

Trabalho apresentado como exigência para  
obtenção do Título de Doutor em Educação,  
Área de Concentração Psicologia da Edu-  
cação, à Comissão Julgadora da Faculdade de  
Educação da Universidade Estadual de Campi-  
nas, sob a orientação da Profª Drª Márcia Re-  
gina Ferreira de Brito. 

Comissão Julgadora

Márcia Regina F. de Brito

~~\_\_\_\_\_~~

~~\_\_\_\_\_~~

~~\_\_\_\_\_~~

~~\_\_\_\_\_~~  
Francisco de Assis

Ao meu pai que me ensinou, com muita graça e amor, "... o rei é mais bonito nu".

Aos meus filhos, parceiros de aprendizagem nos momentos de alegrias e de dificuldades.

Fui muito bem acompanhada neste trabalho. Os agradecimentos são muitos. São a todos que de mim se aproximaram para reforçar o sonho possível de propor uma Educação com mais liberdade e entusiasmo. Lafaytte, meu grande amigo, abriu o caminho e acompanhou cada passo do meu desenvolvimento, com a concretude generosa de seus gestos. Obrigada. Quero sempre por perto. Dario gerou essa empreitada. Como posso agradecer-lhe? Márcia Brito, amiga e orientadora, acolheu e compreendeu. Obrigada Rodney, meu amigo, por implantar os meios para tecer este trabalho. Preciso discutir mais sobre esses meios. Sou e serei sempre grata aos meus alunos com os quais vivi o desejo de progredir. Agradeço a todos os colegas que lutam pela Educação no Brasil com os quais compartilhei o desejo de ensinar melhor. Alcione, minha mãe querida, meu exemplo de dedicação, carinho e amor. Obrigada... obrigada. Obrigada, Paulo de Tarso, filho querido, por assegurar com sua competência, graça e carinho, parte da confecção deste trabalho. Adriana, filha querida, obrigada por todo o esforço e carinho para manter-me acima das circunstâncias negativas (como eu as via!). A mãe era você, não? Querida filha Taciana, a dependência mútua para resolver nossas questões de estudo (lembra quanto aproveitei dos seus estudos?) e o seu carinho, amenizaram a solidão que poderíamos ter sofrido. D. Miriam, minha mãe de coração, quanto amor e quanta luta para desvelar a direção do caminho a ser seguido. Impossível retribuir. Léo, meu irmão de coração, agradeço por viver comigo, solidário, a dificuldade da realização deste trabalho e do meu desenvolvimento espiritual. Obrigada Tetinha pela grande amizade, acolhimento e incentivos a mim transmitidos. Agradeço a Isabel, companheira de progressos e dificuldades, cuja competência foi de grande auxílio neste trabalho. Obrigada Ireni, pelo apoio, seriedade e carinho com que me auxiliou nesta experiência. Edmar, você colocou, com muito amor, mais beleza, mais seriedade e mais vida neste trabalho. Muito, muito obrigada. Celso, compreendeu e apoiou, com algum esforço, minhas idas e vindas. Obrigada. Tudo deve renascer em outros moldes...

Maria do Carmo Domite Mendonça <sup>n.º</sup> 523/6

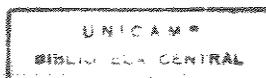
Este exemplar corresponde à redação final da Tese apresentada pela Senhora MARIA DO CARMO DOMITE MENDONÇA e aprovada pela Comissão Julgadora em 14/9/93.

Data: 14/9/93.

Márcia Regina F. de Brito

**Problematização:**  
Um caminho a ser percorrido em  
Educação Matemática

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO  
1993



## RESUMO

O objetivo deste trabalho é ressaltar o binômio pensar e agir. Como caminho, elegemos a problematização. Esta, derivada do binômio pensamento e ação, busca subsidiar uma proposta em Educação Matemática cujo ideal é conferir significado a uma experiência de vida e, ao mesmo tempo, desenvolver o conhecimento matemático.

A problematização baseia-se em perguntas geradoras, no aluno, em processos que levam, por meio da teorização, à modelos matemáticos.

A partir do estudo da problematização, nosso trabalho orienta-se com dupla finalidade: primeiro, conduzir ao reconhecimento de que perguntar é fundamental para alcançar a aprendizagem e, em segundo lugar, submeter à crítica os métodos ativos comumente adotados em Educação Matemática.

O caminho percorrido ao longo deste trabalho permite sugerir algumas possibilidades no ensino de Matemática, assentando-as em princípios como o da problematização, que permitem reorientar tanto as atividades de sala de aula quanto a investigação dos processos de ensino-aprendizagem. Naturalmente este é um caminho, mas não o único, de alcançar este objetivo.

# ABSTRACT

The aim of this work is to highlight the binomial relationship between thinking and acting. In order to cross this road we have elected the means of problematization which is also derived from the same kind of binomial relationship. Problematization, therefore, could be thought of as a way to serve as a proposal for Mathematics Education in which life experience could be given meaning in order to develop knowledge in Mathematics.

Problematization, as it stands, is based on generative questions of the student, the processes which lead, through abstract knowledge, to Mathematics models.

Having the process of problematization as a starting point, this work is oriented by a double purpose: Firstly, to guide to the recognition that question making is fundamental in order to learn and secondly, to critically discuss some of the so called "active methods" usually adopted in Mathematics Education.

The path which has been traveled through this work has come to the admission that problems raised by Mathematics Education can in fact be re-oriented by taking problematization as the basic principle which allows for a redirection of both planning daily classroom activities and investigation of learning and teaching processes. This is not unique, obviously, but one possible way to reach the aims previously mentioned.

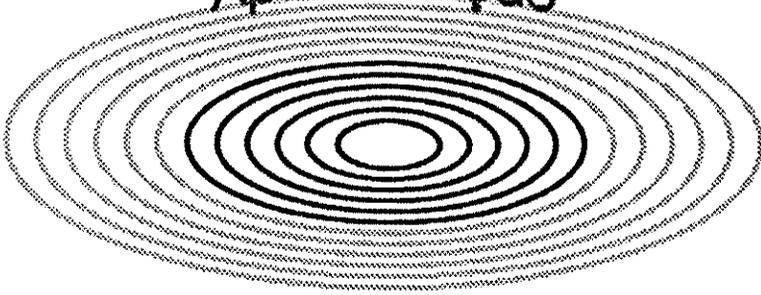
# SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO .....	11
Considerações Iniciais .....	12
INTRODUÇÃO .....	20
1. Questões geradoras .....	21
2. Acerca da problematização .....	24
3. Contornos do problema .....	29
CAPÍTULO 1 - CONSTRUINDO A PROBLEMATIZAÇÃO .....	32
1.1 CONTRA O QUE REAGIR .....	33
- A concepção de Matemática que orienta a Educação Matemática ...	35
- A Educação Matemática se faz no "silêncio do educando" .....	37
- Não há "espaço" para a ação do educando .....	42
- Transformar sem compreender: parte-se de um educando vazio .....	44
- A escola não participa das experiências de vida dos alunos .....	46
1.2 UM CAMINHO HISTÓRICO .....	49
- Sócrates .....	49
- Rousseau .....	55
- Dewey .....	57
- Freire .....	61
- D'Ambrósio .....	66
CAPÍTULO 2 - DIALOGANDO SOBRE A PROBLEMATIZAÇÃO: DIFERENTES PERSPECTIVAS ...	71
2.1 NA FILOSOFIA .....	72
2.2 NA MATEMÁTICA .....	87
2.3 NA PSICOLOGIA COGNITIVA .....	107
2.4 NA PSICANÁLISE .....	147

CAPÍTULO 3 - DA PROBLEMATIZAÇÃO: OBSERVAÇÃO DIRETA DA SALA DE AULA .....	163
3.1 OS OBJETIVOS .....	164
3.2 PROBLEMATIZAÇÃO DO TIPO EE .....	171
- EE1: Problematização do "fertilizante" .....	171
- EE2: Problematização do "gosto e ganho" .....	180
- Considerações sobre a experiência EE .....	187
3.3 PROBLEMATIZAÇÃO DO TIPO ETG .....	190
- ETG1: "Construção civil: Pirulão" (Tema único) .....	190
- ETG2: "A Pizzaria" (Tema eleito entre outros) .....	201
- Considerações sobre a experiência ETG .....	206
3.4 PROBLEMATIZAÇÃO DO TIPO EP .....	208
- EP1: "Planta baixa do quarto" .....	208
- EP2: "Aumento do preço da passagem de ônibus" .....	216
- Considerações sobre a experiência EP .....	220
3.5 PROBLEMATIZAÇÃO DO TIPO EA .....	221
- EA1: Modelo de "Divisão" .....	221
- EA2: Modelo de "Simetria" .....	232
- Considerações sobre a experiência EA .....	238
3.6 PROBLEMATIZAÇÃO DO TIPO COMBINADO .....	242
- ETG & EP & EA .....	243
3.7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	247
CAPÍTULO 4 - A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CONTEXTO DA PROBLEMATIZAÇÃO .....	252
4.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: APRESENTAÇÃO, CRÍTICA E SUPERAÇÃO .....	253
- Três interpretações de Resolução de Problemas .....	259
- O erro do problema pronto .....	269
- Em busca de outra direção .....	272
- Interdependência: Problematização e Realidade .....	275
4.2 UMA CONVOCAÇÃO .....	283
4.3 CONCLUSÃO .....	289
BIBLIOGRAFIA .....	293
APÊNDICE .....	303

**A**

Apresentação



**Considerações iniciais**

Qualquer pesquisa levada a cabo nas fronteiras do conhecimento tem por características o fato de não sabers jamais aonde ela levará; no final, porém, se tudo correr bem, em geral podemos discernir uma evolução coerente de nossas idéias e de nosso entendimento.

Fritjof Capra

Nos últimos anos venho dedicando parte do meu tempo a observar e tentar compreender a ordem dos impulsos transformadores da visão de mundo, em especial, daqueles que se dedicam a Educação Matemática. O que leva o educador a questionar o próprio sistema de influências de ordem ideológica, psicológica, metodológica, entre outras, e, então, questionar e contestar o sistema educacional? Esses impulsos são forças emotivas ou cognitivas? São forças que ligam essas duas ou desenvolvem-se, como uma terceira, que vai além do limite das mesmas? São eles resultado de interpretações de experiências decorridas ou podem se formar a partir da transmissão das idéias por via oral ou leitura?

A busca de respostas a estas questões foi acompanhada de uma profunda transformação pessoal que culminou com a minha experiência nestes quatro últimos anos em que me dediquei, mais sistematicamente, a pesquisar os

obstáculos para atingir a proposta de estudar a matemática escolar, no primeiro grau, analisando problemas da realidade social do educando.

Ao assumir um modelo em Educação estamos adotando de maneira subjacente, algum **paradigma**, na acepção de Kuhn<sup>1</sup>. Partindo desse pressuposto o que nos levaria após algum tempo a perceber que esse paradigma já não explica (se é que algum dia explicou!) uma série de problemas com os quais nos deparamos? Essa percepção é baseada em observações sistemáticas ou surge por meio de algum outro processo? Não poderia surgir de um modo intuitivo?

Sem dúvida, a percepção de problemas e frustrações já é o germe da transformação. Mas há situações de crises, quando o paradigma já não dá respostas satisfatórias, pedindo inovações revolucionárias para que se consiga, novamente, o progresso. Isto aponta para alguns problemas que serão discutidos nesse trabalho: por que inovar essa Educação Matemática que aí está? Como levar o educador a perceber que a Educação Matemática por meio de **Resolução de Problemas**, um **paradigma**, também conduz a grandes distorções no sistema educacional?

Por que **Resolução de Problemas** é um **paradigma** em Educação Matemática? A nosso ver, o estudo e sistematização da **Resolução de Problemas** forneceram um considerável avanço em relação aos antigos métodos de ensino, métodos estes, comumente considerados **tradicionais**<sup>2</sup>. As bases destes, apoiam-se no reconhecimento do grave equívoco demonstrado pela edu-

1 O termo **paradigma** é usado na concepção de Thomas Kuhn (1967). Para ele, **paradigmas** são visões de mundo ou visões de parte do mundo que, durante um certo período de tempo, são aceitas e compartilhadas por uma comunidade de cientistas - o paradigma aponta o que é legítimo pesquisar e como pesquisar. Roberto Crema (1989, p.18) interpreta e explica o abrangente sentido dado por Kuhn: "...um primeiro sentido sociológico do conceito de paradigma indica toda a constelação de crenças, valores, procedimentos e técnicas partilhadas no consenso de uma comunidade determinada. Num segundo e mais profundo sentido, denota um tipo de elemento dessa constelação: as soluções concretas de quebra cabeças que, empregadas de forma modelar ou exemplar, podem substituir regras explícitas como base para a solução dos demais problemas da ciência normal".

2 Carraher, D. W., 1983, cap. I

**cação matemática tradicional**, na qual o professor, mantinha uma relação de exagerado controle com o conhecimento. Extremamente preocupada com a seriação dos conteúdos e com o rigor dos resultados, a maioria dos professores desconfiava de qualquer tipo de pensamento intuitivo e nem ao menos se preocupava em relacionar a solução de um problema com situações reais. Em geral, os professores de matemática ocupavam a maior parte do seu tempo em ensinar e fixar os algoritmos e as fórmulas que poderiam ser úteis aos alunos nas soluções de problemas a serem resolvidos no futuro. A preocupação básica destes professores era transmitir informações rigorosamente ordenadas ao longo dos anos, numa seqüência perfeitamente determinada.

Grosso modo, podemos dizer que parte desses procedimentos utilizados na **educação tradicional** é consequência de duas crenças básicas partilhadas no consenso da comunidade dos professores, mormente de Matemática:

1) a supervalorização de aspectos formais da Matemática, estando o professor assim, dominado pela organização interna da mesma, o que justificava o controle e a dominação na sua relação com os alunos. Esta visão formalista<sup>3</sup> permeou praticamente toda a concepção de ensino, desde o final do século passado e até há bem pouco, incluindo a que foi concebida no movimento da Matemática Moderna, movimento este, reconhecidamente influenciado pela visão - a formalista - da Escola Bourbaki;

2) a orientação epistemológica do pensamento do professor, influenciada por duas correntes filosóficas principais: as correntes empirista e racionalista. Os empiristas (tais como Locke, Berkeley, Hume) afirmavam que o conhecimento vem de uma informação sensorial, através dos sentidos, o que justificava o professor **explicar**, pois, suas palavras, formando um **discurso de autoridade**, deveriam **calar** no pensamento do aluno; os racionalistas (tais como Descartes ou Kant) não privilegiavam a informação sensorial e defendiam que a razão

3 Souza, A. C. C., 1986, p. 64

pura é o melhor meio para alcançar o conhecimento, o que justificava ensinar o aluno a raciocinar sobre os símbolos matemáticos. Os racionalistas apoiavam também as suas afirmações na certeza e na clareza do conhecimento matemático, na sua ótica, fundado na razão pura. Daí, tanto se ouvia que é importante ensinar Matemática à criança porque ela ensina a pensar, a raciocinar<sup>4</sup>.

Na verdade, uma educação sob o ponto de vista tradicional exacerbava a figura do professor em detrimento da do aluno. Aquele era portador do **discurso da competência** e, o segundo, apenas o passivo receptor do conhecimento.

Daí, provavelmente a partir de evidências do fracasso das regras existentes dentro dessa conduta e de outros vários motivos, entre eles, a abertura das escolas, em certos meios, aos menos favorecidos (exigindo maior esforço do professor com a motivação), instala-se um sentimento de mal estar generalizado, provocado especificamente pelo pouco envolvimento dos educadores e educandos. Tudo parecia estar no âmago do que é contra indicado para criar, no aluno, predisposição para a busca de conhecimento matemático. Pesquisas desenvolvidas em outros campos de estudo, como a Psicologia Educacional, a Sociologia da Educação e a Filosofia, passaram a influenciar de forma significativa de modo a perceber as contradições das correntes epistemológicas vigentes. A partir desse momento, novas crenças se estabelecem: a dicotomia entre o primado da sensação, que aponta a experiência como fonte do conhecimento e o primado da razão, que localiza essa fonte no sujeito, é substituída pela síntese de que o conhecimento é construído na relação sujeito-objeto, optando pelo primado da **ação**. Surge, então, o ponto de vista **construtivista**. Ser um **educador construtivista** é fundamentalmente optar pelo primado do papel

4 Cortella, M. S., 1991

da **ação**, o que significa que o indivíduo vai ativamente ao encontro da experiência para elaborar a informação.

Surgiram, então, a partir da crise percebida, os chamados **métodos ativos**<sup>5</sup> para a aprendizagem que, de um modo geral em Matemática, reconhecemos como aqueles que enfatizam a **Resolução de Problemas**. Sob esta nova perspectiva prevalece a aprendizagem do aluno. A maioria dos teóricos desta nova concepção, sugerem ao professor propor a situação de aprendizagem a partir de um problema-desafio, de um jogo ou de uma atividade, atividades estas, em geral, criadas pelo professor. Este deve orientar os alunos na busca do conteúdo para solucionar os problemas, analisar com eles as soluções encontradas e incentivá-los a procurar novos caminhos para a solução. Dialogando com os alunos, o professor deve permitir que eles verbalizem os significados que estão sendo atribuídos ao novo conhecimento e organizem mentalmente o conteúdo matemático concernente ao problema. Assim, a idéia de aprendizagem está aliada a uma proposta de ensino visando primordialmente o **bem estar para o aluno** e ao reconhecimento de que é ele, o aluno, o responsável pela construção do seu conhecimento. O aluno é um ser mais livre para **governar** o próprio raciocínio e para tomar decisões. O professor de Matemática não tem mais **nas mãos as rédeas** de todo o processo - deve passar a ser um orientador, um regente do progresso intelectual do aluno.

Essa nova concepção de ensino não foi, inicialmente, aceita, pela maioria dos professores. A idéia de trabalhar a partir da ação do aluno colocou-os em contacto com uma inesperada realidade que parecia desafiar qualquer atitude coerente. Atestam este fato, além da experiência da autora, reconhecidas autoridades tais como Piaget em obra citada. Em seus esforços para aderir a essa nova postura, os professores tornaram-se irremediavelmente

5 O relato desse movimento de reforma, reconhecendo a insuficiência da "didática tradicional" e aspirando uma educação que levasse em conta a atividade por parte do educando, é claramente apresentada em Aebli, H. (1971) e em Piaget, J. (1976)

conscientes de que seus conceitos básicos sobre o ensinar, sua linguagem e todo seu modo de pensar sobre Educação eram bastante inadequados para levar o aluno aprender significativamente. Nesse movimento de transformação dos professores em direção ao novo paradigma, seus problemas não eram meramente intelectuais. Na verdade, sentiam algo que, embora não identificado, deveria ser mudado para que encontrassem subsídios pedagógicos necessários à nova abordagem que se lhes apresentava. Estes novos subsídios deveriam ser obtidos a partir de uma visão crítica acompanhada de um amadurecimento sobre todo um processo educacional. Sob este ponto de vista podemos citar Dewey como entre aqueles que deram diretrizes para que essa nova atitude pudesse ser encontrada. Naturalmente, como em todo processo de conhecimento, a evolução na Educação Matemática não se deu de forma linear, surgindo ao longo de seu caminho movimentos, como o da Matemática Moderna, considerado um retrocesso se pensarmos em termos de aprendizagem significativa. Não foi à toa que teve o resultado que conhecemos<sup>6</sup>.

Hoje, sob o nosso ponto de vista, os educadores encontram-se numa crise análoga a anterior. A idéia de construção de conhecimento como resultado de ação por parte do aluno permanece, mas não como um movimento sempre provocado por uma questão criada pelo professor. Isto já não é mais suficiente. A ação passa a ser vista como resultado do esforço de conciliar as próprias características do organismo e as influências do ambiente. Como salienta D'Ambrósio<sup>7</sup>, "ação depende basicamente de nosso conhecimento de mecanismo mente-corpo, de uma conceituação de criatividade e dos fatores que determinam esse ato tão característico do ser humano, que é o criar. Naturalmente, isto nos leva a considerar alguns elementos determinantes do ato de criar, quais sejam fatores sociais e culturais, necessidades e vontades". Isto significa que todas os questionamentos e dúvidas são produtos da ação mental

---

6 Kline, M., 1976

7 D'Ambrósio, U., 1985, p. 6

**ativa e autônoma** do indivíduo, na interação com coisas e pessoas que o despertam para o conhecimento e isto determina a sua **visão de mundo**.

Sob esta nova ótica deixa de ter sentido ao entrarmos na sala de aula o **é preciso deixar os problemas lá fora**. Ao contrário, todos os nossos problemas, alegrias, angústias e tensões nos acompanham, naturalmente, diferenciando-os segundo a classe que o professor tem a reger. Nossa tarefa é, portanto, questioná-los e analisá-los criticamente e, se possível, torná-los agentes propulsores do nosso trabalho pedagógico. Assim, veremos que a **problematização** é resultado de um trabalho com todos esses problemas, o afetivo, o social, o emocional, o cognitivo, entre outros, visando, no caso especial da Matemática, tratá-la vinculada ao meio que envolve o educando e, naturalmente, sob esse **novo paradigma**, o papel histórico da Matemática na sociedade tem lugar de destaque.

E quanto à possibilidade de inovar um modelo já instituído e promovido na Educação Matemática escolar? É um trabalho de quebrar resistência de invólucro, ou depende de processos individuais e sociais com raízes profundas que alteram a visão de homem e de filosofia da ciência do educador? É preciso que o educador compreenda melhor que os elementos de ordem epistemológica e de método de raciocínio para construir as idéias matemáticas são diferentes em uma nova proposta? É esta última pergunta a questão principal para realizar uma inovação.

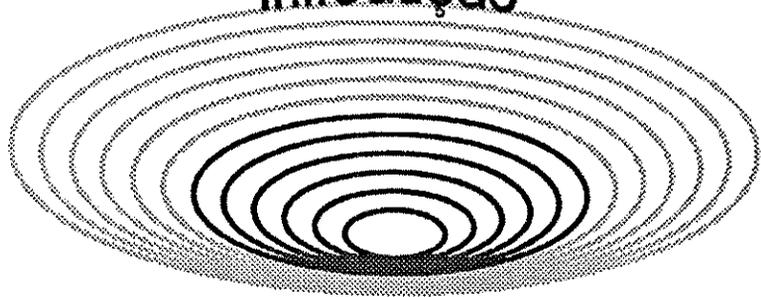
A hipótese que estamos formulando é a de que os obstáculos à inovação poderiam ser moderados se conseguirmos desvelar e estudar junto com os nossos interlocutores as diferenças, tanto quanto a perspectiva epistemológica para alcançar o conhecimento quanto ao processo de raciocínio para **fazer matemática**, entre uma proposta pedagógica anterior e a proposta inovadora apresentada, qualquer que seja a mudança que pretendemos introduzir.

Uma outra pergunta emerge como necessidade: com o medo de que o professor não tenha condições emocionais e aptidão para utilizar as novas estratégias a realizar a inovação que desejamos, devemos sugerir o encaminhamento de uma proposta intermediária, mista do **velho** e da inovação? Isto é, contando com a inexperiência do professor e o seu temor em enfrentar a transformação devemos sugerir que parte do modelo pedagógico adotado seja mantido?

Poderíamos continuar formulando perguntas semelhantes a estas indefinidamente, como um possível leitor poderia imaginar. Contudo, este não é o nosso objetivo. Tentando respondê-las em bloco podemos dizer que acreditamos que velhos e arraigados hábitos metodológicos não são facilmente abandonados. Portanto, cremos que uma conscientização suave, alternando **velhos modelos** com o **novo** e, pouco privilegiando este último, poderia ser até aventada, mas não a adotaremos. Somos mais propensos, seguindo a **metáfora da torneira**, após muito tempo fechada, ao ser aberta, passa de uma fase inicial em que lança **água barrenta para definitivamente a cristalina**, a indicar a **terapia** consistindo do abandono, praticamente imediato, do antigo paradigma e adoção do novo, numa espécie de **correção de rota**. Naturalmente, isto não significa que um paradigma novo tenha que, necessariamente, estar em oposição ao antigo. No caso específico, como veremos ao longo deste trabalho, a **problematização** se apresenta como nos moldes ainda da **torneira** acima, uma extensão e aprimoramento da **Resolução de Problemas**.

No que se segue, argumentaremos de modo a tentar justificar e clarear, as afirmações incluídas no resumo acima.

## Introdução



"Para início de conversa"

## QUESTÕES GERADORAS

Este trabalho é resultante do processo educacional de que participamos ao longo de toda a nossa vida profissional, tanto em trabalhos na sala de aula quanto em cargos administrativos. Nessa trajetória a Educação Matemática desempenhou papel preponderante; sendo entre nós uma área relativamente recente, praticamente fizemos "o caminho ao caminhar". No decorrer deste, três coisas nos despertaram a atenção: a **Matemática** essencial subjacente a Educação Matemática, o desempenho praticamente **passivo** dos educandos ao longo desse processo e o **pequeno espaço** que ele deixava para a **ação** dos mesmos.

Em síntese, a questão central de nossa problemática pode ser assim expressa: por que, em geral, os métodos inovadores de aprendizagem têm alcançado muito pouco dos objetivos por eles colimados, apesar da ênfase na conquista ativa? Em outras palavras, se o espírito da ação é o móvel de todos esses métodos, o que falta a eles para alcançar resultados mais significativos? Além disso, nosso trabalho pretende discutir como certas práticas pedagógicas dirigidas pelo **professor expositor**, a avaliação exterior ao aluno (apenas, como

o nome indica, do desempenho observável por meio de provas e exames), entre outras, podem evidenciar as limitações que todos nós conhecemos.

Ao longo do nosso trabalho, parte dele envolvendo Resolução de Problemas como meio para aprender Matemática, começou a delinear-se uma preocupação de propor uma Educação Matemática ligada à vivência social do homem. Passamos, então, a buscar como fonte para a construção do conhecimento matemático, as questões que emergem da realidade social do educando. Essa atitude derivou naturalmente, da nossa experiência e da observação, entre outros, dos seguintes itens:

1- A prática pedagógica da Matemática é um movimento fecundo para a transformação social; o professor de Matemática pode atuar no desenvolvimento do educando, não só no aspecto cognitivo, mas também no aspecto social, aguçando seu espírito crítico de modo a torná-lo mais capaz de contribuir para o desenvolvimento de uma sociedade democrática;

2- O objeto de conhecimento vai ser interiorizado com maior ou menor intensidade, pelo indivíduo, de acordo com seu interesse ou necessidade. Esta expectativa está ligada à crença de que o conhecimento matemático **nasce** na pergunta motivada do educando;

3- O trabalho pedagógico, a partir de situações que emergem da realidade do educando, é uma direção possível, criativa e motivadora para o ensino da Matemática nos 1º e 2º graus. Em decorrência desta hipótese, somos conduzidos para uma abordagem externalista da Matemática (na acepção usada por D'Ambrósio<sup>1</sup>) e o incentivo à **problematização**;

4- Podemos tentar reverter o processo de desencantamento existente entre aqueles que têm enfrentado a sala de aula de Matemática nas séries do 1º e 2º Graus;

---

1 Ver p. 67

5- Em virtude, essencialmente, dos itens 2 e 3, acreditamos que a **problematização**, um aspecto da cognição carregado de fatores sociais, culturais, emocionais e afetivos, seria no nosso ponto de vista, um caminho mais adequado para o ensino da Matemática. De fato, a **problematização** aqui é entendida como:

- um diálogo interno e/ou externo que se instala no educando, quando ele se volta para situações de sua realidade concreta e procura **desinibido** investigá-la;

- um diálogo, a partir da análise do instrumental matemático, que facilita a conversão de um problema estudado na sua representação matemática, de modo a analisar problemas análogos, dentro de outros contextos. Prepara-se, desse modo, o caminho evolutivo do conhecimento matemático: a partir do estudo de **problemas locais** amplia-se o **modelo matemático** para a análise de situações mais amplas<sup>2</sup>.

Estas considerações nortearam nosso trabalho e, portanto, pretendemos que ele seja um estudo acurado da **problematização**. Nosso maior desafio é ressaltar o papel e o valor da **problematização**, em uma abordagem externalista da Matemática. Nesta abordagem, trabalharemos com dois aspectos mutuamente relacionados: de **situações da realidade social** para o **problema** e de um **modelo matemático** para um **problema** gerado pela realidade social. No primeiro caso temos uma espécie de caminho natural, isto é, formulamos o problema em linguagem matemática. No outro caso, servimo-nos de um modelo matemático já existente e utilizamo-lo como linguagem adequada a um problema em apreço - é o caso das **matrizes** para problemas específicos da Mecânica Quântica.

---

2 Extrapolando, um pouco, no âmbito da Ciência procura-se estender o **modelo matemático** para uma outra gama de problemas. Caso típico é o início da Física Atômica, quando pretendia o modelo da Astronomia para o mundo atômico. No caso específico da Matemática temos a **teoria da derivação** que se generaliza nas **distribuições**.

## ACERCA DA PROBLEMATIZAÇÃO

O conceito de **problematização** parece a coisa mais bem compartilhada em Educação, ainda que nem todos a usem da mesma maneira. A primeira vista, nada existe de mais imediato no processo de aprender e ensinar, do que o significado de pensar sobre algo de modo **ativo e motivado**.

Olhando-se contudo, mais de perto a questão, reconhecemos que a noção de **problematização** é difícil de captar. Ela evoca entre outros, um **ideal**, um **propósito**, uma **atitude** e um **método**. Fala-se de **problematização** como um **propósito** para desinibir os poderes cognitivo e criativo; ou como um **ideal** para conferir significado a uma experiência de vida; ou como o desenvolvimento de uma **atitude** artística, a arte de formular perguntas ou, ainda, como um **método**, um caminho para alcançar o conhecimento. Veremos, somente a título de exemplo, alguns dos vários usos da palavra **problematização** nos textos.

A **problematização** de que fala Paulo Freire<sup>3</sup>, é uma espécie de consciência do educador da própria liberdade e dos fins da Educação e, continuamente, mostra-se como um **modelo ideal** de como se deve ensinar e aprender. Aliás, da nossa investigação, foi Paulo Freire, 1970, em sua *Pedagogia do Oprimido*, 1ª edição, talvez, o pioneiro no uso da **problematização**, na acepção mais próxima que aqui adotamos.

"A educação que se impõe aos que verdadeiramente se comprometem com a libertação não pode fundar-se numa compreensão dos homens como seres "vazios" a quem o mundo "encha" de conteúdos; não pode basear-se numa consciência especializada, mecanicistamente compartimentada, mas nos homens como "corpos conscientes" e na consciência como consciência intencionada ao mundo. Não pode ser a do depósito de conteúdos, mas a da **problematização** dos homens em suas relações com o mundo".

Mas, na mesma obra, esse autor<sup>4</sup> refere-se à **educação problemati-**

3 Freire, P., 1987, p. 67

4 Idem, p. 68

**zadora** como um **propósito** para colocar o diálogo, no centro do processo, de modo a alcançar o conhecimento.

"Como situação gnosiológica, em que o objeto cognoscível, em lugar de ser o término do ato cognoscente de um sujeito, é o mediatizador de sujeitos cognoscentes, educador, de um lado, educandos, de outro, a **educação problematizadora** coloca, desde logo, a exigência da superação da contradição educador-educandos. Sem esta, não é possível a relação dialógica, indispensável a cognoscibilidade dos sujeitos cognoscentes, em torno do mesmo objeto cognoscível".

Fagali<sup>5</sup>, quando reflete sobre as atitudes frente a transformação no aprender, diz:

"Às vezes, as buscas e as indagações podem se expressar numa variação de formas de encontrar os resultados e implicam em diferentes caminhos. Problematizar também é esperar ativamente, isto é, buscar progressivamente as saídas, aguentar os desacertos, sem se fixar apenas no produto e no resultado imediato".

A **problematização** nos moldes de Fagali é como uma **arte**, a arte em descobrir os meios para formular uma questão ou encontrar uma solução. É algo artesanal, de estilo. Como veremos ao longo deste trabalho, entre outras características da **problematização**, estão o estilo próprio e o caráter artesanal, derivados da maneira específica como as perguntas são encaminhadas, em função de aspectos imprevistos gerados no âmago do processo.

Porém, quando Fagali<sup>6</sup> procura definir como se dá a **problematização**, diz outra coisa:

"Na situação problematizadora o que mobiliza é a tensão, a ausência, a inquietação que nos lança para frente em busca do objeto ausente, da satisfação".

---

5 Fagali, H. Q., 1992, p. 9

6 Fagali, H. Q., 1992, p. 9

Aqui, definida como um movimento para frente, provocado pela tensão de preencher um vazio, **problematização** se confunde com **motivação**, por apresentar comportamentos determinantes da última, como inquietação e preferência.

Naturalmente, acima aparece apenas, algumas acepções do termo **problematização** em contextos educacionais. A título de enriquecimento, citamos Bornheim<sup>7</sup>, quando usa o mesmo termo em contexto não educacional.

"A pergunta que se coloca, mais uma vez, está em saber se o único caminho para problematizar radicalmente a Metafísica consiste em questionar a realidade do pensamento. Por que a práxis não pode desempenhar nenhum papel nesse processo de problematização?"

Sem dúvida, há algo em comum nos diversos usos do termo. De início, podemos dizer que quaisquer das acepções em que o aplicamos, ele está inserido em algum contexto: é resultado das ações intelectuais do indivíduo, vinculadas ao **produto de histórias** - a história pessoal e cultural do **problematizado** e a história em que está envolvido o objeto de estudo. Assim, podemos dizer que a **problematização** é empregada numa vasta gama de acepções, todas elas capazes de expressar uma experiência refletida e essencial ao processo de aprendizagem.

Ao caracterizar a problematização devemos, sem dúvida, assinalar o binômio inseparável: o **pensar** e o **agir**. Toda **problematização** procede do pensamento e todo pensamento é tornado efetivo a partir da **ação**. Na verdade, a **problematização** é inseparável da atitude de **perguntar**, ou seja, admite-se o **primado da pergunta**, orientamo-nos dentro de uma **epistemologia da pergunta**.

Para compreender o conteúdo, valor e papel da **problematização** na Educação contemporânea, achamos necessário usar simultaneamente, diver-

7 Bornheim, G. A., 1977 p. 116

sas vias de aproximação. Esperamos que a convergência destas, leve-nos a garantir a compreensão dessa realidade.

Antes de mais nada, achamos importante considerar o significado do termo **problematização** no seu sentido original e tentar uma análise dos significados mais ou menos implícitos que, comumente, se atribui a eles. No seu sentido lato, ela está relacionada a um **estar ativo numa direção** para se compreender o que se está fazendo ou vendo. Fagali<sup>8</sup>, destaca-a neste sentido, definindo-a como um movimento que vem de dentro do indivíduo:

"A palavra problematização, nas suas origens, está relacionada a um significado balístico, de "lançamento", "lançar para frente". Então a problematização expressa um impulsionar que tem uma direção, e que se abre num movimento para frente, em busca de uma saída; é um movimento que busca preencher um vazio. Implica numa atitude de indagação frente ao fenômeno".

Concordamos com Fagali e com as demais acepções aqui expressas, concluindo que podemos adotar **problematização** como uma busca de conhecimento que, sem ser coloquial, **confere significado a uma experiência vivida** em um dado momento.

Com essa explicação, poderíamos, com certeza, excluir o agir por pressão externa ou sobre uma situação não experienciada pelo indivíduo, porque provavelmente, falta a estes tipos de ações, o espírito do interesse verdadeiro para impulsionar numa direção de busca. No entanto, as significações dadas à palavra **problematização**, estão primeiramente só dotadas de formas de pensamento consideradas objetivas. Contudo, na nossa acepção, este processo envolve componentes subjetivos como o **afeto** e a **emoção**, presentes ao longo do processo bem como todo o meio em que ele se efetiva.

É de grande importância para o nosso trabalho reconhecer o potencial

---

8 Fagali, H. Q., 1992 p. 8

que a **problematização** - como um vínculo entre o conhecimento do educando e a realidade - desempenha no processo ensino-aprendizagem. Enfatizando a sua importância, utilizaremos o processo de ensino e aprendizagem da Matemática como meio de apresentar mais claramente, os recursos para sua aplicação. Para expressar esse conjunto de expectativas sobre o tema, procuraremos, no presente trabalho, diferentes abordagens cujo esquema será exposto a seguir.

No primeiro capítulo, faremos um relato da experiência vivenciada, pela autora, ao longo de seu percurso acadêmico e profissional. A partir daí, voltamo-nos para o que denominaremos caminho histórico, o qual busca apresentar um elenco de pesquisadores que desenvolveram trabalhos voltados para problemas educacionais. Naturalmente, todas essas vertentes dirigem-se, nos moldes de Fagali, na busca de valores tratados ao longo do processo de **problematização**.

No segundo capítulo, serão apresentados mais demoradamente o conteúdo e o papel da **problematização** de acordo com algumas teorias, pertencentes à Filosofia, à Matemática e à Psicologia.

O capítulo seguinte tratará, mais brevemente, dos resultados de observações de situações de sala de aula, focalizando particularmente a existência e a qualidade de um processo de **problematização**.

O último capítulo, é elaborado com a finalidade de mostrar uma espécie de imagem por contraste do conceito de **problematização**, examinando uma situação contrária à proposta no presente trabalho: a resolução de problemas, interpretada na visão e uso de muitos educadores da Matemática. Na verdade, queremos mostrar nesse capítulo, que a nossa proposta procura a superação de Resolução de Problemas por meio da oposição **problema de texto pronto X formulação do problema** e aponta para a **Modelagem**, como

uma estratégia de aprender Matemática, proposta que tem no seu âmago, a convocação para a **problematização**.

Poderíamos dizer que esta organização dos capítulos está orientada da seguinte maneira: o primeiro e o segundo capítulos indicam a necessidade de percorrermos o caminho da **problematização** quando se almeja a aprendizagem da Matemática. Mas indicar a necessidade não basta. Assim, o terceiro e o quarto capítulos têm a **pretensão** de responder a esse apelo, isto é, oferecer modos de direção para realizá-lo.

## CONTORNOS DO PROBLEMA

Para esclarecer melhor a nossa questão, a **problematização** e suas possibilidades no processo de aprendizagem da matemática, faz-se necessário uma palavra inicial que esclareça como nós nos comprometemos com o resultado desse processo.

As discussões apresentadas nesse trabalho são frutos de questionamentos orientados por aqueles que acreditam na Educação como uma agente de transformação social, assim como, têm uma forma própria de conceber a matemática. A orientação para fundamentar nosso problema pede, a todo tempo, atitudes como: possibilitar uma Educação Matemática significativa, dinâmica e viva para o educando; garantir a dialogicidade no processo de ensino-aprendizagem em todas as ações sugeridas para encaminhar o método proposto; orientar esse processo para começar de um momento onde se cria a necessidade de compreender uma situação da realidade.

Todos esses objetivos estão intimamente relacionados com uma nova proposta para a pesquisa no campo da Educação Matemática, que passa pela reconceituação do estatuto da **ação**, por parte do educando. Nossa primeira crença é que a aprendizagem só pode ocorrer no âmbito da ação.

**Aprender é uma forma de ação.** Para que o indivíduo se desenvolva intelectualmente é preciso que ele possa reagir diante de novas situações.

E quanto a **problematização**, quais são as suas relações com a **ação**? Podemos, inicialmente, dizer que ambas podem surgir espontaneamente. Contudo, a **problematização**, no caso especial da **problematização** em matemática, é em geral ditada pela iniciativa de uma liderança. Ela é, a nosso ver, a **ação de criar uma pergunta** na sala de aula que gera a pesquisa. **Pergunta**, sob esta perspectiva é **problema**, no sentido que aqui damos a este termo, algo que o educando necessita ou deseja resolver e não uma mera questão feita pelo professor. Desse modo, **problematização** está para problema (ou pergunta) assim como um processo de estruturação está para a estrutura, compreendendo estruturação como o processo de se compor algo, cujo final é a estrutura. **Problematização** é, então, o **caminho em direção ao problema**, é a problemática que leva à **formulação do problema**. Se estamos focalizando a **problematização** no processo de aprendizagem, podemos considerar que, quando o problema foi colocado, esta fase do processo está concluída porque a demanda da solução é um outro momento.

Assim, dentro de nossas observações em salas de aula perceberemos que o educando que se envolve no processo de **problematização**, coloca-se em uma postura aberta em relação aos resultados, tornando-se inteiramente comprometido com a busca de soluções. A **problematização**, por sua vez, não pertence a nenhuma disciplina, ou melhor, ela transcende a todas elas e, portanto, algumas vezes, as perguntas e buscas conduzem a problemas que envolvem diversas áreas do conhecimento. O próprio processo de problematizar já exige, algumas vezes, a necessidade desse tipo.

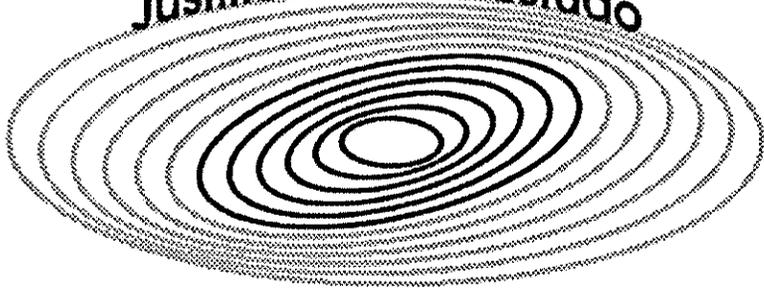
Contudo, embora reconhecendo a amplitude da **problematização**, ficaremos restritos aos problemas no âmbito da Matemática. Porém, essa posição não exclui a possibilidade de situações de caráter eminentemente in-

terdisciplinar. Não raramente, problemas de origem estritamente matemáticos atendem à áreas mais diversas como, por exemplo, de **máximos e mínimos**.

Delimitando ainda mais nosso problema, consideraremos aqui conteúdos que, num primeiro momento, surgem da necessidade de o aluno compreender uma situação de sua realidade. Nesse caso, os conteúdos são moldados em função de uma finalidade: a compreensão de alguns aspectos da realidade. No entanto, alguém poderia objetar que, dependendo do nível da série, este tratamento poderia estar restrito ao senso comum.

Em defesa de nossa posição, podemos dizer que haverá certos casos em que isto se verifica em relação ao nível de conhecimento da classe. Contudo, devemos ressaltar que, de início, o problema será encaminhado com as limitações inerentes ao conhecimento do grupo. A seguir, quando este estiver mais desenvolvido, retomaremos o problema e o analisaremos de um modo mais abrangente. Casos especiais são: área de figuras planas e volume de sólidos, antes e após as noções de Cálculo Diferencial e Integral.

**Justificativa do Estudo**



**Construindo a problematização**

## CONTRA O QUE REAGIR

Dado que as expectativas desse trabalho estão voltadas para a escolha de estratégias que contribuam para a aprendizagem da Matemática na escola de 1º grau, achamos importante trazer, a título de motivação, uma apreciação dos comportamentos mais comuns dos docentes que atuam neste nível.

Não se trata de ilustrar o nosso texto com tais atitudes para expô-las a uma crítica pejorativa e apresentar, em seguida, **excelentes estratégias** que levariam à apreensão do conhecimento matemático. O que pretendemos é apreender parte de uma realidade em desenvolvimento, de modo que possamos:

- ter, no decorrer do nosso trabalho, algo refletido para exemplo e consulta;

- poder esclarecer melhor o que estamos propondo, por meio de uma comparação.

Uma análise comparativa desta atitude com aquela que preconizamos ao longo deste trabalho, levará a um confronto, entre as duas atitudes e acreditamos que, numa segunda fase, a que propomos se afigurará mais eficaz.

Antes de mais nada, voltando um pouco, somente um pouco, nos deparamos entre aqueles, mesmo nos julgando muito avançados, que acreditavam que apenas olhar para a exposição do professor, mesmo parado e passivo, levava o educando a aprender o que estava vendo e ouvindo.

Um passado revisitado nos permite uma tomada de consciência que nos leva à seguinte dicotomia: de um lado, constatamos a distância entre os processos usados e aqueles que hoje acreditamos ser adequados aos educandos e, de outro, que o nosso desempenho no **passado está datado**, em relação a tal época. **Datado**, no sentido de revelador histórico e pessoalmente, ou seja, não é um simples dado do nosso passado, mas significa que se assim agimos é porque a nossa visão de homem e de educação não nos permitiu recusar uma cultura pedagógica que influenciava para tais ações ou não valia a pena, político e socialmente, enfrentar inovações. A esse respeito, Snyders<sup>1</sup> acredita que:

"Aliás, certos contrastes, distanciamentos, certos sentimentos de acabado são também fontes de enriquecimento. Das obras do passado desfrutarei sem trair a minha época, sem renunciar a nenhuma das riquezas da minha época; pelo contrário, é a partir da demanda que emana do mundo de hoje que eu posso interrogá-las".

Seguindo Snyders, ao nos debruçarmos sobre o passado, constatamos que as principais atitudes docentes acham-se disseminadas entre as que seguem. Naturalmente muitas delas são encontradas hoje em dia, porém, num universo amplo, abrangendo uma gama mais vasta de atitudes que vão desde as **escolas avançadas**, a maioria em bairros mais sofisticados de nossas grandes cidades, até aquelas não muito distante do **tempo da palmatória**.

---

1 Snyders, G., 1988, p. 49

## A concepção de Matemática que orienta a Educação Matemática

Do modo como a maioria dos professores apresentam aos alunos os fatos da Matemática, nas circunstâncias comuns das salas de aula de 1º e 2º graus, tem estimulado nos mesmos uma visão distorcida da natureza da Matemática e do modo como ela tem sido produzida.

Por um lado, os professores apresentam os fatos da Matemática aos alunos como uma coleção imensa de relações curiosas, por meio de truques e artifícios, sem nenhuma **utilidade**<sup>2</sup> aparente, isto é, ou explicitamente voltados para resolver problemas da vida cotidiana ou de outra área do conhecimento. Exigem que o pensamento dos alunos seja empregado apenas como meio para facilitar a compreensão dos simbolismos relacionados com as quantidades e o espaço. Na verdade, a utilidade da Matemática mostrada aos alunos está somente em ser aplicada a uma outra parte da Matemática.

Por outro lado, a epistemologia básica que orienta o ensino de matemática é apriorística. Os conceitos são tidos como prontos, absolutos, infalíveis, a-priori e a-históricos. A matemática apresentada na escola não é vista como resultado de um processo histórico, não tem história. Na verdade, o ensino de Matemática apresenta uma matemática fechada em si mesma - os conceitos e problemas matemáticos nascem dentro da própria matemática e, somente os fatos matemáticos já conhecidos propiciam o aparecimento de nova matemática. Assim, sob esta visão, a matemática ensinada não pode, salvo raríssimas exceções, estar ligada ao cotidiano dos alunos, aos problemas sócio-econômicos e a outros campos de estudo. D'Ambrósio<sup>3</sup>, refletindo criticamente sobre a dificuldade de mudança de atitude dos professores em relação à Educação Matemática, muito bem coloca:

---

2 O termo **utilidade** aqui tem o significado de **aplicação**. Vale lembrar que uma discussão interessante sobre **usos da Matemática** pode ser encontrada em Davis & Hersh, 1985, p.108

3 D'Ambrósio, U., 1990. p. 28

"...isso é o resultado de uma barreira epistemológica. A dinâmica curricular está presente na sala de aula, mas o currículo de matemática é decidido de forma bastante conservadora, incluindo tópicos que atingiram sua forma final, assim dizendo teorias que atingiram o estado de 'normalidade', na terminologia Kuhnian. Isso é muito bem descrito por Philip Kitcher: "Os especialistas demonstram sua capacidade produzindo soluções verificáveis para os problemas que nos deixam frustrados, produzem argumentos plausíveis contra nossas propostas (argumentos cujos planos estão bem disfarçados para serem desmacarados) e oferecem explicações psicológicas muito convincentes de nossos erros". Tudo isso defende a posição de Kitcher contra o apriorismo matemático".

Desse modo, os professores exigem dos alunos o interesse pelo ato de pensar sobre Matemática por pensar, de pensar pelo prazer do livre jogo do pensamento, o qual somente o emprego da imaginação pode proporcionar. Não se trata de condenar esta visão dos professores, a mesma que se encontra na maioria dos textos didáticos de Matemática pois, provavelmente mais Matemática tem sido produzida a partir das motivações intelectuais do que a partir das utilitárias e, seguramente, foi dentro desse universo inteiramente imaginário, com uma organização aplicada a entes inteiramente abstratos como números, linhas, planos, equações, matrizes e outros, que o professor aprendeu os fatos da Matemática. A nossa preocupação com esta maneira do professor tratar as apresentações da Matemática, está no fato de que, por um lado, o aluno não se sentirá motivado a aprendê-las, principalmente nas séries do 1º e 2º graus onde, provavelmente, a aprendizagem desta não é sua opção, a não ser se estiver pessoalmente animado por certas atitudes dominantes de seu própria personalidade; por outro lado, a prática pedagógica da Matemática estará muito distante de se tornar, como almejamos, um meio para a transformação social.

Acreditamos que a atitude do professor de Matemática mudaria inteiramente se ele buscasse a natureza da Matemática a partir da história e da so-

cidade. Perceberia, então, a Matemática como um instrumento que auxilia a compreender, descrever e modificar a realidade. Os primeiros sistemas de numeração, provavelmente por volta do ano 3.000 a.C, com regras próximas ao nosso sistema de hoje, possibilitaram a contagem dos dias e conseqüentemente dos ciclos climáticos, favorecendo o progresso da produção agrícola e melhoria das condições de vida dos seres humanos. O uso da Matemática, ao longo da história, tem auxiliado no avanço das ciências físicas e, mais recentemente, no progresso das ciências biológicas e das ciências humanas. Olhando a Matemática nesta perspectiva, ficará evidente para o professor que para viver em sociedade é essencial alguma educação matemática e que a aprendizagem desta é intrínseca à vida, funcionando no seu lugar real no processo de viver. O aluno, por sua vez, pode ser visto pelo professor como alguém fazendo Matemática, um matemático em potencial, cada vez que este atua naturalmente para produzir algo relacionado com este campo de estudos. Essa nova interpretação, provavelmente, promoverá uma transformação, na visão de muitos, de que só os mais inteligentes podem fazer e compreender Matemática.

## A Educação Matemática se faz no "silêncio" dos educandos

Quase não há diálogo na sala de aula de matemática. Na maior parte do tempo, o professor fala e os alunos ouvem - quando ouvem! O papel do professor tem sido falar aos alunos sobre as relações da matemática, ou seja, tentar impô-las a eles mas não dialogar com eles, sobre o seu conhecimento e o deles. Dentro desse panorama da ausência do diálogo, os alunos não manifestam seu próprio modo de pensar. Estes somente devem repetir, **imitar** o que o professor explica ou relata. Quanto mais percebem que seus pontos de vista não são ouvidos, mais calados se tornam, pelo menos sobre seus conhecimentos matemáticos. Certamente os alunos pensam e falam sobre outras coisas - **mudos** por cinco ou mais horas é que eles não podem ficar... ficam, então, indisciplinados! Freire <sup>4</sup>, preocupado em denunciar a necessidade de educador e

educando estarem juntos no diálogo, salienta a prática do **anti-diálogo** e suas conseqüências:

"Esta prática, que a tudo dicotomiza, distingue, na ação do educador, dois momentos. O primeiro, em que ele, na sua biblioteca ou no seu laboratório, exerce um ato cognoscente frente ao objeto cognoscível, enquanto se prepara para as aulas. O segundo, em que, frente aos educandos, narra ou disserta a respeito do objeto o qual exerceu o seu ato cognoscente. O papel que cabe a estes, como salientamos nas páginas precedentes, é apenas o de arquivarem a narração ou os depósitos que lhes faz o educador. Desta forma, em nome da "preservação da cultura e do conhecimento", não há conhecimento, nem cultura verdadeiros".

Esta atitude pode ser um reflexo da concepção apriorística que, como dissemos, o professor de Matemática mostra ter da sua disciplina. Assim, provavelmente, o conhecimento do aluno, o que ele tem a dizer sobre Matemática, não é valorizado pelo professor porque, freqüentemente não equivale ao conhecimento que está **pronto**. Além disso, a cultura primeira dos alunos também não tem valor na escola, isto é, o professor desconhece a importância da continuidade entre o conhecimento espontâneo e o conhecimento elaborado que a escola oferece. Assim, não convencido de que o aluno tem algo interessante a dizer a respeito da Matemática e de outros assuntos, o professor não estimula o diálogo porque seria, para ele, um diálogo sem fé de bom proveito. Freire<sup>5</sup> analisa esta atitude de fé:

"Não há também diálogo, se não há uma intensa fé nos homens. Fé no seu poder de fazer e de refazer. De criar e de recriar. Fé na sua vocação de ser mais, que não é privilégio de alguns eleitos, mas direito dos homens. A fé nos homens é um dado a priori do diálogo. Por isto, existe antes mesmo que ele se instale. O homem dialógico tem fé nos homens antes de encontrar-se frente a frente com eles".

---

4 Freire, P., 1987, p. 69

5 Freire, P., 1987, p. 81

Considerar os alunos **incultos** é talvez o grande bloqueio para apostar no poder do diálogo como um meio para alcançar a aprendizagem. No entanto, parece-nos que esta pedagogia do **silêncio do educando** está mais no medo do professor de ter seu poder prejudicado, sua autoridade abalada. Isto porque, se ele abre espaço para o diálogo, o aluno pode perguntar e ele, nem sempre pode conhecer a resposta. Freire & Faundez<sup>6</sup> apontam esse medo:

"O autoritarismo que corta as nossas experiências educativas inibe, quando não reprime, a capacidade de perguntar. A natureza desafiadora da pergunta tende a ser considerada, na atmosfera autoritária, como provocação à autoridade. E, mesmo quando isso não ocorre explicitamente, a experiência termina por sugerir que perguntar nem sempre é cômodo... A impressão que tenho é a de que, em última análise, o educador autoritário tem mais medo da resposta do que da pergunta. Teme a pergunta pela resposta que deve dar".

Por outro lado, esse medo do professor, provavelmente, está vinculado a sua impossibilidade de trabalhar, dentro de uma concepção empirista, com o **erro** - se o professor deixar o aluno explicitar aquilo que ele não considera correto, como ele, professor, lida com o **erro**? Do ponto de vista pedagógico, dentro de uma concepção construtivista, essa questão vem sendo examinada, como bem diz Saraiva<sup>7</sup>, de modo a "transformar o erro num instrumento de aprendizagem, passando a tratá-lo não como algo a ser complacentemente tolerado ou exigentemente punido e evitado, mas como algo natural, inevitável e fonte de ricas situações de aprendizagem. É nosso entendimento que a solução desse problema contém o desafio, que se coloca para todos os professores, de como transformar cada erro do aluno num observável para ele".

Seja como for, falta de crença do professor no conhecimento primeiro do aluno ou medo de se colocar como ignorante frente à classe, o professor tem de reconhecer que a troca de pontos de vista com os alunos, aproxi-

6 Freire, P. & Faundez, A., 1985, p. 46

7 Saraiva, J. A. F., 1991, p. 134-137

mando-se de seus interesses e procurando compreender **o que e como** eles sabem, constitui um fator essencial da tarefa do professor - o que não significa abandonar a preocupação de ver os alunos evoluírem, nem destruir seu estilo e, muito menos, **estar sem rumo** quando inicia uma aula dialógica. Pelo contrário, o professor deve sempre começar com conhecimento, um projeto e metas - esta é a sua contribuição e o lugar em que revela sua competência e posição política. O poder do diálogo, para incentivar o educando a pensar e raciocinar, é enfatizado na visão de Área de Matemática do professor da Prefeitura de São Paulo<sup>8</sup>:

"... quando o educando sabe que suas opiniões e conjecturas são ouvidas, ele tem um motivo para se dar ao trabalho de raciocinar e participar. Processo semelhante ocorre com a criança pequena que começa a exercitar a fala. A delícia dos pais diante de seus balbúcios, corretos ou não, fornece-lhe uma motivação decisiva para a enorme tarefa de aprender a articular milhares de palavras. A falta dessa motivação compromete seriamente o domínio da fala".

De fato, é provavelmente o grande pecado da escola tradicional desconhecer a necessidade do diálogo. O professor só quer ter a ver com alguns três ou quatro **alunos modelos**, os quais facilitam e prestigiam a sua aula. Em geral, somente alguns têm acesso à dignidade da sua conversa - a maioria, o restante da classe deve ouvi-lo passivamente, tornando-se dependente do estilo do professor para aprender.

Como toda e qualquer inovação no campo educacional, implantar a dialogicidade na sala de aula não é tarefa fácil. Um dos meios para o professor conseguir o diálogo com e entre os alunos, consiste em enfrentar, paciente-mente, as diferenças de pontos de vista e, dentre elas, desvelar as semelhanças suficientes para que se possa estabelecer uma comunicação a respeito do alvo

8 Documento 5, "Movimento de reorientação curricular - Visão de Área de Matemática", Secretaria Municipal de Educação - São Paulo, 1992 p.17

perseguido pelo grupo. O professor deve ter sempre em mente que o princípio do diálogo entre ele e os alunos e entre alunos, especialmente no caso de 1<sup>ª</sup> à 8<sup>ª</sup> séries, está em o professor assegurar muito freqüentemente aos alunos uma imagem valorizada de si mesmos: persuadi-los de que eles têm coisas a dizer, coisas a contribuir que valem a pena.

Assim, o professor tradicional, cuja missão tem sido explicar a matéria, deveria substituir o seu insuficiente discurso unilateral, imposto de fora dos alunos, pelo suporte de uma interação entre ele e um ou mais alunos e entre alunos, iniciando sempre por tentar descobrir o que, para eles, é mais significativo. O professor, no seu novo papel, freqüentemente será o organizador da atividade dialógica.

A importância do diálogo, como meio para levar ao conhecimento, está muito bem colocado por Pernambuco<sup>9</sup>:

"O diálogo, a interlocução sobre um mundo, uma realidade partilhada embora vista sobre diferentes ângulos, **é o principal motor**, o que desencadeia e mantém o movimento do grupo... Paulo Freire ao mostrar que o aluno é um educando que em par com um educador retoma em **sala de aula um processo de produção de conhecimento**, nos aponta o diálogo, como o instrumento por excelência pelo qual esse conhecimento se produz. Iniciando sempre do universo do aluno, do que para ele é significativo, da sua maneira de pensar, do conhecimento que traz do seu grupo social, cabe a escola possibilitar-lhe a superação dessa visão inicial, dando-lhe acesso a novas formas de pensar que constituem a base do conhecimento sistematizado contemporâneo".

---

9 Pernambuco, M. M. C. A., in: Pontuschka, N. N. & Garcia, E. G., (orgs.) 1992. O livro Ousadia no diálogo (prelo), do qual fez parte a autora, documenta o Movimento de Reorientação Curricular, realizado pela Secretaria Municipal de Educação - São Paulo (1989-1992), trabalho concretizado por meio de várias ações, entre as quais "O Projeto Interdisciplinar pela via do Tema Gerador", calcado basicamente na postura dialógica freireana.

## Não há "espaço" para a ação do educando

Na sala de aula de matemática o aluno é convidado a conter a sua capacidade de agir. Agir, tanto no sentido de **governar o próprio raciocínio**, enfrentando o desafio de buscar respostas que desconhece e necessita conhecer, como no sentido do **fazer** usando recursos motores. Na maior parte do tempo, o educador **despeja** sobre os educandos um amontoado de conteúdos, explicando-os várias vezes (da maneira como ele os compreende) de modo que o educando não tenha dúvidas. O educador parece desejar que o educando viva numa atmosfera sem conflitos e obstáculos. O educando, por sua vez, deve ouvir as explicações, quase sempre parado e passivo, e guardá-las para repetí-las quando for avaliado.

Por que o aluno não reage a essa passividade? O que o impede de protestar, ou melhor, por que ele não procura caminhos para libertar-se dessa **inércia** que a vida escolar lhe impõe? Entendemos que o motivo da ausência de ação por parte do aluno está no isolamento em que ele é colocado. Como declaramos anteriormente, não há diálogo e, por isso não há ação. A ação é impossível no isolamento. Esse argumento é brilhantemente analisado, num contexto socio-político mais amplo, por Arendt <sup>10</sup>:

"Ao contrário da fabricação, a ação jamais é possível no isolamento. Estar isolado é estar privado da capacidade de agir. A ação e o discurso necessitam tanto da circunvizinhança de outros quanto a fabricação necessita da circunvizinhança da natureza, da qual obtém matéria-prima, e do mundo, onde coloca o produto acabado. A fabricação é circundada pelo mundo e está em permanente contato com ele; a ação e o discurso são circundados pela teia de atos e palavras de outros homens, e estão em permanente contacto com ela. O mito popular de um 'homem forte' que, isolado dos outros, deve sua força ao fato de estar só, é mera superstição baseada na ilusão de que podemos 'fazer' algo na esfera dos negócios humanos - 'fazer' institui-

---

10 Arendt, H., 1981, p. 201

ções ou leis, por exemplo, como fazemos mesas e cadeiras, ou fazer o homem 'melhor' ou 'pior' - ou é, então, a desesperança consciente de toda ação, política ou não, aliada à esperança utópica de que seja possível lidar com os homens como se lida com qualquer 'material'.

Com efeito, se nada é perguntado ao educando, se se considera que o processo de aprendizagem pode ser realizado pelo movimento de um só lado (do educador), não há razão para que ele atue. Ao contrário, o próprio caráter ativo do diálogo torna necessário a comunicação (ação em conjunto) pois só ela pode garantir-lhe a continuidade e a eficácia. Quando o educador proporciona um ambiente para a troca de pontos de vista, sempre haverá um educando que compartilhe dessa troca, que entre em ação. E mesmo que, a princípio a **troca** atue somente sobre aqueles que são mais receptivos, essa influência tende a se ampliar cada vez mais.

Ainda, com respeito a não reação dos alunos relacionado à ausência do diálogo, pensando mais diretamente na suas ações sobre o objeto de estudo, reconhecemos que o professor muitas vezes promove o diálogo sobre um conteúdo, mas atua, neste contexto, como o único conhecedor da verdade e/ou um moralista. A ação é, então, muitas vezes, uma reação de protesto: os papéis voando, os bilhetinhos, o desrespeito, entre outras atitudes do tipo.

Quando falamos em ação, estamos nos referindo à atividade do pensamento, à um movimento cognitivo acionado pelo próprio potencial intelectual e emocional do indivíduo. Examinar o conteúdo e o valor da **atividade** ou **ação** do processo cognitivo não é tarefa das mais fáceis. Essa dificuldade pode ser explicada pelo menos por um motivo: **ação mental** é, na realidade, um constructo de um campo de estudos que envolve a Psicologia, um componente da Educação e, como todos os constructos desse campo (a inteligência, a criatividade, a motivação, o amor, entre outros), são inacessíveis a observação e não são passíveis de redução e composição em aspectos mais simples.

Com relação aos aspectos acima podemos formular as seguintes questões: quando o nosso sistema cognitivo não está em ação? Quando estamos dormindo? Quando estamos **sonhando acordado**? Se estamos ouvindo, com atenção, as explicações de um professor de matemática sobre como executar uma técnica operatória ou demonstrar um teorema, o nosso sistema cognitivo estaria inativo? Não, certamente não estaria inativo. Porém, não é a esse tipo de atividade mental ao qual nos referimos, que somente se reporta ao ouvir ou ler informações.

A ação mental, sob o nosso enfoque, não se restringe apenas aos aspectos acima citados, mas compreende a liberdade de organizar, de maneira ativa, novas conexões que se estabelecem na mente humana; esta organização, por sua vez, compreende a de relacionar e significar. Ela deve ser sempre acompanhada de autonomia para governar a possibilidade de escolha na argumentação interna e externa do indivíduo. A **ação mental** surge de necessidades concretas, quase sempre novas, como um ato eficientemente ativo, resultante de potencialidades de conhecer do homem. A ação mental está impregnada de **interpretar e coordenar relações, de fazer escolhas, de tomar decisões, de fazer opções...**

Desse modo, estamos apelando, na educação escolar, para a atividade real baseada na necessidade e no interesse pessoal. Isto não significa, como bem disse Claparède<sup>11</sup>, que a educação ativa exige que as crianças façam tudo o que queiram; "ela exige que eles queiram tudo o que façam; que ajam, não que sejam manipulados".

## Transformar sem compreender: parte-se de um educando "vazio"

A relação de aprendizagem implica uma **transformação** tanto do in-

---

11 Claparède, E., 1946, p. 252

divíduo quanto do objeto de estudo. Quando ela ocorre verdadeiramente, tanto o indivíduo quanto o objeto apreendido **nunca chegam como eles saem**. O indivíduo se transforma mediante o novo saber, e o objeto de estudo também se transforma, pois a aprendizagem lhe dá sentido.

O professor de matemática também parece pensar desta maneira. Ele se preocupa em **transformar** o seu aluno em alguém que **sabe matemática**. Mas, em geral, esse professor vai em busca de **transformar sem compreender**. Ele não se preocupa em saber o que e como o aluno sabe, sobre determinado aspecto da matemática e, a partir desse conhecimento pensar as estratégias que poderiam levar a uma evolução do mesmo. É como se o aluno pudesse sair do **nada** para um tal conhecimento matemático.

Reconhecemos que essa postura da maioria dos professores, partir de um **aluno vazio**, é resultado de, pelo menos, duas atitudes psico-cognitivas, possivelmente não conscientes. A primeira é de ordem emocional: a ansiedade do professor em modificar rapidamente o material cognitivo do aluno, para uma tal qualidade esperada, faz com que ele atropela o processo de elaboração próprio de cada aluno. Essa postura leva a grandes perdas para o avanço da aprendizagem pois, começar onde o aluno se encontra e nos termos dele, é condição básica para iniciar um processo pelo qual as coisas a serem ensinadas podem adquirir significado. Dessa maneira, é como se a intenção de transformar por si só já destruísse a possibilidade de fazê-lo.

A segunda é de ordem epistemológica: o professor não considera a aprendizagem da matemática como um processo; é como se ela fosse um **evento estanque**, que acontece em um determinado momento, ou seja, é como se fosse possível acontecer **um momento de aprendizagem**. Na verdade, o professor parece não considerar que o educando, adulto ou criança, tem uma concepção de um aspecto da matemática, a qual resultou da história de aprendizagem dele e, é esse conhecimento, no estado em que ele se encon-

tra, que vai fazer a filtragem entre ele e o novo conhecimento. Isto pode ser melhor compreendido com um exemplo: se o aluno tem a concepção de retângulo como um quadrilátero de lados dois a dois iguais, quando ele vê um quadrado ele pode não considerá-lo como um retângulo; porém, se o aluno considera que um retângulo é um quadrilátero com quatro ângulos retos, quando ele vê um quadrado pode facilmente reconhecê-lo como retângulo.

No nosso ponto de vista, para um educador transformar cognitivamente um educando, ele deve **negociar** com o universo de conhecimento do educando (naturalmente, essa negociação só pode se dar se houver diálogo) e, aproveitá-lo como ponto de partida para novos conceitos. Aponta-se aqui, o significado de **pré-requisito** no que se refere ao conhecimento matemático - o conhecimento prévio do aluno é **pré-requisito** para a aquisição de novos objetos do conhecimento matemático a ser adquiridos - e, não como tem sido comumente considerado, uma noção de ordem lógica, apontada pelo matemático, como um fato imediatamente anterior ao estudado. Partir **do que e de como** o aluno sabe é uma ação motivadora para sua crescente evolução e progressivo enriquecimento cognitivo.

## A escola não participa das experiências de vida dos alunos

De um modo geral, há uma total separação entre vida e educação escolar, principalmente no 1o grau. É como se os alunos, na maioria crianças, estivessem, num dado momento, sendo preparadas para a vida e, em outro, vivendo. O professor sempre vê o trabalho escolar como **mais e melhor educação**, no sentido de maior possibilidade do indivíduo compreender, planejar e conferir resultados. Ele parece convicto de que, na escola deve-se ensinar o que está nos livros e para isso, só servem as construções abstratas.

Os diversos estudos oferecidos dividem o mundo do aluno e supõem sempre um tratamento intelectual desenvolvido e especializado. Por exemplo, a

Geografia seleciona, analisa e abstrai de um ponto de vista particular; a Matemática, mesmo dentro das partes que a compõe, faz outra divisão e dá outro encaminhamento para a abstração; outro tratamento é dado para o estudo da Língua Portuguesa, e assim por diante. Além disso, cada fato de cada área do conhecimento é retirado, pelo professor, de um lugar originado dentro do próprio campo de conhecimento, isto é, quase nunca com referência ao seu lugar e sentido na experiência de vida do aluno.

Desse modo, nem de longe a experiência do educando tem a ver com tal organização didática; as coisas não chegam a ele sob esse aspecto. Pelo contrário, cada realidade referente aos estudos e às lições está carregada de particularidades individuais, fantasias e experiências pessoais. O resultado de tal ensino, divorciado das condições de uma verdadeira aprendizagem, é bem colocado por Dewey <sup>12</sup>:

"O que sucede é fácil de perceber. Alguma coisa sempre se aprende, seja lá qual for o método. Mesmo na escola tradicional. Conhecimentos **decorados**, ou um meio saber livresco e intelectualista. O aluno ganha, porém, através dessa aprendizagem uma singular indisposição para a ação. Todo o seu saber é um saber segregado da vida, sem relações com a realidade, inaplicável. Nos melhores casos, chega a desenvolver grande habilidade mental para idéias, para jogos de pensamento, conservando-se incapaz de um projeto concreto e realizável. Para cúmulo de ironia, por vezes, seu meio-saber livresco torna-o tão convencido de que essa é a verdadeira fórmula da inteligência, que, com toda a candura do mundo, ele reputa pobres de espírito todos os homens de ação, todos aqueles que ignoram o divórcio estúpido que a escola lhe impôs entre o pensamento e a ação. Está claro que é dispensável insistir na afirmação de que tal ensino é antes prejudicial que útil".

E daí, perguntaria o leitor, é possível, na escola, partir das experiências de vida dos alunos e chegar à aprendizagem da Matemática? O que significa,

---

<sup>12</sup> Dewey, J., 1978, p. 36

no processo ensino-aprendizagem, que o que se ensina na escola esteja integrado à uma experiência real de vida? Quais as vantagens em aproveitar as experiências do cotidiano, que em geral levam a um conhecimento espontâneo, como geradora do conhecimento elaborado? Primeiramente, com certeza, se um professor provocar, em quaisquer das séries do 1º grau, o movimento de integrar a aprendizagem às situações do cotidiano - partir, por exemplo de uma discussão sobre **ganho e gasto familiar**<sup>13</sup> - ele terá toda chance de fazer surgir fatos de experiência direta dos alunos, carregadas de emoção e reflexão, que podem evoluir como um conhecimento da Matemática ou de outra **matéria** qualquer. Quanto as outras duas indagações, do nosso ponto de vista, há pelo menos dois argumentos: 1) quando elementos do contexto social do aluno são levados em conta e, em especial particularidades de experiências vividas, a **motivação** para analisar os problemas é freqüentemente um sistema da maioria; 2) uma discussão organizada na escola para compreender uma situação da realidade social do aluno, freqüentemente aprofunda o **significado político-social** desta experiência.

Um possível leitor cético, da orientação pedagógica acima, em especial no caso da Matemática, poderia argumentar que essa conduta viria a impedir os **exercícios**, ou seja, o treino e a fixação, e tornar, assim, impossível a aprendizagem de muita coisa. Da nossa experiência, acreditamos que muito pelo contrário. Quando o aluno percebe o lugar e a função que tem aquilo que vai aprender, seu intento de aprender dá-lhe impulso para todos os **exercícios necessários**.

A partir dessa análise, a reforma que se poderia sugerir para a educação matemática implicaria numa transformação - mais atenção a **curiosidade e pensamento** e menos em **habilidades específicas e treinamento das técnicas**. Na verdade, como bem diz Furth<sup>14</sup>, a transformação em educação

---

13 Ver p. 177

14 Furth, H. G., 1982, p. 186

subentende uma transformação social; "nossa sociedade precisa de uma mudança de espírito - mais difícil de levar a cabo que uma mudança de currículo". Em seguida, Furth declara:

"As pessoas poderão agarrar-se teimosamente aos velhos padrões quando se sugerir uma mudança no sistema educacional, mas finalmente talvez se consolem com a perspectiva de ver a espécie de indivíduos que os métodos educacionais tradicionais tentaram, mas não conseguiram produzir. Ora, o que estou sugerindo é uma inovação, o treinamento de indivíduos que sejam constantemente estimulados a pensar e aplicar esse pensamento não apenas à ciência, às letras ou às artes criativas, mas também, com toda consciência, à relação do homem com seu próximo e com a sociedade e às relações entre as sociedades".

## UM CAMINHO HISTÓRICO

Procuraremos identificar, entre alguns grandes teóricos, aqueles que desenvolveram seus propósitos, métodos e materiais de estudos com base em idéias como diálogo, ação (como experiência empírica e reflexiva), motivação, autonomia intelectual, encontro entre sociedade e escola, ou seja, de um jeito ou de outro, a escolha de seus critérios mostra que vincularam seus caminhos de ação pedagógica à **problematização**. É claro que vários teóricos têm apresentado concepções diferentes sobre problematização e, algumas vezes, com diferenças bastante conflitantes. Ora, constatamos que as diferenças profundas nunca são arbitrárias ou injustificáveis. Aparecem, ao contrário, de princípios básicos em conflito que, tal como se apresentam, são inconciliáveis.

## Sócrates

O próprio nome de Sócrates é um símbolo do processo de **problematização**, pois habitualmente, quando se fala no **método socrático**, liga-se ao exercício do **diálogo** e do **conflito**. Sócrates fez do diálogo o método de sua Filosofia e Pedagogia. Segundo ele, os diferentes momentos de um processo

que podem levar ao conhecimento, a ironia, a maiêutica e a indução, só poderiam, ser realizados por meio do **diálogo**. Na verdade, a exigência do diálogo e a liberdade de pensamento e expressão são premissas socráticas para o desenvolvimento do espírito democrático.

Outra característica do ensino socrático, que nos faz considerá-lo um precursor da **problematização**, é sua base na oralidade. Autores que escrevem sobre Sócrates (Jaeger, 1986; Mondolfo, 1967; Wolff, 1984) afirmam que pelo próprio estilo dialógico, do diálogo livre, a pedagogia de Sócrates só pode ser praticada oralmente. Segundo Mondolfo <sup>15</sup>:

"...o magistério socrático exigia o diálogo vivo e livre e não podia exercer-se mediante obras escritas".

em seguida, como nota de rodapé:

"A interpretação de W.Jaeger parece coincidir com esta, quando sustenta que Sócrates não quis escrever nada porque viveu entregue inteiramente à sua missão: "o que indica quão fundamental era para ele a relação do 'falado' com o ser humano, a quem, naquele momento se dirigia".(Paideia, México, Fondo de Cultura Econômica, 1942-45, t II, pp 16-18)".

Sócrates na realidade, quase nada escreveu, somente alguns versos nos seus últimos dias de cárcere. Seu pensamento só é mostrado através de seus discípulos como, por exemplo, nas obras socráticas do admirador apaixonado Platão. A atitude de negação ao registro escrito é também explicada brevemente pelo único motivo que Platão anuncia em Fedro <sup>16</sup>:

"...a escritura é como a pintura, cujas imagens estão presentes aos nossos olhos como pessoas vivas, mas, se as interrogamos, calam-se majestosamente; o discurso escrito não sabe dar explicações se alguém as pedir, nem defender-se por si mesmo, porém, precisa, sempre, da intervenção do seu autor".

---

15 Mondolfo, R. 1967, p. 38

16 Platão, in Os Pensadores, em Fédon, 275 d, 1973, p. 103

mais adiante, o Fedro acrescenta:

"... o discurso escrito apresenta-se igualmente ao entendido e ao leigo, sem saber a quem deve falar e a quem não deve, como um agricultor que espalha as sementes ao acaso em qualquer tempo e lugar".

Tentamos nos manter de acordo com a orientação socrática ao privilegiar a forma oral de comunicação, pois quem busca como nós, espaço para uma **problematização** que traz para dentro da escola, situações da realidade social, sabe que esta restringe-se quase só, a fala. É, principalmente, por meio da expressão oral que se pode fazer surgir as curiosidades e necessidades associadas a uma situação. Do mais tímido ao mais desinibido dos indivíduos, as manifestações de suas emoções, conflitos, conhecimentos e interrogações apresentam-se, mais facilmente, quando ele se comunica oralmente. Machado <sup>17</sup>, reforça a nossa observação:

"De fato, todo o conhecimento da realidade que os alunos já trazem ao chegarem à escola encontra expressão apenas através da fala: é deste suporte de significados que emergirão os signos para a construção da escrita".

Com efeito, argumentos em defesa do ensino oral com base na dialogicidade, nos fazem ver em Sócrates, um possível educador problematizador. Perguntar, argumentar, envolver o educando em uma **conversa viva e livre** são atitudes com toda a chance de criar uma disposição por parte do educando, de modo a levá-lo a formular questões. Esse conjunto de movimentos é em si, uma problematização.

No entanto, é preciso ter cuidado para apontar Sócrates como um educador convictamente comprometido com a **problematização**, baseando-se nessa sua forma de educação oral por meio de perguntas. Apesar do diálogo socrático ser considerado por alguns, um "diálogo vivo e livre" (Mondolfo, 1967 pp38), "aberto e sem um fim determinado" (Sério, T.M. 1988 pg.68), o que se vê,

17 Machado, N. J., 1990, p. 101

do nosso ponto de vista de diálogo, é que ao mesmo tempo em que há respeito pela fala do educando, há também, quando o educador responde, colocações fortemente dirigidas para o conhecimento a que ele deseja chegar. De fato, Sócrates usa a pergunta como meio para processar o conhecimento, mas muitas vezes, suas intervenções, algumas vezes deveras explicativas e reflexivas, acabam arrastando o educando para o ponto que melhor lhe convém. É como se houvesse uma disposição por parte do educador para ouvir o educando, mas toda essa dinâmica estivesse limitada a uma idéia ou tema escolhido a priori. Sem dúvida, foram feitas algumas contestações a essa condutividade, como as de Gusdorf <sup>18</sup>:

"Espantamo-nos por vezes, nos diálogos platônicos, com o papel apagado desempenhado pelos interlocutores de Sócrates, que se contentam em pontuar de tempos a tempos as exposições do mestre, utilizando para isso uma variedade de palavrinhas aprovadoras. Ora o título tradicional de muitos destes diálogos é justamente constituído pelo nome deste ou daquele destes auditores quase mudos".

ou de Freire & Shor <sup>19</sup>, que usa o diálogo socrático como contra-exemplo do diálogo que reconhece verdadeiramente a autonomia e o respeito pelas diferentes opiniões:

"Talvez este seja um bom momento para discutir a "pedagogia situada", como um caminho para a participação dos alunos. Os professores podem entender a diferença entre os métodos socráticos de palestra, onde o conhecimento é fixado no início, e o diálogo libertador, onde o conhecimento trazido para o curso é contestado e redescoberto..."

Há, também, argumentos fortes sobre a participação ativa por parte do educando no ensino socrático. Mondolfo, quando se refere a esse tipo de ensino, afirma <sup>20</sup>:

---

18 Gusdorf, G., 1970, p. 209

19 Freire, P. & Shor, I., 1987, p. 128

20 Idem, p. 37

"A forma própria do ensino socrático é o diálogo onde o mestre pergunta mais do que responde, excita a reflexão ativa do discípulo e provoca a sua resposta obrigando-o a procurar para descobrir; ou seja: é um despertador de consciências e inteligência, não um provedor de conhecimentos".

Gusdorf <sup>21</sup>, mostra o quanto Sócrates se aproximava dessa concepção:

"Mestre da ironia, Sócrates pergunta, recusa, argumenta, faz o interlocutor cair em contradições, mas não fornece nunca à perturbação que provoca uma solução pré-fabricada. Desvenda enigmas mas nunca dá a chave do enigma.

Sério <sup>22</sup>, ao mesmo tempo que nos informa sobre a postura de Sócrates frente ao conhecimento, coloca toda ênfase na reflexão ativa por parte do aluno:

"É através do diálogo que o aprendiz chegaria a descobrir em sua alma o conhecimento. Neste diálogo, Sócrates fazia o papel de animador e do filósofo, que coloca as perguntas e provoca o aprendiz, que o leva a penetrar em si mesmo e descobrir as verdades. Para Sócrates, o conhecimento não podia ser transmitido como mero conjunto de regras já estabelecidas. Tinha de ser descoberto pelo homem, pelo indivíduo, em si mesmo".

Assim reconhecido, parece que é fora de dúvida, considerar Sócrates um **educador problematizador** - não somente pelo fato de excitar uma reflexão ativa por parte do educando, mas também por levá-lo a descobrir e, por isso usar na argumentação, questões não pesquisadas anteriormente. Porém, é justamente esse **descobrir** que nos faz rejeitar em parte, a atitude de Sócrates como **problematizador**. A sua noção de descoberta está diretamente ligada à idéia de "dar a luz às idéias", a maiêutica, a qual está apoiada na doutrina da reminiscência. Na verdade, é em nome dessa sua doutrina que Sócrates não acredita que os professores deveriam fazer preleções aos seus discípulos mas,

---

21 Gusdorf, G., 1970, p. 21

22 Sérgio, T. M. 1988, p. 67

sim através de perguntas e respostas, tentariam identificar o conhecimento **latente** que permanece fundo dentro de cada um de nós. Eis aqui a essência do idealismo: considera-se o conhecimento como algo a priori e, neste caso, uma visão radical, como algo que já permanecia na alma em estado latente. Descobrir para Sócrates é, na verdade, lembrar-se do que já se conheceu num mundo ideal, antes do nascimento. Portanto, talvez baste o professor **falar uma vez só**, como fazem muitos de nós em sala de aula, para lembrar algo que se deseja como conhecimento. A concepção socrática de conhecimento, como resultado de **recordar-se** do já apreendido anteriormente ao nascer, é transcrita por Platão em Fédon, num diálogo em que o próprio Sócrates procura levar seu educando a **descobrir** essa mesma idéia <sup>23</sup>.

"Por conseguinte, torno a repetir, de duas uma: ou nascemos com o conhecimento das idéias e este é um conhecimento que para todos nós dura a vida inteira - ou então, depois do nascimento, aqueles de quem dizemos que se instruem nada mais fazem do que recordar-se; e neste caso a instrução seria uma reminiscência".

Assim, apesar de considerarmos esse grande educador como um dos mentores da nossa proposta, não elegemos a sua forma de diálogo e de participação como, unicamente, aquelas que seguiremos para desenvolver o conhecimento. Isto porque, principalmente, a pergunta não é para Sócrates, o propósito do conteúdo do diálogo mas sim a chave para se ir dando à luz o conhecimento adormecido. Por isso, a uma pergunta freqüentemente, pode o próprio educador responder, de modo a organizar mais do seu jeito, o caminho de chegar ao objetivo. Para o nosso educador dialógico-problematizador, **a pergunta deve ser a ferramenta para fazer realizar o diálogo**, a qual freqüentemente, pode fornecer condições à interação entre as partes e o objeto em estudo e, daí, gerar conhecimento.

---

23 Platão, in: Os Pensadores, em Fédon, 1973, p. 79

## Rousseau

A forma de ensinar de Jean-Jacques Rousseau é um apelo à problematização, já que consiste em tornar o discípulo seu interlocutor, ao invés de colocá-lo numa posição de ouvinte, frente aos seus ensinamentos. Como político, moralista, sociólogo, pedagogo, romancista, entre outros, podemos dizer que Rousseau foi antes de tudo um ideólogo. É bastante controvertida a opinião daqueles que o interpretam - ora, o vêem se pronunciando para garantir os direitos dos cidadãos, ora como criador de uma utopia totalitária, onde não há vez para as diferenças de opiniões.

Na sua atuação como pedagogo, encontramos um conjunto de atitudes e valores que nos surpreende, tanto mais nos dias de hoje, quando sabemos que não foi inspirada por nenhuma experiência científica. Na verdade, a natureza de suas idéias era uma utopia pedagógica que completava a sua teoria política. O ideal rousseauniano deseja um desabrochar espontâneo da criança na ação intelectual e motora, com liberdade e, sobretudo, entre as coisas da Natureza e não os livros.

Seu famoso romance, "Émile", é a única obra que retrata sua posição pedagógica. Certamente, então, não é possível somente ao ler "Émile", fazer uma abstração completa da pedagogia de Rousseau, na qual podemos afirmar que nosso mestre é um educador um tanto comprometedor. No entanto, é essa última observação que nos faz compreender a verdadeira posição inovadora de seu método, em oposição aos sistemas teóricos da época. Enquanto a maioria dos métodos considerava a aprendizagem resultado da recepção de informações e seu armazenamento na memória, ele repetia sem hesitação, que o desenvolvimento intelectual é resultado da atividade mental própria e verdadeira.

Rousseau afirmava que a criança tem uma maneira própria de interpretar o mundo e essa capacidade varia com a faixa etária. A sua convicção na

evolução **psicológica** era tal, que o levou muitas vezes, a negar a utilidade da intervenção do professor. Vale aqui comentar que, dois séculos depois, Piaget traz essa mesma discussão sobre a maturação intelectual e psicológica, agora não mais com base na intuição, como no caso do nosso autor, mas como material científico para pesquisa no campo da epistemologia. Afirma Rousseau <sup>24</sup>, em "Émile":

"...cada idade tem suas capacidades... a criança tem maneira de ver, de pensar e de sentir que lhe são próprias."

Desse modo, Rousseau considerava que a criança deveria ser motivada "a ver com os próprios olhos" <sup>25</sup>. Mais do que isto, Rousseau vê a Educação como um processo espontâneo e natural. No seu modo de ver, deve-se começar por compreender nosso aluno, conhecer o que ele sabe, não apenas por respeito a sua vivência como ser social mas, especialmente, para revelar a fonte originária do seu pensamento de modo a aproveitá-la como porta de entrada para novos conhecimentos. Em suma, ele preconiza: mais do que incentivar o conhecimento, a capacidade de discernir.

Sem dúvida, Rousseau tentou mostrar insistentemente, que só se aprende por uma conquista ativa pessoal e que o educando deve reinventar o conhecimento, em vez de repetir informações e técnicas recebidas oralmente. E, em consequência de suas convicções a respeito da primazia da Natureza e da perversão social, Rousseau imagina a educação de uma criança regulada pelo mecanismo de seu próprio pensamento natural, ainda não deturpado pelo social. Assim, a pedagogia de Rousseau baseia-se no ensino através da experiência mais do que na racionalização, pregando que observar o mundo individualmente é o princípio de tudo.

É, então, nessas suas observações sobre a atividade verdadeira, o inte-

---

24 Rousseau, J. J., 1968, p. 145

25 Idem, p. 71

resse e a pesquisa cuidadosa que encontramos inspiração para o nosso método. Mas, pedimos licença para discordar radicalmente de Rousseau, num ponto básico da sua teoria educacional: dissociar a **problematização** individual do meio social.

Isolar o aluno no seu individualismo, leva-nos quase a afirmar que estamos iludidos, ao considerar Rousseau como um precursor da **educação problematizadora**. Estamos convencidos que o aspecto social intervém diretamente na dinâmica de uma **problematização**, pois é justamente da troca mútua de pontos de vista e da forma como os alunos se ajudam reciprocamente na formulação de suas perguntas, que esta pode se iniciar e desenvolver-se. Todos que já experimentaram o exercício do diálogo, certamente irão concordar que a discussão em grupo determina um progresso evidente no sentido de um questionamento fértil e aberto, principalmente, quando ligado às necessidades da vida dos alunos.

## Dewey

John Dewey acalentava, segundo nossa opinião, dois grandes sonhos: o primeiro, é de que a escola não fosse um local à parte, onde se prepara o educando para a vida, mas sim, o lugar onde ele sente, age e reflete sobre seus problemas de vida. Nas suas palavras <sup>26</sup>:

"...a escola não deve ser a oficina isolada onde se prepara o indivíduo, mas o lugar onde, numa situação real de vida, indivíduo e sociedade constituem uma unidade orgânica".

O segundo grande sonho: o professor entender que o educando só emprega suas forças para compreender fatos ou idéias para os quais está interessado, como ele bem explica <sup>27</sup>:

26 Dewey, J. 1978 p. 28.

27 Idem, p. 59

"Se a matéria das lições tiver um lugar apropriado na expansão natural da consciência da criança; se nascer naturalmente, dos pensamentos e dos próprios sofrimentos da criança, para servir a novas atividades e novos pensamentos, então não haverá necessidade de truques e artifícios de método para tornar o assunto 'interessante'. Tudo isso terá interesse porque está intrinsecamente ligado à vida consciente do aluno e participa do teor e do sentimento dessa mesma vida. Ao contrário, se o material é apresentado externamente, isto é, concebido e gerado de pontos de vistas alheios à criança e desenvolvido dentro de motivos estranhos a ela, nenhuma destas virtudes poderá ter. Daí, o recurso a razões adventícias, e a exercícios artificiais e manobras pueris, para conseguir a atenção e o interesse da criança".

Uma primeira importante e revolucionária idéia de Dewey para a Educação, está em promover o encontro escola e vida ou escola e sociedade. Esse objetivo vem de sua interpretação do desenvolvimento da vida social e do lugar e papel que a Educação tem nesse processo. Para Dewey, o sentido de vida social ou sociedade é sua própria continuidade - continuidade como renovação da experiência social - e esta continuidade só pode ser conseguida mediante comunicação. Teixeira, reproduz o pensamento de Dewey<sup>28</sup>:

"Não basta para que se constitua a sociedade, proximidade física; não basta identidade de fim. Têm-no as peças de máquina e nem por isso são sociedade. Sociedade pressupõe uma consciência comum desse fim, uma participação inteligente na atividade coletiva, uma compreensão comum. E isso não se efetua sem comunicação, sem mútua e permanente informação. Em seu sentido genuíno, sociedade é, pois, comunicação ou mútua participação. Ora, **comunicação é educação**. Nada se comunica sem que os dois agentes em comunicação - o que recebe e o que comunica - se mudem ou se transformem de certo modo. Quem recebe a comunicação tem uma nova experiência que lhe transforma a própria natureza. Quem a comunica, por sua vez, se muda e se transforma no esforço para formular a sua nova experiência".

---

28 Idem, estudo introdutório por Anísio Teixeira, p. 19

Na verdade, essas idéias são também em grande parte, decorrentes de influências fundadas no campo da Psicologia e, em parte da Biologia. Como um dos representantes da Psicologia Funcionalista (seguidora das idéias de Darwin sobre a adaptação das espécies ao ambiente) Dewey rejeita as correntes anteriores que vinham indagando **o que é a mente** e se preocupa com **o que a mente faz**. Ele afirma<sup>29</sup>:

"A percepção sensorial não se produz para si mesma..., mas porque representa um fator indispensável para se conseguir o que se está interessado a fazer".

Segundo Dewey, o pensamento como a observação, serve de instrumento à ação adaptativa do homem - a ação criadora que caracteriza as relações entre o sujeito e o mundo. O pensamento é, portanto, visto num contexto de ação. É de um obstáculo, de uma dúvida que o indivíduo é estimulado a refletir. Em suas palavras<sup>30</sup>:

"A organização intelectual nasce e, durante um certo tempo, se desenvolve quando são organizados atos necessários para realizar um fim. Não resulta de um apêlo direto da reflexão. A necessidade de pensar para executar algo além do pensamento é mais forte do que pensar para pensar".

Uma segunda idéia importante deste pensador, intimamente associada à primeira, está em centrar sua pedagogia no processo de **pesquisa compartilhada**, sempre ligada às necessidades de vida do educando. Aqui manifesta-se declaradamente, o ser político. Segundo Dewey, dois fatores fundamentais para se construir democraticamente uma sociedade, o crescimento dos interesses compartilhados e a troca de pontos de vista entre os diferentes grupos sociais, devem ser exercidos em Educação por meio da pesquisa compartilhada - nesse sentido, deve-se criar, em Educação, princípios contrários ao da **autoridade externa**, princípios estes em oposição aos de uma sociedade de-

---

29 Dewey, J. 1979(b), p. 187

30 Aebilli, H., 1971, p 41

mocrática. Dewey prega também a interação entre cultura e vivência social, por meio da experiência em grupo, como proposição para a educação escolar.

Dewey é incisivo em valorizar o ato de perguntar para levar a compreensão. Segundo ele, perguntar é pensar <sup>31</sup>:

"Pensar é inquirir, investigar, examinar, provar, sondar, para descobrir alguma coisa nova ou ver o que já é conhecido sob prisma diverso. Enfim é perguntar".

No entanto, na perspectiva do perguntar de Dewey, uma argüição por parte do professor é muito diferente da sabatina tradicional <sup>32</sup>:

"A arte de dirigir uma argüição é, pois, em grande parte, a arte de argüir os alunos de modo tal que oriente as indagações deles próprios e que neles forme o hábito independente de inquirir ...cumpre que as perguntas dirijam o espírito dos estudantes mais para a matéria do que para o objetivo do professor. Este princípio é violado toda vez que o objetivo principal da argüição seja conseguir a resposta certa. A argüição tende a tornar-se, aí, um concurso de adivinhação em torno da intenção real do professor".

Assim o que estamos propondo, a **problematização**, aproveita praticamente, todas as idéias de Dewey: o aprender fazendo a partir da pesquisa do meio, o trabalho cooperativo, a relação entre teoria e prática e o método de iniciar o trabalho educativo pela **fala** dos alunos. Duas observações decisivas de Dewey <sup>33</sup>, quanto ao significado de experiência e o papel do professor nesse processo, faz-nos crer que é plena a nossa afinidade com as suas idéias, no que se refere à Educação e nos faz elegê-lo como um dos grandes mentores da **educação problematizadora**:

"...experiência somente é verdadeiramente experiência, quando as condi-

---

31 Idem, 1979(b), p. 262

32 Idem, 1979(b), p. 262-263

33 Idem, 1979(a), p. 33, 55

ções objetivas se acham subordinadas ao que ocorre dentro dos indivíduos que passam pela experiência... Quando a educação se funda na experiência e a experiência educativa é concebida como um processo social, a situação muda radicalmente. O professor perde a posição de chefe ou ditador, acima e fora do grupo, para se fazer o líder das atividades do grupo".

Acreditamos que se Dewey tivesse vivido de modo a perceber os problemas que hoje verificamos nos países como o nosso, certamente, ele teria proposto alguma atuação mais específica, como é o caso do nosso Paulo Freire, que se considera um discípulo de Dewey. Por isso, nada mais natural, suceder as considerações sobre Dewey, as de Paulo Freire, como faremos a seguir.

## Freire

Com Paulo Freire, a afinidade é ainda maior entre a idéia de aprendizagem-ensino e a realização desta, por meio da **problematização**. Podemos dizer que foi ele quem, pela primeira vez entre os educadores brasileiros, de uma maneira clara e explícita, ajustou as estratégias pedagógicas às características de um processo de **problematização**. Na verdade, o termo **problematização** está ligado diretamente ao seu nome, uma vez que, em sua "Pedagogia do Oprimido", apresenta uma orientação educacional abrangente que se intitula "educação problematizadora".

Há pelo menos três décadas, Paulo Freire vem propondo estratégias para realizar, como ele mesmo se refere, a "Educação como Prática de Liberdade". Entre outras, duas que mais se destacam: **a relação dialógica e a conciliação entre conhecimento e contexto cultural**. A primeira está diretamente ligada a sua oposição à educação tradicional, a qual ele caracteriza como "educação bancária", porque segundo ele, o professor desta educação, **deposita** (como nos bancos) sua **sabedoria** por meio de explicações, na **cabeça** dos que **não sabem**, os alunos. Freire<sup>34</sup>, assim sintetiza a **educação bancária**:

" o educador é o que educa; os educandos, os que são educados; o educador é o que sabe; os educandos os que não sabem; o educador é o que pensa e os educandos, os pensados; o educador é o que diz a palavra e os educandos, os que escutam docilmente; o educador é o que disciplina; os educandos, os disciplinados; o educador é o que opta e prescreve a sua opção e os educandos, os que seguem a prescrição; o educador é o que escolhe o conteúdo programático e os educandos jamais são ouvidos nessa escolha, se acomodam a ela; o educador identifica a autoridade funcional com a autoridade do saber, que se opõe antagonicamente à liberdade dos educandos; estes devem adaptar-se às determinações daquele; o educador, finalmente, é o sujeito do processo; os educandos, meros objetos".

Freire aponta com convicção, os malefícios da **educação bancária**. Esta educação dos **depósitos** está, segundo ele, a serviço da dominação e é extremamente desfavorável ao desenvolvimento psico-cognitivo e, isto se dá, principalmente, porque ela nega a dialogicidade - ao contrário, é **antidialógica** - e baseia-se numa consciência não intencionada ao mundo. A **educação bancária**, a seu ver, tem por finalidade manter a divisão entre os que sabem e os que não sabem, isto é, manter a separação entre educadores e educandos. Assim, Freire defende a **educação problematizadora** <sup>35</sup>.

"Ao contrário da 'bancária', a educação problematizadora, respondendo à essência do ser da consciência, que é sua intencionalidade, nega os comunicados e existência a comunicação... Neste sentido, a educação libertadora, problematizadora, já não pode ser o ato de depositar, ou de narrar, ou de transferir, ou de transmitir 'conhecimentos' e valores aos educandos, meros pacientes, à maneira da educação 'bancária', mas um ato cognoscente. Como situação gnosiológica, em que o objeto cognoscível, em lugar de ser o término do ato cognoscente de um sujeito, é o mediatizador de sujeitos cognoscentes, educador, de um lado, educandos, do outro, a educação problematizadora coloca, desde logo, a exigência da superação da contradição educador-educandos... Para manter a contradição, a concepção

---

34 Freire, P., 1987, p. 59

35 Idem, p. 67-68

'bancária' nega a dialogicidade como essência da educação que se faz anti-dialógica; para realizar a superação, a educação problematizadora - situação gnosiológica - afirma a dialogicidade e se faz dialógica".

O diálogo, para Paulo Freire, não é apenas um espaço para o **oprimido** fazer suas denúncias ou uma técnica para a melhoria da aprendizagem ou, ainda para conquistar os alunos. O diálogo faz parte, na verdade, da própria natureza humana, pois, segundo nosso autor, o sujeito pensante não pensa sozinho, ao contrário, tem uma necessidade existencial de perguntar. Num diálogo com Antonio Faundez, Freire trabalha, especialmente, a **questão da pergunta**, mostrando o quanto o **ato de perguntar** está ligado ao ato de existir, de ser, de estudar, de construir, de pesquisar, de conhecer, enfim, de libertar-se. Neste texto encontram-se duas afirmações, uma de Freire e outra de Faundez, responsáveis, em parte pela escolha do tema desta tese<sup>36</sup>:

Freire:

"...o educador, de modo geral, já traz a resposta sem lhe terem perguntado nada!"

Faundez:

"...o início do conhecimento, repito, é perguntar. E somente a partir de perguntas é que se deve sair em busca de respostas, e não ao contrário: estabelecer as respostas, com o que todo o saber fica justamente nisso, já estabelecido, é um absoluto, não cede lugar à curiosidade nem a elementos por descobrir".

A segunda estratégia, situar a ação educativa na cultura do aluno, vem da conotação antropológico-política que Freire dá à Educação. Para ele, a consideração e o respeito às experiências prévias do educando e a cultura que cada um traz dentro de si, são finalidades de um educador que vê a Educação sob uma ótica libertadora, ou seja, reconhece-a como meio para gerar uma

---

36 Freire, P. & Faundez, A. 1986, p. 46

mudança estrutural numa sociedade opressiva - embora, ele reconheça que esta não alcança esse objetivo imediatamente e, muito menos, sozinha. É, então, somente a partir de uma situação presente, existencial, refletindo o conjunto de aspirações de um grupo, que o educador pode organizar o conteúdo programático da educação e, sobretudo, uma ação política. Na verdade, segundo Freire, a possibilidade de inaugurar o diálogo de uma educação libertadora e criar predisposição para a busca de conhecimento exige do educador trabalhar com os educandos, através de certas contradições, sua situação existencial presente. Só assim, para ele, uma questão proposta exigiria naturalmente resposta do educando, não só no nível intelectual, mas também no nível da ação. Freire assim se expressa<sup>37</sup>:

"Nosso papel não é falar ao povo sobre a nossa visão do mundo, ou tentar impô-la a ele, mas dialogar com ele sobre a sua e a nossa. Temos de estar convencidos de que a sua visão do mundo, que se manifesta nas várias formas de sua ação, reflete a sua **situação** no mundo, em que se constitui. A ação educativa e política não pode prescindir do conhecimento crítico dessa situação, sob pena de se fazer 'bancária' ou de pregar no deserto."

Com estes pontos de vista e em coerência com a finalidade libertadora da educação dialógica, Paulo Freire insiste no conhecimento escolar a partir de um **contexto concreto** (para responder a ele) e do processo de investigação de uma **temática significativa** dentro deste contexto, para fazer surgir os conteúdos programáticos da educação - estes não devem vir dos programas oficiais, mas da opção pela pesquisa dos problemas da comunidade local. Afirma Freire<sup>38</sup>:

"...é preciso que o educador e o político sejam capazes de conhecer as condições estruturais em que o pensar e a linguagem do povo, dialeticamente, se constituem...o conteúdo programático para a ação, que é de ambos, não possa ser de exclusiva eleição daqueles, mas deles e do povo...É na realidade mediatizadora, na consciência que dela tenhamos, educadores e povo,

---

37 Idem, p. 87

38 Idem, p. 87

que iremos buscar o conteúdo programático da educação...O momento deste buscar é o que inaugura o diálogo da educação como prática de liberdade. É o momento em que se realiza a investigação do que chamamos de universo temático do povo ou o conjunto de seus temas geradores".

Do que estudamos sobre a pedagogia de Paulo Freire e de uma experiência vivida num trabalho sob sua orientação<sup>39</sup>, podemos afirmar que suas recomendações à comunidade de Educação Matemática, para **desencadear momentos de aprendizagem** desta disciplina, são como as seguintes: ensina-se Matemática a partir da formulação de problemas gerados dos elementos que educandos e educador recolhem, de forma desestruturada, na realidade social em que estão inseridos. Em outras palavras, o professor de Matemática deve começar de um primeiro momento, onde se cria no educando a necessidade de compreender uma situação referente à realidade. Daí, diria ele, leva-se em conta, nesta etapa do processo, com paciência e sinceridade, a fala do educando sobre esta realidade, os níveis de percepção desta realidade, os conhecimentos matemáticos que eles trazem e a visão de mundo de cada educando.

Na verdade, por um lado, cada momento pedagógico freireano é um momento do processo de humanização. Assim, cada relação de aprendizagem alimenta-se da leitura do mundo, das experiências prévias, da pergunta, de amor, de confiança, de fé, e de esperança. Ao longo de seu trabalho essas características são retomadas, insistentemente, dentro de cada contexto. Por outro lado, como não podia deixar de ser, ele tem um modo dialético-histórico de pensar o conhecimento, unindo sempre teoria e prática, ou seja, **ação-reflexão-ação** é o processo de construção da Pedagogia. Gadotti<sup>40</sup>, em um

39 A autora deste trabalho foi integrante do grupo de professores universitários que assessorou a Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, no desenvolvimento do Projeto de Reorientação Curricular pela via da Interdisciplinariedade (1989 - 1992). Essas ações foram iniciadas pelo professor Paulo Freire e toda a proposta, de um modo geral, parte e se nutre das idéias do autor.

40 Gadotti, M. 1989, p. 67

texto que convida à leitura de Paulo Freire, traz entre muitas outras, uma síntese neste sentido:

"...Paulo Freire, como vimos em seu método histórico, tem um modo dialético de pensar, não separando teoria e prática, como fazem os positivistas. Em sua obra, teoria, método e prática formam um todo, guiado pelo princípio da relação entre o conhecimento e o conhecedor, constituindo portanto uma teoria do conhecimento e uma antropologia nas quais o saber tem um papel emancipador".

É fácil reconhecer em nosso trabalho, que todas as idéias de Paulo Freire tiveram grande influência na orientação do nosso pensamento sobre Educação, principalmente o que reflete a Educação Pública. Aliás, não temos dúvidas em afirmar que, a maior parte das forças que provocaram mudanças reais na educação brasileira, podem ser atribuídas à influência de Paulo Freire que, mais que qualquer outro filósofo brasileiro da educação, tem concorrido para melhorar as escolas de nosso tempo.

## D'Ambrósio

Inicialmente devemos dizer que a influência das idéias do professor Ubiratan D'Ambrósio foram de tal modo que chegaram a desviar a minha linha de trabalho original e assumir a que delineio neste trabalho.

A matriz do método apresentado por D'Ambrósio para a Educação Matemática, que é a educação concebida como um processo global de transformação do indivíduo e da sociedade, traz no seu âmago não só a **problematização**, mas esta contextualizada. Na verdade, o método por ele proposto parte da idéia de que nós estamos constantemente sendo **problematizados** e, portanto, a preocupação de incentivar esse processo na escola é mais do que natural, uma vez que esta concentra a idéia de desenvolver as faculdades intelectuais do ser humano.

A rigor não se poderia falar de **método Ubiratan D'Ambrósio**, pois a sua posição se caracteriza, muito mais, por uma visão ampla envolvendo todo o processo educacional do que por um método de ensino. O mesmo poderíamos dizer para os demais educadores aqui citados.

Para D'Ambrósio, a aprendizagem dá-se por meio do **ciclo** (ou ciclos) **realidade-reflexão-ação-realidade**, o qual se cria a partir de um contexto onde há uma interação indivíduo e meio-ambiente. Em outras palavras, a aprendizagem é produto de um movimento cíclico e dialético entre reflexão e ação, que se inicia no contacto com a realidade e resulta em contínua modificação da mesma. Esse movimento cíclico, que se gera e se nutre da ação, é evolutivo tanto no sentido do desenvolvimento intelectual como no de uma hierarquização comportamental, passando do comportamento individual ao comportamento social. Podemos mesmo dizer que, segundo D'Ambrósio, o ser humano é levado sócio-historicamente, evolutivamente, a assumir sua capacidade superior de abrangência e de síntese. Nas suas próprias palavras<sup>41</sup>:

"...discutiremos o processo de aprendizagem, como algo que cria um contexto onde se dá a interação de um programa genético, com o ambiente, conceituando assim o desenvolvimento ou evolução intelectual. A mente segue caminhos paralelos e interligados de interação com o ambiente, com uma realidade que ela vai conhecendo e analisando, e vai elaborando movimentos intencionais, conceitos de significado e causalidade, espaço, tempo, imitação e jogo. Sua conceituação de realidade muda passo a passo, e a criança, inicialmente reagindo apenas aos reflexos, vai incorporando o sensual aos seus processos de decisão e à sua ação, passando do comportamento individual ao comportamento social. Da ação que resulta puramente de sua percepção de situações e objetos no seu universo egocêntrico, a criança mediante reflexão sobre essa mesma ação, renova a sua ação com toda a informação que os mecanismos elaborados, como o complexo emocional e de memória se combinam. Essa ação vai modificar a

---

41 D'Ambrósio, U., 1986, p. 48-49

realidade, pela adição, pelo acréscimo a essa realidade, de fatos - artefatos - e 'mentefatos', isto é, ele produz objetos, coisas e idéias, valores. Essa modificação da realidade pela ação do indivíduo provoca imediatamente nova reflexão, novo comportamento, nova interação com informação já memorizada e informação recém-adquirida pelos mecanismos sensuais, e nova ação, com imediato efeito na realidade ainda pelo acréscimo de novos fatos. É o indivíduo como feitor da realidade pelo adição de seus fatos, é o indivíduo elevado a criador. É o criador adicionando artes, coisas, objetos, peças, é o criador cientista, pensador, acrescentando idéias, teorias, valores, interpretações, é o criador total modificando a realidade conforme ela melhor se ajuste a certas formas de ação que lhe são próprias...a aprendizagem é uma relação dialética reflexão-ação, cujo resultado é um permanente modificar da realidade. É nesse ciclo realidade-reflexão-ação-realidade, que reside o busílis na nossa busca de desvendar comportamento individual, comportamento social e comportamento cultural".

Verificamos então que a aprendizagem da Matemática é, para D'Ambrósio, um movimento permanentemente ativo e criativo, que surge de um complexo mecanismo de informações, pela atuação dos sistemas biológico e emocional, impulsionado pela tentativa de explicações e, através de ações refletidas, é conduzida ao uso de símbolos e codificações. Sintetiza D'Ambrósio<sup>42</sup>:

"Fatos - primeiro apenas artefatos e depois mentefatos - são primeiro percebidos como entidades únicas, e depois como membros de grupos que serão classificados através de símbolos, sinais, nomes e códigos".

Reconhecemos que aí, nesse processo cíclico, pressuposto de D'Ambrósio para a aprendizagem, a **problematização** ocorre, em pelo menos dois momentos: num primeiro, quando o indivíduo recebe as informações da realidade, estas podem vir de modo desorganizado, sem ligação direta com conhecimentos suficientes para interpretá-los - assim, uma **problematização interna e/ou externa** freqüentemente pode emergir para encaminhar tal organi-

42 Idem, p. 49

zação. Num outro, dentre as questões colocadas, questões enquanto demandas criadas pelas informações acumuladas, algumas vão em busca de se tornarem perguntas melhor formuladas. Esse movimento, certamente estabelece uma atitude ativa de atenção do indivíduo e, seguramente dirige o comportamento do seu pensamento para um **estado de problematização**.

Podemos dizer que a epistemologia de D'Ambrósio **censura o ensino expositivo** das idéias matemáticas aprioristicamente produzidas e fundamenta-se na força da **comunicação dialógica** entre indivíduo-realidade e indivíduo-indivíduo e no fato de que a Matemática está intimamente ligada a realidade e à percepção individual dela, levando sempre em conta o emocional, o afetivo e o cultural.

Na verdade, D'Ambrósio reagiu a uma atitude predominante em todo sistema escolar tradicional nas últimas décadas: dar a mesma matemática para todos, valorizando sempre um tipo de matemática - a Matemática criada na academia, de caráter universal e livre de contextos - em detrimento de uma Matemática motivada e induzida a partir de diferentes meios culturais. Essa visão é o que ele denomina visão **internalista** da Matemática, que se opõe a **externalista**, predominante na sua concepção de Educação. Segundo ele, a educação falhou neste sentido devido, principalmente, ao enfoque disciplinar, um modelo cognitivo gerado pelo racionalismo científico, o qual deixou de lado outras formas de saber, de fazer e de explicar e, conduziu a uma alienante unilateralidade de visão - os especialistas visam a parte e não o todo, negando a perspectiva holística do conhecimento, hoje, objetivo dos novos paradigmas da Ciência.

Dentro desse seu questionar, sob sua visão **externalista**, D'Ambrósio levanta a questão da **etnomatemática**, uma metodologia de pesquisa que tem investigado as práticas etnomatemáticas e, mais recentemente, procura analisar o seu potencial em educação, baseado-a na transição dos conhecimentos



**Dialogando sobre a problematização:  
diferentes perspectivas**

Pretendemos focalizar nesse capítulo, diversas perspectivas concernentes à **problematização** na Educação Matemática, sob o ângulo de diferentes pontos de vista. Privilegiamos dentre estas, aquelas que argumentam em favor da **educação ativa**, por acreditarmos que encaminham soluções para a perspectiva que defendemos.

Sendo a Educação Matemática, um campo influenciado pelos mais modernos conceitos de interdisciplinariedade, nada mais natural, que tenhamos que recorrer a uma vasta gama de conhecimentos para o tratamento de seus problemas.

## NA FILOSOFIA

O objetivo dessa investigação teórica é localizar e explicitar o sentido da **problematização** na Filosofia, ou seja, o papel da **problematização** nas questões que a Filosofia fórmula ou nas respostas que proporciona. Em outras palavras, estamos procurando localizar no trabalho do filósofo, o surgimento dessa atitude não espontânea, que o obriga a examinar algo e promove a formação de um diálogo pensante, em busca de uma pergunta mais clara que direcione uma pesquisa de caráter filosófico. Onde, em que momento do processo do

filosofar, podemos localizar a **problematização** e como é ela? Cabe, então, à Filosofia, como uma reflexão de segunda ordem, organizar a **problematização** que, no nosso caso específico, cinge-se à Educação Matemática. E, sendo a Filosofia uma área interdisciplinar por excelência, essa **problematização** envolve uma gama das Ciências Humanas como Psicologia, Pedagogia, Educação propriamente dita e outras.

Portanto, pela própria natureza da Educação Matemática, no caso de tentarmos uma análise filosófica, teríamos que tecer considerações sobre os mais variados campos e posições filosóficas. Mas, uma análise nesse nível de profundidade, não é o objetivo do nosso trabalho. Contudo, não podemos cair no extremo oposto e nos reduzirmos somente - será que isto seria possível? - ao campo da Matemática e problemas estritamente correlatos. Correríamos o risco de sofrer a crítica tão apropriada de Henri Poincaré, transcrita nas palavras de Gusdorf <sup>1</sup>:

"Como dizia o filósofo Henri Poincaré, um sábio que tenha passado sua vida, estudando ao microscópio, cada parte do corpo de um elefante, conheceria muito bem todas suas células, mas não saberia o que é um elefante porque ele jamais viu um elefante. Esta imagem aplica-se perfeitamente à situação epistemológica atual, onde o homem, embora estude até o mais ínfimo detalhe, perdeu o sentido de sua própria identidade".

Embora, sabendo bastante controvertida essa relação entre Ciência e Filosofia e, mesmo não sendo nosso objetivo defender ou problematizar sobre esse tema, achamos oportunas as palavras de Heidegger<sup>2</sup> o qual, na busca de explicar que cada uma das correntes da Filosofia teve seu fim, fim no sentido que reúne toda a sua história em sua possibilidade máxima (fim, não no sentido de plenitude ou de cessamento do processo), apresenta a Ciência como um fenômeno do fim da Filosofia:

---

1 Gusdorf, G., s/d

2 Heidegger, M., 1972, p. 22

"Fim é, como acabamento, a concentração nas possibilidades supremas. Pensemos estas possibilidades de maneira muito estreita enquanto apenas esperarmos o desdobramento de novas filosofias do estilo até agora vigente. Esquecemos que já na época da filosofia grega se manifesta um traço decisivo da Filosofia: é o desenvolvimento das ciências em meio ao horizonte aberto pela Filosofia. O desenvolvimento das ciências é, ao mesmo tempo, sua independência da Filosofia e a inauguração de sua autonomia. Este fenômeno faz parte do acabamento da Filosofia. Seu desdobramento está hoje em plena marcha, em todas as esferas do ente. Parece a pura dissolução da Filosofia; é, no entanto, precisamente seu acabamento".

Toda Ciência é, pois, intrinsecamente vinculada à Filosofia. É por isso que, no momento de entrar no universo das Ciências, é muito importante também pesquisar no campo da Filosofia.

O sentido e a importância dessa vinculação, Educação e Filosofia, numa síntese de Gadotti<sup>3</sup>:

"A educação é o lugar de interpelação e de interrogação filosófica por excelência, na medida em que, muito particularmente, a educação é o lugar onde o homem se interroga, responde diante de outro e por si mesmo, ao problema do sentido da existência, de seu ser-no-mundo. A educação é este lugar que o chama e o coloca totalmente em questão. É por isso que ela se qualifica também como área filosófica".

Vale aqui ressaltar que quando falamos de Ciência, estamos incluindo as Ciências Humanas e, no caso, especialmente a Educação, em seu sentido mais amplo que explicaremos a seguir, envolvendo a Psicologia e a Psicologia Pedagógica. Consideramos a Psicologia Pedagógica como área da Psicologia Aplicada que vem estudando os métodos de aprendizagem, estabelecendo estratégias que garantem melhor aquisição de conhecimento e analisando as peculiaridades psicológicas da criança para levar a aprendizagem com mais êxito. Não pretendemos fazer compreender o percurso da história da Psicologia

---

3 Gadotti, M., 1987, p. 31

e da Educação como Ciência, pois certamente, nosso resumo seria mutilador e superficial. Mas, a discussão que segue, compreende ambas, não só como um conjunto de conhecimentos que dá lugar à análise qualitativa de resultados aproximativos sujeitos à interpretação, como também, uma análise científica das formas complexas da atividade mental, procurando explicar vias de origem e regras a que elas se subordinam.

Em síntese, acreditamos ser impossível um educador engajado num processo educacional, sem ter consciente ou inconscientemente, uma filosofia de educação subjacente. Entendemos Educação como mecanismo humano de informação e formação que se processam num conjunto de idéias fornecidas por uma **teoria de conhecimento** que, por sua vez, vem de um corpo teórico que se denomina filosofia porque, freqüentemente, vem de um conjunto estruturado de idéias que se mostrou capaz de explicar determinadas facetas da realidade. É, então, por meio de uma reflexão filosófica que podemos embasar e legitimar os procedimentos pedagógicos.

Na verdade, podemos afirmar que todo projeto pedagógico tem a necessidade de: 1) uma **orientação filosófica** que justifica e norteia as estratégias para atingir o conhecimento e, 2) uma **opção ideológica**, que avalia politicamente os encaminhamentos escolhidos. Por exemplo, um professor que trata as idéias matemáticas por meio de explicações, privilegiando o ensino expositivo de algoritmos e apresentando as soluções das questões, sempre por ele próprio formuladas, tem por um lado, uma proposta pedagógica extraída de uma perspectiva epistemológica que privilegia aquilo que é exterior ao educando. Trata-se de um agir, mesmo que não consciente, sob determinada orientação epistemológica. De outro lado, quando um professor trata os conteúdos por meio de situações sempre oriundas da própria Matemática, está sendo revelado o pensamento de quem considera que o **momento social** tem pouca ou nenhuma influência na elaboração de um currículo. O projeto pedagógico do educador revela, portanto, a sua opção ideológica.

A Filosofia, segundo Saviani<sup>4</sup>, analisa e oferece caminhos para problemas educacionais. Procurando esclarecer qual a tarefa da disciplina Filosofia da Educação, ele elenca algumas questões que explicam a necessidade da reflexão filosófica para o educador e explicita o papel e o lugar da Filosofia na Educação.

"...a tarefa da Filosofia da Educação será oferecer aos educadores um método de reflexão que lhes permita encarar os problemas educacionais, penetrando na sua complexidade e encaminhando a solução de questões tais como: o conflito entre "filosofia de vida" e "ideologia" na atividade do educador; a necessidade da opção ideológica e suas implicações; o caráter parcial, fragmentário e superável das ideologias e o conflito entre as diferentes ideologias; a possibilidade, legitimidade, valor e limites da educação; a relação entre meios e fins na educação (como usar meios velhos em função de objetivos novos?); a relação entre teoria e prática (como a teoria pode dinamizar ou cristalizar a prática educacional?); é possível redefinir objetivos para a educação brasileira? Quais os condicionantes da atividade educacional? Em que medida é possível superá-los e em que medida é preciso contar com eles? ...a filosofia da educação não terá como função fixar "a priori" princípios e objetivos para a educação; também não se reduzirá a uma teoria geral da educação enquanto sistematização de seus resultados. Sua função será acompanhar reflexiva e criticamente a atividade educacional de modo a explicitar os seus fundamentos, esclarecer a tarefa e a contribuição das diversas disciplinas pedagógicas e avaliar o significado das soluções escolhidas. Com isso a ação pedagógica resultará mais coerente, mais lúcida, mais justa; mais humana, enfim".

Sobre a síntese filosófica acima é importante, ainda, destacar que uma Filosofia da Educação pode auto-alienar-se e tornar-se **pura ideologia** se ela limitar-se à reflexão filosófica sem penetrar na prática educativa. Sobre essa questão crucial, Gadotti<sup>5</sup> traz uma grande contribuição ao discutir o essencial

---

4 Saviani, D., 1980, p. 30

5 Idem, p. 30

da reflexão filosófica sobre a Educação e denunciar que o ideólogo da Educação é a antítese do filósofo da Educação.

As idéias expostas até aqui, permitem enfatizar um pouco mais, o envolvimento mútuo da Filosofia com a Educação e, de algum modo, justificar a sondagem nesse campo, no que se refere a **problematização**, no nosso caso específico da Educação Matemática. Após esta rápida caracterização, tentaremos pôr em marcha um diálogo para responder a pergunta: "como é essa **problematização** na Filosofia?"

Das considerações acima, decorre que estamos diante de uma vasta gama de problemas. Nada mais natural do que tentar delimitá-los. Nesta parte do trabalho, dentro do contexto da Filosofia, nos centraremos essencialmente nas questões seguintes:

- o significado de problema

- análise do processo de problematização

**O significado de problema** - Na tentativa de explicar o que o filósofo da Educação entende por problema, Saviani faz a distinção entre a questão em si, algo que pede solução, dessa mesma questão na relação com o indivíduo. Em outros termos, ele procura diferenciar problema de questão (seja ela simples ou muito complexa), isto é, mostrar que questão pode ou não tornar-se um problema. A sua intenção, no caso, é mostrar que é inteiramente equivocado conceber que toda questão apresentada, mesmo aquela cuja resposta não é imediata, pode ser considerada um problema para um indivíduo. Afirma Saviani<sup>6</sup>:

"Por mais que elevemos o grau de complexidade, mesmo que alcancemos a complexidade de uma questão a um grau infinito, não é isto que irá caracterizá-la como problema. Se eu complico a pergunta feita ao meu suposto

---

6 Idem, p.18

leitor e lhe solicito determinar quantos meses, ou mesmo, quantos segundos perfazem a sua existência, ainda assim não estamos diante de algo problemático. A resposta não será simples e imediata mas nem por isso o referido leitor se perturbará. Provavelmente, retrucará com segurança: "dê-me tempo para fazer os cálculos e lhe apresentarei a resposta"; ou então: "uma questão como esta é totalmente destituída de interesse; não vale a pena perder tempo com ela". Note-se que o uso da palavra problema para designar os exercícios escolares (de modo especial os da matemática) se enquadra nesta primeira acepção. São, com efeito, questões. E mais, questões cujas respostas são de antemão conhecidas. Isso é evidente em relação ao professor, mas não deixa de ocorrer também no que diz respeito ao aluno. Na verdade, o aluno sabe que o professor sabe a resposta; e sabe também que, se ele aplicar os procedimentos transmitidos na seqüência das aulas, a resposta será obtida com certeza".

Sob estes pontos de vista, reconhecemos que existem muitas questões que não se constituem problema algum, as quais, na maioria dos casos, encaixam-se em uma ou outra das situações abaixo: o indivíduo não conhece a resposta, mas pode não se envolver com a questão ou o indivíduo conhece a resposta e então, não haverá problema, pois este é a própria resposta.

Desse modo, Saviani aponta para a conclusão de que um problema pode não ser problemático, no sentido de que pode não trazer dúvida ou conflito para quem está à sua frente - na verdade, o que se toma por problema é somente a manifestação do problema. Nessa linha de pensamento, Saviani segue em busca da problematicidade do problema, o que significa, para um pensamento filosófico, ir em busca da essência do problema.

Em suma, alguns questões se constituem problemas para o pesquisador e outros são ignorados por este. No primeiro caso, há uma espécie de **estranhamento** por parte do pesquisador, uma sensação um tanto difícil em traduzir em palavras, mas que Saviani <sup>7</sup> é muito eficiente ao fazê-lo:

---

7 Idem, p. 21

"...o homem se defronta com situações ineludíveis, isto é: enfrenta necessidades de cuja satisfação depende a continuidade mesma da existência. Ora, este conceito de necessidade é fundamental para se entender o significado essencial da palavra problema. Trata-se, pois, de algo muito simples, embora freqüentemente ignorado. A essência do problema é a necessidade...Com isto nós podemos, enfim, recuperar os usos correntes do termo "problema", superando as suas insuficiências ao referi-los à nota essencial que lhes impregna de problematidade: a necessidade".

Acolhendo a idéia de associar **necessidade** a problema, poderemos enxergar mais claramente a diferença entre questão e problema - questão é algo que se manifesta como problema, pois vem em forma de pergunta, mas pode vir a sê-lo ou não e, problema é a questão que já **encontrou**, de preferência espontaneamente, o resolvidor. Com isso, não só entendemos melhor a importância e o significado de recuperar a problematidade do problema, no sentido da necessidade de resolvê-lo, como reconhecemos também, que esta preocupação coincide com o ponto central da nossa questão: a **problematização**, vista como um movimento cognitivo dentro de um contexto, com colocações desafiadoras à procura de solução.

Adotando então, para a Educação Matemática a interpretação de problema como algo impregnado de **necessidade**, provavelmente acontecerá o seguinte: distanciaremos, cada vez mais, da idéia de problema em Matemática como exercício (por exemplo, resolver uma **equação do 1º grau** ou uma **conta de dividir**) e, nos aproximaremos mais ainda, da idéia de que problema é resultado de um movimento - a **problematização** - na qual somos jogados por uma necessidade de contacto com o sentido, pela própria ausência de sentido, como uma necessidade de reposição. Para compreender melhor tal afirmação, ressaltaremos mais uma explicação de Saviani<sup>8</sup>:

"...uma questão, em si, não caracteriza o problema, nem mesmo aquela

---

8 Idem, p. 21

cuja resposta é desconhecida; mas uma questão cuja resposta se desconhece e se necessita conhecer, eis aí um problema. Algo que eu não sei não é um problema; mas quando eu ignoro alguma coisa que eu preciso saber, eis-me, então, diante de um problema. Da mesma forma, um obstáculo que é necessário transpor, uma dificuldade que precisa ser superada, uma dúvida que não deixar de ser dissipada são situações que se nos configuram como verdadeiramente problemáticas."

Uma vez assim caracterizado problema, surge imediatamente um segundo problema derivado deste primeiro: "o que motivou o pesquisador para o problema?" ou "o que o faz sentir-se convocado para perguntar e, por isso, possivelmente estar em **estado de problematização**?" Isto naturalmente já se constitui num problema. Obviamente nossa **problematização** não tem aí um fim. Podemos vislumbrar mesmo uma seqüência derivada da própria noção de problema. Como equacioná-los? Acreditamos que, embora fiquemos restritos aos primeiro e segundo níveis de **problematização**, apenas podemos aspirar, na melhor das hipóteses, soluções aproximadas. Entre essas, passaremos naturalmente pela **motivação**, o que segundo Murray <sup>9</sup> já era motivo de atenção tanto de Platão e Aristóteles, como mais recentemente de Descartes:

"A noção de vontade do homem desempenhou um importante papel nessas teorias. Foi sustentado que a vontade era uma das "faculdades" mentais, a par do pensamento e do sentimento. Desde que um indivíduo possa controlar a sua vontade, é responsável pelas suas ações. O homem não anda ao sabor de forças sobre as quais não tem controle; pode modelar o mundo para satisfazer os seus desejos. Para Epicuro, a questão era de tal modo vital para o futuro do homem que ele atribuiu liberdade aos átomos da matéria física para que o homem pudesse também ser encarado como um ser livre".

Para finalizar, achamos valioso transcrever a interessante investigação e análise feita por Heidegger <sup>10</sup> sobre esta questão, não só para esclarecer um

---

<sup>9</sup> Murray, E. J., 1973, p. 14

<sup>10</sup> Heidegger, M., 1971, p. 36-38

pouco mais o que afloramos até aqui, como também para reforçar que esta busca não é uma preocupação apenas de nossos dias:

"...Os pensadores gregos, Platão e Aristóteles, chamaram a atenção para o fato de que a filosofia e o filosofar fazem parte de uma dimensão do homem, que designamos disposição (no sentido de uma tonalidade afetiva que nos harmoniza e nos convoca por um apelo).

Platão diz:...

"É verdadeiramente de um filósofo este páthos - o espanto; pois não há outra origem imperante da filosofia que este".

O espanto é enquanto páthos, o arkhé da filosofia. Devemos compreender, em seu pleno sentido, a palavra grega arkhé. Designa aquilo de onde algo surge. Mas este "de onde" não é deixado para trás no surgir; antes, arkhé torna-se aquilo que é expresso pelo verbo arkhein, o que impera. O páthos do espanto não está simplesmente no começo da filosofia, como, por exemplo, o lavar das mãos precede a operação do cirurgião. O espanto carrega a filosofia e impera no seu interior.

Aristóteles diz o mesmo:... "Pelo espanto os homens chegam agora e chegaram antigamente à origem imperante do filosofar" (aquilo de onde nasce o filosofar e que constantemente determina sua marcha).

Seria muito superficial e, sobretudo uma atitude mental pouco grega, se quiséssemos pensar que Platão e Aristóteles apenas constatam que o espanto é a causa do filosofar. Se esta fosse a opinião deles, então diriam: um belo dia, os homens se espantaram, a saber, sobre o ente e sobre o fato de ele ser e de que ele seja. Impelidos por este espanto, começaram eles a filosofar. Tão logo a filosofia se pôs em marcha, tornou-se o espanto supérfluo como impulso, desaparecendo por isso. Pôde desaparecer já que fora apenas um estímulo. Entretanto o espanto é arkhé- ele perpassa qualquer passo da filosofia. O espanto é páthos. Traduzimos habitualmente páthos por paixão, turbilhão afetivo. Mas páthos remonta a páskhein, sofrer, agüentar, suportar, tolerar, deixar-se levar por, deixar-se convocar por. É ousado, como sempre em tais casos, traduzir páthos por disposição, palavra com

que procuramos expressar uma tonalidade de humor que nos harmoniza e nos con-voca por um apelo. Devemos, todavia, ousar essa tradução porque só ela nos impede de representarmos páthos psicologicamente no sentido da modernidade. Somente se compreendermos páthos como dis-posição (dis-position) podemos também caracterizar melhor o thaumázein, o espanto. No espanto detemo-nos (être en arrêt). É como se retrocedêssemos diante do ente pelo fato de ser e de ser assim e não de outra maneira. O espanto também não se esgota neste retroceder diante do ser do ente, mas no próprio ato do retroceder e manter-se em suspenso é ao mesmo tempo atraído e como que fascinado por aquilo diante do que recua. Assim o espanto é a dis-posição na qual e para a qual o ser do ente se abre. O espanto é a dis-posição em meio à qual estava garantida para os filósofos gregos a correspondência ao ser do ente”.

O problema da **motivação**, obviamente, não fica cabalmente tratado nos textos acima e, acreditamos mesmo que em qualquer texto de outro filósofo que venha abordá-lo. Ele está para nós no rol dos problemas que, mal comparando, podemos classificar como o **problema do ovo e da galinha**, sobre o qual sempre discutiremos o elemento precedente. É como se ao invés de pensar em **motivação**, pensar que o filósofo está numa situação de estar **problematizado pelo problema**. É como se ele só pudesse ter uma questão efetiva que o mobiliza para formular um problema, quando este problema o **problematiza**. É como se o filósofo só conseguisse assumir uma situação para resolvê-la quando, de alguma maneira, tem de resolver algo por meio dela. Então esta situação, de algum modo, mostra que a questão antes de ser o seu problema, o problema que ele tem como objeto na sua frente, é algo que já está por trás e o motivou resolvê-lo.

**Análise do processo de problematização** - O exame dessa questão pode ser subsidiado, mais uma vez, pela posição de Saviani<sup>11</sup>, relativa aos conceitos de pensamento e reflexão. De fato:

---

<sup>11</sup> Idem, p. 23

"...se toda reflexão é pensamento, nem todo pensamento é reflexão. Este é um pensamento consciente de si mesmo, capaz de avaliar, de verificar o grau de adequação que mantém com os dados objetivos, aos conhecimentos científicos e técnicos, interrogando-se sobre o seu significado. Refletir é o ato de retomar, reconsiderar os dados disponíveis, revisar, vasculhar numa busca constante de significado. É examinar detidamente, prestar atenção, analisar com cuidado. E é isto o filosofar".

Várias são as posições que se pode tomar em relação ao pensamento matemático e seus reflexos sobre a realidade. Souza<sup>12</sup>, em suas teses recentes, fez uma hierarquia de etapas do desenvolvimento do pensamento matemático, que ele denominou "sensos matemáticos" e por meio desta e por recortes de amostragens, chega a uma conclusão que o **processo evolutivo da Matemática** se dá segundo os moldes por ele preconizado. Naturalmente, não estamos advogando seja a visão correta, pois várias outras podem ser apresentadas que se distanciam dela - como em qualquer ramo do conhecimento, no pensamento matemático existe correntes, como na Literatura, na Psicologia e em outros campos. O fato é que a reflexão de Sousa e outras correntes refletem o compromisso filosófico assumido pelos seus adeptos.

Na verdade, a reflexão filosófica é um processo de interrogar, de formular perguntas. Segundo Bornheim<sup>13</sup>:

"O modo de ver está na pergunta; o filósofo é o homem que pergunta, e de modo radical... O resguardo do conceito se verifica na pergunta, e isso de tal maneira que ela volta a ser pergunta, não para diante de fórmulas consagradas e dicionarizadas... Neste sentido, a Filosofia é essencialmente problema, e toda solução como que se dobra por dentro de si para constituir-se em novo problema".

No mesmo sentido, afirma Jaspers<sup>14</sup>:

---

12 Souza, A. C. C. 1986 e 1992.

13 Bornheim, G., 1977-Intro.

14 Jaspers, K., 1971, p. 9

"... fazer filosofia é estar a caminho; as perguntas em filosofia são mais essenciais que a resposta e cada resposta transforma-se numa nova pergunta."

Sem deixar de levar em conta as observações de Bornheim e Jasper, queremos enfatizar que a nossa questão é o caminho ao problema, isto é, a **problematização** como o questionamento que precede a formulação do problema. Estamos em síntese, como salientamos em busca de resposta à pergunta do tipo "como é o processo de **problematizar**?" Então, **a questão mesma é o caminho ao problema**. Em nossa **problematização**, tentamos estabelecer os parâmetros de uma análise que, na falta de melhor qualificação, diremos de cunho filosófico. Para isso, utilizaremos um tipo de pensamento que, sem nos comprometermos com nenhuma das correntes da Lógica, podemos qualificá-lo de **dialético**. Etimologicamente, dialética vem do grego **dia**, que expressa a idéia de dualidade, troca, e **lektikós**, apto à palavra, capaz de falar. É a mesma raiz de **logos** (palavra, razão) e, portanto, se assemelha ao conceito de **diálogo**.

Apesar da palavra dialética ter tomado vários sentidos ao longo da história - ora como busca de harmonia das forças contrárias (Heráclito), ora como a arte do diálogo (Platão), ou ainda, como para Kant, significando idéias não reconciliadoras (oposições insolúveis) - vamos tratar aqui da lógica dialética como aparece no pensamento de Wilhelm Friedrich Hegel e Karl Marx.

Nesta reflexão deparamos em algumas etapas, com aquilo que os hegelianos afirmam ser inevitável no processo do pensamento, isto é, a **contradição**. Esta, como uma das leis básicas da dialética, é explicada por Aranha & Martins<sup>15</sup>:

"... A contradição é o atrito, a luta que surge entre os contrários. Mas esses dois pólos contrários são também inseparáveis, e a isso chamamos **uni-**

---

15 Aranha, M. L., & Martins, M. H., 1987, p. 113

**dades dos contrários**, pois, mesmo em oposição estão em relação recíproca".

Segundo Bornheim<sup>16</sup>, Hegel afirma que a contradição é parte da gênese das coisas e é o **motor** do movimento em progresso, isto é, da transformação. É ela que explica o pensamento dialético como um pensamento que pensa insaciavelmente a diferença, caminhando continuamente para a formação de algo novo, como se depreende do trecho seguinte:

"...Segundo o nosso filósofo, todos os princípios podem ser resumidos num único, que diz: **Todas as coisas são em si mesmas contraditórias**, e isso no sentido de que este princípio expressa, contra os outros, a verdade e a essência das coisas ... a contradição é "a raiz de todo movimento e de toda vida: somente na medida em que algo traz em si mesmo a contradição, move-se, tem impulso e atividade. Para explicar o movimento não basta dizer que uma coisa está agora aqui e depois lá; tal explicação é exterior, não explica. A coisa se move porque no mesmo momento é e não é, "neste aqui é e não é ao mesmo tempo"".

De todo modo, queremos salientar que essa linha de pensamento dialético mostra, entre outras coisas, que a realidade não pode ser explicada por meio de noções absolutas e, só é possível assim compreender, porque é possível a **contradição**. Assim, dado que a contradição é o confronto que surge de interpretações opostas e o movimento é a manifestação da contradição, podemos dizer que **a contradição é o problema e o movimento no qual ela se manifesta é um processo de problematização**. Nesse movimento, a consciência da contradição é o problema, resultante de **antes** de identificá-la como tal, um questionamento ou uma **problematização**, mais ou menos sem consciência, de que há um movimento permanente de antagonismos. Em um dado momento, dá-se a consciência de que há nesse pensamento, idéia ou acontecimento, uma dinâmica que está fornecendo conteúdo para pensar ora em uma coisa,

---

16 Idem, p. 281

ora em outra que não se conciliam de pronto. **A consciência desses contrários é o problema.** O movimento desses conteúdos não se esgota nunca porque estes não se conciliam ou se sobrepõe, uma vez que, na sua gênese, são contraditórios.

Ainda segundo os moldes do pensamento dialético, devemos chegar a fase da **superação**. Esta, no caso do nosso trabalho só pode vir através de um possível consenso que a autora tenta buscar por meio de uma série de depoimentos e entrevistas com especialistas, como veremos a seguir, cujos trabalhos mereceram aprovação de diversas comunidades matemáticas, cada uma privilegiando uma certa posição filosófica com respeito a esse conhecimento. Naturalmente, um possível leitor poderá indagar o porquê daqueles entrevistados e não outros. Como resposta poderíamos apresentar a afirmação de Marx<sup>17</sup>:

"...O modo de produção da vida material condiciona o processo geral da vida social, política e espiritual. Não é a consciência dos homens que determina o seu ser, mas, ao contrário, é o seu ser social que determina a sua consciência".

Desse modo, acreditamos ser impossível adotar uma atitude clássica dogmática frente a uma situação-problema que, como se expressa Lefebvre<sup>18</sup>, "formula a propósito de tudo o dilema **ou...ou**". Em lugar do dogmatismo, é mais adequado, ele mesmo diz, "tomar de cada doutrina o que ela tem de bom - superá-la". Sobre esse movimento do pensamento, a **superação**, bastante enfatizado como uma etapa do processo de solução dentro do pensamento lógico dialético, Lefebvre ainda explica:

"A verdadeira superação é obtida não através de uma amortização das diferenças (entre as doutrinas e as idéias), mas, ao contrário, aguçando essas diferenças ... Aprofundar as teses, aguçar as diferenças, com o objetivo de

17 Marx, K., 1982, Prefácio, p. 25

18 Lefebvre, H., 1975, p. 229-30

rejeitar a ambas (e não de aceitá-las a ambas ao mesmo tempo) tomando o conteúdo delas. Dar toda força ao confronto, aprofundá-lo até a contradição ... Na superação, o que é superado é abolido - num certo sentido. Não obstante, em outro sentido, o superado não deixa de existir, não recai no puro e simples nada; ao contrário, o superado é elevado a nível superior. E isto porque ele serviu de etapa, de mediação para a obtenção do "resultado" superior; certamente a etapa atravessada não mais existe em si mesma, isoladamente, como ocorria num estágio anterior; mas persiste no resultado, através de sua negação".

Desse modo, na linha do pensamento dialético ou mesmo qualquer outro, a **problematização** é o germe e a mola do conhecimento, pois este é sempre resultado de um diálogo com o próprio pensamento, com o outro e com o objeto a conhecer e, uma vez formulado o problema, entendemos que será dado a ele um **encaminhamento** e não uma solução definitiva, porque quando o pensamento permanece junto ao objeto em estudo **pensando-o na diferença** (em termos da contradição), o mesmo objeto cada vez se torna, para ele, mais objetivo e controvertido.

## NA MATEMÁTICA

Aquilo que as pessoas dizem a respeito de sua relação com a matemática<sup>19</sup>, é juízo que nos permite afirmar que, para a maioria delas, encontrar um matemático em estado de **problematização**, parece algo extremamente comum. Isto porque, como o estudo de Matemática nos cursos de 1º e 2º graus tem sido para muitos, uma **agonia**, é comum projetarem esse sentimento para o matemático: pensa-se nele, em seu trabalho, raciocinando arduamente (com muito pouco prazer!), frente a solução de um problema ou a demonstração de um teorema. Certamente, essa interpretação **negativa da problema-**

<sup>19</sup> Imenes, L. M. P. muito bem explicita, em sua dissertação de Mestrado, as experiências frustrantes das pessoas com a Matemática., 1989

**tização** do matemático, seria mais comumente construída por aqueles que foram somente iniciados nessa disciplina.

Parece-nos óbvio considerar o trabalho do matemático como **uma atividade problematizadora**. No entanto, considerá-la angustiante, é uma atitude extremamente pobre, o que equivale a admitir que o trabalho do matemático se restringe a uma busca desesperada e sem nenhum prazer de soluções de problemas, alguns propostos há mais de dois milênios. Nada mais distante da realidade do que essa aceção. De fato, para verificarmos que ela não é correta, basta olhar o catálogo do Mathematics Review que contém mais de três centenas de ramos de conhecimento de Matemática atual. Dentre estes, muitos podem ser considerados como de cunho filosófico, de pesquisa sobre fundamentos e, outros ainda, de tomadas de decisão, ou seja, coisas bem distantes das idéias difundidas em nosso meio. Assim se refere Davis & Hersh<sup>20</sup> a estas atividades, algumas extremamente criativas e gratificantes do trabalho do matemático:

"... Uma classificação mais detalhada mostraria a literatura matemática subdividida em mais de três mil categorias ... Na maioria destas 3.000 categorias, cria-se matemática nova a uma velocidade constantemente crescente. O oceano está crescendo tanto em profundidade quanto em extensão".

Vamos então, examinar de acordo com a ênfase dada nesse capítulo, a **problematização** de um matemático. A busca de respostas a perguntas do tipo: "O que se passa na **cabeça** de um matemático no seu cotidiano profissional?" ou "Como, quando e por que ele se dispõe intencionalmente, a encontrar meios para chegar a conclusões?", possivelmente vai nos ajudar a perfilar, um pouco mais, o papel e o valor da **problematização** na sala de aula de Matemática.

---

20 Davis, P. J. & Hersh, R., 1985, p. 43,46

Antecipando a **problematização** do matemático apresenta características próprias ao tipo de matemática com a qual ele está envolvido. Em outros termos, os matemáticos são diferentes, não somente quanto à sua postura pessoal como profissionais (o que seria óbvio), mas quanto à maneira de **criar** matemática, pelo próprio tipo de matemática com a qual se relacionam. Sabemos que a Matemática ao longo da sua história, embora reconhecendo a limitação dessa classificação, foi dividida a grosso modo, em **pura** e **aplicada**. Em virtude de critérios, a concepção dessa primeira, como os de Nordon<sup>21</sup> e outros, costuma-se ultimamente considerá-la como uma visão internalista da própria matemática, o que evita alguns problemas de tal classificação. Em geral, a **Matemática Pura** é vista como uma visão fechada na própria Matemática, uma espécie de sucessão de teoremas, como bem nos dá conta Pitombeira Carvalho<sup>22</sup> quando a explica metaforicamente:

"É como se estivéssemos trabalhando em andares sucessivos mais altos, cada um deles mais afastados da realidade primitiva e dependendo, para sua sustentação, de andaimes inferiores".

A outra - a Matemática Aplicada - uma abordagem externalista da Matemática que busca as aplicações - não visa um fim em si mesmo, mas tem interesse fora de seu campo estrito de estudos. São dessas pesquisas que se estabelecem as interações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Pode-se dizer que é uma matemática a serviço da compreensão do mundo.

A grosso modo, podemos dizer que a construção da Matemática Aplicada realiza-se por meio de caminhos diversos. Ora, o ponto de partida é a Matemática - uma matemática já criada e organizada em teorias estruturais, é posteriormente aplicada a problemas reais, os quais não tinham sido cogitados no momento de sua criação. Carvalho apresenta em texto citado imediatamente acima, vários exemplos, ao longo da história, dessa aplicação pos-

---

21 Nordon, D., 1981

22 Carvalho, J. P., 1988

terior. Ora, o ponto de partida é um problema do mundo físico - daí, uma matemática é construída ou escolhida para trazer esclarecimento e informação sobre uma situação-problema de outra área do conhecimento. Sobre a Matemática Aplicada, especialmente nesse último sentido, Davis & Hersh<sup>23</sup> analisam:

"A matemática aplicada é automaticamente interdisciplinar, e, teoricamente deveria ser exercida por alguém cujos interesses principais não fossem a matemática. Se o assunto interdisciplinar for, por exemplo, a física, pode ser difícil saber o que classificar como matemática aplicada ou como física teórica".

A **Modelagem Matemática**, a qual examinaremos a seguir, como aquela que desencadeia e fundamenta o nosso método de trabalho para o ensino da Matemática, pertence à segunda abordagem apontada acima. O matemático, sob essa acepção, se propõe partir de problemas do mundo físico e social e, através da abstração, escolher ou criar modelos matemáticos que, resolvidos por meio de técnicas matemáticas, apresentam soluções. Um dos objetivos desse pesquisador é incentivar a **arte** de fazer **modelos matemáticos**. Na maioria das vezes, o modelo matemático necessário ao problema em questão, já é conhecido; outras vezes, é preciso criá-lo, isto é, **fazer mais matemática**. Uma vez criado ou encontrado o modelo matemático, o pesquisador pode sentir-se atraído em ampliá-lo ou aprofundá-lo, o que significa, caso seja axiomatizado, demonstrar novos teoremas. Assim, já podemos antecipar que a **problematização** de um matemático, como a motivação e o questionamento dentro de si para uma pesquisa, tem fontes de origem diferentes: algumas, dentro da Matemática; outras, fora dela ou de um problema de outro campo do conhecimento.

Embora, qualquer que seja a posição em relação a Matemática, nenhum dos matemáticos põe em dúvida o valor do seu próprio trabalho. Porém,

---

23 Idem, 1985, p. 112

fora da comunidade específica dos matemáticos, as coisas não se passam de maneira tão simples. Na verdade, nesta classe há uma dicotomia entre a Matemática em si e a Matemática como ferramenta para entendimento de outro campo do conhecimento. De fato, há um sentimento de que há algo de impuro na Matemática Aplicada, posições estas derivadas de afirmações como do "soi disant" matemático puro G. H. Hardy. De Hardy, nas palavras de Davis & Hersh<sup>24</sup>:

"Se, ocasionalmene, uma parte bela da matemática se revela útil, tanto melhor. Mas, a utilidade, como objetivo, é inferior à elegância e a profundidade".

Mais adiante, estes autores declaram:

"Deixando de lado problemas de superioridade, pode-se afirmar firmemente que, sob vários aspectos, é mais difícil trabalhar com aplicações do que em matemática pura. O cenário é mais amplo, os fatos são mais numerosos e mais vagos, o equilíbrio estético e a precisão que são muito freqüentemente a alma da matemática pura podem ser impossibilidades".

Apesar de defendermos veementemente a idéia de que a maior parte do ensino de Matemática, especialmente no 1º grau, deva basear-se em problemas da realidade social e aplicações concretas, não entraremos nessa questão polêmica da valoração do tipo de pesquisa para criar matemática. Mas, sabendo que há pelo menos dois tipos de matemáticos **fazendo matemática**, procuraremos conhecer, a medida do possível, o caráter e o estilo da **problematização** de cada um.

Antes ainda de encaminhar a discussão desejada, vamos tentar entender o que é, de um modo geral, um problema matemático, quais os casos mais gerais que fazem uma questão matemática tornar-se um problema em estudo. Achamos que essa breve revisão pode também cooperar para os possíveis es-

---

24 Idem, 1985, p. 115-116

clarecimentos da nossa questão. Não há dúvida de que, uma discussão sobre a natureza de uma realização intelectual é sempre muito mais difícil do que o exercício desta particular realização e, em especial, neste caso, é para nós muito mais difícil discutir sobre a natureza de um problema matemático do que buscar sua solução. Certamente, a realização dessa discussão seria menos desafiadora para aqueles que têm freqüentemente refletido e dialogado ativamente sobre a natureza do conhecimento matemático. Esse não é o nosso caso, nem mesmo após a pesquisa e a análise feita para refletir sobre essa questão. Por isso, para não fazer uma discussão superficial, nos limitaremos a relatar alguns exemplos e apresentar, após a análise dos mesmos, uma resposta aproximada.

Podemos reconhecer que há diferentes maneiras de se considerar um problema matemático. Em algumas áreas da Matemática a demonstração de um teorema pode ser um problema, em outra pode ser a construção de um exemplo ou contra exemplo e em algumas ainda, pode ser a colocação de uma boa definição. Em certa medida, todo **objetivo matemático** é buscar uma regularidade onde previamente ela parecia não existir. Mais comumente, essa **regularidade** tem sido reconhecida na criação de um método geral do qual os métodos até então conhecidos, passam a ser casos particulares. Ao longo da história, o que ocorreu em torno da definição de Riemann da integral de uma função, pode caracterizar um problema matemático como em algo em busca do **caso geral**.

Por volta de 1850, o ponto de partida da pesquisa de Riemann foi a questão deixada por Dirichlet que procurava as condições para que uma certa função pudesse ser integrada. Riemann inicia sua investigação de modo a suprir a insuficiência da teoria de integral de Dirichlet. Nessa pesquisa, Riemann chega à definição de integral em termos de somas superiores e inferiores, como é ainda hoje usada em quase todos os cursos introdutórios de Cálculo. Com isso, ele acaba definindo com precisão, uma função que é descontínua numa

infinidade de pontos num intervalo, mas cuja integral existe, isto é, uma função cujos pontos de descontinuidade formam um conjunto denso na reta, mas que não deixa de ser integrável. A definição de integral de Riemann é mais abrangente que a de Bolzano ou Weierstrass e torna claro que a integral de Cauchy precisa de um tratamento mais cuidadoso. No entanto, a função de Dirichlet, que foi o objetivo inicial deste seu trabalho, não pode ser integrada em termos da sua definição. Adverte-se então, a comunidade matemática que, nos termos da definição de integral de Riemann, certas funções não podem ser integradas. Tem-se então um problema matemático, ou melhor, continua-se a ter um problema matemático: inventar outros conceitos de integração até que essa operação adquira a desejada generalidade.

Referindo-se a essa questão, Granger<sup>25</sup> apresenta outro exemplo histórico:

"Que é, então, um problema matemático? Pascal propôs-se encontrar a área de um arco de cicloide e o seu centro de gravidade. Não havia em 1658 um método geral que permitisse calcular esses elementos numa dada curva; cada curva para qual se conhece a solução é resultado de um cálculo particular. O que interessa ao geômetra não é apenas a descoberta de um procedimento novo a acrescentar a uma coleção heteróclita, mas de um método geral que vos agradará mais - escreve ele a Carcavi - quanto mais universal for, pois serve igualmente para encontrar os centros de gravidade dos planos, dos sólidos, das superfícies curvas e das linhas curvas".

Dessa breve verificação, podemos compreender que, em geral, o problema matemático aparece quando surge a necessidade da generalidade. Podemos inferir, então, que a busca da generalidade freqüentemente, está entre os conteúdos que fazem parte da **problematização** de um matemático.

Retomaremos agora, a nossa questão sobre as características da **problematização** de um matemático. Ao fazer a leitura de entrevistas feitas a al-

---

25 Granger, G. G., 1985, p. 70

guns pesquisadores, pudemos descobrir um pouco do que se passa na **cabeça** de um matemático, quando ele percebe dentro de si, a chamada para um problema. É, sem dúvida nenhuma, um movimento processual problematizador e, em geral, está vinculado a alguma insatisfação com uma pesquisa já existente, associado a fatores intrínsecos à própria personalidade do pesquisador. Além disso, como se depreende do que se segue, a **problematização** do matemático apresenta características próprias da concepção de Matemática que ele tem.

Parece-nos, a partir das entrevistas que se seguem, que na base de toda a pesquisa matemática, seja de caráter puro ou aplicado, mas principalmente no caso da Matemática Pura, o que está subjacente a todo processo, é uma forte **motivação**. É dela que derivam não só a escolha do problema, mas ainda com mais profundidade, a própria posição do matemático com relação a seu campo de trabalho.

A leitura dos resultados da entrevista feita com o matemático alemão Gerd Falting, ajuda-nos a reconhecer tais características na **problematização** do pesquisador da Matemática Pura. Como é de conhecimento de muitos, a prova da conjectura deixada pelo matemático inglês Joel Louis Mordell vinha desafiando os pesquisadores da teoria dos números, há cerca de sessenta anos. A realização desta prova por Faltings, implicou também na quase completa demonstração da conjectura de Fermat, um dos problemas mais perturbadores da história da Matemática desde o século XVII. Assim, Faltings ao realizar esse feito, foi enormemente reconhecido pelo seu desempenho até mesmo pelos não matemáticos. Faltings<sup>26</sup> nos revela algumas características da sua **problematização**:

"Pergunta: O que é que se passa na cabeça de um matemático: você costuma ter uma visão intuitiva das estruturas com que está lidando, de

---

26 Faltings, G., 1985

maneira a intuir as relações, para em seguida passar a prová-las? Ou você trabalha com modelos concretos, específicos, em que você constata propriedades, para transferi-las, em seguida ao caso geral, abstrato?

Faltings: ...A gente dispõe da experiência acerca do funcionamento de certas conclusões, sob condições determinadas. Por isso, primeiramente a gente reflete sobre como poderia ser o caminho a ser percorrido. Costumo iniciar o raciocínio em grandes linhas: se eu chegar ao resultado, poderia mostrar como consequência mais isto e mais aquilo. Mais tarde, torna-se necessário incluir os detalhes e ver se efetivamente é possível seguir por este caminho. É óbvio que freqüentemente deparamos com impasses; então é preciso tentar de novo outro caminho a ser percorrido".

"Pergunta: Poderíamos fazer uma comparação com o plano de um alpinista que examina primeiramente a montanha que deseja escalar, planeja uma rota e, ao tentá-la, se vê obrigado a modificá-la repetida vezes?

Faltings:.. No nosso caso, pretende-se demonstrar algo, do que, inicialmente nem sabemos se está correto ou não ... Por isso, o modo de trabalhar do matemático se assemelha mais à situação de um alpinista que nem enxerga o pico da montanha, apenas o imagina lá em cima".

Confirmando a sua visão **internalista** da Matemática, Faltings explica de que ordem é a causa motivadora do matemático para formular e trabalhar nos problemas intrínsecos a ela:

"Pergunta: Ao longo de sua demonstração você se ocupou com uma série de estruturas abstratas... Elas constituem um fim em si da Matemática e têm função instrumental, ou apresentam também um interesse fora de seu âmbito?

Faltings: De início, essas estruturas são desenvolvidas só para a Matemática. Mas acontece seguidamente que outras pessoas encontram aplicações práticas... Mas nós sempre partimos de um problema matemático, sem cogitar de sua aplicabilidade".

"Pergunta: A Matemática ... vem sendo descoberta por nós, seres humanos, ou poderíamos compará-la a uma obra de arte, cuja configuração é determinada pelos interesses específicos e individuais dos matemáticos, como no

seu próprio caso, ao interessar-se pela conjectura de Mordell?

Faltings: ... O desenrolar disto é em grande parte determinado por critérios estéticos. Ou por critérios decorrentes da personalidade individual. Um matemático sempre se ocupará de problemas que ele, pessoalmente, considera belos e interessantes ... Eu diria que é principalmente a curiosidade de saber-se algo até as últimas consequências. No caso da conjectura de Mordell, ela me provocou por razões estéticas. Achei o problema interessante e passível de ser abordado ... A conjectura de Fermat, que conheço há muito tempo, nunca me motivou. Com a conjectura de Mordell ocupei-me apenas nos últimos 18 meses. Alguém me colocou uma questão, e isso despertou meu interesse".

Faltings nos revela que o matemático começa a fazer perguntas e escolhas, não só pela necessidade do progresso e desenvolvimento da Matemática, mas também orientado por uma atração pessoal, ou seja, a expectativa de alcançar resultados vantajosos está associada a curiosidade, visão estética e intuição do pesquisador. Assim, segundo ele, a **problematização** de um matemático, vista como o impulso para produzir conhecimento matemático, é quase sempre provocada dentro de uma realidade matemática já bastante conhecida, mas é fortemente orientada por critérios decorrentes de motivação intrínseca.

Devemos observar como o próprio Faltings enfatiza que a solução da Conjectura de Mordell lhe tomou apenas 18 meses. Em geral, o que acontece com a maioria dos matemáticos é bem diferente. Embora intensamente motivados por um problema, não raro a sua resolução ocupa-lhes praticamente a vida inteira, como é o caso de Dedekind, até obter a solução desejada, o que é inegavelmente um resultado bastante confortante. Algumas vezes, contudo, nem mesmo uma vida inteira movido por uma forte motivação, é suficiente para livrar o matemático de uma grande frustração. São dignos de nota, os casos de Cantor, em relação a Teoria dos Números e de Hilbert, em relação ao formalismo.

O matemático Louis Nirenberg<sup>27</sup>, do Instituto Courant de Nova York, quando consultado, dá um depoimento que vem enriquecer a nossa pesquisa sobre as características da **problematização** de um matemático. Valéria Lório o entrevista:

"Valéria: - Diga-me, quais os seus métodos de trabalho? Você pensa sobre alguma coisa, e aí se senta e começa a escrever? Como é, basicamente, que você trabalha?

Nirenberg: - ... demonstrações não me agradam. Não me parecem naturais, chamaram minha atenção e me fizeram refletir até que consegui elaborar outra demonstração ... Então, nesses casos, a pesquisa se origina de alguma insatisfação, com relação a alguma pesquisa já existente ... Essa é uma forma: você se envolve com certos problemas. Outra é...Frequentemente nos engajamos em conversas sobre problemas, começamos a pensar em conjunto sobre alguma coisa ... Posso talvez mencionar algum problema, ou outro professor ou professora talvez faça algum comentário sobre algum problema, e então começamos a pensar sobre aquele problema, juntos. Muita pesquisa começa assim".

Nirenberg é convidado a pensar sobre **vocação e desempenho** em Matemática:

"Valéria:- O antropólogo francês Claude Lèvi-Strauss escreveu certa vez que há três vocações verdadeiras: Antropologia, Música e Matemática. Você poderia comentar a respeito?

Nirenberg:- Acho que não concordo. Acho que há outras vocações além dessas. Outras ciências, por exemplo".

"Valéria: - Mas você acha que a Matemática é uma vocação verdadeira?

Nirenberg: - Sim acho que é verdade, e é geralmente uma área em que o talento se manifesta muito cedo, como acontece com a música também. Talvez tenha sido isso o que ele quis dizer, ao usar a palavra vocação; parece que o talento nessas áreas marca as pessoas claramente, e muito cedo na vida".

---

27 Nirenberg, L., 1991

Reconhecemos que para Nirenberg, a **problematização** de um matemático se dá em função de atitudes originariamente diferentes. O impulso para criar mais Matemática vem, muitas vezes, de uma demanda interna do matemático, ou seja, do descontentamento frente a uma demonstração feita anteriormente e, outras vezes, de uma demanda externa como, por exemplo, perguntas interessantes vindas de colegas matemáticos. Mas, segundo ele, essa busca de melhoria gerada no interior do matemático ou de criações novas geradas num questionamento motivado no coletivo, dependem fortemente de um componente psico-orgânico - uma predisposição naturalmente latente para este tipo de pesquisa, ou seja, uma verdadeira **vocação** para esta ciência.

Percebe-se nas palavras de Nirenberg, que grande parte de sua motivação deriva de precisão e concisão nas demonstrações, ou seja, de valores essencialmente de natureza estética. Embora ele diga a princípio, que discorda da posição de Lèvi-Strauss, na verdade, ele não interpretou que talvez o antropólogo, na sua classificação, queira dar ênfase a esses valores especiais na Música e na Matemática.

As revelações de Steve Smale, que virão a seguir, podem nos ajudar um pouco mais, a caracterizar a **problematização** de um matemático. Smale, segundo Gleick<sup>28</sup> em "Caos", é um matemático que não só resolvia problemas, mas também criava programa de problemas para que outros resolvessem, pois confiava na sua intuição sobre a natureza da capacidade de anunciá-los. Em 1966, Smale recebeu a Medalha Fields, prêmio extremamente honroso para um matemático, correspondente ao **Nobel da Matemática**. Ele foi agraciado com esse prêmio por ter resolvido um dos mais importantes problemas da história da Topologia, a hipótese de Poincaré, para espaços de cinco dimensões ou mais. Após esse grande feito, deixou a Topologia para tentar o território quase inex-

---

28 Gleick, J., 1987, p. 41

plorado dos sistemas dinâmicos. Em 1991, Smale<sup>29</sup>, entrevistado por Palis e Martignon, revela a sua maneira de abordar um problema:

"L. Martignon: - Você procura o valor intrínseco de um problema, ou por suas conexões ou ainda você age como um atleta, trabalhando um problema porque ele é um desafio para você?

Smale: - As três coisas. Agi como um atleta no passado: A Conjectura de Poincaré. Trabalhei para resolvê-la porque era um problema difícil e de importância histórica".

"L. Martignon: - Gleick em "Caos" compara você a um flautista mágico: "...Quando Smale liderava muitos o seguiam. Seu ponto de vista sobre os estudantes jovens certamente mudou com o correr do tempo? Qual seria o seu conselho a um estudante hoje?

Smale: - ... A independência vem de realizações e acertos, e não de uma atitude. Os estudantes deveriam concentrar sua energia de uma maneira um pouco mais tradicional: aprendendo muito e ouvindo muito o que as pessoas mais experientes têm a dizer...

"L. Martignon: - Você sugeriria muita leitura, muito conhecimento, uma volta aos clássicos na área?

Smale?: - Não em especial. A maioria dos estudantes das boas intuições sabe o suficiente. Na verdade, se eles quiserem fazer pesquisas, eles deveriam estar fazendo menos esse tipo de coisa e trabalhar com afinco tentando provar algum resultado".

Desse modo, Smale faz-nos reconhecer que o matemático pode ser levado a um **estado de problematização** mais pelo valor histórico-científico do problema (motivação extrínseca), do que por um envolvimento cognitivo pessoal (motivação intrínseca). Daí, haverá certamente, um **estado de problematização** ativado pois, possivelmente, o matemático deverá agir como um "atleta", forçando-se a buscar caminhos desconhecidos e novos métodos de solução. Na verdade, a sua visão de pesquisa para produzir Matemática está

---

29 Smale, S., 1990

na linha do **trabalho com afinco**, ou seja, **persistência** para chegar ao sucesso. Segundo ele, a intuição tem seu lugar no cenário da **problematização** mas, a grande contribuição freqüentemente, virá do ouvir os mais experientes e do debruçar-se com perseverança sobre a tarefa de uma pesquisa.

Examinaremos agora, os depoimentos de Michael Atiyah<sup>30</sup> quando entrevistado por admiradores que desejavam conhecer o seu modo de trabalhar. Atiyah foi, no mesmo ano que Smale, honrado com o prêmio "Medalha Fields". Assim também como Nirenberg, Atiyah revela a importância de investigar em colaboração com outros colegas matemáticos:

"Atiyah: Trabalho muito com pessoas. Penso que é este o meu estilo ... Me interessa a interação de coisas de áreas diferentes... É de grande utilidade para um matemático de uma área trabalhar com pessoas que sabem um pouco mais sobre outro campo e podem então complementar o interesse dele ... Isto se deve em parte à minha personalidade, à maneira como eu interajo com outras pessoas, também em parte ao tipo de Matemática que me atrai ... Representa uma grande ajuda poder dispor de pessoas que sabem um pouco mais sobre coisas diferentes ... A colaboração acaba sendo completamente conjunta. Fundimos os nossos interesses e cada um aprende as técnicas do outro".

Quando interrogado "Como é que você seleciona um problema em estudo?", Atiyah mostra, pela fluência e clareza da sua resposta, bem conhecer a natureza do seu **estado de problematização**:

"Atiyah: Navego em águas matemáticas, refletindo sobre coisas, curioso, conversando com uns e outros ... Nunca praticamente comecei um trabalho sabendo antes exatamente o que teria que fazer e conhecendo para onde ele iria me conduzir... Me interessa a Matemática; eu converso, aprendo, discuto e assim as perguntas pertinentes vão surgindo. Nunca comecei já com um fim predeterminado, que não fosse o da compreensão da matemática".

---

30 Atiyah, M., 1984

A seguir, sempre provocado pelo entrevistador, Atiyah refere-se ao papel que **imagem mental** e **memória** desempenham no seu trabalho. No caso particular de a **imagem mental**:

"Atiyah: Não estou seguro de conhecer a resposta. Acho que em certos casos formo uma imagem visual, um tipo de diagrama esquemático. Não sei se se trata realmente de uma imagem ou de uma concatenação simbólica. Penso que é uma pergunta muito difícil e está mais ligada a questões psicológicas do que matemáticas".

Quanto à **memória**:

"Atiyah: ...a memória necessária para fazer Matemática era quase nula. Não era indispensável guardar fatos; bastava a compreensão da maneira pela qual tudo estava interligado. Não acho, portanto, que os matemáticos precisem do tipo de memória imprescindível aos cientistas ou aos estudantes de Medicina ... Na matemática a memória assume uma importância diferente. Pode ser que eu estou pensando em algo e de repente lembre que isso está relacionado com outra coisa que estudei na última semana ... Estou fazendo compras, conversando com pessoas e assim as idéias se fixam, compreendidas pela metade, dispostas em gaiolinhos nos esconderijos de minha mente; fica então com um enorme arquivo de pedacinhos de matemática de diversos tópicos. A memória tem seu papel...diferente do que se dá em outras áreas".

Um leitor mais atento poderá extrair algumas lições importantes desse trecho. Atiyah reconhece, pelo seu tipo de personalidade, que o trabalho em colaboração com outros colegas pode levar a um maior entendimento e produção na criação de problemas e solução dos mesmos. Quando ele explica "fundimos os nossos interesses e cada um aprende as técnicas do outro", é como se ele estivesse revelando o que é da essência da pedagogia dialógica: o **conhecimento** não está em um nem no outro mas na **interação**. Bem diferente, por exemplo, da atitude de Einstein, que sempre trabalhou sozinho e, só após intensa reflexão individual, apresentava a comunidade o seu resultado.

Os matemáticos até aqui entrevistados, pertencem ao grupo dos **puros** e, por isso, provavelmente, como pesquisadores iniciam e encaminham o diálogo com a Matemática diferentemente do matemático **aplicado**, para o qual a pesquisa está sempre **encaixada** em problemas de outro campo de estudo. Quais serão, então, as características da **problematização** de um pesquisador que cria Matemática na direção do aplicável?

Para conhecermos um pouco sobre as ações e atitudes destes últimos pesquisadores, no processo vivido de suas investigações, escolhemos entrevistar o matemático Rodney Carlos Bassanezi, do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação da Universidade Estadual de Campinas (IMECC-UNICAMP). Além de conhecido pesquisador da Matemática Pura, no campo de Teoria de Medidas e Integração, ele tem elevada produção em Matemática Aplicada, na pesquisa de **modelos matemáticos**, principalmente com aplicações na Biologia e, vem contribuindo com a sua abordagem para o enriquecimento da pesquisa em Educação Matemática e seus efeitos para o ensino dessa disciplina. Da conversa que tivemos com ele, em novembro de 1992, achamos interessante transcrever o trecho que se encontra em apêndice.

Da entrevista com o professor Rodney Bassanezi constatamos que a influência da **modelagem** para o ensino da Matemática está vinculada a uma visão filosófica sobre a qual é enfocada esta disciplina. Com isto estamos explicitando a nossa "weltanschauung". Segundo Rodney, entre os argumentos para o uso da modelagem, como o formativo, o político, o cultural, destaque especial deve ser dado para o **significado** do ensino e da aprendizagem da Matemática. Daí, a importância dada, pela **problematização**, às questões levantadas pelos alunos sobre a realidade e o papel da Matemática para o seu entendimento. A ação deste **significado** é também ressaltada com ênfase por Blum<sup>31</sup>, pesquisador bastante preocupado em avaliar a contribuição das apli-

---

31 Blum, W., 1990

cações e modelos no ensino e aprendizagem da Matemática, no 1º e no 2º grau. Em reforço a essa atitude, podemos ainda acrescentar as palavras de Thom<sup>32</sup> "... o problema real com que se confronta o ensino da Matemática é... o problema do desenvolvimento do significado".

Um possível leitor cético das linhas acima, poderá chegar a seguinte conclusão: tudo bem, ouvimos as opiniões de matemáticos cujo trabalho tem sido reconhecido universalmente e, portanto, são indivíduos possuidores daquele chamado **talento inato**, tão caro aos adeptos da corrente tradicional da Educação. Então, por um lado, como desenvolver essa atitude matemática e esse tanto de curiosidade para a grande massa de estudantes, naturalmente sem qualquer tendência especial para a Matemática ou mesmo para a gama de conhecimentos veiculada pela escola? Por outro lado, sabemos mesmo que talentos especiais, como é o caso citado na tese de Souza, 1992, em que uma pessoa, familiarizada com as **combinações** utilizadas no dia a dia do **jogo do bicho**, teve um desempenho muito melhor, no teste proposto pelo autor, do que a grande maioria de universitários com formação nas áreas de Matemática e Estatística. Não estaríamos, com a escolha desses entrevistados, privilegiando um determinado tipo de conhecimento em detrimento daquele derivado da vida prática?

Além disso, independente do reconhecimento do chamado **talento inato**, a obtenção dos resultados de valorização internacional exige um treinamento específico, aliado às condições do meio, que só alguns países do primeiro mundo possibilitam o seu desenvolvimento. Todos sabemos as precárias condições de vida, mesmo nas **melhores** universidades do terceiro mundo, tais como biblioteca, meios para intercâmbio de idéias nos diversos campos em nível de fronteira, necessidade bem enfatizada por Atiyah, que impedem seus

---

32 Thom, R., 1973, p. 202

profissionais de tomarem conhecimento dos principais temas de pesquisa nas diversas áreas.

Naturalmente, em alguns campos, estas condições podem ser atenuadas. Por exemplo, no caso típico de Educação Matemática, alguns profissionais brasileiros ganharam notoriedade através de idéias e experiências derivadas de suas atividades em nível internacional, como é o caso de D'Ambrósio, ou no trabalho com comunidades indígenas, como é o caso de Sebastiani Ferreira, ou ainda, pela tendência específica para a Matemática Aplicada, no caso da modelagem, como se deu com o nosso entrevistado professor Rodney Bassanezi. Contudo, isso não é possível, por exemplo, para o campo da Física Aplicada e outros, nos quais alta tecnologia e elevadas somas de dinheiro são indispensáveis.

Conseqüentemente, o que se extrai do que tratamos acima é que não podemos negligenciar a importância do meio, embora como foi enfatizado, não podemos deixar de reconhecer fatores pessoais específicos em certos casos. Cabe, portanto, à Educação Matemática a função de proporcionar, dentro das limitações evidentes em nosso meio, a possibilidade de um maior número de pessoas desenvolver determinados trabalhos para os quais se acham predispostos. Apenas para exemplificar, podemos seguramente afirmar que se aquele indivíduo, citado por Souza, que aprendeu a lidar com problemas complicados de **combinação**, pudesse complementar seus conhecimentos com uma formação acadêmica em Estatística, ele, no mínimo, seria um excelente profissional na área e, dependendo de suas qualidades pessoais, poderia se transformar em um pólo propulsor na divulgação de Estatística e seus correlatos.

Além de tudo, ao compararmos nossos alunos com os matemáticos pesquisadores entrevistados acima, não podemos deixar de reconhecer que, como dissemos, somos obrigados a falar de Matemática em sala de aula, em

quaisquer níveis, para pessoas que, na sua maioria, não têm interesse algum pelos assuntos abordados e, por isso não conseguem se envolver com a Matemática, não chegando a quase nenhuma compreensão dos mecanismos essenciais dessa disciplina. Nestes casos, que não se referem apenas à Matemática, mas a qualquer disciplina, uma posição educacional válida seria minimizar o contacto dos educandos com as disciplinas pelas quais não se sentem motivados e incentivá-los para o estudo de outras, mais próximas de suas inclinações.

Na verdade, quando analisamos as entrevistas acima, não podemos deixar de salientar que a atitude desses indivíduos perante a Matemática está relacionada a uma série de condições pessoais aliadas a fatores sócio-econômicos. Assim, um tipo de matemático interessado em problemas derivados da tecnologia tende a pesquisa para o campo da Matemática Aplicada, enquanto que aqueles interessados em problemas de cunho internalista, tenderam para pesquisas no domínio de fundamentos da Matemática. Contudo, ainda numa segunda etapa da nossa análise, concluímos que toda essa gama de interesse deriva apenas de uma condição: a **problematização**. Portanto, voltando ao trabalho de sala de aula, apesar das constatações do parágrafo anterior, cabe ao **animador** então, despertar, levando em conta as diferenças individuais, alguma **problematização**. Acreditamos ser isso o máximo que podemos esperar de um professor animador, como coordenador dos trabalhos de sala de aula.

Um passo seguinte da **problematização** envolveria as **ferramentas** que o indivíduo tem a sua disposição para atacar o problema. Esta é uma outra etapa da questão. No caso dos nossos entrevistados, estamos numa situação peculiar.

De fato, esses são pontos de vista do indivíduo que já **tomou nas mãos o próprio caminho** para aprender e fazer Matemática e, por isso, a forma como

ele organiza o seu pensamento e comportamento, frente ao conhecimento matemático, difere bastante da do nosso aluno de 1º grau. Isto porque, por um lado, o matemático tem compreensão do mecanismo das operações já definidas dentro do campo no qual está fazendo a pesquisa e tem experiência, como bem disse Faltings, "acerca do funcionamento de certas conclusões e dos caminhos que poderiam ser percorridos". Assim, todo objeto de estudo **faz sentido** para o matemático pesquisador, tanto a estrutura das relações com as quais está trabalhando, quanto os recursos que podem levar a solução, são familiares. É este um dos sentidos de **tomar nas mãos o próprio caminho**: o objeto de estudo tem significado para quem o está estudando, ou seja, como disse Atiyah,... "que não o da compreensão da matemática" e, portanto, tem-se um contexto estruturalmente significativo sobre o qual fazer perguntas. Isso quer dizer que, para o pesquisador matemático, teoria e prática vão se resolvendo no campo da investigação, no próprio momento de um diálogo operacional significativo e motivador.

Por outro lado, esse estudioso da Matemática já se desligou do papel de aluno e, por isso, pode seguir a aventura intelectual de aprender Matemática sem professor. Ele tem autonomia intelectual para governar o próprio raciocínio e para ensinar a si próprio. Esse é outro sentido de **tomar nas mãos o próprio caminho**: o pesquisador pode fazer escolhas, tomar decisões, enfim considerar os desejos que o impulsionam a pensar pelo seus próprios meios. Ele tem autonomia para avaliar se deseja ou não, ocupar-se de determinados problemas. Isto quer dizer que a transformação de um matemático para um **estado de problematização**, pode se dar no sentido da vontade, como curiosidade da curiosidade, da razão e do desejo próprio. E, uma vez nesse estado, haverá, provavelmente, no **problematizado** a vontade deliberada e a garantia de perseverança para formular o problema e encontrar a solução.

## NA PSICOLOGIA COGNITIVA

O grande avanço da Educação Matemática, centrada na atividade intelectual autônoma do educando, está intimamente relacionada com o surgimento da Psicologia Cognitiva como campo de estudos. As concepções a respeito da criança e do conhecimento nas novas abordagens dos estudiosos desse campo, têm sido bastante decisivas para a escolha dos métodos de aprendizagem, não só da Matemática, como também da Língua e das Ciências Biológica, Física e Química.

O enfoque cognitivista dos fenômenos do comportamento psicológico que mais contribui para a confirmação de nossas hipóteses, aparece nos trabalhos de A. Binet, J. Piaget, A. Jzeminska, L. Stefee, C. kamii, L.S. Vygotsky, A.V. Leontiev e A.R. Luria, A. Vallon, J. Bruner e outros. Cada um representa pontos de vista do comportamento psicológico no processo de aprendizagem, que se diferenciam substancialmente das teorias que já foram predominantes na Psicologia Educacional. Deles resultam as teorias da Psicologia Cognitiva **moderna** vigentes em nosso meio no momento.

Neste trabalho examinaremos essencialmente obras de J. Piaget e L.S. Vygotsky. De início, para entender melhor o que estuda e pesquisa a Psicologia Cognitiva. Mais adiante, escolhemos as posições de Piaget para focar a **problematização** na ótica da análise do processo de **aprender** deste pensador. Nossa escolha não foi ao acaso. Além dessas obras estarem vivamente presentes no cenário contemporâneo dos Campos da Psicologia e da Educação, elas têm sustentado a idéia de uma Pedagogia da **ação**. É basicamente dessas teorias que se tem retirado fundamentos para uma **pedagogia ativa centrada no educando**. Outra justificativa para nossa preferência, é o fato essencial de que esses autores nada afirmam de maneira ingênua, mas buscam fatos e discutem idéias a partir de evidências que emergem da experimentação refletida. Isto

vem ao encontro das nossas expectativas quanto ao papel da **problematização** no processo educacional.

A Psicologia é hoje um campo de estudos amplamente ramificado de disciplinas. Algumas partes da Psicologia estudam as bases naturais dos processos psíquicos, aproximando-se da Biologia e da Fisiologia, enquanto outras estudam os fundamentos sociais da atividade psíquica, aproximando-se das Ciências Sociais. A Psicologia Cognitiva é uma das psicologias desse segundo grupo que ao investigar aspectos da mente humana, busca analisar os processos cognitivos, procurando examinar soluções para problemas relevantes da Educação.

Naturalmente não é fácil a delimitação de idéias através dos diversos campos da Psicologia<sup>33</sup>. Podemos dizer é que ela surgiu em oposição a diversas correntes já existentes e identifica-se com pressupostos de outras, reelaborando-as de uma maneira específica.

A Psicologia Cognitiva rejeita principalmente as concepções empiristas associacionistas que vêem o conhecimento como um processo um tanto passivo, governado pela percepção sensorial; segundo eles, aprender é deixar as imagens e sons atuarem sobre o espírito. Piaget<sup>34</sup> contesta essa concepção:

"Mas o fato essencial que contradiz tais sobrevivências do empirismo associacionista, cujo estabelecimento é renovado nas concepções da inteligência, é que os conhecimentos derivam da ação, não no sentido de meras respostas associativas, mas no sentido muito mais profundo da associação do real com as coordenações necessárias e gerais da ação".

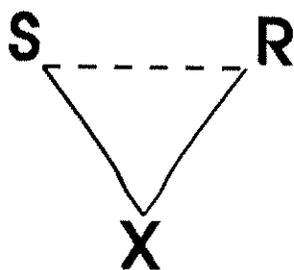
A Psicologia Cognitiva opõe-se também, às concepções behavioristas

---

33 Não nos sentimos aptos a fazer um levantamento das principais correntes desenvolvidas na história da Psicologia. Este relato é claramente apresentado no primeiro capítulo de "O que é a Psicologia" de Richard Henneman e no primeiro capítulo de "A Psicologia como Ciência" de A. R. Luria. A elaboração desse ponto de vista é resultado de nossa interpretação a referida leitura.

34 Piaget, J., 1976, p. 37

que vêem o homem como um organismo passivo, dirigido por estímulos advindos do ambiente externo, ou seja, o comportamento do ser humano pode ser controlado por meio de uma manipulação adequada do estímulo ambiental. Nessa teoria, baseada na observação do comportamento para tirar conclusões a respeito da mente humana, o ponto chave é a reação direta estímulo-resposta para orientar a aprendizagem. Quanto a isso, Vygotsky<sup>35</sup> não só reagiu como trabalhou sobre essa relação, introduzindo um elo intermediário entre o estímulo e a resposta no que se refere ao comportamento humano. Segundo ele:



"Toda forma elementar de comportamento pressupõe uma reação direta à situação-problema defrontada pelo organismo (o que pode ser representado pela fórmula simples S - R ). Por outro lado, a estrutura de operações com signos requer um elo intermediário entre o estímulo e a resposta. Este elo intermediário é um estímulo de segunda ordem (signo), colocado no intermediário da operação, onde preenche uma função especial; ele cria uma nova relação entre S e R. O termo "colocado" indica que o indivíduo deve estar ativamente engajado no estabelecimento desse elo de ligação. Esse signo possui também, a característica importante de ação reversa (isto é, ele age sobre o indivíduo e não sobre o ambiente)... Conseqüentemente, o processo simples estímulo-resposta é substituído por um ato complexo, mediado, que representamos da seguinte forma:

Nesse novo processo o impulso direto para reagir é inibido, e é incorporado um estímulo auxiliar que facilita a complementação da operação por meios indiretos.

35 Vygotsky, L. S., 1988, p. 44-45

Piaget<sup>36</sup> considera um dado fundamental no que diz respeito a reação estímulo-resposta. Eis sua interpretação:

"Classicamente, aprendizagem está baseada em um esquema de estímulo-resposta. Penso que o esquema de estímulo-resposta embora não diga que é falso, de qualquer modo é inteiramente incapaz de explicar a aprendizagem cognitiva. Por que? Porque quando se pensa no esquema de estímulo-resposta pensa-se usualmente que em primeiro lugar há um estímulo e, então, vem a resposta decorrente do estímulo. De minha parte estou convencido que a resposta estava lá primeiro, se posso expressar-me desse modo. Um estímulo é um estímulo somente à medida que é significativo e torna-se significativo somente na medida em que há uma estrutura que permite a sua assimilação, uma estrutura que pode integrar esse estímulo, mas ao mesmo estabelece a resposta. Em outras palavras eu proporia que o esquema de estímulo-resposta fosse descrito em forma circular, na forma de um esquema ou de uma estrutura que não segue apenas um sentido. Eu proporia que acima de tudo, entre o estímulo e a resposta se coloque o organismo, o organismo e suas estruturas. O estímulo é realmente um estímulo somente quando é assimilado numa estrutura, e é essa estrutura que estabelece a resposta. Consequentemente, não é um exagero dizer que a resposta está lá primeiro, ou se você preferir, que no começo há uma estrutura".

Os pensadores da Psicologia Cognitiva incorporam em suas teorias, vários pressupostos vinculados à problemas epistemológicos fundamentais da natureza do conhecimento. Dentre aqueles que pudemos identificar, abordaremos principalmente dois que consideramos de grande importância para nossa atitude, perante a transformação no aprender.

Primeiro, o modelo cognitivo sustenta-se no princípio fundamental de que o conhecimento é uma **representação mental**, ou seja, é a nossa maneira de representar as coisas e não as próprias coisas. Parte das teorias psicológicas

---

36 Piaget, J., 1964

quando pesquisam sobre questões do conhecimento, não se pronunciam a este respeito ou vêem o conhecimento como cópia da realidade. Esta concepção é fundamental para inspirar as diferentes pedagogias, pois o modo como os criadores das teorias de aprendizagem concebem essa idéia, reflete decisões muito diferentes em relação às estratégias oferecidas para **aprender**, assim como nas sugestões para **avaliar o que é apreendido**.

Chiarottino<sup>37</sup>, expõe a visão do autor:

"Pensar seria não apenas representar, mas organizar ou estruturar representações. Essas representações, ou as imagens mentais, segundo Piaget, seriam "cópias" do real. Usamos "cópia", entre aspas, porque as imagens, para Piaget, não derivam dos objetos ou dos acontecimentos "em si", mas do real tal qual está construído pelas ações do indivíduo num dado momento. Exemplificando, a imagem que guardamos da escada de uma casa em que habitamos na infância (e a qual não retomamos) não corresponde à escada concreta, mas à experiência tida no passado - o que implica vê-la, agora, muito menor do que aparecia nas lembranças, com os degraus tão mais baixos..".

David Carraher, pesquisador deste campo de estudos e seguidor das idéias de Piaget, esclarece esta concepção escrevendo<sup>38</sup>:

"Ao fazer uma revisão do modelo tradicional de educação, verificamos que o conhecimento era tratado como se fosse um conteúdo. Dizemos que temos que aprender o que "está nos livros", temos que aprender a "matéria" etc. Esta noção de conhecimento não corresponde aos fatos demonstrados por pesquisas da psicologia cognitiva... Sempre participamos ativamente da construção de nossas idéias na vida cotidiana. Quando assistimos a um filme, tiramos nossas próprias conclusões sobre o significado... Mas nossa maneira de representar o filme mentalmente varia, dependendo de nossos interesses, experiências anteriores e capacidades, Por isso, dizemos que o

---

37 Chiarottino, Z. R., 1987, p. 40

38 Carraher, D. W., 1983, p. 8

conhecimento que temos sobre o filme não é o filme; é a nossa maneira de representá-lo e interpretá-lo”.

Conhecimento como **representação mental** é uma das idéias centrais da teoria de Vygotsky, já que ela tem como pressuposto básico a influência dos sistemas simbólicos no funcionamento psicológico do homem, ou seja, a relação entre o homem e o mundo não é direta, mas é mediada pelos "signos" - significações obtidas através de processos mentais. Vygotsky<sup>39</sup> afirma essa importância:

“A verdadeira essência da memória humana está no fato de os seres humanos serem capazes de lembrar ativamente com a ajuda de signos. Poder-se-ia dizer que a característica básica do comportamento humano em geral é que os próprios homens influenciam sua relação com o ambiente, através desse ambiente, pessoalmente modificam seu comportamento, colocando-o sobre seu controle”.

A concepção de **representação mental** ou **internalização** (assim se refere Vygotsky) é um dos pressupostos da idéia de funções superiores, apresentada pelo investigador. Segundo Vygotsky, as funções superiores, típicas dos seres humanos, são aquelas que envolvem o investimento voluntário do homem como consciência, uso da linguagem ou de outro sistema simbólico, intencionalidade, capacidade de transitar na dimensão do tempo, de planejar coisas, de lembrar coisas do passado. São essas funções do tipo superior que têm um comportamento mediado, em grande parte, pelo sistema simbólico. Em síntese, tudo se passa como se as **funções superiores** e a **representação mental** fossem **faces da mesma moeda**, sendo esta o desenvolvimento psicológico intelectual do indivíduo, mediado pelos signos. Kohl Oliveira<sup>40</sup>, quando fala da teoria de Vygotsky, ressalta que as idéias de **representação mental** e **mediação**, intimamente ligadas nessa teoria, têm vários nuances de significado:

---

39 Idem, p. 58

40 Oliveira Kohl, M., 1991

"...mediado" significa a própria postulação da existência de um sistema de representação da realidade na mente, isto é, falar em funcionamento mental independentemente das coisas concretas do mundo, implica numa idéia de representação mental; a gente tem algum tipo de conteúdo mental, seja idéias, conceitos, palavras ou alguma realidade mental que representa as coisas do mundo, que não são as coisas do mundo. Então, essa idéia de representação compõe a idéia de "mediação" que é a relação da gente com o mundo, não direta, mas atravessada pela representação mental que temos com as coisas... ao longo do desenvolvimento do indivíduo, a maior parte das nossas atividades passam a ser mediadas por significações que estão codificadas na nossa cabeça através de representações mentais. Então, esta idéia de mediação tem a ver com a noção de que a gente trabalha com representações simbólicas na mente... E, acoplado a isso, está a idéia de que essas "mediações" são de origem cultural. Elas não são inatas e não são construídas individualmente de forma indiossincrática a partir do "ponto zero". Elas são adquiridas pela via do social, pela via do cultural. Neste sentido é que a linguagem adquire um lugar tão importante na teoria de Vygotsky: ela é um sistema simbólico disponível para todos os seres humanos; todos os grupos humanos têm uma linguagem como um sistema de símbolos integrado que permite expressar qualquer tipo de idéia, é um sistema articulado internamente e sobretudo compartilhado".

É fácil reconhecer pois, que nesta visão, **conhecimento como representação mental**, a Psicologia Cognitiva se distingue mais ainda, da Psicologia Associacionista. Com efeito, a primeira afirma que todo conhecimento, mesmo perceptivo, é resultado de significações construídas na mente; os psicólogos associacionista, por sua vez, consideram o conhecimento, plena representação do mundo exterior, resultado de associações diretas do real para a mente, por meio da captação dos sentidos.

A concepção de **conhecimento como representação mental** está, então, diretamente relacionada com a capacidade humana de estabelecer relações e, por isso, diretamente ligada às **construções lógico-matemáticas**. Todo

conhecimento matemático é resultado de relações que se dão no **interior** do indivíduo (pensamento) e, por isso, passa por uma interpretação pessoal (elaboração), segundo recursos cognitivos próprios.

A compreensão do conhecimento matemático como um conjunto de relações que dependem essencialmente do desempenho intelectual do indivíduo, não é fácil. Assim, muitas vezes, para explicar a natureza deste tipo de conhecimento, que não se retira diretamente das informações que se ouve ou se vê nos objetos, mas das relações que se faz em nível de pensamento, recorre-se ao termo **abstração**. São assim classificados os entes matemáticos, pelo fato da origem e gênese não serem controladas empiricamente. David & Hersh<sup>41</sup>, referem-se as várias acepções com que o termo **abstração** é usado. Só para citar uma delas podemos dizer que a percepção das três maçãs libertou-se das maçãs e tornou-se o inteiro três...

Piaget faz uma distinção entre o conhecimento físico e o conhecimento lógico-matemático que reforça a relação **representação mental** e **conhecimento matemático**. Ele explica o conhecimento matemático como algo derivado da coordenação mental das relações que o indivíduo faz entre objetos. Em outras palavras, para Piaget, o conhecimento matemático não está nos objetos ou fatos, mas na construção mental das relações que se faz entre eles. Segundo ele, a **evidência empírica** nunca nos dará, por ela mesma, a compreensão de um ente matemático apesar de, muitas vezes, ser um **prolongamento** dela.

Chiarottino<sup>42</sup> explica a concepção piagetiana do conhecimento matemático:

"... a soma, oriunda de um ato de reunião, também é algo introduzido pela ação: não é atributo dos objetos. Em outras palavras, o número ou quantidade de pedrinhas descoberta pelas crianças não é uma propriedade física

---

41 Davis, P.J. & Hersh, R., 1985, p. 157

42 Idem, 1987, p. 40

dessas pedrinhas, mas uma relação que provém do acoplamento de duas ações: de reunião e de ordenação ... Nesse momento, a experiência é autenticamente lógico-matemática e diz respeito às próprias ações do sujeito e não do objeto como tal. É por esse fato, diz Piaget, que as ações lógico-matemática do sujeito podem, num dado momento, dispensar aplicação aos objetos físicos, interiorizando-se em operações simbolicamente manipuláveis. A partir de um certo nível, existe uma lógica e uma matemática puras às quais a experiência é inútil, porque a capacidade de estabelecer relações devidas ao funcionamento das estruturas mentais inicialmente se aplica a objetos para depois aplicar-se às representações dos objetos e dos acontecimentos (que se situam no espaço e no tempo) e finalmente às relações entre relações".

A partir dessas interpretações, Piaget mostra que há dois tipos de abstração: a **abstração empírica** e a **abstração reflexiva**. Na abstração empírica, o sujeito da aprendizagem simplesmente percebe uma propriedade do objeto e desconsidera as outras. Na **abstração reflexiva**, tem-se, diferentemente da empírica, a construção de relações entre objetos. Essas relações não existem na realidade exterior do cérebro - é uma construção mental, a base para Piaget, do conhecimento matemático. O conhecimento matemático visto por Piaget, como a **abstração refletida** dos conhecimentos adquiridos através das ações, significa a própria idéia da existência de um sistema de representação do real na mente, ou seja, falar de conhecimento matemático como algo já independente das ações que o originaram, implica numa idéia de **representação mental**. Como salientamos, as abstrações empírica e reflexiva coexistem na realidade psicológica da criança, quando esta está construindo as idéias matemáticas, até que, a partir de um certo nível, dá-se somente por representações imagéticas. Esta interdependência está bem explicada em um texto de Chiarottino<sup>43</sup>, no qual "pseudo-empírica" é usada na acepção com que empregamos "empírica":

---

43 Idem, p. 57

"As abstrações pseudo-empíricas servem de suporte às abstrações reflexivas. Contudo, na medida em que, com o progresso destas últimas, o pensamento chega a se distanciar do concreto ou a dominá-lo, a abstração reflexiva desempenha um papel cada vez mais importante, até se tornar, ao nível do pensamento formal, idêntica à reflexão propriamente dita".

De acordo com Piaget, em seu texto "A equilibração das estruturas cognitivas", a **abstração reflexiva** comporta sempre dois aspectos inseparáveis: o **converter**, ou seja, a projeção em um nível superior daquilo que é retirado de um nível inferior (como da ação à reflexão) e o **refletir**, já como ação mental, uma organização e reconstrução daquilo que é transferido do inferior. Entende-se, desse ponto de vista piagetiano, que o conhecimento do homem é um prolongamento bastante direto da experiência física e, por isso também o é o conhecimento matemático. Em outro texto, refletindo sobre conhecimento experimental e conhecimento lógico-matemático, Piaget<sup>44</sup> afirma a idéia de que o conhecimento lógico-matemático se apóia numa experiência física e é um prolongamento dela:

"...o conhecimento lógico matemático, embora tirado na sua origem das ordenações gerais da ação, é sempre conhecimento de um objeto, porque a ação, normalmente não se executa no vácuo e sim sobre objetos. Mesmo remontado às formas mais gerais da organização viva, não há funcionamento sem objeto, porque esta organização é aberta e dinâmica, sendo a organização das trocas entre o ser vivo e o meio. Sem dúvida existe a matemática "pura", no sentido de ser independente de toda a aplicação atual, mas nem por isso deixa de ser relativa a quaisquer objetos e continua a ser instrumento de adaptação ao real, mesmo quando o ultrapassa (e por que o ultrapassa)".

Assim, para Piaget o conhecimento matemático é o resultado de um caminho que se prolonga numa direção que vai da atividade biológica para a atividade psico-cognitiva. Há nesse pressuposto, uma discordância entre Piaget

---

44 Piaget, J., 1978, p. 13

e Vygotsky. Como já foi brevemente explicitado por Kohl Oliveira, Vygotsky considera o homem uma espécie que tem o seu funcionamento cognitivo fundado numa relação sócio-histórica e, portanto, os processos de mecanismo da evolução do conhecimento, ou seja, a formação dos conceitos, são mediados por signos adquiridos pela via do social e não diretos, da ação ao pensamento, como na interpretação de Piaget. Explica Vygotsky<sup>45</sup>:

"Todas as funções psíquicas superiores são processos mediados, e os signos constituem o meio básico para dominá-las e dirigí-las. O signo mediador é incorporado à sua estrutura como uma parte indispensável, na verdade a parte central de um processo como um todo. Na formação de conceitos, este signo é a palavra, que em princípio tem o papel de meio na formação de um conceito e, posteriormente, torna-se o seu símbolo... A formação de conceitos é o resultado de uma atividade complexa em que todas as funções intelectuais tomam parte. No entanto, o processo não pode ser reduzido à associação, à atenção, à formação de imagens, à inferência ou às tendências determinantes. Todas são indispensáveis, porém insuficientes sem o uso do signo, ou palavra, como meio pelo qual conduzimos as nossas operações mentais, controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução do problema que enfrentamos.

Como frisamos à página 108, sendo a **representação mental** o primeiro, a **ação** é um segundo pressuposto que sustenta o pensamento dos teóricos desse campo de estudos. O processo do desenvolvimento cognitivo segundo eles, tem sido apresentado como resultado das ações sobre objetos, da coordenação (outro tipo de ação) dessas ações e da ação entre pessoas. Piaget<sup>46</sup> acredita ser exclusivamente por intermédio das ações (corporais) manifesta do bebê e das ações mentais internalizadas da criança que se torna possível o conhecimento dos objetos - sejam eles reais ou hipotéticos:

"Para conhecer objetos, o indivíduo deve agir sobre eles, portanto,

---

45 Vygotsky, L. S., 1987, p. 48-50

46 Mussen, P. H., 1979, p. 22

transformá-los; deve deslocá-los, ligá-los, combiná-los, separá-los, desmontá-los e voltar a montá-los. Desde as mais elementares ações sensório-motoras (como puxar e empurrar) até às mais refinadas operações intelectuais, que são ações internalizadas e executadas mentalmente (por exemplo, reunir, conjugar, ordenar, colocar em correspondência um-a um). o conhecimento está constantemente ligado a ações ou operações, isto é, a transformações".

A **ação** é idéia central da teoria piagetiana, uma vez que Piaget vê o conhecimento como uma forma de **adaptação**, explicando-a como uma troca com o meio que sempre requer atividade (ação) por parte do indivíduo. Como na Biologia, a adaptação é o caminho mais natural para garantir a existência. Sob as condições do ambiente, a **inteligência** é, segundo ele, a **adaptação** na sua forma mais elevada. Assim, a **adaptação** como todos os aspectos piagetianos do desenvolvimento cognitivo, está intimamente ligado à atividade. Explica Chiarottino<sup>47</sup> o conteúdo e o valor da ação nesse processo:

"A adaptação do ser humano ao meio, segundo Piaget, se realiza por meio da ação. A ação é um elemento nuclear da teoria piagetiana, já que responsável pela interação meio-x-organismo - que se realiza através da adaptação. Como é possível a ação? De acordo com Piaget, graças à construção, pela criança, de esquemas motores. A criança, ao nascer, traz uma bagagem hereditária em que figuram nervos, músculos, reflexos, e assim por diante. Uma vez no mundo, passa a exercitar os reflexos - que são automáticos. A partir deles, constrói o que Piaget denomina esquema motor. Essa noção é básica na teoria piagetiana: sem ela, nada mais se entende. O esquema, diz Piaget, é aquilo que é generalizável numa ação. Para ilustrar considere-se o esquema "pegar", derivado do reflexo de preensão. Quem "pega", pega algo. A Piaget, porém não importa o "ser capaz de pegar este ou aquele objeto"; importa o próprio "pegar", o "saber pegar" (seja lá o que for). Digamos que a Piaget não interessa o "conteúdo" de cada ato particular de pegar (algo), mas a forma de pegar. De um lado, os esquemas motores

---

47 Idem , p. 10

são a condição da ação do indivíduo no meio; é graças a eles que a criança organiza ou estrutura sua experiência, atribuindo-lhe significado. De outro lado, os esquemas motores, além de serem responsáveis pela ação exógena também o são pela construção endógena, ou seja, pela organização interna, a nível neurológico. De acordo com a hipótese piagetiana, a criança age no mundo, organizando-o e estruturando-o e, concomitantemente, ocorre a construção (interna) das estruturas mentais - graças, justamente, a essa atividade motora”.

Segundo Garcia<sup>48</sup> o papel da **ação** é crucial na teoria de Piaget e é ela que torna esta teoria fundamentalmente diferente de todas as posições epistemológicas precedentes. Ele justifica sua afirmação negando o que se tem admitido nas concepções correntes:

“...não se adquire a idéia de peso só pesando objetos, nem se adquire a idéia de elasticidade estirando molas, nem se adquire a idéia de rigidez de um corpo indeformável através do fracasso das tentativas de deformá-lo”.

Para Garcia, a psicologia genética da Piaget demonstrou que tais concepções são falsas - o conhecimento não se dá na ação direta do sujeito sobre os objetos, mas resulta de interações entre o sujeito e o objeto que é fornecido pela ação. Na visão do autor, é essa concepção de **ação** o móvel que faz a teoria de Piaget ultrapassar a interpretação empirista associacionista do conhecimento - “um verdadeiro descobrimento que fundamenta, empiricamente, a revolução teórica ... que Piaget introduziu na teoria do conhecimento”

Também segundo Vygotsky<sup>49</sup>, o processo de desenvolvimento do indivíduo é resultado de um comportamento eminentemente ativo. Uma parte do texto do autor sobre a formação de conceitos nos revela:

“Os experimentos de Ach revelaram que a formação de conceitos é um processo criativo, e não um processo mecânico e passivo; que um conceito surge e se configura no curso de uma operação complexa, voltada para a

---

48 Garcia, R., 1982, p. 39

49 Idem, 1987, p. 47

solução de algum problema; e que só a presença de condições externas favoráveis a uma ligação mecânica entre a palavra e o objeto não é suficiente para a criação de um conceito".

Embora reconhecendo o papel da **ação** no âmbito da Psicologia, não é este, contudo, suficiente para distingui-la dos demais ramos da Psicologia que privilegiam essa mesma ação. O que a distingue das demais é justamente o papel específico desempenhado pela **ação**, qual seja: esta **ação** permite passar de um estágio a outro e, assim gerando uma seqüência de estágios hierarquicamente mais complexos, nos quais um conceito passa por nível de complexidade crescente.

Essa idéia de **ação enquanto agente de transformação** do conhecimento está no âmago das teorias da Psicologia Cognitiva a qual, por sua vez, está vinculada a idéia de transformação evolutiva. O que importa destacar aqui, é o que os cognitivistas enfatizam: as idéias se transformam, passam por diferentes concepções (concepção como o estado em que está o conceito) orientadas e impulsionadas pelas ações intelectuais e motoras. Segundo Piaget<sup>50</sup>:

"Conhecer um objeto é agir sobre ele e transformá-lo, apreendendo os mecanismos desta transformação vinculados com as ações transformadoras. Conhecer é pois assimilar o real as estruturas de transformações, e são as estruturas elaboradas pela inteligência enquanto prolongamento direto da ação ... mesmo em suas manifestações superiores, onde ela procede graças aos instrumentos do pensamento, a inteligência ainda consiste em executar e coordenar ações, mas sob uma forma interiorizada e refletida. Essas ações interiorizadas - sempre ações enquanto processos de transformações - são "operações" lógicas ou matemáticas motores de juízo ou de raciocínio".

Vygotsky também considera a **ação** como **transformação dos processos**

---

50 Idem, 1976, p. 37

**mentais.** Porém, como já mostramos anteriormente contesta a visão de Piaget de que o curso do pensamento é uma consequência **direta** da coordenação das relações percebidas pelo indivíduo. Na visão de Vygotsky, a verdadeira trajetória do desenvolvimento do pensamento ativo vai do social para o individual, ou seja, é da fala social, sobre exigências que estimulam o intelecto, que o indivíduo constrói conhecimento. A controvérsia entre Vygotsky e Piaget sobre essas complexas questões **ação-desenvolvimento** e **social-ação-desenvolvimento**, aparecem principalmente na interpretação de cada um sobre o papel do discurso egocêntrico no desenvolvimento da fala. Essa controvérsia entre ambos, é um assunto polêmico no qual não tomaremos posição nesse trabalho. Para Piaget, a atividade do discurso egocêntrico serve apenas para a brincadeira autista e desapareceria no desenvolvimento do discurso adulto. Segundo Vygotsky<sup>51</sup>, as explicações piagetianas da fala egocêntrica são semelhantes à sua explicação do egocentrismo infantil:

"Quando, aos sete ou oito anos, manifesta-se na criança o desejo de trabalhar com os outros, a fala egocêntrica desaparece. Em sua descrição da fala egocêntrica e de seu desenvolvimento inevitável, Piaget enfatiza que ela não cumpre nenhuma função verdadeiramente útil no comportamento da criança, e que simplesmente se atrofia à medida que se aproxima da idade escolar".

Vygotsky, ao contrário, via o discurso egocêntrico como um meio da criança regular o seu comportamento e resolver problemas. Observou que a quantidade de discurso egocêntrico aumentava com a dificuldade da tarefa. Ao invés de desaparecer, Vygotsky acreditava que o discurso egocêntrico se transformava no discurso interior, o qual resulta de imagens, sentimentos e motivos derivados da experiência social anterior, isto é, fica entre o que era exterior na forma, mas interior na estrutura e função. Observou Vygotsky<sup>52</sup>:

51 Idem, p. 14

52 Idem, 1987, p. 20

"... Vimos que a fala egocêntrica não paira no vazio, mas tem uma relação direta com o modo como a criança lida com o mundo real. Vimos que isso é parte integrante do processo de atividade racional, adquirindo inteligência, por assim dizer, a partir das ações intencionais da criança, que ainda são incipientes; e que a fala egocêntrica vai, progressivamente, tornando-se apropriada para planejar e resolver problemas, à medida que as atividades da criança tornam-se mais complexas. Esse processo é desencadeado pelas ações da criança; os objetos com os quais ela lida representam a realidade e dão forma aos seus processos mentais".

Essa concepção de **ação como agente transformador** do desenvolvimento cognitivo do indivíduo é, na verdade, o centro dessas teorias cognitivistas, já que elas têm uma posição desenvolvimentista, ou seja, ambas apóiam-se na crença do **progresso do pensamento ativo** no sentido que as **idéias se transformam**, provocadas pela própria ação do indivíduo.

Sob esta perspectiva, podemos definir a aprendizagem como a atividade intelectual, durante a qual se formam novas noções, mas que nunca surge como um comportamento novo e sem preparo. Surge aí a idéia de **gênese**, presente em todos os domínios do sistema cognitivo, a qual nos assegura que o **novo entendimento** é sempre preparado por uma longa série de entendimentos anteriores, mais primitivos, de que não se constituem, senão uma diferenciação e uma organização novas. Dentro da concepção genética, todo comportamento tem uma história: a história de sua construção progressiva e contínua, a partir de etapas anteriores do pensamento, que só se realiza por meio da atividade própria do indivíduo. Assim, a concepção genética da aprendizagem é contrária à opinião amplamente difundida, de que esta é a soma de experiências isoladas. Para alguns teóricos da Psicologia e da Pedagogia, a aprendizagem está reduzida a uma série de itens, sendo, então, o acúmulo de itens específicos o que a constitui. Este é um ponto de vista atomístico que tem deformado o estado real das coisas, referente ao conhecimento como um processo de transformação evolutivo.

Tanto Piaget quanto Vygotsky crêem na concepção genética do conhecimento, porém Vygotsky não a tem em sua teoria, tão elaborada e estruturada, comparado a psicogênese piagetiana que, como é bem conhecido, considera a estrutura do pensamento infantil com uma discriminação de quatro etapas: sensório-motor, pré-operatória, operatória-concreta e a operatória-formal. Efetivamente, o autor trata de associar a cada uma das etapas do pensamento da criança e do adolescente, um tipo de estrutura mental que a leva a uma maneira diferente de representar e interpretar o mundo. Piaget levanta a hipótese que estes estágios são, em parte, reflexos da maturação interior do sistema nervoso.

Vygotsky dá uma explicação mais esparsa das diferentes maneiras de compreensão e representação do mundo pela criança, mas deixa bem claro que, o que diferencia a sua teoria do desenvolvimento da de Piaget, é um elemento básico que segundo o autor, é um salto qualitativo e não um tipo de maturação, o qual é determinado justamente pela mediação, da forma já falada, que implica o uso dos símbolos e mediação social.

Tomaremos agora algumas posições de Piaget e seus seguidores para verificar o papel, o conteúdo e a importância da **problematização** na aprendizagem.

### **A relevância da problematização na psicologia e pedagogia de J. Piaget**

Dentre a vasta obra de Piaget, dois aspectos se destacam no que se refere à nossa pergunta sobre a **problematização** como fator fundamental para a aprendizagem: os **procedimentos** usados por Piaget para **testar o pensamento** da criança e os processos de **equilíbrio** e **auto-regulação** como componentes básicos para a formação do conhecimento.

Iniciaremos este estudo, mostrando o cuidado de Piaget ao investigar as ações espontâneas infantis, quando analisadas através de um teste dirigido por um adulto. Nessa investigação, Piaget dá tonalidades próprias ao **método**

**clínico**, trabalho que se tornou clássico na avaliação, como ele mesmo se refere, da inteligência da criança.

Piaget, em apoio a sua posição, aponta as deficiências, tanto do **teste padronizado** quanto do método de **observação pura**, que considera inadequadas para a avaliação do raciocínio infantil. Para ele a limitação maior situa-se no método de teste padronizado com questionário fixo, uma vez que, não nos permite avaliar respostas possíveis para uma pergunta formulada. Essa limitação é explicada por Piaget<sup>53</sup>:

"Podemos nos propor, por exemplo, saber como a criança concebe o movimento dos astros. Fazemos a pergunta "o que é que faz o sol se mover?" A criança nos responderá, por exemplo, que "é Deus que empurra" ou que "é o vento que empurra" etc. Teremos resultados que não se devem deixar de conhecer, mesmo se devidos a fabulação, ou seja, aquela tendência que têm as crianças de inventar mitos quando se embaraçam com uma pergunta. Se testadas dessa forma crianças de todas as idades, de quase nada adiantaria, pois pode acontecer que a criança nunca tenha colocada a questão da mesma maneira ou mesmo que nem tenha questionado a respeito. É muito possível que a criança conceba o sol como um ser vivo, que tenha movimento próprio. Ao se perguntar "quem é que faz o sol se mover?", sugere-se de saída a idéia de uma obra exterior e se provoca o mito. Ao se perguntar "como se move o sol?", sugere-se talvez, ao contrário, um cuidado com o "como" que também não existia e provoca-se outros mitos: "o sol se move soprando", "com o calor", "rolando" etc. O único meio de evitar essas dificuldades é variar as perguntas, fazer contra sugestões, em resumo, renunciar a qualquer questionário fixo".

Piaget reconhece inúmeras vantagens no método de observação pura. Esse método recorre à observação para controlar as experiências que ela pode inspirar e, ao mesmo tempo, estuda detalhadamente perguntas espontâneas

---

53 Piaget, J., s/d, p. 7

das crianças. Para Piaget<sup>54</sup> o grande valor da observação é poder ver refletido o raciocínio das crianças nas suas perguntas espontâneas:

"o exame detalhado do conteúdo das perguntas revela os interesses das crianças nas diferentes idades e nos indica uma gama de problemas que se colocam para a criança nos quais jamais tenhamos pensado ou colocado nos mesmos termos. O estudo da própria forma das perguntas, sobretudo, mostra quais as soluções implícitas que as crianças dão a si mesmas, pois quase toda a pergunta, pela maneira como é feita, contém a resposta".

A principal crítica de Piaget a esse método, é que o experimentador não participa de forma alguma. Desse modo, muitos pensamentos não explicitados da criança ficam despercebidos e há dificuldade de discernir só pela observação, quando a criança, para responder a pergunta, inventa uma história sem reflexão, ou apóia-se na sua própria crença.

Outra preocupação de Piaget em validar o método de observação pura, está relacionado ao fato de que o pensamento da criança não é tão socializado como o do adulto. Afirma o autor<sup>55</sup>:

"...a criança não procura ou não consegue comunicar espontaneamente todo o seu pensamento".

Piaget<sup>56</sup> elabora, então, o **método clínico** que vai além da observação pura e evita as desvantagens do teste.

"...o exame clínico participa da experiência, no sentido de que o clínico coloca problemas, realiza hipóteses, faz variar as condições em jogo, e enfim controla cada uma de suas hipóteses no contato com as reações provocadas pela conversa. O exame clínico também inclui a observação direta, no sentido de que o bom clínico, ao dirigir, se deixa dirigir, e leva em conta todo o contexto mental, ao invés de se tornar vítima de "erros sistemáticos" como é freqüente no caso do experimentador puro".

---

54 Idem, s/d, p. 8

55 Idem, s/d, p. 9

56 Idem, p. 10

A orientação acima, deixa transparecer mais uma vez um dos pontos cruciais da posição piagetiana - a **ação**. O bom resultado da entrevista só pode ser obtido quando ambos, entrevistador e entrevistado estão ativos. Quanto mais ativa for a experiência de uma pessoa, melhor será sua compreensão. O observador clínico observa cuidadosamente o comportamento das crianças e faz perguntas que seguem e se desenvolvem a partir das afirmações das mesmas. Piaget<sup>57</sup> orienta o observador para o exame clínico:

"O bom experimentador deve, efetivamente, reunir duas qualidades muitas vezes incompatíveis: saber observar, ou seja, deixar a criança falar, não desviar nada, não esgotar nada e, ao mesmo tempo, saber buscar algo de preciso, ter a cada instante uma hipótese de trabalho, uma teoria, verdadeira ou falsa, para controlar".

Há sempre uma questão teórica para ser investigada nas entrevistas clínicas. O observador faz perguntas a uma criança: ouve, observa, levanta uma hipótese a respeito de sua capacidade conceitual e continua a fazer perguntas, baseando-se na questão teórica que ele formulou. Por exemplo, se a questão teórica é a **contradição**, o observador problematiza a fim de obter informações sobre como o sujeito enfrenta as contradições em um contexto.

O objetivo da entrevista é recolher aquilo que é espontâneo do sujeito. A originalidade da resposta é a preocupação central do seu método de investigação. Piaget fica atento para entender se a resposta vem do que a criança realmente pensa ou se ela está repetindo algo igual ao que já ouviu (por exemplo na escola), mas que para ela não faz sentido, ou seja, se a resposta é induzida ou foi extraída dos próprios recursos, sem sugestão. Dessa forma, o objetivo será sempre avaliar o que a criança pensa, o que ela conhece sobre o que está sendo investigado, articulado com os esquemas operatórios de cada criança e com uma questão teórica.

---

57 Idem, p. 10

É interessante como professor e pesquisador, investigar a questão da **problematização**, analisando a **arte** da entrevista clínica de Piaget. Ele formulou critérios de atuação, por parte do pesquisador, para levar a criança a se envolver com a tarefa e, também para classificar em algumas categorias, os tipos de respostas que podem indicar se houve ou não, envolvimento e raciocínio por parte da criança<sup>58</sup>.

Os critérios para atuação do observador são os seguintes: 1) observação, 2) descrição/reconstituição, 3) contra-sugestão/verificação/comparação, 4) explicação/justificativa lógica, 5) antecipação.

1) **observação** - o método de Piaget constitui-se, antes de mais nada, de uma coleção de observações clínicas. Piaget dá grande importância a observação - olhar silenciosa e atentamente o que a criança faz, o modo que ela manipula os objetos, como a criança reage motora e intelectualmente. A partir da observação, sempre uma observação refletida, o observador pode inferir o grau de **problematização** da tarefa, isto é, observando o procedimento heurístico tem-se as pistas da qualidade de dificuldade que a criança encontra pela frente. Por exemplo, se a criança opera por **ensaio e erro**, ela terá, provavelmente, uma pergunta nova a sua frente, porque na maior parte das vezes, este recurso heurístico supõe uma reflexão original. Caso a criança apresente uma pesquisa de busca orientada, ou melhor, de ações lógicas mais organizadas, freqüentemente podemos inferir que a **pergunta** pode não ser **nova** e, portanto, menos intenso o questionamento interno da criança. No livro, "O Nascimento da Inteligência na Criança", Piaget faz uma análise da relação entre o tipo de recurso usado numa solução e a qualidade do desafio provocado pela situação-problema. Esse seu trabalho apresenta um método de investigação diferente de muitos outros, quase todo produto da observação e experimen-

---

58 Esses critérios foram assumidos e reinterpretados por nós, a partir dos esclarecimentos apresentados em textos de dois psicólogos conhecidos como estudiosos da teoria de Piaget: Macedo, L., 1992 e Wadsworth, J. B., 1984

tação, visto que é o relato e a análise do desempenho de crianças bem pequenas e, portanto, sem o uso do verbal. O autor apresenta uma reflexão bem detalhada da Teoria das Tentativas, apoiando-se na teoria de Claparède sobre esse tema. Destacando dois tipos de atividades por tentativa, Piaget procura compreender qual a relação que as une e relaciona o surgimento desses recursos heurísticos com o grau de desafio intelectual que o problema provoca na criança. Piaget<sup>59</sup>:

"...existem dois tipos de tentativa ou, melhor, dois termos extremos entre os quais se estende uma série de intermediários: um deles surge quando o problema, situado ao nível do sujeito, não proporciona, porém, uma solução imediata e sim uma exploração dirigida; o outro tipo aparece quando o problema excede o nível intelectual ou os conhecimentos do sujeito e, por conseguinte, a exploração realiza-se ao acaso... a relação entre os dois tipos extremos de conduta é definida pelas situações em que eles se manifestam: há investigação dirigida sempre que o problema está bem adaptado ao nível intelectual e aos conhecimentos do sujeito, o bastante para que este procure a solução mediante um ajustamento de seus esquemas usuais, ao passo que há tentativa quando o problema supera demais o nível do sujeito e um simples reajustamento de esquemas não basta para encontrar a solução".

O procedimento de observar o recurso utilizado para a solução, não revela a criança em estado de **problematização**, ou seja, da observação não podemos inferir que a criança apresenta uma disposição para formular questões que provavelmente levará à formulação de um problema. No entanto, a preocupação de relacionar o grau de dificuldade da tarefa com o tipo de recurso heurístico, mostra uma análise voltada para compreender a tarefa como mais ou menos nova ou perturbadora para criança e, por isso, mais ou menos apropriada para colocá-la em **estado de problematização**.

**2) descrição** - é uma importante parte para o encaminhamento da

---

59 Piaget, J., 1974, p. 371, 374

compreensão que o entrevistador faz junto à criança. Durante a entrevista, o examinador está atento em revelar o raciocínio e o pensamento da criança, de modo a verificar por meio do encaminhamento desse raciocínio, a capacidade conceitual do entrevistado. O entrevistador interfere com perguntas do tipo "como você sabe que...?" ou "pode me contar...?", pedindo assim que a criança **descreva** as suas ações. O entrevistador pede para a criança dizer o que fez e o que está fazendo. Na verdade, ele quer que ela **descreva** o seu desempenho, de modo a revelar o seu raciocínio. Este é um critério empregado sempre que a criança reage à resposta, mesmo que o observador perceba que ela não vai tomar um bom caminho para a solução ou não corresponda ao conceito. Nem sempre é importante que a criança tenha a resposta certa, mas é importante conhecer o seu raciocínio.

Esta forma de intervenção, além de provocar um intercâmbio mais dinâmico entre o entrevistador e o entrevistado, pode levar a criança a envolver-se mais profundamente com a tarefa. A criança pode estar simplesmente adivinhando a resposta por falta de motivação ou compreensão, mas no momento em que o entrevistador faz a proposta de que ela descreva seu raciocínio, ele forçosamente a coloca num estado dinâmico de pensamento que pode ativar um **estado de problematização**.

**3) contra-sugestão/verificação/comparação** - contrapor-se à resposta dada pela criança, é a característica mais enfatizada nesse método porque funciona como estratégia de avaliação. Fazer uma contra-sugestão, é, neste caso, criar um contraste, com ênfase afirmativa, apresentando uma argumentação com conclusão não verdadeira. Por exemplo, quando apresentamos para a criança o problema clássico da conservação de número, pergunta-se a ela, após o alongamento de uma das fileiras: "Esta fileira (mais curta) tem menos elementos do que esta (mais comprida), não tem?" Se a resposta da criança for mantida, isto é, se ela resiste à provocação, o observador pode ser levado a crer que ela tem o conceito. Essa estratégia pode ser observada também,

quando o pesquisador compara uma **resposta incorreta** dada anteriormente, com a do momento que está correta. A comparação é um tipo de contra-sugestão. Cria-se no contexto da própria tarefa, duas situações relacionadas ou comparáveis e observa-se que tipo de analogia a criança faz entre uma situação e outra. A comparação é muito valorizada por Piaget, porque quando pedimos para a criança comparar, ela é convidada a pensar em termos de semelhanças e diferenças. Para a criança **não conservadora**, a diferença freqüentemente prevalece sobre a semelhança. Por exemplo, no teste da conservação de número - compara-se aí, duas situações relacionadas com dois elementos em jogo: um que varia (a forma - disposição dos objetos no espaço) e outro que não varia (a quantidade) - após o alongamento de uma das fileiras, é mais relevante para a criança **não conservadora**, a mudança no alongamento, ou seja, o que produz a diferença. Para Piaget, a resposta correta é sempre razoavelmente satisfatória. Ele está a todo tempo preocupado com a durabilidade de uma resposta, ou seja, em verificar se a criança a mantém quando é oferecida uma contra-sugestão.

Por um lado, esta é uma estratégia de avaliação porque uma resistência bem sucedida da criança à contra-sugestão do observador, sugere que ela compreende o conceito. Por outro lado, ela ativa o pensamento e raciocínio da criança - como a criança está envolvida no **diálogo do teste**, ela pode mais facilmente assimilar a contra-sugestão, não ficando indiferente e por isso, manter-se ou entrar em **estado de problematização** para poder superá-la.

**4) explicação/justificativa lógica** - pedir para a criança justificar a resposta, é outra estratégia utilizada que pode ser considerada um recurso para a **problematização**. É o famoso **por quê?**. Pede-se que a criança justifique logicamente a resposta, esteja ou não certa. Este é um critério empregado quando as crianças dão respostas.

O procedimento de investigar a causa lógica da resposta dada, pode

iniciar um questionamento interno ou, se já iniciado, pode aprofundá-lo. Isto é, se a criança não se envolveu como seria esperado, o fato de ter que justificar logicamente a resposta pode criar uma relação de maior questionamento com a tarefa. É o tal **parar para pensar**, que pede reflexão e possivelmente gera um **estado de problematização**.

5) **antecipação** - este critério, temos que reconhecer, não é de fácil explicação. A síntese mais apropriada que conhecemos é de Macedo: "operar o futuro no presente". Nas próprias palavras do autor<sup>60</sup>, para justificar a frase acima:

"porque a antecipação supõe operar o futuro no presente, supõe ser determinado também por ele. Planejar, projetar, pré-corriger erros etc., deduzir algo ainda não ocorrido, mas sobre o qual pode-se concluir (por exclusão ou qualquer outro argumento) são ações fundamentais à aprendizagem escolar da criança. O professor ajuda nisso quando propõe à criança que ouse imaginar o resultado de uma situação, que faça estimativa, que se comprometa com uma resposta sobre a qual a experiência anterior só pôde lhe dar pistas".

Esse procedimento do observador, analisar o recurso do raciocínio antecipatório, está além das expectativas de fazer a criança entrar num estado dinâmico de pensamento. Já se supõe a criança raciocinando e quer-se então, analisar o tipo de recurso lógico que o pensamento ativado pode utilizar.

Não se pode deixar de reconhecer o significado da **problematização** para Piaget, ao se preparar para testar o pensamento da criança. A preocupação em realizar todos os critérios, anunciados (ou parte deles) na vivência do teste, revela que enquanto o observador faz perguntas no caminho de obter informações sobre como está determinado conceito para a criança, ele deve estar preocupado se a criança está realmente envolvida com a situação (cognitivamente perturbada). Não basta o observador apresentar a pergunta, ou

---

<sup>60</sup> Idem, 1992

seja, o importante é a **pergunta se tornar problema** para a criança - **o problema supõe o problematizado**.

O método clínico de Piaget é um método de interrogação que depende do senso de interpretação do examinador. Por isso, ele se aproxima mais de um experimento do que faz uso de uma técnica para se desenvolver. O objetivo do método é investigar a natureza do raciocínio da criança, a partir de um quadro piagetiano. Assim, o método requer uma compreensão dos princípios básicos da teoria de Piaget, mas não há regras estabelecidas para esse tipo de diagnóstico. O examinador frequentemente, deve mudar a pergunta conforme a resposta das crianças para chegar a compreender o seu pensamento e necessita escolher o que assume como resposta de valor para encaminhar o diagnóstico. Esta última observação é outra chave de avaliação utilizada na entrevista clínica: descobrir se o que diz a criança, durante o tempo em que se conversa com ela, tem o mesmo valor, ou seja, está dentro de um mesmo contexto mental. Declara Piaget<sup>61</sup>:

"Os grandes inimigos do método clínico são aqueles que assumem tudo o que é dito como de valor e aqueles que não dão crédito a qualquer resultado proveniente de um questionário. Naturalmente os primeiros são os mais perigosos, mas ambos incorrem no mesmo erro: o de acreditar que o que diz uma criança durante o quarto de hora, a meia hora ou os três quartos de hora durante os quais se conversa com ela, se situa sobre o mesmo plano de consciência- o plano da crença refletida, o plano da fabulação, etc. Ao contrário, a essência do método clínico está em discernir o joio do trigo e de situar cada resposta dentro do seu contexto mental. Ora, existem contextos de reflexão, de crença imediata, de jogo ou de psitacismo, contextos de esforço e de interesse ou de fadiga e, sobretudo, existem sujeitos examinados que inspiram confiança imediata, observando-se que refletem e buscam, e indivíduos com os quais se sente que estão rindo de você ou que não o escutam".

---

61 Idem, s/d, p. 11

Piaget é pouco otimista quanto à formação de pessoas para desempenhar bem o método clínico. Anuncia que, para se tornar competente na entrevista clínica piagetiana, é preciso um bom tempo de prática diária. As palavras abaixo, deveriam ser ouvidas principalmente, pelo professor problematizador. Afirma Piaget<sup>62</sup>:

"Acreditamos mesmo que em psicologia infantil, como na psicologia patológica, torna-se necessário um ano de exercícios diários para se sair das inevitáveis incertezas do começo. É tão difícil deixar de falar muito quando se interroga uma criança, sobretudo quando se é pedagogo! É tão difícil deixar de sugerir! É tão difícil, sobretudo, evitar por um lado a sistematização devido às idéias pré-concebidas e, por outro, a incoerência devido à ausência de uma hipótese diretora!"

Segundo seu autor, o domínio de uma entrevista é decorrente de uma seqüência de procedimentos. Além dos critérios para intervir no teste, a que nos referimos, temos que ressaltar o **estudo das respostas**. Analisando os tipos de respostas individuais, como produto ou não de raciocínio e instrumentos lógicos originais, Piaget está avaliando se houve esforço de pensamento e envolvimento da criança na tarefa.

Ao escrever sobre seu método clínico na introdução do livro "A representação do mundo na criança", Piaget classifica em cinco grandes categorias, os tipos de respostas que se pode obter (com o cuidado de não estabelecer regras precisas para esta classificação) e faz uma análise do grau de envolvimento e reflexão original da criança em cada uma delas. Segundo esta sua análise, as crianças ao responderem uma pergunta, podem ter os seguintes tipos de reações:

1) não se importam com a pergunta feita, parecendo até mesmo aborrecidas em estarem sendo argüídas e, por isso, respondem qualquer coisa como para se verem livres do examinador. Essa reação é designada **não importismo**.

---

62 Idem, s/d, p. 11

Pode ser que não houve compreensão da pergunta ou a criança está preocupada com alguma coisa diferente. Esta reação sugere que a situação não teve **valor adaptativo** para a criança, levando ao desinteresse e conseqüente ausência do desejo de raciocinar.

2) respondem a pergunta com uma história inventada, fora do contexto e supostamente desprovida de crença. Parece somente, um exercício verbal. Essa reação é denominada **fabulação**. Novamente, não parece haver esforço mental por parte da criança.

3) esforçam-se para responder a pergunta porque esta parece sugestiva ou então, estão simplesmente procurando agradar o examinador. Neste caso, Piaget considera que houve uma dose de esforço, mas situa a motivação no fato das perguntas serem sugestivas. Não parece haver reflexão, mas sim adivinhação, só para não deixar de corresponder a uma pergunta bem formulada ou a uma novidade. Neste caso, ocorre a **crença sugerida**.

4) respondem a pergunta utilizando raciocínio original próprio. Retiram as respostas dos próprios recursos cognitivos; não há ajuda do examinador na busca da resposta nem nos conhecimentos anteriores que ajudariam na conclusão. Diz-se aqui que ocorre a **crença desencadeada**. Nas palavras do autor<sup>63</sup>:

"é o produto de um raciocínio feito sob comando, mas com o recurso de materiais (conhecimentos da criança, imagens mentais, esquemas motores, pré-ligações sincréticas, etc.) e de instrumentos lógicos (estruturas de raciocínio, orientações do pensamento, hábitos intelectuais, etc.) originais"

5) finalmente, respondem a pergunta imediatamente, sem precisar raciocinar, porque a solução é conhecida. Isso certamente ocorre quando a pergunta não é nova para a criança. A única tarefa da criança é buscar a resposta no seu arsenal de conhecimentos, depositado na memória. Esta reação é

---

63 Idem , s/d, p. 12

designada **crença espontânea**. Piaget questiona neste caso, se o conhecimento usado para a resposta é fruto do esforço de raciocínio próprio ou se é simples reprodução de algo transmitido pelo adulto. Certamente, essa questão alteraria o nosso problema principal, mas não é primordial para o caso da classificação das respostas.

Obviamente, são as respostas **certas** obtidas das **crenças desencadeadas** aquelas valorizadas por Piaget para verificar mudanças na qualidade do conhecimento. Ele considera que são essas que forçaram a criança a raciocinar em uma certa direção e a sistematizar o seu conhecimento de alguma forma. Piaget fez um estudo aprofundado das crenças desencadeadas e da fronteira entre elas e as crenças espontâneas e sugeridas. Considera bastante difícil, estabelecer critérios para essa análise, principalmente para distinguir as crenças desencadeadas das crenças espontâneas. No entanto, deixa uma síntese que auxilia na discussão do problema sobre tal distinção. São essas as conclusões: 1) todas as duas resistem à sugestão; 2) todas as duas têm raízes profundas no pensamento do sujeito examinado; 3) todas as duas apresentam uma certa generalidade entre as crianças de mesma idade; 4) todas as duas perduram durante anos e decrescem progressivamente, em vez de ceder bruscamente; e finalmente, 5) todas as duas entram em fusão com as primeiras respostas certas, ou seja, com as respostas devidas à pressão do adulto.

A partir disso, Piaget<sup>64</sup> sugere o estudo das perguntas das crianças, por meio da observação pura (apesar de considerar esse procedimento, como vimos, de emprego bastante restrito) como mais um critério para essa distinção:

"Consideremos então todas as respostas obtidas que satisfaçam às cinco condições como devidas às crenças espontâneas das crianças? Ou seja, deve-se admitir que tudo que diz a criança foi formulado no seu pensamento anteriormente ao interrogatório? É óbvio que não é nada disso. O único meio de fazer a separação entre o que é espontâneo e o que é desen-

---

64 Idem, s/d, p.21

cadeado é recorrer à observação pura. É por ela que convém terminar cada pesquisa, da mesma forma que é na observação que se convém inspirar para realizar qualquer pesquisa. O estudo das perguntas das crianças é, desse ponto de vista, o principal auxiliar".

Foi portanto, a existência de **crenças desencadeadas** e a necessidade de distingui-las das **crenças espontâneas**, que nos motivou a destacar essa parte da obra de Piaget. Essa discussão vem reforçar a preocupação de Piaget com a **problematização**. Isto porque a crença desencadeada é influenciada pelo interrogatório do adulto, mas as crianças se sentem envolvidas pela pergunta; tomam o problema para elas e conseqüentemente, são motivadas a raciocinar. É o caso em que o problema **encontra** o problematizado.

O estudo do exame clínico de Piaget e dos critérios utilizados para validá-lo, conduziu-nos a três conclusões que a muitos podem parecer inusitadas. Em primeiro lugar, o exame clínico está orientado para a construção e compreensão de teorias, mas é verdadeiramente **experimental**, em virtude do seu próprio caráter e do papel desempenhado pelo pesquisador ao longo do processo.

Apesar de sabermos que o examinador se encaminha para a tarefa, baseado na teoria piagetiana, com um resumo dos estágios de desenvolvimento e as principais características de cada um em mente, não existe um processo de decisão que determine os passos para examinar o pensamento da criança. O observador parte de reações provocadas na experiência e atua a todo tempo como se faz num experimento: observa, classifica, comunica, ouve, levanta hipóteses, reformula as hipóteses, faz predições, analisa, etc. Ele está a todo tempo, testando e reformulando suas perguntas, até que esteja convencido de que os critérios piagetianos de avaliação tenham sido realizados e o pensamento da criança esteja mais claramente revelado. É um método experimental que tem como base o **diálogo ativo**, por isso com grande chance de **levar a criança a problematizar**.

Em segundo lugar, as **respostas corretas não avaliam** se a criança tem o **conceito** ou não. Já é conhecido como parte da história do método clínico piagetiano que, diferentemente da interpretação do teste padronizado, as respostas **erradas** têm tanto interesse e valor para o examinador ou pedagogo quanto as respostas **corretas**. No entanto, não é tão difundida a recomendação para duvidar de resposta **correta**, antes de conhecer o raciocínio subjacente a essa resposta e, mais ainda, verificar a sua durabilidade, ou seja, se a criança mantém a resposta dada quando se oferece uma contra-sugestão. Neste sentido, a investigação de Piaget está muito mais preocupada com o raciocínio e a dinâmica de pensamento do que com os acertos. Outra vez, nos chama a atenção, a perspectiva piagetiana na direção da **problematização**.

Finalmente, o observador deve estar excessivamente preocupado com o **envolvimento da criança** na situação. Tanto na verificação da validade das respostas como nos critérios criados para avaliar se a criança tem o conceito, Piaget revela a preocupação em encontrar um pensamento ativo por parte da criança, uma atitude de interesse e uma vontade deliberada de refletir sobre as perguntas. Ele descreve a reação de crianças **desligadas** como, por exemplo, com respostas no plano da fabulação e procura critérios para interpretar esses resultados, distinguindo-os de reações do tipo **ligado**, isto é, resultante de atividade mental original. Quanto aos critérios de avaliação utilizados na entrevista, principalmente a contra-sugestão e a justificativa lógica, além do objetivo de pesquisar em que nível de raciocínio a criança se encontra, freqüentemente podem ativar as crianças mentalmente. Ativá-las mentalmente é criar condições para o aparecimento de um diálogo interno e externo, fazendo-as agir sobre as perguntas e materiais - é torná-las **problematizadas**.

Examinaremos agora, um outro aspecto tratado na teoria piagetiana. Como foi salientado, o questionamento sobre uma situação relacionada com o conhecimento, constitui, para Piaget, o fator mais básico do desenvolvimento cognitivo, porque para a criança se desenvolver nesse aspecto, é preciso que

ela esteja ativa mentalmente. Esta teoria da **ação** no desenvolvimento cognitivo encontra fundamento teórico em Piaget, principalmente nos conceitos de **equilibração** e **auto-regulação**, os quais nos chamam a atenção, pela afinidade com a nossa questão sobre o **valor da problematização** para o desenvolvimento intelectual do indivíduo.

Sob o ponto de vista de que o conhecimento é um processo evolutivo (passa por níveis de complexidade), Piaget propôs-se a investigar como e por quais mecanismos, a criança passa de um tal estado de conhecimento para outro. De um modo geral, como a lógica da criança se transforma em lógica adulta. Ligado a essa idéia, está a base de toda a teoria de Piaget sobre o desenvolvimento cognitivo - o **conceito de equilibração**.

A equilibração é um processo dinâmico e permanente que consiste no seguinte: todo organismo vivo, quer seja uma ameba, um animal, uma criança, procura manter um estado de adaptação (de equilíbrio) com o meio, agindo de forma a superar perturbações (desequilíbrios) na sua relação com ele. O processo de equilibração conduz de certos estados de equilíbrio aproximado a outros, qualitativamente diferentes, passando por vários desequilíbrios e reequilibrações.

Esse processo se inicia com a mudança de alguma característica do meio ambiente, a qual provoca a ruptura da harmonia entre ele e o sistema, causando uma perturbação interna ou desequilíbrio. Como se acredita em equilibração contínua, espera-se que o sistema se organize frente a essa nova exigência ou demanda. Em um sistema biológico, podemos imaginar, por exemplo, uma nova bactéria ou vírus que se instala e provoca a ruptura do estado de repouso ou funcionamento regular do organismo - este, trabalha e reage de modo a restabelecer a saúde do organismo (equilíbrio). No sistema cognitivo, do qual não se conhece quase nada, supõe-se que o processo de equilibração se dá através dos mesmos mecanismos.

A hipótese piagetiana da existência do processo de equilibração no sistema cognitivo, cuja presença só se pode inferir pelos seus efeitos, implica na aceitação de algo que é orgânico, mas numa concepção modificada do conceito de orgânico pela Biologia e Medicina. Na teoria de Piaget, explica Chiarottino<sup>65</sup>, essas reações são orgânicas, porém não palpáveis, isto é, não observáveis.

A razão dos desequilíbrios e de sua frequência inicial é discutida por Piaget em profundidade. Segundo ele, esse processo pode se iniciar no momento em que diferenciações são percebidas pelo sujeito cognoscente, tornando-se uma fonte de perturbação. O motor do desequilíbrio pode estar no **confronto de interpretações opostas, nas diferenciações que provocam as contradições**. Por exemplo, para uma criança de 5 ou 6 anos, uma pessoa não pode ser ao mesmo tempo alto e baixo. Esses termos não podem ser características relativas para essas crianças. A contradição aparece no momento em que o considerado alto numa situação, aparece como baixo em outra. Mas, a fonte geradora do desequilíbrio poderia ter outra origem, como por exemplo, no desajuste de subsistemas internos ao indivíduo ou nos próprios observáveis, dependendo do tipo destes. Nesta busca, Piaget<sup>66</sup> levanta hipóteses sobre estas fontes:

"Trata-se, pois, de estabelecer se os desequilíbrios, isto é, as contradições, são inerentes, por um tipo de necessidade intrínseca, à constituição dos objetos, por um lado, ou, por outro, às ações do sujeito; ou se eles não resultam senão de conflitos momentâneos, como supõe todo desenrolar histórico: neste caso seriam simplesmente devidos à diversidade de sistemas e subsistemas de observáveis e de coordenações, pelo fato de que nenhum dentre eles está prontamente terminado (e os sistemas causais não o são mesmo nunca) e que eles se desenvolvem em velocidade diferente; em suma, pelo fato de que nenhuma forma de pensamento, em qualquer nível

---

65 Idem, p. 16

66 Piaget, J., 1976, p. 18-19

que se a considere, é capaz de reunir, simultaneamente, num todo coerente a totalidade do real nem o universo do discurso".

De todo jeito, o que ele considera é que a criança deve compensar o desequilíbrio e resolver o conflito cognitivo por meio da própria atividade intelectual. Compensar o desequilíbrio, significa ultrapassar a contradição que se apresenta, o que consiste em uma reestruturação dos objetos correspondente a uma reorganização mental num nível superior. O estágio final é uma nova maneira de pensar, possivelmente um modo que apresenta nova qualidade de entendimento e satisfação. A criança está procurando constantemente, um equilíbrio melhor. Piaget<sup>67</sup> chama este processo de procura de equilibração. Ele escreve:

"Quando menciono equilíbrio, não é absolutamente no sentido de um estado definitivo que o funcionamento cognitivo seria capaz de obter. O equilíbrio obtido é limitado e restrito e há uma tendência de ultrapassar esse ponto na procura de um equilíbrio melhor. Desse modo, simplificando, há uma procura constante de um equilíbrio melhor. Em outras palavras, equilibração é a procura de um equilíbrio cada vez melhor no sentido de uma área mais ampla, de um aumento do número de composições possíveis e no sentido de um crescimento em coerência".

A reorganização frente ao desequilíbrio, envolve dois processos complementares: a assimilação e a acomodação. A assimilação consiste na incorporação de novas situações dentro de estruturas existentes. A acomodação, por sua vez, é a modificação das estruturas existentes, desenvolvendo novas estruturas cognitivas. A assimilação, como a possibilidade da inserção de algo na estrutura cognitiva consiste segundo Piaget, em conferir significação, ou seja, ter significado para Piaget, é poder deixar encaixar algo num todo organizado. É como se o sistema cognitivo se **curvasse** frente a algo porque há possibilidade de assimilá-lo, isto é, tem **valor adaptativo** para ele. Resume Piaget<sup>68</sup>:

---

67 Idem, 1978 p. 215

68 Idem, 1978, p. 18

"...qualquer conhecimento comporta sempre e necessariamente um fator fundamental de assimilação, que apenas confere uma significação ao que é percebido ou concebido".

Assim, o conhecimento como adaptação ao meio se dá através da assimilação, desde o conhecimento mais elementar até o conhecimento que necessita de relações lógicas conscientes, como é o caso da Matemática e das Ciências Físicas e Naturais.

Desse modo, o processo de assimilação é também o que distingue em parte, a epistemologia genética de Piaget da epistemologia associacionista. A primeira, considera que todo conhecimento, mesmo perceptivo, comporta sempre um processo de assimilação a estrutura anterior e, portanto, nunca se constitui como uma simples cópia do real; os psicólogos associacionistas, como salientamos, consideram o conhecimento, plena representação do mundo exterior, resultante da impressão passiva do real na mente, associações diretas por meio da captação dos sentidos. Aebli<sup>69</sup>, discutindo o esquema de assimilação no processo didático, compara essas teorias:

"O que se opõe, assim, profundamente à psicologia de Jean Piaget, às teorias da impressão passiva, é que ela põe em evidência a contribuição essencial do sujeito na constituição da experiência: para apreender as coisas e os fenômenos, não pode limitar-se a deixar as impressões atuarem sobre seu espírito, deve, por si mesmo, apoderar-se delas aplicando-lhes seus esquemas de assimilação, adotando pontos de vista determinados. A história do pensamento da criança é, assim, a história de seus esquemas de assimilação e dos conhecimentos que resultam de sua aplicação às coisas".

Cada um desses processos, a assimilação e a acomodação, estão presentes em certo grau, em todas as mudanças e não existem um sem o outro. Piaget<sup>70</sup> esclarece:

---

69 Aebli, H., 1971, p. 84

70 Idem, 1978, p. 21

"... do mesmo modo que não existe assimilação sem acomodações (anteriores ou atuais) também não existe acomodação sem assimilação: isto significa que o meio não provoca simplesmente o registro de marcas ou a formação de cópias, mas que desencadeia ajustamentos ativos e é por isso que só falamos de "acomodação" subentendendo "acomodação de esquemas de assimilação". Por exemplo, pegar nos objetos com as duas mãos é, para uma criança de cinco ou seis meses, um esquema de assimilação, mas afastar mais ou menos as mãos segundo o maior ou menor volume do objeto constitui uma acomodação desse esquema".

Podemos dizer, então, que o equilíbrio é um estado relativamente estável de alguma estrutura para que possa aceitar e adaptar-se a diversos estímulos, sem mudança essencial. Ao mesmo tempo envolve a idéia de permanente movimento ascendente. Assim interpretado, o conceito de equilíbrio confunde-se com o de adaptação intelectual - ambos trazem consigo a idéia de evolução, partem das trocas entre organismo e meio, desde as meramente mecânicas até as de nível simbólico - o pensamento é adaptado a uma realidade quando ele pode assimilar dessa realidade, as informações sempre por ela oferecidas e acomodar essa estrutura às diversas características dessa realidade.

Como o equilíbrio não é perfeito nem permanente, algum estímulo pode derrotar os poderes assimiladores, até então desenvolvidos pela estrutura existente. Para que esta possa admitir (assimilar) o estímulo, em vez de deixá-lo passar, deve ter lugar um novo desenvolvimento estrutural; isto constitui uma acomodação de tipo mais radical, levando ao equilíbrio num nível estrutural mais elevado. Segundo Piaget, no caso de acomodação, a estrutura muda, mas a antiga não se perde - é simplesmente modificada. De todo modo, a teoria de mudança evolutiva de Piaget defende o ponto de vista que o sistema cognitivo não sofre uma ação coersiva por parte dos estímulos, só os aceitando se para ele estiver sensibilizado, isto é, se os assimilar espontaneamente. Portanto, o

equilíbrio pode ser caracterizado como **auto-regulador**, móvel e ativo, com um componente de estabilidade bem como de mudança.

Eis aqui, uma outra hipótese piagetiana que é particularmente interessante para compreender **o que é, como se dá** e qual a importância da **problematização**: a **auto-regulação** do funcionamento dos mecanismos vitais evolutivos. As trocas com o meio, que desencadeiam as transformações ativas de todos os sistemas vitais, têm um regulador interno com um movimento que **impõe as suas escolhas**. Este processo também é válido no campo do comportamento do conhecimento. Escreve Piaget<sup>71</sup>:

"...em nenhum domínio o organismo sofre a influência do meio tal e qual e, pelo contrário, mostra-se essencialmente ativo em relação a elas. Do ponto de vista físico-químico, o ser vivo não é de modo nenhum uma réplica dos corpos que o rodeiam porque apresenta uma organização que se conserva assimilando-os e porque essa organização comporta uma auto-regulação. Do ponto de vista genético, o genoma não é de modo nenhum o produto das influências do meio, mas um sistema organizado que fornece as suas **respostas** às tensões do meio (Dobzhansky e Waddington) e que tem as suas **normas de reação**. Do ponto de vista embriológico, o desenvolvimento epigenético implica uma série de trocas, mas com uma direção interna que impõe as suas escolhas aos alimentos utilizados. Do ponto de vista fisiológico, o sistema das regulações testemunha uma atividade contínua que, de novo, não sofre as trocas com o meio mas as canaliza e as regula. Do ponto de vista neurológico, o sistema nervoso não se limita a sofrer uma ação coersiva da parte de estímulos, mas testemunha atividades espontâneas, só aceitando os estímulos se para eles estiver sensibilizado, quer dizer, se os assimilar ativamente a esquemas de propostas prévios. Em relação ao último escalão, ao do comportamento, acontece exatamente o mesmo. Todos os animais apresentam comportamentos, do Protozoário ao homem, e os Vegetais manifestam também processos de reação embora a velocidade menores....sendo o organismo ativo em todos os escalões seria o

---

71 Idem, 1978, p. 41

seu comportamento, que é a expressão superior dessa atividade, exceção à regra, não passando de subordinação servil e imitadora do meio?"

Piaget<sup>72</sup> considera então que, a todos os níveis, toda organização vital, comporta auto-regulações, mesmo no campo do comportamento. Segundo ele, o comportamento consiste em:

"... um conjunto de escolhas e de ações sobre o meio, organizando do modo ótimo as trocas. A aprendizagem não constitui uma exceção a esta definição porque, ao adquirir novos condicionamentos ou novos hábitos, o ser vivo assimila os sinais e organiza esquemas de ação que se impõe ao meio ao mesmo tempo que se lhe acomodam. Existe pois uma assimilação ativa ao nível do comportamento e as funções cognitivas obedecem como as outras às leis gerais da assimilação e da acomodação, constituindo os esquemas de ação como os outros, formas de organização vital, mas formas funcionais da estrutura dinâmica e não material (no sentido de comportar massas)".

Piaget vê as funções cognitivas, na perspectiva de órgãos de auto-regulação de trocas com o meio que, para exercer esse papel, utiliza os sistemas gerais de auto-regulação orgânica, e adapta-os aos novos dados que são as próprias trocas com o meio.

As funções cognitivas teriam então, nessa perspectiva, **poder de decisão** sobre a ocorrência do desequilíbrio, ou seja, para que o desequilíbrio seja ativado, é preciso que o próprio indivíduo busque um estado de harmonia com respeito a sua estrutura cognitiva e ao acontecimento. Desse modo, podemos inferir que o envolvimento e questionamento sobre uma situação depende de um movimento interno, orientado e regulado pelo indivíduo, ou seja, é mais provável que haja desequilíbrio quando a reação da criança é espontânea. Paira no ar, então, por todas as razões alegadas que, no que se refere a aprendizagem, reação espontânea não significa que as crianças devem fazer

---

72 Idem, 1978, p. 42

somente o que querem, mas que o desequilíbrio não ocorrerá a não ser que a criança chegue até ele, através de reações espontâneas.

Dessa maneira, colocamos aqui, algumas questões para a teoria de Piaget que podem orientar nossa busca em caracterizar a **problematização** como um **ponto de partida** para o conhecimento e, se assim reconhecida, verificar se ela é considerada uma **ação** mais ou menos **isolada** ou **compartilhada**. Do que depende a ocorrência do desequilíbrio? E o desenvolvimento cognitivo que daí decorre? O gerador desse movimento é um agente interno ou externo ao indivíduo?

Procurando responder as perguntas em bloco, podemos dizer, primeiramente, que o princípio básico desta teoria interacionista - **conhecimento está na troca entre o sujeito e o objeto** - gera a idéia de uma **fábrica de problematizações**. Isso dá porque estas **problematizações** são, em geral, derivadas da **troca não completa**. Isto é, entendemos que, nesse movimento de ir e vir entre sujeito e objeto, cada um com seus observáveis e suas coordenações, sempre que **falta algo no sujeito ou no objeto**, instala-se uma **lacuna** que pode gerar um **estado de conflito**. Esta idéia de lacuna é o próprio processo de desequilíbrio. Em outras palavras, toda vez que a assimilação não for **igual** à acomodação (entendendo por assimilação - o trabalho do objeto **virar** sujeito e por acomodação - o trabalho do sujeito **virar** objeto), ou seja, toda vez que não se tem esse ciclo de troca equilibrado, dá-se o desequilíbrio. Assim, sendo essencial para Piaget o processo de **equilibração** e **desequilibração** para a evolução do conhecimento, entende-se que ele vê como vital para o indivíduo, iniciar uma **problematização** sobre algo de modo a conseguir a sua **apreensão**.

Como vimos, para que ocorra o processo de equilibração, é preciso que exista um elemento estimulador, acionando o seu desencadeamento. É necessário que o sujeito confronte com algo perturbador cognitivamente, de modo que o seu sistema cognitivo se torne eficientemente ativo, isto é, algo

que o faça passar de um estado de equilíbrio a um estado de desequilíbrio. Esse último, que podemos considerar uma **problematização** é, na verdade, uma **motivação** - podemos dizer, no que se refere ao sistema cognitivo, um **desejo cognitivo** - o sujeito percebe uma discrepância e vê a importância que a situação tem para ele. Mas, o que é **motivação** quando se trata do sistema cognitivo, ou melhor, de pensamento e conhecimento? É possível separar **problematização** de **motivação**?

Tratando-se do sistema cognitivo numa perspectiva piagetiana, nós entenderíamos que a perturbação que faz o indivíduo se debruçar sobre algo que não se ajusta ao seu conjunto de significados, vem do nascimento de um **diálogo cognitivo interno e/ou externo** que se instala, gerado no estado de desequilíbrio. Desse modo, ao mesmo tempo que, uma série de perguntas do indivíduo para ele mesmo, está lá, porque há uma necessidade de assimilação e acomodação do objeto que lhe parece discrepante, e ele só cria essa argumentação porque está **motivado** (necessitado) pelo conjunto de perguntas que passou a fazer a ele próprio. Assim, é como se **motivação, desequilíbrio e problematização** fossem elementos superpostos no que se refere a cognição.

Em segundo lugar, todo estudo de Piaget deposita no processo de equilibração, a responsabilidade pela passagem de um tal desenvolvimento mental para outro, ou seja, na necessidade que a estrutura cognitiva tem de se desenvolver para enfrentar as demandas ambientais, processo este, que depende de um movimento interno, **regulado** pelo indivíduo.

De um lado, a capacidade para o indivíduo responder a um certo estímulo, depende, em grande parte, do seu desenvolvimento ou maturidade cognitiva, desde que é preciso que o próprio indivíduo deseje cognitivamente (acione seus esquemas assimilatórios) buscar saídas para aliviar essa tensão estimuladora. De outro lado, no que se refere à **motivação**, podemos concluir que ela é intrínseca, isto é, a seleção de uma atividade e a vontade para buscar a

solução de um problema é pessoal, de interesse próprio. Sendo assim, a **ação do indivíduo no mundo** depende de disponibilidade interna, mais do que externa e, portanto, é **mais isolada do que compartilhada**.

Assim, dentro desse quadro piagetiano, podemos considerar que a **problematização** envolve um processo ativo de assimilação orgânica, iniciado internamente. De sorte que, literalmente, deveríamos partir das questões dos educandos e nos dirigirmos por elas. A quantidade e a qualidade da **problematização**, o educando é quem as determinaria e não o professor ou a disciplina em estudo. Mas, como **problematização, professor e conteúdos** estão necessariamente relacionados no processo educativo, já que ele é precisamente um processo de interação e ajustamento entre esses fatores, compreendemos que é justamente a necessidade de conciliá-los que consiste a contribuição original deste trabalho.

## NA PSICANÁLISE

Como pesquisadores em formação do campo da Educação Matemática, podemos nos reponsabilizar por diversos requisitos para o desenvolvimento dessa pesquisa, dentro de outros campos de estudo como o da Filosofia, da Psicologia Cognitiva e da Matemática. Porém, sentimo-nos especialmente apreensivos, ao abordar e utilizar os procedimentos e informações que se acumulam na disciplina da Psicanálise, pelo fato especialmente, de procurarmos localizar a origem do nosso problema no conceito básico da Psicanálise - o **inconsciente**. Rieff<sup>73</sup> reforça a nossa preocupação:

"Freud considerou o inconsciente como algo semelhante a um Deus oculto - indiferente, impessoal, desinteressado da vida de sua criação e inacessível a experiência".

Portanto, ao mesmo tempo que sentimos de grande importância, pes-

---

73 Rieff, P., 1979, p. 36

quisar o papel do inconsciente para elucidar o problema da nossa tese, reconhecemos que este é o lugar exato para intenções subjetivas, o que é tremendamente facilitador a interpretações equivocadas. A colocação de gosto popular **Freud explica**, caricaturando o determinismo absoluto de Freud - **nada ocorre por acaso** - é um exemplo da nossa preocupação. Ela é freqüentemente apresentada, quando não se vislumbra de onde vêm certas manifestações e nem sempre se refere ao determinismo do inconsciente.

Também, não é nosso propósito estabelecer aqui, o encontro entre Psicanálise e Educação. Isto porque, por um lado, muitos educadores e psicanalistas já tentaram e chegaram a resultados não satisfatórios ou caíram em enganos. Kupfer<sup>74</sup> mostra algumas dessas tentativas e suas conseqüências. Mostra também, quanto esta expectativa existiu no próprio Freud e foi abandonada por ele:

"Nota-se que todas as idéias de Freud sobre a Educação, inspiradas pela Psicanálise, são, de certa forma, por ele "desdidas" ou questionadas: o educador deve promover a sublimação, mas sublimação não se promove por ser inconsciente. Deve-se ilustrar, esclarecer as crianças a respeito da sexualidade, se bem que elas não irão dar ouvidos. O educador deve se reconciliar com a criança que há dentro dele, mas é uma pena que ele tenha se esquecido como era essa criança! E a conclusão, ao final de tudo: a Educação é uma profissão impossível".

Por outro lado, filósofos extremamente respeitados, ainda que não nos obriguem a tomar partido, não buscam respostas na Psicanálise para questões referentes às atitudes intelectuais e à Educação. Ao contrário, rejeitam tais explicações. Granger<sup>75</sup>, na busca de compreender o conteúdo e o papel da **razão**, define como romântica as interpretações da Psicanálise:

"... o seu conteúdo filosófico é tipicamente romântico no sentido em que o

74 Kupfer, M. C., 1988, p. 24

75 Granger, G. G., 1955, p. 38

definimos. Menospreza os valores intelectuais em proveito dos valores vitais, denunciando o jogo onipotente dos primeiros escondidos no brilho sublimado dos segundos. Institui uma espécie de pansexualidade, descobrindo o movimento da libido na origem de todas as nossas construções sentimentais ou intelectuais ... E o pansesexualismo freudiano não passa duma segunda categoria, por assim dizer, de um pansexualismo de esteta".

Snyders<sup>76</sup> também não aceita os argumentos da Psicanálise. Ao discutir sobre a possibilidade de progresso em Educação, mostra-as como equivocadas:

"Equívocos da Psicanálise - Aquilo que Freud, segundo minha opinião, viu lucidamente no problema do progresso, é a força que nos incita a superar tudo o que já obtivemos: "o estímulo que impede de nos contentarmos com uma situação dada qualquer que ela seja e que nos impede sem descanso para frente, "sempre para frente" ... Esta força é marcada por uma ambigüidade conflitante: "a oposição entre a antiga geração e a nova..O esforço que o filho faz para fugir da autoridade dos pais" e é porque não só está sujeito a insaciabilidade, mas parece que é sempre a mesma, a imutável insaciabilidade ... O drama é que os esforços despendidos no curso da história não podem diminuir em nada este descontentamento. Ao contrário, eles correm o risco de acrescentar "um perigo constante de neurose"".

Até aqui, nos detivemos em julgamentos que não privilegiam a Psicanálise e conferem a esta um papel de pequena ou nenhuma importância no processo educacional. Poderá parecer paradoxal, mas acreditamos que temos de passar por este estágio para defender e mesmo compreender aqueles que assumem a posição oposta, enaltecendo o papel dos aspectos psicanalíticos da Educação. Sem nos comprometer com quaisquer das correntes, podemos destacar três momentos nas relações do processo Psicanálise e Educação. Inicialmente, justificamos nossa pesquisa nos moldes de Bassin<sup>77</sup>:

76 Snyders, G., 1988, p. 173

77 Bassin, F. V., 1981, p. 138

"Agruparemos agora os dados que constituem, atualmente, motivo para colocar o problema do inconsciente...examinaremos três de seus aspectos, mais exatamente os dados: a) que decorrem da representação moderna da estrutura psicológica do vivido apreendido pela consciência; b) postos à nossa disposição, atualmente, para as pesquisas sobre a atividade das formas que participam da realização do comportamento da adaptação; c) sugeridos pelas representações modernas da organização funcional da ação".

Num segundo momento, o nosso interesse está em compreender os contrastes conceituais entre certos componentes epistemológicos, quando vistos pela Psicologia, campo que tanto nos tem servido de apoio, e pela Psicanálise. Embora Psicanálise e Psicologia vejam o processo educacional sob ângulos distintos e até conceitos da primeira assumem aspectos da segunda, é sem dúvida enriquecedor para a segunda, uma incursão na primeira. Alguns aspectos trabalhados por Kupfer<sup>78</sup>, em um importante estudo dessas diferenças, sob o tema "O lugar epistemológico da Psicanálise", vem corroborar o que dissemos acima. Diante do perigo de resumir esta análise, torná-la superficial, apresentaremos somente um breve comentário sobre dois temas por ela abordados: o primeiro, **interação e intersubjetividade** e, o segundo, **adaptação ou ajustamento**.

No caso de **interação e intersubjetividade**, a rigor interação para a Psicologia e intersubjetividade para a Psicanálise, Kupfer<sup>79</sup> se apóia nas palavras de Bleichmar:

"Bleichmar nos ajuda a refletir sobre a questão, quando afirma que "no primeiro (o enfoque interacionista), existem entidades que interagem, ou seja, fazem trocas entre si, e se influenciam mutuamente. No enfoque intersubjetivo não pré-existem entidades que interatuam - estas se constituem como entidades no process de interrelação".

---

78 Esta análise comparativa está muito bem cuidada na dissertação de mestrado de Kupfer, M. C., 1982.

79 Idem, p. 26

Quanto a preocupação com a **adaptação** e o ajustamento, vistos como compromissos com a demanda social, a armadilha ideológica que sempre nos deparamos quando enredados em Educação, Kupfer se apóia em Ricoeur<sup>80</sup>:

"O problema da adaptação marca a Psicologia; mas a ele a Psicanálise pode escapar no momento em que "o psicanalista não toma partido nem da sociedade, nem da solicitação infantil do paciente, ... porque seu problema não é o do ajustamento, mas o do discurso verdadeiro", entendendo-se aí o discurso verdadeiro como "o sentido verdadeiro que o paciente deve atingir através do obscuro labirinto das fantasias", ou através dos significantes da história do desejo".

Num terceiro momento, o nosso interesse pelas idéias de Freud está centrado não só por elas se tornarem parte em destaque da herança comum da cultura ocidental ou apresentar uma teoria que discute a possibilidade da escolha pessoal, mas principalmente, porque ele enfatiza, em todos os seus conceitos que explicam os impulsos orientadores dos processos mentais, a existência do **conflito** e da **motivação** e, portanto, da **ação**. Segundo Ricoeur<sup>81</sup> interpretando Freud:

"...em toda parte está em jogo o conflito... Nós entendemos, assim, o homem normal é movido por tendências contraditórias muito mais frequentemente do que poderíamos supor".

Granger<sup>82</sup>, ao mesmo tempo que empreende uma análise para explicitar as dificuldades em avaliar a visão epistemológica de Marx e Freud sobre o desenvolvimento do conhecimento científico, afirmando que este trabalho está por fazer e tem de ser feito, mostra-se convicto ao destacar a contribuição desses pensadores ao relacionarem, sempre explicitamente, o desenvolvimento do pensamento com um sistema de ação:

"... a grande inovação desses dois estilos é reagir contra a redução julgada

---

80 Idem, p. 29

81 Ricoeur, P., 1978, p. 91

82 Granger, G. G., 1974, p. 288

demasiada brutal das significações no objeto de um conhecimento científico do homem. Sob formas e com intenções bem diferentes, um e outro tendem a instituir a ação como categoria objetiva fundamental”.

Freud denominou Psicanálise, a teoria que estuda e aplica o conjunto de procedimentos que tem o objetivo de liberar aspectos obscuros e aparentemente inatingíveis da vida psíquica, isto é, inconscientes, de modo que se possa lidar com eles, conscientemente. Os ensinamentos da Psicanálise baseiam-se em um número enorme de observações e experiências realizadas por Freud (1856 - 1939) e seus seguidores, todos procurando analisar o problema do inconsciente e, de um modo geral, revelar que este influi em todas as nossas manifestações afetivas, intelectuais e sociais, isto é, revelar que nada ocorre ao acaso, muito menos as nossas atuações. Esta é a grande revelação da Psicanálise: há sempre um motivo e um sentido para cada pensamento ou ação, colocando-os assim, acima da aparência da estranheza e da incoerência.

Na verdade, o freudismo esforçou-se para construir uma nova teoria do inconsciente, pois antes de Freud, foram inúmeras as interpretações deste conceito nos diferentes sistemas da Filosofia. Segundo Bassin<sup>83</sup>, todas elas, em sua origem, estavam intimamente ligadas às teorias de orientação idealista, que encaravam o inconsciente como certo princípio cósmico e como a base do processo vital. Leibniz, por exemplo, usou-o para descrever as intenções de natureza transcendental instalada no ser. Porém, filósofos posteriores como Hegel, Schopenhauer e Nietzsche, já construíram um significado do inconsciente, mais próximo ao dado por Freud, como um desejo natural e cego. Este desejo pode se dizer metafórico, ou seja, implica em vontades que a mente ignora, ou que o pensamento consciente rejeita. A teoria de Freud é então, tributária dessas tradições filosóficas, evoluindo para uma abordagem mentalista, que enfatiza a origem mental (ou psíquica) de muitos aspectos do com-

---

83 Idem, p. 8

portamento. Reiff<sup>84</sup>, numa interessante síntese, mostra o significado que Freud assimila do inconsciente:

"É pressuposto sempre em termos negativos. Enquanto para Jung o inconsciente é tudo o que a consciência pode se tornar, para Freud é, mais simplesmente, tudo o que a consciência não é. O inconsciente é discriminativo e seletivo. O inconsciente nunca diz Não. O inconsciente pode aprender a partir da realidade e é capaz de indecisão ou de adiar a gratificação. O inconsciente pode apenas lutar cegamente "para gratificar seus instintos, em completa desconsideração do poder superior das forças externas". O inconsciente é alterável. As forças do inconsciente são "indestrutíveis". Os instintos enchem o inconsciente de energia, "mas ele não tem organização, nenhum desejo unificado ... as leis da lógica - acima de todas as leis da contradição" não se aplicam a ele; não conhece "nenhum valor, bem ou mal, nem moralidade alguma". Não obstante, é algo sobre o qual a civilização deve se estender para a segurança de sua vida, algo que contém "a verdadeira realidade psíquica". O inconsciente é "a grande esfera", escreve Freud, "que inclui dentro de si a esfera menor do consciente. Há uma circularidade nesta maneira de conceber o pensamento em que a parte desconhecida se torna aquela através da qual a conhecida obtém o significado ... somos levados a compreender o consciente a partir do que parece ser, ao ser comparado com o que não é".

Freud esforçou-se também, no sentido de construir uma teoria desvinculada da teoria da fisiologia do cérebro, ou seja, da abordagem médica da Neurologia e da Fisiologia para o tratamento das desordens mentais. Segundo Henneman<sup>85</sup>, dentro da psiquiatria, a rejeição, por parte de Freud, do tratamento neurológico das desordens mentais, propondo explicações radicalmente novas, despertou críticas e hostilidades dos neurologistas, as quais perduram até hoje.

Desse modo, o conceito mais importante da teoria de Freud é a **moti-**

---

84 Idem, p. 36

85 Henneman, R., 1964, p. 10

**vação inconsciente.** O inconsciente, como fonte de motivos (freqüentemente desejos reprimidos) e repositório de velhas lembranças, é tido como o aspecto mais significativo para compreender o comportamento aparentemente irracional. Segundo Freud, freqüentemente o indivíduo não compreende seu comportamento de um determinado modo e os motivos que o levam a ele. Isto é porque só podem ser explicados em termos de motivos consignados ao inconsciente. Outro aspecto significativo da teoria psicanalítica de Freud, foi a ênfase que deu em considerar a primeira infância como um período crítico na formação da personalidade. Ele acreditava que muitos desajustamentos dos adultos tinham suas origens nos conflitos e frustrações infantis.

Para ampliar a abordagem da nossa questão, tomaremos da teoria de Freud dois aspectos: o modelo **tensão-redução** e a **sublimação**.

Freud assume que o comportamento mental normal e saudável, é resultado da necessidade de **reduzir a tensão** a níveis previamente aceitáveis, gerada por uma energia - **pulsão** - que está em busca de um **objeto desejável**. O movimento do comportamento é iniciado por algo como uma energia indefinida, inquietante e não direcionada. É algo como uma coisa latente de ordem vital. Uma pressão ou força que Freud<sup>86</sup> chamou de pulsão - "a suprema causa de toda a atividade". Aí, está a fonte que faz o indivíduo tender para algo.

As pulsões apenas iniciam a necessidade de ação; elas nem predeterminam a ação particular, nem a forma como ela se completará. De súbito, quando o indivíduo se volta e se pergunta, "o que é este algo que está na minha frente?", a pulsão tende para esse algo que é o objeto de desejo. A pulsão é da natureza do indivíduo, é inconsciente e vai se expressando no consciente, enquanto se transforma em desejos cada vez mais conscientes e claros. O **desejo** é pulsão dirigida para um objeto - é **objetal**. É esse ciclo completo, denominado **tensão-redução**, que parte dessa energia de ordem orgânica - pul-

---

86 Freud, S., 1940, p. 21

**são** - para a **tensão** e a **atividade** e volta ao repouso, que move e organiza as atuações do humano.

Para análise do nosso problema, este é um dos pontos que nos atrai na teoria freudiana, porque nela, uma pessoa com uma necessidade, estará buscando **atividades** que possam reduzir esta tensão original. Fagali<sup>87</sup>, quando fala dos impulsos que mobilizam para uma **problematização**, considera-os numa abordagem psicanalítica:

"Na situação problematizadora o que mobiliza é a tensão, a ausência, a inquietação que nos lança para frente em busca do objeto ausente, da satisfação... Segundo as abordagens psicanalíticas esta busca do preenchimento diante da ausência é uma necessidade básica do indivíduo para os processos de simbolização e construção do real".

O trabalho psicanalítico envolve a procura das causas dos pensamentos e comportamentos que se expressam de forma particular. A incumbência do terapeuta é ajudar o paciente a recuperar e reintegrar materiais inconscientes de forma que a vida atual deste, possa ser mais satisfatória. Segundo Freud<sup>88</sup> o paciente deve se manifestar espontaneamente, mas sem perder a devida atenção:

"...Deve dizer-nos não apenas o que pode dizer espontaneamente e de boa vontade, coisa que lhe proporcionará um alívio semelhante ao de uma confissão, mas também tudo o mais que a sua auto-observação lhe fornece, tudo o que lhe vem à cabeça, mesmo que lhe seja desagradável dizê-lo, mesmo que lhe pareça sem importância ou realmente absurdo".

Em todo procedimento analítico, o paciente nunca é pressionado a descobrir o conteúdo que o pressiona, mas é encorajado a permitir que ele se manifeste. Freud encara a análise como um produto natural; a energia que tinha sido reprimida lentamente emerge na consciência. Freud<sup>89</sup> afirmava que

---

87 Fagali, H. Q., 1992, p. 9

88 Freud, S. 1940, p. 49

89 Freud, S., 1919, p. 71

isso não só é natural num processo contínuo de análise, como faz parte do nosso desenvolvimento:

"Sempre que conseguimos analisar um sintoma em seus elementos, liberar um impulso instintual de um vínculo, esse impulso não permanece em isolamento, mas entra imediatamente numa nova ligação".

A tarefa do terapeuta é expor, explorar e isolar os instintos e componentes que foram negados ou distorcidos pelo paciente. A intervenção do analista não é direta nem inevitável. Para ajudar o paciente a fazer ligações, o analista interpreta algo que o paciente lhe diz, sugerindo elos que este último pode ou não ter reconhecido anteriormente. Certamente, esse processo de interpretação é uma questão de experiência clínica e de intuição. O analista sempre apóia as revelações ouvidas, não as critica, isto é, nem aprova ou reprova seus conteúdos.

Nesse sentido, a Psicanálise está sempre preocupada em aprimorar a arte de problematizar. Na verdade, a psicanálise trabalha com o indivíduo na direção de compor algo, cujo final é um problema. Isto é, trabalha na **problematização** que pode levar a formular um problema. No encontro psicanalítico, valoriza-se a **ação de problematizar** e não a solução do problema formulado, ou seja, não é julgada a solução que o indivíduo dá ao problema. O trabalho do Psicanálise é o de procurar as pulsões que estão sendo satisfeitas quando o paciente fala, por exemplo, da vontade de abandonar o emprego; e não, o de julgar a solução que o indivíduo deu à situação, se o abandonou ou não. Nesse aspecto, a Psicanálise é **construtivista**, porque ela valoriza as **significações das ações que problematizam algo**.

Outro aspecto que muito nos atrai nessa teoria, em relação ao nosso problema é, resumidamente, o que salienta Birch e Veroff<sup>90</sup>:

"Freud...reconheceu que o comportamento humano é dirigido por muitos

---

90 Birch, D. & Veroff, J., 1970, p. 9

processos psicológicos inconscientes. Portanto, a mais forte tendência de comportamento não é, necessariamente, para aquela que a pessoa conscientemente decide que será a melhor para ela".

Está resumido acima, o **princípio da realidade** anunciado por Freud que consiste na afirmação de que o prazer que buscamos, procura desvios alternativos ao chocar-se com obstáculos da realidade social. O **princípio da realidade** está diretamente ligado ao **princípio do prazer**, ou melhor, é resultado de sua renúncia provisória. O **princípio do prazer** consiste na afirmação de que o indivíduo, anteriormente a toda sua formação e toda experiência, não tem outro princípio para se dirigir. Os seus próprios desejos o orientam forçosamente para as sensações mais agradáveis. O prazer procurado tem características instintivas, dirigidas para propósitos sexuais ou agressivos que encontram dificuldades para serem realizados no mundo social. Assim, a energia original procura desvios que possam ter sucesso para reduzir os impulsos iniciais, sem renunciar ao prazer. Berge<sup>91</sup>, exprimindo-nos nas palavras de Freud:

"O primeiro obstáculo com que se choca o princípio do prazer é conhecido desde muito cedo como um obstáculo por assim dizer normal e regular. Sabemos, em particular, que o nosso aparelho psíquico procura conformar-se, naturalmente, e em virtude de sua constituição mesma, com o princípio do prazer, mas que em presença de dificuldades que têm origem no mundo exterior, sua afirmação pura e simples, em todas as circunstâncias, revela-se como impossível, como perigosa mesmo para a conservação do organismo. Sob a influência do instinto de conservação do ego, o princípio do prazer apaga-se e cede lugar ao princípio da realidade que faz com que, sem renunciar à finalidade última que constitui o prazer, consigamos em adiar a sua realização, em não aproveitar certas possibilidades que se nos oferecem para apressá-la, em suportar mesmo um desprazer momentâneo, como parte de um longo desvio que tomamos para chegar ao prazer".

Na verdade, o seu princípio básico consiste na afirmação de que a al-

---

91 Berge, A., 1968, p. 102

teração do sujeito tem por finalidade específica, a fuga ao **desprazer** provocado pela atuação do estímulo, enquanto concebido como fator de elevação do nível de tensão. Vale reforçar que muito antes de falar em princípio de prazer, Freud preferiu considerar o **princípio de desprazer** (ausência, privação). Este é o verdadeiro significado dessa sua posição teórica.

Esses dois princípios são considerados e explicados na teoria freudiana, no que se refere às formas superiores de comportamento, pelo conceito de **sublimação** - o processo de desvio de uma meta original para outra socialmente mais aceitável. Segundo Freud<sup>92</sup>, é através do processo de **sublimação** que a energia originalmente dirigida para propósitos sexuais ou agressivos, é direcionada para novas finalidades, com freqüência, metas artísticas, intelectuais e culturais.

"...grande parte das forças suscetíveis de utilização em atividades culturais é obtido pela supressão dos chamados elementos pervertidos da excitação sexual".

Devido a este conceito, se explica, por exemplo, a simbolização, a busca de objetos substituíveis que vão se ampliando para a realização dos desejos. Podemos mesmo afirmar que a própria **problematização** encerra este movimento de buscar a possibilidade de se deslocar para várias saídas, de forma a liberar a tensão provocada pela ausência da realização do desejo na situação-problema.

A sublimação é postulada sempre como uma vissicitude de pulsões libidinosas. Na explicação de seu processamento, Freud admite o desenvolvimento da personalidade como um movimento, no qual há a participação do **id**, elemento instintivo e submetido ao princípio do prazer, ao qual superpõe-se o **ego** e o **super-ego**. O ego representa o que se poderia chamar de razão e prudência em contraste com o id, que contém as paixões. O super-ego

---

92 Freud, S., 1908, p. 33

forma-se com a interiorização dos padrões de cultura e da vida social e funciona como agente de auto-avaliação e auto-censura. O ego deve prestar contas a ambos; a má administração desse papel pode manifestar as patologias que se expressam por meio de expressões destituídas de sentido aparente. A felicidade e o ótimo desenvolvimento, mesmo os sabendo ideais inatingíveis, são formas que o ego encontra de controlar ou regular os impulsos do id, de modo que possa buscar soluções menos imediatas e mais realistas.

Ernest Jones<sup>93</sup>, biógrafo respeitado do autor, complementa e sistematiza o pensamento de Freud, apresentando a sublimação como um processo inconsciente que se efetua independente da vontade do indivíduo e que não se define como uma substituição, mas como uma derivação, desvio ou deslocamento.

Assim, diante da nossa expectativa de explicitar as forças motivadoras do envolvimento em uma tarefa, somos levados a considerar, pela teoria freudiana, que a energia e o questionamento do pensamento são orientados por forças subjacentes que procuram encontrar caminhos aceitáveis e suficientes para a realização do desejo. Colocando-nos, então, na perspectiva do aluno, em nosso tema, vem a nossa **problematização**: "o que o impele, segundo a Psicanálise, a investir de importância uma situação de sua realidade social, de modo a querer analisá-la?" ou "as situações que atraem o aluno são as que possibilitam o melhor deslocamento para ele realizar seus propósitos iniciais, não aceitos socialmente?"

Achamos importante considerar junto a essa nossa indagação, as reflexões de alguns psicopedagogos os quais, estudando os problemas de aprendizagem para além do estritamente pedagógico, têm procurado estabelecer pontes operativas entre a Psicanálise (mecanismos do inconsciente) e a Cognição (mecanismos da consciência). De um modo geral, essas reflexões psi-

---

93 Jones, E., 1979

copedagógicas partem do obstáculo, o **não aprender**, para facilitar a chegada ao **aprender**. Dentro dessa linha de pensamento, Pain<sup>94</sup> fala das possibilidades do **não aprender**:

"...a prévia repressão de um acontecimento que a operação de aprender de alguma maneira significa ...de uma retração intelectual do ego. Tal retração acontece, segundo Freud, em três oportunidades: a primeira, quando há sexualidade dos órgãos comprometidos na ação, por exemplo, a inabilidade manual associada à masturbação; a segunda, quando há evitação do êxito, ou compulsão ao fracasso diante do êxito, como castigo à ambição de ser; e a terceira, quando o ego está absorvido em outra tarefa psíquica que compromete toda a energia disponível...

Com essas possibilidades, Pain conclui que o problema de aprendizagem pode surgir como uma reação neurótica à interdição da satisfação. Daí, considerando que a busca do aprender é um processo que abre para o indagar e para a procura de respostas e transformações e, então, para a **problematização**, naturalmente reconhecemos que esses fatores citados por Pain, vão interferir como obstáculos para a postura frente a esses processos. Em contrapartida, ao levar em conta atentamente essas inibições na Educação, não fortalecendo-as, provavelmente podemos facilitar o desenvolvimento do processo de problematizar.

Outra contribuição importante da Psicanálise para a aprendizagem, dentro dessa mesma linha de pensamento, se refere às de Pichon Rivière, amplamente adotadas pela Psicopedagogia. Rivière<sup>95</sup> diz que para se conquistar na aprendizagem, a fase de problematizar, que implica em operar na busca de uma saída, é necessário passar pela fase dilemática, pré-tarefa ou fase confuncional, na qual emergem necessidades básicas, impulsionadas pelos medos inconscientes de perda e ataque. O sujeito se sente envolto nas ansiedades inconscientes e procura se satisfazer, evitando a tarefa que lhe desperta estes

---

94 Pain, S., 1989, p. 31

95 Pichon Rivière é interpretado por Arzeno, M.A. & Crespo, A.G., 1975, p. 27, 34

medos primários. Segundo Rivière, faz-se necessário o sujeito passar por este processo (momento confusional e de grande resistência) para, através do jogo e da possibilidade de expressão dos seus medos e necessidades, poder partir para outras discriminações.

Segundo Pain<sup>96</sup>, esta linha da Psicopedagogia se interessa pelos fatores que determinam o não aprender no indivíduo e pela significação que a atividade tem para ele, de modo que a intervenção psicopedagógica volte-se para a articulação que justifica o sintoma e para a construção de condições que levam o sujeito a situar-se num lugar tal, que o comportamento patológico se torne dispensável.

De um modo geral, a Psicanálise nos revela que para entender os impulsos que levam a **problematizar**, é preciso lembrar que as **escolhas**, segundo a Psicanálise, só poderão ser capturadas na realidade externa, se o aluno investia de libido objetal. Como vimos, sob a interpretação da Psicopedagogia, Freud procurou esclarecer alguns aspectos que nos levam a encaminhar respostas às nossas perguntas. Mas, para tornar essa articulação Educação e Psicanálise mais consistente, teríamos que adentrar profundamente na sua teoria e de seus seguidores (Lacan, Klein e outros). No entanto, esta não só, não é nossa expectativa dentro desse trabalho, como nos exigiria um estudo longo e detalhado para poder escolher e situar os vários outros conceitos psicanalíticos implicados na nossa resposta. O que fica como nossa contribuição psicanalítica para o plano da ação em Educação, em especial da Educação Matemática, é o que está muito bem explicitado por Fagali<sup>97</sup> a qual analisa o processo de **problematização** na aprendizagem à luz da Psicanálise, articulando uma síntese das contribuições de Lacan, Klein e Rivière, sobre os mecanismos relacionados à ausência e à satisfação de desejos.

---

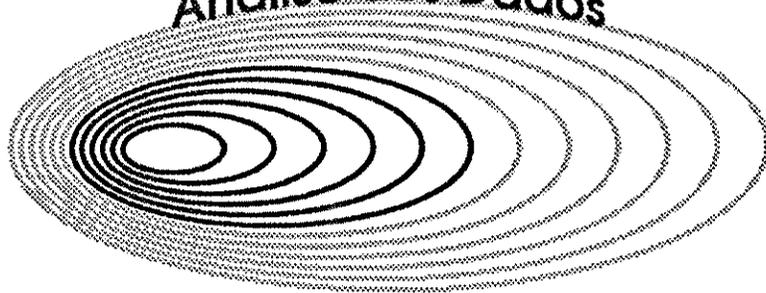
"...Percebo que alguns alunos ou clientes, pela sua história e forma de con-

96 Idem, p.13

97 Idem, p. 9

tactuar com o objeto, já se mobilizam mais facilmente para a ausência e a busca, entrando na **problematização**, e envolvendo-se no processo. Em outros, no entanto, percebo a necessidade de se garantir o espaço de continência e afeto para viver as suas possibilidades já adquiridas e fortalecê-las. Só depois se vinculam com a indagação do ausente, sem medos e defesas excessivas. Leva-se um tempo para problematizar. Portanto, é fundamental olhar estas diferenças de contacto para que realmente a **problematização** não perca o seu real significado e se transforme numa mera técnica do professor fazer indagações, onde não está presente o universo de desejos do aluno..”.

**Análise dos Dados**



**Da problematização:  
Observação Direta da Sala de Aula**

## OS OBJETIVOS

Ao descrever este capítulo deparamos com o seguinte dilema: ou, como muitos pesquisadores preferem, enfatizar os aspectos teóricos ou, como a grande maioria, entregar-se a prática, considerando um valor menor a explicitação dos princípios. Contudo, resolvemos tentar um possível equilíbrio, isto é, sem desprezar a parte prática, discutir até certo ponto os seus fundamentos.

Neste capítulo planejamos, apresentar algumas estratégias empregadas no **processo de problematização**. Não é nosso objetivo, nos estendermos em considerações de caráter metodológico, relativo a conceitos como teoria, termos teóricos e metodologia, por fugirem ao âmbito do nosso trabalho, visto que definir um método de pesquisa para a **problematização**, pareceu-nos uma proposta bastante limitadora, pois está presente neste processo, o desempenho e a motivação de pessoas - alunos e professor - envolvendo o sistema de influências e competência de cada um individualmente e como integrantes de um grupo. Na realidade, a **problematização** é um processo de ordem transdisciplinar, não só porque o conjunto de perguntas e respostas que a constitui transitam por diversos campos de estudos, como também, é produto da super-

posição de sistemas internos ao indivíduo: o cognitivo, o emocional, o afetivo, o cultural, entre outros.

Desse modo, nos restringiremos a aspectos específicos da **problematização**, utilizando a adequação de procedimentos metodológicos diversos. A análise, a qual nos propomos, vai envolver um processo que em suma, podemos chamá-lo praxis, uma síntese de reflexão e ação. Na verdade, pretendem seguir a orientação da dialética materialista histórica na pesquisa educacional, cuja preocupação fundamental é agir, refletir e analisar os fatos de uma realidade com o objetivo de modificá-la e, ao mesmo tempo, procurar reavaliar a teoria inicial, a partir da intervenção provocada pela interação com essa realidade. Isto significa que uma análise sobre uma realidade não é uma reflexão de apreciador, mas uma reflexão em função da ação para transformar. É, na verdade, uma estratégia de caráter intervencionista que exige do investigador, observação e atuação em sala de aula para que possa, não só coletar dados, mas ser o agente da situação. De fato, foi no processo de conhecimento da realidade de uma sala de aula, que realizamos nossa investigação, onde a diferença entre o professor da sala (também participante do processo) e o pesquisador era que o segundo, recolheu matéria para pesquisa em suas múltiplas dimensões.

No âmago deste estudo, será naturalmente configurado o universo sócio-cultural dos educandos, possibilitando assim, a caracterização dos seus interesses e necessidades para os quais, a ação pedagógica estará sendo planejada. Neste sentido, pesquisar os alunos, objetivando identificar o que eles conhecem, ao que aspiram e como vivem, é uma tarefa inserida numa **educação problematizadora**.

É evidente a nossa preocupação neste trabalho, com os detalhes da formulação de um problema, mas devemos ressaltar que com **problematização**, abrangemos tanto uma reflexão sobre um problema propriamente dito,

como os meios de resolvê-lo. No nosso caso específico, o problema consiste na relação professor-aluno em sala de aula, envolvendo os problemas naturais da situação, especificamente o da escolha de um problema, a reação por parte dos alunos e o encaminhamento de uma possível solução.

Não podemos desprezar também, na própria formulação do problema, os aspectos de caráter sócio-político e cultural que envolve a situação pesquisador-problema. Isto fica transparente pela leitura do capítulo 2, no qual analisamos as posições em relação às pesquisas de diversos cientistas.

Em síntese, a nossa pesquisa tem em conta, essencialmente, desvelar duas grandes preocupações:

*1) A dificuldade do professor em incentivar um diálogo ativo, com e entre os alunos, ligado à realidade social - a problematização - tem se mostrado um obstáculo para o professor compreender e encaminhar o método de Modelagem na aprendizagem da Matemática.*

*2) A impossibilidade de um processo de decisão para a **problematização**. De fato, em virtude do seu caráter **artesanal**, podemos apenas sugerir algumas etapas desse processo, porém não rígidas nem precisas. Tal dificuldade implica num obstáculo para recrutar adeptos mais regularmente para esse processo.*

Com isto em mente, partimos para a sala de aula, com a preocupação de assegurar uma relação mais explícita entre as dificuldades e os bons encaminhamentos que podemos obter num processo de **problematização** e os passos que devem ser seguidos para obtê-los. Vale aqui ressaltar que, ao contrário de uma pesquisa quantitativa, esta de tipo qualitativo, leva em conta a possibilidade de equívocos na interpretação do pesquisador.

O trabalho de campo foi realizado com os alunos de uma 6ª série da EMPG Ministro Calógeras, Bairro Aeroporto, São Paulo - S.P., nas aulas de

Matemática da professora Ireni Lopes Macedo, de abril a setembro de 1991 e de março a junho de 1992. O intervalo de um semestre foi devido a uma mudança de plano do pesquisador. Deu-se o seguinte: no final desse primeiro período, pareceu ao pesquisador que os dados eram suficientes, mas ao buscar interpretações mais precisas e claras, sentiu a necessidade de mais tempo na vivência de **problematizações** junto aos alunos.

Em meados de março de 1991, procurei a professora Ireni para pedir-lhe que seus alunos e ela própria, fizessem parte do trabalho de uma investigação que, possivelmente, encaminharia respostas às perguntas que tínhamos levantado na nossa tese de doutoramento. Após um pequeno preâmbulo explicativo de como seria o trabalho, ela se colocou à disposição, mas de início um tanto reticente, já que, segundo suas próprias palavras, "uma professora que propôs um trabalho diferente no ano anterior, com jogos e material concreto, foi muito criticada pelos pais, apesar do entusiasmo dos alunos".

Para iniciar o trabalho, observei-a durante doze horas, sem nenhuma intervenção. Em seguida, discutimos, Ireni e eu, a nossa proposta (por volta de oito horas), para que ela ficasse a par da nova forma de ação pedagógica. No final desse período de estudo, Ireni estava bastante animada em **recomeçar** a sua atuação em sala de aula, mas deixou bem claro que não dispunha de tempo para trabalhar fora do horário das aulas.

A idade média dos alunos, nas duas 6<sup>as</sup> séries com as quais trabalhamos, era quinze anos, conhecimento obtido a partir do levantamento estatístico realizado em sala de aula. Antecipamos aqui, ser este um dos problemas resolvidos com os alunos, a partir de uma problematização da maneira **EP**, sobre a qual teremos informações a seguir<sup>1</sup>.

Durante todo o tempo, propusemos o trabalho em grupo que constou, na maioria das vezes, de quatro a cinco alunos, formados espontaneamente.

---

1 Ver p. 217

Cabia ao professor desenvolver a problematização com o grupo de alunos e apontar situações-problema, mas jamais **Impor** quais alunos estariam agrupados - o tema pesquisado surgia como um verdadeiro **problema do grupo**.

Construindo o cenário e palco onde se desencadearia o processo de problematização, sugerimos, a título de marcação para os atores, as quatro seguintes diretrizes que denominaremos estratégias:

## FLAGRAR SITUAÇÕES DO CONTEXTO ESCOLAR OU MAIS AMPLO.

O professor deve estar atento para situações que começam a se revelar significativas para os alunos, ou seja, para perceber que certas relações e particularidades de um sistema físico-social passam a prender a atenção dos alunos. A partir desta descoberta, o professor procura participar do diálogo sobre a situação, provavelmente já iniciado pelos alunos e aproveitá-lo como o diálogo de uma problematização.

Denominaremos **ESPONTÂNEA** essa estratégia para desencadear uma problematização e usaremos o código **EE** para identificá-la.

## CONVOCAR OS ALUNOS PARA A ESCOLHA DE "TEMAS GERADORES".

O professor orienta a aprendizagem da Matemática a partir da necessidade de compreender uma situação da realidade social, problematizando-a. Cabe a ele apresentar essa inovação metodológica, fazendo inicialmente uma análise crítica do ensino tradicional de Matemática e, em seguida, expondo uma situação de aprendizagem, geralmente por ele vivenciada com outro grupo de alunos, que se deu a partir de um tema gerador<sup>2</sup>. Nessa expla-

2 Para maiores esclarecimentos sobre a escolha de TEMAS GERADORES e o desenvolvimento da aprendizagem da Matemática por meio desta abordagem, indicamos a leitura da Dissertação de Mestrado de Maria Salett Biembengutt, 1990, intitulada *Modelação Matemática*

nação, é importante o professor apresentar algumas idéias de temas interessantes para aquele grupo e informá-lo de que a exploração de um tema não é somente um meio de formular problemas que podem levar à aprendizagem da Matemática, mas também uma estratégia para compreender mais criticamente a realidade estudada.

Denominaremos **TEMA GERADOR** essa estratégia para desencadear uma problematização e usaremos o código **ETG** para identificá-la.

## PARTIR DE UM ASSUNTO (TEMA) PREVIAMENTE ESCOLHIDO.

Cabe ao professor, a partir de um tema por ele escolhido, iniciar uma problematização que motive a ligação de conteúdos, que ele deseja introduzir, com situações reais que os alunos conhecem e vivenciam. Vale aqui ressaltar que essa proposta de encaminhamento de uma problematização não prioriza, como nas outras, partir de situações reais. Consideramos também, problematizar sobre situações **ficícias**, como uma simulação do real, um jogo. A arte do professor consiste então, em fazer nascer perguntas ligadas ao tema fixado (contexto escolhido, real ou não) e, de acordo com o interesse do grupo, procurar encaminhá-las enquanto problemas.

Denominaremos **PROVOCADA** essa estratégia para desencadear uma problematização e usaremos o código **EP** para identificá-la

## PARTIR DE UM MODELO MATEMÁTICO CONHECIDO.

A problematização, neste caso, constitui-se em um diálogo voltado para a análise de um problema análogo a um estudado, isto é, que utiliza este mesmo modelo matemático para sua solução. Em outras palavras, a partir do instrumental matemático que facilitou a conversão de um problema na sua lin-

---

como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus. Esse trabalho apresenta uma explanação detalhada do desenvolvimento da aprendizagem da Matemática, vinculada a um tema.

guagem matemática, o professor apresenta e analisa problemas, dentro de outros contextos, que utilizam esse mesmo instrumental. Cabe ao professor inicialmente, encaminhar uma problematização com questões que argumentem sobre a busca de um problema semelhante do ponto de vista matemático, gerado em outro contexto. Uma vez localizado o problema, estender o diálogo para interpretar o modelo matemático estudado no primeiro problema, na linguagem do segundo.

Denominaremos **ANALOGIA** essa estratégia para desencadear uma problematização e usaremos o código **EA** para identificá-la.

Para explicitar melhor as características do desenvolvimento de uma proposta pedagógica problematizadora, recuperaremos momentos vividos na sala de aula de Matemática, reproduzindo diálogos de problematizações desencadeados à maneira dos tipos idealmente propostos acima. Ao longo de cada relato, comentaremos fatos importantes que, sob o nosso ponto de vista, podem cooperar para melhor compreensão da construção desse processo. Nosso objetivo é analisar momentos da comunicação entre educador-educando e educando-educando, principalmente aqueles em que surgem questões interessantes para o encaminhamento de problemas significativos à aprendizagem da Matemática no 1º grau. Em termos de análise, estaremos levando em conta, essencialmente, a atitude dos alunos, a atitude do professor e o conteúdo matemático estudado.

A seguir, apresentaremos as concretizações prometidas, acompanhadas, como dissemos, de uma análise na coluna da direita. Após cada grupo de diálogos, teceremos considerações pertinentes às estratégias empregadas. Naturalmente, essas considerações podem ser encaradas como verdadeiras criações artísticas, pois não poderemos garantir que elas sejam novamente feitas, mesmo a cabo de situações inteiramente análogas. Os textos que se seguem, são transcrições de fitas gravadas em diferentes momentos de sala de

aula, quase sempre relatando o diálogo entre a professora e os alunos que trabalham em pequenos grupos (4 ou 5 alunos). Estes grupos serão definidos como se segue. Por exemplo, por A11, A12, A13, A14 designaremos os quatro alunos do Grupo 1. Assim, o primeiro índice indica o grupo e o segundo identifica os diversos alunos do grupo. A título de informação, podemos acrescentar que os grupos se mantiveram durante o processo. Contudo, as nossas observações não abrangem a totalidade da classe, restringindo-se, praticamente, por problemas operacionais, a 60% da mesma. Assim, sendo cada sala composta por trinta e cinco alunos, nossa experiência abrangeu quatro grupos, com uma média de quatro componentes por grupo, totalizando vinte alunos.

## PROBLEMATIZAÇÃO DO ESTILO EE

### EE1: Problematização do "fertilizante"<sup>3</sup>:

Os alunos desta 6ª série ficam sabendo que uma funcionária da escola costumava molhar os vasos de plantas deste local. Desejando, naquele dia, regá-los com fertilizante, ela queria saber com precisão, qual a concentração deste na mistura utilizada.

Dados quantitativos: 7 vasos grandes iguais, 6 xaxins mais ou menos do mesmo tamanho e 3 vasinhos de 'violeta'; a bula do fertilizante indicava "1 tampinha para cada litro d'água".

Um grupo de alunos, bastante interessado em ajudar essa funcionária, acaba sugestionando os outros. Todos decidem, então, ajudá-la a fazer a tal **receita**.

Professora e Grupo 1 (constituído de quatro alunos)

A11: Precisa fazer receita certinha?

P: Sim.

---

3 Aula proferida no dia 30/04/91

A11: Ah! Eu molhei um dia as plantas de casa com um remédio, um líquido verde, mas **mais ou menos**.

P: Como seria **mais ou menos**?

A11: Eu fui calculando, mais ou menos, uma jarra e pondo uma tampinha. No chute!

A12: Minha mãe tem preguiça de molhar as plantas e sempre pede que eu faça. Acho super chato, mas sempre faço...

**Uma colocação de ordem pessoal, carregada de emoção e afeto, aparentemente não relevante para a formulação de um problema matemático, pode ser de suma importância para manter a fluidez do diálogo que alimenta uma problematização.**

A13: É, mãe sempre manda fazer as coisas chatas. Ah! um dia a minha mãe molhou as plantas com a água que lavou o arroz. É também para dar força.

A11: A gente pode preparar a água com o pó ...mais ou menos, mas não pode ser muito no **chute** porque, se é pouco, pode não fazer efeito.

A13: Ou estragar a planta se for muito...se tem medida é porque eles já sabem como funciona. Quem deve entender de fertilizante?

Silêncio no grupo

P: Eu penso que o biólogo. Um dos estudos da biologia são as plantas. O professor de

Ciências pode ajudar vocês. Mesmo que ele não tenha estudado sobre isso, ele saberia como melhor encaminhar essa pesquisa com vocês. Ele pode, por exemplo, explicar porque água de arroz fertiliza as plantas. Falem com ele. Mas, no nosso caso, vamos pensar em calcular a medida exata.

**Num processo de problematização vão se articulando questões de origem cultural com o conhecimento científico e este vai se encaminhando, sem se preocupar com a área de conhecimento que pode responder ao problema formulado.**

A11: É um problema de Matemática, não é?

P: Eu tenho certeza que é. E você, por que pensa assim?

A11: Porque vamos fazer conta para saber...

A12: (após longa pausa) Lá em casa tem vasinho de violeta na cozinha. Minha mãe diz que deve por bem pouca água e não deve molhar as folhas. Acho que ela molha por baixo.

A11: Quanto põe de fertilizante em cada vasinho?

P: O que vocês acham?

A14: Acho que o vaso do corredor foi molhado hoje. Tinha água no chão. Acho que puseram muita água.

P: Será que a pessoa que molha os vasos da escola põe sempre a mesma quantidade?

A14: Quantos copos será que ela põe em cada vaso grande?

A11: Ah! dá para inventar... mas não é bom inventar... nós precisamos fazer uma receita de verdade...

O aluno A14 pede a professora, neste momento, para perguntar a funcionária quanto ela costumava colocar de água em cada tipo de vaso. Na volta, ele passa a informação a todos.

A14: Ela disse, mais ou menos, dois copos no vaso grande, duas vezes por semana.

A12 registrou no caderno: grande 2 copos

A12: E no xaxim?

A14: Um copo duas vezes por semana.

A12: E no vasinho? Meio?

A14: Isto, meio.

A12: Então, são...  $2 + 2 + 2$  ...são 14 copos, espera...

A12 escreve no caderno:  $2 \times 7 = 14$   $1 \times 6 = 6$

**Reforça-se aqui a distinção feita por Piaget entre o conhecimento físico e o conhecimento matemático. Enquanto o primeiro pode se dar por meio da evidência empírica - por exemplo, A14 conclui, a partir da observação, que colocaram água demais no vaso - o conhecimento matemático surge como algo introduzido pela ação, mas não como**

**atributo dos objetos - ele se origina na coordenação mental das relações que os alunos fazem entre os vasos e os copos: por exemplo, se dois em cada um, então duas vezes sete.**

A12: Meio...meio...um e meio copos nos vasos.

A12: São quatorze...vinte...vinte e um e meio.

A11: E agora, as tampinhas?

A13: É, nós temos que comparar com a água.

Quantas tampinhas para toda essa água?

Quantas...para vinte e um copos e meio?

**A problematização é uma composição entre o silêncio e a fala; neste caso, uma fala de grande contribuição, pois A13 permaneceu quase todo tempo em silêncio, só se manifestando verbalmente uma única vez até aqui e, agora, traz a formulação de um problema matemático.**

### Professora e Grupo 2 (constituído de cinco alunos)

Os alunos contestam a igualdade de copos em cada vaso do mesmo tipo.

(parte do diálogo)

A21: Porque a funcionária coloca sempre dois copos de água em cada vaso? Eles secam iguais?

P: O que você acha?

A21: Ah, eu olharia como os vasos secam e

colocaria mais água no vaso que pega mais sol e, menos, nos que ficam na sombra.

**As noções de conhecimento físico do aluno, fruto da sua aprendizagem anterior, na escola ou fora dela, são mais facilmente reveladas numa reflexão em conjunto sobre o que se sabe e o que não se sabe e, naturalmente, são levadas em conta na formulação do problema.**

A22: A gente conta menos água para o que fica na sombra? Seria bom ficar olhando os vasos por um tempo. Pode estar tudo errado...eles estão bem feios..

P: Observá-los seria o melhor. Se vocês concordarem vamos fazer uma receita provisória, com a quantidade de água que vocês consideram a melhor e, depois da observá-los, mudaremos a medida.

A22: Pode ser. Vamos contar três copos para os que ficam no sol e um copo e meio para os da sombra...

### Professora e Grupo 3 (constituído de quatro alunos)

Não foi possível realizar uma problematização com esse grupo. Eles estavam bastante dispersivos. Só pudemos registrar essa manifestação de um dos alunos: "É muito chato fazer a receita, posso ler o livro de História?".

**A professora deve considerar que não seria possível existir na escola somente ações e pesquisas espontâneas, sem uma inter-**

**venção do professor para criar situações que levam a perceber um problema. No entanto, ela parece acreditar aqui, que numa educação problematizadora deve-se pressupor uma motivação básica, não somente de um aluno mas também do grupo, para o próprio crescimento de ambos, uma vez que a própria motivação possui mecanismos reguladores espontâneos para o seu desenvolvimento.**

### Professora e Grupo 4 (constituído de quatro alunos)

Quando a professora aproxima-se desse grupo, após meia hora de aula, encontra dois meninos conversando sobre a possibilidade de não ter jogo na aula de Educação Física porque parecia que ia chover. Uma das meninas pentea o cabelo e a outra está com o olhar longe...

**Devemos fazer aqui uma ressalva: os alunos, nesta fase, não estavam habituados a trabalhar em equipe e, todos sabem, que é preciso uma longa preparação para que se dê uma interlocução mútua, social e intelectual, entre professor-aluno e aluno-aluno.**

P: E aí? Começaram a pensar na receita para molhar as plantas?

A41: O que é para fazer?

P: O que vocês pensaram juntos até agora?

A42: A funcionária precisa molhar as plantas com remédio. Aí, eu fiquei pensando...

A43: Eu ouvi, mas não sei o que fazer.

A44: Porque precisa de receita?

P: Para não precisar medir cada vez que rega com fertilizante.

A42: Eu pensei que 2 copos podem dar... manda 4 tampinhas num litro...

P: Vocês sabem quantos copos cabem em um litro?

A43: Ah! minha mãe falou que ia fazer um doce com meio litro de leite... daí ela mediu dois copos. É quatro copos?

P: Isso mesmo. Vocês podem verificar em casa, com o copo de requeijão. Ah! façam isso agora. Vão até a cozinha...

**A professora dá a oportunidade dos alunos aprenderem por si próprios fazendo-os passar por todos os rodeios que uma problematização real pressupõe. Um possível leitor cético da postura acima, poderia apontá-la como "espontaneista" ou "voluntarista"<sup>4</sup>. É aí que a educação problematizadora se distingue: ela evita o controle e a dominação, propondo-se a lidar dialeticamente para estabelecer os limites entre autonomia, motivação e conhecimento.**

## Professora e Grupo 1

Ao solucionarem o problema, os alunos fazem outra proposta.

P: Prestem atenção nesta informação: "um litro é o mesmo que quatro copos". Como vocês contaram a água dos vasos em

4 Freire, P., 1988, *Alfabetização e Cidadania*, in: Revista Educação Municipal, no 1 junho/88 - Secretaria Municipal de Educação de São Paulo - CONAE.

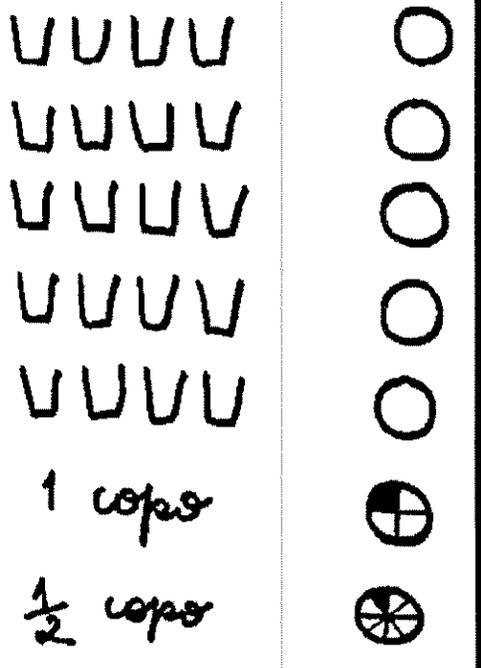
copos, fica mais fácil pensar na quantidade de fertilizante para tantos copos.

A14: Ah! eu já sabia. Quatro xícaras também dá um litro. Eu já medi.

A interferência da professora foi importante, mas podia ter sido feita em forma de pergunta. A manifestação de conhecimento prévio de um aluno tende, muitas vezes, a produzir resultados mais profundos do que os que vêm, em forma de informação, por parte do professor. Lembramos que na discussão com o Grupo 4, sobre essa mesma relação matemática, a professora foi menos diretiva - limitou-se apenas a facilitar a comunicação do aluno com ele mesmo, para que este autodirigisse seu pensamento matemático.

Professor pede para registrar em matemática. A12 e A13 registram:  $5 + 1/4 + 1/8$ .

A12 desenha no caderno



A12: Pode mudar a quantidade de água para

não ficar tão difícil medir na hora e...?

P: Como mudar?

A12: Assim...se eu colocar as tampinhas exatas e depois pensar na água. Pode? Fica quase igual...assim 24 copos é 6 tampinhas ou 5 tampinhas e meia, aí pego...21, 22 copos

Bate o sinal. Os alunos ficam de continuar a organização da tarefa em casa.

## EE2: Problematização do "gasto e ganho"<sup>5</sup>:

Na volta da visita ao prédio "Pirulão" (situação relatada em ETG1<sup>6</sup>) os alunos envolvem-se naturalmente com questões sobre gasto e ganho de suas famílias, assunto, de certo modo, relacionado, mas não diretamente, com o custo dos apartamentos.

### Professora e grupo de 12 alunos

P: Amanhã eu vou buscar a **planta** do apartamento com o engenheiro. Com ela na mão, nós podemos conferir a área dos cômodos. Vocês lembram quanto mede o lado mais comprido da sala?

**Essa pergunta é própria para iniciar uma problematização que pode levar a um problema matemático. Aliás, esse é um dos condicionantes psico-cognitivos que restringe a problematização ao âmbito da**

5 Aula proferida do dia 08/05/91

6 Ver p. 187

**Matemática. É como se o objetivo do professor de Matemática enquanto tal - a Matemática - direcionasse predominantemente a sua atenção, seus sentimentos e suas disposições, no tempo em que ele está em sala de aula. Questões como "QUANTO?", "QUANTAS VEZES VALE?", "QUAL É A ÁREA?" fazem, quase espontaneamente, parte das perguntas desse professor e tornam-se, com certa naturalidade, perguntas dos alunos, tomando-se daí, a direção para o estudo de aspectos desta disciplina. O que dificilmente se ouve de um professor de matemática, é uma pergunta do tipo: "qual é o contrapeso adequado para um elevador cuja carga máxima está prevista para 400 quilos? - o que é um problema essencialmente do âmbito da Física. Quanto aos alunos esta restrição geralmente não se observa pois, as suas perguntas distribuem-se por uma gama muito além do elenco das matérias.**

A1: Quanto custa o apartamento?

A2: O engenheiro disse sessenta mil dólares.

A3: Vamos parar um pouco na porta da minha casa? Vocês querem entrar?

A2 e A4: A professora concorda?

P: Vamos parar um pouco. Mas vamos ficar aqui fora.

A1: Ah! vamos entrar, está muito sol aqui fora.

P: Não, nós temos pouco tempo.

**A relação dialógica professor-aluno não é de todo bilateral e não envolve somente o campo do conhecimento. A própria ação da presença da professora, mesmo que esta não seja muito acentuada, pressupõe a sua autoridade e a responsabilidade por aqueles que conduz. É preciso que o professor esteja atento para não reforçar, de um modo negativo, esta tal pré-imagem.**

A1: Está bom! Quanto é sessenta mil dólares?  
A senhora sabe?

P: Vocês sabem que o dolar é dinheiro americano, não é? Quem sabe por que alguns preços são dados em dolar?

A4: (Após longa pausa): Eu não sei, mas muita coisa tem preço em dolar...casa, apartamento, viagem...

P: Uma explicação pode ser esta: como os preços no Brasil aumentam sempre, então o nosso dinheiro desvaloriza. Isso não acontece nos Estados Unidos, com os preços em dolar. Então, fixa-se o preço em dolar e faz-se o cálculo em cruzeiros, quando é preciso. Para isso é preciso saber quantos cruzeiros vale um dolar. No jornal sai diariamente esse valor.

A5: O nosso dinheiro vale mais ou menos que o dolar? Menos não é? Por que?

A1: Menos, lógico! Meu pai disse que nós não temos dinheiro forte porque vendemos

pouco para outros países e temos muita dívida.

**A liberdade e o desenvolvimento do pensamento crítico envolve participação ativa do sujeito pensante. Essa problematização vai se encaminhando pedagogicamente rica para a Matemática e para o desenvolvimento do pensamento político-crítico dos alunos e da professora.**

P: Esse é um problema de Economia que vale vocês entenderem. Eu precisaria me informar para ajudar vocês a entendê-lo melhor.

**A problematização não tem área. Numa aula de Matemática em que a problematização lida com informações vindas da realidade, formula-se naturalmente um problema da Economia.**

A2: Quanto vale um dolar hoje?

P: É preciso olhar no jornal. Parece que um dolar está por volta de cr\$ 300,00. Vamos deixar para verificar hoje a noite e amanhã falaremos disso. Gente olha para cá. Quero explicar um pouco sobre a planta do apartamento.

A5: A gente tem de calcular trezentos vezes sessenta mil. Deixa eu calcular...

A3, A4, A5, A6 pegam imediatamente uma folha de papel, apoiam-na no colo (sentados de cócoras) e começam a calcular. A professora, um pouco impaciente, deixa que eles o façam.

A6: Dá dezoito mais seis zeros. É dezoito milhões, não é? Ou tira dois zeros do cruzeiro...Ah, não...os dois zeros eu não coloquei na conta.

**A aprendizagem da Matemática tem mais chance de ocorrer quando o aluno percebe o conteúdo estudado como relevante para seus próprios objetivos.**

A5: Nossa professora! É muito dinheiro. O meu pai nunca poderia comprar esse apartamento, mesmo sendo dividido em dez anos, como disse o engenheiro.

P: Eu estou vendo que vocês estão bastante interessados no custo do apartamento...vamos pensar nisso, então? Por que você acha impossível comprar o apartamento A5? Você já calculou as parcelas?

**O desejo da professora em conduzir a discussão para o seu objetivo (a "planta" dos apartamentos) não conseguiu interromper a discussão dos alunos. Aqui lembramos Gusdorf, ao prescrever e refletir sobre Kierkegaard<sup>7</sup>: "... A pedagogia autêntica não é tão simples. "Deter um homem na rua e falar com ele não é tão difícil como ter que dizer uma coisa qualquer a uma pessoa que passa, continuando a andar, sem nos determos, nem deter o outro, sem querer obrigá-lo a seguir o nosso caminho, antes, pelo con-**

---

7 Gusdorf, G., 1970, p. 149

**trário, insistindo para que ele siga o seu"...  
Em vez de dominar os alunos do alto de seu  
poder, o mestre autêntico, demasiado cons-  
ciente da impossibilidade da sua tarefa,  
hesita em tomar a palavra, porque a palavra  
lhe não pertence".**

A7: Não, mas eu desconfio. A senhora sabe quanto é o salário do meu pai com o da minha mãe?

A3: Quanto? Eu também sei o salário do meu pai. Ele é motorista de táxi.

A7: Juntos é um pouco mais de cem mil cruzeiros.

O salário mínimo está em torno de 18 mil cruzeiros.

A3: O do meu pai também é por aí, um pouco menos. Ele tira noventa mil, descontando a gasolina. Minha mãe não trabalha.

A7: Lá em casa não dá para comprar nada porque nunca sobra nenhum dinheiro.

A5: É...nunca sobra dinheiro para nada...Antes eu ainda ganhava uma mesadinha. Agora nada!

A4: Professora, vamos ver isto, como é o ganho e o gasto das pessoas? Meu pai e meu tio sempre dizem que o dinheiro não dá, a gente "engana" que dá.

Três meninas desse grupo afastam-se e começam uma conversa sobre outro assunto. Elas falam sobre aulas de aeróbicas que

gostariam de fazer, as quais tinham começado naquela semana, nos fundos de um salão de cabeleleiro, situado na esquina seguinte.

A8: (até agora em silêncio) Ah! eu quero saber isto. Como é nosso gasto **todinho** de coisas que precisamos...roupa não precisa tanto como comida e... ônibus e...pagar luz...

P: Vocês todos querem estudar esse problema de gasto e ganho das famílias? Querem estudá-lo antes dos problemas que iremos formular sobre a construção?

A1, A2, A8: Queremos.

A5: Eu quero, pelo menos mais ou menos.

P: Então, façam uma sugestão por onde começar. Vamos conversando porque está na hora.

A2: (Após uma pausa) Pelo gasto de comida.

P: Está bem. Posso sugerir uma coisa? Vamos trabalhar na próxima aula, em grupos, para estudar o gasto do café da manhã. Vocês já fazem uma pequena pesquisa em casa: preço das coisas que comem e o quanto se consome delas.

A4: Assim...quanto de pó de café, de pão, de açúcar? Quanto se gasta por mes?

P: Isso! O nosso problema é "qual o gasto mensal de uma família no café da manhã?"

**motivos e incentivos para sua sobrevivência, que podem ser construídos ou destruídos pelo professor. O que se reconhece é que, quando as construções motivos, disponibilidade e incentivo são gerados por forças que vêm da vida prática do aluno, o professor tem menos chance de destruí-las.**

## Considerações sobre a experiência EE.

Como se deve interpretar os resultados destas experiências? Sem examiná-los, ainda, por meio de critérios bem definidos, é possível, desde já, dizer que os resultados obtidos neste estudo sugerem primeiramente que, ao tentarmos uma **problematização** a partir de uma **conversa** flagrada no contexto escolar, podemos chegar a casos diferentes quanto a qualidade, tanto desse processo como do conseqüente problema formulado.

Há casos em que a **problematização** tem seu **acabamento** em um problema extremamente **útil** para a discussão de idéias matemáticas, muitas vezes as mais apropriadas para aquele grupo de alunos. É como se essas discussões gerassem uma cadeia de questões e sugestões, numa seqüência que rumo na direção de uma pergunta mais clara, a qual tem nela contida, idéias matemáticas próprias para a discussão com o grupo de **problematizadores**. São estes, geralmente, os casos mais lucrativos em termos de desenvolvimento do pensamento matemático do aluno, comparado a todos os "Es". O valor educacional derivado desse processo é óbvio, mas vale reforçar que o sucesso de uma problematização **EE**, provavelmente, refere-se à satisfação das necessidades vitais e recreativas do aluno. A partir disso, quase com certeza, a problematização chega ao resultado esperado (alguma aprendizagem da matemática) e ganha-se tempo e o interesse de grande parte dos alunos, propiciando satisfação com esforço relativamente pequeno, por parte do professor.

Como exemplos de uma problematização bem sucedida do tipo **EE**, podemos citar o caso do problema do **fertilizante**, quando tratado pelo Grupo 1 e do problema do **gasto e ganho** de uma família, quando tratado pelo sub-grupo de alunos na volta da visita ao prédio.

Certamente, nem todos os encaminhamentos do tipo **EE** levam a resultados positivos. Há os casos em que há uma dispersão durante o processo, com alunos desviando-se das questões inicialmente apresentadas ou não propondo algo novo que suscite desafios, tanto em nível intelectual, como em nível de ação. Porém, não basta seduzí-los para não se desviarem. Em especial nesta estratégia, a finalidade não é restringir a motivação dos alunos a certo assunto, mesmo porque se estamos seguindo a conduta **EE**, acreditamos que a disposição que não surgiu em determinado momento para problematizar, poderá se dar, logo em seguida, por ação de algum agente aleatório que venha mudar todo o cenário desmotivador.

Uma problematização mal sucedida do tipo **EE** aparece no caso do Grupo 2 em relação ao **problema do fertilizante**. Podemos lembrar que naquele dia, quase nada foi encaminhado por estes alunos. Certamente, esse quadro nostálgico não se repetiu sempre. O Grupo 2 trabalhou produtivamente em outros momentos - talvez porque as situações estavam mais próximas de suas aspirações. A atitude do grupo de meninas, estimulada pelas aulas de aeróbica, também serve de exemplo a tal dispersão comentada. Neste último caso, podemos afirmar que quanto mais experiente for o professor problematizador, menor teria sido a chance desse grupo se dispersar, pois a partir do diálogo iniciado entre as alunas, sobre tais curiosidades (local, espaço, tipos de exercícios, custo, etc.), o professor possivelmente poderia incentivá-las a formular inúmeros problemas que levassem a estudar, entre outras, noções de Aritmética, Geometria e Estatística.

Uma visão geral da problematização do tipo **EE**, nos faz deparar com al-

gumas estratégias alternativas. Entre os extremos, realização plenamente atingida e o fracasso, podemos distinguir uma gradação. Assim, em alguns casos, os alunos sofrem grande influência condutora do professor. Este, apegado às idéias principais da Matemática e aos métodos mais ou menos esteriotipados, dirige o processo e, até mesmo antecipa a formulação de um problema, estimulando a unilateralidade intelectual a qual os alunos já estão acostumados. Os alunos, por sua vez, preocupados sempre mais, segundo Dewey<sup>8</sup>, em "satisfazer ao professor e não ao problema", deixam-se guiar mais pelos recursos mentais e peculiaridades do professor, do que pela curiosidade e interesse que a situação pesquisada pode oferecer. Em seguida, em geral, deparamos com duas situações distintas: na primeira, os alunos podem chegar até um certo estágio da problematização e, a partir daí, sentirem-se desmotivados pelas etapas seguintes do processo. Vários fatores podem ditar essa atitude final. Entre outras, podemos destacar a disparidade entre as idéias iniciais do processo e as necessárias para que ele chegue a bom termo. No outro caso, ao deparar com o problema formulado ao longo do processo, constatarem que a resolução exige um esforço acima das expectativas ao iniciar o processo.

Em geral, quando analisamos os resultados de uma problematização, naturalmente isso não se restringe a **EE**, verificamos que quando a questão inicial é derivado da realidade do aluno, fica bastante difícil a intervenção, por parte do professor no processo, principalmente, se ele tiver a tendência de conduzi-lo de um modo tradicional. Nesse caso, é exigido dele toda uma sensibilidade voltada para a orientação da problematização, pois o resultado do processo depende essencialmente da oportunidade do seu desempenho. Em suma, pede-se ao professor uma abertura para a discussão com o grupo em que, em caso de necessidade, os processos diretivos sejam bastante atenuados. Entre as atitudes não indicadas está, por exemplo, o apelar para problemas que podem ser resolvidos com o emprego de idéias que os alunos já

---

8 Dewey, J., 1979(b), p. 263

dominam perfeitamente, e não com estímulo por um tratamento criativo e enriquecedor.

Em síntese, a **problematização EE** consiste em processos com muitos graus de indeterminação, exigindo por parte do professor toda a habilidade no desempenho de sua tarefa.

## PROBLEMATIZAÇÃO DO TIPO ETG

Como apresentamos, este tipo de problematização se distingue da anterior por iniciar o processo a partir da proposição de uma gama de temas, em função de experiência anterior, tendo em vista o grupo a que se destina. Naturalmente, o grupo pode, a partir desta proposição, derivar para um tema não constante da proposta inicial. No nosso caso, algumas destas discussões foram gravadas em vídeo. Como elas não são essenciais para o processo de problematização, apesar de reconhecermos que certos impulsos para a formulação do problema matemático podem estar na trama contida para a escolha desse assunto (tema), não nos deteremos sobre essa fase anterior ao processo propriamente dito.

### ETG1: "Construção Civil - Pirulão"<sup>9</sup>: (Tema único)

A professora procura seguir os passos recomendados para o encaminhamento da escolha de um Tema Gerador. O grupo de alunos, motivado em parte, pela sugestão da professora sobre o tema **Construção Civil** e por dois dos alunos que se mostram muito interessados em pesquisar a construção de um prédio vizinho inacabado, escolhem esta construção como tema único. A tal construção, um prédio de dez andares, apelidada "Pirulão" pelos moradores do bairro, esteve parado por mais de dez anos, até dois meses anteriores a deflagração do pro-

---

<sup>9</sup> Aula proferida no dia 05/05/91

cesso. Ficou decidido então, que todos os alunos, em grupo de doze ou quatorze, iriam visitar a construção quantas vezes se fizesse necessário no decorrer do processo. A professora pede que, ao menos um aluno de cada grupo, leve lápis, papel e metro.

Inicialmente, a exploração desse espaço não provoca nenhuma questão. Eles apenas correm de cá para lá, numa enorme euforia, comentando entre eles e com a professora o que estão vendo. Em um dado momento, a professora percebe duas alunas, uma em cada porta da cozinha dos apartamentos vizinhos. A parede que divide os apartamentos poderia, então, representar um plano de simetria entre elas. Esse flagrante veio ao encontro de sua expectativa, pois no dia anterior, ao visitar os apartamentos sem os alunos, ela teve a idéia de trabalhar o conceito de simetria ao se dar conta dessa relação entre os apartamentos vizinhos.

P: Venham para o corredor todos os alunos, menos as duas meninas que estão aí na porta da cozinha.

A1: Nós não vimos nada ainda! Já é para sair?

P: Não é isso. Vocês vão ter todo o tempo para pesquisá-lo. Eu quero a atenção de vocês por um tempo. Observem as alunas A2 e A3, uma em cada porta da cozinha de cada apartamento. Por favor, A2 faça uma "pose" como se estivesse brincando de estátua.

A professora aproxima os alunos e fala mais diretamente a eles.

P: Imaginem que a parede que separa os dois apartamentos é um espelho. Como vocês acham que deveria estar A2, na outra

porta, se ela representasse a imagem de A1 no espelho? Pensem e depois ajudem A2 a ficar na posição de imagem de A1.

Os alunos não se manifestam imediatamente. Depois de algum tempo, alguns ainda continuam parados, mas outros começam a arrumar o corpo e fazer gestos no próprio local, para encontrar uma posição que possa representar a imagem de A1 no espelho.

A4: O braço que está mais na frente de A1 deve ficar... o braço de A2 tem que estar mais na frente.

A5: É, no espelho é assim...será que é?

A6: Eu tenho um espelho na minha bolsa . Eu quero ver.

A4: Na minha casa não tem espelho. O que tinha no banheiro quebrou.

A4, A6, A7 vão até a porta da cozinha para arrumar A2.

A2: Eu estou certa?

A4: Não, esse braço é assim (coloca-o mais para frente) e este é para baixo e mais para trás. Vocês aí vejam se ela está certo!

**Essa problematização é especialmente ativa. As situações-problema vão se colocando, a partir da observação do local, de maneira a provocar a pesquisa dos alunos e poder ser resolvidas por eles, graças as tentativas e manipulações efetivas. Constituem-se assim projetos de ação que, progressivamente podem se estruturar em operações mentais.**

Depois de realizada a arrumação de A2.

A7: A2 você quer trocar de lugar comigo para ver como é?

A2: Quero, eu não consigo ver A1.

A1: Ah... eu também quero trocar. Daqui a gente não entende direito. Eu quero ver.

**A ação problematizadora dos alunos na direção de seus impulsos envolve, naturalmente, da parte deles, seriedade, concentração, clareza de propósitos e de planos.**

P: Ótimo, dois de vocês vão substituí-las.

No corredor, outros dois alunos colocam-se espontaneamente frente a frente, formando pares refletidos.

P: A gente tem muito que procurar conhecer no prédio. Vocês vão continuar a pesquisar as perguntas que querem fazer sobre a construção ou as sugestões do que se pode estudar para entender mais sobre ela. Mas antes, eu peço que venham todos para dentro da sala de um dos apartamentos para uma atividade parecida com essa.

**Não há um limite rígido entre o aluno formular uma questão dentro do tema e o professor fazê-lo. Mas, certamente, é muito mais importante que o aluno faça a pergunta para que a pesquisa esteja a favor de seu interesse e ele se sinta bastante participante do processo. Por outro lado, a medida que uma atividade se torna mais complexa, en-**

**volva maior número de relações lógico-matemática, o professor deverá interferir para fazer as conexões que levam aos conceitos e, mais claramente, às relações entre premissas e conclusões.**

A3: Nós vamos brincar de espelho...eu quero me arrumar no espelho.

P: Então venham todos e dividam-se em dois grupos. Um grupão para cada lado. Dois de vocês ficam de fora.

A8: Já sei, os de fora vão arrumar os outros, não é? Eu quero ficar de fora. Posso?

P: Decidam entre vocês. Os que ficam de fora vão observar e avaliar.

A4: Eu prefiro ficar de dentro e fazer em vez de olhar.

**A problematização no local da pesquisa de campo depende de mais energia do grupo e do processo de integração grupal. Dá-se com mais intensidade as relações entre os alunos e entre eles e a sociedade. Esse é o modelo pedagógico proposto, principalmente, em Dewey e Freire, cujos objetivos são orientados para o aperfeiçoamento da pessoa para se relacionar com outras e com a sociedade, assim como para o aperfeiçoamento dos processos democráticos de sociedade.**

A professora faz um longo risco no chão, com um pedaço de tijolo, separando-os em dois grupos.

P: O grupo da direita vai se ajeitar como quiser. Cada um inventa uma posição e depois deve parar como estátua.

A8: (estava de fora) Já sei, o outro grupo vai se formar como imagem.

P: Isto. Arrumem-se como se o risco no chão fosse um espelho.

Depois de uma grande confusão todos ficam imóveis.

P: Agora vocês que estão de fora vão conferir a arrumação.

A5: Posso trocar alguns? Quero por um baixinho na frente de um baixinho, uma menina de cabelo comprido na frente de outra.

P: Pode. Por que?

A5: Para ficar mais de verdade a imagem. Senão a gente tem que imaginar que a ponta da cabeça vai dar na ponta da outra...

As trocas foram feitas e a arrumação checada.

P: Agora, como vocês pensam quando se arrumam como imagem do outro no espelho? Expliquem em voz alta como vocês pensam.

A6: Eu penso...a ponta do pé tem que estar na mesma distância do risco e...também todas as pontas de cada parte do corpo.

A4: É, assim fica tudo na mesma posição e distância. Vamos fazer uma montagem com os azulejos que estão lá na cozinha?

A4: começa a andar agachado sobre a linha medindo com o seu próprio palmo, de cá para lá da linha, os pontos do corpo de cada um dos pares que ainda estavam como imagem um do outro.

**A4 é especialmente ativo e criativo, tomando sempre a iniciativa para o uso de novas estratégias, na interação com a professora e com outros alunos. A sua liberdade para agir e procurar compreender vai de encontro a interpretação de Snyders<sup>10</sup>: "... no compreender e no agir - Os progressos em direção à liberdade desenvolvem-se no domínio de reciprocidade entre a compreensão e a ação. O aluno terá mais chance de conquistar a liberdade, se ele tiver engajado na aventura cultural com mais intensidade, se tiver concentrado mais energia em querer pesquisar: as demonstrações somente se tomam expressivas para aqueles que tem coragem de sondá-las e principalmente de colocá-las à prova".**

Todos os alunos vão ao local do prédio, um terço da classe de cada vez, colhem informações, realizam medições, fazem sugestões para pesquisa, formulam perguntas, enfim pesquisam suas curiosidades. A professora teve a chance de discutir com todos eles a noção de simetria (reflexão), iniciando sempre uma problematização no momento em que flagrava algum deles na porta da cozinha de um dos apartamentos. Após as três visitas, os alunos reúnem-se em pequenos grupos para decidir quais seriam as questões prioritárias para cada grupo. Foi possível registrar alguns diálogos - problematizações - que

---

10 Snyders, G., 1988. p. 243.

encaminharam a formulação das perguntas. Apresenta-se abaixo o processo de problematização anterior à duas das questões formuladas.

Professora e Grupo 3<sup>11</sup>: Sobre o ganho com a venda de todo o prédio.

A31: Eu queria ser esse homem! Quanto dinheiro ele vai ganhar vendendo tudo?

P: Você tem uma idéia da quantia?

A31: O engenheiro disse que o dono não vai vender todos os apartamentos.

A33: Vamos calcular quanto ele vai ganhar se vender todos?

A34: Ele vai alugar alguns. Vamos antes perguntar quantos ele pretende alugar e por quantos dólares?

**Num processo de problematização, a partir da pesquisa da realidade local, o aluno volta-se ao que lhe é mais excitante das coisas observadas. Numa pesquisa motivada há mais chance do aluno construir novas relações.**

P: Então qual é o problema de vocês? Façam uma pergunta mais clara.

A34: (depois de um pausa) Quanto ele recebe por mes, se vender e alugar os apartamentos?

Professora e Grupo 2: Sobre a quantidade de vidro necessária.

---

11 Aula proferida no dia 11/05/91

A23: Meu tio é vidraceiro. Ele bem que podia pegar um serviço como este...Meu pai sempre vai ajudá-lo aos sábados.

A22: É legal colocar vidro. Lá em casa quebrou um vidro e um vizinho e meu pai colocaram.

A23: É vidro pra burro que vai no prédio.

A22: É muito vidro mesmo. O vidro lá de casa era um pouco maior, de uma braçada de largura (mostra os braços abertos) por uma braçada e mais metade de altura. Meu pai gastou quase Cr\$ 8.000,00 de vidro. Uma braçada minha tem quase dois metros, não tem?

P: O que vocês acham? Olhem a braçada de A22.

A21: Ah! eu não sei. Vocês mediram as janelas?

**O símbolo só é símbolo pela sua significação de algo para determinada pessoa. Dewey aponta essa limitação<sup>12</sup> "...o símbolo reveste determinada significação para um indivíduo, apenas quando ele já teve experiência de alguma situação dentro da qual essa significação era realmente relevante. As palavras só poderão destacar e preservar um significado, depois que este participou de algum contacto direto da pessoa com as coisas".**

---

12 Idem, p. 233

A22: Eu me lembro que alguém estava medindo. Vamos perguntar?

P: Vocês vão usar essa medida?

A24: Quanto será que gasta de vidro em cada apartamento?

A21: Vamos. Nós estamos querendo saber quanto de vidro se gasta no prédio todo, não é?

A professora pede que cada grupo fale alto as questões formuladas. Ela escreve as questões na lousa exatamente nas palavras dos alunos.

Quanto custou a parte de cano?

Quantos metros quadrados de massa fina?

Quantos metros de fio elétrica foram gastos?

Quantos metros quadrados tem cada apartamento?

Quantos metros quadrados tem cada apartamento?

Quantos metros quadrados de azulejo tem a cozinha?

Qual o lucro na venda de um apartamento?

Quantas janelas tem o apartamento?

Quantos bocais em cada apartamento?

Qual a área da garagem?

Qual o preço de venda de cada apartamento?

Quantos anos levou para construir?

Qual a altura, largura e comprimento de cada apartamento?

Como fazer para comprar cada apartamento?

Quantos extintores haverá no prédio?

Quantos metros quadrados de vidro levará o prédio?

Quantos metros quadrados de carpete?

Quantos apartamentos serão vendidos ou alugados?

Quantos blocos foram usados em cada apartamento?

A professora sugere que cada grupo discuta quais destas questões podem ser consideradas problemas, ou seja, em quais delas eles encontram alguma dificuldade na solução, onde surgem dúvidas ou quais as que podem ser resolvidas apenas por uma contagem. Para exemplificar essa diferença, entre o desafio e o cálculo direto, ela dá como exemplo, o cálculo do número de azulejos e o cálculo do número de extintores. Pede, então, que cada grupo reconsidere as questões e as agrupe por semelhança. A professora leva para casa a reorganização das questões feitas por cada grupo e traz, no dia seguinte, cópias para todos os grupos. Após o estudo de todas as listas de questões, a professora sugere que eles elejam uma delas. Ela justifica a escolha única pelo fato da solução de algumas questões dependerem de outras visitas ao prédio. A lista do Grupo 3, apresentada abaixo, é escolhida.

## QUESTÕES SOBRE O PRÉDIO "PIRULÃO"

### HISTÓRICO DO PRÉDIO:

Quantos anos levou para construir o prédio?

### CUSTO:

Como fazer para comprar cada apartamento?

Qual o ganho na venda de todo o prédio?

Quanto custou a parte hidráulica?

Qual o ganho mensal do dono na venda e aluguel dos apartamentos?

### QUANTIDADE:

Quantas janelas tem o prédio todo?

Quantos bocais tem o prédio todo?

Quantos blocos foram usados em cada apartamento?

### ÁREAS:

Quantos  $m^2$  (área) tem o terreno?

Quantos  $m^2$  tem cada apartamento?

Quanto o prédio ocupa do terreno? Quanto sobra?

Qual a área da garagem?

Quantos m<sup>2</sup> de carpete?

Quantos m<sup>2</sup> de azulejo na cozinha? No banheiro?

Quantas latas de tinta por apartamento?

COMPRIMENTOS:

Quantos metros de fio elétrico por apartamento?

**Cabe ao professor propiciar ao aluno um distanciamento da realidade e preparar a reorganização de uma problematização, o seu acabamento. Certamente cada professor, em conjunto com cada grupo de alunos, fará de um jeito próprio tal organização. Daí, pode se dar como aqui... depois que a mente deixou de estar apegada somente aos atos, imagens e emoções que provêm da realidade, sobrevém um período de incubação intelectual - o material se reorganiza, as relações e as perguntas encaixam-se em seus devidos lugares.**

## ETG2: "A Pizzaria"<sup>13</sup> (Tema eleito entre outros)

Como foi anunciado anteriormente, durante os três primeiros meses do ano de 1992, trabalhamos com outra 6ª série. A professora propôs, logo de início, o trabalho com Temas Geradores, orientando o grupo nos moldes indicados para chegar a tal feito. Já mais a vontade, a professora não faz restrições à escolha de vários temas. No entanto, após a escolha dos vários temas - "O funcionamento de uma farmácia", "O funcionamento de uma banca de jornal", "O funcionamento de uma pizzaria" e "A reforma da escola" - eles decidem pela "Pizzaria". Vale a pena comentar que, ao final das várias idéias apresentadas pelos alunos, a professora percebendo uma grande motivação em torno do tema "Pizzaria" (inicia-se uma discussão generalizada sobre o assunto) sugere

<sup>13</sup> Aula proferida no dia 12/04/92

a eleição ou não de um dos temas. Os alunos decidem pela eleição por equipe, elegendo o tema "Pizzaria".

A professora inicia o projeto "Pizzaria" com uma conversa coletiva (os alunos como sempre sentados em grupo), de modo a preparar o plano da pesquisa de campo e a coleta de dados, ao mesmo tempo que as questões relativas ao funcionamento do local começam a ser formuladas. Os alunos contam, entre outras coisas, que um aluno da 8ª série era entregador de pizzas, que a mãe era **perita** em fazer pizzas caseiras deliciosas e o tio era dono de uma pizzaria que tinha um forno de pedra. Após um dos alunos relatar que, no fim de semana passado, tinha ido a Pizzaria Livorno do bairro Indianópolis, a professora conta a eles que conhece o gerente deste restaurante pois, costumava freqüentar o lugar com certa assiduidade. A professora pede, então, que eles, mesmo sem muito conhecimento sobre o assunto, formulem algumas questões sobre coisas diversas que gostariam de saber sobre o funcionamento de uma pizzaria. Há muito empenho e animação por parte do grupo durante esse trabalho. Está logo abaixo o diálogo imediatamente anterior a uma das questões formulada.

Professora e Grupo 1: sobre o lucro de uma pizzaria:

A1: Quantas pizzas será que saem por dia?

A2: Depende do dia, não é?

A1: Como assim, do dia?

A3: É lógico. No sábado e no domingo todo restaurante fica mais cheio.

A4: Eu não sei de nada de restaurante. Eu só vou as vezes em padaria, no balcão.

- A1: Eu também não vou. Comer pizza eu como na sexta e no sábado em casa.
- A4: Eu não vou por que é caro.
- P: Vocês tem razão quando pensam que a quantidade de pizza, vendida num dia, depende do dia. O paulistano é um grande comedor de pizza. Eu ouvi numa entrevista pela televisão que muitas famílias, principalmente as de origem italiana, comem pizza em restaurante todos os sábados.
- A3: Puxa, deve dar um lucro danado uma pizzaria!
- A2: Será que dá? Meu tio tem uma pizzaria, mas ele não é rico.
- A3: A gente podia fazer todas as contas, do gasto de uma pizzaria e de quanto entra de dinheiro, para ver o lucro de um mês.
- P: Então, para isso precisamos de dados. O que vocês listariam como gasto de uma pizzaria?
- A1: Tudo. Mas antes a gente precisa saber muita coisa. Assim...quanto gasta em cada pizza, quanto gasta de luz, de água, de empregado...
- A3: E cada pizzaria é de um jeito. Ou mais chique ou com mais movimento ou menor.
- P: É isso A3. O lucro de uma pizzaria depende de tudo isso. Umas cobram mais caro e

podem ser que paguem melhor os funcionários... ou não... Eu acho que posso ajudar vocês trazendo todos os dados da Pizzaria Livorno. Seria também interessante que A2 pegasse os dados da pizzaria do tio. Talvez, o dono ou gerente da pizzaria onde trabalha o aluno da 8ª série também pudesse nos fornecer os dados que precisamos.

**A compreensão de algo por meio de uma problematização contextualizada nos identifica com as condições de nossa realidade porque, através do ação dialógica que a sustenta, a problematização retoma as perguntas e respostas, contextualizando-as novamente. Paulo Freire<sup>14</sup>: muito bem analisa esse movimento: "...a toda compreensão de algo corresponde, cedo ou tarde, uma ação. Captado um desafio, compreendido, admitidas as hipóteses de resposta, o homem age. A natureza da ação corresponde à natureza da compreensão. Se a compreensão é crítica ou preponderantemente crítica, a ação também o será. Se é mágica a compreensão, mágica será a ação".**

A1: Então vamos descobrir o lucro do Livorno?  
A senhora pode falar com o gerente?

P: Posso. O melhor seria que vocês fossem comigo até lá. Vamos ver o que será possível por esses dias. Hoje a noite eu

---

14 Freire, P., 1982, p.106

vou pedir licença ao gerente para a visita e algumas informações.

Os outros grupos, discutindo com muita animação, formulam inúmeras questões. Entre as questões formuladas, apresentaremos abaixo, nas próprias palavras dos alunos, aquelas que se tornaram problemas para a maioria.

Qual a receita para fazer uma pizza?

Quanto de farinha se gasta em uma pizza?

Qual é o lucro da pizzaria em um dia? E no mês?

Qual o gasto mensal com os ingredientes?

Em média, quantas pizzas saem por dia?

O que dá mais prejuízo numa pizzaria?

Qual a quantidade de lenha que gastam por dia?

Quantos minutos leva para preparar uma pizza?

Qual a validade da massa?

Como é a distribuição do serviço e quantos funcionários há em uma pizzaria?

Qual é a pizza mais pedida?

A professora consegue, do gerente da Pizzaria Livorno, grande parte das informações necessárias para resolver os problemas formulados. Os valores dos dados abaixo, em média, são de abril de 1992.

### Sobre a pizzaria

Mesas (6 lugares cada):	.....	47
Área do salão:	.....	300 m <sup>2</sup> (10 X 30m)
Cozinheiros:	.....	3
Pizzaiolos	.....	2
Tipos de Pizzas	.....	43
Pizza mais vendida	.....	muzzarela

### GARÇONS:

2a a 5a	.....	7
6a, Sab, Dom	.....	12

### TAMANHOS:

média	.....	30 cm (diâmetro)
grande	.....	35 cm (diâmetro)
<b><u>PREÇOS:</u></b>		
média	.....	Cr\$ 10.000,00
grande	.....	Cr\$ 15.000,00
<b>VENDA EM MÉDIA NO RESTAURANTE:</b>		
dia de semana	.....	150
sábado	.....	400
domingo	.....	300
<b><u>ENTREGAS:</u></b>		
dia de semana	.....	7
sábado	.....	50
domingo	.....	70
<b><u>GASTOS:</u></b>		
lenha por mês	.....	20 metros cúbicos
preço por metro cúbico	.....	Cr\$ 8.000,00
luz (mês de abril)	.....	Cr\$ 2.300.000,00
água (mês de abril)	.....	Cr\$ 1.800.000,00

**RECEITA PARA 150 PIZZAS GRANDES:**

10 kg de farinha de trigo

3 litros de água

8 ovos

10 colheres de manteiga,

10 colheres de sopa de açúcar

8 colheres de sopa de sal

4 colheres de sopa de fermento em pó

Mais ou menos 15 tabletes de fermento Freshman

Um pouco de pinga

Tempo para fazer cada pizza: 8 minutos

## Considerações sobre a experiência ETG

Sem dúvida, numa proposta em que a ação problematizadora surge a partir da escolha de um tema, o estudo da Matemática, em geral, começa de

um primeiro momento no qual a visão dos alunos é apreendida no estudo da realidade, pois, freqüentemente, se cria a necessidade de compreender uma situação da realidade local. O pensamento matemático, como a observação, serve de instrumento à ação adaptadora do aluno à realidade em que ele está inserido - de um modo geral, é um instrumento para resolver os problemas práticos da vida cotidiana do aluno e realizar seus propósitos lúdicos.

O **pensamento matemático**, sob o ângulo da problematização **ETG**, é portanto, visto no contexto da **ação sobre o mundo**. Ele não resulta de um chamado direto do professor para compreender um aspecto da Matemática. Geralmente, o aluno é estimulado a escolher um tema quando, exercendo uma atividade de observação, instala-se uma dúvida, uma discrepância ou um desafio pelo inusitado da situação. Desse modo, o conhecimento matemático nasce e, durante certo tempo, se desenvolve porque são organizados atos necessários para realizar um fim - compreender, por meio de uma análise de cunho matemático, o conjunto de situações levantado individual e coletivamente, que constituem o tema.

Para o professor e para os alunos, as aulas por meio de problematizações, via tema gerador, foram as mais animadas e organizadas de toda a experiência. É bem provável que isto aconteça porque, de uma maneira mais elaborada do que nas outras situações pedagógicas dentre os "Es", deu-se melhor o seguinte: 1) o processo de dialogicidade pode ser garantido, uma vez que todo o pensar é verbalizado como se dá, individualmente a cada aluno; 2) a atitude do professor é mais de questionar e ministrar noções matemáticas a partir de uma curiosidade que quer ser saciada, do que de responder e fornecer explicações e 3) o tratamento mais acurado, em nível matemático, só aparece para interpretar as relações já consideradas relevantes e significativas, tanto individualmente quanto no coletivo. No entanto, não podemos, a partir dessas experiências, afirmar que em geral essa estratégia possui propriedades mais eficientes, sob o ponto de vista pedagógico, do que as outras **Es**.

Uma problematização bastante dinâmica e produtiva processa-se no caso da **reflexão**. Por um lado, devido a atuação extremamente oportuna da professora. De fato, quando ela pede aos alunos que imaginem suas companheiras dispostas como imagens refletidas no espelho, o fato de só lhes fazer conhecer um lado das figuras, estimulou a colaboração ativa dos alunos, levando-os a uma discussão em comum e a uma execução refletida da operação. Por outro, apesar dos alunos não estarem habituados a trabalhar em equipe numa pesquisa de campo, eles mostraram muito boa vontade em sua participação nas atividades, principalmente atenção para com as perguntas vindas da professora e de outros colegas. Podemos dizer que, a **problematização** a partir do **Tema Gerador "Pirulão"**, estimulada pela questão da **reflexão**, na forma em que ela foi iniciada e conduzida, desencadeou oportunidades que permitiram uma postura reflexiva de elaboração de procedimentos e hipóteses, de incentivo à descrição de esquemas de pensamento, de tomada de decisão e de criatividade entre o professor e os alunos.

## PROBLEMATIZAÇÃO DO TIPO EP

EP1: A professora escolhe o tema "Planta-baixa de um quarto de dormir"<sup>15</sup> esperando levar à formulação de questões que façam surgir o estudo de medida linear, medida de área, escala, entre outros.

A professora pede que cada aluno observe com atenção seu quarto de dormir e desenhe, numa folha de papel, a forma do quarto e a dos móveis. Ela explica: "o desenho dos móveis deve ser como se o fundo deles estivessem encostados no chão". Dois dias depois, 28 de 35 alunos, trouxeram a tarefa encomendada. O aluno A11 justifica porque não fez: "Achei muito difícil! Não sabia medir cada móvel e desen-

---

15 Aula proferida no dia 24/04/91

har no papel". A professora pede que os alunos sentem-se em grupos e olhem as plantas uns dos outros, estudando-as.

### Professora e Grupo 1 (constituído de 4 alunos)

Todos observam a planta-baixa do quarto de A13.

A11: O que é isto? (apontando o retângulo menor)

A13: É o berço do meu irmão.

A14: É sua cama e da sua irmã? (apontando os retângulos maiores iguais).

A13: É.

A12: Eu também durmo com a minha irmã, que dorme no berço.

A14: Lá em casa, todos filhos dormem no mesmo quarto. Minha mãe quer construir um quarto nos fundos para separar os homens. Minha avó diz que é melhor separar porque está muito apertado. Vou mostrar essa planta para ela...Mas acho que ela pensa mesmo é que nós estamos quase adultos para dormir juntos.

**Levando em conta o diálogo acima e os possíveis diálogos entre os matemáticos puros, lembrando que alguns foram abordados no capítulo 2, ouvimos Dewey<sup>16</sup>: "Quanto mais técnico um assunto, menos elementos comuns fornece para o trabalho do pensamento. De fato, para concluir sobre**

---

<sup>16</sup> Idem, p. 74

a natureza técnica de qualquer assunto, tema ou empresa, quase poderíamos estabelecer um teste: em que grau se acha isolado do material das experiências diárias, pela ausência de elementos comuns a ambos? Para o principiante de álgebra e física, as idéias de "expoente" e "átomo" são técnicas, estão isoladas. Ele não conhece esses significados em conexão com os objetos e atos de sua experiência comum; nem mesmo parecem estar contido na matéria de sua experiência escolar. Para o cientista amadurecido, ao contrário, as idéias são muito menos técnicas porque entram em numerosas experiências que se lhe fizeram familiares, como pesquisador científico. Durante os primeiros estágios da experiência e na parte de todas as experiências, salvo a dos especialistas, os elementos comuns são os elementos humanos, os ligados às relações entre as pessoas ou entre pessoas e grupos. O que é mais importante para a criança são suas relações com pai e mãe, irmão e irmã. A quase toda experiência sua, voltam esses elementos, saturando-a e dotando-a de significado. Os fatores humanos e sociais são, assim, os que passam e podem ser passados, mais prontamente, de experiência a experiência. Fornecem o material mais adequado ao desenvolvimento das capacidades generalizadas do pensamento. Uma razão pela qual muito do ensino elementar é tão inútil para o desenvolvimento de atitudes reflexivas é que, ao ingressar na escola, a cri-

**ança sofre uma ruptura em sua vida, uma ruptura com as suas experiências, saturadas de valores e qualidades sociais. Pelo seu isolamento, o ensino escolar é, portanto, técnico; e a maneira de pensar que a criança possui não pode funcionar, porque a escola nada tem de comum com suas experiências prévias".**

A13: Era para desenhar o tapete?

P: Você desenhou?

A13: Desenhei, é esse quadrado aí no meio.

A14: Ah! Eu pensei que era uma mesa. É legal ter mesa no quarto. Eu não tenho.

A11 estava bastante distraído, parecendo fora da conversa.

A12: Eu tenho, mas não uso. Eu escrevo na cozinha.

P: Que figuras, que formas mais aparecem no quarto de A13?

A13: Retângulo.

A12: No meu também (comenta olhando a própria planta).

A11: O meu quarto é menor que o seu.

A13: É nada! Eu já fui na sua casa. É igual.

A11: Não é, não. O meu quarto é muito pequeno. Não dá nem para eu me mexer! (A11 faz essa afirmação um pouco constrangido).

**O princípio de cada manifestação, um mo-**

**mento "oculto" e silencioso, emite pensamentos que, até chegar ao mundo "real", passaram por ações mentais carregadas de emoções. O mundo subjetivo é precioso em todo esse processo.**

A12: O meu é menor (coloca a planta perto da de A13)

A14: Vamos colocar as plantas perto? Dá para ver os tamanhos.

Todos colocam as plantas no meio da mesa.

A11: Desenho é desenho. Não dá para ver tamanho dos quartos.

P: Porque não dá para ver o tamanho real?

A11: Ah! cada um faz pequeno como desenho.

A11 pede para sair da sala por um tempo. Diz que precisa falar com o aluno da outra 6ª série, na aula de Educação Física.

A12: A minha tem as medidas. Eu não sabia escrever direito.

P: Olhem as medidas do quarto de A12.

Eles ficam parados, sem entusiasmo.

P: Vocês já viram uma planta-baixa no jornal?

A13: Que mostram apartamento a venda? Eu já.

A12: Eu já mas não olhei direito. Tem as caminharas, a pia, a privada.

A13: Eu sei uma coisa. Meu pai (o pai é mestre de obras) já explicou, um dia, como é uma

planta. Ele deu a idéia de ver a sala de nossa casa e de um apartamento chique no jornal. Da nossa cabiam muitas na do jornal!

P: Você entendeu a medida do jornal?

A13: Não muito bem. Estava em centímetros. Meu pai disse que chama escala. É o tamanho normal diminuído, diminuído igual em tudo.

**A partir das informações que A13 traz sobre o assunto, informações estas, adquiridas no seu meio familiar, somos levados a concluir que sua forma de saber e de explicar inclui memória, símbolos e raciocínio.**

A professora, sabendo que ia trabalhar com a planta-baixa dos quartos, trouxe cópias da planta de um apartamento de um anúncio no jornal.

P: Vocês querem ver a planta que eu trouxe de um prédio em lançamento que saiu domingo na Folha de São Paulo?

A12: (depois de uma pausa) Queremos. Eu quero para poder fazer a minha direito. Acho que minha cama está maior do que é.

P: Por que?

A12: Ela está mais estreita do que o berço e muito comprida.

**É importante ressaltar que a proporcionalidade é uma noção matemática que evolui**

lentamente na criança. A idéia de proporcionalidade, ou mesmo uma simples comparação de maior e menor, começa por volta dos dez anos. A afirmação acima embora coincida com a de Piaget<sup>17</sup>, que dedicou vários trabalhos a esse tema, é fruto de nossa experiência como professor de matemática. Embora as relações acima nos pareçam notoriamente evidentes, tal não se observa nas crianças. Foi comum aparecer entre as tarefas, por exemplo, uma cama em que o comprimento é três ou quatro vezes maior que a largura, o que não corresponde as dimensões do objeto real. Também, muitas vezes encontramos o criado-mudo com comprimento aproximadamente igual ao comprimento da cama, o que atesta a afirmação acima.

A professora mostra ao grupo a planta-baixa do jornal.

A13: Ah! eles usam medida em tudo. Vamos fazer uma bem certinha, com medida? Nesse quarto dá para ver onde a gente pode andar. No meu não dá.

P: Peguem uma régua. Vamos medir a largura dessa porta no jornal e, depois a da nossa sala. O tamanho de uma porta é sempre mais ou menos igual. Talvez essa seja mais larga do que a de um apartamento. Mas, é só para ter uma idéia.

A13: Daí, a gente pode ter idéia de quanto usa

---

17 Piaget, J. & Inhelder, B., 1976.

de medida para todo o desenho. Do tamanho de verdade para o desenho tem que ser mais ou menos igual, não é?

P: Tem que ser diminuído igualmente, como você disse. Todas as medidas verdadeiras são reduzidas no mesmo valor.

A13: Então, vamos fazer a planta dessa sala com esses móveis. Assim a gente mede agora.

A11: Ah! que preguiça... medir tudo?

A12: Eu quero mas, não hoje, já vai bater o sinal.

Ficou decidido fazer a **planta-baixa** da sala de aula na aula seguinte. No dia seguinte...

O Grupo 3 tem as medidas da largura e altura da porta, dos lados da carteira e do tampo da mesa da professora. São essas:

porta	.....	0,82m X 2,20m
carteira	.....	0,58m X 0,43m
mesa	.....	0,61m X 1,28m

P: Imaginem agora que vocês queiram desenhá-las na lousa e, portanto, precisam diminuir todos esses tamanhos.

A12: A gente já entendeu que tem que diminuir tudo igual, não é? O tampo da carteira dá para desenhar na lousa como é, mas os outros acho que não.

P: É isso mesmo. Talvez possamos transformar as medidas em um terço da medida verdadeira. Será que assim todas podem ser desenhadas na lousa?

A professora inicia um trabalho com todos os alunos para construir a idéia de **proporção** e de **escala**. Para isso, pede que eles transformem várias medidas de comprimento na metade, na terça parte, na quarta e na décima parte.

EP2: A professora escolhe o tema "Aumento do preço da passagem de ônibus"<sup>18</sup>, esperando levar à formulação de questões que sugiram o estudo da multiplicação e suas propriedades, de proporção, da noção de variável, entre outros.

Depois de comentar com os alunos sobre o aumento do preço da passagem de ônibus no dia anterior, a professora escreve na lousa:

A passagem de ônibus subiu de cr\$ 90,00 para cr\$ 105,00. Uma família de cinco pessoas faz uso diário desse transporte público do seguinte modo:

- os três filhos tomam um ônibus ida e volta para a escola;
- os pais tomam dois ônibus cada um, ida e volta para o trabalho.

A professora pergunta: O pai faz a si mesmo algumas perguntas...que perguntas ele faria frente a essa situação? Ela pede que os alunos, sempre sentados em grupos, formulem as perguntas.

Depois de um longo silêncio. A professora na frente da classe, comunica-se diretamente com o Grupo 3:

A31: Podemos calcular o gasto total da família.

A32: Lá em casa só meu pai usa condução.

Minha mãe trabalha numa cabeleleira bem perto de casa.

---

<sup>18</sup> Aula proferida no dia 25/06/91

Longo silêncio novamente.

A31: É para ver quanto a família da gente gasta?

P: Também pode ser. Mas vamos ver agora o que uma família como esta gasta, quando aumenta a passagem de ônibus.

A33: As pessoas sempre reclamam que a condução é muito cara. Sobe a gasolina, sobe a condução e não sobe o salário.

A34: Eu estou fazendo a conta de quanto eles vão gastar a mais.

P: Então, qual foi a sua pergunta?

**Nós, como professores, temos o hábito de monopolizar a palavra. Muitos de nós, a maioria talvez, ficaríamos surpresos se, ao fim do dia, alguém nos informasse quanto tempo falamos e quanto tempo qualquer dos alunos falou. Por isso, talvez os alunos necessitam de um tempo para "acreditar" que atos como perguntar e responder, enfim participar, fazem parte do dia a dia escolar. Assim, dar a palavra aos alunos, ainda de modo que eles façam relações e perguntas vinculadas a uma situação, leva-os a uma consciência exagerada do que se tem que fazer, a um verdadeiro constrangimento. Além do mais, ter de dizer alguma coisa é bem diferente do que ter alguma coisa a dizer.**

A34: Eu pensei...eu vou calcular quanto eles

gastavam e, depois quanto eles gastarão com o preço de Cr\$ 105,00.

A33: A pergunta é "quanto eles todos gastam a mais depois do aumento?"

A professora transcreve na lousa: "De quanto aumentou o gasto dessa família em transporte?"

P: Vamos listar algumas perguntas. Depois a gente escolhe as mais interessantes.

A33: Eu estava pensando... o que é mais caro luz, água, condução, aluguel. Não, aluguel não...Ah! não sei...

P: Então, faz a pergunta. O que vocês outros acham?

A34: Água é menos. Eu já estou calculando...dá muito mais de condução...Luz eu não sei quanto gasta lá em casa.

P: Vocês querem comparar esse gastos?

A33: Queremos ver que parte cada gasto é do salário.

P: Então como é a pergunta?

A34: Assim...condução abate quanto do salário? Ou, qual a **porcentagem** do gasto em água?

A professora escreve na lousa:

Qual a porcentagem do gasto em condução sobre o ganho mensal? Do gasto de água: que porcentagem sobre o ganho mensal? Do gasto de luz: que porcentagem sobre o ganho mensal?

A34: Mas a gente tem que saber quanto esse pai e essa mãe ganham.

A31: Vamos inventar um salário para cada um? Assim, mais ou menos como os dos nossos pais.

A32: Eu não sei quanto meu pai ganha. Minha mãe eu sei.

P: Vou sugerir uma coisa. Vamos trabalhar com a média. Não nos basearíamos nos salários dos pais de A32 ou A31, mas numa quantia que represente todos os salários dos pais desta 6ª série. Para isso, nós precisamos saber os salários de todos os pais e procurar um número que representa mais ou menos todos eles. É a média dos salários. Vocês já calcularam algum valor médio?

A31: Já, a média das nossas notas e a média das alturas dos meninos do ano passado, na aula de Educação Física.

P: Então, se vocês conseguirem, tragam esses dados para a próxima aula. Quero que vocês fiquem livres para discordar dessa proposta. Talvez algum de vocês tenha dificuldade para obter esses dados.

Na aula seguinte, dois dias depois, vinte e seis alunos trouxeram os dados. A média dos salários dessas famílias era cinco e meio salários mínimos.

Obs. Embora não tenhamos participado diretamente, tivemos conhecimento que, no âmbito desta mesma estratégia, foram apresentadas aos alunos,

entre outros, as sugestões temáticas: a) um **quebra-cabeças** com figuras geométricas de diferentes formas, como motivação para o estudo da **relação de Pitágoras**; b) um **jogo** utilizando fichas coloridas de duas cores, visando o estudo de **números inteiros**.

## Considerações sobre a experiência EP

Pela natureza desta estratégia, o processo tem início a partir de um conteúdo matemático que o professor deseja transmitir a seus alunos. Embora reconheçamos dificuldades específicas desta estratégia, ela proporciona a oportunidade do grupo - constituído de professor e alunos - elaborar a construção de um conhecimento matemático, algumas vezes até percorrendo o caminho histórico. Entre as dificuldades específicas, estão os fatos de não ser suficiente apenas a disposição do professor para um diálogo aberto, bem como a escolha de uma situação-problema próxima a alguma situação prática.

No nosso caso específico, não podemos deixar de reconhecer que, no tocante ao tema da **planta do quarto** não foram alcançados os objetivos colimados, embora a professora tenha feito todo o possível para atingí-los. Podemos adiantar alguns fatos que, a nosso ver, contribuíram para que a situação se verificasse. Os alunos do Grupo 1 demonstraram pouco interesse para estabelecer uma dinâmica em torno da **problematização**, talvez por perceberem que a proposta da "planta-baixa do quarto" se constituía apenas em um meio para introdução de um sistema de medidas, o que não despertou grande interesse. De modo análogo, a **problematização** do "aumento do preço da passagem dos ônibus", talvez em virtude de grande parte da população objeto residir nas proximidades da escola e não se utilizar desse meio de condução, situou-se num plano um tanto artificial.

Sabendo que o trabalho de um professor de Matemática do 1o grau se baseia, de certo modo, na preocupação em cumprir um programa, temos que considerar que, muitas vezes, ele escolhe **EP**, pois se sente mais seguro para ini-

ciar uma **problematização** - pode até preparar algumas perguntas - e garantir o aparecimento de certos conteúdos que considera apropriado para o grupo de alunos. O professor deve, diante disso, estar consciente de que nem sempre as suas intenções tornam-se realidade, deixando, portanto, de atingir os objetivos que inicialmente ditaram a proposição dos temas.

Embora possamos até aceitar que o insucesso seja mais freqüente nesta estratégia, não podemos considerá-la menos útil como trabalho didático. O que ela exige na verdade, é um acompanhamento mais de perto por parte do professor, de modo que **qualquer desvio de rota** sentido por ele, ao longo do processo, seja prontamente corrigido para que o caminho de uma **problematização motivada** seja integralmente percorrida.

Naturalmente, não estão excluídos os casos raros em que algum caminho, surgido ao longo do processo, possa atingir os mesmos fins. Contudo, como é mais fácil para um guia conduzir um grupo por um caminho pré-determinado, na verdade, o ideal seria manter o caminho inicialmente idealizado.

## PROBLEMATIZAÇÃO DO TIPO EA

EA1: Modelo de "divisão"<sup>19</sup> - a partir do modelo matemático de "divisão", estudado no problema do **fertilizante** (EE), analisa-se o problema dos **azulejos** (ETG).

**1ª etapa:** o relato abaixo apresenta uma problematização anterior à análise de um problema análogo. Ele reporta o seguinte: como os alunos não utilizam a **divisão** para analisar o problema do fertilizante, ou seja, para interpretar a relação "quantos grupos de uma quantidade **a** há numa quantidade **b**", a professora decide retomá-lo com os alunos e analisá-lo por meio deste modelo matemático. Esta referência é importante porque revela as expressões explicati-

---

<sup>19</sup> Aula proferida no dia 15/05/91

vas satisfatórias para a interpretação do primeiro problema estudado, cuja aplicação na formulação e análise do problema análogo é de grande utilidade.

### Professora e Grupo 1:

P: Eu quero a atenção de vocês para pensar uma outra maneira de resolver o problema do fertilizante. Acho importante vocês passem a utilizar esse tipo de solução para problemas desse tipo, mas... entendendo! Vocês lembram quantos copos de água eram necessários ao todo?

A12: 21 copos e meio.

P: Então, vamos pensar, primeiro como se fossem 24 copos, depois nós resolveremos para 21 e meio.

A12: Como 24 copos?

P: Vamos supor que a soma dos copos deu 24 para cair numa conta exata. Isso pode ajudar vocês a compreender melhor essa outra solução. Deu para entender?

A12 e A13 : Deu.

P: Então cada um de vocês vai desenhar no caderno 24 copos, arrumados de qualquer jeito. Agora me falem como vocês fizeram a pergunta para fazer o cálculo das tampinhas?

A13: Como pergunta?

P: Assim, vocês queriam saber quantas tampinhas de fertilizantes para o tanto de copos

de água, não é? Então, vocês tinham uma pergunta...

**O desejo de se comunicar com o outro, não numa comunicação do tipo "transmissão", mas numa comunicação "indireta" por meio de um diálogo, não é fácil - principalmente porque o entendimento é sempre absolutamente pessoal.**

A14: É assim? Quantas tampinhas eu vou colocar nos 22 copos?

P: Isso. E você A12, como formula a pergunta?

A12: Acho que assim...Quantas tampinhas de fertilizante devo usar para 24 copos? Agora é 24, não é?

P: Agora vamos pensar uma coisa. Cada tampinha de fertilizante pede quantos copos de água?

A11 e A13: 4 copos.

P: Então, cerquem agora os 24 copos de 4 e 4.

**É difícil para o professor verbalizar, de maneira discursiva, a cognição de ordem matemática que o aluno poderá desenvolver. Este é mais um motivo para ele dar aos alunos, durante um processo de problematização, pequenas oportunidades para simbolizar a cognição. Além disso, neste caso, esta representação interpreta geometricamente o modelo aritmético que resolve o problema.**

A13 começa a desenhar uma tampinha ao lado de cada "cercado" de 4 copos. Os outros desenhavam somente os "cercados".

**A problematização supõe um espaço cheio de presenças e pensamentos que levam a relações e referências comuns. Ela vai "arrancando" pensamentos que os interlocutores não sabiam possuir e, em troca ela vai atribuindo pensamento, vai fazendo pensar.**

P: É isso. Olhem o caderno de A13. Como vocês podem fazer a pergunta de outro jeito? Em vez de quantas tampinhas para 24 copos, podem dizer...?

A13: Quantos copos para 24 copos?

P: É, quantos 4 copos há em 24 copos, não é?

A13: É, em 24 copos quantos tem de 4 copos?  
Tem seis vezes quatro copos.

P: Como você escreve isto em matemática?

A13: Seis vezes quatro igual a vinte e quatro.

Essa professora já vinha pesquisando, nos anos anteriores, junto a alunos e professores, maneiras de se comunicar com os alunos para levá-los a utilizar o "modelo da divisão" ao interpretar a idéia da "formação de grupos". Isto é, após aceitar todas as soluções apresentadas pelos alunos ela procurava uma maneira de se comunicar, de modo a "traduzir" mais diretamente, com razoável compreensão por parte dos alunos, a relação **quantos de uma quantidade "a" cabe numa quantidade "b"**, numa representação matemática  $b : a = ?$  Ela sabe de experiências pedagógicas anteriores, que é possível fazê-los chegar ao modelo da divisão pela compreensão da operação inversa da

multiplicação, uma vez que sempre aparece, como solução desse tipo de problema, a adição repetida ou multiplicação. Mas, em se tratando de uma 6ª série, ela decide interferir, de modo a aplicar diretamente a divisão. Durante essa pesquisa ela descobre o seguinte: a palavra **repartir**, na frase que expressa a pergunta desse problema, facilita a tradução para a divisão; isto é, em vez de expressar-se oralmente dizendo "**quantos a cabe em b?**" ou "**quantos grupos de a cabe em b?**" passar a dizer: **vamos repartir b em grupos de a - quantos grupos obtemos e como escrevemos isto em Matemática?**"

P: Então, olhem para o desenho e... pensem que nós estamos fazendo um repartição. Pensem assim: a quantidade **quatro** está repartindo a quantidade **vinte e quatro** em partes iguais. Como podemos escrever isto em Matemática?

A13: (após longa pausa) Dá para saber olhando e pensando na conta. Assim: **vinte e quatro** repartido em cada **quatro** dão seis montes...então...vinte e quatro dividido por quatro.

**Essa explicitação obrigou o aluno a assimilar a própria ilustração, ao mesmo tempo em que assimilava a nova idéia matemática. Para ter êxito numa tarefa como esta, o aluno tem de aplicar uma organização de sua cognição - em suma, tem de agir e pensar ativamente.**

P: Vocês todos concordam com A13? Pensem... olhando o desenho e escrevam em Matemática. Vejam se entenderam.

Todos escrevem no caderno a sentença  $24 : 4 = 6$

P: E se cada **quatro** copos estivesse repartindo **vinte e dois** copos? Façam o desenho dos 22 copos e agrupem-nos de 4 em 4.

A12: Fica assim... **vinte e dois** dividido por **quatro**. Dá **cinco** grupos e sobram **dois** copos.

A11: É isso.

P: E para os vinte e um copos do problema?  
Como resolver?

A11: Ah, é assim...**vinte e um e meio** dividido por **quatro**. Dá cinco e sobra um e meio.

Obs.: A compreensão do resultado em número de "tampinhas" (a professora levou-os a relacionar novamente cada tampinha com quatro copos), ou seja, a compreensão do código de vírgula para representar "parte da tampinha", foi resultado de um árduo trabalho de discussão com os alunos. Eles não compreendiam o código de vírgula para representar a relação parte-todo, apesar de terem estudado sobre esse assunto nos anos anteriores.

**2ª etapa:** a partir desse modelo, dois problemas análogos, identificados em diferentes realidades experienciadas pelos alunos, são analisados pela professora, por meio de um diálogo em busca de compreensão pelos alunos. Foram estes os problemas:

1- Quantidade de azulejos necessários para forrar as paredes de um apartamento cujo prédio em construção está sendo investigado pelos alunos.

2- Quantidade de times de handball que poderiam ser formados com os alunos de todas as 6as séries.

O problema 1<sup>20</sup> é resultado de uma problematização do tipo ETG com-

<sup>20</sup> Aula proferida no dia 11/05/91

binada com o tipo EA. Os alunos, a partir da escolha do tema "Construção Civil" (ETG), visitam o prédio em construção, como vimos. Na cozinha do apartamento um aluno comenta que o tio, que era um "azulejista de primeira", tinha pedido algumas vezes para que ele o ajudasse. A professora atenta a formulação de problemas análogos, aproveita então para perguntar aos três alunos que estavam por perto...

P: É possível calcular, mais ou menos, quantos azulejos serão precisos para cobrir um lado da parede da cozinha.

A1: Dá para contar por fila. Assim...uma fila dá...Ah! eu preciso saber o tamanho do azulejo e o tamanho da parede. Eu vou pensar...

O aluno, sobrinho do azulejista, fala alto.

A2: Eu sei quanto mede um azulejo. É 15 centímetros de cada lado. Daí, vai contando 15 mais 15 mais 15 mais...

A professora interfere chamando os doze alunos que estavam em outros lugares do apartamento e propõe a situação-problema para todos. Como não aparece a solução esperada, ela encaminha a discussão para o uso do **modelo da divisão**, relacionando explicitamente com o **problema do fertilizante**.

P: Vocês lembram que no caso do fertilizante nós queríamos repartir 21 copos e meio em grupos de 4 copos, não é? Agora nós temos uma situação semelhante: a área do azulejo está repartindo a área da parede em partes iguais. Agora queremos saber quanto de uma certa área cabe

numa outra área. Falem vocês agora...o que estão entendendo da comparação com o outro problema?

A3: Mais ou menos. Nós queremos saber quantos azulejos cabem...então porque a área dele?

P: Então, falem vocês todos o que estão pensando, o que estão entendendo desta comparação com o problema dos copos?

Silêncio total.

P: Geralmente são vocês que escolhem os problemas que querem resolver, mas este eu vou insistir para que o resolvam, porque é importante para o conhecimento matemático de vocês usar a divisão entre áreas, em problemas como estes. Este é o tipo de problema que aparece muitas vezes na vida prática. Agora dois de vocês meçam essa parede (aponta para um dos lados da cozinha), e os outros dois, o outro lado. Confiram também a medida do azulejo. Tragam essas medidas amanhã.

No dia seguinte, na sala de aula<sup>21</sup>, a professora pede aos alunos que estavam no prédio para contar ao resto da sala a questão surgida sobre o cálculo dos azulejos. A professora dá a cada grupo de alunos uma folha de cartolina rosa, folhas de papel sulfite e tesoura.

P: Eu peço que vocês meçam a folha de cartolina, largura e comprimento, e depois

---

21 Aula proferida no dia 12/05/91

cortem o papel sulfite em quadrados do tamanho do azulejo.

A2: Quinze centímetros de cada lado, não é?.

### Professora e Grupo 3

P: Coloquem os quadrados sobre a cartolina. Imaginem que a cartolina é uma parte da parede e os quadrados os azulejos.

A31: Dão treze azulejos e mais alguma parte.

P: Você contou, não é A31? Então... contar é uma solução.

A32: Como é o jeito de resolver que a senhora falou lá no prédio? É como no problema dos copos... dividindo, não é?

P: É isso que eu quero analisar com vocês. Eu trouxe aqui o desenho dos copos cercados de quatro em quatro. Vamos comparar. Aqui nós temos a quantidade de copos repartida de quatro em quatro, Neste outro arranjo nós temos uma quantidade de área repartida em pequenas áreas iguais. Nesse caso, a pergunta é quantos grupos de quatro? E no caso dos azulejos, como é a pergunta?

A31: Quantos azulejos teremos?

A34: Ah! eu acho que entendi. A área da cartolina são os copos todos e a área do azulejo é o conjuntinho de copos. Se divide um pelo outro a gente tem quantos.

**Só foi possível uma explicitação do modelo**

**matemático, adaptado ao fim em vista, depois de ter sido obtido o resultado por métodos com atividades concretas e por tentativas. A capacidade de abstrair e analisar os aspectos de uma experiência, que pela lógica matemática são as melhores, fica prejudicada se for prematuramente exigida a sua formulação explícita.**

P: É isso mesmo. Sempre que precisamos saber quantos de uma quantidade menor cabe numa maior, uma divisão dá a resposta.

A34: No problema dos copos eu entendi que dividia porque eu fui do "vezes" para o "dividir" e via que dava certo repartir, mas aqui...Assim...seis vezes quatro igual a vinte quatro então, vinte quatro dividido por quatro igual a seis.

A32: Aqui também. O número que multiplica pelos azulejos deve dar a área da parede. Tem que dar.

P: Vamos checar o que A32 disse para uma área que cabe um número exato de azulejos? Vejam aqui esse pedaço que cabe oito azulejos...o que vocês tem que calcular?

A32: Primeiro a área de cada azulejo, quinze vezes quinze. Depois, medindo cada lado desse retângulo e... dividindo.

P: Calculem cada um de vocês. Peguem o caderno.

Cálculo de A31:

$$15 \times 15 = 225$$

$$60 \times 30 = 1800$$

$$1800 : 225 = 8$$

Cálculo de A34:

$$8 \times 15 \times 15 = 1800$$

$$8 \times 225 = 1800$$

$$1800 : 225 = 8$$

P: O que é 1800 em área, A34?

A31: É a área da parte grande.

A34: Então eu quis fazer pelo vezes. Eu entendendo melhor quando eu vejo a divisão na multiplicação.

**Como afirma Dewey<sup>22</sup>: "Aprender a significação de uma coisa, de um acontecimento ou de uma situação é ver a coisa, acontecimento ou situação, em suas relações com outras coisas: notar como opera ou funciona, que consequências traz, qual sua causa e possíveis aplicações".**

O problema 2 é resultado de uma problematização do tipo **EE** combinada com o tipo **EA**. As alunas das 5<sup>as</sup> e 6<sup>as</sup> séries da escola estão planejando um campeonato de handball entre os times que poderão ser formados em cada série. A professora de matemática sabendo desse plano, pediu a professora de Educação Física, para propor as alunas das 6<sup>as</sup> séries que fizessem o cálculo do número de times na aula de Matemática. A intenção é verificar se as alunas reconheceriam que estavam frente a um problema análogo ao do **fertilizante** e dos **azulejos**. O interesse foi geral e a solução por analogia foi quase imediata.

Abaixo, a **fala** de dois alunos, que muito pouco tinham se manifestado anteriormente, logo ao ler o problema.

---

22 Idem, p.140

A1: Podemos fazer do seu jeito professora. Dividir o número de todos os alunos por seis. Dá o número de times.

A2: Eu já dividi. É dividir por seis. Nessa sala dão quase seis times porque é quase trinta e seis dividido por seis.

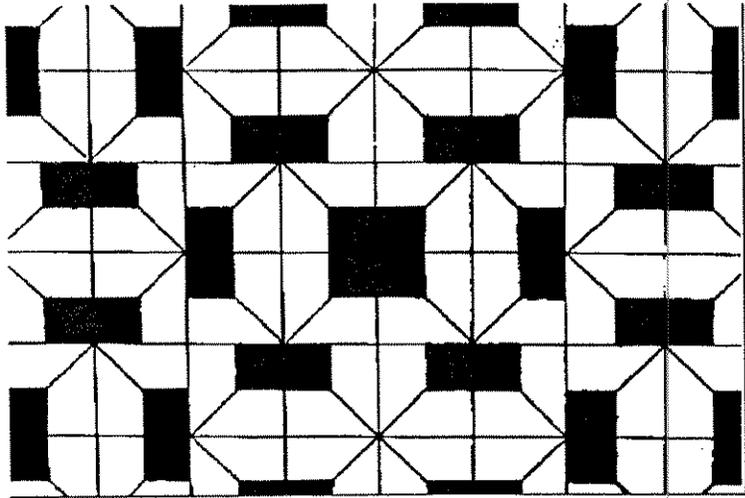
**Parece que a execução efetiva das operações permite recuperar o atraso aos alunos em quem a pesquisa não provoca a formação da operação desejada, pois todas essas operações são, ainda, concretas e significativas, em oposição às operações que, mais tarde, teriam por objeto somente símbolos. Como a operação efetiva chega a um resultado concreto, o próprio aluno pode avaliar o resultado de sua atividade e o mestre, por sua vez, pode facilmente controlá-lo. Finalmente, é interessante ver que essas ações, que chegam a resultados concretos, interessam mais às crianças que atividades puramente verbais.**

EA2: Modelo de "simetria"<sup>23</sup> - a partir do modelo geométrico de "simetria" estudado na **arquitetura dos apartamentos (MTG)** analisa-se o desenho da **capa de uma folhinha**.

A ilustração a seguir mostra a capa de um calendário (**folhinha**), dado por uma aluno à professora, que é usado por ela para continuar uma discussão sobre simetria. A professora faz os alunos reconhecerem nesta ilustração problemas análogos, de simetria, ao

<sup>23</sup> Aula proferida no dia 20/06/91

problema dos "*apartamentos vizinhos*", para aprofundar o estudo sobre este conceito.



P: Vocês lembram da disposição dos apartamentos vizinhos em relação a parede entre eles? A parede funcionava como um espelho, não é? Como ficou isto para vocês? Me contem.

A1: Os apartamentos estavam ao contrário.

P: E o tamanho e as partes de cada apartamento?

A1: Era igual, não era? Cada lado tinha as mesmas partes. Só a posição que é como no espelho.

P: Vocês se lembram também como se colocaram frente ao risco no chão, como se fosse um a imagem do outro no espelho?

A2: Eu lembro. A gente ficou ao contrário... na mesma distância da linha e na mesma posição.

P: Então, agora olhem esse desenho. Essa é a folhinha que eu ganhei de A3.

Visando trabalhar o modelo de simetria nesse outro contexto, a professora providenciou uma cópia para cada aluno.

P: Eu tirei um xerox dessa capa porque eu quero discutir um pouco mais com vocês a relação de simetria.

A3: Eu quero!. É bonito esse desenho... parece desenho indígena, não é?

P: É, parece. Nós podemos também estudar os desenhos de alguns artesanatos indígenas. Agora sentem-se em grupo. Observem o desenho que eu vou distribuir.

Os alunos olham atentamente a figura. É um momento de total silêncio. Um aluno pega uma régua e coloca-a **em pé** sobre um dos eixos de simetria do quadrado. Um outro, coloca as pontas dos dedos de cada uma das mãos sobre pontos simétricos da figura.

## Professora e Grupo 2

P: O que vocês podem me contar sobre o desenho?

A21: Dá para ver que essa linha do meio divide tudo... como espelho. Para lá e para cá está igual. Cada quadradinho de cá tem um de lá.

A22: É...essa pontinha que parece um triângulo, tem pontinha para o outro lado.

**O aluno pode "dizer" uma resposta correta muito antes de pensar de modo mais aprimorado. Ele apresenta seus argumentos, mas tem muita dificuldade em dar uma explicação clara e sintética. Se o professor**

quiser que ele progrida, precisa deixá-lo considerar muitas situações e exemplos diferentes. Por exemplo, o conceito de simetria pode ser introduzido com alguns jogos, como brincadeiras com movimentos do corpo, que naturalmente motivam as crianças a construir essa idéia; podemos mostrar-lhes vários objetos de arte, esculturas e artesanatos, para que ela perceba um padrão de simetria. Mas a maneira de pensar de um aluno não mudará após um ou dois exemplos. Tais mudanças só podem acontecer através de muitas experiências e muitos pensamentos por parte deles.

A21: A distância é a mesma também. Todos os quadrados são iguais.

P: Então, tomando essa linha...vamos chamar de eixo...eixo de simetria, temos figuras de mesmo tamanho que estão em posição oposta a ela, não é?

A22: Como opostas?

P: Em posição contrária a própria figura, do ponto que estamos olhando. É diferente, por exemplo, se nós **deslizamos para direita** essa coluna (2a coluna) em relação a esse mesmo eixo. Obtemos as figuras na mesma posição vistas daqui... é uma translação em relação a esse eixo. Eu vou mostrar.

A professora recorta uma das **faixas** e traça linhas paralelas sobre uma folha, equidistantes na mesma largura da faixa. Os alunos são

solicitados a checar o movimento de translação e o de reflexão em relação a um eixo.

P: Eu trouxe um compasso para cada um de vocês. Vocês tem régua, não tem? Então vamos fazer alguns movimentos. Primeiro mexam um pouco com esse instrumento. Descubram para que ele serve.

Os alunos fazem alguns desenhos com o compasso comentando como cada desenho fica certinho. A21 conta, que o irmão tinha lhe ensinado, que compasso servia para fazer círculos.

A24: A professora do ano passado ensinou a fazer um ângulo com compasso, mas eu não me lembro mais. Como é mesmo?

P: Escutem, eu diria para vocês que uma das utilidades do compasso, fora a que vocês já falaram, é **transportar distâncias**. Como vocês fariam isso?

**Duas atitudes muito freqüentes dos professores com o prefixo "es", escutem e esperem, precisam ser modificadas. Como professores é comum ficarmos um pouco ansiosos com a mudança de rumo que o aluno pode dar a uma problematização, ao formular uma questão ou fazer um comentário. Facilmente se cala um aluno... Gusdorf<sup>24</sup> chama a atenção a tal fato: "O mestre começou por dar a palavra ao discípulo. O discípulo tomou a palavra, mas esta palavra era uma palavra emprestada. E, evidente-**

---

24 Idem, p.193

**mente, este empréstimo é cômodo para aquele que não tem nada a dizer; a palavra emprestada do mestre substitui-lhe a personalidade que não possui. Mais vale recitar a lição do que ficar sem voz. O mestre nada pode fazer; o seu primeiro dever é afirmar a sua própria autenticidade. Mas o dever de quem é mestre é também ajudar a autenticidade de outrem a tomar consciência de si própria".**

Depois de um longo silêncio, A24 faz uma abertura com dois dedos da mão esquerda, mede esta abertura com o compasso e transporta-a para o papel.

P: Isso, você mediu a distância entre seus dedos e passou esta medida para o papel. Mas eu não estou conseguindo ver essa medida. Como você pode fazer para deixar marcado o começo e o fim dela?

A24: Ah! eu estou vendo...do furinho até o risco.

A24: Eu acho que tem que marcar as duas pontas...não sei como..

P: Façam um traço com uma régua e pensem como marcar as duas extremidades sobre ela.

Os cinco alunos experimentam várias vezes o exercício de transportar diversas "distâncias".

P: Agora meçam os comprimentos das figuras em relação ao eixo de simetria. Vamos ver

como cada ponto está em relação ao eixo.

A21: É, elas estão na mesma distância...a gente já via...só que elas vão formando para trás.

A22: É isto que é oposto, não é? Agora eu entendi.

P: Dobrem a folha bem no eixo e vejam como acontece com figuras refletidas.

A22: Eu já tinha pensado isto. Elas ficam justinhas.

**O conhecimento que o aluno desenvolve por meio de uma problematização, não equivale ao que está pronto nos livros ou nos programas oficiais de ensino. O aluno tem sua própria maneira de pensar. Ele desenvolve novas idéias e novas maneiras de pensar quando reflete, dialogando com o outro. Uma problematização pode, freqüentemente, mostrar o modo próprio do aluno pensar e sua importância para a educação.**

## Considerações sobre a experiência EA

Em princípio, quando seguimos a estratégia **EA**, parece que negamos tudo aquilo que advogamos nas anteriores. Porém, facilmente podemos constatar que esta contradição é aparente. Como ressaltou já o professor Bassanezi, na sua entrevista<sup>25</sup>, o processo de analogia desempenha papel importante na formulação de problemas e mesmo em trabalhos de pesquisa. Contudo, pela própria situação de sala de aula, geralmente o problema só se torna cons-

<sup>25</sup> Ver Apêndice

ciente quando o professor ressalta a analogia entre os diversos casos considerados. Daí, a participação do professor ser preponderante nesta estratégia. Cabe a ele, portanto, muito mais do que nos casos anteriores, os passos do processo.

Ao que parece, as duas problematizações do estilo **EA**, vividas e analisadas neste período da pesquisa, chegaram a resultados bastante úteis. Apesar do longo percurso para alcançar o nosso objetivo no caso do problema dos **azulejos**, reconhecemos que a problematização atingiu seu ponto desejado, sendo possível interpretar um problema análogo, a partir do instrumental matemático utilizado pela estratégia. Qualificamos de **longo** o caminho percorrido no caso da **problematização dos azulejos**. Embora, esta adjetivação possa ser considerada muito particular, ela não tem, contudo, qualquer conotação de crítica ao processo. A educação chamada **educação problematizadora** enfatiza bastante os meios utilizados na formulação do problema, conferindo o mesmo status ao processo e ao resultado dele derivado. Em síntese, progressos, retrocessos e duração são somente peculiaridades de cada caminho.

No caso das problematizações que envolveram **simetria**, a conclusão foi de tal modo, que não necessitou da introdução de uma noção específica de reflexão. Esta foi apreendida a partir das atividades estabelecidas. Isto não quer dizer que estamos defendendo a exclusão da abordagem de modelos simbólicos. Estes podem ser até bem vindos, com o intuito de ensejarem a oportunidade de um contacto com o raciocínio matemático propriamente dito, por aqueles mais dispostos a utilizá-lo.

Esta estratégia pode ser usada essencialmente para o aprimoramento do trabalho dos professores, não só com a própria analogia, mas como para o trabalho com outras estratégias. De fato, a constatação de problemas análogos por meio de EA, nos permite atingir o desenvolvimento do conhecimento

matemático de maneira generalizada, como faz o matemático na sua tarefa diária.

A nossa concepção singular de problemas análogos vem de Bassanezi, como aqueles que utilizam o mesmo modelo matemático, o que significa "do ponto de vista matemático, eles são idênticos, mas do ponto de vista do assunto que leva a formular o problema, os fenômenos são diferentes"<sup>26</sup>. Vale aqui ressaltar que quando usamos a estratégia de procurar o problema análogo, estamos em processo totalmente distinto do chamado **problema tipo**, estratégia pedagógica tão difundida em algumas propostas de Resolução de Problemas. O trabalho com **problema tipo** enfatiza que o aluno deve procurar reconhecer o problema atual como um equivalente já resolvido, de modo a utilizar a mesma estratégia de solução. Após identificá-lo, o esforço será somente o de trocar os dados. As características principais do método **problema tipo** são diferentes do nosso, em pontos essenciais para o ensino, tais como: 1) em geral, esses problemas já vêm formulados e lidam com **simulações**, com contexto **ficção**; 2) a influência educativa assume a forma de uma ação direta sobre o pensamento do aluno, tentando orientá-lo na direção do conteúdo desejado.

Embora, por meio de analogia, passamos de casos particulares a casos particulares, sem muitas vezes obtermos um caso geral, essa estratégia é bastante útil porque podemos, a partir dessas analogias, obter leis gerais, como acontece nas ciências empíricas. Bassanezi & Ferreira<sup>27</sup> enfatizam as características de analogia do seguinte modo:

"A obtenção do modelo matemático pressupõe, por assim dizer, a existência de um dicionário que interpreta sem ambigüidades os símbolos e operações de uma teoria matemática em termos de linguagem utilizada na descrição do problema estudado e vice-versa. Com isto transpõe-se o problema para a Matemática onde será tratado pelas teorias e técnicas próprias desta

---

26 Ver Apêndice

27 Bassanezi, R., & Ferreira, W., 1988, p. 4

Ciência; pela mesma via da interpretação, no sentido contrário, obtém-se o resultado dos estudos na linguagem original do problema”.

A expectativa de um **dicionário** por parte de Bassanezi & Ferreira coincide com uma das grandes dificuldades do educador que faz opção por essa linha pedagógica, ou seja, encontrar os meios apropriados para levar o educando a interpretar, em linguagem matemática, as relações apresentadas no problema em estudo do mundo físico-social e vice-versa. Quando os autores falam de **dicionário**, esta expressão corresponde ao que em EA podemos designar por **transferência**, no sentido de que os raciocínios empregados em um caso, podem ser transferidos para outro, por meio do **dicionário** a que os autores se referem. Essa tradução, geralmente, se dá em nível lingüístico e, como sabemos, todo elemento de um sistema desse tipo, depende de interpretações que sejam quais forem os interpretantes, serão passíveis de interpretações (porque não são controláveis empiricamente, de modo a mostrar o seu caráter de exatidão). Assim, supomos que esse **dicionário** deve se constituir de **interpretáveis**, um sistema de representação, o qual, mais do que qualquer outro, faz reforçar a afirmação de Machado<sup>28</sup>, numa discussão sobre um assunto de mesmo teor:

“De fato, sistemas de representação são construídos de maneira contínua, em pleno uso, nunca estando definitivamente prontos e disponíveis apenas para serem utilizados. Não são como as estradas construídas de uma vez para sempre mas, parafraseando o poeta, como caminhos que se fazem ao caminhar”.

De um ponto de vista pedagógico, com isto tudo pormenorizado tecnicamente, objetivando essas transferências, constituiria uma aprendizagem no interior do processo de analogia. Como exemplo específico de nosso caso, verificamos o cálculo de quantos de **a cabem em b** pode ser interpretado, mais fa-

28 Machado, N. J., 1979, p. 114

cilmente, na **divisão de a por b** quando introduzimos o interpretante **repartir em grupos iguais**.

Finalmente, embora cada uma das estratégias ofereça dificuldades específicas na condução do processo, é nesta última, como já enfatizamos, que o papel do professor torna-se mais decisivo. Como nos demais casos, não podemos oferecer receitas de como se portará nesta ou naquela situação. Só a experiência aliada a alguns dotes pessoais ditarão ao professor, como atuar para orientar o processo, de modo a atingir os fins desejados.

## PROBLEMATIZAÇÃO DO TIPO COMBINADO

Embora, para efeito didático, tenhamos mostrado o contrário - colocamos cada problematização sob a orientação inicial de uma única estratégia, das quatro estratégias distintas apresentadas - parece que, na maioria das vezes, tem-se uma combinação destas e de outras não tão bem definidas, no desencadear de uma problematização. Na verdade, o nascimento de perguntas e respostas, de relações, de descobertas e construções ocorre de várias atitudes pedagógicas, de fatos e princípios que vão se encaixando, de modo a organizar o material que impulsiona uma problematização. Dessa maneira, considerá-las combinadas é uma espécie de **acrescentamento** para o método de problematizar, como uma **orientação da orientação**. Por isso, intervindo numa segunda leitura, relatamos uma experiência do **tipo combinado**.

ETG & EP & EA: "A planta-baixa do Pirulão"<sup>29</sup> - A partir do "Tema Gerador Construção Civil", tendo em vista buscar problemas análogos quanto ao uso do modelo de proporção e com o intuito de aprofundar conhecimentos sobre medida e notação de área, escalas, visão espacial, entre outros.

A professora traz para cada grupo de alunos uma cópia da planta-baixa de todo o prédio, exatamente a planta usada pelo engenheiro responsável pela reconstrução do mesmo. Na página seguinte está uma parte da planta, a referente aos apartamentos vizinhos.

#### Professora e Grupo 4:

A41: Que legal! Nós vamos trabalhar como engenheiros.

A42: Isso é que é planta! Lembra da do nosso quarto?

A41: Ah! mas a professora pediu uma coisa mais difícil. Ela queria com os móveis.

P: Você achou mais difícil? Seria interessante nós imaginarmos alguns móveis nessa planta.

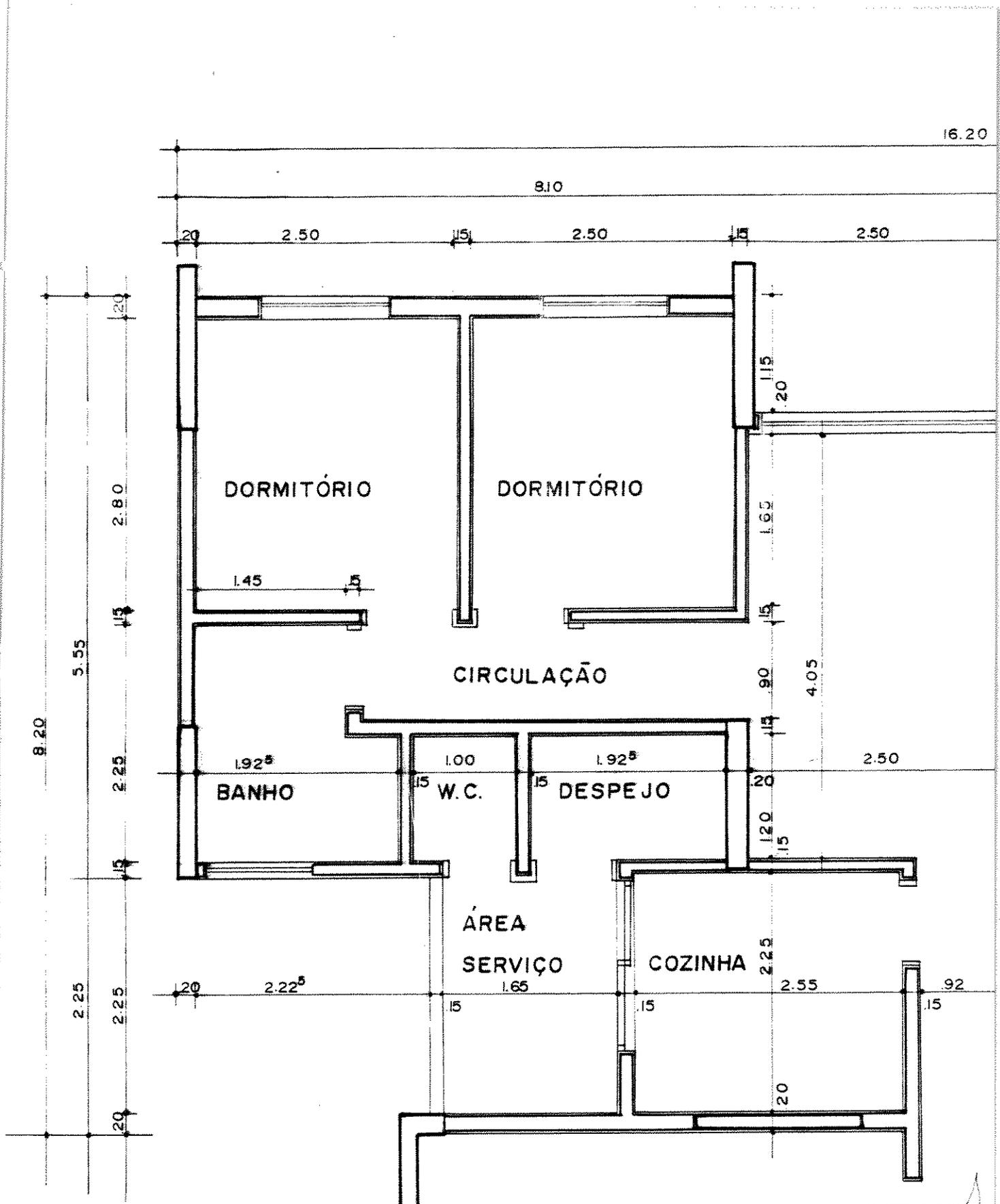
A43: De quanto esse desenho foi diminuído? A escala...

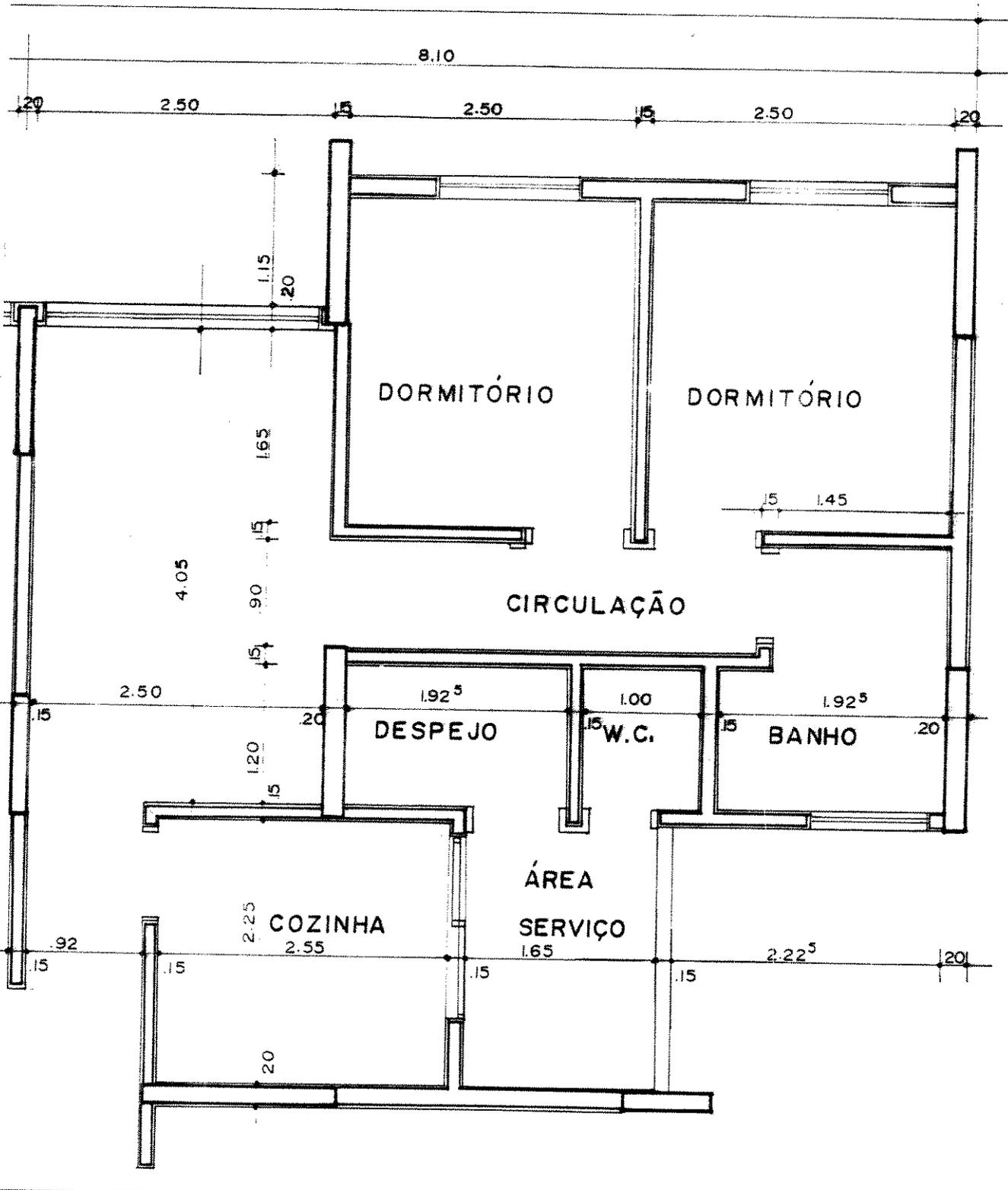
P: Isso. Como vocês podem descobrir em que escala foi desenhada a planta?

A42: Isso, nós queremos descobrir essa escala.

---

<sup>29</sup> Aula proferida no dia 05/06/91





O pronome "nós" usado por A42, nos faz acreditar ainda mais que de um diálogo que põe em circuito uma pluralidade de pontos de vista, chega-se à formulação de um problema o qual é realmente sentido como algo desafiador para o indivíduo e para o grupo. Com efeito, o bom resultado e a cumplicidade como consequências de um diálogo autêntico já foi anunciada por Basanezi<sup>30</sup>: "Cada pergunta é como se fosse de todos - todos falam o "nosso problema" e o "nosso modelo". Tudo vai acontecendo na conversa. Nós não propomos o problema para eles...ou é como se você propusesse o problema que você gostaria que eles tivessem proposto..."

A41: Olha, nesse pedacinho mostra a **medi-**  
**nha** da parede. Uma é ponto quinze,  
outra é ponto vinte. Quanto é isto?

P: Como vocês não mediram a largura das  
paredes, olhem uma outra medida que  
vocês tem e compare com os dados da  
planta. Qual delas vocês tem registrado?

A42: A largura do quarto. É dois metros e  
meio. Ah! é o que está marcado.

P: Então, a medida real está marcada ao lado.  
E qual é a medida da largura do quarto  
no desenho?

A43: Deve ser dois centímetros e meio.

A41: Não, é mais. Aqui tem mais.

---

30 Ver Apêndice

**Em se tratando de situações reais, a elaboração pelo raciocínio pode chegar a uma idéia plausível, mas não determinará sua validade. Somente quando se experimenta (por coleta de dados) e verifica-se que os dados se coadunam com os resultados teóricos é que se justifica que aceitemos a conclusão racional como conclusão válida. Em síntese, uma problematização a partir de um contexto, freqüentemente começa e acaba no domínio das observações concretas.**

P: Meçam. Peguem uma régua.

A41: (após medirem com a régua) Tem cinco centímetros. Mas como?

P: Escrevam nos seus cadernos a medida real e a do desenho, para cada um dos comprimentos.

Os alunos executam a tarefa com muito entusiasmo mas, de início, não fazem nenhum comentário sobre a razão em que estão os respectivos comprimentos.

P: Comparem agora cada uma das medidas correspondentes. Estudem novamente a medida da largura do quarto. Qual é a medida real e a da planta?

A43: Dois metros e meio e na planta cinco centímetros.

P: Então para compará-las nós precisamos escrever as duas numa mesma unidade: ou centímetro ou metro. Eu sugiro que vocês escrevam as duas em centímetro.

Peguem o metro e verifiquem quantos centímetros há em dois metros e meio.

A42: Um metro tem 100 centímetros...então...tem 250 centímetros.

P: Isso. Então o comprimento real é quantas vezes o da planta, ou seja, 250 é quantas vezes 5?

A41: É cinco multiplicado por 50.

Comparando várias das dimensões da planta com as do apartamento real, os alunos chegam a conclusão que cada comprimento real é cinquenta vezes maior que o correspondente na planta (os alunos constataam admirados que o mesmo acontecia com a largura da porta e da janela) A professora pede que os alunos escrevam essas relações em código de fração, checando com eles que todas elas simplificadas têm o mesmo resultado  $1/50$ . Ao constatarem, professora e alunos, por meio de um diálogo, a escala  $1/50$ , A14 explica: "o desenhista deve ter dividido tudo por 10 e depois por 5, porque só por 10, que é melhor, o desenho ficaria muito grande, não é?"

Obs. Nem sempre levamos em conta todo o leque de fenômenos que envolve uma problematização e, geralmente, ficamos restrito ao âmbito da sala de aula ou da escola. No entanto, questões extra-classe quase impediram o bom andamento dessa problematização. Este fato deveu-se a hesitação do dono da empresa em ceder a planta ao engenheiro, que era intermediário no processo, planta essa que era fundamental para o trabalho em sala de aula.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observando o caminho percorrido na elaboração das estratégias que acabamos de considerar, podemos constatar que, em cada uma delas, as

problematizações chegam a uma fase - a formulação do problema - que julgamos decisiva para todo o desenvolvimento do processo. Certamente, a complexidade dessa formulação tem muito a ver com as características dos alunos com os quais estamos trabalhando, como faixa etária, conhecimentos anteriores, interesses específicos e a dimensão político-social dos mesmos. Em outras palavras, das mesmas situações pesquisadas, possivelmente poderiam emergir de outros alunos, dos fatos observados e da coleta de dados, perguntas num outro nível de elaboração, ou seja, que estariam de acordo com a percepção que eles têm da realidade em que estão inseridos e com o seu conhecimento matemático.

Portanto, esta **aceitação**, por parte dos alunos, ao **diálogo problematizador**, aparece para a **educação problematizadora** como uma das possibilidades da sala de aula de Matemática do 1º grau. Resta compreender porque um método que se alimenta desse processo - orienta-se por meio de uma **problematização com desfecho em um problema** - tem dificuldade em atingir o seu objetivo, quais as outras forças que, em muitos casos se colocam como obstáculo - e ultrapassá-las. Atingida a fase em que os problemas são formulados, estaremos elaborando o que, em geral, se denomina programa de Matemática da respectiva série, ou seja, o conjunto de conteúdos usados para resolver os problemas. No caso específico, trata-se, obviamente, do programa destas 6ªs séries.

Embora, não seja nosso objetivo tratar de **programas**, hoje uma divisão especial da Pedagogia, em geral inserida no capítulo sobre Currículo, não podemos deixar de tecer ligeiras considerações, em virtude de ter abordado de passagem o tema. Apesar de defendermos a idéia de que é a partir de uma **problematização**, sobre uma realidade significativa para os alunos, que serão introduzidos os conhecimentos sistematizados das diferentes áreas - transformados em conteúdos escolares - não somos daqueles que acreditam que um bom programa esteja necessariamente atrelado às atividades sugeridas pelo

dia a dia. Esta visão poderia levar os seus adeptos a uma posição eminentemente prática, deixando de lado aspectos teóricos formadores, não só do conhecimento como da personalidade do educando. Por outro lado, não podemos cair na posição oposta e advogar que as atividades do dia a dia, derivam de um contexto teórico. Assim cabe ao professor, mais uma vez, a capacidade de sentir **o momento adequado** para, em nível prático, ressaltar os pressupostos teóricos que o justificam e, em nível teórico, derivar as suas consequências práticas. A partir desse equilíbrio de **tendências teórico-práticas**, surge o programa, que é resultante de todos esses componentes.

A título de ilustrar, podemos ressaltar alguns casos ocorridos nos exemplos estudados: no caso de **EE**, da pergunta "Quanto uma família de classe média de cinco pessoas gasta com café por mês?", derivou o estudo sobre **números decimais, razão, proporção, regra de três e tabelas**; também de uma **EE**, da pergunta "Como comprar o apartamento em dez anos?", os alunos puderam estudar **porcentagem, equação do 1º grau, números inteiros, gráficos, medida de tempo**. No caso de uma **EMG**, da pergunta "Quanto de carpete usa cada cômodo do apartamento?", derivou o estudo sobre **unidades de medida de comprimento, de área, noção de área de círculo, comparação de áreas, números decimais, escalas**; de outra **EMG**, da pergunta "Qual a receita e o gasto para fazer uma pizza?", foi discutido com os alunos **unidades de medida de volume, proporção, média aritmética**. De uma **EP**, a partir da pergunta "Quanto gasta uma família, mais ou menos como a nossa, em condução?" levou os alunos a estudar **média aritmética, múltiplos, propriedades da multiplicação**. É importante comentar que, em todos esses casos, contamos com fatores um tanto aleatórios, em virtude das condições específicas da situação. Na última estratégia apresentada, esta margem de perguntas cruciais no decorrer do processo, fica bastante restrita pela própria natureza da estratégia.

Em síntese, podemos dizer que todas as situações consideradas acima, têm um caráter idiossincrático, pois por mais que tentemos reproduzir as condi-

ções aqui apresentadas, jamais chegaremos a situações análogas, em virtude da especificidade de cada caso. Desse modo, confirmamos a nossa posição inicial: é impossível fixar rigorosamente as regras que orientam o encaminhamento de uma problematização. Como vimos, cada **encontro no diálogo entre professor e alunos** teve suas próprias características. Por um lado, percebemos que cada um deles dependia: 1) das necessidades e curiosidades próprias de cada interlocutor e destes enquanto grupo; 2) do conhecimento matemático que os alunos dispunham já que a indagação estava situada na cultura familiar, na linguagem, nos temas de vida dos estudantes e na **história vivida** de cada um deles e 3) do plano e dos objetivos do professor, ou seja, quando o professor iniciava o diálogo, ele tinha previsto, em termos de conhecimento matemático, aonde ele queria chegar. Por outro lado, reconhecemos a necessidade de **ler as entrelinhas** de um processo de **problematização**, pois nelas, em geral, está oculto uma parte tão importante quanto aquela que aparece explicitada na linguagem. Toda problematização se desdobrou, no fundo, de um conjunto formado de desejo, de simpatia e de ação própria - seguramente, isto se situou, em grande parte, nas **entrelinhas**.

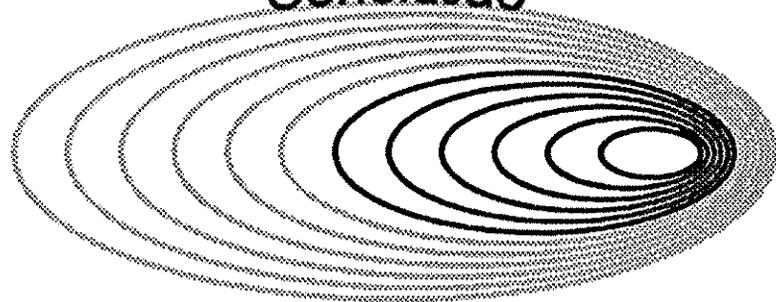
Ficou claro ao longo de todo o trabalho, que o valor da **problematização** é **inversamente proporcional** ao da **explicação**. Podemos dizer que a problematização só cresceu em importância na medida em que a **explicação** começou a entrar em **crise**, ou seja, foi só a partir de uma certa crença, por parte da professora, de que o conhecimento, em especial o conhecimento matemático, não é adquirido do que os alunos ouviam ou viam nos objetos, mas das relações que passaram a fazer, por meio de elaboração própria - na interação com coisas e outras pessoas -, que ela passou a **valorizar a problematização**. Com o tempo, o **falar no ar**, para toda a classe, foi sendo substituído pelo **falar a alguém, para alguém**. A paciência e a abertura, por parte da professora, para instituir uma relação de troca nos dois sentidos - dirigir a palavra ao

aluno e esperar dele uma palavra - foi se tornando **seu modo de ser** como docente.

Os processos educacionais dos quais participamos pretenderam resolver alguns problemas da comunidade. A descoberta dessas necessidades foi um movimento essencial para a conscientização dos alunos e da professora, pois este processo de descoberta se realizou através de uma reflexão sobre o cotidiano dos mesmos, o que, provavelmente, ajudou-os a compreender que é preciso aprender a se descobrir para se recriar.

Finalmente, podemos dizer que todos os processos utilizados, ao longo das estratégias **EE, ETG, EP, EA**, não só nortearam o professor para orientar os alunos segundo os cânones de cada uma, mas também mudaram a sua atitude diante de todo o processo educacional. Como ao longo de toda a sua formação, ele recebeu uma concepção de Matemática nos moldes estruturalistas (um edifício bem feito e acabado) e, provavelmente, aprendeu a assistir às aulas expositivas, em geral, foi para o professor, um verdadeiro desafio a análise crítica dessa inovação. No entanto, a mudança de atitude, num processo evolutivo, ficou evidente em vários momentos. Ele se tornou **participativo e problematizador** e um elemento de grande utilidade na construção do conhecimento matemático pelo grupo.

Conclusão



**A Resolução de Problemas  
no contexto da Problematização**

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: APRESENTAÇÃO, CRÍTICA E SUPERAÇÃO

Parafraseando D'Ambrósio<sup>1</sup>, "este é um capítulo de angústia e esperança". Se conseguirmos, fazendo um retrospecto das nossas atividades, detectar falhas aí cometidas quando adotamos, como era de praxe, Resolução de Problemas sem maiores restrições, podemos ter a certeza de estarmos melhorando a nossa atuação no âmbito da Educação Matemática.

A maneira tradicional de apresentar a Matemática na sala de aula, nos cursos de 1º e 2º graus, pode ser considerada bastante questionável sob o ponto de vista defendido pela autora. De uma maneira geral, tem-se evidenciado situações que podem ser julgadas autoritárias, uma vez que o comportamento do professor de Matemática está sugestionado pela seleção de conteúdos que ele estabelece no início do ano os quais, por sua vez, lhe são impingidos nos programas oficiais, uma vez que, em geral, os professores não participam desta tarefa. Esses conteúdos são elaborados sem levar em conta situações específicas derivadas do interesse dos alunos. Alguns professores utilizam-se de situações-problema para amenizar a **distância** entre os conteúdos pro-

---

1 D'Ambrósio, U., 1990, p.38

gramáticos constante dos textos oficiais e a necessidade de que o interesse dos alunos seja mantido. Na maioria dos casos, essa estratégia resume-se a simples ilustrações, pois, quase sempre, o professor apresenta o problema e o resolve para a classe, reduzindo-o a mais um a técnica escolhida para ser exercitada pelo aluno. Como a ênfase é colocada na apresentação de problemas clássicos, já **prontos**, não há espaço para um diálogo visando uma apreensão e relacionamento com eventuais problemas do cotidiano. Em suma, o processo fica reduzido a um treino algorítmico e na sua memorização.

Podemos, em síntese, identificar três razões para que o processo de **problematização** não se realize em sala de aula. Em primeiro lugar, o enfoque mais comum, dado a Matemática é o que cabe ser chamado de **internalista**, como já mencionado, o terreno em que se apresenta as idéias matemáticas é somente o da própria Matemática, sem qualquer apelo à reflexões sobre os fatos do cotidiano. Em segundo lugar, há a tendência dos professores em aderir ao movimento **Resolução de Problemas**, foco das atividades matemáticas desde os anos 70. A idéia chave desse método de aprendizagem é freqüentemente boa, mas do modo como tem sido operacionalizada, tem provocado uma resistência à **problematização**. Em terceiro lugar, pode haver falta de preparação por parte do professor para sondar o **desconhecido** junto com o aluno. A maioria dos professores de Matemática não tem **auto-confiança como matemáticos** para questionar despreocupadamente sobre isto ou aquilo que vêem na sua frente, o que o força a seguir rigidamente o caminho demarcado pelos programas ou livros didáticos. Outros não vêem nenhuma vantagem em percorrer o caminho de uma **problematização** para chegar às apresentações matemáticas.

No âmbito da abordagem **internalista** da Matemática, nas escolas de 1º e 2º graus, identifica-se pelo menos duas linhas distintas, no que se refere a atitude do professor. Uma, caracteriza-se pela transmissão direta dos conhecimentos matemáticos, com pouco ou nenhum espaço para a discussão e

análise dos mesmos. Em geral, o professor introduz as noções matemáticas sem diagnosticar o estado intelectual dos alunos, sem criar condições que provoquem reações intelectuais e emocionais para apreendê-las. Como em toda a linha **Internalista**, as idéias matemáticas são apresentadas exclusivamente segundo os moldes de um modelo axiomático, rejeitando toda a possibilidade de uma noção matemática ser elaborada a partir de uma atividade desempenhada pelo educando. O aluno, por sua vez, frente a exposição por parte do professor, freqüentemente deve permanecer bastante **passivo**, enquanto aquele explica e conclui, explica e conclue... sobre fatos da Matemática. E esta passividade, como diz Dewey<sup>2</sup> "invalida a curiosidade, provoca distração mental e faz da aprendizagem uma tarefa, não um prazer". Certamente esta linha, que denominaremos **internalista passiva**, opõe-se radicalmente a nossa proposta - revelar a necessidade da educação problematizadora - ao contrário, como salientamos na denúncia de Freire e Faundez<sup>3</sup>, concentra-se totalmente no "ensino de respostas sem perguntas".

Duas professoras, observadas sob essa atitude, assim procedem<sup>4</sup>:

"Gente, hoje eu vou ensinar outro método para resolver a raiz quadrada. É pela técnica da fatoração. Peguem seus cadernos e me acompanhem na lousa. Vamos resolver a raiz quadrada de 196. Me acompanhem."

Professora de 1º grau- 6ª série)

"Vocês vão desenhar três círculos no caderno como esses da lousa. Agora, desenhem quatro bolinhas dentro de cada um. Então, quantos quatro vocês vêem? Quatro mais quatro mais quatro, não é? Então..."

Professora de 1º grau-2º série

2 Dewey, J., 1979(b), p. 258

3 Freire, P. & Faundez, A., 1986, p. 46

4 Todas colocações desse tipo são resultados de observações, feitas pela autora, nos períodos de setembro à maio, em 1990 e 1991, do trabalho de professores de matemática de 1º a 8ª séries (população sujeita à pesquisa) em duas escolas públicas de São Paulo, uma da rede estadual (E.E.P.G. Carlos Alberto Pereira - Itapeirica) e outra municipal (E.M.P.G. Ministro Calógeras - São Paulo).

As mesmas professoras, referindo-se às professoras acima, revelam-se insatisfeitas quando a maneira de trabalhar. Constatam que os alunos mostram desinteresse, mas diante da dificuldade de trabalhar com uma classe numerosa e na ansiedade de preparar os educandos na **matéria da série**, não sabem ou não se arriscam a fazer diferente. Elas assim se expressam diante das frases em exame:

"Os alunos não estavam ligados na aula, não é? Este é o segundo método para resolver raiz quadrada que eu trabalho com eles. Já trabalhei o geométrico, dividindo o quadrado. Este eles gostaram mais! Este assunto é tão sem sentido para eles, não?" Mas eu preciso ensinar porque é matéria da 6ª série."

Professora de 1º grau- 6ª série

"Esses alunos são muito infantis. Eles não acompanham a explicação... ficam brincando. Eu gostaria de trabalhar mais de perto com alguns, mas...e o resto da classe? Você sabe um outro jeito de fazê-los entender a multiplicação?"

Professora de 1º grau - 2ª série

Ainda dentro da abordagem **internalista**, há os que consideram a importância da **participação ativa** por parte daqueles que **têm que aprender Matemática**. Privilegiam, então, colocar o educando, na maior parte do trabalho escolar, frente à situações que o convidam a buscar soluções. Algumas estratégias pedagógicas, para **fazer aparecer os conteúdos**, caracterizam-se por tomarem como ponto de partida, atividades com materiais de manipulação, jogos e problemas. Em outras, problemas são propostos para controlar ou avaliar os conteúdos já trabalhados. A ênfase é dada sempre sobre problemas apresentados de modo formulados, de **texto pronto**.

Duas professoras observadas assim procederam:

"Cada grupo de dois alunos vai receber um monte de palitos. Quero

que vocês amarrem cada dez palitos com um fio de lã amarelo. Quando vocês tiverem dez montes, amarrem-nos com um fio de outra cor. Vão trabalhando que eu vou passando para ver".

Professora de 1º grau - 2ª série

"Vocês vão formar figuras quadradas com os palitos (de dente) que receberam. Depois eu quero que registrem quantos palitos usaram em cada quadrado. Marquem quantos palitos usaram em cada lado do quadrado e o total de palitos por quadrado."

Professora de 1º grau - 5ª série

Essas professoras mostram-se ansiosas quanto ao objetivo que querem atingir. Elas sentem dificuldade em motivar os alunos para a atividade e, muitas vezes, não sabem como converter as relações que aparecem nos problemas em estudo para a linguagem matemática. Os mesmos professores acima destacam que:

"É difícil passar desse jogo de agrupar para a escrita matemática. Como a gente explica o valor do lugar no número? Vou tentar com uma quantidade menor."

Professora de 1º grau - 2ª série)

"Só alguns alunos fizeram vários quadrados. Muitos não estavam mais interessados depois de fazer o terceiro quadrado. Foi difícil chamar a atenção de todos para a lousa. Eu queria mostrar a eles que a relação entre o perímetro e o lado a partir dos palitos tomados como unidades no comprimento do lado. Mas acho que não consegui que a sala toda entendesse".

Professora de 1º grau - 5ª série

Como se pode notar nesta sucinta descrição das atuações de professores e alunos, essa conduta - podemos chamá-la, em oposição a anterior, **internalista ativa** - direciona o processo de aprendizagem de uma forma que o isola, quase totalmente, da experiência de vida. Os recursos pedagógicos utili-

zados ignoram os condicionantes sócio-culturais presentes na vida dos educandos. Percebe-se que, embora haja o desejo por parte do professor em provocar atividade por parte do aluno, a forma como o trabalho é desenvolvido mostra-se insuficiente para atingir esse objetivo.

Comparando essas duas atitudes pedagógicas, dentro de uma abordagem **internalista**, resumidamente tratadas acima, há nessa última, em relação a anterior, um movimento cognitivo-social mais dinâmico entre educandos e educadores - a troca de pontos de vista e as perguntas freqüentemente estão mais presentes - o que possivelmente resulta num questionamento pessoal interno e externo mais elaborado. O enfoque **internalista ativo** difere também do **passivo** pela tônica dada a aprendizagem dos conteúdos - o educador não verifica somente, se houve aprendizagem, pelo ritual das **provas periódicas**, mas preocupa-se com a maneira pela qual o educando aprende, ou seja, o processo.

Com isto acabamos de analisar, em parte, o segundo motivo anunciado como impedimento à **ação de problematizar** na sala de aula: a proposta de ensinar Matemática por meio de **Resolução de Problemas**. Certamente, ao analisar esse modo pedagógico, incluindo atitude do professor e tipos de atividades classificadas como tal, estaremos, mesmo quando buscarmos a interpretação de outros educadores da Matemática, olhando sob o **nosso** ponto de vista - a **problematização** - e, assim correndo o risco de sermos **tendenciosos** ao desvalorizar alguns aspectos desse método.

De início, podemos dizer que o termo **Resolução de Problemas**, como acontece com a maioria dos termos em assuntos educacionais, tem um valor relativo, não absoluto, pois ele não expressa um significado bem definido. O comentário de Branca<sup>5</sup> confirma esta relatividade:

5 Branca, N.A., Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill, In: Problem Solving in School Mathematics, U.S.A, 1980 Yearbook, NCTM, p.3

"Resolução de Problemas, então, é uma expressão que engloba muitas coisas que podem significar coisas diferentes para diferentes pessoas num mesmo momento e coisas diferentes para uma mesma pessoa em momentos diferentes".

Será que poderíamos, então, usar indiferentemente, como sinônimos, os termos **Resolução de Problemas** e **problematização**? Acreditamos que a resposta seja positiva, tendo em vista a série de atividades que encontramos na literatura específica.

Embora um ramo recente em Educação Matemática, os trabalhos de Geoge Polya datam de 1948, a Resolução de Problemas ocupou as atenções de quase todos os congressos de nível internacional nas últimas décadas, influenciando assim, naturalmente, as propostas pedagógicas de nosso meio. Ainda que a proposta se constitua num tema com uma enorme gama de variações, todas elas passíveis de crítica, como veremos no desenvolver desse trabalho, podemos dizer que, de um modo geral **Resolução de Problemas** é uma estratégia pedagógica que propõe ao aluno enfrentar situações novas bem como desenvolvê-lo na busca de recursos e procedimentos próprios para resolvê-las. Adiantando um pouco as nossas análises, nos declaramos de acordo com D'Ambrósio<sup>6</sup> quando faz restrições a colocação de **problemas de forma pronta** e afirma que "a capacidade de enfrentar situações novas, pode muito bem ser alcançada mediante modelagem e formulação de problemas, que infelizmente não estão presentes em nossos currículos antiquados".

## Três interpretações da Resolução de Problemas

Sob o nosso ponto de vista, atualmente no Brasil, tem-se pensado **Resolução de Problemas** de três maneiras diferentes: 1) um **objetivo**, 2) um **processo** ou 3) um **ponto de partida**.

<sup>6</sup> Idem, p.16

1) Pensar a **Resolução de Problemas** como um **objetivo** significa que se **ensina Matemática para resolver problemas**. Nesta interpretação Resolução de Problemas é meta final. Por exemplo, encontramos Begle afirmando<sup>7</sup>:

"A justificativa real para ensinar Matemática é que ela é uma matéria útil e, em particular, que ela ajuda na solução de muitos tipos de problemas".

Sob esse enfoque, para aplicar a Resolução de Problemas em sala de aula, parece ser suficiente fazer como o professor tradicional: expor a teoria matemática, propor problemas mais ou menos engenhosos e explicar o conteúdo utilizado para resolvê-los.

2) Pensar a Resolução de Problemas como um **processo** significa olhar para o desempenho do indivíduo como resolvidor. Nessa interpretação Resolução de Problemas é um **meio** para desenvolver o **potencial heurístico do aluno**. Para abordá-la na sala de aula procura-se: propor problemas, analisar os passos e recursos da solução dos alunos e trabalhar no sentido da melhoria das estratégias usadas na solução dos mesmos. Os estudos iniciais sobre Resolução de Problemas, desde o conhecido método sugerido por Polya e até bem pouco tempo, se assentavam no ensino de diferentes heurísticas.

3) Pensar a **Resolução de Problemas** como um **ponto de partida** significa olhar o problema como um elemento que pode **disparar um processo** de construção do conhecimento matemático. Sob esse enfoque, problemas são propostos ou formulados para contribuir na formação dos conceitos antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática. Essa interpretação contraria a primeira e abrange a segunda, ao menos parcialmente. De algum modo, nós temos abordado Resolução de Problema sob esse ponto de vista, que nesse sentido está de acordo com a visão da Psicologia Cognitiva, cujo foco está na **ação** por parte do educando.

7 Begle, E.G., *Critical Variables in Mathematics Education*, Washington, D.C., Mathematical Association of America and the National Council of Teachers of Mathematics, 1979, p. 143

Como esta estratégia pedagógica não é o objeto central do nosso trabalho, apresentaremos, a seguir, apenas um breve esboço histórico da **Resolução de Problemas**, enfatizando os estudos sobre a atividade heurística, com o intuito de esclarecer como essa linha de pesquisa vem caminhando até hoje e quais as suas conseqüências para o ensino.

De um modo geral, segundo os estudiosos de Resolução de Problemas, **problema** é uma situação que gera conflito e sua solução não é óbvia, ou seja, quando o aluno recorre ao conjunto de respostas imediatamente disponível e não obtém sucesso na solução, está frente a um problema. Deve, então, criar uma **saída própria**, original. Logo o que para um aluno é um problema pode não ser para outro aluno. Essa atividade, que vai se constituir nessa saída própria, é o que denominamos **heurística**, termo este que vem do grego, com o significado de descobrir, encontrar. A **Heurística** era a Ciência que estudava o pensamento criador, estando interrelacionada com a Lógica e a Filosofia.

Atualmente usa-se o termo **heurística** como sinônimo de sugestão, estratégia ou recurso que pode ser útil para progredir na direção da solução de um problema. Um **processo heurístico** pode ser **constratado** com o simples ensino de um conjunto de regras, um **algoritmo**, que como sabemos se constitui numa seqüência de passos que se seguidos levam ao sucesso da tarefa. Assim, soluções algorítmicas não tem lugar em **Resolução de Problemas**. Quando pensamos num determinado problema, em suma, tentamos desenvolver certas habilidades, dentro de um raciocínio provisório, com o objetivo de atingir um certo resultado - isto nada mais é do que um processo heurístico.

O **estudo heurístico** tem por objetivo compreender as operações mentais típicas que se aplicam à **Resolução de Problemas** e elaborar métodos e modos de direção dos processos solucionadores. Vários estudiosos dos meios heurísticos - Aristóteles (384 - 322 AC), Descartes (1596 - 1650), Leibniz (1646 - 1716), Bolzano (1781 - 1848), Poincaré (1854 - 1912), Einstein (1879 - 1955), entre

outros - caracterizam a solução de problemas como um processo no qual as soluções surgem como **vislumbres instantâneos**, não podendo ser analisados com regras comuns do pensamento. Daí, a não indicação, por parte destes, de estratégias e sugestões, sobre como dirigir o pensamento heurístico. A propósito deste fato, uma observação de Bolzano<sup>8</sup>, traduz essa sensação:

"Eu procurarei explicar o mais claramente possível as regras e caminhos de investigação que foram seguidos por homens capazes, os quais em muitos casos não estavam conscientes de estarem seguindo esses passos".

A preocupação com métodos auxiliares do desenvolvimento de raciocínio heurístico é mais recente. Isto decorre imediatamente do interesse demonstrado, ultimamente, por esse processo e da análise que faremos a seguir de alguns autores que se voltaram especificamente para essa questão. O enfoque heurístico na Resolução de Problemas que mais contribuiu para o trabalho pedagógico dentro desta proposta, aparece nos trabalhos, entre outros, de George Polya, Alan H. Schoenfeld, Frank K. Lester, Richard Lesh, John F. Le Blanc e Nicholas A. Blanca. Outros, como Claude Gauthier e Jeremy Kilpatrick inicialmente adotaram essa posição; posteriormente utilizam Resolução de Problemas para enfatizar o aspecto cognitivista dos fenômenos do comportamento psicológico. Como, mais uma vez não é objetivo do nosso trabalho o estudo comparativo dessas várias tendências, daremos apenas dados que nos permitam suportar as conclusões que delas pretendemos extrair.

George Polya, em 1948, como dissemos, propõe um método em quatro etapas que auxiliará o processo de **Resolução de Problemas**: compreender o problema, preparar um plano, executar o plano e revisar a solução. No decorrer das etapas o **solucionador deve se perguntar**: qual é a incógnita?, quais são os dados? qual é a condição ou condições?, já encontrei um problema como este, mas formulado de modo diferente?, se existe um problema semelhante, é

---

8 Bolzano, B., Theory of Science, 1837

possível utilizar a mesma estratégia nesse problema?, posso usar um elemento auxiliar para ajudar nessa solução?, é interessante trabalhar com dados menores? - vislumbramos nas etapas de Polya, cada uma delas constituindo-se um processo heurístico e o seu conjunto uma grande heurística.

Alan H. Schoenfeld cujos trabalhos tiveram grande aceitação a partir de 1978, apresenta um modelo próximo ao de Polya, porém, mais detalhado. Ele orienta o professor para motivar uma **discussão heurística** na sala de aula, acreditando que os alunos podem aprender a usar as mesmas estratégias, no caso específico da Matemática, utilizadas pelos grandes matemáticos. Gustinelli<sup>9</sup> trata exaustivamente desses trabalhos em sua dissertação de mestrado. Contudo, diferentemente de Polya, Schoenfeld argumenta sobre a dificuldade, por parte dos alunos, para implementar tais heurísticas. Schoenfeld<sup>10</sup> analisa, entre outras, a complexidade no processo do encontro do problema **análogo**. Como se daria esse processo de busca do problema análogo? Que tipo de analogia estaria envolvida? Seria possível que alguma pessoa encontrasse analogia que aparentemente se passasse despercebida por outros? Como identificar e isolar essa tal analogia? Naturalmente as dificuldades não param por aí. Mais recentemente, Schoenfeld<sup>11</sup> tem se interessado em analisar protocolos e o comportamento dos alunos frente a Resolução de Problemas, especialmente os de ordem metacognitivo.

Os autores Polya e Schoenfeld procuram fixar algumas regras que podem levar a solução. No entanto, suas recomendações parecem sugerir a treinar o aluno a procurar o **problema-tipo**. Isto é, após identificar um problema semelhante já resolvido, o esforço será somente o de utilizar os novos dados. Eles deram, todavia, um passo a frente dentro do fazer educativo, pois a preocupação em centrar a aprendizagem no desenvolvimento do potencial heurístico

9 Gustineli, O. A. P., 1990

10 Schoenfeld, A.H., 1980, p. 794-804

11 Schoenfeld, A.H., 1973, p. 329-63

do aluno é uma mudança radical de atitude em relação ao ensino tradicional, ensino este que tratava o conhecimento matemático como um fato a ser transmitido ao aluno.

Embora também não estando no escopo deste trabalho a análise de trabalhos específicos por meio de **Resolução de Problemas** - este seria um trabalho que daria outra tese - apenas a título de ilustração do que dissemos podemos citar, entre outros, Billstein & Libeskind & Lott<sup>12</sup>, que constroem todo um curso de 1o grau a partir da **Resolução de Problemas**, segundo a orientação de Polya. Os autores usam a **Resolução de Problemas** como **motivação** para desencadear um curso, por exemplo, de teoria dos números, empregando, no seu desenvolvimento, diversas técnicas pedagógicas. Desde a metade da década de 80, a orientação de Polya faz parte da discussão da comunidade brasileira de Educação Matemática, como atestam as sugestões dos programas oficiais e na literatura, como por exemplo, a obra de Luiz Roberto Dante<sup>13</sup>

A proposta Resolução de Problemas passou por várias modificações, pelo menos em termos de sugestões para orientar a sua prática. Podemos ver, por exemplo, em "An Agenda for Action"<sup>14</sup>, sob o subtítulo "Os professores de Matemática devem criar situações nas salas de aula onde Resolução de Problemas possa desabrochar", recomendações como estas:

"...Os alunos devem ser incentivados a questionar, experimentar, estimar, explorar e sugerir demonstrações. Resolução de Problema, que é essencialmente uma atividade criativa, não pode ser construída exclusivamente sobre rotinas, fórmulas e receitas.

...O currículo de Matemática deve fornecer ao aluno, oportunidade para confrontar situações problemas numa maior variedade de formas do que as for-

12 Billstein, R. & Libeskind, S. & Lott, J.W., 1891

13 Dante, L.R., 1989, *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*, São Paulo: Editora Ática S.A.

14 An Agenda for Action, 1983.

mas verbais tradicionais, por exemplo: apresentação através de atividades, modelos gráficos, observação de fenômenos, diagramas esquematizados, simulação de situações reais e interação com programas de computadores".

Contudo, a maior parte dos trabalhos inovadores em **Resolução de Problemas** tem sido publicados fora do Brasil, o que se torna de difícil acesso para os nossos educadores. Mas mesmo que assim não fosse, sabemos que recomendações são somente recomendações. O difícil é operacionalizá-las em sala de aula, alterando a concepção tecnicista de se aprender Matemática. D'Ambrósio<sup>15</sup>, como salientamos, educador brasileiro com grande conhecimento sobre a história do ensino da Matemática, pronuncia-se em relação a **Resolução de Problemas**:

"...Solução de problemas é algo que nada representa de muito novo se encarado no contexto de problemas-tipo, que dominavam o ensino nas primeiras séries do curso ginásial e as últimas séries do curso primário há cerca de 30 ou 40 anos, no período de pré-modernização do ensino de Matemática que ocorreu no início dos anos 60. Essas séries correspondiam aproximadamente às 4as,5as, e 6as séries do atual primeiro grau. Problemas tem sido apontados como uma das partes de educação matemática que foram perdidas com a introdução da chamada Matemática Moderna. É comum ouvir-se as gerações mais velhas dizendo: 'No meu tempo os alunos eram capazes de fazer um problema simples de supermercado e hoje perderam essa capacidade. Em primeiro lugar, é importante que não se esqueçam que alguns alunos, aqueles que freqüentavam a escola, eram efetivamente capazes de fazer alguns problemas para os quais eles eram especialmente treinados, mas que no contexto de sua formação representavam nada mais que um processo dinâmico. Em outras palavras, a passagem do conhecimento mecânico de efetuar operações ou manipular algoritmos para a efetiva utilização desses algoritmos em situações de contexto diversos, tais como problemas, era feita ou pode ser obtida mediante

---

15 DAmbrósio, 1986, p. 43

um mecanismo de estilo algorítmico, que é próximo ao que chamaríamos de problemas-tipo. No entanto, o ponto que me parece de fundamental importância e que representa o verdadeiro espírito da Matemática é a capacidade de modelar situações reais, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em um outro contexto, novo. Isto é, a transferência de aprendizagem resultante de uma certa situação para uma situação nova é um ponto crucial do que se poderia chamar aprendizado da Matemática, e talvez o objetivo maior do seu ensino."

Por volta de 1970, Zoltan P. Dienes, cognitivista seguidor das idéias de Piaget, preocupado exclusivamente com a aprendizagem da Matemática, propõe um ensino para levar ao aprendizado conceitual eficaz. Segundo Dienes, a Matemática é um conjunto de processos que são partes de um conjunto interligado de estruturas cada vez mais complexas. Um dos princípios de sua teoria, por ele denominado **construtivista**, afirma que **a experiência deve preceder a análise**, o que é análogo a sugerir ao professor que é das experiências cuidadosamente escolhidas por ele que se forma o fundamento sobre o qual está baseado o aprendizado da Matemática. Influenciado pelas idéias de Piaget, Dienes acredita que a aprendizagem da Matemática deveria ser essencialmente integrada na personalidade do indivíduo, de tal forma que se torne um meio de autêntica realização pessoal<sup>16</sup>. Sua estratégia didática é colocar o aluno frente a problemas concretos, em geral atividades com material de manipulação, de modo que ao resolvê-los, através da própria experiência, ele desenvolva os conceitos matemáticos. Essa corrente propagou-se em várias regiões da Inglaterra, França, Canadá, U.S.A e , principalmente no sul do Brasil, desde meados da década de 70<sup>17</sup>.

Por volta dessa mesma época, chega ao Brasil a teoria de Maria Montessori, pedagoga e pesquisadora italiana, dedicada a analisar o compor-

16 Post, T. R., 1980, p.116-119

17 D'Ambrósio, B. S., 1987

tamento cognitivo-afetivo de crianças com limitações mentais. Ao trabalhar com essas crianças, ela descobre que estas aprendiam mais pela ação do que pelo pensamento. Daí, ao aplicar para as crianças normais o que lhe ensinavam as crianças deficientes, Montessori chega a mesma conclusão: o trabalho pedagógico baseado na atividade e curiosidade prepara e desenvolve o pensamento com maior facilidade e competência do que as exposições verbais e o livros. Ela propaga, então, que um ambiente com materiais convenientes para alimentar uma ação desenvolve o pensamento e leva ao conhecimento mais rapidamente. O envolvimento com essa proposta requer o uso de um grande número de materiais de manipulação.

A nosso ver, os autores Dienes e Montessori também enfatizam o ensino por meio de Resolução de Problemas, pois ao propor atividades com materiais e jogos, a orientação é trabalhar com perguntas e respostas. Pode-se dizer também, que ambos estariam negando o tão valorizado raciocínio algorítmico e, ao contrário, estimulam o levantamento de hipóteses e o raciocínio provisório, aspectos tão valorizados em Resolução de Problemas.

Nossa crítica a essas propostas e também às anteriores, refere-se ao aparente desprezo ao aspecto sócio-afetivo da aprendizagem. Não são consideradas explicitamente, a motivação e a necessidade para solucionar, ou seja, se os alunos estão interessados em determinados problemas, importando apenas a complexidade e a novidade da situação. Por isso, muitas vezes, suas recomendações tem um caráter genérico. Segundo Polya<sup>18</sup>:

"A Matemática não é um esporte para espectadores: não pode ser apreciada e aprendida sem participação ativa".

Sem dúvida, parece existir pouco empenho por parte da maioria destes pesquisadores em discutir a possibilidade de o aluno ser confrontado com situações que, essencialmente, desenvolvam seu espírito crítico. Contudo, uma visão

---

18 Polya, G., 1985, p.13

mais acurada desta questão pode alterar, em parte, nossa opinião. No caso específico de Polya<sup>19</sup>, encontramos, em artigo acima citado, um trecho dedicado especificamente ao problema, apesar de tratado de maneira bastante ampla e geral:

"Os objetivos do ensino, os assuntos a serem tratados e os métodos a serem utilizados dependem das condições que prevalecem neste ou naquele lugar, neste ou naquele momento: devem satisfazer às necessidades da comunidade e são limitados pelas possibilidades referentes a pessoal docente e dinheiro disponível (Dependem, na verdade, da avaliação mais ou menos esclarecidas destas condições pelas autoridades locais). No entanto, uma discussão sobre ensino só pode ter sentido se, previamente, for definido o objetivo a ser atingido. Minha convicção pessoal é que a principal tarefa do ensino da Matemática, em nível secundário, é a de ensinar os jovens a **PENSAR**".

Não podemos simplesmente condenar a pouca preocupação destes educadores em contextualizar a Educação Matemática, principalmente a de Polya, pois temos que reconhecer que a sua atitude frente a aprendizagem foi criada num contexto onde não existiam as discrepâncias sociais que ocorrem em nosso meio e em todo o terceiro mundo. Uma espécie de uniformidade das variáveis políticas, sociais e econômicas permitia aos professores uma ênfase maior nos conteúdos, além do que o objetivo mais forte, no caso da Educação Matemática, na época, era o de preparar futuros matemáticos.

De maneira geral, tudo parece indicar que **ensinar por meio de Resolução de Problemas** passa a ser uma técnica a mais dentro do fazer educativo, uma atitude ainda perfeitamente enquadrável na **educação condutivista**, dirigida especialmente para os conteúdos especificamente matemáticos. Apesar do educador apelar para a atividade do educando, ele ainda quase nada se preocupa com o interesse e a experiência pessoal do mesmo. Assim, alguns

---

19 Idem, p.12

críticos com uma outra postura frente a aprendizagem da Matemática e naturalmente comprometidos com os problemas da realidade em que estão inseridos, que são bem distintos daquelas em que Polya e outros criaram a corrente Resolução de Problemas, acreditam que Resolução de Problemas não se ajuste a suas realidades. Deste modo, D'Ambrósio prende-se ao caso do **problema pronto**<sup>20</sup>:

"Não há autenticidade nas chamadas "resolução de problemas" reforçadas no começo desta década. Até mesmo num conceito mais abrangente como, por exemplo, aquele que nos dá a "Agenda for Action" (NCTM 1980), a ênfase é dada sobre problemas apresentados de modo formulado, já codificados. Situações reais são, na verdade, situações simuladas e, embora haja o desejo de trabalhar com situações "realmente reais", estas não conseguem entrar nas salas de aula, a menos que se mude de atitude com relação a matemática".

## O erro do problema pronto.

Quando qualificamos como **erro** a estratégia do **problema pronto**, estamos querendo dizer que a técnica não consiste num erro propriamente dito, mas que os seus objetivos raramente são alcançados. Em geral, o problema pronto contém em seu **enunciado as relações entre os dados e a pergunta** formulados de maneira explícita, dificultando, quase sempre, a abertura para dúvidas e outras considerações sobre tais dados.

Podemos tentar muitas respostas a essa pergunta básica no que se refere a **problematização**, a qual está definida a partir de um princípio exatamente contrário ao **pronto**. Vamos esboçar duas respostas, desde já salientando que elas destinam-se mais a levantar uma discussão. Caso contrário, estaríamos caindo no caso da **resposta pronta**, em oposição ao **problema pronto**, ao qual estamos nos opondo.

---

20 Ambrósio, U., 1990 p.28

1) **O aluno sabe que o professor sabe a resposta.** É como afirma Saviani<sup>21</sup>, "o aluno sabe que o professor sabe a resposta; e sabe também que, se ele aplicar os procedimentos transmitidos na seqüência das aulas, a resposta será obtida com certeza". De fato, como comenta Johnson<sup>22</sup>, "na verdade, para formular a pergunta do problema, **A audiência do segundo jogo de futebol da estação foi quatro vezes a audiência do primeiro jogo; se 2928 pessoas assistiram ao segundo jogo, quantas assistiram ao primeiro?**", o professor precisa conhecer de antemão a resposta". Desse modo, a maioria dos problemas são para o professor problemas que já trazem a resposta. Neste sentido, não são sequer problemas! São antes respostas que problemas. Assim, dentro de uma experiência em **Resolução de Problemas**, jamais o aluno pode ter a **sensação** de que a situação-problema em estudo apresenta para o professor o novo, a dúvida, a incerteza, enfim tem as características que podem torná-lo estímulo e desafio, como para ele próprio. Portanto, mesmo que o problema motive o aluno a buscar a solução e este tenha toda a liberdade de procurá-la segundo caminhos próprios, isto é, venha a ser um verdadeiro desafio para ele, ainda assim, o aluno freqüentemente deve sentir que a sua luta para encontrar uma saída inédita não se justifica pois, se ele não o resolve, a qualquer momento, resolve o professor.

2) **O enunciado do problema X realidade.** Se admitirmos a **realidade** como fonte de motivação, o **enunciado do problema pronto** vai se constituir em mais uma dificuldade para torná-lo significativo e atraente. De fato, o enunciado do **problema pronto**, apresentado pelo professor é, muitas vezes, a descrição de uma situação real, ou seja a simulação de um problema real. No entanto, se nos detivermos na **visão internalista** e procurarmos uma solução para o problema através dos dados por eles fornecidos, sem atentarmos para qualquer informação exterior que possa facilitar a **visualização do problema**, estaremos

21 Ver p. 76

22 Johnson, D. C., 1979 p.137

dispensando um dos grandes auxiliares na formação do educando e da sua visão do papel da Matemática como linguagem para problemas físico-sociais. Em outras palavras, a situação-problema até pode ter sido inspirada numa situação de vida, mas quem recebe as informações e dá ao aluno, já de forma processada, e muitas vezes codificada, é o professor. Desse modo, o professor, como condutor de todo o processo, tolhe a potencial do aluno de captar as informações da realidade, ao invés, de ajudá-lo a selecionar o que é mais relevante para chegar a uma interpretação matemática. Sempre subordinado a informações captadas e precisadas por outros, tudo pode tornar-se aceitável, **ou não**, para o aluno - quaisquer dados ou resposta podem ser verdadeiros **ou não**, pois ele não sabe se corresponde realmente **ou não**, ao objeto estudado. Assim, um problema que se iniciasse por "**Um inseto de meia tonelada se move a uma velocidade de...**", o qual freqüentemente pode estar entre os problemas apresentados, praticamente impediria o aluno de construir um modelo que permitisse a avaliação dos resultados.

Desse modo, o que se passa na maioria dos momentos pedagógicos sob a orientação de **Resolução de Problemas**, contribue exatamente para o oposto do que acreditamos. Podemos defini-los até como momentos de uma proposta **anti-problematizadora** - a qualificação é da autora deste trabalho inspirada na temática sobre **poder**, levantada por Paulo Freire<sup>23</sup>, com a leitura dita **anti-dialógica**. Há, na verdade, a todo tempo, uma manipulação do educando para torná-lo **dócil e tarefeiro**, muitas vezes através de atitudes bastante sutis. De início esta situação parece mais cômoda para o educador e mais fácil para o educando, mas com o correr do tempo, leva ambos, educador e educando, a um desistímulo, quase tão irreparável como o que vinha ocorrendo na educação tradicional. A maneira de atuar dos educadores por meio de Resolução de Problemas, como operadores de uma proposta **anti-problematizadora**, destaca-se pelas seguintes características:

---

23 Freire, P., 1987, P. 121-135

1) a necessidade de **seduzir** que, neste caso, consiste em conquistar através de um jogo afetivo-intelectual, previamente preparado pelo professor. Na realidade, os conteúdos e métodos de sedução variam historicamente; o que não varia, enquanto houver o professor autoritário-centrado, é a ânsia do controle externo pelo professor.

2) a necessidade de **conduzir**, que consiste em antecipar uma seqüência de passos de um método e segui-los, sem diagnosticar se o aluno assimilou cada um deles. Na verdade, o educador nem ao menos se preocupa em saber se o problema por ele formulado, tornou-se problema para o aluno. O importante é conduzi-lo, da transmissão das informações à solução.

## Em busca de outra direção

Uma abordagem **externalista** da Matemática, principalmente no caso do ensino de 1o grau, supervaloriza a atividade para a aquisição do conhecimento, mas a atividade desencadeada na realidade social do educando. Nessa abordagem, o estudo da Matemática tem início a partir de um **contexto não matemático** e situa a Matemática como um dos elementos de análise, de interpretação e de busca de solução. Na verdade, sob esse enfoque, trabalhamos com **problemas matemáticos aplicados** ou **situações-problema reais**, o que significa dizer que trabalhamos com situações abertas pertencentes ao **mundo real** e para a solução das quais alguma matemática deve ser útil. Quanto ao significado de **mundo real**, seguimos a interpretação de Blum<sup>24</sup>, como **"o resto do mundo** fora da matemática, por exemplo, assuntos da escola ou universidade ou disciplinas outras que não Matemática, vida do dia a dia e o mundo a nossa volta". Na verdade, o pedagogo, defensor dessa posição, cre no potencial que um vínculo significativo - entre o conhecimento do educando e a realidade social - desempenha no processo de aprendizagem. Ele considera que é de um questionamento sobre situações motivadoras, envolvidas nas re-

24 Blum, W., 1990

lações sociais, econômicas e culturais, que se inicia o conhecimento matemático. Uma abordagem **externalista** pretende levar, professor e aluno, à ação e ao diálogo, motivados a partir de um **contexto** e da reflexão sobre **conhecimentos anteriores**, de modo a buscar respostas para tal contexto. O ponto focal desta abordagem é a **ação**, ação como condição básica do homem modificar a realidade no seu sentido mais amplo - social, material, cognitiva e psíquica. Com certeza, esta é uma postura que, na prática da Educação Matemática, pede modificações na concepção de Matemática de muitos matemáticos. D'Ambrósio<sup>25</sup>, discutindo a **Etnomatemática**, como dissemos, método de ensino e pesquisa que inspira e orienta as maioria das estratégias dentro de uma abordagem **externalista** da Matemática, refere-se a esse **outro olhar** para Matemática:

"A incorporação da etnomatemática à prática de educação matemática exige, naturalmente, a liberação de alguns preconceitos sobre a própria Matemática . O que é Matemática, o que é rigor, o que é uma demonstração, o que é aceitável. Cairmos assim numa discussão sem a qual a educação matemática dificilmente encontrará o campo para se revitalizar. Esta discussão é de natureza histórico-epistemológica, lamentavelmente ausente na quase totalidade dos enfoques à educação matemática. Repousando num alicerce aparentemente sólido, que é a Matemática como ciência, a educação matemática tem refletido essa solidez, em alguns casos de forma pedante e refletindo o que ficou desde a antiguidade greco-romana; o selecionar das melhores mentes. Até o ponto de ser a Matemática, como disciplina escolar, a maior responsável pela deserção escolar, por inúmeras frustrações e em última instância pela manutenção de uma estratificação social inaceitável, ou pelo menos injusta".

Neste contexto emerge a **problematização** que se situa como uma interrogação aos fenômenos, pode-se dizer, como uma disposição interior para formular questões, relacionadas com uma experiência refletida, na busca de com-

25 DAmbrósio, U., 1986, p.42

preender algo. Vale dizer, mais uma vez, que a **problematização** é o caminho para chegar ao problema que, se formulado, pode desencadear, na sua solução, a construção de conhecimentos matemáticos. Acreditamos que para verificar as possibilidades e condições da **problematização**, temos que transformar a Educação Matemática em um ambiente educativo que tem espaço para a observação, a experimentação e o diálogo - não só o **diálogo dirigido para a formulação de problemas** que envolvem as propriedades do espaço e as quantificações, mas o **diálogo** que leva em conta os aspectos **sociais, afetivos e emocionais** em torno dessas questões.

A necessidade de destacar com tanta ênfase a **problematização** e pesquisar como promover e garantir um espaço para o seu desenvolvimento, vem do que se segue:

1) ela é o meio de **não inventarmos uma realidade para o aluno**. Isto está relacionado com o que Karel Kosik<sup>26</sup> denominou "o mundo da pseudo-concreticidade". A **problematização**, como um estado incentivador, que dirige o comportamento de um ser pensante para interrogar a realidade em que está inserido, pode destruir esta "pseudo-concreticidade" a fim de captar a verdadeira concreticidade. Este é também um dos objetivos quando optamos por uma abordagem externalista da matemática;

2) ela tem, em geral, o poder de desinibir os poderes cognitivo, criativo e crítico dos educandos por meio do desafio de desvelar a realidade em que estão imersos. Segundo Freire<sup>27</sup>:

"Quanto mais se problematizam os educandos, como seres no mundo e com o mundo, tanto mais se sentirão desafiados. Tão mais desafiados, quanto mais obrigados a responder ao desafio. Desafiados, compreendem o desafio na própria ação de captá-lo. Mas, precisamente porque captam o desafio como um problema em suas conexões com outros, um plano de to-

26 Kosik, K., 1976.

27 Freire, P. 1987, p.70

talidade e não como algo petrificado, a compreensão resultante tende a tornar-se crescentemente crítica, por isto, cada vez mais desalienada. Através dela, que provoca novas compreensões de novos desafios, que vão surgindo no processo da resposta, se vão reconhecendo, mais e mais, como compromisso. Assim é que se dá o reconhecimento que engaja."

3) ela é uma estratégia em Educação coerente com os **novos paradigmas** da Ciência. De fato, a partir dos novos paradigmas, uma nova visão de conhecimento e educação começa a emergir<sup>28</sup>. De observador inerte dos fatos da natureza, na visão clássica de Ciência, o homem passa a se inserir, de acordo com os modernos paradigmas, no caos em que está mergulhado o nosso universo, embora, talvez por inércia cultural, ainda buscando alguma regularidade. Assim, o que nós estamos querendo, ao enfatizar o **processo de problematização** para levar à aprendizagem da Matemática, não é mais do que reconhecer em educação que o aluno não pode **estar de fora** do processo de aprender, ou seja que ele deva **simplesmente anotar** o fenômeno a sua frente. Nesta nova visão, quando o aluno entra num processo de trabalhar um problema, ele é parte integrante desse processo - A situação que envolve o problema não é sempre a mesma, é a situação tratada por um tal educando, o que é diferente da situação tratada por outro. Em síntese, podemos dizer que a problematização se traduz, em Educação Matemática, na visão audaciosa da **transdisciplinaridade** - que reata a ligação entre os ramos das Ciências física, biológica e social - e na perspectiva **holística** - que propõe iniciar o processo de conhecer numa indagação ao fenômeno como um todo.

## Interdependência: Problematização e Realidade

Pelo exposto podemos constatar que todo produtor de conhecimento,

---

<sup>28</sup> A introdução de cada uma das obras citadas a seguir, apresenta uma interessante síntese das novas visões de Conhecimento: Prigolin, I. & Stengers, I., 1974, *Metamorfose da Ciência* - intro, in: A Nova Aliança, Brasília: Editora Universidade de Brasília e Morin, E., *O abismo* - intro, In: *O método III O conhecimento do conhecimento*, Portugal: Publicações Europa América, mimeo, s/d

isto vale particularmente para o conhecimento matemático, está inserido num **contexto** que, direta ou indiretamente, **sugere** problemas que levam ao desenvolvimento do conhecimento. Em síntese, dificilmente poderíamos encontrar produto de qualquer atividade do ser humano desvinculada do seu contexto.

Assim, as relações do indivíduo com o meio, ou seja, a possibilidade de o indivíduo se ver frente a um problema, dependem da **maneira como ele vê as coisas**. Essa é, na realidade, a **nova linha de Resolução de Problemas**, na qual o problema não é mais considerado no seu sentido clássico, onde uma pergunta foi estudada, burilada, até chegar a ser **aquela** pergunta. Na **velha Resolução de Problemas**, o essencial era não deixar incertezas ou possibilidade de interpretações; as relações e a pergunta que compunham o problema reduziam-se, praticamente, a uma linguagem matemática para não possibilitar abertura à ambigüidades. Hoje, reconhecemos que um problema não pode ser apresentado dentro de tal organização, sobretudo quando se fala de problemas ligados a realidade.

Na verdade, o problema é construído na relação **indivíduo X objeto de estudo**, quando o indivíduo, submetido à sua visão de mundo e as múltiplas características da realidade a sua frente, se permite questioná-lo. **Problema** é, portanto, resultado de um processo que se inicia a partir de uma **problematização** que nasce da interação do sujeito com o mundo e com outros sujeitos, dependendo, por conseguinte, de fatores reais, emocionais e culturais. A **problematização**, por sua vez, muito mais do que a aprendizagem de técnicas para fazer boas perguntas, relaciona-se profundamente com o desenvolvimento da capacidade de interpretar, analisar, sintetizar, projetar, significar, entre outras, coisas que emergem da realidade. Essas **ações**, por sua vez, germinam e conduzem à reflexões no lugar em que chamamos **realidade**, ou seja, a disponibilidade e o incentivo para agir passam a operar quando o organismo entra em contacto com a realidade em que está inserido, na busca natural de uma explicação para as informações que ela lhe oferece. Como vimos em D'Ambrósio, a

ação resulta da coleta e armazenamento das informações sobre determinada situação - o indivíduo, mediante reflexão sobre essa ação, orientada por um complexo combinado do emocional e da memória, renova-a, produzindo necessariamente uma modificação da realidade. O resultado de tudo isto é a produção de novas idéias (mentefatos) e de objetos concretos (artefatos).

De modo a esclarecer a maneira como o indivíduo desenvolve estratégias de ação e constrói o conhecimento, D'Ambrósio<sup>29</sup> aponta **formulação de problemas**, entre outras coisas:

"...em formulação de problemas o sujeito percebe a coisa, ele recebe informação da realidade. Todos nós recebemos informações e é essa informação que deflagra o nosso processo. A cognição se origina de informações. É como no computador...tem que ligar o botão. Se você não liga o botão, o computador não faz nada e nós também não. O que deflagra o nosso processo é a informação. Nós estamos recebendo informação a todo instante. A informação vem...a informação vem...e misturada com essa informação vem **situações problemáticas**. A gente recebe informação que é informação pura e simples. Por exemplo, você reconhece que algo é vermelho e, de repente, recebe misturado com essa informação, a informação que este algo é vermelho e também não está sêco, ou seja, que mancha se você encosta a mão. Está aí um problema, ou melhor, se você tem que pegar aquilo sem sujar a mão, um problema apareceu. Daí a solução é colocar, por exemplo, um cartaz "Cuidao Tinta Fresca" ou pode ser que, com o tempo, o indivíduo aprenda a perceber quando um objeto está com tinta fresca."

Na verdade, está se descrevendo acima o processo de aprendizagem por meio da **problematização** e conseqüente **formulação de problemas**, que consiste no seguinte: o indivíduo age em um meio físico e social. Recebe informações desse meio e por ele se orienta. Experimenta situações de impasse e estados emocionais. Formula questões sobre esse meio e faz projetos de ação.

---

29 D Ambrósio, U., 1991.

Cria soluções, executa-as e compara os resultados com as intenções iniciais. Corrige os erros contidos e reconstrói a experiência vivida. O que o indivíduo conhece neste processo resulta de uma atividade criadora própria, mesmo que auxiliada por outrem, que pode ajudar a estimular este processo. Podemos dizer que ele passou a conhecer ou aprendeu quando a atividade pode prosseguir o caminho interrompido pela dificuldade que se lhe interpõe.

Com efeito, é dessa atividade do indivíduo, que consiste no processo de construção e reconstrução da experiência que, no seu conjunto, resulta o que definimos como **Educação**. Esta é um processo natural de conhecer e aprender, produto de uma sucessão de experiências interligadas adquiridas pela atividade do educando. Já que assim definimos Educação, não podemos avançar sem reconsiderar dois pontos importantes que poderiam ficar abertos a crítica: **Conhecer** e **aprender** são processos cognitivos semelhantes ou não? Há distinção entre **educação** como um **processo de vida** adequado exclusivamente pela atividade espontânea da criança e a educação pela escola, para a aquisição do **saber acumulado** e a experiência do adulto?

Para não nos alongar em demasia nesses pontos, desviando de nossos objetivos principais, achamos importante somente mostrar que as razões subjacentes em uma e outra questão revelam argumentos substancialmente semelhantes.

Reconhecer que **conhecer** e **aprender** são processos diferentes não significa estabelecer os limites de cada um, como se fosse possível separá-los. Isto porque, além das distinções que se podem observar, ou imaginar, no mesmo processo convivem um e outro. São dois sistemas de relações, compreendendo processos e estruturas cognitivas que, não só se ligam um no outro como desenvolvem-se ambos em um terceiro. O problema está em que, o indivíduo tem a sua ação mais puramente cognitiva e espontânea, o **conhecer**, e a sua ação refletida modificadora da realidade, o **aprender**, ou seja, a sua ativi-

dade e a sua produção todo o tempo atravessada pelos vínculos que o ligam com o pensamento, a sociedade, a teoria e a história. O processo é **conhecer** e, ao mesmo tempo, **aprender** (compreender criticamente) - um, elemento de uma categoria social e outro, elemento de uma categoria política. Daí, a emergência de um terceiro que está na intersecção dos dois, o qual deixa para os pedagogos assumir conscientemente a responsabilidade que lhes cabem no curso do processo de ensino-aprendizagem: aproveitar e organizar, junto com os alunos, os dados e as descobertas dentro da sociedade em que vivem, de modo a torná-los um **conteúdo mental** para os mesmos.

Quanto a segunda indagação, não vemos distinção nesses dois processos, a educação como um processo de vida e a educação escolar propriamente dita, pelo menos na escola de 1º grau, a não ser quanto ao fator geográfico. Isto também não significa que não devamos desenvolver com os alunos os conteúdos escolares retirados do conhecimento sistematizado. Ao contrário, cabe ao educador preparar e usar "codificações" que propiciem ao educando um distanciamento de sua realidade e lhe permita questioná-la, criando a necessidade de "decodificá-la", através da necessidade de novas visões<sup>30</sup>. A nossa posição é que, como tudo, a educação pela escola resulta da percepção da realidade, isto é, é adquirida de uma experiência real de vida.

Sem dúvida, esta posição pode ser melhor esclarecida na contestação de Dewey<sup>31</sup>:

**"Educação é vida, não preparação para vida** - Muito antes que houvesse escolas houve educação. E mesmo havendo escolas, a educação que alguém recebe antes de ir a escola, a que recebe fora da escola, quando a freqüentamos, e a que recebe depois de deixar a escola, sem dúvida, são bem mais importantes que a que nos fornecem os curtos ou longos anos

30 Os termos "codificação" e "descodificação" foram originariamente usados por Paulo Freire, no seu livro *Pedagogia do Oprimido*, 1987

31 Dewey, J., 1979(a)

escolares. Temos, portanto, que nos voltar para a vida para ver como o que aprendemos nos auxilia a refazer e reorganizar a nossa própria vida".

ou de D'Ambrósio<sup>32</sup>:

"Se necessária for a existência de escolas, sua ação seria essencialmente proporcionar ambiente para que a realidade, na qual está imersa a criança na chamada experiência escolar, lhe permita vivenciar, conhecer modelos que serão por elas utilizados na criação de seus próprios modelos...Mesmo sem se reformar totalmente o sistema escolar, nos esquemas atuais é possível a adoção no sentido de se destacar a **modelagem** como o passo essencial da aprendizagem".

No caso específico da Educação Matemática, com relação as questões em exame acima, podemos dizer que, as relações qualitativas e espaciais, freqüentemente devem ser percebidas **problematizando a realidade** em que estamos inseridos, de modo a serem associadas a elementos de um sistema estruturado, traduzidas por símbolos, sinais, nomes e códigos.

**Problematizar** é, então, um processo **natural** de articulação, com base no diálogo, da relação do indivíduo com o meio e consigo mesmo. Nesse processo de articulação/organização, o pensamento criativo dialoga com as experiências anteriormente acumuladas pelo sujeito da **problematização**, articulando o antigo e o novo, através da combinação que respeita a especificidade do sujeito e do objeto a ser conhecido. Resultados mais elaborados vão se construindo nesse processo, resultados estes, que se constituem em **verdadeiros problemas**.

Considerando a partir do que foi analisado, que a tentativa da **aquisição isolada** de uma **problematização** - tendendo a impedir o sentido social que só uma situação da realidade pode dar - **deixa de ser educativa**, podemos explicitar, pelo menos em nível de conjectura, a forte **relação de de-**

---

32 D'Ambrósi, 1986 p.59

**pendência** entre **problematização**, nos moldes que nos referimos, e a **realidade**. Toda **problematização** procede de reflexões sobre a **realidade** e toda relação apreendida da realidade é construída a partir da **ação de problematizar**.

Já em 1910, John Dewey enfatizava a necessidade de colocar o aluno frente a situações em que ele reflete sobre seus problemas de vida, de modo a promover o desenvolvimento integral e aguçar o espírito inovador e crítico, de modo a torná-lo um elemento impulsionador de uma sociedade democrática. Como vimos, a proposta de Dewey concentra-se no processo de pesquisa. A pesquisa, para ele, é a atividade construtora do pensamento envolvido pela dúvida, cujas recursos anteriores não bastam para estimular a ação, e como tal, a pesquisa não pode ser suscitada por medidas de coação exterior, mas sim deve ser provocada por um **motor interior**, dando origem as questões durante uma atividade contínua na qual o aluno está intrinsecamente interessado.

Nesta etapa, achamos importante uma reflexão sobre o aspecto ideológico dos termos **internalista** e **externalista** que, naturalmente, usamos quando nos referimos a certos aspectos sobre os quais podem ser enfocados o ensino da Matemática. Na realidade, estes dois termos são de uso relativamente recente, uso este, derivado em parte, segundo o nosso ponto de vista, não de aspectos propriamente ligados ao ensino da Matemática mas, relacionados à crescente dessintonia entre os valores veiculados pela escola e aqueles preconizados pela sociedade, em virtude da reconhecida queda nas suas condições sócio-econômica e culturais.

A inequívoca degradação desses valores teria que ser refletida em procedimentos de aprendizagem, particularmente naqueles que privilegia o tipo de raciocínio empregado na Matemática ensinada na escola convencional, ou seja, a priorização do método dedutivo. Pelas suas características, a assimilação e a aplicação desse método exige um determinado desenvolvimento cognitivo que, segundo Van-Hiele<sup>33</sup>, só é alcançado, mesmo em país do

primeiro mundo, no limiar do nível universitário. Assim sendo, como os programas praticamente não sofreram grandes transformações e os objetivos, pelo menos no papel, permaneceram imutáveis, procurou-se adequá-los à clientela existente.

Em síntese, se devemos executar uma **peça**, mas o instrumentalista não tem técnica suficiente, só nos resta resolver o problema através de um arranjo facilitado. É, justamente, este arranjo facilitado que predomina no enfoque **externalista**. Como no primeiro caso, o arranjo de uma **execução facilitada** não nos dá o direito de dizer que executamos a peça original, o mesmo acontece com o chamado enfoque externalista da Matemática. O fato de seguirmos um programa suportado por questões do chamado mundo real, não nos garante, necessariamente, que estamos de posse do conhecimento matemático subjacente ao processo.

As palavras acima podem levar, um possível leitor, a pensar que estamos em oposição ao enfoque externalista. Pelo contrário, é este o desafio que se mostra ao longo de todo o nosso trabalho: **conciliar a teoria e o bom senso**. O que nos leva a crítica acima é o perigo de limitarmos o nosso estudo, somente à execução de arranjos facilitados, sem nos aprimorarmos na técnica, de modo a permitir a execução da **peça** com todas as nuances da versão original. Evidentemente, não estamos querendo também afirmar que o aspecto externalista seja totalmente dispensável, mesmo no nível em que o predomínio esteja no aspecto internalista. O que devemos enfatizar é que, na sua essência, a Matemática propriamente dita, privilegia o aspecto internalista. O **edifício internalista** pode, naturalmente ser construído, apoiado nos andaimes externalista, mas apenas apoiado. Sempre que possível, eles devem ser eliminados, não só pelos aspectos científicos mas principalmente, pelos estéticos.

---

33 Van Hiele, 1983, in: Hoffer, A., Van Hiele-Based Research: *Aquisition of Mathematics Concepts and Processes*; New York: Academic press, Inc. p.205-226

## UMA CONVOCAÇÃO PARA A PROBLEMATIZAÇÃO: A MODELAGEM COMO ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Ficamos afinal com a tarefa de elaborar um método para ensinar Matemática na escola de 1º grau que, em uma ou mais de suas etapas, submete-se a **problematização**, ou seja, utiliza-a como um dos caminhos a ser percorrido para alcançar a aprendizagem da Matemática. Ora, esta tarefa não é das mais difíceis, pois não se trata de criar um conjunto de novos procedimentos mas sim apontá-los dentro de um método que já vem sendo operacionalizado e analisado em Educação Matemática - a **Modelagem Matemática como estratégia de aprendizagem da Matemática**. Aliás, estamos frente a uma reflexão de **dupla-mão de direção**, pois se agora declaramos a nossa escolha pela **modelagem**, no início deste trabalho já havíamos salientado que a atitude de aprofundar uma discussão em torno da **problematização**, procurando revelar que **todo conhecimento começa com uma pergunta**, tinha o objetivo de aliviar a dificuldade que o professor encontra em duas das etapas da Modelagem Matemática para o ensino: analisar situações e formular problemas.

Nos últimos anos, muitos trabalhos de dissertação e tese tem sido realizados no Brasil, na tentativa de esclarecer o significado da Modelagem Matemática e mostrar a sua eficácia para o ensino em todos os níveis. Sendo impossível a citação de todos, nos deteremos em alguns que consideramos mais próximos de nossos objetivos. Sua diversidade é grande, mas todos reconhecem a insuficiência da didática tradicional e aspiram pesquisar e consequentemente validar, o potencial de uma estratégia que pretende ensinar Matemática, explicando matematicamente o jogo de relações analisadas em uma situação da realidade, isto é, utilizando as técnicas e resultados matemáticos em um outro contexto.

Gazzeta e Biembengutt, por exemplo, desenvolvem um estudo visando explicar os conceitos de **modelo** e **modelagem**. De um modo geral, as interpretações por elas apresentadas nos faz incorporar o seguinte significado: o **modelo matemático** é uma representação matemática, a mais aproximada possível, da situação real em estudo, cuja diferença do real é, em alguns casos, somente de escala. A **modelagem matemática**, por sua vez, uma expressão derivada da primeira, tem um sentido mais global - é um **processo que se inicia numa situação real (ou suposta), problematizando-a**; o resultado dessa **problematização** é um problema que terá solução por meio de um modelo matemático; esse modelo traduz em linguagem matemática as relações naturais do problema original; obtida a solução verifica-se a aceitação ou não do modelo com os dados reais, isto é usa-se a solução para responder as questões originalmente colocadas. Esta última etapa é de suma importância nesse processo, pois se o ajuste do modelo matemático à situação real é pouco satisfatório, devemos modificar suas regras ou sua lei de formação e com isso o próprio modelo original deve ser modificado - daí, o processo se inicia novamente. Na verdade, a **resposta** obtida é **relativa**, não absoluta, pois depende das hipóteses que foram feitas. Por exemplo, no nosso **problema do fertilizante**, caso **EE**<sup>34</sup>, os alunos de um grupo precisaram de informações como, temperatura do local, tamanho dos vasos, tipo das plantas e outras, para que pudessem formular o problema com o levantamento de várias hipóteses necessárias, as quais lhe permitiram encontrar uma solução. Assim, quando o modelo escolhido foi solucionado, a resposta ao problema proposto foi obtida em função das hipóteses que os alunos daquele grupo fizeram.

Desse modo, o **ensino de modelos** e o **ensino de modelagem** supõe sempre um processo que se inicia numa situação real. Contudo, são distintos, pois existe a diferença: o primeiro, procura ajustar um modelo a uma situação real; o segundo, busca **desenvolver uma atitude para formular problemas** a partir da

---

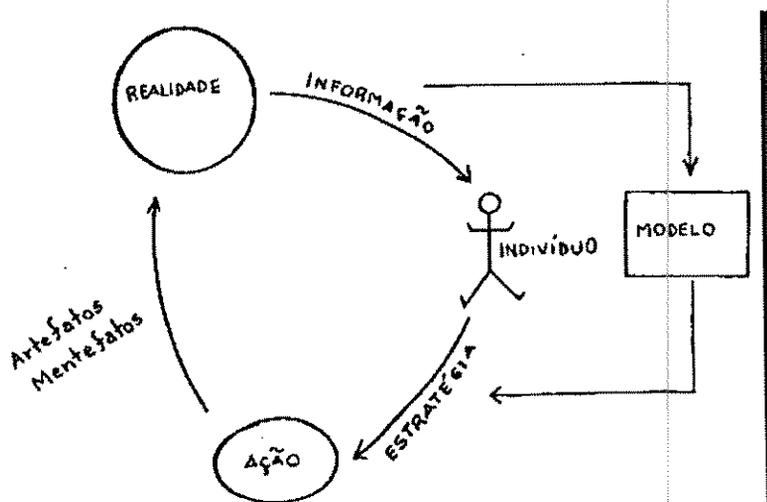
34 Ver p. 168

análise de situações reais, levando em conta os recursos sócio-cognitivo-emocionais de cada pessoa e, a partir daí, construir modelos que levem a interpretar e analisar a realidade. D'Ambrósio<sup>35</sup> esclarece essa diferença e mostra a coerência do ensino pela via da modelagem:

"...na aprendizagem é essencial que seja preservada a dinâmica da modelagem, mais que o modelo em si. O estado puro e simples de modelos é condicionante e elimina a dialética reflexão-ação, que caracteriza a aprendizagem. O modelo em si, estático, não necessita ser aprendido. Ele é utilizável e, nessa ação de utilizá-lo, ele é recriado. Na verdade, essa recriação é, como tudo, resultado da percepção da realidade... através de um complexo mecanismo de informação que vai do genético ao sensual emocional. Essa recriação de modelos pelo sujeito, que pode utilizar outros modelos que já foram incorporados à sua realidade, e que é a essência do processo criativo, deveria constituir o ponto focal dos sistemas educativos".

O processo de aprendizagem pela via da modelagem tem assim, sido representado por D'Ambrósio:

Neste contexto, a **realidade** é constituída por elementos classificados em concretos e abstratos. Os elementos concretos, como salientamos, D'Ambrósio denomina de **artefatos** enquanto que os elementos abstratos, as idéias, são designados por **mentefatos**. O indivíduo é parte e ao mesmo tempo observador da



35 D'Ambrósio, U., 1986, p.51

realidade. É ele quem coleta e armazena as informações sobre uma situação e busca, por meio da produção de novas idéias - mentefatos - e de objetos concretos - artefatos - exercer uma ação sobre a realidade.

Segundo D'Ambrósio<sup>36</sup>, o ideal seria que o indivíduo fosse capaz de perceber a realidade como um todo e a partir daí começar uma análise de detalhes, usando as linguagens conveicionadas das ciências.

O **modelo** seria o ponto de ligação entre as informações capitadas pelo indivíduo em sua ação sobre a realidade. O **modelo** situa-se no **nível do indivíduo** e é criado por ele como um instrumento de auxílio para a compreensão da realidade. O **processo de modelagem**, por sua vez, é o caminho de criação do modelo, é o processo mediante o qual se definem as estratégias de ação do sujeito sobre a realidade.

Esta estratégia para a aprendizagem da Matemática - a **Modelagem Matemática** - **contraria** a apresentação de **problemas de enunciado pronto**. Preconiza que o professor seja um elemento orientador, aberto às situações criadas na interação dos alunos com seu mundo, ajudando-os a organizar seus questionamentos sobre elas e a processar a formulação dessas situações enquanto problema. De modo a esclarecer o processo de Modelagem Matemática, como estratégia de ensino, Bassanezi<sup>37</sup> explica:

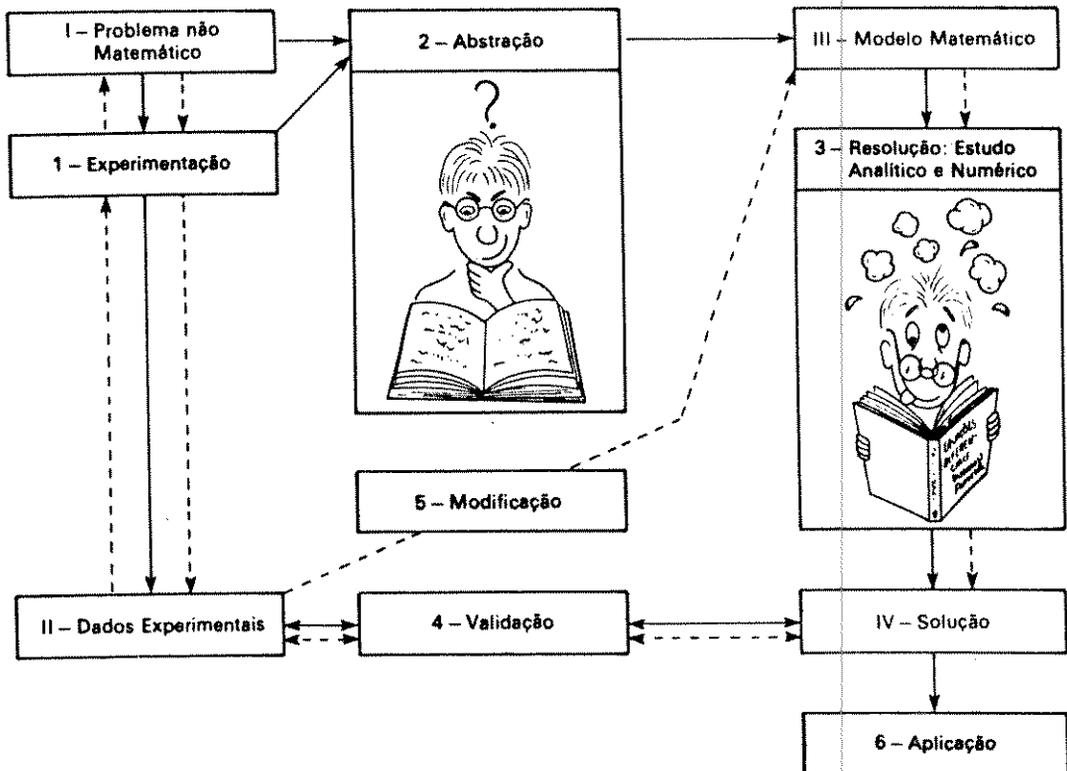
"O estudo de problemas e situações reais, usando a Matemática como linguagem para sua compreensão, simplificação e resolução para uma possível previsão ou modificação do objeto estudado, faz parte do processo que se convencionou chamar de **Modelagem Matemática**. Em termos de educação este processo possibilita o aprendizado de conteúdos matemáticos interligados aos de outras ciências."

Esse processo tem sido simplificadaamente visualizado por Bassanezi & Ferreira<sup>38</sup> no esquema da página seguinte. Os autores explicam em detalhes as

36 D'Ambrósio, U., 1986, p. 63

37 Bassanezi, R. C., 1987

etapas seguidas neste processo as quais, de um modo resumido foram já apresentadas<sup>39</sup>.



Esquema de uma modelagem: As setas contínuas indicam a primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas.

**Experimentação.** Obtenção de dados experimentais ou empíricos que ajudam na compreensão do problema laboratorial e/ou estatístico.

**Abstração.** Processo de seleção das variáveis essenciais e formulação em linguagem "natural" do problema ou da situação real.

**Resolução.** O modelo matemático é montado quando se substitui a linguagem natural por uma linguagem matemática, O estudo do modelo de-

38 Bassanezi, R. C., & Ferreira, W. C., 1980, p. 6

39 Ver p. 282

pende da sua complexidade e pode ser um processo numérico. Quando os argumentos conhecidos não são eficientes, novos métodos podem ser criados, ou então o modelo deve ser modificado.

**Validação.** Comparação entre a solução obtida via resolução do modelo matemático e os dados reais. É um processo de decisão de aceitação ou não do modelo inicial. O grau de aproximação desejado será o fator preponderante na decisão.

**Modificação.** Caso o grau de aproximação entre os dados reais e a solução do modelo não seja aceito, deve-se modificar as variáveis, ou a lei de formação, e com isso o próprio modelo é modificado e o processo se inicia novamente.

**Aplicação.** A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. A linguagem oferecida pelas Equações Diferenciais é fundamental na transferência e entendimento da linguagem "natural", uma vez que a palavra-chave **variação** aparece quase sempre nas situações reais.

Assim, se o professor garantir a dialogicidade do processo, a **Modelagem convoca**, principalmente em suas etapas iniciais, a **problematização** como um meio para se desenvolver. Quando, de início, a visão do aluno é apreendida onde se cria a necessidade de compreender uma situação da realidade, é **por meio de perguntas e respostas**, de um diálogo interno/externo do aluno e do professor, como pesquisadores, que se revela um quadro fecundo para iniciar todo o processo. O ponto de partida é sempre uma **discussão problematizada** de uma situação real até que se chegue a **formulação de um problema** em linguagem natural. As etapas posteriores - a formulação desse problema em termos matemáticos, que é a construção do modelo matemático, e a interpretação dos resultados matemáticos no contexto da situação real original - também são desenvolvidas por meio do diálogo, porém não se espera uma **real troca** de pontos de vistas entre professor e alunos, uma vez que, nestas fases os

alunos, provavelmente, necessitarão de outros conhecimentos que ainda não deteem, ou seja, a condução do processo de aprendizagem apoia-se mais nas explicações do professor.

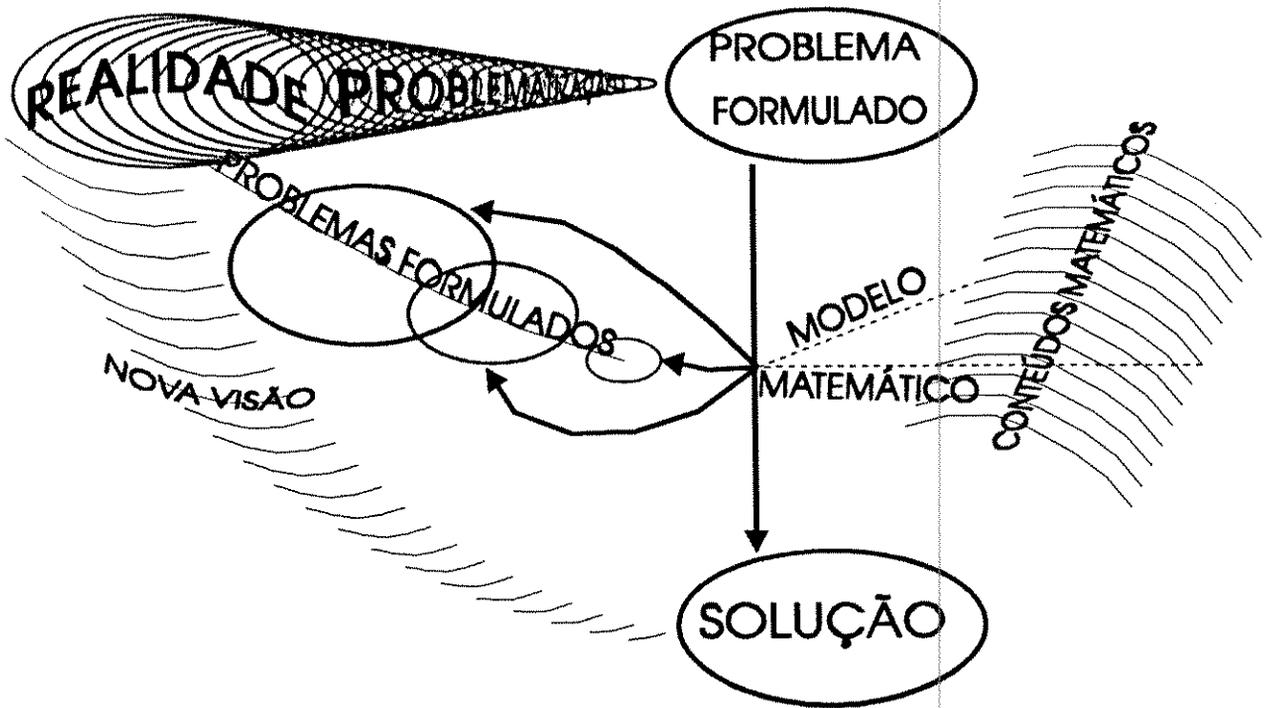
## CONCLUSÃO

Dos temas examinados neste capítulo queremos retomar a discussão sobre a limitação do trabalho pedagógico por meio de **Resolução de Problemas**, partindo de **problemas prontos**, salientando que, em virtude da especificidade da nossa questão, **Resolução de Problemas** é somente uma etapa do **processo de modelagem**. Em **Resolução de Problemas** iniciamos num **problema já formulado** e supomos seu fim numa análise matemática, a qual, freqüentemente, já foi estabelecida antes da escolha do problema. **Resolução de Problemas** é, na realidade, **pura tradução em linguagem matemática**. Podemos resumir **Resolução de Problemas** pelo esquema:

**Problema pronto -----> conteúdo matemático**

Partindo da representação acima, qual seria, então, um sugestivo esquema para o processo de modelagem, com ênfase na problematização, de modo a explicitar a forma de operacionalização das suas etapas e caracterizar a inclusão a qual nos referimos - **Resolução de Problemas** como etapa da modelagem - que definitivamente decidimos assumir? Abaixo uma possível representação:

Naturalmente, ao organizar os dois esquemas, procuramos mostrar não só a referida inserção, mas enfatizar com mais clareza que, além de **Resolução de Problemas** não supor o espaço para o questionamento de uma situação motivada na realidade do aluno, espaço este, de importância amplamente reconhecida do ponto de vista epistemológico, a grande diferença entre **Modelagem** e **Resolução de Problemas** é que **Resolução de Problemas** enfoca um



caso específico enquanto **Modelagem**, comumente, envolve alguma noção de generalização. Como ouvimos de Bassanezi, o ensino pela via da Modelagem propõe, em especial, o trabalho com problemas análogos, proposta esta, operacionalizada, em parte, na estratégia **EA** (cap. 3), para que o conteúdo não se restrinja somente ao modelo matemático usado em determinado problema, mas a partir do seu aparecimento, possa ser ampliado para a análise de outras situações.

Desse modo, ressaltamos mais uma vez que, ao contrário da maioria dos estudos mais atuais sobre o **ponto de partida** para a construção das idéias matemáticas, centralizaremos nossa atenção não no problema e na sua solução, como faz Polya e outros, mas sim na fase que precede essas situações - a **problematização**. As aproximações entre essas duas questões são evidentemente grandes e dependendo da atitude do professor, elas podem ser até confundidas. Mesmo assim, cada uma delas guarda suas características próprias, tem a sua individualidade e, por assim dizer as suas leis.

Nesses moldes, tendo concentrado toda a nossa atenção, como o fizemos, na caracterização da **problematização como um caminho para o**

**ensino e a aprendizagem da Matemática**, destacando a grande necessidade dessa dinâmica pedagógica, estamos orientando definitivamente uma direção a seguir, uma conduta a ser explorada na organização das propostas das atividades dos docentes que buscam superar as dificuldades tão comumente encontradas.

Dem dúvidas, estamos em busca de conscientizar o educador que haverá maior possibilidade de realizar a aprendizagem do conhecimento matemático, relativo ao ensino de 1º grau, quando se cria no educando a necessidade de compreender uma situação da realidade social, **problematizando-a**. A etapa seguinte do trabalho seria, então, a de procurar caminhos para interagir a nossa proposta - o processo de problematizar - com a construção do conhecimento matemático sistematizado, neste nível do ensino. Para tanto, o professor deverá ser efetivamente um professor/pesquisador e a experiência educativa - origem, processo e resultado - deverá ir além da sala de aula. O professor passará a atuar como um organizador e animador das idéias matemáticas dos alunos, procurando conciliá-las com outras visões e explicações para as situações e fenômenos problematizados.

Finalizando, com essa posição, estamos em função dos objetivos de todo este trabalho situando a **Resolução de Problemas** e toda e qualquer atividade docente que enfoca a **ação por parte do aluno**, não só como uma fase do **processo de Modelagem**, mas como uma etapa do próprio processo de **problematização**. Essa nova inserção caracteriza-se através dos pressupostos já anunciados<sup>40</sup>: uma vez formulado e resolvido um problema, será dado a ele um **encaminhamento** e não uma solução definitiva, pois freqüentemente, nova etapa da problematização se seguirá. Para defender essa nossa posição, pudemos nos apoiar num processo evolutivo que passou por fases da Educação Matemática para aquela que, finalmente, advogamos. Obviamente, com isto

---

40 Ver p. 85

não queremos dizer que esta, por sua vez, não possa ter evoluções em desenvolvimento que, em futuro próximo, até podemos adotar. Parodiando o admirável Ortega y Gasset, quando diz "nós somos nós e as nossas circunstâncias", podemos dizer que: as nossas circunstâncias, até o presente momento, nos levaram às posições aqui defendidas.

Dessa maneira, cômnicos do nosso processo de transformação e suggestionados pelas palavras iniciais de Capra<sup>41</sup> e pelo diagnóstico de Morin, visto a seguir, podemos dizer que este trabalho acabou **inacabado** e, esse **inacabamento**, é por nós reconhecido como uma das características que podem torná-lo verdadeiro. Morin<sup>42</sup> defende o **inacabamento**:

"Ao nível de obra, o pensamento complexo reconhece ao mesmo tempo a impossibilidade e a necessidade de uma totalização, de uma unificação, de uma síntese. Deve, pois, tragicamente visar a totalização, a unificação, a síntese, lutando ao mesmo tempo contra a pretensão a essa totalidade, a essa unificação, e essa síntese, na consciência plena e irremediável do inacabamento de todo o conhecimento, de todo o pensamento e de toda obra. Essa tripla da tragédia não é só do estudante, do doutoramento, do investigador, do universitário; é a tragédia de todos: é a tragédia do saber moderno".

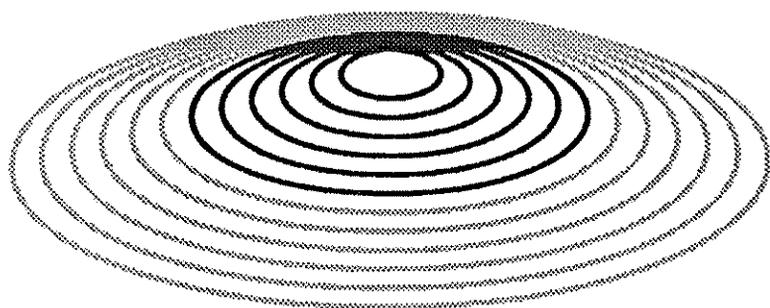
Assim, conscientes da lacuna do inacabamento, mostramo-nos abertos à apreciação crítica de nossos colegas, com indicações para o que lhes pareça deva ser melhor refletido e retomado, na certeza de que tais contribuições são indispensáveis ao aprimoramento deste trabalho.

---

41 Ver epígrafe, Apresentação

42 Morin, E., s/d

**B**



**Bibliografia**

- Aebli, H., 1971, *Didática Psicológica*, São Paulo: Companhia Editora Nacional.
- An agenda for action: recommendations for school mathematics of the 1980s. 2. Mathematics - Study and teaching*, 1983, United States: I. Shufelt, Gwen. II. Series: Yearbook 1983 - NCTM.
- Apple, M., 1982, *Ideologia e Currículo*, São Paulo: Editora Brasiliense.
- Aranha, M. L. & Martins, M. H., 1987, *Filosofando*, São Paulo: Editora Martins.
- Arendt, H., 1991 *A Condição Humana*, Rio de Janeiro: Forense Universitária; Rio de Janeiro: Salamandra; São Paulo: Editora Universidade de São Paulo.
- Arzeno, M. A. & Crespo, A. G., 1975, *Problemas da Psicologia Educacional*, Argentina: Editora Axis.
- Atiyah, M., 1985, *Por que fazer Matemática?*, Rio de Janeiro: Revista Matemática Universitária, Nº 2.
- Barreto, A. C., 1977, *Ensino a partir de Modelos*, In: Proceedings IV Congresso de Matemáticos Latinos, Espanha.
- \_\_\_\_\_, 1984, *Models: a viable strategy for the third word*, mimeografado.
- Bassanesi, R. C. & Ferreira, W. C., 1980, *Equações Diferenciais com Aplicações*, São Paulo: Editora Harbra Ltda.

- Bassanesi, R. C., 1987, *Modelagem como Metodologia de Ensino da Matemática*, Palestra proferida no VII CIAEM, Santiago, República Dominicana.
- Bassin, F. V., 1981, *O problema do inconsciente*, Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira.
- Berge, A., 1968, *A liberdade na Educação*, Rio de Janeiro, Editora Agir.
- Billstein, R. & Libeskind, S. & Lott, J. W., 1981, *A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teachers*, Menlo Park: The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.
- Biembengutt, M. S., 1990, *Modelação Matemática como Método de Ensino-Aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus*, Rio Claro: UNESP/IGCE, Dissertação de Mestrado.
- Birch, D. & Veroff, J., 1970, *Motivação*, São Paulo: Editora Herder.
- Bishop, A. J., 1988, *Mathematical Enculturation*, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Blum, W., 1990, *Applications and Modelling in Mathematics Teaching - A Review of Arguments and Instructional Aspects*. In Conference Proceedings: Fourth Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, Chichester: Roskilde University.
- Bornheim, G. A., 1977, *Dialética*, Porto Alegre: Editora Globo.
- Brown, S. I. & Walter, M. I., 1983, *The Art of Problem Posing*, Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- Bruner, J. S., 1986, *Actual Minds, Possible Worlds*, U.S.A. Harvard University Press.
- Capra, F., 1982, *O Ponto de Mutação*, São Paulo: Editora Cultrix.
- \_\_\_\_\_, 1988, *Sabedoria Incomum*, São Paulo: Editora Cultrix.
- Carraher, D. W., 1983, in: Carraher T.(organizadora), *Aprender Pensando*, Pernambuco: Universidade Federal de Pernambuco.

- Carraher, T. N. & Carraher, D. W. & SCHLiemann, A., 1988, *Na Vida Dez, Na Escola Zero*, São Paulo: Cortez Editora.
- Carvalho, J. P., 1988, *In: Revista Temas em Debates*, No 1, Ed. Sociedade Bras. de Educ. Matemática
- Chiarottino, Z. R., 1987, *Psicologia e Epistemologia Genética de Jean Piaget*, São Paulo: E.P.U.
- Crema, R., 1989, *Introdução à Visão Holística*, São Paulo: Summus Editorial.
- D'Ambrósio, B. S., 1987, *The Dynamics and Consequences of the Modern Mathematics Reform Movement for Brazilian Mathematics Education*, United States: Indiana University, Tese de Doutorado.
- D'Ambrósio, U., 1986, *Da realidade à ação*, São Paulo: Editora Summus.
- \_\_\_\_\_, 1990, *Etnomatemática*, São Paulo: Editora Ática.
- \_\_\_\_\_, 1978, *Developping Mathematics in Third World Countries*, *In: International Conference Held in Kharton, Proceedings*.
- \_\_\_\_\_, 1987, *A Ciência Moderna em Transição Cultural*, Conferência Proferida no I Congresso Holístico Internacional e I Congresso Holístico Brasileiro - I CHI, Brasília.
- \_\_\_\_\_, 1980, *Mathematics and Society: Some Historical Considerations and Pedagogical Implications*, *In: Int. J. Math Educ. Sci. Technol*, vol. 11.
- \_\_\_\_\_, 1985, *A Ação Pedagógica como Marco Conceitual para uma Reflexão sobre Teoria e Prática da Educação Matemática*, mimeografado.
- \_\_\_\_\_, 1991, *Educação Matemática*, Conferência Proferida em DOT-CONAE Prefeitura de São Paulo, São Paulo: Vídeo DOT-CONAE
- Davis, P. J. & Hersh, R. A., 1985, *Experiência Matemática*, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves S.A.
- Delizoicov, D., 1991, *CONHECIMENTO, TENSÕES E TRANSIÇÕES*, São Paulo: USP/FEUSP, Tese de Doutordo.
- Dewey, J., 1978, *Vida e Educação*, São Paulo: Edições Melhoramentos.

- \_\_\_\_\_. 1979(a), *Experiência e Educação*, São Paulo: Companhia Editora Nacional.
- \_\_\_\_\_. 1979(b), *Como Pensamos*, São Paulo: Companhia Editora Nacional
- Dienes, Z. P. 1973, *As Seis Etapas do Processo de Aprendizagem*, São Paulo: E.P.U./MEC.
- Fagali, H. Q., 1992, *A Função da Psicopedagogia na Escola e na Clínica e sua Contribuição para os Processos de Sensibilização e Problematização na Aprendizagem*, In: Revista CONSTRUÇÃO - Psicopedagogia, São Paulo: Instituto Sedes Sapientiae.
- Faltings G., 1985, *A curiosidade do Matemático: conhecer algo até as últimas consequências*, In: Revista Matemática Universitária, nº 1, Rio de Janeiro.
- Fayga, O., 1986, *Criatividade e Processos de Criação*, Rio de Janeiro: Editora Vozes.
- Freire, P., 1982, *Educação como Prática de Liberdade*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra.
- \_\_\_\_\_. 1987, *A Pedagogia do Oprimido*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra.
- Freire, P. & Faundez, A., 1986, *Por uma Pedagogia da Pergunta*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra.
- Freire, P. & Shor, I., 1987, *Medo e Ousadia*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra.
- Freire, P., *Comunicação e Expressão*
- Freud, S., 1908, *Moral Sexual "Civilizada" e Doença Nervosa Moderna*, Rio de Janeiro: Ed. Standard VOL.IX.
- \_\_\_\_\_. 1919, *Linhas de Progresso na Terapia Psicanalítica*, Rio de Janeiro: Editora Standard, livro 27 da Pequena Coleção.
- \_\_\_\_\_. 1940, *Esboço da Psicanálise*, Rio de Janeiro: Editora Standard VOL.XXIII, ou livro 7 da Pequena Coleção.
- Gadotti, M., 1987, *A Educação contra a Educação*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra.

- \_\_\_\_\_, 1989, *Convite à Leitura de Paulo Freire*, São Paulo: Editora Scipione.
- Garcia, R., 1982, *El desarrollo del sistema cognitivo e la enseñanza de las ciencias*, In: Education.
- Gazzetta, M., 1989, *A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem da Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores*, Rio Claro: UNESP/IGCE, Dissertação de Mestrado.
- Giroux, H., 1981, *Ideology, Culture and the Process of Schooling*, Philadelphia: Temple U. P.
- Gleick, J., 1987, *CAOS: a criação de uma nova ciência*, Rio de Janeiro: Editora Campus.
- Granger, G. G., 1974, *Filosofia do Estilo*, São Paulo: Editora Perspectiva.
- \_\_\_\_\_, 1985, *A Razão*, São Paulo: Editora Martins Fontes.
- Gusdorf, G. s/d, *Les Sciences de l'homme sont des sciences humaines*, mimeo.
- \_\_\_\_\_, 1970, *Professores para quê?*, Lisboa: Editora Moraes.
- Gustineli, O. A. P., 1990, *Modelagem Matemática e Resolução de Problemas: Uma Visão Global em Educação Matemática*, Rio Claro: UNESP - IGCE, Dissertação de Mestrado.
- Habermas, J. 1982, *Conhecimento e Interesse*, Rio de Janeiro: Editora Zahar.
- Heidegger, M. O., 1971, *que é isto-filosofia?*, São Paulo: Editora Duas Cidades.
- \_\_\_\_\_, 1972, *O fim da filosofia e a tarefa do pensamento ou a questão do pensamento*, São Paulo: Editora Duas Cidades.
- Henneman, R., 1964, *O que é Psicologia*, Rio de Janeiro: Editora José Olímpio
- Imenes, L. M. P., 1989, *Um Estudo Sobre o Fracasso do Ensino e da Aprendizagem da Matemática*, Rio Claro: UNESP/IGCE, Dissertação de Mestrado.
- Inhelder, B. & Piaget, J., 1976, *Da Lógica da Criança à Lógica do Adolescente*, São Paulo: Editora Pioneira.

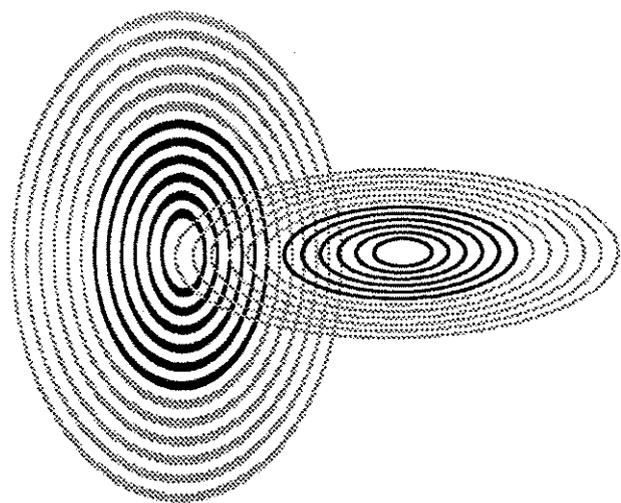
- Jaspers, K., 1971, *Introdução ao pensamento filosófico*, São Paulo: Editora Cultrix.
- Jones, E., 1979, *Vida e Obra de Sigmund Freud*, Rio de Janeiro: Editora Zahar.
- Kline, M., 1976, *O Fracasso da Matemática Moderna*, São Paulo: Ibrasa.
- Kosik, K., 1976, *Dialética do Concreto*, Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra S.A.
- Kuhn, T., 1987, *A Estrutura das Revoluções Científicas*, São Paulo: Editora Perspectiva.
- Kupfer, M. C., 1982, *Relação Professor- Aluno: uma leitura psicanalítica*, São Paulo: USP/ Instituto de Psicologia, Dissertação de Mestrado.
- \_\_\_\_\_, 1988, *Freud e a Educação O Mestre do Impossível*, São Paulo: Editora Scipione.
- Kitcher, P., 1983, *The Nature of Mathematical Knowledge*, Oxford: Oxford University Press.
- Lefebvre, H., 1975, *Lógica Formal Lógica Dialética*, Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira S.A.
- Lesh, R. & Landau, M., 1983, *Aquisition of Mathematics Concepts and processes*, New York: Academic Press, Inc.
- Macedo, L., 1991, *Método Clínico de Piaget e Avaliação Escolar*. In: Séries e Idéias, nº 19 - Fundação para o Desenvolvimento da Educação - FDE - São Paulo.
- Machado, N. J., 1990, *Matemática e Língua Materna*, São Paulo: Cortez Ed. e Autores Associados.
- Marx, K., 1982, *Para a crítica da Economia Política*, São Paulo: Editora Abril Cultural.
- Minsky, M., 1989, *A Sociedade da Mente*, Rio de Janeiro: Editora Francisco Alves.
- Mondolfo, R., 1967, *Sócrates*, São Paulo: Editora Mestre Jou.
- Murray, E. J., 1973, *Motivação e Emoção*, Rio de Janeiro: Editora Zahar.
- Mussen, P. H., 1979, *As idéias de Piaget*, São Paulo: Editora Cultrix.

- Nirenberg, L., 1991, In: *Revista Matemática Universitária*, Nº 13, Rio de Janeiro.
- Nordon, D., 1981, *Les Mathématiques Pures N'Existent Pas!*, France: Actes Sud.
- Oliveira, M. K., março/1991, *Processos de Aprendizagem em Adultos - Conferência proferida em DOT-CONAE Prefeitura de São Paulo, São Paulo: Vídeo DOT-CONAE*
- Overholser, J. C., 1992, *Socrates in the Classroom*. In: *College Teaching*, nº 1, Vol. 40, Washington D. C.: Heldref Publications.
- Pain, S., 1989, *Diagnóstico e tratamento dos problemas de aprendizagem*, Porto Alegre: Editora Artes Médicas.
- Piaget, J. A., s/d, *Representação do mundo da criança*, Rio de Janeiro: Editora Record.
- \_\_\_\_\_, março/1964, *Developing and Learning, Piaget rediscovered - A report of the Conference on Cognitive Studies and Curriculum development, parte I - trad. Tizuko Morchida.*
- \_\_\_\_\_, 1974, *O Nascimento da Inteligência na Criança*, Rio de Janeiro: Editora Zahar.
- \_\_\_\_\_, 1976, *A Equilibração das estruturas cognitivas*, Rio de Janeiro: Zahar Editores.
- \_\_\_\_\_, 1976, *Psicologia e Pedagogia*, Rio de Janeiro: Forense-Universitária.
- \_\_\_\_\_, 1978, *Biologia e Conhecimento*, Porto: Rés Editora, Limitada.
- Piaget, J. & Inhelder, B., s/d, *A origem da idéia do acaso na criança*, Rio de Janeiro: Editora Record.
- Pirsig, R. M., 1976, *Zen e a Arte da Manutenção de Motorcicletas: uma investigação sobre valores*, Rio de Janeiro: Zahar Editores.
- Polya, G., 1978, *A Arte de Resolver Problemas*, Rio de Janeiro: Editora Interciência.
- \_\_\_\_\_, 1965, *Mathematical Discovery*, New York: John Wiley & Sons, Inc.

- \_\_\_\_\_, 1985, *O ensino por meio de problemas*, In Revista do Professor de Matemática, no 7, São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática - SBM.
- Pontuschka, N. & Garcia, E. G. (org.), Prelo, *A Ousadia no Diálogo*, São Paulo: Editora Loyola.
- Post, T. R., 1980, *The Role of Manipulative Materials in the Learning of Mathematical Concepts*, In: Selected Issues in Mathematics Education, Edited by Lindquist, M.M., Yearbook, National Society for the Study of Education.
- Puckin, V. N., 1976, *Heurística: A Ciência do pensamento Criador*, Rio de Janeiro: Zahar Editores.
- Platão, 1973, In: *Os Pensadores*, em Fédon, 275 d, São Paulo: Editora Abril Cultural.
- Ricoeur, P., 1978, *O conflito das Interpretações*, Rio de Janeiro: Editora Imago.
- Rieff, P., 1979, *Freud: pensamento e humanismo*, Belo Horizonte: Editora Interlivros.
- Rousseau, J. J., 1968, *Emílio ou da Educação*, São Paulo: Difusão Européia do Livro.
- Rousseau, J. J. 1978, In: *Os Pensadores*, São Paulo: Abril Cultural.
- Saraiva, J. A. F., 1991, *Piaget e o ensino de Ciências: Elementos para uma pedagogia Construtivista*, São Paulo: USP/FEUSP - Tese de Doutorado
- Saviani, D., 1980, *Educação: do senso comum a consciência filosófica*, Ed. Cortez-Autores Associados.
- Schoenfeld, A. H., 1980, Teaching problem solving skills, In: American Mathematical Monthly, nº 87
- \_\_\_\_\_, 1973, Beyond the purely cognitive: Belief systems, social cognitions and metacognitions as driving forces in intellectual performance, In: Cognitive Science, nº 7.

- Secretaria Municipal de São Paulo, 1992, *Documento 5, Movimento de reorientação curricular - Visão de Área de Matemática*, São Paulo.
- Sério, T. M. e outros, 1988, *Para compreender a Ciência*, Rio de Janeiro: Editora Espaço e Tempo Ltda; São Paulo: Editora da PUC-SP.
- Smale, S., 1990, In: *Revista Matemática Universitária*, No 12, Rio de Janeiro.
- Snyders, G., 1978, *Para onde vão as Pedagogias não Diretivas?* Lisboa: Moraes Editora
- \_\_\_\_\_, 1988, *A Alegria na escola*, São Paulo: Editora Manole.
- Souza, A. C. C., 1986, *Matemática e Sociedade Uma das categorias do Conhecimentos Matemáticos*, Campinas: UNICAMP/ Faculdade de Educação, Dissertação de Mestrado.
- \_\_\_\_\_, 1992, *Sensos Matemáticos: Uma Abordagem Externalista da Matemática*, Campinas: UNICAMP/ Faculdade de Educação, Tese de Doutorado.
- Vygotsky, L. S., 1987, *Pensamento e Linguagem*, São Paulo: Editora Martins Fontes.
- \_\_\_\_\_, 1988, *A Formação Social da Mente*, São Paulo: Editora Martins Fontes.
- Wadsworth, J. B., 1984, *Piaget para o professor da pré-escola e 1º grau*, São Paulo: Editora Pioneira.

**A**



**Apêndice**

"Pergunta: Acharmos que um pesquisador de modelos matemáticos pode ter como objetivo previsões para um tal fenômeno físico ou promover a arte de fazer modelos, ou ainda, somente promover o progresso da Matemática Aplicada. E você? O que o leva a pesquisar um modelo matemático para relações observadas no mundo físico?"

Bassanezi: Quando estou ensinando Matemática, os modelos matemáticos tem o propósito de valorizar a Matemática que se aprende, mostrar para que ela serve. Faz-se um modelo mais simples, mas mostra-se a aplicação da Matemática. Por exemplo, um biólogo e eu, fomos convidados a dar um curso em Cárceres, no Pantanal, para professores de 1º e 2º graus das áreas de História, Geografia, Artes, Matemática, Psicologia e Ciências. Aí, a Modelagem pareceu o caminho mais interessante para fazer a interligação das áreas e mostrar a utilidade da Matemática ... Um grupo de alunos, motivados pela criação de jacarés numa fazenda vizinha (para retirada de pele), formulou o seguinte problema: "em que tempo o jacaré criado preso deve ser morto?" A idéia era estudar esse problema sob o ponto de vista da Biologia e/ou da Matemática. Foi possível desenvolver com os alunos o modelo exponencial e o modelo logarítmico ... Talvez, esse grupo de alunos não tivesse condições de realizar a continuação deste estudo. Aí, é para o pesquisador - o que o matemático ou o biólogo pode fazer em termos de pes-

quisa ... com os dados levantados pelos alunos, fizemos uma análise mais sofisticada do problema; surgiu o seguinte desafio para o pesquisador de modelos matemáticos: construir um modelo no qual o custo é uma variável (não conhecíamos o custo para alimentação, funcionários, etc.), para fazer a **previsão** do tempo em que se deve matar o jacaré, obtendo-se lucro máximo. Trabalhamos, então, nesse problema e o publicamos numa revista ... Como matemático aplicado, eu queria resolver o problema de modo a "dar um retorno" para contribuir no problema ecológico e na questão econômica, da otimização do lucro do fazendeiro. Por exemplo, queríamos saber em termos de ecossistema, o que significa criar jacarés em cativeiro e soltar 10% dos jacarés crescidos, o que, segundo as informações recebidas, compreende ao que naturalmente sobrevive em ambiente natural ... É muito importante "voltar" aos alunos, o que foi feito com uma Matemática mais sofisticada - essa é uma motivação para eles continuarem a estudar Matemática".

"Pergunta: O que se passa com um matemático como você? Costuma ter uma visão intuitiva dos modelos já conhecidos quando analisa as relações apresentadas no mundo físico, para em seguida criar outros?"

Bassanezi: No caso do problema do jacaré estudado com os alunos, eu já tinha uma idéia do que poderia ser feito - os alunos não tinham. É como no caso de uma 8ª série: os professores já sabem onde "vai cair" o problema e os alunos não sabem. Eu já tinha a idéia de trabalhar com alometria, comparando peso e comprimento, de modo a construir tabelas e fazer ajuste de curvas, ou alguma equação diferencial que pudesse relacionar a variação de peso ou de tamanho, para fazer uma previsão de quanto vai crescer o jacaré ... Quando estudamos o problema como pesquisadores, pensamos logo em usar os modelos clássicos de Verhulst e Von Bertalanffy, utilizados para répteis; mas, as tabelas com as medidas dos jacarés não deram o resultado que tínhamos obtido com peixes e, portanto, os modelos intuídos não funcionaram - tivemos, então, de modificá-los, ou seja, criar modelos próprios para o problema".

"Pergunta: Como você seleciona um problema para estudar? O que é que o motiva a ocupar-se com um problema?"

Bassanezi: Geralmente o problema tem sido escolhido pelos alunos dos cursos ... Foi assim também que apareceu o problema do controle da bactérias na fábrica de papel, o qual depois, levou ao problema de tumores cancerígenos ... Muitas vezes, a gente não sabe o que quer pesquisar se não visita o local. É o caso do combate às bactérias...foi lá na fábrica, que começamos a ficar atentos ao ataque das bactérias e a necessidade de matá-las ... A pergunta ou o problema faz parte do método, é o que orienta o trabalho. Cada pergunta é como se fosse de todos - todos falam "o nosso problema" e "o nosso modelo". Tudo vai acontecendo na conversa. Nós não propomos o problema para eles ou...é como se você propusesse o problema que você gostaria que eles tivessem proposto. Eu diria que o professor-pesquisador tem uma influência muito grande. Por exemplo, o professor fez a pergunta: "será que tem um outro jeito de jogar bactericida para otimizar a parada das máquinas?" A pergunta tornou-se pergunta dos alunos, ou seja, eles ficaram motivados a respondê-la como se eles próprios tivessem perguntado ... A escolha de um problema, dentro desse método de pesquisa, se dá também, muitas vezes, a partir da procura de problemas análogos a um já estudado. A analogia é a ferramenta fundamental que temos para formular problemas. Quando temos um problema resolvido, procuramos problemas análogos a esse, isto é, problemas que usam o mesmo modelo matemático, tem a mesma lei de formação. Por exemplo, a lei para a "variação populacional proporcional à população" é a mesma que para a "variação do capital proporcional ao capital" - do ponto de vista matemático, eles são idênticos, mas do ponto de vista do assunto que leva a formular o problema, os fenômenos são diferentes. Um exemplo da escolha de um problema por analogia foi o da quimioterapia. Ao estudarmos o problema das bactérias na fábrica de papel, utilizamos a teoria do "controle ótimo". Usando essa técnica, percebemos que podíamos fazer uma analogia com os problemas que estudam o controle de tumores cancerígenos pela quimioterapia. Aí, começamos a analisar esse problema do ponto de vista da pesquisa e criamos novos problemas e nova matemática para problemas de quimioterapia".

