
a:prolog
```

2.TXT

1. CARREGANDO O TURBO PROLOG
2. Escolha FILE e LOAD, e carregue o MAIN.PRO
3. Depois COMPILE o programa
4. Corra o programa (RUN)

3.BAT

```
echo off
cls
type 3.txt
echo
a:prolog
```

DERIVADAS

3.TXT

1. CARREGANDO O TURBO PROLOG
2. Escolha FILE e LOAD, e carregue o DIFF3.PRO
3. Depois COMPILE o programa
4. Corra o programa (RUN)

4.BAT

```
echo off
cls
type 4.txt
```

4.TXT

UM NOVO PROBLEMA PARA TRABALHAR

1. COLOQUE O DISKETE DO DBASE NO DRIVE A
2. digite DBASE
3. coloque o disco de problemas no drive B
4. Digite SET DEFAULT TO B
5. Digite DO NOVO

5.BAT

```
echo off
cls
type 5.txt
```

5.TXT

CONSULTA A OS PROBLEMAS RESOLVIDOS PELO PROFESSOR

1. COLOQUE O DISKETE DO DBASE NO DRIVE A
2. Digite DBASE
3. Coloque o Disco Problemas no drive B
4. Ao carregar, digite SET DEFAULT TO B
5. Digite DO MENU

2. PROGRAMA ADMINISTRADOR DA BASE DE CONHECIMENTOS

Consta dos programas, Main.Pro, Globdef.Pro, Depura.pro, Salida.pro, Amplid.pro, Amplip.pro.

PROGRAMA MAIN.PRO

```
/*main.pro*/
nowarnings
code = 2500
trail = 1000

project"creando1"
include"globdef.pro"
include"depura.pro"
include"salida.pro"
include"amplid.pro"
include"amplip.pro"

predicates
 introducir
 escreba(list)
 desconocidos(list)
 lea(list,char)
 decida2(char)
 meta

 goal
       makewindow(1,7,112,"",1,0,23,80),
       clearwindow,
       introducir,
       meta.

clauses
 meta if
       depura_lista(Nova,Niuno),
       openread(definiciones,"defini.arc"),
       openread(propiedades,"propiedad.arc"),
       openread(nombres,"name.arc"),
```

```
        openread(npropiedad,"npropi.arc"),
        busca_definiciones(Nova),nl,
        closefile(eliminar),
        closefile(sinonimos),
        closefile(definiciones),
        closefile(propiedades),
        closefile(nombres),
        closefile(npropiedad),
        desconocidos(Niuno),lea(Niuno,Gchar),
        decida2(Gchar),
        nl,nl,write("oprima qualquer tecla para continuar"),
        readchar(_),removewindow,
        makewindow(3,7,7,"",11,3,14,73),clearwindow,meta.

introducir if
        makewindow(1,71,7,"",1,15,9,50),
        write("      BASE   DE   CONHECIMENTOS"),NL,
        WRITE("      **************************"),NL,
        field_attr(0,5,25,113),
        write("  Fico pronta para responder as suas
perguntas,\n"),
        write("  as quais podem ser: definições, propiedades,\n"),

        write("  relações entre nomes, parâmetros e outros.\n"),
        write("  Você pode acrescentar mais informações,\n"),
        write("  no caso, de Eu no ter-las.  BOM TRABALHO "),
        makewindow(3,7,7,"",11,3,14,73),clearwindow.

 desconocidos([]).
 desconocidos(Niuno) if
        nl,nl,write("términos não conhecidos:  "),
        escreba(Niuno),nl,
        write("Os agregará como: "),nl,
        write("              definições (digite  d ) '"),nl,
        write("              propiedades (digite  p ) "),nl,
        write("              Não agregará,  por enquanto ( digite
              n) "),
        nl,nl.

 lea ([],Gchar) if
       Gchar ='n'.
 lea (Niuno,Gchar) if
        readchar(Gchar).

 escreba([]).
 escreba([M|N]) if
        write(M), write("  "),escreba(N).
 decida2(Gchar) if
        Gchar = 'd', amplia_def.
 decida2(Gchar) if
       Gchar ='p', amplia_pro.
 decida2(Gchar) if
       Gchar ='n',!.
 decida2(Gchar) if
       !.
```

PROGRAMA GLOBDEF.PRO

```
/*globdef.pro*/
global domains
 lista = symbol*
 N = symbol*
 list = symbol*
 sino = s(symbol,symbol)
 defini = df(symbol,symbol,symbol,symbol)
 propi= prop(symbol,symbol,symbol,symbol)
 nom = nombre(symbol)
 npro = nprop(symbol)
 file = eliminar; sinonimos;
definiciones;propiedades;nombres;npropiedad;naos;perguntas

database
 s(symbol,symbol)
 df(symbol,symbol,symbol,symbol)
 prop(symbol,symbol,symbol,symbol)
 nombre(symbol)
 nprop(symbol)
 pergunta(symbol)
 não(symbol)
global predicates

 consulta1(string)-(i)
 consulta2(string)-(i)
 consulta3(string)-(i)
 consulta4(string)-(i)
 repita(file)-(i)
```

PROGRAMA DEPURA.PRO

```
/*depura.pro*/

predicates

 pertenece(symbol,list)
 s_prelist(string,list)
 checkhelp(char)
 formar_lista(list)
 graba(list)
 consultar(list)
 depurar(list,list,list)
 depura_lista(list,list)
 consulta(string)
 comparar(list,list,list)
 grabar(list)

clauses
 depura_lista(Nova,Niuno) if
       formar_lista(Prelist),
```

```
        graba(Prelist),consultar(L2),
        depurar(Prelist,L2,M),
        openread(sinonimos,"sino.arc"),
        consulta("sino.arc"),comparar(M,Nova,Niuno),nl,
        nl, grabar(Niuno).
formar_lista(Prelist) if
        clearwindow,cursor(11,1),
        write("<?> para ajuda     < esc> para sair"),
        cursor(1,1),
        write("ESCREVA SUA PERGUNTA "),
        readchar(Fchar),checkhelp(Fchar),cursor(1,23),
        write(Fchar),
        readln(S),!,frontchar(S3,Fchar,S),
        s_prelist(S3,Prelist).
checkhelp('\27') if exit.
checkhelp(Fchar) if
        Fchar <> '?',!.
checkhelp('?') if
        makewindow(4,23,7,"",10,3,14,73),
        file_str("ajuda.arc",I),
        display(I),
        removewindow, fail.

graba(Prelist) if
        openappend (perguntas,"per.arc"), writedevice(perguntas),

        write(Prelist), nl,closefile(perguntas).

consultar(L2) if
        openread(eliminar,"elimina.arc"),
        readdevice(eliminar),
        file_str("elimina.arc",Li2),
        s_prelist(Li2,L2).

depurar([],X,[]).
depurar([X|R],Y,[X|Z]) if
          not(pertenece(X,Y)),!,
         depurar(R,Y,Z).
depurar([X|R],Y,Z) if
         depurar(R,Y,Z).
pertenece(X,[X|_]).
pertenece(X,[_|Y]) if
         pertenece(X,Y).
s_prelist(S,[H|T]) if
        fronttoken(S,H,S1),!,
        s_prelist(S1,T).
s_prelist(_,[]).

consulta("sino.arc") if
        readdevice(sinonimos),
        repita(sinonimos),readterm(dbasedom,Term),
        assertz(Term),fail.
consulta(_) if
       eof(sinonimos).
comparar([],[],[]).
```

```
comparar([X|R],[G|Z],Z1) if
        s(G,X),!,
        comparar(R,Z,Z1).
comparar([X|R],Z,[X|Z1]) if
        comparar(R,Z,Z1).
grabar(Niuno) if
       openappend (naos,"naoco.arc"), writedevice(naos),
       write(Niuno), nl,closefile(naos).
```

PROGRAMA SALIDA.PRO

```
/*salida.pro*/
/*ler perguntas e elimina os términos inecessários*/
/*compara com os sinonimos*/

predicates

sale1(symbol)
sale2(symbol,symbol)
igual(list,List)
busca_definiciones(list)

clauses


busca_definiciones(Nova) if
       igual (Nova, []),nl,
       write("Não encontre nenhum término a pesquisar ").

busca_definiciones([X1|Nov]) if
       igual(Nov,[]),nl,
       sale1(X1).

busca_definiciones([X1,X2|Nov]) if
       igual(Nov,[]),nl,
       sale2(X1,X2).

sale1(X1) if
       consulta1("defini.arc"),df(X1,A,B,C),!,
       write(X1),write(" e´ "),write(A),write(" "),write(B),
       write(".  "),write(C).
sale1(X1) if
       consulta2("propiedad.arc"),prop(X1,A,B,C),!,
       write(A),write(" propriedade de "),write(X1),
       write(" é "),write(B),write(" "),write(C).
sale1(X1) if
       consulta3("name.arc"),nombre(X1),!,
       write(X1) ,
       write("  é um nome para o qual não tenho definições nem
propiedades").
sale1(X1) if
       consulta3("name.arc"),nombre(X1),! ,
       write("para "),write(X1),write("não tenho informação").
```

```
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X1),
        X2="definicao",consulta1("defini.arc"),
        df(X1,A,B,C),write("Definicao: "),
        write(X1),write(" e´  "),write(A),
        write(" com "),write(B),write(". ") ,write("Parâmetros:
              "),
        write(C).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X1),
        X2="relacao",consulta1("defini.arc"),
        df(X1,A,B,C),write(X1),write("e´ um "),
        write(A),write(" caracterizado por "),
        write(B),write(" com parâmetros "),write(C).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X1),
        X2="distincao",consulta1("defini.arc"),
        df(X1,A,B,C),write(X1),write(" se distingue de "),
        write(A),write(" em "),write(B),write(" os parâmetros sao
              "),
        write(C).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X1),
        X2="parâmetros",consulta1("defini.arc"),
        df(X1,_,_,C),write("Os "),write(X2),
        write(" de "),write(X1),write(" sao: "),write(C).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X1),
        X2="area",
        consulta2("propiedad.arc"),prop(X1,X2,A,B),
        write(X2),write(" de "),write(X1),
        write(" e´ "),write(A),write(" com formula "),
        write(B).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X1),
        X2="perimetro",
        consulta2("propiedad.arc"),prop(X1,X2,A,B),
        write(X2),write(" de "),write(X1),
        write(" e´ "),write(A),write(" com formula "),
        write(B).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X1),
        nombre(X2),consulta1("defini.arc"),
        df(X1,X2,A,B),df(X2,C,D,E),
        write(X1),write(" e´ um"),write(X2),
        write(" ja que ambos tem "),write(D),
        write (" e "),write(X1),write(" alem tem "),
        write(A).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X1),
        nombre(X2),consulta1("defini.arc"),
        df(X2,X1,A,B),df(X1,C,D,E),
        write(X2),write(" e´ um "),write(X1),
        write(" ja que ambos tem "),write(D),
```

```
        write(" e "),write(X2),write(" alem tem "),
        write(A).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X2),
        X1="definicao",consulta1("defini.arc"),
        df(X2,A,B,C),
        write("Definicao: "),write(X2),
        write(" e´ "),write(A),write(" com "),
        write(B),write(". Parametros: "),write(C).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X2),
        X1="relacao",consulta1("defini.arc"),
        df(X2,A,B,C),
        write(X2),write(" e´ um "),write(A),
        write(" caracterizado por "),write(B),
        write(" com parametros "),write(C).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X2),
        X1="distincao",consulta1("defini.arc"),
        df(X2,A,B,C),
        write(X2),write(" se distingue de "),
        write(A),write(" em "),write(B).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X2),
        X1="parametros",consulta1("defini.arc"),
        df(X2,_,_,C),
        write("Os "),write(X1),write(" de "),
        write(X2),write(" sao: "),write(C).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X2),
        X1="area",
        consulta2("propiedad.arc"),prop(X2,X1,A,B),
        write(X1),write(" de "),write(X2),
        write(" e´ "),write(A),write(" com formula "),
        write(B).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X2),
        X1="perimetro",
        consulta2("propiedad.arc"),prop(X2,X1,A,B),
        write(X1),write(" de "),write(X2),
        write(" e´ "),write(A),write(" com formula "),
        write(B).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X2),
        nombre(X1),consulta1("defini.arc"),
        df(X2,X1,A,B),df(X1,C,D,E),
        write(X2),write(" e´ um "),write(X1),
        write(" ja que ambos tem "),write(D),
        write(" e "),write(X2),write(" alem tem "),
        write(A).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X2),
        nombre(X1),consulta1("defini.arc"),
        df(X1,X2,A,B),df(X2,C,D,E),
        write(X1),write(" e´ um "),write(X2),
```

```
        write(" ja que ambos tem "),write(D),
        write(" e "),write(X1),write(" alem tem "),
        write(A).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X1),
        nombre(X2),
        write(X1),write(" e' um nome mais nao tenho relacao com
                        "),
        write(X2).
sale2(X1,X2) if
        consulta3("name.arc"),nombre(X2),nombre(X1),
        write(X2),write(" e' um nome mais nao tenho relacao com
                        "),
        write(X1).
consulta1("defini.arc") if
        readdevice(definiciones),
        repita(definiciones),readterm(
defini,df(Nome,Relacao,Distincao,Parametros)),
        assertz(df(Nome,Relacao,Distincao,Parametros)),fail.
consulta1(_) if
        eof(definiciones).
consulta2("propiedad.arc") if
        readdevice(propiedades),
        repita(propiedades),readterm(
propi,prop(Nome,Prop1,Def,Formula)),
        assertz(prop(Nome,Prop1,Def,Formula)),fail.
consulta2(_) if
        eof(propiedades).
consulta3("name.arc") if
        readdevice(nombres),
        repita(nombres),readterm( nom,nombre(Nome)),
        assertz(nombre(Nome)),fail.
consulta3(_) if
        eof(nombres).
consulta4("npropi.arc") if
        readdevice(npropiedad),
        repita(npropiedad),readterm( npro,nprop(Npropiedad)),
        assertz(nprop(Npropiedad)),fail.
consulta4(_) if
        eof(npropiedad).
repita(_).
repita(File) if
        not(eof(File)), repita(File).

igual([],[]).
igual([U|Y1],[U|Y2]) if
        igual(Y1,Y2).
```

PROGRAMA AMPLID.PRO

```
/*amplid.pro*/
/*mantenimiento de archivo de definiciones*/
/*para cada NOME, agrega el sinonimo s(Nome,Nome)
y el archivo de nombre(Nome)*/

domains
  define= df(symbol,symbol,symbol,symbol)
  sinoni=s(symbol,symbol)
predicates
  leedefine (define,sinoni,nom)
  testa
  amplia_def
  ultimo
  janela
clauses
  janela if
         makewindow (7,7,112,"AGREGA DEFINICOES", 4,41,18,38),
         clearwindow.

  leedefine ( df(Nome, Relacao, Distincao,
  Parametros), s(Nome,Nome),nombre(Nome)) if

              write ("nome?"), readln (Nome),
              write ("relacao?"), readln (Relacao),
              write ("distincao?"), readln (Distincao),
              write ("Parametros?"), readln (Parametros).
  testa if
              write("Os dados estam correitos ( escreva s ou n)?
                    "),
              readln(Ch), Ch ="s",!.
  amplia_def if
              janela,  leedefine ( P,Q,R), testa,!,
              openappend (definiciones, "defini.arc"),
              writedevice (definiciones),
              write ( P), nl, closefile (definiciones),
              openappend (sinonimos, "sino.arc"),
              writedevice (sinonimos),
              write ( Q), nl, closefile (sinonimos),
              openappend (nombres, "name.arc"),
              writedevice (nombres),
              write ( R), nl, closefile (nombres),
              writedevice (screen), ultimo, amplia_def.
  ultimo if
              write("ultima definicao ( escreba s ou n)? "),
              readln(Ch), Ch ="n",!.
```

PROGRAMA AMPLIP.PRO

```
/*amplip.pro*/
/*mantenimiento de archivo de propiedades*/

domains
  propio = prop(symbol,symbol,symbol,symbol)
predicates
  leepropie (propio)
  teste
  amplia_pro
  ultimop
  janelap

clauses
  janelap if
         makewindow (6,7,112,"AGREGA PROPIEDADES ", 4,40,18,38),

         clearwindow.

  leepropie ( prop(Nome, Propie, Def, Formula)) if
             write ("nome?"), readln (Nome),
             write ("propiedade ?"), readln (Propie),
             write ("definicao da propiedade?"), readln (Def),
             write ("formula ?"), readln (Formula).
  teste if
             write("Os dados estam correitos ( escreba s ou n)?
                   "),
             readln(Ch), Ch ="s",!.
  amplia_pro if
             janelap,  leepropie ( P),teste,!,
             openappend (propiedades, "propiedad.arc"),
             writedevice (propiedades),
             write ( P), nl, closefile (propiedades),
             writedevice (screen), ultimop, amplia_pro.
  ultimop if
             write("ultima definicao ( escreba s ou n)? "),
             readln(Ch), Ch ="n",!.
```

3. PROGRAMA PARA DERIVAR FUNÇOES

```
/* DERIVACION SIMBOLICA */
nowarnings

code = 3500
trail = 1000
DOMAINS

TOKL = STRING*
```

```
EXP=var(STRING);
     int(REAL);
     plus(EXP,EXP);
     minus(EXP,EXP);
     mult(EXP,EXP);
     div(EXP,EXP);

ln(EXP);sen(EXP);cos(EXP);tan(EXP);cotan(EXP);sec(EXP);cosec-
(EXP);

arcsen(EXP);arccos(EXP);arctan(EXP);arccotan(EXP);arcsec(EXP);
     arccosec(EXP);
     potens(EXP,EXP)

PREDICATES
     run
     diff
     d(EXP,STRING,EXP);
     readexp(EXP);
     checkhelp(char)
     check(EXP,TOKL);
     writeexp(EXP);
     writePOTENS(EXP);
     writeMULT(EXP);
     writeMINUS(EXP);
     writeDIV(EXP);
     writePAR(EXP);
     tokl(STRING,TOKL);
     front(STRING,TOKL,TOKL);
     s_exp(TOKL,TOKL,EXP);
     potensexp(TOKL,TOKL,EXP);
     potensexp1(TOKL,TOKL,EXP,EXP);
     multexp(TOKL,TOKL,EXP);
     multexp1(TOKL,TOKL,EXP,EXP);
     plusexp(TOKL,TOKL,EXP);
     plusexp1(TOKL,TOKL,EXP,EXP);
     elmexp(TOKL,TOKL,EXP);
     reduce(EXP,EXP);
     plusr(EXP,EXP,EXP);
     minusr(EXP,EXP,EXP);
     multr(EXP,EXP,EXP);
     divr(EXP,EXP,EXP);
     lnr(EXP,EXP);
     senr(EXP,EXP)
     cosr(EXP,EXP);
     tanr(EXP,EXP)
     cotanr(EXP,EXP);
     secr(EXP,EXP)
     cosecr(EXP,EXP);
     arcsenr(EXP,EXP)
     arccosr(EXP,EXP);
     arctanr(EXP,EXP)
     arccotanr(EXP,EXP);
     arcsecr(EXP,EXP)
```

```
    arccosecr(EXP,EXP);
    repeat

GOAL
    run.

CLAUSES

 run:-

      makewindow(1,71,7,"",1,15,9,50),
      write("  D I F E R E N C I A C A O   S I M B O L I C
A"),nl,
      write("
**********************************************"),nl,
      field_attr(0,2,45,113),
      write("   Uma expresao pode ter: "),nl,
      write("   adicao, subtracao, multiplicacao, divisao,\n"),
      write("   expoentes, exponenciais,  logaritmos,\n"),
      write("   e funções trigonometricas.\n"),
      write("i.e. x+x, x*(2+y)^2, ln(1/(1-x)), 2^x ou sen(x)"),
      makewindow(3,7,7,"",11,3,14,73),
      clearwindow,diff.

  diff:-

      readexp(EXP),
      d(EXP,"x",EXP1),
      write("Derivada da funcao. :\n"),
      writeexp(EXP1),
      write("\nSimplificacao:\n"),
      reduce(EXP1,EXP3),writeexp(EXP3),
      write("\n\nOprima  qualquer  tecla  para  continuar..."),
      readchar(_), fail,!.

  diff:-diff.

  repeat.
  repeat:- repeat.

  d(int(_),_,int(0)) if !.
  d(var(X),X,int(1)):-!.
  d(var(_),_,int(0)).
  d(plus(U,V),X,plus(U1,V1)):-
      d(U,X,U1),
      d(V,X,V1).
  d(minus(U,V),X,minus(U1,V1)):-
      d(U,X,U1),
      d(V,X,V1).
  d(mult(U,V),X,plus(mult(U1,V),mult(U,V1))):-
      d(U,X,U1),
      d(V,X,V1).
  d(div(U,V),X,div(minus(mult(U1,V),mult(U,V1)),mult(V,V))):-
      d(U,X,U1),
      d(V,X,V1).
```

```
d(ln(U),X,mult(div(int(1),U),U1)):-d(U,X,U1).
d(sen(U),X,mult(cos(U),U1)) if d(U,X,U1).
d(cos(U),X,mult(mult(int(-1),sen(U)),U1)) if d(U,X,U1).
d(tan(U),X,mult(potens(sec(U),int(2)),U1)) if d(U,X,U1).
d(cotan(U),X,mult(mult(int(-1),potens(cosec(U),int(2))),U1)) if
    d(U,X,U1).
d(sec(U),X,mult(mult(sec(U),tan(U)),U1)) if d(U,X,U1).
d(cosec(U),X,mult(mult(int(-1),mult(cosec(U),cotan(U))),U1)) if
    d(U,X,U1).
d(arcsen(U),X,mult(div(int(1),A),U1) ) if
    A = potens(minus(int(1),potens(U,int(2))),int(0.5)),
    d(U,X,U1).
d(arccos(U),X,mult(div(int(-1),A),U1)) if
    A = potens(minus(int(1),potens(U,int(2))),int(0.5)),
    d(U,X,U1).
d(arctan(U),X,mult(div(int(1),B),U1)) if
    B = plus(int(1),potens(U,int(2))), d(U,X,U1).
d(arccotan(U),X,mult(div(int(-1),B),U1)) if
    B = plus(int(1),potens(U,int(2))), d(U,X,U1).
d(arcsec(U),X,mult(div(int(1),mult(U,C)),U1)) if
    C = potens(minus(potens(U,int(2)),int(1)),int(0.5)),
    d(U,X,U1).
d(arccosec(U),X,mult(div(int(-1),mult(U,C)),U1)) if
    C = potens(minus(potens(U,int(2)),int(1)),int(0.5)),
    d(U,X,U1).
d(potens(U,int(I)),X,mult(D,U1)):-
    !,I1=I-1,D=mult(int(I),potens(U,int(I1))),d(U,X,U1).
d(potens(int(I),E1),X,mult(potens(int(I),E1),D)) if
    !,d(E1,_,U1), D=mult(ln(int(I)),U1).
d(potens(E2,E1),X,mult(potens(E2,E1),D)) if
    d(E1,X,U1),d(ln(E2),X,U2),D=
    plus(mult(U1,ln(E2)),mult(E1,U2)).

readexp(EXP) :-
    repeat,
    clearwindow,
    cursor(11,1),
    write("<?> para ajuda      <ESC> para sair"),
    cursor(1,1),
    write("Escreba uma expresao: "),
    readchar(Fchar),
    checkhelp(Fchar),
    cursor(1,22),
    write(Fchar),
    readln(STR),!,
    frontchar(STR1,Fchar,STR),
    tokl(STR1,TOKL),
    s_exp(TOKL,OL,EXP),
    check(EXP,OL).
readexp(int(0)):-exit.

checkhelp('\27'):-exit.
checkhelp(Fchar):-
    Fchar <> '?',!.
checkhelp('?'):-
```

```
        makewindow(4,23,7,"",10,3,14,73),
        file_str("diff.hlp",I),
        display(I),
        removewindow,
        fail.
check(_,[]):-!.
check(EXP,_):-
    writeexp(EXP),
    write("<-Erro de sintaxe\n"),
    fail.

tokl(STR,[TOK|TOKL]):-
    fronttoken(STR,TOK,STR1),!,
    tokl(STR1,TOKL).
tokl(_,[]).

s_exp(IL,OL,EXP):-plusexp(IL,OL,EXP).

plusexp(IL,OL,EXP2):-
    multexp(IL,OL1,EXP1),
    plusexp1(OL1,OL,EXP1,EXP2).

plusexp1(["+"|IL],OL,EXP1,EXP3):-!,
    multexp(IL,OL1,EXP2),
    plusexp1(OL1,OL,plus(EXP1,EXP2),EXP3).
plusexp1(["-"|IL],OL,EXP1,EXP3):-!,
    multexp(IL,OL1,EXP2),
    plusexp1(OL1,OL,minus(EXP1,EXP2),EXP3).
plusexp1(IL,IL,EXP,EXP).

multexp(IL,OL,EXP2):-
    potensexp(IL,OL1,EXP1),
    multexp1(OL1,OL,EXP1,EXP2).
multexp1(["*"|IL],OL,EXP1,EXP3):-!,
    potensexp(IL,OL1,EXP2),
    multexp1(OL1,OL,mult(EXP1,EXP2),EXP3).
multexp1(["/"|IL],OL,EXP1,EXP3):-!,
    potensexp(IL,OL1,EXP2),
    multexp1(OL1,OL,div(EXP1,EXP2),EXP3).
multexp1(IL,IL,EXP,EXP).

potensexp(IL,OL,EXP2):-
    elmexp(IL,OL1,EXP1),
    potensexp1(OL1,OL,EXP1,EXP2).
potensexp1(["^"|IL],OL,EXP1,EXP3):-!,
    elmexp(IL,OL1,EXP2),
    potensexp1(OL1,OL,potens(EXP1,EXP2),EXP3).
potensexp1(IL,IL,EXP,EXP).

elmexp(["("|IL],OL,EXP):-
    s_exp(IL,OL1,EXP),
    front(")",OL1,OL),!.
elmexp(["("|IL],OL,EXP):-!,
    s_exp(IL,OL,EXP),
    write("ERRO: parentesis incompletos"),nl,
```

```
      write("\n\nOprima qualquer tecla para
continuar..."),readchar(_),fail,!.
  elmexp(["ln","("|IL],OL,ln(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["sen","("|IL],OL,sen(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["cos","("|IL],OL,cos(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["tan","("|IL],OL,tan(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["cotan","("|IL],OL,cotan(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["sec","("|IL],OL,sec(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["cosec","("|IL],OL,cosec(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["arcsen","("|IL],OL,arcsen(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["arccos","("|IL],OL,arccos(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["arctan","("|IL],OL,arctan(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["arccotan","("|IL],OL,arccotan(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["arcsec","("|IL],OL,arcsec(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp(["arccosec","("|IL],OL,arccosec(EXP)):-!,
      s_exp(IL,OL1,EXP),
      front(")",OL1,OL).
  elmexp([TALSTR|IL],IL,int(INT)):-str_real(TALSTR,INT),!.
  elmexp([NAME|IL],IL,var(NAME)).

  front(TOK,[TOK|L],L).

  writeexp(var(NAME)):-write(NAME).
  writeexp(int(INT)) :-
      str_real(INTSTR,INT),
      write(INTSTR).
  writeexp(ln(EXP))  :-
      write("ln"),
      writepar(EXP).
  writeexp(sen(EXP))  :-
      write("sen"),
```

```
    writepar(EXP).
writeexp(cos(EXP))  :-
    write("cos"),
    writepar(EXP).
writeexp(tan(EXP))  :-
    write("tan"),
    writepar(EXP).
writeexp(cotan(EXP))  :-
    write("cotan"),
    writepar(EXP).
writeexp(sec(EXP))  :-
    write("sec"),
    writepar(EXP).
writeexp(cosec(EXP))  :-
    write("cosec"),
    writepar(EXP).
writeexp(arcsen(EXP))  :-
    write("arcsen"),
    writepar(EXP).
writeexp(arccos(EXP))  :-
    write("arccos"),
    writepar(EXP).
writeexp(arctan(EXP))  :-
    write("arctan"),
    writepar(EXP).
writeexp(arccotan(EXP))  :-
    write("arccotan"),
    writepar(EXP).

writeexp(arcsec(EXP))  :-
    write("arcsec"),
    writepar(EXP).
writeexp(arccosec(EXP))  :-
    write("arccosec"),
    writepar(EXP).
writeexp(plus(EXP1,EXP2)):-
    writeexp(EXP1),
    write("+"),
    writeexp(EXP2).
writeexp(minus(EXP1,EXP2)):-
    writeexp(EXP1),
    write("-"),
    writeMINUS(EXP2).
writeexp(mult(EXP1,EXP2)):-
    writeMINUS(EXP1),
    write("*"),
    writeMINUS(EXP2).
writeexp(div(EXP1,EXP2)):-
    writeMULT(EXP1),
    write("/"),
    writeDIV(EXP2).
writeexp(potens(EXP1,EXP2)):-
    writeMULT(EXP1),
    write("^"),
    writePOTENS(EXP2).
```

```
writePOTENS(div(X,Y)):-!,writepar(div(X,Y)).
writePOTENS(X):-writeDIV(X).

writeDIV(mult(X,Y)):-!,writepar(mult(X,Y)).
writeDIV(X):-writeMULT(X).

writeMULT(minus(X,Y)):- !,writepar(minus(X,Y)).
writeMULT(X):-writeMINUS(X).

writeMINUS(plus(X,Y)):-!,writepar(plus(X,Y)).
writeMINUS(X):-writeexp(X).

writePAR(EXP):-
    write("("),
    writeexp(EXP),
    write(")").

reduce(plus(X,Y),R):- !,
    reduce(X,X1),
    reduce(Y,Y1),
    plusr(X1,Y1,R).
reduce(minus(X,Y),R):-!,
    reduce(X,X1),
    reduce(Y,Y1),
    minusr(X1,Y1,R).
reduce(mult(X,Y),R):-!,
    reduce(X,X1),
    reduce(Y,Y1),
    multr(X1,Y1,R).
reduce(div(X,Y),R):-!,
    reduce(X,X1),
    reduce(Y,Y1),
    divr(X1,Y1,R).
reduce(ln(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    lnr(X1,R).
reduce(sen(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    senr(X1,R).
reduce(cos(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    cosr(X1,R).
reduce(tan(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    tanr(X1,R).
reduce(cotan(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    cotanr(X1,R).
reduce(sec(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    secr(X1,R).
reduce(cosec(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    cosecr(X1,R).
```

```
reduce(arcsen(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    arcsenr(X1,R).
reduce(arccos(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    arccosr(X1,R).
reduce(arctan(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    arctanr(X1,R).
reduce(arccotan(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    arccotanr(X1,R).
reduce(arcsec(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    arcsecr(X1,R).
reduce(arccosec(X),R):-!,
    reduce(X,X1),
    arccosecr(X1,R).
reduce(potens(E,int(1)),E):-!.
reduce(potens(potens(E,int(I1)),int(I2)),potens(E, int(I3))) if
    I1*I2 = I3.
reduce(R,R).

plusr(int(0),X,X):-!.
plusr(X,int(0),X):-!.
plusr(int(X),int(Y),int(Z)):-!,
    X+Y=Z.
plusr(X,X,mult(int(2),X)):-!.
plusr(mult(int(I),X),X,mult(int(I1),X)):-!,
    I+1=I1.
plusr(X,mult(int(I),X),mult(int(I1),X)):-!,
    I+1=I1.
plusr(mult(int(I1),X),mult(int(I2),X),mult(int(I3),X)):-!,
    I1+I2=I3.
plusr(int(I),X,plus(X,int(I))):-!.
plusr(plus(X,int(I1)),int(I2),plus(X,int(I3))):-!,
    I1+I2=I3.
plusr(plus(X,int(I1)),plus(Y,int(I2)),plus(R,int(I3))):-!,
    I1+I2=I3,
    plusr(X,Y,R).
plusr(plus(X,int(I)),Y,plus(R,int(I))):-!,
    plusr(X,Y,R).
plusr(X,Y,plus(X,Y)).

minusr(int(X),int(Y),int(Z)):-!,
    Z=X-Y.
minusr(X,int(0),X):-!.
minusr(X,X,int(0)):-!.
minusr(int(0),X,mult(int(-1),X)):-!.
minusr(X,int(I),plus(X,int(I1))):-!,
    I1=-I.
minusr(mult(int(I),X),X,mult(int(I1),X)):-!,
    I-1=I1.
minusr(X,mult(int(I),X),mult(int(I1),X)):-!,
    1-I=I1.
```

```
minusr(mult(int(I1),X),mult(int(I2),X),mult(int(I3),X)):-!,
    I1-I2=I3.
minusr(plus(X,int(I1)),int(I2),plus(X,int(I3))):-!,
    I1-I2=I3.
minusr(plus(X,int(I1)),plus(Y,int(I2)),plus(R,int(I3))):-!,
    I1-I2=I3,
    minusr(X,Y,R).
minusr(plus(X,int(I)),Y,plus(R,int(I))):-!,
    minusr(X,Y,R).
minusr(X,Y,minus(X,Y)).

multr(int(X),int(Y),int(Z)):-!,
    X*Y=Z.
multr(int(0),_,int(0)):-!.
multr(_,int(0),int(0)):-!.
multr(int(1),X,X):-!.
multr(X,int(1),X):-!.
multr(int(-1),X,mult(int(-1),X)) if !.
multr(X,int(-1),mult(X,int(-1))) if !.
multr(mult(int(I1),X),int(I2),mult(int(I3),X)):-!,
    I1*I2=I3.
multr(int(I1),mult(int(I2),X),mult(int(I3),X)):-!,
    I1*I2=I3.
multr(mult(int(I1),X),mult(int(I2),Y),mult(int(I3),R)):-!,
    I1*I2=I3,
    multr(X,Y,R).
multr(mult(int(I),X),X,mult(int(I),R)):-!,
    multr(X,X,R).
multr(mult(X,int(I)),X,mult(int(I),R)):-!,
    multr(X,X,R).
multr(mult(int(I),X),Y,mult(int(I),R)):-!,
    multr(X,Y,R).
multr(mult(X,int(I)),Y,mult(int(I),R)):-!,
    multr(X,Y,R).
multr(X,int(I),mult(int(I),X)):-!.
multr(int(I1),mult(int(I2),potens(X,int(I4))),mult(int(I3-
    ),potens(X,int(I4)))):-!,
    I1*I2=I3.
multr(potens(X,int(I1)),potens(X,int(I2)),potens(X,int(I3))):-!,
    I3=I1+I2.
multr(X,potens(X,int(I)),potens(X,int(I1))):-!,
    I1=I+1.
multr(potens(X,int(I)),X,potens(X,int(I1))):-!,
    I1=I+1.
multr(X,X,potens(X,int(2))):-!.
multr(X,Y,mult(X,Y)).

divr(int(0),_,int(0)):-!.
divr(_,int(0),var("'endless'")):-!,
    write("divisao por cero"),nl.
divr(int(X),int(Y),int(Z)):-!,
    X/Y=Z.
divr(X,int(1),X):-!.
divr(X,int(-1),mult(X,int(-1))) if !.
divr(mult(int(I1),X),int(I2),mult(int(I3),X)):-!,
```

```
        I1/I2=I3.
    divr(int(I1),mult(int(I2),X),div(int(I3),X)):-!,
        I1/I2=I3.
    divr(mult(int(I1),X),mult(int(I2),Y),mult(int(I3),R)):-!,
        I1/I2=I3,
        divr(X,Y,R).
    divr(mult(int(I),X),Y,mult(int(I),R)):-!,
        divr(X,Y,R).
    divr(potens(X,int(I1)),potens(X,int(I2)),potens(X,int(I3))):-!,
        I3=I1-I2.
    divr(X,potens(X,int(I)),potens(X,int(I1))):-!,
        I1=1-I.
    divr(potens(X,int(I)),X,potens(X,int(I1))):-!,
        I1=I-1.
    divr(X,X,int(1)):-!.
    divr(X,Y,div(X,Y)).

    lnr(int(0),var("endless")):-!,
        write("erro no logaritmo"),nl.
    lnr(int(1),int(0)):-!.
    lnr(var("e"),int(1)) if !.
    lnr(X,ln(X)).

    senr(X,sen(X)).
    cosr(X,cos(X)).
    tanr(X,tan(X)).
    cotanr(X,cotan(X)).
    secr(X,sec(X)).
    cosecr(X,cosec(X)).
    arcsenr(X,arcsen(X)).
    arccosr(X,arccos(X)).
    arctanr(X,arctan(X)).
    arccotanr(X,arccotan(X)).
    arcsecr(X,arcsec(X)).
    arccosecr(X,arccosec(X)).
```

4. PROGRAMAS PARA CRIAR ARQUIVOS

```
/*creaname.pro*/
/*creacion de archivo de nombres*/

domains
    file = name
    palabra = symbol
    nom = nombre(symbol)

predicates
    guarde_definiciones
    haga_un_archivo
    escriba_definiciones
```

```
goal
   guarde_definiciones.

clauses
   guarde_definiciones  if
                haga_un_archivo, escriba_definiciones.
   haga_un_archivo      if
                openwrite (name, "name.arc" ),
                writedevice (name).
   escriba_definiciones if

                write (  name), nl, Fail.


/*creadef.pro*/
/*creacion de archivo de definiciones*/

domains
   file = definiciones
   nome, relacao, distincao, parametros  = symbol
database
   df( nome, relacao, distincao, parametros)

predicates
   guarde_definiciones
   haga_un_archivo
   escriba_definiciones

goal
   guarde_definiciones.

clauses
   guarde_definiciones  if
                haga_un_archivo, escriba_definiciones.
   haga_un_archivo      if
                openwrite ( definiciones, "defini.arc"),
                writedevice (definiciones).
   escriba_definiciones if
                df ( Nome, Relacao, Distincao, Parametros),
                write (  Nome, Relacao, Distincao,
                Parametros), nl, Fail.


/*creaprop.pro*/
/*creacion de archivo de propiedades*/

domains
   file = propiedades
   nome, propie,def, formula = symbol
database
   prop( nome, propie, def, formula)
```

```
predicates
   guarde_definiciones
   haga_un_archivo
   escriba_definiciones

goal
   guarde_definiciones.

clauses
   guarde_definiciones  if
                haga_un_archivo, escriba_definiciones.
   haga_un_archivo      if
                openwrite ( propiedades, "propiedad.arc"),
                writedevice (propiedades).
   escriba_definiciones if
                prop ( Nome, Propie, Def, Formula),
                write (  Nome, Propie, Def, Formula ), nl, Fail.



/*creaelim.pro*/
/*creacion de archivo de terminos a eliminar*/

domains
   file = eliminar
   palabra = symbol
   elimina = palabra*

predicates
   guarde_definiciones
   haga_un_archivo
   escriba_definiciones

goal
   guarde_definiciones.

clauses
   guarde_definiciones  if
                haga_un_archivo, escriba_definiciones.
   haga_un_archivo      if
                openwrite (eliminar, "elimina.arc" ),
                writedevice (eliminar).
   escriba_definiciones if
                elimina = ( qual),
                write (  elimina), nl, Fail.


/*creasino.pro*/
/*crea el archivo de sinonimos*/
domains
 sino= s(symbol,symbol)
 file = sinonimos
database
 s(symbol, symbol)
```

```
predicates
 guarde
 haga_un_archivo
 escriba(sino)
goal
 guarde.

clauses
 guarde if
        haga_un_archivo, escriba(s(symbol, symbol)),
        write("ARCHIVO DE SINONIMOS CREADO").

 haga_un_archivo if
        openwrite(sinonimos,"sino.arc"),
        writedevice(sinonimos).
 escriba(s(Original,Equivalente)) if
        s(Original, Equivalente),
        write(Original,Equivalente),nl,fail.



/*creanpro.pro*/
/*creacion de archivo de nombres de propiedades*/

domains
   file = npropiedad

predicates
   guarde_definiciones
   haga_un_archivo
   escriba_definiciones

goal
   guarde_definiciones.

clauses
   guarde_definiciones  if
                haga_un_archivo, escriba_definiciones.
   haga_un_archivo      if
                openwrite (npropiedad, "npropi.arc" ),
                writedevice (npropiedad).
   escriba_definiciones if

                write (  nprop), nl, Fail.


/*creayuda.pro*/
/*creacion de archivo de definiciones*/

domains
   file = ayuda
predicates
   guarde_definiciones
   haga_un_archivo
   escriba_definiciones
```

```
goal
   guarde_definiciones.
clauses
   guarde_definiciones  if
                haga_un_archivo, escriba_definiciones.
   haga_un_archivo      if
                openwrite ( ayuda, "ajuda.arc"),
                writedevice (ayuda).
   escriba_definiciones.
```

5. PROGRAMAS QUE LEEM ARQUIVOS

```
/*leedefin.pro*/
/*lee definiciones del archivo defini.arc*/

domains
  file = definiciones
  nome, relacao, distincao, parametros = symbol
database
  df( nome, relacao, distincao, parametros )
predicates
  consultar (string)
  repita (file)
clauses
  consultar ("defini.arc") if
         openread (definiciones, "defini.arc"),
         readdevice (definiciones),
         repita (definiciones),
         readterm (dbasedom, Term),
         assertz (Term), fail.
  consultar (_) if eof (definiciones).
  repita (_).

  repita (File) if not ( eof (File)), repita (File).
/*para goal, primera goal debe ser consultar("defini.arc"), luego
puede tomar cualquier combinacion como */
/* goal: df(X,Y,M,N,)*/

/*leenpro.pro
programa que lee el archivo  npropi.arc*/
domains
L = string
file = npropiedad

database
 nprop(symbol)
predicates
 escriba(L)
 consultar(L)
```

```
goal
 escriba(L).

clauses
 consultar(L) if
        openread(npropiedad,"npropi.arc"),
        readdevice(npropiedad),
        file_str("npropi.arc",L).
 escriba (L) if
        consultar(L),
        writedevice(screen),
        write(L).



/*leepropi.pro*/
/*lee propiedades del archivo propiedad.arc*/

domains
  file = propiedades
  nome, propie, def,formula = symbol
database
  prop( symbol,symbol,symbol,symbol)
predicates
  consultar (string)
  repita (file)
clauses
  consultar ("propiedad.arc") if
         openread (propiedades, "propiedad.arc"),
         readdevice (propiedades),
         repita (propiedades),
         readterm (dbasedom, Term),
         assertz (Term), fail.
  consultar (_) if eof (propiedades).
  repita (_).

  repita (File) if not ( eof (File)), repita (File).
/*para goal, primera goal debe ser: consultar("propiedad.arc"),
luego puede tomar cualquier combinacion como */
/* goal: prop(X,Y,M,N,)*/


/*leename.pro
programa que lee el archivo  name.arc*/
domains
L = string
file = name
nom = nombre(symbol)
database
 nombre(symbol)
predicates
 escriba(L)
 consultar(L)
```

```
goal
 escriba(L).

clauses
 consultar(L) if
        openread(name,"name.arc"),
        readdevice(name),
        file_str("name.arc",L).
 escriba (L) if
        consultar(L),
        writedevice(screen),
        write(L).



/*leelimin.pro
lee el archivo eliminar*/
domains
  file = eliminar
  palabra = symbol
  define = d(palabra)

database
  d (palabra)

predicates
  consultar (string)
  repita (file)
clauses
  consultar ("elimina.arc") if
        openread (eliminar, "elimina.arc"),
        readdevice (eliminar),
        repita (eliminar),
        readterm (dbasedom, Term),
        assertz (Term), fail.
  consultar (_) if eof (eliminar).
  repita (_).

  repita (File) if not ( eof (File)), repita (File).
  /* la primera goal: consultar("elinima.arc")*/
  /* las siguientes pueden ser d(X)*/

/*leesino.pro
programa que lee el archivo  sino.arc*/
domains
L = string
file = sinonimos
sin = s(symbol,symbol)
database
s(symbol,symbol)
predicates
 escriba(L)
 consultar(L)
```

```
goal
 escriba(L).

clauses
 consultar(L) if
        openread(sinonimos,"sino.arc"),
        readdevice(sinonimos),
        file_str("sino.arc",L).
 escriba (L) if
        consultar(L),
        writedevice(screen),
        write(L).
```

6. PROGRAMAS QUE ATUALIZAM ARQUIVOS

```
/*actudefi.pro*/
/*mantenimiento de archivo de definiciones*/
/*para cada NOME, agrega el sinonimo s(Nome,Nome)
y el archivo de nombre(Nome)*/

domains
  file = definiciones;sinonimos;name
  list = symbol*
  define= df(symbol,symbol,symbol,symbol)
  sinoni=s(symbol,symbol)
  nom = nombre(symbol)

database
  df(symbol,symbol,symbol,symbol)
  s(symbol,symbol)
  nombre(symbol)

predicates
  leedefine (define,sinoni,nom)
  actualiza
  ultimo
  janela

goal
  actualiza.
clauses
  janela if
         makewindow (1,7,112,"AGREGA DEFINICOES", 5,20,20,45),
         clearwindow.

  leedefine ( df(Nome, Relacao, Distincao,
Parametros),s(Nome,Nome),nombre(Nome)) if

             write ("nome?"), readln (Nome),
             write ("relacao?"), readln (Relacao),
             write ("distincao?"), readln (Distincao),
             write ("Parametros?"), readln (Parametros).
```

```
  actualiza if
              janela,  leedefine ( P,Q,R),
              openappend (definiciones, "defini.arc"),
              writedevice (definiciones),
              write ( P), nl, closefile (definiciones),
              openappend (sinonimos, "sino.arc"),
              writedevice (sinonimos),
              write ( Q), nl, closefile (sinonimos),
              openappend (name, "name.arc"),
              writedevice (name),
              write ( R), nl, closefile (name),
              writedevice (screen), ultimo, actualiza.
  ultimo if
              write("ultima definicao ( escreba s ou n)? "),
              readln(Ch), Ch ="n",!.

/*actuprop.pro*/
/*mantenimiento de archivo de propiedades*/

domains

  file = propiedades
  list = symbol*
  propio= prop(symbol,symbol,symbol,symbol)

database
  prop(symbol,symbol,symbol,symbol)

predicates
  leedefine (propio)
  actualiza
  ultimo
  janela

goal
  actualiza.
clauses
  janela if
         makewindow (1,7,112,"AGREGA PROPIEDADES ", 5,20,20,45),

         clearwindow.

  leedefine ( prop(Nome, Propie, Def, Formula)) if
              write ("nome?"), readln (Nome),
              write ("propiedade ?"), readln (Propie),
              write ("definicao da propiedade?"), readln (Def),
              write ("formula ?"), readln (Formula).

  actualiza if
              janela,  leedefine ( P),
              openappend (propiedades, "propiedad.arc"),
              writedevice (propiedades),
              write ( P), nl, closefile (propiedades),
              writedevice (screen), ultimo, actualiza.
```

```
  ultimo if
            write("ultima definicao ( escreba s ou n)? "),
            readln(Ch), Ch ="n",!.


/*actname.pro*/
/*mantenimiento de archivo de nombres*/

domains

  file = name
  palabra = symbol
  elimina = palabra*
  nom = nombre(symbol)


predicates
  leedefine (nom)
  actualiza
  ultimo
  janela

goal
  actualiza.
clauses
  janela if
         makewindow (1,7,112,"AGREGA NOMES", 5,20,20,45),
         clearwindow.

  leedefine ( nombre(Nome)) if
            write ("Nombre ?"), readln (Nome).

  actualiza if
            janela,  leedefine ( P),
            openappend (name, "name.arc"),
            writedevice (name),
            write ( P), nl, closefile (name),
            writedevice (screen), ultimo, actualiza.
  ultimo if
            write("ultimo nome ( escreba s ou n)? "),
            readln(Ch), Ch ="n",!.


/*actelimi.pro*/
/*mantenimiento de archivo de terminos a eliminar*/

domains

  file = eliminar
  palabra = symbol
  elimina = palabra*
```

```
predicates
  leedefine (symbol)
  actualiza
  ultimo
  janela

goal
  actualiza.
clauses
  janela if
         makewindow (1,7,112,"AGREGA TERMINOS REDUNDANTES",
5,20,20,45),
         clearwindow.

  leedefine ( Elimina) if
            write ("termino?"), readln (Elimina).

  actualiza if
            janela,  leedefine ( P),
            openappend (eliminar, "elimina.arc"),
            writedevice (eliminar),
            write ( P), nl, closefile (eliminar),
            writedevice (screen), ultimo, actualiza.
  ultimo if
            write("ultimo termino ( escreba s ou n)? "),
            readln(Ch), Ch ="n",!.


/*actusino.pro*/
/*mantenimiento de archivo de sinonimos*/

domains

  file = sinonimos
  sino = s(symbol, symbol)

database
  s(symbol,symbol)

predicates
  leedefine (sino)
  actualiza
  ultimo
  janela

goal
  actualiza.
clauses
  janela if
         makewindow (1,7,112,"AGREGA SINONIMOS", 5,20,20,45),
         clearwindow.

  leedefine (s(Original,Equivalente)) if
            write ("original ?"), readln (Original),
            write ("equivalente ?"), readln (Equivalente).
```

```
  actualiza if
              janela,  leedefine ( P),
              openappend (sinonimos, "sino.arc"),
              writedevice (sinonimos),
              write ( P), nl, closefile (sinonimos),
              writedevice (screen), ultimo, actualiza.
  ultimo if
              write("ultima sinonimo ( escreba s ou n)? "),
              readln(Ch), Ch ="n",!.


/*actnpro.pro*/
/*mantenimiento de archivo de nombres de propiedades*/

domains
  nomeprop = nprop(symbol)
  file = npropiedad
 database
 nprop(symbol)

predicates
  leedefine (nomeprop)
  actualiza
  ultimo
  janela

goal
  actualiza.
clauses
  janela if
         makewindow (1,7,112,"AGREGA NOMES DE PROPIEDADES",
5,20,20,45),
         clearwindow.

  leedefine ( nprop(Nomeprop)) if
              write ("Nome da propiedade ?"), readln (Nomeprop).

  actualiza if
              janela,  leedefine ( P),
              openappend (npropiedad, "npropi.arc"),
              writedevice (npropiedad),
              write ( P), nl, closefile (npropiedad),
              writedevice (screen), ultimo, actualiza.
  ultimo if
              write("ultimo nome ( escreba s ou n)? "),
              readln(Ch), Ch ="n",!.

/*mantenimiento de archivo de ayuda*/
domains
  file = ayuda
  palabra = string
```

```
predicates
  leedefine (symbol)
  actualiza
  ultimo
  janela
goal
  actualiza.
clauses
  janela if
         makewindow (1,7,112,"AGREGA al archivo ayuda",
5,20,20,45),
         clearwindow.

  leedefine ( Ayuda) if
            write ("termino?"), readln (Ayuda).

  actualiza if
            janela,  leedefine ( P),
            openappend (ayuda, "ajuda.arc"),
            writedevice (ayuda),
            write ( P), nl, closefile (ayuda),
            writedevice (screen), ultimo, actualiza.
  ultimo if
            write("ultimo termino ( escreba s ou n)? "),
            readln(Ch), Ch ="n",!.
```

7. PROGRAMAS PARA ADMINISTRAR OS PROBLEMAS

```
*rotina que acrescenta dados aos problemas
use prob5
clear
@ 2,25 say "ACRESCENTA DADOS A LISTA DE PROBLEMAS"
go bottom
input "ESCREVA o numero do problema     - " to test
@ 6,25 say "procurando"
locate for numero = test
IF eof()
  clear
  @ 8,10 say "Os numeros ficam entre 1 e 58              "
  wait
  clear all
  return
endif
  @ 9,5
? enunciado
  @ 13,2 say "Qual e  a incognita ? - " get incognita
  @ 14,2 say "Quais sao os dados  ? - " get dados
  @ 15,2 say "Qual e  a condicao?   - " get condicao
  @ 16,2 say "Escreva suas estrategias -" get estrategia
  @ 17,2 say "Escreva sua resposta  -" get respuesta
  @ 19,2 say "Resuma a resoluca~o " get solucion
```

```
  read
  clear all
  return


set talk off
use b:problema index b:inprobl
clear
set color to +w/bg
set color to gr
@ 3,5
input "NUMERO DO  PROBLEMA " to test
@ 5,5 say "PROCURANDO"
set color to gr
go top
locate for numero = test
  if eof()
    clear
    @ 5,10 say "Nao tem  esse numero de problema"
    @ 6,10 say "O  numero maior e´ 58"
    clear all
    wait
    return
  endif
@ 9,10
? enunciado
@ 17,5
accept "Deseja uma copia do problema (s ou  n)" to cu
if cu = "s"
 set print on
 ?
 ?"NOME _____"
?
?"DATA_____Grupo _____No _____"
?
? numero
?
? enunciado
eject
 set print off
endif
accept "Deseja ver as estrategias de soluao ( s ou  n)" to cs
if cs = "s"
?
?
?estrategia
endif
accept "Deseja ver a resposta ( s ou n) " to cr
if cr = "s"
?
?
?respuesta
endif
accept "Deseja ver um esquema da solu~ao ( s ou  n) " to crr
```

```
if crr = "s"
?
?
?solucion
endif


CLEAR
SET TALK OFF
SET SAFETY Off
USE B:problema
SET COLOR TO *W
@ 10,30 TO 12,69
SET COLOR TO GR
SET COLOR TO +W
@11,33 SAY 'Aguarde um momento, indexando Dados'
set color to gr
INDEX ON numero TO inprobl
USE
```

ANEXO 3

TRABALHOS INDIVIDUAIS

Apresento aqui o trabalho feito com alunos que chegaram até mim, com perguntas das disciplinas da licenciatura em matemática, e, depois de resolver-lhes as dúvidas, solicitava que fizesem um de meus problemas, e respondiam algumas perguntas. O registro do trabalho foi numerado de 1 a 9, começando no dia 27 de abril de 1988 e finalizando no dia 5 de maio de 1988. O que apresento aqui é uma transcrição das fitas em que ficaram registradas as perguntas, as respostas e as observações que fiz durante o trabalho deles.

Caso 1.
Aluno Daniel,
segundo ano noturno,
27 de abril de 1988.
Problema 1.1, versão 2.

Caso 2
Aluno: João,
segundo ano noturno,
27 de abril de 1988.
Problema 1.1, versão 2

Caso 3
Aluna Silvana,
segundo ano noturno,
27 de abril de 1988.
Problema 1.1, versão 2

A razão de apresentar os tres casos juntos, é de que estive dando consulta aos tres em um rincão da Universidade, esse dia não tinhamos sala. As dúvidas que resolví para eles foram de Geometria em tres dimensões, superfícies cilíndricas e quadráticas. Logo no mesmo lugar, apresente-lhes o problema e eles trabalharam juntos. As observações que me faziam ou as que eu fazia, eram escutadas por todos, e daí deduze-se o fato de que os resultados e caminhos são semelhantes.

Daniel

Teve dificuldades na interpretação do enunciado do problema, já que o problema não indicava que a soma dos números tinha que ser constante. Depois de fazer-lhe a aclaração, a interpretação do problema ainda fica incompleta, sugeri-lhe utilizar uma tabela e testar alguns valores que deram a soma desejada e calcular o produto. Depois de isso tomo como soma constante o valor 10 e calculo os valores dos números naturais que somam 10 e calculou os produtos. Determinou que o produto máximo é quando os números são a metade da soma. É importante fazer ver, que teve que calcular todos os números da tabela.

Conclucões:

O enunciado do problema teve que ser corrigido no momento, depois o aluno precisou da indicação de uma estratégia de solução, para poder iniciar o seu trabalho. Embora, que é um estudante de segundo ano e já ter estudado os temas de máximos e mínimos, no ano anterior, não utilizou essa ferramenta matemática, nem lembrou dela.

Estratégias de Solução:

Não utilizou, Sugeri-lhe que fizesse uma tabela com os números, a soma e o produto.

Dificuldades Encontradas:

Além do enunciado do problema, ele não tinha idéia de onde começar a resolver o problema. Não percebeu a simetria da tabela no momento de fazer os cálculos e para tirar a conclusão teve que completar todos os cálculos.

João:

Teve as mesmas dificuldades do Daniel e recebeu as mesmas aclarações. Fez a mesma tabela, calculou todas as somas possíveis que dam 10 e utilizou inclusive números negativos. Isto me mostrou outra deficiência no enunciado do problema, já que não pedia a solução nos números naturais. Em forma apressada chega a conclusão: "O produto da metade da soma é o maior número". Além da tabela, não fez nenhuma outra tentativa. Pergunte-lhe se lembrava dos máximos e mínimos e falou que não. Eu resolví para eles o problema por máximos e mínimos e utilizando uma soma k.

Conclucões, Estratégias de solução, Dificuldades:

As mesmas de Daniel.

Silvana:

Tentou matematizar o problema, escrevendo um par de equações da forma x= y+z implica y*z = X, tenta com elas formar uma equação de uma variável, chegando a: x**2 + x + d (não fica claro de onde deriva essa equação), tentou alguns valores numéricos para essa equação. Quando escutou a sugerência do uso da tabela, fez a tabela e calculou só 6 pares de números naturais que somam 10, em forma imediata descobriu a simetria da tabela e concluiu: "O produto da metade da soma é igual ao produto máximo". Logo generalizou o resultado, escrevendo: a+b= k implica a*b = k se e somente se a=b. (tem um pequeno erro). Acho ótimo,o fato de dar uma generalização a o problema.

Conclucões, Dificuldades:

As mesmas de Daniel.

Estratégias de Solução:

Tentou resolver o problema com álgebra. Depois utilizou a tabela.

Caso 4
Aluna: Aparecida,
primeiro ano noturno,
3 de maio de 1988.
Problema 1.2, versão 1.

Ela chega à sala acompanhando a Sandra, a aluna do caso 5. A sua apresentação foi de que ela tinha feito o segundo grau em supletivo e que por isso precisava de muita ajuda nos conteudos do segundo grau e provavelmente em alguns de primeiro grau. Perguntou-me se eu podia resolver-lhe algumas de essas dúvidas ou se podia explicar-lhe tudo desde o princípio. Eu indique-lhe que estava aí para resolver dúvidas e não para dar aulas e que as perguntas específicas que ela fizera, de qualquer matéria de matemática, eu com muito prazer, resolveria. Apresentou-me dúvidas de equações de segundo grau, ela não podia utilizar a fórmula, eu pode ver que não estabelecia relação entre o grau da variável e o coeficiente.

Depois de resolver-lhe algumas dúvidas de equações de segundo grau, dei-lhe para resolver o problema 1.2. Fez uma interpretação do problema com um desenho, não conhecia as fórmulas de área e perímetro do retângulo, escreví as fórmulas para ela, e parecia não poder utilizá-las. Concluiu que o perímetro era 2a + b = 300 e a área a**2 * b, já que no desenho ela tinha 2 lados chamados a e um lado chamado b, expliquei de novo as fórmulas e concordou que a área vale a*b. Não conseguiu fazer mais nada, já que tinha serias deficiências de álgebra.

Conclusão:

Precisou ajuda com as fórmulas de área e perímetro do retângulo e não fez mais nada.

Estratégias de Solução:

Fez um desenho, representando o enunciado do problema.

Dificuldades:

Precisa muito mais álgebra e geometria.

Caso 5
Aluna: Sandra,
Primeiro ano noturno,
3 de maio de 1988.
Problema 1.2, versao 1

A aluna acompanhou a Aparecida (caso 4), mais não tinha

dúvidas, então eu convide-la a resolver um problema e ela aceitou. Interpretou o problema em forma correta, escreve a fórmula da área. Precisou de ajuda para converter as duas equações em uma só. Substituiu a do perímetro com a área. De novo ficou parada, eu lembrei-lhe que tinha uma função de segundo grau, e falei para que tomasse alguns valores e calculasse a imagem delas na função. Calculou primeiro um valor muito pequeno e depois um valor muito grande, e tentou dar uma resposta, acreditando que a funçao comportava-se como uma funçao linear. Eu falei que nao e que tinha que experimentar outros valores, calculou para 10 e para 100, e como ja tinha feito o calculo para 150, ela determinou que a resposta era 100 (as equações eram: b= 300-2a, x= a*b). Como parecia muito firme na sua resolução, eu falei para que calculasse para 99 e 101. Primeiro calculou 101 e como viu que era menor, reforçou a sua hipótese, depois calculou para 99, e véu que o valor era maior que para 100, de novo se desconsertou. Organize uma tabela, coloquei os valores que ela já tinha calculado e pedi-lhe que calcula-se para 50. Imediatamente perceve a simetria da curva e procuro o valor para 75, encontrou que para 75 era a área máxima. Pergunto que como poderia estar segura, então eu indique-lhe que calculara valores na vizinhança. Esteve perguntando por uma forma mais fácil de resolver esse problema.

Ela perguntou se poderia chegar outro dia para resolver mais problemas, falei-lhe que sim, mas como continuava na sala, esperando a colega, dei-lhe o problema 1.1 versão 1, para resolver. Utilizou o mesmo procedimento anterior e chegou a resposta correta, sem precisar de ajuda.

Conclucões:

Precisou ajuda para o inicio do problema e depois necesitou várias ajudas, especialmente com algoritmos matemáticos. Eu pude verificar que funcionou muito bem o fato de trabalhar com problemas semelhantes. Eu pedi para a aluna generalizar o resultado, mas não conseguí que ela fizesse. Eu generalize o problema para ela.

Estratégias de Solução:

Fez um desenho, depois organizou os dados em uma tabela (eu organizei a tabela), nesse momento parece que encontrou o caminho para a resolução.

Dificuldades:

Embora indicasse que não tinha conhecimentos de geometria, utilizou muito bem os conceitos de perímetro e área. Não estava muito decidida a utilizar a álgebra, depois que eu marque-lhe o caminho algébrico, fez todo o cálculo algébrico sem precisar de ajuda.

Caso 6
Aluna: Silvia,
Primeiro ano jornada matutina,
4 de maio de 1988.
Problema 1.2, versão 1

Chegou para que eu resolvera dúvidas de geometria analítica, com dificuldades nas demonstrações, ainda nas que estavam feitas no livro. Tinha muita pressa em começar a resolver as dúvidas porque tinha prova no dia seguinte. Outro fato é que ela estava ausente de uma aula, para poder assistir à consultar-me e tinha que voltar à sala antes das 11:30.

Os problemas que apressentou não fui resolvendo-os de imediato. Falei-lhe para que me indica-se as dúvidas que eu construiria as demonstrações pouco a pouco mentalmente, e ela resolveria um de meus problemas. Desta forma eu descobrí um mecanismo para que ambos tivessemos proveito da reunião, eu já tinha obtido a experiência de que chegaram a consultar e depois não tinham tempo para resolver um de meus problemas.

Recebi o problema junto com Daniela (caso 7), Fez o desenho do problema e ficou parada. Quando eu falei para Daniela que tentara algum valor para os lados que somaram 300, as duas tomaram valores distintos, isso foi muito bom, já que Daniela falava que só tinha um valor para esse perímetro e portanto só podia-se calcular uma área. Ela calculou para 35 e 230 e calculou a área. Primeiro ela tinha a dúvida de 3 ou 4 lados pois não tinha interpretado bem o fato de ficar na beira do rio. Comparou seu resultado com o de Daniela que tinha calculado para 50 e 200. Ela dedicou-se a calcular outras áreas com outros valores (160, 70), (102, 99), (140, 80), (170, 75), (150, 75) e (148, 76), comparou todos os resultado e chegou a conclusão de que o máximo dava-se no par (150, 75) (que é a resposta). Depois eu resumi o trabalho dela em um gráfico e mostrei-lhe que o valor máximo era o vértice de uma parábola.

Depois dela resolver o problema, eu resolví as dúvidas de geometria analítica e todos ficamos contentes.

Conclusões:

Eu nunca escutei dela nada, pois falava muito baixo e quando eu voltava a perguntar, a sua colega me respondia. Ela interpretou muito bem o fato de testar vários valores e foi tomando-os em forma alternada utilizando um algoritmo de encaxamento do valor procurado. Não fez generalização. Só escreveu "300 3 lados". Não escreveu equação alguma. Considerou muito importante este fato pois o professor, muitas vezes trata que a primeira coisa que os alunos façam seja a equação que matematize o problema.

Estratégias de Solução:

Fez um desenho, e depois fez uma tabela (sugerida pelo professor).

Dificuldades:

Depois de fazer o desenho, ficou parada. Depois que eu sugeri-lhe que tentasse com algum valor, ela continuo o trabalho sozinha.

Caso 7
Aluna: Daniela,
primeiro ano jornada matutina,
4 de maio de 1988.
Problema 1.2, versão 1.

Daniela acompanhou a sua colega Silvia (caso 6), para que eu resolvera-lhes dúvidas de geometria analítica. Ela tinha mais facilidade na demonstração dos teoremas, e apresentou um pouco de resistência em resolver primeiro um de meus problemas.

Eu entreguei o problema e ela fez o desenho, indicou que os 3 lados tinham que medir 300 metros e que só tinha um jeito de medir isso e portanto essa tinha que ser a área maior. Eu a convidei para que calculasse valores. Ela calculou para 50 e 200, e como a sua área era maior da que calculara a sua colega, concluiu que era a maior. Eu falei que Não que tinha que fazer mais cálculos e sugeri alguns pares. Fez alguns cálculos e parou quando a sua colega chegou a calcular o que dava a área maior.

Conclucões:

Confia muito na sua intuição, e por isso indique-lhe caminhos para que descobrí-se que estava fazendo uma generalização imperfeita. Não escreveu nenhuma equação no trabalho.

Estratégias de Solução:

Fez um desenho. Fez uma tabela de valores (sugerida pelo professor).

Dificuldades:

Depois que fez o desenho ficou parada e concluiu que só existia um retângulo com esse perímetro.

Caso 8.
Aluno: Herbert,
primeiro ano noturno,
5 de maio de 1988.
Problema 1.2, versão 1

Herbert chegou com seu colega Armando (caso 9) e mais duas colegas, para consultar problemas com limites. Calculamos os limites e depois revisei algumas demonstrações que tinham feito. Depois ele pergunto pelos problemas. Recebeu o problema e fez o desenho, o terreno o desenhou quadrado. Como a cerca mede 300 metros e tinha 3 lados, deu 100 metros por lados e calculou a

área. Eu perguntei se era a maior, e pergunto que como poderia saber se era a maior?, disse para ele calcular com 150 e 75, e véu que esta área era maior que a anterior. Achou que o método de tentar e testar era muito comprido e apagou tudo. escreve as fórmulas das área e do perímetro, indiquei-lhe que não era um quadrado então concertou as fórmulas. Ficou pensativo e depois de um tempo, tivemos que deixar a sala pois teriam aulas nela. Já fora eu falei que ele já tinha calculado a resposta correta, ademais indiquei-lhe como converter as duas equações em uma, e depois como era que essa equação que dava de segundo grau tinha um vértice e ele era o máximo procurado. Pareceu compreender a explicação.

Conclucões:

Trabalha em forma muito ordenada, e acha que tudo tem que ser resolvido por equações matemáticas. Não tem dificuldades em cálculos aritméticos nem algébricos.

Estratégias de Solução:

Fez um desenho e depois só utilizou álgebra.

Dificuldades:

Depois de escrever as equações para a área e o perímetro da cerca, não logrou juntar-las em uma só. No inicia acho que o terreno era um quadrado e isso o atrapalhou muito tempo.

Caso 9.
Aluno: Armando,
primeiro ano jornada noturna,
5 de maio de 1988.
Problema 1.3, versão 1.

Chegou junto com Herbert, com as mesmas dúvidas de limites e ele não levara cadernos. Quando eu termine a explicação dei para ele um problema. Primeiro fez um desenho, acho que ao dividir o terreno pelo meio ficaria com dois quadrados, perguntou-me e respondí que não necessariamente. Começou a escrever uma equação para o custo da cerca e uma para a área (tinha erro em ambas). Eu conserte as equações, mas não fez as mudanças até que as compreendeu. Depois das correções chegou a simplificar e ficou pensativo, quando eu perguntei, falou que: o que fazia com essa equação? Eu falei que lembrara da área, pareceu não compreender. Depois de um momento exclamou: "Ah!, a área" e escreveu a fórmula da área do retângulo em forma correta, substituiu e obteve uma equação com uma variável. De novo ficou parado e eu indique-lhe que pensara na pergunta do problema. Então falou, Ah, sim já sei. Depois que eu voltei, encontrei que tinha desenhado a parábola e marcado o vértice, falei-lhe que escrevesse essa conclusão, e que o problema ficava aí pois já tinhamos de deixar a sala.

Conclusão:

Trabalha muito ordenado. Precisa das intervenções do professor em medida e tempo certos. A forma em que trabalhamos aumentou a sua confiança e indicou que chegaria só para resolver problemas em outra oportunidade.

Trabalha muito bem a álgebra e reconhece a função como uma parábola e identificou o vértice como a solução.

Estratégias de Solução:

Fez um desenho, com os dados do problema, depois desenhou um retângulo qualquer (acho que para lembrar a forma de calcular a área). Depois representou graficamente a função e marcou o vértice.

Dificuldades:

No início teve dificuldades algébricas, depois tinha dificuldades em tomar iniciativas de trabalho, mas encontrado o caminho ele continuava o trabalho até o final.

PROBLEMAS:

1.1 Versão 2

Escreva um número como a soma de dois números de produto máximo.

1.2 Versão 1

Um campo retangular ter que ser cercado com 300 m. de cerca. O campo fica na beira de um rio reto e nessa parte não precisa ser cercado. Encontrar a área maior que se pode cercar.

1.3 Versão 1

Um campo retangular vai ser fechado com uma cerca e depois dividido ao meio por outra cerca. Se a cerca que passa pela metade custa Cr$ 100,00 por metro e a outra costa Cr$ 250,00 por metro, encontre as dimensões do campo de maior área possível que pode ser fechado com um custo de Cr$ 480.000,00

ANEXO 4

TRABALHOS COLETIVOS

4.1 LICENCIATURA EM MATEMATICA, SEGUNDO ANO, NOTURNO.

No dia 7 de Junho do ano 1988, aplicamos uns problemas a um grupo de 63 estudantes de segundo ano de licenciatura em matemática do período noturno. Obteve-se de volta 44 problemas, dos quais 5 estavam completamente em branco, 4 só fizeram o desenho do enunciado do problema, 6 fizeram desenho e escreveram as fórmulas, um só estudante não fez o desenho, dois estudantes obtiveram uma resposta que pode ser considerada correta, e 2 estudantes tentaram resolver o problema por integração (todos os problemas são de máximos e mínimos). Só um estudante utilizou o teorema da primeira derivada, 7 estudantes fizeram exemplos e com eles generalizaram os resultados. Quando as figuras não eram muito simples, os alunos não lembraram as fórmulas (círculo, triângulo).

Todos os alunos, menos um, esqueceram os métodos de resolução deste tipo de problemas aprendidos nas disciplinas de cálculo diferencial.

Caso 01-07-06-88
Problema 1.1 Versão 3
Em branco.

Caso 02-07-06-88
Problema 1.1 Versão 3
Usou: desenho.

Escreveu as fórmulas de área e perímetro e não fez mais nada.

Caso 03=07-06-88
Problema 1.1 Versão 3
Usou: desenho.

Assumiu que a solução é um quadrado e determinou que o lado mede p/2. Não demonstrou nada.

Caso 04-07-06-88
Problema 1.1 Versão 3
Usou: Desenho, derivadas, integrais.

Escreveu as fórmulas de área e perímetro. Derivou o perímetro e depois apagou. Integrou à área e não a concluiu. Não demonstrou nada.

Caso 05-07-06-88
Problema 1.1 Versão 3
Usou: Desenho, exemplo.

Escreveu as fórmulas, assumiu que a solução é um quadrado, calculou o lado e à área. Depois assumiu que a solução é um retângulo de lados p/4 e 3p/4, fez alguns cálculos e não deu conclusão. Não demonstrou nada.

Caso 06-07-06-88
Problema 1.1 Versão 4
Em branco.

Caso 07-07-06-88
Problema 1.1 Versão 4
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas. Enunciou uma hipótese e uma tese, estabeleceu as relações e chegou a demonstrar uma desigualdade. O caminho está correto, mas faltou um pouquinho para que a desigualdade fosse evidente.

Caso 08-07-06-88
Problema 1.1 Versão 4
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas da área e o perímetro. Depois da álgebra chegou a conclusões falsas, como: "No quadrado a área e igual ao perímetro", "O perímetro do retângulo é igual a área do quadrado". Não demonstrou nada.

Caso 09-07-06-88
Problema 1.1 Versão 4
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas da área e o perímetro. Assumiu que o perímetro do retângulo é menor do que o perímetro do quadrado, depois assumiu que os perímetros são iguais. Chegou a conclusão: "O perímetro do retângulo é igual à área do quadrado".

Caso 10-07-06-88
Problema 1.3 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu a fórmula do perímetro e tentou escrever uma expressão para o custo. Não chegou a nada.

Caso 11-07-06-88
Problema 1.3 Versão 1
Usou: Desenho.

Calculou a área como o produto dos custos das cercas e o perímetro como o custo de um lado dividido por 4.

Caso 12-07-06-88
Problema 1.3 Versão 1
Usou: Desenho.

Estimou vários perímetros para chegar ao custo dado no problema. Depois dividiu esse custo entre o custo de um lado da cerca e deu o quociente como resposta.

Caso 13-07-06-88
Problema 1.3 Versão 2
Usou: Desenho

Só fez o desenho.

Caso 14-07-06-88
Problema 1.3 Versão 2
Usou: Desenho.

Desenhou os campos com lados a,b e concluiu que a área vale 2ab.

Caso 15-07-06-88
Problema 1.3 Versão 2
Usou: Desenho.

Desenhou os campos com lados a, b. Determinou que a área é igual a a*2b, e o perímetro é a+a+b+b+b+b. Concluiu que o terreno tem que ser circular (Não dá razão).

Caso 16-07-06-88
Problema 1.4 Versão 1
Usou: Desenho.

Desenhou um retângulo e um quadrado. Escreveu os perímetros e as áreas. Não concluiu nada.

Caso 17-07-06-88
Problema 1.4 Versão 1
Usou: Desenho.

Desenhou um retângulo e um quadrado. Escreveu os perímetros e as áreas. Não concluiu nada.

Caso 18-07-06-88
Problema 1.4 Versão 1
Usou: Desenho, caso particular.

Deu um exemplo em que se cumpre e conclue que de forma geral o enunciado é verdadeiro.

Caso 19-07-06-88
Problema 1.4 Versão 1
Usou: Desenho, caso particular.

Deu um exemplo em que se cumpre e conclue que de forma geral

o enunciado é verdadeiro.

Caso 20-07-06-88
Problema 1.4 Versão 1
Usou: Desenho, caso particular.

Deu um exemplo em que se cumpre e conclue que de forma geral o enunciado é verdadeiro.

Caso 21-07-06-88
Problema 1.4 Versão 2
Usou: Desenho

Escreveu as fórmulas da área e o perímetro. Fez algumas substituições que logo apagou. Não concluiu nada.

Caso 22-07-06-88
Problema 1.4 Versão 2
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas da área e o perímetro, lembrou do ponto mínimo e tentou usar integrais (pois o problema fala de áreas).

Caso 23-07-06-88
Problema 1.4 Versão 2
Usou: Desenho, derivadas.

Utilizou o método clássico: derivou, igualou a zero e calculou a resposta correta.

Caso 24-07-06-88
Problema 1.4 Versão 2
Usou: Integraçao.

Escreveu a fórmula da área, deu valores e decidiu que são a resposta correta. Elevou ao quadrado o perímetro, integrou e depois igualou a 10. (o problema não tem nada a ver com integração). Ele não utilizou desenho.

Caso 25-07-06-88
Problema 1.5 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas do perímetro e a área conforme os dados. Não fez mais nada.

Caso 26-07-06-88
Problema 1.5 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu a fórmula do perímetro, deu um exemplo e chegou a conclusão: "Quanto mais utilizar a margem do rio mais economizará de cerca". Esqueceu a área fixa.

Caso 27-07-06-88
Problema 1.5 Versão 1
Usou: Desenho

Escreveu as fórmulas da área e o perímetro. Utilizou os dados, fez uma substituição errada. Derivou a área. Não chegou a nada (pediu explicação do problema no final).

Caso 28-07-06-88
Problema 1.5 Versão 2
Usou: Desenho.

Deu valores que aproximam a área. (Nenhuma operação).

Caso 29-07-06-88
Problema 1.5 Versão 2
Usou: Exemplo.

Deu como solução um campo de 432m de profundidade por 1m de fundo e o vizinho ficou no lado de 432m.

Caso 30-07-06-88
Problema 1.6 Versão 1
Em branco

Caso 31-07-06-88
Problema 1.6 Versão 1
Em branco.

Caso 32-07-06-88
Problema 1.6 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu o perímetro igual à área.

Caso 33-07-06-88
Problema 1.6 Versão 2
Usou: Desenho.

Só fez o desenho (e não completou).

Caso 34-07-06-88
Problema 1.6 Versão 2
Usou: Desenho.

Escreveu a fórmula da área e o comprimento do muro. Tentou relacionar as duas fórmulas. Não chegou a nada.

Caso 35-07-06-88
Problema 1.6 Versão 2
Usou: Desenho.

Escreveu a fórmula da área e o comprimento do muro. Formou

uma razão entre o comprimento e a área. Concluiu que a razão é 3/2.

Caso 36-07-06-88
Problema 1.7 Versão 1
Em branco.

Caso 37-07-06-88
Problema 1.7 Versão 1
Usou: Desenho.

Só fez o desenho.

Caso 38-07-06-88
Problema 1.7 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu o perímetro da parte retângular e tentou calcular a área do semi-círculo por integração (integra uma constante). Não lembrou as fórmulas da área e perímetro do círculo.

Caso 39-07-06-88
Problema 1.7 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas dos perímetros e das áreas.

Caso 40-07-06-88
Problema 1.7 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas, errou nas fórmulas do semi-círculo. Iniciou a relação de variáveis. Não concluiu nada.

Caso 41-07-06-88
Problema 1.7 Versão 2
Usou: Desenho.

Só fez o desenho.

Caso 42-07-06-88
Problema 1.7 Versão 2
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas de área. Com o dado do perímetro da praça, forma um quadrado de 250m e concluiu que é a solução. Não utilizou os semi-círculos.

Caso 43-07-06-88
Problema 1.7 Versão 2
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas de áreas e perímetros. Deu uma solução que ele mesmo assinala que está errada. Depois fez outra na que esqueceu dois semi-círculos. De uma equação com duas variáveis,

forma outra equação e resolveu (processo errado). Tinha uma idéia do trabalho do problema.

Caso 44-07-06-88
Problema 1.8 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas dos perímetros. Não fez mais nada.

4.2 LICENCIATURA EM MATEMATICA, SEGUNDO ANO, MATUTINO

No dia 3 de Junho de 1988, aplicamos 16 problemas a estudantes de segundo ano de licenciatura em matemática, jornada matutina. Todos os alunos usaram variáveis, identificaram muito bem os dados e as variáveis (deixando claro no desenho). Quase todos chegaram a obter uma resposta e a totalidade identificou o problema como um problema de máximos e mínimos, e aplicando os critérios de primeira e segunda derivadas. Outro fato importante é que todos sabiam que tinham que encontrar duas equações, para fazer a substituição de uma na outra. Na sala de aula, havia algumas fórmulas de derivadas e algumas de áreas e volumes de figuras geométricas. Em geral, tem um ótimo manejo de álgebra e uma boa estratégia para solução de problemas. Poucos procuraram comprovar os resultados obtidos. 11 alunos obtiveram a resposta correta e 5 aplicaram o critério de primeira e segunda derivada.

Caso 01-03-06-88
Problema 3.1 Versão 1
Usou: Desenho, derivada.

Fez o desenho conforme os dados. Escreveu a fórmula da área. Encontrou as relações, e chegou a uma equação de uma variável. Derivou, aplicou o teorema da primeira derivada e achou a solução (não aplicou a segunda derivada).

Caso 02-03-06-88
Problema 3.1 Versão 1
Usou: Desenho, derivada.

Fez o desenho conforme os dados. Escreveu a fórmula da área. Encontra as relações, e chegou a equação de uma variável. Derivou, aplicou o teorema da primeira derivada e achou a solução (não aplicou a segunda derivada).

Caso 03-03-06-88
Problema 3.1 Versão 1
Usou: Desenho, derivada.

No princípio teve um erro na fórmula da área do trapézio. Assumiu um triângulo eqüilátero que o levou a um erro. Apagou tudo e logo corrigiu a fórmula da área, deduziu uma equação com

uma variável; derivou e aplicou o teorema da primeira derivada. Chegou a solução.

Caso 04-03-06-88
Problema 3.1 Versão 1
Usou: Desenho, derivada.

Fez o desenho conforme os dados. Escreveu a fórmula da área. Encontra as relações e chegou a uma equação de uma variável. Derivou e aplicou o teorema da primeira derivada e achou a solução (não aplicou a segunda derivada). Trabalhou muito claro.

Caso 05-03-06-88
Problema 3.1 Versão 2
Usou: Desenho, derivada.

No princípio teve um erro na fórmula da área, que logo corrigiu e apagou. Encontrou as relações e chegou a uma equação com uma variável. Derivou, e aplicou o teorema da primeira derivada e teve um erro ao resolver a equação.

Caso 06-03-06-88
Problema 3.1 Versão 2
Usou: Desenho, derivada.

Escreveu a fórmula da área do trapézio, encontrou uma equação para a altura. Teve um erro na derivada e não terminou o problema.

Caso 07-03-06-88
Problema 3.1 Versão 2
Usou: Desenho, 1a. e 2da. derivada.

Escreveu a fórmula da área do trapézio, encontrou uma equação para a altura e uma para a base menor. Substituiu as duas e meditou. Ficou com a equação da base menor. Derivou e cometeu um erro, apagou e voltou a derivar, aplicou o teorema da primeira derivada. Ao final obteve a resposta.

Caso 08-03-06-88
Problema 3.1 Versão 2
Usou: Desenho, 1a. e 2da. derivada.

Identificou dados e incógnita, escreveu a fórmula da área do trapézio, deduziu uma equação para a base menor, substituiu, derivou e aplicou o teorema da primeira derivada, encontrou os pontos críticos e aplicou a segunda derivada e determinou qual é o máximo. Obteve a resposta correta.

Caso 09-03-06-88
Problema 3.1 Versão 3
Usou: 1a. e 2da. derivada.

Encontrou uma equação para altura e outra para a base menor. Escreveu a fórmula da área do trapézio. Substituiu e derivou.

Aplicou o critério da primeira e segunda derivadas. Achou a solução correta.

Caso 10-03-06-88
Problema 3.1 Versão 3
Usou: Derivada.

Escreveu a fórmula da área do trapézio, encontrou uma equação para a altura, substituiu na fórmula da área. Derivou e aplicou o teorema da primeira derivada. Teve erros ao resolver a equação. Tentou corrigir, e obteve a resposta correta sem que a sua equação desse valor. Recomendou fazer o teste da 2da. derivada para verificar se é máximo.

Caso 11-03-06-88
Problema 3.1 Versão 3
Usou: Derivada.

Escreveu os dados, encontrou uma equação para altura, escreveu a fórmula da área do trapézio, separou da equação da altura a base menor e cometeu um erro. Substitui na equação da área e derivou. Cometeu outro erro ao simplificar a derivada. Aplicou critério da primeira derivada e resolveu a equação. Obteve soluções complexas. Não explicou o sucedido.

Caso 12-03-06-88
Problema 3.1 Versão 3
Usou: Derivada.

Escreveu os dados e a fórmula da área do trapézio, deduziu uma equação para a altura, substituiu na fórmula da área e cometeu um erro, derivou e depois apagou. Substitui de novo na fórmula da área e derivou. Cometeu um erro ao derivar. Aplicou o critério da primeira derivada e obteve um resultado que não é o correto.

Caso 13-03-06-88
Problema 3.1 Versão 3
Usou: Derivada.

Escreveu os dados e a fórmula da área do trapézio, deduziu uma equação para a altura, substituiu na fórmula da área e cometeu um erro, derivou e depois apagou. Substitui de novo na fórmula da área e derivou. Cometeu um erro ao derivar. Aplicou o critério da primeira derivada e obteve um resultado que não é o correto.

Caso 14-03-06-88
Problema 3.2 Versão 1
Usou: Desenho, 1a. e 2da. derivada.

Fez o desenho conforme os dados, aplicou a equação da elipse e separou uma variável. Substituiu na fórmula da área do retângulo e derivou. Aplicou o critério da primeira e segunda derivada, resolveu a equação e chegou a resposta correta.

Caso 15-03-06-88
Problema 3.2 Versão 1
Usou: Desenho, 1a. e 2da. derivada.

Fez o desenho conforme os dados, aplicou a equação da elipse e separou uma variável. Substituiu na fórmula da área do retângulo e derivou. Aplicou o critério da primeira e segunda derivada, resolveu a equação e chegou a resposta correta.

Caso 16-03-06-88
Problema 3.2 Versão 1
Usou: Desenho, 1a. e 2da. derivada.

Fez o desenho conforme os dados, aplicou a equação da elipse e separou uma variável. Substituiu na fórmula da área do retângulo e derivou. Aplicou o critério da primeira e segunda derivada, resolveu a equação e chegou a resposta correta.

4.3 LICENCIATURA EM MATEMATICA, QUARTO ANO, MATUTINO.

No dia 24 de Junho de 1988, aplicamos uns problemas a 12 estudantes de 4o. ano de licenciatura, jornada matutina. Quase todos os alunos conhecem o tema e procuraram chegar a uma equação com uma incógnita para depois derivar. Quase todos escreveram, em poucas palavras, o que iam fazer no problema. 5 utilizaram critério de primeira e segunda derivada, 4 utilizaram primeira derivada, 2 utilizaram derivadas parciais (sem chegar a uma conclusão). Um aluno não fez nada e só argumentou a sua conclusão que foi totalmente ilógica. Só 4 alunos encontraram a resposta correta, quando todos conhecem muito bem o procedimento a empregar. Ninguém testou os resultados obtidos. Quando o problema não pode ser resolvido pelo método clássico, não puderam encontrar outros algoritmos.

Caso 01-24-06-88
Problema 1.8 Versão 1
Usou: Desenho, 1a. e 2da. derivada.

Deduziu a área do triângulo eqüilátero, mas tem um erro na dedução. Escreveu a soma das áreas, o perímetro total e separou uma variável. Derivou a área a respeito de dois variáveis(usando derivadas parciais). Apagou tudo

Escreveu um polinômio(alheio ao problema) e o representou gráficamente, o derivou e aplicou o critério da primeira derivada e depois apagou tudo de novo.

Começou de novo no verso da folha. Separou uma variável da

fórmula do perímetro, substituiu na área e ficou uma equação de uma variável. Derivou, simplificou e aplicou critério de primeira derivada. Resolveu a equação e obteve uma resposta (que não é a correta). Aplicou o critério da segunda derivada e concluiu que é um mínimo.

Caso 02-24-06-88
Problema 1.9 Versão 1
Usou: Desenho, Derivada.

Fez um desenho muito detalhado, escreveu, de forma ordenada, todas as fórmulas que precisa. Calculou o perímetro e a área da praça. Separou uma variável e substituiu, ficando uma equação de uma variável. Simplificou e derivou a equação. Cometeu alguns erros ao derivar. Aplicou o critério da primeira derivada (teve erros na aplicação), resolveu a equação e obteve um resultado. Tentou aplicar a segunda derivada e logo apagou o escrito (a resposta não é correta, se complicou muito ao trabalhar).

Caso 03-24-06-88
Problema 1.13 Versão 1
Usou: Desenho, Derivada.

Fez um desenho, escreveu o perímetro e encontrou duas expressões para a altura (equivalentes), substituiu na fórmula da área, simplificando ao máximo e logo derivou. Não concluiu a derivada. Depois só indicou o que teria que fazer para obter a resposta (o que indicou é correto, mas ele não deu uma resposta).

Caso 04-24-06-88
Problema 1.14 Versão 1
Usou: Desenho,1a. e 2a. Derivada.

Fez um desenho, escreveu as fórmulas de área e perímetro. Escreveu a soma dos catetos como constante, separou e substituiu. Cometeu um erro ao substituir e apagou tudo, começando de novo. Fez mais um desenho, escreveu a soma dos catetos como constante, separou e substituiu na fórmula da área. Escreveu o que vai fazer, derivou e aplicou o critério de primeira derivada, encontrou a solução e aplicou a segunda derivada. Deu uma resposta (que é a correta), mas não reconheceu que o triângulo é isósceles.

Caso 05-24-06-88
Problema 1.15 Versão 1
Usou: Desenho,1a. e 2a. Derivada.

Desenhou 3 triângulos e escreveu as condições do problema para cada triângulo. Separou uma variável e desenhou mais dois triângulos. Encontrou uma equação para a hipotenusa de qualquer triângulo (com uma variável). Escreveu o que obteve e o que vai fazer. Derivou a equação (tem um erro na derivada), e aplicou o critério da primeira derivada. Encontrou um resultado e verificou que não é uma singularidade. Substituiu na equação original para dar o valor da hipotenusa. Depois aplicou o critério de

segunda derivada e concluiu que é mínimo (a resposta não é correta).

Caso 06-24-06-88
Problema 1.16 Versão 1
Usou: Desenho, Derivada.

Fez um desenho e escreveu a fórmula da área do trapézio. Deduziu uma equação para a altura e cometeu um erro. Substituiu na área e escreveu o que vai fazer. Derivou, aplicou o critério da primeira derivada, resolveu a equação e deu uma resposta (equivocada). Não testou se é máximo ou mínimo.

Caso 07-24-06-88
Problema 1.16 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu a fórmula da área do trapézio e concluiu que "pelos desenhos, me parece que o quarto lado é, obrigatoriamente, igual a dez (10) cm. também". Tentou argumentar mais alguma coisa e concluiu que tem que ser um quadrado. (a resposta está errada, ele não fez nenhum cálculo).

Caso 08-24-06-88
Problema 1.17 Versão 1
Usou: Desenho,Gráfica de funções, Derivada.

Fez um desenho, escreveu o perímetro da figura e a área do setor angular. Representou como função linear a área (em função do ângulo), e o perímetro (em função do raio). Escreveu o que ia fazer. Derivou e aplicou o critério da primeira derivada. Resolveu a equação e deu uma resposta. (Não verificou se é máximo ou mínimo). A resposta é correta.

Caso 09-24-06-88
Problema 1.19 Versão 1
Usou: Desenho, Derivada.

Desenhou um triângulo isósceles. Escreveu a fórmula da área como base vezes altura dividido 2, derivou parcialmente, respeito da base e da altura, apagou tudo e escreveu a outra fórmula da área do triângulo (usando o semi-perímetro), substituiu os dados do problema e cometeu vários erros. Efetuou as multiplicações e começou a derivar. Depois, descreveu o que faria para encontrar a solução e comprovar se é um máximo. Não deu uma resposta.

Caso 10-24-06-88
Problema 2.1 Versão 1
Usou: Derivada.

Escreveu uma equação que descreveu o problema. Derivou, aplicou o critério de primeira derivada, resolve a equação e da uma resposta. Chega à resposta (não verifica se é máximo ou mínimo).

Caso 11-24-06-88
Problema 2.2 Versão 1
Usou: Gráfica da função, 1a. e 2a. Derivada.

Escreveu a função (com um erro), fez a representação gráfica. Derivou e aplicou critério de primeira e segunda derivada. Encontrou uma resposta e concluiu que não tem máximo (resposta correta já que só tem supremo).

Caso 12-24-06-88
Problema 2.5 Versão 1
Usou: Gráfica de funções, 1a. e 2a. Derivada.

Escreveu as equações, separou e substituiu, obtendo um polinômio de segundo grau. Representou gráficamente. Fez outra substituição, também correta, derivou e aplicou o critério da primeira e segunda derivada. Resolveu as equações e concluiu que não existe máximo (tem máximo na fronteira da região).

4.4 LICENCIATURA EM MATEMATICA, PRIMEIRO ANO, NOTURNO.

No dia 25 de maio de 1988, aplicamos uns problemas a 26 estudantes de licenciatura em matemática, jornada noturna. Os problemas correspondem a máximos e mínimos e eles ainda não tinham cálculo entre as suas disciplinas. Esta turma tinha uma disciplina de matemática que estava sendo dada utilizando uma metodologia baseada em resolução de problemas. Nesta turma apareceram novas estratégias de solução como: tabelas, resumo do problema e representação gráfica da função que teriam que otimizar. 22 deles deram alguma conclusão ao problema, 10 delas corretas, a maior parte das soluções são do tipo dialético e algumas Heurísticas. Apesar de não conhecer o conteúdo da matéria relacionada com os problemas, ninguém entregou o problema em branco. Muitos dos raciocínios expostos foram originais e muitos lógicos.

Caso 01-25-05-88
Problema 1.6 Versão 1
Usou: Desenho.

Fez um desenho, escreveu a fórmula da área, e concluiu que o terreno tem que ser quadrado. Escreveu a equação do custo total. Fez alguns cálculos.(resposta errada).

Caso 02-25-05-88
Problema 1.6 Versão 1
Usou: Desenho, Resumo do problema.

Fez um desenho, escreveu a área e resumiu o problema. Presumiu que o terreno é quadrado e calculou o custo. Presumiu que é um retângulo em que o triplo da largura é o comprimento. Cal-

culou o custo, comparou e concluiu que o quadrado tem o custo menor. (generalizou com dois dados, resposta errada).

Caso 03-25-05-88
Problema 1.10 Versão 1
Usou: Desenho, Gráfico da função.

Fez o desenho, Escreveu as fórmulas da área do quadrado e do círculo. Escreveu a condição do comprimento do arame, trocou o arame com o raio e com o lado do quadrado. Separou e somou as áreas, ficando com uma equação de uma variável de segundo grau, simplificou e representou a função. Concluiu que é máximo quando dá o maior círculo possível(resposta correta).

Caso 04-25-05-88
Problema 1.10 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu o perímetro do círculo e do quadrado e o relacionou com o comprimento do arame. Escreveu as fórmulas das áreas das figuras. Partiu o arame à metade e calculou as áreas, concluiu que a área do círculo é maior. Depois experimentou (2/3, 1/3), (1/3,2/3). Ao final concluiu que é máximo quando o círculo é o maior (resposta correta).

Caso 05-25-05-88
Problema 1.10 Versão 1
Usou: Gráfica da função.

Escreveu as fórmulas dos perímetros e das áreas, as relacionou com o comprimento do arame. Escreveu as duas equações em térmos de uma mesma variável, representou gráficamte e concluiu: que será maior quando o segmento correspondente ao quadrado seja o mínimo possível. (resposta correta).

Caso 06-25-05-88
Problema 1.10 Versão 1
Usou: Desenho.

Fez um desenho, escreveu os perímetros e as áreas, fez alguns cálculos e concluiu que a área do círculo é maior. (a conclusão é verdadeira, mas não é a resposta procurada).

Caso 07-25-05-88
Problema 1.10 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas das áreas do retângulo, calculou alguns valores e concluiu que fazendo o círculo o maior possível se obteve um máximo. (resposta correta).

Caso 08-25-05-88
Problema 1.10 Versão 2
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas das áreas, calculou os valores para um comprimento igual para cada figura e concluiu que a maior parte tem que ser para o círculo. Indicou que assistiu a uma palestra na UNICAMP, onde falaram que a área maior é a do círculo. (resposta correta).

Caso 09-25-05-88
Problema 1.10 Versão 2
Usou: Desenho.

Fez um desenho, escreveu as fórmulas das áreas e os perímetros. Deu distintos valores ao comprimento do arame e o partiu na metade. Concluiu que a proporção das áreas se conserva com qualquer comprimento, quando se utiliza a metade para cada área (erro na compreensão do problema).

Caso 10-25-05-88
Problema 1.10 Versão 2
Usou:

Escreveu as fórmulas das áreas e os perímetros, escreveu uma equação que relaciona os perímetros com o comprimento do arame. Determinou uma equação para a área total. Fixou um valor para o comprimento do arame e calculou a área total com diferentes cortes do arame. Não concluiu nada.

Caso 11-25-05-88
Problema 1.10 Versão 2
Usou: Desenho.

Fez um desenho e trabalhou o círculo inscrito e o círculo circunscrito. Encontrou uma equação que relaciona o raio do círculo com o lado do quadrado. Chegou a uma conclusão falsa: "Cortar o fio ao meio e impor que a área do círculo e da do quadrado sejam iguais" (conclusão errada).

Caso 12-25-05-88
Problema 1.10 Versão 2
Usou:

Dividiu o arame ao meio e calculou a área do círculo e a área do quadrado, comparou as áreas (teve um pequeno erro de álgebra), ainda assim concluiu que a área do círculo é maior e, "portanto o corte não deve ser feito no meio". Depois propos: " Para se ter áreas máximas, área do círculo deve ser igual área do quadrado" Depois fez cálculos tentando fazer áreas iguais.

Caso 13-25-05-88
Problema 1.11 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu uma equação para os perímetros e o comprimento do arame. Resolveu o problema na suposição de não ter quadrado e calculou a área do triângulo, depois resolveu o problema pensando que não há triângulo e calculou a área do quadrado. Concluiu:

"Devemos cortar o arame de modo a que o quadrado seja o maior possível, e o triângulo o menor possível". (resposta correta)

Caso 14-25-05-88
Problema 1.11 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas das áreas do quadrado e do triângulo (comete um erro na do triângulo), cortou o arame na metade e calculou as áreas; fez outro corte e deu 1,5 ao quadrado e 0,5 ao triângulo, calculou as áreas e a soma; fez outro corte e deu 1,9 ao quadrado e 0,1 ao triângulo, calculou as áreas e a soma. Concluiu: "Deverei cortar o arame o mais próximo possível de 2 e usar a maior comprimento na área do quadrado e o menor na do triângulo". (conclusão certa).

Caso 15-25-05-88
Problema 1.11 Versão 1
Usou: Desenho, Tabela.

Escreveu as fórmulas das áreas, calculou uma equação para a altura do triângulo, e introduziu na fórmula da área. Fez dois cálculos, um quando o quadrado é 0 e outro quando o triângulo é 0. Concluiu: " Fazendo o perímetro do triângulo ser o menor possível (perto de 0), e o perímetro do quadrado o maior (perto de 2)obtemos a maior soma possível entre as duas áreas". (conclusão certa)

Caso 16-25-05-88
Problema 1.11 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas das áreas, deduziu uma equação para a altura do triângulo e substituiu na fórmula da área. Não fez cálculos mas descreveu o que teria que fazer: "Dar distintos valores e calcular as áreas, até chegar a uma conclusão". (Não concluiu nada).

Caso 17-25-05-88
Problema 1.11 Versão 1
Usou: Desenho, Tabela.

Escreveu as fórmulas das áreas, calculou uma equação para a altura do triângulo, e introduziu na fórmula da área. Fez dois cálculos, um quando o quadrado é 0 e outro quando o triângulo é 0. Concluiu: " Fazendo o perímetro do triângulo ser o menor possível (perto de 0), e o perímetro do quadrado o maior (perto de 2)obtemos a maior soma possível entre as duas áreas". (conclusão certa)

Caso 18-25-05-88
Problema 1.12 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas das áreas, relacionou área com períme-

tro e concluiu; "Considerando que o círculo é a figura geométrica onde o relação comprimento/área é a menor. Para fazer com que a área seja a menor possível devemos usar o arame para fazer um quadrado de 0,5 metros de lado" (O quadrado tem que ser o maior).

Caso 19-25-05-88
Problema 1.12 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas das áreas e dos perímetros, estabeleceu que a soma dos perímetros tem que ser constante e a soma das área tem que ser a menor possível. Elevou ao quadrado a soma dos perímetros, fez simplificações, tentou separar variáveis. Começou de novo, com a soma dos perímetros, separou o lado do quadrado e separou o raio do círculo. Substitui na mesma equação e depois apagou tudo. Não deu conclusão.

Caso 20-25-05-88
Problema 1.12 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas das áreas e dos perímetros, calculou quando o raio vale 1 metro e quando o lado do quadrado vale 1 metro, meditou e apagou tudo. Fez um cálculo quando os perímetros valem 1 metro cada um, e calculou as áreas e a soma. Fez outro cálculo quando o perímetro do círculo vale 1/4 e o perímetro do quadrado vale 3/4 da longitude do arame; calculou as áreas e a soma. Fez o calculo inverso, 3/4 ao círculo e 1/4 ao quadrado. Concluiu: " A menor soma das áreas e dividendo o arame ao meio" (conclusão errada).

Caso 21-25-05-88
Problema 1.12 Versão 1
Usou: Desenho.

Escreveu a soma dos perímetros como uma constante e a soma das áreas como uma variável a minimizar. Descreveu muito bem quando a soma vai ser máxima, mas para a soma mínima errou. Concluiu:" Por tanto para eu obter a menor soma é só tomar como base a soma das área de 2 quadrados da mesma área, por tanto o arame deverá ser cortado em partes iguais" (conclusão errada).

Caso 22-25-05-88
Problema 1.12 Versão 2
Usou: Desenho.

Escreveu a área do quadrado e do círculo. Logo concluiu: "Area do círculo maior Area do quadrado. Se eu pegar a maior parte de L para construir o quadrado aumentaria um pouco sua área mais em compensação diminuiria relativamente a área do círculo isso faria com que a soma de suas áreas fossem as menores possíveis" (Conclusão certa).

Caso 23-25-05-88
Problema 1.12 Versão 2
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas das áreas e os perímetros das figuras, dividiu o arame em 1 e L-1, substituiu nos perímetros e nas áreas e tentou comparar as áreas de modo geral. Não concluiu nada.

Caso 24-25-05-88
Problema 1.12 Versão 2
Usou: Desenho.

Dividiu o arame a metade, construiu um quadrado de lado a, metade do arame e calculou a área (tem erros de álgebra). Construiu um círculo de diâmetro a metade do arame, calculou o raio (teve erros na fórmula) calculou a área do círculo. Comparou as áreas e concluiu: "Quanto maior o L para o quadrado mais se aproxima da soma mínima de áreas". (conclusão certa, depois de um caminho cheio de erros).

Caso 25-25-05-88
Problema 1.12 Versão 2
Usou: Desenho.

Escreveu as fórmulas das áreas e os perímetros das figuras. Deu 2/3 do arame ao quadrado e 1/3 ao círculo, calculou as áreas e concluiu: "Aparentemente o quadrado deveria ser o menor possível para atingir o mínimo". (conclusão errada, só fez um cálculo).

Caso 26-25-05-88
Problema 1.12 Versão 2
Usou: Desenho.

Cortou a metade o arame e calculou o raio e o lado, depois calculou as áreas e soma. Cortou em 2/3L para o círculo e 1/3L para o quadrado, calculou o raio e o lado, as áreas e soma. Concluiu: "O corte que deve ser feito para que a soma da área englobada seja mínima, terá que ser o pedaço do arame maior para construir o círculo e o pedaço menor para construir o quadrado". (Conclusão errada, ele não fez comparação dos dados calculados).

PROBLEMAS:

1.1 Versão 3

Entre todos os retângulos de perímetro dado 2p, achar o de área máxima.

1.1 Versão 4

Prove que entre todos os retângulos que têm um perímetro dado, o quadrado tem a maior área.

1.3 Versão 1

Um campo retangular vai ser fechado com uma cerca e depois dividido ao meio por outra cerca. Se a cerca que passa pela metade custa Cr$ 100,00 por metro e a outra custa Cr$ 250,00 por metro; encontre as dimensões do campo de maior área possível que pode ser fechado com um custo de Cr$ 480.000,00

1.3 Versão 2

Queremos cercar dois campos retangulares contiguos, com uma cerca de comprimento L metros, tal que a área total seja máxima. Encontrar as dimensões.

1.4 Versão 1

Prove que entre todos os retângulos que tem um perímetro dado, o quadrado tem o maior área.

1.4 Versão 2

Precisamos construir um retângulo de área de 10 centímetros quadrados e que seu perímetro seja mínimo. Encontrar as dimensões.

1.5 Versão 1

Um campo retangular, que possui num dos lados um rio, que é reto, deve ser cercado para limitar uma certa área. Admitindo que ao longo do rio não é necessário cercar, mostrar que a menor quantidade de cerca a utilizar se obteve quando o comprimento do campo for o dobro da largura.

1.5 Versão 2

Quais devem ser as dimensões de um jardim retangular de 432 metros quadrados de área, para que ao murá-lo gaste-se o mínimo possível, sabendo-se que o vizinho do lado paga a metade pelo muro que limita sua propriedade.

1.6 Versão 1

Um campo retangular que tem um área de 2700 metros quadrados, será fechado por uma cerca e será usada uma cerca adicional para dividir o campo ao meio. Se o custo da cerca do meio é de Cr$ 200,00 por metro linear e da cerca dos lados é de Cr$ 300,00 por metro linear, encontre as dimensões do campo de tal modo que o custo na cerca seja mínimo.

1.6 Versão 2

Qual é a razão entre os lados de um terreno retangular de área dada para que ao murá-lo e a seguir dividí-lo em dois por um muro paralelo a um dos lados, seja mínimo o comprimento total dos muros.

1.7 Versão 1

Uma janela Norman tem a forma de um retângulo encimado por uma semicircumferência. Para um dado perímetro, encontre a forma de tal janela que admitirá a maior quantidade de luz.

1.7 Versão 2

Deve-se construir uma praça com a forma de um retângulo mais um área semi-circular em cada lado deste. O perímetro da praça é 1000 metros. Determine as dimensões da praça de modo que a área da parte retangular seja máxima.

1.8 Versão 1

Uma janela tem forma de um retângulo encimado por um triângulo eqüilátero. Para um dado perímetro, encontre a forma de tal janela que admitirá a maior quantidade de luz.

1.9 Versão 1

Deve-se construir uma praça com forma de um triângulo isósceles, mais um área semi-circular em cada lado deste. O perímetro da praça é de 1000 metros. Determine as dimensões da praça de modo que a área da parte triangular seja máxima.

1.10 Versão 1

Corta-se um pedaço de arame de 2 metros de comprimento em duas partes. Uma parte será dobrada em forma de círculo e a outra em uma forma de quadrado. Como deverá ser cortado o arame para que a soma das áreas das duas figuras seja tão grande quanto possível?

1.10 Versão 2

Corta-se um pedaço de arame de comprimento L em duas partes. Uma parte será dobrada em forma de círculo e a outra em uma forma de quadrado. Como deverá ser cortado o arame para que a soma das áreas das duas figuras seja tão grande quanto possível?

1.11 Versão 1

Corta-se um pedaço de arame de 2 metros de comprimento em duas partes. Uma parte será dobrada em forma de triângulo eqüilátero e a outra em uma forma de quadrado. Como deverá ser cortado o arame para que a soma das áreas das duas figuras seja tão grande quanto possível?

1.12 Versão 1

Corta-se um pedaço de arame de 2 metros de comprimento em duas partes. Uma parte será dobrada em forma de círculo e a outra em uma forma de quadrado. Como deverá ser cortado o arame para que a soma das áreas das duas figuras seja tão pequena quanto possível?

1.12 Versão 2

Corta-se um pedaço de arame de comprimento L em duas partes. Uma parte será dobrada em forma de círculo e a outra em uma forma de quadrado. Como deverá ser cortado o arame para que a soma das áreas das duas figuras seja tão pequena quanto possível?

1.13 Versão 1

Encontre a área do maior triângulo isósceles que tem 18 centímetros de perímetro.

1.14 Versão 1

Dentre todos os triângulos retângulos tendo mesma soma dos catetos, qual é de área máxima?

1.15 Versão 1

Dentre todos os triângulos retângulos tendo mesma soma dos catetos, qual é o de hipotenusa mínima?

1.16 Versão 1

Cada um dos três lados de um trapézio é igual a 10 centímetros. Qual o comprimento do quarto lado para que a área seja máxima?

1.17 Versão 1

Calcule o setor angular de maior área entre todos os que tem um perímetro p. (dica: use radianos).

1.19 Versão 1

Sejam a e b os dois lados de um triângulo. Determine o terceiro de forma que a área seja máxima.

2.1 Versão 1

Determine o número positivo que tenha a maior diferença com seu cubo. Por que o número ficou entre 0 e 1? E quão grande é a diferença?

2.2 Versão 1

Determine x, x é um número real positivo, tal que x + 1/x é máximo. Demonstre que não existe x, com x<0 que cumpra a condição.

2.5 Versão 1

Determinar dois números que somam 12 e tais que a soma de um deles com o quadrado do outro seja máximo.

3.1 Versão 1

Uma base de um trapézio isósceles é o diâmetro de um círculo de raio a e as extremidades de outra base estão sobre a circunferência no círculo. Achar o comprimento da outra base, se a área é máxima.

3.1 Versão 2

Uma base de um trapézio isósceles é o diâmetro de um círculo de raio 10 cm e as extremidades de outra base estão sobre a circunferência no círculo. Achar o comprimento da outra base, se a área é máxima.

3.1 Versão 3

Uma base de um trapézio isósceles é o diâmetro de um círculo de raio 10 cm. e as extremidades de outra base estão sobre a circunferência no círculo. Achar o comprimento da outra base, se a área é máxima. (agrega o desenho)

3.2 Versão 1

Achar as dimensões do retângulo de maior área inscritível na elipse (x/a)**2 + (y/b)**2 = 1.

ANEXO 5

5. TRABALHOS EM PARES

Apresentamos aqui, a resultado da segunda etapa da pesquisa, os problemas que foram apresentados a os alunos e separados por datas de trabalho, apresentamos os comentários da aula feitos pelo observador, os resultados da folha de auto-avaliação, a transcrição das fitas e os protocolos dos problemas resolvidos pelos alunos. As transcrições das fitas, conservam a linguagem com que foram faladas.

5.1 PROBLEMAS

PROBLEMA A

Tem-se 10 soldados e quer-se forma-los em 5 filas de 4 soldados cada fila.

PROBLEMA B

Na beira do rio um pescador, uma ovelha, um lobo e um repolho, tem que cruzar o rio em uma barca que pode levar só dois deles. De que jeito os levara o pescador até a outra beira do rio?.

PROBLEMA 1

Encontrar a área do maior retângulo que tem 200 cm. de perímetro.

PROBLEMA 2

Um campo retangular terá que ser cercado com 300 m. de cerca. O campo fica na beira de um rio reto e nessa parte não precisa ser cercado. Encontrar a área que pode-se cercar.

PROBLEMA 3

Dentre todos os retângulos de perímetro dado 2p achar os de área máxima.

PROBLEMA 4

Um campo retangular vai ser fechado com uma cerca e depois dividido ao meio por outra cerca. Se a cerca que passa pela metade custa Ncz$ 100 por metro e a outra Ncz$ 250, encontrar as dimensões da maior área que pode cercar-se com Ncz$ 480000.

PROBLEMA 8

Precisamos construir um retângulo de área de 10 centímetros quadrados e que seu perímetro seja mínimo. Encontrar as dimensões. (o problema foi trocado para 16 e 36 centímetros quadrados de área).

PROBLEMA 9

Quais devem ser as dimensões de um jardim retangular de 432 metros quadrados de área para que ao murar-lo gasta-se o mínimo possivel, sabendo-se que o vizinho do lado paga a metade pelo muro que limita sua propriedade.

PROBLEMA 10

Um campo retangular tem área de 2700 metros quadrados, sera cercado nos limites e uma cerca adicional o dividira ao medio. Se o custo da cerca do meio é de Ncz$ 200 e da dos lados é de Ncz$ 300 por metro linear. Encontrar as dimensões que façam o custo mínimo.

5.2 FOLHA DE AUTO-AVALIAÇAO

VALIACÃO DA ATIVIDADE

NOME _____ DATA _____

Numero do problema _____

Conhocia o problema? *sim* _____ *não* _____

Tem trabalhado um problema semelhante? *sim* _____ *não* _____

Tinha alquma idea para comenzar a resolver o problema? *sim* _____ *não* _____

Fizo uso dos esquemas propostos?

A	B	C	D	E
Não utilize os esquemas		Utilize algumas estrate'gias		segui os esquemas paso a paso

A dificuldade do problema fue?

A	B	C	D	E
facil		rasoable		dificil

Enquanto trabalho, Você se sintio'?

A	B	C	D	E
inseguro		mas o menos seguro		muito seguro

Utilizo' o computador na resolução do problema? *sim* _____ *não* _____

Como fue' que o utilizo'? _____

a. Para adquirir informação
b. Aumentar a informação
c. Calcular derivadas de funcões
d. Facer calculos
e. Outros _____

Não utilizo o computador debido a: _____

a. Não precize
b. Não posso utilizar-o
c. Não tinha o que precise
d. distrae-me no trabalho
e. Outros _____

5.3 COMENTARIOS, AULAS E PROTOCOLOS

PRIMEIRA REUNIAO COM O GRUPO COMPLETO.

DATA: 09-04-89

PRESENTES : Ademar, Clodoaldo, Natal, José, Eduardo e Leonel.

HORA: 9:00

A primeira reunião, foi para informá-lhes o processo da pesquisa, e perguntar se eles estão em disposição de que seus dados e comentários fozem, gravados e logo transcritos a máquina, além que algum grupo tinha de ser gravado em video. Eles incluso até gostaram do fato de que seus nomes fossem sair impressos na pesquisa.

A seguir nós, dimos uma leitura as instruções para o uso do micro e dos distintos programas que foram preparados para eles. Depois passamos da teoria para a prática e os organize em dois grupos (para fazer uso dos dois micros), dei para eles dois jogos de disquetes e em um micro eles começaram a fazer a implantação do sistema operativo e logo o uso da calculadora, no outro micro além do sistema operativo, eles instalaram o prolog e o main.pro. Depois praticaram a instalação do dbase e os programas que tem os problemas (todos fizeram uma copia impressa de algum problema). A atividade terminou logo de que cada um deles instalou todos os linguagens e programas. No início da atividade, se destacou Natal, pela familiaridade com que trabalho com o computador, então eu o designé para ele instruir a seus colegas no prolog e os programas que utilizam o prolog. Depois no outro grupo, Clodoaldo paso a ensinar a seus colegas a forma de instalar o dbase e os programas que carregam os problemas.

A atividade terminou às 11 horas da manha.

PRIMEIRA AULA COM ADEMAR E MICHELLA

DATA : 11-04-89

HORA: 12:20

Nesta primeira atividade, eu dei para eles dois problemas de engenho. Com o propósito de que pudesse ilustrar o uso das estratégias de solução e a necessidade de responder as perguntas insubstituiveis. A minha surpresa foi de que eles muito pouco sabem do que são os dados de um problema e do que é uma incógnita, tente mudar a linguagem trocando as perguntas. Depois eu tente fazer de que utilizaram as estratégias de solução. Mais adiante, quando eles tentavam resolver o problema do pescador e a barca, eu chame a atenção para que eles não ficaram com tudo na mente e tentem fazer desenhos dos viagens do pescador e a barca. Desse jeito foi fácil para eles descartar as possibilidades do primeiro viagem e logo passar a pensar no segundo viagem.

Eu ache que a minha intervenção no processo foi demais, e tento diminuir nas futuras aulas. Acho que o professor que trabalho muito tempo com outra metodologia, tem dificuldade de se adaptar a esta nova. Só tem que ter vontade.

Nas folhas com os problemas, se pode constatar que eles não tinham costume nenhuma de rascunhar enquanto pensam, e só depois de eu fazer alguns desenhos para eles na minha folia, eles pasaram a fazer desenhos nas de eles. No primeiro problema, entregaram a folha quase em branco.

PRIMEIRA AULA COM ADEMAR E MICHELLA

DATA 11-04-89

hora de início 12:20

Ademar estuda a 8 serie em escola noturna e não trabalha

Michella estuda 7 serie em escola noturna e não trabalha

P. Agora nos vamos a ver estas outras folhas, eu quero que voces, cada vez que vam a resolver um problema, como estos que tem agora. Voces tenham presente estas folhas, as perguntas insubstituiveis, especificar, qual é a incógnita, quais são os dados, qual é a condição. E tem algumas dicas para ajudar a voces, diz,utilize adequadamente a informação, não introdusca mais restrições das que precisa, obtenha uma visão geral do problema, pergunte pela pergunta do problema. Tem algumas coisas como Evite: Introduzir

restrições a mais. Agora, quer ler o problema?

A. Se tem 10 soldados e quer forma-los em 5 filas de 4 soldados cada.

P. Isso, ta certo?, tem alguma dúvida?, tá bom?. Bom então, agora que voces tem o problema aí, tentem contestar as perguntas.Eu vo dar-lhes uma caneta azul, para que depois eu faça as minhas anotações em outro cor(os alunos ficam trabalhando por 1 minuto e não falam nada). O fato de trabalhar dois é para que se falem, perguntem, não para que trabalhem dois aqui e fiquem separados na mente, ta certo?. Então, tentem discutir, falar, alguma coisa assim.

M. Você sabe quantos solda, ne, soldados?

A. São 10 soldados, ne, eu quero formá-los em 5 filas de 4 soldados, de 4 soldados cada.

M. Ah!

A. Oh, vamos lá. Se tem 10 soldados.

M. E que tem que saber?

A. Eu quer, o que eu quero saber, bom vamos lá (pausa de 8 segundos), quer, quer, eu só que saber, se para formá-los em 4 filas, formá-los em 5 filas de 4 soldados, então, se tem 10 (pausa de 45 segundos), são 10 soldados, quero formar em filas, quero formar em 5 filas de 4, 10 acho que , 5 vezes 4, 20 divido por 4 (pausa de 10 segundos).

M. Que que você quer saber?, Quantos quantos soldados vam, em 5 filas

A. E, acho que, que 4 soldados, 4 soldados (pausa de 55 segundos).

P. Vamos ver agora, temos 3 perguntas, tenha essa folha aí na frente. Qual é a incógnita?. o que tem que fazer aí.

A. Descobrir qual, descobrir aqui quantos soldados vam nas filas.

P. Não, não, Quantos soldados? é assim?.

M. Mais a fila fala que tem 4 soldados.

A. E, tem 4.

P. São 5 filas de 4 soldados e são 10 soldados, bom: então que pergunta, o que o problema pergunta? (pausa de 22 segundos). Ou não tem pergunta, você acha que não tem pergunta?. Hum?. Ademar?

A. Acho que não tem pergunta.

M. Sim os soldados são 10.

A. Não tem pergunta.

M. São 10, ne, são 10 soldados e já tá falando o problema que tem 10 em 5 filas de 4 soldados.

P. Ok. e quantos soldados você precisa para fazer 5 filas de 4?
(pausa), hum?

A. 5 filas de 4, quatro, oito, dez e seis soldados

P. Não, dez e seis não

A. Espera ai. 5 filas de 4 soldados ne, então ficam 9 soldados e sobra um.

P. Não, Não rapaz, 5 filas de 4 (pausa 8 segundos).

A. (em tom muito suave), há 20!. 5 filas de 4, ne.

M. (interrompe), vai dar 20. (em tom muito suave), ha! multiplica.
P. 20 soldados, certo?. E voces tem quantos soldados?.
M. Tem 10.
A. Só tem 10.
P. Então, voces que vam fazer?
A. Agora multiplica 5 vezes 4
P. E. pra saber quantos soldados.
A. Ali vai dar 20.
M. 20
P. E voces só tem 10
A. Aí, só tem 10.
P. Então?
M. 20
P. E aí o fato , não?
A. E.
P. E dizer, Como você faz, para por os soldados em 5 filas de 4, se só tem 10 soldados?
M. E se tem dois?
P. Divide em dois cada um?
M. Não, em dois?
P. Você é maluca hem?, (rie). Bom, passemos a outra pergunta, Quais são os dados?. Isso sim tem, não?. tem ou não tem dados o problema. Ademar, Michella. Tem ou não tem dados?, O que são os dados?, hum?.
A. Tem dados.
P. Eh. Quais são, então?
A. Eh?
P. Os soldados, hum?
A. Os Soldados
P. Tem quantos?
A. Tem 10.
P. Bom, então são 10 soldados.
A. E 5 filas de 4 soldados.
P. Ok, vamos a esta folha. Estratégias para a solução. Essos são atividades que voces fazem para ajudar a compreender o problema. Voces Poderião fazer um desenho do que lhes estão falando?, Hum?.
A. (com muita decepção) desenhar.
M. (com risos) desenhar.
P. Ou um esquema, uma coisa assim, hum. Aí na folha, é dizer, não desenhar um soldado ou uma coisa complicada, é dizer uma coisa que possa representar, hum. (pausa de 4 segundos), Como veriam os soldados desde arriba?. Uma coisa assim. não?. Certo. Isto não seria um desenho do que está falando?, você precisa fazer 5 filas de 4. Isto é um desenho. você acha que isto poderia ajudar de alguma forma?. De aqui, de aqui é onde nós podemos ver, puxa vida!, só aqui temos 10, e faltam mais dez. Então, como posso fazer...
M. Aqui também tem 10.
P. E, mais o problema só tem 10. Então?, então?, como conseguir 5 filas ..
A. Sim de 4 soldados.
P. Bom, deixa o problema. O que eu estou tentando é

que voces começaram a usar Isto. Vejam este outro, mais adiante eu vo voltar a este problema. Michella, faz favor de ler o problema.

M. Em uma ribeira de um rio tem um pescador, um lobo, uma ovelha e um repolho, tem que cruzar o rio em uma barca que pode levar só dois dele. De que jeito ele pode levar aos demais a outra ribeira. Eu já vi essa piada.

P. E, então, primeiro vamos as perguntas. Ta?, Quais são os dados?.

M. Os dados? (pausa), Eu já vi essa piada antes.

P. Hum, (uma pausa, na qual se escuta cochicho dos lábios deles sem que podam-se distinguir palavras).

A. Os dados, é: uma ribeira, um rio, um pescador, uma ovelha, um lobo, e um repolho, e uma barca e na qual só podem passar dois, aí ele pergunta de que jeito ele pode passar se só cabem dois.

P. Então, os dados quais são?.

A. Os dados? (pausa de 29 segundos).

P. Não?

A. Não.

P. Os dados são, bom. Você tem aí 4 coisas. O pescador, o lobo, a ovelha e o repolho, e a barca. Ta certo?

A. Ta.

P. Bom essos são dados, Que mais tem de dados?.

M. O rio.

P. Tem o rio que cruzar. que mais?

M. A ribeira.

P. De esta ribeira para esta outra ribeira. (pausa de 21 segundos). Há você podería levar todos juntos na barca.

A. Não, só dois.

P. Há!, esse é um dado muito importante.

A. Só dois deles.

P. Você pode levar só dois deles.

M. Pode levar a ovelha e o lobo.

P. Há!, e como vai fazer, ai esta o assunto. Agora, bom, nos temos os dados a condição é que não pode levar mais de dois, não. é uma incógnita: que vai fazer para levar isso, que vai fazer.

A. Aha.

P. Certo, que vai fazer?, como vai fazer?. Ok. Vamos aqui às estratégias. Voces acham que alguma delas pode servir?. Fazer um desenho?.

A. Fazer um desenho do problema, não é?.

P. Fazer um desenho, como faria?, como faria?.

A. Desenho uma barca, com um pescador, uma ovelha, um lobo e um repolho. ai tá que tem um porão, não podem, só dois é que podem atravessar.

P. Só dois que podem.

A. Calma ai.

M. Esses dois vai contar também o pescador?, é?, é?

P. O pescador mais alguma coisa.

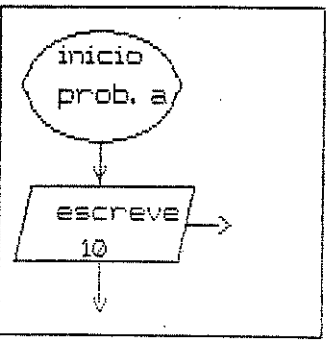
A. Calma ai, então não seria assim, só levara o lobo,

não, o pescador e o repolho.
P. Então o lobo come a ovelha
A. A é, o lobo come a ovelha.
M. O lobo come a ovelha.
A. E ou, e ai ou.
M. Porque a ovelha não come repolho, não?
P. A ovelha come repolho.
M. Come?
P. Come, claro.
A. Então ficaria o pescador e o lobo.
M. O lobo come ao pescador.
P. Bom o pescador tem que ir, porque se não que leva a barca.
M. Mais o lobo pode comer o pescador.
P. Hum.
M. O lobo pode comer o pescador.
P. Há!, não, vamos supor que o pescador sabe-se defender.
M. (rie).
M. Então, leva o pescador o lobo e a ovelha come o repolho.
P. Leva o pescador com?
M. O lobo.
P. O lobo. e a ovelha come o repolho. Você tem que levar as coisas sem que ocurra acidente.
M. Há! mais não um de cada vez.
P. Por isso, um de cada vez. Mais qual é a ordem. Se você leva primeiro o lobo,como você está falando, então a ovelha come o repolho, então o problema tá ruim, não?. Se leva primeiro o repolho como ele falô, então o lobo come a ovelha. então?.
A. Então, primeiro tem que vir o pescador para levar a barca.
M. E tem que volver para pegar os outros (rie).
A. Primeiro, pescador ...
M. Leva Ovelha
A. O pescador leva ovelha.
M. O lobo come repolho?
A. Aí, o lobo, depois ele tem que voltar de novo.
M. Aí ele pega.
P. (pausa de 11 segundos) Como?, porque voces ficam com tudo isso na memória?, porque no fazem ...
A. Um desenho.
P. Não?, fazam. Aqui tem quatro coisas, tem as ribeiras e vai tentando não?. Aqui primeiro vou passa o repolho, você falo não?, então aqui vai ficar, ovelha e lobo, então não dá. Agora faz outra, agora ela falô, vou levar o lobo, então fica ovelha e repolho e não da. Isso que fala ali, fazer um desenho, um desenho que ajude,nave?. Você viu que essa não dá, levar primeiro o repolho, esta outra não dá, levar primeiro o lobo, Bom, que outra podemos fazer.
M. Levar a ovelha e deixar o repolho ...
P. Tá, faz isso. Faz, são duas linhas e ponha as iniciais das coisas, não importa onde. Levou a ovelha e

fico?.
M. Fico o lobo.
P. O lobo não come repolho. Ta. O primer viagem tubo sucesso. Tá certo, então.
M. Bom quando ele volta lá a ovelha já saiu (rie).
P. Não, Não, ele deixou ela amarrada, ponha um laço no pescoço.
M. Ele tem que levar os tres para o outro lado, também?
P. Isso! e ele também, não é. (pausa de 24 segundos)
A. Tem que levar só dois, dois de cada vez, é?
P. Ele mais alguma coisa.
A. Pescador mais um, é?
M. E?. Se ele se virar com o repolho, a ovelha come o repolho, se ele se virar com lobo, o lobo come a ovelha.
P. Hum, então?
M. Não tem saida.
P. Porque?
M. Por que se ele leva uma coisa ela come, se ele leva o lobo, o lobo come a ovelha.
P. Não existe outro jeito?.
A. Se ele joga o lobo dentro da exiguidade, ali acaba com o problema.
P. Ali acaba o problema. A uma coisa, Evite fala a folha, é uma coisa muito importante, evite introduzir restrições a mais. Ninguém faló que ele não podia trazer algo de volta, o faló.
A. Não.
P. Não falo, é uma restrição que voces pusierom sozinhos. Então, olha aqui: Ele pega a ovelha, ta ai e como você faló, agora ele pega o repolho e traze de volta a ovelha, quando chaga a esta ribeira, ele pega o lobo e deixa a ovelha, então na outra ribeira ele deixa o lobo com o repolho, volta sozinho pega a ovelha e já está. Olha aqui, faz o primeiro viagem e traz consigo a ovelha, agora o segundo viagem, ele traz o repolho e na volta ele leva a ovelha, no terceiro viagem ele deixa a ovelha e traz o lobo, depois volta sozinho, e deixa o repolho com o lobo e vai fazer o quarto viagem para trazer a ovelha. Bom, esses problemas são de brincadeira, os que a gente vai fazer são de matemática. Mais .o que eu queria é uma coisa. Voces tem que ter presente as folhas que preparei. Voces tem que ter claro, o que pergunta o que tem , as coisas que perguntam e as coisas que tem, tem que ter claro, não introduzir restrições a mais. O problema do soldado, é um problema que eu vou deixar de tarefa.(se escuta uma expressão de Há, não sentido de não gostaram), e brincadeira, não tarefa no sentido que voces tem que trazer, tarefa no sentido de que voces vam pensar em ele, e nós falaremos dele amanha. Voces ponha trabalhar aos parentes, amigos, mais não a os outros da turma. Então, outra coisa que fico claro é, que se voces fazem um desenho, as coisas facilitam, caso contrário voces ficam com todo na cabeça. Não que voces

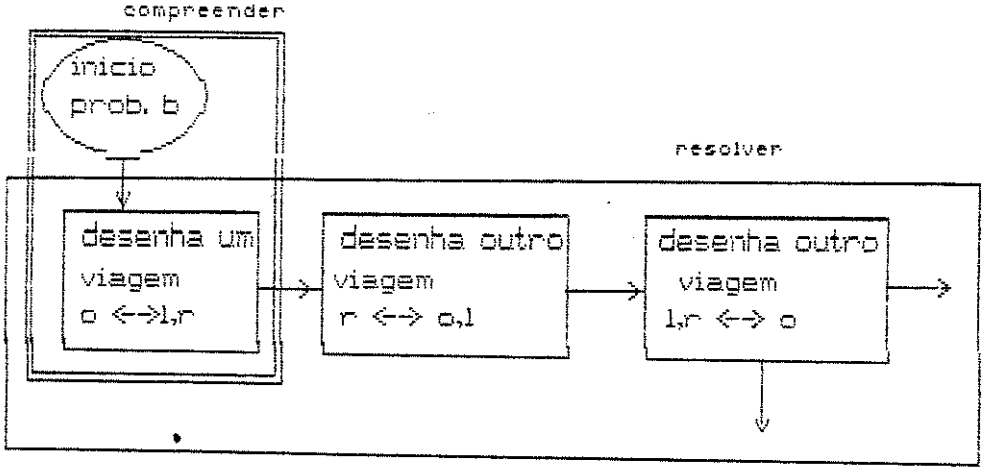
usam lápis de cor, não, fazer uma coisa, um esquema que da para entender e vai dando para ver soluções, um dá tudo bom, este não dio, este não dio, este dio agora dele eu parto para fazer os demais. Eu já tinha a resposta certa, e o problema esta aí precisamente por isso, já que muitas vezes um pone restrições. O problema não fala de que ele não possa voltar com alguma coisa, mais uno pensa solo em levar, e essas restrições são as que não permitem resolver o problema. Ta certo?. Bom, temos ainda 15 minutos e vamos deixar o problemas aqui, então vam para aquela máquina e fazem o trabalho de por o dbase. 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297

Hora 12: 48.



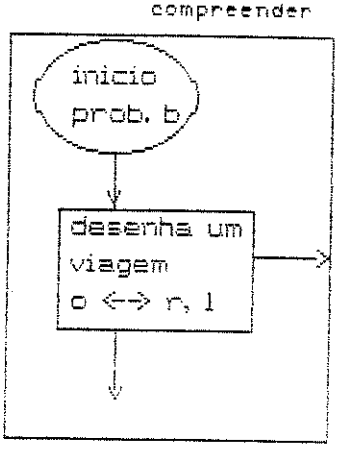
compreender

Ademar 11-04-89
Problema b



Michella 11-04-89
Problema a
em branco.

Michella 11-04-89
Problema b



SEGUNDA AULA COM ADEMAR E MICHELLA

DATA: 12-04-89

HORA DE INICIO:

HORA DE Conclusão: 13:01

Nesse dia eu dei para eles o primeiro problema dos preparados. Depois de dar leitura a ele, Michella faló que ela tinha problemas, porque não conhecia do que tratava o problema, então a convidei para perguntar ao computador o que ela precizava. Ela pegou as definições e voltamos a trabalhar no problema. Eu dei para eles uma folha com quadrícula, uma prancha e 4 pregos, um barbanté tudo isso com o proposito de que eles fossem formando os retângulos que precisam. O problema maior que se apresentou foi de como eles conservar o perímetro do retângulo. Eu convidei-lhes a fazer uma tabela onde fossem escrevendo os dados dos retângulos construidos. Nos usamos quase uma hora e só conseguimos formar 3 retângulos com perímetro de 20 cm. e calculamos a área. Agora na próxima aula, continuarão com o problema para poder otimizar o resultado.

Uma nota interessante foi de que em várias ocasões em que o perímetro do retângulo construido, foi maior de que 20, eles tentavam e faziam ainda um retângulo maior. A relação de perímetro com o tamanho do lado, ainda não está presente neles.

Hoje eu notei que eles usaram mais o papel e o lápis, no cálculo dos perímetros e das áreas. Também pasaram a desenhar ainda mais, muitas vezes tentando abandonar o modelo de pregos e barbante para utilizar a folha. Eu pode observar que em alguns momentos, a atividade se tornou individual e cada um deles procuro um retângulo.

AULA COM MICHELLA E ADEMAR
DATA 12-04-89
HORA 11:52

P. Vamos trabalhar com Ademar e Michella, na segunda reunião com eles. Eu vou entregar agora o problema número 1 para voces, este problema ... já não é o problema aquele do pastor e os ... Voces já fizeram o problema dos soldados.
M. Hum hum Se o senhor de esse aqui para mim, não vou fazer ní um.
P. Esse de ontem foi porque estávamos fazendo ali ...
M. Uhum. (pausa)
P. Como que fue com os soldados, Ademar? Aparecieron os outros 10?. Não tem que aparecer, só com 10 da. Bom, vamos com este problema. Este

problema fala ... Bom eu não tenho folha, pode ler?

M. Encontrar a área do maior retângulo que tem 200 centímetros de perímetro.

P. OK. exato. Agora eu quero que voces vean essa folha que fala da compreensão do problema. O que é compreender um problema?. Vamos ver aqui em compreensão de problema, ah, dice que Enquanto não conteste as perguntas insubstituiveis, lembram das perguntas insubstituiveis? (pausa 10 segundos). Está lá na parede (pausa 10 segundos)

M. Qual é a incógnita?

P. Quais são os dados?

M. Qual é a condição?

P. A condição. As perguntas. Então fala aí, para compreender um problema, se eu não é contestado as perguntas então, faça, o que vai fazer?

A. Ler o problema.

P. Isso, que mais

A. Utilizar os preliminares necessários, resumir o problema e utilizar as estratégias de solução.

P. OK. Ler o problema, utilizar os preliminares necessários, também tá aqui, para ver quais consigo pegar aqui. E resumir o problema, utilizar as estratégias de solução.Isso...isso e uma ajuda para reso...Ah! compreender um problema. Na compreensão ,de um problema. Bom... Posse você agora ler o problema já que Michella já deu uma leitura, agora você.

A. O problema?

P. Isso.

A. Encontrar a área do maior retângulo que tem 200 centimetros de p.

P. De perímetro. Pode resumir o problema agora? E assim com as palavras de voces, o que ... o que ... (pausa 23 segundos). Ah?. Lea, lea outra vez, para você resumir. (pausa 18 segundos).

A. E para resumir o problema?

P. Diga o que você entendeu do problema, em suas palavras.

A. Aqui diz a desenhar um retângulo e achar o perímetro dele.

P. Isso. (pausa 19 segundos). Que acontecio?, porque você faz essos olhos?, (pausa 10 segundos). Bom, voces podem responder as perguntas?. Aquelas lá. (pausa 10 segundos).

A. Aquelas?

P. E, aquelas lá. As perguntas insubstituiveis. (pausa 10 segundos).

A. A incógnita seria o retângulo.

P. Isso.

A. Os dados são os que estam aqui no problema, e a condição ...

P. Bom. Você sabe o que é condição?

A. Não.

P. Aqui não se chama condição? ... Mais o menos ... uma equação. Qual é a equação?, Bom isso melhor mais pra frente. Eu quero estar perto de ... de a micro.

Voces lembram do que é um retângulo?. A lástima é que não tem video, Ademar, sino isso ficaria, mas na gravadora não da. Ok. Tem um retângulo, Qual é a área de um retângulo?

A. A área a encontrar, você tem 200 centímetros de perímetro.

P. Não!. Certo. O que se chama área de um retângulo? Nos poderíamos... se voces quisesem poderiam usar o computador e perguntar.

A. Qual é a área.

P. Isso, outra coisa, lembram o que é perímetro?, ... Não? (pausa 6 segundos)...Bom, antes que voces mecham com o computador, eu quero que façamos uma coisa, vamos usar essa tabela (pausa 5 segundos) e vamos ponerle uns pregos e um barbante para formar um retângulo. Por exemplo ... vamos a ver, agora eu ... eu tirei quadrícula. Agora recortamos aqui e colocamos um prego. (pausa 39 segundos). E agora, Qual seria o perímetro? (pausa) deste retângulo? (pausa 23 segundos).

M. Aqui não pediu retângulo.

P. Retângulo sim.

M. Então, perímetro não.

P. Ah, então agora você pergunta a máquina o que é perímetro. Primeiro pergunta o que é perímetro, certo?. E depois pergunta o que é perímetro do retângulo. (pausa). Então melhor fazemos isso primeiro. (pausa 8 segundos). E nós com um barbante criamos um retângulo. Tá certo?. Tá bom. (pausa). Eu acho que vamos usar o computador, para voces tenham as definições e ademais lembrem. Tá certo?. Então (pausa 16 segundos). Traiga uma folha (pausa 70 segundos). (ficam trabalhando no computador).

M. Tenho que usar isto escrito pelo computador cada vez que use sempre?

P. Até que você decorar, depois um decorar e já não precisa mais dele. (pausa). Agora tiram um pedaço daqui (pausa 23 segundos).

M. Preciso colocar isto aqui também? (pausa 17 segundos).

P. Pode colocar o outro no B. Aí no B não hay. (pausa 20 segundos). Deixamos este de aqui para aqui e colocamos este de aqui B. (pausa 18 segundos). Bom tá certo. Agora colocamos este aqui no A (pausa 17 segundos). Ponha enter.

M. Pom enter?

P. Ponha enter e agora o nome do programa. O nome é... Não, o programa (pausa 27 segundos). Ta certo. (pausa 16 segundos). Agora Michella. (pausa 13 segundos). Ta com frio? (pausa 11 segundos). Agora sim, está copiado. (pausa 10 segundos). Aí há um erro!.

M. Aí? (pausa)

P. Bom, agora tá pronto (pausa 5 segundos)

M. Agora eu posso perguntar?

P. E você tinha umas dúvidas desde lá.
M. Este aqui tem que escrever que é perímetro?
P. Ta. (pausa 11 segundos). (Entra uma pessoa na sala e interrompe) (pausa 20 segundos).
M. Posso colocar a resposta?
P. Há?
M. Aqui.
P. Isso, sim. (pausa 35 segundos). A gente pode tirar essa. Cada vez que você tira uma coisa aqui, depois de tirar ... Puxa vida. (pausa) Então aperta. Você aperta esta tecla e esta, tá olhando?.
A. Tá Vendo? (pausa de 9 segundos, enquanto imprime).
P. Tem alguma coisa para perguntar, ... Michella?
M. Area.
P. A área é bom, pergunte, não?. Agora aperta ... Ela não sabe o que era um, você tampouco não sabe, não?. Isso de aí não é portugues. O é?, Não é, Não?. Então era por isso que não entendiam. Agora aperta esta aqui. (pausa 25 segundos). A área do que é que você queria?.
M. Do perímetro.
P. Do perímetro?.
A. Michella, não é a área do retângulo?
M. Ah!, é do retângulo.
P. Ta com sono?. (pausa 38 segundos). Que pergunto?
M. O que?
P. Basta. Quer imprimir.
M. Sim.
P Agora ... Agora já não da, pergunta outra vez. (pausa 40 segundos). Então? ... Esse aqui você pode deixar todo o tempo que quiser. Então deixa aqui
M. Então pode colocar esta aqui primeiro
P. Pode por esta primeiro mais deixa ai. Então depois você faz isso. (pausa 10 segundos). Que outra coisa tinha aqui. Você sabe o que é perímetro, mas não sabe o que é o perímetro do retângulo, Não?. Certo?. Tem alguma pergunta? (pausa 9 segundos).
M. A área do perímetro?
P. Perímetro do retângulo. (pausa 42 segundos). Quer a copia?. Tira copia. Aí não tem problema. (pausa 13 segundos). Ah!, já falei o que era retângulo?
M. Já. (pausa 8 segundos)
P. Quem pergunto? (pausa) perímetro, porque você Michella pergunto área. E depois pergunto perímetro do retângulo.
M. Tem que perguntar o que que é retângulo?
P. E. (pausa 53 segundos).
M. Para mi é mais fácil achar a área, e pra mi mas difícil é achar o perímetro do retângulo.
P. Mas se presta atenção, não. (pausa 10 segundos). Como que está melhor, assim ou assim.(pausa de 52 segundos).Esta melhor assim.
A. Está assim.
P. Então o que era perímetro? (pausa 11 segundos). Fala para ela o que é perímetro.

A. É a soma dos lados. com... dos lados. (pausa 5 segundos).

P. A soma dos lados!. É suficiente, Não?. E a área?. ... Bom, Olha aqui Michella, neste ... no retângulo que nós temos. Bom, o perímetro seria a soma dos lados, e aqui no barbante o perímetro seria exatamente que coisa? ... O que seria?. (pausa 9 segundos).

M. Seria aí a medida do barbante?

P. Exatamente, a medida do barbante. Certo. (pausa), Bom agora eu tinha aqui, um, dois, tres, quatro, cinco. E aqui, um dois, tres, quatro, cinco, seis. E tem aqui e tem aqui. Então este aqui é 6 e este quanto da? (pausa 5 segundos). Se eu sumo isso, isso, 28, tá certo?. Então, nós estamos certos. Então o perímetro que vamos a pegar ... são o comprimento do barbante, tá?. Agora qual é a área deste retângulo?. Que fala a área.

M. A área de um retângulo é o produto dos lados com fórmula altura vezes base.

P. Isso. Então

A. Vezes base ...

P. E isso deu?

M. A soma da base

A. A soma da base com a altura da ... 20

M. Tem que somar tudo? ou somar só isso.

P. Você que falou. Você que falou... Somar?

M. Oh, aqui tem que somar todo?.

P. E tem que somar tudo. (pausa 7 segundos). Fisicamente o que é que é a área?

A. A parte de um retângulo ...

P. Exatamente. (pausa) E bom porque você coopera muito e tá lembrando tudo. A área é esta, o perímetro é este. Agora uma pergunta: Será que eu posso formar outro retângulo com o mesmo perímetro?

M. Não entendi.

P. Com o mesmo perímetro, com o mesmo comprimento de este barbante, mas que tenha diferente área.

M. Então podem ter perímetro igual e área igual?

P. Que tenham área distinta. ... Faz um retângulo assim e outro assim. (pausa). Precisa por nome. (pausa 15 segundos). Ah esse sería muito parecido, não?. Já vamos fazer. Favor Michella, entrega um para cada um. Bom, agora eu quero que voces brinquem com o barbante, eu vou fazer aqui um retângulo e vamos por um sinal para ver onde é que chega. Agora vamos ver quanto é o que a folha fala de perímetro.

M. Não tem.

P. Ah, não tem. Então nós vamos fazer um ... uma escala. Sabe o que é uma escala?. Então em vez de tomar 200, vamos tomar 20. Vou por aqui um sinal para ver onde é que está o 20. Está certo?. (pausa 4 segundos). Agora eu quero que voces fazam ... Quantos perímetros?. Façam ... perdon, perdon, outros retângulos que tenham perímetro 200. Agora fala aí.

Agora vamos procurar, o que está aí não da. E aparte, é a parte. (pausa de 16 segundos). O prego coloca, já na parte da folha (pausa 40 segundos). Não!, esse não precisa mexer. (pausa 49 segundos). Quanto é que tem?. Quanto é que tem?, Bom cada (terminou a fita).

M. Este aqui ... ia aqui?

P. Uhum. (tem uma porção da fita que não dá para entender). Bom, tem dois é aqui. Bom aqui quanto tem?

M. 5

P. Não, 6, dois de altura e 4 de base. E aqui tem 20. 20.

A. Qual é a área de este?.

M. 20.

A. A ver. Multiplicando altura vezes a base aí daria 24. Somando aqueles 20.

P. A ver, podem fazer estes cálculos?. Bom, então vamos fazer o que se chama de uma tabela, tá?. Bom você fiz um retângulo que tinha de altura

M. 4

P. De base

M. 6

P. E de área?

M. 20.

P. 20 é?

M. 24.

P. Tá. Bom, agora vamos fazer mais um e vamos continuar fazendo outras coisas depois. Tá certo?. (pausa 5 segundos). Bom, vamos fazer uma tabela parecida com esta. (pausa 10 segundos). Tenta fazer outro retângulo, deixa esse assim. (pausa). Deixa o barbante assim. (pausa 10 segundos).

A. Aqui é 20?. Porque aquele tinha 24.

M. Mas, lá era 4 e 6. (pausa 17 segundos).

P. Quanto que hay aqui?.

M. 20.

A. 40. (pausa 52 segundos). Ah droga não deu.

P. Haver, porque é que não deu?. Porque não elimina e retira o dois.

M. Uhum.

P. Quanto que deu no mínimo?. ... de base?

A. 18.

P. E de altura?

M. 15.

A. 15 de altura?. 30 não sería melhor?

P. O que temos que buscar?.

M. Um número mais fácil de dividir, para calcular o produto.

P. Mas perguntem, ne? (pausa 32 segundos).

A. Ainda não deu certo?

P. Mas olha!

M. Ai!

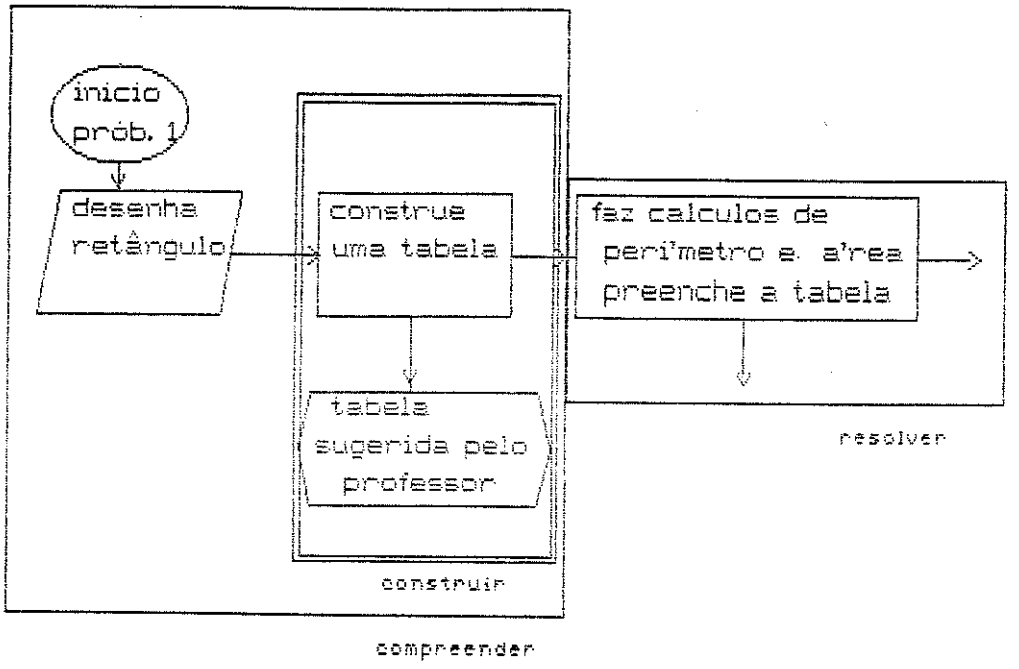
P. Mira, Mira aí. Olha, quanto tem de base e de altura, antes de mover. (pausa 21 segundos).

A. De base tem 6. (pausa 5 segundos).

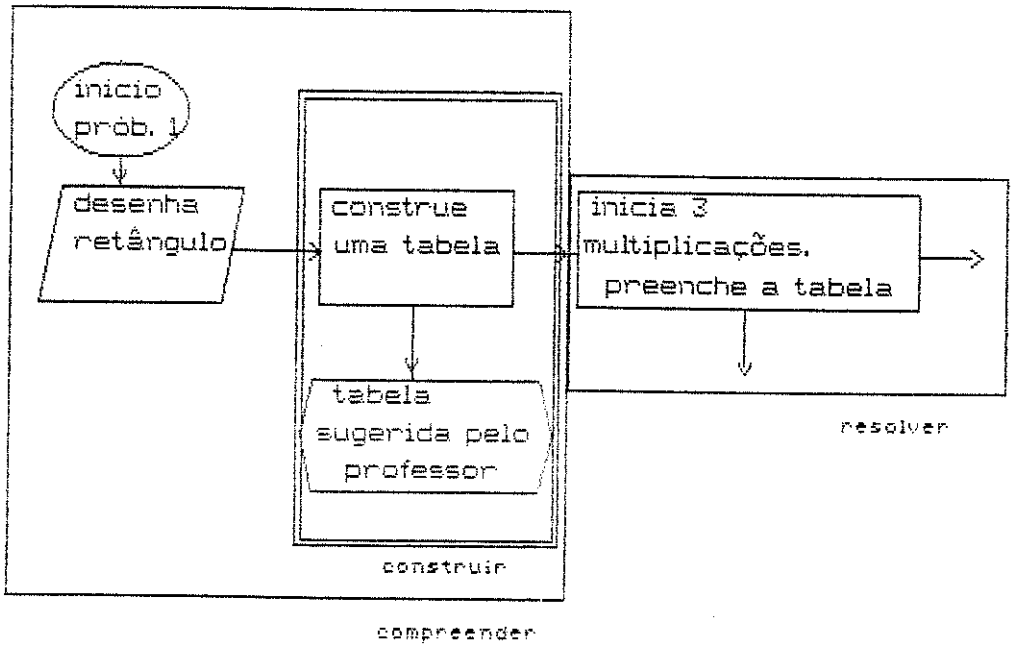
M. E de altura 5.
A. A Eu queria fazer um problema mais fácil, porque com este eu fico tonto.
P. Se querem fazemos outro, mas agora não dá. (riem os alunos) (Pausa de 24 segundos). Mais grande ou mais pequeno?.
A. Aqui se diz menor, não mais pequeno. Aqui deu menor.(pausa de 11 segundos)
P. Vai continuam tentando.
M. Ai, Ai (com sonho).
A. Agora acho que da.
P. Vai e tenta, se não deu, continua tentando. (pausa 24 segundos). Um, dois, tres, quatro, cinco e seis, ainda tem uno mais.
M. Aqui oh!
A. 6,2
M. Esse prego aqui.
P. E mas aqui também. 1, 2, 3, 4, 5,6 e este azul, 6,5 e já não cabe. Este 6,5 o coloco aqui. Aqui fica 6,5 e aqui ...
M. 5
A. 4
P 1, 2, 3, 4, 5 (pausa 16 segundos). Nos teríamos quanto de perímetro?
A. De perímetro?
M. 200.
A. 200.
P. Ta. (pausa) Aqui não da. Eu aqui, eu aqui fico na parte de traz. (pausa 30 segundos). Passem-se aqui. (pausa 41 segundos). Ficou grande ainda, daria para diminuir mais.
M. Então esse não esta certo?
P. Não, ficou grande de mais. (pausa 30 segundos). Que aconteceu?.
A. E que ainda estou aqui, tenho que ir um pouco mais pra traz. (pausa 10 segundos). Agora se?
M. Oh, aqui oh.
P. Não, experimenta, experimenta, se não, não termina. Ah! e que este já está aqui, não?. Ah, tá. Ta sobrando.
M. E que aqui colocamos só um pouquinho. (pausa 15 segundos).
A. Quanto mais longe for, maior, menor ... não tem que ser menor.
P. Que mais?
A. Então ... teria que colocar um pouco ... aqui! ...
M. Mas aí você já colocou.
A. E o resto aqui, ne? (pausa 5 segundos). Ainda sobra.
P. Que vai fazer então?. (pausa 15 segundos). Quanto mede isto? (pausa 8 segundos).
A. Não sei.
P. Michella, Quanto mede isto? (pausa 5 segundos)
M. Xi, eu acho que como 40 metros.
A. Não, é do barbante. (pausa)

M. 2
P. Não, 3
M. 3?, aqui não.
P. Isso.
M. Então vai dar (faz cálculos cochichando).
P. Não, esse não. Aqui inicia. 1, 2, 3.
M. Porque esse aqui não conta?
P. Ah porque aí é onde se inicia, aí é onde você coloca o prego. (pausa 8 segundos).
A. 7 e meio. é 3 ne?. (pausa 8 segundos) 2 e meio ou 3?
M. 3 (pausa 10 segundos).
A. Passou, ne? (pausa 16 segundos).
P. Tem que somar 20 ao perímetro.
A. Então tem que tirar.
P. A gente já fiz um igual. Já fiz um que tinha quatro e tinha 6, agora precisamos fazer outro. (pausa 6 segundos).
M. Tem que fazer aqui?
A. 17 ,5 ... 7 e meio.
M. Por exemplo se tira-se 17,5 coloca-se aqui só 7, não 17 e vírgula 5 daria 21. 3 vezes daria 21
P. 21 do que?
M. 21 de perímetro
P. De perímetro quanto seria (pausa de 25 segundos). Espera aí de que ... que você esta falando . Como seria se tivera 3 e 7
M. Como assim (pausa de 12 segundos)
P. Qual e o problema?
M. Este aqui.
P. Não.
M. Então 20.
P. Isso. Olha, isto de aqui como se chama?
M. Área.
P. Uhum, Então o que você tinha calculado era área, quanto é que da?.
M. Dava 24.
P. Uhum. Vamos ver, o que é que fez?. Quanto tinha esse.
A. Um, dois, tres, quatro, cinco, seis, sete.
P. Não 7 não pode. Aí tem 4 e o outro 7. Então midam, mas eu acho que não da. (pausa 5 minutos e 33 segundos).
M. Dá 7 e meio.
P. Agora aqui que acontecio com ... a... com a área?... Não esse não.
M. Porque é menor. (pausa).
P. Aqui que nós estávamos procurando?.
A. Estávamos procurando a área menor. (pausa). A área do maior retângulo do perímetro.
P. Está meio certo, mais não está. Michella, fala o que nós estávamos procurando.
M. Encontrar a área do maior retângulo que tem 200 centímetros como perímetro. (pausa de 5 segundos).
P. Encontrar a área mais grande.

A. A maior área.
P. Isso, agora aqui já temos duas, uma mais pequena que a outra. Então vamos procurar mais, ou essa é já a maior?. Não, melhor procurem outra, assim temos 3. (pausa 3 minutos e 14 segundos). Quanto tem?.
M. Tem 8 de base e 3 de ...
A. 3 ou 4?.
P. Espera aí, quanto é que dá?
A. Teria que ter com 20 de perímetro, oito de base e 2 de ...
M. Altura.
A. 2 de altura. Aí daria 8 mais 2 10, 8 vezes dois 16 e 16 mais 16 é 32. Aí a área maior seria 32.
P. Não. Espera aí. Um momento, um momento, ponha aí. Você falou 8 mais 2, não?
A. Uhum.
P. Dá 20. E de área quanto tem?
A. Bom, somando ...
P. Não. Não pode somar. (pausa 5 segundos). Quanto que deu de área?, Aqui tem 2 e tem 8.
P. Bou te que trocar o prego...
M. Por um diferente
P. Sim de cabeça redonda sino tambien...
A. 2 de altura...
P. A ver dois de altura
A. E 8 de base.
P. Assim, perdão.
A. Perímetro 20
P. Perímetro 20, e área?
A. 16.
P. Ok. A gente vai ficar aqui porque já era a última. Nós temos que comparar as áreas que já tem encontrado e depois por os dados no computador no programa novo, ali onde voces tem os problemas resolvidos.



Michella 12-04-89
Problema 1



COMENTARIO DA PRIMEIRA AULA DE TRABALHO COM CLODOALDO E NATAL

DATA 13-04-89

Os alunos, tem mais habilidade na utilização dos micros, que o casal anterior. Então fique sabendo que um deles (Natal) já fizo dois cursos de computação e ele pode programar em linguagem Basic. Clodoaldo, está cursando a primeira serie do segundo grado e fica em uma escola técnica estudando computação. Eles apresentaram-se à Universidade quase as 11 horas (meia hora de adianto). Ao início e ao final da aula, mecherom com o micro e Natal experimentou alguns programas em Basic.

O trabalho com os problemas, foi mais independente que os anteriores, no sentido que tive que intervir menos vezes. Clodoaldo, generalmente é quem fala. Mais natal, resolveu o problema dos pescadores. Este grupo, utilizou em melhor forma as perguntas insubstituiveis e procuro por não introduzir restrições a mais. Também eles trabalharam mais com a representação de seu pensamento no papel.

O uso do video, parece que não atrapalhou em nada o seu desenvolvimento. O trabalho duro pouco tempo e eles ficaram com mais tempo para mexer no computador.

PRIMEIRA AULA COM NATAL E CLODOALDO

DATA 13-04-89

HORA : 12:07

Clodoaldo estuda de noite, na primeira serie do segundo grado.

Natal estuda de noite, na 8 serie de primeiro grado.

P. Nos vamos trabalhar sobre esta folha que fala das perguntas insubstituiveis, estas coisas foram feitas para ajudar a resolver problemas. Quando você tem um problema voces vam perguntar qual é a incógnita, quais são os dados que o problema tá dando pra você, e há, Qual é a condição, depois isto que fala de dicas, são umas dicas que estam feitas para voces ajudar-lhes, não?. Utilizar a informação em forma correta, não introduzir restrições a mais, obter uma visão geral do problema, perguntar-se pela pergunta do problema. Muitas vezes um comienza a tentar a resolver o problema e não sabe o que está procurando. E tem aqui uma chamada de atenção, evite introduzir restrições a mais. A otra folia que tem aí são estratégias de solução, estratégias pra você ajudar a organizar a informação.

pode fazer um desenho, um desenho não é que voces tem que usar lápis colorido, não. e fazer um esquema uma coisa así que dá uma idea do problema. Faz uma lista, algumas vezes tem vários dados então faz uma lista, faz uma tabela e faz um resumo do problema, eso e muito importante, fazer um resumo, porque ração, porque quando você faz um resumo do problema;já entendió aquelo que está resumindo, sino não pode resumir. Agora aqui caminhe da resposta a os dados, e quando o problema não quer sair. e um sabe qual é a solucão, então comienza a trabalhar da solução para atrás. Agora aqui, faz um modelo, amanha nos vamos trabalhar com modelo.,voces vam ver. Resolva um problema mais simple, talves o problema que voces tem fica muito complicado e outro, procurar, fazer uma procura e testar. e testar, se você não consiguio o obtuvo, fica bom não?, procurar e testar. AH, Fale do problema,e, você comenta o problema com outro, tenta encontrar soluções, tenta alternativas do problema. Bom de alguma maneira eu quero que voces tenham em mente isso quando estam resolvendo problemas, ta certo. Bom, por favor, pode ler o primeiro problema?.

C. Se tem 10 soldados e se quer formar 5 filas de 4 soldados cada.

P. Aha!. Agora, só, aí voces tem um problema, certo?, Ah acho que voces poderiam tentar responder as perguntas, organizar o problema, pensem um momento aí no problema, voces que podem fazer com ele (pausa de 17 segundos), que fariam para resolver o problema, (pausa de 11 segundos).

C. Fazer um desenho (pausa de 21 segundos)

P. Podem falar. falar entre os dois é bom, pois asi trocam ideias. (pausa de 44 segundos).

C. Eu tenho uma dúvida, são, seriam 10 soldados em 5 fileiras, então, então, 4 soldados em cada fileira seriam 20 e só tem 10.

N. Ali você escolhe 4, certo. Já chega. Qual é a condição, 10 , 10 para 5, sobra 4, (pausa de 10 segundos).

C. Perguntemos, Upa.

P. Pode falar não tem problema.

C. Não, Não, este aqui, eu não estou entendendo uma coisa não, 10 soldados...

P. Espera ali. Já está.

C. 10 soldados para fazer uma fileira de 5, seria fileira com 2 soldados cada, mais aqui seria fileira com 4 cada. Não escuta (pausa 20 segundos).

P. O problema está certo. Os dados não estão errados.

C. E, é isso que...

P. Agora. agora. eu tenha algumas coisas, Quais são os dados?.

C. Os dados são 10 soldados.

P. Dez soldados.

C. Para 5 filas

P. 5 filas

C. E essas filas se dividem em 4 soldados, e essas filas se dividem, seja 10 para 5, ou estas 5 para 4... para 2 ...

P. Não, Não, Não, eu pergunto, primeiro fazamos quais são os dados. ta?, tá falando que são 10 soldados, que mais.

N. 5 filas de 4 soldados cada.

P. 5 filas de 4 soldados cada, Essos são os dados. certo?. O que pide o problema.

C. Formar, de essos 10 soldados formar 5 filas de 4 soldados cada fila.

P. E, e esso é complicado, é difícil?

C. 5...

P. Porque?, voces tão tendo dificuldade em isso ou não?

N. São 10 soldados, se fozem 20 daria.

P. Asi, se fozem 20 daria. Então. Aí é donde esta o problema, não?. Bom, agora, dando uma olhada nesta folha será que fazendo um desenho, fazendo uma coisa destas, voces poderiam ajudar-se a resolver o problema?.

C. Seríam 10 soldados, desenho. O soldado poderia ser representado por alguma coisa?.

P. Um puntinho.

C. Então seriam 10, ne?.

P. E.

C. Certo, ... 9, 10, 10 e aqui teriam 5 fileiras, 1,2,..,5 e cada fileira teria 4.(pausa de 47 segundos)

N. Não dam as fileiras.(pausa de 21 segundos)

C. Que fazemos do problema agora, certo agora, se a gente fosse capaz, então poderíamos continuar. fazer esso então, cada fileira teria 4, ou não?. (pausa 5 segundos). E agora que?. Esses 10 aqui, então seria o propor, meu pensamento seria 5 fileiras de 2 cada, não daria para 4.

P. Ah, Ah,então, então não. Aí você modificou o problema.

C. Isso P. Esta certo, bom. Agora, pensando em 4 como serie.

C. Pensando em 4?

P. Será que tem algum jeito de arrumar as filas de outro modo?.

C. Não poderia diminuir uma fila, o teria que ser asi.

P. E, são 5 filas, sim. Se você ordena elas de um outro jeito o alguma coisa así, será que elas não dam? (pausa de 34 segundos). Ah?, Ah?, querem que troquemos problema?,porque esse, nos poderíamos voltar a ele outro dia,ta, voces poderiam como fala aí, falar do problema a outro colega para ver, o que ele pensa, tá certo?.

C. Poderia então discutir este com a outra turma?

P. Não, Com os mesmos da turma não.

C. Não poderia discutir.

P. Com outras pessoas sim.

C. Estes também fizeram este?.
P. Não, eles ainda tem de tarefa. esse problema. Eles ainda tão pensando nele, posiblemente resolvamos ele na terça feira e com voces seria então na quinta, tá?.
C. Então este ficaria para a quinta feira.
P. O que eu quero com voces nesse problema é uma coisa, voces determinarom quais eram os dados, então trabalhando, quando precisaram, chegaram a determinar alguma forma de representar o problema, certo?. Agora, tenho um problema e é este. Evite.
C. Evite.
P. Evite introduzir restrições a mais, voces estão introduciendo uma restrição mentalmente, que aí não fala. e voces lá estão introducendo e causa disso o problema não sale. há. Eu vo deixar eso na mente. O porque o problema não sale.
P. Não, o problema tá certo.
C. Então quer dizer que ele tem resolução?.
P. Eu posso, eu poderia agora mesmo fazer as 5 filas de 4 soldados pra voces, mais então não. Eu quero que voces pensem mais um pouquinho.
N. Então, a gente vai ter que ...
P. Este é outro problema parecido. Amanha vamos a fazer problemas de de de matemática. Hoje são só problemas. Ponha nome, data.
C. Posso colocar só o primeiro nome?.(pausa de 31 segundos). Eu já vi esse problema em algum lugar.
P. E?.
C. Eu já vi o problema em algum lugar.
P. O mesmo falo Michella, só que ela não falo de problema, mais falo: eu já vi essa piada. Então dá leitura ao problema, deve de estar um oco mal escrito.
C. Em uma rebeira do rio, um pescador, uma ovelha, um repolho e um lobo tem que cruzar o rio em uma barca que só pode levar dois deles. De que jeito o pescador os levará até a outra rebeira?
P. Até a outra ribeira, tá claro o problema?.
C. Certo, o repolho tem que chegar inteiro lá.
P. Não, agora. Ah. todo mundo tem que chegar inteiro, desde o pescador até o repolho. Pensem primeiro nas perguntas. Eu estou tentando que voces ordenem primeiro, depois de ordenar, então pensem em resolver o problema.
C. Enquanto..., um pescador... quais são os dados?, um pescador... uma ovelha... um repolho...
P. Lástima que Natal, não foi canhoto, porque hubiera saido bem o video, não que agora ele cobre com a mão o que ele escribe.
C. Que faló?. (pausa de 5 segundos), aqui são um pescador, uma ovelha, um repolho e um lobo, a condição é que eles atravezar, atravezar (pausa de 20 segundos) o rio (pausa de 35 segundos) vamos a desenhar. (pausa de 34 segundos) Vamos desenhar.
N. Faz um desenho.

C. Bom isto é uma ovelha, um lobo...(pausa 14 segundos), desenhe uma barca aí no medio, uma barca así Natal, há. Tem que levar?...
N. O lobo
C. O lobo então teria que ser o primeiro, aqui.
N. Mais o homem tem que ir.
C. O homem é essencial.
N. O Homem onde tá?
C. O homem está aqui. A ovelha, o lobo perto da ovelha e a ovelha perto do repolho.
N. O lobo perto da ovelha, a ovelha perto do repolho. Porque a ovelha tá perto do lobo?.
C. Para que o lobo não coma o pescador.
N. Mais, se passamos primeiro a ovelha o lobo come ao pescador.
C. E. Então quem vamos passar primeiro?
N. Então vamos passar primeiro o lobo.
C. Então a ovelha come o repolho.
N. Então.
C. Então tem que passar por aqui. Mais o lobo não come repolho, certo?.
N. Certo.
C. Então vamos passar a ovelha primeiro.
N. Então vamos passar a ovelha e o homem.
C. Não! (pausa).
N. Ah, eu vo morrer. Brincadeira. (pausa 15 segundos).
C. E agora, chegou aqui. (pausa 8 segundos).
P. Clodoaldo, tem que usar caneta.
C. Caneta?.
P. Agora continua com caneta.
C. Eu to pensando.
P. Tá. (pausa 7 segundos).
C. Aqui agora. (pausa 9 segundos). Então aqui, este de aqui tem que trazer até aqui. (pausa 15 segundos).
N. E.
C. E, esse tendrá, posso?
N. Pode.
C. Eu teria que levar o homem mais um.
P. Isso.
C. O homem mais um. Por exemplo, se eu leva-se a ovelha, o lobo não comeria o repolho. O lobo não come repolho, come carne. Depois eu poderia voltar?.
N. Depois a gente volta. Pode. (pausa).
C. Então, eu levara o homem e a ovelha.
P. Tá. Bom esse é o primeiro viagem.
C. Bom, na segunda, eu pegaria a ovelha de lá ... Então eu tendria que dar 3 viagens.
N. Mas aqui não determina o número de viagens que poderia dar.
P. Isso. Não tem problema com o número de viagens.
N. Então, leva (pausa) o lobo, porque a ovelha não pega o lobo e depois a gente leva o repolho. (pausa 7 segundos). Porque se você leva o repolho a ovelha pega o repolho.
P. E.

C. Então você tendria que levar o lobo e depois o repolho.
P. Ah é?, espera aí. O primeiro viagem?. Ele leva a ovelha.
C. A ovelha.
P. O segundo viagem? (pausa).
C. Acho que o lobo.
P. O lobo, então fica o lobo e ovelha do outro lado.
C. Acho que não vai dar certo, porque o lobo come a ovelha.
P. E, o mesmo come deste lado que de aquele lado. Então o primeiro viagem está bom, não?.
C. E, o primeiro viagem está certo.
P. Tá certo. Como é?, Natal.
N. Então quem seria primeiro é a ovelha. Então aí levaria o repolho e trazeira de volta a ovelha. Aí levaria a ovelha e trazeira o repolho. Então trazeira a ovelha e levaria o repolho, e levaria depois e voltava e pegava o lobo. Deixava ele lá, voltava e pegava a ovelha de novo.
P. Isso. Ou seja que ele, ele leva e traze.
C. Poderia fazer isso, levar e trazer?.
P. E, aí fala que não?
C. Não, aqui nada impede.
P. Isso, então, olha só. Evite introduzir restrições a mais. Ali nada impede, como você faló, mais muitas vezes uno fica se impidiendo porque uno acha que?.
C. Então primeiro levaria ... O homem?. E a ovelha vou desenhar aqui. (pausa de 16 segundos).
C. A ovelha segundo, então levaria o homem, com quem Natal?.
N. O lobo
C. Então eu voltaria com a ovelha. Depois voltava a buscar o repolho e depois a ovelha.
P. Não, alla de aquele lado você falo que ficava o repolho e a ovelha.
N. Isso. Aqui tá o repolho e o lobo.
C. Um repolho. Mais o lobo não come repolho.
P. O lobo não come repolho. Ainda não.
C. (gargalhada) E vai ter um dia?
P. Eu não se. Você tinha falado certo.
N. Foi no desenho que você complico.
P. Agora dibuja certo.
C. Na primeiro viagem leva a ovelha.
N. Isso.
C Quando ele volta traze o repolho. Na terceira viagem seria que ele buscaria o o ... lobo.
N. E trazeira a ovelha.
P. Osea, Osea. O que acontece, na volta do segundo viagem ele leva a ovelha. na volta do segundo viagem e que ele leva. é que no segundo viagem ele leva de ida e volta
C. Então na segunda viagem ele pega na ida e na volta. (pausa 10 segundos).
P. Agora tá certo, tá certo, eu faria isto, esto

indica que vá e isto indica que volta (eu agregé setas ao desenho).

C. Oi.

N. No segundo é ida e volta? (pausa 6 segundos).

C. Isso. Na segunda é aqui, não é Natal?, ou aqui?. Na primeira ele pegou e levou alguém, certo?

N. E

C. Quando ele retorno pega mais (pausa 6 segundos).

N. E traze o repolho (em cochicho).

C. Então ele traze o repolho. Então (pausa 17 segundos). Você tá fazendo uma tartaruga.

N. Não só bom em desenho ... Ele trouxe ... O lobo (pausa 14 segundos).

C. Na segunda ele trouxe (pausa 18 segundos).

P. Então resolvimos o problema do pescador. Vamos fazer um resumo para terminar.

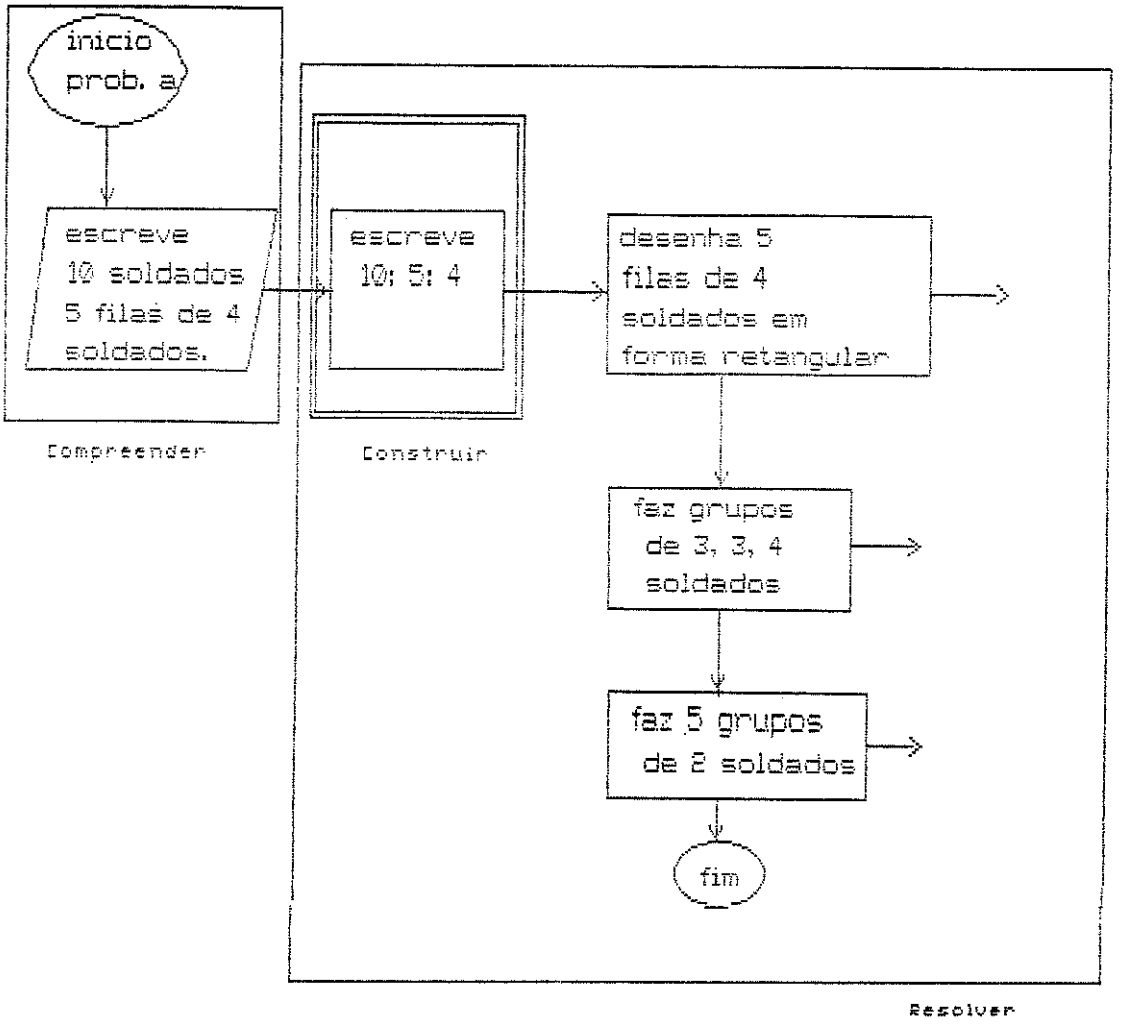
C. Então este de aqui está certo?.

P. Esse ficou ótimo. Ninguém comio a ninguém.

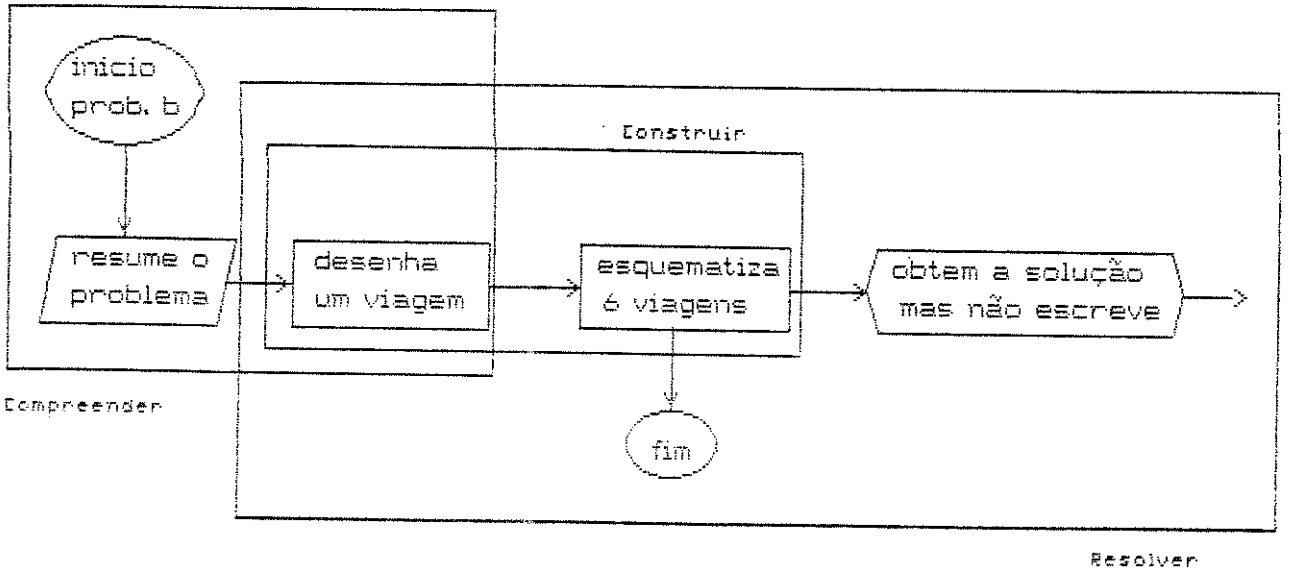
C. O senhor conhece a história do capim do Leão, (falam depois os dois ao mesmo tempo). E tem outro, o milho a galinha, o lobo e o pescador.

P. Bom. é. Então, tem presente esto, sempre quando vá começar, piense nas perguntas, tente não introduzir restrições que você não precisa. Nas estratégias de solução, hoje só usamos isto de fazer um desenho, um desenho. Isto é muito bom.

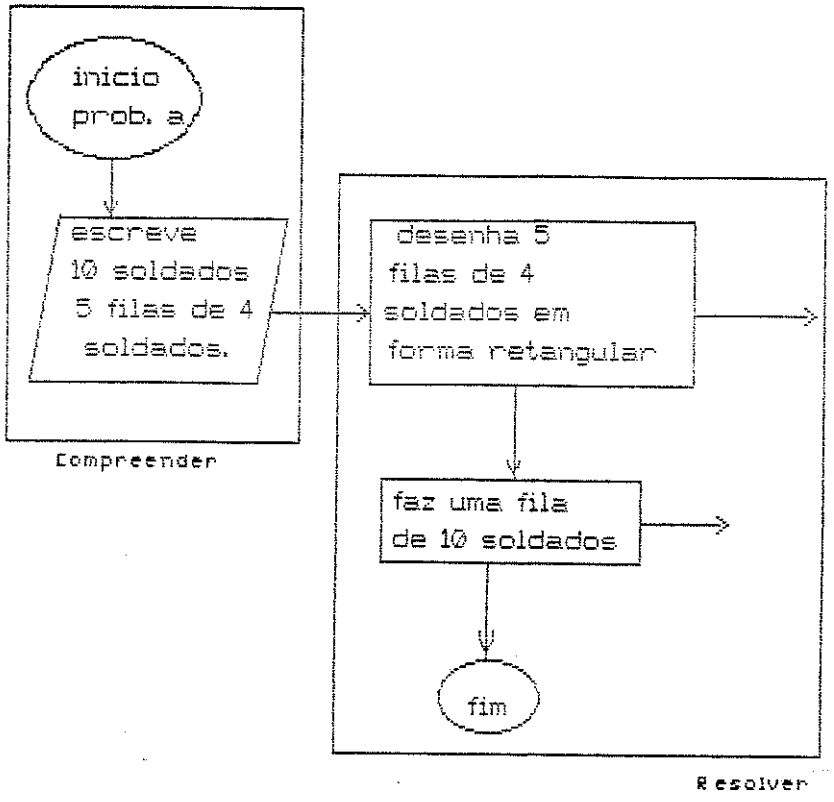
Hora de conclusão: 12:37.



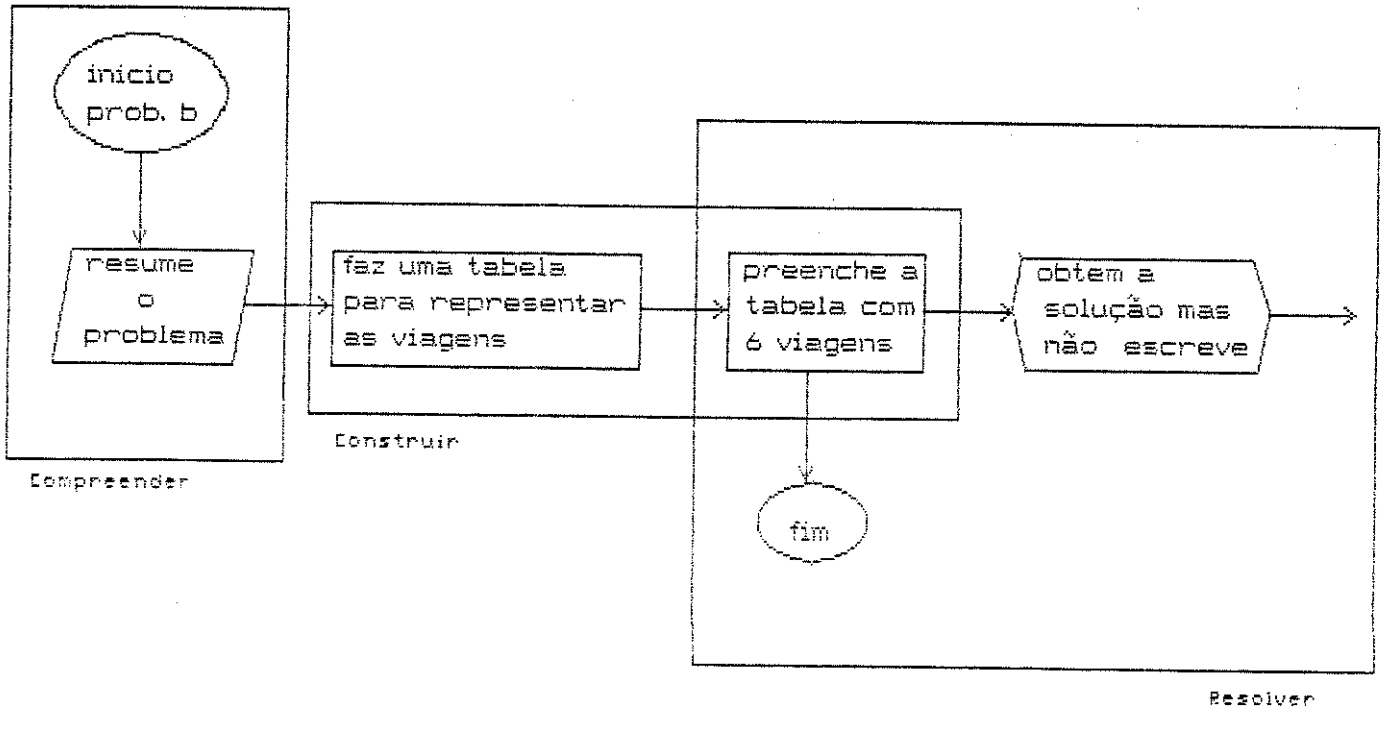
CLODOALDO 13-04-89
PROBLEMA B



NATAL 13-04-89
PROBLEMA A



NATAL 13-04-89
PROBLEMA B



COMENTARIO DA AULA COM CLODOALDO E NATAL

DATA 14-04-89

Neste dia eles de novo apresentaram-se à atividade com mais de 30 minutos de adianto, no início da atividade, eles mexem no computador, Natal tem alguns programas em Basic que esta depurando e Clodoaldo tenta utilizar alguns programas que já foram testados. A atividade de aula da início e eles não aparentam ter dificuldade com o problema 1, chegando a solução em um tempo muito pequeno (comparado com seus colegas), ao preencher a folha de avaliação, eles informaram que já tinham resolvido antes esse problema. Nesse dia os gravadores falharam e no fico gravação da atividade, eu tenho se a gravação em videotape. Depois da aula eles continuaram com o computador, até que terminou o tempo que tinhamos para a nossa atividade.

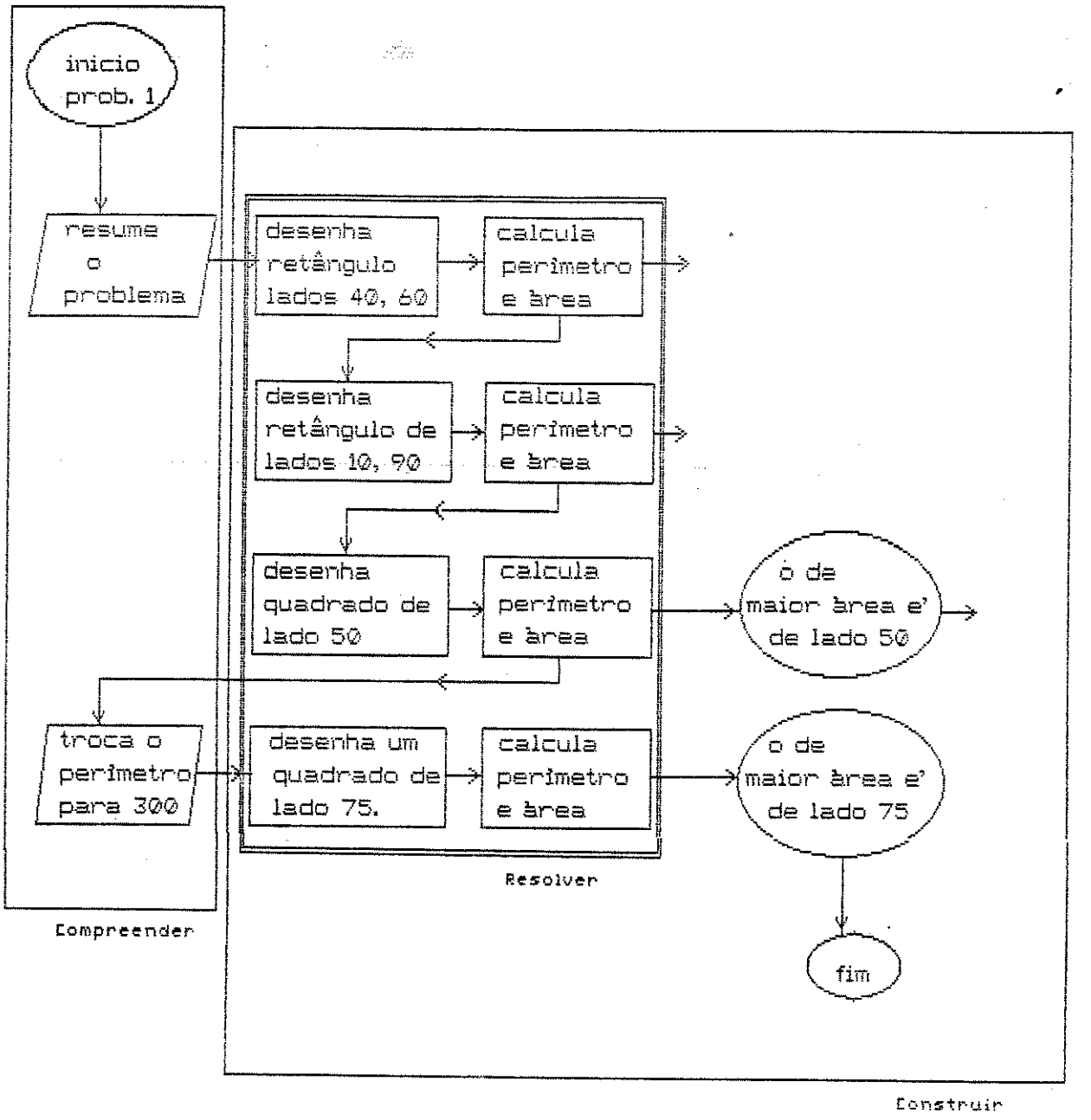
Eu apresente para eles, no início da atividade, o algoritmo de compreensão do problema e eles pasaram a utilizá-lo.

AVALIAÇAO DA ATIVIDADE

1. Clodoaldo: Ele já conhecia o problema, e tinha idéia de como resolve-lo. Quase seguiu os esquemas passo a passo, acho que o nível de dificuldade foi quase difícil (d), e ele fico seguro durante o trabalho. Utilizou o computador para agregar informação.

2. Natal: Ele não conhecia o problema e não tinha resolvido algum semelhante, tinha idéia de como começar a resolver o problema. Durante o trabalho utilizou algumas estratégias e o nível de dificuldade acho que foi razoável. Ele trabalhou mais ou menos seguro. Utilizou o computador para adquirir informação.

NATAL 14-04-89
PROBLEMA 1



CLODOALDO 14-04-89
PROBLEMA 1
Igual ao de Natal 14-04-89, problema 1.

COMENTARIO DA AULA COM EDUARDO E JOSE MARIA

DATA 16-04-89

Neste primeiro dia de trabalho com Eduardo e José Maria, nos reunimos em mi casa para logo trasladar-nos juntos até a Universidade, chegando eu comece com eles o problema dos soldados e introduze as primeiras estratégias, como são: 1. as perguntas insubstituiveis, 2. as dicas, 3. o que tem que evitar e 4. as estratégias de solução. Depois de que eles tentaram trabalhar com o problema dos soldados, eu falei que era um problema para eles pensar em casa, e passamos ao outro problema, o problema do pescador e o rio. O comentário inicial é de que eles já tinham escutado desse problema, mais o trabalho do problema foi interessante, eu aproveitei para fazer ênfases no uso das estratégias de solução, especialmente no desenho para ajudar eles na resolução do problema. Eles resolvierom o problema do pescador e tentaram por a informação em ordem logo do terminado o problema.

Fizemos um intervalo para tomar um suco e um pedaço de bolo, logo continuamos o trabalho com o problema 1, aqui eu aproveitei para insistir em o uso das estratégias de solução e na necessidade de responder primeiro as perguntas insubstituiveis, no uso das dicas. Eles separavam cada uma das atividades que foram-lhes indicadas, y fizeram várias tentativas para encontrar o retângulo que tinha a maior área. Consultaram o computador para pesquisar o que é: área, perímetro, retângulo, já que um deles não tinha trabalhado isso na escola. Logo de que ele pego os conceitos de perímetro e área de um retângulo, ele paso a aportar soluções ao problema, aliás, foi ele quem encontrou a solução do problema. Depois de resolvido o problema 1, terminamos a atividade.

No mesmo momento em que eles trabalhavam o problema 1, eu também atendia a turma de Clodoaldo e Natal que estabam trabalhando o problema 2. E por isso nas gravações, se encontra a minha participação dividida. O trabalho dos alunos, não se perjudicou pela presença do outro casal, só nas gravações, é que tem que se ter presente que tinham dois grupos distintos, com distintos problemas.

AVALIAÇAO DA PRIMEIRA ATIVIDADE

1. JOSE: Já conhecia o problema e tinha idéia de como resolver o problema, não tinha trabalhado problemas semelhantes. Utilizou algumas estratégias no trabalho e acho o problema razoável. Trabalhou muito seguro e não precisou utilizar o computador.

2. EDUARDO: Já conhecia o problema e tinha idéia de como resolver o problema, e tinha trabalhado problemas semelhantes. Utilizou algumas estratégias no trabalho e acho o problema razoável. Trabalhou muito seguro e não precisou utilizar o computador.

AVALIAÇAO DA SEGUNDA ATIVIDADE

1. JOSE: Não conhecia o problema e não tinha trabalhado problemas semelhantes, sim tinha uma idéia de como começar a resolver o problema. Utilizou algumas estratégias e achou o problema razoável. Trabalhou muito seguro e uso o computador para aumentar a informação.

2. EDUARDO: Não conhecia o problema e não tinha trabalhado problemas semelhantes. Não Utilizou os esquemas e achou o problema razoável. Trabalhou mais ou menos seguro e uso o computador para aumentar a informação.

AULA COM EDUARDO E JOSE MARIA

DATA: 16-04-89

HORA: 9:18

Primeira Aula.

P. Bom, O que nós pretendemos é dar uma serie de dicas e outras coisas para que voces aprendam a resolver problemas, tenham uma certa habilidade para resolver problemas. Então nós queremos que voces melhorarem essa habilidade. Primeiro está parte, que trata de perguntas insubstituiveis, quando voces pegam um problema a primeira coisa que voces tem que fazer é tentar haberiguar quais são os dados do problema?, qual é a incógnita do problema?, qual é a condição do problema?, certo?. Voces tem esta folha aí. (pausa 5 segundos). Depois de que que voces, ou mientras estam tentando responder essas perguntas, é muito bom que voces tenham presente, na mente, as dicas: Utilize adequadamente a informação, certo?, não introdusca mais restrições das que precisa, obtenha uma visão geral do problema, porque muitas vezes nos ficamos com um pedacinho do problema, e não exercemos outras partes; e pergunte pela pergunta do problema: é mais ou menos isto: qual é a incógnita, o que o problema precisa; agora aqui também está fazendo umas chamada de alerta: Evite introduzir restrições a mais, muitas vezes nos ponemos restrições ao problema e o problema não tem restrições, mais nos pensamos que tem e ponemos. Bom, então mientras voces estão tentando responder essas perguntas é ótimo fazer uso das estratégias de solução, o que é isso?, bom muitas vezes voces ficam com o que estam pensando em a cabeça, para isso voces podem fazer um desenho, podem fazer uma lista das coisas que tem e das coisas que precisam, fazer uma tabela, por exemplo se estam fazendo vários dados, podemos fazer uma tabela para por aí os resultados dos dados; Ah, fazer um resume do problema, é importante quando voces logram

fazer um resume do problema, e porque o problema ja o compreendieram, se não ham compreendido, não podem fazer o resume. Agora, caminhar da resposta a os dados, fazer um modelo, o seja um modelo físico, ou construir uma coisa parecida ao problema, ou resolver um problema mais simple ou procurar e testar, procuro por uma solução e experimento, procuro e experimento, procuro e experimento. Falar do problema com os colegas ou tentar alguma outra estratégia. Antes de tudo eu tinha-me esquezido, nos temos que identificar as vozes de voces para que as pessoa que está transcrivindo possa reconhecer. Agora José, fala o que você está estudando:

J. Eu estou estudando primeiro colegial.

P. De que área?. Colegial tem várias áreas ou não?, é uma só?

J. Não, o colegial vai de primeiro até terceiro. Eu estou fazendo ou normal.

P. Ah, está. E está indo em que horário?

J. Eu estudo na noite.

P. E de dia o que faz?

J. Ah?

P. E de dia o que faz?

J. Eu trabalho.

P. Trabalha de que?

J. Sou bancário.

P. Puxa vida, vai fazer dinheiro. E Eduardo?

E. Eu estudo sétima serie do primeiro grado.

P. sétima .... também na noite?

E. E, das 7 as 10 e meia.

P. E trabalha também?

E. Não.

P. Ah, tá. tá de feiras. (pausa 5 segundos). Bom, então... Agora voces .... Eu preciso que voces tenham na mente isto, tá?. Se gostam podem ficar as minhas aqui e voces guardar essas ou ter-las em outro lado, porque agora vamos tentar resolver este problema. Faz favor de ler o primeiro. (pausa). Em voz alta que sua voz vai ser gravada.

J. Se tem 10 soldados e quer formular ...

E. Quer formar.

J. E quer formar em 5 filas de 4 soldados cada. (pausa 5 segundos).

E. Puxa, esse de aí está difícil...

P. Ah bom, mas entendeu, não?. Bom. (pausa 16 segundos). Agora lê você.

E. A ... A.. a ler?. Se tem 10 soldados e quer formar 5 filas de 4 soldados cada.

P. Ok, então voces tem aí um problema. Tem aqui algumas coisas para contestar, certo?

E. Certo.

P. Qual é a incógnita?, quais são os dados?, e qual é a condição?, tá?

E. Certo.

P. Tem algumas dicas e algumas estratégias de

solução. Neste momento eu preciso que voces contestem essas perguntas. Agora se resolvem o problema, muito melhor, ne?. Mais pelo menos não precissam agora, tá?. Bom trabalhem aí. O proposito de trabalhar dois é que voces se comuniquem, não?. Desde que um fizo alguma coisa o outro pergunta, bom, porque você fez isso?.

J. Este de aqui pode perguntar não computador?

P. Este ....não.

J. Mas o que é incógnita posso?.

P. Ah!, eu acho que poderia perguntar, mas eu acho que ela não tem, mas experimenta, experimenta. O que é incógnita? (pausa 10 segundos). Os outros problemas estão no computador. Estos não porque estos são os primeiros. (pausa 15 segundos). Não. Ela desconhece, não?. Agora você precisa definir o que é incógnita para ela. Eu tenho aqui alguns livros. Deixa aí, deixa aí, porque se encontramos de uma vez definimos o que é incógnita, procura aí se ele tem. (pausa 1 minuto e 24 segundos). Bom agora voces entonces vam a tener uma coisa para pesquisar, para alimentar mais...

J. Estos livros aqui, sairam muito caros para o senhor?

P. Estos livros aqui, me los prestaram (pausa 13 segundos). E, mais agora eu vou falar para voces: Uma incógnita na realidade é, uma incógnita aqui é realmente o que não se conhece, certo?

J. Certo.

P. O que estam procurando. (pausa 5 segundos).

J. E a solução do problema?, seria isso?.

P. Só que você ainda não conhece, é o que procura.

J. E, o que procura, é a solução. (pausa 5 segundos). Agora que eu sei o que é a incógnita, eu ...

P. Não, melhor vamos achar uma definição mais melhor.

E. No dicionário.

P. E, no dicionário. Acho que no dicionário fala o que é incógnita. (pausa 10 segundos). Quais são os dados?. Bom os dados se sabem ler, não?

J. São os 10 soldados.

P. Que mais?

J. As 5 filas e 4.

P. Isso. (pausa 5 segundos). Qual é a restrição que põe o problema?.

J. Que ... Que... Que deve com os 10 soldados formar 5 filas de 4. (pausa 6 segundos).

P. Bom, agora escreva aí: Dados tal coisa, incógnita tal coisa, condição tal coisa. (pausa 3 minutos e 11 segundos). Bom, por exemplo, porque aqui não é que faça todas, se não porque você precisa algumas coisas fazer aí sobre o problema, é o que você acha que seja melhor aí, não?. (pausa 16 segundos).

J. O senhor Leonel, eu não desenho igual que meu irmão, ne?.

P. Ah, um desenho você faz uma linha, que dê uma idéia do que você está tentando fazer. (pausa 1 minuto e 36 segundos).

J. A solução se coloca junto com a incógnita?.
P. Bom a solução... Como vai fazer para formar?. Que mais que uma incógnita ou coisas assim. (pausa 6 segundos). O não tem problema?.
J. Hum?
P. Ou não tem problema?. Porque é que o problema tá difícil?
J. E. Porque ...
J. 10 soldados, não dá para colocar ... para ser dividido ...
E. Em 4 fileiras.
J. Não, em 5.
P. Então, quantos soldados precisariam?
J. 20.
P. 20!, 20, mas só tem 10.
J. Exatamente, mas então 10 caberiam em duas fileiras de 5 soldados.
P. E, mas é 5 fileiras de 4 soldados. (pausa 1 minuto e 20 segundos).
J. Oh, Eduardo, como é que a gente vai fazer: Metade de 20 é 10 e metade de 10 é 5, só fazendo 2 fileiras a gente já gastou os 10.
E. Ah, acho que não vai dar. (pausa 1 minuto e 28 segundos). Foi esse mesmo problema que o senhor deu para os outros?
P. E, Porque?.
E. Ah. E eles lograram responder?
P. Ta ficando nervoso?, Não ainda não, mais eles estam tentando responder.
E. Se eu fize-se uma multiplicação das filas com os soldados aí daria 20. Aí 20 daria para colocar 4 soldados em 5 fileiras.
P. E, mas você são tem 10 soldados.
J. E, eu só tenho 10 soldados.
E. Puxa, 10 soldados...
P. Então?
J. 10 soldados dá pra dividir em duas de 5.
P. Não.
J. Então 10 soldados em 5.... (pausa 28 segundos).
P. Bom, você tem exatamente a metade do que precisa, não?
J. Certo.
P. E o problema tá certo. Então você tem que pensar aí como é que vai fazer.
J. Ah, certo, porque se fozem 20 aí seria a ...
E. Metade.
J. 10.
E. Filas para oito soldados. (pausa 15 segundos).
J. O problema tá certo?
P. Ah!, o problema tá certo. Agora o fato é como é que você vai fazer?. Bom, ele estava preocupado para saber o que tinha acontecido com os colegas, não?. Bom eles ainda tem esse problema, ainda estam pensando. Bom ponham nome e a data (pausa de 23 segundos), Aí onde grupo, ponha só o nome do colega, só o primeiro

nome, só Eduardo ou só José. (pausa 32 segundos). Bom, então deixa aí o problema, este problema aí é um problema para pensar. Bom, voces vam a pensar em ele, não. José Maria tem esse problema, bom agora que os dois tem o problema, voces podem tentar juntos na casa. Tem mais um problema, agora vem aquele do lobo a ovelha, ponha de uma vez o nome e a data, para não esquecer. (pausa 46 segundos). Bom, quer dar uma leitura por favor.

J. Bom, em uma beira de um rio, um pescador uma ovelha um lobo e um repolho tem que cruzar o rio em uma barca que só pode levar dois deles. De que jeito levara o pescador até a outra margem?.

P. Bom, então tem aí. Procura a incógnita, os dados e a condição.

J. Nisso todo tem incógnita?

P. Isso. (pausa 43 segundos).

E. Quem é este?, são ovelhas, são lobos, ou posso colocar outras coisas?. Tipo assim um pescador quer atravessar coisas, não fica bem. Como assim, eu posso colocar animais?

P. E... Ele quere atravessar uma ovelha, um lobo e um repolho.

E. Ah, é que eu queria resumir.

P. Ah.

E. Como ficaria?

P. Poderia colocar dois animais e um repolho. (pausa 1 minuto e 41 segundos).

E. Pode fazer um desenho, um rabisco?

P. E, pode fazer. (pausa 1 minuto e 22 segundos).

E. Aqui onde fala da compreensão do problema, é para fazer perguntas do problema?. Isto porque é assim, pode levar 2 e não pode levar 3.

P. Ah, poderia ser por ...

J. Porque na barca só cabem 2.

P. E.

J. E só podem ser levados de 2.

P. E a condição do problema.

E. J. Aha.

P. E a condição do problema.

E. Eu sabia que este problema não parecia tam simple, como parecia, tinha que ter um monte de problemas. (pausa 6 segundos). E do tipo que lasca. Se levar o lobo, a ovelha come o repolho, se levar o repolho o lobo come a ovelha. (pausa 15 segundos).

J. Se levar a ovelha ...

E. Ah, aí vai dar errado.

J. Calma, fica o lobo e o repolho, e o lobo não come repolho. Ele pega, leva a ovelha ...

E. Mas é uma viagem.

J. Calma lá, é uma viagem, vai ele, o seja o pescador e a ovelha junto, pra cá. Deixa a ovelha aqui. Depois ele volta ...

E. Não pode voltar ao lugar onde iniciu.

J. Não, não, mais aí ele faz uma viagem para levar a

ovelha, porque ele deixou aqui dois, ele deixou o repolho e o lobo, ele tem que voltar para levar o repolho e o lobo.

E. Mas já que são só dois, leva os dois de uma vez.

J. Mas dois, só vai ele e a ovelha. (troca de fita). Porque não podem ir mais do que dois em uma barca.

E. Então não pode ser o pescador e dois animais?

J. Não tem que ser o pescador e outro animal. Aí ele volta e pega, volta pra cá (pausa 5 segundos), pega o repolho. Pegou o repolho e ele volta. Agora deixa o repolho aqui, ele volta,...

E. Não, aí a ovelha come o repolho.

J. Calma. Ele volta com a ovelha, para esta margem do rio, deixa a ovelha aqui, pega o lobo, leva pra cá, deixa o lobo aqui e a ovelha fica desta margem do rio. Ali depois ele volta e pega a ovelha, certo?

P. Convença a ele. Já convenceu a Eduardo? Ah, tá bom. agora tenta escrever ele. Faça aí, talves uma tabela, uma lista, uma coisa assim para ... Todo isso que você falou esta certo. (pausa 41 segundos).

J. Quando ele leva a ovelha a outro margem o problema já esta quase solucionado, porque vai sobrar o lobo e o repolho. Porque o lobo e o repolho e a ovelha do outro lado invertendo vai ficar ovelha do outro lado.

P. E. aí já está quase solucionado, mais quando tenha a visão que você já tive, mais muitos ficaram aí parados, pois pensarom que não podiam voltar nada. Bom, verdade? Mas você acho que deixa aí, qual era ou lobo é?, você leva a ovelha, leva o repolho, volta a ovelha e leva o repolho, verdade?, E isso foi porque você não introduziu restrições a mais, mais outros colegas tem introduzido restrições a mais. Introduze a restrição de que ele não podia voltar nada. E o problema não fala que não podia voltar nada, ta certo?. Então escreva aí. (pausa 2 minutos e 12 segundos).

E. O Leonel, em primeiro lugar ele pega a ovelha e coloca na outra margem, depois ele volta a pegar o repolho, deixa o repolho, depois ele volta com a ovelha, pega o lobo e deixa a ovelha na outra margem, depois ele volta pela ovelha.

P. Ótimo. Bom, agora faz um favor, preencham essas folhas para mi (pausa 5 segundos). Cada vez que nos resolvemos um problema, vamos a preencher essas folhas, ta certo? Depois voces vam ficar acostumbrados. Aí pode pôr, só José e Eduardo. (pausa 5 segundos).

E. Número?

P. Não o problema do pescador, eu já pus aí. Aí vai colocar sim ou não.

J. Aí eu vou colocar sim, porque já tinha conhecido um problema parecido, aliás, eu acho que já tinha resolvido o problema ...

P. Assim, bonitinho.

J. É, é desse jeito.

P. Ah, ótimo.

J. Que mexe muito com matemática. (pausa 33

segundos). O senhor poderiam explicar isto aqui?

P. Isto de aqui fala: Fez uso dos esquemas propostos?, são os sistemas que eu estou proponiendo, então tem 5 alternativas. Não utilizei os sistemas, utilizei algumas estratégias, mas se você acha que esta entre não e algumas, então coloca aí B, pode ser A e pode ser C, mas ... se você acha que está entre A e C então coloca B.

J. Que significa este de aqui?

P. Agora, seguí os esquemas paso a paso, eu pus todos aqui, mas estamos introduzindo eles em cada aula, certo?, então mais adiante voces vam a ver o resto. (pausa 30 segundos). Não, esse de ai não da, então da a B. A 9 se você utilizou o computador e a 10 é quando não utilizou o computador. Então não utilizou o computador porque?

E. Então precisa colocar aqui?

P. Não, coloca a letra aqui, tá ótimo. Agora nós vamos a fazer um intervalo, são 3 minutos para as 10 horas.

PROBLEMA NÚMERO 1

PERDIU-SE O INICIO DO PROBLEMA, PORQUE A GRAVAÇÃO FICOU MUITO FRACA.

P. Pergunta agora.

J. Esse dois aqui, o que seria esse 2 aqui?

P. Bom, eu estava falando para você que o perímetro é a soma dos lados, então esta lado mede b, este mede A, então este de aqui mede A, e se este lado mede B, este também mede B.

J. E.

P. Certo?

J. Certo.

P. Então olhe aqui (pausa 15 segundos). Tem B, tem A, tem B, tem A, então se você soma o que é que fica: B+A+B+A. Agora eu tenho duas B e tenho duas A, o seja eu tenho duas vezes A+B ou B+A, tá certo?. Esse é o perímetro. (pausa 2 minutos e 8 segundos).

J. Olha, será que está certa a minha questão (pausa 15 segundos).

P. Ah, você concorda com ele. Falaram?, procuraram?. Não, tenta explicar para ele. Tenta convencer ele.

J. E que A+B+A+B vai dar 400.

P. Como é que você sabe?. Você não sabe. Quanto é que mede A?

J. Não é que mede 200 centímetros.

P. Não, o perímetro é que mede 200 centímetros.

J. Ah, é o perímetro.

P. E isso. (pausa 7 segundos). O perímetro pode ter mais ou menos 200.

E. Os dois lados A e os dois lados B, então medem ...

P. A soma de todos eles medem 200 centímetros.

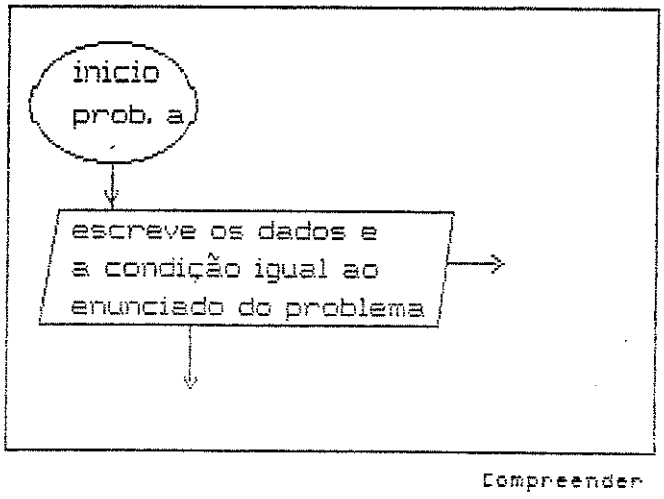
J. A soma de todos eles é 200 centímetros?

P. Isso (pausa 5 segundos).

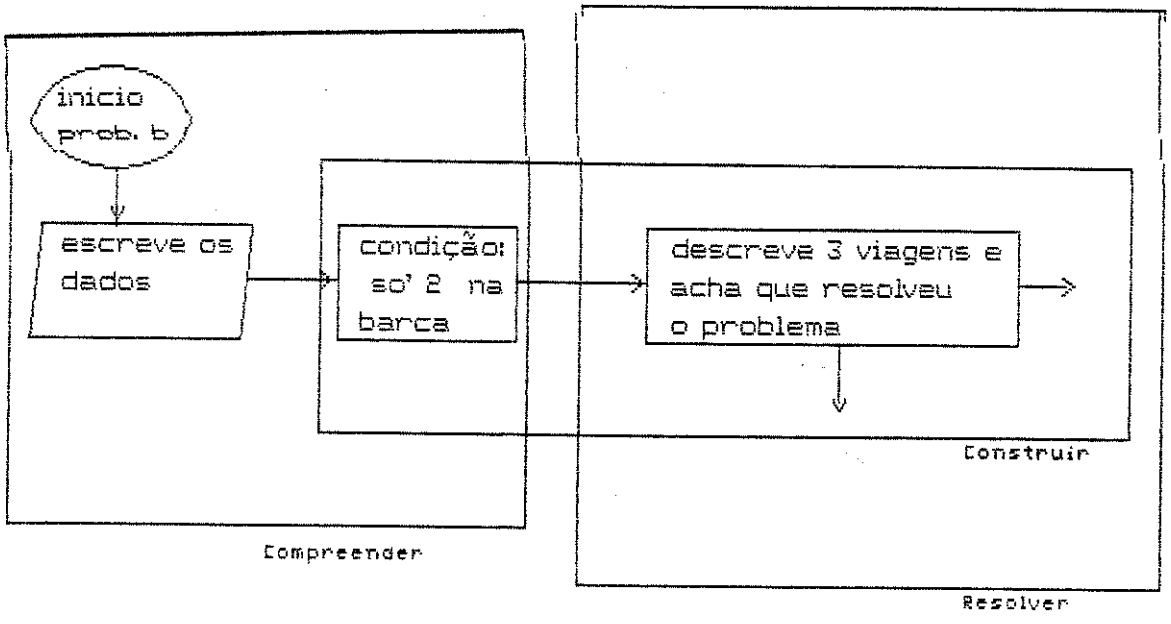
J. Ah, isto de aqui está errado.
P. Deixa aí, faz agora na volta. (pausa 1 minuto e 16 segundos).
J. Oh, viu se a soma de todos os lados é 200 centímetros, é o perímetro.
P. Aha.
J. Então a área é o produto dos lados que formam A vezes B. Para achar a área tem que ser o produto de 200 centímetros?
P. Não.
J. Fazia vezes 2 de aqui para achar ...
P. Achar que?
J. A área.
P. Para achar a área você precisa conhecer a e precisa conhecer B.
J. E, certo.
P. Você sabe quanto vale A e quanto vale B?.
J. Não. (pausa 5 segundos). Se A vale, se todo o perímetro é 200 e é 4 números, então A vai valer 50.
P. Ah... (pausa 5 segundos), sera?
J. Não, espera lá.
E. Não. (pausa). Ah, certo. Por um só.
J. 80 e 80, 60.
E. Não, não.
P. Não, espera aí, esse aí é um jeito. Você pode ter muitas formas de encontrar A e B.
J. Certo.
P. Uma era o que você falou, A poderia valer 50, então B quanto vale?
E. 50.
P. OK. 50 Essa de aí já é uma. Outra é a que ele estava pensando, 80, 60, etcetera. Então voces tem que encontrar, quanto pode valer A, quanto pode valer B, para que o perímetro seja 200. Depois que tem isso então testam a área e assim vam trocando o valor de A e de B até que encontrem a área mais grande que é a que está pedindo o problema, certo?.
J. Certo. Oh, se perímetro todo é igual a 200 centímetros, então esta área é igual a esta.
P. Não.
J. As duas áreas são iguais.
P. Areas não?
J. Não, Não, os dois perímetros são iguais aqui, então.
P. Não, não porque perímetro só tem um, que da 200.
J. Então, se estes são iguais, este 100, 100 ... é a medida dos dois lados aqui?
P. Quais dois lados?
J. De um lado.
P. De um não.
E. Não pode ser, ne?, porque aí seria 100.
P. Não necessariamente, é uma possibilidade, uma possibilidade. (pausa 5 segundos), certo?
J. O que eu estava pensando é o seguinte: que se fozem 100 daria a área 200.
P. A área.

J. Mas, eu confundo perímetro com a área!
P. E mas isso aí é perigoso.
E. Se fozem 80 e 80, 160.
J. 160.
E. Aí só seria 20 mais 20.
P. Isso, é uma possibilidade. Faz esse você ali e você faz esse que falou e depois comparam, as duas são possibilidades, as duas formas são possibilidades. Façam. (pausa 46 segundos).
E. E uma possibilidade. (pausa 1 minuto e 49 segundos).
P. Como ficou? Quanto deu sua área?.
E. A área.
P. Você tinha 80 e 20, quanto deu de área?
E. Deu 200.
P. E 80 vezes 20, e isso quanto da?
J. O meu deu 10000 centímetros.
P. 10000 quadrados, e a área esta em centímetros quadrados, ne?
J. E, quadrados.
P. 80 vezes 20, quanto que dá Eduardo?
E. Ah, é pra fazer?
P. E, faça aí. (pausa 17 segundos).
E. 400, ah eu acho que é.
P. E, então você tem um zero de mais. Ok. são 1600 centímetros quadrados e a de ele é 10000 centímetros...
J. Quadrados.
P. Agora tem 2.
J. Tem 2?, Ah certo.
P. Agora este é o mais grande que se pode fazer?. Voces estam entendendo o problema?. Você tem 200 centímetros para marcar o terreno e voces querem marcar o terreno mais grande que você puder. O terreno de Eduardo resultou muito pequeno e marcou 200 centímetros de terreno, o seu está mais grande do que dele.
J. Certo?
P. Mas, qual é o maior? Tá?. Então voces tem que procurar outras formas de perímetro do terreno para ver qual é o maior, ta bom?, José, tá bom José?
J. Certo.
P. Certo sim ou certo ...
E. E o mais ou menos. (pausa). A vezes B que deu isto aqui e eu anotei.
P. Isso.
E. Eu anotei no computador, que me deu 1600 centímetros cúbicos.
P. Quadrados.
E. O perímetro tem que ser a soma dos lados?
P. Aha. E a condição do problema é que o perímetro tem que valer 200, certo?. Você fez uma que tem perímetro 200 e de área 10000 e Eduardo fez outra que tem perímetro 200 e de área 1600 e o fato é encontrar aquele que tenha a área mais grande, por enquanto tem dois, certo?. Ele vai tentar fazer um mais grande do que o seu e você vai tentar em fazer outro mais grande. (pausa 30 segundos).

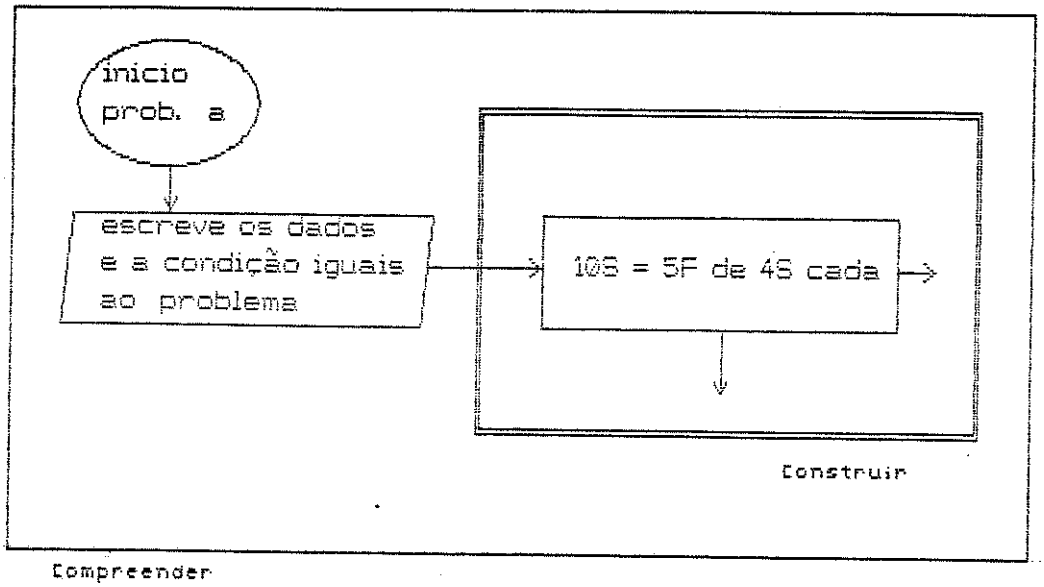
J. Quanto que é o seu?
E. 180.
J. Então tendría que colocar 10 aqui, ne? (pausa 30 segundos).
E. Maior não dá!.
P. Não da?. Agora que experimento, fala para mi que lados experimento?
E. Experimentei 90 mais 10.
P. E ficou?. E ficou ainda pequeno, ne?
J. Eu experimentei 190 de um lado e 10 do outro lado.
P. Não, não pode ser 190 de um lado.
J. Não?
P. E, porque se não seria duas vezes 190 e duas vezes 10, vai dar 400.
E. Então seria dois vezes 90 (pausa), Ah, maior é dele
P. Porque será que a maior é dele? (pausa 5 segundos), ah?. Analisa Eduardo, os dados que você pegou. Você j"a tem mais dois não?, este e este, e analisa o que ele fez, tente explicar porque o de ele é maior, certo? (pausa 1 minuto e 3 segundos).
E. O meu parceiro acho 10000 e foi a maior. E isso? (pausa 2 minutos e 29 segundos). A maior área é?
J. 200 centímetros.
E. Perímetro é 200 centímetros, a área maior é sua.
J. O aqui no terceiro fala: encontrar a área do maior retângulo que tem 200 centímetros de perímetro.
P. Aí no problema: Quanto vale o perímetro se A e B valem 100?. (pausa 10 segundos).
E. A soma dos lados, A mais B.
P. Não, porque tem outro A e outro B.
E. Isso. Então são dois A e dois B. não é? (pausa 1 minuto e 5 segundos).
P. O que é perímetro?
J. A soma dois lados. Por exemplo este seria 100, este 100 e a soma daria 200.
P. Oh, este 100, este 100 e este 100 já vam 300, e este 100 aqui dá 400, e tinha que dar?
J. 200.
E. Espera aí. Então é 200, e aqui?, aqui é 100 também?. Não 400.
P. E, 400. (pausa 13 segundos). Por enquanto, essos números não correspondem, tem que tentar outro. Tenta outro José, tenta outro Eduardo, haver se podem fazer uma melhor, voces já tem esta e esta que é maior, então tem que fazer uma maior.
E. Ah, perímetro tem que ser 200?
P. E, o perímetro tem que ser por fuerza 200. (pausa 4 minutos e 13 segundos).
P. Que forma tem ele?
E. Ah?. 50 e 50. (pausa 3 minutos e 13 segundos).



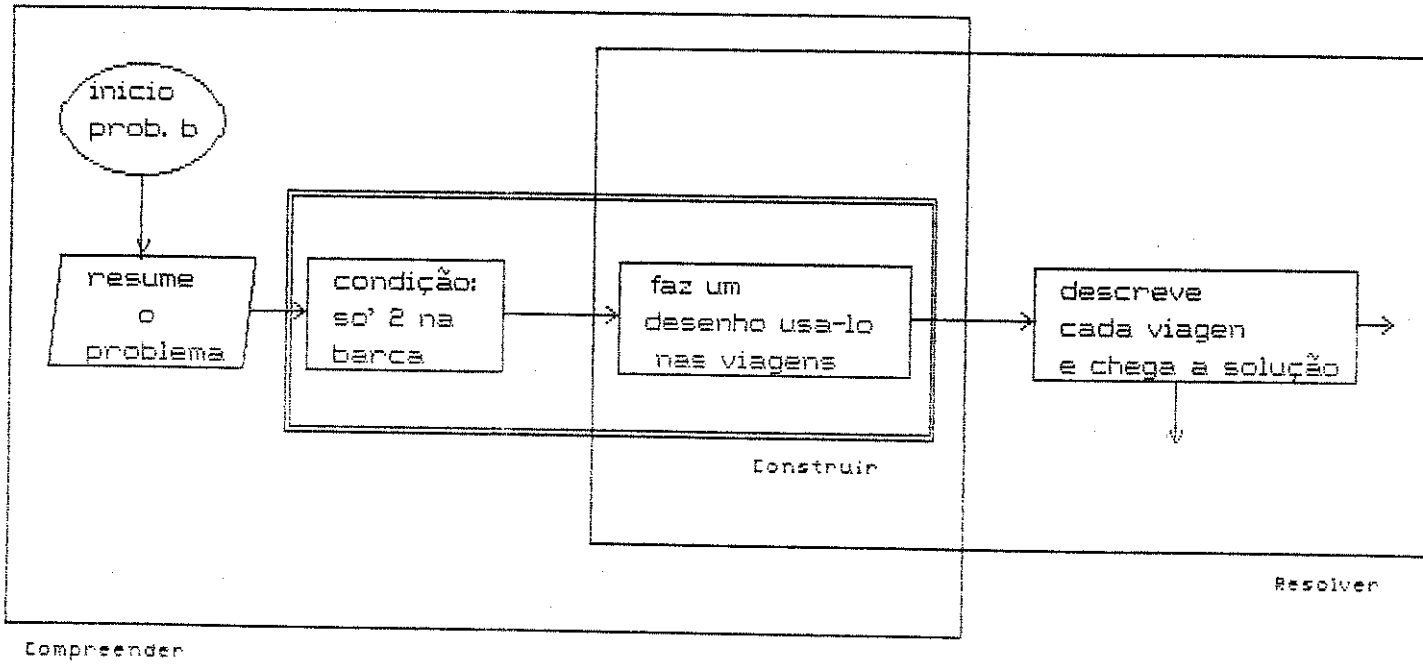
EDUARDO 16-04-89
PROBLEMA B

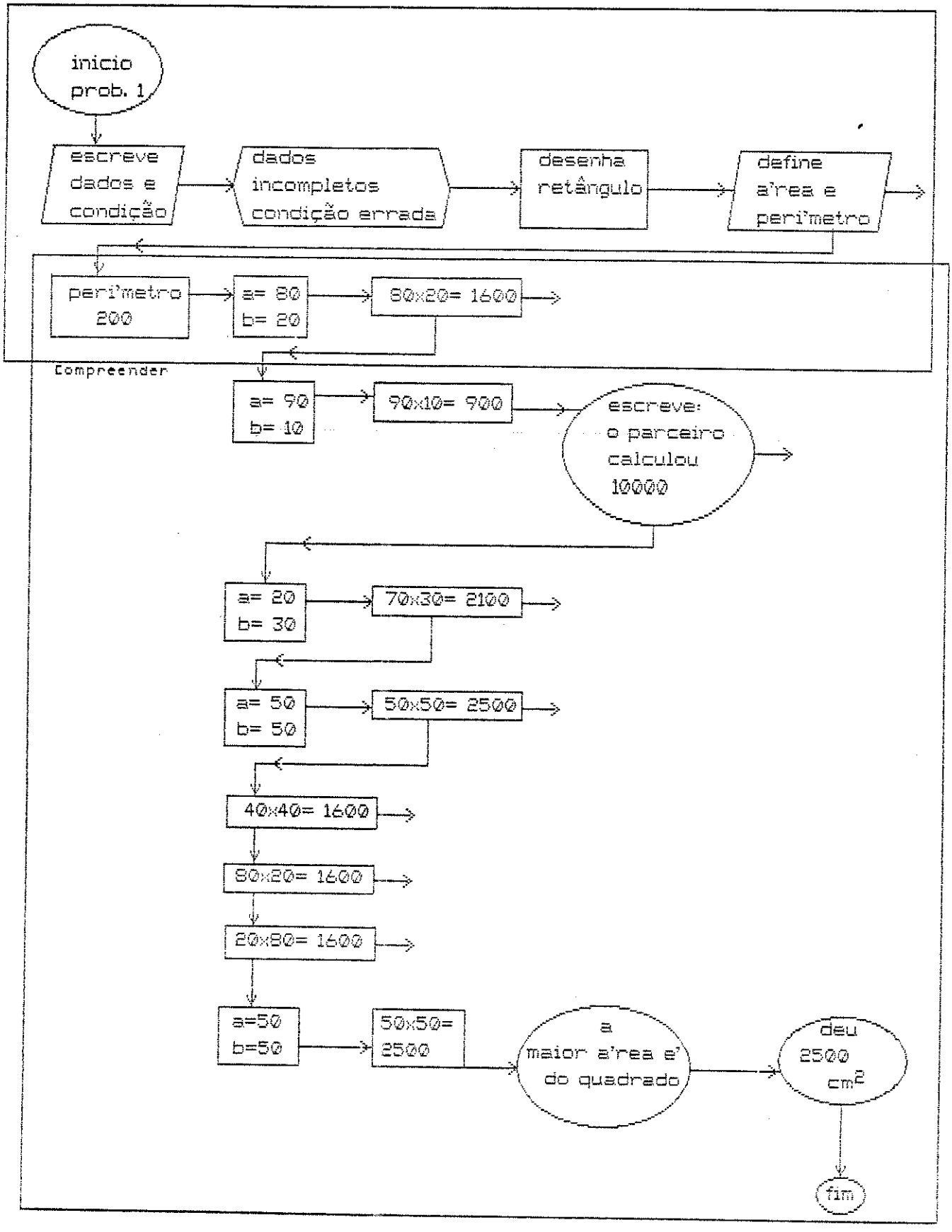


JOSE 16-04-89
PROBLEMA A

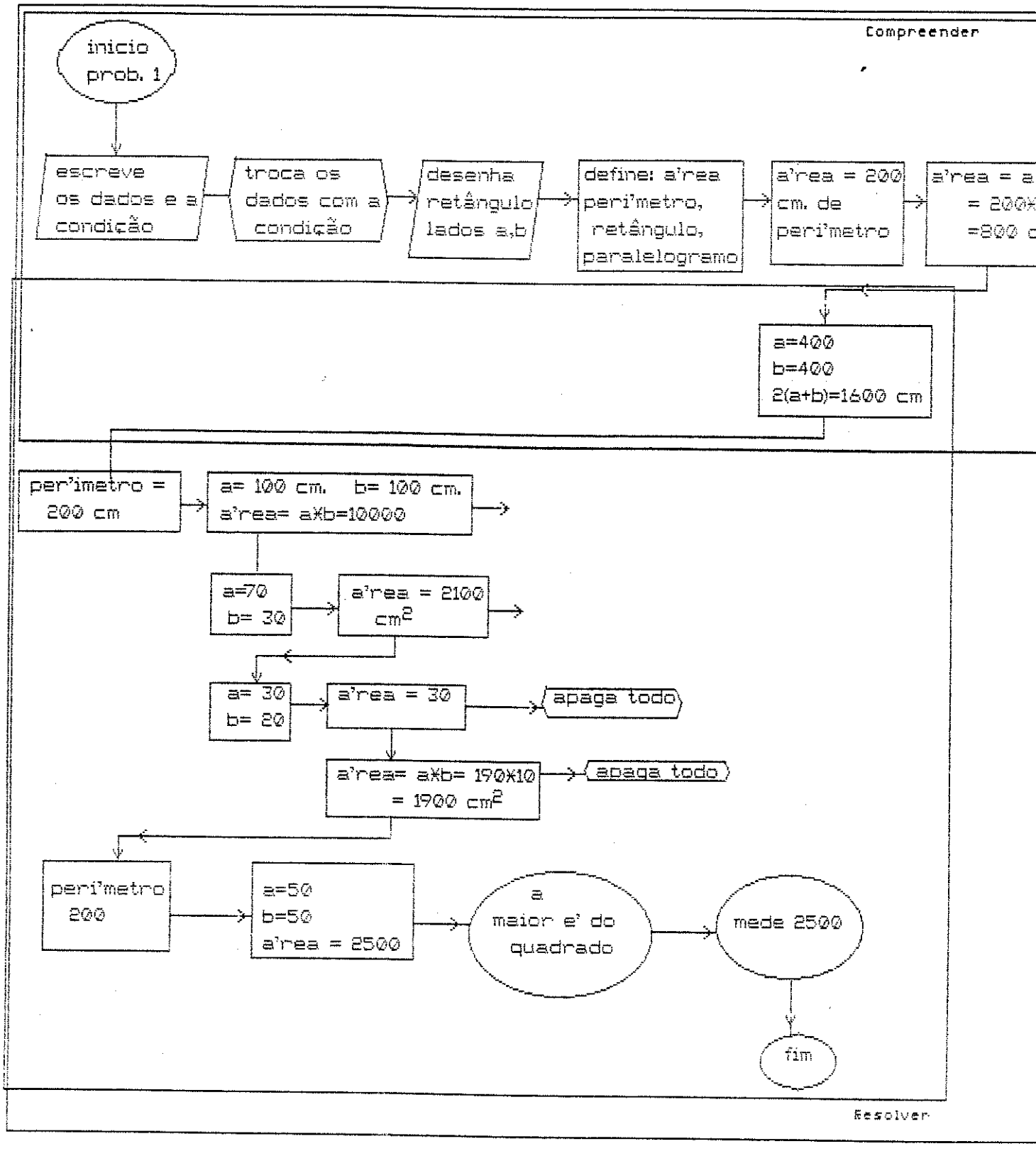


JOSE' 16-04-89
PROBLEMA B




inicio
prob. 1
escreve
dados e
condição
dados
incompletos
condição errada
desenha
retângulo
define
a'rea e
peri'metro
peri'metro
200
a= 80
b= 20
80x20= 1600
Compreender
a= 90
b= 10
90x10= 900
escreve:
o parceiro
calculou
10000
a= 20
b= 30
70x30= 2100
a= 50
b= 50
50x50= 2500
40x40= 1600
80x20= 1600
20x80= 1600
a=50
b=50
50x50=
2500
a
maior a'rea e'
do quadrado
deu
2500
cm2
fim
Resolver

JOSE 16-04-89
PROBLEMA 1



COMENTARIO DA AULA COM CLODOALDO E NATAL

DATA: 16-04-89

Eu trouxe a Clodoaldo e Natal as 10:30 na estação de Barão Geraldo, para levá-los a UNICAMP, depois participarom do suco e Bolo que tinhamos com seus colegas.

Quando eles ficarom prontos, começamos a trabalhar com o problema 2, neste problema eu fale para eles do processo de COMPREENSAO DO PROBLEMA e fiz gestão para eles utilizar esse processo na resolução do problema 2. Eles começaram a trabalhar com o problema 2, e depois de algumas poucas intervenções minhas, eles chegaram a solução do problema, também fizeram algumas generalizações do problema, comparando-lo com o problema 1.

Depois de trabalhar com o problema, eles começaram a mexer no computador e Natal continua a trabalhar os seus programas em Basic.

Eu acho que nas próximas reuniões de trabalho com esse par eu apresentarei, mais de um problema. Eles ainda não tem atualizado o banco de problemas, do programa NOVO.

AVALIAÇAO DA ATIVIDADE

1. Clodoaldo: Ele não conhecia o problema e não tinha resolvido um semelhante. Tinha alguma idéia de como começar o problema. Quase utilizou os esquemas passo a passo (d) e acho o problema quase difícil (d). Ele trabalhou seguro e não precisou utilizar o computador.

2. Natal: Não conhecia o problema mas já tinha resolvido um semelhante e tinham uma idéia de como resolver o problema. Quase usou os esquemas passo a passo (d), acho o problema razoável e trabalhou mais ou menos seguro. Não precisou utilizar o computador.

TERCEIRA AULA COM CLODOALDO E NATAL

DATA: 16-04-89

HORA: 11:03

P. Bom agora, Eu quero que voces dem uma olhada desta folha, a folha do micro processo. O micro processo é o processo que voces tem que fazer cada vez que resolvem um problema, nós já vimos esto, o início, ler o problema, depois compreensão do problema; lembram?, compreender o problema era, ler o problema, fazer um resumo, utilizar estratégias de solução, responder as perguntas insubstituiveis. Se contestou as perguntas

insubstituiveis então construção do algoritmo. O que é um algoritmo? (pausa 10 segundos), não tem?. Bom, um algoritmo é um processo. Esto é um algoritmo, esto é um algoritmo.

C. Seria um problema, ou um programa, eu acho.

P. Um, um processo, ou um conjunto de atividades que você precisa para resolver um problema, ta?. Depois de isso resolva o algoritmo e então começa a testar a solução, se a solução satisfaz o problema, então se a solução é factível lógicamente, então escreva seu procedimento. Se não, volta para a compreensão do problema, es decir, o problema não fue muito bem compreendido, depois de esto se a coisa é aqui então construção do algoritmo. Tem que voltar a construção do algoritmo, porque a solução não satisfaz o problema e depois de tudo isso, se não consegue isso, então volta até compreensão do problema. Cada um destes que fica em um retângulo, é um processo, é uma folha, é um algoritmo distinto, que voces vam ter. Tem isto ali na mente e lembram as outras coisas, não?, o que tinham de antes. Agora, quer ler o problema?.

C. Um campo retangular tera que ser cercado com 300 metros de cerca, o campo fica na ribera de um rio reto, nesse lado não precisa ser cercado. Encontre a área que se pode cercar.

P. E, então você estava perguntando por ribera, ribera é a orilla do rio.

C. A margem?

P. A margem sim. isso é, isso é, está bom?

C. Aqui não fala qual é o tamanho dela

P. E, é um..., o que você quiser.

C. Então aqui posso colocar qualquer número.

P. O problema é parecido ao que fizeram voces aquele outro dia.

C. Aquele do retângulo?

P. A isso, só que agora voces tem ali na ribera do rio, onde não precisa cercar, tá certo?. Bom pensem no problema, façam ali: Quais são os dados, Quais são as incógnitas, Qual é a condição, e tentem utilizar as estratégias de solução, um, ta certo?. Bom Eu vo deixar voces trabalhar.

C. Dados então.

N. Sem.

C. Os dados.

N. Um campo retângular que precisa ser cercado.

C. Um campo retângular que precisa ser cercado, Certo?. (pausa de 21 segundos). Um campo retangular que se pede, que precisa se cercar, então, (pausa de 23 segundos). Que pergunta?.

N. Qual a área que se tem que cercar com 300 de cerca.

C. Um campo tem que ser cercado, total (pausa de 20 segundos).

N. A cerca aqui não tem.

C. Um campo retângular que precisa ser cercado com

300 metros de cerca, incógnita, incógnita, assim?. Como se escreve incógnita? (pausa de 11 segundos).

N. Esta é a incógnita.

C. Incógnita.

P. Não tem que falar em vaixo, não? Falem normal, porque se não aquela coisa não vai pegar nada.

C. Incógnita é?

P. Lograram fazer um desenho do problema?

C. E?

P. Lograram fazer um desenho do problema?

N. Estamos fazendo.

C. Estamos nos dados,

P. Os dados

C. E incógnita é?

P. E

C. Incógnita, ai é que esta o problema.

P. Bom se não por isso, continue na frente. AH, agora com isso continuem na frente, não?. A incógnita voces vai ir encontrando. A incógnita, o que esta pidiendo o problema?.

C. Cercar um terreno retangular.

P. E, mais qual é a condição?.

C. O rio

P. O rio, e que mais?

C. A margem. Um campo fica na margem de um rio reto.

P. E

C. E nessa parte no precisa ser cercado.

P. Aha, é que mais?.

C. Encontrar a área que se pode cercar.

P. A maior área, não?.

C. A maior área.

P. Isso, essa é uma condição, o que é a incógnita?, Qual é a forma do terreno para se ter a maior área, certo?.

N. O negócio não é tão mole.

C. Cercar .

N. área que se pode pegar.

C. A maior área. Qual é o número da área?

N. Essa é a incógnita, achar a forma do terreno com a maior área.

C. Cercar a maior ares. Depois da incógnita que tem?

N. A condição.

C. Condição e incógnita é o mesmo.

N. Bom, então a área que se pode pegar.

C. Encontrar uma área (pausa de 5 segundos).

N. Uma caixa pode ter

C. Em que ribera.

N. Aqui na faixa do programa.

C. Você não acha que, aqui tem 5, uma área pode ter 60 por 90, não da 300, da? 160, 90 por... 180 ou 170... demais, (pausa de 12 segundos). Leonel.

P. Fala.

C. Aqui a gente já encontro um área de terreno, 300 por, até a gente pode colocar a extensão do rio qualquer uma?

P. E, Qualquer um.
C. Então isso me da os 300 menos esse número. Isso me da a área .
P. Não, a área não.
C. Então o número.
P. E um perímetro, não?.
C. O perímetro, o perímetro... o perímetro faz os 300 menos qualquer número.
P. Onde esta o rio aqui?, onde fica o rio?.
C. Na margem aqui
P. Ok.
C. Certo.
P. Ai voce tem o rio.
C. Certo.
P. Ok, onde tem que cercar?.
C. Aqui
P. Isso. Então o que é que vai medir 300 metros.
C. Aqui, aqui, aqui, a área toda
P. A área não
N. Não. Tres partes só.
C. Do perímetro.
P. Isso, tres partes do perímetro, não?. Então com isso. Isso é o que é diferente agora, do problema anterior. O problema anterior era tudo o perímetro. Sempre é muito importante voces relacionar os problemas que já resolvierom e pensar em qual se parece mais, agora este tem esta coincidência.
C. Isso, condição.
P. Certo.
C. Qual é a extensão do rio? AH!

N. 300 por 300, isso da 100 de cada lado, ...
C. Essa parte aqui, então, a gente tem que cercar?
N. Cercar não.
C. E, mais a gente tem 300 metros com ela.
N. Não, sem essa parte.
C. Sem essa parte tem 300?. Então o campo retangular que tem que ser cercado com 300 metros de cerca. O campo fica na parte do rio reto,...
N. Fica nesta parte.
C. Não precisa se cercar. Então, ... então seriam 100.
N. 100 para cada lado.
C. Então?.
N. O campo fica assim, certo?.
C. Uhum.
N. Não sei se tem a maior área
C. Leonel.
P. Fala.
C. Ele teria 300 com a parte que vai a ser cercada
P. O que fala ai?.
C. Que tem, teria que ser cercada, ele tem 300 metros, como?, o total 300 metros de cerca
P. E assim, 300 metros de cerca.
C. Contanto esta parte.
P. Vai cercar ai?

C. Não.
P. Então?.
C. Então seria 100 cada, assim 300 daria tres partes.
P. Agora experimenta se esse é o de área maior, pois. Ta?. Porque essa é a pergunta, ou não?
C. Aha.
P. Aha, então faz.
C. A área qual que é?
N. o que?
C. A área
P. Area?
N. E, é , é igual a a vezes b, não vai dar.
P. A que usaram o outro dia, não?.
N. 100 por 100.
C. 100 por 100.
P. Agora, agora que voces tem essa, tentam outra, não?. Para ver se essa e a maior, ta certo?.
C. Então a área é 100 por 100.
P. Para essa que você tem, adivinou. E segum isso fico quadrado , não?. Mais sera esse o maior?, é a pergunta, não?. Então experimenta outra.
C. Ah?
N. Tem que somar 300.
C. Dar 300. ne?.
N. Uhum.
C. Tira uma parte, fica com 75 e queda quanto.
N. 25, não?.
C. Da 4500. Acho que esse da. (pausa de 22 segundos). Por exemplo o perímetro 300.
N. Hum?.
C. O perímetro é 300.
N. Certo.
N. Esse ainda da 1000,
C. Aha, (declaração de desconsuelo). Não pode ser 1000.
N. Hum?.
C. Não pode ser 1000
N. 100 por 100, não importa se é demais, eu acho pode ser.
C. Há?.
N. Esse ainda da 1000, 100 vezes 100 da mil, certo, se agrego 100, só na base, ele da 1100. No esquema tenho que usar outra base.
C. é aqui é ruim.
N. Só que 100 e 100,ele ainda da 1000, mais 100 da 1100.
C. O teu, 50 por 50 da ..., Há mais a área não fala.
N. A mais ai não vai a ser área seria perímetro.
C. A gente quer saber a área que pode ser cercada. O perímetro é 300.
N. A mais, o perímetro é dois vezes a, da ..., da 1000.
C. Da mil, com mais mil da 2000. não é assim. 75 mais 75 ...80 com 80 da?, bom esse pode ser a área máxima, 75 vezes 75 , eu calcule a área dele.

N. Não temos base.
C. Há?
N. Não teremos base.
C. Mais aqui é dois vezes a. 75 vezes dois e 150, mais 75 vezes dois é 150, 150 e 150 é 300.
N. Ai não seria. Vamos calcular, não é certo?.
C. 75 vezes 75, ai esse já confere a área.
N. Não esse é o perímetro. Duas vezes é o perímetro, se fosse multiplicar dá.
C. Ai a gente está de acordo.
P. O que aconteceu hoje.
C. Então, aquele dia a gente calculou a área, o o perímetro, se essa área fosse 75 dava.
P. E então?.
C. A gente então, já que dava um perímetro de 300 da 75 em cada parte, ne, mais acontece que uma parte não é.
P. Isso, é o que faz distinto este problema do outro. Se não, não tendria jeito fazer o mesmo outra vez.
C. Então sumaria as tres partes e daria aquela uma.
P. Não entendi.
C. Somaria essa parte
P. Soma essa.
C. 75 com 75
P. Ah, mais então não da 300.
C. Estas duas partes são iguais
P. Tem que ser iguais, certo.
C. Os 4 lados iguais o só estos lados iguais.
P. Ah bom, isso é o que você tem que determinar, não. Se vai ser mais uma vez, um quadrado, não? ou vai ser um retângulo distinto de quadrado, não?. Você já fizo um, aí não?. Então tem que experimentar mais um e ver se a área cresce ou se faz mais pequena, certo. Mais, qual é o problema?. Está ali.
C. E com relação a esta parte aqui.
P. Mais, isso é o que você tem em ganância, não?. Você não precisa cercar ali. Então tem mas cerca, para pegar mais terreno, isso. (pausa 20 segundos) Pronto, se você por 75 e 75, leva quanto?.
C. 150
P. Então o outro lado quanto tem que medir?. Lá em baixo, porque aqui esta o rio, e não precisa.
C. então, aqui 150
P. 150, bom e agora, quanto vale essa área?.
C. A área e igual a a vezes b, 150 vezes 75
P. Isso, e isso quanto da?.
N. O retângulo é maior.
C. Há?.
N. O retângulo é maior. Só faltou multiplicar.
C. Em isto que fiz, droga, ...
N. Dá mais.
C. Dio mais, acho!.
N. Acho que tem mais área.
C. E, ... eu vou ficar com 75 e tira 150, é 150 é metade, certo?, certo?, é lógico.

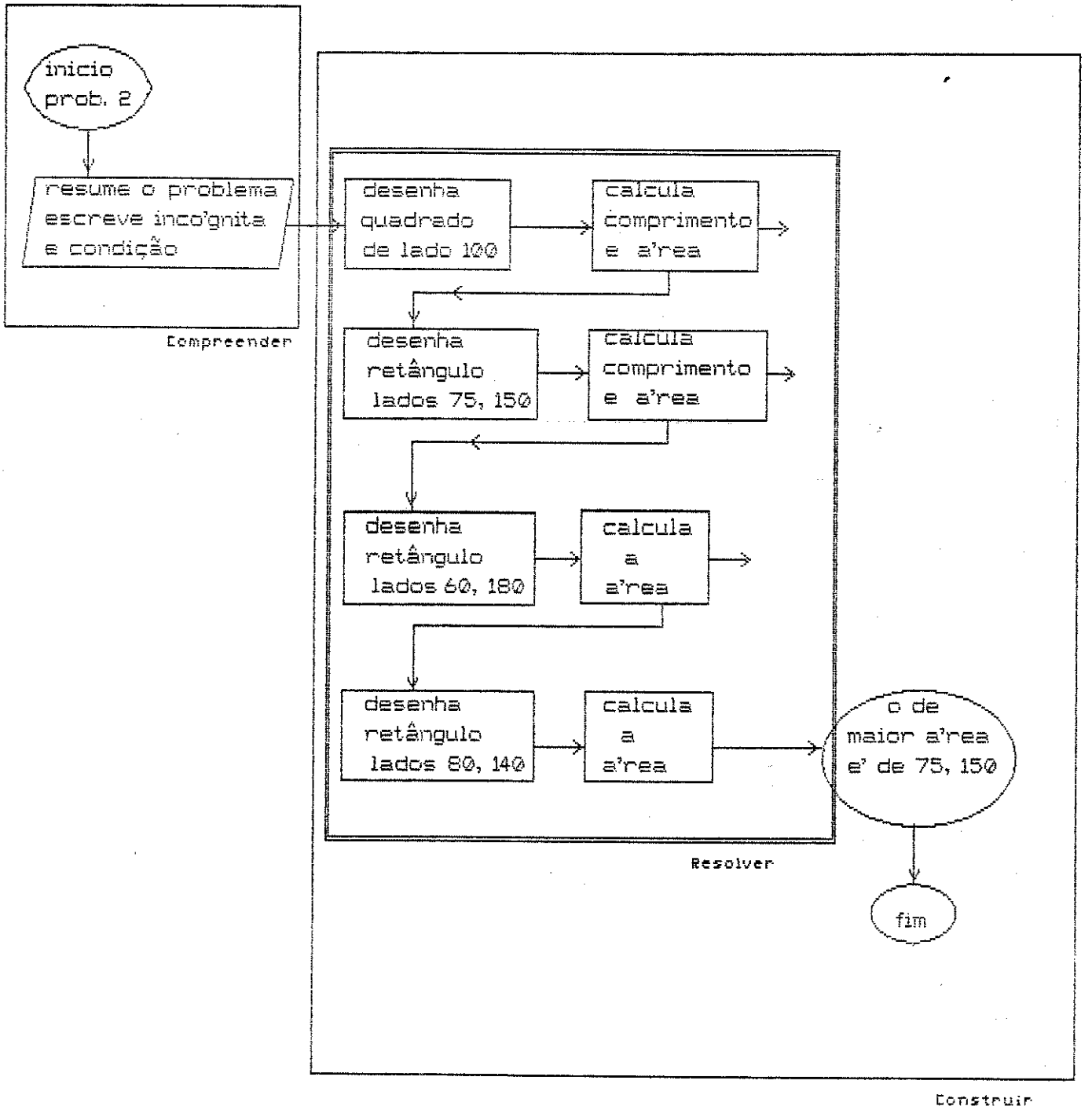
N. Como você não precisa cercar esta parte,então?
C. Leonel.
P. Estou chegando.(pausa de 15 segundos). O que acontecio?.
C. 75 vezes 150 da 1125, é maior
P. E maior verdade. Mais, essa sera a mais grande?. E maior do que a que tinha, mais, essa será a maior?. Tem que experimentar mais um, mesmo, não?. Certo? (pausa 8 segundos).
C. Se aqui fosse 100 e fosse 100 vai dar 1000
P. 100 da a de encima, não? (pausa 18 segundos).
C. Então, aqui...
N. 120.
C. 120 e 120, para 300 tira 240 (pausa de 13 segundos).
N. Ai da ...
C. 60. O perímetro é 120.
N. E isso é 120.
C. Mais duas vezes 80.
N. Não, só uma vez 80.
C. E isso, são 340 não da, tem que ser 60. E se eu sustituir por 180?
N. Ai não dá.
C. Porque?
N. Ai você se sai dos 300, das partes.
C. Porque das partes?
N. E, porque 60 e 60 e 60 não dá 180, aqui você tem 120 e 120.
C. Então, vou fazer 60 aqui.
N. 180.
C. 180, teria este bloco. (pausa de 23 segundos).
N. Tá vendo (pausa), tá vendo. da 1 e 80. E ai que você tem razão, ali tem que por 120 e 120. é uma vez só.
C. Uma vez da?. Não, no meu retângulo não dá.
N. E o perímetro.
C. Certo estou achando o perímetro, agora que esta fazendo aqui.
N. E o perímetro (pausa de 23 segundos).
C. Oh! penso, 18 vezes 60, sim, depois de multiplicar por 18.
N. 6 vezes 8 , por 8 leva 4.
C. Conclusão, este da, aquele ao multiplicar da 1080, eu acho que ache. Leonel
P. Estou chegando.
C. Nós temos o seguinte, eu coloquei 60 aqui e 60 aqui, dio 120, coloquei 180 aqui e dio 300.
P. Isso, que aconteceu?.
C. 60 vezes 180 dio 10800, é maior
P. E maior ainda?. Eu não se, Eu não lembro quanto da os outros.
C. O outro da 1175, aqui da 10 mil
P. Não, então em um se confundio de multiplicación.
N. fazer-lo outra vez.
C. Ou mil e 80 então

P. Não, o que você está fazendo. Ou isto esta certo Ou isto está errado. Mais Eu acho que este esta errado.
C. Não em 1150 o outro da 11125
P. Hum, ali não pode ser tão, tão grande a diferença.
C. Esta é a mais grande por enquanto.
P. Por enquanto.
C. Eu acho que é está aqui
P. Porque?
C. Porque esta aqui e 75 e 75 e este é o dobro deste.
P. Ah, ótimo e.
C. Então, este de aqui da 150 por 300 ali só multiplicar por dois aqui e por aqui multiplicar por 150.
P. Sabe o que Eu faria?
C. Ah?
P. Você já fizo um mais pequeno de 75.
C. Certo.
P. Faz um, esse que esta aqui, não?
C. Este que tá aqui, vai fazer um maior.
P. Faz um maior de 75 e mais pequeno que este, não?. Certo?. Se aqui tem 100 e aqui tem 75, então você pode tirar uma conclusão.
C. Um de 80
P. E. poderia ser. Se pega 79,5 complica, não?.
C. 80 e 80 são 160, então aqui fica 140 (pausa 5 segundos).
P. 80 e 80, quanto da?.
C. 160
P. Certo, Eu escutei 140.
C. a diferença faz 140.
P. Certo, Eu estou escutando metade aí e metade aqui. (pausa 23 segundos).
C. Aqui vezes dois não?.
N. da meia 4
C. Quanto da aqui?
N. um 125
C. Um 125?, este é menor?.
N, E maior ainda.
C. Este aqui?.
N. 175, 150, 175.
C. A coisa está errada, dio 150... dá 11150, este aqui é maior ainda, chegamos a essa conclusão. Sabe por que este é maior?. Se tem dois lados de 150, dois lados de 75, quer dizer que o outro é o dobro, não vai ter outro jeito, quer dizer que tem um quadrado. Um tipo de quadrado. Quer dizer que 80 com 80 da 160 vai ter 140, mientras que 75 e 150 são diferentes. O negócio e escolher em quadrado o retângulo, há?
N. Quadrado.
C. Bom. (pausa de 13 segundos).
N. Este aqui é maior.
C. 100 vezes 100, é mil Natal, não 1100, esqueça aquele de 100
N. Agora aqui (pausa de 27 segundos).

C. 8 vezes 10, 10000, ou 10, 100 vezes 14, 1400, 1400 e 840.
N. Vai ser maior.
C. Hum?. Este aqui é maior , segum os dados.(pausa de 12 segundos), este aqui está errado 100 por 100.
N. Sim, colapso.
C. Colapso. (pausa de 21 segundos). Oh, Leonel, é aquele mesmo.
P. Como?
C. E aquele mesmo, de 75 por 150.
P. E aquele mesmo.
C. O outro da 11200, o de 80 da 11200.
P. Aquilo que você tinha falado é isso mesmo, é isso porque razão?, porque eles compartem a metade com o outro lado. Aquilo que você tinha falado ao principio. Mais adiante em matemática, quando voces estejam na universidade vam a ver outros métodos de como fazer isso direitinho, de uma vez, mais agora não. Por enquanto não.
C. Então a resposta ...
P. Agora escreva a resposta.
C. As duas...,
N. A que da maior.(pausa de 56 segundos)
C. Oh Leonel, perdi a resposta.
P. Perdeu a resposta!, eu não acredito.
C. Os dados 75 ...
P. E igual ao outro, a soma dos dois lados e a metade do perímetro dado.
C. Então, a cerca teria 75 metros por 150 e teria um lado sendo aumentado do lado de o rio.
P. Lembram que tem que preencher estas folhas.
C. A soma de ..., teria o lado a metade do lado b, a soma do lado a é metade do lado b.

P. Bom, então terminamos a terceira atividade do trabalho de Natal e Clodoaldo as 11:21.
terminou 11:21

NATAL 16-04-89
PROBLEMA 2



CLODOALDO 16-04-89

PROBLEMA 2

Igual ao do Natal 16-04-89, problema 2.

COMENTARIO DA AULA COM MICHELE E ADEMAR

DATA 02-05-89

HORA DE INICIO

HORA DE FINALIZAÇÃO: 11:15

Esta foi a primeira aula depois do acidente que Eu tive, e trabalhamos durante dois horas e eles resolveram dois problemas.

O primeiro problema, o problema 1, tinha ficado da aula anterior. Ao início da aula eu di a eles uma nova folha contendo o problema e quase em seguida Ademar me escreveu a resposta correta. Eu fique na dúvida de que ele tivesse pegado a solução com seu irmão (José Maria, que trabalha na turma do domingo), e fiz para eles as seguintes perguntas. Porque é que a solução é um quadrado?, um quadrado é um retângulo?. Eles ficarom com as perguntas por algum tempo e parecia que não tinham solução, por esse tempo eu instalei o programa da base de conhecimento no computador e pedi para eles que perguntaram o que era um quadrado a resposta do computador confirmou-lhes que um quadrado é um retângulo com bases iguais. Voltaram ao problema mais confiantes e então, Ademar me mostrou uma folha donde ele em sua casa tinha experimentado distintos tipos de combinações do problema, até que obtera a resposta que de imediato me tinha pranteado. Depois de isso eu expliquei-lhes o processo de ESCREVA SEU PROCEDIMENTO, e pedi para eles escrever o procedimento do problema. Depois pasaram a escrever essa informação no programa NOVO, no qual eles irão atualizando a sua base de problemas resolvidos. Também preencheram a folha de avaliação da atividade.

Eu dei o problema 2 para eles fico muito claro desde o principio que um lado não tinha que ser cercado. Mais o que eles não consegueram fixar em seu razoamento era que a cerca só tinha 300m de comprimento e muitas vezes pegaram dimensões maiores e outras vezes dimensões menores. Depois que eu chame a atenção para isso eles começaram a pegar distintos valores dos lados até que tiveram a área maior. Ademar dio-se conta que se ele tinha um lado maior do que 75 metros a área diminuia, Michella, por su lado tinha calculado com lados maiores e menores. Juntando a informação dos dois eles podiam chegar a uma conclusão, mais eles se comunicam muito pouco. Então, tentando corrigir a situação eu falei para eles utilizar as estratégias de solução e por tanto fazer uma tabela. Eu construi uma tabela com os dados que os dois tinham calculado e então fiz o análise de que a área não podia ser maior que a que já tinham calculado. Depois eu fiz a relação com o problema anterior, no qual o retângulo tinha que ser um quadrado e como agora, o lado que não tinha de ser cercado passava a sumar-se ao outro lado. Depois de essa atividade, eu voltei a ESCREVA SEU PROCEDIMENTO, eles fizeram o que pedi-lhes, logo atualizaram a base de problemas e preencheram a folha de avaliação.

Eu acho que a atividade foi muito produtiva, e que eles

estam desenvolvendo algumas habilidades na resolução de problemas. Ademar no início do segundo problema, foi muito influenciado pelos cálculos do primeiro e de cheio lançou-se a procura de multiplicações que deram o resultado maior, esqueceu completamente dos 300m e não utilizou os desenhos como estratégias de solução, eu indiquei-lhe que tinha que utilizar desenhos e que a suma fosse 300m antes de fazer as multiplicaçoes, depois da segunda vez que eu falei-lhe, ele entendeu e fizo os desenhos que levaram-lhe a solução do problema. Michella, utilizou os desenhos desde o principio, mais não tomava em conta que tinha que somar 300 m., encontrou a mecánica do problema muito antes que Ademar, mais eu tinha constantemente que revisar as multiplicações.

AVALIAÇAO DA PRIMEIRA ATIVIDADE

1. MICHELLA: Não conhecia o problema e não tinha trabalhado algum semelhante, também não tinha idéia de como começar a resolver o problema. Quase seguiu os esquemas passo a passo, acho o problema difícil e sentira-se mais ou menos segura. Utilizou o computador para adquirir informação.

2. ADEMAR: Já conhecia o problema e tinha trabalhado com problemas semelhantes, além disso tinha idéia de como começar a resolver o problema. Utilizou os esquemas passo a passo e acho que o problema é razoável. Trabalhou mais ou menos seguro. Utilizou o computador para adquirir informação.

AVALIAÇAO DA SEGUNDA ATIVIDADE

1. MICHELLA: Não conhecia o problema, mas já tinha resolvido problemas semelhantes, e tinha uma idéia de como começar a resolver o problema. Utilizou os esquemas passo a passo e acho o problema razoável. Trabalhou mais o menos segura. Utilizou o computador para aumentar a informação.

2. ADEMAR: Não conhecia o problema, mas já tinha resolvido problemas semelhantes, e tinha uma idéia de como começar a resolver o problema. Utilizou algumas estratégias e acho o problema razoável. Trabalhou mais o menos seguro. Utilizou o computador para aumentar a informação.

AULA COM ADEMAR E MICHELLA

DATA 02:05:89

HORA: 9:17

P. Eu quero lembrarles estas folhas, O que chamamos perguntas insubstituiveis: Qual é a incógnita?, Quais são os dados?, Qual é a condição?. E as dicas, as ajudas que voces recebem para ajudar a resolver um problema: Utilize adequadamente a informação, Não

introdusca restrições a mais, Obtenha uma visão geral do problema, Pergunte pela pergunta do problema. E outra coisa: Evite, Evite introduzir restrições a mais. Ademar, por favor, porque não cola a folha na parede. Tenemos também o que chamamos estratégias de solução, quando você tem um problema: Faça um desenho, faça uma lista, faça uma tabela, resuma o problema,caminhe da resposta a os dados, faça um modelo, resolva um problema mais simple, procurar e testar, fale do problema, e tente alternativas. Todas elas são estratégias de solução. Outro que já tinhamos visto é compreensão do problema, lembram?. Compreender o problema, é uma parte muito importante, enquanto não conteste as perguntas insubstituiveis, que vai fazer?, bom, ler o problema, utilizar os preliminares necessários, os que hemos chamado de dicas, resumir o problema e utilizar as estratégias de solução, não?. Fazendo isso, eu tento responder as perguntas insubstituiveis: qual é a incógnita, quais são os dados, qual é a condição. Se tudo isso já está claro para mi, se já respondí as perguntas, então passo a esta parte aqui que se chama construção do algoritmo, que vamos ver depois. Então, Ademar cola isto na parede, é a última. Agora voces tinham este problema, desde antes, sim?. O que acontecio com o problema dos soldados?, resolvierom ele?, há?, mais lembram do problema, sim verdade, era formar...

A. 5 fileiras de 4 soldados

P. E voces tinham quantos soldados?

M. 10 soldados.

P. 10 verdade, então aí esta o problema. São 5 fileiras de 4 soldados cada, então quer dizer que voces precisão de 20 soldados. Pero voces tem 10 soldados, aqui é onde o problema se torna fácil, quer dizer que cada soldado tem que estar em duas fileiras para que de certo. Então se eu faço as fileiras assim, é impossível, é impossível, aqui preciso de um, dois, tres, quatro, um?, assim é impossível, então eu tenho que encontrar um jeito de colocar as fileiras de modo que cada soldado fique em duas fileiras, talves assim, uma fileira aqui, outra fileira aqui, aí também tenho problema, porque não da. Pero já poupé um pouco não?, me falta uma fileira, esta podería ir aqui. Aí quantos preciso, 4 e 3 são 7, 13,e 2, 15 e 2, 17, bom aqui já são só 17 e eram 20, então, ... , vamos a ver, aqui são 4, e 4, 8, 12,16, 15 são, 14 são. São 4, 8, 12 e 2, 14, 20 e 14, mais voces só tem 10 soldados, só se tem 10 soldados. Então hay que encontrar outro jeito, este não dá e este tampoco da, tem que buscar outro jeito. Tá?, então aí buscam outro. Espera aí mais voces tem um problema. Quem lê o problema?. lê o problema.

A. Se quer encontrar a área do maior retângulo que tem 200 cm de perímetro.

P. Bom agora, eu vo deixar voces trabalhar, voces já pensarom em ele, pois estabam trabalhando nele a 20

dias, não?. Agora atenção, lembrar, ver como voces podem responder as perguntas, ver de que forma as estratégias de solução podem ser utilizadas.

A. Eu..., Este problema aqui um retângulo pode ser também um quadrado, pode?

P. Ah!, lógico.

A Então pode ter lados iguais, ne. Aí a área e base, ne?. Base e altura iguais, aí teria um retângulo com 50 de cada lado, certo?.

P. Hum?

A. Depois aí tem que fazer, primeiro aí tem que fazer multiplicar por (pausa), seria ah, 2500, então, seria a área e agora.

P. E o perímetro está bom?

A. Tá bom, da 100 e 200, a suma dos lados 50, 100, mais 100 dá 200.

P. 200, o perímetro. Agora Ademar, como é que você sabe que é a área mais grande?

A. A área do...

P. Essa área que você encontro

A. Do...

P. Porque você tá procurando o retângulo que tenha a área mais grande e que tenha 200 cm. de perímetro, Hum? (pausa).

A. Você quer saber a área do retângulo?.

P. Não, a área já se. Calculou não?. a área é esta. Como se que o retângulo que você calculou é o que tem a área maior?. Porque se você toma 40,60,40 e 60, esse também tem 200 cm. de perímetro e a área é 4 por 6, 24, 2400 de área Certo?. Agora esta área que eu encontrei é mais pequena que a que você encontro. Ainda assim como é, a gente como pode saber que essa a que Ademar encontro é a mais grande. Que precisaria fazer? (pausa 54 segundos). A ver troquemos a pergunta Ademar, porque acho que era o quadrado?. Hum?. (pausa de 12 segundos).

A. Porque eu ache que o retângulo era um quadrado?

P. Isso.(pausa de 15 segundos)

M. Porque no desenho dele os lados ficarom um quadrado.

P. E isso o que você, fiço?

A. O que?

P. O que faló Michella.

M. (rie...) Eu ache que você tentó aqui com um retângulo e não dava, ne, aí você pego e fizo um quadrado e de aí o resultado.
(pausa 8 segundos).

P Conta pra gente, Ademar, não tem problema.

A. Como eu ache que o retângulo era um quadrado?

P. sim.

P. Que acontecio Ademar?, que acontecio?.

A. Onde?

P. Aí no problema.(pausa 95 segundos). Bom, perguntem aí, perguntem se, porque o retângulo deu um quadrado.

P. Perguntem à máquina o que é um quadrado.

M. Eu já tenho um quadrado.
P. Bom lê então.
M. Ele quer saber o que é um quadrado. Eu só tenho um retângulo.
P. Bom, pergunta então.(tem um tempo sem gravação, enquanto eles fazem uso do computador.
A. Leonel.
P. Sim.
A Um quadrado é um quadrilatero com os lados iguais.
P. A é?
(pausa de 30 segundos).
A. Um quadrado é um retângulo com 4 lados iguais.
P. E.
A. Haver como é que é, propiamente um retângulo, ..., um quadrado com 4 lados iguais.
P. Ademar, a pergunta mia, he?. Eu não tenho dificuldades, para mí um quadrado é um retângulo, isso tá bom. Agora porqué esse é que tem a maior área. Porque você decidiu que esse é o que tem a maior área. Você penso em su casa, o foi agora mesmo que você decidiu, como foi que você encontro ele?.
A. Eu fiz este rascunho que tenho aqui o.
P. Mostra pra mi.
A. O próprio aquele não tem, mais fuí achando por aqui o.
P. Ah!, você foi tentando?
A. Fui tentando. A maior área que eu ache foi ... 24750.
P. Ah, certo. Isso, você que fizo.
A. Depois eu fui tentando por aqui. Cada vez que pus aqui que pus um maior e um menor, aumentava, é .., diminuia, diminuia um pouco, aí fui tentando. Aí eu pense se fossem lados iguais poderiam ser maior ainda.
P. Otimo. Agora tentem escrever, aqui no verso pode ser, tentem escrever isso que você faló e Michella também.
M. Certo, O que eu fale para o senhor, trabalhe em casa.
P. Bom, tá bom. (pausa para que eles escrevam os resultados do problema e alimentem no banco de problemas os resultados).

SEGUNDA SEÇAO.

P. Vamos começar a segunda seção do dia 2 de Maio,as 10 horas em punto com Ademar e Michella. Vamos agora a discutir o processo de Escreva seu Procedimento. Este processo é muito importante, pois quando voces escrevem aquele que pensarom para resolver um problema, é que voces aprendem o conhecimento. Porque então começa a avaliar o procedimento, estava certo o ficava errado, então que é o que fazem: Se voces tem mais de uma solução para o problema, então para cada uma das soluções, escreva: O resumo do problema, o problema em poucas palavras, em palavras próprias de voces, estratégias de solução empregadas, a resposta do problema e um resumo da resolução do problema, o

algoritmo e o conjunto solução. Isso é o que voces precisam por no programa dos problemas, no programa novo que se chama. No programa novo que voces mecherom com o problema 1. Depois de isso se pergunta, Se pode generalizar o problema?. Se pode, então faz a generalização e volta para compreensão do problema, compreensão do problema fica lá encima. Se não, Se não pode generalizar o problema, então simplesmente volta para o micro- processo onde simplesmente leva a dar outro problema. E isso é o que nos vamos fazer, eu vo dar-lhes outro problema o problema 2. Mais adiante, quando voces estejam na Universidade, voces vam a poder generalizar o problema. Eu acho que quando estejam no primeiro ano da universidade voces vam poder generalizar este problema, vam ver como é que ele tem uma solução geral. Mais agora voces não tem a fundamentação matemática para fazer essa generalização, voces estão resolvendo problemas de primeiro ano de universidade, bom aqui esta o problema 2, agora vem o trabalho para Ademar, cola isso na parede, por favor, assim fica na vista de todos nos. Tem o problema 2, quem de voces vai dar leitura?.

M. Problema número 2. Um campo retangular tem que ser cercado com 300m. de cerca, o campo fica na, na ribeira de um rio, de um rio, de um rio reto, em essa parte não precisa ser cercado. Encontrar a área que se pode cercar.

P. Isso, Olhem para lá. Compreensão do problema, lea o problema, sim lea o problema as vezes que precisem. Depois tente fazer um resumo do problema, tente encontrar as respostas as perguntas insubstituiveis, faça uso das estratégias de solução, não?, para que tudo isso vai te ajudando na compreensão do problema. (pausa de 77 segundos). Tentem, tentem falar entre voces, fazam perguntas, não trabalhem individuais (pausa de 38 segundos).

M. Que fizo aí?

A. Eu fiz um terreno retangular.

M. Sim. Só que ...

A. Só que, só que em uma dessas, aqui, corre um rio reto, aí não vai precisar de cercar.

M Deste lado corre a água e esta faltando uma parte.

A. Esta faltando uma parte, só que essa parte não tem que cercar porque aqui corre um rio.

M. Otimo.

A. Agora é. Agora é só encontrar a área.

M. Quer dizer que o rio não é problema, não é?

A. E, só que aqui é maior. Agora é só achar a área. (pausa de 12 segundos), aqui ó. Um campo retangular que se tem que cercar, é só achar dois lados iguais, e já está pronto.

M. Tem que achar os dois?

A. tem que achar os dois.

M. Menos este.

P. São tres.

M. Tem que dar 300?
P. tem que dar 300. (pausa 23 segundos).
M. O que está fazendo quando chama de lados iguais.
A. Só.
M. Só, só as partes iguais
A. E
M. Com qual área? (pausa de 93 segundos)
A. A área dio 110 , só que esta aqui é menor e esta aqui é maior.
M. Como você faz, você soma por exemplo, coloca o cabo na terra, vira 50 e da 40. Aí você soma e multiplica, aí você me diga se multiplica para 300.
A. Aha. (pausa de 29 segundos)
M. O meu dio 3500. Não pode ser 3500, porque?, não pode sustituir aqui?. Então eu multipliquei aí dio 3500 . Tem que ser um pouco menor, não é?. A. Tem que ser lados iguais. E igual que aquele outro. Se o campo vai ser, o campo é retangular, você precisa de um, de lados iguais você não viu que um retângulo é um quadrado com lados iguais, que ní a, então você viu aquelos lados iguais.
M. Então não é aquele retângular que você tomo com 50 de cada lado, não dio 200?.
A. Dio sim.
M. Então, aquele vai ter que ser mais um de 50.
A. Vai que ter que ser mais, (pausa 17 segundos).
P. E voces não hão falado nada? ou hão falado, se não o gravador vai ficar aí...
A. Aqui seria quase o mesmo esquema do problema primeiro, não seria?
P. Haver, explica pra mi.
A. Só aqui, com a diferença do que, aqui, o rio cerca, passa enfrente dele, não?
P. Uhum.
A. Então, mais mesmo assim é um campo retangular, não é?.
P. Uhum.
A. Podia, podia ser, podia ser próprio um quadrado, podia ser?
P. Uhum.
A. Aí, só, só...
M. Aumentava.
A. Aumentava mais a área dele.
M. Pois é, aquele lado era 50, este aqui tem que aumentar mais, pois aquele lado era 50, 4 lados dio 200, e este aqui não vai dar 4 lados, vai dar tres, aí você precisa aumentar os tres lados, mais de 50.
P. Aha,Aha, e então daria quanto?, Quanto ficaria cada lado?. Você tem 300 metros de cerca, quanto pegaria para cada lado. Tento algum aí?
M. Não.
A. Tente duas aqui, aqui dio áreas iguais, mais ainda é pouco.
M. Eu fiz 70 por 50 aí o multipliquei e dio 3500.
P. Mais 70 e 50 da 300 de perímetro?.
M. Dio..., não, mais, e..., como fala... a base.

P. Aha.
M. Dio 3500.
P. A área?
M. A área.
P. Mais você esqueceu, que tem que sumar 300, certo. Onde é que está.
M. Aqui ó.
P. Eu fique sem lentes. tá 300. A soma dos lados.
M. A soma dos lados tem que dar 300.
P. Os lados que tem que ser cercados.
A. São tres lados, seria ...
P. Os lados...
M. So que aqui, a gente fizo um desenho.ne, entao aqui a gente vai aumentando, então, estos aqui tem que dar 300 certinho.
P. Sempre. Você combina os números, mais a soma dos 3 lados tem que dar 300 sempre. E uma coisa mais o menos assim, você recebe um telegrama de Sarney que fala Bom Michella, você vai ir ao amazonas lá no rio tal, e vai pegar o terreno que possa circular com 300 m. de cerca, então você vai pegar o maior terreno que possa, não?, com 300 metros, então qual é esse terreno, como é que ele vai ser? (pausa de 35 segundos). Você faria assim?, qual é a área de ele?
M. A área?.
A. A área deste que está aqui com 100 de cada lado, 100 vamos por, aumentar, aqui tem 100, dois zeros, 10000 seria a área.
P. 10000 a área, a área de ele, altura vezes base. Certo?
A. Agora...
P. Mas agora essa é a mais grande?.
A. E, sim.
P. Será?
A. Não, não é a maior?
P. Porque?, você tentou outras?.
A. Não.
P. Hum?, tenta outras Michella, Haver quanto da?, que também sume 300. não?.
A Só sería então achar o campo que da 300 de área, só.
P. De área não.
A. e...
M. Altura.
P. Soma dos lados.
A. E.
P. A soma dos tres lados da 300.
M. Então, este como eu, a soma dos tres lados dá 300.
P. 300 e tem um área de 10000 metros quadrados, então agora o que nos queremos e saber se tem outro, isso. Fazendo mais outro, para ver se a área cresce o fica mais pequena, como é que a área vai mudar ou vai a variar aí (pausa 66 segundos). Pensem em um, se aqui tem 50, aqui também tem 50 porque são do mesmo tamanho, e aqui quanto tem que ter para que de 300. (pausa 16 segundos).
A. Precisaria de lados iguais ne?, então, eu acho 50.

P. 50 nao da, porque aqui tem 50, e 50 com 50 , 100 e 50 são 150 não da 300. Aqui precisaria ir o que falta para que a soma de estos de 300. Quanto falta?. A soma deles é 100, não?
M. Uhum.
P. Para que de 300?
M. Faltam 200.
P. Então este lado tem que medir 200, certo?. Então pom aí 200. Então quanto valdria essa área?
M. 300.
P. Não, a área é base vezes altura, base vezes altura. (Pausa 12 segundos). Quanto dio?.
M. Dio um monte.
P. Um monte!. Esse monte e mais grande que este monte? ou não?.
M. E, (rindo).
P. Há!, Ademar, está olhando?, explica aí.
M. Eu coloquei 50 de base e 200 de altura aí eu multipliquei e dio um monte de altura.
A. Maior?
M. E.
P. Não, 50 você agregou um 0 mais, dio 500 aí, não?, então seria 200 por 50, então da 10000, dá 10000 também. Então olha aí, tem outra que da 10000 e é muito diferente. Você com quais há experimentado, conta pra gente, com quais há experimentado?.
A. Eu tente com 9,5
P. Porque 9,5 ademar?, são 300.
A. 300. Eu multipliquei dio, dio...
M. 75.
A. Não, perdi a conta.
P. Espera aí, antes de multiplicar , teu perímetro da 300?
A. Não da.
P. Então não tem jeito.
A. Não tem jeito.
P. Antes de multiplicar você tem que testar, assim como o de Michella que dio 300, tenta outros Michella agora você pego este e pego este, os dois tem a mesma área, experimenta outro?. Acho que você está esquecendo fazer um desenho, faça o que está fazendo Michella, se você tem 9,5 por lado então, faz o desenho e coloca 9,5 e a soma vai dar 28,5 e você tem 300, então não dá, faz um desenho e começa a ver que de 300.. Estratégias de solução. E muito importante, se não você se atrapalha, começa a fazer números e números é números e não consegue, tem que dar a soma dos tres lados 300 (pausa 28 segundos). Quanto dio?.
M. 100.
P. Não, então soma quanto da?, 60 e 60 e 100 da?. Soma.
M. Sumar.
P. Se, para ver se tem os 300.
M. Dio 160.
P. mais 60.
M. 220
P. Ah e eram 300. Se você tem 60 aqui, 60 e 60 são

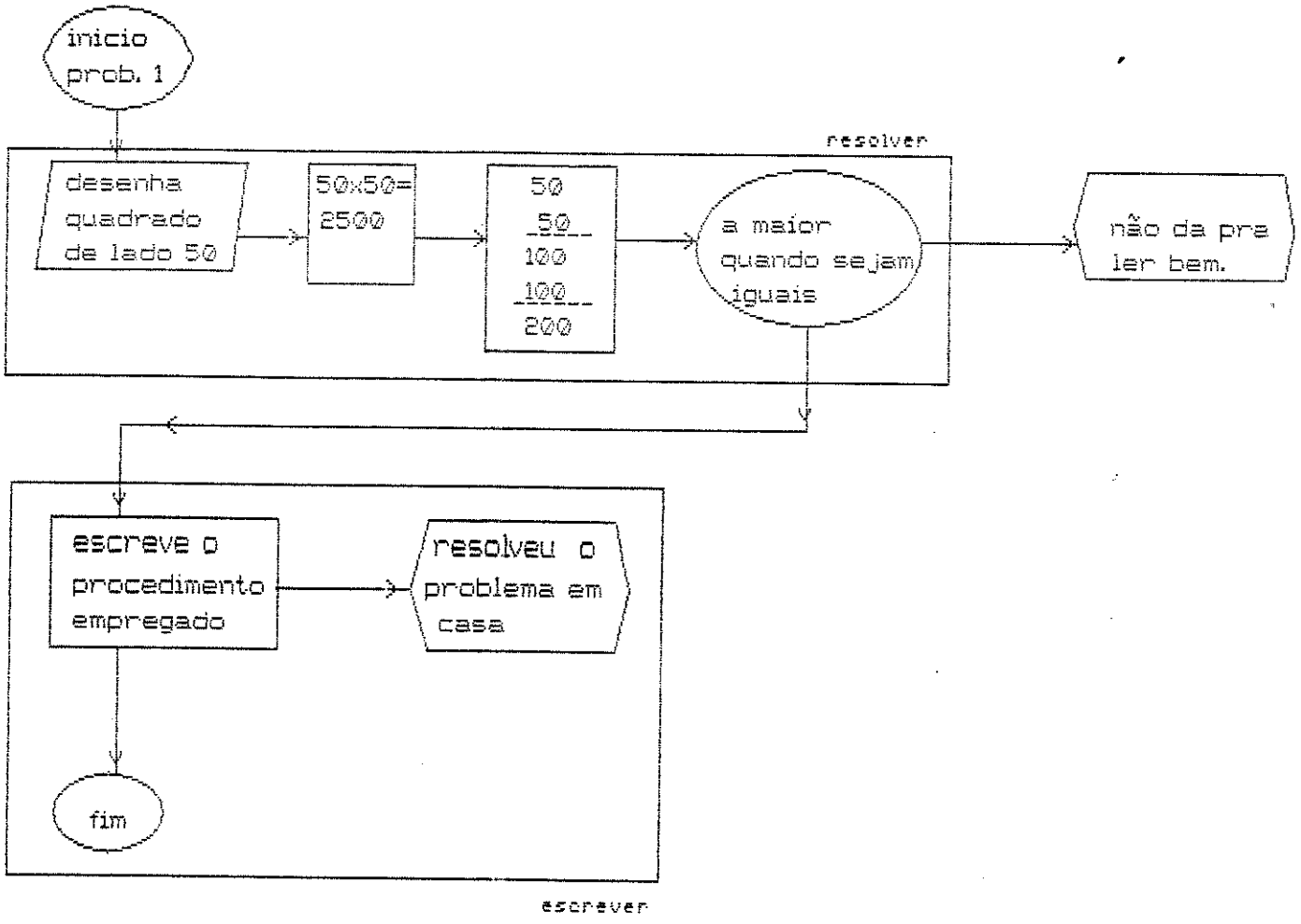
120, então, quanto tem que ter aqui para que sejam 300?
M. 300, hum, são 150.
P. A 300 restem 120, a 300 restem 120. Como é que falam aqui?, para isso.
M. Diminuir.
P. A desculpa, mais mi lenguage não está bom, então diminuir de 300, 120. Como vai Ademar?, você esqueceu de nuevo fazer um desenho. Quanto dá isso aí, isso soma 300?,
A. Se fozem 4 lados
P. Não são 4 lados, então não adianta, fica trabalhando debalde, use desenho Ademar, use desenho.
M. 180
P. Então pom 180.
M. Aqui?
P. Aqui. Então quanto dá altura vezes base.
M. 280.
P. Não, Não está errada a multiplicação.
M. esta errado?
P. Está errada a multiplicação, não desenho não, faça a operação 180 vezes 60.
M. Ah!, já vi o que está errado.
P. Deixa ele, ... não se este mede 75 este também, não, agora quanto tem que valer este para que de 300. Aí esta o assunto você pom estos soma e então tem que ver quanto vale este para que de 300 (pausa 31 segundos). Quanto tem que valer?
A. Aqui tem que valer 150.
P. Então pom 150. Agora quanto da de área aí?.
A. 150 com 75, 300.
P. Bom, perímetro e a área?. Quanto deu Michella?. Calcula essa área.
M. Esta aqui está errada.
P. E onde é que está certa?. Ta esquecendo multiplicar, pom este zero aqui, não, agora 6 por 0, 6 por 8 e 10800 e esta outra dio 10800 e esta dio 10000 e esta outra também dio 10000. Então você já pego uma mais grande. Ademar e a sua quanto dio?.
A. A área 11250.
P. Ah!, ele tem uma mais grande que a sua. Mostra aí. Ele pego 75, 75 e 150. e a éra dio 11250, espera aí. E Michella fizo, mostra para ele o que você fizo.
M. Esta dio 10000, esta também aqui dio 10000 e esta aqui dio 10800.
P. Bom,Esta aqui que dio 10000 tem 100,100, 100 um quadrado e esta outra que tem 50, 200 e 50, também dio 10000. Mais esta aqui que tem 60, 60 e 180 dio 10800, e esta outra dio 11250. Voltem agora ao problema, o que pede o problema?.
M. Encontrar o que pode cercar menos o rio, como cercar uma chácara, e tem que cercar a chácara menos o rio.
P. Mais a chácara tem que ser pequena?
M. Não a mais grande.
P. Você já fizo 3, de essas tres com qual ficaria?

M. A mais grande.
P. A mais grande, mais ele já fizo uma mais grande que a sua é? Então, será que pode encontrar uma mais grande que a de Ademar?. (pausa 8 segundos). Bom procura uma mais grande. Não precisa vírgula, Ademar.
A. Não?
P. Não precisa, são 300 cm. (pausa de 17 segundos).
M. Esta aqui multiplica por isto?. dio 360. (pausa de 20 segundos). A minha dio 19 mil e ...
P. Ah!, mais dá 300?.
M. Não.
P. Por isso é que está mais grande. 80 e 80 quanto tem que dar aqui, diminuir de 300. E como é que fico?.
A. Hum!, dio 10450 de área, agora de...
P. Hum!, dio mais pequena.
A. O Leonel,
P. Fala.
A. Será que não seria assim: Quanto mais acho maior será o número, continua sendo ficando menor a a....
M. Area.
P. E, mais também, pero tem um momento que cresce?.
A. Sim, cresce um pouco.
M. Depois aumenta.
A. Aumenta o número, diminui mais ainda.
P. Isso!, Tá excelente isso é verdade, agora, qual é a mais grande?.
A. E (pausa de 5 segundos).
P. Eu faria uma coisa, lá fala de fazer uma tabela. Faça uma tabela, bom, pongamos aqui uma tabela, que aqui tem base, aqui tem altura, eu vo ensinar a fazer uma tabela e assim voces vam fazendo,aqui a soma e aqui a área, então voces vam vendo o que vam fazendo, Michella fizo uma, que tem 100, 100, soma 300 e vamos a poner que aqui está a base, então tem 100 de base sempre tem duas bases e uma altura, então tem 100 e 100 da 200 e 100 da 300 e de área tem 10000. Certo?, qual outro, Michella fizo, 50, 50 da 100 e 200 sumava 300 isso dio de área 10000. Depois ela fizo 60 e 60 e 180, sumo e dio 300 depois ela calculou a área e M. dio 10800
P. 10800, depois Ademar fizo 75, Primeiro ela fizo uma muito grande, depois fizo uma pequena, logo começou a crescer e fizo 60 agora Ademar fizo 75, Hum. 75 e 75 e 150 soma 300 também, área 11250. Então você não há completado essa 70, 70 e 140, tem que diminuir de 300,84 completa e calcule a área. Depois Ademar fizo uma de 95. 95 e 95 aqui dio 110, vou calcular a área, isso dio quanto de área, dio.
A. De área dio 10450.
P. Fico mais pequena.
M. Isto aqui dio 11200.
P. Vamos a ver, dio 11200, ainda mais pequena.
M. E.
P. Até agora esta fico mais grande. Será que tem jeito de fazer outra mais grande?. 80 tá muito perto

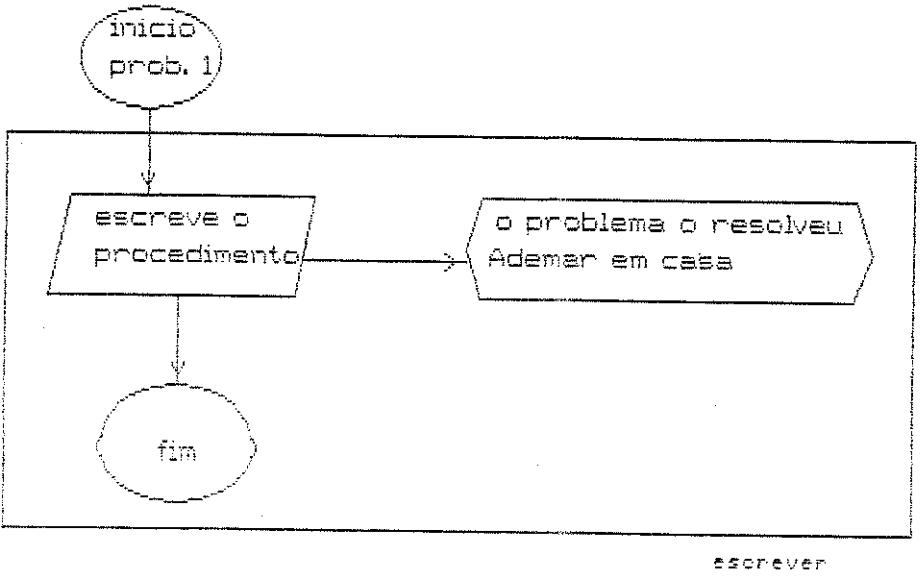
de 75, e dio 11200, mais grande de 80 ainda mais 501
pequeno, mais pequeno de 75 e dio mais pequeno , 60 502
mais pequeno, si você experimenta com 70, dá quanto. 503
M. Dá o mesmo. 504
P. E se Ademar houvera provado com 90, houvera dado 505
lo mesmo que aqui com 60. 506
A. Então quer dizer que não tem jeito de fazer uma 507
mais grande que de 75. 508

DEPOIS DE ESTA CONCLUSAO OS ESTUDANTES FIZERAM O RESUMO DA ATIVIDADE E PROGRAMARAM OS RESULTADOS NO PROGRAMA NOVO.

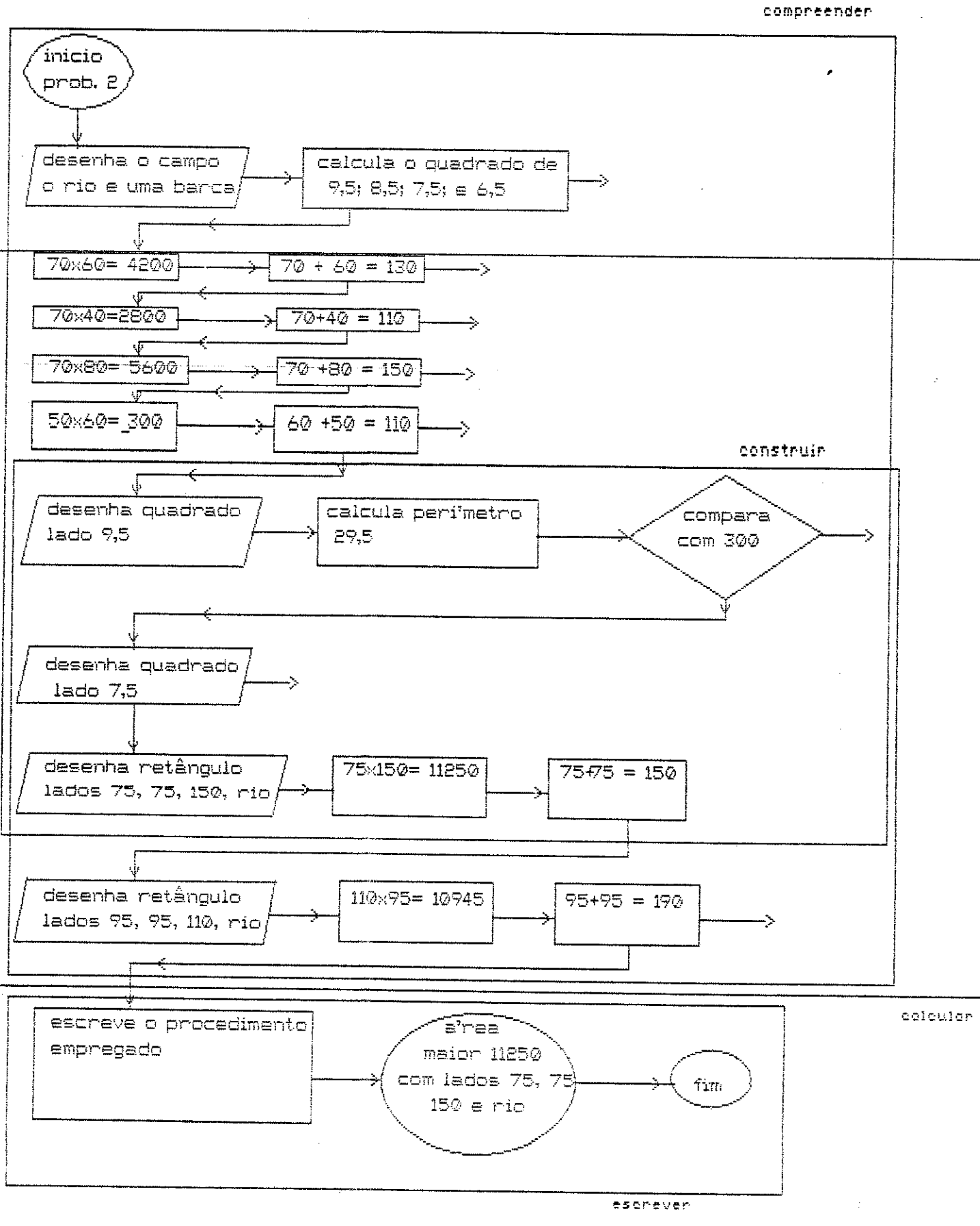
Ademar 02-05-89
Problema 1



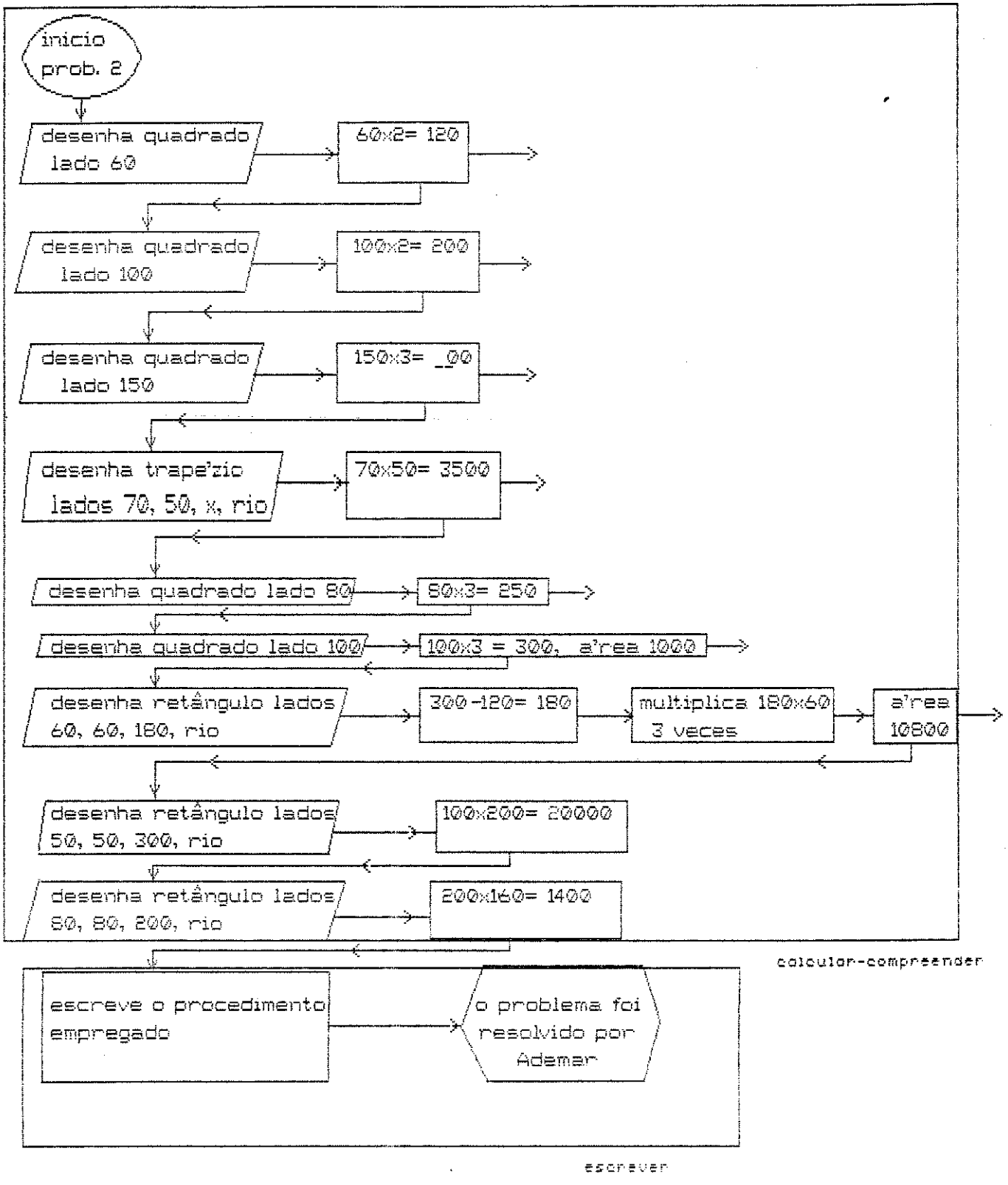
Michella 02-05-89
Problema 1



Ademar 02-05-89
Problema 2



Problema 2


inicio
prob. 2
desenha quadrado
lado 60
60x2= 120
desenha quadrado
lado 100
100x2= 200
desenha quadrado
lado 150
150x3= _00
desenha trapezio
lados 70, 50, x, rio
70x50= 3500
desenha quadrado lado 80
80x3= 250
desenha quadrado lado 100
100x3 = 300, a'rea 1000
desenha retângulo lados
60, 60, 180, rio
300-120= 180
multiplica 180x60
3 veces
a'rea
10800
desenha retângulo lados
50, 50, 300, rio
100x200= 20000
desenha retângulo lados
80, 80, 200, rio
200x160= 1400
calcular-compreender
escreve o procedimento
empregado
o problema foi
resolvido por
Ademar
escrever

COMENTARIO DO DIA 03-05-89

AULA COM ADEMAR E MICHELLA

Nesse dia trabalharam os problemas 3 e 4, mas o nível de matemática deles, no dio para trabalhar o problema 3, que é uma generalização do problema 1. Quando eles se encontraram com um perímetro que mede 2p, desorientaram-se completamente, eles ainda não tem trabalhado com álgebra e não podem trabalhar com constantes e variáveis.

O problema 4 foi um pouco diferente, embora desconsertou-lhes o fato que não tinha valores para o perímetro, eles não conseguem introduzir os valores das cercas, em metros lineais e o valor total que podiam gastar em cercar o terreno todo. O caminho que eu encontrei, foi, fazer que criaram distintos terrenos e calcularam o valor que necessitavam nas cercas, deste jeito eles começaram a calcular, por tentativa e erro, até ficar perto de gastar-se os 480000 que tinham para a cerca. O tempo se nos esgoto e falei para eles em ter um programa que calculara-lhes os resultados, para otimizar o terreno.

De aqui em diante, já no darei-lhes problemas de generalização. Pois ficaram muito chateados quando interrompi-lhes o problema. Já que eles ainda não tem os conhecimentos matemáticos necessários.

AVALIAÇAO DA PRIMEIRA ATIVIDADE

1. MICHELLA: Não conhecia o problema e não tinha idéia de como começar a resolver-lo, já tinha trabalhado com problemas semelhantes e utilizou algumas estratégias na resolução. Acho o problema difícil e sentiu-se insegura no trabalho. Utilizou o computador para adquirir informação.

2. ADEMAR: Não conhecia o problema e não tinha idéia de como começar a resolver-lo, já tinha trabalhado com problemas semelhantes e utilizou algumas estratégias na resolução. Acho o problema difícil e sentiu-se inseguro no trabalho. Utilizou o computador mas não indicou para que.

Na segunda atividade não preencheram as folhas de avaliação.

AULA COM ADEMAR E MICHELLA
DATA:03-05-89
HORA: 9:30.

P. Bom então vamos dar uma olhada lá no que colou Ademar ontem. Dice: as perguntas insubstituiveis, as dicas, as estratégias de solução. Todo isso tem que ver com a compreensão do problema, Não?. Compreender o problema o que é?. Ler o problema, hum, ah ... dar resposta as perguntas insubstituiveis e dar um resumo

do problema e utilizar as estratégias de solução. As perguntas quais eram?. Qual é a incógnita?, Quais são os dados? e Qual é a condição?. Daí se dam essas recomendações pra voces que aqui tem nome de dicas e de estratégias. Ontem usamos Faz um desenho e faz uma tabela, não?. Lembram?. E tem ali, faz uma lista e outras coisas. Depois que a gente fez o problema, tinha outro procedimento, não?. Escreva seu procedimento, o que tinha que fazer?. Bom. Pode ser que tenha mais de uma solução do problema, então para cada uma dessas soluções do problema você vai fazer: Escrever a resposta das perguntas insubstituiveis, escrever a solução, escrever as estratégias que utilizou, e escrever um resumo da solução. Bom, depois de isso você pode tentar fazer uma generalização do problema. Agora, eu quero que voces dam uma olhada na folha do micro-processo. Bom. Micro-processo é o que a gente está fazendo, verdade, No início o que diz pra fazer é: Ler o problema, depois do que você lê o problema, você passa para a compreensão do problema, o que é isso, é aquele que está lá, compreensão do problema. Cada um que esta nesse retângulo, é um processo, e um algoritmo aparte, certo?, entao tem compreensão do problema. Depois que você termina a compreensão do problema, aqui pergunta se contestou as perguntas insubstituiveis, aquelas que estão lá. Então, passa a construção do algoritmo e a resolva o algoritmo, são outros dois processos que nós vamos apreender, certo?, mas não hoje vamos a aprender. Logo, Quando você resolva um algoritmo você tem uma solução, uma resposta, então: com essa solução vem agora aí perguntas, se essa solução satisfaz o problema, se a solução satisfaz o problema então vai fazer este, se não satisfaz, se viene hasta aqui onde fala se não. Se não então você tem que voltar hasta a construção do algoritmo, porque em algum lugar tem um erro, não?. Agora, se a solução satisfaz o problema, pergunta. Então pergunta outra vez se a solução é factível lógicamente. Por exemplo se voces tem um problema como este: Se a os dois anos de edade eu tinha 4 dentes quantos dentes vou ter a os 30 anos de idade?.

A. Hum. Como é que é o problema?.

P. A os dois anos de edade eu tinha 4 dentes, Quantos dentes eu vou ter aos trinta anos de edade.

A. A os 4 anos.

P. A os dois anos.

A. A os dois anos eu tinha 4 dentes, quantos anos vai ter quando...

P. Não. Quantos dentes!, vai ter quando tenha 30 anos. (pausa de 44 segundos). Quantos da? (pausa 20 segundos). Quanto deu, mais o menos...

A. Hum? (pausa 12 segundos).

P. A ver, o que que esta fazendo. A os dois anos eu tinha 4 dentes, anos e dentes. A os 30 anos eu tinha x

dentes. Então o que tinha que fazer, Eu tinha 30 vezes 4 dividido por 2, isso vai dar 60 dentes. Agora bem, a solução é factível lógicamente?. E possivel 60 dentes?.

M. 60 dentes na boca?

P. Claro que não cabem. Imagina eu que já quase tenho 40 anos, eu teria 40 vezes 4 dividido 2, 80 dentes, da tubarão, não (risos). Então isso é o que se refere a solução é factível lógicamente. Por exemplo, se voces tem que uma casa, uma casa que é construida em um ano por 3 operários, pedreiro ajudante e não sei que mais, então em quanto tempo sera construida por um milhão de operários. (pausa 11 segundos).

M. Uma casa só?

P. Uma casa só.

M. (Risos). Em um dia faz.

P. Certo, em um dia faz? ... Agora imagina,Michella, você pode por um milhão de operários a onde cabe uma casa?. Não cabem, não cabem, então tem que perguntar sempre: A solução é factível lógicamente? Certo?. Um tem que ter isso em mente, aunque eu possa calcular rapidamente, como fez Michella e pode ser que provavelmente não tarde ní um dia, mais então depois de que um fiz os cálculos um razoá, lógicamente é possivel?, Não, não é possível;, porque não cabem um milhão de pessoas no lugar onde você vai fazer uma casa. Imagina, no ... no ... no... no... cabem em um estádio, só cabem 60000, imagina 60000 de um milhão. Então sempre tem que pensar isso. Agora vejam aqui, então fala: Se a solução é factível lógicamente, então escreva seu procedimento. O que é o que a gente fez ontem. Se não satisfaz lógicamente, não é factível, então passa a compreensão do problema, Certo?. Então este é o micro-processo. Eu acho que hoje toca a Michella colar na parede (risos de Michella). Faz favor Michella (pausa 19 segundos). Bom. (pausa 16 segundos). Agora voces vam a receber aí o problema que eu chame de número 3, algum de voces quer ler? (pausa de 14 segundos). Leia em voz alta.

A. Dentre todos os retângulos de perímetro dado 2p, achar os de área máxima.

P. Aja. (pausa 8 segundos), Tem alguma dúvida?

M. Que que é 2p?

P. 2p é uma distância, um tamanho, por exemplo se isto é p, então isto é 2p, osea um tamanho. O perimetro mede 2p. Ta?. Voces fizeram com 20 centímetros, não?, e fizeram outro com 200 centímetros, acho que era. Então pensa, agora em vez de 20, em vez 200 então ponha 2p ...então, que acontecerá. Pode trabalhar aqui Ademar. (pausa de 16 segundos). Eu acho que voces deberiam de comunicar-se, falar, perguntar, você pergunta a ele e você pergunta a ela, porque está fazendo uma coisa e o outro outra coisa, certo?. Não falem muito baixo, falem mais alto, porque

se não, não dá para que o gravador pegue. (pausa 46 segundos).

M. Que que é para fazer aqui?

P. Perdão.?

M. Que que é para fazer aqui?.

P. Oh, achar o retângulo que você poda fazer que tenha a área máxima (pausa 8 segundos). Tentem fazer primeiro, ... o que falamos: a compreensão do problema: Ler o problema, utilizar os preliminares necessários, o seja as dicas, resuma o problema e utilizar as estratégias de solução, isto es, por enquanto não ham contestado as perguntas insubstituiveis. (pausa 86 segundos). A ver: Aqui tem ... Porque trabalha escondendo o que faz Ademar?

M. Hum.

P. Isto não é prova. Aqui não temos provas, não se preocupe. Então tente responder: Qual é a incógnita?, Quais são os dados?, e Qual é a condição?, certo?, antes de trabalhar na condição do problema. (pausa 27 segundo).

A. 2p e o perímetro.

P. E o perímetro. Tá falando do perímetro. O que que ele é?, uma variável, uma condição ou um dado?. Fala!. E um dado, escreva aí. Dado: perímetro 2p. (pausa 16 segundos). Hoje também tem greve?

A. Tem greve.

P. E vai até quando?.

M. Não sei, mais eu acho que vai ter que repor bastante aula (pausa 9 segundos).

A. Agora ... A incógnita seria ...

M. O retângulo.

A. E o retângulo.

P. E qual é o retângulo maior. (pausa 47 segundos).

M. A condição é a área máxima?

P. E. (pausa 41 segundos). Agora eu acho que seria bom fazer um resumo do problema, dizer com suas palavras o que significa o problema. (pausa 18 segundos).

M. Poderia ser... O que seria achar por exemplo o retângulo maior.

P. Que mais, achar o retângulo maior? (pausa 9 segundos).

M. E a área máxima.

P. Que tenha a área máxima. Bom, isso é o retângulo maior, que tenha o perímetro dado, o seja o perímetro 2p. (pausa). Bom o resumo já está feito.

M. Esse 2p está complicado. (pausa 35 segundos).

A. O perímetro é a soma dos lados, não?

P. Isso.

A. Então aqui são os 4 lados 2p, ne?

P. Aha.

A. Aí soma ... daria 8 ...

P. Ah!, Não, os 4 lados já somaram 2p.

A. E, já somaram 2p. (pausa 6 segundos).

P. Não Ademar, aí não fala que cada lado mede 2p. E

que você ... olha aqui... se você tem este, este lado se chama a e este se chama a, chama a.

A. Aha.

P. Este se chama b, e chama b, então você soma, a mais a e b mais b, e isto vale quanto. Vale 2p. Isto é o que está falando, que o perímetro que é a soma dos lados equivale a 2p. (pausa 80 segundos).

M. No perímetro do retângulo, a fórmula é duas vezes a altura e a base?

P. Uhum.

M. Então a gente tem que fazer (pausa 1 minuto e 58 segundos).

P. Voces fizeram algum problema parecido?. Dos que fizeram com migo? (pausa 14 segundos).

A. Eu acho, que o primeiro.

P. Então, como é que fizeram o primeiro?. Pergunta lá, Michella, pede o problema um aí.

M. O que que é pra fazer?

P. O problema um. Ponha 1 onde pede o número do problema, o Ademar falou que era o um. (pausa 6 segundos). Isso. Que dizia?

M. Encontrar a área do maior retângulo que tenha 200 centímetros de perímetro.

P. Ah!, e qual é a diferença com este. Entre esse e este.

M. Este aqui o perímetro é dado de 2p.

P. 2p. Mas em tudo o demais é igual, não?. Ta pedendo o mesmo, certo?. Certo ou não?

A. Certo.

P. Então olhem o que fizeram lá. Poderia haver (pausa 48 segundos).

A. Então é a mesma coisa, o único que tem que achar é 2p, que é o perímetro, ne?

P. Uhum. (pausa). Lembram, alla estão as dicas. (pausa 6 segundos). E!, não estão aí. Então vamos agregar isso, elas falam se você tem feito algum problema semelhante. (pausa 8 segundos). Pode ajudar essa solução no problema que tem agora?.

M. Mas, nesse a gente colocava 50 de cada lado, porque ele era (pausa).

P. Ah!. Voces colocaram 50 de cada lado porque tinham 200, não?.

A. E mas este de aqui tem 2p.

P. Então, foi mais fácil. (pausa 1 minuto e 15 segundos).

M. O senhor diria: estes de aqui somando com estes de aqui dariam 2p.

P. Não. O 2p é o dado do problema. E o que dá o problema. Então o que é que eu fiz aqui. O que era o perímetro. Perímetro é somar estos dois com estos dois, e isto é o que o problema fala que mede 2p, certo?. Este aqui é o perímetro. Quanto mede o perímetro?, mede 2p. (pausa 19 segundos e troca de fita). Tá difícil?. Porque?.

M. Por causa do 2p.

P. Haver Ademar, conta o que esta fazendo.
A. Achando a área.
P. E como que esta fazendo?. E como sacou 75?
A. Como deu?
P. De onde é que pegou 75?, de onde?
A. 75 eu ache de ... como se diz ... como se diz, base vezes altura.
P. E, mas de onde saiu?.
M. Ele tirou um número.
A. Esse número eu tirei.
P. Ah!, e a soma de essos
A. A soma dos dois, da 1.
P. Mas a soma tinha que dar p.
A. Tinha que dar p.
P. Não tinha que dar 1, certo?
A. Certo.
P. Va, não ... não... não tem ...
M. Ele tinha que colocar um p (rie). (pausa 7 segundos).
P. Bom, nessa para aí. Deixamos o problema. O problema mais o menos... o que a gente pretendia ... Lá quando fala escreva seu procedimento, depois que você escreveu, pergunta se você quere fazer ... generalizar o problema. Este problema 3 é a generalização do problema 1. Será, voces fizeram o problema um para 20 centímetros e depois voces fizeram o problema 1 para 200 centímetros, poderão fazer ele para 400 centímetros, 4 centímetros, para 1000 centímetros. Para cada um deles que voces fazem, ele va ser um quadrado. Então quando tenham qualquer quantidade, 2p por exemplo, tem que ser um quadrado. Agora imagina, quando eram 200 centímetros eram 50 cada lado, quando sejam 2p vai ser?, Qual é a relação entre 200 e 2p?. De 200 o que tem que fazer para tirar 50?
A. 200 tira 50?
P. Para que fique 50 que teria que fazer com 200?.
A. Tinha que ...
P. São 4 lados de 50, não?. Então tem que dividir 200 entre 4 e dá 50. 2p dividido por 4, vai dar p dividido por 2, este era o lado do retângulo. Você estava aqui tentando. O que falou Michella estava certo, só faltava poner um p, um aqui e um aqui, então a suma deste lado tinha que dar um p e a soma destes lados era um p. Eu acho que voces não estudam álgebra na escola, porque se trabalharam álgebra tiveram encontrado a resposta, certo?. Mas de todas formas eu... eu queria tentar aí. De todas formas deixa aí o problema. Puxa vida, como jode, estar com uma pata menos é difícil.

SEGUNDA SECÇAO
HORA 10:07
PROBLEMA 4

P. Tem ai a folha, que faz favor de ler.

M. Problema número 4. Um campo retângular vai ser fechado com uma cerca e depois dividido ao meio por outra cerca. Se a cerca que passa pela metade custa 100 cruzados novos por metro e a outra 250 cruzados novos, encontre as dimensões da maior área que pode cercar-se com 480000 cruzados novos.

P. Isso. (pausa 89 segundos)

M. Aqui é um retângulo que tem que ser dividido ao meio. Uma metade custa 100 e a outra 200?

P. Não, 250.

M. Agora tenho que encontrar as dimensões da maior área que pode-se dar com 480000.

P. O seja, cada metro custa 250, não?. Vamos supor que cada quadro destes é um metro, aqui já tem, um dois, tres, quatro metros, aí já leva 1000 cruzados, certo?. O seja, é isso o que fala o problema. Cada metro da orrilla, do bordo, custa 250 cruzados novos. Cada metro de aca, custa 100 cruzados novos.

M. Tá errado?. ... Tá errado?

P. Hum? Não, não esta errado. O seja, cada metro de aqui custa 100 e cada metro do bordo custa 250.

M. Eu pensava que esta metade aqui era 100 e esta aqui era 250. E que era um retângulo dividido ao meio.

P. Isso. (pausa 3 minutos e 46 segundos). Bom, conta para mi, que estão fazendo.

M. Tá errado.

P. Mas, conta.

M. (emite um som de não gostar). (pausa 10 segundos). Estas duas aqui que vai ter que cercar com esta aqui?

P. Não. Não é assim. Vamos fazer uma coisa, desenhemos por exemplo neste retângulo. Tem um, dois, tres, quatro, cinco, tá. E vou tomar 10 pra cá. 1, 2, 3, 4, 5, e vou a marcar aqui, 1, 2, 3, 4, 5, e vou a marcar aqui, tá bom?. Bom este é o retângulo, agora eu o divido, certo?. Eu vou cercar ele. Quanto me va custar?, Quantos metros tem?

M. Quantos metros tem?

P. Para ver quanto me va a custar cerca-lo, eu preciso saber quantos metros tem o retângulo, no perímetro. Então, eu tenho 5 aqui e 5 aqui, tenho 10 aqui e 10 aqui, quantos metros tenho na parte de fora?. Tenho 10, 15, 25, 30. tenho 30. Quanto cada metro da parte de fora?.

A. 100 cruzados por metro.

P. Não, 250. Então é 30 vezes 250, certo?. O que fala aí. Você vai fazer uma parede aí.

M. Ah!, desculpa, esses 250 são da parte de fora?

P. Da parte de fora, sim. Além de isso, eu tenho que somar esta parede que é mais pequena. Quanto tem esta?. Também tem 5 metros, certo?. E essa vale quanto o metro?.

M. 100.

P. 100 o metro. Ela vale 100. Então este terreno me custaria a mi quanto?. Me custaria 500 aca e uns

setecentos (pausa), certo?. 7500 e com outros 500, o total é 8000. Bom, Agora, o trabalho, tem que trabalhar nesta folha. O trabalho de voces es 480000, voces usam ponto, não?. Eu quero um terreno de 480000, certo?. Eu fiz um só pra mostrar para voces como é que era o assunto. Com esse aí quadriculado, sai mais fácil ou precissam de uma régua?

A. Não. (pausa 24 segundos).

P. Voces querem uma folha para cada um ou trabalham os dois na mesma folha?.

M. Não faz mal.

P. Se não também, partimos a folha , espera ai, é mais fácil. (pausa 17 segundos). O sea que vai ser... vai ter que ser muito mais grande que o que eu tinha, não?. Porque esse deu apenas 8000 cruzados (pausa 2 minutos e 42 segundos).

A. Primeiro tem que ver a soma de todos para depois por 250. (pausa 11 segundos).

M. E ... E, aqui tem que colocar? fez a soma, o meu deu 42. Tem que colocar 42 vezes 250 mais 7?.

P. 7 tinha aí?

M. Não.

P. Aqui quanto tem?

M. De altura tem 14 e de base 7.

P. Ah!, então, mas este é vezes 5.

M. 7 vezes 5?

P. Não, 100.

M. 100? (pausa 1 minuto e 34 segundos). Me deu 11 e 800. (pausa 5 segundos).

P. Está bom. E tinha que dar?

M. Tinha que dar e...

P. 480000. O seja que voces podem pegar um terreno mais grande, certo?. Sobra dinheiro ainda, aunque seja aí no papel (risos de todos). (cochichando) 480000 cruzados novos, que você faria?. (pausa 5 segundos).

M. Mas um terreno não tá em isso.

P. Você tem tudo o terreno que quiser, o dinheiro é só para cerca-lo, o que alcance com esse dinheiro. (pausa) Quanto deu?.

A. O meu deu 80.

P. Quanto?

A. 80.

P. Porque não tenta em vez de 4 e 40, por 8 e 80. E que é muito mais grande o que tem que dar. (pausa 1 minuto e 30 segundos).

M. Aqui é um quadrado, ne?

P. Hum... sim ... (pausa)

M. O tem que ser um retângulo?.

P. Eu não sei. Poderia ser um quadrado, mas ao final quem sabe o que vai dar. Bom, eu fiz um, com um retângulo. (pausa 1 minuto e 45 segundos). Isso, quanto costa?

A. O meu costou ... tirando aqui ... 23200.

P. Puxa, ainda está pequeno, eu acho que não. Vou revisar as suas contas.

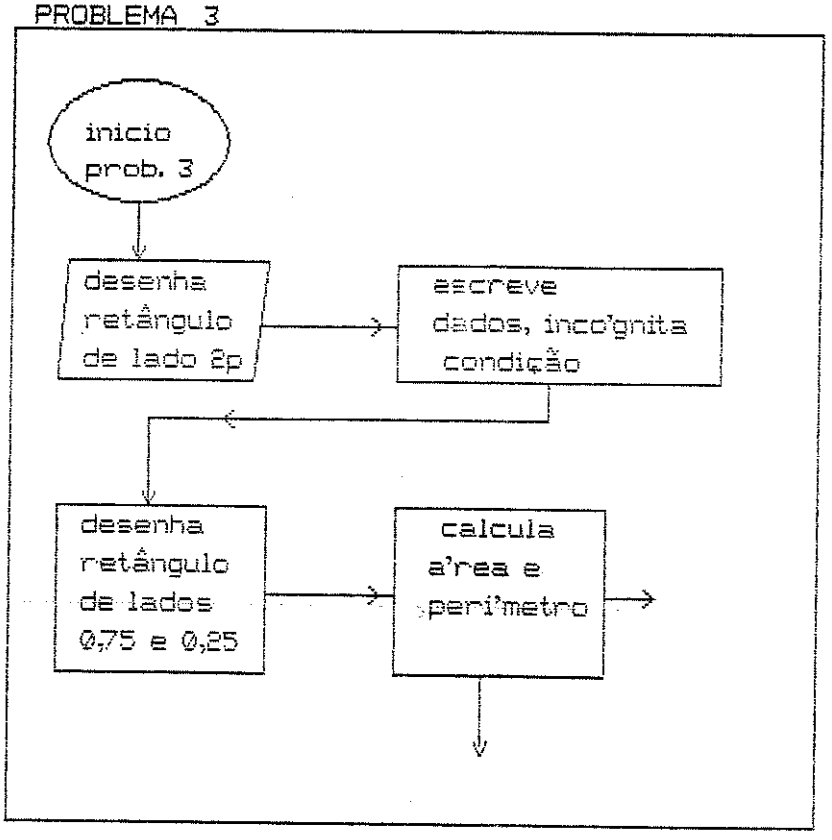
A. E que eu peguei 40 para multiplicar por 100.
P. Aqui deu 240. Ah!, mas para multiplicar por 500. Ah!, você está fazendo ... (faz cálculos cochichando). 60000, solo aí, mais 40 por 100, são 4000. Então são 64000. Ah, tá certo. Tá muito pequeno ainda, experimenta então 800 e 400. Vai fazer uma fazenda, não?. (pausa 5 segundos). O seu também está muito pequeno, Michella. Ponha um zero aí. (pausa 27 segundos). Ponha outro zero a este.
M. Ah?.
P. Ponha outro zero.
M. Outro zero?
P. Isso. Haver que da. (pausa 17 segundos).
M. E .... Deu 800.
P. Não.
M. E.
P. 8 e 2.
M. Não, o meu deu um.
P. Não!. um e 800?
M. Então, eu somei 21 e 21, deu 42 e ...
P. Ah!, 42 certo, eu estava somando já o outro (pausa 15 segundos).
M. E 6000?. Tá certo?
P. E 6000.
M. 6?
P. Não. E 600. (pausa 16 segundos). Ah! não é mais.
M. Mais? (pausa 13 segundos).
P. Aha.
A. Tem mais da metade ainda.
P. Puxa vida!. Ah!, mais está bom, é a metade exatamente. (pausa 5 segundos).
A. E a metade.
P. Então você pode derivar de aí algumas coisas. Se este tem a metade, qual daria os 480000?. (pausa). Que teria que fazer?
A. Pra ...
P. Pra pegar cabal os 480000. Quanto leva?.
M. Eu estou aqui oh!.
P. 150 ...
M. E (pausa 14 segundos). 4 ... 120.
P. Quanto deu?
M. 420.
P. Tá errado, tá errado, tá errado, tá errado.
M. Tá errado?
P. Este 2 va debaixo do 3 e em um ladò perdeu um zero.
M. Ah, é.
P. O 1 fica aqui e daí 150.
M. 150?
P. E, 150000.
M. OK. (pausa 13 segundos). 400 vezes 100 vai dar ...
P. Deixa eu ver. Tenho tres zeros, quatro zeros e um zero. Ah!, não, já nos passamos, ali da 1500000. 1500000 da aí. E a multiplicação.
M. Um milhão e quanto?

P. Um milhão e 500.
M. Ah!. Então aqui vai aqui. E, está errado.
P. Mais um zero.
M. Mais um zero.
P. E que eu fiz as contas na...
M. E. Eu ainda não coloquei este zero, da 1500000. (pausa 28 segundos). Que susto!.
P. Que tronó?.
M. Acho que a cadeira que asegurou.
P. Ah... (pausa 47 segundos e troca de fita).
M. Estão chamando.
P. Acho que não era comigo. (pausa 33 segundos).
M. Não balança. (pausa 35 segundos). O meu deu 2 vezes 6. 2000660 cruzados. Dois milhões ou dois mil?.
A. 260.
M. Dois e sessenta? (pausa 20 segundos).
P. Deram bem?
M. Deram muito grande.
P. Ah!, agora voces tem um muito, muito grande. Nós vamos a fazer. (pausa 5 segundos). Vamos a fazer outro. (pausa 45 segundos). Quanto deu agora?
A. 280.
P. Mas não pode ser!. Subio ...
A. Só que eu aumentei em mais de 200.
P. Não, porque aqui tinha 400, agora ficou com 6 ou com 8?
A. Agora aumentei e fique com 8.
P. E, mas ainda está muito pouco.
A. Tá pouco.
P. Você tinha aqui 800 e aqui 400, eu acho que debio de haver tido aqui o dobro aqui e o dobro aqui. Porque tinha a metade do dinheiro gastado. Tenta outro aí Michella, porque não tem só um. São um monte de terrenos que podem-se fazer com 480000. Vê se consegue outro. Eu faria (pausa 6 segundos). Onde que pegou?. Ah!, acho que por aí poderia. Tenta 900 aí.
M. 900?
P. E pega 800 aqui. Si quiere que de pouco 800 seria bom. Adelante! (o trabalho é interrumpido pela entrada de outra pessoa). (pausa 1 minuto e 20 segundos). Perguntam, falam, não tem problema.
A. Este aqui já passou?
P. Muito?
A. Passou e muito.
P. Muito.
A. O dobro passa.
P. Ah!, então tinha que pegar a metade, então aqui você tinha 400, então pega 6. Não, aqui. Aqui pega 6, 600. E aqui que tinha 800, pega 12, haver si da. Estou tentando fazer. (Pausa 1 minuto e 31 segundo).
M. Olhe este resultado que deu.
P. Ainda tem mais um pouco. Ah!, quase o dobro.
M. E.
P. Mas, nós dois aqui já vimos que se dobro ala cresce de mais. Então pega aí, mais ou menos a metade

mais grande do que temos, porque se tem 8 ponha 12.
M. 12?
P. Aqui tinha 9.
M. E aqui tinha 900.
P. Aqui acho que não tem que ser muito, põe 10.
M. 10 (pausa de 5 segundos)
P. Quanto deu Ademar? (pausa 5 segundos).
A. Ainda tem muito.
P. Posso ver?
A. Aqui você falou por 600 e aqui por 12.
P. 12000
A. 12000?
P. Ah!, não, é 1200.
A. Então é por isso que não deu. (pausa 29 segundos).
P. Não, se passa. Tem que ser um número menor.
M. Aqui é 100 ou 1000?. 1000 ne? (pausa).
P. 1000, sim, sim 1000. Perdão (pausa 22 segundos).
A. Da 70000.
P. Perdão?
A. Ah? (pausa 12 segundos).
P. Como é que fizo?.
A. Tá aqui oh. (pausa 5 segundos). Esses de aqui eu fiz de cabeça, oh. Aí depois eu somei aqui. 1200 vezes 100, e aqui 600 vezes 250.
P. Mas, Não é assim. (pausa) Você tem que somar o perímetro.
A. Ah, é!. Eu esqueço. (pausa 5 segundos).
P. Então, eu acho que já estava grande o número.
A. Estava grande?. Então, eu acho que vou deixar aqui no 400 e no 600. (pausa 3 minutos e 3 segundos).
M. Esse número aqui da muito alto, não dá certo.
P. Da, não. Verdade?. Quanto deu?. Um milhão e algo?
M. Da um monte. Da um tanto, de tantos zeros.
P. E. Tem que pegar um outro mais pequeno. Tinha quanto?
M. A última me deu 253 ... Não. 258 cruzados.
P. Não. Eu quero saber esta de aqui. Essa aqui já tinha mil ...
M. 1200.
P. Ponha 500 e 600. Então tenta 500 e 600. (pausa 1 minuto e 59 segundos). Ainda tá grande Michella.
M. Ainda tá grande?
P. Então tem que reduzir um pouco mais. (pausa). Mas se deu ... (pausa 7 segundos). Mas se deu 550000 de área. (pausa 6 segundos). Um pouco mais ... pequeno.
M. Quanto que dá?
P. Dá um pouco mais de meio milhão. Mas você tem pouco menos de meio milhão, você tem 480000. (pausa).
M. Deu quanto?, se aqui tem 450 e aqui 550.
P. Certo.
M. Vai dar. ... vai dar 400 de aqui.
P. Isso poderia fazer, tentar 400 e 500. (pausa 1 minuto e 39 segundos).

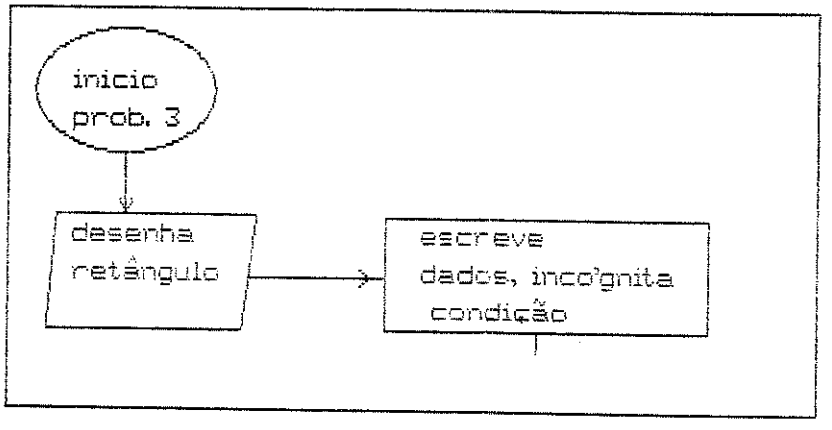
M. Da 150.
P. Já sumo o centro?
M. Ah, é. (pausa 31 segundos). 600 vai aqui ne?.
A. Leonel.
P. Perdão?
M. O 600 vai aqui ou aqui?. E aqui, ne?
P. Quais 600?
M. Aqui Oh. Ah!, é 500 vezes 100. Ah!
P. Ah, é 500 vezes 100. (pausa 25 segundos). Aqui tem um demais.
M. Ah?
P. Aqui tem um demais. Aqui está vê. Unos tres, e agora?. (pausa 8 segundos).
M. Não. Não, está errado.
P. Tá bom!
M. Não, porque ...
P. Este com este, e este com este vam a este ponto aqui, e agora? (pausa 24 segundos).
M. Aqui estava mais grande, olhe. Se a gente somar não da 450.
P. Ah! Não, mas você estava fazendo um erro. Mas também tem outra coisa. Você pôs, partiu, partiu a metade aqui e pôs 500. E, e se parte aqui. (pausa 6 segundos). Da 400, certo?. E 400 seria 400 vezes 100. Então, seria 4 aqui. Então daria 490. (pausa 7 segundos).
M. (simula choro).
P. Estaria muito perto. Se le emprestaram um pouco. Pede prestado um pouco (risos). Como Vai?
M. Aqui da 200 ou 300, então?
P. Não, Não, tanto assim não. Poderíamos,... podemos deixar assim.
M. (Cochichando). Ah, graças a Deus.
P. Deixa assim. Como va Ademar, Quanto pegou? (pausa), Quanto?
A. Eu pus 1600 de cada lado.
P. Ah!, Não, não. Isso é demais. Porque se ponha 1600 de cada lado e 1600 aca, 1600 aca, 1600 aca.
A. Certo.
P. O seja, 1600 por 4. São (pausa) 6400. 6400 por 250, agrega dois zeros e saca quarta parte. Aqui é um, quatro e seis, aqui é 1, 2, 3, 4, 5, Olha só quanto ele dá. 1600000, e como ponha aqui 1600, então precisa 1600 vezes 100, osea 1,2, 3, 4, zeros, 16, seria 1, 7, 6, 0, 1760000. Porque você não estava tomando os quatro lados, certo?. Só tomo dois lados, então aí tá faltando a metade. Bom, vamos parar aqui. São as 11 horas, a Michella já se canzou.

ADEMAR 03-05-89
PROBLEMA 3

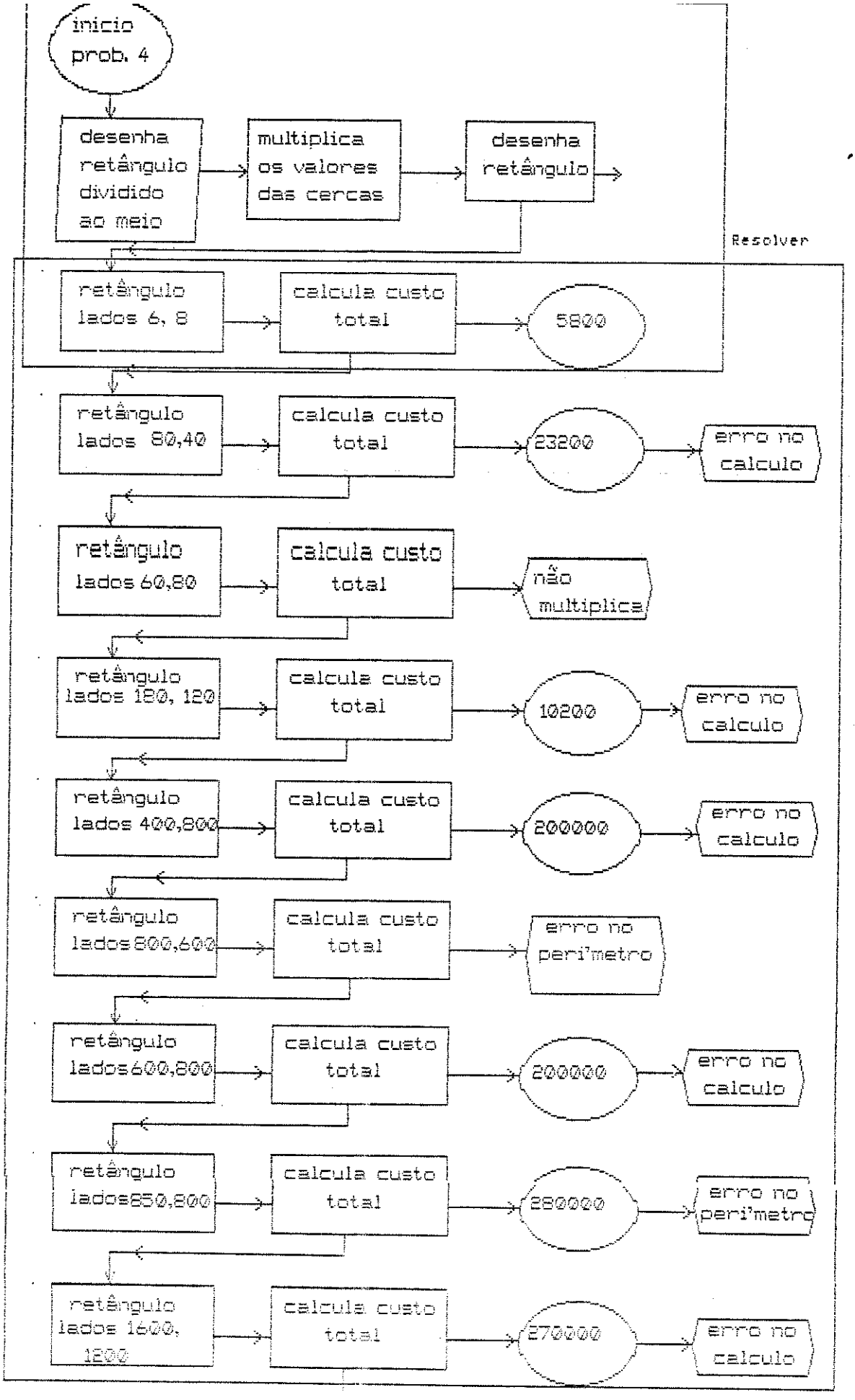


Compreender

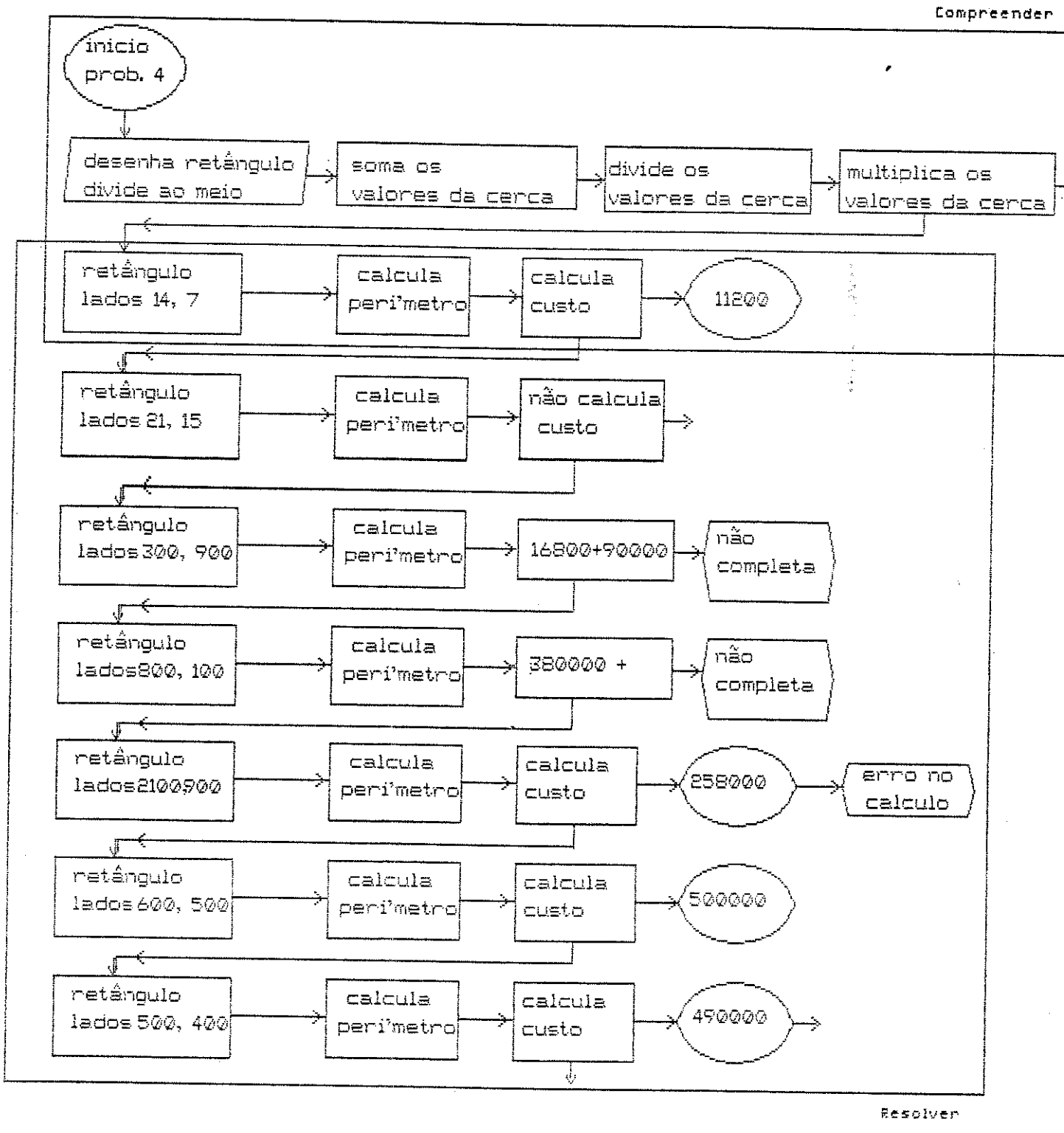
MICHELLA 03-05-89
PROBLEMA 3



Compreender


inicio
prob. 4
desenha retângulo dividido ao meio
multiplica os valores das cercas
desenha retângulo
Resolver
retângulo lados 6, 8
calcula custo total
5800
retângulo lados 80,40
calcula custo total
23200
erro no calculo
retângulo lados 60,80
calcula custo total
não multiplica
retângulo lados 120, 120
calcula custo total
10200
erro no calculo
retângulo lados 400,800
calcula custo total
200000
erro no calculo
retângulo lados 800,600
calcula custo total
erro no peri'metro
retângulo lados 600,800
calcula custo total
200000
erro no calculo
retângulo lados 850,800
calcula custo total
280000
erro no peri'metro
retângulo lados 1600, 1200
calcula custo total
270000
erro no calculo

MICHELLA 03-05-89
PROBLEMA 4



COMENTARIO DA AULA NO DIA 07-05-89.

COM EDUARDO E JOSE MARIA

Trabalhamos com eles a partir das 9:30 do dia domingo, primeiro fizemos a atualização do arquivo de problemas, no programa NOVO, já que eles já tinham resolvido o problema 1, mais não tinham introduzido os dados no computador.

Depois pasaram a resolver o problema 2, antes de isso eu expliquei o algoritmo de ESCREVA SEU PROCEDIMENTO, e lembramos as perguntas insubstituiveis, as estratégias de solução e a compreensão do problema. Eles encontraram uma semelhança entre o problema 2 e o problema 1, depois que o resolvierom, tentaram fazer, em forma oral, uma generalização dos dois problemas, algo assim como:"O outro pego a metade e virou um quadrado, este também pego a metade, mais como no lado do rio não tinha que cercar, então a metade fico toda deste lado". Introduzeram os dados ao computador, para atualizar seu banco de problemas.

Passamos ao problema 3, este problema foi um pouco mais difícil, já que se trata da generalização do problema 1, eu pedi para eles lembrar os comentários que tinham feito ao terminar o problema 2 e aplica-los a este problema. Depois de algumas dicas, eles lograram estimar que o quadrado tinha que dar a maior área com lado 0,5p, por analogia com a solução do problema 1.

Ainda nesta mesma aula, eu dei para eles o problema 4, mas perguntei primeiro se eles queriam continuar, e responderam que estavam gostando e queriam continuar, neste momento um aluno me pediu que para desligar o gravador, eu indiquei-lhe que falara, mais ele insistiu que eram coisas aparte, desligue o gravador e me fizo o comentário de quantas aulas mais eles teriam, eu indiquei-lhe que tinham dois aulas mais, porque eu tinha que viajar, então ele indicou que era uma lástima, pois ele antes era muito ruim em matemática.

No momento de começar a trabalhar o problema 4, eu apresentei para eles o algoritmo de MICRO-PROCESSO, e ilustre o fato de respostas lógicamente corretas e respostas que satisfazem o algoritmo. Indique-lhes que em o micro-processo eles estavam trabalhando praticamente desde o início das atividades.

O problema 4 tinha a variante de custo em o problema, pelo que eles trabalharam muito tempo tentando relacionar o perímetro e a área com o dinheiro que eles tinham a disposição para cercar o terreno. Eu sugeri de tentar com algumas medidas para depois calcular o dinheiro que era necessário para cercar esse terreno. Começaram com terrenos muito pequenos e pouco a pouco foram fazendo-los mais grandes. Eu vi que o trabalho de um deles se atrapalhava por as multiplicações, então eu instalei no computador o programa da calculadora e ensinei a ele a usá-la, depois ele também paso a propor medidas para o terreno. O tempo se prolongou e interrompemos o problema em este ponto, para continuar com ele no próximo domingo.

Em geral o resultado da aula foi muito bom, já que logramos trabalhar com 3 problemas em uma manha e um deles de dificuldade maior, foi resolvido em pouco menos de 15 minutos. Eles constantemente trabalham consultando as folhas onde se indicam os algoritmos a seguir.

AVALIAÇAO DA PRIMEIRA ATIVIDADE

1. EDUARDO: Não conhecia o problema e sim tinha resolvido problemas semelhantes e tinha idéia de como começar a resolver o problema. Utilizou algumas estratégias e acho o problema razoável. Não respondeu a pergunta de como se sentiu durante o trabalho. Indicou que utilizou o computador para aumentar a informação.

2. JOSE: Não conhecia o problema e sim tinha resolvido problemas semelhantes e tinha idéia de como começar a resolver o problema. Utilizou algumas estratégias e acho o problema razoável. Trabalhou muito seguro. Indicou que utilizou o computador para aumentar a informação.

AVALIAÇAO DA SEGUNDA ATIVIDADE

1. EDUARDO: Não conhecia o problema, não tinha resolvido problemas semelhantes e não tinha idéia de como começar a resolver-lo. Não utilizou os esquemas e acho o problema razoável. Trabalhou muito seguro e utilizou o computador para aumentar a informação.

2. JOSE: Não conhecia o problema, mas já tinha resolvido problemas semelhantes, e tinha uma idéia de como começar a resolver o problema. Acho o problema razoável e trabalho Muito seguro. Utilizou o computador para agregar informação.

NA TERCEIRA ATIVIDADE NAO PREENCHERAM A FOLHA DE AVALIAÇAO.

AULA COM JOSE E EDUARDO

DATA: 07-05-89

HORA: 9:50

P. Eu quero lembrar algumas coisas que estam na parede: As perguntas insubstituiveis, lembram?.
J. Qual é a incógnita?, quais são os dados? e qual é a condição?.
P. E, a condição. As dicas, não?, ou seja os preliminares necessários, as estratégias de solução. Logo nós já tinhamos trabalhado com compreensão do problema, enquanto você não tem resolvido as perguntas insubstituiveis do problema, faz isto hasta que tenha as respostas. Bom também tinhamos visto, acho que com voces não. A estas alturas eu já não me lembro o que

tinhamos visto com voces. Isto é: escreva seu procedimento, eu que vimos lá, certo?.

J. Certo.

P. Então, se você tem mais de uma solução do problema, escreva o resumo do problema, o problema nas suas próprias palavras, as respostas as perguntas insubstituiveis, as estratégias utilizadas, o algoritmo, a forma de resolução e o conjunto solução, é a resposta, certo?. Logo que você fez isso pergunta se quer generalizar o problema?, então se você quer, generalize e volta a resolução do problema. O que vai que ter que fazer outra vez é compreender o problema agora em geral, se você não quer fazer isso, simplesmente volta ao micro-processo. Faz favor de colar na parede. (pausa 9 segundos, alguém esbirra) Saúde. OK. Então agora vamos a trabalhar o problema número 3, Quem de voces da leitura ao problema número 3?.

J. Dentre todos os retângulos de perímetro dado 2p Achar os de área máxima.

P. Eh, tá bom?.

E. Dentre todos os retângulos de perímetro dado 2p, achar os de área máxima.

P. Que número de problema é esse?

E. 3.

P. Ah, perdão, perdão, eu vou dar o número 2. Este é o problema número 2, Da leitura por favor?

J. Um campo retangular terá que ser cercado com 300 metros de cerca. O campo fica na ...

P. Ribeira.

J. Ribeira de um rio reto e nessa parte não precisa ser cercado. Encontrar a área que se pode cercar.

P. Aí acertam o português.

J. O que significa ribeira?

E. Ribeira é a margem.

P. Hoje temos tradutor, tá melhor (riem todos). Tá bom, tá lá, em compreensão do problema, o primeiro que voces tem que fazer, compreensão do problema. Em que?, não, bom, primeiro responder as perguntas insubstituiveis, que fazer para isso: ler o problema, faça um resume do problema, tá bom?. Então trabalhem aí. Façam um favor, hablem suficientemente alto para que possa pegar a gravação. Se Não?....

E. Certo!.(pausa 15 segundos).

J. Tem que desenhar o problema?

P. Claro, isso faz parte do problema.

E. A que horas acaba as aulas?

P. Ao meio dia. Puxa, chega tarde e já quer ir embora. A que hora quer ir, se tem alguma coisa que fazer, fala. (pausa 14 segundos).

J. Ah, o campo está na beira do rio, ah, vamos supor que o rio passa aqui, e este aqui não precisa ser cercado. (pausa 24 segundos).

P. Encontrar a área que pode ser cercada. (pausa 10 segundos).

J. Agora vamos para a incógnita. (pausa 5 segundos). Incógnita ... (pausa 5 segundos). Incógnita é a solução procurada.

E. Eu acho que já ache a solução, se são 300 centímetros põem 100 centímetros de cada lado.

J. Centímetros?

E. Ah, não, são metros, então podem ir 100 metros de cada lado.

J. E, se cada parte destes de aqui tem a mesma medida.

E. Este aqui 50, este 50, estes dois de aqui 100.

J. Mais não pode ser!.

E. Mais claro que pode!, é que você esta changado porque eu ache a resposta.

J. Incógnita, quais os lados? (pausa 1 minuto e 35 segundos). Ah, depois eu resolvo. (pausa 1 minuto e 20 segundos).

E. Leonel, Olha só. Se eu coloca-se deste lado, aqui 50 e 50 e aqui 100 mais 100, o seja 200, já estaria resolvido?

P. 50 e 50 e aqui 100, somaria 200.

E. E 100 aqui.

P. Aí esta a beira do rio, aí não precisa.

J. Viu, viu, eu te falei que aí não era para cercar.

P. Então?

J. Então, faz o problema.

P. Tem que ser 300 metros.

J. 300 metros de cerca. Tem que cercar todo com os 300 metros.

P. Isso. E algo assim como que falam pra você, você vai ganhar um terreno, tudo aquele que você consega cercar com 300 metros, definitivamente você pegaria o mais grande, ne?

J. E.

P. Disso e que se trata. E se vai ahorar de cerca o lado do rio, porque aí não precisa.

J. Certo. Certo. Mais ele vai dar a cerca toda?. Da a cerca de 300 metros e com essos metros você tem que cercar tudo o terreno sem deixar nada fora. (pausa 10 segundos). Então o coloca aqui, 150 aqui, 50 aqui e 50 aqui. Não , não pode. OH, 200 aqui, 50 e 50. (pausa 50 segundos).

J. Viu Leonel, essos 300 metros de cerca que estam, não podem sobrar ní um pedaço, verdade?

P. Isso tem que dar certo.

J. Da certo, tirando a beira do rio. (pausa 10 segundos).

E. 300 metros de cerca, ah é. E poderia ser 200 aqui e 50 e 50.

J. E que é que eu fiz aqui? (rie). Tá certo esse de ai?

P. Esse daí 300, agora, quanto é a área de ele?

J. E!, agora quer saber a área.

P. E, agora quero saber a área.

J. Ah... este de aqui já vale 300.

P. Porque o problema, que é que pede?

J. Ele pede que um campo retangular seja cercado por 300 metros, o campo fica na beira de um rio reto e esse lado não precisa ser cercado. Encontrar a área.
P. A mais grande, não?
J. E, que ní o outro problema passado.
P. Isso.
J. E a área que passa o rio não precisa encontrar?. O rio reto que não precisa ser cercado, não precisa a área?, ou tem que achar a área dele?
E. Tem que achar!, ne? (pausa 25 segundos).
J. Só a área que pode ser cercada. Então dessas 3 aqui, eu tenho que encontrar a maior dessas tres. (pausa 34 segundos). Essa área que precisa achar ah... oh...
P. O que é que é área?
J. Area?
P. O que é área?
J. Então pergunta ao computador?
P. Quer perguntar?
E. Já, Já tenho no papel. (pausa 20 segundos).
P. E, E, mas o que é que ela representa?. E a medida de aqui, é da superfície.
J. E, é a medida de dentro.
P. Isso, então, tem lógica a pergunta que você estava-me fazendo?, a área do lado do rio? (pausa 5 segundos).
J. Não.
P. Não, verdade?, E porque é a medida do dentro. (pausa 1 minuto e 26 segundos).
E. E, agora tem que achar a área, deste negócio tudo.
J. Certo, aqui vamos fazer a distribuição, se aqui foram 50, aqui tem que ser 50 e aqui quanto é que é?.
E. 100, 100, 50 e 50. (pausa 30 segundos).
J. Agora você faz 100 vezes 50.(pausa 33 segundos).
P. 5000 quanto que era?. Ah, é. Mas este Não tem 300.
J. Não tem 300?
E. Tem 200.
P. 300 metros de cerca?
J. Ah, no rio ... não precisa cercar, então não vai no rio
P. Não vai dar no rio, então voces tem ?
J. Ah, aqui só tenho 200 metros de cerca, e tem 300 metros para cercar. (pausa 27 segundos).
E. Leonel, e se fosse 75, e 75...
J. 75 mais 75? (pausa 5 segundos) 150.
E. Ah!, faltou!
P. E.
J. E, achamos outro.
P. Essa área quanto que da?, Eduardo, quanto que da essa área?
E. 300
P. 300 é o perímetro, eu quero saber quanto da de área.
J. A área da 10000.
P. E, agora vamos esperar qual é a área dele.
J. Aí, Eduardo, acha a área maior do que a minha.

E. Oh, professor, não se achar a área. Na escola não estamos estudando isso aí.
P. Ah, pergunta ai a José.
J. Multiplica este de aqui
E. Por de cima?
J. E, E por esse
P. E a medida do dentro.
J. E a medida do dentro. (pausa 13 segundos). 5 vezes 1, 5 e dois, 7. (pausa 10 segundos). E caramba!, tá maior que a minha! (pausa 15 segundos). E, já viu, acho maior que a minha, (pausa 14 segundos).
E. Tá certo.
P. E, já tem duas, ne?
E. E.
P. Será que não tem outra mais grande que a de Eduardo?
J. Vamos ver. Vamos ver, aqui tem 150 e 75 de cada lado, ne?. Então tem que abaixar mais.
E. Oh, seu burro, tem que aumentar, ficar mais grande, se você diminuir vai ficar menor.
J. Burro você, abaixando aumenta, tá certo? (pausa 33 segundos).
P. Qualquer dado. (59 segundos de pausa). E, mais essa não da, e o que tem deste lado?, ta certo?
J. E, tem que ser igual (pausa 1 minuto).
P. E, tinha mais coisas na tela, você deve ter fechado e como a tela não estava limpa, deve ter apagado o programa.
J. Eu acho que eu ache.
E. Bem maior?
J. Vai encher tudo isto de aqui. (pausa 44 segundos).
P. Encontro outra?
E. Só essa, mais não deu área maior.
J. Só essa área é maior.
P. Porque é que essa é maior?
J. Não dá, eu acho que porque ele pegou o meio aqui, e como este de cima também era meio. Deu a metade.
P. Lembram qual era a solução do problema 1? Como é que era? (pausa 6 segundos). Tem algo a ver com o problema que voces estabam fazendo?
J. Tem.
P. O primeiro problema...
J. Era quadrado.
P. E, era quadrado, o seja os 4 lados iguais.
J. Iguais.
P. Então este de aqui que aconteceu?
J. Este de aqui pegou 50, depois pegou a metade de 150 que é 75, e dividiu por os dois lados.
P. Aha. Bom, visto de outro jeito, a parte que ele não utilizou aqui, somou aqui.
J. E, somou aqui.
P. Porque como era quadrado, mas como aqui não precisava, somou aqui e deu retângulo, e este é o de maior área.
J. E.
P. Então agora ... agora fazem isto. (pausa). Não

esse não, escrevam seu procedimento.
J. Aqui?
P. Aí,e depois fazam lá. (pausa 17 segundos). (O problema foi concluido, terminou as 10:15).

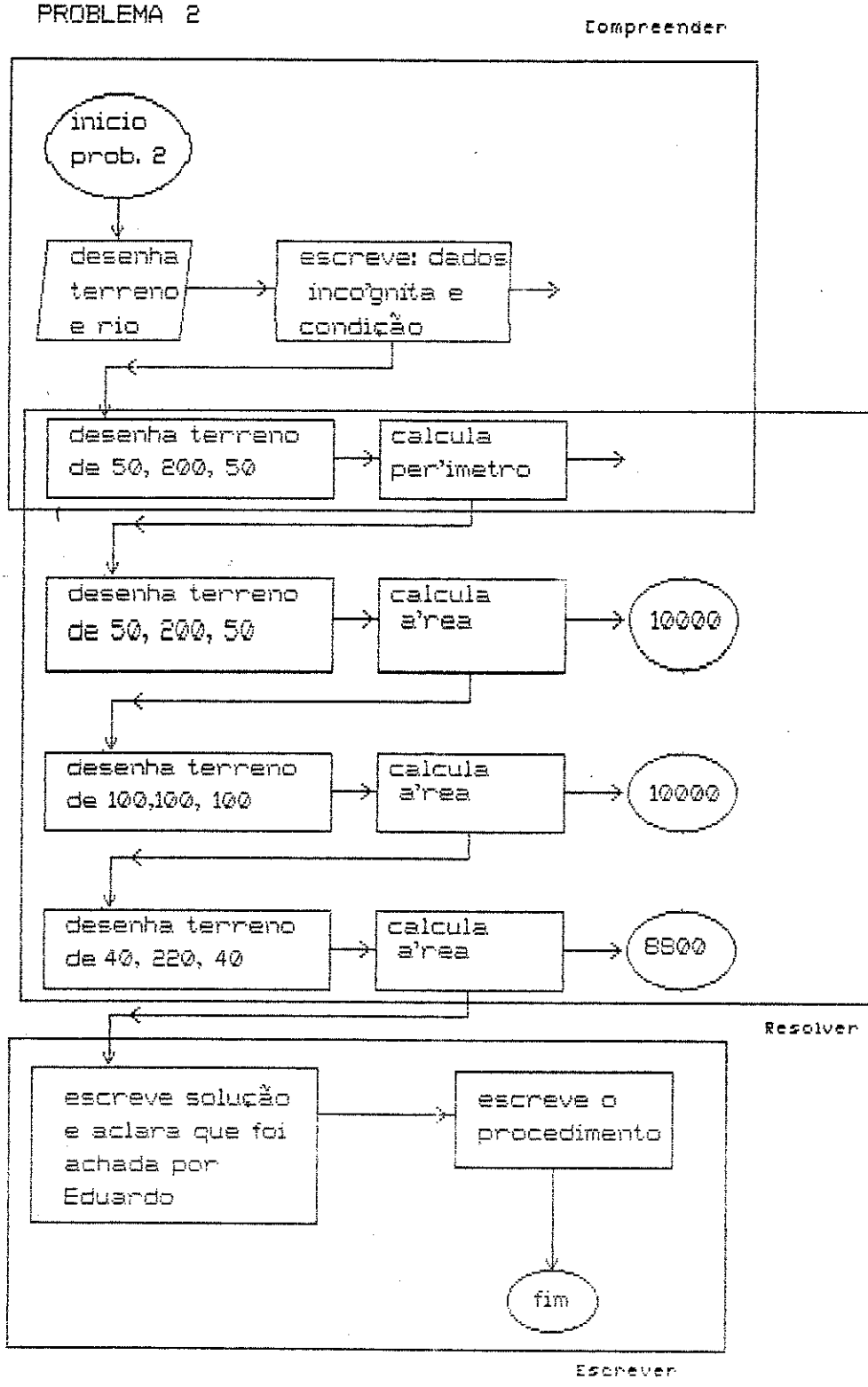
PROBLEMA 3

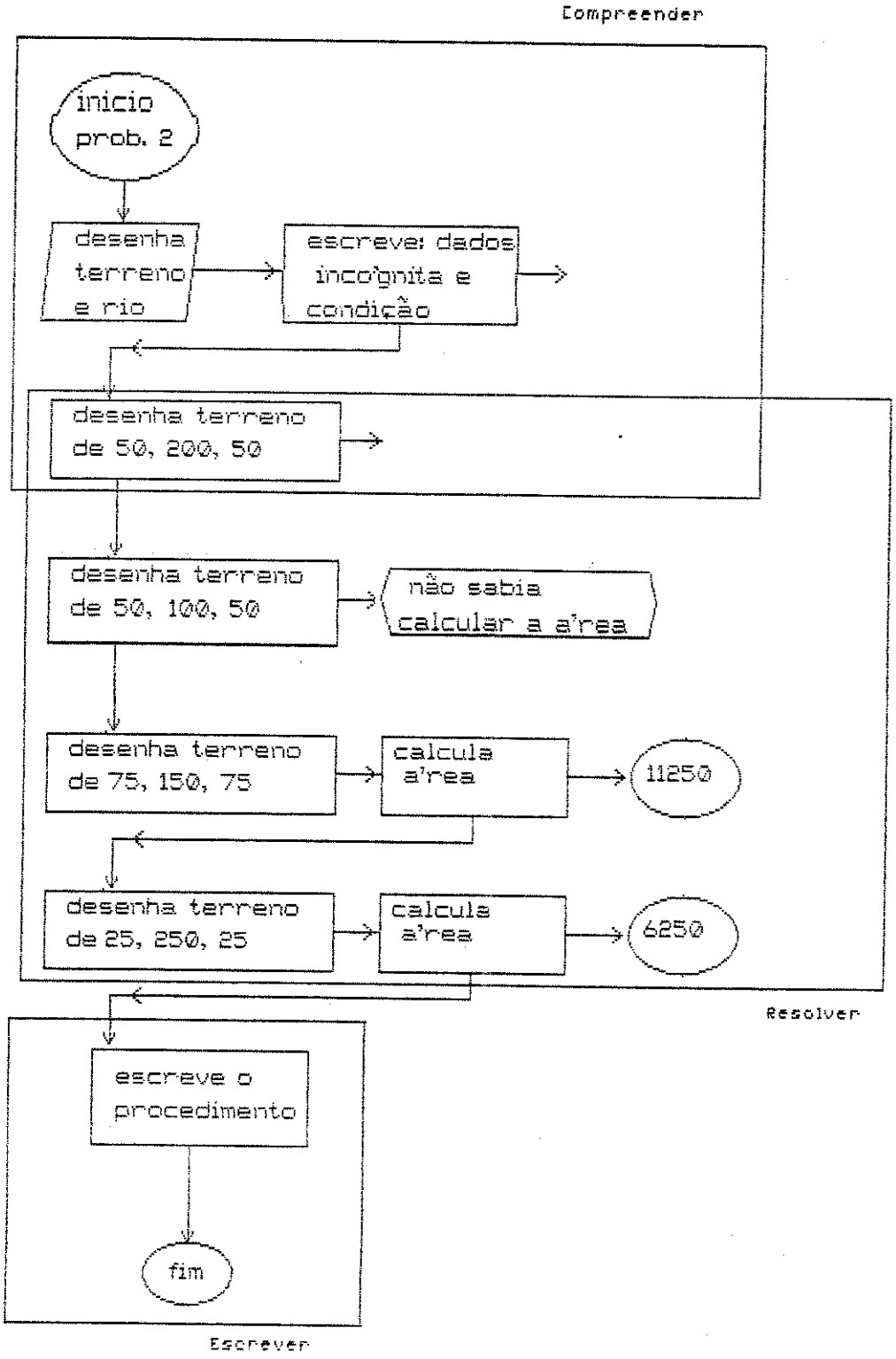
P. Bom, vamos a trabalhar o problema número 3, com José e Eduardo, faltam 10 minutos para as onze. Agora sim, faz favor de ler, este mesmo problema que já tinhamos leido antes.
J. Dentre de todos os retângulos de perímetro dado 2p, achar área máxima. (pausa 5 segundos).
P. Achar o de área máxima. Achar o retângulo de área máxima.
J. Tá. (pausa 5 segundos).
P. Tá certo?
J. Tá. (pausa 6 segundos). Como seriam todos estes retângulos de 2p .
P. E, você lembra do problema um?
J. Lembro.
P. Quando tinha creio 20, não 200 centímetros de perímetro. Quantos retângulos tinha?. Um monte de retângulos com 200 centímetros de perímetro. Tá?. Mas só um tinha a área mais grande.
J. A área mais grande.
P. Agora aqui, quanto mede o perímetro?
E. O perímetro é 2p.
P. 2p. Quantos retângulos tem com 2p?. Um monte também.
E. Que é que é 2p?
P. 2x, 2a, 2 qualquer coisa, duas vezes p, certo?. Então este, o que fala aí, é a generalização do problema um, verdade?. Porque ele é o mesmo problema um. (pausa 5 segundos). E igualsinho, só que agora não fala de 200 centímetros, agora fala de 2p. (pausa 50 segundos).
J. 2p seria a medida do perímetro todo?
E. Posso copiar um desses perímetros aqui?
J. 2p, não sei. Este tá ... tá difícil.
E. Não está difícil, é só entender. Não entendo esse 2p?
J. 2p é a medida do perímetro do retângulo inteiro. Incógnita.
E. 2p é o que? (pausa 10 segundos).
J. Vamos a responder primeiro as perguntas insubstituiveis. (pausa 50 segundos).
J. Sr. Leonel: O que a gente não está entendendo o seguinte, em todas a gente utilizou medida, certo? E aqui a gente não está utilizando medida.
P. Claro que está utilizando.
J. A 2p.
P. Essa é a medida.
J. Mas esta acostumbrado com 100 aqui, 200 aqui ...
P. Aha, por isso é que chama-se a generalização, não.

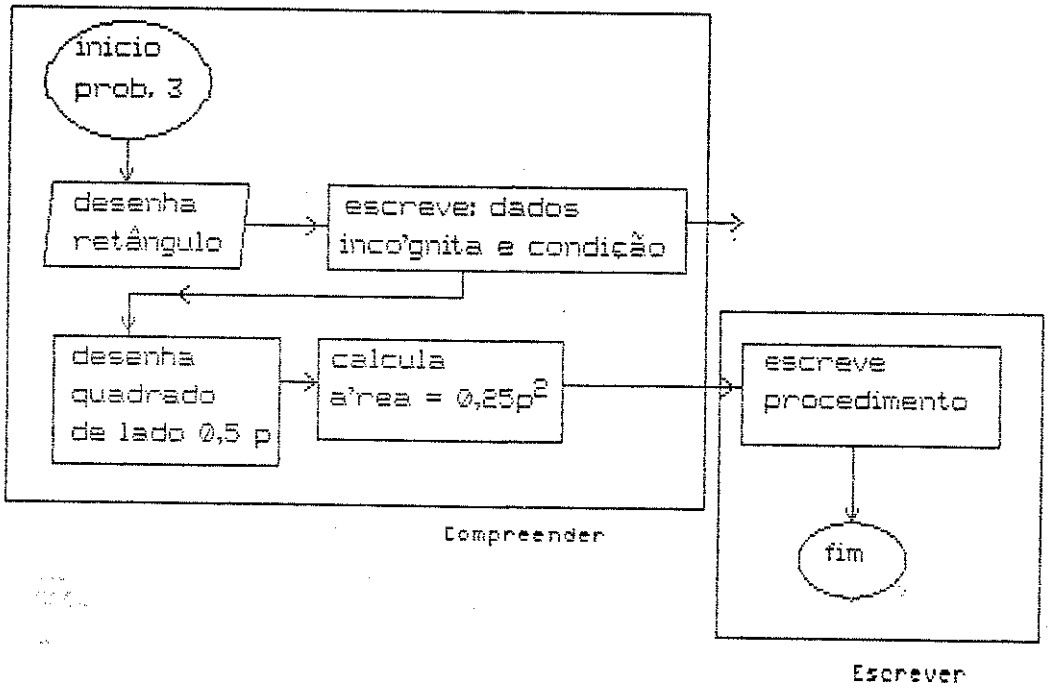
2p qualquer coisa.
J. Qualquer medida?
P. E.
J. 2p.
E. Que significa 2p?
J. A medida
P. Não, o perímetro, o seja o perímetro mede 2p. Mas voces tinham falado uma coisa do que havia dado certo (pausa para trocar fita).
J. O perímetro está medio esquisito, porque é 2p, e 2p é a medida.
P. Não, 2p é a medida de todo.
J. De tudo, de tudo, certo todo bem. Aqui seria um p, aqui seria (pausa) Ah!, entendi!. E só dois, então tem que distribuir p para cada uma de estas coisas. então a metade de um vai ser 0,5 mais ou menos ...
P. Que mais ou menos?. E!. Viu que a coisa era sencilla?
J. E.
P. Mas eu tinha ... O tem uma coisa, sempre tem que ter presente os problemas que voces já resolveram.
J. E, é, é, é, é. (pausa 17 segundos).
P. Se queda assim.
J. O Eduardo, você fica muito esperto aqui!
E. Não fica gozando porque eu vou te dar uma aqui.
J. 0,5p, 0,5p, 0,5p tem que colocar 0,5p em todas, então vamos fazer de um jeito mais fácil em todos, Ah, não, não vai dar certo. (pausa 10 segundos). Vamos pegar, metade a metade, da metade de isso.
P. Não!, não precisa. Soma isso, quanto que da?.
J. Todo isso daí 2p.
P. Então. Então tá bom. Agora quanto da a área.
E. Sr. Leonel, faz vezes, ne?. Então não tem lógica, aquele que sem dúvida, aquele lá no começo. Então essos problemas de aí não são iguais?, mas poderiam ser, ne?
P. Não é só pensando nos problemas que você já resolveu. Lembram, quando eram 200?. Você pegou 50, 50, 50, 50, e agora que é 2p...
J. Era quadrado, ne?
P. E, a área era quadrada.
J. Agora é um retângulo de área, ne?
P. Não, também é um quadrado.
J. Então a área é 0,25 p
P. P que?. Quadrado.
J. E, p quadrado. (pausa 5 segundos). Mas não dá para fazer resolver?
P. Bom, dá, mas tem outra matemática que voces ainda não conhecem, seria ...
J. Sería essa medida, ne?
P. Seria essa medida?. Eu poderia mostrar para voces como se faz isso, mais eu acho que não ganariamos nada, só viendome trabalhar. Essos problemas, voces vam aprender lá na Universidade. (pausa 34 segundos).
J. E outra vez, metade foi para cada um. (pausa 1

minuto e 30 segundos).
E. Então o máximo já é este?
J. Hum.
E. E esta?
P. Aqui deu um quadrado. (pausa 1 minuto e 33 segundos). (agora só estão escrevendo o resumo do problema, são as 11:00).

PROBLEMA 2


Compreender
inicio prob. 2
desenha terreno e rio
escreve: dados incoˆgnita e condiçaˆo
desenha terreno de 50, 200, 50
calcula per'imetro
desenha terreno de 50, 200, 50
calcula a'rea
10000
desenha terreno de 100,100, 100
calcula a'rea
10000
desenha terreno de 40, 220, 40
calcula a'rea
8800
Resolver
escreve soluçaˆo e aclara que foi achada por Eduardo
escreve o procedimento
fim
Escrever


Compreender
inicio
prob. 2
desenha
terreno
e rio
escreve: dados
incó'gnita e
condição
desenha terreno
de 50, 200, 50
desenha terreno
de 50, 100, 50
não sabia
calcular a a'rea
desenha terreno
de 75, 150, 75
calcula
a'rea
11250
desenha terreno
de 25, 250, 25
calcula
a'rea
6250
Resolver
escreve o
procedimento
fim
Escrever



EDUARDO 07-05-89
PROBLEMA 3

Igual ao de Joseʻ 07-05-89, problema 3.

COMENTARIO DA AULA COM MICHELLA E ADEMAR

DATA 09-05-89

Neste dia continuamos a trabalhar o problema 4, antes do problema eu expliquei a CONSTRUÇAO DO ALGORITMO e depois o ilustrei precisamente com o problema 4, no qual eles não tinham feito um caminho certo para a solução, organizei uma tabela e distribui a procura da solução em dois grandes etapas, logo na primeira etapa que consistia em procurar as dimensões do terreno que gaste 480000, eu dividí em várias etapas organizadas em uma tabela. Os cálculos foram feitos na computadora utilizando a calculadora que fica no programa BEST FREIND, e os estudantes familiarizaram-se com ela muito pronto.

Depois de ter feito alguns cálculos dirigidos por mi, eles ficaram calculando e chegaram a conclusão de que quando aumentava a base e diminuia a altura, então também a área diminuia, pelo que concluiram que a maior área tinha-se com 192000 metros quadrados.

Ao resolver o problema com cálculo diferencial, se chega a mesma solução, é surpreendente como a proposta de uma solução dialética do problema, leva a mesma solução.

AVALIAÇAO DA ATIVIDADE

1. Michella: Não conhecia o problema, já tinha trabalhado com um semelhante, e não tinha idéia de como começar a trabalhar o problema. Utilizou algumas estratégias , o nível de dificuldade do problema foi razoável e ela se sentiu mais ou menos segura. Utilizou o computador para fazer cálculos e aumentar a informação.

2. Ademar: Não conhecia o problema, já tinha trabalhado com problemas semelhantes e não tinha idéia de como começar a trabalhar o problema. Utilizou algumas estratégias , o nível de dificuldade do problema foi razoável e ele se sentiu mais ou menos seguro. Utilizou o computador para fazer cálculos e aumentar a informação.

AULA COM ADEMAR E MICHELLA
DATA: 09-05-89
HORA:

P. Eu quero antes de começar o trabalho,(as muletas se caem). deixa aí, as muletas causam problema. Lembram isto?. Ah, tem que colar mais um. (pausa 13 segundos). Então a construção do algoritmo é quando voces já tem compreendido o problema, verdade?. Então já sabem qual é a pergunta, quais são os dados, Qual é a condição, então voces começam a tentar resolver o problema. Então para isso tem que construir um algoritmo. Um algoritmo é um processo, fale não?. Um processo ordenado com todas as atividades precisas para

resolver um problema. Então, diz, primeiro voces tem aí um problema muito grande, então divido o processo em dois o mais processos. Se os processos ainda se podem dividir, então divida cada processo em dois ou mais processos. Se já não se podem dividir, então escrevam sequencialmente todos. Sequencialmente quere falar em um ordem, não. Então cada etapa que você vai encontrando escreve sequencialmente, Se precisa construir outro algoritmo, então começa de novo a construção do algoritmo. Se não precisa construir outro algoritmo, então passa ao seguinte que vamos ver amanhã, que é resolva o algoritmo, certo?. Agora diz, Procure ... Se não... Se você não consegue, se não tem o algoritmo, então procure por um problema semelhante que já tenha resolvido. Isso hemos feito já, não? Algumas vezes, hemos procurado ou buscado um problema que seja igual ao outro e em base dele resolvemos o outro problema. Se já tem esse problema, então ajuste o algoritmo, o seja o método que usaram para resolver esse algoritmo, ao problema atual. Se voces não tem esse problema, então elimine algumas coisas do seu problema, faça um problema mais simple e então volta a compreensão do problema, aquela parte lá enzima. Então aí estamos até que logramos resolver o problema. Então o assunto é esse. Divida o processo em dois, e se o processo ainda pode-se dividir, etc, etc, etc,. Então nós tinhamos o problema 4, nesse estávamos trabalhando, nesse problema número 4 voces já tinham feito alguma coisa, certo?. Lembram?, Querem ver o que já tinham feito ou começam trabalhando aí?.

M. O que?

P. Que si querem ver as folhas que tinham do problema 4? Si?, tá. Então eu vou mostrar ... agora. (pausa 8 segundos). Ademar, corta essa. (pausa 52 segundos). Ponham o nome, a data aí onde dice fecha. (pausa 36 segundos). Para que não comece, Não só você Ademar, agora eu colei. Tá?

A. Tá. (muito quedo). (pausa 35 segundos).

P. Bom, então vamos a ver essa parte que fala ai de construção do algoritmo. Então voces tem aí (pausa 11 segundos). Agora não ham falado nada, verdade?. Todo vai ficar com minha voz, não ham falado voces. (pausa 6 segundos). Bom, tem aí o problema, verdade?. Voces vam-se lembrar. Voces tem que fazer um terreno, ponem um retângulo e o dividem ao meio, certo?. Estos aqui são as que midem a, midem a, aqui mede b, mede b, e quanto mede aqui?. (pausa 6 segundos). Mas aí não tem que ler o problema, só tem que olhar a figura.

M. Hum.

P. AH?

M. 100 e 250. 100 por dentro e 250 por fora.

P. Tá, mas esse é o custo. Quanto mede de aqui para aca, se aqui mede b e aqui mede b? (pausa 5 segundos). Tem que medir b, não tem outro jeito, porque este aqui é um retângulo, certo?. Tá?, Bom, agora quanto costa

isso?. Lembram o perímetro, vale a mais a, duas vezes a. B mais B, é duas vezes b. (pausa para trocar a fita). Fecha a porta por favor. Bom, tá aqui, a cerca de cada lado costa 250, lembram. Era o que a gente estava fazendo e a cerca do centro vale 100 cada metro, e isso tem que dar 480000 cruzados. Essa é uma parte do problema, a outra parte do problema que voces tem e a seguinte: Voces querem a maior área. A à área maior. Com 480000 cruzados. (pausa 10 segundos). Só no Brasil e alguns paises da Europa usam ponto aqui e a vírgula. Aí nos demais paises do mundo usam ponto, por isso o computador só tem ponto. Ainda os computadores feitos no Brasil. Ok. Aqui nos estamos construindo um algoritmo, fazendo um algoritmo. O problema, que é um problema de calcular, o terreno que possa ser construido com a maior área com o dinheiro de 480000 cruzados. Nos dividimos em duas partes, verdade?. O primeiro é ver quanto vá a medir A e quanto va a medir B para que possa gastar 480000. A segunda parte vai ser encontrar qual é a área maior. Então eu agora vou a proponer para voces o seguinte: Voces vam a fazer outra vez uma tabela, lembram?. Uma tabela. Aqui na tabela vam a poner A e aqui B, certo?. Então aqui vam a poner duas vezes A mais duas vezes B o bien, duas vezes A mais B. Mais fácil, não?. E o mesmo.

A. Aha.

P. Certo. Depois de isso então voces ponhem: 250 vezes o que tem aí, o seja, duas vezes A mais B. Depois calculam 100 vezes B, certinho?. Depois de isso, então somam. (pausa 10 segundos). O seja ... Não melhor deixa. Vamos fazer mais fácil. Isto que acho mais fácil e isto que é A mais B, então aqui tem que ser A mais B. Eu tenho que pesquisar que seja 480000. Depois de isso va calcular área, Quanto mede a área. Quando cueste isto calculam área, quando não cueste isto não calculam a área. Já tinham feito alguns, dá pra mi alguns dos que já tinham feito. (pausa 10 segundos).

M. Este aqui é o que eu fiz. Deu 490.

P. O.K. Dá pra mi quanto é que ele tinha.

M. Ele tinha 400 de altura e 500 de base.

P. Então A era 400, e a base era?

M. Não!, 500 era ...

P. Tá bom, Tá bom, tá pronto. Não tem problema. (pausa 5 segundos). Bom, vengam pra aca, que agora eu quero que usem o calculador, o que estabam fazendo muito devagar o outro dia, porque estabam fazendo operações ... Acho que incluso. Faz favor, traça o gravador. Pom ela aqui. (pausa 15 segundos). Bom, então o calculador, eu já coloque ele. Está aí. Quando ele fica uns segundos sem ser usado ele desaparece e volta a tela com qualquer tecla que mexa. Então, eu preciso agora fazer um assunto, tem que trabalhar os dois com os mesmos dados, um mexe o computador e o outro vai tomando os números, certo?,

Bom, então processa A mais B, A mede 500 ... vou fazer um dois ou tres vezes e depois ficam voces, B mede 400. Qual é o igual?. O igual é o enter. 900, duas vezes isto, vezes, vezes está aqui, vezes é com asterisco. Está aqui em Num. Lock, aqui se los apunto. Voces vam a construir a sua própria tabela no papel de quadrinhos que eu di. Então vezes es asterisco, está na tecla NUM. Lock, certo?. Para que não se pierdam, vezes quanto?. Vezes dois, igual. Bom, então aqui me da 1800 (pausa 5 segundos), certo?. Agora vezes 250, vezes 250, quanto deu, bom deu 450000, Ah, outra vez, es que também aqui, es que isto só se usa aqui em Brasil e em alguns paises da Europa. Agora 100 vezes b, b vale 400, então 400 vezes 100, isso deu 40000. (pausa 8 segundos). Agora sumo este com este, verdade?. Então, 40000 já está aí, então pongo suma 450000, igual 490000, Funcionó o não?. Esse não funciona, então não calculo a área. Então fazam a sua tabela, fazam este cabeçalho de tabela, fazam seu raiado e depois vem aqui. E começam a fazer os cálculos, certo?. Aqui é muito mais rápido, certo?, Não tem aquilo de... de... (pausa 10 segundos), certo?. Senta aí, não se como vam fazer, quem bate a máquina e quem vai escrever.

M. (suspira)

P. Eu acho que agora seria bom tentar com 470 e 410.

M. 410?

P. 10 sim. (pausa 8 segundos). Faz aí.

M. Como faz para desaparecer este aqui?

P. Como faz?

M Como faz para desaparecer este aqui e por este aqui?

P. Ah, começa e coloca esse, mas tem jeito de apagar esse também.

M. Ah, é isso.

P. Se apaga aqui. (pausa 12 segundos).

M. 30

P. Mais.

M. 30 mais 410.

P. Isso, mais, mais 4. Ah, Não , Não tem que fazer, ainda não. 870 vezes dois, não?. A esse sim, 1760. (pausa 10 segundos). Agora vezes, vezes 250. (pausa 24 segundos). Agora que tem que fazer?. Que fala a tabela?

M. Mais B. (pausa 11 segundos).

P. Qual é a outra coluna?.

M. E ... 100 vezes base. Não.

P. Faz isso. (pausa 5 segundos). Não, esse não aceita aí. (pausa 5 segundos). 100 vezes 410. (pausa 10 segundos).

M. Agora soma este, mais este aqui. (pausa 8 segundos).

P. Pom mais.

M. Aqui, oh?

P. Não. Aí da 440000.

A. Aqui é que apaga?.

P. Não, é abaixo. ... Isso, isso. 440000. (pausa 8 segundos).
A. Não precisa por ponto?
P. Não. Ela coloca. Ela coloca a vírgula em vez do ponto, porque essa é a notação comum. (pausa 6 segundos).
M. Mais 41 já não estava?
P. E, ele já estava. Mais lá onde a gente colocou deu um erro. Ah, não, mais deu um erro, deu 470000, tá muito perto, mais ainda não.
M. Aqui deve ser ... 450. Deve ser 400 ... Não, deve ser 49, 49?. Uns 499.
P. Não, 470.
M. Se tem que abaixar aqui de A, então?
P. De A ou de B. Mais um é 470 e o outro é 410.
M. Abaixo de A, para 460. Acho que Não.
P. Acho que não. Não porque são só 1000. Olha aqui que aconteceu, no anterior,... Não esse de aqui você não tem, esse tinha 415, e se passou quanto?
M. Passou 484
P. Mas quanto de mais?. 4000 ne?
M. Aha.
P. Eu baje 5 para aca e só se passou 1000, 0 seja seria descer outro pouquinho. (pausa 5 segundos). Ponha aí, 408 ou alguma coisa aí.
M. 408?
P. E, deixa A como esta.
M. Eu acho que aí passa.
P. Mas se passa agente faz mais um. (pausa 5 segundos). Mas escreva, escreva, si não depois a gente não sabe o que fez. 470 em A (pausa 8 segundos), e em B ...
M. 408. (pausa 18 segundos)
P. Es que já tinha.
M. 470 (pausa 4 segundos). Enter?
P. Não mais. (pausa 5 segundos). Agora sim. Vezes dois. Vezes dois.
M. Enter? (pausa 10 segundos).
P. Vezes 250. (pausa 12 segundos, espirra o professor).
M. Saúde.
P. Obrigado. (pausa 10 segundos).
M. Esta aqui é que não compreendo. 100 (pausa) 100 Hum. Esse dá?
P. (o professor espirra de novo). Ave Maria!
M. 100 vezes. Enter?
P. Não. 100 vezes e agora falta B. Quanto vale B.
M. B vale 408.
P. Isso. (pausa 5 segundos). Isso (pausa 8 segundos). Puxa vida, nos faltam 200 cruzados, ainda (em voz muito baixa).
M. Agora 400?. Agora vai dar. Mais (pausa 5 segundos). Ue, porque essa coisa ficou para aca?
P. Mais um, mais um, mais um. (pausa 5 segundos).
M. Deu 479.

P. E 800. (pausa 9 segundos). Nos faltam 200 cruzados.

M. Será que não vai dar quatro é, 409? (pausa 5 segundos). Porque se 408 deu 479 e nos faltou pouco, acho que vai dar.

P. Ah, Não. Porque poderia ser 408 com 50. Como são metros, certo?. Esse vai dar mais ou menos. Ah, mas experimente 409, e de aí a gente vê. (pausa 36 segundos). Não, aí você fiz o mesmo outra vez, 408.

M. Ah é. (pausa 22 segundos). porque?

P. Falta um ainda aí. que é vezes dois, vezes dois. (pausa 38 segundos). Vai passar como 400.

M. Vezes 6. (pausa 5 segundos).

A. Não sei, não. Acho que 409 não vai dar. (pausa 42 segundos). Aqui é 500, não é?

M. E. (pausa 11 segundos).

A. Mais.

M. Mais?

A. Mais 40 e 900. (pausa 5 segundos).

M. Esse de ai também deu quatro ...

A. quatrocentos e oitenta ... (pausa 5 segundos).

P. Fala Michella.

M. Porque?, Porque?. Porque ele apertou de novo quatrocentos e nov ... e oito?.

P. Porque ele não faz como você faz. Ele já tem um ali, aí apaga ele e escreve outro. Então você ponha mais e ele escreve outro. Mas o resultado é o mesmo. Porque ele escreve duas vezes um. (pausa 12 segundos). Bom, então. Agora (pausa 6 segundos). Com 408 faltaram 200, com 409 sobraram 400, então quanto acham? (pausa 6 segundos).

A. Deixa em A 470 mesmo e aqui em B coloca 408,50.

P. Vírgula 50 eu acho que Não, eu vou falar porque. Está mais perto de 408 porque aí só tinha 200 de diferença e 409 tem 400 de diferença. Então está algo assim como um tercio mais perto de 408 que de 409. Experimenta aí com 408,33. Haver se o meu faz uma menos. Tá bom. (risos de Michella). (pausa) Depois vamos mudar 470, tá? (pausa 25 segundos).

M. E ela tem a vírgula?

P. Não ponto.

M. Este de aqui?

P. Isso. (pausa 10 segundos). Vezes dois.

M. Ah, é. (pausa 27 segundos).

P. Agora?

M. 250.

P. Não, vezes 250. (pausa 43 segundos).

M. Outra vez, ne?

P. E. (pausa 13 segundos). Agora esta. Agora sim. Es que esta já tinha 100 vezes 5 e só faltava por o último número. Agora tente outra vez. Vezes.

M. (ao mesmo tempo com o professor). Vezes. (pausa 32 segundos).

P. Agora você esqueceu o mais. Aí va mais e 40. Agora você fez 210. (pausa 13 segundos).

M. Igual?
P. Sim, igual. E. E aí não. Aí são dois cruzados.
M. Deu quase o mesmo resultado de aquela hora.
P. 479988, faltam dois cruzados ainda.
M. O meu em aquela hora também deu 479 certinho.
P. Ah, é?
M. Aha.
P. Puxa, então tá bom. Calcula a... a área. Quanto dá a área?
M. A área?
P. Isso. (pausa 18 segundos). Ponha a área aí.
M. Aqui?
P. Claro. (pausa 15 segundos). 100915.10 metros quadrados. Isto aqui seria a área.
M. A área?
P. Isso. Agora vamos procurar outra para ver se tem outro que tenha área maior. (pausa 17 segundos). Agora, Michella, Qual é a que você tinha que tinha dado?. Que tinha dado perto deste?. Tá por aí no trabalho de Ademar?
M. Eu coloquei 400 de altura e 500 de base.
P. Ah, Não. Esse dava 490, é primeiro que temos aí. (pausa de 5 segundos). Mais você não falou que tinha um que dava 479000?.
M. Não, Não, este não era o que dava 479000.
P. Bom agora vamos fazer de outro jeito. Vamos voltar ao primeiro. Era de 500 e 400. E este dava quanto?. Dava quanto Ademar? (pausa 5 segundos). Quanto dava?.
M. Eu?
P. E o mesmo que está aí.
M. 500 e 400 o senhor quer saber o total que deu?
P. Isso.
M. 490.
P. Então tem que descer, não?. Agora voces vam a ir disminuiendo em A, e vam a deixar fixo em B. Nesse primeiro trabalho fizemos A com 470 e fuimos disminuiendo B. Agora não. Agora deixa a B com 400 e vai disminuiendo A até que de o dinheiro que você tem, certo?. (pausa 30 segundos).
M. Este de aqui sera que da bom?
P. Experimenta aí, haver quanto é que da. (pausa 42 segundos). Eu tinha uma fita cacete, onde é que eu coloque?
M. O senhor colocou dentro do bolso.
P. Obrigado, viu!. (risos de Michella). Coloque no bolso para que ficara perto e esquezi. (pausa 36 segundos). Ai ponha, vezes
M. Vezes (a o mesmo tempo do professor).
P. Vezes, vezes, vezes. (pausa 5 segundos). Atendeu, não?. (pausa de 10 segundos). O que é que o coloca nervoso, Ademar? A máquina ou eu?. O que é que coloca nervoso a Ademar, o gravador?. (pausa 5 segundos). Lo pone ou não lo pone? (pausa 21 segundos).

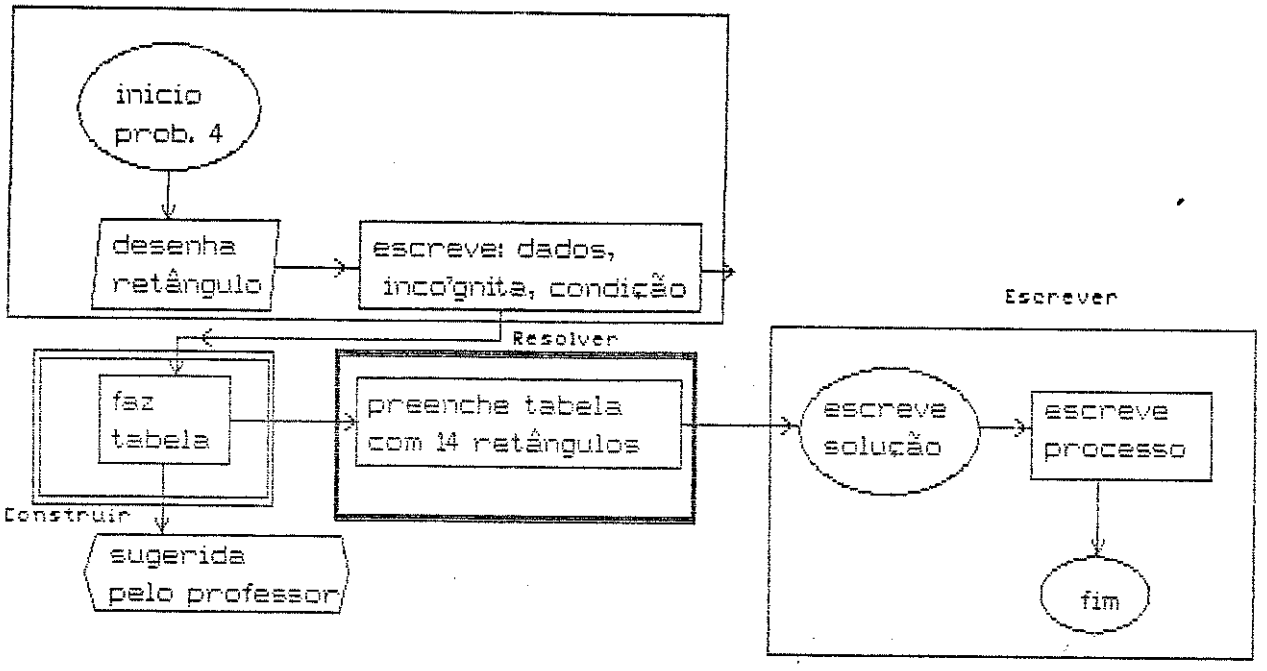
M. Então, este é 490 por 400?. Então, e agora na primeira vez me deu 780.
P. Não, Não tinha que fazer tudo, não. Vezes dois.
M. Ah, vezes dois. (pausa para trocar fita).
P. Aí procuram falar mais alto, não?. Se não depois eu não entendo. (risos de Michella) (pausa 19 segundos). Quanto deu?
M. 485.
P. quatrocentos..?
M. 85.
P. Ah, então tem que descer um pouco mais aqui, verdade?
M. E. Quatrocentos e oite...(pausa). Quanto é que eu tento?
P. Bajaron 10, de quinhentos para 400 bajo 5000.
M. Posso tentar por 480?
P. Eu acho. Não costa nada tentar. (pausa 5 segundos). Agora se cada operação tivesse que pagar (riso do professor). Teria que pensar. (pausa 42 segundos).
M. Vezes 250, aqui colocou o resto aqui e vezes dois, ne?. 250 vezes dois.
A. Este resultado deve ser 50.
M. Você já achou esse resultado?.
A. Esse resultado é o seu resultado. O resultado deve ter crescido.
M. Ah!, 1760
A. Vezes 250. (pausa 1 minuto).
M. AH! acertei! (com muito entusiasmo).
P. Ah?.
M. Acertei 480.
P. Ah!, é.
M. E.
P. Puxa!. Agora tira a área. Otimo. (pausa 7 segundos). Com quanto deu?
M. Eu fiz 480 de área e 408 de base, e aí deu 480.
P. E agora, à área?
M. A área?
P. A área é A vezes B. (pausa 8 segundos)
M. E vezes ou mais?
P. E vezes. (pausa 5 segundos).
M. 192.
P. Quase igual a área, não?
M. E. (pausa 8 segundos).
P. Bom, agora vamos a fazer outro. Digamos que já levamos dois e a área é quase a mesma. Podemos pensar que pelos cruzados que faltam lá encima, a área poderia ...
M. Porque tem que ser a área grande?
P. Porque o problema esta pidendo o terreno que tenha a área mais grande, lembra?
M. Aha.
P. Então aqui já temos dois terrenos, que se podem cercar com esse dinheiro, não?
M. Aha.

P. Este tem 470 por 409 e este aqui 480 por 400, certo?
M. Uhum. (pausa). Aqui tem que dar quanto?
P. Ah!, não sei, o que queremos é que seja o mais grande possível. (pausa). Agora experimenta por exemplo ... Deixa fixo 300 acá.
M. 300.
P. Vai trocando aqui. (pausa 15 segundos). Eu acharia que para começar, talvez 600. Começa com 600 e aí voces vam experimentando. (pausa 6 segundos).
M. Brincadeira. O problema é que temos que achar a maior área.
P. E. Lembram que tinhamos estas duas possibilidades. O tamanho que se podería fazer com esse preço e depois a área mais grande. (pausa 36 segundos).
M. 1850, e 250.
P. Não entendi.
M. E 1850, e 250.
P. Vezes 250. (pausa 15 segundos). Puxa, este deu também.
M. E. Deu grande. (pausa 11 segundos).
P. Vezes.
M. Ah. Vezes 300. (pausa 28 segundos).
P. Y, já esqueceu do mais. Agora ponha um mais aí.
M. Mais?
P. E, mais 30000. (pausa 10 segundos).
M. 480. (pausa 6 segundos).
P. Mais um.
M. Procuro a área outra vez?
P. Isso. (pausa 16 segundos).
M. Deu menos.
P. Ah!, é. (pausa 8 segundos). Você não está fazendo nada aqui, Ademar?. (pausa 7 segundos). Agora experimenta em B 200, e acrescenta A, certo?. (pausa 6 segundos).
M. 600? (pausa 5 segundos).
P. Você que acha?. Se no outro deu 300 por 600 e este tem 200. (pausa 8 segundos).
M. Mas deu pouco, ne?. (pausa 6 segundos). 600. (pausa 7 segundos). Sera que se coloca-se 700 seria muito?
P. Experimenta. Experimenta, se da muito tem que diminuir depois. Não tem nenhum problema isso. (pausa 8 segundos). Tá muito callado Ademar. Callado como se fala?
M. Ah?
P. Como se fala de alguém que não fala?
M. Muda.
P. Mudo?. Tá mudo hoje, ne? (risos de Michella). (pausa 8 segundos). A de ter outra expressão, porque mudo é quem não fala nada, mais para alguém que está assim como está Ademar?.
M. E muito calado.
P. Calado. (pausa). Então tá bom. (pausa 1 minuto e 2 segundos).

[illegible] (pausa [illegible] segu[illegible]
[illegible] que 20[illegible] [illegible] muito [illegible] muco.
P [illegible] [illegible] 200 e m[illegible] A.
[illegible] [illegible] A.
[illegible] [illegible] Se A ei[illegible]00, como você vai colocar 200.
M. 750, nfo!.
P. Experimenta, experimenta. Não tem problema Michelle. (pausa 28 segundos). 750.
M. Ah tem que colocar...Não isso da muito pouco. (pausa 21 segundos). E vezes, não?.
P. Ah, agora ponha 50 vezes o outro. Ah, não, agora coloca 250 vezes el outro, agora coloca vezes, escreva o número. (pausa 1 minuto e 4 segundos).
M. Mais?
P. E, porque você não puso mais ao principio.
M. Mais 470.
P. Não, mais 20000.
M. Mais 20?. (pausa 20 segundos).
P Desa o 200, e mueva o outro. (pausa 15 segundos).
M. Se colocar 700, fica 470, e se aumentar de 700 para 800 fica mais de 480.
P. Ah, pode aumentar mais, porque aí ficaria mais grande. Agora tem que olhar, se fizeram por 700 e ficou pequeno, se fizeram por 750 e ficou grande. Então?
A. Tira a área máxima.
P. Então? (pausa 16 segundos).
M. E se deu 650?
P. Mas não pode descer 700, se 700 deu pequeno. Então não pode ser menor que 700.
M. Uhum.
P. Ne mais grande que 750. (pausa 17 segundos).
A. Como pode ser: Não pode ser menor que 700, ne maior que 750.
M. Não pode ser menor que 700?
P. Ne maior de 750.
A. Ne maior de 750. 700 ponto 33
P. Ah, experimenta, talves da. (pausa 7 segundos). Ah! Não, 700.33 é muito perto de 700 e 700 estava ... Quanto dava?, faltavam como 20, ne?
M. Aha. (pausa 1 minuto e oito segundos). Não aqui esta errado.
P. E, você multiplico 250 por dois.
M. Ah, é.
P. Isso dá 500. (pausa 5 segundos).
M. Ah, o que faço.
A. 1840 vezes.
M. 1840 vezes. (pausa 30 segundos). 100 vezes?
A. Vezes 200. (pausa 33 segundos).
P. Mais, mais, mais. (pausa 29 segundos).
M. 475.
P. Tá perto, não. Com 700 dava quanto?
M. Com 700 dava ... 470.
P. Subieram para 710 e subiu 5. Então tendriam que

subir quanto?.
M. Mais 5. (pausa 8 segundos).
P. Mais 5, o que?
M. Ah?.
P. Mais 5 b, aca?, B. Não, em A. Eu acho que é. Bom. (pausa 1 minuto e 44 segundos). Não, pusieron algo errado aí, 57000000?. Faz outra vez. (pausa 2 minutos e 2 segundos).
M. Vamos tentar 717.
A. Sera? (pausa)
M. Porque aí só está faltando dois para 480. (pausa 10 segundos),
P. Quanto deu?
M. 477.
P. Tá perto, não? (pausa 5 segundos), Ah?
M. E (com voz de cansaço). Será que 717 da?
P. Hum?. Eu tentaria com 720. (pausa 1 minuto e 2 segundos).
M. Deu 480, (pausa 5 segundos), Tira a área. (pausa 10 segundos). Ah, você é muito bom, nossa é muito bom. Deu exato.
P. Deu exato?
M. Se só que a área deu 144.
P. Ah, voces vieram, cada vez estamos obteniendo área mais pequena. Porque estamos obteniendo área mais pequena? (pausa 9 segundos). Agora analisam aí. (pausa 31 segundos).
M. Aqui quando deu este número, a gente abaixo a área e aumento a base.
A. Será que quando vai aumentando a base o resultado vai diminuendo? (pausa).
P. As duas coisas que voces falaram tem razão. E atualmente o outro tem que diminuir porque a quantidade de dinheiro é fixa, não. então a área diminui. Bom, eu acho que poderia ficar aí o problema, tá?, voces agora com essos dados, analisam e escrevem essa resposta que estávamos falando, poderiam dar qualquer uma de estas, eu acho esta mais bonita, ne?
M. (rindo) Mais bonita!
P. Ah?, a de 192, mais escrevam em suas palavras, essa de aí é ótima, certo?. A construção que voces chegaram, tanto o que apagou Ademar, como o que apagou Michella. E encerramos.

Hora 10:40.



MICHELLA 09-05-89

PROBLEMA 4

Igual a Ademar 09-05-89, problema 4.

COMENTARIO DA AULA DOS ALUNOS E MICHELLA

DATA 10-05-89

O dia de hoje a aula começou falando do processo de CONSTRUÇÃO DE ALGORITMO e lembrando para eles cada uma das atividades do micro-processo. Ao selecionar os problemas para trabalhar com eles, eu deixei fora aqueles que tinham generalizações, como são os problemas 6,8, e 7.

Então, hoje começamos com o problema 5, neste problema eles tinham dificuldade de desenhar um retângulo de um área dada. É claro que é muito mais fácil desenhar um retângulo de perímetro dado e mais ainda de dimensões dadas), para diminuir essa dificuldade, eu dei para eles, folhas de papel quadriculado e indiquei-lhes que tomassem cada quadrinho como um centímetro quadrado e que logo desenhassem todos os retângulos que tivessem 10 cm^2 de área. O trabalho não progredira, então eu desenho o primeiro retângulo e depois eles não conseguiram fazer mais nenhum. Percebendo que a dificuldade poderia ser nos divisores de 10, eu troque para eles a área do retângulo para 16 centímetros quadrados. Depois de isso o trabalho avançou até que calcularam tres retângulos distintos, não perceberam que já não tinham outras opções, eu indiquei-lhes que agora responderam as perguntas do problema e então chegaram a que o mais pequeno tinha 4 de base e 4 de altura(não perceberam que era um quadrado). Eu notei que o problema não estava claro ainda e que precisava um reforço, indique para eles que em outra folha resolveram o mesmo problema, mas com um área de 36 cm^2, nestas alturas do trabalho eles já procuravam pelos divisores do número que indicava a área, fizemos a lista dos divisores, uma tabela para anotar as informações e eles pasaram a desenhar os distintos retângulos. Eu não é logrado que eles trabalhem em grupo, e cada um deles calculou dois retângulos eu logo indiquei-lhes que intercambiaram a informação e que analisaram os resultados. Trocaram informação, mais não analisaram os resultados e continuaram procurando mais retângulos, depois de um momento eles não encontraram mais, eu indiquei-lhes que não tinham mais, e que tinham agora que analisar os resultados para dar a resposta do problema. Encontraram a resposta e eu perguntei-lhes que forma tinha o retângulo e que forma tinha no problema anterior. Só nesse momento eles perceberam que tratava-se de um quadrado.

Um comentário muito interessante é que eles perguntaram que se o curso terminava na próxima semana, eu contestei que sim, então perguntaram se eles podiam continuar depois de voltar do viagem e que tinham outros colegas que também queriam participar.

AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE:

1. Michella: Não conhecia o problema, e já trabalho um problema semelhante, não tinha idéia para começar a resolver o problema, acho que o nível de dificuldade foi difícil e se sentiu mais ou menos segura no trabalho. Utilizou o computador para aumentar a informação.

2. Ademar: Não conhecia o problema, e já trabalho um problema semelhante, tinha idéia para começar a resolver o problema, acho que o nível de dificuldade foi razoável e se sentiu mais ou menos seguro no trabalho. Utilizou o computador para aumentar a informação.

AULA COM ADEMAR E MICHELLA

DATA: 10-05-89

HORA: 9:05

PROBLEMA 8

P. Bom, ontem nós vimos aquela parte de construção de algoritmo, verdade? Como voces já tinham feito a parte de compreensão do problema. Voces já tinham quais eram as respostas as perguntas insubstituiveis, então, passavam a fazer o algoritmo. Tinha uma coisa, uma tarefa grande a fazer, então dividiam ele em duas tarefas e depois dividiam, dividiam, dividiam. Então lembram de aquela tabela que fizemos, não?. Tinha muitas coisas que fazer, então dividimos ela em varias tarefas e ao final nos pegamos. Quando nos dividiamos uma área, quando nos encontravamos uma area, quando nos encontravamos uma área, chegamos a uma conclusão: Então, isso é a construção do algoritmos. Dividir o algoritmo em pedaços pequenos, para poder resolver o problema. Então a outra parte que já tinhamos visto e eu quero lembrar, é a parte aquela do micro-processo. O micro-processo começava com ler o problema, depois de ler o problema, então passava a compreensão do problema, então ele perguntava se já tinham respostas as perguntas insubstituiveis. Se já tinham respostas as perguntas insubstituiveis, então passavam a construção do algoritmo, Verdade?. Depois da construção do algoritmo, viene, a resolução do algoritmo, que foi a parte mecánica que nos fizemos ali com a máquina, aí estávamos resolvendo o algoritmos, depois disso tinha que apresentar a solução. Se a solução satisfaz o problema e se a solução é lógicamente factível. Agora vamos a trabalhar o problema número 8. Agora eu quero que algum de voces de leitura ao problema número 8. Bom, então escrevam aí: Nome e a data, antes de começar a resolver o problema (pausa de 8 segundos). Isso, podem ler, Michella?.

M. Problema número 8, precisamos construir um retângulo de área de 10 centímetros cúbicos, cúbicos?

P. Não, Quadrados.

M. Tá, quadrados, e achar o perímetro e... seja ...

P. Seja

M. E que seu perímetro seja ... mínimo, encontrar as dimensões.

P. Ótimo. Da uma leitura Ademar. Espera aí, vamos a gravar a leitura dos dois.

A. E!

P. Certo.

A. Problema número 8, precisamos construir um retângulo de área de 10 centímetros quadrados, quadrados e que seu perímetro seja mínimo. Encontrar as dimensões.

P. Bom, então começam lá, na compreensão do problema, depois passam a construção do algoritmo, tá certo?. Vou procurar uma folha de quadrinhos. Ah!, não. Ah, faz um favor, eu vou desligar um momentinho. (desliga o gravador). (pausa 29 segundos).

A. Oh Leonel.

P. Fala.

A. A área é já 10 centímetros quadrados, ne?.

P. Isso. Agora o problema é alreves, não?. m (pausa 3 minutos e 20 segundos).

M. (faz um murmúrio).

A. A?

M. Como que você sabe que aqui é 25?. (pausa 20 segundos).

P. Não tem problema. (pausa 51 segundos).

A. Leonel. Aqui o perímetro do ... do ...

M. Retângulo!.

A. Retângulo, tem que dar menos que a área.

P. Não, você não pode comparar. Você não pode comparar, porque as medidas de perímetros são medidas lineares, e as medidas de área são medidas quadradas, então não tem término de comparação, não?

A. Aha.

P. O que nós queremos é encontrar o perímetro mas, mais, ... mais pequeno.

A. E.

P. Deixa eu ver. Suponemos que cada quadradito destes é um centímetro quadrado, então 10 quadrinhos, 2, 3, 4, ... 10 quadrinhos, são 10 centímetros quadrados, e este tem quanto de perímetro?.

A. E. um!, não.

P. Não. Perímetro são os lados. Cada um vale um.

A. 1, 2, 3, 4 lados. 4 e 4.

P. Nel. Ah!, não me desculpa. 1, 2, 3, 4 é 5.

A. E 5 em baixo, 10.

P. E, 10.

A. Mais 2 e 2, 14.

P. E. O seja a área ... da para olhar Michella, a área são 10.

A. Aha.

P. Porque cada quadrinho é um centímetro quadrado.

A. Aha.

P. Centímetros quadrados. E o perímetro?

A. 14.

P. 14. (pausa 5 segundos). Bom,. agora, é o único que pode-se fazer com 10 centímetros de área?.

A. Não.

P. Então tenta outro. E encontram aquele que tenha o menor perímetro.

A. Certo.

P. Tá. Não se asuste. Só é de desenhar. Desenhe retângulos com 10 centímetros de área. (pausa 21 segundos). Dúvidas?, Pergunta, o mesmo para Ademar como para Michella. (pausa 3 minutos e 11 segundos). E, voces não entenderam isso de compreensão do problema. Voces não usaram as tres perguntas: Qual é a incógnita?, Quais são os dados?, e Qual é a condição?. Depois de essos dados, as estratégias de solução. (pausa 30 segundos).

M. A incógnita é construir o retângulo, ou a dimensão?

P. E, as dimensões. Para você encontrar a base e a altura do retângulo. (pausa 2 minutos e 4 segundos).

M. A condição é o ...

P. E o ...

M. Perímetro.

P. Que você teria, certo. (pausa 15 segundos). E os dados?.

M. A?

P. E os dados?

M. O retângulo de área de 10 centímetros ...

P. Certo. (pausa 37 segundos, o trabalho é interrumpido pela presença de outra pessoa, durante 46 segundos).

A. Leonel. A área já tem, ne?. E 10 centímetros.

P. Aha.

A. Agora é só encontrar o ...

M. Perímetro.

A. Menor.

P. Isso, então, eu vou perguntar para você quantos retângulos pode construir com 10 centímetros de área. (pausa 6 segundos). Porque eu fiz um, aqui tem um, sera que só podem fazer este?

A. Aha (negando).

P. Não, não é?

M. E aqui por exemplo, tem que ser menor que a área o perímetro?.

P. Não, Não. Você calcula os retângulos que possa fazer com 10 centímetros. E fica com o que tiver menor perímetro. O perímetro mais pequeno.

A. Cada vez menor do que 14, ne?

P. E podería ser que dê menor, eu não sei. E como ontem, que estabam fazendo ontem. Ontem buscavam a área mais grande. Agora o inverso, agora a gente procura o perímetro mais pequeno.

A. Leonel: Cada quadrinho destes vale um centímetro?

P. Não. Vamos supor, não. Em realidade 4 quadradinhos são um centímetros. Mais é muito difícil. Então pega um quadrinho valiendo um centímetro e assim é mais fácil de desenhar, não?. (pausa 1 minuto). Quanto tem esse?.

A. Este tem, 7 aqui, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 7 centímetros.

P. Não, tem que ser 10.

A. Ah, é, tem que ser 10.

P. Hum!. (pausa 10 segundos). O número 10 não é muito bom, Querem que troquemos o número?. Querem que troquemos o número este? Troquemos-lo por 16, é mais bonito.

M. 16? (pausa 10 segundos).

P. OK. Então agora vamos a trabalhar com o número, número 16, tá?. (pausa 16 segundos). Este é um para 10, não?

A. Aha.

P. Então, também poderia ser assim. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Este es outro que estavamos. Este também tem 10 quadradinhos, o seja 10 centímetros de área. Mas, quanto mede o perímetro de él?. Este aqui.

A. 10, 20, 22.

P. Ah!, este de aqui era melhor, não?

A. E. (pausa 9 segundos).

P. Certo?. Aqui 22 e 14. Bom, o que eu estou procurando é o retângulo, ah!, é que este tem outra área, não?. 1, 2, 3, 4, 5 ah, este vai aqui. O retângulo que tenha 10 centímetros de área, como este e como este, mas que tenha o menor perímetro. Então, por exemplo ...

M. Então, pode ser 10 centímetros de aqui, e aqui pode ser qualquer número?.

P. Não, 10 centímetros de área, quer dizer 10 quadradinhos que tenham 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Aqui tem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 10 centímetros de área, tá?.

M. Aha.

P. Depois você conta quanto tem de perímetro. Só que agora trocamos, agora vai ser 16, certo?. 16 lembram, agora é 16. (pausa 20 segundos).

A. Leonel, cada dois quadradinhos, seriam 2 centímetros já?, aqui é, o de encima e o de embaixo.

P. Claro. Quantos tem aí?.

A. Tem (conta com o dedo, pausa 5 segundos), 16.

P. Então faz uma tabela e nessa tabela vai anotando, ou pinta aqui como eu fiz, a área e o perímetro. (pausa 8 segundos). Põe uma tabela. Vamos a escrever uma tabela. (pausa 9 segundos). Que está fazendo?. Então faz uma tabela de aqui a aqui (pausa 6 segundos). Tabelas são muito boas, e voces não querem usar elas, não?. Todos os dias eu sugiero as tabelas. Então, base e altura, não?. Base e altura, não importa como é que essa se chame, área, perímetro. (pausa 11 segundos). Porque o que voces tem que encontrar são as dimensões, o seja a base e a altura, para que?, para que a área valga 10 e o perímetro, o perímetro seja mais pequeno. Então cada um dos que voces vam fazendo vam anotando, quanto vale a quanto vale b, quanto tem de área e quanto tem de perímetro. a área tem que ser 16, certo?. (pausa). Este quanto tem de a?.

A. Este tem 16 de área.

P. De área. (pausa 5 segundos).

A. De ... 206
M. Base. 207
A. Base base tem 1, 2. 208
P. Ok. Então ponha aqui 2. Aqui não tem 16. 209
A. Aqui tem 8 210
P. OK. Então aqui vale 2 e aqui vale 8, certo?. 211
(pausa). e a área vale?. 212
A. A área dos dois é aqui é? 213
P. Não, a área é esta, que vale 16. 214
A. Ah... é 16. (pausa 5 segundos). 215
P. E o perímetro?. (pausa 20 segundos). 216
A. 20. 217
P. Não. (pausa), mais um. Não, este não, este não, 218
este aqui é o primeiro que você fiz, Este é o 219
primeiro e você não tem com quem comparar, faz mais um 220
(pausa 6 segundos). 221
M. Eu só não entendi porque a base é 8? 222
P. E que você conta desde que sai de aqui oh, 1, 2, 223
3, 4, 5, 6, 7, 8. 224
M. Ah. (pausa 15 segundos). Quanto tinha?. Aqui 225
tem 2, 16 de á... 226
P. Area. 227
M. De área e 2 de base. 228
P. Não, de altura. 229
M. Altura? 230
P. Se um é base o outro é altura, não?. 231
M. E, 16 de altura?. 232
P. Não, de aqui para aca, contando de aqui hay: 1, 2, 233
3, 4, 5, 6, 7, 8. 234
M. 8. 235
P. Hum. 16 é à AREA a quantidade total de quadrinhos. 236
M. 16. 237
P. Mas quantos tem deste lado, 8 e de este lado 2. 238
Então isso quer dizer: A vale 2 e B vale 8. A área 239
vale 16 e o perímetro quanto vale?, a soma dos lados? 240
M. A soma dos lados? 241
P. E, este tem 2 e este também tem 2. Este tem 8 e 242
este também tem 8. Então quanto da? 243
M. 16 .... 24. 244
P. 20... 245
M. 20? 246
P. E, 16 247
M. E, certo. 248
P. O perímetro vale 20, então agora você faz, mais 249
um. Fizo outro!. Posso ver?. Ah, esse de aí não tem 250
16 de área. Conta. 251
A. E é verdade, só tem 8. 252
P. Então não dá. 253
A. Espera um momento, Leonel, tem que ter 16 de 254
área?, Certo? 255
P. E. 256
A. Mas será que aí vai ter um (pausa para trocar a 257
fita). (pausa 44 segundos). 258
M. Da pra construir outro, ne? (pausa 23 segundos). 259
P. O que aconteceu Michella?, Tem mais outro ou não 260

tem?.
M. Não tem.
P. Bom, então eu vou dar um consejo. O que você tem que fazer ... da pra mi ... a caneta . Tem 16 de área, o que tem que encontrar são os divisores de 16. Lembram que é isso?
M. Aha.
P. São os números que dividem a 16, quais são?
M. 2
A. 4
Todos 8
P. 16, e 1.
A. Ah, e.
P. Então os divisores podem ser os lados, já seja a área quanto ...
A. Base.
P. Então, 2 e 8 dá 16. 4 e 4 também dá 16, e 1 e 16 também dá 16. Então o único que falta aí é aquele que vai ter: 16 de comprimento (pausa 5 segundos), 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, e 16. E um de altura, o seja, 16 de base e um de altura, certo?.
M. Uhum.
P. Bom, a área vale 16 e o perímetro quanto vale?.
A. 16.
M. 22.
P. E um, e um, mais 32.
A. Mais 32, 34. 34.
P. Então apontam aí isso: (pausa 5 segundos). Tem 1 e 16. 16 de área, 16 de área.
A. Ah, é mesmo. 34.
P. Puxa, esse perímetro vai dar ... mais grande.
A. Maior.
P. Eu quero o perímetro menor, porque agora, porque agora, o pensamento é, em quanto mais grande seja o perímetro, mais dinheiro vou gastar em circular o terreno, certo?
A. Aha.
P. Então eu quero ter, o mínimo tamanho do terreno e a menor cerca, ou menor perímetro. Então, então, da para Michella pegar essos dados?. (pausa 5 segundos).
M. Dentro também?
P. E, este tem 4 e 4 (pausa 5 segundos), e área 16 e perímetro 16. Este tem 1 e 16, a área 16 também, e perímetro 34. Bom, agora que voces tem isso (pausa 5 segundos), tentem responder o problema (pausa 5 segundos). Vejam o problema e tentem encontrar a solução. (pausa 8 segundos).
M. As dimensões aqui são as dimensões do retângulo?
P. Isso, o seja a base e a altura. (pausa 17 segundos). Qual é a resposta?. Olhando para a tabela. (pausa 5 segundos). O que estabam procurando?.
M. As dimensões do retângulo.
P. Qual retângulo?.
A. De área de 16 centímetros quadrados.

P. E que mais?
A. E que seu perímetro seja o menor.
P. Bom, voces tem ali 3 retângulos, os 3 tem 16 centímetros quadrados, mais o perímetro mínimo ...
A. E 16, aqui.
P. E. E esse aí. Bom, as dimensões são?
A. Bom, as dimensões são ... 8 e 2.
P. Não.
A. Ave Maria.
M. A dimensão ...
P. 8 e 2 são 20.
M. As dimensões são 16.
P. Não, as dimensões são a base e a altura.
A. A base e a altura.
M. Aha. E altura vezes base?
P. Não, as dimensões são, quanto vale a base e quanto vale a altura, isso se chama de dimensões.
M. Uhum. (pausa 6 segundos).
A. Quanto valem os dois?
P. Não cada um por separado, quanto vale a base ...
A. E quanto vale a altura.
P. Isso, o perímetro mais pequeno.
A. Separando a base aqui, a base aqui, isto seria 8 e altura também 8.
P. Não, tem só uma. A base vale 4 e a altura vale 4. O perímetro é que é soma, certo???
A. Certo?
P. Mais agora não, a base vale 4 o mesmo valê esta base o que esta, vale 4.
M. Aha.
P. A altura vale 4, certo?
A, M. Certo.
P. Então é isso que tem que por. O retângulo menor, tem 4 de base e quatro de altura, certinho?.
A. Certo.
M. Uhum.
P. Então escrevam.
M. Para escrever o desenhar?, é pra escrever o desenhar?
P. Escrever (pausa 27 segundos), bom, agora, já esta?
M. Aha. De altura 4 e 4 de base, não é?. (pausa).
P. Agora deste lado da folia, copiam outra vez o mesmo problema mais agora ponham 36, certo? O mesmo problema, só que 36. Agora voces vam a resolver este problema com 36 centímetros quadrados de área. (pausa 1 minuto e 2 segundos de pausa).
A. O perímetro também que seja mínimo?
P. Isso. (pausa 21 segundos).
M. 36. 36 tem pouco. E 1, 6, ...
P. Haver, os divisores
M. E. Só tem 1, 6 e 36.
A. Oh, Leonel, todo número par é divisivel, ne?
P. Não todos.
A. 1 não, 2 é.
P. 2.

A. 4 é.
P. E 4.
A. 6.
P. 6. (pausa 5 segundos).
A. 12 parece ...
P. 12 também.
A. 12.
P. Como é que faz para encontrar isso?. Bom, então, tá. Faz uma lista aí. Tem: 1, 2, 4, 6, 12, 18, de pares não tem mais, tem o 3, o 6 já está aí e o 9. E não tem mais, porque o 27 é muito grande. Porque estes são só divisores de 36, são um monte. Abra parênteses. (pausa 9 segundos). Então, por favor: Compreensão do problema. Depois da compreensão do problema, os divisores de 36, depois dos divisores de 36 fazem a tabela, depois que fazam a tabela, começam a fazer desenhos e desenhos até encontrar. (pausa 8 segundos).
M. Esse 36 também tem altura, base perímetro e área?
P. Isso. (pausa 38 segundos). Mas voces não falam nada, verdade?. Esta coisa de aqui vai sair muda.
M. Hum. (pausa 2 minutos). Aqui, oh, quanto a este, 1, 2, 3, 4. ou .. ou 1, 2, 3, 4, 5, 6.
A. Não, é direto.
M. Direto?. (pausa 1 minuto e 4 segundos).
A. Leonel, eu ache um perímetro 24.
P. Ah, é?
A. 6 de altura, 6 de base e 36 de área.
P. Aha. E esse vai ser o mais pequeno?
A. (rindo). Esse é o primeiro que eu tente.
P. Ah., está ótimo. Vai tentar mais?
A. Vou.
P. Então faça. (pausa 28 segundos).
M. Não, esse de aí, eu acho que vai dar muito grande. Tem que ser menor. (pausa 3 minutos e 24 segundos).
P. Esse de aí, não tem 24.
M. Ah, mesmo, não tem 24, tem 30.
P. Isso. (pausa 8 segundos). Cansou?. Assistiu o filme ontem?
A. Ah?
P. Assistiu o filme ontem?
A. Sim. Eu assisti. (pausa 10 segundos)
P. Porque não compartem a informação. Você pega o que ela já fiz e ela pega o que você já fiz. E já tem 4 porque tem distintos, ela tem dois distintos. E, compartam aí e já podem ...
M. Mas o meu aqui está muito grande.
P. Tá bom.
M. Imagina, vou ter que pegar todos os seus.
P. Isso. (pausa 7 segundos). 36. (pausa 6 segundos).
M. Este nove de aqui deu muito grande, foi o primeiro que eu fiz e me deu 42.
P. E, mais esse de ai é 19, é 18.
M. 18?
A. P. 18.
P. Porque 18 da 36.

M. Ah, é.
P. 18 e 18 é 36 e 2, aqui é 40.
M. 40.
A. 40, é. (pausa 2 minutos).
M. 6 já fez. (pausa 25 segundos). Tem que copiar? (pausa 10 segundos).
P. Tem mais ou não tem mais. (pausa 5 segundos). Qual é que estam fazendo agora?.
A. Eu estou fazendo, duas vezes 18
P. Mas esse já está feito. (pausa 6 segundos).
M. Eu ia a fazer o de 6 mais ele já fez.
P. E, já não tem mais. O último que falta é este que você tem aqui o um com 36, já não tem mais.
M. 36 e ...
P. 1. Esse tem quanto. 74. (pausa 11 segundos). Bom agora a pergunta do problema. Voces não fizeram caso, ne?. Quais são as perguntas insubstituiveis, qual é a incógnita?. O que pede o problema? (pausa 10 segundos).
M. A incógnita é a dimensão.
P. As dimensões. (pausa),
M. Os dados são o retângulo de 36 centímetros quadrados, de área de 36 centímetros quadrados. (pausa 10 segundos) As condições são o perímetro mínimo.
P. Aha. (pausa 25 segundos). E a solução?
M. Solução?
P. Isso, é a resposta.
A. O retângulo menor tem 6 de base e 6 de altura.
P. O perímetro de esses números é o menor? (pausa 1 minuto). Pronto.
A. M. Pronto.
P. E esse retângulo como é?, Que forma ele tem?
M. E quadrado.
P. Quadrado, e no problema anterior, em aquele que tinha 16 centímetros, que forma ele tinha?
A. De um quadrado.
P. De um quadrado também. (pausa 16 segundos). Bom, agora voces vam por essa informação, tá?. O problema é o problema número 8, tá?.
A. Oh, Leonel, este curso acaba a semana que vem.
P. Isso,
A. E você vai para o Caribe?
P. Isso.
A. E vai ficar 2 meses.
P. Não, um.
A. M. depois
A. Depois que voltar outro grupo pode vir aqui ou a UNICAMP?
P. Eu acho que poderia, sim.
A. Então vem outros, ne?
P. Voces querem continuar?
A. Eu continuo...
M. Eu também.
P. Bom, então vamos ver mais tarde, verdade?
A. Certo.

P. Os problemas, não é problema, eu tenho 150 problemas. (riem os 3).

A. E esses 150 problemas, é para esse negócio mesmo de matemática.

P. E.

M. Então, isso ...

A. Então seria um congresso?

P. Não. Eles querem conhecer o meu trabalho e eu vou conhecer o trabalho deles, mas o importante é que eles vam pagar tudo. (riem todos).

M. Este curso aqui que a gente está fazendo, não é curso de computação, é curso de matemática.

P. Não. E curso de resolução de problemas, só.

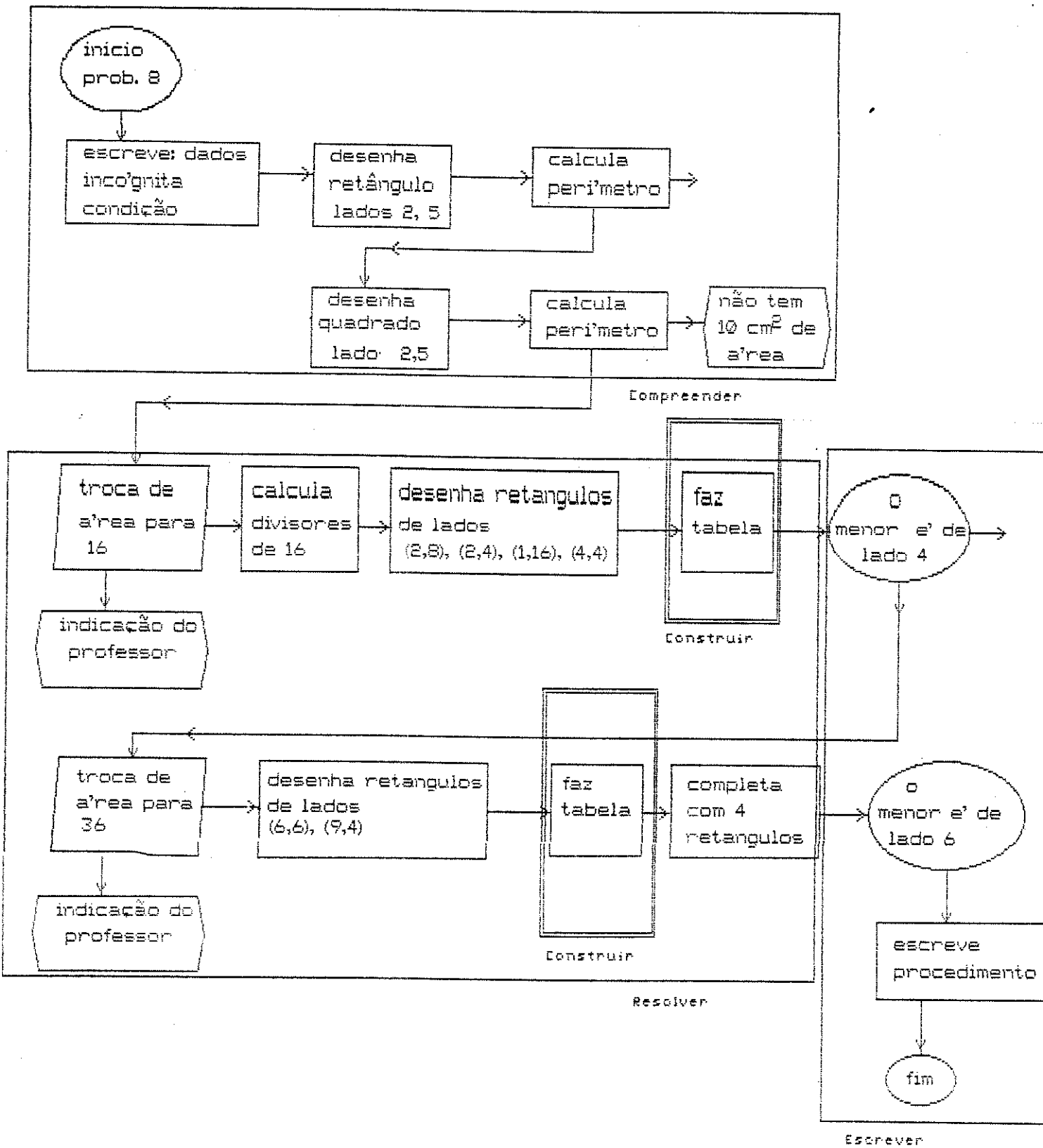
A. E, se isso dar certo vai ser implantado nas universidades?.

P. Todos essos problemas, voces vam ver como se resolvem nas universidade, porque este é um jeito de fazer-los, voces vam ver outro jeito de resolver-los.

M. E pra fazer este primeiro de 16?

P. Não, eu já mandei fazer este, o número 8. (pausa 25 segundos).

PROBLEMA 8


início prob. 8
escreve: dados incó'gnita condição
desenha retângulo lados 2, 5
calcula peri'metro
desenha quadrado lado 2,5
calcula peri'metro
não tem 10 cm² de a'rea
Compreender
troca de a'rea para 16
calcula divisores de 16
desenha retangulos de lados (2,8), (2,4), (1,16), (4,4)
faz tabela
Construir
indicação do professor
o menor e' de lado 4
troca de a'rea para 36
desenha retangulos de lados (6,6), (9,4)
faz tabela
completa com 4 retangulos
Construir
indicação do professor
Resolver
o menor e' de lado 6
escreve procedimento
fim
Escrever

COMENTARIO DA AULA COM CLODOALDO E NATAL

DATA: 11-05-89.

Hoje foi a primeira aula com eles desde o dia 16 de abril, pareceu-me prudente começar a aula com a atualização dos arquivos de problemas, já que eles tinham resolvido os problemas 1 e 2, e não tinham atualizado o arquivo de problemas. De esta forma eu acredite que poderiam lembrar um pouco o trabalho anterior.

Ao começar a atividade eu falei sobre os procedimentos que já tinhamos visto e falei sobre a CONSTRUÇAO DO ALGORITMO E DA COMPREENSAO DO PROBLEMA. Depois dei o problema 2, mais tiveram muita dificuldade, depois de um pouco de trabalho indique-lhes que tomaram um valor numérico para o perímetro e logo voltaram para o valor 2p. Fizeram isso e logo chegaram a solução do problema . Alimentaram os dados ao arquivo de problemas.

Depois apresentei o problema 4 e tiveram as mesmas dificuldades de seus colegas, tive que sugerir-lhes a tabela para ser completada com ajuda do computador. Pasaram ao computador e começaram a fazer os cálculos. Muitos dos cálculos não os concluiram pois deram-se conta que não ia a dar o resultado desejado. Depois de muito trabalho com o computador encontraram a solução do problema. O trabalho terminou as 12:10 e eles ainda ficarom fazendo alguns programas na computadora, em basic.

AVALIAÇAO DA ATIVIDADE:

1. Clodoaldo: Problema 3, Não conhecia o problema, já tinha trabalhado um problema semelhante e tinha alguma idéia de como começar a trabalhar o problema. Seguiu os esquemas quase paso a paso, o problema foi difícil e ele se sentiu inseguro. Não utilizou o computador porque não preciso. Problema 4, Não conhecia o problema, não tinha idéia de como começar a resolvé-lo e não tinha trabalhado um problema semelhante. Quase utilizou os esquemas em su totalidade, o problema foi mais difícil que razoável e ele se sentiu mais o menos seguro. Utilizou o computador para fazer cálculos.

2. Natal: Problema 3, Não conhecia o problema, já tinha trabalhado um problema semelhante e não tinha alguma idéia de como começar a trabalhar o problema. Utilizou algumas estratégias, o problema foi difícil (d) e ele se sentiu mais o menos seguro. Não utilizou o computador porque não preciso. Problema 4, Não conhecia o problema, tinha idéia de como começar a resolvé-lo e tinha trabalhado um problema semelhante. Utilizou algumas estratégias, o problema foi razoável e ele se sentiu mais o menos seguro. Utilizou o computador para fazer cálculos.

AULA COM CLODOALDO E NATAL

DATA: 11-05-89

P. Bom. Vamos a trabalhar com Clodoaldo e Natal, são 1

as 9:41. Hoje quero lembrar a voces, nós já tinhamos falado da compreensão de problema ou não tinhamos, ...

C. Acho que já.

P. Já verdade. Compreensão do problema. Enquanto você não tenha dado resposta as perguntas insubstituiveis, então tem que ler o problema e utilizar (pausa 16 segundos). Pronto, então quando responde as perguntas faz a construção do algoritmo. Bom, construir o algoritmo é você primeiro divide o processo em dois o mas processos. A coisa que você tem que fazer é dividir o processo em dois o mais processos. Depois de isso se os processos ainda se podem dividir mais, então divide outra vez, assim até que ficam pequenas coisas para fazer. E o mesmo que voces fazem quando tem que fazer um programa, tem uma grande tarefa para fazer e vam dividiendo em pequenas tarefas, tarefas, até que terminam de fazer todo. Depois escrevem todo isso em uma forma sequêncial e aí você tem um valor. Pero se você ... Já tem o algoritmo, pergunta se tem que fazer outro algoritmo, por se você quer fazer o mesmo problema de outro jeito. Se quer assim então volta a construção do algoritmo, e começa outra vez. Agora se não quer fazer outro algoritmo vai a resolva o algoritmo que é o processo que vamos ver amanha. Agora se você não tem o algoritmo, então procure por um problema semelhante que já tenha resolvido. Para isso é que serve o banco de dados que voces estabam alimentando, certo?. E depois aí ... Ah! bom, eu resolví um problema, acho que era o número tal. Então ali esta com um número tal agora. Quando voces tem esse problema, então perguntam se (pausa). Então diz, ajuste esse algoritmo a su problema, de acordo como trabalhou ali, para o problema que está fazendo. Se não tem um problema parecido ou semelhante que você já fizo, então eliminem algumas variáveis e faça algumas modificações do problema e volta a compreensão do problema, lá encima, no compreensão do problema, com essa nova visão do problema, e alli uno da Hum ... por exemplo se o problema tem muitos dados e eliminamos uns e depois voltamos. Quando resolví isso então volta e procura fazer-lo e ali esta, construção do algoritmo. Aquele lá, acho que já tinha falado com voces, se não a gente pode ver depois. Então hoje temos que fazer um problema, o problema número 3. (pausa) Lembram ali que é nome e data, ficou em espanhol (pausa), o programa é muito fácil de corrigir mais as folhas já estam impressas, então ... data.

C. E data.

N. Que data é?

P. Onze (pausa 14 segundos). Bom, quem lê o problema?

C. Lê Natal.

P. Ah, uma coisa, procurem falar mais alto.

N. Claro.

P. Porque eu sufro (gargalhadas dos tres) na transcrição.

N. Dentre todos os retângulos de perímetro dado 2p achar os de área máxima.(pausa) isso.
C. O 2p tem uma forma?.
P. O 2p o perímetro?.
C. O perímetro deste seria então 2?.
P. 2p.
C. 2p.
P. E como quem diz 2x ...
C. Ah!, sim.
P. Vale 2p. 100 ... 300 , só que agora em vez de número é 2p. (pausa).
N. Ah, quer dizer que é mais. (pausa 12 segundos).
C. Preciso por dados?.
P. E teria, não?. (pausa), segunda terça, sexta feira.
C. Acha a área do perímetro?
N. Também sim ... Não é área do retângulo de um perímetro que é 2p?. Certo?.
C. Certo.
N. Acha a área máxima de um perímetro que é 2p.
C. Assim não tem condição mesmo.
N. Acha a área máxima de um retângulo que tem ...
C. Perímetro 2p.
N. Então (pausa) o retângulo (pausa 12 segundos) tem perímetro (pausa) p vírgula 2p, certo? (pausa)
C. Você colocou um p a mais.
N. Agora o que?.
C. Depois é ...
N. A incógnita é a área. (pausa 11 segundos) área máxima (pausa de 15 segundos). Qual é a outra condição? (pausa de 26 segundos). Como que se escreve?
C. Area máxima.
N. A condição é que tenha um perímetro, um, dois ... p perí ... a condição é que só tá dando perímetro.
C. A condição acho que é a área.
P. Fala mais alto.
C. Como é que eu faz para encontrar a condição? (cochicho de cansado).
N. Como você quer achar a área? (pausa).
C. Será que eu tenho que achar à área?
N. Tira do perímetro e achar à área. (pausa de 15 segundos).
C. Sabe aquele 2p.
N. O que?.
C. 2p.
N. O 2p, o p a de valer x.
C. Calma ali. ... Quanto vale esse 2p?.
N. Sabe, você vai resolver igual a uma equação de primeiro grado, depois do final você tem que substituir p.
C. Sabe fazer equação de primeiro grado?.
N. E.
C. Minha professora não me ensinou equação de primeiro grado.
N. Voces não aprenderam equaçoes de primeiro grado?
C. Aprendí, mas esquesí. (pausa)

N. Pronto. (murmúrio enquanto calcula). O retângulo é igual a duas vezes retângulo que é igual ao perímetro 2p. (pausa de 5 segundos).
C. Aqui seria um lado de um p, aqui seria somando dois lados e daria 2p. Certo?
N. Então, um p aqui, um p aqui e um p aqui.
C. Estou com uma dúvida. (pausa de 9 segundos)
N. Certo. Perímetro é igual a duas vezes a, ... 2a vezes (pausa de 8 segundos). Vai dar 4, então duas vezes a é 4.
P. Acho que ali tem um problema.
C. Hum?
P. Tem um problema.
C. Porque?
P. Ali fala que o perímetro vale 2p, não que cada lado vale 2p.
C. Então os 4 lados aqui não valem 2p.
P. E a soma dos 4 lados que vale 2p.
C. Então é medio cada.
P. Então ali sim (gargalhada de dois), mais quem faló que era quadrado?.
C. Estou supondo que é um quadrado. O pode ser um ... o 1/2
P. Não pode ser um, tem 1/4, 1/4 e 1/1000. 1/1000 não pode ser (pausa de 18 segundos).
C. Mais (pausa de 16 segundos). E qual é a área?. Area é igual a vezes (pausa de 5 segundos). 1,5 vezes (pausa de 8 segundos), igual a dois cinco cinco.
N. Não é 2 e 25?
C. (rie).
N. E obvio.
C. Hum?
N. As coisas não vam muito bem. (pausa de 7 segundos).
C. Será que 2 e 25?
N. 5 e 5 25.
C. Então sem dúvida é 25. (gargalhada). Faz isso para você ver. (pausa de 5 segundos) (gargalhada).
N. Eu acho que é 25 mesmo. 25 é igual a 100 somando o 'piui' (gargalhada do C.). Mas será?.
C. Você é incrível cara.
N. Hum?.
C. 2a é 25. (pausa 5 segundos).
N. (murmúrio enquanto calcula). (pausa 6 segundos). Sabe uma coisa?, acho que é 25. porque isso já dio área máxima. (pausa 5 segundos). Tenta fazer esse outro aqui, que tem de perímetro (pausa) 21. (cochicho enquanto calcula).
C. E lógico que aqui da um ... dois ...
N. Então, que é que eu diz (pausa 24 segundos). duas vezes um é dois, não?. Ali não dá. (Gargalhada). Ai, ai , ai, ai (pausa 6 segundos).
C. Esse p + 1 da 3 (pausa 27 segundos).
N. Ah?.
C. Eu acho que aqui é 2,5.
N. Tenho a impressão que isto aqui está errado.

(pausa 8 segundos).

C. Esse dois um aqui, um aqui, daí duas vezes um, dois. Será que não da 25 metros?. (murmúrio enquanto calcula) (pausa 74 segundos).

N. Eu acho que a gente deve ... Leonel (pausa 13 segundos).

C. Acho que aqui deve dar (·pausa 7 segundos), vai dar 2 e médio, Leonel. A gente esta-se confundendo aqui que ní um louco.

P. Perdom?.

C. Fala então você.

N. Melhor mostre o seu.

C. Mas o meu não está.

P Que aconteceu.

C. O meu dio 2,5, certo?

N. E o meu dio 0,25

P. 0,25 p quadrado. p quadrado, não?. Cada lado mede 0,5p. Querem usar o calculador?.

N. Acho que não.

P. Não.

N. Só não entendi uma coisa.

P. Depois, Qual é o problema, hum?.

N. Só não entendi uma coisa, p é ?, não perímetro é uma incógnita?.

P. E uma incógnita. Voces fizeram um com 20 e outro com 300, C. Certo.

P. Então agora façam um com p, qualquer coisa, é uma incógnita.

C. Então esse p no final vai ter que sustituir por um número.

P. Não.

C. Então não tem necessidade.

P. O que o problema tá falando é quando voces tinham um perímetro de 20 centímetros, o retângulo de maior área qual fue?.

N. De 20?.

C. De 50 por 50.

P. Era 200 entonces?, mas que forma ele tinha?.

N. Quadrado.

P. Era um quadrado!

C. Certo.

P. Bom, então agora voces tem um perímetro qualquer 2p. De que forma vai ser o retângulo que tem maior área?. é o que está falando ali.

C. Posso o retângular como quadrado?. Mais se tentar pode dar qualquer uma.

P. E, pode dar qualquer uma. Se você quiser, pode sustituir ali por um valor e depois volta. O que a palavra lá fala: faz o problema mais simple, sustituir ali por um valor e depois volta, certo?.

C. Já que a gente ali tem 1/2, é pensando que o perímetro é igual 2. é daria ...

P. Ah!, tá.

C. Ai daria, daria ...

P. Se fosse igual a um, assim 2p seria 2. Não?. E

depois faz um, é mas se vam a poner p igual a um valor, tomam um valor mais interessante para não ter decimales.

C. Então pode ser qualquer valor?.

P. Mientras voces razonam o problema, não?. Depois tem que voltar a p. Bom que sucede se é p. não? . Certo?. Não me vallam a defraudar, é?, ou sim?.

C. Hum?.

P. Não me vallam a defraudar, ne?. Entendierom?.

C. Não.

P. Não se como falar isso em portugues.

N. Defraudar?

P. Defraudar é, não vallam a ficar mal comigo. O problema ...

C. Ah!

P. O problema esse Eduardo e José Maria fizeram,...

C. Fizeram?.

P. Sim, então se voces não fazem eu vou ficar aqui chateado. Ah!, despierta, acorde. (pausa) (risas)

C. Fazer um retângular quadrado.

P. E eles o fizeram em 10 minutos, ou 15 minutos, uma coisa por ali. (Risas).

C. Quanto que vai dar?

N. Mais ou menos calculo 100. Não 5 por 10. (pausa).

C. Sei.

N. Hum?.

C. Então daria 5 por 10 (pausa de 43 segundos) Qual é o perímetro?.

N. 10 e 20.

C. 10 e 20?

N. Ah!, desculpa eu ache que você estava perguntado a hora. (gargalhada). 5 vezes 5 dá 25?.

C. Aha!.

N. 5 vezes 10, duas vezes 10, não dá 100?.

C. E.

N. Então 100. (faz cálculos cochichando).

C. O Natal, você já fez tudo?, Natal?

N. Que? (pausa) 5.

C. Não o quadrado, é duas vezes p, duas vezes 5 que dá 10

N. Duas vezes.

C. Então, duas vezes 5 é 10.

N. Certo.

C. Agora faz o quadrado.

N. Como é que tenho que fazer duas.

C. Duas vezes 5, 10.

N. Ah, tá bom. (riso de Clodoaldo). (pausa de 5 segundos).

C. Igual a área é a a b (pausa 5 segundos). Area é igual a 5 (pausa 6 segundos), vezes 10. Só que 5 vezes 10 é 50. (pausa de 8 segundos). E 10 vezes 5?

N. Uhum.

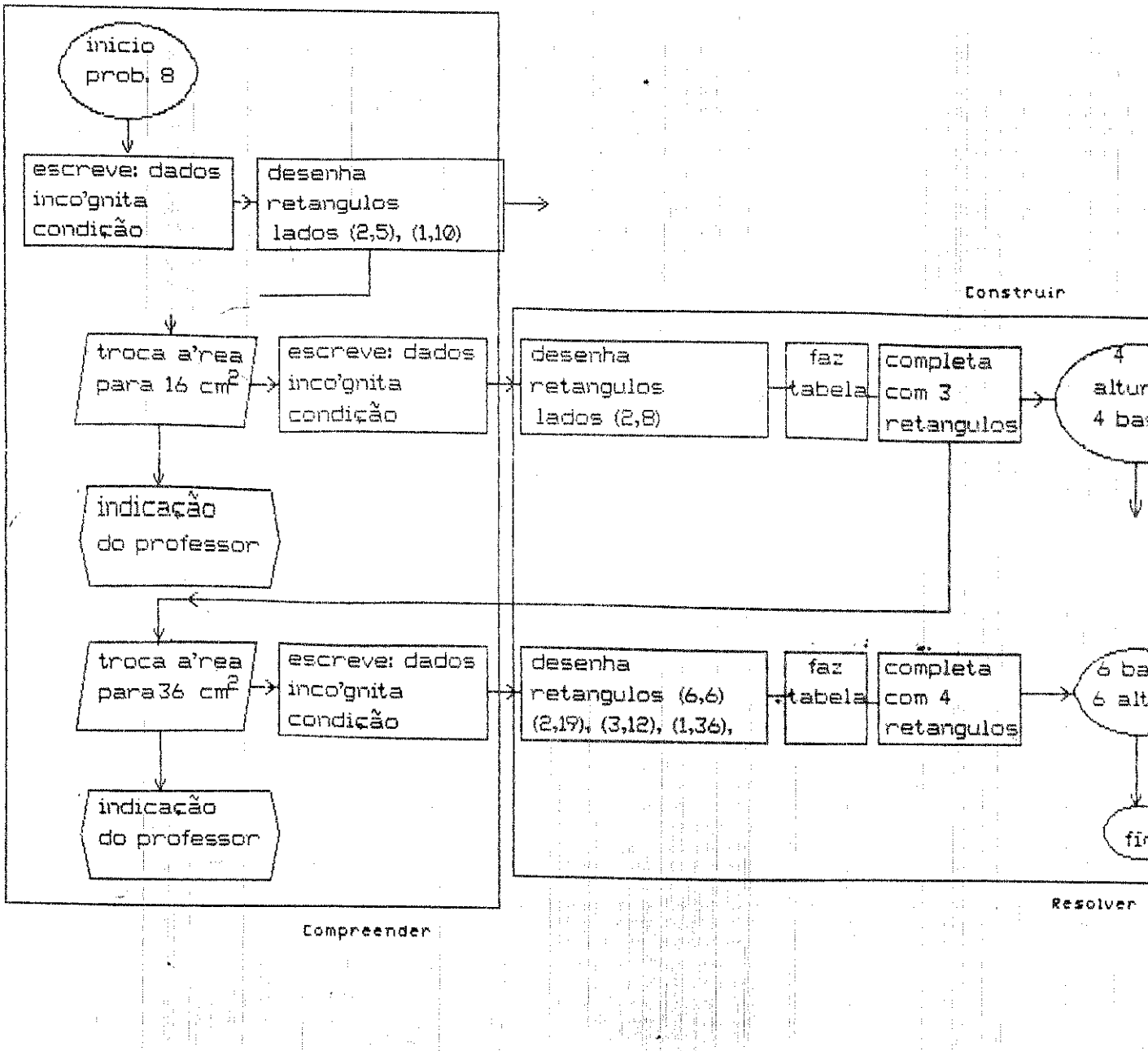
C. Mas é 50.

N. Mas ele nao e maior. (pausas).

C. Ali é dois. (pausa).

N. Você meche um, porque aqui tem 11200 e quebrados.

MICHELLA 10-05-89
PROBLEMA 8



C. Então ponha outra coisa.
N. Mas que outra coisa vou colocar para substituir o b? (pausa de 8 segundos).
C. Mas que você tá marcando, cara, esse p (pausa de 5 segundos).
N. Esse ali não entendi, essa coisa de esse p. (pausa de 10 segundos).
C. Dois x, dois x, dá então (murmúrio enquanto faz cálculos). (pausa de 10 segundos). Hum?.
N. Ah, não entendo nada, sem chanse.
C. E se desse dois p com duzentos não seria melhor? (pausa). Certo.
N. Uhum.
C. Nós quedam como 20.
N. O que eu não entendo é esse p, será que tem que mudar no final?.
C. Não sei.
N. Quem que diz que depois vamos ter que voltar?
C. Mas vai dar maior com p.
N. 30
C. 30 na incógnita.
N. (faz cálculos cochichando).
C. Então vai poder dar qualquer valor, certo? (pausa). Vou colocar os 20.
N. Qual é a área máxima?. Area máxima não é aquele de 250?
C. Hum?.
N. Pode ser também de perímetro 1000.
C. Mas ali você vai ter que ... Vamos tentar com 20, combinado?
N. 20 por 20.
C. Não, perímetro de 20.
N. Então perímetro igual a 20, certo?
C. 50 ... 5 vezes 5 (pausa).
N. Certo. Até agora só dio 20. (pausa 15 segundos) (cochichando) Ah? tá parecendo pura comédia ...
C. Fala ...
N. Dividido por ... 5 vezes 5, então vai dar a área de 225.
C. Hum ... área de 225.
N. Achar ... achar é com c . De área máxima, pode ser de área máxima.
C. Depende do perímetro, ne?. Porque se faz com p, a área máxima pode ser 2p.
N. Pode ser ...
C. Certo?
N. Certo. (pausa de 5 segundos). Este ...(pausa 5 segundos). Não tem importância que o índice seja um p.
C. Como assim o índice?. Se é 2p é igual a 20.
N. Só se substituimos o p, porque duas vezes 20 é 40. (pausa 6 segundos). Então, para achar o perímetro tem que ter outra maneira, outra maneira de fazer.
C. Tem. (pausa 25 segundos) (cochicho) (pausa 8 segundos)
N. Como que fazemos aqui?. Da outro? (riso).
C. Nao sei.

N. Hum?
C. Nao sei. (pausa).
N. Eu não estou entendendo.
C. É que este problema tá muito difícil.
N. É, esse é o verdadeiro problema. (pausa) Quanto será que daria?.
C. 20 por 20 se eu estou certo,
N. Então vamos fazer 20.
C. Certo.
N. Então o perímetro é igual a 20. (pausa 30 segundos) então o perímetro deve ser igual a 200.
C. Que nada, é 5 ... 50. Você não está bom neste problema. (pausa 28 segundos).
N. (cochicho enquanto faz cálculos). (pausa) No seu dio máximo?.
C. Nessé perímetro é,ne?.
N. E. ... Leonel (pausa 15 segundos).
P. Que aconteceu.
N. Vamos dizer que é 5 por 5 o perímetro que dá 20, e ali a área daria 250.
P. E porque tomo um quadrado?
C. Pode ser 2 e meio por 5?
P. Bom, o que ... o que está falando ali é que você decida que 2p é igual a 20 ...
C. Certo.
P. Certo, vaya. Então se 2p é igual a 20, agora você quer ver se este ou este ou este ou qual de todos os que tem 20 é o perímetro que tem a área maior.
C. Posso arranjar um quadrado?
P. Qual destes é o que tem área maior.
C. Ah!.
P. Estava correto. Depois de que voces resolvem para 20 então agora em vez de 20 tenho 2p, o que acontece?, certo?.
C. Então o perímetro pode ser 20 todos?.
N. Não tem que ser 10 por 20. Não!, por 2 e meio. Você acha?
C. Como você falô?
N. 2 e meio por 10.
C. 2 e meio por 10 dá 15.
N. Não daria 5.
C. 5 por 10?
N. Não!, 5 por 20.
C. Você está falando 5 aqui?.
N. 2 e meio aqui, 2 e meio aqui 10 aqui e 10 aqui.
C. Então daria, 2 e meio mais 2 e meio daria 5 ...
N. Me empresta uma caneta?.
C. 5 por 2 e meio, da 15 vezes 5 mais 5. (pausa 5 segundos) O pode ser 3 por ... Oh, 3 é 9, por 20 é difícil... 4 por 3 por 6 dá 20, mas não dá área grande. (pausa 5 segundos) 4 por 2 dá 8 (pausa 5 segundos) Pode ser aqui 2 e meio e aqui 7 e meio, OH!
N. Mais não dá uma área grande. (pausa 13 segundos).
P. Bom, a que voces chegaram.
C. Fala.

N. Fala você.
C. A gente fizo 5 por 5 que dio 20 a área e 25 o perímetro.
P. Não, a o contrário.
C. (riem) Ah!, então o perímetro é 20 e a área é 25. Então vamos ter um retângular de b igual a 1 e meio por oito e meio e o perímetro vai ser igual a 20, certo?. Então a área vai ser igual a 32,75.
P. Duvído.
C. Dúvida?
P. E duvído. Pom 1 e medio por 8 e medio dá ... 20, a multiplicação eu acho que não está certa. (riso). Pouso, pouso (risas).
C. Dúvida (rindo-se).
P. 1,5 por 8,5 da vinticinco, quarenta e dois ... Ponha a calculadora aí no micro.
C. 5 vezes 5 25, é 5 vezes 5 25
P. E
C. 5 e vam dois, 5 vezes 1 5 e dois 75.
P. Isso.
C. 8 vezes 4 quarenta e vam 4, Ah!, eu fiz vezes 4, 32.
P. Ah! bom.
C. Certo. (pausa). Agora é ... u u ... é um quadrado mesmo, ne?
P. Qual é o problema? (pausa). Ok, o que acontece então quando vale 2p? (pausa) e não 20, vale 2p o perímetro (pausa). Quanto vai medir de cada lado?, qual vai ser a área maior?
N. (cochicho) Eu acho que dá 2 e 25 é...
C. 2 e 25 cada lado.
P. Não, 2 e 25 não.
N. 2,5
P. E 2,5p, não?
C. Uhum.
P. E de forma?
N. Tem que ser um quadrado.
P. Um quadrado. E vai ter quanto de área?
N. 25.
C. 25.
P. Ok. Então o problema já esta resolvido agora só voces vam escrever isso.

SEGUNDA SECÇAO.

P. Vamos a começar o problema 4, são as 10 e 35 minutos, certo?. Ainda hoje é 11 de maio, com Clodoaldo e Natal. Bom. Clodoaldo de uma lida.
C. Um campo retângular vai ser fechado com uma cerca e depois dividido ao meio por outra cerca. Se a cerca que passa pela metade custa Nc$ 100 por metro e a outra Ncz$ 250, encontre as dimensões da maior área que pode cercar-se com Ncz$ 480000.
P. Certo.
C. Estão dados todos os dados. (pausa de 8 segundos).
P. Agora voces vam precisar de calculadora, vam ter

que fazer muitos cálculos.

C. Quais são os dados. Cercar um campo retângular (pausa 5 segundos)(começa a falar enquanto escreve) cercar ... (pausa de 16 segundos). Puta mais que sono horrível!, cara. (pausa 8 segundos).

N. Então tem que colocar tudo porque os dados são todos do campo retângular e depois dividido ao meio por outro cerco. (pausa 23 segundos).

C. Sua calça está rasgada ao meio, não faz mal.

P. E que está com uma borracha, quando eu pulo ...(pausa 29 segundos).

C. Suponhamos que você está em um campo retângular e depois dividido por uma cerca ao meio por outra cerca. Tem um terreno cercado dividido ao meio ...

N. E uma incógnita? (pausa 6 segundos). Seria a área, certo?

C. As dimensões da maior ... (pausa) Das maiores (pausa) áreas que se podem ter ...é! dimensões da área (pausa de 18 segundos). Então a condição é cercar o terreno ...

N. Ah?

C. Ah? ... O fechar o terreno com cerca depois dividir-lo ao meio com outra, sempre que a cerca passe pela metade.

N. Cercar o terreno com valor de 48000, certo?

C. Encontrar a área que satisfaz o valor de 400 ... Ah, esse aí.

P. Que tenha a área maior, não?

C. Então, os dados é, cercar o campo e tal, depois encontrar as dimensões da maior área.

N. Encontrar a maior área que pode ser cercada com 480000.

P. Eu vo parar. (desliga o gravador). Agora acho que vai funcionar melhor, já tem pilas novas. (pausa 44 segundos).

C. Encontra, encontrar o que?

N. A maior área. (pausa) que possa ser cercada ...

C. Com 480 cruzados...

N. 480000.

C. E mil?. (pausa). O louco!.

N. Sabe o que que é. E um 0 mais ...

C. Isto é Brasil? (riso dos dois). E 480000, Leonel?.

P. E quase meio milhão, você vai pegar uma fazenda.

C. Ah... (rie).

P. Escuta, por exemplo você recebe um telegrama do presidente Sarney e fala: O Clodoaldo, você vai pegar uma fazenda de tal maneira que lá poda cercar com 480000 cruzados novos. Mais tem que dividir a metade, pois a metade vai ser de Natal. A cerca da metade é mais barata, pois voces são colegas e não precissam de uma cerca muito forte. Mais na orilla a cerca vale 250 cruzados, então, voces definitivamente querem a mais grande possível, não?

C. Uhum!.

N. Hum, Hum, ah certo. (pausa 6 segundos). Vou fazer

um desenho da cerca aqui.
C. Então, estos 480000 seria o perímetro?
P. Não. É dinheiro.
C. Então ...
N. 400 ...
C. Então se pode colocar, seria o perímetro.
N. Então, agora vamos trabalhar com dinheiro, não com área e perímetro?.
P. Ah, também precisa de área e perímetro. Ou não precisa? (pausa). Area precisa, Não?. (falam os 3 a lá vez). E o perímetro precisa?.
C. Perímetro acho que não.
P. Porque?. Como vai dividir o dinheiro?
N. Se você vai cercar, tem que tirar o perímetro, ne?
P. Isso.
C. Certo... Mas a gente vai inventar o perímetro?
P. E o perímetro que de para ... para ...
N. Cercar 480000.
C. Então primeiro tem que achar ... ai, ai, ai ...
P. Tem que achar o que?
C. Ah?
P. Vai ter que achar o que? (pausa)
C. Achar quantos ... qual... com quantos aqui ele ... cerca a metade. Então já tenho o terreno, certo?. Terreno, certo. Terreno cercado. (pausa).
P. E (pausa 6 segundos). Bom, eu vou ajudar. Certo? ... Eu recomendo que fazam uma tabela como esta (pausa).
C. Ah!, esta ...
P. Digamos que você aqui tem: este vale a e este vale b.
C. Certo.
P. Então o custo como é?.
N. Hum!.
P. Quanto costa este?. Vale duas vezes a.
C. Duas vezes a, mais duas vezes b.
P. ... vezes b ... vezes ... quanto? (pausa). Quanto custa o metro?
N. 250.
P. Mas este de aqui, quanto costa?.
N. É o de 100 mesmo.
P. Não.
C. Então este vale 100 por metro?
P. Qual?
C. A metade.
P. A metade. E a de fora?
N. 250.
P. 250 mais não?. Este de aqui da metade que mede que?, esta coisa?
C. 100 (bostesando).
P. Vezes b. Isto é o que eu quero que custe 480000, certo?
C. Certo.
P. Então voces vam calcular a, calcular b e depois vai calcular duas vezes a mais b. Depois isso 250

vezes a ... não dá, melhor de uma vez. Duas vezes 250 é 500. 500 vezes a mais b, depois 100b e depois suma isto que vamos a chamar b, a... m, que este se chama m e este se chama n, certo?

C. Uhum.

P. E quando ele de 480000, voces calculam a correta (risas), é a área, não?. a área?

C. Certo.

P. Bom agora acho que ... faça a tabela, ...

C. Nesta folha aqui mesmo?

P. Faça nessa folha.

N. Fazer a tabela?

P. E, faça a tabela e vamos ao computador, porque se não aqui amanecemos, não?.(riso dos dois) (pausa 9 segundos). Agora eu vi, porque ache que era 500 (riso dos dois). E que é vem parecido, não?. Não escreve assim, se escreve assim (pausa 10 segundos) quinhentas vezes

C. M.

N. Leonel, colocamos ... (pausa 7 segundos).

C. Aqui é M. (pausa de 11 segundos)

N. O a a gente não sabe o perímetro, não?

C. M é igual a 500.

P. A área (pausa).

C. A mais B, é vezes aqui?

P. 500 vezes.

C. N é igual ...

P. 100 vezes B.

C. 100 vezes B, isso. (pausa)

P. Tá certo?. Então traz as cadeiras para aca.

C. Traz as coisas Natal. (pausa 20 segundos) Você sente aí, eu sento aqui. A máquina já está ligada?.

P. E, ela já esta. (pausa 11 segundos). Digamos que A mede ... 100 (pausa).

N. Vale 100?

P. Ah, digamos que A mede 100 e B vale 50. Eu tenho que ensinar primeiro porque o teclado é um pouco distinto. Olha aqui, ou usa o numérico. Então esse é 100, mas esse de aqui é vezes?. Vezes é aqui não "NUM LOCK". Tem que colocar vezes 50, Ah! me equivoque. (pausa 6 segundos). Este aqui é 100 e B 50, certo? (pausa 12 segundos). Aqui está o igual no "ENTER", agora vezes 500, igual. Então tem que poner aqui. (pausa 9 segundos). Então agora aqui 100 vezes B. (pausa 11 segundos) 100 vezes 50, igual. Agora o seguinte (pausa 9 segundos). Agora mais a quantidade que se tinha.

C. 75000.

P. E. Não. (pausa 8 segundos).

C. Não? (rindo-se).

P. Aí da 75 milhões, ... 7 milhões.

N. Tira mais um?, tira mais um?

P. Tira mais, não tira um. Aí não da.

C. 80 e 500.

P. E. Então tem que lembrar que no calculador em vez

de esta vírgula usa ponto.
C. Agora a área é igual a A vezes B.
P. Agora a área não nos interessa, porque não ...não gasto ...
C. O dinheiro.
P. E, são os 480000.
C. Gastou 80 e ficam 400.
P. Isso. Então tem que fazer mais grande, não?
C. Se tivesse aqui 500.
P. Faça, e aí eu deixou voces. Se não vai complicar todo
C. (faz cálculos cochichando) (pausa 5 segundos) (continua calculando) (pausa).
P. Vai tener 500 por 80. 500 mais 80.
C. Não dá.
N. Tenho que colocar 500 por exemplo?
P. Tem. E 500 por 80 (pausa 18 segundos). Isso, agora vezes 580. (pausa) E 290. (pausa 10 segundos). Agora 100 vezes B. (pausa 16 segundos).
C. Deu ... que sono. (pausa 10 segundos).
P. Natal aquele 290 não era 290, se no 290000 (pausa 5 segundos). Com 8000 (pausa 7 segundos).
C. 298000.
P. Isso. (pausa 14 segundos).
N. Da 298000?.
P. Faz favor, traça o gravador, deixamos esquezido ele lá, ponha aqui. Tá.
C. E para aumentar o B então?
P. Ah, certo, B esta muito pequeno.
C. Dá 500 por 100? Ah, não vai dar não, ne?.
P. Olha aqui quase tem como 200000.
C. O 48 por 100 não dá?.
P. Tem quase 200000 cruzados para gastar. E quase a metade.
C. 48 por 100 não dá. E 480 por 100?
P. Hum?. Deixa A com 500 e cresce o B .
N. Cresce um monte. (pausa).
C. Coloca 100, não dá?
P. 100 não, Tem 80 e sobraram 200000 cruzados, coloca 100.
N. Seria 200? (pausa 18 segundos).
P. Agora apaga. (pausa 6 segundos).
C. (faz cálculos cochichando) Da 200?.
N. Multiplicar por ...
C. 460 (pausa) Seria 500 por 700.
P. Não, sería 500 mais ...
C. Então é 700.
P. Então tá bom. (pausa 9 segundos). Ta. (pausa 6 segundos)
C. 100 vezes B. (pausa 12 segundos). E vai dar 470 (pausa 9 segundos). Falta 90, (faz cálculos cochichando). 500 por 150 (pausa 10 segundos)
N. Quanto da, 290.
C. Não, 250 (faz cálculos cochichando), é 290. (pausa 7 segundos). (continua calculando).
P. Pom 300, não?

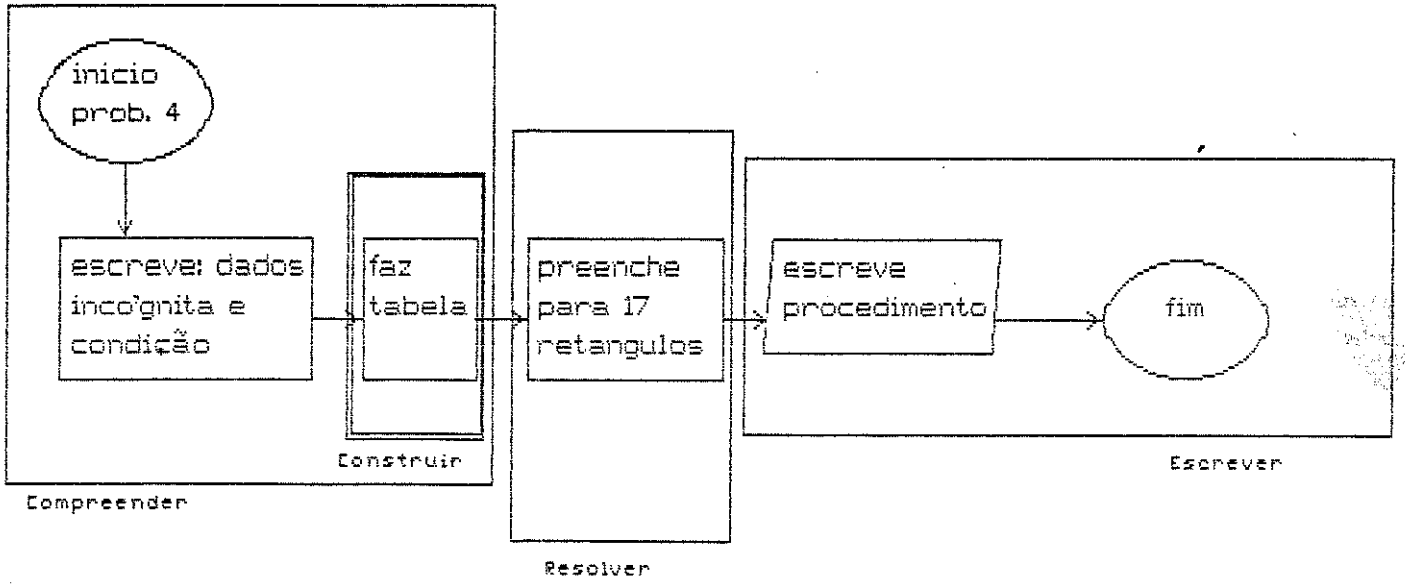
C. E, demos mancada!
P. Se se apaga não tem problema. (pausa 10 segundos).
N. Vê se falta pouco?
C. Falta 250. (pausa 11 segundos). Eu acho que 350. (pausa 11 segundos). Prova aí, 100 vezes.
N. Nada, 251.
C. Então apaga o número aí, meu. (pausa 28 segundos).
P. Prove 100 vezes 350. (pausa 7 segundos).
C. Parece que dá 425.
P. Vezes 350.
N. Isso?
P. Não. ... Agora sim.
N. Então dá 460 e faltam 20 (pausa 6 segundos)
P. Quanto faltava no anterior
N. Aha!
C. Faltava 60, então é 375.
P. Subió 50 e agora falta ...
N. Então é 375 e faltam 20. (pausa 6 segundos).
C. E 350 por 400 (pausa 11 segundos). Dá 385. (pausa 4 segundos). Leonel.
P. Es que não era 375 e esqueciose mais de 500.
C. e N. (respondem ao unisono), é (pausa 43 segundos).
P. Tão chegando. (pausa). Tá cansado? (riso dos alunos). Não é Natal? (pausa).
N. Tem uma coisa que eu não entendo, será que poderia ser 400?.
C. 400, não dá. (pausa 9 segundos). Isto é 450 (pausa 10 segundos).
N. E vai dar 450!. Vezes 100.
C. Da 45 (pausa 37 segundos). E natal, de 475 da 490 (pausa 13 segundos). Da 500. (pausa). Ai, Ai, Ai (pausa 7 segundos)
N. (calculos cochichando) (pausa 23 segundos).
P. Tá chegando, não?
C. Será que da 390 ou 380?
P. Já vieram por isso é que tem que apontar. Como não apontaram já esquecierom quales fizeram e quais não fizeram.
C. E (rindo) (pausa)
P. 890 fizeram ja.
C. 400 não dá e 95? (pausa 6 segundos).
P. Mas voces já fizeram 8 90 e não dio.
C. Calma Natal, Calma.
N. Ai, já estou nervoso.
P. Com 3 90 paso, não?.
C. Passou.
P. Com 3 80 paso ... não?
C. Esse também passou.
P. Então esta entre esses.
C. Vamos tentar com 3 85 (pausa 37 segundos)
N. Passou?
C. Uhum.
P. Quanto dio?
C. 481.
P. Ta perto, não?. Está entre 385 e 380.

N. Vamos marcar aqui, se não vai acontecer o que a pouco acontecio. (pausa 29 segundos).
C. 385 e 390.
P. Não.
C. Ah, 380. (faz cálculos cochichando) (pausa 11 segundos). (faz cálculos cochichando). Eu fale.
N. Tira esse vezes 100. Vamos ver se da 84 ou 82.
P. Marca aí, porque se não ...
N Você fez com 80?
P. 80 já fizeram. (pausa 23 segundos)
C. Vamos começar com 381 e 382.
N. Quanto é que dá?
C. 81 82 (riem) (pausa 16 segundos). Da 475.
N. Uhum. (pausa 8 segundos).
C. Falta muito?.
P. Falta.
C. Ai, ai, ai ...
P. Bom, está entre o 84 e 83, não?
C. Prossegue.
N. Então pode ser um destes?
P. E, pode ser um destes. (pausa 36 segundos).
N. (faz cálculos cochichando) (pausa 8 segundos). Aqui vai dar 750.
C. (faz cálculos cochichando) Ai, ai, ai. (pausa 8 segundos) (risos). Ah!, droga.
N. Passou de novo, Leonel.
P. Passou de novo?.
C. Passou em 100. (pausa 8 segundos). Vai fazer um ponto 3 ou um ponto dois. (pausa 23 segundos). 83 e 2.(entra outra pessoa na sala e o trabalho se interrompe um momento).
C. Outro com mentira (rie) com 83 e 3 e 4 (pausa 12 segundos). Como que eu pensava que este foz dar.
P. Quanto que dio?.
C. 479 (com um riso um pouco triste).
N. Dá a caneta.
C. Ah, de aqui a pouco já está no final da folha.
P. Segue no outro lado (gargalhada) (pausa 16 segundos). Era 384 que passava, não?
C. 384 não, Ah ... já passou
N Ah, sim, já passou.
P. Eu já entendi o que era. (pausa 149 segundos).
C. Será que vai dar certo?
N. Não se (riem) (pausa 34 segundos).
P. Chegaram não?, a quanto tem chegado?
C. 480 e 10.
P. Ah, deixa assim. Deixa assim.
C. Vai pagar por isso. (pausa) 384 com mais 441 (pausa 9 segundos). Passou 4 cruzados.
P. Ah, deixa assim. Então aponta aí. Então tem 500 por ...
C. E 383 ponto 3 4 . Tenta por 3 só.
N. Ah!, deixa assim, já tá certo, já acertamos. (pausa).
C. (faz cálculos cochichando). Remarca.
N. Você remarcou?

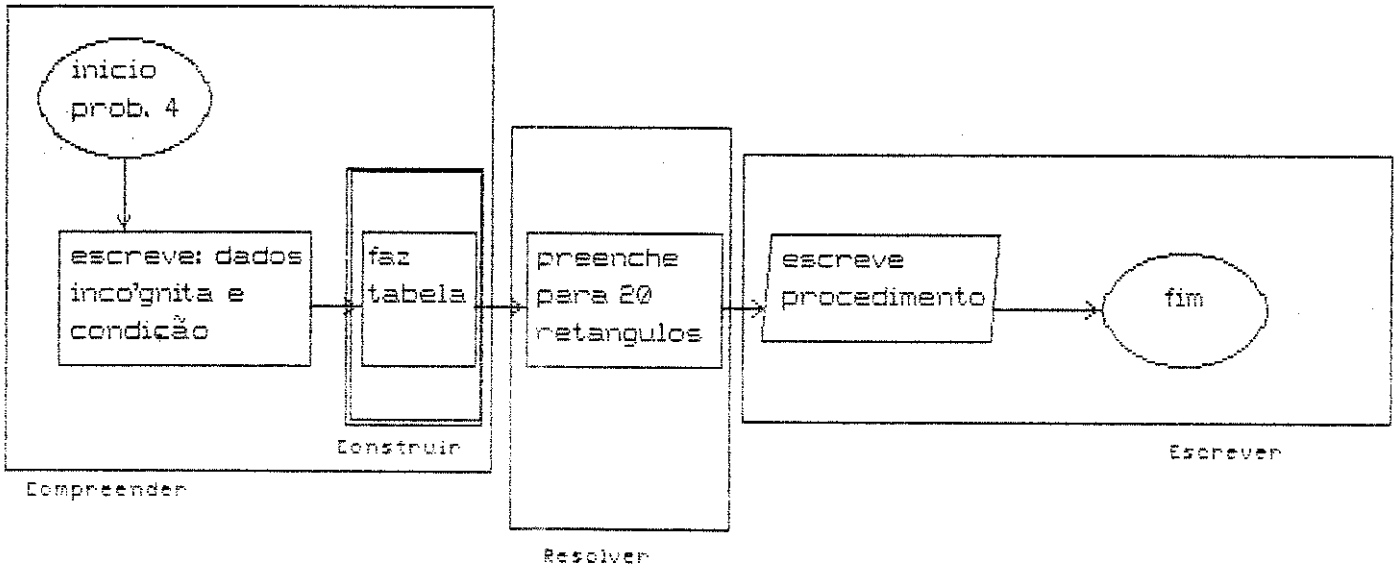
C. Qual esse aí?
N. Então tá bom. (pausa 18 segundos).
C. Pronto? (pausa 9 segundos).
P. Ah, que voces vam fazer agora?
N. 80 por 32.
P. Ah, deixa aí. (riem) (pausa 15 segundos).
C. Faltou 2. Não tem jeito mesmo.
P. Deixa assim. (pausa) Agora, agora, lembram que ... o que tem que encontrar é a área mais grande. Quien calcula a área de esta para ver o que vai dar.
C. E A vezes B.
P. E, A vezes B.
C. Então é 500 vezes 383
P. Mais alguma coisa. (pausa 16 segundos). Bom, então. Não terminó?.
C. (faz cálculos cochichando).
P. Agora, eu quero que façam, B com 400.
C. Ah?
P. Agora, deixam B com 400 e mudam o valor de A.
C. Mudar o valor de A?
P. Isso. Certo. Então vamos ir fazendo várias mudanças, para... para pegar a área mas grande. (pausa 35 segundos).
C. Quanto você acha que vai dar?
N. Da 400 e pouco.
P. 400 e o outro quanto vam a tomar. Já fizeram 400 com 500.
C. Uhum.
P. Quanto que fico?
N. Não sei.
P. Não apunto!.
C. Da 490.
P. Então tá bom.
C. E. 400 por 480.
P. Não.
C. A é 480 e B é 400.
P. Assim sim da. (pausa de 10 segundos).
C. Natal!, o B vai ser 400 agora.
N. Não, 480 vai ser ... vai ser O que é que é 480?
C. Vai ser A. (faz cálculos cochichando). (pausa 34 segundos). Da 62. (pausa 12 segundos). Falta 84 e 18. 496 (pausa 16 segundos). 95 são 5 (pausa) 500 (pausa 14 segundos). (faz cálculos cochichando).
P. Dio ou não dio?
C. Dio certinho.
P. Dio certinho. E a área?
N. E 480 por 400 (pausa 17 segundos).
C. (faz cálculos cochichando).
N. Não Clo. Tem que fazer 500 ...
C. Porque?.
N. 480, que não é o valor da cerca?.
C. A cerca então vale 400?.
N. Não tem 400.
C. O A vale 480 e o B vale 400.
N. Não, não tá certo.

C. Ah! certo.
N. é que eu sou medio bobo. 440.
P. 400 tá cabal.
N. Então seria 400 por (pausa 30 segundos).
C. 192 ...
N. Não se não.
P. Agora eu quero que B fique com 300 e olhem quanto da A.
C. Mas esse um, vai diminuendo ou vai aumentando?. Então.
P. Bom aí a área pode ser a mesma não?, porque com os decimais que faziam falta, é quase a mesma. Então agora temos ...
N. B.
P. 300 é B. E quanto vale o outro.
C. Matemá...tica.
N. Não. (pausa 61 segundos). Quanto que é?
C. E 300 e o outro que?.
N. Tem que achar. Então o B é 300 e o A tem que achar.
C. Tem que achar (pausa 75 segundos) O outro é 490 (pausa 39 segundos).
P. Já dio?.
C. Deu.
P. Hum esse paso. (pausa 15 segundos).
N. Se 580 deu pouco, então porque não tenta 585. (pausa 40 segundos).
C. E 590.
N. Vamos ver quanto sai 590. (pausa 24 segundos) 476 (pausa 36 segundos).
C. E 590?
N. Não, é 593.3
C. Então quanto é que vai dar.
N. 476 e 650. (pausa 18 segundos).
C. Vamos agora 596 .
N. Ainda não dio.
C. Mas já estamos chegando lá. (pausa 20 segundos) 98 ...
N. Isso não dá. (pausa 14 segundos).
P. Já?
C. Quase, mas ainda não. (pausa 18 segundos).
P. Tá com 300 e quanto?
C. com 597.
P. Então mais 30 mil. (pausa 17 segundos)
C. Falta 1000.
N. Vamos tentar 600. (pausa 5 segundos).
C. Não vai dar. (pausa 10 segundos). Deu certinho.
P. Viu que estava certo. (riso dos alunos). Quanto que dio de área (pausa 6 segundos).
N. Deixa copiar, 600 por quanto?
P. 600 por 300. (pausa de 25 segundos).
C. 500 por 250 também da a mesma coisa.
N. 180. Tá menor do que lá (pausa 8 segundos).
C. 192 não é maior? (pausa)
P. Dá 200 o B. (pausa 6 segundos). Dá 200 o B e 700 o A. E simple, quase 900.

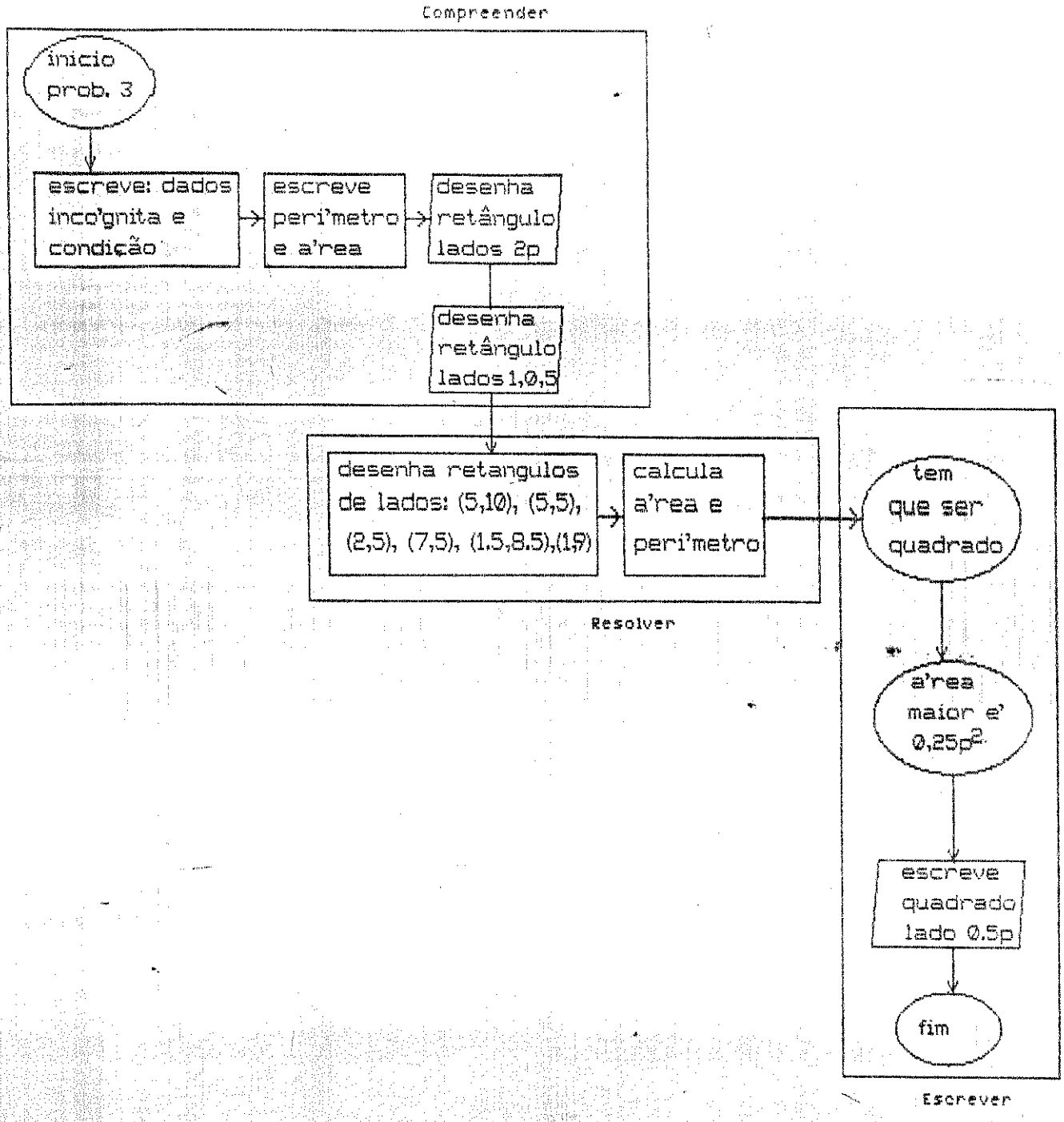
C. (faz cálculos cochichando). 200 em B? 885
P. Sim, 200 em B e 700 em A. (pausa 25 segundos). 886
Qual é que tem a área maior? 887
C. 480 por 400. 888



NATAL 11-05-89
PROBLEMA 4



CLODOALDO 11-05-89
PROBLEMA 3



NATAL 11-05-89
PROBLEMA 3

Igual ao Clodoaldo 11-05-89, problema 3

COMENTARIO DA AULA COM CLODOALDO E NATAL

DATA 12-05-89

Este dia começamos a aula bastante tarde pois um deles chegou muito atrasado. Começamos a trabalhar as 10:15 e terminamos antes de medio dia trabalhando dos problemas em sua totalidade, os problemas 8 e 9. O problema 8 foi resolvido com bastante naturalidade e eu quis lembrarles os primeiros problemas para estabelecer a relação com este. Com o problema 9 eu sugeri-lhes que utilizaram uma tabela semelhante ao problema 4 e que fizeram uso da calculadora que fica no micro. Depois de tentar com distintos valores, chegaram a conclusão equivocada, pois faltava tentar outros valores, eu indiquei-lhes mais outros e depois chegaram a resposta correta. Agora para eles foi muito fácil deduzir a parte do perímetro que tinham que calcular, isto é, deduzir a fórmula da cerca que tinham que pagar. No primeiro problema (o número 2) que eles resolvierom deste tipo, tiveram muita dificuldade. Agora rápido lembraram esse problema.

Depois de terminadas as resoluções, eles atualizaram o arquivo de problemas, me causa admiração, a forma em que eles detalham os dados no arquivo de problemas. Sempre capricham na forma e escritura dos dados. Depois de terminada a aula, eles ficaram brincando com o computador (quase como todos os dias).

AVALIAÇAO DA ATIVIDADE:

1. Clodoaldo: problema 8: Ele já conhecia o problema, já tinha trabalhado um problema semelhante e tinha alguma idéia para começar a resolver o problema. Quase utilizou todos os esquemas (D), sentiu o problema quase fácil (B), e ele se sentiu seguro. Utilizou o computador para aumentar a informação.

Problema 9: Ele não conhecia o problema, mais já tinha trabalhado um problema semelhante, e não tinha idéia de como começar a resolver o problema. Ele utilizou quase todos os esquemas propostos e sentiu o problema um pouco difícil (D), e ele se sentiu seguro. Utilizou o computador para fazer cálculos e aumentar a informação.

2. Natal: problema 8: Ele não conhecia o problema, já tinha trabalhado um problema semelhante e tinha alguma idéia para começar a resolver o problema. Quase utilizou todos os esquemas (D), sentiu o problema razoável, e ele se sentiu mais o menos seguro. Utilizou o computador para aumentar a informação.

Problema 9: Ele não conhecia o problema, mais já tinha trabalhado um problema semelhante, e tinha idéia de como começar a resolver o problema. Ele utilizou algumas estratégias e sentiu o problema razoável, e ele se sentiu mais o menos seguro. Utilizou o computador para fazer cálculos e aumentar a informação.

AULA 12-05-89

COM CLODOALDO E NATAL

P. O problema de hoje é o problema 8. Tem que lembrar, compreensão do problema para o início, compreensão do algoritmo e depois, escreva você o procedimento. Tá certo?. Agora quem de voces vai ler o problema, ou eu acho que melhor os dois.

N. Precisamos construir um retângulo de área 10 centímetros quadrados e que seu perímetro seja mínimo. Encontrar as dimensões.

P. Isso, outro.

C. Precisamos construir um retângulo de área 10 centímetros quadrados e que seu perímetro seja mínimo. Encontrar as dimensões.

P. Então, as perguntas...tá certo?,

C. Uhum.

P. Os dados, a incógnita,

C. A área que vai ser mínima é um quadrado, certo? um retângulo.

N. Retângulo se fosse a área.

C. Como a área?(pausa), agora: Incógnita, qual é a ... achar as dimensões(pausa). Constante (pausa) Condições

N. Menor perímetro.(pausa)

C. A condição é encontrar as dimensões?.

N. Uhum.

C. A condição dele é essa. Pronto.

N. Enquanto menor é o perímetro.

C. Se conseguir essa é legal.

N. Eu acho que esta.

C. E achar o perímetro e encontrar as dimensões para que seja mínimo.(pausa). Um segmento de 10 por 10 ou 5 por 10. Mais se a gente tem que encontrar...

N. Qual é a área?

C. 5 vezes, uma vez, é 10. Mais a gente já tem ele, 5 vezes o primeiro mais dois vezes o segundo...

N. Da me o cálculo da área,

C. Ah, a área.

N tá.

C. 2 vezes 3, 3 por 2, a mínima

N. Não esta aqui, tente com o primeiro para ver se dá. de 2 por 5.

C. Vai dar o que eu falei

N. E mais, aqui oh!, aqui oh!, não é o perímetro, a área dele.

C. A área, a área 10, tente achar o perímetro. Como aqui oh!, dois vezes o primeiro mais dois vezes o segundo, o perímetro. A área é a vezes b.

N. Então, aqui já tem 10 de área (pausa).

P. E, ele já tem 10 de área.

C. Certo. A área é 10, a vezes b serve.

N. Então.(pausa) Essa não da 14.

P. Ele fala de encontrar o perímetro mínimo. Eu vo

trocar, esse tá bem, o menor vai ter de lado raiz de 10. E esse não vai pegar. Agora ponha uma linha para separar todo e vamos a deixar todo igual pero vamos a por 36 .

C. Então a solução é 14?

P. Não, 14 não. é raiz de 10. Ponha os mesmos dados só que em vez de 10 são 36 centímetros quadrados de área é o que tem.(pausa).

N. seis por cinco da.

C. 36?

N. Não, seis por seis. (pausa) da 46

C. Do jeito que quer?. vinte e um de nove, três.

N, nove por três?.

C. três vezes um, seis

N. Quatro

C. E quatro

N. Isso

Gargalhada dos dois.

N. Tão vamos.

C. Tudo mundo "cambamdo"(pausa), desse jeito a gente vai fazer esse show. (pausa), duas vezes 6, doce (cantando e depois gargalhada).

N. Oh a mancada

C. Ah! é. Como a gente divide 4

N. Divide 4(pausa).

C. Deixam.

N. Co...Co...Como acho (gagejando)

C. Dois vezes quatro são oito, mais duas vezes nove ali vai dar 26, ali o que eu tinha é menor

N. Certo.

C. O pode ser oh!, 12 por 3 (pausa)

N. Hum. (pausa).

C. Já é 36?

N. Ainda não, ainda não.

C. Então aqui deu 46. A de ser porque é 6 elevado ao quadrado, extrair a raiz, raiz de 36 é 6.(pausa).

N. Mais não é trinta

C. Trinta e um. E porque é 18 por 3 (pausa). E isso aqui mesmo (pausa). Verdade?

N. Uhum. (pausa).

C. Leonel(pausa).

P. Fala.

C. Um destes 3 da, aqui dio, a gente fez 6 por 6 que dio quadrado, aqui a gente fez 4 por 9, um destes aqui é 12 por 3, e este aqui, este aqui é o menor que dio 24, é este aqui 26, 35 e este é o menor que este, tem raiz quadrada aqui oh, de 36 da 6. Seria um quadrado.

P. Hum, um quadrado.

P. Lembram do problema primeiro, aquele que nós dam um perímetro.

N. Aha.

P. E tinhamos que encontrar área máxima.

C. E área máxima.

P. Então já teríamos.

C. Agora temos.

P. Agora dada um área, teríamos que calcular o perímetro mínimo. E resultou um quadrado. O seja troco área por perímetro e troco máximo por mínimo. Não?, ótimo. Então escrevam seu procedimento.

PROBLEMA 9

P. Vamos começar a fazer o problema número 9, faltam 5 minutos para onze horas, do dia 12 de maio com Natal e Clodoaldo. (pausa). Então, pode dar leitura?.

C. Quais devem ser as dimensões de um jardim retângular de 432 metros quadrados de área para que ao muralo gaste-se o mínimo possivel, sabendo-se que o vizinho do lado paga a metade pelo muro que limita sua propriedade. (pausa).

P. Pronto?.

C. Uhum. (pausa). Fica sabendo-se o perímetro de novo

P. E o problema é o mesmo. (pausa).

N. A área, a área de novo. Então depois da área (pausa). A as duas, as duas. (pausa).

P. Tá pronto?, mais você não esta fazendo nada como vai acabar?.

C. E então, tá complicado aqui. Não é mesmo? meu.

N. E mesmo. aqui tem um área e se tiver um quadrado, com um lado, seria possível.

C. Então essos 432.

N. São de área.

C. O vizinho vai pagar a metade?.

N. De área.

P. De que paga a metade o o... vizinho.

C. Do lado. (pausa). E a outra metade?.

P. Ah?.

C. E a outra metade?.

P. Se você tá aqui.

C. Ah.

P. —E natal tá aqui, então, você vai cercar quatrocentos e quantos metros?.

C. quatrocentos e trinta e dois.

P. E vai ...

C. seria..

P. fazer esta parede.

C. Então vai ser igual ao problema aquele do rio.

P. Parecido não?, só que no rio você não tinha parede e aqui você paga a metade da parede.

C. Então precisa pagar mesmo.

N. Quatro.

C. Quatro partes de um destes vai ter que pagar 3/4 e desta não paga.

P. E você vai pagar três paredes

C. E desta via pagar um e medio.

P. Isso!.

C. Já acerto isso?. (Pausa de 50 segundos).

N. Como a gente faz?.

C. O que?

N. Um muro.

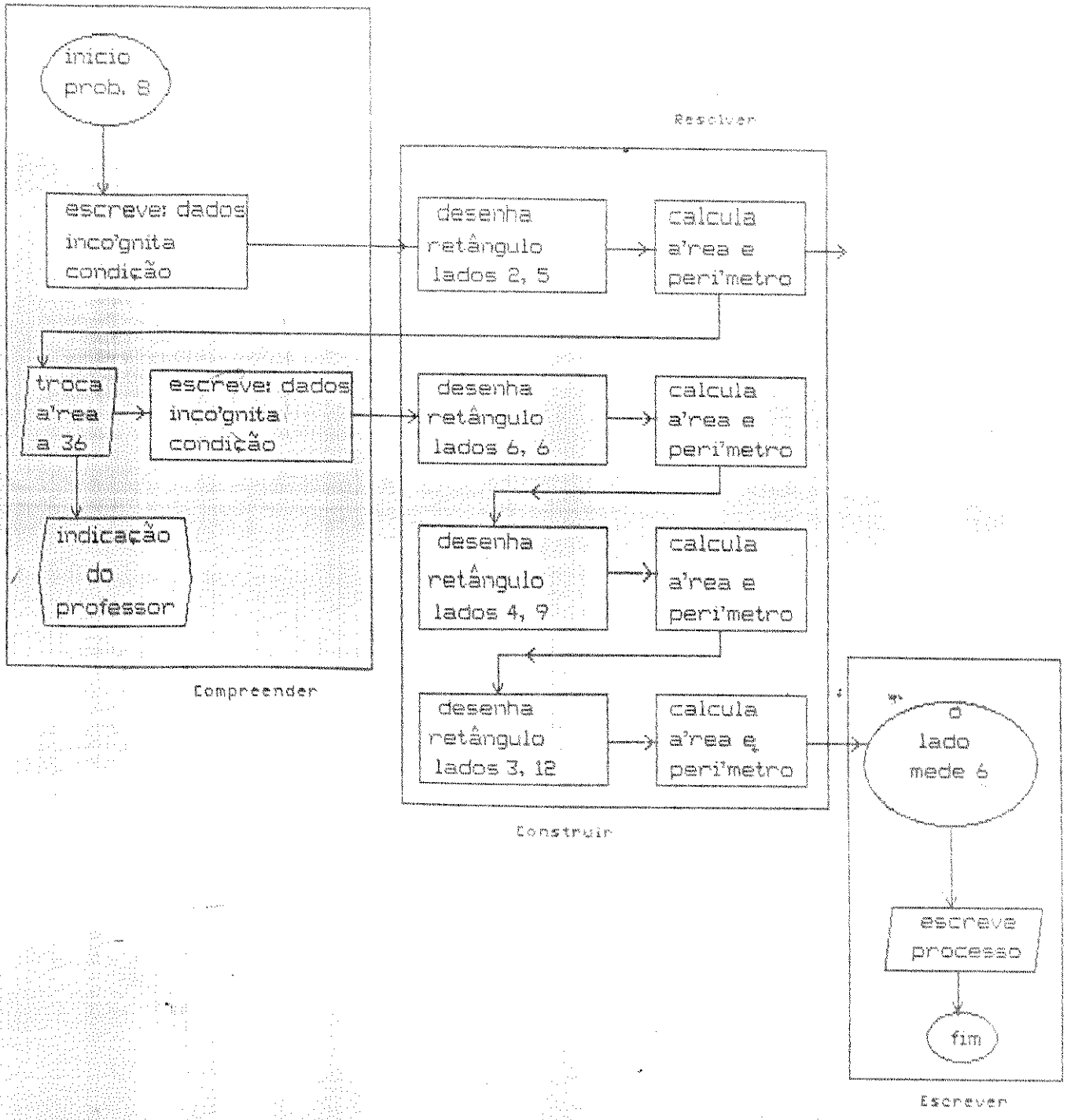
C. Quanto tem esse muro, mais quatro.
N. Ele tem, hum... então.
C. De que outro jeito aqui te conto que ele pode-se ter 10.
N. Vai, Vai, vai... de vinte. Mais parece que ... (pausa). Quer dizer que este aqui só tem a metade.
C. Falta algo
N. Se este estive-se aqui bem que poderia, só que aqui ele tem (pausa). Tem...
C. Hum?
N. Oito vezes quarenta e tre...s
C. Quatro. Ele tem.
N. E (pausa de 71 segundos). Mais olha (pausa de 24 segundos).
C. Ha, Ha!
P. Já tem fome?.
C. Bem que poderiam ser três.
N. Três..., Quatro?.
C. Viu, tendria que apagar tudo isso até aqui.
N. Porque tendria que apagar essa parte?.
P. E. Bom você obteve cobrir esta área
C. Certo.
P. E fazendo isso o mais pequeno que poder. Certo?. Continua.
C. Mouro. (pausa de 26 segundos).
P. Eu acho que voces deberiam fazer uma tabela, como lá de ontem daria, o perímetro que você vai pagar seria quanto?... Se isso vale a,e isso vale a e isso vale b, isso vale quanto?.
N. Vale quatro vezes.
P. A metade de b, ... então o que você vai pagar vale quanto?.
N. E dois a e um b.
P. dois a mais?
N. b e medio.
P. Pom um e medio b, certo?. Então isso é o que precisa mais um vírgula cinco b. Um vírgula cinco. Isso. Então, vamos poner-nos a fazer o seguinte. Como fizemos ontem, só que ontem voces tinham perímetro, não voces tinham dinheiro não?, agora não, agora temos área. Certo?.
C. Certo.
P. Então voces vam a dar valores para a e b hum? que deve estar. Depois calculam isto. Agora que valores de a e de b vam usar?, Como podem fazer para encontrar essos valores?.
C. Extrair a raiz de 430.
P. Não necessariamente, não o que precisa dois números a e b que multiplicados dam 432, certo?, Quais são essos dois números?, Como faz para encontrarlos?. São um monte.
C. Uns vinte!.
P. Não, (Gargalhada de todos).
C. Então como se faz?.
P. Calcula os divisores.

N. Ho!.
P. Lembram?, a matemática que vieram no.. No... Como se chama?
C. No ginásio?
P. Que ginásio. Não, no Jardim.
C. Ah! no Jardim.
P. Claro.
(Gargalhada dos alunos).
P. Aprendí no Jardim. Os divisores de 423. Tem metade.
C. Hum.
P. Tem metade, não?. Depois, é assim que se saca, 432 tem metade. dois, um ...
C. Ah!, é pra tirar.
N. Ah!, é pra tirar o sinal, não?.
P. Isso!. Então ali vai ficar dois produtos, não?. (pausa de 50 segundos).
C. dez e seis e dez e sete?.
P. Bom, ali tem um monte de combinações. Não?
C. Sim.
P. Ali é que voces tem que buscar.
N. Hum.
P. Certo. Com essas combinações. Então, fazemos uma tabela deste jeito. Sai de ali?. E... Escape, agora sai.(tão fazendo uso do computador), agora quit, qu sim. q u i t, perdão. A letra se chama qu em espanhol, q u i t, isso!. Agora faz uma tabela deste jeito (pausa e risos).
C. Já, Já, desculpa.
P. Assim, não?. Tem a, tem b. Valores que voces vam pegar de ali, não?. Então a vezes b, que deve dar 432. Então voces calculam o custo que é duas vezes a mais 1,5 vezes b, e de ali vam calculando o mais pequeno. Bom, então, nessa caixa , não , na outra, tem um disquete que se chama best freind.
C. Best freind. (Pausa)
P. Pom ele no drive A. (se termina a fita e perde-se um pedaço na troca).
C. Poderia começar por 16 e 27, ne?. Mais eu preciso usar o resultado.
N. E
P. O resultado você tem ali, pom ali os dados. Pom as cadeiras ali Natal. (pausa de 18 segundos).
N. O que?
C. Não. Nada.
N. Terminou Clo?.
C. A gente esta longe.
N. Ha?.
C. A gente está longe. Não sei viu.
N. Então vai o primeiro.
C. 16 e ...
N. Tá. 16 vezes 27.
C. Não, não é.
N. Ah! esquesi, é 27. Ele tá aqui.
C. E. (pausa 10 segundos). Agora ... você vai ter que fazer outro tabela. Que você acha?.

N. E, cai na real. Agora é (pausa de 6 segundos) E só pensar e você consegue fazer o mesmo.
C. Então?,...
N. Ce ... Certo.
C. Errado. (pausa de 11 segundos) Que número deu? ...
N. Esse. (pausa 9 segundos)
C. Então, qual é o número?
N. 17 ...
C. O a é 16 o b é 27. Não é 17, Natal.
N. Tá bom, não precisa explicar.
C. Bom ...
N. Então é 16 e 27.
C. Pronto (pausa). Você já fez o 16 mas 16.
N. O meu dio 34.
C. 16 mas 16 é 34? ... dá 32 rapaz!
N. E que eu sume, quer ver?, soma. (pausa). Faz isso logo.
C. 32 mais ...
N. Errou.
C. 27 que soma e 4 dezenas.
N. Dá 40.
C. Faló.
N. Ah!, eu ainda consigo.
C. Faz de novo.
N. 27 vezes um ponto... é igual a 40 ponto 5.
C. Tira o perímetro para mi.
N. Bom, uma coisa de cada vez. Calma ali.
C. Da quanto em total?. Mais ...
N. Espera ali.
C. Da 40 ponto 57. (pausa de 12 segundos).
N. Da setenta e dois e cinquenta. Certo?. Agora vamos fazer 8 vezes 54.
C. Ah?.
N. 8 vezes 54. (pausa)
C. Tá legal. 8 vezes 2 (faz cálculos cochichando).
N. Duas vezes 8, 16. Não é?. 56, não é 54.
C. 8, é 8?
N. 8!. Isso, isso. 8 vezes duas, 16. E 54.
C. 54.
N. E vai bem com 54. (pausa 11 segundos). 81 mais 16 da 97. (pausa 7 segundos).
C. Quanto que vai dar?.
N. Vai 4 vezes 108. (pausa 18 segundos).
C. O meu dio 8, é?.
N. Ah?.
C. O meu dio 8. O meu dio 108 vezes dois.
N. Certo. Com 108 da 190 ... não 170. Certo?. O que tem que encontrar é o menor. Hum!. Tirei. Ah!, deixa ver. Era mesmo 16 vezes 27. (pausa). Faz duas vezes ...
C. Calma ali.
N. 216.
C. 216? (pausa). Vezes 2?
N. E. (pausa). Da 216 vezes 1,5. (pausa 6 segundos).
C. 216 vezes um e medio. (pausa 10 segundos).

N. 324. quanto da de área: 328. (pausa). E um quadrado. (pausa 7 segundos).
C. O Natal este de aqui da mesmo.
N. Ah! é, o quadrado de 16 é 4. ne?. Esse número que perdi é 27. Raiz cúbica de 27.
C. 3 vezes 3.
N. Ah?.
C. Estou te falando, raiz quadrada de 16 é 4, raiz cúbica de 27 é 3. (pausa 11 segundos).
N. Só tem essos para a gente fazer ou tem outros?.
C. Ah?. divide 432 ...
N. Ah?.
C. Divide 432 dividido por 108.
N. O perímetro ...
C. Que você acha que daria aqui?
N. 122 mais ...
C. 144.
N. Mais
C. Putegas (pausa).
N. E aqui também tem 144 que é 12, que é o quadrado de 12
C. 144 não dá.
N. Vamos tentar ele. é divisível. Hue, é divisível.
C. Mal teste.
N. O a deve valer ... (calcula cochichando) 144. (pausa). é.
C. Não, dá mais? .
N. E, acho que daria mais. Com a multiplicação daria 432, ne?... Ne?.
C. Ah?.
N. Certo.
C. Tá bom.
N. Duas vezes 144 ... 144 ... é é por 3. 144 vezes ... 216.
C. Em número da área da 72?
P. Perímetro ou área?.
C. 72 metros.
P. Qual era o que estava mais perto da metade?.
C. Aha. Ah! é 16
P. E não tem outra combinação mais perto da metade?.
C. Tem 97.
P. Quanto?
C. 97.
P. Ah, mais perto da metade que divide 432, não verdade?.
C. Não entendi.
P. É que em quanto mais perto estão os números, mais pequeno fica, não?
C. Certo. Dez e ...
P. Isso, então tem outra combinação que fique mais perto?.
C. 54 não dá?.
P. Não, tá muito ...
C. Longe.
P. Isso. Aquele ainda muito pior.
C. Então pode ser ...

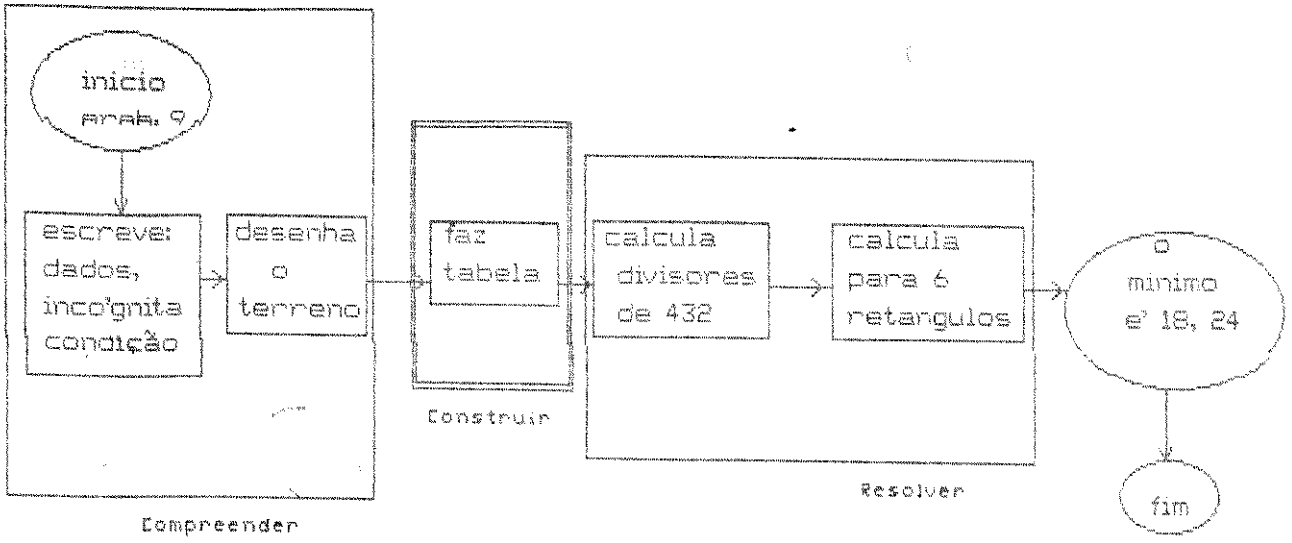
P. Por exemplo... aqui tem 9, uns destes. por exemplo 2 ou 3. Por exemplo duas vezes 9 é 18, não é?, quantos dois ficam ali. 8 porque é 24 e 18 com 24 é combinação, não?. (pausa)
C. 18 e 24.
N. E. 18 vezes 24. (pausa de 7 segundos). (calcula cochichando) dá 24.
P. A 24 não regula 6, Agora mais hum...
C. 72.
P. Hum. (pausa).
C. 18 e 36.
P. ponha enter.
C. Dá 36 com mais 36 da 72.
P. Como fico, mais pequeno?
C. Menor.
N. E menor. (pausa 10 segundos).
P. A diferença entre estos são 6, e a diferença de estos é 9, não é 7.
C. 9, não é 9?
P. Não, não, estava certo é 11.
N. 24 e 23, 22
C. vezes (pausa).
P. Não, tem que pegar combinações destas, se não , não dá .
C. 18. (pausa de 10 segundos) Ah?.
N. Dá 432 (pausa).
C. 432, que de ... (pausa 18 segundos).
N. 32. (pausa)
C. Mais 32 é menor.
N. Então tem que experimentar outro. (pausa).
C. Quanto você acha que é?. (pausa 24 segundos). (cochichando) 28. (pausa 10 segundos). E igual a aquele lá?.
N. (faz cálculos cochichando) ...
C. Tá aparecendo briguinha.
N. (continua fazendo cálculos cochichando)
C. O que? (pausa de 29 segundos).
P. Dio?
C. deu 24 e 18. Também
N. Mais esse ai é (rie).
P. E o mesmo, verdade? (risos).
C. E que ...
P. E que chegou muito cedo verdade? (todos riem).
C. Ah, é isso mesmo.
P. E isso.
N. 72.
P. Então ta bom. Então só escreva o ...
C. Perímetro.
P. A solução e modificar todo e então terminamos as 11 e 25.



NATAL 12-05-89
PROBLEMA 8

Igual ao Problema 8, Clodoaldo 12-05-89.

CLODOALDO 12-05-89
PROBLEMA 9



NATAL 12-05-89
PROBLEMA 9

Igual ao problema 9 de Clodoaldo 12-05-89.

COMENTARIO DA AULA COM ADEMAR E MICHELLA

DATA: 16-05-89

Neste dia trabalhamos o problema 9, este problema tinha algumas semelhanças com o problema 8 e eles tentaram fazer o procedimento de resolução da mesma forma. Eu ajude a eles a formar a tabela e a determinar qual era a parte do perímetro que eles tinham que calcular. Nesse momento eu tentava deduzir com eles as fórmulas mas notei que Ademar estava nervoso demais, eu tinha reparado de antes que ele estira-se a pele dos braços quando está nervoso. Perguntei para ele se estava nervoso e me falô que sim. Por isso eu trate de determinar a tabela e formular a parte do perímetro que teriam que calcular. Depois de isso eles calcularam utilizando a calculadora do programa "Best Freind", e determinaram o valor que estabam procurando. Depois de isso, eles atualizaram os dados do programa novo onde fica o banco de problemas resolvidos por eles.

AVALIAÇAO DA ATIVIDADE

1. Michella: Não conhecia o problema, já tinha trabalhado um problema semelhante e não tinha idéia de como resolver o problema. Utilizou algumas estratégias de solução, o problema foi razoável e ela se sentiu mais o menos segura. Utilizou o computador para fazer cálculos e aumentar a informação.

2. Ademar: Não conhecia o problema, já tinha trabalhado um problema semelhante e tinha alguma idéia de como resolver o problema. Utilizou algumas estratégias de solução, o problema foi razoável e ele se sentiu mais o menos seguro. Utilizou o computador para fazer cálculos e aumentar a informação.

AULA COM ADEMAR E MICHELLA

DATA 16-05-89

HORA: 9:10.

P. Vamos trabalhar o problema número 9. Certo, então. Então da uma olhada lá, o que nós tinhamos: O micro-processo, no micro-processo a primeira atividade era ler o problema, depois de a gente leia o problema tem que passar a compreensão do problema, a compreensão do problema falava que enquanto não tem respondido as perguntas insubstituiveis, você tem que ler o problema, utilizar as estratégias de solução, resumir o problema e utilizar as dicas. Nos tinhamos já as estratégias de solução, as perguntas insubstituiveis, as dicas. Depois que já tinham respondido as perguntas, passavam a construção do algoritmo, não?. Dividir a tarefa que tem que fazer em dois ou mais tarefas, e assim até que logravam construir o algoritmo. Bom, faz favor de ler o problema Michella.

M. Problema número 9, quais devem ser as dimensões de um jardim retângular de 432 metros. Metros quadrados?
P. E, quadrados.
M. Quadrados, de área para que ao murar-lo dê um número o menor possivel, sabendo-se que o visinho do lado paga a metade do muro que limita sua propriedade.
P. Isso. Faz favor de ler-lo agora, Ademar?
A. Problema Número 9. Quais devem ser as dimensões de um jardim retângular de 432 metros quadrados de área, para que ao murar-lo gaste-se o mínimo possivel, sabendo-se que o visinho do lado para a metade do muro que limita sua propriedade.
P. Tem alguma pergunta?, alguma dúvida?.
M. 432 metros quadrados é a área, ne?
P. E, é a área, certo.
M. E aqui é quase igual ao problema número 8, porque tem que gastar o mínimo, ne?.
P. Isso. (pausa 5 segundos). Que mais? (pausa 5 segundos),
M. E o visinho paga a metade, ne?
P. De um lado só.
M. E, de um lado. (pausa 6 segundos).
P. Então?. (pausa 6 segundos). Então começa lá: A incógnita os dados a condição. (pausa 23 segundos).
M. Que dia é hoje?
A. 16, 17, não, 16.
P. Hoje é dia 16. (pausa 30 segundos).
M. A incógnita é.... as dimensões do retângulo?
P. Isso. (pausa 25 segundos).
M. Os dados é a área mínima.
P. Não, os dados são os ... os ... Os dados são a área 432 metros quadrados e o fato que o visinho paga a metade. (pausa 17 segundos).
M. Paga a metade?
P. E. A metade do muro. (pausa 46 segundos).
M. E a condição?
P. A condição é: tem que ser o perímetro mínimo.
M. Ah. (pausa 3 minutos e 38 segundos). A gente tem que construir um muro com 432 metros quadrados, depois temos que achar para que gastemos pouco, e nosso vizinho paga a metade. E depois temos que achar o número mínimo, (pausa 16 segundos).
P. Como Michella?
M. Ah?
P. Como é que é Michella?
M. A gente está fazendo igual ao número 8, a gente faz a tabela, depois que a gente faz a tabela a gente vai fazer um monte de problemas,ne?. Até achar o mais pequeno.
P. Eu acho que sim, só que... tem que encontrar os divisores de 432, para ver quais vam a dar multiplicados 432, lembram?. Nosso caso aquele era 36, e fizeram de outros números, mais agora é 432. A outra coisa é: quanto do perímetro voces vam a usar, porque aí o visinho paga a metade de um lado, certo?. Então o

perímetro fica como?. E outra maneira, não?. (pausa 9 segundos). Certinho?. Você não vai pagar os quatro lados.

M. Vou pagar a metade.

P. Vai pagar a metade de um lado e os outros 3, então esse perímetro ... Qual vai ser a expressão de esse perímetro? (pausa 38 segundos). Então, porque agora não é dividido ao medio, como o problema 3, ne?. (pausa 14 segundos),

M. Mais tem que achar os divisores de 432?

P. Não entendi.

M. Tem que achar os divisores de 432?

P. E, mais também o perímetro. Pongamos você tem isto, não?. Esse tem A, este tem B, tem A e tem B. Esse perímetro valdria quanto?

M. 432.

P. Não, Dessa figura valdria, duas vezes A e duas vezes B. Bom agora aqui só tenho a metade, aqui está 0,5 B, certo?. Então quanto vale o perímetro?. (pausa 10 segundos), Vai valer: A mais A o seja duas vezes A, mais ...

M. Duas vezes B.

P. Não, porque agora aqui só tenho a metade de B, certo?. Então quanto vale?. Aqui tenho uma vez B e aqui tenho a metade de B. (pausa 15 segundos).

M. Aqui tem 1 e aqui tem 1.

P. Não, a metade. 0,5 (pausa 5 segundos). Então quanto tenho no total? (pausa 16 segundos). Onde que você está Ademar? (pausa). Tá Nervoso, AH?.

A. Mais ou menos.

P. Porque? (pausa). Ah. (pausa 6 segundos). Quanto da?. Da um e a metade, ne?, Não?? (pausa 5 segundos).

A. Uma vezes B.

P. Aqui tem uma vezes B e aqui tem 0,5 vezes B. (pausa). Então tenho 1,5 B. O seja o perímetro que voces estão procurando é duas vezes A mais 1,5 vezes B. Então o que eu proponho pra voces é: tirar uma tabela, o que dissera Michella. Tabela A. Tabela B, A vezes B, que tem que ser 432, se Não não presta, então depois calcular o perímetro, perímetro: duas vezes A mais 1,5 vezes B, e então nos vamos procurar o mais pequeno. (pausa 5 segundos). Em donde vam a pegar A e B?. Nos divisores de 432. Aqueles números que multiplicados dam 432.

M. Esse de aí e quase igual ao que a gente fiz no computador também?.

P. Isso, esse está aí pronto esperando por voces, (pausa 5 segundos) certo?. (pausa 1 minuto e 12 segundos, e uma pessoa interrompe o trabalho). Bom agora procurar o ... era assim não 432, metade ne?

M. Aha.

P. E até que termina. (pausa 15 segundos).

M. Tem que fazer o MMC.?

A. Não.

M. Que?
A. Não.
P. Fatores, não?. (pausa 24 segundos).
A. 3 por 2 dá um.
M. Ah!, é. Então 2 por 2 é um.
P. Não, é porque tem que tirar a metade de aqui para aca. Então aqui é 3, da um e sobra um, então de 12, a metade de 16?
M. E 6.
P. E. Metade de um não tem, então coloca 0, e agora?
M. Metade de 16, é 6, ne?
P. Não, se metade de 12 é 6, não pode ser metade de 16, 6.
M. 4.
P. 8. porque 8 vezes 2 da 16. (pausa 40 segundos).
M. E eu pensando que era MMC.
P. Perdão?
M. E eu pensando que era MMC.
P. Eu ní se os nomes daqui. (pausa 6 segundos). Quais são os números que podem pegar multiplicando?
A. 16, 108, 54, 7, 9, 3.
P. Mas tem que procurar pares, ne?
A. Aha.
P. Pares que multiplicados dam 432, certo?. Vai, agora construa a tabela e fazam lá. Ta aí pronto?, OK., então vamos pra lá, peguem aí as cadeiras, já voces sabem utilizar o micro, (pausa 23 segundos). A tem que pegar os números pares que multiplicados dam 432, um se chama A, e o outro se chama B, e completa aí, certo?.
M. Certo.
P. Pega a cadeira aí, Ademar. (pausa 10 segundos). Oprima qualquer tecla aí. (pausa 10 segundos). Ponha enter outra vez. (pausa 20 segundos). Bom, qual é o primeiro passo?
M. 216.
P. Não, não, não.
M. Não?
P. 216 vezes 2, diz você?, porque tem que usar parejas de números, formar com os fatores, certo? (pausa 54 segundos).
A. Leonel, tem que formar pares com estos números aqui?
P. Não. (pausa 5 segundos). De aqui voces agarram os números, não?.
A. Multiplica então. (pausa 53 segundos).
P. Não é assim. Olha aqui,por exemplo, eu posso pegar, 2 por 2 da 4 por dos da 8 por dos da 16 vezes 3 por 3 da 9 por 3 da 27 isto vai dar 432. O seja, um se chama A e outro se chama B. Poderia tentar alrevez, 27 vezes 16, certo?. Vai. Mais também posso fazer: 2 por 2 da 4 por 2 da 8 por 3 24 vezes 2 por 3, 6 por 3, 9. Não, 18, certo?. E também posso fazer 18 vezes 24. 8 por 2 ah, e 9. por 9, 62. vezes, quem?, quem ficou?, 2 vezes 3, 6 por 62. Bom, eu poderia fazer 16 vezes 3,

que da 48 vezes 9, ou 9 vezes 48. Tá bom?, E o A e o B que voces vam por na tabela e depois fazer os cálculos do perímetro, para ver qual é que da o perímetro mais pequeno, ta certo?

M. Ta.

P. Desenham com um par de números que eu estava falando. (pausa 13 segundos): Melhor copiem de uma vez de aqui.

M. Só copiar de aqui?

P. E. o A e o B. (pausa 13 segundos).

M. Hoje é 16 do 5?

P. Isso. (pausa 30 segundos). OK. agora experimenta, tá?. A vezes B.

M. E 16. (pausa 5 segundos). E enter, ne?

P. E. Agora procure o perímetro. E duas vezes A ...

M. Duas vezes 2?

P. Não, é duas vezes A.

M. Então é duas vezes 16, ne?. Porque A vale 16, ne?. Da 27.

P. Não.

M. Não?.

P. Olha aqui, duas vezes A mais 1,5 vezes B.

M. Ah, zé, zé. E mais ...

P. Não. Duas vezes A.

M. Ah, tá. Duas vezes A. (no computador).

P. Agora tem que apagar tudo.

M. Apagar?

P. Sim, ali onde está o asterisco.

M. Aqui?

P. Isso. Agora sim, duas vezes 16.

M. Duas vezes 16?

P. Ponha 2 num lock 16 e enter. Mais, não, perdão. para isto tendriamos que apontar em algum lugar, 32. Bom Agora 1,5 vezes... 1,5 vezes .... Quanto vale o B?

M. 27.

P. Agora somar, 40.50 com 32, certo?

M. Aha.

P. Eu o que vale aí. Agora é o que está aí, mais 32. E o seu primeiro perímetro, 72,5 (pausa 8 segundos).

M. Altura, ... ah...

P. De base?

M. Ah, este de aqui que é 32?

P. Não, 32 é duas vezes A.

M. E aqui que coloca?

P. A área, pero aí sempre vai dar 432.

M. Ah. (pausa 5 segundos). Agora, se faz 27 vezes 16 também?

P. Não, esse não. Esse já sabemos quanto é que da. Agora seria duas vezes A.

M. E, duas vezes A ... é 24.

P. Não. Perdão, perdão, é este aqui, duas vezes A. (pausa 8 segundos).

A. Aí, que preguiça!

P. Não, Não, agora hagan 27 é B vale 16. Ah, não. (pausa 10 segundos).

M. Ah, este de aqui da o resultado?
P. É não.
M. Não?
P. O perímetro não vai dar assim. (pausa 20 segundos), É aí já da. (pausa 44 segundos).
A. 50 é aqui?
P. Não, é 100. ... e a isso le suma?. 54, ne? (pausa 49 segundos).
M. Oh, aqui eu fiz 24 e 18 vezes 432.
P. Isso. Qual é o perímetro? (pausa 20 segundos).
M. 24 (pausa 5 segundos). Só? (pausa 10 segundos)
A. E aqui?
M. 18.
A. 18 vezes ...
M. 18 e o que?
A. 1,5 (pausa 5 segundos).
M. 18 vezes .... 1,5 aqui?
A. Aha. (pausa 28 segundos, troca de fita).
M. Não, é 18 di ... di... di ...
A. Area?
M. É, é 18 de área e 24 de altura. (pausa 1 minuto e 20 segundos).
A. Cadê o sinal de mais?
P. Ah, está fazendo uma soma?. Era 36 vezes ... Ah, não, desculpa. (pausa 45 segundos).
M. 36 mais.
P. Mais, não.
M. Não?
P. Primeiro você multiplica.
A. Multiplica. (pausa 30 segundos).
P. É mais pequeno, não?. (pausa 45 segundos).
M. É vezes, ne?. É 2, ne?, vezes 72, ne? (pausa 5 segundos). Mais 1,5?
P. Não, primeiro é 6 vezes 1,5.
M. 6 vezes 1,5. (pausa 10 segundos).
P. Não, apaga tudo. 72 vezes 2, vezes.
M. Vezes.
P. Não, esse de aí já está bom. Agora ... 6 vezes 1,5.
M. 6 vezes 1,5, mais
P. Mais.
M. Mais 72.
P. Não. Não, você não está entendendo, quanto que deu 72 vezes 2?
M. Ah, 142.
P. Ah, 142. Deu mais do dobro, ne? (pausa 1 minuto e 3 segundos).
A. Precisa fazer este aqui?
P. Não. (pausa 25 segundos)
M. 2 vezes 348, ne?
P. Aha. (pausa 10 segundos). 9 vezes ...
M. 9 vezes 1,5 ,ne? (pausa 3 segundos). Enter?
P. 96. É lado donde você fez duas vezes 48, duas vezes 48.
M. Ah?. Não precisa colocar mais, não?.

P. Não. Agora é só 96. (pausa 49 segundos). Não, para aí. Deixa assim mesmo. (pausa 58 segundos). Terminaram? (pausa 5 segundos).

M. O mais pequeno é 72, este. (pausa 25 segundos).

P. Bom agora, voces vam fazer aquela parte que diz, escreva seu procedimento, certo?. Vam responder tudo aqui e vam fazer um desenho do retângulo, lembram que nos chamamos B a parte que era comum com o visinho, não?. Era B, certo?. Bom.

M. Então B vale 27 aqui?

P. Não entendi.

M. Ah?

P. Não entendi.

M. B vale 27, ne?

P. I...

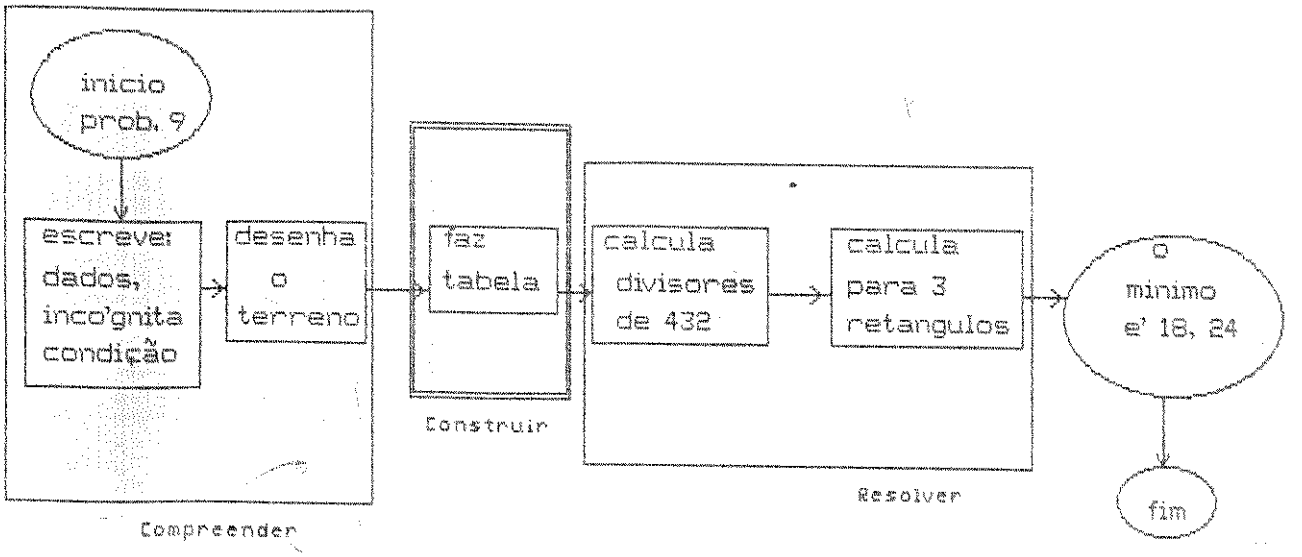
M. Ah!, não, B vale 24.

P. Isso

M. E A vale 18.

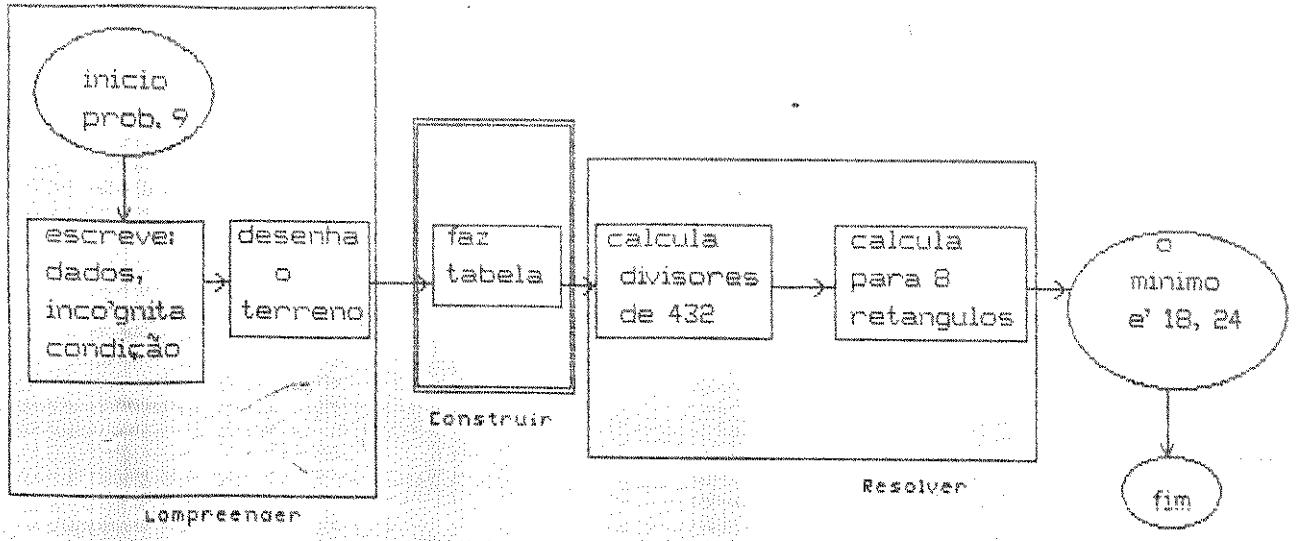
P. 18. (pausa 5 segundos). Isso. Então voces escrevam isso dereitinho, eu vou colocar o programa para que voces escrevam as respostas. Terminamos de resolver o problema as 09:55.

PROBLEMA 9


inicio prob. 9
escreve: dados, inco'gnita condição
desenha o terreno
Compreender
faz tabela
Construir
calcula divisores de 432
calcula para 3 retangulos
Resolver
o minimo e' 18, 24
fim

MICHELLA 16-05-89

PROBLEMA 9



COMENTARIO DA AULA COM ADEMAR E MICHELLA

DATA: 17-05-89

Hoje trabalhamos o problema 10, levamos perto de uma hora para resolver o problema. Foi muito interessante que no momento da leitura do problema, eles lembraram que tinham resolvido um problema similar. Tentavam lembrar o que tinham feito para resolvê-los, então indiquei-lhes que utilizaram o banco de problemas e procuraram pelo problema semelhante. O problema foi o número 4 e eles pegaram do arquivo a forma como tinham resolvido esse problema e adaptaram o algoritmo para o presente problema. Eu fiz para eles as partes que precisavam calcular para completar a tabela e eles completaram a tabela, pegando os cálculos no computador e o programa "Best Freind". Terminados os cálculos eles fizeram a parte de escreva seu procedimento e logo pasaram a atualizar os dados no computador. Hoje notei eles mais tranquilos, ou menos nervosos que ontem, ao principio da atividade fizemos algumas brincadeiras com o computador, pode ser que isso os relaxa-se um oco.

AVALIAÇAO DA ATIVIDADE:

1. Michella: Não conhecia o problema, já tinha trabalhado um problema semelhante e não tinha idéia para começar a resolver o problema. Utilizou algumas estratégias, achou que o problema era razoável e ela se sentiu mais o menos segura, Utilizou o computador para fazer cálculos e aumentar a informação.

2. Ademar: Não conhecia o problema, já tinha trabalhado um problema semelhante e tinha alguma idéia para começar a resolver o problema. Utilizou algumas estratégias, achou que o problema era razoável e se sentiu mais o menos seguro. Utilizou o computador para fazer cálculos e aumentar a informação.

AULA COM ADEMAR E MICHELLA

DATA: 17-05-89

HORA: 10:13

P. Poderia ler o problema número 10.
A. Problema número 10. Um campo retangular tem área de 2700 metros quadrados, será cercado nos limites e uma cerca adicional dividira ao meio. Se o custo da cerca do medio é 200 cruzados e as dos lados 300 cruzados por metro linear, encontrar as dimensões que... OH Leonel, que seria aqui?.
P. Que faça.
A. Que faça o custo mínimo.
P. E que eu puse ç e esse programa não escreve
A. Ah, sim.
P. Então, se lá salta, se lá pula. Da mais uma leitura Michella.

M. Problema número 10. Um campo retangular tem área de 2700 metros quadrados, será cercado nos limites e uma cerca adicional o dividira ao medio. Se o custo da cerca do meio é 200 cruzados e dos lados 300 cruzados por metro linear, encontrar as dimensões que fazam o custo mínimo.

P. Isso, lembram alguma coisa com o problema.

A. Lembra...

M. Lembra o problema número...?

P. Mas eu acho que foi ... Mas se lembram um problema que seja que ne esse , não? Mas escrevam as perguntas e... (pausa 5 segundos) era o problema 4.

M. 4!

P. Porque aí, a gente pulo do 4 ao 8, lembram?

A. Aha. (pausa 24 segundos).

M. A incógnita é um campo retangular.

A. Não, é encontrar as dimensões, não é?

P. Dimensões. (pausa 39 segundos).

A. Os dados seriam: Que um campo retangular tenha área de 2700 metros e sera cercado nos limites, ne?

P. O seja, os dados são: a área 2700 metros quadrados, (pausa 8 segundos), o valor da cerca, não?. Quanto é que valem?

M. O valor da cerca?. A do meio é 200 cruzados, dos lados é 300. (pausa 50 segundos). A condição é ... o custo mínimo?

P. Aha. (pausa 25 segundos).

M. Xi, não lembro...

P. Não lembra!, pode pedir aí ao programa. (pausa 1 minuto e 30 segundos). Bom o problema é (pausa 13 segundos). Da uma olhada aí, porque fizo, se ele dá. (pausa 32 segundos).

M. E aqui é o custo mínimo, ne?. Em aquele tinha que achar o maior e aqui o mínimo.

P. E, aqui o menor perímetro. Mas naquele voces fizeram um desenho e uma tabela, então uma tabela vam precisar aqui. Haver, de que precisariam, precisariam? ... E bom fazer um desenho. E assim, não?. Aqui tem A, Aqui tem B, aqui também tem B. Qual é o custo?, O custo vai ser, duas vezes A, mais duas vezes B, quanto vale o de fora?.

M. O de fora vale 300.

P. 300. Mais uma vez B o de dentro que vale?

M. 200. (pausa)

P. Esse é o custo, e é esse que voces querem fazer menor. Então este 2, duas vezes A, mais duas vezes B, se pode escrever assim, duas vezes A mais B, certo?. E este 2 por 300 se pode escrever de uma vez por 600. 600 A mais B mais 200 B, certo? E o que voces querem fazer o mínimo. Então voces vam fazer A e B e vam testar se A vezes B dá a área. Quanto é?

A. 2700

P. 2700?

A. Metros quadrados.

P. E se isso da assim, então vai calcular A mais B

vezes 600. Depois 200 vezes B, depois suma M com N, não?. E o mínimo é o que você vai pegar, tá certo?. Agora como fazem para pegar o A e B que dem 2700?

M. Multiplicando o A com o B.

P. Como fizemos ontem?

M. Ontem?

P. Lembra Ademar?

A. Não, ontem nós somamos e depois multiplicamos.

P. Não, Não, onde foi que pegamos os números para A e B, os valores para A e B?. ontem. (pausa 5 segundos), como fizemos?

M. A gente não multiplicava?

P. Mais já quando multiplicava já tinha os números, lembram?.

M. Aha.

P. Onde pegamos os números?. (pausa 10 segundos). Hu.

A. Ah, nós fizemos ... os múltiplos.

P. Isso, então isso também tem que fazer hoje. Pegar os múltiplos de 2700, e de ai depois pegam os valores para A e B, lembro?, Michella?. Eu vou trocar de programa em lo que voces fazem isso. (pausa 1 minuto e 56 segundos). Como sabem se tem terceira?

A. Ah?

P. Como sabe se tem terceira?

A. Este aqui?

P. Não sabe isso, tem que somar o 6 0 7 o 5 e isso da 18 e 18 é um múltiplo de 3, sempre que isso acontece tem terceira parte. Não sabia?. Bom, agora aprendeu. (pausa 18 segundos). Tem ou não tem terceira?

A. Não.

P. Soma.

A. 4, 9 tem, tem terceira.

P. E fácil, não?

A. Aha. (pausa 34 segundos). Não tem terceira.

P. Agora já Não. (pausa 14 segundos), 8 (pausa 17 segundos). Agora que números poderiam pegar, e tem um monte, ne? (pausa 28 segundos). Da pra mi agora, Haver Michella, poderíamos pegar por exemplo, aqui, 9 por 4, 36 e outro 25 por 3, 75 essa é uma possibilidade. Poderíamos pegar hasta aqui, é 27 por 4, 108, vezes 25, certo?. Poderíamos pegar também, de aqui pra cá. 9 por 25, são 225, e aqui me quedam 4 por 3, 12, certo?. Poderíamos pegar por exemplo, estos dois com estos dois e aqui me quedam 27, certo? E também os contrarios, não?, O seja, poderia ser 36, 75 e 75, 36, certo?. 108, 25 e 25, 108 e assim. Bom, que mais pode ser?. Poderia ser por exemplo ... (pausa 5 segundos) com um destes, 25 por 2 é 50 e me queda 27 por 2 que é 54, certo?. (pausa 5 segundos). Poderia ser também, por exemplo um 5, com um 3, com um 2. 5 por 3, 15 com 2 são 30. Que me queda um dois, 9, 18, ponha 5 e oito 40, há... 90, certo?.

M. Aha.

P. Que mais poderia ser, um 5 com 2 dois e um 3, com

5 com 4 são 20 com 3 sao 60, então ficou um 5 com 9, 45, hum?. Poderia ser um 5 com dois 3, 5 por 9, ah, este da o mesmo. Um 5, um 3 são 15, um 5 com 9, 45 dá 130. Bom, experimentem essos. (pausa 5 segundos). Acho que tem mais. Fazam lá.

M. Oi.

P. Passam pra lá, para usar o calculador, assim não tardaram e já estaram terminando (pausa 54 segundos). Bom, aí começam a trabalhar e vam tirando os dados. (pausa 34 segundos). Ah, tá, tá bom. A área é 2700 (pausa 19 segundos e troca de fita). E que você, você primeiro calcula soma, depois só multiplica, agora depois faz isto.

M. Multiplica este com este.

P. Com este, certo.

M. 200.

P. Vezes 10. (pausa 56 segundos).

M. E agora, este aqui mais este aqui?

P. Isso. Ponha mais e é só copiar o outro.

M. Coloca este monte de zeros também?

P. Não, copia este. Só este só.

M. Só este?

P. Isso, porque o outro já está aí. (pausa 10 segundos).

M. Tem que colocar estes zeros também?

P. Não, esses não.

M. Ah, essos não precisa.

P. 89600 (pausa 5 segundos). Deixa ver como ele... aí está bom. Bom agora toca experimentar com 75 e 36, não é?. (pausa 5 segundos). 75 vezes, ah, me equivoque.

A. Leonel.

M. Você colocou um 5 a mais.

P. 75 vezes 36, certo?. Da 111. Ah, 75 vezes 36 da 6700. 75 mais 36 da 111. Agora 111 vezes 600.

M. E o mesmo resultado.

P. E, aí da o mesmo, mais agora o B vale?

M. B vale 36.

P. Agora 36 vezes 200. 36 vezes 200 igual, mais (pausa 29 segundos). Este aqui é 7200. O outro tinha dado quanto? (pausa 15 segundos).

A. Não deu certo.

P. Ah, este aqui deu 7200 (pausa 15 segundos), certo?

M. Certo.

P. Vai, continua. Ponha a cadeira mais perto, Ademar. (pausa 40 segundos). Esses, esses valores são para testar. Tem que dar 2700, se não da 2700 tá errado.

M. 108 mais 25. (pausa 16 segundos). 600 ...

A. Vezes

P. Vezes 600. (pausa 25 segundos).

M. 200 mais 25, ne?

P. Não.

M. Não?

P. Não, é 200 vezes 25 (pausa 16 segundos).

M. Vezes 5
P. Mais
M. Mais 79. (pausa 6 segundos). 79 vezes 200, ne?. (pausa 8 segundos).
A. Continua. Curte muito?
M. E. (pausa 5 segundos).
P. 84... O seja ainda não é. Ainda é maior. (pausa 1 minuto e 25 segundos).
M. 173 mais 600.
A. Não, vezes.
M. E mais. (pausa 4 minutos e 55 segundos). Tem alguma coisa errada.
P. E que era vezes. Vezes 225 (pausa 18 segundos). Puxa Michella, que falta de atenção 200 vezes 225.
M. O senhor falou 200 mais 225.
P. Não, é 200 vezes 225. (pausa 13 segundos). Vamos fazer dereitinho, só faz o último que estava ...
M. Faltando. (pausa 35 segundos). Tá fazendo tanto?
P. Ah?
M. Tá fazendo tanto vezes aqui.
P. E porque você não pusso ... você esqueceu aqui multiplicar. 200 vezes 225. (pausa 5 segundos), E que você não fez este: 600 vezes dois, dois cinco, é o que vai aqui em 45000. (pausa 10 segundos). Agora sim, soma este com este.
M. Soma este com este? (pausa 48 segundos).
P. Tá terminando, não?
A. Primeiro estou fazendo os cálculos de aqui. (pausa 5 segundos).
P. Já. Dá 1, dá um aí (pausa 30 segundos). Aqui faltou 27 pro 100.
M. E. (pausa 5 segundos).
P. Certo?. E depois 50 ...
A. Depois 50?
M. 54. (pausa 5 segundos).
A. Tá faltando aqui onde estam os trocados, não é?
P. Ah, tá bom, então voces ponham os trocados (pausa 6 segundos).
M. Ficou pequeno este, ne?. (pausa 1 minuto 54 segundos). Você já fez tudo?.
P. Faz todos então. (pausa 1 minuto e 18 segundos).
M. Que significam todas essas coisas?
P. Isso é o que mostra, o que é aqui. (pausa 2 minutos). Aqui se equivocou: 200 vezes 4 mais 45, não?. (pausa 6 segundos). Só escreva mais uma vez: 200 vezes 45. (pausa 2 minutos e 25 segundos). Hum, agora que voces completaram a tabela, analisam os dados, vem o que o problema estava pidiendo e então tiram a conclusão, não?. Depois fazam aquilo: escrevam seu procedimento, certo?. Agora depois põe os dados no programa novo, não?. Tá bom?, então comparam aí os dois.
M. Deixa eu ver quanto é que é.
A. A 60 e B 45.
M. 60 e 45?. (pausa 10 segundos). Agora é 54 por 50.

(pausa 1 minuto e 8 segundos).

P. Pronto?. Ah, este não está bom. O 60 que está aí, onde é que partiu na metade?

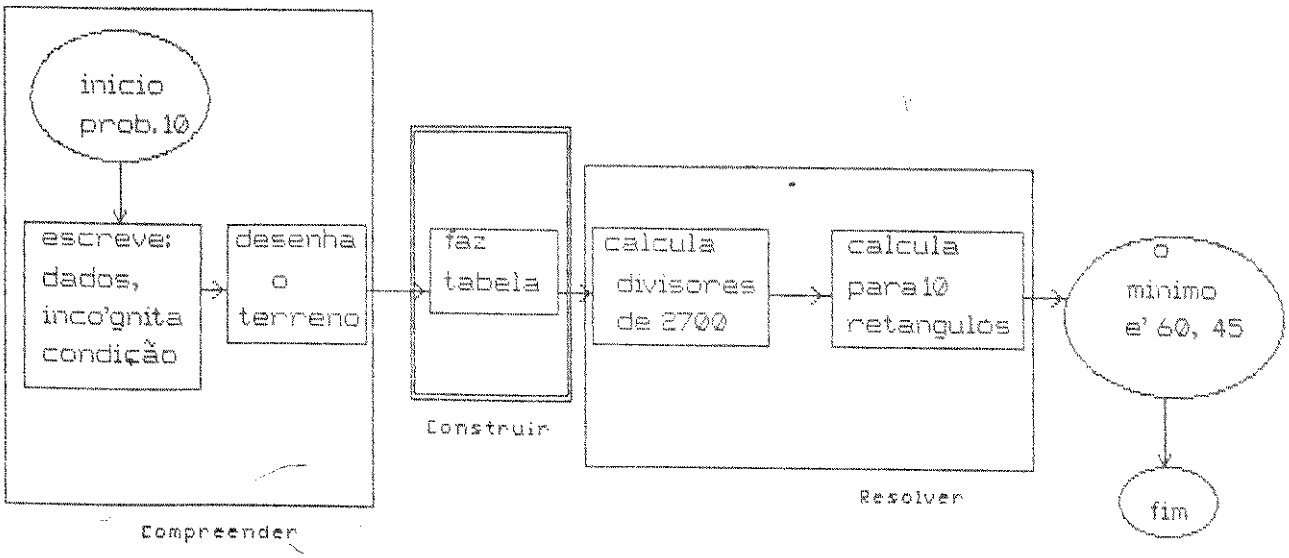
M. Ah, e mesmo.

P. Onde que partiu na metade, em A ou em B. Ah?. Partiu em B. (pausa 10 segundos).

A. O 17 aqui.

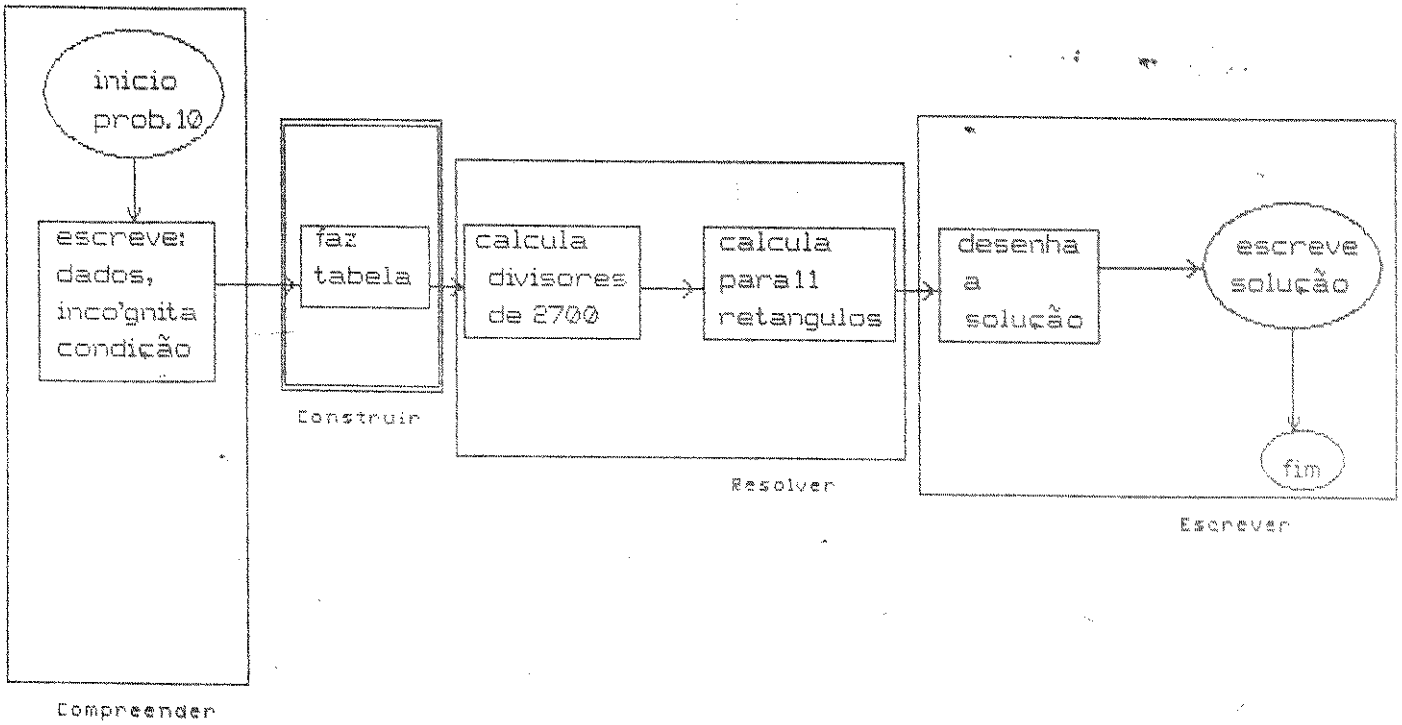
P. Ah!. Ah, isso é muito importante, porque voces vieram que quando a gente trocava, mudava, não?. (pausa 1 minuto e 43 segundos). Terminamos o problema as 11 horas e 10 minutos.

PROBLEMA 10



MICHELLA 17-05-89

PROBLEMA 10



COMENTARIO DA AULA COM CLODOALDO E NATAL

DATA: 18-05-89

Hoje trabalhamos o problema 10, começamos lembrando as atividades e algoritmos que utilizamos nas aulas anteriores. Depois de dar leitura ao problema, eles responderam as perguntas insubstituiveis. Ao terminar, Natal percebeu que tinham que fazer uma tabela. Eu ajudei a eles a fazer a tabela e a fazer o algoritmo para calcular o custo da cerca que falava o problema. Depois eles procuraram os múltiplos para o área dada. No início dos cálculos, Clodoaldo percebeu qual era o par que dava a solução certa. Mais continuaram calculando até terminar os pares que tinham calculado.

Depois de identificar a solução, gravaram os resultados no banco de problemas resolvidos. Ao terminar a aula, eles ficarom brincando com o computador e um deles me solícito que lhe ajudase a resolver alguns exercicios de matemática da sua escola.

AVALIAÇAO DA ATIVIDADE

1. Clodoaldo: Já conhecia o problema, tinha resolvido problemas semelhantes e tinha uma idéia de como começar a resolver o problema. Utilizou os esquemas quase paso a paso, o problema foi quase fácil e ele se sentiu seguro. Utilizou o computador para fazer cálculos e aumentar a informação.

2. Natal: Não conhecia o problema, tinha resolvido problemas semelhantes e tinha uma idéia de como começar a resolver o problema. Utilizou os esquemas quase paso a paso, achou o problema razoável e ele se sentiu mais o menos seguro. Utilizou o computador para fazer cálculos e aumentar a informação.

AULA COM CLODOALDO E NATAL

DATA 18-05-89

hora 9:05

P. Vamos a resolver o problema número 10 com Clodoaldo e Natal. Faz favor de dar uma leitura.
C. Um campo retângular tem área de 2700 metros quadrados, será cercado nos limites e uma cerca adicional o dividira ao medio. Se o custo da cerca do meio é de Cr$ 200 e da dos lados é de Cr$ 300 por metro linear ...
P. Faz outra leitura de novo.
N. Um campo retângular tem área de 2700 metros quadrados, será cercado nos limites e uma cerca adicional o dividira ao medio. Se o custo da cerca do meio é de Cr$ 200 e da dos lados é de Cr$ 300 por metro linear. Encontrar as dimensões que fazem o custo mínimo.
P. Custo mínimo. (pausa) Bom, voces já tem

compreensão de problema. Problema (pausa 5 segundos), Ta bom (pausa de 5 segundos). Bom eu acho que voces vão precisar de regra (pausa 26 segundos).

N. Aqui a gente tem que encontrar essa área de 2700 metros quadrados. ... O custo da cerca do meio. (pausa 93 segundos de pausa).

C. Ai Natal ... Agora a condição (pausa) Tenho usado a cerca do meio (pausa).

N Sim, encontrar as dimensoes minimas.

C. Encontrar ...

N. E o custo minimo.

C. Qual que é a condição aqui?. A condição aqui é o preço da cerca?. A cerca do meio e a outra. (pausa)

P. Isso, a dimensões minimas. (pausa 28 segundos).

N. Vai precisar também da tabela ou não?

P. Perdão?

N. Vai precisar da tabela?

P. Que você acha?

N. Nós vamos fazer, ne?

P. Acho que sim. (pausa). Teria que procurar (pausa) os múltiplos da área (pausa de 5 segundos).

C. Uhum. (pausa de 21 segundos)

N. Calma ai. Tem que achar a área das dimensões de custo minimo?

C. e P. Uhum.

N. Então quer dizer que essa área de 2700 custa (pausa de 10 segundos).

C. Então custa 500 cruzados a cerca.

P. Não. Quanto tem a área do lado?.

C. Do lado?, do lado a gente não sabe.

P. Então não pode sumar ...

C. (tenta falar)

P. E o custo por metro.

C. Ah!.

N. Sabe que quer dizer? (pausa 17 segundos)

P. Então Natal, o que que você tinha falado?

N. Acho que precisa uma tabela pra saber ...

P. Isso. Como seria a tabela?.

C. Acha hum... Acha a área de 2700

P. E qual seria o custo que teria que calcular?. Faça um desenho para ver como seria o terreno. (pausa 16 segundos).

N. Como a cerca dividira assim ou assim.

P. Como quiser.

N. Ta.

P. Se o custo é minimo como vai ter que ser?. (pausa 7 segundos). Ponha ali quanto que é a área, altura e a base. (pausa 15 segundos).

C. Os dois tão entendendo ...(pausa 12 segundos)

P. OK. e a cerca?, qual seria a longitude da cerca?.

N. Hum.

C. Seria ... seria... (pausa).

P. E a cerca de fora?

N. Hum.

C. Seria.

P. Ainda não fizeram?.
N. Então seria, ali seria 500 no meio. (pausa 6 segundos).
P. Quanto custaria a cerca de fora? Cerca de ...
N. 200 por metro.
P. Do lado de fora.
N. 200 por metro
P. Isso. E a otra?
N. 300.
P. Isso. E se tem aqui. Se aqui tem A metros e aqui tem B metros, então, Quanto é que ela custaria? (pausa 7 segundos).
N. Seria 2700. (pausa 6 segundos).
P. Fala mais alto.
N. Você tem que achar quanto que tem a ... de perímetro.
P. Quanto tem de perímetro?, Quanto vale?
N. Não sei.
P. Não, mais você sabe a fórmula, não?. Então ... Então ... Qual é a fórmula do perímetro?
C. Duas vezes A, mais duas vezes B.
P. Isso, então isso é que mede a cerca.
N. E, os lados.
P. E cada metro custa ...
N. 200.
P. Não 300. ...
N. Esse da 4, dá 300. E dá 300, certo.
P. 300. Então multiplica o perímetro por 300 e isso te custa a cerca de fora.
C. Uhum.
P. Mas, agora quanto custa a cerca do medio.
C. 200.
N. 200 por metro (pausa).
P. 200 por metro, e tem quantos metros.
C. 2700.
P. Não, A metros.
C. Ah!, A metros (pausa)
P. Certo?
C. Uhum. (pausa 10 segundos)
P. Puxa. (pausa 10 segundos) Aqui esta, não?. Aqui tem A, A, e A. Bom o perímetro sería de duas vezes A mais duas vezes B, certo?.
C. Certo.
P. O sea duas vezes A mais B, certo?. ... Essos são? ... metros. Cada metro custa 300 o seja que eu vou multiplicar 300 por duas vezes A mais B, o sea 600 por A mas B, o custo da fora. O custo de dentro es?, ... mede A. Então devo sumar A vezes 200, certo?.
C. Certo.
P. O sea o custo da C igual 600 A mais B mais 200 B.
C. e N. B?
P. OK, vierom o que tem que calcular.
N. Aqui não seria 200 A.
P. Ah!, disculpa. (pausa 5 segundos), é A (pausa) então, agora de onde vam tirar A e B?
C. De 2700.
P. O certo é 2700. Dois números que multiplicados

dem 2700. (pausa 98 segundos)
C. 27 por 2 da natal
N. O que?
C. Tem que ser por a base de tres por ai. (pausa 5 segundos) Tem esquema, Natal.
N. Hum?, nem sei se dá. (pausa 5 segundos).
C. Tá certo, a minha ...
N. Bom. O meu parece que está errado, em lugar desse... (pausa 19 segundos).
P. Que esta fazendo?
N. 14 vezes 7 ...
P. Voce nao sabe se ele tem terceira?
N. Hum?
P. O que está calculando ahorita aqui?
N. Ah!, estou dividendo por 2.
P. Mas termina em 5, não pode ser dividido por dois.
N. Uhum.
P. Agora quero ver se tem terceira, Certo?. Para ver se tem terceira suma os números, 6 mais 7 mais 5.
C. 12 e 6 18, ...
P. E múltiplo de tres. Tem terceira.
C. Da duzentos ... e vinte ... e cinco.
P. 6 terceira dois ...
C. Dá 225 acho ..
P. 180
C. Dois.
P. E sobra um.
C. 15 por (pausa) dá 225.
P. Isso. Agora tem terceira?
N. Não é 10 por 5
C. Tem. Tem se oh!
P. Suma 2 2 e 5.
N. Da 9.
P. 9 múltiplo de 3 então. Tem terceira.
C. 22 da 7 e sobra ... 75.
N. Calma.
P. Tem terceira ou não tem?
C. Tem. Da 25.
P. Tá atrapalhando, verdad?
N. Um negócio aqui que agora não da. Eu estou mal mesmo (riso dos dois).
P. Otimo. (pausa).
C. Da 2 ao quadrado, 3 ao quadrado e 5 ao quadrado.
P. E 3 ao cubo.
C. 3 ao cubo. ta certo. Da 4 vezes 27 vezes 25.
N. Calma, Clo. (rie Clodoaldo) (pausa 8 segundos).
P. Mas agora o que tem que encontrar são pares de números e vamos combinar eles.
C. Tem que fazer tabela.
N. Rápido.
C. Tem um 600 vezes parênteses (pausa 18 segundos).
P. Tem que colocar uma coluna para A e outra para B. (pausa)
C. Anota 600 é?
P. 600 vezes A mais B. (pausa 36 segundos).
N. Aqui ta complicado (pausa 10 segundos).

P. Bom agora escrevam os parênteses, não! os pares. Parênteses não tem em portugues, não?
C. Não.
N. Não. (pausa 26 segundos). Upa.
C. Pode escolher um. (pausa 7 segundos). Um 350, 675. Se importa Natal?
N. Não, não.
C. E a menor dimensão. E é melhor colocar 5 e 5.
N. Não.
C. Leonel, não é melhor?
P. Não. Mas tem que dar 2700. E aqui, você tem um quadrado, dois quadrados. Um isto e 5 quadrado. Certo?, voces tem que combinar essos números. Um deles podia ser 4 e o outro y ...y ...
C. 9
P. 4 e 25. 4 e 25 são 100. E vezes 27. E o outro poderia ser ...
N. Não tem.
P. 4 e 27 da 108 (pausa 6 segundos). O outro poderia ser. Bom agora eu poderia-lhe agregar ... este com este. Por exemplo, este com este 75 vezes todos estos, 4 e 9 36. Aí também temos trocados, não?. Os... Os... como se chamam estos?
C. São todos parcelas ...
N. Que?
P. Que mais poderiam ser. Poderia ser 9 .
C. 9 e 5
P. 9 vezes 5 da 45 aí quedariam 6, 12 ... 60. (pausa 7 segundos).
N. Mas antes de todo tem que trocar este aqui.
P. Poderia ser, mas eu não quero influir a eles. Eu deixou voces. Que mais poderia ser?. Bom poderia ser de uno (pausa de 6 segundos). 25 por 9 quanto que da?. Da 225. Por 6, ah não, por 12.
C. Por 12? (pausa de 10 segundos).
P. Que mais poderíamos ter. Poderia ser 25 por 2, e da 50 vezes 15. 27 por 2 da 54. (pausa). Bom, tem um monte. Então voces ...(pausa)
N. Vamos começar com este aqui.
P. Vam precisar o best freind ou vam fazer a mão.
N. Acho que a mão. Não é Clo?
C. Você que sabe, por mim ...
N. Vai ter muitos cálculos.
P. Pega aqui, você sabe conectar aí.
N. E aqui?
P. É. Aí onde está já.
C. Então aqui também ficaria assim. Aqui tem 105.
P. Isso.
C. Poderia dar 105 direitos? (pausa 14 segundos)
P. Tá pronto. (pausa de 34 segundos, enquanto instalam o computador)
C. 60 mais 45. Então?
N. Não sei fazer isso de cabeça.
C. Ah?.
N. Não sei fazer isso de cabeça.

C. Esse 45 e 60.
N. Não. (pausa 14 segundos).
C. Vamos fazer a tabela, Natal.
N. Ah?. (pausa)
C. Então melhor faz o seguinte Porque você colocou esse C?
N. Aqui?
C. O C. Porque você não colocou 600 ...
N. Eu coloquei
C. 600 vezes A mais B mais 200 vezes A.
N. E, já coloquei.
C. Já?. Desde que horas você colocou?. Mais tem estos dois juntos.(pausa de 19 segundos). Posso ver o que você tá fazendo?
N. Uhum. (pausa 10 segundos)
C. Necessita de zero. (pausa 38 segundos). Quando vamos colocar este?. (pausa 10 segundos). Você fez como?
N. Eu fiz 75 A vezes mais B vezes 620. (rie Clodoaldo). De que você ta rindo?
P. Esse não da. (pausa 10 segundos).
N. Mas chega perto.
P. Faz 225 vezes 75 e se paso da área que precisa. Bom (pausa 10 segundos).
N. A área dio 2700.
P. Onde pegou esse par? Eu não fiz.
C. Este...
N. Peguei do 1502.
C. E este par que ele falou porque tem outros pares?
P. Olhe o par que va com 225?
C. E 12 ... Quanto é 12 então? (pausa 13 segundos) (faz cálculos cochichando). (pausa 50 segundos) E já faz 60 por 45 que vai dar 160. (pausa de 5 segundos).
P. Você hiso?
C. 60 por 45.
P. Mais 45.
N. Realmente (gozando-se)
C. E, da 105
P. O A, e agora o B. (pausa 5 segundos).
N. Agora 200 vezes 17, da 1200 oh!.
C. Os cálculos.
N. Então o A então é 445?
P. O A era 60.
N. O A era 60?. Ah!, meu Deus, que Sonho.
C. Agora (pausa) bem (pausa) 63 mais 12 (pausa 18 segundos). Oh lá, deu bastante.
P. E o outro quanto dio (pausa). Fico menor a A como 45, B com 60? (pausa 10 segundos).
C. Será que vai demorar muita coisa?
N. Não sei.(pausa de 10 segundos) agora vai dar 72
P. Isso (pausa de 5 segundos). Como que você pensou que seria 72?.
N. Eu, porque pense que 60 e 45 a diferença seria 15 e era muito. (10 segundos).
C. 50, 54 e para tentar. Ai, Natal. 50 o A e B 54 (pausa).
N. Da 104. (faz cálculos cochichando). (pausa 22 segundos),

C. Agora da 62 e 4. (pausa 20 segundos) Da 73 e 200. (pausa 19 segundos).

N. Tem que dar a menor potência, que tem que dar o 2(pausa)

C. 75 e 36 não deu Natal?

N. Ah?

C. 75 e 36

N. 75 mais 36 (pausa 34 segundos) (faz cálculos cochichando) (pausa 9 segundos). Acho que o menor número era 45. (pausa 7 segundos).

C. Faz aqui 28 por 100 e vai dar, vai dar, vai dar ...(termina-se a fita e perde-se um pouco da conversa). 127 vezes 600 (pausa 17 segundos).

N. E A mais B?. Agora 200 vezes A. (pausa 10 segundos)

C. 5 e 400? (pausa 20 segundos).(riso de Clodoaldo)

N. E o negócio é de aqui mesmo (pausa 23 segundos)

C. Agora o eu tenho 34 por 75.

N. Oi?

C. 34 por 75. 25 por 108.

N. Não vai dar.

C. Ah!. eu vou tentar. Vai dar bem maior, mas eu vou tentar. (pausa 5 segundos) Da 120 ... 133 (pausa 11 segundos). Só o A já dio bem maior oh!. Quedo este de aqui oh!

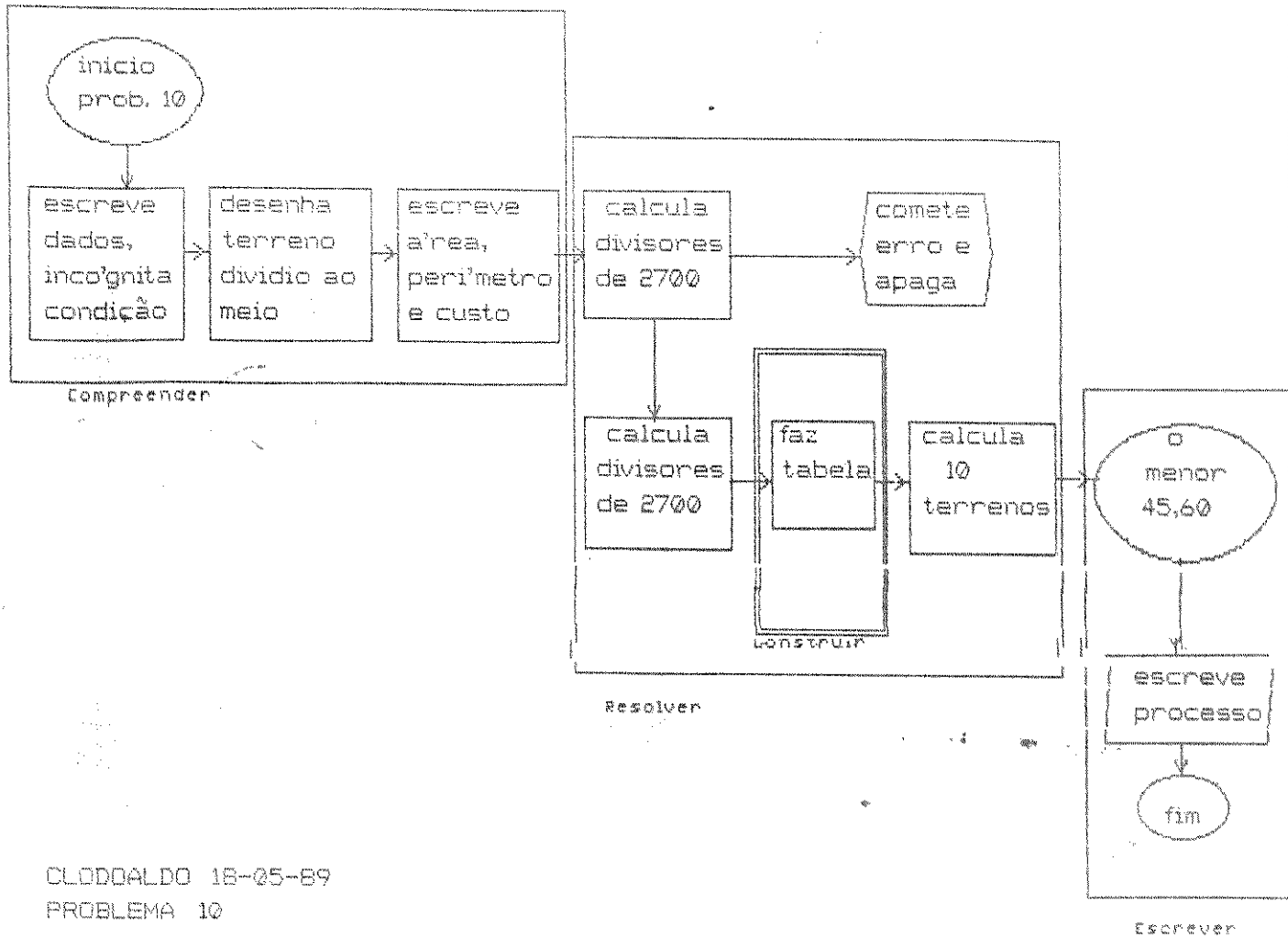
N. Uhum.

C. Aí vai dar ...(entra outra pessoa na sala e o professor fala com ele).

N. 79 e quanto?.

C. Tem que inverter, ne? Aqui oh, 27 vezes 600 (pausa 17 segundos)

NATAL 18-05-89
PROBLEMA 10



CLODOALDO 18-05-89
PROBLEMA 10

Igual ao problema 10 de Natal 18-05-89

ANEXO 8

PROBLEMAS RESOLVIDOS PELOS ALUNOS

Nestos problemas se conserva a forma em que os estudantes ercreveram os problemas, alem de que foram escritos em Dbase III que não permite acentuação.

PROBLEMAS RESOLVIDOS POR MICHELLA E ADEMAR

PROBLEMA 1

ENUNCIADO Encontrar a area do maior retangulo que tem 200 cm de perimetro .

INCOGNITA a area .

DADOS 200 cm de per!metro .

CONDIÇAO a area do maior retangulo.

ESTRATEGIA um desenho.

RESPOSTA O retangulo tem 50 de cada lado entao um quadrado.

SOLUÇAO somando os lados ate chegar a solucao.

PROBLEMA 2

ENUNCIADO Um campo retangular tera què ser cercado com 300 m. de cerca. O campo fica na rivera de um rio reto e nessa parte no presisa ser cercado. Encontrar a area que se pode cercar.

INCOGNITA a area.

DADOS 300 m de cerca, para tres lados.

CONDIÇAO a area maior do campo sem cercar o rio.

ESTRATEGIA um desenho e uma tabela.

RESPOSTA tem dois lados de 75 e um de 150, o rio e paralelo a 150.

SOLUÇAO somando a base75+75 o que deu soma com 150 depois multiplica com 75 eo que deu uma area de 11250.

PROBLEMA 4

ENUNCIADO Um campo retangular vai ser fechado com uma cerca e depois dividido ao meio por otra cerca. Se a cerca que passa pela metade custa Ncz# 100 por metro e a outra Ncz$ 250, encontre as dimensoes da maior ares que pode cercarse com Ncz$ 480000.

INCOGNITA area do retangulo.

DADOS o valor da cerca por metro e o total.

CONDIÇAO a area tem que ser maior.

ESTRATEGIA um desenho e uma tabela.

RESPOSTA 480 de altura 400 de base area maior com 192000m^2.

SOLUÇAO fizemos uma tabela,um desenho e utilizamos o computador para resolver o problema testando ate chegar a solucao.

PROBLEMA 8

ENUNCIADO Pressisamos construir um retangulo de area de 36cm2 e que seu perimetro sea mi´nimo. ENCONTRAR AS DIMENSOES.

INCOGNITA as dimensoes.

DADOS um retangulo de area 36 cm^2.

CONDIÇAO perimetro que seja minimo.

ESTRATEGIA um desenho e uma tabela .

RESPOSTA o retangulo menor e que tem 6 de base e 6de altura.

SOLUÇAO foi fasendo retangulo ate chegar o perimetro.

PROBLEMA 9

ENUNCIADO Quais deven ser as dimensoes de um jardim retangular de 432 m2 de area para que ao mura-lo gaste-se o m-inimo possivel, sabendo-se que o vizinho do lado paga a metade pelo muro que limita sua propiedade.

DADOS dimensoes do retangu area 432m^2.

CONDIÇAO a metade do muro e perimetro minimo.

ESTRATEGIA tabela e desenho.

RESPOSTA as dimensoes 18 autura 24 de base o perimetro 72

SOLUÇAO 18 vezes 24 e o perimetro menor.

PROBLEMA 10

ENUNCIADO Um campo reta^ngular tem a´rea de 2700 m2, sera cercado nos limites e uma cerca adicional o dividira ao medio. Se o custo da cerca do meio e´ de Cr$200 e da dos lados e´ de Cr$ 300 por metro linear. Encontrar as dimenso^es que façam o

costo minimo.

INCOGNITA as dimensoes.

DADOS area 2700m^2 o valor da cerca.

CONDIÇAO custo minimo.

ESTRATEGIA desenho e uma tabela.

RESPOSTA retangulo menor e 60 de lado e 45 de altura e deu 72000 cruzado.

SOLUÇAO o custo minimo da cerca e de 72000 calculando os dados feito na tabela ate chegar ao resultado.

PROBLEMAS RESOLVIDOS POR EDUARDO E JOSE

PROBLEMA 1

ENUNCIADO Encontrar a area do maior retangulo que tem 200 cm de perimetro.

INCOGNITA solucao procurada.

DADOS encontrar a maior area de um retangulo tem ,que ser de 200 cm.

ESTRATEGIA fazer um desenho.

RESPOSTA a area foi de 2500 cm^2.

SOLUÇAO multiplicamos os perimetros a b e achamos a area.

PROBLEMA 2

ENUNCIADO Um campo retangular tera que ser cercado com 300 m. de cerca. O campo fica na rivera de um rio reto e nessa parte no presisa ser cercado. Encontrar a area que se pode cercar.

INCOGNITA nolucao procurada.

DADOS cercar o campo com 300 m.

CONDIÇAO tem que ser cercado com 300m.

ESTRATEGIA o desenho.

RESPOSTA a area foi de 11.250M^2.

SOLUÇAO distribuindo parao lado maior150m e como o outro lado que era maior nao precisou ser cercado distribuiu o seus 150 m nos dois lados menores.

PROBLEMA 3

ENUNCIADO Dentre tudos os retaˆngulos de perimetro dado 2p hachar os de a´rea ma´xima.

INCOGNITA solucao procurada

DADOS un retangulo do perimetro 2p

CONDIÇAO achar a area maxima .

ESTRATEGIA desenho.

RESPOSTA 0,25pˆ2

SOLUÇAO distribuindo para cada lado a metade de 1 e fazendo a multiplicacao dos dois lados (ab) encontrei a area maxima que foi de 0,25pˆ2.

PROBLEMAS RESOLVIDOS POR CLODOALDO E NATAL.

PROBLEMA 1

ENUNCIADO Encontrar a area do maior retangulo que tem 200 cm de perimetro .

INCOGNITA area.

DADOS retangulo de 200cm de perimetro .

CONDIÇAO encontrar a area do maior retangulo.

ESTRATEGIA desenho.

RESPOSTA O RETANGULO DE MAIOR AREA E´ O RETANGULO DE 50cm*50cm CUJO O PERIMETRO E´ DE 200

SOLUÇAO Procurando e testando as regras. P=A2+B2 . A=A*B P=100cm=100cm=200cm. A=50cm*50cm=2500cm

PROBLEMA 2

ENUNCIADO Um campo retangular tera que ser cercado com 300 m. de cerca. O campo fica na rivera de um rio reto e nessa parte no presisa ser cercado. Encontrar a area que se pode cercar.

INCOGNITA area.

DADOS Cercar um campo retangular com300m cerca

CONDIÇAO Encontrar a maior area a ser cercada

ESTRATEGIA desenhos

RESPOSTA A maior area sera´ de 11.250mˆ2

SOLUÇAO Procurando e testando a formula P=a2+b2 A=a*b P=150m+(75m+75m) A=150m*75m =11250m^2.

PROBLEMA 3

ENUNCIADO Dentre tudos os reta^ngulos de perimetro dado 2p hachar os de a´rea ma´xima.

INCOGNITA area .

DADOS Retangulo de perimetro 2P.

CONDIÇAO Encontrar a maior area

ESTRATEGIA desenho

RESPOSTA Quando um P. for de 2P o retangulo tem que ser quadrado com .5p .P=.25

SOLUÇAO procurando e testando a formula P=a2+b2 . A=a*b P=(.5)2+(.5)2 P=1p+1p P=2p A=.5*.5 A=.25

PROBLEMA 4

ENUNCIADO Um campo retangular vai ser fechado com uma cerca e depois dividido ao meio por otra cerca. Se a cerca que passa pela metade custa Ncz# 100 por metro e a outra Ncz$ 250, encontre as dimensoes da maior ares que pode cercarse com Ncz$ 480000.

INCOGNITA area

DADOS Cerca um C.R.,e / ao meio.Cc=100¦Cl=250

CONDIÇAO Achar a maior area p/ cercar com Ncz$480.000,00

ESTRATEGIA tabela

RESPOSTA Com 480.000.00 cruzados, pode se cercar uma area de 192.000m^2.

SOLUÇÃO Usamos a calculadora p/ preencher a tabela proposta. chegamos aos valores de A=480m; B=400m ,sendo o resultado de 192.000m^2.

PROBLEMA 8

ENUNCIADO Pressisamos construir um retangulo de area de 36 cm2 e que seu perimetro sea mi´nimo. ENCONTRAR AS DIMENSOES.

INCOGNITA Perimetro

DADOS Um retangulo com 36cm^2 de area

CONDIÇAO Encontrar o menor perimetro

ESTRATEGIA Desenho

RESPOSTA O menor perimetro que pode se com a area de 36cm^2 e´ o quadrado de 6 de lado

SOLUÇAO Procurando e testando a formula P=a2+b2. A=36cm^2 P=6*2+6*2 P=12+12 P=24cm.

PROBLEMA 9

ENUNCIADO Quais deven ser as dimensoes de um jardim retangular de 432 m2 de area para que ao mura-lo gaste-se o m-inimo possivel, sabendo-se que o vizinho do lado paga a metade pelo muro que limita sua propiedade.

INCOGNITA Perimetro

DADOS Ja.m retangular de 432m2,P/ ser cercado

CONDIÇAO Encontrar as dimensoes do Jardim

ESTRATEGIA Tabela, desenho e computador.

RESPOSTA As dimensoes do jardim sao de 18m*24m que =72m

SOLUÇAO auxilio do computador p/ prencher á tabela preoposta chegamos a que: A=432m2 P=A*2+b*1.5 P=36+36 P=72m A=36*36 A=432m2.

PROBLEMA 10

ENUNCIADO Um campo reta^ngular tem a´rea de 2700 m2, sera cercado nos limites e uma cerca adicional o dividira ao medio. Se o custo da cerca do meio e´ de Cr$200 e da dos lados e´ de Cr$ 300 por metro linear. Encontrar as dimenso~es que façam o costo minimo

INCOGNITA Dimensoes minimas

DADOS Retan. com2700m2 de A, p/ ser cercado

CONDIÇAO Encontrar as menores dimensoes de menor custo.

ESTRATEGIA Tabela e desenho.

RESPOSTA As dimensoes que custarao -serao a de 45m*60m ;custarao cnz$ 72.000 .

SOLUÇAO Com auxilio do Comp. chegamos a seguinte conclusao: C=600(a+b)+200*a C=600*105+200*45 C=63000+9000 =72000 e P=(45)2+(60)2 P=90+120 P=210 e a A=45*60 A=27000m2 The End